



**HAL**  
open science

# Ondelettes continues en Sciences de la Terre - méthodes et applications -

Philippe Gaillot

► **To cite this version:**

Philippe Gaillot. Ondelettes continues en Sciences de la Terre - méthodes et applications -. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2000. Français. NNT : . tel-00007019

**HAL Id: tel-00007019**

**<https://theses.hal.science/tel-00007019>**

Submitted on 3 Oct 2004

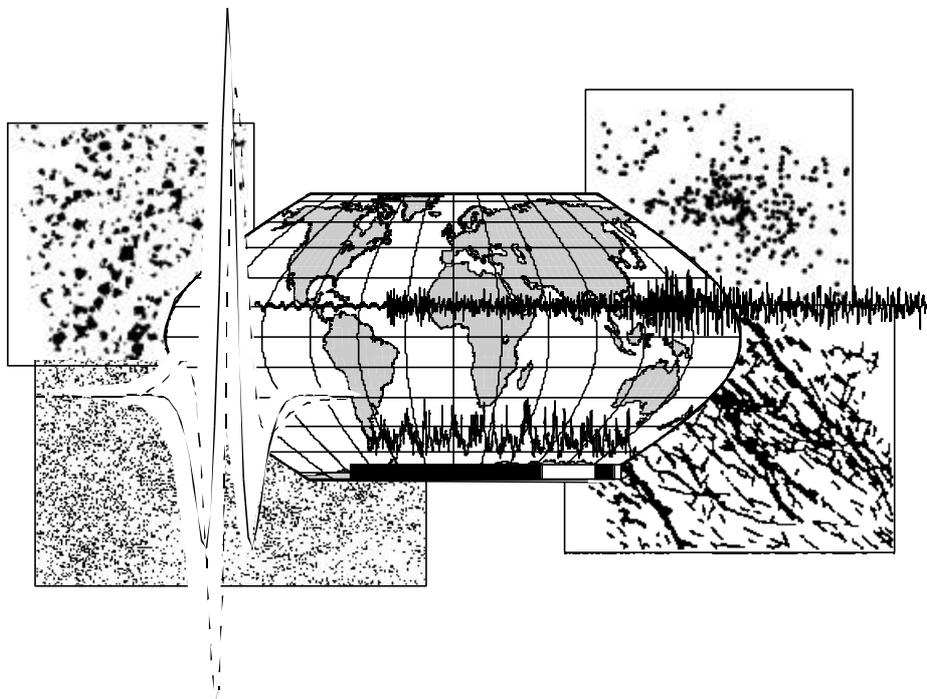
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Ondelettes continues en Sciences de la Terre

- Méthodes et applications -

PHILIPPE GAILLOT



Novembre 2000

THESE DE DOCTORAT  
UNIVERSITE DE TOULOUSE III

Observatoire Midi - Pyrénées  
Laboratoire de Péetrophysique et Tectonique



Thèse présentée devant  
l'Université de Toulouse III - Paul Sabatier  
en vue de l'obtention du titre de  
Docteur de l'Université

Spécialité : Géophysique Interne

**Ondelettes continues  
en Sciences de la Terre**

**- Méthodes et applications -**

Philippe GAILLOT

soutenance publique le 28 Novembre 2000 devant la commission d'examen composée de:

A. Cazenave	Ingénieur de Recherche CNES – Toulouse	Examineur
A. Arnéodo	Directeur de Recherches CNRS – Bordeaux	Examineur
J-L.. Bouchez	Professeur à l'Université de Toulouse III	Président
D. Gibert	Professeur à l'Université de Rennes I	Rapporteur
M. de Saint-Blanquat	Chargé de Recherches à l'Université de Toulouse III	Directeur de thèse
D. Sornette	Directeur de Recherches CNRS – Nice-Sophia Antipolis	Rapporteur
G. Ouillon	Ingénieur CEA à l'Université de Nice-Sophia Antipolis	Invité

Observatoire Midi – Pyrénées - UMR CNRS 5563  
Laboratoire de Péetrophysique et Tectonique  
38 rue des trente-Six Ponts 31400 TOULOUSE

L'intégralité de ce documents est disponible au format HTML, PDF et PS à  
<http://www.dstu.univ-montp2.fr/PERSO/gaillet/index.html>

ou sur CD sur simple requête à [gaillet@dstu.univ-montp2.fr](mailto:gaillet@dstu.univ-montp2.fr)

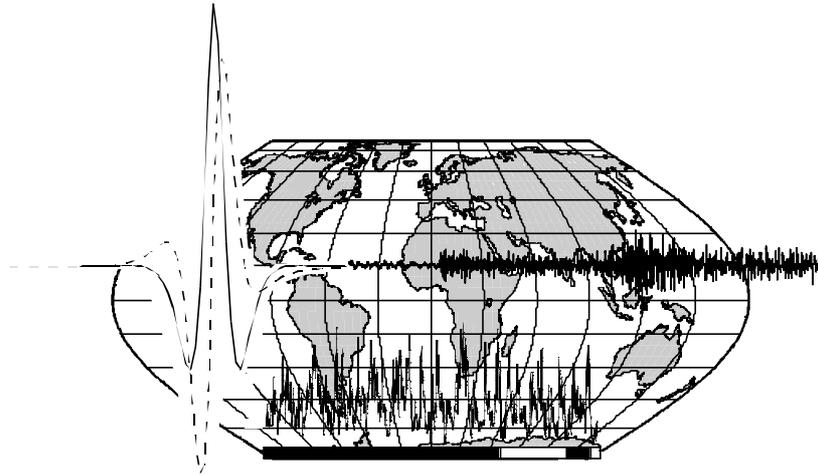
Philippe GAILLOT  
Laboratoire de Mesures en Forage  
ISTEEM - Université de Montpellier 2  
Place Eugène Bataillon, CC 056  
F-34095 Montpellier cedex 5

Tél.: 33 (0) 4 67 14 93 09  
Fax.: 33 (0) 4 67 14 93 08

*En souvenir de ma grand-mère, Renée Lanscotte,  
décédée le 23 août 1999.*



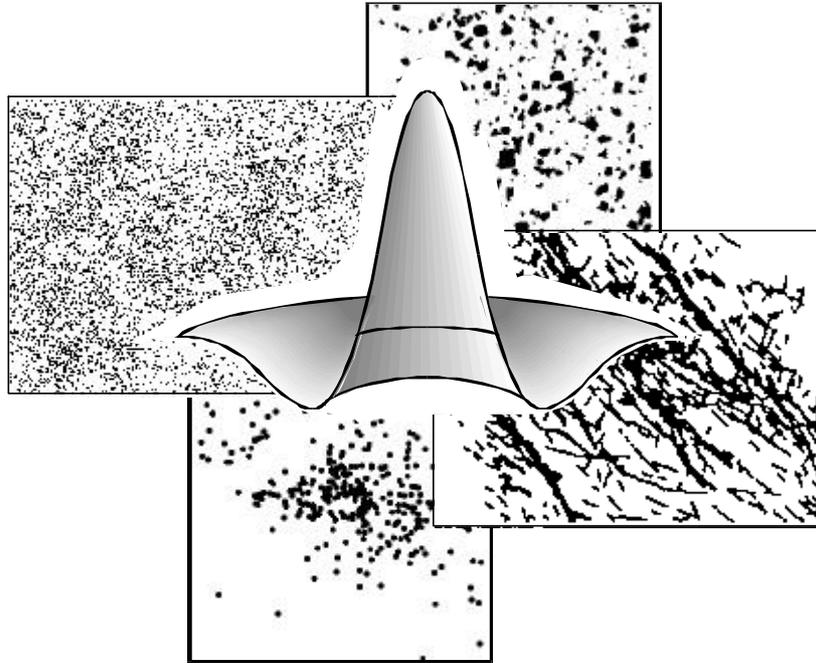
# Première partie



Ondelettes continues 1D



# Deuxième partie



Ondelettes continues 2D



# Ondelettes continues en Sciences de la Terre

## - Méthodes et applications -

**Philippe Gaillot**

Ce mémoire concerne le développement de méthodes de traitement, de mise en relation et d'interprétation de données des Sciences de la Terre. Partant du constat que, de par leur nature complexe (non-stationnarité, multi-échelles), les signaux géophysiques-géologiques gagneraient beaucoup à être étudiés à l'aide de méthodes non-stationnaires, nous proposons d'utiliser des méthodes d'analyse basées sur le formalisme mathématique de la transformation en ondelettes continues.

Présentées et illustrées sur des exemples synthétiques et naturels, les propriétés d'analyse locale et multi-échelles des ondelettes ouvrent de nombreuses perspectives, inaccessibles avec les méthodes classiques du traitement du signal. En particulier, les techniques développées à une ou deux dimensions visent à éclater toute l'information dans une représentation «espace-échelle», propice à dévoiler la dynamique complexe, la nature multi-échelles et/ou les interactions au sein du système étudié. Ne nécessitant aucune hypothèse sur la nature des signaux, ces techniques sont polyvalentes et permettent de reconnaître les processus agissant sur divers systèmes.

L'analyse en ondelette a été appliquée à l'étude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre. La ré-inspection des enregistrements magnétiques du site Ocean Drilling Program 983, caractérisés par des composantes significatives à des fréquences correspondant aux paramètres orbitaux de la Terre, a permis d'opter pour une origine lithologique (climatique) plutôt que pour l'expression de la géodynamo elle-même. On confirme ainsi la représentativité de l'enregistrement de la paléointensité et sa possibilité à être corrélé avec d'autres enregistrements mondiaux.

Dans le cadre de la surveillance sismique, nous avons développé un algorithme de pointé automatique de phases sismiques. Utilisées comme des filtres passe-bande naturellement bien localisés en temps et en fréquence, nous avons montré que les ondelettes permettent de détecter, de distinguer et de pointer les séismes proches et lointains, en rejetant les pointés incertains et le bruit.

Sur les bases de développements méthodologiques liés à l'étude bi-dimensionnelle des champs de galaxies et des champs de fractures, nous avons développé une nouvelle méthode qui, appliquée aux organisations minérales de sections de granite, a permis de détecter et de quantifier en termes de taille, de forme, d'orientation et de distribution spatiale, les différents niveaux d'organisation minérale. A partir de cette approche, on peut étudier le comportement complexe d'un magma –milieu biphasé solide liquide- qui cristallise tout en se déformant, et ainsi, mieux cerner l'histoire dynamique des massifs granitiques.

Appliquée à la distribution spatiale de la séquence de répliques du séisme d'Arudy de 1980 ( $M=5.1$ , Pyrénées Orientales), la méthodologie précédente a permis d'identifier des plans potentiels de rupture. La combinaison de ces résultats avec les mécanismes au foyer disponibles et avec les marqueurs géologiques et géomorphologiques a conduit à proposer et valider un modèle tectonique local sous la forme d'une terminaison en queue de cheval d'orientation E-W.

Les perspectives ouvertes par ce mémoire laissent présager d'un champ énorme de développement d'outils et de réflexions nouvelles. Même si les problèmes abordés dans cette thèse ont concerné exclusivement des données mono-dimensionnelles et des données binaires (noir et blanc) bi-dimensionnelles, la voie est ouverte pour étendre les méthodologies précédentes à des données bidimensionnelles non-binaires (couleur) et tri-dimensionnelles.

Mots clés : Transformée en ondelettes, traitement du signal, méthodes, géophysique, géologie.



# Continuous wavelets in Earth Sciences

## - Methods and applications -

**Philippe Gaillot**

This work is devoted to the development of processing methods of Earth and Planetary Sciences data. Because geophysical and geological signals are, by nature, characterised by complex dynamics, non-stationarity and/or multi-scale behaviour, their analysis could be considerably improved by the use of non-stationary methods. So, we propose to use methods based on the mathematical formalism of the wavelet transform.

Presented and illustrated on various synthetic and natural examples, local and multi-scale wavelets properties offer many advantages in respect to classical signal analysis methods (Fourier Transform, Windowed Fourier Transform ...). In particular, the one- or two- dimensional developed techniques transform the information into a "space-scale" representation revealing the complex dynamics, the multi-scale behaviour and/or the interactions within the investigated system. Requiring any hypothesis on the nature of the analysed signal, these techniques are general-purpose and allow the recognition of the processes acting on various systems.

- Applied to the study of relative geomagnetic paleointensity, the re-inspection of magnetic records from Ocean Drilling Program (ODP) Site 983, characterised by significant components close to the Earth orbital parameters (eccentricity, obliquity, precession), suggested that the orbital frequencies embedded in the paleointensity record are the expression of lithologic variations, and probably not a characteristic of the geodynamo itself, and confirmed the representativity of the paleointensity record and its usefulness to be correlated to other records.

- In the frame of seismic monitoring, we have developed an automatic seismic phase picking algorithm. Used as band-pass filters intrinsically well localised in time and frequency, wavelets allow quasi real time picking of local and teleseismic events, rejecting uncertain picks and noise.

- Based on methodological developments related with the investigation of two-dimensional galaxies fields and fractures fields, we have developed a new method which applied to the study of mineral organisation of magmatic rock sections enabled us to detect and quantify in terms of size, shape, orientation and spatial distribution the different levels of mineral organisation, and consequently to better define the dynamical history of the plutons.

- Applied to the the spatial distribution of seismic events the 1980 Arudy earthquake sequence (M=5.1, Western Pyrennes), 2D anisotropic wavelets allowed identification of the possible active rupture planes which combined with available focal mechanisms and geological and geomorphological markers led to propose and validate a local tectonic model which takes the form of a horse tail termination of an E-W sub-vertical dextral strike-slip fault.

Key-word : Wavelet transform, signal processing, methods, geophysics, geology.



---

# Remerciements

---

*Une thèse est la somme d'un travail collectif  
où l'apport de chacun,  
bien que d'importance inégale,  
est toujours indispensable et précieux.*

Ce mémoire ponctue le fruit de connaissances, expériences et réflexions échangées entre de nombreuses personnes en divers endroits et moments. J'espère que chacune s'y retrouvera un peu et que celles qui m'ont aidé à réaliser ce travail prendront autant de plaisir à le lire que j'en ai eu à le faire. A tous ceux là, je dédie ce mémoire.

Je ne me serais sans doute pas orienté vers la recherche sans l'exemple et le dévouement d'Yves Mathey, responsable des enseignements de maîtrise de Physique, et sans la passion, la fougue et la curiosité que David Williamson a su me communiquer pendant mes premiers pas de « bébé-chercheur ». Qu'au travers de ces deux « Mentors » soient remerciés les enseignants de Physique de l'Université d'Aix-Marseille-II ainsi que les chercheurs des anciens laboratoires de Géologie du Quaternaire et des Géosciences de l'environnement.

L'entreprise de cette thèse n'aurait pu commencer sans l'écoute et la compréhension de Michel Rabinowicz, responsable de la filière « Physique et Chimie des Planètes » du DEA Astrophysique, Géophysique et Techniques Spatiales de l'Université de Toulouse III. Pour la confiance qu'il a su m'accorder, je le remercie sincèrement. Je profite que l'occasion m'en soit ici donnée pour remercier aussi les différents acteurs de l'Ecole Doctorale. Je pense notamment à son responsable, Gilbert Vedrenne et à sa dévouée secrétaire Marie-Claude Cathala.

Le bon déroulement de ce travail a été possible grâce à mes deux co-directeurs de thèse, Jean-Luc Bouchez et Michel de Saint-Blanquat. Je leur suis reconnaissant des moyens qu'ils ont mis à ma disposition et du soutien qu'ils m'ont apporté. Avec eux, il me faut remercier l'ensemble des étudiants, personnels administratifs et techniques, enseignants et chercheurs, présents et passés, du Laboratoire des Mécanismes de Transfert en Géologie (UMR 5563). Que l'ensemble des membres du Laboratoire et de l'Observatoire Midi-Pyrénées soient ici chaleureusement remerciés. Anne-Marie Zerr, José Darrozes, Vincent Grégoire, Pierre Courjault-Radé et Pierre Genthon trouveront ici une marque particulière de ma gratitude.

Cette thèse aura connue une « pause » bénéfique en l'occasion de mon Service National au Réseau National de Surveillance Sismique de Strasbourg. Pour cette expérience scientifique et humaine unique que je réinvestis sans cesse, je remercie Michel Granet, Hugues Dufumier, Marc Grunberg, Thibo Piquet, Jean-Luc Van de Velde, Olivier Bonhomme et la « Maman » à ses « Petits », Christiane Nicoli.

---

Je remercie aussi vivement Michel Cara, Directeur de l'Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre (EOST) de Strasbourg, et Jean-Michel Marthelot, responsable des enseignements, pour la confiance qu'ils m'ont accordée en me confiant la charge complète d'Attaché Temporaire à l'Enseignement et à la Recherche. Je leur suis à tous deux ainsi qu'aux membres de l'équipe «Imagerie Tectonique» reconnaissant de ce soutien m'ayant permis de finir ma thèse dans d'excellentes conditions.

Je tiens à remercier Anny Cazenave (Observatoire Midi-Pyrénées), Alain Arnéodo (Centre de Recherche Paul Pascal, Bordeaux), Dominique Gibert (Géosciences, Rennes), Didier Sornette (Centre de Matière Condensée, Nice-Sophia Antipolis) et Guy Ouillon (Géosciences Azur, Nice-Sophia Antipolis) pour avoir accepté la lourde charge de membres du Jury et m'avoir ainsi donné de nombreux conseils et encouragements pendant la phase finale de rédaction.

Enfin, je me dois de remercier, encore une fois, l'ensemble des personnes qui ont apporté des éclairages précis à des moments clés de ce travail.

- Pour les explications et l'intérêt qu'il a su porter à mon travail sur les analyses des fabriques minérales par les outils du traitement d'images, je remercie Patrick Launeau.
- Pour leur accueil au sein du Department of Geology and Geophysics et de l'Institute of Rock Magnetism de Minneapolis, je remercie Basil Tikoff, Mike Jackson et Subir Banerjee.
- Pour leur aide précieuse lors de mon «excursion» dans les champs de galaxies, je remercie Eric Escalera, Albert Bijaoui et Philippe Laporte. Qu'avec ce dernier, Laurence Boirin, Peter Von Ballmos, Pierre Jean et plus généralement le groupe Bodega Hautes Energies du Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements soit salué.
- Encore un grand merci à la communauté des ondelettes. Bien réelle et virtuelle (<http://www.wavelet.org/wavelet/index.html>), elle est un modèle d'interdisciplinarité et d'échange. Pour m'avoir permis d'intégrer cette communauté, j'exprime ma sincère reconnaissance à Sylvie Roques et l'encourage à continuer à dispenser son cours sur les Ondelettes.
- Enfin, Merci, à Yohan Guyodo, James Channell et Daniel Amorese, derniers complices de ce travail.

Je clos ces remerciements par une note dédiée à Janine Fishbach, incroyable bibliothécaire, apte à dénicher n'importe quelle référence. Trouve, Janine, en retour à ta gentillesse, un énorme Merci et un petit clin d'œil en pages 255 à 275.

Famille et Amis. Vos preuves d'amour ou de sympathie ont toujours été pour moi un soutien essentiel. Au delà des mots, Merci. Je vous aime.

---

# Avant-Propos

---

*Ô grand Dieu, donne moi que j'étale en mes vers  
les plus rares beautés de ce grand univers;  
Donne moi qu'en son front ta puissance, je lise  
Et qu'en enseignant autrui, moi-même je m'instruise.*

*Guillaume du Bartas (1544-1590).*

Au travers,

- d'une formation en physique orientée vers l'acquisition et le traitement des données expérimentales,
- d'expériences en magnétisme des roches et paléomagnétisme acquises au Laboratoire de Géologie du Quaternaire (Marseille) ainsi qu'à l'Institut of Rock Magnetism (Minneapolis, Minnesota),
- du panorama "Sciences de la Terre et des Planètes Intérieures" proposé par l'équipe d'enseignants-chercheurs du DEA Astrophysique, Géophysique et Techniques Spatiales de Toulouse,
- du stage de DEA sur les méthodes du traitement d'image des organisations minérales, effectué au Laboratoire de Pétrophysique et Tectonique (Toulouse),
- de mon travail au Réseau National de Surveillance Sismique de Strasbourg, et
- de mes expériences d'enseignement en mathématiques, physique générale, thermique et physique des roches,

j'ai bénéficié, au cours de ces dernières années, de différents éclairages sur les méthodes, objets et problématiques des Sciences de la Terre. J'ai vu dans ce travail de thèse l'occasion d'utiliser et synthétiser ces regards pour proposer au lecteur une vision basée sur "l'optique ondelette".

Les ondelettes apparaissent, aujourd'hui, dans plus en plus de domaines des Sciences de la Terre. Il est impossible dans un mémoire de thèse de couvrir l'ensemble de ces domaines. Je me suis "limité" à ceux qu'il m'a été donné de découvrir et de "pratiquer", à savoir, le magnétisme des roches et paléomagnétisme, la sismologie d'observatoire, la fracturation et l'analyse des organisations minérale via le traitement d'image.

Aussi, même si les aspects méthodologiques apparaissent comme un leitmotiv tout au long de ce mémoire, on traitera particulièrement (i) de reconstruction de la paléointensité du champ magnétique terrestre ; (ii) de pointés automatiques de phases sismiques ; (iii) d'analyse d'organisations minérales de sections de roches ; ainsi que (iv) d'analyse de la distribution spatiale des séismes. Du fait de la diversité des applications abordées, je m'attacherai à préciser le cadre général, les enjeux et motivations propres à chaque problématique et tacherai de souligner, à chaque fois, l'apport méthodologique des ondelettes.

---

---

# Table des matières

---

Résumé	1
Abstract	2
Introduction	3

## Première Partie : Ondelettes continues mono-dimensionnelles

<i>Chapitre Un</i> : Notions de base et formalisme	9
<b>1 Cadre général</b>	9
<b>2 Espace, fréquence, échelle, résolution et période</b>	10
2.1 Espace	11
2.2 Fréquence, échelle, résolution et période	11
<b>3 Limites des représentations spatiale et fréquentielle</b>	12
<b>4 Représentations « espace-fréquence » et « espace-échelle »</b>	13
<b>5 Transformée en ondelette (TO) continue</b>	15
5.1 Introduction à la TO continue - domaine spatial	16
5.2 Introduction à la TO - domaine fréquentiel	19
5.3 Formalisme	20
5.4 Propriétés, restrictions et fonctions mère	20
5.5 Scalogramme et scalogramme croisé – exemples	23
5.6 Identification des variations d'échelles	37
5.7 Mise en œuvre numérique	39
<b>6 Illustration: paramètres orbitaux de la Terre et valeurs d'insolation</b>	42
6.1 Cadre général et enjeux	42
6.2 Données	43
6.3 Analyse des résultats	43
6.4 Conclusion	49

<i>Chapitre Deux</i> : Etude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre: exemple du site ODP 983	51
<b>1 Cadre général</b>	51
<b>2 Problématique</b>	54
<b>3 Site ODP 983</b>	58
<b>4 Analyse par ondelettes de la paléointensité géomagnétique relative au site ODP 983</b>	60
<i>Wavelet analysis of relative geomagnetic paleointensity at ODP Site 983</i>	
<i>Article publié à Earth Planetary Science Letters, Vol184, pp. 109-123, 2000.</i>	61
<b>5 Conclusion</b>	73

---

<i>Chapitre Trois : Ondelettes et observatoire sismologique</i>	75
<b>1 Cadre général</b>	75
<b>2 Enjeux des pointés automatiques de phases sismiques</b>	76
<b>3 Détecteurs et pointeurs de phases sismiques</b>	77
3.1 Présentation	77
3.2 Évolution historique et méthodologique	78
3.3 Algorithme STA/LTA en domaine temporel	78
3.4 Rappel des exigences attendues	80
<b>4 Algorithme développé</b>	82
<b>5 Illustrations</b>	84
<b>6 Applications</b>	92
<b>7 Conclusion et perspectives</b>	94

<b>Deuxième Partie : Ondelettes continues bi-dimensionnelles</b>
--

<i>Chapitre Quatre : Problématiques, formalisme, méthodes et exemples</i>	99
<b>1 Cadre général</b>	99
<b>2 Formalisme des ondelettes 2D</b>	101
<b>3 Ondelettes et étude de l'Univers distant</b>	103
3.1 Hétérogénéité de l'Univers : problématique	103
3.2 Ondelettes et topologie de l'Univers : méthodes	104
3.3 Illustration	105
3.4 Application: catalogue COSMOS/UKST Southern Sky Galaxy	108
3.5 Conclusion et enseignements méthodologiques	112
<b>4 Ondelettes et réseaux de fractures</b>	112
4.1 Problématique	112
4.2 Fracturation et fractal	112
4.3 Groupe de normalisation	113
4.4 Réseaux de fractures, multi-fractals et ondelettes	114
4.5 La méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimum (Optimum Anisotropic Wavelet Coefficient method)	115
4.6 Illustration	116
4.7 Application	117
4.8 Résultats et interprétations	119
4.9 Conclusion et enseignements méthodologiques	119
 <i>Chapitre Cinq : Applications à la fabrique des roches magmatiques</i>	 121
<b>1 Introduction</b>	121
<b>2 Problématique</b>	122
<b>3 Programme pour l'analyse d'image multi-échelle: la méthode du   Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimisé et Normalisé</b>	124
<i>Software for multi-scale image analysis: the Normalized Optimized     Anisotropic Wavelet Coefficient Method</i>	
<i>Article publié dans Computers &amp; Geosciences, Vol 23, No. 8, pp. 889-895, 1997.</i>	125

<b>4 La méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimum Normalisé (Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient NOAWC method): un outil du traitement d'image pour l'analyse multi-échelle de la fabrique des roches</b>	<b>133</b>
<i>The Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method: an image processing tool for multi-scale analysis of rock fabric</i>	
Article publié dans <i>Geophysical Research Letters</i> , Vol <b>24</b> , No 14, pp. 1819-1822, 1997.	<b>134</b>
<b>5 Fabrique de forme des grains de magnétite, anisotropie de distribution spatiale et fabrique magnétique: une étude 3D</b>	<b>140</b>
<i>Magnetite grain shape fabric and distribution anisotropy vs rock magnetic fabric : a three-dimensional-case study</i>	
Article publié dans <i>Journal of Structural Geology</i> , Vol <b>20</b> , No 7, pp. 937-944, 1997.	<b>141</b>
<b>6 Transformée en ondelette: le futur de l'analyse des roches?</b>	<b>149</b>
<i>Wavelet transform: A future of rock fabric analysis ?</i>	
Article publié dans <i>Journal of Structural Geology</i> , Vol <b>21</b> , pp. 1615-1621, 1999.	<b>150</b>
<b>7 Ondelettes et fabriques des roches magmatiques : conclusion</b>	<b>158</b>
 <i>Chapitre Six : Application à la distribution spatiale des séismes</i>	 <b>159</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>159</b>
<b>2 Méthodes existantes</b>	<b>160</b>
2.1 Distribution spatiale des séismes et statistiques	<b>160</b>
2.2 Distribution spatiale des séismes et distribution aléatoire	<b>162</b>
2.3 Distribution spatiale des séismes, analyse fractale et multifractale	<b>163</b>
2.4 Limitations des approches précédentes. Approche géométrique et détection d'alignements	<b>164</b>
<b>3 Analyse structurale des hypocentres d'une séquence sismique via les ondelettes anisotropes</b>	<b>167</b>
<i>Structural analysis of hypocentral distribution of an earthquake sequence using anisotropic wavelets : method and application.</i>	
Article soumis à <i>Journal of Geophysical research</i> , le 19/09/2000.	<b>168</b>
<b>4 Propagation bi-dimensionnelle d'une séquence de répliques. Etude combinant Transformée en ondelettes anisotropes et SIG</b>	<b>186</b>
<i>2D propagation of a sequence of aftershocks combining anisotropic wavelet transform and GIS.</i>	
Article publié dans <i>Physics and Chemistry of the Earth</i> , Vol <b>23</b> , No. 3, pp. 303-308, 1998.	<b>187</b>
<b>5 Conclusion</b>	<b>195</b>
 Conclusion générales et perspectives	 <b>197</b>

## Appendices

<b>1 Transformée de Fourier (TF) et TF à fenêtre glissante</b>	<b>201</b>
<b>2 Fréquence instantanée et Transformée de Hilbert</b>	<b>206</b>
<b>3 Inégalité de Gabor – Représentation de Gabor</b>	<b>209</b>
<b>4 Représentation de Wigner-Ville</b>	<b>211</b>
<b>5 Propriétés de la Transformée en ondelettes continues</b>	<b>214</b>
<b>6 Transformée en ondelettes discrètes</b>	<b>215</b>
<b>7 Transformée en Chirplets</b>	<b>217</b>

---

## Annexes

<b>1</b>	<b>Processus et états particuliers</b>	<b>223</b>
<b>2</b>	<b>Sites Internet</b>	<b>229</b>
<b>3</b>	<b>Exemple d'étude paléoenvironnementale</b>	<b>230</b>
	<i>Environmental changes during the last ~900 kyr recorded in sediment drift deposit of the Western Antarctic margin (ODP Site 1095).</i>	
	<i>Article soumis à paleoceanography le 28/08/2000.</i>	<b>230</b>
<b>4</b>	<b>Méthodes du traitement d'images pour l'analyse des fabriques minérales : présentation et comparaison</b>	<b>240</b>
	Références Bibliographiques	<b>255</b>
	Liste des Figures	<b>277</b>
	Liste des Tables et Tableaux	<b>283</b>

---

## Résumé

---

Ce mémoire concerne le développement de méthodes de traitement, de mise en relation et d'interprétation de données des Sciences de la Terre. Partant du constat que, de par leur nature complexe (non-stationnarité, multi-échelles), les signaux géophysiques-géologiques gagneraient beaucoup à être étudiés à l'aide de méthodes non-stationnaires, nous proposons d'utiliser des méthodes d'analyse basées sur le formalisme mathématique de la transformation en ondelettes continues.

Présentées et illustrées sur des exemples synthétiques et naturels, les propriétés d'analyse locale et multi-échelles des ondelettes ouvrent de nombreuses perspectives, inaccessibles avec les méthodes classiques du traitement du signal. En particulier, les techniques développées à une ou deux dimensions visent à éclater toute l'information dans une représentation « espace-échelle », propice à dévoiler la dynamique complexe, la nature multi-échelles et/ou les interactions au sein du système étudié. Ne nécessitant aucune hypothèse sur la nature des signaux, ces techniques sont polyvalentes et permettent de reconnaître les processus agissant sur divers systèmes.

L'analyse en ondelette a été appliquée à l'étude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre. La ré-inspection des enregistrements magnétiques du site Ocean Drilling Program 983, caractérisés par des composantes significatives à des fréquences correspondant aux paramètres orbitaux de la Terre, a permis d'opter pour une origine lithologique (climatique) plutôt que pour l'expression de la géodynamo elle-même. On confirme ainsi la représentativité de l'enregistrement de la paléointensité et sa possibilité à être corrélé avec d'autres enregistrements mondiaux.

Dans le cadre de la surveillance sismique, nous avons développé un algorithme de pointé automatique de phases sismiques. Utilisées comme des filtres passe-bande naturellement bien localisés en temps et en fréquence, nous avons montré que les ondelettes permettent de détecter, de distinguer et de pointer les séismes proches et lointains, en rejetant les pointés incertains et le bruit.

Sur les bases de développements méthodologiques liés à l'étude bi-dimensionnelle des champs de galaxies et des champs de fractures, nous avons développé une nouvelle méthode qui, appliquée aux organisations minérales de sections de granite, a permis de détecter et de quantifier en termes de taille, de forme, d'orientation et de distribution spatiale, les différents niveaux d'organisation minérale. A partir de cette approche, on peut étudier le comportement complexe d'un magma –milieu biphasé solide liquide- qui cristallise tout en se déformant, et ainsi, mieux cerner l'histoire dynamique des massifs granitiques.

Appliquée à la distribution spatiale de la séquence de répliques du séisme d'Arudy de 1980 ( $M=5.1$ , Pyrénées Orientales), la méthodologie précédente a permis d'identifier des plans potentiels de rupture. La combinaison de ces résultats avec les mécanismes au foyer disponibles et avec les marqueurs géologiques et géomorphologiques a conduit à proposer et valider un modèle tectonique local sous la forme d'une terminaison en queue de cheval d'orientation E-W.

Les perspectives ouvertes par ce mémoire laissent présager d'un champ énorme de développement d'outils et de réflexions nouvelles. Même si les problèmes abordés dans cette thèse ont concerné exclusivement des données mono-dimensionnelles et des données binaires (noir et blanc) bi-dimensionnelles, la voie est ouverte pour étendre les méthodologies précédentes à des données bidimensionnelles non-binaires (couleur) et tri-dimensionnelles.

Mots clés : Transformée en ondelettes, traitement du signal, méthodes, géophysique, géologie.

---

## Abstract

---

This work is devoted to the development of processing methods of Earth and Planetary Sciences data. Because geophysical and geological signals are, by nature, characterised by complex dynamics, non-stationarity and/or multi-scale behaviour, their analysis could be considerably improved by the use of non-stationary methods. So, we propose to use methods based on the mathematical formalism of the wavelet transform.

Presented and illustrated on various synthetic and natural examples, local and multi-scale wavelets properties offer many advantages in respect to classical signal analysis methods (Fourier Transform, Windowed Fourier Transform ...). In particular, the one- or two- dimensional developed techniques transform the information into a "space-scale" representation revealing the complex dynamics, the multi-scale behaviour and/or the interactions within the investigated system. Requiring any hypothesis on the nature of the analysed signal, these techniques are general-purpose and allow the recognition of the processes acting on various systems.

- Applied to the study of relative geomagnetic paleointensity, the re-inspection of magnetic records from Ocean Drilling Program (ODP) Site 983, characterised by significant components close to the Earth orbital parameters (eccentricity, obliquity, precession), suggested that the orbital frequencies embedded in the paleointensity record are the expression of lithologic variations, and probably not a characteristic of the geodynamo itself, and confirmed the representativity of the paleointensity record and its usefulness to be correlated to other records.

- In the frame of seismic monitoring, we have developed an automatic seismic phase picking algorithm. Used as band-pass filters intrinsically well localised in time and frequency, wavelets allow quasi real time picking of local and teleseismic events, rejecting uncertain picks and noise.

- Based on methodological developments related with the investigation of two-dimensional galaxies fields and fractures fields, we have developed a new method which applied to the study of mineral organisation of magmatic rock sections enabled us to detect and quantify in terms of size, shape, orientation and spatial distribution the different levels of mineral organisation, and consequently to better define the dynamical history of the plutons.

- Applied to the the spatial distribution of seismic events the 1980 Arudy earthquake sequence (M=5.1, Western Pyrennes), 2D anisotropic wavelets allowed identification of the possible active rupture planes which combined with available focal mechanisms and geological and geomorphological markers led to propose and validate a local tectonic model which takes the form of a horse tail termination of an E-W sub-vertical dextral strike-slip fault.

Key-word : Wavelet transform, signal processing, methods, geophysics, geology.

---

# Introduction

---

*Dans la vie, il n'y a pas de solution.  
Il y a des forces en marche:  
il faut les créer et les solutions suivent.*

*Antoine de Saint-Exupéry (1900-1944).  
Vol de nuit (Gallimard, Chapitre 9).*

Afin de reconstruire l'évolution spatiale et temporelle de systèmes géophysiques complexes, les programmes de recherche nationaux (ECLIPSE, GéoFrance 3D, divers GdR, ...) ou internationaux (ODP, ...) visent à combiner divers ensembles de données numériques couvrant des échelles de temps et d'espace différentes. Que les données soient mono-dimensionnelles pour suivre l'évolution d'un paramètre dans le temps ou l'espace, ou pluri-dimensionnelles, en tant qu'image d'un état fini, chacune apporte son lot d'informations à la reconstruction et à la modélisation des processus ayant engendré ces observables.

Le traitement et la mise en relation de ces différentes données sont une étape-clé pour toute recherche. Cette étape est rendue particulièrement délicate en Sciences de la Terre, du fait de (1) la complexité des signaux géophysiques-géologiques ainsi que des difficultés liées à (2) leur acquisition et à (3) leur caractérisation via l'extraction de paramètres quantitatifs pertinents.

(1) Les systèmes géologiques sont connus pour leur dynamique complexe (non-stationnarité) et pour la richesse des échelles qui les concernent (voir Annexe 1). Le géologue passe de la lame mince ( $\sim \text{cm}^2$ ) aux plaques tectoniques ( $\sim 10^6 \text{ km}^2$ ) pendant que le sismologue passe de l'étude des mécanismes de la source et de la rupture ( $\sim \text{s}$ ) à celle du cycle sismique ( $\sim 100$  ans ou plus). Ces dynamiques, ou imbrications d'observables d'échelles différentes, traduisent la complexité des systèmes en Sciences de la Terre réglés par de multiples interactions entre différents processus. Du fait de ces interactions, une même mesure incorpore souvent différents messages. Ainsi, les propriétés magnétiques des sédiments, sensibles au climat et au champ magnétique contemporains à leur dépôt, sont des enregistrements concernant à la fois l'évolution des conditions environnementales et le fonctionnement de la dynamo terrestre.

Pour mieux comprendre les systèmes ayant des dynamiques lentes ( $10^3 - 10^6$  ans), par exemple le « climat » ou la « dynamo terrestre », d'importants efforts sont faits pour obtenir des données antérieures aux données actuelles d'observatoires ( $\sim 10^2$  ans). L'obtention de ces données par voie indirecte ou paléo-reconstruction, requiert donc un soin particulier dans leur traitement et leur mise en relation.

---

(2) Aux interactions entre processus géophysiques, se superposent aussi les «composantes parasites» propres à toute acquisition de données. Ces composantes intègrent le bruit et les incertitudes liés à la fonction de transfert de la chaîne « acquisition - (pré)traitement ». Elles sont particulièrement gênantes dans les missions de surveillance géophysique (sismique, volcanique, hydraulique, climatique ...). Ces missions, opérées en continu et en temps quasi-réel, appellent ainsi au développement d'algorithmes automatiques associant efficacité et rapidité.

(3) Enfin, du fait de la nature intégrative de certaines mesures ou quantification (plusieurs paramètres sont mélangés), extraire des paramètres pertinents des différents observables est une difficulté majeure. L'utilisation d'outils de mesures « intégratifs », tels que ceux du traitement d'image, est conditionnée par la chaîne de traitement (coloration, numérisation, classification et rectification), et surtout, par la manière de mesurer les propriétés de l'image. Selon le formalisme choisi, les paramètres mesurés sont des fonctions complexes des attributs des objets analysés (par exemple taille, forme, orientation, distribution spatiale). Pour décrypter les processus ayant engendré ces organisations, ces fonctions doivent donc être éclatées, en termes de taille, forme, orientation et distribution spatiale pour l'exemple choisi. En résumé, extraire l'information pertinente d'une mesure, en limitant les hypothèses sur la nature du système, passe par la déconvolution des processus qui sont intégrés dans cette mesure.

Nous nous attachons ici à utiliser au mieux l'information dont on dispose sur un système donné. Partant du constat qu'on a, en Sciences de la Terre, des signaux qui par nature (multi-échelles, non stationnaire) gagneraient beaucoup à être étudiés à l'aide de méthodes non-stationnaires, nous proposons d'utiliser les méthodes d'analyse basées sur le formalisme mathématique de la transformée en ondelettes continues.

Par leurs propriétés d'analyse locale et multi-échelles, les ondelettes offrent de nombreux avantages par rapport aux méthodes classiques du traitement du signal (Transformé de Fourier, Analyse par fenêtre glissante, ...). Les techniques développées :

- 1) ne nécessitent aucun a priori sur la nature des signaux,
- 2) visent à éclater le signal dans une représentation « espace-échelle » apte à dévoiler les dynamiques complexes (cyclicité) ou la nature multi-échelle du système. Cette représentation permet alors d'extraire la complexité structurale du système et de réfléchir aux différents mécanismes agissant sur le système.
- 3) sont automatisées. Elles répondent aux exigences d'élimination des «composantes parasites», de rapidité et d'efficacité nécessaires à l'analyse de larges volumes de données, en particulier en surveillance géophysique.

En commençant ce travail, j'étais soucieux de généraliser l'emploi des ondelettes en Sciences de la Terre. En effet, même si l'article le plus souvent cité comme « révélateur » de la philosophie des ondelettes à la communauté scientifique est celui du physicien Alex Grossman et du géophysicien Jean Morlet (1984), l'utilisation des ondelettes en géophysique était encore peu développée au début de cette thèse. «Cela résulte en partie du fait que

---

l'utilisation en aveugle des ondelettes ne suffit pas pour obtenir des résultats scientifiques importants: la philosophie des ondelettes ne peut donner son maximum que si elle est profondément imbriquée dans la théorie physique des signaux que l'on désire analyser » (Moreau, 1995). Une autre difficulté à l'introduction de nouveaux outils mathématiques dans différents champs des géosciences est celui du langage ou de la communication entre mathématiques, informatique et la discipline d'application. De ce point de vue, nous nous efforcerons d'employer les expressions les plus accessibles possibles, au risque de paraître trop simpliste ou trop imagé.

Ce mémoire est organisé en deux parties de trois chapitres chacune. La première partie est consacrée aux ondelettes mono-dimensionnelles et la seconde, aux ondelettes bi-dimensionnelles.

Le *Premier Chapitre* est dédié aux notions de base et au formalisme des ondelettes continues mono-dimensionnelles. Nous y introduisons et illustrons le concept d'analyse « Espace-Echelle » ainsi que le formalisme des ondelettes. Nous y détaillons sa mise en œuvre numérique et illustrons sur des exemples synthétiques et naturels (les paramètres orbitaux de la Terre) les propriétés et avantages de la transformation en ondelettes.

Au *Deuxième Chapitre*, nous présentons une application des ondelettes à l'étude de la paléo-intensité relative du champ magnétique terrestre. Nous y exposons les motivations et les enjeux de la paléo-reconstruction de l'intensité du champ géomagnétique. Là, nous mettons le doigt sur les difficultés de telles reconstructions et sur le fait que les données indirectes de l'intensité du champ paléomagnétique, déduites de certaines recherches, peuvent être biaisées par l'emploi de méthodes d'estimation insuffisantes. La méthodologie que nous proposons veille, sinon à éliminer les biais, au moins à les mettre en évidence et à préciser les conditions de validité des résultats et des interprétations qui en sont déduites.

Le *Troisième Chapitre* est une application des ondelettes continues 1D à la sismologie d'observatoire. Dans le cadre de la surveillance sismique, nous proposons un algorithme de pointé automatique de phases sismiques. Après une présentation des enjeux des détecteurs et pointeurs de phases, nous montrons comment, utilisées comme des filtres passe-bande naturellement bien localisés en temps et en fréquence, les ondelettes permettent de détecter, distinguer et de pointer les séismes proches et lointains, en rejetant les pointés incertains et le bruit.

En seconde partie, le *Chapitre Quatre*, plutôt qu'une revue exhaustive des travaux utilisant des ondelettes bi-dimensionnelles, se veut être une extension du formalisme précédent à la deuxième dimension et une présentation des développements méthodologiques liés à l'étude des champs de galaxies et des champs de fractures.

Suite aux conclusions et aux enseignements méthodologiques issus de ces travaux, nous proposons une nouvelle méthode, présentée au *Chapitre Cinq*. Appliquée à l'étude des organisations minérales des roches magmatiques, cette méthode permet, s'ils existent, de détecter et de quantifier, en termes de taille, forme, orientation et distribution spatiale, les différents niveaux d'organisation minérale. Nous nous interrogeons alors sur leur signification et leur mécanismes d'acquisition.

---

Le dernier chapitre, *Chapitre Six*, propose d'appliquer la méthodologie précédente à la distribution spatiale des séismes. Détectant des alignements ou groupes de séismes significatifs, la méthode proposée révèle de possibles plans de rupture actifs. Après combinaison entre les mécanismes au foyer disponibles et les marqueurs géologiques et géomorphologiques, les résultats obtenus sont des guides objectifs aux études sismo-tectoniques.

En *Conclusion* de ce mémoire, nous donnons une synthèse des résultats et des avancées méthodologiques réalisées, ainsi que des perspectives d'application pour des données bi- et tri-dimensionnelles, binaires ou non.

---

# Chapitre Un

## Notions de base et formalisme

---

*Si les faits sont correctement observés,  
il doit y avoir des moyens de les expliquer  
et de les coordonner entre eux.*

*Bullard, 1965.*

Ce chapitre est destiné à nous familiariser avec l'analyse « espace-échelle » par ondelettes. Nous commençons par préciser les notions d'espace, fréquence, échelle, résolution et période. Après avoir établi les limites des représentations spatiale et temporelle, nous introduisons les représentations « espace-fréquence » et « espace-échelle ». Nous poursuivons par le formalisme des ondelettes continues et un exemple d'application à l'étude des paramètres orbitaux de la Terre.

## 1 Cadre général

Les recherches actuelles en géophysique et en géologie, visant à intégrer des données d'origines diverses impliquant des physiques ainsi que des échelles spatiales et temporelles différentes, nécessitent : (1) l'extraction, (2) la quantification et (3) la mise en relation d'informations obtenues à différentes échelles. Compte tenu de la nature non-stationnaire et/ou multi-échelles des signaux géophysiques, l'analyse *conjointe* « espace-échelle » apparaît comme l'outil privilégié pour remplir les fonctions d'extraction, de quantification et, même, de mise en relation d'information. On comprend ainsi l'engouement de plus en plus marqué pour ces techniques d'analyse multi-échelles locales, dont fait partie la transformée en ondelette.

La *transformée en ondelette* (TO) est apparue en géophysique au début des années 1980 pour l'analyse des signaux sismiques (Morlet et al., 1982a, b), et a été formalisée plus tard par Grossmann et Morlet (1984) et Goupillaud et al. (1984). Les ondelettes ont trouvé là une impulsion initiale fulgurante puis un terrain propice à un fantastique essor dans les communautés du traitement du signal et des mathématiques. C'est au sein de ces dernières communautés que des développements théoriques et appliqués majeurs ont eu lieu ces quinze dernières années. Des avancées significatives ont notamment été faite par Meyer (1992a, b), Mallat (1989a, b), Daubechies (1988, 1992), Chui (1992a, b), Wornell (1995) et Holschneider (1995). Ces avancées ont alors influencé d'autres domaines de recherche, dont en particulier, des applications pour la compréhension des processus géophysiques (Foufoula-Georgiou et Kumar, 1994). Ces interactions entre développement et application favorisent encore aujourd'hui l'évolution rapide de l'outil « ondelettes » et son intégration dans le formalisme plus large des « chirplets » (Mann et Haykin, 1992, 1995 ; Bultan, 1999) (voir Appendice 7).

---

Par la diversité de leurs potentialités, les *transformées en ondelettes* fascinent scientifiques, ingénieurs et mathématiciens. Pour illustration, nous renvoyons le lecteur au livre, édité par Meyer et Roques (1993), offrant un large panorama des applications des ondelettes. Pour une collection d'articles dédiés aux applications des ondelettes en géophysique, on s'orientera plutôt vers le livre édité par Fougoula-Georgiou et Kumar (1994). D'autre part, on notera des contributions originales d'applications à la géodésie (Schneider, 1998), à l'étude de la gravité et de la topographie de Vénus (Simons et al., 1997), à la détection de lignes dans les images radar (Hegelberg et Helland, 1995), à l'étude de la sismicité des Alpes occidentales (Bethoux et al., 1998), à l'analyse des données potentielles (Moreau et al., 1997 ; Sailhac, 1999) et encore, à la réinspection des secousses (jerks) géomagnétiques (Alexandrescu et al. 1995, 1996) ou des modes de Chandler (Gibert et al., 1998).

Les raisons de la polyvalence des ondelettes résident dans leurs propriétés intrinsèques. Ce sont ces propriétés, et les avantages qu'elles procurent par rapport aux méthodes classiques du traitement du signal ainsi que la mise en œuvre numérique de l'analyse multi-échelle par ondelettes continues, que nous allons présenter ci-après.

Nous verrons que l'une des propriétés les plus importantes des ondelettes est leur « localisation espace-échelle ». Cette propriété, et les notions qui y sont rattachées, seront largement discutées au Chapitre 1, § 4. Nous décrivons ensuite le formalisme de la TO continue (Chapitre 1, § 5). N'étant pas utilisé dans cette thèse, le formalisme de la TO discrète est simplement évoqué en Appendice 6. Fort de ces connaissances, nous discutons ensuite du choix d'une base de représentation et de la mise en œuvre numérique de la TO continue. Finalement, nous illustrons le formalisme des ondelettes continues grâce à un jeu de données synthétiques et au jeu de données des paramètres orbitaux de la Terre de Berger et Loutre (1991) (Chapitre 1, § 6). Après cette présentation technique du formalisme des ondelettes, nous présentons des applications des ondelettes continues 1D à l'étude des variations de l'intensité relative du paléochamp magnétique (Chapitre 2) ainsi qu'un algorithme de pointé automatique de phases sismiques (Chapitre 3). Puisque des objets naturels tels que les distributions spatiales de galaxies, de failles, de cristaux de roches ou de séismes montrent des variabilités spatiales importantes (Chapitre 4), une généralisation du formalisme à 2D est rapidement présentée en deuxième partie avant d'être repris dans six publications (Chapitres 5 et 6).

## **2 Espace, fréquence, échelle, résolution et période**

Dans le contexte des analyses spectrales, telles que la Transformée de Fourier (TF, Appendice 1), ou des analyses « espace-fréquence » et « espace-échelle », introduites un peu plus loin, de nombreux abus de langage conduisent souvent à confondre –sans gravité– les notions d'espace, de fréquence, d'échelle, de résolution et de période.

---

## 2.1 Espace

Les outils du traitement du signal peuvent s'appliquer à des signaux de dimensions diverses. Le cas le plus simple est évidemment celui des données mono-dimensionnelles telles que des séries temporelles (sismogrammes, données climatiques ...) ou des diagraphies (données de puit, enregistrements sédimentaires ...). Dans ce cas, l'*espace* de travail est le temps ou la profondeur. En dimension supérieure, l'espace est alors l'espace géométrique de la dimension considérée. « *Espace* » est donc un terme général pouvant être le temps ou un espace géométrique de dimension donnée  $(z, (x_x, x_y), (x_x, x_y, x_z))$ . Dans cette première partie concernant les applications 1D, l'espace, noté  $x$ , représentera le temps ou la profondeur. En seconde partie, concernant les applications 2D, l'espace,  $x$ , sera le plan cartésien défini par  $(x_x, x_y)$ .

## 2.2 Fréquence, échelle, résolution et période

La *fréquence*,  $\nu$ , est un attribut physique d'un processus ou d'un signal. Par exemple, les caractéristiques de propagation d'un milieu dépendent de la fréquence de l'onde qui le traverse. Alors que la lumière visible ( $4 \cdot 10^{14}$  Hz (bleu) -  $7.5 \cdot 10^{14}$  Hz (rouge)) est incapable de traverser l'aluminium, les rayons X ( $\sim 2.5 \cdot 10^{17}$  Hz) le peuvent. A la différence de la fréquence, qui est une quantité physique bien définie et mesurée en cycles par seconde (ou un équivalent), différentes notions d'échelle existent selon le contexte.

Comme l'expliquent Bloschl et Sivapalan (1995) dans le contexte des applications géophysiques, l'*échelle* peut être vue selon deux manières : l'« échelle du processus » et l'« échelle d'observation ». L'échelle du processus est l'échelle à laquelle le phénomène naturel existe et qui n'est donc pas sous notre contrôle. Typiquement, elle est caractérisée en termes de (1) durée de vie, (2) période, ou (3) longueur de corrélation du processus. L'échelle d'observation dépend, quant à elle, de la façon dont on décide de mesurer le phénomène. Ainsi, l'échelle d'observation est définie en termes (1) d'extension temporelle ou spatiale, et (2) de distance entre points d'échantillonnage. L'extension temporelle ou spatiale fixe le champ d'observation; la distance entre les points d'échantillonnage représente la résolution du signal.

Lors d'une étude multi-échelle par ondelettes, le terme "*résolution*" est malencontreusement aussi utilisé pour préciser l'échelle à laquelle est faite l'analyse. Ainsi suivant les auteurs, les termes échelle, facteur d'échelle et résolution seront synonymes. Bien que nous ne l'appliquons pas dans cette thèse (Chapitres 5 et 6), nous proposons de réserver le terme résolution à la distance entre points d'échantillonnage. Comme nous le verrons en Chapitre 1, § 5, le terme d'échelle fera alors référence à une certaine mesure de la largeur de l'ondelette. Plus l'échelle augmentera, plus la portion du signal analysé localement par l'ondelette sera grande et plus les détails seront lissés.

La *période* (inverse de la fréquence) est la période de Fourier correspondant aux oscillations de l'ondelette. Quelle que soit l'ondelette, il existe une relation un-pour-un entre échelle et période. Cette relation peut être déduite en calculant la TO d'une sinusoïde pure de fréquence (de Fourier) connue et en cherchant pour quelle échelle le spectre d'ondelette atteint son maximum.

---

### 3 Limites des représentations spatiale et fréquentielle

Les ondelettes ont été introduites pour combler une lacune entre deux modes extrêmes de représentation du signal : la représentation spatiale d'une fonction par son graphe classique de  $\mathfrak{X}$  dans  $\mathfrak{X}$ , ce qui correspond à une décomposition sur la base continue des distributions de Dirac :

$$f(x) = \int_{\mathfrak{X}} f(u) \mathbf{d}(x-u) du \quad 1.1$$

et la représentation fréquentielle dans la base de Fourier :

$$f(x) = \int_{\mathfrak{X}} \hat{f}(\mathbf{n}) e^{i\mathbf{n}x} d\mathbf{n} \quad 1.2$$

La première représentation donne une information précise en espace ( $x$ ): la valeur  $f(x)$  indique l'intensité du signal à la position  $x$ . En revanche, l'information fréquentielle est nulle. La valeur en un point de  $f$  ne donne aucune information sur le « contenu fréquentiel » du signal  $f$ . A l'inverse, la représentation de Fourier donne une information très précise en fréquence, mais ne donne aucune information spatiale. Pour prendre une analogie musicale, supposons que la courbe  $f$  représente un son. La représentation temporelle  $f$  permet de dire la localisation temporelle du signal, c'est-à-dire : ici on entend un son, là on n'entend rien, sans que l'on puisse savoir quelle est la hauteur du son, ou bien les notes qui composent un accord. En revanche, la représentation fréquentielle permet de dire : cet air de musique contient un la, un ré# et pas de sol, mais cette représentation ne permet pas de dire quand ces notes (de durée finie) sont jouées.

Naturellement, chacune de ces représentations contient les informations de l'autre, puisque la transformation de Fourier (Appendice 1) permet de passer de l'une à l'autre. Néanmoins, à chaque fois, seul un type d'information est explicité.

On peut reformuler les observations ci-dessus en disant que les distributions  $\mathbf{d}(\cdot-x)$  sont très localisées en espace et très peu en fréquence, et qu'à l'inverse les  $x \mapsto e^{i\mathbf{n}x}$  ont des résolutions spatiale et fréquentielle respectivement nulle et infinie. La question qui vient naturellement est la suivante : existe-t-il une représentation dans laquelle on puisse lire une information mixte, comme « à tel instant, on entend un la et un do » ? Morlet et Gabor ont cherché à concevoir des fonctions de base qui se situent à mi-chemin entre ces extrêmes, c'est-à-dire qui ont à la fois une bonne localisation fréquentielle et une bonne localisation spatiale (Pour plus de détails sur les notions de fréquence instantanée et de représentation conjointe, voir Appendice 2).

Une limite théorique dans cette perspective est bien connue : c'est l'inégalité de Gabor (plus connue sous le nom d'inégalité de Heisenberg, voir Appendice 3). Soit une fonction de base  $f$ , qu'on suppose de norme  $L_2$  égale à 1 :

$$\int |f(x)|^2 dx = 1 \quad 1.3$$

On définit le centre  $c(f)$  et la largeur  $\Delta(f)$  d'une telle fonction par :

$$c(f) = \int x |f(x)|^2 dx \quad 1.4$$

$$\Delta(f) = \sqrt{\int (x - c(f))^2 |f(x)|^2 dx} \quad 1.5$$

L'inégalité de Gabor est une inégalité fondamentale qui s'écrit pour toute fonction  $f$  de norme 1 :

$$\Delta(f)\Delta(\hat{f}) \geq \frac{1}{2} \quad 1.6$$

Si on appelle largeur fréquentielle d'une fonction  $f$  la largeur de sa transformée de Fourier  $\hat{f}$ , cette inégalité interdit donc d'avoir une fonction avec des largeurs temporelle et fréquentielle toutes deux aussi petites que l'on veut. On connaît également les fonctions qui réalisent le minimum de cette limite théorique : ce sont les fonctions gaussiennes translatées et modulées :

$$Ae^{-(x-x_0)^2/2\Delta x^2} e^{in_0 x} \quad 1.7$$

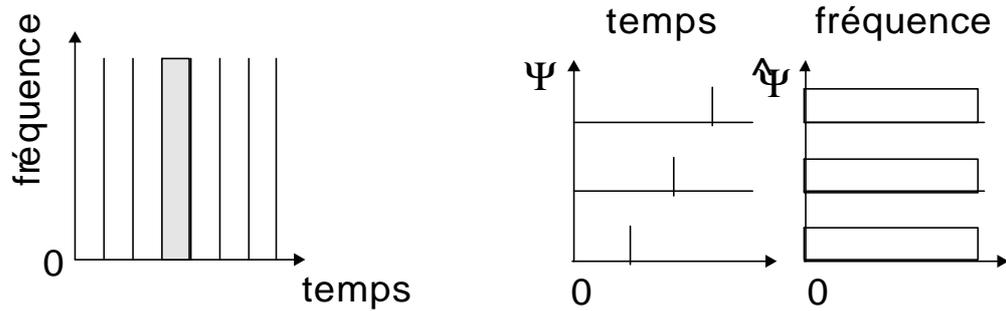
où  $A$  est un coefficient de normalisation tel que la fonction ait une norme  $L_2$  égale à 1, qui dépend de  $\Delta x$ . Pour de telles fonctions, et seulement pour ces fonctions-là, l'inégalité de Gabor devient une égalité. Ces fonctions ont été appelées ondelettes de Gabor du fait de leur nature ondulatoire.

## 4 Représentations « espace-fréquence » et « espace-échelle »

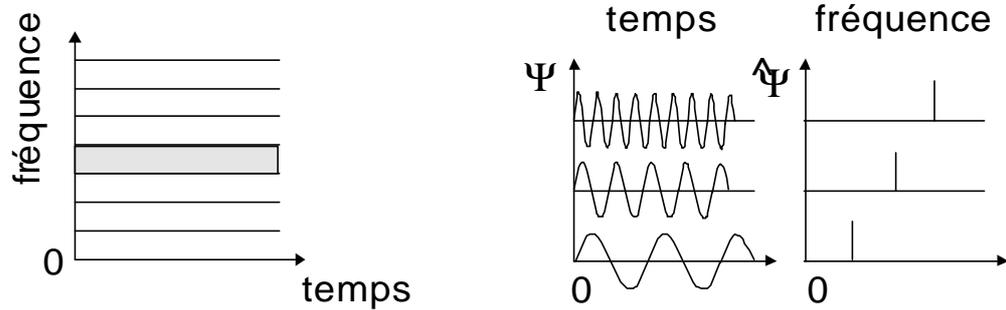
A une telle fonction, on associe un pavé espace-fréquence, c'est-à-dire un rectangle dans le plan  $(x,v)$  centré en  $(c(f), c(\hat{f}))$  et de dimensions  $\Delta(f) \times \Delta(\hat{f})$ . Ce pavé est une représentation intuitive de la couverture en espace et en fréquence d'une fonction. On associe également à une base un pavage du plan espace-fréquence, qui est un recouvrement du plan  $(x, v)$  par des rectangles de couverture des fonctions de base. Si le centre des boîtes de Gabor est fixé comme le point des centres spatial et fréquentiel de la fonction, leurs dimensions sont en général choisies de telles manière que les boîtes forment une partition du plan espace-fréquence. Cette représentation a un aspect arbitraire, d'autant qu'aucun résultat ne lie le fait qu'une famille soit une base au fait que les pavés espace-fréquence de la famille recouvrent le plan.

Le pavage espace-fréquence correspondant par exemple aux bases de fonctions de Dirac et de fonctions de Fourier sont des pavages par des rectangles infiniment fins et allongés qui sont représentés schématiquement dans la figure 1.1.

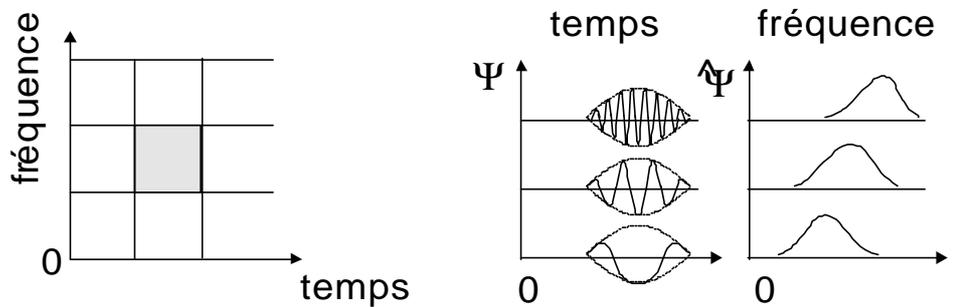
**a** Base standard



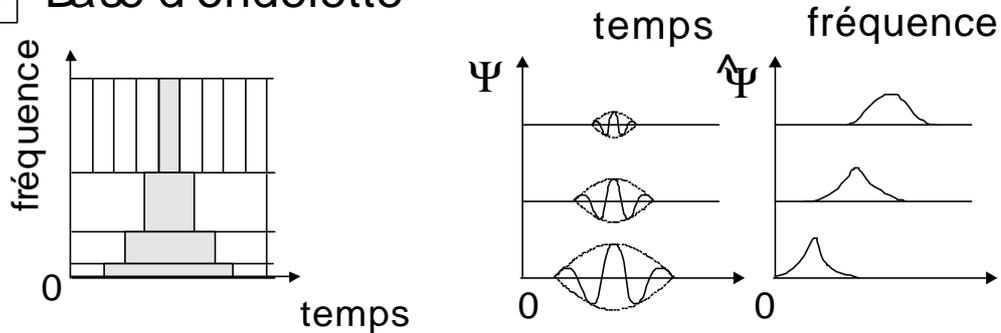
**b** Base de Fourier



**c** Base de Gabor



**d** Base d'ondelette



**Figure 1.1:** Fenêtres temps-fréquence utilisées dans (a) l'analyse temporelle (base standard), (b) l'analyse de Fourier, (c) l'analyse de Gabor et (d) l'analyse par ondelette et leur série temporelle correspondante dans les espaces temporel et fréquentiel (d'après Lau et Weng, 1995).

Pour représenter un signal comme combinaison de telles fonctions, il est très redondant de laisser varier indépendamment les trois paramètres  $x_0$ ,  $\nu_0$  et  $\Delta x$ . Deux approches différentes ont prévalu :

- la première approche est l'approche *espace-fréquence*, dans laquelle la largeur spatiale  $\Delta x$  des fonctions  $g$  est indépendante de la fréquence. Les fonctions s'écrivent sous la forme :

$$g_{x_0, \nu_0}(x) = e^{i\nu_0 x} g_0(x - x_0) \quad 1.8$$

où  $g_0(x) = A_0 e^{-x^2/2\Delta x^2}$ . Ce mode d'approximation est également appelé analyse de Fourier à fenêtre glissante.

- Une deuxième approche est l'approche *espace-échelle*, dans laquelle la largeur spatiale des fonctions  $g$  est inversement proportionnelle à la fréquence (le produit  $\nu_0 \Delta x$  est constant et égal à  $c$ ). On obtient alors, à un facteur de module 1 près, une forme relativement simple pour les différentes ondelettes :

$$g_{x_0, \Delta x}(x) = \frac{1}{\sqrt{\Delta x}} g_0\left(\frac{x - x_0}{\Delta x}\right) \quad 1.9$$

où  $g_0(x) = A_0 e^{-x^2/2\Delta x^2} e^{icx}$ .

Les pavages du plan espace-fréquence donnent une idée de la différence des deux approches (Fig. 1.1). Dans le cas de l'analyse espace-fréquence, le pavage obtenu est un pavage par des domaines rectangulaires qui se déduisent les uns des autres par translation dans le plan temps-fréquence. Dans le cas de l'analyse espace-échelle, les domaines sont également de surface constante, mais ont une résolution fréquentielle relative  $\Delta\nu/\nu_0$  constante.

Les ondelettes que nous allons utiliser dans la suite correspondent à l'analyse espace-échelle. Les avantages de ce mode de décomposition sont multiples. L'analyse multi-échelle repose sur une forme de fonction unique (comparer figure 1.1c et 1.1d). Enfin, dans l'analyse espace-échelle, les fonctions de base ont une taille de support proportionnelle à la résolution spatiale liée à leur fréquence par l'inégalité de Gabor. En d'autres termes, sous la contrainte de l'inégalité de Gabor, il est possible de contrôler les résolutions spatiale et fréquentielle de l'analyse espace-échelle.

## 5 Transformée en ondelette continue

Nous présentons ici la TO continue dans le domaine spatial et fréquentiel, puis, nous définissons son formalisme mathématique, ses propriétés et les restrictions qui y sont rattachées. Nous illustrons, ensuite, sur des exemples de « scalogrammes » et de « scalogrammes croisés » les avantages de la représentation conjointe « espace-fréquence » par ondelettes par rapport aux représentations spatiale et fréquentielle. Enfin, nous nous attachons, à identifier dans ces scalogrammes les variabilités d'échelle significatives.

## 5.1 Introduction à la TO continue - domaine spatial

La Transformée en Ondelette continue d'une fonction  $f(x)$  est définie comme :

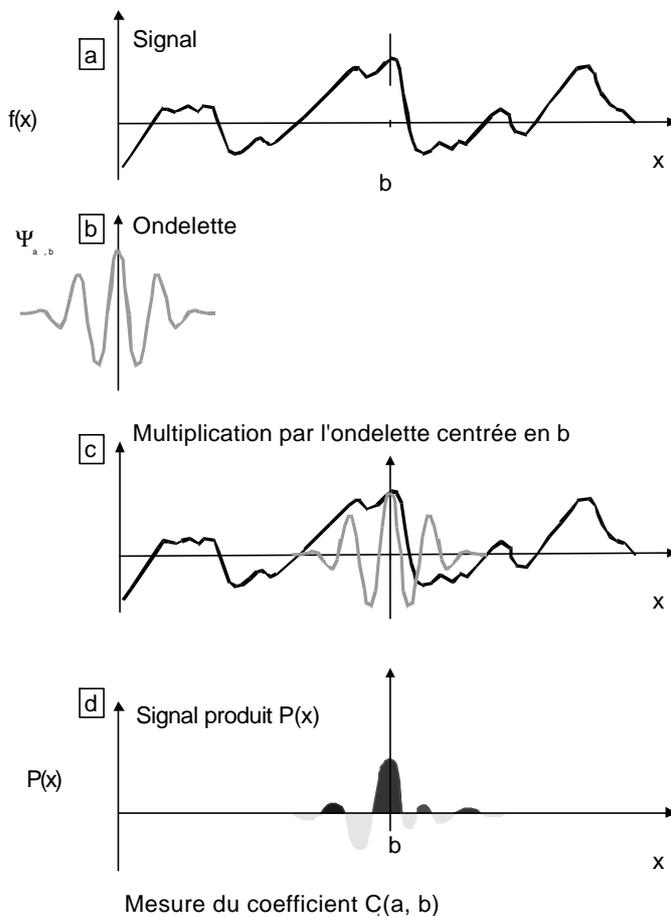
$$C_f(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt \quad \text{avec } a > 0 \quad 1.10$$

où:

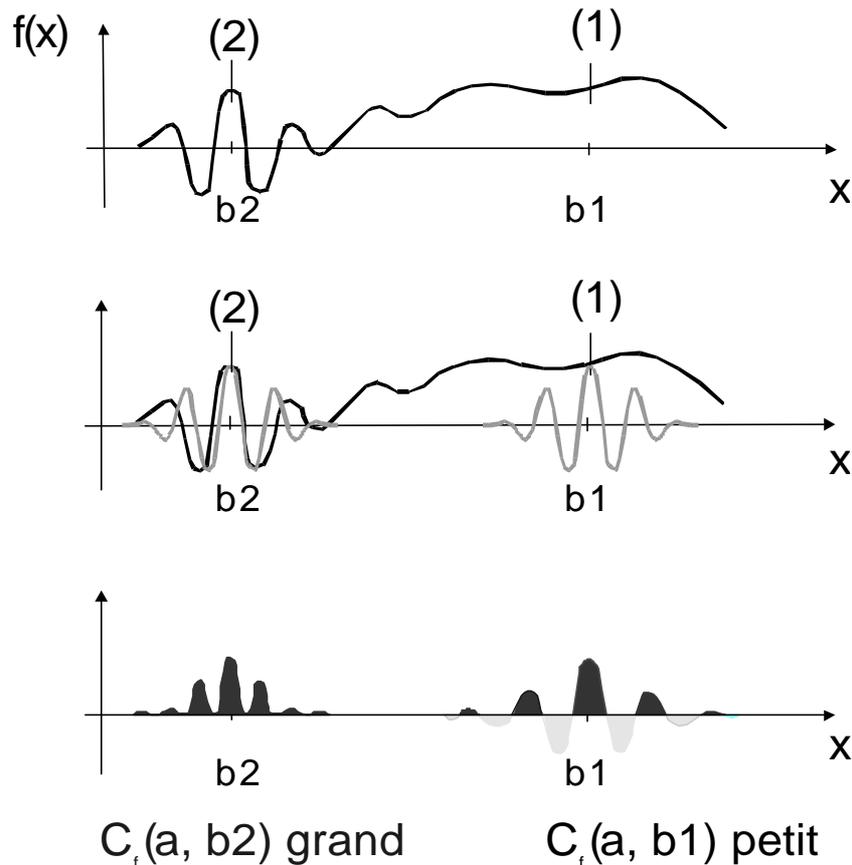
$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad 1.11$$

représente une famille de fonctions,  $\psi_{a,b}$ , appelée ondelette analysante (ou ondelette fille ou tout simplement ondelette) dérivant toutes d'une fonction mère  $\Psi$ .  $a$  est le paramètre d'échelle,  $b$  est le paramètre de position ou de translation et  $\overline{\psi_{a,b}}$  est le complexe conjugué de  $\psi_{a,b}$ .

L'équation 1.10 donne ce que l'on appelle le coefficient d'ondelette. Le coefficient d'ondelette (nombre à valeur généralement complexe) contient toutes les informations dont on a besoin pour conduire une analyse multi-échelle. Le calcul de ce coefficient et son comportement peuvent être représentés graphiquement grâce aux Fig. 1.2 et 1.3.



**Figure. 1.2:** Modèle graphique du calcul du coefficient d'ondelette  $C_f(a, b)$ . (a) Soit  $f(x)$  un signal à analyser. (b) On prend une ondelette analysante (ici l'ondelette de Morlet  $\psi(t)$  caractérisée par une "fréquence"  $1/a$ ). (c) On centre l'ondelette sur une valeur  $b$  de l'espace et on multiplie le signal  $f(x)$  par les valeurs de  $\psi(x)$ . (d) On calcule l'aire du signal produit  $P(x)$  ainsi obtenu. L'aire est comptée positivement pour les parties de la courbe situées au-dessus de l'axe des abscisses (gris foncé) et négativement dans le cas opposé (gris clair). Cette aire est égale au coefficient d'ondelette  $C_f(a, b)$  correspondant à la valeur de la "fréquence"  $1/a$  et de la position  $b$  (d'après Meyer et al., 1987).

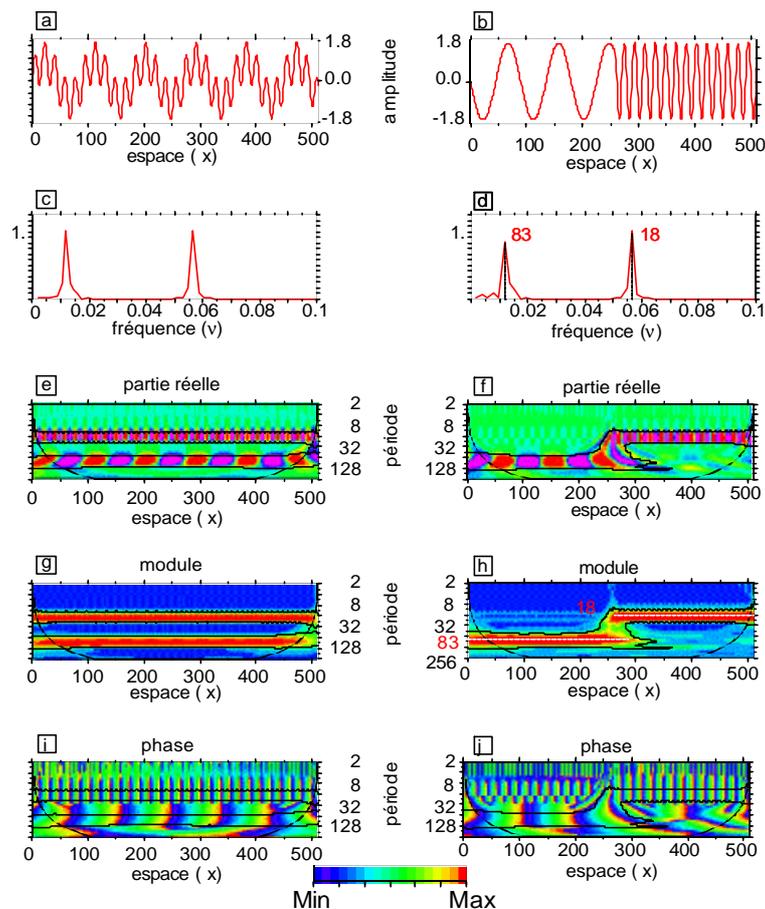


**Figure 1.3:** Comportement du coefficient d'ondelette. Le coefficient d'ondelette  $C_f(a, b)$  d'un signal  $f(x)$  dépend de la forme de celui-ci au voisinage de la position  $b$ . Quand  $f(x)$  est à peu près constant (1) autour d'une position ( $b = b_1$ ), le produit de  $f(x)$  par  $\psi(x)$  (d'aire nulle) a une aire très petite, donc  $C_f(a, b_1)$  est très petit. Quand au contraire la portion de signal autour de  $b = b_2$  est irrégulière (2) et que ses variations sont de "fréquence" comparable à celle de l'ondelette, l'aire du produit signal-ondelette, donc  $C_f(a, b_2)$ , est généralement beaucoup plus grande (d'après Meyer et al., 1987).

Changer la valeur de  $a$  permet de dilater ( $a > 1$ ) ou de contracter ( $a < 1$ ) la fonction  $y_{a,b}$  (propriété d'analyse multi-échelle); changer  $b$  autorise l'analyse de la fonction  $f(x)$  au voisinage de différents points  $b$  (propriété d'analyse locale). Lorsque le paramètre d'échelle  $a$  croît, l'ondelette couvre une plus grande fraction du signal permettant d'extraire le comportement à long terme de  $f(x)$ . Au contraire, lorsque  $a$  diminue, la fraction du signal analysée diminue et rend possible l'étude des variations locales à hautes fréquences (Fig 1.3).

Ainsi de par ses propriétés de dilatation-contraction et de translation, la transformée en ondelette est caractérisée dans le plan espace-échelle par une fenêtre dont la largeur diminue lorsqu'on se focalise sur les structures de petite échelle (haute fréquence) ou s'élargit lorsqu'on s'intéresse au comportement à grande échelle (basse fréquence). Cette capacité d'adaptation en fonction de l'échelle d'analyse lui a valu la dénomination de « microscope mathématique » dont le grossissement est donné par  $1/a$  et dont l'optique est donné par le choix de la fonction mère (Meyer et al., 1987).

A titre de résumé et d'illustration, la figure 1.4 propose une comparaison des représentation temporelle, fréquentielle et «espace-échelle» par ondelettes de deux signaux synthétiques. Le premier signal (1) est la superposition de deux fréquences (1/83 Hz et 1/18 Hz) sur l'ensemble du domaine temporel étudié (Fig. 1.4a) ; le second signal (2) comprend une unique basse fréquence (1/83 Hz) sur la première moitié du domaine temporel et une unique haute fréquence (1/18 Hz) sur la seconde moitié (Fig. 1.4b). La figure 1.4 illustre l'incapacité de la TF à caractériser des signaux évoluant dans l'espace. Bien que la TF nous informe qu'il y a deux fréquences majeures dans le signal, elle est incapable de faire une distinction entre ces deux signaux. Développant le signal sur une base dont les propriétés temps-fréquence sont adaptées à la structure locale du signal, les ondelettes sont capables d'évaluer le contenu fréquentiel du signal en fonction du temps.



**Figure 1.4:** Transformée de Fourier et Transformée en ondelette de deux signaux synthétiques. Le premier signal (a) est construit en superposant deux périodes (18 et 83 unité d'espace arbitraire), et le second (b) est constitué des mêmes deux périodes, appliquée séparément sur chaque moitié du signal total. (c) et (d) montrent le spectre de Fourier (i.e.  $|f(\boldsymbol{\eta})|^2$  en fonction de la fréquence) de (a) et (b) respectivement. (e) et (f) montrent la partie réelle, (g) et (h) montrent le module et (i) et (j) montrent la phase de la TO de (a) et (b) respectivement. L'ondelette utilisée, ici, est l'ondelette de Morlet. Noter (i) l'incapacité à distinguer les deux séries à partir de leur spectre de Fourier seul, (ii) la conservation de la polarité dans l'expression de la partie réelle de la TO, et (iii) la convergence des lignes de phases vers les singularités, malgré l'instabilité de celle-ci aux petites échelles (module de la TO très petit). La palette de couleurs va du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin souligne les zones statistiquement significatives (niveau de confiance 95%, voir Chapitre 1, § 5.6).

## 5.2 Introduction à la TO - domaine fréquentiel

Pour comprendre le comportement de la TO dans le *domaine fréquentiel*, il est important de noter qu'en utilisant le théorème de Parseval, la TO peut être écrite de manière équivalente par:

$$C_f(a, b) = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\mathbf{v}) \overline{\hat{y}_{a,b}(\mathbf{v})} d\mathbf{v} \quad 1.12$$

Pour cerner davantage les propriétés de localisation espace-échelle de la TO, inspectons le comportement des trois paramètres suivants en fonction de l'échelle a:

(1) la déviation standard  $\mathbf{s}_a$  de  $|\mathbf{y}_{a,b}|^2$  vérifie  $\mathbf{s}_a = \mathbf{I} \mathbf{s}_1$ , (2) la déviation standard  $\hat{\mathbf{S}}_a$  de  $|\hat{y}_{a,b}|^2$  satisfait  $\hat{\mathbf{S}}_a = \hat{\mathbf{S}}_1 / a$ , et (3) le centre de la bande passante  $w_a^0$ , défini par le mode de  $|\hat{y}_{a,b}|^2$  pour les fréquences positives ou négatives, répond à la condition  $\mathbf{w}_a^0 = \mathbf{w}_1^0 / a$ .

Des relations précédentes on peut aisément voir que lorsque a augmente ( $a > 1$ ), c.à.d. lorsque la fonction  $\mathbf{y}_{a,b}$  se dilate (analyse grande échelle),  $\mathbf{w}_a^0$  et  $\hat{\mathbf{S}}_a$  diminuent simultanément indiquant que le centre de la bande passante se décale vers les composantes basse-fréquence et que l'incertitude sur les fréquences diminue. Le raisonnement opposé s'applique aussi pour une contraction de l'ondelette analysante ( $a < 1$ ) (Fig. 1.5).

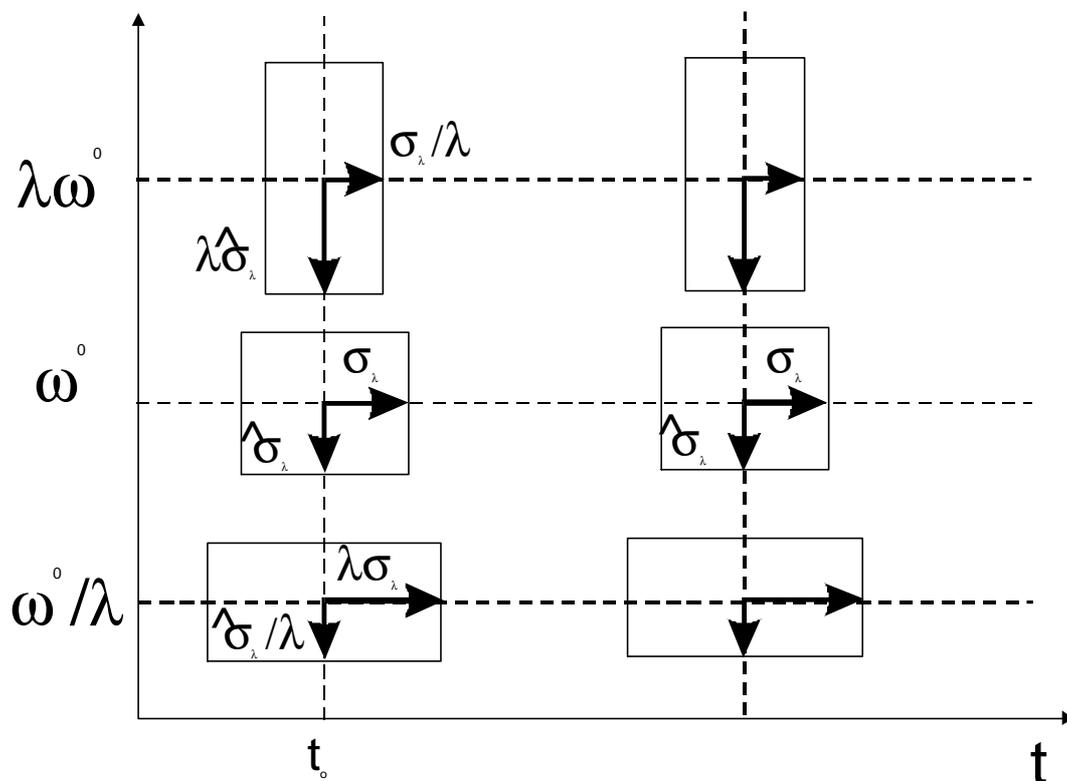


Figure 1.5: Représentation temps-fréquence par ondelettes.

### 5.3 Formalisme

La TO définie par l'équation 1.10 est appelée transformée en ondelette continue car le paramètre d'échelle  $a$  et le paramètre de position  $b$  prennent des valeurs continues. Ce type de transformation fournit une représentation du signal contenant beaucoup *d'informations redondantes*. En effet, la représentation du signal à l'échelle  $a$  et la position  $b$  peut être obtenue à partir de la TO continue de la même fonction à d'autres échelles et d'autres positions. La TO est une *transformation linéaire*. En d'autres termes, la TO de la somme de deux fonctions est la somme des TO de chaque signal individuel, et la TO d'une fonction vecteur est le vecteur dont les éléments sont les TO de chaque composante.

Comme la TF, la TO est inversible. La TO inverse est donnée par (Daubechies, 1992, équation 2.4.4):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{K_\Psi}} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty a^{-2} C_f(a,b) \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right) da db \quad 1.13$$

où  $K_\Psi$  est une constante qui dépend du choix de l'ondelette.

Connaissant la transformée en ondelette  $C_f(a,b)$  du signal  $f(x)$ , l'équation 1.13 donne la manière de reconstruire  $f(x)$  par superposition des ondelettes  $\Psi_{a,b}(x)$ .

### 5.4 Propriétés, restrictions et fonctions mère

Le choix de la fonction mère  $\Psi(x)$  n'est ni unique ni arbitraire. La fonction  $\Psi(x)$  doit répondre à certaines conditions. La fonction  $\Psi(x)$  est prise de telle sorte que son énergie vaille 1 (i.e.  $\int_{-\infty}^\infty |\Psi(x)|^2 dx = 1$ ) afin qu'elle ait (1) un support *compact* ou une décroissance suffisamment rapide pour être suffisamment bien localisée dans l'espace, et (2) une *moyenne nulle* (i.e.  $\int_{-\infty}^\infty \Psi(x) dx = 0$ ) bien que les moments d'ordre supérieur ( $k$ ) puissent aussi être nuls, c'est-à-dire que :

$$\int_{-\infty}^\infty x^k \Psi(x) dx = 0 \text{ avec } k = 0, 1 \dots \quad 1.14$$

La condition de «moyenne nulle» est appelée «*condition d'admissibilité*» de l'ondelette.  $\Psi(x)$  n'est une ondelette que si elle répond aux deux conditions énoncées ci-dessus. On remarque que si la TF de  $\Psi$  est régulière, elle doit nécessairement s'annuler en 0, ce qui exclut d'office la fonction de Gabor que nous avons indiquée ci-dessus. En pratique, on considérera que la fonction de Gabor satisfait presque la condition d'admissibilité, dans la mesure où sa TF prend une valeur très petite (mais non nulle) en 0. La seconde propriété assure que  $\Psi(x)$  «ondule» (comme une onde, une vaguelette, d'où la terminologie anglo-saxonne de wavelet) et la première assure, contrairement à la TF, que ces oscillations s'atténuent rapidement.

Le facteur de normalisation  $1/\sqrt{a}$  (Eq. 1.11) est choisi de sorte que  $\mathbf{y}_{a,b}(x)$  ait la même énergie pour toutes les échelles  $a$ . La TO est isométrique.

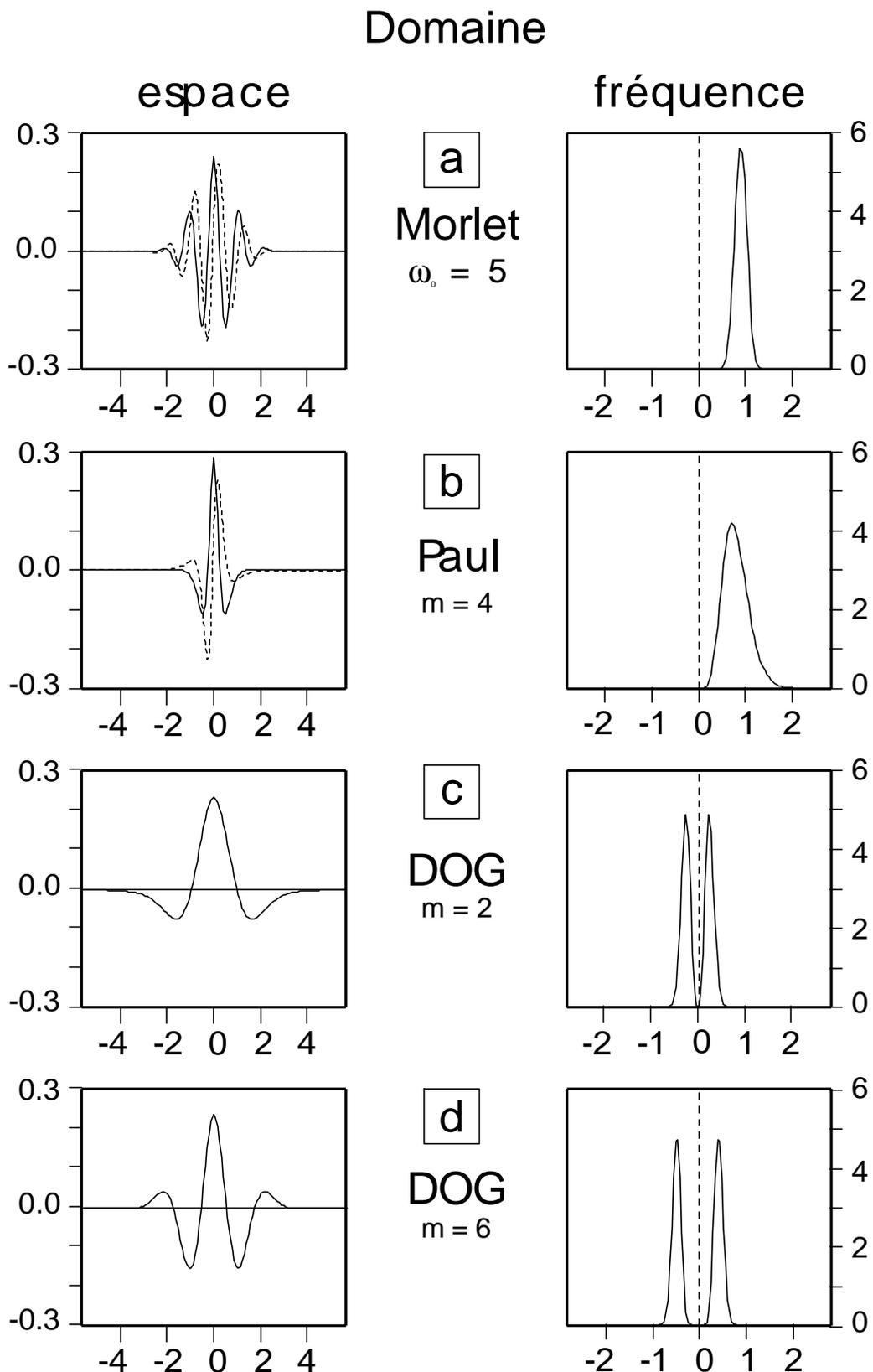
Il est évident que les deux conditions précédentes ouvrent la possibilité d'utiliser différentes fonctions mères,  $\Psi(x)$ . Cependant le choix est guidé par diverses considérations incluant, en particulier, une base physique ou à défaut la ressemblance entre le signal analysé et la famille d'ondelette choisie.

Deux fonctions particulièrement populaire pour la TO sont le chapeau mexicain (dérivée seconde d'une gaussienne (DOG,  $m=2$ ) et ses dérivées d'ordre supérieur, et l'ondelette de Morlet (voir Daubechies, 1992; Fig. 1.6). Une autre ondelette, baptisée suivant les auteurs ondelette de Paul ou ondelette de Cauchy, est particulièrement adaptée à l'analyse des données dérivant de champs potentiels (Fig. 1.6b; Moreau, 1995; SAILHAC, 1999). Du fait de leur spectre en fréquence dissymétrique, l'ondelette de Morlet et l'ondelette de Paul (Cauchy) sont particulièrement attrayantes quand on a besoin d'éliminer les interférences entre les fréquences positives et négatives. D'autre part, ces dernières ondelettes, à valeur complexe (Figure 1.6), permettent d'extraire des informations sur l'amplitude et la phase du processus analysé (Torrence et Compo, 1998). Les propriétés de ces ondelettes sont résumées dans le tableau suivant.

Nom	$\mathbf{y}_0(\mathbf{h})$	$\hat{\mathbf{y}}_0(s\mathbf{w})$	$\rho$	$\upsilon$
Morlet ( $\omega_0$ )	$\mathbf{p}^{-1/4} e^{i\omega_0 \mathbf{h}} e^{-\mathbf{h}^2/2}$	$\mathbf{p}^{-1/4} H(\mathbf{w}) e^{-(s\mathbf{w}-\omega_0)^2/2}$	$\sqrt{2}a$	$\frac{4pa}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}}$
Paul (m)	$\frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\mathbf{p}(2m)!}} (1 - i\mathbf{h})^{-(m+1)}$	$\frac{2^m}{\sqrt{\Gamma(2m-1)!}} H(\mathbf{w})(a\mathbf{w})^m e^{-a\mathbf{w}}$	$a/\sqrt{2}$	$\frac{4pa}{2m+1}$
DOG (m)	$\frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m+1/2)}} \frac{d^m}{d\mathbf{h}^m} (e^{-\mathbf{h}^2/2})$	$\frac{i^m}{\sqrt{\Gamma(m+1/2)}} (a\mathbf{w})^m e^{-(a\mathbf{w})^2/2}$	$\sqrt{2}a$	$\frac{2pa}{\sqrt{m+1/2}}$

**Tableau 1.1:** Fonctions mères et leurs propriétés. Les constantes, dans l'expression de  $\mathbf{y}_0(\mathbf{h})$  et  $\hat{\mathbf{y}}_0(s\mathbf{w})$ , assurent une énergie unité.  $\eta$  est un paramètre d'espace sans dimension. ( $\rho$ ) est une mesure des effets de bord et ( $\upsilon$ ) est la longueur d'onde de Fourier associée à l'échelle  $a$ .  $H(\omega)$ : fonction Heaviside,  $H(\omega) = 1$  si  $\omega > 0$ ,  $H(\omega) = 0$  autrement;  $\Gamma$ : Fonction Gamma,  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\mathbf{p}}$ ;  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ ; DOG: dérivée d'une Gaussienne,  $m = 2$  donne le chapeau mexicain (d'après Torrence et Compo, 1998).

Dans la suite de ce travail, pour les applications 1D, nous choisirons l'ondelette de Morlet pour l'étude des signaux climatiques et paléomagnétiques, et l'ondelette de Paul pour le pointé automatique des phases sismiques à cause de leur similitude de forme avec le signal analysé. Nous utiliserons le chapeau mexicain anisotrope pour les applications 2D du fait de sa grande souplesse pour détecter les anisotropies de formes et les singularités indépendamment de leur orientation.



**Figure 1.6:** Fonctions mère. Les graphes sur la gauche donnent la partie réelle (trait plein) et imaginaire (trait pointillé) pour les ondelettes de (a) Morlet, (b) Paul, (c) DOG ( $m = 2$ ) et (d) DOG ( $m = 6$ ). Les graphes de droite donne les ondelettes correspondantes dans le domaine fréquentiel (d'après Torrence et Compo, 1998).

## 5.5 Scalogramme et scalogramme croisé – exemples

La TO est une transformation qui conserve l'énergie du signal (isométrie) de sorte que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \frac{1}{\sqrt{K_y}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} |C_f(a,b)|^2 a^{-2} da db \quad 1.15$$

En général, pour deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  (Voir Daubechies, 1992, équation 2.4.2) on a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{g(x)} dx = \frac{1}{\sqrt{K_y}} \int_0^{\infty} a^{-2} \left( \int_{-\infty}^{\infty} C_f(a,b) \overline{C_g(a,b)} db \right) da \quad 1.16$$

Flandrin (1992) propose d'appeler la fonction  $|C_f(a,b)|^2$  un *scalogramme* (francisation du terme anglais scalogram). Par analogie, le produit  $C_f(a,b) \overline{C_g(a,b)}$  est appelé *scalogramme croisé*.

Le scalogramme fournit une version «éclatée» des caractéristiques d'un processus dans le plan temps-fréquence. Le scalogramme croisé fournit la même version éclatée des interactions entre les deux processus. Ceci est particulièrement utile pour caractériser les structures d'un processus, ou les interactions entre processus surtout quand ceux-ci sont non-stationnaires.

A titre d'exemples, les figures 1.7 à 1.10 montrent les scalogrammes de signaux synthétiques de durée arbitraire 512 ka présentant des caractéristiques communément rencontrées en géophysique, à savoir :

1) Modulation d'amplitude :

$$s(t) = A(1 + a \cos \Omega t) \cos \omega t \quad 1.17$$

2) Modulation de fréquence :

$$s(t) = B \cos(\omega t + m \sin \Omega t) \quad 1.18$$

3) Changement brutal de fréquence :

$$s(t) = \begin{cases} C \cos \omega_1 t, & \text{pour } t < 256 \\ C \cos \omega_2 t, & \text{pour } t \geq 256 \end{cases} \quad 1.19$$

4) Changement temporel brutal :

$$s(t) = D \frac{t-256}{s^2} \exp\left[-\frac{(t-256)^2}{2s^2}\right] \quad 1.20$$

A titre de comparaison, la TF de ces signaux est donnée en Appendice 1.

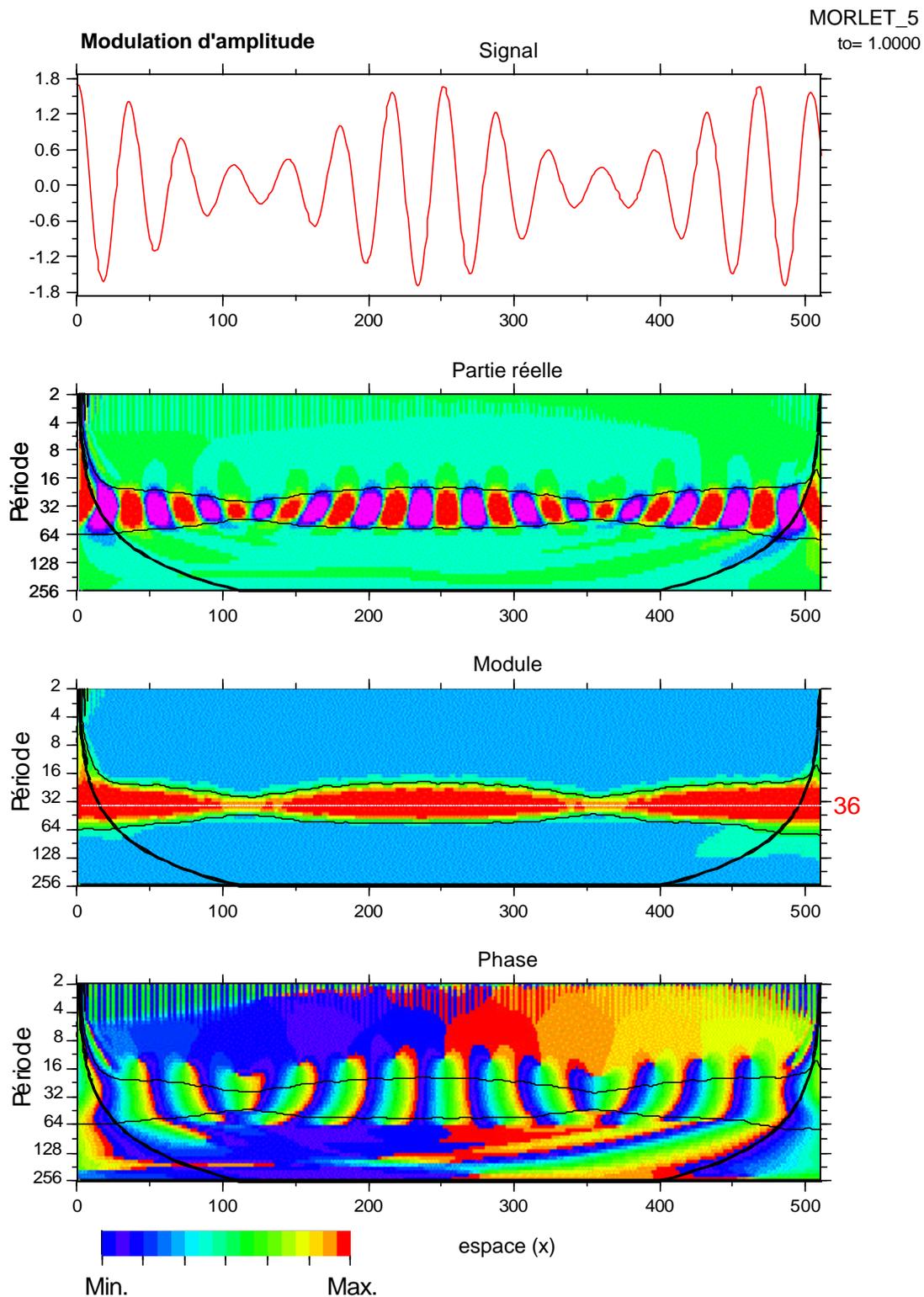
---

La modulation en amplitude se rencontre souvent dans un système impliquant des interactions non linéaires entre différentes échelles ou des interférences d'une fréquence avec ses voisines. L'équation 1.17 représente un signal oscillant de pulsation fondamentale  $\omega$  égale  $0.18 \text{ rad.k.a}^{-1}$  (période 36 ka) dont l'amplitude est modulée par une pulsation  $\Omega$  égale à  $2,88 \cdot 10^{-2} \text{ rad.k.a}^{-1}$ . Dans la figure 1.7, la fréquence dominante apparaît comme une ligne horizontale centrée sur la période  $\sim 36$  ka, reflétant la stabilité de la période fondamentale dans le temps. Les phases positives (rouge) et négatives (bleu) de la partie réelle du coefficient d'ondelette correspondent à celles de la série temporelle originale. La légère inclinaison des figures des coefficients d'ondelette indique l'existence de fréquences voisines de la fréquence primordiale, comme on peut aussi le constater dans le spectre de puissance de Fourier correspondant (Appendice 1, Fig. Ap. 1a). Le développement de l'équation 1.17 représente, en effet, la superposition de trois fréquences  $\omega$ , et  $\omega \pm \Omega$ , pour lesquelles des interférences constructives et destructives conduisent à la modulation d'amplitude de  $\omega$  par  $\Omega$ .

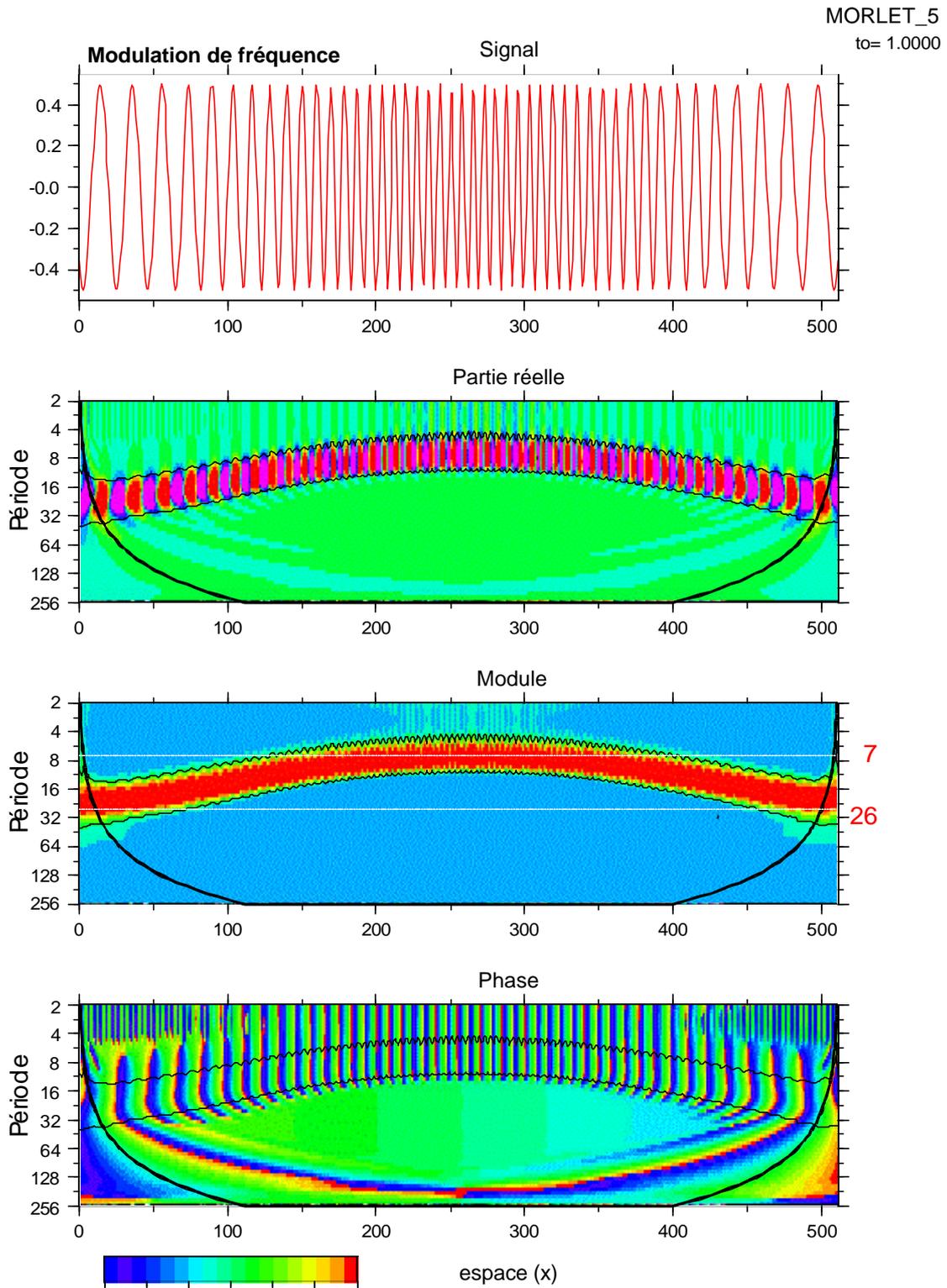
La modulation en fréquence d'un signal peut aller jusqu'à altérer la stabilité du système et modifier la fréquence de ses modes propres. Le signal synthétique représenté en figure 1.8 est une oscillation dont les fréquences fondamentales augmentent vers le centre du domaine temporel ( $x = 256$  ka). Dans la représentation temps-échelle correspondante, le signal apparaît comme une suite d'éléments oscillants formant une arche commençant vers 26 ka ( $\sim 0.24 \text{ rad.k.a}^{-1}$ ) pour décroître à moins de 7 ka ( $\sim 0.89 \text{ rad.k.a}^{-1}$ ) à  $x = 256$  ka, et pour finalement retourner à la période originale à  $x = 512$  ka. Puisque les fréquences sont en évolution constante, et qu'il n'existe pas de fréquence unique pour un intervalle de temps fini, le spectre de Fourier de cette série temporelle ne montre aucun pic dominant et est, par conséquent, indiscernable du bruit (Appendice 1, Fig. Ap. 1b).

Un autre type important de signal est celui qui est associé à une variation brutale de fréquence, par exemple quand un événement catastrophique a un impact à long terme sur le système. Le signal temporel de la figure 1.9 montre une variation brutale de l'oscillation près de  $x = 256$  ka. Dans la représentation temps-fréquence, cette variation est soulignée par un décalage dans les périodes de 83 ka ( $7.5 \cdot 10^{-2} \text{ rad.k.a}^{-1}$ ) à 18 ka ( $0.35 \text{ rad.k.a}^{-1}$ ) à  $x = 256$  ka. La rapidité du changement de période est bien représentée par quelques ondelettes au voisinage de  $x = 256$  ka. Le spectre de Fourier correspondant montre deux pics distincts aux fréquences correspondantes mais ne contient aucune information sur le temps précis du changement abrupt de fréquence (Appendice 1, Fig. Ap. 1c).

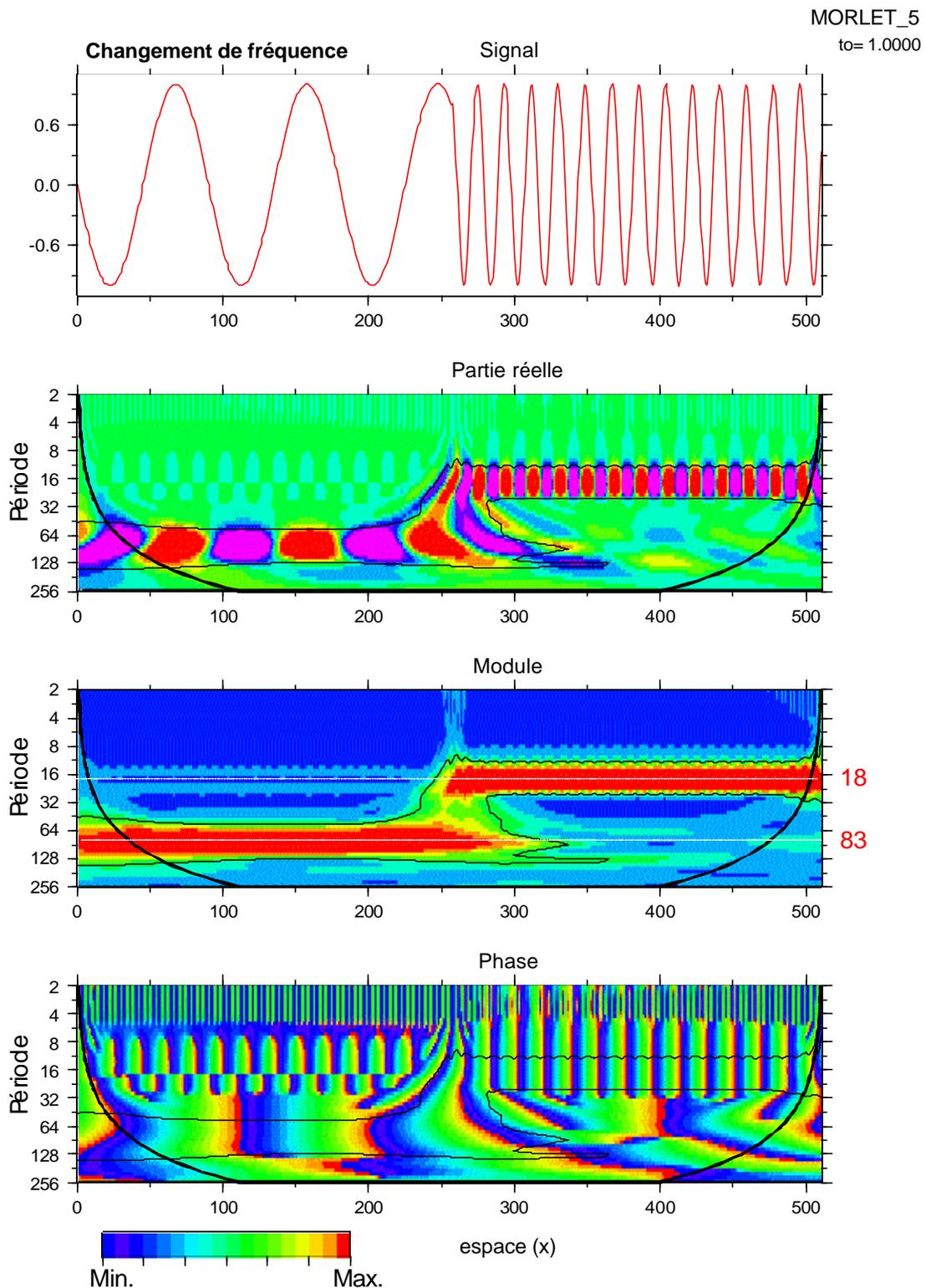
Enfin, l'équation 1.20 représente une perturbation locale d'amplitude finie rapidement atténuée et n'ayant donc que des effets à court terme. La représentation temps-fréquence de ce signal montre que la singularité est définie par la convergence des lignes de phase à l'intérieur du cône d'influence centré au temps d'arrivée de la perturbation ( $x = 256$  ka). La figure 1.10 illustre que les lignes de phase constante convergent vers une singularité particulière lorsqu'on explore cette représentation des grandes échelles vers les petites échelles.



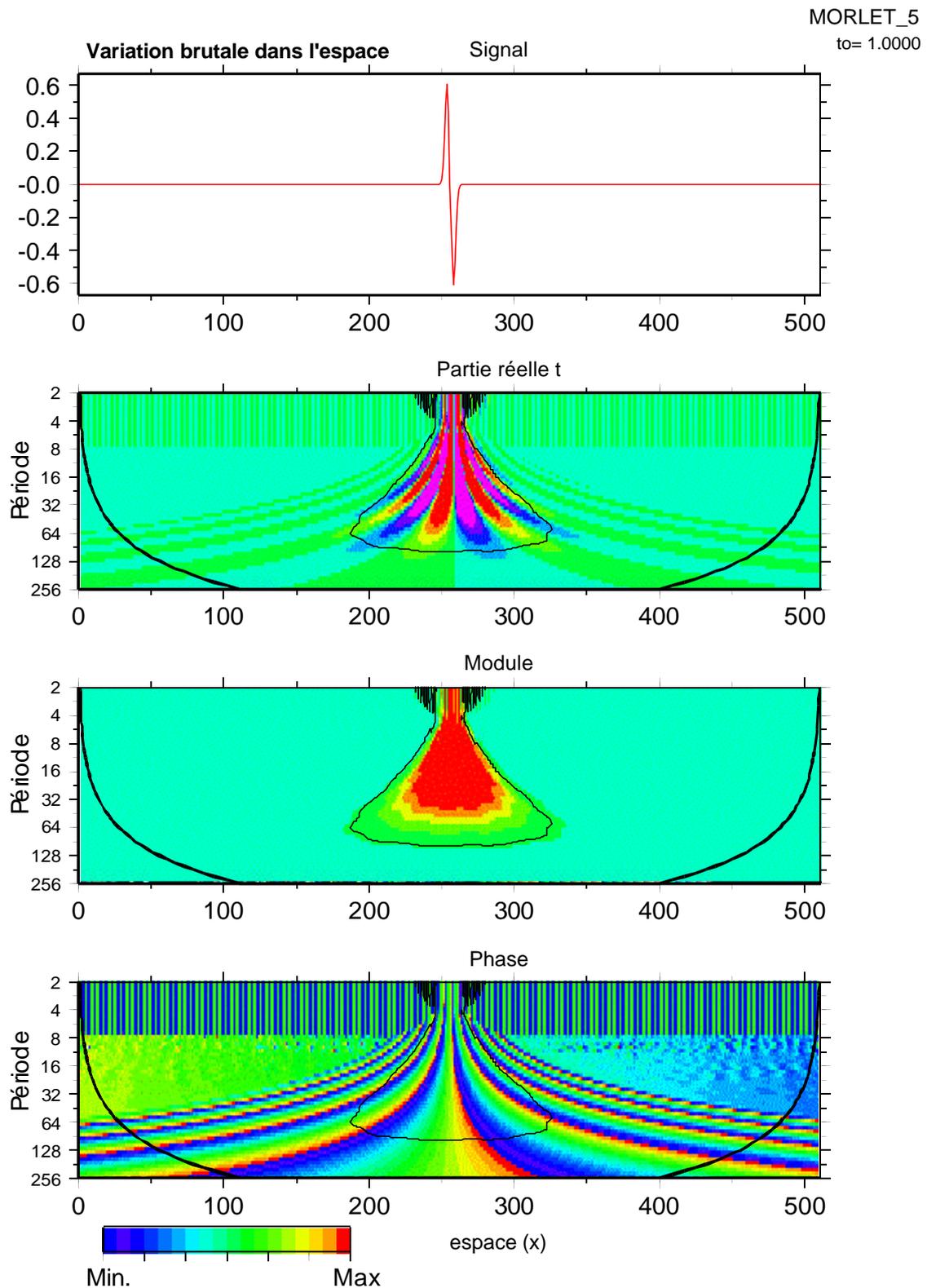
**Figure 1.7:** Analyse multi-échelle d'un signal périodique modulé en amplitude. De haut en bas, le signal, la partie réelle, le module et la phase de la TO. La fréquence dominante apparaît comme une ligne horizontale centrée sur la période 36 ka, reflétant la consistance de la période fondamentale dans le temps. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin souligne les zones statistiquement significatives (niveau de confiance 95%, chapitre 1, § 5.6).



**Figure 1.8:** Analyse multi-échelle d'un signal modulé en fréquence. De haut en bas, le signal, la partie réelle, le module et la phase de la TO. Le signal apparaît comme une suite d'éléments oscillants formant une arche commençant vers 26 ka ( $\sim 0.24 \text{ rad.k.a}^{-1}$ ) pour décroître à moins de 7 ka ( $\sim 0.89 \text{ rad.k.a}^{-1}$ ) à  $x = 256$  ka et pour finalement retourner à la période originale à  $x = 512$  ka. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin souligne les zones statistiquement significatives (niveau de confiance 95%, voir chapitre 1, § 5.6).



**Figure 1.9:** Analyse multi-échelle d'une brutale variation de fréquence. De haut en bas, le signal, la partie réelle, le module et la phase de la TO. La variation brutale de fréquence est soulignée par un décalage dans les périodes de 83 ka ( $7.5 \cdot 10^{-2} \text{ rad.ka}^{-1}$ ) à 18 ka ( $0.35 \text{ rad.ka}^{-1}$ ) à  $x = 256$  ka. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin souligne les zones statistiquement significatives (niveau de confiance 95%, voir chapitre 1, § 5.6).



**Figure 1.10:** Analyse multi-échelle d'une perturbation brutale du signal dans l'espace. De haut en bas, le signal, la partie réelle, le module et la phase de la TO. La singularité est définie par la convergence des lignes de phase à l'intérieur du cône d'influence centré sur la perturbation ( $x = 256$  ka). Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin souligne les zones statistiquement significatives (niveau de confiance 95%, voir chapitre 1, § 5.6).

Même si le calcul de la phase est instable quand le module de la TO est très petit, l'identification de la position des singularités est particulièrement importante pour d'autres études comme les analyses fractales ou multi- fractales (pour un développement complet de ces idées, voir Arnéodo et al., 1988) ou les extractions d'arêtes à partir de la phase (Delprat et al., 1992 ; Gibert et al., 1998). Comme on peut le voir dans le spectre de Fourier, un nombre important de composantes est nécessaire pour représenter correctement le signal original (Appendice 1, Fig. Ap. 1d). De plus, le temps d'arrivée de la perturbation ne peut être déterminé à partir du spectre de Fourier seul.

Après avoir montré que la présence de structures multi-échelles dans un signal ainsi que leur localisation dans l'espace sont faciles à identifier à partir de la TO, nous montrons, sur quatre autres signaux synthétiques, comment la lecture des TO croisées donnent des informations sur les interactions entre processus. La durée des signaux est arbitrairement fixée à 512 ka et leur résolution (pas d'échantillonnage),  $t_0$ , est égale à 1 ka.

Le premier signal ( $s_1$ ) qui sert de référence est un signal stationnaire multi-échelle de la forme:

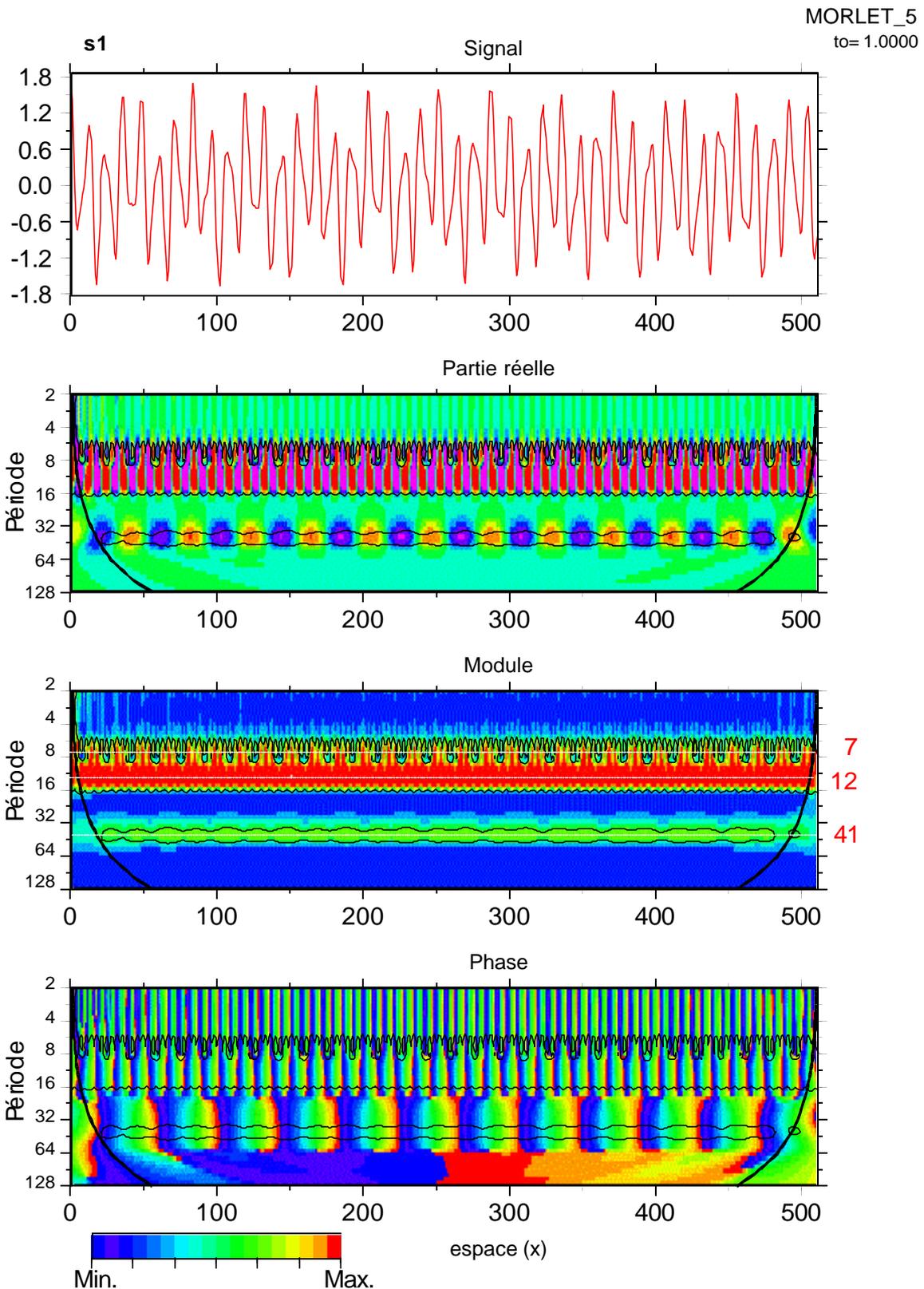
$$s(t) = \sum_{i=1}^3 A_i \cos(\mathbf{n}_i t + \mathbf{j}_i) \quad 1.21$$

où  $A_i$ ,  $v_i$  et  $\varphi_i$  sont l'amplitude, la fréquence et la phase de la composante  $i$ .

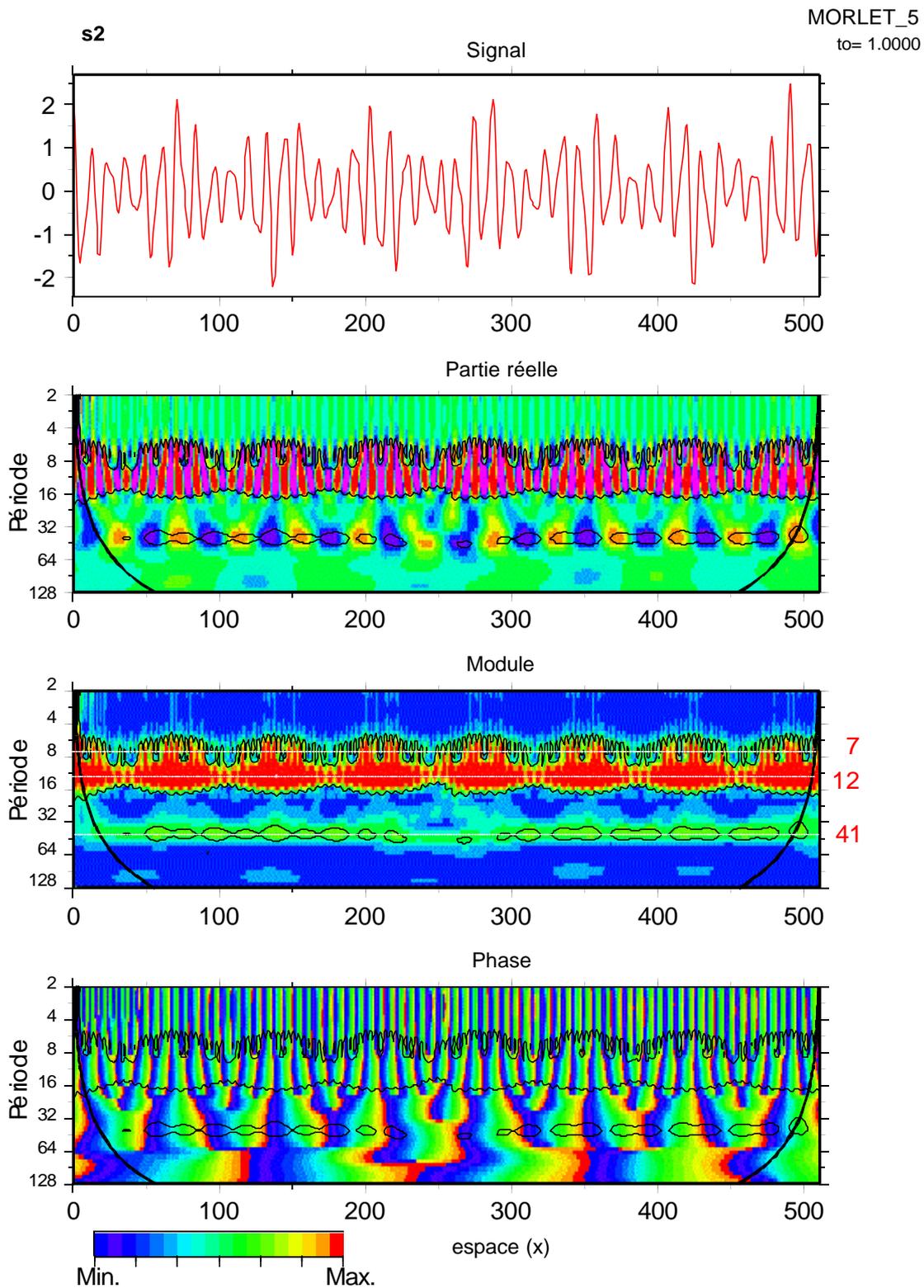
Le signal complet contient 3 fréquences (composantes) haute =  $0.1428 \text{ ka}^{-1}$  (7 ka), moyenne =  $8.3310^{-2} \text{ ka}^{-1}$  (12 ka), et basse =  $2.43 \cdot 10^{-2} \text{ ka}^{-1}$  (41 ka). Le second signal ( $s_2$ ) possède le même contenu fréquentiel que  $s_1$  mais, en plus, il est modulé en amplitude (période 75 ka). D'autre part, dans la première partie du signal ( $x \leq 256 \text{ ka}$ ), la composante de basse fréquence de  $s_2$  est déphasée de  $95^\circ$  par rapport à celle de  $s_1$ . Dans la seconde partie ( $x > 256 \text{ ka}$ ), la composante à haute fréquence de  $s_2$  est déphasée de  $75^\circ$  par rapport à celle de  $s_1$ . Le troisième signal,  $s_3$ , est déduit de  $s_2$  par une modulation de fréquence de la composante haute fréquence. Cette modulation génère un comportement complexe aux hautes fréquences du fait des interactions positives et négatives avec la composante à moyenne fréquence. Le signal  $s_4$  est déduit de  $s_2$  par des changements brutaux de fréquence entre 128 et 192 ka, et entre 320 ka et 384 ka. Les TO des signaux individuels et les TO croisées sont données en figures 1.11 à 1.17. Les spectres de Fourier sont donnés en Appendice 1, Figure Ap. 2.

Les figures 1.11, 1.12, 1.14 et 1.16 présentent de haut en bas : le signal, la partie réelle, le module et la phase de la TO individuelle du signal analysé. Les figures 1.13, 1.15 et 1.17 présentent quant à elles : les deux signaux originaux, le module et la phase de la TO croisée de ces signaux. Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin souligne les zones statistiquement significatives (niveau de confiance 95%, voir chapitre 1, § 5.6). Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale).

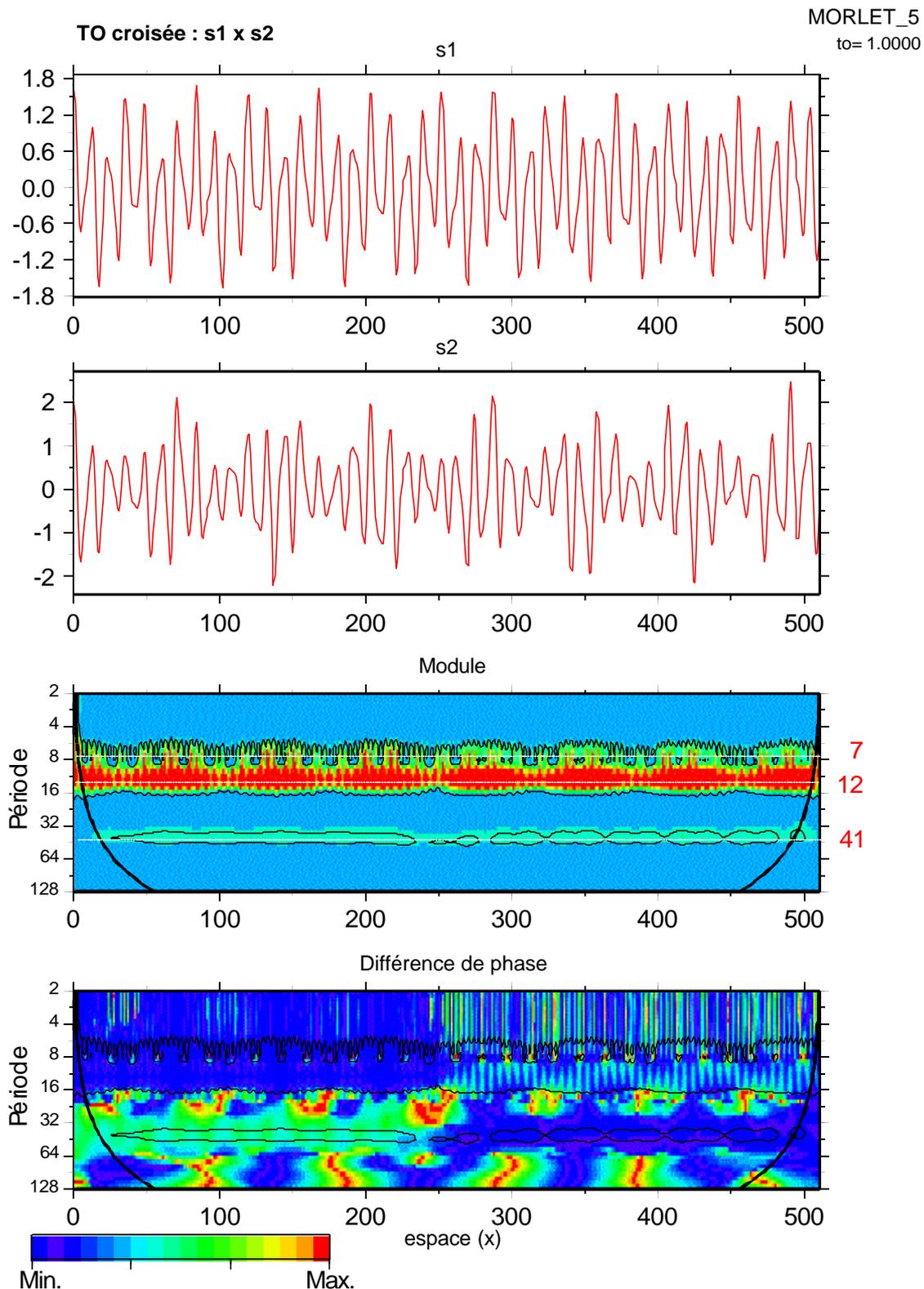
Les caractéristiques principales de chaque figure sont discutées dans leur légende respective.



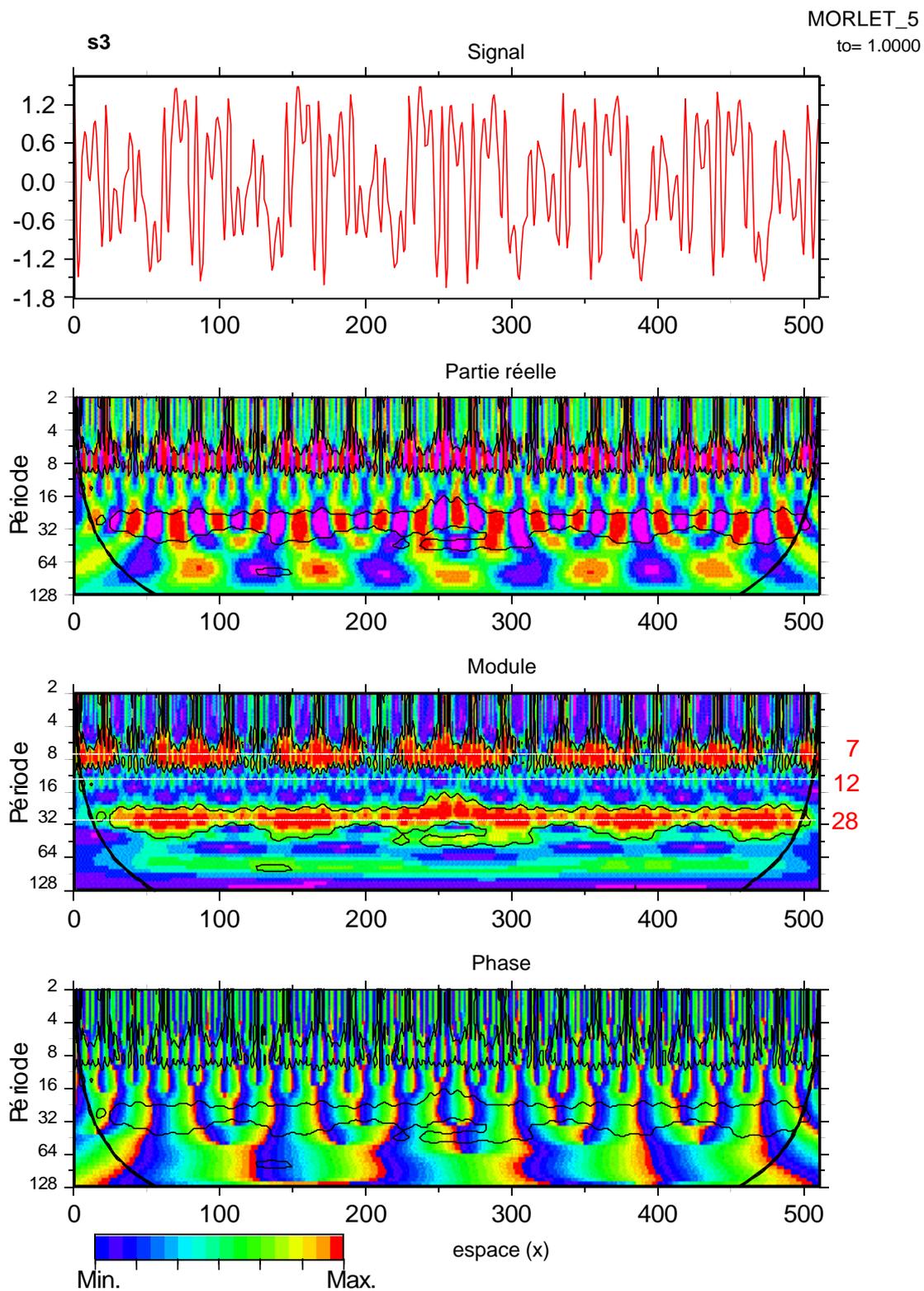
**Figure 1.11:** Analyse multi-échelle du signal synthétique  $s_1$ . Noter la stationnarité des 3 périodes distinctes à 7, 12 et 41 ka. La partie réelle de la TO conserve la polarité du signal. Les lignes d'isophase convergent vers le lieu de la singularité.



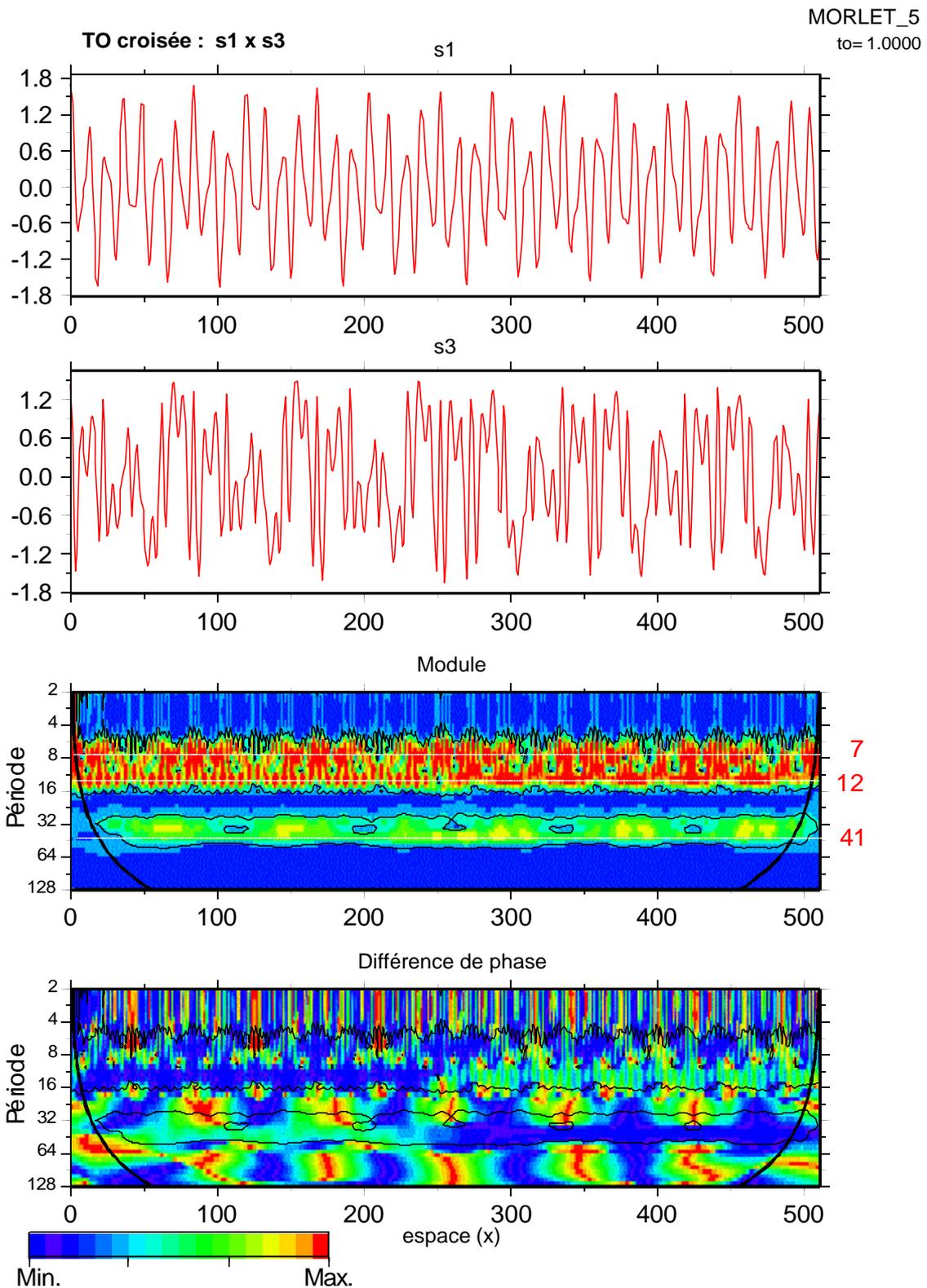
**Figure 1.12:** Analyse multi-échelle du signal synthétique s2. Noter la forme en lobe des coefficients associés aux 3 périodes caractéristiques (7, 12, 41 ka). Cette forme en lobe traduit l'atténuation locale des coefficients d'ondelette due à la modulation d'amplitude de période 75 ka.



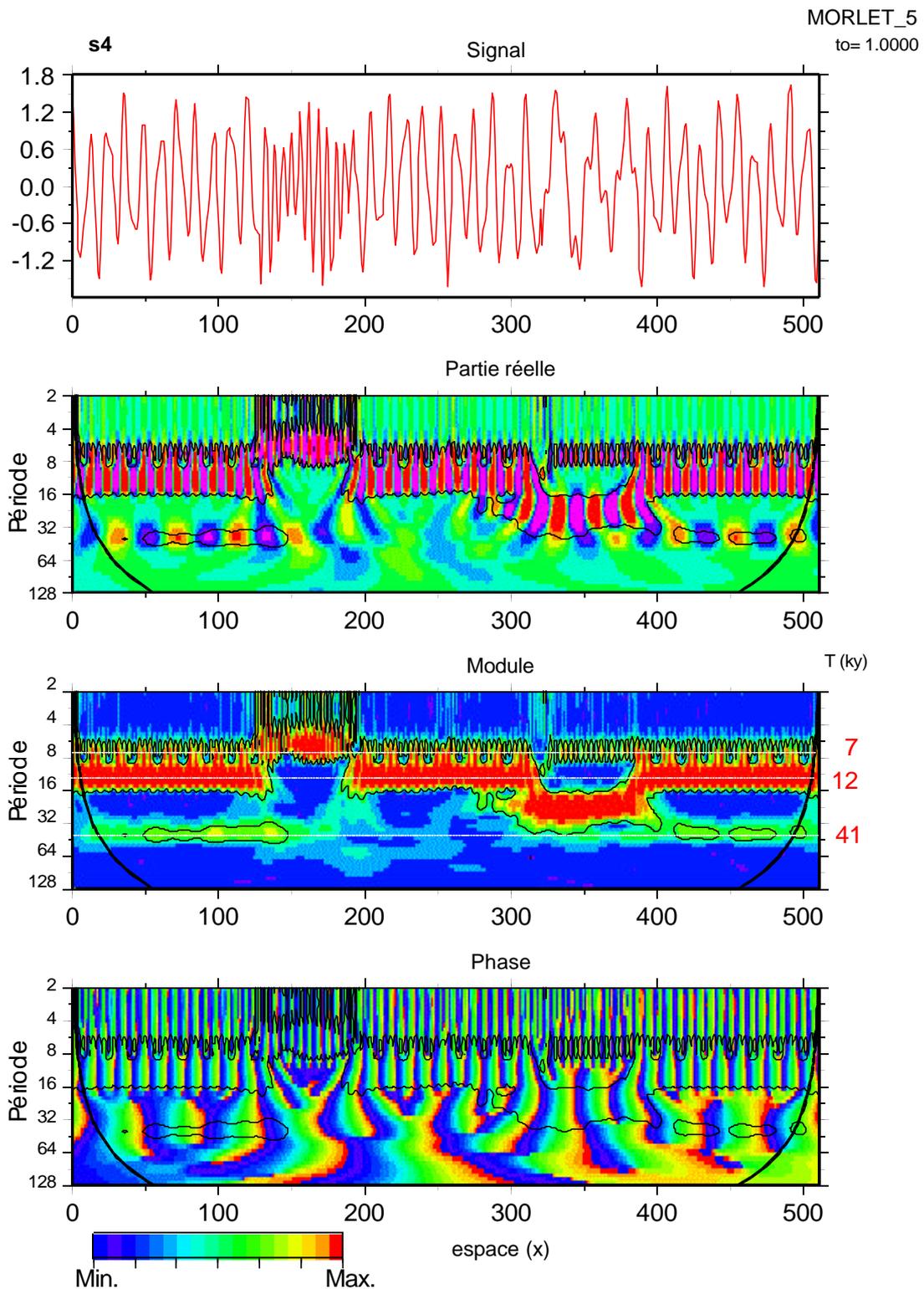
**Figure 1.13:** Analyse multi-échelle croisée des signaux synthétiques s1 et s2. Le module de la To croisée des signaux s1 et s2 fait ressortir leurs composantes (7, 12 et 41 ka) communes et leur degré d'interaction (noter la modulation d'amplitude due à s2). Une mesure des différences de phase entre s1 et s2 est aussi possible. Noter la différence de phase aux hautes fréquences dans la première partie du signal et la différence de phase aux basses fréquences dans la seconde.



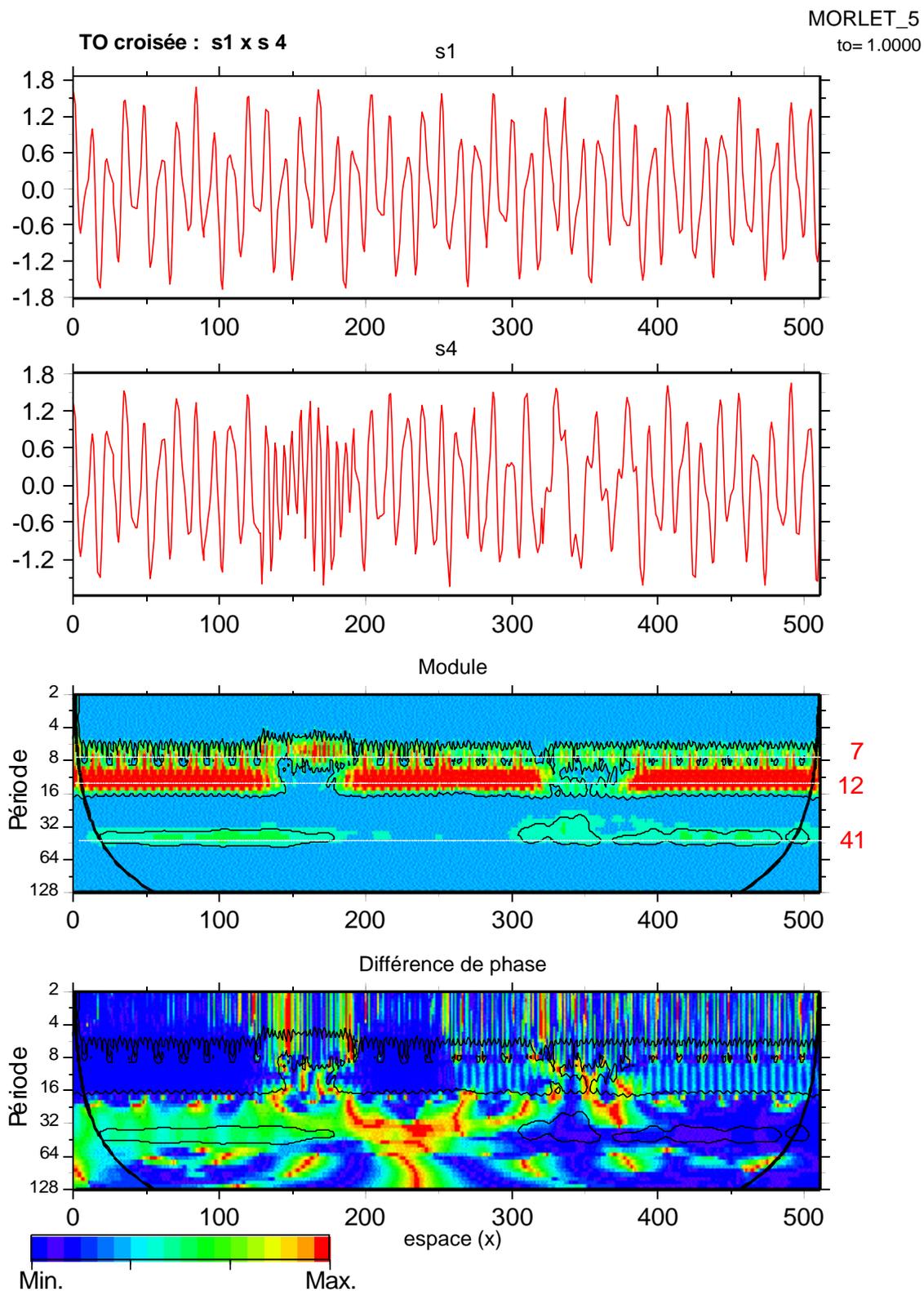
**Figure 1.14:** Analyse multi-échelle du signal synthétique s3. La TO fait ressortir deux périodes principales à 7 et 28 ka traduisant les interactions complexes entre la modulation de fréquence et la fréquence centrale.



**Figure 1.15:** Analyse multi-échelle croisée des signaux synthétiques s1 et s3. Les interactions en termes de position et de fréquences entre s1 et s3 sont complexes du fait des interférences entre les deux composantes centrées sur 7 et 12 ka. Noter pour les zones statistiquement significatives, les différences de phase relative entre la première et la seconde partie du signal et entre les hautes et les basses fréquences.



**Figure 1.16:** Analyse multi-échelle du signal synthétique s4. Noter les variations brutales de fréquences entre 128 et 192 ka et entre 320 et 384 ka. Le temps d'occurrence et la durée de ces variations peuvent être pointés avec précision en suivant les lignes d'isophasse.



**Figure 1.17:** Analyse multi-échelle croisée des signaux synthétiques s1 et s4. Les interactions entre s1 et s4 sont très localisées en terme de position et de fréquence. Noter pour les zones statistiquement significatives, les différences de phase relative entre la première et la seconde partie du signal et entre les hautes et les basses fréquences.

---

## 5.6 Identification des variations d'échelles

Identifier les structures significatives d'un signal à partir de composantes passives ou bruitées est un problème omniprésent en traitement du signal. Beaucoup de problèmes en géophysique passent par la détection et la caractérisation des structures cohérentes inscrites dans le signal analysé. Nous allons étudier ici la manière d'isoler, dans la représentation espace-échelle, les structures significatives du bruit.

Le *spectre global d'ondelette*, défini par Meneveau (1991) et Hudgins et al. (1993) par:

$$G_f(a) = \int_{-\infty}^{\infty} C_f(a, b) db \quad 1.22$$

a été beaucoup utilisé pour détecter les échelles dominantes ou les modes de variations. Notons que le spectre global condense la représentation espace-échelle (scalogramme) en une seule fonction de l'échelle (fréquence). Gammage et Hagelberg (1993) expliquent que le spectre global d'ondelette peut être comparé au spectre de Fourier (où la variance du signal est décomposée en une fonction de la longueur d'onde). La différence fondamentale entre la décomposition en ondelette et celle de Fourier est le support des fonctions de base respectives. Les coefficients d'ondelette sont influencés par des événements locaux (support fini) alors que les coefficients de Fourier sont influencés par l'ensemble de la fonction signal (support infini). Ceci fait du spectre d'ondelette une meilleure mesure de la variance attribuée à des événements localisés.

Les maxima locaux du spectre local d'ondelette fournissent ainsi des informations sur les échelles auxquelles des structures majeures ou des événements cohérents apparaissent de manière significative. Ceci peut être dû, soit à une structure ayant une importante contribution, soit à plusieurs petites ayant de plus petites contributions. Ces situations peuvent être simultanément présentes dans le signal analysé.

Sur cette base, des variantes de deux techniques, baptisées en anglais « scale threshold partitioning » et « phase-plane threshold partitioning » (voir Hagelberg et Gammage, 1994), ont été employées pour isoler les modes de variation dominants.

Le « scale threshold partitioning » consiste, comme son nom l'indique, à reconstruire le signal en utilisant uniquement les coefficients qui contribuent à des maxima locaux du spectre en ondelette si ce dernier présente des limites claires en terme d'échelle. Si ces limites ne sont pas claires, on peut alors utiliser tous les coefficients d'ondelette associés aux échelles perçues comme dominantes. Dans le « phase-plane partitioning », on reconstruit le signal en utilisant les coefficients d'ondelette dont l'amplitude est supérieure à un certain seuil. Dans ce cas, on réalise une séparation entre signal et bruit. Ceci est possible car en présence de bruit blanc dans le signal, sa contribution est estompée à toutes les échelles. Aussi, cette composante bruitée fournit une contribution mineure à toutes les échelles et peut être, ainsi, aisément éliminée par le choix d'une valeur seuil appropriée. Comme discuté en détail dans l'article de Donoho et Johnston (1994) il existe plusieurs manières de choisir ce seuil. Souvent, la combinaison des deux techniques précédentes est appropriée pour isoler les caractéristiques du signal.

Dans la suite de ce travail, pour les applications 1D, nous suivrons le formalisme proposé par Torrence et Compo (1998). Sur les bases des études de Qiu et Er (1995) sur la moyenne et la variance du spectre de puissance local déduit de la TO, Torrence et Compo (1998) ont étudié le comportement théorique du spectre de puissance local pour un bruit blanc puis pour un bruit rouge, et ont comparé ces résultats avec des simulations style Monte Carlo. Ils ont montré que chaque point du spectre de puissance est statistiquement distribué selon une loi en  $\chi^2$  autour du spectre moyen de référence (ex: bruit rouge).

Supposant un spectre moyen de référence,  $P$ , d'un bruit de référence,  $s$ , la distribution pour le spectre de puissance déduit de la TF est, à chaque indice de fréquence  $\nu$ :

$$\frac{N|\hat{s}_n|^2}{2s^2} \Rightarrow \frac{1}{2} P_n c_2^2 \quad 1.23$$

où  $\Rightarrow$  signifie « est distribué comme ».

Puisqu'il a été montré que le spectre d'ondelette local suit le spectre de Fourier moyen, la distribution correspondante pour le spectre déduit de la TO est, pour chaque échelle  $a$ :

$$\frac{|G_x(a)|^2}{s^2} \Rightarrow \frac{1}{2} P_n c_2^2 \quad 1.24$$

Le terme  $1/2$  supprime le facteur degré de liberté de la distribution  $\chi^2$  (pour une ondelette réelle la distribution de droite aurait été  $Pnc_1^2$ ). La valeur de  $P_\nu$  dans l'équation 1.23 est obtenue à partir du spectre de Fourier moyen à la fréquence,  $\nu$ , correspondant à l'ondelette d'échelle  $a$  (voir Torrence et Compo 1998, section 3h pour détails). Des relations entre  $\nu$  et  $a$ , on peut déduire que l'équation 1.24 a l'avantage d'être indépendante de l'ondelette choisie.

En résumé, après avoir trouvé un spectre moyen de référence et choisi un niveau de confiance pour la distribution  $\chi^2$  (ex. 95%), on multiplie le spectre de référence (la puissance à chaque fréquence) par le niveau de confiance de la distribution  $\chi^2$  (Eq. 1.24). Pour un niveau de confiance 95% et une ondelette complexe (2 degrés de liberté), ce nombre est 2.996 (5.991/2). Ce qui signifie que n'importe quel pic du spectre d'ondelette doit être 2.996 fois plus grand que le spectre de référence (à cette échelle) pour être significatif à 5% (Table 1.2). On construit ainsi les lignes de contours pour le(s) niveau(x) de confiance considéré(s).

	90%	95%	97.5%	99%	99.5%
1	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838

**Table 1.2:** Distribution  $\chi^2$  pour 1, 2 et 3 degrés de liberté, et pour les niveaux de confiance 90%, 95%, 97.5%, 99% et 99.5%.

---

Le choix du spectre de référence est la partie délicate de cette technique. En l'absence de critère de choix, Torrence (communication personnelle, 1999) suggère d'utiliser le spectre d'ondelette global (G, moyenne temporelle du spectre de puissance d'ondelette). De manière générale, c'est cette opération que nous effectuons dans l'analyse des séries géophysiques 1D (Chapitre 2). Bien que cette approche soit séduisante, il faut la manipuler avec précaution. Comme le précise Torrence et Compo (<http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>) comme n'importe quel test statistique de confiance, le niveau de confiance implique que pour une série aléatoire, 5% des points seront au-dessus de ce seuil uniquement par chance. Aussi, ces niveaux de confiance doivent être interprétés avec prudence. En particulier, on doit regarder

- la taille des zones dites statistiquement significatives et
- leur distribution spatiale (aléatoire ou selon un schéma particulier). Les deux observations précédentes sont des mesures subjectives. Dans l'analyse de Fourier, ou dans les techniques de seuillage précédemment présentées, on a le même problème. A-t-on un pic isolé dépassant à peine le seuil critique (il peut alors être suspect) ou bien a-t-on un large pic bien au-dessus du seuil?

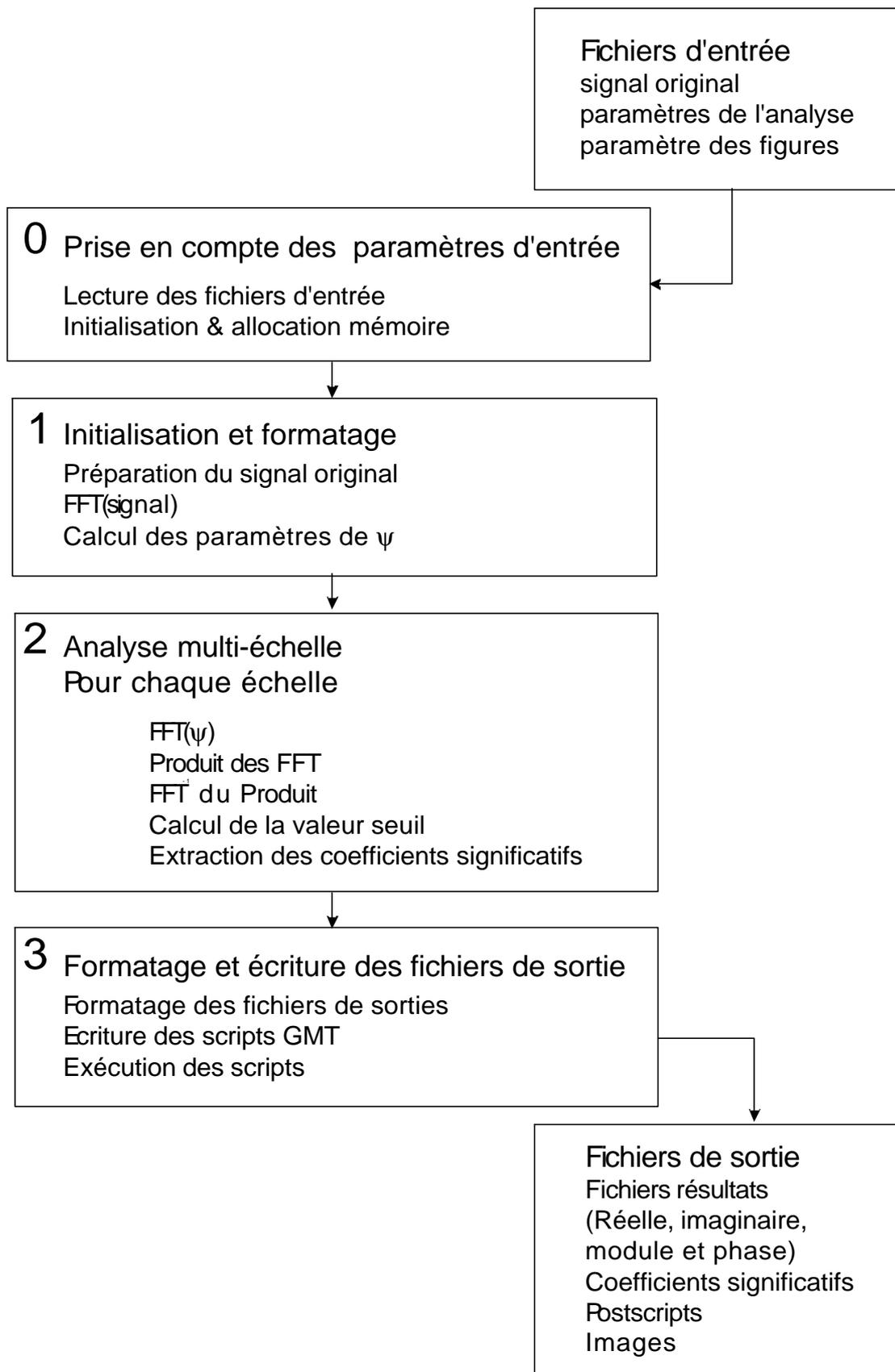
L'approche suivante proposée par Torrence (communication personnelle, 1999) peut être utile, et nous l'avons humblement adoptée:

- 1) analyser le signal par Fourier et regarder si il y a des pics « intéressants » (généralement, on connaît ces pics sans avoir à faire cette analyse fréquentielle) ;
  - 2) Inspecter le spectre d'ondelette en concentrant son attention sur les échelles où il y a des pics « intéressants » en guettant tous les signes de non-stationarité, à savoir:
    - les modulations d'amplitude: les périodes sont-elles groupées sur un intervalle?
    - les modulations de fréquence: les périodes changent-elles avec le temps?
- Le seuil choisi n'est plus alors qu'une aide pour décider si les résultats sont significatifs.

## 5.7 Mise en œuvre numérique

Des informations sur les dernières avancées des ondelettes, des annonces de congrès ou des questions-réponses circulent sur Internet (voir Annexe 2). Un certain nombre de logiciels du domaine public sont déposés sur quelques sites. Il existe aussi quelques logiciels commerciaux. Nous donnons, en Annexe 2, une liste (non exhaustive) de tels sites.

Partant du principe que l'on ne comprend bien que ce qu'on manipule, j'ai choisi de développer mon propre code d'analyse par ondelettes continues et d'y intégrer les tests statistiques de Torrence et Compo (1998). Ce code, écrit en C, peut être lancé en tâche de fond et, relié au Generic Mapping Tools (GMT; Wessel et Smith, 1995), il fournit automatiquement en sortie des figures directement exploitables.



**Figure 1.18:** Algorithme du code d'analyse multi-échelle par ondelette continue 1D (voir texte pour explications).

---

L'algorithme présenté en figure 1.18 comporte les étapes suivantes:

0) Prise en compte des paramètres d'entrée.

- (0.1) Lecture des fichiers d'entrée (signal original, paramètres de l'analyse et paramètres pour les graphes) ;
- (0.2) Initialisations diverses et allocations mémoire ;

(1) Initialisation et formatage.

(1.1) Préparation du signal original. Cette étape consiste à soustraire du signal sa valeur moyenne (N points), puis à insérer ce nouveau signal au centre d'un tampon de valeurs nulles de dimension totale  $2^{T+2}$  où T est égale à la partie entière de  $\ln(N)/\ln(2)$ . Ainsi, l'analyse se fait sur un signal dont la taille est une puissance de 2 (optimisation du calcul des TF rapides) et où les effets de bord liés à la périodisation du signal sont diminués. Du fait de la juxtaposition de ces « zéros » aux extrémités du signal, les coefficients en ondelettes à ces extrémités sont diminués par rapport à leurs voisins. La zone d'influence théorique des effets de bord est matérialisée sur les figures de représentation en ondelette par un trait gras. En pratique, on se limitera à une échelle maximale  $\leq$  à la durée du signal / 6 ;

(1.2) Calcul de la TF du signal analysé. La routine de calcul de TF rapide (FFT) du signal, four1, fait appel à l'algorithme de Danielson-Lanczos. Cette routine est tirée de Numerical Recipes (Press et al., 1992) ;

(1.3) Calcul des paramètres associés à la fonction mère choisie. Calcul de la largeur du cône d'influence (effet de bord  $\rho$ ) et du coefficient multiplicatif reliant échelle et longueur d'onde de Fourier (voir Tableau 1.1) ;

2) Corps du programme - Analyse multi-échelle. Pour chaque échelle:

- (2.1) Construction de l'ondelette analysante dans le domaine de Fourier (Tableau 1.1) ;
- (2.2) Produit des FFT signal et ondelette analysante ;
- (2.3) FFT inverse du produit ;
- (2.4) Calcul de la valeur seuil. Ce calcul passe par l'estimation de la puissance à la fréquence (échelle) considérée et par le choix du niveau de confiance (cf. Table 1.2) ;
- (2.5) Extraction des coefficients significatifs ;

3) Sorties.

- (3.1) Formatage des fichiers de sortie. Réalisation automatique de scripts GMT ;
- (3.2) Exécution automatique des scripts. Figures (postscript et image Bitmap).

---

## 6 Illustration: paramètres orbitaux de la Terre et valeurs d'insolation

A titre d'illustration et de validation du code numérique précédemment décrit, nous avons choisi le jeu de données de référence pour les valeurs des paramètres orbitaux de la Terre et les valeurs d'insolation qui en sont déduites. Ce jeu de données présente l'avantage d'être bien contraint car il s'inscrit au cœur d'un thème de recherche actif du fait de ses implications environnementales et de son impact sociétal fort. Nous replaçons, rapidement, ce jeu de données dans son contexte puis nous donnons les résultats des analyses faites par ondelettes ainsi que leurs commentaires.

### 6.1 Cadre général et enjeux

Selon la théorie du climat de Milankovitch (Milankovitch, 1941; Berger, 1988) un *forçage climatique externe* résulte des variations des *paramètres orbitaux* de la Terre. Cette théorie repose sur le fait que les variations d'orbite de la Terre autour du Soleil affectent la quantité de radiations solaires reçues par la partie supérieure de l'atmosphère. Sur les 5 derniers millions d'années, les périodes principales des trois paramètres orbitaux les plus importants sont pour l'*excentricité* (une mesure de la forme de l'orbite de la Terre autour du Soleil) - 413.95 et 123 ka; l'*obliquité* (l'inclinaison de l'équateur par rapport à l'orbite elliptique de la Terre autour du Soleil) - 41 et 54 ka; et la *précession* (une mesure de la distance Terre-Soleil au solstice d'hiver) - 23 et 19 ka (Berger, 1977; Berger et Loutre, 1991). De telles périodicités ont été trouvées dans des enregistrements sédimentaires du climat du Quaternaire (Hays et al., 1976 parmi d'autres). Cependant, cette théorie du climat n'explique pas l'amplitude du cycle paléoclimatique à 100 ka trouvé dans les enregistrements géologiques (Liu et Chao, 1998). Ces observations remettent donc en cause notre compréhension de la réponse climatique à des forçages externes et/ou internes (Broecker, 1992a; Beaufort, 1994) et font donc encore aujourd'hui l'objet d'actives recherches.

Dans le cadre de la théorie astronomique du climat, les recherches impliquent quatre étapes (Berger, 1988) :

- (1) Le calcul théorique des variations à long terme des paramètres orbitaux de la Terre et des valeurs d'insolation qui y sont rattachées ;
- (2) Le développement de modèles climatiques transformant les valeurs d'insolation en observable « climat » ;
- (3) L'acquisition de données géologiques et leurs interprétations en termes de climat ;
- (4) La comparaison de ces données aux modélisations.

C'est sur ces deux derniers points que les ondelettes apportent des contributions originales (Bolton et al., 1995; Lau and Weng, 1995; Liu and Chao, 1998; Torrence et Compo, 1998).

A titre de test et de validation du code numérique, nous reprenons, ici, le travail de Liu et Chao (1998) calculant les transformées en ondelette des paramètres orbitaux de la Terre et les valeurs d'insolations qui en sont déduites.

---

## 6.2 Données

Le premier calcul des paramètres orbitaux de la Terre remonte au 19<sup>ème</sup> siècle (Le Verrier, 1855; voir Berger, 1988 pour une revue). Milankovitch (1941) fut cependant le premier à établir une théorie astronomique complète fournissant les paramètres orbitaux de la Terre et les variations associées d'insolation jusqu'au Pléistocène (Berger et Andjelic, 1988). Une sérieuse avancée dans le calcul de ces paramètres est due à Bretagnon (1974) et Berger (1976; calcul de l'excentricité, obliquité et précession ayant conduit à la solution de 1978 référencée ici sous BER78 (Berger, 1978). Nous utilisons, ici, une version plus précise de ce jeu de données, BER90, intégrant les résultats de Laskar (1986, 1988) (voir Tableau 1.3). Ces données publiées dans Berger et Loutre (1991) sont disponibles sur Internet à l'adresse: <ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/paleo/insolation/>

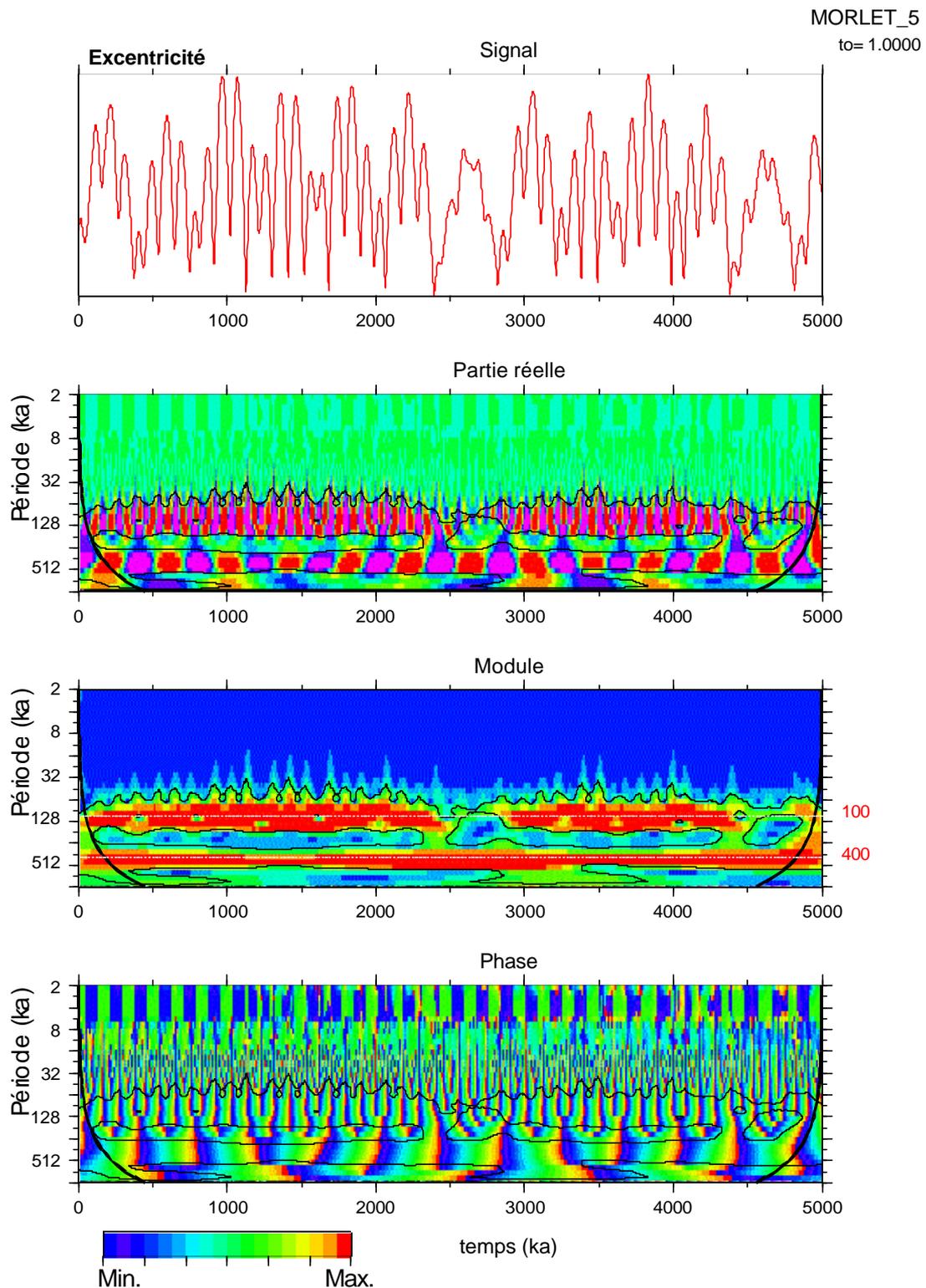
	Précession		Obliquité		Excentricité	
	Période (années)		Période (années)		Période (années)	
	BER78	BER90	BER78	BER90	BER78	BER90
1	23716	23708	41000	41090	412885	404178
2	11428	22394	39730	39719	94945	94782
3	18976	18964	53615	40392	123297	123818
4	19155	19116	40521	53864	99590	98715
5	19261	23149	28910	41811	131248	130615

**Tableau 1.3:** Périodes des 5 plus grands termes dans le développement trigonométrique de la précession, de l'obliquité et de l'excentricité pour la solution BER78 et BER90 (Berger et Loure, 1991).

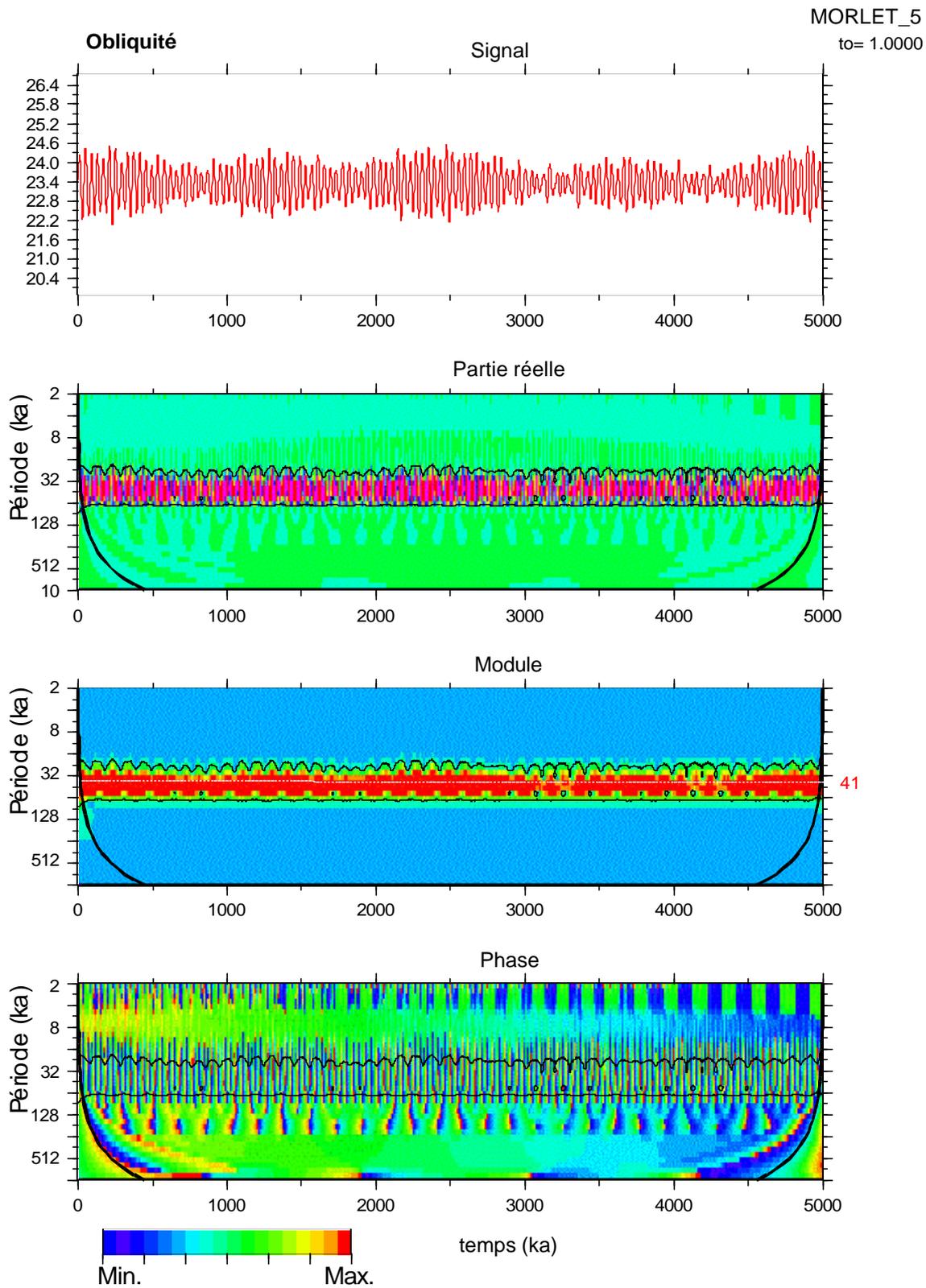
## 6.3 Analyse des résultats

Le jeu de données sélectionné comprend les valeurs d'excentricité, d'obliquité, de précession et les valeurs d'insolation à la mi-juillet pour une latitude de 15°N et pour une latitude de 65°N. L'ensemble des données couvre la période 0 - 5 Millions d'années (Ma) avec une résolution,  $t_0$ , de 1 point par millier d'années (1 ka). Les analyses ont été effectuées pour des périodes (échelles) comprises entre 4 ans ( $t_0 \cdot 2^j$  avec  $j=2$ ) et 1024 ans ( $t_0 \cdot 2^j$  avec  $j=10$ ) avec un incrément fixé par  $j = 2, 2.25, \dots 10$ .

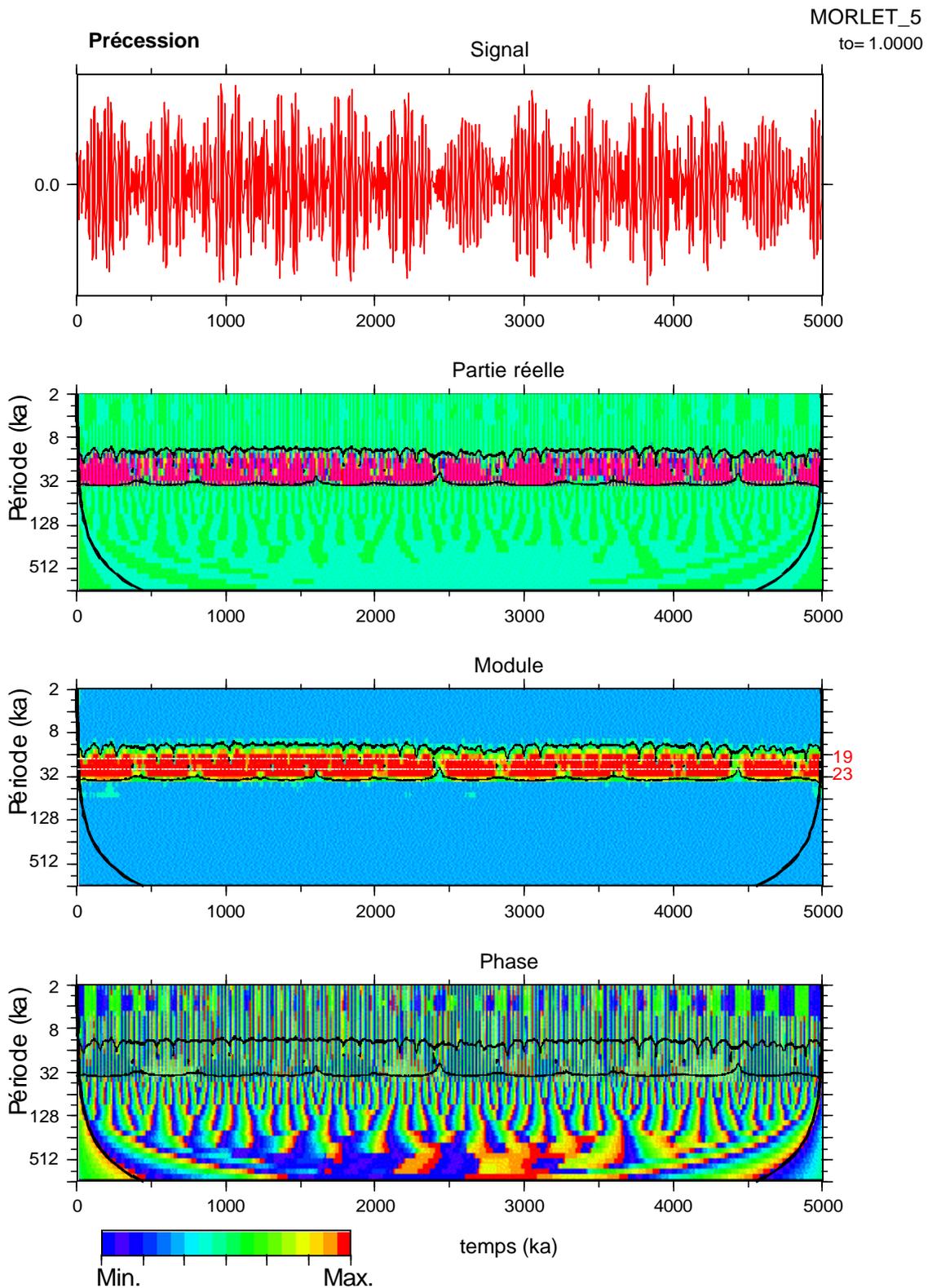
Pendant les 5 derniers millions d'années, l'excentricité varie entre 0.000267 et 0.057133 avec une quasi-période moyenne de 96.805 ka (Fig. 1.19). Simultanément l'obliquité de l'orbite de la Terre a varié entre 22.08° et 24.54° avec une quasi-période moyenne de 41.074 ka (Fig. 1.20), alors que la précession oscillait entre -0.05625 et 0.05623 avec une quasi-période moyenne de 21 ka (Fig. 1.21). Une caractéristique majeure de l'évolution temporelle de l'excentricité est la disparition presque totale du cycle à 100 ka entre 2.4 Ma BP et 2.8 Ma BP, et entre 4.4 Ma BP et 4.8 Ma BP (Fig. 1.19) laissant seulement le cycle à 400 ka. L'obliquité est caractérisée par de petites variations d'amplitude entre 3 Ma BP et 3.5 Ma BP et entre 4Ma BP et 4.5 Ma BP (Fig. 1.20).



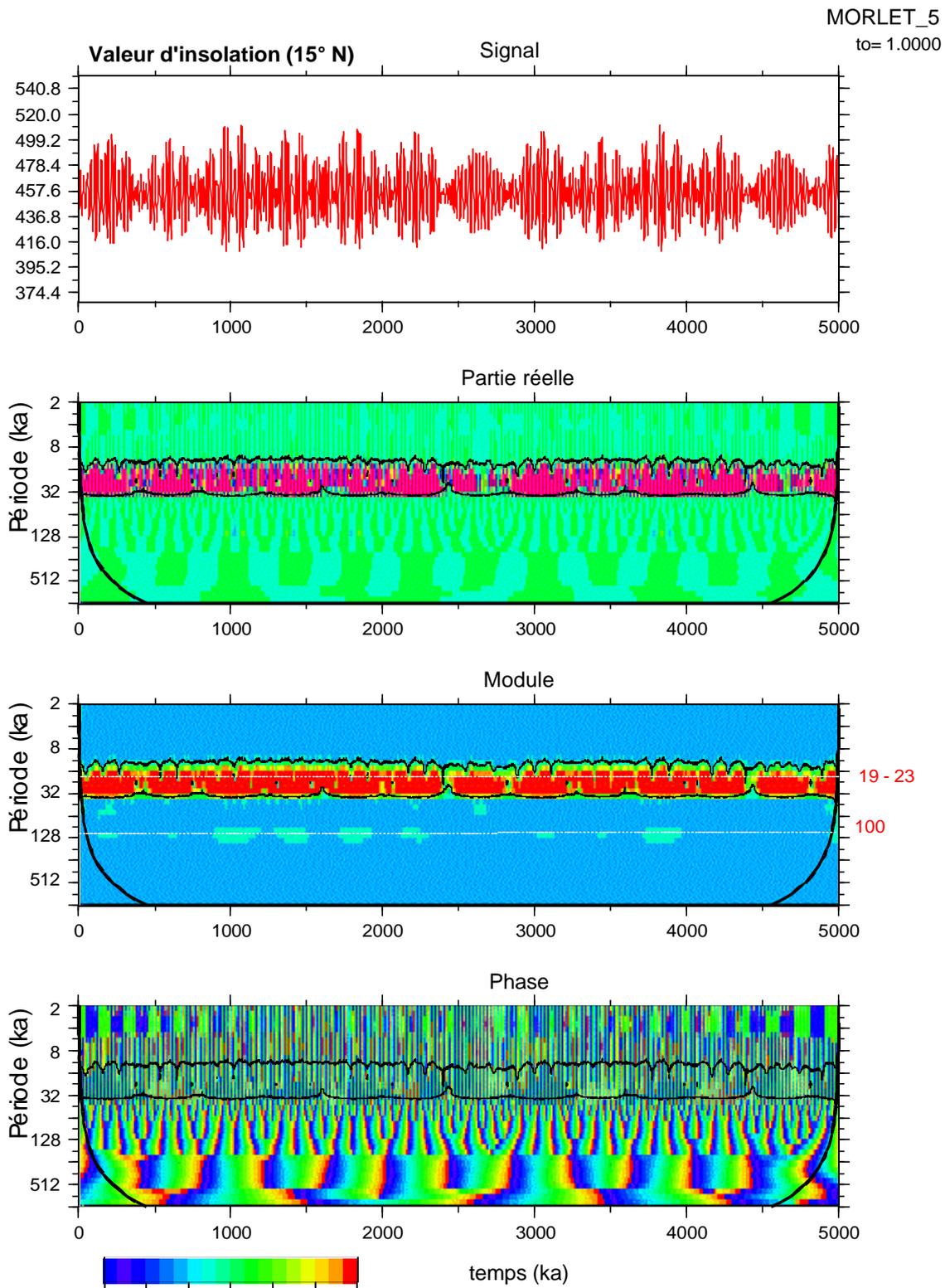
**Figure 1.19:** Analyse multi-échelle du signal excentricité de l'orbite terrestre. De haut en bas, le signal excentricité sur les 5 derniers millions d'années, la partie réelle, le module et la phase de la TO. L'excentricité est caractérisée par un cycle à 100 ka et un autre autour de 400 ka. Noter la disparition (atténuation) presque totale de ce cycle entre 2.4 Ma BP et 2.8 Ma BP et entre 4.4 Ma BP et 4.8 Ma BP laissant seulement le cycle à 400 ka. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants.



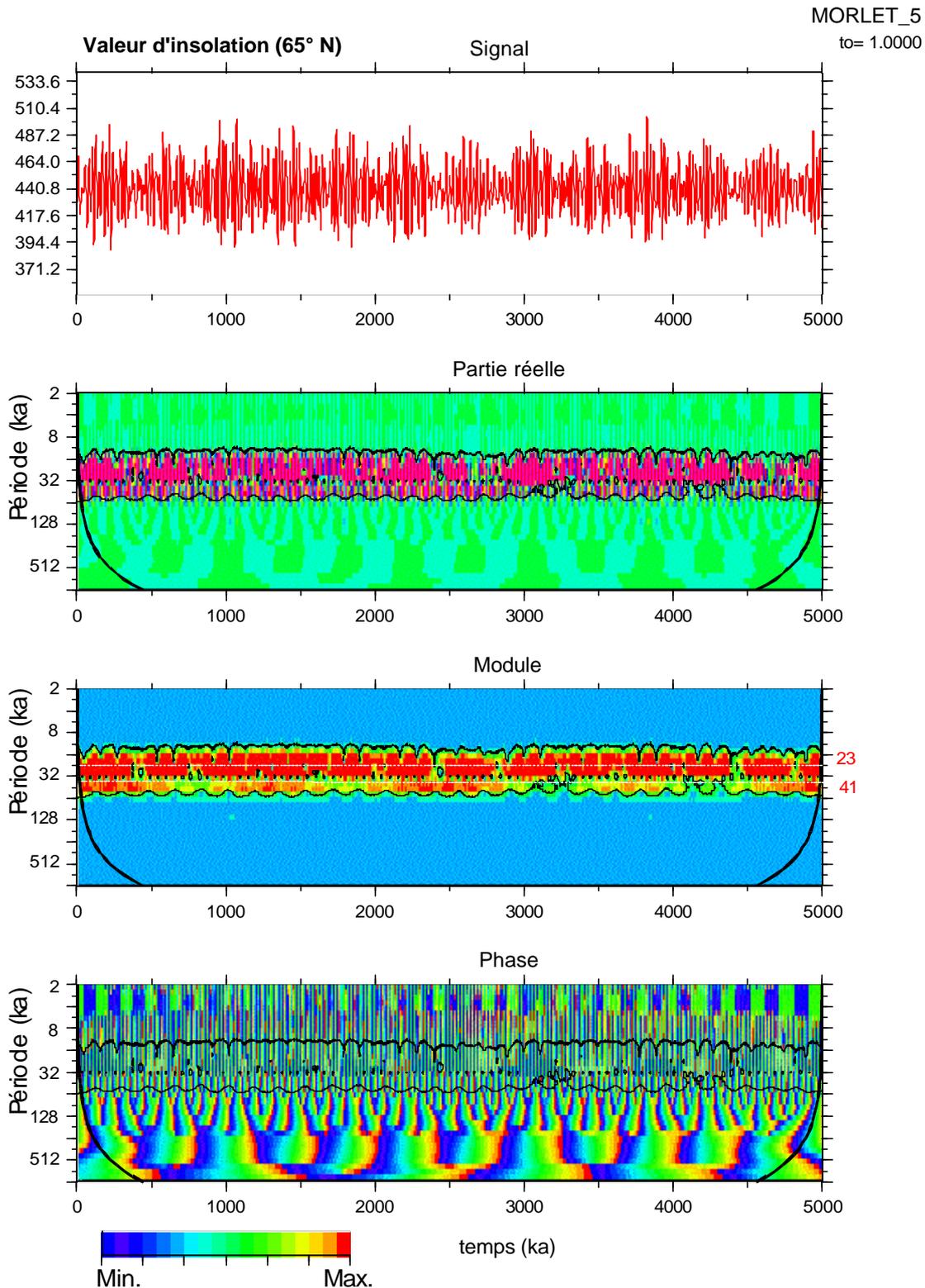
**Figure 1.20:** Analyse multi-échelle du signal obliquité de l'axe de la Terre sur le plan de l'écliptique. De haut en bas, le signal obliquité sur les 5 derniers millions d'années, la partie réelle, le module et la phase de la TO. L'obliquité est caractérisée par la modulation d'amplitude d'un cycle moyen de période 41 ka. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants.



**Figure 1.21:** Analyse multi-échelle du signal précession (mesure de la distance Terre-Soleil au solstice d'hiver). De haut en bas, le signal précession sur les 5 derniers millions d'années, la partie réelle, le module et la phase de la TO. La précession est caractérisée par la modulation d'amplitude d'un cycle moyen de période 21 ka. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants.



**Figure 1.22:** Analyse multi-échelle du signal insolation (15°N) à la mi-juillet. De haut en bas, le signal insolation sur les 5 derniers millions d'années, la partie réelle, le module et la phase de la TO. L'insolation aux basses latitudes est principalement dominée par le cycle lié à la précession bien que cette composante soit modulée par la composante excentricité. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants.



**Figure 1.23:** Analyse multi-échelle du signal insolation (65°N) à la mi-juillet. De haut en bas, le signal insolation sur les 5 derniers millions d'années, la partie réelle, le module et la phase de la TO. L'insolation aux hautes latitude est principalement dominée par le cycle lié à la précession bien que la composante obliquité soit renforcée à ces latitudes. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités de la partie réelle, du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants.

---

L'analyse des valeurs d'insolation obtenues par Berger et Loutre (1991) conduit à quelques conclusions générales:

-L'insolation est dominée par la précession principalement dans les régions équatoriales (Fig. 1.22) ;

-Le signal obliquité est renforcé aux solstices et aux hautes latitudes (comparer 1.22 et Fig. 1.23) ;

-Le rôle de l'excentricité, modulateur de la composante précession dans les variations d'insolation est très visible jusqu'à des périodes de 100 ka (voir par exemple la moyenne mensuelle de l'insolation pour la latitude 15°N (Fig. 1.22)).

## 6.4 Conclusion

Cette première illustration sur des données de référence (BER90) a permis, d'une part, de valider le code numérique, et d'autre part de montrer la supériorité de l'analyse « temps-échelle » par ondelette par rapport aux méthodes spectrales traditionnelles (TF) ou plus avancées (maximum d'entropie de Blackman-Tukey et la technique de Thomson (voir Berger et Loutre, 1991)).

Comme en témoignent de nombreuses publications récentes (Bolton et al., 1995; Lau and Weng, 1995; Liu and Chao, 1998; Torrence et Compo, 1998 parmi d'autres), les ondelettes couplées à des tests statistiques apportent une contribution originale à l'étude des signaux multi-échelles non-stationnaires.

A titre d'application, nous présentons ci-après une étude de l'intensité relative du champ paléomagnétique (Site ODP 983) (Chapitre 2) et un algorithme de pointé automatique de phases sismiques (Chapitre 3).

---

# Chapitre Deux

## Etude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre: exemple du site ODP 983

---

*Il s'éloignait dans la campagne, à la recherche d'on ne sait quel savoir qui vient curieusement des choses. Il ne se lassait pas de soupeser et d'étudier curieusement les pierres dont les contours polis ou rugueux, les tons de rouille ou de moisissure racontent une histoire, témoignent des métaux qui les ont formés, des feux ou des eaux qui ont jadis précipité leur matière ou coagulé leur forme. Assis sur un tertre, regardant huler sous le ciel gris les plaines renflées ça et là par les longues collines sablonneuses, il songeait aux temps révolus durant lesquels la mer avait occupé ces grands espaces où poussait maintenant du blé, leur laissant dans son retrait la conformité et la signature des vagues. Car tout change, et la forme du monde, et les productions de cette nature qui bouge et dont chaque moment prend des siècles.*

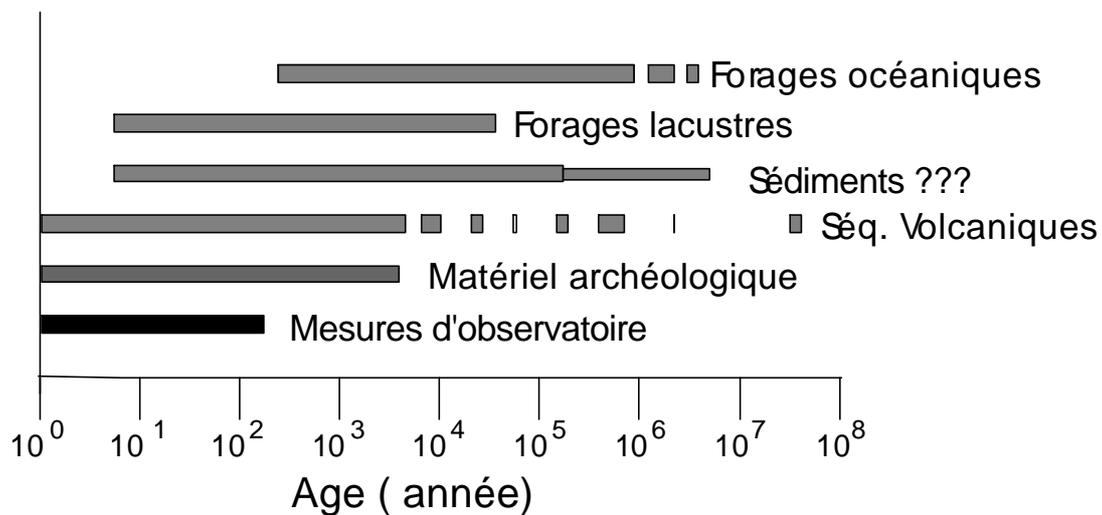
*Marguerite Yourcenar, L'œuvre au noir (1968).*

Ce chapitre a pour but de présenter les motivations et les recherches actuelles visant à reconstruire l'histoire du champ géomagnétique. Nous y proposons, en particulier, une ré-inspection des données du site ODP 983 pour la période 0 - 1.1 Ma.

## 1 Cadre général

L'une des premières motivations pour les recherches en magnétisme des roches fut l'étude du comportement passé du champ magnétique terrestre. Bien que la plupart des recherches en paléomagnétisme visent à extraire les directions du champ géomagnétique préservées dans les enregistrements géologiques, des efforts considérables sont également déployés pour étudier son intensité.

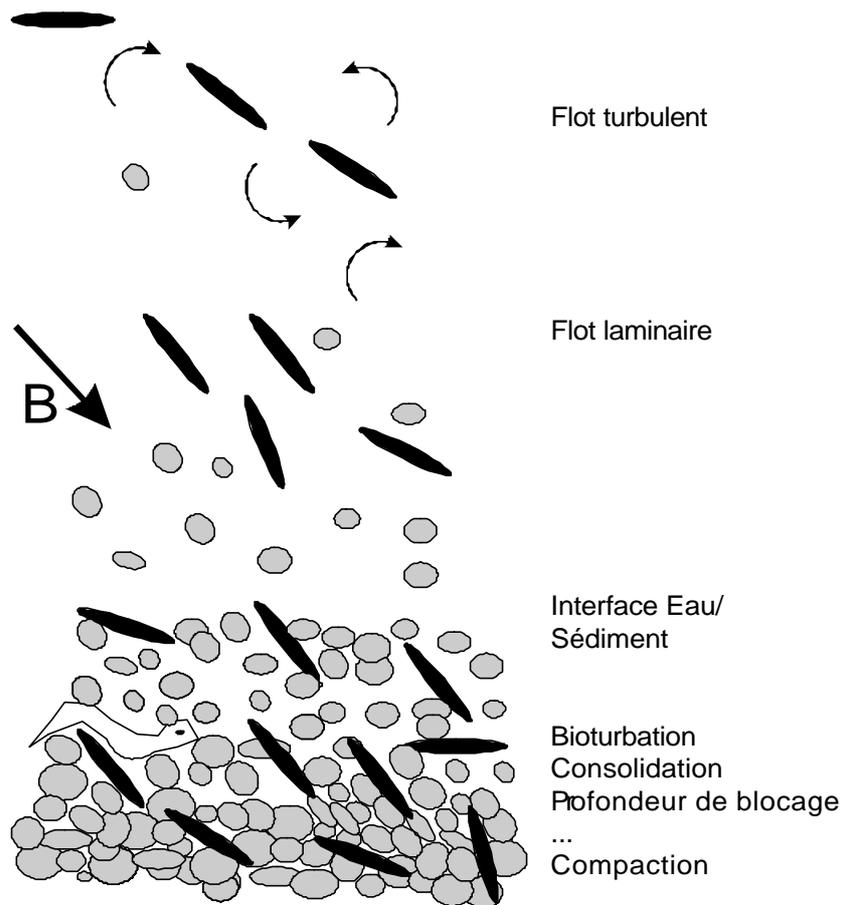
Des observations directes du champ géomagnétique sont réalisées depuis plus de deux siècles (e.g. Alexandrescu et al., 1997). Les données antérieures doivent être déduites d'enregistrements archéologiques ou géologiques (e.g. Ricou et Gibert, 1997). La Figure 2.1 illustre les sources actuelles des données de paléointensité.



**Figure 2.1** : Sources de données potentielles pour les études de paléointensité magnétique (d'après Tauxe, 1993).

L'aimantation étudiée en magnétisme des roches ou en paléomagnétisme est l'aimantation rémanente naturelle (ARN). En principe, les meilleurs enregistrements pour les études de paléointensité magnétique sont ceux pour lesquels l'aimantation a été acquise par refroidissement en présence du champ magnétique (roches volcaniques ou matériels archéologiques cuits). Bien que pouvant être sujet à controverse (Dunlop et al., 1987; Aitken et al., 1988 ; Walton, 1988), les séquences de laves peuvent fournir des enregistrements de *l'intensité absolue* du champ magnétique. Les problèmes inhérents à leur étude passent cependant par la difficulté à reproduire en laboratoire le taux de refroidissement, l'altération et les propriétés magnétiques non idéales (multi-domaines) des échantillons. D'autre part, la couverture temporelle que peuvent fournir ces séquences volcaniques est souvent limitée par la nature stochastique des éruptions volcaniques. De plus, de longues séquences volcaniques complètes sont difficiles à obtenir et rendent difficile, voir impossible, les corrélations entre les différentes séquences, et ceci même avec les techniques de datation les plus récentes (Guyodo et Valet, 1999).

D'utilisation moins immédiate, les enregistrements sédimentaires (lacustres et marins) offrent l'avantage d'avoir une couverture spatiale plus large et d'être plus continus. Les corrélations entre enregistrements en sont donc facilitées. Malheureusement, il est difficile de simuler en laboratoire (Quidelleur et al., 1995) les processus complexes d'acquisition d'une aimantation par les sédiments (Fig. 2.2). En conséquence, des valeurs d'intensité géomagnétique absolue ne peuvent être obtenues à partir des enregistrements sédimentaires. Il est toutefois possible d'obtenir une mesure fiable de *l'intensité relative* du champ géomagnétique si on arrive à normaliser l'aimantation rémanente naturelle (ARN) à la fraction de minéraux magnétiques contribuant à l'ARN (Tauxe, 1993). On peut ainsi tenter de s'affranchir des facteurs autres que le champ magnétique (facteurs environnementaux). En effet, la nature des minéraux magnétiques, leur granulométrie ainsi que les conditions de dépôt, fonctions des conditions environnementales, sont quelques uns des facteurs qui peuvent affecter l'ARN et qui peuvent être difficiles à supprimer par des techniques traditionnelles de normalisation.



**Figure 2.2** : Schéma du parcours des particules magnétiques de la colonne d'eau à leur enfouissement. Dans l'eau, la particule magnétique est soumise à un couple hydrodynamique lié au fluide et à un couple tendant à aligner le moment magnétique de la particule avec le champ magnétique ambiant. Une traînée visqueuse et des forces d'inertie tendent à s'opposer à ces mouvements et conduisent à des déplacements aléatoires. Au contact avec le sol, la particule est soumise à un couple gravitationnel qui va tendre à l'amener dans la dépression la plus proche. Une fois l'interface sol/eau franchie, la particule entre dans une région où le sédiment subit les premières étapes de la consolidation. Les forces de viscosité augmentent et le grain est immobilisé (profondeur de blocage). Restant à proximité de la surface, la particule peut être soumise à des perturbations d'origine biologique (bioturbation, dégazage, perturbation animale...) et se retrouver dans un nouvel équilibre avec les forces magnétiques et autres en présence. Profondément enfouies et soumises à la compaction, les particules magnétiques s'orientent en conséquence.

Les critères d'homogénéité permettant d'appliquer la procédure de normalisation, ont été discutés par différents auteurs (Levi et Banerjee, 1976; Sugiura, 1979; Banerjee et al., 1981; King et al., 1982, 1983; Tauxe, 1993). Ces critères sont devenus de plus en plus fins au fur et à mesure que les résultats s'accumulèrent. Ainsi un sédiment est un indicateur de la paléointensité du champ magnétique si (Tauxe, 1993):

- son aimantation est portée par la magnétite ;
- la granulométrie des porteurs de l'aimantation (magnétite) est comprise entre 1 et 15  $\mu\text{m}$  ; et si
- la variation de concentration en magnétite est inférieure à un ordre de grandeur.

---

Dans ces conditions, il est généralement admis que les différentes techniques de normalisation fournissent des résultats identiques. Ces techniques passent par l'étude des propriétés magnétiques des assemblages de grains constituant les sédiments. Elle repose sur l'analyse de la susceptibilité magnétique des sédiments et des aimantations artificielles acquise en laboratoire. La susceptibilité magnétique caractérise de façon indifférenciée la quantité de grains magnétiques dans un échantillon de sédiment. Pour préciser la nature des porteurs de l'aimantation on utilise l'aimantation rémanente isotherme (ARI) et l'aimantation anhystérétique (ARA). L'ARI est acquise à température ambiante par l'application d'un champ magnétique supérieur au champ coercitif des grains. L'ARA est quant à elle obtenue par l'action conjuguée d'un champ continu faible (de l'ordre du champ magnétique terrestre) et d'un champ alternatif fort qui décroît d'une valeur fixée jusqu'à zéro. L'intensité de l'ARA augmente avec l'intensité du champ continu appliqué jusqu'à un palier de saturation caractéristique des minéraux en présence.

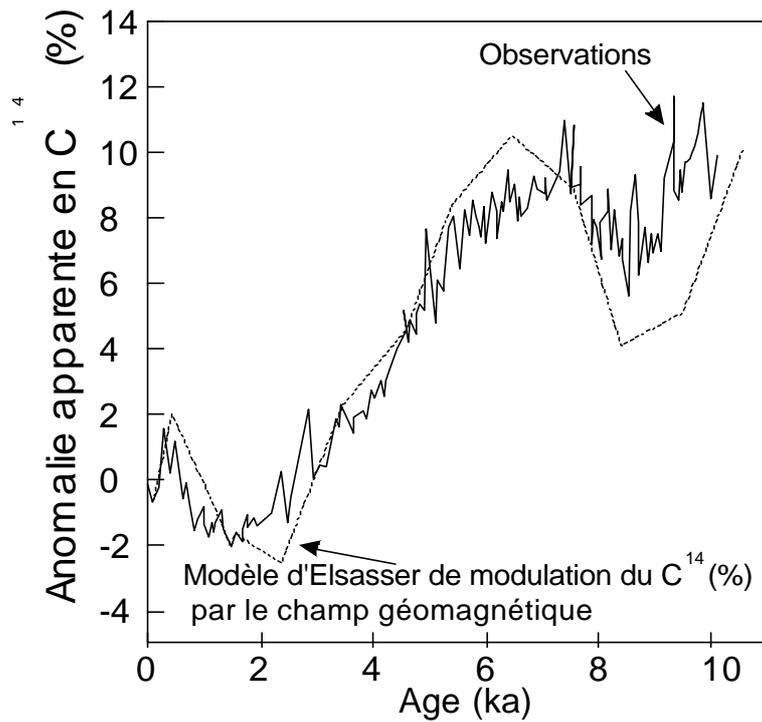
Comme vérification, a posteriori, on vérifie que les enregistrements d'une même région sont compatibles entre eux, une fois replacés sur une même échelle temporelle. D'autre part, les enregistrements de l'intensité paléomagnétique montrant une corrélation (cohérence) forte avec les paramètres liés aux propriétés moyennes des minéraux magnétiques, telle que la susceptibilité, doivent être regardés avec précaution (signe de mauvaise normalisation).

Pour résumer, la normalisation cherche à s'affranchir des facteurs environnementaux pour isoler, dans l'enregistrement sédimentaire, le signal lié uniquement à l'histoire de l'intensité du champ magnétique terrestre.

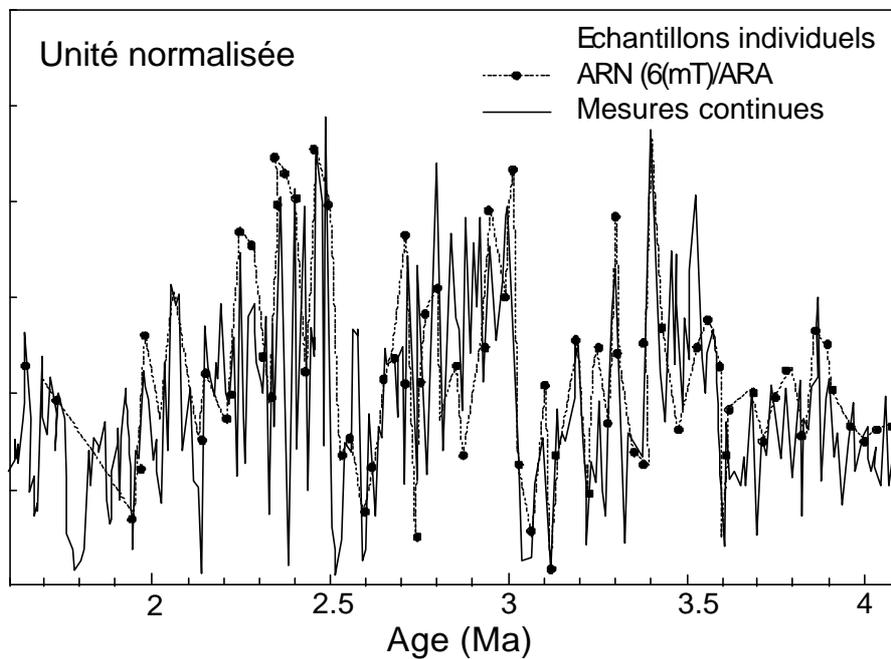
## 2 Problématique

La fiabilité de la reconstruction de l'histoire du champ magnétique terrestre est un objectif important. Sachant que les variations d'intensité du champ ont d'importantes applications en Sciences de la Terre (notamment les datations), les études d'intensité du champ restent très actives. En particulier, la capacité du champ magnétique terrestre à moduler la production de  $^{14}\text{C}$  de l'atmosphère supérieure a attiré l'attention sur les variations passées du dipôle géomagnétique (Fig 2.3). Bien que le lien entre production de radiocarbone et intensité du champ magnétique ait depuis longtemps été établi d'un point de vue théorique (Elsasser, 1956), ce n'est que récemment que les décalages dans les datations au  $^{14}\text{C}$  ont été associés à une diminution de l'intensité géomagnétique dans le passé (Bard et al., 1990; Mazaud et al., 1991; Broecker, 1992b).

Un autre domaine à considérer, bien que plus controversé, est celui de la modulation de la production de  $^{10}\text{Be}$  en fonction de l'intensité du champ géomagnétique (Frank, 2000), qui conditionne l'interprétation du  $^{10}\text{Be}$  dans les carottes de glaces ou de sédiments (Raisbeck et al., 1987; Mazaud et al., 1994; McHargue et al., 1994). Un autre aspect est la variation à long terme, apparemment en dents de scie, de l'intensité du champ (Valet et Meynadier, 1993, Mazaud, 1996 ; Meynadier et al., 1998) (Fig 2.4).

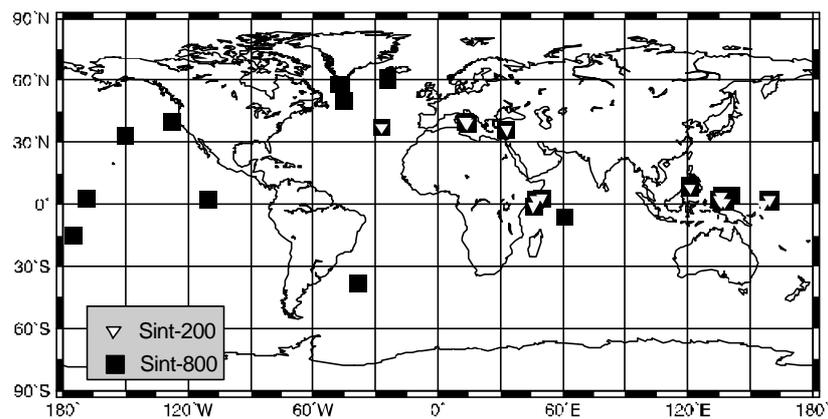


**Figure 2.3 :** Comparaison des variations observées de la production de  $^{14}\text{C}$  (Stuiver et al., 1986) et celles prédites par Elsasser et al. (1956) en utilisant les données du moment du dipôle magnétique. Données compliées par McElhinny et Senanayake (1982). Figure redessinée d'après Tauxe et Valet (1989).



**Figure 2.4 :** Comparaison des variations du rapport  $\text{ARN}_{15\text{mT}}/\text{susceptibilité}$  pour les forages 851B, C et E avec le rapport  $\text{ARN}_{65\text{mT}}/\text{ARA}_{20\text{mT}}$  des échantillons individuels du site ODP 851 E. La forme en dents de scie est conservée même après une désaimantation à 65 mT. Cette observation élimine la possibilité d'attribuer cette forme à une composante additionnelle visqueuse après 15-20 mT (D'après Meynadier et al., 1998).

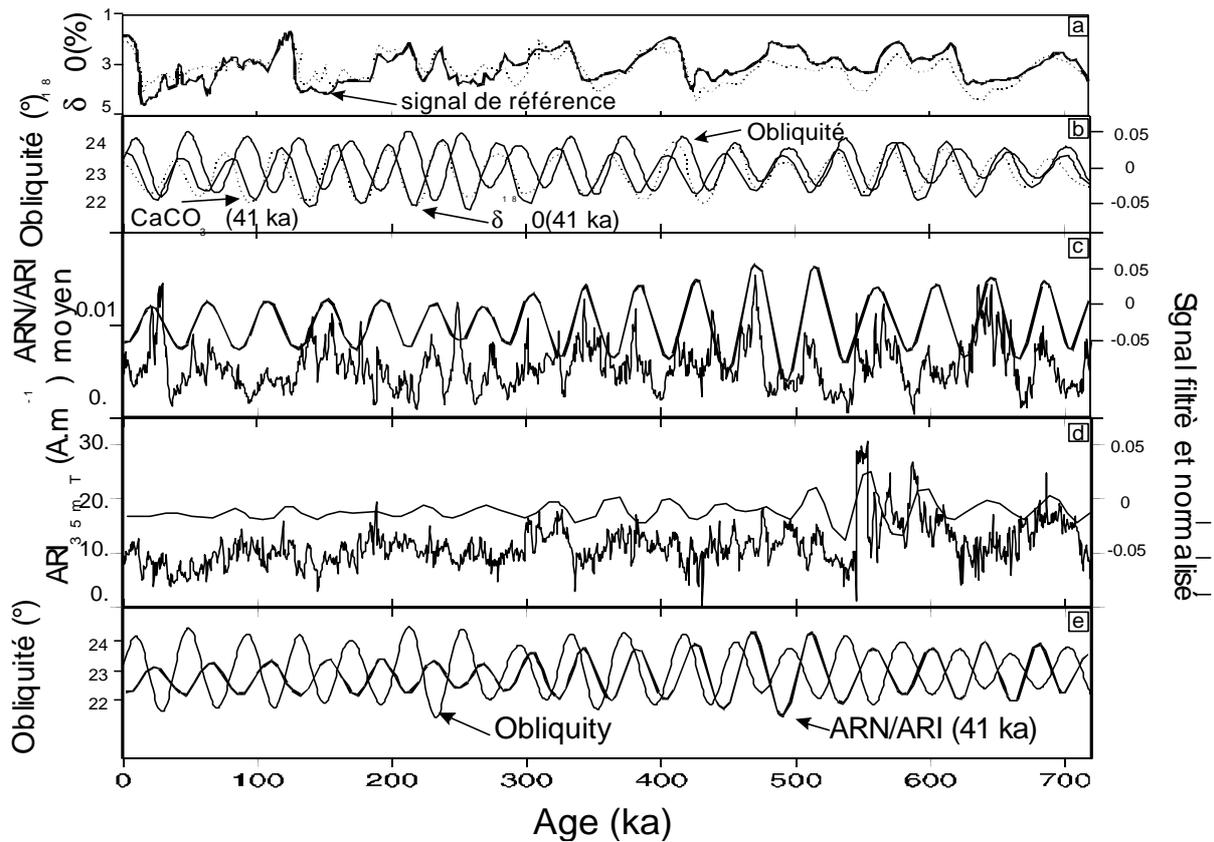
Plusieurs études de paléointensité magnétique ont été réalisées en différentes régions et différentes conditions paléo-océanographiques (Yamazaki et al., 1995; Schneider et al., 1996; Laj et al., 1996; Roberts et al., 1997; Channell et al., 1997; Tauxe et Hartl, 1997). Pour les 200 et 800 derniers milliers d'années, des résultats cohérents ont été obtenus par divers auteurs (Laj et al., 1996 ; Roberts et al., 1997 ; Channell et al., 1997, Tauxe et Hartl, 1997 ; Mazaud, 1996 ; Meynadier et al., 1998) sur les paléointensités relatives. Ils ont été synthétisés (Fig. 2.5) sous forme d'une courbe baptisée Sint-200 (Guyodo et Valet, 1996) et Sint-800 (Guyodo et Valet, 1999a). L'établissement d'une courbe de paléointensité standard (Sint-800) a ouvert un nouveau champ d'application : « paléointensité stratigraphie ». Cette courbe est particulièrement utile à l'estimation des ages des sédiments marins de la fin du Pliocène, indépendamment de la stratigraphie des isotopes de l'oxygène (Stoner et al., 1998).



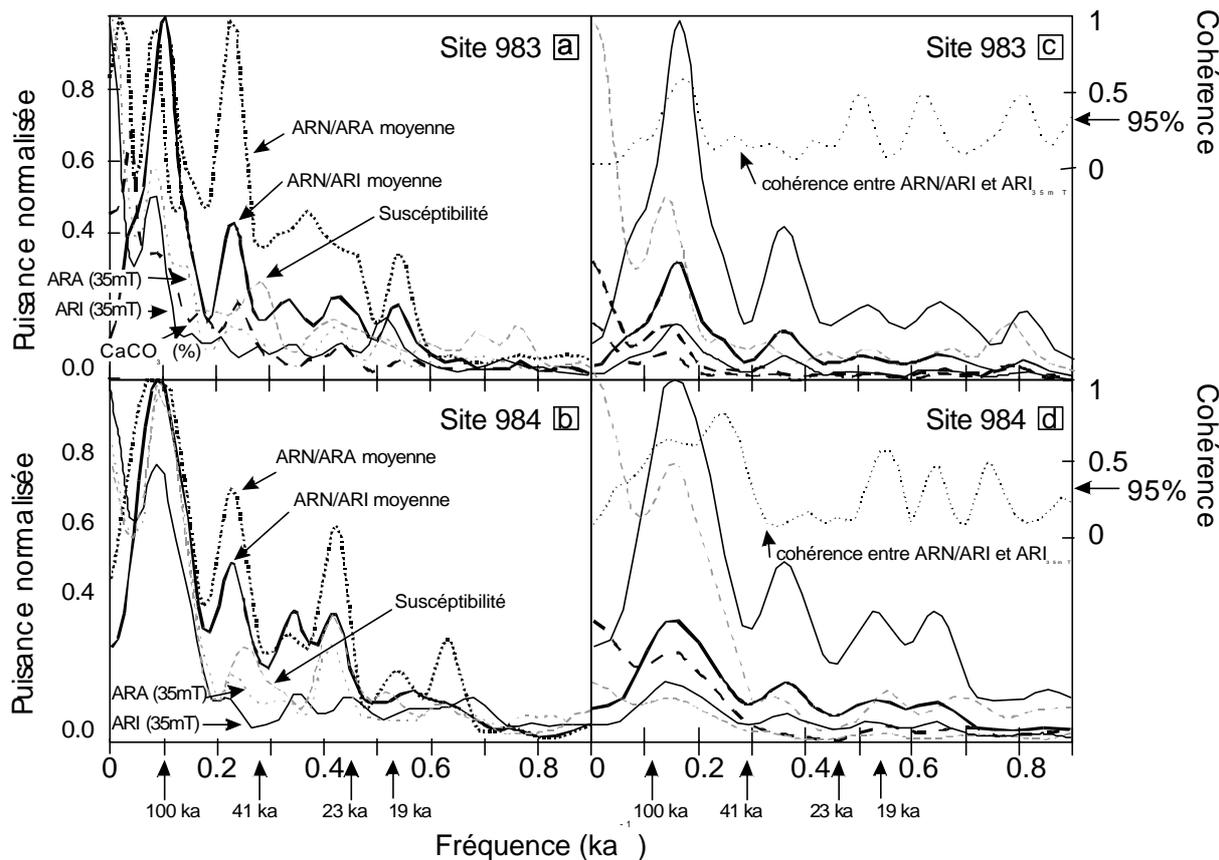
**Figure 2.5** : Distribution des sites géographiques ayant servi à la construction de la courbe Sint-200 (triangles blancs) et Sint-800 (carrés noirs). Données de Guyodo et Valet (1996, 1999a).

Les relations possibles entre champ géomagnétique et paramètres orbitaux de la Terre animent un débat depuis les années 1970 (Wollin et al., 1971; Kent et Opdyke 1977). En effet, les variations des propriétés magnétiques et lithologiques des sédiments induites par les changements climatiques peuvent affecter de manière significative l'intensité de l'ARN des sédiments (Kent, 1982). Récemment, Channell et al. (1998) ont trouvé sur les sites ODP 983 et 984 (Atlantique Nord) une périodicité autour de 41 ka dans l'enregistrement des paléointensités relatives des dernières centaines de milliers d'années (~800 ka pour le site 983, et ~400 ka pour le site 984) (Figs 2.6 et 2.7). Les enregistrements de paléointensité montrant une faible corrélation avec les variations lithologiques pour les fréquences proches de l'obliquité, indiquant que la normalisation est correcte, ont permis aux auteurs d'avancer l'hypothèse d'un forçage orbital du paléo-champ magnétique. Yamazaki et Ioka (1994) ont aussi observé de possibles cyclicités autour de 40 ka dans les variations d'inclinaison enregistrées dans des sédiments du Pacifique Ouest équatorial. Etablir la présence ou l'absence de forçages orbitaux du champ géomagnétique nécessite d'accumuler et de traiter finement de nombreux enregistrements de paléointensité de haute qualité. Nous proposons, maintenant, de ré-inspecter les données du site ODP 983 pour la période 0 - 1.1 Ma.

## Site 983



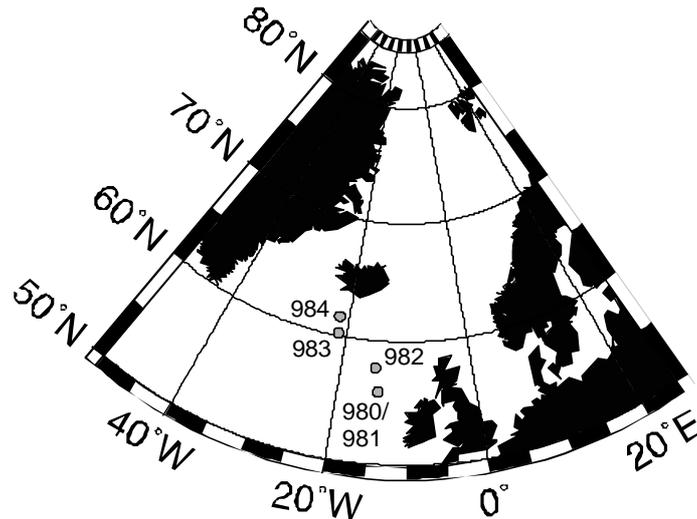
**Figure 2.6 :** Site ODP 983. Enregistrement de la paléointensité du champ géomagnétique terrestre (ARN/ARI), normaliseur (ARI). (a) Les modèles d'âges ont été construits par corrélation avec les données isotopiques de l'oxygène avec un signal standard de référence combinant l'enregistrement SU90-08 de 0 à 130ka BP, les enregistrements SPECMAP entre 130-290 ka (Martinson et al., 1987) et entre 290 et 350 ka (Imbrie et al., 1984) et les données du site ODP 677 pour la période 350-750 ka (Shackelton et al., 1990). Une interpolation linéaire entre 35 points de référence a conduit au modèle d'âge proposant 779 ka pour la limite Brunhes-Matuyama. (b)  $\delta^{18}O$  et concentration en  $CaCO_3$  filtré avec un filtre gaussien passe-bande centré sur  $0.0244 \text{ ka}^{-1}$  (41 ka) avec une bande passante de  $0.005 \text{ ka}^{-1}$  comparé à la solution astronomique pour l'obliquité orbitale (Berger, 1978 ; Berger et Loutre, 1991). (c) Paléointensité (ARN/ARI) placée sur le modèle d'âge  $\delta^{18}O$  (ligne continue fine) et signal filtré avec un filtre gaussien passe bande centré sur  $0.0244 \text{ ka}^{-1}$  (41 ka) avec une bande passante de  $0.005 \text{ ka}^{-1}$  (trait continu épais). (d) ARI placée sur le modèle d'âge  $\delta^{18}O$  (ligne continue fine). Le trait épais est le signal filtré par un filtre gaussien passe bande centré sur  $0.0244 \text{ ka}^{-1}$  (41 ka) avec une bande passante de  $0.005 \text{ ka}^{-1}$ . (e) Paléointensité (ARN/ARI moyen) filtré avec un filtre gaussien passe bande centré sur  $0.0244 \text{ ka}^{-1}$  (41 ka) avec une bande passante de  $0.005 \text{ ka}^{-1}$  comparé à la solution astronomique pour l'obliquité orbitale (Berger, 1978 ; Berger et Loutre, 1991). (D'après Channell et al., 1998).



**Figure 2.7 :** Spectres de puissance et analyse de cohérence pour divers paramètres magnétiques et la concentration en  $\text{CaCO}_3$  déduit du programme AnalySeries (Paillard et al., 1996) et de la méthode de Blackman Tukey avec une fenêtre Bartlett. Pour le site 983 (a) et 984 (b), la composante de période 41 ka est présente dans les signaux de paléointensités (ARN/ARA, ARN/ARI) et dans la concentration en  $\text{CaCO}_3$  mais absente des autres paramètres magnétiques incluant les normaliseurs (ARA, ARI). Pour le site 983 (c) et 984 (d) : Spectres de puissance (traits continus épais) et niveau de confiance à 95% (traits fins) pour le rapport ARN/IRM (continu) et  $\text{ARI}_{35\text{mT}}$  (pointillé). La fonction de cohérence au carré entre ARN/ARI et  $\text{ARI}_{35\text{mT}}$  (pointillé) montre une absence de cohérence dans l'intervalle 0.02-0.03  $\text{ka}^{-1}$  (au niveau de confiance 95%).

### 3 Site ODP 983

Le site ODP 983 s'inscrit dans une campagne de forage (Leg 162, Sites 980-984) menée par le programme de recherche international Ocean Drilling Program (ODP). L'un des objectifs scientifiques de cette campagne fut d'étudier la reconstruction de l'histoire océanique de l'Arctique et de l'Atlantique Nord. Depuis plus de deux millions d'années, ces régions sont le siège de périodes de croissance et de fonte des calottes de glace. Elles constituent ainsi une zone clé pour les échanges océan/atmosphère : transfert de chaleur de l'océan vers l'atmosphère aux hautes latitudes et renouvellement des eaux profondes de l'océan (Oppo et Lehman, 1993). Ces zones de passage Atlantique/Arctique exercent ainsi une influence majeure sur la variabilité du climat.



**Figure 2.8** : Sites (980-984) de la campagne ODP Leg 162.

Le site 983 ( $60^{\circ}24'N$ ,  $23^{\circ}38'W$  – 21-23/07/1995 – longueur de l'enregistrement environ 260 m), est justement situé à la porte de ces circulations (Fig 2.8). En conjonction avec les sites 980, 981 et 982 à l'Est et le site 984 au Nord, ces sites forment un profil NW-SE s'étendant entre  $24^{\circ}W$  et  $14^{\circ}W$  et couvrant la zone de circulation océanique entre les deux bassins. Des comparaisons entre les enregistrements au travers des différents sites a permis d'étudier les variations de la température de l'eau de surface et l'hydrographie pendant le Pliocène-Pleistocène.

Le site 983 permet d'examiner un nombre de questions en liens avec les « sous-cycles de Milankovitch ». En effet, la construction d'une section composite pour ce site montre d'importantes variations à des échelles de temps proches de celles de Milankovitch pour de nombreux paramètres (couleur, composition en foraminifères et en isotopes stables, propriétés physiques). Le détail des objectifs et des travaux réalisés sur ce site sont donnés dans Raymo et al. (1996, 1999). Les carottes obtenues sont composées de sédiment allant de la fin du Pliocène jusqu'à l'Holocène (2.0 à 0 Ma). Les âges estimés sont compatibles avec les biostratigraphies et les données magnétiques. Ils indiquent que la séquence sédimentaire du site 983 est continue et dépourvue de hiatus. Les taux de sédimentation ont été déterminés en combinant les polarités magnétiques avec les données de biostratigraphies (Channell et Kleiven, 2000). Ces taux vont de 9 cm/ka au Pléistocène jusqu'à 17 cm/ka dans la section d'âge Pliocène supérieur et forment ainsi un enregistrement sans précédent des variations glaciaires-interglaciaires et millénaires des circulations océaniques et des températures d'eau de surface pendant le Pliocène-Pléistocène.

L'étude des propriétés magnétiques des carottes a permis d'identifier les transitions Brunhes/Matuyama ainsi que Jaramillo. La forte aimantation rémanente et les forts taux de sédimentation de ce site permettent d'étudier les transitions du champ magnétique et ses variations séculaires. Les relations entre le champ géomagnétique et les paramètres orbitaux observées sur les sites ODP 983 et 984, d'abord interprétées en tant que forçage orbital de l'intensité du champ paléomagnétique par Channell et al. (1998) sont ré-inspectées ci-après.

---

## **4 Analyse par ondelettes de la paléointensité géomagnétique relative au site ODP 983**

Article publié à *Earth Planetary Science Letters*, Vol **184**, pp. 109-123, 2000.

Titre et résumé en Français:

### **Analyse par ondelettes de la paléointensité géomagnétique relative au site ODP 983**

Nous avons effectué une analyse spectrale d'un enregistrement de la paléointensité géomagnétique relative obtenue au site ODP 983 couvrant la période 0 – 1.1 Ma. Les résultats confirment la présence de composantes significatives à des fréquences correspondant aux paramètres orbitaux de la Terre (excentricité, obliquité, précession). La construction d'un spectre à fenêtre glissante qui a établi le comportement non-stationnaire de ce signal à ces fréquences, demande l'usage d'une nouvelle technique de traitement du signal. L'utilisation des ondelettes a permis de délimiter les intervalles de l'enregistrement pour lesquels ces fréquences sont présentes. Pour ces intervalles, l'enregistrement de la paléointensité est en cohérence avec l'aimantation rémanente induite (ARI), utilisée pour « normaliser » l'aimantation rémanente naturelle (ARN) et le rapport ARA/k. Ces résultats suggèrent que les fréquences orbitales présentes dans l'enregistrement de la paléointensité magnétique sont d'origine lithologique plutôt qu'une expression de la géodynamo elle-même. Cependant, ce signal est suffisamment faible pour ne pas affecter la représentativité de l'enregistrement ni sa possibilité d'être corrélé avec d'autres enregistrements mondiaux.

---

WAVELET ANALYSIS OF RELATIVE GEOMAGNETIC PALEOINTENSITY AT ODP SITE  
983

Yohan Guyodo<sup>1</sup>, Philippe Gaillot<sup>2,3</sup>, and James E.T. Channell<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Geological Sciences, University of Florida, Gainesville, Florida, USA.

<sup>2</sup> CNRS UMR 7516, Imagerie tectonique, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France.

<sup>3</sup> CNRS UMR 5563, Pétrophysique et Tectonique, Université Paul Sabatier, Toulouse, France.

**Abstract** - We performed a spectral analysis of a record of relative geomagnetic paleointensity obtained at ODP Site 983, covering the time interval 0-1.1 Ma. The results confirm the presence of significant power at frequencies corresponding to the earth orbital parameters (eccentricity, obliquity, precession). The construction of the evolutionary spectrum allowed us to establish the non-stationarity of the signal at those frequencies. The subsequent use of wavelet techniques made it possible to demarcate the time intervals over which orbital frequencies are present in the record. For those intervals, the paleointensity record shows some coherency with the IRM, normalizer of the NRM, and the ratio ARM/k. These results suggest that the orbital frequencies embedded in the paleointensity record are the expression of lithologic variations, and probably not a characteristic of the geodynamo itself. Extracting (filtering) these wavelet components from the Site 983 paleointensity record indicates, however, that this secondary overprint is of sufficiently low level that it has a minor effect on the overall character of the record.

*Key words:* paleomagnetism, wavelet analysis, magnetic intensity, spectral analysis.

### Introduction

In the past ten years, more than 30 sedimentary records of relative paleointensity of variable resolutions and durations have been published (e.g. [1-15]). This fast growing database is believed to reflect the time evolution of the geomagnetic dipole field intensity, hence constraining the models aimed at describing the processes governing the geodynamo. Evidence for the reliability of sedimentary records of relative paleointensity is provided by the high degree of correlation between individual records from different regions of the world [15-18]. Additional proof comes from the covariance of these records with paleointensity proxies derived from cosmogenic radionuclides such as <sup>10</sup>Be and <sup>36</sup>Cl [19-21]. Since geomagnetic intensity may vary on a global scale, the use of relative

paleointensity records as a correlative tool is of great interest. Relative paleointensity stratigraphy may offer a time resolution greater than  $\delta^{18}\text{O}$  techniques, which could be of crucial importance for correlation and dating of climate proxy records in sediments. Integration of these paleointensity records [15-17] into composite records has provided target curves (NAPIS-75, Sint-200, Sint-800) for the last 800 thousand years. Significant refinement of these curves will be achieved with additional high quality records, and the routine use of quantitative methods of investigation such as jackknife techniques, coherence function spectrum, and in some cases wavelet analysis.

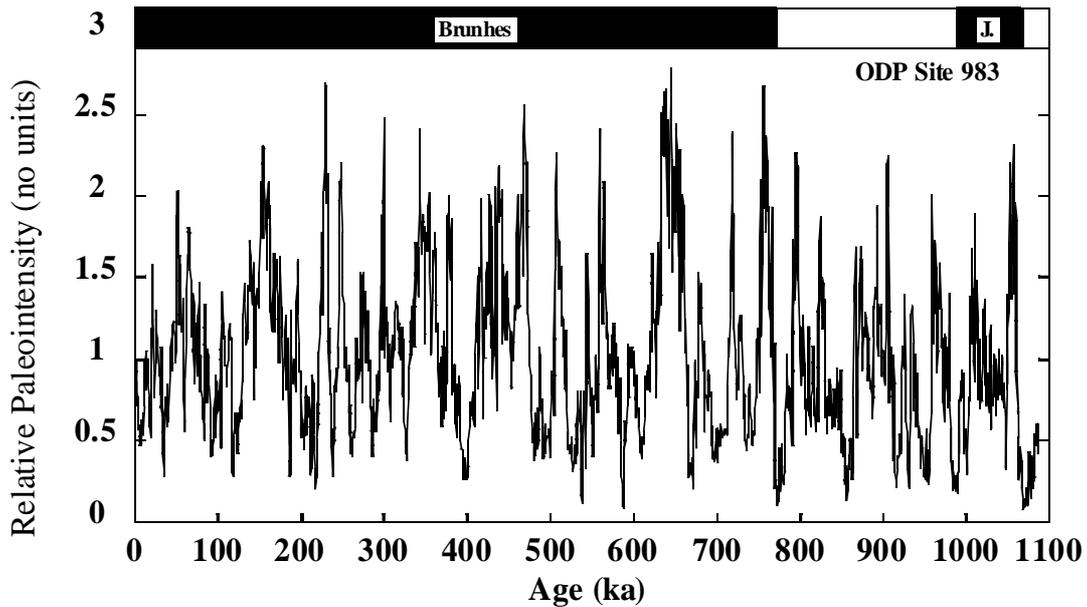


Figure 2.9: Relative geomagnetic paleointensity record at ODP Site 983.

The scope of our paper is to present the wavelet analysis of a recently published record of relative paleointensity from Ocean Drilling Program (ODP) Leg 162 Site 983 [1-3]. Site 983 (60.4° N, 23.64° W) is of particular interest because it provided a high latitude, high resolution paleomagnetic record (average sedimentation rate of 12.3 cm/kyr), characterized by a high density of age calibration points. The magnetic properties were measured on U-channel samples [22], using the 2-G enterprises pass-through magnetometers located at Gif-sur-Yvette (France) and at the University of Florida [23,24]. The natural remanent magnetization (NRM), the anhysteretic remanent magnetization (ARM), and the isothermal remanent magnetization (IRM) were progressively alternating field demagnetized, and measured at each demagnetization step [1-3]. The magnetic susceptibility ( $k$ ), the ARM, and the IRM were used to normalize the NRM for variations in concentration of magnetic grains and construct paleointensity proxies. Comparison of the three estimates for several demagnetization steps pointed to the ratio NRM/IRM as the best paleointensity proxy at this site [1-3].

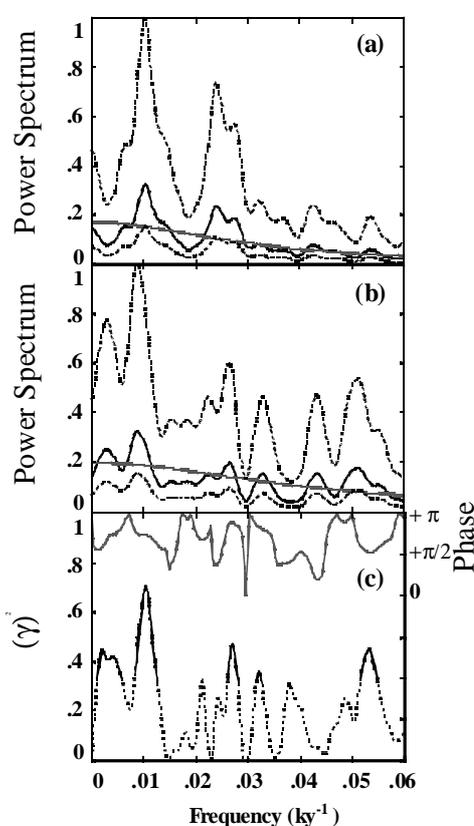
An initial spectral investigation of the ODP Site 983 paleointensity record was performed for the interval 0-725 ka [2]. The power spectrum revealed the existence of significant

power at the earth orbital eccentricity (0.01 kyr<sup>-1</sup>, 100 kyr) and obliquity (0.0244 kyr<sup>-1</sup>, 41 kyr) frequencies. A similar analysis was performed on the bulk magnetic parameters, and showed that the cycles at 100 kyr were present in all the records. The paleointensity signal at 100 kyr was therefore attributed to a lithologic overprint. In contrast, the 41 kyr cycles were not observed in the bulk magnetic parameters, and it was concluded that the obliquity cycles observed in the paleointensity record may be geomagnetic in origin, and that the geodynamo may be influenced by the orbital obliquity. Another spectral analysis on the interval 700-1100 ka yielded similar results [3]. The signal to noise ratio in the bulk magnetic parameters is however relatively low for these frequencies so that small intervals with significant power at orbital frequencies may have been missed by the initial Fourier analysis. Given the high resolution and superior age control in this record, it provides a unique opportunity to try spectral methods of greater resolution. The present study concerns the entire paleomagnetic record, covering the last 1100 kyr (Fig. 2.9). Over this interval, we applied wavelet analysis techniques in search of potential non-stationarities, and to investigate the possibility of previously undetected coherency between the paleointensity signal and the bulk magnetic parameters.

## Spectral analysis

### Global Power Spectrum

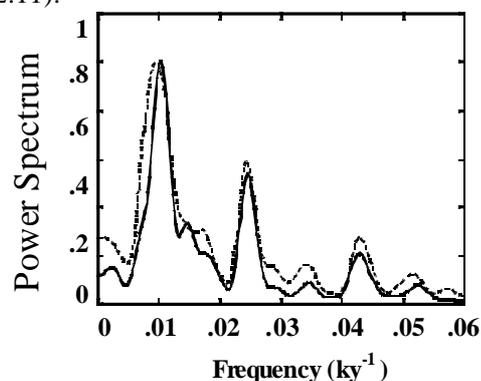
Figure 2.10 represents the global power spectrum calculated for the paleointensity and the IRM (normalizer) records, along with the associated coherence function (squared coherence and phase). The spectrum was obtained using the Blackman-Tukey method and a Bartlett window [25]. The power spectrum calculated for the 0-1100 ka paleointensity record reveals two maxima associated with frequencies close to those of the earth orbital parameters (Fig. 2.10).



**Figure 2.10:** Power spectra of (a) the relative paleointensity record and (b) the IRM record at ODP Site 983. The sloping lines represent the best fit estimates for the background (red noise) spectra. The dashed lines correspond to the confidence limits at the 95% confidence level. (c) Coherence function (square coherence and phase) between the paleointensity record and the IRM. The dashed line corresponds to signals below the 95% confidence level.

A first significant peak is found at  $0.01 \text{ kyr}^{-1}$  (100 kyr), and a second broader peak is found between  $0.021 \text{ kyr}^{-1}$  (48 kyr) and  $0.029 \text{ kyr}^{-1}$  (35 kyr). In contrast to the first analysis performed over the interval 0-725 ka [2], the

peak at  $0.0244 \text{ kyr}^{-1}$  (41 kyr) is a double peak (first maximum at  $0.0240 \text{ kyr}^{-1}$  and second at  $0.0273 \text{ kyr}^{-1}$ ). This could be the result of some inaccuracies in dating, or the expression of the various dynamics of the system. As a check, we applied the same spectral analysis to the benthic and planktic  $\delta^{18}\text{O}$  records which were used to construct the age model (Fig. 2.11).

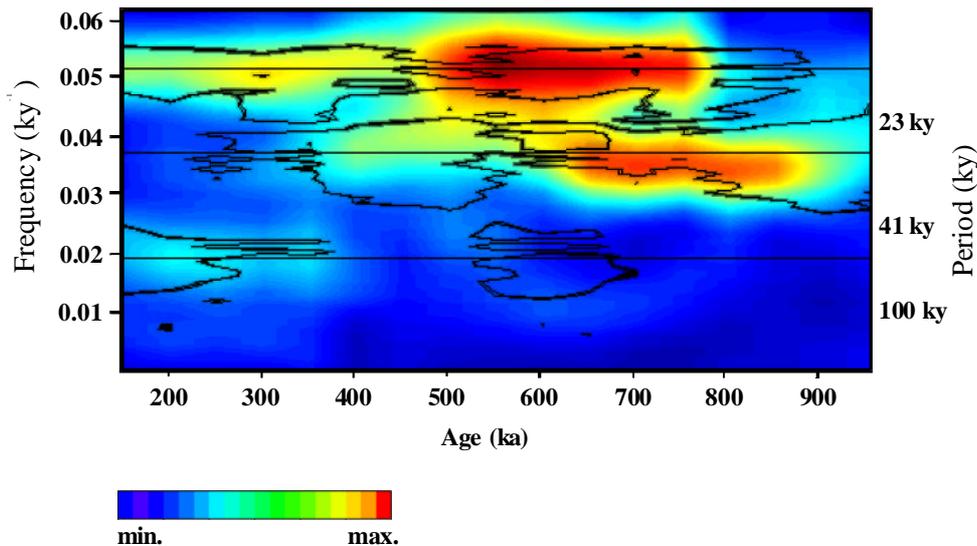


**Figure 2.11:** Power spectra of the benthic (solid line) and planktic (dashed line)  $\delta^{18}\text{O}$  records at Site 983.

They yielded very clear power spectra, with a sharp peak at 41 kyr showing that the double peak observed in the paleointensity power spectrum is not due to dating inaccuracies. In addition, some coherence can be observed between the IRM and the paleointensity for periods close to the eccentricity and the obliquity. However, the IRM spectrum is very close to the one of a red noise (Fig. 2.10), suggesting some caution in the interpretation of this apparent coherence. A better understanding of the origin of these signals may arise from the reconstruction of the time evolution of the power spectrum.

### Evolutionary Power Spectrum

One way of assessing the time evolution of a time series power spectrum is to compute the evolutionary power spectrum of that series, which can be represented as a color diagram displaying ages on the horizontal axis, frequencies on the vertical axis, and indexed colors for the power spectrum. We constructed the evolutionary spectrum of the ODP Site 983 paleointensity record by calculating the power spectrum of the time series within a sliding window of 300 kyr width and a translation step of 50 kyr, using the same spectral method as for the global spectrum (Fig. 2.12).



**Figure 2.12:** Evolutionary power spectrum of the paleointensity record at Site 983. The spectrum was obtained using a sliding window of 300 kyr width and steps of 50 kyr. The contour lines correspond to the best fit estimate of the background spectrum.

The results show that the spectral content of the paleointensity record is time dependent. The last ~800 kyr is the only time interval when the signal corresponding to the eccentricity (100 kyr,  $0.01 \text{ kyr}^{-1}$ ) is present. The bandwidth associated with the obliquity (41 kyr,  $0.0244 \text{ kyr}^{-1}$ ) is observed solely between ~400 ka and ~900 ka, and displays a frequency shift around ~600 ka. This observation accounts for the two peaks observed in the global power spectrum, which may be interpreted as a result of the time dependency of the power spectrum. However, it does not tell us about the origin of the signal, nor if these two peaks are the expression of the obliquity only, or a combination of several signals including the obliquity. The signal in this spectral band drops below the background spectrum (as defined by the red noise spectrum associated with this record) around ~600 ka, over an interval of ~100 kyr. This indicates that the spectral content of the paleointensity record varies over time scales shorter than the window used to calculate the power spectra (i.e., 300 kyr). As a consequence, although the evolutionary spectrum represents an improvement relative to the global approach, it is inappropriate for resolving the small time scales present in this record. A better resolution of the periodicity around 41 kyr could be obtained by reducing the size of the sliding window. However, it would generate aliasing of the lower frequencies and reduce

the quality of the output at that scale. In order to solve this problem, we must use a method providing spectral information that is scale independent. The wavelet transform is a good candidate for such a task.

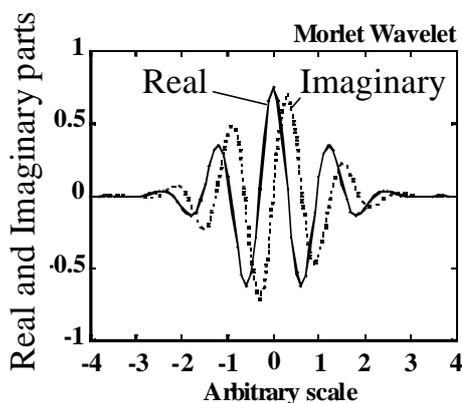
## Wavelet analysis

### *Description of the method*

Wavelet analysis provides an automatic localization of specific behaviors such as cyclic patterns or discontinuities, both in time and frequency (e.g. [26,27]). In contrast to the Fourier transform which is computed using a single time window of constant width, the wavelet transform is a multi-scale method that uses narrow windows at high frequencies and wide windows at low frequencies [28]. Therefore, wavelet analysis contrasts strongly with the classical Fourier transform and the windowed spectral analysis, which do not detect temporal discontinuities, are not able to distinguish between continuous low-amplitude and non-stationary high-amplitude signals, and do not provide information on the temporal persistence of periodicities. The continuous wavelet transform (CWT) of a time series  $f(t)$  is defined as:

$$W\mathbf{y} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi} \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad 2.1$$

where  $\Psi$  is a base wavelet characterized by a length much shorter than the time series  $f(t)$ . The wavelet  $\Psi(t)$  must be a function with a compact support and zero mean. The second property (admissibility condition) ensures that  $\Psi(t)$  has a wiggle (i.e., is wave like), and the first ensures that it is not a sustaining wave. In the present paper, we used the Morlet wavelet [26,29] because its shape is similar to a periodic sinusoidal function, suitable for investigating periodicities (Fig. 2.13).



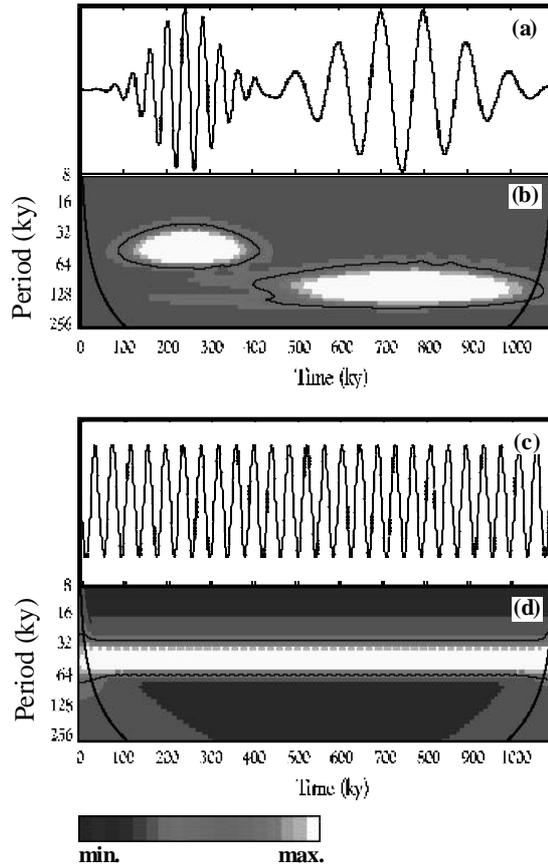
**Figure 2.13:** The Morlet wavelet used to compute the wavelet transform. The solid line corresponds to the real part of the wavelet function, and the dashed line to its imaginary part.

The Morlet wavelet  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{p}^{-1/4} e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2}$  (in our case  $\omega_0=5$ ) is a complex valued function enabling extraction of information on both the amplitude and phase of the process being analyzed. The normalizing constant  $1/\sqrt{a}$  is chosen so that  $\Psi_a(t)$  has the same energy for all scales. The scale parameter (or dilatation factor),  $a$ , determines the characteristic frequencies at which the wavelet transform is computed. In our case, the dilatation scales were chosen so that the equivalent Fourier period is given by  $2^{kdk} t_0$ , where  $t_0$  is the sampling rate of the time series. The parameter  $kdk$  is chosen so that it is possible to cover the Fourier domain of interest (here the one containing 23 kyr, 41 kyr, and 100 kyr) with an appropriate resolution [27]. A reading of the wavelet power spectrum can be obtained by constructing a color diagram with the ages on the horizontal axis and the scales (or the

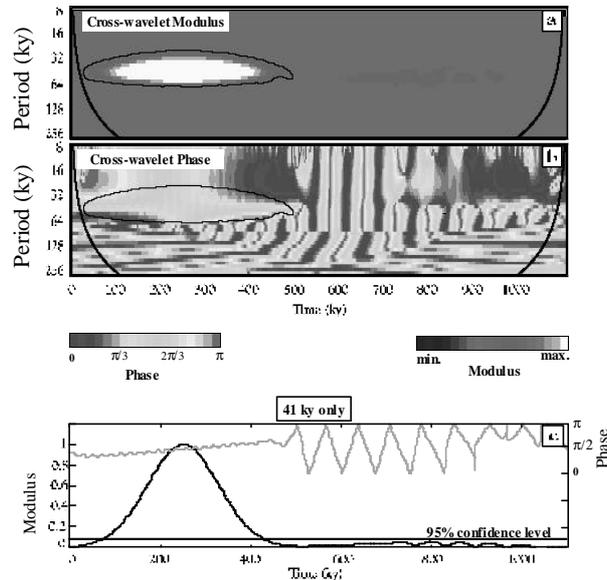
equivalent Fourier periods) on the vertical axis; the modulus of the wavelet transform being represented by colored patches [27]. This type of diagram is therefore comparable to an evolutionary power spectrum, and can be revealing about the structure of a particular process. The main difference between the wavelet and the Fourier decomposition is in the support of the respective basis functions. The wavelet transform coefficients are influenced by local events, while the Fourier coefficients are influenced by the function on its entire domain. This makes the wavelet spectrum a better measure of the variance attributed to localized events (see [28]). Figure 2.14 represents the wavelet power spectra of two synthetic time series  $x_1(t)$  and  $x_2(t)$ . The first series  $x_1(t)$  is a modulated function containing periodic signals at 41 kyr and 100 kyr. The second function  $x_2(t)$  was constructed from a sinusoidal function of period 41 kyr in quadrature with  $x_1(t)$ . The wavelet power spectra in Figure 2.14 show the modulations characterizing  $x_1(t)$ , as well as the time intervals over which the 41 kyr and the 100 kyr signals are actually present.

In addition to the wavelet power spectrum, it is possible to construct the cross-wavelet spectrum  $W_{\psi}^{xy} = W_{\psi}^x W_{\psi}^{y*}$  of two time series  $x(t)$  and  $y(t)$  from their respective wavelet transforms  $W_{\psi}^x$  and  $W_{\psi}^y$  ( $W_{\psi}^{y*}$  is the complex conjugate of  $W_{\psi}^y$ ). Subsequently, cross-wavelet power (modulus) and phase can be extracted. Local maxima in power provide information about the scales at which coherent events have a significant contribution. In Figure 2.15 we present the cross-wavelet power and phase of the synthetic series  $x_1(t)$  and  $x_2(t)$ . The diagrams show that the covariance between the two series is limited to the first half of the records (i.e. where the 41 kyr period exists in both series). In addition, the cross-wavelet phase gives the phase relationship between the two series (here equal to  $\pi/2$ ), which is stable only over the interval containing the 41 kyr signal.

In order to facilitate the interpretation of this type of diagram, one can define a level above which a maxima in the wavelet spectrum or in the cross-wavelet power is statistically significant. It has been shown that each point in the wavelet power spectrum is statistically distributed as a  $\chi^2$  with two degrees of freedom about the background spectrum [27].



**Figure 2.14:** Examples of wavelet spectra obtained for synthetic time series. The first series contains (a) two periodic signals (41 kyr, 100 kyr) over different intervals, which are visible on the wavelet spectrum (b). The second series (c) has a single frequency, which yielded a clear wavelet spectrum (d). The contour lines represent the confidence level at 95%. The thick black line on the left and right edges of the spectra indicates the regions of the diagram where the edge effects become important.



**Figure 2.15:** Cross-wavelet spectrum (a) and phase (b) for the same two time series as in Figure 2.14. The two series are coherent only over the first half of the record, over which they display a phase lag of  $\pi/2$ . (c) Cross-wavelet spectrum and phase for the Fourier period 41 kyr only.

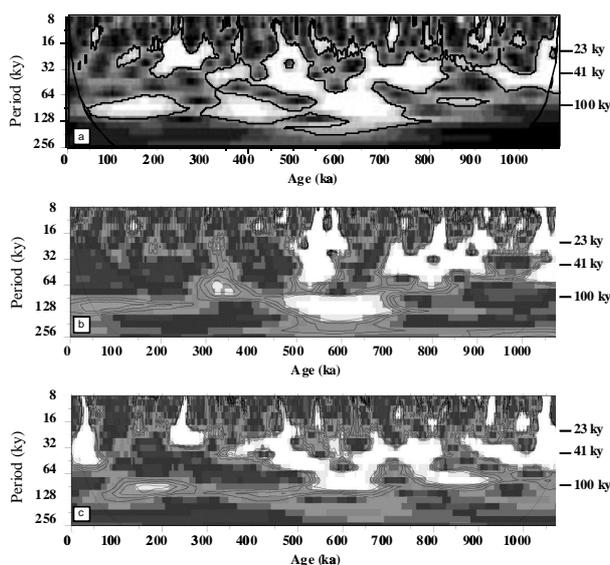
The confidence level at each scale is therefore the product of the background spectrum and the desired significance level (for instance 95% confidence) from the  $\chi^2$  distribution. Here, the background spectrum is determined by calculating the time-average of the wavelet spectrum [27]. Similarly, the confidence levels of the cross-wavelet spectrum can be derived from the square root of the product of two  $\chi^2$  distributions [27,30].

If one wants to focus on a specific scale (or the equivalent Fourier period), the cross-wavelet spectrum and phase can be represented for this particular scale only (Fig. 2.15c). This corresponds to a reading of the information provided by Figures 2.15a and 2.15b along a horizontal ligne placed at 41 kyr.

#### *Wavelet Power Spectrum of ODP Site 983 paleointensity record*

We computed the wavelet transform of the relative paleointensity record at ODP Site 983. The wavelet power spectrum, modulus of the wavelet transform, is shown on Figure 2.16a. Essentially, the features initially observed in the evolutionary power spectrum are depicted with more detail. The signal for the 100 kyr period (possibly the eccentricity signal) is restricted to the last ~750 kyr and shows some modulations, with three maxima centered at ~150 ka, ~400 ka, and ~650 ka.

The signal at 41 kyr (obliquity) is observed over relatively short periods of time. Three main intervals can be distinguished: 400-550 ka, 650-825 ka, and 950-1100 ka. Furthermore, the apparent shift in frequencies observed in the evolutionary power spectrum does not appear on the wavelet spectrum. In contrast, it reveals the existence of a complex structure over the interval 400-550 ka, characterized by scales with equivalent Fourier periods ranging from 10 to 70 kyr. Therefore, only a small fraction of the intensity seems to be carried by the 41 kyr period signal over this interval, which accounts also for the shift observed in the evolutionary power spectrum. A few patches corresponding to the 23 kyr signal (precession) are also present in the wavelet power spectrum, essentially around ~250 ka, ~500 ka, and ~1050 ka. These intervals were barely detected by the evolutionary spectrum. In addition, several small-scale features of short duration are scattered though the wavelet spectrum. These features correspond to intervals in the paleointensity record characterized by large amplitude variations such as for instance the intervals 30-60 ka, or 100-160 ka (Figs. 2.9, 2.16). These intervals of major change in relative paleointensity do not correspond to parts of the paleointensity records containing frequencies similar to the orbital obliquity.



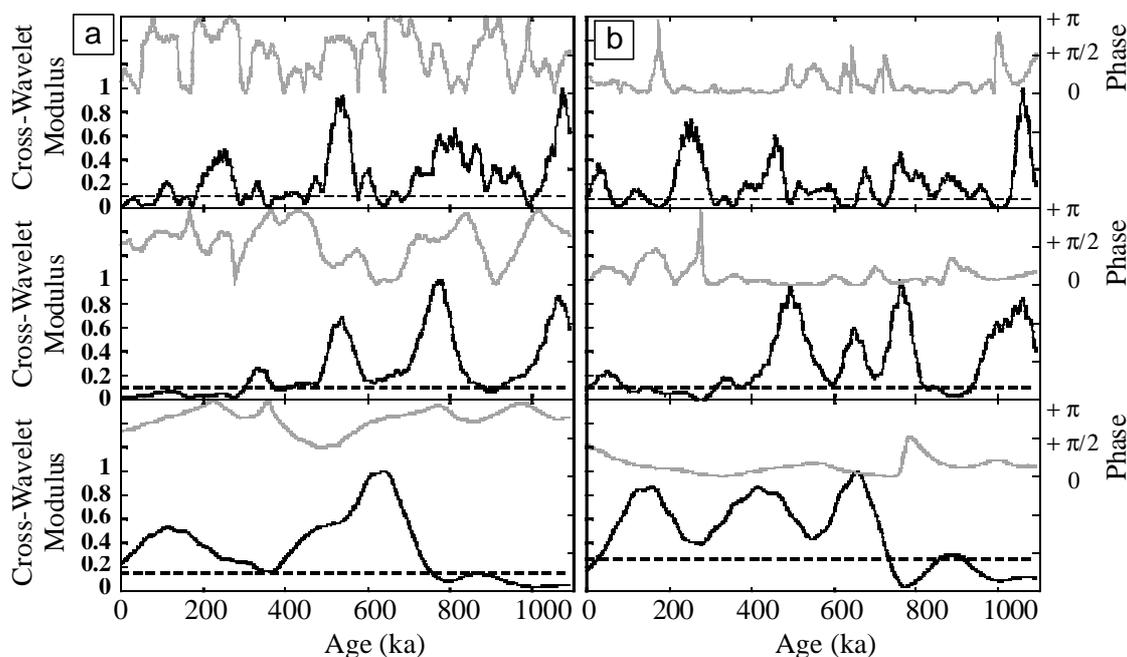
**Figure 2.16:** (a) wavelet spectrum of the paleointensity record at Site 983, showing the time intervals where significant power exists at frequencies corresponding to the earth orbital parameters. (b) wavelet spectrum of the IRM. (c) wavelet spectrum of the ratio ARM/k.

In order to understand the origin (climatic overprint or orbital forcing) of the periodic signals detected by the wavelet transform, we performed the same analysis on the IRM (Fig. 2.16b), which was used to normalize the NRM and yield the paleointensity proxy. As for the spectral method involving the calculation of coherence functions, a match between the wavelet spectrum of the paleointensity record and the one of the IRM would indicate an incomplete normalization of the NRM. We also calculated the wavelet transform of the ratio ARM/k (Fig. 2.16c), which can be used as a proxy for relative changes in grain size of magnetite, the principal remanence carrier. Figures 2.16b and 2.16c show significant power in frequencies corresponding to the orbital parameters over time intervals similar to those of the paleointensity record (Fig. 2.16a). The existence of some intervals over which the IRM and the paleointensity records depict similar wavelet power spectra suggests that part of the lithologic component of the NRM was not completely removed by the normalization with IRM. The similarity seems to be greater for ARM/k (Fig. 2.16c), suggesting that the NRM does not depend on the magnetic field and the magnetic concentration alone, but also on the magnetic grain size. This would explain why the IRM,

influenced by the concentration of a particular grain size fraction, and not as sensitive to grain size as ARM/k, would not be able to fully normalize the NRM at orbital frequencies. A quantitative assessment of this covariance can be obtained by calculating the cross-wavelet spectrum between the paleointensity record and the magnetic parameters, following the same philosophy as when computing coherence function spectra from the global spectral analysis.

#### *Cross-wavelet spectra*

We calculated the cross-wavelet spectrum of the relative paleointensity record versus the IRM and the ratio ARM/k, and subsequently extracted cross-wavelet powers and phases. Instead of plotting these results in the form of pictures which contain a lot of information and are sometimes difficult to interpret, we have selected only the relevant scales (i.e., 23 kyr, 41 kyr, and 100 kyr). The results show significant covariance between the relative paleointensity record and both the IRM and the ratio ARM/k in specific intervals of the time series (Fig. 2.17).

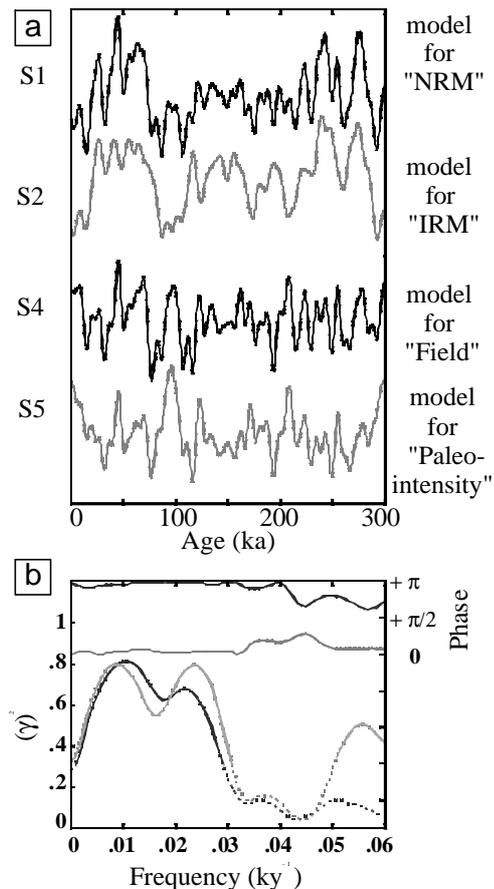


**Figure 2.17:** Cross-wavelet spectra (power and phase) of (a) the paleointensity record versus the IRM and (b) the paleointensity record versus the ratio ARM/k. We selected the scales corresponding to the earth's orbital parameters.

For each frequency, this covariance is observed over the same time intervals as those showing significant power in the paleointensity. When a high correlation is observed, the paleointensity signal tends to have inverse phase with respect to IRM, while it is in phase with ARM/k. This may be the consequence of a secondary dependency of the NRM on the magnetic grain size. In order to test the plausibility of this hypothesis, we constructed a simple synthetic model in which the NRM was simulated by a time series  $S1(t) = (0.8 S2(t) + 0.2 S3(t)) S4(t)$ , where  $S2(t)$  represents a model of magnetic concentration (depicted by the IRM) and  $S3(t)$  a model of magnetic grain size (depicted by the ratio ARM/k), and  $S4(t)$  the geomagnetic field. The two other series,  $S2(t)$  and  $S3(t)$  were constructed from red noises with the addition of two sinusoidal signals of periods 100 kyr and 41 kyr. The synthetic paleointensity record was then calculated by normalizing  $S1(t)$  with  $S2(t)$  (Fig. 2.18).

We also calculated the coherence functions between the paleointensity model  $S5(t)$  and the parameters  $S2(t)$  and  $S3(t)$ . Figure 2.18 indicates that a slight grain size dependency of the NRM would induce significant covariance of the relative paleointensity with IRM, as well as with the ratio ARM/k. In addition, the paleointensity would be in phase with the ratio ARM/k and in opposition of phase with the IRM. The coherence functions were calculated over the entire interval, since the periodic signals built into the series were steady, and provided results showing strong correlations. There is no doubt that increasing the complexity of the model, by involving modulation of the periodic signals, different noise spectra, and abrupt changes in lithology and sedimentation rates would provide more realistic results such as those presented in Figure 2.17.

In any case, this very simple model provides a good, and rather simple explanation of the cross-wavelet spectra obtained for the Site 983 relative paleointensity record. One positive outcome of this model is that an incomplete normalization of the NRM over specific time intervals would not diminish the overall character of the paleointensity record. Indeed, the series  $S4(t)$  (field model) and  $S5(t)$  (paleointensity model) display very similar features, and are correlated with a high correlation coefficient of 0.75 (Fig. 2.18).



**Figure 2.18:** Synthetic model aimed at explaining the observed coherency between the paleointensity record and the magnetic properties. (a) Models for  $S1(t)$  (NRM),  $S2(t)$  (IRM),  $S4(t)$  (geomagnetic field), and  $S5(t) = S1(t)/S2(t)$  (relative paleointensity). Notice that the paleointensity variations are very similar to the model for geomagnetic variations. (b) Coherence transforms of model paleointensity versus model IRM (in black) and versus model ARM/k.

This conclusion comes in support of other studies [14,16-18] showing that paleointensity records with different lithologies and sedimentation histories, including the present dataset, can be correlated over high distances with a large degree of confidence.

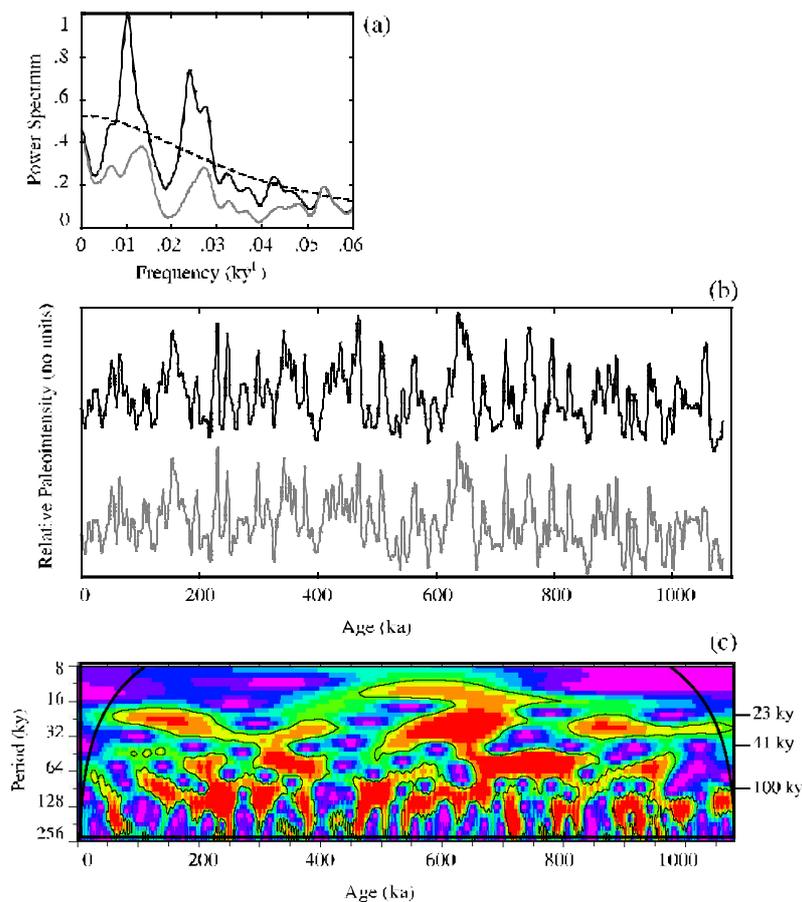
## Conclusion

The present study confirms prior analyses showing the existence of periodic signals embedded into the paleointensity record at ODP Site 983 [1-3]. These signals correspond to the earth orbital eccentricity (100 kyr), obliquity (41 kyr), and precession (23 kyr). Calculation of the evolutionary power

spectrum for the paleointensity record over the interval 0-1.1 Ma established the non-stationarity of these periodic signals, which display amplitude variations and are restricted to specific time intervals. The duration of these amplitude modulations appear to be smaller than the sliding window used to construct the evolutionary spectrum (300 kyr), calling for the use of more suitable spectral methods.

The use of wavelet analysis allowed us to define with greater precision the intervals over which the orbital frequencies are present in the record. The signal for the 100 kyr period (eccentricity) is restricted to the interval 0-750 ka and show some modulations, with three maxima centered at ~150 ka, ~400 ka, and ~650 ka. The signal at 41 kyr (obliquity) is observed over relatively short periods of time. Three main intervals can be distinguished: 400-550 ka, 650-825 ka, and 950-1100 ka.

The apparent absence of the 100 kyr period prior to ~750 ka, in the so-called 41 kyr world, may reflect the diminished influence of the eccentricity in climate proxy records. Other significant scales of variability were also recognized in the paleointensity record, resulting from the high complexity of the field which seems to be essentially non-stationary [see 31]. For the orbital frequencies, the paleointensity record shows significant and stable covariance with the IRM and ARM/k over specific intervals of the record. This suggests the presence of a secondary lithologic overprint in the paleointensity record due to an incomplete normalization of the NRM. The results seem to be explained by simple models involving a slight magnetic grain size dependency of the NRM. The model shows also that the lithologic overprint does not drastically modify the paleointensity record, which remains very similar to the actual field model.



**Figure 2.19:** Filtering of the paleointensity record for the Fourier periods 23 kyr, 41 kyr, and 100 kyr. (a) The power spectrum of the original paleointensity record compared to that for the filtered paleointensity record which is close to its background spectrum. (b) Comparison of the filtered (in gray) and the original (in black) paleointensity records. In order to facilitate the comparison, the records were slightly smoothed using a singular spectrum analysis with three principal components. (c) wavelet spectrum of the filtered paleointensity record, to be compared to the wavelet spectrum in Figure 2.16a.

---

Quantification of the amount of climatic overprint in the paleointensity record is not an easy task, nor is the normalization of this secondary component. In an attempt to estimate this overprint, we removed the orbital signals from the paleointensity record. As a first step, we extracted the wavelet components at  $(23 \pm 5)$  kyr,  $(41 \pm 5)$  kyr, and  $(100 \pm 5)$  kyr. Then, we weighted the wavelet components with the cross-wavelet profiles of paleointensity versus ARM/k obtained for those frequencies, in order to restrict the filtering to the time intervals where there is covariance between the two records. Evidently, the signal extracted contains information on both the overprint and the geomagnetic field. Indeed, the true geomagnetic signal contains variability at these time scales, as would any stochastic signal, which means that its power spectrum overlaps the one of ARM/k. The output signals were then subtracted from the initial paleointensity variations. Figure 2.19a shows the power spectrum of the resulting filtered signal, which does not seem to have any dominant Fourier period, compared with the global power spectrum of the original paleointensity record. The filtered paleointensity record does not seem to differ considerably from the initial record (Figure 2.19b), with an overall difference of about ~7%. The wavelet transform of the filtered paleointensity record (Fig. 2.19c) shows patches that are more uniformly distributed than for the initial paleointensity record (Fig. 2.16a). In particular, the regions of the spectrum corresponding to higher frequencies appear more clearly. However, the extracted wavelet components are likely to contain some true geomagnetic signal over some intervals, or may have ignored some of the lithologic overprint (due to the restricted bandwidth of the filtering). Therefore, this estimate is, at best, approximate. An actual correction of the paleointensity signal would require quantification of the dual dependency of the NRM on the IRM and ARM/k, which is probably not constant throughout the time interval investigated. This observation indicates that the lithologically-controlled secondary overprint does not impair the characteristic features of the record, and their usefulness for correlation to other paleomagnetic records [15,17,18].

## References

- [1] J.E.T. Channell, D.A. Hodell, B. Lehman, Relative geomagnetic paleointensity and  $\delta^{18}\text{O}$  at ODP Site 983 (Gardar Drift, North Atlantic) since 350 ka, *Earth Planet. Sci. Lett.* 153 (1997) 103-118.
- [2] J.E.T. Channell, D.A. Hodell, J. McManus, B. Lehman, Orbital modulation of geomagnetic paleointensity, *Nature* 394 (1998) 464-468.
- [3] J.E.T. Channell, H.F. Kleiven, Geomagnetic palaeointensities and astronomochronological ages for the Matuyama-Brunhes boundary and the boundaries of the Jaramillo Subchron: palaeomagnetic and oxygen isotope records from ODP Site 983, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 358 (2000) 1027-1047.
- [4] E. Tric, J.-P. Valet, P. Tucholka, M. Paterne, L. Labeyrie, F. Guichard, L. Tauxe, M. Fontugne, Paleointensity of the geomagnetic field for the last 80,000 years, *J. Geophys. Res.* 97 (1992) 9337-9351.
- [5] L. Meynadier, J.-P. Valet, R. Weeks, N.J. Shackleton, V.L. Hagee, Relative geomagnetic intensity of the field during the last 140 ka, *Earth Planet. Sci. Lett.* 114 (1992) 39- 57.
- [6] L. Meynadier, J.-P. Valet, F.C. Bassinot, N.J. Shackleton, Y. Guyodo, Asymmetrical saw-tooth pattern of the geomagnetic field intensity from equatorial sediments in the Pacific and Indian Oceans, *Earth Planet. Sci. Lett.* 126 (1994) 109-127.
- [7] L. Tauxe, N.J. Shackleton, Relative paleointensity records from the Ontong-Java plateau, *Geophys. J. Int.* 117 (1994) 769-782.
- [8] T. Yamazaki, N. Ioka, N. Eguchi, Relative paleointensity of the geomagnetic field during the Brunhes Chron, *Earth Planet. Sci. Lett.* 136 (1995) 525-540.
- [9] T. Yamazaki, Relative paleointensity of the geomagnetic field during the Brunhes Chron recorded in the North Pacific deep-sea sediment cores: orbital influence? *Earth Planet. Sci. Lett.* 169 (1999) 23-35.
- [10] J.S. Stoner, J.E.T. Channell, C. Hillaire-Marcel, Late Pleistocene relative geomagnetic paleointensity from the deep Labrador sea: regional and global correlations, *Earth Planet. Sci. Lett.* 134 (1995) 237-252.
- [11] D.A. Schneider, G.A. Mello, A high-resolution marine sedimentary record of geomagnetic intensity during the Brunhes Chron, *Earth Planet. Sci. Lett.* 144 (1996)

- 297-314.
- [12] B. Lehman, C. Laj, C. Kissel, A. Mazaud, M. Paterne, L. Labeyrie, Relative changes of the geomagnetic field intensity during the last 280 kyr from piston cores in the Azores area, *Phys. Earth Planet. Inter.* 93 (1996) 269-284.
- [13] Y. Guyodo, C. Richter, J.-P. Valet, Paleointensity record from Pleistocene sediments (1.4-0 Ma) off the California Margin, *J. Geophys. Res.* 104 B10 (1999) 22953-22964.
- [14] J.-P. Valet, L. Meynadier, Geomagnetic field intensity and reversals during the past four million years, *Nature* 366 (1993) 234-238.
- [15] C. Laj, C. Kissel, A. Mazaud, J.E.T. Channell, J. Beer, North Atlantic palaeointensity stack since 75 ka (NAPIS-75) and the duration of the Laschamp event, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 358 (2000) 1009-1025.
- [16] Y. Guyodo, J.-P. Valet, Relative variations in geomagnetic intensity from sedimentary records: the past 200 thousand years, *Earth Planet. Sci. Lett.* 143 (1996) 23-36.
- [17] Y. Guyodo, J.-P. Valet, Global changes in intensity of the Earth's magnetic field during the past 800 kyr, *Nature* 399 (1999a) 249-252.
- [18] J.S. Stoner, J.E.T. Channell, C. Hillaire-Marcel, A 200 kyr geomagnetic chronostratigraphy for the Labrador Sea: Indirect correlation of the sediment record to SPECMAP, *Earth Planet. Sci. Letters* 159 (1998) 165-181.
- [19] S. Baumgartner, J. Beer, J. Masarik, G. Wagner, L. Meynadier, H.-A. Synal, Geomagnetic modulation of the  $^{36}\text{Cl}$  flux in the GRIP ice core, Greenland, *Science* 279 (1998) 1330-1332.
- [20] M. Frank, B. Schwarz, S. Baumann, P.W. Kubik, M. Suter, A. Mangini, A 200 kyr record of cosmogenic radionuclide production rate and geomagnetic intensity field intensity from  $^{10}\text{Be}$  in globally stacked deep-sea sediments, *Earth Planet. Sci. Lett.* 149 (1997) 121-129.
- [21] M. Frank, Comparison of cosmogenic radionuclide production and geomagnetic field intensity over the last 200000 years, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 358 (2000) 1089-1107.
- [22] L. Tauxe, J.L. LaBrecque, R. Dodson, M. Fuller, U-channels- a new technique for paleomagnetic analysis of hydraulic piston cores, *EOS Trans., AGU* 64 (1983) 219.
- [23] R. Weeks, C. Laj, L. Endignoux, M. Fuller, A. Roberts, R. Manganne, E. Blanchard, W. Goree, Improvements in long-core measurement techniques: applications in palaeomagnetism and palaeoceanography, *Geophys. J. Int.* 114 (1993) 651-662.
- [24] E.A. Nagy, J.-P. Valet, New advances for paleomagnetic studies of sediment cores using U-channels, *Geophys. Res. Lett.* 20 (1993) 671-674.
- [25] D. Paillard, L. Labeyrie, P. Yiou, Macintosh program performs time-series analysis, *EOS Trans., AGU* 77 (1996) 379.
- [26] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, Soc. For Ind. And Appl. Math., Philadelphia, Pa., 1992, 357pp.
- [27] C. Torrence, G. Compo, A practical guide to wavelet analysis, *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 79 (1998) 61-78.
- [28] K.-M. Lau, H.-Y. Weng, Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing, *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 76 (1995) 2391-2402.
- [29] J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau, D. Girard, Wave propagation and sampling theory, 2, Sampling theory and complex waves, *Geophysics* 47 (1982a) 203-221.
- [30] G.M. Jenkins, D.G. Watt, *Spectral analysis and its applications*, Holden-Day, 1968, 525pp.
- [31] T. Sato, H. Kikuchi, M. Nakashizuka, M. Okada, Quaternary geomagnetic field intensity: Constant periodicity or variable period? *Geophys. Res. Lett.* 25 (1998) 2221-2224.

---

## 5 Conclusion

La reconstitution de l'histoire de l'intensité du champ géomagnétique est nécessaire pour valider les modèles de dynamo terrestre, une étape essentielle pour l'établissement des datations à partir des radio-nucléides ( $^{10}\text{Be}$ ,  $^{36}\text{Cl}$ ). En tant qu'outil de corrélation, les stratigraphies de paléointensité relative peuvent offrir une résolution temporelle supérieure à celle des techniques de  $\delta^{18}\text{O}$ . Elles jouent ainsi un rôle capital pour corréler et dater les signaux climatiques fournis par les sédiments.

Les analyses des données disponibles (paramètres magnétiques et autres) montrent que le contenu fréquentiel des enregistrements dépend fortement du temps (non-stationnarité). Des phénomènes de périodes variables, apparaissant dans les spectres de Fourier des rapports ARN/ARI, ARN/ARA, ARN/k, et semblant ne pas apparaître dans les spectres des enregistrements associés au contenu en minéraux magnétiques, ont permis d'éliminer l'hypothèse que ces phénomènes soient d'origine lithologique et de conforter l'hypothèse d'une variation par le champ géomagnétique (Sato et al., 1998). De telles relations, observées sur les sites ODP 983 et 984 (Atlantique Nord), ont été attribuées au forçage orbital de l'intensité du champ paléomagnétique par Channell et al. (1998). Cette interprétation est confortée par les résultats récents de Yamazaki (1999) qui présente une étude (analyse spectrale traditionnelle) sur des sédiments du Pacifique Nord, suggérant qu'une composante voisine de 100 ka (obliquité) serait une propriété intrinsèque du champ géomagnétique.

Afin de confirmer ou d'infirmer le forçage orbital de la géodynamo (élément important dans la modélisation de celle-ci), nous avons ré-inspecté les données du site 983, site clé qui fournit un enregistrement paléomagnétique de haute résolution (taux de sédimentation moyen 12.3 cm/ka) avec de nombreux points de calibration. L'analyse temps-fréquence par ondelettes, que nous avons présentée, fournit une autre façon de voir les séries temporelles des variations d'intensité du champ géomagnétique. Elle a permis :

- de définir avec une plus grande précision les intervalles pour lesquels les fréquences orbitales (23, 41 et 100 ka) sont présentes dans l'enregistrement ;
- d'étudier en détail l'importance et la stabilité de la fonction de covariance entre l'intensité relative, l'ARI et l'ARA/k, pour ces dernières fréquences ; et
- de préférer une interprétation en faveur de la superposition d'une composante lithologique au signal paléomagnétique due à une normalisation incomplète.

Pour prouver définitivement l'existence ou non d'un forçage orbital du champ géomagnétique, d'autres enregistrements de très bonne qualité seront nécessaires. Il sera cependant difficile de trouver des sédiments n'ayant enregistré aucun changement climatique, ou dont la composante climatique aura été parfaitement supprimée par la technique de normalisation. Ainsi, par ses propriétés d'analyse locale et multi-échelles, l'analyse temps-fréquence d'enregistrements sédimentaires associés à diverses conditions climatiques est une voie prometteuse pour répondre à cette problématique. A titre d'exemple, une caractérisation des propriétés magnétiques du site ODP 1095 est donnée en Annexe 3.

---

# Chapitre Trois

## Ondelettes et observatoire sismologique

---

*Le spectacle de l'univers est un mouvement incessant  
de naissance, de développement, de destruction des formes.  
L'objet de toute science est de prévoir cette évolution des formes,  
et si possible, de l'expliquer.*

*René Thom*

Dans le cadre de la sismologie d'observatoire, nous proposons un algorithme de pointé automatique de phases sismiques. Utilisées comme des filtres passe-bande, naturellement bien localisés en temps et en fréquence, les ondelettes permettent de détecter, de distinguer et de pointer automatiquement les séismes proches et lointains, en rejetant les pointés incertains et le bruit.

### 1 Cadre général

Ce travail a été en partie réalisé pendant mon service national au Réseau National de Surveillance Sismique (RéNaSS) de Strasbourg. Je tiens ici à saluer son responsable, Michel Granet, son physicien-adjoint Hugues Dufumier, ses tous jeunes ingénieurs, Marc Grunberg et Thibaud Piquet, mes collègues objecteurs de conscience, Jean-Luc Van de Velde et Olivier Bonhomme et surtout, Christiane Nicoli, clé de voûte du service.

Ma mission, alors, consistait à dépouiller manuellement les sismogrammes, à archiver et à diffuser les données sismologiques des stations gérées par le RéNaSS ainsi qu'à participer activement aux développements informatiques. J'assurais, de plus, deux semaines sur trois, 24h / 24h, un service d'astreinte, m'amenant à réagir dans les plus brefs délais (< 15 minutes) à une alarme sismique.

Le développement d'un algorithme nouveau de pointé automatique de phase sismique au RéNaSS a été motivé, d'une part, par l'observation de trop nombreuses fausses alarmes dues à de mauvaises localisations automatiques et d'autre part, par la certitude que les ondelettes peuvent améliorer les développements méthodologiques des pointeurs automatiques. En effet, ces dernières "miment" naturellement l'analyste qui filtre en fréquence les sismogrammes à dépouiller.

Avant de présenter l'algorithme développé et les résultats obtenus sur l'ensemble des données du RéNaSS pour la période du 01/09/1998 au 31/12/1999, nous replaçons les pointeurs automatiques de phases sismiques dans leur contexte actuel de surveillance sismique et d'aide au traitement des données sismologiques ainsi que dans leur évolution historique. Nous rappelons brièvement les différentes approches développées et nous nous attardons ensuite, plus particulièrement, sur l'algorithme STA/LTA.

## 2 Enjeux des pointés automatiques de phases sismiques

L'automatisation peut améliorer significativement le rendement du traitement des données d'un réseau sismique. Le Réseau National de Surveillance Sismique (RéNaSS) traite annuellement plus de 3000 séismes locaux, régionaux et séismes induits et plus de 1500 télé-séismes. Localiser manuellement ces événements sismiques nécessite un important investissement humain, ce qui motive au maximum l'automatisation du traitement et de la valorisation des données.

UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR (Strasbourg 1) SIDPC  
 Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg  
 5 Rue René Descartes - 67084 Strasbourg Cedex - France -  
 Téléphone: (33)03 88 41 63 00 / (33)03 88 41 64 93 - Télécopie: (33)03 88 41 66 02 - Salle des urgences: (33)03 88 41 63 92

Reseau National de Surveillance Sismique - Localisation préliminaire -

<b>DIFFUSION POUR INFORMATION:</b>	
Région: <b>NNW COLMAR(68)</b>	Magnitude: <b>3.1</b>
Événement localisé à proximité de SELESTAT. Population: 15538 habitants. <span style="float: right;">(Source INSEE 1990)</span>	
<b>CARACTERISTIQUES EPICENTRALES:</b>	
Date: 16/ 3/99	Nombre de données utilisées: 24
Heure origine (T.U.): 16h 39mn 17.33s	Distance épacentrale min. (km): 7.77
Latitude (°): 48.20 soit 48.20 NORD	Distance épacentrale max. (km): 450.66
Longitude (°): 7.27 soit 7.27 EST	Gap (°): 76.00

**SISMICITE OBSERVEE:** (Zone: 25 km autour du séisme, période du 1/ 1/1980 au 31/ 1/1999)

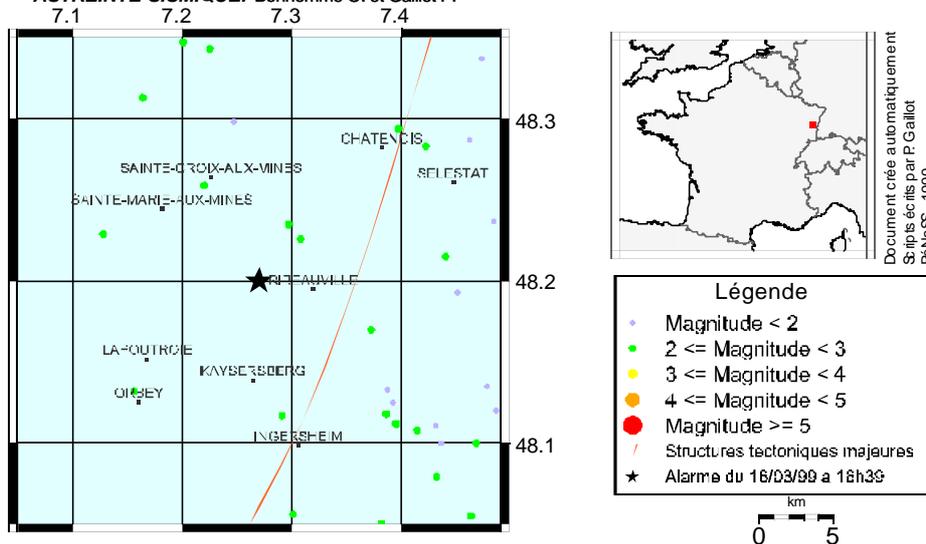
**Magnitude maximale observée:**

Date	HO (T.U.)	Latitude (°)	Longitude (°)	Magnitude	Source
23/12/1986	11h21 14.10s	48.23	7.31	2.9	BCSF

**Derniers événements enregistrés:**

Date	HO (T.U.)	Latitude (°)	Longitude (°)	Magnitude	Source
22/03/1994	06h01 40.82s	48.11	7.43	1.8	BCSF
22/03/1994	06h01 50.58s	48.11	7.40	2.3	BCSF
22/03/1994	06h02 27.25s	48.11	7.41	2.0	BCSF
22/03/1994	06h02 39.65s	48.10	7.47	2.0	BCSF
05/05/1994	10h52 33.50s	48.06	7.46	2.1	BCSF
21/05/1994	21h14 06.56s	48.08	7.43	2.1	BCSF
06/04/1995	21h13 49.58s	48.19	7.45	1.9	BCSF
03/10/1995	04h43 08.30s	48.35	7.20	2.8	BCSF
15/08/1996	12h47 24.53s	48.24	7.48	1.7	BCSF
25/09/1998	19h48 06.67s	48.29	7.46	0.9	BCSF

**ASTREINTE SISMIQUE:** Bonhomme O. et Gaillot P.



Informations complémentaires disponibles à: <http://renass.u-strasbg.fr/NewServeur/Urgence/alarme.html>

**Figure 3.1 :** Exemple de document destiné au Service Interministériel de Défense et de Protection Civile en cas de séisme majeur dans la zone "France et territoires frontaliers". On y trouve de haut en bas, les caractéristiques épacentrales du séisme faisant l'objet de l'urgence (16/03/99 à 16h39, Colmar, France) ainsi qu'un historique de la sismicité dans un rayon de 25 km (Données: Bureau Central Sismologique Français, 01/01/1980 à aujourd'hui). Dans le cadre de la procédure d'urgence, ce document est créé automatiquement.

---

Parce que les tremblements de terre ne se produisent pas uniquement pendant les heures de travail, et parce qu'il est crucial de réagir aussi rapidement que possible à un événement sismique ayant pu endommager des structures sensibles (centrales nucléaires, industries dangereuses, barrages ...), il est nécessaire de développer des systèmes de localisation automatique pouvant fournir rapidement des informations fiables sur de tels événements (Fig. 3.1). Une fois la procédure d'urgence terminée, la localisation automatique peut être raffinée par l'analyste, et ainsi, fournir des informations plus détaillées et plus précises. D'autre part, les ressources humaines n'existant pas toujours pour localiser précisément les nombreux petits tremblements de terre, une localisation automatique, même approximative, peut être utile à la mise à jour d'un catalogue sismique.

Il existe des systèmes de détection et de localisation automatiques qui fournissent quotidiennement des bulletins. Deux des systèmes les plus largement utilisés sont Earthworm (Johnson et al., 1995) et Global Association (Le Bras et al., 1994), qui reposent sur une identification explicite des phases sismiques et des techniques d'associations logiques complexes devant être reformulées pour différents modèles de vitesse. Ces derniers algorithmes utilisent souvent les phases P et S, ou seulement P.

## 3 Détecteurs et pointeurs de phases sismiques

### 3.1 Présentation

Avant de présenter les divers développements liés aux pointeurs automatiques, nous rappelons quelles sont les fonctions d'un *pointeur de phases*. Un pointeur de phases est un système scrutant pas à pas les traces sismiques dans le but de détecter l'arrivée de phases sismiques, et, quand une phase est détectée, mesurer les paramètres utiles au sismologue pour l'étude du tremblement de terre. Un "pointeur" incorpore donc la fonction de "détecteur", c-à-d la reconnaissance de l'arrivée d'une phase sismique en présence d'un bruit de fond. Les paramètres doivent inclure, au minimum, le temps d'arrivée et une mesure de la taille de l'événement. Il devrait aussi comprendre la direction du premier mouvement et un nombre exprimant le "poids" ou la confiance à accorder à ce pointé pour un traitement ultérieur. Dans certains cas, ces paramètres peuvent intégrer des informations sur le contenu fréquentiel du séisme, et en principe, l'enregistrement digital complet devrait être inclus. De manière générale, l'état final du rapport, préparé par le pointeur, sera déterminé par des contraintes telles que la capacité de calcul et l'espace disque disponibles pour les résultats, ainsi que par les desiderata du sismologue utilisant les données.

La différence la plus importante entre pointeur de phase et détecteur de phase est la précision nécessaire du pointé au moment de la première arrivée. Dans la logique d'observatoire, le pointeur doit avoir une précision au moins aussi bonne que les résidus obtenus après une localisation manuelle (0.5 seconde pour un séisme proche et 2 secondes pour un séisme lointain).

De ce fait, les méthodes spectrales appliquées efficacement aux détecteurs ne le sont pas directement aux pointeurs. Dans l'analyse fréquentielle, chaque portion d'enregistrement est examinée en vue de détecter une densité spectrale spécifique indiquant une énergie sismique dans cette portion de l'enregistrement. L'efficacité des méthodes spectrales pour détecter et discriminer la distribution spectrale spécifiée, en présence de bruit, dépend de la longueur de

---

la portion analysée, alors que la précision en temps, la capacité à spécifier exactement à quel échantillon l'énergie sismique apparaît initialement, est inversement proportionnelle à cette longueur. Pour un pointé précis, le pointeur doit donc chercher une variation rapide de l'amplitude et/ou de la fréquence dominante comme l'analyste expérimenté le fait sur le sismogramme.

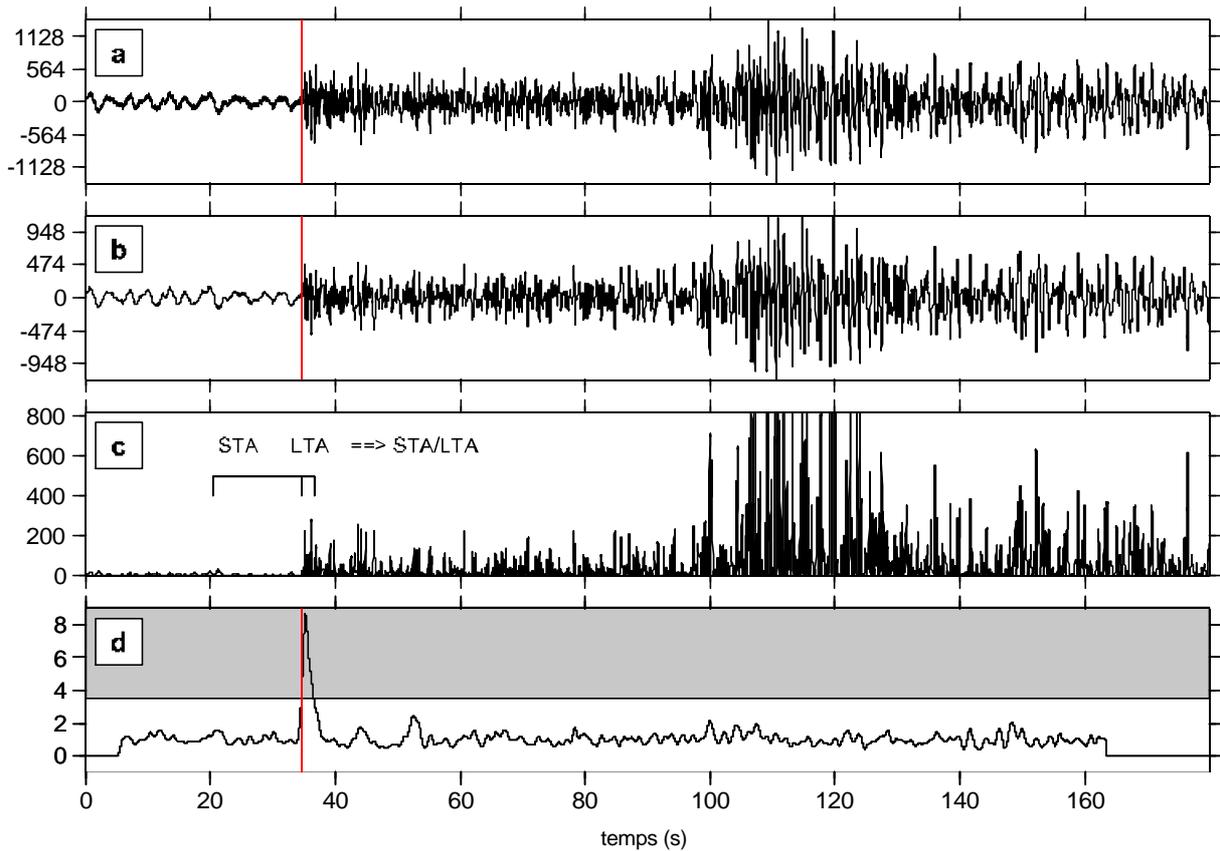
### 3.2 Évolution historique et méthodologique

Le développement d'algorithmes pour la détection robuste d'arrivée de phases sismiques en présence de bruits stationnaires ou non-stationnaires, est une facette importante de la sismologie d'observatoire. Withers et al. (1998) classent ces développements en quatre catégories: (1) les méthodes du domaine temporel (Vanderkulk et al., 1965; Stewart, 1977; Allen, 1978; Granet, 1983), (2) les méthodes du domaine fréquentiel (Shensa, 1977, Goforth et Herrin, 1981), (3) les méthodes reliées aux concepts de "mouvement de particule" ("particle motion") et de polarisation (Montalbetti et Kanasevitch, 1970; Aster et al., 1990) et enfin, (4) les méthodes reposant sur des traitements adaptatifs d'appariement de formes ("pattern forming") (Tong, 1995; Withers et al., 1999).

Bien qu'aujourd'hui, l'augmentation des capacités de calcul permette le développement d'algorithmes de plus en plus sophistiqués, Withers et al. (1998) soulignent, dans une comparaison des méthodes précédentes, que le gain apporté par les méthodes les plus complexes est faible par rapport au coût de mise en œuvre. De plus, lorsque ces méthodes doivent gérer d'importantes quantités d'informations simultanément, ces dernières sont, toujours selon Withers et al. (1998), à proscrire au profit des méthodes du domaine temporel en général moins complexes. Parmi ces dernières méthodes, l'algorithme STA/LTA occupe une place de choix.

### 3.3 Algorithme STA/LTA en domaine temporel

Pratiquement, l'approche la plus largement utilisée repose sur le calcul du rapport STA/LTA (**STA**: "short term average", **LTA**: "long term average") dans le domaine temporel (Allen, 1978; Baer et Kradolfer, 1987; Berger et Sax, 1981). Un algorithme type, illustré en figure 3.2, filtre individuellement les données originales puis génère une fonction caractéristique caractérisant le sismogramme. Cette fonction peut être aussi simple que la valeur absolue du sismogramme, ou plus complexe. La détection d'un événement est testée en comparant la fonction ou sa moyenne à court terme **STA** à un valeur seuil **THR**, communément prise comme un multiple de la moyenne à long terme **LTA** de la fonction caractéristique. Si le **STA** dépasse le **THR**, un déclenchement est signalé. Si l'événement satisfait ensuite à quelques critères simples, il est reporté. Le détail de la procédure peut être trouvé dans l'article de Baer et Kradolfer (1987).



**Figure 3.2 :** Algorithme STA/LTA : détermination et pointé de phase. (a) Sismogramme courte-période et pointé automatique (ligne verticale). (b) sismogramme filtré en utilisant un filtre médian. (c) Fonction caractéristique (ou enveloppe) et les fenêtres STA et LTA. Les fenêtres LTA et STA ont été élargies pour la visualisation. (d) Profil STA/LTA (plein) et seuil THR (partie grisée). Le déclenchement correspond à l'intersection entre le profil STA/LTA et le seuil THR. Le pointé (ligne verticale) est défini par le point d'inflexion qui précède le maximum local suivant immédiatement le point de déclenchement.

Les différentes variantes de l'algorithme STA/LTA en domaine temporel proviennent du calcul de la fonction caractéristique, encore appelée enveloppe. Vanderkulk et al. (1965) ont utilisé comme fonction caractéristique la valeur absolue des données, plutôt que le carré, car cette première opération était, en leur temps, moins coûteuse d'un point de vue numérique. Allen (1978) développa un détecteur basé sur une enveloppe égale au carré des données plus une pondération du carré de la dérivée première. Cette fonction caractéristique inclut alors des composantes des données non filtrées et des données filtrées avec un filtre passe-haut. Stewart (1977) utilisa, toujours à partir de la dérivée des données, une enveloppe modifiée permettant d'accentuer les variations de pente. La fonction caractéristique résultante est une version filtrée en haute fréquence des données originales où le sens du premier mouvement et la nature oscillatoire des données sont conservés. On peut aussi utiliser en entrée du rapport STA/LTA l'enveloppe analytique du sismogramme (Kanasewich, 1981; Earle et Shearer, 1994) plutôt que son énergie. L'enveloppe analytique est alors définie par  $|x(t) + iTH[x(t)]|$  où  $TH[x(t)]$  est la transformée de Hilbert (voir Appendice 2) et  $i$  le nombre imaginaire pur égale à racine de -1.

D'autre part, des variantes de l'algorithme STA/LTA capables d'adapter dynamiquement la longueur respective des fenêtres **STA** et **LTA** en fonction du contenu fréquentiel du signal ont été développées (Tong, 1995). La tendance est la même dans les approches de

---

reconnaissance de forme, où les informations obtenues sur différentes fenêtres glissantes (petite, intermédiaire, grande) combinées dans des réseaux de neurones permettent de tirer avantages à la fois de la précision associée à la petite fenêtre et du faible risque de fausse alarme associé à la plus grande (Zhao et Takano, 1999).

Bien qu'opérant dans le domaine temporel, le calcul du rapport STA/LTA est, d'une manière ou d'une autre, relié à une version filtrée en fréquence des données temporelles. Ceci est très naturel et se rapproche beaucoup des opérations mentales de filtrage de l'analyste capable de reconnaître à partir de l'évolution temporelle du contenu fréquentiel du signal, un bruit, un séisme local ou un séisme lointain (téléséisme).

En effet, alors que le bruit de fond microsismique est caractérisé par de très basses fréquences ( $< 0.5$  Hz), le bruit communément observé à proximité des sismomètres est composé de fréquences supérieures à 10 Hz (véhicules, vent, chute d'eau ...). Cependant d'autres bruits, tels que des explosions, des tirs ou des effondrements de mines peuvent être plus "colorés" (contenu fréquentiel plus riche  $> 1$  Hz). Entre ces domaines de bruits à basses ( $< 0.5$  Hz) et hautes ( $> 10$  Hz) fréquences, on reconnaîtra un séisme local à un train d'ondes de fréquences généralement comprises entre 2 et 10 Hz. Un séisme lointain, du fait de l'atténuation rapide des hautes fréquences, est caractérisé, quant à lui, par un signal basse fréquence ( $< 2$  Hz).

Aussi Evans et Allen (1983) proposent l'utilisation de deux algorithmes indépendants opérants sur deux copies filtrées du signal original dans deux bandes de fréquences différentes ("haut" passe-bande et "bas" passe-bande). Alors que la procédure appliquée à la copie filtrée "basse-fréquence" détecte les événements ayant une contribution basse fréquence, la procédure appliquée à la copie "haute-fréquence" détecte les événements ayant un spectre avec une contribution haute fréquence. Ainsi la détection d'un téléséisme repose sur l'occurrence d'un signal dans la gamme basse fréquence *sans* contrepartie simultanée dans la gamme haute fréquence. Par contre, la détection d'un séisme local repose sur la présence d'un signal significatif dans la bande haute fréquence.

Encore aujourd'hui, ces idées de filtrage en fréquence sont reprises pour optimiser le filtrage de sismogrammes ayant un faible rapport signal sur bruit (Leach et al., 1999). La procédure consiste d'abord à décomposer le signal en différentes bandes de fréquence, puis, à déterminer le rapport signal sur bruit (**SNR**) pour chaque bande, et enfin, à utiliser ces rapports **SNR** pour construire un filtre optimal pour chaque paire station-événement.

### 3.4 Rappel des exigences attendues

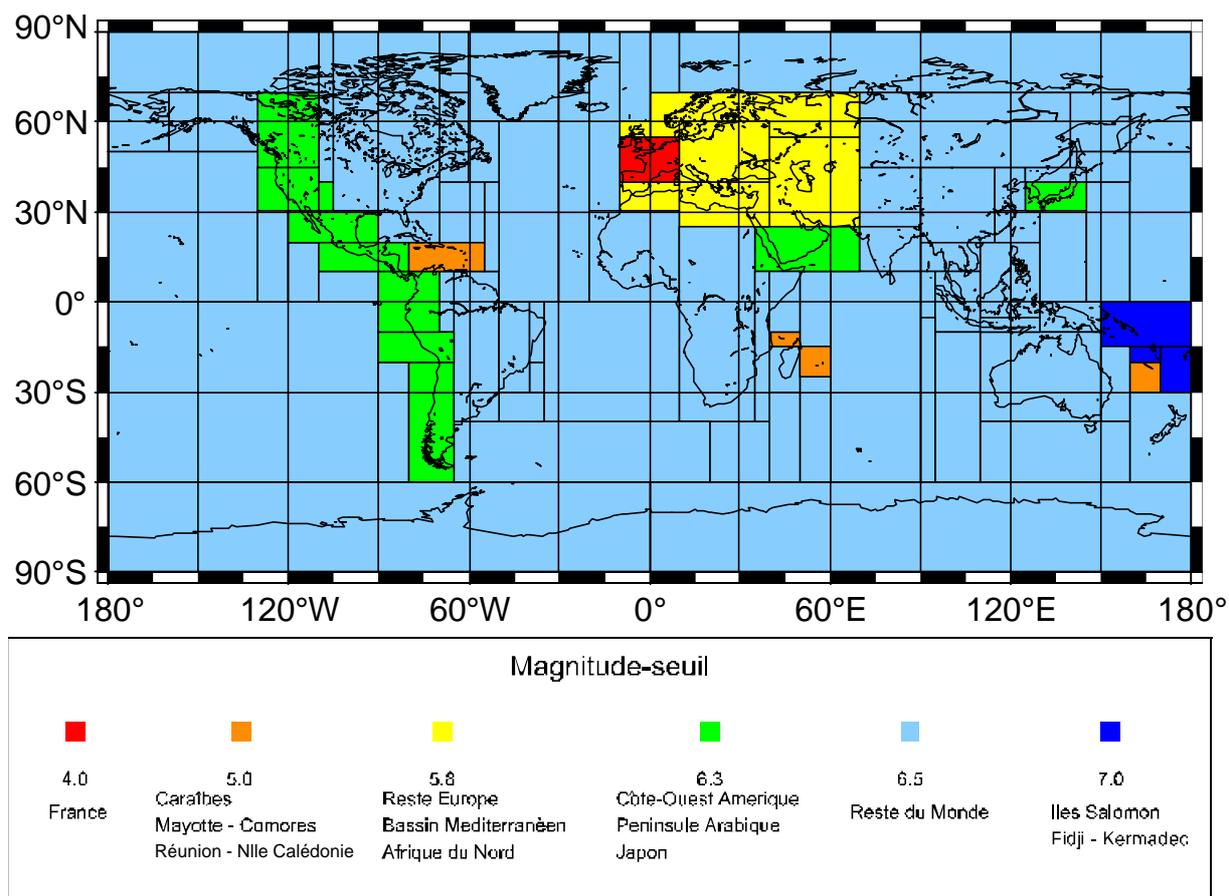
Un pointeur automatique ne doit pas se substituer au travail précis de l'analyste. Cependant, la détermination automatique des temps d'arrivée présente les avantages de rapidité et de répétabilité. Dans le cadre des observatoires sismologiques, tel que le Réseau National de Surveillance Sismique (RéNaSS), le pointeur doit être capable de :

- détecter et déterminer les temps d'arrivée des phases sismiques en rejetant le bruit (véhicules, vent, tirs ...),
- faire la différence entre un séisme local et un téléséisme,
- fournir des pointés précis et sûrs en éliminant les pointés incertains.

Les précisions attendues sont les suivantes:

Séisme local (Pn, Pg)	meilleure que 0.5 sec
Séisme local (Sg)	meilleure que 1.0 sec
Téleséisme	meilleure que 2.0 sec

Avec ces caractéristiques et un temps de décision très court, le pointeur automatique contribue à une surveillance sismique en temps quasi-réel, aidant au dépouillement manuel des séismes et lançant, le cas échéant, les procédures d'urgence (Fig. 3.3).



**Figure 3.3 :** Seuil de déclenchement des alarmes sismiques. Régionalisation des seuils de magnitude à partir desquels un séisme localisé automatiquement peut conduire à une procédure d'urgence (Document RéNaSS 01/2000).

---

## 4 Algorithme développé

L'algorithme développé suit les différentes étapes de l'algorithme STA/LTA précédemment décrit (Fig. 3.4). Les étapes sont:

1) Filtrage des données.

Pour éliminer d'éventuels parasites, un premier filtre médian est appliqué aux données originales.

2) Calcul de la fonction caractéristique.

Compte tenu d'une part, des caractéristiques physiques des tremblements de terre (contenu fréquentiel), et d'autre part, de la nécessité d'opérer en domaine temporel, la décomposition en ondelettes apparaît naturellement adaptée à la construction de la fonction caractéristique. Suivant les idées de filtrage fréquentiel (Evans et Allen, 1983; Tong, 1995; Leach et al, 1999), trois fonctions caractéristiques associées à des résolutions d'ondelette différentes sont successivement calculées. Pour chaque résolution, l'enveloppe caractéristique est obtenue en lissant (filtre de Hanning) le module de la transformée en ondelette correspondante. La similitude de forme entre l'arrivée d'une onde sismique et l'ondelette de Paul ( $m = 4$ ) a motivé notre choix pour cette dernière (Voir Chapitre 1, § 5.4 pour un rappel sur les caractéristiques de cette fonction). Les filtres ondelettes utilisés sont ainsi bien localisés en temps et non causaux.

3) Détection et pointé.

Suivant la résolution choisie, le calcul pas à pas du rapport LTA/STA, et la comparaison de ce rapport au seuil THR permettent de discriminer les séismes locaux (petite résolution) des téléseismes (moyenne et grande résolution). Suivant Evans et Allen (1983), le critère discriminant les séismes locaux des téléseismes, et par là même, le critère utilisé pour identifier les phases sismiques, peut être logiquement formulé de la manière suivante:

*Présence d'un signal sismique à petite résolution ("haute fréquence") en l'absence de bruit de très haute fréquence pouvant engendrer un pointé incertain et donc une fausse alarme: séisme local détecté et pointé de la première arrivée.*

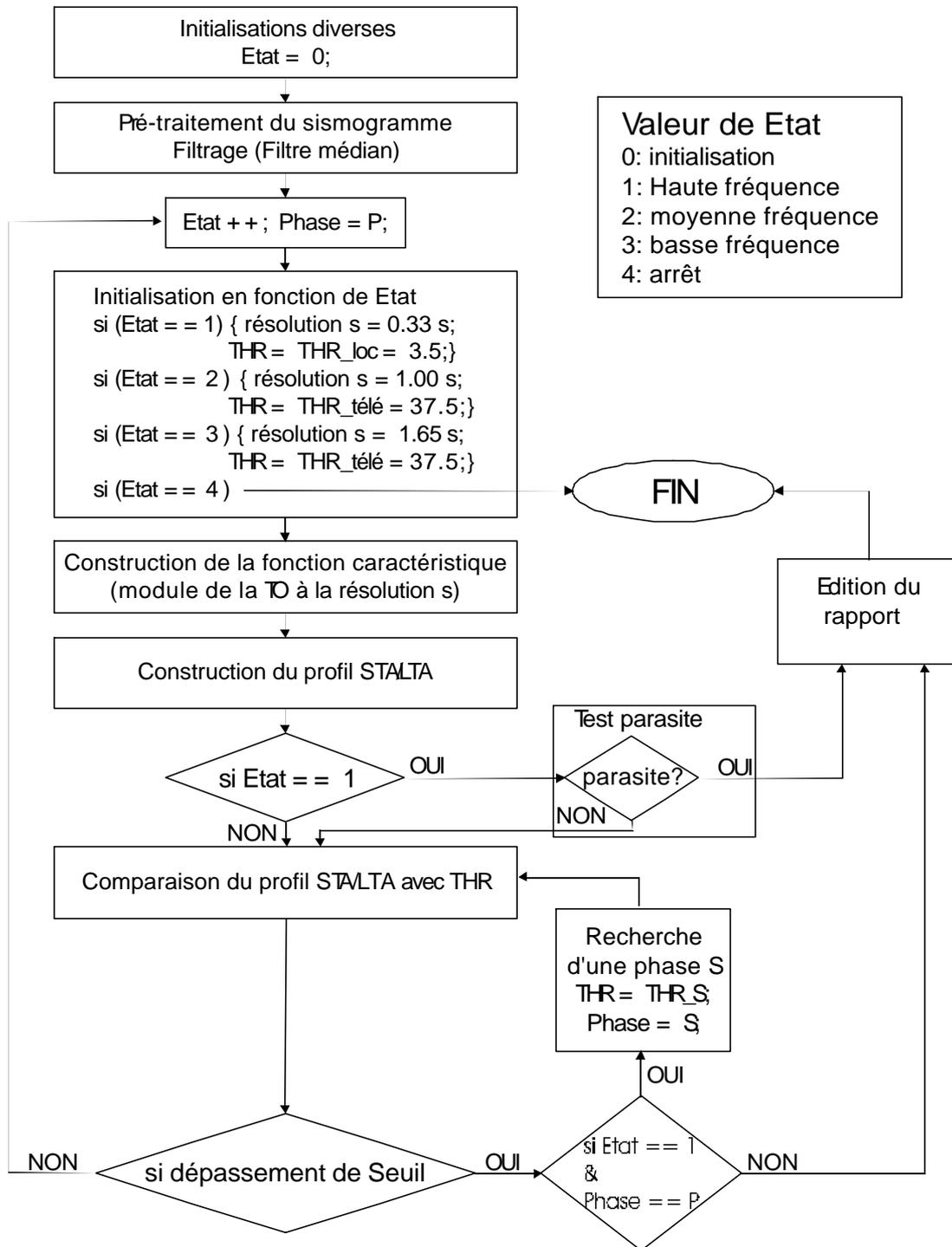
*Présence d'un signal sismique à résolution intermédiaire ou grande ("basse fréquence") en l'absence de détection dans la bande "haute fréquence": téléseisme détecté et pointé de la première arrivée.*

Pour le cas spécifique de la détection des séismes locaux, travaillant à haute fréquence, l'algorithme est par essence très sensible aux parasites. Afin d'éviter des risques de fausse alarme, une règle d'élimination de pointés incertains associés à l'apparition de signaux parasites très haute fréquence (parasites radio, problème de décimation, perturbation locale) a été mise au point. Cette règle passe par le rejet d'un sismogramme pour lequel l'algorithme a mesuré plus de  $n$  fois ( $n = 4$ ) un dépassement du seuil critique **THR\_parasite**, définit par l'expression:

$$\mathbf{THR\_parasite} = \max ( \max(\text{profile STA/LTA})/2.5, \mathbf{THR\_loc}/2 ). \quad 3.1$$

Où  $\max(\text{arguments})$  est la fonction qui revoit le maximum algébrique de ses arguments.

Dans l'optique d'interventions rapides en cas de séisme majeur dans la zone "France et territoires limitrophes", une bonne localisation automatique des séismes proches passe par le pointé automatique des ondes secondaires (S). Aussi, en cas de pointé d'une première arrivée (Pn, Pg), l'algorithme cherche avec les mêmes règles d'analyse du rapport STA/LTA, un dépassement de seuil **THR\_S** correspondant à l'arrivée d'une seconde arrivée.



**Figure 3.4** : Représentation schématique de l'algorithme développé (voir texte pour détails).

Les paramètres déterminés empiriquement ci-après s'avèrent adaptés aux données de la base RéNaSS depuis le 01/09/1998 et à l'ensemble des situations enregistrées en continu entre le 1 janvier 2000 et le 30 juin 2000. Au risque de supprimer certains pointés, des critères très sévères ont volontairement été fixés pour réduire le risque de fausse alarme (Tableau 3.1).

<i>Données originales</i>	
Durée (s)	180.0
Nombre de points	16384
Fréquence d'échantillonnage (Hz)	91.02

<i>Analyse du signal</i>	<i>Début (s)</i>	<i>Fin (s)</i>
Local	5.0	150.0
Téleséisme	20.0	150.0

	<i>Fenêtre (s)</i>
STA	0.055
LTA	5.5

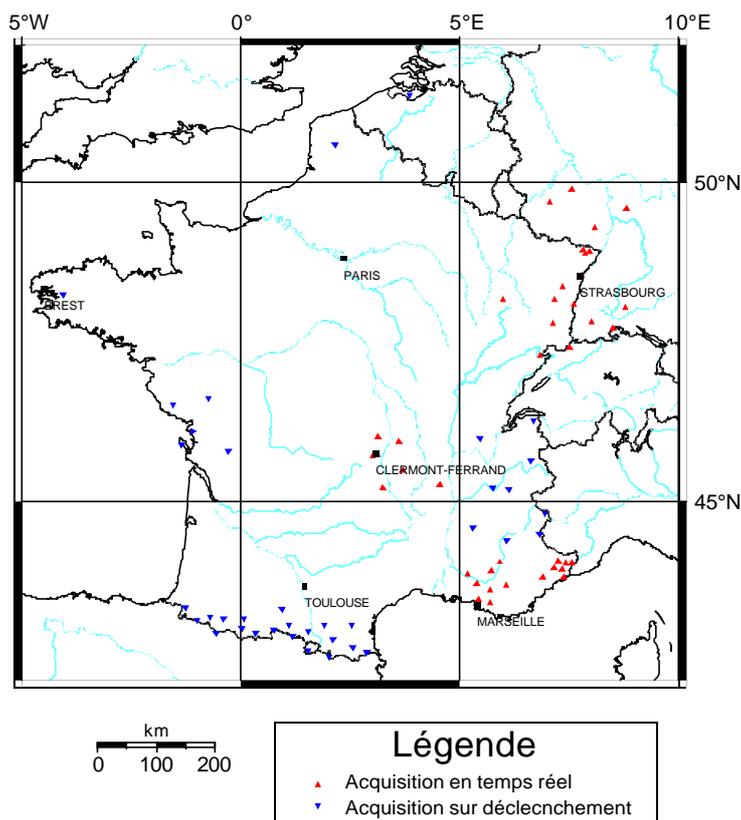
	<i>Résolution (s)</i>
Petite (haute fréquence)	0.33
intermédiaire	1
Grande (basse fréquence)	1.65

	<i>Seuil THR</i>
P_local: THR_loc	3.5
S_local: THR_S	2.8
P_téleséisme: THR_télé	3.75

**Tableau 3.1:** Caractéristiques techniques de l'algorithme développé. Valeurs adoptées dans cet algorithme.

## 5 Illustrations

Un programme, écrit en langage C, a été adapté aux stations courte-période du RéNaSS bénéficiant d'un enregistrement continu (Fig. 3.5). Ces stations sont celles des réseaux du Fossé Rhénan (18), de l'Auvergne (7), de l'Arrière Pays Niçois (7) et de Provence (8), soit 40 stations sur un total de 77. Les informations relatives à ces stations sont accessibles à partir du site Internet du RénaSS (<http://renass.u-strasbg.fr>).



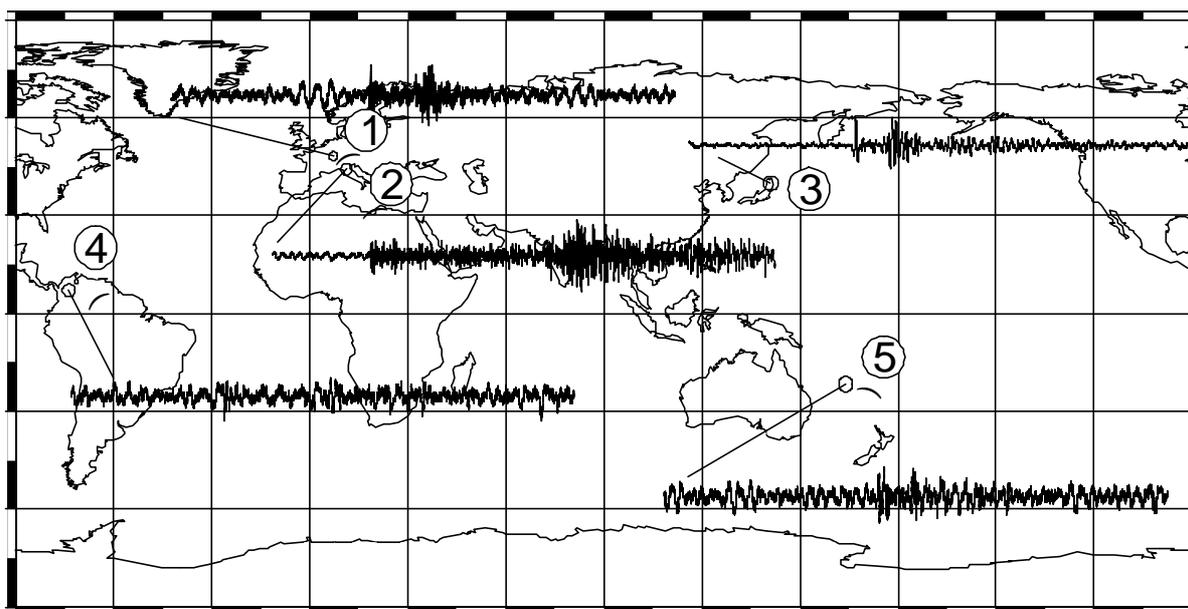
**Figure 3.5 :** Carte des stations sismiques courte période du Réseau National de Surveillance Sismique (RéNaSS). Sur un total de 77 stations, 40 possèdent une acquisition continue et les 37 autres ont une acquisition sur déclenchement.

A titre d'illustration, j'ai choisi cinq séismes enregistrés sur la station de RUPPELSTEIN (RUP) ayant des rapports signal sur bruit et des paramètres épicentaux (distance épicentrale - azimut) différents (Fig. 3.6). Deux exemples de pointés, éliminés pour cause de bruit, sont aussi donnés. Ces exemples proviennent respectivement de l'enregistrement du séisme du 16 mars 1999 survenu à Colmar (Haut Rhin, France) sur la station de LIMBURG (LIBD) et de l'enregistrement du séisme du 25 janvier 1999 survenu dans la région de Bologne (Italie) sur la station du SPAICHINGEN (SPAK).

Les caractéristiques (date, heure origine, localisation, latitude, longitude et magnitude) de ces séismes sont données ci après (Tableau 3.2 ; données RéNaSS).

<i>Date</i>	<i>Heure</i>	<i>Localisation</i>	<i>Lat (°)</i>	<i>Lon (°)</i>	<i>Mag.</i>
16/03/99	16h20	Colmar (68, France)	48.23°N	7.26°E	2.4
25/01/99	22h46	Bologne (Italie)	44.24°N	11.24°E	4.6
18/03/99	17h55	Japon (Hokkaido)	39.31°N	141.°E	5.7
18/03/99	23h53	Colombie	8.64°N	72.2°W	4.9
02/04/99	20h16	Iles Loyauté	24.83°S	166.0°E	4.7

**Tableau 3.2:** Caractéristiques des séismes présenté en figure 3.6.

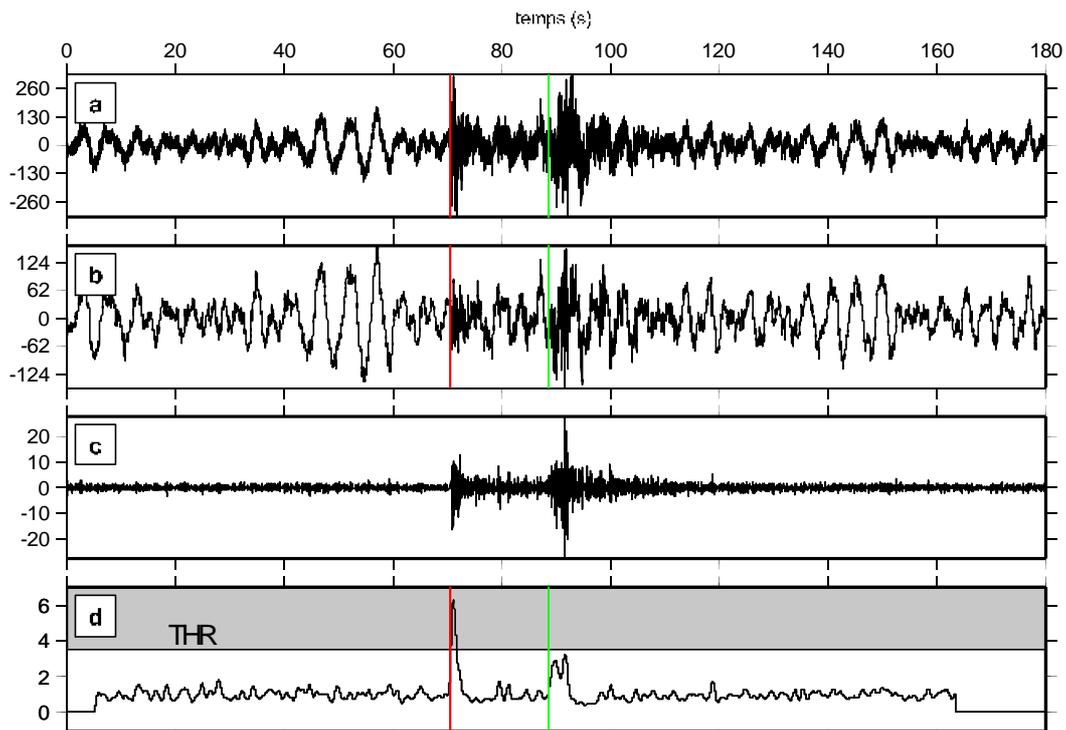


**Figure 3.6 :** Sismogrammes choisis pour illustrer l'algorithme développé. Ces cinq sismogrammes enregistrés sur la station sismique de RUPPELSTEIN (RUP) présentent des rapports signal sur bruit et des paramètres épicaux différents. (1) 16/03/1999 6h20 Colmar (France), (2) 25/01/1999 22h46 Italie (Sud de Bologne), (3) 18/03/1999 23h53 Colombie, (4) 18/03/1999 17h55 Japon (Hokkaido) et (5) 02/04/1999 20h16 Iles Loyauté.

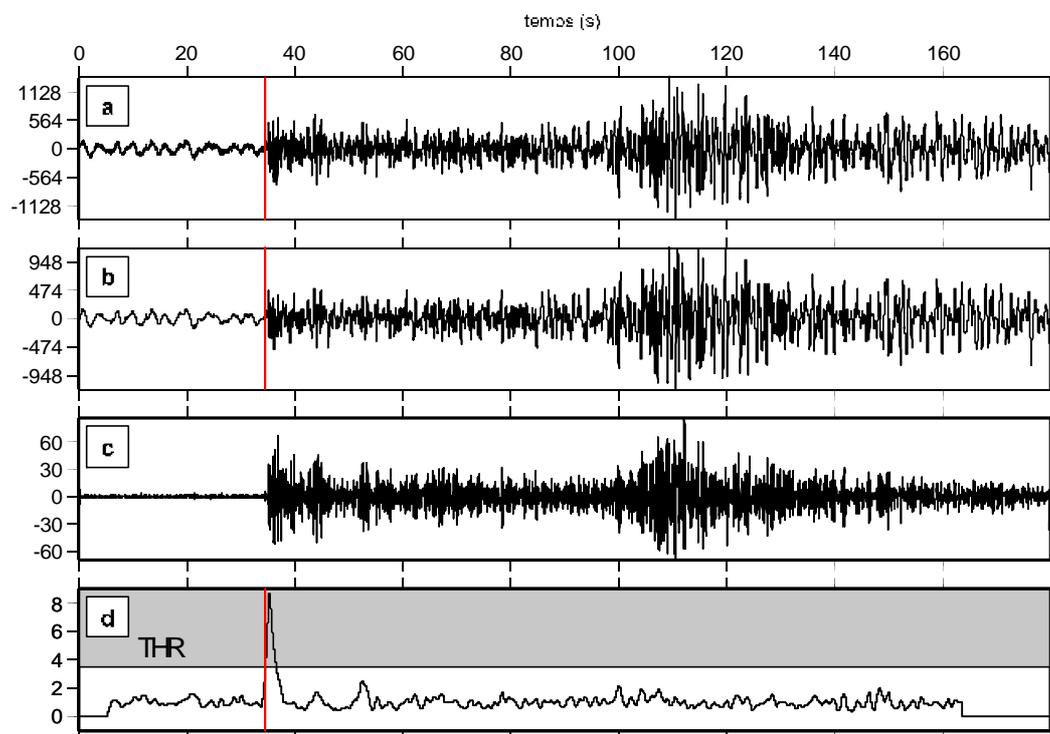
Les résultats (Figures 3.7 à 3.13) sont présentés dans une figure comportant au maximum huit cadrans. Ces figures ont été réalisées automatiquement pendant l'exécution du programme en utilisant des scripts GMT (the Generic Mapping Tools de Wessel et Smith, 1991).

De haut en bas, on y trouve (a) le sismogramme original (durée 180.0 s), (b) le sismogramme filtré (filtre médian), (c) la décomposition haute fréquence et (d) le rapport STA/LTA correspondant. Si un séisme local est déclaré (dépassement de seuil, partie grisée) et pointé (pas de parasite), alors le rapport du pointé est édité et l'analyse s'arrête. Sinon, la gamme de fréquence intermédiaire est analysée via le calcul en (e) de la décomposition de résolution intermédiaire et de (f) le rapport STA/LTA correspondant. Comme précédemment, soit un télé-séisme est déclaré et on édite le rapport du pointé, soit on passe au calcul de (g) la décomposition basse fréquence et de (h) son profil STA/LTA. Suivant qu'il y a ou non dépassement de seuil, on a affaire soit à un télé-séisme soit à quelque chose d'autre, jugé non pertinent et éliminé par le programme (Fig. 3.4).

Colmar (16/03/1999 16h20). Le sismogramme original est caractérisé par un bruit de fond de très basse fréquence ( $< 0.5$  Hz) et de forte amplitude (Fig. 3.7a). A ce bruit se superpose un bruit très haute fréquence et de faible amplitude gommé par le filtre médian (Fig. 3.7b). La décomposition en ondelette "haute fréquence" permet de faire ressortir le signal sismique de fréquence correspondante (Fig. 3.7c). Le calcul du rapport STA/LTA de ce signal filtré permet de pointer sans ambiguïté une première arrivée sismique P et une seconde arrivée S (Fig. 3.7d).



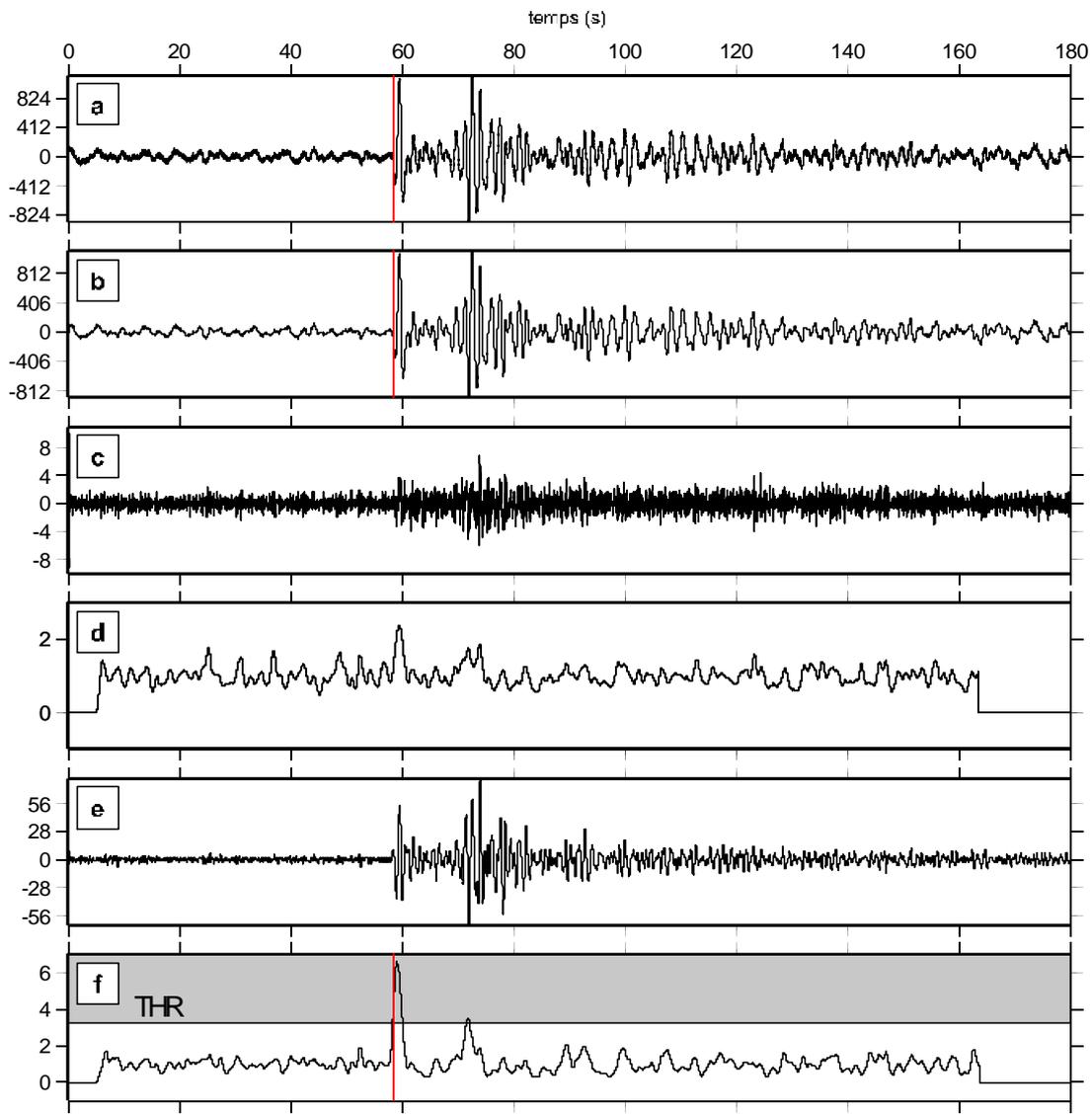
**Figure 3.7 :** Enregistrement du séisme de Colmar (68, France; 16/03/1999 à 16h20) sur la station RUP. Le séisme est détecté (voir texte pour détails).



**Figure 3.8 :** Enregistrement du séisme de Bologne (Italie, 25/01/1999 à 22h46) sur la station RUP. Le séisme est détecté (voir texte pour détails).

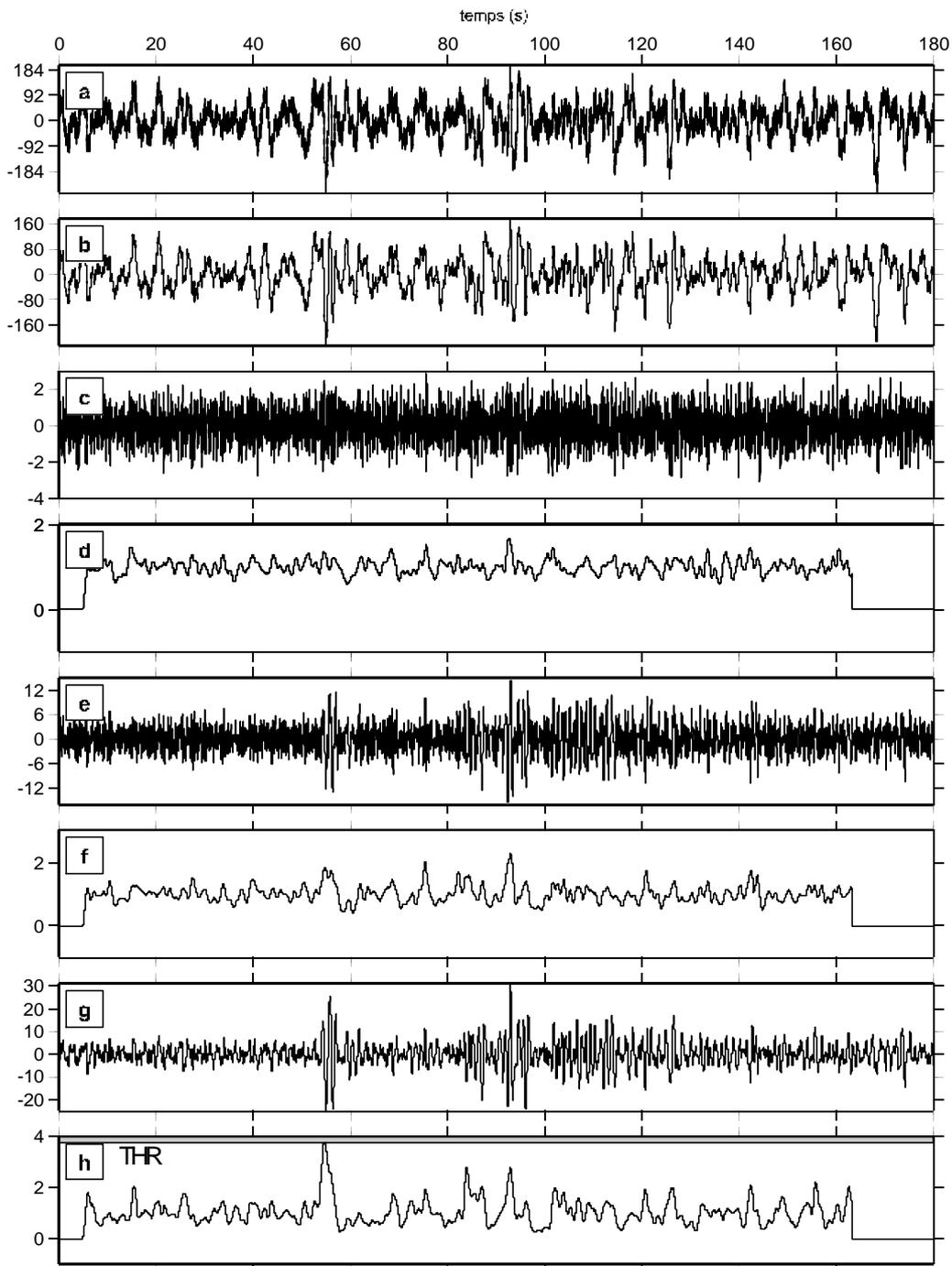
Bologne (01/25/1999 22h46). Le sismogramme de ce séisme de magnitude local  $M_l = 4.6$  est peu bruité (Fig. 3.8a et b). Cependant, le filtrage en ondelette améliore encore ce signal et donc le profil STA/LTA (Fig. 3.8c et d), ce qui permet de pointer l'arrivée d'une onde P sans aucune difficulté.

Japon (16/03/1999 17h55). Le premier train d'ondes de ce télé-séisme a été enregistré sur la station RUP le 16/03/1999 vers 18h07 (Fig. 3.9a et b). Alors qu'à petite résolution, la décomposition en ondelette (Fig. 3.9c) et le rapport LTA/STA (Fig. 3.9d) montrent l'absence de composantes à hautes fréquences pour cet événement, la résolution intermédiaire permet de faire ressortir un signal fort (Fig. 3.9e et f). La présence d'un signal "basse fréquence" concomitante à l'absence de signal "haute fréquence" est interprétée comme un signal sismique lointain. Le pointé de l'onde P est indiscutable.



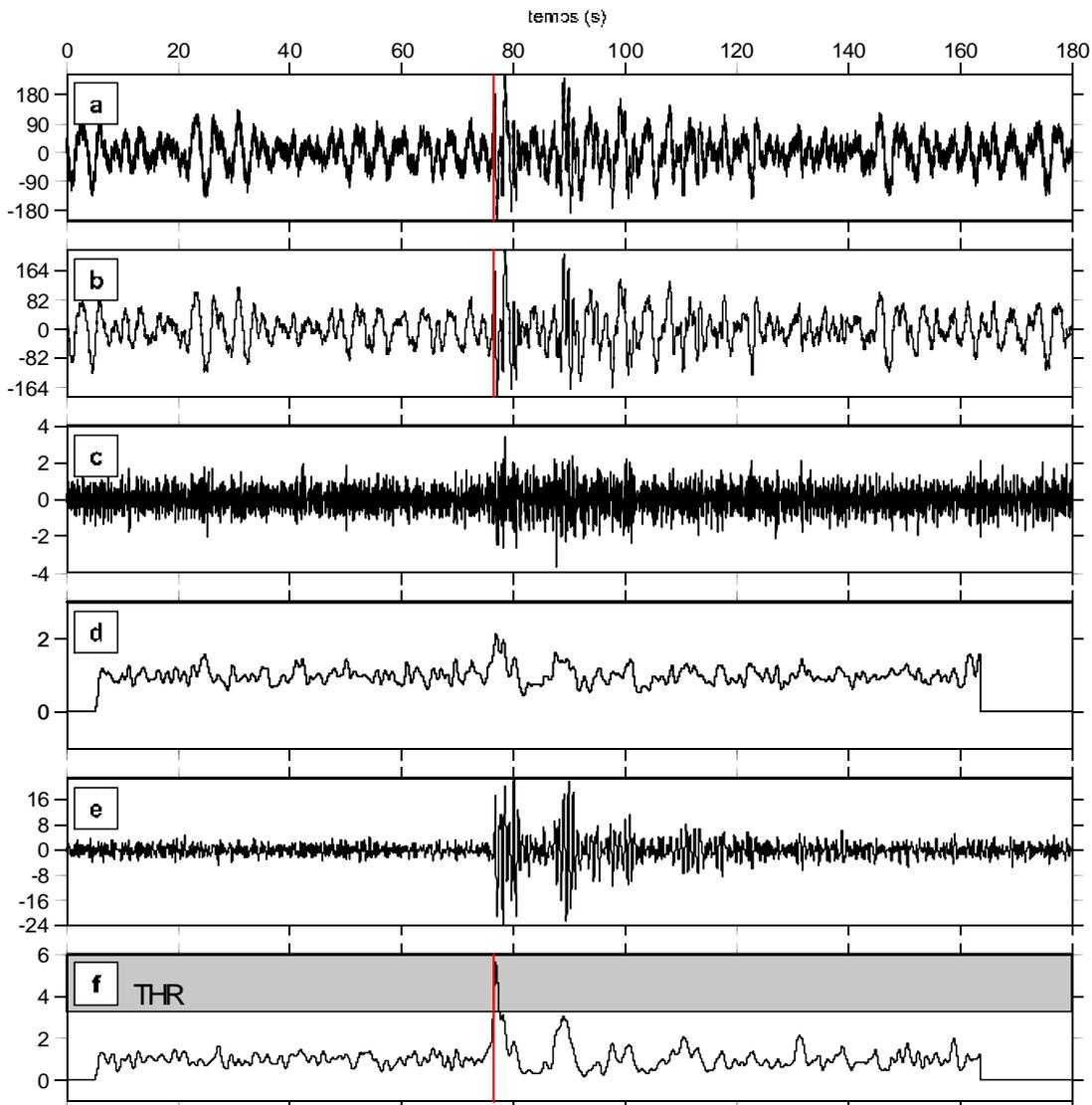
**Figure 3.9 :** Enregistrement du séisme d'Hokkaido (Japon, 16/03/1999 à 17h55) sur la station RUP (voir texte pour détails).

Colombie (18/03/1999 23h53). Ce séisme de faible magnitude ( $M_b = 4.9$ ) a été enregistré sur la station RUP une douzaine de minutes après son temps origine. Le sismogramme est particulièrement bruité (Fig. 3.10a et b). Les trois résolutions (petite, intermédiaire et grande) (Fig. 3.10c, d, e, f, g et h) ne permettent pas, avec les critères fixés, de détecter des composantes fréquentielles suffisamment énergétiques pour pointer, à coup sûr, l'arrivée d'une phase sismique. Cet événement a été rejeté bien qu'il soit passé tout près d'une détection en mode « télé-séisme » (Fig. 3.10h).



**Figure 3.10 :** Enregistrement du séisme de Colombie (18/03/1999 à 23h53) sur la station RUP (voir texte pour détails).

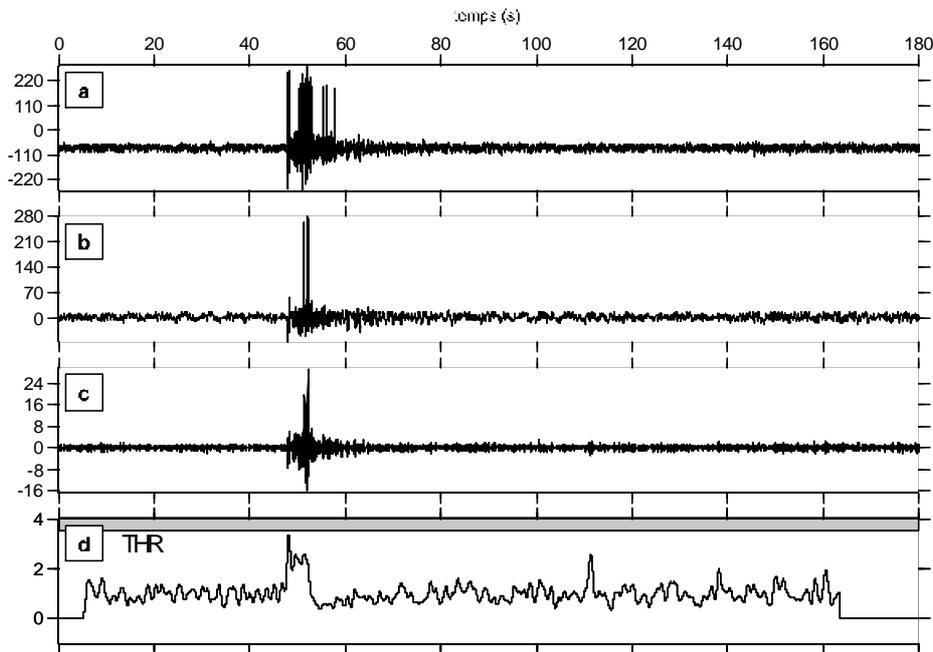
Iles Loyauté (04/04/1999 20h16). Encore une fois, le sismogramme est noyé dans un bruit de très basse fréquence (Fig. 3.11a et b). Le filtrage en ondelette permet de faire ressortir la nature basse fréquence, et donc lointaine, du signal sismique (Fig. 3.11c, d, e et f). L'arrivée de la première arrivée (PKP1) est bien pointée (Fig. 3.11f).



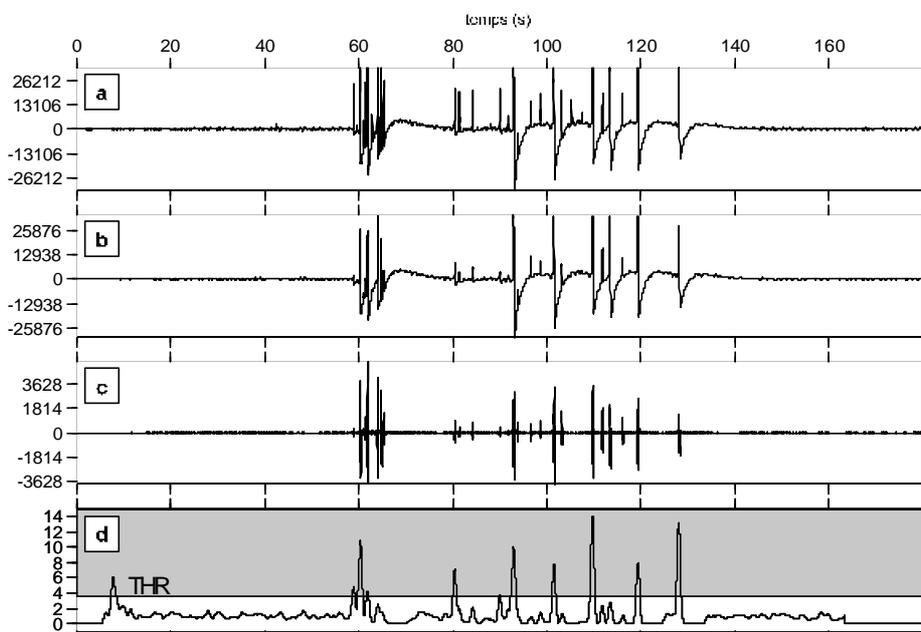
**Figure 3.11 :** Enregistrement du séisme des Iles Loyauté (02/04/1999 à 20h16) sur la station RUP (voir texte pour détails).

Élimination de pointés incertains ou d'enregistrements parasités. La première illustration du rejet d'un pointé incertain est effectuée sur un enregistrement à la station de LIBD du séisme de Colmar (Fig. 3.12a). Malgré le passage du filtre médian, de curieux pics subsistent (Fig. 3.12b). La décomposition haute fréquence, sensible à ces variations brutales d'amplitude du signal (Fig. 3.12c), conduit à un profil STA/LTA très chahuté, caractéristique de parasites (Fig. 3.12d). Le nombre de maxima du profil STA/LTA supérieur à THR\_parasite ( $1.8 = \max(3.3/2.5, 1.8)$ ) étant plus grand que la valeur critique fixée ( $n = 4$ ), le signal est éliminé.

L'enregistrement du 25/01/1999 à 22h47 sur la station de SPAK (Fig. 3.13a et b) illustre l'effet des parasites radioélectriques sur la décomposition haute fréquence du signal (Fig. 3.13c) et sur le profil STA/LTA (Fig. 3.13d). Un trop grand nombre de maxima dépassant 4.2 ( $4.2 = \max(10.5/2.5, 1.8)$ ), le seuil THR\_parasite, conduit à éliminer immédiatement cet enregistrement.



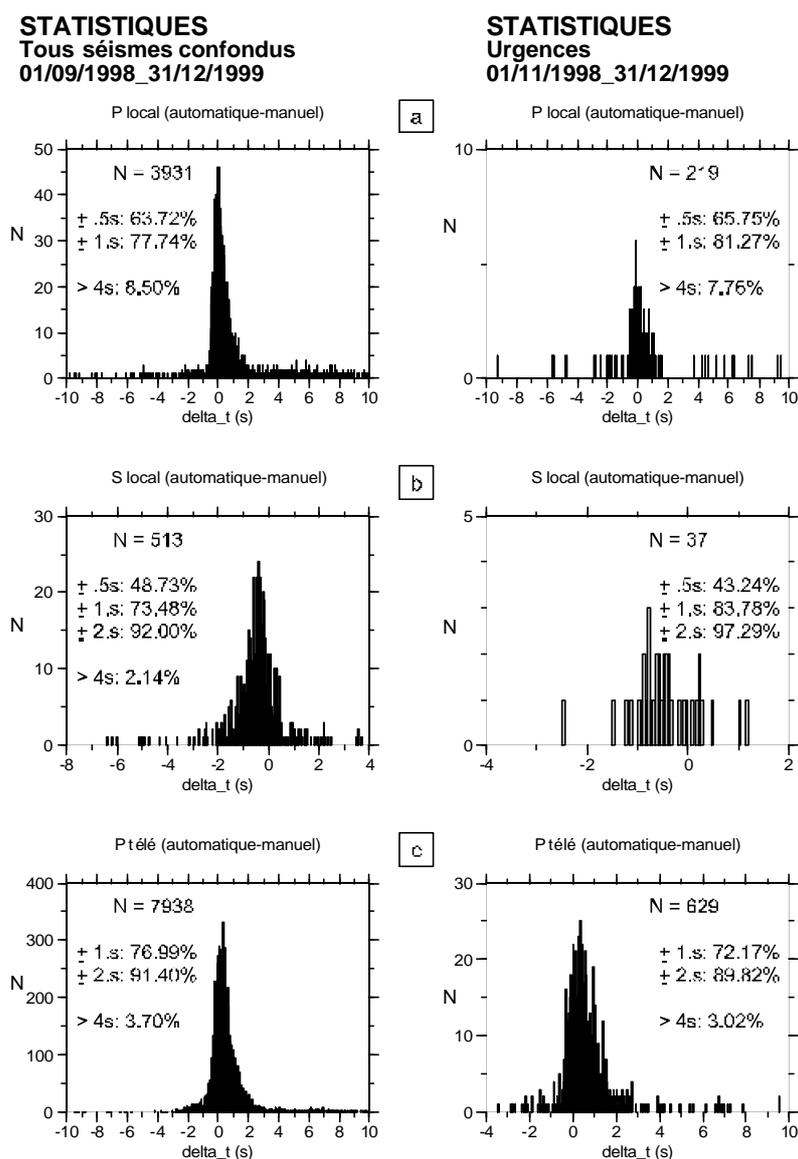
**Figure 3.12 :** Illustration de la règle d'élimination de sismogramme pour cause de bruit. Enregistrement du 16/03/1999 à 16h20 sur la station LIBD (voir texte pour détails).



**Figure 3.13 :** Illustration de la règle d'élimination de sismogramme pour cause de bruit. Enregistrement du 25/01/1999 à 22h47 sur la station SPAK (voir texte pour détails).

## 6 Applications

Pour tester l'efficacité de l'algorithme précédemment illustré, celui-ci a été appliqué à l'ensemble des données (toutes magnitudes et localisations confondues) enregistrées sur les quatre réseaux régionaux Fossé Rhéna, Auvergne, Arrière Pays Niçois et Provence (40 stations au total) entre le 01/09/1998 et le 31/12/1999. La date du 01/09/1998 correspond au moment à partir duquel le format des données a été stabilisé. Le sous-jeu de données correspondant aux séismes ayant fait l'objet d'une urgence entre le 01/11/1998 et le 31/12/1999 est aussi discuté. Les résultats de cette étude sont synthétisés dans les tableaux 3.3 et 3.4 ainsi que la figure 3.14.



**Figure 3.14 :** Statistiques sur l'ensemble des enregistrements (01/09/1998 - 31/12/1999) et sur les séismes ayant fait l'objet d'une urgence (01/11/1998 - 31/12/1999) aux 40 stations des réseaux régionaux Fossé Rhéna, Auvergne, Arrière Pays Niçois et Provence. Histogramme de distribution des différences de temps entre pointé automatique et pointé manuel pour (a) les ondes P, (b) les ondes S en local et (c) les ondes P en télé-séismes.

Pendant ces 16 mois, plus de 27500 pointés manuels ont été effectués par les analystes du RéNaSS. Ces pointés se répartissent en 8084 pointés d'ondes P et 4181 pointés d'ondes S pour les séismes proches, et en 15324 pointés d'ondes P pour les séismes lointains. En automatique, 5082 phases P et 895 phases S ont été pointés en local, pour 15405 phases P lointaines. La différence entre le nombre de pointés manuels et le nombre de pointés automatiques (P\_local: 62.8%; S\_local: 21.4%; P\_télé: 61.52%) s'explique par le fait que (1) l'algorithme a été développé pour réagir en cas de séisme majeur (fort) et que (2) des critères sévères ont volontairement été fixés pour limiter le risque de fausse alarme lié à des pointés incertains.

Pour le sous-jeu de données correspondant uniquement aux séismes ayant fait l'objet d'une urgence, le pourcentage de pointés automatiques par rapport aux manuels est alors supérieur à 66% pour les ondes P et supérieur à 63% pour les ondes S.

Parmi les pointés automatiques du jeu complet de données, seuls 3929 (48.6%), 513 (12.27%) et 7938 (51.78%) d'entre-eux trouvent leur analogue dans les pointés manuels des ondes P et S des séismes proches et des ondes P des séismes lointains, respectivement. Pour le sous-jeu de séismes ayant fait l'objet d'une urgence, le pourcentage de pointés communs est de 61.17%, 37.75% et 57.07%. Ces résultats sont résumés dans les Tableaux 3.3 et 3.4.

	<i>Manuels</i>	<i>Automatiq.</i>	<i>Communs</i>	<i>En plus / manuels</i>	<i>En moins / manuels</i>
P local	8084	5082	3929	593	3490
S local	4181	895	513	362	3646
P lointain	15324	9428	7938	1087	7042
Total	27589	15405	12380	2042	14178

**Tableau 3.3.** Comparaison des pointés manuels et automatiques sur l'ensemble des données des réseaux régionaux Fossé Rhéna, Auvergne, Arrière Pays Niçois et Provence (40 stations) pour la période 01/09/1998 - 31/12/1999. Pointés manuels, automatiques, communs, en plus, en moins pour les phases sismiques P et S des séismes proches (local) et pour les phases P des télé-séismes (lointain).

	<i>Manuels</i>	<i>Automatiq.</i>	<i>Communs</i>	<i>En plus / manuels</i>	<i>En moins / manuels</i>
P local	358	238	219	28	128
S local	98	62	37	25	61
P lointain	1102	731	629	56	432
Total	1558	1031	885	109	621

**Tableau 3.4.** Comparaison des pointés manuels et automatiques sur les séismes ayant fait l'objet d'une urgence entre le 01/11/1998 - 31/12/1999 (40 stations). Pointés manuels, automatiques, communs, en plus, en moins pour les phases sismiques P et S des séismes proches (local) et pour les phases P des télé-séismes (lointain).

---

Pour juger de la qualité des pointés automatiques, la différence de temps  $\Delta t$ , pointé automatique moins pointé manuel, des pointés communs, pour les phases P et S des séismes locaux et phases P des télé-séismes, sont présentés en figure 3.14.

Ondes P local (Fig. 3.14a). Les différences de temps entre pointé automatique et pointé manuel  $\Delta t \leq 0.5s$  représentent un pourcentage supérieur à 63%. Ce pourcentage s'élève à 77.74% si on admet une différence de temps de l'ordre de la seconde, et même à plus de 81% pour les séismes de magnitude locale supérieure à 3.0. La quantité assez importante de pointés (~ 8%) présentant un écart en temps supérieur à 4s s'explique par la non distinction entre les phases Pn et Pg, dans le calcul des statistiques. Quoiqu'il en soit, à condition qu'il restent peu nombreux, ces pointés sont éliminés dans une phase ultérieure de la localisation automatique (vérification de la cohérence des temps d'arrivée).

Onde S, local (Fig. 3.14b). Le temps d'arrivée d'une onde S est une information précieuse pour la localisation des séismes proches. Du fait du poids du temps d'arrivée de l'ondes S dans la localisation, mieux vaut une absence de pointé qu'un pointé incertain. Aussi, des critères sévères ont été mis en place et expliquent d'une part le peu de pointé et d'autre part, leur qualité. Alors que près de 50% des pointés automatiques sont compris dans un  $\Delta t \leq 0.5s$ , plus de 83% des pointés effectués sur les séismes les plus forts sont dans un intervalle de temps inférieur à la seconde. Même si ils sont souvent en retard (il est très difficile de pointer l'arrivée d'une onde S), plus de 92% des pointés présentent un  $\Delta t$  inférieur à 2s.

Onde P, télé-séisme (Fig. 3.14c). Environ 77% des pointés automatiques d'onde P de séismes lointains montrent  $\Delta t \leq 1s$ . Ce pourcentage passe à près 90% si on admet un  $\Delta t \leq 2s$ .

Bien que le pointé automatique ne remplace pas le travail précis de l'analyste, il l'aide. Grâce à de sévères critères éliminant les pointés incertains, l'algorithme développé fournit des pointés suffisamment précis autorisant une localisation fiable dans plus de 70% des cas- taux de réussite égal au tout récent travail de Gendron et al. (2000) utilisant des ondelettes discrètes.

## 7 Conclusion et perspectives

L'algorithme développé ne représente pas une révolution dans le domaine des pointés automatiques des phases sismiques. Les idées de base, filtrage passe-bande et calcul du rapport STA/LTA sont similaires à celles développées par Allen (1978) et Baer et Kradolfer (1987). L'originalité du programme vient de l'utilisation des ondelettes dans la construction de la fonction caractéristique. Malgré les sévères contraintes (rapidité d'exécution et fiabilité), utilisées comme des filtres passe-bande naturellement bien localisés en temps et en fréquence, les ondelettes permettent de détecter, de distinguer et de pointer les séismes proches et lointains en rejetant les pointés incertains et le bruit.

- Pour les séismes locaux, les pointés automatiques des temps d'arrivée des ondes P (et S) sont déterminés avec une précision meilleure que 0.5s (et 1.0s pour les ondes S) dans plus de 65% des cas.

---

- Pour les séismes lointains, les pointés automatiques des temps d'arrivée des ondes P télé-sismiques sont déterminés avec une précision meilleure que 1.0 s dans 75% des cas, et meilleure que 2.0s dans 90% des cas. La limite détection-pointé dépend du séisme (latitude, longitude et magnitude) et du (des) réseau(x) impliqué(s) (nombre de stations sismiques et rapport signal/bruit).

Par rapport au système actuel du RéNaSS, l'algorithme développé reste largement compétitif en temps. La version actuelle répond donc à l'exigence de surveillance en temps réel, ou plutôt quasi-réel (< 10s). Le présent algorithme offre surtout l'avantage de limiter les fausses alarmes grâce, d'une part, à l'élimination des pointés incertains et d'autre part, à sa capacité à mieux discriminer les séismes proches des séismes lointains. Pour les séismes proches, les pointés automatiques (même peu nombreux) des arrivées secondaires contribuent à une localisation plus précise de ces événements. Aucun pointé automatique de phases S n'est à ce jour effectué dans le système actuel du RéNaSS.

Bien que des résultats similaires auraient pu être obtenus en utilisant un banc de filtres récursifs (Whithers et al., 1998), cette étude de faisabilité montre ainsi que, par (1) leur aptitude à détecter les caractéristiques d'un signal transitoire, (2) leur bonne résolution en temps à toutes les fréquences et (3) leur implémentation numérique rapide, les ondelettes peuvent améliorer le rendement du traitement des données d'un réseau sismique.

A l'avenir, outre une optimisation du code, pour améliorer les performances de l'algorithme, et en particulier, augmenter le nombre de pointés "sûrs", on peut imaginer des tests s'inscrivant dans une logique plus complexe inspirée de la nombreuse littérature des pointeurs automatiques de phases. Ces tests pourront inclure:

- une adaptation dynamique du seuil de détection THR en fonction du bruit,
- un critère de "durée minimum d'événement " et éviter ainsi un déclenchement intempestif aux "hautes fréquences" et
- un examen plus précis de l'intervalle des données (tampon de 10 secondes) ayant engendré le déclenchement.

---

# Chapitre Quatre

## Problématiques, formalisme, méthodes et exemples

---

- «Au delà des milliers d'étoiles que tu vois, il y en a encore des millions et des millions d'autres et des millions de mondes. A l'infini du ciel. Cet infini, Joian, s'appelle l'Univers.

Le secret de la connaissance c'est que tout ce qui nous entoure est à l'image de cet univers. Chaque chose, chaque être, de la plus infime poussière au plus gigantesque colosse, est semblablement composé de millions d'étoiles, des étoiles minuscules, invisibles à l'œil ordinaire, reliées entre elles par d'énormes forces au milieu de vides immenses.

Ces minuscules étoiles sont toutes pareilles. C'est la manière différente dont elle s'assemblent qui donne aux choses une nature et une forme différentes.»

- «Je ... je ne comprends pas très bien.»

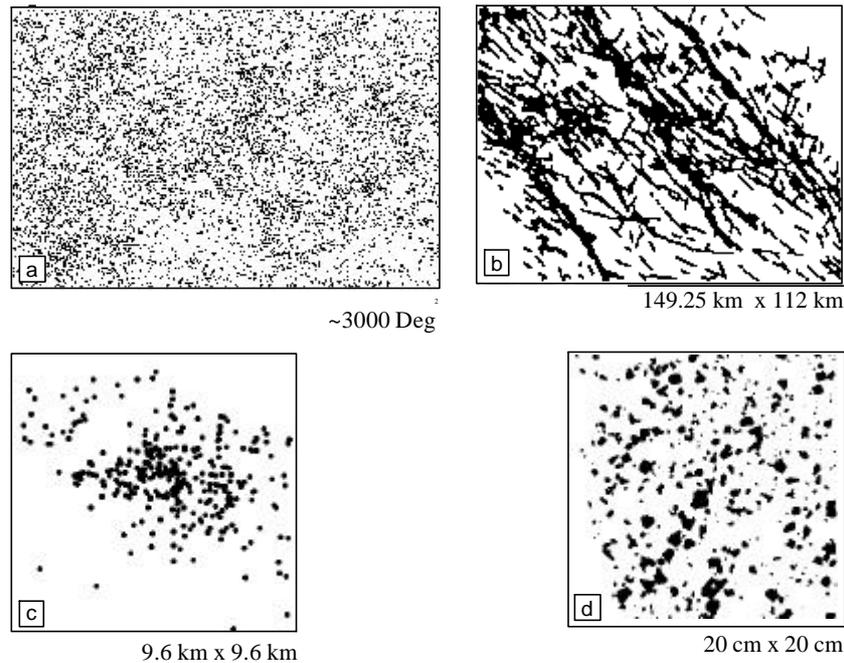
- «Je sais, Joian, tu n'es encore qu'un petit garçon ... Tout ce que je te dis restera dans ta mémoire, et plus tard, retrouvant mes paroles, tu comprendras, tu apprendras à VOIR.»

Thorgal, *Les yeux de Tanatloc*. Rosinski et Van Hamme. Édition Lombard, 1986.

Ce chapitre est destiné à nous familiariser avec l'analyse multi-échelle par ondelettes 2D. Nous illustrons tout d'abord les développements méthodologiques liés aussi bien à l'étude des champs de galaxies qu'à celle des champs de fractures. Sur ces bases, nous proposerons une nouvelle méthodologie que nous illustrerons via une série de travaux sur l'organisation minérale des roches magmatiques et sur la distribution spatiale des séismes.

## 1 Cadre général

Le monde physique qui nous entoure présente des *organisations spatiales complexes*. La résolution du problème inverse consistant, à partir d'un état fini (l'observable présent), à expliquer les causes et la dynamique à l'origine de cette organisation, est l'enjeu de recherches actives dans de nombreux domaines. En Sciences de la Terre et de l'Univers, on peut isoler quatre systèmes particulièrement étudiés: (1) les champs des galaxies, en astrophysique, (2) les réseaux de fractures, (3) la répartition spatiale et temporelle des séismes, en géophysique, et (4) les organisations minérales résultant de la déformation des roches magmatiques, en géologie (Fig. 4.1).



**Figure 4.1** : Exemple d'organisation spatiale complexe. (a) champ de galaxie, (b) champ de fractures, (c) distribution d'épicentres et (d) sections de roches.

L'étude de ces systèmes a stimulé de nombreux développements méthodologiques, dont celui, depuis le début des années 1990, des transformées en ondelettes. Un peu comme la physique statistique cherche à établir le comportement macroscopique d'un système, à partir de l'organisation et des interactions entre ses constituants microscopiques, les ondelettes constituent un sorte de "microscope mathématique", capable de décrire la *hiérarchie* qui sous-tend la complexité structurelle des objets constitutifs du système. Lorsqu'on ne dispose, pour information, que de la géométrie du système, l'analyse par ondelettes est une aide particulièrement précieuse. Elle permet d'extraire de manière automatique et non-subjective, les détails d'un jeu de données, à une échelle particulière. En combinant les observations à différentes échelles, l'analyse multi-échelles permet de souligner, si elle existe, la structure hiérarchique des données. Elle apporte ainsi des contraintes sur les processus qui en sont responsables.

Dans cette deuxième partie, nous proposons d'étendre le formalisme mathématique précédent à la deuxième dimension, puis de rappeler brièvement les développements méthodologiques associés à l'étude des champs de galaxies et des champs de failles. Sur les bases de ces études, nous proposerons ensuite une série de travaux sur l'organisation minérale, ou fabrique des roches (Chapitre 5) et sur l'analyse de la distribution spatiale des événements sismiques (Chapitre 6).

Ces différentes applications reposent sur une même méthode analytique consistant à explorer le système à différentes échelles, soit en partant du tout et en poursuivant par ses parties, par divisions successives, soit en partant de ses éléments de base (microscopique) et, par des techniques de renormalisation, d'en déduire progressivement son comportement macroscopique.

---

## 2 Formalisme des ondelettes 2D

L'extension du concept d'ondelette à l'espace bidimensionnel est immédiat. Le coefficient d'ondelette est défini comme suit :

$$C_f(a, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{K_y}} a^{-1} \int \vec{y} \left( R_\theta^{-1} \left( \frac{\vec{x} - \vec{b}}{a} \right) \right) f(\vec{x}) d^2 \vec{x} \quad 4.1$$

où  $a$  est le facteur d'échelle, et  $R_\theta$  l'opérateur de rotation d'angle  $\theta$ . Le facteur  $K_\psi$  est défini par :

$$K_y = \int \frac{|\hat{\mathcal{Y}}(\vec{u})|^2}{|\vec{u}|^2} d^2 \vec{u} < \infty \quad 4.2$$

ce qui implique que la valeur moyenne de l'ondelette mère soit nulle.

Une ondelette très couramment utilisée est le chapeau mexicain isotrope (Fig. 4.2a) d'équation :

$$\mathbf{y}(x, y) = (2 - x^2 - y^2) e^{-\left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)} \quad 4.3$$

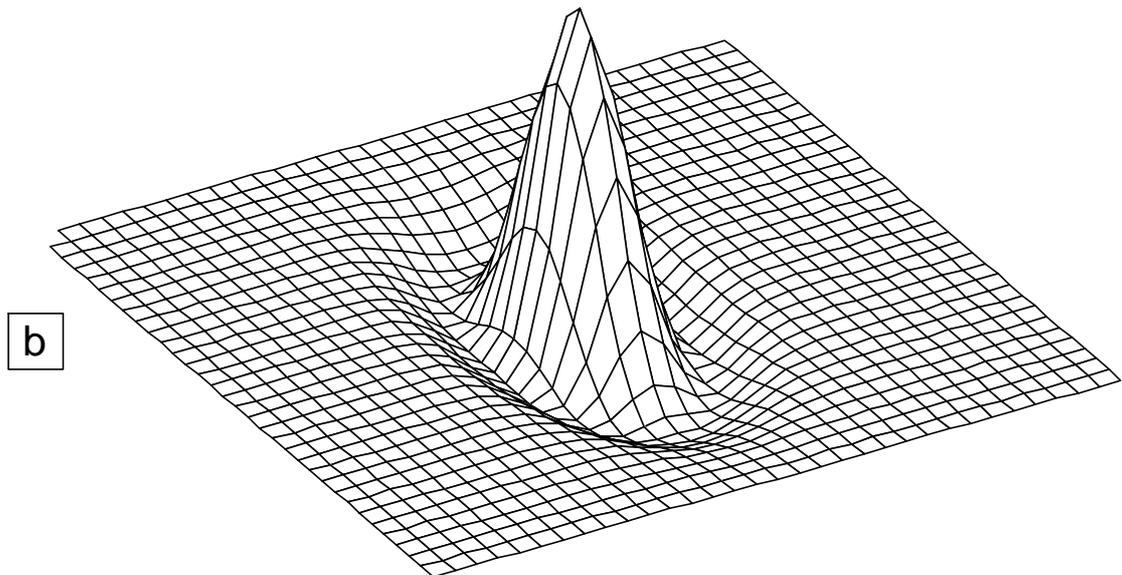
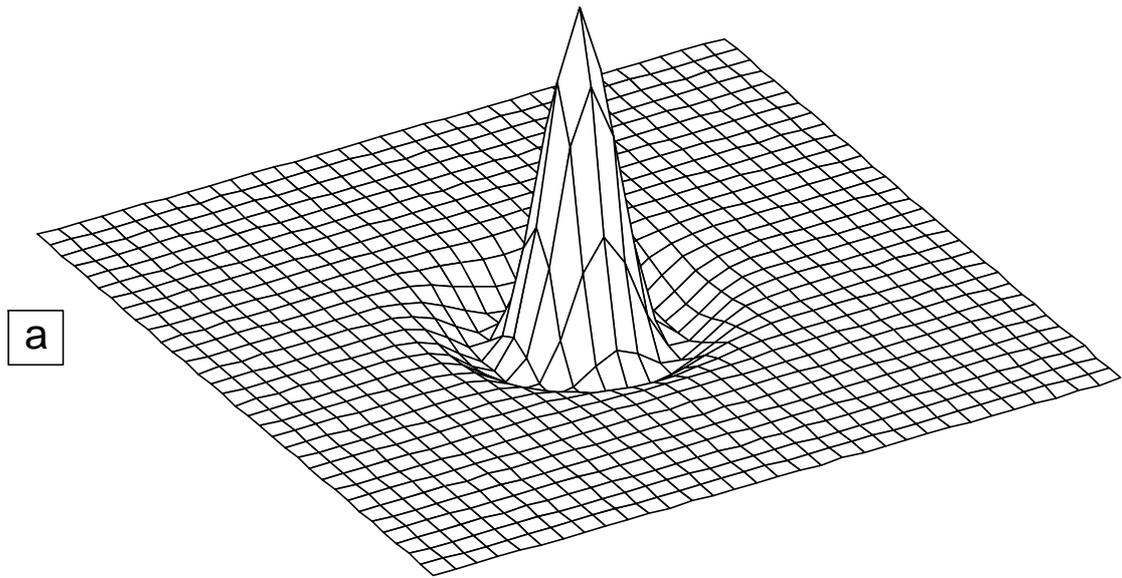
ou sa version anisotrope (Fig. 4.2b) d'équation :

$$\mathbf{y}(x, y) = \left(2 - \frac{x^2}{\mathbf{s}^2} - y^2\right) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + y^2}{\mathbf{s}^2}\right)} \quad 4.4$$

Dans ce cas, l'estimation de  $K_\psi$  est donnée par (Ouillon, 1995) :

$$K_y = \frac{\mathbf{s}^2}{16\mathbf{p}^3} \quad 4.5$$

La mise en œuvre numérique est semblable à celle utilisée pour la TO 1D. On calcule la TF du signal et de l'ondelette, on en effectue le produit, puis on revient dans l'espace réel par TF inverse du produit. Les précautions pour les effets de bords et les limitations des échelles à utiliser sont identiques à celles des ondelettes mono-dimensionnelles. Ces derniers points, ainsi que la sensibilité à la taille et à l'orientation des structures, sont repris ci-après ainsi qu'au Chapitre 5.



**Figure 4.2** : Ondelette chapeau mexicain. (a) isotrope ( $\sigma = 1$ ) et (b) anisotrope ( $\sigma = 2$ ).

---

## 3 Ondettes et étude de l'Univers distant

### 3.1 Hétérogénéité de l'Univers : problématique

L'étude de la distribution des galaxies, en 2 ou 3 dimensions, est une étape importante vers la compréhension des *processus d'évolution* des structures de grande échelle de l'Univers. L'Univers se caractérise par son *hétérogénéité* à toutes les échelles observées. A partir de cartes bi-dimensionnelles, la diversité des entités morphologiques a été récemment complétée par d'autres, telles que des "filaments" 1D (Giovanelli et al., 1986) ou des "feuillettes" 2D (de Lapparent et al., 1986). Avec l'ajout du paramètre distance (vitesse radiale ou magnitude), l'hétérogénéité persiste et révèle la présence de structures 3D, tel que le célèbre "Great Wall" (Geller and Huchra, 1989). De plus, des régions peu denses, baptisées "vides", apparaissent dans les jeux de données 2D et sont en accord avec les idées d'expansion de l'Univers (décalage vers le rouge, "redshift") (Slezak et al., 1993). Enfin, plus récemment, Gott et ses collaborateurs (Gott et al., 1992 ; voir aussi Melott et al. 1989 et les références incluses) ont mis en avant des arguments privilégiant un modèle d'Univers à structure spongieuse plutôt qu'un modèle cellulaire comme celui de Jêveer et Einasto (1978).

Tout ceci pose une question fondamentale pour la cosmologie moderne: comment une distribution de matière aussi hétérogène peut-elle s'accorder avec la faible anisotropie de distribution des radiations des micro-ondes lointaines confirmée par les observations récentes?

Évidemment, la *topologie* actuelle résulte des conditions initiales et des mécanismes de formation des différentes structures. Même s'il est admis que ces mécanismes sont associés à un effondrement gravitaire (scénario de l'instabilité gravitationnelle), la topologie observée doit continuer à évoluer. La grande variété des modèles cosmologiques illustrent la difficulté de la tâche: une théorie de l'évolution des structures, à partir d'un Univers jeune, compatible avec *toutes* les observations reste à établir (voir Kashlinsky et Jones, 1991 pour une revue).

**redshift**: décalage vers le rouge. Plus un objet s'éloigne rapidement d'un point d'observation, plus la longueur d'onde qu'il émet est décalé vers le rouge. La longueur d'onde est décalée vers le bleu, s'il se rapproche du point d'observation (blueshift). La mesure de décalage vers le rouge traduit donc l'expansion de l'Univers. Via la relation suivante, la mesure du décalage est aussi une mesure de la distance de l'objet au point d'observation : d.

$$d=v.H = c.z$$

où

d = distance objet-point d'observation (Mpc, 1Mpc ~ 31 10<sup>18</sup> km),

v = vitesse de l'objet due à l'expansion de l'univers (km.s<sup>-1</sup>)

H = constante de Hubble (km.s<sup>-1</sup>/Mpc)

c = vitesse de la lumière (3.10<sup>5</sup> km.s<sup>-1</sup>)

z = le redshift (sans unité, rapport de longueur d'onde).

La valeur de la constante de Hubble est un débat qui anime les cosmologistes depuis des décennies. Il y a deux écoles avec chacune sa valeur. Pour les uns, c'est 50 km.s<sup>-1</sup>/Mpc, pour les autres, ce serait plutôt 85 km.s<sup>-1</sup>/Mpc.

---

En principe, la variété des structures observées est propice pour évaluer les modèles d'Univers. Chaque échelle apporte son propre lot de contraintes (observations) qui devraient permettre de choisir entre des modèles contradictoires. En pratique, il n'est pas facile de privilégier un modèle à partir de la présence de structures de différentes échelles dans la distribution des galaxies. Il faut alors confronter, échelle par échelle, les contraintes théoriques issues par exemple des simulations à N corps aux observations d'amas (clustering) de galaxies.

Diverses méthodes existent pour mettre en évidence de tels amas de galaxies dans une gamme d'échelles particulières. Classiquement, on distingue les intervalles suivants: (i) les structures de grande échelle (superclusters), de taille supérieure à une dizaine de Méga parsec, (ii) les amas de galaxies (clusters,  $\sim 1$  Mpc), (iii) les sous-structures des amas (centaine de kpc), (iv) les groupes compacts (dizaine de kpc), et enfin (v) les "vides" (« voids », jusqu'à 60 Mpc). Ces méthodes et leurs domaines d'application sont détaillées dans Pellegrini et al. (1980) et Escalera et MacGillivray (1995). Les travaux ci-après proposent une méthodologie globale capable d'étudier ces amas quelque soit leur taille.

**parsec (pc):** Le parsec (pc) est la distance à laquelle il faut se placer pour apercevoir la distance terre -soleil (dts) sous un angle de 1 seconde d'arc. Soit, en termes plus mathématiques :

$$\begin{aligned}\arctan(dts/pc) &= 1 \text{ seconde d'arc} \\ \text{avec dts} &= 150\,000\,000 \text{ km}\end{aligned}$$

1 pc  $\sim$  31 000 milliards de km. Avec une année-lumière, la distance que parcourt la lumière en une année (1 année lumière =  $3 \cdot 10^5 \times 364.25 \times 24 \times 3600 = 9.44 \cdot 10^{12}$  km), 1 pc  $\sim$  3.27 années-lumière.

### 3.2 Ondettes et topologie de l'Univers : méthodes

Les premières études (Slezak et al., 1990; Gill and Henriksen, 1990), utilisant la transformée en ondelette pour l'identification de structures dans la distribution des galaxies, sont dues à l'équipe de l'observatoire de la Côte d'Azur (A. Bijaoui, E. Escalera, G. Mars et A. Mazure) et à l'équipe de l'Université de Kingston au Canada (A.G. Gill et R.N Henriksen). Les méthodologies développées ensuite dans d'autres domaines, doivent beaucoup à ces travaux pionniers.

L'utilisation des ondelettes est motivée, d'une part, par leurs propriétés intrinsèques *locale* et *multi-échelles*, et d'autre part, parce qu'elles constituent la base d'une technique *objective*. En effet, aucune hypothèse est nécessaire tant sur le nombre, la richesse, la forme ou toute autre caractéristique des structures. Bien que certains auteurs supposent que la distribution des galaxies puisse être décrite en termes de fractals, et appliquent les ondelettes avec succès (Martinez et al., 1993), l'application des ondelettes ne nécessite aucune hypothèse sur la loi de probabilité des données.

---

L'analyse développée par Slezak et al. (1990) consiste à calculer la transformée en ondelette de la carte de la distribution des galaxies, pour différentes échelles. Pour une échelle donnée  $a$ , le chapeau mexicain isotrope explore, en chaque pixel de l'image originale, une zone circulaire d'un rayon approximativement égal à  $4a$ . La plus grande résolution considérée est  $a = 0.25R_f$  (où  $R_f$  est le rayon du champ d'analyse). La plus petite résolution considérée est, quant à elle, estimée à partir de la distance inter-particule moyenne; l'aire explorée correspondante contient une unique particule. Ainsi, la plus petite valeur de la résolution est donnée par la relation  $(4a)^2 = R_f^2/N_g$  (où  $N_g$  est le nombre de galaxies considérées). Une valeur usuelle de  $N_g$  conduit généralement à une résolution minimale égale à  $0.05R_f$ . D'autre part, les effets de bord liés à la périodisation de l'image et des filtres ondelettes dans le calcul de la transformée, doivent être pris en compte. Ceci est fait, soit en restreignant le champ d'observation, soit en insérant celui-ci dans une image plus grande (fond blanc ou bien fonction des données originales).

Les résultats sont extraits à partir de l'analyse des maxima locaux (ML) des cartes des coefficients d'ondelettes obtenues à chaque résolution. Les règles sont les suivantes:

- 1) Une structure donnée est localisée dans l'espace par la position du ML des coefficients ;
- 2) Sa taille est estimée à partir de l'échelle qui décrit le mieux la structure, i.e., l'échelle produisant la plus grande valeur du ML; dans la suite, une telle échelle optimum sera notée  $a_{opt}$  ;
- 3) La signification statistique, dérivée directement du ML, donne la probabilité individuelle d'existence de la structure concernée (simulations style Monte-Carlo).

Les ondelettes quantifient la validité statistique de la détection d'une sous-structure en la comparant à des structures créées de façon aléatoire via des simulations Monte Carlo. Ces simulations sont faites pour supprimer les éventuelles corrélations due au hasard dans le jeu de données original. Ainsi, un ML associé à une vraie structure ne devrait pas être reproduit dans les simulations. En fait, le test consiste à vérifier combien de fois une structure « semblable » à celle détectée dans le jeu de données réel apparaît dans les simulations. Le paramètre naturel qui permet cette comparaison est la valeur de ML. Cette procédure donne donc, pour l'échelle examinée, la probabilité que la structure détectée apparaisse uniquement par hasard (pour détails voir Escalera et al., 1992).

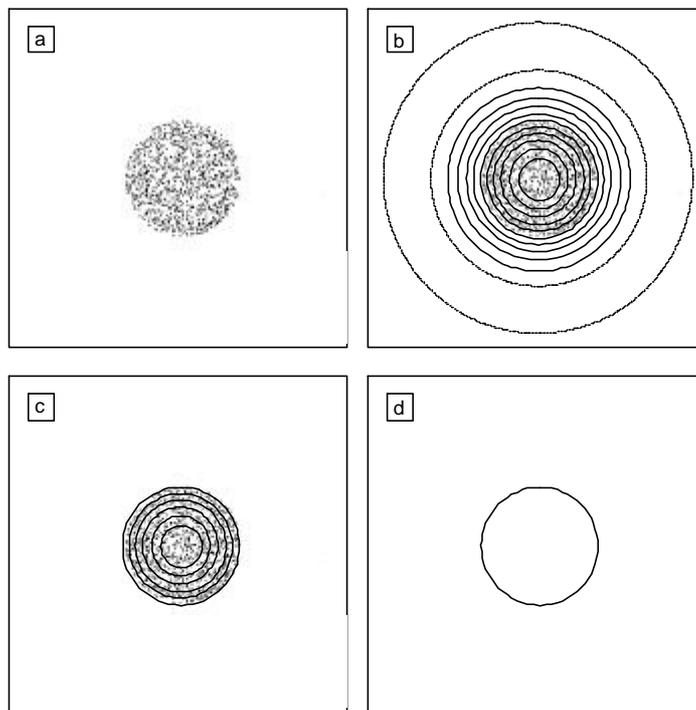
Ainsi, une structure donnée, même si elle est détectée à différentes échelles, est définie, à son échelle correspondante,  $a_{opt}$ , en termes de position-dimension et de probabilité. De cette manière, toutes les structures peuvent être détectées quelles que soient leur position et leur taille. Un point fondamental de l'analyse, à rappeler, est que les résultats précédents sont obtenus individuellement pour chaque structure présente dans le signal original.

### 3.3 Illustration

La procédure décrite ci-dessus est illustrée à partir d'exemples tirés de l'article d'Escalera et MacGillivray (1995).

Imaginons une structure circulaire de rayon  $R$  (Fig. 4.3a). Dans ce cas idéal, le plus fort niveau de détection, pour cette structure, est obtenu pour une ondelette d'échelle  $a = R$ . Pour reprendre la terminologie précédente, le coefficient maximum local, ML, atteint sa valeur optimale,  $C_{opt}$ , pour  $a_{opt} = a = R$ . Dans ce cas particulier, la carte d'isocontours des coefficients d'ondelette (Fig. 4.3b), montre des isocontours centrés sur le ML. Pour représenter la structure

détectée, un seuillage  $T = \beta \cdot C_{opt}$  est appliqué à l'image (Fig. 4.3c). La valeur de  $\beta$  a été déduite de l'expression mathématique du Chapeau Mexicain, dans ce travail  $\beta = 0.303$ . La valeur de  $T$  correspondante isole une structure circulaire de rayon égale à  $a$ , donc  $R$  (c'est simplement la taille du filtre ondelette, Fig. 4.3d). En généralisant cette procédure, l'isocontour de valeur  $T = \beta \cdot C_{opt}$  définit les limites de la structure détectée à la résolution  $a_{opt}$ .

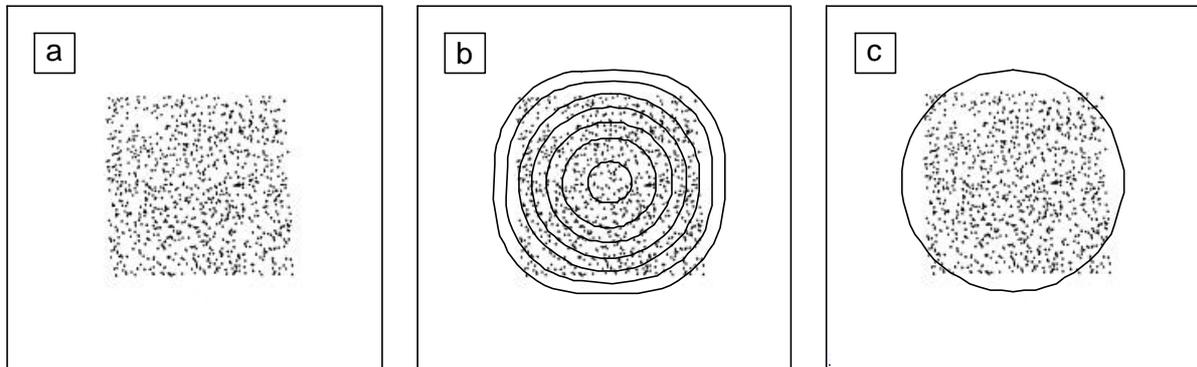


**Figure 4.3:** Exemple d'une structure circulaire. (a) Simulation d'une structure "idéale" représentée par une distribution circulaire de particules (galaxies). Le champ total d'observation est régulièrement échantillonné selon une grille de  $256 \times 256$  pixels. La partie visible égale  $64 \times 64$  pixels. Le rayon de la structure  $R = 16$  pixels. (b) Transformée en ondelette de l'image à la résolution  $a = R = 16$  pixels. Les lignes continues représentent les isocontours des coefficients d'ondelette positifs, alors que les lignes pointillées représentent les isocontours des coefficients négatifs. Le maximum local (**ML**) est situé au centre de la structure et a pour valeur  $C_{opt}$ . (c) Transformée en ondelette de l'image à laquelle on a appliqué un seuil  $T = 0.303 \times C_{opt}$ . La structure sélectionnée est délimitée par l'isocontour externe des coefficients d'ondelette: le rayon obtenu correspond à la dimension de la structure ayant produit  $C_{opt}$ . (d) Représentation de la structure détectée par une paramétrisation de l'isocontour externe de la transformée en ondelette seuillée. La figure finalement obtenue est un cercle de rayon  $r = R$ , en parfait accord avec la structure initiale vue en (a). (Escalera et MacGillivray, 1995).

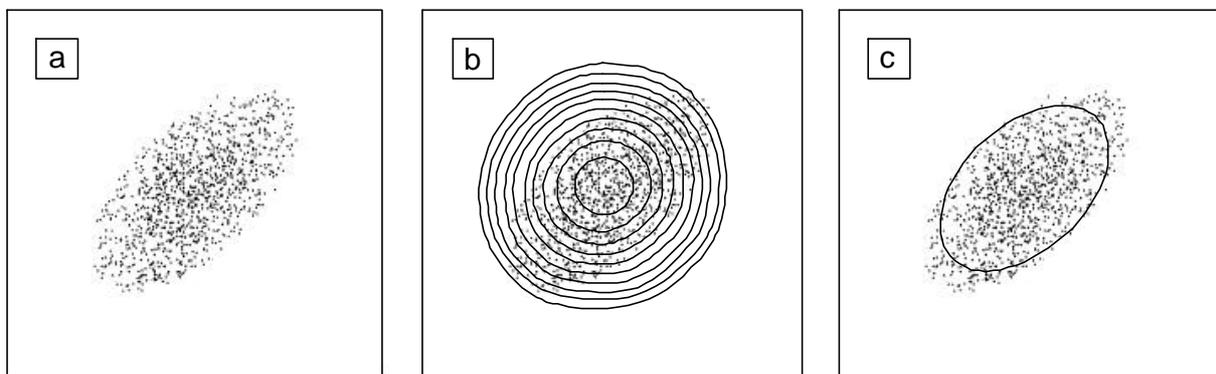
Ces considérations théoriques s'écartent des applications pratiques par les deux points suivants:

- (a) la structure détectée peut ne pas être circulaire, et
- (b) la correspondance entre l'échelle d'analyse et les dimensions de la structure peut ne pas être parfaite, puisqu'un ensemble discret d'échelles successives,  $a$ , est utilisé.

Ces derniers points qui concernent uniquement la valeur et la localisation du **ML** n'ont pas de conséquence sur la *détection*. Dans le cas particulier d'une structure anisotrope (par exemple, filament), la détection est obtenue quand au moins une des dimensions de la structure correspond à la résolution de l'ondelette analysante, par exemple la largeur du filament (voir Figs 4.4 et 4.5).



**Figure 4.4:** Exemple d'une structure carrée. (a) Simulation d'une structure non réaliste par la distribution de particules (galaxies) dans un carré de côté  $A = 32$  pixels (champ d'observation total  $256 \times 256$  pixels, champ visible  $64 \times 64$  pixels). (b) Transformée en ondelette de l'image à la résolution  $a = A/2 = 16$  pixels. Les lignes continues représentent les isocontours des coefficients d'ondelette seuillés avec le seuil,  $T$ , appliqué. Le maximum local (**ML**) se situe au centre de la structure, et l'isocontour externe correspond au "rayon" de la structure. (c) Représentation de la structure détectée par la paramétrisation de l'isocontour externe de la transformée en ondelette seuillée. La structure est, finalement, représentée par une ellipse, ici un cercle de rayon  $R = 17.1$  pixels, et donne des informations sur la structure initiale: position, symétrie et une estimation de la taille. La valeur de  $r$  est compatible avec l'aire du carré. (Escalera et MacGillivray, 1995).



**Figure 4.5:** Exemple d'une structure réaliste non-circulaire. (a) Distribution elliptique de particules (galaxies). Le champ d'observation total est une grille régulièrement échantillonnée de  $256 \times 256$  pixels. Le champ visible est de  $64 \times 64$  pixels. L'axe long  $A = 32$  pixels, l'axe court  $B = 16$  pixels. (b) Transformée en ondelette de l'image à la résolution  $a = A = 32$  pixels. Les lignes continues représentent les isocontours des coefficients d'ondelette seuillés avec le seuil,  $T$ . Le maximum local (**ML**) se situe au centre de la structure, et l'isocontour externe correspond à l'axe long de la structure. (c) Détection à la résolution  $a = B = 16$  pixels. Représentation de la structure détectée par la paramétrisation de l'isocontour externe de la transformée en ondelette seuillée. La structure est, finalement, représentée par une ellipse, et donne des informations sur la structure initiale: position, asymétrie (orientation), et estimation de la taille (axe court égale à  $B$ ). (Escalera et MacGillivray, 1995).

L'étape d'*identification* a pour but de détecter la structure à sa meilleure échelle et d'en estimer ses paramètres géométriques. L'étape de la *représentation*, doit nécessairement tenir compte des points (a) et (b) précédents. En pratique, le seuillage, **T**, isolera un isocontour de forme irrégulière délimitant l'extension de la structure responsable du **ML** observé. Ainsi, dans tous les cas, l'opération de seuillage est compatible avec les principes de détection par les ondelettes. Puisque les ellipses sont bien adaptées à la représentation des structures anisotropes (conservation des informations sur l'allongement et l'orientation de la structures), Escalera et MacGillivray (1995) représentent localement la structure détectée, par l'ellipse qui correspond le mieux à l'isocontour sélectionné par **T** (Figs 4.3 à 4.5).

### 3.4 Application: catalogue COSMOS/UKST Southern Sky Galaxy

Pour identifier de nouvelles structures (super-amas, amas, sous-amas, groupes et "vides") et pour vérifier la compatibilité des détections avec d'anciens catalogues, Escalera et MacGillivray (1995) ont appliqué une méthode d'analyse multi-échelle par ondelettes (Escalera et Mazure, 1992) au catalogue COSMOS/UKST Southern Sky Galaxy Catalogue (MacGillivray and Yentis, 1994). A titre d'application, nous reprenons ici leur démarche et leurs résultats.

Les données sur les galaxies ont été obtenues à partir de la digitalisation de la campagne de photographie du ciel, Southern Sky SERC IIIaJ, utilisant les appareils COSMOS de l'observatoire d'Edinbourg (Royaume-Uni) (MacGillivray et Stobie, 1984). Le jeu de données utilisé consiste en 200 champs d'observation incluant approximativement  $2.5 \cdot 10^6$  galaxies réparties sur environ  $3000 \text{deg}^2$  soit  $2.0 \text{sr}$  de l'Hémisphère Sud (voir encadré).

Les données ont été ré-échantillonnées selon une grille régulière de  $256 \times 256$  pixels. Les résolutions utilisées sont respectivement  $a = 32, 24, 16, 12, 8, 6, 4, 2,$  et  $1$  pixels, dont les équivalents, en degrés, sont donnés dans le Tableau 4.1. Le rapport entre une échelle et la suivante est choisi de sorte de respecter la hiérarchie qui pourrait exister entre différentes classes de structures. Escalera et MacGillivray (1995) précisent que l'incrément n'est pas un paramètre de la méthode. A chaque fois que nécessaire, il est possible d'utiliser une résolution intermédiaire, pour préciser, par exemple, l'échelle pour laquelle une structure se subdivise.

<b>Pixels</b>	32	24	16	12	8	6	4	2	1
<b>Degrés</b>	11.17	8.38	5.59	4.19	2.79	2.09	1.40	0.70	0.35

Tableau 4.1: correspondance des dimensions pour les échelles utilisées.

**stéradian (sr)**: est l'unité d'angle solide. Le ciel entier est égal à  $4\pi \text{sr}$ , soit environ  $12.57 \text{sr}$ . Cette unité est avantageuse lorsque l'on considère de large zone du ciel car les degrés carrés n'ont pas forcément la même taille selon que l'on regarde aux pôles ou à l'équateur.  $2.0 \text{sr}$  correspond approximativement à  $1/6$  de la surface du ciel.

---

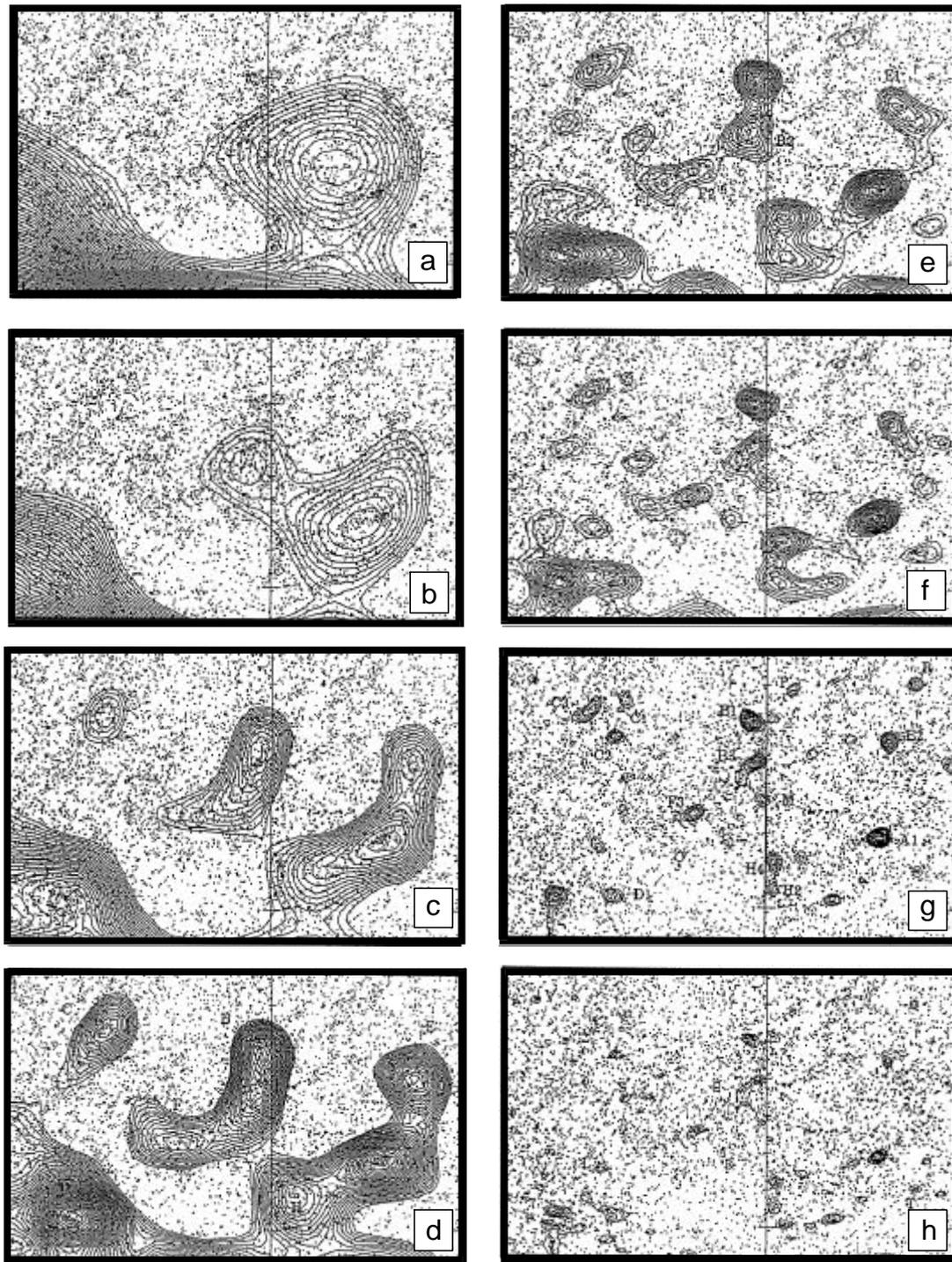
L'identification et la représentation des structures (Figs 4.6 et 4.7) permettent d'effectuer une classification morphologique des objets détectés en fonction de leur comportement selon les échelles décroissantes. En particulier, Escalera et MacGillivray (1995) cherchent à qualifier la capacité de certains amas ou groupes de galaxies à se fondre dans une structure d'échelle supérieure alors que certaines autres restent isolées. Le principe de cette classification avait déjà été introduit dans les études d'amas de galaxies par Escalera et al. (1994). Ici, cette classification est étendue aux échelles supérieures.

Trois types de comportements sont reconnus:

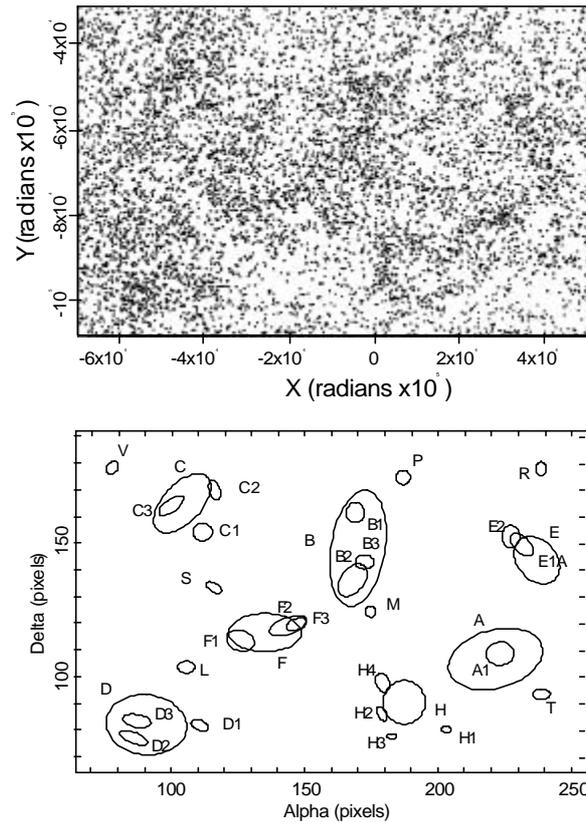
- (1) des structures isolées d'échelle intermédiaire qui disparaissent quand elles sont analysées à plus grande et/ou à plus petite échelle;
- (2) des structures qui se subdivisent en plusieurs sous structures quand les échelles inférieures sont considérées, ou, au contraire, qui fusionnent en une plus grande structure quand des échelles supérieures sont considérées; et
- (3) des structures impliquées dans une plus grande sans toutefois avoir de relation de subdivision ou de fusion. Ceci est le cas de très petits objets qui apparaissent dans la région d'une grande structure. On peut aussi trouver une telle relation entre objets d'échelles consécutives lorsque la plus petite structure ne fait pas intégralement partie de la région couverte par la plus grande (recouvrement partiel).

Sur ces bases, Escalera et MacGillivray (1995), reconnaissent les quatre types de structures suivants (Fig. 4.7):

- $\{S\}$  = structures de grande échelle. Une dimension, au moins, excède 5 degrés. Ces structures rappellent les Super-amas (Superclusters) de la littérature;
- $\{E\}$  = structures étendues ou allongées. De surface de l'ordre de  $10 \text{ deg}^2$  ou inférieure, avec une dimension supérieure à 3 degrés, elles correspondent généralement à la superposition (Enhancement) de structures de plus petites échelles;
- $\{C\}$  = structures compactes. Surface de quelques degrés carré. Extension maximale de l'ordre de 2 degrés. On a ici à faire à des amas (Clusters) de galaxies tels qu'ils sont classiquement décrits; et
- $\{A\}$  = sous amas compacts. Surface de l'ordre d'un degré carré et d'extension de l'ordre du degré. Cette dénomination s'applique aux amas contenant peu de galaxies ou à des groupes très denses de galaxies (Associations).



**Figure 4.6:** Analyse en ondelette du champ de galaxies du catalogue COSMOS/UKST Southern Sky. Cartes des coefficients d'ondelette obtenues à des résolutions décroissantes successives : a = 32, 24, 16, 12, 8, 6, 4 et 2 pixels. Le champ d'observation total est une grille régulière de 256 x 256 pixels. Les isocontours des valeurs des coefficients d'ondelettes (lignes continues) sont superposés à la distribution des galaxies. Aucun seuillage n'est appliqué à ces images. Les labels identifient des structures significatives retenues dans la sélection finale. Les limites du champ observé sont  $\alpha = -40.0$  (gauche) à  $29.0$  (droite),  $\delta = -18.0$  (bas) à  $-62.0$  (haut)- valeurs en degrés. (a) résolution 32 pixels, (b) résolution 24 pixels, (c) résolution 16 pixels, (d) résolution 12 pixels, (e) résolution 8 pixels, (f) résolution 6 pixels, (g) résolution 4 pixels, et (h) résolution 2 pixels. (Escalera et MacGillivray, 1995).



**Figure 4.7:** Analyse multi-échelle du champ de galaxies du catalogue COSMOS/UKST Southern Sky: représentation topologique. (a) Vue de la distribution de galaxies analysée. Les limites sont les mêmes que pour la figure 4.6 (b) Représentation finale de toutes les structures détectées. Chaque structure est représentée par une ellipse (voir texte). Pour une identification plus facile, la distribution des galaxies est donnée en (a) plutôt que d'être superposée. Les labels sont les mêmes que ceux des images précédentes. Les unités sont données en pixels (1 pixel =  $0.35^\circ$ ).

Cette application montre que la transformée en ondelette est particulièrement bien adaptée à l'analyse locale et multi-échelles de distribution de galaxies. Ce microscope mathématique fait ressortir, échelle par échelle, la structure de l'organisation des galaxies et permet d'étudier au travers des échelles le processus de "fragmentation". Objective, la détection des amas, groupes, associations et "vides" statistiquement significatifs ne fait intervenir aucun paramètre artificiel et ne nécessite aucun à-priori.

En résumé, l'analyse locale et multi-échelle de catalogues globaux de galaxies est la seule analyse qui est capable de décrire la hiérarchie complexe des structures et les différentes connections qui existent entre elles. Elle apporte ainsi de précieuses contraintes à l'étude des processus de formation de l'Univers.

**Alpha, Delta:** Système de coordonnées équatoriales. **Alpha** est l'ascension droite, une mesure de l'angle réalisé le long de l'équateur céleste. **Delta** est la déclinaison mesurée le long de cercles perpendiculaires à l'équateur céleste. Les coordonnées équatoriales (alpha, delta) sont universelles. Un objet céleste conserve les mêmes coordonnées célestes quelque soit la position d'observation sur Terre.

---

### 3.5 Conclusion et enseignements méthodologiques

Les méthodes en ondelettes d'analyse multi-échelle de distribution d'objets individuels, initialement développées en astrophysique, sont objectives et présentent une homogénéité et une cohérence pour la comparaison des résultats obtenus à différentes échelles. Ces méthodes passent par trois étapes principales: (i) l'*identification*, (ii) la *représentation*, et (iii) la *classification* des structures. Elles conduisent ainsi naturellement à une description hiérarchique complète d'analyse.

Les points délicats de ces analyses sont:

- le traitement des effets de bord ;
- le choix de la fonction mère ;
- le choix de la résolution maximale, minimale et de l'incrément de résolution ;
- la détection des structures non-circulaires ;
- le calcul du niveau de confiance accordé à chaque structure détectée ; et enfin,
- l'implémentation numérique propre à réaliser les étapes d'*identification*, de *représentation* et de *classification*.

L'ensemble de ces points est discuté au paragraphe suivant "Ondelettes et réseaux de fractures" ainsi que dans les deux chapitres suivants.

## 4 Ondelettes et réseaux de fractures

### 4.1 Problématique

Bien qu'il existe des indications fortes tendant à montrer que les systèmes fracturés sont hiérarchisés, de nombreuses incertitudes existent quant à la géométrie et à l'*organisation des fractures à différentes échelles*. Plusieurs travaux récents se sont appliqués à définir et quantifier la *hiérarchie* (différents niveaux d'organisation) des systèmes fracturés naturels de zones bien exposées. Ces études fournissent des guides à la modélisation de la fracturation dans des volumes de roches non exposés et dans des réservoirs fracturés profonds (Cowie et al., 1995, Ouillon et al., 1995).

Une réalisation importante sur ce sujet a fait l'objet de la thèse de Guy Ouillon (1995, Institut de Géodynamique de Nice-Sophia Antipolis). L'approche a consisté à analyser les fissures et les systèmes de failles de la plate-forme sédimentaire de l'Arabie occidentale avec les outils de la géologie structurale, des multi-fractals et des ondelettes anisotropes. Cette étude a couvert un large domaine d'échelles, allant de l'affleurement à l'échelle régionale.

### 4.2 Fracturation et fractals

Le géologue tectonicien peut observer des fractures aussi bien sur une section de roche, examinée au microscope, que sur l'affleurement, sur une photo aérienne ou une image satellitaire. L'analyse de la géométrie des champs de fractures montre que l'on peut mettre en évidence une *homothétie interne statistique*, ou invariance, par changement d'échelle. Ceci est en accord avec des observations et des lois empiriques établies en physique du solide (fragmentation) ou en géomorphologie. On peut donc s'attendre à pouvoir décrire les champs de fractures par des analyses fractales (Dubois, 1995).

---

La première approche, dans ce domaine a été présentée dans un article d'Allègre et al. (1982), où l'aspect « fractal » dans la fracturation des roches a été décrit de façon très précise ainsi que la propriété de hiérarchie dans les modèles de fracturation - propriété essentielle des ensembles fractals. Cette approche, reprise par Smalley et al. (1985) et par Turcotte (1986), a donné lieu à une formulation relativement simple de ces problèmes d'apparence très complexe. Pour expliquer les mécanismes responsables des observations précédentes, Allègre et al. (1982) et Turcotte (1986) ont suivi l'approche des groupes de normalisation (Madden, 1976, 1983).

### 4.3 Groupe de normalisation

Cette approche semi-empirique, est, sur le principe, justifiée par son succès dans la résolution de divers problèmes où un système continu à l'échelle microscopique présente un comportement discontinu à l'échelle macroscopique. L'approche des groupes de normalisation est largement basée sur les idées de la physique moderne où l'on estime le comportement macroscopique d'un système à partir des propriétés de ses constituants microscopiques et de leurs interactions. Cette approche tend donc à déterminer comment les "détails microscopiques" contrôlent le comportement à grande échelle. Dans la plupart des cas, une *normalisation* apparaît de sorte que finalement les détails microscopiques soient effacés au profit de propriétés globales et générales contrôlant le comportement macroscopique.

Il y a classiquement deux classes de groupe de normalisation. Le champion de la première classe est le gaz parfait (Diu et al., 1989). A partir de la distribution de vitesse des molécules en fonction de la température, établie par Boltzmann, la loi d'équilibre des gaz parfaits, reliant la pression,  $P$ , la température  $T$ , et le volume  $V$  de  $n$  mole de gaz,  $PV = nRT$ , peut être établie ( $R$  = constant des gaz parfaits). Des normalisations plus subtiles (deuxième classe) existent lorsque la simple considération de moyennes ou de champs moyens échoue. Un exemple type est la série des phénomènes critiques (voir Grasso et Sornette, 1998) (transition de phase, avalanche, catastrophe), montrant des corrélations à long terme (Wilson 1983; Yeomans, 1992; Chandler, 1987), et pouvant être décrit par le formalisme des fractals et multi-fractals. La première application en géophysique de cette approche a concerné la mécanique des failles où un tremblement de terre est considéré comme un phénomène critique qui prend place quand les fractures de la zone de rupture (fractures de différentes échelles) s'auto-organisent de manière cohérente.

Dans un premier temps, les premières sous-parties du système sont considérées. Après avoir trouvé les propriétés de toutes les sous-parties, une sous-partie est alors traitée comme un élément d'une plus grande sous-partie. Les propriétés de cette sous-partie de plus grande échelle sont ensuite déterminées. Les sous-parties sont utilisées comme les éléments de la sous-partie d'échelle supérieure et le processus est répété jusqu'à couvrir la taille complète du système (voir par exemple Chelidze 1982; Allègre et al., 1982, Madden, 1983; Gomez et al., 1995). Plus récemment, sur l'hypothèse que les tremblements de terre ont un comportement similaire aux points critiques des phénomènes de transition de phase (Sornette et Sammis, 1995; Saleur et al., 1996), les techniques de groupe de normalisation ont aussi été utilisées à l'étude statistique des tremblements de terre (Borodich, 1997).

---

Le succès des techniques de groupe de normalisation (Wilson, 1983; Yeomans, 1992) repose donc sur une connaissance *à priori* des interactions entre les constituants élémentaires du système global. Si ces règles microscopiques ne sont pas connues, on a alors à les supposer. L'approche originale de Ouillon et al. (1995, 1996) a consisté à proposer une troisième classe de procédures de normalisation reposant uniquement sur l'analyse géométrique du système. Cette approche, basée sur le formalisme des multi-fractals et des ondelettes, est particulièrement adaptée aux problèmes pour lesquels les règles d'interactions ne sont pas bien établies, comme la fracturation. C'est cette dernière approche que nous allons suivre dans les développements suivants.

#### **4.4 Réseaux de fractures, multi-fractals et ondelettes**

Afin de vérifier la validité des lois de puissance communément observées sur la distribution des failles, un algorithme d'analyse multi-fractals (non discuté ici) tenant compte des effets liés à l'échantillonnage de surfaces irrégulières et à la taille finie des objets a été développée par Ouillon et al. (1995, 1996). Cet algorithme, en tant qu'analyse statistique, fournit des informations globales sur les propriétés d'auto-similarité des objets fractals (Hasley et al., 1986). Il a permis de vérifier qu'à l'échelle des plaques, la fracturation n'est pas un processus auto-similaire mais qu'il existe des domaines pour lesquels les modes de rupture sont différents. Pour la plaque arabe ces domaines sont délimités par les échelles caractéristiques suivantes: 1.0 m, 1.6 m, 600 m, 6.0 km et 12 km.

Puisque les informations déduites du formalisme des multi-fractals sont par nature globales, il est précieux d'obtenir des informations sur la complexité du système et, éventuellement, d'en extraire des informations locales aptes à souligner sa structure hiérarchique. Pour ce faire, l'analyse précédente a été complétée par l'utilisation d'une méthode d'analyse locale et multi-échelle utilisant des ondelettes anisotropes.

La transformée en ondelette qui permet une analyse espace-échelle est particulièrement adaptée à l'étude de la hiérarchie des objets fractals (Arnéodo et al., 1992). Elle permet d'extraire les détails d'un jeu de données à une échelle particulière. A l'instar des méthodes de normalisation, le suivi des propriétés du signal, des petites échelles (microscopique) aux plus grandes (macroscopique), met en évidence les différences de comportement du système.

Puisqu'on s'intéresse aux objets linéaires, les propriétés à étudier aux différentes échelles sont la longueur et l'orientation des failles. C'est pourquoi la méthodologie présentée au paragraphe précédent ("Ondelettes et études de l'Univers distant") a été généralisée par l'introduction d'ondelettes anisotropes. L'utilisation de l'anisotropie génère une quantité énorme d'information dont la gestion nécessite le développement d'une méthode d'optimisation: la méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimum dont il est question maintenant.

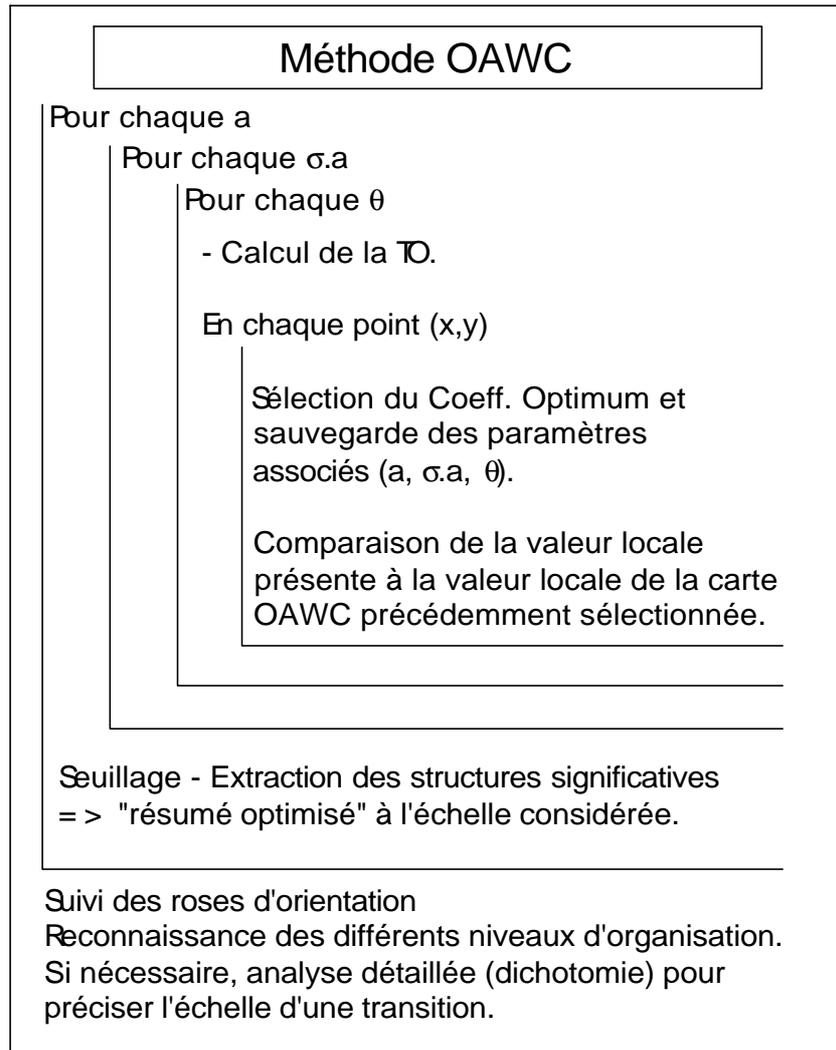
---

## 4.5 La méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimum (Optimum Anisotropic Wavelet Coefficient method)

Sur les idées et concepts que l'on vient de présenter, Ouillon et al. (1995, 1996) ont proposé une procédure de filtrage local optimal, baptisée Optimum Anisotropic Wavelet Coefficient (**OAWC** method). La méthode comprend les étapes suivantes (Fig. 4.8) :

- (1) choisir un ensemble discret d'échelles  $a$  ; et pour chaque paramètre d'échelle  $a$ ,
- (2) fixer la limite inférieure et supérieure de l'échelle d'intégration (axe long de l'ondelette anisotrope,  $\sigma.a$ ). Ces limites sont, en règle générale, respectivement égales à la résolution choisie et à la taille de l'image analysée ;
- (3) Calculer, pour chaque variation de  $(\sigma, \theta)$ , la carte des coefficients d'ondelette. L'échelle d'intégration varie entre ces deux limites par un incrément égal à la résolution  $a$  et l'azimut de l'ondelette  $\theta$  (angle entre l'axe long et l'axe  $Ox$ ) varie de  $0^\circ$  à  $175^\circ$  par pas de  $5^\circ$  ;
- (4) Sélectionner, pour chaque point du signal, le coefficient maximal obtenu pour l'ensemble des cartes précédemment calculées. Cette opération, conduisant à la carte des Coefficients d'Ondelette Anisotrope Optimum, permet de réduire considérablement la quantité de données pour sélectionner uniquement le filtre local optimal, i.e. le filtre local décrivant le mieux le signal, à l'échelle considérée ;
- (5) Seuiller la carte **OAWC** pour ne conserver que les structures les plus significatives. L'extraction des lignes de crête de la carte seuillée permet de souligner les structures détectées. Dans le cas d'un réseau de failles, on suppose que ces lignes correspondent aux failles cartographiées. Ces lignes sont baptisées Lignes de Rupture Virtuelles (**LRV**) par Ouillon et al. (1995, 1996) ; enfin
- (6) La dernière étape de la méthode apporte une contribution originale à la description du comportement multi-échelle du signal. Le suivi des roses d'orientation des azimuts des ondelettes optimales, associées aux points formant les **LRV** au travers des différentes résolutions, donne une vision générale de l'anisotropie des champs de fractures, ainsi que leur évolution à travers les échelles. Dans la construction des roses d'orientation, aucune orientation n'est assignée à un point sélectionné associé à une ondelette isotrope.

Ainsi, cette méthode construit, en termes de position, anisotropie de forme et orientation, un "*résumé optimisé*" du signal à une échelle donnée. Suivant les idées de *normalisation*, si une rose d'orientation subit une variation marquée, à une échelle donnée, alors cette échelle est à relier aux processus de formation du réseau de failles. Pour préciser la valeur de cette échelle, de nouvelles analyses sont effectuées de manière dichotomique.



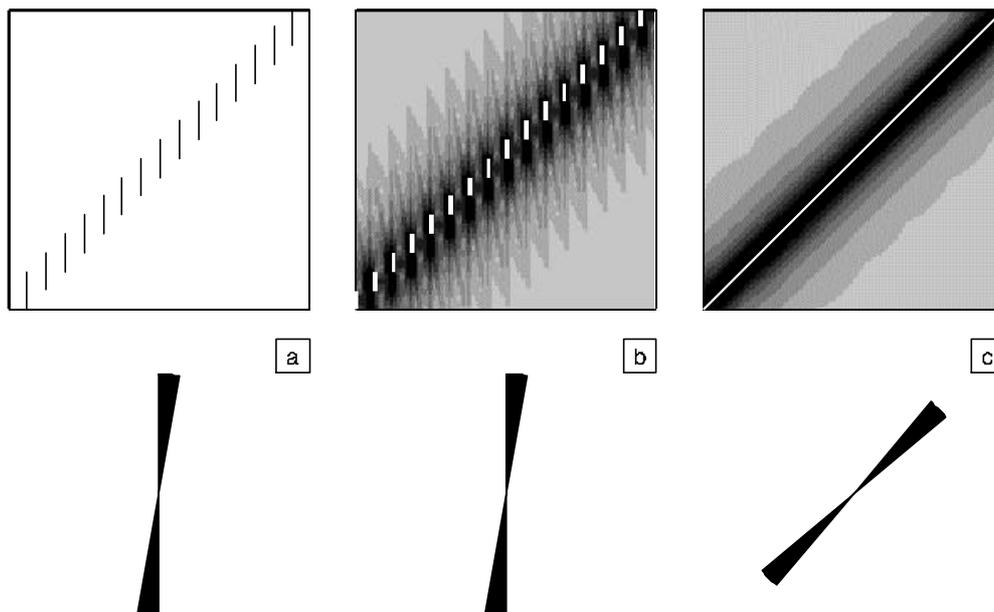
**Figure 4.8:** Algorithme de la méthode OAWC. Voir texte pour détails.

## 4.6 Illustration

A titre d'illustration de l'analyse multifractale et de la méthode **OAWC**, nous reprenons ici l'exemple synthétique de "fracture en échelon" traité par Ouillon et al. (1995, 1996).

Cet objet géologique simple est caractérisé par un comportement géométrique dépendant de l'échelle (Fig. 4.9). A l'échelle "microscopique", ses différents constituants peuvent être détectés. Ils consistent en de petits segments d'orientation NS dont les centres s'alignent suivant la direction N45° E. A l'échelle "macroscopique", la seule organisation détectable est une ligne d'orientation N45° E. Les figures 4.9b et 4.9c représentent l'analyse **OAWC** de l'image 4.9a, aux échelles 2 et 4 pixels.

A l'échelle de 2 pixels, les **LRV** suivent parfaitement le réseau original, comme le montre la rose d'orientation. A la résolution de 4 pixels, il n'y a plus qu'une seule **LRV** d'orientation N45° E.



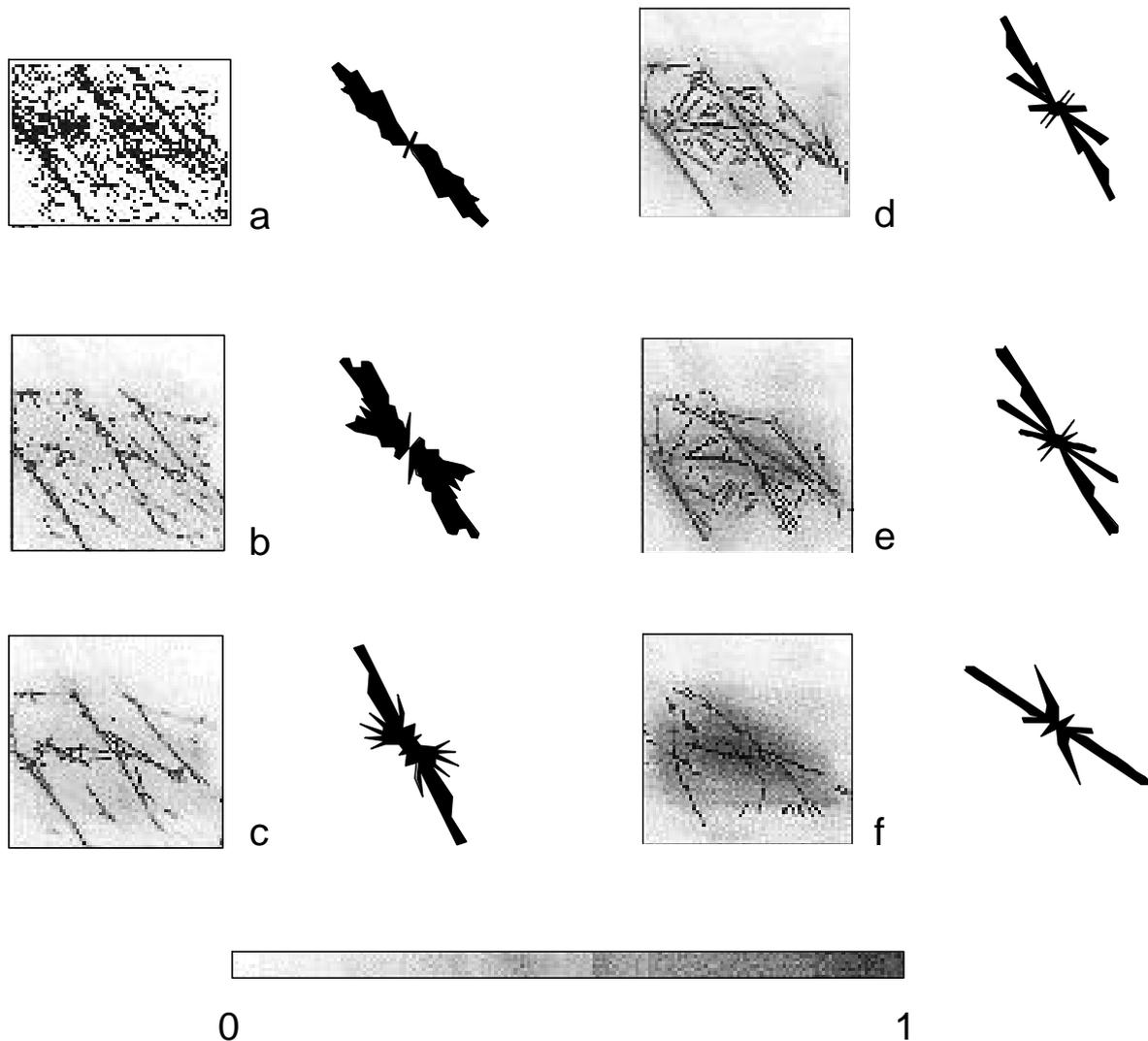
**Figure 4.9:** Analyse de l'exemple synthétique de "fracture en échelon" (d'après Ouillon et al., 1996). (a) Fracture en échelon synthétique (image 128 x 128 pixels) et rose d'orientation correspondante. La longueur et l'espacement entre segments sont de 16 et 8 pixels respectivement. (b) Carte **OAWC** normalisée [0-1] et rose d'orientation correspondante obtenue à la résolution  $a = 2$  pixels. Les points blancs soulignent les Lignes de Rupture Virtuelle (**LRV**). (c) La transition entre l'image originale et la "zone de cisaillement" synthétique apparaît à la résolution critique  $a = 4$  pixels. Les LRV ont été élargies pour être plus facilement visibles. A titre de test, ces images ont été réalisées avec la méthode NOAWC présentée dans le chapitre suivant.

La méthode permet donc de retrouver les propriétés macroscopiques du système étudié à partir de ses propriétés microscopiques. Elle détermine, *sans à priori*, les structures de normalisation et l'échelle caractéristique de transition entre deux régimes distincts.

## 4.7 Application

Les résultats obtenus sur des réseaux réels de failles par Ouillon et al. (1995, 1996) sont suffisamment spectaculaires pour être repris ici. Outre les implications sur les processus de fragmentation et de fracturation, c'est la démarche que nous souhaitons résumer et illustrer. En effet, notre approche des problèmes d'analyse des fabriques minérales ou des distributions spatiales de séismes, détaillée plus loin, est très largement inspirée de ces travaux.

A titre d'exemple, l'analyse multi-échelle par la méthode **OAWC** d'une numérisation d'un champ de failles de 150 km de côté cartographié à l'échelle 1:250,000 (Carte E, Ouillon et al., 1996, Fig.2) est présentée en figure 4.10.



**Figure 4.10:** Application de la méthode OAWC à la carte E (Ouillon et al., 1996). (a) Image originale (256 x 256 pixels) et rose d'orientation correspondante. (b), (c), (d), (e) et (f) Cartes **OAWC** et rose d'orientation associée aux points soulignant les Lignes de Rupture Virtuelle (**LRV**) pour les résolutions  $a = 2, 4, 8, 16$  et  $32$ . Une première transition apparaît à  $a = 2$  pixels et définit la limite supérieure d'une échelle caractéristique non définie. Une seconde transition apparaît entre  $a = 16$  pixels et  $a = 32$  pixels. Une analyse par dichotomie fixe cette transition à  $a = 17$  pixels, soit une échelle de 21 km. Les niveaux de gris correspondent aux valeurs normalisées [0-1] des coefficients d'ondelette optimaux.

L'image originale a pour taille 256 x 256 pixels. L'analyse a été effectuée aux résolutions 2, 4, 8, 16 et 32 pixels. Le suivi au travers des échelles des roses d'orientation obtenues aux différentes résolutions font ressortir deux échelles caractéristiques (21km et 43km) correspondant à des transitions dans le comportement du réseau de failles. L'analyse multi-fractals donne une troisième échelle caractéristique à 12km (Ouillon et al., 1995).

---

## 4.8 Résultats et interprétations

L'analyse multi-fractals couplée à la méthode **OAWC** ont permis de faire ressortir des transitions dans le régime de fracturation de la plaque arabique. Ces transitions à 1m, 600m, 5km, 12km, 22km et 43 km sont reliées aux données structurales de la plaque arabique.

Les études de terrain ont montré que la couche superficielle de grès est comprise entre 1 et 2m d'épaisseur. Des forages dans la couverture sédimentaire de la formation complète de grès du Saq montrent que son épaisseur est d'environ 600m. D'autre part, des estimations sur l'épaisseur du bassin sédimentaire, avant érosion, donnent une épaisseur d'environ 5km (Castaing et al., 1996). Toutes ces épaisseurs se corrèlent bien avec les échelles caractéristiques précédemment associées à des transitions.

Les transitions à 12 et 22 km s'expliquent par la stratification thermique de la croûte continentale moyenne (Carter et Tsen, 1987). Sur les bases du géotherme continental de Mercier (Mercier, 1980), les profondeurs précédentes ont pu être associées aux variations de comportement mécanique du quartz (~11km, 300°C) et du feldspath (~21km, 450°C), respectivement. Enfin, des expériences de sismiques (Badri, 1991; Mechie et al., 1986) et des observations sismologiques (Niazi, 1968; Mokhtar et Al-Saeed, 1994) proposent une profondeur comprise entre 35 et 45km pour la discontinuité de Mohorovicic (limite entre la croûte et le manteau). Des résultats plus récents proposent quant à eux un Moho a une profondeur légèrement supérieure à 40km, résultat à rapprocher de la transition à 43km établie précédemment. Utilisant les données précédentes, la profondeur de la discontinuité de Conrad, marquant la transition entre la croûte supérieure et la croûte inférieure, est située entre 19 et 21km.

Ainsi, Ouillon et al. (1995, 1996) ont montré qu'à l'échelle de la plaque arabique, la fracturation n'est pas auto-similaire. Différentes échelles caractéristiques existent et se corrèlent bien avec l'épaisseur des différentes unités structurales de la croûte. Cette dépendance était déjà connue pour les fissures. En effet, il a été observé depuis longtemps que l'espacement entre les fissures d'une couche sédimentaire était de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche (Pollard et Ayadin, 1988; Narr et Suppe, 1991). Les résultats précédents tendent à généraliser cette observation à la croûte continentale de l'Arabie Saoudite qui de par sa structure tabulaire offre un jeu de données extraordinaire.

## 4.9 Conclusion et enseignements méthodologiques

En conclusion, la méthode **OAWC** est un outil sûr et objectif pour l'analyse multi-échelles des réseaux complexes de failles. Elle reprend les trois étapes principales (identification, représentation et classification) décrites par les astrophysiciens (Escalera et MacGillivray, 1995). Malgré le coût de la gestion de l'énorme quantité d'informations générée, l'utilisation des ondelettes anisotropes facilite la représentation des structures linéaires détectées. Basée sur la détection et la quantification des différents niveaux d'organisation d'une image (classification), la technique de "normalisation géométrique" proposée ne nécessite aucune hypothèse sur les lois "d'interaction microscopique". Son application peut donc être avantageusement généralisée à n'importe quel système où ces règles d'interactions sont inconnues.

---

Dans les chapitres suivants, nous proposons l'application de cette approche à l'étude de l'organisation minérale de roches magmatiques ainsi qu'à l'étude de la distribution spatiale de répliques d'un séisme. Un effort particulier est mené, pour réduire la quantité d'informations en trouvant un critère fixant le seuil au-delà duquel les structures détectées seront jugées statistiquement significatives.

---

# Chapitre Cinq

## Applications à la fabrication des roches magmatiques

---

*Grattez un peu une pierre, tendez l'oreille et vous entendrez bien des choses!  
Le temps ramasse ce que porte le jour et ce que disperse la nuit.  
Il garde et retient. Le témoin, c'est la pierre.  
Chaque pierre est une page lue et raturée.  
Tout se tient dans les grains de la terre.*

*Tahar Ben Jelloun, l'enfant de sable (1985).*

Après avoir détaillé, au chapitre précédent, les méthodes permettant d'effectuer une analyse multi-échelles bi-dimensionnelle, nous proposons une méthode largement inspirée des algorithmes de Guy Ouillon (1995) et l'appliquons à l'étude des organisations minérales des roches magmatiques. Nous tâcherons ainsi (1) de détecter et quantifier en termes de taille, de forme, d'orientation et de distribution spatiale, les différents niveaux d'organisation minérale, et (2) de comprendre, à la fois, leur signification et leurs mécanismes d'acquisition.

## 1 Introduction

Après avoir présenté les développements méthodologiques liés à l'étude de la topologie de l'Univers distant, puis de l'étude de la fracturation de la plaque arabique, nous présentons une contribution plus personnelle des ondelettes continues anisotropes aux Sciences de la Terre.

Nous nous attachons tout d'abord à généraliser la méthode de Ouillon et al. (1995). En ceci, nous détaillons et mettons en œuvre un nouvel algorithme qui, associé à une interface graphique, facilite l'exploitation des résultats. Les sources de ces programmes sont disponibles sur le site internet de Computers & Geosciences (<http://iamg.org/candg.html>). L'utilisation de ce programme, aux potentialités multiples, est grandement recommandée dans les problèmes où l'on doit détecter et quantifier les différents niveaux d'organisation d'une image binaire.

Nous concentrons ensuite notre effort à la caractérisation des organisations minérales de sections de roches magmatiques. La quantification de l'organisation minérale interne des roches déformées (fabrique) est la source primordiale d'information pour interpréter leur cinématique. Aussi, sur les idées des *groupes de renormalisation* et en particulier l'approche géométrique de Ouillon (1995), nous préconisons l'utilisation de l'analyse multi-échelle pour détecter et quantifier, s'ils existent, les différents niveaux d'organisation minérale. On présentera d'abord le formalisme des ondelettes dans le domaine des fabriques. Nous avons ensuite cherché, dans un travail mené par Vincent Grégoire, à établir le lien entre fabrique de forme et fabrique magnétique en précisant le rôle de l'anisotropie de distribution spatiale sur cette dernière. Enfin, prenant acte de l'apport méthodologique important des ondelettes à la Pétrophysique et en s'appuyant sur les développements technologiques permettant l'acquisition de données structurales 3D ainsi que sur l'augmentation des capacités de calcul, nous lancerons un regard vers le futur de l'analyse des fabriques de roches.

## 2 Problématique

Une *roche magmatique* est une roche ayant cristallisé à partir d'un magma, c'est-à-dire d'une suspension de cristaux baignant dans un liquide. La rhéologie d'un magma dépend essentiellement de sa composition chimique, de sa teneur en cristaux et de sa température. On peut ainsi définir trois domaines rhéologiques en fonction de la fraction solide du magma : les domaines magmatiques, sub-magmatique et plastique (Tableau 5.1). Pendant la cristallisation, le nombre et la taille des cristaux augmentent, la suspension devient de plus en plus concentrée et les interactions mécaniques entre grains se multiplient. De ce fait, et suivant l'intensité de la déformation du magma, les cristaux s'orientent (ou se réorientent) jusqu'à la cristallisation totale de celui-ci.

Domaine	Magmatique	Sub-magmatique	Plastique
Fraction solide	< 0.5	0.7 – 0.8	> 0.8
Description physique	Suspension de cristaux séparés	Suspension concentrée de particules en interaction mécanique	Squelette rigide de cristaux
Comportement	Fluide newtonien Non transmission des contraintes	Fluide $\pm$ newtonien avec Seuil de Bingham	Solide transmission des contraintes cisailantes

**Tableau 5.1** : Domaines rhéologiques des magmas (cours de DEA).

Dans l'état final (observable), ces roches montrent des organisations minérales complexes. Caractériser ces organisations, en termes de taille, de forme, d'orientation et de distribution des différentes phases minérales d'une roche, et comprendre à la fois sa signification à l'échelle du grain et son mécanisme d'acquisition sont des objectifs essentiels pour aller plus loin dans l'étude *tectonique* et *cinématique* de la croûte terrestre. Ces connaissances peuvent permettre d'étudier les relations entre le magma et la croûte solide (plastique et fragile), et ceci à toutes les échelles.

---

Les fabriques de corps polyphasés tels que les magmas sont toujours difficiles à déterminer parce que leur anisotropie est souvent faible. La procédure de mesure classique consistait il y a encore quelques années, à déterminer l'orientation individuelle des cristaux au microscope à platine universelle et d'en présenter les statistiques sur des projections stéréographiques. Cette méthode fastidieuse, basée sur l'identification visuelle des objets est facilement sujette à suspicion. En effet, compte tenu des faibles anisotropies explorées, la « sélection visuelle » peut conduire à des incertitudes importantes sur les résultats.

Depuis peu, la technique de l'Anisotropie de la Susceptibilité Magnétique (ASM) est apparue comme un outil efficace pour caractériser, globalement et en volume, l'Orientation Préférentielle de Forme (OPF) des phases magnétiques (biotite, magnétite). Il a été montré que les structures magnétiques s'organisent remarquablement bien sur des surfaces parfois considérables, (supérieure à 100 km<sup>2</sup>) (Bouchez et al., 1990). Donc sur la base de bonnes concordances cartographiques observées entre structures magmatiques et structures magnétiques, on admet généralement que les structures magnétiques reflètent les structures magmatiques des granites.

Cependant, l'ASM ne permet pas de travailler sur les phases non magnétiques (quartz et feldspath). D'autre part, cette technique apporte peu d'information sur l'organisation des différentes phases minérales. C'est pourquoi, il est nécessaire d'associer à l'ASM (mesure globale 3D) une étude de l'OPF des principales phases minérales via l'analyse d'images automatique (mesure 2D) (Archanjo et al., 1995).

Il est courant en *analyse d'image* des roches de traiter chaque phase minérale séparément. On montre ainsi que chaque minéral possède sa propre organisation, on parle alors de sous-fabrique. Dans le but d'avoir une meilleure connaissance de l'organisation des minéraux, diverses méthodes d'analyse d'images ont été développées (voir Annexe 4). Deux approches sont proposées. La première incluant la méthode des intercepts (Launeau, 1990) et la fonction d'auto-corrélation (Panozzo-Heilbronner, 1992; Pflaiderer et Halls, 1993)) vise à caractériser la texture formée par l'ensemble des grains. Elle s'intéresse donc à un objet dont la taille est celle de l'échantillon représentatif du massif étudié, c'est-à-dire la surface minimale de l'échantillon pour laquelle les résultats peuvent s'étendre à une zone homogène du massif. La seconde (moments d'inertie: Launeau et Robin, 1996) a pour objet d'étude le grain lui-même, au sein d'un ensemble que l'on caractérise alors.

Nous proposons une autre approche plus adaptée avec la réalité physique des processus responsables de l'acquisition d'une OPF par les minéraux : l'analyse *multi-échelles*. Avec cette méthode, nous nous donnons les moyens d'étudier la fabrique d'un échantillon géologique à l'échelle du grain, à l'échelle de l'amas de grains ou encore à celle de l'alignement de grains ou d'amas, etc... Les informations ainsi obtenues permettent, dans une étape ultérieure, d'une part de quantifier les paramètres influant sur l'intensité de la fabrique, et d'autre part de mieux comprendre les processus d'acquisition de cette dernière.

Ces résultats contribuent à une série de travaux sur l'interprétation physique de l'ASM dans les roches ferromagnétiques (Paragraphe 5.5), à savoir déterminer la part respective des facteurs responsables de l'ASM : distribution spatiale, OPF et rapport de forme des grains de magnétite. Fort de ces connaissances, on pourra ensuite corrélérer ces, termes ou l'un de ces termes, avec l'anisotropie liée à la fabrique des silicates ferri-fères (biotite par exemple), dont la relation avec l'intensité de la déformation est connue.

---

### **3 Programme pour l'analyse d'image multi-échelles: la méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimisé et Normalisé**

Nous présentons, ci-après, le programme développé pour l'analyse multi-échelles d'images binaires. Ce programme s'inspire très largement de l'algorithme de Guy Ouillon (Géosciences Azur - Université de Nice-Sophia Antipolis). Pour son écoute, ses réponses et la copie de son code, je tiens à renouveler ma reconnaissance à Guy Ouillon.

Article publié dans *Computers & Geosciences*, Vol **23**, No. 8, pp. 889-895, 1997.

Titre et résumé en Français:

#### **Programme pour l'analyse d'image multi-échelles : la méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimisé et Normalisé**

Par ses propriétés multi-échelles, la transformée en ondelette anisotrope 2D aide à analyser les images contenant différents niveaux d'organisation. Sur les bases de la méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimal (COAO), nous présentons deux programmes C++ pour l'analyse multi-échelles et la discrimination d'objets ou groupes d'objets, en termes de taille, forme, orientation et position. Ces programmes permettent l'identification des différents niveaux d'organisation dans une image (objets, amas, alignements ou groupes d'amas), et la quantification de leur taille, rapport de forme et orientation. Ces programmes fonctionnent sur des ordinateurs personnels (PC). Une analyse complète, menée sur un exemple synthétique permet d'illustrer les sorties graphiques des programmes ainsi que son aptitude à quantifier, à différentes échelles, les anisotropies d'orientation, de forme et de distribution spatiale des structures organisées.

---

# SOFTWARE FOR MULTI-SCALE IMAGE ANALYSIS: THE NORMALIZED OPTIMIZED ANISOTROPIC WAVELET COEFFICIENT METHOD

José Darrozes, Philippe Gaillot, Michel de Saint-Blanquat and Jean Luc Bouchez

Equipe de Pétrophysique et Tectonique, UMR CNRS 5563, Université Paul-Sabatier, 38 rue  
des 36-Ponts, France, 31400 Toulouse

**Abstract** - The two-dimensional Anisotropic Wavelet Transform aims to decipher images in which distributions are combined at different scales. Based on the Optimized Anisotropic Wavelet Coefficient method (OAWC), we present two C<sup>++</sup> programs which enable multi-scale analysis and discrimination of objects, or groups of objects, depending of their area, shape ratio, orientation and location. These programs allow the identification of the different levels of organisation that are present in an image (objects, clusters, alignments of clusters), and the quantification of their sizes, shape ratios and orientations. The programs run on a standard IBM - PC. A complete analysis, performed on a constructed image, is presented as an example for its graphical results, and illustrates the potential of quantifying the anisotropies of orientation, shape and spatial distribution of organised structures at different scales.

*Key words:* Image processing, Multi-scale analysis, Two-dimensional Anisotropic Wavelet Transform, Spatial Distribution.

## Introduction

Physical processes act simultaneously at different scales, and lead to complex spatial distributions. Sorting out each part or level of the spatial organisation, according to its characteristic scale, may be an effective way of analysing complex systems. Grossman and Morlet (1984) have developed an innovative numerical formalism, the Wavelet Transform (WT), in order to decorrelate the 1D signal of seismic-reflexion data. In two dimensions, a number of developments in mathematics and theoretical physics have investigated multi-scale behaviour of a system applying the WT formalism. The WT is now applied to several fields, such as meteorology (e. g. Hagelberg and Helland, 1995) and astrophysics (e. g. Escalera and MacGillivray, 1995), but still rarely in geosciences (Ouillon, Castaing, and Sornette, 1996), despite of the numerous potential examples of complex (multi-scale) organisations (fault patterns, topography, seismic data, and many others examples).

Rocks are complex systems in which the superposition of different physical processes such as crystallisation, deformation and fluid

circulation, lead to fabric development. Automatic determination of the Shape Preferred Orientation (SPO) of crystals is now a common method for analysing the petrofabrics in rocks (e. g. Allard and Benn, 1989; Launeau, Bouchez, and Benn, 1990; among others). However, this analysis ignores the two-dimensional multi-scale distribution of objects, such as clusters of minerals and alignments of clusters. The scope of this paper is to promote a new way of multi-scale investigation using the two-dimensional Anisotropic Wavelet Transform (2D-AWT).

For that purpose, we present two programs enabling the user to detect the different levels of organisation of an image, and to quantify the geometry of the detected entities in terms of area, shape ratio, orientation and location. The programs have been written in C<sup>++</sup> and run on a standard IBM - PC. An Intel Pentium processor and 8 Mo Ram are recommended. Programs are compatible with Microsoft Windows 3.11 and Windows 95. Input is via user-friendly dialogue boxes, graphical outputs of the results are displayed on the screen, and output as files. The program are publicly available by anonymous FTP from IAMG.ORG.

The program WaveCalc calculates a set of 2D-AWT, with an automatic and objective selection of the information. For the computation of the WT, subroutine FFT (Elliott and Rao, 1982) is used, performing the calculations of both the direct and inverse FFT. The companion program WaveSea is essentially a graphical interface allowing the visualisation of the results obtained from WaveCalc. WaveSea helps the user to select the most significant features at each scale, and gives the geometric parameters of the detected structures for each level of organisation, performing basic functions such as thresholding, building of histograms or orientation rose diagrams. Information obtained from the software permits the signal at all scales to be quantified and consequently facilitates the understanding of the processes which underlie the fabric under study.

### Wavelets transform: from theory to practice

The potential of wavelets applied to image processing has been pointed out by Antoine and others (1992), and a number of theoretical developments clearly demonstrate the wide domain of application of the Wavelet Transform (WT) formalism (Meyer, 1991). In the applications presented so far, most authors have used, for obvious practical reasons, the 2D isotropic WT. Calculation of the two-dimensional anisotropic-AWT requires a much longer computer time and generates an enormous quantity of data which needs to be synthesised. Recently, Ouillon, Castaing, and Sornette (1996) have studied the multi-scale organisation of joints and faults, using an efficient method called the Optimized Anisotropic Wavelet Coefficient method (OAWC) that selects the pertinent information of an image at all scales. Our approach is based on the latter method developed by Ouillon, Sornette, and Castaing (1995) and carries out the complete multi-scale analysis of an image with an accurate description of the size, shape, orientation and spatial distribution of the constituting objects.

#### Theory

In order to show how the 2D-AWT detects the dominant structure at a given scale, the mathematical formalism of Wavelet Transform is summarised here. The two-dimensional continuous WT helps in deciphering signals in which information carried by different spatial wavelengths or scales are combined using a battery of filters called wavelets. The filters are

derived from a single function called the mother function  $\mathbf{Y}_s$ . In the present work, we use the «Anisotropic Mexican Hat», which comes from a second derivative of a Gaussian function. Due to its anisotropy, characterised by its shape ratio  $\mathbf{S}$ , the filter allows detection of shape anisotropy and singularities in all directions of the image plane. Its equation is given by :

$$\mathbf{Y}_s(\vec{x}) = \mathbf{Y}_s(x, y) = \left(2 - \frac{x^2}{\mathbf{S}^2} - y^2\right) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\mathbf{S}^2} + y^2\right)} \quad 5.1$$

where  $x$  and  $y$  are the Cartesian coordinates of each pixel of the image.

Taking a binary image, the image can be represented by the function  $I(\vec{x})$ ,  $I(\vec{x}) = 1$  for pixels belonging to the analysed objects, and  $I(\vec{x}) = 0$ , otherwise. The WT of  $I(\vec{x})$  is a convolution ( $C_I$ ) with an analysing wavelet  $\mathbf{Y}_s(\vec{x}, a, \mathbf{S}, \mathbf{q})$  :

$$C_I(\vec{x}, a, \mathbf{S}, \mathbf{q}) = \mathbf{Y}_s(\vec{x}, a, \mathbf{q}) \otimes I(\vec{x}) \quad 5.2$$

where  $a$  and  $\theta$  represent the resolution (short axis of the wavelet) and the azimuth of the long axis of the wavelet, respectively. For each analysing wavelet, the signal is transformed into a set of coefficients  $C_I$  by the convolution. This set is called the wavelet image and is represented by a coefficient map. Thus at a given position  $\vec{x} = \vec{b}$  in the signal, the wavelet coefficient  $C_I(\vec{b}, a, \mathbf{S}, \mathbf{q})$  is given by:

$$C_I(\vec{b}, a, \mathbf{S}, \mathbf{q}) = \frac{1}{K_{Y_s}} a^{-1} \int \mathbf{Y}_s(R_q^{-1}(\frac{\vec{x}-\vec{b}}{a})) I(\vec{x}) d\vec{x} \quad 5.3$$

where  $R_q$  is the counterclockwise rotation operator of angle  $\mathbf{q}$  with respect to the Ox axis, which allows to rotate the analysing wavelet.

The scale parameter  $a$  allows the dilation (large  $a$  value) or contraction (small  $a$  value) of the wavelet, and thus controls the resolution of the image analysis. The normalising factor  $K_{Y_s}$  is defined following the admissibility condition by :

$$K_{Y_s} = \int \left| \mathbf{Y}_s^*(\vec{k}) \right|^2 \left| \vec{k} \right|^{-2} d\vec{k} \quad 5.4$$

where  $\mathbf{Y}_s^*$  is the Fourier transform of  $\mathbf{Y}_s$ .

### Properties

A wavelet is a function that obeys the following four conditions detailed by Antoine and others (1992) :

- (1) The mother function  $\Psi_s$  must be fairly well localised in the space domain ( $\vec{x}$ ) and in the spatial frequency domain ( $\vec{k}$ );
- (2)  $\Psi_s$  is continuous and differentiable (admissibility condition); as an important consequence it has always a null mean value;
- (3) The analysing filter  $y_s(\vec{x}, a, \mathbf{q})$  is naturally bound and invariant by translation: thus it is particularly suited for a local analysis; and  $y_s(\vec{x}, a, \mathbf{q})$  is also invariant by dilation / contraction, thus allowing a multi-scale analysis.

### In practice

Due to its intrinsically multi-scale and local properties, the WT is particularly useful for the detection of small structures superimposed on the gradient of larger ones. A constant signal produces null coefficients (= admissibility condition). In contrast, if the signal presents irregularities, the wavelet reacts by producing non null coefficients. The negative coefficients underline the edges of objects. The weak coefficients reflect a poor match between the analysing filter and the local content of the image. Conversely, the strongest coefficients point out the best match, in terms of scale, location, shape ratio and orientation, between the analysing wavelet and the object. A given filter  $y_s(\vec{x}, a, \mathbf{q})$  detects only entities that have the identical geometrical parameters (Fig. 5.1). To detect all the organised structures of an image, each pixel of the 2D-signal will be analysed using a set of different  $a, \theta, \sigma$  values.

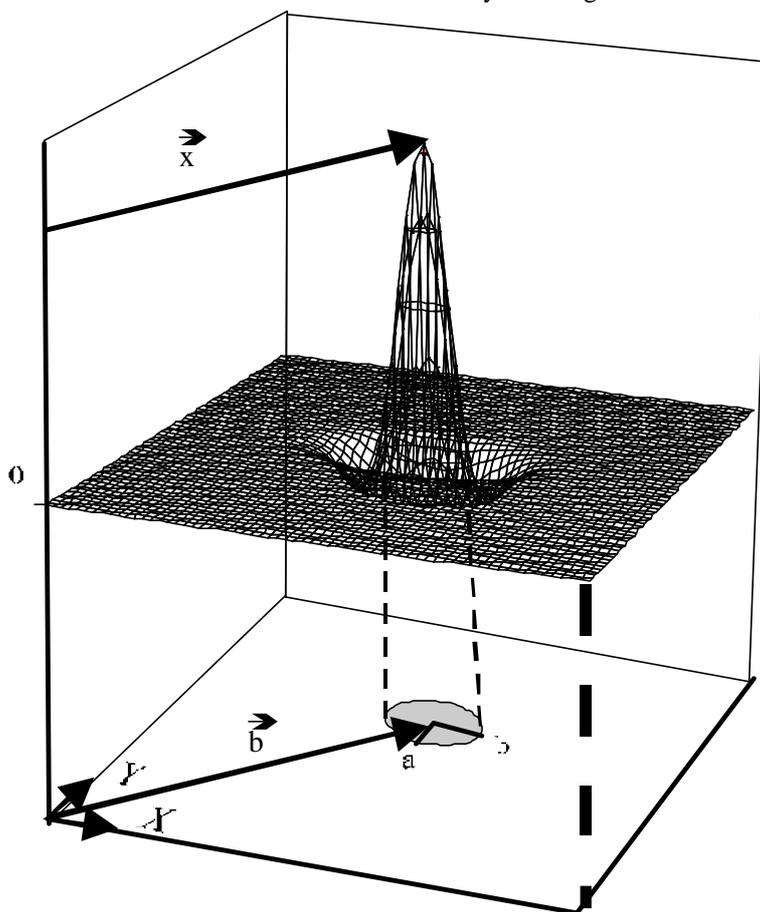
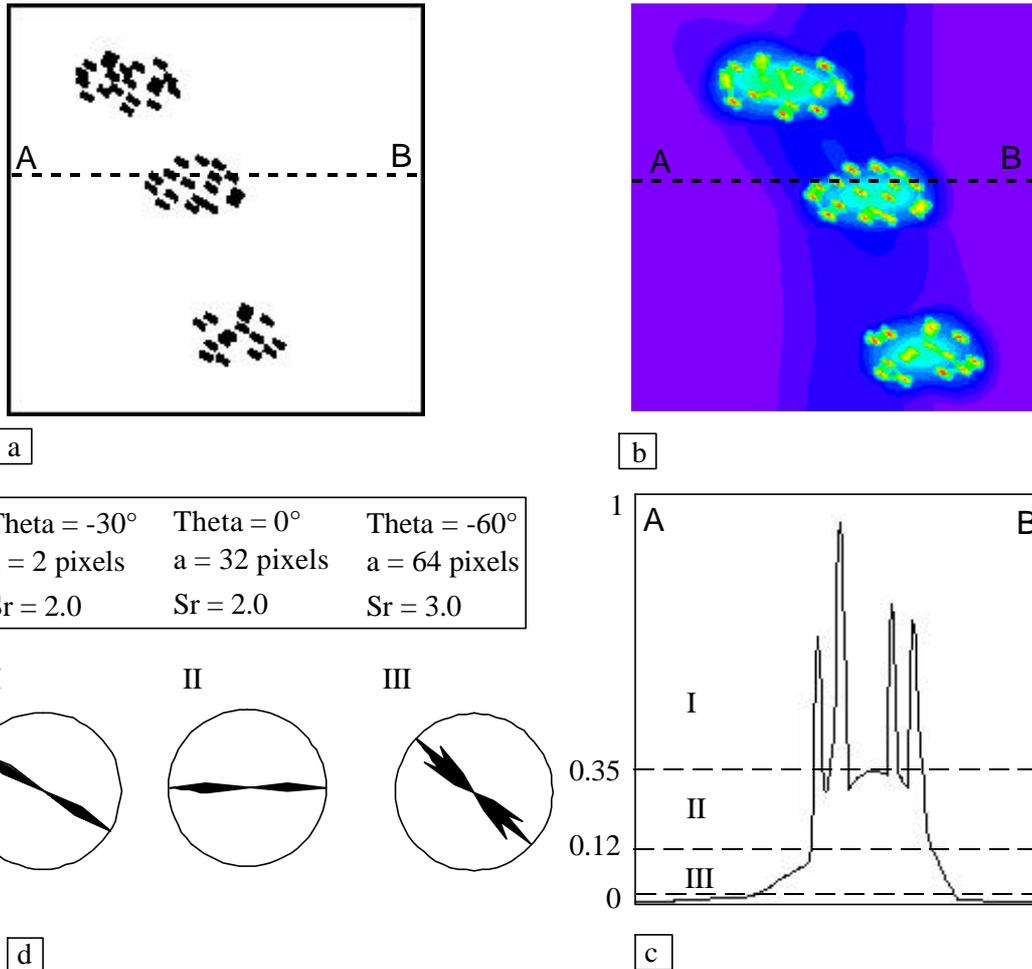


Figure 5.1: Ideal match between wavelet and object : zero contour of Anisotropic Mexican Hat fits perfectly with object contour. The filter  $y_s(a, \vec{b}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$  is discretized in a  $2^6 \times 2^6$  mesh world. Resolution  $a = 2$ , shape ratio  $\sigma = 2$ , orientation  $\theta = 0^\circ$ , location  $\vec{x} = (32, 32)$ . Corresponding detected entity : short axis  $a = 2$ , long axis  $b = 4$ , shape ratio  $b/a = 2$ , elongation  $\mathbf{q} = 0^\circ$ , location  $\vec{b} = (32, 32)$ .



**Figure 5.2 :** Study of a synthetic example. (a) Constructed ( $2^8 \times 2^8$ ) binary image composed of 52 rectangles of area = 45 pixels, shape ratio = 2 and orientation =  $-30^\circ$  themselves forming 3 clusters elongated at  $0^\circ$ , forming themselves an alignment at  $-60^\circ$ . (b) Synthetic NOAWC map obtained from the 2, 32 and 64 pixels resolution; (c) A-B cross section : highest coefficients give the centre of gravity of the individual objects of image (a) ; levels around 0.3 (pale grey in b) correspond to the grain clusters. Coefficients around 0.1 (in dark grey) point to alignment formed by clusters ; (d) Geometrical parameters obtained after thresholding with WaveSea: (I) individual objects parameters ; (II) clusters parameters ; and (III) alignment of clusters parameters.

### WaveCalc Program

The WT of a ( $2^8 \times 2^8$ ) binarised image requires 3h of calculation (Pentium 90 Mhz) to obtain a complete analysis. Its application to an artificial example is given in Figs. 5.2 and 5.3. In order to avoid operator time consumption during computation, the program WaveCalc operates directly from ASCII parameter files. Intervention of the user is required to input the following parameters from the keyboard.

1. the number of scale analysis (N) and, for each analysis,
2. the binary image file name (WINDOWS BITMAP, TIFF, RASTER),
3. the image width (W) and height (H) ;
4. the resolution or scale parameter a, which controls the multi-scale analysis ;
5. the limits of integration and their increments (b\_min, b\_max, step\_b), which control the shape anisotropy ; and
6. the variation domain and increment of orientation which control the angular exploration ( $q_{\min}$ ,  $q_{\max}$ , step\_q) of the image.

---

The program computes the WT of the image for each  $\mathbf{y}_s(\vec{x}, a, \mathbf{q})$  filter.

Although the WT is perfectly well-defined in real space, frequency considerations are useful. The Fourier Transforms (FT) operator allows an efficient calculation of the WT. The numerical implementation of the direct and inverse FT is simple using the Fast Fourier Transform (FFT) algorithms (Elliott and Rao, 1982). Note that, for the application of the FFT algorithms, the image must a  $2^n \times 2^n$  size matrix ( $n = \text{integer}$ ). For reasons of calculation time, memory allocation and disk space, the maximal size of the image in this code is limited to  $2^j \times 2^j$  pixels. The procedure for calculating the WT is the following:

1. read the binary image matrix;
2. compute the two-dimensional discrete FFT of the image, and the analysing wavelet, using the theorem of separability;
3. following the convolution theorem, determine the FT of the WT by multiplying the FT of the image with the FT of the analysing wavelet; and
4. determine the coefficient map of the image by applying the inverse FFT.

Using filters with different  $\mathbf{s}$  values necessitates the use of different mother functions. In order to obtain a significant calibration, the results are normalised as follows: at each point of the image, the calculated coefficients are divided by their theoretical maximum values obtained when the match between the filter and the corresponding entity is perfect. A linear scaling from -1 to 1 is therefore obtained. The highest value corresponds to the centre of gravity of the entities detected; null values correspond to a constant gradient, and the smallest values indicate the edges of the structures. This scaling of the coefficients reinforces the image contrast and facilitates the interpretation. Repetition of this procedure for each filter creates a large volume of data. To synthesise these data, a method is proposed extended from the OAWC algorithm of Ouillon, Sornette, and Castaing (1995). As already mentioned, the value of the coefficient reflects the local match between the filter and the signal. To select the meaningful features at each point of the signal, we choose the local optimum filter characterised by the maximal wavelet coefficient. The maximised normalised coefficients are selected from the coefficient maps derived from all the  $(\mathbf{s}, \mathbf{q})$

couples, and for a given resolution  $a$ , at each pixel of the image. Hence, at resolution  $a$ , a Normalised Optimum Anisotropic Wavelet Coefficient map (NOAWC map) is derived and reflects the match between the given filters and the image (Fig 5.1). During this step, the parameters corresponding to the local optimum filter  $(\mathbf{s}, \mathbf{q})$  are stored. Hence, in output, a normalised coefficient file, and the associated shape ratio and orientation files are given. This procedure is repeated for all the selected resolutions. Finally, the program selects among all the NOAWC maps corresponding to each resolution, and for each point, the optimum wavelet coefficient and its associated parameters (resolution, position, orientation and shape ratio). The "synthesized" NOAWC map ("single-interest image") is finally visualised on a screen using coefficients that are scaled and transformed to 8-bit integers covering the 0 (black) - 255 (white) range (Fig. 5.2).

The volume of data remains substantial in spite of their significant reduction. For an image size of  $2^n \times 2^n$  pixels, there are  $2^{2n}$  coefficients,  $2^{2n}$  resolutions,  $2^{2n}$  shape ratios and  $2^{2n}$  angles. Hence, for  $n=8$ , the total number of figures to handle is  $4 \times 2^{16}$ ! The WaveSea program has been developed to detect the significant organised structures and to extract the corresponding parameters.

### WaveSea Program

WaveSea Program is a graphical interface which (1) gives access to all the parameters of the original image (Fig. 5.3a) as well as to the NOAWC maps (Fig. 5.3b); (2) allows recognition of the meaningful features, and (3) retains only the significant set of parameters that describes best the image structures. In the coefficient map of an image, every scale of organisation is detected, but with different values of the coefficients. These levels depend on the original image but also on the resolution. To guide the user to choose the level that characterises best each structure (Figure 5.2b and c), the histogram of the NOAWC Coefficient map is presented (Fig. 5.3c). From it, the different modes of the NOAWC coefficients are easily recognised, and the minimum and maximum thresholds are chosen interactively. The parameters (resolution, location, shape ratio, orientation) corresponding to the selected local optimum filters are instantaneously extracted from the set of data.

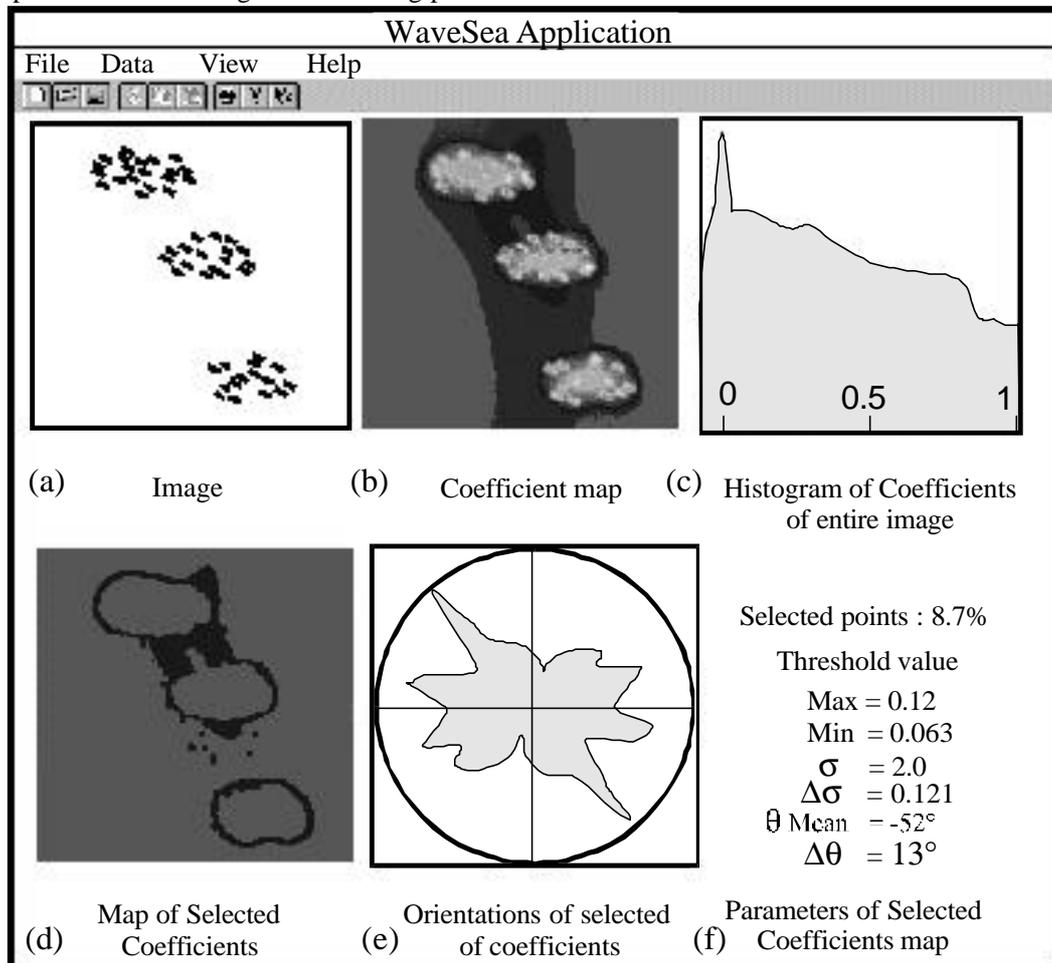
Finally, the map of the selected NOAWC is plotted (Fig. 5.3d), and the corresponding orientations are presented in a rose diagram. General information, such as the percentage of objects in the original image, percentage of selected pixels in the NOAWC map, and statistical parameters (mean and standard deviation of orientation and shape ratio data), are also presented (Fig. 5.3f). The selected data may be saved in a standard text file directly usable in a spreadsheet.

### Geological example

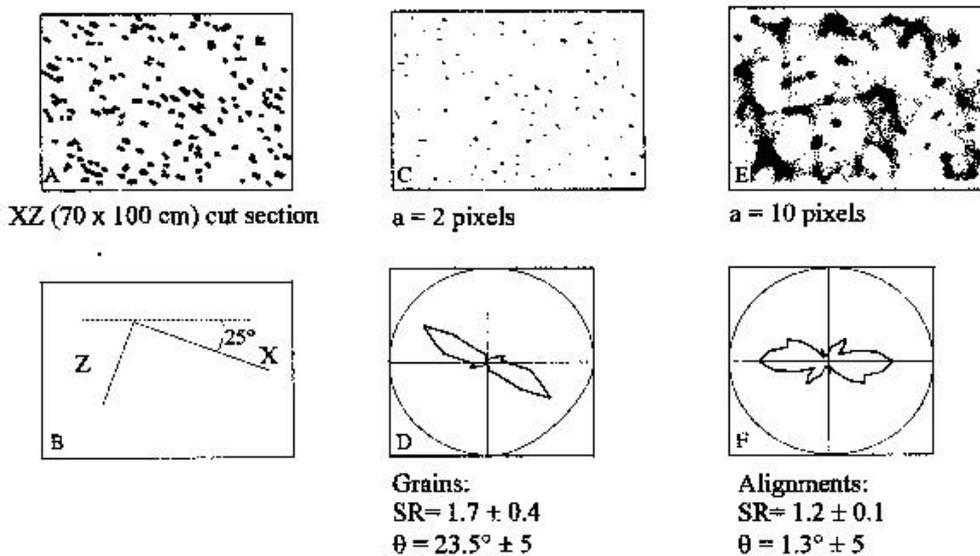
The multi-scale organisation of a Variscan pluton (Sidobre granite, Montagne Noire, France) has been studied using the NOAWC method (Fig. 5.4). A 70 cm x 100 cm sample was cut in the XZ plane that is parallel to the magmatic stretching direction (X) and perpendicular to the magmatic flattening plane

(Fig. 5.4a and b). The multi-scale mineral organisation (or fabric) analysis was performed on the K-feldspar megacrystals represented in black in figure 5.4a.

In the resultant binary image (256 x 256 pixels) a non uniform spatial distribution shows a complex rock crystallisation and deformation history. In this study, the resolutions are chosen as multiples of 2 ( $a=2n$ , with  $n=1,2,\dots, 10$ ). For each resolution, the integration scale  $\sigma a$  varies in-between the sampling scale  $a$  and the image size itself. For each couple  $(a, \sigma a)$ , the azimuth  $\theta$  varies from  $0^\circ$  to  $180^\circ$ , by  $10^\circ$  steps. Two significant levels of mineral organisation have been observed, for  $a = 2$  and  $a = 10$  pixels. For the others values of  $a$ , magnitudes of the wavelet coefficients are weak, denoting a lack of significant organisation at these scales.



**Figure 5.3:** Graphical interface WaveSea showing original image (upper left), Normalised Optimized Anisotropic Wavelet Coefficients (NOAWC) map of resolution  $a = 32$  pixels, the histogram of the normalised coefficients and information on image (upper right). For an interactively determined threshold (0.3 - 0.4) the corresponding selected NOAWC map (lower right), orientation rose (mean -  $52^\circ$ ; shape ratio parameter ( $Sr = 2.00$ ) is plotted.



**Figure 5.4:** Multi-scale investigation of (70 x 100 cm) XZ section of K-feldspar megacrysts of Sidobre granite (France). Normalised Optimized Anisotropic Wavelet Coefficients (NOAWC) map obtained for resolutions  $a = 2$  pixels (0.8 cm) and  $a = 10$  pixels (4 cm). Orientation rose diagram at mineral scale : selected coefficient range between 0.75 and 1 identifies the megacryst characteristics. They are sub-parallel to the X direction and indicate magmatic flow. Orientation rose diagram at aggregate scale : selected coefficient range between 0.35 and 0.45 identifies cluster of megacrystals, with principal mineral alignments (around  $0^\circ$ ) oriented at  $-50^\circ$  and  $30^\circ$ , representing magmatic shearing (Source: Gaillot and others, 1997).

For a resolution of  $a = 2$  pixels, corresponding to crystal sizes ( $\approx 1$ cm), a strong orientation at  $23.5^\circ$ , has been indicated (Fig. 5.4c and d). This orientation is the same as the one detected by Darrozes and others (1994) using the intercept counting method of Launeau, Bouchez and Benn (1990). For  $a = 10$  pixels, a clearly defined cellular organisation (Fig. 5.4e and f) underlined by grains alignments at  $-55^\circ$ ,  $0^\circ$  and  $30^\circ$  has been detected (see Gaillot and others, 1997).

In this example, detection for a resolution  $a = 2$  pixels, reveals the crystal organisation at the grain-scales. In turn, it reveals the magmatic flow direction. This aspect of rock-texture analysis may, however, be worked out using other fabric techniques. However, the NOAWC method is unique in quantifying and mapping crystal organisations at larger resolutions ( $a = 10$  pixels). These large scale organisations are fundamental in understanding the rheological behavior of magmatic rocks, for instance by tracing the solid versus liquid partition in the rock, as exemplified by the cellular organisation of figure 5.4a. Hence, the NOAWC approach constitutes a fundamental contribution for rock fabric analysis.

### Summary

The multi-scale analysis based on the Wavelet Transform (WT) is presented in this paper in a complete and simple form. We have also given the mathematical background of the WT. In order to undertake a complete multi-scale analysis of a binary image of maximum size of  $2^9 \times 2^9$  pixels, the C++ programs WaveCalc and WaveSea have been developed. WT computation, selection of data and calculation of geometrical parameters of detected structures are given in detail. The artificial example illustrating our purpose has shown how the anisotropies of shape and orientation, as well as the spatial distribution of the objects can be quantified at different scales. These programs have been also applied to a geological example to determine a rock fabric. The WT has allowed to detect and characterise accurately the different levels of mineral organisation, from grains to alignments or clusters of grains, valuable information for studying the processes acting at different scales. Finally, since the NOAWC approach is applicable to any two-dimensional object distribution, it may be used to many other fields such as, fluid inclusions in crystals,

---

epicentral distribution of seismic events, and distributions of galaxies.

**Acknowledgements-** Guy Ouillon is gratefully acknowledged for fruitful discussions. Comments on the manuscript by Pierre Courjault-Radé and Jean-Louis Vignerresse were appreciated. We thank Keith Benn for improvement of the English. Detailed reviews of Pr. Qiuming Cheng (York University) and an anonymous reviewer are acknowledged. Supports from the CNRS (UMR 5563 and INSU) and «Région Midi-Pyrénées» (imagery equipment) are also acknowledged.

## References

- Allard, B. and Benn, K., 1989, Shape preferred orientation analysis using digitized images on a computer, *Computers & Geosciences*, **15**, 441-448.
- Antoine, J.P., Murenzi, R., Piette, B., and Duval-Destin, M., 1992, Image analysis with 2D continuous wavelet transform: detection of position, orientation and visual contrast of simple objects, in «Wavelets and applications», *Research Notes in Applied Mathematics* **20**, Y. Meyer Editor, Masson Paris, 134-180.
- Darozes, J., Moisy, M., Olivier, P., Améglio, L., and Bouchez, J.L., 1994, Structure magmatique du Sidobre (Tarn, France): de l'échelle du massif a celle de l'échantillon, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **318**, **2**, 243-250.
- Elliott, D.F., and Rao, K.R., 1982, Fast transform: Algorithms, analyses, applications, New York : academic Press .
- Escalera, E. and MacGillivray, H.T., 1995, Topology in galaxy distributions : method for a multi-scale analysis. A use of the wavelet transform, *Astronomy and Astrophysics* **298**, 1-21.
- Gaillot, P., Darozes, J., Ouillon, J., de Saint Blanquat, M., and Bouchez, J.L., 1997, Multi-scale analysis of magmatic rock fabrics. *EUG* **9**, Strasbourg.
- Grossman, A. and Morlet, J., 1984, Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape, *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, **15**, 723-736.
- Hagelberg, C. and Helland, J., 1995, Thin-line detection in meteorological radar images using wavelet transforms, *American Meteorological Society*, **12**, **3**, 633-642.
- Launeau, P., Bouchez, J.L. and Benn, K., 1990, Shape preferred orientation of object populations : automatic analysis of digitized images, *Tectonophysics*, **180**, 201-211.
- Meyer, Y. , 1991, «Wavelets and applications», *Research Notes in Applied Mathematics*, **20**, Y. Meyer Editor, Masson Paris, p. 464.
- Ouillon, G., Sornette, D., and Castaing, C., 1995, Organisation of joints and faults from 1 cm to 100 km scales revealed by Optimized Anisotropic Wavelet Coefficient Method and multifractal analysis, *Nonlinear Processes in . Geophysics*, **2**, 158-177.
- Ouillon, G., Castaing, C., and Sornette, D., 1996, Hierarchical geometry of faulting : *Journal of Geophysical Research*, **101**, B3, 5477-5487.

---

## **4 La méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimum Normalisé (Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient NOAWC method): un outil du traitement d'image pour l'analyse multi-échelles de la fabrique des roches**

Selon l'approche géométrique des groupes de renormalisation, nous proposons ci-après l'introduction de l'analyse multi-échelles à l'étude de l'organisation minérale interne des roches déformées, communément appelée fabrique. Le formalisme des ondelettes anisotropes et la méthodologie développée sont particulièrement bien adaptés à la description complète de la roche via la caractérisation des différents niveaux d'organisation minérales. Du constituant élémentaire "microscopique" vers l'association "macroscopique" (roche), les différents niveaux d'organisation identifiables sont le grain, les amas ou alignements de grains et les amas ou alignements d'amas. La présence ou l'absence d'organisation à ces échelles caractéristiques aident à cerner les processus responsables de l'organisation macroscopique de la roche et contraignent son histoire cinématique et dynamique.

Article publié dans *Geophysical Research Letters*, Vol **24**, No 14, pp. 1819-1822, 1997.

Titre et résumé en Français:

**La méthode du Coefficient d'Ondelette Anisotrope Optimum Normalisé (Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient NOAWC method): un outil du traitement d'image pour l'analyse multi-échelle de la fabrique des roches.**

La transformée en ondelette anisotrope 2D est un outil de traitement d'images capable d'analyser efficacement des signaux-images contenant des informations à différentes échelles. Étendue de la méthode du Coefficient d'ondelette Anisotrope Optimum (Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method) de Ouillon et al. (1995), nous présentons une méthode qui discrimine les objets et groupes d'objets selon leur taille, forme, orientation et position. Illustrée sur un exemple synthétique, nous montrons que cette méthode permet de distinguer deux sous-populations d'objets d'une même phase, et de quantifier les anisotropies de forme, d'orientation et de distribution spatiale à différentes échelles (objets, amas ou alignement d'objets, amas ou alignements d'amas). Appliquées à une section de roche du granite du Sidobre (Montagne Noire, France), les ondelettes ont permis de caractériser avec précision les différents niveaux d'organisation minérale. Elles contribuent ainsi à mieux comprendre les processus physiques (cristallisation, circulation fluide, déformation, etc. ...) responsables de ces organisations.

---

# THE NORMALISED OPTIMISED ANISOTROPIC WAVELET COEFFICIENT (NOAWC) METHOD: AN IMAGE PROCESSING TOOL FOR MULTI-SCALE ANALYSIS OF ROCK FABRIC

Philippe Gaillot<sup>(1)</sup>, José Darrozes<sup>(1)</sup>, Guy Ouillon<sup>(2)</sup> and Michel de Saint Blanquat<sup>(1)</sup>

(1) Equipe de Pétrophysique et Tectonique, UMR CNRS 5563, Université Paul Sabatier, 38 rue des 36-Ponts, 31400 Toulouse, France.

(2) CNRS URA 1279, Institut de Géodynamique, rue A. Einstein, Sophia Antipolis, 06560 Valbonne, Cedex, France.

**Abstract :** The 2D Anisotropic Wavelet Transform (2DAWT) is an image analysis tool which is able to decipher signals where information obtained from different scales are intermixed. Extended from the Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method (OAWC) of Ouillon et al. (1995), we present a method which discriminates the objects and groups of objects depending of their surface, shape ratio, orientation and position. Illustrated in a synthetic example, we show that this method allows one to distinguish between different sub-populations of objects within a single phase, and quantify the anisotropies of shape, orientation and spatial distribution at different scales (objects, clusters of objects, alignments of objects or clusters). Applied to a natural rock sample (Sidobre granite, Montagne Noire, France), the 2DAWT has permitted to detect and accurately characterise the different levels of mineral organisation, and thus, to contribute to the understanding of the physical processes, such as crystallisation, fluid migration, deformation, etc... responsible for such organisations.

## Introduction

The Anisotropic Wavelet Transform is an efficient mathematical tool for multi-scale analysis of multidimensionnal signals (Ouillon et al., 1995; Hagelberg and Helland, 1995) since, it allows one to decipher different levels of organisation within a given field of observation. Rock fabric is defined as the complete spatial and geometrical configuration of components of a deformed rock (see Hobbs et al., 1976). Thus, rock fabric analysis requires recognition and texture quantification of each level of mineral organisation. These levels are, from the finest scale to the largest scale: (i) the mineral itself, (ii) the texture or spatial organisation of minerals, (iii) the spatial variation of texture which defines connex entities like, for example, clusters of minerals, and finally (iv) the overall structure, such as alignments of clusters, defined by the spatial distribution of entities. The scope of this paper is to present the Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method (NOAWC) as a relevant tool for 2D multi-scale rock fabric analysis. This method is

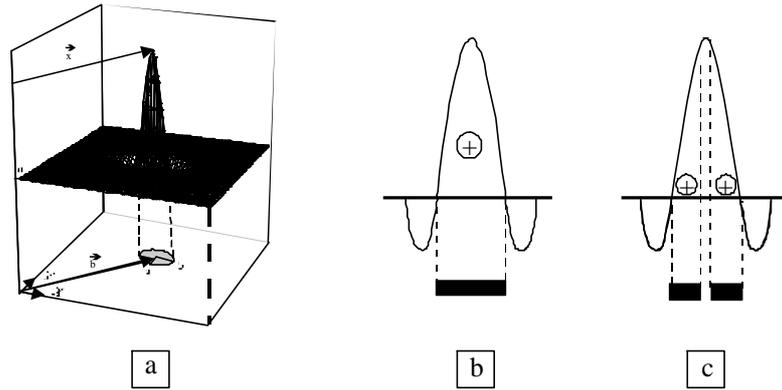
considered to be a part of an objective and complete description of rock fabrics.

## Wavelet Transform Formalism

The efficiency of wavelet theory in image processing was demonstrated by Antoine et al. (1992). A number of developments in mathematics and theoretical physics related to wavelets are given in detail in Meyer (1992). Topics, such as edge detection and texture discrimination (Mallat, 1992), and structural identification of galaxies (Slezak et al, 1992), are also close to our domain of application.

The 2D continuous Wavelet Transform (WT) helps in deciphering signals in which information carried by different spatial wavelengths or scales are combined using a battery of filters called wavelets. The filters are derived from a mother function  $\Psi_s$ , which, in the present study, is also called «Anisotropic Mexican hat » (Fig. 5.5a). Its equation is given by:

$$\Psi_s(\vec{x}) = \Psi_s(x_x, x_y) = \left(2 - \frac{x_x^2}{s^2} - x_y^2\right) e^{-\frac{1}{2} \frac{x_x^2 + x_y^2}{s^2}} \quad 5.5$$



**Figure 5.5 :** Anisotropic “Mexican Hat” and corresponding sections visualising the calculation of Wavelet Transform Coefficient. (a) Discretised analysing filter  $\Psi(a, \vec{b}, \sigma, \theta)$  of resolution  $a = 2$ , shape ratio  $\sigma = 2$ , orientation  $\theta = 0^\circ$ , location  $\vec{x} = (32, 32)$  in a  $64 \times 64$  mesh world; and the corresponding detected object of short axis  $a = 2$ , long axis  $b = 4$ , shape ratio  $b/a = 2$ , elongation  $q = 0^\circ$ , location  $\vec{b} = (32, 32)$ ; (b) Ideal match between the analysing wavelet and corresponding object (segment in bold) producing the maximal theoretical wavelet coefficient. (c) Multi-scale property : strong coefficient reflecting both the match between the analysing wavelet and the objects, and the local density in the space delimited by the positive part of the filter.

The effectiveness of wavelet transform come from its great flexibility which authorises both multi-scale and local analysis. WT analysis depends on the dilation/contraction scale factor  $a$  which, in turn, controls the resolution of the analysis and allows multi-scale study, and  $\vec{b} = (b_x, b_y)$  the translation vector, particularly suited for a local analysis ; variation of  $\vec{b}$  represents the “sliding” of the wavelet over the 2D signal (image)  $I(\vec{x})$ , where  $\vec{x} = (x_x, x_y)$  are the Cartesian coordinates of each pixel of the image. In addition, the anisotropic wavelets are able to detect anisotropy of shapes and singularities in any direction and at any scale. Due to the anisotropic shape of the filter itself, the WT analysis is also a function of  $s$ , the shape ratio of the wavelet, and  $q$ , the azimuth of the long axis of the wavelet (Fig. 5.5a).

The wavelet transform  $C(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$  of a signal  $I(\vec{x})$  is the convolution of  $I(\vec{x})$  with the analysing wavelet  $\Psi(a, \vec{b}, \sigma, \theta)$ :

$$C(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q}) = \mathbf{y}(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q}) \otimes I(\vec{x}) \quad 5.6$$

For each analysing wavelet, the signal is transformed by the convolution into a set of coefficients  $C$ . This set is called the wavelet image and is represented by a map of coefficients. At a given position  $\vec{x} = \vec{b}$ , the wavelet coefficient  $C(a, \vec{b}, \sigma, \theta)$  contains all the information we need for the present analysis (Fig. 5.5b, 5.5c). Due to its

intrinsically multi-scale and local properties, the WT analysis allows detection of small structures superimposed onto larger ones. A constant signal will produce null coefficients. In contrast, if the signal presents some irregularity, the wavelet will react by producing locally high wavelet coefficients. The strongest coefficients will point out the best match, in terms of scale, location, shape ratio and orientation, between the analysing filter and the individual particle, or group of particle hereafter called objects. A given filter detects only objects that have the same geometrical parameters (size, shape ratio, orientation). Hence an objective detection of each organisation level of an image requires to analyse each point of the 2D signal with all the possible discretised  $a$ ,  $q$  and  $s$  values. This procedure creates a tremendous amount of data. In order to reduce this set of data, a method, extended from the algorithms of Ouillon et al. (1995) and Hagelberg et al. (1995), has been developed.

### The NOAWC method

The NOAWC method is based on the method that was developed for the detection of the multi-scale organisation of linear objects, or faults and study of the hierarchical geometry of faulting (Ouillon et al., 1996). Because the multi-scale fabric analysis necessitates accurate measurements of weak shape anisotropies, the latter method was improved by introducing a normalisation and a stronger filtering of the data, hence greatly facilitating the interpretation.

In order to obtain a significant calibration, for each analysing wavelet, the coefficient calculated at each point of the image, is divided by the theoretical maximum value obtained for a perfect match between the wavelet and the corresponding object. Hence, the value of the normalised coefficient is a local indicator of the quality of the match between the filter and the objects of the image. But also, it is an indicator of the local density in the space delimited by the positive part of the filter (Fig. 5.5c). Therefore, individual particles or elementary parts in the sense of Pratt (1978), have strong coefficients whereas larger scale objects made of several particles, those defining the texture and the structure, have weaker coefficients.

Normalisation is a necessary step before any attempt is made to stack the coefficients maps. In practice, at each pixel of the image, we select, among all the previously calculated coefficients, the local optimum filter characterised by the maximal normalised wavelet coefficient. At this step of the procedure, the parameters ( $a$ ,  $\sigma$ ,  $\theta$ ) of the local optimum filter, i. e. corresponding to the set of wavelet which best defines the local signal, are stored in the computer. In the final set of data, only the «significant» features of the image will be extracted and stored. Significant features will be those for which the normalised wavelet coefficient is larger than a critical value depending on the local density, which itself is function of the size of the filter, and the quality of the match (Fig. 5.5).

The different magnitude of the coefficients for each resolution allow to recognise without ambiguity the different levels of organisation of the image. Thus, in order to extract only the meaningful features at a given resolution, we select the data corresponding to this resolution and to the associated range of coefficient magnitudes. The final extraction of the parameters of the selected filters ( $\bar{b}$ ,  $s$ ,  $q$ ) helps to quantify the geometry of all the objects of scale  $a$  whatever their location, shape anisotropy and orientation. The knowledge of the latter parameters allows to compute by various mode the intensity of the fabrics and especially by the evaluation of the standard deviation. In summary, the spatial organisation associated with a given scale parameter  $a$  can be quantified, using the properties of WT (multi-scale and local analysis) and the NOAWC method (detection, selection and quantification).

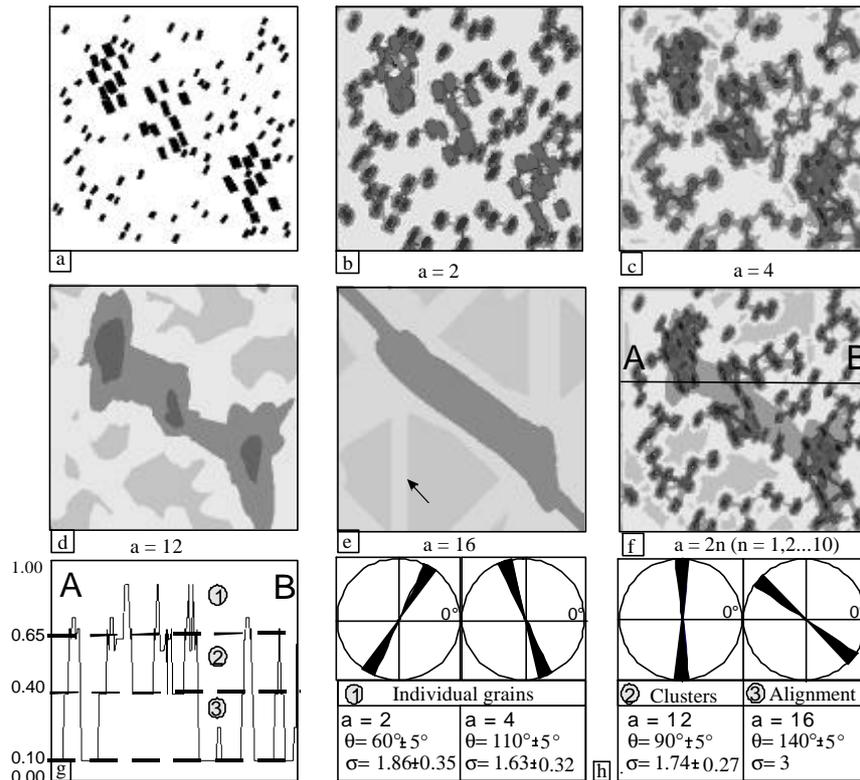
## A theoretical case study

We first consider a binary image (256 x 256 pixels) representing a set of particles with a bimodal size distribution. The large and small particles have different orientation distributions, with average grain elongations differing by about 50°. The large grains form 3 clusters that are elongated at about 90° with respect to the horizontal reference of the image. The clusters themselves define an alignment at 140° measured counter-clockwise with respect to the reference line.

In our example, resolutions are chosen as multiples of 2 ( $a = 2n$ ,  $n = 1, 2, \dots, 10$ ), and for each resolution, the integration scale  $sa$  is performed in between the sampling scale and the image size. For each couple ( $a$ ,  $\sigma.a$ ), the azimuth  $q$  varies from 0° to 180° by 10° steps. The corresponding WT calculation for all filters, synthesis of the data, recognition and characterisation of the different levels of organisation, are the object of the software developed by Darrozes et al. (1997).

Using the latter software, analysis by the NOAWC method shows that significant organisations are detected for the resolution of 2, 4, 12 and 16 pixels (Fig. 5.6). At  $a = 2$  pixels (Figs. 5.6b, 5.6h), a well-defined preferred orientation is detected at an angle of 60°, corresponding to the Shape Preferred Orientation (SPO) of the small grains. At  $a = 4$  pixels (Figs 5.6c, 5.6h), the wavelet optimum matches correspond to the large particles for which a SPO at 110° is found. These two families of grains are defined by normalised coefficient greater than 0.65 in profile AB (Fig. 5.6g) of the resulting NOAWC map (Fig. 5.6f) which is a staking of all the resolution. For the resolution  $a = 12$  pixels, the textured area occupied by the 3 clusters is well detected (Fig. 5.6d). It may be characterised further characterised by an orientation at  $q = 90^\circ$  of the clusters (Fig. 5.6h). Finally, for the analysis with the largest wavelength analysis,  $a = 16$  pixel, the resulting image (Fig. 5.6e) has a simplified geometry which exhibits the long range alignment of 140° of the clusters (Fig. 5.6h).

Obviously, the NOAWC method requires a calculation time longer, about 3 hours for a complete analysis (Pentium 90 Mhz), than the current methods such as the intercept-counting method (Launeau, 1990), the inertia tensor method (Launeau et Robin, 1996) or the autocorrelation function (Panozzo-Heilbronner, 1992). But human intervention is therefore restricted, at the beginning of the program, to implement the input parameters.



**Figure 5.6 :** Theoretical case study: (a) Constructed binary image; (b) (c) (d) (e) NOAWC map obtained, respectively, for the resolution of  $a = 2, 4, 12$  and  $16$  pixels outlining the different levels of organisation: small and large particles, clusters of particles and alignment of clusters. The intensity of the normalised coefficient is represented by a grey scale where the black colour is equal to 1 and the white to 0. The arrow point out the edge effects of large filters; (f) Synthetic image corresponding to the stacking of all the previous NOAWC maps; (g) Coefficient intensities along the A-B section of Fig. 5.6f. showing the different levels of organisation. Circled numbers: (1) highest coefficients ( $> 0.65$ ) give the centroid of the individual grains. (2) coefficients around 0.4 corresponding to the clusters formed by the larger objects; and (3) coefficients around 0.1 pointing to the alignment of clusters; (h) Simplified orientation rose diagrams, for thresholds of resolution  $a = 2, 4, 12$  and  $16$  pixels, and corresponding coefficient intensities, giving respectively the orientation of small particles  $60^\circ$  (in the direct trigonometric frame), large particles at  $110^\circ$ , clusters of particles at  $90^\circ$  and alignments of clusters ( $140^\circ$ ).

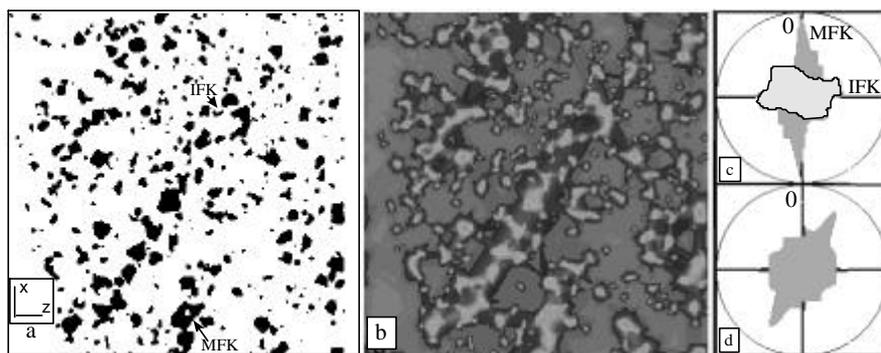
However, (i) possibility of sub-fabric detection, (ii) the ability of multi-scale and local analysis, and (iii) the ability of detection and quantification of anisotropies of (1) shape, (2) orientation and (3) spatial distribution, prove that the NOAWC method is particularly well suited for rocks fabric studies.

### A real case study

The mineral organisation of a late Variscan granite pluton (Sidobre pluton, northern Montagne Noire, France), characterised by a slight anisotropy (Darrozes et al., 1994), has been studied using the NOAWC method. A  $20 \times 20$  cm sample was cut parallel to the XZ, i.e. parallel to the magmatic stretching direction and perpendicular to the magmatic flattening plane.

The multi-scale fabric analysis was performed on the K-feldspar crystals of the latter sample that were isolated using the procedure of

Launeau and Bouchez (1992). In the resultant image ( $256 \times 256$  pixels) two sub-populations of K-feldspars could be distinguished, attesting for their complex crystallisation history (Fig. 5.7a): (1) megacrysts (MFK) centimetric in size, and parallelepipedic in shape together with (2) interstitial phase (IFK) millimetric in size and eventually forming small veinlets. The results obtained for the same set of filters as used in the former theoretical study, are depicted in figure 5.7. Two different SPOs displaying two approximately perpendicular sub-fabrics (Fig. 5.7c) are detected: (1) for  $a = 2$  pixels at a mean angle of  $100^\circ \pm 10^\circ$ , and (2) for  $a = 4$  and  $a = 6$  pixels at  $10^\circ \pm 6^\circ$ . These orientations have also been found by Darrozes et al. (1994) who used the intercept counting method of Launeau et al. (1990). However in the present study, new alignments of MFK grains have been identified, for  $a = 8$  and  $a = 10$  pixels resolution (Fig. 5.7b, 5.7d).



**Figure 5.7 :** Natural example: study of a 20x20 cm XZ rock section from Sidobre pluton (Montagne Noire, France). (a) Isolated phase displaying 2 sub-populations : megacryst K-feldspar (MFK) and interstitial K-feldspar (IFK). (b) Synthetic NOAWC map obtained for  $a = 2n$  ( $n=1, 2, \dots, 10$ ) resolutions. (c), (d) Orientation rose diagrams displaying the 2 perpendicular sub-fabrics (c) and the long range alignments of crystals elongated at  $30^\circ$ , in the XZ frame (d).

The NOAWC method has therefore (i) permitted us to determine the SPO of MFK which is attributed to the magmatic flow, (ii) given evidence the perpendicular orientation of the IFK with respect with to the magmatic flow, attributed to the late crystallisation process, with infilling micro-fractures in the presence of residual melt (see Bouchez et al., 1992) and forming discontinuous and irregular millimetric veinlets, and (iii) to detect grain alignments underlying the structure of the rock. Hence, this new mode of investigation of the different levels of organisation of a rock fabric, naturally leads to a better understanding of the physical processes responsible for SPO, texture and structure of rocks.

### Conclusion

Due to its intrinsic properties, i.e. allowing local and multi-scale analysis, the wavelet transform gives a complete description of the spatial and geometrical configuration of the 2D signal in the full range of scales. We have proven that the NOAWC method is able to detect the various levels of organisations of an image without any preconceived choice of the parameters. Its applicability to geology has been tested on a theoretical example to characterise the shape preferred orientation and spatial distribution of grains, to distinguish between different sub-fabric of a given phase, and finally, to outline organisations at different scales (grains, clusters, alignments of clusters...). Applied to a natural sample, the NOAWC method has further allowed detection and accurate quantification of the SPO of two populations of grains, the direction of their alignments, and therefore, to question the processes responsible of such organisations.

**Acknowledgements-** Comments on manuscript by Pierre Courjault-Rade and Jean-Luc Bouchez were appreciated. We thank P. Launeau and two anonymous reviewers for fruitful comments on the manuscript. Supports from the CNRS (UMR 5563 and INSU) and «Région Midi-Pyrénées» (imagery equipment) are also acknowledged.

### References

- Antoine, J.P., Murenzi, R., Piette & B. Duval-Destin, M. , 1992, Image analysis with 2D continuous wavelet transform: detection of position, orientation and visual contrast of simple objects, in « Wavelets and applications », Y. Meyer Editor, Masson Paris.
- Bouchez, J.L., Delas, C., Gleizes, G., Nédélec, A. and Cuney M., 1992, Submagmatic micro-fractures in granites, *Geology*, 20, 35-38.
- Darrozés, J., Moisy, M., Olivier, P., Ameglio, L. & Bouchez J.L., 1994, Structure magmatique du Sidobre (Tarn, France) : de l'échelle du massif à celle de l'échantillon, *C.R. Acad. Sci. Paris*; t.318, série II, p.243 à 250.
- Darrozés, J., Gaillot, P., de Saint Blanquat, M. and Bouchez, J. L. (1997). Software for multi-scale image analysis : the normalised optimised anisotropic wavelet coefficient. *Computers and Geosciences*, 23, 889-895.
- Hagelberg, C. and Helland, J. , 1995, Thin-Line detection in meteorological radar images using wavelet transforms, *Amer. Meteor. Soc.*, vol 12, n°3, 633-642.
- Hobbs, B.E., Means, W.D., and Williams, P.F., 1976, *An outline of structural geology*. New York : Wiley 571 p.
- Launeau, P., Bouchez, J.-L., & Benn, K., 1990, Shape preferred orientation of object

- 
- populations: automatic analysis of digitized images. *Tectonophysics*. 180, 201-211.
- Launeau, P., Bouchez, J.-L., 1992, Modes et orientations préférentielles de forme des granites par analyse d'images numériques, *Bull. Soc. géol. Fr.*, 163, n°6, p.721-732.
- Launeau, P., Robin, P.Y., 1996, Fabric analysis using the intercept method, *Tectonophysics*, 267, 91-119.
- Mallat, S. & Zhong, S., 1992, Wavelet maxima representation, in *Wavelets and applications*, Y. Meyer Editor, Masson Paris.
- Meyer, Y., 1992, « Wavelets and applications », Masson Paris, and papers therein.
- Ouillon, G., Sornette, D. & Castaing, C., 1995, Organisation of joints and faults from 1 cm to 100 Km scales revealed by optimized anisotropic wavelet coefficient method and multifractal analysis. *Nonlin. Proc. Geophys.*, 2, 158-177.
- Ouillon, G., Castaing, C. & Sornette, D., 1996, Hierarchical geometry of faulting. *J. Geophys. Res.*, 101, 5477-5487.
- Panozzo-Heilbronner, R., 1992. The autocorrelation function: an image processing tool for fabric analysis, *tectonophysics*, 212, 351-370.
- Pratt, W.K., 1978, *Digital image processing*. Wiley - interscience publication, J. Wiley & Sons Editor. pp. 750.
- Slezak, E., Bijaoui, A. & Mars, G., 1992, Structures identification from galaxy counts - Use of wavelet transform -, in *Wavelets and applications*, Y. Meyer Editor, Masson Paris.

---

## **5 Fabrique de forme des grains de magnétite, anisotropie de distribution spatiale et fabrique magnétique: une étude 3D**

Bien que l'Anisotropie de Susceptibilité Magnétique (ASM) soit un outil de choix pour l'étude des pétro-fabriques des roches magmatiques, le rôle de la distribution spatiale des grains de magnétite dans les roches ferromagnétiques, mis en évidence par Hargraves et al. (1991), Stephenson (1994) et Canon-Tapia (1996) et vérifié expérimentalement par Grégoire et al. (1995), complique son interprétation. En effet, les résultats avancés par les auteurs précédents montrent que les interactions magnétiques peuvent réduire ou augmenter l'anisotropie magnétique de la roche selon les configurations spatiales rencontrées. Cependant, l'effet de telles interactions magnétiques dans des roches naturelles reste affaire de spéculation, du fait du manque d'analyses texturales détaillées. La seule étude en date (Archanjo et al., 1995) conclut que la fabrique magnétique d'une roche à magnétite est principalement contrôlée par l'orientation préférentielle de forme des grains de magnétite, bien que des interactions magnétiques entre amas de magnétite ne puissent être exclues. Pour avoir une appréciation plus définitive sur l'origine et la signification de l'ASM en présence de grains de magnétite, on a sélectionné une syénite ayant un fort pourcentage de magnétite (~3%) et nous avons caractérisé la forme, la fabrique de forme et la distribution spatiale de ses grains de magnétite selon trois sections perpendiculaires.

Article publié dans *Journal of Structural Geology*, Vol **20**, No 7, pp. 937-944, 1997.

Titre et résumé en français:

### **Fabrique de forme des grains de magnétite, anisotropie de distribution spatiale et fabrique magnétique: une étude 3D.**

La fabrique de forme et l'anisotropie de distribution spatiale de 600 grains de magnétite d'une syénite hautement ferromagnétique ont été déterminées selon trois sections perpendiculaires. Les grains ont une forme lenticulaire et un rapport de forme moyen d'environ 2.0. Leur orientation préférentielle, déterminée par la méthode du tenseur d'inertie, est compatible avec les directions principales de l'ellipsoïde de susceptibilité magnétique. De plus, les rapports axiaux des ellipses de fabrique magnétique sont très proches de ceux des ellipses de fabrique de forme (1.41 et 1.39 pour la section perpendiculaire à la foliation magnétique et parallèle à la linéation magnétique).

La transformée en ondelette anisotrope est utilisée pour détecter et quantifier l'anisotropie de distribution spatiale des grains de magnétite, essentiellement localisés en bordure des grains de feldspath. Cette distribution spatiale fortement anisotrope n'a aucun effet notable sur l'anisotropie de susceptibilité magnétique (ASM) de la roche, puisque seulement quelques pour-cents des grains sont suffisamment proches les uns des autres pour interagir magnétiquement. Aussi, il est réaliste de considérer que l'ASM des roches granitiques ferromagnétiques est principalement due à la fabrique de forme des grains de magnétite avec pour conséquence une corrélation forte entre fabrique magnétique et fabrique de forme de la magnétite.

---

## MAGNETITE GRAIN SHAPE FABRIC AND DISTRIBUTION ANISOTROPY VS ROCK MAGNETIC FABRIC : A THREE-DIMENSIONAL-CASE STUDY

V. Grégoire <sup>(1)</sup>, J. Darrozes <sup>(1)</sup>, P. Gaillot <sup>(1)</sup>, P. Launeau <sup>(2)</sup> and A. Nédélec <sup>(1)</sup>

(1) Laboratoire de Péetrophysique et Tectonique, UMR 5563 (CNRS & OMP)  
Université Paul-Sabatier, 38 rue des 36-Ponts, 31400 Toulouse, France

(2) Laboratoire de Péetrologie structurale, UPRS-EA 2156, Université de Nantes, 2 rue  
de la Houssinière, 44072 Nantes, France

**Abstract** : Shape fabric and distribution anisotropy of magnetite grains in a highly ferromagnetic (*s.l.*) syenite are determined for three mutually perpendicular planes on about 600 magnetite grains. The grains are lenticular with an average aspect ratio of about 2.0. Their preferred orientation, determined by the inertia tensor method, is consistent with the principal directions of the magnetic susceptibility ellipsoid and the axial ratios of the magnetic fabric ellipses are very close to those of the shape fabric ellipses (e.g. 1.41 and 1.39 in the section plane perpendicular to the magnetic foliation and parallel to the magnetic lineation). The anisotropic wavelet transform can detect and quantify the anisotropic distribution of the magnetite grains which are located interstitially along the feldspar grain boundaries. This anisotropic distribution has no noticeable effect on the rock's anisotropy of magnetic susceptibility (AMS), since only a few percent of grains are close enough to interact magnetically. Therefore, it is realistic to consider that the AMS of ferromagnetic granitic rocks originates mainly from the shape fabric of anisotropic magnetite grains and that a close correlation between the magnetic fabric and the grain shape fabric is to be expected.

### Introduction

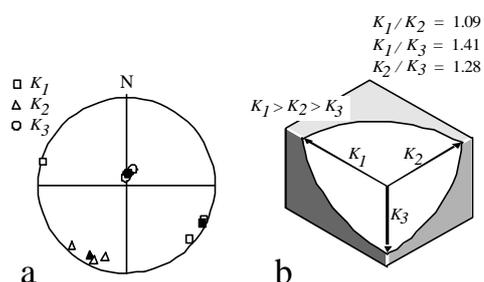
Low-field anisotropy of magnetic susceptibility (AMS), or magnetic fabric, is an excellent tool for unravelling the petrofabrics of igneous rocks (e.g. Ellwood & Whitney 1980; Hrouda 1982; Borradaile 1988; Borradaile and Henry, 1997; Bouchez 1997). In magnetite-bearing rocks, both shape fabric and the distribution anisotropy of magnetite grains have been advocated to play a major role in the resulting rock AMS (Hargraves *et al.* 1991; Stephenson, 1994; Archanjo *et al.* 1995 ; Canon-Tapia, 1996). Grégoire *et al.* (1995) experimentally verified that magnetic interactions between two magnetite grains occurs when the center-to-center distance between the grains is less than the mean grain size. They suggested that the magnetic interaction may either reduce or enhance the magnitude of the whole-rock anisotropy depending on the distribution anisotropy of the magnetite grains. However, the importance of this contribution is still a matter of speculation owing to the lack of detailed textural investigations. In the only case study to date,

Archanjo *et al.* (1995) concluded that the magnetic fabric of a magnetite-bearing granite is controlled mainly by the preferred shape orientation of magnetite grains, although magnetic interactions between cluster grains cannot be excluded. To get a more definitive appreciation, we selected a syenite with a high magnetite content of ~ 3% and carried out the 3D-characterization of shape, shape fabric and distribution of its magnetite grains. The origin and significance of the whole-rock AMS are then considered using this data set.

### Materials and methods

The selected rock is a quartz syenite from a several hundred metre-thick moderately dipping sheet-like intrusion in Madagascar. Detailed mineralogy and geochemistry can be found in Nédélec *et al.* (1995) for sample number MG 93. The studied rock displays a conspicuous foliation, acquired under near-solidus conditions during syntectonic emplacement under a high geothermal gradient. The foliation arises from a crude preferred shape orientation of the perthitic

alkali feldspars and from some compositional layering. A well-defined magnetic lineation is determined also by the AMS measurements. The iron-rich minerals are clinopyroxene, hornblende and oxides. The oxide minerals represent about 3 % of the volume of the rock. They are magnetite and ilmenite in textural equilibrium so that the crystals are generally devoid of exsolutions. Magnetite is much more abundant, amounting to nearly 90% of the oxide minerals. This is a very high magnetite content for a granitic rock where distribution anisotropy (if any) could produce the highest magnetic interactions. AMS measurements were made with a Kappabridge KLY-2 (Geofyzika Brno) susceptibilitymeter working at  $4 \times 10^{-4}$  T and 920 Hz with a detection limit of about  $4 \times 10^{-8}$  SI. Three oriented specimens, each with a volume of  $\sim 10.8 \text{ cm}^3$  were used. Their mean susceptibility is  $5.77 \times 10^{-2}$  SI. This rather high value (for a granitic rock) is related to the high magnetite content of the syenite (Nagata, 1953). The directions of the principal axes ( $K_1 \geq K_2 \geq K_3$ ) of the magnetic susceptibility ellipsoid are fairly constant in the three specimens (Fig. 5.8a) and the average ellipsoid is oblate (Fig. 5.8b).



**Figure 5.8:** (a) Stereographic plot (lower hemisphere) with projections of the AMS principal axes ( $K_1 \geq K_2 \geq K_3$ ); open symbols: specimens, full symbols: averages. (b) Three-dimensional representation of the AMS ellipsoid principal axes for the studied rock.

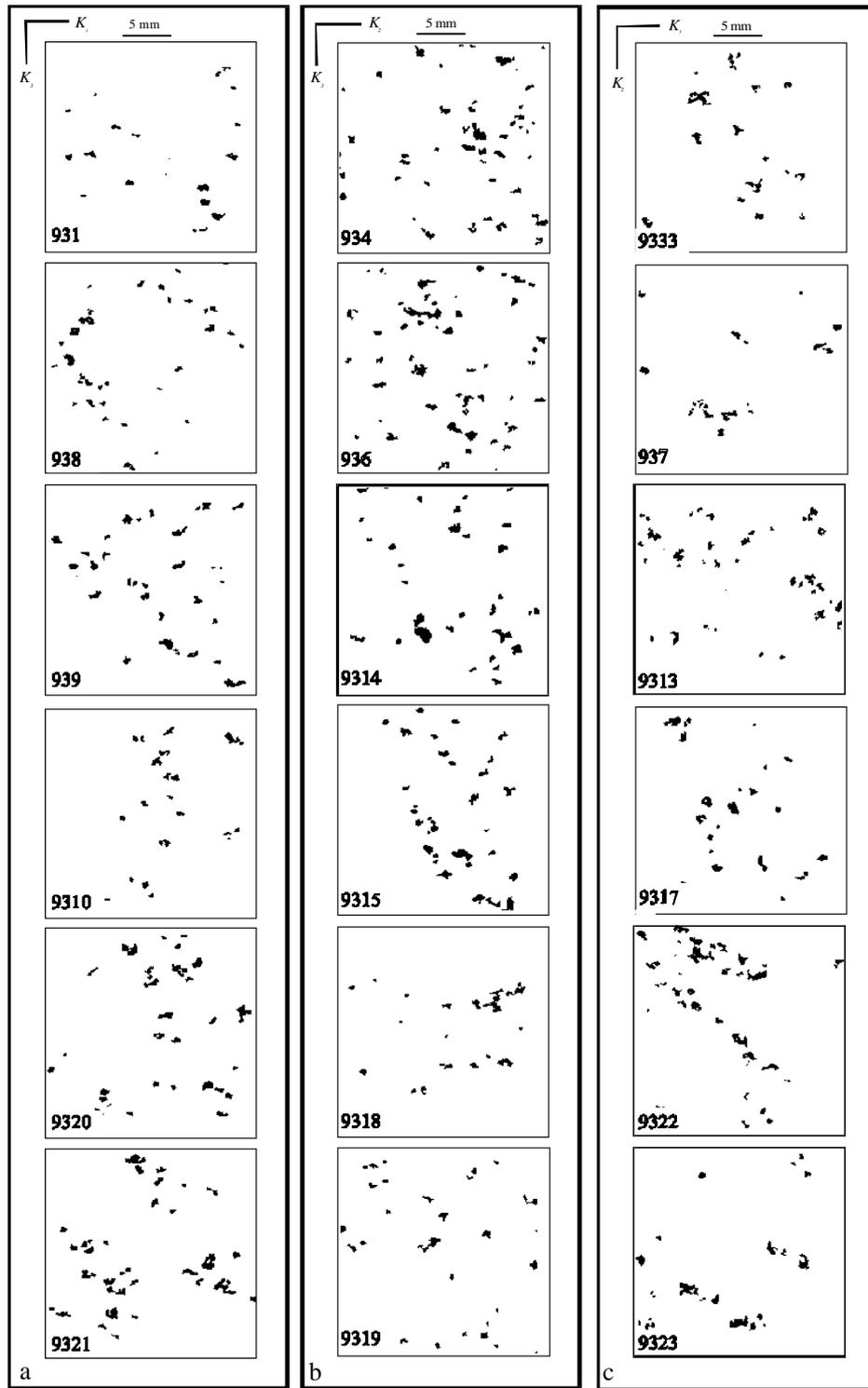
Oriented thin sections were cut from the same sample, parallel to the three reference planes ( $K_1K_2$ ,  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$ ) of the magnetic susceptibility ellipsoid (Fig. 5.9). The total number of sections amounts to 18 (6x3). Three-dimensional textural information was interpolated from these orthogonal two-dimensional sections. Oxide minerals were identified visually as opaques using a Petroscope (Minox GmbH Giessen) and outlined manually prior to digitising. As this was done in transmitted light, the magnetite and ilmenite could not be distinguished so the oxide phase was considered mixed in the study. Given that magnetite is by far the most

abundant oxide, the results yielded by the oxide phase constitute a good approximation for the magnetite phase and, hence, may be compared with the AMS properties of the rock. Magnetite is essentially an interstitial phase in the studied syenite. Most of the magnetite grains are xenomorphic, even if one or two crystalline faces are well developed in some cases.

The grains size and shape fabric data were extracted out of the digitised images by the “OPF (“Orientation Préférentielle de Forme”, i.e. Preferred Shape Orientation) program of Launeau (1997) using the inertia tensor method (Jähne 1995) for determination of the size, shape and fabric of the grains, and the wavelet program of Darrozes *et al.* (1997) for determination of the spatial distribution. The wavelets, allowing for both local and multi-scale analysis, are used to dissociate and quantify different levels of organisation of complex systems (Meyer and Roques, 1993) Applied to rock fabric analysis, the wavelet transform detects organised patterns due to a non-uniform spatial distribution of minerals. It discriminates objects and clusters depending of their area, shape, orientation and position (Gaillot *et al.*, 1997). The analysing wavelet is an anisotropic filter called “Mexican Hat”, constructed to unravel the expected entities. As shown in Fig. 5.10, the geometry of the filter is determined by four parameters: the wavelet’s short axis  $a$  (also called the wavelet resolution), the wavelet shape ratio  $\sigma$ , the azimuth  $\theta$  of the long axis of the wavelet, and the location vector  $x$ . At each point in the binary image (256 x 256 pixels), the wavelet transform coefficients  $C$  is calculating using the software developed by Darrozes *et al.* (1997). This coefficient is a local indicator of the presence of organised structures of a given scale. Thus weak coefficients are associated with areas of constant gradient or of others levels of organisation, and strong coefficients point out the structures of interest.

### Grain shape

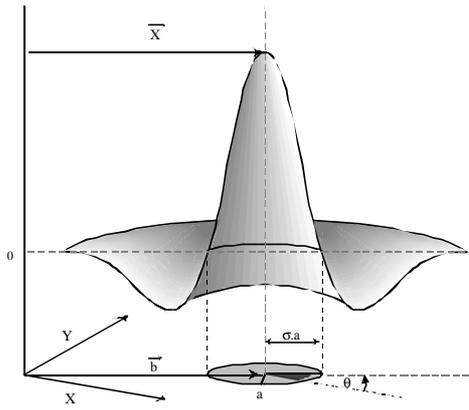
The length  $l$  and aspect ratio  $s$  of each grain were calculated using the inertia tensor method. The results for the three orthogonal sections ( $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$ ) are given in Fig. 5.11. The 0.0-0.2 mm class is empty because these grains are too small to be properly analysed. The frequency histograms of length measurements are unimodal and present a main class size ranging from 0.4 to 0.6 mm in all three sections.



**Figure 5.9:** Digitised oriented thin section in : (a)  $K_1K_3$  ; (b)  $K_2K_3$  ; and (c)  $K_1K_2$  planes, respectively.

The average lengths are  $0.75 \pm 0.32$ ,  $0.73 \pm 0.29$  and  $0.70 \pm 0.29$  mm in sections  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$ , respectively. These values are slightly higher than the peak values due to a large number of very long grains or grain clusters. The frequency histograms of the

aspect ratios display a main class (18 to 25 % of the grains) for shape ratios ( $r$ ) ranging between 1.75 and 2.00 in  $K_1K_3$  section and between 1.50 and 1.75 in  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$  sections. Classes with higher shape ratios are also well represented ; hence, the average



**Figure 5.10:** “Anisotropic Mexican Hat”,  $y(a, x, \mathbf{s}, \mathbf{q})$ , in which the resolution is  $a$ , the shape ratio is  $\sigma$ , the orientation is  $\mathbf{q}$ , and the location is  $x$ .

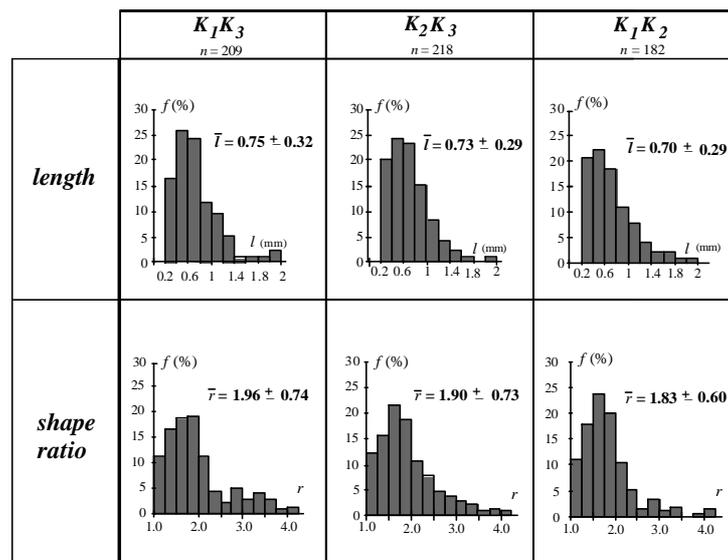
aspect ratios are about 1.90. The highest values for  $l$  and  $r$  do not necessarily correspond to individual grains, but rather represent aggregates of grains that could not be analysed separately.

In the  $K_1K_3$  and  $K_2K_3$  sections, the average length and aspect ratios are nearly equal, characterising lenticular grains. In this case, the mean aspect ratio in the  $K_1K_2$  sections would be about 1.00, whereas the measured ratios are noticeably higher. The higher ratios result from the grains being co-zonally oriented around the  $K_1$  direction. This interpretation is strengthened by the fact that the  $K_1$  direction is well defined by AMS measurements.

## Grain preferred orientation

The preferred orientation of grain populations, or shape fabric, was also studied in the three orthogonal planes  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$ . The orientation of the long axis and mean axial ratio  $R$  of the ellipses representing the population fabrics were calculated by the SPO program from the average inertia tensor of the grain shapes. The shape fabric ellipses are presented in Fig. 5.12 together with the magnetic fabric ellipses for each reference plane. The axes of the fabric ellipses fit closely with the corresponding axes of the AMS ellipses, as the average angle departures from  $K_1$ ,  $K_2$  and  $K_3$  does not exceed  $3^\circ$ . These results fit better than those of Archanjo *et al.* (1995) because about 200 grains were measured in each reference planes, whereas individual thin sections may yield higher discrepancies with maximum angle departures of  $10^\circ$ ,  $14^\circ$  and  $28^\circ$  in the  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$  planes respectively. AMS measurements always involve with volumes where hundreds or thousands of grains are measured so that AMS is obviously a powerful structural tool for determining lineations ( $K_1$ ) and foliation poles ( $K_3$ ) of mineral fabrics in ferromagnetic rocks.

The average axial ratios  $R$  of the shape fabric ellipses are  $1.39 \pm 0.13$  ( $\sigma$ ),  $1.28 \pm 0.08$  ( $\sigma$ ) and  $1.08 \pm 0.07$  ( $\sigma$ ) in the sections  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$ , respectively. Not surprisingly, these ratios are in agreement with the oblate shape of the grains.



**Figure 5.11:** Frequency histograms of the length ( $l$ ) (averages and mean standard deviations) and shape ratios ( $r$ ) (averages and mean standard deviations) of the magnetite grains in the  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$  section planes.

	$K_1 K_3$			$K_2 K_3$			$K_1 K_2$		
<b>Bulk magnetic fabric ellipse</b>									
	$K_1/K_3 = 1.41 \pm 0.03$			$K_2/K_3 = 1.28 \pm 0.06$			$K_1/K_2 = 1.09 \pm 0.03$		
<b>Average shape fabric ellipse from 6 sections</b>									
	$\bar{R} = 1.39 \pm 0.13$			$\bar{R} = 1.28 \pm 0.08$			$\bar{R} = 1.08 \pm 0.07$		
<b>Detailed results of each section</b>	Sections	$\alpha^\circ$	$R$	Sections	$\alpha^\circ$	$R$	Sections	$\alpha^\circ$	$R$
	931	-3	1.54	934	14	1.39	933	25	1.24
	938	1	1.31	936	3	1.33	937	22	1.11
	939	-10	1.62	9314	7	1.27	9313	-6	1.04
	9310	4	1.29	9315	-9	1.37	9317	-28	1.20
	9320	-8	1.33	9318	-5	1.17	9322	-23	1.18
	9321	1	1.35	9319	6	1.23	9323	13	1.10

Figure 5.12.: Magnetic fabric and shape fabric ellipse for the three types of sections ( $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$ ): average, standard deviations and detailed results are obtained by the OPF program using the inertia tensor method.

Comparison of these axial ratios with those of the AMS ellipses shows that the degree of anisotropy in the shape fabric of the magnetite grains is very close to the degree of anisotropy of magnetic fabric in the three mutually-perpendicular sections. A linear correlation between the intensities of both fabrics is also suggested by these results. Hence, magnetite grain population appear to be characterised by a property similar to the one of individual magnetic grains that display a linear correlation between their aspect ratio and the anisotropy of magnetic susceptibility (Uyeda et al., 1963; Grégoire et al., 1995)

To be sure that there is a good correlation between the AMS ellipsoid and the shape fabric ellipsoid, we need to know how the grains are distributed, i. e. to explore the spatial configurations where magnetic interactions may occur, even if they partially compensate themselves.

### Grain distribution

One aim of the present study is to try to recognise particular configurations of fabric caused by larger features such as grain aggregates or grain alignments. Magnetic interactions between neighbouring grains is

supported by testing the alignments between grains whose center-to-center distance is less than a critical value (Grégoire et al. (1995; Canon-Tapia, 1996). Grégoire et al. (1995) studied experimentally the magnetic interactions between adjacent magnetite grains. The results of their two-grain experiments strongly depend on the spatial configurations of the nearby interacting grains, namely "side-by-side" and "aligned" configurations (Fig. 5.13).

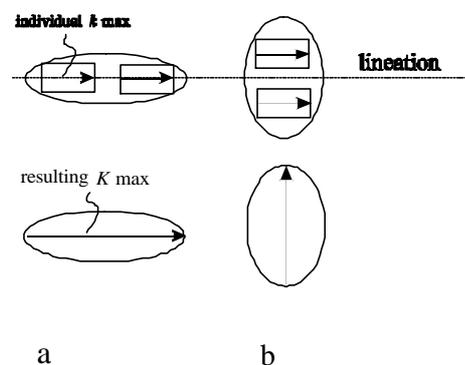
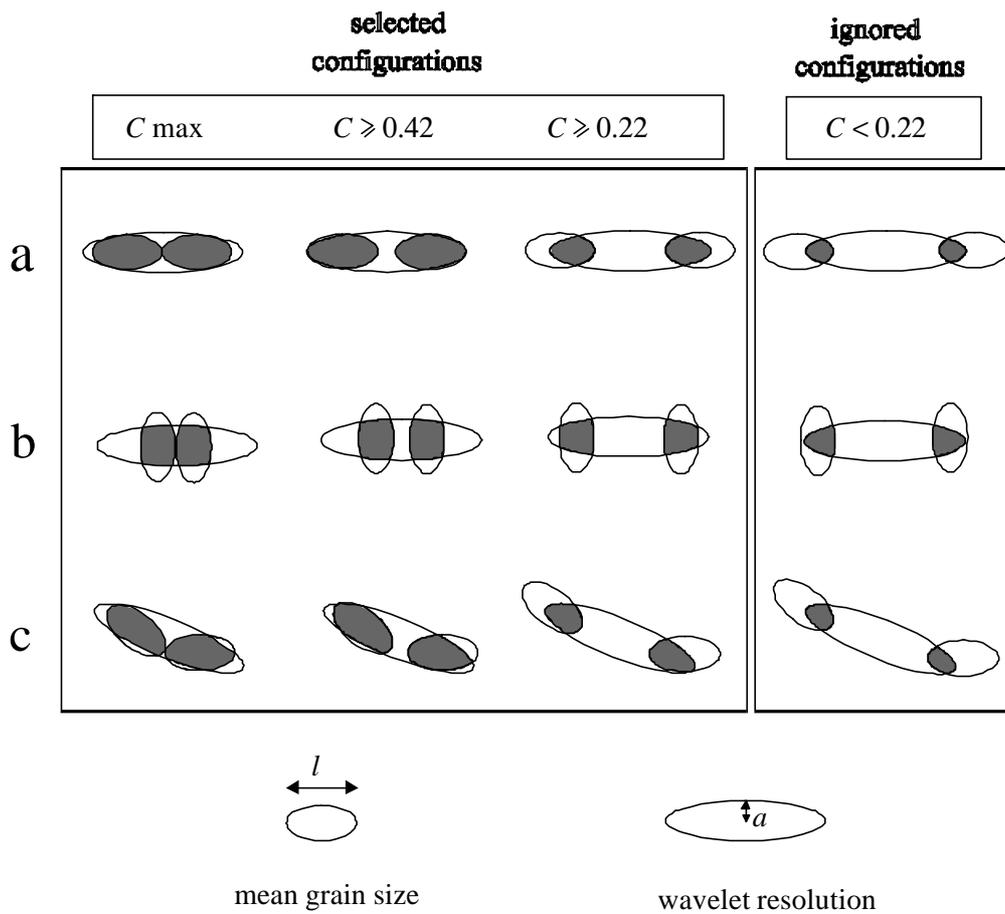
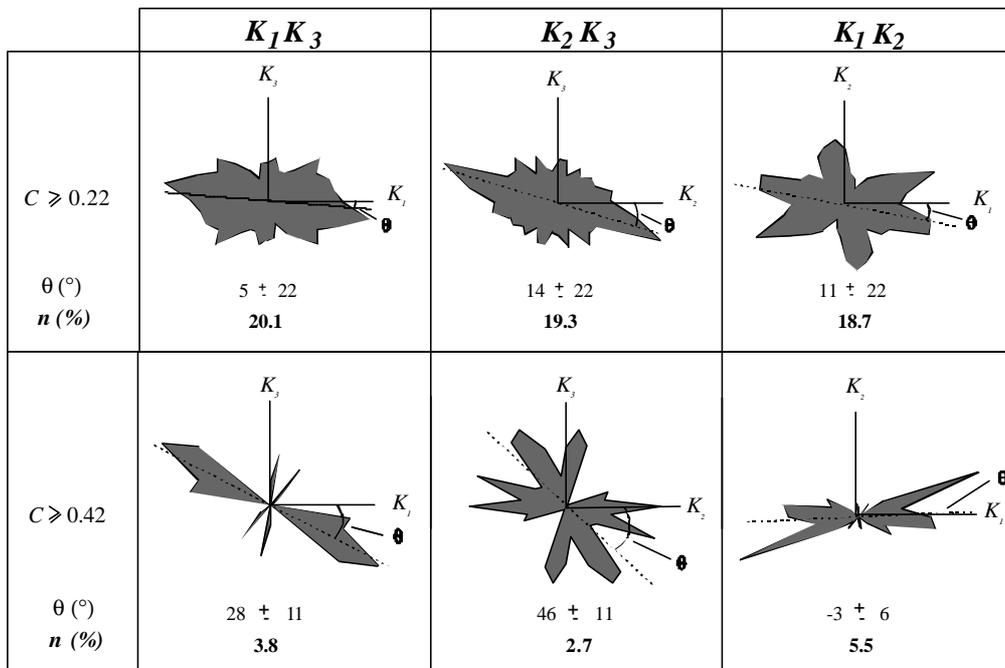


Figure 5.13: Typical configurations of interacting magnetite grains showing the : (a) "aligned"; and (b) "side-by-side" configurations of Grégoire et al, 1995.  $k_{max}$  is the maximum magnetic susceptibility of the grain and  $K_{max}$  represents maximum magnetic susceptibility of interacting grains (not at scale).



**Figure 5.14:** Selected wavelet with coefficient threshold enabling detection of : (a) "aligned"; (b) "side-by-side"; an, (c) intermediate configurations corresponding to intergrain distance of interest.



**Figure 5.15:** Rose diagrams for the interacting paired grains (aggregates) in the  $K_1 K_3$ ,  $K_2 K_3$  and  $K_1 K_2$  sections;  $\theta$  is the mean orientation of the aggregates and  $n$  is the percentage of grains invoked in the pairs or aggregates. Results for the two different coefficient thresholds are not at the same scale.

---

In the first case, the direction of the easiest magnetisation is rotated by  $90^\circ$ , when the grain interspace is less than one grain size. In the second case, the anisotropy degree becomes higher, but there is no change of the orientation of the magnetic axes. Canon-Tapia (1996) calculated the magnetic interaction occurring in model one-, two and three- dimensional arrays of anisotropic magnetic particles. He demonstrated that the resulting magnetic fabric may be modified in orientation and intensity when the intergrain distance is generally less than 0.25 grain size. Otherwise magnetic interactions are negligible if the intergrain distance is more than 1.5 grain size.

The wavelet method can recognise configurations where the magnetic grains are closer together than a critical distance. The wavelet parameters are selected in order to detect spatial configurations of paired interacting grains as shown in Fig 5.14. Assuming a mean grain size  $l$  of 0.73 mm, the chosen wavelet is characterised by its resolution  $a = 0.22$  mm and its shape ratio  $\sigma = 4$ . Wavelet coefficients were thresholded in order to determine paired grains separated by  $\leq 1$  average grain size (for  $C \geq 0.22$ ) and separated by  $\leq 0.25$  grain size (for  $C \geq 0.42$ ). Because the wavelet resolution, the wavelet shape ratio and the coefficient threshold are the same for all analysed images, the results can be accumulated for each section plane.

The results are presented as rose diagrams for each section plane in Fig. 5.15. Interacting paired grains (clusters or alignments) were recognised in both cases, pointing the existence of an anisotropic distribution of the magnetite grains. In some cases, their preferred orientations differ from the orientation of the magnetic axes and, hence, from the preferred orientation of individual grains that are nearly coaxial with the magnetic axes (Fig. 5.12). For instance, three different orientations are recognised in the  $K_1K_2$  section for  $C \geq 0.22$  and in the  $K_2K_3$  sections for  $C \geq 0.42$ . The resulting mean angle  $\theta$  is less than  $15^\circ$  in the three section planes for  $C \geq 0.22$ , but it amounts to  $43.6^\circ$  in the  $K_2K_3$  section for  $C \geq 0.42$ . In this last case, the orientation of the local magnetic ellipsoid may be different from the bulk magnetic fabric, as a result of magnetic interactions. Nevertheless, the percentage  $n$  of grains close enough to interact magnetically in a significant way is quite small. This

percentage is less than 6% for  $C \geq 0.42$  (i.e. intergrain distance  $\leq 0.25$  grain size).

### Discussion and conclusion

The present study provides a thorough investigation of the size, shape and spatial distribution of the magnetite grains in the selected syenite. Magnetite grains are dominantly oblate, with an average length of 0.76 mm and a shape ratio around 1.9. This pronounced shape anisotropy of the grains results from their crystallisation in interstices and also possibly from some plastic behaviour at near solidus temperatures (Housen et al., 1995), given that the studied rock is syntectonic.

Shape fabric data in three orthogonal planes show that the AMS ellipsoid and the magnetite shape fabric ellipsoid are coaxial and that the ratios of their principal axes are nearly equal in the selected syenite. This very good correlation is established by considering a large number of grains (around 200 in each section plane). Archanjo et al. (1995) did not establish such a close correlation for the anisotropy magnitudes (despite a good agreement between their directions) and suggested that this could result from magnetic interaction between magnetite grains forming cluster. We think that another explanation of their results may be the low number of grains studied (less than 100 in each section plane).

The wavelet method has unravelled the anisotropic distribution of the magnetic grains. This new approach allows us to determine the preferred orientations of grains aggregates and to estimate that around 20% of grains are distant by  $\leq 1$  mean grain size and less than 6% of the grains are distant by  $\leq 0.25$  mean grain size. It must be noted that these results were derived from orthogonal two-dimensional sections and not from the actual three-dimensional investigation, as could be obtained by high-resolution X-ray tomography (Denison et al., 1997). Therefore, our results are only estimates of the actual spatial distribution. Nevertheless, the existence of a distribution anisotropy of the magnetite grains appears well established and probably arises from the interstitial location of the magnetite grains that crystallised after alkali feldspar, the main mineral phase in the syenite. Consequently, magnetic interactions occur locally, at least for a few percent of the grains. However, their contribution is too weak to have a recognisable

effect on the AMS and the shape fabric of anisotropic magnetite grains remains the major contribution to the magnetitic fabric, since both fabric are closely related in orientations and intensities. This is at variance with the conclusion of Canon-Tapia (1996) that emphasised the effect of magnetic interaction, i.e. the effect of grain distribution with respect to grain orientation in igneous rocks containing more than 1 vol.% of magnetite. Thus, we maintain that AMS measurements can be used with confidence to infer the mineral fabric in ferromagnetic granitic rocks.

**Acknowledgements** - The authors are indebted to C. Cavaré -Hester and A.M. Roquet for technical assistance. Discussions with J.L. Bouchez and M. de Saint Blanquat are also gratefully acknowledged. Critical comments by R. Panozzo-Heilbronner and P. Rochette on an earlier draft contributed significantly to the improvement of the present paper. B. Housen and D.T.A. Symons are warmly thanked for their detailed review.

## REFERENCES

- Archanjo, C.J., Launeau, P. & Bouchez, J.L. (1995) Magnetic fabrics vs. magnetite and biotite shape fabrics of the magnetite-bearing granite pluton of Gameleiras (Northeast Brazil). *Phys. Earth Planet. Int.*, **89**, 63-75.
- Borradaile, G.J. (1988) Magnetic susceptibility, petrofabrics and strain. *Tectonophysics*, **156**, 1-20.
- Borradaile, G.J. and Henry, B. (1977). Tectonic applications of magnetic susceptibility and its anisotropy. *Earth Sciences Review* **42**, 49-93..
- Bouchez, J.L. (1997). Granite is never isotropic: an introduction to AMS studies of granitic rocks. In *Granite: From Segregation of Melt to Emplacement Fabrics*, eds J.L. Bouchez, D. Hutton and W.E. Stephens, pp. 95-112. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Canon-Tapia, E., (1995) Single-grain versus distribution anisotropy: a simple three-dimensional model. *Phys. Earth Planet. Int.*, **94**, 149-158.
- Darrozes, J., Gaillot, P., Saint Blanquat (de), M. and Bouchez, J.L., (1997) Software for multi-scale image analysis: the normalised optimised anisotropic wavelet coefficient method. *Computers and Geosciences* **23**, 889-895.
- Denison, C, Carlson, W.D. and Ketcham, R.A. (1997) Three-dimensional quantitative textural analysis of metamorphic rocks using high-resolution computed X-ray tomography: Part I. Methods and techniques. *Journal of Metamorphic Geology* **15**, 29-44.
- Elwood & Whitney, (1980) Magnetic fabric of the Elberton granite, Northeast Georgia. *J. Geophys. Res.*, **85**, 1481-1486.
- Gaillot, P., Darrozes, J., Ouillon, G., Saint Blanquat (de), M., (1997) method: an image processing tool for multi-scale analysis of rock fabric. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1819-1822..
- Grégoire, V., Saint Blanquat (de), M., Nédélec, A. & Bouchez, J.L. (1995) Shape anisotropy versus magnetic interactions of magnetite grains: experiments and application to AMS in granitic rocks. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 2765-2768.
- Hargraves, R.B., Johnson, D. & Chan, C.Y. (1991) Distribution anisotropy: the cause of AMS in igneous rocks? *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 2193-2196.
- Housen, B., van der Pluijm, B.A. and Essene, E.J. (1995). Plastic behaviour of magnetite and high strains obtained from magnetic fabrics in the Parry Sound shear zone, Ontario Greenville Province. *Journal of Structural Geology* **17**, 265-278.
- Hrouda, F. (1982) Magnetic anisotropy of rocks and its application in geology and geophysics. *Geophys. Surv.*, **5**: 37-82.
- Jähne, B. (1995) *Digital image processing, concepts, algorithms and scientific applications*. Springer-Verlag, Berlin.
- Launeau, P., (1997) Measurement of 3D anisotropy by analysis of three orthogonal images using quadratic shape tensors. *European Union of Geosciences 9, Strasbourg, abstract p. 376*.
- Meyer, Y, Roques, S, (1993) *Progress in wavelet analysis and applications*. Frontières, Paris.
- Nagata, T. (1953) *Rock-Magnetism*. Maruzen Co., Ltd. Tokyo.
- Nédélec, A., Stephens, W.E. & Fallick, A.E. (1995) The Panafrican stratoid granites of Madagascar: alkaline magmatism in a post-collisional extensional setting. *J. Petrol.*, **36**, 1367-1391.
- Stephenson, A. (1994) Distribution anisotropy: two simple models for magnetic lineation and foliation. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **82**, 49-53.
- Uyeda, S., Fuller, M.D., Belsche, J.C. and Girdler, R.W. (1963) Anisotropy of magnetic susceptibility of rocks and minerals. *Journal of Geophysical research*, **68**, 279-291.

---

## 6 Transformée en ondelette: le futur de l'analyse des roches?

Nous rappelons, ci-dessous, en quoi consiste une étude complète de la fabrique des roches, et en quoi les ondelettes anisotropes sont adaptées pour l'analyse multi-échelle des relations spatiales et géométriques des minéraux d'une roches. Outre la promotion de cette approche, favorisée, d'une part, par les récentes acquisitions de données texturales 3D haute résolution, et d'autre part, par l'augmentation des capacités de calcul des ordinateurs, nous lançons un regard vers le futur des analyses de fabrique des roches.

Article publié dans *Journal of Structural Geology*, Vol **21**, pp. 1615-1621, 1999.

Titre et résumé en Français:

### **Transformée en ondelette: le futur de l'analyse de la fabrique des roches?**

La fabrique a été définie il y a vingt ans comme "la description spatiale et géométrique de l'ensemble des constituants d'une roche déformée". Cependant, les études de fabriques ont principalement été synonymes, de façon un peu réductrice, d'études d'Orientation Préférentielle de Réseau (OPR). Peu d'attention a été consacrée aux relations multi-échelles spatiales et géométriques des minéraux constitutifs de la roche. La quantification de la fabrique en termes de taille, forme, orientation et localisation, à toutes les échelles, est maintenant possible, en deux dimensions, grâce aux ondelettes anisotropes. Dans un premier exemple, les ondelettes sont appliquées à la fameuse planche en couleur de Sander, et les résultats obtenus sont comparés à son Analyse de Distribution Axiale (ADA). Appliquée aux feldspaths potassiques d'une section de roche du granite du Sidobre (Montagne Noire, France), l'analyse par ondelettes montre: (i) un alignement de grains, résultant d'interactions mécaniques entre grains, témoignant de cisaillements dans la structure cristalline; (ii) une orientation préférentielle des grains, la classique fabrique de forme des grains, parallèle à la linéation minérale globale; et (iii) des fentes de tension d'allongement perpendiculaire à la linéation, remplies par les derniers produits fondus avant cristallisation totale, attestant de la nature extensive de la linéation minérale. Avec l'apparition de données texturales 3D de haute résolution, le futur de l'analyse des fabriques -une meilleure compréhension des processus agissant pendant le développement de la fabrique- passera par le développement d'analyse en ondelettes anisotropes 3D.

---

## WAVELET TRANSFORM: A FUTURE OF ROCK FABRIC ANALYSIS ?

Philippe Gaillot, José Darrozes, and Jean-Luc Bouchez

Equipe Pétrophysique et Tectonique, UMR 5563 - CNRS O.M.P., Université Paul Sabatier, 38 rue des 36 ponts, 31400 Toulouse, France.

**Abstract**—Although twenty years ago, fabric was defined as «the complete spatial and geometrical configuration of all those components that make up a deformed rock», fabric was mainly synonymous of lattice preferred orientation. Very little attention have been paid to the multi-scale geometrical and spatial relationships of the rock components. Fabric quantification, in terms of size, shape, orientation and location, at all scales, is now performed in two dimension using anisotropic wavelets. As a first example, the wavelets are applied to the famous colour plate of Sander, and the results compared to his Axial Distribution analysis. Applied to the K-feldspars of a rock section from the Sidobre granite pluton (Montagne Noire, France), the wavelet analysis shows (i) alignments of grains, resulting from mechanical interactions between grains, and shows that shearing occurred within the crystalline frame, (ii) preferred grain orientation, the classical grain-shape fabric, parallel to the overall mineral lineation, and (iii) small tensional domains, elongate perpendicular to the lineation, infilled by the residual melt just before total crystallisation, and attesting for the stretching nature of the mineral lineation. The future of rock fabric analysis will come from new steps in understanding the processes acting during fabric development along with a further development of wavelet analysis using high resolution three-dimensional fabric data.

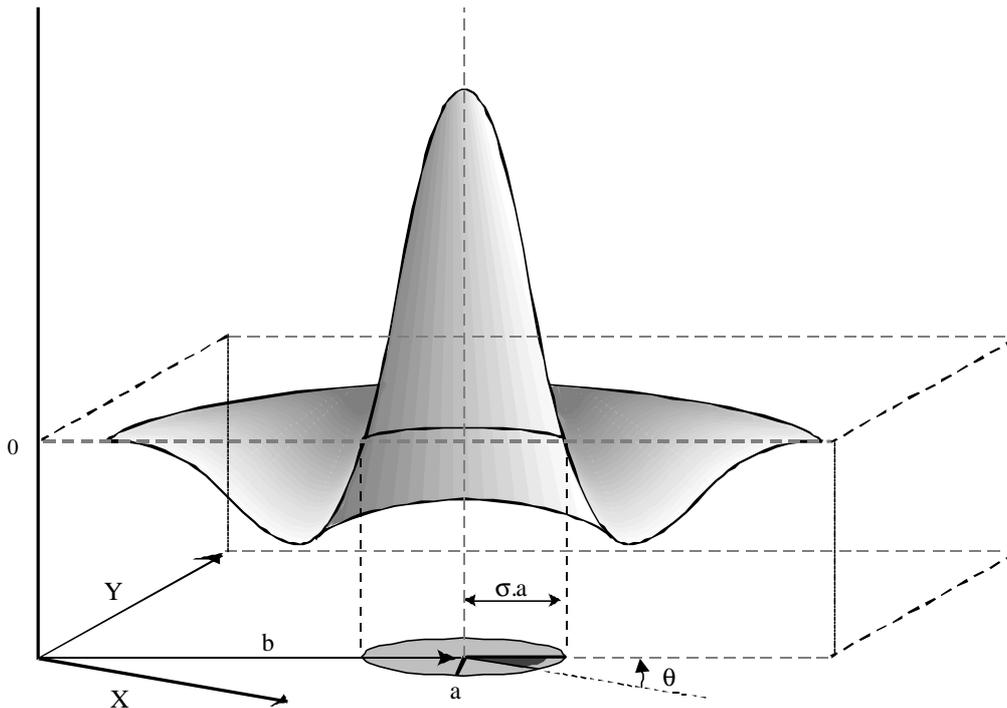
### Background of fabric analysis

Pioneering fabric studies (Gefüge) of Sander (1911; 1970), were primarily devoted to quantify the orientations of crystal lattices (lattice preferred orientation LPO) in metals and rocks, and aimed at understanding the micro-mechanisms of working conditions or plastic deformation experienced by these materials under artificial or natural conditions. In conjunction with experiments (Tullis, 1977) and numerical simulations (Lister and Paterson, 1979; Lister and Hobbs, 1980), LPO studies have mainly been used to infer the sense of shearing undergone by strongly deformed peridotites (Nicolas et al., 1973), quartzites (Bouchez, 1977) and ice (Hudleston, 1977; Bouchez and Duval, 1982), principally. Increasingly sophisticated techniques have been developed for LPO studies, on grounds of both data acquisition by  $\psi$ -stage, X-ray and neutron goniometry (Mainprice et al., 1993), and numerical techniques for fabric representation such as the Orientation Distribution Function (ODF; Bunge, 1981; Schmid et al., 1981), giving the complete

description of the lattice orientation of a crystalline material.

During the period of these LPO studies, shape fabric or SPO studies, remained in a relative infancy. SPO studies were mainly confined to the determination of the average grain elongation (lineation) and flattening (foliation) in order to set the structural framework with respect to which the LPO was reported (Benn and Allard, 1989). In other words there was no obvious need for detailed SPO studies in the structural geology of rocks deformed in the solid state. The increasing interest of structural geologists for magmatic rocks and their mechanisms of flow forced them, however, to further develop fabric studies.

A little more than twenty years ago, Hobbs et al. (1976) generalised the concept of fabric by integrating the previous works in a more general definition where fabric is defined as the "complete spatial and geometrical configuration of all those components that make up a deformed rock" [in Glossary of Geology, Bates & Jackson (1980), p. 220]. This definition stresses the importance of the size of the field of investigation, or scale,



**Figure 5.16:** Schematic cross-section of an anisotropic wavelet filter  $\psi(a,b,\sigma,\theta)$ . Parameters are : resolution ( $a$ ), location ( $b$ ), shape ratio ( $\sigma$ ) and orientation ( $\theta$ ) in the cartesian coordinate system ( $X, Y$ ). The detected entity is characterised by the following parameters: location ( $b$ ), half short axis ( $a$ ), half long axis ( $\sigma.a$ ), and azimuth of the long axis ( $\theta$ ).

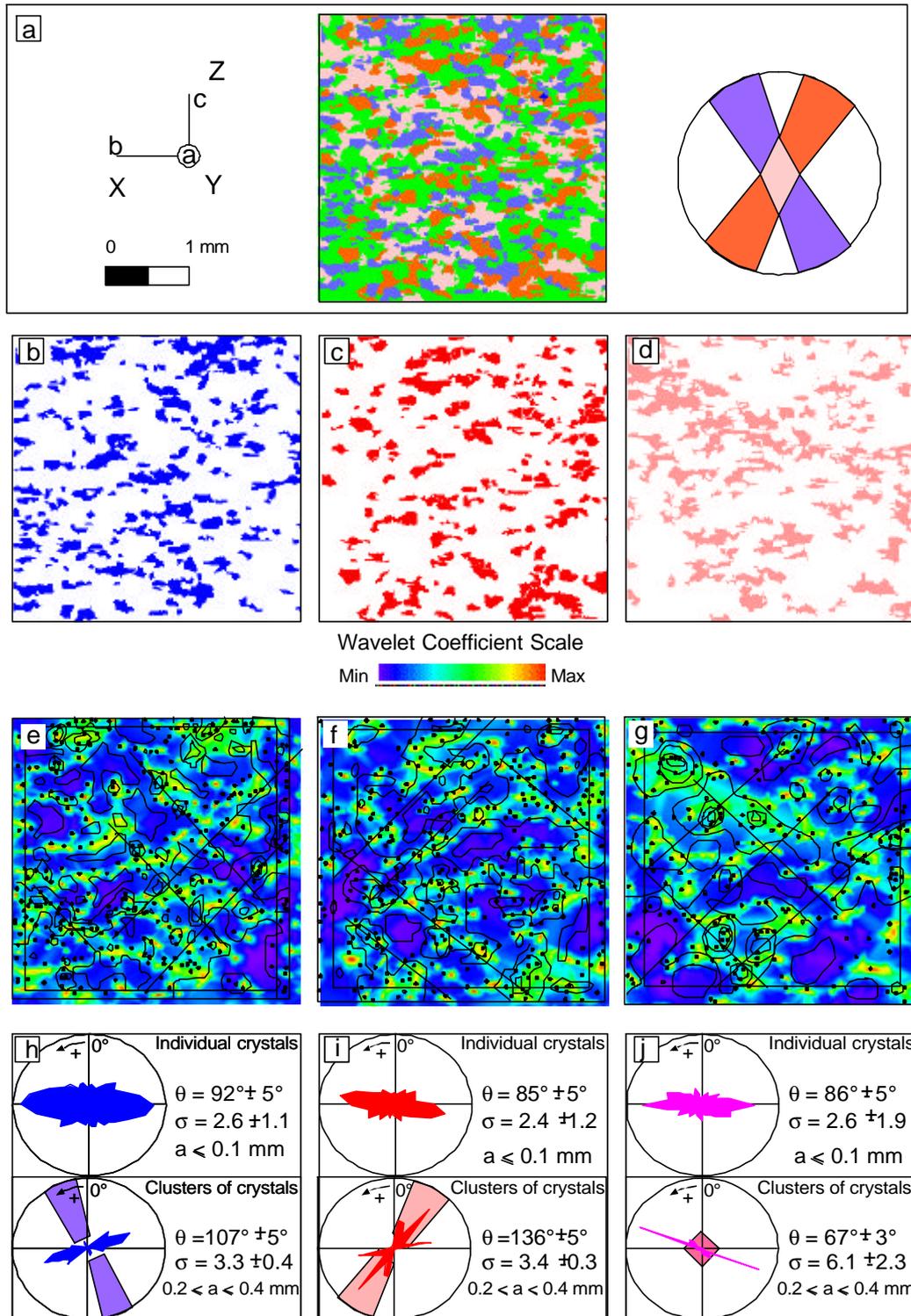
which in turn depends on the particular domain of interest to which the fabric study is applied. In order to discriminate the processes at the origin of the observed rock, a complete description of its fabric is necessary. This includes quantification of the individual components of the rock mass and recognition of the particular organisations resulting from a non uniform spatial distribution of its components. For example, clusters or alignments of interacting grains may reveal the role of mechanical interactions between grains in a ductile matrix (Blumenfeld and Bouchez, 1988; Tikoff and Teysier, 1994). Patterns of clustered grains may provide information about depositional processes in sedimentary rocks, or about the control of nucleation in igneous and metamorphic rocks (Morishita and Obata, 1995; Jerram et al., 1996).

Up to now, only the orientation distribution of grain elongations in two-dimensional sections (i.e. SPO) has been concretely studied, benefiting from the conceptual and technical advances due to computers and development of image processing techniques (e.g. Panozzo, 1987; Launeau and Robin, 1996, among others). Spatial distribution analyses remained restricted to specific problems such as intergranular diffusion and mechanisms of porphyroblast crystallisation using pattern

analysis (Shehata, 1989; Carlson et al., 1995), analysis of small scale structure and porosity of sandstone using Fourier power spectra (Prince et al., 1995) and rock deformation using autocorrelation function (Panozzo Heilbronner, 1992; Pfleider and Halls, 1993). However, geometrical (including size, shape and orientation) *and* spatial distributions, at all scales, have never been examined at the same time. This is now realised using the wavelet transform formalism.

### Wavelet analysis and NOAWC method

Wavelet analysis has emerged as a powerful tool for the processing of signals in which different scales are combined (Antoine et al., 1993). Mathematical developments of wavelets and some applications are given in Meyer and Roques (1993). Based on the algorithm of Ouillon et al. (1996), Darrozes et al. (1997) have developed the Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method (NOAWC) which permits detection and quantification of any organised feature of a binary image (objects, clusters or alignments of objects) regardless to its scale, shape, orientation and location.



**Figure 5.17:** Axial Distribution Analysis. (a) Gries am Brenner - quartzite in XZ section (section perpendicular to a). Reproduction and classification of the colour plate of Sander (1950, p. 409) and crossed-girdle type fabric diagram of c-axis. Colours correspond to the orientations of the grain c-axes : blue for NW-SE, red for NE-SW, pink for normal to plane c-axes (Y-maximum), and green for the remaining orientations [this colour is not studied in this work because it is associated with unclassified pixels (<5%)]. (b, c and d): respectively, isolated blue, red and pink sub-populations ; (e, f and g) comparison of the Axial distribution analysis (A.V.A) results of Sander (1950, p. 409), represented by the black dots and contours, and the NOAWC results, for respectively, the blue (e), red (f) and pink (g) sub-populations. Notice that A.V.A domains contoured by Sander correspond to the high wavelet coefficients (in red), underlining grain alignments or clusters. (h, i and j) quantitative description of the crystals and clusters of crystals, for respectively the blue (h), red (i) and pink (j) sub-populations. Notice that individual grains are mainly elongate parallel to X with a mean shape anisotropy about 2.5, and that clusters are oblique to the XY baseline and more anisotropic ( $\sigma > 3.0$ ).

---

With NOAWC the whole image is analysed by a range of anisotropic wavelet filters  $\psi(a, b, \sigma, \theta)$ , all deriving from a mathematical mother function called the « Anisotropic Mexican Hat » (Ouillon, 1995, among others). These filters depend on four variables corresponding to the four parameters of any object (or group of objects) (Fig. 5.16): (i) the scale parameter, or resolution ( $a$ ), allows multi-scale analysis by dilatation/contraction of the filter; (ii) the translation vector ( $b$ ) defines the location of the filter on the image and therefore permits exploration of the whole image; (iii) the shape ratio ( $\sigma$ ) and (iv) the azimuth ( $\theta$ ) of the long axis of the wavelet allows detection of any anisotropic feature in any direction (Darrozes et al., 1997). So, the complete quantification of all the organisations of a binary image by NOAWC allows examination of a complex image, by simultaneously exploring sizes, shapes, orientation and spatial relationships of constituents at all scales. Gaillot et al. (1997) recently gave an example of the efficiency of this method using images of both a synthetic and a natural rock fabric.

### Axes Distribution Analysis

This example is taken from the famous Plate of Sander (1950, p. 409) reproduced in figure 5.17a. It represents the microphotograph of a quartzite in XZ section (parallel to grain elongation,  $b$  of Sander, and perpendicular to grain flattening,  $c$  of Sander) with an elongate mosaic microstructure and a strong lattice fabric of the quartz grains. The fabric diagram of  $c$ -axes is of the classical crossed-girdle type (Lister, 1977), and the Plate is coloured according to the orientation of the grain  $c$ -axes (Fig. 5.17a). Analysis of the spatial domains of similar orientations, or Axes Distribution Analysis of Sander (1970, p. 256), may be achieved by analysing separately the domains of similar colours. This has been performed by Ramsauer in Sander, for the blue, red and pink orientations, by pointing the centres of gravity of grains having the same colour and by contouring into domains according to the density of dots (black dots and contours of Fig 5.17e-g).

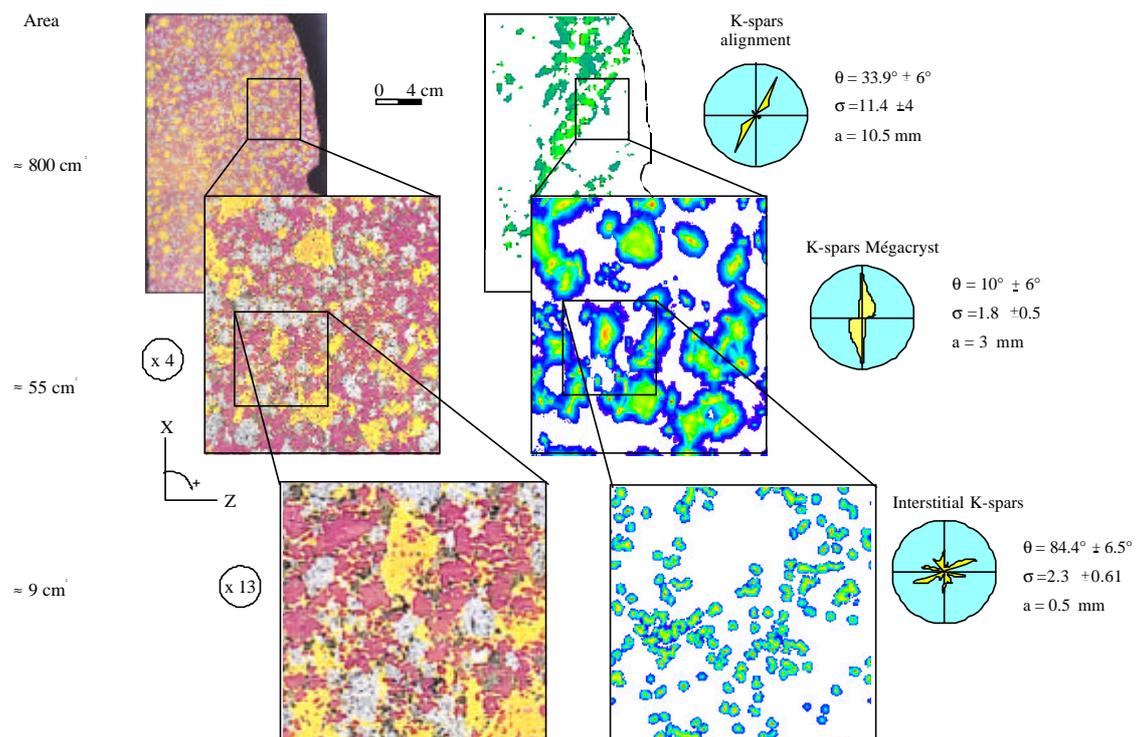
The wavelet analysis of the same Plate is also represented in Fig. 5.17: in Figs. 5.17(e-g), the very low NOAWC coefficient intensities are in blue, very high intensities are in red. In Figs. 5.17(h-j), the fabric quantification is presented as rose diagrams and geometrical parameters, for both individual grains (small resolutions)

and clusters or alignments of grains (large resolutions). Figures 5.17(e-g) show that the AVA domains contoured by Sander correspond to high intensity domains of the wavelet coefficients, underlining grain alignments or clusters. Because every resolution ( $a$ ) and every anisotropy ( $\sigma$ ) is explored by NOAWC, the preferred shape orientations of individual crystals and clusters of crystals (Fig. 5.17(h-j)) can be extracted from the coefficient map. In short, this map indicates that the individual grains (for which the average shape ratios are given) are precisely elongate parallel to X of the frame ( $\theta = 85^\circ - 92^\circ \pm 5^\circ$ ), and that the clusters are oblique to the XY baseline ( $\theta = 67^\circ - 136^\circ$ ). These obliquities represent precisely what Sander examined with the AVA, and interpreted in a quite complex fashion. Although it is out of the scope of this paper to discuss the interpretation, the oblique trends of the blue and red grains could be due to the dismembering of ancient large porphyroclasts of quartz grains parallel to subgrains that were either basal (Fig. 5.17i) or prismatic (Fig. 5.17j) in orientations, and that evolved later into grain boundaries.

### Fabric analysis of K-feldspars in a granite

For a better understanding of granite fabric evolution from the magmatic state to the solid state, the following example illustrates the case of an XZ section (parallel to magmatic lineation and perpendicular to magmatic foliation) of a porphyritic granite from the Sidobre pluton (Darrozes et al., 1994; Gaillot et al., 1997). The section has been etched and coloured by chemical means based on the technique of Bailey and Stevens (1960) in order to separate the main phases: Na-rich plagioclase in red (due to amaranth), K-feldspars in yellow (due to cobaltnitrite), quartz remaining in white and biotite in brown. These colours helped classifying and segmenting the image in four grey levels (Fig. 5.18, left).

Textural evolution of the granite just before its complete crystallisation is studied through the fabric of the K-feldspars which present two different habits: the (mega)crysts that crystallise at a relatively early stage, and the interstitial K-spars which represent one of the very late phases to crystallise. (i) For an observation field of  $800 \text{ cm}^2$  (Fig. 5.18: upper left), NOAWC detects, with a resolution  $a = 10.5 \text{ mm}$ , alignments of crysts which are  $11.5$



**Figure 5.18:** Fabric analysis of K-feldspars (light grey) in a granite. XZ coloured rock section (left) of the Sidobre granite (Montagne Noire, France) with quartz (white), plagioclase (dark grey), K-feldspars (light grey) and biotite (black). The results of the multi-scale analysis using the NOAWC are shown on the right. At large scale ( $a = 10.5$  mm), alignments of grains around  $34^\circ$ , resulting from mechanical interactions between grains, and slip at the matrix/grain interfaces, attest for shear movement in the crystal frame at a relatively low liquid fraction. At the grain scale ( $a = 3$  mm), the well-defined grain shape preferred orientation around  $10^\circ$  underlines the stretching direction. At small scale ( $a = 0.5$  mm), interstitial veinlets or worm-like spaces perpendicular to X are attributed to late crystallisation processes, with infilling of microfractures in presence of melt.

cm in average length ( $\sigma = 11$ ) and disposed obliquely ( $\theta = 34^\circ$ ) with respect to the foliation (Fig. 5.18: upper right). These alignments are interpreted as resulting from mechanical interactions between groups of K-spar crystals, among other phases, and slip at the grains/matrix interfaces (Ildelfonse et al., 1992; Ildelfonse and Mancktelow, 1993). They attest to shear movement in the crystal frame at relatively low liquid fractions; (ii) A closer view is given by studying a  $55 \text{ cm}^2$  subarea taken randomly from the former field: a resolution  $a = 3$  mm, given by the maximum intensities of the NOAWC coefficients, yields detection of the individual crystals whose average length is  $5.4$  mm ( $\sigma = 1.8$ ) and orientation at  $10^\circ \pm 6^\circ$  from the X-axis; (iii) Finally, a still closer inspection of (almost) any subarea of  $9 \text{ cm}^2$  extracted from the latter image yields, at a critical resolution  $a = 0.5$  mm, of small elongate ( $\sigma = 2.3$ ) interstitial veinlets or worm-like spaces that are strongly

oblique to X ( $\theta = 84.4^\circ \pm 6.5^\circ$ ). These features represent the infilling by the melt remaining in the rock just before total crystallisation of intergranular voids, or intragranular microfractures (Bouchez et al., 1992).

The observed perpendicular-to-X nature of these small tensional features strongly supports the "macroscopic" mineral lineation X pointing to the stretching direction to which the rock was subjected during, at least, the late stages of magma straining. This also agrees with field studies showing that, in the Sidobre pluton (Darrozes et al., 1994) or Elba Island pluton (Bouillin et al., 1993), the orientations of the late aplite dikes are, on average, normal to the magmatic lineation. Along with the results previously obtained on the Sidobre pluton (Darrozes et al., 1994; Améglio et al., 1994), the spatial and geometrical configurations of the K-feldspar crystals help to propose a continuum of extensional deformation from the magmatic state to the solid state.

---

## Conclusion and perspective

Being a complex record of the processes which have acted in the rock, a fabric corresponds to the stacking in three dimensions of mineral organisations at various scales. A reliable depicting of this record requires fabric quantification of object sizes, shapes, orientations and locations at all scales, in addition to comparisons with experiments and models of rock forming processes. We have shown that image exploration with anisotropic wavelets, and extraction of parameters linked with maximum wavelet coefficients (NOAWC), yield the spatial and geometrical relationships of objects of a given mineral phase at all scales. However our approach has been restricted to two dimensional binary images of rock sections. Until now, extension to three dimensional is mainly constrained by requirement of (i) high resolution input data for several mineral phases and large volumes of rock, and (ii) expensive computer analysis of such data analysis.

On the one hand, recent acquisition of three dimensional complete fabric data by means of high-resolution computed X-ray tomography (Denison and Carlson, 1997) offers new potentialities for fabric analysis. From the sizes and locations of thousands of crystals, the degree of spatial order, clustering, intergrowth and relative isolation of porphyroblasts have been used to identify the mechanisms governing nucleation and growth of porphyroblasts (Denison et al., 1997). On the other hand, due both to the flexibility of the Wavelet Transform formalism (Antoine and Murenzi, 1994, Hagelberg and Helland, 1995), and the increasing power of computers, extension of NOAWC to three dimensional colour images will soon be available for three dimensional quantification of polyphased rock fabrics. Particularly with three dimensional data, wavelet transform opens new directions for rock fabric analysis and for the knowledge of rock deformation process.

**Acknowledgement** - Supports from the CNRS (UMR 5563 and INSU) and "Région Midi-Pyrénées" (imagery equipment) are acknowledged.

## References

Améglio, L., Vignerresse, J.L., Darrozes, J. and Bouchez, J.L. (1994) Forme du massif

granitique du Sidobre (Montagne Noire, France) : sensibilité de l'inversion des données gravimétriques au contraste de densité, *Compte Rendus à l'académie des Sciences* 319, 1183-1190.

Antoine, J.P., Carette, P., Murenzi, R. and Piette, B. (1993) Image analysis with 2-D continuous wavelet transform. *Signal processing* 31, 241-272.

Antoine, J.P. and Murenzi, R. (1994) Isotropic and anisotropic 3D wavelets : Detection of position and orientation of 3-D objects. In *Temps-fréquence, ondelettes et Multirésolution : Théorie, Modèles et Applications*, ed R. Goutte. pp. 44.1-44.5. CNRS - INSA, Lyon.

Bailey, E.H. and Stevens, R.E. (1960) Selection straining of K feldspar and plagioclase on rocks loobs and thin sections, *Am. Min.*, 45, 1020-1025.

Bates, R.L. and Jackson, J.A. (1980) Glossary of geology, Second edition. eds R.L. Bates and J.A. Jackson, pp. 220. American Geological Institute, Falls Church, Virginia.

Benn, K. Allard, B., (1989) Preferred mineral orientations related to magmatic flow in ophiolite layered gabbros. *Journal of Petrology*, 30, 925-946.

Blumenfeld, P. and Bouchez, J.L. (1988) Shear criteria in granite and migmatite deformed in the magmatic and solid states. *Journal of Structural Geology* 10, 361-372.

Bouchez, J.L. (1977) Plastic deformation of quartzites at low temperature in an area of natural strain gradient. *Tectonophysics* 49, 725-750.

Bouchez, J.L. and Duval, P. (1982) The fabric of polycrystalline ice deformed in simple shear : experiments in torsion, natural deformation and geometrical interpretation. *Textures and Microstructures* 5, 171-190.

Bouchez, J.L., Delas, C., Gleizes, G. Nédélec, A. and Cuney, M. (1992) Submagmatic microfractures in granites. *Geology* 20, 35-38.

Bouillin, J.P., Bouchez, J.L., Lespinasse, P. and Pêcher, A. (1993) Granite emplacement in an extensional setting : an AMS study of the magmatic structures of Monte Capanne (Elba, Italy). *Earth and Planetary Science Letters* 118, 263-279.

Bunge, H.J. (1981) Fabric analysis by orientation distribution functions. *Tectonophysics* 78, 1-21.

Carlson, W.D., Denison, C. and Ketcham, R.A. (1995) Controls on the nucleation and growth of porphyroblasts : kinetics from natural textures and numerical models. *Geology Journal* 30, 207-225.

- Darrozés, J., Moisy, M., Olivier, P., Ameglio, L. and Bouchez, J.L. (1994) Structure magmatique du granite du Sidobre (Tarn, France) : de l'échelle du massif à celle de l'échantillon. *Compte Rendus à l'académie des Sciences* 318, 243-250.
- Darrozés, J., Gaillot, P., de Saint Blanquat, M. and Bouchez, J.L. (1997) Software for multi-scale image analysis : The Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method. *Computers and Geosciences* 23, 889-895.
- Denison, C. and Carlson, W.D (1997) 3-D quantitative textural analysis of metamorphic rocks using high-resolution computed X-ray tomography : Part I. Methods and techniques, *Journal of metamorphic Geology* 15, 29-44.
- Denison, C., Carlson, W.D. and Ketchman, R.A. (1997) 3-D quantitative textural analysis of metamorphic rocks using high-resolution computed X-ray tomography : Part II. Application to natural samples, *Journal of metamorphic Geology* 15, 45-57.
- Gaillot, P., Darrozés, J., Ouillon, G. and de Saint Blanquat, M. (1997) The Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method : an image analysis tool for multi-scale analysis of rock fabric. *Geophysical Research Letters* 24, 1819-1822.
- Hagelberg, C. and Helland, J. (1995) Thin line detection in meteorological radar images using wavelet transforms. *Journal of Atmospheric and Ocean technology* 12, 633 -641.
- Hobbs, B.E., Means, W.D. and Williams, P.F. (1976) An outline of structural geology. New York : Wiley. 571 p.
- Hudleston, P.J. (1977) Progressive deformation and development of fabric across zones of shear in glacial ice. In : Saxena, S.K. and Battacharji, S. (Eds) *Energetics of Geological Processes*. Springer-Verlag, New-York, 121-150.
- Ildefonse, B., Launeau, P., Bouchez, J.L. and Fernandez, A. (1992) Effect of mechanical interactions on the development of shape preferred orientations : a two dimensional approach. *Journal of Structural Geology* 14, 73-83.
- Ildefonse, B. and Mancktelow, N.S. (1993) Deformation around rigid particles : the influence of slip at the particle/matrix interface. *Tectonophysics* 221, 345-359.
- Jerram, D.A., Cheadle, M.J., Hunter, R.H. and Elliot, M.T. (1996) The spatial distribution of grains and crystals in rocks. *Contribution to Mineralogy and Petrology* 125, 60-74.
- Launeau, P. and Robin, P.Y. (1996) Fabric analysis using the intercept method. *Tectonophysics* 267, 91-119.
- Lister, G.S. (1977). Discussion. Crossed-gridle c-axis fabrics in quartzites plastically deformed by plane strain and progressive simple shear. *Tectonophysics* 39, 51-54.
- Lister, G.S. and Paterson, M.S. (1979). The simulation of fabric development during plastic deformation and its application to quartzite : fabric transitions. *J. Struct. Geol.* 1, 99-115.
- Lister, G.S. and Hobbs, B.E. (1980). The simulation of fabric development during plastic deformation and its application to quartzite : the influence of deformation history. *J. Struct. Geol.* 2, 355-370.
- Mainprice, D., Bouchez, J.L., Casey, M. and Dervin, P. (1993) Quantitative texture analysis of naturally deformed anhydrite by neutron diffraction texture goniometry. *J. Struct. Geol.* 15, 793-804.
- Meyer, Y. and Roques, S. (1993) Progress in wavelet analysis and applications. Proceedings of the international conference "Wavelets and applications ". Editions Frontieres.
- Morishita, R. and Obata, M. (1995) A new statistical description of the spatial distribution of minerals in rocks. *Journal of Geology* 103, 232-240.
- Nicolas, A., Boudier, F. and Mercier, J.C. (1973) Mechanisms of flow in naturally and experimentally deformed peridotites. *Am. J. Sci.* 273, 853-876.
- Ouillon, G., Sornette, D. and Castaing, C. (1995) Organisation of joints and faults from 1 cm to 100 km scales revealed by Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient method and multifractal analysis. *Non linear Processes in Geophysics* 2, 158-177.
- Ouillon, G., Castaing, C. and Sornette, D. (1996) Hierarchical geometry of faulting. *Journal of Geophysical Research* 101, 5477-5487.
- Panozzo, R. (1987) 2-D strain determination by the inverse Surfor Wheel. *Journal of Structural Geology* 9, 115-119.
- Panozzo Heilbronner, R. (1992) The autocorrelation function : an image analysis tool for fabric analysis. *Tectonophysics* 212, 351-370.
- Pfleiderer, S. and Halls, H.C. (1993) Magnetic fabric analysis : verification through image autocorrelation. *Journal of Geophysical Research* 98, 4311-4316.
- Prince, C.M., Ehrlich, R. and Anguy, Y. (1995) Analysis of spatial order in sandstone II : grain clusters, packing flaws, and small-scale structure of sandstones. *Journal of sedimentary research* 65, 13-28.
- Sander, B. (1911) Über zusammenhänge zwischen teilbewegung und gefüge in

---

gesteinen. *Min. Petrogr. Mitt.* **30**, 281-315.

Sander B., In: Einführung in die Gefügejunde der Geologischen Körper, Teil II. Springer-Verlag, Berlin, 409 pp.

Sander, B. (1970) « An introduction to the study of fabrics of geological bodies » (F.C. Philipps and G. Windsor, transl.) Pergamon, New York. 610 pp.

Schmid, S.M., Casey, M. and Starkey, J. (1981) An illustration of the advantages of a complete texture analysis described by the orientations distribution function (ODF) in quartz pole figure data. *Tectonophysics* **78**, 101-117.

Shehata, M.T. (1989) Applications of image analysis in characterising dispersion of particles. In *Image analysis in Earth Science (short course 16)*, ed Petruk W., pp. 119-132. Mineral Association Canadian, Ottawa.

Tikoff, B. and Teyssier, C. (1994) Strain and fabric analyses based on porphyroclast interaction. *Journal of Structural Geology* **16**, 477-491.

Tullis, J. (1977) Preferred orientation of quartz produced by slip during plane strain. *Tectonophysics* **39**, 87-102

---

## 7 Ondelettes et fabriques des roches magmatiques : conclusion

La détermination des Orientations préférentielles de Forme (OPF) des cristaux d'une roche magmatique telle que le granite est fondamentale pour l'analyse structurale. Elle peut conduire, via une étude détaillée des différentes phases minérales, à retracer la cinématique du magma pendant sa mise en place dans la croûte. L'orientation « magmatique » des phases minérales précoces constitue donc un marqueur privilégié de la déformation crustale.

L'un des outils puissants des études structurales à l'échelle des grains est précisément l'analyse d'images de section de roches (Annexe 4). Les méthodes actuelles de traitement d'images permettent de déterminer, soit l'OPF seule (intercepts, moments d'inertie), soit l'OPF et la distribution de la phase étudiée (autocorrélation) mais à une seule échelle, globale, ce qui a pour effet de moyenniser l'information (Gaillot, 1995).

Le but du travail que nous avons présenté était de trouver les moyens de quantifier au mieux les images d'échantillons géologiques, et ce à toutes les échelles, de celle du grain (détection et caractérisation d'objets) à celle de l'image entière (OPF globale, distribution), en passant par des échelles intermédiaires permettant de détecter et de caractériser les sous-fabriques ou différents niveaux d'organisations minérales (alignements de grains, amas, etc...).

Nous avons utilisé la transformée en ondelette anisotrope à deux dimensions. Grâce à l'utilisation d'une série de filtres, celle-ci permet d'analyser des images où se combinent des phénomènes d'échelles différentes. En raison de son caractère anisotrope, cette analyse permet de détecter des singularités dans toutes les directions. C'est donc un outil particulièrement bien adapté à notre problématique.

Nous avons vu que l'analyse complète d'une image produit une très grande quantité d'informations. Aussi, sur les bases de l'algorithme de Ouillon et al., (1995, 1996), nous avons mis en place une procédure de gestion des résultats des analyses par ondelettes. La méthode développée peut s'appliquer à tout problème où l'échelle d'analyse est déterminante pour comprendre le phénomène étudié. Testée sur des objets géologiques, nous avons montré son aptitude :

- à caractériser l'OPF et la distribution spatiale des grains ;
  - à distinguer différentes sous-fabriques au sein d'une même phase ; et enfin
  - à faire ressortir des structures aux différentes échelles (amas, alignements, ...)
- et par conséquent à mieux cerner les processus agissant ainsi que l'histoire dynamique et cinématique de la roche étudiée.

---

# Chapitre Six

## Application à la distribution spatiale des séismes

---

*La simple description géométrique du monde ambiant reste éternellement sujette à controverse. On félicite le géomètre pour avoir contribué à la description des faits, mais on lui reproche de ne pas fournir d'explication aux problèmes posés depuis toujours.*

*Benoît Mandelbrot.*

Après une revue des méthodes de caractérisation de la distribution spatiale des séismes, nous proposons, dans ce dernier chapitre, l'application des ondelettes anisotropes 2D pour détecter les possibles plans de rupture actifs d'une séquence sismique, et ainsi, reconstruire la géométrie de la zone de rupture. Nous présentons, en particulier, une approche multi-outils qui, combinant les résultats de l'analyse mathématique par ondelettes avec des données indépendantes (solutions focales, marqueurs géologiques et géomorphologiques), est apte à cerner les processus tectoniques locaux et régionaux.

### 1 Introduction

L'examen de la distribution temporelle et spatiale des séismes est d'importance capitale pour l'évaluation de l'aléa sismique et pour la compréhension de la physique de la source et des processus tectoniques. Une des plus anciennes et des plus utiles techniques d'analyse de données sismiques est la représentation des positions hypocentrales en cartes et en coupes. De telles représentations sont précieuses car la distribution non-aléatoire des hypocentres nous permet d'identifier les plans de rupture, de décrire les dimensions de la rupture et de caractériser la cinématiques des failles sur de larges zones.

Le caractère non aléatoire de certaines structures, comme les alignements de séismes le long de failles est indiscutable sur des cartes de petite échelle. Un zoom au cœur de ces structures peut, cependant, révéler d'autres niveaux hiérarchiques non aléatoires, telles que, par exemples, des concentrations d'activité sismique dans certaines zones de failles (nids de sismicité). Ces zones de forte activité sismique sont souvent reliées à des inhomogénéités le long des failles (courbure de faille ou marche). Si l'on se concentre maintenant sur des zones de sismicité apparemment homogènes, on est incapable de distinguer visuellement une distribution aléatoire d'une distribution non aléatoire.

---

Un des objectifs des sismologues est de discerner, à partir de la distribution spatiale des événements sismiques, les structures organisées de celles qui pourraient avoir été produites par une distribution aléatoire d'événements dans la même zone. Dans certains cas, où les épicentres s'alignent le long de failles cartographiées, cette discrimination est non-ambiguë et n'appelle pas de preuve formelle. Mais dans d'autres cas, comme pour des zones plus petites, caractérisées par une distribution de séismes plus complexe, l'organisation, si elle existe, est plus difficile à démontrer et nécessite le développement d'outils quantitatifs. Ces outils permettent alors d'étudier la distribution des séismes dans l'espace, et ainsi, de préciser les relations entre sismicité et état physique de la croûte.

## 2 Méthodes existantes

Dans le but de quantifier la distribution spatiale des séismes, et en particulier celles des répliques, plusieurs approches ont été développées. Les premiers travaux datent du début des années 70. Deux approches différentes sont alors avancées. Une approche géométrique concernant essentiellement les techniques de reconnaissance de forme (Gelfand et al., 1974; Gelfand et al., 1976) et une approche statistique formalisée par Kagan et Knopoff (1976).

### 2.1 Distribution spatiale des séismes et statistiques

De nombreuses statistiques sont employées pour caractériser la distribution spatiale des séismes avant et après des séismes majeurs. Ces statistiques tentent de relier ces distributions à l'état physique de la croûte, et ainsi de rendre compte, par exemple, des lois empiriques sur la distribution des distances entre séismes successifs (Tomoda, 1952) et sur la distribution du nombre de séismes par unité de volume de croûte (Tamaki, 1961). Parmi ces statistiques, on notera la statistique de Polya-Eggenberger et l'analyse fractale.

- Distribution des distances entre séismes successifs (loi de puissance, Tomoda, 1952)

$$f(s) = ks^{-r} \quad 6.1$$

Où k et r sont des constantes

- Distribution du nombre de séismes par unité de volume de croûte (distribution géométrique, Tamaki, 1961).

$$G(n) = qp^{n-1} \quad 6.2$$

avec  $p + q = 1$ .  $G(n)$  correspond au nombre de volumes élémentaires de croûte ayant n événements et q est la probabilité qu'aucun événement ait lieu dans un volume élémentaire

La statistique de Polya-Eggenberger est particulièrement adaptée pour le problème de répartition de N événements dans Q éléments de volume. Selon cette statistique, le nombre d'éléments de volume,  $P(n)$ , contenant n événements est donné par :

$$P(n) = \frac{1}{n!} \left( \frac{n}{Q} \right)^n (1+c)(1+2c)\dots(1+nc-c) \left( 1 + \frac{cN}{Q} \right)^{(1/c-n)} \quad 6.3$$

où  $c$ , coefficient de « contagion », rend compte de la dispersion spatiale des données.

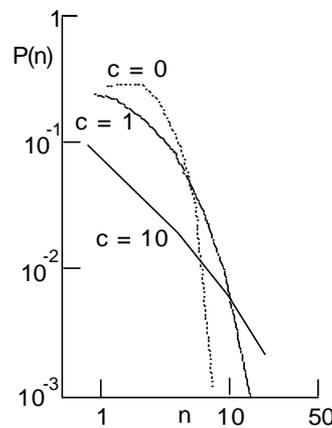
L'équation 6.3 a l'avantage de donner la distribution de Poisson :

$$P(n) = \exp(-I) I^n / n! \quad 6.4$$

pour  $c = 0$ , et la distribution géométrique :

$$P(n) = \frac{n}{(1+I)^{n+1}} \quad 6.5$$

pour  $c = 1$  et  $\lambda = N/Q$ . Lorsque  $c$  devient grand, la distribution ressemble alors à une distribution en loi de puissance (Fig. 6.1).



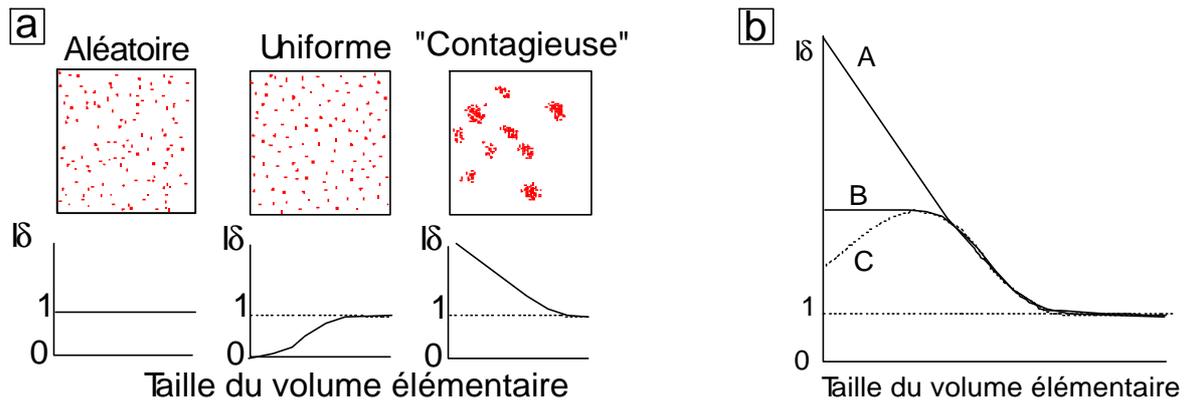
**Figure 6.1** : Distribution de probabilité du modèle de Polya-Eggenberger. Les valeurs du paramètre de contagion,  $c = 0$ ,  $c = 1$ ,  $c = 10$  montrent des distributions du type Poissonien, géométrique et puissance, respectivement.

Grâce à cette statistique, pour différentes tailles de volumes élémentaires, la distribution spatiale des séismes est alors caractérisée par le coefficient de contagion et l'indice de dispersion ( $I_d$ , Morishita, 1959) qui en est déduit.

$$I_d = Q \frac{\sum_{i=1}^Q n_i (n_i - 1)}{N(N-1)} \approx c + 1 \quad 6.6$$

Où  $n_i$  représente le nombre d'événements dans le  $i^{\text{ème}}$  volume élémentaire.

Cet indice donne la valeur de la probabilité que deux événements tirés au hasard tombent dans le même volume élémentaire. Le suivi de l'évolution de  $I_d$  pour différents volumes élémentaires fournit des informations sur les tailles caractéristiques des amas de sismicité (Fig. 6.2).



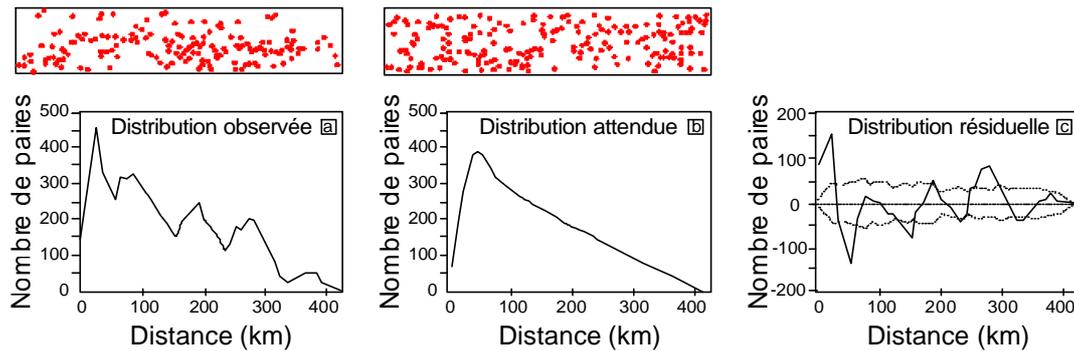
**Figure 6.2** : Exemples type de distributions spatiales d'événements et leur diagramme de Morishita respectifs. (b) Représentation schématique du diagramme de Morishita pour trois distributions réelles. A: distribution « contagieuse »; B: distribution intra-cluster aléatoire ; C: distribution intra-cluster uniforme (d'après Ouchi et Uekawa, 1986).

## 2.2 Distribution spatiale des séismes et distribution aléatoire

Dans l'optique d'introduire une mesure statistique du degré selon lequel la distribution observée s'écarte d'une distribution aléatoire, une intéressante série de travaux est due au groupe formé par Eneva, Pavlis et Hamburger (Eneva et Pavlis, 1988 ; Eneva et Hamburger, 1989 ; Eneva et al., 1992). Leur technique, baptisée 'analyse par paire', est basée sur une comparaison de la distribution des distances entre paires d'événements avec celle d'un catalogue créé aléatoirement.

Cette approche est schématisée en Fig. 6.3. Ses différentes étapes sont :

- 1) construction de l'histogramme de la distribution des distances entre paires de séismes. La largeur des classes de l'histogramme est un paramètre qui dépend de la taille de la zone analysée (Fig 6.3a);
- 2) construction de la distribution « attendue », en tant que moyenne de nombreuses distributions simulées (Fig. 6.3b). Chaque distribution simulée est obtenue à partir de points aléatoirement distribués dans l'espace qui est occupé par la séquence étudiée. La séquence aléatoire est générée en utilisant une distribution aléatoire uniforme, i.e. chaque évènements a la même probabilité d'avoir lieu n'importe où à l'intérieur du volume spécifié ;
- 3) construction de la « distribution résiduelle » des paires de séismes par soustraction de la distribution « aléatoire » à la distribution observée (Fig. 6.3c). Cette procédure a l'avantage d'éliminer les effets liés à la forme de la zone étudiée. Ainsi, la distribution résiduelle reflète seulement les anomalies dans la distribution spatiale des séismes par rapport à une distribution aléatoire de points. Les valeurs positives de la Fig. 6.3c traduisent un excès dans le nombre de paires, donc une certaine concentration d'évènements ayant une inter-distance commune; les valeurs négatives montrent quant-à elles des déficiences de paires.

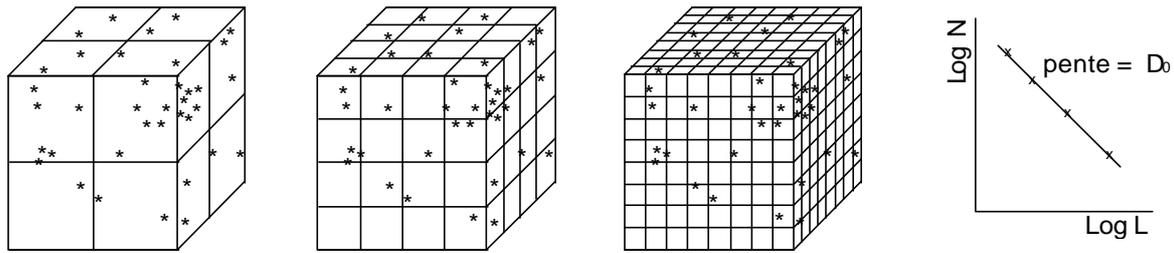


**Figure 6.3** : Histogrammes du nombre de paires en fonction de la distance entre paires: (a) distribution observée; (b) distribution attendue, obtenue en moyennant de nombreuses simulations de distribution uniformément aléatoire; et (c) distribution résiduelle obtenue en soustrayant la distribution attendue à la distribution observée. Les lignes en pointillés marque la limite de tolérance (voir details dans Eneva et Hamburger, 1989).

### 2.3 Distribution spatiale des séismes, analyse fractale et multi-fractale

La plupart des analyses de la distribution spatiale des séismes utilisent la longueur de corrélation,  $D_2$ , une mesure de la corrélation spatiale entre deux espaces ouverts de différentes échelles. Par exemple, Kagan et Knopoff (1980) ont déterminé  $D_2$  en utilisant une méthode de corrélation entre deux points permettant de suivre l'évolution du nombre d'hypocentres contenus dans un rayon  $r$  en fonction de  $r$ . Pour différents catalogues de sismicité locaux et mondiaux, ils ont trouvé, indépendamment de la magnitude, que la distribution des séismes est fractale, avec  $2.0 < D_2 < 2.5$ . Hirata (1989) a trouvé quant à lui dans la région de Kanto (Japon) une structure multi-fractale avec  $D_0 = 2.2 > D_2 > \dots > D_\infty = 1.7$  (Pour une discussion sur les différents  $D_q$  voir Feder, 1988 et Mandelbrot, 1989).

Dans le but d'établir une relation directe entre la distribution des séismes et la structure des failles, Robertson et al. (1995) ont proposé d'utiliser une technique de comptage de boîtes apte à mesurer la dimension de capacité,  $D_0$  (Fig. 6.4). Sous l'hypothèse que la majorité des séismes ont lieu sur des failles pré-existantes, et donc que chaque localisation hypocentrale (aux erreurs de localisation près) donne la latitude, la longitude et la profondeur d'un point sur une faille,  $D_0$  est une mesure de la distribution de taille des « espaces » entre fractures. Appliqués à des séquences sismiques superficielles de Californie Centrale et Orientale, Robertson et al. (1995) ont trouvés que la distribution hypocentrale est fractale, avec des  $D_0$  comprises entre 1.79 et 2.07, alors qu'ils s'attendaient à des valeurs proches de celles mesurées pour les surface des failles (entre 2.0 et 3.0). Ils en ont conclu que seule une partie du réseau 3D de failles est sismiquement active et que la distribution des séismes est cohérente avec un modèle de percolation dans lequel seul le « squelette » du réseau de failles, apte à accommoder les déplacements de grande échelle, est le siège de séisme (Sahimi et al., 1993). Les idées de modélisation des séismes comme un phénomène de percolation ne sont pas nouvelles. Lomnitz-Adler (1985) a développé un modèle de percolation rendant compte de la loi de Gutenberg-Richter pour des séismes de taille intermédiaire, et Trifu et Radulian (1989) ont proposé une modèle de cycle sismique basé sur la percolation. Rundle et Lein (1993) montrent que les modèle de blocs glissants produisent des structures de percolation.



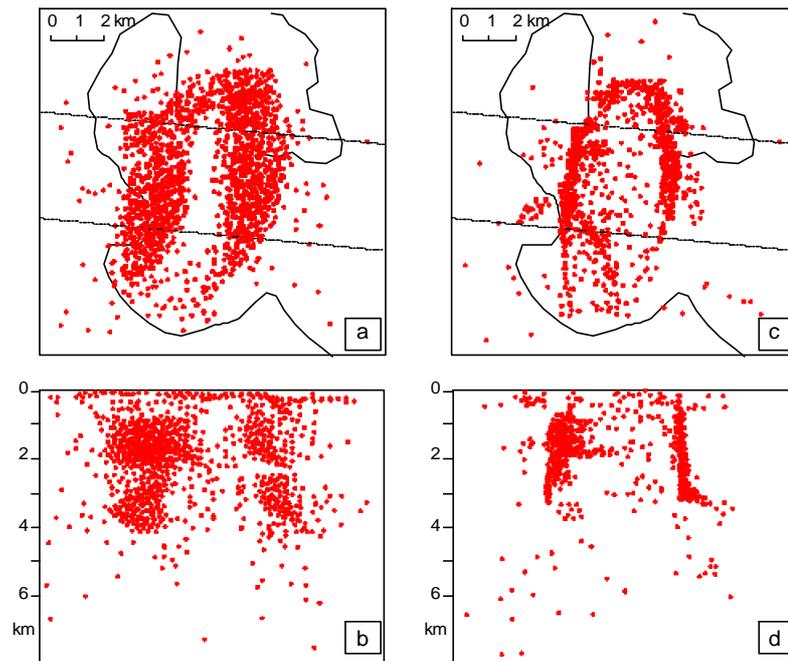
**Figure 6.4** : Technique de comptage de boîtes 3D. Une grille 3D de boîtes de côté  $L$  englobant l'ensemble des données est déplacée par pas successifs suivant les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  pour trouver le nombre minimal de boîtes occupées,  $N$ . La taille des boîtes est diminuée et le processus est répété jusqu'à ce que le nombre de boîtes remplies reste constant, i.e., un événement par boîte. Les résultats sont présentés sur un graphe  $\text{Log } N$  en fonction du  $\text{log } L$ . La pente de la meilleure droite passant par la distribution de points est la dimension de capacité,  $D_0$  (d'après Roberston et al., 1995).

Bien que ces travaux montrent une organisation dans la distribution spatiale des séismes, ils ne donnent aucune information sur localisation et la géométrie des failles actives, informations capitales pour évaluer le risque sismique et mieux comprendre les mécanismes de la source et des interactions entre sismicité et fracturation.

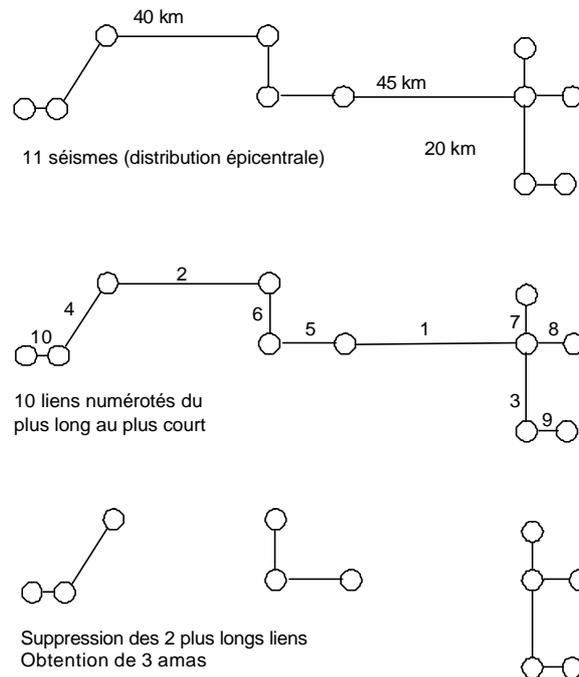
## 2.4 Limitations des approches précédentes. Approche géométrique et détection d'alignements

L'inconvénient majeur des méthodes précédentes est leur globalité. La complexité du système est réduite au suivi d'un (ou plusieurs) paramètre(s) en fonction de la taille de la fenêtre (échelle) d'analyse. La notion de position est perdue, et avec elle, toute chance de localiser les hétérogénéités aussi.

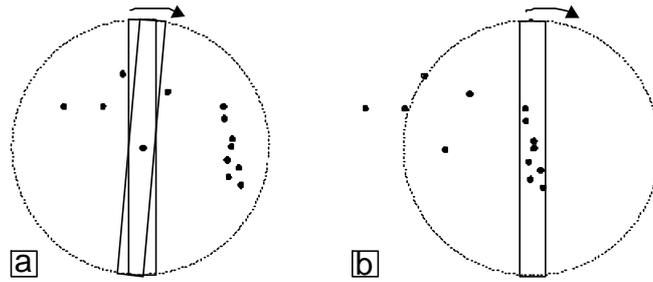
Différentes méthodes ont été développés pour identifier, à partir de la distribution spatiale des séismes, les plans de rupture sismiquement actifs. Des techniques existent pour trouver des plans de failles à partir d'un nuage d'épicentres (par exemple Felher et al., 1987). Lorsque la sismicité est importante et apparemment diffuse, la méthode « d'effondrement » (collapsing method; Jones et Stewart, 1997) permet de tenir avantageusement compte des erreurs sur la localisation des séismes (Fig. 6.5). Une autre technique capable de détecter des anisotropies dans une distribution d'épicentres consiste à utiliser l'analyse spectrale bi-dimensionnelle (Ripley, 1981, voir aussi Annexe 4). Cependant, l'hypothèse de base pour ce calcul est que le jeu de données est spatialement périodique, ce qui n'est pas vérifié pour une distribution d'épicentres. Une autre approche baptisée « analyse de cluster par lien unique » donne une mesure quantitative du degré de regroupement ou d'isolement des événements sismiques d'une séquence (Fig.6.6 ; Frohlich and Davis, 1990). Outre les techniques du traitement d'image (Transformée de Hough et ses variantes ; Hough, 1962; Asano et Katoh, 1996), on peut encore lister les méthodes d'analyse par bandes, à mi-chemin entre statistique et géométrie (Lutz, 1986; Zhang et Lutz, 1989; Amorese et al., 1999). Ces dernières méthodes ont l'avantage de nécessiter peu d'hypothèse. La zone étudiée est inspectée via des bandes rectangulaires tournant successivement autour de chaque (point) séisme (Fig. 6.7).



**Figure 6.5** : Sismicité de la caldeira de Rabaul (Nouvelle Guinée) entre 1971 et 1992. (a) Distribution épiscopentrale ; (b) coupe transversale d'azimut 185°, i.e., le long de l'axe de la caldeira en regardant vers le Nord.; (c) et (d) même distribution qu'en (a) et (b) respectivement, après application de la « méthode d'effondrement » (d'après Jones et Stewart, 1997).



**Figure 6.6** : Analyse par lien unique. On cherche à lier les 11 séismes (cercles) à leur voisin respectif le plus proche. Pour cela, on lie d'abord les séismes individuels plus proche voisin (traits continus dans le diagramme supérieur), puis les groupes formés de cette manière (traits pointillés) jusqu'à ce que les 11 séismes soient liés par 10 liens. Si les liens supérieurs à 20 km sont supprimés (liens 1 et 2 du diagramme médian), les groupes liés restants forment 3 amas de taille 20 km (diagramme inférieur). Pour chaque amas de 20 km, aucun événement n'est à plus de 20 km d'un événement d'un autre amas. En général pour  $N$  événements, il y a  $N-1$  liens, et  $k+1$  amas sont formés lorsque le  $k$ ème plus long lien est supprimé (d'après Frohlich et Davis, 1990).



**Figure 6.7** : Principe de la méthode par bande. Chaque point (épicentre) devient l'axe de rotation d'une bande. La longueur et la largeur de la bande sont gardées constantes. Pour différents incréments de rotation, on compte le nombre d'évènement contenus dans la bande. Cette mesure permet de souligner les alignements préférentiels de séismes. (a) pas d'alignement local détecté pour cet azimut. (b) alignement local détecté (d'après Amorese et al., 1999).

Nous proposons, au paragraphe suivant, une approche plus en rapport avec la nature complexe (hétérogénéités locales) de la distribution des séismes. Notre approche, basée sur une analyse par ondelettes anisotropes, permet de reconstruire la géométrie possible de la zone de rupture. Cette analyse a l'avantage de ne nécessiter aucune hypothèse sur la nature des données, et tient intrinsèquement compte des erreurs sur la localisation des séismes et des hétérogénéités locales. Complétés et validés par des jeux de données indépendants (solutions focales, marqueurs géologiques et géomorphologique), les résultats de l'analyse locale permettent de mieux cerner les processus tectoniques locaux et régionaux.

---

### **3 Analyse structurale des hypocentres d'une séquence sismique via les ondelettes anisotropes**

Article soumis à *Journal of Geophysical Research*, le 19 Septembre 2000.

Titre et résumé en Français:

#### **Analyse structurale des hypocentres d'une séquence sismique via les ondelettes anisotropes : méthode et application.**

L'organisation spatiale des séquences sismiques est analysée dans le but de localiser les plans de rupture actifs et de reconstruire la géométrie de la zone de rupture associée à chaque séquence. Nous avons développé une nouvelle approche, la méthode NOAWC, pour extraire d'un ensemble d'hypocentres les plans de rupture actifs. Notre approche permet de détecter les structures organisées dans un plan, indépendamment de leur taille, position, forme et orientation. Notre méthode inclut la détermination d'un système de trois sections perpendiculaires minimisant les effets de projections des hypocentres, et tient intrinsèquement compte des incertitudes sur la localisation des événements sismiques. La précision et l'efficacité de la méthode sont illustrées sur des exemples synthétiques et naturels. Une application à la séquence de répliques du séisme d'Arudy ( $M = 5.1$ , 29/02/1980, Pyrénées) montre comment la géométrie déduite de l'analyse mathématique par ondelettes, peut être combinée avec les solutions focales disponibles et les marqueurs géologiques-géomorphologiques pour déterminer les plans de rupture actifs, puis pour proposer et valider un modèle tectonique local. Cette nouvelle approche multi-outils se prête d'elle-même à une analyse quantitative, aidée par ordinateur, d'un volume important de données.

---

STRUCTURAL ANALYSIS OF HYPOCENTRAL DISTRIBUTION OF AN  
EARTHQUAKE SEQUENCE USING ANISOTROPIC WAVELETS :  
METHOD AND APPLICATION

P. Gaillot <sup>(1,2)</sup>, J. Darrozes <sup>(2)</sup>, P. Courjault-Radé <sup>(2)</sup> and D. Amorese <sup>(3)</sup>.

(1) EOST – IPGS, Imagerie Tectonique, 5 Rue René Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France.

(2) UMR 5563 - CNRS - Observatoire Midi Pyrénées, Université Paul Sabatier, 38 rue des 36 ponts, 31400 Toulouse, France.

(3) UMR CNRS 6143 “M2C”, Centre de Géomorphologie, Université de Caen, 14032 Caen Cedex, France.

**Abstract** - Spatial organisation of earthquake sequences is investigated to localise active rupture planes and reconstruct the geometry of the inferred rupture zone. We have developed a new approach, the Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method, to extract from a set of hypocentres the active ruptures planes. Our approach permits the detection of organised structures within a plane regardless of its size, location, shape anisotropy and orientation. It includes the determination of a system of three perpendicular sections minimising the effects of projections of the hypocentres, and intrinsically accounts for uncertainty in the location of the seismic events. The accuracy and the effectiveness of the NOAWC procedure are illustrated on both synthetic and real data. An application to the M = 5.1 Arudy (French Pyrenees) aftershocks sequence shows how a combination of the possible mathematically reconstructed geometries that can be combined with the available fault-plane solutions and geomorphological markers allows to determine the active rupture planes, and propose and validate a local tectonic model . This new multi-tool approach lends itself to quantitative and computer-assisted analyses of large data sets.

Keywords: Multi-scale analysis, wavelet, earthquakes, seismotectonics.

## Introduction

The characterisation of active faults is of great interest for understanding the tectonic pattern and assessing the seismic risk within a given region. Seismogenic faults can be described by: (1) geological mapping of their surface exposure, (2) determination of fault-plane solutions of seismic events, and (3) identification of linear features in plots of hypocentral locations.

The first two approaches have strong limitations:

- (1) Surface mapping of a fault trace cannot describe changes in fault geometry at depth nor localise sub-surface fractures parallel (or sub-parallel) to the fault traces.
- (2) Computation of fault-plane solutions provides the fault geometry but cannot unequivocally identify the active fault plane without additional information.

---

In the other hand, (3) the analysis of the spatial distribution of seismic events can contribute significantly to the understanding of active faults. Earthquake sequences are usually distributed in linear patterns; however uncertainties on their locations and misinterpretation of events along non-parallel structures complicate the identification of rupture planes. A more reliable analysis of the spatial distribution of hypocenters requires the use of specific mathematical methods.

Since 1965, several studies have discussed the analysis of spatial patterns within hypocenter or epicenter data sets. The spatial layout of events has been evaluated by the distribution of nearest-neighbour distances [Suzuki and Suzuki, 1965], the analysis of the number of events per unit area [Suzuki and Suzuki, 1966, Chapman et al., 1997, Amorese et al., 1999], the analysis of second and higher-order moments of various catalogues [Vere-Jones, 1978; Kagan 1981a,b; Kagan and Knopoff 1981; Reasenberg 1985; Fehler et al., 1987; Eneva and Pavlis 1988], the measure of the degree of clustering or isolation of groups of seismic events using single-link cluster analysis [Frolich and Davis, 1990] or the recognition of fractal hierarchy via box-counting algorithms [e.g. Robertson et al., 1995]. The determination of statistical parameters (usually dependent on magnitude) is also estimated for various statistical models of spatial and temporal influence [Kagan and Knopoff, 1976, 1978; Prozorov and Dziewonski, 1982; Ouchi and Uekawa, 1986].

Most of the above methods analyse the spatial statistical distribution of earthquakes. We propose here a new means of investigation related to the local

geometry depicted by the distribution of earthquakes. This new procedure - the Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method - is based on the wavelet transform that has already been applied to study the multi-scale behaviour of fracture networks [Ouillon et al., 1995, 1996] and earthquake catalogues [Bethoux et al., 1998]. For earthquake sequences, the local and multi-scale wavelet properties enable detection and quantification of clusters of seismic events regardless of their location, scale and orientation. The significance of these clusters is examined. Combined with fault-plane solutions and tectonic, or geomorphologic evidence, some of these clusters can be interpreted in terms of rupture plane and hence allow reconstruction of the geometry of the inferred rupture zone.

## **2-Dimensional Wavelet Transform and Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method**

The spatial distribution of seismic events is three-dimensional. However, a combination of 2D map view and depth cross-sections is used in practice to analyse the 3D spatial distribution of the aftershocks and relate it to the mainshock rupture surface and surface features [e.g. Hauksson et al., 1995]. The wavelet transform (WT) efficiently performs the multi-scale analysis of such 2D images [Antoine et al., 1993]. Several theoretical developments have shown the mathematical effectiveness [e.g. Chui, 1992; Daubechies, 1992] and the wide range of application of the WT formalism [see review in Meyer & Roques, 1993].

## Wavelet transform formalism

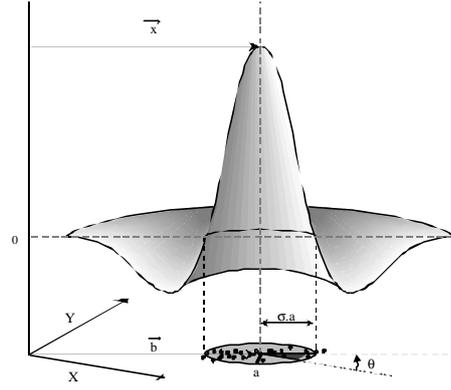
Two-dimensional multi-scale analysis by anisotropic wavelet transform consists in transforming a binary image through filters called wavelets [e.g. Hagelberg & Helland, 1995; Escalera & MacGillivray, 1995; Ouillon et al., 1995]. The filters must have a zero mean (admissibility condition) and “sufficient” localisation or decay in both spatial and frequency domains [Chui, 1992; Daubechies, 1992]. In this study, the anisotropic filters characterised by their aspect ratio ( $\mathbf{s}$ ), are based on the Anisotropic Mexican Hat mother function, i.e. the second derivative of a Gaussian, allowing a great diversity in shape exploration [Ouillon et al., 1995] :

$$\Psi_s(\vec{x}) = \Psi_s(x, y) = (2 - \frac{x^2}{y^2} - y^2) e^{-\frac{1}{2}(\frac{x^2}{y^2} + y^2)} \quad (1)$$

where  $x$  and  $y$  are the Cartesian coordinates of each pixel.

Each filter is characterised by four variables ( $a, \vec{b}, \sigma, \theta$ ) that allow, for a given spatial resolution and a given location, the detection of anisotropic structures and singularities in any direction (Fig. 6.8):

- $a$  : spatial resolution – i.e. the half short axis of the positive part of the wavelet  
for multi-scale analysis  
by  
dilatation/contraction;
- $\vec{b}$  : translation vector - i.e. the location of the filter on the image  
for local analysis;
- $\sigma$  : aspect ratio of the wavelet filter  
for shape recognition;
- $\theta$  : azimuth of the long axis of the wavelet  
for angular exploration.

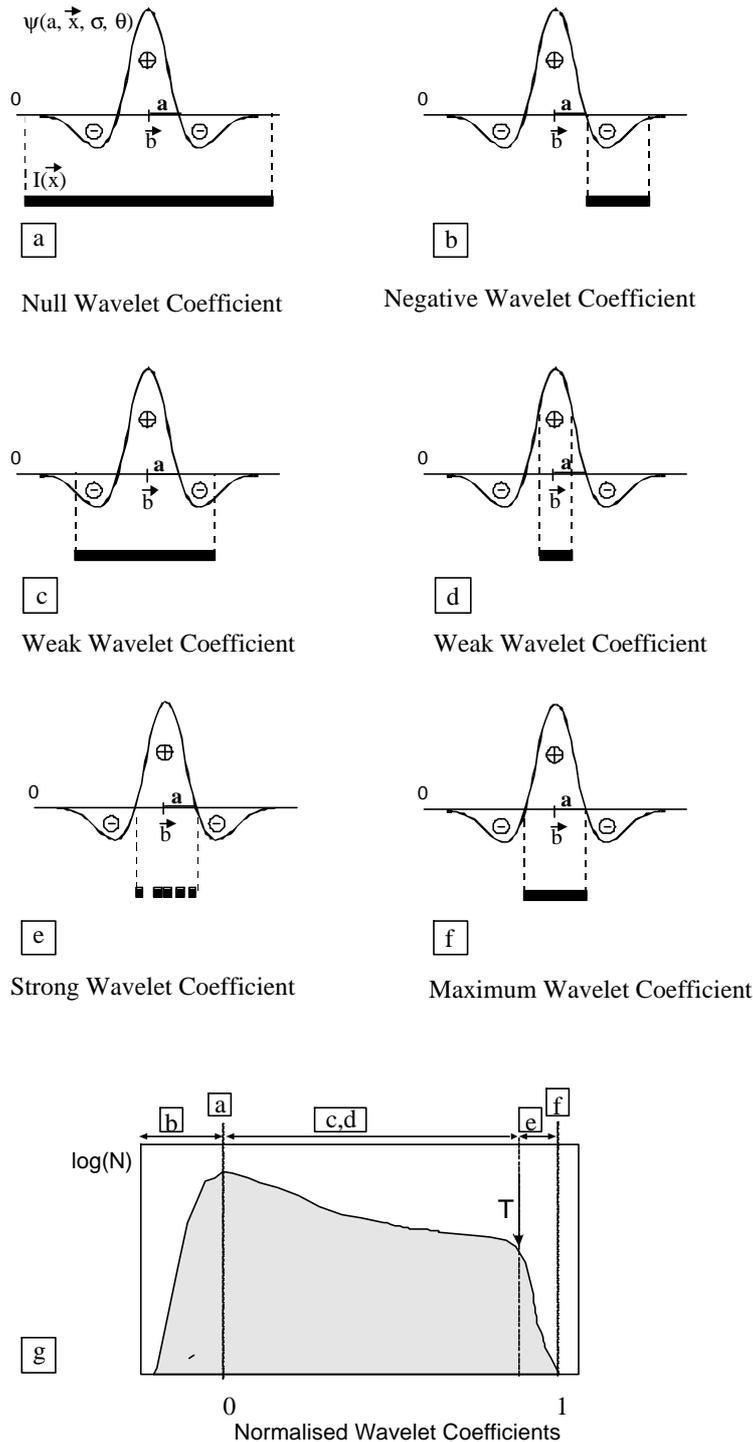


**Figure 6.8:** Schematic cross-section of an anisotropic wavelet filter  $\mathbf{y}(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$ . Parameters are : location ( $\vec{x}$ ), resolution ( $a$ ), shape ratio ( $\sigma$ ) and orientation ( $\theta$ ) in the Cartesian coordinate system ( $X, Y$ ); the detected entity is represented by an ellipse having the same parameters as the wavelet filter: location ( $\vec{b}$ ), half short axis ( $a$ ), half long axis ( $\sigma \cdot a$ ), and azimuth of the long axis ( $\theta$ ).

The Wavelet Transform of an image is the convolution of the image  $I(\vec{x})$  with a given analysing filter  $\mathbf{y}(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$ . It transforms the image into a set of wavelet coefficients  $C_I(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$  displayed in a “coefficient map”.

$$C_I(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q}) = \mathbf{y}(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q}) \otimes I(\vec{x}) \quad (2)$$

At a given location  $\vec{x} = \vec{b}$ , for a given resolution ( $a$ ), shape anisotropy ( $\sigma$ ) and orientation ( $\theta$ ), the wavelet coefficient  $C_I(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$  is a local indicator of the match between the filter and the local content of the image. The significance of wavelet coefficients can easily be visualised in one dimension (Fig. 6.9): (i) the wavelet having zero mean, the convolution between the given analysing wavelet  $\mathbf{y}(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$  localised in  $\vec{x} = \vec{b}$  and a constant signal  $I(\vec{x})$  produces null coefficients (Fig. 6.9a); (ii) Negative coefficients underline the edge of the entities (Fig. 6.9b); (iii) small coefficients reflect a poor match between the given analysing wavelet



**Figure 6.9:** Representations of the local and multi-scale properties of the Wavelet Transform Coefficient. Computation of the wavelet coefficient of a signal  $I(\vec{x})$  with the wavelet  $y(a, \vec{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$  of resolution ( $a$ ), location ( $\vec{x} = \vec{b}$ ), shape anisotropy ( $\sigma$ ) and elongation ( $\theta$ ) depends on the signal in the vicinity of ( $\vec{b}$ ) at the given spatial resolution.

(a)  $I(\vec{x}) = \text{constant}$ ;  $\forall a, \forall \vec{b}$ ; (b)  $I(\vec{x})$  not centred in  $\vec{b}$ ; (c)  $I(\vec{x}) \approx 2a$ ; (d)  $I(\vec{x}) > 2a, \dots \forall \vec{b}$ ; (e)  $I(\vec{x}) < 2a, \forall \vec{b}$ ; (f)  $I(\vec{x}) \approx 2a$  and  $\vec{x} = \vec{b}$  ( $I(\vec{x})$  is a group of objects (seismic events)); (g)  $I(\vec{x}) \approx 2a$  and  $\vec{x} = \vec{b}$  ( $I(\vec{x})$  is an unique entity); (g) Frequency distribution histogram (logarithmic scale) of a given NOAWC map. The slope break (T) between the few high coefficients and the lower coefficients is marked by an arrow. Letters refer to the above labelled representations. Extraction of the wavelet parameters associated to the highest coefficients allows automatic representation of the significant lineaments.

---

and the image (Figs 6.9c and 6.9d); (iv) maximum coefficients point out the best match with respect to the resolution, location, shape ratio and orientation between the wavelets and the local content of the image (Figs 6.9e and 6.9f).

A given wavelet is, therefore, a local and directional anisotropic filter that detects only structures having the same geometrical parameters (Fig. 6.8). In practice, for a given spatial resolution ( $a$ ), a complete and objective detection of all structures requires in each point ( $\vec{b}$ ) the application of a range of filters each having a unique combination of  $(\theta, \sigma)$  values.

### NOAWC method

The above procedure generates a very large number of wavelet coefficients. To simplify their analysis we developed the Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method [Darrozes et al. 1997] on the basis of the algorithms of Ouillon et al. [1995, 1996]. According to the wavelet coefficient properties (Fig. 6.9), the filter that best describes the structure of an image, at each point, is characterised by a high coefficient (local maximum). So, for a given spatial resolution ( $a$ ), the NOAWC method selects, for each point ( $\vec{b}$ ) of the image, among all the possible wavelets defined by  $(\mathbf{q}, \mathbf{s})$  set, the optimum filter, i.e. the wavelet producing the highest local coefficient. In the resulting map, called NOAWC map, local maxima correspond to the centre of mass of detected features [Gaillot et al., 1997].

Consequently, the frequency distribution histograms (logarithmic scale) of the wavelet coefficients of the NOAWC maps are systematically characterised by a kink between the few high coefficients and the numerous lower coefficients (Fig. 6.9g). The local maxima superior to this threshold value ( $T$  in fig. 6.9g) are selected, and the corresponding wavelet parameters (resolution ( $a$ ), location ( $\vec{b}$ ), length ( $\mathbf{s}.a$ ) and orientation ( $\theta$ )) are extracted. From the latter parameters of the wavelets, the detected objects are represented by ellipses of width = ( $a$ ), location, ( $\vec{x} = \vec{b}$ ), length = ( $\mathbf{s}.a$ ) and orientation ( $\theta$ ) (Fig. 6.8). For convenience, the long axis of the ellipses are underlined in the produced map of the significant lineament.

### 2D Illustration: San Francisco Bay area

We illustrate the mathematical efficiency of bi-dimensional anisotropic wavelets on the epicentral data from the *Northern California Earthquake Catalog* (<http://quake.geo.berkeley.edu>), provided by the Northern California Earthquake Data Center (NCEDC) with the contribution of the Northern California Seismic Network (NCSN, U.S. Geological Survey, Menlo Park). Our test concerns the 2288  $M \geq 2$  seismic events that have occurred between 1 January 1980 and 31 December 1997 in the San Francisco Bay area (121.53W to 122.87W, 37.25N to 38.32N). There, several well-known vertical or sub-vertical faults or fault segments are marked by densely aligned epicenters (Hayward, Greenville, Concord faults, segment of San Andreas fault through the San Francisco peninsula, central segment

---

of the Calaveras fault; Castillo and Ellsworth, 1993; Fig.6.10a). The lengths of these seismic features, in the study area, are about 40 km (except the Hayward fault, which exceeds 80 km). Because of the sub-verticality of the above mentioned structures, epicentral examination is used to illustrate wavelet efficiency to detect alignments even in difficult conditions.

In order to strengthen the relevance of our test and obtain a very sparse distribution of points, 100 events are randomly selected among the initial set of 2288 epicenters. The NOAWC method is applied to these 100 epicenters sampled in a 256 x 256 pixel grid covering approximately 14,500 km<sup>2</sup> (Fig. 6.10b). The results, for a set of wavelets having a spatial resolution equal to  $a = 8$  pixels ( $\sim 4$  km), an integration scale ( $\sigma.a$ ) from 3 to 256 pixels by steps of  $a/2$  pixels and an azimuth ( $\theta$ ) varying from  $0^\circ$  to  $180^\circ$  by steps of  $10^\circ$ , are presented in Figure 6.10c. With an extraction of the wavelet parameters associated to wavelet coefficients greater than the threshold value  $T = 0.56$ , the San Andreas (through the San Francisco peninsula), Hayward, Calaveras, Concord and Greenville faults are partially recovered by the NOAWC method (Fig. 6.10d). Despite unfavourable conditions, the NOAWC method seems to be efficient to underline significant clusters of seismic events regardless of their location, size, shape and orientation. At this point, the analysis is purely mathematical. It is worth noting that some N-S alignments have also been evidenced (Fig. 6.10d) and correspond to “extra lines” in respect to mapped faults. These “extra-lines” could reveal unmapped tectonic features or could

have a purely mathematical origin associated to localisation error, effects of projection or detection artefacts. Examples of such artefacts in the detection are illustrated in Figure 6.11.

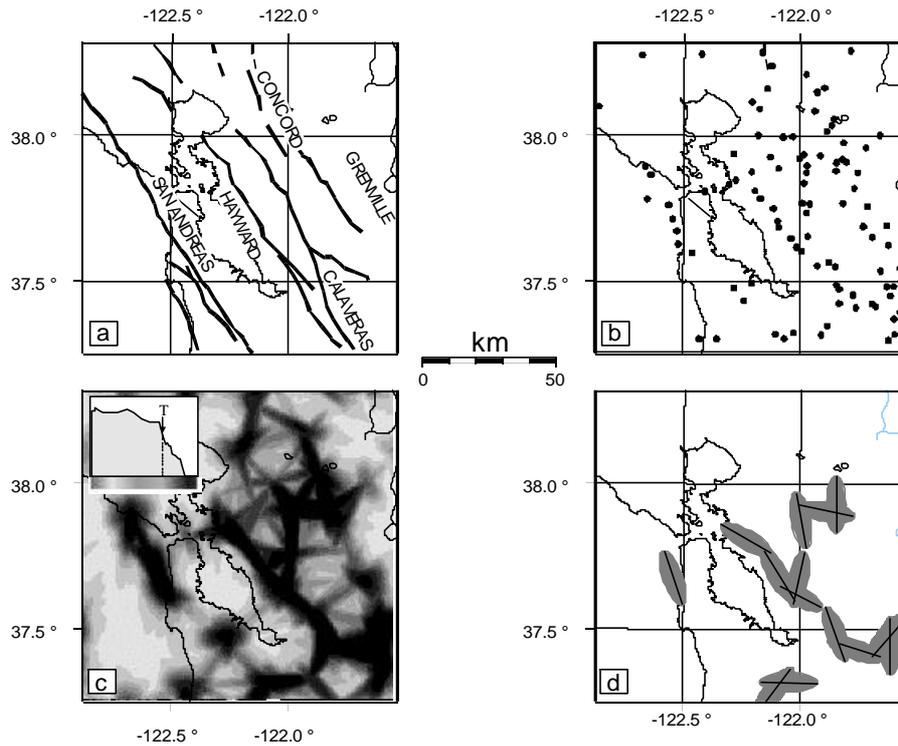
The main features of the synthetic data set are

A 256 x 256 km area containing about 300 points,

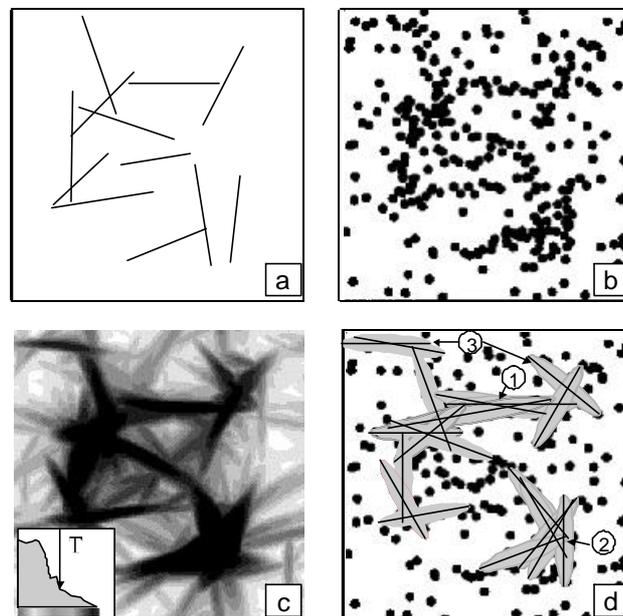
50% of the points are randomly located, and

50% of the points are distributed along 12 lines having random orientations and locations. In addition, these points are randomly perturbed within a maximum distance of 10 km (Fig. 6.11a and 6.11b). This simulates situations when points usually do not perfectly fall onto lines. As for the previous example, the analysis is performed with a resolution equal to the mean error on the location (10 km), an integration scale ( $\sigma.a$ ) varying from 3 to 256 km by steps of 5 km and an azimuth ( $\theta$ ) varying from  $0^\circ$  to  $180^\circ$  by steps of  $10^\circ$ . Extraction of the wavelets parameters superior to the threshold value deduced from the kink ( $T = 0.45$ ) of the wavelet coefficient histogram (Fig. 6.11c) allows to extract significant lineaments (Fig. 6.11d).

Among these lineaments, extra-lines of type (1) are associated to bowtie features resulting from multiple detection due to an oversampling in the method. This kind of artefact is removed by a visual inspection or an additional test applied after the NOAWC analysis. The second type (2) of extra-lines is characterised by zones of high density of points where many lines intersect. The last type (3) of extra-lines is caused by significant alignments of random points.



**Figure 6.10:** 2D illustration: San Francisco Bay Area (121.53W to 122.87W, 37.25N to 38.32N). a) Mapped faults from Castillo and Ellsworth [1993]; (b) Map of the 100 randomly selected epicentres (data from NCEDC - 1 January 1980 to 31 December 1997),. (c) NOAWC map obtained for a resolution equal to the mean estimated error on location ( $a = 8$  pixels  $\sim 4$  km). Low coefficient in white; High coefficients in black. Long axis of the wavelets associated to the selected local maxima ( $T = 0.56$ ) are plotted (thin lines), (d) Detected structures with their uncertainty envelope. The seismically active parts of the San Andreas, Calaveras, Hayward, Concord and Greenville faults are detected. N-S alignments have also been evidenced and correspond to “extra lines” in respect to mapped faults.



**Figure 6.11:** Illustration. Examples of artefacts in the detection. (a) randomly constructed structures (12) distributed in a 256 x 256 km area. (b) Spatial distribution of points (300). 50% of the points are randomly located, and 50% of the points are distributed along the 12 structures. The latter are randomly perturbed with a maximum distance of 10 km. (c) NOAWC map obtained from a resolution equal to the mean error on the location (10 km), an integration scale ( $\sigma_a$ ) varying from 3 to 256 km and an azimuth ( $\theta$ ) varying from  $0^\circ$  to  $180^\circ$ . Extraction of the wavelets parameters superior to the threshold value deduced from the kink ( $T = 0.45$ ) of the wavelet coefficient allows to extract significant lineaments. (d) Plots of significant lineaments with their uncertainty envelope.

---

This mathematical approach, like all the methods of spatial analysis of seismic events, has its own limitations. As a common rule, interpretation of these mathematical results require confrontation with geological and geophysical arguments such as local focal mechanisms, structural and geomorphological markers .... So, the mathematical results obtained by the NOAWC method are objective local guides for further investigations. The main advantage of the NOAWC method is that it makes easier the integration of complementary data sets by proposing a possible geometrical pattern.

The ultimate objective of the technique is to detect lineaments in 3D, i.e. based on earthquake foci. Such an analysis is however difficult to handle with 3D anisotropic wavelets. As a first step towards this goal, we will reduce the dimensionality of the problem by projecting a 3D foci distribution into 2D sections of optimal azimuth and dip. This step has several shortcomings that we try to appraise in the following section.

## **NOAWC method and hypocentral distribution of seismic events**

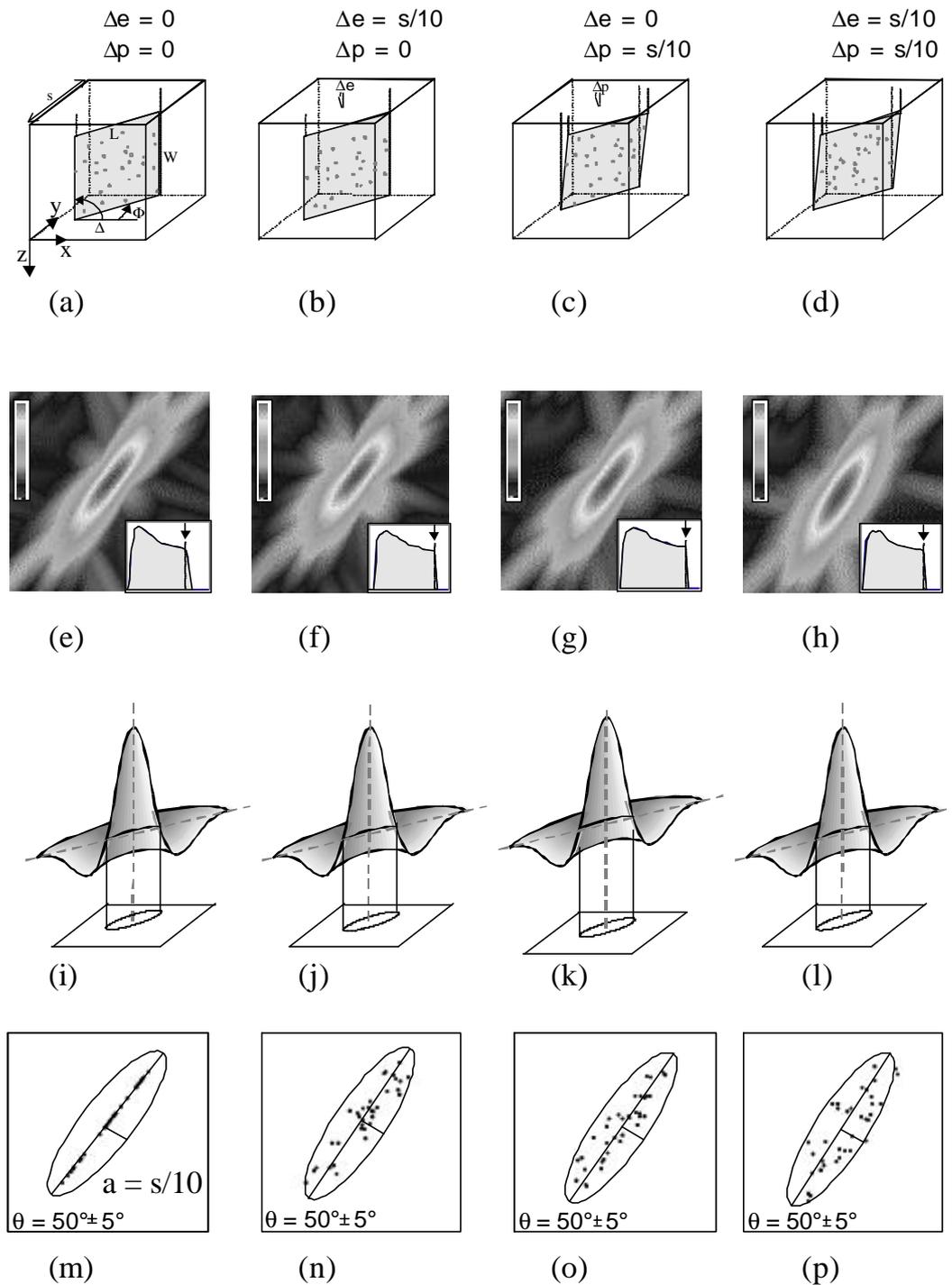
After having demonstrated the efficiency and limitations of the NOAWC method in two-dimensional section, we have to consider that the geometry of rupture planes is a 3D problem, taking into account their dimension (length (L) - width (W)) and orientation (dip ( $\Delta$ ) - strike ( $\Phi$ )) that depend on the structural complexity [Kanamori & Boschi, 1983]. Reconstruction of such 3D objects

from 2D sections requires to minimise the effects of projection of hypocentres ( $\Delta p$ ). In addition, possible errors on the localisation of seismic events ( $\Delta e$ ) have to be taken into account. We first used synthetic data to examine the effects of these errors and bias on the NOAWC method.

### **Synthetic data**

The detection of the trace of a plane for four different test cases is illustrated in Figure 6.12. The first, and most favourable case, is characterised by a vertical plane ( $\Delta=90^\circ$ ,  $\Delta p=0$ ) and null error location on hypocentres ( $\Delta e=0$ ) (Fig. 6.12a). The second is still characterised by a vertical plane, but the mean error location on epicenters,  $\Delta e$  is equal to 1/10 of the size (s) of the studied area (Fig. 6.12b). The third is characterised by a dip ( $\Delta$ ) and width (W) of the plane generating a bias on the locations of epicenters,  $\Delta p$  also equal to s/10 (Fig. 6.12c). The fourth is a combination of the second and the third cases with error location and projection effects (Fig. 6.12d).

The NOAWC maps obtained for a set of wavelets having a spatial resolution (a) equal to s/10, a shape ratio ( $\sigma$ ) varying from 3 to 10 by step of 0.5 and an azimuth ( $\theta$ ) varying from  $0^\circ$  to  $180^\circ$  by step of  $10^\circ$  are shown in Fig. 6.12e to 6.12h. The frequency wavelet coefficient histograms are also given in the lower right-hand corner. The slope break within the histograms (marked by an arrow) allows to select the wavelet parameters associated to the highest local maxima, i.e. those that reflect significant structures at the given resolution.



**Figure 6.12:** Projection effects and error location: synthetic examples. Capability of detection and characterisation of the rupture plane in terms of its dimensions (length (L) and width (W)) and orientation (dip ( $\Delta$ ) and strike ( $\Phi$ )) depends on the error location ( $\Delta e$ ) and the bias in location ( $\Delta p$ ) due to projection effects. The size of the box is (s).  $\Phi = 52^\circ$ . (a)  $\Delta = 90^\circ$ ,  $\Delta e = 0$ ,  $\Delta p = 0$ ; (b)  $\Delta = 90^\circ$ ,  $\Delta e = s/10$ ,  $\Delta p = 0$ ; (c)  $\Delta \neq 90^\circ$ ,  $\Delta e = 0$ ,  $\Delta p = s/10$ ; (d)  $\Delta \neq 90^\circ$ ,  $\Delta e = s/10$ ,  $\Delta p = s/10$ ; (e, f, g and h) NOAWC maps with logarithmic frequency coefficient histograms corresponding to the situations displayed in Figures 6.12a, b, c and d respectively. The local maxima (in dark grey) correspond to the centre of mass of the detected plane. The critical value (arrow) allows to extract the filters associated to the detected entity of resolution  $a = s/10$ . Colour scale ranges from 0 (white) to 1 (black). (i, j, k and l) Selected wavelets (resolution  $a = s/10$ ) and spatial distribution of points for the situations displayed in Figures 6.12a, b, c and d respectively. (m, n, o and p) Detected structures and quantification for the situations displayed in Figures 6.12a, b, c and d respectively.

For a spatial resolution of the wavelet filter (a) equal to the maximum uncertainty on the location of the epicenters ( $s/10$ ), and if the effects of projection are smaller than this uncertainty, the detected structure depends solely on the shape of the analysed cluster (Fig. 6.12i to 6.12l). The NOAWC method thus provides an efficient method of detection and quantification of the significant structures (Fig. 6.12m to 6.12p). For all cases, the interpretation depends only on the uncertainty on the location of epicenters.

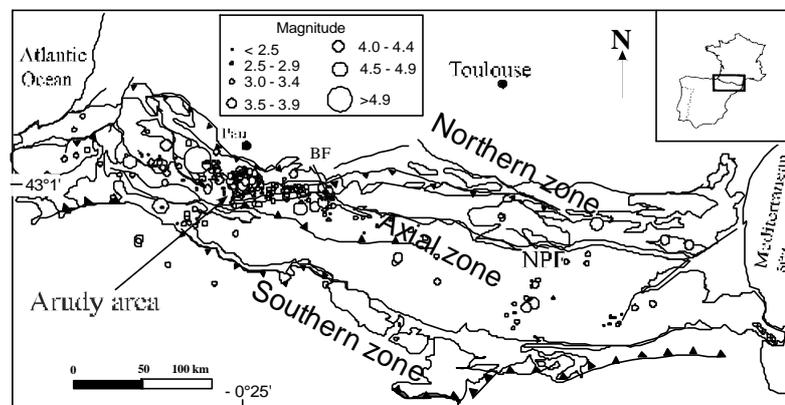
A theoretical method could include the determination of a system of three perpendicular planes with arbitrary orientation on which the data would be adequately projected. However, for a given seismic zone, the optimum configuration is controlled by the anisotropic distribution of hypocentres caused by large-scale structural coherency. Therefore, our approach is, first, to perform a large scale analysis. This preliminary computation enables us to determine the anisotropy of an inferred rupture zone from which three optimal perpendicular sections are deduced, hence allowing a small scale analysis. Note that this approach does not require any geological assumptions.

## Application: The $M = 5.1$ Arudy earthquake sequence

### Seismic data

We now illustrate an application of the NOAWC method to the aftershocks sequence of the 1980 Arudy earthquake in the Western French Pyrenees [Gagnepain-Beyneix et al., 1982]. The mainshock ( $M = 5.1$ ) occurred a few tens of kilometres south of the city of Pau (Lat.:  $43^{\circ}4.21' N$  / Long.:  $0^{\circ}24.59' W$ ) at a depth of  $4 \pm 2$  km [Fig. 6.13 see Barnolas and Chiron, 1996].

We use data recorded by the permanent seismic network of Arette set up in 1978 by the Institut de Physique du Globe de Paris. The localisation of  $M \geq 1.5$  events, are determined on the basis of three layers/one dimensional velocity model [Gagnepain-Beyneix et al., 1982]. For the selected events ( $N = 332$ ), the uncertainties are estimated to be less than 800 m for the epicenters, and less than 2 km for depths.



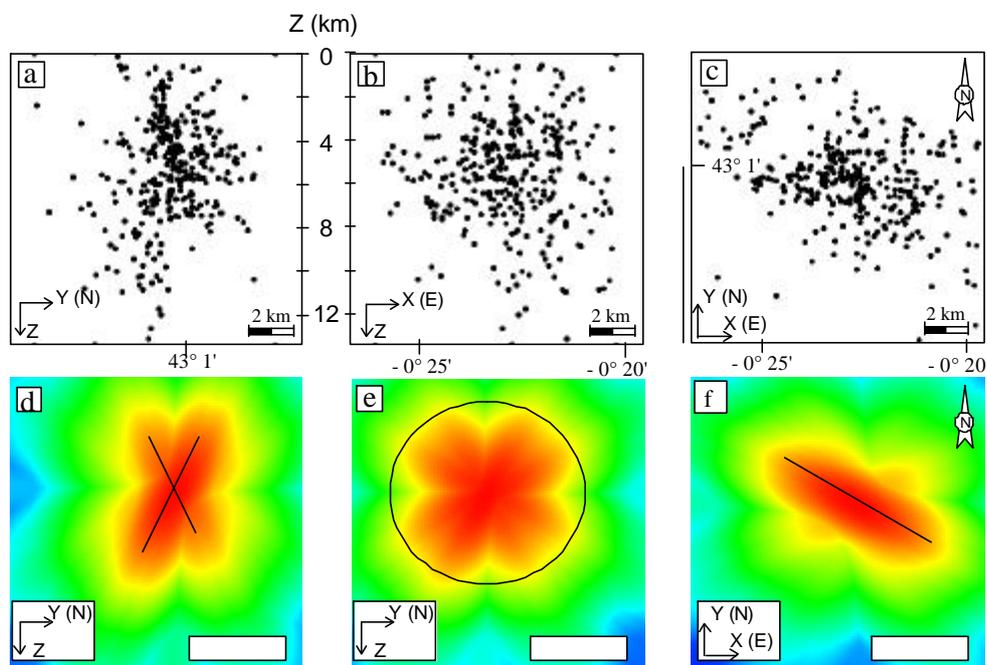
**Figure 6.13:** Structural sketch map of the Pyrenées. Circles : instrumental seismicity since 1963 [Barnolas and Chiron, 1996]. The Arudy earthquake epicentral zone is shown. NPF: North Pyrenean Fault ; BF: Bigorre Fault.

## Large scale analysis

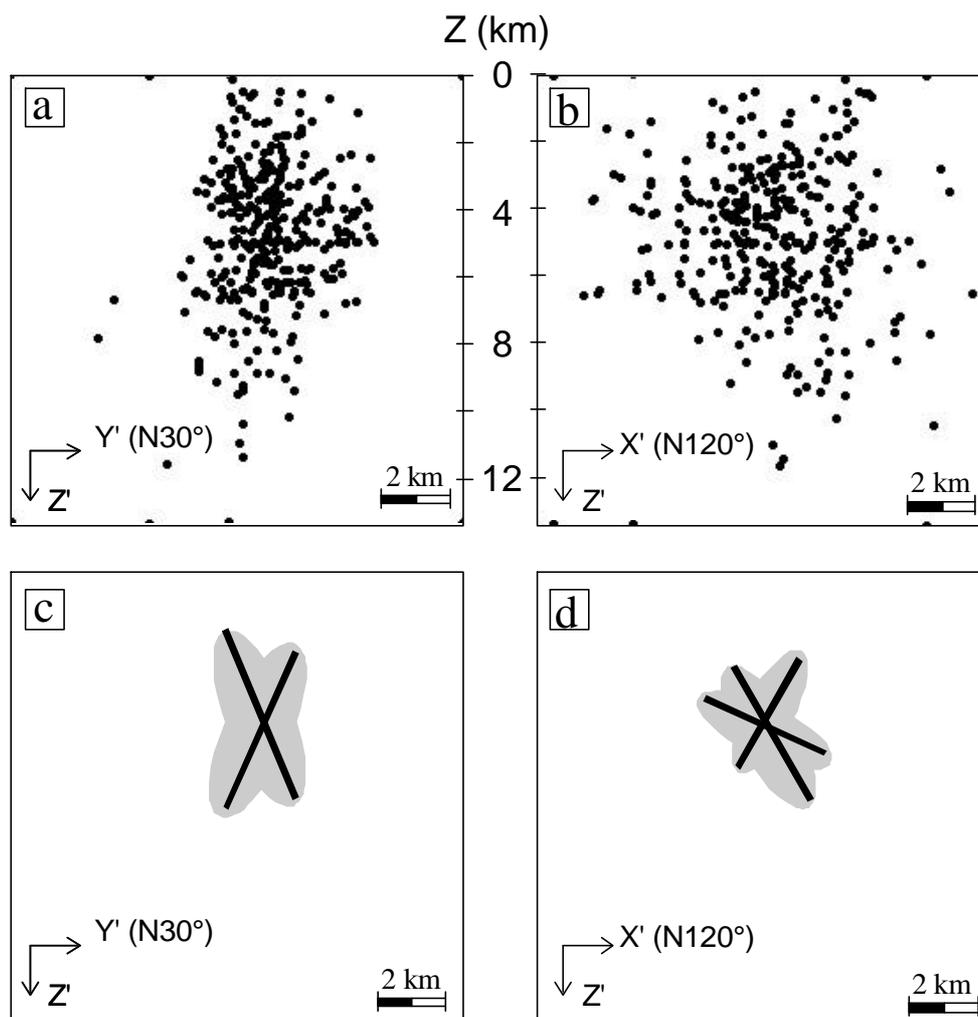
The first step, as mentioned above, consists of a large scale analysis on three perpendicular sections in order to determine the optimal configuration that minimises the effects of projection. The spatial distribution of the seismic events covers an area of 13.3 x 13.3 km. It is presented in the YZ, XZ and XY sections defined by the geographic coordinate system, i.e. X = E, Y = N and Z is positive downwards. Three binary images (256 x 256 pixel) are determined (Fig. 6.14a, b and c), in which each pixel corresponds approximately to a 52 x 52 m square.

To reduce the edge effects stemming from the periodisation of both signal and wavelet, as recommended by Ouillon et al. [1995, 1996], the images, defined initially in a 256 by 256 pixels square, are

embedded in a larger empty square of size 512 by 512 pixels. The NOAWC maps obtained from wavelets having a spatial resolution ( $a$ ) equal to 64 pixels (1/4 of the zone of interest), a shape anisotropy ( $s$ ) varying from 1 to 4 by step of 0.5 and an azimuth ( $q$ ) varying from 0° to 180° by step of 10°, are presented in Figures 6.14d, e and f. Combining the three sections allows to reconstruct the large-scale geometry of the inferred rupture zone of the Arudy earthquake. The two orientations at  $70^\circ \pm 5^\circ$  and  $110^\circ \pm 5^\circ$  in the YZ section (Fig. 6.14d), the isotropic pattern (altered by the diagonals of the image) of the XZ section (Fig. 6.14e) and the main orientation at N120° in the XY - or epicentral - section (Fig. 6.14f), reveal that the rupture zone is sub-vertical and strikes about N120°. The optimum configuration is thus obtained for X' parallel to N120°, Y' parallel to N30° and Z' vertical.



**Figure 6.14:** Results of large scale analysis (X = East, Y = North, Z = depth axis). (a) spatial distribution of seismic events projected onto the YZ section; (b) spatial distribution of seismic events projected onto the XZ section; (c) spatial distribution of seismic events projected onto the XY epicentral map; (d) YZ section, (e) XZ section, (f) XY section NOAWC maps allowing to deduce the large scale structural coherency of the inferred rupture zone and then to select 2D optimal sections for small scale analysis.



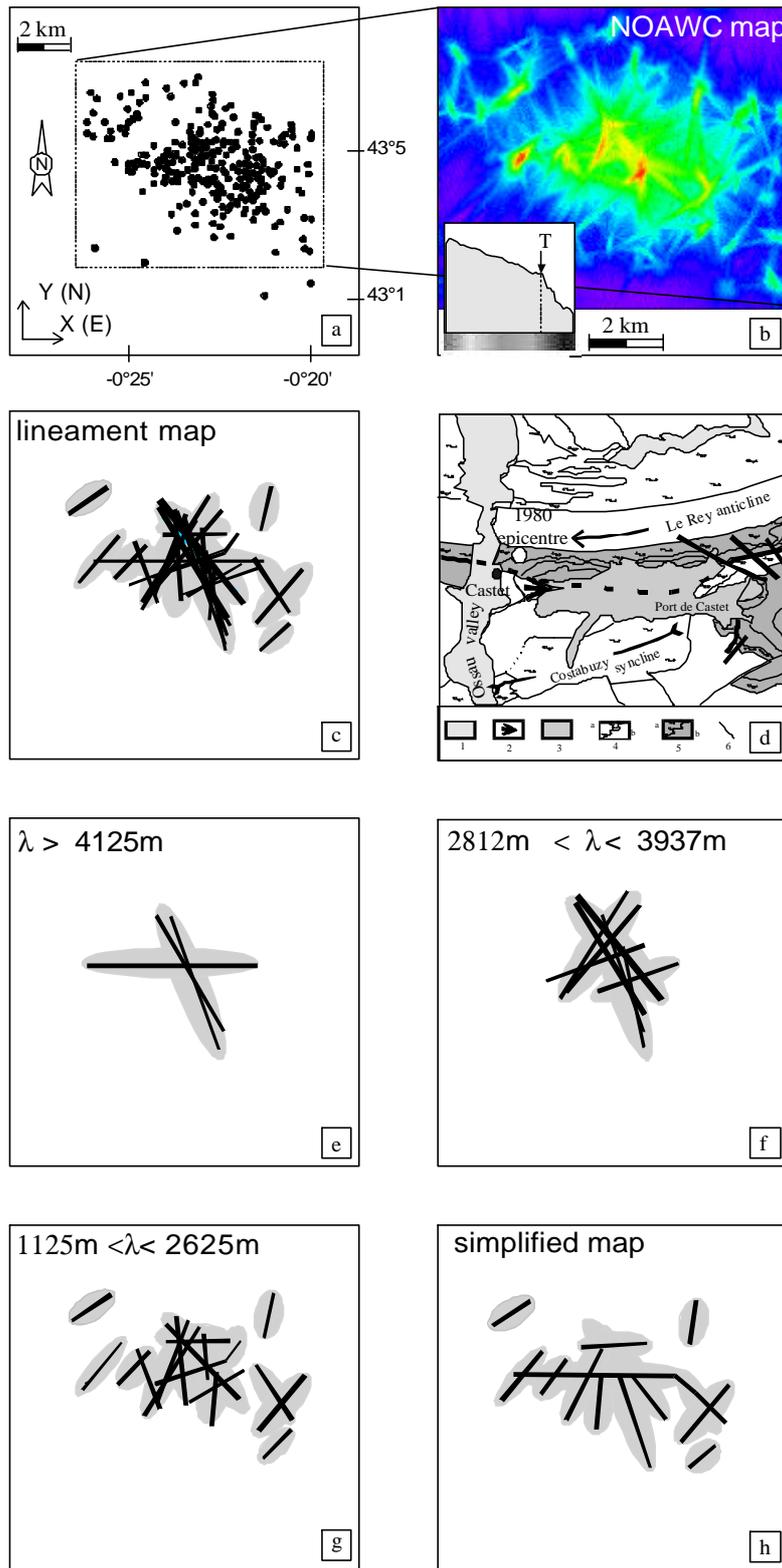
**Figure 6.15:** Small scale analysis of the optimum  $Y'Z'$  and  $X'Z'$  sections ( $X' = N120^\circ$ ,  $Y' = N30^\circ$ ,  $Z' =$  depth axis). (a) spatial distribution of seismic events projected onto the optimum  $Y'Z'$  section; (b) spatial distribution of seismic events projected onto the optimum  $X'Z'$  section; (c) detected structures in the optimum  $Y'Z'$  section; (d) detected structures in the optimum  $X'Z'$  section. The 2 sub-vertical orientations evidenced in the  $Y'Z'$  section and the isotropic pattern evidenced in the  $X'Z'$  confirm the sub verticality of the rupture zone.

### Small scale analysis

After projection onto the three optimum perpendicular sections -  $Y'Z'$ ,  $X'Z'$  and  $X'Y'$  - defined above (Figs 6.15a, 6.15b and 6.16a), the wavelet analysis is performed with a scale parameter ( $a$ ) equal to the mean uncertainty on the data ( $a = 8$  pixels  $\approx 416$  m for  $X'Y'$  section and  $a = 38$  pixels  $\approx 1976$  m for  $X'Z'$  and  $Y'Z'$  sections). The  $(\sigma, \theta)$  set was chosen as in the previously discussed examples: the integration scale ( $\sigma.a$ ) is ranging

from  $3a$  to  $256$  pixels by step of  $a/2$  and the azimuth ( $\theta$ ) is varying from  $0^\circ$  to  $180^\circ$  by step of  $10^\circ$ .

The  $Y'Z'$  and  $X'Z'$  sections (Figs 6.15c and d) confirm the sub-verticality ( $70^\circ \leq \Delta \leq 90^\circ$ ) of the rupture planes at a small scale. The sub-verticality of the rupture planes allows to restrict the analysis to the  $X'Y'$  (or epicentral) section, on which localisation uncertainties are the lowest. For convenience, results are shown in the geographic frame rather than in the  $X'Y'$  frame.



**Figure 6.16:** Detailed small scale analysis of the optimum X'Y' section ( $X' = N120^\circ$ ,  $Y' = N30^\circ$ ). For convenience results are presented in the XY frame. (a) epicentral distribution of seismic events projected onto the XY section; (b) NOAWC map and wavelet coefficient histogram ( $T = 0.42$ ), (c) Lineament map obtained from the wavelet parameters associated to coefficients higher than the Threshold value T. (d) Structural sketch map of the studied area. 1: Quaternary alluvions; 2: late glacial dejection cones; 3: Würmian morainic materials; 4: Lower Cretaceous a: marls, b: limestones; 5: Jurassic a: marls, b: limestones; 6: major faults. Mapped faults are from Grasso (1983). (e) detected structures at long wavelengths ( $\lambda \geq 4125$  m, light grey); (f) detected structures at medium wavelengths ( $2812 \text{ m} \leq \lambda \leq 3937 \text{ m}$ , grey); (g) detected structures at small wavelengths ( $1125 \text{ m} \leq \lambda \leq 2625 \text{ m}$ , dark grey); (h) simplified epicentral map with uncertainty envelopes (shaded) equal to  $\pm 0.4$  km.

NOAWC map and histogram of wavelet coefficients (min. value = 0.0, max. value = 0.62) are given in Fig. 6.16b. Extraction of the wavelet parameters associated to local maxima higher than the threshold value  $T$  ( $T = 0.42$ ) interactively chosen from the kink of the wavelet coefficient histogram leads to the “lineament map”. All the detected lineaments correspond to “extra-lines” in respect to mapped faults of the same area (Fig. 6.16d). In order to reject “mathematical extra-lines”, we plot the results obtained for the long ( $\lambda > 4125$  m), medium ( $2812 \text{ m} \leq \lambda \leq 3937$  m) and short ( $1125 \text{ m} \leq \lambda \leq 2625$  m) wavelengths (Fig. 6.16e to 6.16g). At long wavelengths, the three detected lineaments underline two possible sub vertical rupture planes striking E-W and  $\sim N140^\circ$  respectively (Fig. 6.16e). At intermediate wavelengths, interpretation is problematic due to a strong concentration of seismic events near central area (Fig. 6.16f). At small wavelengths, main  $\sim N150^\circ$  and  $\sim N40^\circ$  central planes and the strong concentration of epicenters in the central zone are again detected. Five isolated planes oriented  $\sim N40^\circ$  are well defined away from the centre. This pattern is completed by two lineaments at  $\sim N10^\circ$  and  $\sim N150^\circ$  (Fig. 6.16g). Due to the incertitude on the location of the seismic events and possible artefact on the detection, the most probable lineaments (i.e. lineaments able to explain the shape of the lineament map) are (fig. 6.16h):

At small scale: The isolated  $N40^\circ$ ,  $N140^\circ$  and  $N10^\circ$  lineaments.

At large scale: the main E-W and  $N140^\circ$  lineaments and

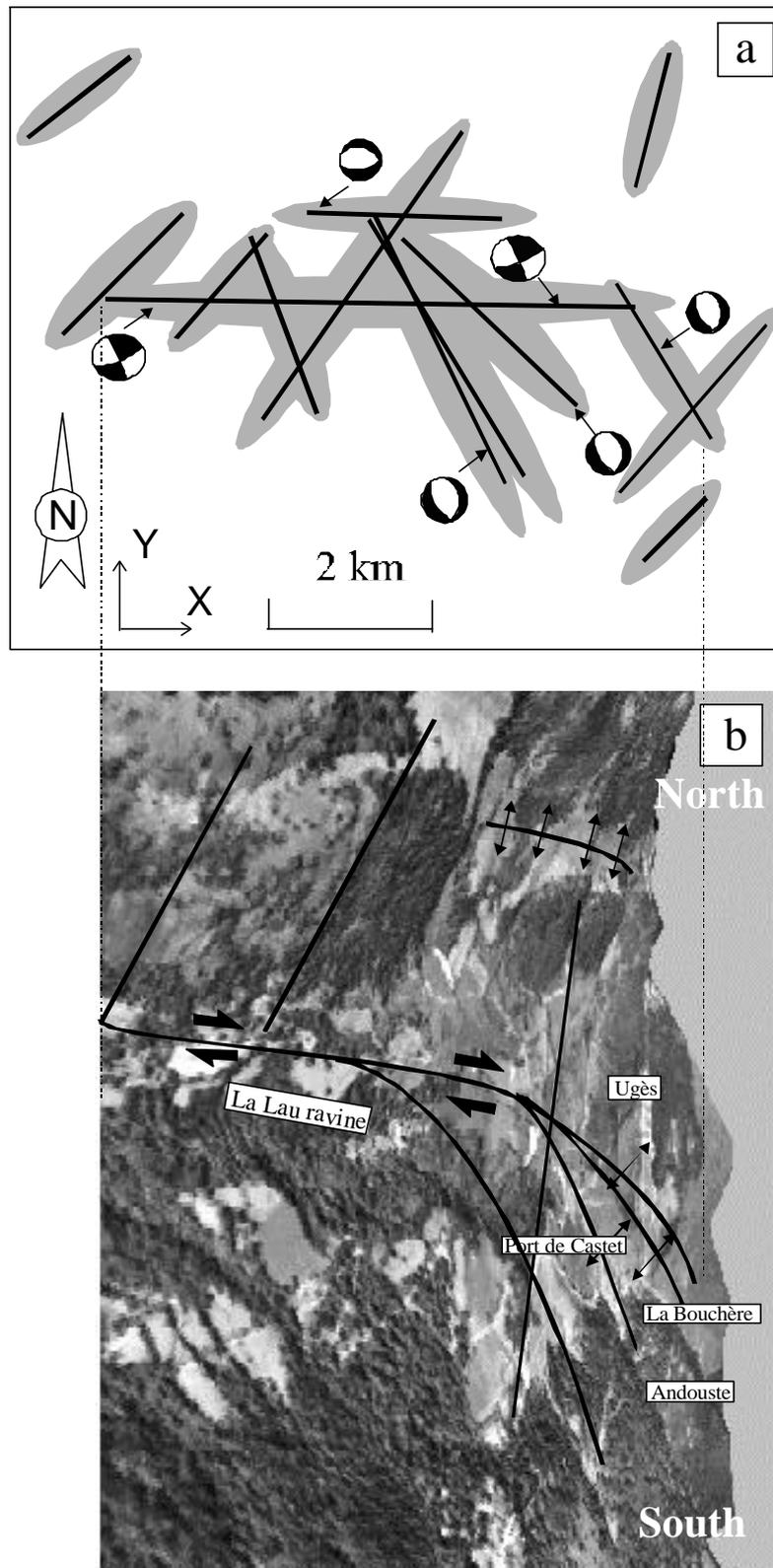
At intermediate scale: the  $N140^\circ$  and the  $N30^\circ$ - $N40^\circ$  lineaments. This representation of possible active rupture planes, displayed with

uncertainty envelopes ( $\pm 0.4$  km in the XY map), is called a “lineament map” and must be combined with complementary sismological and geomorphological data before any validation and interpretation.

### Geological validity of the lineament map

The combination of the possible reconstructed segment geometry with the focal mechanisms helps to determine the active rupture planes (Fig. 6.17a). Fault-plane solutions characterised by sub-vertical E-W and N-S nodal planes are nearly all associated with strike-slip motion as the E-W rupture. Fault-plane solutions characterised by NW-SE nodal planes are associated with normal motion as the NW-SE rupture. This structural pattern could be integrated in a local tectonic model which takes the form of a horse-tail termination of an E-W sub-vertical dextral strike-slip fault [Darrozes et al., 1998]. In addition, the “simplified map” has been combined with a DEM to confirm and precise the location of the rupture planes. The correlation between the detected active rupture planes and the main recent glacial morphologic markers [Lajournade, 1983; Würmian,  $\approx 100,000$  yrs B.P.] (Fig. 6.17b), is consistent with the proposed tectonic model of Darrozes et al. [1998].

The horse tail-termination model predicts the creation of a compressive zone to the north east and a tensional zone to the south east marked by a group of pure normal faults sub-parallel to the regional compression axis showing a decreasing angle when they come closer to the main strike-slip zone [e.g. Segall and



**Figure 6.17:** Reconstructed structural geometry and interpretation. **(a)** Combination of the simple epicentral map and fault-plane solutions. This structural pattern could be integrated in a local model which takes the form of an “horse tail” termination of an E-W and sub-vertical dextral strike slip fault [Darrozes et al., 1998]. **(b)** Combination of the reconstructed structural pattern and a DEM. Note the good spatial correlation between the detected active rupture planes and the main Würmian glacier valleys.

---

Pollard, 1980; Granier, 1985]. Further, such a horse-tail termination structure is known to result from a mechanical heterogeneity which hampers progression of the slip motion. This heterogeneity has already been evidenced by high-velocity contrast of the P seismic waves between 3 and 5.5 km at the eastern limit of the aftershocks zone (W 0°20' of longitude) [Grasso, 1983; Souriau and Granet, 1995] and has been interpreted as a seismic barrier for the propagation of the 1980 aftershock sequence [Grasso, 1983].

The outgrowth of the horse-tail termination structure would result from the oblique collision between the western and eastern upper crustal domains. This oblique collision would have started at least since the anti-clockwise rotation of the compression axis in the Oligocene [Hervouët, 1997]. The resulting motion is accommodated along an ancient E-W dextral strike-slip Thrust Zone.

It is worth noting that the NE-SW faults evidenced by the NOAWC procedure cannot be explained by the horse-tail model. They would behave as normal faults as indicated by the geomorphological markers. These steeply-dipping faults, more or less perpendicular to the regional NW-SE compression direction, may belong to areas where massive carbonates (now overlain by Würmian moraines) initially under compression were relaxed in tension at the end of the aftershock sequence.

## Conclusion

Due to the strong limitations of geological mapping of (1) surface exposure and (2) determination of fault-plane solution of seismic events

to characterise fault planes, mathematical investigation of spatial distribution of seismic events is proposed.

Using the local and multi-scale properties of the wavelet transform, allowing the investigation of multi-dimensional signals without condition or hypothesis on their nature, we developed the NOAWC method. This method underlines concentration of seismic events along alignments which are either mapped faults or “extra lines” with respect to these faults. In the latter case, further investigations are required to discern purely mathematical lineaments from newly-evidenced geological features which in turn reveal the complete geometry of the active rupture zone.

The procedure is completely determined by the specification of several parameters: the spatial resolution equal to the mean error location in the given 2D section of the seismic events, and the threshold value which is interactively chosen from the slope break of the wavelet coefficient histogram. As shown on synthetic and real data, the implementation of wavelet filtering picks out the significant features linked to the seismically active rupture planes accounting for uncertainty in the location of the seismic events. As illustrated on the 1980 Arudy ( $M = 5.1$ , French Pyrenees) earthquake sequence, the method is part of a quantitative, objective, computer-assisted analyses of large bodies of data. Coupled with fault-plane solutions of seismic events and geological mapping of fault surface exposure, when available, it provides key information for the reconstruction of the 3D structural geometry of the rupture zone.

---

## References

- Amorese, D., J.-L. Lagarde, and E. Laville, A point pattern analysis of the distribution of earthquake in normandy (France), *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89, 3, 742-749, 1999.
- Antoine, J.P., P. Carette, and R. Murensi, Image analysis with 2D continuous wavelet transform, *Signal Process.*, 31, 241-272, 1993.
- Barnolas, A., and J.C. Chiron, Synthèse Géologique et Géophysique – Volume 1: Introduction, Géophysique, Cycle Hercynien. Edition BRGM ITGE. 2 Vol., 1996.
- Bethoux, N., G. Ouillon, and M. Nicolas, The instrumental seismicity of the western Alps: spatio-temporal patterns analysed with the wavelet transform, *Geophys. J. Int.*, 135, 177-194, 1998.
- Castillo, D. A., and W.L. Ellsworth, Seismotectonics of the San Andreas fault system between Point Arena and Cape Mendocino in Northern California, implications for the development and evolution of a young transform, *J. Geophys. Res.*, 98, 6543-6560, 1993.
- Chapman, C., C.A. Powell, G. Vlahovic, and M.S. Sibol, A statistical analysis of earthquake focal mechanisms and epicenter locations in the eastern Tennessee seismic zone, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 87, 6, 1522-1536, 1997.
- Chui, C.K., An introduction to wavelets. Academic Press, Boston, MA, 266 pp., 1992.
- Darrozés, J., P. Gaillot, M. de Saint Blanquat, and J-L. Bouchez, Software for multi-scale image analysis: the normalised optimised anisotropic wavelet coefficient method, *Computers and Geosciences*, 23, 889-895, 1997.
- Darrozés, J., P. Gaillot, and P. Courjault-Radé, 2D propagation of a sequence of aftershocks combining anisotropic wavelet transform and GIS. *Phys. Chem. Earth*, 23, 303-308, 1998.
- Daubechies, I., *Ten lectures on wavelets*. CBMS-NSF Regional conference series in applied mathematics, *Society Industrial Appl. Math.*, 61, pp. 357, 1992.
- Eneva, M., and G.L. Pavlis, Application of pair analysis statistics to aftershocks of the 1984 Morgan Hill, California, earthquake, *J. Geophys. Res.*, 93, 9113-9125, 1988.
- Escalera, E., and H.T. MacGillivray, Topology in galaxy distributions: method for a multi-scale analysis. A use of the wavelet transform, *Astron. Astrophys.*, 298, 1-21, 1995.
- Fehler, M., L. House, and H. Kaieda, Determining planes along which earthquakes occur: method and application to earthquake accompanying hydraulic fracturing, *J. Geophys. Res.*, 92, 9407-9414, 1987.
- Frohlich, C., and S.D. Davis, Single-link cluster analysis as a method to evaluate spatial and temporal properties of earthquake catalogues, *Geophys. J. Int.*, 100, 19-32, 1990.
- Gagnepain-Beyneix, J., H. Haessler, and T. Modiano, The Pyrenean earthquake of february 29, 1980: an example of complex faulting, *Tectonophysics*, 85, 273-290, 1982.
- Gaillot, P., J. Darrozés, G. Ouillon, and M. de Saint Blanquat, The normalised optimised anisotropic wavelet coefficient (NOAWC) method: An image processing tool for multi-scale analysis of rock fabric, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 14, 1819-1822, 1997.
- Granier, T., Origin, damping, and fault pattern of development of faults in granite, *Tectonics*, 4, 721-737, 1985.
- Grasso, J.R., Three dimensional velocity image of a barrier associated with a moderate pyrenean earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 3, 229-232, 1983.

- Hagelberg, C., and J. Helland, Thin line detection in meteorological radar images using wavelet transforms, *Amer. Meteor. Soc.*, 12, 3, 633-642, 1995.
- Hauksson, E., L.M. Jones, and K. Hutton, The 1994 Northridge earthquake sequence in California: seismological and tectonic aspects, *J. Geophys. Res.*, 100, 12,335-12,355, 1995.
- Hervouët, Y., Deformations alpines, inversion tectonique négative et karstogène, exemple de la Pierre Saint-Martin (Pyrénées Atlantiques, France), *Bulletin de la Société Géologique de France*, 168, 663-674, 1997.
- Kagan, Y. Y., Spatial distribution of earthquakes : the three points moment function, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 67, 697-717, 1981a.
- Kagan, Y. Y., Spatial distribution of earthquakes : the four points moment function, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 67, 719-733, 1981b.
- Kagan, Y. Y., and L. Knopoff, Statistical search for non-random features of the seismicity of strong earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 12, 291-318, 1976.
- Kagan, Y., and L. Knopoff, Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 55, 67-86, 1978.
- Kagan, Y., and L. Knopoff, Stochastic synthesis of earthquake catalogues, *J. Geophys. Res.*, 86, 2853-2862, 1981.
- Kanamori, H., and E. Boschi, Earthquakes, Observation, Theory and Interpretation, edited by H. Kanamori and E. Boschi, pp. 596, North-Holland, New York, 1983.
- Lajournade, C., Géomorphologie glaciaire de la vallée de Castet (Vallée d'Ossau, Pyrénées Atlantiques), DEA Géographie: Héral G., and G. Hubschman.(Dir), Université de Toulouse le Mirail, 1983.
- Meyer, Y., and S. Roques, Progress in wavelet analysis and applications, edited by Y. Meyer and S. Roques, pp. 785, Frontières, Paris, 1993.
- Ouchi, T., and T. Uekawa, Statistical analysis of the spatial distribution of earthquakes - variation of the spatial distribution of earthquakes before and after large earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 44, 211-225, 1986.
- Ouillon, G., D. Sornette, and C. Castaing, Organisation of joints and faults from 1 cm to 100 Km scales revealed by optimized anisotropic wavelet coefficient method and multifractal analysis, *Nonlin. Proc. Geophys.*, 2, 158-177, 1995.
- Ouillon, G., C. Castaing, and D. Sornette, Hierarchical geometry of faulting, *J. Geophys. Res.*, 101, 5477-5487, 1996.
- Prozorov, A.G., and A.M. Dziewonski, A method of studying variations in the clustering property of earthquakes : application to the analysis of global seismicity, *J. Geophys. Res.*, 87, 2829-2839, 1982.
- Reasenber, P., Second-order moment of central California seismicity, *J. Geophys. Res.*, 90, 5479-5495, 1985.
- Robertson, M.C., C.G. Sammis, M. Sahimi, and A. Martin, The 3D spatial distribution of earthquakes in southern California with a percolation theory interpretation, *J. Geophys. Res.*, 100, 609-620, 1995.
- Segall P, and D. Pollard, Mechanics of discontinuous faults, *J. Geophys. Res.*, 85, 4337-4350, 1980.
- Souriau, A., and M. Granet, A tomographic study of the lithosphere beneath the Pyrenees from local and teleseismic data, *J. Geophys. Res.*, 100, 18117-18134, 1995.
- Suzuki, Z., and K. Suzuki, On space distribution function of earthquakes, *Sci. Rep. Tohoku Univ.*, 5<sup>th</sup> Ser. (Geophys.), 17, 9-23, 1965.

---

Suzuki, Z., and K. Suzuki, Change in spatial distribution of earthquakes against hypocentral depth, *Sci. Rep. Tohoku Univ., 5<sup>th</sup> Ser. (Geophys.)*, 17, 159-168, 1966.

Vere-Jones, D., Space-time correlations for microearthquakes - a pilot study, *Adv. Appl. Prob. Suppl.*, 10, 73-87, 1978.

## **4 Propagation bi-dimensionnelle d'une séquence de répliques. Etude combinant Transformée en ondelettes anisotropes et SIG**

Nous reprenons, ici, les détails de l'analyse de la séquence de répliques du séisme d'Arudy ( $M = 5.1$ , 20/02/1980) en insistant particulièrement sur l'intégration des résultats de la NOAWC, des solutions focales et des marqueurs géologiques-géomorphologiques disponibles dans un Système d'information Géographique (SIG). A partir du modèle tectonique local, déduit des données précédentes, la propagation de la séquence de répliques pendant la relaxation progressive de la zone de rupture est présentée.

Article publié dans *Physics and Chemistry of the Earth*, Vol **23**, No. 3, pp. 303-308, 1998.

Titre et résumé en Français:

**Propagation bi-dimensionnelle d'une séquence de répliques. Etude combinant Transformée en ondelettes anisotropes et GIS.**

Cette étude est basée sur l'ensemble des données sismiques (localisation et solutions focales) de la séquence de répliques suivant le séisme d'Arudy ( $M = 5.1$ , 29/02/1980, Pyrénées Occidentales). Ces données ont été complétées par l'identification de possibles plans de ruptures via un filtrage en ondelettes anisotropes (méthode NOAWC) ainsi que par des données géomorphologiques (géologie virtuelle utilisant MNT et photographies aériennes). Le traitement et la mise en relation de ces divers ensembles de données ont été réalisés au sein d'un Système d'Information Géographique (SIG). Un modèle tectonique local et des images de la propagation bi-dimensionnelle de la rupture postérieure au choc principal sont présentés.

---

## 2D PROPAGATION OF A SEQUENCE OF AFTERSHOCKS COMBINING ANISOTROPIC WAVELET TRANSFORM AND GIS

José Darrozes, Philippe Gaillot, and Pierre Courjault-Radé.

Laboratoire de Péetrophysique et Tectonique - UMR 5563 (CNRS & OMP)  
38 rue des 36 Ponts F-31400 Toulouse

**Abstract** - This study is based on a data set of aftershocks (location, fault-plane solutions) following the  $M = 5.1$  Arudy earthquake (02/29/80, French Western Pyrenees), and complementary geomorphological data (virtual geology using DEM and aerial photography). Data processing using Geophysical Information System are combined with identification of multi-structures based on the anisotropic wavelet formalism (NOAWC method). A local tectonic model and images of 2D propagation of the post-mainshock rupture are presented.

### 1 Introduction

A main objective in seismo-tectonic investigation is to identify, at all scales, the planes which have undergone rupture at the time of a given aftershocks sequence.

Commonly, their identification comes from the epicentral distribution pattern depicted by the aftershocks sequence, and adequate analysis of the available fault-plane solutions. Both data set are combined with a structural framework built on the geological knowledge of the area. This pre-established framework is chosen to fit statistically as best as possible with one of the two possible directions given by the nodal planes (Rigo et al., 1997; Pauchet et al., 1999). But indeterminations may

occur when directions of faulting are various, a common situation (cf. Hauksson et al., 1995) in the case of uppermost crust (the upper 5-4 km).

In addition, the propagation of a shallow post-mainshock rupture is mostly controlled by the local present-day state of stress which integrates a number of interactions with the highly fractured crust (Bernard, 1992). Under these mechanical conditions, the active rupture planes not only depend on the geology but also on the stress state at the time of the seismic rupture (see Ito and Matsuzaki, 1990 among others). This present-day state of stress cannot be exactly the same to the one deduced from the given structural framework. Consequently, the rupture planes acting at the time of the post-mainshock rupture propagation do not necessarily fit, at all scales, with the pre-established spatial organisation of the faults. A more accurate spatial definition of the present-day active faulting network can be obtained by combining the geomorphological features with the epicentral distribution and fault-plane solutions analysis (cf. Bürgmann et al., 1994).

This paper aims at promoting a procedure of detection of faults seismically activated, based on (i) a new objective and automatic method, namely the Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method, which allows to detect the linear structures according to

their direction and wavelength, of a given set of epicentres; and (ii) a combination of the interest lineaments map with data of various origins as fault-plane solutions and geomorphological markers. A local tectonic model without any pre-conceived structural hypothesis is derived, and analysis and visualisation of the propagation of the rupture is then carried out.

This procedure, combining 2D anisotropic wavelet analysis and a Geophysical Information System (GIS) is illustrated by an example coming from the French Western Pyrenees. In this area, a  $M = 5.1$  earthquake occurred on the 02/29/80 (the so-called Arudy earthquake). It is followed by a number of  $M \geq 1.5$  aftershocks, recorded both by the permanent Arette network and a temporary network deployed just after the mainshock (cf. details in Gagnepain-Beyneix et al., 1982).

## 2 Wavelet Transform Analysis

### 2.1 Wavelet Transform formalism

The efficiency of wavelet theory in image processing was demonstrated and popularized by Antoine et al. (1992, 1993) and Meyer and Roques (1993). The 2D continuous Wavelet Transform (WT) helps in deciphering signals in which the different spatial scales are unravelled using a battery of filters called wavelets. The filters themselves derive from the « Anisotropic Mexican hat » mother function  $\Psi_s$  whose equation is given by:

$$\Psi_s(\vec{x}) = \Psi_s(x_x, x_y) = \left(2 - \frac{x_x^2}{s^2} - x_y^2\right) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_x^2}{s^2} + x_y^2\right)} \quad (1)$$

The «Anisotropic Mexican Hat» function is chosen because we aim at detecting alignments of objects and also because the filtering of this function resembles that of the Gaussian error function. The great flexibility of WT analysis authorises both multi-scale and local analysis. The detection of aftershocks alignments by WT analysis will depend on: the resolution  $a$ ; the translation vector,  $\vec{b} = (bx, by)$ , particularly suited for a local analysis (variation of  $\vec{b}$  represents the “sliding” of the wavelet over the 2D signal image); the shape ratio,  $\sigma$ , of the wavelet which allows, by variation of  $a \cdot \sigma$  (long axis of wavelet), detection of various scales; and the azimuth of the long axis of the wavelet,  $\theta$ . The wavelet transform  $C(a, \vec{x}, \sigma, \theta)$  of a signal  $I(\vec{x})$  is the convolution of  $I(\vec{x})$  with the analysing wavelet  $Y(a, \vec{b}, \sigma, \theta)$ :

$$C(a, \vec{x}, \sigma, \theta) = Y(a, \vec{x}, \sigma, \theta) \otimes I(\vec{x}) \quad (2)$$

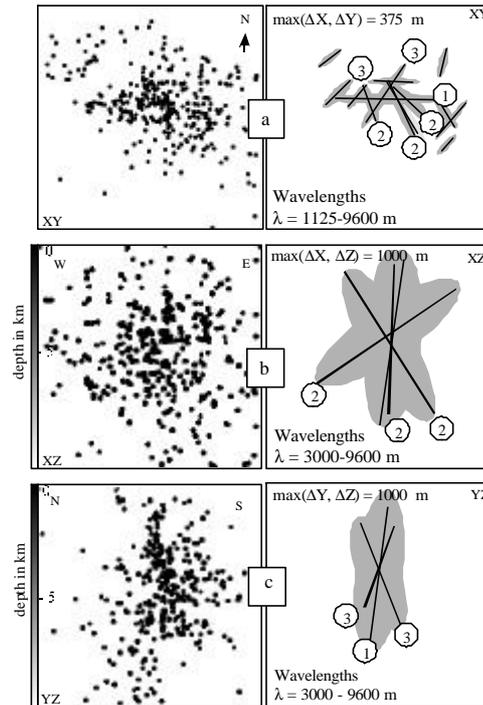
For each analysing wavelet, the signal is transformed by the convolution into a set of coefficients  $C$ . It is called the wavelet image and is represented by a map of coefficients. At a given position  $\vec{x} = \vec{b}$ , the wavelet coefficient  $C(a, \vec{b}, \sigma, \theta)$  contains all the information needed for the present analysis. Due to its intrinsically multi-scale and local properties, the WT analysis allows detection of small structures superimposed onto larger ones. A constant signal will produce null coefficients; in contrast, if the signal presents some irregularity, the wavelet will react by producing locally high coefficients. The strongest coefficients will point out the best match, in terms of location, shape ratio, scale and orientation, between the analysing filter and the group of

aftershocks. A given filter will detect only clusters of aftershocks having the same geometrical parameters (size, shape ratio, orientation). Hence an objective detection of each organisation level of an image will require to analyse each point of the 2D signal with all the possible discretised  $\theta$  and  $\sigma$  values. The tremendous amount of data which is produced is reduced by developing a method extended from the algorithms of Ouillon et al. (1995).

## 2.2 NOAWC Method

The NOAWC method (cf. Darrozes et al., 1997) consists in selecting, in each point of the original image and among all the possible filters, the wavelet which produces the highest coefficient. After normalisation and extraction of the strongest coefficients, the selection of the corresponding data lead to the resulting interest maps. The wavelet filter parameters have been selected as follows: (i) the spatial resolution (= a parameter) is equal to the maximum mean error of epicentres location ( $\Delta x$  for section XY and  $\Delta z$  for XZ and YZ sections); (ii) length of the wavelet, or shape ratio ( $\sigma$  parameter), varies from  $3 \times a$  up to the image size with  $a/2$  incremental steps. Orientation  $\theta$  of the wavelet varies from  $0^\circ$  to  $180^\circ$  by  $10^\circ$  steps.

The NOAWC procedure has been performed on the Arudy aftershocks distribution in the 3 orthogonal sections: XY, XZ and YZ (Figs. 6.18a, 6.18b & 6.18c). The XZ and YZ vertical sections of the aftershocks distribution show that aftershocks mostly belong to a sub-vertical plane (Figs. 6.18b & 6.18c).



**Figure 6.18:** Distribution of the aftershocks sequence in 3 perpendicular sections. Lineaments are plotted: 1, EW; 2, NW-SE; 3, NE-SW with their location and incertitude envelops.

The calculated map shown in figure 6.18a represents the combination of the detected linear structures according to the different values of the wavelength ( $\lambda = a\sigma$ ) and orientation ( $\theta$ ). It leads to identify the short, medium and long linear structures combined with their orientations (Fig. 6.18). Incertitude of localisation has been determined by Gagnepain-Beyneix et al. (1982) on the basis of 3 layers/1-dimensional velocity model. The resulting incertitude in the detection alignments is represented by the envelop of possible results (shaded in Fig. 6.18) taking into account the uncertainties in localisation of shocks, 0.8 km in horizontal section and 2 km in the vertical ones. Three directions of linear structures are detected: E-W, NW-SE and NE-SW in XY section (Fig. 6.18a); their sub-vertical nature is evidenced both in the XZ and YZ sections (Figs. 6.18b & 6.18c).

---

The E-W family (1) corresponds to the longest structure. The NW-SE family (2) is represented by two alignments of different lengths spatially connected with the E-W structure. Finally, the NE-SW family (3) is the most represented, and corresponds to several short to medium size alignments.

The above detected linear structures are considered to represent the three main groups of planes which have undergone rupture during the aftershock sequence related to the 1980 Arudy earthquake. Motion along these rupture planes can be determined by plotting the available fault-plane solutions on this lineament map.

### 3 Geophysical Information System Tool

#### 3.1 Available Fault-Plane Solutions

Two groups of faults can be distinguished on the basis of the available nodal planes given by Gagnepain-Beyneix et al. (1982):

- (i) one group is characterised by sub-vertical E-W and N-S nodal planes with a main strike-slip component and a minor component which is either normal for the E-W planes or inverse for the N-S planes ;
- (ii) in the second group both nodal planes are NW-SE in strike, the main component is normal and a minor strike-slip component may be present. Combining these groups with the lineaments of the NOAWC map leads to the following: the aftershocks of the first group (E-W nodal plane and main strike-slip component) are, but a few exceptions, associated with the principal E-W lineament of the map;
- (ii) the aftershocks of the second group (single or dominant normal

component, and NW-SE nodal planes) are associated with the NW-SE lineaments,

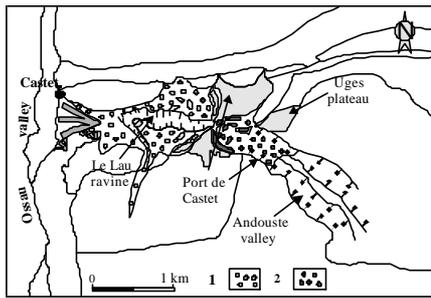
(iii) no fault-plane solution associated with the NE-SW lineaments is available from the data set of Gagnepain –Beyneix et al. (1982) in spite of the rather high density of the aftershocks related to this family.

#### 3.2 Geomorphological data

The 3D geomorphological information has been extracted from a Digital Elevation Model (1/25 000,  $\Delta h \pm 5m$ ) built out of the topographic map, and combined with a digitised aerial photography of the same area that has then been ortho-corrected in Lambert III coordinates.

Geomorphologically, the epicentral distribution of the Arudy earthquake sequence coincides with the transition zone between two Würmian ( $\approx 80,000$  years B.P.) glaciers of distinct origin (Fig. 6.19):

- (i) the first glacier, located to the west, is a branch of the main N-S Ossau valley system;
- (ii) the second glacier, located to the east, is formed by the junction of two smaller systems originating from the local highs.
- (iii) Le Lau ravine (Fig. 6.20a) : this small valley coincides with the main E-W linear structure evidenced by the NOAWC procedure (Family 1). The available fault-plane solutions call for a dextral strike-slip along an E-W and sub-vertical linear structure, with a minor normal component. This configuration strongly suggests that localisation of the Le Lau ravine has been controlled by a dextral strike-slip fault.

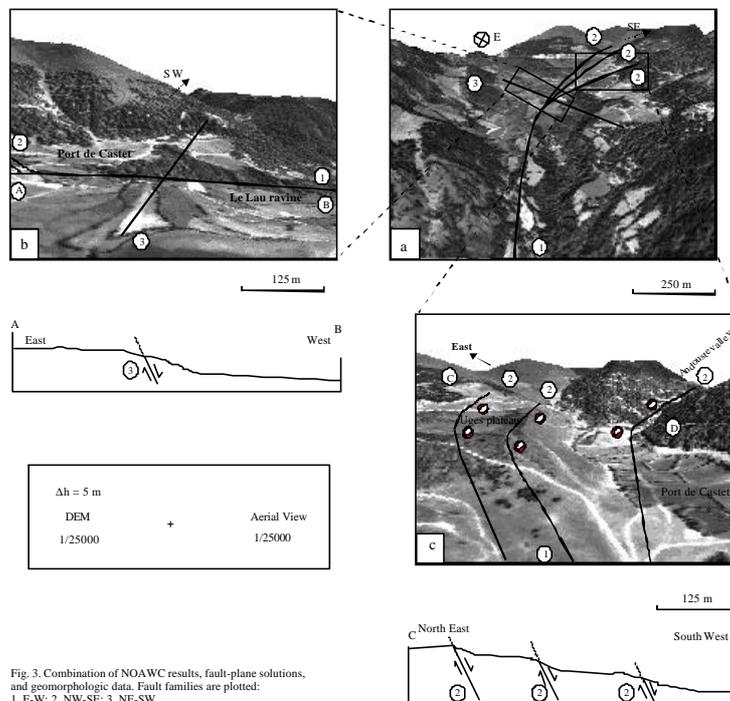


**Figure 6.19:** Geomorphologic sketch map. 1, Ossau-derived moraines; 2, local-glacier derived moraines.

The Andouste valley / Ugès Plateau / Port de Castet area (Fig. 6.20b) : this area corresponds to a main NW-SE-trending oriented valley which coincides also with a NW-SE linear structure (Family 2). Associated aftershocks are characterised by normal movements on NW-SE striking planes. The geomorphological features are marked by a succession of NW-SE half-graben structures and agree with

the above data. They strongly suggest that development of the NW-SE glacier valley has been controlled by NW-SE normal faults (Fig. 6.20b).

The junction between the Ossau branch and the local glacier (Fig. 6.20c) : among the NE-SW lineaments, one of them is at the border of the two glaciers and is underlined by the following geomorphological features: (i) a frontal morainic accumulation (up to 15m thick), that originates from the Ossau branch, and (ii) a sharp contrast of slope angle, from horizontal in the Port de Castet plateau to the steep valley of Le Lau ravine. These features suggest that the NE-SW linear structures coincide with rupture planes which have acted as tensional faults during the glacial Würmian phase, and they likely behave as such presently (Fig. 6.20c).



**Fig. 3.** Combination of NOAWC results, fault-plane solutions, and geomorphologic data. Fault families are plotted: 1, E-W; 2, NW-SE; 3, NE-SW

**Figure 6.20:** Combination of NOAWC results, fault-plane solution and geomorphologic data. Fault families are plotted: 1, E-W; 2, NW-SE; 3, NE-SW.

## 4 Local Tectonic Model

A local tectonic model derived from the latter data sets takes the form of a “horse-tail” termination of an E-W and sub-vertical dextral strike-slip fault (Fig. 6.21).

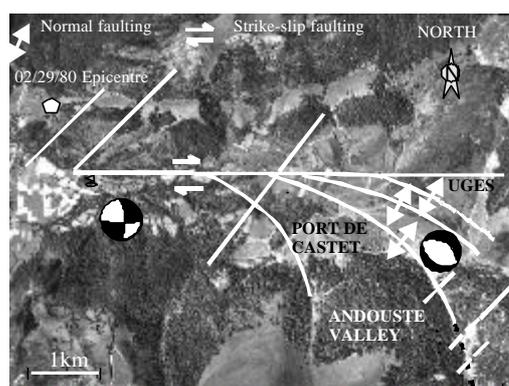


Figure 6.21: Local tectonic model.

This model has the advantage to take simultaneously into account the dextral E-W strike-slip and normal NW-SE faulting. This agrees with the larger scale sub-horizontal NW-SE trend of the regional principal direction of compressive stresses (Froidevaux et al., 1980). Dextral faulting along E-W, recorded by the aftershocks, is likely identical to the principal faulting making the regional seismicity (Gagnepain-Beyneix et al., 1982).

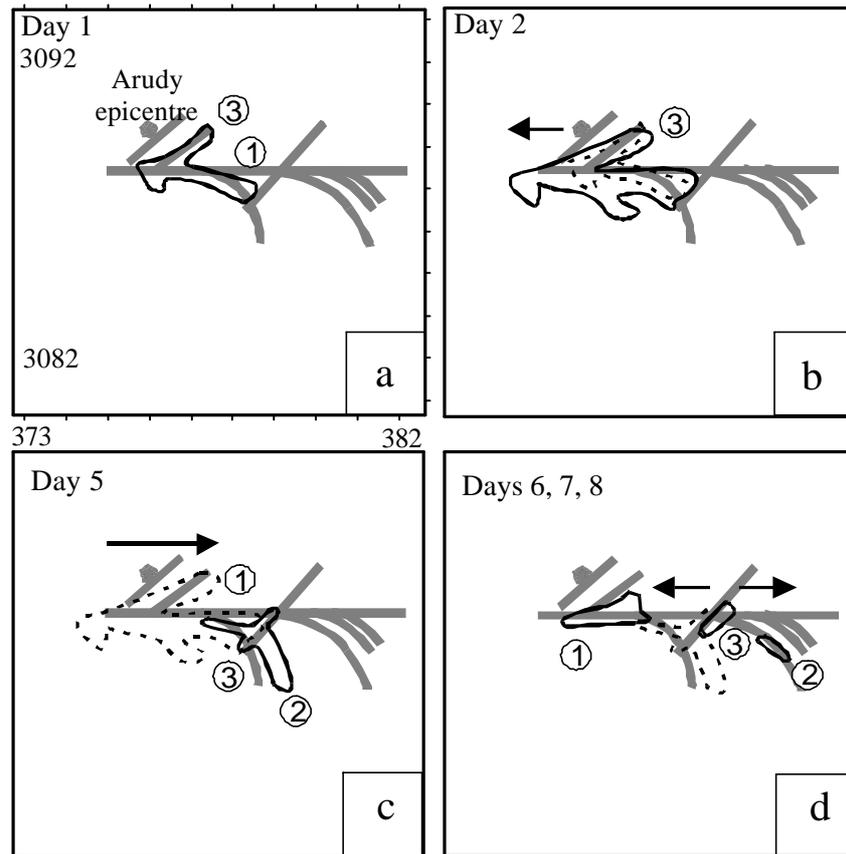
The NE-SW faults are not explained by the simple horse-tail model. These steeply dipping faults, more or less perpendicular to the regional compressive direction, may however belong to areas where the massive Mesozoic limestones initially under compression were relaxed in tension as suggested by the geomorphological data (cf. Fig. 6.20c).

## 5 Visualisation of the Aftershocks Sequence Propagation

The accurate localisation (and timing) of the seismogenic faults together with the availability of a local tectonic model allow to visualise the rupture propagation (Fig. 6.22). Localisation and timing of the aftershocks are well documented during the first eight days after the mainshock, representing about 80% of the  $M \geq 1.5$  seismic events. Only the seismic events that occurred at depths less than 5-4 km have been taken into account. The seismic activity of  $M \geq 1.5$  shocks was relatively quiet during days three and four; this is attributed to the achieved relaxation at the very vicinity of the mainshock area.

During day one (Fig. 6.22a), the seismic activity is restricted to a small zone close to the mainshock epicentre ; it concerns a segment of the main E-W dextral strike-slip fault and only one NE-striking fault; during day 2 (Fig. 6.22b), the seismic activity migrated to the west, keeping along the E-W strike-slip fault, but again concerning also some NE-faults.

During day five (Fig. 6.22c) the activity migrated to the east and the first branch of the NW-striking normal fault-system was activated, together with the median NE-fault ; simultaneously, a decrease of the seismic activity along the main E-W fault is observed. During days six to eight, the seismic activity continued to decrease, with (Fig. 6.22d) (i) a rebound to the west along the E-W strike-slip fault, and (ii) jump to the east, along other NW-trending normal faults. A few events were still associated to the NE-striking median fault.



**Figure 6.22:** Time evolution of the rupture propagation. Faultfamilies are potted: 1, EW; 2, NW-SE; 2, NE-SW. Coordinate in Lambert III.

## 6 Conclusion

Identification of rupture planes which act during relaxation of a moderate-shallow earthquake is complex due to a number of interactions with the highly fractured uppermost crust. It requires an objective data processing method (wavelet analysis) which allows to pick out the linear structures among a given set of hypocenters, along with an accurate superposition of different data sets, namely the seismic, the geological and geomorphological data.

Association of multi-scale analysis using an anisotropic wavelet transform approach into a Geophysical Information System is a very efficient way to achieve such a goal. The results are stable for scales at least equal to 3

$x \max(\Delta X, \Delta Y)$  in the horizontal plane, and  $3 \times \Delta Z$  in the vertical planes. The geomorphological features of this study agree with the rupture planes identified by the wavelet approach. This combination of multiple approaches increases therefore the confidence level of the resulting local tectonic model. In turn, this local tectonic model may help in analysing the seismic data in terms of rupture propagation in the area under progressive relaxation.

*Acknowledgements.* We thank Jean Luc Bouchez (UMR 5563) and Keith Benn (Univ. Of Ottawa) for stimulating discussions and improvement of the English. Detailed reviews of two anonymous reviewers are acknowledged. The Région Midi-Pyrénées and l'Institut des Sciences de la Terre (Toulouse) are acknowledged for financial support (imagery equipment).

---

## References

- Antoine, P., Murezni, R., Piette, B. and Duval-Destin, M., Image analysis with 2D continuous wavelet transform: detection of position, orientation and visual contrast of simple objects, In "Wavelets and applications", Y. Meyer Ed., Masson, Paris, 1992.
- Antoine, J.P., Carrette, J.P., Murezni, R., Piette, B., Image analysis with two-dimensional continuous wavelet transform, *Signal Processing*, 31, 241-272, 1993.
- Bernard, P., Plausibility of long distance electrotelluric precursors to earthquakes, *Journ. Geophys. Research.*, 97, 17, 531-17, 546, 1992.
- Bürgmann, R., Arrowsmith, R. and Dumitru, T., Rise and fall of the southern Santa Cruz mountains, California, from fission tracks, geomorphology and geodesy, *Journ. Geophys. Research*, 99, 20, 181-20, 202, 1994.
- Darrozes, J., Gaillot, P., de Saint-Blanquat, M. and Bouchez, J.L., Software for multi-scale image analysis: The Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method, *Computer and Geosciences*, in print.
- Froidevaux, C., Paquin, C., and Souriau, M., Tectonic stresses in France: in situ measurements with a flat jack, *Journ. Geophys. Research*, 85, 6342-6346, 1980
- Gagnepain-Beyneix, J., Haessler, H. and Modiano, T., The Pyrenean earthquake of february 29, 1980: an example of complex faulting, *Tectonophysics*, 85, 273-290, 1982.
- Hauksson, E., Jones, L.M. and Hutton, K., The 1994 Northridge earthquake sequence in California: seismological and tectonic aspects, *Journ. Geophys. Research*, 100, 12, 335-12, 355, 1995.
- Ito, K. and Matsuzaki, M., Earthquakes as a self-organized critical phenomena, *Journ. Geophys. Research*, 95, 6853-6860, 1990.
- Meyer, Y. and Roques, S. (Eds.), *Progress in wavelet analysis and applications*, Proc. Int. Conf. Toulouse, Ed. Frontières, Gif-sur-Yvette, 1993.
- Ouillon, G., Sornette, D. and Castaing, C., Organisation of joints and faults from 1cm to 100 km revealed by optimized anisotropic wavelet coefficient method and multifractal analysis, *Nonlinear Proc. Geophys.*, 2, 158-177, 1995.
- Pauchet, H., Rigo, A., Rivera, L and Souriau, A., A detailed analysis of the february 1996 aftershock sequence in the eastern Pyrenees, France, *Geophys. J. Int.*, 137, 107-127, 1999.
- Rigo, A., Olivera, C., Souriau, A., Figueras, S., Pauchet, H., Grésillaud, A. and Nicolas, M., The february 1996 earthquake sequence in the eastern Pyrenees: first results, *Journal of Seismology*, in print.

---

## 5 Conclusion

Malgré les nombreuses méthodes développées pour caractériser la distribution spatiale des séismes, nous avons voulu développer une méthode apte à souligner, localement, les organisations liées aux amas de sismicité. De par leurs propriétés (analyse locale et multi-échelles) et leur souplesse, les ondelettes anisotropes bi-dimensionnelles sont particulièrement bien adaptées à la détection et à la quantification géométrique de ces amas. Cependant, même si l'analyse proposée nécessite aucun a priori sur la nature des données et tient intrinsèquement compte des erreurs de localisation, elle reste purement mathématique. Là est sa force (pas d'a priori, objectivité) et sa faiblesse (absence de justification physique).

En effet, l'analyse met en évidence des organisations soulignées par des amas de tailles et d'orientation différentes. Ces amas correspondent soit (1) à des failles cartographiées, et dans ce cas la mise en évidence d'une faille active ne nécessite pas de preuve formelle, soit (2) à des failles non cartographiées. Dans ce dernier cas, les structures détectées peuvent alors être purement dues à des artefacts mathématiques, ou bien, correspondre à des failles non encore documentées, et ainsi révéler la géométrie complète du réseau de failles actives.

Pour trancher entre artefact ou réalité géologique, les résultats géoréférencés des ondelettes servent alors de cadre à une confrontation avec des données indépendantes (ex. : solutions focales, marqueurs géologiques et géomorphologiques, ...). Illustrée sur la séquence de répliques du séisme d'Arudy (29/02/1980), la mise en relation des différents jeux de données autour d'une géométrie possible permet de vérifier la pertinence des alignements détectés, puis de proposer et valider un modèle tectonique local rendant compte des contraintes géologiques, géophysiques et mécaniques connues pour la région..

Comme en témoigne le développement tri-dimensionnel (isotrope) de cette approche (Bethoux et al., 1998), les ondelettes peuvent apporter une contribution originale aux études sismo-tectoniques.

---

## Conclusion générale et perspectives

---

*Savoir pour bien Voir,  
Bien voir pour Comprendre,  
Et comprendre pour Savoir.*

Les travaux proposés dans ce mémoire concernent le traitement de données géologiques et géophysiques. Les propriétés de l'analyse par ondelettes continues nous ont fasciné parce qu'elles sont particulièrement bien adaptées pour ces données. En effet, les ondelettes sont à même d'effectuer des analyses locales et une décomposition des signaux à différentes échelles. Les diverses contributions d'un signal peuvent alors être séparées. De cette façon, le caractère multi-échelles et/ou non stationnaire des signaux est pris en compte de manière optimale. On peut alors quantifier et mettre en relation divers ensembles de données.

Même si nous avons formellement montré que du fait de leurs avantages (pas d'hypothèse requise sur la nature du signal analysé ; analyse locale et multi-échelles) les ondelettes offrent à la fois souplesse et polyvalence, nous aimerions rappeler en conclusion que :

- *Non*, les ondelettes ne doivent pas être employées partout et n'importe comment. Leur emploi doit reposer sur des considérations théoriques associant formalisme et limitations mathématiques (principe d'incertitude, effets de bords) à la théorie physique des signaux que l'on désire analyser. Car,

- *Oui*, les ondelettes n'expliquent rien, et là est toute leur puissance. Elles décrivent. « Eclatant » l'information dans une nouvelle représentation, elles ne sont pas subjectives et restent fidèles au signal analysé. Et comment acquérir l'intuition menant à la résolution d'un problème complexe si l'on ne dispose pas d'une description et d'une quantification fiables ? Les ondelettes servent avant tout à cela : accéder à une description quantitative d'un système apte à dévoiler ses hétérogénéités, singularités et interactions à différentes échelles.

Ainsi,

- appliquée à l'étude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre, la ré-inspection des enregistrements magnétiques du site Ocean Drilling Program 983, caractérisés par des composantes significatives à des fréquences correspondant aux paramètres orbitaux de la Terre, a permis d'opter pour une origine lithologique plutôt qu'une expression de la géodynamo elle-même. On confirme ainsi la représentativité de l'enregistrement de paléointensité et sa possibilité à le corréliser avec d'autres enregistrements mondiaux ;

- dans le cadre de la surveillance sismique, nous avons développé un algorithme de pointé automatique des phases sismiques. Utilisées comme des filtres passe-bande naturellement bien localisés en temps et en fréquence, nous avons montré que les ondelettes permettent de détecter, de distinguer et de pointer des séismes proches et lointains, en rejetant les pointés incertains et le bruit.

---

- basée sur des développements méthodologiques liés à l'étude bi-dimensionnelle des champs de galaxies et des champs de fractures, nous avons développé une nouvelle méthode pour l'étude des organisations minérales des roches granitiques. Nous avons pu, ainsi détecter et quantifier en termes de taille, forme, orientation et distribution spatiale, les différents niveaux d'organisation minérale, ce qui conduit à mieux cerner l'histoire dynamique et cinématique des massifs étudiés ;

- l'application de cette méthodologie à l'étude de la distribution spatiale des séismes, dont en particulier, la séquence de répliques du séisme d'Arudy de 1980 (M=5.1, Pyrénées Orientales) a permis d'identifier de possibles plans de rupture qui combinés avec les mécanismes au foyer disponibles et des marqueurs géologiques et géomorphologiques ont conduit à proposer et valider un modèle tectonique local sous la forme d'une terminaison en queue de cheval d'orientation E-W.

Les perspectives ouvertes par ce mémoire laissent présager d'un champ énorme de développement d'outils et de réflexions nouvelles. Même si les problèmes abordés dans cette thèse ont concerné exclusivement des données mono-dimensionnelles et des données binaires (noir et blanc) bi-dimensionnelles, la voie est ouverte pour étendre les méthodologies précédentes à des données bidimensionnelles non-binaires (couleur ex : relations multi-échelles entre topographie et anomalie de gravité) et tri-dimensionnelles (volume de roche ou sismicité). Dans ce cadre, les domaines d'application sont très nombreux.

---

# Appendices

*Il résulte [...] que si l'on propose une fonction  $f(x)$ , dont la valeur est représentée dans un intervalle déterminé, depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = X$ , par l'ordonnée d'une ligne courbe tracée arbitrairement on pourra toujours développer cette fonction en une série qui ne contiendra que les sinus, ou les cosinus, ou les sinus et les cosinus des arcs multiples ou les seuls cosinus des multiples impairs.*

*Joseph Fourier, Théorie analytique de la Chaleur, Chap III, Section VI, Art. 325 (1822).*

Cet appendice mathématique détaille quelques aspects techniques du traitement du signal liés à différentes représentations de celui-ci. En particulier, nous nous focalisons sur la transformée de Fourier et la transformée de Fourier à fenêtre glissante, la notion de fréquence instantanée et la transformée de Hilbert ainsi que sur l'inégalité de Gabor et la transformée du même nom. Nous finissons cet exposé par la transformation de Wigner-Ville, un rapide aperçu de la TO discrète ainsi qu'une présentation de la transformation en « chirplets », un formalisme général fournissant un cadre commun pour la comparaison des différentes méthodes « espace-fréquence ». Des développements plus complets peuvent être trouvés dans les ouvrages de Max et al. (1985) et Max et al. (1987).

- 1 Transformée de Fourier (TF) et TF à fenêtre glissante
- 2 Fréquence instantanée et Transformée de Hilbert
- 3 Inégalité de Gabor – Représentation de Gabor
- 4 Représentation de Wigner-Ville
- 5 Propriétés de la Transformée en ondelettes continues
- 6 Transformée en ondelettes discrètes
- 7 Transformée en chirplets

---

---

# Appendice Un

## Transformée de Fourier et TF à fenêtre glissante

---

### 1 Introduction

La représentation des signaux fut pendant longtemps un sujet rarement abordé de front, tant paraissait naturelle la représentation temporelle, spatiale ou spatio-temporelle. Notons cependant l'usage déjà ancien de l'analyse harmonique (ou spectrale) qui conduit à la représentation fréquentielle. La représentation temporelle et la représentation fréquentielle sont liées par la Transformée de Fourier. Un signal  $f(t)$  lié à un phénomène physique n'en possède pas moins plusieurs représentations. Ces représentations sont liées à des bases de fonctions permettant la projection (ou décomposition) du signal. Marr (1982, p. 21) note que « *Chaque représentation particulière fournit explicitement certaines informations au dépend d'autres mises en arrière et qui peuvent être difficiles à retrouver. Ce point est important car la manière dont l'information est représentée peut fortement modifier la facilité avec laquelle on en percevrait les différents éléments.* ». Ainsi le but de l'analyse est un guide pour la sélection d'une représentation (base) particulière.

### 2 Formalisme

La base la plus connue est la base d'exponentielles complexes  $e^{2\pi i n t}$  utilisées dans l'analyse harmonique (Transformée de Fourier).

La transformée de Fourier lie  $F(\nu)$  à  $f(t)$  par les relations :

$$\hat{f} = F(\mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i n t} dt \quad \text{Ap1}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathbf{n}) e^{+2\pi i n t} d\nu \quad \text{Ap2}$$

Le caractère biunivoque de cette transformation (désormais notée TF) et son adéquation pour décrire des signaux d'énergie finie (ou de puissance moyenne finie) en font un outil fondamental dans l'analyse des signaux. Le caractère génial de la méthode de Joseph Fourier est dû à l'expression simple ramenant  $f(t)$  à une combinaison linéaire d'ondes monochromatiques planes et de régime permanent  $e^{2\pi i \nu t}$  pondérées par un coefficient complexe

$$F(\mathbf{n}) = |F(\mathbf{n})| e^{i\phi(\mathbf{n})} \quad \text{Ap3}$$

affectant leur module et leur phase.

Les propriétés de cette transformée sont nombreuses et permettent parfois de calculer plus facilement certaines propriétés du signal. Les principales sont exposées ci-après.

Linéarité	$af(t) + bg(t) \leftrightarrow aF(\mathbf{n}) + bG(\mathbf{n})$
Dilatation. A: réel quelconque	$f(At) \leftrightarrow A^{-1}F(\mathbf{n} / A)$
Théorème de la dérivée	$d^n f(t) / dt^n \leftrightarrow (i2\pi\mathbf{n})^n F(\mathbf{n})$
Théorème du retard	$f(t - t_0) \leftrightarrow F(\mathbf{n}).e^{-i2\pi\mathbf{n}t_0}$
Conservation de l'énergie (Parseval)	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty}  F(\mathbf{n}) ^2 d\mathbf{n}$
Produit	$f(t).g(t) = F(\mathbf{n}) * G(\mathbf{n})$
Convolution	$f(t) * g(t) = F(\mathbf{n}).G(\mathbf{n})$

Ces propriétés indiquent que la TF est une opération linéaire. Les deux dernières propriétés sont essentielles, elles montrent qu'à tout produit dans le domaine temporel correspond un produit de convolution dans le domaine fréquentiel et réciproquement.

### 3 Insuffisance de la représentation de Fourier

La représentation de Fourier a de grands avantages liés à leur interprétation physique, mais aussi à la familiarité qu'a créé leur emploi intensif dans l'analyse des signaux. Cependant leurs propriétés sont telles qu'elles sont le germe même de leurs carences. Les relations Ap1 et Ap2 ne sont valables que sous l'hypothèse d'un développement sur des ondes de « REGIME PERMANENT ».

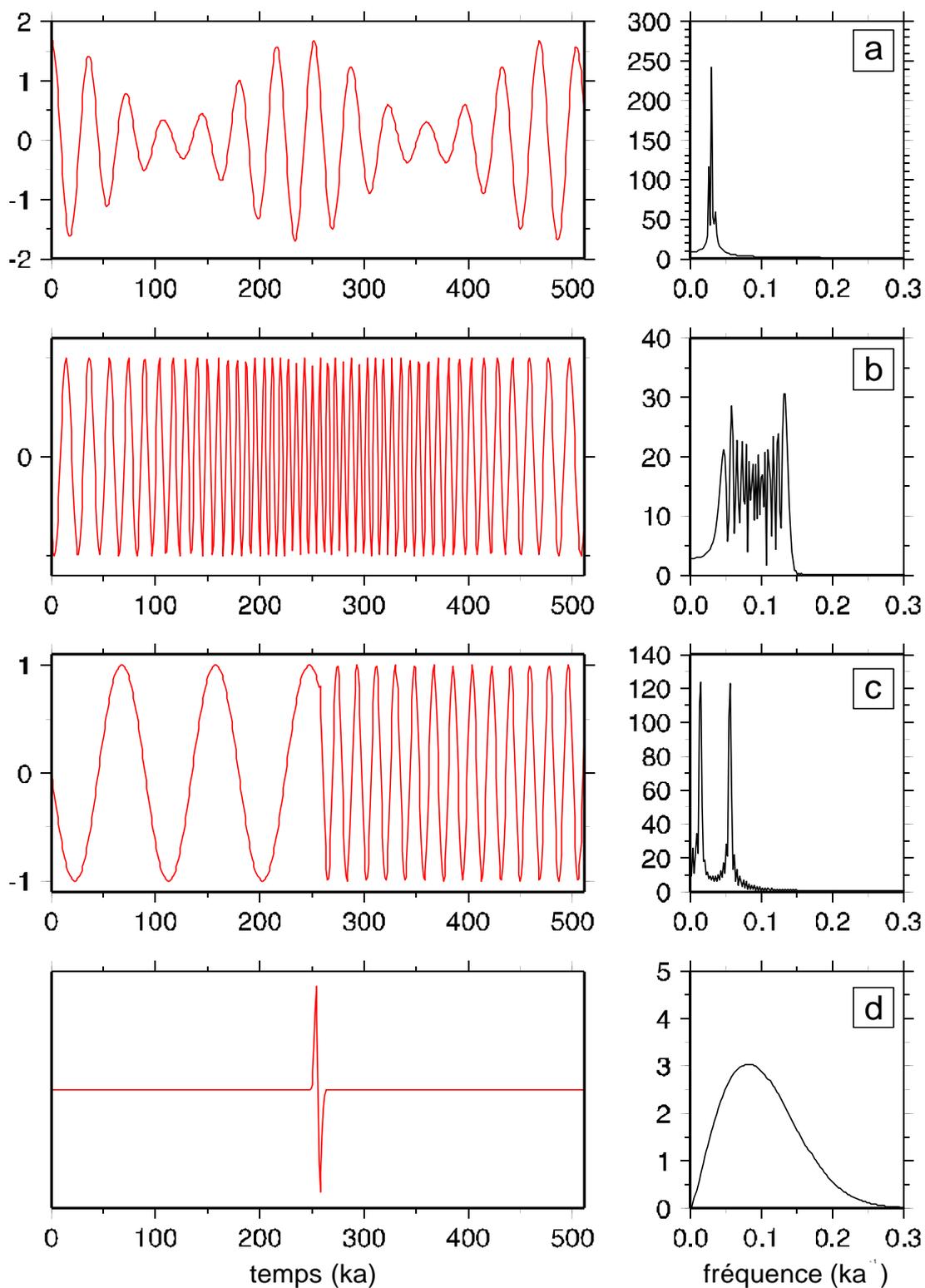
La quantité :

$$F(\mathbf{n}_0) = |F(\mathbf{n}_0)|e^{ij(\mathbf{n}_0)} \quad \text{Ap4}$$

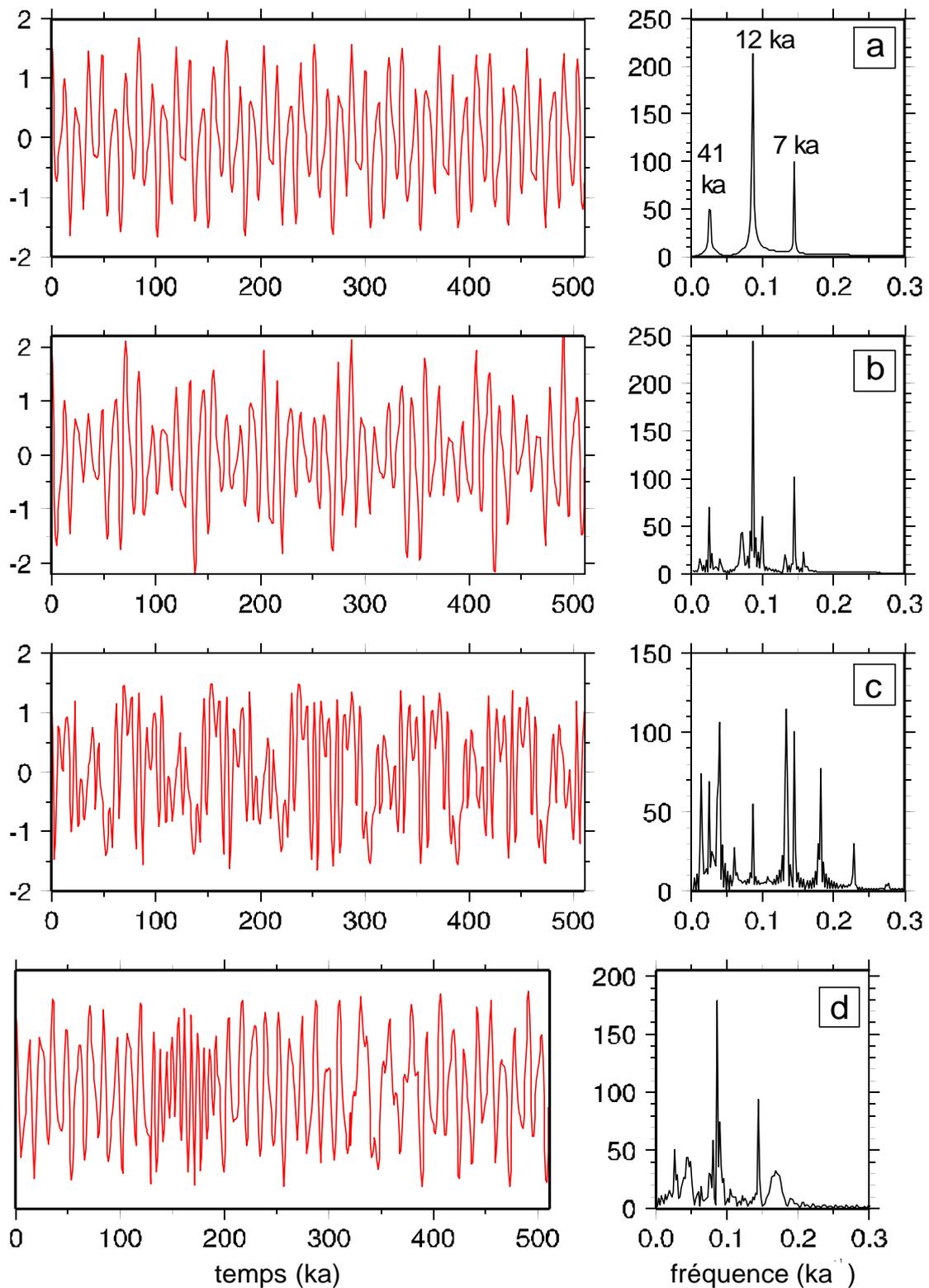
est le « résumé » à la fréquence  $\nu_0$  de toute « l'histoire du signal  $f(t)$  » observé par pondération avec  $e^{2i\pi\nu_0 t}$ .  $F(\nu)$  ne peut prétendre décrire une propriété locale de  $f(t)$  liée à une variation d'amplitude ou de fréquence. Le caractère de régime permanent de la base  $e^{2i\pi\nu t}$  de la TF se retrouve sous une forme analogue en mécanique quantique. En effet, la fonction d'onde  $\psi$  (soit  $\langle r, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{y}(r)$ ) en représentation d'espace est liée par TF à celle de moment,  $k$  telle que :

$$\langle k, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{y}(k) \overset{k,r}{\leftrightarrow} \langle r, \mathbf{y} \rangle \quad \text{Ap5}$$

La TF privilégie encore une fois une représentation d'ondes, qui est à l'origine de l'inégalité de Heisenberg, dont l'analogue est celle de Gabor en Analyse des signaux (Ville, 1948 ; voir Appendice 3).



**Figure Ap. 1 :** Signaux et spectres de Fourier. (a) Modulation d'amplitude, (b) modulation de fréquence, (c) changement brutal de fréquence et (d) changement brutal en temps.



**Figure Ap. 2 :** Signaux et spectres de Fourier. (a)  $s_1$  : signal stationnaire contenant 3 fréquences  $0.1428 \text{ ka}^{-1}$  ( $7\text{ka}$ ),  $8.3310^{-2} \text{ ka}^{-1}$  ( $12 \text{ ka}$ ) et  $2.43 \cdot 10^{-2} \text{ ka}^{-1}$  ( $41 \text{ ka}$ ), (b)  $s_2$  est déduit de  $s_1$  par modulation d'amplitude (période  $75 \text{ ka}$ ) et par un déphasage des basses fréquences dans la première partie du signal ( $t \leq 256 \text{ ka}$ ) et un déphasage de hautes fréquences dans la seconde ( $t > 256 \text{ ka}$ ), (c)  $s_3$  : est déduit de  $s_2$  par modulation de fréquence de la composante haute fréquence et (d)  $s_4$  : est déduit de  $s_2$  par des changements brutaux de fréquences entre  $128$  et  $192 \text{ ka}$  et entre  $320$  et  $384 \text{ ka}$ .

## 4 TF à fenêtre glissante

Une solution possible au manque d'information temporelle de la TF est la division de l'axe spatial via l'utilisation d'une fenêtre. Soit une fonction fenêtre  $\mathbf{g}(x)$  a support compact de largeur donnée, la TF à fenêtre glissante (TFG) consiste à multiplier le signal  $f(x)$  par la fonction fenêtre  $\bar{\mathbf{g}}(x)$ , centrée en  $x = 0$ , puis de calculer les coefficients de Fourier du produit  $\bar{\mathbf{g}}(x)f(x)$ . Ces coefficients donne une indication sur le contenu fréquentiel du signal  $f(x)$  au voisinage de  $x = 0$ . Cette procédure est ensuite répétée avec une version tradlatée de la fonction fenêtre, i.e.  $\bar{\mathbf{g}}(x)$  est remplacée par  $\bar{\mathbf{g}}(x - b)$ , où  $b$  est un paramètre de translation spatiale.

$$c(\mathbf{n}, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\mathbf{g}(x - b)} f(x) e^{-i2\mathbf{p}\mathbf{n}x} dx \quad \text{Ap6}$$

Le terme de droite de l'équation Ap6, montre que la TF est calculée pour la fonction  $\bar{\mathbf{g}}(x - b)f(x)$ . Cette dernière équation peut être ré-écrite sous la forme :

$$c(\mathbf{n}, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\mathbf{g}(x - b)} e^{-i2\mathbf{p}\mathbf{n}x} dx \quad \text{Ap7}$$

où maintenant, le terme de droite montre que la fonction  $f(x)$  est analysée par une fonction fenêtre modulée. Cette fonction est la fonction analysante de la TFG.

Il est facile de montrer qu'une variation continue des paramètres  $b$  et  $v$  conduit à une représentation redondante du signal. En choisissant de discrétiser  $b$  et  $v$  de sorte que

$$b = nb_0 \text{ et } \mathbf{n} = m\mathbf{n}_0 \quad \text{Ap8}$$

L'équation Ap7 devient :

$$c(m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\mathbf{g}_{m, n}} dx, \text{ avec} \quad \text{Ap9}$$

$$\mathbf{g}_{m, n} = \overline{\mathbf{g}(x - nb_0) e^{+im2\mathbf{p}\mathbf{n}_0 x}} \quad \text{Ap10}$$

Si on inspecte maintenant le comportement de cette dernière fonction fenêtre dans les domaines spatial et fréquentiel, en examinant par exemple la TF de  $\mathbf{g}_{m, n}(x)$ , on remarque une similitude entre les deux domaines.

$$\mathbf{g}(x - nb_0) e^{-im2\mathbf{p}\mathbf{n}_0 x} \xrightarrow{\mathfrak{F}} \hat{\mathbf{g}}(2\mathbf{p}\mathbf{n} - m2\mathbf{p}\mathbf{n}_0) e^{-i2\mathbf{p}\mathbf{m}b_0} \quad \text{Ap11}$$

$$\xleftarrow{\mathfrak{F}^{-1}}$$

De cette dernière équation, on apprend qu'à la translation dans un domaine correspond la multiplication par l'exponentielle complexe dans l'autre. On peut aussi apprendre de cette équation que l'axe spatial est subdivisé en segments de longueur  $b_0$  et que l'axe fréquentiel est subdivisé en segment de longueur  $v_0$ . La largeur dans le domaine spatial est donc directement couplé à la largeur dans le domaine fréquentiel, en accord avec le principe d'incertitude d'Heisenberg (inégalité de Gabor, voir Appendice 3).

---

# Appendice Deux

## Fréquence instantanée et Transformée de Hilbert

---

### 1. Fréquence instantanée

La notion de fréquence « instantanée », dont la richesse physique n'est plus à démontrer, pose un difficile problème lors de sa définition. Citons à ce propos les remarques dues à A. Blanc-Lapierre et Picinbono (1955).

« L'expression de fréquence instantanée contient, en quelque sorte, une contradiction interne : la fréquence n'est parfaitement définie que pour un signal exactement sinusoïdal mais alors elle n'est pas instantanée mais éternelle. Cependant, cette expression possède, dans des cas bien limités, il est vrai, un sens physique assez riche. On parle, par exemple de la note émise par une sirène à un instant donné ; il revient au même de parler de la fréquence instantanée du son émis. »

Ces quelques lignes nous montrent que dans le cas sinusoïdal la fréquence  $\nu_0$  est l'inverse de la période  $T_0$ ; cela définit le mode de mesure de  $\nu_0$ : comptage pendant la durée  $T$  de  $N$  périodes de l'onde, soit

$$T = NT_0 = N / \mathbf{n}_0 \quad \text{Ap12}$$

La fréquence  $\nu$  est la variable telle que l'onde puisse s'écrire  $e^{2i\mathbf{p}t}$ . Dans le cas NON STATIONNAIRE la définition de  $\nu_i(t)$  passe par des définitions multiples traduisant cette difficulté :

Onde modulée en fréquence :

$$f(t) = \cos \left[ 2\mathbf{p}t \left( \mathbf{n}_0 + \frac{\Delta \mathbf{n}}{F} \sin 2\mathbf{p}Ft \right) \right] \quad \text{Ap13}$$

Par analogie avec le cas harmonique, on écrit :

$$f(t) = \cos \mathbf{j}(t) \quad \text{Ap14}$$

$$\mathbf{n}_i(t) = \frac{1}{2\mathbf{p}} \frac{d\mathbf{j}}{dt} = \mathbf{n}_0 + \Delta \mathbf{n} \cos 2\mathbf{p}Ft \quad \text{Ap15}$$

Etude des passages à zéro de l'onde  $f(t) = A(t) \cos \varphi(t)$ :

En notant que dans le cas sinusoïdal deux passages à zéro successifs aux dates  $t_{k-1}$ ,  $t_k$ , définissent une demi-période. Ceci conduit à écrire :

$$2(t_k - t_{k-1}) = \mathbf{m}_i = \frac{1}{\mathbf{n}_i(t)} \quad \text{Ap16}$$

Sous l'hypothèse qu'à tout instant le « déferlement » de  $v_i(t)$  est tel que pendant la durée  $t_k - t_{k-1}$  on ait  $v_i(t) \approx v_c$ . Cette hypothèse dite de signaux à large bande, ou asymptotiques, suppose que  $A(t)$  et  $v_i(t)$  évoluent lentement à l'échelle de  $v_c$  fréquence centrale.

En fait, il existe encore d'autres définitions qui ne sont pas toutes équivalentes et dépendent du moyen de mesure utilisé.

## 2. Transformée de Hilbert

Une tentative particulièrement fructueuse pour la définition de  $v_i(t)$  est due à J. Ville (Wigner, 1932). Afin de généraliser la notion de vecteur de Fresnel, J. Ville définit le signal analytique associé au signal réel  $f(t)$ , à l'aide de la transformée de Hilbert.

La transformée de Hilbert (TH) de  $f(t)$  que nous noterons  $\check{f}(t)$  est définie par :

$$\check{f}(t) = TH[f(t)] \leftrightarrow -F(\mathbf{n})i \text{Sgn } \mathbf{n} \quad \text{Ap17}$$

La fonction  $\text{sgn}(t)$  vaut  $-1$  pour  $t < 0$  et  $+1$  pour  $t > 0$

Le signal analytique associé à  $f(t)$  est :

$$z_f(t) = f(t) + i\check{f}(t) \quad \text{Ap18}$$

$z_f(t)$  a pour TF :

$$Z_f(\mathbf{n}) = 2H(\mathbf{n})F(\mathbf{n}) \quad \text{Ap19}$$

$H(v)$  étant la fonction Heaviside.

$z_f(t)$  ne contient des composantes spectrales qu'aux fréquences positives. En notant que

$$z_f(t) = |z_f(t)|^{ij(t)} \quad \text{Ap20}$$

Où  $|z_f(t)| = \mathbf{r}(t)$  joue le rôle du module du vecteur de Fresnel, la vitesse de rotation instantanée s'écrit alors :

$$\mathbf{n}_i(t) = \frac{1}{2\mathbf{p}} \frac{d\mathbf{j}}{dt} \quad \text{Ap21}$$

C'est la fréquence instantanée caractérisant la rapidité de rotation du vecteur tournant de Fresnel, comme le montre la figure Ap. 3.

Nous venons ainsi d'introduire une première « grandeur conjointe » liée à la fréquence et au temps, par la notion de « déferlement » de la note musicale d'un son. Cette notion est relative à l'analyseur spectral qu'est l'oreille (Wigner, 1932).

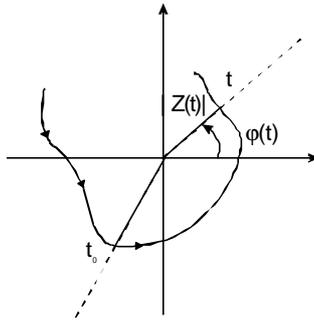


Figure Ap. 3 : Signal analytique de  $f(t)$ .

### 3 Représentation conjointe

La notion de représentation conjointe énergétique, encore appelée spectre instantané (spectre local), est née de besoins identiques. L'observateur désire répartir l'énergie ou la puissance moyenne du signal en fonction du temps et de la fréquence, comme la sensation auditive le lui permet à l'aide de l'intensité, de la hauteur et des modulations d'un signal acoustique. La notation musicale existant depuis plusieurs siècles correspond à une telle représentation, où l'on code conventionnellement les durées, les fréquences, les intensités et les évolutions des sons émis, comme la figure Ap. 4 le montre.



Figure Ap. 4: Représentation temps-fréquence, la portée musicale.

Cet aspect intuitif mais physiquement satisfaisant fut fortement ressenti par divers auteurs dont J. Ville. Il notait dès 1948 (Ville, 1948) :

« Si nous considérons en effet un morceau (de musique) contenant plusieurs mesures (ce qui est le moins que l'on puisse demander) et qu'une note, « la » par exemple, figure une fois dans le morceau, l'analyse harmonique nous présente la fréquence correspondante avec une certaine amplitude et une certaine phase, sans localiser la note dans le temps. Or, il est évident qu'au cours du morceau il est des instants où l'on entend pas ce « la ». La représentation est néanmoins mathématiquement correcte parce que les phases de notes voisines du « la » sont agencées de manière à détruire cette note par des interférences (destructives) lorsqu'on ne l'entend pas et à la renforcer, également par interférences (constructives) lorsqu'on l'entend, mais, s'il y a dans cette conception une habileté qui honore l'analyse mathématique, il ne faut pas se dissimuler qu'il y a une défiguration de la réalité: en effet, quand on n'entend pas le « la », la raison véritable est que le « la » n'est pas émis. »

---

## Appendice Trois

# Inégalité de Gabor – Représentation de Gabor

---

### 1 Relation entre temps et fréquence – inégalité de Gabor

Dans le cadre de l'espace de Hilbert, qui décrit des signaux d'énergie finie, la TF  $f(t) \leftrightarrow F(\nu)$  conduit à l'égalité de Parseval. Celle-ci traduit que l'énergie  $E_f$  du signal est INVARIANT quelle que soit la représentation :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 d\nu = E_f \quad \text{Ap22}$$

D. Gabor a défini les «épanouissements» temporels et fréquentiels du signal par analogie à un moment d'inertie :

$$|\Delta t^2| = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt} = \frac{1}{E_f} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt \quad \text{Ap23}$$

$$|\Delta \nu^2| = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \nu^2 |F(\nu)|^2 d\nu}{\int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 d\nu} = \frac{1}{E_f} \int_{-\infty}^{\infty} \nu^2 |F(\nu)|^2 d\nu \quad \text{Ap24}$$

Ceci en supposant que les moments du 1<sup>er</sup> ordre au sens de Gabor sont nuls, c'est-à-dire :

$$\int_{-\infty}^{\infty} t |f(t)|^2 dt = 0 = \int_{-\infty}^{\infty} \nu |F(\nu)|^2 d\nu \quad \text{Ap25}$$

Remarquant que :

$$\frac{d}{dt} f(t) \leftrightarrow 2i\pi\nu F(\nu) \quad \text{Ap26}$$

Et en utilisant l'inégalité de Schwarz, il vient :

$$\frac{1}{4\pi} \leq \Delta t \cdot \Delta \nu \quad \text{Ap27}$$

Cette inégalité est analogue à celle de W. Heisenberg en mécanique quantique, à la seule différence qu'il n'y figure pas une constante physique telle  $h = 6.6 \cdot 10^{-34}$  (SI).

---

L'interprétation de l'inégalité peut se faire aisément en remarquant qu'à signal bref en temps, correspond un spectre fréquentiel  $F(\nu)$  très étendu (voir par exemple Fig. Ap. 1d).

## 2 Représentation de Gabor

Ayant remarqué que  $e^{-p^2}$  est le signal de produit  $\Delta t \cdot \Delta \nu$  minimal, Gabor a proposé d'attacher à toute cellule d'aire minimale du plan  $(t, \nu)$  le signal

$$y_{n,k}(t, \mathbf{n}) = \exp\left[-p \frac{(t - \Delta t)^2}{2(\Delta t)^2}\right] \cdot \exp\left[-2ip \frac{kt}{\Delta t}\right] \quad \text{Ap28}$$

Et d'écrire pour tout signal d'énergie finie :

$$f(t) = \sum_n \sum_k C_{nk} y_{nk}(t, \mathbf{n}) \quad \text{Ap29}$$

La représentation de  $f(t)$  est donc réalisée par les coefficients  $C_{nk}$ . Ceux-ci sont d'emploi peu commode car les fonctions ne sont pas orthogonales. Diverses variantes ont été proposées, dont une due à M.J. Bastiaans (1980) qui utilise des fonctions orthogonales.

---

## Appendice Quatre

### Représentation de Wigner-Ville

---

L'énergie  $E$  du signal  $f$  est invariante lorsqu'on passe de la représentation  $f(t)$  à la représentation fréquentielle  $F(\nu)$  (Appendice 1). Ceci suggère de définir une représentation fréquentielle conjointe  $\rho(t, \nu)$  possédant la propriété de répartir l'énergie  $E$  dans le plan  $(t, \nu)$ . Une telle représentation serait l'analogue de la représentation dans l'espace des phases en mécanique quantique.

J. Ville ayant défini la fréquence instantanée du signal analytique  $z(t) = f(t) + \tilde{f}(t)$  veut définir un moyen d'accéder à cette fréquence instantanée  $\nu_i(t)$  (Appendice 2). Utilisant un formalisme analogue à celui de la mécanique quantique, il étudie la valeur moyenne de l'opérateur

$$2p\hat{i}(\hat{j}\hat{t} + q\hat{n}) \quad \text{Ap30}$$

Où  $\hat{t}$  et  $\hat{n}$  sont des opérateurs hermitiques.

Opérateur hermitique :

Soit un opérateur  $\hat{A}$  ; il existe une fonction  $\psi(t)$  telle que

$$\hat{A}[\psi(t)] = a\psi(t) \quad \text{Ap31}$$

$\psi(t)$  est une fonction propre,  $a$  est la valeur propre de l'opérateur.

Si  $a$  est réel, l'opérateur est dit hermitique. L'opérateur  $\hat{t}$  appliqué à  $f(t)$  conduit à

$$\hat{t}[f(t)] = t.f(t) \quad \text{Ap32}$$

Si  $f(t)$  a pour TF  $F(\nu)$  on sait que

$$\left. \begin{aligned} \frac{dF(\mathbf{n})}{d\mathbf{n}} &= -2p\hat{i}t f(t) \\ \frac{i}{2p} \frac{dF(\mathbf{n})}{d\mathbf{n}} &= t f(t) \end{aligned} \right\} \quad \text{Ap33}$$

De même on aurait:

$$\hat{t}[F(\mathbf{n})] = \frac{i}{2p} \frac{dF(\mathbf{n})}{d\mathbf{n}} \quad \text{Ap34}$$

Et

$$\hat{n}[F(\mathbf{n})] = \mathbf{n}F(\mathbf{n}) \quad \text{Ap35}$$

Qui a pour TF

$$\frac{1}{2\pi i} \frac{df(t)}{dt} \quad \text{A36}$$

Pour les mêmes raisons

$$\begin{aligned} \widehat{t}[\widehat{n}[f(t)]] &= t \frac{1}{2\pi i} \frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi i} t\dot{f}(t) \\ \widehat{n}[\widehat{t}[f(t)]] &= \frac{1}{2\pi i} \frac{d}{dt} (tf(t)) = \frac{1}{2\pi i} [f(t) + t\dot{f}(t)] \end{aligned} \quad \text{Ap37}$$

Et

$$\begin{aligned} \widehat{t}[\widehat{n}[f(t)]] - \widehat{n}[\widehat{t}[f(t)]] &= \frac{1}{2\pi i} [t\dot{f}(t) - f(t) - tf(t)] \\ \widehat{t}\widehat{n} - \widehat{n}\widehat{t} &= \frac{1}{2\pi} \cdot 1 \end{aligned} \quad \text{Ap38}$$

1 étant l'opérateur identité.

Considérons l'opérateur  $e^{2\pi i q \widehat{n}}$  appliqué à  $F(v)$  on a:

$$e^{2\pi i q \widehat{n}} [F(\mathbf{n})] = F(\mathbf{n}) e^{2\pi i q n} \quad \text{Ap39}$$

En effet

$$\begin{aligned} e^{2\pi i q \widehat{n}} &= 1 + 2\pi i \frac{q\widehat{n}}{1} + \dots + \frac{(2\pi i q \widehat{n})^n}{n!} \\ e^{2\pi i q \widehat{n}} [F(\mathbf{n})] &= F(\mathbf{n}) + 2\pi i q n F(\mathbf{n}) + \dots + \frac{(2\pi i q n)^n}{n!} F(\mathbf{n}) \\ e^{2\pi i q \widehat{n}} [F(\mathbf{n})] &= |F(\mathbf{n})| e^{2\pi i q n} \end{aligned} \quad \text{Ap40}$$

Il faut noter que cette écriture  $e^{[2\pi i(j\widehat{t} + q\widehat{n})]}$  définit un opérateur qui transforme un signal  $f(t)$  en sa version décalée en temps de  $\theta$  et décalée en fréquence de  $v$ . J. Ville utilise cette écriture pour faire apparaître la représentation conjointe à l'aide du produit entre un signal et sa translatée en temps et en fréquence.

En 1948 les résultats de J. Ville n'éveillèrent aucun écho. L'emploi de sa représentation ne débuta que 30 ans après. A l'époque l'analyse spectrale, qui était encore un moyen fort nouveau et la démodulation des signaux, était restreinte au domaine des radio-communications et en analyse des signaux. Wigner pour la mécanique quantique et Ville pour le traitement du signal étaient parvenus à des représentations analogues. Cette représentation a été appelée représentation de Wigner-Ville.

Dès 1947, d'autres procédés apparurent tel le sonogramme (Konia) et la représentation de Rihazeck.

---

La distribution de Wigner-Ville établit la correspondance entre une fonction  $f$  et sa représentation dans le plan temps-fréquence puisqu'elle est (i) isométrique et (ii) un opérateur inversible de l'espace du signal  $L^2(\mathfrak{R})$  dans le plan temps-fréquence  $L^2(\mathfrak{R}^2)$ . La distribution de Wigner-Ville de  $f$  est définie par :

$$Wf(t, \mathbf{n}) = \int f\left(t + \frac{u}{2}\right) f^*\left(t - \frac{u}{2}\right) e^{-i2\pi \mathbf{n}u} du \quad \text{Ap41}$$

---

## Appendice cinq

# Propriétés de la Transformée en ondelettes continues

---

Bien que les propriétés de la transformée en ondelettes (TO) continue soient discutées et utilisées tout au long de ce mémoire, nous en rappelons ici l'essentiel sous une forme synthétique.

### 1) Linéarité

La linéarité de la TO vient de la linéarité du produit interne

### 2) Propriété de translation

Si  $f(x)$  a pour TO continue  $Cf_{\psi}(a,b)$  alors la fonction translatée  $f'(x) = f(x-\beta)$  a pour TO:

$$Cf'_{\psi}(a,b) = Cf_{\psi}(a,b - \beta) \quad \text{Ap42}$$

### 3) Propriété d'échelle

Si  $f(x)$  a pour TO continue  $Cf_{\psi}(a,b)$  alors la fonction  $f'(x) = (1/\sqrt{s})f(x/s)$  a pour TO:

$$Cf'_{\psi}(a,b) = Cf_{\psi}(a/s, b/s) \quad \text{Ap43}$$

### 4) Propriété d'isométrie (conservation d'énergie)

La TO continue a une propriété de conservation 'énergie similaire à la formule de Plancherel pour la TF

$$\|f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \frac{1}{C_y} \iint_{\mathfrak{R}^2} |C_f(a,b)|^2 db \frac{da}{a^2} \quad \text{Ap44}$$

où  $C_y = \int_{\mathfrak{R}} \frac{|\hat{\Psi}(\mathbf{n})|^2}{\mathbf{n}} d\mathbf{n} < +\infty$  (condition d'admissibilité pour  $\Psi$ ) Ap45

---

# Appendice Six

## Transformée en ondelettes discrètes

---

### 1 Formalisme

Pour mettre en œuvre la TO sur des signaux numériques, une discrétisation des paramètres résolution (a) et position (b) est nécessaire. La TO mise en œuvre sur des valeurs discrètes de ces deux derniers paramètres est appelée TO discrète (par opposition à la TO continue présentée dans le corps de ce manuscrit). Selon les choix de base d'ondelette et du schéma de discrétisation, la TO discrète conduit à des informations redondantes (comme la TO continue) ou non.

En discrétisant les paramètres de résolution (a) et de position (b) on peut choisir  $a = a_0^m$ , où m est un entier et  $a_0$  un pas de résolution fixé supérieur à 1. Puisque  $s_a = \mathbf{I} s_1$  sigma on peut choisir  $b = n b_0 a_0^m$ , où n est un entier et où  $b_0 > 0$  dépend de l'ondelette choisie  $\psi(t)$ . L'idée essentielle derrière ce schéma de discrétisation peut être aisément comprise à partir de « l'analogie du microscope ». Une fois choisi un grossissement (i.e.  $a_0^{-m}$ ) et étudié le processus à une position donnée, nous nous déplaçons à une autre position. Si le grossissement est important (analyse des détails à petite échelle) les déplacements se font par petits incréments. Au contraire, si le grossissement est faible (analyse à plus grande échelle) les déplacements peuvent être plus rapides. Ceci est automatiquement accompli si l'incrément de déplacement est inversement proportionnel au grossissement (i.e., proportionnel à la résolution  $a_0^m$ ) -condition que remplit le schéma de discrétisation énoncé ci dessus. On définit alors:

$$y_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \mathbf{y} \left( \frac{t - n t_0 a_0^m}{a_0^m} \right) = a_0^{-m/2} \mathbf{y}(a_0^{-m} t - n t_0) \quad \text{Ap46}$$

La transformé en ondelette de f(t) calculé à partir de  $\psi_{m,n}(t)$ , appelée TO discrète, est donnée par:

$$C_f(m, n) = a_0^{-m/2} \int f(t) \mathbf{y}(a_0^{-m} t - n t_0) dt \quad \text{Ap47}$$

### 2 TO continue et TO discrète

Dans le cas de la TO continue,  $C_f(a,b)$  caractérise complètement la fonction f(t). En effet, on peut reconstruire s(t) en utilisant l'équation 1.9. En utilisant l'ondelette discrète  $\psi_{m,n}$  et un choix approprié de  $a_0$  et  $b_0$ , on peut aussi complètement caractériser s(t). En effet, sous certaines conditions sur la fonction mère  $\Psi(t)$  et des incréments de discrétisation  $a_0$  et  $b_0$ , on

peut, à l'instar de la TF discrète, écrire  $f(t)$  comme un développement en série. Ces ondelettes discrètes particulières, aptes à fournir une représentation complétée de la fonction  $f(t)$  sont baptisées « wavelet frames » dans la littérature anglo-saxonne et auxquelles on doit associer en français la notion de décomposition discrète astucieuse (car complète et « économique »). La condition nécessaire et suffisante pour obtenir de telles propriétés est que les coefficients d'ondelette  $C_f(m,n)$  vérifient:

$$A\|f\|^2 \leq \sum_m \sum_n |C_f(m,n)|^2 \leq B\|f\|^2 \quad \text{Ap48}$$

Ici,  $\|f\|^2$  dénote l'énergie (ou norme L2) de la fonction  $f(t)$ , et  $A > 0$  et  $B < \infty$  sont des constantes caractéristiques de l'ondelette mère et du choix de  $a_0$  et  $b_0$ . Ces constantes peuvent être déterminées numériquement (Daubechies, 1992). Sous cette condition, le développement en série est donné par:

$$f(t) = \frac{2}{A+B} \sum_m \sum_n C_f(m,n) \mathbf{y}_{m,n} + \mathbf{g} \quad \text{Ap49}$$

si  $A$  est peu différent de  $B$ , le terme d'erreur,  $\gamma$ , est de l'ordre  $\frac{\epsilon}{(2+\epsilon)} \|f\|$ ,

où

$$\epsilon = (B/A) - 1 \ll 1 \quad \text{Ap50}$$

En général, une « frame » n'est pas une base orthonormale (seule la condition  $A = B = 1$  donne une base orthonormale). Aussi, elle fournit une représentation redondante de la fonction  $f(t)$ . Le rapport  $A/B$  est appelé rapport ou facteur de redondance. Lorsqu'une « frame » est redondante, les coefficients d'ondelette d'un même voisinage sont corrélés entre eux. Il en résulte une meilleure définition des détails et des structures fines dans la représentation temps-fréquence.

Dans ce travail, nous avons opté pour les ondelettes continues car elles sont plus robustes au bruit. Le lecteur intéressé par un développement plus long sur les ondelettes discrètes et sur la transformée en ondelettes orthogonales est renvoyé à Kumar et Foufoula-Georgiou (1997) pour une rapide revue ou, pour des développements plus spécifiques, à Mallat (1989a, 1989b), Daubechies (1988, 1992), Daubechies et Lagarias (1991, 1992), Meyer (1991) et Chui (1992a, 1992b).

---

# Appendice Sept

## Transformée en chirplets

---

### 1 Aperçu historique

La Transformée en Chirplets (TC) est apparue sous diverses formes, d'abord en optique (ses origines remontent aux travaux de Fresnel en 1820) et en mécanique quantique, puis en traitement du signal. Des transformations similaires ont indépendamment été introduites par différents auteurs. En mécanique quantique, Grossman et Paul (1984) ont étudié les états cohérents à partir des transformations canoniques affines ; en théorie du signal, Berthon (1989) développe un formalisme pour des applications radar ; et Baraniuk et Jones (1992) propose une interprétation des chirplets en terme de distribution de Wigner. Pour une complète discussion des considérations physiques liées aux Chirplets, on se référera aux travaux de Mann et Haykin (1995) et de Baraniuk et Jones (1996).

### 2 Formalisme

#### 2.1 Transformations affines du plan temps-fréquence

La TFG et la TO, différentes représentations du plan « temps-fréquence », peuvent être formulées en terme de matrice de transformation du plan temps (t)-fréquence (f).

Dans la TFG, modifier les paramètres de l'analyse (t, f) translate la fenêtre  $g$ , initialement centrée au temps  $\tau'$  et à la fréquence  $\nu'$ , à sa nouvelle position ( $\tau, \nu$ ) dans le plan temps-fréquence.

$$\begin{bmatrix} t \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ n' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t \\ f \end{bmatrix} \quad \text{Ap51}$$

Dans la TO, modifier les paramètres de l'analyse (t, a) translate et dilate l'ondelette  $g$  initialement de position  $\tau'$  et de fréquence  $\nu'$ , à sa nouvelle position ( $\tau, \nu$ ).

$$\begin{bmatrix} t \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^a & 0 \\ 0 & e^{-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ n' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ap52}$$

La transformation en chirplets (TC) unifie et étend ces transformations dans une transformation affine plus générale, de la forme :

$$\begin{bmatrix} t \\ n \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} t' \\ n' \end{bmatrix} + b, \quad |A| = 1 \quad \text{Ap53}$$

où est une matrice 2x2 et  $b$  un vecteur 2x1. Cette transformation permet des cisaillements et des rotations de la fenêtre/ondelette analysante dans le plan temps-fréquence (Papoulis, 1977 ; Schempp, 1986).

De même, la TFG et la TO obeissent à :

$$Cf(e) = \langle f, M_e g \rangle \quad \text{Ap54}$$

où l'on projette le signal à analyser  $f \in L^2(\mathfrak{R})$  sur un ensemble de fonctions  $\{M_e g\}$  obtenues à partir d'opérations sur une fonction analysante de base ou sur une ondelette généralisée  $g \in L^2(\mathfrak{R})$ . L'opérateur  $M_e : L^2(\mathfrak{R}) \rightarrow L^2(\mathfrak{R})$  est unitaire avec  $e = (q, p, a, t, f)$ , vecteur à cinq dimension (3 pour A, 2 pour b), caractérisant complètement la transformation. De part la propriété d'isométrie de W, la distribution de Wigner-Ville (Appendice 4), on peut écrire :

$$|Cf(e)|^2 = \left| \langle f, M_e g \rangle \right|^2 = \langle Wf, \overline{M_e} Wg \rangle \quad \text{Ap55}$$

où  $M_e g$  marque l'action de  $M_e$  sur le plan temps-fréquence. Cette transformation des coordonnées est définie par :

$$M_e = W \overline{M_e} W^{-1} \quad \text{Ap56}$$

Pour la TFG et la TO,  $\overline{M_e}^{TFG}$  et  $\overline{M_e}^{TO}$  correspondent aux inverses de Ap51 et Ap52 respectivement. En effet,

$$\left[ M_{(t,f)}^{TFG} g \right](u) = g(u-t) e^{i2\pi f u} \quad \text{Ap57}$$

$$\left[ \overline{M}_{(t,f)}^{TFG} Wg \right](\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(t - \mathbf{t}, \mathbf{n} - f) \quad \text{Ap58}$$

et

$$\left[ M_{(t,a)}^{TO} g \right](u) = g[e^{-a}(u-t)] \quad \text{Ap59}$$

$$\left[ \overline{M}_{(t,a)}^{TO} Wg \right](\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)[e^{-a}(\mathbf{t}-t), e^a \mathbf{n}] \quad \text{Ap60}$$

On obtient le carré de la TC  $|(C^{TC} f)(e)|^2 = \langle Wf, M_e^{CT} Wg \rangle$  en injectant dans Ap55

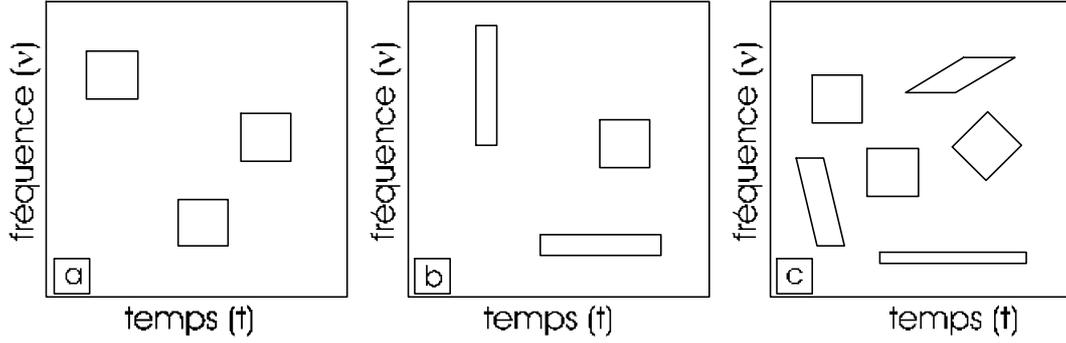
$$(\overline{M_e}^{TC} Wg)(\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(\mathbf{t}', \mathbf{n}'), \text{ avec :} \quad \text{Ap61}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{t}' \\ \mathbf{n}' \end{bmatrix} = A^{-1} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} - b \right) \quad \text{et } |A| = 1 \quad \text{Ap62}$$

De sorte d'expliciter la TC en termes de signal et ondelettes analysantes, on peut décomposer Ap62 en une composition de cinq transformations du plan temps-fréquence dépendant chacune d'un unique paramètre de  $e(q, p, a, t, f)$ .

$$A^{-1} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} - b \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -q & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-a} & 0 \\ 0 & e^a \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ f \end{bmatrix} \right) \quad \text{Ap63}$$

Ces transformations correspondent (de gauche à droite) à (i) un cisaillement suivant l'axe des fréquences, (ii) un cisaillement suivant l'axe des temps, (iii) une dilatation, (iv) translation en temps et (iv) une translation en fréquence (Fig. Ap. 5).



**Figure Ap. 5:** Transformations temps-fréquence associées à (a) la Transformée de Fourier à fenêtre glissante (TFG), (b) la Transformée en Ondelettes (TO) et (c) la Transformée en Chirplets (TC). Chaque pavé temps-fréquence correspond à une représentation idéalisée d'une des fonctions sur laquelle le signal est projeté. Noter que la TC peut traduire, dilater, cisailer et faire tourner sa fonction d'ondelette généralisée dans le plan temps-fréquence.

La dilatation(/contraction), les translations fréquentielle et spatiales sont couramment utilisées dans la TFG et la TO. Les cisaillements et les rotations (cisaillement + dilatation/contraction) le sont moins. Ces dernières transformations permettent, cependant, de mieux rendre compte de la dispersion ou de la modulation fréquentielle de certains signaux (radar – dopler, accélération sismique ...).

En appliquant l'inverse de Ap56 à chacun des cinq opérateurs précédents, on obtient :

**1) Translation temporelle :**

$$\left(\bar{T}_t Wg\right)(\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(\mathbf{t} - t, \mathbf{n}) \quad \text{Ap64}$$

$$\left(T_t g\right)(u) = g(u - t) \quad \text{Ap65}$$

**2) Translation fréquentielle :**

$$\left(\bar{F}_f Wg\right)(\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(\mathbf{t}, \mathbf{n} - f) \quad \text{Ap66}$$

$$\left(F_f g\right)(u) = e^{i2\pi f u} g(u) \quad \text{Ap67}$$

**3) Dilatation/contraction (scaling) :**

$$\left(\bar{A}_a Wg\right)(\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(e^{-a}\mathbf{t}, e^a\mathbf{n}) \quad \text{Ap68}$$

$$\left(A_a g\right)(u) = e^{-a/2} g(e^{-a}u) \quad \text{Ap69}$$

**4) Cisaillement fréquentiel :**

$$\left(\bar{Q}_q Wg\right)(\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(\mathbf{t}, \mathbf{n} - q\mathbf{t}) \quad \text{Ap70}$$

$$\left(Q_q g\right)(u) = e^{ipqu^2} g(u) \quad \text{Ap71}$$

**5) Cisaillement temporel**

$$\left(\bar{P}_p Wg\right)(\mathbf{t}, \mathbf{n}) = (Wg)(\mathbf{t} - p\mathbf{n}, \mathbf{n}) \quad \text{Ap72}$$

$$\left(P_p g\right)(u) = (-ip)^{-1/2} e^{ipu^2/p} g(u) \quad \text{Ap73}$$

---

Le concept de « chirplets » est plus qu'une simple transformation du signal. A l'intérieur de l'espace 5D de l'analyse par chirplets réside un grand nombre de transformation du signal de plus petite dimension. Par exemple, la TFG et la TO correspondent chacune à un plan 2D paramétrisé par  $e = (t, f, 0, 0, 0)$  et  $e = (t, 0, a, 0, 0)$  respectivement. On peut aussi construire de nouvelles transformations en restreignant les calculs des  $C^{CT}$  à différents sous-ensembles de  $e$ . Un sous-ensemble de  $e$  peut ne pas être plan ; il peut alors être courbe (Baraniuk et Jones, 1996).

On notera parmi toutes les combinaisons possibles (i) la transformée de dispersion (dispersion transform) définie pour  $e = (0, p(t,f), 0, t, f)$  et (ii) les bancs de filtre non-uniformes définis pour  $e = (0, 0, a(f), t, f)$ . La première est une forme adaptée du traitement du signal. En effet, lorsque les caractéristiques du milieu dispersif sont connues, alors une fonction tilt,  $p(t,f)$  peut être spécifiée. On obtient ainsi une meilleure représentation du signal dans le plan temps-fréquence. La seconde conduit aux « paquets d'ondelettes » dans laquelle la relation entre fréquence d'analyse ( $f_0$ ) et résolution est non-contrainte, à la différence avec la résolution constante de la TFG et le facteur qualité,  $Q$  ( $Q = \Delta f/f_0$ ), constant de la TO (Torréssani, 1991).

---

# Annexes

- Est-ce qu'il faut que je comprenne la Table d'Émeraude? Demanda le jeune homme.  
- Peut être, si tu étais dans un laboratoire d'alchimie, serait-ce maintenant le bon moment pour étudier la meilleure manière d'entendre la Table d'Émeraude. Mais tu es dans le désert. Plonges-toi donc plutôt dans le désert. Il sert à la compréhension du monde aussi bien que n'importe quelle autre chose sur la terre. Tu n'as même pas besoin de comprendre le désert: il suffit de contempler un simple grain de sable, et tu verras en lui toutes les merveilles de la Création, et que l'Univers a mis des millions et des millions d'années à le créer.

Paulo Coelho, *l'Alchimiste* (1988).

Ces annexes donnent une rapide présentation des caractéristiques des signaux géophysique ainsi qu'une liste non exhaustive des sites Internet relatifs aux ondelettes. On y donne aussi un exemple d'étude paléoenvironnementale menée sur le site ODP 1095 ainsi qu'une présentation et une comparaison des différentes méthodes du traitement d'image pour l'analyse des fabriques minérales.

## 1 Processus et états particuliers

## 2 Sites Internet

## 3 Exemple d'étude paléoenvironnementale

*Environmental changes during the last ~900 kyr recorded in sediment drift deposit of the Western Antarctic margin (ODP Site 1095).*

Article soumis à *Paleoceanography* le 28/08/2000

## 4 Méthodes du traitement d'images pour l'analyse des fabriques minérales : présentation et comparaison

---

---

## Annexe Une

# Processus et états particuliers

---

Les signaux géophysiques présentent souvent un comportement *non-stationnaire* et/ou des caractéristiques *multi-échelle* et/ou des *singularités*. Nous précisons ici quelques définitions et notions sur ces comportements et caractéristiques. En particulier, dans le cadre de l'analyse de signaux géophysiques par ondelettes continues, nous précisons les notions de stationnarité/non-stationnarité, et les notions liées aux *échelles*, à savoir, l'invariance d'échelle et les concepts qui y sont rattachés (auto-similarité, « criticalité », fractal) ainsi que les notions d'état critique auto-organisé et de hiérarchie (invariance d'échelle discrète). Nous profitons aussi de ces précisions pour replacer les ondelettes dans le cadre de ces signaux particuliers.

### 1. Processus stationnaire et processus non-stationnaire 1D

Une raison du remarquable succès de la Transformée de Fourier (TF, voir Appendice 1) pour l'étude des *processus stationnaires stochastiques* (processus qui ne sont soumis qu'aux lois du hasard et qui conservent les mêmes propriétés statistiques au cours du temps), est la relation entre la fonction d'autocorrélation et le spectre de Fourier, illustrée par le diagramme suivant:

$$\begin{array}{ccc}
 O(x) & \xrightarrow{F} & \hat{O}(\omega) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 R(\tau) = E[O(x)O(x-\tau)] & \xrightarrow{F} & S(\omega) = |\hat{O}(\omega)|^2
 \end{array}$$

où  $R(\tau)$  et  $S(\omega)$  sont la fonction d'autocovariance et le spectre de puissance du processus ou de l'observable stochastique  $O(x)$ , respectivement.  $E$  indique l'opérateur «espérance» et  $F$  marque l'opérateur «transformée de Fourier».

Les *processus non-stationnaires* consistent en une variété de régimes fréquentiels (multi-échelle) pouvant être localisés en temps ou couvrant une large partie de l'enregistrement. Dans ce cas, l'occurrence d'un phénomène particulier peut être caractérisée par un ensemble de paramètres locaux évaluant sa fréquence (période, longueur d'onde), son intensité et sa localisation. Aussi, si une relation analogue à la relation précédente pouvait être établie pour des processus non stationnaires en utilisant la TO (propriété d'analyse multi-échelle locale), alors les propriétés de celle-ci pourraient être avantageusement appliquées à l'étude de nombreux systèmes complexes tel que les systèmes climatique (e.g. Lau and Weng, 1995), atmosphérique (e.g. Kumar and Georgiou, 1993) et océanographique (e.g. Gambis, 1992) pour ne citer que ceux-là.

Définissons la fonction de covariance générale  $R(x, y)$  (cas non-stationnaire) par:

$$R(x, y) = E[O(x)O(y)] \tag{An1}$$

Sur les bases du spectre de Wigner-Ville (SWV), défini par (voir Claasen et Mecklenbrauker, 1980):

$$SWV_o(x, \mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{\infty} R(x + \frac{\mathbf{t}}{2}, x - \frac{\mathbf{t}}{2}) e^{-i\mathbf{v}\mathbf{t}} d\mathbf{t} \quad \text{An2}$$

Flandrin (1992) développe, pour une échelle a donnée, une relation entre  $C_o(a, x)$ , le spectre en ondelette de l'observable  $O(x)$ ,  $SWV_o$ , le spectre de Wigner-Ville de  $O(x)$  et  $SWV_\psi$ , le spectre de Wigner-Ville de l'ondelette  $\psi$ . Cette relation s'écrit (voir détail dans Kumar and Foufoula-Georgiou, 1997):

$$|C_o(a, x)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} SWV_o(\mathbf{t}, \mathbf{v}) SWV_y(\frac{\mathbf{t}-x}{a}, a\mathbf{v}) d\mathbf{t} d\mathbf{v} \quad \text{An3}$$

Résultat clé de ces travaux, la relation précédente peut être résumée selon le diagramme suivant:

$$\begin{array}{ccc} O(x) & \overset{0}{\rightleftharpoons} & C_o(a, x) \\ \downarrow & & \downarrow \\ SWV_o(x, \omega) & \rightarrow & |C_o(a, x)|^2 \end{array}$$

Où  $\circ$  marque l'opérateur "Transformée en Ondelette" (TO).

Donc, de la même manière qu'il existe un lien entre processus stationnaire et la TF, cette dernière relation illustre qu'il existe un lien inhérent entre l'étude des processus non-stationnaires et la TO.

## 2. Processus auto-similaire, invariance d'échelle, état critique et fractal

Un processus ou observable *auto-similaire*, c'est à dire invariant par changement d'échelle (fractal) est un processus  $O(x)$  satisfaisant:

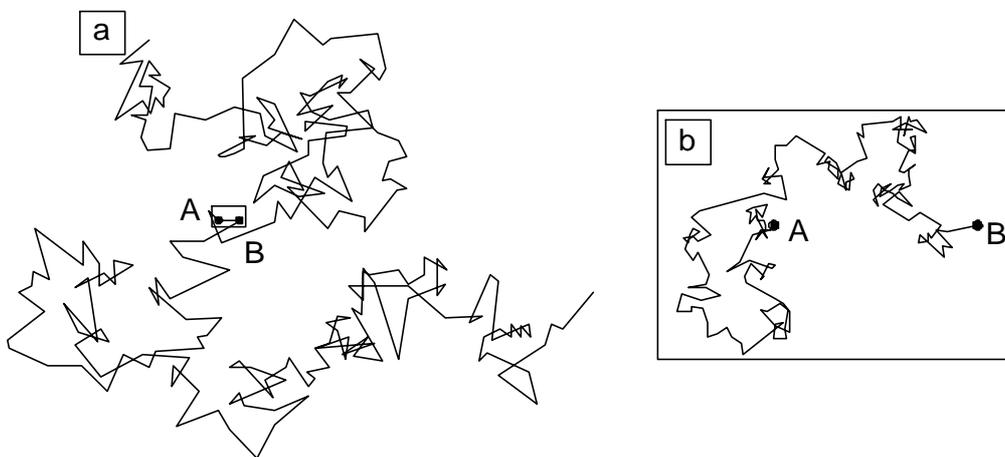
$$O(x) = \mu O(\lambda x). \quad \text{An4}$$

On peut aisément vérifier que la solution à cette équation est une *loi en puissance* de la forme  $O(x) = Ax^\alpha$ , où  $A$  est une constante et où le paramètre d'échelle,  $\alpha$ , est donné par (e.g. Sornette, 1997):

$$\mathbf{a} = -\frac{\log(\mathbf{m})}{\log(\mathbf{I})} \quad \text{An5}$$

Un exemple typique de processus auto-similaire est le mouvement brownien (Mandelbrot et Van Ness, 1968, Perrin, 1991). Les études liées à ce mouvement servent encore de base à de nombreux modèles de diffusion (e.g. Bouchaud et al., 1991) ou de croissance de dendrites (e.g. Sander, 1989).

Un mouvement brownien est le mouvement d'une particule qui, placée dans un fluide, se déplace (apparemment) au hasard sous l'effet de l'agitation moléculaire. L'écart entre la position de la particule et sa position originelle varie typiquement comme la racine carré du temps. Si l'on relève sur une carte la position de la particule à des instants régulièrement espacés d'une durée  $t_0$ , on obtient la figure An. 1a (chaque segment relie deux positions successives de la particule). Nous appellerons ces segments « segments de rang 0 ». Soit maintenant  $t_1 < t_0$ . Reportons à nouveau les positions successives de la particule séparées par une durée  $t_1$ . Le mouvement global semble plus compliqué. Agrandissons maintenant un segment initialement de rang 0 (Figure An. 1b). Non seulement cette partie est grossièrement similaire à l'approximation de rang 0, mais la longueur cumulée des segments de rang 1 obtenus est plus grande que celle du segment de rang 0 initial. A chaque fois que nous réduisons le pas d'échantillonnage  $\tau$  de la position de la particule, la courbe obtenue devient de plus en plus brisée, irrégulière, ne possédant en fait de tangente en aucun de ses points; de plus, elle devient de plus en plus longue et sa longueur doit même tendre, en théorie, vers l'infini; enfin, les agrandissements successifs révèlent une structure similaire quelle que soit l'échelle: on parle d'*auto-similarité*.



**Figure An. 1:** (a) Exemple de mouvement brownien. (b) Agrandissement du segment AB (d'après Lavenda, 1989).

On trouve de nombreuses lois en puissance (lois d'échelles) en Sciences de la Terre. Les lois de puissance sont la signature d'invariance d'échelle puisque le rapport  $\frac{O(Ix)}{O(x)} = I^a$  ne dépend pas de  $x$ , ce qui signifie que la valeur relative de l'observable  $O(x)$  à deux échelles différentes dépend uniquement du rapport entre les deux échelles. C'est cette propriété fondamentale qui associe loi de puissance à invariance d'échelle, à auto-similarité, à « *criticalité* » (la « *criticalité* » fait référence à l'état d'un système ayant des propriétés d'invariance d'échelle) et aux objets *fractals* (objets vérifiant les propriétés d'invariance d'échelle).

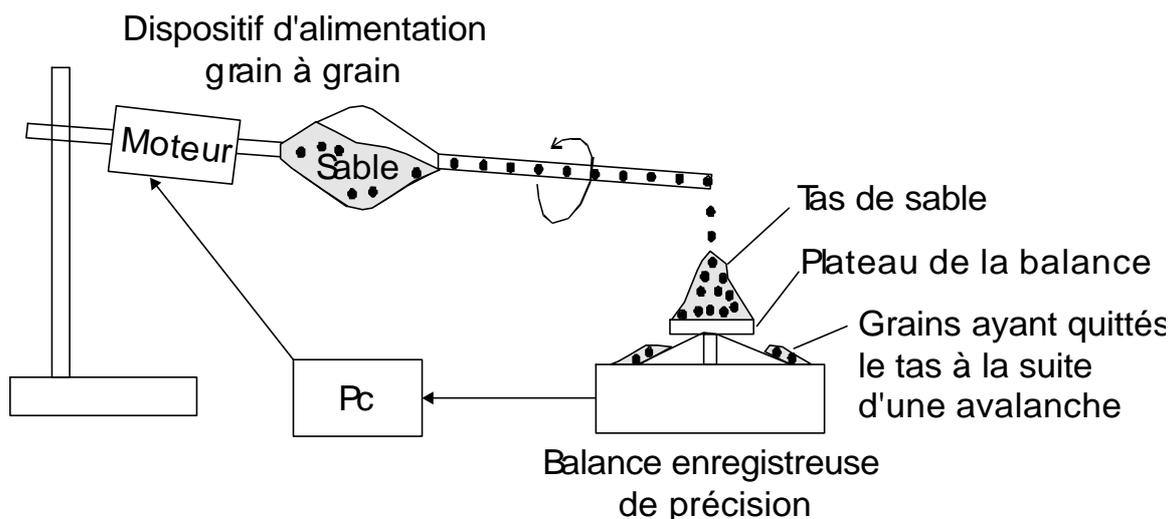
Les ouvrages sur ces notions sont nombreux. Parmi tant d'ouvrages sur ce sujet, nous renvoyons le lecteur français au livre dirigé par Cherbit (Fractals: dimensions non entières et applications, 1991) ainsi qu'au livre de Gouyet (1992) intitulé «Physique et structures fractales».

### 3 État Critique Auto-Organisé (CAO)

Des systèmes hors équilibre semblent aussi montrer une sorte de «criticalité dynamique», communément baptisée CAO, *criticalité auto-organisée* (SOC -self organised criticality). Le concept de CAO a été introduit par Bak, Tang et Wisenfeld en 1987 pour donner une interprétation du bruit en  $1/f$ . Basée sur l'observation de nombreuses lois de puissance liées à la fracturation et à la sismologie (voir Ouillon, 1995), une série d'articles a montré l'intérêt de l'application de cette approche à la modélisation de la structure de la lithosphère et des crises sismiques (Bak et al., 1987, 1988, 1989; Bak et Tang, 1989; Sornette et Sornette, 1989, Sornette et al., 1990, Bak et Chen, 1991). Les éléments repris ici sont issus de l'ouvrage de J. Dubois (1995) et de la thèse de G. Ouillon (1995).

Les grands systèmes naturels interactifs évoluent vers un état critique dans lequel un événement mineur peut conduire à une catastrophe. L'exemple type est celui initialement présenté par Bak et Chen (1991) où la catastrophe se matérialise par une avalanche sur un tas de sable que l'on alimente de façon continue par son sommet. L'expérience consiste (Held et al., 1990) à laisser tomber du sable, grain à grain, sur le plateau d'une balance de précision ( $\pm 0.0001g$ ) d'une capacité de 100g. Chaque grain pèse environ 0.0006g. Un tas de sable dont la base a 4 cm de diamètre pèse environ 15g. On peut suivre, ainsi, la répartition des tailles des avalanches dans le temps, compte tenu d'une alimentation régulière en grains de sable (Fig. An. 2).

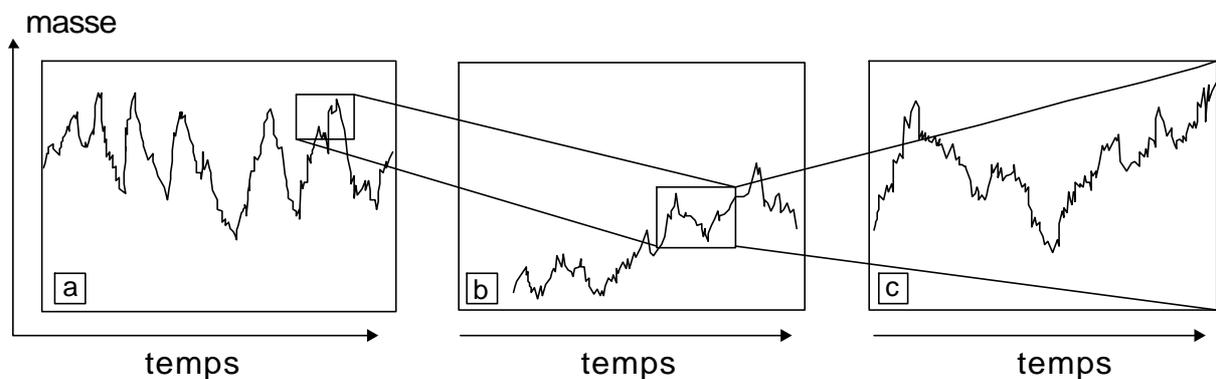
Au début de l'expérience, les grains restent près de l'endroit où ils sont tombés. Au bout de quelques temps, ils forment un tas dont la pente est faible. Puis, cette pente se raidit et, en certains endroits, lorsqu'elle est trop forte, les grains glissent en petites avalanches. Plus on ajoute de sable, plus la pente devient raide et l'importance des petites avalanches augmente. Puis quelques grains commencent à tomber à l'extérieur du plateau, le tas s'arrête de grandir lorsque la quantité de sable que l'on ajoute est égale à celle qui déborde du plateau. On a alors atteint l'*état critique*.



**Figure An. 2:** Expérience classique de CAO du tas de sable (Held et al., 1990). Les grains de sable tombent, un à un, au sommet du tas, suivant un rythme régulier. Des avalanches se produisent et sont étudiées grâce à la balance enregistreuse.

Dans cet *état critique*, si on continue l'expérience, chaque grain ajouté peut provoquer une avalanche de toute taille possible, y compris un événement catastrophique. Mais dans la plupart des cas, le grain tombe de façon qu'aucune avalanche ne se produise. On remarque que les avalanches même les plus importantes, ne modifient pas beaucoup la pente du tas de sable à l'état critique. L'analyse détaillée de la chute d'un grain montre qu'il ne s'arrêtera que s'il tombe sur une position stable, autrement il continuera à tomber. S'il heurte des grains qui sont instables, il provoquera leur chute ; et si le processus continue, chaque grain en mouvement peut s'arrêter ou continuer à tomber et causer la chute d'autres grains. Le processus s'arrête lorsque toutes les particules actives sont arrêtées ou tombées hors du plateau.

Le suivi du bilan à chaque instant est réalisé grâce à la lecture des variations (infimes) des poids sur la balance. Les résultats observés sont que les fluctuations de masse présentent une invariance d'échelle (Fig. An. 3) et que la distribution de probabilité des avalanches se présente sous la forme d'une loi d'échelle finie.



**Figure An. 3:** Résultats de l'expérience du tas de sable. L'invariance d'échelle dans l'évolution du phénomène est représentée sur (a), (b), (c), images identiques à des échelles de plus en plus petites.

L'application du concept de CAO à la lithosphère et aux séismes (Sornette et al., 1990) repose sur une idée analogue à celle qui est illustrée par l'expérience du tas de sable, dans laquelle la pente locale ne peut croître au-delà d'un certain seuil, sans provoquer d'avalanches, ce qui ramène la pente locale au-dessous du seuil d'instabilité. Ainsi, Bak et Tang (1989) suggèrent que les avalanches causées par l'addition de nouveaux grains de sable représentent les séismes. Lorsque la pression augmente, les avalanches deviennent de plus en plus grandes. A l'état critique, il n'y a pas d'échelle de temps, d'espace et d'énergie caractéristiques et toutes les fonctions de corrélation spatiales et temporelles sont des lois en puissance. Ainsi pour Bak et Tang (1989), la loi de Gutenberg-Richter peut être interprétée comme une manifestation du comportement CAO de la dynamique de la Terre. La distribution géométrique fractale des failles que nous verrons en détail en Chapitre 4 et la dynamique des séismes repris en Chapitre 6 sont des signatures spatiale et temporelle du même phénomène.

Avoir constaté que les réajustements d'un système en continu déséquilibre, par des événements catastrophiques, de plus ou moins grande amplitude, se faisaient à toutes les échelles suivant des lois en puissance fut une avancée très importante (Dubois, 1995). Une autre idée suggérée par Bak et al. (1987) a été qu'il pouvait exister une liaison étroite entre les invariants d'échelles dans les domaines spatiaux et temporels. C'est également ce qui a été mis en évidence par Sornette et Sornette (1989) qui constatent que le concept de CAO implique que les séismes résultent de l'organisation de la lithosphère aux niveaux à la fois spatial et temporel (Tableau An. 1).

	Tas de sable	Tectonique
Paramètre de contrôle	Pente locale	Tenseur de contrainte
Paramètre d'ordre	Flux de grains de sable	Vitesse de déformation
Loi de conservation	Masse	Surface de la plaque continentale
Sollicitation extérieure	Addition de grains	Mouvement des plaques
Etat critique	Pente critique (possibilité de déclencher des avalanches en tout point)	État de rupture pouvant être atteint en tout point
Événements	Avalanches	Séismes
Lois d'échelles	Taille et fréquence des avalanches	Taille des séismes et des failles, répartition fractales

**Tableau An .1:** Analogie entre le système critique auto organisé “tas de sable” et le système “tectonique des plaques” (d’après Ouillon, 1995).

L'une des conséquences de cette conception, dans ce dernier domaine, est qu'elle jette un doute sur la validité des modèles de séismes impliquant une simple faille avec des aspérités couplées avec leurs plus proches voisines. La théorie de la CAO implique, au contraire, que champs de contrainte et de déformation sont couplés « à grande distance ». Ainsi, le mouvement le long d'une faille doit être compatible avec d'autres déformations autour de la faille. Mais, la plupart des auteurs ayant abordé le sujet reconnaissent que les conditions du fonctionnement de la CAO ne sont pas encore parfaitement claires et qu'elles devront faire l'objet d'études plus complètes, aussi bien sur des modèles de physique statistique que sur les observations des phénomènes eux-mêmes (Sornette et al., 1990). Nous apportons en Chapitre 6 une contribution à ces observations.

#### 4. Invariances d'échelles discrètes (IED) et hiérarchies

La classe « *invariance d'échelle discrète* » (IED) est une sous-classe de celle d'« invariance d'échelle » pour laquelle le système, ou l'observable, obéit à une invariance d'échelle (voir Annexe 1, § 2) uniquement pour des choix spécifiques de  $\lambda$  (et donc de  $\mu$ ). Ces choix de  $\lambda$  conduisent à un ensemble de valeurs  $\lambda_1, \lambda_2$  que l'on peut écrire sous la forme  $I_n = I^n$  où  $\lambda$  est le rapport d'échelle fondamental. Cette propriété est un moyen de quantifier une lacune dans une structure fractale (Sornette, 1997).

Cette notion d'IED est à rapprocher de celle des *systèmes hiérarchisés*. En effet, dans la plupart des systèmes complexes, différentes longueurs d'onde sont présentes mais ne jouent pas un rôle équivalent. Il y a plutôt des niveaux discrets dans une hiérarchie globale, chaque niveau pouvant être décrit par son propre ensemble de lois. L'exemple type en tectonique est illustré par l'existence de joints, faille secondaires, principales, et limites de plaque. Ces hiérarchies existent aussi en physiologie (molécules, cellules, tissus, systèmes), dans le cerveau (neurones, régions fonctionnelles, lobes, hémisphères), en économie (commerçants, compagnies, pays ...) et dans la société (individus, familles, groupes sociaux, villes, régions, pays ...). Nous discuterons en détail la hiérarchie des champs de galaxies, des réseaux de failles, des organisations minérales et des distributions spatiales des séismes en deuxième partie (Chapitres 4 à 6).

### 1 Liste de quelques sites Internet relatifs aux ondelettes

<http://www.wavelet.org/wavelet/index.html> : Le site du Wavelet Digest est une lettre mensuelle gratuite éditée par Wim Sweldens et qui contient de nombreuses informations sur les ondelettes: annonces de conférences, manuscrits, programmes, questions ... et autres sites Internet.

<http://www.amara.com/IEEEwave/IEEEwavelet.html> : Le site de l'IEEE pour une découverte en ligne des ondelettes.

<http://paos.colorado.edu/research/wavelets/> : Le site de C. Torrence et G. Compo. Une présentation simple des ondelettes continues, un programme interactif en ligne et un forum de discussion.

### 2 Liste de quelques sites Internet relatifs aux « codes » ondelettes

cs.nyu.edu: Dans le répertoire `/pub/wave/software` se trouve une version de logiciels développés par le département « computer science » du Courant Institute de New York. On y trouve en particulier des outils de transformation en ondelettes unidimensionnelles (fichier `wave1.tar.Z`) et bidimensionnelles (fichier `wave2.tar.Z`), ainsi que de décomposition temps-fréquence adaptative (fichier `mpp.tar.Z` \que je n'ai personnellement pas réussi à compiler!) ou d'autres outils reliés. Dans tous les cas, ce sont des logiciels développés en langage C.

pascal.math.yale.edu: Le répertoire `/pub/software` contient des logiciels développés par le département de Mathématiques de Yale University, et fondés sur les décompositions temps-fréquence et temps-échelle adaptatives, les bases de paquets d'ondelettes et les bases trigonométriques locales, ainsi que des outils de débruitage de signaux basés sur ces méthodes.

maxwell.math.sc Carolina.edu: Le répertoire `/pub/wavelets/programs` contient un certain nombre d'outils liés aux décompositions en ondelettes (développés en langage C).

stats.stanford.edu: Le répertoire `/pub/wavelab` contient des outils (utilisant l'environnement MATLAB) de débruitage de signaux par transformation en ondelettes.

---

# Annexe Trois

## Exemple d'étude paléoenvironnementale

---

### ENVIRONMENTAL CHANGES DURING THE LAST ~900 KYR RECORDED IN SEDIMENT DRIFT DEPOSITS OFF THE WESTERN ANTARCTIC MARGIN (ODP SITE 1095)

Yohan Guyodo<sup>1</sup>, Gary D. Acton<sup>2</sup>, Stefanie Brachfeld<sup>3</sup>, James E.T. Channell<sup>1</sup>, and Philippe Gaillot<sup>4,5</sup>

<sup>1</sup> Department of Geological Sciences, University of Florida, Gainesville, Florida

<sup>2</sup> Ocean Drilling Program, Texas A&M University, College Station, Texas

<sup>3</sup> Institute for Rock Magnetism, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota

<sup>4</sup> CNRS UMR 7516, Imagerie tectonique, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France

<sup>5</sup> CNRS UMR 5563, Pétrophysique et Tectonique, Université Paul Sabatier, Toulouse, France

Article soumis à *Paleoceanography* le 28/08/2000

**Abstract** - We performed a wavelet analysis of the low field magnetic susceptibility and a grain-size sensitive parameter ( $k_{arm}/k$ ) in a sedimentary sequence recovered off Antarctica at Ocean Drilling Program Site 1095, encompassing the Mid-Pleistocene climatic transition (MPT). The main magnetic carrier is partly-oxidized pseudo-single domain magnetite, with coarser grained magnetite and higher susceptibilities associated with glacial intervals. The MPT is accompanied by a decrease in the frequency of small fine-grained turbidites for sediments younger than ~600 ka. Our wavelet analysis unveiled pseudo-periodic cycles near ~75 kyr and ~120 kyr prior to the establishment of the so-called "100 kyr" cycle (around 600 ka). These periods have been observed elsewhere in paleoclimate proxy records, and have been modeled in terms of ice sheet dynamics in the Northern Hemisphere. The observation of these periods at Site 1095 indicates that similar dynamics affected the Antarctic ice sheet.

#### Introduction

Recent advances in paleomagnetic and rock magnetic techniques, such as the development of cryogenic magnetometers, have made it possible to perform rapid, automated, and nondestructive measurements of sediment magnetic properties, at a resolution of only a few centimeters [e.g., Weeks et al., 1993, Nagy and Valet, 1993]. Magnetic parameters such as low field susceptibility ( $k$ ), natural remanent magnetization (NRM), anhysteretic remanent magnetization (ARM), and isothermal remanent magnetization (IRM) are now routinely used in stratigraphic studies. This approach is of great importance when traditional isotope stratigraphy is not possible. This is the case for the sedimentary sequences recovered during Ocean Drilling Program (ODP) Leg 178, off the Western Antarctic Peninsula. Cores recovered

during Leg 178 provided a high resolution sedimentary record spanning the last ~8 Myr, reflecting environmental changes that affected the western side of the Antarctic margin [Barker et al., 1999]. Unfortunately, the sediment is characterized by very low carbonate content, preventing the construction of  $\delta^{18}\text{O}$ ,  $\text{CaCO}_3$ , or  $\delta^{13}\text{C}$  stratigraphy.

In this paper, we present an analysis of the magnetic properties of the uppermost part of a sedimentary sequence recovered at Site 1095, located on a sediment drift west of the Antarctic Peninsula margin. Using wavelet analysis techniques, we investigate cycles present in the magnetic records which reflect environmental changes that have affected this region. The results provide some insights on the behavior of the Antarctic Ice Sheet during the Mid-Pleistocene climatic transition.

## 2. Geological Setting and Lithology

ODP Site 1095 (Fig. An. 4) ( $66^{\circ}59' S$ ,  $78^{\circ}29' W$ , water depth 3841.6 m) is located on the distal side of a large hemipelagic sediment drift situated on the central continental rise west of the Antarctic Peninsula [e.g., Rebesco et al., 1997; Larter et al., 1997; Shipboard Scientific Party, 1999]. At Site 1095, about 560 meters of sediment were recovered with advanced hydraulic piston corer (APC) and extended core barrel (XCB). The sediment is characterized by alternations of predominantly fine-grained terrigenous and hemipelagic deposits, containing only trace amounts of organic carbon ( $< 0.1$  wt%). The uppermost 50 meters of sediment, defining lithologic Unit I, consist of fine-grained brown and dark gray diatom-bearing silty clay, silty clay, and clay, and contains scattered ice-rafted debris. The interval 50-435 mbsf (lithologic Unit II) is characterized by green laminated silts and muds of Pliocene and late Miocene age. The rest of the sedimentary sequence, below 435 mbsf, consists of parallel siltstone-claystones of Miocene age (lithologic unit III).

We have investigated the uppermost ~ 25 meters of sediment from Holes 1095A and

1095D. This interval corresponds to the upper part of lithologic Unit I. The sediment in this unit originated essentially from the deposition by contour bottom currents of the fine-grained fraction of small turbidites, which initiated on the continental slope in slumps of the unsorted tills deposited there by grounded ice sheets during glacial maxima [Rebesco et al., 1997]. This unit has been divided into two sub-units (Ia and Ib), according to the lithologic description performed aboard the R/V JOIDES *Resolution* [Shipboard Scientific Party, 1999]. Sub-unit Ia is comparable to the sedimentary sequences described in Camerlenghi et al. [1997], and Pudsey and Camerlenghi [1998]. It consists of alternations of gray laminated terrigenous intervals (interpreted as the result of bottom current deposition during glacial periods) and brown hemipelagic intervals (interpreted as the result of deposition during interglacial times, when terrigenous sediment supply is reduced by the limited extent of ice shelves). Sub-Unit Ib consists of alternating silty clay with sand grains, and clay with silt laminae, with no clear biogenic cycles [Shipboard Scientific Party, 1999]. The link between the two facies and glacial/interglacial cycles is less obvious in this part of the record.

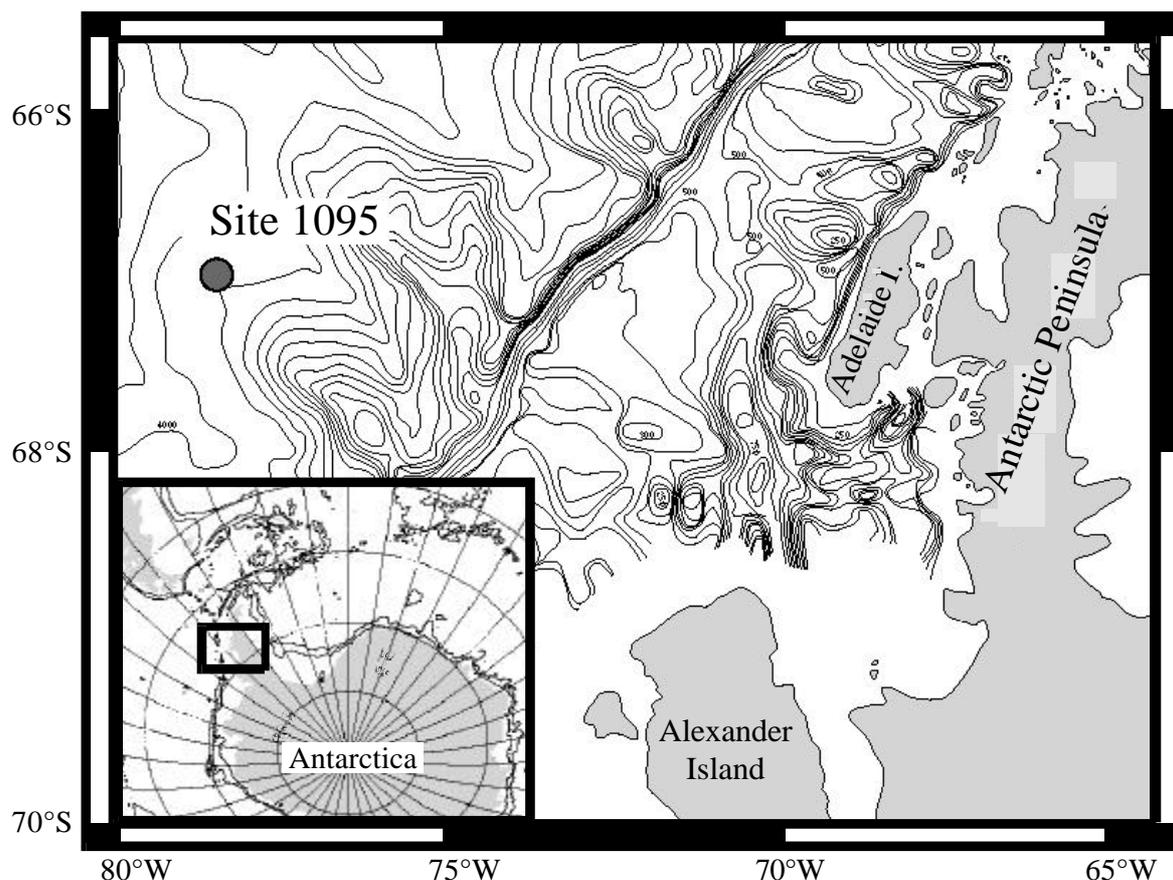


Figure An. 4: Location map for ODP Site 1095, on the west Antarctic margin.

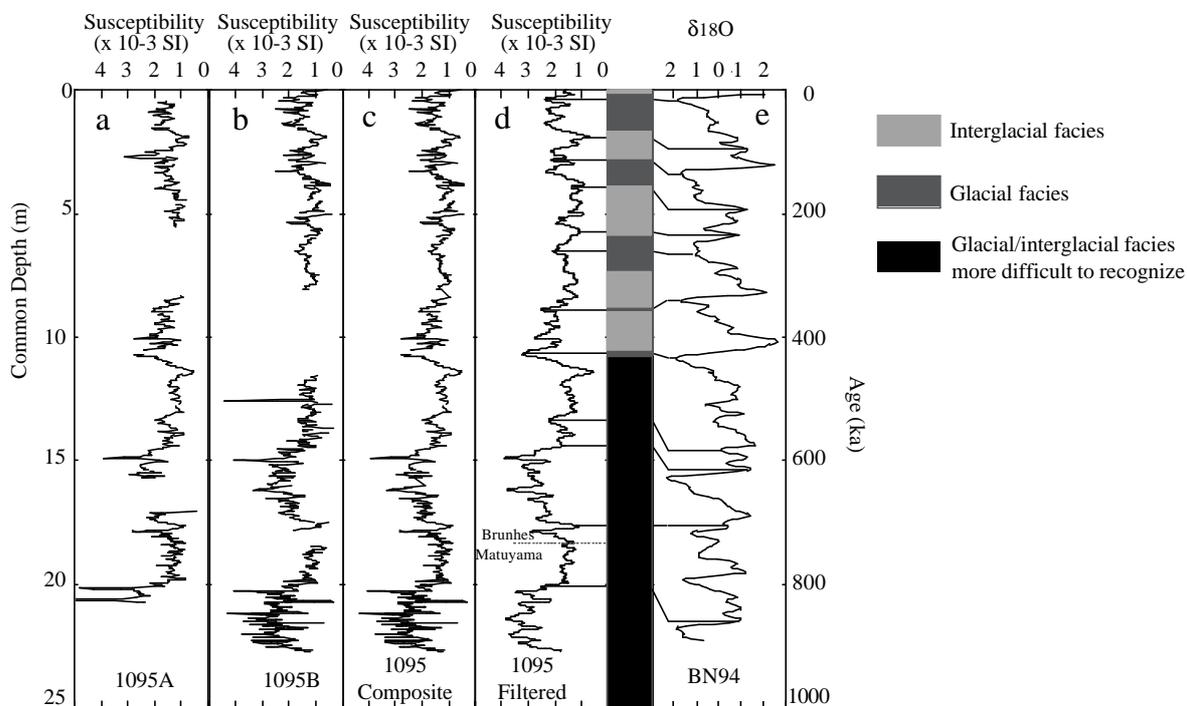
### 3. Inter-holes Correlation and Time scale

The shipboard procedure for composite section construction is based on core to core correlations, and the use of individual sections was required in order to build our composite section. We therefore constructed our new depth scale on the basis of a correlation of the susceptibility records from Hole 1095A and 1095D, using the software Analyseries [Paillard et al., 1996]. This procedure allowed us to select the best preserved parts of both Holes, and construct a more complete (composite) record. The magnetic susceptibility was measured every 2 cm using the Sapphire Instruments 3.5 cm-square susceptibility loop located at the University of Florida. Figure An. 5 shows the susceptibility records from Holes A and D on the common depth scale, as well as the composite record for Site 1095. This revised composite susceptibility record was the basis for the establishment of our time scale.

Like other constituents of the sediment, magnetic particles are sensitive to sediment source, sediment transport, and depositional processes. Shipboard analysis of Leg 178 sediments showed that intervals of low susceptibility were associated with lithologies characterizing warm periods, confirming previous studies performed on piston cores from the same drift, at a site close to Site 1095

[Pudsey and Camerlenghi, 1998; Camerlenghi et al., 1997]. Due to the poor carbonate content of Leg 178 sediments, no  $\delta^{18}\text{O}$  chronology could be established.

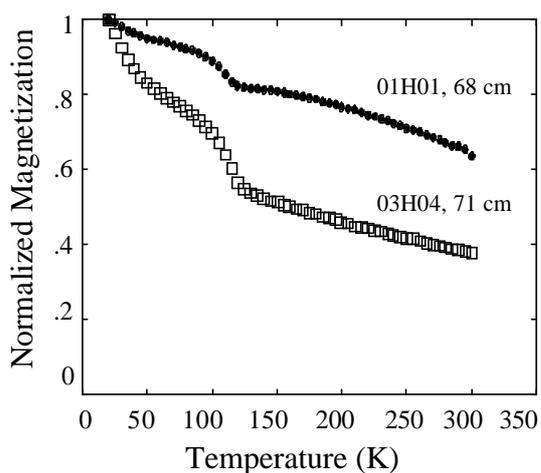
Our time scale was obtained by correlating the magnetic susceptibility ( $k$ ) to a  $\delta^{18}\text{O}$  target curve, in our case the composite record of Bassinot et al., [1994] (thereafter referenced to as BN94). To make the comparison easier, we filtered out the high frequencies in the susceptibility record, so that a resolution similar to the reference curve was obtained (Fig. An. 5). The tie-points displayed in Figure An. 5 are based on (1)-alternation of biogenic-rich and biogenic-poor intervals in the sedimentary sequence [Shipboard Scientific Party, 1999], and (2)-existence of correlative features with BN94. Only the upper ~11 mcd of sediments display clear alternations of glacial/interglacial facies (Sub-Unit Ia). For underlying sediments, the dating was based essentially on the correlation of similar features between the susceptibility and BN94. In this part of the record, an additional constraint was added with the use of the age of the Brunhes/Matuyama boundary (at 780 ka), which was defined from the shipboard paleomagnetic measurements. This correlation provided an age model spanning the last ~890 kyr, and a mean sedimentation rate of  $(2.6 \pm 0.3)$  cm/kyr.



**Figure An. 5:** Low field magnetic susceptibility ( $k$ ) at Hole 1095A (a) and Hole 1095D (b), versus depth. The depth scale is a modified version of the meter composite depth aimed at improve the correlation between holes and construct a composite susceptibility record (c). A filtered version of the composite (d) was used for correlation (providing the age scale) to the  $\delta^{18}\text{O}$  record of Bassinot et al. [1994] (e).

#### 4. Magnetic properties of discrete samples

We determined the hysteresis properties of 24 samples taken from Hole 1095A at a resolution of about 1 sample per meter. The experiments were conducted with the Princeton Applied Research vibrating sample magnetometer at the Institute for Rock Magnetism at the University of Minnesota. The hysteresis loops provided saturation fields and coercivity values compatible with those of magnetite. For two samples (01H01-68, 03H04-71), we determined the low-temperature demagnetization of the saturation isothermal remanent magnetization (SIRM), using a Quantum Design Magnetic Property Measuring System (MPMS). Figure An. 6 shows a drop in intensity of magnetization at a temperature close to the Verwey transition of magnetite (110-120 K). This suggests that magnetite is the main magnetic mineral in these samples. The rather smooth aspect of the transition, and the lower value of the temperature at the transition suggest that the magnetite grains may be partly oxidized at their surface [Özdemir et al., 1993].



**Figure An. 6** Low-temperature thermal demagnetization of a saturation magnetization imparted at 10 K. The intensity loss at 110-120 K indicates the Verwey transition for magnetite

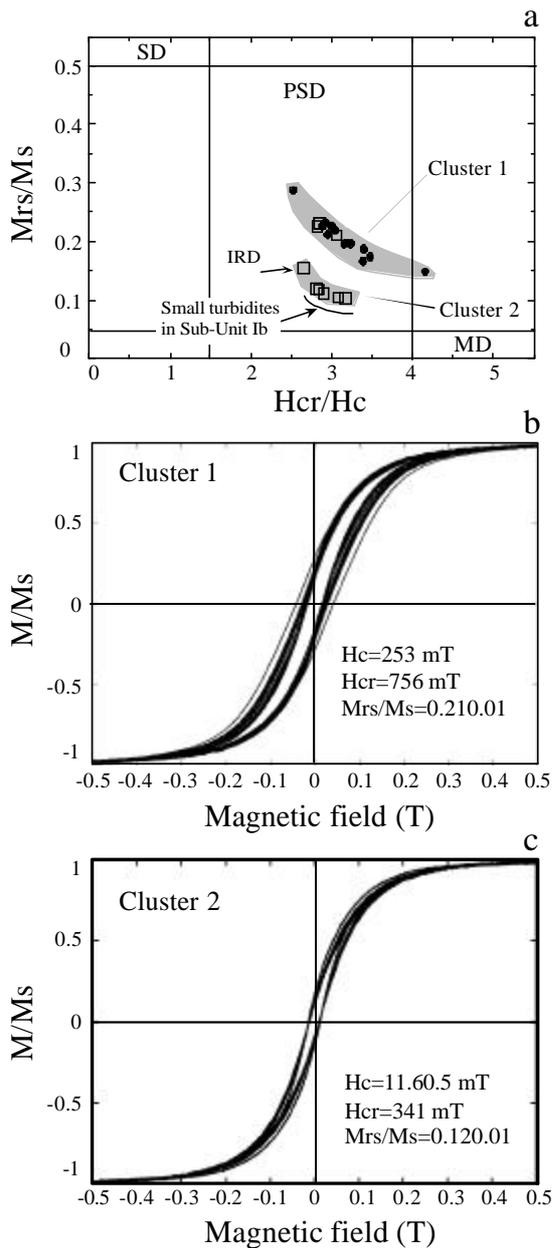
Calculation of the coercivity of remanence over coercivity ( $H_{cr}/H_c$ ), and saturation remanence over saturation magnetization ( $M_{rs}/M_s$ ) ratios for the 24 samples indicate a pseudo-single domain state (Fig. An. 7) for the magnetic carrier [Day et al., 1977]. However, not all the samples in Figure An. 7 follow the same trend, and instead they form two separate groups. On Figure An. 7, we have labeled the two groups as clusters 1 and 2. Cluster 1 includes samples from all parts of the stratigraphic sequence. In contrast, samples from cluster 2 are only found in lithologic Sub-Unit Ib, with ages older than ~600 ka. This may be the expression of

two different patterns of deposition. Careful investigation of the core photos revealed that these samples were all collected from intervals containing small turbidites, except in one case where the sample was taken from a more massive interval containing a lot of ice rafted debris (IRD). Except for this one sample, the existence of the second cluster seems related to the higher occurrence of turbidites.

This downcore increase in the frequency of turbidites reflects some change in the physical conditions necessary to trigger these turbidites. A change in the frequency and amount of sediment carried by the grounded ice sheets to the continental shelf edge would probably induce a change in the frequency and strength of these turbidites. Such a shift in the state of the ice on Antarctica around ~600ka could be linked to the Mid-Pleistocene climatic transition (MPT), which is the climatic change that led to the Late Pleistocene ice ages. In the marine record, the MPT is characterized by an increase in  $\delta^{18}O$  mean values (increased ice volume) around 900 ka, and an increase in the amplitude of the 100-kyr cycle between ~900 ka and ~600 ka [Berger et al., 1994; Ruddiman et al., 1989]. Prior to the MPT, ice volume variations were dominated by a cycle at 41 kyr. It is difficult to test completely this hypothesis with our sediments, since we are limited to the last ~890 kyr, but some elements of answer may come from the analysis of the bulk magnetic parameters.

#### 5. Bulk magnetic parameters from continuous measurements

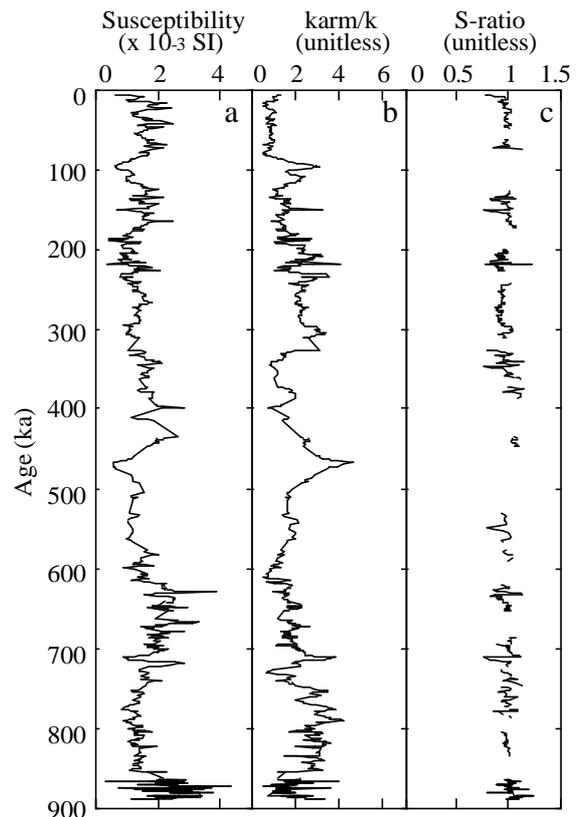
The bulk magnetic parameters were measured every 2 cm using the 2G-Enterprises cryogenic magnetometer located in the shielded room of the paleomagnetic laboratory at the University of Florida. An anhysteretic remanent magnetization was imparted to the u-channel samples using a 100 mT peak field and a 0.05 mT bias field, and subsequently demagnetized at 20, 30, 40, and 60 mT peak alternating field (a.f.) values. The ratio of the susceptibility of ARM ( $k_{arm}$ , ARM normalized by biasing field) over magnetic susceptibility ( $k$ ) was subsequently computed. When dealing with magnetite,  $k_{arm}/k$  varies inversely with magnetic grain size, and so can be used to assess downcore changes in magnetic grain size. A saturation isothermal remanent magnetization (SIRM) was imparted using a 1 T peak field, and subsequently demagnetized at the same a.f. values as the ARM. In addition, a back-field isothermal remanent magnetization ( $IRM_{300mT}$ ) with a peak field of 300 mT was imparted to the samples, so that S-ratios ( $S = -IRM_{300mT}/SIRM$ ) could be determined.



**Figure An. 7:** Magnetic grain size distribution (a), as indicated by variations in the hysteresis parameters [Day et al., 1977]. SD, single domain; MD, multidomain, and PSD, pseudo-single domain. Black dots represent samples from lithologic Sub-Unit Ia, and squares symbols represent samples from Sub-Unit Ib. Hysteresis loops for samples in cluster 1 (b) and cluster 2 (c), as identified in (a). The magnetic moments are normalized by their values at saturation.

Figure An. 8 shows the variations of the magnetic susceptibility, the ratio  $k_{arm}/k$ , and the S-ratio placed on the age model for Site 1095. The incompleteness of the S-ratio record is due to the presence of intervals over which the measurement of the intensity of SIRM was impossible, probably because the dynamic range of the magnetometer was exceeded. Nevertheless, the S-ratio record displays relatively stable values,

with a mean of  $(0.989 \pm 0.004)$ . This confirms that the magnetic mineralogy of the sediment is dominated by magnetite, and shows that it was essentially constant throughout the time interval investigated. In contrast,  $k_{arm}/k$  varied significantly (by a factor 4) during the past ~900 kyr, with changes that seem to be anti-correlated to the susceptibility. Since  $k_{arm}$  is essentially sensitive to the fine-grained fraction of magnetite, this anti-correlation suggests that the variations in  $k_{arm}/k$  are indicative of relative changes in the amount of coarser grains of magnetite. Lower  $k_{arm}/k$  values and hence an increase in the average size of magnetite grains are associated with glacial intervals. This observation is in agreement with previous studies suggesting that during glacials, terrigenous sediment is carried by extended ice sheets that are able to reach the continental shelf edge and deliver the sediment load directly to the continental slope. Since both the susceptibility and the ratio  $k_{arm}/k$  display a behavior that can be related to global changes in climate, wavelet analysis of these records may provide additional information on the dynamic of the ice sheet in the region during the last ~900 ka.



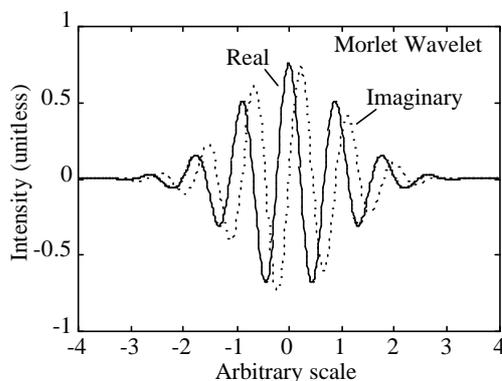
**Figure An. 8:** Low field magnetic susceptibility (a), ratio  $k_{arm}/k$  (b), and S-ratio (c), versus age. Notice the anti-correlation between susceptibility and  $k_{arm}/k$ . The S-ratio has stable values around 1, suggesting magnetite as the main magnetic carrier.

## 6. Wavelet analysis

### 6.1. Method

Wavelet analysis is a technique that decomposes a particular time series into scales of variability, therefore providing the localization in the time series of cyclic patterns and discontinuities [Daubechies, 1992; Torrence and Compo, 1998]. The power of this method resides in the fact that wavelet transforms are local and multi-scale, using narrow windows at high frequencies and wide windows at low frequencies [Lau and Weng, 1995]. Therefore, wavelet analysis contrasts strongly with the classical Fourier transform and the windowed spectral analysis, which use a single time window of constant width, and do not provide information on the temporal persistence of particular cycles.

The continuous wavelet transform (CWT) of a time series  $f(t)$  is obtained by the multiplication of  $f(t)$  with a set of daughter wavelet functions derived from dilatation (a) and translation (b) of a mother wavelet function. In other words, the CWT is the result of a series of convolutions between  $f(t)$  and a set of small-to-large wiggles (the daughter wavelets), which have been obtained by “stretching” a standard wiggle (the mother wavelet). The successive values of the scale parameter (a) determine therefore the “frequencies” at which the wavelet transform can be calculated. In our case, the dilatation scales were chosen so that it was possible to cover the Fourier domain of interest, ranging from 8 to 175 kyr. The translation parameter, b, controls the stepwise translation of the daughter wavelets, and allows local exploration of the time series. The mother wavelet must have (1) compact support (or decay fast enough to obtain localization in space), and must have (2) zero mean. In this work, we chose the well-known “Morlet” mother wavelet [Morlet et al., 1982; Daubechies, 1992], a complex-valued function which components are sinusoids modulated by a Gaussian envelope (Figure An. 9).

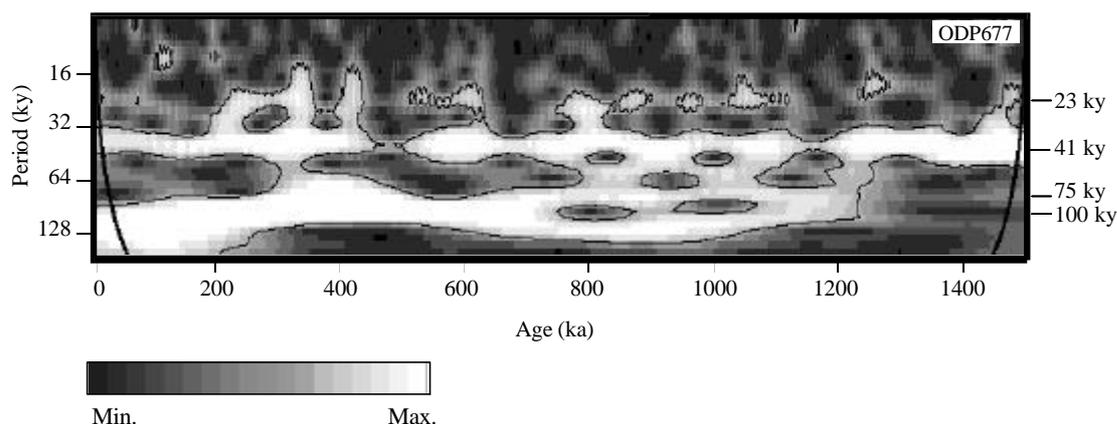


**Figure An. 9:** The Morlet mother wavelet used to compute the wavelet transform. The solid line corresponds to the real part of the wavelet function, and the dashed line to its imaginary part.

The wavelet spectrum of  $f(t)$  can be represented by a picture diagram with the ages on the horizontal axis and the equivalent Fourier periods on the vertical axis; the modulus of the wavelet spectrum being depicted by color patches. To facilitate the reading of the patterns represented on the diagram, it is possible to underline local maxima that are above a predefined significance level. It has been shown that each point in the wavelet power spectrum is statistically distributed as a  $\chi^2$  with two degrees of freedom about the background spectrum [Torrence and Compo, 1998]. The confidence level at each scale is therefore the product of the background spectrum and the desired significance level (for instance 95% confidence) from the  $\chi^2$  distribution. Without any theoretical knowledge of the background spectrum, we chose the mean wavelet spectrum as our background, following the suggestions of Torrence and Compo [1998].

### 6.2. Results and discussion

Numerous studies have been focused on climate variability during the Pleistocene, with a particular attention to the global changes in frequency that have affected the paleoclimate between ~900 ka and ~600 ka (Mid-Pleistocene climate transition) [e.g., Imbrie et al., 1993; Berger and Jansen, 1994; Berger et al., 1994, Ruddiman et al., 1989, Mudelsee and Schulz, 1997; Raymo, 1997]. Prior to the climate transition, the 41 kyr cycle (attributed to the obliquity of the Earth's rotation axis) has controlled the variations in ice volume. Since then, a nearly ~100 kyr period (close to the eccentricity) has dominated the paleoclimate record. Variations in ice volume corresponding to the 41 kyr spectral band have been modeled successfully as a direct response to orbital forcing, through the modulation of summer insolation in the Northern hemisphere. However, few models have attempted to explain the dominance of the 100 kyr cycle during the late Pleistocene [e.g., Imbrie et al., 1993; Berger and Jansen, 1994; Raymo, 1997; Mudelsee and Schulz, 1997; Clark and Pollard, 1998]. Insolation changes due to eccentricity variations are very small, suggesting the existence of a complex, nonlinear response to the forcing [see Imbrie et al., 1993]. In view of those facts, it is essential that additional spectral studies of paleoclimate proxies be conducted, in order to constrain better the timing of the transition. For instance, a recent wavelet analysis of  $\delta^{18}\text{O}$  marine records established the existence of intermediate frequencies at ~75 kyr during the climate transition [Bolton et al., 1995]. As a reference frame for our discussion, we have selected the interval 0-1500 ka of the benthic  $\delta^{18}\text{O}$  record from ODP Site 677

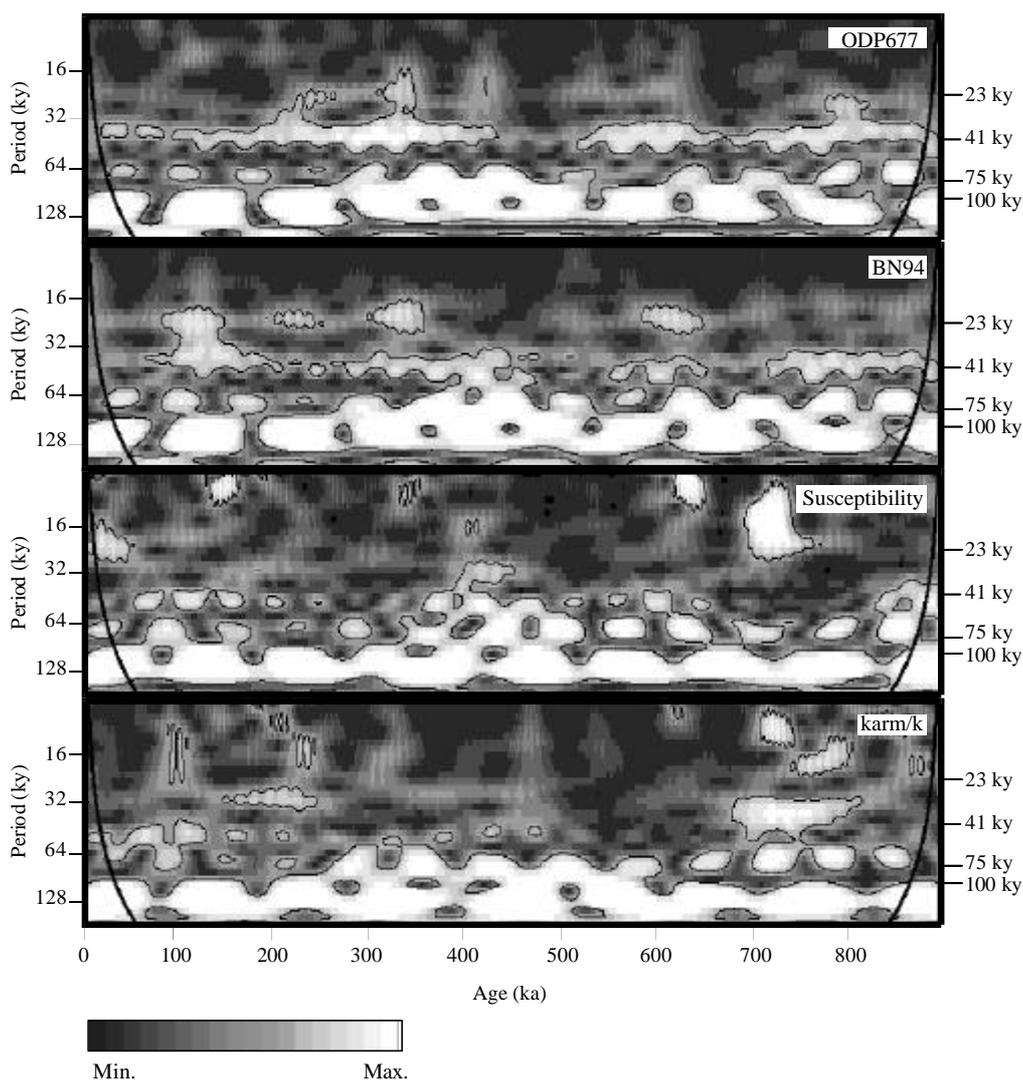


**Figure An. 10:** Wavelet Spectrum of the benthic  $\delta^{18}\text{O}$  record from ODP Site 677, for the last 1.5 Myr. The contour lines represent the confidence level at 95%. The thick black line on the left and right edges of the spectra indicates the regions of the diagram where the edge effects become important. Significant signal is found throughout the entire record for periods around 41 kyr. The Mid-Pleistocene transition is shown to start around 1 Ma, with the emergence of signals at ~75 kyr and ~120 kyr, which are replaced by a cycle at ~100 kyr around 600 ka.

[Shackleton et al., 1990], encompassing the entire climatic transition.

Figure An. 10 shows the wavelet spectrum of this record. In terms of frequency changes, the Mid-Pleistocene transition (MPT) seems to start between ~1000 ka and ~1100 ka, with the emergence of two new pseudo-periodic behaviors. The first is characterized by a period centered at ~75 kyr (based on the location of the intensity maxima in the wavelet spectrum, or centers of the color patches), and the second by a period close to ~120 kyr, in agreement with the wavelet analysis of Bolton et al. [1995]. This pattern lasts until about ~600 ka, and is replaced by a unique period centered at ~95 kyr, which evolves towards a greater period centered at ~110 kyr in more recent times. This analysis supports previous studies suggesting that a strong 100 kyr period was not established until ~600 ka [Berger et al., 1994, Ruddiman et al., 1989, Mudelsee and Schulz, 1997]. The cycles near 75 kyr have been interpreted by Mudelsee and Schulz [1997] as a succession of calving instabilities during ice sheet retreat, at times of increased summer insolation. Large ice sheets grounded on isostatically depressed continental margins can retreat rapidly when a mechanical threshold is passed during the slow, orbitally forced sea level rise [see Imbrie et al., 1993 for full discussion]. Mudelsee and Schulz [1997] suggest that calving events with a near ~75 kyr period were possible due to the existence of larger bedrock depressions, subsequent to the large increase in ice volume at the Mid-Pleistocene transition in the Northern Hemisphere. This increase in global ice mass may have been favored by a general cooling trend, possibly related to a decrease in atmospheric

$\text{CO}_2$  and subsequent weakened greenhouse effect [see Berger and Jansen, 1994; Raymo, 1997]. According to Mudelsee and Schulz [1997], the ~75 kyr cycle is intermediate and progressively replaced by a nearly ~100 kyr cycle, dominant after ~650 ka [Mudelsee and Schulz, 1997]. This is essentially the pattern observed here, although the cycle at ~75 ka does not disappear completely from the record and is present again between ~500 ka and ~300 ka. This result, and the fact that a cycle at ~120 kyr existed at the same time, suggests that other factors should probably be taken into account, and that the transition may have been a multi-stage event. For instance, Clark and Pollard [1998] emphasized the role of the progressive erosion of regolith beneath the Laurentide ice sheet, exposing harder bed rocks less easy to erode and hence slowing down ice sheet flow. This would have allowed the growth of a thicker ice sheet, leading to the development of a greater bedrock depression [Clark and Pollard, 1998]. Another model invokes multiple equilibria in the climate system, where the succession of glacial/interglacial cycles is described by three states (interglacial, mild-glacial, full-glacial) [see Paillard, 1998]. According to this model, the growth of sufficiently large ice sheets is possible only when a particular radiative threshold is exceeded for a long enough period of time [Raymo, 1997; Paillard, 1998]. A linear increase in the radiative forcing through decrease in atmospheric  $\text{CO}_2$  concentration, therefore affecting the threshold values, seems to simulate reasonably well most of the variations observed in the  $\delta^{18}\text{O}$  records covering the past 2 Myr [Paillard, 1998]. Likely, different regions had different contributions to the spectral evolution characterizing the MPT.



**Figure An. 11:** Wavelet Spectrum of the benthic  $\delta^{18}\text{O}$  record from ODP Site 677 for the last 890 kyr, the  $\delta^{18}\text{O}$  record from Bassinot et al. [1994], the susceptibility record, and the karm/k record (see labels). The cycle at ~75 kyr is present in the rock magnetic parameters over the same intervals as in the other paleoclimate proxies.

In Figure An. 11, we have represented the wavelet spectrums of the  $\delta^{18}\text{O}$  record at Site 677 (here, the calculation was restricted to the last 890 kyr), the  $\delta^{18}\text{O}$  composite of Bassinot et al [1994] (BN94, used for the age model), the magnetic susceptibility record, and the ratio karm/k. The wavelet spectra reveal that the behavior depicted by the susceptibility and the ratio karm/k are similar to the marine  $\delta^{18}\text{O}$  records. Both records clearly show the presence of the ~75 kyr cycle, and the interval where the 75 kyr is the strongest corresponds to lithologic Sub-Unit Ib. Some power is also found in the spectral band corresponding to the precession (~23 kyr), obliquity (~41 kyr), and the eccentricity (~100 kyr). The changes in periodicity of the “100 kyr” oscillation noticed in our previous analysis of Site

ODP677 is less obvious here (from ~120 kyr to ~110 kyr), which could be the expression of inaccuracies in our age model. Our wavelet analysis of the magnetic properties at Site 1095 therefore confirms previous results inferred from marine  $\delta^{18}\text{O}$  records. The spectral content of the climatic oscillations recorded in our sedimentary sequence is not constant through time, and the emergence of the “100 kyr” cycle coincides with the existence of a strong signal at ~75 kyr. Since the sedimentary record at Site 1095 is directly controlled by the state of the West Antarctic Ice Sheet, this further suggests that the ice sheet has followed an unstable oscillatory mode between ~900 ka and 600 ka, and possibly until more recently.

---

## 7. Summary

We studied the top ~25 meters of the sedimentary sequence recovered at ODP Site 1095, located on the distal side of a large hemipelagic sediment drift situated on the central continental rise west of the Antarctic Peninsula. The sediment is characterized by alternations of predominantly fine-grained terrigenous and hemipelagic deposits, which originated from bottom current deposition of the fine-grained component of small turbidites initiated on the continental slope.

Rock magnetic investigation of 24 samples from Hole 1095A pointed to partly oxidized magnetite as the main magnetic mineral. Although hysteresis properties indicate a pseudo-single domain state for the magnetic carrier in all the samples, it was possible to separate them into two groups. Samples from the first group originate from all parts of the stratigraphic sequence, whereas samples from the second group are only found (with coarser magnetic grain sizes) in the lower part of the sequence, with ages older than ~600 ka. Further investigation revealed that these samples were all collected from intervals containing small turbidites, except in one case where the sample was taken from a more massive interval containing a lot of ice rafted debris (IRD). This is interpreted as the possible expression of a slight shift in the mode of sedimentation in the west Antarctic Peninsula margin around 600 ka.

Wavelet analysis of ODP Site 677 benthic  $\delta^{18}\text{O}$  record confirmed previous studies suggesting that the establishment of the "100 kyr" climatic cycle at the Mid-Pleistocene transition was subsequent to a transitional period, and the existence of pseudo-oscillations at ~75 kyr and ~120 kyr. The transition has been tentatively explained in terms of ice-bedrock models [Mudelsee and Schulz, 1997; Clark and Pollard, 1998] and radiative forcing models [Raymo, 1997; Paillard, 1998] aimed at describing ice sheets variability in the Northern Hemisphere. Our results show that the ice sheets located on the Antarctic Peninsula experienced variations of similar wavelengths, maybe in response to sea level and climate oscillations related to fluctuations of the Northern Hemisphere ice sheets.

## References

Bassinot, F.C., L.D. Labeyrie, E.V. Vincent, X. Quidelleur, N.J. Shackleton, and Y. Lancelot, The astronomical theory of climate and the age of the Brunhes-Matuyama magnetic reversal, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 126, 91-108, 1994.

- Barker, P.F., A. Camerlenghi, G.D. Acton, and the ODP Leg 178 Scientific Party, *Proc. Ocean Drilling Program, Initial Reports, 178*, 1999.
- Berger, W.H., and E. Jansen, Mid-Pleistocene Climate Shift-The Nansen Connection, in *The Polar Oceans and Their Role in Shaping the Global Environment, Geophys. Monogr. Ser.*, Vol. 85, edited by O.M. Johannessen, R.D. Muench, and J.E. Overland, pp. 295-311, AGU, Washington, D.C., 1994.
- Berger, W.H., M.K., Yasuda, T. Bickert, G. Wefer, T. Takayama, Quaternary time scale for the Ontong Java Plateau: Milankovitch template for Ocean Drilling Program site 806, *Geology*, 22, 463-467, 1994.
- Bolton, E.W., K.A. Maasch, and J.M. Lilly, A wavelet analysis of Plio-Pleistocene climate indicators: A new view of periodic evolution, *Geophys. Res. Lett.*, 22, 2753-2756, 1995.
- Camerlenghi, A., M. Rebesco, and C.J. Pudsey, High resolution terrigenous sedimentary record of the sediment drifts on the Antarctic Peninsula Pacific margin, *The Antarctic Region: Geological Evolution and Processes*, edited by C.A. Ricci, Terra Antarct., 705-710, 1997.
- Clark, P.U., and D. Pollard, Origin of the middle Pleistocene transition by ice sheet erosion of regolith, *Paleoceanography*, 13, 1-9, 1998.
- Daubechies, I., Ten Lectures on Wavelets, *Soc. For Ind. And Appl. Math.*, Philadelphia, Pa., 357pp, 1992.
- Day, R., M.D. Fuller, and V.A. Schmidt, Hysteresis properties of titanomagnetites: Grain size and composition dependence, *Phys. Earth Planet Inter*, 13, 260-266, 1977.
- Imbrie, J., A. Berger, E.A. Boyle, S.C. Clemens, A. Duffy, W.R. Howard, G. Kukla, J. Kutzbach, D.G. Martison, A. McIntyre, A.C. Mix, B. Molfino, J.J. Morley, L.C. Peterson, N.G. Pisias, W.L. Prell, M.E. Raymo, N.J. Shackleton, and J.R. Toggweiler, On the structure and origin of major glaciation cycles, 2. The 100,000-year cycle, *Paleoceanography*, 8, 699-735, 1993.
- Larter, R.D., M. Rebesco, L.E. Vanneste, L.A.P. Gamboa, and P.F. Barker, Cenozoic tectonic, sedimentary and glacial history of the continental shelf west of Graham land, Antarctic Peninsula, *Geology and Seismic Stratigraphy of the Antarctic Margin*, 2, edited by P.F. Barker and A.K. Cooper, Antarctic Res. Series, 71, 1-27, 1997.
- Lau, K.-M., H.-Y. Weng, Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 76, 2391-2402, 1995.
- Mudelsee, M., and M. Schulz, The Mid-Pleistocene climate transition: onset of 100 ka cycle lags

- 
- ice volume build-up by 280 ka, *Earth planet. Sci. Lett.*, 151, 117-123, 1997.
- Morlet, J., G. Arens, E. Fourgeau, D. Girard, Wave propagation and sampling theory, 2, Sampling theory and complex waves, *Geophysics*, 47, 203-221, 1982.
- Nagy, E.A., and J.-P. Valet, New advances for paleomagnetic studies of sediment cores using U-channels, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 671-674, 1993.
- Özdemir, Ö., D.J. Dunlop, and B.M. Moskowitz, The effect of oxidation on the Verwey transition in magnetite, *Geophys. Res. Lett.*, 120, 283-300, 1993.
- Paillard, D., The timing of Pleistocene glaciations from a simple multi-state climate model, *Nature*, 391, 378-381, 1998.
- Paillard, D., L. Labeyrie, and P. Yiou, Macintosh program performs time-series analysis, *EOS Trans.*, 77, 379, 1996.
- Pudsey, C.J., and A. Camerlenghi, Glacial-interglacial deposition on a sediment drift on the Pacific margin of the Antarctic Peninsula, *Antarctic Science*, 10, 286-308, 1998.
- Raymo, M.E., The timing of major climate terminations, *Paleoceanography*, 12, 577-585, 1997.
- Rebesco, M., R.D. Larter, P.F. Barker, A. Camerlenghi, and L.E. Vanneste, The history of sedimentation on the continental rise west of the Antarctic Peninsula, *Geology and Seismic Stratigraphy of the Antarctic Margin*, 2, edited by P.F. Barker and A.K. Cooper, Antarctic Res. Series, 71, 29-49, 1997.
- Ruddiman, W.F., M.E. Raymo, D.G. Martinson, B.M. Clement, and J. Backman, Pleistocene evolution: Northern hemisphere ice-sheets and North Atlantic Ocean, *Paleoceanography*, 4, 353-412, 1989.
- Shackleton, N.J., A. Berger, and W.R. Peltier, An alternative astronomical calibration of the lower Pleistocene timescale based on ODP Site 677, *Trans. R. Soc. Edinburgh Earth Sci.*, 81, 251-261, 1990.
- Shipboard Scientific Party, Site 1095, In Barker, P.F., Camerlenghi, A., Acton, G.D., et al., *Proc. ODP, Init. Repts.*, 178, 1-174 [CD-ROM], 1999. Available from: Ocean Drilling Program, Texas A&M University, College Station, TX 77845-9547, U.S.A.
- Torrence, C., G. Compo, A practical guide to wavelet analysis, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 61-78, 1998.
- Weeks, R., C. Laj, L. Endignoux, M. Fuller, A. Roberts, R. Manganne, E. Blanchard, and W. Goree, Improvements in long-core measurement techniques: applications in paleomagnetism and palaeoceanography, *Geophys. J. Int.*, 114, 651-662, 1993.

---

## Annexe Quatre

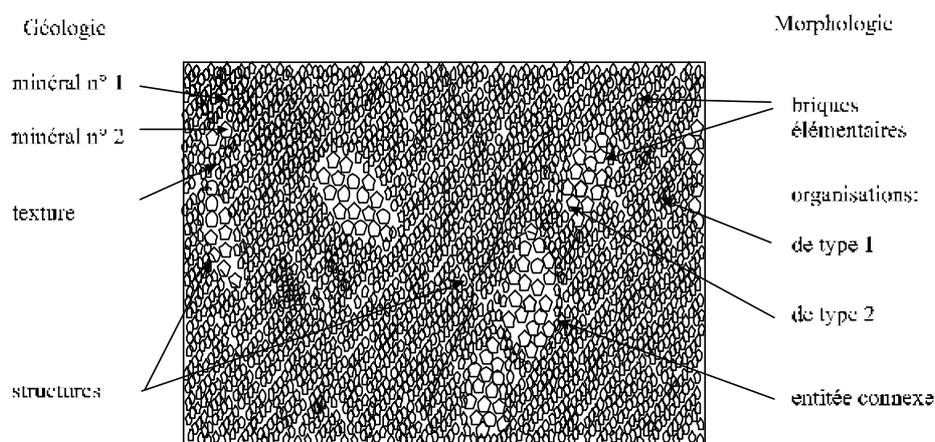
# Méthodes du traitement d'images pour l'analyse des fabriques minérales : présentation et comparaison

---

## 1 Méthodes numériques d'analyse 2D de la fabrique d'une roche

### 1.1 Fabrique

Pour Hobbs (1976), la *fabrique* est la description complète, tant spatiale que géométrique, de tous les composants d'une roche. Ce terme recouvre donc non seulement celui de texture des métallurgistes, ou d'orientation préférentielle de forme (OPF) des géologues et des métallogénistes, décrivant l'orientation des objets pris collectivement par rapport à un référentiel, mais aussi les termes qui décrivent la forme et les caractéristiques de chaque objet de la population, et aussi la manière dont les objets se placent les uns par rapport aux autres et s'orientent dans l'espace. Cependant, dans cette définition, la notion d'échelle n'apparaît pas aussi clairement qu'en morphologie mathématique et celle-ci est essentielle en imagerie numérique (Fig. An. 12).



**Figure An. 12 :** Textures. Terminologies comparées de la morphologie mathématique (à droite) et de la géologie (à gauche).

En morphologie mathématique, on parle de «brique élémentaire» pour désigner un cristal (type 1) ou un agrégat de cristaux selon le champ d'analyse. On parle aussi de texture 1 pour dépeindre l'organisation spatiale des briques de type 1. Lorsqu'une seconde brique élémentaire est présente (type 2), le groupe ainsi formé constitue la texture 2 dont les limites pourront décrire des entités connexes. Pour tenir compte de ces deux types de briques, le géologue parle de texture dominante et ajoute un qualificatif pour la seconde famille minérale, par exemple par les termes de «texture grenue porphyrique». Si les entités connexes forment des amas ou des alignements, on les caractérise en terme d'enclaves, de schlieren ou de protofilons.

## 1.2 Aspects quantitatifs et Méthodes

Il s'agit avant tout de déterminer l'*orientation* de la fabrique, matérialisée par son grand axe lorsque elle est anisotrope, et une *intensité* de la fabrique (module du grand axe). A cela on peut ajouter une mesure de la dispersion angulaire ou spatiale (distribution) des objets constitutifs. L'une des façons d'aborder la distribution spatiale est de tenir compte des échelles d'organisation correspondant au terme d'«objet» dont on a vu ci-dessus la signification plus large que celle utilisée communément. Les trois principales méthodes sont la méthode vectorielle, la méthode des projections et la méthode des moments. Le point commun des deux premières méthodes est la construction d'une matrice d'orientation puis la détermination des vecteurs et valeurs propres. Différents coefficients sont ensuite calculés.

### 1.2.1 Méthode vectorielle

La méthode vectorielle assimile chaque objet d'une population de N objets à un vecteur unitaire. La matrice M de dispersion des N cosinus directeurs (Allard & Benn, 1989):

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N \sin^2(\mathbf{a}) & \sum_{j=1}^N \sin(\mathbf{a})\cos(\mathbf{a}) \\ \sum_{j=1}^N \sin(\mathbf{a})\cos(\mathbf{a}) & \sum_{j=1}^N \cos^2(\mathbf{a}) \end{bmatrix} \quad \text{An. 6}$$

possède deux vecteurs propres  $X_i$  ( $i=1,2$ ) qui donnent les directions  $\theta_{\max}$  et  $\theta_{\min}$  des axes principaux de la fabrique:

$$(M - I_i)X_i = 0 \quad \text{An.7}$$

avec I la matrice identité

et dont les modules  $\lambda_i$  sont définis par:

$$\lambda_i = \frac{-(M_{11} + M_{22}) \pm \sqrt{(M_{11} + M_{22})^2 - 4 \times (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21})}}{2} \quad \text{An. 8}$$

L'intensité de l'OPF est donnée par le rapport des valeurs propres ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ):

$$S_r = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad \text{An. 9}$$

Le calcul de la variance angulaire  $S_a$ :

$$S_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - |\cos(\alpha_i)|)^2 \quad \text{An. 10}$$

permet de calculer l'écart type angulaire qui définit la dispersion  $\gamma$  de la fabrique :

$$\mathbf{g} = \sqrt{S_a} \quad \text{An. 11}$$

Si on exprime les vecteurs dans le repère XY de l'OPF les composantes ( $M_{12}$  et  $M_{21}$ ) de la matrice M deviennent nulles d'où :

$$Sr = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\sum_{i=1}^N \cos^2(\mathbf{a})}{\sum_{i=1}^N \sin^2(\mathbf{a})} \quad \text{An. 12}$$

Launeau (1990) fait remarquer que, si la population initiale est isotrope et obéit à une loi de distribution normale, Sr est égal au rapport des élongations ( $\rho_1, \rho_2$ ) de l'ellipse de la déformation (Harvey & Laxton, 1980) et à la racine des élongations quadratiques ( $\Lambda_1, \Lambda_2$ ) :

$$Sr = \sqrt{\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{I_1}{I_2} \quad \text{An. 13}$$

les ellipses de la déformation et de la fabrique étant homothétiques.

### 1.2.2 Méthode des projections

La méthode des projections a été valorisée par Panozzo (1984). Les directions d'allongement des objets sont projetées sur une série d'axes orientés de 0 à  $\pi$ .  $p_\alpha$  représente la projection totale des objets sur l'axe  $\alpha$ :

$$\vec{p}_\alpha = p_\alpha \cdot \vec{U} = \begin{pmatrix} p_\alpha \cdot \cos(\alpha) \\ p_\alpha \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad p_\alpha = \sum_i p_{\alpha_i} \quad \text{An. 14}$$

la matrice de passage  $P_p$  dans le repère de la distribution des projections est alors égale à :

$$P_p = \frac{1}{P} \begin{vmatrix} \sum_\alpha p_\alpha \cdot \cos(\alpha) & \sum_\alpha p_\alpha \cdot (-\sin(\alpha)) \\ \sum_\alpha p_\alpha \cdot \sin(\alpha) & \sum_\alpha p_\alpha \cdot \cos(\alpha) \end{vmatrix} \quad \text{An. 15}$$

et la matrice de dispersion des projections  $M_p$  est définie de la même façon que plus haut (méthode vectorielle):

$$M_p = \frac{1}{P} \begin{vmatrix} \sum_\alpha p_\alpha \cdot \cos^2(\alpha) & \sum_\alpha p_\alpha \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \\ \sum_\alpha p_\alpha \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) & \sum_\alpha p_\alpha \cdot \sin^2(\alpha) \end{vmatrix} \quad \text{An. 16}$$

où P représente le nombre de projections. Ensuite, comme précédemment, on calcule les valeurs propres et les vecteurs propres associés.

Pour mémoire, certains paramètres de caractérisation de la fabrique 2D, comme l'indice d'ellipticité de Launeau (1990), s'attachent à quantifier la dispersion des particules autour de l'axe principal de la fabrique.

L'indice d'ellipticité est donné par :

$$I_e = 1 - \frac{1}{\frac{\sum_i \cos(\alpha_i)}{\sum_i \sin(\alpha_i)}} = 1 - \frac{1}{S_r} \quad \text{An. 17}$$

$I_e$  vaut 1 quand les objets sont tous parallèles entre eux, et 0 dans le cas d'une distribution isotrope. On notera que  $I_e$  est une fonction inverse du rapport de forme  $S_r$ . La relation existant entre  $I_e$  et  $\alpha$  (angle entre l'axe maximum de la fabrique et l'allongement de l'objet) n'étant pas linéaire, Launeau (1990) a introduit le degré d'orientation DO qui mesure le regroupement des particules autour de l'axe d'allongement X :

$$DO = 1 - \frac{4 \cdot \text{arctg}(1 - I_*)}{\pi} \quad \text{An. 18}$$

où  $I_*$  représente l'indice d'ellipticité soit d'une ellipse, soit d'un rectangle, défini grâce aux équations de projection des formes des objets (Panozzo, 1984; Launeau, 1990). Enfin, la méthode des moments, qui sera détaillée plus loin, consiste à mesurer la fabrique à partir du tenseur d'inertie de chaque grain.

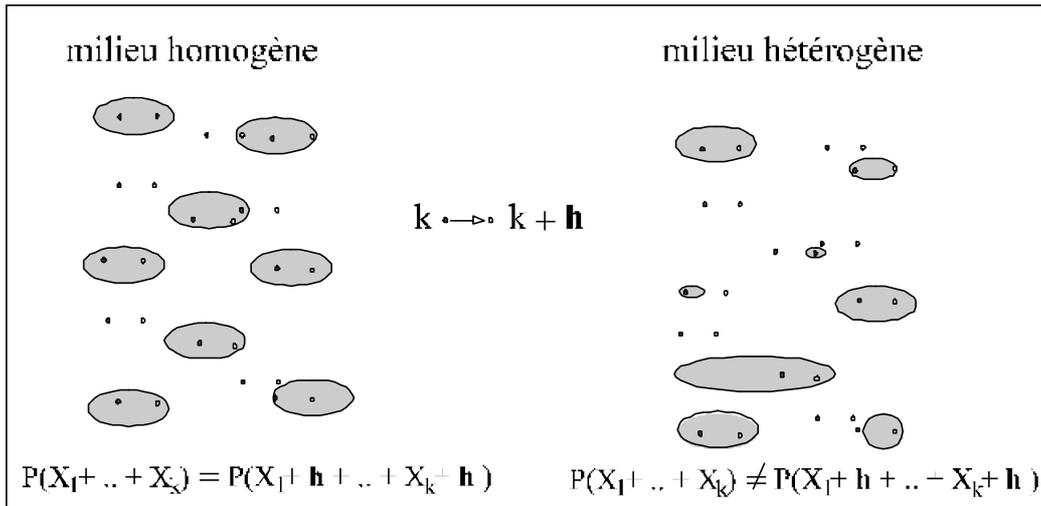
### 1.2.3 Méthode des intercepts

La méthode des intercepts permet d'analyser globalement la fabrique au sens de l'*orientation* des objets constitutifs. On ne distingue pas les objets ou groupes d'objets entre eux, et on détermine une OPF moyenne. Celle-ci est d'autant mieux représentative de l'OPF de la roche que la population est homogène, c'est-à-dire qu'elle répond à l'hypothèse mathématique de stationnarité ou d'invariance de la loi spatiale par translation (Delfiner et al., 1972) telle que pour tout vecteur  $\mathbf{h}$  (Fig. An. 13):

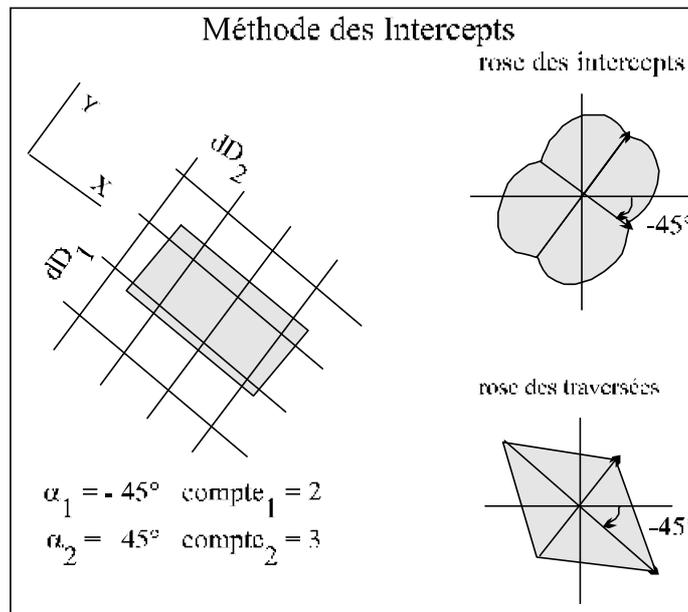
$$P(x_1 + h_x, \dots, x_k + h_x; y_1 + h_y, \dots, y_k + h_y) = P(x_1, \dots, x_k; y_1, \dots, y_k) \quad \text{An. 19}$$

où  $P$  est la probabilité que les  $k$  points d'origine et les  $k$  points tradlatés du vecteur  $\mathbf{h}$  appartiennent aux mêmes grains.

Les intercepts permettent de déterminer la variation du diamètre  $D(X, \alpha)$  des objets  $X$  suivant toutes les directions  $\alpha$  du plan image (espace  $R^2$ ). Pour ce faire, on explore l'image avec un réseau de droites parallèles  $\Delta$  et espacées d'une distance inter-trame  $dD$ . On détermine la longueur de l'objet suivant une direction en comptant soit le nombre d'intercepts  $N(x, \alpha)$  c'est-à-dire d'intersections entre le réseau de droites et l'objet (Fig. An. 14) soit le nombre de traversées c'est-à-dire le nombre de pixels appartenant à l'objet (Fig. An. 14). Cette analyse s'effectue dans une fenêtre circulaire de préférence (Launeau et Robin, 1996), ce qui permet de s'affranchir de l'anisotropie de mesure d'une fenêtre carrée et ainsi de ne pas biaiser les comptes.



**Figure An. 13 :** Représentation d'un milieu homogène (la somme des probabilités pour les points initiaux et les points tradatés est identique) et d'un milieu hétérogène (sommés différentes).



**Figure An. 14:** Illustration de la méthode des intercepts sur le cas simple d'un rectangle.

Le diamètre  $D(X, \alpha)$ , ou projection totale, est relié au compte des intercepts par:

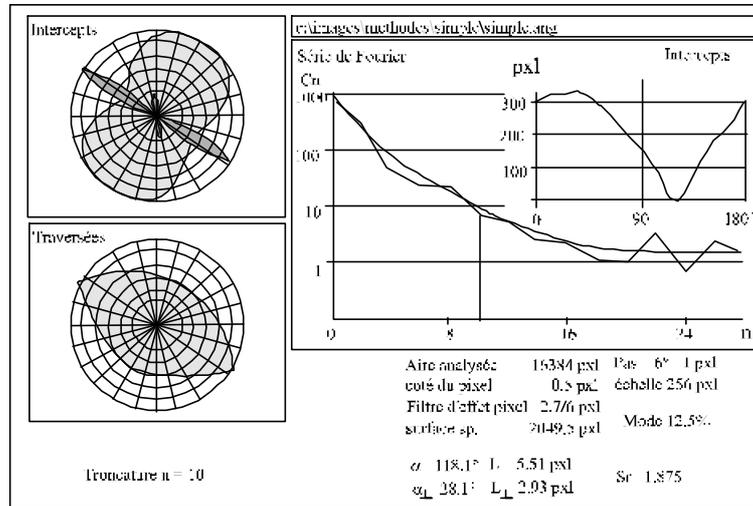
$$D(X, \alpha) = N(X, \alpha) dD \tag{An. 20}$$

si  $dD = 1$  pixel on obtient:

$$D(X, \alpha) = N(X, \alpha) \tag{An. 21}$$

L'exploration selon  $\alpha$  permet de construire la rose des intercepts (Saltikov, 1958; Fig. An. 14). Les axes de symétrie de la rose des intercepts définissent les axes principaux de la fabrique. Les directions et intensités de ces axes sont données par les vecteurs propres et valeurs propres associées de la matrice de dispersion des cosinus directeurs.

Cette analyse de la rose est maintenant effectuée par analyse de Fourier du spectre de la rose (Launeau et Robin, 1996 ; voir Fig. An. 15). Cette décomposition en une somme d'harmoniques permet de mieux identifier les différentes familles d'orientations pouvant exister dans la fabrique.



**Figure An. 15 :** Sortie graphique des résultats obtenus à l'aide du programme Intercepts de Launeau et Robin (1996). Elle présente les roses des intercepts et des traversées jusqu'aux 10 premiers harmoniques. Les principaux paramètres indiqués sont l'axe d'allongement de la fabrique ( $\alpha=118,1^\circ$ ), l'orientation du petit axe ( $\alpha_\perp=28,1^\circ$ ), le mode des objets (12,5%), le rapport de forme de la fabrique ( $Sr =1,875$ ).

#### 1.2.4 Méthode des moments d'inertie

Cette méthode informe sur les grains eux-mêmes (Fig An. 16): surface A, rapport de forme SR, orientation  $\alpha$  et position du centre d'inertie  $C(x_c, y_c)$  de chaque grain. La première étape consiste à identifier chaque grain, puis à en rechercher le tenseur d'inertie  $M_j$ . On calcule la fabrique globale à partir du tenseur moyen de l'ensemble des grains. Cette fabrique moyenne, pondérée ou non par la surface des objets, est comparable à celle fournie par les intercepts. Le fichier des grains paramétrés ( $n^\circ$ , A, Sr,  $\alpha$ , C), permet alors d'étudier la distribution des orientations des grains en fonction de leur taille (Launeau et al, 1997).

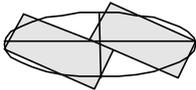
Le tenseur d'inertie d'un grain de centroïde  $C(x_c, y_c)$  normalisé à sa surface A est:

$$M_j = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} \sum_i (x_i - x_c)^2 & \sum_i (x_i - x_c)(y_i - y_c) \\ \sum_i (x_i - x_c)(y_i - y_c) & \sum_i (y_i - y_c)^2 \end{bmatrix} \quad \text{An. 22}$$

Le tenseur d'inertie moyen d'une population de N grains est:

$$S = \frac{1}{N} \sum_j M_j \quad \text{An. 23}$$

Pour donner de bons résultats, les objets de la population doivent être fortement convexes au sens de Coster et Cherman (1985), c'est-à-dire ne pas présenter trop de rentrants, et ils doivent pouvoir se distinguer aisément les uns des autres (Fig. An. 16). En effet si la densité d'objets (cristaux) est élevée, ces objets peuvent former des agrégats dans lesquels il sera difficile de séparer les éléments. Dans ce cas la méthode des moments ne sera pas applicable.

Objet			Fabrique	
pxl	n° 117		Rf	3.60
val	121	$\alpha$	118.9	
objet	:	$\alpha_s$	28.9	
trou	1	Sr	1.96	
aire	96	<b>Tenseur</b>		
bary. x	69.00	non.	Sr	2.10
bary. y	236.00		$\alpha$	118.43
Sr	2.93	$\alpha_s$	28.43	
$\alpha$	91.81	Sr	1.97	
$\alpha_s$	1.81	$\alpha$	119.02	
$\Delta$	121.89	$\alpha_s$	29.02	
aire/A	:	<b>Fenêtre</b>		
r	10.67	Coord. min	59, 232	
r <sub>s</sub>	3.64	Coord. max	79, 240	
r <sub>o</sub>	5.53	Zoom image x	5	
		numéro	117	

**Figure An. 16 :** Technique des moments d'inertie (Launeau et Robin, 1996). Cet écran renseigne sur les objets individuels (ici le n° 117) et sur la fabrique globale (à droite). On illustre ici le soin qu'il faut apporter à l'identification et la séparation des objets. L'objet représenté, constitué de deux sous-objets accolés, est traité comme un objet unique d'allongement E-W ( $\alpha = 1,81^\circ$ ) et non comme deux objets orientés à  $\alpha \approx -15^\circ$ . Dans la colonne de droite sont présentés les résultats par deux méthodes de calcul différentes, l'une par les intercepts, l'autre par le tenseur moyen normalisé ou non.

## 1.2.4 Méthode d'analyse fréquentielle

Dans cette méthode, ce n'est plus le contenu fréquentiel de la rose des orientations qui est étudié, mais le contenu fréquentiel de l'image toute entière via l'analyse de Fourier bi-dimensionnelle (Fig. An. 17). Ceci permet de caractériser les différentes échelles d'organisation des populations d'une image, représentative par exemple d'un milieu poreux (Anguy et al., 1996). On peut alors visualiser la distribution spatiale des objets en fonction de leur longueur d'onde. Si cette technique renseigne sur les différentes longueurs d'ondes des structures analysées (multi-échelle) elle ne donne pas d'information sur l'orientation ( $\alpha$ ) et le rapport de forme (Sr) des objets concernés.

On applique les procédures des Fast Fourier Transform (FFT) à l'image (Fig. An. 17). On obtient deux spectres complémentaires: le spectre radial qui permet d'identifier les différentes longueurs d'onde des structures de l'image, et le spectre 2D des puissances de Fourier qui visualise les différentes structures et leur anisotropie de distribution dans l'espace image. Comme pour toutes les méthodes utilisant les FFT, l'image doit être carrée et de taille N multiple d'une puissance de 2 (512x512 par exemple). La transformation de la fonction image  $f(x, y)$  en une série de fréquences spatiales discrètes est réalisée en approximant au mieux l'image par une série d'harmoniques de nombre d'onde 2D valant:

$$w_s = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} \quad \text{An. 24}$$

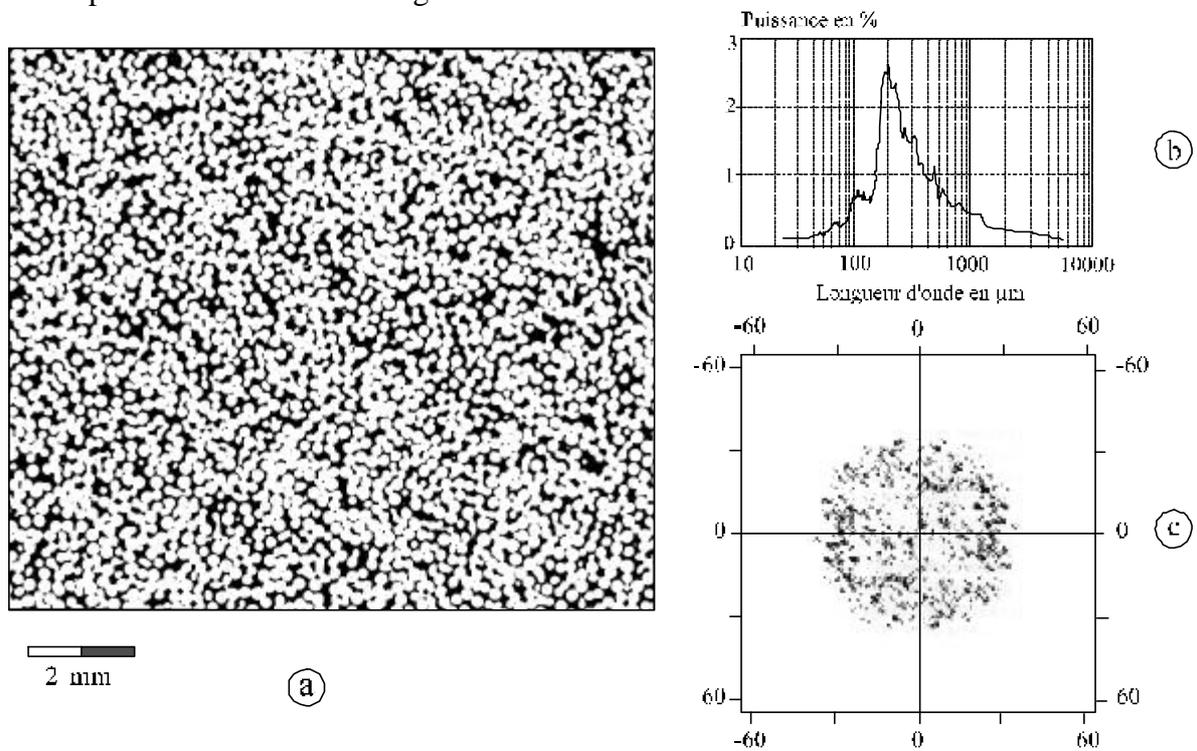
Les amplitudes résultantes  $F(\mathbf{w}_x, \mathbf{w}_y)$  matérialisent le degré d'ajustement :

$$F(\mathbf{w}_x, \mathbf{w}_y) = \frac{1}{N^2} \sum \sum f(x, y) e^{\frac{-i2\pi(xw_x + yw_y)}{N}} \quad \text{An. 25}$$

Le calcul du spectre des puissances de Fourier s'effectue via la « fenêtre de Bartlett » (Bloomfield, 1976) qui diminue les effets de transition entre deux points de l'histogramme. Les longueurs d'onde des périodicités sont obtenues par la relation :

$$l_s = \frac{D}{w_s} \quad \text{An. 26}$$

où D représente la taille de l'image.



**Figure An. 17:** Analyse fréquentielle de la porosité d'un grès: **a:** image numérique 512x512; en noir la porosité; **b:** spectre radial des puissances; noter le pic maximum à 208 µm qui correspond à la taille moyenne des pores, et le plateau à  $\lambda$ :150 et 250 µm qui correspond aux régions où les grains sont mal engrenés; **c:** spectre 2D des puissances; en abscisse et ordonnée: distance en µm; les points sont d'autant plus noirs que la puissance est élevée; Les harmoniques affichés sont les puissances les plus élevées de la matrice 512x512 de Fourier (in Prince et al., 1995).

### 1.2.5 Méthode d'autocorrélation

Présentée par Panozzo-Heilbronner (1992), cette méthode est particulièrement bien adaptée aux populations isogranulaires et homogènes. Dans ces cas, elle ne nécessite ni reconnaissance de la forme individuelle des objets ni traitement particulier de l'image. Comme pour l'image qui est une fonction de la position  $(x, y)$  d'un point, l'autocorrélation est fonction de deux variables  $x'$  et  $y'$  qui représentent les extrémités du vecteur déplacement. Le résultat de l'autocorrélation pour un couple  $(x', y')$  donné, représente la corrélation de tous les points  $(x, y)$  de l'image avec les points  $(x+x', y+y')$ .

Cette opération est réalisée, dans toutes les directions, entre l'image initiale fixe et son double mobile translaté d'un vecteur  $(x', y')$ . Ceci se traduit par l'équation suivante:

$$f(x, y) \otimes f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') f(x+x', y+y') dx' dy' \quad \text{An. 27}$$

où  $f(x,y)$  est la fonction bidimensionnelle qui définit l'image,  $\otimes$  est l'opérateur de convolution et  $x'$  et  $y'$  sont les variables d'intégration.

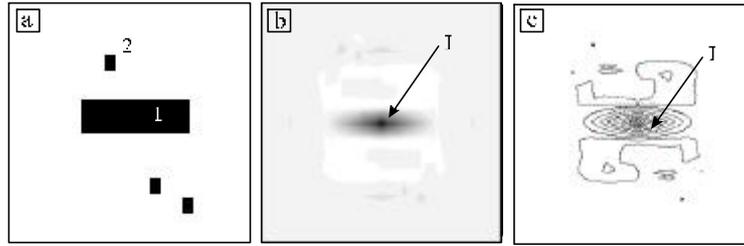
Dans la pratique, la convolution de l'image par elle-même se traite dans l'espace fréquentiel (FFT) où elle se traduit par une simple multiplication après transformation de l'image en une fonction complexe 2D. L'expression de la convolution est:

$$(\text{espace objet}) f(x,y) \otimes f(x,y) \Leftrightarrow F^*(U,V) \times F(U,V) (\text{espace fréquentiel}) \quad \text{An. 28}$$

où  $U$  et  $V$  représentent les fréquences dans les directions  $x$  et  $y$ ;  $F(U, V)$  est la transformée discrète 2D de l'image et  $F^*(U,V)$  son complexe conjugué. Enfin, le résultat de cette multiplication est converti dans l'espace réel par FFT inverse.

Ainsi, l'autocorrélation peut être assimilée à une intensité lumineuse  $I(x, y)$  en fonction de la position du double image par rapport à l'image de référence fixe (Panozzo-Heilbronner, 1992). Les objets sont assimilés à des fenêtres placées dans une matrice opaque. Au point central  $P(0,0)$ , les objets des deux images se superposent parfaitement: on a alors  $I(x + x', y + y') = 1$  (maximum). Pour un déplacement tel que tous les objets du double de l'image ne voient que la matrice de l'image de référence, on aura  $I(x + x', y + y') = 0$  (minimum). Dans tous les autres cas on aura des valeurs intermédiaires. Si les objets sont anisométriques, l'intensité diminuera plus lentement suivant le grand axe. On peut alors identifier la forme et l'orientation des objets en analysant les courbes d'iso-intensité résultantes. Afin d'éviter les effets de bord, l'image de référence est préalablement reproduite tout autour d'elle-même.

L'image autocorrélée (Fig. An. 18b) est une image « simplifiée » et « améliorée » de l'originale (Fig. An. 18a), présentée de façon pratique en contours d'iso-intensité (Fig. An. 18c). En son centre, les niveaux les plus élevés identifient la forme de l'objet le plus représentatif de la population. Les symétries de plus grandes longueurs d'onde (alignements des grains) sont identifiées par les contours d'intensités moyennes. Enfin les plus grandes longueurs d'onde caractérisent la symétrie globale de l'image.



**Figure An. 18:** Analyse par autocorrélation avec le programme AUTO de Pfeleiderer et al. (1993); **a:** L'image (256x256) contient deux types d'objets: 1 ( $Sr_1 = 3$ ;  $\theta_1 = 90^\circ$ ) et 2 ( $Sr_2 = 1,36$ ;  $\theta_2 = 0^\circ$ ); **b:** Image autocorrélée résultante en niveaux de gris; à la pointe de la flèche on a une intensité de 0,65; **c:** Isocontours de l'image précédente; la courbe d'intensité  $I = 0,65$  matérialise le grain moyen avec  $Sr = 2,59$  et  $\theta = 90^\circ$ , noter que  $Sr < Sr_1$ , ce qui est dû à la présence des petits objets.

### 1.2.6 Méthode d'analyse par ondelettes

Cette famille de fonctions mathématiques (Meyer et Roques, 1993) est utilisée dans de nombreux domaines de l'analyse d'image: météorologie (Hagelberg et Helland, 1995), astrophysique (Escalera and MacGillivray, 1995), détection de contours (Antoine et al., 1992), distinction des textures (Mallat et Zhong, 1992) etc...

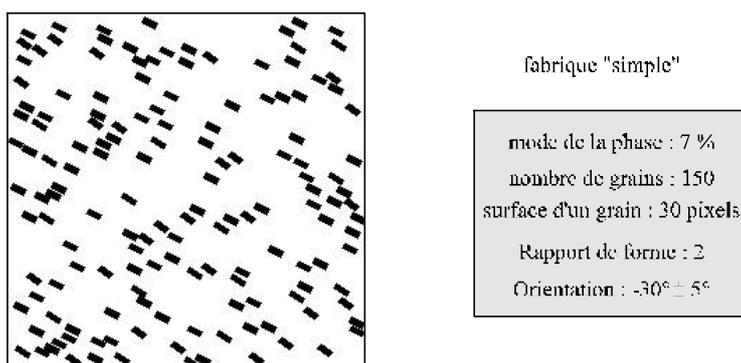
En Sciences de la Terre, après les travaux de Morlet et al. (1982a et b) sur l'analyse 1D de données sismiques, Ouillon et al. (1995) utilisèrent l'analyse en ondelette pour détecter les structures linéaires 2D d'échelles variables (failles, fractures, joints). La fonction mère utilisée par Ouillon et al. (1996) est le « chapeau mexicain ». Pour déterminer les échelles et orientations significatives d'objets, il a mis au point une méthode appelée «the Optimized Anisotropic Wavelet Coefficient Method», particulièrement bien adaptée à la détection des structures linéaires. Dans le cadre de cette thèse, nous avons adapté et amélioré cette méthode pour l'analyse multi-échelle d'images complexes de granite (Darrozes et al., 1997; Gaillot et al., 1997). Ceci la rend bien adaptée à l'analyse des fabriques (Grégoire et al., 1998 ; Gaillot et al., 1999) et sa grande flexibilité la rend applicable à de nombreux autres domaines du traitement d'image en Sciences de la Terre (Darrozes et al., 1998).

## 2. Comparaison entre les méthodes de caractérisation de la fabrique

Les différentes méthodes de caractérisation de fabrique que nous avons exposées ne s'appliquent pas indifféremment à toute population d'objets. Les méthodes qui déterminent la fabrique globalement (méthodes des intercepts et d'autocorrélation) ne sont adaptées qu'aux populations homogènes, c'est-à-dire invariantes par translation (Delfiner et al., 1972). Sinon, il faut employer celles qui caractérisent les objets individuellement et qui ensuite calculent la fabrique moyenne. Deux exemples ont été testés pour évaluer la « qualité » des résultats (rapport de forme, orientation, mode de la phase, données individuelles sur les objets) avec prise en compte du temps de calcul. Des images synthétiques ont été construites (Figs. An. 19 et An. 21), pour mieux maîtriser les paramètres de la fabrique et ainsi mieux comparer les résultats (Gaillot, 1995).

### 2.1 Cas d'une fabrique synthétique « simple »

L'image synthétique 1 (Fig. An. 19) comporte 150 rectangles de surface de 30 pixels et de rapport de forme fixe ( $Sr=2$ ) et d'orientation moyenne  $30^\circ$ . Les résultats sont synthétisés dans le Tableau An. 2 :



**Figure An. 19** : Fabrique synthétique «simple»: seules les orientations fluctuent;  $Sr = 2$ ; surface de chaque objet  $\approx 30$  pixels.

Méthodes	Intercepts	Moment d'inertie	Autocorrélation Niv.=0.65	Ondelettes
$Sr$	1.88	1.98	1.95	2.1
$\theta_m$	-28.06	-29.58	-27.74	$-30^\circ$
Mode (%)	7	7	7	7
Paramètres des objets	-	Oui	-	oui
Temps de calcul (Pentium 90)	10 min.	$\approx$ Instantané	$\approx$ Instantané	3 h
Particularité	Rapide Précise	Information sur les objets Très précise	Rapide, Précise Peu de paramètres	Lente Précise Multi-échelle

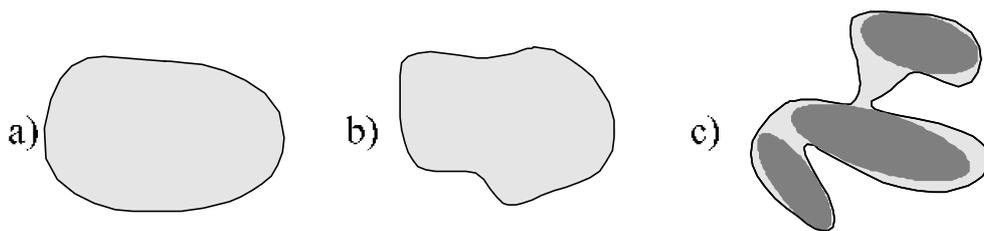
**Tableau An. 2** : Comparaison des différentes méthodes sur une fabrique synthétique «simple»

---

On remarque que toutes les méthodes estiment correctement la direction d'allongement  $\theta_m$  de la fabrique. Les petites différences s'expliquent par des pas angulaires d'échantillonnage différents suivant les méthodes:  $6^\circ$  pour les intercepts,  $5^\circ$  pour les ondelettes. Les modes et les rapports de forme sont eux aussi correctement estimés à  $\pm 5\%$  quelle que soit la méthode.

Par contre, l'identification individuelle des objets n'est possible que par les méthodes des moments et des ondelettes. Ceci est important si l'on veut faire des analyses de distribution de taille des grains (CSD, Crystal Size Distribution) pour, notamment, mettre en évidence le rôle de la nucléation et de la croissance des cristaux (Kretz, 1974). La méthode des ondelettes, grâce à la modularité de ses filtres, permet de reconnaître automatiquement les objets. On constate cependant une légère surestimation du rapport de forme ( $S_r = 2.1$ ), et donc de la surface de l'objet (32 pixels), due à l'approximation effectuée à l'aide de filtres elliptiques, ce qui n'est pas le cas de la méthode des moments.

Avec la méthode des moments on mesure directement le rapport de forme de chaque grain. En revanche, cette méthode supprime les grains non convexes (Fig. An. 20c) au sens de Coster et Cherman (1985), ou qui sont accolés (voir aussi Fig. An. 16) ce qui sous-évalue le nombre de grains (ici  $n = 146$ ).

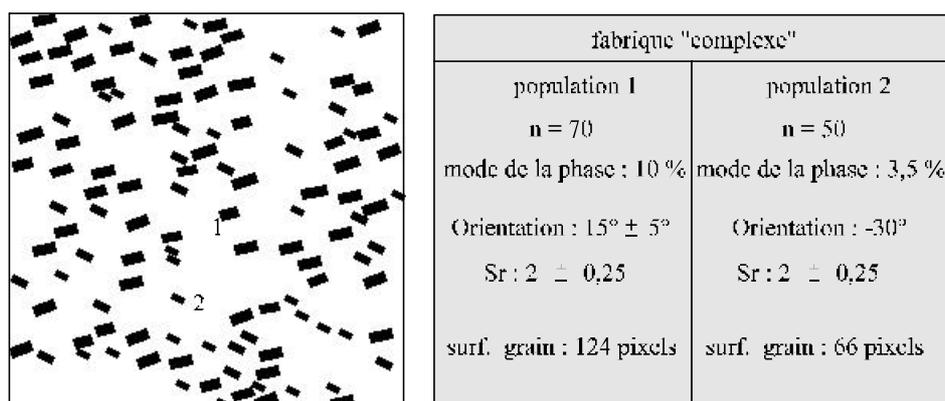


**Figure An. 20** : Convexité des objets et méthode d'analyse: la forme parfaitement convexe (a) représente l'objet idéal facilement assimilable à une ellipse. Dans les fabriques naturelles c'est la forme pseudo-convexe (b) qui domine: la direction d'allongement de l'objet et les longueurs sont en général bien déterminés par les différentes méthodes. Enfin, la forme non convexe (c) se subdivise en sous-entités convexes (gris sombre); la méthode des moments est particulièrement mal adaptée à cette morphologie de grain.

Quant au facteur temps de calcul, si les calculs par les méthodes des moments, d'autocorrélation et des intercepts sont presque instantanés (Tableau An. 2), ceux des ondelettes nécessitent toujours une vingtaine de fois plus de temps de calcul. Rappelons enfin que la phase des pré-traitements (ex: classification de l'image; Launeau, 1996) peut être évitée avec la méthode d'autocorrélation (Panozzo, 1992). Ainsi, pour l'analyse de fabriques simples, et si l'on désire obtenir rapidement des résultats sur des sections homogènes, les intercepts ou l'autocorrélation (John et Stünitz, 1997) sont les méthodes les plus appropriées. Si l'on désire en plus des informations sur les objets eux-mêmes, par exemple pour faire des analyse sur la distribution des tailles de grains, on choisira préférentiellement les moments d'inertie dont le temps de calcul est également faible. Ainsi, les ondelettes, bien que fournissant des résultats de bonne qualité ne sont pas nécessairement les mieux adaptées, car très gourmandes en temps de calcul.

## 2.2 Cas d'une fabrique synthétique « complexe »

L'image synthétique 2 (Fig. An. 21) est constituée de deux familles d'objets rectangulaires. Les rectangles les plus nombreux ( $n = 70$ , surface  $\approx 124$  pixels) présentent un rapport de forme fluctuant légèrement autour d'une moyenne ( $2 \pm 0.25$ ) et sont orientés autour de  $15^\circ \pm 2.5^\circ$ . Les rectangles de la seconde famille ( $n = 50$ ) ont une surface de 66 pixels, ont le même rapport de forme et sont orientés à  $-30^\circ$ . On voit immédiatement que les méthodes d'analyse globale (Intercepts et Autocorrélation) donnent des résultats très différents (Tableau An. 3) des deux autres méthodes, en particulier elles ignorent l'existence des deux sous-populations.



**Figure An. 21 :** Image synthétique « complexe » regroupant deux familles de rectangles à  $45^\circ$  l'une de l'autre. Les deux familles ont des rapports de formes égaux mais la surface des rectangles de la famille 1 est deux fois plus importante que celle des rectangles de la famille 2.

Méthodes	Intercepts	Autocorrélation Niv.=0.65	Moment d'inertie	Ondelettes
Sr	1.56	1.56	<b>1 - 1.97</b> <b>2 - 1.96</b>	<b>1 - <math>1.97 \pm 0.1</math></b> <b>2 - <math>1.94 \pm 0.5</math></b>
$\theta_m$	6.2	6.86	<b>1 - <math>15^\circ</math></b> <b>2 - <math>-30^\circ</math></b>	<b>1 - <math>15^\circ \pm 2.3</math></b> <b>2 - <math>-30^\circ \pm 1</math></b>
Mode (%)	13.5	13.5	13.5	13.5
Paramètres des objets	-	-	Oui	Oui
Temps de calcul (sur un Pentium 90)	10 min.	$\approx$ Instantané	$\approx$ Instantané	3 h.
Particularité	Rapide Précise	Rapide, précise Peu de paramètre	Information sur les objets Très précise	Lente Précise Multi-échelle

**Tableau An. 3:** Comparaison des différentes méthodes sur une fabrique « complexe »; les chiffres en gras caractérisent les deux sous-populations, 1: gros rectangles, 2: petits rectangles.

---

Par ailleurs, on voit que les objets de grande surface tendent à «polariser» l'orientation moyenne. Pour le rapport de forme calculé, on constate qu'il est bien inférieur aux valeurs réelles. On voit ici que les deux populations d'orientations différentes tendent à diminuer l'anisotropie globale bien que présentant chacune une fabrique bien organisée. Ainsi dans le cas d'analyse de roches granitiques où l'anisotropie peut être inférieure à 2%, ces méthodes ne semblent pas adaptées à la mise en évidence de sous-fabriques.

En revanche, les moments et les ondelettes sont clairement plus performantes pour ce type de fabrique «complexe». Enfin, la qualité supplémentaire des ondelettes est la faculté de mettre en évidence des structures multi-échelles en analysant les concentrations d'objets, par exemple celles que peuvent décrire des structures géologiques (Gaillot et al., 1997) et, dans ce cas le temps de calcul ne sera pas un inconvénient.

### **3. Résumé**

Les techniques d'analyse globale de sections de roche basées sur les méthodes des intercepts (Launeau, 1990), ou d'analyse fréquentielle (Panozzo-Heilbronner, 1992; Anguy et al., 1996) permettent de quantifier rapidement la fabrique moyenne d'une roche. Cependant, elle ne donnent que peu d'information sur les grains eux-mêmes, pour obtenir cette information il est nécessaire de faire appel à des méthodes d'analyse individuelle des grains telles que les moments d'inertie (Jähne, 1995), ou celle mise au point dans ce travail c'est-à-dire l'analyse par ondelettes anisotropes. Enfin, pour obtenir des informations sur les organisations à différentes échelles (alignements de grains par exemple) il est alors obligatoire d'utiliser les ondelettes. Cette méthode bien que coûteuse en temps-machine présente l'avantage d'être très flexible et de s'adapter à de nombreuses problématiques des Sciences de la Terre.

En définitive, les méthodes présentées ici sont fonction de la problématique de recherche. C'est pourquoi, nous recommandons l'utilisation des intercepts pour déterminer la fabrique globale d'une section de roche, des moments d'inertie pour analyser la distribution de taille des grains et des ondelettes pour une étude fine et la plus complète possible de ces grains et de leur distribution spatiale.

---

## Références Bibliographiques

---

*La Terre est un point dans l'espace, et l'espace est un point dans l'esprit.  
J'entends ici par esprit, l'esprit élément, le cinquième élément du monde,  
l'espace de tout, lien de toutes choses car toutes choses y sont,  
y vivent, s'y meuvent, y meurent, y naissent,  
l'esprit ... dernière ceinture du monde.*

*Joseph Joubert (1754-1824).*

- 
- Aitken, M.J., A.L. Allsop, G.D. Bussell & M.B. Winter (1988). Determination of the intensity of the Earth's magnetic field during archeological times : Reliability of the Thellier technique, *Rev. Geophys.*, **26**, 3-12.
- Alexandrescu, M., D. Gibert, G. Hulot, J.L. Le Mouél & G. Saracco (1995). Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis, *J. Geophys. Res.*, **100**, 12557-12572.
- Alexandrescu, M., D. Gibert, G. Hulot, J.L. Le Mouél & G. Saracco (1996). Worldwide wavelet analysis of geomagnetic jerks, *J. Geophys. Res.*, **101**, 21975-21994.
- Alexandrescu, M., V. Courtillot & J.L. Le Mouél (1997). High-resolution secular variation of the geomagnetic field in western Europe over the last 4 centuries: Comparison and integration of historical data from Paris and London. *J. Geophys. Res.*, **102**, 20245-20258.
- Allard, B. & K. Benn (1989). Shape preferred orientation analysis using digitized images on a computer. *Computers & Geosciences*, **15**, 441-448.
- Allègre, C.J., J.L. Le Mouél & A. Provost (1982). Scaling rules in rock fracture and possible implications for earthquake prediction. *Nature*, **297**, 47-49.
- Allen, R.V. (1978). Automatic earthquake recognition and timing from single traces. *Bull. Seism. Soc. Am.* **68**, 1521-1532.
- Améglio, L., J.L., Vignerresse, J. Darrozes & J.L. Bouchez (1994). Forme du massif granitique du Sidobre (Montagne Noire, France) : sensibilité de l'inversion des données gravimétriques au contrast de densité. *Compte Rendus de l'Académie des Sciences*, **319**, 1183-1190.
- Amorese, D., J.-L. Lagarde & E. Laville (1999). A point pattern analysis of the distribution of earthquake in normandy (France), *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 3, 742-749.
- Anguy, Y., D. Bernard & R. Ehrlich (1996). Toward realistic flow modelling. Creation and evaluation of two dimensional simulated porous media: an image analysis approach, *Surv. in Geophys.*, **17**, 265-287.
- Antoine, J.P., R. Murenzi, B. Piette & M. Duval-Destin (1992). Image analysis with 2D continuous wavelet transform: detection of position, orientation and visual contrast of simple objects, in «Wavelets and applications», *Research Notes in Applied Mathematics*, **20**, Y. Meyer Editor, Masson Paris, 134- 180.
- Antoine, J.P., P. Cayette, R. Murenzi & B. Piette (1993). Image analysis with 2-D continuous wavelet transform. *Signal processing*, **31**, 241-272.
- Antoine, J.P. & R. Murenzi (1994). Isotropic and anisotropic 3D wavelets : Detection of position and orientation of 3-D objects, in *Temps-fréquence, ondelettes et Multirésolution : Théorie, Modèles et Applications*, Ed R. Goutte. pp. 44,1-44,5. CNRS - INSA, Lyon.
- Archanjo, C.J., P. Launeau & J.L. Bouchez (1995). Magnetic fabrics vs. magnetite and biotite shape fabrics of the magnetite-bearing granite pluton of Gameleiras (Northeast Brazil). *Phys. Earth Planet. Int.*, **89**, 63-75.
- Arnéodo, A., F. Argoul, E. Bacry, J. Elezgaray, E. Freysz, G. Grasseau, J.F. Muzy & B. Pouligny (1992). Wavelet transform of fractals, in *Wavelets and applications*, Y. Meyer Editor, Masson, 1992.
- Arnéodo, A., G. Grasseau & M. Holschneider (1988). Wavelet transform of multifractals. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 2281-2284.
- Asano, T. & N. Katoh (1996). Variants for the Hough transform for line detection, *Comput. Geom.*, **6**, 231-252.
- Aster, R., P. Shearer & J. Berger (1990). Quantitative measurement of shear wave polarisations at the Anza seismic network, southern California: implications for shear wave splitting and earthquake prediction. *J. Geophys. Res.*, **95**, 12449-12473.

- 
- Badri, M. (1991). Crustal structure of central Saudi Arabia determined from seismic refraction profiling. *Tectonophysics*, **185**, 357-374.
- Baer, M. & U. Kradolfer (1987). An automatic phase picker for local and teleseismic events, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1865-1894.
- Bailey, E.H. & R.E. Stevens (1960). Selection staining of K feldspar and plagioclase on rocks loobs and thin sections. *Am. Min.*, **45**, 1020-1025.
- Bak, P., C. Tang & K. Wisenfeld (1987). Self organised criticality: An explanation of 1/f noise. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 381-384.
- Bak, P., C. Tang & K. Wisenfeld (1988). Self organised criticality. *Phys. Rev. A Gen. Phys.*, **38**, 364.
- Bak, P., C. Tang & K. Wisenfeld (1989). Self organised criticality in the « Game of life ». *Nature*, **342**, 780-781.
- Bak, P. & C. Tang (1989). The Physics of Fractals. *Physica D*, **38**, 5-12.
- Bak, P. & K. Chen (1991). Self Organised Criticality. *Scient. Am.*, **54**, 46-53.
- Banerjee, S.K., J. King & J. Marvin (1981). A rapid method for magnetic granulometry with implications to environmental studies. *Geophys. Res. Lett.*, **8**, 333-336.
- Baraniuk, R.G. & D.L. Jones (1992). New dimensions in wavelet analysis, in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing : ICASSP 1992*, vol V, 137-140.
- Baraniuk, R.G. & D.L. Jones (1995). Wigner-based formulation of the Chirplet Transform, *Trans. Signal Processing*, **44**, 3129-3135.
- Bard, E., B. Hamlin, R.G. Fairbanks & A. Zindler (1990). Calibration of the <sup>14</sup>C timescale over the past 30 000 years using mass spectrometric U-Th ages from Barbados corals. *Nature*, **345**, 405-410.
- Barker, P.F., A. Camerlenghi, G.D. Acton & the ODP Leg 178 Scientific Party (1999). *Proc. Ocean Drilling Program, Initial Reports*, 178.
- Barnolas, A. & J.C. Chiron (1996). Synthèse Géologique et Géophysique – Volume 1: Introduction, Géophysique, Cycle Hercynien. Edition BRGM ITGE. 2 Vol.
- Bassinot, F.C., L.D. Labeyrie, E.V. Vincent, X. Quidelleur, N.J. Shackleton & Y. Lancelot (1994). The astronomical theory of climate and the age of the Brunhes-Matuyama magnetic reversal, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **126**, 91-108, 1994.
- Bastiaans, M.J. (1980). Gabor's expansion of a signal into Gaussian elementary signals. *Proc. IEEE*, **68**, 538-539.
- Bates, R.L. & J.A. Jackson (1980). Glossary of geology. Second Edition. Eds R.L. Bates and J.A. Jackson, American Geological Institute, Falls Church, Virginia.
- Baumgartner, S., J. Beer, J. Masarik, G. Wagner, L. Meynadier & H.A. Synal (1998). Geomagnetic modulation of the <sup>36</sup>Cl flux in the GRIP ice core, Greenland. *Science*, **279**, 1330-1332.
- Bernard, P. (1992). Plausibility of long distance electrotelluric precursors to earthquakes, *Journ. Geophys. Research.*, **97**, 17, 531-17, 546.
- Beaufort, L. (1994). Climatic importance of the modulation of the 100 kyr cycle inferred from 16 m.y. Long miocene records. *Paleoceanography*, **9**, 821-834.
- Benn, K. & B. Allard (1989). Preferred mineral orientations related to magmatic flow in ophiolite layered gabbros. *Journal of Petrology*, **30**, 925-946.

- 
- Berger, A. (1976). Obliquity and precession for the last 5,000,000 years. *Astronomy and Astrophysics*, **51**, 127-135.
- Berger, A. (1977). Long term variations of the Earth's orbital elements. *Celestial Mechanics*, **15**, 53-74.
- Berger, A. (1978). Long term variations of caloric insolation resulting from the Earth's orbital elements. *Quaternary Research*, **9**, 139-167.
- Berger, A. (1988). Milankovitch theory and Climate. *Reviews in Geophysics*, **26**, 624-657.
- Berger, A. & T.P. Andjelic (1988). Milutin Milankovitch, père de la théorie astronomique des paléoclimats. Histoire et Mesures. Edition du CNRS, **III-3**, 385-402. Paris.
- Berger, A. & M.F. Loutre (1991). Insolation values for the climate of the last 10 millions years. *Quaternary Science Reviews*, **10**, 297-317.
- Berger, J. & R.L. Sax (1981). Seismic detectors: the state of the art. *Systems, Science and Software Report N° SSS-R-80-4588*, AFTAC N° FO8606-79-C-0008.
- Berger, W.H. & E. Jansen (1994). Mid-Pleistocene Climate Shift-The Nansen Connection, in *The Polar Oceans and Their Role in Shaping the Global Environment*, *Geophys. Monogr. Ser.*, Vol. 85, edited by O.M. Johannessen, R.D. Muench, and J.E. Overland, pp. 295-311, AGU, Washington, D.C.
- Berger, W.H., M.K., Yasuda, T. Bickert, G. Wefer & T. Takayama (1994). Quaternary time scale for the Ontong Java Plateau: Milankovitch template for Ocean Drilling Program site 806, *Geology*, **22**, 463-467.
- Berthon, A. (1989). Operator groups and ambiguity functions in signal processing, in *Wavelets: Time-frequency methods and phase space*, J.M. Combes, A. Grossman, and P. Tchamitchian, Eds. New York: Springer-Verlag, 172-180.
- Bethoux, N., G. Ouillon & M. Nicolas (1998). The instrumental seismicity of the western Alps: spatio-temporal patterns analysed with the wavelet transform, *Geophys. J. Int.*, **135**, 177-194.
- Blanc-Lapierre, A. & B. Picinbono (1955). Remarques sur la notion de spectre instantané de puissance. *Public. Sci. Univ. Alger, Série B*, **1**, 17-32.
- Bloomfield, P. (1976). *Fourier analysis for times series : An introduction*, New York, Wiley, 258 p.
- Bloschl, G. & M. Sivapalan (1995). Scale issues in hydrological modelling: A review, in *Scale Issue in Hydrological Modelling*, J.D. Kalma and M. Sivapalan (Eds), pp. 9-48, John Wiley, New York.
- Blumenfeld, P. & J.L. Bouchez (1988). Shear criteria in granite and migmatite deformed in the magmatic and solid states. *Journal of Structural Geology*, **10**, 361-372.
- Bolton, E.W., K.A. Maasch & J.M. Lilly (1995). A wavelet analysis of plio-pleistocene climate indicators: A new view of periodicity evolution. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 2753-2756.
- Borodich, F.M. (1997). Renormalization schemes for earthquake prediction. *Geophys. J. Int.*, **131**, 171-178.
- Borradaile, G.J. (1988). Magnetic susceptibility, petrofabrics and strain. *Tectonophysics*, **156**, 1-20.
- Borradaile, G.J. & B. Henry (1977). Tectonic applications of magnetic susceptibility and its anisotropy. *Earth Sciences Review*, **42**, 49-93.
- Bouchaud, J.P., A. Ott, D. Langevin & W. Urbach (1991). Les vols de Lévy ou la diffusion non brownienne. *La Recherche*, **22**, 378-380.

- 
- Bouchez, J.L. (1977). Plastic deformation of quartzites at low temperature in an area of natural strain gradient. *Tectonophysics*, **49**, 725-750.
- Bouchez, J.L. (1997). Granite is never isotropic: an introduction to AMS studies of granitic rocks, in Granite: From Segregation of Melt to Emplacement Fabrics, Eds J.L Bouchez, D. Hutton and W.E. Stephens, pp. 95-112. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Bouchez, J.L. & P. Duval (1982). The fabric of polycrystalline ice deformed in simple shear : experiments in torsion, natural deformation and geometrical interpretation. *Textures and Microstructures*, **5**, 171-190.
- Bouchez, J.L., G. Gleizes & T. Djouadi (1990). Microstructures and magnetic susceptibility applied to emplacement kinematics of granites : the example of the Foix pluton (French Pyrenees). *Tectonophysics*, **184**, 157-171.
- Bouchez, J.L., C. Delas, G. Gleizes, A. Nédélec & M. Cuney (1992). Submagmatic micro-fractures in granites. *Geology*, **20**, 35-38.
- Bouillin, J.P., J.L. Bouchez, P. Lespinasse & A. Pêcher (1993). Granite emplacement in an extensional setting : an AMS study of the magmatic structures of Monte Capanne (Elba, Italy). *Earth and Planetary Science Letters*, **118**, 263-279.
- Bretagnon, P. (1974). Termes à longues périodes dans le système solaire. *Astronomy and Astrophysics*, **30**, 141-154.
- Broecker, W.S. (1992a). Upset for Milankovitch theory. *Nature*, **359**, 779-780.
- Broecker, W.S. (1992b). Discovery of a large offset in the radiocarbon time scale. *EOS*, **73**, 32.
- Bultan, A. (1999). A four parameter atomic decomposition of chirplets. *IEEE trans. Signal Processing*, **47**, 731-745.
- Bunge, H.J. (1981). Fabric analysis by orientation distribution functions. *Tectonophysics* **78**, 1-21.
- Bürgmann, R., R. Arrowsmith & T. Dumitru (1994). Rise and fall of the southern Santa Cruz mountains, California, from fission tracks, geomorphology and geodesy, *Journ. Geophys. Research*, **99**, 20,181-20,202.
- Camerlenghi, A., M. Rebesco & C.J. Pudsey (1997). High resolution terrigenous sedimentary record of the sediment drifts on the Antarctic Peninsula Pacific margin, *The Antarctic Region: Geological Evolution and Processes*, edited by C.A. Ricci, Terra Antarct., 705-710.
- Canon-Tapia, E., (1995). Single-grain versus distribution anisotropy : a simple three-dimensional model. *Phys. Earth Planet. Int.*, **94**, 149-158.
- Carlson, W.D., C. Denison & R.A. Ketcham (1995). Controls on the nucleation and growth of porphyroblasts : kinetics from natural textures and numerical models. *Geology Journal*, **30**, 207-225.
- Carter, N.L. & M.C. Tsenn (1987). Flow properties of continental lithosphere. *Tectonophysics*, **136**, 27-63.
- Castaing, C., M.A. Halawani, F. Gervais, J.P. Chilès, A. Genter, B. Bourguine, G. Ouillon, J.M. Brosse, P. Martin, A. Genna & D. Janjou (1996). Scaling relationships in intraplate fracture systems related to Red Sea rifting. *Tectonophysics*, **261**, 291-314.
- Castillo, D. A. & W.L. Ellsworth (1993). Seismotectonics of the San Andreas fault system between Point Arena and Cape Mendocino in Northern California, implications for the development and evolution of a young transform, *J. Geophys. Res.*, **98**, 6543-6560.
- Chandler, D. (1987). Introduction to modern statistical mechanics. *Oxford University Press*.

- 
- Channell, J.E.T., D.A. Hodell & B. Lehman (1997). Relative geomagnetic paleointensity and  $^{18}O\delta$  at ODP site 983 (Gardar Drift, North Atlantic) since 350 ka. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **153**, 103-118.
- Channell, J.E.T., D.A. Hodell, J. McManus & B. Lehman (1998). Orbital modulation of the Earth's magnetic field intensity. *Nature*, **394**, 464-468.
- Channell, J.E.T. & H.F. Kleiven (2000). Geomagnetic palaeointensities and astrochronological ages for the Matuyama-Brunhes boundary and the boundaries of the Jaramillo Subchron: palaeomagnetic and oxygen isotope records from ODP Site 983. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1027-1047.
- Chapman, C., C.A. Powell, G. Vlahovic & M.S. Sibol (1997). A statistical analysis of earthquake focal mechanisms and epicenter locations in the eastern Tennessee seismic zone, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **87**, 6, 1522-1536.
- Chelidze, T.L. (1982). Percolation and fracture. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **28**, 93-101.
- Cherbit, G. (1991). *Fractals: dimensions non entières et applications*, Masson.
- Chui, C.K. (1992a). Wavelet analysis and its applications, vol. 1, *An introduction to wavelets*, Academic Press, San Diego, Calif.
- Chui, C.K. (1992b). Wavelet analysis and its applications, vol. 2, *Wavelets - A tutorial in theory and applications*, Academic Press, San Diego, Calif.
- Claasen, T.A. & W.F. Mecklenbrauker (1980). The Wigner distribution - a tool for time frequency signal analysis. *Philips J. Res.*, **35**, 217-250.
- Clark, P.U. & D. Pollard (1998). Origin of the middle Pleistocene transition by ice sheet erosion of regolith, *Paleoceanography*, **13**, 1-9.
- Coster, M. & J.L. Chermant (1985). *Précis d'analyse d'images*, éd. Du CNRS, 521 p.
- Cowie, P.A., D. Sornette & C. Vanneste (1995). Multifractal scaling properties of a growing fault population. *Geophys. J. Int.*, **122**, 457-469.
- Darrozes, J., M. Moisy, P. Olivier, L. Améglio & J.L. Bouchez (1994). Structure magmatique du Sidobre (Tarn, France) : de l'échelle du massif à celle de l'échantillon. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **318**, 2, 243-250.
- Darrozes, J., P. Gaillot, M. de Saint Blanquat & J. L. Bouchez (1997). Software for multi-scale image analysis : the normalised optimised anisotropic wavelet coefficient method, *Computers and Geosciences*, **23**, 889-895.
- Darrozes, J., P. Gaillot & P. Courjault-Radé (1998). 2D propagation of a sequence of aftersocks combining anisotropic wavelet transform and GIS, *Physics and Chemistry of the Earth*, **23**, 303-308.
- Daubechies, I. (1988). Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Commun. Pure Appl. Math.*, **XLI**, 901-996.
- Daubechies, I. (1992). *Ten Lectures on Wavelets*. *Soc. For Ind. And Appl. Math.*, philadelphia, Pa., 357 pp.
- Daubechies, I. & J.C. Lagarias (1991). Two-scale difference equation 1, Existence and global regularity of solutions. *SIAM J. Math. Anal.*, **22**, 1388-1410.
- Daubechies, I. & J.C. Lagarias (1992). Two-scale difference equation 2, Local regularity, infinite products of matrices and fractals. *SIAM J. Math. Anal.*, **23**, 1031-1079.

- 
- Day, R., M.D. Fuller & V.A. Schmidt (1977). Hysteresis properties of titanomagnetites: Grain size and composition dependence, *Phys. Earth Planet Inter.*, **13**, 260-266.
- Delfiner, P., J. Etienne & J.M. Fonck (1972). Application de l'analyseur de textures à l'étude morphologique des réseaux poreux en lames minces, *Rev. Inst. Franç. Pétr.*, **XXVII**, 4, 535-558.
- Delprat, N., B. Escudie, P. Guillemain, R. Kronland-Martinet, P. Tchatmitchian & B. Torrèsani (1992). Asymptotic wavelet and Gabor analysis: extraction of instantaneous frequencies, *IEEE Trans. Inf. Theory*, **38**, 644-664.
- Denison, C, W.D. Carlson & R.A Ketcham (1997). Three-dimensional quantitative textural analysis of metamorphic rocks using high-resolution computed X-ray tomography: Part I. Methods and techniques. *Journal of Metamorphic Geology* **15**, 29-44.
- Diu, B., C. Guthmann, D. Lederer & B. Roulet (1989). Physique statistique, *Hermann*.
- Donoho, D.L. & I.M. Johnstone (1994). Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage. *Bometrika*, **81**, 425-455.
- Dubois, J. (1995). La dynamique non-linéaire en physique du globe, Masson, 265 pp.
- Dunlop, D.J., B. Reid & H. Hyodo (1987). Alteration of the coercivity spectrum and paleointensity determination, *Geophys. Res. Lett.*, **14**, 1091-1094.
- Earle, P.S. & P. Shearer (1994). Characterisation of global seismograms using an automatic-picking algorithm. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **84**, 366-376.
- Elliott, D.F. & K.R. Rao (1982). Fast transform : Algorithms, analyses, applications. New York : Academic Press.
- Elsasser, WM., E.P. Ney & J.R. Wenke (1956). Cosmic ray intensity and geomagnetism, *Nature*, **178**, 1226.
- Elwood & Whitney (1980). Magnetic fabric of the Elberton granite, Northeast Georgia. *J. Geophys. Res.*, **85**, 1481-1486.
- Eneva, M. & G.L. Pavlis (1988). Application of pair analysis statistics to aftershocks of the 1984 Morgan Hill, California, earthquake, *J. Geophys. Res.*, **93**, 9113-9125.
- Eneva, M. & M.W. Hamburger (1989). Spatial and temporal patterns of earthquake distribution in Soviet Central Asia: Application of pair analysis statistics, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **79**, 1457-1476.
- Eneva, M., M.W. Hamburger & G.A. Popandopulo (1992). Spatial distribution of earthquakes in aftershock zones of the Garm region, Soviet Central Asia, *Geophys. J. Int.*, **109**, 38-53.
- Escalera, E. & A. Mazure (1992). Wavelet analysis of subclustering: an illustration, Abel 754. *ApJ.*, **288**, 23-32.
- Escalera, E., E. Slezak & A. Mazure (1992). New evidence for subclustering in the Coma cluster using the wavelet analysis. *Astron. Astrophys.*, **264**, 379-384.
- Escalera, E., A. Biviano, M. Girardi, G. Giuricin, F. Mardirossian, A. Mazur & M. Mezzetti (1994). Structures in galaxy clusters. *ApJ.*, **423**, 539-552.
- Escalera, E. & H.T. MacGillivray (1995). Topology in galaxy distributions: method for a multi-scale analysis. A use of wavelet transform. *Astron. Astrophys.*, **298**, 1-21.
- Evans, J. & S. Allen (1983). A teleseismic-specific event detection and identification algorithm for single short period traces. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1173-1186.
- Feder, J. (1988). Fractals, 283 pp., Plenum, New York.

- 
- Fehler, M., L. House & H. Kaieda (1987). Determining planes along which earthquakes occur : method and application to earthquake accompanying hydraulic fracturing, *J. Geophys. Res.*, **92**, 9407-9414.
- Flandrin, P. (1992). Wavelet analysis and synthesis of fractional Brownian motion. *IEEE Trans. Inf. Theory*, **38**, 910-916.
- Foufoula-Georgiou, E. & P. Kumar (1994). Wavelet analysis and its applications, Volume 4, in *Wavelets in Geophysics*, Academic Press, San Diego, Calif.
- Frank, M. (2000). Comparison of cosmogenic radionuclide production and geomagnetic field intensity over the last 200000 years. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1089-1107.
- Frank, M., B. Schwarz, S. Baumann, P.W. Kubik, M. Suter & A. Mangini (1997). A 200 kyr record of cosmogenic radionuclide production rate and geomagnetic intensity field intensity from <sup>10</sup>Be in globally stacked deep-sea sediments. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **149**, 121-129.
- Froidevaux, C., C. Paquin, & M. Souriau (1980). Tectonic stresses in France: in situ measurements with a flat jack, *Journ. Geophys. Research*, **85**, 6342-6346.
- Frohlich, C. & S.D. Davis (1990). Single-link cluster analysis as a method to evaluate spatial and temporal properties of earthquake catalogues, *Geophys. J. Int.*, **100**, 19-32.
- Gagnepain-Beyneix, J., H Haesler & T. Modiano (1982). The Pyrenean earthquake of february 29, 1980: an example of complex faulting, *Tectonophysics*, **85**, 273-290.
- Gaillot, P. (1995). Etude de la fabrication des roches par le traitement d'image : apport des ondelettes. Rapport de DEA, Laboratoire de Pétrophysique et Tectonique, UPS Toulouse, 58 pp.
- Gaillot, P., J. Darrozes, G. Ouillon, M. de Saint Blanquat (1997). The Normalised Optimised Anisotropic Wavelet Coefficient (NOAWC) method : an image processing tool for multi-scale analysis of rock fabric. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1819-1822.
- Gaillot, P., J. Darrozes & J.L. Bouchez (1999). Wavelet Transform: A future of rock fabric analysis?, *Journal of Structural Geology*, Vol **21**, pp. 1615-1621.
- Gamage, N.K. & C. Hagelberg (1993). Detection and analysis of microfronts and associated coherent events using localised transforms. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 750-756.
- Gambis, D. (1992). Wavelet transform analysis of the length of the day and the El-nino/Southern Oscillation variations at interseasonal and interannual time scales. *Ann. Geophys.*, **10**, 331-371.
- Gelfand, I.M., Sh.A. Guberman, MS. Kalezkaja, V.I. Keilis-Borok, E.Ia Ranzman, I.M. Rotwain & M.P. Zhidkov (1974). Recognition of places where strong earthquakes may occur, II. Four regions of Asia Minor and S-E Europa. In *Computational seismology*, Vol. 7 (in Russian).
- Gelfand, I.M., Sh.A. Guberman, V.I. Keilis-Borok, L. Knopoff, F. Press, E.Ia Ranzman, I.M. Rotwain & AM. Sadovsky (1976). Pattern recognition applied to earthquake epicenters in California, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **11**, 227-283.
- Geller, M.J. & J.P. Huchra (1989). Mapping the Universe. *Science*, **246**, 897-903.
- Gendron, P., J. Ebel & D. Manolakis (2000). Rapid joint detection and classification with wavelet bases via Bayes theorem, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90**, 3, 764-774.
- Gibert, D., M. Holschneider & J.L. Le Mouël (1998). Wavelet analysis of the Chandler wobble, *J. Geophys. Res.*, **103**, 27069-27089.
- Gill, A.G. & R.N. Henriksen (1990). A first use of wavelet analysis for molecular clouds. *ApJ.*, **365**, 27-30.

- 
- Giovanelli, R., M.P. Haynes, S.T. Myers & J. Roth (1986). A 21 cm survey of the Pisces Perseus supercluster: II. The declination from +21.5 to 27.5 degrees. *ApJ.*, **92**, 250-274.
- Goforth, T. & E. Herrin (1981). An automatic seismic signal detection algorithm based on the Walsh transform. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **71**, 1351-1360.
- Gomez, J.B., A.F. Pacheco & A.J. Segui-Santoja (1995). A model for crack connectivity in rocks, a discussion. *Math. Geol.*, **27**, 23-39.
- Gott, J.R., S. Mao, C. Park & O. Lahav (1992). The topology of large-scale structure. V. Two dimensional topology of sky maps. *ApJ.*, **385**, 26-31.
- Gouillet, J-F. (1992). *Physiques et structures fractales*, Masson.
- Goupillaud, P., A. Grossmann & J. Morlet (1984). Cycle-octaves and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, **23**, 85-102.
- Granet, M. (1983). An automatic seismic signal detection based on linear prediction filter theory. *Ann. Geophys.*, **1**, 109-114.
- Granier, T. (1985). Origin, damping, and fault pattern of development of faults in granite, *Tectonics*, **4**, 721-737.
- Grasso, J.R. (1983). Three dimensional velocity image of a barrier associated with a moderate pyrenean earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, **10**, 3, 229-232.
- Grasso, J.R. & D. Sornette (1998). Testing self-organized criticality by induced seismicity. *J. Geophys. Res.*, **103**, 29,965-29,987.
- Grégoire, V., M. de Saint Blanquat, A. Nédélec & J.L. Bouchez (1995). Shape anisotropy versus magnetic interactions of magnetite grains: experiments and application to AMS in granitic rocks. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 2765-2768.
- Grégoire, V., J. Darrozes, P. Gaillot, P. Launeau & A. Nédélec (1998). Magnetite grain shape fabric and distribution anisotropy vs rock magnetic fabric : a three-dimensional case study. *J. Struct. Geology*, **20**, 937-944.
- Grossman, A. & J. Morlet (1984). Decomposition of hardy fuctions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM J. Math. Anal.*, **15**, 723-736.
- Grossman, A. & T. Paul (1984). Wave functions on subgroups of the group of affine canonical transformation, in *Lecture notes in Physics*, **211** : Resonances- Models and Phenomena, L. Strein Ed., New York : Springer-Verlag, 128-138.
- Guyodo, Y. & JP. Valet (1996). Relative variations in geomagnetic intensity from sedimentary records: the past 200,000 years. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **143**, 23-36.
- Guyodo, Y. & J-P. Valet (1999a). Global changes in intensity of the Earth's magnetic field during the past 800 kyr. *Nature*, **399**, 249-252.
- Guyodo, Y. & J-P. Valet (1999b). Integration of volcanic and sedimentary records of paleointensity: constraints imposed by irregular eruption rates. *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 3669-3672.
- Guyodo, Y., C. Richter & J-P. Valet (1999). Paleointensity record from Pleistocene sediments (1.4-0 Ma) of the California Margin. *J. Geophys. Res.*, **104**, 22 953-22 964.
- Hagelberg, C. & N.K. Gamage (1994). Application of structure preserving wavelet decomposition to intermittent turbulence: a case study, in *wavelets in Geophysics*, E. Foufoula-Georgiou and P. Kumar (Eds), pp. 45-80, Academic, San Diego, Calif.

- 
- Hagelberg, C. & J. Helland (1995). Thin-line detection in meteorological radar images using wavelet transforms. *American Meteorological Society*, **12**, 3, 633-642.
- Hargraves, R.B., D. Johnson & C.Y. Chan (1991). Distribution anisotropy: the cause of AMS in igneous rocks? *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 2193-2196.
- Harvey, P.K. & R.R. Laxton (1980). The estimation of finite strain from orientation distribution of passively deformed linear markers: eigenvalue relationship, *Tectonophysics*, **70**, 285-307.
- Hasley, T.C., M.H. Jensen, L.P. Kadanoff, I. Procaccia & B.I. Shraiman (1986). Fractal measures and their singularities: the characterisation of strange sets. *Phys. Rev. A*, **33**, 1141-1151.
- Hauksson, E., L.M. Jones & K. Hutton (1995). The 1994 Northridge earthquake sequence in California: seismological and tectonic aspects, *Journ. Geophys. Research*, **100**, 12, 335-12, 355.
- Hays, J.D., J. Imbrie & N.J. Shackleton (1976). Variations in the Earth's orbit: Pacemaker of the ice age. *Science*, **194**, 1121-1132.
- Held, G.A., S.H. Solina, D.T. Keane, W.J. Haag, P.M. Horn & G. Grinstein (1990). Experimental study of critical mass fluctuations in an evolving sandpile. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 9, 1120-1123.
- Hervouët, Y. (1997). Deformations alpines, inversion tectonique négative et karstogène, exemple de la Pierre Saint-Martin (Pyrénées Atlantiques, France), *Bulletin de la Société Géologique de France*, **168**, 663-674.
- Hirata, T. (1989). Fractal dimension of fault systems in Japan: Fractal structure in rock fracture geometry at various scale, *Pure Appl. Geophys.*, **131**, 157-170.
- Hobbs, B.E., W.D. Means & P.F. Williams (1976). An outline of structural geology. New York : Wiley 571 pp.
- Holscheider, M. (1995). Wavelets: an analysis tool, Oxford Sci., New York, 423 pp.
- Hough, P.V.C. (1962). Method and means for recognizing complex pattern, U.S. Patent 3069654.
- Housen, B., B.A. Van der Pluijm & E.J. Essene (1995). Plastic behaviour of magnetite and high strains obtained from magnetic fabrics in the Parry Sound shear zone, Ontario Greenville Province. *J. Struct. Geology*, **17**, 265-278.
- Hrouda, F. (1982). Magnetic anisotropy of rocks and its application in geology and geophysics. *Geophys. Surv.*, **5**, 37-82.
- Hudgins, L.H., C.A. Friehe & M.E. Mayer (1993). Fourier and wavelet analysis for atmospheric turbulence, in *Progress in Wavelet analysis and Applications*, Y. Meyer and S. Roques (Eds), pp. 491-498, Frontières, Gif-sur-Yvette, France.
- Hudleston, P.J. (1977). Progressive deformation and development of fabric across zones of shear in glacial ice, in *Energetics of Geological Process*, Eds S.K. Saxena & S. Battacharji, Springer-Verlag, New-York, 121-150.
- Ildefonse, B., P. Launeau, J.L. Bouchez & A. Fernandez (1992). Effect of mechanical interactions on the development of shape preferred orientations : a two dimensional approach. *J. Struct. Geology*, **14**, 73-83.
- Ildefonse, B. & N.S. Mancktelow (1993). Deformation around rigid particles : the influence of slip at the particle/matrix interface. *Tectonophysics*, **221**, 345-359.
- Imbrie, J., A. Berger, E.A. Boyle, S.C. Clemens, A. Duffy, W.R. Howard, G. Kukla, J. Kutzbach, D.G. Martison, A. McIntyre, A.C. Mix, B. Molino, J.J. Morley, L.C. Peterson, N.G. Pisias, W.L. Prell, M.E. Raymo, N.J. Shackleton & J.R. Toggweiler (1993). On the structure and origin of major glaciation cycles, 2. The 100,000-year cycle, *Paleoceanography*, **8**, 699-735.

- 
- Ito, K. & M. Matsuzaki (1990). Earthquakes as a self-organized critical phenomena, *Journ. Geophys. Research*, **95**, 6853-6860.
- Jähne, B. (1995). Digital image processing, concepts, algorithms and scientific applications. Springer-Verlag, Berlin.
- Jenkins, G.M. & D.G. Watt (1968). Spectral analysis and its applications, Holden-Day, 525 pp.
- Jerram, D.A., M.J. Cheadle, R.H. Hunter & M.T. Elliot (1996). The spatial distribution of grains and crystals in rocks. *Contribution to Mineralogy and Petrology*, **125**, 60-74.
- Jöeveer, P. & J. Einasto (1978). The large scale structure of the Universe. p. 235, Longair M.S. & J. Einasto Eds., Reidel Pub. Co., Dordrecht.
- John, B.E. & H. Stünitz (1997). Magmatic fracturing and small scale melt segregation during pluton emplacement: evidence from the Adamello massif (Italy), in J.L. Bouchez, D.H.W. Hutton and W.E. Stephens (Eds), Granite: from segregation of melt to emplacement fabrics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp 55-74.
- John, R.H. & R.C. Stewart (1997). A method for determining significant structures in a cloud of earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **102**, 8245-8254.
- Johnson, C., A. Bittenbinder, B. Bogaert, L. Dietz & W. Kohler (1995). Earthworm: a flexible approach to seismic network processing. *IRIS Newslett.*, **14**, 1-4.
- Kagan, Y. Y. (1981a). Spatial distribution of earthquakes : the three points moment function, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **67**, 697-717.
- Kagan, Y. Y. (1981b). Spatial distribution of earthquakes : the four points moment function, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **67**, 719-733.
- Kagan, Y. Y. & L. Knopoff (1976). Statistical search for non-random features of the seismicity of strong earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **12**, 291-318.
- Kagan, Y. & L. Knopoff (1978). Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **55**, 67-86.
- Kagan, Y.,& L. Knoppoff (1980). Spatial distribution of earthquakes: the two-point correlation function, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **62**, 303-320.
- Kagan, Y.,& L. Knoppoff (1981). Stochastic synthesis of earthquake catalogues, *J. Geophys. Res.*, **86**, 2853-2862.
- Kanamori, H. & E. Boschi (1983). Earthquakes, Observation, Theory and Interpretation, edited by H. Kanamori and E. Boschi, pp. 596, North-Holland, New York.
- Kanasewich, E.R. (1981). Time sequence analysis in Geophysics. *University of Alberta Press*, Edmonton, Alberta, Canada.
- Kashlinsky, A. & B.J. Jones (1991). Large scale structure in the Universe. *Nature*, **349**, 753-760.
- Kent, D.V. (1982). Apparent correlation of paleomagnetic intensity and climatic records in deep-sea sediments. *Nature*, **299**, 538-539.
- Kent, D.V. & N. Opdyke (1977). Paleomagnetic field intensity and climatic records in deep-sea sediments. *Nature*, **266**, 156-159.

- 
- King, J.W., S.K Banerjee, J. Marvin & O. Özdemir (1982). A comparison of different magnetic methods for determining the relative grain size of magnetite in natural materials. Some results for lake sediments. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **59**, 404-419.
- King, J.W., S.K Banerjee & J. Marvin (1983). A new rock magnetic approach for selecting sediments for geomagnetic paleointensity studies: application to paleointensity for the last 4000 years. *J. Geophys. Res.*, **88**, 5911-5921.
- Kumar, P. & E. Foufoula-Georgiou (1993). A multicomponent decomposition of spatial rainfall fields, 1, Segregation of large- and small-scale features using wavelet transforms. *Water Resour. Res.*, **29**, 2515-2532.
- Kumar, P. & E. Foufoula-Georgiou (1997). Wavelet analysis for geophysical applications. *Review of Geophysics*, **35**, 385-412.
- Laj, C., C. Kissel & I. Lefevre (1996). Relative geomagnetic field intensity and reversals from Upper Miocene sections in Crete. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **141**, 67-78.
- Laj, C., C. Kissel, A. Mazaud, J.E.T. Chanell & J. Beer (2000). North Atlantic palaeointensity stack since 75 ka (NAPIS-75) and the duration of the Laschamp event. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1009-1025.
- Lajournade, C. (1983). Géomorphologie glaciaire de la vallée de Castet (Vallée d'Ossau, Pyrénées Atlantiques), DEA Géographie: Hérial G., and G. Hubschman.(Dir), Université de Toulouse le Mirail.
- Lapparent (de), V., M.J. Gelle & J.P. Huchra (1986). A slice of the Universe. *ApJ.*, **302**, L1-L5.
- Larter, R.D., M. Rebesco, L.E. Vanneste, L.A.P. Gamboa & P.F. Barker (1997). Cenozoic tectonic, sedimentary and glacial history of the continental shelf west of Graham land, Antarctic Peninsula, *Geology and Seismic Stratigraphy of the Antarctic Margin*, 2, edited by P.F. Barker and A.K. Cooper, Antarctic Res. Series, **71**, 1-27.
- Laskar, J. (1986). Secular terms of classical planetary theories using the results of general theory. *Astronomy and Astrophysics*, **157**, 59-70.
- Laskar, J. (1988). Secular evolution of the solar system over 10 millions years. *Astronomy and Astrophysics*, **198**, 341-362.
- Lau, K.M. & H.Y. Weng (1995). Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **76**, 2391-2402.
- Launeau, P. (1990). Analyses numériques des images et orientations préférentielles de forme des agrégats polyphasés: application à l'analyse cinématique des granites, *Thèse Univ. Toulouse III*, 180 p.
- Launeau, P. (1997). Measurement of 3D anisotropy by analysis of three orthogonal images using quadratic shape tensors. *European Union of Geosciences 9, Strasbourg, abstract p. 376*.
- Launeau, P., J.L. Bouchez & K. Benn (1990). Shape preferred orientation of object populations : automatic analysis of digitized images. *Tectonophysics*, **180**, 201-211.
- Launeau, P. & J.-L. Bouchez (1992). Modes et orientations préférentielles de forme des granites par analyse d'images numériques. *Bull. Soc. géol. Fr.*, **163**, n°6, p.721-732.
- Launeau, P. & P.Y. Robin (1996). Fabric analysis using the intercept method. *Tectonophysics*, **267**, 91-119.
- Lavenda, B. (1989). Le mouvement brownien, in L'ordre du chaos, Bibliothèque Pour la Science, Belin.
- Leach, R.R., F.U. Dowla & C.A. Schultz (1999). Optimal filter parameters for low SNR seismograms as a function of station and event location. *Phys. Earth Planet. Int.*, **113**, 213-226.

- 
- Le Bras, R., H. Swanger, T. Sereno, G. Beall, R. Jenkins, W. Nagy & A. Henson (1994). Global association: Final report. *Science Applications International Corporation Technical Report*, SAIC-94/1155, 28 pp.
- Lehman, B., C. Laj, C. Kissel, A. Mazaud, M. Paterne & L. Labeyrie (1996). Relative changes of the geomagnetic field intensity during the last 280 kyear from piston cores in the Azores area. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **93**, 269-284.
- Le Verrier, U.J.J. (1855). Recherches astronomiques. Annales de l'observatoire impérial de Paris.
- Levi, S. & S.K. Banerjee (1976). On the possibility of obtaining relative paleointensities from sediments. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **29**, 219-226.
- Lister, G.S. (1977). Discussion. Crossed-gridle c-axis fabrics in quartzites plastically deformed by plane strain and progressive simple shear. *Tectonophysics*, **39**, 51-54.
- Lister, G.S. & M.S. Paterson (1979). The simulation of fabric development during plastic deformation and its application to quartzite : fabric transitions. *J. Struct. Geol.*, **1**, 99-115.
- Lister, G.S. & B.E. Hobbs (1980). The simulation of fabric development during plastic deformation and its application to quartzite : the influence of deformation history. *J. Struct. Geol.*, **2**, 355-370.
- Liu, H.S. & B.F. Chao (1998). Wavelet spectral analysis of the Earth's orbital variations and paleoclimatic cycles. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 227-236.
- Lomnitz-Adler, J. (1985). Asperity models and characteristic earthquakes, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **83**, 435-450.
- Lutz, TM. (1986). An analysis of the orientations of large-scale crustal structures : a statistical approach based on areal distribution of point-like features, *J. Geophys. Res.*, **91**, 421-434.
- MacGillivray, H.T. & R.S. Stobie (1984). Galaxy number counts and cosmology, in *Distribution of matter in the Universe*. 2<sup>nd</sup> DAEC mtg, G.A Mamon and D. Gerbal Eds (Meudon: obs. de Paris), 311-316.
- MacGillivray, H.T. & D.J. Yantis (1994). Wide-Field Galaxy and Cluster Surveys Using COSMOS, in *Astronomy from wide field imaging*, IAU Symposium No. 161, eds H.T. MacGillivray et al., Kluwer academic Publishers, Dordrecht, p. 632.
- Madden, T.R. (1976). Random networks and mixing. *Geophysics*, **41**, 1104-1125.
- Madden, T.R. (1983). Microcrack connectivity in rocks : a renormalisation group approach to the critical phenomena of conduction and failure in crystalline rocks. *J. Geophys. Res.*, **88**, 585-592.
- Mainprice, D., J.L., Bouchez, M. Casey & P. Dervin (1993). Quantitative texture analysis of naturally deformed anhydrite by neutron diffraction texture goniometry. *J. Struct. Geol.*, **15**, 793-804.
- Mallat, S. (1989a). A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intel.*, **11**, 674-693.
- Mallat, S. (1989b). Multifrequency channel decomposition of images and wavelets models. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Anal.*, **37**, 2091-2110.
- Mallat, S. & S. Zhong (1992). Wavelet maxima representation, in *Wavelets and applications*, Y. Meyer Editor, Masson Paris.
- Mandelbrot, B. & J. Van Ness (1968). Fractional Brownian motions, fractional noises and applications, *SIAM Rev.*, **10**, 422-437.
- Mandelbrot, B. (1989). Multifractal measure, especially for the geophysicist, *Pure Appl. Geophys.*, **131**, 5-42.

- 
- S. Mann & S. Haykin (1992). Adaptive chirplet transform: an adaptive generalisation of the Wavelet transform, *Opt. Eng.*, **31**, 6, 1243-1256.
- S. Mann & S. Haykin (1995). The chirplet Transform : physical considerations, *IEEE Trans. Signal Processing*, **43**, 11, 2745-2761.
- Marr, D. (1982). Vision, W.H. Freeman, New York.
- Martinez, V.J., S. Parades & E. Saar (1993). Multifractals and wavelets in the analysis of the luminous matter distribution. *MNRAS*, **260**, 365-375.
- Max, J., L. Audaire, D. Berthier, R. Bigret, J-C. Carré, H. Chevalier, B. Escudié, A. Hellion, J-L. Lacoume, M. Martin, R. Miquel, P. Peltié, M. Trottot, S. Valette & R. Vergne (1985). Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques – Tome 1 – Principes généraux, 4ème Edition, Masson, 351 pp.
- Max, J., L. Audaire, D. Berthier, R. Bigret, J-C. Carré, H. Chevalier, B. Escudié, A. Hellion, J-L. Lacoume, M. Martin, R. Miquel, P. Peltié, M. Trottot, S. Valette & R. Vergne (1987). Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques – Tome 2 – Appareillages, méthodes nouvelles et exemples d'applications, 4ème Edition, Masson, 454 pp.
- Mazaud, A., C. Laj, E. Bard, M. Arnold & E. Tric (1991). Geomagnetic field control of  $^{14}\text{C}$  production over the last 80ky: implications for the radiocarbon time-scale. *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 1885-1888.
- Mazaud, A., C. Laj & M. Bender (1994). A geomagnetic modulation for  $^{10}\text{Be}$  accumulation in Antarctic ice: implications for ice chronology. *Geophys. Res. Lett.*, **21**, 337-340.
- Mazaud, A.C. (1996). "Sawtooth" variation in magnetic intensity profiles and delayed acquisition of magnetisation in deep sea cores. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **139**, 379-386.
- McElhinny, M.W. & W.E. Senanayake (1982). Variations in the geomagnetic dipole, 1, The past 50,000 years, *J. Geomagn. Geoelect.*, **34**, 39-51.
- McHargue, L.R., P.E. Damon & D.J. Donahue (1994). Geomagnetic paradox: galactic cosmic ray anomalies coincident with the Mono Lake and Laschamp excursions. *EOS*, **75**, 121.
- Mechie, J., C. Prodehl & G. Koptschalitsch (1986). Ray path interpretation of the crustal structure beneath Saudi Arabia. *Tectonophysics*, **131**, 333-352.
- Melott, A.L., A.P. Cohen, A.J.S. Hamilton, J.R. Gott & D.H. Weinberg (1989). Topology of large-scale structure. IV. Topology in 2 dimensions. *ApJ*. **345**, 618-626.
- Meneveau, C. (1991). Dual spectra and mixed energy cascade of turbulence in the wavelet representation. *Phys. Rev. Lett.*, **11**, 1450-1453.
- Mercier, J.C. (1980). Single-Pyroxene thermobarometry. *Tectonophysics*, **70**, 1-37.
- Meyer, Y. (1991). «Wavelets and applications», *Research Notes in Applied Mathematics*, **20**, Y. Meyer Editor, Masson Paris, 464 pp.
- Meyer, Y. (1992a). Wavelets and operators, Cambridge Univ. Press, New York.
- Meyer, Y. (1992b). Wavelets and applications, *Masson*, 1992.
- Meyer, Y., S. Jaffard & O. Rioul (1987). L'analyse par ondelettes. *Pour la Science* (French edition of Scientific American), **11**, 28-37.
- Meyer, Y. & S. Roques (1993). Progress in wavelet analysis and applications, in: *Proceedings of the International Conference 'Wavelets and Applications'*. Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, France.
-

- 
- Meynadier, L., J.-P. Valet, R. Weeks, N.J. Shackleton & V.L. Hagee (1992). Relative geomagnetic intensity of the field during the last 140 ka. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **114**, 39- 57.
- Meynadier, L., J.-P. Valet, F.C. Bassinot, N.J. Shackleton & Y. Guyodo (1994). Asymmetrical saw-tooth pattern of the geomagnetic field intensity from equatorial sediments in the Pacific and Indian Oceans. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **126**, 109-127.
- Meynadier, L., J.P. Valet, Y. Guyodo & C. Richter (1998). Saw-toothed variations of relative paleointensity and cumulative viscous remanence: testing the record and the model. *J. Geophys. Res.*, **103**, 7095-7105.
- Milankovitch, M. (1941). Kanon der Erdbestrahlung und seine anwendung auf das Eiszeitenproblem. *Royal Serbian Sciences*, Spec. Pub. 132, Section of Mathematical and Natural Sciences, **33**, Belgrade, 633 pp. (« Canon of Insolation and the Ice Age problem ». Traduction anglaise par le programme de traduction scientifique Israël. Publié pour le département du Commerce Américain et la Fondation Nationale pour la Science, Washington D.C., 1969).
- Mokhtar, T.A. & M.M. Al-Saeed (1994). Shear wave velocity structure of the Arabian Peninsula. *Tectonophysics*, **230**, 105-125.
- Montalbetti, J. & E. Kanasevich (1970). Enhancement of teleseismic body phases with a polarisation filter. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **21**, 119-129.
- Morishita, M (1959). Measuring of the dispersion of individuals and analysis of the distribution patterns. *Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ.*, Ser. E, **2**, 215-235.
- Morishita, R. & M., Obata. (1995). A new statistical description of the spatial distribution of minerals in rocks. *Journal of Geology*, **103**, 232-240.
- Moreau, F. (1996). Méthodes de traitement de données géophysiques par transformée en ondelettes, Thèse Univ. Rennes I, 177 p.
- Moreau, F., D. Gibert, M. Holschneider & G. Saracco (1997). Wavelet analysis of potential fields, *Inverse Probl.*, **13**, 165-178.
- Morlet, J., G. Arens, E. Fourgeau & D. Girard (1982a). Wave propagation and sampling theory 1, Complex signal and scattering in multilayered media. *Geophysics*, **47**, 203-221.
- Morlet, J., G. Arens, E. Fourgeau & D. Girard (1982b). Wave propagation and sampling theory 2, Sampling theory and complex waves. *Geophysics*, **47**, 222-236.
- Mudelsee, M. & M. Schulz (1997). The Mid-Pleistocene climate transition: onset of 100 ka cycle lags ice volume build-up by 280 ka, *Earth planet. Sci. Lett.*, **151**, 117-123, 1997.
- Nagata, T. (1953). Rock-Magnetism. Maruzen Co., Ltd. Tokyo.
- Nagy, E.A. & J.-P. Valet (1993). New advances for paleomagnetic studies of sediment cores using U-Channels. *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 671-674.
- Narr, W. & J. Suppe (1991). Joint spacing in sedimentary rocks. *J. Struct. Geol.*, **13**, 1037-1048.
- Nédélec, A., W.E. Stephens & A.E. Fallick (1995). The Panafrican stratoid granites of Madagascar: alkaline magmatism in a post-collisional extensional setting. *J. Petrol.*, **36**, 1367-1391.
- Niazi, M. (1968). Crustal thickness in the central Saudi Arabian peninsula. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **15**, 545-547.
- Nicolas, A., F. Boudier & J.C. Mercier (1973). Mechanisms of flow in naturally and experimentally deformed peridotites. *Am. J. Sci.*, **273**, 853-876.

- 
- Okubo, P.G. & K. Aki (1987). Fractal geometry in the San Andreas Fault System. *J. Geophys. Res.*, **92**, 345-355.
- Oppo, D.W. & S.J. Lehman (1993). Mid-depth circulation of the subpolar South Atlantic during the last glacial maximum. *Science*, **259**, 1148-1152.
- Ouchi, T. & T. Uekawa (1986). Statistical analysis of the spatial distribution of earthquakes - variation of the spatial distribution of earthquakes before and after large earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **44**, 211-225.
- Ouillon, G. (1995). Application de l'analyse multifractale et de la transformée en ondelettes anisotropes à la caractérisation géométrique multi-échelle des réseaux de failles et de fractures, Ph.D. Thèse, Nice Univ. Nice, France.
- Ouillon, G., D. Sornette & C. Castaing (1995). Organisation of joints and faults from 1cm to 100km scales revealed by optimised anisotropic wavelet coefficient method and multifractal analysis. *Nonlin. Proc. Geophys.*, **2**, 158-177.
- Ouillon, G., C. Castaing & D. Sornette (1996). Hierarchical geometry of faulting. *J. Geophys. Res.*, **101**, 5477-5487.
- Özdemir, Ö., D.J. Dunlop & B.M. Moskowitz (1993). The effect of oxidation on the Verwey transition in magnetite, *Geophys. Res. Lett.*, **120**, 283-300.
- Paillard, D. (1998). The timing of Pleistocene glaciations from a simple multi-state climate model, *Nature*, **391**, 378-381.
- Paillard, D., L. Labeyrie & P. Yiou (1996). Macintosh program performs time-series analysis. *EOS Trans, AGU*, **77**, 379.
- Panozzo, R. (1984). Two-dimensional strain from the orientation of lines in a plane, *J. Struct. Geol.*, **6**, 215-221.
- Panozzo, R. (1987). 2-D strain determination by the inverse Surfor Wheel. *Journal of Structural Geology*, **9**, 115-119.
- Panozzo-Heilbronner, R. (1992). The autocorrelation function: an image processing tool for fabric analysis. *Tectonophysics*, **212**, 351-370.
- Papoulis, A. (1977). Signal analysis, New York: McGraw-Hill.
- Pauchet, H., A. Rigo, L. Rivera & A. Souriau (1999). A detailed analysis of the february 1996 aftershock sequence in the eastern Pyrenees, France, *Geophys. J. Int.*, **137**, 107-127.
- Pellegrini, P.S., C.N. Wilmer, L.N. da Costa & B.X. Santiago (1990). On the statistical properties of the galaxy distribution. *ApJ.*, **350**, 95-103 .
- Perrin, J. (1991). Les atomes, Flammarion.
- Pfleiderer, S. & H.C. Halls. (1993). Magnetic fabric analysis : verification through image autocorrelation. *J. Geophys. Res.*, **98**, 4311-4316.
- Pollar, D.D. & A. Ayadin (1988). Progress in understanding jointing over the past century. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **100**, 1181-1204.
- Pratt, W.K. (1978). Digital image processing. Wiley - Interscience Publication, J. Wiley & Sons Editor. 750 pp.
- Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling & B.P. Flannery (1992). Numerical recipes in C, the art of scientific computing, Cambridge University Press, Second Edition.

- 
- Prince, C.M., R. Ehrlich & Y. Anguy (1995). Analysis of spatial order in sandstone II : grain clusters, packing flaws, and small-scale structure of sandstones. *Journal of Sedimentary Research*, **65**, 13-28.
- Prozorov, A.G. & A.M. Dziewonski (1982). A method of studying variations in the clustering property of earthquakes : application to the analysis of global seismicity, *J. Geophys. Res.*, **87**, 2829-2839.
- Pudsey, C.J. & A. Camerlenghi (1998). Glacial-interglacial deposition on a sediment drift on the Pacific margin of the Antarctic Peninsula, *Antarctic Science*, **10**, 286-308.
- Qiu, L.J. & M.H. Er (1995). Wavelet spectrogram of noisy signals. *Int. J. Elec.*, **79**, 665-677.
- Quidelleur, X., J-P. Valet, M. LeGoff & X. Bouloire (1995). Field dependance on magnetization of laboratory-redeposited deep-sea sediments: First results. *Earth Planet. Sci. Lett*, **133**, 311-325.
- Raisbeck, G.M., F. Yiou, D. Bourles, C. Lorius, J. Jouzel & N.I. Barkow (1987). Evidence for two intervals of enhanced <sup>10</sup>Be deposition in Antarctic ice during the last glacial period. *Nature*, **326**, 273-277.
- Reasenberg, P. (1985). Second-order moment of central California seismicity, *J. Geophys. Res.*, **90**, 5479-5495.
- Raymo, M.E. (1997). The timing of major climate terminations, *Paleoceanography*, **12**, 577-585.
- Raymo, J.M., E. Jansen, P. Blum & T.D. Herbert (Eds.) (1996). Proc. ODP Initial Reports, 162 : College Station, TX (Ocean Drilling Program).
- Raymo, J.M., E. Jansen, P. Blum & T.D. Herbert (Eds.) (1999). Proc. ODP, Sci. Results, 162 : College Station, TX (Ocean Drilling Program).
- Rebesco, M., R.D. Larter, P.F. Barker, A. Camerlenghi & L.E. Vanneste (1997). The history of sedimentation on the continental rise west of the Antarctic Peninsula, *Geology and Seismic Stratigraphy of the Antarctic Margin, 2*, edited by P.F. Barker and A.K. Cooper, Antarctic Res. Series, **71**, 29-49, 1997.
- Ricou, L.E & D. Gibert (1997). La séquence des inversions magnétiques analysée par ondelettes: un enregistrement de l'histoire tectonique du globe au toit du noyau. *C.R. Acad. Sci. Paris, Sciences de la Terre et des planètes*, **325**, 753-759.
- Rigo, A., C. Olivera, A. Souriau, S. Figueras, H. Pauchet, A. Grésillaud & M. Nicolas (). The february 1996 earthquake sequence in the eastern Pyrenees: first results, *Journal of Seismology*, *in print*.
- Ripley, B.D ; (1981). Spatial statistics, Wiley, New York.
- Roberts, A.P., B. Lehman, R.J. Weeks, K.L. Verosub & C. Laj (1997). Relative paleointensity of the geomagnetic field over the last 200,000 years from ODP Site 883 and 884, North Pacific Ocean. *Earth Planet. Sci. Lett*, **152**, 11-23.
- Robertson, M.C., C.G. Sammis, M. Sahimi & A. Martin (1995). The 3D spatial distribution of earthquakes in southern California with a percolation theory interpretation, *J. Geophys. Res.*, **100**, 609-620.
- Ruddiman, W.F., M.E. Raymo, D.G. Martinson, B.M. Clement & J. Backman (1989). Pleistocene evolution: Northern hemisphere ice-sheets and North Atlantic Ocean, *Paleoceanography*, **4**, 353-412.
- Rundle, J.B. & W. Klein (1993). Scaling and critical phenomena in a cellular automaton slider-block model for earthquakes, *J. Stat. Phys.*, **72**, 405-412.
- Sahimi, M., M.C. Robertson, & C.G. Sammis (1993). Fractal distribution of earthquake hypocenters and its relation to fault patterns and percolation, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2186-2189.
- Sailhac, P. (1999). Analyse multi-échelle et inversion de données géophysiques en Guyane française, Thèse de l'IPG Paris, 259 p.

- 
- Saleur, H., C.G. Sammis & D. Sornette (1996). Renormalisation group theory of earthquakes. *Nonlinear Proc. Geophys.*, **2**, 102-109.
- Saltikov, S.A. (1958). *Stereometric Metallography*, 2<sup>nd</sup> ed, Metallurgizdat, Moscow.
- Sander, B. (1911). Über zusammenhänge zwischen teilbewegung und gefüge in gesteinen. *Min. Petrogr. Mitt.* **30**, 281-315. Sander B., In: Einführung in die Gefügekunde der Geologischen Körper, Teil II. Springer-Verlag, Berlin, 409 pp.
- Sander, B. (1970). «An introduction to the study of fabrics of geological bodies » (F.C. Philipps and G. Windsor, transl.) Pergamon, New York. 610 pp.
- Sander, L. (1989). La croissance fractale, in « L'ordre du chaos », *Bibliothèque Pour la Science*, Belin, 1989.
- Sato, T., H. Kikuchi, M. Nakashizuka & M. Okada (1998). Quaternary geomagnetic field intensity: Constant periodicity or variable period? *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 2 221-2 224.
- Shackleton, N.J., A. Berger & W.R. Peltier (1990). An alternative astronomical calibration of the lower Pleistocene timescale based on ODP Site 677, *Trans. R. Soc. Edinburg Earth Sci.*, **81**, 251-261.
- Schempp, W. (1986). *Harmonic analysis on the Heisenberg Nilpotent Lie Group*, Harlow, England: Longman.
- Schmid, S.M., M. Casey & J. Starkey (1981). An illustration of the advantages of a complete texture analysis described by the orientations distribution function (ODF) in quartz pole figure data. *Tectonophysics*, **78**, 101-117.
- Schneider, W.F.F. (1998). An integrated wavelet concept of physical geodesy, *J. Geodesy*, **72**, 259-281.
- Schneider, D.A. & G.A. Mello (1996). A high resolution marine sedimentary record of geomagnetic intensity during the Brunhes Chron. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **144**, 297-314.
- Segall P & D. Pollard (1980). Mechanics of discontinuous faults, *J. Geophys. Res.*, **85**, 4337-4350.
- Shehata, M.T. (1989). Applications of image analysis in characterising dispersion of particles, in *Image analysis in Earth Science (short course 16)*, ed Petruk W., pp. 119-132. Mineral Association Canadian, Ottawa.
- Shensa, M. (1977). The deflection detector, its theory and evaluation on short-period seismic data. TR-77-03, *Texas Instruments*, Alexandria, Virginia.
- Shipboard Scientific Party, Site 1095 (1999). In Barker, P.F., Camerlenghi, A., Acton, G.D., et al., *Proc. ODP, Init. Repts.*, **178**, 1-174 [CD-ROM]. Available from: Ocean Drilling Program, Texas A&M University, College Station, TX 77845-9547, U.S.A.
- Simons, M., S.C. Solomon & B.H. Hager (1997). Localization of gravity and topography: constraints on the tectonics and mantle dynamics of Venus, *Geophys. J. Int*, **131**, 24-44.
- Slezak, E., A. Bijaoui & G. Mars (1990). Identification of structures from galaxy counts; use of the wavelet transform. *Astron. Astrophys.*, **227**, 301-316.
- Slezak, E., A. Bijaoui & G. Mars (1992). Structures identification from galaxy counts - Use of wavelet transform, in *Wavelets and applications*, Y. Meyer Editor, Masson Paris.
- Slezak, E., V. Delapparent & A. Bijaoui (1993). Objective detection of voids and high-density structures in the Redshift survey slices. *ApJ.*, **409**, 517-529.
- Smalley, R.F., D.L. Turcotte & S.A. Solla (1985). A renormalisation group approach to the stick-slip behavior of faults. *J. Geophys. Res.*, **90**, 1894-1900.
- Sornette, D. (1997). Generic mechanisms for hierarchies, in *Proceedings of the International Conference on Complex Systems*, Nashua, NH, 21-26 Sept.

- 
- Sornette, A. & D. Sornette (1989). Self-organised criticality and earthquakes. *Europhys. Lett.*, **9**, 197-202.
- Sornette, D., P. Davy & A. Sornette (1990). Structuration of the lithosphere in plate tectonics as a Self-Organised Criticality phenomenon. *J. Geophys. Res.*, **95**, 17353-17361.
- Sornette, D. & C.G. Sammis (1995). Complex critical exponents from renormalisation group theory of earthquakes: Implications for earthquake predictions. *J. Phys. I. France*, **5**, 607-619.
- Souriau, A. & M. Granet (1995). A tomographic study of the lithosphere beneath the Pyrenees from local and teleseismic data, *J. Geophys. Res.*, **100**, 18117-18134.
- Stephenson, A. (1994). Distribution anisotropy: two simple models for magnetic lineation and foliation. *Physics Earth Planetary Interiors*, **82**, 49-53.
- Stewart, S.W. (1977). Real-time detection and location of local seismic events in central California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **67**, 433-452.
- Stoner, J.S., J.E.T. Channell, C. Hillaire-Marcel (1995). Late Pleistocene relative geomagnetic paleointensity from the deep Labrador sea: regional and global correlations. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **134**, 237-252
- Stoner, J.S., J.E.T. Channell & C. Hillaire-Marcel (1998). A 200 ka geomagnetic chronostratigraphy for the Labrador Sea: indirect correlation of the sediment record to SPECMAP. *Earth Planet. Sci. Lett*, **159**, 165-181.
- Sugiura, N. (1979). ARM, TRM and magnetic interactions: concentration dependence. *Earth Planet. Sci. Lett*, **42**, 451-455.
- Suzuki, Z. & K. Suzuki (1965). On space distribution function of earthquakes, *Sci. Rep. Tohoku Univ.*, 5<sup>th</sup> Ser. (Geophys.), **17**, 9-23.
- Suzuki, Z. & K. Suzuki (1966). Change in spatial distribution of earthquakes against hypocentral depth, *Sci. Rep. Tohoku Univ.*, 5<sup>th</sup> Ser. (Geophys.), **17**, 159-168.
- Tamaki, I. (1961). Seismicity in relation to the crust structure, with special reference to Japanese area, Mem, *Osaka Inst. Techn.*, A, **7**, 1-92.
- Tauxe, L. (1993). Sedimentary records of relative paleointensity of the geomagnetic field : theory and practice. *Rev. Geophys.*, **31**, 319-354.
- Tauxe, L. & N.J. Shackleton (1994). Relative paleointensity records from the Ontong-Java plateau. *Geophys. J. Int.*, **117**, 769-782.
- Tauxe, L. & J.P. Vallet (1989). Relative paleointensity of the Earth's magnetic field from marine sedimentary records : A global perspective, *Phys. Earth. Planet. Inter.*, **56**, 59-68.
- Tauxe, L. & P. Hartl (1997). 11 million years of Oligocene geomagnetic field behaviour. *Geophys. J. Int.*, **128**, 217-229.
- Tauxe, L., J.L. LaBrecque, R. Dodson & M. Fuller (1983). U-Channels- a new technique for paleomagnetic analysis of hydraulic piston cores. *EOS Trans. AGU*, **64**, 219.
- Tikoff, B. & C. Teyssier (1994). Strain and fabric analyses based on porphyroclast interaction. *Journal of Structural Geology*, **16**, 477-491
- Tomoda, Y. (1952). On the space distribution law of earthquake epicenter, *Zisin II*, **5**, 1-6.
- Tong, C. (1995). Characterisation of seismic phases -an automatic analyser for seismograms. *Geophys. J. Int.*, **123**, 937-947.

- 
- Torrence, C. & G.P. Compo (1998). A practical guide to wavelet analysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **79**, 61-78.
- Torrésani, B. (1991). Wavelets associated with representations of the Affine Weyl-Heisenberg group, *J. Math. Phys.*, **32**, 5, 1273-1279.
- Tric, E. , J.-P. Valet, P. Tucholka, M. Paterne, L. Labeyrie, F. Guichard, L. Tauxe & M. Fontugne (1992). Paleointensity of the geomagnetic field for the last 80,000 years. *J. Geophys. Res.*, **97**, 9337-9351.
- Trifu, C.I. & M. Radulian (1989). Asperity distribution and percolation as fundamentals of an earthquake cycle, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **58**, 277-288.
- Tullis, J. (1977). Preferred orientation of quartz produced by slip during plane strain. *Tectonophysics*, **39**, 87-102
- Turcotte, D.L. (1986). Fractals and fragmentation. *J. Geophys. Res.*, **91**, 1921-1926.
- Uyeda, S., M.D. Fuller, J.C Belsche & R.W Girdler (1963). Anisotropy of magnetic susceptibility of rocks and minerals. *J. Geophys. Res.*, **68**, 279-291.
- Valet, J.P. & L. Meynadier (1993). Geomagnetic field intensity and reversals during the past four million years. *Nature*, **366**, 234-238.
- Vanderkulk , W., F. Rosen & S. Lorenz (1965). Large aperture seismic array signal processing study. *IBM Final Report*, ARPA Contract Number SD-296.
- Vere-Jones, D. (1978). Space-time correlations for microearthquakes - a pilot study, *Adv. Appl. Prob. Suppl.*, **10**, 73-87.
- Ville, J. (1948). Théorie et applications de la notion de signal analytique. *Câbles et transmissions*, 2ème année, **1**, 66-64.
- Walton, D (1988). The lack of reproductibility in experimentally determined intensities of the Earth's magnetic field, *Rev. Geophys.*, **26**, 15-22.
- Weeks, R., C. Laj, L. Endignoux, M. Fuller, A. Roberts, R. Manganne, E. Blanchard & W. Goree (1993). Improvements in long-core measurement techniques: applications in palaeomagnetism and palaeoceanography. *Geophys. J. Int.*, **114**, 651-662.
- Wessel, P. & W.H.F. Smith (1991). Free software helps map and display data. *EOS Trans. AGU*, **72**, 445-446, 1991.
- Wessel, P. & W.H Smith (1995). New version of the Generic Mapping Tools released. *EOS Trans. AGU*, **76**, 329.
- Wigner, E.P. (1932). On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Phys. Rev.*, **40**, 749-759.
- Wilson, K.G. (1983). The renormalisation group and critical phenomena. *Rev. Mod. Phys.*, **55**, 583-600.
- Withers, M.R. Aster, C. Young, J. Beiriger, M. Harris, S. Moore & J. Trujilo (1998). A comparison of select trigger algorithms for automated global seismic phase end event detection. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **88**, 95-106.
- Withers, M. R. Aster & C. Young (1999). An automated local and regional seismic event detection and location system using waveform correlation. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 657-669.
- Wollin, G., D.B. Ericson & W.B.F. Ryan (1971). Variations in magnetic intensity and climatic changes. *Nature*, **232**, 549-551.
- Wornell, G.W. (1995). Signal processing with fractals: a wavelet based approach, Prentice Hall, Engelwood Cliffs, N. J.

- 
- Yamazaki, T. (1999). Relative paleointensity of the geomagnetic field during the Brunhes Chron recorded in the North Pacific deep-sea sediment cores: orbital influence? *Earth Planet. Sci. Lett.*, **169**, 23-35.
- Yamazaki, T. & N. Ioka (1994). Long term secular variation of the geomagnetic field during the last 200 kyr recorded in sediment cores from the western equatorial Pacific. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **128**, 527-544.
- Yamazaki, T., N. Ioka & N. Eguchi (1995). Relative paleointensity of the geomagnetic field during the Brunhes Chron. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **136**, 525-540.
- Yeomans, J.M. (1992). Statistical mechanics of phase transitions, *Oxford Science Publications*.
- Zhang, D. & T. Lutz (1989). Structural control of igneous complexes and kimberlites : a new statistical method, *Tectonophysics*, **159**, 137-148.
- Zhao, Y. & K. Takano (1999). An artificial neuronal network approach for broadband seismic phase picking. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 670-680.

---

## Liste des figures

---

### *Chapitre Un : Notions de base et formalisme*

#### Figure

- 1.1 Fenêtres temps-fréquence
- 1.2 Modèle graphique du calcul du coefficient d'ondelette  $C_f(a, b)$
- 1.3 Comportement du coefficient d'ondelette
- 1.4 Transformée de Fourier et Transformée en ondelette de deux signaux synthétiques
- 1.5 Représentation temps-fréquence par ondelettes
- 1.6 Fonctions mère
- 1.7 Analyse multi-échelle d'un signal périodique modulé en amplitude
- 1.8 Analyse multi-échelle d'un signal modulé en fréquence
- 1.9 Analyse multi-échelle d'une brutale variation de fréquence
- 1.10 Analyse multi-échelle d'une perturbation brutale du signal dans l'espace
- 1.11 Analyse multi-échelle du signal synthétique s1
- 1.12 Analyse multi-échelle du signal synthétique s2
- 1.13 Analyse multi-échelle croisée des signaux synthétiques s1 et s2
- 1.14 Analyse multi-échelle du signal synthétique s3
- 1.15 Analyse multi-échelle croisée des signaux synthétiques s1 et s3
- 1.16 Analyse multi-échelle du signal synthétique s4
- 1.17 Analyse multi-échelle croisée des signaux synthétiques s1 et s4
- 1.18 Algorithme du code d'analyse multi-échelle par ondelette continue 1D
- 1.19 Analyse multi-échelle du signal excentricité
- 1.20 Analyse multi-échelle du signal obliquité
- 1.21 Analyse multi-échelle du signal précession
- 1.22 Analyse multi-échelle du signal insolation (15°N) à la mi-juillet
- 1.23 Analyse multi-échelle du signal insolation (65°N) à la mi-juillet

### *Chapitre Deux : Etude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre exemple du site ODP 983*

#### Figure

- 2.1 Sources de données potentielles pour les études de paléointensité magnétique
- 2.2 Schéma du parcours des particules magnétiques de la colonne d'eau à leur enfouissement
- 2.3 Comparaison des variations observées dans la production de  $^{14}\text{C}$  (Stuiver et al., 1986) et celles prédites par Elsasser et al. (1956) en utilisant les données du moment du dipôle magnétique

- 
- 2.4 Comparaison des variations du rapport  $ARN_{15mT}/\text{suscéptibilité}$  pour les forages 851B, C et E avec le rapport  $ARN_{65mT}/ARA_{20mT}$  des échantillons individuels du site ODP 851 E
  - 2.5 Distribution des sites géographiques ayant servis à la construction des courbes Sint-200 et Sint-800 Site ODP 983. Enregistrement de la paléointensité du champ géomagnétique terrestre
  - 2.6 Enregistrement de la paléointensité du champ géomagnétique terrestre (ARN/ARI), normaliseur (ARI) au site ODP 983.
  - 2.7 Spectres de puissance et analyse de cohérence pour divers paramètres magnétiques et la concentration en  $CaCO_3$  des sites ODP 983 et 984
  - 2.8 Sites (980-984) de la campagne ODP Leg 162
  - 2.9 Relative geomagnetic paleointensity record at ODP Site 983
  - 2.10 Power spectra of the relative paleointensity record and the IRM record at ODP Site 983
  - 2.11 Power spectra of the benthic and planktic  $\delta^{18}O$  records at Site 983
  - 2.12 Evolutionary power spectrum of the paleointensity record at Site 983
  - 2.13 The Morlet wavelet
  - 2.14 Examples of wavelet spectra obtained for synthetic time series
  - 2.15 Cross-wavelet spectrum (a) and phase (b) for the same two time series as in 2.14
  - 2.16 Wavelet spectrum of the paleointensity record, IRM and ratio ARM/k at Site 983
  - 2.17 Cross-wavelet spectra
  - 2.18 Synthetic model aimed at explaining the observed coherency between the paleointensity record and the magnetic properties
  - 2.19 Filtering of the paleointensity record for the Fourier periods 23 kyr, 41 kyr, and 100 kyr

### *Chapitre Trois : Ondelettes et observatoire sismologique*

#### Figure

- 3.1 Exemple de document produit en cas de séisme majeur dans la zone "France et territoires frontaliers"
- 3.2 Algorithme STA/LTA
- 3.3 Seuil de déclenchement des alarmes sismiques
- 3.4 Représentation schématique de l'algorithme développé
- 3.5 Carte des stations sismiques courte période du RéNaSS
- 3.6 Sismogrammes choisis
- 3.7 Enregistrement du séisme de Colmar 68, France; 16/03/1999 à 16h20) sur la station RUP
- 3.8 Enregistrement du séisme de Bologne (Italie, 25/01/1999 à 22h46) sur la station RUP
- 3.9 Enregistrement du séisme d'Hokkaido (Japon, 16/03/1999 à 17h55) sur la station RUP
- 3.10 Enregistrement du séisme de Colombie (18/03/1999 à 23h53) sur la station RUP

- 
- 3.11 Enregistrement du séisme des Iles Loyauté (02/04/1999 à 20h16) sur la station RUP
  - 3.12 Enregistrement du 16/03/1999 à 16h20 sur la station LIBD
  - 3.13 Enregistrement du 25/01/1999 à 22h47 sur la station SPAK
  - 3.14 Statistiques

## *Chapitre Quatre* Problématiques, formalisme, méthodes et exemples

### Figure

- 4.1 Exemple d'organisation spatiale complexe
- 4.2 Ondelette chapeau mexicain
- 4.3 Exemple d'une structure circulaire
- 4.4 Exemple d'une structure carrée
- 4.5 Exemple d'une structure réaliste non-circulaire
- 4.6 Analyse en ondelette du champ de galaxies du catalogue COSMOS/UKST Southern Sky
- 4.7 Représentation topologique du champ de galaxies du catalogue COSMOS/UKST Southern Sky
- 4.8 Algorithme de la méthode OAWC
- 4.9 Analyse de l'exemple synthétique de "fracture en échelon"
- 4.10 Application à la carte E (Fig. 2, Ouillon et al., 1996)

## *Chapitre Cinq* Applications à la fabrication des roches magmatiques

### Figure

- 5.1 Ideal match between wavelet and object
- 5.2 Study of a synthetic example
- 5.3 Graphical interface WaveSea
- 5.4 Multi-scale investigation of (70 x 100 cm) XZ section of K-feldspar megacrysts of Sidobre granite (France)
- 5.5 Anisotropic "Mexican Hat" and corresponding sections visualising the calculation of Wavelet Transform Coefficient
- 5.6 Theoretical case study
- 5.7 Natural example: study of a 20x20 cm XZ rock section from Sidobre pluton (Montagne Noire, France)
- 5.8 AMS results
- 5.9 Digitised oriented thin sections
- 5.10 Anisotropic Mexican Hat
- 5.11 Frequency histograms of the length and shape ratios of the magnetite grains in the  $K_1K_3$ ,  $K_2K_3$  and  $K_1K_2$  section planes
- 5.12 Magnetic fabrics and shape fabric ellipses
- 5.13 Typical configurations of interacting magnetite grains
- 5.14 Selected wavelet with coefficient threshold

- 
- 5.15 Rose diagrams for the interacting paired grains
  - 5.16 Schematic cross-section of an anisotropic wavelet filter
  - 5.17 Axial Distribution Analysis
  - 5.18 Fabric analysis of K-feldspars in a granite

### *Chapitre Six* Application à la distribution spatiale des séismes

#### Figure

- 6.1 Distribution de probabilité du modèle de Polya-Eggenberger
- 6.2 Distributions spatiales d'événements sismiques et diagramme de Morishita
- 6.3 Analyse par paires
- 6.4 Technique de comptage de boîtes 3D
- 6.5 Application de la « méthode d'effondrement » à la sismicité de la caldéra de Rabaul (Nouvelle Guinée) entre 1971 et 1992
- 6.6 Analyse par lien unique
- 6.7 Principe de la méthode par bande
- 6.8 Schematic cross-section of an anisotropic wavelet filter  $\mathbf{y}(a, \bar{x}, \mathbf{s}, \mathbf{q})$
- 6.9 Representations of the local and multi-scale properties of the Wavelet Transform Coefficient
- 6.10 2D illustration: San Francisco Bay Area
- 6.11 Examples of artefacts in the detection
- 6.12 Projection effects and error location
- 6.13 Structural sketch map of the Pyrénées
- 6.14 Results of large scale analysis
- 6.15 Small scale analysis of the optimum Y'Z' and X'Z' sections
- 6.16 Detailed small scale analysis of the optimum X'Y' section
- 6.17 Reconstructed structural geometry and interpretation
- 6.18 Distribution of the aftershocks sequence in 3 perpendicular sections
- 6.19 Geomorphologic sketch map
- 6.20 Combination of NOAWC results, fault-plane solution and geomorphologic data
- 6.21 Local tectonic model
- 6.22 Time evolution of the rupture propagation

### Appendices

#### Figure

- Ap. 1 Signaux et spectres de Fourier I
- Ap. 2 Signaux et spectres de Fourier II
- Ap. 3 Signal analytique de  $f(t)$
- Ap. 4 Représentation temps-fréquence, la portée musicale
- Ap. 5 Transformations temps-fréquence

---

## Annexes

### Figure

- An. 1 Exemple de mouvement brownien
- An. 2 Expérience classique de CAO du tas de sable
- An. 3 Résultats de l'expérience du tas de sable
- An. 4 Location map for ODP Site 1095
- An. 5 Low field magnetic susceptibility (k) at Hole 1095
- An. 6 Low-temperature thermal demagnetization
- An. 7 Magnetic grain size distribution
- An. 8 Low field magnetic susceptibility, ratio  $k_{arm}/k$ , and S-ratio versus age
- An. 9 Morlet mother wavelet
- An. 10 Wavelet Spectrum of the benthic  $\delta^{18}O$  record from ODP Site 677 (last 1.5 Myr)
- An. 11 Wavelet Spectrum of the benthic  $\delta^{18}O$  record from ODP Site 677 ( last 890 kyr), the  $\delta^{18}O$  record, the susceptibility record, and the  $k_{arm}/k$  record
- An. 12 Textures
- An. 13 Représentation d'un milieu homogène et d'un milieu hétérogène
- An. 14 Illustration de la méthode des intercepts
- An. 15 Sortie graphique du programme Intercepts
- An. 16 Technique des moments d'inertie
- An. 17 Analyse fréquentielle de la porosité d'un grès
- An.18 Analyse par autocorrélation
- An. 19 Fabrique synthétique «simple»
- An. 20 Convexité des objets et méthode d'analyse
- An. 21 Image synthétique «complexe»

---

# Liste des tables et tableaux

---

## *Chapitre Un* : Notions de base et formalisme

### Table ou tableau

- 1.1 Fonctions mère et leurs propriétés
- 1.2 Distribution  $\chi^2$
- 1.3 Périodes des 5 plus grands termes dans le développement trigonométrique des paramètres orbitaux de la Terre

## *Chapitre Trois* : Ondelettes et observatoire sismologique

### Table ou tableau

- 3.1 Caractéristiques techniques
- 3.2 Caractéristiques des séismes présenté en figure 3.6
- 3.3 Comparaison des pointés manuels et automatiques sur l'ensemble des données des réseaux régionaux Fossé Rhénan, Auvergne, Arrière Pays Niçois et Provence (40 stations) pour la période 01/09/1998 - 31/12/1999
- 3.4 Comparaison des pointés manuels et automatiques sur les séismes ayant fait l'objet d'une urgence entre le 01/11/1998 - 31/12/1999 (40 stations)

## *Chapitre Quatre* : Problématiques, formalisme, méthodes et exemples

### Table ou tableau

- 4.1 Correspondance dimensions - échelles utilisées

## *Chapitre Cinq* Applications à la fabrique des roches magmatiques

### Table ou tableau

- 5.1 Domaine rhéologiques des magmas

## Annexes

### Table ou tableau

- An. 1 Analogie entre le système critique auto organisé “tas de sable” et le système “tectonique des plaques”
- An. 2 Comparaison des différentes méthodes sur une fabrique synthétique «simple»
- An. 3 Comparaison des différentes méthodes sur une fabrique «complexe»