

# Supercordes en espace-temps courbe et théories conformes

DAN ISRAËL, LPTENS

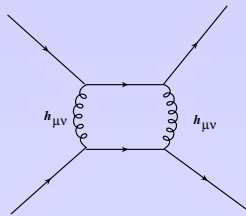


*Thèse de Doctorat, Université Paris VI  
20 septembre 2004*

*sous la direction de Costas Kounnas*

## Théories des cordes et gravitation

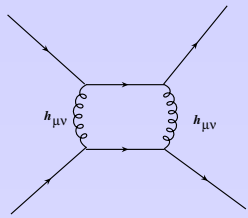
✓ Gravitation : relativité générale  $\rightarrow$  théorie quantique non-renormalisable



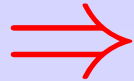
$$\sim G_N^2 E^2 \int d\mathcal{E} \mathcal{E}$$

# Théories des cordes et gravitation

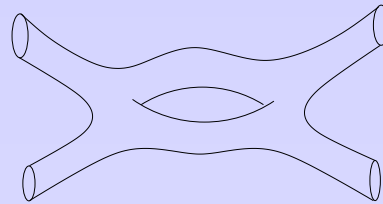
✓ Gravitation : relativité générale → théorie quantique non-renormalisable



$$\sim G_N^2 E^2 \int d\mathcal{E} \mathcal{E}$$



$$\sqrt{\alpha'}$$



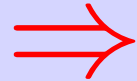
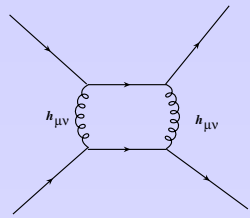
★ Théorie des cordes

interactions *non-locales*

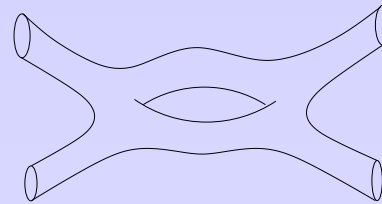
→ amplitude finie

# Théories des cordes et gravitation

✓ Gravitation : **relativité générale** → théorie quantique **non-renormalisable**



$\sqrt{\alpha'}$



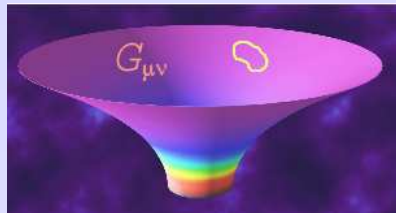
★ Théorie des cordes

interactions *non-locales*

→ amplitude finie

$\sim G_N^2 E^2 \int d\mathcal{E} \mathcal{E}$

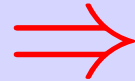
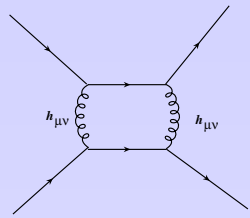
★ Dynamique des cordes



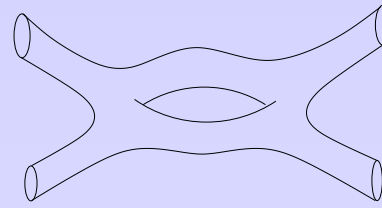
Espace-temps  $G_{\mu\nu}$

# Théories des cordes et gravitation

✓ Gravitation : **relativité générale** → théorie quantique **non-renormalisable**



$$\sqrt{\alpha'}$$



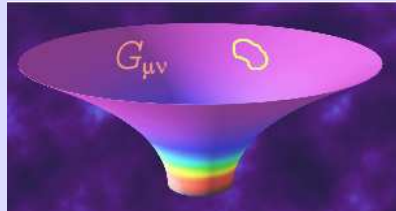
★ Théorie des cordes

interactions *non-locales*

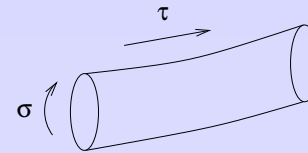
→ amplitude finie

$$\sim G_N^2 E^2 \int d\mathcal{E} \mathcal{E}$$

★ Dynamique des cordes



Espace-temps  $G_{\mu\nu}$



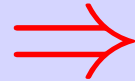
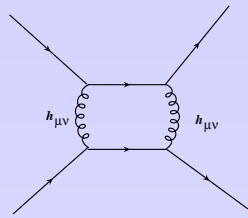
$$\frac{1}{4\pi\alpha'} \int d\sigma d\tau \sqrt{-g} \{ \lambda \mathcal{R} + G_{\mu\nu} \partial X^\mu \cdot \partial X^\nu \}$$

Surface d'univers de la corde

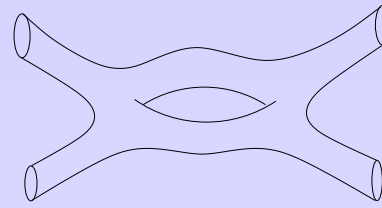
Gravitation 2D couplée aux scalaires  $X^\mu(\sigma, \tau)$

# Théories des cordes et gravitation

✓ Gravitation : **relativité générale** → théorie quantique **non-renormalisable**



$$\sqrt{\alpha'}$$



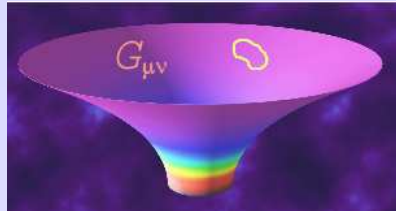
★ Théorie des cordes

interactions *non-locales*

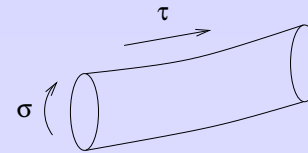
→ amplitude finie

$$\sim G_N^2 E^2 \int d\mathcal{E} \mathcal{E}$$

★ Dynamique des cordes



Espace-temps  $G_{\mu\nu}$



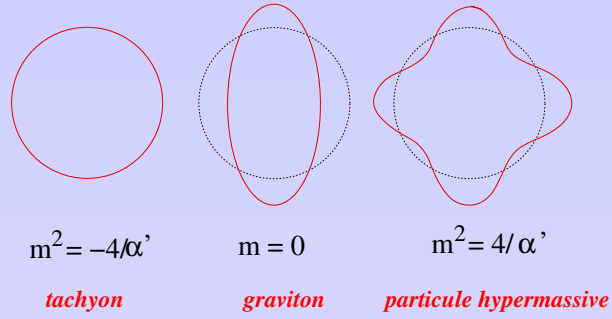
$$\frac{1}{4\pi\alpha'} \int d\sigma d\tau \sqrt{-g} \{ \lambda \mathcal{R} + G_{\mu\nu} \partial X^\mu \cdot \partial X^\nu \}$$

Surface d'univers de la corde

Gravitation 2D couplée aux scalaires  $X^\mu(\sigma, \tau)$  → **Théorie conforme des champs** (*sym.*  $z \rightarrow f(z)$ )

✓ modes de vibration  $\leftrightarrow$  particules

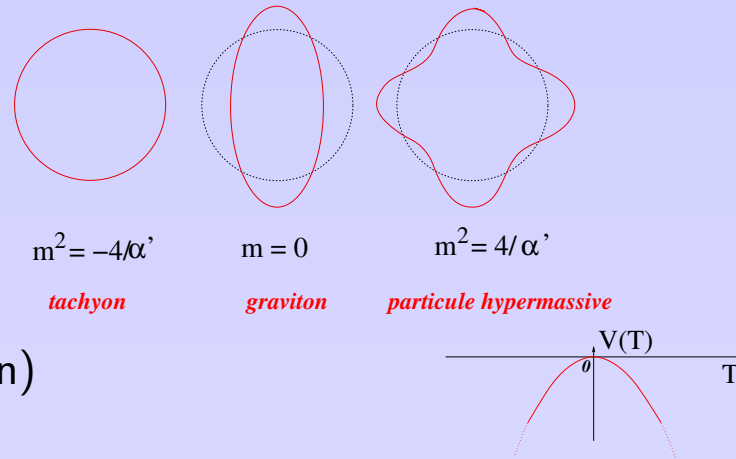
➔ gravitation quantique !



✓ modes de vibration  $\leftrightarrow$  particules

➔ gravitation quantique !

✓ théorie sans fermions et instable (tachyon)





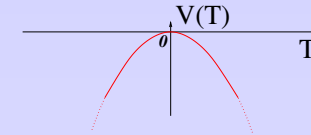
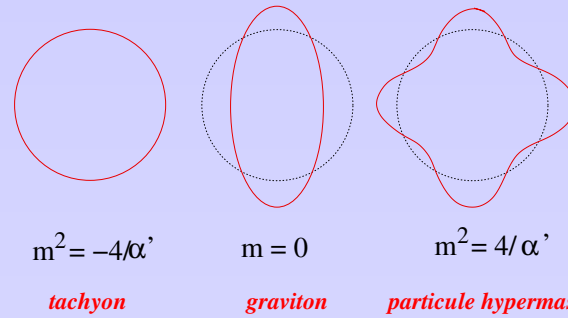
✓ modes de vibration  $\leftrightarrow$  particules

➔ gravitation quantique !

✓ théorie sans fermions et instable (tachyon)

★ Théories de supercordes

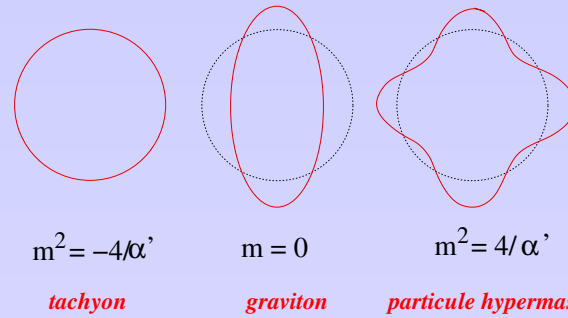
✓ supersymétrie sur la surface d'univers



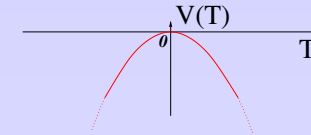
$$Q_{\text{SUSY}} : \underbrace{X^\mu(\sigma, \tau)}_{\text{boson 2D}} \leftrightarrow \underbrace{\psi^\mu(\sigma, \tau)}_{\text{fermion 2D}}$$

✓ modes de vibration  $\leftrightarrow$  particules

➔ gravitation quantique !



✓ théorie sans fermions et instable (tachyon)



★ Théories de supercordes

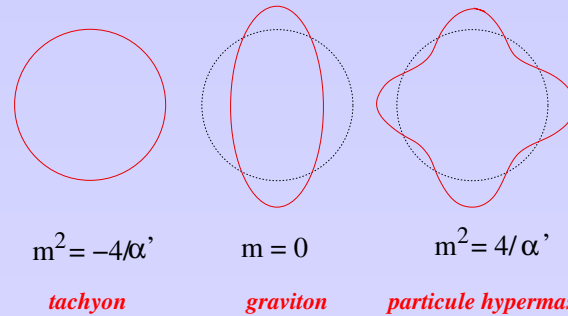
✓ supersymétrie sur la surface d'univers

$$Q_{\text{SUSY}} : \underbrace{X^\mu(\sigma, \tau)}_{\text{boson 2D}} \leftrightarrow \underbrace{\psi^\mu(\sigma, \tau)}_{\text{fermion 2D}}$$

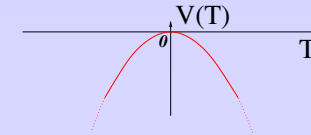
➔ théorie superconforme des champs 2D

✓ modes de vibration  $\leftrightarrow$  particules

➔ gravitation quantique !



✓ théorie sans fermions et instable (tachyon)



★ Théories de supercordes

✓ supersymétrie sur la surface d'univers

$$Q_{\text{SUSY}} : \underbrace{X^\mu(\sigma, \tau)}_{\text{boson 2D}} \leftrightarrow \underbrace{\psi^\mu(\sigma, \tau)}_{\text{fermion 2D}}$$

➔ théorie superconforme des champs 2D

✓ théories effectives de basse énergie : supergravités à dix dimensions (gravitation + supersymétrie locale d'espace-temps)

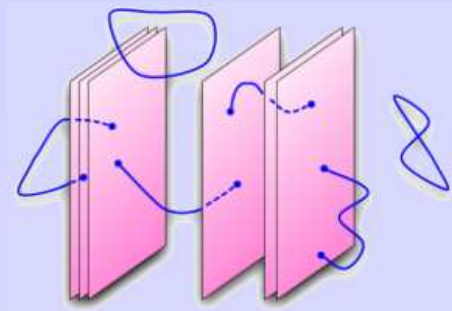
➔ constante de couplage dynamique :  $G_N \sim e^{2\Phi(x^\mu)}$       ← Dilaton

★ D-branes

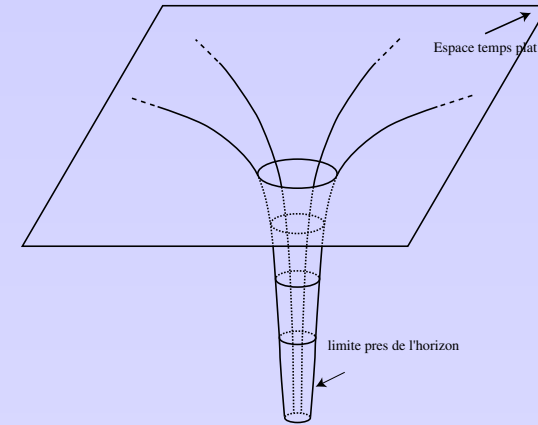
✓ deux descriptions complémentaires :

★ D-branes

✓ deux descriptions complémentaires :



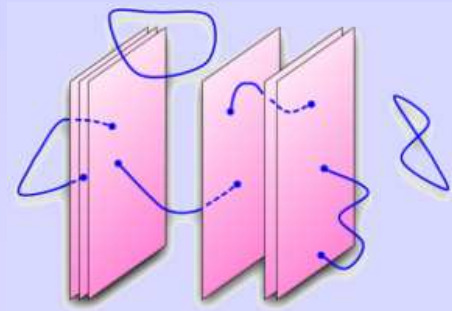
Extrémités fixes des *cordes ouvertes*



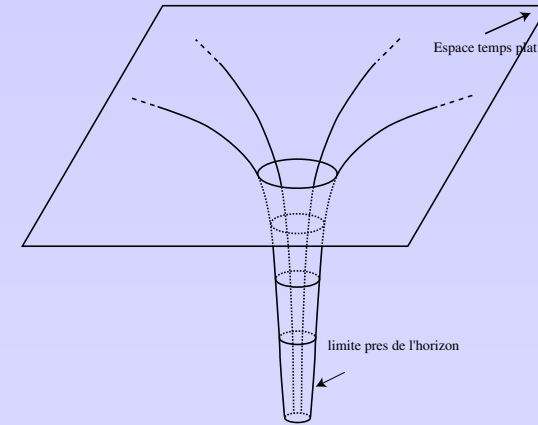
Objet étendu massif

★ D-branes

✓ deux descriptions complémentaires :

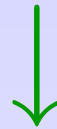


Extrémités fixes des *cordes ouvertes*



Objet étendu massif

✓ limite de découplage :



Théorie de jauge  $U(N)$



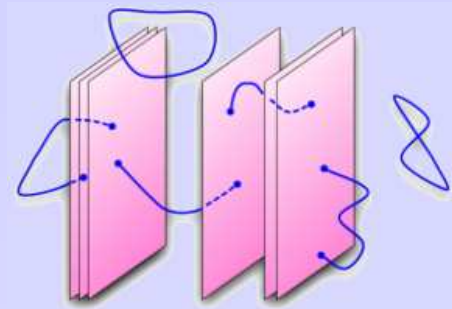
Géométrie près de l'horizon

Descriptions *équivalentes*

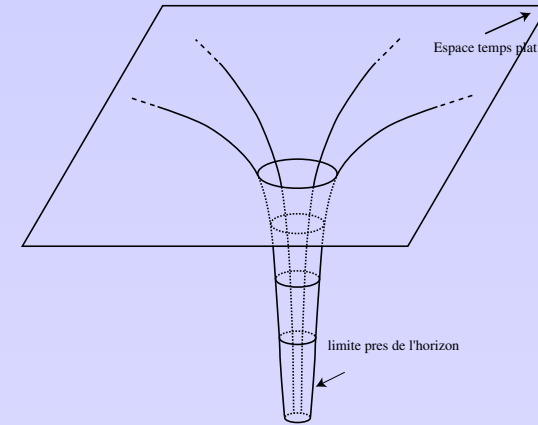
(Maldacena)

★ D-branes

✓ deux descriptions complémentaires :



Extrémités fixes des *cordes ouvertes*



Objet étendu massif

✓ limite de découplage :

Théorie de jauge  $U(N)$

Géométrie près de l'horizon

Descriptions *équivalentes*

(Maldacena)

➔ formulation *holographique* de la gravitation !

★ Théorie des cordes en espace-temps courbe

✓ théorie des cordes → théorie de la gravitation quantique



## ★ Théorie des cordes en espace-temps courbe

✓ théorie des cordes → théorie de la gravitation quantique

1. Nature de la singularité du big-bang ?
2. Physique quantique des trous noirs
3. Courbes de genre temps fermées
4. Nouvelle géométrie “cordiste”



## ★ Théorie des cordes en espace-temps courbe

✓ théorie des cordes → théorie de la gravitation quantique

1. Nature de la singularité du big-bang ?
2. Physique quantique des trous noirs
3. Courbes de genre temps fermées
4. Nouvelle géométrie “cordiste”

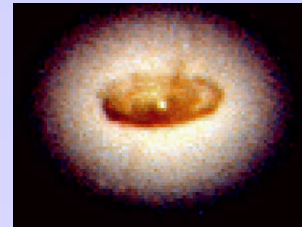


✓ nature holographique de la gravitation ?

## ★ Théorie des cordes en espace-temps courbe

✓ théorie des cordes → théorie de la gravitation quantique

1. Nature de la singularité du big-bang ?
2. Physique quantique des trous noirs
3. Courbes de genre temps fermées
4. Nouvelle géométrie “cordiste”



✓ nature holographique de la gravitation ?

✓ outil : théorie superconforme des champs en deux dimensions (TSC )

Surface d'univers → espace-temps

Espace-temps non-compact → théories conformes *non-rationnelles*

## Plan de l'exposé

- L'espace-temps  $AdS_3$  et ses déformations
- Solutions de cinq-branes et holographie
- D-branes au voisinage des NS5-branes
- Champs électromagnétiques en théorie des cordes
- Conclusions et problèmes ouverts

## *L'espace-temps anti-de Sitter à trois dimensions*

★ Solutions anti-de Sitter et holographie

✓ Géométrie  $\text{AdS}_d \times S^n$  → solution supersymétrique et holographique

## L'espace-temps anti-de Sitter à trois dimensions

### ★ Solutions anti-de Sitter et holographie

- ✓ Géométrie  $\text{AdS}_d \times S^n \rightarrow$  solution supersymétrique et holographique
- ✓ Cas particulier :  $N_1$  cordes fondamentales (F1) et  $N_5$  NS5-branes :

$$ds_\sigma^2 = \frac{-dt^2 + dx^2}{\sqrt{f_1 f_5}} + \sqrt{f_1 f_5} (dr^2 + r^2 d\Omega_3^2) + \sqrt{\frac{f_1}{f_5}} d\mathbf{x}^2$$

$$e^{2\Phi} = g_s^2 \frac{f_1}{f_5}, \quad \text{avec} \quad f_1 = 1 + \frac{g_s^2 \alpha' N_1}{v r^2}, \quad f_5 = 1 + \frac{\alpha' N_5}{r^2}$$

## L'espace-temps anti-de Sitter à trois dimensions

### ★ Solutions anti-de Sitter et holographie

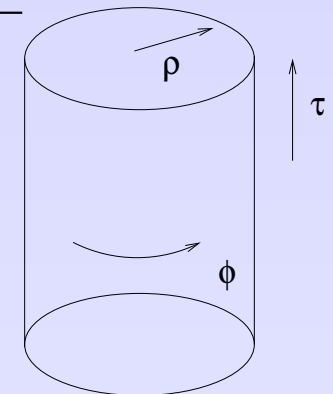
- ✓ Géométrie  $\text{AdS}_d \times S^n \rightarrow$  solution supersymétrique et holographique
- ✓ Cas particulier :  $N_1$  cordes fondamentales (F1) et  $N_5$  NS5-branes :

$$ds_\sigma^2 = \frac{-dt^2 + dx^2}{\sqrt{f_1 f_5}} + \sqrt{f_1 f_5} (dr^2 + r^2 d\Omega_3^2) + \sqrt{\frac{f_1}{f_5}} dx^2$$

$$e^{2\Phi} = g_s^2 \frac{f_1}{f_5}, \quad \text{avec} \quad f_1 = 1 + \frac{g_s^2 \alpha' N_1}{v r^2}, \quad f_5 = 1 + \frac{\alpha' N_5}{r^2}$$

- ✓ limite de basse énergie  $\alpha' \rightarrow 0 \rightarrow$  espace-temps  $\text{AdS}_3 \times S^3 \times T^4$

$$\text{AdS}_3 : ds^2 = N_5 (d\rho^2 - \cosh^2 \rho d\tau^2 + \sinh^2 \rho d\phi^2)$$



## L'espace-temps anti-de Sitter à trois dimensions

### ★ Solutions anti-de Sitter et holographie

- ✓ Géométrie  $\text{AdS}_d \times S^n \rightarrow$  solution supersymétrique et holographique
- ✓ Cas particulier :  $N_1$  cordes fondamentales (F1) et  $N_5$  NS5-branes :

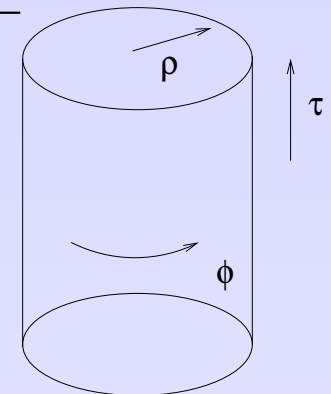
$$ds_\sigma^2 = \frac{-dt^2 + dx^2}{\sqrt{f_1 f_5}} + \sqrt{f_1 f_5} (dr^2 + r^2 d\Omega_3^2) + \sqrt{\frac{f_1}{f_5}} dx^2$$

$$e^{2\Phi} = g_s^2 \frac{f_1}{f_5}, \quad \text{avec} \quad f_1 = 1 + \frac{g_s^2 \alpha' N_1}{v r^2}, \quad f_5 = 1 + \frac{\alpha' N_5}{r^2}$$

- ✓ limite de basse énergie  $\alpha' \rightarrow 0 \rightarrow$  espace-temps  $\text{AdS}_3 \times S^3 \times T^4$

$$\text{AdS}_3 : ds^2 = N_5 (d\rho^2 - \cosh^2 \rho d\tau^2 + \sinh^2 \rho d\phi^2)$$

- $\rightarrow$  dualité holographique avec une TSC dans l'espace-temps





★ **Description exacte** : Modèle de **WZW** du groupe non-compact  $SL(2, \mathbb{R})$

✓ **algèbre affine chirale**  $SL(2, \mathbb{R})_G \times SL(2, \mathbb{R})_D$

$$[J_n^3, J_m^3] = -\frac{k}{2}n\delta_{m,-n}, \quad [J_n^3, J_m^\pm] = \pm J_{n+m}^\pm, \quad [J_n^+, J_m^-] = -2J_{n+m}^3 + kn\delta_{m,-n}$$

★ **Description exacte** : Modèle de **WZW** du groupe non-compact  $SL(2, \mathbb{R})$

✓ algèbre affine chirale  $SL(2, \mathbb{R})_G \times SL(2, \mathbb{R})_D$

$$[J_n^3, J_m^3] = -\frac{k}{2}n\delta_{m,-n}, \quad [J_n^3, J_m^\pm] = \pm J_{n+m}^\pm, \quad [J_n^+, J_m^-] = -2J_{n+m}^3 + kn\delta_{m,-n}$$

✓ Spectre physique : construit sur des représentations **unitaires** de l'algèbre de Lie

- ① Représentations *discrètes* principales,  $m = \pm j, \pm(j+1), \dots$ ,  $j \in \mathbb{R}^+$
- ② Représentations *continues* principales,  $m = \alpha, \alpha \pm 1, \dots$ ,  $j = 1/2 + \nu s, s \in \mathbb{R}_0^+$

★ **Description exacte** : Modèle de **WZW** du groupe non-compact  $SL(2, \mathbb{R})$

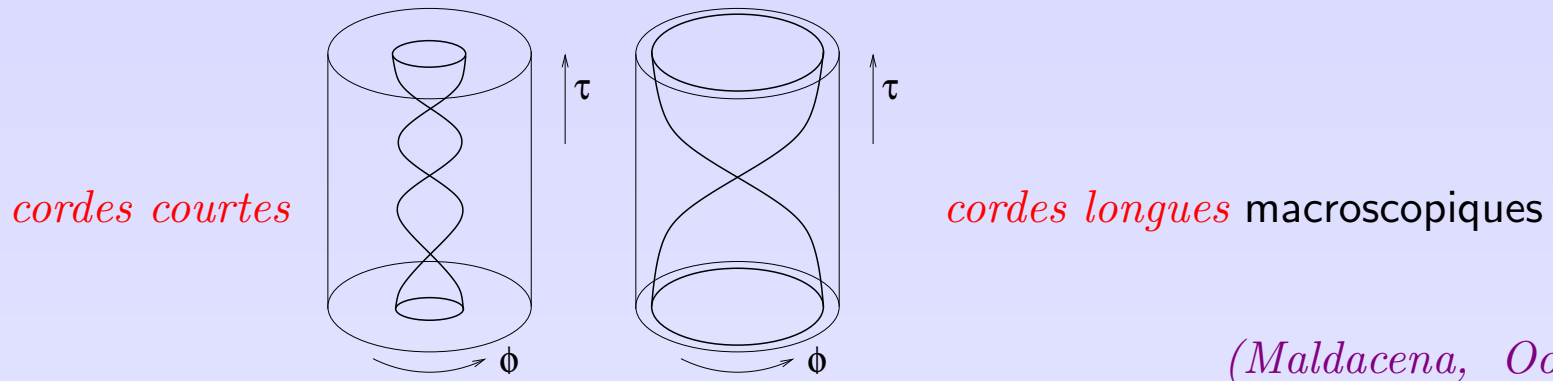
✓ **algèbre affine chirale**  $SL(2, \mathbb{R})_G \times SL(2, \mathbb{R})_D$

$$[J_n^3, J_m^3] = -\frac{k}{2}n\delta_{m,-n}, \quad [J_n^3, J_m^\pm] = \pm J_{n+m}^\pm, \quad [J_n^+, J_m^-] = -2J_{n+m}^3 + kn\delta_{m,-n}$$

✓ **Spectre physique** : construit sur des représentations **unitaires** de l'algèbre de Lie

- ① Représentations *discrètes* principales,  $m = \pm j, \pm(j+1), \dots, \quad j \in \mathbb{R}^+$
- ② Représentations *continues* principales,  $m = \alpha, \alpha \pm 1, \dots, \quad j = 1/2 + \nu s, s \in \mathbb{R}_0^+$

✓ **Flot spectral** → nouvelles représentations :  $\tilde{J}_n^3 = J_n^3 - \frac{k}{2}\omega \delta_{n,0}, \quad \tilde{J}_n^\pm = J_{n \pm \omega}^\pm$



✓ Fonction de partition (amplitude du vide à une boucle) ↪ dérivation du spectre

- ✓ **Fonction de partition** (amplitude du vide à une boucle)  $\rightarrow$  dérivation du spectre
- ✓ Espace-cible Minkowskien  $\rightarrow$  décomposition de  $SL(2, \mathbb{R})$  comme :

$$N^{\text{ème}} \text{ recouvrement de } SL(2, \mathbb{R})_k \sim \frac{\overbrace{SL(2, \mathbb{R})/U(1)}^{\text{quotient euclidien}} \times_{U(1)} R^{2=-2k}}{\mathbb{Z}_{Nk}}$$

- ✓ **Fonction de partition** (amplitude du vide à une boucle) → dérivation du spectre
- ✓ **Espace-cible Minkowskien** → décomposition de  $SL(2, \mathbb{R})$  comme :

$$N^{\text{ème}} \text{ recouvrement de } SL(2, \mathbb{R})_k \sim \frac{\overbrace{SL(2, \mathbb{R})/U(1)}^{\text{quotient euclidien}} \times_{U(1)} R^{2=-2k}}{\mathbb{Z}_{Nk}}$$

→ Pour le **recouvrement universel** ( c.-à.-d. temps non-compact) :

$$\begin{aligned} Z &= \text{Tr}_{\mathcal{H}} \left\{ q^{h-c/24} \bar{q}^{\bar{h}-c/24} \right\} \\ &= 4k(k-2)^{3/2} \underbrace{\int d^2t}_{\text{orbifold}} \underbrace{\int d^2s}_{\text{holonomies}} \underbrace{\frac{e^{2\pi\tau_2 s_1^2}}{|\vartheta_1(s_1\tau - s_2|\tau)|^2}}_{\text{déterminant de AdS}_3 \text{ euclidien}} \underbrace{\sum_{m,w} e^{-\frac{k\pi}{\tau_2} |(s_1-t_1+w)\tau - (s_2-t_2+m)|^2}}_{\text{boson compact du quotient}} \\ &\quad (D.I., Kounnas, Petropoulos) \quad \times \underbrace{\sum_{m',w'} e^{+\frac{k\pi}{\tau_2} |(t_1+w')\tau - (t_2+m')|^2}}_{\text{boson supplémentaire genre temps}} \end{aligned}$$

✓ spectre : intégration des multiplicateurs de Lagrange  $s_1, s_2, t_2$

★ *Représentations discrètes* avec  $\frac{1}{2} < j < \frac{k-1}{2}$

$$h = -\frac{j(j-1)}{k-2} + w_+ \left( -\tilde{m} - \frac{k}{4}w_+ \right) + N,$$

$$\bar{h} = -\frac{j(j-1)}{k-2} + w_+ \left( -\tilde{m} - \frac{k}{4}w_+ \right) + \bar{N},$$

★ *Représentations continues*

$$h = \frac{s^2 + 1/4}{k-2} + w_+ \left( -\tilde{m} - \frac{k}{4}w_+ \right) + N,$$

$$\bar{h} = \frac{s^2 + 1/4}{k-2} + w_+ \left( -\tilde{m} - \frac{k}{4}w_+ \right) + \bar{N},$$

avec  $E = \tilde{m} + \tilde{\tilde{m}}$  et  $J = \tilde{m} - \tilde{\tilde{m}}$

★ Déformations d'AdS<sub>3</sub>

✓ modèles de WZW → déformations marginales avec  $C_{ab} \int d^2 z J^a(z) \bar{J}^b(\bar{z})$



### ★ Déformations d'AdS<sub>3</sub>

- ✓ modèles de WZW → déformations marginales avec  $C_{ab} \int d^2z J^a(z) \bar{J}^b(\bar{z})$
- ✓ AdS<sub>3</sub> : trois sous-algèbres abéliennes inéquivalentes dans  $SL(2, \mathbb{R})$ 
  - déformations marginales différentes

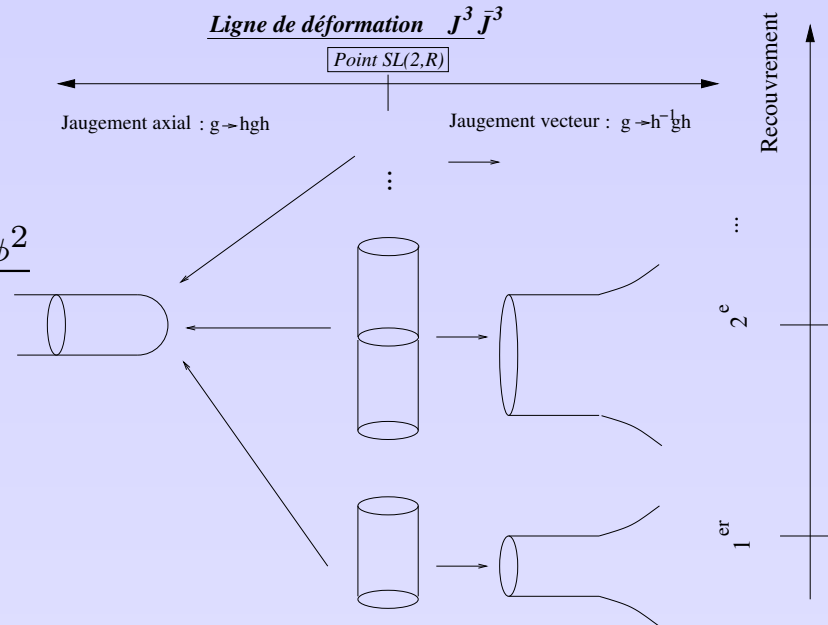
★ Déformations d'AdS<sub>3</sub>

- ✓ modèles de WZW → déformations marginales avec  $C_{ab} \int d^2z J^a(z) \bar{J}^b(\bar{z})$
- ✓ AdS<sub>3</sub> : trois sous-algèbres abéliennes inéquivalentes dans  $SL(2, \mathbb{R})$ 
  - déformations marginales différentes

Exemple : déformation *elliptique*  $J^3 \bar{J}^3$

$$ds^2/k = d\rho^2 + \frac{-\cosh^2 \rho d\tau^2 + \mathcal{R}^2 \sinh^2 \rho d\phi^2}{\mathcal{R}^2 \cosh^2 \rho - \sinh^2 \rho}$$

→ dualité jauge axial ↔ vecteur ?



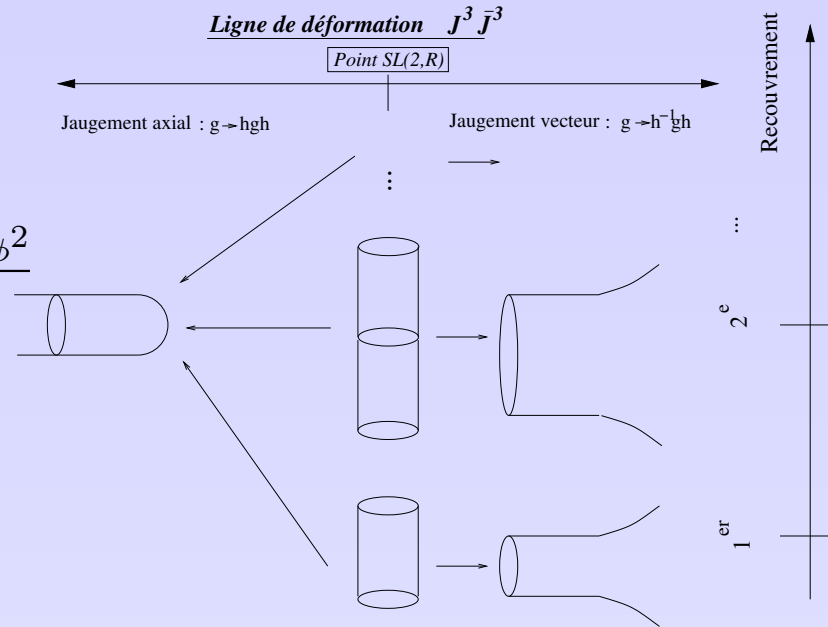
★ Déformations d'AdS<sub>3</sub>

- ✓ modèles de WZW → déformations marginales avec  $C_{ab} \int d^2z J^a(z) \bar{J}^b(\bar{z})$
- ✓ AdS<sub>3</sub> : trois sous-algèbres abéliennes inéquivalentes dans  $SL(2, \mathbb{R})$ 
  - déformations marginales différentes

Exemple : déformation *elliptique*  $J^3 \bar{J}^3$

$$ds^2/k = d\rho^2 + \frac{-\cosh^2 \rho d\tau^2 + \mathcal{R}^2 \sinh^2 \rho d\phi^2}{\mathcal{R}^2 \cosh^2 \rho - \sinh^2 \rho}$$

→ dualité jauge axial ↔ vecteur ?



- ✓ Spectre → changement de rayon du boson genre temps  $\sqrt{2k} \rightarrow \mathcal{R}\sqrt{2k}$   
(D.I., Kounnas, Petropoulos)

## Espace des solutions de cinq-branes

★ NS5-branes et holographie

✓ solution solitonique universelle des supercordes → NS5-brane

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + f_5(\mathbf{y}) dy_\perp^2, \quad e^{2\Phi} = g_s f_5, \quad \mathcal{H}_{\text{NS}} = *_\perp df_5$$
$$\Delta_\perp f_5(\mathbf{y}) = 0$$

## Espace des solutions de cinq-branes

### ★ NS5-branes et holographie

✓ solution **solitonique** universelle des supercordes → NS5-brane

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + f_5(\mathbf{y}) dy_\perp^2, \quad e^{2\Phi} = g_s f_5, \quad \mathcal{H}_{\text{NS}} = *_\perp df_5$$
$$\Delta_\perp f_5(\mathbf{y}) = 0$$

✓ degrés de liberté sur les NS5-branes → théorie en 6D

## Espace des solutions de cinq-branes

### ★ NS5-branes et holographie

- ✓ solution **solitonique** universelle des supercordes  $\rightarrow$  NS5-brane

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + f_5(\mathbf{y}) dy_\perp^2, \quad e^{2\Phi} = g_s f_5, \quad \mathcal{H}_{\text{NS}} = *_\perp df_5$$

$$\Delta_\perp f_5(\mathbf{y}) = 0$$

- ✓ degrés de liberté sur les NS5-branes  $\rightarrow$  théorie en 6D
- ✓ limite de **découplage** :  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé

Théorie superconforme  $\mathbb{R}^{5,1} \times \underbrace{SU(2)_{N_5}}_{\text{modèle wzw}} \times \underbrace{\mathbb{R}^{\sqrt{2/N_5}}}_{\text{dilaton linéaire}} \xleftrightarrow{\text{holographie}} \text{théorie des petites cordes}$

(Aharony, Berkooz, Kutasov, Seiberg)

## Espace des solutions de cinq-branes

### ★ NS5-branes et holographie

- ✓ solution **solitonique** universelle des supercordes  $\rightarrow$  NS5-brane

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + f_5(\mathbf{y}) dy_\perp^2, \quad e^{2\Phi} = g_s f_5, \quad \mathcal{H}_{\text{NS}} = *_\perp df_5$$

$$\Delta_\perp f_5(\mathbf{y}) = 0$$

- ✓ degrés de liberté sur les NS5-branes  $\rightarrow$  théorie en 6D
- ✓ limite de **découplage** :  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé

Théorie superconforme  $\mathbb{R}^{5,1} \times \underbrace{SU(2)_{N_5}}_{\text{modèle wzw}} \times \underbrace{\mathbb{R}^{\sqrt{2/N_5}}}_{\text{dilaton linéaire}} \xleftrightarrow{\text{holographie}} \text{théorie des petites cordes}$

(Aharony, Berkooz, Kutasov, Seiberg)

$G_N \sim 1/r^2 \rightarrow$  couplage fort dans l'espace-temps !

★ Régularisation par des cordes fondamentales

- ✓ superposition NS5 enroulées sur  $K3$  de volume  $v$ , cordes fondamentales



★ Régularisation par des cordes fondamentales

✓ superposition NS5 enroulées sur  $K3$  de volume  $v$ , cordes fondamentales

1. limite de **découplage**  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $g_s^2 v$  fixé  $\rightarrow$  cinq-branes uniquement

### ★ Régularisation par des cordes fondamentales

- ✓ superposition NS5 enroulées sur  $K3$  de volume  $v$ , cordes fondamentales
- 1. limite de **découplage**  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $g_s^2 v$  fixé  $\rightarrow$  cinq-branes uniquement
- 2. limite de basse énergie  $\alpha' \rightarrow 0$ ,  $g_s$  fixé  $\rightarrow AdS_3 \times S^3$

### ★ Régularisation par des cordes fondamentales

✓ superposition NS5 enroulées sur  $K3$  de volume  $v$ , cordes fondamentales

1. limite de **découplage**  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $g_s^2 v$  fixé  $\rightarrow$  cinq-branes uniquement
2. limite de basse énergie  $\alpha' \rightarrow 0$ ,  $g_s$  fixé  $\rightarrow AdS_3 \times S^3$
3. limite de découplage  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $v$  fixé  $\rightarrow$  solution intermédiaire :

$$ds_\sigma^2 = \alpha' N_5 \left\{ \frac{du^2}{u^2} + \frac{dx^2 - dt^2}{u^2 + \alpha' v / g_s N_1} + d\Omega_3^2 \right\} + ds^2(K3), \quad e^{2\Phi} = g_{max}^2 \frac{u^2}{u^2 + \alpha' v / g_s N_1}$$

### ★ Régularisation par des cordes fondamentales

✓ superposition NS5 enroulées sur  $K3$  de volume  $v$ , cordes fondamentales

1. limite de **découplage**  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $g_s^2 v$  fixé  $\rightarrow$  cinq-branes uniquement
2. limite de basse énergie  $\alpha' \rightarrow 0$ ,  $g_s$  fixé  $\rightarrow AdS_3 \times S^3$
3. limite de découplage  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $v$  fixé  $\rightarrow$  solution intermédiaire :

$$ds_\sigma^2 = \alpha' N_5 \left\{ \frac{du^2}{u^2} + \frac{dx^2 - dt^2}{u^2 + \alpha' v / g_s N_1} + d\Omega_3^2 \right\} + ds^2(K3), \quad e^{2\Phi} = g_{max}^2 \frac{u^2}{u^2 + \alpha' v / g_s N_1}$$

1.  $u \rightarrow 0$  : **dilaton linéaire** (branche de couplage faible)
2.  $u \rightarrow \infty$  : **espace-temps  $AdS_3$**  (région près de l'horizon)

### ★ Régularisation par des cordes fondamentales

✓ superposition NS5 enroulées sur  $K3$  de volume  $v$ , cordes fondamentales

1. limite de **découplage**  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $g_s^2 v$  fixé  $\rightarrow$  cinq-branes uniquement
2. limite de basse énergie  $\alpha' \rightarrow 0$ ,  $g_s$  fixé  $\rightarrow AdS_3 \times S^3$
3. limite de découplage  $g_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha'$  fixé,  $v$  fixé  $\rightarrow$  solution intermédiaire :

$$ds_\sigma^2 = \alpha' N_5 \left\{ \frac{du^2}{u^2} + \frac{dx^2 - dt^2}{u^2 + \alpha' v / g_s N_1} + d\Omega_3^2 \right\} + ds^2(K3), \quad e^{2\Phi} = g_{max}^2 \frac{u^2}{u^2 + \alpha' v / g_s N_1}$$

1.  $u \rightarrow 0$  : **dilaton linéaire** (branche de couplage faible)
2.  $u \rightarrow \infty$  : **espace-temps  $AdS_3$**  (région près de l'horizon)

$\rightarrow$  solution holographique **perturbative** !

(D.I., Kounnas, Pappas)

✓ Théorie conforme **exacte** : modèle de WZW  $SL(2, \mathbb{R})_{N_5}$  + déformation **parabolique** :

$$S_{\text{WZW}} + \varepsilon \int d^2z J^+ \bar{J}^+ = \frac{N_5}{2\pi} \int d^2z \left( \frac{\partial u \bar{\partial} u}{u^2} + \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2} \right) + \varepsilon \int d^2z \frac{\partial x^+}{u^2} \frac{\bar{\partial} x^-}{u^2}$$

✓ Théorie conforme **exacte** : modèle de WZW  $SL(2, \mathbb{R})_{N_5}$  + déformation **parabolique** :

$$S_{\text{WZW}} + \varepsilon \int d^2z J^+ \bar{J}^+ = \frac{N_5}{2\pi} \int d^2z \left( \frac{\partial u \bar{\partial} u}{u^2} + \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2} \right) + \varepsilon \int d^2z \frac{\partial x^+}{u^2} \frac{\bar{\partial} x^-}{u^2}$$

✓ pour  $\alpha'v/g_s N_1 \in \mathbb{Z}$  : théorie **duale** à  $SL(2, \mathbb{R})$  par transformation  $O(2, 2, \mathbb{Z})$

✓ Théorie conforme **exacte** : modèle de WZW  $SL(2, \mathbb{R})_{N_5}$  + déformation **parabolique** :

$$S_{\text{WZW}} + \varepsilon \int d^2z J^+ \bar{J}^+ = \frac{N_5}{2\pi} \int d^2z \left( \frac{\partial u \bar{\partial} u}{u^2} + \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2} \right) + \varepsilon \int d^2z \frac{\partial x^+}{u^2} \frac{\bar{\partial} x^-}{u^2}$$

✓ pour  $\alpha'v/g_s N_1 \in \mathbb{Z}$  : théorie **duale** à  $SL(2, \mathbb{R})$  par transformation  $O(2, 2, \mathbb{Z})$

✓ interprétation holographique : **flot de renormalisation**

- à hautes énergies : théorie des petites cordes en 6D sur les NS5-branes
- à basses énergies : théorie effective à basse énergie  $\rightarrow$  théorie superconforme  $\mathcal{N} = (4, 4)$  en 2D



✓ Théorie conforme **exacte** : modèle de WZW  $SL(2, \mathbb{R})_{N_5}$  + déformation **parabolique** :

$$S_{\text{WZW}} + \varepsilon \int d^2z J^+ \bar{J}^+ = \frac{N_5}{2\pi} \int d^2z \left( \frac{\partial u \bar{\partial} u}{u^2} + \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2} \right) + \varepsilon \int d^2z \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2}$$

✓ pour  $\alpha'v/g_s N_1 \in \mathbb{Z}$  : théorie **duale** à  $SL(2, \mathbb{R})$  par transformation  $O(2, 2, \mathbb{Z})$

✓ interprétation holographique : **flot de renormalisation**

– à hautes énergies : théorie des petites cordes en 6D sur les NS5-branes

– à basses énergies : théorie effective à basse énergie  $\rightarrow$  théorie superconforme  $\mathcal{N} = (4, 4)$  en 2D

**Conclusion** déformation **pertinente** dans l'infrarouge de la théorie des petites cordes (IIB) :

$$S_{\text{jauge}} = \frac{1}{\alpha' g_s} \int \text{Tr} (F \wedge *F) - \underbrace{dx^+ \wedge dx^- \wedge \text{Tr} (F \wedge F)}_{\text{terme topologique}}$$

✓ Théorie conforme **exacte** : modèle de WZW  $SL(2, \mathbb{R})_{N_5}$  + déformation **parabolique** :

$$S_{\text{WZW}} + \varepsilon \int d^2z J^+ \bar{J}^+ = \frac{N_5}{2\pi} \int d^2z \left( \frac{\partial u \bar{\partial} u}{u^2} + \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2} \right) + \varepsilon \int d^2z \frac{\partial x^+ \bar{\partial} x^-}{u^2}$$

✓ pour  $\alpha'v/g_s N_1 \in \mathbb{Z}$  : théorie **duale** à  $SL(2, \mathbb{R})$  par transformation  $O(2, 2, \mathbb{Z})$

✓ interprétation holographique : **flot de renormalisation**

– à hautes énergies : théorie des petites cordes en 6D sur les NS5-branes

– à basses énergies : théorie effective à basse énergie  $\rightarrow$  théorie superconforme  $\mathcal{N} = (4, 4)$  en 2D

**Conclusion** déformation **pertinente** dans l'infrarouge de la théorie des petites cordes (IIB) :

$$S_{\text{jauge}} = \frac{1}{\alpha' g_s} \int \text{Tr} (F \wedge *F) - \underbrace{dx^+ \wedge dx^- \wedge \text{Tr} (F \wedge F)}_{\text{terme topologique}}$$

✓ Dans l'espace-temps, déformation  $\delta S \sim \int d^2z e^{-\sqrt{\frac{2}{N_5}} \rho} \partial x^+ \bar{\partial} x^- \rightarrow$  régularise le couplage fort du dilaton linéaire

★ Double limite d'échelle

- ✓ configuration de cinq-branes séparées :  $f_5 = 1 + \sum_i \alpha' / \|\mathbf{y} - \mathbf{y}_i\|^2$ 
  - ➔ masse des D1-branes  $\propto \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s$

★ Double limite d'échelle

✓ configuration de cinq-branes séparées :  $f_5 = 1 + \sum_i \alpha' / \|\mathbf{y} - \mathbf{y}_i\|^2$   
    ↳ masse des D1-branes  $\propto \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s$

✓ double limite d'échelle :

$g_s \rightarrow 0$ ,  $\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s$  fixé

↳ solution perturbative

(Giveon, Kutasov)

### ★ Double limite d'échelle

- ✓ configuration de cinq-branes séparées :  $f_5 = 1 + \sum_i \alpha' / \|\mathbf{y} - \mathbf{y}_i\|^2$   
     ↳ masse des D1-branes  $\propto \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s$

- ✓ double limite d'échelle :

$$g_s \rightarrow 0, \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s \text{ fixé}$$

↳ solution perturbative

(Giveon, Kutasov)

Exemple :  $k$  cinq-branes sur un cercle

$$ds^2 = dx^\mu dx_\mu + \alpha' k \Lambda_k(\rho, \theta, \psi) \left[ d\rho^2 + d\theta^2 + \frac{\tanh^2 \rho d\phi^2 + \tan^2 \theta d\psi^2}{1 + \tan^2 \theta \tanh^2 \rho} \right]$$

(cinq-branes en  $\rho = 0, \theta = \pi/2, \psi = 2\pi n/k$ )

(Sfetsos)

### ★ Double limite d'échelle

- ✓ configuration de cinq-branes séparées :  $f_5 = 1 + \sum_i \alpha' / \|\mathbf{y} - \mathbf{y}_i\|^2$   
     ↳ masse des D1-branes  $\propto \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s$

- ✓ double limite d'échelle :

$$g_s \rightarrow 0, \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| / g_s \text{ fixé}$$

↳ solution perturbative (Giveon, Kutasov)

Exemple :  $k$  cinq-branes sur un cercle

$$ds^2 = dx^\mu dx_\mu + \alpha' k \Lambda_k(\rho, \theta, \psi) \left[ d\rho^2 + d\theta^2 + \frac{\tanh^2 \rho d\phi^2 + \tan^2 \theta d\psi^2}{1 + \tan^2 \theta \tanh^2 \rho} \right]$$

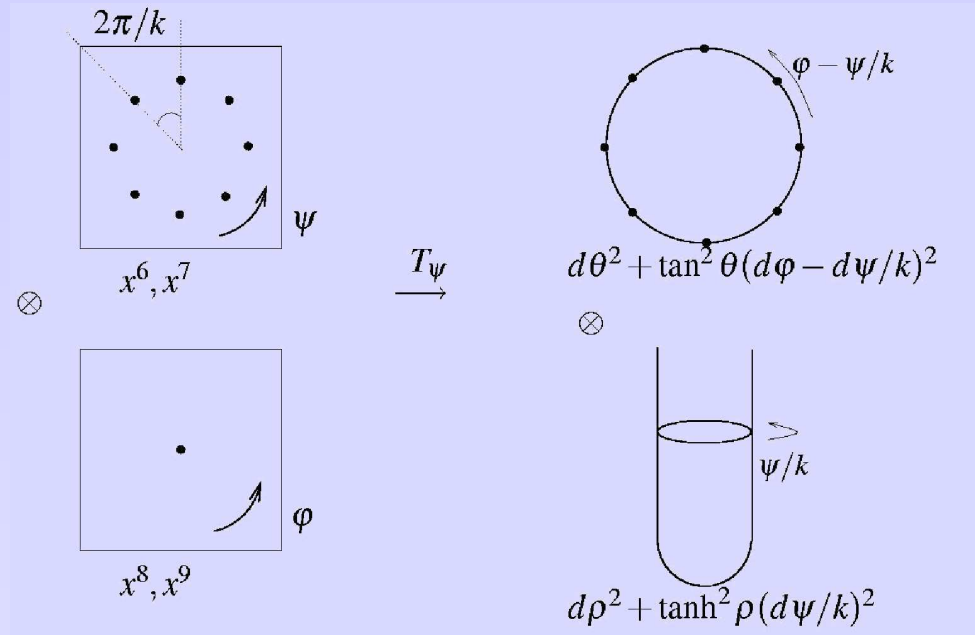
(cinq-branes en  $\rho = 0, \theta = \pi/2, \psi = 2\pi n/k$ )

(Sfetsos)

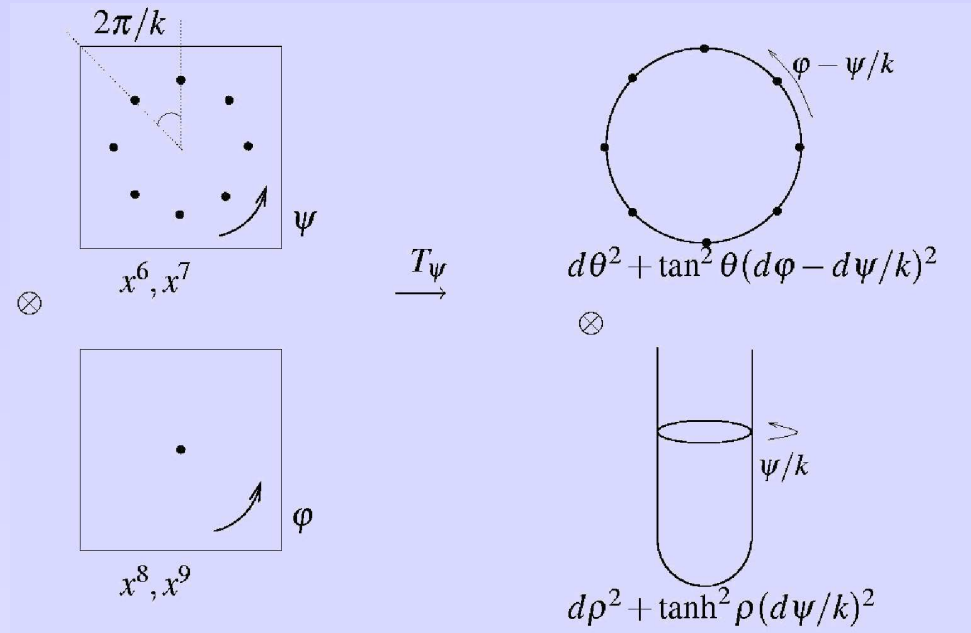
- ✓ Théorie superconforme exacte : **jaugement nul** du modèle de WZW supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k \times SU(2)_k$  ( $\Lambda_k \rightarrow$  instantons de la surface d'univers?)

(D.I., Kounnas, Pakman, Troost)

✓ Équivalent par **dualité T** à l'orbifold  $[SU(2)/U(1) \times SL(2, \mathbb{R})/U(1)]/\mathbb{Z}_k$   
 ↪ quantification BRST du quotient nul : même spectre



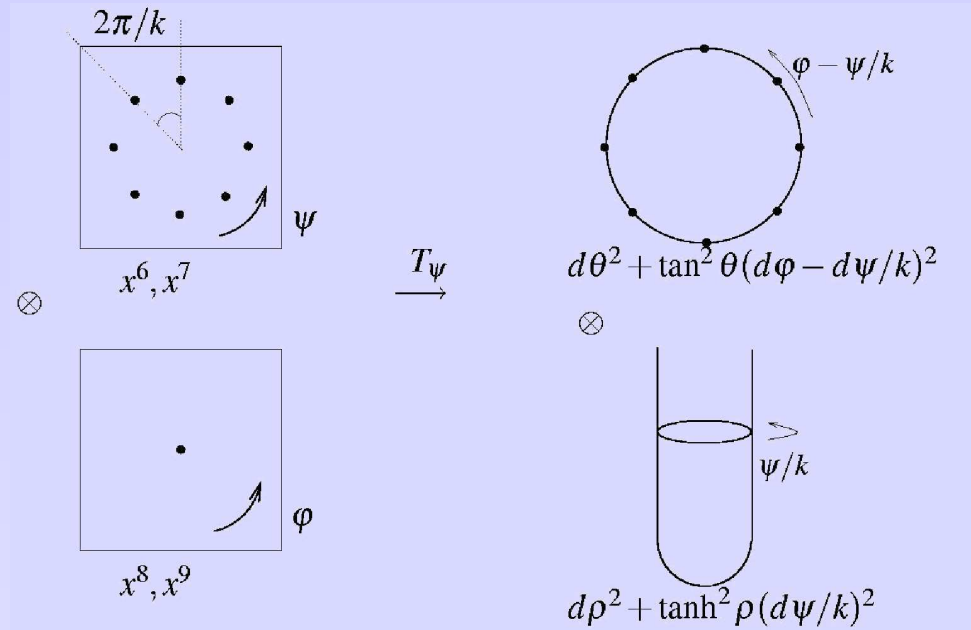
✓ Équivalent par **dualité T** à l'orbifold  $[SU(2)/U(1) \times SL(2, \mathbb{R})/U(1)]/\mathbb{Z}_k$   
 → quantification BRST du quotient nul : même spectre



**Remarque importante** : orbifold  $\mathbb{Z}_k$  de  $SU(2)/U(1) \times SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  nécessaire pour obtenir la **supersymétrie d'espace-temps** (cf. modèles de Gepner)



✓ Équivalent par **dualité T** à l'orbifold  $[SU(2)/U(1) \times SL(2, \mathbb{R})/U(1)]/\mathbb{Z}_k$   
 ↳ quantification BRST du quotient nul : même spectre



**Remarque importante** : orbifold  $\mathbb{Z}_k$  de  $SU(2)/U(1) \times SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  nécessaire pour obtenir la **supersymétrie d'espace-temps** (cf. modèles de Gepner)

↳ géométrie de l'espace-temps ( $k \rightarrow \infty$ ,  $\alpha'k$  fixé) profondément modifiée !

### ★ Point de vue holographique

✓ dictionnaire entre les opérateurs chiraux de la solution de NS5-branes et des observables de la théorie des petites cordes :

$$\mathrm{Tr}(\Phi^{i_1} \dots \Phi^{i_{2j}}) \leftrightarrow \underbrace{(\psi \bar{\psi} V_{j-1})_j}_{\text{primaire de } SU(2)_k \text{ susy}} e^{\sqrt{\frac{2}{k}}(j-1)\rho}$$

### ★ Point de vue holographique

✓ dictionnaire entre les opérateurs chiraux de la solution de NS5-branes et des observables de la théorie des petites cordes :

$$\mathrm{Tr}(\Phi^{i_1} \dots \Phi^{i_{2j}}) \leftrightarrow \underbrace{(\psi \bar{\psi} V_{j-1})_j}_{\text{primaire de } SU(2)_k \text{ susy}} e^{\sqrt{\frac{2}{k}}(j-1)\rho}$$

✓ cinq-branes sur un cercle → valeurs moyennes d'opérateurs correspondant à l'ajout du **potentiel Liouville N=2** *(Giveon, Kutasov)*

$$\mathcal{L} = \partial\rho\bar{\partial}\rho + \partial X\bar{\partial}X + \psi^+\bar{\partial}\psi^- + \tilde{\psi}^+\partial\tilde{\psi}^- + \mathcal{R}^{(2)}\mathcal{Q}\rho + \underbrace{\mu_L\psi^+\tilde{\psi}^- e^{-\frac{\rho+iX}{\mathcal{Q}}} + c.c.}_{\text{potentiel Liouville } N=2} + \mathcal{L}_{SU(2)/U(1)}$$

### ★ Point de vue holographique

✓ dictionnaire entre les opérateurs chiraux de la solution de NS5-branes et des observables de la théorie des petites cordes :

$$\text{Tr}(\Phi^{i_1} \dots \Phi^{i_{2j}}) \leftrightarrow \underbrace{(\psi \bar{\psi} V_{j-1})_j}_{\text{primaire de } SU(2)_k \text{ susy}} e^{\sqrt{\frac{2}{k}}(j-1)\rho}$$

✓ cinq-branes sur un cercle → valeurs moyennes d'opérateurs correspondant à l'ajout du **potentiel Liouville N=2** *(Giveon, Kutasov)*

$$\mathcal{L} = \partial\rho\bar{\partial}\rho + \partial X\bar{\partial}X + \psi^+\bar{\partial}\psi^- + \tilde{\psi}^+\partial\tilde{\psi}^- + \mathcal{R}^{(2)}\mathcal{Q}\rho + \underbrace{\mu_L\psi^+\tilde{\psi}^- e^{-\frac{\rho+iX}{\mathcal{Q}}}}_{\text{potentiel Liouville N=2}} + c.c. + \mathcal{L}_{SU(2)/U(1)}$$

★ Dualité Liouville N=2 / quotient  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  supersymétrique?

✓ symétrie miroir → actions duales

*(Hori, Kapustin)*

### ★ Point de vue holographique

✓ dictionnaire entre les opérateurs chiraux de la solution de NS5-branes et des observables de la théorie des petites cordes :

$$\mathrm{Tr}(\Phi^{i_1} \dots \Phi^{i_{2j}}) \leftrightarrow \underbrace{(\psi \bar{\psi} V_{j-1})_j}_{\text{primaire de } SU(2)_k \text{ susy}} e^{\sqrt{\frac{2}{k}}(j-1)\rho}$$

✓ cinq-branes sur un cercle  $\rightarrow$  valeurs moyennes d'opérateurs correspondant à l'ajout du **potentiel Liouville N=2** *(Giveon, Kutasov)*

$$\mathcal{L} = \partial\rho\bar{\partial}\rho + \partial X\bar{\partial}X + \psi^+\bar{\partial}\psi^- + \tilde{\psi}^+\partial\tilde{\psi}^- + \mathcal{R}^{(2)}\mathcal{Q}\rho + \underbrace{\mu_L\psi^+\tilde{\psi}^- e^{-\frac{\rho+iX}{\mathcal{Q}}}}_{\text{potentiel Liouville N=2}} + c.c. + \mathcal{L}_{SU(2)/U(1)}$$

### ★ Dualité Liouville N=2 / quotient $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$ supersymétrique?

✓ **symétrie miroir**  $\rightarrow$  actions duales

*(Hori, Kapustin)*

✓ calculs perturbatifs supposant la dualité cohérents

*(Giveon, Kutasov)*

### ★ Point de vue holographique

✓ dictionnaire entre les opérateurs chiraux de la solution de NS5-branes et des observables de la théorie des petites cordes :

$$\text{Tr}(\Phi^{i_1} \dots \Phi^{i_{2j}}) \leftrightarrow \underbrace{(\psi \bar{\psi} V_{j-1})_j}_{\text{primaire de } SU(2)_k \text{ susy}} e^{\sqrt{\frac{2}{k}}(j-1)\rho}$$

✓ cinq-branes sur un cercle  $\rightarrow$  valeurs moyennes d'opérateurs correspondant à l'ajout du **potentiel Liouville N=2** *(Giveon, Kutasov)*

$$\mathcal{L} = \partial\rho\bar{\partial}\rho + \partial X\bar{\partial}X + \psi^+\bar{\partial}\psi^- + \tilde{\psi}^+\partial\tilde{\psi}^- + \mathcal{R}^{(2)}\mathcal{Q}\rho + \underbrace{\mu_L\psi^+\tilde{\psi}^- e^{-\frac{\rho+iX}{\mathcal{Q}}}}_{\text{potentiel Liouville N=2}} + c.c. + \mathcal{L}_{SU(2)/U(1)}$$

### ★ Dualité Liouville N=2 / quotient $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$ supersymétrique ?

- ✓ **symétrie miroir**  $\rightarrow$  actions duales *(Hori, Kapustin)*
- ✓ calculs perturbatifs supposant la dualité cohérents *(Giveon, Kutasov)*
- ✓ autre indication : caractères du quotient **coïncident** avec ceux de Liouville N=2 (même symétrie chirale : superconforme N=2) *(D.I., Pakman, Troost)*

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

- ✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D
- ✓ fonction de partition à une boucle ?



★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  *(Hanany, Prezas, Troost)*

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  (*Hanany, Prezas, Troost*)
2. quotient bosonique + boson temporel + fermions  $\rightarrow SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k$  → trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  (*Hanany, Prezas, Troost*)
2. quotient bosonique + boson temporel + fermions →  $SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique
3. déformation marginale supersymétrique avec  $\int d^2z (J^3 + \psi^+ \psi^-)(\bar{J}^3 - \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}^-)$   
→ fonction de partition du quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  *(Hanany, Prezas, Troost)*

2. quotient bosonique + boson temporel + fermions  $\rightarrow SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique

3. déformation marginale supersymétrique avec  $\int d^2z (J^3 + \psi^+ \psi^-)(\bar{J}^3 - \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}^-)$

$\rightarrow$  fonction de partition du quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$

Résultat : représentations discrètes de  $N=2$

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  (*Hanany, Prezas, Troost*)

2. quotient bosonique+boson temporel + fermions  $\rightarrow SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique

3. déformation marginale supersymétrique avec  $\int d^2z (J^3 + \psi^+ \psi^-)(\bar{J}^3 - \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}^-)$

$\rightarrow$  fonction de partition du quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$

Résultat : représentations discrètes de  $N=2$  & contribution divergente des représentations continues de  $N=2$

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  (*Hanany, Prezas, Troost*)

2. quotient bosonique + boson temporel + fermions  $\rightarrow SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique

3. déformation marginale supersymétrique avec  $\int d^2z (J^3 + \psi^+ \psi^-)(\bar{J}^3 - \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}^-)$

$\rightarrow$  fonction de partition du quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$

Résultat : représentations discrètes de N=2 & contribution divergente des représentations continues de N=2  $\rightarrow$  après régularisation IR, densité de représentations continues :

$$\rho(s; m, \bar{m}; a) = \underbrace{\frac{1}{\pi} \log \epsilon}_{\text{volume divergence}} + \underbrace{\frac{1}{4i\pi} \frac{d}{ds} \log \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - is + \frac{a}{2} - m\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - is - \frac{a}{2} + \bar{m}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + is + \frac{a}{2} - m\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + is - \frac{a}{2} + \bar{m}\right)} \right\}}_{\text{densité finie d'états}}$$

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  (*Hanany, Prezas, Troost*)

2. quotient bosonique + boson temporel + fermions  $\rightarrow SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique

3. déformation marginale supersymétrique avec  $\int d^2z (J^3 + \psi^+ \psi^-)(\bar{J}^3 - \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}^-)$

$\rightarrow$  fonction de partition du quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$

Résultat : représentations discrètes de N=2 & contribution divergente des représentations continues de N=2  $\rightarrow$  après régularisation IR, densité de représentations continues :

$$\rho(s; m, \bar{m}; a) = \underbrace{\frac{1}{\pi} \log \epsilon}_{\text{volume divergence}} + \underbrace{\frac{1}{4i\pi} \frac{d}{ds} \log \left\{ \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - is + \frac{a}{2} - m) \Gamma(\frac{1}{2} - is - \frac{a}{2} + \bar{m})}{\Gamma(\frac{1}{2} + is + \frac{a}{2} - m) \Gamma(\frac{1}{2} + is - \frac{a}{2} + \bar{m})} \right\}}_{\text{densité finie d'états}}$$

✓ reste contribution non-standard

★ Quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})_k/U(1)$

✓ jauge axial du modèle de WZW susy  $SL(2, \mathbb{R})_k \rightarrow$  trou noir euclidien 2D

✓ fonction de partition à une boucle ?

1. intégrale de chemin du quotient bosonique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  (*Hanany, Prezas, Troost*)

2. quotient bosonique + boson temporel + fermions  $\rightarrow SL(2, \mathbb{R})$  supersymétrique

3. déformation marginale supersymétrique avec  $\int d^2z (J^3 + \psi^+ \psi^-)(\bar{J}^3 - \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}^-)$

$\rightarrow$  fonction de partition du quotient supersymétrique  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$

Résultat : représentations discrètes de N=2 & contribution divergente des représentations continues de N=2  $\rightarrow$  après régularisation IR, densité de représentations continues :

$$\rho(s; m, \bar{m}; a) = \underbrace{\frac{1}{\pi} \log \epsilon}_{\text{volume divergence}} + \underbrace{\frac{1}{4i\pi} \frac{d}{ds} \log \left\{ \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - is + \frac{a}{2} - m) \Gamma(\frac{1}{2} - is - \frac{a}{2} + \bar{m})}{\Gamma(\frac{1}{2} + is + \frac{a}{2} - m) \Gamma(\frac{1}{2} + is - \frac{a}{2} + \bar{m})} \right\}}_{\text{densité finie d'états}}$$

✓ reste contribution non-standard

$\rightarrow$  fonction de partition des cinq-branes sur un cercle (*D.I., Kounnas, Pakman, Troost*)



## *D-branes au voisinage des NS5-branes*

### ★ Motivation

✓ D-branes → dynamique non-perturbative de la théorie des petites cordes

## *D-branes au voisinage des NS5-branes*

### ★ Motivation

✓ D-branes → dynamique non-perturbative de la théorie des petites cordes

Objectif : construction des états de bord de la TSC des NS5-branes sur un cercle

## *D-branes au voisinage des NS5-branes*

### ★ Motivation

✓ D-branes → dynamique non-perturbative de la théorie des petites cordes

Objectif : construction des états de bord de la TSC des NS5-branes sur un cercle

### ★ D-branes en théorie conforme

✓ D-branes → théorie conforme avec bord

## D-branes au voisinage des NS5-branes

### ★ Motivation

✓ D-branes → dynamique non-perturbative de la théorie des petites cordes

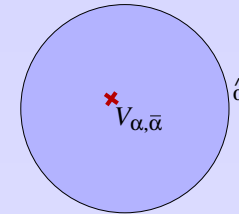
Objectif : construction des états de bord de la TSC des NS5-branes sur un cercle

### ★ D-branes en théorie conforme

✓ D-branes → théorie conforme avec bord

✓ couplage aux cordes fermées : masse, ... → fonction à un point :

$$\langle V_{\alpha, \bar{\alpha}}(z, \bar{z}) \rangle_{\hat{\alpha}} = \delta_{\alpha, \omega(\bar{\alpha})} \times \frac{B_{\alpha}^{\hat{\alpha}}}{|z - \bar{z}|^{2\Delta_{\alpha}}}$$



# D-branes au voisinage des NS5-branes

## ★ Motivation

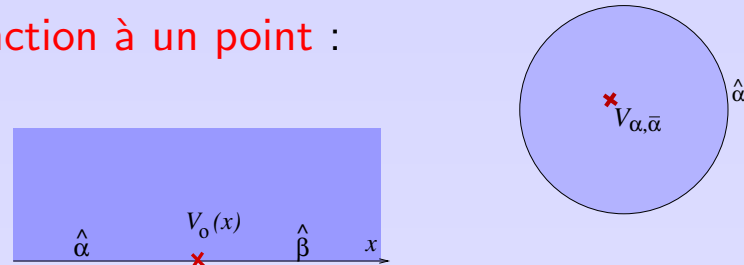
- ✓ D-branes → dynamique non-perturbative de la théorie des petites cordes
- Objectif : construction des états de bord de la TSC des NS5-branes sur un cercle

## ★ D-branes en théorie conforme

- ✓ D-branes → théorie conforme avec bord
- ✓ couplage aux cordes fermées : masse, ... → fonction à un point :

$$\langle V_{\alpha, \bar{\alpha}}(z, \bar{z}) \rangle_{\hat{\alpha}} = \delta_{\alpha, \omega(\bar{\alpha})} \times \frac{B_{\alpha}^{\hat{\alpha}}}{|z - \bar{z}|^{2\Delta_{\alpha}}}$$

- ✓ opérateurs sur le bord ↔ cordes ouvertes



# D-branes au voisinage des NS5-branes

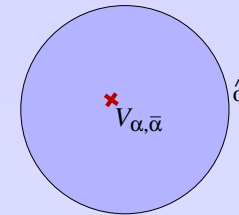
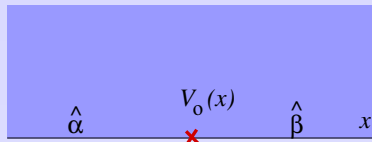
## ★ Motivation

- ✓ D-branes → dynamique non-perturbative de la théorie des petites cordes
- Objectif : construction des états de bord de la TSC des NS5-branes sur un cercle

## ★ D-branes en théorie conforme

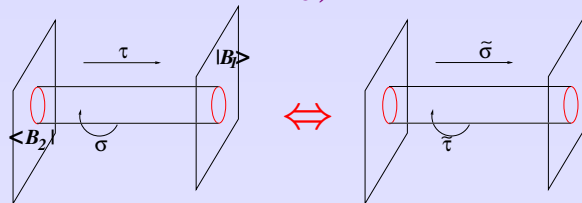
- ✓ D-branes → théorie conforme avec bord
- ✓ couplage aux cordes fermées : masse, ... → fonction à un point :

$$\langle V_{\alpha, \bar{\alpha}}(z, \bar{z}) \rangle_{\hat{\alpha}} = \delta_{\alpha, \omega(\bar{\alpha})} \times \frac{B_{\alpha}^{\hat{\alpha}}}{|z - \bar{z}|^{2\Delta_{\alpha}}}$$



- ✓ opérateurs sur le bord ↔ cordes ouvertes
- ✓ reliés par dualité canal ouvert/canal fermé (Cardy)

*échange de cordes fermées*



*amplitude à une boucle*

★ D-branes dans Liouville / cigare supersymétrique

- ✓ D-branes  $\text{AdS}_3$  euclidien à l'aide des symétries *(Ponsot, Schomerus, Teschner)*
- ✓ quotient  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  bosonique par “descente” de  $\text{AdS}_3$  *(Ribault, Schomerus)*

★ D-branes dans Liouville / cigare supersymétrique

- ✓ D-branes  $AdS_3$  euclidien à l'aide des symétries *(Ponsot, Schomerus, Teschner)*
- ✓ quotient  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  bosonique par “descente” de  $AdS_3$  *(Ribault, Schomerus)*

**Remarque** : la dualité Liouville  $N=2$  /  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  susy s'étend à la théorie avec bord (même algèbre chirale, élargie à  $SL(2, \mathbb{R})$  )



### ★ D-branes dans Liouville / cigare supersymétrique

- ✓ D-branes  $AdS_3$  euclidien à l'aide des symétries *(Ponsot, Schomerus, Teschner)*
- ✓ quotient  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  bosonique par “descente” de  $AdS_3$  *(Ribault, Schomerus)*

**Remarque** : la dualité Liouville  $N=2 / SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  susy s'étend à la théorie avec bord (même algèbre chirale, élargie à  $SL(2, \mathbb{R})$  )

- ✓ construction de quotient :  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  susy  $\sim SL(2, \mathbb{R})_k \times U(1)_k \times$  fermions  $\times$  super-fantômes
- ✓ D-branes préservent la symétrie BRST du quotient :

$$\mathcal{Q}_{BRST} = \oint \frac{dz}{2i\pi} \left\{ c (\mathcal{J}^3 + i\partial X) + \gamma (\psi^3 + \psi^x) \right\} - \oint \frac{d\bar{z}}{2i\pi} \left\{ \tilde{c} (\bar{\mathcal{J}}^3 - i\bar{\partial} X) + \bar{\gamma} (\tilde{\psi}^3 - \tilde{\psi}^x) \right\}$$

### ★ D-branes dans Liouville / cigare supersymétrique

- ✓ D-branes  $AdS_3$  euclidien à l'aide des symétries *(Ponsot, Schomerus, Teschner)*
- ✓ quotient  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  bosonique par “descente” de  $AdS_3$  *(Ribault, Schomerus)*

**Remarque** : la dualité Liouville  $N=2 / SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  susy s'étend à la théorie avec bord (même algèbre chirale, élargie à  $SL(2, \mathbb{R})$  )

- ✓ construction de quotient :  $SL(2, \mathbb{R})/U(1)$  susy  $\sim SL(2, \mathbb{R})_k \times U(1)_k \times$  fermions  $\times$  super-fantômes
- ✓ D-branes préservent la symétrie BRST du quotient :

$$\mathcal{Q}_{BRST} = \oint \frac{dz}{2i\pi} \left\{ c (\mathcal{J}^3 + i\partial X) + \gamma (\psi^3 + \psi^x) \right\} - \oint \frac{d\bar{z}}{2i\pi} \left\{ \tilde{c} (\bar{\mathcal{J}}^3 - i\bar{\partial} X) + \bar{\gamma} (\tilde{\psi}^3 - \tilde{\psi}^x) \right\}$$

Conditions de collage de  $J^a \Rightarrow$  c.b. sur  $X \Rightarrow$  branes de type A/B de l'algèbre superconforme  $N=2$

## ★ D0-branes (type B)

✓ branes ponctuelles à l'extrémité du cigare → fonction à un point :

$$B_{j,w}^{(\text{NS}) \hat{j}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \nu^{1/2-j} (-)^{(1-2\hat{j})w} \frac{\Gamma(j + \frac{k w}{2}) \Gamma(j - \frac{k w}{2}) \sin \frac{\pi}{k} (1 - 2\hat{j})(1 - 2j)}{\Gamma(2j - 1) \Gamma(1 + \frac{2j-1}{k}) \sin \frac{\pi}{k} (1 - 2j)}$$

★ D0-branes (type B)

✓ branes ponctuelles à l'extrémité du cigare → fonction à un point :

$$B_{j,w}^{(\text{NS})} \hat{j} = \frac{1}{\sqrt{k}} \nu^{1/2-j} (-)^{(1-2\hat{j})w} \frac{\Gamma(j + \frac{k\nu}{2}) \Gamma(j - \frac{k\nu}{2}) \sin \frac{\pi}{k} (1 - 2\hat{j})(1 - 2j)}{\Gamma(2j - 1) \Gamma(1 + \frac{2j-1}{k}) \sin \frac{\pi}{k} (1 - 2j)}$$

✓ représentations discrètes → résidus aux pôles pour  $-j + k\nu/2 \in \mathbb{N}$

### ★ D0-branes (type B)

✓ branes ponctuelles à l'extrémité du cigare → fonction à un point :

$$B_{j,w}^{(\text{NS}) \hat{j}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \nu^{1/2-j} (-)^{(1-2\hat{j})w} \frac{\Gamma(j + \frac{k\nu}{2}) \Gamma(j - \frac{k\nu}{2}) \sin \frac{\pi}{k} (1 - 2\hat{j})(1 - 2j)}{\Gamma(2j - 1) \Gamma(1 + \frac{2j-1}{k}) \sin \frac{\pi}{k} (1 - 2j)}$$

✓ représentations discrètes → résidus aux pôles pour  $-j + k\nu/2 \in \mathbb{N}$

✓ fonction de partition des cordes ouvertes (anneau) : **représentations finies** non-unitaires de spin

$\hat{j}$  → seule la D0-brane avec  $\hat{j} = 0$  est physique

★ D0-branes (type B)

- ✓ branes ponctuelles à l'extrémité du cigare → fonction à un point :

$$B_{j,w}^{(NS) \hat{j}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \nu^{1/2-j} (-)^{(1-2\hat{j})w} \frac{\Gamma(j + \frac{k w}{2}) \Gamma(j - \frac{k w}{2})}{\Gamma(2j - 1) \Gamma(1 + \frac{2j-1}{k})} \frac{\sin \frac{\pi}{k} (1 - 2\hat{j})(1 - 2j)}{\sin \frac{\pi}{k} (1 - 2j)}$$

- ✓ représentations discrètes → résidus aux pôles pour  $-j + kw/2 \in \mathbb{N}$
- ✓ fonction de partition des cordes ouvertes (anneau) : **représentations finies** non-unitaires de spin  $\hat{j}$  → seule la D0-brane avec  $\hat{j} = 0$  est physique

★ D1-branes (type A)

- ✓ branes étendues jusqu'à l'infini 
- ✓ couplent seulement aux **représentations continues**, pôles ↔ volume infini

$$\sinh \rho \sin(\phi - \phi_0) = \sinh \rho_0$$

★ D0-branes (type B)

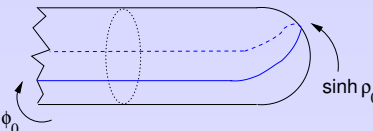
- ✓ branes ponctuelles à l'extrémité du cigare → fonction à un point :

$$B_{j,w}^{(NS) \hat{j}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \nu^{1/2-j} (-)^{(1-2\hat{j})w} \frac{\Gamma(j + \frac{k w}{2}) \Gamma(j - \frac{k w}{2})}{\Gamma(2j - 1) \Gamma(1 + \frac{2j-1}{k})} \frac{\sin \frac{\pi}{k} (1 - 2\hat{j})(1 - 2j)}{\sin \frac{\pi}{k} (1 - 2j)}$$

- ✓ représentations discrètes → résidus aux pôles pour  $-j + kw/2 \in \mathbb{N}$
- ✓ fonction de partition des cordes ouvertes (anneau) : **représentations finies** non-unitaires de spin  $\hat{j}$  → seule la D0-brane avec  $\hat{j} = 0$  est physique

★ D1-branes (type A)

- ✓ branes étendues jusqu'à l'infini



$$\sinh \rho \sin(\phi - \phi_0) = \sinh \rho_0$$

- ✓ couplent seulement aux **représentations continues**, pôles ↔ volume infini

★ D2-branes (type B)

- ✓ Couvrent tout le cigare, champ magnétique sur le volume d'univers
- ✓ Couplent aux représentations discrètes (charge D0 induite) et continues

### ★ D0-branes (type B)

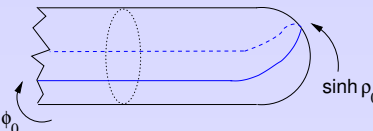
- ✓ branes ponctuelles à l'extrémité du cigare → fonction à un point :

$$B_{j,w}^{(\text{NS}) \hat{j}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \nu^{1/2-j} (-)^{(1-2\hat{j})w} \frac{\Gamma(j + \frac{k w}{2}) \Gamma(j - \frac{k w}{2})}{\Gamma(2j - 1) \Gamma(1 + \frac{2j-1}{k})} \frac{\sin \frac{\pi}{k} (1 - 2\hat{j})(1 - 2j)}{\sin \frac{\pi}{k} (1 - 2j)}$$

- ✓ représentations discrètes → résidus aux pôles pour  $-j + kw/2 \in \mathbb{N}$
- ✓ fonction de partition des cordes ouvertes (anneau) : **représentations finies** non-unitaires de spin  $\hat{j}$  → seule la D0-brane avec  $\hat{j} = 0$  est physique

### ★ D1-branes (type A)

- ✓ branes étendues jusqu'à l'infini



$$\sinh \rho \sin(\phi - \phi_0) = \sinh \rho_0$$

- ✓ couplent seulement aux **représentations continues**, pôles ↔ volume infini

### ★ D2-branes (type B)

- ✓ Couvrent tout le cigare, champ magnétique sur le volume d'univers
- ✓ Couplent aux représentations discrètes (charge D0 induite) et continues
- ✓ Cordes ouvertes entre D2-branes différentes → non-physiques? *(D.I., Pakman, Troost)*



## Champs électromagnétiques

### ★ Corde hétérotique

✓ contient  $G_{\mu\nu}$ ,  $B_{\mu\nu}$  et  $A_\mu$  → nouvelles solutions exactes avec champ électromag.

## Champs électromagnétiques

### ★ Corde hétérotique

- ✓ contient  $G_{\mu\nu}$ ,  $B_{\mu\nu}$  et  $A_\mu$  → nouvelles solutions exactes avec champ électromag.
- ✓ théorie conforme hétérotique : algèbre de courants  $\bar{\mathcal{J}}_G^i$  ( $E_8 \times E_8$  ou  $SO(32)$ )
- nouvelles **déformations marginales** :  $\delta S \sim \int d^2z \mathcal{J}^a \bar{\mathcal{J}}_G^i$

## Champs électromagnétiques

### ★ Corde hétérotique

- ✓ contient  $G_{\mu\nu}$ ,  $B_{\mu\nu}$  et  $A_\mu$  → nouvelles solutions exactes avec champ électromag.
- ✓ théorie conforme hétérotique : algèbre de courants  $\bar{j}_G^i$  ( $E_8 \times E_8$  ou  $SO(32)$ )
- nouvelles **déformations marginales** :  $\delta S \sim \int d^2z \mathcal{J}^a \bar{j}_G^i$

**Objectif** : effet des champs électromag. en théorie des cordes, avec gravitation

## Champs électromagnétiques

### ★ Corde hétérotique

- ✓ contient  $G_{\mu\nu}$ ,  $B_{\mu\nu}$  et  $A_\mu$  → nouvelles solutions exactes avec champ électromag.
- ✓ théorie conforme hétérotique : algèbre de courants  $\bar{\mathcal{J}}_G^i$  ( $E_8 \times E_8$  ou  $SO(32)$ )
- nouvelles **déformations marginales** :  $\delta S \sim \int d^2z \mathcal{J}^a \bar{\mathcal{J}}_G^i$

**Objectif** : effet des champs électromag. en théorie des cordes, avec gravitation

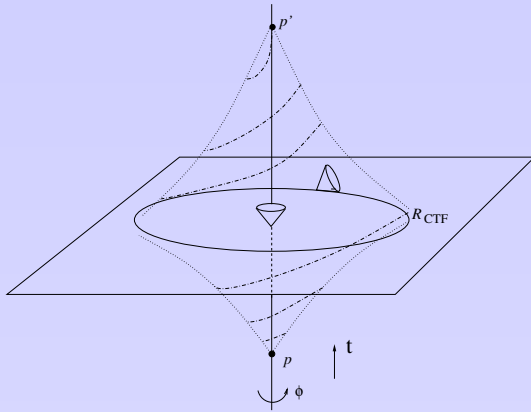
### ★ L'univers de Gödel

- ✓ Solution non supersymétrique de la supergravité hétérotique :

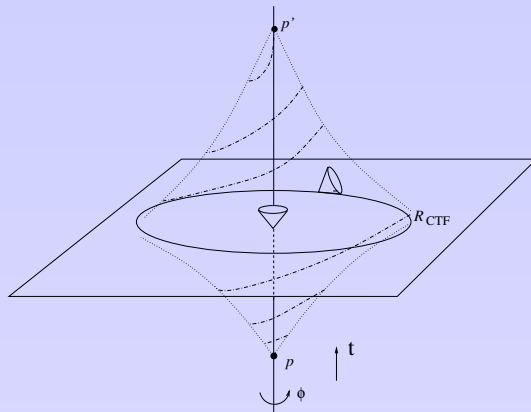
$$\frac{1}{k} ds^2 = d\rho^2 - \cosh^2 \rho dt^2 + \sinh^2 \rho d\phi^2 - 2\Xi^2 \left( \cosh^2 \rho dt + \sinh^2 \rho d\phi \right)^2 + d\Omega_3^2 + d\mathbf{x}^2$$

$$\mathcal{H} = d\mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{A} \wedge d\mathbf{A} = 2k \left\{ (1 + 2\Xi^2) \omega(\text{AdS}_3) + \omega(S^3) \right\},$$

$$\mathcal{F} = d\mathbf{A} = \sqrt{k} \Xi \sinh 2\rho (dt + d\phi) \wedge d\rho \quad \rightarrow \text{pour } \Xi^2 = 1/2, \text{ univers de Gödel original!}$$



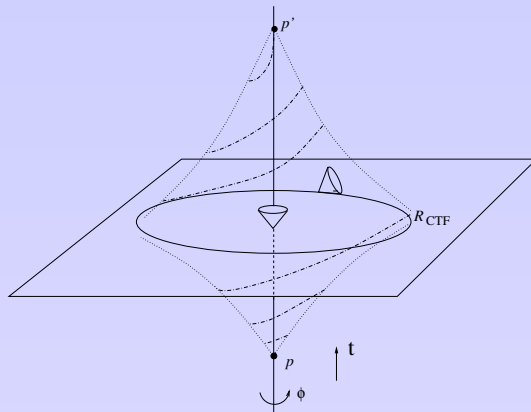
*espace-temps homogène,  
symétrie  $SL(2, \mathbb{R}) \times U(1)$*



*espace-temps homogène,  
symétrie  $SL(2, \mathbb{R}) \times U(1)$*

✓ courbes de genre temps fermées (CTF) :

$$G_{\phi\phi} = k \sinh^2 \rho_{\text{CTF}} (1 - 2\Xi^2 \sinh^2 \rho_{\text{CTF}}) = 0 \implies \rho_{\text{CTF}} = \operatorname{arcsinh} \frac{1}{\sqrt{2\Xi}}$$

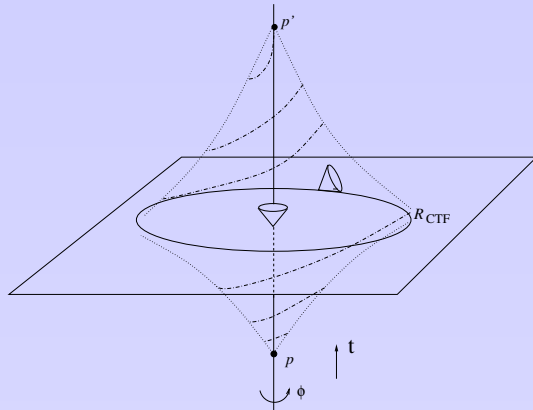


*espace-temps homogène,  
symétrie  $SL(2, \mathbb{R}) \times U(1)$*

✓ courbes de genre temps fermées (CTF) :

$$G_{\phi\phi} = k \sinh^2 \rho_{\text{CTF}} (1 - 2\Xi^2 \sinh^2 \rho_{\text{CTF}}) = 0 \implies \rho_{\text{CTF}} = \operatorname{arcsinh} \frac{1}{\sqrt{2\Xi}}$$

➔ protection de la **causalité** en théorie des cordes ?



*espace-temps homogène,  
symétrie  $SL(2, \mathbb{R}) \times U(1)$*

✓ courbes de genre temps fermées (CTF) :

$$G_{\phi\phi} = k \sinh^2 \rho_{\text{CTF}} (1 - 2\Xi^2 \sinh^2 \rho_{\text{CTF}}) = 0 \implies \rho_{\text{CTF}} = \text{arcsinh} \frac{1}{\sqrt{2\Xi}}$$

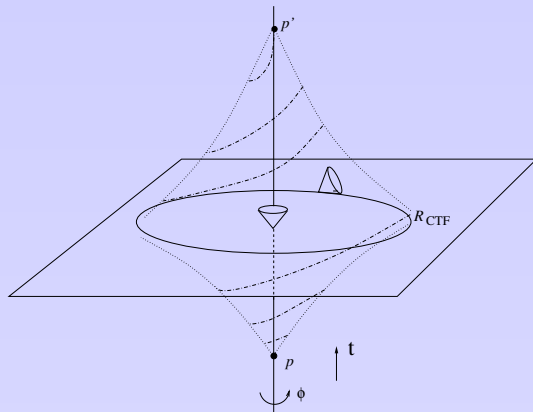
➔ protection de la **causalité** en théorie des cordes ?

★ Description exacte

✓ déformation marginale d'AdS<sub>3</sub> par l'opérateur **asymétrique**, associé au générateur **elliptique** :

$$\delta S \sim \int d^2z (J^3 + i\psi^1\psi^2) \bar{J}_G^i$$





*espace-temps homogène,  
symétrie  $SL(2, \mathbb{R}) \times U(1)$*

✓ courbes de genre temps fermées (CTF) :

$$G_{\phi\phi} = k \sinh^2 \rho_{\text{CTF}} (1 - 2\Xi^2 \sinh^2 \rho_{\text{CTF}}) = 0 \implies \rho_{\text{CTF}} = \operatorname{arcsinh} \frac{1}{\sqrt{2\Xi}}$$

➔ protection de la **causalité** en théorie des cordes ?

### ★ Description exacte

✓ déformation marginale d'AdS<sub>3</sub> par l'opérateur **asymétrique**, associé au générateur **elliptique** :

$$\delta S \sim \int d^2z (J^3 + i\psi^1\psi^2) \bar{j}_G^i$$

✓ préserve une algèbre affine  $U(1)_G \times SL(2, \mathbb{R})_D$

✓ spectre/fonction de partition : rotation  $O(2, 2; \mathbb{R})$ ,  $\cos^2 \theta = 1/1+2\Xi^2$

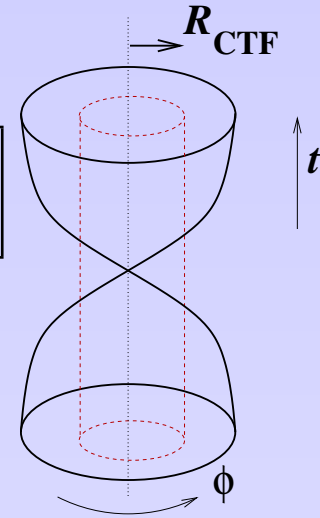
*(D.I.)*

★ Cordes longues et CTF

✓ cordes longues s'enroulent autour des CTF

✓ états physiques : 
$$\frac{s^2+1/4}{k} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{\sin^2\theta}{4k}E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

➔ solution instable !



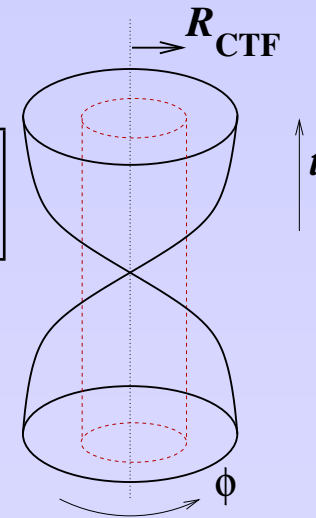
★ Cordes longues et CTF

✓ cordes longues s'enroulent autour des CTF

✓ états physiques : 
$$\frac{s^2+1/4}{k} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{\sin^2\theta}{4k}E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

➔ solution instable !

★ Résolution des CTF et rétablissement de la causalité



★ Cordes longues et CTF

✓ cordes longues s'enroulent autour des CTF

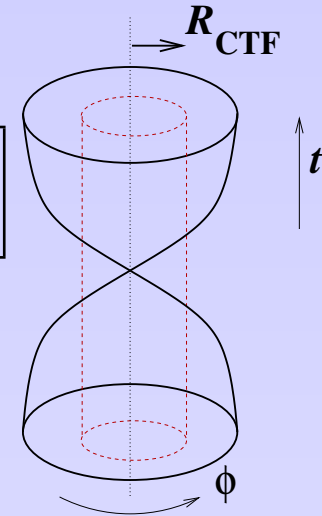
✓ états physiques :

$$\frac{s^2+1/4}{k} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{\sin^2\theta}{4k}E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

➔ solution instable !

★ Résolution des CTF et rétablissement de la causalité

✓ déformations  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}^3$  et  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}_G^i$  compatibles :



$$ds^2/k = d\rho^2 - \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + (8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2) \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha^2$$

$$- \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + 8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2 \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\beta^2 - 2 \frac{4\lambda^2(1 + 2\Xi^2) \cosh 2\rho - (\lambda^4 - 1) \sinh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha d\beta$$

★ Cordes longues et CTF

✓ cordes longues s'enroulent autour des CTF

✓ états physiques : 
$$\frac{s^2+1/4}{k} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{\sin^2\theta}{4k}E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

➔ solution instable !

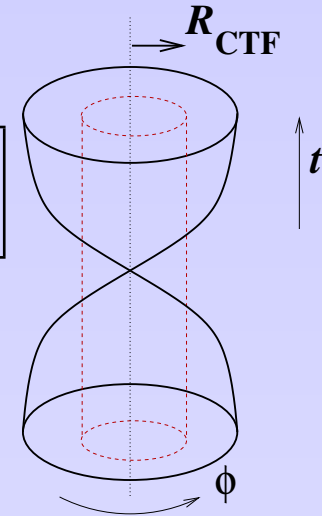
★ Résolution des CTF et rétablissement de la causalité

✓ déformations  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}^3$  et  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}_G^i$  compatibles :

$$ds^2/k = d\rho^2 - \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + (8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2) \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha^2$$

$$- \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + 8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2 \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\beta^2 - 2 \frac{4\lambda^2(1 + 2\Xi^2) \cosh 2\rho - (\lambda^4 - 1) \sinh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha d\beta$$

✓ suppression des CTF pour  $\lambda^2 = \cos^2 \theta$



★ Cordes longues et CTF

✓ cordes longues s'enroulent autour des CTF

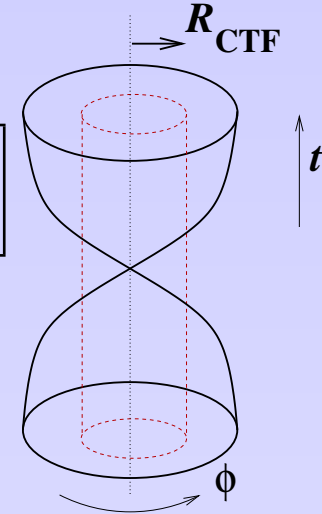
✓ états physiques :

$$\frac{s^2+1/4}{k} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{\sin^2\theta}{4k}E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

➔ solution instable !

★ Résolution des CTF et rétablissement de la causalité

✓ déformations  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}^3$  et  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}_G^i$  compatibles :



$$ds^2/k = d\rho^2 - \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + (8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2) \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha^2$$

$$- \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + 8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2 \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\beta^2 - 2 \frac{4\lambda^2(1 + 2\Xi^2) \cosh 2\rho - (\lambda^4 - 1) \sinh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha d\beta$$

✓ suppression des CTF pour  $\lambda^2 = \cos^2\theta$  ➔ singularité à  $\rho = \rho_{\text{CTF}}$

$$\frac{s^2+1/4}{k+2} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{1}{4(k+2)} \left(1 - \frac{\cos^2\theta}{\lambda^2}\right) E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

★ Cordes longues et CTF

✓ cordes longues s'enroulent autour des CTF

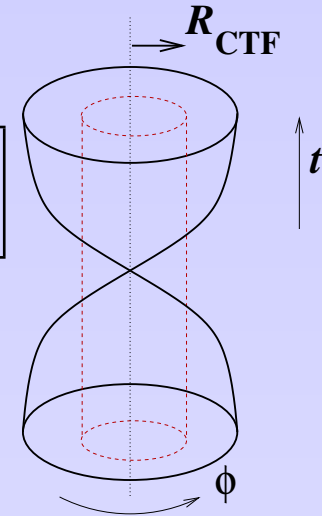
✓ états physiques :

$$\frac{s^2+1/4}{k} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{\sin^2\theta}{4k} E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

➔ solution instable !

★ Résolution des CTF et rétablissement de la causalité

✓ déformations  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}^3$  et  $\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}_G^i$  compatibles :



$$ds^2/k = d\rho^2 - \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + (8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2) \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha^2$$

$$- \frac{(\lambda^2 + 1)^2 + 8\Xi^2\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)^2 \cosh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\beta^2 - 2 \frac{4\lambda^2(1 + 2\Xi^2) \cosh 2\rho - (\lambda^4 - 1) \sinh^2 2\rho}{(\lambda^2 + 1 + (\lambda^2 - 1) \cosh 2\rho)^2} d\alpha d\beta$$

✓ suppression des CTF pour  $\lambda^2 = \cos^2\theta$  ➔ singularité à  $\rho = \rho_{\text{CTF}}$

$$\frac{s^2+1/4}{k+2} + \frac{k+2}{4}w_+^2 - w_+\frac{E}{2} + \frac{1}{4(k+2)} \left(1 - \frac{\cos^2\theta}{\lambda^2}\right) E^2 + h_{\text{INT}} = 0$$

✓ condensation des cordes longues ➔ protection de la chronologie ?

★ Champs critiques et quotients géométriques

✓ déformation magnétique de la trois-sphère  $S^3 \xrightarrow[\Xi^2 \rightarrow 1/2]{} \mathbb{R} \times S^2$

*(Kiritsis, Kounnas)*



### ★ Champs critiques et quotients géométriques

✓ déformation magnétique de la trois-sphère  $S^3 \xrightarrow{\Xi^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R} \times S^2$  *(Kiritsis, Kounnas)*

✓ quotient géométrique  $SU(2)/U(1)$  ! *(D.I., Kounnas, Orlando, Petropoulos)*

➔ changement de rayon de la fibre  $U(1)$  sur  $S^2$  :  $\mathcal{R} = \sqrt{1 - 2\Xi^2}$

*limite bien définie pour  $k/k_G = n^2$  (quantification de la charge)*

### ★ Champs critiques et quotients géométriques

✓ déformation magnétique de la trois-sphère  $S^3 \xrightarrow{\Xi^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R} \times S^2$  *(Kiritsis, Kounnas)*

✓ quotient géométrique  $SU(2)/U(1)$  ! *(D.I., Kounnas, Orlando, Petropoulos)*

➔ changement de rayon de la fibre  $U(1)$  sur  $S^2$  :  $\mathcal{R} = \sqrt{1 - 2\Xi^2}$

*limite bien définie pour  $k/k_G = n^2$  (quantification de la charge)*

✓ déformations électromagnétiques d'AdS<sub>3</sub> :

★ Champs critiques et quotients géométriques

✓ déformation magnétique de la trois-sphère  $S^3 \xrightarrow{\Xi^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R} \times S^2$  (Kiritsis, Kounnas)

✓ quotient géométrique  $SU(2)/U(1)!$  (D.I., Kounnas, Orlando, Petropoulos)

➔ changement de rayon de la fibre  $U(1)$  sur  $S^2$  :  $\mathcal{R} = \sqrt{1 - 2\Xi^2}$   
*limite bien définie pour  $k/k_G = n^2$  (quantification de la charge)*

✓ déformations électromagnétiques d'AdS<sub>3</sub> :

①	Elliptique	$\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}_G^i$ ➔ Gödel avec champ magnétique
②	Parabolique	$\mathcal{J}^+ \bar{\mathcal{J}}_G^i$ ➔ superposition AdS/onde plane $ds^2/k = \frac{du^2}{u^2} + \frac{dx^+ dx^-}{u^2} - 2\Xi^2 \left(\frac{dx^+}{u^2}\right)^2$
③	hyperbolique	$\mathcal{J}^2 \bar{\mathcal{J}}_G^i$ ➔ comportement critique $AdS_3 \xrightarrow{\Xi^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R} \times AdS_2$

★ Champs critiques et quotients géométriques

✓ déformation magnétique de la trois-sphère  $S^3 \xrightarrow{\Xi^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R} \times S^2$  (Kiritsis, Kounnas)

✓ quotient géométrique  $SU(2)/U(1)!$  (D.I., Kounnas, Orlando, Petropoulos)

➔ changement de rayon de la fibre  $U(1)$  sur  $S^2$  :  $\mathcal{R} = \sqrt{1 - 2\Xi^2}$   
*limite bien définie pour  $k/k_G = n^2$  (quantification de la charge)*

✓ déformations électromagnétiques d'AdS<sub>3</sub> :

① Elliptique	$\mathcal{J}^3 \bar{\mathcal{J}}_G^i$ ➔ Gödel avec champ magnétique
② Parabolique	$\mathcal{J}^+ \bar{\mathcal{J}}_G^i$ ➔ superposition AdS/onde plane $ds^2/k = \frac{du^2}{u^2} + \frac{dx^+ dx^-}{u^2} - 2\Xi^2 \left(\frac{dx^+}{u^2}\right)^2$
③ hyperbolique	$\mathcal{J}^2 \bar{\mathcal{J}}_G^i$ ➔ comportement critique $AdS_3 \xrightarrow{\Xi^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R} \times AdS_2$

⇒ Théorie conforme pour AdS<sub>2</sub>

✓ trou noir chargé en 4D (*Reissner–Nordström*)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)} + r^2 d\Omega_2^2$$

✓ trou noir chargé en 4D (*Reissner–Nordström*)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)} + r^2 d\Omega_2^2$$

⇓ *près de l'horizon*

$$\text{AdS}_2 \times S^2$$

✓ dualité *holographique* du trou noir ?

✓ trou noir chargé en 4D (*Reissner–Nordström*)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)} + r^2 d\Omega_2^2$$

⇓ *près de l'horizon*

$$\text{AdS}_2 \times S^2$$

✓ dualité **holographique** du trou noir ?

- déformation continue de  $\text{AdS}_3 \times S^3 \leftrightarrow$  déformation duale
- préserve algèbre affine  $SL(2, \mathbb{R})_D \rightarrow$  algèbre conforme dans l'espace-temps ? (général)

✓ trou noir chargé en 4D (*Reissner–Nordström*)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)} + r^2 d\Omega_2^2$$

⇓ *près de l'horizon*

$$\text{AdS}_2 \times S^2$$

✓ dualité *holographique* du trou noir ?

- déformation continue de  $\text{AdS}_3 \times S^3 \leftrightarrow$  déformation duale
- préserve algèbre affine  $SL(2, \mathbb{R})_D \rightarrow$  algèbre conforme dans l'espace-temps ? (général)

★ *Généralisation*

✓ Modèle de WZW sur un groupe compact  $\mathcal{H}$



✓ trou noir chargé en 4D (*Reissner–Nordström*)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)} + r^2 d\Omega_2^2$$

⇓ *près de l'horizon*

$$AdS_2 \times S^2$$

✓ dualité *holographique* du trou noir ?

- déformation continue de  $AdS_3 \times S^3 \leftrightarrow$  déformation duale
- préserve algèbre affine  $SL(2, \mathbb{R})_D \rightarrow$  algèbre conforme dans l'espace-temps ? (général)

★ *Généralisation*

✓ Modèle de WZW sur un groupe compact  $\mathcal{H}$

✓ déformation *magnétique*

$$\mathcal{H} \xrightarrow{\Xi_a^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R}^{r_h} \times \mathcal{H}/U(1)^{r_h}$$

*variété "drapeau"*

✓ trou noir chargé en 4D (*Reissner–Nordström*)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_+}{r}\right) \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)} + r^2 d\Omega_2^2$$

⇓ *près de l'horizon*

$$AdS_2 \times S^2$$

✓ dualité *holographique* du trou noir ?

- déformation continue de  $AdS_3 \times S^3 \leftrightarrow$  déformation duale
- préserve algèbre affine  $SL(2, \mathbb{R})_D \rightarrow$  algèbre conforme dans l'espace-temps ? (général)

★ *Généralisation*

✓ Modèle de WZW sur un groupe compact  $\mathcal{H}$

✓ déformation *magnétique*

$$\mathcal{H} \xrightarrow{\Xi_a^2 \rightarrow 1/2} \mathbb{R}^{r_h} \times \mathcal{H}/U(1)^{r_h}$$

*variété "drapeau"*

$\rightarrow$  pas de généralisation non abélienne ( $k_h = k_G$ ) (*D.I., Kounnas, Orlando, Petropoulos*)

## Conclusions

- théories conformes non-rationnelles → solutions exactes de la théorie des cordes (*limitation : pas de flux de Ramond-Ramond*)
- propriétés génériques : repr. discrètes, continues, structure de pôles...
- déformations d'anti-de Sitter → nouveaux espace-temps courbés
- calcul de la fonction de partition, étude du spectre
- cinq-branes → solutions exactes des cordes, dualité holographique complexe (*Aharony, Gaiotto, Kutasov*)
  - modèles phénoménologiques
- inclusion des D-branes → degrés de liberté holographiques ?
- holographie des trous noirs → modèle exact

## Directions futures

Problème central : modèles cosmologiques en théorie des cordes !

- ➔ théories conformes non-rationnelles  $\xrightarrow{\text{prolong. analytique}}$  modèles cosmologiques exacts
- ✓ Singularité du big-bang ou horizon cosmologique ?
- ✓ limitation : approche perturbative ➔ production de particules ?
- ✓ Problème de l'inflation...