



**Milieux granulaires à comportement solide.
Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion,
validation et applications**

Jean-Yves Delenne

► **To cite this version:**

Jean-Yves Delenne. Milieux granulaires à comportement solide. Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion, validation et applications. Mécanique [physics.med-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2002. Français. NNT : . tel-00007302v2

HAL Id: tel-00007302

<https://theses.hal.science/tel-00007302v2>

Submitted on 9 Nov 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II

Discipline : MÉCANIQUE, GÉNIE MÉCANIQUE, GÉNIE CIVIL.

Formation Doctorale : Mécanique des matériaux et des milieux complexes, des structures et des systèmes.

Ecole Doctorale : INFORMATION, STRUCTURES et SYSTÈMES.

Milieux granulaires à comportement solide

Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion,
validation et applications

par

Jean-Yves DELENNE

Le 10 décembre 2002

Jury composé de :

MM.

M. JEAN	Directeur de recherche émérite au LMA de Marseille	Président
J. LANIER	Professeur émérite à l'Université de Grenoble	Rapporteur
J. MARTINEZ	Professeur à l'INSA de Rennes	Rapporteur
F. RADJAI	Chargé de recherches CNRS au LMGC de Montpellier	Examineur
J.-C. BENET	Professeur à l'Université Montpellier II	Directeur de Thèse
M. S. EL YOUSOUFI	Maître de Conférences à l'Université Montpellier II	Co-directeur de Thèse
J. ABECASSIS	Ingénieur de recherches à l'INRA de Montpellier	Invité

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II

Discipline : MÉCANIQUE, GÉNIE MÉCANIQUE, GÉNIE CIVIL.

Formation Doctorale : Mécanique des matériaux et des milieux complexes, des structures et des systèmes.

Ecole Doctorale : INFORMATION, STRUCTURES et SYSTÈMES.

Milieux granulaires à comportement solide

Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion,
validation et applications

par

Jean-Yves DELENNE

Le 10 décembre 2002

Jury composé de :

MM.

M. JEAN	Directeur de recherche émérite au LMA de Marseille	Président
J. LANIER	Professeur émérite à l'Université de Grenoble	Rapporteur
J. MARTINEZ	Professeur à l'INSA de Rennes	Rapporteur
F. RADJAI	Chargé de recherches CNRS au LMGC de Montpellier	Examineur
J.-C. BENET	Professeur à l'Université Montpellier II	Directeur de Thèse
M. S. EL YOUSOUFI	Maître de Conférences à l'Université Montpellier II	Co-directeur de Thèse
J. ABECASSIS	Ingénieur de recherches à l'INRA de Montpellier	Invité

L'origine de la pensée scientifique, on la trouve dans les apories de Zénon d'Elée : l'histoire d'Achille et de la tortue. Il y a là l'opposition cruciale entre discontinu et continu.

René Thom, *Prédire n'est pas expliquer*

Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein de l'équipe Milieux Hétérogènes du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de l'Université Montpellier II (LMGC – UMR. CNRS 5508) sous la direction du Professeur Jean-Claude Bénet et de Moulay Saïd El Youssoufi, Maître de Conférences.

Je remercie Monsieur Olivier Maisonneuve, Professeur, Directeur du LMGc de m'avoir accueilli dans son laboratoire.

Je remercie Monsieur Michel Jean, Directeur de Recherche émérite d'avoir bien voulu présider mon jury de thèse, ainsi que Messieurs les Professeurs Juan Martinez et Jack Lanier qui ont accepté d'être rapporteurs de ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Je suis très sensible à la présence, dans ce jury, de Messieurs Franck Radjaï, chargé de recherche CNRS au LMGc et Joël Abécassis, Ingénieur de recherche à l'INRA de Montpellier. Leurs précieux conseils m'ont été très utiles.

Je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse le Professeur Jean-Claude Bénet. Son cours de thermodynamique en DEA a été pour moi l'élément déclencheur qui m'a incité à poursuivre en thèse. J'ai particulièrement apprécié nos discussions. Je salue la lucidité de son analyse des problèmes physiques et sa vision d'avant-garde des développements de la mécanique des milieux complexes.

Cette thèse aurait probablement été très différente sans l'impulsion de Monsieur Moulay Saïd El Youssoufi. Sa force de travail, ses compétences aussi bien scientifiques que pédagogiques, ses qualités humaines m'ont énormément apporté et ont grandement contribué à faire de ces trois années des moments de découvertes et d'ouverture au monde (quand-est ce qu'on retourne au Maroc ?).

Certaines personnes ont contribué de manière plus ponctuelle mais néanmoins fondamentale au bon déroulement de cette thèse : Christian Saix, qui a participé à l'encadrement de mon stage de DEA, a favorisé mon initiation à la recherche en me faisant bénéficier de ses compétences scientifiques et pédagogiques (techniques de préparation des girolles...) ; ses qualités humaines exceptionnelles sont pour moi une référence. Fabien Cherblanc dont les remarques pertinentes m'ont évité quelques écueils ; son efficacité, son esprit de synthèse et son enthousiasme ont été une source revitalisante. Albert Mermet-Grandfilles, expérimentateur de talent, m'a fait part de ses remarques et m'a donné quelques « coups de main » précieux. Mes collègues et amis doctorants Vincent Richefeu et Fabien Soulié, avec qui j'ai eu de nombreuses discussions sur ce travail ; ils en assurent aujourd'hui la continuité (c'est une affaire à suivre...).

Je garderai un très agréable souvenir des autres amis et collègues : les anciens doctorants de l'équipe (Yassine Haddad, Thierry Ruiz...) qui m'ont accueilli et m'ont fait participer à leurs recherches ; les doctorants de l'équipe qui vont bientôt passer leur thèse (Frédéric Jamin, Jérôme Boscus...) ; sans oublier notre bien aimée secrétaire Reine Bonnet-Causse et les techniciens du laboratoire.

Enfin, il me tient à cœur de remercier tous les autres membres du laboratoire ainsi que le personnel des départements Génie Civil et Génie Mécanique de l'IUT de Nîmes avec qui j'ai passé de très agréables moments dans le cadre de mes charges pédagogiques.

Résumé

On s'intéresse ici aux milieux granulaires présentant un comportement de type solide. L'objectif est de décrire la phase réversible de ce comportement ainsi que la création et le développement d'un système de fractures jusqu'à la ruine du milieu.

L'approche adoptée fait apparaître deux étapes. Dans la première, qui concerne la partie réversible du comportement, les actions mécaniques entre grains sont matérialisées par des joints cohésifs élastiques. La rupture progressive de ces joints fait basculer le milieu dans un comportement non linéaire et irréversible ; la mécanique des grains aux points de rupture des liens est alors décrite par un modèle contact-frottement. Le passage de l'une à l'autre des étapes est régi par un critère de rupture du lien cohésif. Cette approche se distingue par le repérage des positions des points d'ancrage des liens cohésifs.

Une campagne d'essais mécaniques sur des milieux granulaires 2D constitués par des cylindres d'aluminium collés suivant une génératrice a été réalisée. Des essais sur doublets en traction, compression, cisaillement et couple ont permis de proposer un comportement mécanique et un critère de rupture des liens cohésifs pour des sollicitations composées. La comparaison entre essais expérimentaux sur éprouvettes constituées par des empilements réguliers de cylindres d'aluminium collés et éprouvettes numériques correspondantes s'est révélée positive. La relation force-déplacement, l'initiation et la propagation des fractures sont bien décrites par le modèle.

Le modèle est ensuite testé dans le cadre d'applications. La comparaison avec le modèle de la Résistance Des Matériaux pour une poutre en flexion permet de constater une bonne adéquation des deux approches avant rupture. Le modèle granulaire prolonge le modèle de la RDM au-delà, jusqu'à ruine complète de la poutre. Le modèle granulaire s'est également révélé apte à simuler le fractionnement d'échantillons granulaires qui peuvent, en première approximation, représenter des grains de céréales. Dans le cas de milieux complexes, il est montré que l'association du modèle granulaire décrivant la mécanique de la phase solide et d'un modèle phénoménologique décrivant les transferts de matière, permet de résoudre le problème délicat de la fissuration de ces milieux lors du retrait ou du gonflement. La simulation de l'essai biaxial conduit à des courbes intrinsèques comparables à celles données par l'essai triaxial de la mécanique classique des sols.

Mots clés

MILIEU GRANULAIRE
COHESION
COMPORTEMENT SOLIDE
RUPTURE
EXPERIMENTATION
MODELISATION NUMERIQUE
COUPLAGES
SOLS

Key Words

GRANULAR MEDIA
COHESION
SOLID BEHAVIOUR
RUPTURE
EXPERIMENTATION
NUMERICAL MODELLING
COUPLING
SOILS

Table des matières

Introduction	7
1 Cadre de l'étude	9
Introduction	9
1.1 Milieux granulaires	9
1.1.1 Milieux granulaires pulvérulents	10
1.1.2 Milieux granulaires cohésifs	11
1.2 Exemples de matériaux granulaires cohésifs	14
1.2.1 Matériaux naturels : les sols fins	14
1.2.2 Matériaux biologiques : l'albumen de blé	17
1.2.3 Poudres et granulats compactés	19
1.3 Modélisations numériques	20
1.3.1 Approches continue et discrète	20
1.3.2 Différence de "philosophie" entre les méthodes discrètes	22
1.3.3 Introduction du phénomène de cohésion	25
Conclusion	28
2 L'approche adoptée	29
Introduction	29
2.1 Méthode numérique, cas non cohésif	30
2.1.1 Éléments de description du milieu granulaire	30
2.1.2 Optimisation par voisinage	33
2.1.3 Intégration des équations du mouvement	35
2.2 Choix d'une méthode de prise en compte de la cohésion	40

2.2.1	Généralités	40
2.2.2	Approches actuelles de la cohésion	41
2.3	Modélisation adoptée du lien cohésif	48
2.4	Présentation du code de calcul réalisé	52
2.4.1	Calcul	53
2.4.2	Pré-traitement	55
2.4.3	Post-traitement	57
	Conclusion	58
3	Analyse expérimentale d'un lien cohésif et validation de l'ap- proche numérique	59
	Introduction	59
3.1	Choix du matériau modèle	60
3.1.1	Etudes préliminaires	60
3.1.2	Les machines d'essais	63
3.1.3	Les matériaux utilisés	63
3.1.4	Réalisation des échantillons	65
3.2	Détermination d'une loi microscopique de cohésion	71
3.2.1	Conception d'appareillages expérimentaux adaptés	71
3.2.2	Résultats des essais sur les doublets	73
3.2.3	Proposition d'une loi de cohésion et d'un critère de rupture	76
3.3	Essais de validation sur milieu modèle	81
3.4	Comparaison expérience-simulation	84
3.4.1	Cas des échantillons sans défaut	85
3.4.2	Cas des échantillons avec défaut	90
	Conclusion	97
4	Applications	99
	Introduction	99
4.1	Déformation et rupture d'une poutre en flexion	100
4.1.1	Réalisation de l'échantillon numérique	100
4.1.2	Analyse locale des efforts	101

4.1.3	Analyse de la déformée	102
4.1.4	Influence de la position des points d'application des charges	106
4.2	Fractionnement et tamisage de milieux granulaires solides	108
4.2.1	Réalisation de l'échantillon numérique	108
4.2.2	Fractionnement	108
4.2.3	Tamisage	110
4.3	Compression de cylindres à différentes densités	114
4.4	Retrait et gonflement lors du séchage et de l'humidification	123
4.4.1	Réalisation de l'échantillon numérique	124
4.4.2	Retrait lors du séchage	125
4.4.3	Gonflement lors de l'humidification	125
4.4.4	Gonflement d'un échantillon orthotrope	128
4.5	Détermination de la courbe intrinsèque d'un milieu granulaire	131
4.5.1	Réalisation de l'échantillon numérique	131
4.5.2	Analyse de la loi de Coulomb en sollicitations biaxiales	131
4.5.3	Influence de la cohésion locale sur le paramètre C de cohésion macroscopique	133
	Conclusion	135
	Conclusion et perspectives	137
	Nomenclature	140
	Liste des figures	148
	Liste des tableaux	149
	Références bibliographiques	157
	A Génération d'une distribution normale gaussienne	159
	B Essais préliminaires - Choix des matériaux	161
	C Élasticité du comportement avant rupture des liens cohésifs	169

Introduction générale

Les méthodes discrètes en mécanique des milieux granulaires ont fait l'objet de développements importants depuis un quart de siècle et ont suivi la progression des outils de calcul. Ces approches ont été essentiellement proposées pour des collections d'objets capables de développer des actions de contact et de frottement. Ceci peut expliquer la prédominance des études sur les milieux granulaires non cohésifs. Parallèlement, la dynamique moléculaire s'est intéressée essentiellement aux objets de la chimie ; la nature des liaisons prises en compte trouve son origine dans les interactions à distance entre atomes et molécules qui sont de nature différente de celles rencontrées dans les matériaux granulaires à une échelle bien supérieure. Il faut constater que les développements sont moins importants pour les milieux granulaires qui présentent un comportement de type solide.

On s'intéresse ici à ces milieux ; ils sont caractérisés par l'aptitude à conserver, en l'absence de tout confinement, la forme qui leur a été initialement imposée. On souhaite en particulier pouvoir traiter des milieux solides élastiques fragiles caractérisés par :

- une première phase où les déformations sous sollicitations externes sont réversibles et où le milieu conserve la mémoire de son état initial,
- une deuxième phase au cours de laquelle les déformations sont en grande partie dues au développement d'un système de fractures.

Ceci implique, au moins dans la première phase, de conserver en mémoire l'histoire du matériau et la prise en compte d'une action mécanique assurant la cohésion du milieu. On a choisi ici d'introduire cette action par l'intermédiaire de liens cohésifs caractérisés par un comportement mécanique et un critère de rupture.

Ce mémoire comporte quatre chapitres :

- Dans le premier chapitre, on présente le cadre général de l'étude ; on s'attache à examiner la structure des milieux granulaires et les mécanismes responsables de la cohésion. On fait le bilan des méthodes de modélisation et on définit la méthode choisie.
- Le deuxième chapitre est consacré à la présentation de l'approche numérique adoptée. On expose la méthode de prise en compte de la cohésion microscopique par l'intermédiaire de liens cohésifs. Le code de calcul est

présenté et les méthodes de réalisation des échantillons et le post-traitement des résultats sont exposés.

- Le troisième chapitre est consacré à la validation expérimentale de l'approche sur un matériau modèle granulaire-solide. La réalisation des échantillons, les essais mécaniques sur les liens cohésifs et sur les échantillons sont présentés. Cette partie se termine par une comparaison entre expériences et simulations numériques.
- Le quatrième chapitre aborde des applications de l'approche. Elles ont pour but de tester sa cohérence sur des cas pratiques. Les applications traitées concernent : la déformation et la rupture d'une poutre en flexion, le fractionnement et le tamisage d'un milieu granulaire (albumen de céréales), la fracturation lors du retrait ou du gonflement de milieux complexes, l'essai triaxial sur les sols.

Chapitre 1

Cadre de l'étude

Introduction

Dans ce chapitre on s'attachera à préciser le cadre de l'étude à travers quelques définitions et remarques générales sur les milieux granulaires. Des exemples de matériaux granulaires cohésifs (sols, albumen de blé, poudres compactées), qui ont directement motivé cette étude seront présentés dans le but de mettre en avant les mécanismes responsables de la cohésion. Quelques éléments sur les approches numériques seront donnés afin de dégager un cadre théorique adapté à la prise en compte de la cohésion dans les milieux granulaires.

1.1 Milieux granulaires

Les milieux granulaires sont des milieux formés de grains qui peuvent interagir mécaniquement par des actions de contact, de frottement ou encore de cohésion d'origines diverses. . . Dans le cas où un milieu granulaire ne peut développer que des actions de contact et de frottement, on dira qu'il est pulvérulent (on met à part le cas des gaz granulaires et des colloïdes). Lorsque des phénomènes de cohésion interviennent, empêchant le glissement ou le décollement des grains, on dira que le milieu est de type granulaire cohésif. On notera qu'un milieu peut localement passer par ces deux états suite à la rupture ou à la création de liens cohésifs.

Deux échelles de description seront utilisées par la suite :

- L'échelle microscopique : Cette échelle est celle des grains et des phénomènes de contact, frottement et cohésion à l'interface entre les grains.
- L'échelle macroscopique : Cette échelle est celle de l'échantillon formé d'un grand nombre de grains, auquel sont appliquées les conditions aux limites de chargement ou de confinement lors des essais mécaniques.

1.1.1 Milieux granulaires pulvérulents

Les milieux granulaires pulvérulents présentent un intérêt particulier tant du point de vue de leur importance dans de nombreux secteurs de l'ingénierie que du point de vue d'une recherche fondamentale. On les rencontre dans l'industrie minière (granulats, charbons, sels...), dans le génie civil (ballast des voies ferrées, sables, graviers...) ou dans l'industrie pharmaceutique et agroalimentaire (mélanges de poudres, céréales...) [Coussot et Ancey, 1999, Duran, 1999, Lanier, 2001]. Ces matériaux ont souvent des comportements complexes. Ils peuvent, par exemple, s'écouler comme un fluide, s'ils ne sont pas confinés, ou avoir une certaine rigidité, ou tenue mécanique, sous confinement. Cette variété de comportement provient notamment du nombre important de corps en présence, du rôle complexe de la géométrie locale (forme et organisation des grains) et de la variété des actions entre grains (contact et frottement). Les lois régissant le comportement ont été pendant longtemps difficiles à expliquer à partir de relations à l'échelle microscopique. Ces dernières années, de nombreuses études ont permis une avancée considérable dans la compréhension des phénomènes mis en jeu.

Bien que cette thèse ne traite pas directement des milieux granulaires pulvérulents, ils feront ici l'objet d'une attention particulière pour plusieurs raisons :

- Les milieux cohésifs peuvent faire intervenir des actions de type contact frottant entre grains. Les cas de milieux pulvérulents peuvent apparaître, en ce sens, comme des cas particuliers du cas cohésif lorsque les liens cohésifs sont rompus.
- La frontière entre milieux cohésifs et pulvérulents n'est pas forcément nette notamment dans des cas de mélanges de poudres ou de sables à faible teneur en eau, par exemple. Le cas pulvérulent a ici son intérêt comme cas limite du cas cohésif. Il est intéressant de mieux cerner cette transition entre états pulvérulent et cohésif.
- Les méthodes numériques qui prennent directement en compte l'aspect granulaire de milieux ont d'abord été développées pour des cas de milieux pulvérulents faisant intervenir le contact et le frottement. Les méthodes développées ici s'inspirent très fortement du cas pulvérulent.

Dans les milieux granulaires à comportement solide, les phénomènes de cohésion sont prépondérants par rapport à ceux de contact et de frottement. Pour cela, une attention particulière sera portée sur les lois de cohésion qui sont au centre de cette étude. Dans une moindre mesure, on abordera quelques aspects du contact et du frottement.

1.1.2 Milieux granulaires cohésifs

Quelques précisions s'imposent au préalable sur le terme de **cohésion** utilisé en rapport avec les milieux granulaires.

Milieu granulaire et milieu “composite”

Si la terminologie de milieu granulaire ne présente pas d'ambiguïté dans le cas pulvérulent, il peut ne pas en être de même pour le cas cohésif. En effet, si l'on considère les cas d'un sol fin saturé, d'un matériau composite où d'un béton, on est en présence de matériaux cohésifs formés de grains dont l'espace inter-granulaire est partiellement occupé par un “liant”. Dans ces cas, il n'est pas possible de négliger la présence de la matrice qui entoure les grains (figures 1.1a et 1.1b). Seuls les milieux qui présentent des actions mécaniques localisées à l'interface entre deux grains seront entendus comme milieux granulaires cohésifs et seront traités dans ce mémoire.

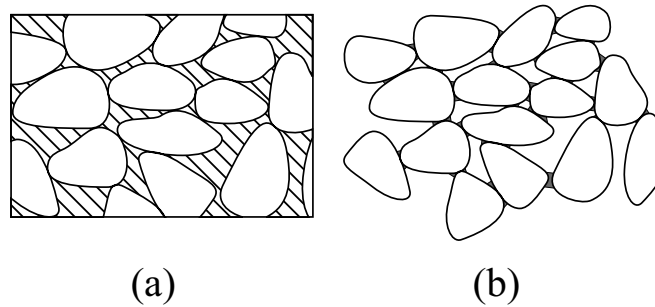


FIG. 1.1 – Matériau avec une matrice importante (a) et matériau granulaire cohésif (b)

Cependant, l'hypothèse d'une cohésion ponctuelle pourrait être étendue au cas non ponctuel dans la mesure où la matière qui occupe partiellement les vides ne constitue pas une matrice et ne gêne donc pas le mouvement des grains (figure 1.2). Dans ce cas, on associera aux actions mécaniques réelles leurs éléments de réduction au point de contact.

Adhésion et cohésion

Les concepts d'adhésion et de cohésion utilisés en mécanique des milieux granulaires font l'objet d'interprétations diverses. On se propose de préciser ici le sens donné à ces concepts dans le cadre de cette thèse.

- L'**adhésion** entre deux corps est un phénomène surfacique microscopique qui ne nécessite pas la présence d'un troisième corps. Elle trouve son origine

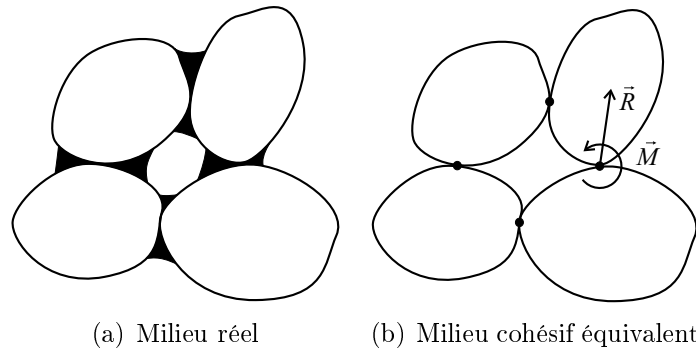


FIG. 1.2 – Illustration de l’hypothèse de cohésion ponctuelle

dans les phénomènes physico-chimiques susceptibles de rapprocher les deux corps ou de les maintenir en contact. Généralement au delà d’une certaine distance les forces d’adhésion s’annulent. Elles peuvent être quantifiées par l’énergie nécessaire à séparer les deux corps, c’est à dire à annuler les forces d’adhésion.

- Le concept de **cohésion** n’est pas défini à l’échelle microscopique. Son utilisation se limite en général à la description de phénomènes macroscopiques comme par exemple en mécanique des sols où il désigne la capacité à limiter l’effondrement ou l’écoulement d’un milieu sous l’effet de sollicitations. La cohésion résulte des liaisons multiples qui existent dans les matériaux et qui généralement font intervenir un troisième corps. Des ponts liquides dus au phénomène de capillarité, des protéines dans l’albumen de céréales liant les granules d’amidon peuvent induire une cohésion. Dans les roches, des phénomènes de précipitation cimentent les grains entre eux et conduisent à la cohésion.

L’adhésion microscopique conduit à un milieu cohésif à l’échelle macroscopique. Pour cette raison nous parlerons par la suite de milieu cohésif et nous supposons que les actions microscopiques peuvent être décrites par un lien cohésif ou point de colle d’extension volumique nulle. Ce lien cohésif présente un comportement mécanique propre et sera en mesure de transmettre des actions mécaniques complexes avant rupture. Après rupture il s’effacera et laissera place à des phénomènes de contact et de frottement.

Exemple de cohésion

La cohésion à l’échelle macroscopique traduit la tenue d’un échantillon sans confinement. Ceci le distingue nettement d’un échantillon pulvérulent dont la stabilité de paroi nécessite un soutènement. En considérant la loi de Mohr-Coulomb, par exemple, il est possible de donner un sens à la cohésion à l’échelle macroscopique de l’échantillon :

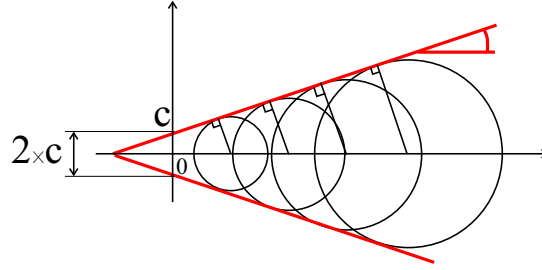


FIG. 1.3 – Droite de coulomb

$$\tau = C + \tan \varphi \cdot \sigma \quad (1.1)$$

où σ et τ représentent les contraintes principales normale et tangentielle. Dans le cas des sols, les paramètres de la loi sont appelés paramètres de résistance au cisaillement : C caractérise la cohésion et φ l'angle de frottement. A partir de l'essai triaxial, il est possible de déterminer une courbe intrinsèque qui, en première approximation, peut être représentée par une droite d'équation 1.1. Il est possible alors de déduire (figure 1.3) le couple de paramètres (C, φ) qui caractérise la loi. Dans les cas extrêmes :

- $C = 0$, $\varphi \neq 0$ pour un matériau pulvérulent
- $C \neq 0$, $\varphi = 0$ pour un matériau purement cohésif

Que les phénomènes mis en jeu à l'échelle microscopique soient des phénomènes d'adhésion ou de liaison due à un troisième corps, le matériau présente une cohésion à l'échelle macroscopique.

1.2 Exemples de matériaux granulaires cohésifs

Pour illustrer ces propos, trois exemples de matériaux granulaires cohésifs, étudiés au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC), sont présentés. Les études expérimentales faites sur ces matériaux ont montré la nécessité de mieux comprendre les phénomènes microscopiques de cohésion. Elles sont à l'origine des motivations du travail effectué dans le cadre de cette thèse.

1.2.1 Matériaux naturels : les sols fins

Les sols sont des matériaux complexes à la fois par leur constitution et par leur variété. Les sols non saturés d'eau, sont constitués de trois phases : solide (grains), liquide (souvent de l'eau) et gaz (air + vapeur d'eau), comme l'illustre la figure 1.4.

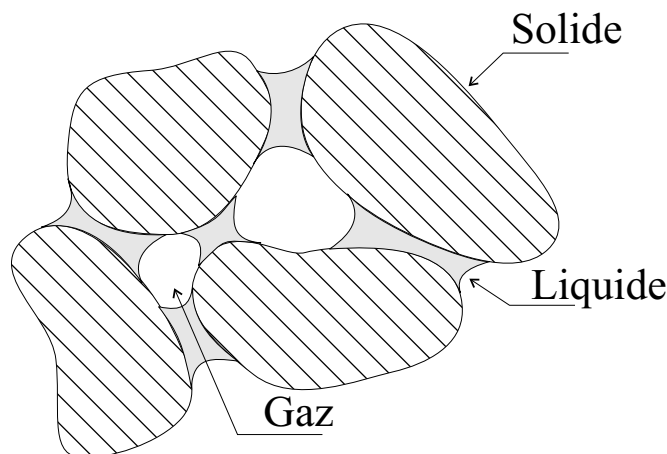
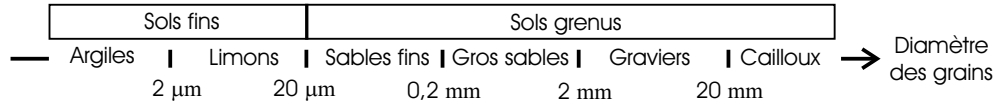


FIG. 1.4 – Schématisation d'un élément de sol non saturé

Sauf dans certains cas particuliers, comme par exemple celui des tourbes, les sols résultent de la désagrégation des roches en grains.

- Lorsque le sol est le résultat d'une désagrégation physique ou mécanique d'une roche, les grains de sol sont constitués des mêmes minéraux. Ils ont une forme plus ou moins arrondie et des dimensions allant de quelques microns au millimètre (sables, limons).
- Lorsque le sol est le résultat d'une altération chimique d'une roche, suivie d'une combinaison et d'une cristallisation, les particules de sol sont très fines et n'ont pas la même structure cristalline que la roche mère. Ces particules constituent les argiles qui ont des dimensions inférieures à $2\ \mu m$.

On donne une classification grossière des sols en fonction du diamètre moyen des grains [Schlosser, 1988] :



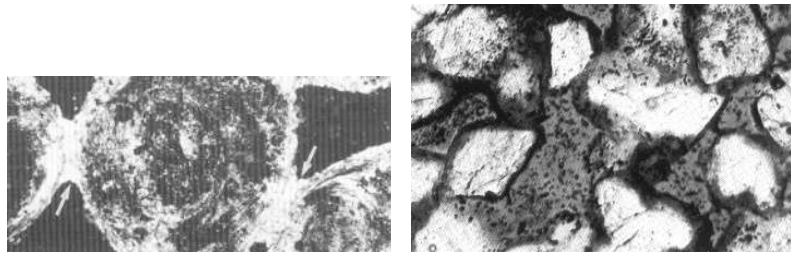
De façon grossière, deux types de sols peuvent être considérés. Les sols fins pour un diamètre caractéristique $d < 20\mu m$ et les sols grenus pour des diamètres caractéristiques supérieurs. Les propriétés mécaniques de ces sols sont différentes. Ceci provient en grande partie de la nature des interactions entre grains.

Les sources de la cohésion dans les sols

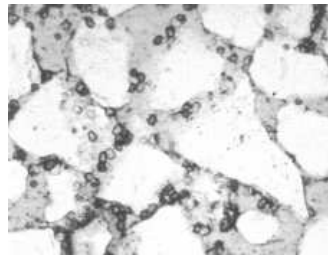
Elles peuvent être de plusieurs types :

- La cimentation : Des liaisons chimiques entre grains peuvent apparaître résultants de dépôts de carbonates, de silice, d'alumine, d'oxydes de fer ou de composés organiques. Les matériaux cimentés peuvent provenir de la décomposition des minéraux du sol lui même, comme par exemple lors de processus de dissolution-précipitation (figure 1.5). Une faible quantité de ciment peut avoir une influence importante sur les propriétés du matériau et une faible valeur de la cohésion a une influence importante sur la stabilité des sols par exemple [Mitchell, 1993] (figure 1.6).
- Forces capillaires : La combinaison des effets hydrophiles du sol et des propriétés de tension superficielle de l'eau produit une attraction entre grains dans les sols non saturés [Soulié, 2002, Delage et Cui, 2000, Pierrat et Caram, 1995].
- Liaisons covalentes (primary valence bond) [Israelachvili, 1992] : Ces phénomènes sont importants pour de très petites particules telles que les feuillets d'argile. Ils constituent une sorte de soudage à froid.
- Phénomène d'association dû à des liaisons hydrogène [Chappuis, 1999] : Les molécules d'eau sont adsorbées par les grains, pouvant générer la formation d'eau liée contribuant à la cohésion entre feuillets.
- Les phénomènes d'interactions électromagnétiques et électrostatiques (Van der Waals) : Ces phénomènes ne sont pas négligeables pour des particules de très petites tailles (de l'ordre du micromètre) [Gerschel, 1995].

La géométrie des particules peut également créer une cohésion apparente au sein du système sans qu'il y ait pour autant attraction physique ou chimique entre les particules. Ce phénomène est à rapprocher de la rugosité : lors de l'essai de cisaillement d'un sol, par exemple, une résistance au déplacement peut apparaître dans une direction en l'absence de contrainte normale.



(a) Ciment sparitique localisé aux points de contact sous forme de ménisque (b) Cohésion dans un sable due à des liens d'hydrocarbure mélangé à une argile



(c) Cohésion par diagénèse à un stade peu avancé dans un sable

FIG. 1.5 – Quelques exemples de cimentation dans les sols (d'après : (a) [Purser, 1980], (b) [Scholle, 1979], (c) [Scholle, 1979])

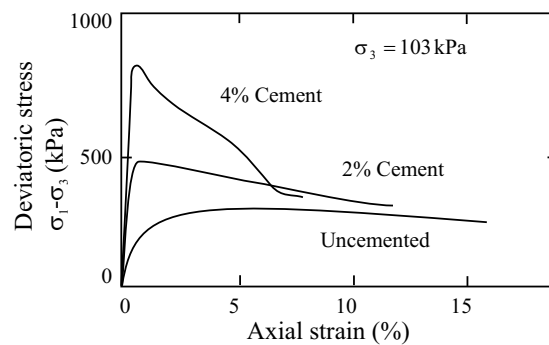


FIG. 1.6 – Courbe de contrainte-déformation pour différents taux de cimentation dans un sable [Mitchell, 1993]

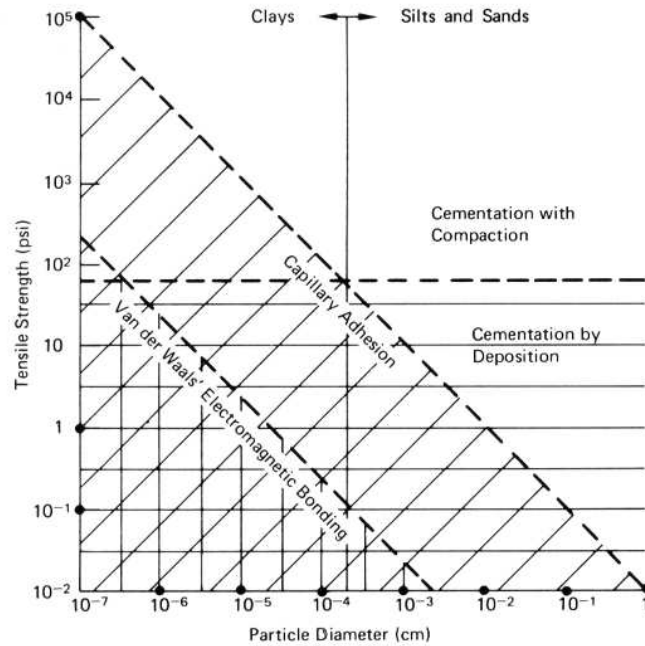


FIG. 1.7 – Domaine de validité et intensité des actions mises en jeu dans la cohésion en fonction de la taille des particules [Mitchell, 1993].

Le domaine de validité de ces actions et leur l'intensité dépendent de la taille des grains. Si on s'en tient aux actions qui semblent prépondérantes (capillarité, cimentation et Van der Waals), il est possible de donner une classification [Mitchell, 1993] en différents domaines. Le diagramme 1.7 donne des informations générales sur la résistance à la traction en fonction du diamètre des particules pour différents mécanismes mis en jeu dans la cohésion : forces de Van der Waals, capillarité, cimentation par dépôt et cimentation.

1.2.2 Matériaux biologiques : l'albumen de blé

Un autre exemple concerné par la mécanique des milieux granulaires cohésifs est le fractionnement des céréales qui présente un intérêt industriel très important. Si l'on considère le cas du blé, l'albumen représente environ 88% en masse. Ses principaux constituants sont l'amidon, présent sous forme de granules noyés dans une matrice de protéine qui joue le rôle de liant. Deux tailles de granules sont distinguées : diamètres supérieurs à $15,9 \mu m$ et diamètres inférieurs à $5,3 \mu m$ (figure 1.8). La variété et les conditions culturales influent sur la liaison entre amidon et protéine et, par conséquent, sur les opérations de fractionnement et de séparation des différents constituants.

Le fractionnement par voie sèche des céréales met en œuvre des étapes de broyage et de tamisage. Dans le cas du blé, ces étapes sont décisives dans la valorisation des produits finis. Les produits du fractionnement intéressent depuis peu des secteurs qui dépassent le cadre de l'agroalimentaire. On envisage de les utiliser par exemple dans l'industrie chimique. Dans ce cas, les procédés utilisés visent à dissocier la matière en ses différents constituants, renforçant ainsi la nécessité de maîtriser les étapes du fractionnement. La compréhension de ce fractionnement, qui doit permettre de sélectionner des semences adaptées aux besoins de l'industriel, passe par une meilleure connaissance de la mécanique mise en jeu lors de cette opération. Les recherches sont actuellement en cours sur la nature microscopique des liaisons en fonction des variétés mais ces recherches n'ont pas encore abouti [Wheat for Industrial Needs, 2001].

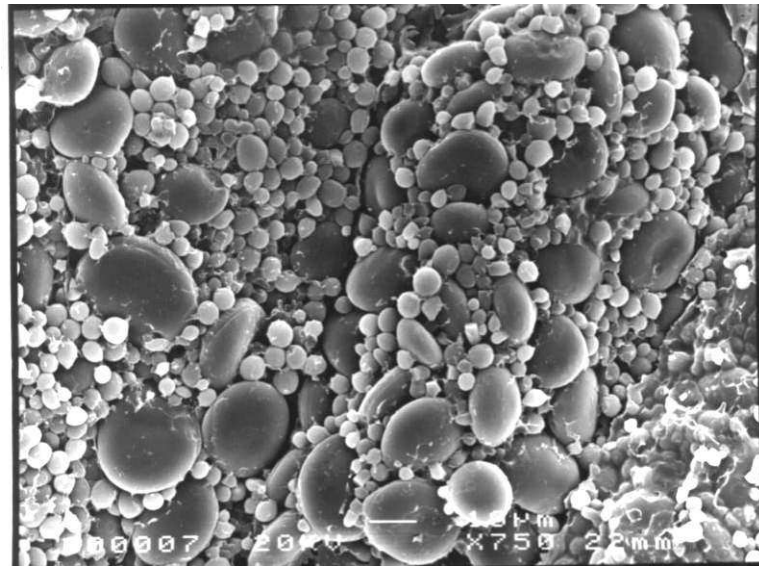


FIG. 1.8 – Albumen de blé [Haddad, 1999]

Lors de travaux récents, la variété des comportements mécaniques et des ruptures des blés a été mise en évidence [Haddad, 1999, Haddad et al., 2000]. Il a été montré qu'il est possible de classer, d'un point de vue rhéologique, les variétés de blés dans un diagramme "module d'élasticité, énergie de rupture" (figure 1.9). Cette classification peut être reliée à celle classiquement utilisée par l'industrie meunière qui fait intervenir deux paramètres appelés dureté (soft, hard, dur) et vitrosité (vitreux, farineux) [Haddad et al., 2001]. Cette possibilité de classement à partir du comportement mécanique laisse supposer des relations entre le comportement des liens cohésifs et le comportement macroscopique de l'albumen. Les travaux présentés par la suite sont en partie motivés par la modélisation du fractionnement à partir de la connaissance des liens cohésifs. Ceci a pour but d'analyser l'effet du comportement mécanique de ces liens sur l'opération de fractionnement.

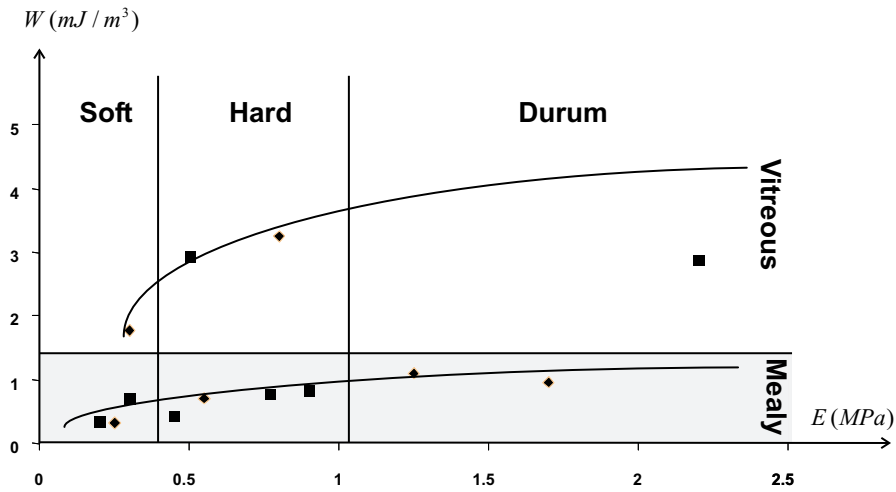


FIG. 1.9 – Classification rhéologique des variétés de blé [Haddad et al., 2001]

1.2.3 Poudres et granulats compactés

Le compactage des poudres sous forme de pastilles constitue un mode très répandu de conditionnement des produits industriels tels que les sels ou les produits pharmaceutiques. La tenue des comprimés pharmaceutiques ou de pastilles de sel est bien évidemment déterminée par la nature de la matière première (granularité, forme et qualité de surface, teneur en eau. . .) mais également par les conditions de compactage (force de compression, vitesse, durée d'application, température. . .). Ce problème a fait l'objet d'études au LMGC dans le cas de pastilles de chlorure de sodium utilisées dans les adoucisseurs d'eau [Saix et El Youssefi, 1995]. Ces pastilles sont obtenues à partir de la compression du sel foisonné. Elles posent des problèmes de fabrication : obtenir des pastilles possédant une tenue mécanique importante pour une faible énergie de compactage mise en œuvre. L'objectif étant de concilier une tenue mécanique optimale et une capacité de dissolution régulière [Delenne, 1999].

Les phénomènes de cohésion de ces sels sont complexes. Ils peuvent faire intervenir des phénomènes de dissolution-recristallisation (sous contraintes) au niveau des contacts entre grains ou des liaisons hydrogène entre les couches d'eau adsorbées [Cosenza, 1996].

Des essais triaxiaux réalisés sur du sel ont mis en évidence “une soudure à froid” qui dépend de l'état de contrainte et de l'indice des vides du matériau [Ouellet et al., 89], comportement que l'on ne rencontre pas sur du sable par exemple. Les modélisations proposées par la suite devrait permettre de proposer un cadre théorique de la mécanique du compactage et de la tenue mécanique des pastilles compactées.

1.3 Modélisations numériques

1.3.1 Approches continue et discrète

Les études phénoménologiques, réalisées sur les trois exemples de milieux granulaires cohésifs cités ci-dessus, incitent à l'exploration des mécanismes de cohésion pour comprendre les comportements observés à l'échelle macroscopique.

On comprend ainsi la portée de l'outil numérique. Ce travail a pour objectif de mettre en œuvre une méthode adaptée à la prise en compte de liens cohésifs. Quelques méthodes permettant de modéliser le comportement des milieux granulaires seront présentées brièvement. Elles seront illustrées essentiellement dans le cas des milieux granulaires pulvérulents.

Il est possible de distinguer deux approches de la modélisation du comportement de ces milieux :

- L'approche continue, et plus particulièrement l'approche par homogénéisation, consiste à prendre en compte des phénomènes à l'échelle microscopique par des procédés de moyennes, de manière à caractériser des grandeurs utilisables à l'échelle macroscopique. Ces grandeurs peuvent ensuite être introduites dans un modèle de comportement qui pourra être discrétisé en éléments finis. Les modèles de comportement contiennent des variables d'état qui peuvent être nombreuses. Il n'est pas toujours facile de donner un sens physique à ces variables.
- L'approche par éléments discrets considère les grains indépendamment les uns des autres. Chaque grain présente un comportement propre régi par les phénomènes microscopiques intervenant au niveau de ses interfaces. Il est clair que toute la complexité des phénomènes au niveau microscopique ne peut pas être prise en compte tant du point de vue des actions mécaniques que de la géométrie des grains. De plus, dans la plupart des cas, les ordres de grandeur du nombre de grains constituant un milieu réel sont considérables et la quantification des actions mécaniques peut se révéler impossible.

Ces deux approches sont souvent complémentaires. Il n'est pas exclu de les utiliser toutes les deux dans des problèmes multi-échelles. Compte tenu des motivations de cette étude, seule la deuxième approche sera abordée. Cette approche est basée sur un processus itératif combinant des calculs cinématiques (mouvement des grains), et des calculs d'interactions (efforts entre les grains).

Les modèles d'éléments discrets intéressent des disciplines variées comme la mécanique, la physique de la matière, la chimie, l'astronomie... Pour la plus

grande partie, ils ont été développés à l’origine dans le but de résoudre des problèmes faisant intervenir des phénomènes non cohésifs. Ils ont donné naissance à une importante littérature dont un panorama exhaustif dépasse le cadre de cette étude. On retiendra que des modèles discrets sans cohésion ont été appliqués, en mécanique, à l’étude de divers phénomènes :

- écoulements de granulats (silos et trémies [Masson et Martinez, 1997, Masson et al., 2001, Sanad et al., 2001]; mélange et ségrégation [Iwasaki et al., 2001, Hill et al., 1999], milieux granulaires soumis aux vibrations [Gallas et al., 1992, Moreau, 1994], avalanches [Moreau, 2001], analyse du cisaillement [Masson et Martinez, 2001, Zervos et al., 2000]...)
- étude des efforts et de la stabilité (analyse de la distribution des efforts et des corrélations force/texteure de milieux granulaires [Radjaï et al., 1997, Radjaï, 1999, Radjaï et al., 1999, Combe, 2001], efforts dans les silos [Masson et Martinez, 2000], dans les ballasts, dans les ouvrages d’art, stabilité des talus [Merrien-Soukatchoff et al., 2001, Bardet et Scott, 1985], interactions sol/outil [Nouguier, 1999]...)

Il est possible de distinguer plusieurs types de méthodes¹ numériques discrètes [Cambou et Jean, 2001, Duran, 1999] :

Méthodes non newtoniennes

Les méthodes non newtoniennes n’utilisent pas directement les lois de Newton pour décrire la dynamique du système de grains. Elles sont en général basées sur l’utilisation de règles simples “mimant” plus ou moins les phénomènes physiques à l’échelle microscopique. Il est possible de distinguer les méthodes “**probabilistes**” (P) et les “**automates programmables**” (AP). Bien qu’elles donnent parfois des résultats intéressants, elles ont un caractère empirique difficile à justifier et s’éloignent de considérations purement mécaniques². Ces méthodes seront abordées par la suite avec peu de détails.

Méthodes newtoniennes

Les méthodes **newtoniennes** considèrent que le mouvement de chaque grain est régi par les équations de Newton. Deux types de modélisation apparaissent dans la littérature suivant les façons de prendre en compte les interactions entre les grains par des lois régulières ou non³ :

¹Les méthodes numériques traitant des milieux granulaires étant en pleine évolution, il s’agit ici de présenter seulement quelques “représentants” des méthodes classiques.

²D’autres méthodes plus ou moins éloignées des considérations classiques en mécanique peuvent être trouvées dans [Maugis, 1990].

³On entend par lois non régulières des lois qui ne peuvent pas s’écrire sous la forme d’une fonction.

- Les méthodes de type “**Non Smooth Discrete Element Method**” (NS-DEM) sont basées sur une description de la physique à l’échelle microscopique capable de prendre en compte des lois d’interactions non différentiables comme par exemple les lois de choc. Ces méthodes sont particulièrement adaptées à la description des systèmes dynamiques. Plusieurs méthodes utilisent ce type de traitement. Par exemple :
 - La méthode “**Event Driven**” (ED) appelée aussi méthode “collisionnelle” ou “gérée par les événements” est utilisée pour des milieux dispersés tels que les gaz granulaires par exemple. Dans sa forme la plus simple, elle ne prend pas en compte les contacts simultanés.
 - La méthode “**Non Smooth Contact Dynamics**” (NSCD) développée par J.-J. Moreau et M. Jean [Jean, 1999, Moreau, 2000] est une méthode capable de prendre en compte les contacts multiples et utilise, contrairement à la plupart des méthodes, un schéma implicite d’intégration.
- Les méthodes de type “**Smooth Discrete Element Method**” (S-DEM) utilisent des lois d’interactions entre grains qui, contrairement aux méthodes NS-DEM, doivent être des fonctions.
 - Les méthodes “**Molecular Dynamics**” (MD) sont appliquées à l’origine aux particules de gaz en collision et s’intéressent aux échelles des atomes et des molécules [Vashishta et al., 1999, Gerschel, 1995, Allen et Tildesley, 1987]. Ces particules, en général sphériques, sont soumises à des interactions représentées par des forces normales appliquées aux centres des sphères. Le frottement n’est pas pris en compte dans ce type de méthodes⁴.
 - Les méthodes “**Discrete Element Method**” (DEM) initiées par Cundall [Cundall, 1974, Cundall et Strack, 1979, Cundall, 1988, Jenkins et al., 1989]. Les actions mécaniques entre grains sont prises en compte sous forme de ressorts, patins et amortisseurs.

1.3.2 Différence de “philosophie” entre les méthodes discrètes

L’intérêt des méthodes discrètes est de prendre en compte les grains indépendamment les uns des autres. Mais pour être dans une situation représentative d’un milieu réel, il faut à la fois considérer le plus grand nombre de grains possible tout en ayant une description adaptée des interactions entre grains et de la dynamique de ces grains. Dans les méthodes discrètes, les interactions dépendent des positions, des vitesses et des accélérations des grains les uns par rapport aux autres. Il est classique d’utiliser la distance entre deux grains pour déterminer s’il

⁴Nous avons fait le choix de réserver le terme de “molecular dynamics” aux méthodes développées en chimie. Signalons que de nombreux auteurs utilisent ce terme pour désigner l’ensemble des méthodes S-DEM.

y a contact ou non. Les différentes méthodes sont basées sur des descriptions plus ou moins fines des interactions entre grains et de la dynamique de ces grains. Le choix d'une méthode est souvent réduit à un compromis entre la nécessité d'avoir des algorithmes rapides et l'exigence d'une bonne représentativité des efforts entre grains.

Les méthodes **non newtoniennes** ont tendance à privilégier le nombre de grains mis en jeu dans les simulations numériques au détriment d'une prise en compte précise des équations de la dynamique et des interactions. Des simplifications peuvent être obtenues par des considérations probabilistes ou par une description simplifiée de l'espace et éventuellement des efforts. Les méthodes P telles que la méthode de Monte Carlo utilisent une description du mouvement basée sur des considérations statistiques. Il est classique d'utiliser, dans les méthodes de type AP, un réseau carré ou triangulaire pour simplifier la description des mouvements possibles d'un grain. La figure 1.10 montre les deux règles simples de mouvement d'un automate programmable destiné à réaliser un tas de sable [Müller, 1996]. Les cases représentent les grains de sable et l'alimentation en grains se fait par le haut de la colonne de gauche. Les mouvements possibles sont les décalages de grains vers la droite si un aplomb est trop important et le décalage vers le bas si des cases sont inoccupées. Des réalisations beaucoup plus "spectaculaires", du point de vue mécanique, peuvent être trouvées dans [Masson et al., 2001, Cambou et Jean, 2001]. Enfin, signalons un exposé très complet dans [Hanson, 1993] sur les principes et les développements possibles des méthodes AP. Dans les méthodes AP et P le temps n'intervient pas en général.

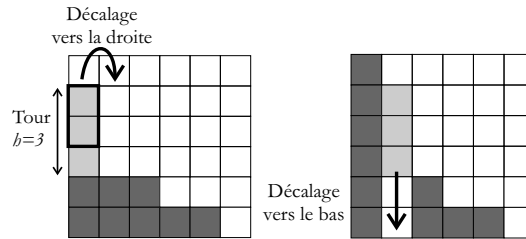


FIG. 1.10 – Automate programmable

Les méthodes **newtoniennes**, quant à elles, utilisent les équations de la dynamique de Newton pour la description du mouvement. Pour un milieu formé de grains non déformables et non frottants, l'équation suivante est résolue à chaque pas de temps :

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1.2)$$

où m est la masse du grain considéré, $\vec{a}$ son accélération, $\vec{F}$ la résultante des efforts extérieurs sur le grain. La distance normale d_n qui sépare deux grains permet de détecter la présence d'un contact (figure 1.11).

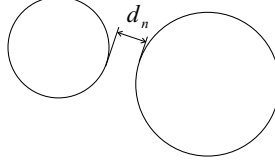


FIG. 1.11 – Distance normale

Les méthodes newtoniennes de type NS-DEM et S-DEM diffèrent dans leur façon de prendre en compte les efforts⁵ :

- Les méthodes de type **S-DEM** autorisent une interpénétration (overlap) entre les grains. Pour cela, elles sont parfois appelées méthodes des “corps mous” ou des “sphères molles”. Cet artifice permet de considérer l’effort au contact f_n comme une fonction du déplacement d_n (figure 1.12). Pour le contact, il est possible dans certains cas de donner un sens physique à cette fonction en utilisant, par exemple, la théorie de Hertz [Maugis, 1999].
- Les méthodes de type **NS-DEM** sont parfois qualifiées de méthodes des “corps durs” ou des “sphères dures”. Elles font un traitement des contacts et des chocs entre grains sans interpénétration. Le graphe de la loi de contact (ou loi de Signorini) est donc non régulier (figure 1.13). Ces méthodes utilisent en général une forme intégrée de l’équation 1.2 où les efforts sont donnés sous la forme d’impulsions :

$$m (\vec{v}^+ - \vec{v}^-) = \vec{P} \quad (1.3)$$

où $\vec{v}^-$ et $\vec{v}^+$ sont les vitesses avant et après le choc et où $\vec{P} = \int_{T_c} \vec{F} dt$ est l’impulsion⁶ d’effort entre les grains pendant la durée T_c du choc.

Remarques :

- Les méthodes de type S-DEM utilisent des discrétisations explicites des équations de la dynamique alors que les méthodes NS-DEM, et notamment NSCD, utilisent des formes implicites de discrétisation.
- Les codes de calcul utilisant des approches discrètes sont nombreux. On pourra trouver une liste non exhaustive dans [Cambou, 1998] et [Müller, 1996]. Il semblerait, que les méthodes de type S-DEM soient les plus répandues.

⁵On trouvera dans [Nouguier et al., 2002] une analyse du comportement d’un milieu granulaire sec par les deux méthodes NSCD et DEM.

⁶ $\vec{F}$ apparaît comme la résultante des forces de contact appliquées sur le grain pendant la durée du choc.

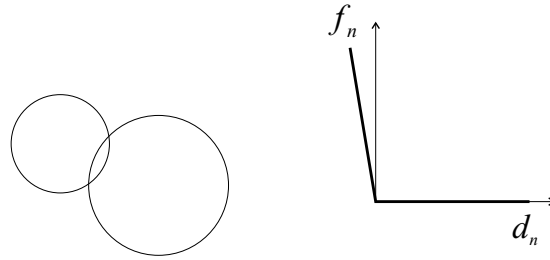


FIG. 1.12 – Contact avec les méthodes S-DEM

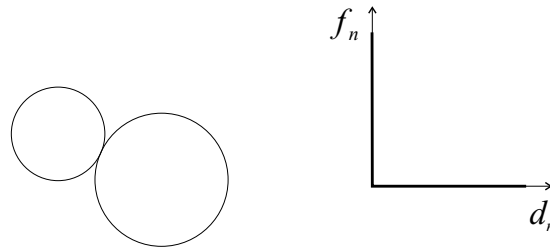


FIG. 1.13 – Contact avec les méthodes NS-DEM

1.3.3 Introduction du phénomène de cohésion

La littérature sur la prise en compte des phénomènes de cohésion dans les méthodes d'éléments discrets est relativement peu abondante et le problème reste très largement ouvert. Néanmoins, l'activité de recherche semble être en développement rapide. Cela rend difficile un exposé exhaustif. De manière générale, la “popularité” des méthodes S-DEM se retrouve dans les codes de calcul prenant en compte la cohésion. Quelques éléments concernant cette prise en compte dans le cadre de méthodes NS-DEM sont donnés par [Cambou et Jean, 2001], [Radjai et al., 2000] et [Kadau et al., 2002] mais cela reste très succinct. Par contre, il existe un nombre plus important de modèles basés sur les méthodes S-DEM [Ning et al., 1997, Pisarenko et Gland, 2001, Asmar et al., 2002, Preechawuttipong, 2002, Delenne et al., 2002].

Il faut signaler par ailleurs que des développements, utilisant une approche de type S-DEM, ont été réalisés dans le domaine de la dynamique moléculaire en chimie et en physique de la matière [Allen et Tildesley, 1987]. Dans ce cas, la prise en compte de la cohésion se fait en général par des efforts normaux entre atomes ou molécules. Les particules (atomes ou molécules) qui forment un gaz ou un liquide interagissent entre elles par des phénomènes d'attraction et de répulsion complexes. Ce type d'action est souvent représenté par un potentiel U , fonction de la distance r entre les centres des particules, appelé potentiel de Lennard-Jones [Gerschel, 1995]. Ce potentiel prend la forme :

$$U(r) = A_0 \frac{1}{r^{12}} - B_0 \frac{1}{r^6} \quad (1.4)$$

où A_0 et B_0 sont des coefficients. L'allure de ce potentiel est donnée figure 1.14. Ce potentiel peut être relié à la force par la relation :

$$F(r) = -\frac{dU(r)}{dr} \quad (1.5)$$

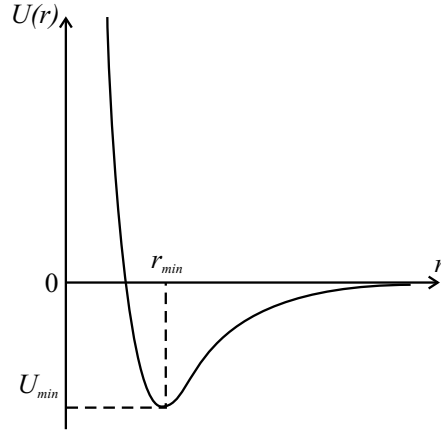


FIG. 1.14 – Allure du potentiel entre deux atomes ou molécules

En notant r_{min} la distance correspondant au minimum de U , on peut voir que, pour $r < r_{min}$, l'action répulsive empêche le chevauchement des particules. Quand r augmente au delà de r_{min} , la valeur de U tend vers 0. Cela correspond au fait que l'attraction mutuelle s'estompe. Pour r_{min} l'action de répulsion équilibre l'action d'attraction.

Il faut signaler par ailleurs que les méthodes présentées représentent l'essentiel des approches discrètes. D'autres méthodes moins classiques existent. Citons notamment les méthodes basées sur un maillage dont certains liens entre deux noeuds peuvent se rompre ou voir leurs propriétés mécaniques changer⁷ [Meakin, 1990].

Enfin, bien que les méthodes du type NS-DEM (et notamment la méthode NSCD de Moreau et Jean [Moreau, 1979, Moreau, 2001, Jean, 1999]) ont montré leur puissance dans de nombreuses études [Moreau, 2000, Lanier et Jean, 2000, Moreau, 1994, Radjaï, 1995], elles ne semblent pas adaptées à la prise en compte de l'interpénétration entre grains. Si dans de nombreux cas l'interpénétration des corps peut paraître artificielle, elle fournit un moyen simple de prendre en

⁷Dans ces méthodes, il n'y a en général pas de détection de contact (les particules n'ont pas d'existence numérique).

compte les phénomènes locaux tels que la déformation locale des grains ou des liens cohésifs⁸. Pour ces raisons une méthode S-DEM a été préférée à une méthode de type NS-DEM.

⁸Il faut néanmoins signaler que des développements réalisés sur la méthode NSCD permettent de prendre en compte la déformation des grains par des maillages en éléments finis et les déformations locales par des lois à “flexibilité” [Cambou et Jean, 2001].

Conclusion

Le choix d'un type de modélisation est en grande partie lié au domaine d'application visé. On souhaite ici aborder le comportement mécanique et la rupture de milieux présentant dans une première phase un comportement de type solide et, être en mesure, après rupture, de suivre l'évolution des fractures jusqu'à la ruine finale du milieu. Ceci implique de représenter, initialement les actions mécaniques par des liens cohésifs en mesure de transmettre des forces et des couples entre grains et, après rupture, de remplacer ces actions par du contact et du frottement.

Dans la suite, on se limite au cas de grains cylindriques qui ne sont pas trop éloignés les uns des autres pour pouvoir définir un point de cohésion et remplacer l'action mécanique du lien cohésif par ses éléments de réduction en ce point conformément à la figure 1.2.

Quelques approches ont été présentées succinctement. Par la suite une méthode de type S-DEM sera adoptée pour servir de cadre à une implémentation de la cohésion. L'interpénétration des grains qui, dans certains cas peut apparaître comme un effet parasite, permet d'introduire de façon simple un comportement local qui peut être attribué aux liens cohésifs.

Chapitre 2

L'approche adoptée

Introduction

La méthode DEM (Discrete Element Method) initiée par Cundall [Cundall, 1974] va servir de cadre théorique au modèle de cohésion que l'on proposera par la suite. Le code de calcul est décomposé en trois étapes (figure 2.1) :

- L'étape de **pré-traitement**, qui consiste à spécifier ;
 - la géométrie des grains (2D ou 3D) et leur arrangement les uns par rapport aux autres (texture) ;
 - les caractéristiques physiques de l'échantillon (masses des grains, loi de cohésion et critère de rupture, lois de contact et de frottement...) ;
 - les conditions initiales (efforts ou déplacements au temps initial)
 - Les conditions aux limites
- L'étape de **calcul** se décompose en deux parties qui seront exécutées de façon itérative :
 - La première consiste à calculer les efforts en fonction des déplacements des grains obtenus au temps précédent. Ces déplacements sont calculés à partir des grandeurs cinématiques de position, vitesse et accélération.
 - La deuxième consiste à calculer les grandeurs cinématiques à partir d'une intégration des équations de la dynamique par un schéma aux différences finies. Pour cela, on utilise les efforts calculés à l'étape précédente ainsi que les valeurs des grandeurs cinématiques calculées au pas de temps précédent.
- Enfin, l'étape de **post-traitement** consiste à extraire des informations du calcul précédent sous la forme de valeurs numériques, graphiques (relations force-déplacement), films de la rupture...

Bien entendu, l'étape de calcul est centrale dans la mise en œuvre de la méthode. Elle est détaillée dans la suite de ce chapitre sur un cas sans cohésion. La modélisation de la cohésion est ensuite discutée et une méthode spécifique est proposée.

Les étapes de pré-traitement et de post-traitement sont présentées ainsi que le code de calcul réalisé. Dans le cadre de ce travail on se limitera au cas 2D.

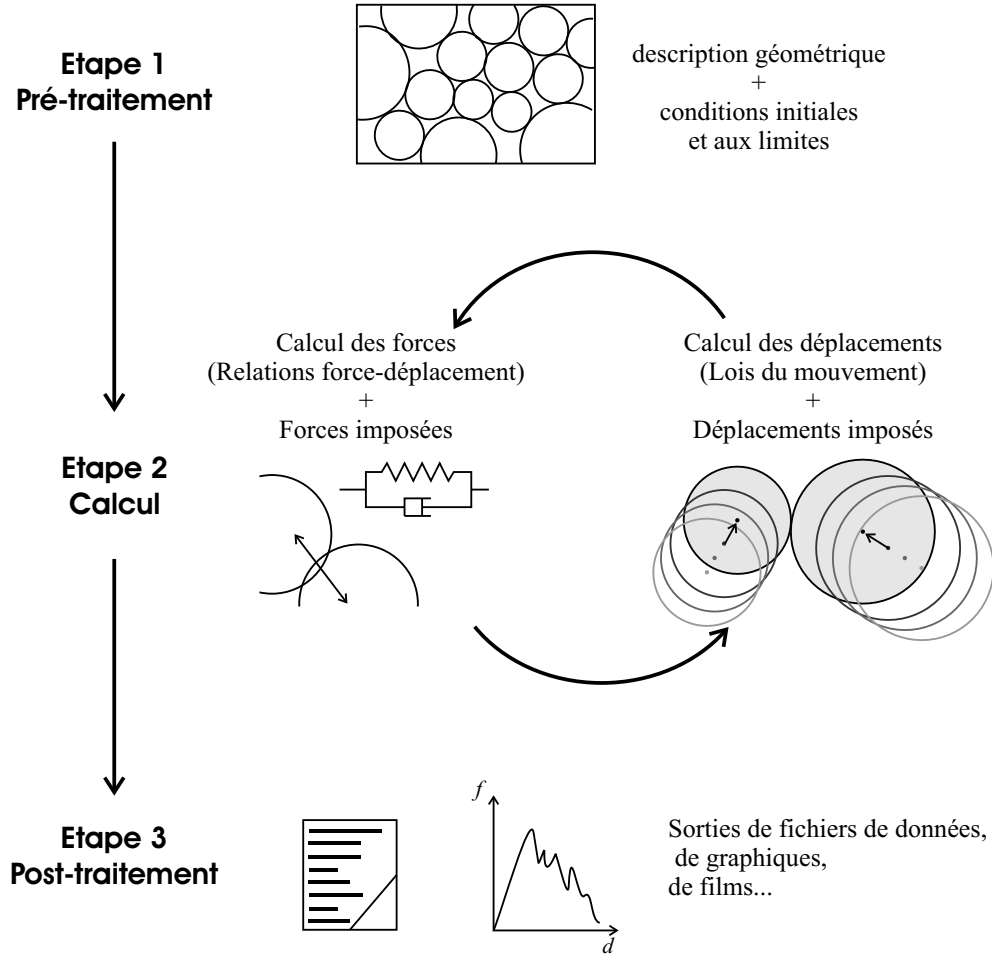


FIG. 2.1 – Méthode DEM

2.1 Méthode numérique, cas non cohésif

2.1.1 Éléments de description du milieu granulaire

On considère un milieu granulaire dont les grains se présentent sous forme de disques. On considère le référentiel global $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ d'origine O et de base orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ (figure 2.2). Pour un disque i , on note C_i son centre, R_i son rayon, m_i sa masse. Le repère $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$ est attaché au grain i au point C_i donné par $\overrightarrow{OC_i} = \vec{r}_i$. A l'instant initial, les vecteurs de base sont confondus à ceux du

repère global¹. La rotation du grain i par rapport au référentiel macroscopique est repérée par l'angle θ_i ($\theta_i = \widehat{(\vec{x}, \vec{x}_i)}$). La vitesse d'un point P est notée $\vec{v}(P) = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OP}$. Les vitesses des grains sont notées $\vec{v}_i = \vec{v}(C_i) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$, leur vitesse angulaire $\omega_i = \frac{d}{dt} \theta_i$.

Le repère "d'interaction" $(\vec{n}_{ij}, \vec{t}_{ij}, \vec{z})$ est défini, pour deux grains i et j , par :

$$\vec{n}_{ij} = -\frac{\vec{r}_{ij}}{\|\vec{r}_{ij}\|} \quad (2.1)$$

$$\vec{t}_{ij} = \vec{z} \wedge \vec{n}_{ij} \quad (2.2)$$

Avec $\vec{r}_{ij} = \overrightarrow{C_i C_j}$. Par souci de simplicité, on notera quand il n'y aura pas d'ambiguïté $\vec{n}_{ij} = \vec{n}$ et $\vec{t}_{ij} = \vec{t}$.

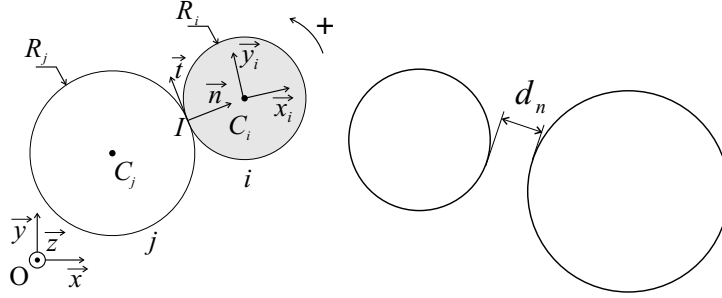


FIG. 2.2 – Notations utilisées

Cinématique des grains

La vitesse $\vec{v}(I_i)$ d'un point matériel I_i appartenant au bord du disque i s'écrit :

$$\vec{v}(I_i) = \vec{v}_i + \overrightarrow{I_i C_i} \wedge \omega_i \vec{z} \quad (2.3)$$

Les composantes normale et tangentielle de la vitesse relative du point I_i par rapport au point I_j s'écrivent :

$$v_n = (\vec{v}(I_i) - \vec{v}(I_j)) \cdot \vec{n} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{n} \quad (2.4)$$

$$v_t = (\vec{v}(I_i) - \vec{v}(I_j)) \cdot \vec{t} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{t} - (R_i \omega_i + R_j \omega_j) \quad (2.5)$$

v_t est la vitesse de glissement du grain i par rapport au grain j .

¹ $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})|_{t=0} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

La distance normale qui sépare deux grains i et j est notée $d_{n_{ij}}$ (d_n quand il n'y a pas d'ambiguïté). Elle est définie géométriquement par :

$$d_n = \|\vec{r}_{ij}\| - (R_i + R_j) \quad (2.6)$$

Si les deux grains s'interpénètrent $d_n < 0$, si ils sont au contact $d_n = 0$ et dans le cas où ils ne se touchent pas $d_n > 0$.

La méthode DEM traite indifféremment les cas du contact et des chocs. Dans les deux cas, la détermination de l'effort résultant est basée sur le calcul de la distance normale d_n .

Calcul des efforts : Le cas du contact et du frottement

Une importante bibliographie traite de modèles de prise en compte du contact et du frottement, dans les méthodes DEM. Les discussions à ce propos remontent à Cundall [Cundall, 1974]. Les lois de contact et de frottement utilisées dans cette étude sont classiques et choisies pour leur simplicité. Une étude détaillée de ces lois peut être consultée dans [Schäfer et al., 1996].

L'action de contact-frottant qu'exerce le grain j sur le grain i peut être décomposée en un effort normal f_n , un effort tangent f_t et un couple M . Le triplet (f_n, f_t, M) dépend de la distance d_n et de la vitesse de glissement v_t . Si d_n est positive, l'effort de contact et de frottement entre les deux grains est nul. Dans le cas où $d_n \leq 0$, le phénomène de contact-frottant peut être décrit par différentes relations phénoménologiques (Hertz, modèles rhéologiques...).

Une façon très simple, mais néanmoins classique, est d'utiliser comme loi de contact la loi de Signorini "régularisée" (figure 2.3a). Cette loi, portant sur l'effort normal, peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} f_n = -k_n d_n & \text{si } d_n \leq 0 \\ f_n = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.7)$$

où k_n correspond à la raideur d'un ressort qui empêcherait l'interpénétration.

En présence de frottement sec, on utilise une loi de Coulomb "régularisée" (figure 2.3b). L'effort tangentiel peut se mettre sous la forme :

$$f_t = -\min(|k_t v_t|, \mu f_n) \operatorname{sgn}(v_t) \quad (2.8)$$

où μ est le coefficient de frottement et k_t un coefficient de régularisation.

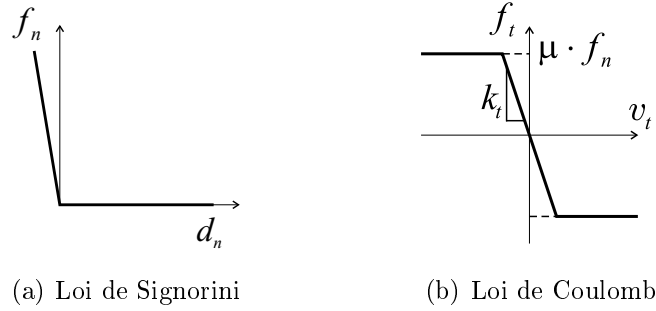


FIG. 2.3 – Lois de contact et de frottement

Les régularisations appliquées aux efforts de contact et de frottement sont impératives car les méthodes S-DEM (Smooth Discrete Element Method) ne prennent en compte que des lois sous forme de fonction².

Comme il a été déjà signalé, il est possible de raffiner la description du contact-frottant. Il est possible par exemple d'introduire un frottement de roulement [Oda et al., 1997, Oda et al., 1998, Oda et Iwashita, 2000]. L'utilisation de relations force-déplacement non linéaires au niveau du contact ou de lois de frottement dépendant de la vitesse est classique [Schäfer et al., 1996].

Phénomènes de dissipation

Les contacts sont le lieu d'une dissipation d'énergie qui peut provenir du frottement mais aussi de phénomènes d'amortissement. En général, on introduit des coefficients d'amortissement normal et tangentiel ν_n et ν_t . Les équations 2.7 et 2.8 s'écrivent alors :

$$f_n = -k_n d_n + \nu_n v_n \quad \text{si} \quad d_n \leq 0 \quad (2.9)$$

$$f_t = -\min(|k_t v_t|, \mu f_n) \operatorname{sgn}(v_t) + \nu_t v_t \quad (2.10)$$

2.1.2 Optimisation par voisinage

La méthode DEM utilisée, comme toutes les méthodes newtoniennes classiques, nécessite une évaluation des distances entre grains. Par exemple, pour déterminer si un contact a lieu entre le grain considéré i et un autre grain j du milieu, on doit, a priori, évaluer toutes les distances d_{nij} . Si N est le nombre de

²Contrairement aux méthodes de types NS-DEM (Non Smooth Discrete Element Method).

grains, calculer $d_{n_{ij}}$ pour tous les couples de grains du milieu est a priori une opération d'ordre $\frac{N(N-1)}{2}$. Cette opération est particulièrement coûteuse en temps de calcul, d'autant plus qu'elle est réalisée à chaque pas de temps Δt , et que ces pas de temps sont en général très petits (de l'ordre de 10^{-5} s à 10^{-7} s).

Un moyen de remédier à ce problème est de ne tester que les grains j contenus dans un voisinage du grain i . Plusieurs auteurs ont proposé des techniques pour définir ces voisinages.

Technique de “quadrillage de l'espace”

Une des manières les plus répandues consiste à utiliser un quadrillage de l'espace régulier en cellules rectangulaires (figure 2.4a) [Cambou, 1998]. La taille de ces cellules étant supérieure au plus petit des rayons des grains. On enregistre à intervalles de temps réguliers τ , où $\tau > \Delta t$, dans quelle cellule se trouve le centre de chaque grain. Au cours de la simulation, pour un grain i , il suffira d'évaluer les distances aux grains contenus dans la cellule de i et dans les cellules adjacentes, les autres grains étant à une distance trop grande du grain i pour qu'il y ait contact. Cette méthode est bien adaptée au cas de grains de même taille. Dans le cas de dispersion granulométrique importante, certains auteurs utilisent un quadrillage adaptatif en fonction de la taille des grains. Bien que permettant de limiter le nombre d'opérations, ce type de technique est encore lourd à mettre en œuvre.

Technique du “halo”

La technique du “halo” ou “voisinage de Verlet” consiste à maintenir, pour chaque particule, la liste de ses plus proches voisines (figure 2.4b). La distance utilisée peut être la distance euclidienne, bien qu'il soit parfois avantageux d'utiliser d'autres distances (d_∞ par exemple). La liste définissant le voisinage de chaque grain i peut être mise à jour régulièrement, à des intervalles de temps τ supérieurs à Δt , en calculant les distances entre chaque couple de grains. Comme dans le cas précédent, entre chaque mise à jour du voisinage, on ne calculera pour un grain i que les distances aux grains j contenus dans le voisinage de i .

Technique de “triangulation dynamique”

Une technique basée sur un principe de “triangulation dynamique” a été développée par D. Muller [Müller, 1996] (figure 2.4c). L'utilisation d'une triangulation de Delaunay pondérée permet de définir une distance inter-grains et donc un voisinage. Cette technique a été comparée à la technique du halo [Müller, 1996] et semble donner une optimisation intéressante de la vitesse de calcul (environ 5 fois

plus rapide que dans le cas précédent). Par contre, elle est relativement compliquée à programmer et a l'inconvénient non négligeable d'être très mal adaptée aux cas tridimensionnels.

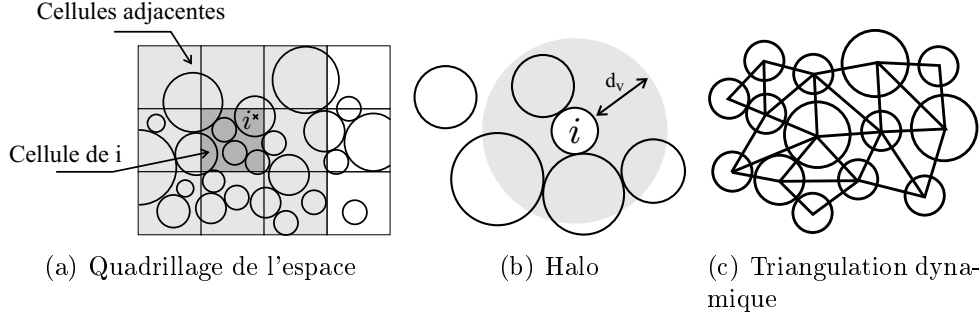


FIG. 2.4 – Quelques techniques d'optimisation par voisinage

Il faut signaler, par ailleurs, qu'il existe de nombreuses variantes de ces techniques adaptées à des cas particuliers. Dans une simulation de type dynamique moléculaire, une fraction d'environ 75% du temps de calcul est utilisée pour examiner l'ensemble des $\frac{1}{2}N(N-1)$ paires de grains [Allen et Tildesley, 1987]. On comprend que cette partie de l'algorithme fasse l'objet de nombreuses méthodes d'optimisation. Pourtant, bien que cette optimisation soit essentielle, elle ne constitue pas l'objet essentiel de cette étude axée sur la prise en compte de la cohésion.

Dans notre cas, nous avons adopté la technique du halo qui est plus facile à programmer que les techniques de triangulation dynamique³ et qui est plus adaptée aux granulométries étalées que la technique de quadrillage de l'espace. On remarquera que cette étude est réalisée dans des conditions proches du quasi-statique. Par ailleurs, les actions mécaniques ont une portée dont la longueur caractéristique est bien inférieure à la taille des grains. Ainsi les listes de voisins ne seront que rarement réactualisées, ce qui affecte peu la vitesse de calcul. Il suffit donc de ne conserver dans ces listes que les très proches voisins.

2.1.3 Intégration des équations du mouvement

Pour obtenir la cinématique du milieu granulaire, on utilise des algorithmes d'intégration qui consistent à calculer les valeurs au temps $t + \Delta t$ des positions

³Bien que nous n'ayons pas présenté de simulations numériques tridimensionnelles dans cette thèse, le passage à des configurations 3D reste une de nos préoccupations. Pour avoir un code facilement réutilisable dans le cas 3D, nous avons préféré ne pas utiliser la méthode de triangulation dynamique.

$\vec{\mathcal{X}}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \end{pmatrix}$, vitesses $\vec{\mathcal{V}}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{pmatrix}$ et accélérations $\vec{\mathcal{A}}_i = \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\theta}_i \end{pmatrix}$ à partir des positions, des vitesses et des accélérations, au temps t .

Les équations de la dynamique s'écrivent :

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= \sum_j \vec{f}_{ji} \cdot \vec{x} \\ m_i \ddot{y}_i &= \sum_j \vec{f}_{ji} \cdot \vec{y} - m_i g \\ J_i \ddot{\theta}_i &= \sum_j R_i \vec{f}_{ji} \cdot \vec{t}_{ij} + M_{ji} \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec $J_i = \frac{m_i R_i^2}{2}$ moment d'inertie du grain i , où g est l'intensité de la pesanteur et M_{ji} le moment du couple exercé par le grain j sur le grain i .

Les schémas numériques classiquement utilisés pour les méthodes de type DEM sont des schémas aux différences finis explicites. Si l'on suppose une régularité suffisante des grandeurs cinématiques, il est possible d'écrire les développements de Taylor :

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{X}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \\ \vec{\mathcal{V}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \\ \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \\ \vec{\mathcal{B}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \end{aligned} \quad (2.12)$$

où $\vec{\mathcal{B}}_i(t)$ est la dérivée troisième du vecteur position.

Parmi les schémas d'intégration, il est possible de distinguer deux types d'approches :

- les approches d'intégration “indirectes” qui font intervenir une étape de prédiction des variables cinématiques, puis une étape de correction.
- les approches d'intégration “directes” où l'obtention des variables cinématiques se fait directement.

Quelques schémas d'intégration des équations du mouvement, couramment utilisés, sont donnés ici. On trouvera de plus amples informations à ce propos dans [Allen et Tildesley, 1987, Cambou et Jean, 2001].

L'algorithme de prédiction-correction de Gear [Allen et Tildesley, 1987] est un schéma d'intégration “indirect” qui se déroule de la façon suivante :

1. Connaissant les variables cinématiques $\vec{\mathcal{X}}_i$, $\vec{\mathcal{V}}_i$, $\vec{\mathcal{A}}_i$, $\vec{\mathcal{B}}_i$ au temps t , les équations 2.12 fournissent une estimation de ces variables au temps $t + \Delta t$.

2. Les efforts sont calculés à partir de cette estimation. Les relations 2.11 permettent d'obtenir les nouvelles accélérations $\vec{\mathcal{A}}_i^c(t + \Delta t)$ qui sont des accélérations “corrigées” par rapport aux estimations précédentes.
3. L'erreur sur l'accélération est donnée par :

$$\Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{A}}_i^c(t + \Delta t) - \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \quad (2.13)$$

A partir de là et en utilisant les valeurs prédites par 2.12, on obtient de nouvelles valeurs corrigées des variables cinématiques :

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{X}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) + c_0 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \\ \vec{\mathcal{V}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{V}}_i(t + \Delta t) + c_1 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \\ \vec{\mathcal{A}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) + c_2 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \\ \vec{\mathcal{B}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{B}}_i(t + \Delta t) + c_3 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Les coefficients c_0, c_1, c_2, c_3 doivent être ajustés de manière à ce que l'algorithme converge au mieux. Les valeurs initialement proposées par Gear sont données dans [Allen et Tildesley, 1987]. Il est possible d'améliorer la précision en corrigeant plusieurs fois. Pour cela, les étapes 2 et 3 sont refaites autant de fois que nécessaire. Cependant, ceci implique un nouveau calcul des efforts, partie consommatrice en temps CPU. Il est souvent plus intéressant de baisser légèrement le pas de temps et de ne faire qu'une itération. Une autre possibilité est d'augmenter le nombre de dérivations de la variable $\vec{\mathcal{X}}$ prises en compte par l'algorithme. Cependant, les accroissements du temps de calcul et de l'utilisation de la mémoire peuvent rendre cette opération peu profitable.

Les schémas d'intégration “directs” donnent accès aux variables cinématiques au pas de temps suivant $t + \Delta t$ en une seule étape ; on en donne deux exemples.

L'algorithme de Verlet est selon [Allen et Tildesley, 1987] un des plus utilisés. En additionnant :

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{X}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \mathcal{O}(\Delta t^4) \quad (2.15)$$

et

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t - \Delta t) = \vec{\mathcal{X}}_i(t) - \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) - \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \mathcal{O}(\Delta t^4) \quad (2.16)$$

les vitesses sont éliminées et on obtient une équation donnant les nouvelles positions :

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) = 2\vec{\mathcal{X}}_i(t) - \vec{\mathcal{X}}_i(t - \Delta t) + \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^4) \quad (2.17)$$

La vitesse peut être obtenue par :

$$\vec{\mathcal{V}}_i(t) = \frac{\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) - \vec{\mathcal{X}}_i(t - \Delta t)}{2\Delta t} + \vec{o}(\Delta t^2) \quad (2.18)$$

Les efforts sont calculés et l'accélération au temps $t + \Delta t$ est donnée par le principe fondamental de la dynamique (équations 2.11).

Le calcul des vitesses est relativement “grossier” puisque l'erreur est d'ordre 2. De plus, des erreurs d'arrondi, sont dues au fait que dans l'équation 2.17, on additionne un terme d'ordre 2 à la différence de deux termes d'ordre 0. L'algorithme nécessite de stocker les variables cinématiques du pas de temps précédent ; soit pour un cas bidimensionnel $9 \times N$ valeurs.

L'algorithme velocity Verlet minimise les erreurs d'arrondi et fait un traitement “plus correct” de la vitesse. Les nouvelles positions sont calculées en utilisant l'équation :

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{X}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^3) \quad (2.19)$$

Les vitesses sont calculées à un pas de temps intermédiaire :

$$\vec{\mathcal{V}}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) = \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^2) \quad (2.20)$$

Avec 2.19 et 2.20, il est alors possible d'obtenir les valeurs des efforts en utilisant les lois de cohésion, de contact et de frottement. Les $\vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t)$ sont données en utilisant les valeurs de ces efforts ainsi que les équations 2.11. Le calcul des vitesses est réajusté en utilisant :

$$\vec{\mathcal{V}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{V}}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) + \frac{1}{2} \Delta t \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) + \vec{o}(\Delta t^2) \quad (2.21)$$

Finalement, on a globalement pour la vitesse,

$$\vec{\mathcal{V}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \left(\vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \right) \quad (2.22)$$

Pour assurer la stabilité de ces algorithmes, il faut introduire des amortissements. Ces amortissements peuvent être introduits au niveau des lois locales ou dans l'expression du principe fondamental de la dynamique 2.11. Ce point sera abordé dans la section suivante.

Dans la suite de ce travail, on utilisera l'algorithme velocity Verlet. Il n'a pas été possible d'effectuer des tests sur les différents algorithmes. Ce choix est en grande partie dicté par les résultats donnés dans [Allen et Tildesley, 1987]. Les principaux arguments étant la rapidité de cet algorithme ainsi que la facilité d'implémentation directement liées à la simplicité du système d'équations.

2.2 Choix d'une méthode de prise en compte de la cohésion

2.2.1 Généralités

Rappelons qu'une des particularités de ce travail réside dans la description de la cohésion macroscopique du milieu à partir d'actions mécaniques entre grains modélisés par des liens cohésifs. Ceci nécessite la connaissance des phénomènes d'interactions à l'échelle microscopique. Comme on a pu le voir, au premier chapitre, la nature des actions de cohésion peut être très diverse et le comportement du lien cohésif peut être différent selon les sollicitations. Remarquons que, même si au niveau macroscopique, un milieu granulaire subit une sollicitation simple (compression par exemple), du fait du désordre géométrique, elle se traduit à l'échelle locale par des sollicitations complexes sur les liens cohésifs. Par la suite, on supposera que l'action d'un grain sur un autre⁴ peut être décomposée en quatre actions élémentaires : traction ou compression f_n (suivant le vecteur normal $\vec{n}$), cisaillement f_t (suivant le vecteur tangent $\vec{t}$) et M_γ couple (suivant le vecteur $\vec{z}$).

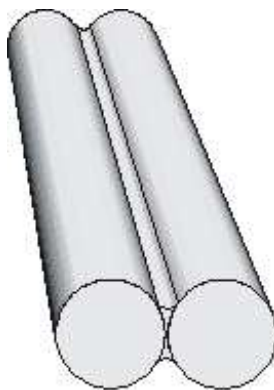


FIG. 2.5 – Schéma d'un doublet

Considérons un doublet (figure 2.5) formé de deux grains et d'un lien cohésif. Pour décrire le comportement de ce doublet de manière générale, il faudra exprimer une relation entre force, déformation et vitesse de déformation. Cette relation doit être valable quel que soit le déplacement relatif imposé aux deux grains. Dans la suite, on considère l'action d'un grain j sur le grain i . En vertu du principe de l'action et de la réaction, l'action de i sur j est l'action opposée. La relation de comportement Ψ décrivant la mécanique du lien cohésif peut se mettre sous la forme :

⁴Pour simplifier, on supposera que la taille et la masse des liens cohésifs sont négligeables par rapport à celles du grain.

$$(f_n, f_t, M_\gamma) = \Psi((d_n, d_t, \gamma), (v_n, v_t, v_\gamma)) \quad (2.23)$$

Les grandeurs f_n , f_t , v_n , v_t , d_n gardent la même signification que pour les milieux non cohésifs. De nouvelles grandeurs, dont l'expression sera donnée ultérieurement, sont introduites :

- d_t : Déplacement tangentiel d'un grain par rapport à l'autre au niveau d'un lien cohésif,
- M_γ : Couple exercé sur le grain au niveau du lien,
- γ : Rotation relative d'un grain par rapport à un autre,
- v_γ : Vitesse angulaire relative d'un grain par rapport à un autre.

On se donnera un critère de rupture que l'on mettra sous la forme :

$$\kappa(f_n, f_t, M_\gamma) \leq 0 \quad (2.24)$$

où κ est une fonction négative tant qu'il y a cohésion et qui s'annule à la rupture, pour une valeur de l'effort noté $(f_n, f_t, M_\gamma)^{rupt}$.

Expliciter Ψ et κ dépend de la nature physique du lien cohésif. Une illustration de certains des phénomènes mobilisés lors des quatre sollicitations élémentaires est donnée figure 2.6⁵, pour des liaisons cohésives de natures différentes. Dans ce tableau, on remarque qu'une liaison cohésive "électromagnétique", qui peut être par exemple de type Van der Waals a un comportement "totalement réversible" en traction et n'est pas concernée par la rupture. Par contre, il y a possibilité de rupture dans le cas d'une liaison due à un phénomène de capillarité. Dans ce cas, il peut y avoir recollage mais le phénomène de recollage ne s'effectue pas, a priori, suivant la même loi que lors de la traction. Dans le cas d'un joint solide, on aura généralement une rupture sans possibilité de recollage. Enfin, on remarque que les sollicitations en cisaillement et en couple peuvent être plus ou moins complexes : de type frottement sec, visqueux ou faisant intervenir le comportement du joint.

Dans tous les cas, il faut construire un modèle du lien cohésif qui, dans l'esprit des méthodes discrètes, doit être le plus simple possible pour des raisons de rapidité de calcul. Ce choix ne détermine que partiellement le comportement macroscopique qui tient pour une grande part à la non régularité de la géométrie à l'échelle microscopique. Quelques exemples de modèles de cohésion sont présentés par la suite, ainsi que les problèmes rencontrés pour les implémenter.

2.2.2 Approches actuelles de la cohésion

L'introduction de la cohésion dans les milieux granulaires est actuellement un domaine de recherche actif mais qui n'a pas encore atteint le niveau de synthèse

⁵Il ne s'agit que d'un exemple ; d'autres combinaisons de phénomènes sont envisageables.

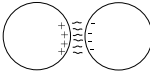
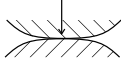
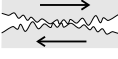
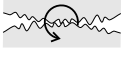
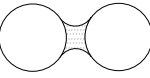
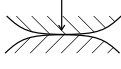
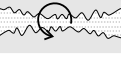
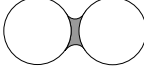
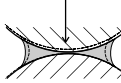
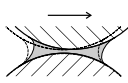
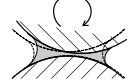
Liaison Cohésive	Comportement à la rupture	Traction	Compression	Cisaillement	Couple
Electromagnétique	Rupture à l'infini	Forces électromagnétiques Rupture à l'infini 	Contact avec déformation locale 	frottement sec 	
Capillarité	Rupture possible Recollage possible	Force de capillarité Recollage possible 	Contact avec déformation locale 	frottement avec fluide 	
Joint solide	Rupture possible Recollage impossible	Forces de cohésion du joint 			
					

FIG. 2.6 – Exemples de liens cohésifs de natures différentes

que l'on trouve pour les milieux granulaires sans cohésion. Quelques éléments bibliographiques sont donnés dans le cas de l'effort normal, tangentiel et du couple. On donne également quelques informations sur l'introduction d'un critère de rupture.

Modélisation de l'effort normal de cohésion (traction)

Les modèles les plus classiques prennent en compte une cohésion selon la normale. Citons une étude d'usure de granulats [Bortzmeyer, 1997] formés de grains, collés par une force de cohésion normale au plan de contact. Ces granulats sont soumis à des impacts à fréquence fixe qui détachent les grains. Dans une étude concernant la rupture de granules de lactose par projection sur un plan, la cohésion des granules est assurée par une force de type Van der Waals qui agit selon la normale [Ning et al., 1997]. Enfin une étude qui porte sur la capillarité [Soulié, 2002] a permis d'implémenter une loi de lien cohésif par capillarité dans le code développé dans cette étude. Des modèles phénoménologiques décrivant les phénomènes d'adhésion peuvent être trouvés dans [Johnson et al., 1971, Maugis, 1994, Maugis, 1999].

La composante normale de la cohésion peut être prise en compte par une relation du type $f_n = \psi_n(d_n)$. Cette relation se décompose de la façon suivante :

$$f_n = \psi_n^+(d_n) - \psi_n^-(d_n) \quad (2.25)$$

où ψ_n^+ et ψ_n^- sont des fonctions qui représentent respectivement les contributions des forces de répulsion et d'attraction dues au contact et à la cohésion

normale. Il est possible de faire un parallèle avec les relations utilisées dans le cadre des simulations de dynamique moléculaire pour implémenter les forces de type Van der Waals. Différentes relations peuvent être données pour ψ_n^+ et ψ_n^- . On trouve dans [Radjaï et al., 2000] une expression générale facile à implémenter :

$$\psi_n^+(d_n) = -\Psi_n^+ \cdot d_n \quad (2.26)$$

$$\psi_n^-(d_n) = \Gamma R^{1-\alpha} (-d_n)^\alpha \quad (2.27)$$

$R = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}$ est le rayon réduit, Ψ_n^+ est une raideur, α est un paramètre compris entre 0 et 1 et Γ représente l'énergie d'adhésion surfacique. Il faut remarquer que dans ce modèle, on a nécessairement $d_n \leq 0$ tant qu'il y a cohésion.

Des simulations numériques ont été réalisées par [Preehawuttipong, 2002] pour un modèle appelé “modèle d'adhésion géométrique” défini pour $\alpha = \frac{1}{2}$ (figure 2.7) et par [Deleenne et al., 2001b] pour $\alpha = 0$ (figure 2.8). Dans ce dernier cas, l'expression de la force est particulièrement simple :

$$f_n = -\Psi_n^+ \cdot d_n - \Gamma R \quad (2.28)$$

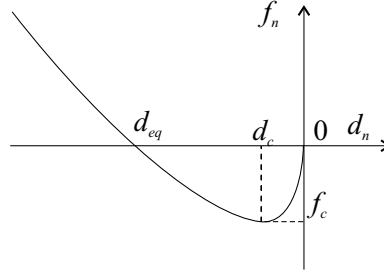


FIG. 2.7 – Cohésion normale dans le “modèle d'adhésion géométrique” ($\alpha = \frac{1}{2}$)

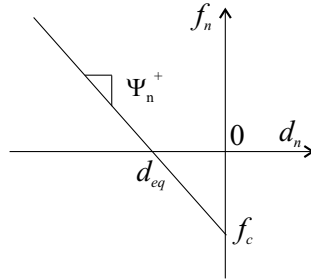


FIG. 2.8 – Cohésion normale pour $\alpha = 0$

Un modèle à 3 paramètres faisant intervenir deux raideurs Ψ_n^+ et Ψ_n^- et un seuil f_c est utilisé par [Soulié, 2002]. Ce modèle est destiné à représenter les actions capillaires entre grains (figure 2.9).

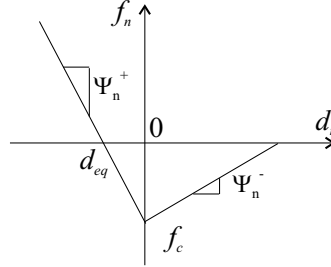


FIG. 2.9 – Cohésion due aux forces capillaires [Soulié, 2002]

Il faut signaler que dans les lois qui viennent d’être présentées, le comportement est totalement réversible. C’est-à-dire que l’on suit la même loi de force en amenant à la rupture un joint cohésif liant deux grains ou en réalisant le recollage de deux grains séparés.

Remarquons que dans ce type de modélisation, l’équilibre d’un système, formé de deux grains, sur lequel ne s’exerce aucune force, est obtenu pour $d_n = d_{eq} < 0$. Ceci traduit la présence d’une “contrainte” interne due à une compétition entre les forces attractives (de cohésion) et répulsives (de contact). Dans le cas de la figure 2.8, par exemple, il est possible de faire une modélisation sans “contrainte” interne en utilisant des lois qui passent par l’origine.

Enfin, on notera que pour un modèle qui ne prend en compte que des actions normales, il est possible de faire l’économie dans les calculs de tout ce qui concerne les rotations des grains.

Prise en compte de la composante tangentielle

Dans la plupart des cas, la modélisation du lien cohésif nécessite la prise en compte d’un comportement selon la tangente.

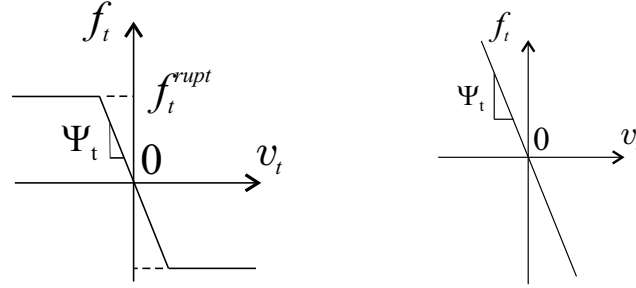
Certains auteurs utilisent une loi de type frottement qui permet de simuler une adhésion tangente avec recollage. Dans le “modèle d’adhésion géométrique” [Preehawuttipong, 2002] et dans [Radjaï et al., 2000], l’effort tangent est modélisé par (figure 2.10a) :

$$f_t = -\min(|\Psi_t v_t|, f_t^{rupt}) \cdot \text{sgn}(v_t) \quad (2.29)$$

avec :

$$-f_t^{rupt} = \mu_t^* (f_n + f_c)$$

- μ_t^* coefficient de “frottement” rendant compte de la cohésion tangentielle
- f_c force critique définie précédemment (figures 2.7 à 2.9)
- Ψ_t coefficient de régularisation



(a) Modèle de type frottement (b) Modèle de type viscosité

FIG. 2.10 – Composante tangentielle de la cohésion

Remarquons que dans ce type de modélisation, la rupture au cisaillement n’est pas explicitement prise en compte. Une autre possibilité consisterait à ne conserver que la partie de type “frottement visqueux” (figure 2.10b) à laquelle il faudra adjoindre un critère de rupture. Dans ce cas, il sera possible d’avoir une rupture au cisaillement sans recollage.

On trouvera des essais numériques, d’impact et de fendage, bidimensionnels et tridimensionnels d’agglomérés de grains frottants liés par des forces de type capillarité dans [Thornton et al., 1997, Lian et al., 1997, Subero et al., 1999]. Citons aussi deux études sur des milieux granulaires liés par des forces capillaires. Le milieu est soumis à des vibrations [Yang et Hsiau, 2001] et au mouvement d’un tambour . Ces modèles prennent en compte une composante normale combinée à une action tangentielle.

Enfin, il faut signaler des travaux, négligeant la rotation propre des grains, sur des roches cohésives en quasi-statique [Pisarenko et Gland, 2001] ou en dynamique [Magnier et Donzé, 1998, Brara et al., 2001].

Prise en compte du couple

La prise en compte d’un couple dans la modélisation du lien cohésif est moins courante. Cette prise en compte est pourtant nécessaire dans de nombreux cas. En effet, si l’on ne considère que des actions normale et tangentielle, il est possible d’avoir du roulement sans glissement au niveau des liens cohésifs (figure 2.11 a). Cet effet est assez rare dans des milieux compacts à cause des phénomènes de “frustration” (figure 2.11 b), mais peut influencer de façon non négligeable le comportement d’échantillons soumis à un cisaillement macroscopique

comme a pu l'illustrer Oda par exemple, pour les milieux granulaires non cohésifs [Oda et al., 1997].

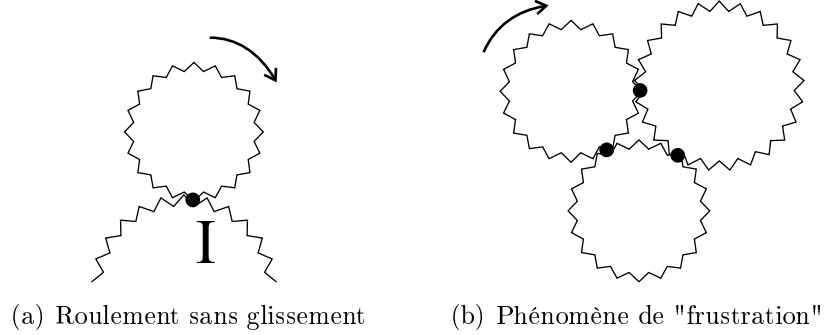


FIG. 2.11 – Phénomènes illustrant la nécessité de prendre en compte les couples

De la même façon que précédemment pour l'effort tangentiel, un couple peut être introduit soit par un modèle de type “viscosité” sur le principe de la figure 2.10 b, soit par l'intermédiaire d'un frottement de roulement. Remarquons que dans ce dernier cas, il s'agit de cohésion avec recollage. Des modèles utilisant un couple ont été utilisés [Bortzmeyer et Abouaf, 1989] pour des essais de compression sur des céramiques et pour étudier le compactage de poudres avec une cohésion normale et une cohésion tangentielle de type frottement [Greening et al., 1997]. Des simulations d'essais de compression faisant intervenir le même type de sollicitations que dans [Radjaï et al., 2000] et une action de couple ont été réalisées par [Preechawuttipong, 2002]. Dans ce cas, l'effort est défini par :

$$f_\gamma = \min \left(\left| \Psi_\gamma \left(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_j \right) \right|, f_\gamma^{rupt} \right) \cdot \text{sgn} (v_t) \quad (2.30)$$

avec

$$f_t^{rupt} = \mu_\gamma^* (f_n + f_c) \quad (2.31)$$

Dans les modèles présentés pour la cohésion tangentielle et de couple, les efforts dépendent des vitesses v_t et $\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_j$. Ce traitement “eulérien” de la cohésion présente l'avantage de prendre en compte des liens cohésifs sans localiser explicitement la position du joint de colle sur les deux grains. Même si le gain en simplicité de programmation est indéniable, une telle modélisation pose le problème de l'impossibilité de décrire le comportement élastique.

Considérons un échantillon numérique que l'on sollicite en compression. Quel que soit le niveau d'effort, s'il est relâché au bout d'un certain temps, on ne retrouve pas la configuration initiale. La première raison à ce phénomène est que la modélisation des efforts de cohésion fait intervenir un frottement visqueux, et donc le système finit toujours par “s'écouler”. La deuxième raison est que la

position initiale du joint de colle ne peut être conservée et donc, la mémoire de l'état initial étant perdue, le comportement élastique ne peut être correctement représenté. Pour ces raisons, les simulations utilisant ce type de modèle doivent être faites dans des temps caractéristiques brefs.

A titre d'exemple, la figure 2.12 montre la simulation d'un essai brésilien à vitesse lente avec ce type de modélisation⁶ [Delenne et al., 2001a]. On constate un comportement global irréversible de type pâteux.

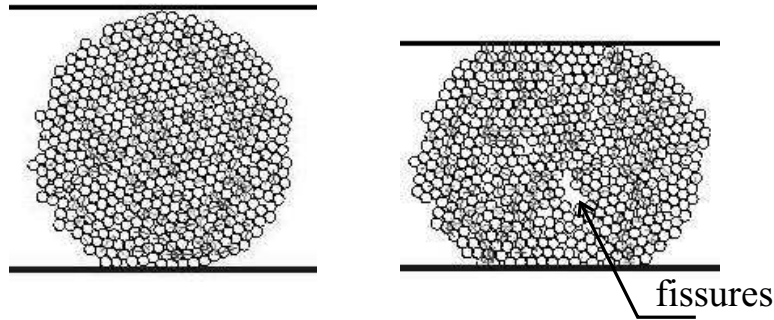


FIG. 2.12 – Essai brésilien sur un échantillon utilisant le frottement pour simuler la cohésion tangentielle

Critère de rupture

On s'intéresse au comportement sans recollage. Pour cela, il est nécessaire d'implémenter un critère de rupture. Ce critère peut se mettre sous la forme générale de l'équation 2.24 et peut être plus ou moins complexe. On trouve dans la littérature des modèles dont le critère de rupture est limité à la traction [Preechawuttipong, 2002].

Du point de vue numérique, il est nécessaire d'introduire, pour deux grains i et j , une variable φ_{ij} qui prend la valeur 1 si il y a cohésion et 0 si il y a rupture. Remarquons qu'il est possible d'utiliser cette variable pour introduire un endommagement des liens cohésifs. Dans ce cas, φ_{ij} pourrait par exemple prendre également des valeurs dans $]0, 1[$. A $t = 0$, le vecteur formé des φ_{ij} devra être initialisé de façon à refléter l'état des points de cohésion au temps initial. Le code de calcul pourra alors faire appel à des lois de contact et de frottement si $\varphi_{ij} = 0$ et de cohésion si $\varphi_{ij} = 1$.

⁶Ici sans prise en compte du couple dans la cohésion.

2.3 Modélisation adoptée du lien cohésif

Spécification du code de calcul

A la suite de ces travaux, on se propose d'établir une modélisation répondant aux spécifications suivantes :

- Etre capable de traduire un comportement de type solide. Ce comportement pourra être suivi d'une phase d'écoulement ou de propagation de fissures.
- Etre en mesure de traduire l'élasticité, ce qui implique que le matériau conserve la mémoire de son état initial.
- Eviter d'appliquer une précontrainte pour assurer la cohésion initiale ; ceci exclue une interpénétration des grains et, donc, des déformations et des efforts entre grains à l'état initial.
- Assurer la possibilité d'introduire un comportement mécanique propre au lien cohésif, que le comportement soit issu d'une analyse micromécanique des phénomènes (Hertz, capillarité...) ou d'expériences directes. On envisage également la possibilité d'un endommagement du joint.
- Permettre d'aborder la thermohydomécanique des milieux granulaires ; il devra être possible d'introduire l'effet des variables d'état (température, teneur en eau des joints, effets électriques...) sur le lien cohésif ou sur les grains.

Variables de description de l'état du milieu

Pour éviter les problèmes signalés précédemment avec les modèles utilisant une cohésion par frottement visqueux, et pour répondre aux spécifications ci-dessus, on a préféré une description des efforts de cohésion basée sur les déplacements relatifs. Ceci implique de suivre la position des points d'ancrage du lien cohésif sur les grains i et j . Pour cela, un point I , qui représente le point géométrique où la cohésion intervient à l'état initial, est introduit. Lors de la déformation du milieu granulaire, les positions des points matériels I_i et I_j (confondus avec I à $t = 0$) sont suivies. Ces points matérialisent l'ancrage du joint cohésif entre les grains i et j . Cette description s'appuie sur une décomposition du mouvement du lien cohésif en trois composantes élémentaires selon les trois axes $\vec{n}$, $\vec{t}$ et $\vec{z}$ du repère local :

- La composante de traction / compression correspond à la projection du déplacement sur le vecteur normal $\vec{n}$ (figure 2.13 a) qui est donnée par :

$$d_n = \left\| \overrightarrow{C_i C_j} \right\| - (R_i + R_j) \quad (2.32)$$

- La déformation de cisaillement correspond à la projection du déplacement sur le vecteur tangent $\vec{t}$ (figure 2.13 c) donnée par :

$$d_t = \overrightarrow{I_i I_j} \cdot \vec{t} \quad (2.33)$$

- La rotation due au couple entre les deux grains (projection sur $\vec{z}$ en 2D) (figure 2.13 d), donnée par :

$$\gamma = \theta_i - \theta_j \quad (2.34)$$

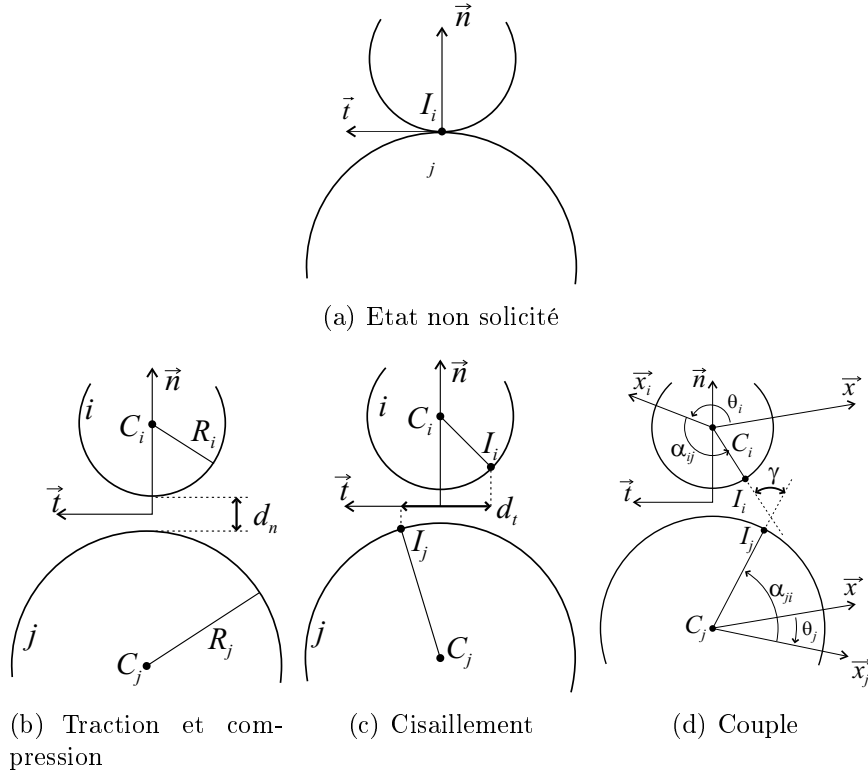


FIG. 2.13 – Variables cinématiques

Repérage des points cohésifs

Le type de modélisation présenté suppose une localisation des points où se trouve la cohésion. Ces points doivent être suivis au cours du mouvement. Pour cela, un repère $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$, lié au grain considéré i , est introduit. Dans ce repère, un point de cohésion entre les grains i et j sera donné par un angle α_{ij} ⁷ entre le vecteur $\vec{x}_i$ et le vecteur liant le centre du grain et le point cohésif (figure 2.14).

⁷Remarquons que les α_{ij} restent constants.

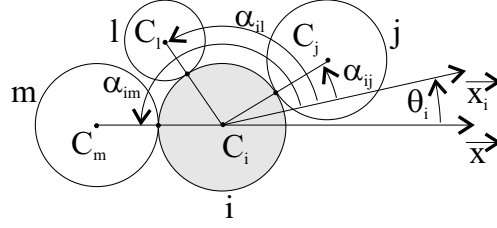


FIG. 2.14 – Localisation des points d’ancrage des liens cohésifs sur le grain i

Comportement du lien cohésif

Cette approche nécessite la connaissance du comportement du lien cohésif et donc la détermination des fonctions 2.23. Pour cela, trois approches peuvent être utilisées :

- L’approche expérimentale qui consiste à établir la réponse aux sollicitations en déplacements élémentaires représentés figure 2.13. Cette approche sera appliquée dans le chapitre suivant.
- La recherche d’une modélisation du comportement mécanique du lien cohésif à partir de la physique de celui-ci. On trouvera des exemples dans le cas de la capillarité et de l’adhésion [Johnson et al., 1971, Roux, 1998, Soulié, 2002].
- La simulation du joint cohésif par la méthode des éléments finis. Cette méthode est appliquée à la géométrie réelle du joint en tenant compte de ses caractéristiques mécaniques. Ainsi, en soumettant le joint aux sollicitations élémentaires décrites ci-dessus, il est possible de déterminer la résultante des actions mutuelles entre grains.

Amortissement

Il est nécessaire d’introduire des coefficients d’amortissement pour éviter des instabilités numériques et pour permettre à l’énergie élastique fournie lors des ruptures de se dissiper. Pour cela, il est possible de faire intervenir les vitesses (v_n, v_t, v_γ) de manière à amortir la réponse du lien cohésif aux sollicitations. Les comportements visés dans un premier temps étant dans le domaine quasi-statique, on cherchera à amortir au maximum le système sans perturber le calcul des efforts. Des détails supplémentaires seront fournis ultérieurement.

Critère de rupture

Le critère de rupture a été donné sous une forme générale (équation 2.24). Il consiste en une surface de charge dans les axes (f_n, f_t, M_γ) qu’il faut déterminer

pour les matériaux utilisés. Pour la caractériser, dans le cas d'une approche expérimentale, il est possible d'imaginer un dispositif capable d'imposer, au niveau des deux grains du doublet, n'importe quel type de sollicitation en déplacement ou rotation et de mesurer les efforts de rupture. Par la suite, on présentera un critère de rupture caractérisé par une méthode moins complète, mais basée sur ce principe, dans le cas d'un matériau modèle. Le critère de rupture permet au code de calcul de passer d'un comportement cohésif à un comportement de type contact-frottant.

2.4 Présentation du code de calcul réalisé

Les codes de calcul qui prennent en compte la cohésion, disponibles dans les laboratoires de recherche ou dans le commerce, sont peu nombreux. Citons le code PFC 2D d'Itasca Consultants qui est de type DEM et qui a été utilisé pour un nombre important de simulations [Bortzmeyer, 1997]; le logiciel utilisé dans [Radjaï et al., 2000, Preechawuttipong, 2002] initialement développé par F. Radjaï; le logiciel TRUBAL de Cundall modifié par Thornton [Ning et al., 1997] et rebaptisé GRANULE [Thornton et al., 1997].

Plateforme et langage de programmation

Les plateformes de programmation de type UNIX sont connues pour leurs qualités. Linux étant un UNIX qui bénéficie d'un nombre important d'outils facilitant la programmation. Notre choix s'est porté sur ce type d'environnement. De nombreux langages de programmation sont disponibles sur le marché (turbo pascal, eiffel, smaltalk, java, basic, scheme...), mais peu bénéficient de compilateurs rapides et de bibliothèques standardisées. Les générations de langages Fortran (normes 77, 90) et (C, C++) bénéficient d'une popularité dans le domaine de la programmation de logiciels scientifiques. Bien que leurs qualités soient comparables sur bien des points, nous avons préféré C/C++ au Fortran. Ceci est essentiellement dû au fait que la majorité des bibliothèques graphiques sont écrites en C. Il est possible en outre d'utiliser à la fois une programmation orientée objet (C++) pour les interfaces utilisateurs, par exemple, conjointement avec une programmation plus classique en C pour les parties du programme qui doivent être les plus rapides⁸. Le compilateur "gcc" de GNU est un compilateur rapide et très largement utilisé.

Le code de calcul réalisé se présente sous forme d'une bibliothèque de fonctions et de petits utilitaires favorisant l'implémentation de simulations en milieux granulaires. Cet esprit favorise l'adaptation rapide du code et l'interface possible avec d'autres logiciels. Il implémente une méthode de type S-DEM avec prise en compte de plusieurs lois de cohésion et notamment la méthode présentée précédemment. Plusieurs modules d'entrée-sortie ont été réalisés de manière à faciliter les étapes de pré-traitement et de post-traitement.

⁸L'utilisation d'une implémentation orientée objet (C++) pour la programmation d'un logiciel en éléments discrets n'est pas courante. On en trouve un exemple dans la littérature [Peters et Džiugys, 2002]. Bien que favorisant la compréhension et l'évolutivité, ce type de langage pose des problèmes de rapidité pour les algorithmes.

2.4.1 Calcul

Le code de calcul réalisé est bidimensionnel. Les géométries traitées sont des agglomérés de disques de différentes tailles.

- Il est possible de travailler avec des configurations confinées ou non.
- Un écran de contrôle permet de s'assurer de la bonne marche des simulations.
- Le code de calcul fournit un fichier contenant les informations calculées au format xml.

Pour pouvoir appliquer les lois de comportement locales, il faut calculer les variables $((d_n, d_t, \gamma), (v_n, v_t, v_\gamma))$. La technique du halo (§2.1.2) est utilisée pour permettre de déterminer les voisins d'un grain considéré i . Les numéros des voisins de chaque grain vont être conservés dans une liste, appelée liste de Verlet, pendant un certain nombre de pas de temps avant d'être réactualisés.

Une liste des liens cohésifs est initialisée à $t = 0$. Cette liste contient la variable indiquant si il y a collage ou non et les positions des joints de colle dans les repères liés aux grains. L'initialisation de cette liste doit se faire selon un critère de collage. Ce critère peut être particulièrement simple comme par exemple :

$$\begin{aligned} \text{si } d_n &\leq \epsilon \text{ alors il y a collage} \\ \text{si } d_n &> \epsilon \text{ pas de collage} \end{aligned}$$

Une valeur utilisée par la suite est $\epsilon = \frac{1}{100} R_{min}$, où R_{min} est le minimum des rayons des disques qui composent le milieu.

Il est évidemment possible de faire intervenir des considérations statistiques pour pondérer le collage. Dans le cas de liens cohésifs sans recollage, la taille de la liste est fixe. Dans le cas contraire, il faudra la réinitialiser à chaque fois que deux grains se recollent.

Amortissement

Cundall [Cundall, 1974] a proposé une évaluation simple de l'amortissement dans un cas non cohésif. A $t = 0$, considérons le cas d'une collision frontale entre deux grains i et j où le grain i vient heurter le grain j immobile. Supposons que les efforts mis en jeu soient donnés par l'équation 2.9. Tant qu'il y a interpénétration, d_n est négatif et on a :

$$m \cdot \ddot{d}_n + \nu \cdot \dot{d}_n + k \cdot d_n = 0 \quad (2.35)$$

qui est l'équation d'un système masse-ressort avec amortissement. L'amortissement critique⁹ ν_{critique} est obtenu pour :

$$\nu_{\text{critique}} = 2\sqrt{mk} \quad (2.36)$$

Remarquons que seuls les cas tels que $0 \leq \nu < \nu_{\text{critique}}$, qui correspondent à des régimes sous-amortis sont possibles. Dans le cas contraire, le rebond d'un grain sur l'autre n'est obtenu qu'au bout d'un temps "infini".

Dans le cas où la loi décrivant les efforts au niveau local est plus complexe, il faudra adapter le calcul précédent. En ce qui concerne la loi de cohésion utilisée, il est possible d'ajouter un amortissement selon les sollicitations de traction, compression, cisaillement et couple.

Choix d'un pas de temps

L'équation 2.35 donne une information sur le pas de temps. La durée de contact $\Delta t_{\text{critique}}$, obtenue à partir de $d_n(t_0 + \Delta t_{\text{critique}}) = 0$, vaut :

$$\Delta t_{\text{critique}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{\nu}{m}\right)^2}} \quad (2.37)$$

où m est la masse réduite, définie par $m = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ si l'on considère deux grains de masses différentes. Pour pouvoir représenter le phénomène, il faudra prendre un pas de temps suffisamment faible devant $\Delta t_{\text{critique}}$. En général, on utilise la formule¹⁰ :

$$\Delta t_{\text{critique}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.38)$$

obtenue dans le cas le plus défavorable où il n'y a pas d'amortissement¹¹.

Une évaluation du pas de temps peut être obtenue en utilisant la relation précédente et les paramètres les plus défavorables du système. Le pas de temps doit être choisi bien inférieur à $\Delta t_{\text{critique}}$.

⁹Correspond au cas où le discriminant de l'équation différentielle est nul.

¹⁰Cundall propose $\Delta t_{\text{critique}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$ [Cundall, 1974], une gestion plus fine du pas de temps peut être trouvée dans [Zhang et Whiten, 2001].

¹¹Si l'on a des disques de masses différentes ou si les raideurs k ne sont pas identiques pour tous les grains, on choisira pour m la plus petite valeur et pour k la plus grande.

Paramètres de frottement

Les frottements introduits dans le code numérique sont les frottements μ entre grains et μ_{inf} et μ_{sup} entre grains et plateaux. Ces derniers seront déterminés expérimentalement. D’après la théorie du contact “de Hertz”, le rapport $\frac{k_t}{k_n}$ des raideurs tangentielle et normale introduites en 2.7 et 2.8, peut varier entre $\frac{2}{3}$ et 1 [Cundall, 1974].

2.4.2 Pré-traitement

Pour réaliser les échantillons, il est nécessaire d’introduire une distribution de grains. Elle peut être réalisée en choisissant de manière aléatoire les diamètres des grains selon une loi normale¹² $N(b, s)$, où b est la moyenne et s l’écart-type en utilisant la méthode Box-Müller [Press et al., 1997]. Pour éviter les cas de tailles de grains très éloignées de la moyenne, les diamètres en dehors d’une plage définie à l’avance seront écartés.

Plusieurs types d’échantillons sont réalisables par le code de calcul :

- Les doublets constitués par deux grains numériques permettent de réaliser des sollicitations de traction/compression, cisaillement et couple sur le lien cohésif. Ces échantillons permettent de contrôler le bon fonctionnement du code de calcul au niveau du comportement et de la rupture à l’échelle locale.
- Des échantillons réalisés par sédimentation sous gravité¹³. Pour cela les grains sont répartis sur une grille triangulaire puis soumis au champ de pesanteur jusqu’à obtention d’un échantillon compact et stable. La figure 2.15 montre la création d’un échantillon constitué pour cette étude.
- Des échantillons obtenus par “découpage” dans un autre échantillon plus gros. Il peut s’agir de découpage de forme simple (figure 2.16) ou de suppression des bords d’un échantillon obtenu par sédimentation (figure 2.17).
- Les arrangements de grains composés sur AutocadTM exporté dans un fichier au format dxf. Ceci permet de créer directement des échantillons en utilisant les fonctions de tangence d’AutocadTM qui permettent de créer facilement des échantillons sans interpénétration des grains.
- Il est possible de faire l’opération “inverse”, c’est à dire d’exporter un échantillon obtenu par sédimentation dans Autocad de manière à le retoucher, puis à le réimporter au format dxf dans le code.

¹²Cette méthode est donnée pour mémoire en annexe A.

¹³Il est possible de créer des échantillons par compression isotrope. Selon [Combe, 2001], avec des échantillons obtenus par sédimentation ; on ne retrouve pas l’anisotropie obtenue dans le cas d’échantillons constitués par dépôt.

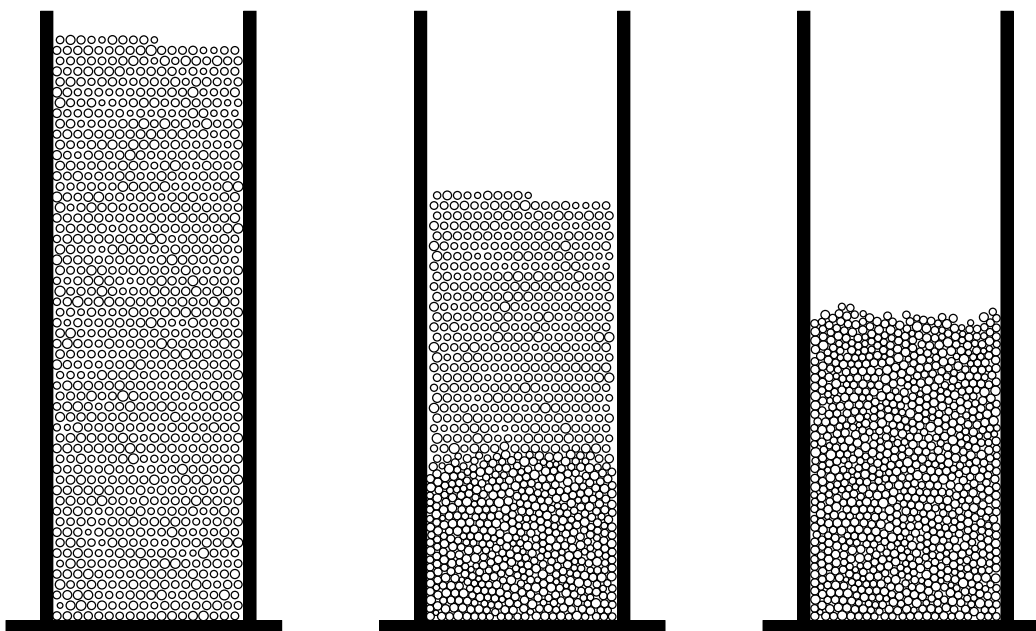


FIG. 2.15 – Réalisation d'un échantillon par sédimentation

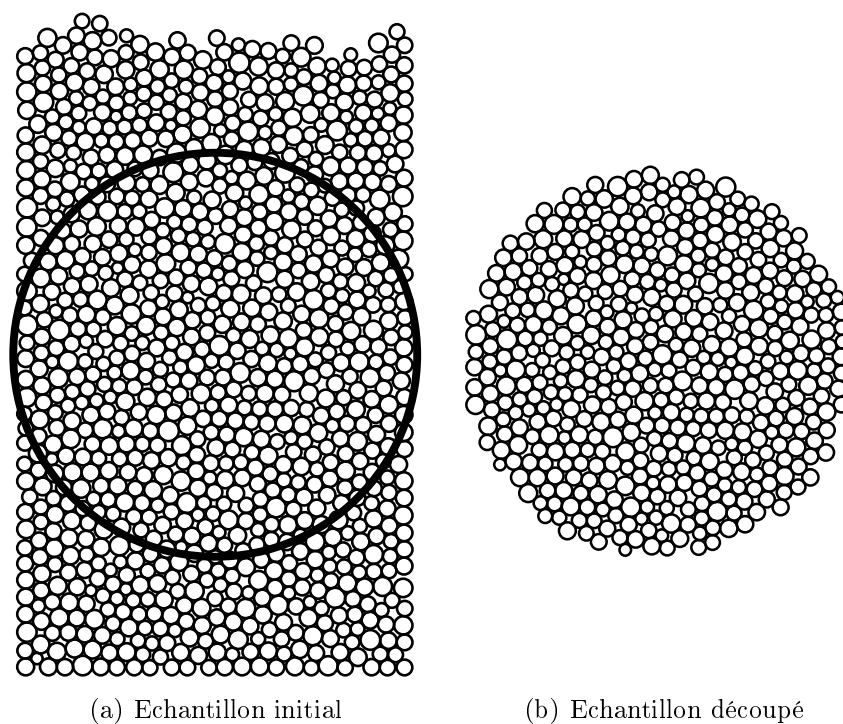


FIG. 2.16 – Échantillons obtenus par découpage

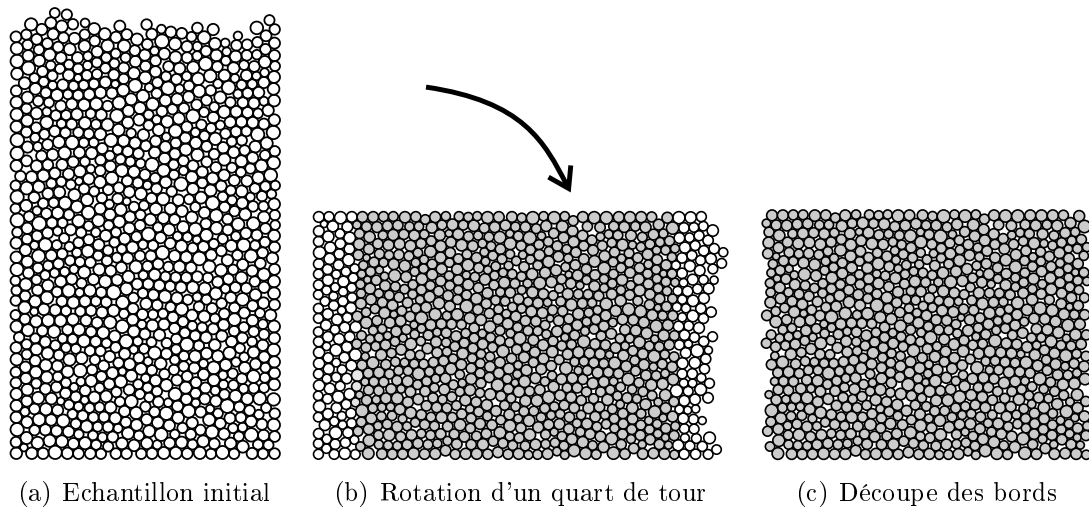


FIG. 2.17 – Réalisation d'un échantillon à surfaces parallèles

2.4.3 Post-traitement

Le post-traitement consiste à présenter les données sous forme de graphes, d'images et de films des simulations. Un logiciel de post-traitement (en C++) a été réalisé dans le but de récupérer les fichiers xml issus du code de calcul et de les sauvegarder sous différents formats. Les possibilités implémentées sont :

- Tracé des relations force-déplacement ou pourcentage de ruptures dans l'échantillon.
- Relecture des films générés par le code en xml.
- Sauvegarde image par image (à différents formats).
- Sauvegarde d'une série d'images. Ces images peuvent ensuite être converties en film d'animation.

Conclusion

Ce chapitre a permis de cerner les différents éléments nécessaires à la mise en œuvre d'un code de calcul utilisant une méthode de type DEM. Une analyse détaillée des possibilités de prise en compte de la cohésion à l'échelle des grains a mis en évidence la nécessité d'utiliser un repérage angulaire des points de cohésion. La prise en compte de cette cohésion est proposée à travers des relations force-déplacement à l'échelle du lien cohésif. Un critère de rupture permet la transition entre une situation de cohésion et une situation de contact-frottement. Dans le chapitre qui suit, afin de répondre aux spécifications énoncées en 2.3, on développe une étude expérimentale du lien cohésif qui conduira à la caractérisation et à la validation des relations force-déplacement et du critère.

Chapitre 3

Analyse expérimentale d'un lien cohésif et validation de l'approche numérique

Introduction

Ce chapitre concerne la validation de l'approche numérique présentée précédemment, par des essais mécaniques sur un milieu modèle à deux dimensions. Ce milieu modèle est composé de cylindres collés entre eux. Le choix des caractéristiques des matériaux (cylindres et colles) est présenté ainsi que la réalisation de deux types d'échantillons utilisés par la suite. Les premiers, formés de deux cylindres liés par un joint de colle, seront appelés doublets. Les seconds, qualifiés d'échantillons macroscopiques, formés d'un nombre important de grains et de la même colle, sont destinés à des essais de validation du modèle.

La démarche de validation adoptée est illustrée sur la figure 3.1 :

- La cohésion est caractérisée à l'échelle microscopique du joint de colle. Cette caractérisation est obtenue par une série d'essais sur des doublets sollicités selon différentes directions. Les résultats permettront de proposer une loi de cohésion et un critère de rupture au niveau microscopique.
- Les échantillons macroscopiques sont sollicités en compression à la presse. Les résultats obtenus sont des relations entre le déplacement imposé et la force mesurée ainsi que des films de la rupture.
- Les échantillons macroscopiques précédents sont reproduits numériquement. Le comportement du lien cohésif et le critère de rupture utilisés sont ceux obtenus expérimentalement sur les doublets. Le code de calcul fournit les relations force-déplacement sur les échantillons macroscopiques numériques et des films de l'essai contenant en particulier des images de la rupture.

- La validation est basée sur la comparaison des relations force-déplacement obtenues dans les cas des expériences réelles et numériques et des faciès de rupture.

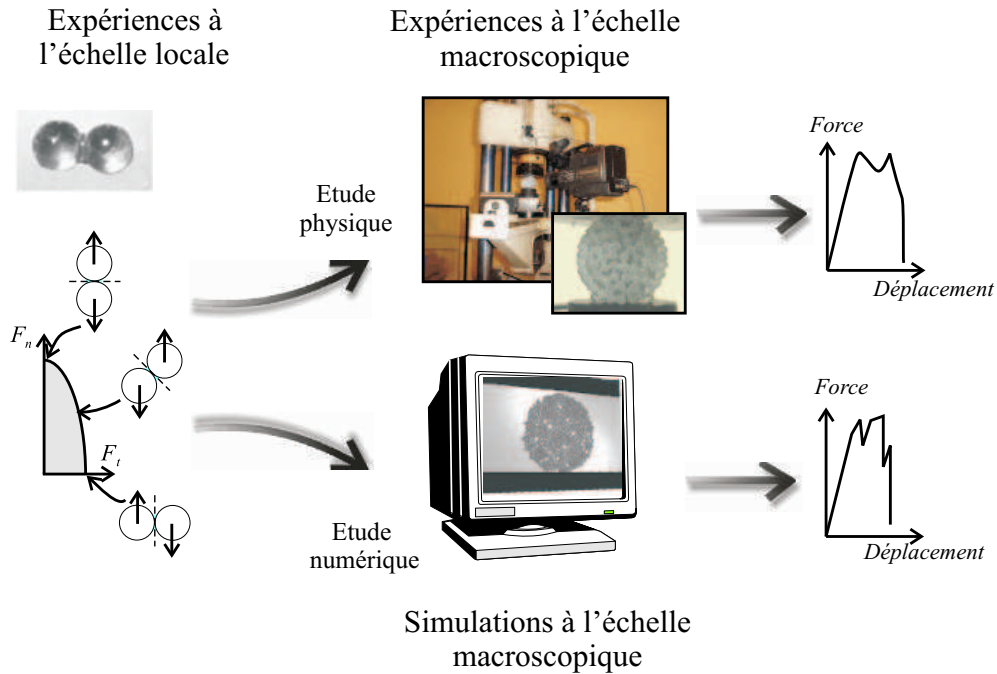


FIG. 3.1 – Illustration de l'approche de validation

3.1 Choix du matériau modèle

Le choix du matériau modèle pose de nombreux problèmes : reproductibilité des joints de colle des doublets, difficulté de réalisation des essais microscopiques... Quelques essais préliminaires sont présentés ici. La définition de critères de qualité des échantillons obtenus a permis de sélectionner quelques types de grains et de colles qui ont été testés expérimentalement. Après avoir choisi le milieu modèle, et sa configuration bidimensionnelle, la procédure de fabrication des doublets et échantillons macroscopiques est décrite.

3.1.1 Etudes préliminaires

Essais bidimensionnels

Les premiers essais préliminaires ont été réalisés par [Chammari, 1998] dans des conditions bidimensionnelles sur un échantillon macroscopique constitué de

chevilles de bois cylindriques cannelées du commerce. Elles sont de longueur 40mm et de diamètres 6mm, 8mm et 10mm. Ces chevilles sont collées par une colle à bois. Pour assurer une bonne planéité des échantillons, leurs faces ont été usinées. Un exemple est donné figure 3.2. Ces expériences ont montré l'intérêt de ce type d'essai, en particulier au niveau du suivi des fractures (figure 3.2b) et ont permis de mettre en évidence différents problèmes :

- Le cannelage des chevilles rend complexe et assez aléatoire la géométrie locale des joints de colle.
- L'usinage des bords introduit des contraintes dans l'échantillon qui fragilisent de façon non contrôlée le matériau.
- La géométrie irrégulière de l'échantillon et l'état de surface des chevilles rendent difficile la détermination des centres et des rayons "équivalents" des grains. Cette détermination est essentielle pour avoir une comparaison fine entre expérience et simulation prenant en compte la géométrie locale dans le code de calcul.

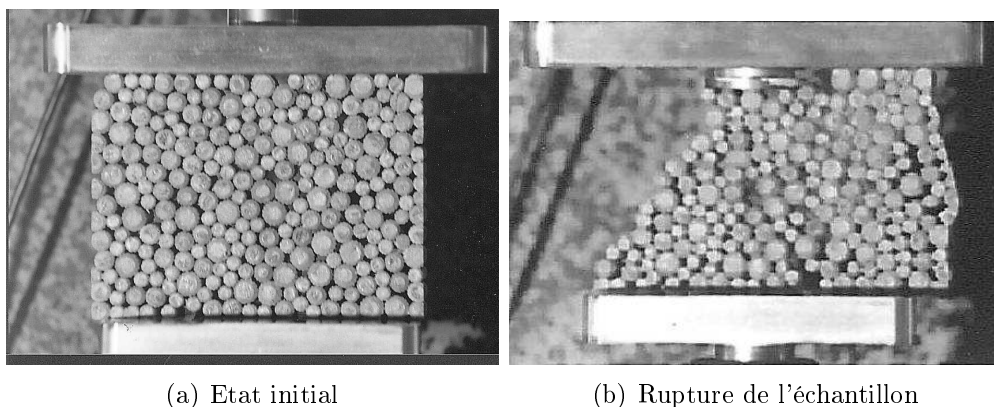


FIG. 3.2 – Echantillon constitué de chevilles de bois collées avec une colle à bois [Chammari, 1998]

Essais tridimensionnels

Y. Haddad a étudié [Haddad, 1999] le comportement de l'albumen de blé à travers des milieux granulaires modèles [Haddad, 2001]. Ces milieux, formés de billes de verre collées par différentes résines de synthèse, ont servi de base à une étude préliminaire tridimensionnelle [Haddad et al., 2000]. Les échantillons testés sont cylindriques de diamètre 75 mm et de hauteur 80 mm. Ils sont constitués de billes de diamètre 8 mm collées par une colle polyuréthane F18 (figure 3.3). Le pourcentage en masse de colle est contrôlé par pesée des grains puis de l'échantillon final. Les échantillons sont obtenus par moulage dans un tube cylindrique en PVC. L'échantillon de la figure 3.3 correspond à un pourcentage en masse de colle polyuréthane (F18) de 5%.

Des essais de fendage ont été réalisés avec ces échantillons. Un exemple de rupture est présenté figure 3.4. Bien que la fréquence de prise de vue de la caméra soit réduite, il est possible de distinguer une ouverture de fissure au centre de l'échantillon qui se propage dans la direction de l'effort de compression.

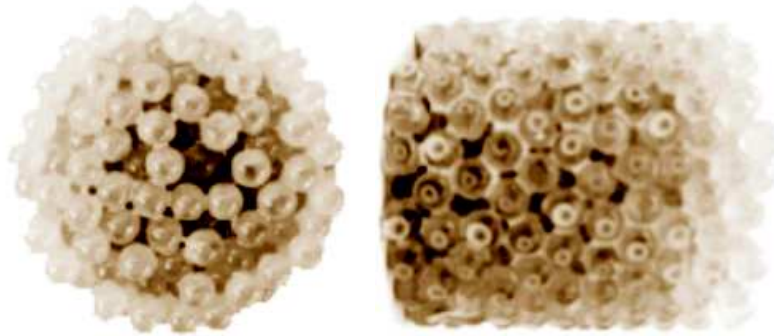


FIG. 3.3 – Échantillon cylindrique constitué de billes de verre collées par une résine F18



FIG. 3.4 – Exemple de rupture expérimentale dans l'échantillon

Différents problèmes ont put être mis en évidence :

- Une comparaison directe entre expérience et simulation est difficile. En effet les positions des grains à l'intérieur de l'échantillon ne sont pas connues. Il n'est donc pas possible de reproduire "exactement" la géométrie locale dans un code de calcul.
- Le nombre de grains mis en jeu dans des expériences tridimensionnelles est vite très important et les simulations numériques sont d'autant plus longues.
- La caractérisation du critère local est plus complexe. Les sollicitations élémentaires sont données à titre indicatif à la figure 3.5.

Les essais réalisés par Chammari [Chammari, 1998] et Haddad [Haddad, 2001] ont été effectués au sein de l'équipe Milieux Hétérogènes du LMGC et ont largement inspiré l'étude expérimentale qui suit. Ces études préliminaires ont conduit au choix d'une configuration bidimensionnelle. Dans la partie validation, les grains seront de même diamètre, empilés selon une maille régulière (chapitre 3). Par la suite, on utilisera des grains présentant une distribution des diamètres (chapitre 4).

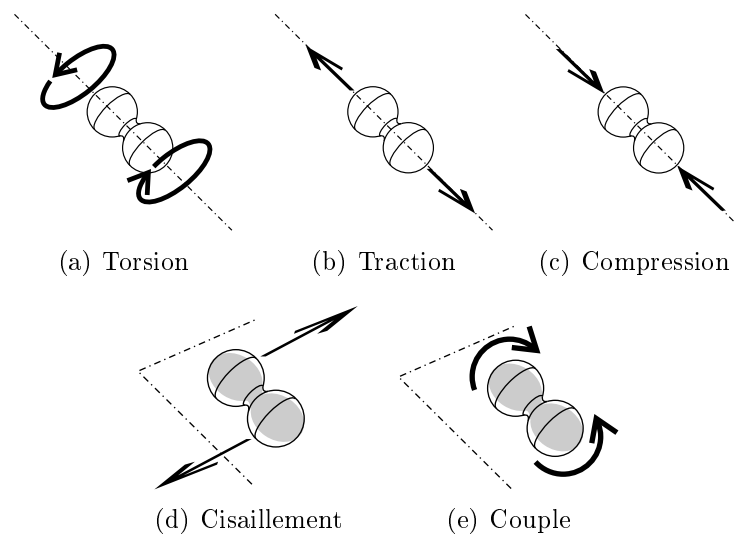


FIG. 3.5 – Essais élémentaires de caractérisation de la cohésion sur milieu granulaire tridimensionnel

3.1.2 Les machines d’essais

Les efforts développés lors des essais sur les doublets et sur les échantillons macroscopiques sont très différents. Pour cela, deux presses sont utilisées. Toutes les deux sont reliées à un ordinateur qui permet le pilotage et l’acquisition des données.

La première machine d’essai, destinée aux essais sur les doublets, est une presse “MTS” pilotée à partir du logiciel TestWork. Deux capteurs de forces sont utilisés l’un de 1kN et l’autre de 5kN. Un schéma du dispositif ainsi qu’une photographie de la presse sont donnés figure 3.6.

La deuxième machine d’essai utilisée est une presse “Mohr et Federhaff” (figure 3.7) pilotée à partir du logiciel Proteus de Wüest Engineering. Elle est destinée aux essais sur les échantillons macroscopiques. Deux capteurs sont utilisés pour des capacités de 40 kN et 400 kN.

3.1.3 Les matériaux utilisés

Des essais préliminaires ont été réalisés pour des cylindres de bois, d’acier et d’aluminium avec différentes colles. L’étude correspondante de ces matériaux est présentée en annexe B. Elle a conduit au choix de cylindres d’aluminium pour les grains et de la colle Epolam 2010 pour les liens cohésifs. Les essais réalisés sur ce système sont répétitifs. Les ruptures ont lieu au sein du lien cohésif.

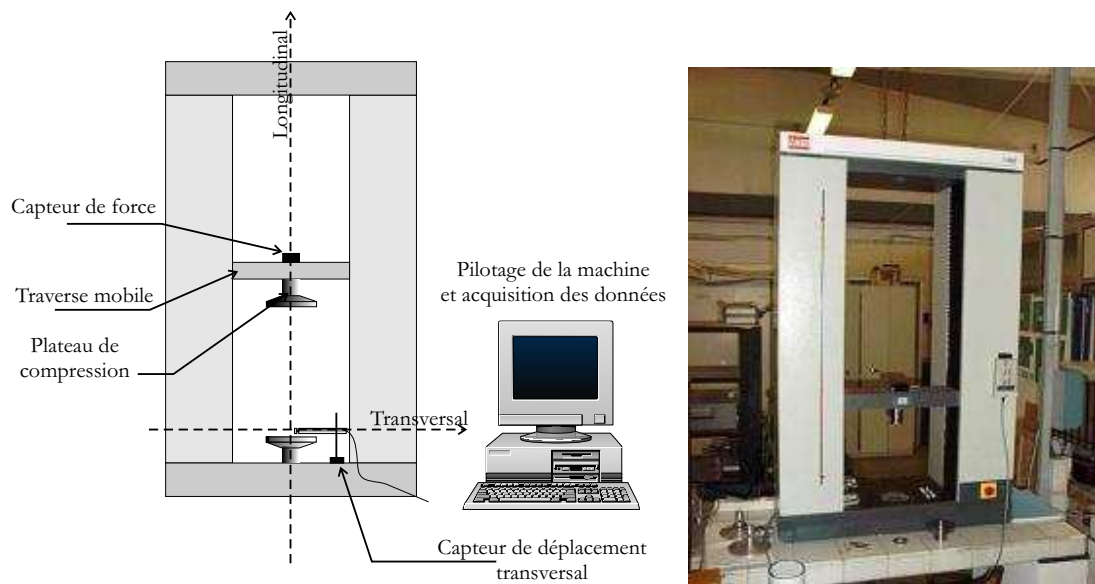


FIG. 3.6 – Machine d'essai pour la caractérisation microscopique du lien cohésif.

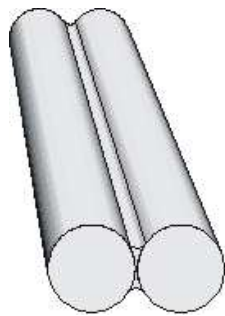


FIG. 3.7 – Machine d'essai pour les essais macroscopiques.

3.1.4 Réalisation des échantillons

Deux types d'échantillons sont réalisés à partir de cylindres d'aluminium et de colle Epolam 2010 :

- Les doublets, destinés à la caractérisation de la cohésion à l'échelle locale (figure 3.8a 3.8b).
- Les échantillons macroscopiques qui peuvent être soit des blocs réguliers de 33 cylindres (figure 3.8c) soit des blocs avec défaut (figure 3.8d).



(a) Schéma d'un doublet



(b) Photographie d'un doublet



(c) Photographie d'un échantillon macroscopique "sans défaut"



(d) Exemple d'échantillon avec défaut

FIG. 3.8 – Différents échantillons utilisés

Préparation des matériaux de base

Dans chacun des cas, les cylindres ont subi la préparation précisée en annexe B. La colle Epolam 2010 est préparée dans des récipients en plastique jetable. Les proportions en masse sont obtenues en versant les deux composants dans le récipient en plastique posé sur une balance. On réalise volontairement une quantité

importante de colle devant la quantité nécessaire pour favoriser l'homogénéité et éviter une polymérisation trop rapide. La colle est ensuite mélangée avec une baguette de verre. Pendant cette phase, la viscosité du mélange diminue. La durée pendant laquelle il est possible de coller¹ est d'environ 30 min. Après quoi la polymérisation devient importante et une augmentation rapide de la viscosité se fait sentir. Nous avons constaté, qu'à partir de ce moment, il est impératif de ne plus toucher les échantillons sous peine d'altérer fortement les propriétés mécaniques. L'influence du temps de polymérisation a été évalué en faisant des essais de traction sur les doublets. Sur la figure 3.9, on peut voir les relations force-déplacement obtenues. Le temps indiqué sur les courbes correspond à l'intervalle de temps entre la confection de la colle et la réalisation de l'essai. Après 5h, il semble que les propriétés mécaniques définitives soient obtenues.

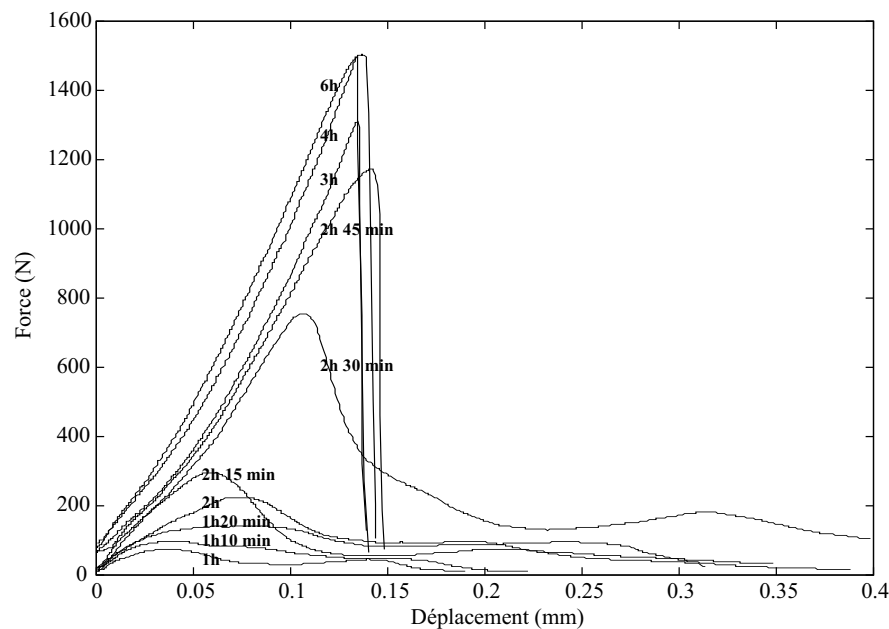


FIG. 3.9 – Relations force-déplacement pour la colle Epolam 2010 à différents temps de polymérisation

Réalisation de doublets

Le collage des doublets est fait au pinceau. Une ligne de colle est déposée sur l'un des cylindres. Après la mise en contact des deux cylindres, la tension superficielle les maintient en contact pendant qu'ils sèchent et ceux-ci sont posés sur une surface plane. Les doublets sont en général préparés par série de 30. Un

¹Cette durée de vie, généralement appelée "Pot-life", est donnée en fonction de la quantité de colle réalisée. Le fabricant annonce sur sa fiche technique 30min pour une préparation de 450g à une température de 25 °C.

délai d'une semaine au minimum après la réalisation est respecté pour assurer une polymérisation optimale.

Les dimensions moyennes des joints de colle sont $E = 0,05 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$ et $L = 3,30 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ mm}$ (figure 3.10). La mesure de l'épaisseur E est faite en soustrayant le diamètre des cylindres à la largeur totale du doublet. La mesure de L est faite, après rupture du joint de colle en traction, au niveau de l'interface grain - joint de colle.

Dans le cas des doublets, la taille des joints de colle est assez bien maîtrisée. Le processus de collage permet d'avoir un parallélisme tout à fait correct des axes des cylindres. Il faut cependant veiller à ce que les doublets soient déposés sur une surface bien horizontale pour éviter d'avoir une répartition irrégulière de la colle sur la génératrice des cylindres. Un autre défaut classique est un problème de dissymétrie de la section du joint. Cette dissymétrie ne peut pas être imputée à la gravité car elle peut aussi bien se trouver dans la partie supérieure qu'inférieure du joint. Elle est en général assez importante au moment du collage et s'estompe avant la polymérisation sous l'action des forces capillaires. Il est possible de l'éviter en grande partie en déplaçant légèrement les cylindres tout en contrôlant l'aspect du joint de colle.

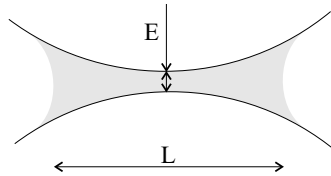


FIG. 3.10 – Dimensions des joint de colle

Échantillons macroscopiques

Les échantillons macroscopiques sont des empilements réguliers, selon une maille triangulaire, réalisés en utilisant un moule adapté (figure 3.11). Ce moule est constitué de deux parois et d'un socle. Pour les parois, on utilise des cales usinées en aluminium et pour le socle une cale en acier. Pour assurer un démoulage facile, les parois sont collées sur le socle avec quelques gouttes de cyanoacrylate. Il suffit alors d'exercer un léger effort pour les désolidariser du socle. De plus, quelques feuilles de papier sont intercalées entre les cylindres et les parois évitant ainsi le risque d'un collage des grains contre celles-ci. L'ajout de ces feuilles permet de compenser d'éventuels jeux trop grands entre les cylindres et les parois. Les joints de colle sont réalisés un après l'autre au pinceau. La faible épaisseur du moule facilite la mise en place des cylindres et la réalisation des joints. Les cylindres sont collés rangée par rangée (figure 3.11). 24 h après, les échantillons sont démoulés et mis à sécher pendant une semaine au minimum.

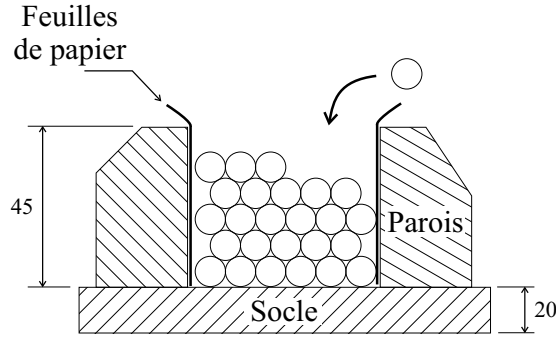


FIG. 3.11 – Réalisation d'échantillons à maille triangulaire

Deux types d'échantillons macroscopiques sont réalisés :

– Les échantillons “sans défaut”

18 échantillons macroscopiques de ce type ont été réalisés. Ils comprennent 33 cylindres chacun. Les figures 3.8c et 3.12 montrent des exemples d'échantillons de ce type. Sur ces figures, on peut voir la numérotation des grains utilisée par la suite dans le calcul numérique². Cette numérotation est reportée au marqueur sur les cylindres réels et permettra de les repérer après rupture.

– Les échantillons “avec défaut”

Ces échantillons sont réalisés de la même façon que les précédents. La différence provient du fait que l'on a introduit un défaut en supprimant un cylindre. Quatre positions de défauts ont été choisies (figure 3.13). 16 échantillons ont été réalisés, 4 par position de défaut (figure 3.14).

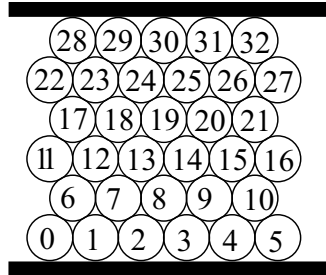


FIG. 3.12 – Schéma de l'échantillon sans défaut et numérotation des grains

Difficultés de réalisation et de contrôle des échantillons macroscopiques

Les mêmes défauts des joints de colle que dans le cas des doublets peuvent être rencontrés. Une difficulté supplémentaire provient du fait que les joints de colle

²La numérotation commence à 0 pour des raisons de programmation. En langage C, le premier indice d'un vecteur est 0 par défaut.

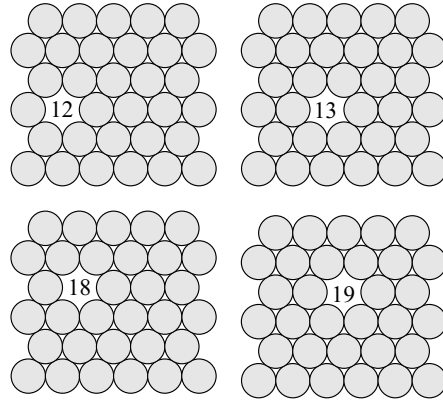


FIG. 3.13 – Positions des défauts

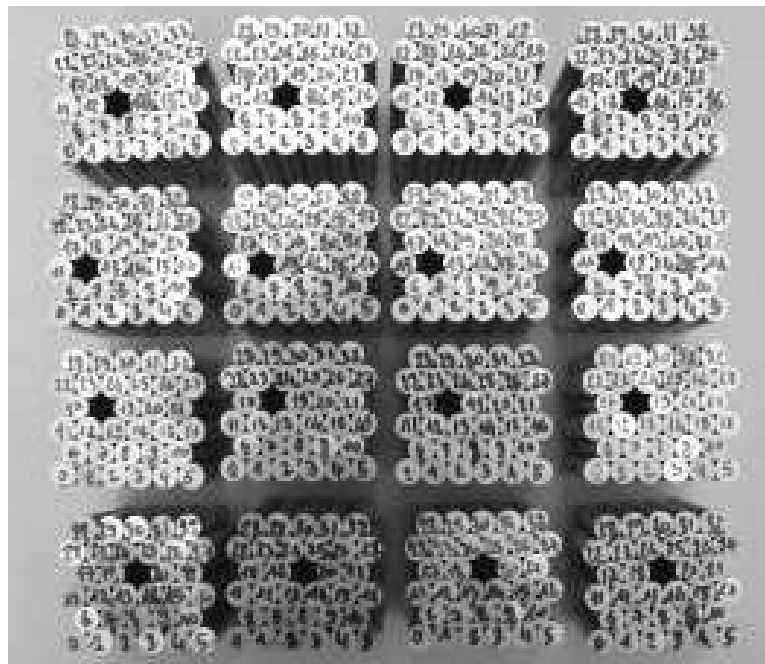


FIG. 3.14 – Photo des échantillons avec défauts

sont très proches les uns des autres. Il est possible d'en avoir jusqu'à 6 sur un même grain. On peut estimer que la taille maximale pour que les joints restent indépendants les uns des autres est d'environ $L = 4,1\text{mm}$ (figure 3.10). Il arrive parfois que l'on ait des joints de colle qui ne soient plus indépendants les uns des autres (figure 3.15). Ces défauts sont repérables en observant les échantillons par la tranche et en analysant les ruptures des joints de colle. Les échantillons présentant ce défaut sont rejetés. Notons que la réalisation de ces échantillons est particulièrement fastidieuse ce qui nous a conduit, dans la première phase de validation, à limiter le nombre de grains à 33. De plus, le nombre de joints a été limité pour éviter une trop grande dispersion du temps de séchage et effectuer le collage avec une seule et même préparation de colle.

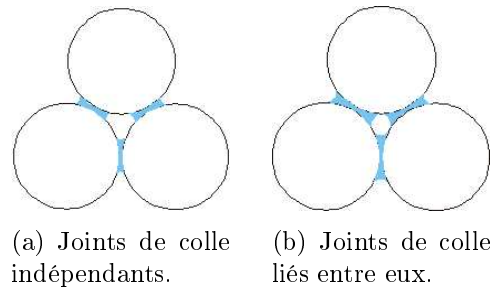


FIG. 3.15 – Défauts des joints de colle dans les échantillons à maille triangulaire.

3.2 Détermination d'une loi microscopique de cohésion

3.2.1 Conception d'appareillages expérimentaux adaptés

Pour caractériser la cohésion à l'échelle microscopique, plusieurs dispositifs ont été réalisés. Ils permettent d'appliquer aux doublets des sollicitations élémentaires de traction, compression, cisaillement et couple.

Essai de traction

Le dispositif de traction est donné figure 3.16. Il est formé de deux pièces identiques en acier permettant de réaliser un effort de traction sur un doublet. Ces deux pièces sont fixées sur la machine d'essai par des goupilles et placées à une distance telle que les doublets puissent coulisser sans force comme on peut le voir figure 3.16a. Une fois le doublet en position, l'essai peut commencer.

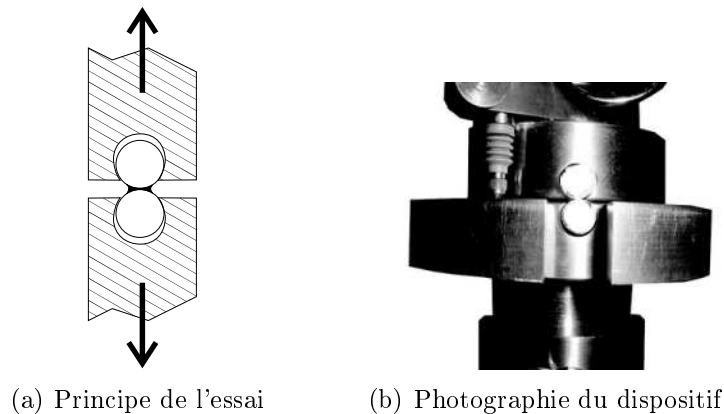


FIG. 3.16 – Dispositif de traction

Essai de compression

Pour évaluer le comportement en compression, des pièces en V ont été usinées. Le doublet est positionné verticalement entre cales comme illustré sur la figure 3.17.

Essai de cisaillement

Le dispositif de cisaillement est donné figure 3.18. Il est composé de deux pièces recevant le doublet et soumises à un déplacement longitudinal. Le doublet est bloqué dans ces pièces par l'intermédiaire de quatre vis de pression.

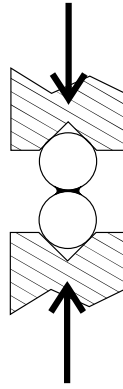


FIG. 3.17 – Dispositif de compression

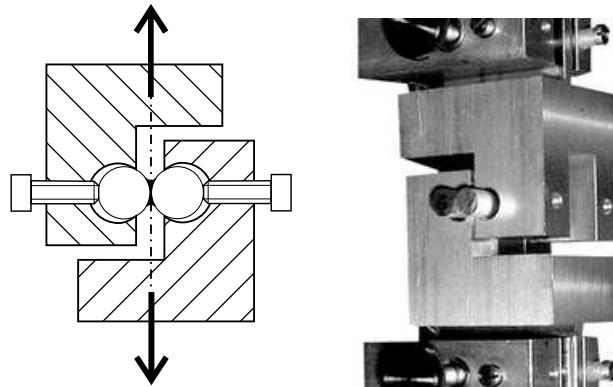


FIG. 3.18 – Dispositif de cisaillement

Essai avec couple

Pour imposer un couple à des doublets, des cylindres avec un trou taraudé radial ont été réalisés (figure 3.19). Ces cylindres sont collés de la même manière que pour les doublets classiques. Une fois le doublet constitué, une tige en acier est vissée dans le cylindre muni du trou taraudé. Un étau fixé sur le bâti de la machine d'essai permet de bloquer l'autre cylindre (figure 3.20). Cette tige permet d'imposer un couple. Un effort de compression est également imposé mais il est d'un niveau très faible et très inférieur au niveau imposé lors des essais de compression.



FIG. 3.19 – Photographie d'un doublet pour l'étude des couples

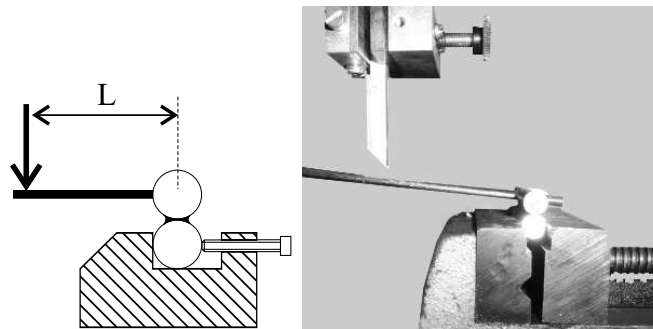


FIG. 3.20 – Dispositif permettant d'appliquer un couple

Il est possible d'envisager d'autres types de dispositifs. L'exemple donné figure 3.21 permet d'imposer un couple “pur” au joint de colle.

3.2.2 Résultats des essais sur les doublets

Le pilotage de la machine se fait en déplacement. Pour les essais de traction et compression, le capteur de force utilisé est de 5kN. Dans le cas du cisaillement

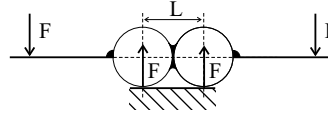


FIG. 3.21 – Essai pour caractériser le joint en imposant un couple pur.

et du couple, on utilise le capteur de 1kN. Les vitesses de déplacement imposées sont dans les cas de la traction, compression et cisaillement de $5 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Résultats des essais

Les résultats de caractérisation des relations force-déplacement du joint cohésif sollicité en traction sont représentés figures 3.22. La figure 3.23 donne ces relations lorsque le joint cohésif est sollicité en cisaillement. Le cas de la compression n'est pas représenté ici compte tenu de la raideur et des seuils nettement plus importants dans ce cas que pour la traction et le cisaillement. Les essais de compression n'ont pas été menés jusqu'à la rupture pour des raisons de capacité de la machine utilisée. Les résultats de caractérisation des relations moment-angle de rotation du joint cohésif sollicité par un couple sont représentés figure 3.24.

Les moyennes des essais réalisés, après mise à l'écart des essais manifestement entachés d'erreurs, sont données figure 3.25 pour la traction, la compression, le cisaillement et le couple.

Exploitation des résultats

Dans un premier temps, et afin de simplifier les calculs, l'examen des diagrammes donnés figure 3.25 permet de retenir un comportement élastique fragile.

Ce comportement est caractérisé par deux paramètres : une pente et un seuil à la rupture. Les valeurs retenues pour les pentes sont données dans le tableau 3.1. Remarquons que ceci est loin d'être vrai pour le cisaillement, la forme de la partie descendante de la courbe est certainement liée à des comportements complexes relevant éventuellement de la viscoplasticité de la colle.

Traction	$\Psi_n = 10,8 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Compression	$\Psi_n = 200 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Cisaillement	$\Psi_t = 4,2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Couple	$\Psi_\gamma = 101 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$

TAB. 3.1 – Raideurs caractérisant le domaine élastique du joint de colle.

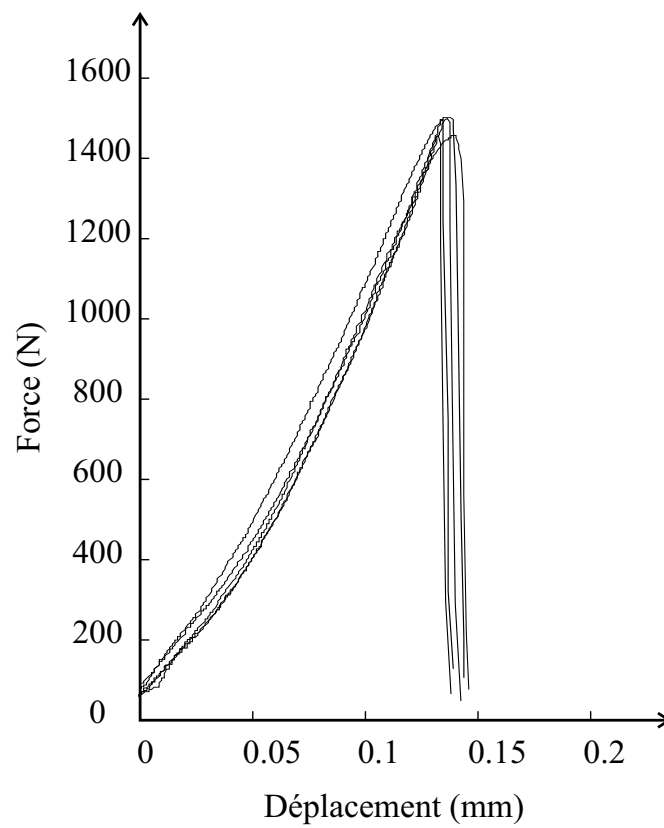


FIG. 3.22 – Relations force-déplacement du lien cohésif sollicité en traction

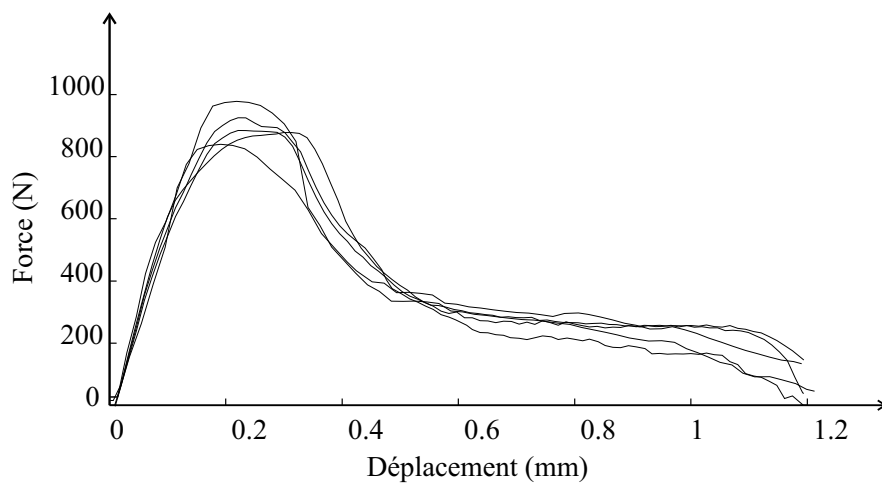


FIG. 3.23 – Relations force-déplacement du lien cohésif sollicité en cisaillement

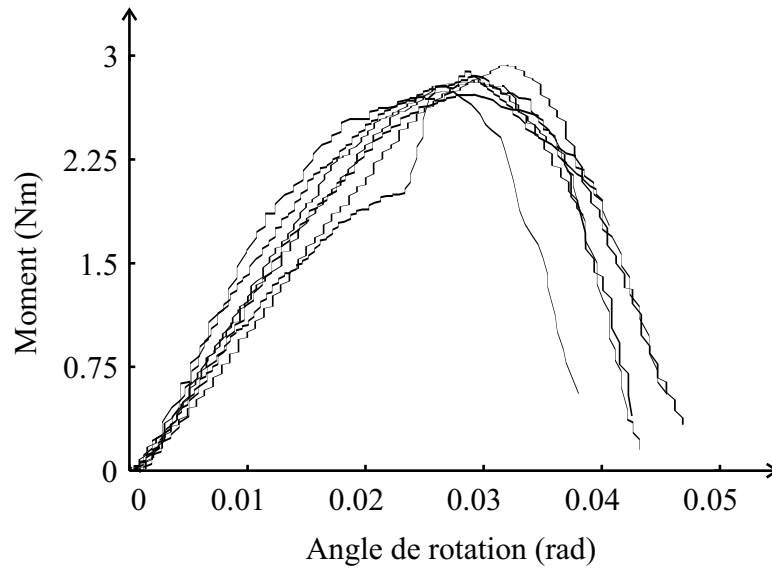


FIG. 3.24 – Relations moment-rotation du lien cohésif sollicité par un couple

En ce qui concerne les seuils de rupture, il faut remarquer qu’avec le dispositif utilisé, on n’a pas pu mettre en évidence de rupture en compression. Les valeurs des seuils de ruptures sont donnés dans le tableau 3.2.

Traction	$f_n^{rupt} = 1500 \text{ N}$
Compression	rupture non atteinte
Cisaillement	$f_t^{rupt} = 900 \text{ N}$
Couple	$M_\gamma^{rupt} = 2,9 \text{ N} \cdot \text{m}$

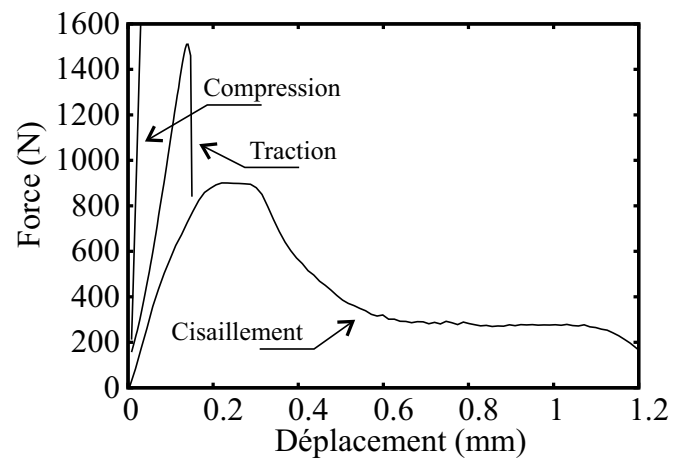
TAB. 3.2 – Seuils de rupture du joint de colle suivant les différentes sollicitations.

3.2.3 Proposition d’une loi de cohésion et d’un critère de rupture

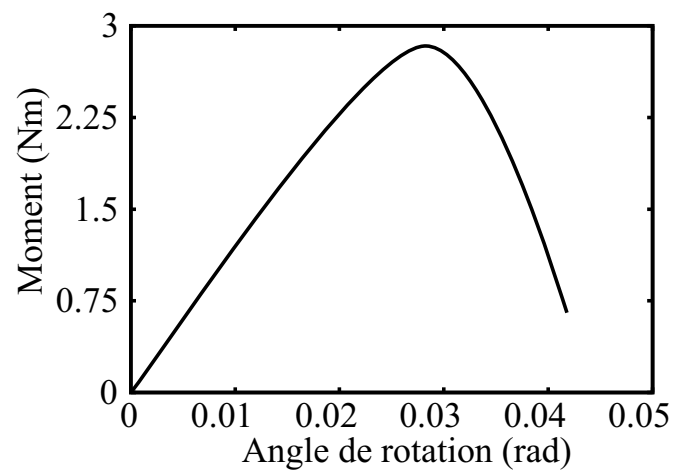
Comme cela a été précisé dans la partie théorique (chapitre 2.2), expliciter la loi de cohésion à l’échelle microscopique passe par l’écriture d’une loi de comportement (équation 2.23) et d’un critère de rupture (équation 2.24).

Loi de cohésion

Les différentes pentes données précédemment sont utilisées pour expliciter les lois de comportement locales (équation 2.23). Ces lois sont mises sous la forme linéarisée suivante :



(a) Compression, traction, cisaillement



(b) Couple

FIG. 3.25 – Courbes moyennes des essais

$$(f_n, f_t, M_\gamma)^T = [\Psi] \cdot (d_n, d_t, \gamma)^T \quad (3.1)$$

où

$$[\Psi] = \begin{pmatrix} \Psi_n & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_\gamma \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Ψ_n est la raideur en traction si $d_n \geq 0$, ou en compression si $d_n < 0$.

Critère de rupture

La forme générale du critère de rupture est donnée pour l'équation 2.24. Il s'agit d'une relation qui définit une région admissible dans laquelle la cohésion est effective. La surface frontière de ce volume peut être tracée dans des axes (f_n, f_t, M_γ) . Les valeurs des seuils de rupture selon les sollicitations élémentaires caractérisées précédemment font partie de cette surface. Comme les essais de cisaillement et les essais de couple ne dépendent pas de la direction de déplacement et de rotation, le critère sera symétrique selon les deux plans orthogonaux aux directions f_t et M_γ passant par l'origine. Les essais de cisaillement et de couple fournissent quatre points du plan (f_n, M_γ) (voir figure 3.26). La rupture en compression n'ayant pas été atteinte, une branche infinie sera choisie dans la direction de f_n croissant. L'essai de traction à cisaillement et à couple nuls permet de placer le point f_n^{rupt} sur l'axe f_n . Plusieurs critères ont été testés (cylindrique et conique notamment). Un critère de type paraboloïde qui correspond aux spécifications ci-dessous a été retenu pour des raisons de simplicité et de régularité (figure 3.26). Ce critère peut être formulé de la façon suivante :

$$\zeta = \left(\frac{f_t}{f_t^{rupt}} \right)^2 + \left(\frac{M_\gamma}{M_\gamma^{rupt}} \right)^2 + \left(\frac{f_n}{f_n^{rupt}} \right) - 1 \quad (3.3)$$

Il y a cohésion si $\zeta < 0$ et dans le cas où $\zeta \geq 0$ il y a rupture du lien.

Contrôle du critère pour une sollicitation composée

Des sollicitations composées sont envisageables avec des dispositifs particuliers. Pour s'assurer de la validité du critère, des essais ont été réalisés en imposant une sollicitation de type cisaillement + couple à des doublets sur le principe du schéma 3.27a. Une moyenne des résultats expérimentaux est donnée figure 3.27b. L'effort à la rupture mesuré est utilisé pour calculer la force $f_{t\gamma}^{rupt}$ et le moment $M_{t\gamma}^{rupt}$ à la rupture du lien cohésif :

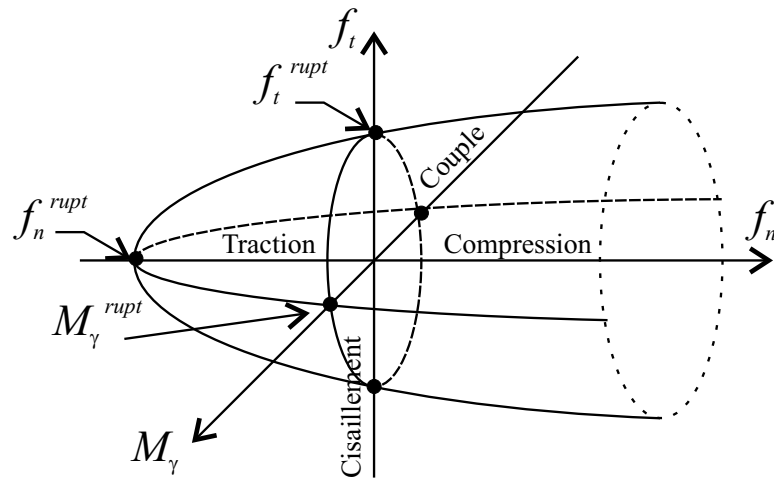
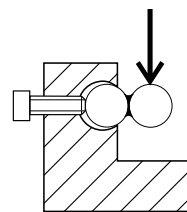
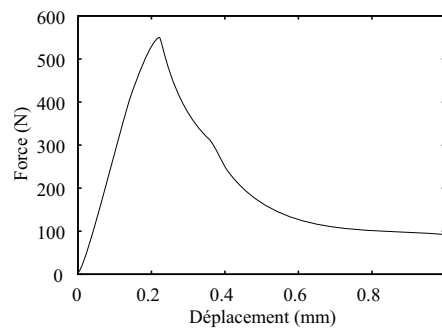


FIG. 3.26 – Critère de rupture



(a) Dispositif d'essai



(b) Relation force-déplacement obtenue expérimentalement.

FIG. 3.27 – Sollicitation composée cisaillement + couple

$$f_{t\gamma}^{rupt} = 550 \text{ N}$$

$$M_{t\gamma}^{rupt} = 2,25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Ces valeurs fournissent un nouveau point expérimental au critère de la figure 3.26 (en fait pour des raisons de symétrie trois autres points sont obtenus). Ce point a été reporté sur la figure 3.28 qui représente le critère dans le plan (M_γ, f_t) . On constate une excellente concordance avec les autres points expérimentaux.

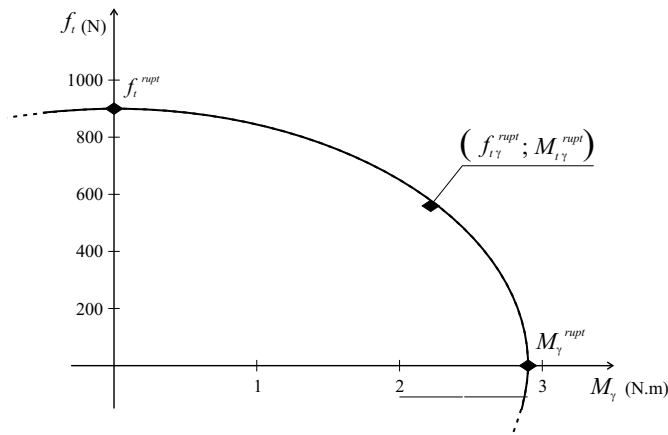


FIG. 3.28 – Critère affiné

D'autres dispositifs sont envisageables, permettant d'imposer des sollicitations composées. Ils sont donnés figure 3.29.

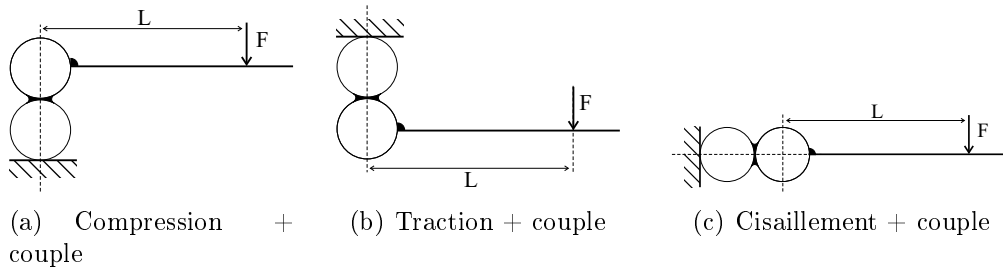


FIG. 3.29 – Sollicitations composées

3.3 Essais de validation sur milieu modèle

Dispositif expérimental

Les essais de validation sont réalisés sur des échantillons macroscopiques avec ou sans défaut. La presse “Mohr et Federhaff” est utilisée en position 400kN pour les échantillons sans défaut et 40kN pour les échantillons avec défaut (§3.1.4). Les essais sont pilotés en déplacement à la vitesse de $0,01 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. Pour éviter un éventuel défaut de parallélisme des faces de l'échantillon, le plateau supérieur est monté sur rotule. Une boîte en carton permet de récupérer les différents morceaux de l'échantillon qui sont projetés à la rupture (figure 3.30). Pour tester l'influence du frottement grain-plateau, une calle rugueuse a été placée au bas de l'échantillon. Au dessus, le plateau supérieur présente un état de surface plus lisse. Comme précédemment, le système d'acquisition fournit des relations force-déplacement.



FIG. 3.30 – Échantillon dans la presse

Résultats des essais sur les échantillons sans défaut

Une vingtaine d'essais ont été réalisés sur les échantillons représentés sur les figures 3.8c et 3.12. Les résultats sont donnés figure 3.31. Les joints étant réalisés à la main, des imperfections de collage peuvent exister. L'observation des joints de colle avant et après l'essai permet de déceler des défauts liés à l'excès ou au manque de colle. Ils sont classés en trois catégories suivant la qualité des joints de colle réalisés.

- Catégorie 1 : La figure 3.31a correspond à des blocs dont un seul joint de colle est pratiquement inexistant, 3 échantillons.
- Catégorie 2 : La figure 3.31b correspond au cas où l’observation ne révèle aucun défaut, 10 échantillons.
- Catégorie 3 : La figure 3.31c correspond à des échantillons où l’envahissement de l’espace poral est constaté sur au moins un pore (figure 3.15), 5 échantillons.

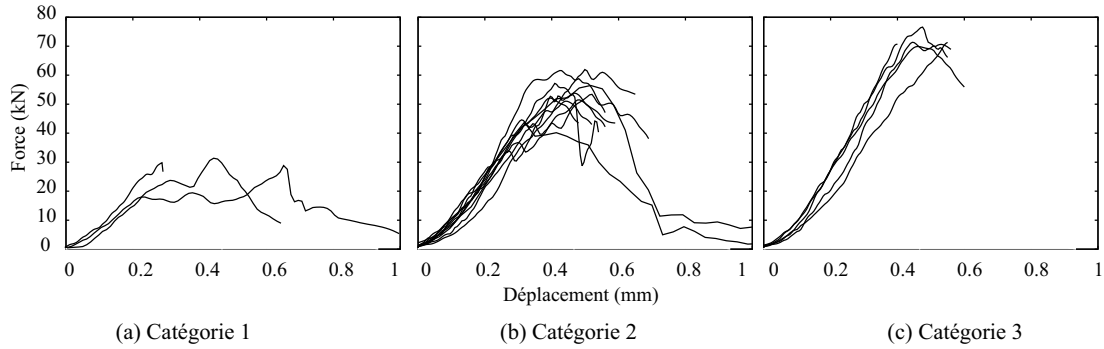


FIG. 3.31 – Echantillons sans défauts

Ces figures montrent que la relation force-déplacement est très sensible à la présence d’imperfections. En l’absence d’automatisation du collage qui permettrait de maîtriser la réalisation des joints, nous ne conserverons, pour les comparaisons entre expérience et simulation, que les résultats de la catégorie 2.

En se limitant à ce cas, la courbe expérimentale présente une allure classique. Après une amorce non linéaire due au contact non parfait entre les plateaux et l’échantillon, les courbes présentent une partie linéaire avec une dispersion assez faible des raideurs. On note une dispersion plus sensible au niveau de l’effort de rupture ; ainsi que sur le comportement après le seuil de rupture. Ces deux aspects du comportement sont très fortement liés à des événements discrets et la dispersion serait réduite si l’on augmentait le nombre de grains.

Résultats des essais sur les échantillons avec défaut

Les résultats expérimentaux obtenus en compression sur les échantillons avec défaut (figures 3.8d, 3.13 et 3.14) sont donnés figures 3.32a, 3.32b, 3.32c et 3.32d. Elles montrent une bonne répétitivité des expériences. On constate au niveau des courbes une montée linéaire suivie d’une rupture.

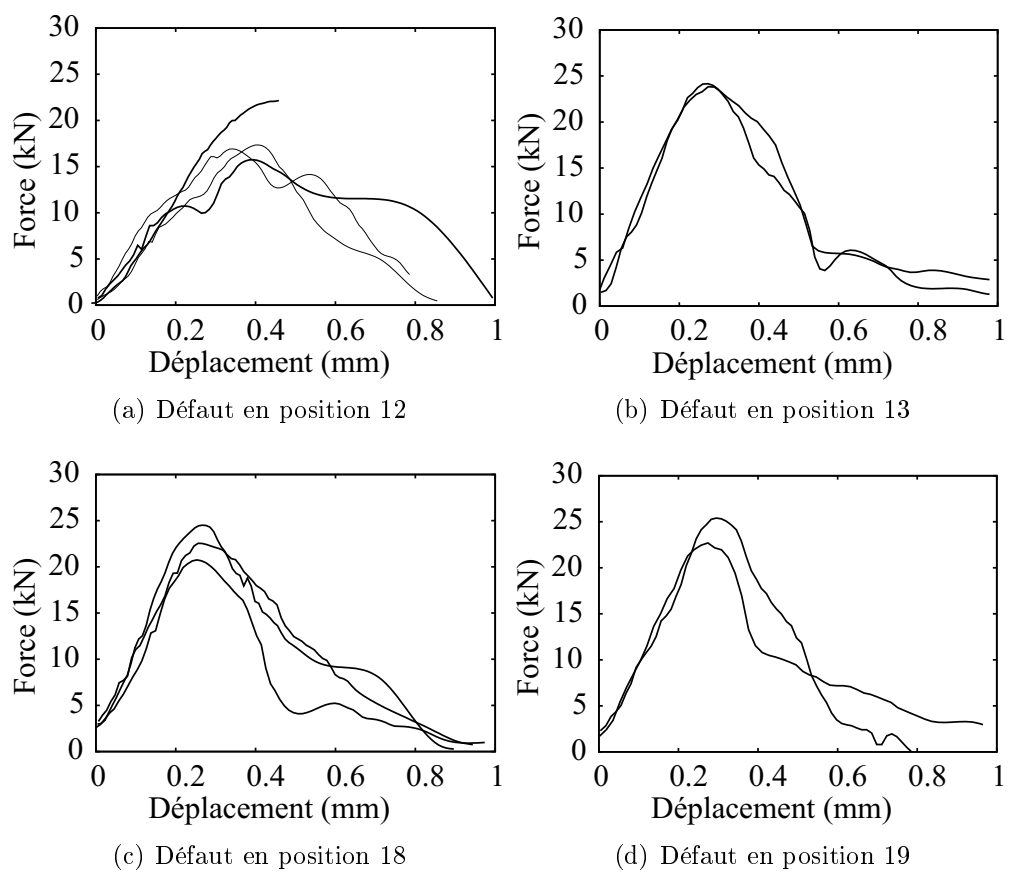


FIG. 3.32 – Relations force-déplacement expérimentales obtenues sur les échantillons avec défaut

3.4 Comparaison expérience-simulation

Cette partie est destinée à la simulation numérique des essais et à la comparaison avec les expériences réalisées sur milieu modèle.

Pour un lien cohésif donné, on peut distinguer deux phases, avant et après rupture. Avant rupture, les relations utilisées sont celles issues de l'expérience (relations 3.1 et 3.2). La rupture est détectée moyennant le critère de rupture établi à partir des seuils de rupture expérimentaux en traction, cisaillement et couple (relation 3.3). Une fois le lien cohésif rompu, le code de calcul bascule sur des relations de type contact-frottant. Pour des raisons de continuité entre le comportement en compression dans le cas cohésif et dans le cas d'un contact, la raideur dans le cas du contact est prise égale à celle du cas cohésif³.

Les relations de contact,

$$\begin{cases} f_n = -k_n d_n & \text{si } d_n \leq 0 \\ f_n = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et de frottement,

$$f_t = -\min(|k_t v_t|, \mu f_n) \operatorname{sgn}(v_t)$$

sont alors implémentées.

Dans le cas le plus général, plusieurs situations peuvent être prises en compte suivant les corps en présence :

- Contact-frottant entre grains :
 - sur des zones aluminium-aluminium
 - sur des zones colle-colle
 - sur des zones colle-aluminium
- Contact-frottant entre plateau supérieur et grains ou entre plateau inférieur et grains :
 - sur des zones acier-aluminium
 - sur des zones colle-acier

Certaines données sur ces contacts ne sont pas actuellement disponibles. On se contentera par la suite de prendre en compte les coefficients de frottement entre grains et plateau inférieur, grains et plateau supérieur, grain et grain sur zones

³En effet dans le cas contraire, la rupture d'un lien cohésif provoquerait une répulsion des grains.

colle-colle. Il faut également noter qu'en l'absence de confinement, le contact frottant entre grains n'intervient qu'après rupture des liens cohésifs, le coefficient de frottement grain-grain n'a que peu d'influence sur le comportement macroscopique avant rupture.

Dans les simulations qui suivent, la valeur adoptée du coefficient de frottement entre grains⁴ est :

$$\mu = 0,3$$

Les plateaux inférieur et supérieur de la presse ayant des états de surface très différents, une expérience destinée à évaluer dans chacun des cas les coefficients de frottement a été réalisée. Elle est schématisée figure 3.33. Elle consiste à évaluer la force de glissement $\vec{T}$ en fonction de l'effort $\vec{N}$. La figure 3.34 permet d'évaluer les coefficients de frottement pour le plateau inférieur :

$$\mu_{inf} = 0,5$$

et pour le plateau supérieur :

$$\mu_{sup} = 0,25$$

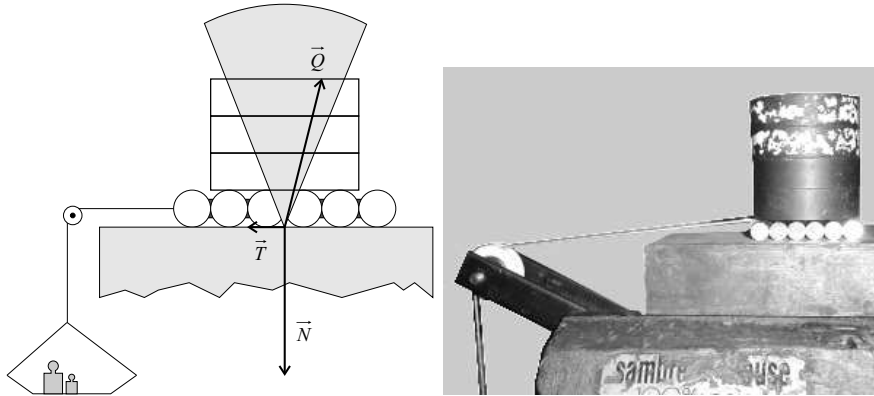


FIG. 3.33 – Dispositif de détermination des coefficients de frottement

3.4.1 Cas des échantillons sans défaut

Analyse comparative du comportement et de la rupture

La figure 3.35 représente la relation force-déplacement pour la simulation numérique en comparaison avec les 10 expériences effectuées sur des échantillons

⁴Remarquons que les essais de validation étant réalisés sans confinement, ce coefficient de frottement n'a que très peu d'influence.

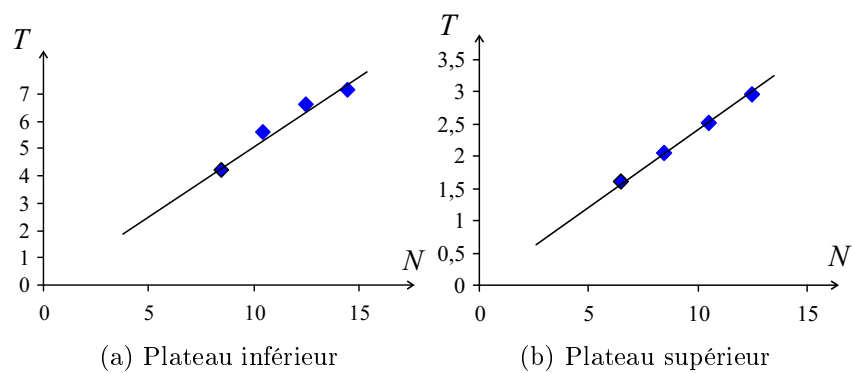


FIG. 3.34 – Résultats sur les frottements grains-plateaux

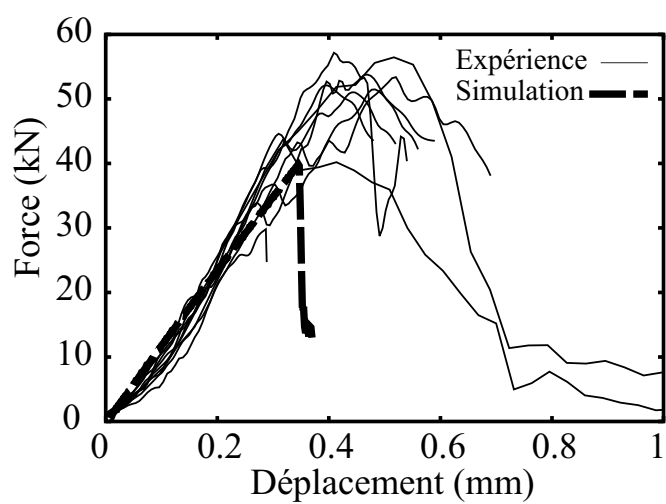


FIG. 3.35 – Résultats expérimentaux et numériques sur les échantillons sans défaut

sans défaut. Rappelons qu'il n'y a aucun callage des coefficients du modèle, ceux-ci sont mesurés indépendamment. La liste des coefficients utilisés pour la simulation est donnée tableau 3.3a, 3.3b et 3.3c.

Pas de temps	10^{-7} s
Gravitation	0
Diamètre des grains	$8 \cdot 10^{-3}$ m
Masse volumique	$2,7 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m $^{-3}$

	Plateau supérieur	Plateau inférieur
Frottement avec les grains	$\mu_{sup} = 0,25$	$\mu_{inf} = 0,5$
Raideur	$\Psi_{sup} = 200 \cdot 10^6$ N $\cdot$ m $^{-1}$	$\Psi_{inf} = 200 \cdot 10^6$ N $\cdot$ m $^{-1}$
Vitesse de déplacement	$1 \cdot 10^{-2}$ m $\cdot$ s $^{-1}$	0 m $\cdot$ s $^{-1}$

(a) Paramètres valables tout au long de la simulation

	Raideurs	Efforts à la rupture
Traction	$\Psi_n^- = 10,8 \cdot 10^6$ N $\cdot$ m $^{-1}$	$f_n^{rupt} = 1500$ N
Compression	$\Psi_n^+ = 200 \cdot 10^6$ N $\cdot$ m $^{-1}$	rupture non atteinte
Cisaillement	$\Psi_t = 4,2 \cdot 10^6$ N $\cdot$ m $^{-1}$	$f_t^{rupt} = 900$ N
Couple	$\Psi_\gamma = 101$ N $\cdot$ m $\cdot$ rad $^{-1}$	$M_\gamma^{rupt} = 2,9$ N $\cdot$ m

(b) Paramètres de cohésion

Frottement entre grains	0,3
Raideur entre grains	$k_n = 200 \cdot 10^6$ N $\cdot$ m $^{-1}$

(c) Paramètres après rupture d'un lien cohésif

TAB. 3.3 – Récapitulatif des coefficients utilisés dans les simulations

Notons tout d'abord que le modèle est en mesure de simuler un comportement élastique linéaire⁵ tant qu'aucun lien cohésif n'est rompu. Ceci coïncide avec l'expérience, en effet la non linéarité constatée au début de l'expérience est due à une mise en place du contact entre plateaux et échantillon, ce qui n'est pas pris en compte dans le modèle. Dans la zone avant rupture, qui correspond à la partie élastique, la correspondance expérience-théorie est remarquable.

La valeur de la charge à la rupture est également bien reproduit par le modèle. En effet, expérimentalement, la rupture apparaît au voisinage de 40 kN comme pour la simulation.

⁵On trouvera une justification de l'élasticité du comportement en annexe C.

La concordance est moins bonne après rupture. Alors que la simulation donne une rupture fragile très nette. Les expériences manifestent un endommagement progressif de l'échantillon jusqu'à la rupture finale. Ceci se traduit par une non linéarité qui suit l'effort maximal sur la courbe force-déplacement, mais également par un déplacement à la rupture plus important que pour les simulations. On peut attribuer ceci aux insuffisances suivantes du modèle :

- L'approximation de la courbe de cisaillement du doublet par un comportement fragile est abusive si l'on considère la figure 3.25a.
- Les joints de colle ont une dimension non nulle et leur mécanique après rupture ne peut être décrite seulement par du frottement. Les lèvres des joints de colle peuvent générer des déplacements et contribuer à engendrer des phénomènes qui semblent s'apparenter à de la plasticité. Ces phénomènes ne sont pas pris en compte par le modèle.
- Tous les joints réels ne sont pas identiques, ce qui favorise les ruptures progressives. On notera qu'après rupture, les courbes expérimentales présentent des allures perturbées et sensiblement différentes, ce qui va dans le sens d'une gestion du comportement par des défauts dispersés et variables d'un échantillon à l'autre.
- Pour ce qui est de l'analyse de la fracture, il convient de remarquer que les possibilités de fracturation sont limitées par la géométrie et le nombre de grains. Ce problème, comme celui du comportement après rupture, devrait pouvoir être contourné en utilisant des arrangements plus complexes.

La figure 3.36 représente des exemples des états après rupture à la presse et la figure 3.37 le résultat de la simulation. On note dans les deux cas des noyaux de forme triangulaire et des éclats de part et d'autre de ce noyau. Evidemment, que ce soit expérimentalement ou théoriquement, la fracture est privilégiée selon les lignes de joints. On constate dans les deux cas que la partie triangulaire pointe vers le haut ; ceci est lié à l'effet de fretage dû au frottement et à la dissymétrie des conditions aux limites. La figure 3.38 montre dans le cas de deux coefficients de frottement égaux entre grains et plateaux $\mu = 0,05$ l'inversion de la partie triangulaire.

La figure 3.39 représente les efforts de traction, compression, cisaillement et couple entre grains juste avant la rupture. L'épaisseur de trait donne une indication sur l'intensité de l'effort ; l'épaisseur nulle correspondant à un effort nul et l'épaisseur égale au rayon des grains correspondant au seuil de rupture, pour les sollicitations de traction, cisaillement et couple. Pour la compression, la rupture ne peut être atteinte, on a donc choisi arbitrairement de prendre l'épaisseur de trait égale au rayon pour une intensité de la force de $4 \cdot f_n^{rupt}$. On peut remarquer la symétrie des efforts par rapport à l'axe vertical central. La variation des efforts en fonction de l'altitude est à attribuer à la différence des coefficients de frottement entre grains et plateaux inférieur et supérieur et aux nombres de grains différents pour les couches en contact avec les plateaux respectifs. On note pour

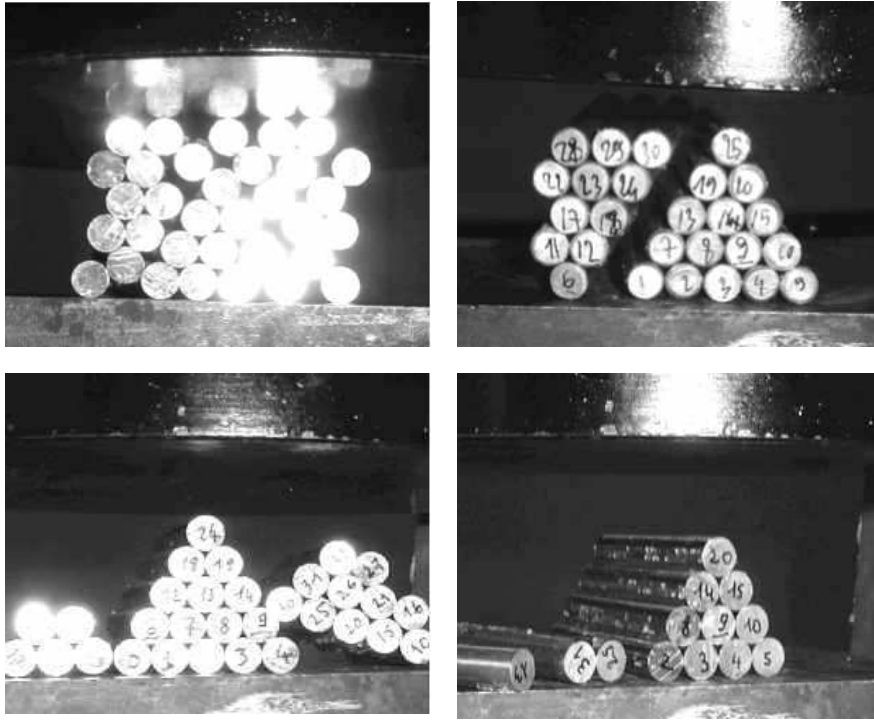


FIG. 3.36 – Exemples de faciès de rupture

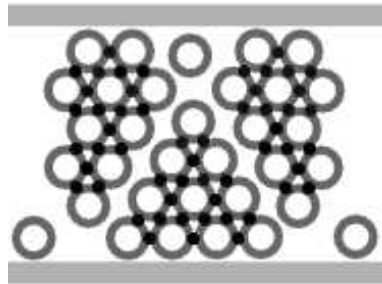


FIG. 3.37 – Faciès de rupture obtenu numériquement

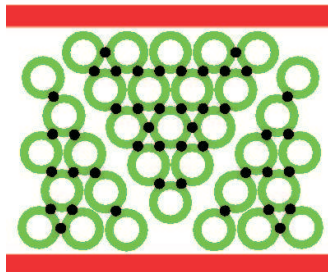


FIG. 3.38 – Inversion du faciès de rupture numérique pour $\mu_{\text{inf}} = \mu_{\text{sup}} = 0,05$

la traction un effet de frettage dû à la cohésion. Les efforts de cisaillement et de couple montrent un maximum dans les coins inférieurs ce qui correspond bien aux phénomènes observés expérimentalement : la rupture et l'éjection d'éclats dans ces coins.

La figure 3.40 montre l'effet de l'inversion des coefficients de frottement plateaux-cylindres. Cette figure correspond au cas où le coefficient au niveau du plateau inférieur est pris égal à 0,25 et celui au niveau du plateau supérieur à 0,5. On voit que les efforts de couple se développent dans la partie supérieure de l'échantillon contrairement à la figure 3.39d.

La figure 3.41 représente le cas de l'échantillon sans frottement au niveau des plateaux. Les différences constatées entre le haut et le bas sont réduites et dues au nombre de grains différents sur les rangées extrêmes.

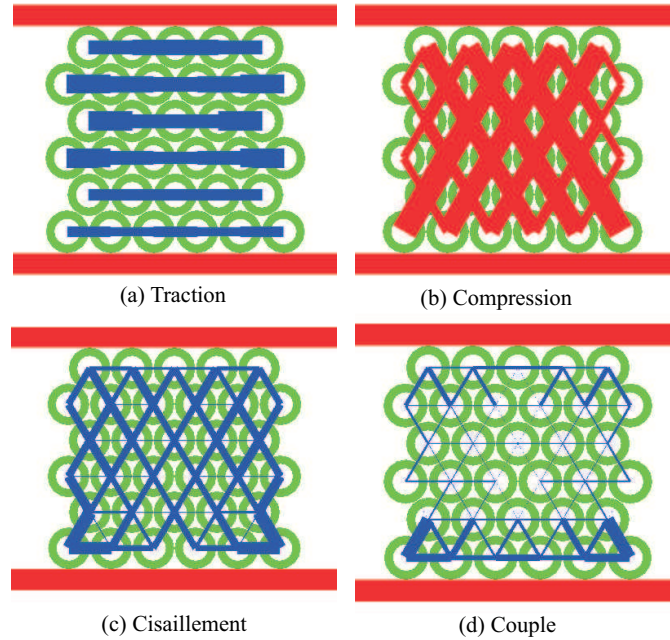


FIG. 3.39 – Efforts de cohésion dans le bloc sans défaut juste avant la rupture

3.4.2 Cas des échantillons avec défaut

On constate figure 3.42 que les courbes force-déplacement expérimentales sont assez semblables pour les défauts en position 13, 18 et 19. Seule la courbe de la figure 3.42a, pour le défaut en position 12, diffère des autres au niveau de la charge à la rupture qui passe de 25 kN à 15 kN environ. Les cas avec défaut diffèrent nettement du cas sans défaut quant à la valeur de la force à la rupture, égale dans ce cas à 50 kN. On note que le modèle rend bien compte des courbes

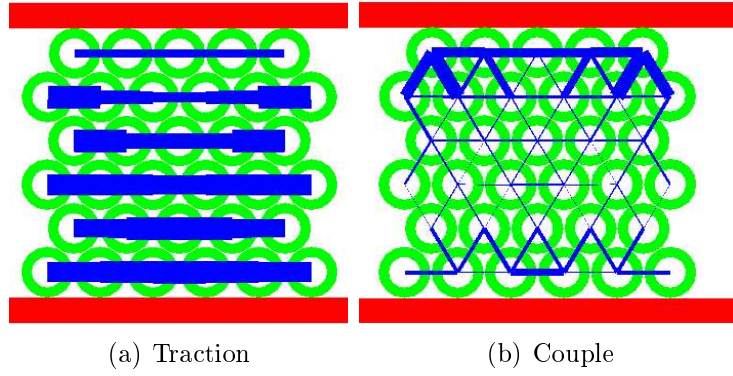


FIG. 3.40 – Effet de l'inversion des coefficients de frottement entre plateaux et échantillon

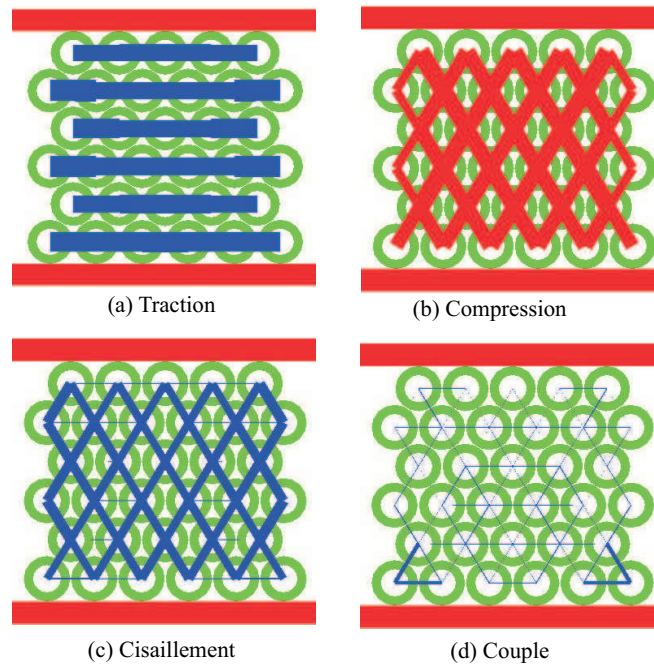


FIG. 3.41 – Cas sans frottement au niveau des plateaux

pour des échantillons avec défaut en position 13, 18 et 19 aussi bien au niveau des raideurs que de la charge à la rupture. On ne note pas pour ces cas la divergence expérience-simulation de la figure 3.35 correspondant au cas sans défaut en ce qui concerne les seuils de rupture. La raison est certainement que dans le cas avec défaut, la zone de rupture est “prédéfinie”. L’influence des événements extérieurs à cette zone, plus sujet au hasard et à la dispersion sont d’une importance moindre sur le comportement macroscopique.

Le cas du défaut en position 12 pose problème ; alors que l’expérience donne des valeurs inférieures en force, ceci ne se retrouve pas au niveau numérique. On peut supposer que la proximité du défaut 12 du bord de l’échantillon est à l’origine de la dispersion dans le résultat expérimental. Il peut s’agir par exemple d’un défaut de parallélisme ou d’un défaut de collage.

Pour ce qui est des faciès de rupture des échantillons (figures 3.43, 3.44, 3.45 et 3.46), l’interprétation est faussée par le nombre réduit de grains. Cependant, on note une excellente concordance pour les défauts en positions 12 et 18.

L’analyse des efforts de traction, compression, cisaillement et couple est donnée figures 3.47, 3.48, 3.49 et 3.50. On remarque que la symétrie suivant l’axe vertical est bien respectée dans le cas du défaut en position 19.

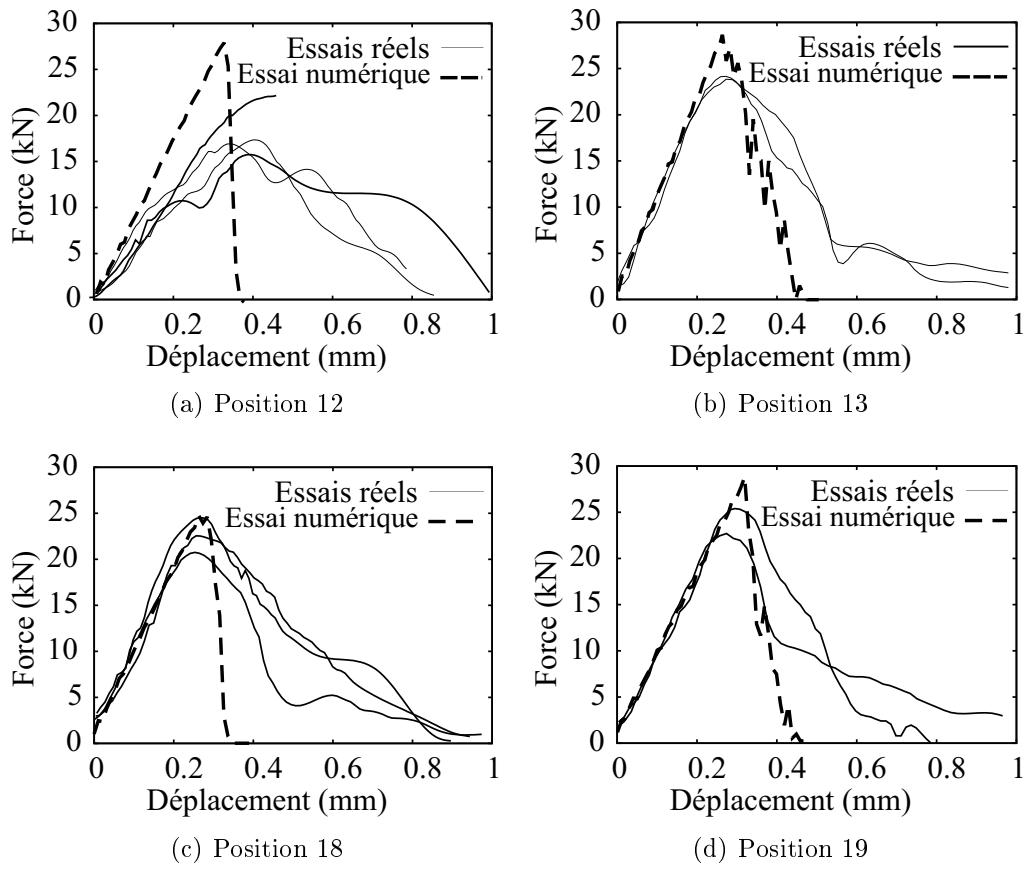


FIG. 3.42 – Comparaison de relations force-déplacement pour les essais réels et les simulations

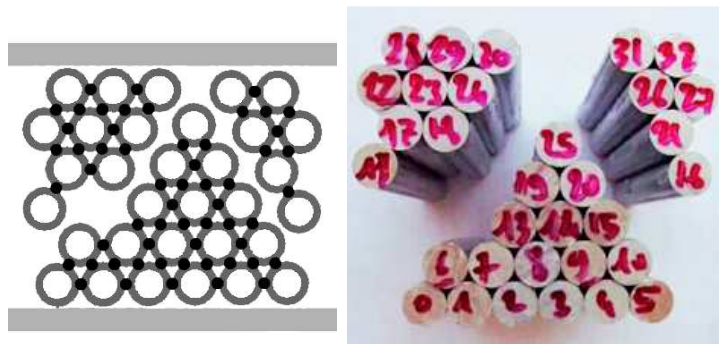


FIG. 3.43 – Echantillon après rupture pour un défaut en position 12



FIG. 3.44 – Echantillon après rupture pour un défaut en position 13

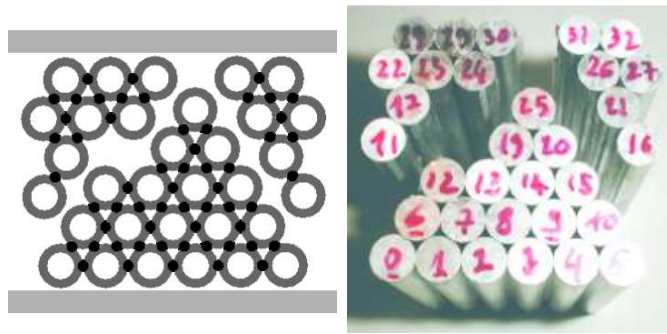


FIG. 3.45 – Echantillon après rupture pour un défaut en position 18

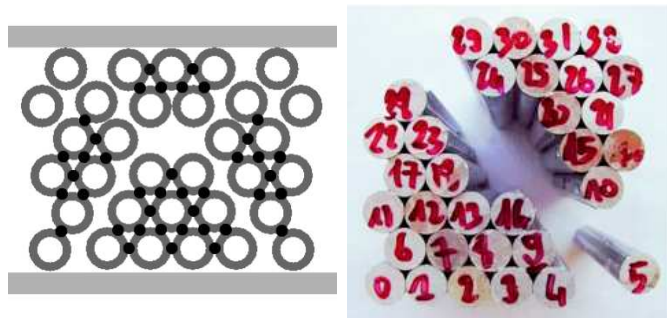


FIG. 3.46 – Echantillon après rupture pour un défaut en position 19

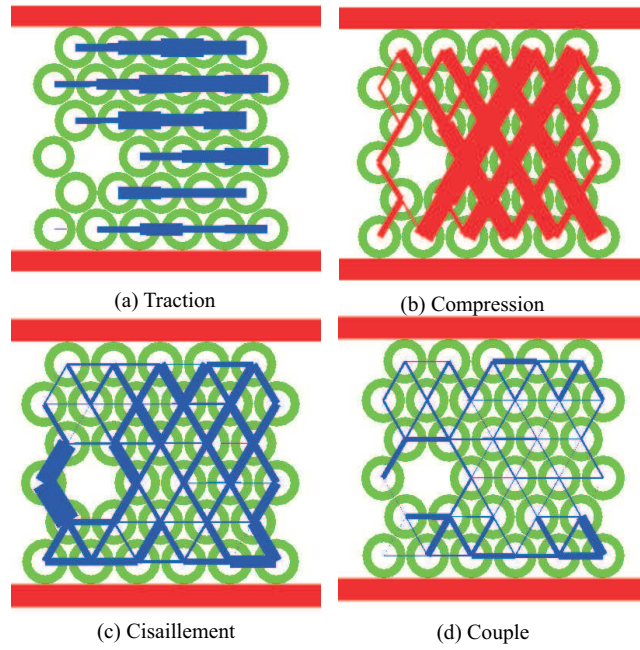


FIG. 3.47 – Efforts dans le bloc avec défaut en position 12

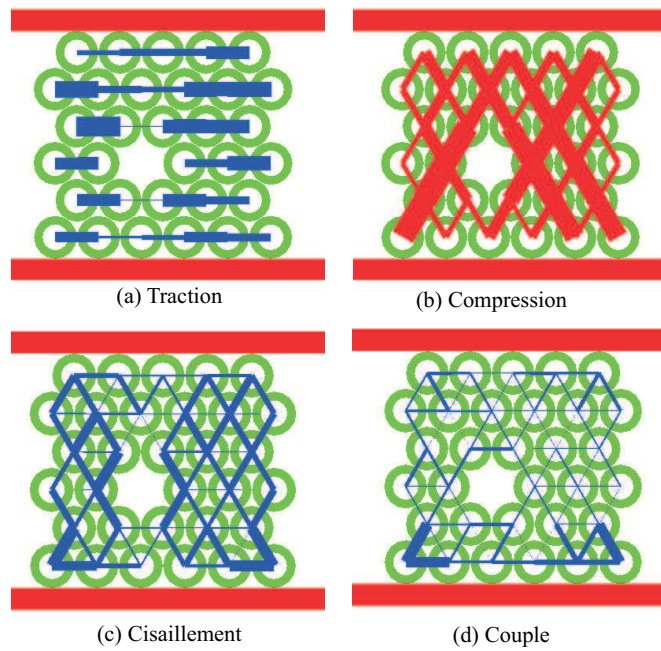


FIG. 3.48 – Efforts dans le bloc avec défaut en position 13

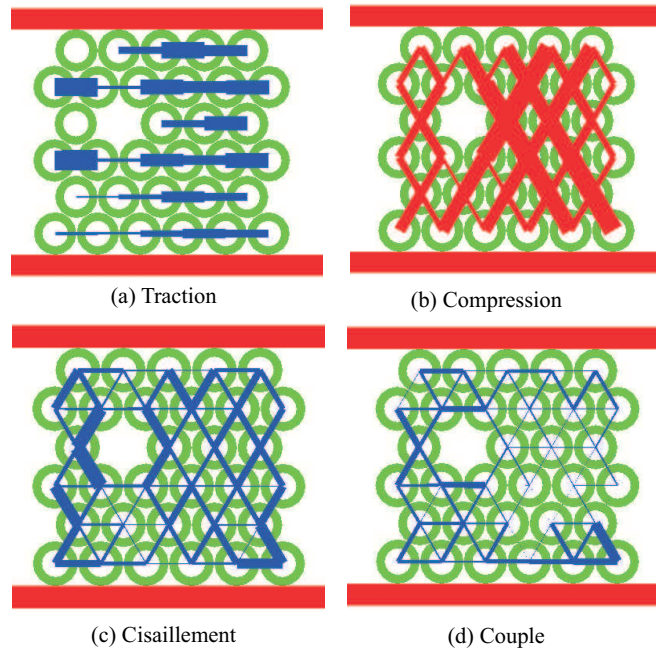


FIG. 3.49 – Efforts dans le bloc avec défaut en position 18

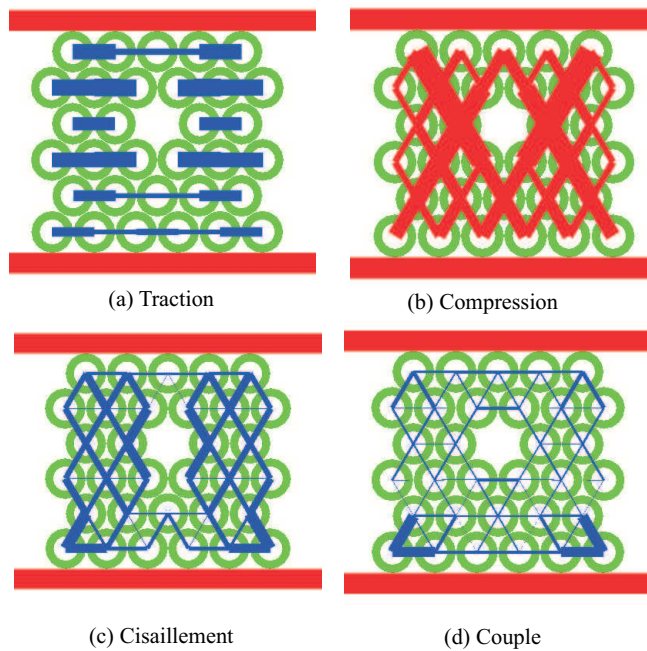


FIG. 3.50 – Efforts dans le bloc avec défaut en position 19

Conclusion

L'approche expérimentale développée dans ce chapitre a permis de définir un matériau granulaire test et des essais type sur doublets et sur échantillons macroscopiques. Les techniques développées se sont révélées suffisamment répétitives et fiables pour permettre d'envisager une loi de cohésion et un critère de rupture d'un joint cohésif type.

Un des points essentiels de ce chapitre est la validation du modèle sur des échantillons macroscopiques. Les coefficients et critères introduits dans le modèle sont déduits de l'étude expérimentale sur doublets, les coefficients de frottement entre cylindres et plateaux ont été estimés. La confrontation expérience-simulation se révèle bonne en ce qui concerne les réponses force-déplacement. Le modèle apparaît en mesure de traduire le comportement élastique dans le cas de liens élastiques. Une amélioration doit être apportée pour décrire la courbe force-déplacement après rupture des premiers joints cohésifs. L'introduction de défauts dans les échantillons macroscopiques modifie le comportement, ces modifications sont bien traduites par le modèle dans la plupart des configurations.

La comparaison entre faciès de rupture simulés et expérimentaux est délicate en raison du faible nombre de grains qui n'autorise qu'un nombre réduit de modes de rupture. Cependant, la comparaison se révèle positive dans la plupart des cas.

Chapitre 4

Applications

Introduction

La validation de l'approche de la Mécanique des Milieux Granulaires avec Cohésion (notée MMGC par la suite) a été effectuée sur un milieu modèle dans le chapitre 3. En particulier, il a été possible de contrôler son aptitude à décrire le comportement élastique avant rupture des liens cohésifs.

Compte tenue de la difficulté à réaliser de façon rigoureuse des échantillons macroscopiques de grande taille, la validation s'est restreinte à un nombre limité de grains. Il convient maintenant de procéder à des vérifications numériques afin de tester la capacité de l'outil développé à répondre aux attentes liées aux objectifs visés par cette étude. Chaque vérification numérique passe par un ensemble d'étapes. Ces étapes vont de la préparation de l'échantillon (granularité, texture, conditions initiales...) à l'interprétation des résultats de simulation. L'interprétation est menée en rapport avec des données phénoménologiques, lorsqu'elles existent, et le cas échéant, avec le simple bon sens physique. On comprend dès lors que seul un nombre limité de vérifications peut être entrepris compte tenu des délais nécessaires pour la réalisation de chaque vérification. On s'attachera en priorité dans ce chapitre à procéder aux vérifications suivantes :

- “cohérence” de l'approche MMGC pour un grand nombre de grains ;
- aptitude de l'approche à décrire l'apparition et le développement de fractures ;
- apport de l'approche à un processus de passage micro-macro ;
- capacité de l'approche à décrire le comportement de la phase solide dans les problèmes de thermomécanique en association avec une approche phénoménologique des mécanismes de transport de matière.

Ces vérifications seront faites à travers une série de cinq études de cas portant sur des exemples de milieux granulaires cohésifs. Ces études de cas portent toutes sur des milieux poreux de type granulaire. Elles peuvent être intitulées ainsi :

1. Déformation et rupture d'une poutre en flexion
2. Fractionnement et tamisage de milieux granulaires solides
3. Compression de cylindres à différentes densités
4. Retrait et gonflement lors du séchage et de l'humidification
5. Détermination de la courbe intrinsèque d'un milieu granulaire

Sauf contre indication, on utilise dans ce chapitre les valeurs numériques du chapitre précédent. Les données microscopiques équivalentes sur les milieux poreux envisagés n'étant pas accessibles, les résultats sont à considérer d'un point de vue qualitatif. Néanmoins, ces résultats constituent, à notre sens, un guide dans la perspective d'aborder des problèmes inverses. Ceci permettrait d'accéder, au moins partiellement, à l'information à l'échelle microscopique.

4.1 Déformation et rupture d'une poutre en flexion

Il s'agit d'un problème important de l'ingénieur en Génie Civil qui fait l'objet d'une modélisation simplifiée dans le cadre de ce qui est classiquement appelé la "Résistance Des Matériaux" (RDM). On se propose de confronter l'approche MMGC à l'approche RDM dans le cas d'une poutre en flexion.

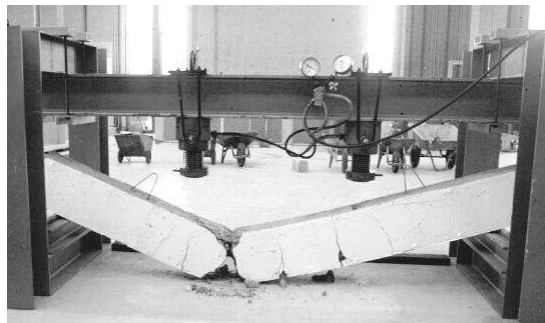


FIG. 4.1 – Rupture d'une poutre en flexion (cas du béton)

4.1.1 Réalisation de l'échantillon numérique

Dans le domaine élastique, la RDM permet de prévoir avec une bonne précision les sollicitations internes de traction, cisaillement et couple loin des points d'application des charges. La rupture (figure 4.1) est mal prédite alors que ceci est nécessaire pour une expertise en cas de pathologie du bâtiment par exemple. Notons que pour un matériau comme le béton armé, la simulation des armatures

pourrait être obtenue en introduisant des rangées de grains liés entre eux par une cohésion “plus forte”. L’adhérence entre armatures et béton pourrait également être simulée par un lien cohésif de nature différente de celui caractérisant la cohésion entre deux particules.

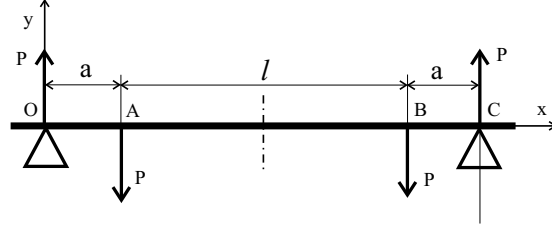


FIG. 4.2 – Schéma de la poutre en flexion

On se limite ici à montrer la cohérence des résultats obtenus par l’approche MMGC dans le cas de la flexion (figure 4.2) en rapport avec ceux donnés par la résistance des matériaux.

Une poutre “granulaire” a été réalisée. Elle est constituée de 347 grains de diamètre $8 \cdot 10^{-3}$ m et de 928 liens cohésifs. Les dimensions de la poutre et les points d’application du chargement, représentés sur la figure sont donnés par $a = 80 \cdot 10^{-3}$ m, $l = 176 \cdot 10^{-3}$ m (figure 4.2). La hauteur de la poutre est de $48 \cdot 10^{-3}$ m.

Pour se rapprocher des hypothèses de la RDM, la raideur en compression du joint cohésif est prise identique à celle de la traction. Quant au critère de rupture, il est conservé dans sa forme représentée figure 3.26.

4.1.2 Analyse locale des efforts

Trois images ont été extraites du film donné par la simulation numérique (figure 4.3). Elles montrent l’état initial, un état intermédiaire déformé et l’état correspondant à la rupture.

Le code de calcul gère la cohésion entre grains en prenant en compte les sollicitations de traction, compression, cisaillement et couple. Le logiciel de posttraitement est utilisé pour représenter ces sollicitations. La contribution des efforts de traction, compression, cisaillement et couple est représentée sur une moitié de poutre ; la géométrie et le chargement étant symétriques (figure 4.4). Les figures sont représentées quelques pas de temps avant la rupture. L’épaisseur des traits qui relient les grains est proportionnelle aux efforts. Pour la traction, le cisaillement et le couple, cette épaisseur est égale à zéro pour une sollicitation nulle et au rayon des grains, si la sollicitation atteint le seuil de rupture. Pour

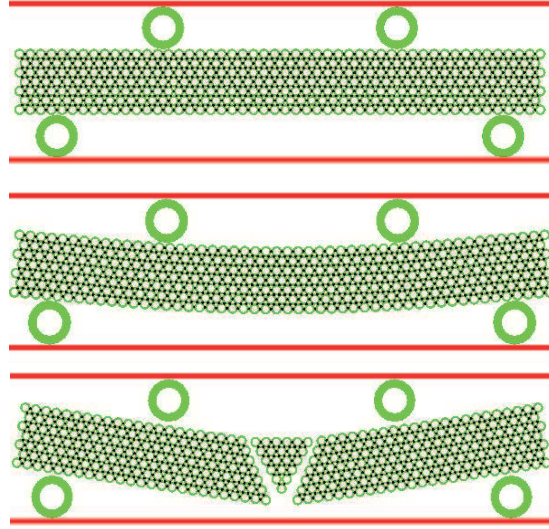


FIG. 4.3 – Evolution vers la rupture de la poutre sollicitée en flexion 4 points

la compression, l'épaisseur de trait suit la même évolution que pour la traction¹. Cette convention sera conservée dans les parties suivantes.

L'intensité des efforts de traction et de compression dans les liens cohésifs est constante sur une même rangée horizontale, entre les points d'application des charges (figures 4.4a et 4.4b). Cette caractéristique se retrouve au niveau du cisaillement (figure 4.4c) et du couple (figure 4.4d). Ceci implique que dans la définition d'une grandeur macroscopique de type tenseur des contraintes à partir des efforts dans les liens cohésifs, cette grandeur est indépendante de x dans la zone comprise entre les points d'application des charges. Ceci est conforme aux résultats donnés par la RDM dans le cas de la flexion pure.

On notera enfin sur la figure 4.4d que la sollicitation de couple est peu importante. Cette remarque sera confirmée par la suite dans la section 4.3 sur des empilements compacts comme c'est le cas ici.

4.1.3 Analyse de la déformée

Si on s'intéresse à la déformée avant rupture, le code de calcul permet de déterminer le déplacement de tous les grains et en particulier de ceux situés sur la "fibre moyenne". On constate sur la figure 4.5 la présence d'un grain immobile sur la fibre neutre à la hauteur de l'appui. Les autres grains semblent tourner autour de ce grain particulier.

¹Il faut noter que dans le chapitre précédent, l'épaisseur de trait en compression était $f_n(\text{compression}) = 4 \times f_n^{rupt}$. Ici on a bien une épaisseur de trait de la largeur du rayon pour $f_n(\text{compression}) = f_n^{rupt}$.

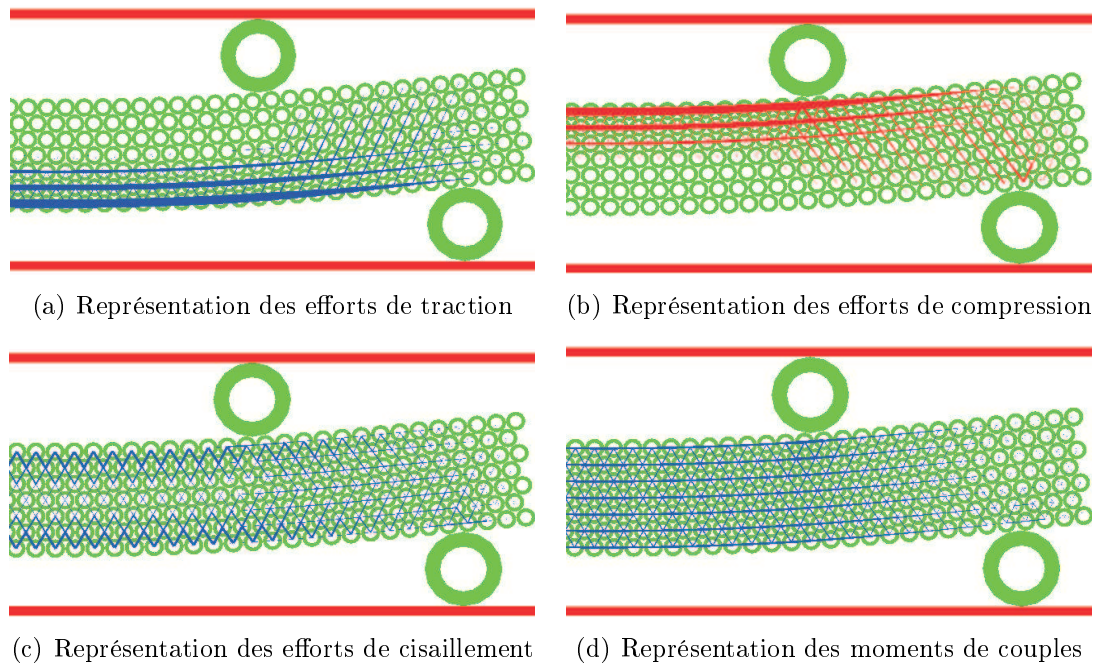


FIG. 4.4 – Représentation des sollicitations internes sur la poutre en flexion

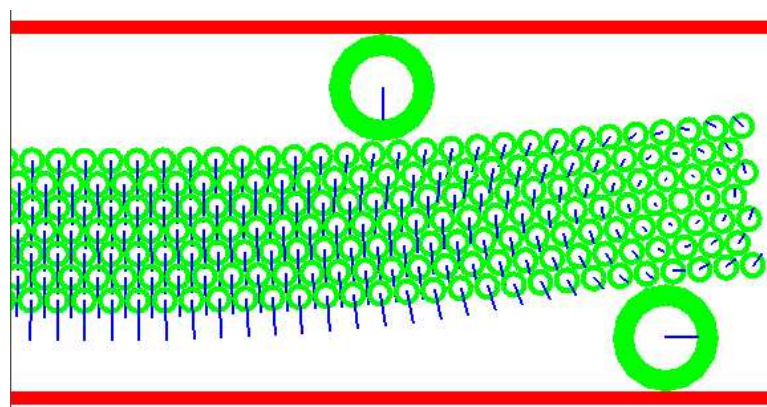


FIG. 4.5 – Champ de déplacement des grains

Il est possible de représenter, à chaque pas de temps, la configuration déformée de la fibre moyenne. Si l'on considère la déformée correspondant à une charge $P = 1160 \text{ N}$, une interpolation entre A et B par la méthode des moindres carrés donne, en utilisant les unités S.I. :

$$y = 2,667 \cdot 10^{-1}x^2 - 8,949 \cdot 10^{-2}x + 6,881 \cdot 10^{-4} \quad (4.1)$$

avec $R^2 = 0,99998$ pour le coefficient de corrélation. Le calcul de la déformée par la résistance des matériaux (RDM) est obtenu par l'intégration de l'équation différentielle :

$$EI y''_{OA}(x) = M_{OA}(x) = Px \quad \text{entre O et A} \quad (4.2)$$

$$EI y''_{AB}(x) = M_{AB}(x) = Pa \quad \text{entre A et B} \quad (4.3)$$

où y est la flèche et M le moment fléchissant. En exprimant les conditions aux limites, on obtient l'expression de la déformée dans le tronçon OA :

$$y_{OA}(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{Px^3}{6} - \left(\frac{Pa^2}{2} + \frac{Pal}{2} \right) x \right] \quad (4.4)$$

et dans le tronçon AB,

$$y_{AB}(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{Pax^2}{2} - Pa \left(a + \frac{l}{2} \right) x + \frac{Pa^3}{6} \right] \quad (4.5)$$

Pour représenter la déformée il est nécessaire de connaître le module de rigidité EI (E module d'élasticité, I moment quadratique de la section). L'identification des deux équations 4.1 et 4.5 donne accès à EI . L'égalité des termes d'ordre 2, 1 et 0 permet d'obtenir trois valeurs, de EI :

$$EI = \frac{\frac{Pa}{2}}{2,667 \cdot 10^{-1}} = 174,0 \text{ Nm}^2 \quad (4.6)$$

$$EI = \frac{Pa \left(a + \frac{l}{2} \right)}{8,949 \cdot 10^{-2}} = 174,2 \text{ Nm}^2 \quad (4.7)$$

$$EI = \frac{\frac{Pa^3}{6}}{6,881 \cdot 10^{-4}} = 143,9 \text{ Nm}^2 \quad (4.8)$$

Une bonne concordance est obtenue pour les deux premières valeurs. La troisième diffère des deux premières. Remarquons qu'une différence sur les termes

d'ordre 0 représente une translation d'une déformée par rapport à l'autre. Cet écart peut être imputé à la forte variation des champs de déplacement aux appuis et au voisinage des points d'application des charges, phénomènes non pris en compte par la RDM classique. En prenant $EI = 174 \text{ Nm}^2$, il est possible de tracer la déformée obtenue par la RDM. On note, sur la figure 4.6, une bonne concordance avec la déformée donnée par l'approche MMGC. Par ailleurs, il est possible de tracer le déplacement et la rotation d'une section droite. A titre d'exemple, on a représenté la position des centres de 4 grains situés à l'abscisse $116 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (figure 4.7). Là aussi, on constate un bon accord avec le modèle de la RDM et en particulier le l'hypothèse de Navier-Bernoulli. On notera une échelle différente entre les abscisses et les ordonnées.

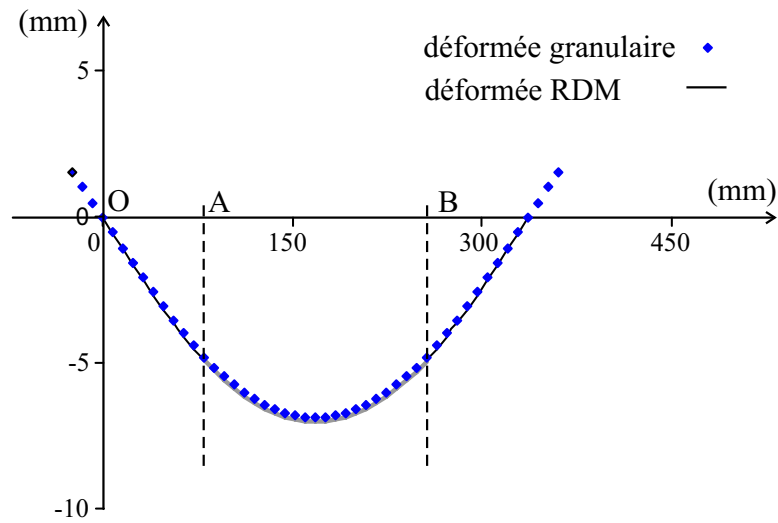


FIG. 4.6 – Comparaison des déformées MMGC et granulaire

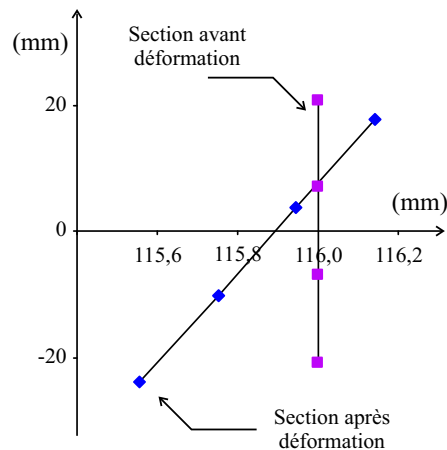


FIG. 4.7 – Mise en évidence du déplacement et de la rotation d'une section droite

4.1.4 Influence de la position des points d'application des charges

Trois poutres ont été réalisées pour des positions d'appuis différentes. Ces poutres sont symétriques et construites sur le principe donné figure 4.2. Les dimensions pour les cas 1, 2, et 3 sont respectivement $l = 0,112\text{ m}$, $l = 0,240\text{ m}$ et $l = 0,304\text{ m}$. La longueur totale de la poutre est maintenue constante.

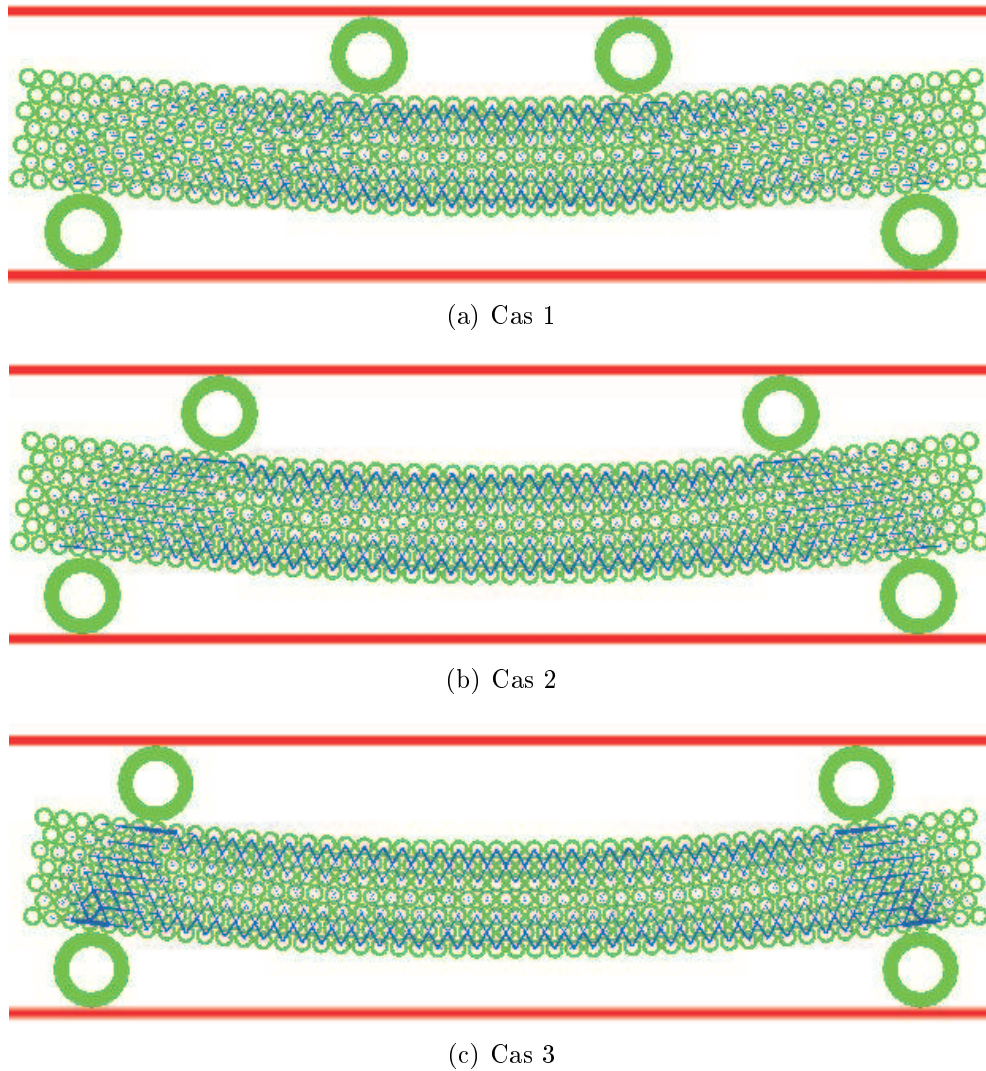


FIG. 4.8 – Représentation des efforts de cisaillement pour différentes positions des points d'application des charges

Les figures 4.8a, 4.8b et 4.8c représentent les efforts de cisaillement dans les trois cas. On note que lorsque les charges se rapprochent des appuis (cas 3), des efforts de cisaillement importants apparaissent au voisinage des appuis. Ces

efforts semblent à l'origine des ruptures par cisaillement parfois constatées près des appuis.

4.2 Fractionnement et tamisage de milieux granulaires solides

Dans une application de l'approche MMGC au fractionnement de milieux granulaires cohésifs tels que les céréales, la phase la plus intéressante à modéliser se situe après l'apparition de la première fracture. Cette modélisation échappe aux approches de type milieux continus. Dans ce domaine, les modèles de milieux granulaires avec cohésion présentent un intérêt sur deux points [Haddad et al., 2001] :

- Calcul des énergies de rupture
- Détermination de la granulométrie des fractions produites

De plus, une approche de type MMGC devrait permettre d'analyser ces deux paramètres en fonction du type de sollicitation, de la distribution des tailles des grains, des caractéristiques des liens cohésifs. . . On se limite ici à montrer que l'approche développée permet de reproduire l'initiation et la propagation des fractures.

4.2.1 Réalisation de l'échantillon numérique

Afin de simuler le cas du blé (photo 1.8), la répartition granulométrique choisie obéit au diagramme de la figure 4.9. La figure 4.10 représente un échantillon qui peut, en première approximation, représenter un grain de blé. Par manque de connaissance des valeurs réelles, les caractéristiques du lien cohésif adoptées sont celles mesurées expérimentalement au chapitre 3, aussi bien au niveau des lois de cohésion que du critère de rupture. Ceci conduit à des dimensions et des efforts irréalistes. On notera donc que le but de l'étude qui suit est de voir si une approche de type MMGC est capable de reproduire les traits essentiels de l'opération de fractionnement des céréales. L'aspect quantitatif sera mis de côté dans un premier temps, compte tenu des données microscopiques indisponibles à ce stade.

4.2.2 Fractionnement

L'échantillon est soumis à une compression. Les paramètres de la simulation sont ceux du tableau 3.3 sauf pour les coefficients de frottement entre plateaux et grains qui sont pris égaux à 0, 1. La figure 4.11 montre trois étapes (A, B, C) extraites du film du fractionnement. Les segments représentés sont proportionnels à l'effort de compression². Ils permettent de suivre les chaînes de forces entre grains

²Comme il y a une distribution granulométrique, l'épaisseur des traits dépend du rayon moyen des grains.

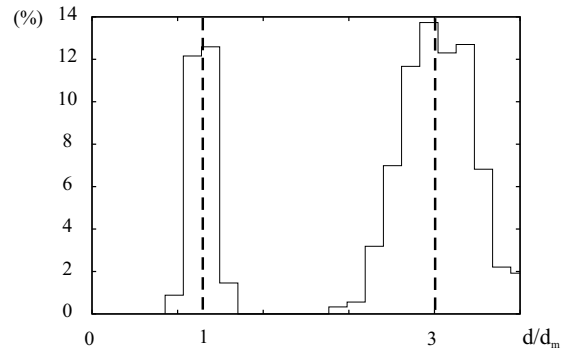


FIG. 4.9 – Distribution granulométrique choisie autour de deux valeurs moyennes

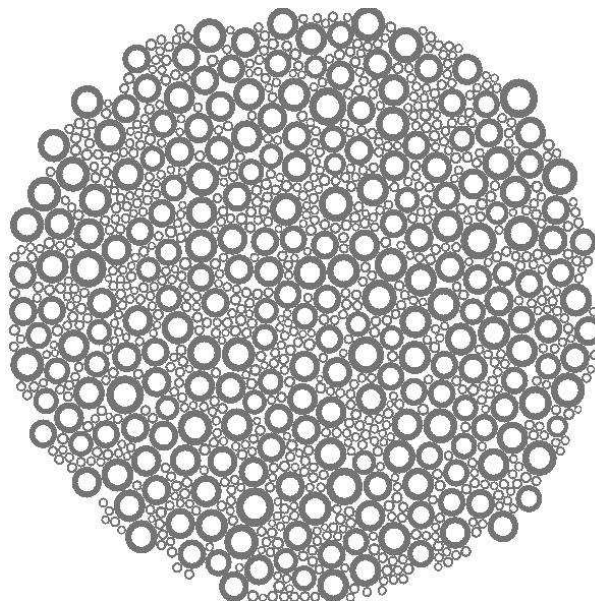


FIG. 4.10 – Echantillon présentant deux distributions granulométriques sensé représenter un grain de céréale

lors du procédé. Cette simulation est d'un grand intérêt pour la compréhension du fractionnement ; il serait possible de considérer des sollicitations composées, par exemple compression-cisaillement afin de simuler le fractionnement entre rouleaux tournants à des vitesses différentes par exemple.

4.2.3 Tamisage

Un autre intérêt de l'approche est de pouvoir réaliser un tamisage virtuel à n'importe quel stade du fractionnement. A titre d'exemple, la figure 4.12 représente les fractions obtenues après compression au tiers de la hauteur initiale de l'échantillon.

L'approche permet également le calcul de l'énergie nécessaire au broyage d'un échantillon. Ceci peut être fait à partir de la figure 4.13 donnant la relation force-déplacement pour l'échantillon lors du fractionnement. La force macroscopique F étant la force de compression macroscopique. Elle a été adimensionnée par l'effort de rupture en traction du lien cohésif f_n^{rupt} . Le déplacement Δl du plateau est adimensionné par le rayon moyen des grain $\langle R \rangle$. La superposition de tels diagrammes pour un nombre important de grains devrait donner l'énergie de broyage d'un produit pour le type de sollicitation imposée.

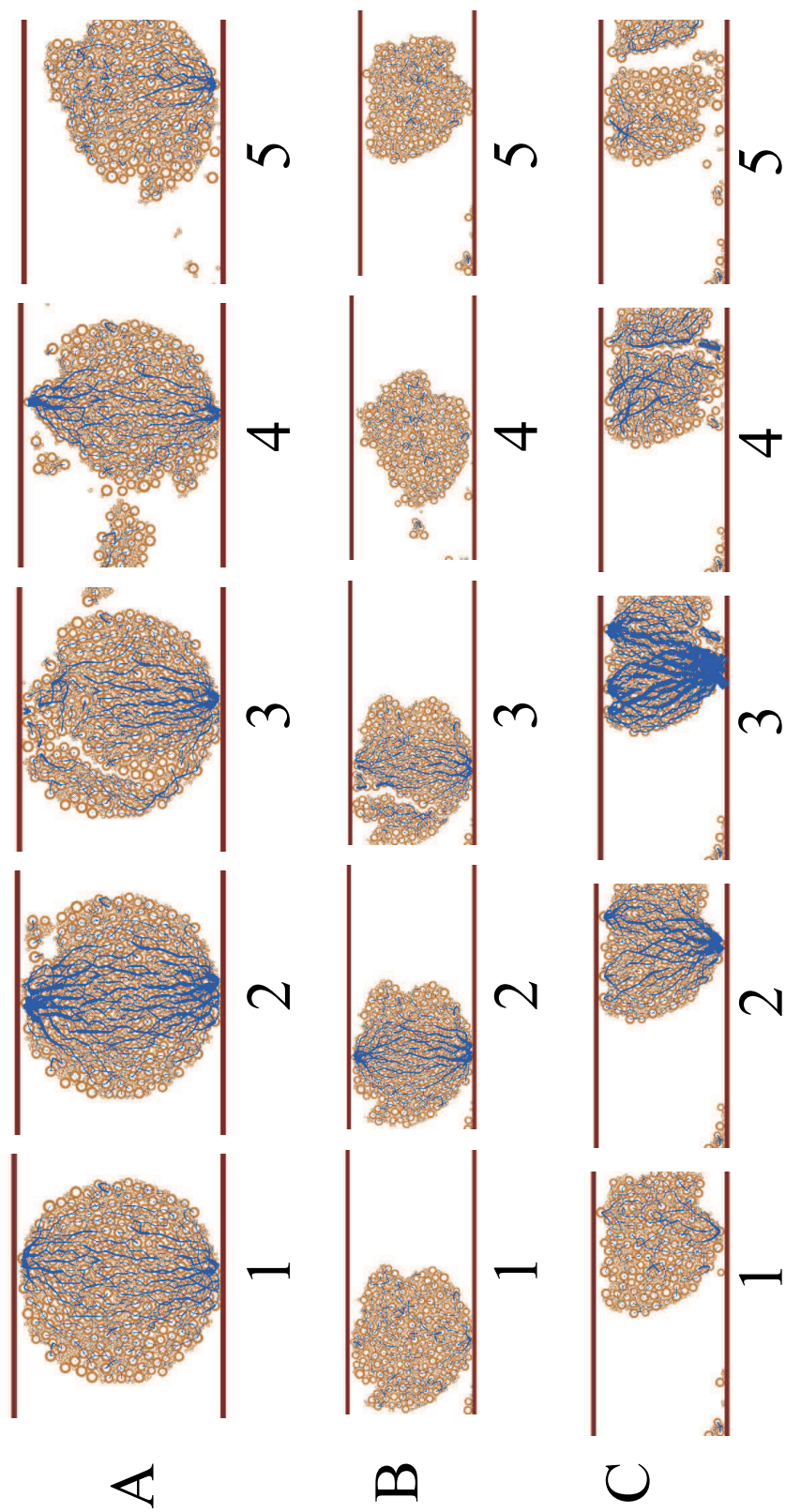


FIG. 4.11 – Extrait du film de fractionnement de l'échantillon et représentation des efforts de compression

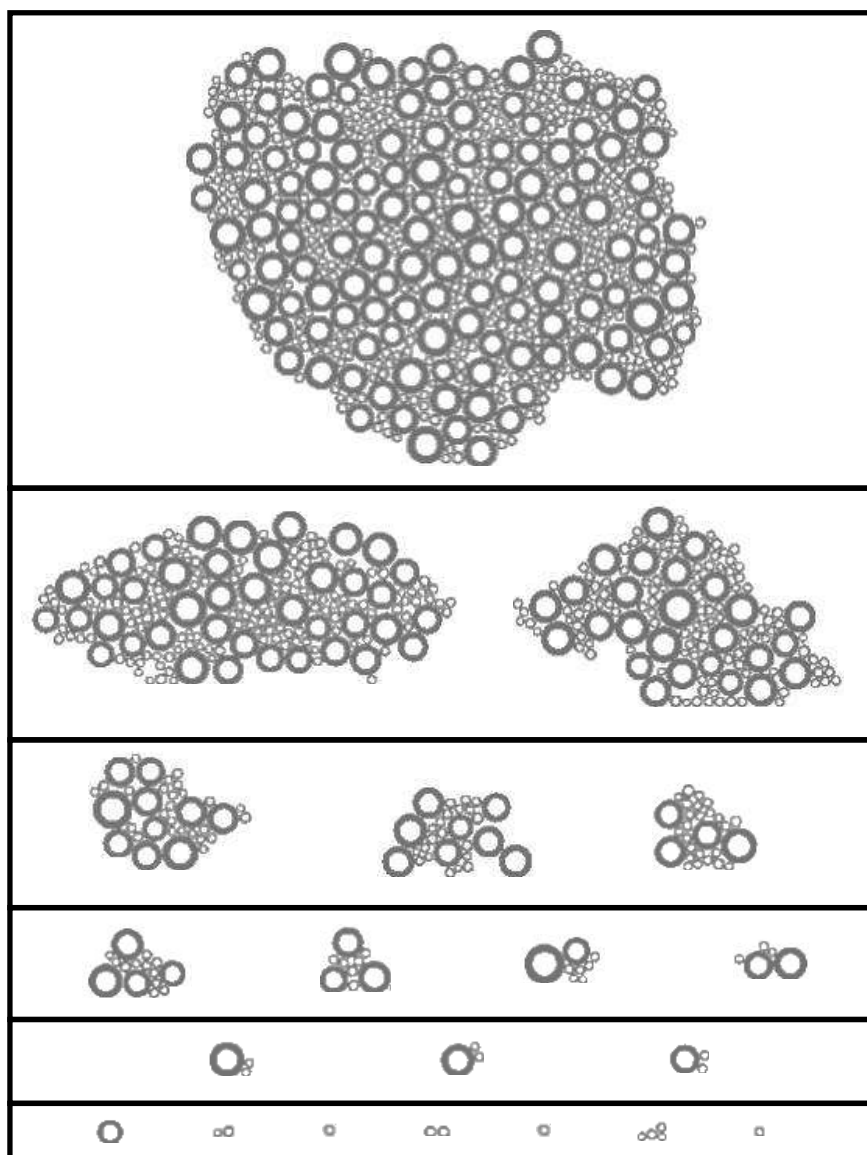


FIG. 4.12 – Fractions obtenues après compression au tiers de la hauteur de l'échantillon

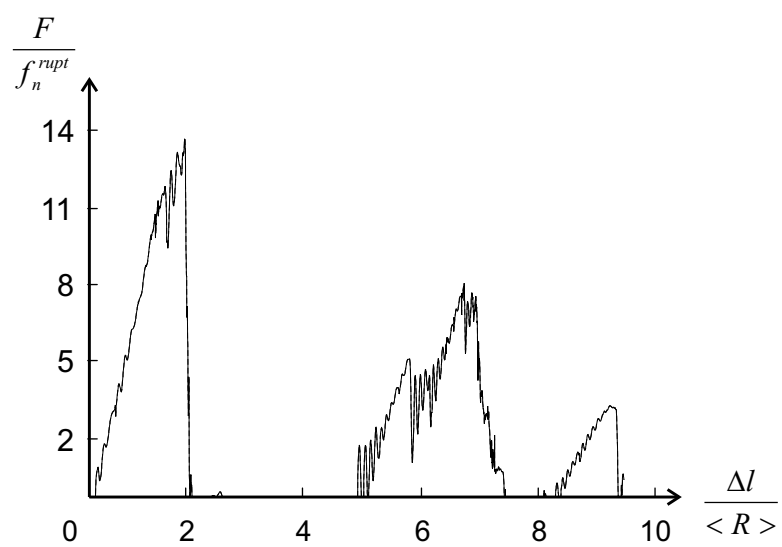


FIG. 4.13 – Relation force-déplacement donnant accès à l'énergie de rupture

4.3 Compression de cylindres à différentes densités

L'objectif des simulations qui suivent est de clarifier l'effet de la porosité sur les efforts de traction, compression, cisaillement et couple au niveau des liens cohésifs. Cette étude est réalisée à travers la simulation d'essais de compression sur des échantillons de différentes porosités. La figure 4.14a représente l'échantillon de base utilisé par la suite. Sur cette figure, R est le rayon moyen des grains, b la largeur de la base et h la hauteur de l'échantillon. Cet échantillon comporte 2870 grains et 5797 liens cohésifs.

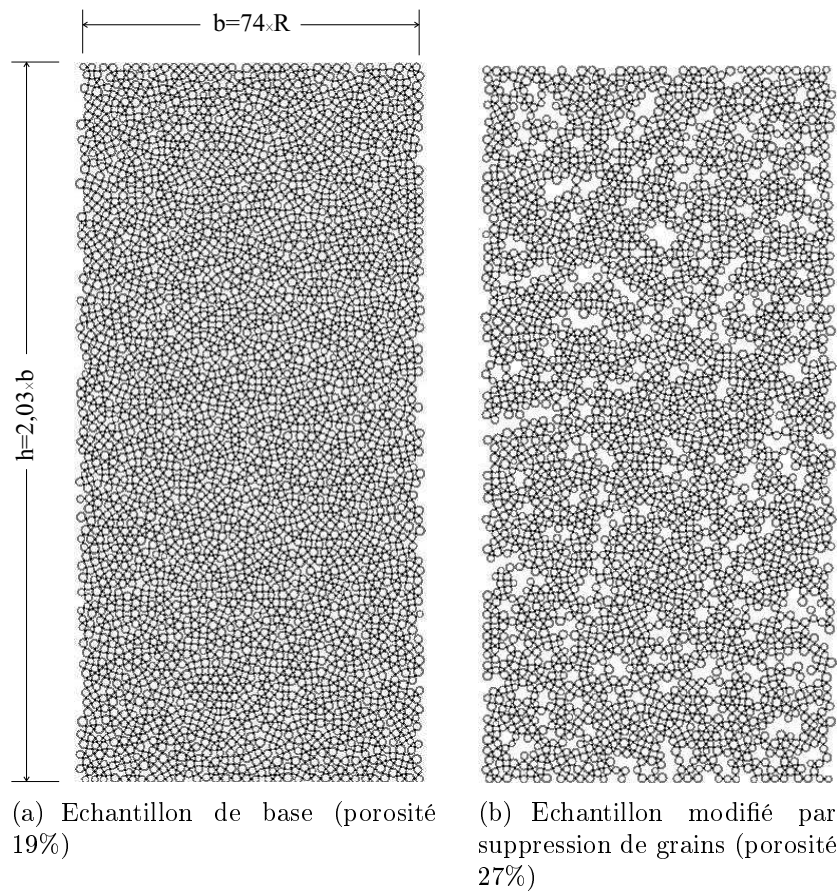


FIG. 4.14 – Réduction de la densité d'un cylindre

On définit la porosité η d'un échantillon par la relation suivante :

$$\eta = \frac{S - S^*}{S}$$

avec,

- S^* la surface totale des grains,
- S la surface totale apparente de l'échantillon obtenue en utilisant les côtes données figure 4.14a.

Dans le cas de l'échantillon de base, cette porosité est de 19%.

La figure 4.15 est un histogramme qui représente les orientations des joints cohésifs de l'échantillon considéré. Ce diagramme montre une répartition quasi-isotrope de la direction $\vec{n}$, conformément à la figure 2.2.

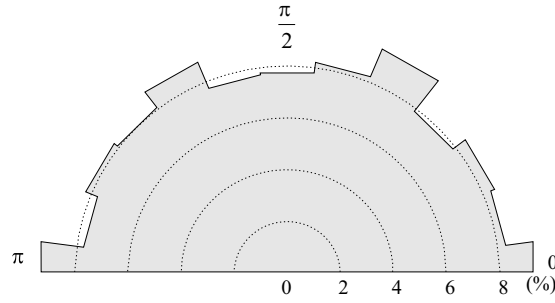


FIG. 4.15 – Isotropie de l'échantillon de référence

Des échantillons de porosités supérieures sont réalisés en retirant de façon aléatoire, selon une loi uniforme, des grains afin d'obtenir des porosités de 21, 24, 27, 30, et 33%. La figure 4.14b montre un exemple d'échantillon obtenu avec une porosité de 27%. Les paramètres des simulations sont ceux donnés au tableau 3.3 du chapitre 3, excepté pour :

- les coefficients de frottement plateau inférieur / grains et plateau supérieur / grains qui sont tous deux pris égaux à 0, 1 ;
- la raideur en compression est prise égale à celle en traction.

Les diagrammes contrainte-déformation sont donnés figure 4.16a. Cette figure représente la contrainte adimensionnée par σ_{max} (notée σ/σ_{max}) en fonction de la déformation pour les différentes valeurs de la porosité. La figure 4.16b représente le module d'élasticité adimensionné (E/E_{max}) en fonction de la porosité. Comme on pouvait s'y attendre, il y a une baisse du module d'élasticité et de la contrainte à la rupture lorsque la porosité augmente.

On définit les “moyennes normalisées” pour les efforts de traction, de compression, de cisaillement et de couple par les relations suivantes :

- En traction³

$$\langle f_n^- \rangle = \frac{1}{N_L \cdot f_n^{rupt}} \sum_{i,j>i} f_{n_{ij}}^- \quad (4.9)$$

³On notera que si les grains i et j ne sont pas liés par un joint cohésif, les paramètres $f_{n_{ij}}^-$, $f_{n_{ij}}^+$, $f_{t_{ij}}$ et $M_{\gamma_{ij}}$ sont nuls respectivement dans les relations 4.9, 4.10, 4.11 et 4.12.

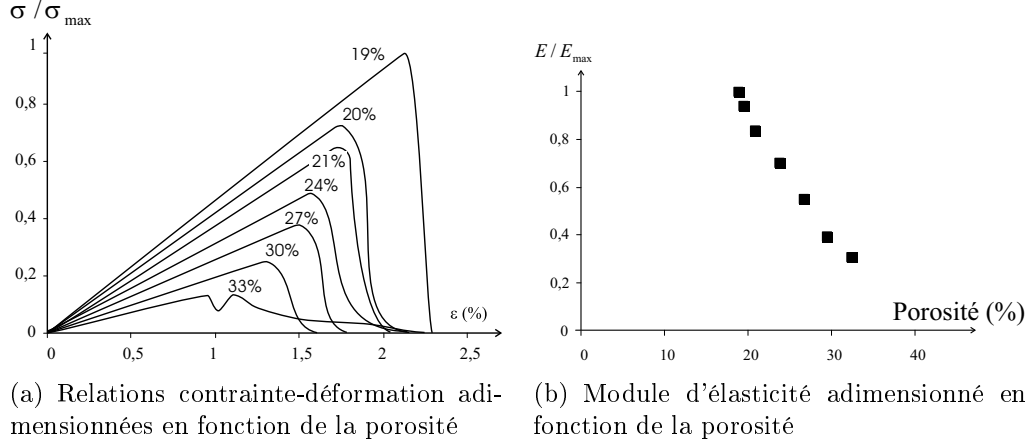


FIG. 4.16 – Influence de la porosité sur le comportement macroscopique de l'échantillon et sur la valeur du module d'élasticité

où $\langle f_n^- \rangle$ est la moyenne de l'effort de traction normalisée par l'effort de rupture en traction ;

$f_{n_{ij}}^-$ représente l'effort de traction dans le lien ij ;

f_n^{rupt} est l'effort à la rupture par traction conformément au critère donné figure 3.26 ;

N_L est le nombre de liens cohésifs dans l'échantillon ;

On définit de la même façon des moyennes normalisées :

– En compression

$$\langle f_n^+ \rangle = \frac{1}{N_L \cdot f_n^{rupt}} \sum_{i,j>j} f_{n_{ij}}^+ \quad (4.10)$$

où dans ce cas la moyenne est normalisée par l'effort de traction, l'effort de rupture en compression étant supposé infini.

– En cisaillement

$$\langle f_t \rangle = \frac{1}{N_L \cdot f_t^{rupt}} \sum_{i,j>i} |f_{t_{ij}}| \quad (4.11)$$

– Pour les couples

$$\langle M_\gamma \rangle = \frac{1}{N_L \cdot M_\gamma^{rupt}} \sum_{i,j>i} |M_{\gamma_{ij}}| \quad (4.12)$$

Ces moyennes sont représentatives de l'intensité globale des différentes sollicitations au cours de l'essai. Remarquons que la valeur 1 pour ces moyennes, excepté pour la compression, correspondrait à la rupture de tous les liens cohésifs

pour la sollicitation considérée. Les figures 4.17a à 4.17f représentent l'évolution de ces moyennes pour des porosités de 19%, 21%, 24%, 27%, 30% et 33% lors des simulations.

Quel que soit l'échantillon considéré, on note que la compression est prédominante, suivie du cisaillement, du couple et enfin de la traction. L'importance de la moyenne en cisaillement laisse supposer que la probabilité d'avoir une rupture d'un lien cohésif en cisaillement est grande ; la rupture en compression étant impossible. Il en résulte qu'une modification des propriétés du cisaillement doit avoir une influence notable sur le comportement macroscopique. Ceci sera confirmé en 4.5 avec une simulation d'un essai biaxial.

On remarque que quelle que soit la porosité, le niveau moyen de traction reste faible. Par contre, la figure 4.17 montre que, quand la porosité augmente, le couple prend une importance relative croissante. Ce résultat signifie que si la non prise en compte du couple dans un milieu compact est justifiée, cette hypothèse ne peut être retenue aux fortes porosités.

La figure 4.18 représente les moments de couples dans l'échantillon de porosité 30% juste avant la première rupture de liens. On peut voir que les couples les plus importants dans les liens cohésifs sont situés au voisinage des zones de forte porosité. Rappelons que l'épaisseur du trait est proportionnelle à la sollicitation considérée et que, à la rupture, cette épaisseur est égale au rayon moyen.

La même constatation peut être faite pour les efforts de cisaillement (figure 4.19) avec une différence : le cisaillement reste présent dans les parties compactes.

La figure 4.20a représente les efforts de compression et 4.20b les efforts de traction pour l'échantillon compact (porosité de 19%). Elles mettent en évidence l'orthogonalité des directions de ces efforts. La valeur de l'effort de compression est assez uniforme dans l'échantillon. La figure 4.20b met en évidence la traction induite par l'effort de compression macroscopique.

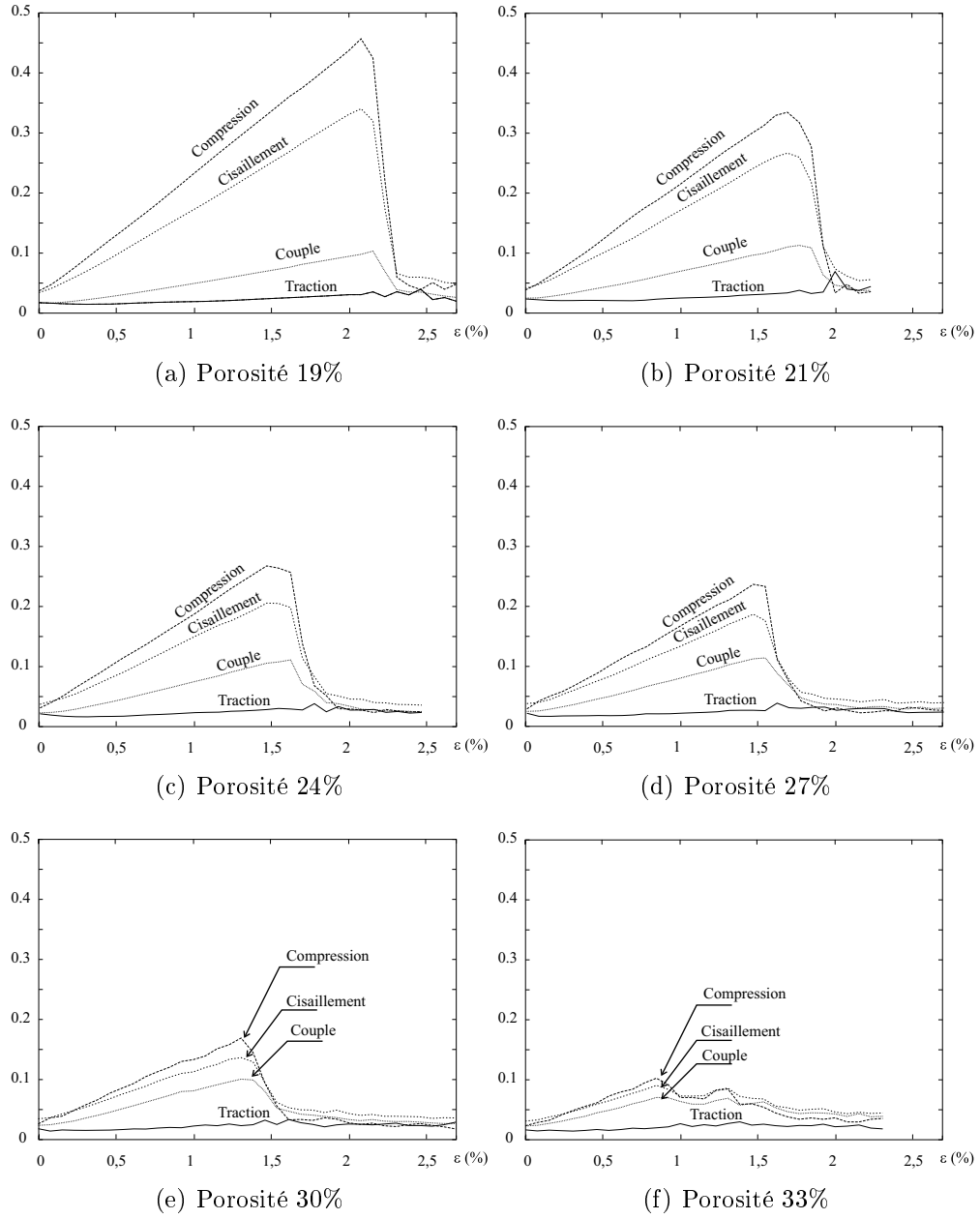


FIG. 4.17 – Variation des moyennes normalisées des efforts en fonction de la déformation pour différentes porosités

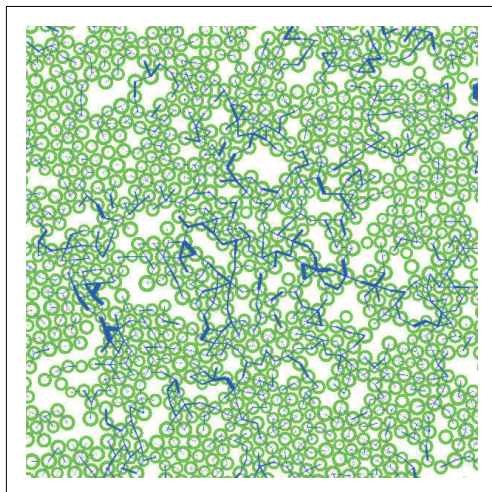


FIG. 4.18 – Représentation du moment de couples sur une partie de l'échantillon avec une porosité de 30%

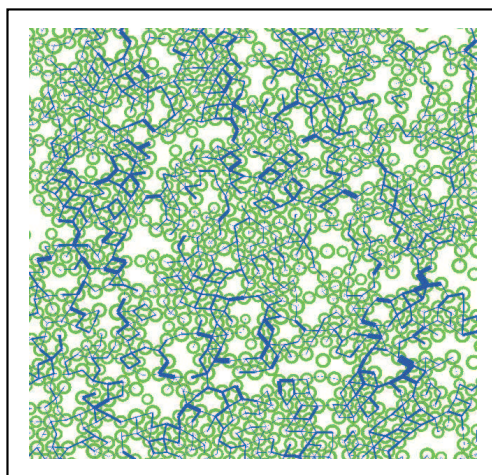
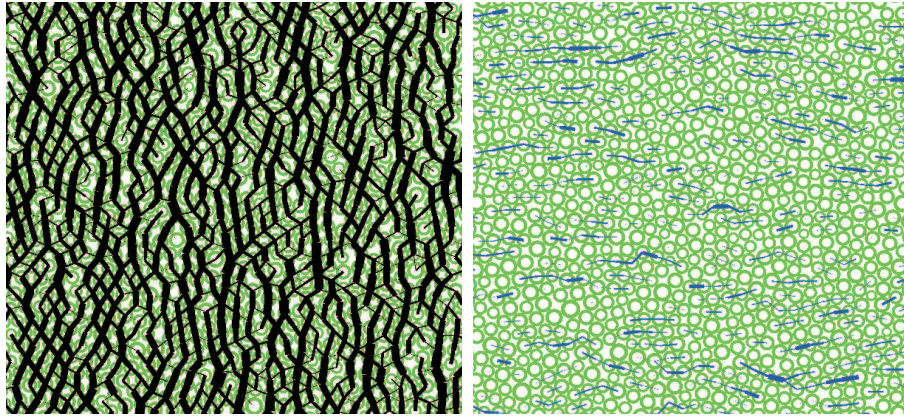


FIG. 4.19 – Représentation des efforts de cisaillement sur une partie de l'échantillon avec une porosité de 30%



(a) Représentation des efforts de compression (b) Représentation des efforts de traction

FIG. 4.20 – Représentation des efforts de compression et de traction dans l'échantillon compact ($\eta = 19\%$)

La figure 4.21 représente les déplacements des grains entre l'instant initial et quelques pas de temps avant la rupture. Les grains du haut de l'échantillon ont subi un déplacement dû au déplacement du plateau supérieur alors que les grains en contact avec le plateau inférieur sont restés quasi-immobiles. On peut voir que les vecteurs situés sur les faces gauche et droite de l'échantillon sont légèrement inclinés vers l'extérieur de celui-ci. Ceci témoigne d'une légère dilatation transversale. L'évaluation de la largeur moyenne de l'échantillon au cours du temps permet de tracer le diagramme 4.22 qui donne la déformation transversale ε' en fonction de la déformation longitudinale ε . A partir de ce diagramme, on obtient le coefficient de Poisson du milieu granulaire :

$$\nu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \simeq 0,2 \quad (4.13)$$

Ce coefficient est à comparer à celui des bétons 0,2, des roches (granit 0,27) et des métaux (acier environ 0,3) [Lemaitre et Chaboche, 1995].

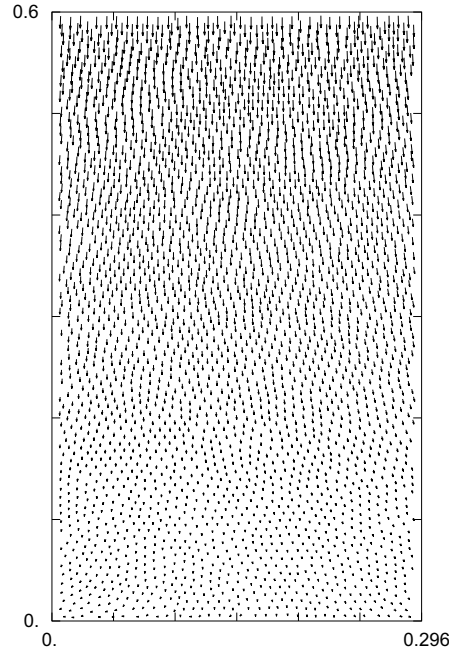


FIG. 4.21 – Déplacements des grains entre les positions initiales et les positions juste avant la première rupture de liens.

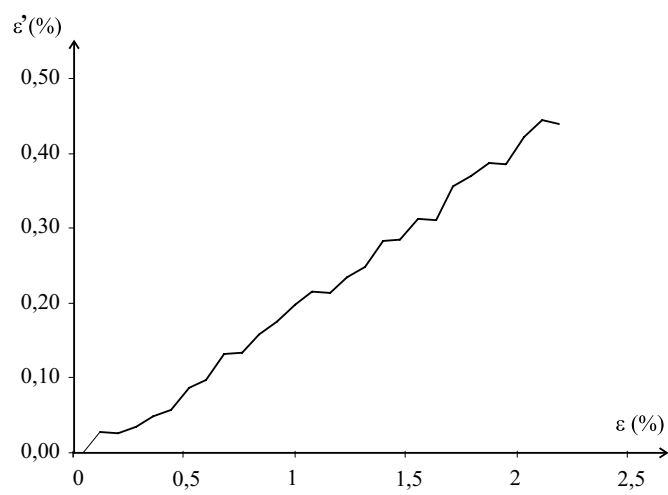


FIG. 4.22 – Déformation transversale en fonction de la déformation longitudinale.

4.4 Retrait et gonflement lors du séchage et de l'humidification

La fissuration de milieux complexes sous l'action du couplage entre transfert de matière et actions mécaniques au sein de la phase solide est un problème délicat à traiter avec une approche de type mécanique des milieux continus. Lors de la déshydratation d'un gel, les modèles développés [Mrani et al., 1995, Mrani et al., 2000, Pillard, 1997] permettent d'annoncer l'apparition de la fracture mais ne donnent aucune indication sur son développement ultérieur.

Un cas particulièrement important, sur le plan économique, concerne le bois. Comme on peut le voir sur la figure 4.23, trois types de fissuration peuvent avoir lieu : fissuration à cœur, fissuration superficielle et fissuration sous forme de roulures. Ce sont ces trois types de fissuration que l'on souhaite analyser ici. Cette application permettra en plus de tester l'aptitude de l'approche à décrire le comportement mécanique d'un milieu granulaire en association avec les modèles thermomécaniques. L'aspect thermodynamique : transfert de matière et de chaleur, réaction chimique, diffusion, changement de phase pouvant être décrits par un modèle phénoménologique ; l'aspect mécanique de la phase solide peut être décrit par l'approche MMGC. Il faut alors introduire dans cette approche les effets de modifications de l'état du milieu, tels que le gonflement des grains, les modifications des propriétés du lien cohésif, l'endommagement. Il faut, bien entendu, connaître les fonctions d'état qui traduisent l'action des variables thermodynamiques sur les propriétés de la phase solide.

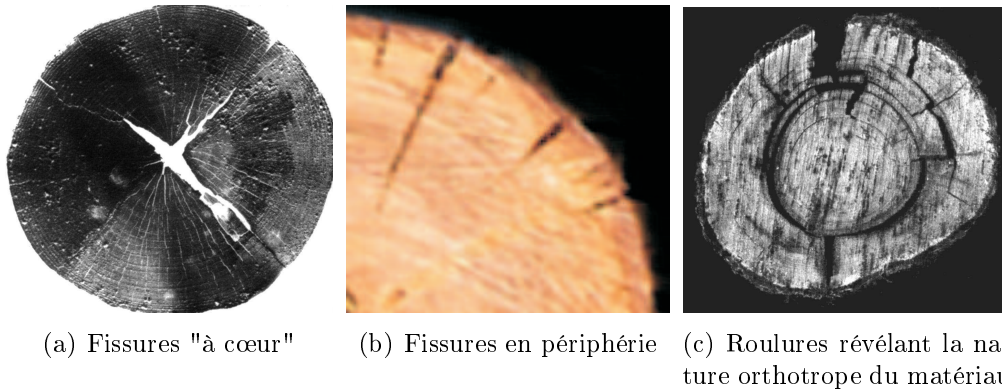


FIG. 4.23 – Fissurations du bois (a et c d'après [Chanson, 1988])

A titre d'exemple, on traite ici le cas du retrait et du gonflement d'un milieu composé de grains et d'eau qui peut soit pénétrer dans les grains soit en être expulsée. On suppose connue la relation entre le rayon des grains et la teneur en eau du milieu. On n'aborde pas ici la physique du transfert de l'eau dans le milieu ; on suppose que celle-ci est décrite par un modèle phénoméno-

logique prenant en compte les phénomènes de transfert et de fixation de l'eau [Bénet, 1981, Bénet et Jouanna, 1983, Ruiz, 1998].

4.4.1 Réalisation de l'échantillon numérique

Un aggloméré de grains circulaires a été réalisé (figure 4.24a). Pour éviter des effets de “cristallisation”, l'échantillon est obtenu par découpage dans un échantillon réalisé par sédimentation avec la même dispersion des tailles des grains que dans la section 4.3.

Le gonflement et le retrait sont obtenus en faisant varier les rayons des grains. Le centre de l'aggloméré est noté H (figure 4.24b). La coordonnée polaire ρ est utilisée pour le repérage des grains. On note ρ_0 le rayon de l'aggloméré à l'instant initial.

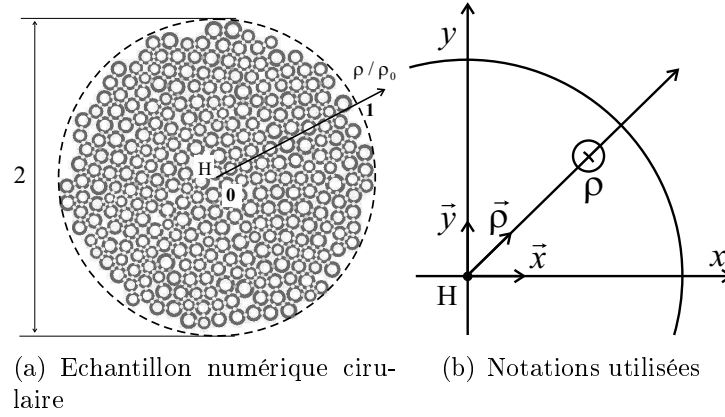


FIG. 4.24 – Échantillon et notations utilisés pour l'étude du gonflement et du retrait

Afin de simuler un problème de retrait, on adopte une variation du rayon R des grains de la forme :

$$R = R_0 e^{-kt} \quad (4.14)$$

et pour simuler un problème de gonflement, on adopte une variation du rayon R des grains de la forme :

$$R = R_0 (2 - e^{-kt}) \quad (4.15)$$

avec R_0 le rayon de départ du grain considéré et k caractérisant la vitesse du gonflement ou du retrait :

$$k = a \frac{\rho}{\rho_0} + k_0 \quad (4.16)$$

a et k_0 sont deux paramètres qui dépendent du matériau et des conditions d'humidification ou de séchage. La valeur de a permet de favoriser plus ou moins le gonflement ou le retrait à la périphérie.

4.4.2 Retrait lors du séchage

Le séchage de l'aggloméré est réalisé pour des paramètres $a = 2$ et $k_0 = 1$ (figure 4.25a). La figure 4.25b représente les cinétiques de retrait (relation 4.14) pour des grains situés à différentes positions ρ du centre H de l'aggloméré.

L'allure de ces cinétiques correspond bien à des cinétiques de séchage expérimentales [Naon, 1994] ; le centre sèche moins vite que la périphérie, d'où l'apparition de gradients d'efforts dans les liens cohésifs.

La figure 4.26a fait apparaître la composante de traction juste avant l'apparition des fissures et la figure 4.26b les efforts de compression. Ces efforts ont pour effet de créer des fissures de traction qui débutent à la surface et pénètrent au centre de l'échantillon. Il s'agit là d'un mode de fissuration très souvent observé [Pillard, 1997, Mrani et al., 1995]. Il se développe au centre un noyau en compression. La périphérie se comporte comme une membrane tendue et la fissuration de celle-ci s'effectue radialement.

Quelques images du film produit à partir de la simulation sont données à la figure 4.27. Pour bien mettre en évidence les fissures et leur propagation, des segments d'épaisseur constante relient les centres des grains tant qu'il y a cohésion. Lorsqu'entre deux grains cohésifs, la cohésion est rompue, le segment qui les relie est supprimé⁴. Sur le plan qualitatif, l'état final de l'échantillon sur la figure 4.27 peut être comparé à l'état d'une sphère de gel soumise à la déshydratation osmotique [Richefeu et al., 2002] figure 4.28.

4.4.3 Gonflement lors de l'humidification

La figure 4.29a représente la variation de $k(\rho)$ pour $a = 2$ et $k_0 = 1$ et la figure 4.29b les cinétiques de gonflement (relation 4.15), adoptées par la suite, pour différentes valeurs de ρ . On voit sur la figure 4.30a se développer de la compression en partie périphérique qui a pour conséquence de créer un effet de voûte. De la traction, figure 4.30b, se développe dans les joints cohésifs au centre ce qui se

⁴On notera pour cette représentation que la présence ou l'absence d'un trait entre les grains signifie la rupture ou le maintien du lien sans indication sur l'intensité de l'effort.

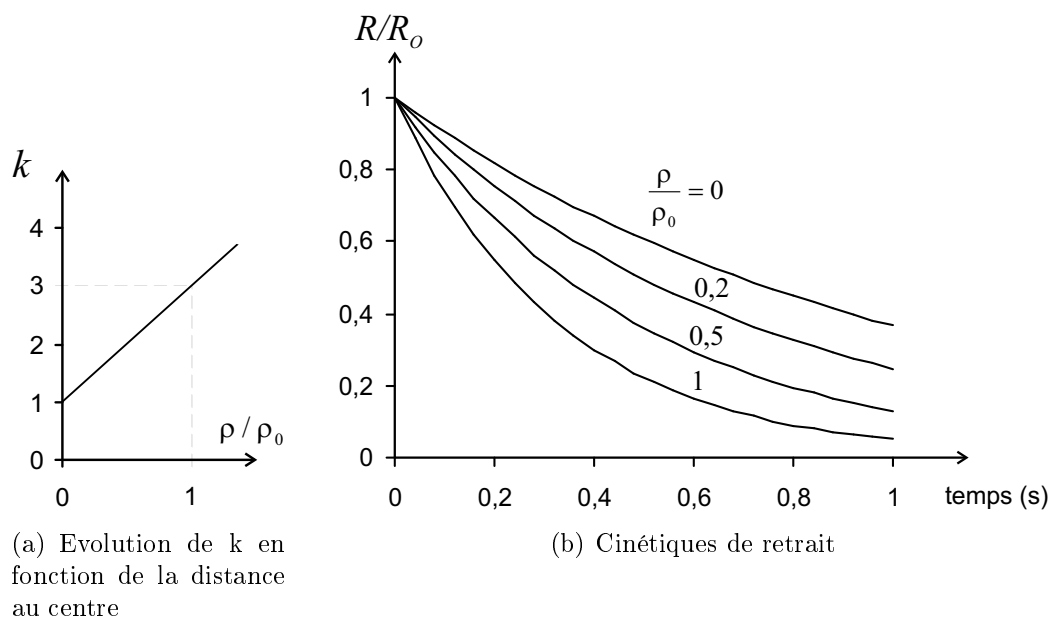


FIG. 4.25 – Cinétiques de retrait

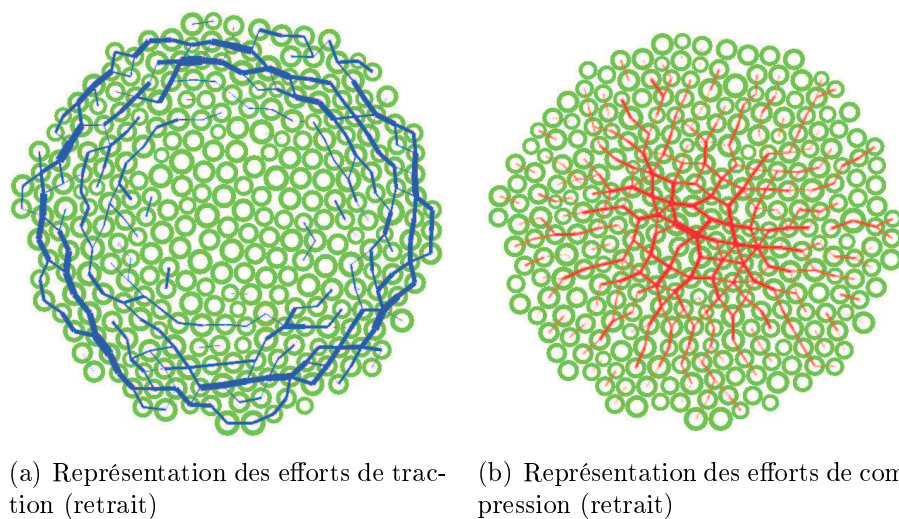


FIG. 4.26 – Efforts de traction et de compression dans un échantillon lors du retrait

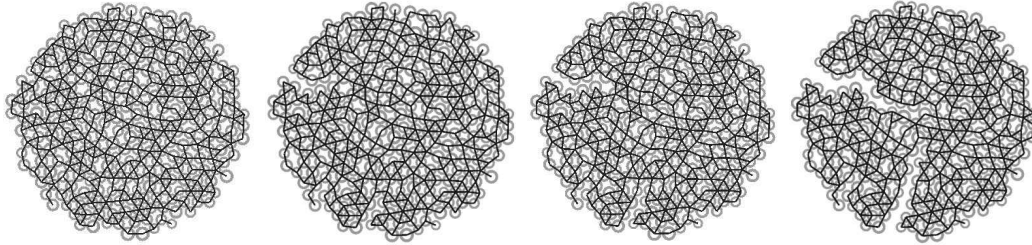


FIG. 4.27 – Apparition de fissures à la périphérie lors du retrait



FIG. 4.28 – Fissuration à la surface d'une sphère de gel d'agar soumise à une déshydratation osmotique [Richefeu et al., 2002]

traduit par l'apparition d'une fissuration au cœur de l'échantillon (figure 4.31). Ce type de fissuration généralement associé à une humidification de surface est fréquemment rencontré : gerce différée des pâtes alimentaires [Mrani et al., 2000], gonflement du bois.

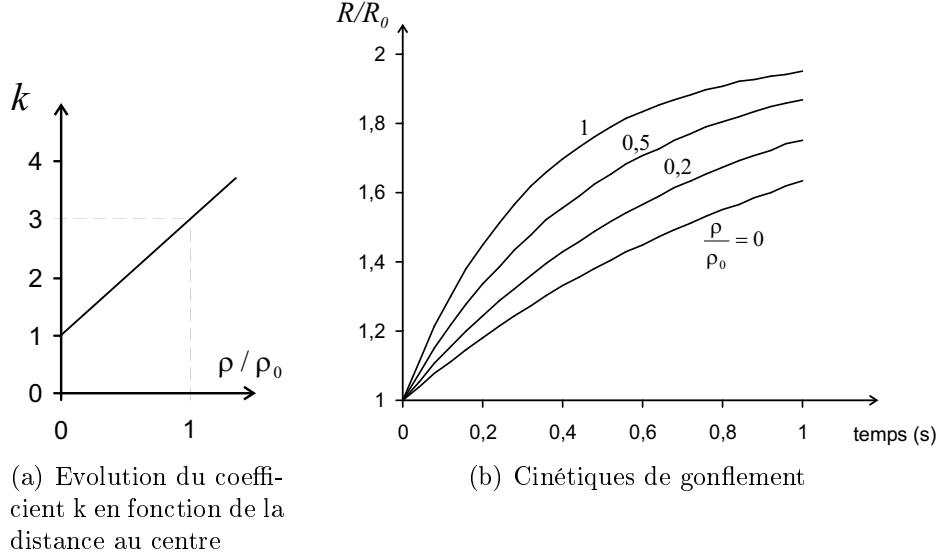


FIG. 4.29 – Cinétiques de gonflement

4.4.4 Gonflement d'un échantillon orthotrope

Les deux types de fissuration qui viennent d'être évoqués existent dans un matériau tel que le bois. Sans informations supplémentaires, l'approche MMGC ne peut pas rendre compte de la roulure (figure 4.23c) car celle-ci est une conséquence de l'orthotropie du matériau. On introduit cette orthotropie de la manière suivante (figure 4.32) : pour un lien cohésif donné, on considère la normale unitaire $\vec{n}$ au plan séparant les deux grains concernés par ce joint au point de colle, et le vecteur radial unitaire $\vec{\rho}$. Le critère de rupture défini par l'équation 3.3 est pondéré par un coefficient α :

$$\zeta_{\text{orthotrope}}(\vec{n}) = \left(\frac{f_t}{\alpha \cdot f_t^{\text{rupt}}} \right)^2 + \left(\frac{M_\gamma}{\alpha \cdot M_\gamma^{\text{rupt}}} \right)^2 + \left(\frac{f_n}{\alpha \cdot f_n^{\text{rupt}}} \right) - 1 \quad (4.17)$$

Avec :

$$\alpha = \alpha_T |\vec{\rho} \cdot \vec{n}| + \alpha_R (1 - |\vec{\rho} \cdot \vec{n}|) \quad (4.18)$$

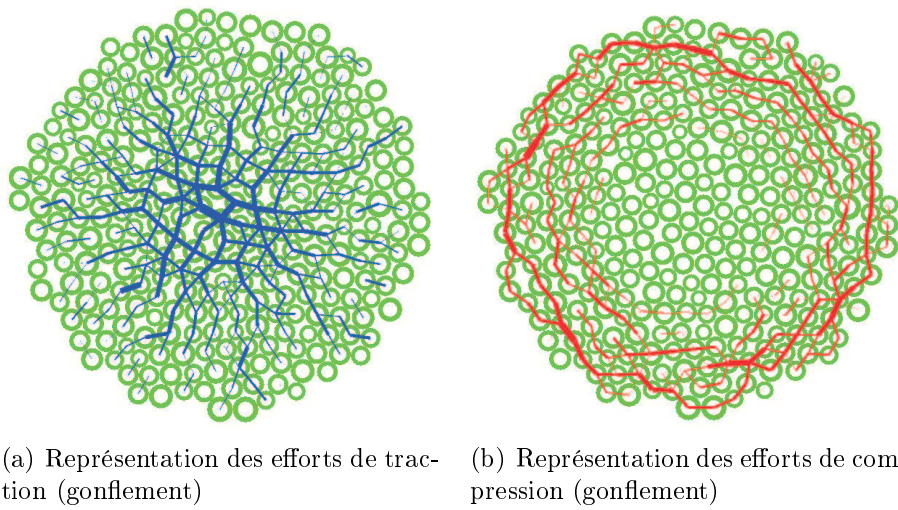


FIG. 4.30 – Efforts de traction et de compression dans un échantillon subissant un gonflement.

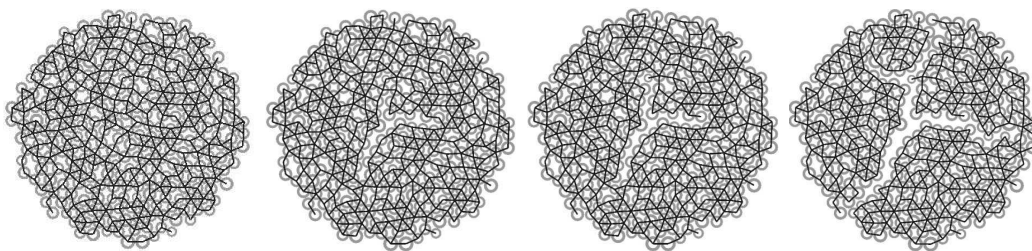


FIG. 4.31 – Apparition de fissures au centre lors du gonflement

Pour les joints dont l'orientation est donnée par la figure 4.32b on a $\alpha = \alpha_R$ et pour les joints dont l'orientation est donnée par la figure 4.32c on a $\alpha = \alpha_T$. On a choisi un rapport $\frac{\alpha_T}{\alpha_R} = 100$, ce qui introduit une forte orthotropie dans l'échantillon. La figure 4.33 donne une illustration de l'apparition et du développement des roulures que l'on peut qualitativement comparer à celles de la photo 4.23c.

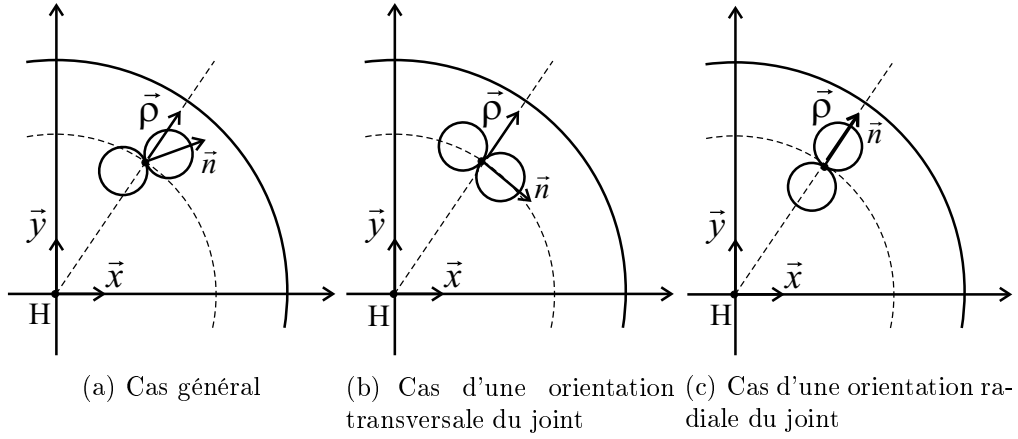


FIG. 4.32 – Introduction de l'orthotropie

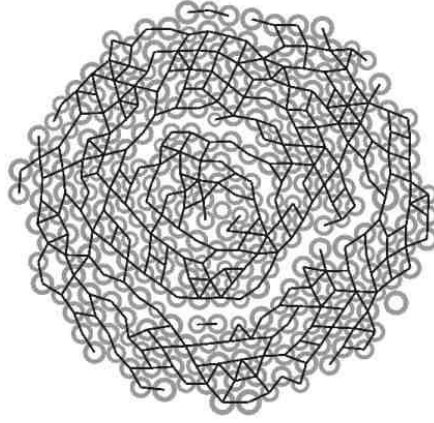


FIG. 4.33 – Apparition de “roulures” dans le milieu lors du gonflement

4.5 Détermination de la courbe intrinsèque d'un milieu granulaire

On se propose d'analyser l'essai biaxial à partir de l'approche MMGC. En l'absence de connaissances sur les efforts entre grains dans les sols, les paramètres et critères établis au chapitre 3 sont conservés.

4.5.1 Réalisation de l'échantillon numérique

Les conditions de l'essai triaxial de révolution, classiquement utilisé dans les sols, sont données figure 4.34a. Un échantillon constitué de 273 grains et de 776 points cohésifs a été réalisé (figure 4.34b). Les diamètres des grains sont choisis aléatoirement suivant une loi normale. La répartition granulométrique, pourcentage en masse⁵ des grains en fonction du rapport D/D_m (D diamètre et D_m diamètre moyen) est donnée figure 4.35. Les coefficients de frottement entre plateau inférieur et grains et plateau supérieur et grains sont pris égaux à 0. Les autres paramètres physiques sont ceux donnés dans le tableau 3.3 (chapitre 3). La contrainte σ_x (pression de confinement) est obtenue en distribuant l'effort sur une "membrane" matérialisée par les grains frontières de l'échantillon comme illustré sur la figure 4.34b. On soumet l'échantillon à un déplacement de la face supérieure. La configuration étant bidimensionnelle, on a choisi d'exprimer ces contraintes par unité de longueur⁶.

4.5.2 Analyse de la loi de Coulomb en sollicitations biaxiales

Une série de 5 essais numériques a été réalisée pour différentes valeurs de la pression de confinement (figure 4.36a). Ces essais permettent de tracer dans le plan de Mohr les 5 cercles de la figure 4.36b. Il est intéressant de noter que la mécanique des milieux granulaires donne un critère de rupture tout à fait comparable aux critères obtenus lors d'essais au triaxial sur les sols par exemple. Ce critère permet d'accéder aux paramètres macroscopiques : cohésion macroscopique $C = 54000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et angle de frottement macroscopique $\varphi = 16^\circ$. A titre d'indication, la figure 4.37 représente la rupture d'un échantillon pour $\sigma_x = 0$.

⁵Ce pourcentage est en fait le rapport de la surface de grains d'un diamètre donné à la surface totale des grains.

⁶La surface peut être obtenue en considérant la longueur des cylindres.

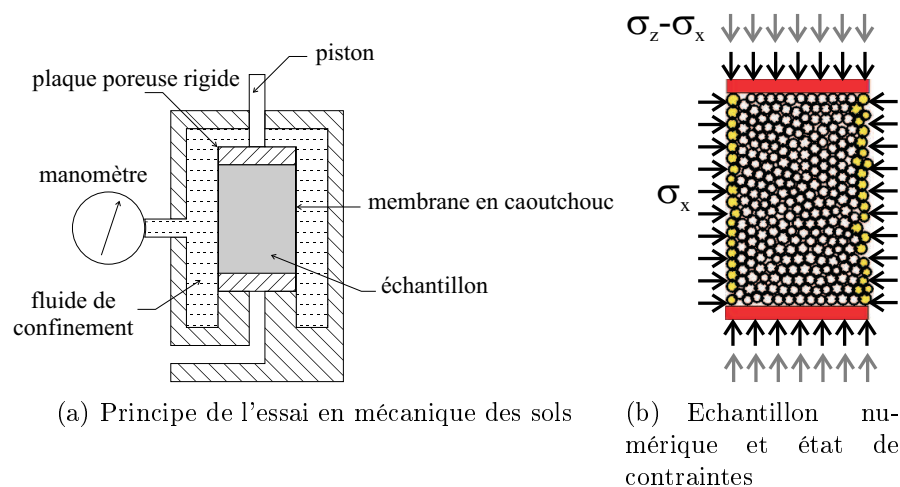


FIG. 4.34 – Conditions de l'essai triaxial en mécanique des sol

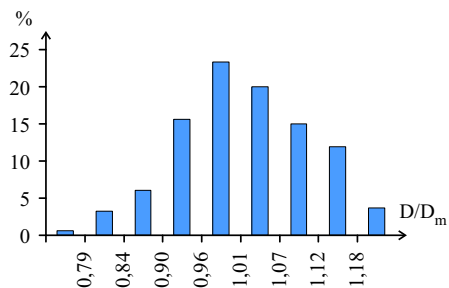


FIG. 4.35 – Distribution granulométrique des grains

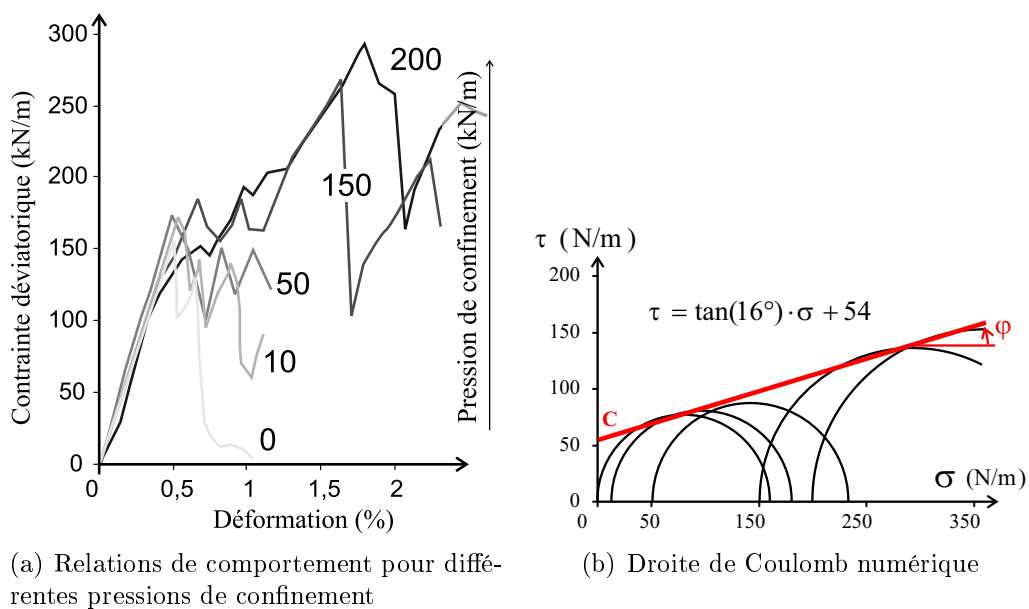


FIG. 4.36 – Construction de la courbe intrinsèque d'un milieu granulaire

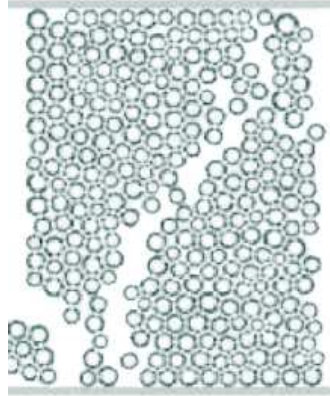


FIG. 4.37 – Rupture de l'échantillon (cas $\sigma_x = 0$)

4.5.3 Influence de la cohésion locale sur le paramètre C de cohésion macroscopique

Pour quantifier l'influence des caractéristiques du lien cohésif sur le comportement macroscopique de l'échantillon donné à la figure 4.34b, plusieurs essais ont été réalisés pour des seuils de rupture différents. A partir des paramètres obtenus dans le cas du milieu modèle, un des seuils de rupture (en traction, cisaillement ou couple) est diminué de moitié puis doublé. La figure 4.38 représente les 7 jeux de paramètres locaux adoptés pour chaque essai numérique.

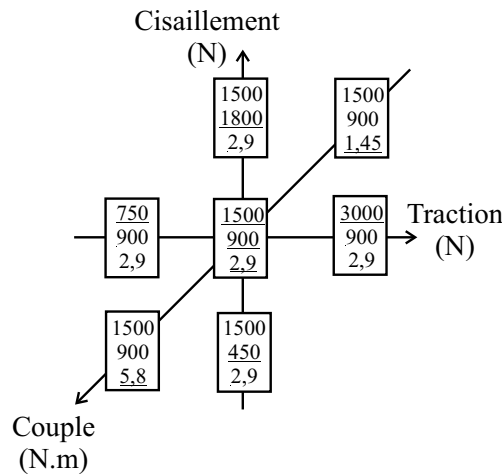


FIG. 4.38 – Choix des valeurs de seuils pour les essais numériques

Pour chacun de ces jeux de paramètres, la procédure de détermination des paramètres de Coulomb donnée précédemment a été appliquée pour obtenir le paramètre C . Ainsi, il est possible de donner la variation de ce paramètre ma-

croscopique en fonction des paramètres microscopiques de cohésion. Les figures 4.39a, 4.39b et 4.39c donnent les tendances obtenues. Il est intéressant de remarquer que la variation du seuil de rupture en traction et au couple n'influence que peu la valeur de la cohésion macroscopique. Par contre, cette cohésion est très sensible aux variations du seuil de rupture au cisaillement. Là encore, il est intéressant de noter que l'approche MMGC illustre le caractère prépondérant du cisaillement dans les modes de rupture des milieux granulaires de type sols, par exemple. On pourrait donc penser que si un test macroscopique permet d'isoler une grandeur microscopique (le cas du cisaillement ici), celui-ci permettrait de la déterminer directement. Il s'agit là d'une amorce de problème inverse.

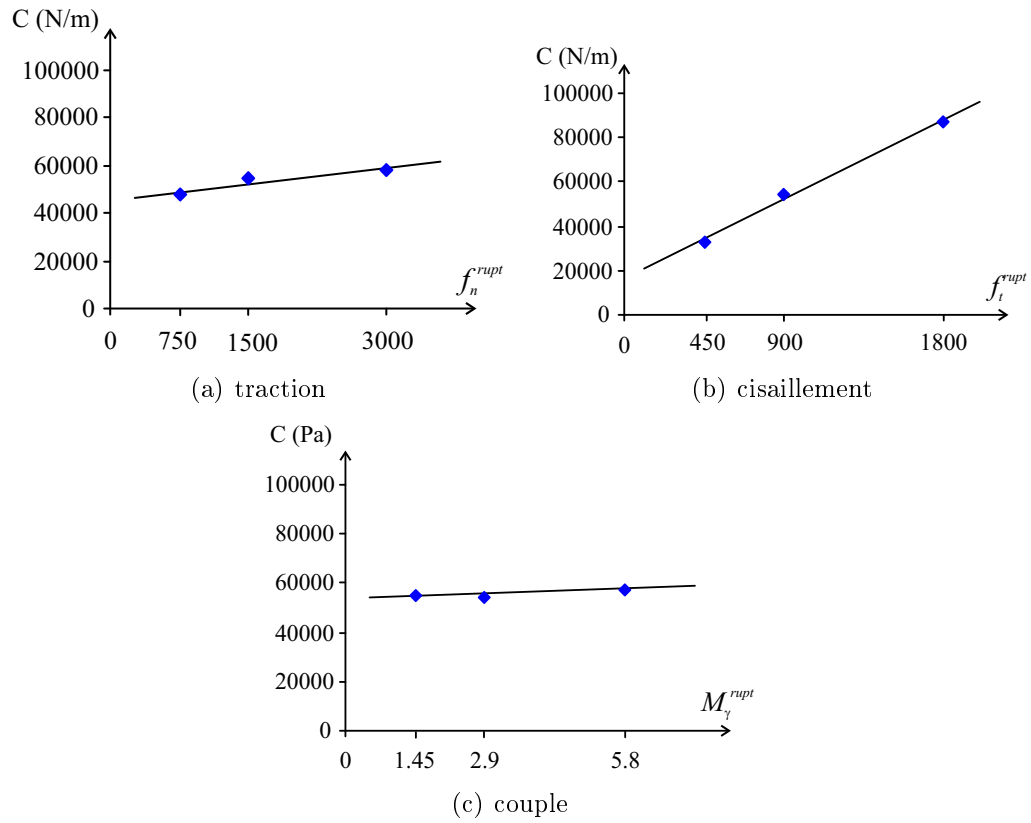


FIG. 4.39 – Influence des seuils locaux de cohésion sur la cohésion macroscopique

Conclusion

Des études de cas ont été présentées dans ce chapitre : déformation et rupture d'une poutre en flexion, fractionnement et tamisage, compression de cylindres à différentes densités, retrait et gonflement lors du séchage et de l'humidification, détermination de la courbe intrinsèque d'un milieu granulaire. Bien qu'encore qualitatives, ces études de cas ont permis de tester la cohérence de l'approche MMGC. La capacité de l'approche à décrire le comportement des solides jusqu'à la rupture a été mise en évidence. Les exemples donnés dans ce chapitre illustrent l'intérêt de l'approche dans les processus de passage micro-macro. Enfin, l'étude du comportement de la phase solide dans les problèmes de thermohydromécanique a été abordé sur un cas simple par cette approche. Ce cas montre le couplage possible entre l'approche MMGC et une approche phénoménologique.

Conclusion et perspectives

Ce travail a été orienté sur la modélisation de milieux granulaires présentant un comportement solide. Une étude bibliographique a montré que les méthodes d'introduction de la cohésion à l'échelle microscopique conduisent à des insuffisances :

- difficulté pour traduire le comportement élastique qui constitue le modèle de base des milieux solides,
- nécessité d'introduire des efforts de précontraintes initiaux, pour donner une forme propre au milieu.
- difficulté d'introduire des critères de rupture traduisant la physique de la liaison entre grains et interdisant un recollement.

Ces difficultés nous ont conduit à introduire des liens cohésifs localisés aux points de contact initial entre grains et à représenter l'action entre grains par un torseur qui peut être décomposé en actions normale (traction, compression), tangentielle et couple. Le code de calcul mis au point conserve la mémoire des positions des liens cohésifs sur les grains. L'état initial sert de référence pour le calcul des déformations des liens que l'on relie aux sollicitations par des relations de comportement. Celles-ci peuvent être issues d'une analyse de la physique du lien cohésif, où comme cela a été fait dans ce mémoire, d'une approche expérimentale. On notera que le modèle prend en compte les couples qui s'avèrent importants pour les milieux à forte porosité. De la même façon, un critère de rupture est affecté aux joints. C'est ce critère qui gère la fissuration, il peut également être introduit à partir de considérations physiques. Dans ce mémoire, il est issu d'une étude expérimentale. Après rupture d'un lien cohésif, un modèle de contact frottant classique de type S-DEM prend le relais pour décrire le comportement mécanique local.

Le cadre théorique de l'approche adoptée autorise la prise en compte de sollicitations composées (traction, compression, cisaillement, couple) aussi bien au niveau du comportement que de la rupture du lien cohésif. La structure du code permet de faire porter la spécificité du matériau sur ces deux aspects : comportement et critère de rupture, ceci le rend apte à traduire des comportements divers ; il est possible, par exemple, d'introduire de l'endommagement où des comportements tels que la viscoélasticité ou la plasticité au niveau microscopique du lien cohésif. L'approche rend bien compte de la propagation des fractures ; en cela,

elle est en mesure de traduire un comportement solide jusqu'à la ruine complète du matériau.

Le choix d'une description expérimentale des joints cohésifs a nécessité la réalisation de dispositifs expérimentaux spécifiques. Les techniques utilisées pourront être étendues à d'autres milieux modèles : joint entre billes dans le cas tridimensionnel par exemple. La validation de l'ensemble de l'approche sur échantillons macroscopiques est satisfaisante aussi bien au niveau des relations force-déplacement de que la propagation des fractures. Ces expériences ont montré la capacité de l'approche à traduire un comportement élastique fragile.

La méthode directe développée ici consiste à introduire des comportements à l'échelle microscopique. Elle trouve ses limites lorsqu'elle se heurte à des difficultés expérimentales pour analyser le comportement du lien cohésif. Le développement de méthodes inverses permettrait de déduire le comportement du lien cohésif à partir d'essais sur des échantillons macroscopiques. L'idée générale de cette approche est de rechercher des essais macroscopiques qui révèlent les composantes du comportement mécanique du lien cohésif. Le modèle théorique permettrait en parallèle de simuler ces essais et de rechercher une corrélation entre les caractéristiques macro et micro. Une amorce de cette méthode a été proposée dans le cas de l'essai biaxial. Des perspectives sont ouvertes par ce travail sur la mise au point de techniques associant expériences et théorie pour rechercher les comportements mécaniques de liens cohésifs dans des milieux qui peuvent être assimilés à des milieux granulaires : albumen de céréales, sols, poudres compactées...

Les applications ont mis en évidence la capacité de la mécanique des milieux granulaires à comportement solide pour aborder des problèmes de l'ingénieur tels que la simulation de déformation de poutres jusqu'à la rupture ou de stabilité des sols.

Le fractionnement d'échantillons de milieux granulaires à comportement solide a montré les possibilités de l'approche pour décrire le développement du système de fractures. Au niveau des perspectives, dans le cas de l'albumen de céréales, on peut envisager de modéliser différentes sollicitations traduisant les divers types de broyeurs, quantifier l'énergie de broyage pour différents procédés et prévoir la distribution des fractions obtenues. Dans ce domaine, il est reconnu que la génétique détermine la liaison entre granules d'amidon et que les considérations culturales influent sur la densité des liens cohésifs. Par problème inverse, on peut envisager d'analyser le lien cohésif pour différentes variétés et conditions culturales et donc d'orienter la sélection en fonction de produits recherchés par fractionnement.

Un des objectifs qui a motivé ce travail se trouve dans l'exemple du retrait et du gonflement qui établit un lien entre mécanique des milieux granulaires cohésifs et thermodynamique des milieux complexes. L'approche adoptée permet d'agir de manière sélective sur les grains et les liens cohésifs. Le modèle est en mesure d'effectuer un couplage entre l'état thermodynamique du milieu (grains

et liens) qui peut être décrit par un modèle phénoménologique et l'état de la phase solide issu de la modélisation MMGC, proposée dans ce travail. C'est une ouverture importante pour l'analyse thermomécanique des milieux hétérogènes où deux systèmes de nature aussi différente (phase solide et phase fluide) sont en interaction.

Nomenclature

Abréviations

DEM	Discrete Element Method
ED	Event Driven
MD	Molecular Dynamics
MMGC	Mécanique des Milieux Granulaires avec Cohésion
NS-DEM	Non-Smooth Discrete Element Method
NSCD	Non-Smooth Contact Dynamics
S-DEM	Smooth Discrete Element Method

Principales notations utilisées

α_{ij}	Angle repérant les liens cohésifs
γ	Rotation due au couple entre deux grains
Δt	Pas de temps
ζ, κ	Critère sde rupture
θ_i	Rotation du repère lié au grain i par rapport au repère global
μ	Coefficient de frottement grain-grain
μ_{inf}	Coefficient de frottement plateau inférieur-grains
μ_{sup}	Coefficient de frottement plateau supérieur-grains
ν_n	Amortissement normal
ν_t	Amortissement tangentiel
τ	Intervalle de temps
φ	Angle de frottement

φ_{ij}	Variable d'endommagement du lien cohésif
Ψ	Loi de cohésion
Ψ_n^+	Raideur en compression dans la loi de cohésion
Ψ_n^-	Raideur en traction dans la loi de cohésion
ψ_t	Raideur en cisaillement dans la loi de cohésion
ψ_γ	Raideur au couple dans la loi de cohésion
ψ_{sup}	Raideur grain-plateau supérieur
ψ_{inf}	Raideur grain-plateau inférieur
$[\Psi]$	Matrice de la loi de cohésion
ω_i	Vitesse angulaire du grain i
C	Cohésion macroscopique
C_i	Centre du grain i
$d_n, d_{n_{ij}}$	Distances normales
$d_t, d_{t_{ij}}$	Distances tangentielles
$f_{n_{ij}}$	Effort normal entre grains
$f_{t_{ij}}$	Effort tangent entre grains
f_t^{rupt}	Effort de rupture en cisaillement
$f_{t\gamma}^{rupt}$	Effort de rupture en cisaillement/couple
g	Intensité de la pesanteur
J_i	Moment d'inertie par rapport à $\vec{z}$
k_n	Raideur de contact
k_t	Raideur de régularisation de la loi de frottement
m_i, m	Masse du grain
M_{ij}	Moment exercé par un grain sur un autre
M_γ^{rupt}	Couple à la rupture
M_γ	Couple exercé sur le grain
$M_{t\gamma}^{rupt}$	Moment de rupture en cisaillement/couple
N	Nombre de grains
$\vec{n}_{ij}, \vec{n}$	Vecteur normal à deux grains

$\vec{r}_i$	Vecteur position du centre des grains
$\vec{r}_{ij}$	Vecteur liant les centres des grains i et j
R_i, R	Rayon du grain
$\vec{t}_{ij}, \vec{t}$	Vecteur tangent
$\vec{v}_i$	Vitesse du centre des grains
v_n, v_t	Composantes normale et tangentielle de la vitesse
v_γ	Vitesse angulaire relative

$(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$	Repère global
$(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$	Repère attaché au grain
$(\vec{n}_{ij}, \vec{t}_{ij}, \vec{z})$	Repère "d'interaction"
(f_n, f_t, M_γ)	Efforts de cohésion d'un grain sur un autre
(d_n, d_t, γ)	Déplacements au niveau d'un lien cohésif
(v_n, v_t, v_γ)	Vitesses au niveau d'un lien cohésif
$(f_n, f_t, M_\gamma)^{rupt}$	Effort à la rupture dans un lien cohésif
$\vec{\mathcal{X}}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \end{pmatrix}, \vec{\mathcal{V}}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{pmatrix}, \vec{\mathcal{A}}_i = \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\theta}_i \end{pmatrix}$	Variables cinématiques

Table des figures

1.1	Matériau avec une matrice importante (a) et matériau granulaire cohésif (b)	11
1.2	Illustration de l'hypothèse de cohésion ponctuelle	12
1.3	Droite de coulomb	13
1.4	Schématisation d'un élément de sol non saturé	14
1.5	Quelques exemples de cimentation dans les sols (d'après : (a) [Purser, 1980], (b) [Scholle, 1979], (c) [Scholle, 1979])	16
1.6	Courbe de contrainte-déformation pour différents taux de cimentation dans un sable [Mitchell, 1993]	16
1.7	Domaine de validité et intensité des actions mises en jeu dans la cohésion en fonction de la taille des particules [Mitchell, 1993]. . .	17
1.8	Albumen de blé [Haddad, 1999]	18
1.9	Classification rhéologique des variétés de blé [Haddad et al., 2001]	19
1.10	Automate programmable	23
1.11	Distance normale	24
1.12	Contact avec les méthodes S-DEM	25
1.13	Contact avec les méthodes NS-DEM	25
1.14	Allure du potentiel entre deux atomes ou molécules	26
2.1	Méthode DEM	30
2.2	Notations utilisées	31
2.3	Lois de contact et de frottement	33
2.4	Quelques techniques d'optimisation par voisinage	35
2.5	Schéma d'un doublet	40
2.6	Exemples de liens cohésifs de natures différentes	42

2.7	Cohésion normale dans le “modèle d’adhésion géométrique” ($\alpha = \frac{1}{2}$)	43
2.8	Cohésion normale pour $\alpha = 0$	43
2.9	Cohésion due aux forces capillaires [Soulié, 2002]	44
2.10	Composante tangentielle de la cohésion	45
2.11	Phénomènes illustrant la nécessité de prendre en compte les couples	46
2.12	Essai brésilien sur un échantillon utilisant le frottement pour simuler la cohésion tangentielle	47
2.13	Variables cinématiques	49
2.14	Localisation des points d’ancrage des liens cohésifs sur le grain i	50
2.15	Réalisation d’un échantillon par sédimentation	56
2.16	Échantillons obtenus par découpage	56
2.17	Réalisation d’un échantillon à surfaces parallèles	57
3.1	Illustration de l’approche de validation	60
3.2	Echantillon constitué de chevilles de bois collées avec une colle à bois [Chammari, 1998]	61
3.3	Échantillon cylindrique constitué de billes de verre collées par une résine F18	62
3.4	Exemple de rupture expérimentale dans l’échantillon	62
3.5	Essais élémentaires de caractérisation de la cohésion sur milieu granulaire tridimensionnel	63
3.6	Machine d’essai pour la caractérisation microscopique du lien cohésif.	64
3.7	Machine d’essai pour les essais macroscopiques.	64
3.8	Différents échantillons utilisés	65
3.9	Relations force-déplacement pour la colle Epolam 2010 à différents temps de polymérisation	66
3.10	Dimensions des joint de colle	67
3.11	Réalisation d’échantillons à maille triangulaire	68
3.12	Schéma de l’échantillon sans défaut et numérotation des grains	68
3.13	Positions des défauts	69
3.14	Photo des échantillons avec défauts	69
3.15	Défauts des joints de colle dans les échantillons à maille triangulaire.	70
3.16	Dispositif de traction	71

3.17	Dispositif de compression	72
3.18	Dispositif de cisaillement	72
3.19	Photographie d'un doublet pour l'étude des couples	73
3.20	Dispositif permettant d'appliquer un couple	73
3.21	Essai pour caractériser le joint en imposant un couple pur.	74
3.22	Relations force-déplacement du lien cohésif sollicité en traction . .	75
3.23	Relations force-déplacement du lien cohésif sollicité en cisaillement	75
3.24	Relations moment-rotation du lien cohésif sollicité par un couple .	76
3.25	Courbes moyennes des essais	77
3.26	Critère de rupture	79
3.27	Sollicitation composée cisaillement + couple	79
3.28	Critère affiné	80
3.29	Sollicitations composées	80
3.30	Échantillon dans la presse	81
3.31	Echantillons sans défauts	82
3.32	Relations force-déplacement expérimentales obtenues sur les échantillons avec défaut	83
3.33	Dispositif de détermination des coefficients de frottement	85
3.34	Résultats sur les frottements grains-plateaux	86
3.35	Résultats expérimentaux et numériques sur les échantillons sans défaut	86
3.36	Exemples de faciès de rupture	89
3.37	Faciès de rupture obtenu numériquement	89
3.38	Inversion du faciès de rupture numérique pour $\mu_{\text{inf}} = \mu_{\text{sup}} = 0,05$.	89
3.39	Efforts de cohésion dans le bloc sans défaut juste avant la rupture	90
3.40	Effet de l'inversion des coefficients de frottement entre plateaux et échantillon	91
3.41	Cas sans frottement au niveau des plateaux	91
3.42	Comparaison de relations force-déplacement pour les essais réels et les simulations	93
3.43	Echantillon après rupture pour un défaut en position 12	93
3.44	Echantillon après rupture pour un défaut en position 13	94

3.45	Echantillon après rupture pour un défaut en position 18	94
3.46	Echantillon après rupture pour un défaut en position 19	94
3.47	Efforts dans le bloc avec défaut en position 12	95
3.48	Efforts dans le bloc avec défaut en position 13	95
3.49	Efforts dans le bloc avec défaut en position 18	96
3.50	Efforts dans le bloc avec défaut en position 19	96
4.1	Rupture d'une poutre en flexion (cas du béton)	100
4.2	Schéma de la poutre en flexion	101
4.3	Evolution vers la rupture de la poutre sollicitée en flexion 4 points	102
4.4	Représentation des sollicitations internes sur la poutre en flexion .	103
4.5	Champ de déplacement des grains	103
4.6	Comparaison des déformées MMGC et granulaire	105
4.7	Mise en évidence du déplacement et de la rotation d'une section droite	105
4.8	Représentation des efforts de cisaillement pour différentes positions des points d'application des charges	106
4.9	Distribution granulométrique choisie autour de deux valeurs moyennes	109
4.10	Echantillon présentant deux distributions granulométriques sensé représenter un grain de céréale	109
4.11	Extrait du film de fractionnement de l'échantillon et représentation des efforts de compression	111
4.12	Fractions obtenues après compression au tiers de la hauteur de l'échantillon	112
4.13	Relation force-déplacement donnant accès à l'énergie de rupture .	113
4.14	Réduction de la densité d'un cylindre	114
4.15	Isotropie de l'échantillon de référence	115
4.16	Influence de la porosité sur le comportement macroscopique de l'échantillon et sur la valeur du module d'élasticité	116
4.17	Variation des moyennes normalisées des efforts en fonction de la déformation pour différentes porosités	118
4.18	Représentation du moment de couples sur une partie de l'échan- tillon avec une porosité de 30%	119

4.19	Représentation des efforts de cisaillement sur une partie de l'échantillon avec une porosité de 30%	119
4.20	Représentation des efforts de compression et de traction dans l'échantillon compact ($\eta = 19\%$)	120
4.21	Déplacements des grains entre les positions initiales et les positions juste avant la première rupture de liens.	121
4.22	Déformation transversale en fonction de la déformation longitudinale.	122
4.23	Fissurations du bois (a et c d'après [Chanson, 1988])	123
4.24	Échantillon et notations utilisés pour l'étude du gonflement et du retrait	124
4.25	Cinétiques de retrait	126
4.26	Efforts de traction et de compression dans un échantillon lors du retrait	126
4.27	Apparition de fissures à la périphérie lors du retrait	127
4.28	Fissuration à la surface d'une sphère de gel d'agar soumise à une déshydratation osmotique [Richefeu et al., 2002]	127
4.29	Cinétiques de gonflement	128
4.30	Efforts de traction et de compression dans un échantillon subissant un gonflement.	129
4.31	Apparition de fissures au centre lors du gonflement	129
4.32	Introduction de l'orthotropie	130
4.33	Apparition de "roulures" dans le milieu lors du gonflement	130
4.34	Conditions de l'essai triaxial en mécanique des sol	132
4.35	Distribution granulométrique des grains	132
4.36	Construction de la courbe intrinsèque d'un milieu granulaire	132
4.37	Rupture de l'échantillon (cas $\sigma_x = 0$)	133
4.38	Choix des valeurs de seuils pour les essais numériques	133
4.39	Influence des seuils locaux de cohésion sur la cohésion macroscopique	134
B.1	Matériaux de base pour les cylindres	162
B.2	Moule pour échantillon préparé par immersion	163
B.3	Deux types de ruptures d'un joint de colle	164
B.4	Essais sur les cylindres en bois	165

B.5	Rupture d'un échantillon de bois à cause de phénomènes de retrait et de gonflement.	166
B.6	Cylindre d'acier avec colle F18	166
B.7	Relations force-déplacement pour des cylindres d'aluminium et différentes colles	167
B.8	Relations force-déplacement pour des cylindres d'aluminium et de la colle "Epolam 2010"	168
C.1	Relation force déplacement et pourcentages de grains rompus dans l'échantillon sans défaut au cours de la simulation	169
C.2	Mise en évidence de l'élasticité du "matériau numérique" avant rupture des liens cohésifs	170

Liste des tableaux

3.1	Raideurs caractérisant le domaine élastique du joint de colle. . . .	74
3.2	Seuils de rupture du joint de colle suivant les différentes sollicitations.	76
3.3	Récapitulatif des coefficients utilisés dans les simulations	87

Bibliographie

- [Allen et Tildesley, 1987] Allen, M. P. et Tildesley, D. J. (1987). *Computer Simulations of Liquids*. Oxford University Press, Oxford.
- [Asmar et al., 2002] Asmar, B. N., Langston, P. A., Matchett, A. J., et Walters, J. K. (2002). Validation tests on a distinct element model of vibrating cohesive particle systems. *Computers and Chemical Engineering*, 26, pages 785–802.
- [Bardet et Scott, 1985] Bardet, J. P. et Scott, R. F. (1985). Seismic stability of fractured rock masses with the distinct element method. In *26th US symposium on rock mechanics*, Rapid City, 26-28 June, USA.
- [Bénet, 1981] Bénet, J. C. (1981). *Contribution à l'étude thermodynamique des milieux poreux non saturés avec changement de phase*. Thèse de doctorat d'Etat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc de Montpellier.
- [Bénet et Jouanna, 1983] Bénet, J. C. et Jouanna, P. (1983). Non équilibre thermodynamique dans les milieux poreux non saturés avec changement de phase. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 26(11), pages 1585–1595.
- [Bortzmeyer, 1997] Bortzmeyer, D. (1997). Mechanical properties and attrition resistance of porous agglomerates. In *Powders and Grains 1997*, pages 121–124. A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Bortzmeyer et Abouaf, 1989] Bortzmeyer, D. et Abouaf, M. (1989). Micromechanical simulation for ceramic powder compaction. In *Powders and Grains 1989*, pages 279–286. A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Brara et al., 2001] Brara, A., Camborde, F., Klepaczko, J. R., et Mariotti, C. (2001). Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. *Mechanics of Materials*, 33, pages 33–45.
- [Cambou, 1998] Cambou, B., editor (1998). *Behavior of granular materials*. CISM courses and lectures No. 385 - International centre for mechanical sciences. Springer-Verlag, New York.
- [Cambou et Jean, 2001] Cambou, B. et Jean, M., editors (2001). *Micromécanique des matériaux granulaires*. Hermès Science Publications, Paris.
- [Chammari, 1998] Chammari, A. (1998). *Fractionnement de milieux granulaires - Cas de l'albumen de blé*. Mémoire de DEA, Université Montpellier 2.

- [Chanson, 1988] Chanson, B. (1988). *Etude de la variabilité de quelques propriétés physiques et anatomiques du bois de rejets de taillis de châtaigner (Castanea sativa Mill.) - Application à l'étude de la roulure*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- [Chappuis, 1999] Chappuis, J. (1999). A new model for a better understanding of the cohesion of hardened hydraulic materials. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 156, pages 223–241.
- [Combe, 2001] Combe, G. (2001). *Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses - étude par simulation numérique*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Cosenza, 1996] Cosenza, P. (1996). *Sur les couplages entre comportement mécanique et processus de transfert de masse dans le sel gemme*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- [Coussot et Ancey, 1999] Coussot, P. et Ancey, C. (1999). *Rhéophysique des pâtes et des suspensions*. EDP Sciences edition, France.
- [Cundall, 1974] Cundall, P. A. (1974). A computer model for rock-mass behavior using interactive graphics for the input and output of geometrical data. Technical report, Departement of civil and mineral engineering, University of Minnesota, Mineapolis, Minnesota.
- [Cundall, 1988] Cundall, P. A. (1988). Computer simulations of dense sphere assemblies. In *Proceedings of the U.S./Japan seminar on the micromechanics of granular materials*, pages 113–123.
- [Cundall et Strack, 1979] Cundall, P. A. et Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1), pages 47–65.
- [Delage et Cui, 2000] Delage, P. et Cui, Y. (2000). L'eau dans les sols non saturés. *Techniques de l'ingénieur, Traité construction C2*, 301.
- [Delenne, 1999] Delenne, J. Y. (1999). *Dissolution et diffusion - Cas du chlorure de sodium*. Mémoire de DEA, Université Montpellier 2.
- [Delenne et al., 2001a] Delenne, J. Y., El Youssofi, M. S., et Bénet, J. C. (2001a). Comportement et rupture de milieux granulaires cohésifs - Apport de l'expérimentation sur milieux modèles. In *5èmes Journées d'Etudes sur les Milieux Poreux*, Marseille, France.
- [Delenne et al., 2001b] Delenne, J. Y., El Youssofi, M. S., et Bénet, J. C. (2001b). Modélisation numérique et étude expérimentale du comportement de milieux granulaires cohésifs. In *5ème Congrès de Mécanique*, pages 129–130, Meknès, Maroc.
- [Delenne et al., 2002] Delenne, J. Y., El Youssofi, M. S., et Bénet, J. C. (2002). Comportement mécanique et rupture de milieux granulaires cohésifs. *CRAS mécanique*, 330, pages 475–482.

- [Duran, 1999] Duran, J. (1999). *Sables, poudres et grains*. Eyrolles Sciences, Paris.
- [Gallas et al., 1992] Gallas, J. A. C., Herrmann, H. J., et Sokolowski, S. (1992). Convection cells in vibrating granular media. *Physical Review Letters*, 69(9), pages 1371–1374.
- [Gerschel, 1995] Gerschel, A. (1995). *Liaisons intermoléculaires*. Interscience - CNRS, Paris.
- [Greening et al., 1997] Greening, D. R., Mustoe, G. G. W., et DePoorter, G. L. (1997). Discrete element modeling of fabrication flaw precursors in the compaction of agglomerated ceramic powders. In *Powders and Grains 1997*, pages 113–116, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Haddad, 1999] Haddad, Y. (1999). *Caractérisation rhéologique de l’albumen de blé - Application à la fragmentation*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- [Haddad, 2001] Haddad, Y. (2001). Etude du comportement mécanique des milieux granulaires avec adhésion - Application au fractionnement des céréales. Rapport post-doctoral, INRA/LMGC.
- [Haddad et al., 2001] Haddad, Y., Bénet, J. C., Delenne, J. Y., Mermet, A., et Abecassis, J. (2001). Rheological behaviour of wheat endosperm - Proposal for classification based on the rheological characteristics of endosperm test samples. *Journal of Cereal Science*, 34, pages 105–113.
- [Haddad et al., 2000] Haddad, Y., Delenne, J. Y., Bénet, J. C., et Mermet, A. (2000). The use of fracture mechanics to improve flour starch production, Eureka WIN program, wheat for industrial needs.
- [Hanson, 1993] Hanson, J. E. (1993). Computational mechanics of cellular automata, Cours de l’Université de Californie. Department of physics, University of California, Berkeley, CA 94720.
- [Herrmann et Roux, 1990] Herrmann, H. J., Roux, S. (1990). *Statistical models for the fracture of disordered media*. Random materials and processes. Elsevier, North-Holland.
- [Hill et al., 1999] Hill, K. M., Gilchrist, J. F., Ottino, J. M., Khakhar, D. V., et McCarthy, J. J. (1999). Mixing of granular materials - A test-bed dynamical system for pattern formation. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 9(8), pages 1467–1484.
- [Israelachvili, 1992] Israelachvili, J. (1992). *Intermolecular and surface forces*. Academic Press, New York.
- [Iwasaki et al., 2001] Iwasaki, T., Satoh, M., et Koga, T. (2001). Analysis of collision energy of bead media in a high-speed elliptical-rotor-type powder mixer using the discrete element method. *Powder Technology*, 121, pages 239–248.

- [Jean, 1999] Jean, M. (1999). The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177, pages 235–257.
- [Jenkins et al., 1989] Jenkins, J. T., Cundall, P. A., et Ishibashi, I. (1989). Micromechanical modeling of granular materials with the assistance of experiments and numerical simulations. In *Powders and Grains 1989*, pages 257–264, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Johnson et al., 1971] Johnson, K. L., Kendall, K., et Roberts, A. D. (1971). Surface energy and the contact of elastic solids. *Proc. R. Soc. Lond. A.*, 324, pages 301–313.
- [Kadau et al., 2002] Kadau, D., Bartels, G., Brendel, L., et Wolf, D. E. (2002). Contact dynamics simulations of compacting cohesive granular system. *Computer Physics Communications*, (147), pages 190–193.
- [Lanier, 2001] Lanier, J., editor (2001). *Mécanique des milieux granulaires*. Hermès Science Publications, Paris.
- [Lanier et Jean, 2000] Lanier, J. et Jean, M. (2000). Experiments and numerical simulations with 2D disks assembly. *Powder Technology*, 109, pages 206–221.
- [Lemaitre et Chaboche, 1995] Lemaitre, J. et Chaboche, J. L. (1995). *Mécanique des matériaux solides*. GRECO "Grandes Déformations et Endommagement", CNRS, ONERA, Bordas Edition, Paris.
- [Lian et al., 1997] Lian, G., Thornton, C., et Adams, M. J. (1997). A microscopic simulation of oblique collision of 'wet' agglomerate.
In Behringer et Jenkins, editors, *Powders and Grains 1997*, pages 159–162, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Magnier et Donzé, 1998] Magnier, S. A. et Donzé, F. V. (1998). Numerical simulations of impacts using a discrete element method. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 3, pages 257–276.
- [Masson et al., 2001] Masson, S., Désérable, D., et Martinez, J. (2001). Modélisation des écoulements granulaires par automates cellulaires. *Revue Française de Génie Civil*, 5(5), pages 629–650.
- [Masson et Martinez, 1997] Masson, S. et Martinez, J. (1997). Effect of micro-mechanical parameters on stresses and displacements in an ensiled granular material using the discrete element method. In *Powders and Grains 1997*, pages 87–90, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Masson et Martinez, 2000] Masson, S. et Martinez, J. (2000). Multiscale simulations of the mechanical behaviour of an ensiled granular material. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 5, pages 425–442.
- [Masson et Martinez, 2001] Masson, S. et Martinez, J. (2001). Micromechanical analysis of the shear behavior of a granular material. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(10), pages 1007–1016.

- [Maugis, 1994] Maugis, D. (1994). The JKR-DMT transition in the presence of a liquid meniscus and the extension of the JKR theory to large contact radii. In Raous, M., Jean, M., et Moreau, J. J., editors, *Second contact mechanics international symposium*. Carry-Le-Rouet, France, September 19-23, Plenum Press, New York.
- [Maugis, 1999] Maugis, D. (1999). *Contact, adhesion and rupture of elastic solids*. Solid-state sciences. Springer, Berlin.
- [Meakin, 1990] Meakin, P. (1990). Simple kinetic models for material failure and deformation. In *Statistical models for the fracture of disordered media*, pages 291–320, Elsevier, North-Holland.
- [Merrien-Soukatchoff et al., 2001] Merrien-Soukatchoff, V., Gugliemi, Y., Que- not, X., et Gunzburger, Y. (2001). Apports de méthodes géomécaniques quanti- tatives à l’investigation de grands versants instables : application au glissement de la clapière (Saint-Etienne-de-Tinée, Alpes Maritimes). In *Actes du 15ème Congrès Français de Mécanique, 3-7 septembre*, Nancy.
- [Mitchell, 1993] Mitchell, J. K. (1993). *Fundamentals of soil behavior, second edition*. John Wiley and Son, USA.
- [Moreau, 1979] Moreau, J. J. (1979). *Trends in applications of pure mathema- tics to mechanics*, volume II, chapter Application of convex analysis to some problems of dry friction, pages 263–280. Pitman publishing ltd, London.
- [Moreau, 1994] Moreau, J. J. (1994). Numerical experiments in granular dyna- mics - Vibration-induced size segregation. In Raous, M., Jean, M., et Moreau, J. J., editors, *Second contact mechanics international symposium*. Carry-Le- Rouet, France, September 19-23, Plenum Press, New York.
- [Moreau, 2000] Moreau, J. J. (2000). Contact et frottement en dynamique des systèmes de corps rigides. *Revue européenne des éléments finis*, 9(11), pages 9–28.
- [Moreau, 2001] Moreau, J. J. (2001). Numerical dynamics of granular materials. In *Proceedings of the 3rd contact mechanics international symposium*, Peniche, Portugal.
- [Mrani et al., 2000] Mrani, I., Denaeyer, G., et Bénet, J. C. (2000). Etude de la gerce différée des pâtes alimentaires - Rapport final du contrat LMGC/Rivoire et Carré Lustucru.
- [Mrani et al., 1995] Mrani, I., Fras, G., et Bénet, J. C. (1995). Numerical study of drying stresses in agar gel. *Drying Technology*, 13(3), pages 551–570.
- [Müller, 1996] Müller, D. (1996). *Techniques informatiques efficaces pour la si- mulation de milieux granulaires par des méthodes d’éléments distincts*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [Naon, 1994] Naon, B. (1994). *Séchage du caoutchouc naturel sous forme de granulés. Cinétiques, modélisation, application*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.

- [Ning et al., 1997] Ning, Z., Boerefijn, R., Ghadiri, M., et Thornton, C. (1997). Effects of particle size and bond strength on impact breakage of weak agglomerates. In Behringer et Jenkins, editors, *Powders and Grains 1997*, pages 127–130, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Nouguier, 1999] Nouguier, C. (1999). *Simulation des interactions outil-sol - Application aux outils de traitement des sols*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- [Nouguier et al., 2002] Nouguier, C., Dubujet, P., et Cambou, B. (2002). Analysis of granular material behaviour from two kinds of numerical modelling. In *15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, pages 1–8, Columbia University, New York, NY.
- [Oda et Iwashita, 2000] Oda, M. et Iwashita, K. (2000). Study on couple stress and shear band development in granular media based on numerical simulation analyses. *International Journal of Engineering Science*, 38, pages 1713–1740.
- [Oda et al., 1997] Oda, M., Iwashita, K., et Kakiuchi, T. (1997). Importance of particle rotation in the mechanics of granular materials. In *Powders and Grains 1997*, pages 207–210, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Oda et al., 1998] Oda, M., Kazama, H., et Konishi, J. (1998). Effects of induced anisotropy on the development of shear bands in granular materials. *Mechanics of Materials*, pages 113–111.
- [Ouellet et al., 89] Ouellet, J., Chapuis, R. F., et Gill, D. E. (89). Propriétés mécaniques du sel meuble. In *Powders and Grains 1989*, pages 493–499, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Peters et Džiugys, 2002] Peters, B. et Džiugys, A. (2002). Numerical simulation of the motion of granular material using object-oriented techniques. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, pages 1983–2007.
- [Pierrat et Caram, 1995] Pierrat, P. et Caram, H. S. (1995). Tensile strength of wet granular materials. *Powder Technology*, 91, pages 83–93.
- [Pillard, 1997] Pillard, W. (1997). *Evolution des propriétés hydriques et rhéologiques d'un gel d'alumine au cours d'un processus de séchage isotherme*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- [Pisarenko et Gland, 2001] Pisarenko, D. et Gland, N. (2001). Modeling of scale effects of damage in cemented granular rocks. *Phys. Chem. Earth (A)*, 1-2, pages 83–88.
- [Preechawuttipong, 2002] Preechawuttipong, I. (2002). *Modélisation du comportement mécanique de matériaux granulaires cohésifs*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- [Press et al., 1997] Press, W. H., Vetterling, W. T., Teukolsky, S. A., et Flannery, B. P. (1997). *Numerical recipes in C*. Cambridge University Press.

- [Purser, 1980] Purser, B. H. (1980). *Sédimentation et diagenèse des carbonates néritiques récents - Les éléments de la sédimentation et de la diagenèse*. Institut Français du Pétrole, Technip, Paris.
- [Radjaï, 1995] Radjaï, F. (1995). *Dynamique des rotations et frottement collectif dans les systèmes granulaires*. Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud.
- [Radjaï, 1999] Radjaï, F. (1999). Multicontact dynamics of granular systems. *Computer Physics Communications*, 121-122, pages 294–298.
- [Radjaï et al., 2000] Radjaï, F., Preechawutipong, I., et Peyroux, R. (2000). Cohesive granular texture. In *Continuous and discontinuous modelling of cohesive frictional materials*, pages 149–162.
- [Radjaï et al., 1999] Radjaï, F., Roux, S., et Moreau, J. J. (1999). Contact forces in a granular packing. *Chaos*, 9(3), pages 544–550.
- [Radjaï et al., 1997] Radjaï, F., Wolf, D. E., Jean, M., Roux, S., et Moreau, J. J. (1997). Force networks in dense granular media. In Behringer et Jenkins, editors, *Powders and Grains 1997*, pages 211–214, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Richefeu et al., 2002] Richefeu, V., El Youssoufi, M. S., et Bénét, J. C. (2002). Saturated porous medium strain under osmotic actions. In Ariault, J. L. et al., editors, *Poromechanics 2*, pages 533–537, A. A. Balkema, Lisse.
- [Roux, 1998] Roux, S. (1998). *Physics of dry granular media*, chapter Quasi-static contacts, pages 267–284. Kluwer Academic Publishers, Herrmann et al., the Netherlands.
- [Ruiz, 1998] Ruiz, T. (1998). *Elements de modélisation et contribution expérimentale à l'étude du transport réactif dans un sol non saturé*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- [Saix et El Youssoufi, 1995] Saix, C. et El Youssoufi, M. S. (1995). Thermo-hygro-mécanique de milieux granulaires compactés. application au sel sous forme de pastilles. Rapport de synthèse. Convention de recherche Compagnie des Salins du Midi et Salines de l'Est /UMII/LMGC-CNRS-URA 1214.
- [Sanad et al., 2001] Sanad, A. M., Ooi, J. Y., Holst, J. M. F. G., et Rotter, J. M. (2001). Computations of granular flow and pressures in a flat-bottomed silo. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(10), pages 1033–1043.
- [Schäfer et al., 1996] Schäfer, J., Dippel, S., et Wolf, D. E. (1996). Force schemes in simulations of granular materials. *Journal de Physique I*, 6, pages 5–20.
- [Schlosser, 1988] Schlosser, F. (1988). *Eléments de mécanique des sols*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- [Scholle, 1979] Scholle, P. A. (1979). *A color illustrated guide to constituents, textures, cements and porosities of sandstones and associated rocks*. American Association of Petroleum Geologists, rodgers litho edition, Tulsa, Oklahoma.
- [Soulié, 2002] Soulié, F. (2002). *Milieux granulaires cohésifs - Prise en compte de la capillarité*. Mémoire de DEA, Université Montpellier 2.

- [Subero et al., 1999] Subero, J., Ning, Z., Ghadiri, M., et Thornton, C. (1999). Effect of interface energy on the impact strength of agglomerate. *Powder Technology*, (105), pages 66–73.
- [Thornton et al., 1997] Thornton, C., Ciomocos, M. T., et Ying, K. K. (1997). Fracture of particulate solids. In *Powders and Grains 1997*, pages 131–134, A. A. Balkema, Rotterdam.
- [Vashishta et al., 1999] Vashishta, P., Kalia, R. K., et Nakano, A. (1999). Multimillion atom molecular dynamics - Simulations of glasses and ceramic materials. In Jund, P. et Julien, R., editors, *Physics of glasses - Structure and dynamics*, volume 489, pages 149–170. AIP Conference Proceedings, France.
- [Wheat for Industrial Needs, 2001] Wheat for Industrial Needs (2001). Rapport final de convention de recherche EUREKA WIN, 98, W0019.
- [Yang et Hsiau, 2001] Yang, S. C. et Hsiau, S. S. (2001). The simulation of powders with liquid bridges in a 2D vibrated bed. *Chemical Engineering Science*, pages 6837–6849.
- [Zervos et al., 2000] Zervos, A., Vardoulakis, I., Jean, M., et Lerat, P. (2000). Numerical investigation of granular interface kinematics. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 5, pages 305–324.
- [Zhang et Whiten, 2001] Zhang, D. et Whiten, W. J. (2001). Step size control for efficient discrete element simulation. *Mineral Engineering*, 14(10), pages 1341–1346.

Annexe A

Génération d'une distribution normale gaussienne

On simule une distribution de grains suivant une loi normale grâce à la méthode “Box-Muller” [Press et al., 1997]. L'expression de la distribution normale centrée réduite est :

$$p(y)dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

si x_1 et x_2 sont deux nombres aléatoires uniformes sur $]0, 1[$, les nombres y_1 et y_2 définis par :

$$y_1 = \sqrt{-2 \ln x_1} \cos(2\pi \cdot x_2)$$

$$y_2 = \sqrt{-2 \ln x_1} \sin(2\pi \cdot x_2)$$

suivent la loi normale réduite.

Les nombres $z_1 = b + s \cdot y_1$ et $z_2 = b + s \cdot y_2$ suivent la loi normale $N(b, s)$; où b est la moyenne et s l'écart-type.

Dans les simulations de cette thèse, les distributions granulométriques adoptées suivent une loi normale ayant pour paramètres b le diamètre moyen des grains, et $s = b/10$. Pour éviter les cas peu probables de tailles de grains éloignées de la moyenne, on a choisi de ne conserver que les valeurs prises dans l'intervalle $]-3s, 3s[$.

Annexe B

Essais préliminaires - Choix des matériaux

Les matériaux utilisés sont des cylindres pour les grains et une colle pour les liens cohésifs.

Les grains cylindriques

L'étude préliminaire a montré que le choix d'une configuration bidimensionnelle pour les chevilles de bois n'était pas approprié. Ceci est attribué à l'élanement trop réduit des chevilles utilisées (élanement voisin de 4). Pour remédier à cela, il a été choisi d'utiliser des cylindres de longueur 60mm et de diamètre 8mm. Trois matériaux de base ont été testés :

- Le bois, a été découpé en cylindres de 60mm de longueur. La découpe est sans bavure et est facile à réaliser mais il n'est pas rare d'avoir de petits arrachement localisés en bout de cylindres.
- L'acier est difficile à découper. Une découpe rapide laisse une importante bavure qu'il est par la suite difficile à supprimer.
- L'aluminium est découpé avec une scie au carbure. La découpe est franche mais laisse une légère bavure qu'il est facile de supprimer à la toile émeri.

La figure B.1 montre des cylindres de bois, d'acier et d'aluminium. Dans chacun des cas, une bonne précision de découpe est obtenue en réglant une butée à la longueur du cylindre. Il est nécessaire dans le cas des barres (étirés) d'acier et d'aluminium d'appliquer un traitement de surface. En effet :

- Les barres sont recouvertes d'une pellicule grasse qu'il faut retirer. La phase de nettoyage est primordiale car elle conditionne la qualité du collage. Le nettoyage a été réalisé en plusieurs étapes avec de l'acétone.

- L'état de surface est en général trop lisse pour permettre une bonne prise de la colle. Il faut améliorer l'interface colle-métal à l'abrasif afin de rayer la surface.

Le cycle de préparation de ces cylindres peut être résumé de la façon suivante :

- Les barres sont pré-nettoyées à l'acétone en les frottant sur toute leur longueur avec un chiffon imbibé d'acétone.
- Un premier traitement à l'abrasif est appliqué pour créer une rugosité.
- Les cylindres sont découpés et ébavurés.
- Les cylindres sont immergés pendant environ une journée dans l'acétone, puis séchés individuellement.
- Le traitement de surface par abrasion, décrit précédemment, est ensuite appliqué à chaque cylindre.
- Les cylindres sont à nouveau immergés dans l'acétone puis séchés individuellement.



FIG. B.1 – Matériaux de base pour les cylindres

Les colles

Les colles testées dépendent du matériau utilisé pour les cylindres. Pour les cylindres de bois, ces colles sont : colle à papier en bâtonnet, colle à tapisserie, colle à bois de type colle blanche, colle néoprène. Pour les cylindres d'acier la résine de synthèse bicomposant "F18" a été testée. Pour l'aluminium, des essais ont été réalisés sur une colle à bois, colle cyanoacrylate, résine F18 et une résine Epoxy bicomposant "Epolam 2010".

Moyens d'encollage testés

Trois techniques de collage ont été testées :

– Au pinceau

Un pinceau calibré est utilisé pour faire le joint de colle à la main. Dans le cas du collage d'un doublet, la quantité de colle dans le joint l'échantillon est contrôlée par pesée avant et après collage.

– **Par mélange**

Un mélange d'une masse m_g de grains et m_c de colle est malaxé dans un récipient. Le produit de ce mélange est moulé de manière à obtenir l'échantillon désiré. Le pourcentage de masse de colle est déterminé par pesée.

– **Par immersion**

Une méthode testée dans le cas de colle très liquide consiste à immerger l'échantillon dans la colle. Un moule permettant de maintenir l'échantillon en place a été réalisé (figure B.2). L'ensemble est plongé dans un bain de colle (Pour éviter de piéger de l'air, les cylindres sont tournés vers le haut). L'échantillon est laissé à sécher dans le moule.



FIG. B.2 – Moule pour échantillon préparé par immersion

Critères de qualité

Quelques critères de qualité ont été définis dans le but de choisir les matériaux de base.

- propriétés de la colle :
 - Facilité de préparation : le temps de séchage ou de polymérisation ne doit pas être trop rapide pour permettre de faire des échantillons comportant plusieurs grains avec la même préparation de colle.
 - Pour des raisons de rapidité des calculs numériques, la rigidité et la force à la rupture ne doivent pas être trop élevées.
- propriétés des grains

- Les grains doivent avoir une bonne “définition géométrique”. C’est à dire, dans ce cas, avoir une bonne cylindricité.
 - Les grains doivent être globalement rigides (éventuellement localement déformables au sens de Hertz) pour se placer dans les conditions des essais numériques de validation.
 - Ils ne doivent pas être sensibles à l’environnement extérieur (d’oxydation, gonflement, dilatation due à la température...).
 - Facilité d’usinage.
- propriétés colle-grain
- Bonne adhésion de manière à avoir des ruptures cohésives, c’est à dire à l’intérieur du joint (figure B.3). Dans le cas de ruptures non cohésives, il est difficile d’assurer une bonne reproductibilité. En effet, dans ce cas, le comportement dépend fortement de l’interface difficile à maîtriser entre les grains et la colle.
 - Rapport entre la rigidité des grains et de la colle le plus élevé possible afin que les déformations soient localisées dans les liens cohésifs.

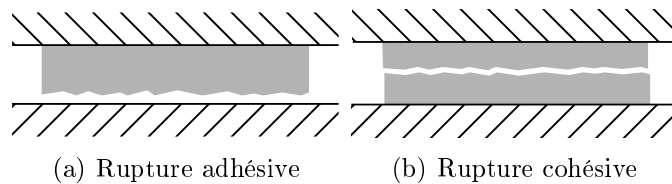


FIG. B.3 – Deux types de ruptures d’un joint de colle

Plusieurs types de doublets ont été testés par des essais mécaniques de traction. Il faut insister sur le fait qu’il ne s’agit pas de réaliser le collage de doublets le plus résistant, mais plutôt d’avoir une bonne adéquation avec les critères de qualité précédents. Ces tests sont réalisés à une vitesse de déplacement imposée de $0,5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$

Résultat des essais préliminaires

L’intérêt majeur des **cylindres en bois** est leur légèreté et le fait que l’on puisse faire un collage direct sans préparation des surfaces.

- Colle papier en bâtonnet
L’intérêt de cette colle réside dans le fait qu’elle est pratique à appliquer. Comme on peut le voir sur la figure B.4a, les efforts mis en jeu pour rompre la liaison sont faibles.
- Colle à tapisserie
Le comportement est assez répétitif (figure B.4b). Cette colle présente l’intérêt de pouvoir être préparée dans un état liquide. Elle permet de préparer

des échantillons macroscopiques rapidement en les immergeant dans la colle. La tenue de l'échantillon est tout à fait correcte à court terme, à long terme les liens cohésifs se détériorent sous l'action du gonflement (figure B.5).

– Colle à bois

Les essais réalisés avec de la colle à bois sont donnés sur la figure B.4c. Ils montrent un comportement simple et répétitif. Le collage peut se faire au pinceau et par mélange. De petits arrachements ont été constatés à la surface des cylindres laissant penser que les ruptures ne sont pas toujours cohésives.

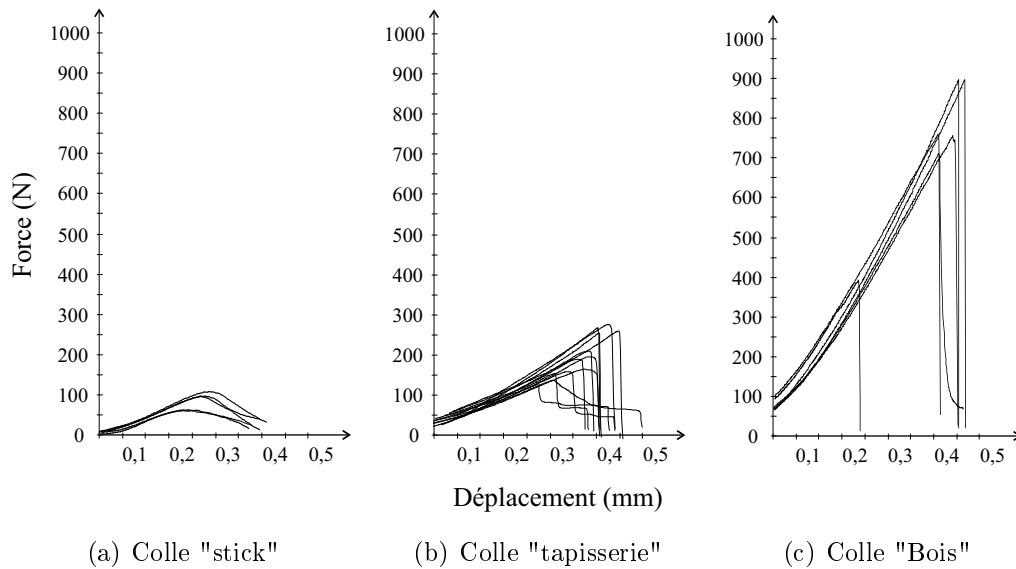


FIG. B.4 – Essais sur les cylindres en bois

Bien qu'intéressant pour leur facilité de réalisation, les collages avec des cylindres en bois ont montré certaines défaillances. Il faut aussi signaler que les baguettes utilisées pour la découpe des cylindres présentaient dans la plupart des cas un défaut géométrique de cylindricité qui pouvait être important (la section droite ressemble parfois plus à une ellipse qu'à un disque). Mais l'inconvénient majeur est dû à l'absorption de l'eau par le bois qui peut conduire à la rupture (figure B.5) ce qui laisse supposer des efforts internes importants.

Pour ces raisons, il a été choisi d'utiliser des matériaux mieux définis géométriquement et moins sensibles aux conditions extérieures.

Des essais ont été réalisés avec des **cylindres d'acier** assemblés avec une résine bicomposant "F18" (Polyurethane). Les doublets testés sont collés au pinceau calibré. Plusieurs points positifs sont à signaler. Les grains sont rigides et peuvent être considérés comme indéformables devant les déformations des joints de colle. Les joints de colle sont facilement reproductibles. Le comportement obtenu est répétitif (figure B.6) et les ruptures sont cohésives. Par contre les cylindres sont



FIG. B.5 – Rupture d'un échantillon de bois à cause de phénomènes de retrait et de gonflement.

lourds, difficiles et long à usiner et surtout à rayer en surface, ils s'oxydent rapidement risquant de perturber le collage.

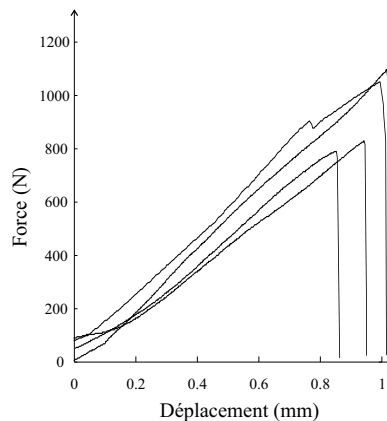


FIG. B.6 – Cylindre d'acier avec colle F18

Les **cylindres d'aluminium** présentent de nombreuses qualités. Comme dans le cas de l'acier, les grains sont suffisamment rigides pour que les déformations soient localisées dans les joints de colle. Comme il a été signalé plus haut, l'aluminium a l'avantage d'être léger, facile à usiner. Un état de surface correct peut être obtenu rapidement contrairement au cas de l'acier. De plus, les cylindres d'aluminium semblent peu s'oxyder. Plusieurs essais ont été réalisés avec différentes colles :

- Colle à bois

La colle à bois utilisée précédemment a été testée (figure B.7a). Le comportement est complexe et peu répétitif. La rupture du joint de colle n'est pas cohésive, elle se fait à l'interface d'un des grains.

- Colle cyanoacrylate

Les résultats présentent une dispersion importante au niveau de la charge de rupture (figure B.7b). Le collage est particulièrement difficile car la prise

de la colle est quasi instantanée. De plus, l'intensité de la liaison obtenue dépend de la pression exercée au collage.

– Colle F18

La colle F18 qui avait donnée de bons résultats avec les cylindres d'acier n'a pas été concluante dans le cas de l'aluminium. Bien que la raideur soit conservée dans chaque cas, la dispersion sur les niveaux d'effort et sur les déplacements à la rupture est importante (figure B.7c). Comme dans le cas précédent, ceci provient du fait que les ruptures ne sont pas cohésives.

– Colle Epolam 2010 (génération Epoxy)

Les essais réalisés avec la colle Epolam 2010 sont répétitifs (figure B.8). Nous avons remarqué qu'en jouant sur les proportions de résine et de durcisseur, il est possible de diminuer le module d'élasticité de colle et d'améliorer l'adhésion grain-colle. En utilisant les mêmes proportions en masse de colle pour les deux composants on obtient de bonnes propriétés et les ruptures sont toujours cohésives. Cette colle est choisie par la suite avec des proportions identiques de résine et de durcisseur.

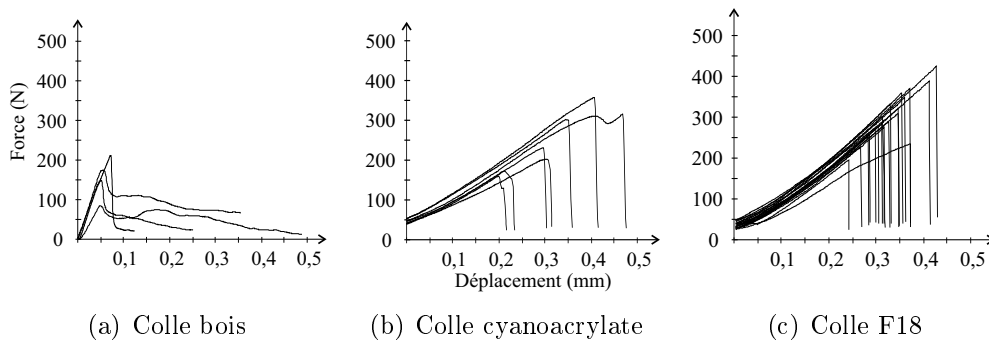


FIG. B.7 – Relations force-déplacement pour des cylindres d'aluminium et différentes colles

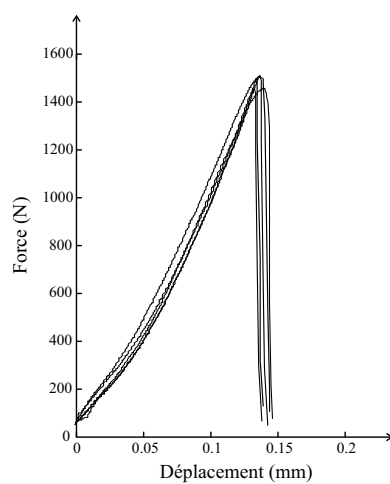


FIG. B.8 – Relations force-déplacement pour des cylindres d'aluminium et de la colle "Epolam 2010"

Annexe C

Élasticité du comportement avant rupture des liens cohésifs

Pour contrôler l'élasticité du milieu numérique avant rupture des liens cohésifs, des essais de charge-décharge ont été réalisés sur l'échantillon sans défaut de la figure 3.12. Les paramètres utilisés sont ceux du tableau 3.3 sauf pour les coefficients de frottement μ_{inf} et μ_{sup} qui sont pris égaux à zéro pour éviter les effets de bord. La figure C.1 montre une montée linéaire de l'effort suivie d'une chute de celui-ci à la rupture. Pour s'assurer qu'il s'agit bien d'élasticité des cycles de chargements-déchargements ont été réalisés entre 0 mm et 0,25 mm. Les figures C.2a et C.2b montrent que les chemins de chargements sont les mêmes que ceux de déchargements et que par conséquent on a bien élasticité du "matériau numérique".

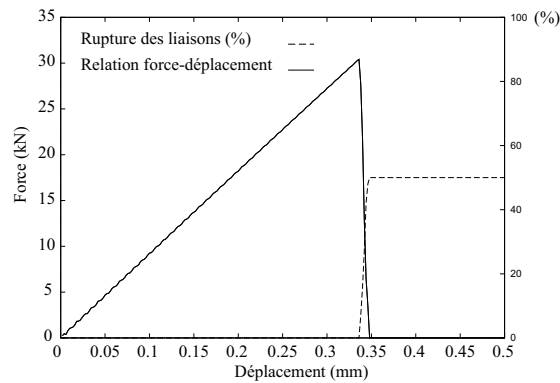


FIG. C.1 – Relation force déplacement et pourcentages de grains rompus dans l'échantillon sans défaut au cours de la simulation

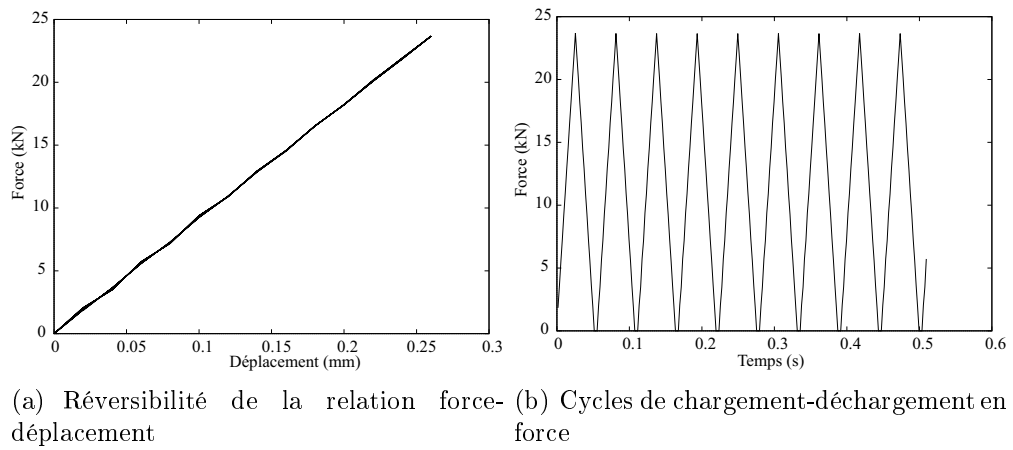


FIG. C.2 – Mise en évidence de l'élasticité du "matériau numérique" avant rupture des liens cohésifs

Nom : DELENNE

Prénom : Jean-Yves

Milieux granulaires à comportement solide

Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion, validation et applications

Thèse présentée à l'Université Montpellier II – Sciences et Techniques du Languedoc
pour obtenir le diplôme de Doctorat, mention Sciences

N° d'ordre :

N° CNU : 60

Discipline : Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil

Résumé :

Cette étude traite de la modélisation du comportement mécanique et de la rupture de milieux granulaires de type solide.

Un milieu modèle constitué de cylindres d'aluminium et de joints de colle jouant le rôle de liens cohésifs permet de mener à bout cette modélisation. Le comportement du lien est étudié expérimentalement et permet d'établir une loi de cohésion et un critère de rupture. Ces résultats sont introduits dans un code de calcul basé sur une méthode en éléments discrets étendue au cas cohésif. Le code est validé en comparant le comportement mécanique et les faciès de rupture d'échantillons macroscopiques réels et numériques.

Le modèle est ensuite testé dans le cadre d'applications : déformation et rupture de poutres, fractionnement d'échantillons, détermination de la courbe intrinsèque. Enfin, l'association entre le modèle et une approche phénoménologique, décrivant les transferts de matière, permet d'aborder la fissuration de milieux subissant un retrait ou un gonflement.

Title: Granular media with solid behaviour - Modelling, experimental analysis of the cohesion, validation and applications

Abstract

A model of the mechanical behaviour and rupture of solid type granular media is proposed in this study.

This modelling is carried out on a reference medium made of aluminium cylinders and glue joints playing the role of cohesive bonds. The experimental study of the bond's behaviour leads to a cohesion law and to a failure criterion. These results are put into a computer code based upon a discrete elements method extended to the cohesive case. This code is validated by comparing the mechanical behaviour and the rupture shapes of real and numerical macroscopic samples.

The model is therefore tested in the context of applications: strain and rupture of a beam, sample fractionation, yield surface characterisation. Eventually, the association between the model and a phenomenological approach describing the mass transfer, permits us to tackle the cracking of media submitted to shrinking or swelling.

Mots-clés :

Milieu granulaire / Cohésion / Comportement solide / Rupture / Expérimentation / Modélisation numérique / Couplages / Sols

Thèse préparée au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (UMR-CNRS 5508)
CC048, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5