



HAL
open science

Génération d'états non-classiques et intrication en variables continues à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique

Julien Laurat

► **To cite this version:**

Julien Laurat. Génération d'états non-classiques et intrication en variables continues à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT : . tel-00007442

HAL Id: tel-00007442

<https://theses.hal.science/tel-00007442>

Submitted on 17 Nov 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE



UNIVERSITE PARIS VI



LABORATOIRE KASTLER BROSSEL

Thèse de doctorat de l'Université Paris VI

Spécialité : Optique et Photonique

Présentée par

Julien LAURAT

Pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

**Etats non-classiques et intrication
en variables continues
à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique**

Soutenue le 27 septembre 2004 devant le jury composé de :

M. Hans BACHOR	Membre invité
M. Thomas COUDREAU	Examineur
M. Claude FABRE	Directeur de thèse
M. Jean-Marc FRIGERIO	Président
M. Philippe GRANGIER	Examineur
M. Gerd LEUCHS	Rapporteur
M. Jean-François ROCH	Rapporteur

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude théorique et expérimentale de différents niveaux de corrélations quantiques en variables continues, mettant en jeu une ou deux quadratures. Dans cet objectif, un oscillateur paramétrique optique de type II, où signal et complémentaire sont émis suivant des polarisations orthogonales, a été développé. Une lame biréfringente introduite à l'intérieur de la cavité induit un couplage des deux modes et permet un fonctionnement dégénéré en fréquence.

Un protocole original de préparation conditionnelle d'un état non-classique, de distribution statistique sub-Poissonienne, a été étudié théoriquement et mis en oeuvre expérimentalement. Il repose sur les corrélations d'intensité des faisceaux émis au-dessus du seuil en l'absence de lame. Une compression de 9.5 dB du bruit sur la différence d'intensité a été obtenue.

En présence de la lame, les faisceaux émis sont dégénérés en fréquence et en principe intriqués. La dégénérescence a permis la première mesure des anti-corrélations de phase au-dessus du seuil. Malgré un excès de bruit qui reste à expliquer, ce résultat ouvre une voie intéressante pour la génération directe d'états intriqués intenses. L'oscillateur paramétrique optique, avec ou sans lame, peut également fonctionner au-dessous du seuil et générer des faisceaux fortement intriqués. L'intrication obtenue, stable pendant plusieurs heures, est la plus forte observée à ce jour et elle est préservée jusqu'à des fréquences de bruit très basses. En présence de la lame, les propriétés quantiques originales du système sont également détaillées et une opération passive, réalisée à l'aide de lames biréfringentes, est mise en évidence pour optimiser l'intrication. L'action d'opérations passives sur un état à deux modes est discutée théoriquement.

Mots Clés

Optique non-linéaire, oscillateur paramétrique optique, verrouillage de modes, polarisation, variables continues, états comprimés, corrélations quantiques, intrication, EPR, information quantique, préparation conditionnelle

Abstract

This thesis studies, both theoretically and experimentally, different levels of quantum correlations in the continuous variables regime, where one or two quadratures are concerned. For this purpose, a type II optical parametric oscillator, where signal and idler beams are orthogonally polarized, has been developed. A birefringent plate inserted inside the cavity creates a coupling of the two modes and results in a frequency degenerate operation.

An original protocol of conditional preparation of a non-classical state, with a sub-Poissonian noise distribution, has been studied theoretically and realized experimentally. It relies on the intensity quantum correlations of the beams emitted above threshold without the plate. A reduction by 9.5 dB of the noise on the intensity difference has been obtained.

With the plate, the beams are at the same frequency and, in principle, entangled. The degenerate operation has permitted for the first time to measure the phase anti-correlations above threshold. In spite of a slight excess noise, this result opens a promising way to generate directly bright entangled beams. The optical parametric oscillator, with or without the plate, can also be operated below threshold and generate strongly entangled modes. The measured entanglement, stable during many hours, is the strongest reported to date and is preserved for noise frequencies as low as 50 kHz. With the plate, the original quantum properties are detailed and a passive operation, realized with birefringent plates, is put into evidence to maximize the entanglement. The action of passive operations on a two-mode state is discussed theoretically.

Keywords

Nonlinear optics, optical parametric oscillator, mode locking, polarization, continuous variables, squeezed states, quantum correlations, entanglement, EPR, quantum information, conditional preparation

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé dans le groupe d'Optique Quantique du laboratoire Kastler Brossel entre 2001 et 2004. Mes premiers pas en optique quantique remontent quant à eux à l'an 2000 où un stage me conduisit, accompagné de mon acolyte Jérôme Wenger, à l'université de Taiyuan. Zhang Kuanshou, Kunchi Peng, Changde Xie et Ruixiang Guo m'initierent alors aux "squeezed states" et autres terminologies que je découvrais. C'est donc à eux que mes premiers remerciements s'adressent, pour avoir guidé ces premiers pas et les liens d'amitié que nous avons tissés.

Les premiers papiers que je découvrais alors étaient pour la plupart signés Claude Fabre, dont la photo était d'ailleurs en bonne place sur le tableau des visiteurs honorés de l'université de Taiyuan. Un an plus tard, Claude est devenu mon directeur de thèse. Au long de ces trois années, à son habitude, Claude a dirigé mon travail avec patience, précision et avec l'enthousiasme à toute épreuve qu'il sait insuffler à son groupe. Sa pédagogie, sa rigueur lors de la rédaction des articles ont été pour moi une formidable école. Je tiens également à le remercier de la confiance qu'il m'a accordée tout au long de cette thèse. Thomas Coudreau a également encadré ce travail. Au-delà de son enthousiasme et de ses encouragements, j'ai apprécié nos discussions fréquentes et fructueuses dont je garde un excellent souvenir. Mes remerciements s'adressent également à Agnès Maître et Nicolas Treps pour leurs conseils et leur grande disponibilité. Je n'oublie pas Laurent Longchambon avec qui j'ai travaillé au début de ma thèse et je souhaite bon vent aux deux nouveaux thésards, Gaëlle Keller et José-Augusto O. Huguenin.

Je tiens à remercier Franck Laloë pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire Kastler Brossel, où convivialité et échanges ne sont pas de vains mots. Je remercie très sincèrement tous les membres du laboratoire, chercheurs permanents, doctorants, électroniciens, informaticiens, mécaniciens. Ces derniers ont souvent épaulé mon travail, parfois dans l'urgence. Je pense également à Monique Bonnamy, Laëtitia Morel et Christelle Sansa pour leur grande disponibilité et leur gentillesse. Merci aussi à Sylvain et Brahim pour leur bonne humeur quotidienne.

J'ai eu l'opportunité au cours de ma thèse d'être moniteur à Paris 6. Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Jean-Marc Frigerio et Danielle Fournier qui m'ont fait confiance lorsque la licence LIOVIS est apparue et m'ont alors donné l'occasion d'organiser mon propre cours. J'ai pris également beaucoup de plaisir à enseigner avec Victor Dana et Lydia Tchang-Brillet. Qu'ils en soient tous très chaleureusement remerciés.

Un grand merci également à tous les membres du jury, Hans Bachor, Philippe Grangier, Jean-Marc Frigerio. Je tiens à remercier tout particulièrement les rapporteurs Gerd Leuchs et Jean-François Roch pour la lourde tâche qu'ils ont accepté de remplir en cette période de rentrée universitaire.

Je n'oublie évidemment pas dans ces remerciements ma famille et mes parents pour leur soutien au long de toutes ces années d'étude. Mon dernier merci s'adresse à Jeanne qui a su mêler au cours de ces trois dernières années patience, enthousiasme et bonne humeur.

Table des matières

Table des matières	i
1. Introduction	1
Partie I Introduction à l'information quantique en variables continues et Techniques expérimentales	5
2. Variables continues : de la compression de bruit à l'information quantique	9
A Introduction	9
B Variables continues et bruit quantique de la lumière	10
C Corrélations quantiques en variables continues	13
D Optique non-linéaire : générer des états non-classiques	23
E Conclusion	28
3. Techniques expérimentales	31
A Introduction	31
B Laser, doublage de fréquence et filtrage	32
C Détection et analyse du bruit	36
D Asservissement des cavités optiques	44
E Conclusion	48
Partie II Oscillateur Paramétrique Optique	49
4. OPO triplement résonant : propriétés classiques	53
A Introduction	53
B Théorie classique de l'OPO	54
C Description de l'expérience	57
D Accordabilité expérimentale	63
E Conclusion	64
5. Propriétés quantiques au-dessus du seuil : génération de faisceaux jumeaux	65
A Introduction	65
B Théorie au-dessus du seuil	66
C Mesure expérimentale des corrélations d'intensité	72

D	Acquisition informatique	74
E	Conclusion	75
6.	Préparation conditionnelle d'un état non-classique en variables continues	77
A	Introduction	77
B	Préparation conditionnelle en régime de comptage	78
C	Protocole en variables continues	80
D	Conclusion	83
E	Reproduction des articles	84
7.	Propriétés spectrales et contrôle du battement en fréquence	97
A	Introduction	97
B	Diffusions de phase : une limitation ?	98
C	Propriétés spectrales théoriques	100
D	Obtenir expérimentalement la dégénérescence	105
E	Conclusion	110
8.	Compression de bruit et intrication au-dessous du seuil	113
A	Introduction	113
B	Amplification paramétrique dégénérée en fréquence	114
C	Résultats expérimentaux	117
D	Applications possibles d'une source comprimée à basse fréquence	121
E	Conclusion	123
Partie III Oscillateur Paramétrique Optique à auto-verrouillage de phase		125
9.	Propriétés classiques d'un OPO à auto-verrouillage	129
A	Introduction	129
B	Synchronisation d'oscillateurs : un phénomène universel	130
C	Propriétés classiques	131
D	Observation expérimentale de l'accrochage	138
E	Conclusion	142
10.	Propriétés quantiques d'un OPO à auto-verrouillage	143
A	Introduction	143
B	Linéarisation des fluctuations	144
C	Etude au-dessous du seuil	145
D	Etude au-dessus du seuil	150
E	Conclusion	154
11.	Compression de bruit et intrication d'un état à deux modes	155
A	Introduction	155
B	Matrice de covariance	156
C	Etat à deux modes : compression et intrication	159

D	OPO à auto-verrouillage	165
E	Conclusion	167
12.	Caractérisation expérimentale des propriétés quantiques	169
A	Introduction	169
B	Schéma expérimental	170
C	Au-dessus du seuil	171
D	Au-dessous du seuil	174
E	Conclusion	180
13.	Conclusion	183
Annexe	187
A	Cristaux non-linéaires de KTP	189
B	Propriétés quantiques en configuration triplement résonant	195
C	Circuits électroniques et Plans mécaniques	201
Bibliographie	205

1. Introduction

Contexte général

Au cours de l'été 1977, à l'Université de Rochester, Kimble, Dagenais et Mandel apportent la première preuve expérimentale de la nature quantique de la lumière. Envoyant la lumière de fluorescence d'un atome unique sur une lame séparatrice, ils mesurent un signal dit de "dégrouperment de photons". Cette observation confirme l'impossibilité de "couper en deux" un photon et ne peut s'expliquer que par la quantification du champ électromagnétique. Cette expérience historique donna un essor décisif à une discipline nouvelle : l'Optique Quantique. Depuis cet été 1977, de nouveaux états non-classiques de la lumière ont été étudiés et obtenus expérimentalement.

De nombreux travaux ont porté en particulier sur les fluctuations d'un mode du champ électromagnétique. Les variables qui le caractérisent ont un spectre continu. Elles sont ainsi dites "variables continues" par opposition aux "variables discrètes" qui décrivent des systèmes de faible dimension, telles que la polarisation d'un photon unique. Le champ électrique associé à une onde plane monochromatique peut être décomposé en "composantes de quadrature" qui correspondent classiquement aux projections du champ dans le repère de Fresnel. La nature quantique de la lumière impose une limite à la précision de la mesure que l'on peut faire de ces composantes : par exemple, la mesure de l'intensité des champs lumineux usuels est limitée par le bruit de grenaille. En outre, dans les sources "classiques" de lumière (source thermique, laser standard), les fluctuations sont réparties équitablement suivant toutes les composantes de quadrature. Cette limite, appelée "bruit quantique standard", n'est cependant pas fondamentale. L'inégalité de Heisenberg impose en effet une borne inférieure au produit des variances de deux observables qui ne commutent pas mais ne fixe pas les variances individuelles. Un état comprimé est ainsi un état pour lequel les fluctuations sont distribuées de manière asymétrique : une composante peut voir ses fluctuations diminuer à condition que celles de la composante conjuguée augmentent en proportion. On peut ainsi imaginer des faisceaux présentant un bruit d'intensité plus faible que le bruit quantique standard et un bruit de phase par conséquent plus important. La génération de tels états nécessite un processus qui dépend de la phase : l'optique non-linéaire fournit les outils de l'optique quantique.

Le premier état comprimé fut obtenu en 1985, dans l'équipe de R.E. Slusher, par mélange à quatre ondes dans une vapeur de sodium. De nombreuses expériences utilisèrent par la suite des milieux non-linéaires $\chi^{(3)}$ (atomes, fibres...) ou des milieux paramétriques $\chi^{(2)}$. Les meilleures compressions de bruit atteignent aujourd'hui 85 %. Au-delà de la génération de ces états monomodes, l'intérêt s'est également porté vers des états à deux modes présentant de fortes corrélations non-classiques en intensité : on parle de "faisceaux jumeaux". Plus récemment,

une double corrélation quantique a été recherchée. De tels états sont alors dits "intriqués". Introduite en 1935 par Einstein, Podolsky et Rosen sous la forme d'un paradoxe, l'intrication caractérise l'impossibilité de décrire deux objets quantiques, même très éloignés, de manière indépendante. L'intrication des composantes de quadrature se traduit ainsi par des corrélations et anti-corrélations des fluctuations de deux composantes de quadrature orthogonales (phase et amplitude par exemple). La première démonstration expérimentale du paradoxe EPR en variables continues fut donnée en 1992 par l'équipe de H.J. Kimble.

Parallèlement à ces recherches et à peu près indépendamment, se développa le domaine de l'information quantique devenu aujourd'hui particulièrement actif et multidisciplinaire. L'information quantique consiste à utiliser les propriétés de la mécanique quantique pour développer des protocoles inédits de communication et de traitement de l'information : distribution sécurisée de clé secrète en cryptographie, transmission à distance d'états quantiques, calcul quantique... Les premières propositions et les premiers protocoles expérimentaux ont reposé sur la manipulation de systèmes discrets à deux niveaux, appelés bits quantiques ou "qubits". Ce n'est que plus récemment que les variables continues sont apparues comme des supports prometteurs de l'information. L'acte fondateur fut sans nul doute la proposition théorique en 1994 d'un protocole de téléportation par L. Vaidman. La démonstration expérimentale qui suivit en 1998 dans l'équipe de H.J. Kimble confirma cette approche et suscita alors un grand intérêt de la communauté de l'optique quantique. Outre la richesse des protocoles imaginables, les variables continues présentent également des avantages technologiques indéniables. Le principal d'entre eux est bien sûr la détection qui peut se faire à l'aide de photodiodes usuelles, efficaces et bon marché.

La plupart des protocoles repose sur l'échange entre deux parties d'états intriqués. Une thématique expérimentale centrale est donc de développer des sources efficaces d'intrication en variables continues.

Contexte au sein du Laboratoire Kastler Brossel

Depuis le milieu des années 80, le groupe d'optique quantique du Laboratoire Kastler Brossel s'est intéressé, théoriquement puis expérimentalement, aux propriétés quantiques des oscillateurs paramétriques optiques (OPO) de type II pompés au-dessus du seuil d'oscillation. Formé d'un cristal non-linéaire inséré dans une cavité optique résonante, un OPO génère par conversion paramétrique des faisceaux intenses (quelques mW), polarisés orthogonalement et présentant de très fortes corrélations quantiques en intensité. La première compression de bruit sur la différence des intensités des deux champs, qui traduit ces corrélations quantiques, a été obtenue au laboratoire en 1987. La théorie prévoit également que ces faisceaux sont anti-corrélés en phase. Ce sont donc en principe des faisceaux intriqués en quadrature – corrélés en intensité et anti-corrélés en phase – qui pourraient être utilisés dans divers protocoles d'information quantique. Cette propriété est cependant difficile à mettre en évidence expérimentalement car les faisceaux ne sont qu'accidentellement à la même fréquence. C'est pour cette raison qu'aucune expérience n'a démontré à ce jour la génération de faisceaux EPR au-dessus du seuil d'oscillation d'un tel système.

Une solution élégante et "tout-optique" est cependant possible pour forcer le fonctionnement

à dégénérescence et consiste à associer au couplage non-linéaire un couplage linéaire. L'idée fut proposée et mise en œuvre expérimentalement en 1998 par E.J. Mason et N.C. Wong. Une lame biréfringente, introduite dans la cavité et dont les axes sont tournés par rapport à ceux du cristal, induit une injection mutuelle des deux champs signal et complémentaire. Il est alors possible d'obtenir un phénomène d'accrochage en fréquence : le système génère deux champs à même fréquence, verrouillés en phase et intriqués en quadrature. Si l'accrochage a été observé dès 1998, aucune étude des propriétés quantiques n'avait en revanche été menée jusqu'à ces dernières années.

L'objectif de cette thèse était donc de développer un oscillateur paramétrique optique de type II afin d'étudier ses propriétés classiques et quantiques en présence de la lame biréfringente. Une expérience entièrement nouvelle a ainsi été développée au cours de cette thèse et a permis la caractérisation d'un OPO de type II dans divers régimes de fonctionnement. *En l'absence de lame*, la réduction du bruit sur la différence d'intensité a tout d'abord été optimisée pour atteindre un nouveau record, 9.5 dB de compression soit près de 90%. Un protocole original de préparation conditionnelle d'un état sub-Poissonien à partir de faisceaux corrélés en intensité a ensuite été développé théoriquement et mis en œuvre expérimentalement. La stratégie conditionnelle est bien connue en variables discrètes, par exemple pour préparer un photon unique à partir de photons jumeaux, mais n'avait pas d'équivalent jusqu'à présent en variables continues. L'OPO a également été utilisé au-dessous du seuil d'oscillation. Cette configuration fut celle utilisée en 1992 par H.J. Kimble lors de la première génération expérimentale de faisceaux EPR en variables continues. La stabilité de notre expérience a permis d'obtenir la meilleure intrication à ce jour et d'atteindre des fréquences d'analyse de bruit très basses. Enfin, *en présence de la lame*, l'accrochage en fréquence a été caractérisé puis les propriétés quantiques du champ produit étudiées tant au-dessus qu'au-dessous du seuil d'oscillation.

Plan de la thèse

Ce mémoire, dont la progression est donnée figure 1.1, s'organise en trois parties. Après une première partie générale, les parties II et III s'intéressent aux propriétés théoriques et expérimentales d'un oscillateur paramétrique optique de type II, *respectivement sans et avec lame biréfringente insérée dans la cavité*.

Une première partie est consacrée aux outils théoriques et expérimentaux de l'optique quantique. Les états comprimés ou corrélés sont introduits, ainsi que les méthodes de génération qui reposent généralement sur l'optique non-linéaire. La place centrale de l'intrication dans les protocoles d'information quantique est également soulignée à travers l'exemple de la téléportation. La plupart des techniques expérimentales utilisées au cours de cette thèse, et communes aux expériences en régime continu, est ensuite détaillée. Cette partie pourra être omise par un lecteur familier de l'optique quantique et des développements récents de l'information quantique en variables continues.

Une seconde partie décrit la mise en œuvre expérimentale d'un OPO de type II (sans lame). C'est l'occasion de présenter le fonctionnement classique d'un tel système et les performances obtenues, en particulier en terme de stabilité. Les corrélations d'intensité des faisceaux intenses générés au-dessus du seuil sont ensuite étudiées puis mises à profit dans un protocole original

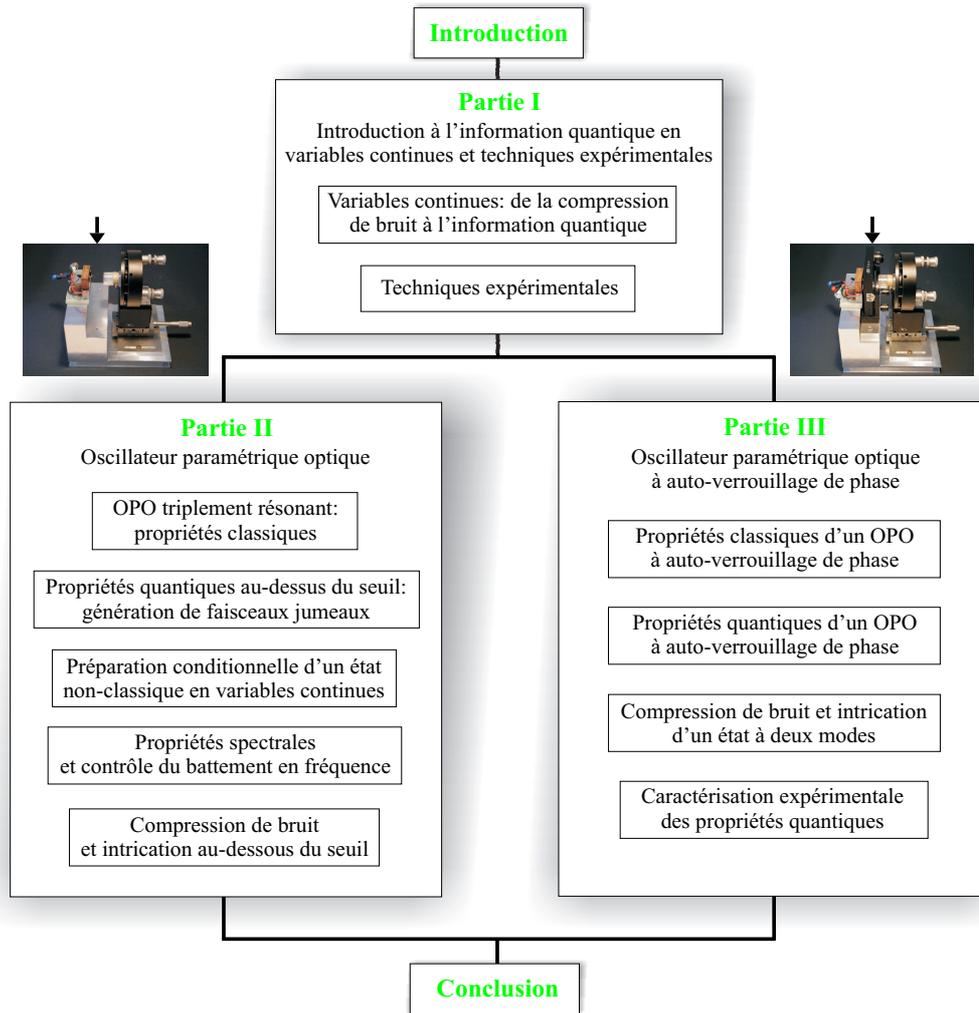


FIG. 1.1: Structure de la thèse.

de préparation conditionnelle d'un état sub-Poissonien. La fin de cette partie est consacrée à l'accordabilité en fréquence des faisceaux signal et complémentaire. Un fonctionnement proche de la dégénérescence permet, en passant au-dessous du seuil d'oscillation, de générer par amplification paramétrique des faisceaux vides fortement intriqués. L'intrication est préservée pour des fréquences de bruit très faibles et peu usuelles en optique quantique expérimentale.

La dernière partie est consacrée à l'étude des propriétés classiques et quantiques d'un oscillateur paramétrique à auto-verrouillage de phase, c'est-à-dire avec une lame biréfringente insérée dans la cavité. Evoqué au cours des parties précédentes, le lien intrication-compression de bruit est ici développé en termes de matrices de covariance et explicité dans le cas de l'OPO à auto-verrouillage. Ce mémoire se termine par l'étude expérimentale des propriétés quantiques de ce système original, tant au-dessus qu'au-dessous du seuil d'oscillation.

Première Partie

Introduction à l'information quantique en variables continues et Techniques expérimentales

L'information quantique est devenue au cours des dernières années un domaine de recherche particulièrement actif et multidisciplinaire. La mécanique quantique offre en effet des possibilités inédites de communication et de traitement de l'information. L'intérêt s'est tout d'abord porté vers la manipulation de systèmes discrets, tels que les systèmes à deux niveaux appelés bits quantiques ou "qubits". De nombreux protocoles, en particulier de cryptographie ou de téléportation, ont été réalisés avec succès. Plus récemment, coder une information continue dans les quadratures d'un mode du champ électromagnétique (amplitude ou phase par exemple) ou dans le moment angulaire collectif d'un ensemble d'atomes est apparu comme une alternative prometteuse aux variables discrètes. Les démonstrations expérimentales récentes de téléportation [Furusawa98, Bowen03a], de codage dense [Li02], ou encore d'intrication d'ensembles atomiques [Julsgaard01] ont confirmé cette approche et ainsi fortement contribué au développement de l'information quantique en variables continues. Dans ce contexte, une thématique expérimentale centrale est la génération d'états dits intriqués, l'intrication étant l'ingrédient principal de la plupart des protocoles.

Les variables à spectre continu, en particulier les fluctuations et les corrélations des composantes de quadrature, sont étudiées depuis longtemps en optique quantique : compression de bruit [Slusher85, JosaB87], faisceaux jumeaux [Heidmann87, Fabre89], étude du bruit des lasers [Marin95, Giacobino95] ou encore mesures quantiques non destructives [Roch97, Grangier98]. Un premier chapitre revient sur la description des états non-classiques du rayonnement, comprimés ou corrélés. Différents niveaux de corrélations quantiques sont alors introduits. Ce chapitre résume également les méthodes de génération d'états intriqués et illustre leur place centrale en information quantique à travers le protocole de téléportation.

Un second chapitre détaille les outils et techniques expérimentales utilisés au cours de cette thèse, et communs à la plupart des expériences d'optique quantique : du laser aux systèmes de détection et de traitement de données en passant par l'asservissement des cavités optiques. Ce chapitre permettra de décrire la plupart des éléments de cette expérience, à l'exception de l'oscillateur paramétrique optique qui sera le sujet des deux autres parties de ce mémoire.

2. Variables continues : de la compression de bruit à l'information quantique

Sommaire

A	Introduction	9
B	Variables continues et bruit quantique de la lumière	10
B.1	Variables continues en mécanique quantique	10
B.2	Commutateurs et inégalité de Heisenberg	11
B.3	Etat comprimé du rayonnement	12
C	Corrélations quantiques en variables continues	13
C.1	Faisceaux jumeaux : critère de "gémellité"	13
C.2	Critère de corrélation QND	14
C.3	Le paradoxe EPR	15
C.4	Critère de démonstration du paradoxe en variables continues	17
C.5	Critère d'inséparabilité	17
C.6	Intrication et compression de bruit	18
C.7	Influence des pertes	20
C.8	Un exemple de protocole : la téléportation	21
D	Optique non-linéaire : générer des états non-classiques	23
D.1	Processus non-linéaires	24
D.2	Non-linéarités du second ordre	24
D.3	Equations de base de la conversion paramétrique	26
E	Conclusion	28

A Introduction

Après une présentation de la notion de variables continues en mécanique quantique, ce premier chapitre s'intéresse au bruit de la lumière. Les états monomodes sont rapidement introduits ainsi que la possibilité de produire des états dits "comprimés".

Les propriétés de corrélations d'état à deux modes ont pendant longtemps été au cœur de nombreuses discussions sur la nature de la mécanique quantique, discussions ouvertes dès les débuts de la mécanique quantique et renouvelées en 1935 par le fameux article EPR. La troisième partie décrit de telles corrélations, suivant une ou deux quadratures, et introduit 4 niveaux de corrélations quantiques. Il s'est avéré plus récemment que ces propriétés, parmi

les plus intrigantes de la mécanique quantique, pouvaient être à la base de protocoles inédits. Un exemple de protocole d'information quantique conclut cette étude. Une dernière partie est consacrée à l'optique non-linéaire qui fournit la plupart des outils pratiques de l'optique quantique.

B Variables continues et bruit quantique de la lumière

Cette partie introduit la notion de variables continues en mécanique quantique puis s'intéresse aux fluctuations d'un mode du champ électromagnétique.

B.1 Variables continues en mécanique quantique

Les systèmes discrets ont joué un rôle primordial dans le développement de la mécanique quantique et constituent des systèmes modèles. Un grand nombre de systèmes physiques peuvent en effet être décrits, de manière exacte ou approchée, dans des espaces de Hilbert de faible dimension. Les systèmes à deux états sont les plus simples puisque leur vecteur d'état s'écrit comme combinaison linéaire de deux vecteurs de base. L'état de polarisation d'un photon unique en est un exemple familier. Il peut s'exprimer par exemple comme combinaison linéaire de polarisations horizontale et verticale : $|\psi\rangle = |V\rangle + \alpha e^{i\phi} |H\rangle$. De multiples problèmes en physique atomique se réduisent également à l'étude d'un système à deux niveaux. L'information quantique a donné à ces systèmes discrets le nom de bits quantiques, ou "qubits".

L'information quantique ne s'est que plus récemment intéressée aux variables à spectre continu, c'est-à-dire qui sont valeurs propres d'opérateurs définis dans un espace de Hilbert de dimension infinie et a priori beaucoup plus riche. La position et l'impulsion d'une particule sont les archétypes "historiques" de telles variables continues. En optique, les analogues de ces grandeurs sont les composantes de quadrature d'un mode du champ électromagnétique. Cette analogie résulte directement de la quantification du champ qui permet de décrire un mode comme un oscillateur harmonique quantique [Grynberg97].

Pour introduire simplement ces composantes, considérons un mode du champ électromagnétique, correspondant à une onde plane de polarisation et de direction fixées et de fréquence ω . En physique classique, le champ électrique associé peut s'écrire :

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi) = E_P \cos \omega t + E_Q \sin \omega t \quad (2-1)$$

E_0 et φ sont l'amplitude et la phase de l'onde. E_P et E_Q sont les amplitudes des deux quadratures du champ dans le repère de Fresnel. Dans le cadre d'une description quantique, le champ électrique se définit à partir des opérateurs de création et d'annihilation de photon :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0(\hat{a}e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t}) = \mathcal{E}_0(\hat{P} \cos \omega t + \hat{Q} \sin \omega t) \quad (2-2)$$

où les opérateurs de quadrature \hat{P} et \hat{Q} s'expriment :

$$\hat{P} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger \quad \text{et} \quad \hat{Q} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad (2-3)$$

\mathcal{E}_0 est une constante de normalisation qui correspond au champ électrique associé à un photon.

Que ce soit pour la lumière ou pour les atomes, il existe d'autres variables continues. La polarisation d'un faisceau lumineux se définit par exemple à partir des opérateurs de Stokes quantiques [Korolkova02]. Cette description suscite actuellement un grand intérêt car les fluctuations des composantes du vecteur de Stokes sont facilement mesurables uniquement à l'aide de mesures en intensité, et donc sans avoir recours à une détection homodyne. De manière similaire, l'état quantique d'un ensemble macroscopique d'atomes à deux niveaux peut être décrit par son moment angulaire collectif défini comme la somme des spins individuels [Hald99]. Ces deux descriptions permettent de considérer polarisation de la lumière et spin atomique collectif de manière équivalente et d'imaginer des protocoles de transfert d'information continue d'un système à l'autre. Les propositions récentes de mémoires quantiques à atomes reposent sur de tels transferts [Kozhokin00, Dantan04].

B.2 Commutateurs et inégalité de Heisenberg

Les opérateurs de quadrature d'un mode du champ électromagnétique vérifient la même relation de commutation "canonique" que les opérateurs position et impulsion d'une particule :

$$[\hat{P}, \hat{Q}] = 2i \quad (2-4)$$

L'ensemble des propriétés découle de cette relation de commutation. En particulier, elle impose une limite inférieure au produit des variances des deux variables conjuguées, notées $V(\hat{P})$ et $V(\hat{Q})$. Cette contrainte est connue sous le nom d'inégalité de Heisenberg :

$$V(\hat{P})V(\hat{Q}) \geq 1 \quad (2-5)$$

Les composantes de quadrature ne peuvent donc pas être mesurées avec une précision infinie. Leurs fluctuations constituent le "bruit quantique" de la lumière.

Le choix des composantes de quadrature est arbitraire et correspond à un choix de l'origine des phases dans le plan de Fresnel. Un couple de composantes de quadrature conjuguées s'écrit de manière générale :

$$\hat{P}(\theta) = (\hat{a}e^{-i\theta} + \hat{a}^\dagger e^{i\theta}) \quad \text{et} \quad \hat{Q}(\theta + \pi/2) = -i(\hat{a}e^{-i\theta} - \hat{a}^\dagger e^{i\theta}) \quad (2-6)$$

Tout couple de quadratures conjuguées vérifie la relation de commutation précédente. Il existe un couple de quadrature particulier lorsque la valeur moyenne du champ est non nulle : les quadratures définies par $\theta = \phi$, où ϕ est la phase du champ, et $\theta = \phi + \pi/2$ correspondent respectivement aux quadratures dites d'amplitude et de phase.

Un état particulier est l'état vide pour lequel toutes les composantes de quadrature présentent la même variance de bruit : $V(\hat{P}) = V(\hat{Q}) = 1$. Cet état définit ainsi une référence pour les fluctuations que l'on appellera par la suite "limite quantique standard" ou "bruit quantique standard". Ces fluctuations correspondent aux fluctuations de point-zéro d'un oscillateur matériel. L'état dont les propriétés sont les plus proches de celles d'un champ classique est obtenu en superposant à ce dernier les fluctuations du vide. De tels états, introduits par Glauber en 1965 [Glauber65], sont appelés états cohérents. Le vide est un état cohérent dont le nombre moyen de photons est nul.

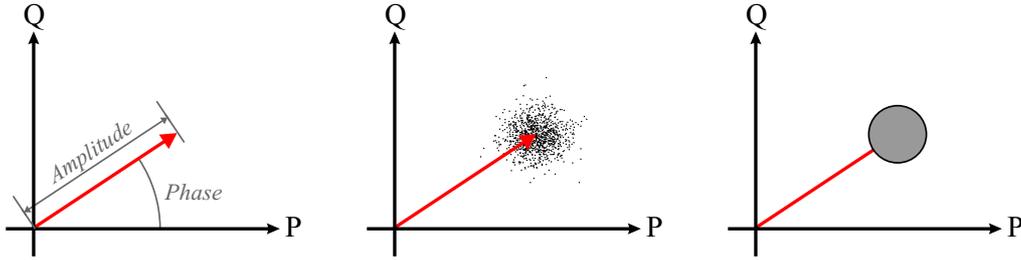


FIG. 2.1: Représentation de Fresnel du champ électromagnétique : représentation classique, fluctuations instantanées et aire des fluctuations.

Une interprétation corpusculaire permet de donner une image du bruit d'intensité d'un faisceau, appelé bruit de grenaille ou "shot noise". On peut se représenter le faisceau comme formé de photons aléatoirement répartis temporellement, suivant une distribution Poissonienne. Le bruit de grenaille est ainsi le bruit que ferait un jet de grains de sable frappant une paroi.

Une représentation commode du bruit consiste à superposer dans le plan de Fresnel un champ classique et ses fluctuations. Le champ classique est représenté par un vecteur dont la norme donne l'amplitude et l'angle la phase. La nature quantique de la lumière fait apparaître des fluctuations instantanées autour de cette valeur moyenne : l'extrémité du vecteur se déplace à l'intérieur d'une zone d'incertitude. L'extension de cette zone est généralement schématisée par un contour dont la distance à la valeur moyenne donne la variance du bruit pour chaque quadrature. Dans le cas d'un état cohérent, ce contour est un cercle. La figure 2.1 détaille cette représentation pour un état cohérent.

B.3 Etat comprimé du rayonnement

Si la relation d'incertitude définit une borne inférieure pour le produit des variances de deux quadratures conjuguées, elle n'impose en revanche aucune contrainte sur les variances individuelles. Il est donc possible d'imaginer des états où la symétrie entre les quadratures est brisée. La variance d'une quadrature peut alors être plus petite que la limite quantique standard, à condition que la quadrature conjuguée voie ses fluctuations augmenter. De tels états sont dits comprimés, ou "squeezés". Dans le diagramme de Fresnel, l'aire d'incertitude prend alors la forme d'une ellipse dont le petit axe donne le bruit suivant la quadrature comprimée (figure 2.2).

A nouveau, dans certains cas, une image corpusculaire est possible. La compression du bruit d'intensité se traduit par une distribution plus régulière des photons dans le faisceau : la distribution est dite sub-Poissonienne. Cette image corpusculaire explique également la grande fragilité aux pertes des états comprimés. Toute perte (absorption, réflexion partielle ou encore mauvaise efficacité de détection) prélève aléatoirement des photons et tend donc à rendre la distribution statistique plus aléatoire, pour tendre rapidement vers une distribution Poissonienne.

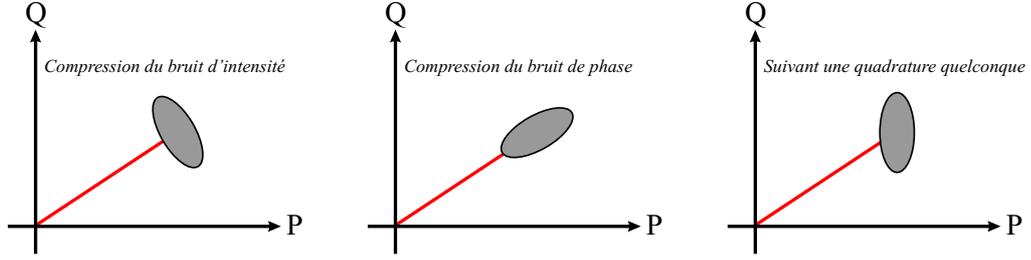


FIG. 2.2: Exemples d'états comprimés suivant des quadratures différentes.

C Corrélations quantiques en variables continues

Alors que la partie précédente s'intéressait aux états monomodes, cette troisième section décrit des systèmes à deux modes dont les composantes de quadrature sont corrélées. Différents niveaux de corrélations quantiques sont définis, mettant en jeu soit la mesure d'une seule corrélation soit de deux suivant des composantes de quadrature orthogonales. Le rôle central des corrélations dans les protocoles d'information quantique est finalement illustré par l'exemple de la téléportation quantique. Des commentaires en italique viennent conclure la plupart de ces développements et les relient aux résultats à venir. Cette partie, relativement longue, peut être considérée en soit comme un guide de lecture pour la suite de ce mémoire.

C.1 Faisceaux jumeaux : critère de "gémellité"

On considère deux modes, 1 et 2, pouvant être séparés spatialement. Les fluctuations du mode i pour la quadrature P_i sont notées δP_i . On appelle facteur de Fano F_i la variance de bruit normalisée au bruit quantique standard suivant cette quadrature :

$$F_i = \langle \delta P_i^2 \rangle = V(P_i) \quad (2-7)$$

Un facteur de Fano plus petit que 1 correspond à un état comprimé suivant cette quadrature. La mesure simultanée des fluctuations pour chaque mode permet d'accéder à la corrélation normalisée définie par :

$$C_{12} = \frac{\langle \delta P_1 \delta P_2 \rangle}{\sqrt{F_1 F_2}} \quad (2-8)$$

Cette grandeur varie entre -1 (anti-corrélations parfaites) et 1 (corrélations parfaites).

La méthode la plus simple pour produire des faisceaux corrélés consiste à envoyer un faisceau "classique" sur une lame 50/50. Un calcul simple, tenant compte du mode vide entrant par la seconde voie de la lame, fournit l'expression de la corrélation des deux faisceaux de sortie :

$$C_{12} = \frac{F_{in} - 1}{F_{in} + 1} \quad (2-9)$$

où F_{in} est le facteur de Fano du faisceau entrant. Lorsque F_{in} tend vers l'infini, c'est-à-dire lorsque le bruit du mode vide peut être négligé devant le bruit du faisceau entrant, le facteur C_{12} tend vers 1 : un faisceau très bruité divisé sur une lame 50/50 donne deux faisceaux très

fortement corrélés. Une corrélation C_{12} proche de 1 n'est donc pas nécessairement le signe d'une corrélation d'origine quantique : c'est même ici l'inverse puisque elle traduit le fait que les fluctuations quantiques peuvent être négligées !

Un critère plus adapté est fourni par la mesure du bruit sur la différence (ou la somme s'il s'agit d'anti-corrélations) des deux modes :

$$P_- = P_1 - P_2 \quad (2-10)$$

La variance de cette mesure ne dépend pas du facteur de Fano car l'excès de bruit classique est supprimé lors de la différence. On peut montrer que la plus petite valeur qui peut être obtenue classiquement vaut 2. On introduit ainsi, pour deux modes de même valeur moyenne et même facteur de Fano, la "gémellité" G définie par :

$$G = \frac{V(P_-)}{2} = \frac{V(P_1 - P_2)}{2} \quad (2-11)$$

Le critère de gemellité est d'avoir une valeur de G inférieure à 1 :

$$\boxed{G = \frac{V(P_1 - P_2)}{2} < 1} \quad (2-12)$$

La corrélation mesurée ne peut pas alors être décrite par un modèle semi-classique mettant en jeu des champs ayant des fluctuations "classiques". Des faisceaux présentant une telle corrélation sont dits "jumeaux". Soulignons à nouveau que, si les modes sont anti-corrélés, on définit de manière équivalente une gemellité (ou "anti-gémellité"...) donnée par le bruit sur la somme des fluctuations.

La meilleure gemellité publiée à ce jour est de $G = 0.11$ et a été obtenue au cours de cette thèse à partir de faisceaux intenses corrélés quantiquement en intensité. Ce résultat est détaillé au chapitre 5.

C.2 Critère de corrélation QND

Un second niveau de corrélations quantiques, mettant toujours en jeu une seule corrélation entre deux modes, est associé à la notion de mesure quantique non-destructive (QND). Lorsque deux quadratures sont parfaitement corrélées, la mesure de l'une donne sans incertitude la valeur de l'autre. La mesure effectuée sur le premier système est alors une mesure QND réalisée sur le second.

De nombreuses études ont été consacrées aux mesures QND et aux critères associés [Roch97, Grangier98]. La mesure QND est considérée comme effective lorsque la mesure de la quadrature d'un mode fournit suffisamment d'informations sur les fluctuations instantanées de la quadrature de l'autre mode pour le corriger de ses fluctuations, via par exemple une boucle de rétroaction, et le transformer en un état comprimé. Ce critère s'exprime à partir de la variance conditionnelle $V_c(P_1|P_2)$ qui correspond à la variance des fluctuations du mode 1 connaissant celles du mode 2 :

$$V_c(P_1|P_2) = V(P_1) - \frac{\langle \delta P_1 \delta P_2 \rangle^2}{V(P_2)} \quad (2-13)$$

La mesure est QND lorsque la variance conditionnelle est inférieure à 1.

Pour deux modes de même valeur moyenne et même facteur de Fano, les variances conditionnelles $V_c(P_1|P_2)$ et $V_c(P_2|P_1)$ sont égales et notées V_c . Cette grandeur peut également s'écrire à partir du facteur de Fano F et de la gémellité G . Le critère de corrélation QND s'exprime alors :

$$\boxed{V_c = 2G - \frac{G^2}{F} < 1} \quad (2-14)$$

D'après l'expression de V_c en fonction de la gémellité,

$$G \leq V_c \leq 2G \quad (2-15)$$

Tous les faisceaux qui vérifient le critère de corrélation QND sont donc "jumeaux". La réciproque n'est pas vraie et dépend du bruit individuel. Par ailleurs, une gémellité plus petite que 0.5 assure toujours une corrélation QND.

La valeur $G = 0.11$ obtenue au cours de cette thèse est donc la signature d'une corrélation QND. Ce critère sera important au chapitre 6 qui utilisera ces corrélations en intensité dans un protocole de préparation conditionnelle d'un état sub-Poissonien.

Les deux critères présentés jusqu'à présent caractérisent la situation où une seule corrélation entre deux modes est mesurée : par exemple deux faisceaux corrélés quantiquement en intensité. Intéressons nous désormais aux configurations où une double corrélation est considérée. Le paradoxe EPR permet d'introduire cette notion de double corrélation. Deux critères seront ensuite définis, cette fois-ci dans l'ordre inverse de leur généralité.

C.3 Le paradoxe EPR

En 1935, dans un article intitulé "Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?", Einstein, Podolsky et Rosen présentèrent ce qu'ils pensaient être une insuffisance de la mécanique quantique, et qui en constitue à coup sûr un des ses aspects les plus étranges [Einstein35].

Ils définissent tout d'abord le concept de réalité physique : si on peut, sans perturber un système, prédire avec certitude une de ses grandeurs physiques, alors il existe un élément de réalité physique associé à cette quantité. Ils considèrent ensuite deux particules séparées spatialement et les opérateurs position et impulsion de chacune d'elles, (P_A, Q_A) et (P_B, Q_B) . Position et impulsion de chaque particule ne commutent pas et les observables associées ne peuvent donc pas être connues simultanément avec une précision infinie. En revanche, somme et différence des ces opérateurs commutent :

$$[P_A - P_B, Q_A + Q_B] = 0 \quad (2-16)$$

Il est donc possible de créer des états à deux particules pour lesquels les positions sont parfaitement corrélées et les impulsions parfaitement anti-corrélées, quelle que soit la distance qui les sépare.

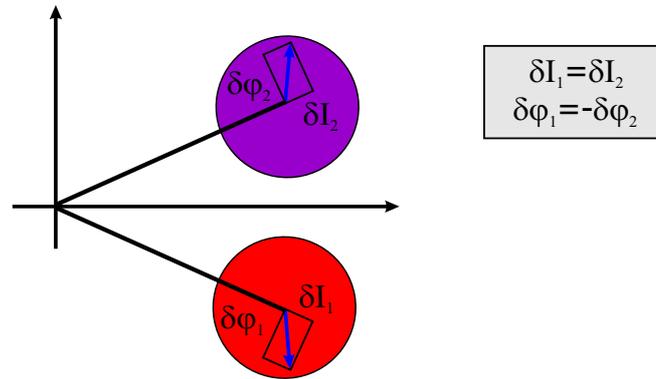


FIG. 2.3: Exemple de faisceaux EPR idéaux dont les fluctuations d'intensité (notées δI) sont corrélées et les fluctuations de phase ($\delta\varphi$) anti-corrélées.

Le paradoxe naît du raisonnement suivant. En raison de leur corrélation, une mesure de la position de particule A donne avec certitude la position de la particule B sans qu'il y ait interaction physique entre les deux particules. Par conséquent, la prédiction de la position de la particule B n'a pas perturbé cette dernière. Einstein et ses collègues estiment alors qu'il doit exister un élément de réalité physique associé à la seule particule B concernant cette grandeur, et donc une valeur prédéterminée pour sa position. Un raisonnement identique pour l'impulsion conduit à associer à la même particule B une impulsion prédéterminée. La position et l'impulsion de cette particule se trouvent donc toutes deux définies simultanément. Cette définition parfaite de deux observables qui ne commutent pas n'est pas autorisée par la mécanique quantique. L'article de 1935 en conclut que la mécanique quantique ne donne qu'une description incomplète de l'état d'une particule. Einstein, Podolsky et Rosen soulignaient ainsi les problèmes soulevés par la mécanique quantique pour les tenants d'une vision réaliste et locale du monde physique.

Énoncé en terme de variables continues, l'argument EPR fut écrit sous une forme différente en 1952 par D. Bohm à l'aide de variables discrètes, telles que le spin de deux particules ou la polarisation de deux photons. Longtemps cloisonnée au domaine théorique, voire philosophique, la question connut un tournant en 1964 lorsque J. Bell établit une inégalité dont la violation éliminerait toute théorie réaliste et locale. Les expériences de Fry puis d'A. Aspect entre 1980 et 1982 établirent une violation claire de cette inégalité à partir de paires de photons émis dans une cascade atomique d'atomes de calcium et corrélés en polarisation [Aspect82]. De fortes violations ont par la suite régulièrement été obtenues [Kwiat95].

Une réalisation expérimentale du paradoxe EPR sous sa forme originale fut proposée en 1988 par M. Reid et P. Drummond [Reid88]. Comme souligné dans la partie précédente, les composantes de quadratures d'un mode du champ électromagnétique sont les analogues en optique de la position et de l'impulsion d'une particule. Le paradoxe EPR peut s'énoncer alors de manière équivalente en considérant deux modes du champ dont deux composantes de quadrature conjuguées sont respectivement corrélées et anti-corrélées. La figure 2.3 donne l'exemple de faisceaux EPR idéaux dont les fluctuations d'intensité sont corrélées et les fluctuations de phase sont anti-corrélées.

C.4 Critère de démonstration du paradoxe en variables continues

L'argument EPR se résume en la possibilité de déduire une observable d'un système d'une mesure effectuée sur un autre système séparé spatialement du premier. Si les corrélations ne sont pas parfaites, la prédiction sera moins précise. Cependant, pour des corrélations suffisamment fortes, le paradoxe peut être démontré.

Considérons deux modes notés 1 et 2. Les composantes de quadrature P_1 et P_2 seront supposées corrélées, Q_1 et Q_2 anti-corrélées. Les erreurs sur la prédiction des composantes de quadratures du mode 1 par mesure du mode 2 sont données par les variances conditionnelles $V_c(P_1|P_2)$ et $V_c(Q_1|Q_2)$.

Comme souligné à plusieurs reprises, la mesure simultanée des quadratures P_1 et Q_1 est restreinte par l'inégalité de Heisenberg :

$$V(P_1)V(Q_1) \geq 1 \quad (2-17)$$

Le paradoxe EPR en variables continues est lié à une violation apparente de cette relation d'incertitude. Sa démonstration expérimentale nécessite ainsi de vérifier :

$$\boxed{V_c(P_1|P_2) V_c(Q_1|Q_2) < 1} \quad (2-18)$$

Pour des faisceaux symétriques, on introduit la gémellité G_P qui évalue les corrélations quantiques entre les quadratures P_i et la gémellité G_Q qui mesure les anti-corrélations des quadratures orthogonales. En notant F_P et F_Q les facteurs de Fano, le critère peut s'écrire sous la forme :

$$\boxed{\left(2G_P - \frac{G_P^2}{F_P}\right) \left(2G_Q - \frac{G_Q^2}{F_Q}\right) < 1} \quad (2-19)$$

Ce critère, développé par M. Reid en 1989 [Reid89], s'appuie sur des considérations très proches de celles développées lors de l'étude des mesures QND. Une double corrélation est ici requise. Par ailleurs, ce critère impose qu'au-moins l'une des variances conditionnelles soit plus petite que 1 : des faisceaux EPR vérifient donc nécessairement le critère de corrélation QND.

C.5 Critère d'inséparabilité

Le critère de Reid définit un ensemble d'états dont les corrélations sont qualifiées de EPR. Un autre critère, moins restrictif, permet de distinguer les états dits intriqués. L'intrication repose sur la notion d'inséparabilité, caractéristique des plus intrigantes de la mécanique quantique.

Un système à deux modes 1 et 2 sera dit séparable si cet état est factorisable, c'est-à-dire si sa matrice densité ρ peut s'écrire sous la forme d'une superposition statistique d'états factorisables :

$$\rho = \sum_i p_i \rho_{i_1} \otimes \rho_{i_2} \quad (2-20)$$

où ρ_{i_1} et ρ_{i_2} sont les matrices densité des modes 1 et 2 et p_i les probabilités associées. Un état non-séparable est donc un état qui ne peut être décrit par la description indépendante de ses parties.

Dans le cas des états gaussiens, le critère introduit par Duan *et al.* établit une condition suffisante d'inséparabilité [Duan00]. Ce critère met en jeu la demi-somme, notée par la suite Σ et appelée "séparabilité", des variances de bruit de la somme et de la différence des composantes corrélées et anti-corrélées. Le critère sera vérifié si la séparabilité est inférieure à 1 :

$$\Sigma = \frac{1}{2} \left(\frac{V(P_1 - P_2)}{2} + \frac{V(Q_1 + Q_2)}{2} \right) < 1 \quad (2-21)$$

La séparabilité apparaît comme la demi-somme des gémellités G_P et G_Q introduites au paragraphe précédent. Ainsi le critère peut s'écrire sous forme condensé :

$$\boxed{\Sigma = \frac{1}{2} (G_P + G_Q) < 1} \quad (2-22)$$

Ce critère nécessite qu'au-moins l'une des deux gémellités soit inférieure à 1. Des faisceaux non-séparables sont donc "jumeaux". En revanche, le critère de corrélation QND n'est pas nécessairement vérifié. Soulignons à nouveau que le critère EPR (critère de Reid) est plus fort que le critère d'intrication (critère de Duan). Notons également que si la séparabilité est plus petite que 0.5 alors les deux gémellités sont également plus petites que 0.5, et donc les deux variances conditionnelles plus petites que 1. Dans ce cas, le critère EPR est nécessairement vérifié : des faisceaux avec une séparabilité plus petite que 0.5 sont des faisceaux EPR.

Le dernier chapitre de la partie 2 ainsi que la partie 3 de ce mémoire seront consacrées à la génération d'états intriqués. Le système développé a permis d'obtenir les meilleurs faisceaux intriqués (qui sont également les meilleurs faisceaux EPR) à ce jour en variables continues.

C.6 Intrication et compression de bruit

Il existe un lien très fort entre intrication et compression de bruit. Considérons deux faisceaux A_1 et A_2 . Après mélange sur une lame 50/50 (figure 2.4), les deux modes obtenus s'écrivent :

$$A_+ = \frac{A_1 + A_2}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad A_- = \frac{A_1 - A_2}{\sqrt{2}} \quad (2-23)$$

Les variances de bruit pour deux quadratures orthogonales P et Q s'expriment alors :

$$V(P_-) = \frac{V(P_1 - P_2)}{2} = G_P \quad \text{et} \quad V(Q_+) = \frac{V(Q_1 + Q_2)}{2} = G_Q \quad (2-24)$$

Ainsi, la variance de bruit du mode A_+ pour la quadrature Q est liée aux anti-corrélations suivant Q des modes qui sont mélangés. De même, la variance de bruit du mode A_- pour la quadrature P est liée aux corrélations.

Si A_1 et A_2 sont des faisceaux EPR idéaux :

$$V(P_1 - P_2) \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad V(Q_1 + Q_2) \rightarrow 0 \quad (2-25)$$

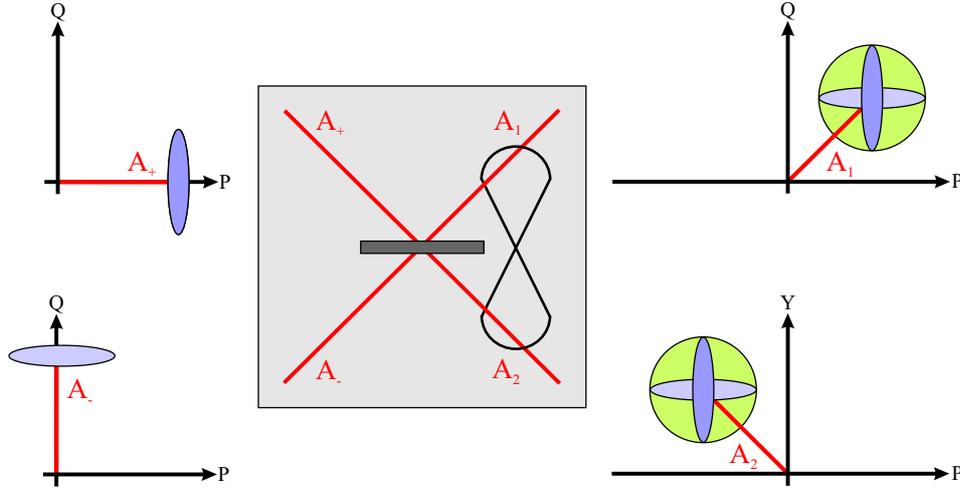


FIG. 2.4: Deux faisceaux comprimés suivant des quadratures orthogonales et mélangés sur une lame 50/50 permettent de générer des faisceaux intriqués, et réciproquement. Deux faisceaux comprimés en intensité doivent ainsi être déphasés de $\pi/2$ avant le mélange.

et les variances $V(P_-)$ et $V(Q_+)$ tendent également vers zéro. Ainsi, deux faisceaux EPR idéaux mélangés sur une lame donnent deux faisceaux parfaitement comprimés suivant des quadratures orthogonales.

La séparabilité Σ , qui s'exprime initialement à partir des corrélations et anticorrélations des faisceaux intriqués, peut donc s'écrire de manière strictement équivalente à partir des compressions de bruit de ces superpositions de modes :

$$\Sigma = \frac{1}{4} \left(V(P_1 - P_2) + V(Q_1 + Q_2) \right) < 1 \Leftrightarrow \Sigma = \frac{1}{2} \left(V(P_-) + V(Q_+) \right) < 1 \quad (2-26)$$

Pour que le critère soit vérifié, il est nécessaire qu'au moins l'une des variances soit inférieure à 1. Deux faisceaux intriqués mélangés sur une lame donne donc toujours au moins un faisceau comprimé. Cette équivalence sera employée pour caractériser les états intriqués générés au cours de cette thèse. Le chapitre suivant revient sur cette méthode d'un point de vue expérimental.

Le raisonnement qui vient de montrer le lien intrication/compression peut bien sûr être mené dans le sens inverse : deux faisceaux parfaitement comprimés suivant des quadratures orthogonales et mélangés sur une lame 50/50 donnent en sortie deux faisceaux EPR idéaux. Ainsi, par exemple, deux faisceaux comprimés en intensité doivent être mélangés en quadrature. Même s'il existe des méthodes pour générer directement des faisceaux intriqués, de nombreuses expériences reposent sur cette stratégie [Furusawa98, Silberhorn01, Bowen03a].

Cette étude montre également qu'il suffit de disposer d'un seul faisceau comprimé pour obtenir des faisceaux intriqués. Un état comprimé divisé sur une lame 50/50 (c'est-à-dire mélangé avec le vide entrant par l'autre port de la lame) donne deux faisceaux : l'une des gémellités sera au bruit quantique standard alors que l'autre sera donnée par la compression de bruit de l'état entrant. La séparabilité sera ainsi de 0.5 augmentée de la moitié du taux de compression initiale : le critère de Duan sera vérifié.

Cette étude reposait jusqu'à présent sur des faisceaux de même polarisation séparés spa-

tialement. Une autre configuration sera particulièrement utile par la suite. Si les faisceaux sont dans le même mode spatial mais polarisés orthogonalement, les modes A_+ et A_- seront alors les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des faisceaux A_1 et A_2 . A nouveau, le raisonnement est valable dans les deux sens.

Le lien entre intrication et compression de bruit sera au cœur de cette thèse. Le chapitre 11 le développera à nouveau en termes de matrice de covariance. Les modes les plus comprimés et les modes les plus intriqués que l'on peut obtenir par opérations passives à partir d'un état à deux modes donné seront alors reliés.

C.7 Influence des pertes

Cette étude va permettre de quantifier l'effet des pertes sur les deux critères, EPR et inséparabilité. L'effet des pertes va s'avérer très différent et renseigne sur une différence majeure entre les deux critères.

Si un faisceau subit des pertes caractérisées par le coefficient $1 - \eta$ (η est donc l'efficacité de transmission, de détection,...), son facteur de Fano F devient (cf. chapitre 6) :

$$F' = (1 - \eta) + \eta F \quad (2-27)$$

De manière similaire, si deux modes subissent des pertes symétriques, la gémellité s'exprime :

$$G' = (1 - \eta) + \eta G \quad (2-28)$$

Ces expressions témoignent à nouveau de la fragilité des états comprimés ou corrélés aux pertes puisque celles-ci ramènent les fluctuations au bruit quantique standard.

Ces différentes grandeurs permettent d'écrire le critère EPR et le critère d'inséparabilité, avant et après des pertes. Avant, les deux critères s'écrivent :

$$\text{Critère EPR : } \left(2G_P - \frac{G_P^2}{F_P}\right) \left(2G_Q - \frac{G_Q^2}{F_Q}\right) < 1 \quad (2-29)$$

$$\text{Critère d'inséparabilité : } \frac{1}{2}(G_P + G_Q) < 1 \quad (2-30)$$

Pour simplifier les expressions, les modes intriqués ainsi que les pertes subies sont supposés symétriques : les gémellités G_P et G_Q sont égales à une valeur commune G et les facteurs de Fano à F . En supposant que les états sont initialement purs, le facteur de Fano s'exprime :

$$F = \frac{1}{2}\left(G + \frac{1}{G}\right) \quad (2-31)$$

Après les pertes, les expressions précédentes deviennent :

$$\text{Critère EPR : } 4\left(1 - \eta + \frac{2\eta - 1}{\eta\left(G + \frac{1}{G} - 2\right) + 2}\right)^2 < 1 \quad (2-32)$$

$$\text{Critère d'inséparabilité : } (1 - \eta) + \eta G < 1 \quad (2-33)$$

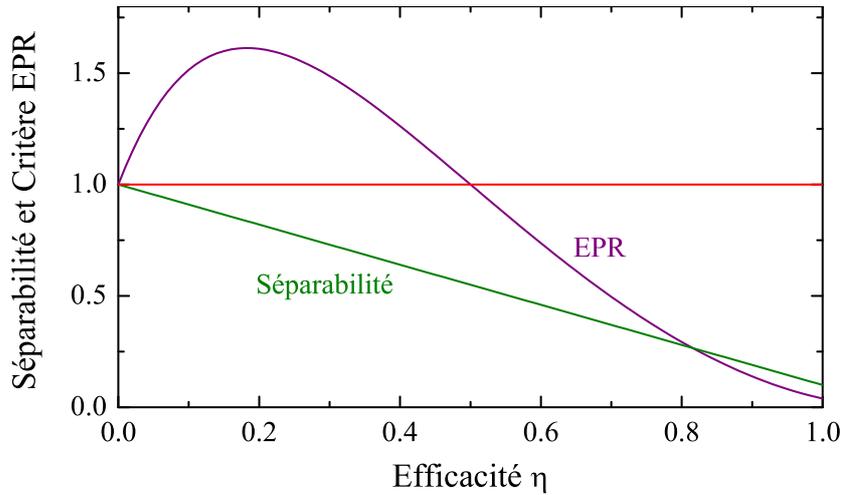


FIG. 2.5: Grandeurs associées au critère d'inséparabilité et au critère EPR en fonction de l'efficacité de détection (ou tout autre type de pertes). Les faisceaux sont supposés symétriques ainsi que les pertes subies. Initialement, les faisceaux sont des états purs et la gémellité atteint 0.1.

Les grandeurs associées aux deux critères évoluent très différemment sous l'action de pertes. Suivant une évolution linéaire, le critère d'inséparabilité est toujours vérifié si la gémellité initiale est inférieure à l'unité. Cela n'est pas le cas pour le critère EPR. L'expression (2-32) montre que, quelle que soit la gémellité, le critère n'est plus vérifié dès que les pertes sont supérieures à 50%. Ces évolutions soulignent une différence majeure entre les deux critères : le critère EPR est très sensible à la pureté de l'état alors que le critère d'inséparabilité en est totalement indépendant. La figure 2.5 donne l'évolution des deux expressions en fonction des pertes pour une valeur initiale des deux gémellités de 0.1. Une étude expérimentale de cette dépendance a été réalisée par W. Bowen *et al.* et rapportée dans [Bowen03b].

C.8 Un exemple de protocole : la téléportation

Au cours des dernières années, il est apparu que l'intrication, qui n'a pas d'équivalent classique, pouvait être l'ingrédient central de protocoles originaux de communication et de traitement de l'information. De nombreux schémas reposent ainsi sur le partage entre deux protagonistes, traditionnellement Alice et Bob, d'états intriqués. Tout d'abord développés en variables discrètes, ces protocoles ont ensuite été étendus aux variables continues. Par le biais d'opérations locales et de communications classiques (LOCC), Alice peut par exemple téléporter vers Bob un état inconnu [Vaidman94, Braunstein98] ou encore réaliser un protocole de codage dense ("dense coding") qui permet un taux de transfert d'information plus important qu'en l'absence d'intrication [Braunstein00, Li02]. L'intrication peut également permettre la distribution sécurisée de clé quantique en cryptographie [Ralph00] ou être mise en œuvre dans des processus de calcul quantique. Le succès expérimental de la téléportation, en variables discrètes [Bouwmeester97] puis en variables continues [Furusawa98, Bowen03a], fut sans nul doute une étape décisive dans le développement de l'information quantique. Nous allons donner une

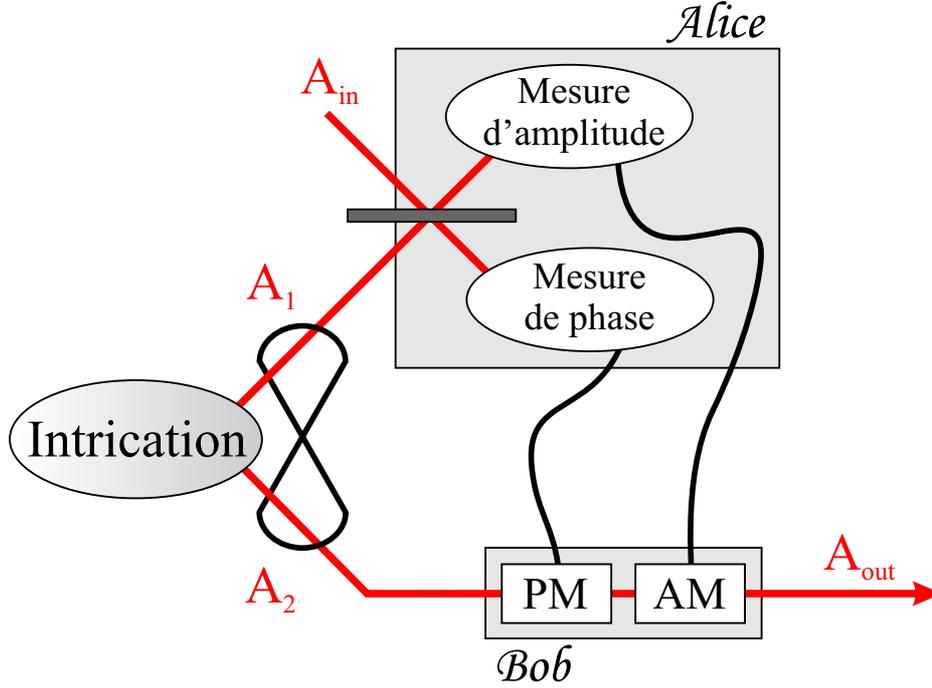


FIG. 2.6: Protocole de téléportation en variables continues. Alice et Bob partagent une paire de faisceaux intriqués. Bob reconstruit l'état initial à partir des informations classiques fournies par Alice.

présentation de ce protocole en variables continues.

Alice souhaite transmettre à Bob un état inconnu, uniquement à l'aide de communications classiques. En l'absence d'intrication, la meilleure procédure qu'Alice puisse choisir consiste à diviser cet état sur une lame 50/50, à mesurer sur l'une des voies la quadrature d'amplitude et sur l'autre la quadrature de phase puis à transmettre à Bob ces informations. Ce dernier transforme alors un état cohérent à l'aide de deux modulateurs, en phase et en amplitude. Le résultat sera bien sûr mauvais car l'estimation faite par Alice est faussée par le bruit ajouté par le port non utilisé de la lame et la reconstruction ajoute également du bruit car elle se fait à partir d'un état cohérent qui a ses fluctuations propres.

La situation devient très différente si Alice et Bob disposent chacun d'un des faisceaux d'une paire intriquée, A_1 et A_2 . On note A_{in} le champ à transmettre et A_{out} le champ reconstruit par modulation de A_2 (figure 2.6). Alice mélange sur une lame 50/50 son faisceau intriqué et le champ à transmettre. Les deux voies s'écrivent alors :

$$A_a = \frac{A_{in} + A_1}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad A_b = \frac{A_{in} - A_1}{\sqrt{2}} \quad (2-34)$$

Une mesure en amplitude sur une voie et une en phase sur l'autre fournissent deux grandeurs :

$$P = P_{in} - P_1 \quad \text{et} \quad Q = Q_{in} + Q_1 \quad (2-35)$$

Ces deux grandeurs sont transmises à Bob qui opère alors deux modulations sur le second

faisceau intriqué A_2 :

$$P_{out} = P_2 + P = P_{in} + (P_2 - P_1) \quad \text{et} \quad Q = Q_2 + Q = Q_{in} + (Q_1 + Q_2) \quad (2-36)$$

Si les faisceaux sont parfaitement corrélés,

$$P_2 - P_1 = 0 \quad \text{et} \quad Q_1 + Q_2 = 0 \quad (2-37)$$

et la reconstruction est idéale. Les bruits ajoutés lors de la mesure et de la reconstruction se compensent.

La ressemblance entre l'état reconstruit et l'état initial est évaluée par la "fidélité" \mathcal{F} . Elle correspond à l'intégrale de recouvrement entre les deux états [Furusawa98] :

$$\mathcal{F} = \langle \psi_{in} | \rho_{out} | \psi_{in} \rangle \quad (2-38)$$

Dans le cas d'états gaussiens, la fidélité peut s'exprimer en fonction des bruits ajoutés, ou encore des 2 géméllités en phase et en amplitude :

$$\mathcal{F} = \frac{1}{\sqrt{(1 + V(P_1 - P_2)/2)(1 + V(Q_1 + Q_2)/2)}} = \frac{1}{\sqrt{(1 + G_P)(1 + G_Q)}} \quad (2-39)$$

Une reconstruction idéale correspond à une fidélité égale à l'unité. Si les deux faisceaux échangés sont des états cohérents, les deux géméllités valent 1 et la fidélité atteint 0.5. Cette valeur est ainsi la limite entre un régime classique et un régime quantique où l'intrication est nécessaire.

F. Grosshans et Ph. Grangier ont montré que la fidélité est étroitement liée au théorème de non-clonage [Grosshans01]. Ils distinguent en particulier le régime où $\mathcal{F} > 2/3$: au-delà de cette valeur, aucune copie meilleure que celle de Bob ne peut exister. Dans le cas où les variances sont symétriques, ce régime est atteint dès que celles ci sont inférieures à 0.5. La première démonstration expérimentale a été obtenue en 1998 par l'équipe de H.J. Kimble [Furusawa98] avec une fidélité de 0.58. Cette valeur a récemment été portée à 0.64 par l'équipe de H.-A. Bachor [Bowen03a]. La limite des 2/3 reste donc à ce jour un défi expérimental. Un autre défi est de téléporter le plus fidèlement possible un état non-classique, en particulier un état intriqué. Cette opération, appelée "entanglement swapping", a été obtenue expérimentalement pour la première fois en juin 2004 par l'équipe de K. Peng et C. Xie [Jia04].

Les faisceaux EPR générés au cours de cette thèse permettraient d'atteindre une fidélité de 0.75. Ce protocole n'a pas été mis en œuvre en raison de la difficulté des divers asservissements lorsque les faisceaux sont de valeur moyenne nulle. La téléportation reste cependant un objectif de cette expérience à moyen terme.

D Optique non-linéaire : générer des états non-classiques

Les parties précédentes ont présenté différents états non-classiques du rayonnement, états comprimés, corrélés ou intriqués. Comment générer expérimentalement de tels états ? L'optique non-linéaire, dont le traitement théorique fut initié par Bloembergen au début des années 60, fournit les outils de l'optique quantique.

D.1 Processus non-linéaires

La propagation d'un champ électromagnétique dans un milieu diélectrique induit une déformation des distributions de charge à l'équilibre et l'apparition d'une polarisation macroscopique. Linéaire avec les champs faibles, cette dernière doit être exprimée en une série convergente de puissances du champ dès que l'amplitude devient plus importante :

$$P = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E + \varepsilon_0 \left(\chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots \right) \quad (2-40)$$

où ε_0 est la permittivité diélectrique du vide. Les termes pairs n'apparaissent qu'en l'absence de symétrie d'inversion (milieux non centrosymétriques). La polarisation induite étant un terme source pour le champ électromagnétique, elle peut avoir pour effet de modifier la statistique du champ incident.

Le premier terme, $\chi^{(1)} E$, est à l'origine des propriétés linéaires du milieu, telles qu'indice de réfraction ou absorption. Ce terme définit le domaine de l'optique linéaire où les composantes de quadrature jouent des rôles symétriques et les ondes se propagent sans influence mutuelle. Dans ce domaine, les états du champ restent donc "classiques".

En revanche, les termes d'ordre supérieurs, même s'ils décroissent rapidement, peuvent être à l'origine de nombreux phénomènes : indice non-linéaire, génération d'harmoniques, conversion paramétrique... Ces processus agissent de manière asymétrique sur les composantes de quadrature ou couplent plusieurs champs. Ils peuvent ainsi conduire à la génération d'états non-classiques, comprimés ou corrélés.

Le terme d'ordre 3 donne un exemple simple de processus asymétrique permettant la génération d'un état comprimé. Ce terme est responsable d'une dépendance de l'indice de réfraction avec l'intensité, appelée effet Kerr. Il peut en effet s'écrire sous la forme

$$\chi^{(3)} E^3 = \left(\chi^{(3)} |E|^2 \right) E \quad (2-41)$$

qui fait apparaître le terme $\chi^{(3)} |E|^2$ comme une correction de la susceptibilité linéaire à l'origine de l'indice de réfraction. Par effet Kerr, le déphasage induit par la traversée du milieu dépend donc de l'intensité. Si l'on reprend l'image du bruit quantique dans la représentation de Fresnel, il est facile de voir qu'un état cohérent est transformé en un état comprimé : la rotation dépendant de l'intensité, le disque des fluctuations est transformé en une ellipse (figure 2.7). Une réduction du bruit par effet Kerr peut être obtenue par exemple à l'aide d'atomes froids en cavité [Lambrecht96]. La génération d'états intriqués dans le groupe de G. Leuchs à Erlangen repose sur le mélange de deux états comprimés obtenus par effet Kerr dans une fibre optique [Silberhorn01].

D.2 Non-linéarités du second ordre

Cette thèse est centrée sur les processus non-linéaires du second ordre, également connus sous le nom de "mélange à 3 ondes". Ces processus couplent en effet trois champs, de fréquence ω_0 , ω_1 et ω_2 , avec conservation de l'énergie :

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (2-42)$$

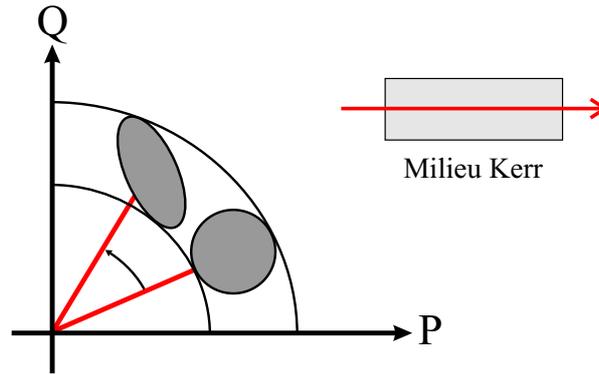


FIG. 2.7: L'optique non-linéaire permet de rompre la symétrie entre les quadratures. L'effet Kerr impose par exemple un déphasage qui dépend de l'intensité.

Parmi les effets du second ordre, deux sont particulièrement importants en optique quantique (figure 2.8). Tout d'abord, la génération de seconde harmonique où deux photons à la même fréquence donnent un photon à la fréquence double. Cet effet non-linéaire fut le premier observé expérimentalement et permet de doubler en fréquence un laser. Il permet également de générer un état comprimé car il n'agit pas de manière symétrique sur les quadratures : plus la puissance est grande et plus le doublage est efficace. Le disque de bruit devient ainsi une ellipse comprimée suivant la direction du champ moyen. Seul l'aspect doublage de fréquence d'un laser sera utile au cours de cette thèse. Le second processus, appelé "conversion paramétrique" ou parfois "parametric splitting" en anglais, génère à partir d'un photon pompe de fréquence ω_0 deux photons, dits signal et complémentaire, de fréquence ω_1 et ω_2 .

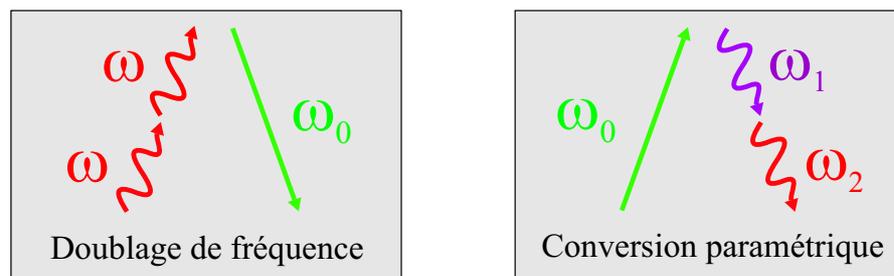


FIG. 2.8: Mélanges à 3 ondes : doublage de fréquence ou conversion paramétrique.

En plus de la conservation de l'énergie, tout processus non-linéaire nécessite d'accorder les vitesses de phase des ondes en présence :

$$k_0 = k_1 + k_2 \quad \text{soit} \quad n_0 \omega_0 = n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 \quad (2-43)$$

Lorsque le cristal est de dimension finie, la condition d'accord de phase se relâche et peut n'être vérifiée qu'approximativement. L'interaction sera bien sûr d'autant plus efficace que l'écart à

cette condition sera faible. Des matériaux isotropes avec une dispersion normale, c'est-à-dire pour laquelle l'indice augmente avec la fréquence, ne permettent pas de vérifier une telle condition. L'accord de phase est donc généralement obtenu par biréfringence en tirant profit des indices différents vus par les polarisations ordinaire et extraordinaire dans un milieu uniaxe négatif. Deux configurations sont possibles :

- **Accord de Type I** : l'onde à fréquence ω_0 se propage avec une polarisation ordinaire et les deux autres avec une polarisation extraordinaire. Soit $e + e \longleftrightarrow o$.
- **Accord de Type II** : l'onde à fréquence ω_0 est polarisée suivant l'axe extraordinaire et les deux autres suivant les axes ordinaire et extraordinaire. Soit $e + o \longleftrightarrow e$.

Pour un accord de phase de type I, les photons sont émis dans le même mode. On parle alors de conversion paramétrique dégénérée. Cette configuration permet de produire des états comprimés. Un champ incident sera amplifié ou désamplifié suivant la phase relative avec la pompe : la symétrie des quadratures est à nouveau brisée. La génération d'états intriqués dans le groupe de H.-A. Bachor et P.K. Lam repose ainsi sur le mélange de deux états comprimés produits par désamplification d'un état cohérent [Bowen03a].

Pour un accord de phase de type II, les photons signal et complémentaire sont émis suivant des polarisations orthogonales et sont donc distinguables. Cette configuration, dite non-dégénérée (en polarisation), produit des états fortement corrélés. La conservation de l'énergie impose que ces photons soient en effet émis simultanément. Cette configuration est le sujet de cette thèse : l'étude des états générés par conversion paramétrique en accord de phase de type II.

D.3 Equations de base de la conversion paramétrique

Afin d'obtenir une description plus quantitative qui servira de base aux chapitres ultérieurs, il est nécessaire de décrire la conversion paramétrique en termes de champ électrique. Trois champs sont couplés : un champ pompe E_0 , un champ signal E_1 et son complémentaire E_2 . Chaque champ – supposé se propager suivant une direction commune Oz – est noté en représentation complexe :

$$E_j(z, t) = \mathcal{E}_j(z, t)e^{i(k_j z + \omega_j t)} \quad (2-44)$$

La polarisation macroscopique induite est un terme source pour les champs électriques. L'évolution de chaque champ lors de la propagation dans le milieu non-linéaire est alors régie par l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\Delta E_j - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_j}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_j}{\partial t^2} \quad (2-45)$$

L'effet non-linéaire étant a priori petit, il est possible de le considérer comme une perturbation de la solution linéaire et de faire l'approximation de l'enveloppe lentement variable. Cette approximation consiste à supposer que les enveloppes varient peu sur une longueur d'onde.

L'équation de propagation de l'enveloppe du champ dans le milieu non-linéaire peut alors se mettre sous la forme [Shen84] :

$$\frac{\partial \mathcal{E}_j}{\partial z} = \frac{i\omega_j}{2n_j \varepsilon_0 c} P_i^{NL} e^{-ik_j z} \quad (2-46)$$

où P^{NL} correspond à la polarisation macroscopique non-linéaire et s'écrit :

$$P_j^{NL} = \varepsilon_0 \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_k \mathcal{E}_l \quad (2-47)$$

$\chi_{eff}^{(2)}$ correspond à la susceptibilité effective du milieu pour la configuration utilisée. Les équations de propagation non-linéaires couplées prennent donc la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z} = \frac{i\omega_0}{2n_0 c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial z} = \frac{i\omega_1}{2n_1 c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_0 \mathcal{E}_2^* e^{i\Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial z} = \frac{i\omega_2}{2n_2 c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_0 \mathcal{E}_1^* e^{i\Delta k z} \end{cases} \quad (2-48)$$

avec $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$ le désaccord de phase.

Afin de symétriser les équations précédentes, il est nécessaire d'introduire de nouvelles variables, de sorte que le module carré de celles-ci soit égal au flux de photons. Le vecteur de Poynting permet d'exprimer l'intensité de l'onde en W/m^2 ,

$$I_j = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n_j |\mathcal{E}_j|^2 \quad (2-49)$$

ou encore le flux de photons N_j puisque $I_j = N_j \hbar \omega_j$. On introduit donc les nouvelles variables A_j définies par :

$$N_j = |A_j|^2 \quad (2-50)$$

Ces variables s'écrivent sous la forme :

$$A_j = \sqrt{\frac{n_j c \varepsilon_0}{2 \hbar \omega_j}} \mathcal{E}_j \quad (2-51)$$

En effectuant un changement d'origine des phases pour le champ pompe, $A_0 \rightarrow -iA_0$, les équations non-linéaires couplées se simplifient finalement en :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_0}{\partial z} = -\xi A_1 A_2 e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial A_1}{\partial z} = \xi A_0 A_2^* e^{i\Delta k z} \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} = \xi A_0 A_1^* e^{i\Delta k z} \end{cases} \quad (2-52)$$

avec $\xi = \chi_{eff}^{(2)} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{2c^3 \varepsilon_0 n_0 n_1 n_2}}$ un coefficient de couplage commun aux trois équations.

Il est facile de montrer que les quantités $\hbar(\omega_0 N_0 + \omega_1 N_1 + \omega_2 N_2)$ et $\Delta N = N_1 - N_2$ se conservent au cours de la propagation. La première grandeur représente la somme des flux énergétiques des trois ondes qui interagissent. Sa conservation montre qu'il n'y a pas de transfert d'énergie vers le milieu. La seconde relation, $\Delta N = \text{constante}$, connue également sous le nom de relation de Manley-Rowe, vient appuyer la présentation de l'interaction paramétrique comme la création simultanée d'une paire de photons signal et complémentaire à partir d'un photon pompe.

Afin d'augmenter l'interaction entre les différents champs, le cristal non-linéaire peut être inséré dans une cavité optique résonante pour un ou plusieurs champs : on parle alors d'oscillateur paramétrique optique simplement, doublement ou triplement résonant. Cette dernière configuration est au cœur de cette thèse et sera étudiée dans divers régimes de fonctionnement.

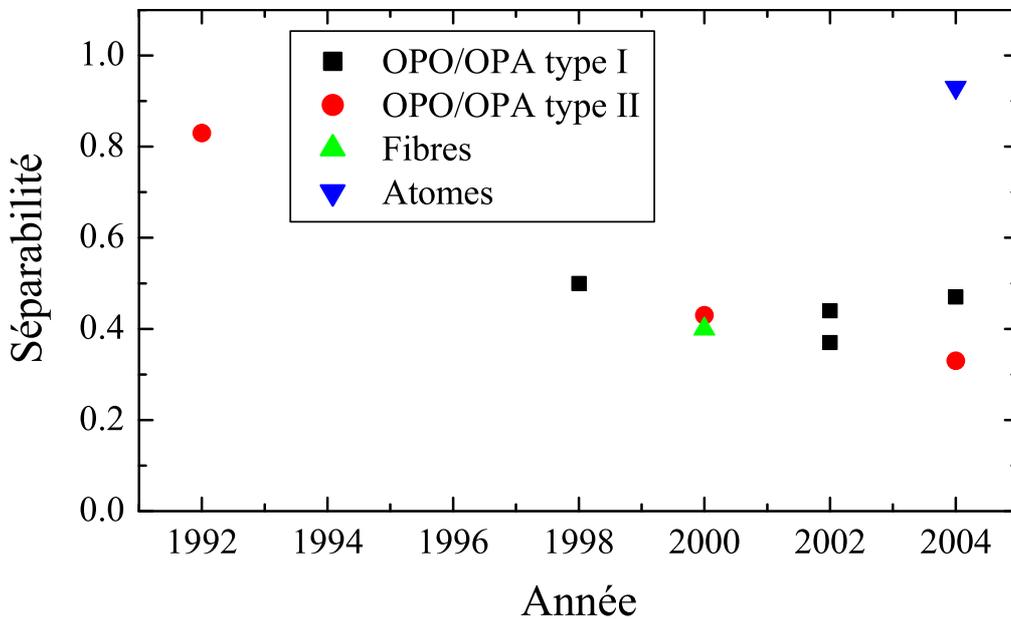


FIG. 2.9: Séparabilité obtenue expérimentalement depuis 1992 par différentes techniques.

E Conclusion

La mécanique quantique offre des possibilités inédites de communication et de traitement de l'information. La téléportation d'un état quantique en est sans doute un des exemples les plus frappants. Étudiées depuis longtemps en optique quantique, les variables continues – telles que les composantes de quadrature – se sont avérées récemment des supports prometteurs de l'information quantique. L'intrication est l'ingrédient indispensable à la plupart des protocoles et sa génération est ainsi une thématique expérimentale centrale. La figure 2.9 résume les valeurs de séparabilité obtenues depuis 1992, année de l'expérience du groupe de H.J. Kimble. La plus petite valeur correspond aux mesures effectuées au cours de cette thèse (et qui vérifient également le critère EPR), et qui seront présentées dans la troisième partie de ce mémoire.

Différentes méthodes existent pour préparer des états intriqués en variables continues. Le lien étroit entre intrication et compression de bruit suggère une première stratégie. Elle consiste à mélanger sur une lame 50/50 deux faisceaux comprimés, ces derniers pouvant être obtenus par effet Kerr (fibres, atomes) ou encore par conversion paramétrique dégénérée (OPO/OPA type I). De manière équivalente, si les faisceaux sont dans le même mode spatial mais polarisés orthogonalement, les modes intriqués sont les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des faisceaux comprimés.

L'interaction paramétrique non-dégénérée (en polarisation) permet quant à elle une génération directe d'états corrélés. C'est le sujet de cette thèse qui s'intéresse aux propriétés des oscillateurs paramétriques dont l'accord de phase est de type II, c'est-à-dire pour lequel les faisceaux émis sont polarisés orthogonalement. Ce système sera caractérisé dans divers régimes de fonctionnement qui feront apparaître les 4 niveaux de corrélations quantiques définis au cours de ce chapitre : gémellité (chapitre 5), corrélation QND (chapitre 6), inséparabilité et EPR (chapitre 8 et partie III). Le chapitre suivant détaille les techniques expérimentales qui permettront la réalisation d'un tel dispositif et la caractérisation des états générés.

3. Techniques expérimentales

Sommaire

A	Introduction	31
B	Laser, doublage de fréquence et filtrage	32
B.1	Laser "Diabolo"	32
B.2	Accordabilité en fréquence	32
B.3	Bruit du laser infrarouge et cavité de filtrage	33
C	Détection et analyse du bruit	36
C.1	Photodiodes	36
C.2	Détection directe et détection balancée	37
C.3	Détection homodyne	38
C.4	Double détection homodyne : une mesure directe de l'intrication	40
C.5	Analyse du bruit : analyseur de spectre ou ordinateur	43
D	Asservissement des cavités optiques	44
D.1	Obtenir un signal d'erreur et rétroagir	45
D.2	"Dither and lock"	45
D.3	Pound-Drever-Hall	45
D.4	Tilt-Locking	46
E	Conclusion	48

A Introduction

Ce chapitre décrit les outils et techniques expérimentales utilisés au cours de cette thèse et qui interviennent dans la plupart des expériences d'optique quantique. Une première partie est consacrée aux sources lasers continues et à leur filtrage fréquentiel et spatial. Différentes méthodes de caractérisation du bruit des états générés sont ensuite décrites. En particulier, une méthode reposant sur deux détections homodynes simultanées permet la caractérisation directe d'états intriqués. Une dernière partie est consacrée à l'asservissement des cavités optiques, point délicat et crucial pour la stabilité des expériences. Différentes méthodes sont illustrées expérimentalement. Ce chapitre est ainsi l'occasion de présenter des techniques générales, tout en détaillant les caractéristiques et réglages propres à notre expérience.

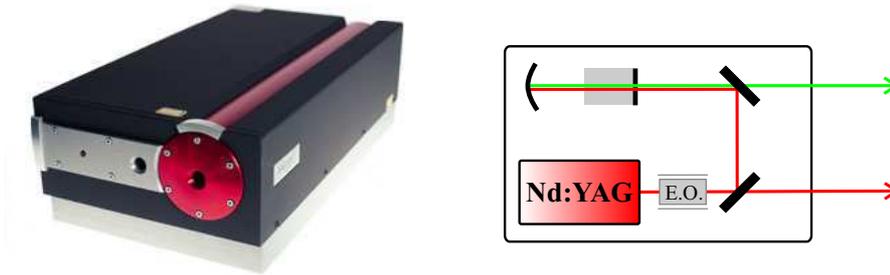


FIG. 3.1: Laser "Diabolo" à deux sorties de la société allemande Innolight : un laser Nd:YAG monolithique doublé en fréquence par une cavité externe.

B Laser, doublage de fréquence et filtrage

La source laser est bien sûr le premier élément de toute expérience d'optique quantique. Cette partie détaille les sources continues utilisées dans notre expérience ainsi que leurs propriétés d'accordabilité et de bruit.

B.1 Laser "Diabolo"

L'expérience repose sur un laser commercial "Diabolo" de la société allemande Innolight. Ce laser Nd:YAG continu doublé en fréquence a la particularité rare de posséder deux sorties cohérentes : une sortie infrarouge à 1064 nm de 250 mW et une sortie doublée à 532 nm de 500 mW. Disposer d'une fraction de la puissance infrarouge initiale sera indispensable ultérieurement pour caractériser par détection homodyne les états obtenus par conversion paramétrique du faisceau doublé. Peu de constructeurs, voire uniquement Innolight, proposent aujourd'hui cette possibilité.

La figure 3.1 donne la photographie et le schéma de principe de ce laser. Le laser Nd:YAG est pompé par diodes à 808 nm et conçu suivant une structure monolithique en anneau non planaire. La largeur de raie est de 1 kHz sur 100 ms et la longueur de cohérence dépasse le kilomètre. Le faisceau infrarouge, dont 250 mW environ sont prélevés, est adapté à une cavité de doublage semi-monolithique construite autour d'un cristal de Niobate de Lithium. La cavité est asservie à résonance par la méthode Pound-Drever-Hall (expliquée en D.3) à l'aide d'une modulation de phase à 12 MHz réalisée à la sortie du laser. Ce laser commercial est particulièrement stable et simple d'emploi. Un nettoyage des optiques de la cavité de doublage est cependant nécessaire tous les six mois pour retrouver puissance et stabilité nominales.

La polarisation du faisceau vert est légèrement elliptique (5%). Une lame $\lambda/4$ placée à la sortie du laser permet de corriger facilement cette ellipticité (0.5%).

B.2 Accordabilité en fréquence

L'accordabilité d'un laser est toujours une propriété importante, par exemple en spectroscopie pour atteindre une transition donnée. Il en sera de même dans le cadre de notre étude où un laser peu accordable constituerait un obstacle majeur pour atteindre la dégénérescence en

Puissance	500 mW @ 532 nm / 250 mW @ 1064 nm
Largeur	1 kHz sur 100 ms
Accordabilité	Température : -6 GHz/K sur ~100 GHz PZT : 2 MHz/V sur ± 200 MHz

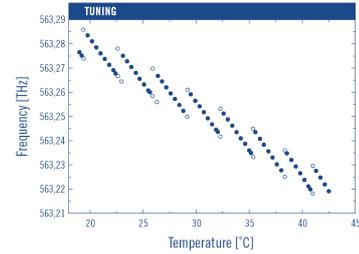


FIG. 3.2: Caractéristiques principales du laser "Diabolo" et accordabilité en fréquence.

fréquence de l'OPO. Le cristal de Nd:YAG est intercalé entre un élément Peltier qui permet de contrôler sa température et un actionneur piézoélectrique agissant par contrainte mécanique. La fréquence émise est modifiée à l'aide de ces deux éléments : lentement en changeant la température ou plus rapidement en appliquant une tension.

- La température du cristal modifie sa longueur optique et par conséquent la fréquence de résonance. Cette méthode, relativement lente, permet de parcourir plusieurs intervalles spectraux libres de la cavité laser. Le déplacement en fréquence n'est pas monotone : la fréquence varie linéairement avant qu'un saut de modes ne se produise. Lorsque l'on diminue la fréquence, la nouvelle fréquence après le saut est supérieure à celle avant le saut car les plages continues se recouvrent pour moitié. Ce comportement est illustré sur la figure 3.2 qui donne les plages d'accord en fonction de la température. L'accordabilité obtenue sur le faisceau doublé est de -6 GHz/K sur les plages continues et de -3 GHz/K en tenant compte des sauts de mode. La plage accessible est d'environ 100 GHz. Au-delà de 45 °C, la stabilité du laser est moins bonne et la puissance plus faible.
- La tension appliquée à l'élément piézoélectrique autorise un accord sur une plage de fréquence beaucoup plus petite. La contrainte mécanique a également pour effet de modifier la longueur optique de la cavité mais beaucoup plus faiblement que la température : seule une fraction de l'intervalle spectral libre est balayée. L'accord en fréquence du faisceau vert est de l'ordre de 2 MHz/V pour une plage totale de ± 200 MHz. Cette méthode a cependant pour avantage d'être relativement rapide (jusqu'à 50 à 100 kHz) et pourra être utilisée par exemple pour asservir la fréquence du laser sur une cavité de référence ou tout autre signal d'erreur qui dépend de cette fréquence.

B.3 Bruit du laser infrarouge et cavité de filtrage

Un laser présente à basse fréquence un important bruit technique – dû aux perturbations acoustiques, thermiques ou électriques – ainsi qu'une éventuelle oscillation de relaxation. Les lasers solides pompés par diodes sont aujourd'hui parmi les sources les moins bruyantes. Il n'en reste pas moins que ces deux phénomènes restent importants et empêchent le faisceau émis d'être au bruit quantique standard avant une fréquence de l'ordre de 10 MHz. C'est le cas de notre laser pour lequel une forte oscillation de relaxation se produit vers 1 MHz. La figure 3.5

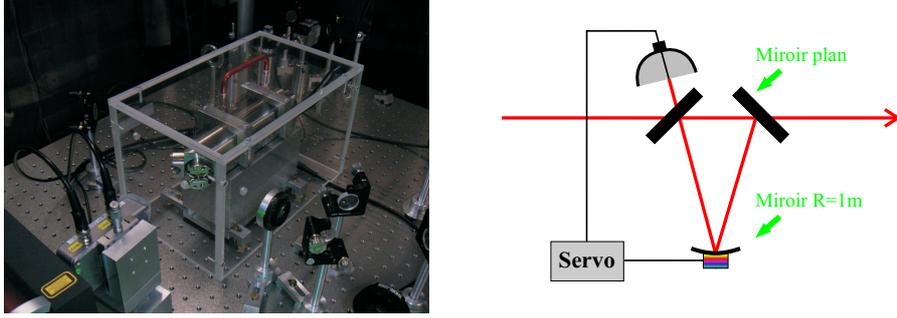


FIG. 3.3: Cavité de filtrage triangulaire. Les miroirs sont rigidement fixés sur un support en Invar. La finesse est de 3500 et la transmission atteint 80%.

donne le bruit d'intensité, normalisé au bruit quantique standard, d'une fraction du faisceau infrarouge (5 mW). L'excès de bruit dépasse 35 dB autour de 1 MHz.

Une première solution pour réduire ce bruit à basse fréquence est de rétroagir sur le laser, via les diodes laser de pompe par exemple. Un tel système, appelé "noise eater" ("mangeur de bruit"), est en option sur les lasers Innolight et notre laser n'en dispose pas. Cette technique diminue fortement le bruit lié à l'oscillation de relaxation mais en aucun cas ne ramène le faisceau au bruit quantique standard.

Afin de diminuer la fréquence à partir de laquelle le bruit d'intensité est à la limite quantique standard, la seule solution efficace consiste à filtrer le faisceau à l'aide d'une cavité de faible bande passante dite "cavité de filtrage". Asservie à résonance, elle se comporte comme un filtre passe-bas en transmission et réfléchit ainsi les composantes dont la fréquence est plus grande que sa bande passante.

Considérons une cavité triangulaire (cette configuration évite les retours vers le laser) dont les transmissions des trois miroirs, supposées petites, sont notées T_1 et T_2 pour les miroirs d'entrée et de sortie et T_3 pour le dernier miroir. La finesse \mathcal{F} , l'intervalle spectral libre \mathcal{J} et la largeur à mi-hauteur Δ d'une cavité de longueur L s'expriment :

$$\begin{aligned}\mathcal{F} &= \frac{2\pi}{T_1 + T_2 + T_3} \\ \mathcal{J} &= \frac{c}{L} \\ \Delta &= \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{F}} = \frac{c(T_1 + T_2 + T_3)}{2\pi L}\end{aligned}\quad (3-1)$$

Une cavité aura ainsi une bande passante d'autant plus petite qu'elle sera longue et de grande finesse.

Une seconde caractéristique clé d'une cavité de filtrage est sa transmission, qui doit être la plus grande possible pour ne pas perdre de puissance au cours de cette première étape. Dans le cas d'une cavité de finesse élevée, elle s'écrit à résonance :

$$T = \frac{4T_1T_2}{(T_1 + T_2 + T_3)^2}\quad (3-2)$$

La transmission maximale est donc obtenue pour des transmissions égales des miroirs d'entrée et de sortie et une transmission la plus faible possible du troisième miroir. En cas d'égalité des

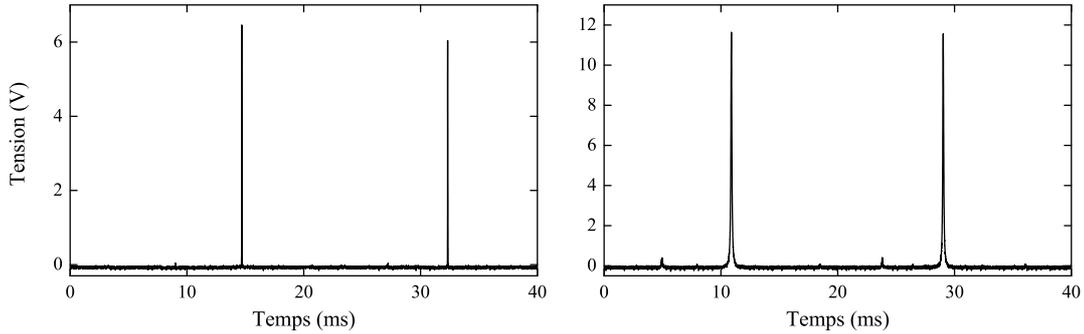


FIG. 3.4: Puissance transmise lorsque la longueur de la cavité est balayée, pour les polarisations s (finesse 3500) et p (finesse 200).

trois transmissions, cette grandeur serait limitée à 44%. Obtenir une bonne transmission est délicat dans le cas des cavités de grande finesse car, tous les miroirs étant nécessairement de transmissions faibles, il est difficile de faire en sorte que celle du troisième miroir soit beaucoup plus faible que les deux autres. De très bons traitements réfléchissants sont donc nécessaires.

La cavité de filtrage triangulaire réalisée sur notre expérience est présentée figure 3.3 et son schéma mécanique "épuré" donné en annexe C. Les trois miroirs sont liés rigidement à un bloc d'Invar afin de limiter les fluctuations de longueur dues à la température de la pièce. Le bloc d'Invar est évidé et la lumière se propage à l'intérieur du bloc. Cette configuration compacte, massive et close permet une grande stabilité mécanique. La longueur optique est de l'ordre de 40 cm. Les miroirs d'entrée et de sortie sont des miroirs plans et le miroir de fond est de rayon de courbure 1 m. Les traitements réfléchissants de grande qualité ont été réalisés par Research Electro-Optics. Etant donnée la configuration triangulaire qui implique des incidences obliques (42°), la finesse dépend fortement de la polarisation. Pour la polarisation s, la plus résonante, les transmissions annoncées par le fabricant sont de 700 ppm pour les miroirs d'entrée et de sortie et de 100 ppm pour le troisième miroir. Ces valeurs conduisent à une finesse théorique de 4500 et une transmission de 87%. La figure 3.4 donne les pics de résonance pour les deux polarisations lorsque la longueur de la cavité est balayée. Expérimentalement, la finesse est de l'ordre de 200 pour la polarisation p et de 3500 pour la polarisation s, et la transmission atteint 80% pour cette dernière. Afin d'isoler encore davantage la cavité – mécaniquement et thermiquement –, le support est placé sur une plaque de caoutchouc amortisseur et l'ensemble est enfermé dans une boîte en plexiglas. La stabilité est excellente et la cavité peut rester asservie à résonance une journée durant. En six mois d'utilisation, ni dégradation de la finesse ni désalignement n'ont été observés.

Avec une finesse de 3500 et une longueur de 40 cm, la bande passante est théoriquement de 200 kHz. La figure 3.5 donne le bruit d'intensité normalisé au bruit quantique standard d'une fraction du faisceau infrarouge (5 mW), avant et après la cavité de filtrage. Le faisceau est désormais limité au bruit quantique standard à partir de 3 MHz.

Par ailleurs, la même cavité de filtrage a également pour effet de "nettoyer" le profil transverse du faisceau puisque la cavité est asservie sur son mode fondamental TEM_{00} . Nous verrons dans la partie suivante qu'une mauvaise superposition spatiale des modes lors d'une mesure

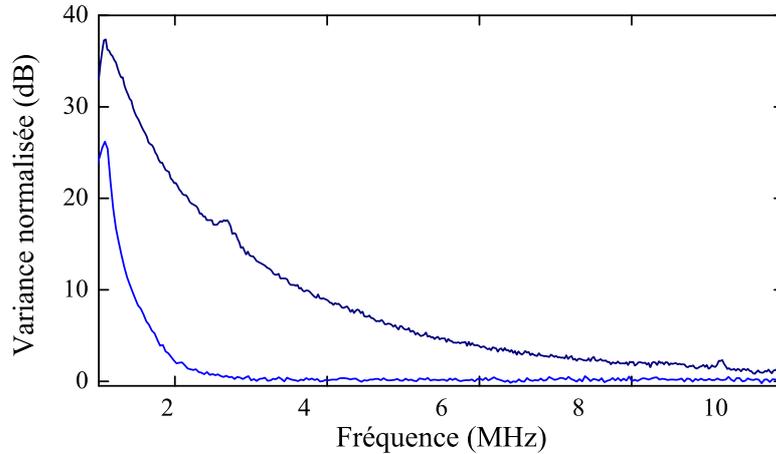


FIG. 3.5: Puissance de bruit normalisée au bruit quantique standard d'une fraction du faisceau infrarouge (5 mW) avant et après la cavité de filtrage.

par détection homodyne s'apparente à des pertes, et conduit donc à une dégradation des effets quantiques mesurés. Cependant, dans le cas de notre laser, le profil transverse est déjà très bon avant même la cavité, comme en témoigne l'amplitude très faible des pics secondaires sur la figure 3.4. La visibilité des détecteurs homodynes n'a donc été que légèrement améliorée (1 à 2%) par la présence de la cavité de la filtrage.

C Détection et analyse du bruit

La partie précédente a présenté les sources laser mises en jeu. A l'autre extrémité de l'expérience interviennent la détection et la caractérisation des états générés. Cette partie détaille différentes méthodes de détection et d'analyse du bruit.

C.1 Photodiodes

La détection est l'un des avantages technologiques des variables continues. Alors que les protocoles à base de photons uniques requièrent des détecteurs généralement d'efficacité quantique limitée, assez lents et onéreux (photodiodes à avalanche par exemple), les variables continues permettent d'utiliser des photodiodes usuelles qui sont bon marché et efficaces. La détection à 1064 nm est aujourd'hui l'une des plus efficaces. Cette longueur d'onde est donc parfaitement adaptée aux expériences d'optique quantique.

Les photodiodes utilisées sont des photodiodes Epitaxx 300 en InGaAs de $300\ \mu\text{m}$ de diamètre. Le taux de conversion photon/électron (ou rendement quantique) est généralement supérieur à 95% : la statistique de la lumière est fidèlement transférée au photocourant. Afin de limiter les pertes aux interfaces lors de la détection, la fenêtre de protection des photodiodes est également retirée. La mesure expérimentale de l'efficacité quantique est difficile et nécessite des dispositifs particuliers. L'utilisation d'un micro-wattmètre et d'un voltmètre de précision conduisent à une incertitude de l'ordre de 5%.

Chaque photodiode est insérée dans un montage amplificateur à deux voies dont le schéma électronique est donné en annexe C. Une première voie, dite "DC", donne accès à la partie basse fréquence du photocourant jusqu'à une dizaine de kHz : elle permet une mesure de la puissance incidente moyenne. Un potentiomètre permet de régler le gain. Une seconde voie est construite autour d'un amplificateur bas bruit et fournit la partie "haute fréquence" du photocourant, jusqu'à 20 MHz. C'est cette voie qui sera utilisée pour les mesures quantiques.

Les faisceaux caractérisés dans cette thèse sont continus. Les détections mises en œuvre sont dites résolues en fréquence : les photocourants sont analysés dans une bande étroite autour d'une fréquence centrale ("resolution bandwidth" d'un analyseur de spectre par exemple). Les propriétés quantiques dépendent fortement de la fréquence centrale : un fort excès de bruit sera généralement présent à basse fréquence en raison des divers bruits techniques et les fluctuations seront limitées au bruit quantique standard à haute fréquence. Cette approche est différente de celle mise en œuvre par exemple avec des impulsions femtosecondes où la détection peut être résolue en temps [Grosshans03, Wenger04b].

C.2 Détection directe et détection balancée

La méthode de détection la plus simple, lorsque le faisceau est de valeur moyenne non nulle, consiste à l'envoyer directement sur une photodiode et à analyser la puissance de bruit en fonction de la fréquence à l'aide d'un analyseur de spectre. Cette méthode ne permet cependant d'accéder qu'au bruit d'intensité du faisceau. De plus, il est nécessaire de calibrer cette mesure par rapport au bruit quantique standard.

Une détection à deux photodiodes équilibrées permet cette calibration. Le faisceau est séparé en deux parties de puissance égale à l'aide d'une lame, ou d'un cube séparateur de polarisation. La somme des photocourants donne alors le bruit du faisceau alors que la différence permet d'accéder au bruit quantique standard de la mesure. Cette méthode distingue bruit quantique et excès de bruit classique. En effet, ce dernier étant corrélé dans les deux voies, il est éliminé dans la différence. C'est par cette méthode que les mesures de bruit avant et après la cavité de filtrage, présentées dans la partie précédente, ont été réalisées.

Pour éliminer l'excès de bruit, il est nécessaire que l'équilibrage des photodiodes, pour la voie DC comme pour la voie HF, soit excellent. En effet, il est toujours possible de compenser un déséquilibre électronique par un déséquilibre des puissances optiques. Mais si le faisceau est comprimé, cette procédure diminuera l'efficacité de détection et donc la compression mesurée. La procédure détaillée n'est pas rappelée ici [Hadjar98, Trops01] : elle consiste à équilibrer les voies DC à l'aide d'un potentiomètre pour avoir la même réponse à puissance incidente égale, puis les voies HF en obtenant la réjection maximale d'une modulation d'intensité sur une large plage de fréquence. Pour cela, un potentiomètre n'est pas assez précis et stable. Il est nécessaire d'utiliser des résistances calibrées et d'ajuster leur valeur en ajoutant des résistances de forte valeur en parallèle (voir schéma en annexe C). La différence des photocourants est obtenue à l'aide d'un soustracteur Mini-Circuits ZSCJ-2-2. Expérimentalement, la réjection de l'ensemble est supérieure à 40 dB entre 1 et 10 MHz. Elle atteint encore 30 dB à 100 kHz et à 15 MHz.

Un dernier point important est de s'assurer de la linéarité de la réponse des photodiodes à la fréquence d'analyse du bruit, en fonction de la puissance incidente. Aucune saturation

n'a été observée à 4 MHz pour des puissances jusqu'à 10 mW par photodiode. A 20 MHz, la saturation se produit beaucoup plus rapidement, dès 5 mW.

C.3 Détection homodyne

La détection directe ou balancée renseigne uniquement sur les fluctuations d'intensité du faisceau à caractériser, et seulement si celui-ci est de valeur moyenne non nulle. Pour mesurer le bruit suivant une quadrature quelconque d'un champ, aussi bien intense que vide, on réalise une détection homodyne en faisant interférer le faisceau avec un autre faisceau de même fréquence appelé "oscillateur local". La phase relative impose la quadrature mesurée.

Le principe général et les mises en œuvre expérimentales sont résumés figure 3.6. Deux schémas sont possibles : soit les deux faisceaux de même polarisation sont mélangés sur une lame 50/50 (cas b) soit, de manière équivalente, ils sont polarisés orthogonalement et sont mélangés sur un cube séparateur de polarisation (cas c). Pour obtenir des interférences, cette dernière méthode nécessite un second cube précédé d'une lame $\lambda/2$ qui fait tourner les polarisations de 45° . Les deux voies sont ensuite détectées et les photocourants soustraits.

Notons A et $A_{ol}e^{i\varphi}$ respectivement le mode à caractériser et l'oscillateur local lors de la recombinaison sur une lame 50/50. φ est la phase relative des deux champs. Les enveloppes des champs détectés s'écrivent alors :

$$A_+ = \frac{A + A_{ol}e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad A_- = \frac{A - A_{ol}e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \quad (3-3)$$

Les fluctuations sont linéarisées autour des valeurs moyennes. Les champs se mettent sous la forme :

$$A = \bar{A} + \delta P + i\delta Q \quad \text{et} \quad A_{ol}e^{i\varphi} = (\bar{A}_{ol} + \delta P_{ol} + i\delta Q_{ol})e^{i\varphi} \quad (3-4)$$

Au rendement quantique près, les intensités mesurées par les deux photodiodes s'expriment alors :

$$\begin{aligned} I_{\pm} = |A_{\pm}|^2 = & \frac{1}{2} \left(I + I_{ol} \pm 2\sqrt{I_{ol}I} \cos \varphi \right. \\ & + 2\sqrt{I_{ol}} (\delta P_{ol} \pm \delta P \cos \varphi \pm \delta Q \sin \varphi) \\ & \left. + 2\sqrt{I} (\delta P \pm \delta P_{ol} \cos \varphi \mp \delta Q_{ol} \sin \varphi) \right) \end{aligned} \quad (3-5)$$

Les photocourants sont ensuite soustraits. Les fluctuations de cette différence se déduisent de l'expression précédente :

$$\begin{aligned} \delta(I_+ - I_-) = & 2\sqrt{I_{ol}} (\delta P \cos \varphi + \delta Q \sin \varphi) \\ & + 2\sqrt{I} (\delta P_{ol} \cos \varphi - \delta Q_{ol} \sin \varphi) \end{aligned} \quad (3-6)$$

Deux contributions apparaissent : l'une proportionnelle à la puissance de l'oscillateur local, l'autre à celle du mode à caractériser. Deux configurations sont dès lors possibles :

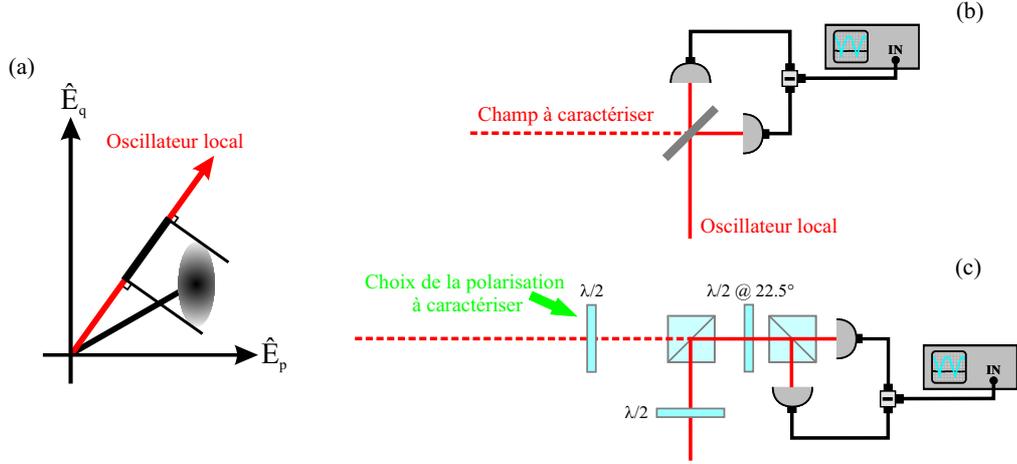


FIG. 3.6: (a) Principe de la mesure par détection homodyne, (b) Configuration "classique" où champ à caractériser et oscillateur local sont mélangés sur une lame, (c) Configuration en polarisation.

- **Cas "standard"**

La puissance de l'oscillateur local est grande devant celle du mode à caractériser. Les fluctuations de la différence des photocourants se réduisent alors à :

$$\delta(I_+ - I_-) = 2\sqrt{I_{ol}}(\delta P \cos \varphi + \delta Q \sin \varphi) \quad (3-7)$$

et la variance s'exprime :

$$V(I_+ - I_-) = 4I_{ol}(\delta P^2 \cos^2 \varphi + \delta Q^2 \sin^2 \varphi) \quad (3-8)$$

Le signal de sortie de la détection homodyne est proportionnel aux fluctuations de la quadrature correspondant à la phase φ . En balayant la phase de l'oscillateur, à l'aide d'une cale piézoélectrique, les fluctuations de toutes les quadratures sont mesurées. Une propriété remarquable est que cette mesure est indépendante du bruit de l'oscillateur local. Pour calibrer le bruit quantique standard, il suffit de bloquer la voie caractérisée : ce sont alors les fluctuations du vide qui sont homodynées.

- **Cas où les puissances sont comparables**

Il n'est parfois pas possible de se placer dans le cas précédent. Si le faisceau à caractériser a une puissance de quelques mW, un oscillateur local de plusieurs dizaines de mW serait nécessaire. Cette puissance saturerait les photodiodes. Pour simplifier, considérons le cas où les puissances sont égales. La variance s'exprime alors

$$V(I_+ - I_-) = 4I \left((\delta P^2 + \delta P_{ol}^2) \cos^2 \varphi + (\delta Q^2 + \delta Q_{ol}^2) \sin^2 \varphi \right) \quad (3-9)$$

Pour une quadrature donnée, les puissances de bruit s'ajoutent. Expérimentalement, par exemple pour $\varphi = 0$, on accède à $(\delta P^2 + \delta P_{ol}^2)$ et à δ_{vide}^2 en bloquant la voie à caractériser (cas précédent). Si l'oscillateur local est à la limite quantique standard, alors cette dernière mesure correspond à : $\delta P^2 + \delta_{vide}^2$. La différence des deux mesures donne donc accès

au bruit recherché. Expérimentalement, à l'analyseur de spectre, la trace de référence doit être rehaussée de 3 dB : une compression de bruit donnera une trace sous cette nouvelle limite. Cependant, la valeur de la compression ne peut pas être lue directement à l'écran. Une compression parfaite donnera une trace confondue avec la première mesure. Si l'oscillateur local n'est pas au bruit quantique, il faut une mesure supplémentaire : celle de son bruit propre pour toutes les quadratures et avec une très bonne précision. Cette mesure est très délicate. Le filtrage de l'oscillateur local est donc une étape indispensable lorsqu'une détection homodyne n'est pas appliquée dans sa configuration "standard".

La superposition spatiale des modes lors de la recombinaison est un réglage important. Sa qualité est estimée par la visibilité $\mathcal{V} = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min})$ des franges d'interférences lorsque les puissances moyennes des champs recombinaison sont égales. Une mauvaise superposition est équivalente à des pertes lors de la détection. L'efficacité totale de détection est alors dégradée par un facteur \mathcal{V}^2 [Bachor04].

C.4 Double détection homodyne : une mesure directe de l'intrication

Le paragraphe précédent a montré comment mesurer les propriétés non-classiques d'un état monomode. Qu'en est-il de la caractérisation d'un état à deux modes ? On considérera plus particulièrement le cas de deux modes de polarisation orthogonale.

Les *corrélations d'intensité* sont simples à mettre en évidence. Les deux modes sont séparés en polarisation puis détectés. Les corrélations sont alors mises en évidence en mesurant le bruit sur la différence des photocourants, c'est-à-dire la gémellité : si les corrélations sont non-classiques, le bruit mesuré est plus faible que celui obtenu lors de la détection de deux états cohérents. Cette mesure est possible même si les deux modes n'ont pas la même fréquence. L'équilibrage des photodiodes est là encore crucial puisqu'il s'agit d'une détection balancée. Cela est d'autant plus vrai que des faisceaux très corrélés sont généralement très bruités individuellement : il faut donc une très bonne réjection entre les deux voies. Cette méthode est utilisée par exemple pour détecter les corrélations quantiques en intensité des faisceaux jumeaux émis par un oscillateur paramétrique optique au-dessus du seuil d'oscillation. Elle sera employée au chapitre 5 qui est consacré à cette étude.

La mesure des *corrélations suivant une quadrature quelconque* est plus complexe. Elle nécessite traditionnellement une détection homodyne pour chaque mode et la mesure de la somme (anti-corrélations) ou de la différence (corrélations) des photocourants de chacune de ces détections. Cette méthode a été proposée par M. Reid [Reid89] puis mise en œuvre lors de la première démonstration expérimentale du paradoxe EPR en variables continues par le groupe de H.J. Kimble en 1992 [Ou92] ou, plus récemment, dans le groupe de E. Polzik [Schori02] ou de P.K. Lam [Bowen03b]. La quantification de l'intrication nécessite la mesure de deux grandeurs : corrélations et anti-corrélations suivant des quadratures orthogonales. Deux mesures successives sont donc a priori nécessaires.

Une *mesure simultanée* est cependant possible. Comme présenté au chapitre précédent et développé plus formellement au chapitre 11, il existe un lien très fort entre intrication et compression de bruit. Une double corrélation suivant des quadratures orthogonales est équivalente

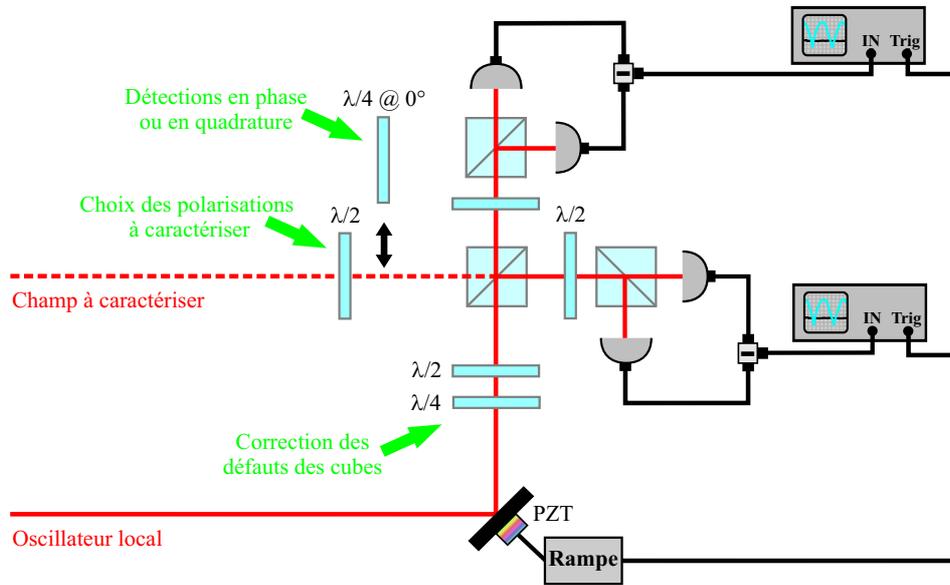


FIG. 3.7: Deux détections homodynes simultanées. L'absence ou la présence d'une lame $\lambda/4$ dont les axes sont alignés avec ceux du cube les configure en phase ou en quadrature. Le couple $\{\lambda/4, \lambda/2\}$ sur le trajet de l'oscillateur local permet de corriger les biréfringences résiduelles des cubes.

à une double compression de bruit, également suivant des quadratures orthogonales, des modes obtenues en mélangeant les faisceaux intriqués sur une lame ou, dans le cas où les modes sont polarisés orthogonalement, des modes polarisés à $\pm 45^\circ$. De nombreux résultats de cette thèse s'appuieront sur cette équivalence. La mesure simultanée de ces deux compressions de bruit fournit directement une mesure de la séparabilité Σ , définie au chapitre précédent comme la demi-somme de ces compressions.

La figure 3.7 résume le schéma expérimental d'une double détection homodyne lorsque les modes intriqués sont séparés en polarisation. Ce système a également été mis en œuvre au cours de la thèse de V. Josse où a été caractérisée l'intrication produite par l'interaction d'un faisceau peu intense avec un nuage d'atomes froids [Josse03]. Détaillons les particularités et réglages de ce système :

- **Oscillateur local et mesure en phase**

La particularité de ce montage est de ne disposer que d'une seule voie oscillateur local. Une seule phase est donc balayée. Afin de mesurer des quadratures bien déterminées l'une par rapport à l'autre dans chacune des détections homodynes, il faut s'assurer que les détections aient le plus précisément possible la même référence de phase : la compression de bruit de deux états comprimés suivant la même quadrature doit être obtenue pour la même phase de l'oscillateur local. Expérimentalement, lorsque l'oscillateur local est polarisé à 45° des axes du premier cube, les détections ne sont pas en phase. L'écart, de l'ordre d'une dizaine de degrés, est dû pour l'essentiel à des biréfringences résiduelles des cubes polariseurs. Afin de les corriger, la polarisation de l'oscillateur local est ren-

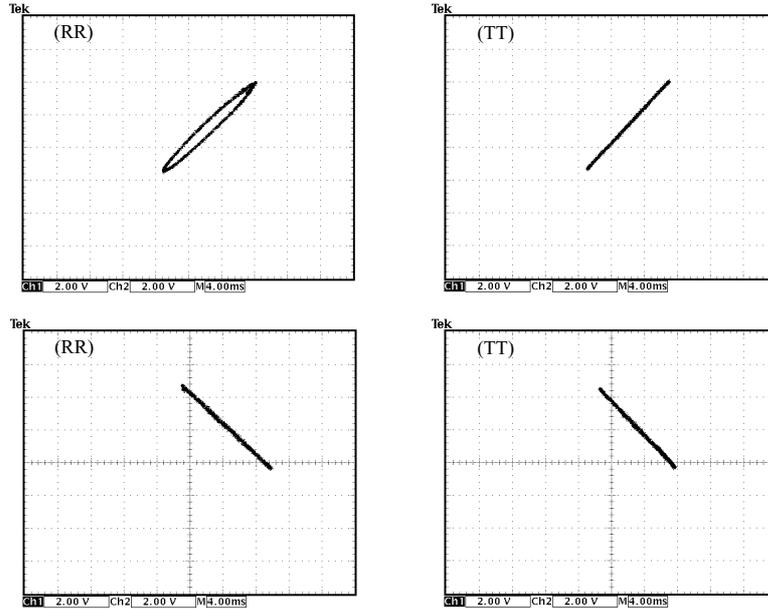


FIG. 3.8: Mesure en mode XY des photocourants des deux photodiodes en réflexion (RR) ou en transmission (TT) des derniers cubes. La première ligne correspond au meilleur réglage obtenu en cherchant à ce que les signaux soient en phase, la seconde en opposition.

due légèrement elliptique en introduisant un couple de lames $\{\lambda/4, \lambda/2\}$. A partir d'une polarisation linéaire, cette association permet de réaliser tout état de polarisation. Pour effectuer ce réglage, il est nécessaire d'envoyer dans chacune des détections homodynes deux champs à caractériser de même phase. Pour cela, un cube auxiliaire est placé avant la détection pour sélectionner une polarisation puis la lame $\lambda/2$ est tournée de 22.5° . Les photocourants des deux photodiodes en réflexion et en transmission sont mesurés à l'aide de deux oscilloscopes en mode XY, et la phase de l'oscillateur local est balayée. Le couple de lames $\{\lambda/4, \lambda/2\}$ est alors ajusté pour obtenir des signaux en phase ou en opposition. La figure 3.8 donne cette mesure pour la meilleure correction obtenue lorsqu'on cherche des signaux en phase ou en opposition. Seule cette dernière configuration permet un bon réglage pour les deux couples de photodiodes simultanément. Une vérification est ensuite effectuée en envoyant un état dont le bruit dépend de la quadrature (vide comprimé à la sortie de l'OPO, cube et $\lambda/2$ à 22.5°). Les bruits mesurés sur les deux analyseurs de spectre présentent bien des variations simultanées.

- **Mesure en quadrature**

Les compressions de bruit des modes A_+ et A_- polarisés à $\pm 45^\circ$ des modes intriqués sont obtenues suivant des quadratures orthogonales. Afin de les mesurer simultanément, les détections homodynes ne doivent plus être en phase mais en quadrature. Cette configuration est simple à obtenir à partir de la précédente : il suffit d'ajouter sur le trajet des faisceaux à mesurer, avant le premier cube, une lame $\lambda/4$ dont les axes sont alignés avec ceux du cube. Les modes caractérisés seront alors A_+ et iA_- et les compressions de

bruit seront obtenues pour la même phase de l'oscillateur local.

Résumons les possibilités offertes par ce montage lorsque les faisceaux intriqués sont polarisés orthogonalement suivant les axes du cube, ce qui sera le cas expérimentalement :

- **Mesure d'une seule corrélation**

La lame $\lambda/2$ reste alignée avec les axes du cube et la lame $\lambda/4$ n'est pas insérée. Les deux détections homodynes mesurent alors le bruit de chacun des faisceaux intriqués suivant la même quadrature. La somme ou la différence des photocourants des deux détections homodynes renseignent sur les corrélations. Cette configuration est équivalente à deux détections homodynes séparées mais ici la configuration en polarisation rend la mise en œuvre plus compacte et plus simple. Il n'en reste pas moins que deux mesures successives sont nécessaires pour mettre en évidence la double corrélation et accéder à la séparabilité Σ .

- **Mesure simultanée de deux compressions**

La lame $\lambda/2$ est tournée de 22.5° pour aligner avec les axes du cube les modes polarisés à $\pm 45^\circ$. Ces faisceaux sont comprimés suivant des quadratures orthogonales et les compressions ne sont donc pas observées pour la même phase de l'oscillateur local. En ajoutant la lame $\lambda/4$ alignée avec les axes du cube, les modes caractérisés sont alors comprimés suivant la même quadrature et les compressions mesurées simultanément. Une seule mesure, la somme des deux photocourants, donne accès à la séparabilité Σ définie comme la demi-somme de ces compressions.

C.5 Analyse du bruit : analyseur de spectre ou ordinateur

Les photocourants sont généralement envoyés sur un analyseur de spectre qui donne accès uniquement à la puissance de bruit. Une alternative consiste à démoduler le photocourant à une fréquence donnée puis à l'échantillonner à l'aide d'une carte d'acquisition informatique (figure 3.9). Cette méthode fournit la distribution de probabilité des faisceaux à cette fréquence : il est alors possible d'obtenir la puissance de bruit en calculant la variance de ces échantillons mais aussi, de manière générale, de calculer tous les moments d'ordres supérieurs. L'accès à l'ensemble des distributions de probabilité des quadratures permettrait de réaliser la tomographie de l'état mesuré [Breitenbach97, Coudreau97]. Des protocoles originaux peuvent également être réalisés par post-sélection grâce à cette méthode d'acquisition : le chapitre 6 détaille ainsi un protocole original de préparation conditionnelle d'un état non-classique à partir de faisceaux jumeaux.

La chaîne d'acquisition, présentée schématiquement figure 3.9, a été développée par A. Maître, N. Treps et M. Martinelli [Treps01, Martinelli01]. Elle se compose de 6 éléments :

- un filtrage (non représenté) pour éliminer l'excès de bruit à basse fréquence (oscillation de relaxation du laser) et le pic de modulation à 12 MHz qui satureraient les amplificateurs à toutes les fréquences. Un filtre coupe-bande centré autour de 1 MHz et un passe-bas

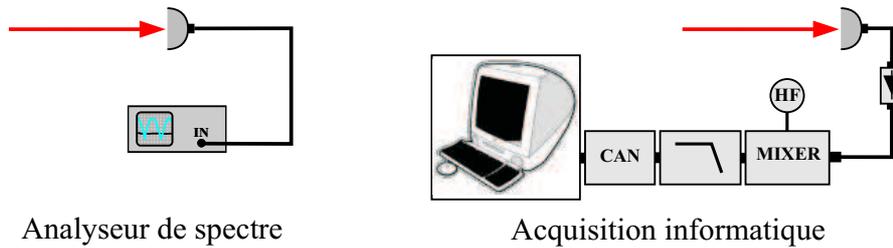


FIG. 3.9: Le photocourant peut être soit envoyé vers un analyseur de spectre qui donne accès à la puissance de bruit, soit vers une chaîne d'acquisition informatique qui permet d'échantillonner le signal démodulé à une fréquence choisie et d'obtenir ainsi sa distribution de probabilité.

Mini-Circuits de fréquence de coupure 5 MHz ont été associés en série.

- un amplificateur très bas bruit, Nuclétude 10-36-2, fournissant 36 dB de gain, avec une puissance maximale de +17 dBm dans une bande de fréquence allant de 1 à 1000 MHz.
- un démodulateur qui multiplie le courant amplifié par une sinusoïde de fréquence choisie puis réalise un filtrage passe-bas (5 kHz, 25 kHz ou 100 kHz) équivalent à la "Resolution BandWidth" d'un analyseur de spectre.
- un amplificateur basse fréquence afin d'adapter la puissance du signal aux caractéristiques de la carte d'acquisition.
- une carte d'acquisition National Instruments PCI-6110E (notée CAN pour convertisseur analogique-numérique). Cette carte possède 4 entrées simultanées avec une fréquence d'échantillonnage maximale de 5 MHz et une résolution de 12 bits.
- un "virtual-instrument" LabView qui permet l'acquisition des données et des traitements statistiques divers. Le lecteur pourra se référer à [Trep01] pour le détail des programmes.

De même que pour les photodiodes, il est crucial d'équilibrer les gains des différentes voies qui sont légèrement différents en raison des nombreux composants électroniques mis en jeu et de leurs dérives au cours du temps. La méthode consiste à envoyer sur chaque entrée de la chaîne un bruit blanc généré par un GBF. La comparaison des puissances de bruit permet alors d'attribuer à chacune des voies un gain correctif. La correction se fera ensuite informatiquement sur les données enregistrées. Cette procédure doit être appliquée pour chaque fréquence de démodulation car la réponse n'est pas parfaitement linéaire en fonction de cette dernière.

Un exemple d'acquisition et de distribution de probabilité est présenté en fin de chapitre 5 avant que la méthode ne devienne une pièce centrale du protocole développé au chapitre 6.

D Asservissement des cavités optiques

Entre le laser source et les systèmes de détection interviennent des cavités optiques, actives ou passives, de finesse variée : cavité de doublage, cavité de filtrage, oscillateur paramétrique optique... L'asservissement des cavités optiques est souvent un exercice difficile et une étape clé. De la qualité des asservissements va dépendre la stabilité de l'expérience, la mise en œuvre plus ou moins aisée des étapes aval et, au final, la mesure des effets quantiques. Cette partie détaille trois méthodes parmi les plus courantes pour asservir au sommet d'une résonance. Les

deux dernières sont illustrées expérimentalement.

D.1 Obtenir un signal d’erreur et rétroagir

Les différentes méthodes d’asservissement ont pour but de fournir un signal d’erreur exploitable, c’est-à-dire qui renseigne sur la longueur de la cavité : ce signal doit ainsi être proportionnel à l’écart à résonance et changer de signe pour cette dernière. Un signal typique prend la forme d’une dispersion lorsque la longueur de la cavité est balayée.

Le signal d’erreur est ensuite envoyé sur un correcteur PI (gain proportionnel et intégrateur) puis sur la cale piézoélectrique de la cavité. Les gains et constantes de temps sont finement ajustés pour assurer la stabilité de la boucle de rétroaction : de manière générale, le gain doit diminuer quand la fréquence augmente et le déphasage être inférieur à π pour la fréquence où le gain vaut 1. Cette fréquence est généralement limitée à quelques dizaines de kHz. Elle sera d’autant plus grande que le substrat du miroir sera léger et que la cale sera fixée sur un composant massif qui fera contre-poids. Une amélioration très significative, de l’ordre d’un facteur 2, peut également être obtenue en comprimant la cale piézoélectrique.

D.2 ”Dither and lock”

La première méthode consiste à moduler à basse fréquence – quelques kHz à quelques dizaines de kHz – la fréquence du laser ou la longueur de la cavité à l’aide d’une cale piézoélectrique [White65]. Dans ce dernier cas, il est nécessaire de rechercher une résonance de la cale. Le faisceau transmis est ensuite détecté et démodulé à l’aide d’une détection synchrone. L’exemple d’une cavité de filtrage asservie par cette méthode est donné dans la thèse de K. Zhang [Zhang02].

Cette méthode est en fait très générale et utilisée pour asservir un signal en un extremum local. Les détectations homodynes peuvent ainsi être asservies sur la frange sombre ou brillante à l’aide d’une modulation appliquée sur la cale piézoélectrique permettant de balayer la phase de l’oscillateur local. Il est également possible d’asservir sur le bruit d’une détection homodyne, après démodulation à une fréquence donnée (chapitre 8).

D.3 Pound-Drever-Hall

La méthode précédente reposait sur une fréquence de modulation très petite devant la bande passante de la cavité : seul le faisceau transmis pouvait donc être utilisé pour obtenir un signal d’erreur. La méthode Pound-Drever-Hall, la plus répandue, utilise une fréquence de modulation plus grande que la bande passante (ou du-moins suffisamment grande) pour que la modulation puisse être détectée en réflexion. Cette différence est essentielle : elle permet d’augmenter la bande passante de l’électronique de rétroaction, d’éviter un retard dû au passage à travers la cavité et elle n’est pas sensible au bruit à basse fréquence puisque ce dernier n’est pas réfléchi.

La méthode PDH consiste donc à utiliser le battement entre le champ moyen et des bandes latérales obtenues par modulation de phase. Les bandes latérales, réfléchies au moins partiellement par la cavité, fournissent une référence de phase. Un modulateur de phase est placé

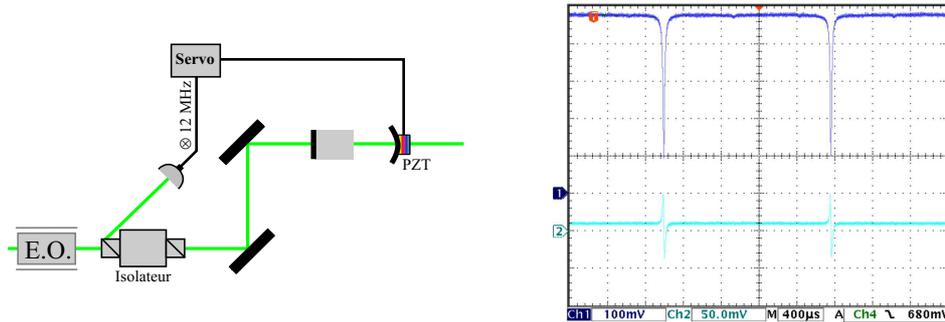


FIG. 3.10: Asservissement Pound-Drever-Hall. La lumière réfléchiée et éjectée par l'isolateur est détectée puis démodulée à la fréquence du modulateur de phase. Le graphe donne la puissance réfléchiée et le signal d'erreur obtenu dans le cas de l'OPO.

avant la cavité à asservir et la lumière réfléchiée est détectée puis démodulée à la fréquence de modulation.

Si la cavité est à résonance, la lumière réfléchiée reste modulée uniquement en phase. Le signal démodulé est donc nul puisque les deux bandes latérales se compensent. En dehors de résonance, les bandes latérales subissent un déphasage différent. Il n'y aura plus compensation et une modulation d'amplitude sera détectée. Le signal d'erreur aura ainsi une forme typique : linéaire proche de la résonance, il s'annule pour cette dernière.

L'oscillateur paramétrique optique (finesse 100), qui sera au cœur des chapitres à venir, a été asservi à résonance pompe par cette méthode. Une modulation de phase à 12 MHz, utilisée dans le laser pour asservir la cavité de doublage, est encore présente sur le faisceau à 532 nm et de nouveau utilisée pour ce second asservissement. Il n'a pas été utile d'ajouter un autre modulateur. La figure 3.10 donne le signal d'erreur obtenu lorsque la longueur de la cavité est balayée. L'OPO peut rester asservi à résonance pompe pendant plusieurs heures. Cependant, un très bon asservissement de la pompe à résonance ne présume pas de la stabilité, voire de la présence, d'infrarouge en sortie. Cette difficulté propre aux OPO triplement résonants est étudiée au chapitre 4.

D.4 Tilt-Locking

L'inconvénient majeur de la technique précédente est d'être relativement coûteuse : elle nécessite un générateur fonctionnant à quelques dizaines de MHz et un modulateur électro-optique. Une nouvelle méthode dite du "Tilt-Locking", introduite en 1999 [Shaddock99], apporte une solution beaucoup plus simple et tout aussi efficace [Shaddock00]. Elle repose également sur l'interférence du champ moyen et d'une référence de phase directement réfléchiée par la cavité. Cette fois-ci, la référence n'est plus donnée par des bandes latérales mais par un mode transverse d'ordre supérieur et non résonant : le Tilt-Locking est le pendant spatial de la méthode PDH.

Le faisceau incident est légèrement désaligné de telle sorte que coexistent le mode fondamental TEM_{00} et le mode TEM_{01} . Ce dernier mode est loin de résonance et sera donc totalement réfléchi, comme l'étaient, du moins partiellement, les bandes latérales dans la technique PDH.

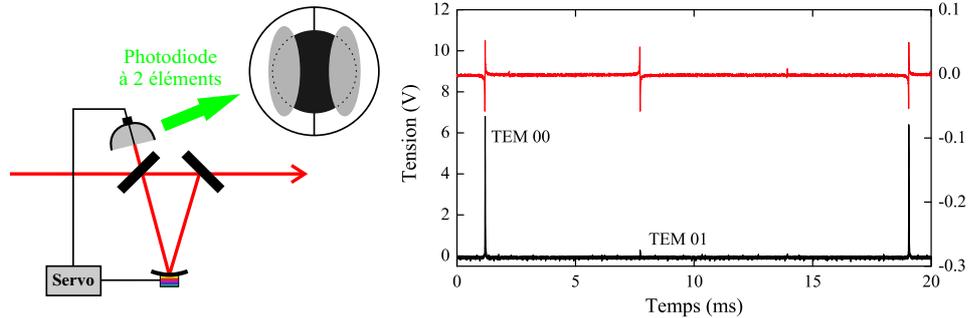


FIG. 3.11: Tilt-Locking appliqué à la cavité de filtrage. Le graphe donne la puissance transmise et le signal d'erreur lorsque la longueur de la cavité est balayée.

L'interférence des 2 modes réfléchis est détectée à l'aide d'une photodiode à 2 éléments dont les photocourants sont soustraits. Les deux éléments correspondent aux deux lobes du mode TEM_{01} (figure 3.11).

Considérons l'interférence de ces deux modes en fonction de la longueur de la cavité. Alors que le mode fondamental a une phase uniforme, les deux parties du mode TEM_{01} sont déphasées de π . A résonance pour le mode fondamental, les deux parties du mode TEM_{01} obtenu par tilt du faisceau incident sont déphasées de $\pm\pi/2$ par rapport au mode fondamental : les amplitudes sont alors égales sur chaque moitié du détecteur et la différence des photocourants s'annule. Pour un désaccord donné, la phase du mode fondamental est modifiée alors que celle du mode TEM_{01} reste inchangée : le déphasage devient ainsi plus grand que $\pi/2$ pour un des éléments et plus petit pour l'autre. La configuration s'inverse de l'autre côté de la résonance. Ces déphasages différents ont pour effet de dissymétriser les amplitudes résultantes : la différence des photocourants ne s'annule plus et dépend linéairement du désaccord proche de la résonance. De manière équivalente, un signal d'erreur de signe opposé est obtenu proche de la résonance du mode TEM_{01} . Un tilt très léger – de l'ordre de 1% de la puissance dans le mode d'ordre supérieur – suffit à obtenir un signal d'erreur exploitable.

Cette méthode est très simple à mettre en œuvre et peu coûteuse puisqu'elle ne nécessite qu'une photodiode à 2 quadrants. La cavité de filtrage (finesse 3500) a été asservie par cette technique. Une photodiode à 4 quadrants (EG&G C30843E) est utilisée et les quadrants de chaque moitié sont reliés et sommés afin d'obtenir deux éléments verticaux (schéma électronique et photographie en Annexe C). La figure 3.11 donne la puissance transmise et le signal d'erreur obtenu lorsque la longueur de la cavité est balayée. La cavité peut rester asservie une journée durant. Par ailleurs, le réglage du signal d'erreur est très stable : en six mois d'utilisation, il n'a pas été nécessaire de réaligner la cavité.

L'oscillateur paramétrique a également été asservi avec succès par Tilt-Locking. Cette solution n'a cependant pas été retenue car la qualité du signal d'erreur est très sensible à l'alignement. Or, l'OPO, qui est l'élément central de l'expérience, est souvent réaligné pour changer de point de focalisation sur le cristal ou de miroir de sortie. La méthode PDH s'avère donc plus appropriée. Par contre, pour une cavité qui ne nécessite pas de réglages fréquents, telle qu'une cavité de filtrage, le Tilt-Locking est une solution extrêmement intéressante et très efficace.

E Conclusion

Ce chapitre a détaillé les sources laser continues et les techniques expérimentales qui seront utilisées tout au long de ce mémoire. Elles permettront de mettre en œuvre un oscillateur paramétrique optique de type II, dans divers régimes de fonctionnement. Ce chapitre a également présenté différentes méthodes de caractérisation des états générés : de la détection balancée qui permet de mesurer la gémellité de deux faisceaux corrélés en intensité à la double détection homodyne qui permet de mesurer simultanément deux compressions de bruit et d'accéder ainsi directement à la séparabilité. La partie suivante est consacrée à l'oscillateur paramétrique optique *sans lame biréfringente*, aussi bien d'un point de vue expérimental que théorique.

Deuxième Partie

Oscillateur Paramétrique Optique

Depuis le milieu des années 80, l'étude des propriétés quantiques des oscillateurs paramétriques optiques de type II pompés au-dessus du seuil par un laser continu a constitué une des thématiques centrales du groupe d'optique quantique du Laboratoire Kastler Brossel. Les faisceaux intenses générés par conversion paramétrique et polarisés orthogonalement présentent, dans la bande passante de la cavité, de très fortes corrélations quantiques en intensité : on parle de "faisceaux jumeaux". La compression au-dessous du bruit quantique standard de la différence des fluctuations d'intensité des deux champs a été observée pour la première fois en 1987 [Heidmann87]. Cette réduction de bruit a par la suite été améliorée pendant le travail de thèse de J. Mertz et T. Debuisschert pour finalement atteindre 8.5 dB [Mertz91a]. Plusieurs applications ont également été mises en œuvre. La thèse de J. Mertz a montré qu'un des faisceaux jumeaux pouvait être converti en un état présentant une statistique sub-Poissonienne en contrôlant via un modulateur électro-optique ses fluctuations à l'aide de l'information fournie par la détection de l'autre faisceau [Mertz90,Mertz91b]. Ces faisceaux corrélés peuvent également être utilisés pour améliorer la sensibilité de mesures spectroscopiques par différence. Un bruit de fond fortement réduit a été ainsi démontré au cours de la thèse de C. Schwob lors d'une mesure d'absorption de la transition à deux photons 4S-5S du potassium [Schwob97a,Schwob97b].

Les faisceaux présentent également, en principe, de fortes anti-corrélations de leurs fluctuations de phase : ce sont donc des faisceaux intriqués en quadrature qui pourraient être utilisés dans divers protocoles d'information quantique. Cette propriété est cependant difficile à mettre en évidence expérimentalement car les faisceaux ne sont qu'accidentellement à la même fréquence. Au-dessous du seuil, ce problème est moins important car le système n'est plus un oscillateur actif qui "choisit" son point de fonctionnement mais un amplificateur passif. Ce système permet alors de générer des faisceaux vides fortement intriqués. Pour étudier ces différentes propriétés, un nouvel OPO a été construit. Cette seconde partie en donne les propriétés classiques et quantiques mesurées expérimentalement dans divers régimes de fonctionnement.

4. OPO triplement résonant : propriétés classiques

Sommaire

A	Introduction	53
B	Théorie classique de l'OPO	54
B.1	Mélange à trois ondes en cavité	54
B.2	Equations de bouclage en cavité linéaire	55
B.3	Solutions stationnaires	56
C	Description de l'expérience	57
C.1	L'oscillateur paramétrique optique	57
C.2	Schéma expérimental	58
C.3	Longueur de cavité et optimisation du seuil	60
C.4	Asservissement de l'OPO	61
C.5	Puissance de sortie et efficacité de conversion	61
D	Accordabilité expérimentale	63
E	Conclusion	64

A Introduction

Après une brève présentation théorique, ce chapitre détaille les propriétés classiques de l'oscillateur paramétrique optique de type II réalisé au cours de ce travail de thèse. Constitué d'un cristal non-linéaire de KTP inséré dans une cavité résonante à la fois pour la pompe à 532 nm et les champs infrarouges émis autour de 1064 nm, ce système compact est optimisé pour minimiser le seuil d'oscillation et obtenir une grande stabilité. L'asservissement d'un OPO triplement résonant est un exercice difficile : ce chapitre présente les difficultés expérimentales propres à ce dispositif et élargit ainsi la présentation donnée au chapitre 3 des asservissements de cavité optique. Un fonctionnement stable et sans saut de mode est obtenu pendant plusieurs heures.

Les OPO ont la propriété d'émettre des faisceaux dont la longueur d'onde est accordable. Cette propriété a suscité un grand intérêt au cours des années 70-80 puis, plus récemment, pour produire des faisceaux dans l'infrarouge lointain. La contrepartie de cette accordabilité est qu'il n'existe qu'un seul point de fonctionnement où les faisceaux ont même fréquence. Cette propriété est rapidement étudiée en fin de chapitre. Elle deviendra par la suite un point central de notre étude.

B Théorie classique de l'OPO

B.1 Mélange à trois ondes en cavité

Le processus paramétrique est un effet non-linéaire d'ordre 2 qui couple trois champs : un champ pompe A_0 , un champ signal A_1 et un champ complémentaire A_2 . Le chapitre 2 a montré que les équations de propagation non-linéaire des enveloppes des champs à la traversée du cristal pouvaient s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_0}{\partial z} = -\xi A_1 A_2 e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial A_1}{\partial z} = \xi A_0 A_2^* e^{i\Delta k z} \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} = \xi A_0 A_1^* e^{i\Delta k z} \end{cases} \quad (4-1)$$

où $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$ représente le désaccord de phase. Ces équations sont solubles dans le cas général en termes de fonctions elliptiques [Armstrong62, Rosencher02]. Cependant, lorsque le gain paramétrique est faible, les équations de couplage se simplifient car elles peuvent être développées aux ordres faibles en $g = l\xi$ où l est la longueur du cristal.

Les équations sont déterminées à l'ordre 2 en écrivant que les champs varient de manière linéaire à l'intérieur du cristal :

$$A_i(z) \simeq A_i(0) + z \frac{dA_i}{dz}(0) \quad (4-2)$$

En reportant dans le terme de couplage et en intégrant sur la longueur l du cristal,

$$\begin{cases} A_0(l) = A_0(0) - g e^{-i\frac{\Delta k l}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k l}{2}\right) A_1(0) A_2(0) \\ \quad \quad \quad - \frac{g^2}{2} f^*\left(\frac{\Delta k l}{2}\right) \left[|A_1(0)|^2 + |A_2(0)|^2\right] A_0(0) \\ A_1(l) = A_1(0) + g e^{i\frac{\Delta k l}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k l}{2}\right) A_0(0) A_2^*(0) \\ \quad \quad \quad + \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta k l}{2}\right) \left[|A_0(0)|^2 - |A_2(0)|^2\right] A_1(0) \\ A_2(l) = A_2(0) + g e^{i\frac{\Delta k l}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k l}{2}\right) A_0(0) A_1^*(0) \\ \quad \quad \quad + \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta k l}{2}\right) \left[|A_0(0)|^2 - |A_1(0)|^2\right] A_2(0) \end{cases} \quad (4-3)$$

avec $f(x) = \frac{e^{ix}}{ix} (e^{ix} - \operatorname{sinc}(x))$.

Dans le cas d'un OPO triplement résonant, les trois champs sont recyclés au sein de la cavité. Lorsque l'OPO fonctionne en régime stationnaire, le gain paramétrique égale les pertes : les pertes étant faibles pour les trois champs, le gain l'est également et l'ordre le plus bas des équations précédentes est suffisant pour décrire le processus paramétrique. Cette approximation revient à négliger la variation des trois champs dans le terme de couplage au lieu de considérer

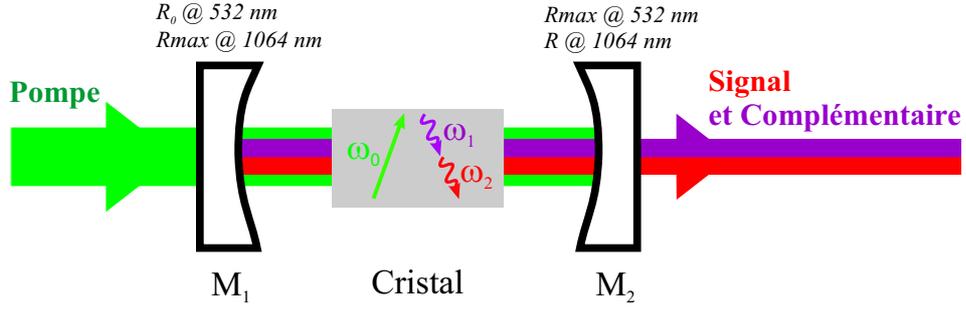


FIG. 4.1: Schéma d'un OPO triplement résonant.

une variation linéaire. Le système précédent se simplifie alors en :

$$\begin{cases} A_0(l) = A_0(0) - \frac{g}{2} e^{-i\frac{\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_1(0) A_2(0) \\ A_1(l) = A_1(0) + g e^{i\frac{\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0) A_2^*(0) \\ A_2(l) = A_2(0) + g e^{i\frac{\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_0(0) A_1^*(0) \end{cases} \quad (4-4)$$

B.2 Equations de bouclage en cavité linéaire

Le cas considéré ici d'une cavité linéaire triplement résonante est représenté figure 4.1. Le miroir d'entrée est totalement réfléchissant pour les champs infrarouges alors que le miroir de sortie est totalement réfléchissant pour la pompe. Les coefficients de réflexion en amplitude du miroir de sortie pour les champs signal et complémentaire et du miroir d'entrée pour la pompe sont notés respectivement r et r_0 . Les déphasages sur les miroirs ne sont pas pris en compte. Il a été montré dans la référence [Debuisschert93] que ces déphasages pouvaient augmenter le seuil d'oscillation mais que cette augmentation pouvait être partiellement compensée par le désaccord de phase. Dans le pire des cas, le seuil est augmenté d'un facteur 1.92.

La cavité étant de grande finesse, les coefficients de réflexion peuvent s'écrire $r = 1 - \gamma$ et $r_0 = 1 - \gamma_0$ avec $\gamma \ll 1$ et $\gamma_0 \ll 1$. Les transmissions en intensité sont alors données par $T \simeq 2\gamma$ et $T_0 \simeq 2\gamma_0$. Les pertes intracavité, dûes par exemple à l'absorption dans le cristal ou aux réflexions aux interfaces, sont notées μ et μ_0 . Par analogie, on définit des coefficients de réflexion généralisés qui tiennent compte des pertes "utiles" des miroirs de couplage et des pertes intracavité : $r' = 1 - \gamma - \mu = 1 - \gamma'$ et $r'_0 = 1 - \gamma_0 - \mu_0 = 1 - \gamma'_0$.

Les équations de bouclage en régime stationnaire sont obtenues en écrivant que les champs reviennent identiques à eux-mêmes au bout d'un aller-retour dans la cavité. En notant A_0^{in} le champ pompe à l'entrée de la cavité :

$$\begin{cases} (-r' + e^{i\delta_1}) A_1 = r' g A_0 A_2^* \\ (-r' + e^{i\delta_2}) A_2 = r' g A_0 A_1^* \\ (-r'_0 + e^{i\delta_0}) A_0 = -r'_0 g A_1 A_2 + \sqrt{2\gamma_0} A_0^{in} \end{cases} \quad (4-5)$$

où $\delta_i = k_i(n_i l + L)$ représente le déphasage subi par A_i sur un aller-retour.

En supposant que les désaccords δ_i par rapport à la résonance sont petits et en posant $e^{i\delta_i} \simeq 1 + i\Delta_i$, les équations de bouclage se simplifient :

$$\begin{cases} (\gamma' - i\Delta_1)A_1 = gA_0A_2^* \\ (\gamma' - i\Delta_2)A_2 = gA_0A_1^* \\ (\gamma'_0 - i\Delta_0)A_0 = -gA_1A_2 + \sqrt{2\gamma_0}A_0^{in} \end{cases} \quad (4-6)$$

Le premier terme de gauche décrit la décroissance des champs intracavité en raison de la transmission des miroirs de couplage et des pertes internes alors que le second terme correspond à l'écart à la résonance. Les termes de droite traduisent le couplage paramétrique entre les différents champs. Le dernier terme de l'équation sur la pompe donne le champ pompe entrant dans la cavité.

B.3 Solutions stationnaires

Les deux premières équations du système (4-6) forment un système homogène pour les champs signal et complémentaire et leurs conjugués. Ce système admet une solution non triviale si son déterminant est nul. Cette condition impose :

$$\begin{cases} \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \\ N_0 = |A_0|^2 = \frac{\gamma'^2 + \Delta^2}{g^2} \end{cases} \quad (4-7)$$

La seconde relation montre que l'OPO est un système présentant un seuil d'oscillation. Au-dessus de ce seuil, le flux pompe intracavité ne dépend plus du flux pompe incident. La puissance est alors dite "clampée".

Le flux pompe intracavité N_0 est indépendant du fait que la cavité soit résonante ou non pour la pompe. Si la pompe ne résonne pas, son expression donne directement le flux incident nécessaire pour atteindre le seuil de l'OPO. La résonance de la pompe permet de diminuer le flux incident nécessaire pour atteindre cette valeur intracavité. La valeur seuil du flux pompe incident s'écrit alors :

$$(N_0^{in})_{seuil} = \frac{\gamma_0'^2 + \Delta_0^2}{2\gamma_0} N_0 = \frac{(\gamma_0'^2 + \Delta_0^2)(\gamma'^2 + \Delta^2)}{2\gamma_0 g^2} \quad (4-8)$$

Le seuil est minimum lorsque les trois champs sont à résonance, $\Delta = \Delta_0 = 0$, et se réduit à :

$$(N_0^{in})_{seuil} = \frac{\gamma_0' \gamma_0' \gamma'^2}{\gamma_0 2g^2} \quad (4-9)$$

La troisième équation du système 4-6, l'équation sur la pompe, permet d'exprimer le flux signal ou complémentaire à l'intérieur de la cavité lorsque l'OPO est pompé au-dessus du seuil d'oscillation. Au point de seuil minimum et en notant σ un nouveau paramètre réduit qui mesure la "force" du pompage par rapport au seuil,

$$N_1 = N_2 = |A_i|^2 = \frac{\gamma'(\sigma - 1)}{g^2} \quad \text{avec} \quad \sigma = \sqrt{\frac{N_0^{in}}{N_0}} = \sqrt{\frac{I_0^{in}}{I_0}} \quad (4-10)$$

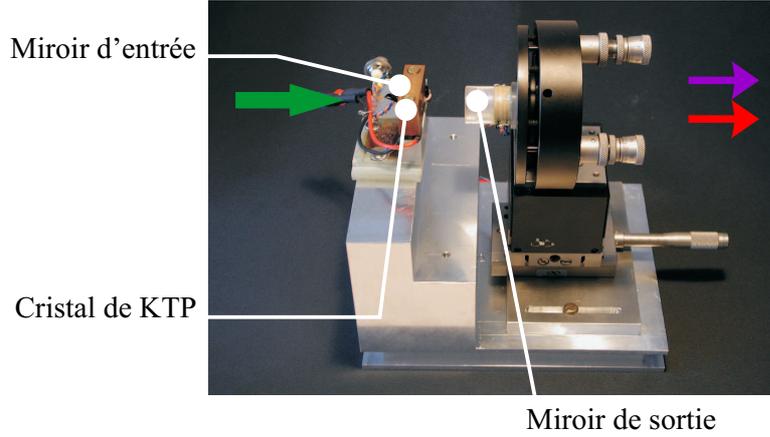


FIG. 4.2: L'oscillateur paramétrique optique semi-monolithique.

I_0 et I_0^{in} sont respectivement l'intensité de seuil et l'intensité de la pompe incidente. En sortie de la cavité, le flux signal ou complémentaire N^{out} devient :

$$N^{out} = \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{2\gamma'^2 \gamma_0'}{g^2} (\sigma - 1) \quad (4-11)$$

Par ailleurs, la conversion paramétrique fixe la somme des phases des champs signal et complémentaire. D'après les équations de bouclage,

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_0 + \arctan\left(\frac{\Delta}{\gamma'}\right) \quad (4-12)$$

En revanche, la différence des phases est libre de fluctuer : le système est invariant par le changement de phase $A_1 \rightarrow A_1 e^{i\varphi}$, $A_2 \rightarrow A_2 e^{-i\varphi}$. Les phases individuelles sont donc libres de diffuser.

C Description de l'expérience

C.1 L'oscillateur paramétrique optique

Une photographie de l'OPO est présentée figure 4.2. L'élément central est un cristal de KTP de 10 mm de longueur et de section 3x3 mm². Le KTP présente de nombreuses caractéristiques intéressantes : fort coefficient non-linéaire, faible absorption dans l'infrarouge, accord de phase à température ambiante ou encore large acceptation en température. L'annexe A revient sur ses propriétés et compare différents cristaux de KTP utilisés au cours de ce travail de thèse.

Afin de réduire les pertes aux interfaces, qui limitent l'efficacité de conversion et les effets quantiques, et obtenir une plus grande stabilité, une structure linéaire semi-monolithique a été choisie : le miroir d'entrée est directement déposé sur une des faces du cristal de KTP. Ce miroir plan est hautement réfléchissant pour l'infrarouge et le coefficient de réflexion est de 95% pour la pompe. C'est l'inverse pour le miroir de fond de rayon de courbure 38 mm puisque le traitement est hautement réfléchissant pour la pompe. La finesse infrarouge peut être modifiée en changeant ce miroir. Trois transmissions ont été utilisées : $T = 2\%$, 5% et 10% . Le miroir de

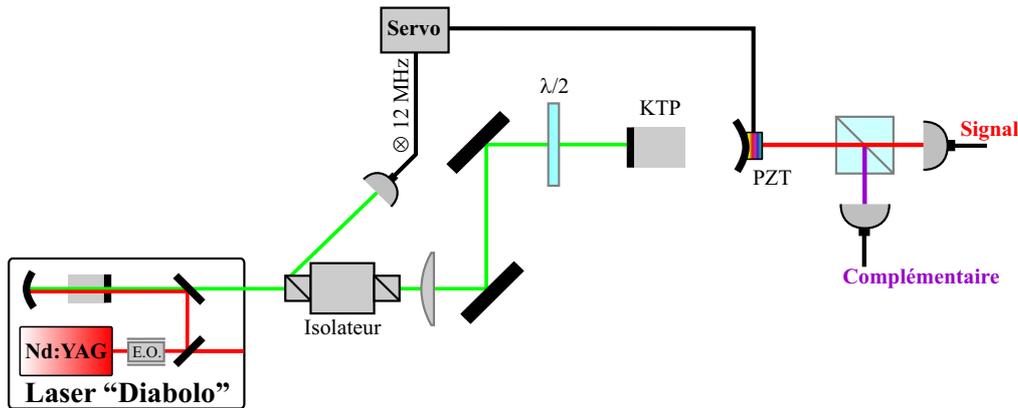


FIG. 4.3: Schéma expérimental. Les faisceaux infrarouges polarisés orthogonalement peuvent être séparés et détectés individuellement. E.O. : modulateur électro-optique.

sortie est fixé sur une céramique piézoélectrique qui permet de contrôler finement la longueur de la cavité. Le tableau suivant résume les propriétés en réflexion des traitements des miroirs et de l'anti-reflet déposé sur la seconde face du cristal.

	Entrée	AR	Sortie
532 nm	95%	0.5%	<0.1%
1064 nm	<0.1%	0.1%	Variable

Le cristal est inséré dans un four en cuivre muni d'un module Peltier et d'une thermistance. Une boucle d'asservissement permet de contrôler très finement la température du cristal. Il est important que la thermistance soit bien sûr proche du cristal mais également en très bon contact thermique avec le cuivre qui l'entoure. Ce contact peut être amélioré en l'entourant de pâte thermique. Les meilleures pâtes actuellement disponibles sont celles utilisées en informatique pour maximiser la conduction thermique entre le processeur et le système de refroidissement. La plus performante à ce jour (et également la plus chère !) est la pâte "Arctic Silver" à base d'argent. Sa conductivité est pratiquement dix fois supérieure à celle des pâtes siliconées utilisées jusqu'à présent. De plus, elle est beaucoup plus fluide, ce qui facilite sa mise en place autour de la thermistance. L'utilisation de cette pâte a amélioré le temps de réponse de l'asservissement en température de plus de 30%. Une seconde thermistance de test, extérieure à la boucle de régulation, a montré qu'il était possible de modifier la température par pas de 0.5 mK sans oscillation et que la stabilité sur dix minutes était supérieure au mK.

L'ensemble des éléments est lié à un bloc massif de Dural. Le four est fixé rigidement au bloc et ne dispose d'aucun réglage en position. La monture du miroir de sortie dispose des réglages usuels en rotation par butées différentielles et elle est montée sur des platines en translation XYZ.

C.2 Schéma expérimental

Le schéma expérimental détaillé est représenté figure 4.3. Le laser continu Nd:YAG doublé "Diabolo" décrit au chapitre 3 est utilisé pour pomper l'OPO. Un isolateur optique Conoptics

permet d'éliminer les retours vers le laser (5% de pertes à l'injection et 37 dB d'isolation). A nouveau, le nombre d'éléments optiques a été minimisé afin de limiter les causes possibles de vibrations. Une seule lentille, de focale 150 mm, est ainsi utilisée pour adapter le mode de la pompe au mode de l'OPO. Cette lentille est montée dans un support trois axes (Newport LP-1A-XYZ) permettant un réglage très fin, en position et en focalisation, et assurant une grande stabilité. L'adaptation obtenue est de l'ordre de 99% comme le montre la figure 4.4 qui donne les pics de résonance de la pompe lorsque la longueur de la cavité est balayée. La pompe réfléchi par l'OPO est détectée en utilisant la voie d'éjection en retour de l'isolateur optique. Les faisceaux infrarouges émis au-dessus du seuil et polarisés orthogonalement sont quant à eux séparés en sortie de l'OPO et détectés par des photodiodes Epitaxx 300 en InGaAs.

La structure semi-monolithique facilite le réglage de l'OPO. Dans un premier temps, les deux miroirs d'injection permettent de choisir un point de focalisation sur le cristal et d'assurer une incidence normale du faisceau en superposant faisceau aller et faisceau retour. Les réglages en translation (sauf la focalisation) de la monture du miroir de sortie sont ensuite utilisés pour obtenir en sortie une tache unique. Toutes ces étapes sont réalisées à l'œil et sont largement suffisantes pour obtenir un premier réglage presque parfait. Il est ensuite possible d'optimiser l'adaptation de modes à l'oscilloscope à l'aide des butées différentielles du miroir de sortie ou des réglages très fins de la lentille d'injection. Ce réglage n'a besoin d'être repris que toutes les une à deux semaines.

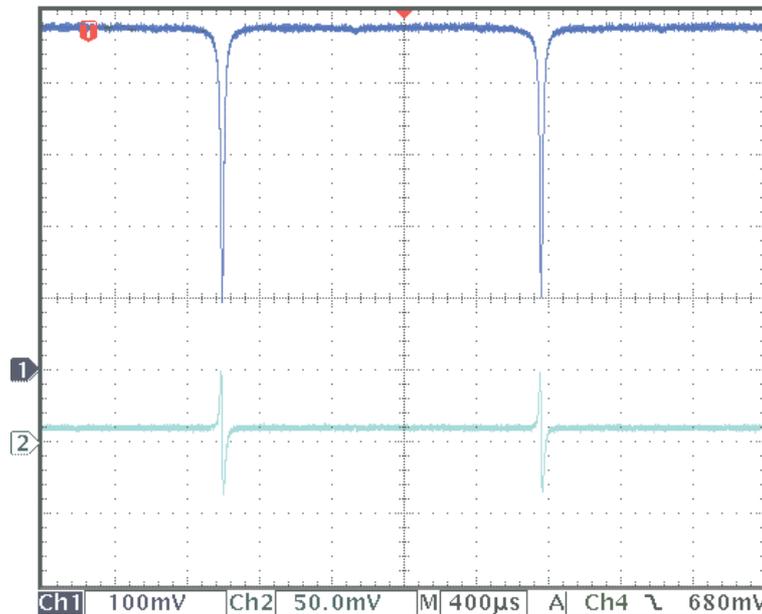


FIG. 4.4: Résonances pompe observées en réflexion lorsque la longueur de la cavité est balayée et signal d'erreur associé après démodulation à 12 MHz.

C.3 Longueur de cavité et optimisation du seuil

Afin de maximiser la conversion paramétrique et réduire le seuil d'oscillation, la focalisation du faisceau pompe doit être adaptée à la longueur du cristal. Trop forte, le faisceau divergerait rapidement. Trop faible, l'effet non-linéaire ne serait pas exalté. En première approximation, il faut donc un faisceau dont la longueur de Rayleigh Z_R soit du même ordre de grandeur que la longueur du cristal. Plus précisément, lorsque le waist est au milieu du cristal, on peut montrer que l'optimum est obtenu pour une longueur de Rayleigh reliée à la longueur du cristal l par la relation de Boyd et Kleyman [Boyd68] :

$$\frac{l}{2Z_R} = \xi \quad \text{où} \quad Z_R = \frac{n\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4-13)$$

En l'absence de walk-off, le paramètre ξ optimal vaut 2.84. Pour une configuration semi-monolithique, le waist n'est pas au milieu du cristal mais à l'entrée du cristal. Le cristal doit donc être considéré deux fois plus long et la relation précédente se réduit alors à :

$$\frac{l}{Z_R} = \xi \quad (4-14)$$

Cette expression permet de déduire le waist w_0 du faisceau pompe. Avec une longueur géométrique l de 10 mm pour un indice moyen $n = 1.8$, le critère de Boyd et Kleinman donne un waist pompe de l'ordre de 18 μm .

Afin de calculer la longueur de la cavité adaptée à ce waist, la longueur effective est introduite : $L' = L - l(1 - 1/n)$ où L est la longueur de la cavité hors cristal. La longueur effective peut être reliée au rayon de courbure R du miroir et à la longueur de Rayleigh par :

$$Z'_R = \sqrt{L'(R - L')} \quad \text{où} \quad Z'_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4-15)$$

ce qui donne

$$L' = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 4Z'^2_R}}{2} \quad (4-16)$$

Avec un rayon R de 38 mm, cette longueur est de 37.9 mm. Cette valeur est très proche de la limite de stabilité qui est égale au rayon R .

Expérimentalement, une forte dépendance avec la longueur de la cavité est observée. Le seuil diminue à l'approche de la limite de stabilité et est minimum pour une longueur effective de l'ordre de 33 mm. Cette valeur apparaît donc sensiblement différente de la valeur théorique précédente. Cependant, la valeur $\xi = 2.84$ correspond à l'optimum en l'absence de walk-off. La prise en compte de cet effet conduirait à une valeur optimale de ξ plus petite et éloignerait la longueur optimale calculée précédemment de la limite de stabilité [Suret00].

Par ailleurs, le seuil d'oscillation dépend quadratiquement de la transmission du miroir de sortie. Le tableau suivant résume les seuils mesurés pour différentes transmissions.

Transmission	Seuil
2%	11 mW
5%	18 mW
10%	65 mW

C.4 Asservissement de l'OPO

A la différence d'un grand nombre d'expériences, l'infrarouge émis n'est pas asservi en intensité. Seule la pompe est asservie à résonance par la méthode Pound-Drever-Hall présentée au chapitre 3. Une modulation à 12 MHz, obtenue à l'aide d'un modulateur électro-optique New-Focus résonant à la sortie du laser Nd:YAG, permet d'asservir la cavité de doublage. Encore présente sur le faisceau à 532 nm, cette modulation est à nouveau utilisée pour l'asservissement de l'OPO. Le signal d'erreur obtenu après démodulation est donné figure 4.4. Par cette technique, l'OPO reste asservi sur la résonance pompe pendant plusieurs heures. L'OPO est placé sous une boîte de plexiglas qui limite les transferts thermiques par convection et isole des vibrations acoustiques. Une plaque de caoutchouc "amortisseur" est également inséré entre l'OPO et la table optique.

Dans le cas d'un OPO triplement résonant au-dessus du seuil, l'asservissement sur la résonance pompe ne garantit pas l'émission de faisceaux infrarouges. Ce phénomène est particulièrement vrai lorsque l'OPO est proche du seuil. L'infrarouge n'est émis que lorsque la ou les longueurs pour lesquelles les champs signal et complémentaire sont simultanément résonants tombent à l'intérieur de la résonance pompe, ce qui nécessite un ajustement fin de la température du cristal. Une transmission importante pour l'infrarouge, c'est-à-dire une finesse plus faible, peut donc sembler à première vue favorable en relâchant les contraintes sur la triple résonance. Cette idée est en fait généralement fautive. Supposons que nous souhaitions une sortie de quelques mW, quel que soit le miroir utilisé. A puissance de sortie donnée, l'OPO doit être pompé d'autant plus proche du seuil que la transmission est grande, ce qui limite d'autant la zone de fonctionnement. De plus, la puissance pompe intracavité augmente quadratiquement avec la transmission utilisée, conduisant à de nombreux effets thermiques qui rendent l'asservissement très difficile.

Expérimentalement, la grande stabilité de l'asservissement en température du cristal a permis d'obtenir une sortie infrarouge stable pendant plus d'une heure avec les transmissions $T=2\%$ (figure 4.5) ou $T=5\%$. La transmission $T=10\%$ n'a été utilisée que marginalement (chapitre suivant) car la stabilité n'excédait pas quelques minutes, même avec le meilleur cristal dont nous disposons. Certains cristaux, présentant une plus forte absorption pompe, n'ont jamais permis un fonctionnement asservi avec cette transmission élevée.

Une telle stabilité n'est pas possible avec tous les cristaux de KTP. En effet, malgré les puissances modestes utilisées – quelques dixièmes de MW/cm^2 au point de focalisation – certains cristaux ont subi des évolutions très rapides de leurs propriétés. Cette dégradation est connue sous le nom de "gray-tracking". L'absorption augmentait ainsi très rapidement : le seuil a parfois doublé en moins de dix minutes de fonctionnement asservi. L'annexe A revient sur ce phénomène et détaille les performances des différents types de cristaux de KTP utilisés.

C.5 Puissance de sortie et efficacité de conversion

La puissance de sortie totale signal+complémentaire est donnée figure 4.6 en fonction de la puissance de pompe. Cette étude a été réalisée avec un cristal de KTP Raicol et un miroir de transmission $T = 2\%$ pour lequel le seuil est de 11 mW. Au-delà de deux à trois fois le seuil, la puissance de sortie devient plus faible que la prédiction théorique. Cet écart n'est pas

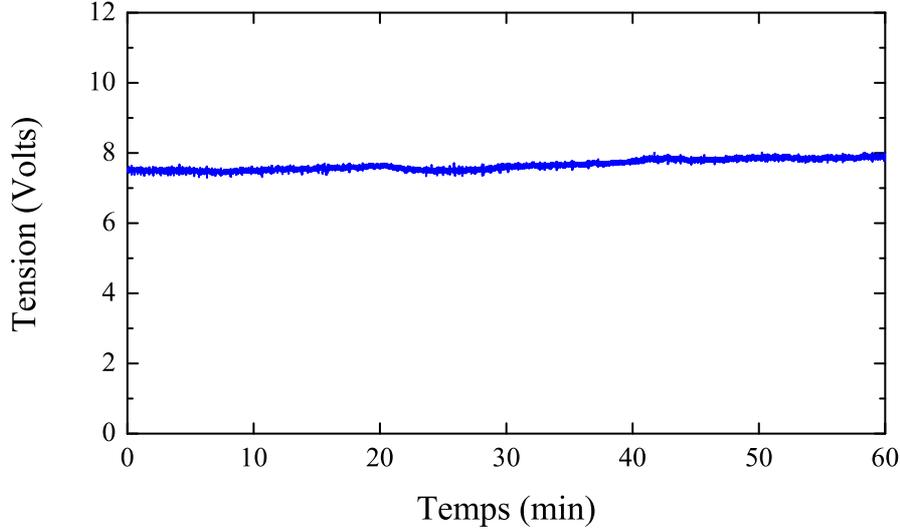


FIG. 4.5: Evolution de la puissance de sortie infrarouge pendant une heure. L'OPO est asservi sur la pompe, 4 fois au-dessus du seuil. ($T=2\%$)

complètement compris. Une des causes les plus probables serait l'existence d'une absorption non-linéaire de la pompe. Des effets thermiques peuvent également dégrader l'adaptation des modes ou modifier la longueur de la cavité, ce qui conduit à une augmentation du seuil.

La figure 4.6 donne également le taux de conversion entre la puissance incidente et la puissance infrarouge totale générée. L'expression du rendement η est obtenue directement à partir de l'équation (4-11) :

$$\eta = 4 \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\gamma_0}{\gamma'_0} \left(\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\sigma^2} \right) \quad (4-17)$$

Il est bien connu que le rendement maximal est atteint 4 fois au-dessus du seuil ($\sigma = 2$) et se réduit alors à :

$$\eta_{max} = \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\gamma_0}{\gamma'_0} \quad (4-18)$$

En l'absence de pertes, le rendement théorique est de 100% et s'accompagne donc d'une dépletion totale de la pompe. D'après l'expression précédente, il est en fait limité par les pertes intracavité, en particulier lorsqu'elles deviennent non-négligeables devant la transmission des miroirs de couplage : plus la finesse est grande et plus il est difficile d'obtenir un rendement élevé. La configuration la plus favorable est celle qui utilise un OPO doublement résonant et monolithique avec une transmission infrarouge importante, tout en restant raisonnable pour ne pas trop augmenter le seuil. Une telle configuration, réalisée à l'Université de Constance, a permis d'obtenir le meilleur rendement expérimental à ce jour, 81% [Breitenbach95]. Comme le montre la figure 4.6, avec une transmission $T=2\%$, un rendement maximum de l'ordre de 45% a été obtenu pour notre OPO à environ 3 fois au-dessus du seuil. Le miroir de transmission $T=5\%$ permettrait d'augmenter ce rendement de 10% environ. La limitation est principalement due aux pertes sur la pompe, pertes qui n'interviendraient pas dans le cas d'un OPO doublement résonant.

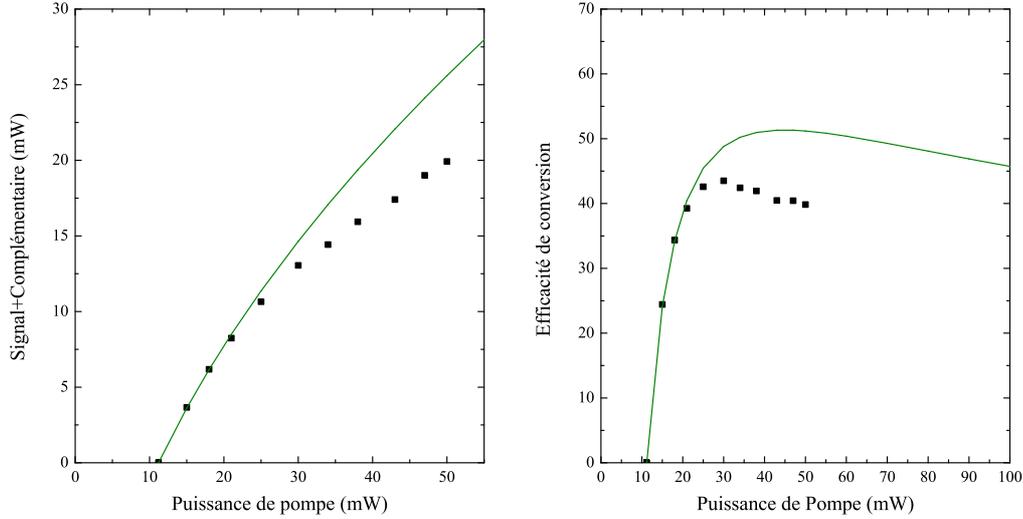


FIG. 4.6: Puissance de sortie signal+complémentaire et efficacité de conversion en fonction de la puissance de pompe. Les traits pleins donnent la dépendance théorique ajustée sur les premiers points. ($T=2\%$)

D Accordabilité expérimentale

Une propriété remarquable des faisceaux émis par un OPO est d'être accordable en longueur d'onde. La condition d'accord de phase impose une plage de fréquences qui minimise le seuil d'oscillation : changer la température du cristal modifie différemment les indices respectifs des deux polarisations et donc cette condition. La valeur précise des fréquences est ensuite déterminée par les conditions de résonance qui seront étudiées ultérieurement. Alors qu'avec un cristal de type I il existe une température limite au-delà de laquelle la condition d'accord de phase ne peut plus être réalisée, une telle région interdite n'existe pas avec un cristal de type II.

Les longueurs d'onde des faisceaux signal et complémentaire sont mesurées à l'aide d'un spectromètre à réseau de résolution 0.2 nm. L'écart en fréquence est donné figure 4.7 en fonction de la température du cristal. La pente mesurée expérimentalement est de 19.5 ± 0.5 GHz/K, valeur sensiblement différente de celle qui sera établie théoriquement au chapitre 7. Cet écart peut s'expliquer par le fait que les dépendances en température des indices sont des valeurs mal connues et qui peuvent fortement différer d'un cristal à l'autre, et a fortiori d'un fabricant à l'autre. Ce tracé montre que la dégénérescence en fréquence ne peut être atteinte que pour une seule température du cristal, appelée "température de dégénérescence" et qui se situe ici autour de $45,5^\circ\text{C}$. Cette température est imposée par l'angle de coupe du cristal (ou l'angle d'incidence). La relation entre angle de coupe et température de dégénérescence est détaillée dans l'Annexe A. Un des inconvénients de la structure semi-monolithique est de ne pas pouvoir modifier l'angle d'incidence sur le cristal : si ce dernier est mal taillé, la température de dégénérescence n'est plus accessible expérimentalement et il n'est pas possible de compenser cette erreur en jouant sur l'incidence.

Cette étude s'est limitée à l'accordabilité grossière par saut de modes sur une large plage

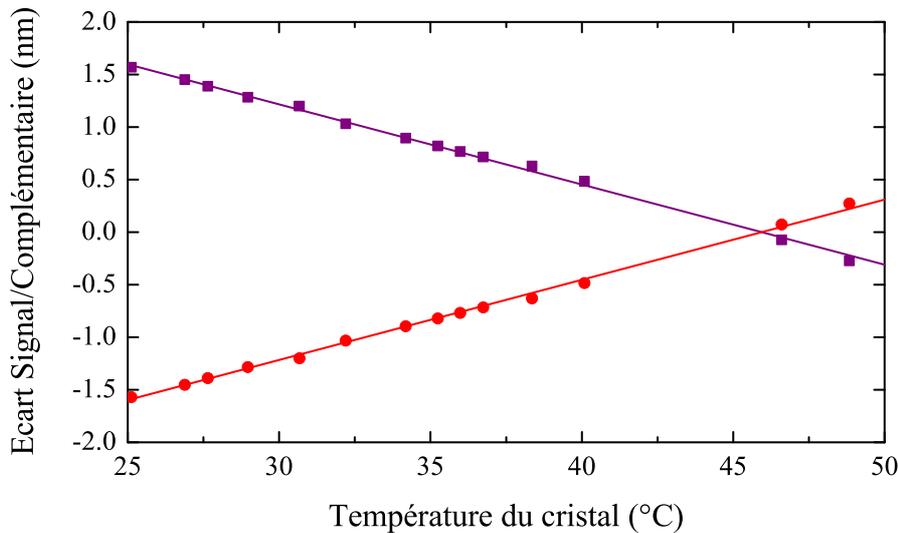


FIG. 4.7: Ecart à la dégénérescence des modes signal et complémentaire en fonction de la température du cristal.

de température. Un accord fin par glissement de fréquence est possible localement avec une pente beaucoup plus petite. Le comportement spectral de l'OPO sera détaillé dans le chapitre 7 où un fonctionnement dégénéré en fréquence sera ardemment recherché.

E Conclusion

Nous avons conçu un oscillateur paramétrique de type II constitué d'un cristal non-linéaire de KTP inséré dans une cavité optique triplement résonante et semi-monolithique. La compacité du montage et la grande stabilité du laser ont permis d'asservir par la méthode PDH la longueur de la cavité sur la résonance pompe pendant plusieurs heures. Une régulation en température du cristal très performante a ensuite permis, au-dessus du seuil, de stabiliser la puissance infrarouge pendant plus d'une heure. La difficulté expérimentale dépend de la finesse infrarouge : travailler avec le miroir de transmission 10% est beaucoup plus difficile qu'avec celui de transmission 5%.

En contrepartie de leur accordabilité, les faisceaux émis ne sont qu'accidentellement à la même fréquence. Ce comportement spectral deviendra crucial lors de la génération d'états intriqués et sera alors amplement détaillé dans le chapitre 7, aussi bien d'un point de vue théorique qu'expérimental. Par contre, il est sans importance pour l'étude quantique des corrélations d'intensité entre les faisceaux signal et complémentaire puisqu'aucune interférence n'est nécessaire pour leur détection. L'étude des corrélations d'intensité et leur utilisation sont le sujet des deux chapitres suivants.

5. Propriétés quantiques au-dessus du seuil : génération de faisceaux jumeaux

Sommaire

A	Introduction	65
B	Théorie au-dessus du seuil	66
	B.1 Equations linéarisées	66
	B.2 Bruit sur la différence des fluctuations	68
	B.3 Bruit sur la somme des fluctuations	69
	B.4 Bruit des faisceaux individuels	71
C	Mesure expérimentale des corrélations d'intensité	72
	C.1 Schéma expérimental	72
	C.2 Mesure des corrélations d'intensité	73
D	Acquisition informatique	74
E	Conclusion	75

A Introduction

Le chapitre précédent a permis de décrire les propriétés classiques d'un oscillateur paramétrique optique pompé au-dessus du seuil. Sa grande stabilité en fait une source idéale pour étudier les propriétés quantiques des faisceaux émis dans ce régime de fonctionnement.

On peut se représenter la conversion paramétrique de manière simple en terme de photons : un photon pompe donne naissance à deux photons dits signal et complémentaire. La conservation de l'énergie impose que les deux photons soient émis simultanément. Ils sont donc parfaitement corrélés temporellement [Friberg85] : on parle de "photons jumeaux". La cavité dans laquelle est inséré le cristal permet d'obtenir des faisceaux intenses mais modifie l'ordre temporel des photons. La corrélation, initialement parfaite, est dégradée et ne se manifeste plus qu'à des fréquences d'analyse du bruit inférieures à la bande passante de la cavité. Par ailleurs, plus la transmission du miroir de sortie sera faible devant les pertes intracavité, plus les corrélations initiales seront perdues.

Les corrélations en intensité sont mises en évidence en mesurant la gémellité, c'est-à-dire le bruit sur la différence d'intensité des faisceaux signal et complémentaire : un bruit inférieur au bruit sur la différence de deux faisceaux cohérents de même puissance traduit des corrélations quantiques. C'est le premier niveau de corrélations défini au chapitre 2. La première démonstration expérimentale a été obtenue dans notre groupe en 1987 avec 1.5 dB de réduction de

bruit [Heidmann87]. Cette valeur a par la suite été largement améliorée pour atteindre 8.5 dB [Mertz91a]. En 1998, une réduction de 9.2 dB a été obtenue avec un cristal de KTP α -cut dans le groupe de K. Peng à l'Université de Taiyuan [Gao98]. La stabilité de notre expérience a permis de porter cette valeur à 9.5 dB, record à ce jour des mesures de réduction de bruit. Au-delà de cette légère amélioration, cette mesure est venue confirmer la qualité de notre nouvelle expérience pour générer efficacement des états non-classiques. Ce chapitre détaille ce résultat et illustre également la méthode alternative d'acquisition informatique présentée en première partie.

B Théorie au-dessus du seuil

Une analyse "semi-classique" permet d'exprimer les fluctuations quantiques des champs émis ainsi que leurs corrélations [Fabre89]. La dynamique des petites fluctuations est décrite en linéarisant les équations classiques autour des valeurs moyennes.

B.1 Equations linéarisées

Afin de simplifier les calculs et de faire apparaître clairement le comportement quantique du système, l'oscillateur paramétrique optique est considéré doublement résonant (figure 5.1). La résonance pompe s'accompagne en effet de phénomènes quantiques supplémentaires, en particulier l'apparition d'une oscillation de relaxation. Cependant, à proximité du seuil ou à des fréquences d'analyse du bruit faibles devant la bande passante de la cavité, il n'y a pas de différence majeure entre un OPO doublement résonant et un OPO triplement résonant. Le lecteur trouvera en Annexe B une étude théorique complète en configuration triplement résonant qui met en évidence ce phénomène de relaxation.

Comme précédemment, le coefficient de réflexion en amplitude des champs signal et complémentaire est noté r et supposé réel. La finesse étant supposée grande, on introduit un paramètre $\gamma \ll 1$ tel que $r = 1 - \gamma$. La transmission en amplitude du miroir de couplage s'écrit alors $t = \sqrt{2\gamma}$. Pour prendre en compte les pertes intracavité notées μ , on définit un coefficient de réflexion généralisé $r' = 1 - \gamma - \mu = 1 - \gamma'$.

A résonance pour les champs signal et complémentaire, c'est-à-dire au point de seuil minimum, les équations dynamiques classiques du système s'écrivent :

$$\begin{cases} \tau \frac{dA_1}{dt} + \gamma' A_1 &= g A_0 A_2^* + \sqrt{2\gamma} A_1^{in} + \sqrt{2\mu} B_1^{in} \\ \tau \frac{dA_2}{dt} + \gamma' A_2 &= g A_0 A_1^* + \sqrt{2\gamma} A_2^{in} + \sqrt{2\mu} B_2^{in} \\ A_0 &= -\frac{g}{2} A_1 A_2 + A_0^{in} \end{cases} \quad (5-1)$$

τ est le temps d'aller-retour d'un photon dans la cavité et A_0^{in} le champ pompe entrant. Les champs A_1^{in} et A_2^{in} sont de valeur moyenne nulle et correspondent aux fluctuations du vide entrant par le miroir de couplage de la cavité. Les champs B_i^{in} sont associés aux fluctuations du vide couplées par les pertes intracavité.

Afin d'exprimer la dynamique des fluctuations, ces équations sont linéarisées autour des

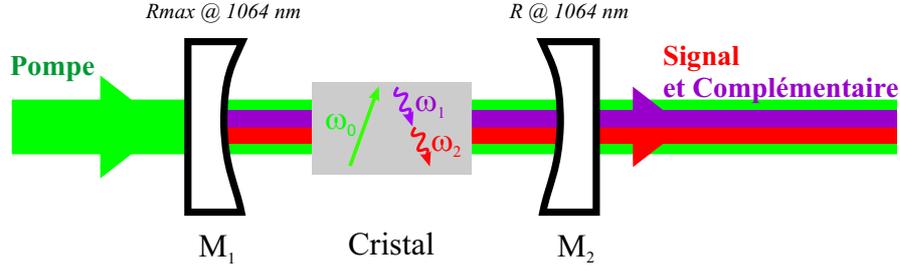


FIG. 5.1: Schéma d'un OPO doublement résonant.

valeurs moyennes. Le champ pompe A_0 est désormais choisi réel et les phases des champs signal et complémentaire sont notées φ_1 et φ_2 . Les solutions stationnaires ont été établies au chapitre précédent :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = \frac{\gamma'}{g} \\ |A_i| = \sqrt{\frac{2\gamma'(\sigma - 1)}{g^2}} \\ \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_0 = 0 \end{array} \right. \quad (5-2)$$

En posant pour tous les champs $A_i = \bar{A}_i + \delta A_i$, les équations linéarisées s'écrivent

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau \frac{d\delta A_1}{dt} + \gamma' \delta A_1 = \gamma' \delta A_2^* + \sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)} \delta A_0 e^{-i\varphi_2} + \sqrt{2\gamma} \delta A_1^{in} + \sqrt{2\mu} \delta B_1^{in} \\ \tau \frac{d\delta A_2}{dt} + \gamma' \delta A_2 = \gamma' \delta A_1^* + \sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)} \delta A_0 e^{-i\varphi_1} + \sqrt{2\gamma} \delta A_2^{in} + \sqrt{2\mu} \delta B_2^{in} \\ \delta A_0 = -\frac{1}{2} \sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)} (\delta A_1 e^{-i\varphi_1} + \delta A_2 e^{-i\varphi_2}) + \delta A_0^{in} \end{array} \right. \quad (5-3)$$

Par transformée de Fourier, ce système d'équations différentielles est transformé en un système d'équations algébriques :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 + 2i\Omega) \delta \widetilde{A}_1(\Omega) = \delta \widetilde{A}_2^*(-\Omega) + \sqrt{2\frac{(\sigma - 1)}{\gamma'}} \delta \widetilde{A}_0(\Omega) e^{-i\varphi_2} + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} \delta \widetilde{A}_1^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} \delta \widetilde{B}_1^{in}(\Omega) \\ (1 + 2i\Omega) \delta \widetilde{A}_2(\Omega) = \delta \widetilde{A}_1^*(-\Omega) + \sqrt{2\frac{(\sigma - 1)}{\gamma'}} \delta \widetilde{A}_0(\Omega) e^{-i\varphi_1} + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} \delta \widetilde{A}_2^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} \delta \widetilde{B}_2^{in}(\Omega) \\ \widetilde{A}_0(\Omega) = -\frac{1}{2} \sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)} (\delta \widetilde{A}_1(\Omega) e^{-i\varphi_1} + \delta \widetilde{A}_2(\Omega) e^{-i\varphi_2}) + \delta \widetilde{A}_0^{in}(\Omega) \end{array} \right. \quad (5-4)$$

$\Omega = \frac{\omega\tau}{2\gamma'} = \frac{\omega}{\Omega_c}$ est la fréquence de bruit normalisée à la bande passante de la cavité $\Omega_c = \frac{2\gamma'}{\tau}$.

Les fluctuations d'un mode A_i pour une fréquence d'analyse du bruit et une quadrature données dans la direction φ de la représentation de Fresnel sont données par :

$$p_i(\varphi, \Omega) = \delta \widetilde{A}_i(\Omega) e^{-i\varphi} + \delta \widetilde{A}_i^*(-\Omega) e^{i\varphi} \quad (5-5)$$

En particulier les fluctuations d'amplitude p_i et de phase q_i s'expriment :

$$\begin{aligned} p_i &= \delta\widetilde{A}_i(\Omega)e^{-i\varphi_i} + \delta\widetilde{A}_i^*(-\Omega)e^{i\varphi_i} \\ q_i &= -i\left(\delta\widetilde{A}_i(\Omega)e^{-i\varphi_i} - \delta\widetilde{A}_i^*(-\Omega)e^{i\varphi_i}\right) \end{aligned} \quad (5-6)$$

Nous allons maintenant considérer le bruit sur la somme ou la différence des fluctuations des champs signal et complémentaire, notées :

$$q_{\pm} = \frac{q_1 \pm q_2}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad p_{\pm} = \frac{p_1 \pm p_2}{\sqrt{2}} \quad (5-7)$$

A partir de ces notations, les équations du système 5-4 se découpent :

$$\left\{ \begin{aligned} 2\gamma'(1+i\Omega)p_- - \sqrt{2\gamma}p_-^{in} - \sqrt{2\mu}p_-^{in'} &= 0 \\ 2i\Omega\gamma'q_- - \sqrt{2\gamma}q_-^{in} - \sqrt{2\mu}q_-^{in'} &= 0 \\ 2\gamma'(\sigma-1+i\Omega)p_+ - \sqrt{2\gamma}p_+^{in} - \sqrt{2\mu}p_+^{in'} - 2\sqrt{\gamma'(\sigma-1)}p_0^{in} &= 0 \\ 2\gamma'(\sigma+i\Omega)q_+ - \sqrt{2\gamma}q_+^{in} - \sqrt{2\mu}q_+^{in'} - 2\sqrt{\gamma'(\sigma-1)}q_0^{in} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (5-8)$$

Les fluctuations décrites par ces équations correspondent aux fluctuations intracavités. Les fluctuations des champs sortants de la cavité s'obtiennent en écrivant une condition aux limites sur le miroir de sortie.

$$p_{\pm}^{out} = t p_{\pm} - r p_{\pm}^{in} \simeq \sqrt{2\gamma}p_{\pm} - p_{\pm}^{in} \quad \text{et} \quad q_{\pm}^{out} \simeq \sqrt{2\gamma}q_{\pm} - q_{\pm}^{in} \quad (5-9)$$

Cette condition aux limites permet d'exprimer les fluctuations sortantes de la cavité en fonction des fluctuations des champs entrants :

$$\left\{ \begin{aligned} p_-^{out} &= \frac{-2(\mu + \gamma'i\Omega)p_-^{in} + 2\sqrt{\mu\gamma}p_-^{in'}}{2\gamma'(1+i\Omega)} \\ q_-^{out} &= \frac{2(\gamma - \gamma'i\Omega)q_-^{in} + 2\sqrt{\mu\gamma}q_-^{in'}}{2\gamma'i\Omega} \\ p_+^{out} &= \frac{-2(\mu + \gamma'(\sigma+i\Omega))p_+^{in} + 2\sqrt{\mu\gamma}p_+^{in'} + 2\sqrt{2\gamma\gamma'(\sigma-1)}p_0^{in}}{2\gamma'(\sigma-1+i\Omega)} \\ q_+^{out} &= \frac{2(\gamma - \gamma'(\sigma+i\Omega))q_+^{in} + 2\sqrt{\mu\gamma}q_+^{in'} + 2\sqrt{2\gamma\gamma'(\sigma-1)}q_0^{in}}{2\gamma'(\sigma+i\Omega)} \end{aligned} \right. \quad (5-10)$$

Les champs entrants sont des fluctuations non corrélées et leurs variances, limitées au bruit quantique standard, seront normalisées à 1 :

$$\langle (p_i^{in})^2 \rangle = \langle (p_i^{in'})^2 \rangle = 1 \quad (5-11)$$

B.2 Bruit sur la différence des fluctuations

Les équations (5-10) montrent que la différence des fluctuations de phase ou d'amplitude ne dépendent pas des fluctuations de la pompe. Les résultats qui suivent sont donc également

indépendants de la résonance pompe. Les spectres de bruit sont obtenus en calculant la variance des fluctuations p_-^{out} et q_-^{out} .

Le spectre de bruit sur la *différence de phase* des deux champs peut ainsi s'écrire

$$V(q_-^{out}) = \langle (q_-^{out})^2 \rangle = \left| \frac{2(\gamma - \gamma' i \Omega)}{2\gamma' i \Omega} \right|^2 + \left| \frac{2\sqrt{\mu\gamma}}{2\gamma' i \Omega} \right|^2 \quad (5-12)$$

et se simplifie en :

$$V(q_-^{out}) = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2} \quad (5-13)$$

Cette expression, toujours supérieure à 1, diverge à fréquence nulle. Cette divergence traduit le phénomène de diffusion de phase évoquée au chapitre précédent : les phases des champs signal et complémentaire diffusent librement.

Un calcul similaire donne le bruit sur la *différence d'amplitude* des deux champs. Les intensités moyennes étant égales, le bruit sur la différence d'intensité des deux champs est proportionnel au bruit sur la différence d'amplitude. Il est par définition égal à la gémellité en intensité G_P introduite au chapitre 2.

$$V(p_-^{out}) = G_P = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{1 + \Omega^2} \quad (5-14)$$

Toujours comprimé sous le bruit quantique standard, ce bruit traduit de fortes corrélations quantiques en intensité des champs signal et complémentaire. C'est cette propriété qui a été présentée en introduction et qui sera étudiée expérimentalement dans ce chapitre. Une compression de bruit est possible car la grandeur conjuguée q_-^{out} présente un excès de bruit.

La figure 5.2 donne la réduction de bruit en fonction de la fréquence d'analyse et des pertes intracavité normalisées respectivement à la bande passante de la cavité et à la transmission du miroir de sortie. La compression prend la forme d'une lorentzienne avec la fréquence et n'est significative qu'à l'intérieur de la bande passante de la cavité. L'effet de la cavité peut être expliqué simplement. Les photons sont émis par paires mais un photon peut être transmis alors que l'autre photon de la paire est réfléchi. Les photons jumeaux peuvent ainsi ne pas sortir de la cavité au même instant. Une mesure à la fréquence f correspond à une mesure intégrée pendant une durée $t = 1/f$. Les fréquences faibles correspondent donc à des temps d'analyse longs. Sur un temps long, l'effet de décorrélation est faible puisque les deux photons de la paire ont eu le temps de sortir de la cavité et d'être détectés. Cela explique que la réduction soit maximale à fréquence nulle.

Par ailleurs, cette réduction maximale à fréquence nulle s'écrit $\gamma/(\gamma + \mu)$. A pertes intracavité μ données, la transmission du miroir γ doit donc être la plus forte possible. Si l'on note η l'efficacité de détection, la réduction maximale de bruit sera donnée par $\eta\gamma/(\gamma + \mu)$. Ce terme correspond à la proportion de photons émis qui parviennent aux détecteurs. Un compromis est cependant nécessaire puisque le seuil d'oscillation augmente quadratiquement avec la transmission et l'asservissement s'avère plus difficile à réaliser.

B.3 Bruit sur la somme des fluctuations

A l'inverse du cas précédent, le bruit sur la somme des fluctuations dépend du bruit pompe et donc du taux de pompe σ .

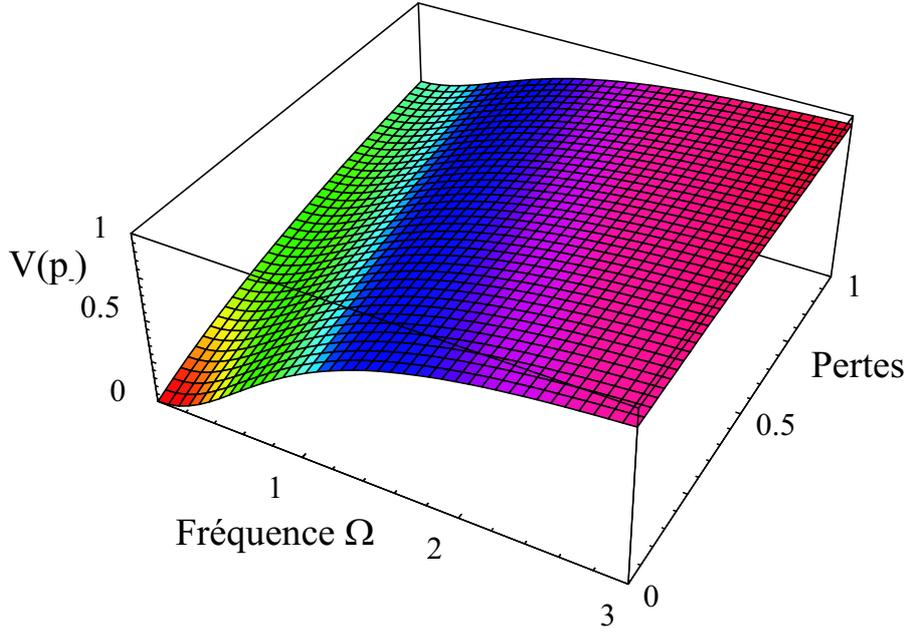


FIG. 5.2: Bruit sur la différence d'intensité des faisceaux signal et complémentaire en fonction de la fréquence d'analyse Ω et des pertes μ normalisées à la transmission γ du miroir de sortie. Ce bruit est égal à la gémellité en intensité introduite au chapitre 2.

Si la pompe est au bruit quantique standard, le spectre de la *somme des phases*, qui donne la gémellité en phase (ou l'anti-gémellité...), peut s'écrire :

$$V(q_+^{out}) = G_Q = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2 + \sigma^2} \quad (5-15)$$

Ce bruit est toujours comprimé : les fluctuations de phase sont anti-corrélées. La réduction est d'autant meilleure que l'OPO est pompé proche du seuil. Au seuil, cette expression est identique au bruit sur la différence d'intensité. On retrouve les dépendances précédentes, générales aux expériences d'optique quantique en cavité : de faibles pertes relativement à la transmission du miroir de sortie et une étude à faible fréquence d'analyse optimisent la réduction. La figure 5.3 donne la réduction en fonction de la fréquence et du taux de pompage.

Un excès de bruit sur la pompe dégrade les anti-corrélations. Si la pompe présente un bruit de phase de variance V_0^q normalisée au bruit quantique standard, le spectre devient :

$$V(q_+^{out}) = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 - 2(V_0^q - 1)(\sigma - 1)}{\Omega^2 + \sigma^2} \quad (5-16)$$

A fréquence nulle et en l'absence de pertes, le bruit résiduel s'écrit :

$$V(q_+^{out}) = \frac{2(V_0^q - 1)(\sigma - 1)}{\sigma^2} \quad (5-17)$$

Pour $\sigma = 1.2$, cette variance dépasse 1 dès que V_0^q atteint 4.6. Un excès de bruit sur la pompe dégrade ainsi rapidement les anti-corrélations de phase.

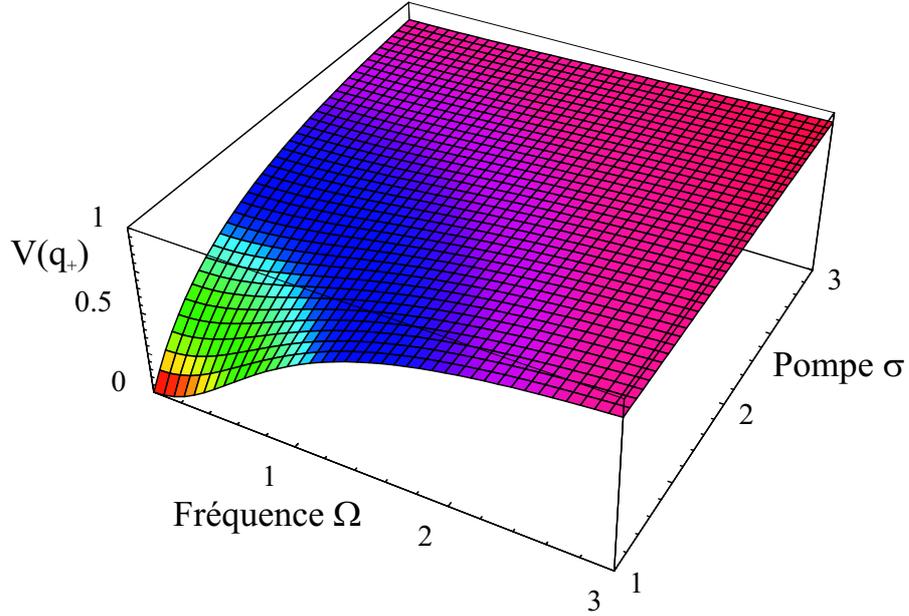


FIG. 5.3: Bruit sur la somme des phases en fonction de la fréquence d'analyse du bruit et du taux de pompage. ($\mu = 0$)

Corrélés en intensité et anti-corrélés en phase, les faisceaux signal et complémentaire sont ainsi des faisceaux intriqués qui pourraient être utilisés dans divers protocoles d'information quantique. Cependant, les anti-corrélations ne pourront pas être démontrées expérimentalement en raison de la séparation en fréquence des faisceaux signal et complémentaire. La troisième partie de ce mémoire est justement consacrée à lever cette difficulté.

Le bruit sur la *somme des intensités* est obtenu de manière équivalente :

$$V(p_+^{out}) = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2 + (\sigma - 1)^2} \quad (5-18)$$

Ce bruit, toujours supérieur à 1, diverge proche du seuil. Un excès de bruit d'intensité sur la pompe se traduit cette fois-ci par une augmentation du bruit sur la somme des intensités. En notant V_0^p la variance du bruit d'intensité de la pompe, il s'écrit :

$$V(p_+^{out}) = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 + 2(V_0^p - 1)(\sigma - 1)}{\Omega^2 + (\sigma - 1)^2} \quad (5-19)$$

B.4 Bruit des faisceaux individuels

Les variances des bruits individuels s'obtiennent facilement à partir des expressions précédentes puisque les grandeurs introduites en (5-7) sont décorrélées. Avec V_0^p et V_0^q les variances des bruits d'amplitude et de phase de la pompe,

$$V(q_1^{out}) = \frac{V(q_+^{out}) + V(q_-^{out})}{2} = 1 + \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{\sigma^2 + 2\Omega^2(V_0^q - 1)(\sigma - 1)}{\Omega^2(\Omega^2 + \sigma^2)} \quad (5-20)$$

$$V(p_1^{out}) = \frac{V(p_+^{out}) + V(p_-^{out})}{2} = 1 - \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{\sigma(\sigma - 2) - 2(1 + \Omega^2)(V_0^p - 1)(\sigma - 1)}{(1 + \Omega^2)(\Omega^2 + (\sigma - 1)^2)} \quad (5-21)$$

Proche du seuil et à fréquence faible, les faisceaux individuels sont généralement très bruités. Un phénomène intéressant apparaît sur le bruit d'intensité donné par (5-21). Plus le taux de pompage est élevé, plus le bruit diminue. En l'absence d'excès de bruit sur la pompe, le bruit d'intensité peut être comprimé au-dessous du bruit quantique standard dès que le taux de pompage est supérieur à $\sigma = 2$. En l'absence de pertes intracavité et pour des taux de pompage très forts, la compression est au maximum d'un facteur 2. Une expérience récente a permis d'observer indirectement cette réduction de bruit sur les faisceaux individuels [Zhang04].

C Mesure expérimentale des corrélations d'intensité

C.1 Schéma expérimental

La première étude quantique réalisée avec l'oscillateur paramétrique précédemment décrit a été de mesurer les corrélations d'intensité entre les champs signal et complémentaire émis au-dessus du seuil. Le cristal de KTP utilisé ici est le cristal Litton qui présente l'absorption la plus faible. Le montage expérimental est donné figure 5.4. Comme expliqué au chapitre 3, les faisceaux sont séparés par un cube polariseur et détectés par une paire équilibrée de photodiodes Epitaxx 300 en InGaAs. Ces photodiodes ont été décapsulées afin de limiter les pertes et l'efficacité quantique est supérieure à 95%. Les photocourants sont soustraits à l'aide d'un boîtier Mini-Circuits ZSCJ2-2. Dans la gamme de fréquence considérée, la réjection est de l'ordre de 40 dB. La différence est ensuite envoyée sur un analyseur de spectre qui donne accès à la puissance de bruit.

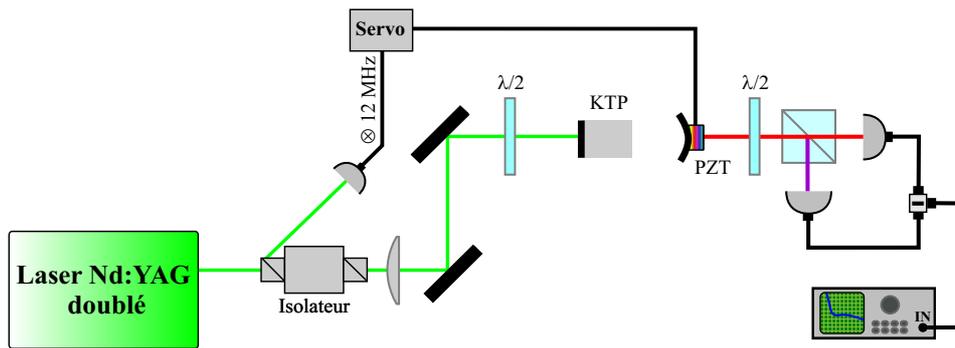


FIG. 5.4: Schéma expérimental. Les faisceaux signal et complémentaire sont séparés par un cube puis détectés. La variance du bruit sur la différence des photocourants est mesurée à l'aide d'un analyseur de spectre.

Pour calibrer le bruit quantique standard de cette mesure, une lame $\lambda/2$ est placée en amont du cube. Lorsqu'elle est tournée de 22.5° , les polarisations des faisceaux jumeaux sont à 45° des axes du cube. Ce dernier se comporte alors comme une lame 50/50 usuelle : les faisceaux

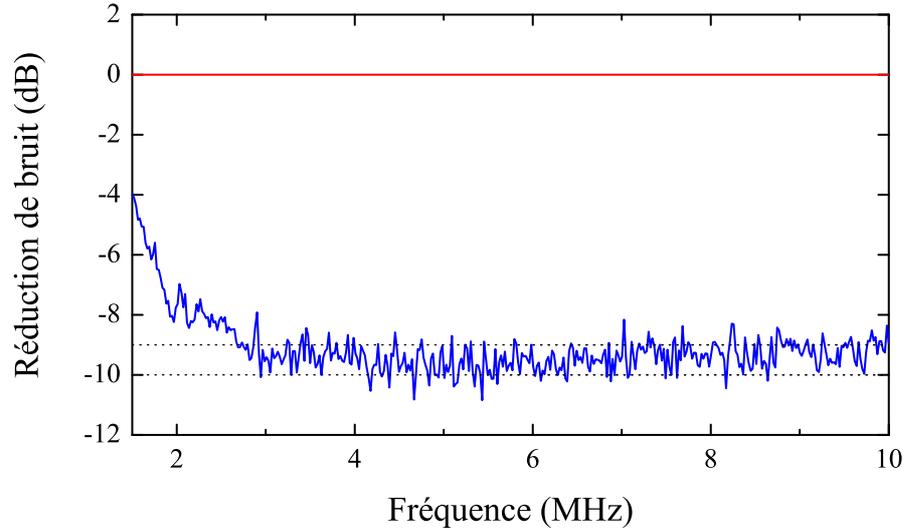


FIG. 5.5: Bruit sur la différence d'intensité des faisceaux signal et complémentaire. (Cristal Litton, $T=10\%$, RBW 100 kHz, VBW 100 Hz)

mesurés sont décorrélés et la mesure du bruit sur la différence correspond au bruit quantique standard de la somme des intensités incidentes.

C.2 Mesure des corrélations d'intensité

La figure 5.5 donne la réduction de bruit obtenue avec un miroir de sortie de transmission $T = 10\%$, pour une fréquence d'analyse comprise entre 1 et 10 MHz. Après correction du bruit électronique, la réduction de bruit maximale atteint 9.5 ± 0.5 dB (89%). Elle correspond à une gémellité G_P de 0.11 ± 0.01 . Cette valeur est la plus faible obtenue à ce jour. La remontée du bruit aux basses fréquences s'explique par un large excès de bruit classique.

Cette réduction de bruit doit être comparée à la valeur théorique $\eta\gamma/(\gamma + \mu)$. Les pertes lors de la propagation (lame, cube, lentilles de focalisation non représentées sur le schéma expérimental) ont été mesurées à $4\% \pm 1\%$. Compte tenu d'une efficacité quantique des photodiodes estimées à 95%, l'efficacité totale de détection est de $\eta = 0.95 \times 0.96 = 0.91 \pm 0.05$. Les pertes intracavité sont de l'ordre de 0.5%. La valeur théorique après détection, $\eta\gamma/\gamma'$, est donc de $9 \text{ dB} \pm 1 \text{ dB}$. Cette valeur est en accord avec la mesure. De plus, l'efficacité des photodiodes a très probablement été sous-estimée dans ce calcul.

Pour des pertes intracavité données – imposées par les traitements antireflets et l'absorption du cristal –, plus la transmission du miroir de sortie est forte et plus la réduction de bruit sera importante. Augmenter la transmission permettrait d'améliorer encore la réduction de bruit. Cependant, comme cela a été montré dans le chapitre précédent, plus la transmission infrarouge est grande et plus l'asservissement de l'OPO s'est avéré difficile. L'OPO n'a pu être asservi que pendant quelques minutes avec le miroir de transmission $T = 10\%$. Avec le miroir de transmission $T = 5\%$, l'OPO est asservi pendant plus d'une heure et la réduction de bruit, légèrement plus faible, est de 8.5 dB (86%).

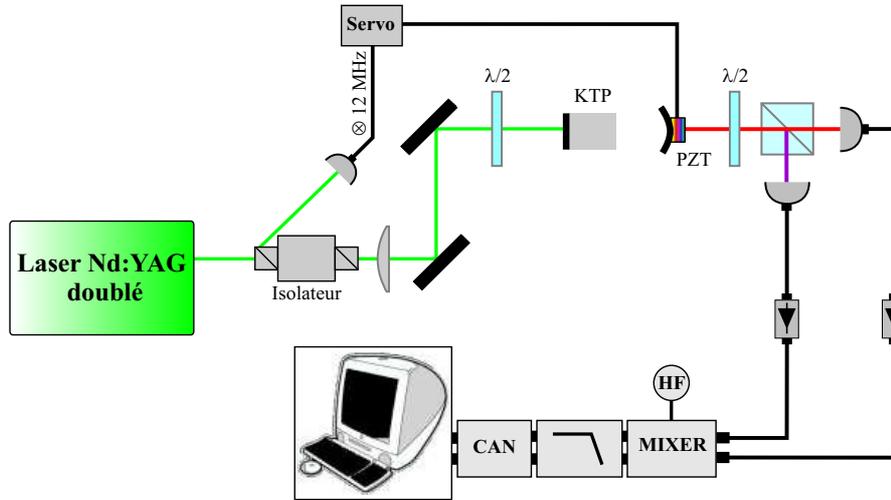


FIG. 5.6: Acquisition informatique. Les photocourants sont amplifiés, démodulés à une fréquence d'analyse donnée puis enregistrés informatiquement.

D Acquisition informatique

Une alternative à la mesure du bruit à l'analyseur de spectre est d'enregistrer informatiquement les fluctuations des photocourants, après démodulation à une fréquence d'analyse donnée (cf chapitre 2 pour le détail de la chaîne d'acquisition). Cette méthode, présentée au chapitre 3, permet d'avoir accès à la statistique des faisceaux et pas seulement à la puissance de bruit. Le schéma expérimental est donné figure 5.6. Le bruit d'intensité d'un faisceau individuel est présenté figure 5.7 à la fréquence d'analyse de 3.5 MHz. Comme prévu théoriquement, proche du seuil, les faisceaux individuels sont très bruités.

Pour étudier le bruit sur la différence d'intensité, on peut également soustraire les fichiers de données obtenus et calculer la variance de la distribution statistique associée. Les compressions de bruit ainsi mesurées sont en très bon accord avec les mesures directes à l'analyseur de spectre. Cette méthode d'acquisition sera particulièrement utile pour la mise en œuvre du protocole présenté au chapitre suivant.

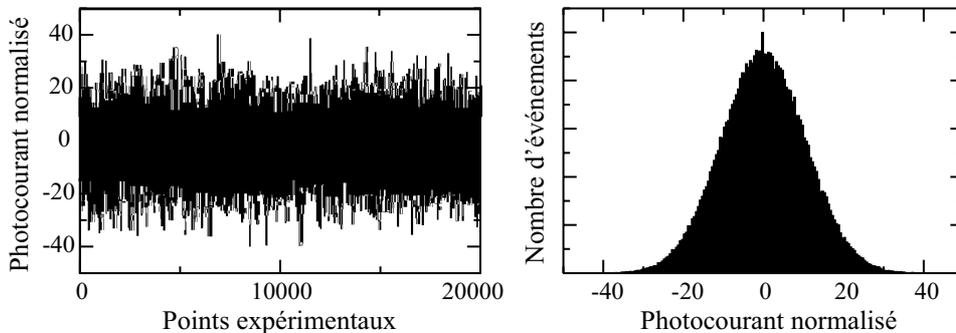


FIG. 5.7: Fluctuations d'intensité d'un faisceau individuel et distribution de probabilité associée. Le bruit est démodulé à 3.5 MHz et normalisé au bruit quantique standard.

E Conclusion

Les faisceaux signal et complémentaire émis au-dessus du seuil présentent de très fortes corrélations quantiques en intensité. Une réduction de 9.5 dB (89%) sous le bruit quantique standard a été obtenue, ce qui correspond à une gémellité de 0.11. Cette mesure constitue la plus forte compression de bruit rapportée à ce jour.

Au cours des dernières années, les corrélations quantiques des faisceaux jumeaux ont été utilisées pour réduire le bruit de fond de mesures spectroscopiques ou d'absorption par différence [Schwob97b, Gao98]. Un des faisceaux jumeaux peut également être converti en un état présentant une statistique sub-Poissonienne en contrôlant ses fluctuations, via un modulateur électro-optique, par l'information fournie par la détection de l'autre faisceau [Mertz90]. Le chapitre suivant propose d'étendre aux faisceaux intenses une stratégie bien connue en régime de comptage de photons : la préparation conditionnelle d'un état dont le pré-requis est l'existence de fortes corrélations quantiques entre deux modes séparés spatialement.

6. Préparation conditionnelle d'un état non-classique en variables continues

Sommaire

A	Introduction	77
B	Préparation conditionnelle en régime de comptage	78
C	Protocole en variables continues	80
D	Conclusion	83
E	Reproduction des articles	84

A Introduction

Les états non-classiques du rayonnement sont généralement produits à partir d'un processus Hamiltonien non-linéaire : génération paramétrique, mélange à quatre ondes, effet Kerr, bistabilité optique... Une méthode moins directe consiste à exploiter la réduction d'état induite par la mesure d'une des composantes d'un système bi-partite présentant de fortes corrélations quantiques. Une mesure sur l'un des modes alors appelé "trigger" projette le mode dit "signal" dans un état conditionné par le résultat de cette mesure. Cette stratégie hautement non-linéaire s'est avérée au cours des dernières décennies être une méthode particulièrement efficace pour générer des états non-classiques, que ce soit dans le cas où ces états ne peuvent être produits en raison par exemple de non-linéarités expérimentales insuffisantes ou dans le cas où le processus est certes réalisable mais peu efficace. A l'inverse des méthodes directes de génération d'états non-classiques, la fenêtre temporelle où l'état conditionné est produit n'est ici pas contrôlée. La probabilité de préparation, c'est-à-dire la probabilité de générer l'état dans un intervalle de temps donné, est donc un des paramètres importants pour caractériser l'efficacité de tels protocoles.

Les corrélations d'intensité entre les faisceaux signal et complémentaire émis par un oscillateur paramétrique optique au-dessus du seuil permettent de mettre en œuvre un protocole de préparation conditionnelle entièrement réalisé en détection continue. Le mode signal est conditionné par les fluctuations du complémentaire qui doivent être comprises par exemple dans une bande de largeur finie. Par cette technique très simple, un état sub-Poissonien 4.4 dB (64%) sous le bruit quantique standard a été généré à partir de faisceaux jumeaux présentant 7.5 dB (82%) de réduction de bruit sur leur différence d'intensité. L'article publié dans Physical Review Letters décrivant la mise en œuvre expérimentale de ce protocole [Laurat03]

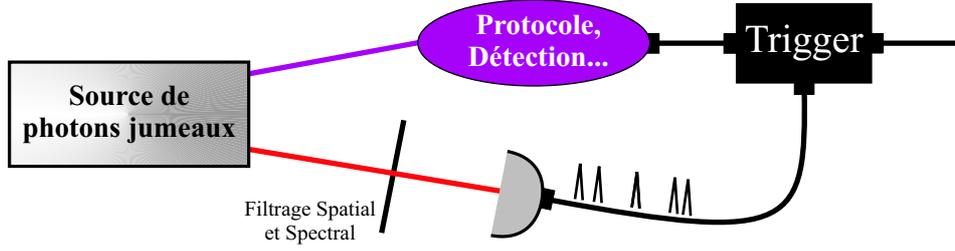


FIG. 6.1: Préparation conditionnelle d'un état à un photon. Les photons jumeaux peuvent être générés par cascade atomique ou, plus efficacement, par conversion paramétrique.

ainsi que l'article publié dans Physical Review A qui établit théoriquement les propriétés de l'état sélectionné [Laurat04a] sont reproduits en fin de chapitre. Après avoir présenté un bref historique de la préparation conditionnelle en optique quantique, ce chapitre se limite donc à introduire le protocole proposé en variables continues et à présenter les principaux résultats expérimentaux.

B Préparation conditionnelle en régime de comptage

La stratégie de préparation conditionnelle a trouvé sa première application en régime de comptage de photons au cours des années 80 par la génération d'états à un photon à partir de photons corrélés quantiquement ("photons jumeaux"). Si on appelle "signal" et "trigger" les deux modes dans lesquels les photons sont émis, la méthode consiste à ne retenir parmi les événements collectés sur la voie signal uniquement ceux qui ont lieu lorsqu'un photon est détecté sur la voie trigger (dans une fenêtre temporelle définie). Si les paires de photons corrélés peuvent être émises par cascade atomique [Grangier86], la conversion paramétrique s'est avérée une méthode bien plus efficace [Hong86]. L'état à un photon préparé peut ensuite être caractérisé ou utilisé dans divers protocoles (figure 6.1).

Illustrons la stratégie de préparation conditionnelle dans le cas de la conversion paramétrique. Les photons émis se distinguent par leur fréquence et direction de propagation : les modes associés seront notés de manière générale i_1 et i_2 . En supposant la conversion multi-mode, l'état du système peut alors s'écrire [Milburn] :

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= e^{\sum_{i_1, i_2} (\lambda \hat{a}_{i_1}^+ \hat{a}_{i_2}^+ - \lambda^* \hat{a}_{i_1} \hat{a}_{i_2})} |0, 0\rangle \\ &= (\cosh \lambda)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i_1, i_2} (\tanh \lambda)^n |n\rangle_{i_1} |n\rangle_{i_2} \end{aligned} \quad (6-1)$$

\hat{a}_{i_1} (respectivement $\hat{a}_{i_1}^+$) est l'opérateur annihilation (respectivement création) d'un photon dans le mode i_1 . λ est proportionnel à l'amplitude de la pompe et à la non-linéarité du milieu.

Un filtre spatial et spectral permet sélectionner un mode i_1 . Dans le cas expérimentalement le plus fréquent d'une conversion paramétrique faible, l'état après filtrage peut s'approximer par :

$$|\Psi\rangle \simeq |0, 0\rangle + \lambda |1, 1\rangle \quad (6-2)$$

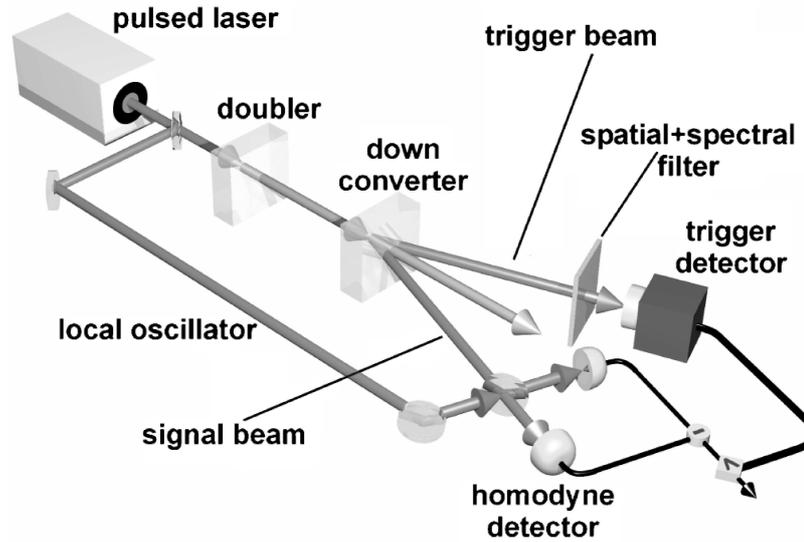


FIG. 6.2: Tomographie d'un état à un photon. L'état à un photon est préparé conditionnellement à partir de paires de photons générées par conversion paramétrique. Les événements enregistrés au niveau de la détection homodyne ne sont conservés que lorsqu'un photon est détecté sur la voie trigger. (Schéma extrait de [Lvovsky01])

Lorsqu'un photon est détecté dans la voie trigger, le système est alors réduit dans l'état de Fock à un photon $|1\rangle$.

Une expérience récente par A. Lvovsky *et al.* réalisée à l'Université de Constance a ainsi permis de reconstruire la fonction de Wigner négative à l'origine d'un état à un photon produit de manière conditionnelle [Lvovsky01]. La figure 6.2 présente le dispositif expérimental. La détection d'un photon sur la voie trigger est utilisée pour post-sélectionner les mesures de la détection homodyne réalisée sur le mode signal. Il est important de noter que, de même que celle-ci, la plupart des expériences mettant en jeu une préparation conditionnelle s'effectue par post-sélection des événements parmi tous ceux mesurés sur les deux voies, après que la mesure ait eu lieu. Il n'y a donc pas de réduction d'état à proprement parler au cours de l'expérience.

Divers protocoles ont été proposés et implémentés pour générer d'autres états non-classiques par préparation conditionnelle. Par exemple, une expérience récente réalisée par J. Wenger *et al.* à l'Institut d'Optique à Orsay a permis d'obtenir un état présentant une statistique non-gaussienne [Wenger04a]. Une petite partie d'une impulsion comprimée obtenue par conversion paramétrique dégénérée est prélevée et détectée par un compteur de photons. Les impulsions qui ont donné lieu à un coup sur le compteur sont réduites à un état dont la distribution de probabilité est non-gaussienne. A nouveau, la distribution statistique est obtenue par post-sélection des événements de la détection homodyne. Une telle "dé-gaussification" appliquée à des états intriqués pourrait constituer la première étape d'un protocole de purification de l'intrication. En électrodynamique quantique en cavité, la mesure d'une variable atomique dans un système bi-partite atome-champ a également permis de générer des états non-classiques du rayonnement [Raimond01].

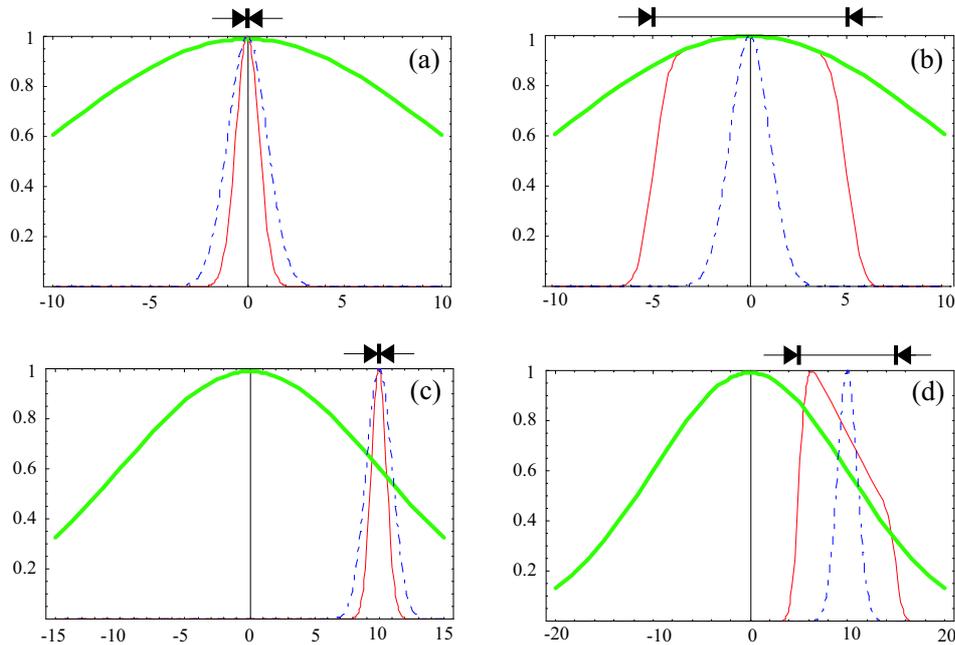


FIG. 6.4: Distribution de probabilité de l'état sélectionné (traits fins). Toutes les distributions sont normalisées à 1 à leur maximum. L'axe horizontal est normalisé à l'écart-type d'un état cohérent de même puissance moyenne. La courbe épaisse donne la distribution gaussienne initiale du signal et celle en pointillé correspond à celle d'un état cohérent de même puissance moyenne. Les flèches indiquent la position et la largeur de la bande de sélection appliquée sur le trigger.

faisceaux mis en jeu doivent donc vérifier le second niveau de corrélation quantique introduit au chapitre 2 : la corrélation d'intensité doit être QND. Pour de fortes corrélations et un fort excès de bruit individuel, ce qui correspond au cas expérimental, la variance conditionnelle est égale au double de la gémellité : la corrélation QND est alors établie dès que cette dernière est inférieure à 0.5 ou, en d'autres termes, que la compression de bruit sur la différence d'intensité des faisceaux dépasse 3 dB.

Cependant, conditionner sur une valeur unique conduit à une probabilité de préparation quasi-nulle. En conditionnant sur une bande d'extension finie, l'état sélectionné conserve une distribution de bruit sub-Poissonienne tant que la largeur de la bande reste petite devant l'écart-type d'un état cohérent de même puissance moyenne. La figure 6.4 résume la distribution de probabilité de l'état obtenu pour différents cas typiques : bande de sélection centrée ou non, étroite ou large. Plus la bande est large, plus la probabilité de préparation augmente. Parallèlement, la distribution obtenue s'élargit. Il existe donc un compromis entre probabilité de préparation et non-classicité de l'état généré.

Expérimentalement, par cette technique très simple, un état sub-Poissonien 4.4 dB (64%) sous le bruit quantique standard a été généré à partir de faisceaux jumeaux présentant 7.5 dB (82%) de réduction de bruit sur leur différence d'intensité. La probabilité de préparation est de l'ordre de 1%. Ces résultats expérimentaux sont présentés figure 6.5. L'acquisition du bruit est réalisée à l'aide de la méthode informatique décrite dans la première partie. La figure

6.6 illustre le compromis entre la probabilité de préparation et la réduction de bruit de l'état sélectionné en fonction de la largeur de la bande de sélection. Un des avantages d'un protocole ne mettant en jeu que des détections continues est de sélectionner, malgré une probabilité faible inhérente à toute stratégie conditionnelle, un grand nombre d'événements en un temps court : 200000 échantillons ont été enregistrés en 1 s et 1700 ont été conservés.

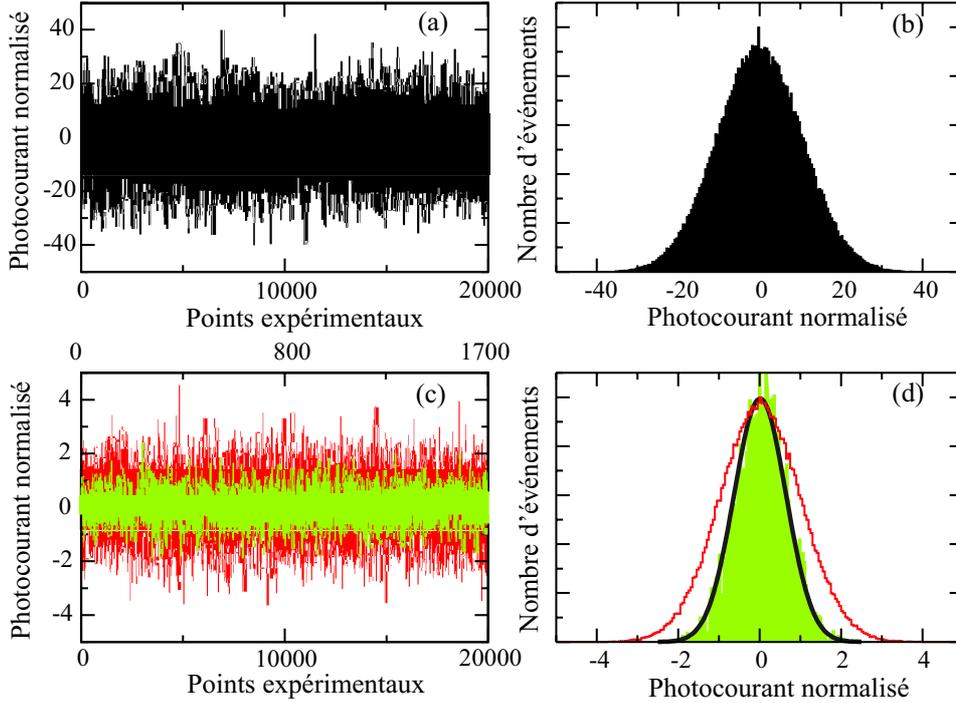


FIG. 6.5: Résultats expérimentaux. (a) Fluctuations d'intensité du complémentaire à la fréquence d'analyse de 3.5 MHz, 200000 points acquis en 1 s, 20000 points représentés. (b) Distribution de probabilité associée. Le photocourant est normalisé à l'écart-type σ d'une distribution Poissonienne de même puissance moyenne. (c) Fluctuations d'intensité du signal sélectionné par les fluctuations du complémentaire (bande de largeur 0.2σ autour de la valeur moyenne) superposés avec le bruit quantique standard mesuré expérimentalement. (d) : Distributions associées. L'état sélectionné présente une distribution sub-Poissonienne. Le tracé noir épais est un ajustement par une gaussienne.

L'efficacité du protocole peut être encore largement améliorée en conditionnant sur plusieurs bandes réparties dans la distribution de bruit initial du trigger, distribution large car les faisceaux émis juste au-dessus du seuil sont très bruités. Des bandes indépendantes correspondent à des intervalles de temps différents. Pour chacun d'entre eux, le signal est réduit à un état sub-Poissonien. Cette possibilité qui permet de conserver la plupart des événements est spécifique aux variables continues et n'a pas d'équivalent en régime de comptage de photons.

Le lecteur est invité à se référer aux deux articles reproduits en fin de chapitre pour de plus amples détails théoriques et expérimentaux.

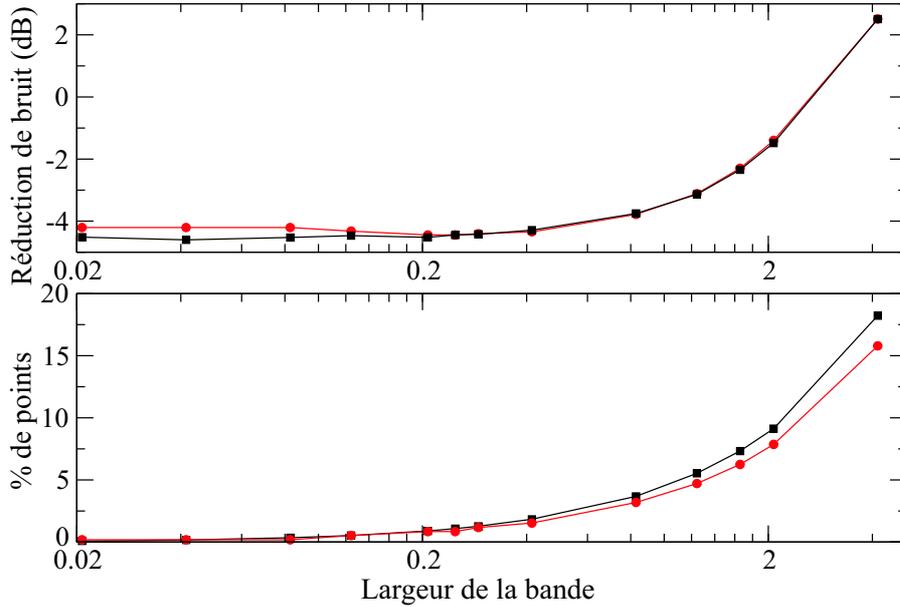


FIG. 6.6: (a) Réduction de bruit de l'état généré et (b) probabilité de préparation en fonction de la largeur de la bande de sélection normalisée à l'écart-type d'un état cohérent de même puissance moyenne. Cercles : données expérimentales. Carrés : prédictions théoriques.

D Conclusion

Les corrélations quantiques très fortes entre les faisceaux émis par un oscillateur paramétrique optique ont permis de mettre en œuvre expérimentalement, pour la première fois, une préparation conditionnelle d'un état non-classique entièrement réalisée en détection continue. La variance de l'état obtenue étant imposée par la variance conditionnelle, il est nécessaire que la corrélation d'intensité soit QND pour obtenir une distribution sub-Poissonienne. Cette méthode est équivalente à envoyer le faisceau signal à travers un modulateur d'intensité qui transmettrait totalement le faisceau si la condition sur le trigger est vérifiée ou le bloquerait dans les autres cas. Cette action très fortement non-linéaire apparaît ainsi comme très différente de la technique usuelle qui consiste à corriger les fluctuations du faisceau par une boucle optoélectronique [Mertz90].

Le protocole précédent repose uniquement sur les corrélations d'intensité des faisceaux jumaux. Cette stratégie pourrait être étendue au cas de faisceaux intenses intriqués en quadrature pour lesquels une double corrélation peut être exploitée. La détection directe du faisceau trigger est remplacée par une détection homodyne et la quadrature observée devient alors un paramètre supplémentaire. La quadrature comprimée de l'état sélectionné peut ainsi être choisie. Très fortement non-linéaire, la stratégie conditionnelle devrait également permettre de générer des états non-classiques plus "exotiques", par exemple à partir de conditions de sélection plus complexes qu'une simple bande.

E Reproduction des articles

Le lecteur trouvera ci-dessous la reproduction de l'article publié dans Physical Review Letters décrivant la mise en œuvre expérimentale de la préparation conditionnelle d'un état sub-Poissonien à partir de faisceaux jumeaux [Laurat03] ainsi que la reproduction de l'article publié dans Physical Review A qui établit théoriquement les propriétés de l'état sélectionné [Laurat04a].

Conditional Preparation of a Quantum State in the Continuous Variable Regime: Generation of a sub-Poissonian State from Twin Beams

J. Laurat, T. Coudreau,^{*,†} N. Treps, A. Maître,^{*} and C. Fabre

Laboratoire Kastler Brossel, UPMC, Case 74, 4 Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France

(Received 16 April 2003; published 18 November 2003)

We report the first experimental demonstration of conditional preparation of a nonclassical state of light in the continuous variable regime. Starting from a nondegenerate optical parametric oscillator which generates above threshold quantum intensity correlated signal and idler “twin beams,” we keep the recorded values of the signal intensity only when the idler intensity falls inside a band narrower than its standard deviation. By this very simple technique, we generate a sub-Poissonian state 4.4 dB (64%) below shot noise from twin beams exhibiting 7.5 dB (82%) of noise reduction in the intensity difference.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.213601

PACS numbers: 42.50.Dv, 42.65.Yj

A well-known technique to generate a single photon state from quantum correlated photons (“twin photons”) is to use the method of conditional measurement: if one labels (1) and (2) the two modes in which the twin photons are emitted, it consists of retaining in the information collected on mode (1) only the counts occurring when a photon is detected in mode (2) (within a given time window ΔT). This method has been widely and very successfully used over the past decades, first with twin photons generated by an atomic cascade [1], then by using the more efficient technique of parametric down-conversion [2]. Various protocols have been proposed to use conditional preparation in order to generate other kinds of nonclassical states, for example, Schrödinger cat states using a squeezed vacuum state transmitted through a beam splitter and a measurement conditioned by the counts detected on the reflected port [3]. In a similar way, teleportation of a quantum state of light can be achieved by using conditional measurements [4] and the degree of entanglement can be improved by photon subtractions [5]. In cavity QED, conditional measurements on the atomic state have also led to the experimental generation of nonclassical photon states [6].

State reduction is obviously not restricted to the case of photon counting, so that it may be interesting to extend this technique to the continuous variable regime, where a continuously varying photocurrent is measured instead of a series of photocounts. Continuous detection conditioned by a photon counting event has been implemented in various schemes [7]. Closer to our proposal where continuous measurements are used both for triggering and characterizing the generated state, many theoretical protocols have been suggested relying on a two-mode squeezed vacuum produced by a nondegenerate optical parametric amplifier [8,9]. For instance, homodyne measurements on the idler can be used to condition the detection of the signal and would reduce it to a squeezed state [8].

In a conditional state preparation, the generation of the nonclassical state can be seen as the collapse of the entangled wave function induced by the measurement on one of its components. However, very frequently, the measurement is made by postselection of the relevant events in the record of all the values measured on the two channels, which can be made after the end of the physical measurement, so that no wave-function collapse actually occurs during the experiment. Note that, in contrast to the methods of direct generation of a nonclassical state, the exact time window when the state is produced is not controlled in a conditional measurement, and what we call the “preparation probability,” i.e., the probability of generating the nonclassical state in a given time interval, is an important parameter to characterize its efficiency.

To the best of our knowledge, no scheme has been suggested so far to generate nonclassical intense beams by the technique of conditional measurement performed on continuous variables. This is the purpose of the present Letter, which proposes a very simple way of conditionally preparing a bright sub-Poissonian beam from twin beams, and reports on its experimental implementation. The theory of the presented technique will be detailed in a forthcoming publication [10].

It is well-known that a nondegenerate optical parametric oscillator (ND-OPO) produces above threshold an intense signal and idler twin beams [11]: in the ideal case of a system without losses, the Fourier components of the signal and idler intensity quantum fluctuations which lie inside the cavity bandwidth are perfectly correlated. The correlations are characterized by the “gemelity,” which is the remaining noise on the intensity difference between the signal and idler intensities normalized to the corresponding quantum noise level [12]. The instantaneous values of the signal and idler photocurrents play therefore the role of the occurrence of counts in the photon counting regime. The conditional technique that we propose consists of selecting the signal

photocurrent I_s only during the time intervals when the idler intensity I_i has a given value I_0 (within a band ΔI smaller than the photocurrent standard deviation). The measurements outside these time intervals are discarded. If the correlation is perfect and the interval ΔI close to zero, the recorded signal intensity is perfectly constant, and an intense number state is generated.

In a real experiment, the correlation between the signal and idler photocurrents is not perfect, and the selection band ΔI is finite, so that the method will not prepare a perfect number state, but a sub-Poissonian state instead. The density matrix describing the state of light which is produced by such a state reduction technique can be determined within the approximation that the signal and idler photon distributions are Gaussian [10]. In the limit where ΔI is very small, one finds that, whatever the initial intensity noise of the beams are, the conditional measurement produces a sub-Poissonian signal beam, characterized by a Fano factor equal to the conditional variance of the intensity fluctuations of the signal beam knowing the intensity fluctuations of the idler beam, which plays an important role in the characterization of quantum nondemolition measurements [13]. In other words, in the limit of large correlations, the intensity noise reduction on the conditionally prepared state is equal to the twin beam noise reduction minus 3 dB.

Obviously, if ΔI is very small, the probability that the idler intensity lies within the chosen band is also very small, and the preparation probability of the nonclassical state production by such a conditional measurement is also very low. Computer simulations, as well as analytical calculations [10], show that the Fano factor of the generated state remains almost constant in a wide range of ΔI values, whereas the preparation probability of the method increases quickly. It is only when ΔI reaches values comparable to the shot noise standard deviation that the postselection process becomes less efficient, and the Fano factor tends to its uncorrected value.

The present conditional measurement technique has strong analogies with the method of active feed-forward correction of the signal beam intensity, by optoelectronics techniques, using the information obtained from the measurement of the idler intensity [14,15], which produces a sub-Poissonian state with a Fano factor also equal to the conditional variance. The present technique is much simpler to implement, whereas the active correction technique is nonconditional and has the advantage of producing the nonclassical state at all times.

The experimental setup is shown in Fig. 1. A continuous frequency-doubled Nd:YAG laser pumps a triply resonant ND-OPO above threshold, made of a semimonolithic linear cavity: in order to increase the mechanical stability and reduce the reflection losses, the input flat mirror is directly coated on one face of the 10-mm-long KTP crystal. The reflectivities for the input coupler are 95.5% for the pump (532 nm) and almost 100% for the

213601-2

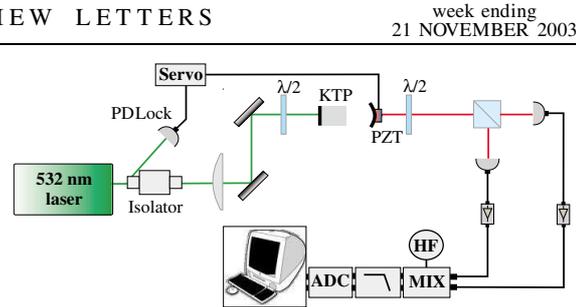


FIG. 1 (color online). Experimental layout. The 1064 nm orthogonally polarized bright twin beams generated by the ND-OPO are separated by a polarizing beam splitter and detected. The high frequency components of the photocurrents are amplified and demodulated at a given Fourier frequency. The two channels are digitized and simultaneously recorded on a computer.

signal and idler beams (1064 nm). The output coupler ($R = 38$ mm) is highly reflecting for the pump and its transmission is 5% for the infrared. At exact triple resonance, the oscillation threshold is less than 15 mW. The OPO is actively locked on the pump resonance by the Pound-Drever-Hall technique: we detect by reflection a remaining 12 MHz modulation present in the laser and the error signal is sent to a homemade proportional-integral controller. In order to stabilize the OPO infrared output intensity, the crystal temperature has to be drastically controlled (within a mK). The OPO can operate stably during more than one hour without mode hopping. The signal and idler orthogonally polarized beams (1–5 mW range) generated by the OPO are then separated by a polarizing beam splitter and detected on a pair of balanced high quantum efficiency InGaAs photodiodes (Epitaxx ETX300, quantum efficiency: 95%). A half-wave plate is inserted before the polarizing beam splitter. When the polarization of the twin beams is turned by 45° with respect to its axes, it behaves as a 50% usual beam splitter, which allows us to measure the shot noise level [11].

In almost all the bright twin beam experiments to date [11], the photocurrents are subtracted and the difference is sent onto a spectrum analyzer which gives the variance of the photocurrent distribution. We have implemented a different protocol to have access to the full photon-number quantum statistics of the signal and idler beams at a given Fourier frequency Ω (see also [16]): each photocurrent is amplified and multiplied by a sinusoidal current at frequency Ω produced by a signal generator, and filtered by a 22 kHz low-pass filter in order to obtain the instantaneous value of the photocurrent Fourier component at frequency Ω , which is then digitized at a sampling rate of 200 kHz by a 12-bit, 4-channel acquisition card, which also simultaneously records the instantaneous values of the dc photocurrents. Two successive acquisitions (200 000 points for each channel) are required, one for calibrating the shot noise by rotating the

213601-2

half-wave plate and the other to record the quantum correlated signals.

Figure 2 sums up the measurements obtained with a demodulation frequency $\Omega/2\pi = 3.5$ MHz. Figure 2(a) shows the actual recording of the fluctuations of the idler beam during a time interval of 100 ms. As the OPO is pumped close to threshold, the signal and idler beams have intensity fluctuations which are much larger than the standard quantum limit, as can be seen on curve 2(b), giving the probability distribution of the intensity fluctuations normalized to the shot noise. The corresponding Fano factor exceeds 100 (20 dB above the shot noise level). One can calculate the noise variance on the difference between the signal and idler intensities. It reaches a value of 7.5 dB below the standard quantum limit (8.5 dB after correction of dark noise), in good agreement with the value of the noise variance measured on the spectrum analyzer. The dark noise, which is more than 6 dB below all measurements, is not subtracted in the following experimental results.

The conditional measurement is performed in the following way: the signal intensity values are kept only if the idler intensity values recorded at the same time fall inside a narrow band around its mean value. The remaining ensemble of values of the signal intensity is given in Fig. 2(c), in which the shot noise is given at the same time: one indeed observes a significant narrowing of the probability distribution below the shot noise level. Let us

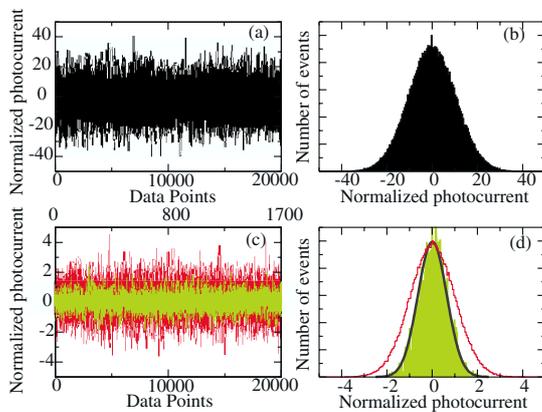


FIG. 2 (color online). Experimental results: (a) idler intensity fluctuations: 200 000 acquired points at 3.5 MHz demodulation frequency (only 20 000 shown). (b) Corresponding probability distribution. The unit is the width σ_0 of the Poisson distribution of the same mean intensity (shot noise). (c) Values of the signal intensity conditionally selected by the value of the idler intensity recorded at the same time (selection bandwidth ΔI equal to $0.2\sigma_0$ around the mean), superimposed to the corresponding experimentally measured shot noise. (d) Corresponding probability distribution, compared to the Poisson distribution (grey line), displaying the sub-Poissonian character of the conditionally generated state. The black line is a Gaussian fit of the intensity distribution.

213601-3

stress that the shot noise is unchanged by this selection process: the beam exists only in the selection intervals so that the unselected intervals do not contribute to the average value. Figure 2(d) gives the probability distribution of the intensity fluctuations of the conditionally prepared state normalized to the shot noise, together with the Poissonian distribution of photons for the same mean intensity. With a selection bandwidth ΔI equal to 0.2 times the standard deviation σ_0 of a coherent state having the same power (shot noise level), the conditionally prepared light state exhibits 4.4 dB of noise reduction below the Poisson distribution. This value is very close to the theoretical expectation in the case of a vanishingly narrow intensity band. The preparation probability of the conditional preparation is around 0.85% (1700 points out of 200 000 are accepted). This value would be higher for an initial state with less excess noise.

The preparation probability can be improved by increasing the selection bandwidth, at the expense of a decreased nonclassical character of the selected state. Figure 3 shows the measured residual noise in the conditionally produced state, and the preparation probability of the state generation, as a function of the selection bandwidth normalized to σ_0 . The noise reduction turns out to be almost constant until the normalized selection bandwidth becomes of the order of 0.1, whereas the preparation probability steadily increases, in very good agreement with numerical simulations. However, one can see a slight increase in the noise when the selection bandwidth becomes very narrow. This artifact is due to the sampling process on a finite range of bits, which restricts the resolution of the acquisition.

In Fig. 4, we give the measured residual noise for different amounts of intensity correlations between the beams, which can be varied by inserting losses on the OPO beams. One checks on the figure the validity of the prediction that the noise reduction is equal to the

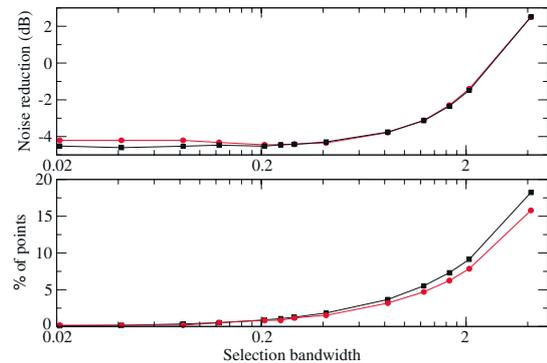


FIG. 3 (color online). Measured intensity noise on the post-selected signal (a) and preparation probability (proportion of selected points) (b) as a function of the selection bandwidth on the idler normalized to σ_0 . Circles: experimental data. Squares: theoretical predictions.

213601-3

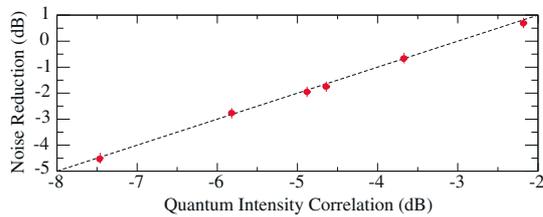


FIG. 4 (color online). Measured intensity noise reduction for different values of the signal-idler correlation. The selection bandwidth is taken equal to 0.2 times the shot noise. Circles: experimental data. Dotted line: theoretical prediction at the limit of a very small selection bandwidth (gemellity minus 3 dB).

gemellity minus 3 dB. One also observes that, when the intensity difference noise is reduced by less than 3 dB below the standard quantum level, the conditional state has reduced intensity noise fluctuations in comparison with the very noisy initial beam, but that it is not a nonclassical sub-Poissonian state.

The continuous variable regime offers a unique possibility to improve dramatically the efficiency of conditional strategy, by choosing multiple selection bands with different mean values on the idler intensity. Independent selection bands will correspond to independent sets of time windows. By using hundreds of independent intervals, one keeps most of the values of the signal, each of these intervals reducing the signal to a given sub-Poissonian state. Figure 5 shows that the noise reduction does not depend of the band center and that the preparation probability follows the initial Gaussian noise distribution.

To conclude, we have shown the first experimental demonstration of conditional preparation of a quantum state in the continuous variable regime. We have studied the influence of the selection bandwidth on the obtained nonclassical state and on the preparation probability of its preparation and shown that many sub-Poissonian states can be produced in parallel. This method to generate nonclassical states of light in the continuous variable regime is equivalent to sending the signal beam through an intensity modulator which either totally transmits the beam when the idler beam has the right value, or blocks it when it is not the case. It therefore drastically changes the light state and seems to be very different from the usual technique which consists of correcting the beam fluctuations by a feed-forward or feedback optoelectronic loop which only slightly modifies the quantum fluctuations. This strongly nonlinear character of the action on the light may lead to the generation of non-Gaussian states. One could also envision other criteria of conditioning the quantum state than simply imposing to the idler beam intensity to lie within a given band. This could also lead to the generation of new families of nonclassical bright states of light.

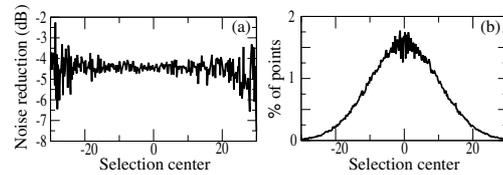


FIG. 5. Measured intensity noise on the reduced state (a) and preparation probability (b) as a function of the band center normalized to σ_0 . The selection bandwidth is taken equal to 0.4 times the shot noise.

Laboratoire Kastler-Brossel, of the Ecole Normale Supérieure and the Université Pierre et Marie Curie, is associated with the Centre National de la Recherche Scientifique (UMR 8552). We acknowledge support from the European Commission project QUICOV (IST-1999-13071) and from ACI Photonique (Ministère de la Recherche).

*Also at the Pôle Matériaux et Phénomènes Quantiques FR CNRS 2437, Université Denis Diderot, Paris, France.

†Electronic address: coudreau@spectro.jussieu.fr

- [1] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, *Europhys. Lett.* **1**, 173 (1986).
- [2] C. K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 58 (1986).
- [3] M. Dakna *et al.*, *Phys. Rev. A* **55**, 3184 (1997).
- [4] C. H. Bennett *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993); D. Bouwmeester *et al.*, *Nature (London)* **390**, 575 (1997).
- [5] T. Opatrny, G. Kurizki, and D. G. Welsch, *Phys. Rev. A* **61**, 032302 (2000); P. T. Cochrane, T. C. Ralph, and G. J. Milburn, *Phys. Rev. A* **65**, 062306 (2002).
- [6] J.-M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 565 (2001).
- [7] G. T. Foster *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3149 (2000); A. I. Lvovsky *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050402 (2001).
- [8] K. Watanabe and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. A* **38**, 3556 (1988); J. Fiurásek, *Phys. Rev. A* **64**, 053817 (2001).
- [9] G. M. D'Ariano *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2490 (1999).
- [10] J. Laurat, T. Coudreau, N. Treps, A. Maître, and C. Fabre (to be published)
- [11] A. Heidmann *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2555 (1987); J. Mertz *et al.*, *Opt. Lett.* **16**, 1234 (1991); J. Gao *et al.*, *Opt. Lett.* **23**, 870 (1998).
- [12] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1520 (1987)
- [13] P. Grangier, J.-M. Courty, and S. Reynaud, *Opt. Commun.* **83**, 251 (1991); J.-Ph Poizat, J. F. Roch, and P. Grangier, *Ann. Phys. (Paris)* **19**, 265 (1994).
- [14] J. Mertz *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2897 (1990)
- [15] J. Mertz, A. Heidmann, and C. Fabre, *Phys. Rev. A* **44**, 3229 (1991)
- [16] Y. Zhang, K. Kasai, and M. Watanabe, *Opt. Lett.* **27**, 1244 (2002); M. Martinelli *et al.*, *Phys. Rev. A* **67**, 023808 (2003).

PHYSICAL REVIEW A **69**, 033808 (2004)

Conditional preparation of a nonclassical state in the continuous-variable regime: Theoretical study

J. Laurat, T. Coudreau,^{*,†} N. Treps, A. Maître,[†] and C. Fabre*Laboratoire Kastler Brossel, UPMC, Case 74, 4 Place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France*

(Received 29 November 2003; published 16 March 2004)

We study the characteristics of the quantum state of light produced by a conditional preparation protocol totally performed in the continuous-variable regime. It relies on conditional measurements on quantum intensity correlated bright twin beams emitted by a nondegenerate optical parametric oscillator above threshold. Analytical expressions as well as computer simulations of the selected state properties and preparation efficiency are developed and show that a sub-Poissonian state can be produced by this technique. Projection onto a given trigger value is studied and then extended to a finite band. The continuous-variable regime offers the unique possibility to improve dramatically the preparation efficiency by choosing multiple selection bands and thus to generate a great number of sub-Poissonian states in parallel.

DOI: 10.1103/PhysRevA.69.033808

PACS number(s): 42.50.Dv, 42.65.Yj

I. INTRODUCTION

Conditional state preparation opens the possibility to generate a wide range of nonclassical states of light. Quantum correlation between two modes—a signal and a trigger—is the prerequisite for such a general procedure. Preassigned events on the trigger condition the readout of the signal and cause a nonunitary state reduction.

Various protocols have been proposed and implemented successfully in the photon counting regime. For instance, this strategy has been widely used to generate single-photon Fock states. The required two-mode correlation can be obtained by an atomic cascade [1] or by the more efficient technique of parametric down-conversion [2]. The single-photon state is created from the initial two-mode state when a photocount event is recorded in the trigger path. Two output ports of a beam splitter can also provide the required correlation: it has been shown theoretically that a squeezed vacuum transmitted through a beam splitter is reduced to a Schrödinger-cat-like state when a photon is detected on the reflected port [3]. Nonclassical photon states have also been experimentally prepared by triggering on a given atomic state [4].

Recently, several conditional preparation protocols were introduced for the continuous-variable regime where a continuously varying photocurrent is measured instead of single-photon counts. For instance in Ref. [5], continuous measurements are triggered by photocounts. The triggering condition and the characterization of the selected state can also be done both in the continuous-variable regime. Some theoretical protocols have been proposed relying on two-mode squeezed vacuum generated by an optical parametric amplifier [6].

The scheme we propose relies on quantum intensity correlated bright twin beams—signal and idler—generated by a

nondegenerate optical parametric oscillator (ND-OPO) pumped above threshold [7]. The procedure, sketched in Fig. 1, is the following. Among all the recorded values of the signal beam intensities, one only keeps the events occurring in the time intervals when the idler intensity takes a given preassigned value, or more precisely lies around this value within a small intensity range. All other time intervals are discarded. In the present paper, we study theoretically this conditional preparation technique. Its experimental implementation and the corresponding results have been detailed in Ref. [8].

This paper is organized as follows. In Sec. II, we describe the quantum state generated by a ND-OPO above threshold. Conditioning on a given value of the idler intensity results in a state reduction which generates a sub-Poissonian state. This procedure, presented in Sec. III, is then extended to the case of a selection interval of bandwidth Δ around a given value in Sec. IV. The state reduction is characterized according to the initial correlation, individual noise on each beam, and position and width of the conditioning band. Section V proposes a Monte Carlo simulation of the reduced state properties. Section VI is then devoted to multiple-band selection, a possibility to significantly increase the efficiency of the conditional strategy which is only offered by schemes in the continuous-variable regime. In Sec. VII, the main conclusions of the paper are summarized and possible extensions to

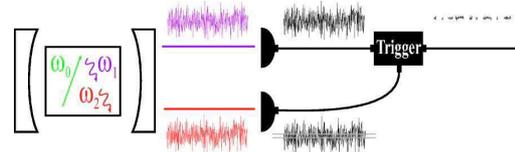


FIG. 1. (Color online) Proposed conditional measurement protocol in the continuous-variable regime. A ND-OPO generates above threshold orthogonally polarized and quantum intensity correlated bright twin beams which are detected by high efficiency photodiodes. The continuously varying signal photocurrent is kept only when the idler photocurrent takes a given value or falls inside a narrow band.

^{*}Electronic address: coudreau@spectro.jussieu.fr

[†]Also at the Pôle Matériaux et Phénomènes Quantiques FR CNRS 2437, Université Denis Diderot, 2, Place Jussieu, 75251 Paris cedex 05, France.

LAURAT *et al.*PHYSICAL REVIEW A **69**, 033808 (2004)

more exotic nonclassical states are discussed.

II. QUANTUM STATE PRODUCED BY A ND-OPO ABOVE THRESHOLD

The starting point of the theoretical analysis of the present conditional measurement is the precise knowledge of the quantum state produced by a nondegenerate OPO, from which the conditionally prepared state will be deduced by state reduction. When the twin photons are produced by spontaneous parametric down-conversion, the quantum state of the system is well known and given by [9]

$$|\Psi\rangle = e^{(\lambda \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger - \lambda^* \hat{a}_1 \hat{a}_2)} |0,0\rangle = (\cosh \lambda)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} (\tanh \lambda)^n |n,n\rangle, \quad (1)$$

where the indices 1 and 2 refer, respectively, to the signal and idler modes and \hat{a}_i (respectively \hat{a}_i^\dagger) is the annihilation (respectively creation) operator of a photon in mode i . λ is proportional to the pump amplitude and crystal nonlinearity. The state $|n_1, n_2\rangle$ is a Fock state with n_1 photons in the signal mode and n_2 photons in the idler mode. When the parametric down-conversion efficiency is very weak, which is experimentally the most frequent case, the state of the system reduces to the simple entangled state

$$|\Psi\rangle \approx |0,0\rangle + \lambda |1,1\rangle. \quad (2)$$

When a photon is detected in the idler mode, the system collapses by the state reduction process into the signal-mode single-photon state $|1\rangle$, as is well known.

To the best of our knowledge, there is so far no complete theory giving the state of light produced by an OPO in the Schrödinger picture, comparable to the Lamb theory giving the density matrix of the light produced by a laser [10]. The OPO has been described instead in most theoretical approaches in the Heisenberg picture, in terms of operators, which is not useful in the present case. Only Graham *et al.* [11] have considered this problem, mainly to determine the phase diffusion properties of the OPO and not its joint photon-number distribution.

In the absence of a complete theory, we will use here a semiphenomenological approach, relying on both theoretical considerations and experimental observations [7,8]: OPOs produce above threshold phase-coherent light in both signal and idler modes which have a Gaussian statistics and present close to threshold a large excess noise compared to the shot-noise level. We will call F the Fano factor of this photon distribution defined as the noise variance normalized to the one of a Poissonian distribution of same mean power: close to threshold, this factor is large. Furthermore, one knows that in the absence of losses and in the case of a single output mirror of the OPO cavity, there is a perfect intensity correlation between the two modes when they are measured on time intervals long compared to the cavity storage time [12]. From this, we infer that the quantum state describing the output of such a perfect OPO is the eigenvector of $\hat{I}_1 - \hat{I}_2 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2$ with a zero eigenvalue. By assuming a Gaussian photon statistics, the state can be described by

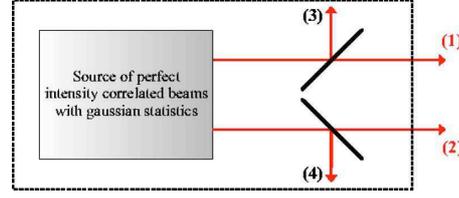


FIG. 2. (Color online) The dotted rectangle models a ND-OPO which can be described by a source of perfect intensity correlated beams plus a partition process generated by two symmetric beam splitters with intensity transmission T and reflection R . The “gemellity” G of the beams is found to be equal to the loss coefficient R .

$$|\Psi_{OPO}\rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n |n,n\rangle, \quad (3)$$

with

$$|c_n|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi F \bar{n}}} \exp\left[-\frac{(n - \bar{n})^2}{2F \bar{n}}\right], \quad (4)$$

or more generally by a density matrix

$$\rho = \sum_{n,n'} c_{n,n'} |n,n\rangle \langle n',n'|, \quad (5)$$

with $c_{n,n}$ equal to the expression of $|c_n|^2$ given by Eq. (4). This form of the density matrix ensures at the same time a Gaussian distribution of photon numbers in each mode and a perfect intensity correlation between them. It will be shown later that the unknown expressions of $c_{n,n'}$ for $n \neq n'$ are not relevant in our calculations.

Uncorrelated losses in the system inevitably degrade the initial correlation between the signal and idler modes. These linear losses, which we will assume to be equal for the signal and idler modes, can be modeled by a beam splitter of intensity reflection coefficient R equal to the loss coefficient and of transmission coefficient $T = 1 - R$ (Fig. 2). If the input state impinging on such a beam splitter is the tensor product $|n,0\rangle$ of a Fock state on the input mode 1 and the vacuum in the loss mode, the output state $|\Psi_{out}\rangle$ is [13] given by

$$|\Psi_{out}\rangle = \sum_{p=0}^n A_{n,p} |n-p,p\rangle, \quad (6)$$

with $A_{n,p}$ given by

$$A_{n,p} = \sqrt{\frac{n!}{p!(n-p)!}} T^{n-p} R^p \quad (7)$$

corresponding to a binomial distribution of the photons over the two outputs of the beam splitter, characteristic of a partition process. The system is then described by a pure state belonging to a four-mode Hilbert space: the signal, idler modes, and the two loss modes of the two outputs. By tracing over these two loss modes which are not measured, one obtains the following reduced density matrix:

$$\rho' = \sum_{n,n',p,p'} c_{n,n'} A_{n,p} A_{n',p}^* |n-p, n-p'\rangle \langle n'-p, n'-p'|. \quad (8)$$

This expression is valid for any values of the parameters R, \bar{n} , and F . From it, one can calculate the probability distribution of the intensity difference. Its mean value is zero. Its variance can be written as

$$\begin{aligned} \Delta^2(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) &= \text{Tr}(\rho'(\hat{I}_1 - \hat{I}_2)^2) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2 \sum_{p,p'=0}^n |A_{n,p}|^2 |A_{n,p'}|^2 (p-p')^2 \end{aligned} \quad (9)$$

and becomes

$$\Delta^2(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) = 2R\bar{n}T = 2R\bar{n}', \quad (10)$$

where $\bar{n}T = \bar{n}'$ is the mean photon number of the signal and idler modes after the beam splitter. $\Delta^2(\hat{I}_1 - \hat{I}_2)$ is independent of F and coincides with the value obtained by the usual linearized theory for the fluctuations. From this, one finds that the ‘‘gemellity’’ G , which is the remaining noise on the intensity difference normalized to the total shot-noise level $2\bar{n}'$, is equal to the loss coefficient R .

As bright beams have very large mean values in comparison with the Poissonian standard deviation, one can easily assume that both the reflected and transmitted beams have also large mean values, even for R or T close to 1. Thus, one can use the Stirling’s approximation and show that in a normalized form

$$|A_{n,p}|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi nRT}} \exp\left[-\frac{(p-nR)^2}{2nRT}\right]. \quad (11)$$

Let us calculate the photon distribution of the individual beams after the beam splitters. If we only consider measurements involving output 1, the reduced density matrix ρ'' is obtained by tracing over the output 2:

$$\rho'' = \sum_{n,n',p} c_{n,n'} A_{n,p} A_{n',p}^* |n-p\rangle \langle n'-p|. \quad (12)$$

The normalized probability distribution for the number of photons can thus be written as

$$P(n_1) = \langle n_1 | \rho'' | n_1 \rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} |c_n|^2 |A_{n,n-n_1}|^2 \quad (13)$$

and becomes

$$\begin{aligned} P(n_1) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi F\bar{n}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi nRT}} \\ &\times \exp\left[-\frac{(nT - \bar{n}')^2}{2F\bar{n}'T} - \frac{(n - n_1 - nR)^2}{2nRT}\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

We introduce $\delta = nT - \bar{n}'$ and $\varepsilon = n_1 - \bar{n}'$, and we assume that n can be taken constant and equal to \bar{n} in the factor $1/\sqrt{2\pi nRT}$.

As the numbers of photon are large, the parameters δ and ε can be considered as continuous variables. The sum can thus be rewritten as an integral

$$\begin{aligned} P(\varepsilon) &= \frac{1}{T} \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'R}} \frac{1}{\sqrt{2\pi F\bar{n}}} \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{\delta^2}{2F\bar{n}'T}\right] \exp\left[-\frac{(\delta - \varepsilon)^2}{2R(\delta + \bar{n}')}\right] d\delta. \end{aligned} \quad (15)$$

Developed to the first order in δ/\bar{n}' and ε/\bar{n}'

$$\begin{aligned} P(\varepsilon) &= \frac{1}{T} \frac{1}{\sqrt{2\pi F\bar{n}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'R}} \int_{-\infty}^{+\infty} \\ &\times \exp\left[-\delta^2 \left(\frac{1}{2F\bar{n}'T} + \frac{1}{2R\bar{n}'}\right) + \delta \frac{\varepsilon}{R\bar{n}'} - \frac{\varepsilon^2}{2R\bar{n}'}\right] d\delta, \end{aligned} \quad (16)$$

and by using the formula

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-A_1\delta^2 + A_2\delta] d\delta = \sqrt{\frac{\pi}{A_1}} \exp\left[-\frac{A_2^2}{4A_1}\right] \quad (17)$$

the probability distribution can be integrated to give

$$P(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'F'}} \exp\left[-\frac{(n_1 - \bar{n}')^2}{2\bar{n}'F'}\right] \quad (18)$$

with

$$F' = R + FT. \quad (19)$$

Thus we find that the new Fano factor F' after the beam splitter is given by $R + FT$. In the case of important losses ($R \rightarrow 1, T \rightarrow 0$), this Fano factor goes to 1, i.e., the output state distribution is Poissonian as expected.

III. STATE REDUCTION BY A PHOTON-NUMBER MEASUREMENT

In this section, we study the reduced state resulting from a photon-number measurement on beam 2 giving the preassigned value N . By tracing over the trigger mode, the reduced density matrix ρ''' for the signal mode only can be written as

$$\rho''' = \sum_{n,n',p} c_{n,n'} A_{n,p} A_{n',p}^* A_{n,n-N} A_{n'-N}^* |n-p\rangle \langle n'-p|. \quad (20)$$

One can see that the photon probability distribution depends only on the diagonal terms of the density matrix ρ . The pho-

LAURAT *et al.*PHYSICAL REVIEW A **69**, 033808 (2004)

ton probability distribution of beam 1 when a given value N is measured on beam 2 is thus

$$P(n_1, n_2 = N) = \sum_{n=0}^{+\infty} |c_n|^2 |A_{n, n-n_1}|^2 |A_{n, n-N}|^2. \quad (21)$$

With F' and \bar{n}' the Fano factor and mean value established in the last section, this distribution can be read as

$$P(n_1, N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi F'\bar{n}'}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2\pi nRT} \exp\left[-\frac{(nT - \bar{n}')^2}{2(F' - R)\bar{n}'}\right] - \frac{(nT - n_1)^2}{2nRT} - \frac{(nT - N)^2}{2nRT}. \quad (22)$$

Let us consider $\varepsilon = n_1 - \bar{n}'$ introduced in the preceding section and $\alpha = N - \bar{n}'$ which corresponds to the distance between the value of conditioning N and the distribution center \bar{n}' . Using calculation techniques similar to the ones of the preceding section, the probability distribution can finally be written as

$$P(\varepsilon, \alpha) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'F'}} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2\bar{n}'F'}\right] \right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'V_c}} \exp\left[-\frac{(\varepsilon - \beta\alpha)^2}{2\bar{n}'V_c}\right] \right) \quad (23)$$

with

$$\beta = 1 - \frac{G}{F'}, \quad (24)$$

$$V_c = 2G - \frac{G^2}{F'}. \quad (25)$$

V_c is the conditional variance of the intensity fluctuations of the signal beam knowing the intensity fluctuations of the trigger beam. This parameter plays an important role in the characterization of quantum nondemolition measurements [14].

The first factor between parenthesis in Eq. (23) expresses the preparation probability, i.e., the proportion of selected points in an experimental implementation. It is maximum when $\alpha=0$. A value chosen in the wings of the Gaussian distribution leads to a smaller efficiency. The preparation probability is inversely proportional to $\sqrt{F'\bar{n}'}$. This factor is thus very small in the case of bright beams: for 1064 nm beams with a mean power of 1 mW and a Fano factor equal to 100, the maximal preparation probability obtained when $\alpha=0$ is as small as 5×10^{-10} .

The second factor of this probability shows that the selected state has a Gaussian photon distribution centered around the value $\beta\alpha$, slightly different from the triggering value α except for $\alpha=0$. This difference can be interpreted by the dissymmetry of the probability distribution around the conditioning value. For a conditioning value equal to the mean of the distribution ($\alpha=0$), this difference vanishes as the distribution is symmetric.

According to Eq. (23), the reduced state has a photon variance equal to the conditional variance V_c . This shows

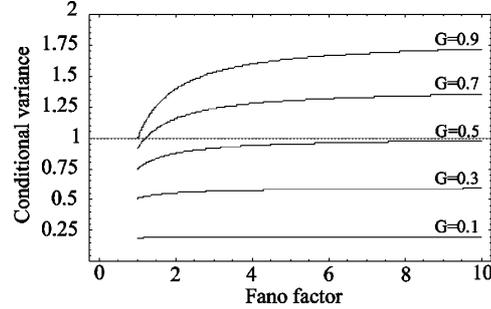


FIG. 3. Conditional variance as a function of the Fano factor for different initial intensity correlation between signal and idler beams, measured by the “gemellity” G . Values of G as small as 0.1 have been obtained experimentally [15].

that the selection process we have used in the conditional measurement has extracted the maximum information available from the correlation of the two beams and has transferred it to the signal beam. This beam can exhibit a sub-Poissonian photon distribution when $V_c < 1$. Figure 3 shows the conditional variance as a function of the Fano factor for different gemellities G . If the correlation is perfect, this protocol generates a number state. It is worth noting that for a gemellity inferior to 0.5 the distribution is sub-Poissonian whatever the initial Fano factor. For large Fano factors, which is the experimental case, the noise reduction is twice the initial gemellity as V_c can be approximated by $2G$.

The conditional variance V_c also characterizes the noise reduction obtained when an active feed-forward correction of signal beam intensity is implemented by optoelectronics devices controlled by information collected on the idler [16]. The two techniques which take advantage of the quantum correlation have therefore the same ultimate performance.

IV. STATE REDUCTION BY A BAND SELECTION

As shown in the preceding section, triggering on a single value of photon number in our regime of bright beams where \bar{n}' is very large leads to a close to zero preparation probability incompatible with experimental implementation. An interesting question is to determine the photon distribution when one projects onto a finite band instead of a given value. It is worth pointing out that it is always the experimental case because of the limited acquisition precision.

Let us consider a conditioning band of width Δ around the value $N = \bar{n}' + \alpha$. The photon probability distribution of the reduced state can now be written as

$$P\left(\varepsilon, \alpha - \frac{\Delta}{2} < n_2 - \bar{n}' < \alpha + \frac{\Delta}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'F'}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}'V_c}} \int_{\alpha-\Delta/2}^{\alpha+\Delta/2} \exp\left[-\frac{x^2}{2\bar{n}'F'}\right] \times \exp\left[-\frac{(\varepsilon - \beta x)^2}{2\bar{n}'V_c}\right] dx \quad (26)$$

and integrated as

CONDITIONAL PREPARATION OF A NONCLASSICAL...

PHYSICAL REVIEW A 69, 033808 (2004)

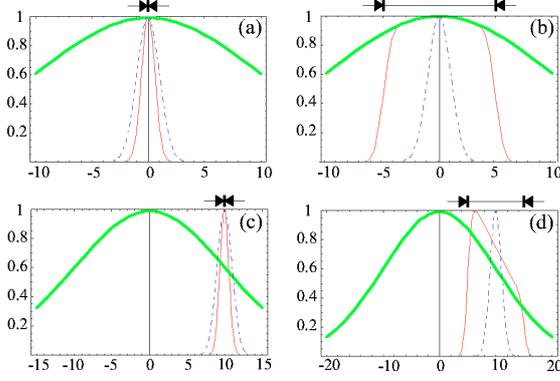


FIG. 4. (Color online) Photon probability distributions of conditionally prepared state. The probability distributions are all normalized to 1 at their maxima for clarity of the plots. The horizontal unit is the width $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$ of the Poisson distribution of same mean intensity. Thick curves give the initial Gaussian distribution and dashed ones correspond to a coherent state of same mean intensity. Arrows give the extension of the selection band. (a),(b) The selection band is centered on the mean value ($\alpha=0$). The bandwidth is $\Delta=0.1\sigma$ for (a) and 10σ for (b). A large band results in a wide distribution (kurtosis coefficient lower than 3). (c),(d) The band is centered on $\alpha=10\sigma$: $\Delta=0.1\sigma$ for (c) and 10σ for (d). Noncentral selection band results in an asymmetry of the distribution (non-null skewness) ($F'=100, G=0.18$).

$$\begin{aligned}
 P\left(\varepsilon, \alpha - \frac{\Delta}{2} < n_2 - \bar{n}' < \alpha + \frac{\Delta}{2}\right) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi F' \bar{n}'}} \exp\left[-\frac{\varepsilon^2}{2\bar{n}' F'}\right] \\
 &\quad \times \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf}\left[\frac{\left(\alpha + \frac{\Delta}{2}\right) - \beta\varepsilon}{\sqrt{2\bar{n}' V_c}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{\left(\alpha - \frac{\Delta}{2}\right) - \beta\varepsilon}{\sqrt{2\bar{n}' V_c}}\right] \right), \quad (27)
 \end{aligned}$$

where erf denotes the error function.

From this exact expression, one can plot the probability distribution of the conditionally prepared state in different cases. The initial Fano Factor and gemellity are taken from our ND-OPO experiment detailed in Ref. [8] ($F'=100, G=0.18$). Figure 4 gives the photon probability distribution in different possible configurations. The band can be centered around the mean ($\alpha=0$) or around an arbitrary value taken in the wings of the initial Gaussian distribution ($\alpha \neq 0$). The bandwidth Δ can also be small or large relative to the standard deviation σ of a Poisson distribution of same mean intensity. The noise distribution of the initial state and of a coherent state of same mean intensity have been superimposed. One observes a narrowing of the probability distribution below the shot-noise level in the case of a very narrow bandwidth for any band center. When the bandwidth increases, the reduced state differs more and more from a Gaussian distribution.

The distance from a Gaussian distribution can be charac-

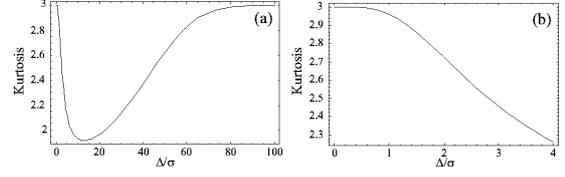


FIG. 5. Kurtosis coefficient of the conditionally selected state according to the selection bandwidth normalized to $\sigma = \sqrt{\bar{n}'}$ (b): zoom for small bandwidth ($\alpha=0, F'=100, G=0.18$).

terized by the coefficients of skewness and kurtosis which are related to higher moments of the probability distribution [17]. The coefficient of skewness provides a dimensionless measure of the asymmetry of the probability distribution. Skewness is null when the band is centered on the mean value. For a normalized probability total surface, the kurtosis coefficient distinguishes distributions which are tall and thin from those that are short and wide. It has a value of 3 for a Gaussian distribution and a value lower than 3 corresponds to a less peaked distribution. Let us note that the third-order cumulant corresponds to the kurtosis excess. A very small value of kurtosis is associated with a square-shaped distribution. A perfect Gaussian distribution is obtained in the limit of very narrow bandwidth—as calculated in the preceding section—or in the case of very large bandwidth which corresponds to keep all the values and the selected state corresponds thus to the initial state. A narrow band of selection results in a close to Gaussian distribution with a kurtosis coefficient almost constant around 3. This coefficient decreases when the band is extended (Fig. 5).

We can derive from Eq. (27) an approximate but analytical expression for the probability distribution by expanding in powers of $\Delta/\sqrt{\bar{n}'}$:

$$\begin{aligned}
 P\left(\varepsilon, \alpha - \frac{\Delta}{2} < n_2 - \bar{n}' < \alpha + \frac{\Delta}{2}\right) \\
 &= P(\varepsilon, \alpha) \left[\Delta + \frac{\Delta^3}{24\bar{n}' V_c^2} \left(-1 + \frac{(\alpha - \beta\varepsilon)^2}{\bar{n}' V_c} \right) \right. \\
 &\quad \left. + o\left(\left(\frac{\Delta}{\sqrt{\bar{n}'}}\right)^5\right) \right], \quad (28)
 \end{aligned}$$

with $P(\varepsilon, \alpha)$ the probability distribution determined in the last section.

Let us underline that for $\Delta=1$ the photon distribution is equal to the one established in the last section. This value corresponds to the minimum bandwidth necessary to discriminate two consecutive photon-number states.

The third-order term in Δ can be neglected in this approximation as long as $\Delta \ll \sigma = \sqrt{\bar{n}'}$. The preparation probability can then be written as

$$\frac{N_{selected}}{N_{total}} = \frac{(\Delta/\sigma)}{\sqrt{2\pi F'}} \exp\left[-\frac{(\alpha/\sigma)^2}{2F'}\right], \quad (29)$$

where N_{total} and $N_{selected}$ correspond, respectively, to the total number of events and to the number of selected ones by the conditional protocol.

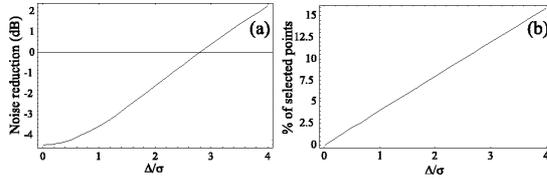


FIG. 6. (a) Intensity noise on the reduced state and (b) preparation probability (proportion of selected points) as a function of the selection bandwidth normalized to σ ($\alpha=0, F'=100, G=0.18$).

As a result, conditioning on a narrow band results in a preparation probability proportional to Δ without decreasing the nonclassical character of the projected state. This range of Δ is the optimal one in order to generate a sub-Poissonian state. With a bandwidth equal to 0.1σ the efficiency reaches 0.4%.

From Eq. (27), it is possible to compute the exact properties of the state for any value of Δ . In Fig. 6, we give the noise reduction and the probability of preparation for a narrow bandwidth. One can see that for very narrow bandwidth the preparation efficiency increases linearly with the bandwidth whereas the squeezing is almost constant. This corresponds to the first order in Δ as appears in Eq. (28). For a larger band, the efficiency still increases but at the expense of a decreased noise reduction. The efficiency would be higher for an initial state with less excess noise above shot noise. This case can correspond to a ND-OPO pumped well above threshold where it has been shown theoretically that both twin beams can be individually squeezed [18] and still highly correlated. In the case of narrow bandwidth, the band center has no effect on the nonclassical character but results in a lowered preparation efficiency due to the Gaussian distribution of the initial noise (Fig. 7). It is worth noting that the large extension of the initial noise should permit to implement a great number of independent selection bands. Section VI is devoted to this particular conditional strategy offered by continuous-variable regime.

V. MONTE CARLO SIMULATION OF THE STATE REDUCTION

So far we have examined the conditionally prepared state from its theoretical probability distribution expression. How-

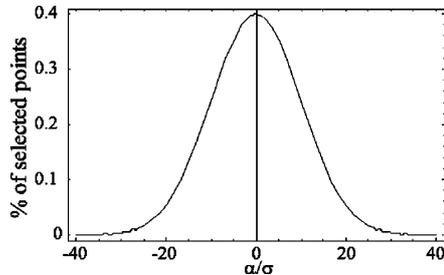


FIG. 7. Preparation probability as a function of the center of the narrow $\Delta=0.1\sigma$ selection band ($F'=100, G=0.18$).

ever, our protocol is easy to test by Monte Carlo simulations.

In order to implement the protocol, one needs to prepare two random arrays A and B with super-Poissonian statistics and exhibiting a given amount of correlations. These two arrays will correspond to the fluctuation distribution of the signal and idler twin beams. Actually, we generate three independent arrays. Let us call C a super-Poissonian distribution and X and Y two Poissonian distributions. If the correlation between the signal and idler beams is perfect, we associate to the signal and idler beams the same distribution C . For a finite amount of correlations, a similar strategy to the one detailed in Sec. II is performed. We add to the initial common distribution C independent contributions which can be seen as vacuum contributions when the initial state is incident on a beam splitter with reflection coefficient R . The statistics distribution of signal and idler after the partition process can be defined by

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{R} X + \sqrt{1-R} C, \\ B &= \sqrt{R} Y + \sqrt{1-R} C. \end{aligned} \quad (30)$$

The parameter R is the same as the one used in previous sections and determines the gemellity of the beams.

The selection of relevant events can then be done. It is worth noting that conditional measurement experiments are very frequently made after the end of the physical measurement, i.e., by postselection of the events [8]. So, when the two previous distributions have been generated, we dispose of the same kind of data as that available after an experiment.

We have simulated all the properties presented before. As expected, the simulations are in perfect agreement with our theoretical predictions. Such simulations also should allow to test the protocol when \bar{n}' is not too large, a case where the approximations leading to Eq. (23) are no longer valid.

VI. MULTIBAND SELECTION

In any conditional protocol, the preparation probability in a given time interval is an important parameter to characterize its efficiency. The efficiency of all conditional preparation techniques is usually very low. Improving the brightness of the source is thus an important and topical challenge in the photon counting regime [19]. The preparation probability is also low in our protocol as shown in Figs. 6 and 7 but the continuous detection results in a great number of selected points in a very short recording time [8].

Furthermore, the continuous-variable regime offers the possibility to improve the efficiency of the conditional measurement strategy by a large factor. This possibility does not exist for the single-photon counting case. One can implement multiple selection bands with different centers on the idler intensity. Independent selection bands will correspond to independent sets of time windows. In each of them, the state is reduced to a given sub-Poissonian state with a constant noise reduction, wherever the band center. By using independent intervals, one keeps most of the values of the idler intensity and so improve by a large factor the success rate of the preparation. This scheme—directly related to the nature of

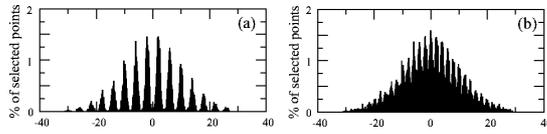


FIG. 8. Experimental multiband selection. The horizontal unit is the width σ of the Poisson distribution of same mean intensity. Independent bands of width $\Delta=0.2\sigma$ have been implemented. Band are separated by 4σ in (a) and 2σ in (b) ($F'=100, G=0.18$).

continuous variable—opens the possibility to generate in parallel a great number of sub-Poissonian states. Figure 8 gives the experimental implementation of multiband selection for different distances between the band center. Experimental details are given in Ref. [8].

VII. CONCLUSIONS

In the photon counting regime, conditional measurements play a crucial role as illustrated by the various schemes theoretically proposed or experimentally implemented. The extension to the continuous-variable regime is of great importance as the efficiency can be dramatically improved and more complex triggering schemes implemented.

The required quantum correlation is generated in our protocol by a ND-OPO above threshold. It has been shown that conditioning on a given value of the idler intensity leads to the preparation of a sub-Poissonian state with a noise reduc-

tion equal to the conditional variance, i.e., the initial gemellity minus 3 dB in the case of a large Fano factor. We have extended this triggering condition to a finite band. For a band largely narrower than the standard deviation of a coherent state of same mean intensity, the preparation probability increases linearly with the bandwidth and the noise reduction remains almost constant. As opposed to the discrete variables case, there is a trade-off between the preparation efficiency and the nonclassical character of the selected state. Theoretical calculations and computer simulations are in very good agreement, and both account very well for the experimental results detailed in Ref. [8].

The next step should be to extend this conditional measurement strategy to the preparation of more exotic nonclassical states as it is the case in the photon counting regime. One can think for instance to generate Schrödinger-cat-like state. It could be also of great interest to extend this protocol to EPR beams, in particular generated by a self-phase-locked OPO where the anticorrelated phase fluctuations of the twin beams are accessible [20].

ACKNOWLEDGMENTS

Laboratoire Kastler-Brossel, of the Ecole Normale Supérieure and the Université Pierre et Marie Curie, is associated with the Centre National de la Recherche Scientifique (UMR 8552). We acknowledge support from the European Commission project QUICOV (Grant No. IST-1999-13071) and ACI Photonique (Ministère de la Recherche).

- [1] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, *Europhys. Lett.* **1**, 173 (1986).
- [2] C. K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 58 (1986).
- [3] M. Dakna, T. Anhut, T. Opatrny, L. Knöll, and D. G. Welsch, *Phys. Rev. A* **55**, 3184 (1997).
- [4] J.-M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 565 (2001).
- [5] G. T. Foster, L. A. Orozco, H. M. Castro-Beltran, and H. J. Carmichael, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3149 (2000); A. I. Lvovsky, H. Hansen, T. Aichele, O. Benson, J. Mlynek, and S. Schiller, *ibid.* **87**, 050402 (2001).
- [6] K. Watanabe and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. A* **38**, 3556 (1988); J. Fiurásek, *ibid.* **64**, 053817 (2001); G. M. D'Ariano, P. Kumar, C. Macchiavello, L. Maccone, and N. Sterpi, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2490 (1999).
- [7] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre, and G. Camy, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2555 (1987); J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, and E. Giacobino, *Opt. Lett.* **16**, 1234 (1991); J. Gao, F. Cui, C. Xue, C. Xie, and K. Peng, *ibid.* **23**, 870 (1998).
- [8] J. Laurat, T. Coudreau, N. Treps, A. Maître, and C. Fabre, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 213601 (2003).
- [9] D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer-Verlag, Berlin, 1994).
- [10] M. Sargent, M. O. Scully, and W. E. Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1974).
- [11] R. Graham and H. Haken, *Z. Phys.* **210**, 276 (1968); R. Graham, *ibid.* **210**, 319 (1968); **210**, 469 (1968).
- [12] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1520 (1987).
- [13] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, Oxford, 1973).
- [14] P. Grangier, J.-M. Courty, and S. Reynaud, *Opt. Commun.* **83**, 251 (1991); J.-Ph Poizat, J. F. Roch, and P. Grangier, *Ann. Phys. (Paris)* **19**, 265 (1994).
- [15] J. Laurat, L. Longchambon, T. Coudreau, and C. Fabre (unpublished).
- [16] J. Mertz *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2897 (1990); J. Mertz, A. Heidmann, and C. Fabre, *Phys. Rev. A* **44**, 3229 (1991).
- [17] L. Mandel, and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [18] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, and S. Reynaud, *J. Phys. (France)* **50**, 1209 (1989); A. Porzio, F. Sciarrino, A. Chiummo, M. Fiorentino, and S. Solimeno, *Opt. Commun.* **194**, 373 (2001).
- [19] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Phys. Rev. A* **60**, R773 (1999).
- [20] L. Longchambon, J. Laurat, T. Coudreau, and C. Fabre, e-print quant-ph/0310036; e-print quant-ph/0311123.

7. Propriétés spectrales et contrôle du battement en fréquence

Sommaire

A	Introduction	97
B	Diffusions de phase : une limitation ?	98
B.1	Diffusion du champ pompe	98
B.2	Diffusion de la différence des phases	98
C	Propriétés spectrales théoriques	100
C.1	Dépendances imposées par les conditions d'oscillation	100
C.2	Sélection par accord de phase	101
C.3	Résonance des champs signal et complémentaire	103
C.4	Résonance du champ pompe	104
C.5	Résumé	104
D	Obtenir expérimentalement la dégénérescence	105
D.1	Dispositifs d'analyse en fréquence	105
D.2	Confirmation d'une éventuelle dégénérescence	107
D.3	Stratégie pour approcher expérimentalement la dégénérescence	107
D.4	Répétabilité	108
D.5	La dégénérescence : un point de fonctionnement accidentel	108
D.6	Asservissement électronique et verrouillage de phase	109
E	Conclusion	110

A Introduction

Un oscillateur paramétrique optique au-dessus du seuil permet de générer des faisceaux intenses dont les fluctuations d'intensité sont très fortement corrélées au niveau quantique. Les deux chapitres précédents ont mis en évidence expérimentalement cette propriété et montré qu'un état sub-Poissonien pouvait être préparé par stratégie conditionnelle à partir de ces corrélations.

Les fluctuations de phase sont quant à elles, en principe, fortement anti-corrélées. Cette propriété a été rappelée théoriquement au chapitre 5 : au seuil, le spectre du bruit sur la somme des phases est identique au spectre sur la différence des intensités. Les faisceaux émis au-dessus du seuil sont ainsi intriqués en quadrature et pourraient être utilisés dans divers protocoles d'information quantique. Cependant, la mesure des fluctuations de phase est beaucoup

plus délicate expérimentalement que la mesure des fluctuations d'intensité car elle requiert une interférence avec un champ de référence, appelé oscillateur local. Or une diffusion rapide affecte les phases moyennes. Pour limiter ce phénomène, s'approcher de la dégénérescence en fréquence de l'OPO est nécessaire. Le battement entre les champs signal et complémentaire renseigne en effet sur leur phase relative et peut permettre une rétroaction. De plus, travailler à dégénérescence exacte en fréquence permettrait de mettre en œuvre les techniques usuelles de détection homodyne. Ce chapitre détaille ces phénomènes et explique comment trouver expérimentalement le battement et se rapprocher de la dégénérescence.

B Diffusions de phase : une limitation ?

Deux diffusions de phase affectent les champs émis par un OPO au-dessus du seuil : la diffusion du champ pompe liée à la largeur Schawlow-Townes du laser et la diffusion de la différence des phases des champs émis, liée quant à elle à la largeur Schawlow-Townes propre de l'OPO. Cette section décrit l'influence de ces deux processus sur la mesure des bruits de phase.

B.1 Diffusion du champ pompe

Un premier phénomène affecte la phase des champs émis : la diffusion de phase du laser pompe. La phase absolue d'un laser n'est en effet pas déterminée dans le régime stationnaire. Les bruits entrants couplés à cette quantité vont donc la faire évoluer sans qu'aucune force de rappel ne la ramène vers une valeur fixe. Ce phénomène peut s'interpréter comme une "marche au hasard" temporelle de la phase. Le bruit responsable de la diffusion est, dans le cas d'un laser, le bruit d'émission spontanée. A cause de ce phénomène, la somme des phases $\varphi_1 + \varphi_2$ des champs signal et complémentaire, qui "suit" la phase φ_0 du champ pompe, est très bruitée à basse fréquence.

Cependant, la phase des champs n'est généralement pas mesurée relativement à une référence absolue mais en utilisant un oscillateur local issu du laser initial. Le spectre de bruit sur la somme des phases qui nous intéresse est donc en fait le bruit sur $\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0$ et non sur $\varphi_1 + \varphi_2$. Il a été montré dans la référence [Courtois91] que la soustraction de la phase du laser supprime la divergence du bruit de phase à fréquence nulle. L'effet de la diffusion de phase n'est pas totalement supprimé aux autres fréquences. L'excès de bruit apporté reste cependant négligeable si la largeur de raie du laser est très petite devant la bande passante de l'OPO. La figure 7.1 donne le spectre du bruit sur la somme des phases en fonction de la largeur du laser normalisée à la bande passante de l'OPO. Le laser pompe utilisé ayant une largeur de raie de l'ordre de quelques kHz sur 100 ms, la diffusion du champ pompe n'est pas un facteur limitant pour notre étude.

B.2 Diffusion de la différence des phases

Le second phénomène est propre à l'OPO, indépendamment de la pompe. La conversion paramétrique fixe en effet la somme des phases des champs signal et complémentaire mais pas

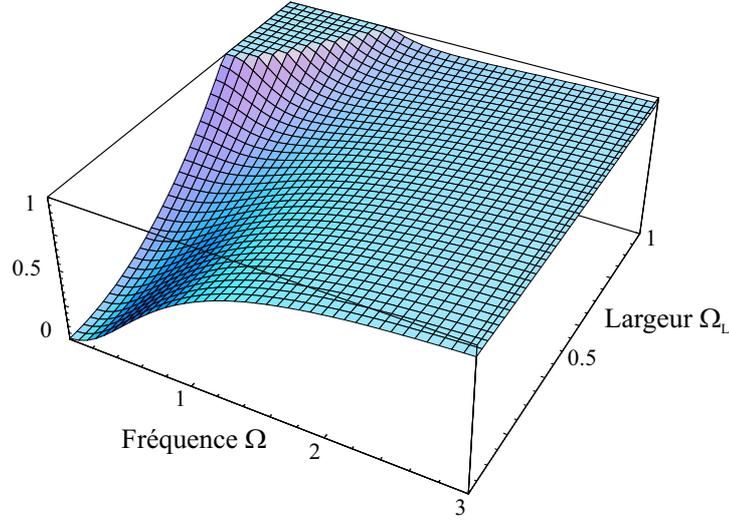


FIG. 7.1: Bruit sur la somme des phases en fonction de la fréquence d'analyse et de la largeur de raie Ω_L du laser pompe normalisées à la bande passante de l'OPO. ($\gamma = \gamma_0$, $\sigma = 1.1$, $\mu = 0$)

leur différence. Les équations qui régissent le fonctionnement de l'OPO s'écrivent :

$$\begin{cases} (\gamma' - i\Delta_1)A_1 = gA_0A_2^* \\ (\gamma' - i\Delta_2)A_2 = gA_0A_1^* \end{cases} \quad (7-1)$$

Aucune solution stationnaire n'est imposée à la différence des phases : le système est invariant par le changement de phase $A_1 \rightarrow A_1 e^{i\varphi}$, $A_2 \rightarrow A_2 e^{-i\varphi}$. Les phases individuelles sont donc libres de diffuser, cette diffusion étant toujours symétrique par rapport à la phase de la pompe (figure 7.2).

Cette diffusion est à relier à la diffusion Schawlow-Townes propre à l'OPO : à puissance de sortie égale, la diffusion de la différence de phase dans un OPO est identique à celle de la phase d'un laser. Divergent à fréquence nulle, le bruit décroît en $1/\Omega^2$ à l'intérieur de la bande passante de la cavité pour tendre vers le bruit quantique standard d'un état cohérent. Alors que le bruit responsable de la diffusion de phase d'un laser est le bruit d'émission spontanée, c'est ici le bruit de fluorescence paramétrique qui est à l'origine de ce phénomène.

Si la diffusion de phase est suffisamment lente et s'il y a asservissement, la phase de l'oscillateur peut suivre les phases individuelles et permettre ainsi la mesure des fluctuations. Le coefficient de diffusion Schawlow-Townes est donné pour les phases moyennes par $\Omega_c^2/(2N_{out})$ où Ω_c est la bande passante de la cavité et N_{out} le flux de photons en sortie de l'OPO. Avec une largeur de l'ordre de 50 MHz et un flux de 10^{16} photons par seconde, ce qui correspond aux puissances typiques obtenues proche du seuil, la diffusion est de l'ordre de 10 rad/s. Ce taux est important et rend toute mesure très difficile. Très au-dessus du seuil, le taux de diffusion diminue. Ce dernier régime est cependant peu intéressant car les anti-corrélations sont rapidement dégradées quand le taux de pompage σ augmente.

Afin de mesurer les anti-corrélations de phase, il est donc indispensable de limiter ce phénomène de diffusion. De plus, travailler à dégénérescence exacte en fréquence permettrait de mettre en œuvre les techniques usuelles de détection homodyne. C'est donc ce fonctionnement

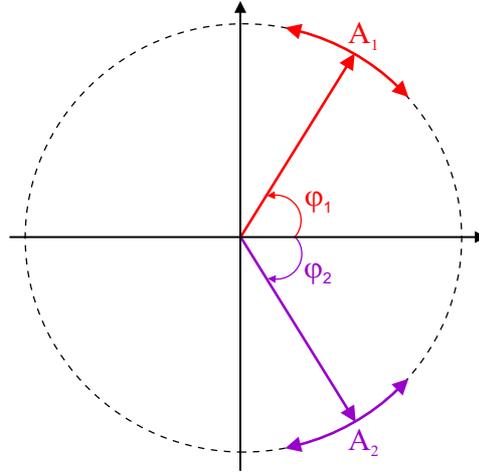


FIG. 7.2: Représentation de Fresnel des champs émis. Seule la somme des phases des champs signal et complémentaire est fixée. Les phases individuelles diffusent librement, symétriquement à la phase de la pompe.

particulier qui sera recherché : des faisceaux signal et complémentaire à même fréquence et dont la diffusion de la phase relative est verrouillée. Deux solutions existent. La première consiste à asservir en phase le battement entre les deux champs. Un contrôle fin de ce dernier est donc nécessaire pour l'amener vers zéro. Cette méthode sera présentée rapidement dans ce chapitre. La seconde solution consiste à verrouiller la phase à dégénérescence par l'entremise d'un processus physique : elle sera le sujet de la troisième partie de ce mémoire. Il apparaîtra alors qu'il est également indispensable de savoir contrôler finement le battement. Les deux parties suivantes décrivent les propriétés spectrales d'un OPO triplement résonant et le contrôle expérimental du battement. L'ensemble des résultats à venir reposera sur cette maîtrise.

C Propriétés spectrales théoriques

En contrepartie de leur accordabilité, les faisceaux signal et complémentaire ne sont qu'accidentellement à la même fréquence. Cette section décrit théoriquement les propriétés spectrales d'un OPO de type II en cavité linéaire. A paramètres donnés, un oscillateur paramétrique optique choisit toujours le couple de fréquences qui minimise le seuil d'oscillation. Une étude très détaillée a été donnée dans les références [Debuisschert93] et [Fabre97].

C.1 Dépendances imposées par les conditions d'oscillation

Par conservation de l'énergie, la somme des fréquences ν_1 et ν_2 émises est égale à la fréquence pompe : $\nu_0 = \nu_1 + \nu_2$. Seule la fréquence de battement définie par $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$ est un paramètre libre. Les fréquences signal et complémentaire peuvent s'exprimer en fonction de ce paramètre :

$$\nu_1 = \frac{\nu_0}{2} + \frac{\Delta\nu}{2} \quad \text{et} \quad \nu_2 = \frac{\nu_0}{2} - \frac{\Delta\nu}{2} \quad (7-2)$$

Il a été montré au chapitre 4 que les équations stationnaires des champs signal et complémentaire admettent une solution non nulle si les déphasages Δ_i au bout d'un tour dans la cavité sont égaux pour ces deux champs. Ces déphasages ont été supposés petits mais ils sont bien sûr définis modulo 2π . La condition nécessaire pour qu'il y ait oscillation peut ainsi s'écrire :

$$\Delta_2 = \Delta_1 + 2m\pi \quad \text{avec } m \text{ entier} \quad (7-3)$$

Cette condition va entraîner une discrétisation des fréquences d'oscillation.

Chaque déphasage est défini à partir de la longueur de la cavité L et des caractéristiques du cristal, longueur l et indices pour chaque polarisation. La dispersion des indices du cristal ayant un très faible effet au regard des plages d'accord considérées, elle ne sera pas prise en compte.

$$\Delta_i = \frac{2\pi\nu_i}{c} 2(L + n_i l) \quad (7-4)$$

La condition (7-3) donne alors les valeurs de battements possibles $\Delta\nu_m$:

$$\Delta\nu_m = -\nu_0 \frac{l\delta n}{L + \bar{n}l} - m \frac{c}{2(L + \bar{n}l)} = \alpha - m ISL \quad (7-5)$$

avec $\bar{n} = \frac{n_1+n_2}{2}$ l'indice moyen et $\delta n = \frac{n_1-n_2}{2}$ la demi-biréfringence du cristal. A paramètres fixés, il existe un ensemble discret de couples (ν_1, ν_2) susceptibles d'osciller. Les fréquences de battement sont séparées par l'intervalle spectral libre de la cavité, noté ISL .

Le paramètre α intervenant dans (7-5), et qui fixe la valeur du battement pour $m = 0$, peut être modifié de deux manières. Cette grandeur étant proportionnelle à $\nu_0 \delta n$, il faut soit modifier la fréquence pompe, soit modifier la birefringence du cristal en changeant sa température ou encore l'angle d'incidence du faisceau pompe. Cette dernière possibilité, qui revient à avoir un angle de coupe différent (cf annexe A), n'est pas offerte par la structure semi-monolithique car le miroir d'entrée est directement déposé sur une face du cristal et impose une incidence normale.

Considérons la dépendance en température de la biréfringence. La variation de δn , établie à partir des valeurs données en Annexe A, est de $0.655 \cdot 10^{-5}/K$. En considérant une longueur de cavité de $L + \bar{n}l = 4.5 \text{ cm}$, la dépendance de $\Delta\nu_m$, à m fixé, est de 410 MHz/K.

Modifier la fréquence pompe permet également de modifier le terme α . Pour une cavité de même longueur que précédemment, augmenter la fréquence pompe de 1 GHz diminue le paramètre α d'environ 10 MHz. Il en résulte une translation d'autant des fréquences de battement. La figure 7.3 résume ces différentes dépendances.

C.2 Sélection par accord de phase

A température du cristal et longueur de cavité données, il existe donc un ensemble discret mais infini de couples de fréquences pouvant osciller. La condition d'accord de phase va sélectionner le couple pour lequel le seuil est le plus faible, c'est-à-dire qui minimise le désaccord

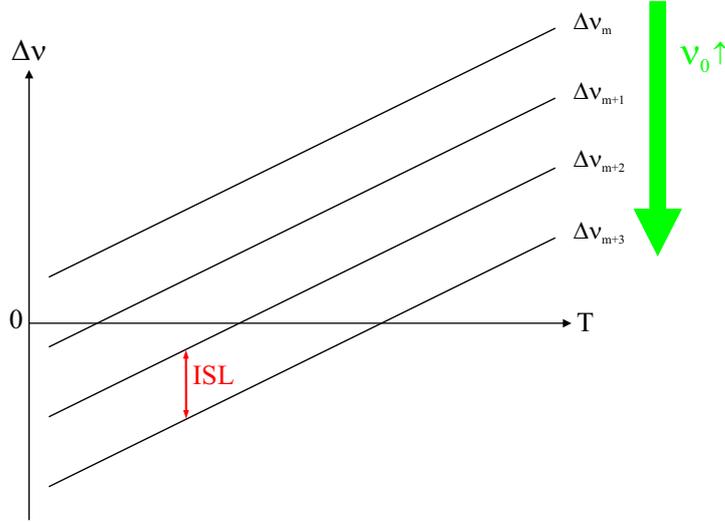


FIG. 7.3: Fréquences de battement $\Delta\nu$ permises, pour une longueur de cavité donnée, en fonction de la température du cristal. Il existe un ensemble discret de couples pouvant osciller, définies par la valeur du paramètre m . A une température donnée, chaque battement possible est séparé par l'intervalle spectral libre de l'OPO, noté *ISL*. Cet ensemble est translaté verticalement lorsque la fréquence pompe ν_0 est modifiée.

$\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$. Ce paramètre peut être écrit en fonction des indices et des fréquences définis précédemment :

$$\Delta k = \frac{2\pi}{c} \left((n_0 - \bar{n})\nu_0 - \delta n \Delta\nu \right) \quad (7-6)$$

Le battement $\Delta\nu_k$ qui annule ce paramètre est ainsi donné par :

$$\Delta\nu_k = \nu_0 \frac{n_0 - \bar{n}}{\delta n} \quad (7-7)$$

C'est le battement le plus proche de cette valeur qui va osciller.

Tout comme le paramètre α défini précédemment, cette valeur peut être modifiée en changeant la fréquence de la pompe ou la température du cristal. La pente de $\Delta\nu_k$ en fonction de la température du cristal est de l'ordre de 14 GHz/K. Cette pente est donc 35 fois plus grande que celle de α . Augmenter la fréquence du laser a pour effet d'augmenter cette pente, sans modifier la température pour laquelle $\Delta\nu_k$ s'annule. Ce changement de pente est en fait infime et n'aura donc aucune influence.

Les fréquences de battement autorisées par la condition d'oscillation ont été superposées figure 7.4 avec la condition d'accord de phase en fonction de la température du cristal. Il y a donc deux accordabilités en fréquence lorsque la température du cristal est modifiée : une lente et l'autre rapide. La forte différence de pente a pour conséquence que l'OPO sera accordable par sauts de mode. Ce comportement est similaire à celui des diodes lasers. Les plages de fonctionnement ont été représentées en gras, les pointillés correspondent aux sauts de mode.

Cette figure fait apparaître clairement que la dégénérescence peut ne jamais être atteinte : dans le cas représenté, un saut de mode se produit avant. Dans le pire des cas, le saut de mode

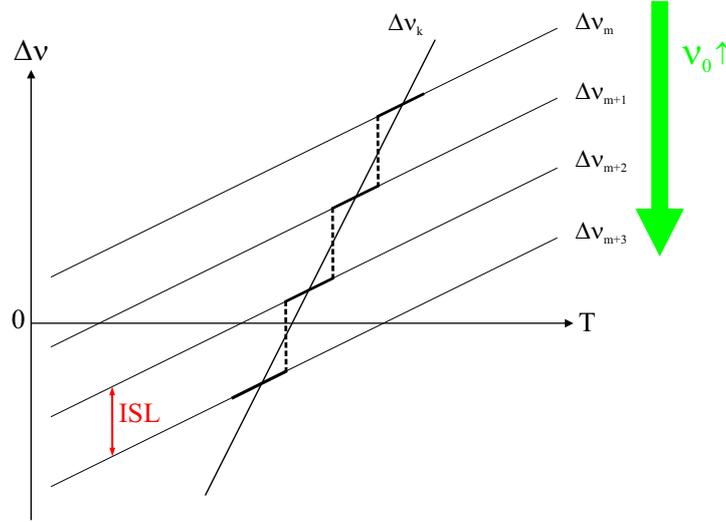


FIG. 7.4: Fréquences de battement permises, pour une longueur de cavité donnée, superposées à la condition d'accord de phase $\Delta\nu_k$ en fonction de la température du cristal. Le couple le plus proche de cette dernière condition, qui aura donc le seuil le plus bas, est sélectionné. Ces plages de fonctionnement ont été représentées en gras. Les pentes très différentes conduisent à une accordabilité en saut de modes. Il est nécessaire d'ajuster la fréquence du laser pour que la dégénérescence en fréquence soit possible, c'est-à-dire qu'une plage en gras coupe l'axe $\Delta\nu = 0$.

se produit pour une fréquence de battement égale à la moitié de l'intervalle spectral libre de l'OPO. Il est donc nécessaire de modifier la fréquence de pompe (c'est-à-dire modifier α) de telle sorte que l'une des plages de fonctionnement possibles coupe la dégénérescence. Cette figure montre également que la dégénérescence ne peut être obtenue qu'accidentellement : c'est un point d'extension nulle dans l'espace des paramètres expérimentaux. La moindre fluctuation de température fait passer de part et d'autre.

C.3 Résonance des champs signal et complémentaire

L'égalité $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ nécessaire à l'oscillation ne dit rien sur le seuil de cette oscillation. Le seuil minimum est obtenu à résonance, c'est-à-dire pour $\Delta = 0$. Afin de vérifier à la fois la condition d'oscillation et la résonance des champs signal et complémentaire, les déphasages doivent s'écrire de manière générale :

$$\Delta_1 = 2p\pi \quad \text{et} \quad \Delta_2 = 2(p+m)\pi \quad (7-8)$$

Les longueurs de cavité correspondantes sont alors données par :

$$L + \bar{n}l = \frac{\lambda_0}{2} \left((2p+m) + \frac{\delta nl}{L + \bar{n}l} \left(m + 2 \frac{\delta nl}{\lambda_0} \right) \right) \quad (7-9)$$

Considérons tout d'abord le premier terme du second membre de cette expression et supposons le second négligeable. A une longueur de cavité qui assure l'oscillation du système correspond

une valeur fixée de $q = 2p + m$. Plusieurs valeurs de p et m sont donc possibles et correspondent à des fréquences de battement différentes. Il est important de noter que q et m ont la même parité. Ainsi, si q est pair alors m est pair et seuls les battements $\alpha, \alpha \pm 2 ISL, \dots$ peuvent exister. De même, si q est impair alors m l'est aussi : seuls les battements $\alpha \pm ISL, \alpha \pm 3 ISL, \dots$ peuvent osciller.

Le second terme ne dépend que de m . Il a donc pour effet de lever la dégénérescence en longueur des différentes fréquences de battements possibles. La distance entre deux résonances est égale à $\lambda_0 \frac{\delta nl}{\bar{L} + \bar{n}l}$ soit environ $\lambda_0/100$. Les pics sont donc très proches relativement à la distance séparant deux résonances pompes.

L'OPO va ainsi présenter un fonctionnement discret en fonction de la longueur de la cavité. La condition de résonance n'étant pas stricte, les plages de fonctionnement seront centrées autour des longueurs définies en (7-9). La largeur de ces plages dépend à la fois de la finesse infrarouge et du taux de pompage. Cette discrétisation des longueurs de fonctionnement est spécifique aux OPO de type II doublement ou triplement résonants et les distingue des lasers qui peuvent osciller pour toute longueur de leur cavité.

C.4 Résonance du champ pompe

Un dernier critère va sélectionner les modes qui vont osciller. Afin d'avoir une oscillation pour une puissance pompe proche du seuil, la longueur de la cavité doit être proche d'une résonance pompe. Pour une résonance pompe donnée, les valeurs de m pour lesquelles les longueurs de cavité définies en (7-9) sont les plus proches d'un multiple de $\lambda_0/2$ seront ainsi favorisées. De plus, chaque résonance pompe correspond à une parité donnée de q , donc des m sélectionnés.

Si la résonance pompe est fine, seuls quelques modes, voire un seul, peuvent osciller. Dans notre expérience où la finesse pompe est de l'ordre de 100, un seul mode peut osciller dans la résonance pompe car la séparation des pics est justement, comme calculé précédemment, de l'ordre de $\lambda_0/100$.

C.5 Résumé

La fréquence des faisceaux émis est globalement imposée par la condition d'accord de phase. Les valeurs précises sont ensuite déterminées par les conditions de résonance. La figure 7.5 résume les résultats précédents lorsque la longueur de la cavité est balayée, à une température du cristal donnée.

Les oscillations infrarouges n'apparaissent qu'au niveau des résonances pompes où le seuil est bas. Les fréquences de battement, discrétisées et paramétrées par m , sont différentes d'une résonance pompe à la suivante. Il est donc nécessaire d'étudier deux résonances pompes successives pour trouver le battement le plus proche de la dégénérescence.

Lorsque la température du cristal est modifiée, les pics infrarouges se déplacent relativement à la résonance pompe, s'approchant ou s'éloignant du seuil minimum. A longueur fixée, par exemple au sommet de la résonance pompe où l'OPO sera asservie, le mode oscillant voit sa fréquence modifiée avec la température tout en s'éloignant de résonance. Puis, c'est le

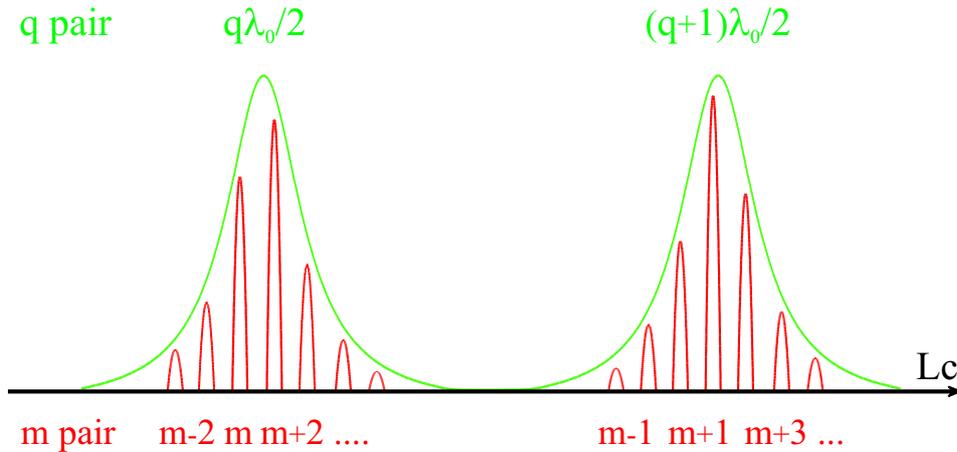


FIG. 7.5: Résonances du champ pompe et oscillations infrarouges lorsque la longueur de la cavité est balayée. Les fréquences de battement, définies par les valeurs de m , sont différentes d'une résonance pompe à la suivante.

mode suivant qui oscille à cette longueur fixée. Un saut de mode s'est produit entre les deux oscillations.

La dégénérescence en fréquence est difficile à obtenir. Un saut de modes se produit généralement avant de l'atteindre. Il est alors nécessaire de modifier la fréquence du laser. Un ajustement très fin est à trouver pour pouvoir assurer également au mode dégénéré d'être résonant simultanément avec la pompe et avoir donc un seuil bas. C'est toute la difficulté de la triple résonance.

D Obtenir expérimentalement la dégénérescence

Cette section détaille comment approcher expérimentalement la dégénérescence. La condition de triple résonance rend cette recherche plus difficile. Cette étape est cruciale et l'ensemble des résultats ultérieurs en dépend.

D.1 Dispositifs d'analyse en fréquence

Afin de déterminer les fréquences des champs émis, trois dispositifs différents ont été réalisés. Un miroir de renvoi mobile à la sortie de l'OPO permet de diriger les faisceaux infrarouges vers ces trois dispositifs simultanément. Le schéma du bloc d'analyse en fréquence est détaillé figure 7.6.

Une première étude grossière est réalisée à l'aide d'un spectromètre à réseau de résolution 0.2 nm. Utilisée pour mettre en évidence la dépendance grossière en fréquence, qui correspond à la condition d'accord de phase (~ 20 GHz/K), cette étude permet de déterminer la température de dégénérescence à quelques dixièmes de degré près. Un résultat typique de cette analyse a été présenté au chapitre 4. Indispensable pour caractériser chaque nouveau cristal, cette étude n'est réalisée qu'une seule fois.

Lorsque les fréquences des faisceaux signal et complémentaire sont suffisamment proches,

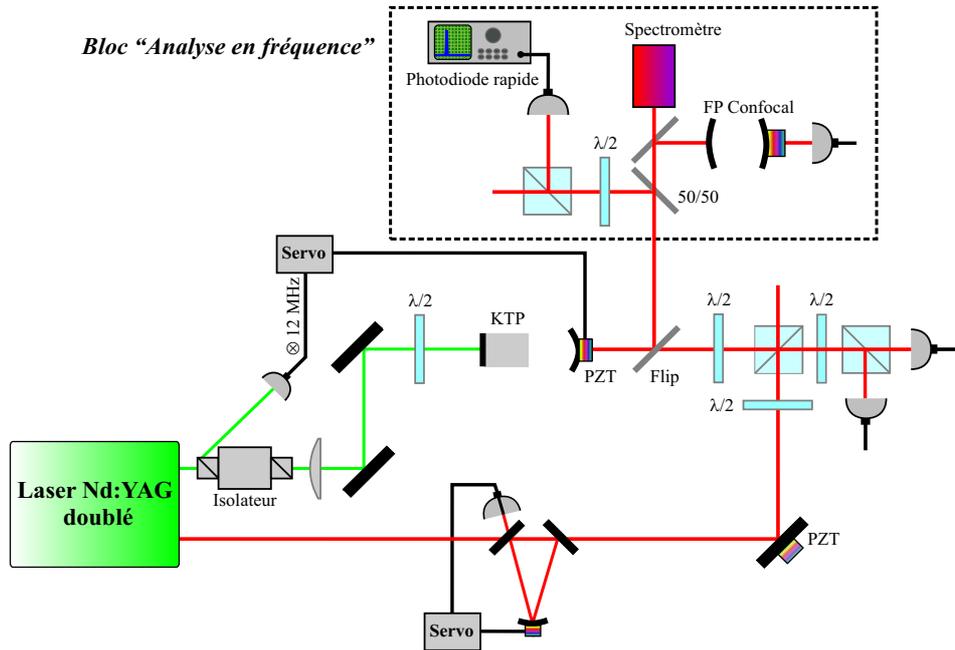


FIG. 7.6: Un miroir mobile ("Flip") à la sortie de l'OPO permet d'envoyer les faisceaux signal et complémentaire dans un bloc d'analyse en fréquence. Trois caractérisations sont possibles selon l'écart à la dégénérescence : spectromètre, Fabry-Perot et battement. A ces dispositifs s'ajoute un oscillateur local permettant de confirmer une éventuelle dégénérescence par interférences.

le battement entre les deux champs peut être détecté à l'aide d'une photodiode rapide, jusqu'à des fréquences de l'ordre de 1 GHz. La photodiode en InGaAs utilisée (Hamamatsu G8376-02) est polarisée sous sa valeur maximale admissible, 18 V. La capacité de la photodiode diminue en effet avec cette tension et il est donc légitime de l'augmenter le plus possible pour réaliser un système de détection de grande bande passante. Le photocourant est directement converti en tension par une résistance de charge de 50 Ω . Afin de réduire les capacités parasites qui limiteraient rapidement la bande passante, le circuit doit être très compact et les pattes des composants les plus courtes possibles. Pour cela, des composants pour montage en surface (CMS) ont été utilisés. Le photocourant est ensuite amplifié (Nuclétudes 10.36.2) et visualisé sur un analyseur de spectre.

Un Fabry-Perot confocal vient compléter ce dispositif. De finesse expérimentale 300 et d'intervalle libre 1.5 GHz, il a été construit à partir de deux miroirs plan-concaves de rayon de courbure 50 mm et de coefficient de réflexion 99%. La résolution relativement faible, de l'ordre de 5 MHz, conduit fréquemment à des superpositions accidentelles des deux pics. Une telle superposition n'est jamais la preuve d'une dégénérescence en fréquence. Le Fabry-Perot est en fait d'une utilité réduite car la photodiode rapide apporte beaucoup plus d'informations. Il confirme cependant le fonctionnement monomode longitudinal de l'OPO.

La figure 7.7 donne un exemple typique des signaux obtenus au Fabry-Perot et à la photodiode rapide. La différence d'amplitude des pics signal et complémentaire au Fabry-Perot est principalement due à des coefficients de réflexion des miroirs de renvoi différents suivant les

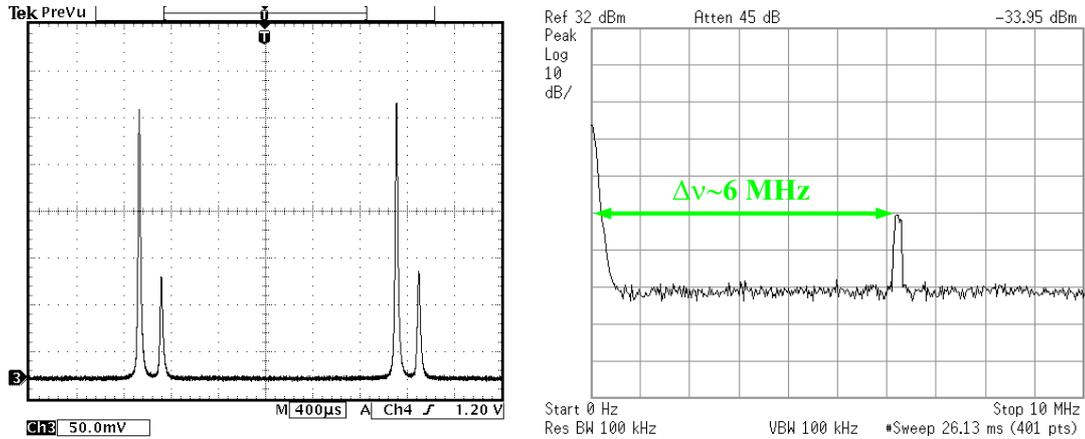


FIG. 7.7: Observations typiques obtenues à l'aide du Fabry-Perot et de la photodiode rapide. Cette dernière permet de mesurer le battement entre les faisceaux signal et complémentaire.

deux polarisations.

D.2 Confirmation d'une éventuelle dégénérescence

Deux méthodes permettent de confirmer une éventuelle dégénérescence en fréquence. La première technique consiste à faire interférer les champs émis avec le laser infrarouge initial. L'observation d'interférences lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée à quelques Hz confirme la dégénérescence. Une autre méthode, plus originale et plus rapide, est également utilisée. Si les champs signal et complémentaire sont à la même fréquence, alors le champ émis par l'OPO, superposition de ces deux composantes orthogonales, a une polarisation bien définie : l'intensité infrarouge détectée après le cube polariseur est modifiée en tournant la lame demi-onde à la sortie de l'OPO. Cela n'est bien sûr jamais le cas lorsque les deux faisceaux polarisés orthogonalement sont à des fréquences différentes.

D.3 Stratégie pour approcher expérimentalement la dégénérescence

La première étape consiste à déterminer autour de quelle température la dégénérescence peut être obtenue. L'étude au spectromètre permet de situer la température de dégénérescence à quelques dixièmes de degrés près.

Le battement est ensuite recherché à la photodiode rapide. Généralement, aucun battement n'est observé à cette étape. Il faut alors changer la fréquence du laser par pas d'environ 500 MHz. A chaque pas, la température du cristal est balayée dans une plage de quelques dixièmes de degrés, valeur de l'incertitude sur ce paramètre. Cette étape consiste à assurer qu'une des plages de fonctionnement de l'OPO passe par la dégénérescence (figure 7.4). Il ne faut pas non plus oublier d'étudier deux résonances pompes successives car le battement le plus proche de la dégénérescence n'est obtenu que pour une résonance pompe sur deux.

Une fois le battement trouvé, généralement à quelques centaines de MHz, un ajustement fin est nécessaire. Changer la fréquence du laser ou la température du cristal diminue la fréquence

de battement mais écarte également le mode considéré de résonance : le seuil augmente. C'est en jouant conjointement sur ces deux paramètres que, de proche en proche, le battement est amené à zéro, tout en assurant un seuil bas. La figure 7.7 montre un battement obtenu à quelques MHz.

Il est généralement nécessaire de beaucoup modifier la fréquence du laser. Nous avons vu précédemment que, dans le pire des cas, il fallait décaler les battements d'un demi intervalle spectral libre, soit 1.5 GHz. Avec une translation de 10 MHz par modification de la fréquence pompe de 1 GHz, la pompe devra donc être modifiée au plus de 150 GHz : c'est justement la limite de son accordabilité. Un laser pompe peu accordable en fréquence serait un obstacle majeur à la recherche de la dégénérescence et aux études ultérieures. Cela montre également qu'il n'existe qu'une seule zone de fréquence du laser pour laquelle la dégénérescence est possible. Par ailleurs, l'accordabilité du laser n'est pas continue : des sauts de modes se produisent tous les 20 GHz environ. La fréquence juste après le saut de mode est différente de celle juste avant car deux plages de fonctionnement successives se recouvrent en fréquence pour moitié (figure 3.2).

D.4 Répétabilité

Au cours d'une même journée ou d'une journée à la suivante, les paramètres qui permettent d'obtenir la dégénérescence – température du cristal et fréquence du laser – évoluent. Statistiquement, ces paramètres doivent être fréquemment ajustés dans une plage de l'ordre de 500 MHz pour la fréquence pompe et de 0.1 K pour la température du cristal.

Lorsque le point de focalisation sur le cristal est modifié, la recherche du battement est à nouveau nécessaire. En raison d'une légère inhomogénéité, des variations locales des indices de réfraction modifient les paramètres de fonctionnement. Si la température du cristal reste toujours dans une plage de 0.5 K, la fréquence du laser peut être assez différente (plusieurs sauts de mode). Des changements supérieurs à 10 GHz ont souvent été nécessaires.

D.5 La dégénérescence : un point de fonctionnement accidentel

Le battement peut être amené à zéro par un ajustement fin et simultané de la fréquence pompe et de la température du cristal. La figure 7.8 donne le battement en configuration MaxHold. Cette configuration conserve la valeur maximale atteinte à chaque fréquence et permet ainsi de visualiser en une seule trace toutes les fréquences de battement obtenues lors de cette procédure d'ajustement : de 8 MHz, le battement se rapproche progressivement de zéro jusqu'à atteindre la dégénérescence. Cependant, la dégénérescence n'est qu'accidentelle : elle correspond à un point d'extension nulle dans l'espace des paramètres expérimentaux. Aucun signe d'accrochage en fréquence n'a en effet été observé : le battement fluctue autour de la dégénérescence, passant de part et d'autre, voire s'éloignant rapidement. Il n'a pas été possible d'obtenir des interférences stables avec l'oscillateur local lorsque sa phase est balayée à quelques Hz.

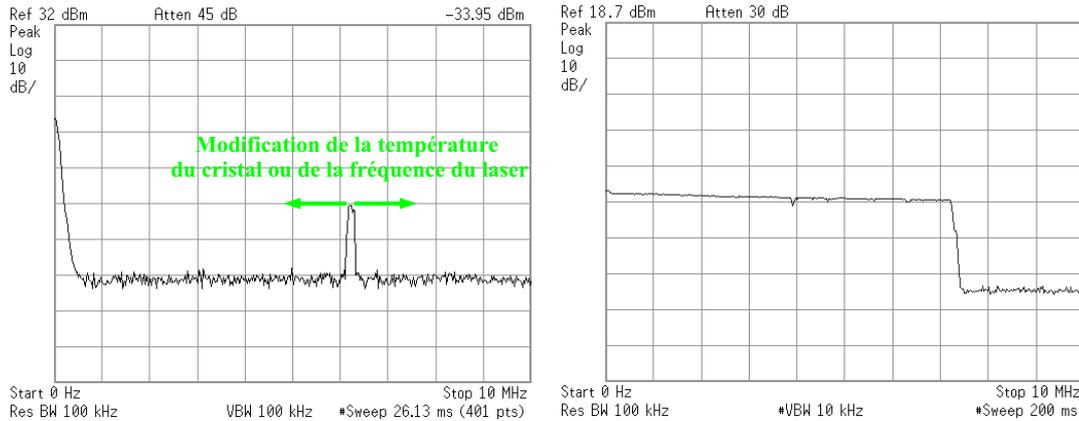


FIG. 7.8: Battement signal/complémentaire observé à l'analyseur de spectre. Le battement se déplace lorsque la température du cristal ou la fréquence du laser sont modifiées. Le second tracé est obtenu en configuration MaxHold. Le battement passe continûment par zéro lorsque les paramètres précédent sont modifiés, sans aucun signe d'accrochage.

D.6 Asservissement électronique et verrouillage de phase

Un asservissement électronique peut permettre de stabiliser le battement à dégénérescence, ou à toute autre fréquence, par comparaison à une fréquence de référence. Par l'intermédiaire d'une boucle à verrouillage de phase, la phase du battement peut également être asservie sur la phase de ce signal de référence. La rétroaction modifie un indice du cristal via des électrodes directement déposées sur ce dernier. Une stabilisation à quelques GHz fut ainsi démontrée pour la première fois en 1992 par D. Lee et N.C. Wong [Lee92].

Plus récemment, l'équipe de O. Pfister à l'Université de Virginie a développé un OPO doublement résonant dont les fréquences d'émission sont asservies à dégénérescence [Feng03, Feng04]. Cependant, diverses dérives n'ont pas permis à ce jour d'obtenir une compression de bruit sur la somme des fluctuations de phase.

Une telle étude est également en cours sur notre expérience. La figure 7.9 résume la technique utilisée. La transmission résiduelle à 1064 nm du miroir d'entrée de l'OPO permet de détecter en réflexion quelques μW des faisceaux signal et complémentaire. L'un des faisceaux est décalé en fréquence de 50 MHz par un modulateur acousto-optique. Le battement entre les deux modes est ensuite mesuré et comparé à la phase de cette fréquence de référence. Un signal d'erreur a déjà été obtenu et il est désormais nécessaire de mettre en place les électrodes sur le cristal. Un nouveau four qui permettra d'appliquer une tension sur ces électrodes est en cours de réalisation.

Un asservissement électronique a cependant pour défaut majeur d'être lent, pour deux raisons principales. Tout d'abord, la puissance du battement est faible puisque il ne peut être obtenu qu'en utilisant une petite fraction des champs signal et complémentaire afin de ne pas dégrader les effets quantiques. Il est donc nécessaire de moyennner sur quelques millisecondes à quelques secondes pour obtenir un rapport signal à bruit exploitable dans la boucle de rétroaction. De plus, la boucle est limitée par la bande passante de l'électronique de rétroaction

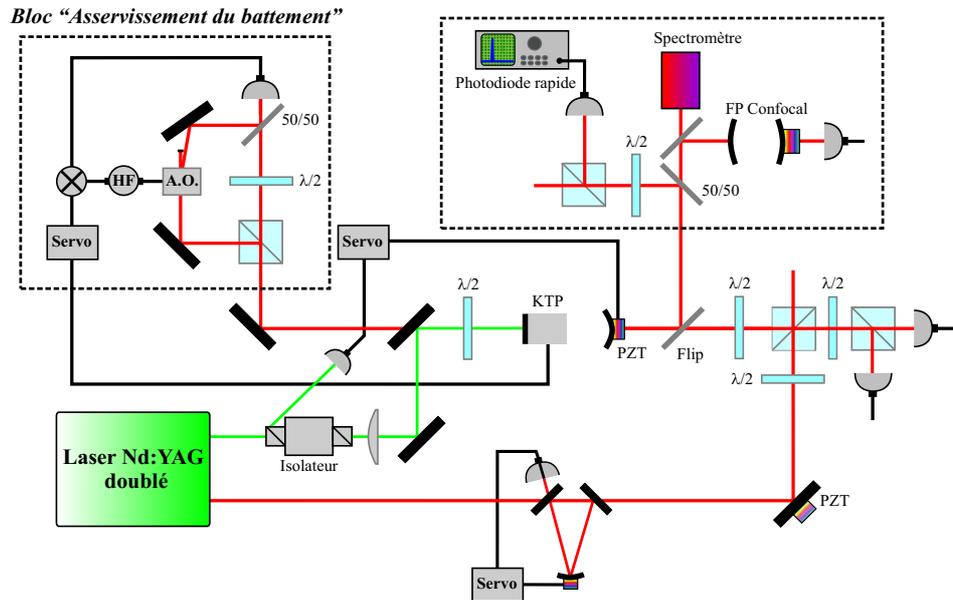


FIG. 7.9: Asservissement du battement à dégénérescence. Le battement est décalé de 50 MHz par un modulateur acousto-optique et comparé à cette fréquence qui sert de référence. Le signal d’erreur est ensuite envoyé sur des électrodes déposées sur le cristal de l’OPO.

(PID, amplificateur haute tension...). Les fluctuations rapides ne sont donc pas corrigées. La troisième partie de ce mémoire sera consacrée à une solution alternative ”tout-optique”.

E Conclusion

Les anti-corrélations de phase des champs émis par un oscillateur paramétrique optique au-dessus du seuil sont beaucoup plus difficiles à observer que les corrélations d’intensité. Pour accéder à cette propriété, il est nécessaire de limiter la diffusion de phase qui affecte les phases individuelles. Travailler à dégénérescence en fréquence est également beaucoup plus simple et permet de mettre en œuvre les techniques usuelles de détection homodyne. Ces contraintes nécessitent toutes deux de contrôler le battement entre les champs signal et complémentaire : ce chapitre a ainsi détaillé le comportement spectral du système et a montré comment obtenir expérimentalement la dégénérescence, point de fonctionnement accidentel dans l’espace des paramètres expérimentaux. Un ajustement de la fréquence du laser – parfois important – et de la température du cristal sont nécessaires.

Un verrouillage électronique devrait permettre de limiter la diffusion de phase et d’asservir le battement à dégénérescence. Une telle étude est en cours de réalisation sur notre expérience. Cette technique a cependant pour défaut d’être lente et peu aisée à mettre en œuvre. Une autre possibilité est d’obtenir un verrouillage ”tout-optique” en introduisant un couplage linéaire entre les champs signal et complémentaire. L’étude de ce phénomène d’auto-verrouillage de phase à dégénérescence en fréquence et des propriétés quantiques des faisceaux émis constituent le sujet de la troisième et dernière partie de ce manuscrit.

Les paramètres permettant d'obtenir la dégénérescence au-dessus du seuil assurent la triple résonance de la pompe et des modes infrarouges dégénérés en fréquence. Cette configuration est également celle requise, au-dessous du seuil, pour générer par amplification paramétrique dégénérée en fréquence des faisceaux vides intriqués en quadrature. Le chapitre suivant décrit les propriétés quantiques de l'OPO au-dessous du seuil, théoriquement et expérimentalement.

8. Compression de bruit et intrication au-dessous du seuil

Sommaire

A	Introduction	113
B	Amplification paramétrique dégénérée en fréquence	114
B.1	Equations linéarisées	114
B.2	Variances de bruit	115
B.3	Critère d'intrication et critère EPR	116
C	Résultats expérimentaux	117
C.1	Schéma expérimental	117
C.2	Asservissement de la détection homodyne	119
C.3	Mesure sur une large bande de fréquence	120
C.4	Mesure à basse fréquence	120
D	Applications possibles d'une source comprimée à basse fréquence	121
D.1	Mesures interférométriques	122
D.2	Mesures à faible fréquence de modulation	122
D.3	Mesures dans une fenêtre temporelle	123
E	Conclusion	123

A Introduction

La recherche de la dégénérescence au-dessus du seuil a permis de déterminer les paramètres expérimentaux – fréquence de pompe et température du cristal – pour lesquels le champ pompe et les champs infrarouges dégénérés en fréquence sont simultanément résonants. Ce réglage pourrait également être obtenu, sans jamais passer au-dessus du seuil, en injectant un champ infrarouge issu du laser initial et en assurant la triple résonance. Cette configuration est également celle requise au-dessous du seuil pour générer des faisceaux vides présentant des corrélations EPR entre quadratures orthogonales. C'est à l'aide d'un dispositif similaire que fut obtenue en 1992 par Z.Y. Ou *et al.* la première démonstration expérimentale de telles corrélations [Ou92]. Ce chapitre établit théoriquement les propriétés quantiques du système et détaille sa mise en œuvre expérimentale.

Les compressions de bruit rapportées jusqu'à présent dans ce mémoire ont été mesurées à des fréquences d'analyse du bruit de quelques MHz. Il en est de même pour la plupart des

expériences d'optique quantique. A des fréquences plus basses, le fort excès de bruit technique vient généralement masquer les propriétés non-classiques des systèmes étudiés. A ce jour, peu d'expériences ont permis d'observer une compression de bruit à basse fréquence. En 1987, dans une expérience de mesures interférométriques réalisée par Ph. Grangier *et al.*, une réduction de bruit jusqu'à une fréquence de 200 kHz a été obtenue [Grangier87]. Plus récemment, une technique consistant à insérer la source de lumière non-classique au sein d'un interféromètre de Mach-Zehnder a permis d'améliorer cette valeur : une partie du bruit technique est rejetée lors de la recombinaison des deux voies [Bowen02]. Par cette méthode, R. Schnabel *et al.* ont réalisé une source continue de vide comprimé jusqu'à des fréquences de bruit de l'ordre de 100 kHz [Schnabel04].

Notre expérience a permis d'améliorer à nouveau cette fréquence limite sans avoir recours à la technique précédente [Laurat04b]. Grâce à la stabilité de notre montage, les propriétés non-classiques de l'état généré par l'OPO au-dessous du seuil – compression et intrication – sont préservées pour des fréquences aussi basses que 50 kHz. Ce chapitre revient finalement sur les applications possibles d'une source non-classique à basse fréquence. Elle permettrait d'améliorer la sensibilité de nombreuses expériences mettant en jeu la détection d'effets physiques très faibles, telles que la détection d'ondes gravitationnelles ou la mesure de petits déplacements d'un faisceau laser.

B Amplification paramétrique dégénérée en fréquence

Cette section établit les propriétés quantiques d'un OPO de type II pompé au-dessous du seuil d'oscillation. Les états produits sont caractérisés à l'aide du critère d'inséparabilité et du critère EPR, qui correspondent respectivement aux troisième et quatrième niveau de corrélations quantiques introduits au chapitre 2. Une étude en fonction des pertes intracavité renseigne à nouveau sur une différence majeure entre ces deux critères.

B.1 Equations linéarisées

Cette étude reprend les notations utilisées au cours des chapitres précédents. En particulier, le champ pompe est choisi réel. Les équations de bouclage dynamiques s'écrivent à résonance :

$$\begin{cases} \tau \frac{dA_1}{dt} + \gamma' A_1 &= g A_0 A_2^* + \sqrt{2\gamma} A_1^{in} + \sqrt{2\mu} B_1^{in} \\ \tau \frac{dA_2}{dt} + \gamma' A_2 &= g A_0 A_1^* + \sqrt{2\gamma} A_2^{in} + \sqrt{2\mu} B_2^{in} \end{cases} \quad (8-1)$$

Au-dessous du seuil, les valeurs moyennes de A_1 et A_2 sont nulles. Le bruit sur la pompe, qui apparaît dans les équations multiplié par les valeurs moyennes de A_1 et A_2 , n'intervient donc pas dans les équations linéarisées autour des valeurs moyennes :

$$\begin{cases} \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_1}{dt} + \delta A_1 &= \sigma \delta A_2^* + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} \delta A_1^{in} + \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} \delta B_1^{in} \\ \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_2}{dt} + \delta A_2 &= \sigma \delta A_1^* + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} \delta A_2^{in} + \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} \delta B_2^{in} \end{cases} \quad (8-2)$$

Par transformée de Fourier, ces équations deviennent algébriques. Comme précédemment, on définit Ω la fréquence de bruit normalisée à la bande passante de la cavité Ω_c et $p_i(\varphi, \Omega)$ les fluctuations du mode A_i pour une quadrature et une fréquence données :

$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{\omega\tau}{2\gamma'} = \frac{\omega}{\Omega_c} \\ p_i(\varphi, \Omega) &= \delta\widetilde{A}_i(\Omega)e^{-i\varphi} + \delta\widetilde{A}_i^*(-\Omega)e^{i\varphi}\end{aligned}\quad (8-3)$$

Les équations du système sont alors réduites sous la forme :

$$\begin{cases} p_1(\varphi)(1 + 2i\Omega) - \sigma p_2(-\varphi) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} p_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} p_1^{in'} = 0 \\ p_2(-\varphi)(1 + 2i\Omega) - \sigma p_1(\varphi) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} p_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} p_2^{in'} = 0 \end{cases}\quad (8-4)$$

où p_i^{in} et $p_i^{in'}$ correspondent aux fluctuations du vide qui sont indépendantes de la phase. Seules les quadratures avec des phases $\pm\varphi$ interagissent. En introduisant les quadratures orthogonales,

$$\begin{aligned}p_1 &= p_1(\varphi) \quad \text{et} \quad q_1 = p_1(\varphi + \pi/2) \\ p_2 &= p_2(-\varphi) \quad \text{et} \quad q_2 = p_2(-\varphi + \pi/2)\end{aligned}\quad (8-5)$$

on obtient deux équations identiques régissant l'évolution de la somme des fluctuations $q_1 + q_2$ et la différence des fluctuations $p_1 - p_2$:

$$\begin{cases} (p_1 - p_2)(1 + 2i\Omega + \sigma) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} (p_1^{in} - p_2^{in}) - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} (p_1^{in'} - p_2^{in'}) = 0 \\ (q_1 + q_2)(1 + 2i\Omega + \sigma) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} (q_1^{in} + q_2^{in}) - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} (q_1^{in'} + q_2^{in'}) = 0 \end{cases}\quad (8-6)$$

En écrivant une condition aux limites sur le miroir de sortie, il est simple d'exprimer les fluctuations sortantes puis d'obtenir les variances des différents bruits.

B.2 Variances de bruit

Les faisceaux individuels présentent un excès de bruit indépendant de la quadrature et ce bruit est d'autant plus important que l'OPO est pompé proche du seuil. En notant F le facteur de Fano, le spectre est donné par :

$$F = S_{p_1^{out}} = S_{q_1^{out}} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{8\sigma^2}{(4\Omega^2 + (\sigma - 1)^2)(4\Omega^2 + (\sigma + 1)^2)}\quad (8-7)$$

La somme des fluctuations sortantes $q_1^{out} + q_2^{out}$ et la différence des fluctuations $p_1^{out} - q_2^{out}$ sont comprimées au-dessous du bruit quantique standard. Les variances de bruit associées, qui donnent les gémellités G_p et G_q , sont identiques. Les gémellités sont donc égales à une valeur commune G :

$$G = S_{p_1^{out} - p_2^{out}} = S_{q_1^{out} + q_2^{out}} = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma + 1)^2}\quad (8-8)$$

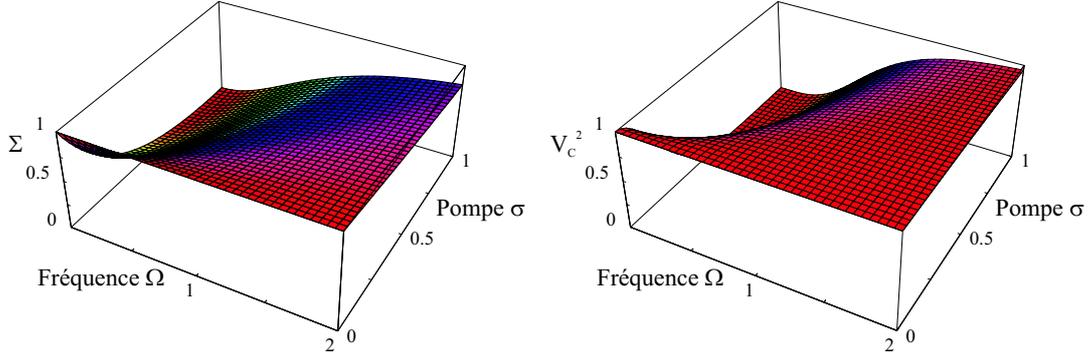


FIG. 8.1: Séparabilité Σ et produit des variances conditionnelles V_c^2 au-dessous du seuil, en fonction du taux de pompage et de la fréquence d'analyse ($\mu = 0$).

La réduction de bruit est d'autant plus forte que l'OPO est pompé proche du seuil. Au seuil, et à fréquence nulle, la compression de bruit est maximale et donnée par le rapport γ/γ' . Ce terme est celui qui intervenait également lors de l'étude au-dessus du seuil : à transmission donnée, la compression est d'autant plus forte que les pertes intracavité sont faibles. Soulignons à nouveau que les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des modes signal et complémentaire sont comprimés suivant des quadratures orthogonales. Leur compression de bruit est égale à la gémellité G .

B.3 Critère d'intrication et critère EPR

La séparabilité Σ est définie comme la demi-somme des gémellités : elle est donc égale à l'expression donnée en (8-8). Le *critère de Duan* assure l'inséparabilité si cette grandeur est plus petite que l'unité, ce qui sera donc ici toujours le cas. Cette situation correspond au troisième niveau de corrélations défini au chapitre 2. La figure 8.1 donne la séparabilité Σ en fonction du taux de pompage et de la fréquence d'analyse. Au seuil, à fréquence nulle et en l'absence de pertes, les deux modes générés sont parfaitement corrélés et anti-corrélés suivant des quadratures orthogonales : Σ est réduite à zéro.

Le quatrième niveau de corrélations quantiques, le *critère EPR*, nécessite que le produit des variances conditionnelles soit inférieur à 1. Le calcul de la variance conditionnelle fait intervenir le facteur de Fano F et la gémellité G suivant la relation $V_c = 2G - G^2/F$. Puisque les modes sont symétriques, les variances conditionnelles sont égales et le produit s'écrit V_c^2 . Cette grandeur est donnée par la figure 8.1. En l'absence de pertes, le critère est vérifié quels que soient les paramètres.

L'évolution des deux critères en fonction des pertes μ s'avère très différente. La gémellité G étant toujours inférieure à 1, le critère de Duan reste vérifié quelles que soient les pertes. En revanche, cela n'est pas le cas du critère EPR dès que les pertes μ dépassent la transmission γ (ce qui revient à dire qu'il y a plus de 50% de pertes). La figure 8.2 donne à nouveau la séparabilité et le produit des variances conditionnelles mais pour des pertes μ égales au double de la transmission γ : les modes générés sont bien intriqués mais le critère EPR n'est plus vérifié. Cette différence majeure a été soulignée au chapitre 2 : le critère EPR est très sensible aux pertes alors que le critère d'inséparabilité en est totalement indépendant.

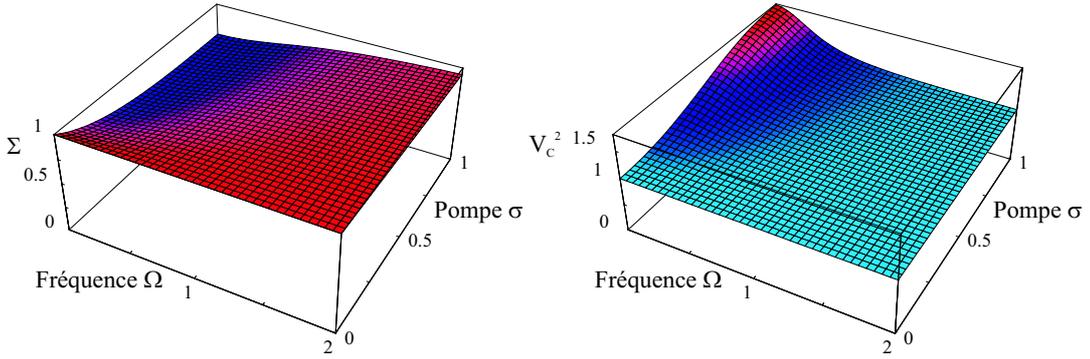


FIG. 8.2: Séparabilité Σ et produit des variances conditionnelles V_c^2 au-dessous du seuil, en fonction du taux de pompage et de la fréquence d'analyse. Les pertes μ sont égales à deux fois la transmission γ . Critère d'inséparabilité et critère EPR évoluent très différemment sous l'action de pertes.

C Résultats expérimentaux

Le chapitre précédent a permis de déterminer les paramètres expérimentaux – température du cristal et fréquence du laser – qui assurent la résonance simultanée de la pompe et des champs infrarouges dégénérés en fréquence. En passant au-dessous du seuil, il est alors possible de générer des faisceaux vides intriqués en quadrature. Cette partie décrit expérimentalement ce régime de fonctionnement.

C.1 Schéma expérimental

Une mesure directe des corrélations ou des anti-corrélations nécessite deux détections homodynes. Le bruit sur la différence ou la somme des photocourants donne alors accès à ces grandeurs. Comme détaillé au chapitre 3, une autre méthode de caractérisation de l'intrication consiste à mesurer le bruit des modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des modes signal et complémentaire, qui sont comprimés suivant des quadratures orthogonales. La séparabilité Σ est alors définie comme la demi-somme de ces compressions.

Le schéma expérimental est donné figure 8.3. L'oscillateur paramétrique optique est pompé au-dessous du seuil. La lame $\lambda/2$ à la sortie de l'OPO permet de choisir le champ à caractériser : modes signal ou complémentaire qui sont intriqués, ou les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ qui sont comprimés. L'oscillateur local est filtré spatialement à l'aide d'une cavité de finesse 3000 asservie à résonance par tilt-locking (chapitre 3). La visibilité de la détection homodyne est de l'ordre de 97%. Le bruit quantique standard de chaque mesure est obtenu en bloquant la sortie de l'OPO : ce sont alors les fluctuations du vide qui sont homodynées.

La figure 8.4 donne la variance de bruit mesurée pour les faisceaux individuels et les modes à $\pm 45^\circ$ lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée. La mesure est effectuée à une fréquence d'analyse du bruit de 2 MHz et un taux de pompage σ de 0.9. Plus proche du seuil, la compression de bruit est dégradée. En effet, plus l'OPO est pompé proche du seuil et plus le bruit sur la quadrature amplifiée est important et la plage angulaire pour laquelle la compression est observée réduite. Toutes fluctuations de la phase relative de l'oscillateur local et

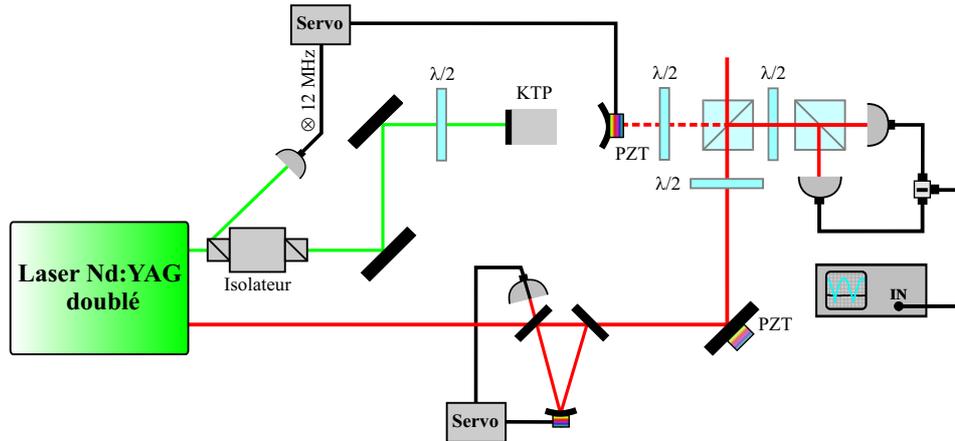


FIG. 8.3: Schéma expérimental. La lame $\lambda/2$ à la sortie de l'OPO permet de choisir le champ à caractériser : modes signal ou complémentaire qui sont intriqués, ou les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ qui sont comprimés.

du mode étudié (vibrations,...) deviennent critiques et ont pour effet de moyenner rapidement le bruit autour de la compression maximale.

Les faisceaux individuels sont fortement bruités et ce bruit est indépendant de la quadrature. Les modes à $\pm 45^\circ$ sont quant à eux fortement comprimés au-dessous de la limite quantique standard. Une réduction de bruit de l'ordre de 5 dB (70%) est obtenue pour chaque mode, ce qui donne une séparabilité Σ , définie comme la demi-somme de ces variances comprimés, de l'ordre de 0.3 après correction du bruit électronique. Cette intrication est la plus forte obtenue à ce jour en variables continues.

A partir du bruit individuel, il est également possible de vérifier le critère EPR. Le produit des deux variances conditionnelles atteint ici 0.4. Cette valeur est largement inférieure à l'unité et confirme ainsi que les faisceaux générés sont des faisceaux EPR. Notons que ce calcul n'était pas nécessaire car une séparabilité plus petite que 0.5 assure que le critère EPR est vérifié.

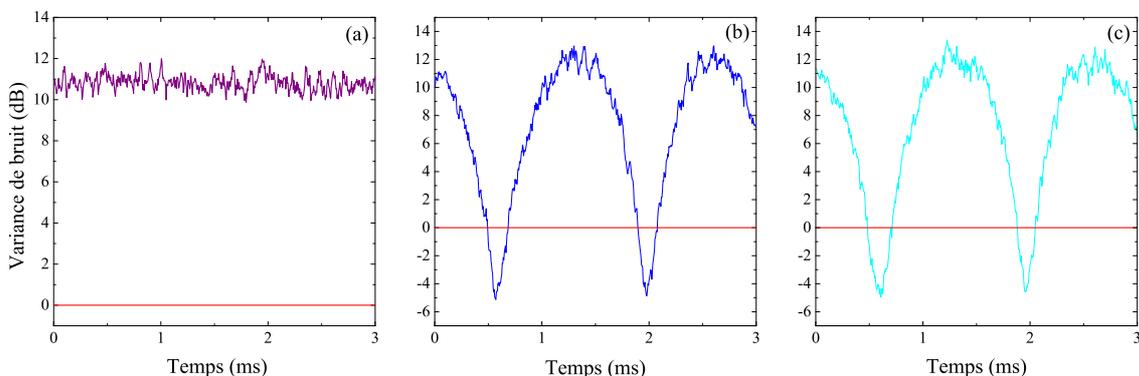


FIG. 8.4: Variance du bruit normalisée au bruit quantique standard lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée. (a) faisceau individuel A_1 ou A_2 , (b) mode A_+ , (c) mode A_- . (2 MHz, $\sigma = 0.9$)

C.2 Asservissement de la détection homodyne

La phase de l'oscillateur local peut être asservie sur la quadrature comprimée par une technique proche de la méthode "dither and lock" exposée au chapitre 3. Cette méthode, présentée figure 8.5, exploite la dépendance en phase du bruit. Le photocourant de la détection homodyne est amplifié puis démodulé à 4 MHz : cette étape utilise la même électronique que celle développée pour l'acquisition informatique des fluctuations (description au chapitre 3). L'enveloppe de ce signal est ensuite détectée puis filtrée. Ces différentes étapes sont similaires à celles qu'effectue un analyseur de spectre. La méthode pourrait ainsi être appliquée en récupérant le signal avant affichage. Cette option n'est cependant pas disponible sur tous les analyseurs de spectre. Pour asservir au minimum du bruit, une petite modulation à quelques kHz est appliquée à la cale piézoélectrique qui contrôle la phase de l'oscillateur local. L'enveloppe est à son tour démodulée à cette fréquence à l'aide d'une détection synchrone commerciale Stanford. Le signal d'erreur ainsi obtenu est ensuite appliqué, après amplification, à la cale piézoélectrique. Cette technique a permis d'asservir la détection homodyne sur la quadrature comprimée pendant plus d'une heure. La fréquence de démodulation du bruit étant fixée à 4 MHz, un signal à observer à basse fréquence ne sera pas affecté par la boucle de rétroaction.

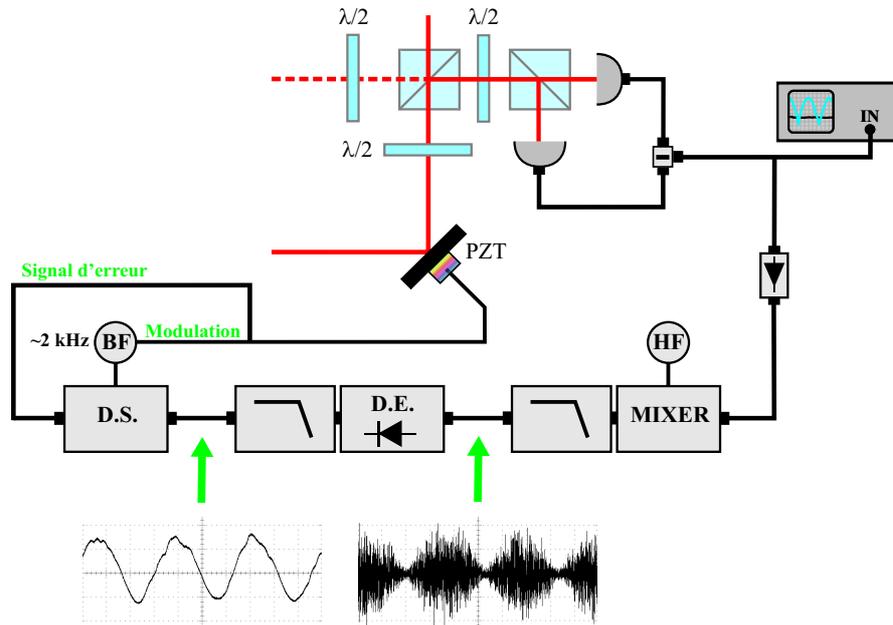


FIG. 8.5: Asservissement de la détection homodyne sur la quadrature comprimée. La différence des photocourants est amplifiée puis démodulée à la fréquence de 4 MHz. L'enveloppe de ce signal est ensuite détectée puis à son tour démodulée à la fréquence de modulation de la cale piézoélectrique qui fixe la phase de l'oscillateur local. D.S. : détection synchrone commerciale Stanford. D.E. : détection d'enveloppe. Les traces expérimentales sont obtenues lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée.

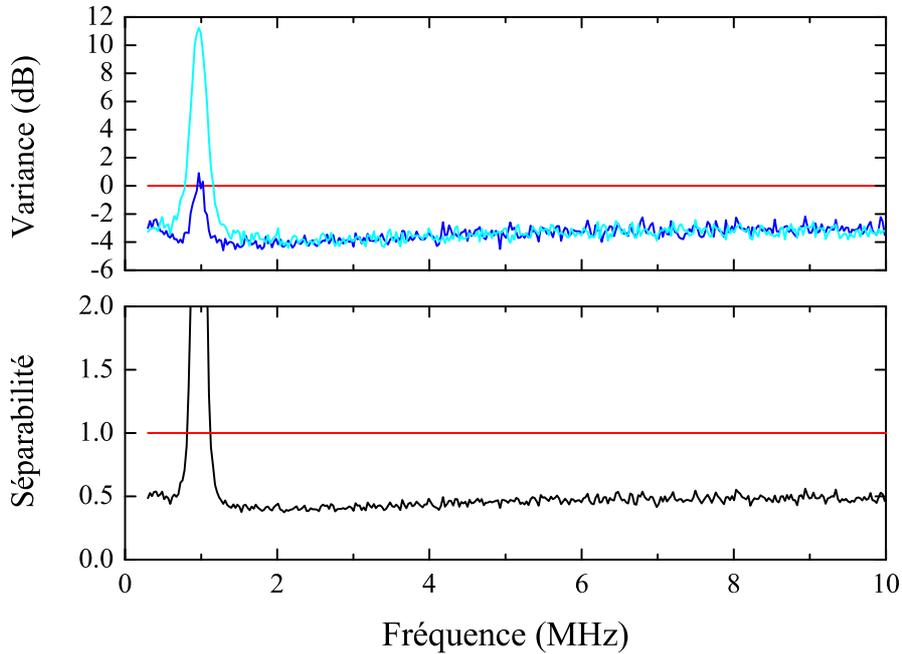


FIG. 8.6: Puissance de bruit normalisée des modes à $\pm 45^\circ$ sur une plage de fréquence de 300 kHz à 10 MHz et séparabilité pour les modes signal et complémentaire. La séparabilité Σ est définie comme la demi-somme des variances représentées. (RBW 100 kHz, VBW 300 Hz)

C.3 Mesure sur une large bande de fréquence

La figure 8.6 donne le bruit sur les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ pour une fréquence d'analyse comprise entre 300 kHz et 10 MHz. On observe que ces deux modes sont très fortement comprimés au-dessous du bruit quantique standard sur une large bande de fréquence. Un pic étroit d'excès de bruit est cependant présent autour de 1 MHz et correspond à l'oscillation de relaxation du laser. Cet excès est moins important sur le mode A_+ qui est sensible au bruit de phase et non d'intensité du laser. Un "noise-eater" installé sur le laser permettrait de fortement diminuer le bruit résiduel à cette fréquence. La figure 8.6 donne également la valeur de la séparabilité définie comme la demi-somme des variances comprimées. Excepté autour de 1 MHz, on constate que le critère de Duan est bien vérifié sur une large bande de fréquence.

C.4 Mesure à basse fréquence

Pour étudier le bruit à basse fréquence, la fréquence de coupure basse des photodiodes a été diminuée jusqu'à une dizaine de kHz. Cette fréquence est fixée par la capacité à l'entrée de l'étage HF du circuit d'amplification (schéma électronique en Annexe C). Un analyseur de spectre différent de celui utilisé généralement au cours de cette thèse a également été nécessaire pour cette étude (Agilent E4443A). Il permet des mesures de bruit pour des fréquences comprises entre 3 Hz et 6.7 GHz.

La figure 8.7 donne les mêmes mesures que la figure 8.6 mais pour des fréquences de bruit très différentes. La mesure est maintenant effectuée entre 40 kHz et 150 kHz, fréquences peu

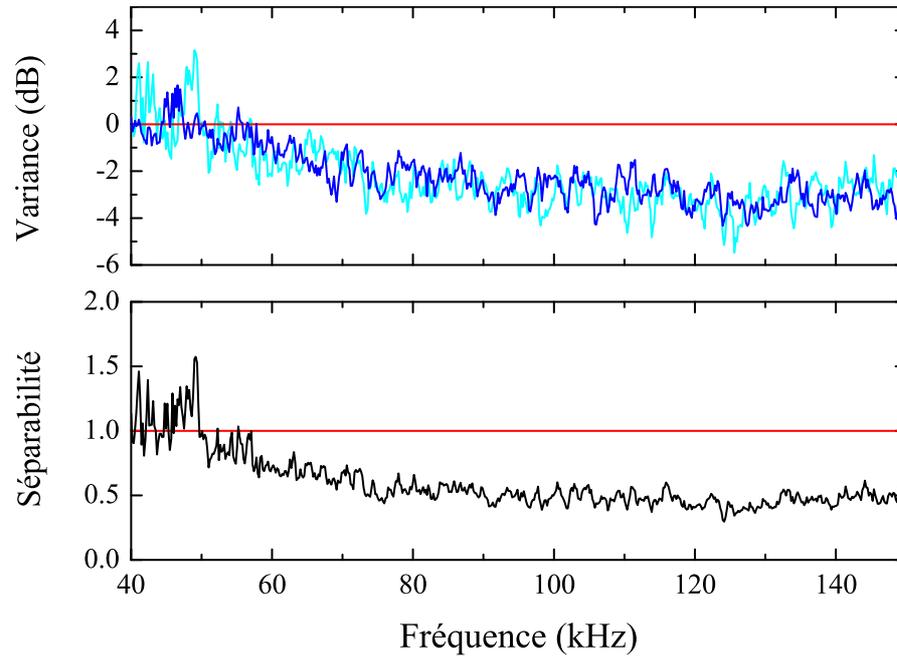


FIG. 8.7: Puissance de bruit normalisée des modes à $\pm 45^\circ$ sur une plage de fréquence de 40 kHz à 150 kHz et séparabilité pour les modes signal et complémentaire. Le bruit électronique est corrigé. (RBW 3 kHz, VBW 10 Hz)

usuelles en optique quantique expérimentale. Le bruit électronique, au moins 4 dB inférieur à toutes les mesures, est soustrait. La compression est encore de 3 dB pour chaque mode à 100 kHz et le bruit quantique standard est atteint pour des fréquences inférieures à 50 kHz. Le fait qu'il n'y ait pas de différence significative entre les deux modes montre que la conservation de la compression à basse fréquence n'est pas due à une rejection de mode commun du bruit classique mais bien à l'absence intrinsèque de bruit basse fréquence dans notre système.

Il faut souligner enfin que tout retour optique du système de détection vers l'OPO dégrade immédiatement la compression de bruit à ces fréquences. Il est donc nécessaire de s'assurer qu'aucun élément optique après l'OPO ne renvoie de la lumière dans sa direction en tiltant légèrement les optiques et les photodiodes.

D Applications possibles d'une source comprimée à basse fréquence

Aux fréquences d'analyse de bruit relativement faibles, un fort excès de bruit technique vient généralement s'ajouter aux mesures. Un spectre typique du bruit d'un laser a été présenté au chapitre 3 : au-dessous de 1 MHz, l'excès de bruit est très important. Pour s'en affranchir et augmenter le rapport signal à bruit d'une mesure, il est souvent utile de moduler les signaux étudiés pour s'éloigner de cette région. Cependant, certains dispositifs ne peuvent pas être modulés rapidement. De plus, une modulation ajoute généralement du bruit et des pertes. Obtenir des états non-classiques continus à de faibles fréquences de bruit – du Hz à quelques

centaines de kHz – est donc un sujet de recherche particulièrement actif. Cette section décrit quelques applications possibles.

D.1 Mesures interférométriques

Suite aux travaux de C.M. Caves qui montrèrent la possibilité d’améliorer la sensibilité des mesures interférométriques en utilisant une source non-classique [Caves81] et les démonstrations expérimentales qui suivirent [Grangier87, Xiao87], divers protocoles reposant sur l’utilisation d’une source de vide comprimé ont été proposés afin de battre la limite quantique standard dans les détecteurs interférométriques d’onde gravitationnelle [Unruh, Jaekel90]. Un résumé de ces techniques et de leurs potentialités à moyen et long terme a été fourni récemment par H.J. Kimble *et al.* dans un article très détaillé publié dans Physical Review D [Kimble02]. Les futures générations de détecteurs d’ondes gravitationnelles sont prévues pour n’être plus limitées que par le bruit quantique standard dans la bande de fréquence 10 Hz-10 kHz, bande de fréquence acoustique où sont attendues les manifestations de ces ondes. Dès lors, une amélioration possible est d’utiliser une source de vide comprimé injectée dans un port de l’interféromètre. En 2002, une équipe australienne a obtenu une amélioration du rapport signal à bruit dans une configuration très proche des détecteurs actuels [McKenzie02]. Cependant, cette expérience a été réalisée à une fréquence de bruit de 5 MHz et non pas aux fréquences acoustiques. L’avenir de cette méthode repose ainsi sur la réalisation d’une source de lumière comprimée à des fréquences de bruit très basses.

D.2 Mesures à faible fréquence de modulation

Plus généralement, un grand nombre de mesures très sensibles réalisées à des fréquences de modulation assez basses pourrait profiter d’une compression de bruit. Mesurer avec une grande sensibilité le déplacement modulé d’un faisceau laser en est un exemple. La manière la plus commune de le mesurer est d’utiliser un détecteur à quatre quadrants : la différence des photocourants est proportionnelle au déplacement du faisceau. La sensibilité de cette mesure est limitée par le bruit quantique de la lumière, et plus particulièrement par la distribution transverse aléatoire des photons : c’est le domaine de l’imagerie quantique multimode [Treps01]. En 2003, un ”pointeur laser quantique” a permis d’améliorer la mesure d’un déplacement modulé dans les deux directions de l’espace [Treps03]. Ce dispositif repose sur le mélange d’un état cohérent brillant et de deux vides comprimés avec des distributions transverses adaptées. L’amélioration est obtenue pour des fréquences de modulation autour de 5 MHz, fréquences auxquelles la compression de bruit est disponible. Une compression de bruit à des fréquences basses permettrait d’étendre cette technique prometteuse à de multiples techniques actuelles qui reposent sur la mesure de déflexion périodique d’un faisceau laser. On peut penser par exemple à la microscopie à force atomique en mode oscillant où le levier – sur lequel se réfléchit un faisceau laser dont on mesure la position – oscille à sa fréquence de résonance, typiquement autour de quelques centaines de kHz. La précision de la technique de spectroscopie par effet thermo-optique proposée dans les années 80 et permettant la mesure de très faible absorption pourrait également être améliorée [Boccarda80] : la modulation thermique d’un échantillon induit un gradient d’indice également périodique et se traduit par la déflexion d’un faisceau

sonde. Une sensibilité accrue sur la mesure de cette déflexion augmenterait d'autant la précision de la mesure d'absorption.

D.3 Mesures dans une fenêtre temporelle

Même si l'information n'est pas portée par une fréquence unique de modulation, une source de lumière comprimée sur une large bande de fréquence s'avère très utile pour améliorer la sensibilité d'une mesure. Lorsqu'un faisceau est détecté pendant un temps T , le rapport signal à bruit de la mesure dépend de la densité spectrale de bruit sur une large plage de fréquence. La variance d'une telle mesure s'écrit en effet

$$\sigma^2 = \int_0^{+\infty} S(\nu) \operatorname{sinc}^2(\pi\nu T) d\nu$$

où $S(\nu)$ est la densité spectrale de bruit. La variance est donc principalement sensible aux valeurs du bruit comprises entre la fréquence nulle et la fréquence $1/T$. Pour des mesures pendant un temps "long", la contribution du bruit à basse fréquence devient prépondérante. Il est donc nécessaire d'utiliser une source comprimée non seulement sur une bande de fréquence aussi large que possible mais également aux basses fréquences. L'amélioration du rapport signal à bruit lors de la détection de faibles signaux impulsionnels ou encore la réduction du taux d'erreur de bit lors de la lecture d'informations optiques numérisées sont quelques exemples d'applications.

Evaluons numériquement l'amélioration apportée pour une fenêtre temporelle d'une durée $T = 1 \mu s$ si notre source était utilisée. Elle peut se modéliser comme étant limitée au bruit quantique standard au-dessous de 50 kHz (l'excès de bruit peut être réduit par une boucle de rétroaction) et comprimée de 3 dB au-delà. La variance est alors divisée par 1.7 par rapport à une mesure effectuée avec une source qui serait limitée au bruit quantique standard à toutes les fréquences. Cette valeur n'est pas significativement modifiée en tenant compte du pic de bruit autour de 1 MHz et en limitant la compression à 10 MHz. Il est à noter que l'amélioration optimale serait d'un facteur 2 si la source était comprimée de 3 dB à toutes les fréquences. L'écart à cette valeur s'explique donc par le bruit entre 0 et 50 kHz. Le bruit à basse fréquence apporte une contribution prépondérante. Cet exemple très simple illustre bien l'intérêt d'une source de lumière comprimée à la fois à basse fréquence et sur une large bande pour améliorer la sensibilité de nombreuses mesures physiques.

E Conclusion

Les conditions permettant d'obtenir la dégénérescence et définies au chapitre précédent sont aussi celles qui permettent, au-dessous du seuil d'oscillation, de générer par amplification paramétrique dégénérée en fréquence des faisceaux vides intriqués en quadrature. Ces corrélations peuvent être caractérisées par la compression de bruit des modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des axes du cristal : 5 dB de réduction de bruit ont été obtenus sur chacun de ces deux modes. Le critère EPR est ainsi vérifié. En exploitant la dépendance en phase du bruit, la détection homodyne est asservie pendant plus d'une heure sur la quadrature comprimée.

Dans la plupart des expériences d'optique quantique en variables continues, les propriétés non-classiques du rayonnement sont obtenues pour des fréquences d'analyse du bruit de l'ordre de quelques MHz en raison d'un large excès de bruit technique aux fréquences plus basses. La génération d'états non-classiques dans le domaine du kHz ouvre cependant la possibilité d'améliorer la sensibilité de nombreuses mesures. La détection des ondes gravitationnelles en est un exemple typique. La compacité de notre expérience et la grande stabilité du laser de pompe ont permis de générer des faisceaux continus intriqués ou comprimés jusqu'à 50 kHz.

La limite actuelle de 50 kHz semble essentiellement due au bruit technique du laser et au bruit des asservissements des différentes cavités (OPO, cavité de filtrage). L'installation d'un "noise-eater" sur le laser de pompe devrait permettre d'atteindre des fréquences de bruit encore plus faibles.

Suite à cette démonstration expérimentale de compression à basse fréquence, une expérience similaire a été réalisée à l'Université de Canberra et a atteint une fréquence de l'ordre de 200 Hz [McKenzie04]. Elle repose sur un OPO de type I au-dessous du seuil (et génère donc un état comprimé et non pas intriqué comme c'est le cas de notre expérience) et la même méthode d'asservissement de la détection homodyne a été utilisée. L'OPO est cependant doublement résonant et la longueur de la cavité n'est pas asservie. Ce dernier point explique peut-être une remontée du bruit plus rapide dans le cas de notre expérience. Une autre hypothèse pourrait être que, même si les retours directs vers l'OPO sont évités, la diffusion est suffisante pour dégrader les performances à très basse fréquence. Un isolateur optique en sortie de l'OPO pourrait alors être nécessaire. L'équipe australienne a retenu cette solution.

Troisième Partie

Oscillateur Paramétrique Optique à auto-verrouillage de phase

Les faisceaux intenses émis par un oscillateur paramétrique optique de type II pompé au-dessus du seuil sont intriqués en quadrature. La diffusion des phases individuelles et le fonctionnement non-dégénéré en fréquence sont cependant des obstacles majeurs à l'étude des anti-corrélations de phase et, a fortiori, à leur utilisation dans un protocole d'information quantique. C'est pour cette raison qu'à ce jour aucune expérience n'a démontré la génération de faisceaux EPR au-dessus du seuil. La partie précédente a détaillé comment il était possible d'approcher expérimentalement la dégénérescence en fréquence. La mesure du battement permet alors d'asservir électroniquement la différence de phase et de travailler à dégénérescence. Une telle étude est en cours de réalisation.

Une solution élégante et "tout-optique" permet de s'affranchir de cet asservissement électronique, lent et peu aisé à mettre en œuvre. L'idée fut proposée et mise en œuvre pour la première fois en 1998 par E.J. Mason et N.C. Wong [Mason98] et étudiée théoriquement l'année suivante, au niveau classique, par C. Fabre *et al.* [Fabre99]. Une lame biréfringente, introduite dans la cavité et dont les axes neutres sont tournés par rapport à ceux du cristal, induit une injection mutuelle des champs signal et complémentaire. Si les fréquences signal et complémentaire sont suffisamment proches, il se produit un auto-verrouillage de phase à dégénérescence en fréquence. Les propriétés quantiques diffèrent notablement de celles établies précédemment. En particulier, seuls des couplages faibles permettent de conserver de fortes corrélations.

La troisième et dernière partie de ce mémoire décrit les propriétés classiques et quantiques de cet oscillateur paramétrique optique à auto-verrouillage de phase. Elle revient également sur le lien entre compression de bruit et intrication, développé en termes de matrice de covariance : les modes les plus comprimés ou les plus intriqués que l'on peut obtenir à partir d'un état à deux modes donné sont mis en évidence. Un dernier chapitre est consacré à la caractérisation expérimentale de l'OPO à auto-verrouillage dans divers régimes de fonctionnement, tant au-dessus et au-dessous du seuil d'oscillation.

9. Propriétés classiques d'un OPO à auto-verrouillage

Sommaire

A	Introduction	129
B	Synchronisation d'oscillateurs : un phénomène universel	130
C	Propriétés classiques	131
C.1	Action d'une lame biréfringente	131
C.2	Equations de bouclage pour les champs dégénérés en fréquence	132
C.3	Solutions stationnaires dégénérées	133
C.4	Origine des paramètres expérimentaux	134
C.5	Zone d'accrochage	134
C.6	Interprétation en termes de polarisations propres	136
C.7	Cavité linéaire : décalage en température et dissymétrie	136
D	Observation expérimentale de l'accrochage	138
D.1	OPO semi-monolithique et lame $\lambda/4$	138
D.2	Décalage de la température de dégénérescence	139
D.3	Accrochage expérimental	139
D.4	Interférences avec l'oscillateur local	141
E	Conclusion	142

A Introduction

Les faisceaux émis par un oscillateur paramétrique optique au-dessus du seuil ne sont qu'accidentellement à la même fréquence et leurs phases individuelles diffusent rapidement. Une alternative élégante au verrouillage électronique à dégénérescence, lent et peu aisé à mettre en œuvre, consiste à forcer les champs signal et complémentaire à se synchroniser par l'entremise d'un couplage "tout-optique". Une lame biréfringente, introduite dans la cavité de l'OPO et dont les axes neutres sont tournés relativement aux axes du cristal, permet de projeter à chaque passage une fraction du signal sur le complémentaire et réciproquement. La synchronisation de deux oscillateurs par l'intermédiaire d'une interaction mutuelle est un phénomène très général et aux exemples divers. Un rapide aperçu en est donné en début de chapitre.

Ce chapitre établit ensuite les propriétés classiques de ce système original. L'étude est restreinte au couplage faible, c'est-à-dire aux petits angles de la lame. Une dernière partie détaille les résultats expérimentaux et étudie l'accrochage en fonction de l'angle de la lame.

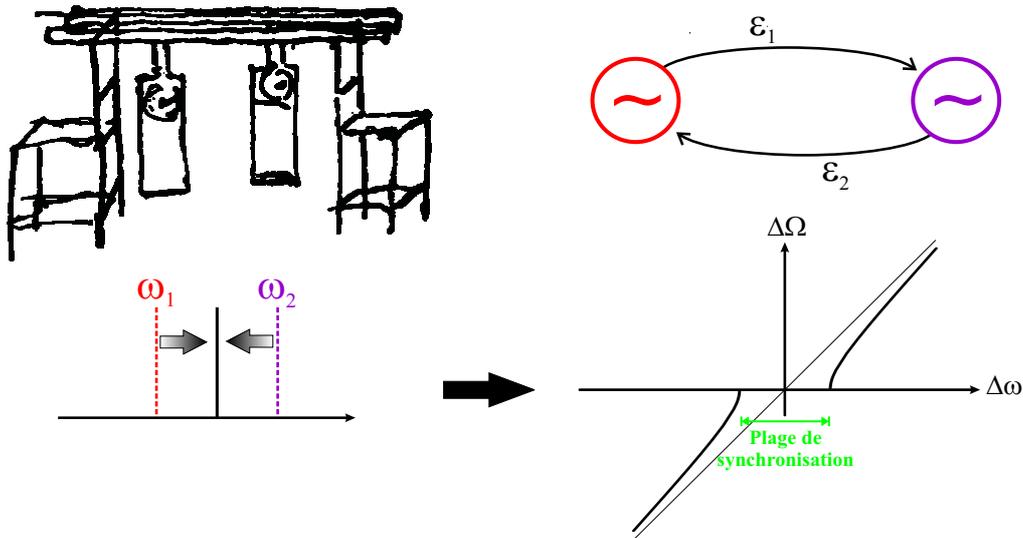


FIG. 9.1: Dessin original de Huygens représentant deux horloges à pendule suspendues à un support commun et principe général de l'accrochage en fréquence par interaction mutuelle de deux oscillateurs entretenus. Le dernier graphique donne la fréquence de battement des oscillateurs en fonction de la fréquence de battement lorsqu'ils ne sont pas couplés. Il existe une plage d'extension non nulle pour laquelle les oscillateurs se synchronisent.

B Synchronisation d'oscillateurs : un phénomène universel

La synchronisation est le processus par lequel des oscillateurs ajustent leur rythme en raison d'une interaction mutuelle, généralement faible. La première description scientifique de ce phénomène fut donnée en 1665 par Christian Huygens.

Après son invention des horloges à pendule, Huygens s'efforça d'améliorer leur précision et leur stabilité. Pour assurer aux marins d'avoir toujours une horloge en fonctionnement malgré les nécessaires entretiens de ce système, il installa deux horloges sur un même support (figure 9.1). Il observa alors un phénomène surprenant : "...It is quite worth noting that when suspended two clocks so constructed from two hooks imbedded in the same wooden beam, the motions of each pendulum in opposite swings were so much in agreement that the sound of each was always heard simultaneously". Pour décrire ce phénomène, Huygens parlait de "sympathie des horloges" : il avait observé la synchronisation des deux oscillateurs par l'intermédiaire d'un couplage ténu à travers le support commun. Cette observation devait donner naissance à un sujet de recherche central en sciences du non-linéaire [Pikovsky01].

De nouvelles descriptions de phénomènes semblables furent données au début du siècle dernier. En 1922, Lord Appleton démontre ainsi la possibilité de synchroniser la fréquence d'un générateur par un faible signal extérieur. Cette découverte permit de stabiliser la fréquence d'un générateur puissant par un second, plus faible mais plus précis. Cette méthode est aujourd'hui généralisée et appliquée par exemple au laser : un laser maître de raie fine injecte un laser esclave plus puissant et lui impose sa stabilité. La synchronisation est un mécanisme universel, se manifestant dans des domaines divers : biologie, vie sociale, physique des lasers, dynamique

chaotique...

Au-delà des particularités de chaque oscillateur et de chaque couplage, le mécanisme général de synchronisation peut être ainsi défini : deux ou plusieurs oscillateurs avec des fréquences initiales différentes et des phases indépendantes ajustent leur rythme et finissent par osciller avec une fréquence commune sous l'action d'un couplage faible. Cet ajustement des fréquences, qui s'accompagne également d'une relation de phase bien définie entre les oscillateurs, se produit si les fréquences des oscillateurs autonomes sont suffisamment proches. De plus, cette égalité exacte des fréquences est obtenue dans une plage d'extension non-nulle dans l'espace des paramètres et non pas accidentellement.

La figure 9.1 résume schématiquement le phénomène de synchronisation lors de l'interaction mutuelle de deux oscillateurs. Le dernier graphe, dont l'allure est typique, donne la fréquence de battement lorsque deux oscillateurs sont couplés en fonction de ce même battement en l'absence de couplage. Si l'écart en fréquence des systèmes autonomes n'est pas trop grand, alors les fréquences deviennent égales lorsque les systèmes interagissent. La largeur de cette plage d'accrochage augmente généralement avec la force du couplage. Le couplage linéaire des champs signal et complémentaire par l'intermédiaire d'une lame biréfringente introduite dans la cavité de l'OPO va conduire à un tel mécanisme de verrouillage.

C Propriétés classiques

Une lame $\lambda/4$ pour les champs signal et complémentaire est désormais insérée dans la cavité d'un oscillateur paramétrique optique de type II (figure 9.2). Cette lame est considérée λ pour la pompe et n'aura donc pas d'effet sur la polarisation de cette dernière.

C.1 Action d'une lame biréfringente

On considère une lame biréfringente d'épaisseur e et d'indices propres n_R et n_L . Les axes propres de la lame, notés R et L , sont tournés d'un angle ρ par rapport à la polarisation du champ A_1 (figure 9.2). Dans le repère de la lame, le champ A_1 s'écrit :

$$A_1 \vec{X} = A_1 \begin{pmatrix} \cos(\rho) \vec{L} \\ -\sin(\rho) \vec{R} \end{pmatrix} \quad (9-1)$$

La lame va introduire un déphasage différent suivant ses deux axes neutres. Le champ sortant s'exprime alors dans le repère de la lame puis dans (\vec{X}, \vec{Y}) :

$$A_1 \begin{pmatrix} \cos(\rho) e^{ikn_L e} \vec{L} \\ -\sin(\rho) e^{ikn_R e} \vec{R} \end{pmatrix} = A_1 e^{ik\bar{n}e} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta\Phi}{2}) + i \sin(\frac{\Delta\Phi}{2}) \cos(2\rho) \vec{X} \\ i \sin(\frac{\Delta\Phi}{2}) \sin(2\rho) \vec{Y} \end{pmatrix} \quad (9-2)$$

avec $\bar{n} = \frac{n_R + n_L}{2}$ l'indice moyen et $\Delta\Phi = k(n_L - n_R)e$ le déphasage dû à la biréfringence du cristal. Pour un angle ρ non nul, la lame a pour effet de coupler deux polarisations orthogonales. Une polarisation incidente suivant \vec{X} donne en sortie une composante suivant \vec{X} et une suivant \vec{Y} , d'autant plus faible que l'angle est petit.

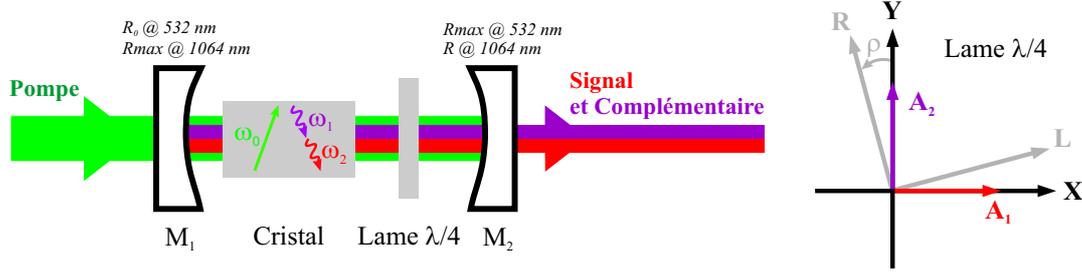


FIG. 9.2: Schéma d'un OPO triplement résonant associé à une lame biréfringente dont les axes neutres sont tournés d'un angle ρ par rapport à ceux du cristal.

Plus généralement, l'action de la lame peut être résumée en une matrice de passage :

$$\begin{pmatrix} A'_1 \vec{X} \\ A'_2 \vec{Y} \end{pmatrix} = e^{ik\bar{n}e} \begin{pmatrix} \alpha_0 e^{i\psi} & \varepsilon \\ \varepsilon & \alpha_0 e^{-i\psi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \vec{X} \\ A_2 \vec{Y} \end{pmatrix} \quad (9-3)$$

avec :

$$\begin{aligned} \alpha_0 e^{i\psi} &= \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \cos(2\rho) \\ \varepsilon &= i \sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \sin(2\rho) = i\varepsilon_0 \end{aligned} \quad (9-4)$$

L'unitarité de la matrice impose : $\alpha_0^2 + \varepsilon_0^2 = 1$

Un double passage dans la lame peut être défini par la même matrice en changeant uniquement le terme $\Delta\Phi/2$ en $\Delta\Phi$ et le terme de propagation globale. Dans le cas d'une lame $\lambda/4$ et en double passage, la matrice s'écrit finalement :

$$\begin{pmatrix} A'_1 \vec{X} \\ A'_2 \vec{Y} \end{pmatrix} = ie^{ik\bar{n}2e} \begin{pmatrix} \cos(2\rho) & \sin(2\rho) \\ \sin(2\rho) & -\cos(2\rho) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \vec{X} \\ A_2 \vec{Y} \end{pmatrix} \quad (9-5)$$

Si l'angle de la lame est petit, cette matrice se simplifie en :

$$\begin{pmatrix} A'_1 \vec{X} \\ A'_2 \vec{Y} \end{pmatrix} = ie^{ik\bar{n}2e} \begin{pmatrix} 1 & 2\rho \\ 2\rho & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \vec{X} \\ A_2 \vec{Y} \end{pmatrix} \quad (9-6)$$

C.2 Equations de bouclage pour les champs dégénérés en fréquence

Les notations sont identiques à celles employées dans la partie 2. La cavité étant de grande finesse pour l'infrarouge, le coefficient de réflexion peut s'écrire $r = 1 - \gamma$ avec $\gamma \ll 1$. Les pertes en amplitude sont notées μ . Par analogie, on définit un coefficient de réflexion généralisé $r' = 1 - \gamma - \mu = 1 - \gamma'$. Comme précédemment, les déphasages sur les miroirs ne sont pas pris en compte.

La cavité linéaire se comporte différemment de la cavité en anneau. En cavité linéaire, les faisceaux interagissent deux fois par tour dans le cristal. La phase étant un paramètre important lors de la conversion paramétrique, la phase accumulée par les différents champs entre les deux interactions doit donc être prise en compte. En l'absence de lame, seuls les déphasages sur

les miroirs influent sur cette grandeur. Nous les avons jusqu'à présent négligés. Cependant, la lame contribue désormais également à cette phase globale. Dans un premier temps, nous allons considérer que les champs sont en phase lors de la seconde interaction. Cela revient à considérer le cas d'un OPO en anneau avec une lame $\lambda/2$. Un paragraphe ultérieur viendra compléter cette étude et préciser l'effet de cette accumulation de phase.

Les équations de bouclage sont obtenues en écrivant que les champs reviennent identiques à eux-mêmes au bout d'un aller-retour dans la cavité. Ces équations peuvent être facilement obtenues par méthode matricielle.

$$\begin{cases} (\alpha_0 r' - e^{i(\delta-\theta+\psi)})A_1 &= \alpha_0 g A_0 A_2^* + \varepsilon r' e^{i(\theta-\psi)} A_2 + \varepsilon g e^{i(\theta-\psi)} A_0 A_1^* \\ (\alpha_0 r' - e^{i(\delta+\theta-\psi)})A_2 &= \alpha_0 g A_0 A_1^* + \varepsilon r' e^{-i(\theta-\psi)} A_1 + \varepsilon g e^{-i(\theta-\psi)} A_0 A_2^* \end{cases} \quad (9-7)$$

avec $\delta = \frac{\omega_0}{2c}(2\bar{n}e + 2nl + 2L)$, $n = \frac{n_1 + n_2}{2}$, et $\theta = \frac{\omega_0}{2c}(n_2 - n_1)l$.

Le paramètre δ correspond au déphasage moyen au bout d'un aller-retour et θ au déphasage induit par la biréfringence du cristal. Les désaccords à résonance au bout d'un tour des modes signal et complémentaire seront notés Δ_i et supposés petits :

$$\Delta_1 = \delta - \theta + \psi \quad \text{et} \quad \Delta_2 = \delta + \theta - \psi \quad (9-8)$$

La lame biréfringente ajoute ainsi aux équations de l'OPO "standard" un terme de couplage linéaire entre les deux champs. Ce terme a pour conséquence de lever l'invariance par changement de phase $A_1 \rightarrow A_1 e^{i\varphi}$, $A_2 \rightarrow A_2 e^{-i\varphi}$. La différence de phase des champs signal et complémentaire va donc désormais être fixée.

L'angle de la lame par rapport aux axes du cristal, c'est-à-dire donc par rapport aux polarisations signal et complémentaire, sera par la suite supposé petit. Une étude à tout angle a été donnée dans [Longchambon03] et [Longchambon04a]. Les équations de bouclage se simplifient à l'ordre 1 et s'expriment :

$$\begin{cases} (\gamma' - i\Delta_1)A_1 &= g A_0 A_2^* + i\varepsilon_0 e^{i(\theta-\psi)} A_2 \\ (\gamma' - i\Delta_2)A_2 &= g A_0 A_1^* + i\varepsilon_0 e^{-i(\theta-\psi)} A_1 \end{cases} \quad (9-9)$$

avec $\varepsilon_0 = 2\rho$.

C.3 Solutions stationnaires dégénérées

Les équations (9-9) accompagnées de leurs conjuguées constituent un système pour lequel une solution non nulle existe si et seulement si son déterminant est nul. Cette condition conduit à une équation du second degré en le flux pompe pompe intracavité, $N_0 = |A_0|^2$, dont les deux solutions s'écrivent :

$$N_0^\pm = \frac{1}{g^2} \left(\gamma'^2 + \Delta_1 \Delta_2 + \varepsilon_0^2 \pm \sqrt{4\varepsilon_0^2 \Delta_1 \Delta_2 - \gamma'^2 (\Delta_1 - \Delta_2)^2} \right) \quad (9-10)$$

Lorsque la lame est tournée, l'OPO présente deux seuils d'oscillation distincts et donc deux régimes de fonctionnement possibles, l'un à seuil bas et l'autre à seuil haut. Seule la solution

à seuil bas sera considéré. Il est possible de montrer que l'autre solution est instable, ainsi que la solution non-dégénérée [Gross03].

Alors que les équations de bouclage imposaient pour un OPO "standard" une relation unique entre les déphasages, $\Delta_1 = \Delta_2$, ces grandeurs doivent désormais vérifier l'inégalité :

$$4\varepsilon_0^2\Delta_1\Delta_2 - \gamma'^2(\Delta_1 - \Delta_2)^2 \geq 0 \quad (9-11)$$

Cette inégalité définit une zone d'aire non nulle, appelée zone d'accrochage, à l'intérieur de laquelle une oscillation dégénérée en fréquence peut se produire si l'OPO est pompé au-dessus du seuil défini en (9-10). Cette zone est d'autant plus grande que l'angle de la lame et la puissance de pompe sont importants. Alors que la dégénérescence en fréquence ne pouvait être qu'accidentelle dans un OPO "standard", le couplage entre les deux champs introduit par la lame permet d'obtenir une zone d'extension non nulle.

C.4 Origine des paramètres expérimentaux

Considérons que la lame n'est pas tournée. Dans ce cas, l'inégalité (9-11) est réduite à la condition stricte $\Delta_1 = \Delta_2$, condition identique à celle d'un OPO standard. La dégénérescence en fréquence est obtenue pour une température T_0 , identique à celle qui permettrait de l'obtenir en l'absence de lame. Le seuil est minimisé à résonance, c'est-à-dire pour une longueur L_0 telle que $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$. T_0 et L_0 vont ainsi constituer l'origine des paramètres expérimentaux. On note désormais :

$$T = T_0 + \delta T \quad \text{et} \quad L = L_0 + \delta L \quad (9-12)$$

Ces notations conduisent à écrire les paramètres δ et θ sous la forme :

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\omega_0}{c} \left(\delta L + \frac{1}{2} \left(\frac{dn_1}{dt} + \frac{dn_2}{dt} \right) l \delta T \right) \\ \theta &= \frac{\pi}{2} + \frac{\omega_0}{2c} \left(\frac{dn_2}{dt} - \frac{dn_1}{dt} \right) l \delta T \end{aligned} \quad (9-13)$$

La relation $\Delta_1 = \Delta_2$ est désormais équivalente à $\delta T = 0$. Pour cette température, égale à la température de dégénérescence, δ ne dépend que de δL .

C.5 Zone d'accrochage

Lorsque la lame est tournée d'un angle ρ , l'équation (9-10) montre que le seuil est minimum lorsque $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, c'est-à-dire pour la même température du cristal qui minimise le seuil lorsque la lame n'est pas tournée. Le seuil s'écrit alors :

$$N_0^- = \frac{\gamma'^2 + (\Delta \pm \varepsilon_0)^2}{g^2} \quad (9-14)$$

La valeur minimale est identique à celle obtenue dans le cas sans lame mais elle est atteinte pour deux longueurs de cavité symétriques par rapport à l'origine et vérifiant $\Delta = \pm \varepsilon_0$. En un point de fonctionnement quelconque, on note σ^s le seuil d'oscillation normalisé à cette valeur minimale.

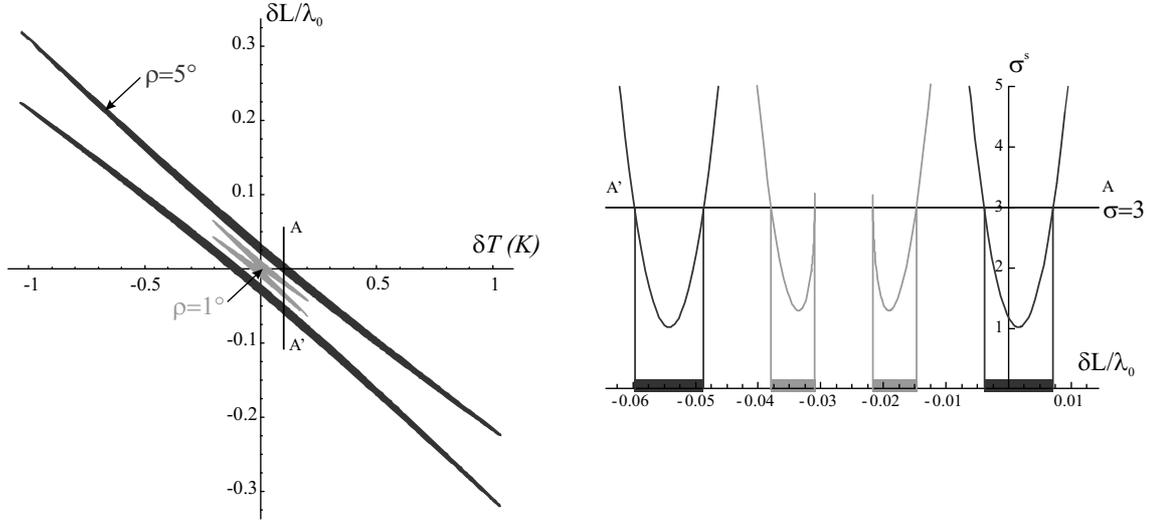


FIG. 9.3: Zone d'accrochage en fonction de la longueur de la cavité et de la température du cristal, pour des angles de la lame de 1° et de 5° . L'OPO est pompé 3 fois au-dessus du seuil minimum ($\sigma = 3$). La figure de droite donne une coupe selon AA' des zones d'accrochage pour une valeur fixée de la température. ($\gamma' = 2.5 \cdot 10^{-2}$)

A paramètres fixés, une oscillation dégénérée est obtenue si la puissance pompe, définie par σ , est supérieure à la valeur seuil σ^s . C'est donc la puissance pompe qui fixe l'extension de la zone d'accrochage. A puissance pompe et angle de la lame donnés, l'extension transverse de la zone dépend de la finesse infrarouge.

Pour une puissance pompe égale à 3 fois le seuil minimum ($\sigma = 3$), la figure 9.3 donne l'extension de la zone d'accrochage en fonction des paramètres δL et δT , pour des angles de 1° et 5° . Plus l'angle est petit, plus l'extension de la zone est limitée. L'origine du graphe correspond au point de fonctionnement pour lequel le fonctionnement dégénéré et à résonance serait obtenu accidentellement lorsque la lame n'est pas tournée.

A l'intérieur de la zone d'accrochage, la diffusion de la différence de phase des champs signal et complémentaire est supprimée : la somme étant imposée par la conversion paramétrique, les phases individuelles sont dès lors fixées. Les équations de bouclage permettent d'exprimer la somme et la différence de ces phases :

$$\begin{aligned}\varphi_1 + \varphi_2 &= \varphi_0 - \arccos\left(\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}} + \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_1}}\right)\right) \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= \theta - \psi - \arcsin\left(\frac{\gamma'}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}} - \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_1}}\right)\right)\end{aligned}\quad (9-15)$$

Pour $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, c'est-à-dire pour $\delta T = 0$, la somme des phases prend la valeur de la phase de la pompe et la différence des phases vaut 0 ($\Delta < 0$) ou π ($\Delta > 0$). La polarisation du champ de sortie de l'OPO, superposition des modes signal et complémentaire, est ainsi linéaire et à $\pm 45^\circ$ des axes du cristal suivant la zone d'accrochage considérée.

La somme et la différence des phases permet de déterminer $2\varphi_1$ ou $2\varphi_2$ modulo 2π . Il en résulte que les phases individuelles sont définies à π près. On obtient ainsi deux solutions

possibles, comme cela est également le cas pour un OPO de type I dégénéré. Ces deux solutions sont stables mais une perturbation du système pourra faire passer de l'une à l'autre.

C.6 Interprétation en termes de polarisations propres

Une interprétation en termes de modes propres de polarisation offre une vision synthétique des propriétés du système. En l'absence de lame, les polarisations propres, c'est-à-dire les polarisations qui reviennent identiques à elles-même au bout d'un aller-retour, sont les polarisations définies par les axes neutres du cristal. Elles résonnent simultanément à la température de dégénérescence. En revanche, dès que la lame est tournée, les deux modes propres, qui sont linéaires suivant des directions qui dépendent de la température du cristal, ne peuvent jamais résonner simultanément. C'est pour cette raison que deux zones d'accrochage apparaissent : chaque fond de zone est défini par la condition de résonance d'un mode propre. L'évolution du seuil peut également se comprendre à partir de ces polarisations propres. A la température de dégénérescence, elles sont linéaires à $\pm 45^\circ$ et se projettent donc équitablement suivant les polarisations horizontale et verticale. Cette configuration maximise le couplage non-linéaire : le seuil est alors minimum. Pour une température différente, les projections sont dissymétriques et le seuil augmente. Par ailleurs, cette interprétation explique également l'existence de deux seuils. Le seuil bas correspond à l'oscillation du mode propre résonant alors que le seuil haut correspond à celle du mode non résonant. Une étude détaillée est donnée dans la thèse de L. Longchambon [Longchambon03].

C.7 Cavité linéaire : décalage en température et dissymétrie

L'accumulation de phase entre les deux passages dans le cristal n'a pas été prise en compte jusqu'à présent, ce qui revenait à considérer le cas d'une cavité en anneau. Alors que ce paramètre ne dépend que des déphasages sur les miroirs dans le cas d'un OPO standard, négligés jusqu'à présent, la lame y apporte désormais une contribution non négligeable. Les équations de bouclage sont modifiées et s'écrivent de manière plus générale :

$$\begin{cases} (\gamma' - i\Delta_1)A_1 &= g'(1 + e^{i\xi})A_0A_2^* + i\varepsilon_0 e^{i(\theta-\psi)}A_2 + i\varepsilon_0 e^{i(\theta-\psi)}g'(1 - e^{i\xi})A_0A_1^* \\ (\gamma' - i\Delta_2)A_2 &= g'A_0A_1^* + i\varepsilon_0 e^{-i(\theta-\psi)}A_1 + i\varepsilon_0 e^{i(\theta-\psi)}g'(1 - e^{i\xi})A_0A_2^* \end{cases} \quad (9-16)$$

où $\xi = \Delta kl + \delta\phi$ avec $\delta\phi = k(2n'_0 - n_R - n_L)$ qui mesure la différence entre la phase de la pompe et celles des champs signal et complémentaire à l'entrée du cristal, lors du second passage. Les déphasages miroir sont à nouveau négligés. Ils s'ajouteraient simplement à $\delta\phi$.

Au cours des chapitres précédents, l'accord de phase a été supposé parfait. Il doit désormais être pris en compte. Le gain paramétrique s'écrit :

$$g' = ge^{\frac{i\Delta kl}{2}} \text{sinc}(\Delta kl/2) \quad (9-17)$$

Dans les paragraphes précédents, le paramètre ξ avait été considéré comme nul. Ce paramètre va conduire à deux nouveaux effets.

Le premier effet est de modifier la température pour laquelle la dégénérescence est obtenue et d'augmenter le seuil d'oscillation par rapport à la situation où $\Delta k = 0$. Ce phénomène est

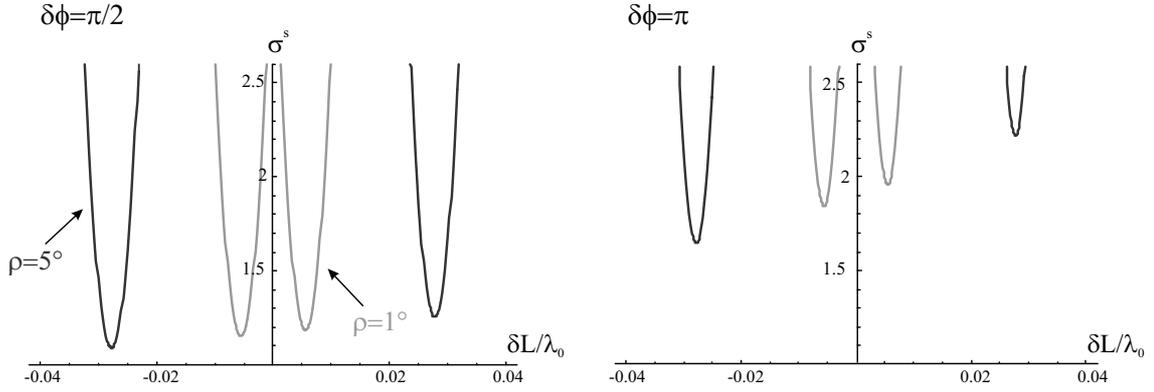


FIG. 9.4: Seuil d'oscillation dégénérée à $\delta T = 0$, pour des angles de 1° et 5° , en fonction de la longueur de la cavité. Les deux tracés correspondent à un déphasage $\delta\phi$ de $\pi/2$ et π . Dans chaque cas, l'origine des paramètres expérimentaux est différente et correspond à la température pour laquelle le seuil est minimisé lorsque la lame n'est pas tournée.

général et se produit en l'absence de lame si l'on prend en compte les déphasages miroirs. Lorsque la lame n'est pas tournée, les équations de bouclage sont similaires à celles obtenues précédemment à condition de changer le gain paramétrique g en $g'(1 + e^{i\xi})$. On peut montrer que le seuil d'oscillation est alors multiplié par le facteur :

$$\frac{(\Delta kl/2)^2}{\sin^2(\Delta kl/2) \cos^2(\Delta kl/2 + \delta\phi/2)} \quad (9-18)$$

La dégénérescence était obtenue pour une température T_0 telle que le désaccord de phase était nul et donc le seuil minimum. A $\delta\phi$ donné, le seuil minimum n'est plus obtenu pour $\Delta kl = 0$ mais pour une valeur qui dépend de ce déphasage. Dans le pire des cas où $\delta\phi$ vaut π , le seuil est minimum pour $\Delta kl = \pm 2.33$ et a augmenté d'un facteur 1.92. Cette valeur maximale de Δkl correspond à un décalage en température par rapport à $\Delta kl = 0$ d'environ 6°C . Ajouter la lame dans la cavité peut donc modifier la température de dégénérescence de cette valeur au maximum.

Le second effet de l'accumulation de phase est de dissymétriser les zones d'accrochage par la présence des termes en $1 \pm e^{i\xi}$. Ces deux phénomènes sont résumés figure 9.4. Le seuil d'oscillation σ^s est tracé à $\delta T = 0$ en fonction de la longueur de la cavité, pour des angles de 1° et 5° . Deux valeurs du déphasage $\delta\phi$, $\pi/2$ et π , sont considérées. Pour chacune de ces valeurs, la température T_0 a été ajustée afin de minimiser le seuil d'oscillation lorsque la lame n'est pas tournée, c'est-à-dire minimiser le facteur (9-18) : les deux courbes correspondant à des déphasages différents n'ont donc pas la même origine. Lorsque la lame est tournée, les zones d'accrochage n'ont pas le même seuil minimum, mais ces seuils prennent des valeurs symétriques par rapport à la valeur seuil lorsque la lame n'est pas tournée. Ainsi, dans le cas le plus défavorable, $\delta\phi = \pi$, les zones sont symétriques par rapport à la valeur 1.92 évoquée précédemment. Plus l'angle augmente, plus la dissymétrie est importante. Pour une puissance pompe donnée, les zones d'accrochage seront donc de tailles différentes.

D Observation expérimentale de l'accrochage

D.1 OPO semi-monolithique et lame $\lambda/4$

Une lame $\lambda/4$ est insérée dans la cavité linéaire de l'OPO semi-monolithique décrit dans la seconde partie de ce mémoire (figure 9.5). La lame est montée dans un support motorisé permettant un contrôle fin en rotation par pas de l'ordre de 0.01° (New Focus Model 8401 et "Tiny pico-motor"). Cependant, l'actuateur piezoélectrique utilisé n'assure pas une répétabilité excellente : après 10 pas dans un sens, 10 dans le sens inverse ne conduisent pas précisément à l'angle de départ.

La lame est choisie pour être exactement $\lambda/4$ à 1064 nm et le plus près possible de λ à 532 nm pour ne pas modifier la polarisation et les propriétés de résonance de la pompe. La biréfringence étant du même ordre de grandeur que la dispersion, cette configuration n'est possible qu'en utilisant des lames d'ordre multiple. La lame retenue est ainsi 4.75λ à 1064 nm et 9.996λ à 532 nm. Une attention toute particulière a été apportée au traitement anti-reflet : les réflexions aux interfaces ajoutent des pertes qui ont pour effet d'augmenter le seuil d'oscillation et de diminuer les effets quantiques. L'anti-reflet bi-bande a été réalisé chez VLOC. Les mesures en sortie de cloche donnent des coefficients de réflexion de $R \simeq 0.06\%$ pour l'infrarouge et $R \simeq 0.08\%$ pour la pompe.

Les autres caractéristiques de l'OPO sont identiques à celles décrites dans la partie 2. Pour cette étude, la transmission du miroir de sortie est de 5% pour les champs infrarouges. Le cristal de KTP est un cristal Raicol, comme cela était le cas pour le dernier chapitre de la partie 2. En effet, le cristal Litton, idéal pour les études quantiques, n'a pas pu être utilisé en raison d'une température de dégénérescence autour de quelques degrés celsius. Le montage expérimental est rappelé figure 9.6. Il est identique à celui utilisé au chapitre 7, à l'exception de la lame insérée désormais dans la cavité.

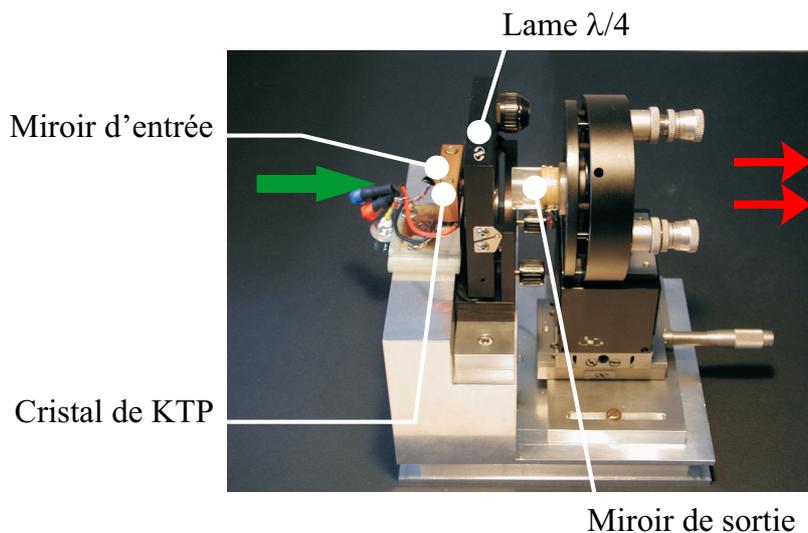


FIG. 9.5: Une lame $\lambda/4$ pour les champs signal et complémentaire est insérée dans la cavité de l'OPO linéaire semi-monolithique.

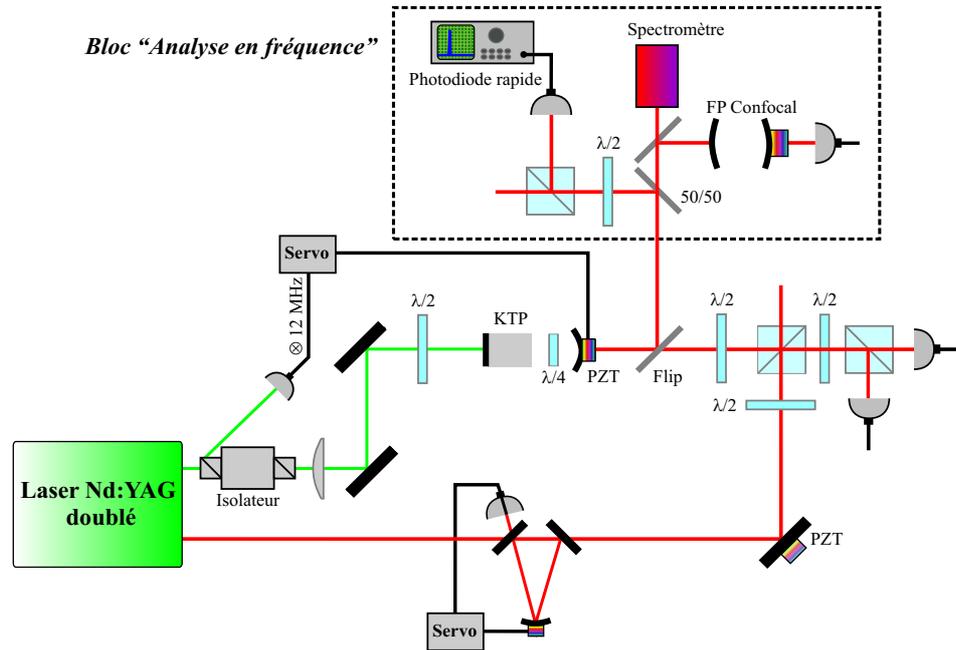


FIG. 9.6: Un miroir mobile ("Flip") à la sortie de l'OPO permet d'envoyer les faisceaux signal et complémentaire dans un bloc d'analyse en fréquence. Trois caractérisations sont possibles selon l'écart à la dégénérescence : spectromètre, Fabry-Perot et battement. A ces dispositifs s'ajoute un oscillateur local permettant de confirmer une éventuelle dégénérescence par interférences.

D.2 Décalage de la température de dégénérescence

La première étape consiste à déterminer, à quelques dixièmes de degré près, la température de dégénérescence à l'aide du spectroscopie à réseau. Comme détaillé théoriquement en C.7, la présence de la lame modifie cette température. La figure 9.7 donne l'écart en longueur d'onde des faisceaux signal et complémentaire en fonction de la température du cristal, avec et sans lame. L'ajout de la lame a eu pour effet de diminuer la température de dégénérescence de l'ordre de 4°C. C'est autour de cette température qu'il faut dès lors rechercher la dégénérescence.

D.3 Accrochage expérimental

La lame est ensuite tournée d'un petit angle, quelques dixièmes de degré. La stratégie est alors identique à celle présentée dans le chapitre 7 : un ajustement simultané de la fréquence pompe et de la température du cristal permet de trouver le battement à la photodiode rapide puis d'approcher la dégénérescence, tout en assurant un seuil bas. La présence de la lame n'ajoute pas de difficultés supplémentaires à cette opération.

En revanche, le comportement du système devient très différent lorsque le battement s'approche de zéro. Alors que ce dernier était ajusté continûment jusqu'à s'annuler en l'absence de lame, il disparaît désormais avant d'atteindre zéro : il se produit un accrochage en fréquence dès que les fréquences signal et complémentaire sont suffisamment proches. La fréquence pour laquelle l'accrochage se produit dépend de l'angle de lame, c'est-à-dire de la force du couplage

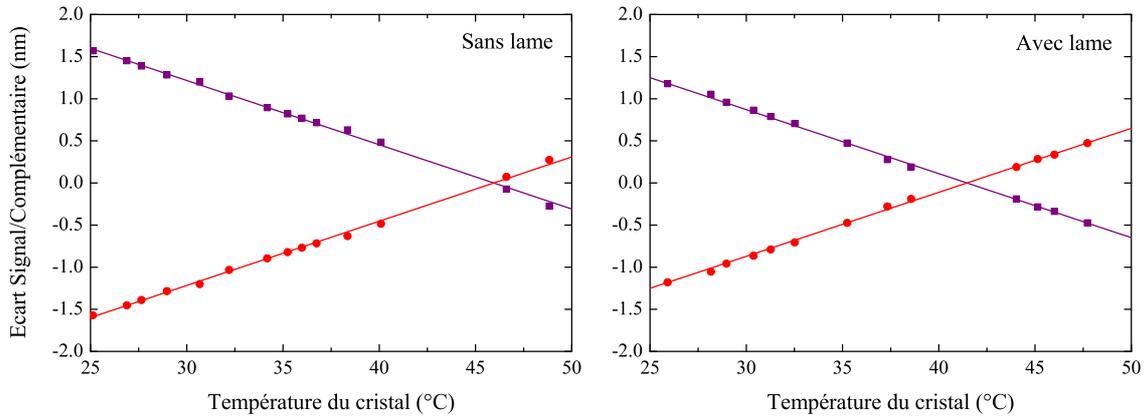


FIG. 9.7: Ecart à la dégénérescence des modes signal et complémentaire, sans et avec lame, en fonction de la température du cristal.

linéaire entre les deux modes. La figure 9.8 donne le battement en fréquence observé à l'analyseur de spectre en configuration MaxHold : une zone de synchronisation, d'extension non-nulle, apparaît. Le graphe résume le battement minimum observé pour différents angles de lame : ce graphe donne ainsi l'extension en fréquence de la zone d'accrochage. Au-delà de 1° , la dépendance est quasiment linéaire et la pente de $40 \text{ MHz}/^\circ$. L'accrochage en fréquence a été observé pour des angles de la lame jusqu'à 6° . Notons qu'il n'a pas été possible en présence de la lame de ne pas avoir d'accrochage. La moindre rotation, comme par exemple l'incertitude sur la position "angle nul", induit un couplage suffisant pour que la synchronisation se produise.

Une fois les paramètres ajustés pour obtenir le verrouillage, l'OPO peut osciller quelques dizaines de minutes sur les modes dégénérés. Les fluctuations de la température ambiante ainsi que la dérive en fréquence du laser ($2 \text{ MHz}/\text{min}$) finissent par faire sortir le système de la zone d'accrochage, a fortiori si l'angle de la lame est petit. Les paramètres permettant l'accrochage évoluent ainsi au cours du temps. Cette évolution est à relier à celle présentée en D.4. Statistiquement, les paramètres doivent être fréquemment ajustés dans une plage de l'ordre de 500 MHz pour la fréquence pompe et de 0.1 K pour la température du cristal.

La dégénérescence en fréquence est facilement confirmée en caractérisant l'état de polarisation en sortie de l'OPO. Si les champs signal et complémentaire sont à la même fréquence, alors le champ émis par l'OPO, superposition de ces deux composantes orthogonales, a une polarisation bien définie. L'intensité mesurée après le cube polariseur est ainsi modifiée lorsque la lame $\lambda/2$ placée à la sortie de l'OPO est tournée. Au fond de la zone d'accrochage, les champs ont a priori même intensité et sont déphasés de 0 ou π suivant la zone considérée : la polarisation de sortie est linéaire et à 45° des modes signal et complémentaire. En ajustant finement la température du cristal et la fréquence pompe, il est possible de se placer très proche de ce point de fonctionnement. Expérimentalement, des ellipticités de l'ordre de 2 à 3% ont été au mieux obtenues.

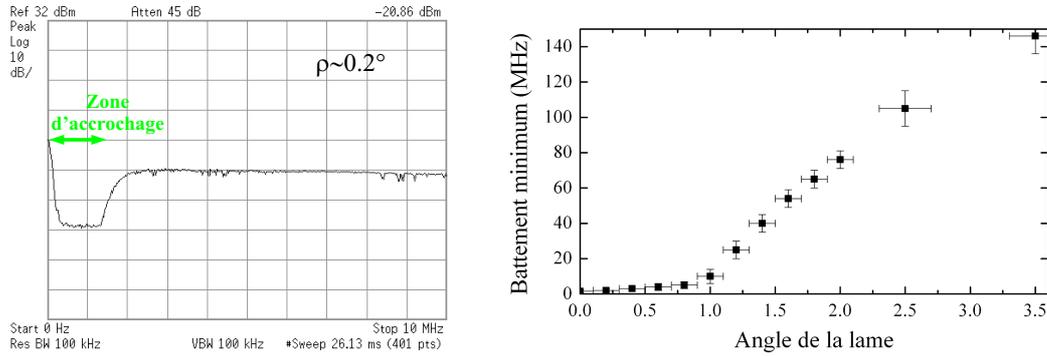


FIG. 9.8: Battement à l'analyseur de spectre en configuration MaxHold et battement minimum observé pour différents angles de la lame.

D.4 Interférences avec l'oscillateur local

Une seconde confirmation de la dégénérescence est obtenue par l'observation d'interférences avec l'oscillateur local lorsque sa phase est balayée à quelques dizaines de Hz.

Ces interférences mettent en évidence une autre propriété de l'OPO auto-verrouillé. Il a été établi précédemment que les phases des champs signal et complémentaire sont en effet définies à π près (équations C.5). Les deux solutions correspondent à des fonctionnements stables mais une perturbation du système peut faire passer de l'une à l'autre. Cette bifurcation est simple à observer. En frappant assez fort dans les mains, sans que saute l'asservissement de la cavité, la phase des champs change de π . La figure 9.9 donne deux enregistrements successifs des interférences d'un mode individuel avec l'oscillateur local, juste avant et juste après la perturbation.

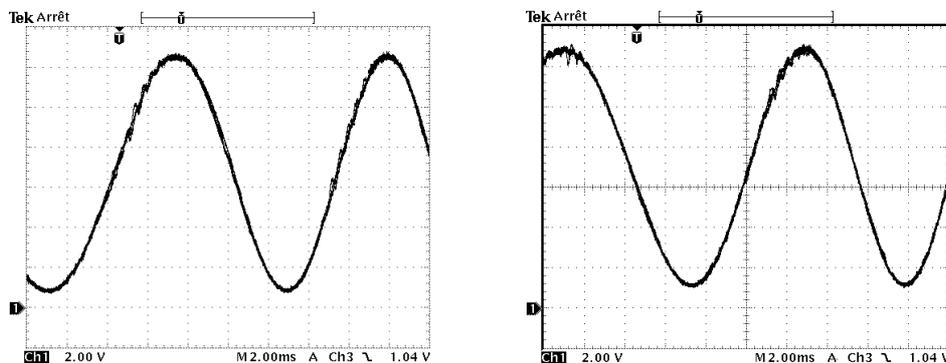


FIG. 9.9: Interférence de l'oscillateur local avec le mode signal. Une petite perturbation (taper dans les mains par exemple) fait passer d'une solution à l'autre.

E Conclusion

La synchronisation d'oscillateurs par l'entremise d'une interaction mutuelle est un mécanisme très général. Observé pour la première fois par C. Huygens entre pendules suspendus à un support commun, ce phénomène s'est ensuite avéré être au coeur de nombreux processus physiques et biologiques et un outil très utile (et plus rarement un phénomène gênant comme dans le cas des gyrolasers où il est responsable de l'existence d'une zone aveugle).

L'auto-verrouillage peut ainsi être une alternative élégante, et efficace, à l'asservissement électronique du battement des champs signal et complémentaire. Une lame biréfringente, introduite dans la cavité de l'OPO et dont les axes neutres sont tournés relativement à ceux du cristal, induit un couplage linéaire entre les deux champs. Si les fréquences sont suffisamment proches, un verrouillage de phase se produit à dégénérescence en fréquence. Ce chapitre a établi théoriquement l'existence de deux zones d'accrochage dans l'espace des paramètres expérimentaux. Plus le couplage est fort, plus l'étendue des zones augmente. Dans le cas d'une cavité en anneau, le seuil minimum est identique à celui en l'absence de lame et les zones sont symétriques. En cavité linéaire, les seuils d'oscillation augmentent en raison du déphasage accumulé entre les deux interactions dans le cristal. Suivant la valeur de ce déphasage, la température de dégénérescence est modifiée et le seuil, lorsque la lame n'est pas tournée, augmente dans le cas le plus défavorable d'un facteur 1.92. Les zones d'accrochage se dissymétrisent par rapport à cette valeur et l'augmentation du seuil reste donc modérée.

Expérimentalement, l'ajout de lame a eu pour effet de diminuer la température de dégénérescence d'environ 4 degrés. L'accrochage en fréquence a été observée autour de cette nouvelle valeur pour des angles allant jusqu'à 6° . Il est possible d'obtenir pendant quelques dizaines de minutes une interférence stable avec l'oscillateur local.

L'auto-verrouillage permet ainsi de générer des faisceaux à même fréquence et dont les phases individuelles ne diffusent plus. Le bruit de ces faisceaux est dès lors mesurable par détection homodyne. Le chapitre suivant établit les propriétés quantiques du système aussi bien au-dessus qu'au-dessous du seuil d'oscillation. Nous allons voir que le couplage linéaire modifie notablement les propriétés quantiques de l'OPO.

10. Propriétés quantiques d'un OPO à auto-verrouillage

Sommaire

A	Introduction	143
B	Linéarisation des fluctuations	144
B.1	Equations de bouclage	144
B.2	Linéarisation des équations	145
C	Etude au-dessous du seuil	145
C.1	Equations linéarisées	145
C.2	Variances	146
C.3	Fluctuations des modes signal et complémentaire	147
C.4	Corrélations et anti-corrélations	147
D	Etude au-dessus du seuil	150
D.1	Equations linéarisées	150
D.2	Variances	150
D.3	Fluctuations des modes signal et complémentaire	151
D.4	Corrélations et Anti-corrélations	151
D.5	Résumé	152
E	Conclusion	154

A Introduction

Le chapitre précédent a montré que l'ajout d'un couplage linéaire par l'entremise d'une lame biréfringente introduite dans la cavité d'un OPO permet de supprimer la diffusion de la différence des phases des champs émis et de travailler à dégénérescence en fréquence. Ce verrouillage a été obtenu expérimentalement et étudié en fonction de l'angle de la lame.

Dans la seconde partie de ce mémoire, les propriétés quantiques d'un OPO ont été établies, aussi bien au-dessous qu'au-dessus du seuil d'oscillation : les champs signal et complémentaire sont fortement corrélés et anti-corrélés suivant des quadratures orthogonales. Au seuil, à fréquence nulle et en l'absence de pertes, ces champs sont maximalelement intriqués. La présence de la lame modifie notablement ces propriétés. Ce chapitre théorique se propose de les établir dans les deux régimes de fonctionnement. Le résultat principal est que corrélations et anti-corrélations ne sont plus obtenues suivant des quadratures orthogonales.

B Linéarisation des fluctuations

La méthode est identique à celle utilisée dans la seconde partie de ce mémoire. La dynamique des petites fluctuations est décrite en linéarisant les équations classiques autour des valeurs moyennes. Cette section établit les équations linéarisées du système.

B.1 Equations de bouclage

Au-dessous du seuil, le bruit de la pompe n'intervient pas : l'étude est donc identique que la pompe soit résonante ou non. En revanche, au-dessus du seuil, la triple résonance s'accompagne d'effets nouveaux, tels que l'apparition d'une oscillation de relaxation. L'annexe B en donne une étude détaillée. Cependant, très proche du seuil ou à des fréquences d'analyse du bruit faibles devant la bande passante de la cavité, il n'y a pas de différence majeure entre un OPO doublement résonant et un OPO triplement résonant. Afin de simplifier les calculs, l'OPO sera donc considéré doublement résonant (figure 10.1).

Comme précédemment, les déphasages sur les miroirs ne sont pas pris en compte. Cette dernière hypothèse simplifie les équations de bouclage établies au chapitre précédent. En supposant que les champs sont proches de résonance et l'angle de la lame petit, les équations de bouclage dynamiques s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau \frac{dA_1}{dt} + (\gamma' - i\Delta_1)A_1 = gA_0A_2^* + 2i\rho e^{i(\theta-\psi)}A_2 + \sqrt{2\gamma}A_1^{in} + \sqrt{2\mu}B_1^{in} \\ \tau \frac{dA_2}{dt} + (\gamma' - i\Delta_2)A_2 = gA_0A_1^* + 2i\rho e^{-i(\theta-\psi)}A_1 + \sqrt{2\gamma}A_2^{in} + \sqrt{2\mu}B_2^{in} \\ A_0 = -\frac{g}{2}A_1A_2 + A_0^{in} \end{array} \right. \quad (10-1)$$

où A_0^{in} donne le champ pompe entrant. Les champs A_i^{in} et B_i^{in} , de valeur moyenne nulle, correspondent aux fluctuations du vide couplées respectivement par le miroir de sortie et par les pertes internes.

L'étude va être effectuée au point de seuil minimum, défini par $\Delta_1 = \Delta_2 = 2\rho$. Cette relation impose également $\theta = \psi$. On introduit un nouveau paramètre qui mesure la force du couplage linéaire : $c = 2\rho/\gamma'$. Notons, qu'avec un paramètre γ' égal à $3 \cdot 10^{-2}$, $c = 1$ correspond à un angle de lame de l'ordre de 0.8° . Les équations se simplifient alors en :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\tau}{\gamma'} \frac{dA_1}{dt} + (1 - ic)A_1 = \frac{gA_0}{\gamma'}A_2^* + icA_2 + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}A_1^{in} + \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}B_1^{in} \\ \frac{\tau}{\gamma'} \frac{dA_2}{dt} + (1 - ic)A_2 = \frac{gA_0}{\gamma'}A_1^* + icA_1 + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}A_2^{in} + \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}B_2^{in} \\ A_0 = -\frac{g}{2}A_1A_2 + A_0^{in} \end{array} \right. \quad (10-2)$$

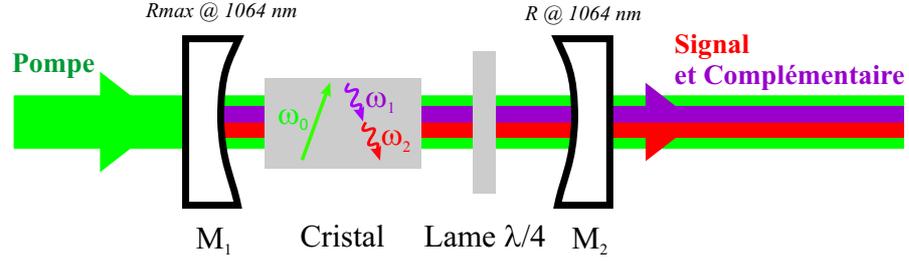


FIG. 10.1: Schéma d'un OPO doublement résonant avec une lame $\lambda/4$ dont les axes neutres sont tournés d'un angle ρ par rapport à ceux du cristal.

B.2 Linéarisation des équations

Les équations de bouclage sont linéarisées autour des valeurs moyennes. En posant pour chaque champ, $A_i = \bar{A}_i + \delta A_i$, les équations dynamiques deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_1}{dt} + (1 - ic)\delta A_1 = \frac{g\bar{A}_0}{\gamma'} \delta A_2^* + \frac{g\delta A_0}{\gamma'} \bar{A}_2^* + ic\delta A_2 + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_1^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_1^{in} \\ \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_2}{dt} + (1 - ic)\delta A_2 = \frac{g\bar{A}_0}{\gamma'} \delta A_1^* + \frac{g\delta A_0}{\gamma'} \bar{A}_1^* + ic\delta A_1 + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_2^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_2^{in} \\ \delta A_0 = -\frac{g}{2}(\bar{A}_2\delta A_1 + \bar{A}_1\delta A_2) + \delta A_0^{in} \end{array} \right. \quad (10-3)$$

Au-dessous ou au-dessus du seuil d'oscillation, ces équations vont s'écrire différemment. Les parties suivantes sont consacrées successivement à ces deux régimes de fonctionnement.

C Etude au-dessous du seuil

C.1 Equations linéarisées

Au-dessous du seuil d'oscillation, les équations (10-3) se simplifient : les valeurs moyennes des champs signal et complémentaire étant nulles, le terme qui dépend des fluctuations de la pompe disparaît. De plus, le terme $g\bar{A}_0/\gamma'$ est égal à la puissance pompe normalisée au seuil minimal de l'OPO. Ce terme est donc égal au taux de pompage σ , le fonctionnement au-dessous du seuil correspondant à $\sigma < 1$. Dans ce régime, les équations (10-3) prennent finalement la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_1}{dt} + (1 - ic)\delta A_1 = \sigma\delta A_2^* + ic\delta A_2 + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_1^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_1^{in} \\ \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_2}{dt} + (1 - ic)\delta A_2 = \sigma\delta A_1^* + ic\delta A_1 + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_2^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_2^{in} \end{array} \right. \quad (10-4)$$

C.2 Variances

Par transformée de Fourier, les équations précédentes deviennent algébriques :

$$\begin{cases} \delta\widetilde{A}_1(\Omega)(1 - ic + 2i\Omega) - \sigma\delta\widetilde{A}_2^*(-\Omega) - ic\delta\widetilde{A}_2(\Omega) - \frac{\sqrt{2\kappa}}{\kappa'}\delta\widetilde{A}_1^{in}(\Omega) - \frac{\sqrt{2\mu}}{\kappa'}\delta\widetilde{B}_1^{in}(\Omega) = 0 \\ \delta\widetilde{A}_2(\Omega)(1 - ic + 2i\Omega) - \sigma\delta\widetilde{A}_1^*(-\Omega) - ic\delta\widetilde{A}_1(\Omega) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}\delta\widetilde{A}_2^{in}(\Omega) - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}\delta\widetilde{B}_2^{in}(\Omega) = 0 \end{cases} \quad (10-5)$$

où $\Omega = \frac{\omega\tau}{2\gamma'} = \frac{\omega}{\Omega_c}$ est la fréquence de bruit normalisée à la bande passante de la cavité.

Les fluctuations d'un mode A_i pour une fréquence d'analyse du bruit et une quadrature données s'expriment

$$p_i(\varphi, \Omega) = \delta\widetilde{A}_i(\Omega)e^{-i\varphi} + \delta\widetilde{A}_i^*(-\Omega)e^{i\varphi} \quad (10-6)$$

Les équations 10-5 peuvent être alors écrites sous la forme :

$$\begin{cases} p_1(\varphi)(1 + 2i\Omega) - \sigma p_2(-\varphi) + c(p_1(\varphi + \pi/2) + p_2(\varphi + \pi/2)) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}p_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\kappa'}p_1^{in'} = 0 \\ p_2(-\varphi)(1 + 2i\Omega) - \sigma p_1(\varphi) + c(p_2(-\varphi + \pi/2) - p_1(-\varphi + \pi/2)) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}p_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}p_2^{in'} = 0 \end{cases} \quad (10-7)$$

où p_i^{in} et $p_i^{in'}$ correspondent aux fluctuations du vide qui sont indépendantes de la phase.

Pour $c = 0$, c'est à dire en l'absence de couplage, ces équations sont identiques à celles d'un OPO "standard" au-dessous du seuil où seules les quadratures avec des phases $\pm\varphi$ interagissent. Lorsque la lame est tournée ($c \neq 0$), la dépendance en phase devient beaucoup plus complexe puisque chaque quadrature est également couplée à la quadrature orthogonale.

En introduisant les quadratures orthogonales

$$\begin{aligned} p_1 &= p_1(\varphi_1) & q_1 &= p_1(\varphi_1 + \frac{\pi}{2}) \\ p_2 &= p_2(\varphi_2) & q_2 &= p_2(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (10-8)$$

avec $\varphi_1 = \pi/2$ et $\varphi_2 = -\pi/2$, le système (10-7) se transforme en :

$$\begin{cases} p_1(1 + 2i\Omega) - \sigma p_2 + c(q_1 - q_2) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}p_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}p_1^{in'} = 0 \\ p_2(1 + 2i\Omega) - \sigma p_1 + c(q_2 - q_1) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}p_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}p_2^{in'} = 0 \\ q_1(1 + 2i\Omega) + \sigma q_2 + c(p_2 - p_1) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}q_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}q_1^{in'} = 0 \\ q_2(1 + 2i\Omega) + \sigma q_1 + c(p_1 - p_2) - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'}q_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'}q_2^{in'} = 0 \end{cases} \quad (10-9)$$

Ce système permet de calculer les fluctuations à l'intérieur de la cavité. Les fluctuations des champs sortants sont obtenues en écrivant une condition aux limites sur le miroir de sortie :

$$p_i^{out}(\Omega) = \sqrt{2\gamma}p_i(\Omega) - p_i^{in} \quad (10-10)$$

La variance de p_i^{out} est ensuite déterminée par :

$$S_{p_i^{out}}(\Omega) = \langle p_i^{out}(\Omega) p_i^{out}(-\Omega) \rangle \quad (10-11)$$

Les variances des fluctuations du vide sont normalisées à 1.

C.3 Fluctuations des modes signal et complémentaire

Lorsque la lame n'est pas tournée, les modes signal et complémentaire présentent un excès de bruit qui ne dépend pas de la quadrature considérée. Le spectre a été établi au chapitre 8. Cela n'est plus le cas lorsque la lame est tournée. Le spectre de bruit s'écrit de manière générale, pour une quadrature définie par l'angle φ par rapport à p_1^{out} :

$$S(\varphi) = S_{p_1^{out}} \cos^2(\varphi) + S_{q_1^{out}} \sin^2(\varphi) + \alpha \cos(2\varphi) \quad (10-12)$$

avec

$$\begin{aligned} S_{p_1^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{8\sigma(\sigma((\sigma-1)^2 + 4\Omega^2) - c^2(4\Omega^2 - 4(1+c^2) + (\sigma+1)^2))}{(4\Omega^2 + (\sigma-1)^2)(16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)^2)} \\ S_{q_1^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{8\sigma(\sigma((\sigma+1)^2 + 4\Omega^2) + c^2(4\Omega^2 - 4(1+c^2) + (\sigma-1)^2))}{(4\Omega^2 + (\sigma+1)^2)(16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)^2)} \\ \alpha &= \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{-8\sigma c}{16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)^2} \end{aligned} \quad (10-13)$$

Lorsque le couplage augmente, la quadrature présentant le bruit minimal tourne. Plus le couplage est fort, et plus cette quadrature tend vers q_1 . Ce bruit peut être comprimé sous la limite quantique standard. La figure 10.2 donne l'angle de cette quadrature et la variance de bruit associée en fonction du couplage.

C.4 Correlations et anti-corrélations

Après avoir établi le spectre de bruit des modes signal et complémentaire, nous étudions les propriétés de corrélations entre ces deux modes.

Le bruit sur la somme des fluctuations est identique à celui établi au chapitre 7 et ne dépend pas du couplage. Cette propriété apparaît clairement dans les équations (10-9) : la somme des équations sur p_i ou q_i fait disparaître la contribution du terme de couplage.

$$\begin{aligned} S_{q_1^{out}+q_2^{out}} &= 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma+1)^2} \\ S_{p_1^{out}+p_2^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma-1)^2} \end{aligned} \quad (10-14)$$

Le bruit sur $p_1^{out} + p_2^{out}$ est ainsi très bruité alors que $q_1^{out} + q_2^{out}$ est toujours comprimé sous le bruit quantique standard. On retrouve que les anti-corrélations sont parfaites à fréquence nulle, au seuil et en l'absence de pertes. Le paramètre γ/γ' , récurrent depuis le début de ce mémoire, impose la réduction maximale : à pertes données, la transmission du miroir de sortie doit être la plus grande possible.

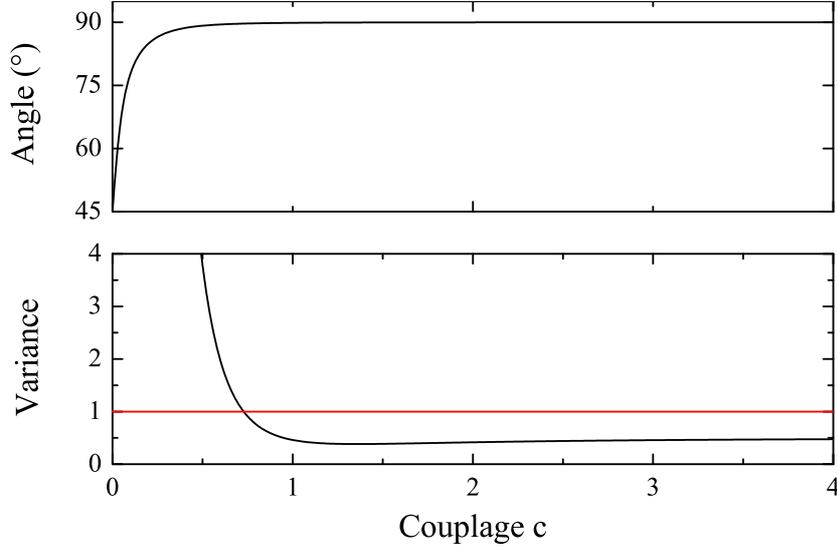


FIG. 10.2: Angle de la quadrature pour laquelle le bruit des modes signal et complémentaire est minimal et variance de bruit normalisée au bruit quantique standard. ($\Omega = 0$, $\sigma = 0.9$, $\mu = 0$)

En revanche, le bruit sur la différence des fluctuations dépend grandement du couplage linéaire imposé par la lame. Le spectre de bruit s'écrit :

$$S(\varphi) = S_{p_1^{out}-p_2^{out}} \cos^2(\varphi) + S_{q_1^{out}-q_2^{out}} \sin^2(\varphi) + 2\alpha \cos(2\varphi) \quad (10-15)$$

où α a été défini en 10-13 et

$$\begin{aligned} S_{p_1^{out}-p_2^{out}} &= 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma(4\Omega^2 - 4c^2 + (\sigma - 1)^2)}{16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)} \\ S_{q_1^{out}-q_2^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma(4\Omega^2 - 4c^2 + (\sigma + 1)^2)}{16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)} \end{aligned} \quad (10-16)$$

Dans un OPO "standard", les corrélations apparaissent suivant une quadrature orthogonale à celle qui est anti-corrélée. La configuration devient très différente en présence de la lame. La quadrature corrélée tourne avec l'angle de la lame et la corrélation est de plus en plus dégradée.

Comme souligné à plusieurs reprises, les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des modes signal et complémentaire sont comprimés. Ils seront notés :

$$A_+ = \frac{A_1 - A_2}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad A_- = \frac{A_1 + A_2}{\sqrt{2}}$$

Les indices \pm ne désignent pas ici $+45$ ou -45 : A_+ est le mode à -45° , A_- est le mode à $+45^\circ$. Cette notation simplifie cependant la compréhension du système car $+$ et $-$ sont associés aux modes dont les compressions traduisent respectivement les anti-corrélations et les corrélations. Le spectre de bruit de ces modes s'écrit en effet :

$$S_{A_+}(\varphi) = \frac{1}{2} S_{p_1^{out}(\varphi)+p_2^{out}(\varphi+\pi)} \quad \text{et} \quad S_{A_-}(\varphi) = \frac{1}{2} S_{p_1^{out}(\varphi)-p_2^{out}(\varphi+\pi)}$$

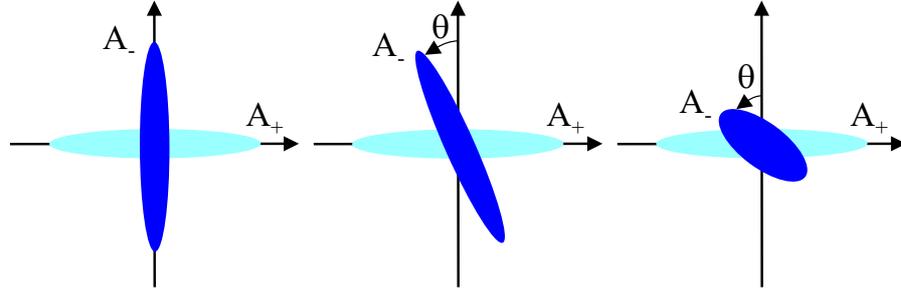


FIG. 10.3: Représentation de Fresnel des ellipses de bruit des modes A_+ et A_- lorsque l'angle de la lame augmente. En l'absence de couplage, la compression de bruit est obtenue suivant des quadratures orthogonales. En présence d'un couplage, l'ellipse de bruit du mode A_- tourne et la compression est réduite. Le mode A_+ n'est pas affecté.

Notons que pour l'autre zone d'accrochage ($\Delta = -\varepsilon_0$) les définitions de A_+ et A_- seraient échangées. L'évolution des corrélations et anti-corrélations est résumée figure 10.3, en terme de compression de bruit des modes à $\pm 45^\circ$: le mode A_+ n'est pas affecté par le couplage alors que le mode A_- voit sa quadrature comprimée tourner et la compression de bruit diminuer.

En dérivant l'équation (10-15), une expression analytique de l'angle θ de tilt de l'ellipse de bruit du mode A_- peut être obtenue :

$$\tan(2\theta) = \frac{4c}{4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 + 1} \quad (10-17)$$

La figure 10.4 donne l'angle de la quadrature la plus comprimée et la variance de bruit associée, en fonction du paramètre de couplage c et de la fréquence d'analyse normalisée à la bande passante de la cavité. Une coupe à fréquence nulle est représentée figure 10.5. Le taux de pompage σ influe très peu sur l'allure générale de ces courbes et impose seulement la compression maximale.

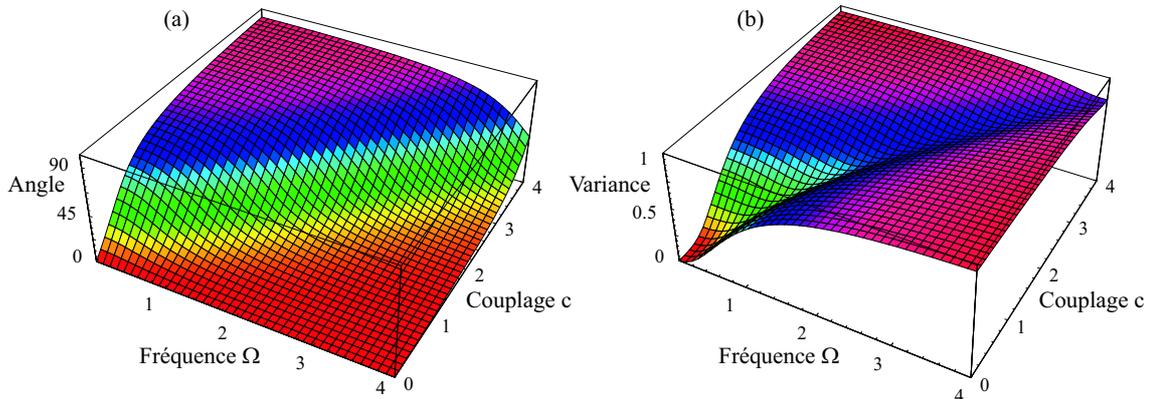


FIG. 10.4: Angle de la quadrature pour laquelle le bruit est minimal et variance de bruit normalisée au bruit quantique standard, en fonction de la fréquence d'analyse et du couplage ($\sigma = 0.9$, $\mu = 0$)

champs signal et complémentaire.

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1(\sigma + 2i\Omega) + (\sigma - 2)p_2 + c(q_1 - q_2) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} p_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} p_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} p_1^{in'} = 0 \\ p_2(\sigma + 2i\Omega) + (\sigma - 2)p_1 + c(q_2 - q_1) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} p_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} p_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} p_2^{in'} = 0 \\ q_1(\sigma + 2i\Omega) + \sigma q_2 + c(p_2 - p_1) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} q_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} q_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} q_1^{in'} = 0 \\ q_2(\sigma + 2i\Omega) + \sigma q_1 + c(p_1 - p_2) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} q_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} q_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} q_2^{in'} = 0 \end{array} \right. \quad (10-19)$$

D.3 Fluctuations des modes signal et complémentaire

Le spectre de bruit des modes individuels peut s'écrire :

$$S(\varphi) = S_{p_1^{out}} \cos(\varphi)^2 + S_{q_1^{out}} \sin(\varphi)^2 + \alpha \cos(2\varphi) \quad (10-20)$$

avec

$$\begin{aligned} S_{p_1^{out}} &= 1 - \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{\Omega^2(c^2 + \sigma(\sigma - 2)) - c^2(c^2 + (\sigma - 1)^2)}{(\Omega^2 + (\sigma - 1)^2)(\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2)} \\ S_{q_1^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{\sigma^2 + (c^2 + \sigma^2)(\Omega^2 - c^2)}{(\Omega^2 + \sigma^2)(\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2)} \\ \alpha &= \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{-c}{\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2} \end{aligned} \quad (10-21)$$

Lorsque la lame n'est pas tournée, ces expressions sont identiques à celles établies au chapitre 5 : les quadratures de phase et d'amplitude sont décorréées et le bruit d'intensité peut être comprimé sous le bruit quantique standard dès que le taux de pompage σ est plus grand que 2.

En présence d'un couplage, le comportement est similaire à celui déterminé au-dessous du seuil. La quadrature présentant le bruit minimal tourne et s'approche de la quadrature q_i lorsque le couplage augmente. Pour un fort couplage, les faisceaux individuels sont comprimés en phase, dans la limite de 3 dB.

D.4 Corrélations et Anti-corrélations

Comme précédemment, les spectres de bruit sur la somme des fluctuations de phase ou d'amplitude ne sont pas affectés par la présence de la lame. On retrouve les expressions établies au chapitre 5.

$$\begin{aligned} S_{q_1^{out}+q_2^{out}} &= 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2 + \sigma^2} \\ S_{p_1^{out}+p_2^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2 + (\sigma - 1)^2} \end{aligned} \quad (10-22)$$

Le mode A_+ , désormais de valeur moyenne non-nulle, est comprimé en phase. Au seuil, à fréquence nulle et en l'absence de pertes, le bruit de phase est réduit à zéro.

Le bruit sur la différence des fluctuations dépend quant à lui du couplage :

$$S(\varphi) = S_{p_1^{out}-p_2^{out}} \cos(\varphi)^2 + S_{q_1^{out}-q_2^{out}} \sin(\varphi)^2 + 2\alpha \cos(2\varphi) \quad (10-23)$$

où α a été défini en (10-21) et

$$\begin{aligned} S_{p_1^{out}-p_2^{out}} &= 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\Omega^2 - c^2}{\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2} \\ S_{q_1^{out}-q_2^{out}} &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\Omega^2 + 1 - c^2}{\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2} \end{aligned} \quad (10-24)$$

On retrouve le même comportement qu'au-dessous du seuil : la quadrature corrélée tourne avec le couplage et la corrélation diminue. En termes de compression des modes polarisés à $\pm 45^\circ$, la quadrature comprimée du mode A_- tourne avec le couplage et la compression de bruit est dégradée. Notons également que le spectre ne dépend pas du taux de pompage. C'était également le cas des corrélations d'intensité en l'absence de lame.

La comparaison avec les expressions sans lame est ici intéressante. En l'absence de pertes, le bruit sur la différence des intensités s'annulait à fréquence nulle alors que celui sur la différence des phases divergeait traduisant ainsi le phénomène de diffusion de phase en $1/\Omega^2$. Le couplage a pour effet de bloquer cette diffusion de phase : ce dernier bruit prend donc désormais une valeur finie à fréquence nulle. Par conséquent, la compression du bruit sur la différence d'intensité ne peut plus être maximale.

L'angle de rotation de l'ellipse de bruit est donné par :

$$\tan(2\theta) = \frac{2c}{2\Omega^2 - 2c^2 + 1} \quad (10-25)$$

Cet angle ne dépend plus du pompage et est égal à l'expression (10-17) trouvée au-dessous du seuil en posant $\sigma = 1$. Cette grandeur étant très peu dépendante du taux de pompage au-dessous du seuil, l'angle de rotation est donc quasiment identique dans les deux régimes de fonctionnement.

La compression de bruit donnée en (10-24) est identique à celle obtenue au-dessous du seuil en posant $\sigma = 1$. L'angle de la quadrature comprimée ainsi que la variance de bruit associée est donc quasiment identique à l'évolution présentée figure 10.5 et tracée pour $\sigma = 0.9$.

D.5 Résumé

Le fonctionnement au-dessous et au-dessus du seuil conduisent à des équations linéarisées différentes. Cependant, proche du seuil, la dépendance du bruit avec le couplage est très similaire. Les modes à $\pm 45^\circ$ des champs signal et complémentaire donnent une image synthétique du comportement du système.

Proche du seuil, le mode A_+ est comprimé et le couplage est sans effet sur ce mode. Au-dessus du seuil, ce mode est de valeur moyenne non-nulle et la quadrature comprimée correspond à la quadrature de phase. En termes de corrélations, cela signifie que les fluctuations des

champs individuels sont anti-corrélés toujours suivant la même quadrature, indépendamment du couplage.

Le mode A_- , de valeur moyenne nulle quel que soit le régime de fonctionnement, est également comprimé mais, en l'absence de couplage, suivant une quadrature orthogonale à celle du mode A_+ . Lorsque le couplage augmente, la quadrature comprimée tourne et se rapproche de plus en plus de celle du mode A_+ . Parallèlement, la compression de bruit diminue. En termes de corrélations, cela signifie que les modes signal et complémentaire voient leurs quadratures corrélées tourner et la corrélation diminuer.

La figure 10.6 résume les deux régimes de fonctionnement pour différents angles de la lame. La courbe en pointillé correspond au cas sans lame : les modes A_+ et A_- ont la même variance de bruit au-dessous du seuil puis la compression de bruit de A_+ est dégradée au-dessus du seuil alors que celle de A_- reste maximale. Les tracés en trait plein correspondent à différentes valeurs de c et donnent la variance de la quadrature la plus comprimée pour le mode A_- . Le bruit du mode A_+ est quant à lui inchangé lorsque le couplage augmente. La seconde figure donne la séparabilité, définie comme la demi-somme des variances comprimées précédentes.

Le bruit des modes individuels présente également une évolution originale avec le couplage. Indépendant de la phase en l'absence de couplage, les champs signal et complémentaire deviennent comprimés lorsque l'angle de la lame augmente.

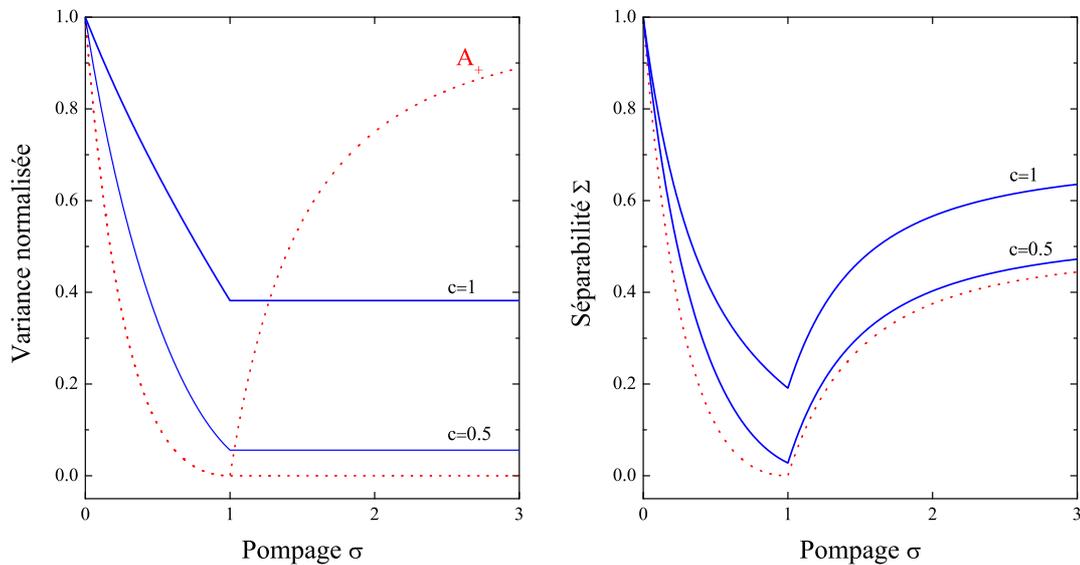


FIG. 10.6: Variance normalisée des modes A_+ et A_- en fonction du taux de pompage et pour différents angles. La courbe en pointillé donne le bruit en l'absence de lame : alors que les bruits sont identiques au-dessous du seuil, A_- est parfaitement comprimé au-dessus alors que A_+ voit son bruit augmenter. Les courbes en trait plein donnent le bruit de A_- pour différents angles. Le bruit du mode A_+ ne dépend pas du couplage et est donc toujours donné par la courbe en pointillé. Le second graphe correspond à la séparabilité définie comme la demi-somme de ces variances. ($\Omega = 0$, $\mu = 0$)

E Conclusion

Un oscillateur paramétrique optique associé à une lame biréfringente insérée dans la cavité permet de générer des faisceaux fortement corrélés suivant des quadratures non-orthogonales. Les propriétés quantiques sont très similaires au-dessous et au-dessus du seuil. La quadrature anti-corrélée ne dépend pas du couplage induit par la lame alors que la quadrature corrélée, orthogonale à la précédente en l'absence de couplage, tourne et se rapproche de cette dernière. Les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des champs signal et complémentaire donnent une image synthétique de ce comportement. Ces modes sont comprimés : le mode A_+ n'est pas affecté par le couplage alors que le mode A_- voit sa quadrature comprimée se rapprocher de celle du mode précédent et la compression de bruit diminuer.

Une question intéressante est dès lors de déterminer quelle intrication il est possible d'extraire de ce système par l'intermédiaire d'opérations passives, réalisables à l'aide de lames séparatrices et de déphasages. Le chapitre suivant répond à cette question et résume les propriétés quantiques du système en s'appuyant sur le formalisme de la matrice de covariance.

11. Compression de bruit et intrication d'un état à deux modes

Sommaire

A	Introduction	155
B	Matrice de covariance	156
B.1	Définition générale	156
B.2	Cas monomode	157
B.3	Cas à deux modes	159
C	Etat à deux modes : compression et intrication	159
C.1	Transformations passives	160
C.2	Modes les plus comprimés	161
C.3	Modes les plus intriqués	164
D	OPO à auto-verrouillage	165
D.1	Matrices de covariance en l'absence de couplage	165
D.2	Matrices de covariance en présence de couplage	166
D.3	Optimisation de l'intrication	166
E	Conclusion	167

A Introduction

Le chapitre précédent a montré qu'un OPO associé à une lame biréfringente insérée dans la cavité génère des faisceaux intriqués suivant des quadratures non-orthogonales. Lorsque le couplage est important, ces faisceaux peuvent également être comprimés. Le comportement du système est donc particulièrement riche et à première vue complexe : quelle compression de bruit maximale, ou quelle intrication maximale, peut-on en extraire ? Comment ces propriétés sont-elles reliées l'une à l'autre ?

Ce chapitre se propose de répondre à ces questions en étudiant l'action d'opérations passives sur un état gaussien à deux modes. Les opérations passives, c'est-à-dire qui conservent le nombre de photons, sont obtenues par déphasage ou mélange sur des lames séparatrices. Lorsque les deux modes sont polarisés orthogonalement, ces opérations peuvent être réalisées de manière équivalente à l'aide de lames biréfringentes. L'étude s'appuiera sur le formalisme de la matrice de covariance qui offre une vision synthétique des propriétés d'un état.

La dernière partie est consacrée au cas particulier de l'état à 2 modes généré par un OPO à auto-verrouillage. Les propriétés quantiques établies au chapitre précédent sont résumées en termes de matrice de covariance puis discutées au regard des développements de ce chapitre.

B Matrice de covariance

Un état gaussien est entièrement caractérisé par ses moments du premier et second ordre. Seuls ces derniers apportent une information sur les propriétés de compression de bruit et de corrélations. Les moments du second ordre d'un état gaussien à N modes sont résumés en une matrice de dimension $2N \times 2N$, dite "matrice de covariance". Cette partie introduit cette notation puis considère le cas particulier des états à 1 mode et à 2 modes.

B.1 Définition générale

Un état gaussien à N modes est défini par le vecteur $r = (p_1, q_1, p_2, q_2, \dots, p_N, q_N)$ formé des quadratures conjuguées des N modes. L'état est entièrement déterminé par le vecteur moyen $\xi = (\langle p_1 \rangle, \langle q_1 \rangle, \langle p_2 \rangle, \langle q_2 \rangle, \dots, \langle p_N \rangle, \langle q_N \rangle)$ et les moments du second ordre donnés par la matrice de covariance Γ , réelle, symétrique et définie positive :

$$\Gamma = \langle (r - \xi)(r - \xi)^T \rangle_S = \langle \delta r \delta r^T \rangle_S \quad (11-1)$$

$$= \begin{pmatrix} \langle \delta p_1^2 \rangle & \langle \delta p_1 \delta q_1 \rangle_S & \langle \delta p_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta p_1 \delta q_2 \rangle & \cdots & \langle \delta p_1 \delta p_N \rangle & \langle \delta p_1 \delta q_N \rangle \\ \langle \delta p_1 \delta q_1 \rangle_S & \langle \delta q_1^2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta q_2 \rangle & \cdots & \langle \delta q_1 \delta p_N \rangle & \langle \delta q_1 \delta q_N \rangle \\ \langle \delta p_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta p_2^2 \rangle & \langle \delta p_2 \delta q_2 \rangle_S & \cdots & \langle \delta p_2 \delta p_N \rangle & \langle \delta p_2 \delta q_N \rangle \\ \langle \delta p_1 \delta q_2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta q_2 \rangle & \langle \delta p_2 \delta q_2 \rangle_S & \langle \delta q_2^2 \rangle & \cdots & \langle \delta q_2 \delta p_N \rangle & \langle \delta q_2 \delta q_N \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \langle \delta p_1 \delta p_N \rangle & \langle \delta q_1 \delta p_N \rangle & \langle \delta p_2 \delta p_N \rangle & \langle \delta q_2 \delta p_N \rangle & \cdots & \langle \delta p_N^2 \rangle & \langle \delta p_N \delta q_N \rangle_S \\ \langle \delta p_1 \delta q_N \rangle & \langle \delta q_1 \delta q_N \rangle & \langle \delta p_2 \delta q_N \rangle & \langle \delta q_2 \delta q_N \rangle & \cdots & \langle \delta p_N \delta q_N \rangle_S & \langle \delta q_N^2 \rangle \end{pmatrix}$$

où a été introduite la notation symétrisée $\langle \rangle_S$ qui correspond à une mesure où l'ordre n'intervient pas. Pour deux opérateurs δp et δq ,

$$\langle \delta p \delta q \rangle_S = \frac{1}{2} \langle \delta p \delta q + \delta q \delta p \rangle \quad (11-2)$$

Cette définition n'a d'influence sur le résultat que si les opérateurs que l'on considère ne commutent pas.

La matrice de covariance définit entièrement les propriétés de bruit d'un état gaussien. En particulier, la pureté \mathcal{P} d'un état mixte décrit par sa matrice densité ρ peut s'obtenir facilement à partir de sa matrice de covariance Γ . Définie par $\mathcal{P} = Tr(\rho^2)$, elle s'exprime :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\sqrt{\det(\Gamma)}} \quad (11-3)$$

La pureté d'un état pur vaut 1, valeur que prend donc aussi le déterminant de sa matrice de covariance. Des propositions récentes utilisent la notion de pureté, globale et marginale, pour quantifier l'intrication d'un état mixte [Adesso04]. Cette approche pourra constituer une thématique très intéressante pour les travaux qui suivront cette thèse.

B.2 Cas monomode

Dans le cas monomode, la matrice de covariance se réduit à :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \langle \delta p_1^2 \rangle & \langle \delta p_1 \delta q_1 \rangle_S \\ \langle \delta p_1 \delta q_1 \rangle_S & \langle \delta q_1^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (11-4)$$

En écrivant que le déterminant est supérieur ou égal à 1, on retrouve la relation de Heisenberg généralisée :

$$\det \Gamma = \langle \delta p_1^2 \rangle \langle \delta q_1^2 \rangle - \frac{1}{4} \langle \delta p_1 \delta q_1 + \delta q_1 \delta p_1 \rangle^2 \geq 1 \quad (11-5)$$

Le choix des quadratures de base impose la valeur des coefficients de la matrice Γ . Par une rotation dans l'espace des phases, il est toujours possible de choisir la base qui diagonalise la matrice de covariance. Cette rotation est la seule opération passive possible pour un état monomode et correspond physiquement à une propagation sur une longueur l telle que $kl = \theta$. Notée $R(\theta)$, elle transforme les opérateurs de quadrature selon la relation :

$$\begin{pmatrix} p_1(\theta) \\ q_1(\theta) \end{pmatrix} = R(\theta) \begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} \quad (11-6)$$

Montrons que la base qui diagonalise la matrice de covariance est également celle pour laquelle les éléments diagonaux sont extrémaux. Cela revient à montrer que, quelle que soit la base, l'élément diagonal le plus petit est toujours supérieur ou égal à la plus petite des valeurs propres. La matrice de covariance initiale est notée sous la forme générale :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} n_1 & c \\ c & n_2 \end{pmatrix} \quad (11-7)$$

Après une rotation d'un angle θ , la matrice de covariance $\Gamma(\theta)$ s'écrit :

$$\Gamma(\theta) = \left\langle \begin{pmatrix} p_1(\theta) \\ q_1(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1(\theta) \\ q_1(\theta) \end{pmatrix}^T \right\rangle_S = \left\langle R(\theta) \begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} \left(R(\theta) \begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} \right)^T \right\rangle_S \quad (11-8)$$

soit finalement

$$\Gamma(\theta) = R(\theta) \Gamma R(\theta)^T \quad (11-9)$$

Les coefficients diagonaux de la nouvelle matrice s'exprime alors à partir des éléments initiaux n_1 , n_2 et c :

$$\begin{aligned} n_1(\theta) &= n_1 \cos^2(\theta) + n_2 \sin^2(\theta) + c \sin(2\theta) \\ n_2(\theta) &= n_1 \sin^2(\theta) + n_2 \cos^2(\theta) - c \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (11-10)$$

L'angle θ_0 qui rend les éléments diagonaux extrémaux vérifie

$$\left. \frac{dn_1(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{dn_2(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad (11-11)$$

et s'écrit :

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2c}{n_1 - n_2} \right) \quad (11-12)$$

En l'absence de corrélations ($c = 0$), l'angle de rotation à appliquer pour obtenir les éléments diagonaux extrémaux est nul : la base qui diagonalise la matrice de covariance est donc la base pour laquelle les éléments diagonaux, qui sont alors les valeurs propres, sont extrémaux. En d'autres termes, les quadratures extrêmement comprimées sont totalement décorréelées et le bruit minimal est donné par la plus petite valeur propre. Le choix de l'angle θ peut s'interpréter "géométriquement" dans le repère de Fresnel où le bruit est représenté par une ellipse : c'est l'angle pour lequel les quadratures de base correspondent aux petit et grand axes de l'ellipse. Ce résultat est donc bien connu mais cette étude a permis de développer le formalisme de la matrice de covariance qui sera très utile pour la seconde partie.

Lorsque la base est choisie de manière quelconque, il n'est pas facile de savoir a priori si une matrice de covariance décrit un état comprimé : une matrice de covariance avec des coefficients diagonaux tous supérieurs à 1 peut en effet correspondre à un tel état. L'étude précédente conduit ainsi à définir une "variance comprimée généralisée" [Simon94] donnée par la plus petite des valeurs propres de la matrice de covariance :

$$\lambda_1 = \min \left(\text{vap}(\Gamma) \right) \quad (11-13)$$

où $\text{vap}(\Gamma)$ désigne l'ensemble des valeurs propres de Γ . Une rotation dans l'espace des phases rend la compression de bruit explicite.

Pour illustrer ce point, considérons un état dont la matrice de covariance s'écrit :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ \sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix} \quad (11-14)$$

avec η positif et réel. Cette matrice est celle d'un état comprimé mais elle ne fait pas apparaître explicitement cette propriété puisque tous les éléments diagonaux sont supérieurs à 1. En appliquant une rotation d'angle $\theta_0 = \pi/4$, la matrice devient :

$$\Gamma(\theta_0) = \begin{pmatrix} e^{-\eta} & 0 \\ 0 & e^{\eta} \end{pmatrix} \quad (11-15)$$

La compression de bruit apparaît désormais explicitement : les quadratures de base ont été "alignées" avec les axes de l'ellipse de bruit. La plus petite valeur propre, $e^{-\eta}$, donne la compression de bruit maximale.

La compression de bruit d'un état monomode est ainsi naturellement définie comme un invariant par rotation dans l'espace des phases (invariant par le groupe $U(1)$). Une approche similaire sera recherchée dans le cas à deux modes.

B.3 Cas à deux modes

Dans le cas d'un état gaussien à deux modes, la matrice de covariance s'écrit

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \langle \delta p_1^2 \rangle & \langle \delta p_1 \delta q_1 \rangle_S & \langle \delta p_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta p_1 \delta q_2 \rangle \\ \langle \delta p_1 \delta q_1 \rangle_S & \langle \delta q_1^2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta q_2 \rangle \\ \langle \delta p_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta p_2 \rangle & \langle \delta p_2^2 \rangle & \langle \delta p_2 \delta q_2 \rangle_S \\ \langle \delta p_1 \delta q_2 \rangle & \langle \delta q_1 \delta q_2 \rangle & \langle \delta p_2 \delta q_2 \rangle_S & \langle \delta q_2^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (11-16)$$

et peut s'exprimer à l'aide de blocs 2×2 sous la forme

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_1 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \Gamma_2 \end{pmatrix} \quad (11-17)$$

où Γ_1 et Γ_2 donnent les propriétés de chaque mode et σ_{12} les corrélations intermodales. Deux exemples simples sont donnés ci-dessous :

- **Deux modes minimaux, indépendants et comprimés suivant des quadratures orthogonales**

$$\Gamma = \left(\begin{array}{cc|cc} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1/\lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{array} \right) \quad (11-18)$$

avec $\lambda_1 < 1$ et $\lambda_2 < 1$.

- **Deux modes intriqués et symétriques**

$$\Gamma = \left(\begin{array}{cc|cc} n & 0 & c & 0 \\ 0 & n & 0 & -c \\ \hline c & 0 & n & 0 \\ 0 & -c & 0 & n \end{array} \right) \quad (11-19)$$

Cette matrice correspond à une forme "standard" où les modes sont symétriques et corrélés suivant des quadratures orthogonales. Elle décrit l'état obtenu en mélangeant en quadrature deux faisceaux comprimés par exemple en intensité (chapitre 2) ou l'état directement disponible à la sortie d'un OPO de type II (sans lame).

Dans le cas général, il est simple de diagonaliser par une rotation dans l'espace des phases l'un des blocs diagonaux. Cependant, cette opération n'est pas suffisante à elle seule pour faire apparaître explicitement les propriétés de l'état. La partie suivante établit les propriétés de compression de bruit et d'intrication d'un état gaussien à deux modes.

C Etat à deux modes : compression et intrication

Etant donné un état gaussien à deux modes, comment obtenir par opérations passives les modes les plus comprimés ou les plus intriqués? Comment ces deux propriétés sont-elles reliées l'une à l'autre? Cette partie détaille cette question et établit une stratégie pour accéder à ces modes (figure 11.1).

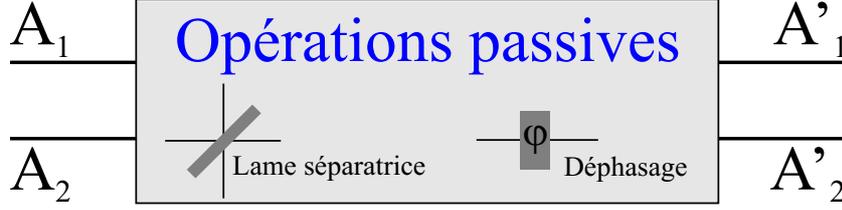


FIG. 11.1: Comment obtenir, à partir de deux modes gaussiens donnés et par opérations passives, les modes les plus comprimés ou les plus intriqués ?

C.1 Transformations passives

Seules des transformations passives, c'est-à-dire qui conservent le nombre de photons, sont considérées. En notant S la matrice complexe 2×2 associée à une telle transformation, les modes A'_1 et A'_2 sont obtenus à partir des modes A_1 et A_2 par la relation :

$$\begin{pmatrix} A'_1 \\ A'_2 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (11-20)$$

Donnons deux exemples de transformations typiques :

- **Lame séparatrice**

$$L(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{pmatrix} \quad (11-21)$$

$t = \cos \phi$ et $r = \sin \phi$ correspondent aux coefficients de transmission et de réflexion de la lame. Sans perte de généralité, les lames sont supposées ne pas induire de déphasage. Lorsque la lame est 50/50, la matrice associée s'écrit :

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (11-22)$$

- **Déphasage relatif**

$$D(\theta) = \begin{pmatrix} e^{i\theta} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta} \end{pmatrix} \quad (11-23)$$

Le déphasage d'un mode par rapport à l'autre est obtenu par l'intermédiaire d'une longueur différente de propagation.

Une transformation passive arbitraire sur les deux modes est réalisée en combinant ces deux opérations [Yurke86, Han90, Arvind95]. La figure 11.2 donne le schéma le plus général : les modes subissent un déphasage, sont mélangés sur une lame, subissent à nouveau un déphasage afin d'être recombinaés puis déphasés. La matrice S la plus générale s'écrit alors :

$$S = D(-\theta_3) \cdot L \cdot D(-\theta_2) \cdot L \cdot D(\theta_1) = \begin{pmatrix} e^{i(\theta_1+\theta_3)} \cos \theta_2 & -ie^{-i(\theta_1-\theta_3)} \sin \theta_2 \\ -ie^{i(\theta_1-\theta_3)} \sin \theta_2 & e^{-i(\theta_1+\theta_3)} \cos \theta_2 \end{pmatrix} \quad (11-24)$$

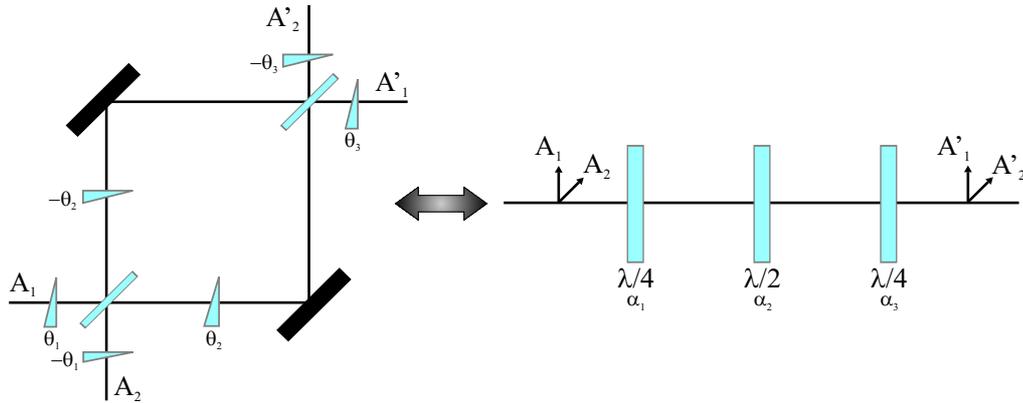


FIG. 11.2: Une transformation arbitraire sur deux modes est obtenue à l'aide de déphasages et de lames séparatrices, et se réduit à 3 paramètres indépendants. Lorsque les deux modes sont polarisés orthogonalement, la transformation est obtenue de manière équivalente à l'aide de trois lames biréfringentes tournées selon des angles α_i .

Cette matrice décrit la transformation la plus générale du groupe $SU(2)$. L'ajout d'une propagation globale permettrait de passer de $SU(2)$ à $U(2)$.

Soulignons que le fait d'avoir considéré des lames 50/50, et non des lames avec des coefficients de réflexion quelconques, ne restreint pas la généralité de cette écriture. Il est toujours possible de se ramener à la forme précédente définie par 3 paramètres indépendants.

Lorsque les deux modes diffèrent uniquement par leur polarisation, cette transformation arbitraire peut être réalisée à l'aide de deux lames $\lambda/4$ et d'une lame $\lambda/2$ (figure 11.2). Il a été montré dans la référence [Simon90] que ce nombre de lames est minimal et que toute association de ces trois lames dans un ordre quelconque est équivalente. La transformation s'écrit alors en fonction des 3 angles de rotation.

C.2 Modes les plus comprimés

Dans le cas monomode, lorsque la base était choisie de manière quelconque, il était difficile de savoir a priori si la matrice de covariance correspondait à celle d'un état comprimé. Un invariant a été trouvé, la plus petite valeur propre, et permet de répondre simplement à cette question. De manière équivalente, il est difficile de savoir a priori si la matrice de covariance d'un état à deux modes correspond à un état pouvant, moyennant une opération passive, présenter des compressions de bruit sous la limite quantique standard. Il est donc nécessaire à nouveau de trouver un invariant par toute transformation passive qui permettrait de répondre simplement à cette question.

Comment s'exprime la matrice de covariance d'un état après la transformation la plus générale définie précédemment ? La matrice S agit sur les modes en notation complexe. Pour exprimer la matrice de covariance après la transformation, il est nécessaire d'introduire la

matrice réelle β , de dimension 4×4 , qui agit sur les composantes de quadrature :

$$\begin{pmatrix} p'_1 \\ q'_1 \\ p'_2 \\ q'_2 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \\ p_2 \\ q_2 \end{pmatrix} \quad (11-25)$$

La matrice de covariance Γ' après la transformation s'exprime alors simplement sous la forme d'un produit matriciel :

$$\Gamma' = \beta \Gamma \beta^T \quad (11-26)$$

A partir de l'expression générale de S, il est simple d'obtenir celle de la matrice β :

$$\beta = \begin{pmatrix} X & Y \\ -Y^T & X^T \end{pmatrix} \quad (11-27)$$

où

$$X = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) \cos(\theta_1 + \theta_3) & -\cos(\theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_3) \\ \cos(\theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_3) & \cos(\theta_2) \cos(\theta_1 + \theta_3) \end{pmatrix} \quad (11-28)$$

et

$$Y = \begin{pmatrix} -\sin(\theta_2) \sin(\theta_1 - \theta_3) & \sin(\theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_3) \\ -\sin(\theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_3) & -\sin(\theta_2) \sin(\theta_1 - \theta_3) \end{pmatrix} \quad (11-29)$$

Pour déterminer les modes les plus comprimés, considérons un état à deux modes dont la matrice de covariance est diagonale, c'est-à-dire dont les modes 1 et 2 sont totalement décorrélés, et montrons que ces modes donnent les bruits minimaux.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} n_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_4 \end{pmatrix} \quad (11-30)$$

La transformation la plus générale est alors appliquée. La nouvelle matrice de covariance est déterminée à partir de l'expression de β et de la relation (11-26). En particulier, le premier élément diagonal s'écrit :

$$\begin{aligned} n'_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3) &= \cos^2(\theta_2) (n_1 \cos^2(\theta_1 + \theta_3) + n_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_3)) \\ &\quad + \sin^2(\theta_2) (n_3 \sin^2(\theta_1 - \theta_3) + n_4 \cos^2(\theta_1 - \theta_3)) \end{aligned} \quad (11-31)$$

L'optimisation d'une fonction de plusieurs variables est un problème complexe. La nullité de toutes les dérivées partielles (c'est-à-dire du vecteur gradient) est une condition nécessaire pour l'observation d'un extremum en un point :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n'_1}{\partial \theta_2} &= 0 \Rightarrow \sin(2\theta_2) (-n_1 \cos^2(\theta_1 + \theta_3) - n_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_3) \\ &\quad + n_3 \sin^2(\theta_1 - \theta_3) + n_4 \cos^2(\theta_1 - \theta_3)) = 0 \end{aligned} \quad (11-32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n'_1}{\partial \theta_1} = 0 \Rightarrow \cos^2(\theta_2) \sin(2(\theta_1 + \theta_3))(n_2 - n_1) \\ + \sin^2(\theta_2) \sin(2(\theta_1 - \theta_3))(n_3 - n_4) = 0 \end{aligned} \quad (11-33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n'_1}{\partial \theta_3} = 0 \Rightarrow \cos^2(\theta_2) \sin(2(\theta_1 + \theta_3))(n_2 - n_1) \\ - \sin^2(\theta_2) \sin(2(\theta_1 - \theta_3))(n_3 - n_4) = 0 \end{aligned} \quad (11-34)$$

Les équations (11-33) et (11-34), qui diffèrent uniquement par le signe au début de la seconde ligne, imposent $\sin^2(\theta_2) \sin(2(\theta_1 - \theta_3)) = 0$. Cette condition donne alors : $\theta_2 = 0 [\pi]$ (cas 1) ou $\theta_1 - \theta_3 = 0 [\pi/2]$ (cas 2).

Pour vérifier ensuite les équations (11-33) ou (11-34) qui sont devenues identiques, il est nécessaire d'avoir dans le premier cas $\theta_1 + \theta_3 = 0 [\pi/2]$ et, dans le second cas, $\theta_2 = \pi/2 [\pi]$ ou $\theta_1 + \theta_3 = 0 [\pi/2]$. Cependant, cette dernière solution associée à $\theta_1 - \theta_3 = 0 [\pi/2]$ ne permet de vérifier qu'accidentellement (11-32) suivant les valeurs des n_i . C'est donc, pour le cas 2, la solution $\theta_2 = \pi/2$ qui est conservée. Par ailleurs, la condition 11-32 est bien vérifiée pour les valeurs précédentes de θ_2 .

Finalement, pour rendre n'_1 extrémal, il est donc nécessaire d'avoir :

$$\begin{aligned} \theta_2 = 0 [\pi] \quad \text{et} \quad \theta_1 + \theta_3 = 0 [\pi/2] \\ \text{ou} \\ \theta_2 = \pi/2 [\pi] \quad \text{et} \quad \theta_1 - \theta_3 = 0 [\pi/2] \end{aligned} \quad (11-35)$$

Un tracé de n'_1 en fonction de θ_1 et θ_3 fait apparaître les extremums de la fonction et il est facile de vérifier que l'une des solutions fournit un minimum global. Donnons une interprétation de ces différents cas à partir de l'expression (11-31). Pour $\theta_2 = 0$, la solution $\theta_1 + \theta_3 = 0$ laisse n_1 inchangé. En revanche, la solution $\theta_1 + \theta_3 = \pi/2$ échange n_1 et n_2 . Pour $\theta_2 = \pi/2$, les modes 1 et 2 sont échangés : la solution $\theta_1 - \theta_3 = 0$ remplace n_1 par n_4 , la seconde n_1 par n_3 . Ces 4 solutions laissent donc n_1 inchangé ou l'échangent avec les autres éléments diagonaux : la plus petite valeur de n_1 est ainsi donnée par la plus petite valeur propre.

Ces valeurs de θ_2 sont riches d'enseignements. Elles annulent en particulier tous les termes des blocs "inter-modaux" et empêchent donc tout "couplage" des deux modes : *pour que les éléments diagonaux soient extrémaux, il est nécessaire que les modes soient décorrélés*. Cette propriété apparaît clairement sur la matrice S : diagonale pour $\theta_2 = 0$ ou anti-diagonale pour $\theta_2 = \pi/2$, elle agit sur chaque mode indépendamment (et les échange pour $\pi/2$). La transformation est alors réduite à un simple déphasage relatif des deux modes, qui dépend des valeurs de θ_1 et θ_3 . L'étude précédente du cas monomode a montré que la compression de bruit d'un mode donné est invariante par déphasage. Le choix des angles θ_1 et θ_3 n'aura donc d'autres effets que de rendre les compressions de bruit explicites. Soulignons pour être complet que la solution accidentelle qui n'a pas été retenue se traduit par des termes "inter-modaux" tous nuls : cette solution conduit donc bien également à des modes décorrélés.

Il est important de souligner que l'ensemble des opérations passives n'est pas a priori suffisant pour diagonaliser une matrice de covariance dans le cas le plus général. En revanche, lorsque cela est possible, les modes totalement décorrelés sont alors, d'après la démonstration précédente, les modes les plus comprimés qu'il est possible d'obtenir. Conformément à l'étude du cas monomode, les meilleures compressions qu'il est possible d'obtenir modulo une transformation passive sont données par les plus petites valeurs propres de chaque bloc diagonal. Ces valeurs sont invariantes par toute transformation passive (invariantes par $U(2)$).

C.3 Modes les plus intriqués

Les modes les plus comprimés ayant été déterminés la stratégie optimale est immédiate. Les modes les plus intriqués sont obtenus en mélangeant ces derniers sur une lame 50/50, à un déphasage relatif près qui assure que les deux compressions de bruit sont suivant des quadratures orthogonales. Il a été démontré au chapitre 2 que cette stratégie conduit à des gémellités égales aux deux compressions de bruit initiales. Deux modes identiques sont ainsi superposés après un déphasage de $\pi/2$: c'est le cas "usuel" où deux faisceaux intriqués s'obtiennent en mélangeant en quadrature deux faisceaux comprimés par exemple en intensité. De manière équivalente, si les modes sont séparés en polarisation, les modes les plus intriqués sont les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ des modes les plus comprimés, toujours à un déphasage relatif près qui assure l'orthogonalité des quadratures comprimées. On peut alors définir la valeur de la séparabilité Σ la plus petite qu'il est possible d'obtenir : elle est égale à la demi-somme des bruits minimaux des modes décorrelés, c'est-à-dire à la demi-somme des deux plus petites valeurs propres de chaque bloc.

Pour étudier plus avant l'effet d'une transformation passive et illustrer "numériquement" la stratégie optimale, il est nécessaire de pouvoir quantifier l'intrication d'un état à deux modes quelconque à l'aide d'une mesure monotone qui puisse se calculer facilement à partir de sa matrice de covariance. La négativité logarithmique $E_{\mathcal{N}}$ ("logarithmic negativity") d'un état gaussien arbitraire présente cette propriété. Cette mesure repose sur la notion de "transposition partielle", qui renseigne sur la séparabilité de l'état, et peut donc être considérée comme une version quantitative du critère d'inséparabilité. En écrivant la matrice de covariance sous la forme générale

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_A & \sigma_{AB} \\ \sigma_{AB} & \Gamma_B \end{pmatrix} \quad (11-36)$$

il a été montré dans la référence [Vidal02] que cette grandeur pouvait s'exprimer :

$$E_{\mathcal{N}} = \max[0, -\log_2(\xi)] \quad (11-37)$$

où

$$\begin{aligned} \xi^2 &= \frac{1}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - 4 \det(\Gamma)} \right) \\ D &= \det(\Gamma_A) + \det(\Gamma_B) - 2 \det(\sigma_{AB}) \end{aligned} \quad (11-38)$$

La connaissance de la matrice de covariance permet de calculer facilement ces grandeurs et d'accéder ainsi à la négativité. Un état est intriqué si $\xi < 1$, ou encore $E_{\mathcal{N}} > 0$. Si l'état est séparable, $\xi > 1$ et $E_{\mathcal{N}}$ s'annule. Etant donnée une matrice de covariance, quelle valeur maximale de $E_{\mathcal{N}}$ est-il possible d'obtenir moyennant une transformation passive ?

Ce problème a été traité dans un article récent de M. Wolf *et al.* intitulé "Entangling power of passive optical elements" [Wolf03a]. Il repose à nouveau sur les valeurs propres de la matrice qui, invariantes par toute transformation passive, renseignent sur la ressource "disponible". M. Wolf *et al.* montrent tout d'abord qu'il est possible d'obtenir un état intriqué par une transformation passive donnée si :

$$\lambda_1 \lambda_2 < 1 \quad (11-39)$$

où λ_1 et λ_2 sont les deux plus petites valeurs propres de la matrice de covariance. Tout état intriqué est donc comprimé, au sens du critère défini précédemment : il existe une transformation passive qui permet de rendre explicite la compression de bruit. De plus, cette relation montre qu'il est possible d'obtenir un état intriqué à partir d'un mode comprimé et d'un mode vide. Cette possibilité avait déjà été soulignée au chapitre 2.

Dans un second temps, ils établissent que la négativité logarithmique maximale qu'il est possible d'obtenir s'exprime à partir des deux valeurs propres précédentes :

$$E_{\mathcal{N}}^{max} = \max [0, -\log_2(\lambda_1 \lambda_2)/2] \quad (11-40)$$

La stratégie définie au début ce paragraphe permet d'atteindre cette valeur optimale.

D OPO à auto-verrouillage

Cette partie résume en termes de matrice de covariance les propriétés quantiques de l'OPO à auto-verrouillage établies au chapitre précédent. Lorsque la lame est tournée, une opération "non-locale" est nécessaire pour extraire l'intrication maximale du système.

D.1 Matrices de covariance en l'absence de couplage

En l'absence de couplage, ce système est équivalent à un OPO sans lame. Pour une fréquence de bruit nulle et un taux de pompage σ égal à 0.9, les matrices de covariance s'expriment, pour les modes signal et complémentaire ou les modes polarisés à $\pm 45^\circ$:

$$\Gamma_{A_1 A_2} = \left(\begin{array}{cc|cc} 180.5014 & 0 & 180.4986 & 0 \\ 0 & 180.5014 & 0 & -180.4986 \\ \hline 180.4986 & 0 & 180.5014 & 0 \\ 0 & -180.4986 & 0 & 180.5014 \end{array} \right) \leftrightarrow \Gamma_{A_+ A_-} = \left(\begin{array}{cc|cc} 361 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00277 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0.00277 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 361 \end{array} \right)$$

Ces matrices s'écrivent suivant les formes typiques qui avaient été introduites au paragraphe B.3. Les modes A_+ et A_- sont totalement décorrélés et sont donc les modes les plus comprimés. Les compressions de bruit étant également suivant des quadratures orthogonales, les modes A_1 et A_2 sont les modes les plus intriqués. On retrouve la forme standard où corrélations et anti-corrélations sont obtenues suivant des quadratures orthogonales.

L'intrication maximale qui peut être extraite d'un système a été établie au cours de la partie précédente. La négativité logarithmique associée est donnée par :

$$E_{\mathcal{N}}^{max} = -\log_2(\lambda_1\lambda_2)/2 \quad (11-41)$$

où λ_1 et λ_2 sont les deux plus petites valeurs propres de la matrice de covariance. La valeur maximale est ici de $E_{\mathcal{N}}^{max} = 8.5$. La relation (11-37) permet de calculer la négativité logarithmique associée à la matrice de covariance des modes intriqués A_1 et A_2 : $E_{\mathcal{N}} = 8.5$. Cette valeur étant égale à la valeur maximale qu'il est possible d'obtenir, ce calcul confirme que A_1 et A_2 sont bien les modes les plus intriqués.

D.2 Matrices de covariance en présence de couplage

Lorsque la lame introduite dans la cavité de l'OPO est tournée, les corrélations des champs signal et complémentaire apparaissent suivant des quadratures non-orthogonales, aussi bien au-dessous qu'au-dessus du seuil d'oscillation. Cette propriété a également été interprétée en termes de compression de bruit des modes polarisés à $\pm 45^\circ$: la quadrature comprimée du mode A_- tourne lorsque le couplage augmente. Les matrices de covariance fournissent une vision synthétique de ces propriétés.

Les matrices suivantes correspondent aux matrices de covariance de l'état disponible à la sortie de l'OPO, exprimées pour deux couples de modes : les modes signal et complémentaire, A_1 et A_2 , et les modes polarisés à $\pm 45^\circ$, A_+ et A_- . Le paramètre de couplage c a été pris égal à 1.5, le taux de pompage σ à 0.9 et la fréquence de bruit nulle. Les quadratures ont été choisies afin de diagonaliser le premier bloc.

$$\Gamma_{A_1 A_2} = \left(\begin{array}{cc|cc} 181.192 & 0 & 179.808 & -0.255 \\ 0 & 0.386 & -0.255 & -0.383 \\ \hline 179.808 & -0.255 & 181.192 & 0 \\ -0.255 & -0.383 & 0 & 0.386 \end{array} \right) \leftrightarrow \Gamma_{A_+ A_-} = \left(\begin{array}{cc|cc} 361 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00277 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1.383 & -0.256 \\ 0 & 0 & -0.256 & 0.770 \end{array} \right)$$

La matrice pour les modes A_+ et A_- fait apparaître deux résultats très importants. Tout d'abord, tous les termes des blocs non-diagonaux sont nuls : les modes à $\pm 45^\circ$ sont totalement décorrélés et restent donc les deux modes les plus comprimés du système même lorsque la lame est tournée. En revanche, la base qui diagonalise A_+ ne diagonalise pas simultanément A_- . Cette propriété correspond au fait que les quadratures comprimées ne sont pas orthogonales lorsque la lame est tournée.

Les valeurs propres des matrices précédentes sont $\{361, 0.00277, 0.677, 1.476\}$. D'après la relation (11-40), $E_{\mathcal{N}}$ a donc pour valeur maximale 4.53. La formule générale (11-37) permettant de calculer la valeur de ce paramètre pour une matrice quelconque donne 4.06 pour la matrice $\Gamma_{A_1 A_2}$: A_1 et A_2 ne sont pas les modes les plus intriqués. Une transformation est nécessaire pour extraire l'intrication maximale de l'état à deux modes généré par l'OPO.

D.3 Optimisation de l'intrication

La partie précédente a montré que l'intrication maximale est obtenue lorsque les modes à $\pm 45^\circ$ des modes intriqués sont les modes les plus comprimés et suivant des quadratures

orthogonales. Un simple déphasage relatif des modes A_+ et A_- , qui sont déjà les modes les plus comprimés, est donc suffisant et permet de diagonaliser simultanément les blocs diagonaux de la matrice précédente.

L'angle θ du déphasage à imposer est égal à l'angle de rotation de l'ellipse de bruit calculé au chapitre précédent. La matrice de passage des modes signal et complémentaire initiaux aux modes les plus intriqués s'exprime sous la forme :

$$S = \begin{pmatrix} \cos \theta/2 & -i \sin \theta/2 \\ -i \sin \theta/2 & \cos \theta/2 \end{pmatrix}$$

Il est important de souligner que cette opération est non-locale, dans le sens où elle couple les modes intriqués A_1 et A_2 . Si ces modes sont séparés spatialement, la transformation n'est plus possible. Une opération locale, c'est-à-dire qui agit sur les modes intriqués indépendamment, ne peut augmenter l'intrication.

Cette opération est réalisée facilement : soit à l'aide de la configuration mettant en jeu un Mach-Zehnder (tous les déphasages sont alors nuls sauf celui qui intervient dans les bras de l'interféromètre), soit à l'aide de lames biréfringentes. C'est cette dernière solution qui sera mise en œuvre expérimentalement au chapitre suivant. Les matrices de covariance exprimées pour les nouveaux modes s'écrivent, avant et après la transformation, soit pour les modes A_1 et A_2 , soit pour les modes polarisés à $\pm 45^\circ$:

$$\Gamma_{A_1 A_2} = \left(\begin{array}{cc|cc} 181.192 & 0 & 179.808 & -0.255 \\ 0 & 0.386 & -0.255 & -0.383 \\ \hline 179.808 & -0.255 & 181.192 & 0 \\ -0.255 & -0.383 & 0 & 0.386 \end{array} \right) \Rightarrow \Gamma_{A'_1 A'_2} = \left(\begin{array}{cc|cc} 180.839 & 0 & 180.161 & 0 \\ 0 & 0.739 & 0 & -0.736 \\ \hline 180.161 & 0 & 180.839 & 0 \\ 0 & -0.736 & 0 & 0.739 \end{array} \right)$$

$$\Gamma_{A_+ A_-} = \left(\begin{array}{cc|cc} 361 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00277 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1.383 & -0.256 \\ 0 & 0 & -0.256 & 0.770 \end{array} \right) \Rightarrow \Gamma_{A'_+ A'_-} = \left(\begin{array}{cc|cc} 361 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00277 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0.677 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.476 \end{array} \right)$$

Une fois cette opération réalisée, les matrices s'écrivent suivant les formes typiques données au paragraphe B.3 et qui interviennent également en l'absence de couplage. Les modes A'_+ et A'_- sont toujours les modes les plus comprimés mais désormais suivant des quadratures orthogonales : les modes A'_1 et A'_2 sont donc les modes les plus intriqués. Ceci est confirmé par le calcul de la négativité. La transformation permet de passer de $E_{\mathcal{N}} = 4.06$ à $E_{\mathcal{N}} = 4.53$, valeur maximale imposée par les plus petites valeurs propres de l'état généré. Notons finalement que cette valeur optimale est plus faible qu'en l'absence de couplage : plus la lame est tournée et plus l'intrication disponible diminue.

E Conclusion

Le formalisme de la matrice de covariance offre une vision synthétique et complète des propriétés d'un état gaussien. Cet outil présente l'intérêt d'être relativement "intuitif" et s'accompagne également de nombreuses possibilités d'algèbre linéaire qui n'ont été que peu utilisées dans ce chapitre. Les développements théoriques de l'information quantique ont ainsi conduit

à construire un cadre formel très efficace (groupe symplectique, transposition partielle...). Le lecteur pourra se référer aux thèses théoriques de G. Giedke [Giedke01] et M.M. Wolf [Wolf03b] disponibles sur le web.

Au cours de ce chapitre, un lien très fort a été établi entre compression de bruit et intrication d'un état à deux modes. Les modes les plus intriqués sont facilement obtenus à partir des modes les plus comprimés : ce sont les modes polarisés à $\pm 45^\circ$, à un déphasage relatif près qui assure l'orthogonalité des quadratures comprimées. L'intrication maximale, ou les compressions maximales, qui peuvent être obtenues sont reliées aux deux plus petites valeurs propres. Ainsi, à partir d'une matrice de covariance qui ne fait pas apparaître explicitement les propriétés du système, il est simple de déterminer les "potentialités" en compression ou en intrication uniquement à partir des valeurs propres qui sont invariantes par toute transformation passive.

Dans le cas de l'OPO à auto-verrouillage de phase, les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ sont totalement décorrélés et sont donc les plus comprimés que l'on puisse obtenir. Les quadratures comprimées n'étant pas orthogonales lorsque la lame est tournée, un déphasage relatif est nécessaire pour obtenir les modes les plus intriqués et se ramener à la forme "standard" où corrélations et anti-corrélations sont obtenues suivant des quadratures orthogonales. Ce déphasage relatif des modes comprimés couple les modes intriqués : en ce sens, il s'agit d'une opération "non-locale" qui ne peut plus être réalisée si les modes intriqués ont été séparés spatialement. Le chapitre suivant étudie expérimentalement les propriétés quantiques du système, tant au-dessus qu'au-dessous du seuil d'oscillation.

12. Caractérisation expérimentale des propriétés quantiques

Sommaire

A	Introduction	169
B	Schéma expérimental	170
	B.1 Deux détections homodynes simultanées	170
	B.2 Schéma expérimental	171
C	Au-dessus du seuil	171
	C.1 Résultats expérimentaux	172
	C.2 Tentatives d'explication et améliorations en cours	172
D	Au-dessous du seuil	174
	D.1 En l'absence de couplage	174
	D.2 Lorsque le couplage augmente	176
	D.3 Optimisation de l'intrication	178
E	Conclusion	180

A Introduction

Une lame biréfringente introduite dans la cavité de l'OPO modifie notablement les propriétés quantiques du système : corrélations et anti-corrélations des modes signal et complémentaire n'apparaissent plus suivant des quadratures orthogonales mais suivant des quadratures non-orthogonales qui dépendent de l'angle de lame. Ce chapitre détaille expérimentalement ces propriétés, au-dessus et au-dessous du seuil, et les compare aux prédictions théoriques des deux chapitres précédents.

Au-dessus du seuil, comme l'a montré expérimentalement le premier chapitre de cette partie, la présence de la lame permet de générer des faisceaux intenses à même fréquence et dont les phases individuelles ne diffusent plus : le bruit de ces faisceaux est dès lors mesurable par détection homodyne. L'étude du bruit de phase au-dessus du seuil présentée dans ce chapitre constitue la première démonstration expérimentale d'une telle mesure.

Afin de caractériser l'état à deux modes généré par l'OPO, une double détection homodyne est mise en œuvre. Elle permet de mesurer *simultanément* la compression de bruit des modes polarisés à $\pm 45^\circ$ et d'accéder ainsi directement à la séparabilité définie comme leur demi-somme. Lorsque la lame est tournée, une opération unitaire, réalisée à l'aide de lames

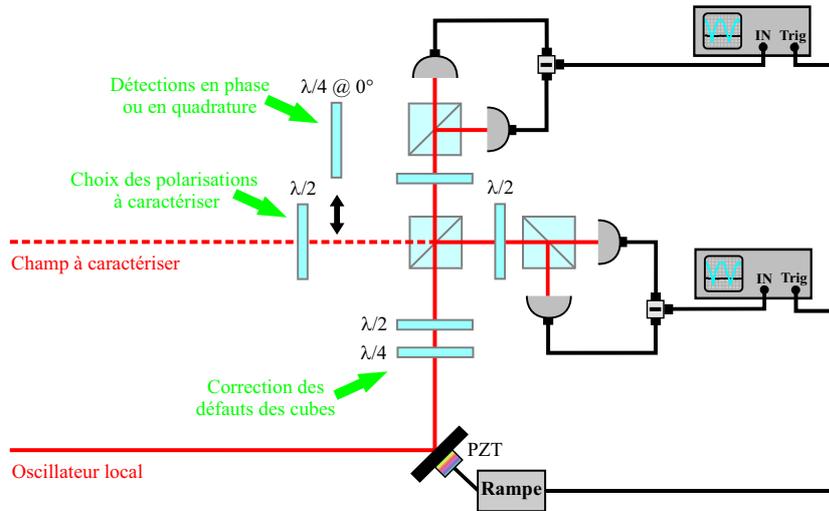


FIG. 12.1: Deux détecteurs homodynes simultanés. Elles peuvent être configurées en phase ou en quadrature à l'aide d'une lame $\lambda/4$.

biréfringentes, est nécessaire pour extraire l'intrication maximale. Cette opération est détaillée expérimentalement en fin de chapitre.

B Schéma expérimental

Le schéma expérimental est identique à celui mis en œuvre dans le premier chapitre de cette partie. L'état généré est ensuite caractérisé à l'aide d'une double détection homodyne.

B.1 Deux détecteurs homodynes simultanés

La caractérisation de l'état à deux modes généré par l'oscillateur paramétrique optique nécessite deux détecteurs homodynes avec la même référence de phase. Cette référence commune permettra par exemple de caractériser l'angle entre les quadratures comprimées des modes polarisés à $\pm 45^\circ$ ou d'accéder *directement* à la séparabilité des faisceaux intriqués. Cette dernière possibilité est particulièrement intéressante puisque la technique usuelle consiste à mesurer successivement corrélations et anti-corrélations.

Le principe, ainsi que le réglage, d'une double détection homodyne ont été détaillés au chapitre 2. La figure 12.1 en rappelle les éléments. Une lame $\lambda/2$ permet de choisir les 2 modes à caractériser : modes signal et complémentaire qui sont corrélés ou les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ qui sont comprimés. Par la suite, l'étude portera principalement sur ces derniers modes.

Les deux détecteurs homodynes sont réglés de façon à être en phase : deux états comprimés suivant la même quadrature doivent donner à l'analyseur de spectre un bruit simultané lorsque la phase de l'oscillateur est balayée. Pour cela, les analyseurs de spectre sont déclenchés sur le même signal, la rampe qui permet par l'intermédiaire d'une cale piézoélectrique de balayer la phase de l'oscillateur local. Cela n'est cependant pas suffisant car les cubes séparateurs de polarisation présentent des biréfringences résiduelles. Ces défauts sont compensés à l'aide d'un

diffusion de phase. Ce verrouillage ouvre la possibilité d'étudier les propriétés en phase de l'état généré.

C.1 Résultats expérimentaux

Au fond de la zone d'accrochage, c'est-à-dire au point de seuil minimum, les champs signal et complémentaire sont en opposition de phase : A_+ , dont la compression traduit les anti-corrélations, est ainsi un mode intense alors que A_- , dont la compression traduit les corrélations, est de valeur moyenne nulle. De nouveau, la triple résonance rend extrêmement difficile de se placer précisément en ce point de fonctionnement. La méthode consiste à régler très finement et conjointement température du cristal et fréquence du laser afin de minimiser progressivement la puissance du mode A_- . Expérimentalement, des ellipticités de l'ordre de 2 à 3% ont été au mieux obtenues.

Le bruit quantique standard est calibré en bloquant la sortie de l'OPO. Le mode A_- étant de valeur moyenne nulle, cette mesure donne accès directement au bruit quantique standard. Par contre, cela n'est plus le cas pour le mode intense A_+ . Comme il n'est pas possible d'avoir une puissance grande devant celle de l'oscillateur local, les puissances sont prises égales : le bruit quantique standard est alors obtenu en ajoutant 3 dB à la mesure effectuée en bloquant la sortie de l'OPO (chapitre 3). Cette relation simple n'est cependant valable que dans le cas où l'oscillateur local est au bruit quantique standard. C'est pour cette raison qu'une cavité de filtrage a été mise en place sur le trajet de l'oscillateur local : ce dernier est au bruit quantique standard dès 2 MHz.

La figure 12.3 donne le bruit à l'analyseur de spectre des modes A_+ et A_- lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée et pour des fréquences d'analyse du bruit de 1.5 MHz à 10 MHz. Le mode A_- est comprimé sous le bruit quantique standard. Cette compression de bruit est à relier aux corrélations des modes signal et complémentaire. Elle dépend très fortement du point de fonctionnement : la valeur moyenne du mode A_- doit être la plus petite possible pour espérer l'observer. Cette compression a souvent été très difficile à obtenir car travailler exactement au fond de la zone d'accrochage est très délicat. En revanche, aucune compression de bruit n'a été observée pour le mode A_+ . Dans le meilleur des cas, l'excès de bruit est de l'ordre de 3 dB par rapport au bruit quantique standard. Cette expérience n'en reste pas moins la première démonstration expérimentale d'une caractérisation par détection homodyne des faisceaux signal et complémentaire émis par un OPO de type II au-dessus du seuil.

C.2 Tentatives d'explication et améliorations en cours

Plusieurs tentatives d'explications peuvent être avancées. La première est la difficulté de se placer exactement au fond de la zone d'accrochage. Il n'y a cependant pas de raisons a priori que les anti-corrélations de phase soient plus sensibles à ce réglage que les corrélations. Ce point sera à étudier plus en détail.

Un second point concerne le couplage du bruit de la pompe. En effet, d'après les équations établies au chapitre 10, le bruit de la pompe n'est pas couplé aux corrélations mais il est en revanche couplé aux anti-corrélations. Un excès de bruit de phase peut ainsi dégrader la compression. Si la pompe présente un bruit de phase de variance V_0 normalisée au bruit quantique

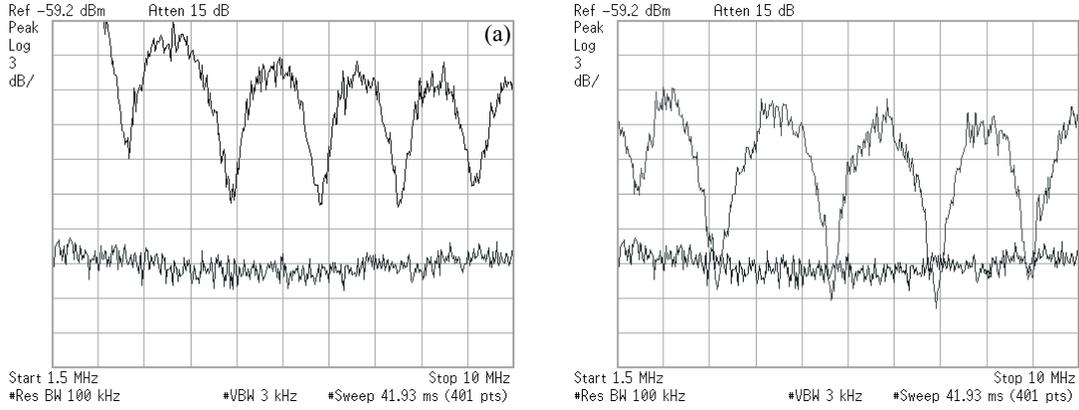


FIG. 12.3: Variance de bruit des modes (a) A_+ et (b) A_- au-dessus du seuil. La phase de l'oscillateur local est balayée et le bruit est observé entre 1.5 MHz et 10 MHz. Pour le mode A_+ , la trace donnant le bruit quantique standard doit être translatée de 3 dB vers le haut. ($\sigma = 1.2$, $c = 0.5$)

standard, le spectre de bruit devient :

$$S = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 - 2(V_0 - 1)(\sigma - 1)}{\Omega^2 + \sigma^2} \quad (12-1)$$

Avec $\sigma = 1.2$, $\Omega = 0.1$, $\gamma = 0.025$ et $\gamma' = 0.03$, valeurs proches de celles de notre étude, la variance passe de 0.42 lorsque la pompe est au bruit quantique standard à 0.65 lorsque la pompe présente un excès de bruit de 3 dB. Pour obtenir un excès de bruit de l'ordre de 3 dB, ce que l'on observe expérimentalement, le bruit de phase de la pompe doit être environ 10 dB au-dessus du bruit quantique standard.

Afin d'étudier l'influence du bruit de pompe, une cavité de filtrage est en cours de réalisation. La mise en place d'une telle cavité est nécessaire pour confirmer ou infirmer cette hypothèse. Cependant, quelques doutes existent. En premier lieu, sur la figure 12.3, l'excès de bruit est tout aussi important à 3 MHz qu'à 10 MHz. On s'attendrait à ce que ce bruit diminue avec la fréquence s'il provenait essentiellement du bruit de la pompe. En second lieu, la valeur précédente de 10 dB d'excès de bruit semble peu réaliste. Le bruit de phase de la pompe a été caractérisé par auto-homodynage : le faisceau est séparé en deux voies déséquilibrées en puissance d'un facteur 10 puis recombinaison sur une lame 50/50 avec une phase variable. La voie la plus forte joue le rôle d'oscillateur local et le déséquilibre important permet de se ramener au cas standard des détections homodynes où le bruit de ce dernier n'intervient pas. Cette étude a montré que le bruit de phase était au plus de 5 dB. Une estimation précise est cependant très difficile car il est nécessaire de fortement atténuer le faisceau pompe pour ne pas saturer les photodiodes : une incertitude sur la mesure induit une incertitude beaucoup plus grande sur le faisceau non-atténué. Enfin, il est également possible que d'autres sources de bruit extérieures viennent se coupler (couplage aux phonons par exemple comme cela est le cas pour les fibres optiques).

D Au-dessous du seuil

Les propriétés du système sont désormais étudiées au-dessous du seuil d'oscillation et pour différents angles de la lame. Le comportement très riche du système est mis en évidence. Une dernière étude est consacrée à l'optimisation de l'intrication réalisée à l'aide de lames biréfringentes insérées à la sortie de l'OPO.

D.1 En l'absence de couplage

Dans un premier temps, l'angle de la lame est ajusté pour être quasiment nul. Ce réglage est obtenu facilement en mesurant le bruit des modes signal et complémentaire : en l'absence de couplage, le bruit individuel ne dépend pas de la quadrature. Le bruit des modes polarisés à $\pm 45^\circ$ est donné figure 12.4 à une fréquence d'analyse de 3.5 MHz, pour des détections homodynes en phase puis en quadrature. On retrouve le cas standard d'un OPO au-dessous du seuil (étudiée à la fin de la partie 2 de ce mémoire) où la compression de bruit des modes à $\pm 45^\circ$ est prédite suivant des quadratures orthogonales [Grangier87, Ou92].

La figure 12.5 donne la variance de bruit de la quadrature comprimée pour chacun des deux modes. Les détections homodynes sont en quadrature et la phase de l'oscillateur local est désormais asservie. Cette configuration permet une mesure simultanée des deux compressions de bruit et donc, en les sommant, une mesure directe de la séparabilité. Les compressions de bruit atteignent -4.3 ± 0.3 dB (63%) et -4.5 ± 0.3 dB (64.5%). Après correction du bruit électronique, ces valeurs deviennent -4.7 ± 0.3 dB (66%) et -4.9 ± 0.3 dB (67.5%). Elles sont à comparer à l'expression théorique donnée au chapitre 7 :

$$S = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma + 1)^2} \quad (12-2)$$

Les pertes intracavité sont estimées à 1%. Avec $\sigma = 0.9$, $\Omega = 0.1$, $\gamma = 0.025$ et $\gamma' = 0.03$, la compression de bruit attendue avant détection est ainsi de -7.5 dB (82%). Reste à tenir compte des pertes lors de la détection. L'efficacité quantique des détecteurs est estimée à 0.95, la visibilité de la détection homodyne à 0.97 et l'efficacité lors de la propagation à 0.96. On obtient ainsi une efficacité totale de détection de l'ordre de $0.95 \cdot 0.97^2 \cdot 0.96 = 0.86$. Après détection, la compression attendue est donc finalement de -5.3 dB (72%). La faible différence avec les valeurs expérimentales peut s'expliquer par la présence de walk-off qui limite légèrement le recouvrement des modes. Les paragraphes suivant donnent quelques caractérisations possibles de l'intrication obtenue.

Les compressions de bruit donnent accès directement à la séparabilité Σ qui est définie comme leur demi-somme et permet de vérifier le *critère de Duan ou critère d'inséparabilité*. La double détection homodyne configurée en quadrature permet une mesure directe de cette grandeur en sommant les deux variances de bruit des modes à $\pm 45^\circ$. La figure 12.5 donne la séparabilité. Après correction du bruit électronique, elle atteint $\Sigma = 0.33 \pm 0.02$. Cette valeur est la meilleure obtenue à ce jour en variables continues. Elle a été représentée sur l'historique des mesures de séparabilité donné en conclusion du chapitre 2. Une valeur plus petite a été obtenue

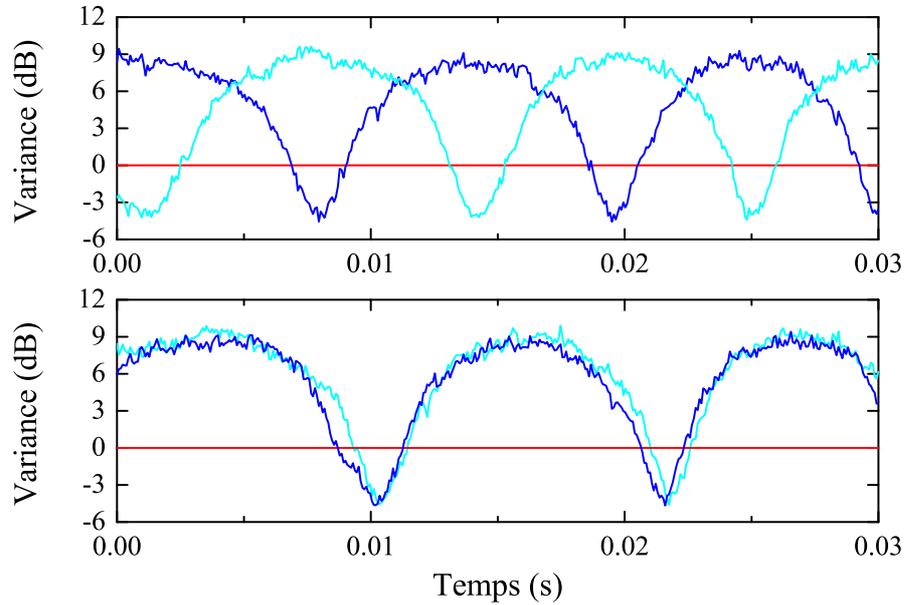


FIG. 12.4: Variance de bruit normalisée des modes à $\pm 45^\circ$, à 3.5 MHz, lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée. Le premier tracé correspond à des détections homodynes en phase, le second à des détections en quadrature. A la sortie de l'OPO, les compressions de bruit sont donc obtenues suivant des quadratures orthogonales. ($\sigma = 0.9$, RBW=100 kHz, VBW=1 kHz)

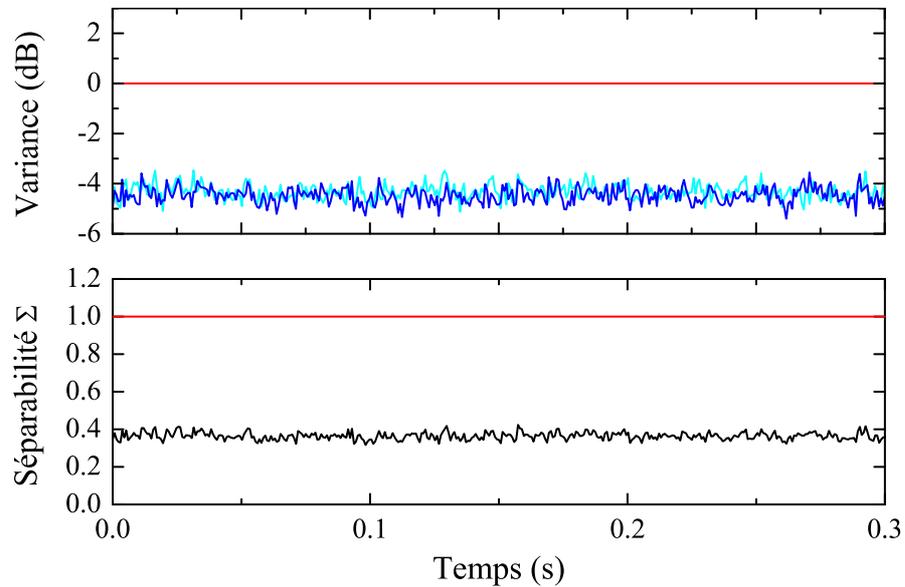


FIG. 12.5: Variance de bruit normalisée des modes à $\pm 45^\circ$, à 3.5 MHz, et séparabilité Σ . Les détections homodynes sont en quadrature. Après correction du bruit électronique, la séparabilité Σ atteint 0.33 ± 0.02 , meilleure valeur obtenue à ce jour en variables continues. ($\sigma = 0.9$, RBW=100 kHz, VBW=300 Hz)

au chapitre 8 mais la phase de l'oscillateur local était balayée. Les détections homodynes sont ici asservies.

A partir des compressions précédentes et des bruits individuels, il est également possible de calculer les variances conditionnelles et de vérifier ainsi le *critère de Reid ou critère EPR*. En effet, ces variances s'écrivent de manière générale $V_c = 2G - G^2/F$ où F est le bruit individuel et G la compression de bruit observée. La courbe 12.8 donne le bruit des modes signal et complémentaire, bruit indépendant de la phase de l'oscillateur local en l'absence de couplage. Il atteint 8.2 ± 0.5 dB. Le produit des deux variances conditionnelles est alors de 0.42 ± 0.05 . Cette valeur est largement inférieure à l'unité et confirme ainsi que les faisceaux intriqués générés sont également des faisceaux EPR. Notons que ce calcul n'était pas nécessaire puisque des faisceaux intriqués avec une séparabilité inférieure à 0.5 sont nécessairement EPR (chapitre 2). Il est intéressant de souligner ici que l'étude du critère EPR nécessite toujours deux mesures successives puisque le bruit individuel doit être mesuré. La double détection homodyne permet ainsi une mesure directe de la séparabilité mais pas une vérification directe du critère EPR : une seconde mesure est là aussi nécessaire.

L'intrication peut être quantifiée à l'aide de l'*entropie de formation* (entanglement of formation). Cette mesure représente la quantité minimale d'intrication entre états purs nécessaire pour préparer l'état intriqué mixte effectivement obtenu. L'intérêt principal de cette quantité, outre d'avoir une signification physique claire, vient de la possibilité de comparer des expériences variées, aussi bien dans le domaine des variables discrètes que dans le domaine des variables continues. Introduite par C.H. Bennet *et al.* dans le cadre des variables discrètes [Bennett96], cette grandeur a été plus récemment explicitée par G. Giedke *et al.* pour des états gaussiens symétriques [Giedke03]. L'entropie de formation, notée EOF, est alors reliée directement, et de manière monotone, à la séparabilité Σ par :

$$EOF = c_+ \log_2(c_+) - c_- \log_2(c_-) \quad (12-3)$$

avec

$$c_{\pm} = (\Sigma^{-1/2} \pm \Sigma^{1/2})^2/4 \quad (12-4)$$

La valeur numérique de Σ déterminée précédemment donne une valeur égale à 1.1 ± 0.1 *ebits*. D'un point de vue plus appliqué, cette intrication permettrait également d'attendre une *fidélité de téléportation* de 0.75 dans une expérience à gain unité [Braunstein01, Grosshans01].

D.2 Lorsque le couplage augmente

Les propriétés des modes à $\pm 45^\circ$ sont ensuite étudiées pour différents angles de la lame. Rappelons que le couplage est défini par un paramètre c égal à $2\rho/\gamma'$, où ρ est l'angle de la lame. Avec $\gamma' = 0.03$, $c = 1$ correspond à un angle de 0.8° . Les détections homodynes sont en quadrature : des compressions de bruit, à la sortie de l'OPO, suivant des quadratures orthogonales sont observées simultanément.

La figure 12.6 donne la variance de bruit normalisée lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée, pour quatre valeurs de couplage. Lorsque le couplage augmente, la compression de bruit n'est plus obtenue suivant des quadratures orthogonales. Parallèlement à cette rotation,

la compression de bruit du mode A_- diminue. L'angle de rotation de l'ellipse de bruit et la variance de bruit associée sont résumés figure 12.7 et comparés à la dépendance théorique établie au chapitre 10. L'angle de rotation est en très bon accord. En revanche, on constate que la compression de bruit n'est dégradée que beaucoup plus lentement que prévu. Ce fort écart à la théorie reste à expliquer.

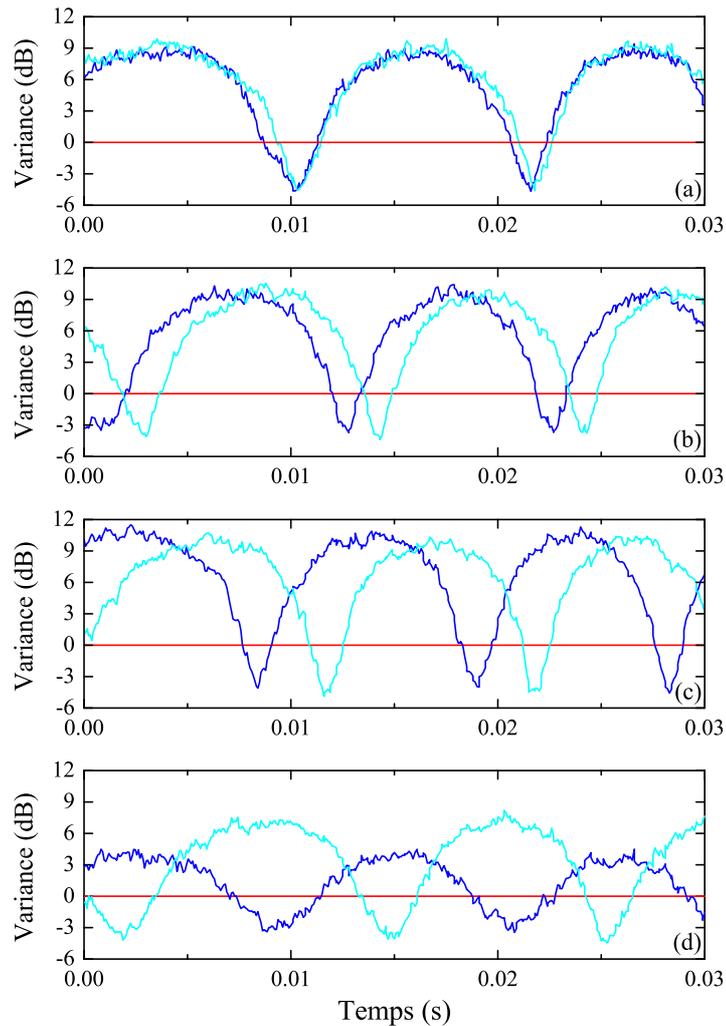


FIG. 12.6: Variance de bruit normalisée des modes à $\pm 45^\circ$, à 3.5 MHz, lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée et pour différentes valeurs de couplage : (a) $c = 0$, (b) $c = 0.35$, (c) $c = 0.85$, (d) $c = 1.8$. Les détections homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0.9$, RBW=100 kHz, VBW=1 kHz)

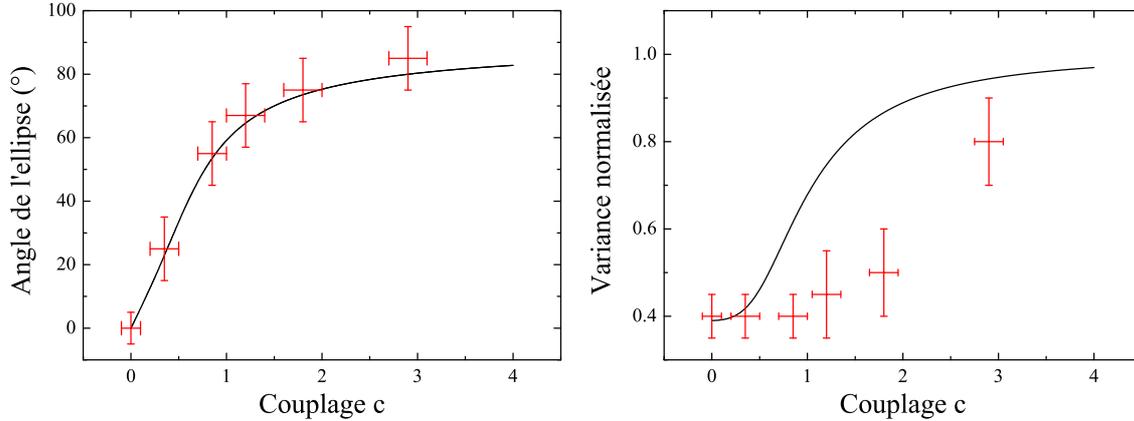


FIG. 12.7: Angle de la quadrature du mode A_- pour laquelle le bruit est minimal et variance de bruit associée en fonction du couplage c . Les courbes en trait plein donnent la dépendance théorique. ($\sigma = 0.9$, $\Omega = 0.1$)

Le bruit individuel des modes signal et complémentaire dépend également du couplage. Lorsque ce dernier augmente, le bruit devient dépendant de la quadrature et peut être comprimé sous le bruit quantique standard. La figure 12.8 donne le bruit des modes signal et complémentaire pour les mêmes valeurs de couplage que précédemment. Les tracés en pointillé correspondent à la variance du bruit sur la différence des deux modes. Cette mesure est réalisée simultanément par la différence des deux photocourants : 3 analyseurs de spectre synchronisés sont alors nécessaires. Plus le couplage augmente, plus le bruit minimal des modes signal et complémentaire est obtenue pour des quadratures proches de celles qui sont corrélées, quadratures qui tendent également vers celles qui sont anti-corrélées comme l'a montré l'étude précédente.

D.3 Optimisation de l'intrication

Comme il a été démontré au cours des deux chapitres précédents, l'intrication des modes signal et complémentaire n'est pas optimale lorsque la lame est tournée. Un déphasage relatif des modes A_+ et A_- , qui sont les modes les plus comprimés, est nécessaire afin d'obtenir la compression de bruit suivant des quadratures orthogonales. C'est cette configuration qui maximise l'intrication. Cette opération est "non-locale" : couplant les modes signal et complémentaire, elle n'est plus possible si les deux modes ont été séparés spatialement.

Le déphasage peut être obtenu à l'aide de 3 lames biréfringentes $\{\lambda/4, \lambda/2, \lambda/4\}$ insérées à la sortie de l'OPO (figure 12.2). La configuration $\{\alpha_1 = 0, \alpha_2, \alpha_3 = 0\}$, où les angles des lames sont définis par rapport aux polarisations du mode signal ou complémentaire, permet tout déphasage relatif des modes polarisés à $\pm 45^\circ$.

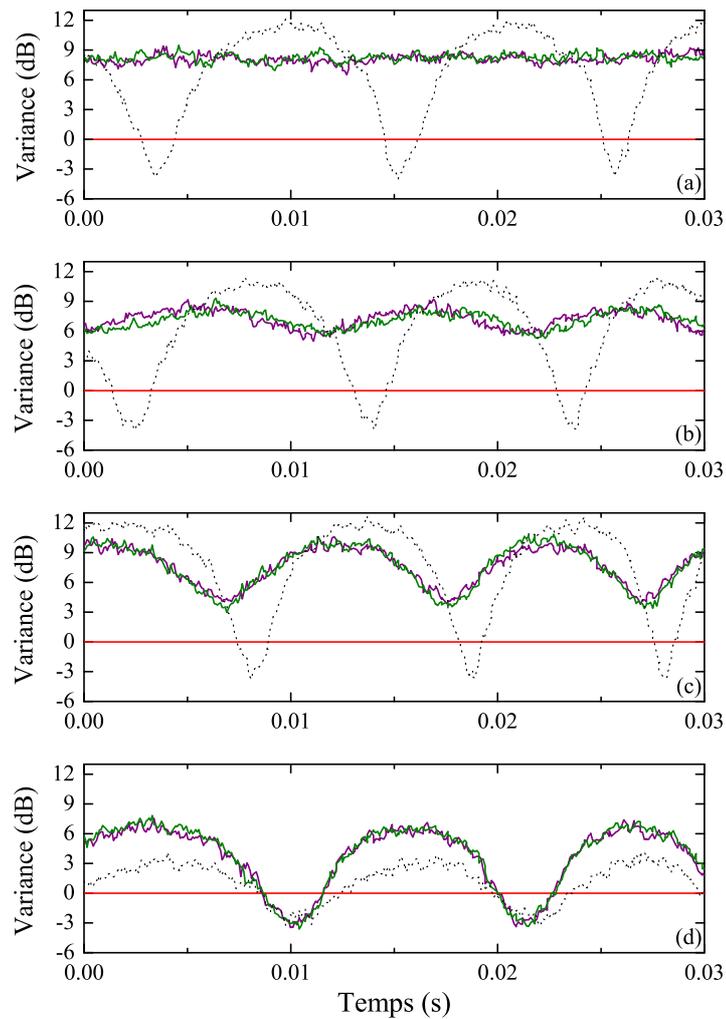


FIG. 12.8: Variance de bruit normalisée des modes signal et complémentaire, à 3.5 MHz, lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée et pour différentes valeurs de couplage : (a) $c = 0$, (b) $c = 0.35$, (c) $c = 0.85$, (d) $c = 1.8$. Les tracés en pointillés donnent la variance de bruit sur la différence des deux modes. Les détections homodynes sont en phase. ($\sigma = 0.9$, RBW=100 kHz, VBW=1 kHz)

Expérimentalement, 2 lames $\{\lambda/4, \lambda/2\}$ se sont avérées suffisantes. Les variances de bruit des modes à $\pm 45^\circ$ sont superposées figure 12.9 pour un paramètre de couplage c égal à 0.35, avant et après la transformation. Une fois cette opération réalisée, les compressions de bruit, qui n'ont pas diminué, sont obtenues suivant des quadratures orthogonales. Il a également été vérifié que ces modes étaient bien décorrélés en mesurant, en plus des deux variances de bruit précédentes, le bruit sur la différence des deux photocourants. Les modes les plus intriqués sont donc polarisés à $\pm 45^\circ$ de ces modes.

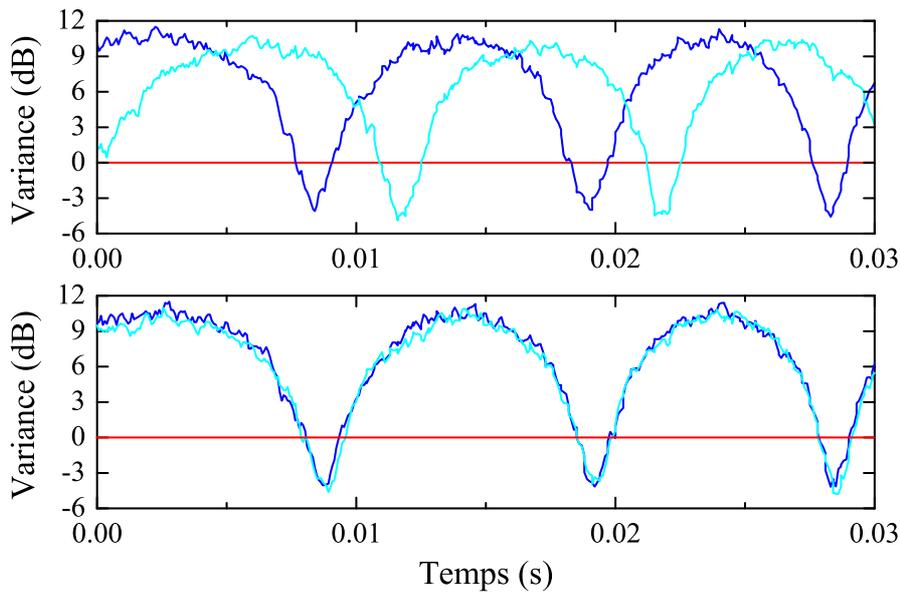


FIG. 12.9: Variance de bruit normalisée, à 3.5 MHz, des modes à $\pm 45^\circ$ lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée et pour une valeur de couplage $c = 0.35$, avant et après la transformation réalisée à l'aide de 2 lames biréfringentes. Après cette opération, la compression de bruit est obtenue suivant des quadratures orthogonales. Les détecteurs homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0.9$, RBW=100 kHz, VBW=1 kHz)

En théorie, il n'est cependant pas possible d'effectuer un déphasage par cette association de 2 lames : deux polarisations orthogonales sont nécessairement couplées par cette transformation. Ce désaccord reste à expliquer et le formalisme introduit au chapitre précédent devrait apporter des éléments de réponse. On peut se demander en particulier à quel point la "meilleure" transformation que l'on puisse faire avec ce couple est éloignée de celle à réaliser. Il est possible que la différence soit suffisamment faible pour ne pas être mise en évidence expérimentalement. Une étude détaillée est en cours et nécessitera probablement des mesures complémentaires.

E Conclusion

L'introduction d'une lame biréfringente dans la cavité de l'OPO a permis, sans recourir à des techniques d'asservissement électronique, de générer des faisceaux à même fréquence dont

les phases individuelles ne diffusent plus. L'étude détaillée dans ce chapitre, rendue possible par ce phénomène de synchronisation, constitue la première démonstration expérimentale d'une caractérisation par détection homodyne des faisceaux émis par un OPO de type II au-dessus du seuil. Si les corrélations sont bien présentes, les anti-corrélations de phase présentent en revanche un excès de bruit de l'ordre de 3 dB au-dessus du bruit quantique standard. L'origine de cet excès de bruit n'est pas encore clairement identifiée. Des améliorations sont en cours, en particulier la mise en place d'une cavité de filtrage sur la pompe, et devraient apporter des éléments de réponse. Cette première étude ouvre cependant une voie prometteuse pour la génération directe d'états intriqués à grand nombre de photons, utiles pour réaliser par exemple une expérience de téléportation quantique.

Une étude plus complète a ensuite été réalisée au-dessous du seuil. Une double détection homodyne permet de caractériser simultanément les modes polarisés à $\pm 45^\circ$ et de mesurer ainsi directement la séparabilité. Cette détection originale a également permis de comparer les dépendances théoriques et expérimentales en fonction du couplage. La rotation des quadratures corrélées lorsque la lame est tournée a ainsi été vérifiée et une opération "non-locale" finalement mise en oeuvre pour optimiser l'intrication. Ce système génère à ce jour les meilleurs faisceaux EPR en variables continues.

13. Conclusion

Résumé de la thèse

Etudiées depuis longtemps en optique quantique, les variables continues (phase et amplitude par exemple) sont apparues récemment comme une alternative prometteuse aux variables discrètes pour le traitement quantique de l'information. C'est dans ce contexte que cette thèse a débuté. Elle avait pour objectif de développer une nouvelle expérience qui permettrait de générer des états non-classiques ou intriqués pouvant être utilisés dans divers protocoles d'information quantique. Un nouvel oscillateur paramétrique optique de type II, où signal et complémentaire sont émis suivant des polarisations orthogonales, a été développé et caractérisé dans divers régimes de fonctionnement.

L'oscillateur paramétrique optique réalisé, semi-monolithique et triplement résonant, s'est avéré particulièrement stable et peut rester asservi pendant plus d'une heure. Au niveau quantique, cette grande stabilité a permis d'améliorer la compression du bruit sur la différence d'intensité des champs signal et complémentaire et d'atteindre 9.5 dB (89%). Cette réduction de bruit est la plus forte publiée à ce jour. Les corrélations d'intensité de ces faisceaux jumeaux ont ensuite été mises à profit dans un protocole original de préparation conditionnelle d'un état dont la distribution statistique est sub-Poissonienne. Bien connu en régime de comptage pour préparer des états à un photon, la stratégie conditionnelle n'avait pas, jusqu'à présent, d'équivalent en variables continues.

La théorie prévoit également que les fluctuations de phase sont anti-corrélées. Les faisceaux émis au-dessus du seuil sont donc en principe des faisceaux intriqués, présentant une double corrélation suivant des quadratures orthogonales. Cependant, cette propriété n'a jamais été mise en évidence car les faisceaux signal et complémentaire ne sont qu'accidentellement à la même fréquence et leur différence de phase fluctue librement. Une solution élégante et "tout-optique" consiste à forcer les faisceaux à se synchroniser par l'entremise d'un couplage linéaire. Cette thèse s'est alors intéressée à un système original où sont associés couplage non-linéaire et couplage linéaire : une lame biréfringente dont les axes sont tournés par rapport à ceux du cristal est introduite à l'intérieur de la cavité. Pour des paramètres expérimentaux qui définissent une zone dite d'accrochage, les faisceaux générés au-dessus du seuil sont verrouillés en phase à dégénérescence en fréquence. Les propriétés quantiques sont sensiblement différentes mais les faisceaux restent fortement intriqués si l'angle de lame est petit. Le comportement quantique original de ce système a conduit à s'intéresser au formalisme de la matrice de covariance. La compression de bruit la plus forte, ou l'intrication la plus forte, qu'il est possible d'obtenir ont été établies. Expérimentalement, après avoir obtenu l'accrochage en fréquence, le bruit sur la somme des phases a dès lors pu être mesuré à l'aide d'une détection homodyne, ce qui

constitue la première mesure de cette grandeur au-dessus du seuil. En revanche, un excès de bruit de quelques dB a empêché d'obtenir une compression sous le bruit quantique standard. Cette première étape ouvre cependant une voie prometteuse pour la génération directe d'états intriqués intenses.

L'oscillateur paramétrique optique, avec ou sans lame, peut également fonctionner au-dessous du seuil d'oscillation. Dans cette configuration, les faisceaux vides générés sont fortement intriqués. Alors que la plupart des expériences réalise deux mesures successives pour mettre en évidence une intrication, une double détection homodyne a permis une caractérisation simultanée des réductions de bruit et donc une mesure directe de l'intrication. L'intrication obtenue, $\Sigma = 0.33 \pm 0.02 < 1$, stable pendant plusieurs heures, est la plus forte rapportée à ce jour en variables continues. De plus, cette intrication (et donc les compressions de bruit qui lui sont associées) est préservée jusqu'à des fréquences d'analyse de bruit très faibles, de l'ordre de 50 kHz, fréquences où un fort excès de bruit technique vient généralement s'ajouter aux mesures et masque les propriétés non-classiques des systèmes étudiés. Une compression de bruit à de telles fréquences pourrait améliorer la sensibilité de nombreuses expériences mettant en jeu la détection d'effets physiques très faibles (mesures interférométriques, petits déplacements...).

Situation en fin de thèse

Une première étude en cours consiste à asservir électroniquement le battement entre les faisceaux émis. La mise en place de cette technique permettra de la comparer à la méthode "tout-optique" où la lame est insérée à l'intérieur de la cavité. Un signal d'erreur a déjà été obtenu et il est désormais nécessaire de mettre en place des électrodes sur le cristal de l'OPO pour la rétroaction. Un nouveau four qui permettra d'appliquer une tension sur ces électrodes est en cours de réalisation. Au-delà de cet asservissement, la possibilité de modifier par effet électro-optique un des indices du cristal ajoutera à l'expérience un nouveau paramètre qui pourra être très utile pour se placer finement au fond de la zone d'accrochage.

Le point central des études à venir est également de comprendre l'origine de l'excès de bruit qui a empêché jusqu'à présent d'observer une compression du bruit sur la somme des phases dans le cas de l'OPO auto-verrouillé au-dessus du seuil. La principale hypothèse est un excès de bruit de phase de la pompe qui dégraderait les corrélations. Afin d'étudier l'influence de ce bruit, une cavité de filtrage est en cours de réalisation. Elle permettra rapidement de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse.

Perspectives à moyen terme

Au-delà de ces deux études en cours de réalisation, l'une des perspectives importantes à moyen terme sera de développer une technique expérimentale permettant de déterminer la matrice de covariance d'un état à deux modes. En imposant des contraintes fortes (un certain nombre de coefficients nuls par exemple), cette mesure est relativement simple. En revanche, si aucune contrainte n'est imposée a priori, la détermination devient beaucoup plus difficile. Des tentatives ont été menées au cours de cette thèse mais ont conduit à des incertitudes trop importantes sur des termes clés. Parallèlement à cette étude, différentes caractérisations

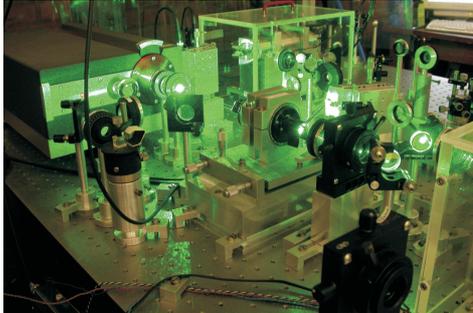
indirectes de l'intrication seront étudiées. Des protocoles récents, reposant par exemple sur la mesure de la pureté de l'état et des puretés marginales, pourront ainsi être explorés.

Une seconde direction concerne la stratégie de préparation conditionnelle. Des protocoles similaires mais reposant sur des faisceaux intriqués ou sur des procédures de sélection différentes devraient permettre d'étendre cette technique et d'obtenir des états non-classiques plus "exotiques". Cette technique permet-elle en particulier de générer des états à statistique non-gaussienne dont la fonction de Wigner serait négative ?

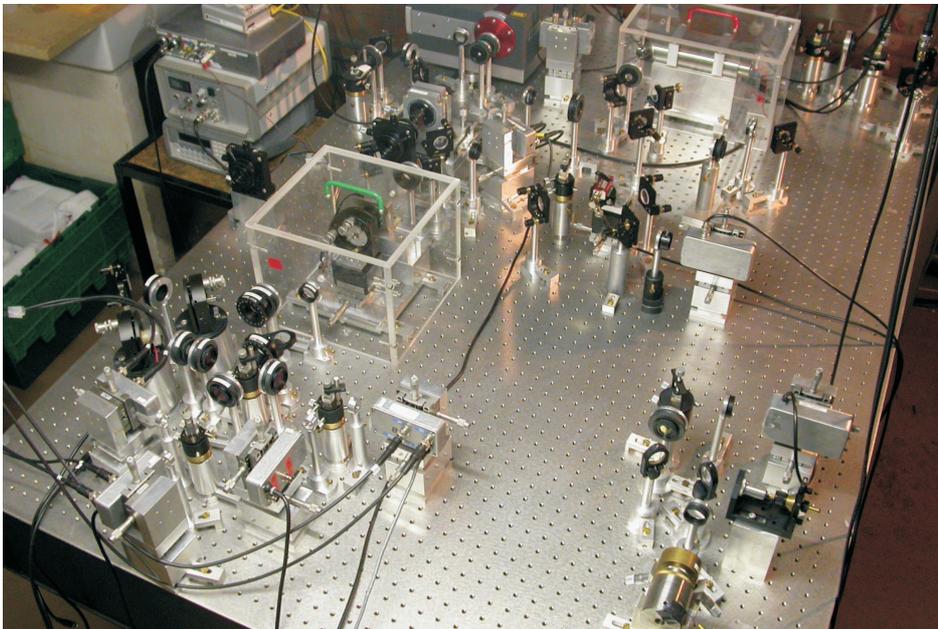
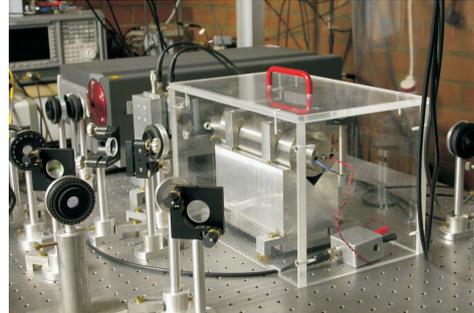
Si l'OPO auto-verrouillé génère finalement des faisceaux intriqués intenses, suite par exemple à l'ajout de la cavité de filtrage sur la pompe, une expérience de téléportation quantique sera alors réalisée. Une fidélité supérieure à $2/3$ reste aujourd'hui encore un défi expérimental. La très bonne intrication obtenue au cours de cette thèse, et qui permettrait a priori de dépasser cette valeur, n'a pas donné lieu à la mise en place de ce protocole car les faisceaux intriqués n'ont pas de champ moyen, ce qui rend les multiples asservissements très délicats. L'injection d'un "petit" champ cohérent qui servirait de référence pourrait être également envisagé.

Enfin, à plus long terme, un nouveau système très original pourrait être développé : un OPO constitué de deux cristaux de type II tournés de 90° l'un par rapport à l'autre et pompé à 45° des axes neutres. Ce système a été étudié théoriquement au cours de cette thèse mais n'a pas été décrit dans ce mémoire. En insérant une lame à l'intérieur de la cavité, car il est nécessaire à nouveau d'obtenir un verrouillage en phase, ce système génère a priori deux faisceaux de fréquences différentes et accordables. Ces faisceaux ont la particularité d'être intriqués en polarisation et peuvent ainsi trouver des applications intéressantes dans le développement de l'interface lumière-atomes qui est aujourd'hui une thématique centrale de l'information quantique en variables continues.

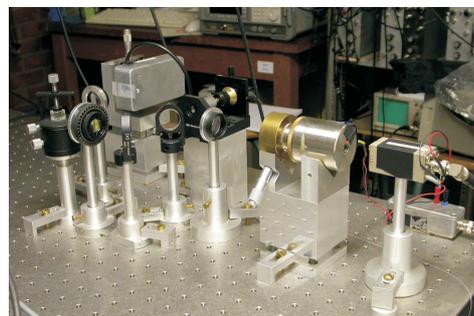
Laser Diabolo



Cavité de filtrage



Bloc de détection



Analyse en fréquence

FIG. 13.1: Photographies de l'expérience.

Annexe

A Cristaux non-linéaires de KTP

Cette annexe s'intéresse aux propriétés des cristaux non-linéaires de KTP. Différentes méthodes de fabrication existent et peuvent conduire à des propriétés assez différentes en termes de tenue au flux ou d'absorption. Cette annexe revient également sur la notion de "température de dégénérescence", température autour de laquelle le fonctionnement dégénéré de la conversion paramétrique ou le doublage de fréquence le plus efficace sont obtenus, et relie cette grandeur à l'angle de coupe du cristal. Une dernière section présente rapidement le KTP α -cut utilisé par quelques groupes et qui présente l'avantage d'être sans walk-off.

A.1 Le KTP : un cristal non-linéaire

Le KTP (Potassium Titanyl Phosphate) a été synthétisé pour la première fois en 1890 mais ses propriétés non-linéaires ne furent identifiées que dans les années 1970. Son coefficient non-linéaire important, son seuil de dommage élevé, sa large plage de transparence, sa grande acceptation angulaire et en température ou encore le fait qu'il ne soit pas hygroscopique en font aujourd'hui l'un des cristaux les plus courants pour le doublage ou la conversion paramétrique. Le KTP possède également des propriétés électro-optiques très intéressantes qui sont utilisées dans les modulateurs en guides d'ondes.

Au niveau microscopique, un faisceau lumineux incident sur un milieu induit un dipôle provenant de la déformation des distributions de charge à l'équilibre. Ce dipôle peut être développé en puissance du champ électrique incident : un matériau non-linéaire est ainsi un matériau pour lequel les termes d'ordre supérieurs deviennent significatifs. Le KTP présente cette propriété. Sa structure, dite orthorhombique, est caractérisée par des octaèdres de TiO_6 reliés à deux sommets par des liaisons $Ti - O$ alternativement courtes et longues. C'est cette alternance qui rend le KTP non centro-symétrique et lui confère son large coefficient non-linéaire d'ordre 2.

A.2 Méthodes de fabrication et gray-tracking

Plusieurs méthodes de croissance cristallographique sont utilisées. On distingue en particulier la méthode dite "Flux-Grown" et la méthode "Hydrothermally-Grown". La seconde méthode, employée par Litton, est beaucoup plus longue : le cristal croît dans une solution aqueuse de KTP sous pression et température élevées, ce qui confère au bloc obtenu une plus grande homogénéité. Les indices de réfraction sont légèrement différents d'une méthode à l'autre.

Un des problèmes majeurs lors de l'utilisation du KTP est l'apparition d'une absorption accrue et d'une efficacité non-linéaire moindre après un temps d'utilisation relativement court : de quelques dizaines de minutes à quelques heures suivant la source laser. Ce phénomène est connu sous le nom très général de "Gray-Tracking" et se manifeste a priori pour des puissances pompe importantes. Cette dégradation, dont les étapes sous-jacentes et la cinétique sont très étudiées mais encore mal connues [Boulangier00], est liée en particulier à l'apparition de centres colorés Ti^{3+} créés par le faisceau à 532 nm via un processus à 2 photons. Le gray-tracking est toujours réversible et disparaît par chauffage à une température de l'ordre de 170°C pendant

plusieurs heures. Ce phénomène se manifeste quelle que soit la méthode de croissance, la dégradation étant cependant beaucoup plus lente pour le KTP "hydrothermally-grown".

Le gray-tracking est un phénomène bien connu en régime pulsé lorsque les puissances pompe sont importantes. Cependant, cette dégradation s'est avérée bien présente dans le cas de notre expérience où l'OPO est pompé par un laser continu. Avec les cristaux fournis par Cristal Laser, le seuil d'oscillation est doublé en moins de 10 minutes. La puissance pompe intracavité au point de focalisation atteint typiquement 0.1 MW/cm^2 , puissance qui peut sembler très faible à première vue. Afin de comparer les régimes de fonctionnement, raisonnons en terme d'énergie. Un test réalisé par Cristal Laser a mis en évidence une réduction par un facteur 2 de l'efficacité de doublage après 12 millions d'impulsions de durée 50 ns et de puissance locale 50 MW/cm^2 . L'énergie fournie est ainsi de l'ordre de 30 MJ/cm^2 . Dans notre expérience continue, une durée de 10 minutes correspond à une énergie apportée de 60 MJ/cm^2 . Les ordres de grandeurs sont donc similaires. Ce phénomène a rendu difficile l'utilisation des cristaux Cristal Laser car il est nécessaire de changer de point de focalisation très souvent, ce qui dérègle l'ensemble de l'expérience en aval. En revanche, aucune évolution du seuil n'a été constatée avec le cristal Litton, même après plusieurs centaines d'heures d'utilisation. La dégradation est également lente avec les cristaux Raicol. Ces derniers nécessitent de changer de point toutes les 50 heures d'utilisation environ.

Pour limiter ce phénomène de gray-tracking, divers fournisseurs ont développé des cristaux "flux-grown" plus résistants au gray-tracking : HGTR pour "high gray-track resistant" chez Raicol ou "KTP.fr" pour "full-resistant" chez Cristal laser. Ces différents cristaux ont été testés. Avec le KTP.fr, une augmentation du seuil par un facteur 2 se produit en quelques minutes puis le seuil se stabilise. Des structures spatiales ont également été observées en sortie de l'OPO, traduisant probablement une distorsion du faisceau par le cristal. Il faut noter que nous disposions à ce moment là d'une version prototype du KTP.fr et que les performances ont depuis été grandement améliorées. L'utilisation du KTP HGTR de Raicol conduit à des observations similaires. Le tableau suivant résume les fournisseurs, les méthodes de croissance employées et les noms donnés aux KTP plus résistants au gray-tracking.

	Flux-Grown	Hydro-Grown	KTP.fr	HGTR KTP
Cristal Laser	X		X	
Raicol	X			X
Litton		X		

A.3 Propriétés en absorption

Les propriétés initiales de ces cristaux diffèrent notablement. Le tableau suivant résume une étude récente de Cristal Laser portant sur l'absorption à 532 nm et à 1064 nm.

	Absorption à 532 nm %/cm	Absorption à 1064 nm %/cm
Cristal Laser standard	1	0.01
Litton	0.22	0.005
HGTR KTP	0.35	0.03
KTP.fr	1	0.01

Ces valeurs sont importantes à plus d'un titre. Au niveau classique, plus les pertes sont faibles relativement aux transmissions des miroirs de la cavité et plus le rendement de conversion pourra être important (chapitre 4). Au niveau quantique, plus les pertes infrarouges sont faibles et plus la réduction de bruit sera forte (chapitre 5). Par ailleurs, l'absorption à la longueur d'onde pompe est un paramètre clé car elle s'accompagne de phénomènes thermiques qui peuvent limiter la stabilité de l'asservissement.

Les absorptions mesurées par Cristal Laser confirment globalement les comportements observés. Le cristal Litton, qui présente l'absorption la plus faible à 1064 nm, a permis d'obtenir la meilleure réduction de bruit. Lorsque l'OPO est pompé très au-dessus du seuil, les effets thermiques sont également beaucoup plus faibles avec ce cristal. Il faut cependant savoir que le KTP Litton est vendu 5 à 10 fois plus cher que les cristaux standards de Cristal Laser ou de Raicol.

A.4 Indices de réfraction et température de dégénérescence

Le tableau ci-dessous donne les indices de réfraction suivant les différents axes cristallographiques pour un KTP "flux-grown" à une température de 295K. Ces valeurs sont fournies par le logiciel SNLO [SNLO] et diffèrent légèrement d'une méthode de fabrication à l'autre.

	n_x	n_y	n_z
532 nm	1.7797	1.7897	1.8876
1064 nm	1.7404	1.7478	1.8296

Pour être efficace, tout processus non-linéaire nécessite d'adapter les vitesses de phases, c'est-à-dire d'annuler le paramètre $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$. L'accord de phase du KTP est de type II. L'onde à 532 nm est polarisée suivant l'axe extraordinaire et les champs infrarouges suivant les axes ordinaire et extraordinaire : $e \leftrightarrow e + o$. La condition d'accord de phase qui assure le doublage de fréquence le plus efficace ou le fonctionnement dégénéré en fréquence de la conversion paramétrique s'écrit donc :

$$2n_e(532nm) = n_o(1064nm) + n_e(1064nm) \quad (\text{A-1})$$

La coupe d'un cristal est définie par deux angles θ et φ . Les cristaux de KTP usuels sont généralement coupés selon $\theta = 90^\circ$: l'indice ordinaire est ainsi donné par l'axe z. L'angle φ par rapport aux axes x et y impose la valeur des indices extraordinaires selon la relation :

$$n_e^2 = n_x^2 \sin^2 \varphi + n_y^2 \cos^2 \varphi \quad (\text{A-2})$$

A une température donnée, un seul angle de coupe permet de vérifier la condition d'accord de phase qui optimisera le doublage ou la conversion paramétrique dégénérée. A 295K, l'angle de coupe doit être de $\varphi = 23.5^\circ$. Les indices mis en jeu sont alors : $n_e(1064) = 1.7466$, $n_o(1064) = 1.8296$ et $n_e(532) = 1.7881$. La condition (A-1) est bien vérifiée. Etant donné un angle de coupe, la température particulière qui permet de vérifier cette condition est appelée "température d'accord de phase", ou plus spécifiquement "température de dégénérescence" lorsque le cristal est utilisé en conversion paramétrique. Expérimentalement, un cristal peut

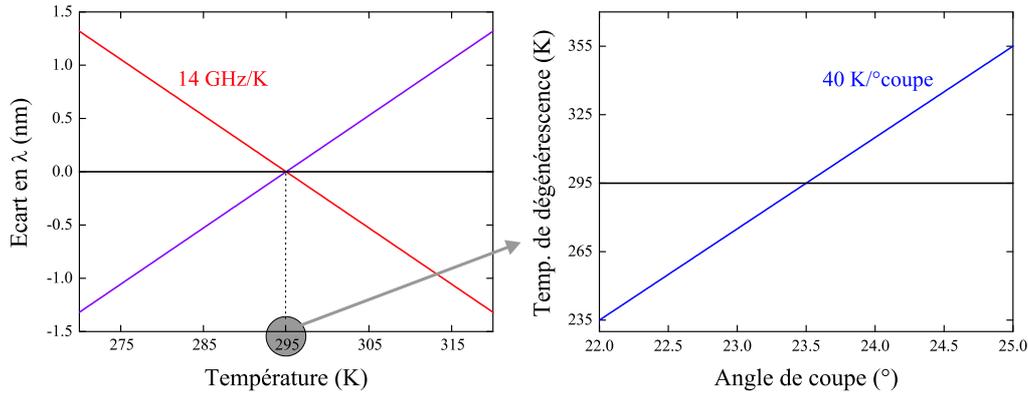


FIG. 14.1: Ecart en fréquence signal/complémentaire en fonction de la température du cristal pour $\varphi=23.5^\circ$ et dépendance de la température de dégénérescence avec l'angle de coupe.

donc être rapidement caractérisé par une expérience de doublage en simple passage. La température de dégénérescence est la température pour laquelle la puissance verte est maximale. Cette méthode permet de la déterminer à 2 ou 3°C près.

Que se passe-t-il si, en conversion paramétrique, la température de fonctionnement est différente de la température de dégénérescence? C'est alors un autre couple de fréquences, $\{1064 + \Delta\lambda, 1064 - \Delta\lambda\}$, qui va optimiser l'accord de phase. La température du cristal est ainsi un paramètre d'accord en fréquence des faisceaux émis par un OPO puisque ce dernier oscille toujours suivant le couple qui minimise le seuil. La dépendance théorique de l'écart en fréquence des faisceaux signal et complémentaire avec la température est établie au chapitre 7 et représentée figure 14.1. L'accord est de l'ordre de 14 GHz/K. Il faut souligner qu'une cavité linéaire peut modifier sensiblement la température pour laquelle la dégénérescence est obtenue en raison de la phase accumulée lors de la seconde interaction paramétrique (deux interactions par tour). Ce point est détaillé au chapitre 9. Il n'en reste pas moins que la détermination de la température qui optimise le doublage fournit une très bonne indication de ce que sera la température de dégénérescence en cavité.

A.5 Angle de coupe et température de dégénérescence

L'angle de coupe φ impose la valeur des indices extraordinaires. A angle donné, il existe une température pour laquelle la condition d'accord de phase est vérifiée à dégénérescence : à 23.5° , la température est de 295K. La variation de cette température avec l'angle de coupe est très rapide.

Le tableau suivant donne la dépendance en température des indices donnée par SNLO :

$dn_e(1064)/dT$	$dn_o(1064)/dT$	$dn_e(532)/dT$
$0.8 \cdot 10^{-5}/K$	$1.455 \cdot 10^{-5}/K$	$1.335 \cdot 10^{-5}/K$

Connaissant ces paramètres et la relation (A-2), il est possible d'optimiser la température permettant de vérifier la condition d'accord de phase et d'obtenir ainsi la dépendance de la température de dégénérescence avec l'angle de coupe (figure 14.1). Cette température augmente avec l'angle : la pente est de l'ordre de $40 K/^\circ$. Une erreur faible sur la coupe induit ainsi une

forte variation de la température de dégénérescence. Lorsqu'un fabricant, Litton en particulier, garantit cet angle à $\pm 1^\circ$, l'incertitude sur la température de dégénérescence est de $\pm 40 K$. Ce problème a été rencontré avec le cristal Litton dont nous disposons : la température de dégénérescence était de quelques degrés celsius. Une étude aux rayons X a montré que la coupe était de 23.4° au lieu de 24° (l'angle de coupe est plus grand pour les KTP hydrothermaux). C'est pour cela qu'il n'a pas été possible d'utiliser le cristal Litton, pourtant idéal pour les études quantiques, dans les configurations dégénérées en fréquence. Seule la génération de faisceaux corrélés en intensité, qui n'est pas affectée par l'écart en fréquence des faisceaux émis, a été réalisée avec ce cristal. De même, les cristaux Raicol spécifiés par défaut "température ambiante" fonctionnent autour d'une dizaine de degrés celsius. Lors d'une commande, il est nécessaire de préciser les conditions de fonctionnement souhaitées afin d'adapter la coupe.

Modifier légèrement l'incidence sur le cristal est équivalent à modifier l'angle de coupe et peut ainsi permettre de modifier la température de dégénérescence. Cependant, ce degré de liberté n'est pas disponible lorsque une configuration semi-monolithique est utilisée.

A.6 Walk-off et KTP α -cut

Les cristaux de KTP coupés autour de $\varphi = 23.5^\circ$ présentent un angle de walk-off de 4.7 mrad. Cet angle entraîne une légère séparation spatiale des faisceaux infrarouges et limite ainsi le recouvrement des deux modes.

Le walk-off disparaît pour un accord de phase dit "non-critique" obtenu pour $\varphi = 0^\circ$. On parle alors de KTP α -cut. Cependant, aux fréquences des lasers Nd:YAG, cette coupe ne permet pas de vérifier la condition d'accord de phase à dégénérescence en fréquence à des températures accessibles expérimentalement. La solution consiste donc à changer de longueur d'onde et à utiliser des lasers Nd:YAP dont l'émission est à 1080 nm. Les groupes de H.J. Kimble puis de K. Peng à Taiyuan ont retenu cette solution. Avec une telle coupe, la conversion 540 nm - 1080 nm est accordée en phase autour de la température ambiante. De plus, l'absorption du KTP est moindre à 1080 qu'à 1064 nm, ce qui est favorable aux effets quantiques [Gao98, Guo02]. Notons finalement l'apparition récente d'un nouveau cristal, le Na:KTP, qui permet également un accord de phase non-critique à température ambiante [Feng03]. A l'état de prototype et pas disponible commercialement, ses propriétés restent à ce jour mal connues.

B Propriétés quantiques en configuration triplement résonant

Cette annexe détaille les propriétés quantiques d'un OPO pompé au-dessus du seuil. L'étude théorique du chapitre 5 avait été restreinte au cas doublement résonant. Le calcul est ici étendu au cas triplement résonant. La dynamique des trois modes couplés est beaucoup plus complexe. En particulier, une oscillation de relaxation peut apparaître.

B.1 Equations linéarisées

Les notations ont été définies au cours des chapitres 4 et 5. Les équations de bouclage tiennent compte désormais de la résonance pompe et s'écrivent à résonance des trois champs :

$$\begin{cases} \tau \frac{dA_1}{dt} + \gamma' A_1 &= g A_0 A_2^* + \sqrt{2\gamma} A_1^{in} + \sqrt{2\mu} B_1^{in} \\ \tau \frac{dA_2}{dt} + \gamma' A_2 &= g A_0 A_1^* + \sqrt{2\gamma} A_2^{in} + \sqrt{2\mu} B_2^{in} \\ \tau \frac{dA_0}{dt} + \gamma'_0 A_0 &= -g A_1 A_2 + \sqrt{2\gamma_0} A_0^{in} + \sqrt{2\mu_0} B_0^{in} \end{cases} \quad (\text{B-1})$$

Le champ pompe A_0 est choisi réel. Les solutions stationnaires sont alors données par :

$$\begin{cases} A_0 &= \frac{\gamma'}{g} \\ |A_i| &= \sqrt{\frac{\gamma' \gamma_0 (\sigma - 1)}{g^2}} \\ \varphi_1 + \varphi_2 &= \varphi_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{B-2})$$

Afin d'exprimer la dynamique des fluctuations, les équations (B-1) sont linéarisées autour des valeurs moyennes. En posant pour les trois champs $A_i = \bar{A}_i + \delta A_i$, les équations linéarisées prennent la forme :

$$\begin{cases} \tau \frac{d\delta A_1}{dt} + \gamma' \delta A_1 &= \gamma' \delta A_2^* + \sqrt{\gamma'_0 \gamma' (\sigma - 1)} \delta A_0 e^{-i\varphi_2} + \sqrt{2\gamma} \delta A_1^{in} + \sqrt{2\mu} \delta B_1^{in} \\ \tau \frac{d\delta A_2}{dt} + \gamma' \delta A_2 &= \gamma' \delta A_1^* + \sqrt{\gamma'_0 \gamma' (\sigma - 1)} \delta A_0 e^{-i\varphi_1} + \sqrt{2\gamma} \delta A_2^{in} + \sqrt{2\mu} \delta B_2^{in} \\ \tau \frac{d\delta A_0}{dt} + \gamma'_0 \delta A_0 &= -\sqrt{\gamma'_0 \gamma' (\sigma - 1)} (\delta A_1 e^{-i\varphi_1} + \delta A_2 e^{-i\varphi_2}) + \sqrt{2\gamma_0} \delta A_0^{in} + \sqrt{2\mu_0} \delta B_0^{in} \end{cases} \quad (\text{B-3})$$

Exprimons ce système dans le domaine des fréquences en écrivant sa transformée de Fourier. En notant

$$\beta = \frac{\gamma'_0}{\gamma'} \quad \text{et} \quad \alpha^2 = \beta(\sigma - 1) \quad (\text{B-4})$$

on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 + 2i\Omega)\delta\widetilde{A}_1(\Omega) = \delta\widetilde{A}_2^*(-\Omega) + \alpha\delta\widetilde{A}_0(\Omega)e^{-i\varphi_2} + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'}\delta\widetilde{A}_1^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'}\delta\widetilde{B}_1^{in}(\Omega) \\ 1 + 2i\Omega)\delta\widetilde{A}_2(\Omega) = \delta\widetilde{A}_1^*(-\Omega) + \alpha\delta\widetilde{A}_0(\Omega)e^{-i\varphi_1} + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'}\delta\widetilde{A}_2^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'}\delta\widetilde{B}_2^{in}(\Omega) \\ (\frac{\gamma'_0}{\gamma'} + 2i\Omega)\delta\widetilde{A}_0(\Omega) = -\alpha(\delta\widetilde{A}_1(\Omega)e^{-i\varphi_1} + \delta\widetilde{A}_2(\Omega)e^{-i\varphi_2}) + \frac{\sqrt{2}\gamma_0}{\gamma'}\delta\widetilde{A}_0^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{2}\mu_0}{\gamma'}\delta\widetilde{B}_0^{in}(\Omega) \end{array} \right. \quad (\text{B-5})$$

avec $\Omega = \frac{\omega\tau}{2\gamma'} = \frac{\omega}{\Omega_c}$ la fréquence de bruit normalisée à la bande passante de la cavité.

Nous allons maintenant considérer le bruit sur la somme ou la différence des fluctuations des champs signal et complémentaire. La somme ou la différence des fluctuations à une fréquence donnée sont désormais notées :

$$q_{\pm} = \frac{q_1 \pm q_2}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad p_{\pm} = \frac{p_1 \pm p_2}{\sqrt{2}} \quad (\text{B-6})$$

où p_i désignent les fluctuations d'amplitude et q_i les fluctuations de phase. A partir de ces notations, les équations du système (B-5) se découplent. Les équations portant sur la différence des fluctuations ne dépendent pas du bruit pompe et sont donc identiques à celles données en configuration doublement résonant :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\gamma'(1 + i\Omega)p_- - \sqrt{2\gamma}p_-^{in} - \sqrt{2\mu}p_-^{in'} = 0 \\ 2i\Omega\gamma'q_- - \sqrt{2\gamma}q_-^{in} - \sqrt{2\mu}q_-^{in'} = 0 \\ 2\gamma'(\alpha^2 + \beta i\Omega - 2\Omega^2)p_+ - (\beta + 2i\Omega)(\sqrt{2\gamma}p_+^{in} + \sqrt{2\mu}p_+^{in'}) - 2\alpha(\sqrt{\gamma_0}p_0^{in} + \sqrt{\mu_0}p_0^{in'}) = 0 \\ 2\gamma'(\beta\sigma + (\beta + 2)i\Omega - 2\Omega^2)q_+ - (\beta + 2i\Omega)(\sqrt{2\gamma}q_+^{in} + \sqrt{2\mu}q_+^{in'}) - 2\alpha(\sqrt{\gamma_0}q_0^{in} + \sqrt{\mu_0}q_0^{in'}) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B-7})$$

Les grandeurs p_+ et q_+ – donc également les bruits individuels – sont régies par des équations différentielles du second ordre alors que le cas doublement résonant conduisait uniquement à des équations du premier ordre. Le spectre de bruit des champs émis par l'OPO peut ainsi présenter des résonances, similaires à celles observées pour les lasers.

Considérons par exemple l'équation sur p_+ . La fonction de transfert H , qui relie les fluctuations p_+ aux fluctuations p_+^{in} , peut s'écrire comme le produit d'une fonction de transfert du premier ordre et une du second ordre. Mise sous forme canonique, elle s'exprime :

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\beta}{\alpha^2} \frac{1 + i\Omega \frac{2}{\beta}}{1 + i\Omega \frac{\beta}{\alpha^2} - \Omega^2 \frac{2}{\alpha^2}} \quad (\text{B-8})$$

La fonction du second ordre peut ainsi être à l'origine d'une résonance, qui se traduit dans le domaine temporel par une oscillation de relaxation. Par identification avec un oscillateur

harmonique régi par $\ddot{x} + 2m\dot{x} + \Omega_0^2 x = 0$, le dénominateur de H permet de déterminer la fréquence caractéristique Ω_0 et le coefficient d'amortissement m :

$$\Omega_0^2 = \frac{\alpha^2}{2} = \frac{\beta(\sigma - 1)}{2} \quad \text{et} \quad m^2 = \frac{\beta^2}{8\alpha^2} = \frac{\beta}{8(\sigma - 1)} \quad (\text{B-9})$$

L'équation sur q_+ révèle des coefficients différents. La fonction de transfert H' , qui relie les fluctuations q_+ aux fluctuations q_+^{in} , s'exprime :

$$H' = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\sigma} \frac{1 + i\Omega \frac{2}{\beta}}{1 + i\Omega \frac{\beta + 2}{\beta\sigma} - \Omega^2 \frac{2}{\beta\sigma}} \quad (\text{B-10})$$

La fréquence caractéristique Ω'_0 et le coefficient d'amortissement m' s'écrivent alors :

$$\Omega'_0{}^2 = \frac{\beta\sigma}{2} \quad \text{et} \quad m'^2 = \frac{(\beta + 2)^2}{8\beta\sigma} \quad (\text{B-11})$$

Les fluctuations décrites par ces équations correspondent aux fluctuations intracavité. Les fluctuations des champs sortants de la cavité sont obtenues en écrivant une condition aux limites sur le miroir de sortie :

$$p_{\pm}^{out} = \sqrt{2\gamma} p_{\pm} - p_{\pm}^{in} \quad \text{et} \quad q_{\pm}^{out} = \sqrt{2\gamma} q_{\pm} - q_{\pm}^{in} \quad (\text{B-12})$$

B.2 Bruit sur la somme des fluctuations

Seuls les bruits sur la somme des fluctuations diffèrent du cas doublement résonant. On donne ci-dessous l'expression des spectres du bruit sur la somme des fluctuations d'amplitude $V(p_+^{out})$ et des fluctuations de phase $V(q_+^{out})$:

$$V(q_+^{out}) = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 + \lambda}{\Omega^2 + \sigma^2 + \lambda(1 + \Omega^2 - \alpha^2)} \quad (\text{B-13})$$

$$V(p_+^{out}) = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 + \lambda}{\Omega^2 + (\sigma - 1)^2 + \lambda(\Omega^2 - \alpha^2)} \quad (\text{B-14})$$

avec $\lambda = \frac{4\Omega^2}{\beta^2}$.

Exactement au seuil ($\sigma = 1$), ces expressions sont identiques au cas doublement résonant. Le paramètre λ est le paramètre pertinent pour comparer les configurations doublement et triplement résonant : si λ est très petit devant 1 alors la différence entre les deux configurations est très faible. Cette condition est vérifiée si Ω est très petit ou si γ'_0 est très grand devant γ' , c'est-à-dire si la finesse pompe est beaucoup plus petite que celle infrarouge.

Le spectre du bruit sur la somme des phases est représenté figure 14.2 dans le cas doublement résonant et dans le cas triplement résonant avec des finesse égales pour la pompe et les faisceaux infrarouges. La réduction de bruit est toujours meilleure dans le cas triplement

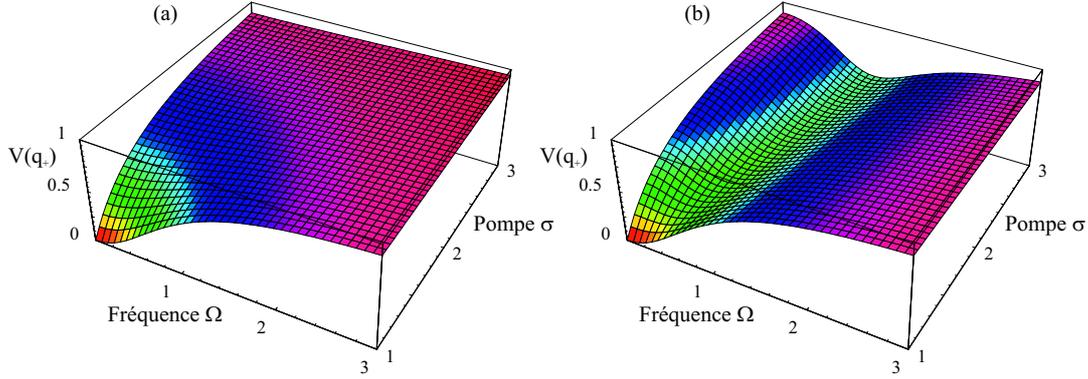


FIG. 14.2: Variance du bruit sur la somme des phases en fonction de la fréquence d'analyse du bruit et du taux de pompage. (a) OPO doublement résonant, (b) OPO triplement résonant avec des finesses égales pour la pompe et l'infrarouge. ($\mu = 0, \mu_0 = 0$)

résonant. Il apparaît un minimum local qui s'éloigne en fréquence lorsque le taux de pompage augmente.

La figure 14.4 donne le spectre de bruit sur la somme des phases pour différents rapports des finesses pompe et infrarouge. Plus la finesse pompe est petite devant la finesse infrarouge, plus le spectre se rapproche du cas doublement résonant. A l'inverse, plus la finesse pompe est grande, plus la compression de bruit est améliorée et présente un minimum local qui se déplace vers les basses fréquences.

B.3 Bruits individuels

Les bruits individuels se déduisent facilement des spectres précédents car les équations (B-7) sont découplées :

$$V(q_1^{out}) = \frac{V(q_+^{out}) + V(q_-^{out})}{2} = 1 + \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{\sigma^2 + \lambda(1 + \alpha^2)}{\Omega^2(\Omega^2 + \sigma^2 + \lambda(1 + \Omega^2 - \alpha^2))} \quad (\text{B-15})$$

$$V(p_1^{out}) = \frac{V(p_+^{out}) + V(p_-^{out})}{2} = 1 - \frac{\gamma}{2\gamma'} \frac{\sigma(\sigma - 2) - \lambda(1 + \alpha^2)}{(1 + \Omega^2)(\Omega^2 + (\sigma - 1)^2 + \lambda(\Omega^2 - \alpha^2))} \quad (\text{B-16})$$

La figure 14.3 donne le bruit d'intensité en fonction de la fréquence et du taux de pompage dans deux configurations : doublement résonant et triplement résonant avec égalité des finesses pompe et infrarouge. Dans ce second cas, un pic de bruit apparaît. Plus le taux de pompage est important et plus ce pic s'éloigne en fréquence. Etant donné que le bruit d'intensité est donnée par la demi-somme du bruit sur p_+^{out} et p_-^{out} , et que ce dernier est régi par une équation du premier ordre, les caractéristiques de la résonance sont donnés par les paramètres (B-11) définis à partir de l'équation du second ordre sur p_+ . En particulier, la fréquence de résonance dépend de la racine carrée du taux de pompage σ , et donc de la racine quatrième de la puissance pompe. Cette dépendance a été confirmée expérimentalement dans [Lee98].

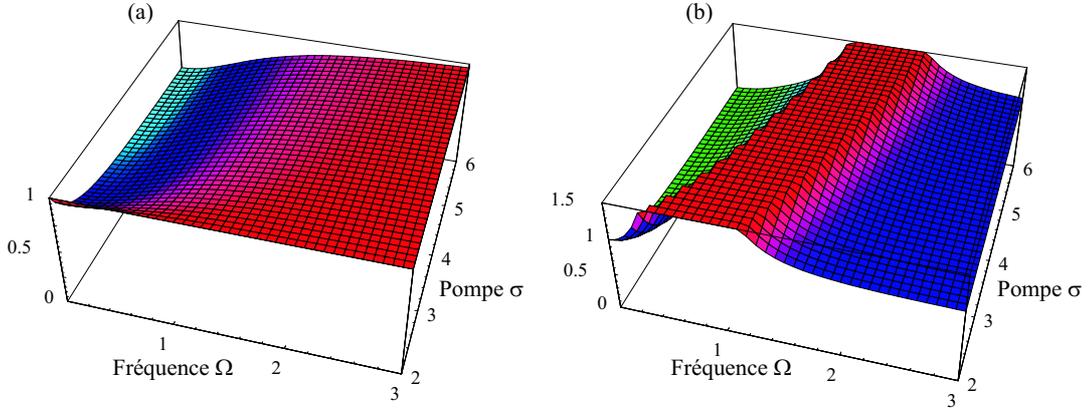


FIG. 14.3: Variance du bruit d'intensité des faisceaux individuels en fonction de la fréquence d'analyse et du taux de pompage. (a) OPO doublement résonant, (b) OPO triplement résonant avec des finesses égales pour la pompe et l'infrarouge. Par souci de clarté, le second tracé est limité verticalement. ($\mu = 0, \mu_0 = 0$)

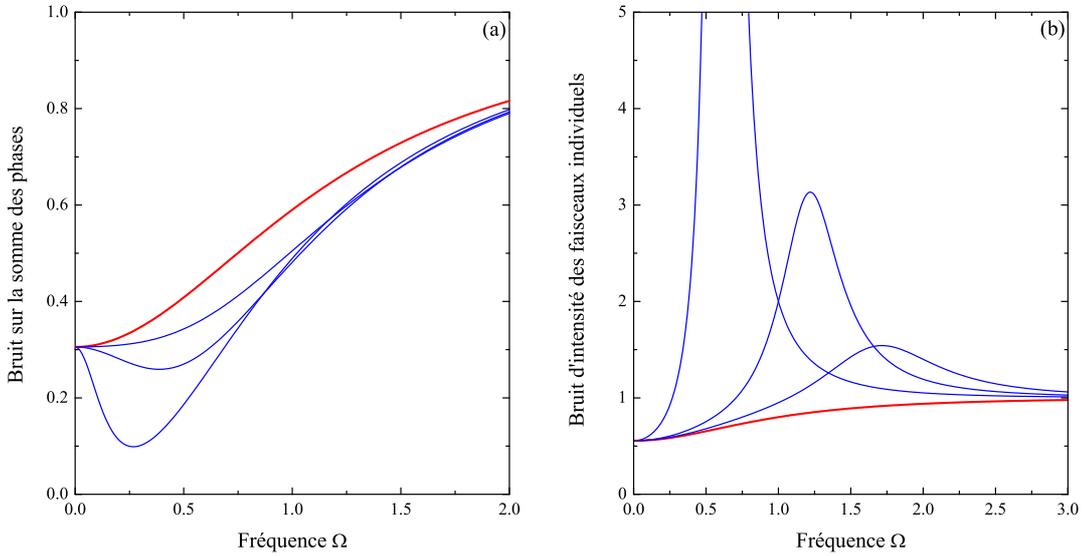


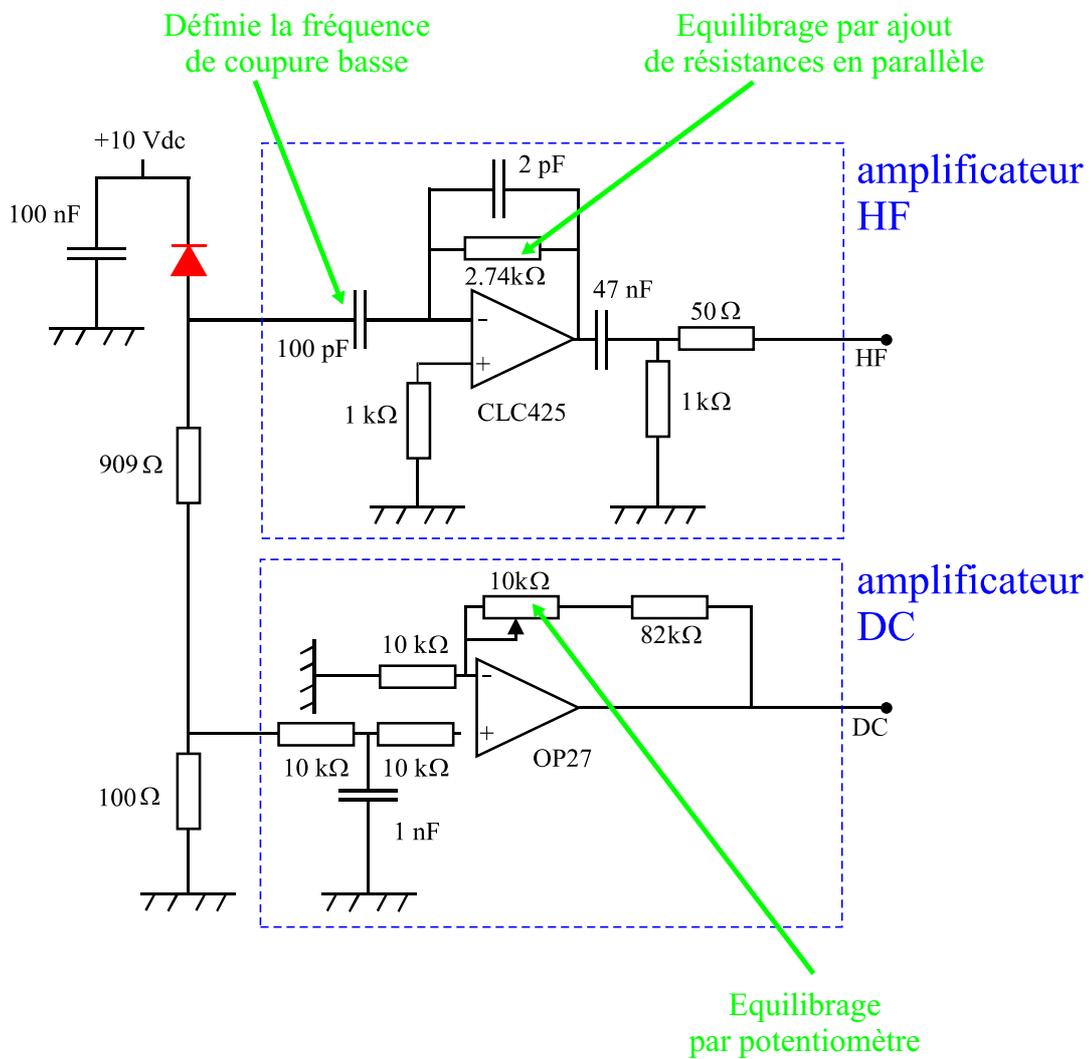
FIG. 14.4: Variance du bruit sur la somme des phases (a) et du bruit d'intensité des faisceaux individuels (b) en fonction de la fréquence d'analyse. L'OPO est pompé à $\sigma = 1.2$ pour (a) et $\sigma = 4$ pour (b). La courbe rouge épaisse correspond au cas doublement résonant alors que les autres courbes sont obtenues pour un rapport γ'_0/γ' égal à $1/4$, 1 et 2. Plus ce rapport est grand et plus le tracé se rapproche du cas doublement résonant. ($\mu = 0, \mu_0 = 0$)

La figure 14.4 donne le spectre 4 fois au-dessus du seuil, c'est-à-dire pour un taux intéressant car permettant d'observer une compression de bruit individuel, pour différents rapports des finesesses. La résonance est d'autant plus importante et à fréquence basse que la finesse pompe est grande devant la finesse infrarouge.

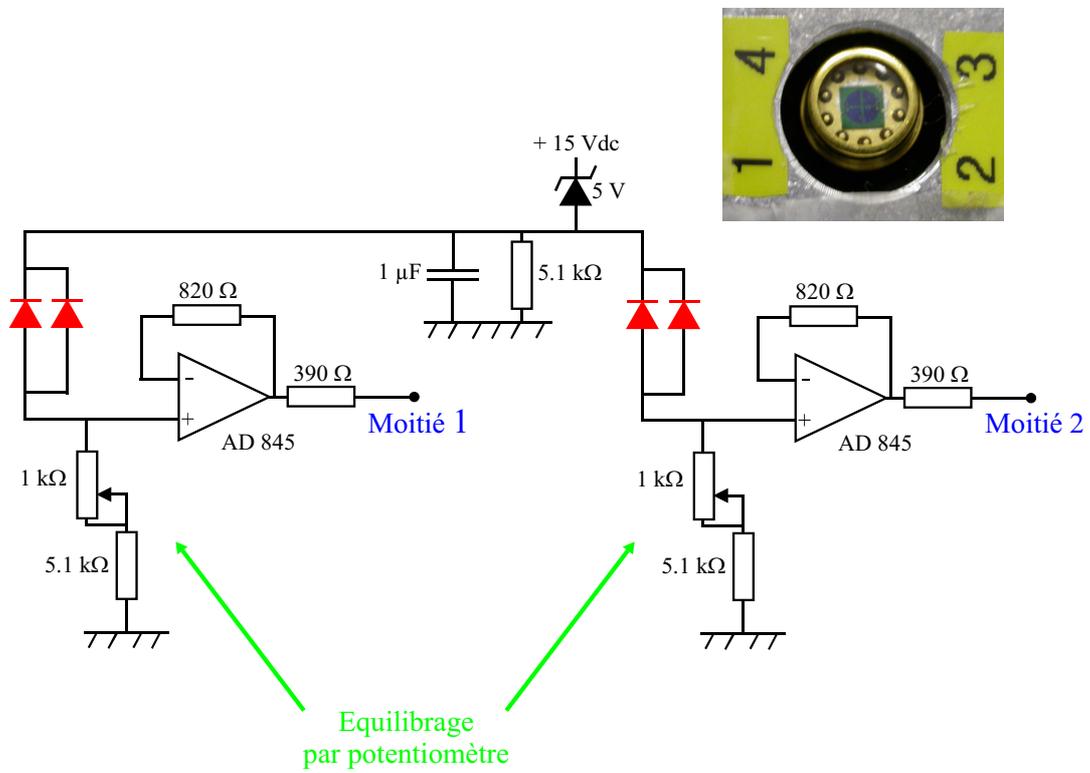
Alors que la triple résonance améliore toujours la compression de bruit sur la somme des phases, la réduction du bruit d'intensité des faisceaux individuels pour un fort taux de pompage peut s'avérer plus difficile à observer expérimentalement. Une expérience visant à mettre en évidence cette compression de bruit devra être réalisée avec une finesse infrarouge plus grande que la finesse pompe.

C Circuits électroniques et Plans mécaniques

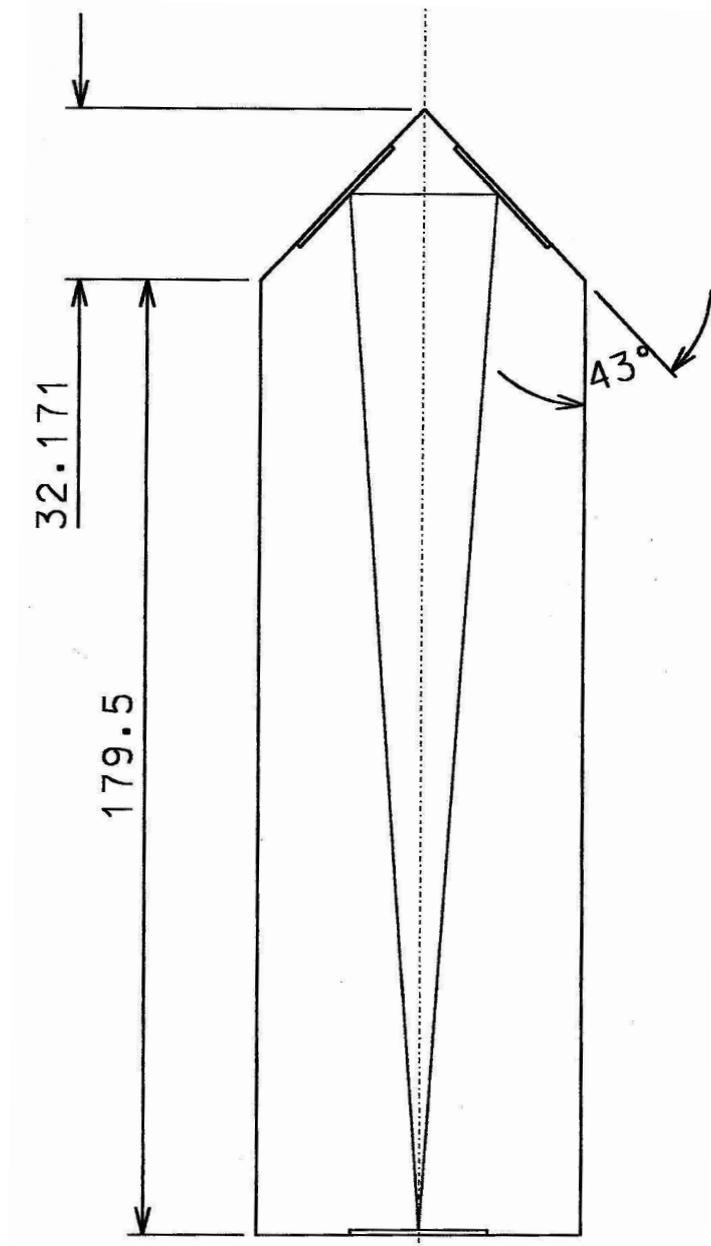
Amplificateurs DC et HF pour photodiodes



Photodiodes à quatre quadrants réunies en deux éléments



Plan de la cavité de filtrage



Bibliographie

- [Adesso04] G. Adesso, A. Serafini, F. Illuminati, *Extremal entanglement and mixedness in continuous variable systems*, Phys. Rev. A **70**, 022318 (2004)
- [Armstrong62] J. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P. Pershan, *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev. **127**, 1918 (1962)
- [Arvind95] Arvind, B. Dutta, N. Mukunda, R. Simon, *Two-mode quantum systems : invariant classification of squeezing transformations and squeezed states* , Phys. Rev. A **52**, 1609 (1995)
- [Aspect82] A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, *Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : a new violation of Bell's inequalities* , Phys. Rev. Lett. **49**, 91 (1982)
- [Aspect02] A. Aspect, *Bell's theorem : the naive view of an experimentalist*, Texte de conference en mémoire de John Bell, publié dans "Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information", R. A. Bertlmann et A. Zeilinger, Springer (2002) e-print quant-ph/0402001 (2002)
- [Bachor04] H.-A. Bachor, T.C. Ralph, *A guide to experiments in quantum optics*, Wiley-Vch (2003)
- [Bennett96] C.H. Bennet, D.P. DiVincenzo, J.A. Smolin, W.K. Wootters, *Mixed-state entanglement and quantum error correction*, Phys. Rev. A **54**, 3824 (1996)
- [Boccarda80] A.C. Boccarda, D. Fournier, J. Badoz, *Thermo-optical spectroscopy : detection by the "mirage-effect"*, Applied Phys. Lett. **36**, 130 (1980)
- [Boulanger00] B. Boulanger, J.-Ph. Fève, Y. Guillien, *Thermo-optical effect and saturation of nonlinear absorption induced by gray tracking in a 532-nm-pumped KTP optical parametric oscillator*, Opt. Lett. **25**, 484 (2000)
- [Bouwmeester97] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger, *Experimental quantum teleportation*, Nature **309**, 575 (1997)
- [Bowen02] W.P. Bowen, R. Schnabel, N. Treps, H.-A. Bachor, P.K. Lam, *Recovery of continuous-wave squeezing at low frequencies*, J. Opt. B **4**, 421 (2002)
- [Bowen03a] W.P. Bowen, N. Treps, B.C. Buchler, R. Schnabel, T.C. Ralph, H.-A. Bachor, T. Symul, P.K. Lam, *Experimental investigation of continuous-variable quantum teleportation*, Phys. Rev. A **67**, 032302 (2003)

- [Bowen03b] W.P. Bowen, R. Schnabel, P.K. Lam, T.C. Ralph, *Experimental investigation of criteria for continuous variable entanglement*, Phys. Rev. Lett. **90**, 043601 (2003)
- [Boyd68] R.W. Boyd, D.A. Kleinman, *Parametric interaction of focused gaussian light beams*, J. Appl. Phys. **39**, 3597 (1968)
- [Braunstein98] S.L. Braunstein, H.J. Kimble, *Teleportation of continuous quantum variables*, Phys. Rev. Lett. **80**, 869 (1998)
- [Braunstein00] S.L. Braunstein, H.J. Kimble, *Dense coding for continuous variables*, Phys. Rev. A **61**, 042302 (2000)
- [Braunstein01] S.L. Braunstein, C.A. Fuchs, H.J. Kimble, P. van Loock, *Quantum versus classical domains for teleportation with continuous variables*, Phys. Rev. A **64**, 022321 (2001)
- [Braunstein03] S.L. Braunstein, A.K. Pati, *Quantum information with continuous variables*, Kluwer, Netherlands (2003)
- [Breitenbach95] G. Breitenbach, S. Schiller, J. Mlynek, *81% conversion efficiency in frequency-stable continuous-wave parametric oscillation*, J. Opt. B **12**, 2095 (1995)
- [Breitenbach97] G. Breitenbach, S. Schiller, J. Mlynek, *Measurement of the quantum states of squeezed light*, Nature **387**, 471 (1997)
- [Caves81] C.M. Caves, *Quantum-mechanical noise in an interferometer*, Phys. Rev. D **23**, 1693 (1981)
- [Coudreau97] T. Coudreau, *Réduction du bruit et tomographie quantique d'un faisceau laser interagissant avec des atomes froids : théorie et expérience*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (1997)
- [Courtois91] J.Y. Courtois, A. Smith, C. Fabre, S. Reynaud, *Phase diffusion and quantum noise in the optical parametric oscillator : a semiclassical approach*, Journal of Modern Optics **38**, 177 (1991)
- [Dantan04] A. Dantan, A. Bramati, M. Pinard, *Entanglement storage in atomic ensembles*, Europhys. Lett. **67**, 881 (2004)
- [D'Ariano99] G.M. D'Ariano, P. Kumar, C. Macchiavello, L. Maccone, N. Sterpi, *Test of the State Reduction Rule*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2490 (1999)
- [Debuisschert90] T. Debuisschert, *Réduction des fluctuations quantiques de la lumière à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (1990)
- [Debuisschert93] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, C. Fabre, *Type-II continuous-wave optical parametric oscillator : oscillation and frequency-tuning characteristics*, J. Opt. Soc. Am. **B 10**, 1668 (1993)
- [Drever83] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.W. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)

- [Duan00] L.-M. Duan, G. Giedke, J.I. Cirac, P. Zoller, *Inseparability criterion for continuous variable systems*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2722 (2000)
- [Einstein35] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev. **41**, 777 (1935)
- [Fabre89] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, *Noise characteristics of a non-degenerate Optical Parametric Oscillator – Application to quantum noise reduction*, J. Phys. France **50**, 1209 (1989)
- [Fabre97] C. Fabre, P.F Cohadon, C Schwob, *C.W. optical parametric oscillators : single mode operation and frequency tuning properties*, Quantum Semiclass. Opt. **9**, 165 (1997)
- [Fabre99] C. Fabre, E.J. Mason, N.C Wong, *Theoretical analysis of self-phase locking in a type II phase-matched optical parametric oscillator*, Optics Communications **170**, 299 (1999)
- [Feng03] S. Feng, O. Pfister, *Stable nondegenerate optical parametric oscillation at degenerate frequencies in Na:KTP*, J. Opt. B **5**, 262 (2003)
- [Feng04] S. Feng, O. Pfister, *Quantum interference of ultrastable twin optical beams*, Phys. Rev. Lett. **92**, 203601 (2004)
- [Fiurásek01] J. Fiurásek, *Conditional generation of sub-Poissonian light from two-mode squeezed vacuum via balanced homodyne detection on idler mode*, Phys. Rev. A **64**, 053817 (2001)
- [Friberg85] S. Friberg, C. Hong, L. Mandel, *Measurement of time delays in the parametric production of photon pairs*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2011 (1985)
- [Furusawa98] A. Furusawa, J.L Sorensen, S.L. Braunstein, C.A. Fuchs, H.J. Kimble, E.S. Polzik, *Unconditional quantum teleportation*, Science **282**, 706 (1998)
- [Gao98] J. Gao, F. Cui, C. Xue, C. Xie, P. Kunchi, *Generation and application of twin beams from an optical parametric oscillator including an a-cut KTP crystal*, Opt. Lett. **23**, 870 (1998)
- [Giacobino95] E. Giacobino, C. Fabre, *Quantum noise reduction in parametric oscillators and lasers*, Annales de Physique **20**, 509 (1995)
- [Giedke01] G. Giedke, *Quantum information and continuous variable systems*, Thèse de doctorat de l'Université d'Innsbruck (2001)
- [Giedke03] G. Giedke, M.M. Wolf, O. Krüger, R.F. Werner, J.I. Cirac, *Entanglement of formation for symmetric gaussian states*, Phys. Rev. Lett. **91**, 107901 (2003)
- [Glauber65] R.J. Glauber, in Quantum Optics and Electronics, eds C. DeWitt, A. Blandin, C. Cohen-Tannoudji, p.1

- [Grangier86] Ph. Grangier, G. Roger, A. Aspect, *Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter : a new light on single-photon interferences*, Europhys. Letters **1**, 173 (1986)
- [Grangier87] Ph. Grangier, R.E. Slusher, B. Yurke, A. Laporta, *Squeezed-light-enhanced polarization interferometer*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2153 (1987)
- [Grangier98] Ph. Grangier, J.-A. Levenson, J.-Ph. Poizat, *Quantum non-demolition measurements in optics*, Nature **396**, 537 (1998)
- [Gross03] P. Gross, *All-optical frequency division with self-phase-locked parametric oscillators*, Thèse de doctorat de l'Université de Twente, Pays-Bas (2003)
- [Grosshans01] F. Grosshans, Ph. Grangier, *Quantum cloning and teleportation criteria for continuous quantum variables*, Phys. Rev. A **64**, 010301 (2001)
- [Grosshans03] F. Grosshans, G. Van Assche, J. Wenger, R. Brouri, N.J. Cerf, Ph. Grangier, *High-rate quantum key distribution using gaussian-modulated coherent states*, Nature **421**, 238 (2003)
- [Grynberg97] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*, Ellipse (1997)
- [Guo02] R. Guo, J. Laurat, J. Gao, C. Xie, K. Peng, *Application of an all-solid-state, frequency-doubled Nd:YAP laser to the generation of twin beams at 1080 nm*, Appl. Opt. **41**, 2304 (2002)
- [Hadjar98] Y. Hadjar, *Etude du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse. Observation du mouvement brownien d'un miroir*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (1998)
- [Hald99] J. Hald, J.L. Sorensen, C. Schori, E.S. Polzik, *Spin squeezed atoms : a macroscopic entangled ensemble created by light*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1319 (1999)
- [Han90] D. Han, Y.S. Kim, M.E. Noz, *Linear canonical transformations of coherent and squeezed states in the Wigner phase space – Two-mode states*, Phys. Rev. A **41**, 6233 (1990)
- [Heidmann87] A. Heidmann, R. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre, G. Camy, *Observation of quantum noise reduction on twin laser beams*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2555 (1987)
- [Hong86] C.K. Hong, L. Mandel, *Experimental Realization of a Localized One-Photon State*, Phys. Rev. Lett. **56**, 58 (1986)
- [Jaekel90] M.T. Jaekel, S. Reynaud, *Quantum limits in interferometric measurements*, Europhys. Lett. **13**, 301 (1990)
- [Jia04] X. Jia, X. Su, Q. Pan, J. Gao, C. Xie, K. Peng, *Experimental demonstration of unconditional entanglement swapping for continuous variables*, e-print quant-ph/0407024 (2004)

- [JosaB87] volume consacré aux états comprimés, JOSA B **4**, vol. 10 (1987)
- [Josse03] V. Josse, *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec un nuage d'atomes froids*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (2003)
- [Julsgaard01] B. Julsgaard, A. Kozhekin, E.S. Polzik, *Experimental long-lived entanglement of two macroscopic quantum objects*, Nature **413**, 400 (2001)
- [Kimble02] H.J. Kimble, Y. Levin, A.B. Matsko, K.S. Thorne, S.P. Vyatchanin, *Squeezed-light-enhanced polarization interferometer*, Phys. Rev. D **65**, 022002 (2002)
- [Korolkova02] N. Korolkova, G. Leuchs, R. Loudon, T.C. Ralph, C. Silberhorn, *Polarization squeezing and continuous variable polarization entanglement*, Phys. Rev. A **65**, 052306 (2002)
- [Kozhekin00] A.E. Kozhekin, K. Mlmer, E.S. Polzik, *Quantum memory for light*, Phys. Rev. A **62**, 033809 (2000)
- [Kwiat95] P.G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, T. Herzog, A. Zeilinger, M.A. Kasevich, *New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995)
- [Lambrecht96] A. Lambrecht, T. Coudreau, A.M. Steinberg, E. Giacobino, *Squeezing with cold atoms*, Europhys. Lett. **36**, 93 (1996)
- [Laurat03] J. Laurat, T. Coudreau, N. Treps, A. Maître, C. Fabre, *Conditional preparation of a quantum state in the continuous variable regime : generation of a sub-Poissonian state from twin beams*, Phys. Rev. Lett. **91**, 213601 (2003)
- [Laurat04a] J. Laurat, T. Coudreau, N. Treps, A. Maître, C. Fabre, *Conditional preparation of a non-classical state in the continuous variable regime : theoretical study*, Phys. Rev. A **69**, 033808 (2004)
- [Laurat04b] J. Laurat, T. Coudreau, G. Keller, N. Treps, C. Fabre, *Compact source of Einstein-Podolsky-Rosen entanglement and squeezing at very low noise frequencies*, Phys. Rev. A **70**, 042315 (2004)
- [Laurat04c] J. Laurat, T. Coudreau, G. Keller, N. Treps, C. Fabre, *Experimental generation of quadrature entanglement with a self-phase-locked ND-OPO below threshold*, e-print quant-ph/0410081
- [Lee92] D. Lee, N.C. Wong, *Tunable optical frequency division using a phase-locked optical parametric oscillator*, Opt. Lett. **17**, 13 (1992)
- [Lee98] D.-H. Lee, M.E. Klein, K.-J. Boller, *Intensity noise of pump-enhanced continuous-wave optical parametric oscillators*, Applied Physics B **66**, 747 (1998)
- [Li02] X. Li, Q. Pan, J. Jing, J. Zhang, C. Xie, K. Peng, *Quantum dense coding exploiting a bright einstein-Podolsky-Rosen beam*, Phys. Rev. Lett. **88**, 047904 (2002)

- [Longchambon03] L. Longchambon, *Effets de polarisation dans les mélanges paramétriques à trois ondes en cavité : applications au traitement classique et quantique de l'information*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (2003)
- [Longchambon04a] L. Longchambon, J. Laurat, T. Coudreau, C. Fabre, *Non-linear and quantum optics of a type II OPO containing a birefringent element Part 1 : Classical operation*, Eur. Phys. J. D **30**, 279 (2004)
- [Longchambon04b] L. Longchambon, J. Laurat, T. Coudreau, C. Fabre, *Non-linear and quantum optics of a type II OPO containing a birefringent element Part 2 : bright entangled beams generation*, Eur. Phys. J. D **30**, 287 (2004)
- [Lvovsky01] A.I. Lvovsky, H. Hansen, T. Aichele, O. Benson, J. Mlynek, S. Schiller, *Quantum state reconstruction of the single-photon Fock state*, Phys. Rev. Lett. **87**, 050402 (2001)
- [Marin95] F. Marin, A. Bramati, E. Giacobino E., T.C. Zhang, J.-Ph. Poizat, J.-F. Roch, Ph. Grangier, *Squeezing and intermode correlations in laser diodes*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4606 (1995)
- [Martinelli01] M. Martinelli, *User's Guide to Quadrant Photodetectors and Demodulation Circuit*, note interne du Laboratoire Kastler Brossel
- [Mason98] E.J. Mason, N.C. Wong, *Observation of two distinct phase states in a self-phase-locked type II phase-matched optical parametric oscillator*, Opt. Lett. **23**, 1733 (1998)
- [Mertz90] J. Mertz, A. Heidmann, C. Fabre, E. Giacobino, S. Reynaud, *Observation of high-intensity sub-Poissonian light using an optical parametric oscillator*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2897 (1990)
- [Mertz91a] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, E. Giacobino, *Improvements in the observed intensity correlation of optical parametric oscillator twin beams*, Opt. Lett. **16**, 1234 (1991)
- [Mertz91b] J. Mertz, *Réduction du bruit de photon à l'aide d'un asservissement sur des faisceaux jumeaux produits par un oscillateur paramétrique optique*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (1991)
- [McKenzie02] K. McKenzie, D.A. Shaddock, D.E. McClelland, B.C. Buchler, P.K. Lam, *Experimental demonstration of a squeezing-enhanced power-recycled Michelson interferometer for gravitational wave detection*, Phys. Rev. Lett. **88**, 231102 (2002)
- [McKenzie04] K. McKenzie, N. Grosse, W.P. Bowen, S.E. Whitcomb, M.B. Gray, D.E. McClelland, P.K. Lam, *Squeezing in the audio gravitational wave detection band*, Phys. Rev. Lett. **93**, 161105 (2004)
- [Milburn] D.F. Walls, G.J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer-Verlag, First published 1994)

- [Ou92] Z.Y. Ou, S.F. Pereira, H.J. Kimble, K.C. Peng, *Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3663 (1992)
- [Pikovsky01] A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths, *Synchronization, a universal concept in nonlinear sciences*, Cambridge University Press, Première édition 2001
- [Raimond01] J.-M. Raimond, M. Brune, S. Haroche, *Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity*, Rev. Mod. Phys. **73**, 565 (2001)
- [Ralph00] T.C. Ralph, *Continuous variable quantum cryptography*, Phys. Rev. A **61**, 010303 (2000)
- [Roch97] J.-F. Roch, K. Vigneron, P. Grelu, A. Sinatra, J.-Ph. Poizat, Ph. Grangier, *Quantum non demolition measurement using cold trapped atoms*, Phys. Rev. Lett. **78**, 634 (1997)
- [Rosencher02] E. Rosencher, C. Fabre, *Oscillation characteristics of continuous-wave optical parametric oscillators : beyond the mean-field approximation*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 1107 (2002)
- [Reid88] M.D. Reid, P. Drummond, *Quantum correlations of phase in nondegenerate parametric oscillation*, Phys. Rev. Lett. **60**, 2731 (1988)
- [Reid89] M.D. Reid, *Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using non-degenerate parametric amplification*, Phys. Rev. A **40**, 913 (1989)
- [Reynaud90] S. Reynaud, *Introduction à la réduction du bruit quantique*, Ann. Phys. Fr. **15**, 63 (1990)
- [Shen84] Y.R. Shen, *The principles of nonlinear optics*, Wiley-Interscience (1984)
- [Schnabel04] R. Schnabel, H. Vahlbruch, A. Franzen, S. Chelkowski, N. Grosse, H.-A. Bachor, W.P. Bowen, P.K. Lam, K. Danzmann, *Squeezed light at sideband frequencies below 100 kHz from a single OPA*, Optics Communications **240**, 185 (2004)
- [Schori02] C. Schori, J.L. Sorensen, E.S. Polzik, *Narrow-band frequency tunable light source of continuous quadrature entanglement*, Phys. Rev. A **66**, 033802 (2002)
- [Schwob97a] C. Schwob, *Utilisation des faisceaux corrélés au niveau quantique produits par un oscillateur paramétrique optique en spectroscopie de grande sensibilité*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (1997)
- [Schwob97b] C. Schwob, P. H. Souto Ribeiro, A. Maître, C. Fabre, *Sub shot noise high sensitivity spectroscopy with OPO twin beams*, Opt. Lett. **22**, 1893 (1997)
- [Shaddock99] D.A. Shaddock, M.B. Gray, D.E. McClelland, *Frequency locking a laser to an optical cavity by use of spatial mode interference*, Opt. Lett. **24**, 1499 (1999)

- [Shaddock00] D.A. Shaddock, *Advanced interferometry for gravitational wave detection*, Thèse de doctorat Australian National University (2000)
- [Slusher85] R.R. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz, J.F. Valley, *Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity*, Phys. Rev. Lett. **55**, 2409 (1985)
- [SNLO] SNLO software, www.sandia.gov/imrl/wxeb1128/xxtal.htm
- [Silberhorn01] C. Silberhorn, P.K. Lam, O. Weiß, F. König, N. Korolkova, G. Leuchs, *Generation of continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr nonlinearity in an optical fiber*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4267 (2001)
- [Simon90] R. Simon, N. Mukunda, *Minimal three-component $SU(2)$ gadget for polarization optics*, Phys. Lett. A **143**, 165 (1990)
- [Simon94] R. Simon, N. Mukunda, B. Dutta *Quantum-noise matrix for multimode systems : $U(n)$ invariance, squeezing and normal forms*, Phys. Rev. A **49**, 1567 (1994)
- [Simon00] R. Simon, *Peres-Horodecki separability criterion for continuous variable systems*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2726 (2000)
- [Suret00] P. Suret, *Dynamique temporelle et effets transverses dans les oscillateurs paramétriques optiques continus : observations expérimentales et modélisation*, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI (2000)
- [Trepas01] N. Trepas, *Effets quantiques dans les images optiques*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI (2001)
- [Trepas03] N. Trepas, N. Grosse, W.P. Bowen, C. Fabre, H.-A. Bachor, P.K. Lam, *A quantum laser-pointer*, Science **301**, 940 (2003)
- [Unruh] W.G. Unruh, dans *Quantum Optics, Experimental Gravitation, and Measurement Theory*, édité par P. Meystre et M.O. Scully (Plenum, New-York, 1982), p. 647
- [Vaidman94] L. Vaidman, *Teleportation of quantum states*, Phys. Rev. A **49**, 1473 (1994)
- [Vidal02] G. Vidal, R.F. Werner, *Computable measure of entanglement*, Phys. Rev. A **65**, 032314 (2002)
- [Watanabe88] K. Watanabe, Y. Yamamoto, *Quantum correlation and state reduction of photons twins produced by a parametric amplifier*, Phys. Rev. A **38**, 3556 (1988)
- [Wenger04a] J. Wenger, R. Tualle-Brouri, Ph. Grangier, *Non-gaussian statistics from individual pulses of squeezed light*, Phys. Rev. Lett. **92**, 153601 (2004)
- [Wenger04b] J. Wenger, *Dispositifs impulsions pour la communication quantique à variables continues*, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI (2004)
- [White65] A.D. White, *Frequency stabilization of gas lasers*, IEEE J. Quantum Electron. **1**, 349 (1965)

- [Wolf03a] M.M. Wolf, J. Eisert, M.B. Plenio, *Entangling power of passive optical elements*, Phys. Rev. Lett. **90**, 047904 (2003)
- [Wolf03b] M.M. Wolf, *Partial transposition in quantum information theory*, Thèse de doctorat (2003)
- [Xiao87] M. Xiao, L.A. Wu, H.J. Kimble, *Precision measurement beyond the shot-noise limit*, Phys. Rev. Lett. **59**, 278 (1987)
- [Yurke86] B. Yurke, S.L. McCall, J.R. Klauder, *SU(2) and SU(1,1) interferometers*, Phys. Rev. A **33**, 4033 (1986)
- [Zhang02] K. Zhang, *Intracavity optical nonlinear devices using $\chi^{(2)}$ quasi-phase-matched material : classical and quantum properties and application to all-optical regeneration*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI et de l'Université du Shanxi (2002)
- [Zhang00] Y. Zhang, H. Wang, X. Li, J. Jing, C. Xie, K. Peng, *Experimental generation of bright two-mode quadrature squeezed light from a narrow-band nondegenerate optical parametric amplifier*, Phys. Rev. A **62**, 023813 (2000)
- [Zhang04] Y. Zhang, K. Kasai, K. Hayasaka, *Single-beam noise characteristics of quantum correlated twin beams*, JOSA B **21**, 1044 (2004)