



HAL
open science

Turbulence dans l'espace de Fourier: mesures de vorticité par diffusion acoustique

Cédric Poulain

► **To cite this version:**

Cédric Poulain. Turbulence dans l'espace de Fourier: mesures de vorticité par diffusion acoustique. Acoustique [physics.class-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2003. Français. NNT : . tel-00007506

HAL Id: tel-00007506

<https://theses.hal.science/tel-00007506>

Submitted on 24 Nov 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et   la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ GRENOBLE I - JOSEPH FOURIER
U.F.R. DE MECANIQUE

Manuscrit de THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE I

Discipline : MÉCANIQUE DES FLUIDES

présentée et soutenue publiquement

par

Cédric Poulain

le 5 Septembre 2003

Titre :

Turbulence dans l'espace de Fourier :
Mesures de vorticité par diffusion acoustique

Directeurs de thèse : Christophe Baudet et Yves Gagne

JURY

M. T. Dombre	, Président
M. O. Michel	, Rapporteur
M. J.F. Pinton	, Rapporteur
M. A. Arneodo	, Examineur
M. C. Baudet	, Directeur de thèse
M. Y. Gagne	, Directeur de thèse

à mes parents...

Remerciements/reconnaissance

Remercier est un acte difficile, au-delà du simple “merci” de courtoisie. Il est bien souvent plus facile de critiquer une personne que de reconnaître, surtout en face à face, ses qualités intrinsèques ou encore le plaisir que sa présence vous procure. Si le parcours du combattant qu’est une thèse est parsemé d’embûches, il est (heureusement) jalonné de rencontres aussi nombreuses qu’enrichissantes. La première de celle-ci, et certainement la plus cruciale, est celle du (ou des) directeur(s) de thèse. Dans mon cas particulier, j’ai eu la chance de bénéficier du soutien de DEUX directeurs de thèse.

Pour ne pas faire de jaloux, je commencerai par ordre d’apparition avec Yves que j’ai rencontré dès mon arrivée en Maîtrise à Grenoble. Je lui dois, à l’instar de beaucoup d’étudiants, mon intérêt pour la Mécanique des fluides. Sa passion communicative et sa pédagogie par l’exemple sont des qualités très rares chez un enseignant du supérieur de nos jours... Mais je garderai surtout le souvenir d’un encadrement et d’un soutien moral constants et infaillibles. Il m’est difficile de trouver les mots pour décrire un tel échange mais saches, Yves que sans toi, je n’aurais probablement pas mené cette thèse à son terme...

Quant à Christophe, je lui dois également énormément : sa disponibilité sans limite en dépit d’un emploi du temps déjà bien rempli et des aller-retours incessants entre Lyon et Grenoble, sa sensibilité exacerbée, sa passion dévorante de la physique et de la turbulence en particulier, des discussions à n’en plus finir où l’on se met à douter de tout en défendant chacun son point de vue becs et ongles, sont autant de qualités ou de moments forts qui me manqueront en le quittant. Bref, j’ai eu la chance extrêmement rare de bénéficier d’un duo de choc, duo à la fois antagoniste et complémentaire, que je recommande sans réserve à tout étudiant de DEA ! Je voudrais d’autre part remercier ici sincèrement mon jury de thèse, qui me laissera un grand souvenir de la soutenance : tout d’abord Thierry Dombre, pour sa gentillesse et à qui je souhaite un bon “retour” en Turbulence, Olivier Michel pour sa relecture détaillée et approfondie du manuscrit, Jean-François Pinton pour ses encouragements répétés et soutenus et enfin Alain Arneodo pour son intérêt porté à mon travail.

Je remercie également ici Bernard Castaing d’avoir fait le déplacement pour assister à ma soutenance ; sa présence inattendue m’a fait un très grand plaisir.

Dans le cadre de ce travail de thèse, j’ai eu l’opportunité de travailler en collaboration avec

le CRTBT. Je tiens à saluer chaleureusement Bernard Hébral et Benoît Chabaud qui je le sais ont suivi de près pas mal de mes épopées... Je n'oublie pas non plus les deux "rigolos", Sylvain et Yves, en les félicitant pour la manip du CERN ; je n'ai jamais vu autant de fils enchevêtrés sur une manip...

Concernant le personnel du LEGI, je tiens à remercier (dans le désordre et sans tous les citer) : Béatrice Janiaud avec qui j'ai eu en particulier le plaisir de faire mon DEA, les techniciens et ingénieurs pour leurs belles manips ou leurs jolis boîtiers électroniques, et enfin les indispensables thésards toujours partant pour une pause café permettant d'oublier l'espace d'un instant le cauchemar de la manip ratée. Je pense en particulier à Aude et Benjamin (en souvenir des soirées pierrades), ainsi qu'à Nicolas et Philippe G. à qui je souhaite bonne chance pour la suite.

Concernant les ex-LEGI qui ont compté et comptent encore beaucoup pour moi (le toit de la Salette n'est pas fini!!), je pense à Jérôme et Benoit, célibataires endurcis ; à Philippe, futur père de famille épanoui ; à Claire, toujours radieuse et enfin à Paulo (merci des conseils COTOREP!).

Enfin mes remerciements vont à tous ceux qui se sont déplacés à la Salette le lendemain du jour J. J'ai été profondément touché par votre présence à tous. Chapeau également aux instigateurs du complot...

Pour finir, je tiens à remercier Cécile qui chaque jour depuis plus de 10 ans me supporte, me porte, me pousse, me motive, m'étonne, me soigne et m'en donne "plein la vue", en un mot : me fait *vivre*. Je lui dois entièrement d'être ici aujourd'hui, entre autres choses. Et depuis maintenant 3 mois, je lui dois une formidable "Odyssée vers la turbulette", avec notre "modèle en couches" préféré : Ulysse.

Table des matières

Présentation générale	11
1 La Diffusion Acoustique	25
1.1 Principe de la méthode	25
1.1.1 Théorie de Lund	25
1.1.2 Démodulation hétérodyne	30
1.1.3 Le signal complexe de diffusion : l'effet Doppler	32
1.2 Caractérisation des transducteurs réalisés au laboratoire	38
1.2.1 Fonctionnement des capteurs utilisés	38
1.2.2 Rappels sur la diffraction du piston plan circulaire	39
1.2.3 Caractérisation des capteurs à l'aide d'un microphone ponctuel	42
1.2.4 Simulation numérique acoustique des capteurs	50
1.3 Diffusion sur une bille métallique	56
1.3.1 Expression du champ acoustique diffusé	57
1.3.2 Signal temporel et spectres	59
1.3.3 Effet de la vitesse de la bille	63
1.3.4 Evolution du signal en fonction de la fréquence	65
1.3.5 Taille du volume de mesure et résolution spectrale	68
1.3.6 Validation par les simulations numériques en configuration de diffusion	71
1.4 Diffusion par la vorticité, en pratique	75
1.4.1 Le pic central...	75
1.4.2 S'affranchir du pic central...	80
1.4.3 Sélection d'un nombre d'onde de la <i>vorticité</i>	83
1.4.4 Une troisième source d'élargissement spectral : la diffraction	86
2 �tude d'un mode de Fourier de la vorticité.	91
2.1 �coulements et configurations expérimentales utilisées	91
2.1.1 Notations et conventions utilisées	91
2.1.2 Dénomination générale des configurations	92

2.1.3	Au LEGL...	93
2.1.4	Au CERN...	95
2.2	Étude du <i>module</i> du signal de diffusion	98
2.2.1	Étude de la décorrélation d'un mode de Fourier de la vorticité	101
2.2.2	Discussion	113
2.3	Étude du signal complexe $z(t)$	117
2.3.1	Les "ailes" du CERN	117
2.3.2	Analyse temps-fréquence du signal	124
2.3.3	Corrélations vorticité spectrale - signal de fil chaud	133
3	Spectroscopie Acoustique à deux modes de Fourier	139
3.1	Principe de l'interférométrie	139
3.1.1	Mise en oeuvre expérimentale	139
3.1.2	Problématique du traitement des signaux	141
3.2	Interférométrie au voisinage d'un mode de Fourier : interactions locales	142
3.2.1	L'expérience type	142
3.2.2	Influence de la diffraction	145
3.2.3	Quid de l'intercorrélation des modules ?	152
3.3	Application de l'interférométrie aux grandes séparations spectrales : interactions non-locales	159
3.3.1	Décorrélation temporelle de deux nombres d'onde distants	159
3.4	Interprétation temps-fréquence	165
4	Intermittence des modes de Fourier	169
4.1	Intermittence d'amplitude	169
4.1.1	Démarche adoptée	170
4.1.2	Intermittence en fonction du nombre d'onde q_s sondé	172
4.1.3	Effet du nombre de Reynolds	173
4.1.4	Intermittence en fonction de l'échelle intégrale Λ_0 du jet	175
4.1.5	Interprétation	176
4.2	Intermittence temporelle	178
A	DNS pseudo-spectrales : application au champ de vorticité	195
A.1	Présentation	195
A.2	Résultats	197
A.2.1	Temps de décorrélation	197
A.2.2	Intermittence	199
A.3	Analyse temps-fréquence	201

A.4 Interférométrie	203
A.5 Conclusion	205
B Modélisation par Poisson doublement stochastique	207
C Influence du terme de Lund sur la sélectivité	215

Avant propos

Cette thèse s’inscrit dans le vaste cadre de la turbulence des fluides. Depuis 1941 et les travaux fondateurs de Kolmogorov, la turbulence est, et reste, source de nombreuses interrogations aussi bien théoriques qu’expérimentales.

Pendant de nombreuses années, les mesures expérimentales ont concerné quasi-exclusivement le champ de vitesse eulérien (grâce à la technique de l’anémométrie à fils chauds), et dans une moindre mesure, celle du scalaire passif (pression ou température). Depuis la fin des années 1970 et la formidable expansion de l’informatique, de nombreuses techniques jusqu’alors inapplicables ont pu voir le jour. C’est notamment le cas des mesures de vorticité par diffusion acoustique dont cette thèse fait l’objet. Aujourd’hui, beaucoup de techniques rivales “s’affrontent” pour tenter d’apporter leur pierre à l’édifice. Pourtant, la plupart de ces techniques ne sont pas concurrentes mais complémentaires ; elles extraient et présentent l’information différemment, apportant à chaque fois un éclairage nouveau sur tel ou tel phénomène, telle ou telle interprétation. Pour ne citer que quelques unes, disons que des techniques comme la PIV, la diffusion Raman (RELIEF), les méthodes de visualisations ou encore des mesures lagrangiennes pour ne citer que celles-ci apportent des informations radicalement différentes, bien souvent très délicates à relier entre elles. Parallèlement, les expériences numériques ont bénéficié de l’essor des supercalculateurs permettant des avancées significatives ; en particulier grâce aux DNS qui offrent, en dépit des faibles nombres de Reynolds auxquelles elles permettent d’accéder, des possibilités de traitement et de représentation des données bien supérieures aux expériences de laboratoire. A l’heure actuelle, l’un des grands enjeux de la turbulence est probablement de bâtir une théorie permettant l’unification des différentes et nombreuses observations expérimentales, réconciliant par là même le point de vue statistique de la turbulence souvent opposé (probablement à tort) à une description en termes de structures cohérentes.

La spectroscopie acoustique dont nous traiterons dans ce manuscrit est une technique complémentaire aux précédentes et qui se distingue par une approche spectrale de la turbulence. Nous allons voir qu’elle constitue un outil efficace et original permettant des mesures de vorticité uniques.

Présentation générale

Vorticité et turbulence

L'une des propriétés les plus frappantes de la nature est la grande diversité des ordres de grandeurs des échelles de longueur qui interviennent. Ainsi, le mouvement tourbillonnaire de feuilles virevoltant au coin d'une rue porte sur des échelles de l'ordre du mètre, plus petites que la centaine de mètres de la mini-tornade ce jour d'orage, et plusieurs ordres de grandeurs au-dessous des centaines de kilomètres que représente le domaine d'influence de l'anticyclone installé sur notre belle France depuis maintenant près d'un mois. En turbulence, le nombre de degrés de liberté, c'est-à-dire la hiérarchie d'échelles en présence peut s'écrire¹ (selon la phénoménologie de Kolmogorov) :

$$\frac{L}{\eta} \propto Re_t^{3/4}$$

L et η sont respectivement la plus grande échelle (dite échelle intégrale) et la plus petite échelle existant dans l'écoulement, là où intervient la viscosité (η est dite échelle de dissipation ou échelle de Kolmogorov). Re_t est le nombre de Reynolds de la turbulence. Il s'agit d'un paramètre sans dimension qui définit en quelque sorte le "degré" de la turbulence (à la manière de la température dans les transitions de phase), c'est-à-dire le taux d'énergie qui est injectée au niveau de la grande échelle. Pour un écoulement de sillage derrière une voiture de 2 mètres de large roulant à 120 km/h, le nombre de Reynolds atteint près de $2 \cdot 10^5$, conduisant à une hiérarchie d'échelles de l'ordre de 10^4 , soit 4 décades de tailles en présence. En général, deux phénomènes dont les grandeurs caractéristiques sont très différentes ont peu d'influence l'une sur l'autre : on peut les étudier séparément. Par exemple, l'interaction de deux molécules d'eau voisines est la même qu'elles soient dans un océan ou dans un verre d'eau. L'important découplage entre les petites et les grandes échelles d'un gaz est à l'origine du grand succès de la physique statistique qui permet "d'ignorer" les quelques 10^{23} degrés de liberté d'un gaz en les paramétrant par des quantités moyennes mesurables telle la température ou la pression.

En turbulence homogène et isotrope, la théorie proposée en 1941 par Kolmogorov (à Reynolds infini) s'appuie sur un tel découplage entre les échelles. Dans le cas où le nombre de Reynolds est fini, elle suppose qu'il existe une gamme d'échelles intermédiaires (dites inertielles) suffisamment

¹Cette hiérarchie correspond au nombre de degré de liberté sous hypothèse d'indépendance entre les échelles.

petites pour être indépendantes de la grande échelle, et suffisamment grandes pour ne pas ressentir l'effet dissipatif de la viscosité. Dans l'espace des nombres d'onde, le transfert d'énergie des petits vers les grands nombres d'onde est un processus essentiellement local dans cet espace.

Si cette description a connu (et connaît encore) à juste titre un succès remarquable, c'est probablement en raison de sa "simplicité" apparente et surtout des très bonnes estimations des quantités moyennes qu'elle permet. En particulier le spectre d'une composante de vitesse, déduit d'une analyse dimensionnelle simple, doit varier selon

$$E(k) \sim k^{-5/3} \quad (1)$$

évolution robuste et largement confirmée aussi bien numériquement qu'expérimentalement. La loi algébrique de ce spectre traduit la façon dont est répartie l'énergie à travers les échelles (sans échelle caractéristique). D'un point de vue phénoménologique, elle s'appuie sur un principe de cascade dans les échelles initiée par Richardson en 1926, les gros tourbillons se déstabilisant en produisant de plus petits et ainsi de suite jusqu'à l'échelle de dissipation visqueuse. En supposant un taux de transfert d'énergie entre les échelles ε constant à chaque étape de la cascade, on aboutit "naturellement" à une vitesse typique de l'échelle l dépendant algébriquement de l'échelle l selon :

$$u(l) \sim l^{1/3} \quad (2)$$

Cette dernière relation est simplement la traduction dans l'espace physique de la relation 1 dans l'espace spectral. Depuis maintenant près de 30 ans, si l'existence d'un spectre de pente très proche de $-5/3$ est acceptée, quantités de travaux ont montré que la turbulence présente des écarts certes minimes mais bien souvent contradictoires avec les hypothèses même de cette théorie [94, 76]. Ceci dit, et bien qu'il existe de nombreux modèles présentant des raffinements de plus en plus subtils, aucune théorie actuelle n'est à même de décrire la turbulence d'une manière pleinement satisfaisante. Le phénomène d'intermittence qui d'une manière générale se manifeste par un écart aux prédictions théoriques de Kolmogorov (1941) est la principale cause d'échec de la plupart des modélisations. Dans l'espace physique, l'intermittence du champ de vitesse se traduit par la déformation continue, à travers les échelles, des densités de probabilité des incréments de vitesse selon l'échelle r . Celles-ci évoluent progressivement d'une forme gaussienne à grande échelle à une forme plus piquée, marquée notamment par des queues exponentielles pour des incréments de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov η [98].

Une grande question reste le lien éventuel entre l'intermittence observée sous divers aspects et les structures cohérentes dont l'existence est maintenant avérée [24]. Ces "objets" (voir FIG. 1), dont on peut penser qu'ils sont à l'origine des écarts aux prédictions théoriques de Kolmogorov jouent un rôle dans la statistique à un point qui n'est toujours pas clair. Précisément, si l'on sait aujourd'hui qu'il s'agit de structures vorticitaires intenses, essentiellement basse pression [12], leur signature en termes de mesures de vitesse eulérienne reste à préciser. L'hypothèse de

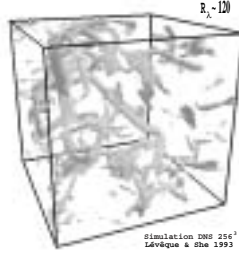


FIG. 1 – Champ de vorticité seuil  des DNS de She & Lévêque pour une boite de 256^3 .

turbulence gelée qui permet de convertir un signal de vitesse temporel en un signal spatial par la transformation

$$x(t) = u(t).t \quad (\text{Hypothèse de F})$$

permet théoriquement de disposer d’un signal de vitesse spatial. Ceci dit et même si l’on considère cette hypothèse justifiée, on ne dispose alors que d’un signal spatial d’une composante de vitesse. On voit alors toute la difficulté de mettre en évidence des structures tridimensionnelles   l’aide d’une coupe de vitesse 1D   un instant donné. On sait en outre, grâce aux simulations numériques que le champ de vitesse seuil  (contrairement au champ de pression ou de vorticité) ne présente pas de structures cohérentes identifiables. La question de leur détection pose donc problème.

Des mesures de pression ont également été tentées, mais bien qu’elles fournissent des visualisations remarquables, elles conduisent   des résultats essentiellement qualitatifs. Elles consistent bien souvent en des bulles (qui migrent dans les zones de basses pression) et “marquent” ces structures organisées [24, 100]. En outre, la pression est une quantité intégrée et non-locale qui dépend instantanément du champ de vitesse en tous points; on peut montrer en effet que la pression obéit   une équation de Poisson du type² :

$$\frac{\Delta p}{\rho} = (\omega^2/2 - \sigma^2)$$

où ω est la vecteur vorticité et σ est l’ tirement³,

²Comme le remarque Nelkin [76] cela suggère une analogie electrostatique dans laquelle le carré de la vorticité représente les charges positives et le carré de l’étirement les charges négatives. S’il existe des régions de forte vorticité et de faible étirement, elles doivent correspondre   des zones de basse pression. Cela est en accord avec les mesures de Douady [24].

³ $\sigma = \sigma_{ij}\sigma_{ij}$ où $\sigma_{ij} = 1/2(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$ est le tenseur des gradients de vitesse. σ est relié   la dissipation par $\epsilon = 2\nu\sigma^2$

Si une approche expérimentale de ces structures *via* la vorticit   appara  t naturelle, elle demeure extr  mement peu explor  e. La vorticit     tant par d  finition homog  ne    un gradient :

$$\omega = \mathbf{rot} \mathbf{u}$$

elle est extr  mement difficile, voire impossible    mesurer de mani  re exp  rimentale par des techniques classiques (et eul  riennes) d’an  mom  trie    fil chaud. En particulier, une composante de vorticit   requiert au minimum l’utilisation d’une sonde en X coupl  e    deux sondes droites tr  s rapproch  es [66]. A cela il faut ajouter qu’une mesure de gradient dans l’espace physique impliquant la *diff  rence* de deux vitesses, est inexorablement envahie par le bruit pr  pond  rant aux faibles distances.

On voit donc toute la difficult   de mesurer la vorticit  , que l’on peut pourtant consid  rer comme “l’ingr  dient essentiel” constitutif de tout   coulement turbulent. Comme le souligne Pullin [86], l’  coulement   tant enti  rement d  termin   par sa distribution de vorticit  , c’est une tautologie de dire que l’  volution du champ de vitesse est un probl  me de dynamique de la vorticit  . Ce th  me g  n  ral de la dynamique vorticitaire revient    consid  rer qu’un   coulement turbulent peut   tre d  crit comme r  sultant de la superposition d’un ensemble de vortex “  l  mentaires”. Ceux-ci poss  dent une   volution propre, de m  me qu’ils interagissent entre eux de mani  re dynamique. Une question d’importance est la forme des structures vorticitaires dans leur environnement, car elle renseigne sur la topologie de la turbulence. Aujourd’hui, on sait que les deux principaux candidats sont les feuilles (ou nappes) et les tubes de vorticit  . Exp  rimentalement, il semble que dans le cas d’une turbulence d  velopp  e et homog  ne, les zones de forte vorticit   (typ. ω sup  rieur    5   carts-types) se concentrent dans des tubes de vorticit   de longueur proche de l’  chelle int  grale [24, 100] et de diam  tre de petite taille comprise entre l’  chelle de Kolmogorov η et l’  chelle de Taylor⁴ λ [21]. On sait   galement que le champ de dissipation se pr  sente plut  t sous forme de feuilletts, entourant ces zones de vorticit   intense. Il est possible que ces zones de dissipation jouent un r  le important, voire dominant dans l’  tablissement de l’intermittence. De nombreux mod  les existent, m  lant l’un ou l’autre des deux aspects (tubes/feuilles) pour tenter de d  crire une telle turbulence [72]. On notera en particulier le mod  le de Lundgren [63] consistant en un vortex spiral et qui poss  de deux ingr  dients essentiels : le premier est un coeur de vorticit   qui enroule des fluctuations de vorticit   non-axisym  triques et engendre une structure spirale. Le processus d’enroulement est acc  l  r   par le second ingr  dient qui impose que chaque vortex est   tir   par le champ de d  formation induit par les autres vortex en pr  sence. Une propri  t   remarquable de ce mod  le de Lundgren est qu’un tel vortex spiral pr  sente un spectre (temporel) en $k^{-5/3}$ tr  s robuste vis    vis des changements des diff  rents param  tres du

⁴L’  chelle de Taylor est une   chelle caract  ristique des fluctuations inertielles de vitesse. λ est d  finie par $\lambda = (15\nu/\epsilon)^{0.5} u'$. Le nombre de Reynolds $R_\lambda = u'\lambda/\nu$ permet de comparer entre elles des exp  riences poss  dant des g  om  tries d’  coulement diff  rentes. Nous l’utiliserons tout au long de ce manuscrit.

modèle [32, 64]. Pour autant, aucune preuve numérique de l'existence de telles structures n'a jamais été réellement apportée. Si ces structures existent, on s'attend à ce qu'elles se manifestent sous une forme discrète, à l'image d'un processus ponctuel. Comme nous l'avons dit, une telle approche semble vaine *via* des mesures de vitesse, la signature cinématique de telles structures n'étant pas évidente. En revanche, nous verrons que la spectroscopie acoustique doit permettre de les détecter, dans l'espace réciproque.

Un second point qui peut s'interpréter comme un effet indirect de l'intermittence est l'influence de la grande échelle. L'hypothèse d'isotropie et d'homogénéité locale à la base de la plupart des modèles de turbulence n'est-elle pas mise en défaut par l'existence de structures cohérentes (forcément anisotropes) et surtout par un forçage grande échelle également anisotrope? On peut se demander en particulier si cette anisotropie ne perdure pas tout au long de la cascade, en affectant également la zone inertielle. Cette question clef est à l'origine de la thèse récente de C. Simand [93] qui étudie une turbulence inhomogène et fortement anisotrope. Elle montre notamment que les outils statistiques habituels d'analyse de la turbulence sur des signaux en un point révèlent les caractéristiques habituelles : les cascades sont multiplicatives, infiniment divisibles etc... Elle note cependant une évolution de la pente des spectres ainsi que de la profondeur de la cascade avec la grande échelle. Dès lors, on peut s'interroger sur la portée de modèles de cascade fondés sur des hypothèses d'isotropie et d'homogénéité locale qui donnent des résultats analogues lorsque celles-ci sont fortement violées.

“Démocratisation” des techniques acoustiques

Les grands progrès technologiques dont a bénéficié l'acoustique ces vingt dernières années ont permis l'émergence de nouvelles techniques acoustiques principalement basées sur l'utilisation d'ultrasons[53]. Les applications vont de l'imagerie médicale (échographes) à la cartographie sous-marine en passant par la microscopie acoustique en champ proche [2] .

La mécanique des fluides a bien évidemment bénéficié de ces avancées. Parmi les plus récentes et les plus marquantes, citons la technique de retournement temporel initiée par M. Fink à l'ESPCI, appliquée ensuite aux mesures de vorticité dans des écoulements contrôlés [87, 67]. En hydrodynamique toujours, les techniques d'anémométrie Doppler ultrasonore (UDV) ont permis la commercialisation de vélocimètres utilisés pour les mesures de vitesse de traceurs dans un écoulement. Exploitant également l'effet Doppler, les premières mesures de vitesse (et d'accélération) lagrangienne ont été récemment obtenues par N. Mordant [74] dans un écoulement turbulent type “machine à laver”.

Ces techniques ultrasonores Doppler ont la propriété d'être non intrusives dans le sens où elles ne nécessitent pas l'introduction d'une sonde au sein de l'écoulement. En revanche, elles requièrent bien souvent l'ensemencement de particules, jouant le rôle de réflecteurs sonores plus ou moins passifs. En cela, la diffusion acoustique s'inscrit dans cette vaste gamme de techniques

acoustiques utilisant des ondes ultrasonores pour sonder un écoulement hydrodynamique. Mais bien qu'exploitant également l'effet Doppler, elle n'en demeure pas moins non intrusive puisqu'elle n'utilise pas de traceurs pour diffuser et donc marquer l'écoulement. Ici, les "diffuseurs" sont naturellement constitués par la vorticit   pr  sente dans l'  coulement et que la spectroscopie permet de caract  riser.

L'interaction son-vorticit  

Diffusion sur un vortex

Avant toute chose, nous allons pr  ciser ce que l'on entend par l'expression "diffusion par la vorticit  ". Le probl  me de l'interaction d'une onde acoustique avec un unique vortex, m  me de profil donn  , n'est pas un probl  me simple [30]. Plus g  n  ralement, lorsqu'une onde rencontre un obstacle sur son parcours, les conditions limites impos  es par cet objet vont modifier le parcours de l'onde. Suivant le rapport de la taille de l'objet    la longueur d'onde, on parlera alors d'effet de r  fraction ou bien de diffraction. Mettons de c  t   l'acoustique g  om  trique pour laquelle la longueur d'onde incidente est bien plus petite que la cible⁵ ; dans ce cas, l'effet de l'obstacle implique essentiellement la r  fraction de l'onde incidente, sans processus de diffusion - une description en termes de rayons (type WKB) est alors adapt  e.

Lorsque l'obstacle est de taille inf  rieure ou   gale    la longueur d'onde incidente (connu sous le nom de cas limite de Born), une onde diffract  e est engendr  e dans le cas id  al o   l'objet n'interagit pas avec l'onde incidente (obstacle d'imp  dance acoustique infinie). Si de surcroit l'objet est d  formable (   l'image d'un vortex ou encore d'une sph  re   lastique), l'  nergie acoustique c  d  e    l'obstacle sera restitu  e par celui-ci : l'obstacle devient    son tour source sonore et r  emet une onde ; on parle d'onde diffus  e.

Dans le cas particulier d'un vortex, on peut montrer [58] qu'un vortex ne sera source sonore que si sa vorticit   est instationnaire (ex : bruit   olien dans le sillage d'un barreau). L'interaction d'une onde sonore avec un vortex initialement stationnaire (donc "silencieux") a pour cons  quence d'exciter le vortex qui r  pond    cette sollicitation p  riodique grande   chelle d'  tirement-compression [56, 30] ; cela revient    forcer le caract  re instationnaire du vortex    la fr  quence de l'onde incidente. En cons  quence, du son est rayonn  , cette onde   mise pouvant   tre vue comme diffus  e par le vortex.

Dans le cas particulier d'un vortex unique, on con  oit bien que l'onde diffus  e doit contenir des informations (circulation, taille...) caract  ristiques du vortex diffuseur [54]. Mais dans le cas plus complexe d'un   coulement turbulent, la *distribution* de vorticit   rend l'interpr  tation de l'onde diffus  e beaucoup plus complexe[60]. Qui plus est, la vitesse d'entra  nement inh  rente    l'  coulement vient ajouter l'effet temporel d'advection de l'onde ce qui conduit    une dislocation

⁵C'est typiquement le cas pour les exp  riences dans l'atmosph  re [45].

du front d'onde incident. On peut montrer que c'est cette onde disloquée et non une onde plane qui interagit avec le vortex et donne naissance à une onde diffusée. À l'évidence, le problème de la diffusion d'une onde acoustique par un écoulement constitué d'une "assemblée" de vortex dont on sait peu de choses (tel un écoulement turbulent) semble ardu. Pourtant une approche plus globale du problème, qui considère une distribution compacte de vorticités, permet d'extraire de l'onde diffusée une information moyennée spatialement.

Interaction son-turbulence

Cette question de l'interaction d'une onde sonore avec un écoulement turbulent a été étudiée de manière formelle dès les années 1950 [78, 59]. Chu et Kovaznay [15] ont proposé un formalisme général des interactions non linéaires présentes dans un gaz en décomposant les fluctuations hydrodynamiques selon 3 modes : le mode acoustique (S), le mode de vorticités (V), et le mode entropique (E).

Dans le cadre linéaire (développement au premier ordre des fluctuations de pression, vitesse, température etc.), ces trois modes sont découplés et conduisent respectivement à l'équation de propagation du son, et aux équations de production-convection-diffusion de la vorticités et de la chaleur. À l'ordre supérieur des perturbations, les non-linéarités des équations donnent lieu à 6 interactions entre ces trois modes (V-V, V-S, V-E, E-E, E-S, S-S) pouvant engendrer chacune l'un des 3 modes.

Mettons de côté le mode (S) associé aux fluctuations de température, négligeables dans le cadre d'écoulements isentropiques. Décrivons les 6 interactions restantes selon cette classification :

1. La production du son par un écoulement fait intervenir l'interaction $V-V \rightarrow S$. Elle est à l'origine du "son aérodynamique [58]", dont les fréquences sont principalement situées dans le domaine audible (typiquement inférieures à $20kHz$).
2. Inversement, la production d'un écoulement par une onde sonore est possible et fait intervenir le couplage $S-S \rightarrow V$. Ce phénomène d'"acoustic streaming" en anglais s'observe en présence d'intensités acoustiques très élevées.
3. Les instabilités hydrodynamiques et la turbulence sont quant à elles principalement régies par $V-V \rightarrow V$.
4. L'acoustique transsonique est décrite par l'interaction $S-S \rightarrow S$ dont les équations traduisent la formation des ondes de choc.
5. L'interaction $V-S \rightarrow V$ est mise en jeu dans les écoulements supersoniques lorsqu'une onde de choc interagit avec un écoulement turbulent.
6. Enfin, l'interaction $V-S \rightarrow S$ est à l'origine de la diffusion du son par un écoulement.

C'est ce dernier couplage qui est à la base de la technique de spectroscopie acoustique. Bien que reconnu depuis les années 1950, ce couplage a tardé à permettre de réelles mesures quantitatives. Il faut dire que la faible amplitude acoustique de l'onde diffusée a longtemps été un handicap rédhibitoire à ces expériences, étant donné les rapports signal sur bruit mis en jeu [4]. C'est sans doute pour cette raison que les premières expériences [40, 28] consistaient à mesurer, dans l'axe de l'onde incidente, les fluctuations de phase et d'amplitude du champ acoustique ayant traversé un écoulement turbulent. A l'époque pourtant, de nombreux auteurs [51, 78, 5, 20] ont montré que la diffusion d'une onde ultrasonore par un écoulement turbulent pouvait permettre des mesures quantitatives tirant parti de cette interaction.

Principe de la diffusion acoustique

Le principe de la diffusion acoustique est similaire en beaucoup de points à la diffusion de lumière :

Lorsqu'une onde lumineuse cohérente (laser) illumine un milieu désordonné tel une suspension colloïdale ou une solution de polymère, le rayonnement diffusé sous un angle θ par rapport à l'onde incidente forme une figure de diffraction ou "speckle" dépendant de la structure fine de la solution. Lorsque l'échantillon évolue au cours du temps (i.e les diffuseurs se déplacent ou se déforment aléatoirement), le speckle subit lui aussi une évolution aléatoire. En analysant les fluctuations temporelles de la lumière diffusée, on peut remonter à l'information sur la structure, l'intensité et le mouvement moyen des diffuseurs.

De manière analogue en diffusion acoustique (et comme dans toute expérience de diffusion), l'information recueillie est spectrale : le speckle représente la structure instantanée du champ de vorticité, dans l'espace réciproque. Ici, et suivant Batchelor [5], supposons qu'une onde ultrasonore   la fréquence ν_0 rencontre les "diffuseurs" constitutifs du champ de vorticité sondé. Ces éléments de vorticité vont interagir avec l'onde incidente en oscillant et devenir   leur tour source sonore puisqu'ils induisent dans leur voisinage un champ de vitesse oscillant   ν_0 (théorème de Kelvin en fluide parfait). L'onde diffusée par cette distribution de vorticité résulte donc de la sommation coh rente⁶ de ces sources élémentaires. Elle provient des interférences entre les champs émis par toutes ces sources (positions relatives et amplitudes respectives). Le caractère spectral de la mesure découle de cette sommation complexe.

Sans rentrer dès maintenant dans les détails, disons simplement que l'onde $|p_s(t)|$ de pression acoustique diffusée au temps t est proportionnelle   la q^{eme} composante de Fourier spatiale de

⁶Par cohérente, il faut comprendre que l'onde diffusée est la somme des contributions complexes (amplitude et phase) de chacune des ondes diffusées.

la vorticité dans le volume sondé⁷ :

$$p_s(t) \propto \omega(\mathbf{q}_s, t)$$

Plus précisément, le champ diffusé est proportionnel à une *composante* de la vorticité spectrale, la composante perpendiculaire au plan de diffusion. Contrairement   une mesure eulérienne type fil chaud qui impose nécessairement un choix entre le point de vue temporel (du signal de départ), ou le point de vue spatial (moyennant l'hypothèse de Taylor), on dispose ici d'une méthode combinant les deux points de vue - temporel   travers la variable t , et spectral (donc spatial) par la variable q_s .

Cette technique, véritable spectroscopie acoustique, permet de sonder continument au cours du temps l'évolution d'un mode de Fourier d'une composante de la vorticité. En sélectionnant un nombre d'onde \mathbf{q}_s spécifique (avec une largeur instrumentale δq_s), la spectroscopie revient   réaliser directement un filtrage passe-bande étroite de la vorticité ; et ceci sans recours (comme dans le cas de signaux de vitesse eulérienne)   l'hypothèse de Taylor suivie d'un filtrage numérique.

Une approche directe du champ de vorticité spectral est une opportunité majeure pour explorer le comportement des modes de Fourier en turbulence. Dans l'espace physique, la dynamique vorticitaire est régie par l'équation

$$\underbrace{\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega}_{\text{dérivée particulaire (advection)}} = \underbrace{\omega \nabla \mathbf{u}}_{\text{étirement + basculement}} + \underbrace{\nu \Delta \omega}_{\text{diffusion}} \quad (3)$$

On peut montrer [37] que chacun de ces termes décrit un comportement particulier du vecteur ω :

1. Le membre de gauche représente l'effet d'advection du champ de vorticité par le champ de vitesse \mathbf{u} . Il décrit l'évolution de la vorticité en suivant les particules fluides dans leur mouvement (dérivée particulaire).
2. Le premier terme du membre de droite combine deux effets induits par le tenseur des gradients de vitesse σ_{ij} , que l'on peut décomposer en :
 - (a) un effet de basculement du vecteur tourbillon induit par les gradients de vitesse perpendiculaires   la direction du vecteur ω .
 - (b) un effet d'étirement (nul dans le cas bidimensionnel où $\omega \perp u$). Il décrit l'augmentation de la vorticité sous l'effet d'un étirement axial. Le théorème de Kelvin qui impose

⁷Signalons au passage la grande similitude de principe entre la diffusion acoustique et la diffusion de la lumière par les gaz turbulents transsoniques [38], méthode qui consiste   étudier l'onde diffusée par les fluctuations de densité présentes dans un écoulement transsonique. Dans le même esprit que la spectroscopie acoustique, en envoyant un faisceau laser sur un écoulement   grand nombre de Mach, et en détectant l'onde lumineuse sous un angle de diffusion θ , on peut montrer [41, 47] que l'intensité diffusée est proportionnelle   la transformée de Fourier spatiale de la densité dans le volume de mesure.

une conservation du flux de vorticité le long d’un tube de courant (en fluide parfait) implique une diminution de la section du tube couplée   une augmentation de l’entrophie sous l’effet d’un étirement. C’est ce mécanisme d’étirement par la vorticité qui est généralement considéré pour expliquer la production d’échelles de plus en plus petites et intenses en turbulence⁸.

3. Enfin le membre de droite est un terme de diffusion visqueuse du champ de vorticité. On peut montrer que les tubes de vorticité sont *matériels* en l’absence de ce terme. Autrement dit, la vorticité “marque” les particules fluides,   l’image des anneaux de fumées, anneaux concentrant la vorticité. Ce terme de diffusion s’accompagne également d’un changement d’échelle de la vorticité, de façon isotrope.

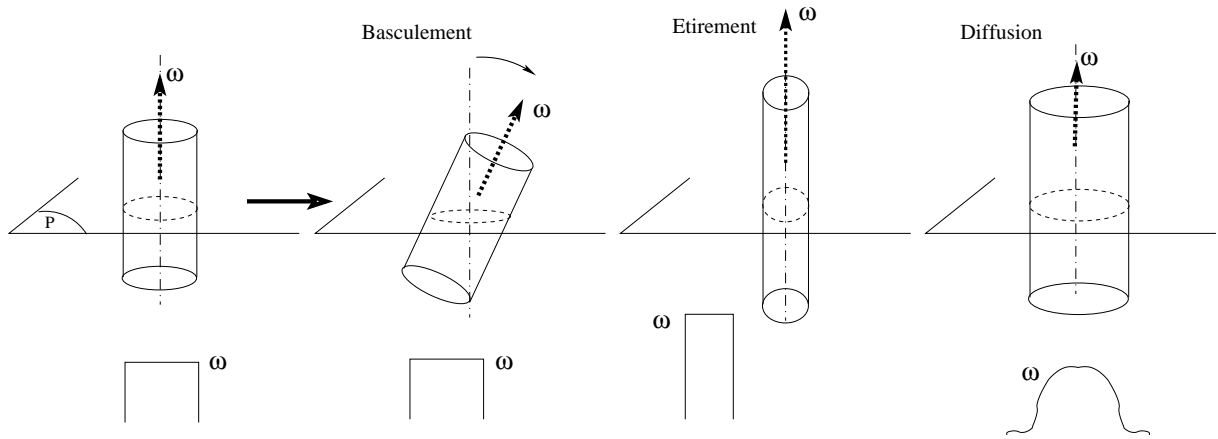


FIG. 2 – Schéma de principe des déformations que peut subir un tube de vorticité. Chacune de ces déformations entraîne un changement d’échelle (i.e. taille de l’ellipse dans le plan P) ainsi qu’un changement de la composante de vorticité perpendiculaire au plan P .

Puisque chacun de ces trois comportements (basculement, étirement, diffusion) s’accompagne de changements d’échelles autrement dit de nombres d’onde, la spectroscopie acoustique doit permettre de les départager en mesurant leur temps caractéristique *a priori* différents. Pour le terme de diffusion visqueuse par exemple (de cinétique lente), on s’attend   ce que le temps caractéristique associé présente une loi d’échelle en $\nu^{-1}q^{-2}$ dominante pour les grands nombres d’onde. L’équation de la vorticité dans l’espace de Fourier est assez peu décrite dans la littérature. Si l’on note $\tilde{\omega}(\vec{q}, t)$ le mode de Fourier de la vorticité, on peut montrer que le pendant dans l’espace de Fourier de l’équation 3 s’écrit (pour la i^{eme} composante avec la convention d’Einstein

⁸On notera que ce type de description néglige la rétroaction de la vorticité sur le champ d’étirement, couplage qui implique des effets non-locaux. Ces effets non-locaux rendent compte de l’absence du terme de pression dans cette formulation.

des indices répétés) :

$$(\partial_t + \nu q^2) \tilde{\omega}_i = -iq_j \int_{\vec{p}+\vec{k}=\vec{q}} \left[\tilde{u}_i(\vec{p}, t) \tilde{\omega}_j(\vec{k}, t) - \tilde{u}_j(\vec{k}, t) \tilde{\omega}_i(\vec{p}, t) \right] d\vec{k} \quad (4)$$

Cette équation utilise le fait que les champs \mathbf{u} et ω sont à divergence nulle, ce qui impose que leur transformée de Fourier spatiales restent dans le plan perpendiculaire à \vec{q} . On voit que dans l'espace de Fourier, les termes non-linéaires se traduisent par un produit de convolution entre modes de Fourier, impliquant des interactions triadiques locales et non-locales. Cette formulation reste en revanche plus difficile à interpréter sur le plan purement physique. On notera toutefois qu'elle souligne le couplage entre le mode de Fourier de la vitesse et celui de la vorticité, par le produit croisé $\tilde{u}_i \tilde{\omega}_j$ (qui n'est pas sans évoquer l'hélicité $H_e = \vec{u} \vec{\omega}$).

Historiquement, les premières mesures expérimentales (en laboratoire) de diffusion acoustique sur un écoulement turbulent datent des années 1980 [35, 49, 50]. D'abord validé sur des écoulements instationnaires "simples" (allée de Von K rman derrière un barreau cylindrique [6]), le caractère spectroscopique fut naturellement étendu au cas des écoulements turbulents [7].

Travaux de thèse

L'essentiel de ce travail de thèse a consisté   appliquer cette technique de diffusion acoustique   des écoulements de turbulence développée de type jet rond. Géographiquement, les expériences ont été menées conjointement au Laboratoire des écoulements Géophysiques (LEGI) de Grenoble sur une soufflerie   air ainsi qu'au CERN   Genève (Centre Européen de Recherches Nucléaires) sur un jet d'Hélium gazeux   4K, ce qui constitue l'originalité de cette thèse. L'objectif initial du travail était d'étudier en profondeur, sur des jets analogue aux expériences de C. Baudet réalisées   Lyon, nombre de questions soulevées par ces expériences [7]. Les possibilités de l'interférométrie en particulier restaient   déterminer et   exploiter. Parallèlement, l'opportunité des mesures du CERN offrait la possibilité d'examiner l'effet du nombre de Reynolds sur la vorticité.

L'expérience "GReC" du CERN Aujourd'hui, un des objectifs majeur est de savoir si la turbulence   grands nombres de Reynolds présente une forme d'universalité (au sens statistique),   l'image de l'universalité (supposée) des équations de Navier-Stokes. C'est principalement pour tenter de répondre   cette question qu'a été crée le projet GReC (Grands Reynolds Expérience Cryogénique) du CERN.

Cette expérience vise   dépasser en laboratoire les nombres de Reynolds habituellement atteints dans de grandes souffleries industrielles (type Modane) dans lesquelles les conditions (débit, température etc) ne sont pas toujours parfaitement contrôlées. L'emploi de l'Hélium gazeux   très basse température (proche de 4K) constitue une alternative de choix : la très faible viscosité cinématique de l'Hélium gazeux   4K ($\nu \approx 8.10^{-8} m^2 s^{-1}$   P_{atm} contre $1.5.10^{-5} m^2 s^{-1}$

pour l'air à 300K) permet d'atteindre de très grands Reynolds sur des écoulements à échelle humaine, et pour des vitesses d'écoulement subsoniques.

Ce projet très ambitieux (puisqu'il a permis d'atteindre des nombres de Reynolds basés sur l'échelle de Taylor (R_λ) de l'ordre de 6000) n'aurait pu voir le jour sans la collaboration scientifique de plusieurs laboratoires et en tout premier lieu celle du CERN. L'exceptionnelle opportunité d'accès à un réfrigérateur d'Hélium cryogénique surpuissant installé au CERN (dans le cadre des projets LEP et LHC) a rendu possible cette expérience à grands Reynolds. Outre le LEGI et le CERN, la collaboration avec le CRTBT (Centre de Recherches sur les très Basses Températures de Grenoble) a été nécessaire en particulier pour leur grande expérience des jets cryogéniques [75]. L'école normale supérieure de Lyon a également été partenaire de l'expérience GRc, grâce à l'appui de B. Castaing et O. Michel. Parallèlement à l'acoustique dont une partie de ma thèse a consisté à adapter l'instrumentation à ces conditions extrêmes, des mesures par fil chauds supraconducteurs opérationnels à très basse température ont été réalisées par l'équipe du CRTBT.

Nous disposons donc de deux expériences de jet ronds turbulents (au LEGI et au CERN) permettant des mesures sur une gamme étendue de Reynolds (200-6000). Un des objectifs de ma thèse était donc de caractériser par spectroscopie acoustique la vorticité dans ces écoulements, et en particulier son évolution avec le Reynolds. Même si cette thèse soulève probablement plus de questions qu'elle n'en résoud, ces expériences nous ont conduit   des analyses intéressantes aussi bien concernant la technique spectroscopique elle-même que sur les résultats proprements dits.

Organisation du manuscrit

La première partie de ce manuscrit est consacrée   la diffusion acoustique. Après une description détaillée des signaux acoustiques enregistrés, nous appliquerons la diffusion   des expériences modèles. Cette partie vise   quantifier, aux travers de simulations numériques ou d'expériences de diffusion sur une bille, l'influence des effets de diffraction acoustique induits par des émetteurs de taille finie.

Nantis de cela, nous nous tournerons au chapitre 2 vers les résultats obtenus en spectroscopie acoustique (au CERN comme au LEGI) concernant le temps de décorrélation d'un mode de Fourier de la vorticité. Au chapitre suivant nous aborderons l'intermittence dans l'espace de Fourier, tout d'abord du point de vue de l'amplitude des modes de Fourier et ensuite au travers de la statistique des événements vorticitaires intenses.

Enfin, le dernier chapitre est consacré aux mesures par interférométrie. Cette dernière consiste en l'étude *simultanée* de deux modes de Fourier distincts.

Pour terminer, signalons d s   présent que la plupart des résultats obtenus expérimentalement sont comparés   des des simulations numériques directes (DNS) dans l'annexe A. Ces DNS

ont été développées et mises en oeuvre par E. Lévêque, C. Koudella et C. Baudet. S'agissant d'un code pseudo-spectral, elles nous ont permis de comparer directement nos mesures de vorticité spectrale aux résultats numériques du code de calcul (qui s'appuie sur les équations de Navier-Stokes).

L'annexe B présente une "interprétation" du signal de diffusion en terme de processus ponctuel basé sur un processus de Poisson inhomogène, c'est-à-dire dans lequel le taux λ varie au cours du temps ($\lambda(t)$).

Enfin la dernière annexe présente une étude numérique du filtre spectral d'échelles dans le cas de mesures de vorticité par diffusion acoustique.

Chapitre 1

La Diffusion Acoustique : Théorie et Pratique¹...

”In short, physics has discovered, that there are no solids, no continuous surfaces, no straight lines ; only waves, ...”

R. Buckminster Fuller, Intuition : Metaphysical Mosaic.

1.1 Principe de la méthode

1.1.1 Théorie de Lund

Comme nous venons de le voir, la diffusion acoustique a donné lieu à de nombreux travaux théoriques décrivant l’interaction d’une onde sonore avec une distribution de vorticité. Dans ce manuscrit, nous avons choisi de nous appuyer sur la formulation théorique de F. Lund, issue de son article de 1989 [62].

F. Lund se place dans le cadre d’une expérience de diffusion acoustique et déduit analytiquement une relation reliant *linéairement* la transformée de Fourier temporelle de la pression acoustique diffusée   la transformée de Fourier *spatio-temporelle* d’une composante du champ de vorticité.

La configuration de diffusion théorique, représentée FIG. 1.1, est la suivante : une onde plane, de vitesse particulaire $V_{inc} = V_0 \cos(k_0 x - 2\pi\nu_0 t)$, rencontre une distribution de vorticité confinée   un volume V .

Formule de Lund

L’expression du champ acoustique diffusé par la vorticité, qui s’appuie sur des hypothèses sur lesquelles nous allons revenir, est la suivante :

¹Dans tout ce chapitre, les résultats présentés sont issus d’expériences réalisées exclusivement au LEGI.

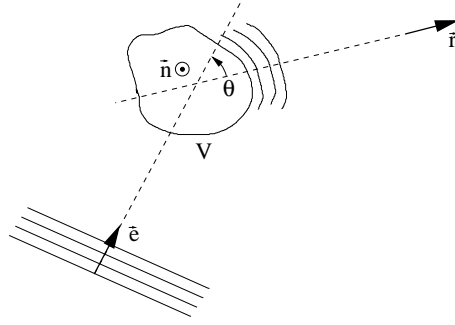


FIG. 1.1 – Configuration-type d’une expérience de diffusion acoustique : une onde plane, de fréquence ν_0 rencontre une distribution de vorticitée contenue dans un volume V . Celle-ci interagit avec l’onde incidente en émettant une onde diffusée qui sera d etect ee sous un angle θ .

$$\frac{\tilde{p}_s(\mathbf{r}, \nu)}{P_0} \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{2i\pi^3}{c^2} \frac{\nu e^{\frac{2i\pi\nu r}{c}}}{r} \tilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, \nu - \nu_0) \quad (1.1)$$

Cette relation linéaire a  et e obtenue dans le cadre de la premi ere approximation de Born qui n eglige les termes de diffusion multiple.

Dans l’expression 1.1, les variables sont :

- \tilde{p}_s la transform ee de Fourier temporelle de la pression diffus ee,
- \mathbf{r} le vecteur unitaire dans la direction de r eception de l’onde diffus ee, r la distance entre la distribution de vorticitée et le r ecepteur. De la m eme fa con, \mathbf{e} est le vecteur unitaire dans la direction d’ emission,
- ν_0 la fr equence de l’onde incidente et ν celle de l’onde diffus ee,
- \mathbf{q}_s le vecteur d’onde diffusée, d efini par $\mathbf{q}_s = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_0 = \frac{2\pi}{c}(\nu\mathbf{r} - \nu_0\mathbf{e})$ o u \mathbf{k}_d et \mathbf{k}_0 sont respectivement les vecteurs d’onde transmis et incident,
- $\tilde{\omega}_{\mathbf{n}}$ la transform ee de Fourier spatio-temporelle, dans le volume V , de la composante selon \mathbf{n} du champ de vorticitée :

$$\tilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, \nu) = \int_V \omega_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}, t) e^{i(2\pi\nu t - \mathbf{q}_s \cdot \mathbf{r})} d^3r dt$$

\mathbf{n} étant la composante unitaire normale au plan de diffusion (d efini par (\mathbf{e}, \mathbf{r})),

- P_0 l’amplitude de pression de l’onde incidente, soit $P_0 = \rho_0 c V_0$, avec c la c el erit e du son dans le milieu et ρ_0 la masse volumique du fluide sond e,
- enfin $\mathcal{L}(\theta)$ le facteur angulaire de Lund, o u θ est l’angle de diffusion :

$$\mathcal{L}(\theta) = \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 - \cos \theta} \quad (1.2)$$

Ce terme d efinit la d ependance angulaire de l’amplitude de vorticitée diffus ee (quadrupolaire).

Signalons dès à présent qu'en pratique, nous nous sommes restreints expérimentalement à des angles de diffusion θ compris entre 10° et 70° . Pour les angles inférieurs, l'approximation de Born n'est plus valable et invalide probablement la relation 1.1. Enfin pour les grands angles de diffusion, supérieurs à 90° (rétrodiffusion), on peut montrer que la contribution des fluctuations de température devient dominante. L'interaction S-E \rightarrow E (selon les modes décrits en introduction) conduit de la même façon à une diffusion du son par les fluctuations de la température dont l'expression analytique est très proche de la relation 1.1 [18], la principale différence résidant dans la dépendance angulaire *dipolaire* de la température. Cette méthode est d'ailleurs à l'origine de mesures spectrales du champ de température par J. F. Pinton [81] dans un écoulement de jet turbulent chauffé. Pour toutes ces raisons, seule cette gamme intermédiaire d'angles de diffusion a été étudiée.

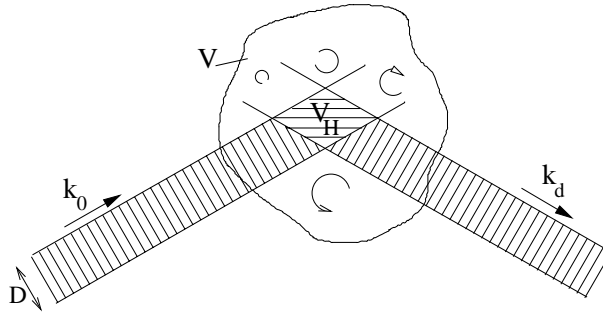
Hypothèses théoriques et impératifs expérimentaux

L'expression 1.1 a été obtenue moyennant quelques hypothèses clefs que nous allons énumérer et commenter à la lumière des réalités expérimentales :

- **H1 : l'onde émise est plane, d'extension infinie**, ce qui permet de définir un vecteur d'onde incident \mathbf{k}_0 unique. En pratique, la taille nécessairement finie des capteurs implique des effets de diffraction à l'origine d'écrats significatifs de la forme des ondes émises par rapport à l'onde plane idéale (superposition d'un continuum de vecteurs d'onde spatiaux \mathbf{k}_0 distribués dans une bande de largeur $\delta\mathbf{k}_0$). Néanmoins, la linéarité de l'équation 1.1 ainsi que celle de la décomposition en onde plane rendent légitime l'application de cette relation au cas réel de capteurs de taille finie.
- **H2 : le processus d'interaction de l'onde avec l'écoulement est isentropique**. Ces deux conditions seront remplies au LEGI comme au CERN compte tenu des fréquences utilisées ($\nu_0 < 25$ kHz).
- **H3 : l'hypothèse $\mathbf{u} \gg \mathbf{V}_0$** (où u est une vitesse caractéristique de l'écoulement) garantit la **non-intrusivité** de l'acoustique. Or, les amplitudes acoustiques que nous utilisons sont de l'ordre du Pascal, pour des impédances acoustiques $\rho_0 c$ respectivement de 400 et 1700 $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ au LEGI et au CERN. Compte tenu que $V_0 \approx P_0/\rho_0 c$, on peut considérer la méthode comme non-intrusive au sens où la vitesse particulière de l'onde est 100 fois plus petite que la vitesse typique u (de l'ordre de 0.2 m.s^{-1} au plus bas).
- **H4 : écoulement à petit Mach : $Ma = u/c \ll 1$** . Cette hypothèse est validée au LEGI comme dans l'expérience GReC puisque les écoulements sont largement subsoniques dans le volume de mesure ($Ma \leq 0.1$).
- **H5 : $\nu_0 \gg \Omega$** où Ω est la fréquence typique la plus grande présente dans l'écoulement (typiquement Ω est la fréquence du bruit aérodynamique situé principalement dans le domaine audible). Pour satisfaire cette condition de manière certaine, nous nous placerons

dans le **domaine ultrasonore** ($\nu_0 > 20$ kHz) pour les jets avec lesquels nous avons travaillé.

- **H6** : la distribution de vorticité est **limitée spatialement**, confinée à un volume V , pour une onde d’extension infinie (cf FIG. 1.1). En pratique, on est bien souvent dans la situation opposée, à savoir un volume de mesure V_H (de taille typique H de l’ordre de la taille D des capteurs) bien plus petit que le champ turbulent :



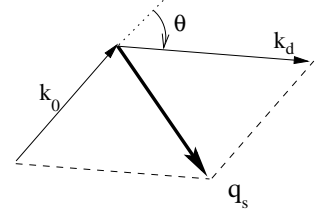
Nous verrons que cette configuration est défavorable puisque l’onde perd de sa cohérence en traversant l’écoulement avant d’atteindre le volume de mesure V_H (de même pour l’onde diffusée).

- **H7** : enfin, l’**hypothèse d’observation en champ lointain** de l’onde diffusée impose $r > H^2/4\lambda \propto D^2/4\lambda$. Nous verrons précisément au paragraphe 1.4.3 (page 83) les conséquences du non-respect de cette hypothèse.

Vecteur d'onde sélectionné \mathbf{q}_s

Le vecteur d'onde \mathbf{q}_s sélectionné dans une expérience de diffusion est :

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_0$$



En pratique, cette expression peut se simplifier moyennant l'hypothèse **H5** ainsi que pour un angle de diffusion θ non nul ($\mathbf{r} \neq \mathbf{e}$). Si on pose $\Delta\nu = \nu - \nu_0$, on peut toujours écrire :

$$\nu/\nu_0 = 1 + \Delta\nu/\nu_0$$

$\Delta\nu$ représente l'écart entre la fréquence de l'onde incidente et celle diffusée. Cet écart est apporté par l'écoulement, de fréquence caractéristique Ω . Par conséquent, $\Delta\nu$ sera au maximum égal à cette fréquence Ω . On a donc $\Delta\nu/\nu_0 \sim \Omega/\nu_0 \ll 1$ grâce à l'hypothèse **H5**. On peut maintenant réécrire \mathbf{q}_s :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_s &= \frac{2\pi}{c}(\nu\mathbf{r} - \nu_0\mathbf{e}) \\ &= \frac{2\pi\nu_0}{c}(\nu/\nu_0\mathbf{r} - \mathbf{e}) \\ &\approx \frac{2\pi\nu_0}{c}(\mathbf{r} - \mathbf{e}) \quad \text{sauf dans le cas où } \mathbf{r} \approx \mathbf{e} \\ &= \frac{4\pi\nu_0}{c} \sin(\theta/2) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{e}}{|\mathbf{r} - \mathbf{e}|} \\ &= q_s \frac{\mathbf{r} - \mathbf{e}}{|\mathbf{r} - \mathbf{e}|} \end{aligned}$$

Une expérience de diffusion sélectionne donc le vecteur d'onde :

$$q_s = \frac{4\pi\nu_0}{c} \sin(\theta/2) = \frac{2\pi}{\lambda_s} \quad (1.3)$$

Sa direction est celle de la bissectrice entre \mathbf{e} et \mathbf{r} . L'échelle d'analyse λ_s ne dépend donc que du couple (θ, ν_0) : plus on travaillera avec des fréquences ultrasonores élevées et de grands angles de diffusion, plus q_s sera grand et donc l'échelle d'analyse petite.

Formulation temporelle de l'expression de Lund

L'expression 1.1 est une relation entre transformées de Fourier temporelles. Mais en pratique, c'est un signal temporel qui est enregistré. Cherchons à exprimer cette relation dans le domaine temporel, 1.1 peut s'écrire :

$$\tilde{p}_s(\mathbf{r}, \nu) e^{-\frac{2i\pi\nu r}{c}} \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{2i\pi^3}{c^2} \frac{P_0}{rc^2} \nu [\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, \nu) \circ \delta(\nu - \nu_0)]$$

où \circ est l'opérateur de convolution. Le membre de gauche est l'expression, dans l'espace de Fourier temporel, de p_s convolué par un décalage temporel de r/c , et à droite on reconnaît la dérivée du terme entre crochets. On peut donc passer dans l'espace direct :

$$p_s(\mathbf{r}, t - r/c) \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{P_0}{rc^2} \frac{\partial}{\partial t} [\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t) \cdot e^{-2i\pi\nu_0 t}]$$

d'où, en dérivant $\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}$ par rapport au temps et en omettant le temps de vol constant r/c :

$$p_s(\mathbf{r}, t) \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{P_0}{rc^2} e^{-2i\pi\nu_0 t} \left(\frac{\partial \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t)}{\partial t} - 2i\pi\nu_0 \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t) \right)$$

Compte tenu que $\frac{\partial}{\partial t} \propto \Omega$ et que $\nu_0 \gg \Omega$ (**H5**), le terme de dérivée partielle est négligeable dans l'expression ci-dessus. L'équation devient :

$$p_s(\mathbf{r}, t) \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{P_0\nu_0}{rc^2} e^{-2i\pi\nu_0 t} \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t) \quad (1.4)$$

Le champ acoustique diffusé $p_s(t)$ est bien *complexe* : la relation 1.4 exprime la modulation de l'onde de référence² (la porteuse à ν_0) par la transformée de Fourier *spatiale* de la vorticité.

La fréquence de la modulation est d'ordre Ω , alors que celle de la porteuse est   $\nu_0 \gg \Omega$. On est donc en présence d'un signal   bande étroite situé autour de ν_0 . Pour éviter d'avoir des fréquences d'acquisition trop élevées (de l'ordre de $2\nu_0$) et pour conserver le caractère complexe associé   $\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t)$, on démodule le signal. Nous allons voir que la démodulation synchrone (ou hétérodyne), c'est- -dire l'acquisition en phase et en quadrature par rapport   l'onde imposée   ν_0 , permet d'acquérir un signal complexe, directement proportionnel   $\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t)$.

1.1.2 Démodulation hétérodyne

En diffusion de lumière, il est courant d'utiliser une détection hétérodyne pour conserver l'information sur la phase de l'onde détectée. Les détecteurs optiques étant quadratiques, une méthode consiste   faire interférer le champ diffusé avec une onde de référence, copie décalée   la fréquence ν_0 de l'onde incidente. Dans le cas de l'acoustique, on a la chance de travailler avec des transducteurs linéaires ce qui permet d'effectuer l'opération de démodulation de manière numérique, parallèlement   l'acquisition.

Pour cela, on réalise l'acquisition de manière synchrone avec le signal d'excitation   ν_0 . Cela revient   multiplier le champ acoustique reçu par $e^{2i\pi\nu_0 t}$ (c'est- -dire   multiplexer   la fréquence ν_0)³. Tout se passe comme si le champ diffusé interférait réellement avec l'onde de référence conjuguée,   l'instar de la diffusion de lumière.

La figure 1.2 représente schématiquement la chaîne d'acquisition permettant cette opération de démodulation synchrone et d'acquisition⁴.

En sortie de la chaîne de mesure, le signal numérique $z(t)$ *complexe* s'écrit :

²Attention : avec les conventions choisies, l'onde incidente s'écrit $e^{-2i\pi\nu_0 t + k_0 x}$ dont le spectre est un Dirac en $\nu = +\nu_0$.

³Cette hypothèse suppose une relation de phase constante entre le signal d'excitation de l'horloge   ν_0 et l'onde "insonifiant" le volume V_H , hypothèse d'autant mieux satisfaite que V_H est grand devant V (bruit de phase plus faible).

⁴Cette opération est réalisée par un échantillonneur VXI 10 MHz sur 23 bits (HPe1430A) de *Agilent Technology*.

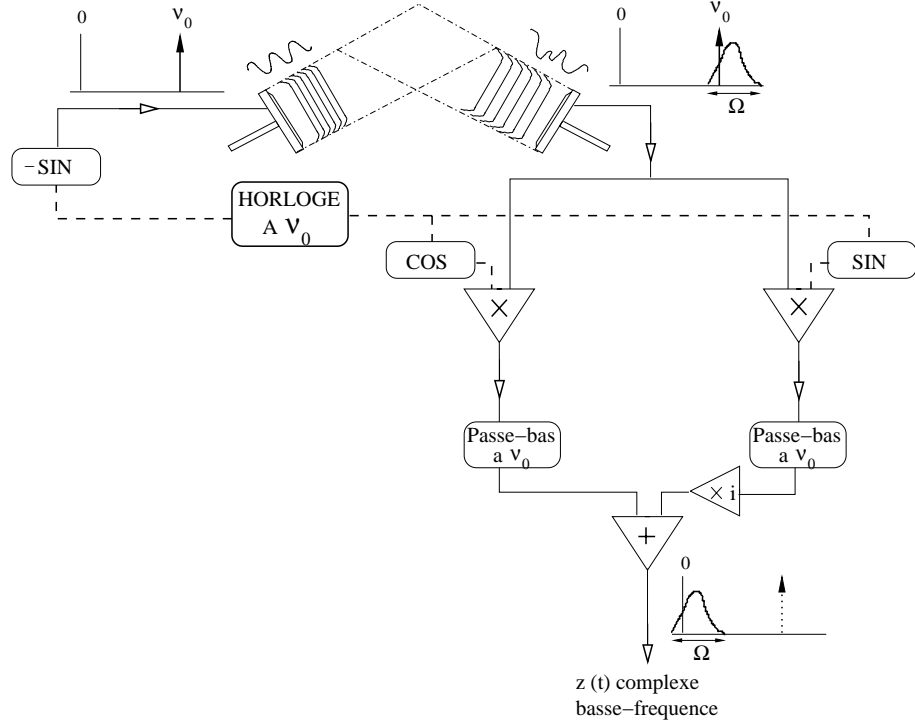


FIG. 1.2 – Schéma de la chaîne d'acquisition réalisant l'opération de démodulation synchrone-filtrage.

$$z(t) = p_s(\mathbf{r}, t) e^{2i\pi\nu_0 t} \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{P_0\nu_0}{rc^2} \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t) \quad (1.5)$$

$z(t)$ est un signal complexe basse-fréquence, de spectre Sp_z de largeur typique Ω qui sera échantillonné à basse fréquence (en respectant $F_{ech} > 2\Omega$).

Le facteur angulaire de Lund La relation

$$z(t) \propto \mathcal{L}(\theta) \frac{P_0\nu_0}{c^2 r} \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t) \quad (1.6)$$

confirme la dépendance angulaire du signal temporel de diffusion, par l'intermédiaire du facteur de Lund $\mathcal{L}(\theta)$. Celui-ci rend certains angles de diffusion plus avantageux que d'autres du point de vue de l'amplitude du signal. L'évolution du facteur de Lund avec l'angle de diffusion est donné FIG. 1.3.

Ce facteur décroissant entre 0 et 90° s'annule en 0° et 180°. Ces extinctions traduisent le caractère quadrupolaire de la diffusion par la vortécité. On note également une divergence de l'amplitude de l'onde diffusée lorsque l'angle d'observation se rapproche de l'angle nul. Nous discuterons de cette divergence dans la partie consacrée au pic central (1.4.1).

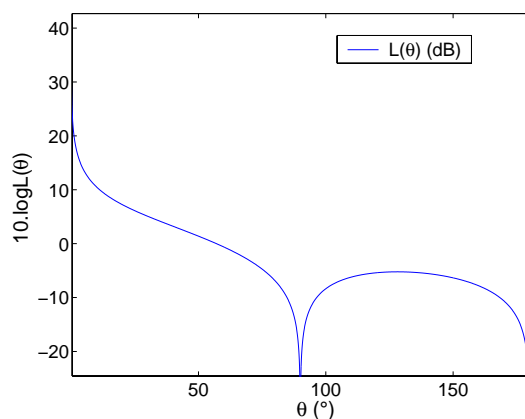


FIG. 1.3 – Facteur de Lund $\mathcal{L}(\theta)$ (formule 1.2) en fonction de l'angle θ de diffusion. Ce terme traduit le caractère quadrupolaire de la diffusion par la vorticité. Coordonnées verticales en décibels (dB).

1.1.3 Le signal complexe de diffusion : l'effet Doppler

Considérons $z(t)$ le signal numérique acquis :

$$z(t) = \rho(t)e^{i\phi(t)} = \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}}, t)$$

en gardant   l'esprit que cette dernière égalité n'est vraie qu'  un préfacteur près. On dispose donc d'un signal complexe dont les parties réelles et imaginaires dépendent de la variable temps. Plutôt que d'étudier parties réelle et imaginaire, voyons le sens physique que l'on peut attacher au module ρ et   la phase ϕ .

- Pour le **module**, on a $\rho(t) = |\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}}, t)|$, qui représente l'évolution temporelle de l'amplitude d'un mode de Fourier de la vorticité (en réalité d'une *composante* de la vorticité, selon \mathbf{n}).
- Concernant la **phase** nous allons voir qu'elle contient, outre la phase associée au caractère complexe de la transformée de Fourier $\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}}, t)$, un terme de phase associé au fait que la vorticité n'est pas confinée   un volume V immobile mais qu'elle est en mouvement et traverse ce volume V .

Point de vue temporel...

Placons-nous dans la configuration expérimentale représentée figure 1.4. Le volume de mesure, défini par l'intersection des faisceaux incident et diffusé, présente en première approximation une forme d'ellipso ide dont la taille est de l'ordre de celle des capteurs.

Dans une telle configuration, le vecteur d'onde $\mathbf{q}_{\mathbf{s}}$ est aligné avec l'écoulement moyen. Si l'on note U_D la vitesse moyenne dans le volume de mesure, le produit scalaire $\mathbf{q}_{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{U}_D$ est donc non nul dans cette configuration. Pour cette raison, l'effet du mouvement d'advection continu au travers

du volume de mesure se traduit par un effet Doppler. Dans le cas le plus simple où la vitesse U_D est supposée constante dans le temps et uniforme dans la zone de mesure, on peut montrer en effectuant un changement de repère, que la phase du signal complexe est alors affectée d'un terme de phase Doppler. En effet, un changement de repère $\mathbf{r} \mapsto \mathbf{r}'$ conduit à :

$$\begin{aligned}\omega'_n(\mathbf{r}', t) &= \omega_n(\mathbf{r}, t) \circ \delta(\mathbf{r} - U_D \cdot t) \\ \widetilde{\omega}'_n(\mathbf{q}_s, t) &= \widetilde{\omega}_n(\mathbf{q}_s, t) \cdot e^{2i\pi \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D \cdot t}\end{aligned}\quad (1.7)$$

Le relation 1.7 montre que si la vorticité traverse le volume de mesure   la vitesse \mathbf{U}_D , on a :

$$z(t) = \widetilde{\omega}_n(\mathbf{q}_s, t) \cdot e^{2i\pi \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D t} \quad (1.8)$$

Le module du signal est inchangé mais sa phase devient la phase *initiale* de la vorticité spectrale (c'est- -dire la phase de $\widetilde{\omega}_n(\mathbf{q}_s, t)$) augmentée du terme

$$\phi = \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D t : \text{c'est l'effet Doppler.} \quad (1.9)$$

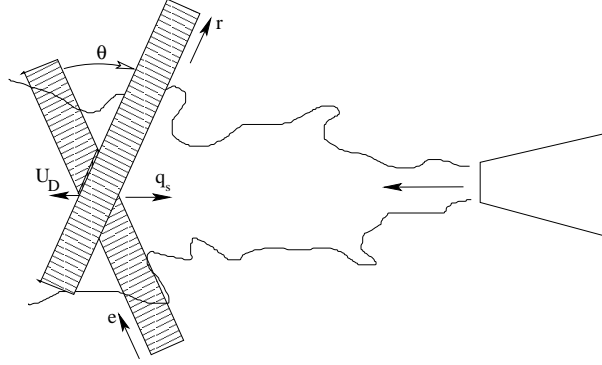


FIG. 1.4 – Schéma de la configuration-type permettant des mesures de vorticité dans un jet turbulent : le volume de mesure est fixe, travers  par l'écoulement turbulent advect    la vitesse moyenne U_D .

Dans le cas où \mathbf{U}_D et \mathbf{q}_s sont colinéaires comme dans cette configuration, la phase Doppler du signal va augmenter linéairement ( quation 1.9 ; ici elle décroît car le produit scalaire est négatif, \mathbf{q}_s étant opposé   \mathbf{U}_D : $\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{U}_D < 0$). Cette analyse simplifiée du problème est uniquement valable dans le cas idéal où la vitesse U_D est uniforme et indépendante du temps. Or on le sait, un écoulement turbulent présente des fluctuations importantes du champ de vitesse. Dans ce cas, l'analyse précédente suggère que pour des fluctuations de la vitesse dans le volume de mesure, on peut localement (en temps) considérer la vitesse comme une constante et appliquer un effet Doppler par changement de rep re⁵. On s'attend donc   ce que les fluctuations temporelles de

⁵Le changement de repère n'est pertinent que si le temps caractéristique d'advection (  vitesse constante) est suffisamment petit par rapport au temps d'évolution de la vorticité. Cela évoque donc une sorte d'hypothèse de turbulence gelée. En termes de phase, cela revient   supposer que le changement de phase Doppler (associé au changement de repère) domine le changement de la phase de la transformée de Fourier dans le repère fixe (associé   la déformation du champ de vorticité).

la phase autour de la tendance linéaire moyenne reflètent les fluctuations temporelles du champ d'advection dans le volume de mesure.

Expérimentalement, les signaux temporels obtenus dans cette même configuration apparaissent FIG. 1.5. L'angle de diffusion est $\theta = 60^\circ$ pour une fréquence ultrasonore $\nu_0 = 30$ kHz, conduisant à une échelle d'analyse $\lambda_s = 2\pi/q_s = 16$ mm (équation 1.3).

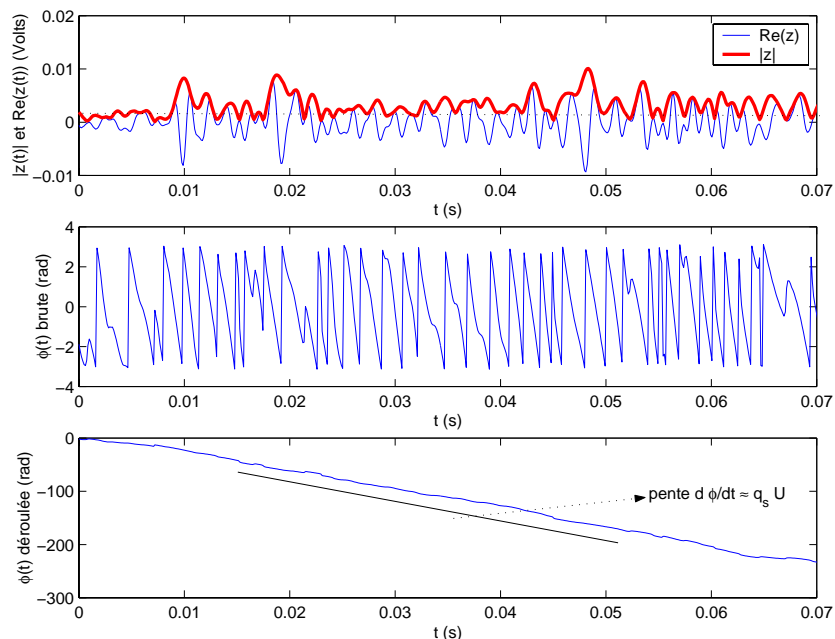


FIG. 1.5 – Signaux de diffusion par la vorticitée issus de mesures sur une soufflerie   air de diamètre $d = 20$ mm, délivrant un jet de vitesse   la buse ≈ 100 m.s $^{-1}$. En haut et en gras figure le module du signal complexe. Au centre, la phase (brute) oscille entre $-\pi$ et π . En bas, l'opération de déroulage de cette phase souligne la décroissance continue de la phase, dont la pente moyenne permet le calcul de la vitesse Doppler moyenne.

Le module ρ du signal complexe est représenté en gras avec la partie réelle $x = \rho \cos \phi$ (figure du haut). Si la vitesse U_D était parfaitement constante, on observerait une partie réelle oscillant   fréquence constante. Ici, étant donné les fluctuations temporelles de la vitesse d'advection, on observe que le module constitue l'enveloppe d'un signal   fréquence variable ($\rho(t) \cos \phi(t)$); les oscillations de la partie réelle sont par exemple plus rapides autour du temps $t \approx 0.06$ s, traduisant une plus grande vitesse d'advection locale.  tant donné l'augmentation continue de la phase au cours du temps (figure du centre), les rotations de phase induites nous conduisent   dérouler la phase entre $-\pi$ et π (en bas). On observe une décroissance continue de la phase, conséquence de l'effet Doppler moyen 1.9 :

$$\phi \sim \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D t$$

Et comme nous l'avons dit, l'imparfaite linéarité de la décroissance résulte des fluctuations

temporelles du champ d'advection.

La pente de la phase conduit pour cet exemple à une vitesse Doppler (que nous noterons toujours U_D par la suite) de $U_D \approx 9.6 \text{ m.s}^{-1}$.

Point de vue spectral...

Du point de vue spectral, on peut se demander quelle est l'allure du spectre Sp_z d'un tel signal complexe modulé en amplitude et en fréquence.

Dans le cas "idéal" d'une vitesse U_D constante et uniforme, le signal de diffusion s'écrit :

$$z(t) = \rho(t)e^{i\phi(t)} = \rho(t)e^{2i\pi q_s U_D t}$$

dont la Transformée de Fourier $Z(\Delta\nu)$ est (en notant $\Delta\nu$ la variable conjointe de t dans l'espace réciproque) :

$$Z(\Delta\nu) = \tilde{\rho} \circ \delta(2\pi\Delta\nu - q_s U_D) = \tilde{\rho}(2\pi\Delta\nu - q_s U_D)$$

Le spectre $Sp_z = \langle |Z|^2 \rangle$ du signal complexe apparaît donc (voir FIG. 1.6) comme le spectre du module du signal décalé en fréquence autour de la pulsation Doppler :

$$2\pi\Delta\nu = \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D$$

À l'inverse du spectre du *module* de z qui par construction est symétrique (signal réel), le spectre du signal complexe (contenant l'information sur la phase de l'onde) montre un décalage fréquentiel à la fréquence Doppler, permettant également une mesure de la vitesse \mathbf{U}_D .

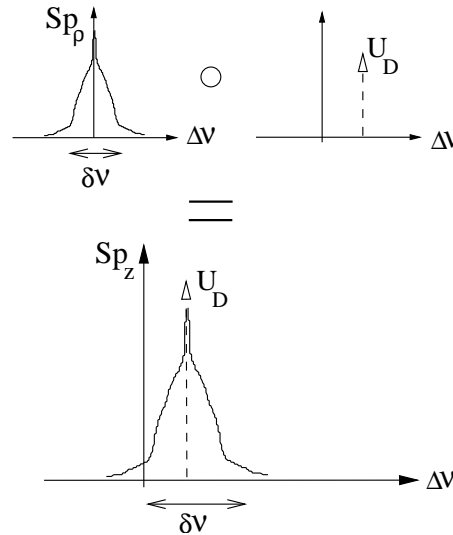


FIG. 1.6 – Construction du spectre Sp_z à partir du spectre du module dans le cas d'une vitesse uniforme et constante U_D (et d'un spectre du module à support compact, de largeur $\delta\nu_1$)

On remarquera également que pour un signal dont le *module* est de largeur spectrale $\delta\nu_1$ non nulle et même dans le cas idéal d'une vitesse parfaitement constante, le spectre Sp_z est également de largeur non nulle, puisqu'il est la copie décalée à la fréquence Doppler du spectre du module⁶ (FIG. 1.6).

Expérimentalement, on obtient en turbulence des spectres Sp_z de forme gaussienne, centrés sur la fréquence Doppler moyenne $2\pi\Delta\nu = q_s \langle U_D \rangle$. La figure 1.7 représente le spectre du

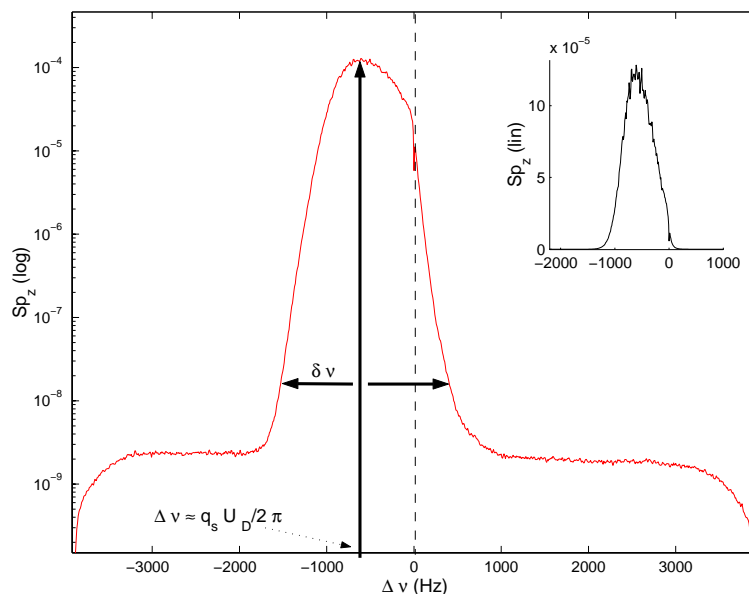


FIG. 1.7 – Spectre Sp_z du signal complexe $z(t)$ issu des signaux temporels FIG. 1.5. Le décalage en fréquence du spectre (effet Doppler) est de $\Delta\nu = -580\text{Hz}$ ce qui conduit à une vitesse doppler $U_D \approx 9.6\text{ m.s}^{-1}$

signal complexe présenté plus haut (FIG. 1.5). On note une “bosse Doppler”, de forme quasi-gaussienne dont la valeur moyenne $\Delta\nu$ fournit la vitesse moyenne et dont la largeur spectrale $\delta\nu$ est proportionnelle à l'écart type de vitesse⁷. En réalité, graduer l'axe des fréquences en termes de vitesse (au moyen de la transformation $2\pi\Delta\nu = q_s U_D$) et interpréter chaque raie spectrale comme le poids de chacune des vitesses observées au cours du temps est en toute rigueur inexacte. Il suffit pour s'en convaincre de revenir au cas simpliste décrit précédemment

⁶Supposer que le spectre du module est de largeur finie $\delta\nu_1$ revient à faire l'hypothèse d'une durée de vie moyenne finie des diffuseurs (d'ordre $\tau = 1/\delta\nu_1$). Dans le cas d'objets d'extension spatiale finie, la traversée du volume de mesure va nécessairement conduire à une durée moyenne finie de signal. En revanche, dans le cas où la grandeur diffusant l'onde serait elle-même une onde, d'extension spatiale infinie, le spectre du module serait infiniment étroit. Nous verrons que la localisation temporelle des événements de vorticité conduit bien à un spectre du module de largeur non nulle.

⁷Un ajustement gaussien du spectre FIG. 1.7 donne des valeurs assez proches de la pdf de vitesse, avec un rapport $\delta\nu/\Delta\nu$ de 30%, compatible avec le taux de turbulence de l'écoulement (28%).

dans lequel il n'existe qu'une seule vitesse avec pourtant un spectre de largeur non nulle.

En turbulence, on est dans le cas plus général et plus complexe où la vitesse U_D varie au cours du temps. Il n'existe alors pas de forme mathématique exacte du spectre⁸. Sans prétendre à aucune rigueur mathématique, on peut toutefois appliquer le raisonnement précédent (vitesse constante) à toutes les réalisations successives de vitesse. Intuitivement, on s'attend alors à ce que le spectre du signal complexe résulte d'une sorte de convolution entre le spectre du module du signal et la densité de probabilité (ou "pdf") de distribution des vitesses, à l'image du schéma FIG. 1.8. On le voit, l'énergie de chaque raie spectrale $\nu - \nu_0$ du spectre ne peut pas s'interpréter

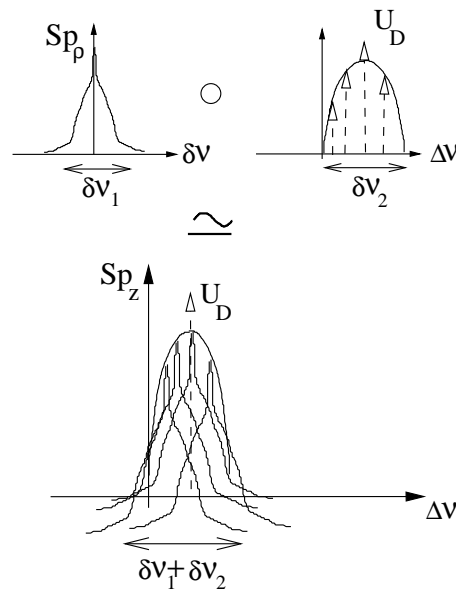


FIG. 1.8 – Construction du spectre Sp_z à partir du spectre du module dans le cas d'une distribution de vitesse p_u de moyenne U_D

directement comme la probabilité d'avoir une vitesse $u = 2\pi(\nu - \nu_0)/q_s$.

A l'image de la figure 1.8 (bien qu'elle soit schématique), on comprend que la forme et la largeur $\delta\nu$ du spectre final Sp_z dépend de la *forme* initiale du spectre du module convolué et de la pdf convolvante. En pratique, nous verrons que ces deux contributions sont du même ordre de grandeur dans un écoulement de jet, rendant leur séparation délicate. Outre ces deux sources d'élargissement spectral (durée de vie finie $\delta\nu_1$ et distribution de vitesse $\delta\nu_2$), il faudra ajouter la diffraction qui, en élargissant le filtre spectral du nombre d'onde q_s sélectionné, est également source d'élargissement du spectre temporel Sp_z .

⁸Je remercie au passage O. Michel de m'avoir éclairé sur ce point...

1.2 Caractérisation des transducteurs réalisés au laboratoire

1.2.1 Fonctionnement des capteurs utilisés

Émettre des ultrasons dans l'air est chose moins courante que dans l'eau. Pour l'émission (ou la réception) d'ultrasons en milieux liquides, des transducteurs de type piézoélectrique sont les plus couramment employés. Dans l'air, ils restent peu utilisés, principalement du fait de problèmes d'adaptation d'impédance acoustique. Des transducteurs de type Sell [1] ont été choisis pour leur large bande-passante ainsi que pour leur conception assez simple. Nous les réalisons au laboratoire, ils ont la propriété d'être réversibles (en émission et en réception), et surtout linéaires.

Principe de fonctionnement

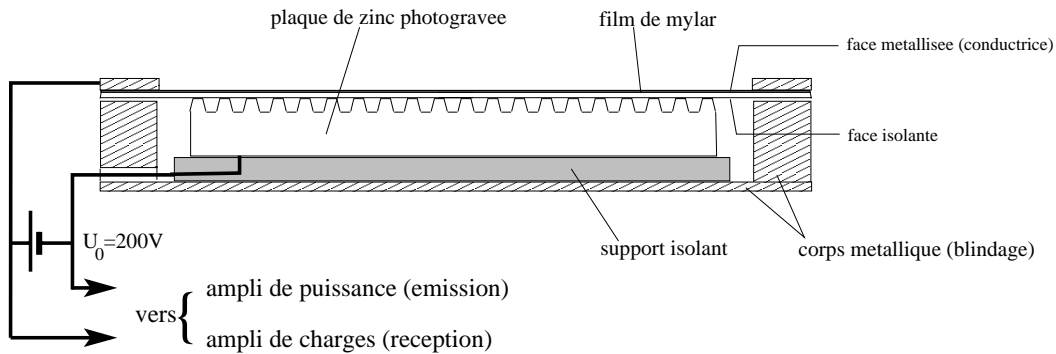


FIG. 1.9 – Schéma de principe d'un transducteur de type Sell tel qu'utilisé pendant cette thèse

Le principe de fonctionnement est celui du condensateur plan à armature mobile : l'élément mobile du transducteur (FIG. 1.9) est constitué d'un film polymère (polyéthylène téréphtalate PET, souvent appelé Mylar) métallisé sur une face. Ce type de films entre dans la composition de certains condensateurs et est employé en aéronautique. Ici, l'utilisation de films très fins (épaisseur inférieure à $10\mu m$) minimise l'inertie mécanique assurant une réponse en fréquence jusqu'à plus de $200kHz$. Cette feuille de Mylar joue le rôle de l'armature mobile du condensateur. l'armature fixe étant constituée d'une plaque de zinc massive faisant face à la face isolante du Mylar. Cette électrode de zinc n'est pas lisse mais régulièrement quadrillée par un réseau périodique de rainures de très faible profondeur réalisées par une technique de photogravure. L'intérêt de ces rainures est de réaliser non pas un condensateur plan de grande dimension mais une multitude de petits condensateurs.

Compte tenu du type capacitif de ces transducteurs, ils peuvent fonctionner en émetteur ou récepteur, selon l'électronique à laquelle on les relie :

En émission, le transducteur est polarisé par une tension statique $U_0 = 200V$ à laquelle est superposée une tension alternative à la fréquence souhaitée pour l'onde acoustique. Le rôle de cette tension de polarisation est surtout de permettre un fonctionnement linéaire du transducteur (condensateur à armature mobile, travaillant à charge constante). Elle permet également de plaquer le film de PET sur la plaque de zinc de manière régulière.

En réception, le transducteur est également polarisé à une tension statique de 200 Volts : lorsqu'une onde acoustique exerce une pression sur la membrane de Mylar, cela induit une variation de la capacité du condensateur, travaillant ici à tension constante. Les variations de charge électrique induites sont alors converties en tension grâce à un amplificateur de charge à très bas bruit.

Tous les transducteurs utilisés au cours de cette thèse sont de forme circulaire, mais il est possible d'en réaliser de toutes formes, sans limitation de taille *a priori*. Le diamètre D de la surface active, c'est-à-dire de la surface de l'électrode de zinc, varie de 4 à 14cm pour les capteurs fabriqués durant la thèse. Pour les expériences du CERN, quelques adaptations (notamment une pré-tension de la membrane de Mylar) ont été nécessaires pour permettre leur bon fonctionnement à 4 Kelvins.

1.2.2 Rappels sur la diffraction du piston plan circulaire

Étant donné l'analogie de fonctionnement de ces transducteurs avec un piston plan circulaire, nous allons tout d'abord décrire la théorie liée au rayonnement acoustique d'une telle source et en premier lieu, quantifier les effets liés à la diffraction.

La diffraction s'observe lorsqu'une onde, de quelque nature qu'elle soit, rencontre un obstacle de dimension comparable à sa longueur d'onde λ_0 . L'émission d'une onde par une surface matérielle \mathcal{S} peut, de la même manière, être assimilée à une onde plane provenant de l'infini émergeant par cette surface \mathcal{S} (principe de Huygnens-Fresnel [33]). Dans notre cas, l'onde est émise (ou reçue⁹) par un capteur que l'on assimilera à un piston plan de diamètre D . La translation alternative, à la fréquence ν_0 de ce piston provoque l'émission d'une onde sonore à cette même fréquence. Le paramètre caractérisant l'importance de la diffraction par des capteurs de taille finie est le rapport de la taille D du capteur à celle de la longueur d'onde λ_0 émise. Les capteurs utilisés dans l'expérience GReC étant près de 3 fois plus petits que ceux couramment utilisés au LEGI ($D = 4$ et $14cm$ respectivement) et compte tenu de la célérité du son¹⁰ dans chacun des fluides, les effets de diffractions sont pratiquement identiques pour les deux expériences.

⁹le problème est symétrique puisqu'une onde reçue est la conjuguée spatiale de l'onde émise de même vecteur d'onde \mathbf{k} .

¹⁰Au LEGI, la vitesse du son a été mesurée entre $c = 330$ et 340 m.s^{-1} . Au CERN, les tables de c en fonction des paramètres pression et température pour l'Hélium donnent $c = 100$ à 120 m.s^{-1}

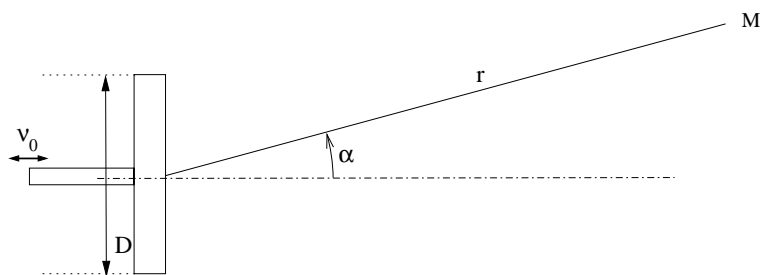


FIG. 1.10 – Piston plan circulaire de diamètre D en translation alternative à la fréquence ν_0 . On utilise les coordonnées polaires $M[r, \alpha]$ pour calculer le champ acoustique en chaque point M .

Nous allons voir que dans le cas du piston plan circulaire, le calcul analytique de l'onde émise peut être mené à son terme, au moins en ce qui concerne le champ sur l'axe ainsi que l'amplitude du champ diffusé en champ lointain (voir FIG. 1.10).

Pression rayonnée en champ lointain ($r > r_1$)

Dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer, on montre [48] que la pression diffusée dans tout l'espace en champ lointain s'écrit :

$$|P(r, \alpha)| = P_{axe}(r)H(\alpha)$$

$$\text{avec } H(\mu) = \left| \frac{2J_1(\mu)}{\mu} \right| \quad \text{et } \mu = \pi(D/\lambda_0) \sin \alpha \quad (1.10)$$

Le piston n'émet donc pas une onde parfaitement plane, mais une somme d'ondes planes dans toutes les directions de l'espace, dont les amplitudes pour chaque direction α sont données par H . $H(\alpha)$ (figure 1.11) traduit la dépendance angulaire de l'amplitude émise par un piston plan. La variable μ , fonction à la fois de l'angle d'observation et du rapport D/λ_0 , montre l'effet de la diffraction :

en changeant la fréquence d'émission du capteur, on modifie le diagramme d'émission en renforçant certaines directions de propagations de l'onde au détriment de certaines autres. Globalement, plus on augmente la fréquence, moins la diffraction est importante et plus le faisceau est directif avec une grande intensité dans le lobe central et des lobes latéraux qui se rapprochent de la direction d'émission. A basse fréquence au contraire, la longueur d'onde est comparable à la taille du piston : tout se passe alors comme si celui-ci était ponctuel - l'émission est omnidirectionnelle.

Le terme $P_{axe}(r)$ représente la décroissance de l'amplitude du champ avec l'éloignement r , sous hypothèse de champ lointain :

$$P_{axe}(r) = \frac{\rho_0 c U_0}{r} \frac{D^2}{4\lambda_0} = \frac{\rho_0 c U_0}{r/r_1} \quad \text{pour } r > r_1 \quad (1.11)$$

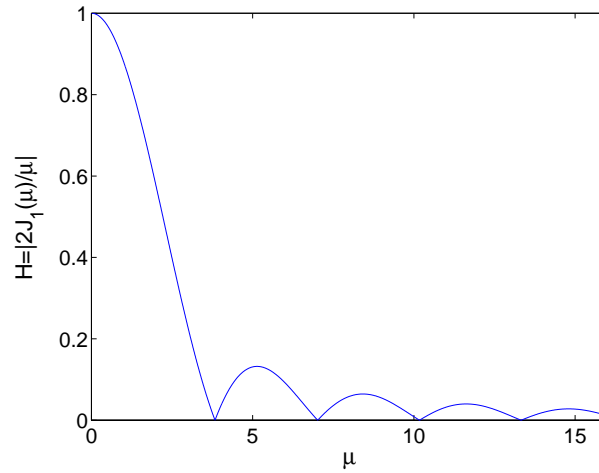


FIG. 1.11 – Courbe universelle $H(\mu) = \left| \frac{2J_1(\mu)}{\mu} \right|$ définissant le diagramme angulaire de diffraction à partir du changement de variables $\mu = \pi(D/\lambda_0) \sin \alpha$

La décroissance en $1/r$ est caractéristique du champ lointain et traduit la conservation de l'énergie sur une sphère de rayon r centrée sur le capteur.

Pression rayonnée sur l'axe du piston ($\alpha = 0, \forall r$)

Voyons qualitativement pourquoi la distance $r_1 = \frac{D^2}{4\lambda_0}$ représente la limite champ proche/ champ lointain :

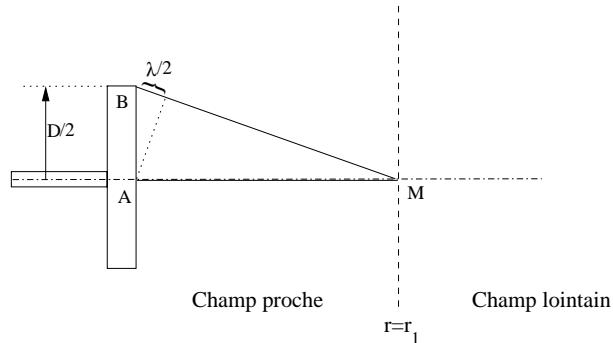


FIG. 1.12 – Schéma de principe de détermination de la distance r_1 déterminant la fin de la zone de champ proche. $r_1 \approx AM$ lorsque AM et BM diffèrent de $\lambda_0/2$

La figure 1.12 montre que r_1 peut se comprendre comme la distance minimale sur l'axe à partir de laquelle le chemin acoustique le plus long (BM) et le plus court (AM) diffèrent de plus de $\lambda_0/2$. Un éloignement $r \geq r_1$ garantit donc des interférences non destructives entre les ondes issues des points A et B . A l'inverse pour $r \leq r_1$, la pression ne décroît pas en $1/r$ mais oscille suivant le caractère constructif ou destructif des interférences issues des points émetteurs à la

surface du piston. Dans cette zone, le calcul analytique complet est impossible en dehors de l'axe du piston. Sur l'axe, on peut montrer que l'expression de la pression acoustique s'écrit :

$$P(r, \alpha = 0) = 2\rho_0 c U_0 \left| \sin \left\{ \frac{k_0 r}{2} \left[\sqrt{1 + (D/2r)^2} - 1 \right] \right\} \right| \quad \forall r \quad (1.12)$$

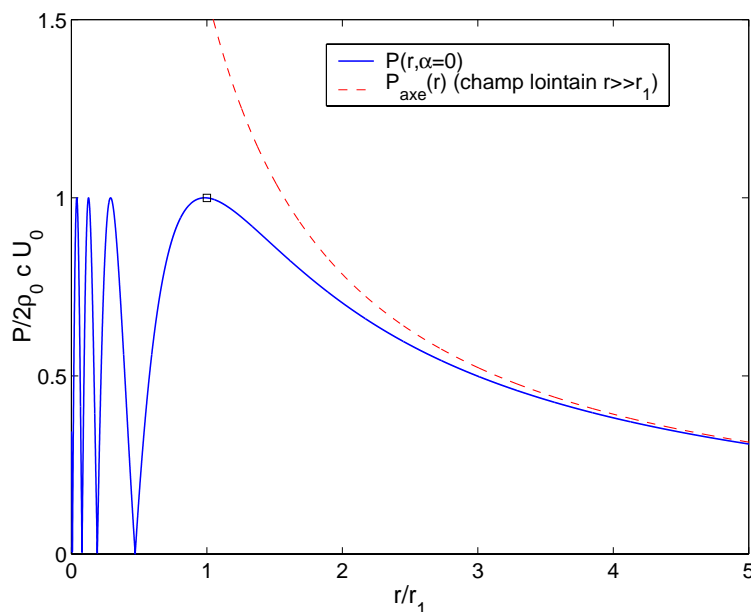


FIG. 1.13 – Amplitude de la pression sur l'axe $P(r,0)$ (formule 1.12) en fonction de l'éloignement adimensionné par r_1 . En tirets, tendance asymptotique de la pression en champ lointain $P_{axe}(r)$ (formule 1.11). Calcul réalisé pour un piston de diamètre $D = 14\text{cm}$ émettant à $\nu_0 = 20\text{kHz}$

Cette formule est valable pour tout point sur l'axe du piston. Pour $r \gg r_1$, on retrouve la formule 1.11 valable en champ lointain. Un exemple est donné figure 1.13 dans le cas où $k_0 D = 16.5\pi$ (correspondant à $\nu = 20\text{kHz}$ pour un piston de diamètre $D = 0.14\text{m}$ soit $r_1 = 30\text{cm}$). D'une manière générale, on peut montrer que r_1 correspond à l'abscisse du dernier maxima local de la pression sur l'axe, comme on peut le voir sur cet exemple.

1.2.3 Caractérisation des capteurs à l'aide d'un microphone ponctuel

Afin de tester le bon fonctionnement des capteurs, mais aussi de vérifier qu'une modélisation des effets de diffraction par piston plan convenait, nous avons caractérisé les transducteurs expérimentalement. Dans toute la suite, nous n'allons nous intéresser qu'à la partie émettrice du système de mesure. Il est possible de caractériser un récepteur, avec par exemple une source étalon, mais nous n'en disposons pas. Et compte tenu de la réversibilité des transducteurs, on peut supposer que leur caractéristiques mécaniques sont identiques, seule la partie électronique étant différente.

Rayonnement acoustique sur l'axe du transducteur

Pour caractériser les émetteurs, nous disposons d'un microphone Bruel & Kjaer de type 4138. Il s'agit également d'un microphone de type capacitif, mais ponctuel puisque sa tête sensible ne mesure que $3.1mm$ ce qui le rend très peu directif. Il est parfaitement étalonné par le constructeur qui garantit une réponse en fréquence très plate (inférieure à $5dB$ jusque $200kHz$). Sa sensibilité est de $1V/Pa$, nous permettant d'estimer la pression acoustique délivrée par les transducteurs : typiquement de l'ordre du Pascal.

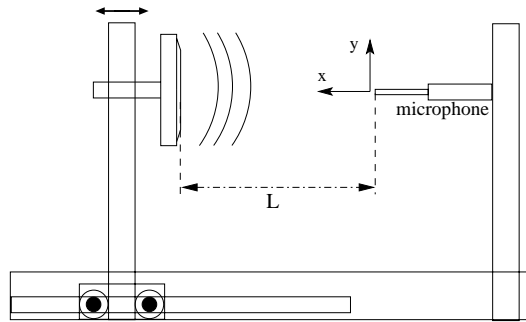


FIG. 1.14 – Schéma du banc de mesure

Le transducteur choisi ($D = 14cm$) est placé sur le banc acoustique à une hauteur de $1,2m$ environ. Cet émetteur, tenu en son axe horizontal est polarisé à la tension habituelle de $200V$ tout au long de ce test. Le microphone Bruel & Kjaer est fixé sur l'axe du capteur à tester, à une distance L du plan émetteur (voir FIG. 1.14). L'émetteur est lui mobile sur l'axe, permettant de changer l'éloignement L sur une plage $0.2 \leq L \leq 1.70m$.

En émission, un bruit blanc est synthétisé par un générateur de signaux filtré passe-bande entre 5 et 250 kHz avant d'être amplifié¹¹. L'avantage d'une émission en bruit blanc est de permettre la réalisation simultanée de plusieurs fréquences, ce qui est beaucoup plus pratique et permet un gain de temps certain (moyennant l'hypothèse de linéarité des capteurs).

En réception, le signal de sortie du micro était filtré passe-bande ($5 - 250kHz$) par un filtre identique à celui de l'émission. On s'affranchit donc des effets de filtrage pour les fonctions de transfert.

Si l'on note $E(\nu)$ la transformée de Fourier du signal émis ($e(t)$ bruit blanc) et $R(\nu)$ celle du signal $r(t)$ enregistré, on peut estimer la fonction de transfert Émetteur-Récepteur par :

$$T_{RE}(\nu) = \frac{\langle R(\nu)E^*(\nu) \rangle}{\langle E(\nu)E^*(\nu) \rangle^{1/2}} = \frac{Sp_{RE}(\nu)}{Sp_E(\nu)}$$

où Sp_{RE} est l'interspectre $R - E$ et Sp_E est le spectre de E . La fonction T_{RE} ainsi définie

¹¹Le but du filtrage est d'empêcher la saturation de l'amplificateur pour les hautes fréquences du bruit.

est complexe. En pratique, les signaux sont acquis simultanément sur chaque voie et de façon synchrone pour préserver l'information de phase.

Un exemple de fonction de transfert est donné en figure FIG. 1.15. Il correspond à une taille de cavité $L = 1.10m$. On constate, surtout en coordonnées linéaires, que ce spectre est très piqué

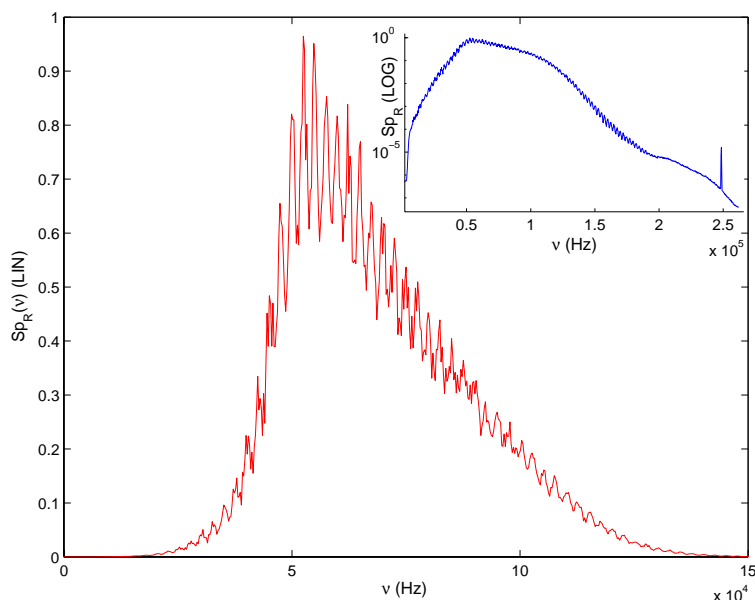


FIG. 1.15 – Fonction $T_{RE}(\nu)$ du signal reçu sur l'axe, par le micro Bruel & Kjaer, pour un éloignement $L = 1.10m$, émetteur $D = 0.14m$. En encart, même fonction en coordonnées semilog.

autour de la fréquence $\nu_0 = 50kHz$ et qu'il présente des oscillations sur toute la bande spectrale analysée. Il s'agit d'ondes stationnaires dues aux réflexions entre le microphone et son support, oscillations indépendantes de l'éloignement L , correspondantes à 12cm soit 2 fois la distance support-micro¹². Ces oscillations cessent au delà de 200kHz, marquant l'atténuation des ondes sonores.

Rayonnement sur l'axe en fonction de l'éloignement Pour expliquer la forme piquée vers 50kHz, nous allons étudier l'évolution des fonctions de transfert $T_{RE}(\nu)$ pour différentes tailles L . Sur la figure FIG. 1.16, T_{RE} est représenté pour plusieurs tailles L décroissantes de haut en bas.

Le maximum du spectre est situé pour une fréquence de 50 kHz environ, et ce quelque soit l'éloignement. Cette fréquence caractérise le maximum de réponse du transducteur. La forme commune à toute ces courbes correspond donc probablement à la réponse en fréquence de

¹²Si τ est le temps mis par l'onde arrivant sur le micro pour aller jusqu'au support et se réfléchir à nouveau sur le micro, le micro reçoit $r(t) + ar(t-\tau)$ où a est l'amplitude de cet écho. La transformée de Fourier $R(\nu)(1 + ae^{2i\pi\nu\tau})$ est alors le siège d'oscillations à fréquence $1/\tau$

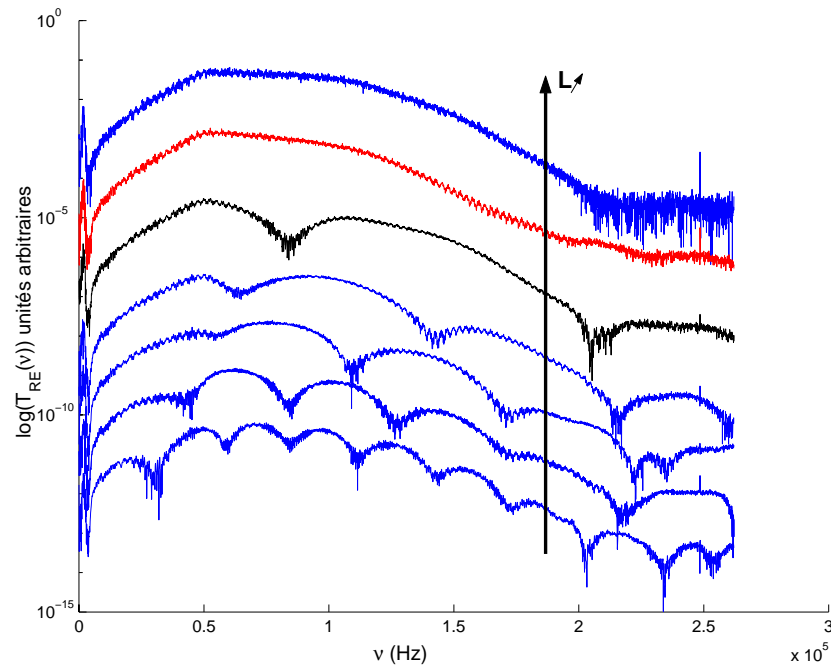


FIG. 1.16 – Fonction de transfert T_{RE} sur l'axe, pour différentes tailles de cavité entre $L = 20$ et $L = 170\text{cm}$. Les courbes ont été volontairement translées pour plus de clarté, spectres sur 8192 points.

l'émetteur, croissante jusqu'à la fréquence de 50 kHz à partir de laquelle on observe un plateau légèrement décroissant jusqu'à environ 130 kHz où l'atténuation sonore n'est plus négligeable et amplifie cette décroissance¹³.

Bien que toutes ces courbes semblent posséder une forme commune, on voit que plus l'éloignement est grand, plus la fonction de transfert est régulière. Le fait que cette fonction de transfert s'écarte de la réponse plate idéale et évolue avec L implique que l'émetteur diffracte. Ces effets, qui sont imputables aux effets de champ proche dont nous venons de parler au paragraphe précédent, donnent lieu à des oscillations de la fonction de transfert, nous y reviendrons.

Point de vue temporel On peut également calculer l'intercorrélacion entre le signal reçu $r(t)$ et le signal émis $e(t)$. Cette opération nous place dans le domaine temporel et permet d'avoir accès aux retard de groupe entre les deux voies :

si l'on suppose pour simplifier que le signal reçu est la copie décalée dans le temps du signal émis, soit $r(t) = e(t - t_1)$ avec t_1 temps de propagation par l'onde de l'émetteur au récepteur ($L = ct_1$), l'intercorrélacion s'écrit : $C_{re}(\tau) \propto \delta(\tau - t_1)$. t_1 représente un retard de groupe, c'est-à-dire incluant toutes les fréquences du bruit blanc, contrairement à la phase de la fonction de

¹³L'atténuation sonore est plus sensible à grands nombres d'onde car elle est du type $e^{-\alpha k^2}$ [48]. Á haute fréquence, les gradients spatiaux sont plus grands (λ petit), la diffusivité thermique α joue beaucoup, on perd le caractère adiabatique de l'onde

transfert qui nous fournirait le retard pour chaque fréquence émise.

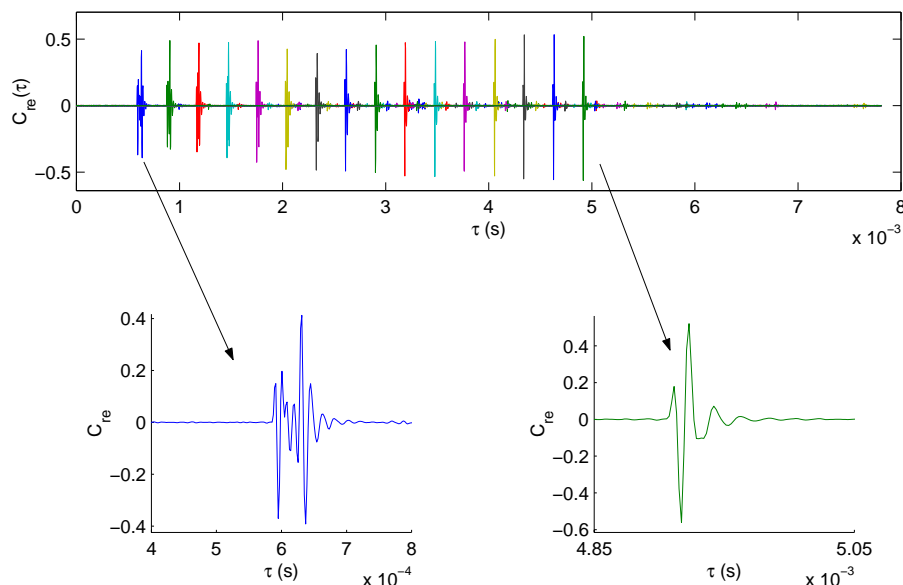


FIG. 1.17 – Intercorrélations entre le bruit blanc émis et le signal reçu par le microphone placé en face, pour différents éloignements L entre 20 et 170cm

On constate FIG. 1.17 (en haut) que plus on augmente L , plus l’intercorrélacion présente un pic prononcé pour un temps $t_1 = L/c$. Les zooms situés en dessous correspondent aux deux cas extrêmes : $L = 20\text{cm}$ et $L = 170\text{cm}$. On peut voir que plus on augmente la distance L , plus le pic d’intercorrélacion est régulier, et sa largeur temporelle courte. Il s’agit également d’un effet de diffraction, compréhensible par des arguments “géométriques” : lorsque le récepteur (ponctuel) est proche, les différences de chemin acoustique entre le centre de l’émetteur et ses bords provoquent l’arrivée décalée dans le temps de l’onde émise de manière synchrone en ces 2 points ; d’où un étalement de C_{re} ainsi qu’une forme moins régulière, certaines ondes émises interférant de manière destructive. Lorsque L devient suffisamment grand par rapport à D , les différences de chemin deviennent négligeables, l’impulsion est plus brève¹⁴.

Revenons dans l’espace de Fourier : pour mieux comprendre les oscillations de la fonction de transfert, imaginons que le micro soit situé en un point quelconque d’éloignement $r = L$ de l’émetteur. Comme tout point d’éloignement r , il peut être considéré comme situé dans une zone de champ proche pour des fréquences satisfaisant $\nu \gg 4cr/D^2$. Ainsi, il pourra être le siège d’interférences destructrices. C’est la raison des extinctions d’amplitudes sur la fonction de transfert : prenons par exemple la 4^{ème} courbe, correspondant à $L = 0.5\text{m}$. Les conditions de champ lointain seront satisfaites pour des fréquences inférieures à $\nu = 4cr/D^2 \approx 34\text{kHz}$; on voit que cette fréquence correspond à environ la moitié de la fréquence de la première extinction

¹⁴Le Dirac parfait n’est pas atteint, traduisant le filtrage passe-bande à 50kHz de la fonction de transfert.

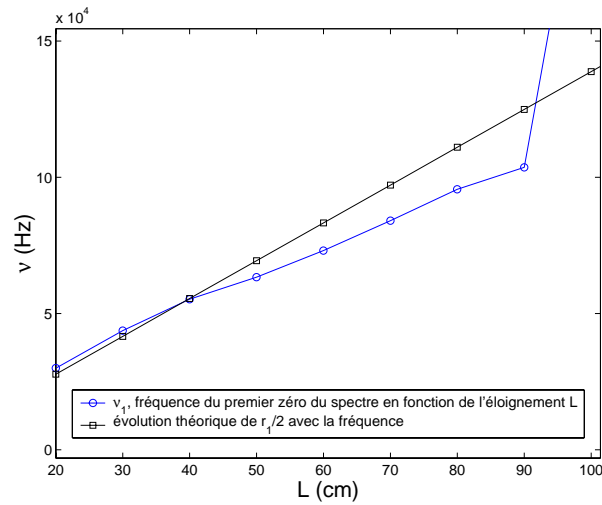


FIG. 1.18 – Fréquence de la première extinction ν_1 de la fonction de transfert en fonction de l'éloignement.

du spectre ($\nu_1 \approx 65kHz$). On remarque d'ailleurs que plus on s'éloigne (L grand), plus cette fréquence ν_1 de premier minimum de la fonction de transfert est grande.

Cette observation nous amène à tracer FIG. 1.18 l'évolution de cette fréquence ν_1 avec l'éloignement L . Il faut noter que seuls les points pour lesquels $L \leq 1m$ ont été représentés car cette fréquence ν_1 n'est plus correctement définie sur le spectre pour des distances supérieures. J'ai également ajouté la prédiction théorique de $r_1/2$ en fonction de ν ($r_1 = \frac{D^2\nu}{4c}$). La similitude entre les 2 courbes montre que l'on peut considérer la fréquence ν_1 du premier zéro du spectre pour déduire à une distance L donnée, la fréquence $\nu_1/2$ en dessous de laquelle on est en champ lointain.

Analyse monochromatique de la fonction de transfert Une autre manière d'aborder les choses est de reconsidérer nos données d'un point de vue spatial :

puisque l'on a émis un bruit blanc, c'est-à-dire une somme d'ondes monochromatiques, on peut isoler une fréquence ν quelconque du spectre et étudier son comportement avec l'éloignement L . Le comportement de la fonction de transfert à une fréquence ν donnée en fonction de L doit être le même que si l'on avait émis une seule onde monochromatique à cette même fréquence ν . La figure FIG. 1.19 représente pour quelques fréquences, le comportement de $|T_{RE}(\nu)|$ en fonction de L .

On voit clairement les oscillations du champ proche suivies d'une décroissance en $1/L$ pour le champ lointain¹⁵ On aurait pu s'attendre à une décroissance plus rapide, le calcul théorique ne tenant pas compte de l'atténuation sonore. Mais elle est négligeable pour les fréquences sur

¹⁵ $1/L^2$ en réalité puisqu'on s'intéresse au carré de l'amplitude.

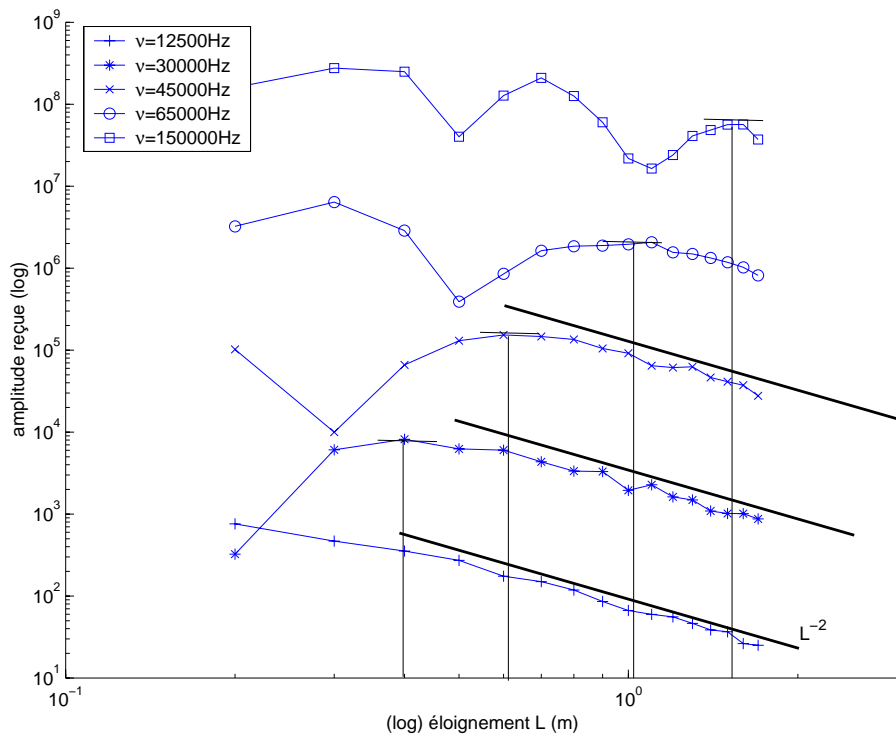


FIG. 1.19 – Evolution, pour 5 fréquences typiques, de l'amplitude de la fonction de transfert à cette fréquence en fonction de l'éloignement L . On note les oscillations du champ proche suivies de la décroissance en L^{-1} du champ lointain.

lesquelles on observe le champ lointain (c'est-à-dire $\nu < 50kHz$). D'autre part à $150kHz$ et pour des éloignements proches de $1.7m$, la propagation acoustique reste efficace puisque les interférences du champ proche persistent.

La limite champ lointain/champ proche r_1 , définie dans la théorie du piston plan par le lieu du dernier maximum avant la décroissance en $1/r$, peut maintenant être évaluée (comme matérialisé sur la figure par les traits verticaux).

La figure 1.20 montre l'évolution de r_1 pour ce capteur, obtenue pour quelques fréquences du spectre. La courbe théorique $r_1 = D^2\nu/4c$ obtenue dans le cadre du piston plan, montre un bon accord avec nos mesures. Au delà de $100kHz$ (ce qui correspond à un éloignement d'environ $1.50m$), nous n'avons pas pu déterminer r_1 de manière fiable.

Ainsi, pour prédire la limite r_1 champ proche/champ lointain avec ces transducteurs, on peut s'appuyer sur la théorie de diffraction de Fraunhofer appliquée au piston plan circulaire avec $r_1 = \frac{D^2}{4\lambda}$, au moins pour les fréquences inférieures à 100 kHz .

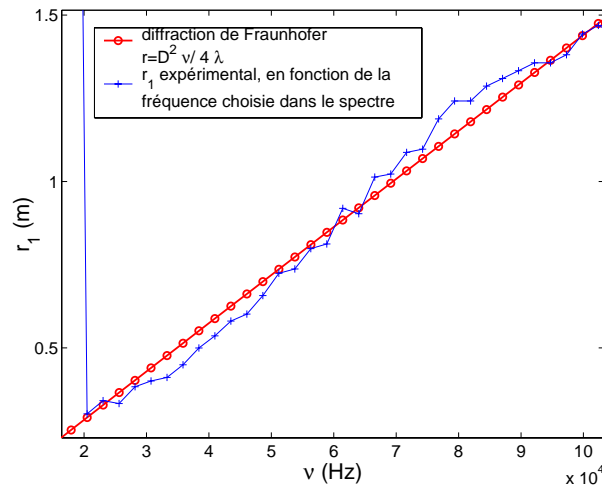


FIG. 1.20 – Limite r_1 entre le champ proche et le champ lointain en fonction de la fréquence d'émission. r_1 a été déterminé fréquence par fréquence à partir de courbes identiques à celles tracées FIG. 1.19. La droite théorique, issue du calcul de Fraunhofer sur l'axe d'un piston plan montre un très bon accord.

Essais complémentaires Sans rentrer dans des détails techniques qui risqueraient d'alourdir le propos, disons qu'il a été procédé à d'autres essais afin de caractériser pleinement ces capteurs. Les résultats essentiels sont les suivants :

1. Les caractéristiques susdécrites (fonction de transfert, limite r_1 de champ proche etc..) dépendent très peu du capteur. Seule la présence de défauts visibles sur la surface de Mylar semble modifier notablement la fonction de transfert, essentiellement en champ proche. Les capteurs fabriqués par nos soins peuvent donc être considérés identiques.

2. En émission, les transducteurs sont pratiquement **linéaires**, au moins pour la plage 20 – 150kHz.

En réception, ils pourront être considérés linéaires vis à vis de faibles amplitudes reçues (ce qui est le cas de la pression acoustique diffusée). Mais compte tenu de la grande dynamique d'acquisition (23bits), il faut être méfiant lorsque de fortes amplitudes parasites viennent perturber la réception. C'est par exemple le cas des bruits basse-fréquence (claquement de porte, bruit de conversation etc...) qui peuvent, par effet non-linéaire, apparaître repliés dans le spectre autour de la fréquence ultrasonore utilisée. C'est pour éviter cela que nous avons entouré le banc acoustique de panneaux de bois recouverts de mousses anéchoïques.

3. une tension de polarisation de **200V** du transducteur est **nécessaire** pour bien plaquer le film de Mylar sur la contre-électrode. En dessous de cette valeur, cette adhésion n'est pas garantie, la surface active peut alors être plus petite.
4. Enfin, nous avons également caractérisé la **symétrie de l'émission**, toujours en utilisant le micro Bruel & Kjaer. Mis à part dans le cas de défauts présents sur la surface émettrice, la propagation de l'onde a bien lieu dans l'axe du capteur émetteur.

1.2.4 Simulation numérique acoustique des capteurs

Comme nous l'avons vu, la diffraction de Fraunhofer ne permet pas le calcul théorique explicite du diagramme de diffraction en champ proche dans *tout* l'espace. Etant donné les fréquences auxquelles nous travaillons (couramment 100 kHz) et les distances acoustiques fréquemment utilisées (typiquement $L = 1$ m), les conditions de champ lointain sont imparfaitement remplies. D'autre part, la diffraction de Fraunhofer ne nous renseigne que sur l'*amplitude* du champ acoustique mais ne dit rien sur sa *phase* (que nous exploitons dans une expérience de diffusion acoustique). Pour répondre à ces questions et estimer l'influence des effets de champ proche, nous avons été conduit à simuler numériquement le champ acoustique bidimensionnel complexe en configuration de diffusion. Pour présenter cette étude, nous allons tout d'abord décrire la simulation 2D d'un émetteur, grâce à une formulation reposant sur la diffraction de Rayleigh-Sommerfeld [82] par un écran plan. On peut montrer que, pour un émetteur parfaitement plan de longueur D situé au point E et visant le point O centre du repère sous un angle α (FIG. 1.21), l'expression générale du champ *complexe* U rayonné en tout point $M(x, y)$ par l'émetteur linéique s'écrit :

$$U(M) = \frac{1}{i\lambda_0} \int_{P \in D} U(P) \frac{e^{ik_0 r_{PM}}}{r_{PM}} ds \quad (1.13)$$

où $U(M)$ et $U(P)$ sont les champs acoustiques complexes aux points M et P.

L'onde émise est de nombre d'onde $k_0 = \frac{2\pi\nu_0}{c}$, avec ν_0 fréquence d'émission¹⁶. La démonstra-

¹⁶La formule 1.13, n'est en réalité valable que dans le cas où $PM \gg \lambda_0$. Ces conditions sont relativement bien

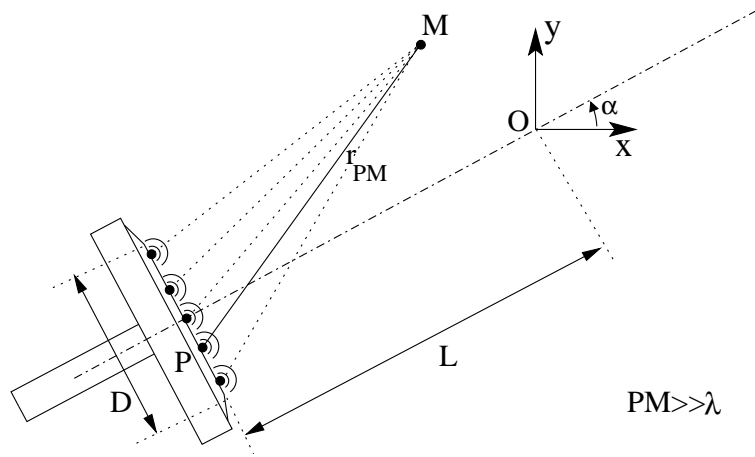


FIG. 1.21 – Configuration géométrique de la simulation

tion mathématique sur laquelle repose cette théorie est issue du cadre de l'optique linéaire, en particulier la théorie scalaire du champ U régie par l'équation de Helmholtz :

$$(\nabla^2 + k_0^2)U = 0$$

Puisque la pression acoustique satisfait cette équation, on arrive au même résultat dans le domaine optique ou acoustique. Physiquement, on peut interpréter la relation 1.13 en disant que le champ reçu au point M résulte de la contribution de toutes les sources ponctuelles situées en P , émettant un rayonnement monopolaire $\frac{e^{ik_0 r_{PM}}}{r_{PM}}$, pondérées par le champ complexe situé au point P du capteur. On voit ainsi que le champ en M résultera des interférences de toutes les sources P situées sur l'émetteur, en vertu du principe de Huyghens-Fresnel. Ici, on supposera l'émission parfaite, c'est-à-dire que tous les points de sa surface émettent en phase, avec la même amplitude U_0 , et à la fréquence ν_0 d'excitation.

Principe de la simulation Pour simuler numériquement le champ $U(M)$ en tout point M du plan, on discrétise le plan (O, x, y) sur une grille de $N \times N$ points en définissant un nombre de sources en P fini. Typiquement, $N = 256$ points au minimum étaient utilisés. Le choix de N et du nombre de sources sur le capteur dépend de la longueur d'onde émise : plus celle-ci est petite, plus il faudra raffiner le pas sur le capteur ainsi que sur la grille de calcul. En pratique, nous avons choisi le critère $ds = \lambda_0/10$ pour le nombre de sources sur le transducteur. Bien que le pas $\lambda_0/2$ soit théoriquement suffisant (théorème de Shannon), les résultats convergent à partir de $\lambda_0/5$ ($\lambda_0/10$ a été choisi par sécurité). Pour le pas de la grille de calcul, N est choisi tel que ce pas soit plus petit que la longueur d'onde émise. Une fois le champ $U(M)$ calculé en tous

réalisées dans la pratique puisque dans le "pire" des cas $\lambda_0 \approx 2$ cm pour une distance d'observation toujours supérieure à 70 cm, soit un rapport de 35 au minimum.

points, on peut étudier en particulier

- le module du champ, qui représente alors à un facteur près l'amplitude de l'émission du capteur dans le plan. Cela permet de faire une représentation bidimensionnelle du diagramme d'émission.
- la phase du champ : les lignes d'isophase sont alors indicatrices de la planéité de l'onde émise (une onde est plane lorsque les lignes d'isophase sont des droites, peu importe l'amplitude sur chacune des isophases).

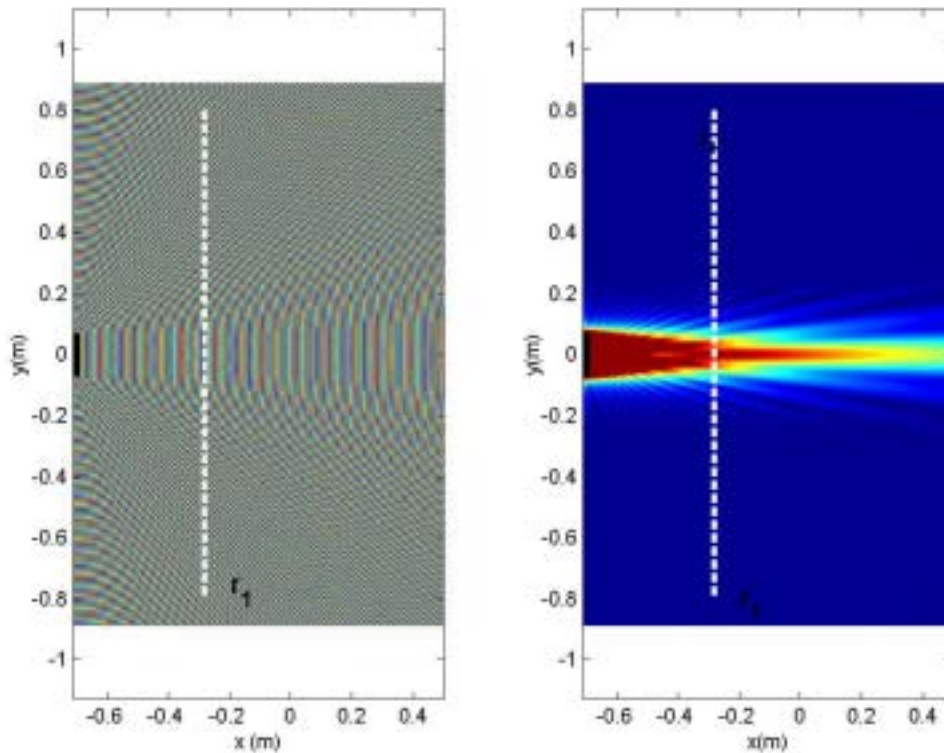


FIG. 1.22 – Simulation numérique du module (à droite) et de la phase (à gauche) du champ complexe $U(M)$ obtenu à partir de l'expression 1.13. Le capteur est placé à gauche. r_1 représente la limite du champ proche. Paramètres : $\nu_0 = 30\text{kHz}$, $L = 0.71\text{m}$, $D = 0.14\text{m}$, $N = 1024$ points, résolution $\Delta x = 1.7\text{mm}$. Echelles linéaires de couleur.

Ces deux grandeurs sont représentées figure 1.22. On distingue bien les isophases (à gauche) qui sont assez rectilignes ainsi que les lobes secondaires (figure de droite). Le nombre de lobes n'est pas caractéristique puisqu'il dépend essentiellement des échelles de couleur choisies pour la représentation. Ces simulations sont, comme nous allons le voir, qualitativement assez représentatives des transducteurs utilisés.

Validation expérimentale des simulations Pour confronter les simulations aux expériences, on peut comparer la figure de diffraction obtenue dans un plan parallèle à la surface d'émission du capteur (voir FIG. 1.23). Expérimentalement, la démarche a été la suivante : nous avons de nouveau utilisé le micro Bruel & Kjaer mais cette fois, nous l'avons placé sur un rail motorisé pour lui permettre un déplacement régulier à vitesse constante. Le micro était placé sur le rail à une distance $L = 0,35$ m puis à $L = 0,71$ m . L'ajustement précis du rail dans un

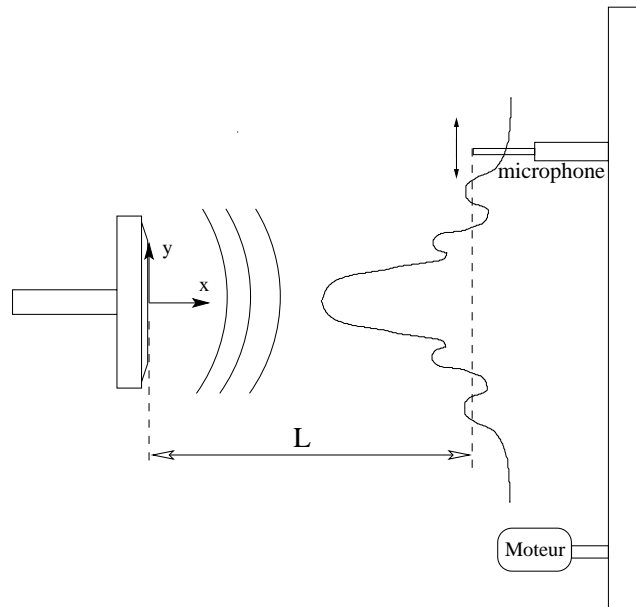


FIG. 1.23 – Dispositif expérimental ayant permis la mesure du diagramme de diffraction. Vue de dessus (déplacement horizontal du micro Bruel & Kjaer.)

plan parallèle au capteur était très délicat ce qui comme on va le voir expliquera certains écarts entre expériences et simulations. Pour ces dernières, il suffisait de s'intéresser à la ligne verticale (selon y) de la simulation pour les abscisses x correspondant à des éloignements $L = 0,35$ m et $L = 0,71$ m.

Pour $L = 0,71$ m (FIG. 1.24), la consultation "visuelle" pour trois fréquences d'émission montre une évolution relativement régulière : on passe d'un signal en forme de cloche (à basses fréquences) flanqué de quelques lobes latéraux de faible amplitude à un signal de plus en plus irrégulier. Ces irrégularités traduisent la présence des lobes secondaires qui, en champ proche (donc à haute fréquence) prennent de plus en plus d'importance jusqu'à avoir une amplitude comparable à celle du centre.

L'accord entre les simulations et l'expérience est concluant d'un point de vue qualitatif : la forme du signal et son évolution avec la fréquence sont assez proches, mis à part une certaine asymétrie du signal expérimental que l'on peut probablement attribuer au défaut d'alignement.

Pour comparer de manière plus qualitative les 2 expériences, on peut tracer l'évolution de la

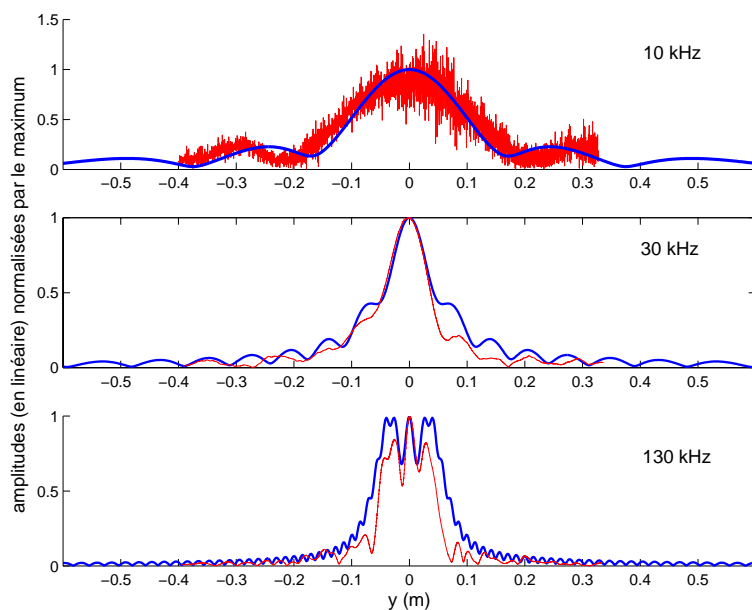


FIG. 1.24 – Comparaison entre les expériences et les simulations, aux fréquences $\nu_0 = 10, 30$ et 130 kHz du diagramme de diffraction dans le plan $L = 0,71$ m. Paramètres des simulations : $L = 0,71$ m, $D = 0,14$ m, $N = 1024$ points.

largeur de ces figures de diffraction en fonction de la fréquence. Ici nous avons fait le choix de définir la largeur à mi-hauteur h du faisceau, dont l'évolution est représentée figure FIG. 1.25 (pour les deux distances $L = 0,35$ m et $L = 0,71$ m).

Globalement h diminue, indiquant une focalisation continue du faisceau avec la fréquence jusqu'à une fréquence proche de $\nu_{r_1=L}$ (respectivement 24 kHz et 49 kHz pour $L = 0,35$ m et $L = 0,71$ m). La valeur de ces fréquences dépend légèrement du seuil choisi pour définir la largeur du lobe central (ici 1/2) mais la forme reste identique : cette décroissance est suivie d'une remontée puis d'un plateau pour lequel la largeur du faisceau évolue faiblement traduisant la focalisation en champ proche. Ces mêmes données nous permettent d'établir une estimation de l'ouverture angulaire α de nos capteurs par $\alpha = \arctan(h/2L)$ où h est la largeur du faisceau dans le plan $x = L$. Ce calcul conduit aux courbes FIG. 1.26 avec lesquelles nous avons tracé la prédiction du piston plan circulaire en champ lointain : $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{2D}$ (issue de l'équation 1.10). L'ouverture angulaire est donc correctement estimée par la diffraction de Fraunhofer jusqu'à la fréquence

$$\nu_{(r_1=L)} = 4cL/D^2$$

Au delà, l'estimation de cette ouverture dépend beaucoup de l'éloignement L (champ proche). On sera alors contraint de la prédire soit par des simulations numériques, soit en réalisant les expériences que nous venons de décrire (dans la configuration souhaitée).

En conclusion, ces simulations numériques représentent correctement le champ acoustique et

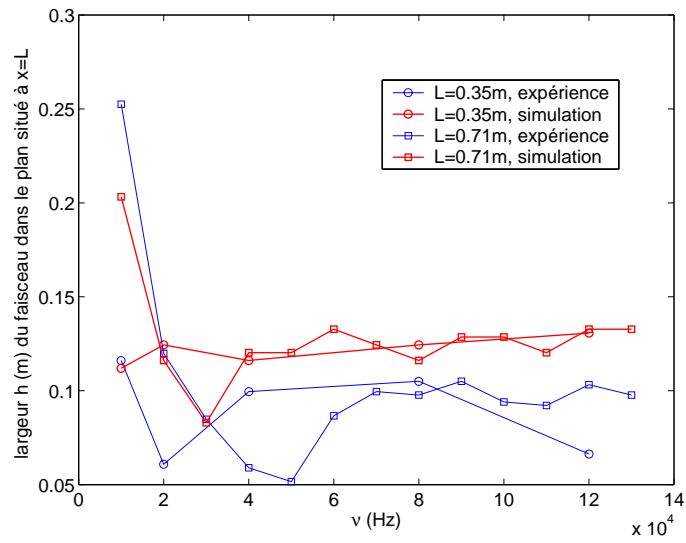


FIG. 1.25 – Evolution de la largeur à mi-hauteur de la figure de diffraction dans les plans $L = 0,35\text{ m}$ et $L = 0,71\text{ m}$ pour les expériences et les simulations.

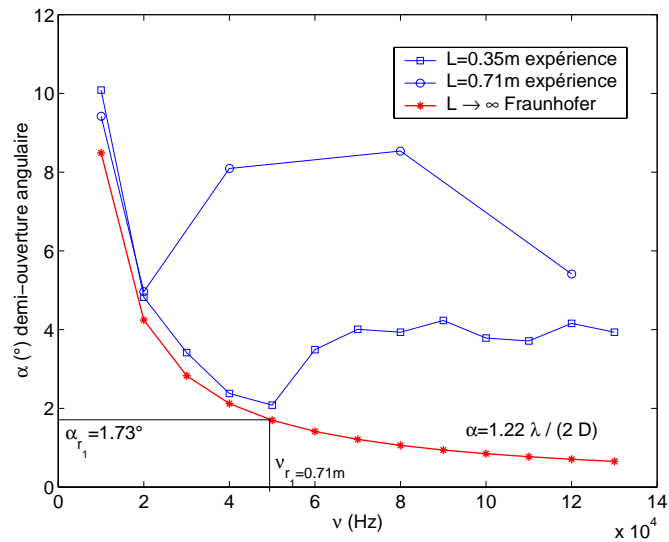


FIG. 1.26 – Demi-ouverture angulaire α en fonction de la fréquence d'émission ν . $D = 0.14\text{ m}$

fournissent des évolutions qualitatives en champ proche semblables à celles observées expérimentalement.

1.3 Diffusion sur une bille métallique

L'étude des transducteurs, aussi bien que les simulations numériques ont montré l'influence des effets de diffraction sur la "qualité" de l'onde émise (ou reçue). En particulier, bien que l'énergie acoustique se concentre dans un lobe central dominant en champ lointain, l'importance relative des lobes secondaires croît en situation de champ proche. Pour bien comprendre les conséquences de la diffraction sur une expérience de diffusion par la vorticité, nous avons été amené   étudier préalablement la diffusion par une bille métallique. La bille, traversant le volume de mesure acoustique   vitesse constante, va jouer le rôle d'un diffuseur acoustique " talon", dont on peut facilement changer soit la taille, soit la vitesse de translation. L'intérêt essentiel de la bille est d'être ponctuelle et de forme spatiale compacte. On s'attend donc   un spectre étendu et relativement plat, donnant un signal de diffusion significatif quel que soit le nombre d'onde q_s sondé. La configuration géométrique choisie est la même que celle adoptée pour la

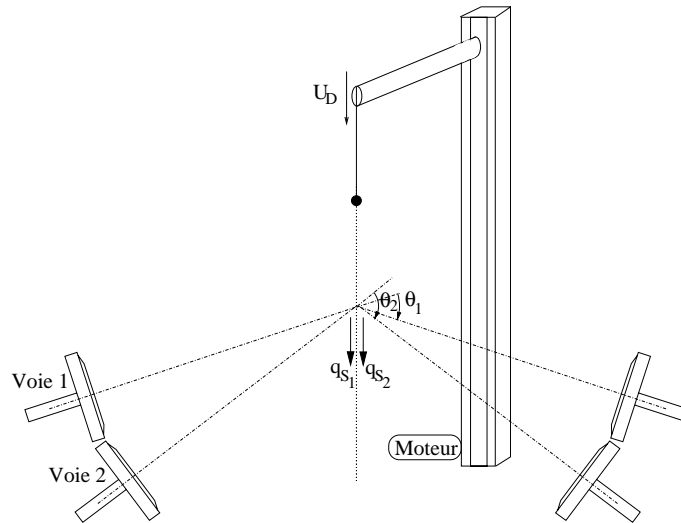


FIG. 1.27 – Schéma du dispositif de déplacement de la bille et des deux voies de diffusion acoustique.

plupart des mesures de vorticité (FIG. 1.27) avec une vitesse de déplacement U_D colinéaire au nombre d'onde sondé \mathbf{q}_s .

Ici, deux voies de mesures indépendantes ($\theta = 28^\circ$ et $\theta' = 60^\circ$) ont été utilisées afin de caractériser simultanément,   la même échelle $\mathbf{q}_s = \mathbf{q}_s'$ la diffusion par la bille selon deux angles de diffusion différents. Pour cela, il suffit d'ajuster les fréquences ν_0 et ν'_0 de chacune des voies

de mesure afin de réaliser la condition d'accord

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{q}_s'$$

imposant, (grâce à 1.3) la relation

$$\nu_0 \sin(\theta/2) = \nu_0' \sin(\theta'/2) \quad (1.14)$$

1.3.1 Expression du champ acoustique diffusé

Le problème de la diffusion d'une onde plane par une sphère élastique est un problème complexe, traité analytiquement par Gaunaurd & Uberall [31]. Pour les fréquences utilisées ici et compte tenu des caractéristiques physiques de la bille (en acier), le saut d'impédance acoustique est tel que l'on s'attend à un comportement de solide indéformable de la bille (diffraction simple, sans diffusion). Néanmoins, étant données les mises en garde de Dragonnette [25], nous allons présenter les résultats théoriques de [31] obtenus dans le cadre le plus général d'une sphère élastique.

Gaunaurd considère une sphère élastique *immobile* de rayon R , de masse volumique ρ_2 dans laquelle peuvent se propager des ondes longitudinales (célérité c_l) et de cisaillement (célérité c_s). Pour une onde plane incidente de mode $k_0 = 2\pi\nu_0/c$ et d'amplitude p_0 se propageant dans un fluide de densité ρ_1 , on peut montrer que le champ de pression diffusé en dehors de la sphère s'écrit :

$$p_{diff}(r, \theta) = p_0 \frac{Rf(\theta)}{2r} e^{ik_0r - i\omega t}$$

avec

$$f(\theta) = \frac{2}{ik_0R} \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) P_n(\cos \theta) b_n \quad (1.15)$$

où P_n est le polynôme de Legendre d'ordre n , θ est l'angle de diffusion, et b_n est un coefficient fonction de ρ_1/ρ_2 , c_l , c_s et k_0 . Cette relation n'est valable que sous hypothèse de champ lointain pour la bille, soit $r > R^2\nu_0/4c$, conditions largement remplies dans nos expériences puisqu'elles imposent des distances d'observations r supérieures au centimètre.

La fonction $f(\theta)$ est appelée facteur de forme et caractérise à la fois la dépendance angulaire de la pression mais également la dépendance spectrale du champ diffusé par la bille, à travers le paramètre k_0R .

Application à notre cas Dans les expériences, les billes sont en acier, de densité $\rho_2 = 7850 \text{ kg.m}^{-3}$. Les célérités dans l'acier sont $c_l = 5930 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_s = 3170 \text{ m.s}^{-1}$ [36]. 3 tailles de billes ont été utilisées ($R = 6, 8$ et 10 mm) et les fréquences émises sont comprises entre 10 et 100 kHz.

Classiquement, la dépendance fréquentielle du facteur de forme est représentée à travers le paramètre unique k_0R . Ici, nous avons choisi de la représenter en fonction du paramètre q_sR

pour souligner une nouvelle fois la sélection d'un mode de Fourier opérée lors d'une expérience de diffusion. Alors que la représentation classique (en insert FIG. 1.28) montre des oscillations

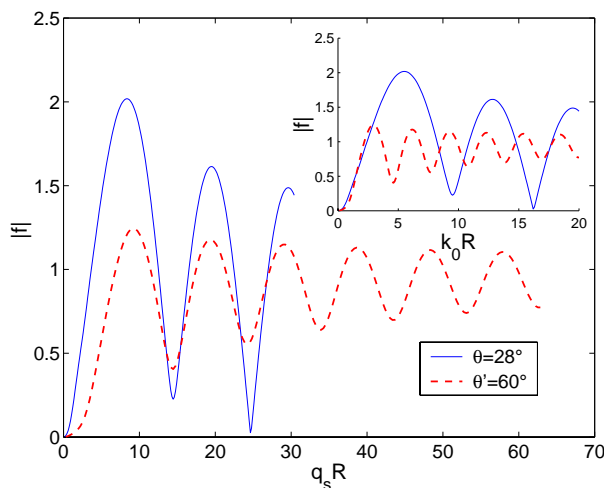


FIG. 1.28 – Variation de l'amplitude du facteur de forme pour les valeurs de $k_0 R$ utilisées (en insert) et représentation spectrale $q_s R$ en plein cadre pour les deux angles de diffusion étudiés.

dépendants de l'angle de diffusion, la représentation spectrale confirme le comportement identique pour les deux angles d'observation. Le paramètre $q_s R$ est bien le paramètre pertinent. Comme attendu, les gradients spatiaux violents de la bille conduisent à un spectre s'étendant jusqu'aux plus hautes fréquences spatiales, assez proche d'une fonction Heaviside (surtout pour $\theta = 28^\circ$). On notera d'autre part que le maximum de $|f|$ est atteint dans les deux cas pour une valeur de $q_s R \approx 8.5$ soit $\lambda_s \approx 1.3R$ c'est-à-dire pour une échelle d'analyse plus petite que le diamètre de la bille.

Concernant la dépendance angulaire, nous avons tracé le diagramme de rayonnement pour la bille de rayon $R = 8$ mm figure 1.29. Les fréquences choisies sont respectivement de 40 kHz (utilisée sur la voie à 28°) et de 19,5 kHz utilisée sur la seconde voie ($\theta' = 60^\circ$) afin de réaliser la condition d'accord 1.14. Ces diagrammes sont multilobés, cet effet s'accroissant pour les grandes valeurs de $k_0 R$. Dans les deux cas présentés, on observe une diffusion avant ($\theta = 0^\circ$) plus efficace. Les points indiquent pour chaque diagramme l'angle sous lequel la diffusion a été pratiquée dans chacun des exemples.

Avant de passer aux résultats expérimentaux, il faut rappeler que ces prédictions théoriques sont issues de l'hypothèse d'immobilité de la sphère et surtout d'une onde incidente plane. D'autre part, l'hypothèse d'onde plane n'est pas assurée expérimentalement, comme nous l'avons vu. Il conviendra donc de ne pas prendre à la lettre ces prédictions, et de garder en tête ces différences.

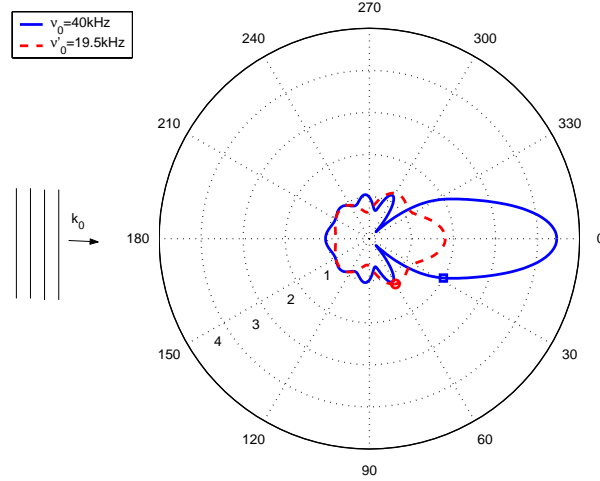


FIG. 1.29 – Diagrammes de rayonnement ($|f|$, en linéaire) pour une bille de rayon $R = 8$ mm et deux fréquences d'émission ($\nu_0 = 40$ et $19,5$ kHz); correspondant à $q_s R = 2.8$ pour les deux configurations étudiées (symboles \square : $\theta = 28^\circ$ et \circ : $\theta' = 60^\circ$).

1.3.2 Signal temporel et spectres

Dans toute la suite, une expérience de diffusion consistera à *une* traversée (déterministe) de la bille .

Les transducteurs acoustiques (FIG. 1.27) sont placés de telle sorte que la bille se translate vers le bas à la vitesse U_D dans le plan de diffusion vertical, induisant un décalage Doppler positif de la fréquence de l'onde diffusée ($q_s \cdot U_D > 0$). Les deux paires de capteurs sont équidistantes de la bille ($L = 0.71m$)

Les fréquences d'émission sont ajustées (selon 1.14) afin que le nombre d'onde q_s soit identique sur les deux voies de mesure (ici $q_s = 360 \text{ m}^{-1}$).

Puisque les 2 échelles d'analyse $\lambda_s = 2\pi/q_s$ sont égales, on regarde *simultanément* le même phénomène (diffusion par une bille métallique), à la même échelle $\lambda_s = 2\pi/q_s$. On s'attend alors à avoir sensiblement le *même* signal temporel sur les 2 voies, du type

$$z(t) = \rho(t)e^{i\phi(t)}$$

où le module $\rho(t)$ doit être significatif pendant toute la durée de passage de la bille dans le volume de mesure. Quant à la phase, elle doit augmenter linéairement (au moins tant que le module est significatif), traduisant le déplacement selon \mathbf{q}_s et à vitesse constante de la bille :

$$\phi(t) = \int \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D dt = +q_s U_D t$$

La figure FIG. 1.30 montre l'évolution temporelle du signal complexe¹⁷ sur chacune des deux

¹⁷Nous traitons pour l'instant du signal complexe z (et z') bruts, en particulier non centrés.

voies, enregistré de manière simultanée. Ici, modules et parties réelles apparaissent en haut, et les phases déroulées en bas. Le signal voie 2 (à droite) semble relativement conforme au signal attendu, avec une forme en cloche du module, dont le maximum est autour du temps pour lequel la bille est exactement au centre du volume de mesure. De la même façon, la phase déroulée de

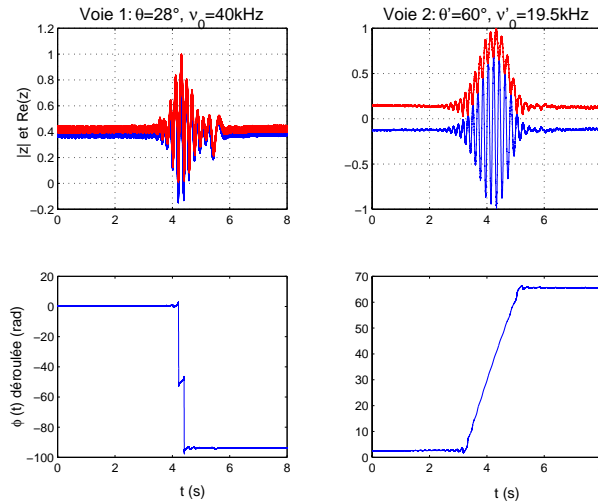


FIG. 1.30 – Signal de diffusion de la grosse bille ($R = 10$ mm) pour $q_s = 360$ m⁻¹ (soit $q_s R \approx 3.6$). À gauche signal de la voie 1 et à droite voie 2. Vitesse de déplacement : $U_D = 0.091$ m.s⁻¹

la voie 2 augmente linéairement. En revanche, la voie 1 (colonne de gauche) est très différente du signal attendu. En particulier, module et partie réelle sont identiques, de même que la phase affiche un comportement décroissant et irrégulier.

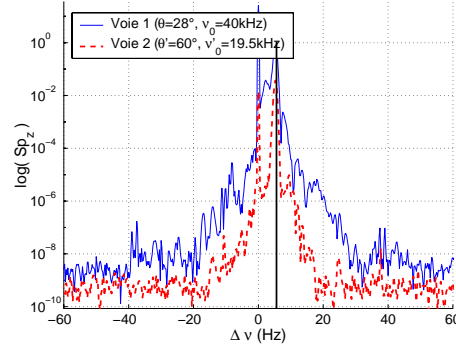


FIG. 1.31 – Spectres Sp_z (en log) des deux signaux complexes bruts de diffusion par la bille. Signaux identiques à FIG. 1.30

Du point de vue spectral, le spectre Sp_z des signaux complexes (FIG. 1.31) est également en accord voie 2 puisqu'il présente un signal de diffusion centré¹⁸ autour de la fréquence Doppler $\Delta\nu = q_s U_D / 2\pi$, traduction dans l'espace réciproque de l'augmentation temporelle linéaire de la phase.

Bien que le spectre voie 1 (trait plein) présente également ce décalage Doppler, on constate une raie spectrale très fine, de décalage Doppler nul, qui *domine* le signal de diffusion. La présence de cette raie montre que la majeure partie de l'énergie du signal reçue par le capteur voie 1 correspond à la fréquence d'émission ν_0 . Idéalement, cette composante devrait être absente du spectre, le signal étant issu de la diffusion par une bille en mouvement, donc affecté d'un Doppler. Nous verrons plus loin que cette composante, que nous appellerons "pic central" dans le cas de la vorticité, est une conséquence inévitable de l'utilisation de capteurs de taille finie : ceux-ci diffractent, ils émettent de l'énergie dans toutes les directions de l'espace y compris celle du récepteur (chemin direct) qui "entend" alors le capteur émetteur   sa fréquence d'émission, indépendamment de tout processus de diffusion.

Si l'on décrit cette onde diffractée comme un champ complexe $P(t) = p e^{2i\pi\nu_0 t + i\psi}$, elle contribue (après démodulation   ν_0) au signal de diffusion en ajoutant le complexe $p e^{i\psi}$ (constant) :

$$z(t) = \underbrace{\rho(t)e^{i\phi(t)}}_{\text{diffusion}} + \underbrace{p e^{i\psi}}_{\text{pic central}}$$

Ici, nous sommes dans le cas simple où l'amplitude p et la phase φ du Pic central sont relativement constants, l'onde se propageant sans d formation¹⁹ de l'émetteur au récepteur.

¹⁸On notera aussi la largeur spectrale non nulle de cette "bosse" Doppler (malgré une vitesse U_D parfaitement constante) largeur attribuée   la durée finie du signal de diffusion (effet d j écrit page 35) et aux effets de diffraction.

¹⁹Dans le cas de la vorticité, nous verrons que les fluctuations de vitesse sur le parcours de l'onde induisent une dépendance temporelle de p et surtout ψ ce qui rendra l'élimination du pic central plus délicate.

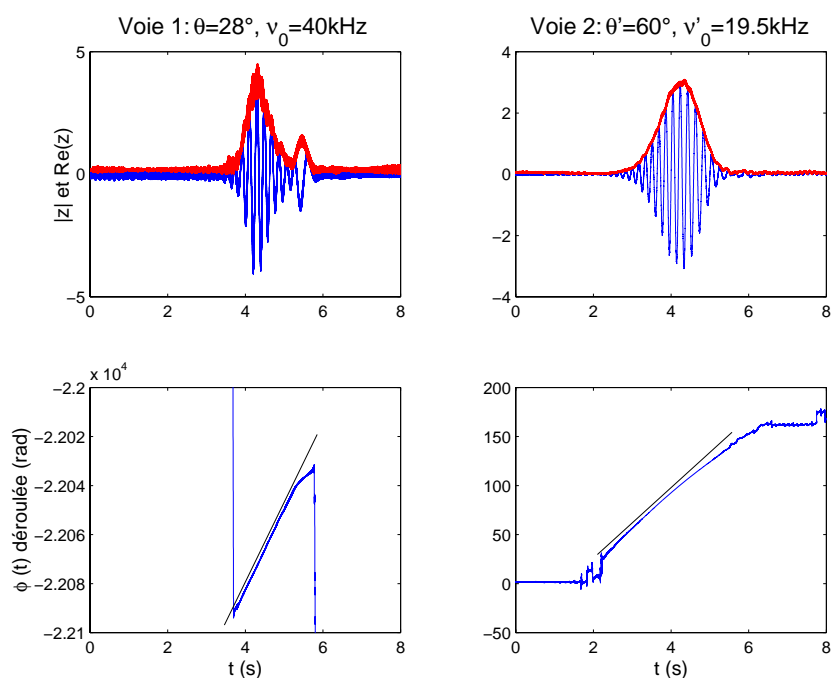


FIG. 1.32 – Signal centré diffusé par la bille descendante ($q_s R \approx 3.6$). A gauche signal de la voie 1 ($\theta_1 = 28^\circ$ et $\nu_1 = 40\text{kHz}$) et à droite voie 2 ($\theta_2 = 60^\circ$ et $\nu_2 = 19.5\text{kHz}$).

Le terme de diffusion étant de moyenne temporelle très proche de zéro²⁰, le Pic central contribue essentiellement à la valeur moyenne du signal de diffusion. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle la contribution du Pic apparaît à la fréquence Doppler nulle dans le spectre²¹. Pour éliminer ce terme et extraire le signal de diffusion par la bille, il suffit donc de traiter avec le signal complexe de diffusion z centré. La figure FIG. 1.32 montre les mêmes signaux, une fois le signal complexe centré. Voie 1, les oscillations du module ont disparu; la phase augmente linéairement, avec une pente $q_s U_D$ identique à son homologue voie 2.

Graphiquement (FIG. 1.33), le pic central biaise l'estimation de la phase et du module du signal de diffusion, conduisant aux oscillations initialement présentes figure 1.30.

Ce terme d'oscillations s'explique par le caractère non linéaire des opérateurs module et phase ($|z + P| \neq |z| + |P|$) :

$$|z_{non\ centre}|^2 = \rho(t)^2 + p^2 + 2p\rho(t)\cos(\phi(t) - \psi)$$

En cela, on peut dire que la présence du pic central provoque des interférences entre le module et la phase du signal, conduisant le module à osciller à la fréquence Doppler. Dans toute la suite, nous ne traiterons donc qu'avec le signal de diffusion complexe centré.

²⁰En effet, $\langle \rho e^{i\phi} \rangle \approx \langle \rho \rangle \langle e^{iq_s U_D t} \rangle \approx 0$

²¹ $S_{p_z}(\Delta\nu = 0) = \int z(t) dt$

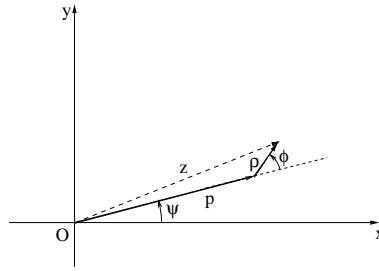


FIG. 1.33 – Représentation complexe du signal non centré : $z = pe^{i\psi} + \rho(t)e^{i\phi(t)}$. La phase ψ est constante alors que $\phi(t)$ tourne à vitesse angulaire constante, conduisant aux oscillations de la phase (et du module) du signal z somme.

Si les signaux sont individuellement conformes à l'évolution attendue, on peut s'étonner de constater des différences sensibles *entre* les deux voies. Comme nous l'avons dit, les deux voies étant ajustées de façon à sélectionner le même nombre d'onde, on s'attend à observer des signaux très proches sur chaque voie. Quelle est la raison physique de cette différence ? Doit-on incriminer des effets complexes liés au diagramme de rayonnement de la bille (angles d'observation différents), des effets de diffraction différents sur chacune des voies de mesure (fréquences différentes) ou bien encore une grande sensibilité des ondes de surface émises par la bille, perturbées par son déplacement ou par sa rotation éventuelle ?

1.3.3 Effet de la vitesse de la bille

Contrairement à la vorticité, pour laquelle on s'attend   ce que l'amplitude diffusée varie suivant la vitesse de la soufflerie (la dynamique de la vorticité dépendant du Reynolds), on s'attend ici   ce que le signal de diffusion soit indépendant de la vitesse de traversée de la bille (invariance galiléenne). Autrement dit, deux expériences de diffusion pour deux vitesses différentes de la bille doivent conduire   des signaux *spatiaux* identiques (par la transformation $x = U_D t$). Qu'il s'agisse de la voie 1 ou de la seconde voie, la vitesse a visiblement peu d'effet (FIG. 1.34) sur l'allure du signal diffusé puisque les deux vitesses réalisées conduisent vraisemblablement aux mêmes signaux spatiaux sur chaque voie ; on choisira ainsi arbitrairement la vitesse de translation U_D par la suite. Par voie de conséquence, les différences entre *chacune* des voies subsistent, indiquant que la vitesse (ou la rotation éventuelle) ne joue aucun rôle permettant de justifier de tels écarts.

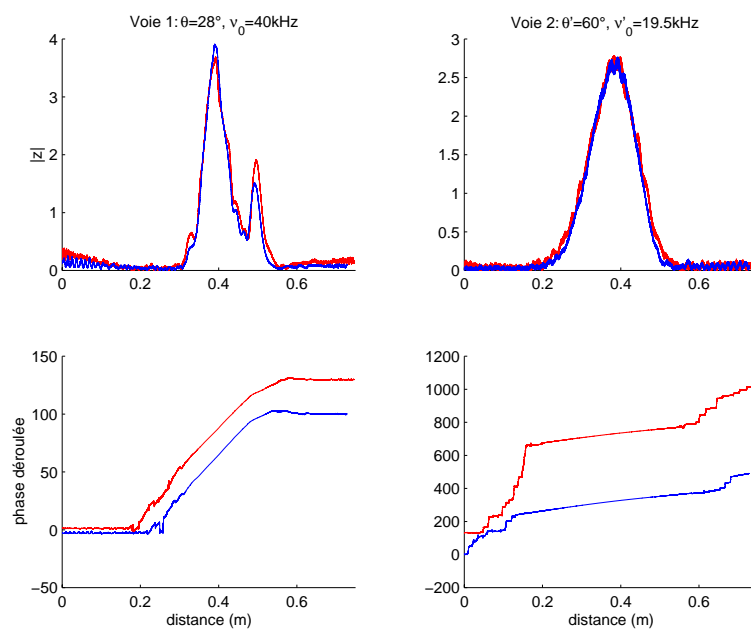


FIG. 1.34 – Evolution spatiale des signaux de diffusion de la bille ($q_s R = 3.6$) pour 2 vitesses ($U_D = 0.048 \text{ m.s}^{-1}$ et $U_D = 0.091 \text{ m.s}^{-1}$). La colonne de gauche concerne la voie 1 et celle de droite la voie 2. En haut, seuls les modules ont été représentés.

1.3.4 Evolution du signal en fonction de la fréquence

Pour déterminer l'origine de cette différence entre les deux voies de mesure pour un même nombre d'onde adimensionnel $q_s R$, nous allons paradoxalement nous restreindre au comportement sur une seule voie de mesure, mais pour plusieurs fréquences et 3 tailles de bille.

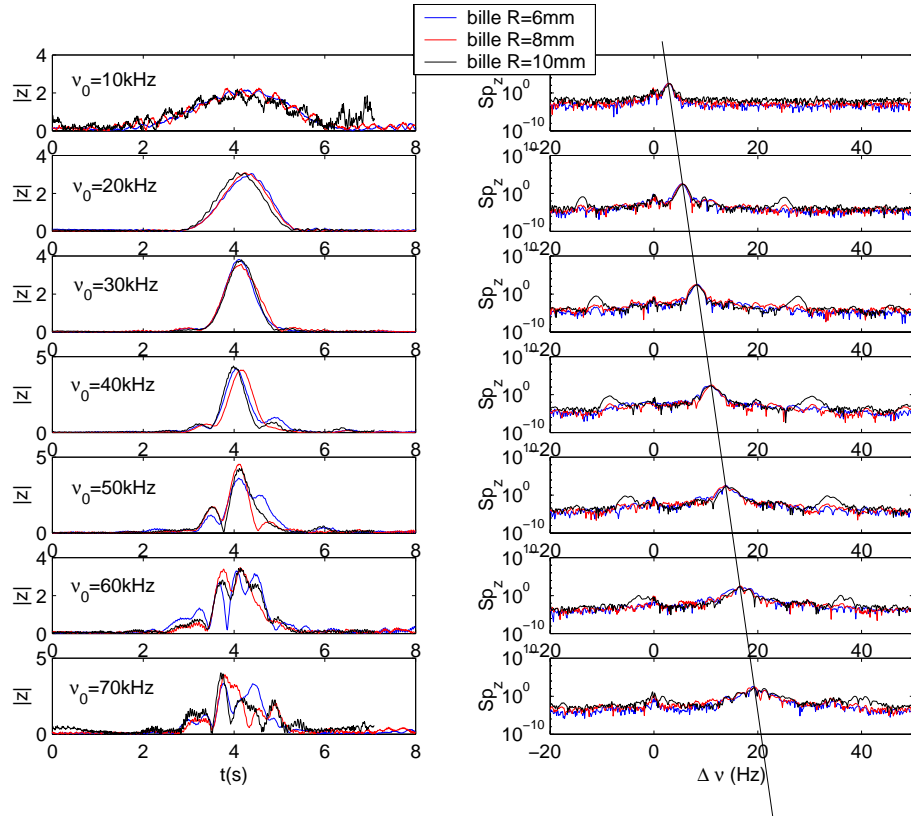


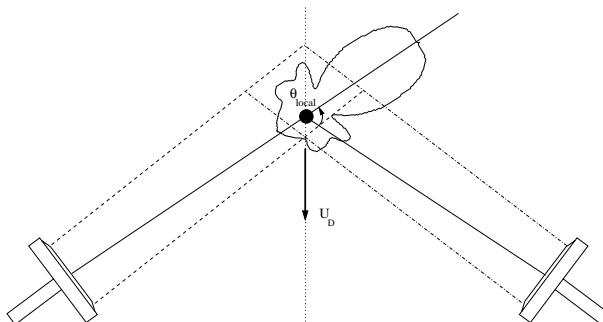
FIG. 1.35 – Evolution temporelle, pour trois tailles de bille, du module du signal de diffusion voie 2 ($\theta' = 60^\circ$) pour des fréquences d'émission croissantes de haut en bas. En face, spectres Sp_z du signal complexe correspondant.

La voie 2 ($\theta' = 60^\circ$) a été choisie et 10 fréquences ν'_0 entre 10 kHz et 100 kHz ont été étudiées. La figure 1.35 représente les modules des signaux pour une partie de ces résultats (entre 10 et 70 kHz). En premier lieu, il est frappant de constater les faibles différences pour les trois tailles de bille : pour une fréquence d'émission donnée, les signaux temporels sont très proches pour les trois billes, la différence s'accroissant avec la fréquence d'émission.

Compte tenu de ce que nous savons maintenant sur la diffusion par une sphère mais aussi sur les caractéristiques de l'onde émise par les capteurs, deux hypothèses peuvent être formulées pour rendre compte de la forme du signal de diffusion :

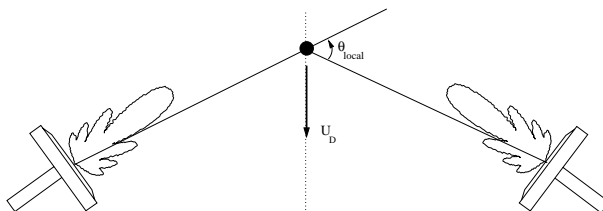
- La première hypothèse est de dire que l'amplitude instantanée du signal est proportionnelle à l'amplitude du champ acoustique diffusé par la bille, sous l'angle de diffusion *local* de la

bille à cet instant et pour cette fréquence. Autrement dit, le paramètre pertinent de cette analyse est le diagramme de rayonnement de la bille, à l'image de la figure 1.3.4. Cette



hypothèse revient à dire que les lobes de diffusion de la bille “défilent” devant les capteurs.

- On peut également penser *a contrario* que la forme du signal de diffusion est principalement déterminée par la sensibilité du volume de mesure (donc par les effets de diffraction champ proche/champ lointain des capteurs) : cela revient (FIG. 1.3.4) à considérer que la bille diffuse la même fraction d'énergie de l'onde incidente, quelque soit sa position dans le volume, et que les variations temporelles de l'amplitude diffusée reflètent l'intensité locale de l'onde incidente.



Toute la question est donc de savoir quelle analyse prévaut, si tant est qu'un facteur domine l'autre. Bien que la réalité résulte certainement des deux contributions, plusieurs arguments conduisent à rejeter la première hypothèse : s'il s'agissait de l'effet dominant, le diagramme de rayonnement ne dépendant que du produit k_0R , on devrait observer des comportements voisins pour deux billes différentes à des fréquences différentes mais même k_0R ; ça n'est visiblement pas le cas. Dans le même esprit, le diagramme de rayonnement est autant sensible aux variations de R qu'à celles de k_0 . Or on observe que les différences pour 3 tailles de bille (à une même fréquence) sont bien plus faibles que les différences pour une même bille et 3 fréquences (dans le même rapport que R). Tout se passe donc globalement comme si la bille possédait un diagramme de rayonnement localement isotrope (circulaire). Les résultats théoriques présentés p.57 abondent en ce sens : pour les angles explorés, le diagramme de rayonnement est relativement plat et le nombre d'oscillations du signal temporel ne correspond pas au nombre de lobes attendus.

La seconde hypothèse est plus vraisemblable car elle est parfaitement en accord avec les effets de champ proche déjà vus : à cette distance ($L = 0.71m$), la fréquence ν_1 en dessous de laquelle

les conditions de champ lointain sont approximativement remplies est $\nu_1 = 4cL/D^2 \approx 50kHz$. Il s'agit justement de la fréquence à partir de laquelle les comportements commencent à différer entre les trois billes. Pour chaque série d'expérience, la bille était suspendue *approximativement* dans le plan médian des deux transducteurs, la position pour les différentes tailles de bille différant d'un ou deux centimètres. Quand on sait la très grande sensibilité du champ proche à l'éloignement, on comprend que les écarts, infimes en champ lointain, s'accroissent nettement en champ proche²². On comprend également pourquoi à l'accord ($q_s R = q'_s R$), les signaux présentés plus haut (FIG. 1.32) diffèrent entre les deux voies : bien que les deux voies mesurent la même composante spectrale de l'objet diffuseur, la fréquence utilisée sur la voie 2 remplit largement les conditions de champ lointain, conduisant à un signal régulier, présentant un seul lobe de diffraction. La voie 1 ($\nu_0 = 40kHz$) est quant à elle non loin des conditions de champ proche. Cette interprétation sera confirmée plus loin par les simulations.

Evolution du Doppler avec le nombre d'onde D'un point de vue spectral, la figure page 65 montre clairement l'évolution linéaire de la fréquence Doppler du spectre avec la fréquence d'émission, donc avec le mode de Fourier q_s . Cette évolution linéaire (tracée figure 1.36) ne fait que traduire la relation Doppler :

$$2\pi \langle \Delta\nu \rangle = q_s U_D$$

Quelque soit le mode q_s , il est ainsi possible d'estimer la vitesse U_D de la bille à partir de la

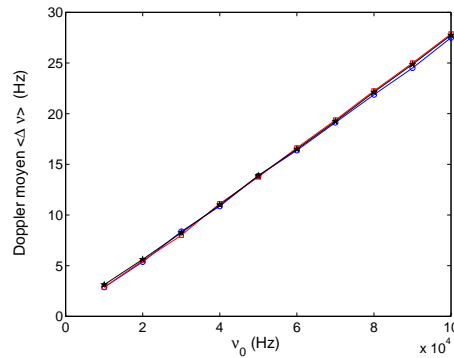


FIG. 1.36 – Evolution de la fréquence Doppler $\Delta\nu$ du spectre Sp_z tirée de la figure 1.35 pour les trois tailles de bille

fréquence Doppler du maximum du spectre Sp_z . La figure 1.37 présente l'évolution de la vitesse Doppler U_D déduite de cette évolution linéaire. Bien que la vitesse de la bille soit rigoureusement constante (au pourcent), on constate une dispersion importante des estimations (quelque soit la taille de la bille) en deçà de 50kHz, signe d'une imparfaite linéarité de l'évolution FIG. 1.36.

²²C'est cette sensibilité qui est exploitée dans les techniques de microscopie acoustique en champ proche [2] dans lesquelles on dépasse la résolution théorique de Rayleigh ($\lambda/2$)

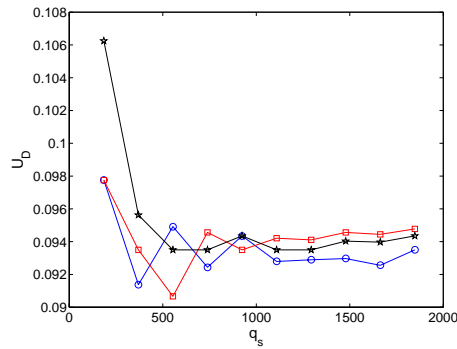


FIG. 1.37 – Estimation de la vitesse Doppler U_D par la relation $2\pi\Delta\nu = q_s U_D$ pour les trois tailles de bille.

Cette dispersion peut se traduire en termes de nombre d'onde sélectionné : en champ lointain ($\nu_0 < 50$ kHz), le nombre d'onde est sur-évalué, conduisant à une estimation plus grande de la vitesse Doppler. En champ proche, l'estimation est beaucoup plus précise dans le sens où elle est indépendante du nombre d'onde choisi. Le résultat important est donc que le mode de Fourier effectif est le nombre d'onde imposé avec une barre d'erreur de l'ordre de 5%, celui-ci étant surévalué en champ lointain.

1.3.5 Taille du volume de mesure et résolution spectrale

La figure 1.35 soulève également une autre remarque : il apparaît clairement que la durée (donc la distance) pendant laquelle la bille est détectée dépend essentiellement, dans une configuration géométrique donnée, de la fréquence d'émission. A partir de ces fichiers, on peut estimer la taille axiale H du volume de mesure en fonction de la fréquence.

Pour caractériser cette durée, plusieurs méthodes sont possibles. Nous avons choisi de définir cette durée à partir du moment d'ordre 2 car il faut prendre une mesure qui intègre²³ les lobes latéraux tenant compte de toute l'énergie contenue dans ces lobes. La valeur *absolue* de H est cependant définie à un facteur près. Nous avons pris deux fois l'écart type afin que H soit de l'ordre de $D/\cos(\theta/2)$, taille attendue du volume de mesure pour des faisceaux parallèles issus des capteurs.

Comme on aurait pu s'y attendre, H n'est pas constant et dépend de la fréquence d'émission (FIG. 1.38). H est très grand à basse fréquence, le capteur étant moins directif. Cette évolution est d'ailleurs assez proche de celle déjà vue concernant la directivité (p.55). En augmentant la fréquence, la directivité atteint un optimum, situé pour ces capteurs vers 40kHz, puis le volume

²³Ce choix est arbitraire et donne sensiblement les mêmes évolutions de H en fonction de la fréquence que de définir ce temps comme étant la durée pendant laquelle le module est supérieur à son *max*/10 ou encore en prenant la largeur de l'autocorrélation du module.

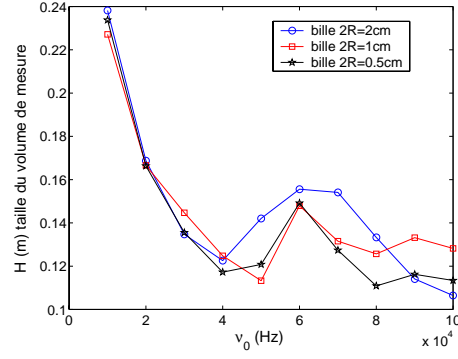


FIG. 1.38 – Taille H du volume de mesure en fonction de la fréquence d'émission pour les 3 billes et pour la Voie 2 ($\theta' = 60^\circ$)

de mesure grandit à nouveau. L'apparition massive de lobes secondaires (en champ proche) est défavorable à un volume de mesure bien défini. Ces lobes contribuent donc à élargir spatialement le domaine de sensibilité des capteurs.

Résolution spectrale Puisque délocalisation spatiale est synonyme de bonne résolution spectrale, on peut se demander ce qu'il advient de cette dernière. La résolution spectrale δq est l'incertitude attachée à la sélection expérimentale d'un nombre d'onde. Choisir un angle de diffusion θ et une fréquence d'émission ν_0 permettent en toute rigueur de sélectionner un nombre d'onde q_s tel que :

$$q_s = \frac{4\pi\nu_0}{c} \sin(\theta/2) \pm \delta q$$

Une expérience de diffusion opère donc un filtrage spectral par le biais d'un filtre de diffraction $\mathcal{F}(q_s)$ centré autour de q_s avec une largeur δq . Toute la question est de caractériser ce filtre. La largeur spectrale δq est l'aptitude à discerner deux nombres d'onde q_s et q'_s distincts. Si l'appareil de mesure possède une résolution spectrale trop mauvaise, il ne pourra pas distinguer les deux nombres d'onde. Notons R le pouvoir de résolution de l'appareillage. On a par définition $R = \frac{\lambda_s}{\Delta\lambda_s} = \frac{q_s}{\delta q}$. Compte tenu que

$$q_s = 4\pi\nu_0 \frac{\sin(\theta/2)}{c}$$

conduisant à

$$R = \frac{\lambda_s}{\Delta\lambda_s} = \frac{q_s}{\delta q} \propto 2 \frac{\tan(\theta/2)}{\Delta\theta}$$

On voit que la résolution des capteurs, dans une configuration géométrique donnée, dépend uniquement de la sélectivité angulaire $1/\Delta\theta$. Reste à trouver une modélisation réaliste de ce terme. Pour simplifier, prenons tout d'abord le cas d'un piston plan circulaire. On a vu que dans les conditions de champ lointain, on pouvait écrire

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Cela conduit à

$$R = \frac{\lambda_s}{\Delta\lambda_s} \propto \frac{D}{\cos(\theta/2)} \frac{1}{\lambda_s}$$

Le premier terme $\frac{D}{\cos(\theta/2)}$ peut s'interpréter comme la taille axiale H du volume de mesure dans le cas idéal où nos capteurs émettraient des faisceaux acoustiques dans le prolongement de la surface d'émission. En généralisant ce calcul au cas réel, dans lequel les effets de diffraction déforment le volume de mesure et rendent sa taille variable en fonction de l'échelle d'analyse $H(q_s)$, on obtient :

$$\frac{\delta q}{q_s} \propto \frac{1}{q_s H(q_s)} \quad (1.16)$$

soit

$$\delta q \propto \frac{1}{H(q_s)}$$

Cette dernière expression nous rappelle que la mesure est spectrale, et pour être parfaitement sélective en Fourier ($\delta q \rightarrow 0$), le volume de mesure doit tendre vers l'infini. C'est une conséquence du principe d'incertitude d'Heisenberg appliqué aux variables conjointes x et q_s [29] :

$$\delta q \delta x \geq \frac{1}{4\pi}$$

L'expression 1.16 peut également se déduire directement des résultats sur les réseaux optiques, en interprétant la zone de mesure comme un réseau de franges de pas $\lambda_s = 2\pi/q_s$. Si N est le nombre de franges de ce réseau ($N = H/\lambda_s$), on sait que la résolution spectrale R est proportionnelle au nombre de franges du réseau, d'où le résultat.

Evolution de la résolution spectrale À partir de l'évolution de la taille du volume de mesure H en fonction de l'échelle (FIG. 1.38), l'interprétation précédente permet de tracer l'évolution de la résolution R et de l'incertitude spectrale δq en fonction du mode de Fourier, comme le montre la figure 1.39. Ce sont bien sûr les variations avec l'échelle qu'il faut regarder (leur valeur intrinsèque étant arbitraire car issues de calculs par ordre de grandeur). En outre, ces courbes ne sont pas générales puisqu'elles proviennent de données obtenues dans une seule configuration géométrique ($\theta = 60^\circ$ et $L = 0.71$ m). Leur portée est donc limitée *a priori* à cet usage. Mais étant donné que ces comportements sont principalement déterminés par la taille $H(q)$ du volume de mesure et que cette dernière dépend uniquement de la diffraction, on peut penser que dans d'autres configurations, les résultats seraient similaires. On voit en effet que l'incertitude Δq_s (figure du bas) augmente linéairement jusqu'à l'échelle $q_s = 750m^{-1}$ (soit $\nu = 40$ kHz) puis présente un plateau plus ou moins bien défini. Ce comportement est à rapprocher des conditions de champ lointain pour $\nu \leq 40kHz$ (dans lesquelles la taille du volume de mesure décroît compte tenu du lobe principal qui se resserre) et des conditions de champ proche au delà de $40kHz$ (présentant un volume de mesure relativement constant mais affublés de volumes

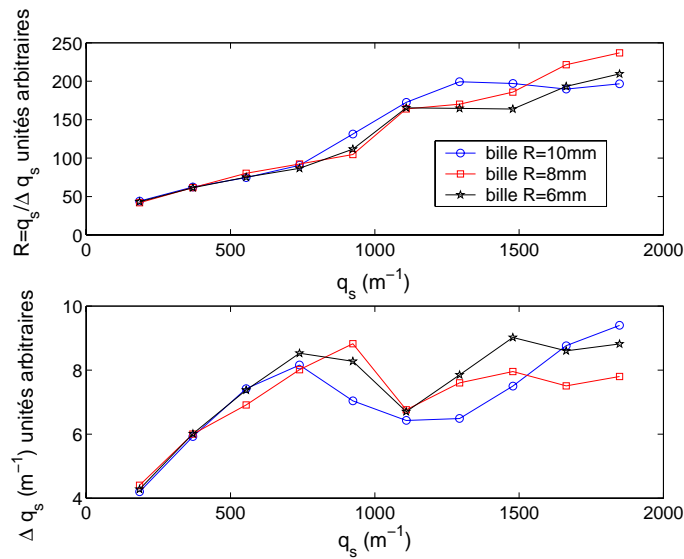


FIG. 1.39 – Variations de la résolution R et de l'incertitude δq en fonction de q_s dans la configuration de la voie 2 ($\theta' = 60^\circ$, $L = 0.71$ m) pour les trois billes.

secondaires d'intensité moindre). On pourra ainsi transposer ce comportement à d'autres configurations connaissant la fréquence limite entre champ proche et lointain. Parallèlement, on voit que la résolution R augmente avec l'échelle que ce soit en champ proche ou lointain. Ce qu'il est important de retenir, c'est que la résolution spectrale augmente continûment avec la fréquence d'émission imposée. Autrement dit, lorsqu'on augmente la fréquence d'émission, la mesure est d'autant plus sélective (R grand) que l'on s'éloigne des conditions de champ lointain. Cette remarque souligne de ce point de vue l'intérêt de travailler dans la zone de champ proche des *transducteurs*.

1.3.6 Validation par les simulations numériques en configuration de diffusion

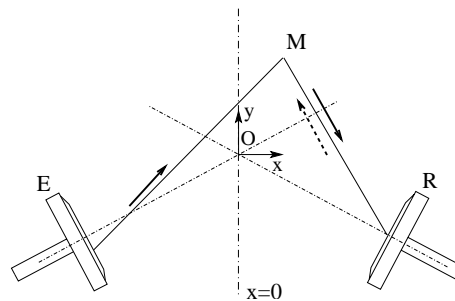


FIG. 1.40 – Configuration du calcul numérique du champ acoustique U en tout point M

Les simulations numériques du champ acoustique émis par un unique capteur (déjà présentées

§1.2.4) peuvent être étendues au cas de la configuration de diffusion, composée de deux capteurs (FIG. 1.40). En tout point $M(x, y)$ du plan, on note $E(M)$ le champ complexe reçu en M du fait de l'émetteur E et de la même manière $R(M)$ le champ en M émis par le capteur situé en R . Par réciprocité, le champ reçu en R du fait de la présence d'une source en M s'écrit $R^*(M)$ (par la transformation $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$). Ainsi, pour calculer numériquement la fonction de réponse complexe $U(M)$ en tout point du plan, on calculera indépendamment les champs E et R pour chacun des capteurs, le champ complexe $U(M)$ en diffusion s'écrivant :

$$U(M) = E(M).R^*(M)$$

Le module $|U(M)|$ de la fonction de réponse représente la sensibilité du volume de mesure en tout point M , alors que la phase est l'image du réseau d'interfranges constitué par les deux faisceaux acoustiques. L'illustration donnée figure 1.41 permet de visualiser un exemple de résultat

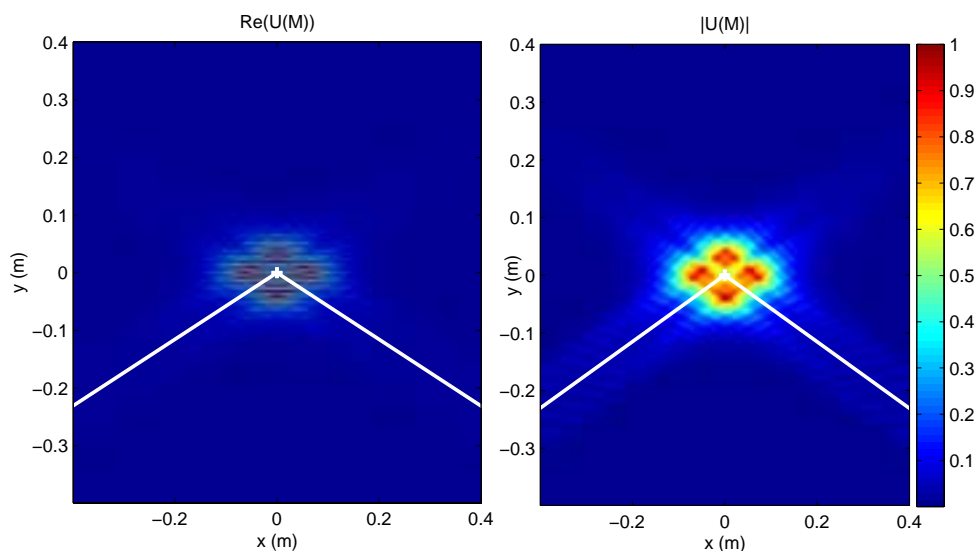


FIG. 1.41 – Simulation numérique du champ $U(M)$ produit par le couple émetteur-récepteur en configuration de diffusion avec, à droite le module du champ (échelle de couleurs linéaire) image de la sensibilité $s(x, y)$ du volume de mesure en tous points. À gauche la phase du champ est représentée plus explicitement par la partie réelle de $U(M)$. $\theta = 60^\circ$, $\nu_0 = 100$ kHz, $D = 0,14$ m et $L = 0,71$ m ($r_1 = 2L$). Grille de 800×800 points pour une résolution de 1 mm

dans une situation de champ proche. À droite, l'amplitude du champ révèle un volume de mesure globalement en forme de losange, ou plutôt quatre petits volumes agencés en losange. Cet arrangement, conséquence directe de la forte intensité des lobes secondaires en champ proche, disparaît en champ lointain pour laisser place à un volume de mesure ovoïde beaucoup plus régulier. À gauche, le réseau d'interfranges est relativement régulier, de périodicité axiale selon y .

Comparaison avec la diffusion sur une bille Cette simulation nous apporte la connaissance du champ complexe en tous points de l'espace, en particulier sur l'axe médian $x = 0$ situé entre les capteurs, axe de déplacement de la bille dans nos expériences. Pour comparer les signaux expérimentaux à ces simulations, nous allons nous restreindre à la valeur du champ sur cet axe $U(M(x = 0, y))$. Cela revient à comparer le signal de diffusion z_{exp} par la bille à la fonction de réponse sur l'axe en posant $z_{simul} = U(x = 0, y)$, c'est-à-dire à négliger tout effet de taille caractéristique de bille. La confrontation peut paraître brutale²⁴ dans le sens où la bille n'est pas ponctuelle et agit de surcroît comme un filtre spatial ; pourtant nous allons voir que le test est assez probant, confirmant le rôle finalement mineur joué par le facteur de forme de la bille.

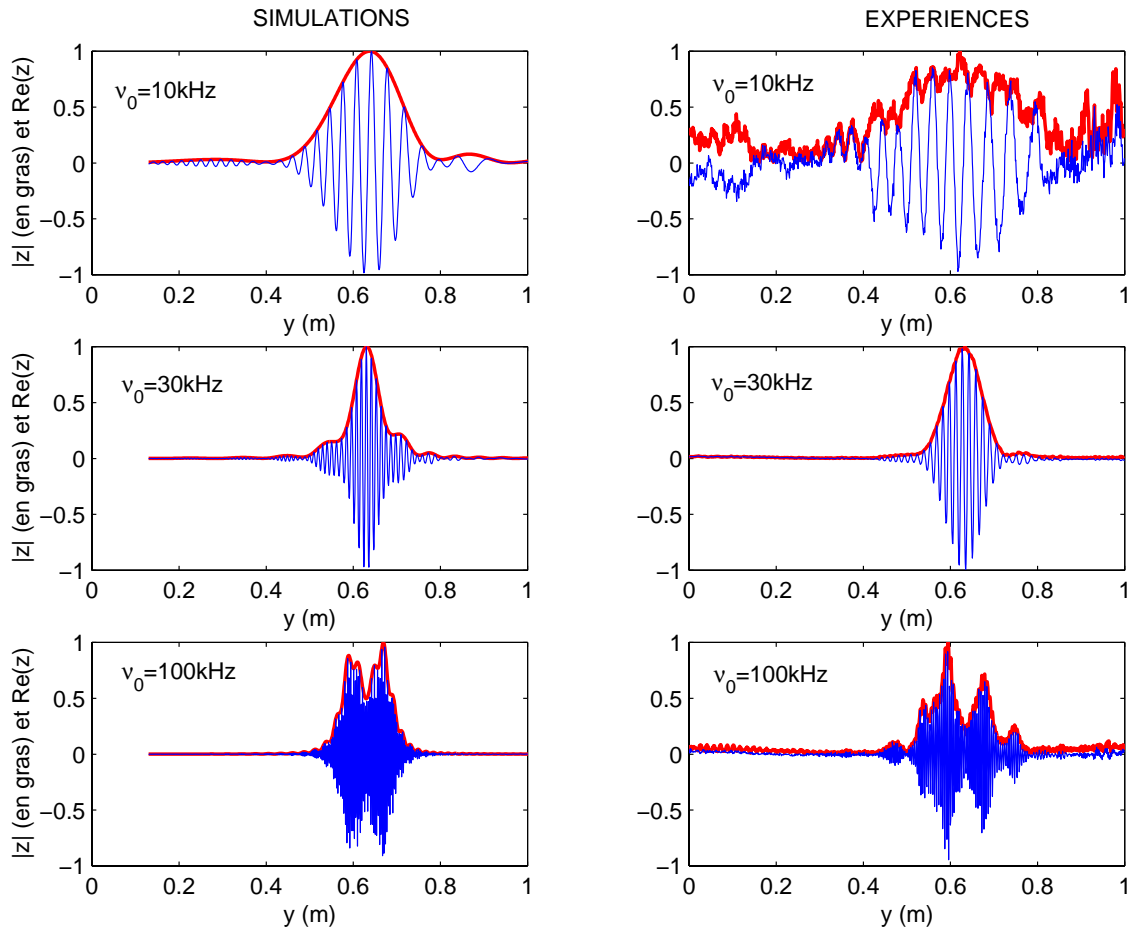


FIG. 1.42 – Comparaison entre à gauche les simulations numériques et à droite les expériences de diffusion sur une bille de 5mm. Les paramètres sont $D = 0.14m$, $L = 0.71m$ et $\theta = 60^\circ$. Simulations sur $N = 1024$ points et résolution $\Delta x < 1mm$

²⁴D'autant plus que la simulation est bidimensionnelle et que des effets 3D modifient probablement la fonction de réponse $U(M)$ dans ce plan.

Pour la plus petite bille, nous avons représenté FIG. 1.42 pour trois fréquences le champ $U(M)$ (sur l'axe médian) en face des expériences correspondantes. Bien que qualitativement légèrement différents, il faut souligner le bon accord quantitatif et notamment l'évolution très proche de la forme du signal avec la fréquence d'émission.

Qu'il s'agisse des simulations ou des expériences, on constate (surtout à basse fréquence) deux caractéristiques communes quant à l'évolution du signal :

- Le *module* du signal tout d'abord, présente *grosso-modo* une forme en cloche, flanquée de lobes secondaires. Dans les deux cas (expériences ou simulations) on constate de gauche à droite que le lobe situé à droite du lobe central est plus intense que celui situé à sa gauche.
- Parallèlement et concernant la *phase*, une observation attentive de la partie réelle révèle une légère dérive de la fréquence Doppler des oscillations : de gauche à droite, la fréquence des oscillations est lentement décroissante, traduisant une diminution de la dérivée de la phase.

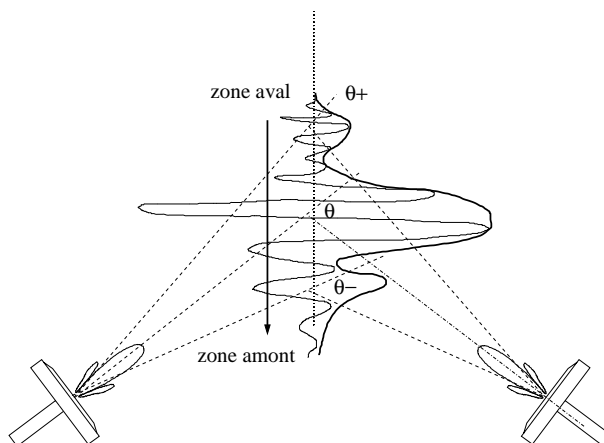


FIG. 1.43 – Schéma illustrant le principe de l'asymétrie du signal complexe de diffusion provoqué par les lobes de diffraction.

En observant différentes simulations, on se convainc facilement que ces deux effets ne font que traduire l'asymétrie amont/aval de la configuration de diffusion (FIG. 1.43) :

Lorsque la bille est située en aval (correspondant à l'angle de diffusion local θ^+), l'intensité en ce point est plus faible que son symétrique amont, principalement du fait de l'éloignement L différent²⁵. Le même raisonnement prévaut pour la phase qui, bien que la vitesse soit parfaitement constante, n'est pas rigoureusement linéaire. Dans la région aval, le nombre d'onde "local" est défini par

$$q_s^+ = 4\pi\nu_0 \sin(\theta^+/2)/c$$

²⁵L'asymétrie se manifeste également dans le sens où, considérant deux points M^+ et M^- symétriques par rapport au centre du volume, ils mettent en jeu des angles de diffraction sur le capteur $|\theta^+ - \theta|$ d'une part et $|\theta - \theta^-|$ d'autre part, différents.

est plus grand qu'en amont, autrement dit

$$\theta_+ > \theta > \theta^-$$

impose pour les nombres d'onde

$$q_s^+ > q_s > q_s^-$$

et par voie de conséquence une diminution de la fréquence Doppler $\Delta\nu = q_s(M)U_D/2\pi$ d'aval en amont²⁶.

In fine, puisque la forme du signal de diffusion semble extrêmement sensible aux effets de diffraction (champ proche/ lointain) sur les capteurs, on pourrait craindre qu'ils agissent comme effet dominant et masquent le caractère spectral de la mesure. En réalité, le choix d'un diffuseur ponctuel comme la bille s'avère *a posteriori* un bon révélateur des effets de diffraction étant donné la forme plutôt plate de son spectre, relativement peu dépendant de l'échelle d'analyse. Si nous avons choisi au contraire un objet ou un écoulement de spectre relativement complexe, il aurait été délicat de séparer les deux contributions. Bien qu'il s'agisse d'études préliminaires, nos observations tendent à démontrer (et à caractériser) qu'une expérience de diffusion consiste à pratiquer une mesure spectrale avec un appareil de mesure dont les caractéristiques dépendent de toute la configuration géométrique (au sens large) adoptée : θ , ν_0 , L et D . Nanti de cela, on veillera en particulier à ne pas changer tous ces paramètres simultanément pour comparer plusieurs expériences entre elles.

1.4 Diffusion par la vorticité, en pratique

Nous allons maintenant examiner les conséquences de la diffraction sur les mesures de diffusion par la vorticité.

1.4.1 Le pic central...

Comme nous l'avons dit concernant le spectre de diffusion par la bille (FIG. 1.31), le signal en sortie de la chaîne d'acquisition contient, outre le signal de diffusion affecté du décalage Doppler, une forte contribution quasi-monochromatique   la fréquence d'émission ν_0 . Nous avons qualifié cette composante de "pic central" car elle apparaît   la fréquence Doppler nulle ($\Delta\nu = 0$) dans le spectre Sp_z du signal complexe. Dans le cas de la bille, une simple soustraction de la valeur moyenne du signal complexe a permis d'éliminer cette contribution. En diffusion par la vorticité, ce pic est également présent, dominant souvent le signal de diffusion. Mais nous allons voir que son élimination est plus délicate, ce pic étant de largeur spectrale non négligeable. Typiquement,

²⁶Ce qui se traduit en terme de phase par un écart   la linéarité parfaite. On peut constater cette diminution sur la phase déroulée FIG. 1.32 p.62 (courbes du bas)

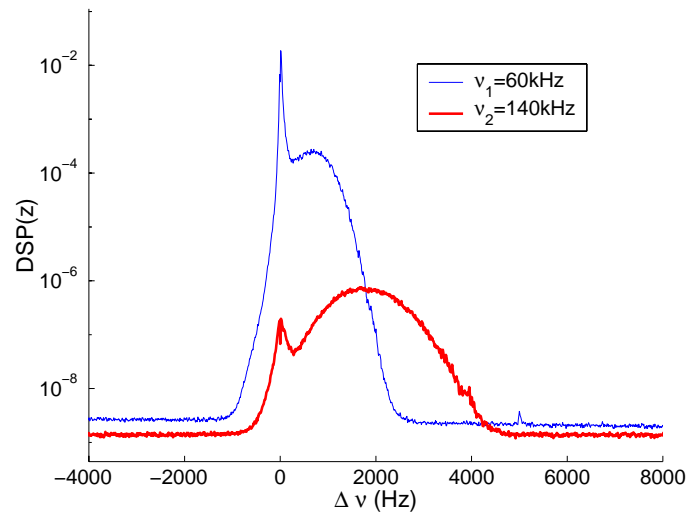


FIG. 1.44 – 2 spectres de diffusion complexes (Sp_z) du LEGI, au même angle $\theta = 40^\circ$ pour les fréquences 60 et 140 kHz. On voit bien qu'aussi bien en absolu qu'en relatif par rapport au signal de diffusion, l'amplitude du pic central varie avec la fréquence d'émission.

les spectres obtenus dans une expérience de diffusion acoustique et pour les signaux complexes centrés, ont l'allure²⁷ représentée figure 1.44. Il s'agit de deux spectres, pour deux fréquences d'émission ν_0 différentes issues de la même configuration géométrique $\theta = 60^\circ$. Dans le cas de la

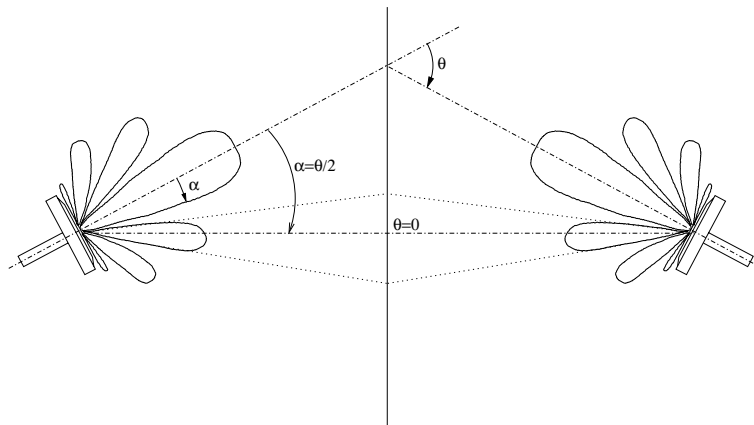


FIG. 1.45 – Schéma simplifié du processus de diffusion à angle nul qui peut permettre d'expliquer la présence de la singularité à Doppler nul dans le spectre.

vorticité, on voit que le pic central est toujours présent après soustraction de la valeur moyenne. Il est invariablement situé autour de la fréquence Doppler nulle mais avec une amplitude absolue

²⁷Au début de ce manuscrit (p.36), nous avons choisi dans un souci de clarté, de présenter des spectres pour lesquelles le pic central était d'amplitude bien plus faible que le signal de diffusion.

et relative différentes par rapport au signal de diffusion : autant il domine de près de 20 dB ce dernier à 60 kHz, autant il apparaît pratiquement négligeable à 140 kHz.

Comme nous l'avons vu précédemment, cette composante est essentiellement issue des effets de diffraction par les capteurs. Il semble que la "vue en direct" (autour de $\theta = 0^\circ$) des deux transducteurs par les lobes de diffraction latéraux soit à l'origine de cette divergence, comme l'illustre la figure 1.45. En multipliant les directions de propagations des ondes émises (et reçues), la diffraction permet à une part non nulle de l'énergie acoustique émise de transiter dans la direction du capteur récepteur ($\theta \propto 0$), se traduisant par l'ajout d'une forte composante à la fréquence d'émission ($\Delta\nu \propto q_s \propto \theta \propto 0$).

Amplitude du pic central en fonction de la fréquence

La figure 1.46 représente, dans deux configurations angulaires θ et pour deux vitesses d'écoulement U_D , l'amplitude du pic central en fonction de la fréquence d'émission ν_0 imposée. Les commentaires que l'on peut faire sont les suivants :

- Pour une configuration géométrique donnée, l'amplitude du pic dépend nettement de la fréquence. Il semble que certaines fréquences soient favorables (pic central petit) alors que d'autres sont plus désavantageuses.
- La configuration angulaire détermine également l'amplitude du pic puisque les évolutions diffèrent pour deux angles de diffusion distincts (à même vitesse). Au-delà de 130 kHz, la forme commune s'explique essentiellement par l'atténuation sonore (cf. fonction de transfert p.44).
- La vitesse de l'écoulement (pour une même configuration) ne semble pas modifier l'allure de l'évolution des minima et maxima du pic central. En revanche, le pic central paraît en moyenne plus intense à haute vitesse (courbe translatée vers le haut).

Toutes ces remarques sont consistantes avec l'interprétation du pic central en termes de la vue en direct : en changeant la fréquence d'émission sur le capteur, on change son diagramme de diffraction donc l'intensité dans les lobes latéraux qui déterminent l'amplitude du pic. Si cette interprétation est juste, on doit pouvoir prédire, connaissant la configuration géométrique et la fréquence, l'amplitude du pic central connaissant le diagramme de diffraction.

C'est dans ce but que le calcul théorique de l'amplitude émise dans la direction $\alpha = \theta/2$ (voir FIG. 1.45) a été conduit. Pour cela, nous avons supposé que la diffraction par un piston plan (formule 1.10) issue de l'approximation de Fraunhofer modélisait correctement le diagramme de diffraction. La courbe théorique en tirets FIG. 1.46 représente l'amplitude diffractée par l'émetteur sous un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à la normale au capteur. L'accord semble raisonnable²⁸ étant donné que ce calcul correspond à la diffraction en champ lointain, condition

²⁸En outre, il faudrait en toute rigueur renormaliser cette prédiction par la fonction de transfert du couple émetteur-récepteur, ce qui explique l'augmentation de l'amplitude autour de 50kHz, absente de la courbe

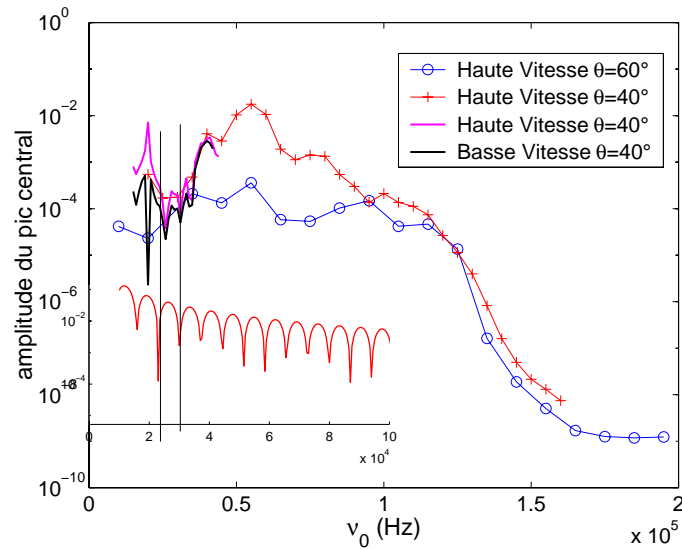


FIG. 1.46 – Amplitude du pic central, en fonction de ν_0 fréquence d'émission, dans 2 configurations ($\theta = 40^\circ$ et 60°) et pour 2 vitesses différentes. En insert est représenté, entre 0 et 100 kHz, l'amplitude diffractée sous un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à la normale à un piston plan circulaire en diffraction de Fraunhofer (équation 1.10)

imparfaitement remplie ici ($L \approx 1.5r_1$).

Amplitude du pic central en fonction de l'angle de diffusion

Pour corroborer cette interprétation, une autre expérience a été menée, consistant à faire varier l'angle de diffusion θ seul, toutes choses égales par ailleurs²⁹. En pratique, l'angle θ de diffusion est modifié en faisant tourner les deux capteurs sur leur axe vertical, sans les déplacer. La fréquence $\nu_0 = 50\text{kHz}$ a été choisie. Le but est donc de faire “défiler” les lobes de diffraction du couple émetteur-récepteur (à cette fréquence) afin de vérifier que la dépendance angulaire est directement reliée à l'amplitude du pic central. D'autre part, cette série d'expérience a été menée *sans* écoulement, puis *avec* écoulement. Les résultats apparaissent figure 1.47. Tout d'abord, il y a peu de différences entre les variations de l'amplitude du pic *avec* ou *sans* écoulement. Cela confirme que ces variations dépendent essentiellement de la configuration géométrique, et dans une moindre mesure de la vitesse. Encore une fois, nous avons ajouté la prédiction théorique obtenue en considérant la figure de diffraction d'un piston plan circulaire. la fonction $H(\mu)$ avec $\mu = \pi(D(\nu_0/c) \sin(\theta/2))$ (équation 1.10) apparaît en tirets. Bien que les courbes expérimentales et théorique ne présentent pas *précisément* les mêmes angles de minima et maxima, on notera tou-

théorique.

²⁹Ce n'est pas vrai *stricto-sensu* puisque en changeant l'angle, la distance acoustique L entre le capteur et la zone de mesure a également varié. En revanche, la distance *entre capteurs* est restée constante.

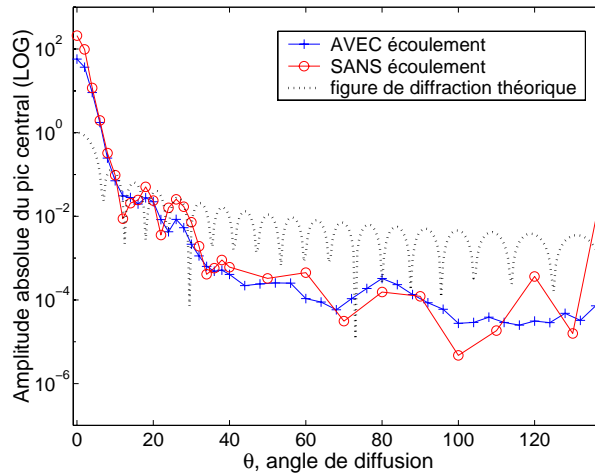


FIG. 1.47 – Variations de l’amplitude du pic central avec l’angle de diffusion, avec et sans écoulement entre 0° (face à face) et 140° (rétrodiffusion). Fréquence d’émission constante ($\nu_0 = 50\text{kHz}$)

tefois que l’ordre de grandeur de ces angles est correctement prédit. Il est probable que les écarts proviennent de l’imparfaite modélisation du diagramme de rayonnement, celui-ci s’appuyant sur une hypothèse de champ lointain, condition mal remplie ici (la distance entre capteurs est de l’ordre de deux fois r_1).

Sans avoir démontré que la “vue en direct” des deux transducteurs était à l’origine du pic central, on peut voir que cette hypothèse n’est pas contredite par les expériences et reste la plus crédible. Cette modélisation probablement simpliste étant donné la complexité du phénomène semble néanmoins bien rendre compte de l’origine physique de la divergence.

Par ailleurs, la contribution du facteur angulaire de Lund (décrit FIG. 1.3, p. 32) dont on sait qu’il présente une divergence pour l’angle de diffusion nulle n’est pas évidente, étant donné la ressemblance étroite entre l’évolution avec ou sans écoulement. En l’absence d’écoulement (donc de vorticité), on s’attend à ce que le terme de Lund n’ait aucune contribution, celle-ci apparaissant en présence d’écoulement. Bien qu’il modifie certainement, d’une manière ou d’une autre, l’amplitude absolue du pic central, ces expériences ne permettent pas de conclure sur ce point.

Jusqu’ici, nous nous sommes intéressé à l’amplitude du pic central, sans parler de sa largeur spectrale. La proximité spectrale de la bosse de diffusion du signal Doppler complique l’estimation de cette largeur. Néanmoins, il semble que celle-ci dépende essentiellement de la vitesse d’écoulement, avec grossièrement une largeur de pic central exponentiellement croissante avec l’écart type de la vitesse. Cette largeur croissante est compatible avec l’interprétation de vue en direct des transducteurs, le rôle joué par les fluctuations de vitesse étant d’augmenter le bruit de phase sur le parcours de l’onde entre capteurs.

1.4.2 S’affranchir du pic central...

Etant donné l’amplitude bien souvent supérieure du pic central par rapport au signal de diffusion, il est impératif d’éliminer cette composante.

Éliminer le pic central expérimentalement ? On pourrait penser pouvoir éliminer directement le pic central³⁰ en interposant un obstacle de grande impédance acoustique entre l’émetteur et le récepteur, sur le trajet direct $\theta = 0^\circ$. Malheureusement, cette solution ne fait que déplacer le problème puisque la diffraction sur l’écran crée une source acoustique sur son bord, annulant ainsi l’effet d’écran. Récemment, N. Mazellier a réalisé lors de son stage de DEA [69] des essais dans le même esprit mais avec des panneaux de mousse jouant le rôle de filtre acoustique. Bien qu’efficace, cette solution n’est pas encore parfaitement au point puisqu’on maîtrise mal la manière précise de placer la mousse, permettant l’élimination systématique du pic central dans n’importe quelle configuration (L, ν_0, θ) .

Élimination du pic central en post-traitement Faute de pouvoir éliminer le pic central *in situ*, nous nous sommes tournés vers le filtrage numérique du signal de diffusion *après* acquisition. Le choix du gabarit “idéal” du filtre, de la fréquence de coupure et leur influence sur le signal de diffusion proprement dit est une question difficile, qui pourrait faire l’objet d’une étude spécifique. La solution que nous avons retenue pour ce travail, bien qu’imparfaite, est la dérivation du signal³¹. Dériver le signal temporel revient également à un filtrage, dont le gabarit et la fréquence de coupure sont connus. En pratique, le filtrage est numérique de type dérivée simple :

$$z_i^{filtre} = (z_i - z_{i-1})/2$$

Comme tout filtrage numérique, le gabarit du filtre est fortement dépendant de la fréquence d’échantillonnage³² du signal (la fonction de transfert du filtre est du type $H(\nu) = e^{i\pi\nu T_{Ech}} \sin(\pi\nu T_{Ech})$).

Interprétation de la dérivation Dans le cadre de la diffusion sur la bille (1.3.2), nous avons vu que le signal complexe (après acquisition-démodulation) s’écrit comme la somme du signal

³⁰Il faut signaler également que le pic central est d’amplitude pratiquement négligeable lorsque le volume V_H défini par les faisceaux acoustiques est bien plus grand que le volume V de confinement de la vorticité. Une méthode pour minimiser le pic central serait donc de restreindre les expériences au cas des petits jets pour lesquels cette condition est satisfaite.

³¹Une voie de recherche   poursuivre serait d’utiliser la fonction de Cohérence spectrale entre partie réelle et imaginaire comme gabarit de filtre. Celle-ci est nulle sur toute la zone fréquentielle du pic central, et proche de 1 dans la zone Doppler (où module et phase sont corrélés), ce qui est séduisant.

³²Nous verrons plus loin que la fréquence d’échantillonnage modifie très peu les résultats (pourvu qu’elle satisfasse au critère de Shannon)

de diffusion par la bille et d'un terme constant (complexe) :

$$z(t) = \underbrace{\rho(t)e^{i\phi(t)}}_{\text{diffusion bille}} + \underbrace{pe^{i\psi}}_{\text{pic central constant}}$$

Pour cela, nous avons décrit le pic central comme une onde plane d'amplitude et de phase constante, se propageant entre l'émetteur et le récepteur (hypothèse de vue en direct) : $P(t) = pe^{2i\pi\nu_0 t + i\psi}$. Dans le cas de la diffusion par la vorticité, le chemin correspondant   la vue en direct est travers  par l'écoulement. Les fluctuations de vitesse qui en découlent induisent des variations locales de la célérité de l'onde, impliquant une dépendance *temporelle* du champ après traversée. Globalement, cette dépendance se traduit par un bruit d'amplitude et de phase du champ $P(t)$:

$$P(t) = \underline{p(\mathbf{t})} e^{2i\pi\nu_0 t + i\psi(\mathbf{t})}$$

Une fois démodulé, le signal s'écrit alors :

$$z(t) = \underbrace{\rho(t)e^{i\phi(t)}}_{\text{diffusion}} + \underbrace{p(\mathbf{t})e^{i\psi(\mathbf{t})}}_{\text{pic central}}$$

Alors qu'avec la bille, le terme de pic central ajoute une contribution complexe *constante* au signal de diffusion, le caractère instationnaire de l'écoulement travers  ajoute une contribution complexe dépendant du temps.

Cette dépendance aléatoire complique notablement l'élimination du pic central, contrairement   la bille pour laquelle une simple soustraction de la moyenne est efficace. Si l'on récrit le filtrage par dérivation selon :

$$z_i^{\text{filtre}} = \frac{z_i - z_{i-1}}{2} = z_i - \frac{z_i + z_{i-1}}{2}$$

on voit que la dérivation numérique revient   enlever au signal sa moyenne locale évaluée sur un temps T_{Ech} , temps le plus court du signal. Etant donné que le pic central se traduit par une modulation lente autour de ν_0 (modulation de temps caractéristique $T \gg T_{ech}$), on voit que la dérivation est trop violente car elle évalue la moyenne locale sur un temps plus court que le temps moyen de variation du pic central. Cela étant, elle garantit son élimination totale du signal de diffusion.

Efficacité de la dérivation La figure 1.48 illustre l'efficacité de la dérivation sur les spectres d'un signal typique de diffusion par la vorticité. Les courbes du haut représentent le spectre Sp_z du signal complexe brut ou dérivé; au milieu les spectres $Sp_{e^{i\phi}}$ de l'exponentielle imaginaire (représentant la phase du signal); enfin en bas apparaissent les spectres du module du signal : $Sp_{|z|}$. Le signal non dérivé présente un pic central dominant, conduisant   un spectre de phase   deux "bosses" de diffusions Doppler et   un spectre du module affecté d'un décalage Doppler,

information logiquement absente du module du signal. Encore une fois, ces interférences entre module et phase proviennent essentiellement du caractère non-linéaire des deux opérateurs. L'efficacité de la dérivation est probante si l'on en juge par les spectres : le pic central a totalement disparu, ainsi que l'information de la phase (Doppler) dans le spectre du module, tout comme les deux "bosses" du spectre de la phase. Cela étant, on observe deux inconvénients directement

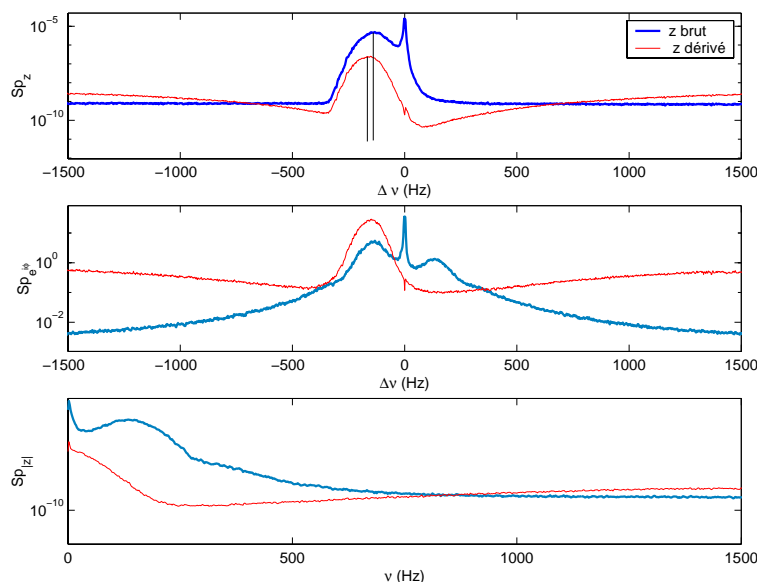


FIG. 1.48 – Exemple de spectres de signaux avec et sans dérivation pour $\theta = 40^\circ$ et $\nu_0 = 40$ kHz.

liés à l'opérateur dérivation :

- Une augmentation artificielle de la fréquence Doppler du spectre Sp_z : en multipliant le spectre du signal brut par la fonction de transfert du filtre, croissante entre 0 et $F_{Ech}/2$, on observe un décalage vers les plus hautes fréquences de la fréquence Doppler $\Delta \nu$ correspondant au maximum du spectre. En d'autres termes, l'estimation de la vitesse moyenne U_D par le spectre du signal dérivé conduit à une vitesse Doppler surestimée. Dans toute la suite et bien que le signal soit systématiquement dérivé, les mesures de vitesse Doppler seront toujours préalablement calculées à partir du spectre de z non dérivé.
- Le second inconvénient est directement relié au précédent puisqu'il découle du gabarit du filtre dérivateur : Celui-ci étant fortement déprimé autour de la fréquence nulle (proche de la bosse Doppler) et surtout croissant pour les plus hautes fréquences (où le bruit domine), il s'ensuit une dégradation du rapport signal sur bruit.

Ces deux effets seront d'autant plus marqués que le signal de diffusion (c'est-à-dire la bosse Doppler) sera large et proche du pic central dans l'espace des fréquences. Autrement dit, si l'on

note $\Delta\nu$ la fréquence Doppler ($\sim q_s U_D$) et $\delta\nu$ la largeur spectrale³³ de cette “bosse” ($\delta\nu \sim q_s u'$), le paramètre pertinent est le rapport $\delta\nu/\Delta\nu$, en l’occurrence le taux de turbulence :

Plus le taux de turbulence est faible plus le spectre est localisé et étroit, donc plus le filtre dérivateur apparaît localement “plat”, minimisant ainsi la déformation de la bosse Doppler. Le jet rond turbulent (dont le taux de turbulence atteint 30%) n’est probablement pas le meilleur candidat.

Concernant la fréquence d’échantillonnage, on peut se demander si son choix n’est pas déterminant dans la forme finale du spectre dérivé. Fort heureusement, le choix de la fréquence

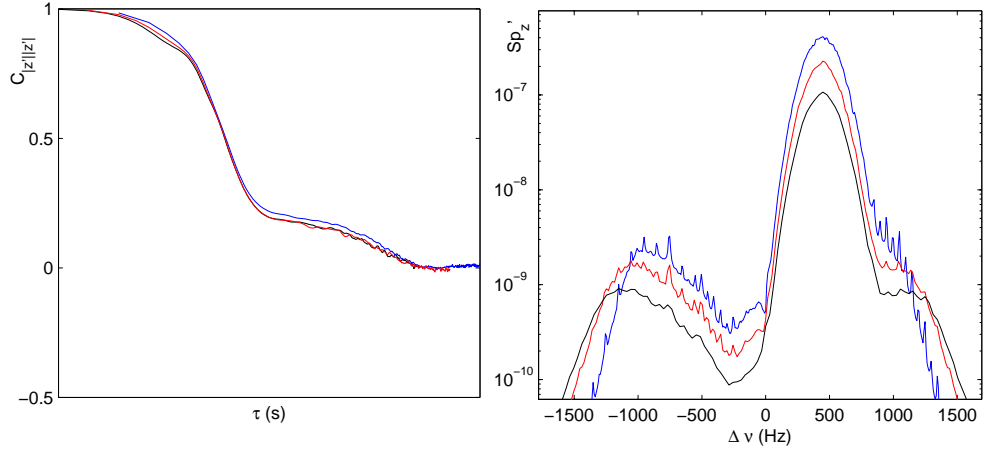


FIG. 1.49 – Comparaison de 3 spectres de z dérivé (à droite) et des autocorrélations du module (à gauche) pour une même expérience réalisée avec 3 fréquences d’échantillonnage différentes : $F_{Ech} = 8192, 16384$ et $32768 Hz$.

d’acquisition n’influence pas de manière notable les caractéristiques spectrales (ou temporelles) du signal dérivé, comme le montre la figure 1.49. Pour 3 fréquences d’échantillonnage distinctes (dans un rapport 4), l’autocorrélation du module (coordonnées lin-log), aussi bien que le spectre du signal complexe *dérivé* sont identiques. On pourra donc choisir librement la fréquence d’acquisition (sous réserve de respecter le critère de Shannon).

1.4.3 Sélection d’un nombre d’onde de la *vorticité*

Différence essentielle avec la diffusion sur une bille Etudier la vorticité à un nombre d’onde \mathbf{q}_s unique revient à regarder le spectre $\widetilde{\omega}_n(\mathbf{q}, t)$ pour $\mathbf{q} = \mathbf{q}_s$. Cependant, cette opération de filtrage dans l’espace de Fourier ne peut pas être infiniment sélective. En pratique, on sélectionne bien un mode \mathbf{q}_s entouré d’une incertitude δq et à l’instar de la bille, la question de la sélectivité du mode est primordiale pour interpréter les résultats en diffusion par la vorticité.

³³Si l’on néglige les effets de durée de vie finie (décrits §1.52) et la diffraction, nous verrons que l’élargissement spectral $\delta\nu$ est principalement dû aux fluctuations de vitesse : $\delta\nu \sim q_s u'$, avec u' écart type de vitesse.

On pourrait penser pouvoir appliquer directement les résultats issus des expériences traitant de la bille (p.71). Mais bien que la résolution spectrale dépende essentiellement de la taille du volume de mesure (et à travers elle de l'ouverture angulaire des capteurs), la dépendance angulaire supplémentaire liée à la mesure de la vorticité (terme de Lund $\mathcal{L}(\theta)$) impose une plus grande prudence : en renforçant l'intensité diffusée dans certaines directions au détriment de certaines autres, on conçoit bien que le facteur de Lund va déformer le volume de mesure, donc le filtre spectral de sélection du mode de Fourier associé. Toute la question est de savoir comment ce terme intervient, et s'il modifie notablement le filtre issu de la seule diffraction (caractérisé par les expériences avec la bille).

Influence du terme de Lund

Pour une fréquence d'émission ν_0 donnée, on peut réinterpréter le facteur de Lund selon :

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}(2 \arcsin(q_s c / 4\pi\nu_0)) \equiv \mathcal{L}'(q_s) \quad (1.17)$$

Cette formulation souligne le domaine d'influence *spectral* du terme de Lund. En se référant par exemple   l'équation 1.1.2 (p. 31), on peut récrire le signal de diffusion :

$$z(t) \propto \mathcal{L}(q_s) \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(q_s, t) \quad (1.18)$$

Ce qui conduit, en utilisant la fonction de transfert $\mathcal{F}(q_s)$ décrite p.69 et traduisant le filtrage d'un nombre d'onde q_s (par les seuls effets de diffraction³⁴)   :

$$z(t) \propto [\mathcal{L}(q_s) \mathcal{F}(q_s)] \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(q_s, t) \quad (1.19)$$

Cette relation montre que le terme de Lund agit également comme un filtre spectral, dont le gabarit est donné figure 1.3 p.32. Etant donné l'asymétrie du gabarit \mathcal{L} , le facteur de Lund a pour effet de déformer le filtre d'échelle issu de la diffraction, comme l'illustre la figure 1.50.

En particulier, on s'attend   ce que la divergence de $\mathcal{L}(q_s)$ pour les faibles nombres d'onde (petits angles) asym trise le filtre d'échelle $\mathcal{F}.\mathcal{L}$. Tout se passe donc comme si le nombre d'onde "visé" n'était pas le nombre d'onde q_s imposé mais un nombre d'onde q_s^* plus petit pour lequel le maximum de la fonction $\mathcal{L}.\mathcal{F}$ était atteint.

Nous montrons en annexe C gr ce aux simulations numériques que l'effet déformant du facteur de Lund est probablement négligeable. La différence entre le nombre d'onde imposé q_s et le nombre d'onde réellement sélectionné q_s^* est au maximum de l'ordre du pourcent, tout comme la modification de la largeur spectrale du filtre de diffraction initial. En revanche, le facteur de Lund intervient bien sûr en augmentant le rapport signal sur bruit des expériences   petit angle par rapport aux grands angles de diffusion.

³⁴En toute rigueur, $\mathcal{F}(q_s)$ n'est pas fonction de q_s seul puisqu'elle caractérise les effets de diffraction, dont nous savons qu'ils dépendent en réalité de la configuration adoptée pour la mesure : $\mathcal{F}(\theta, \nu_0, L, D)$

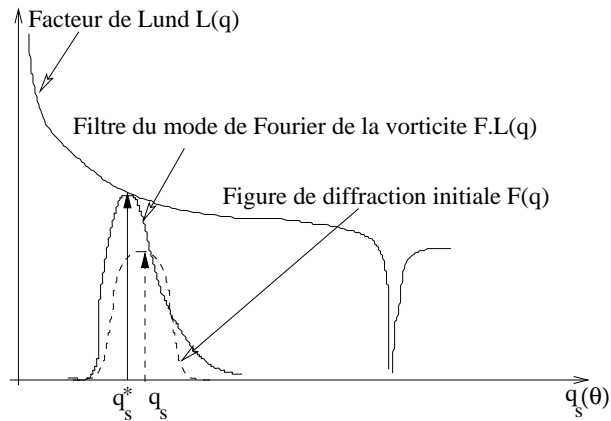


FIG. 1.50 – *Déformation attendue de la figure de diffraction par le facteur de Lund $\mathcal{L}(\theta)$ dans le cas de la diffusion de la vorticité. On a supposé un filtre d'échelle \mathcal{F} initialement symétrique, visant le mode $q_s = 4\pi\nu_0 \sin(\theta/2)/c$. En réalité, on vise un mode q_s^* plus petit, avec un filtre $\mathcal{L}\cdot\mathcal{F}$ asymétrique.*

Effet du champ proche.

Outre le terme de Lund et de manière analogue aux expériences de diffusion sur une bille métallique, on peut se demander quel est l'impact des conditions de champ proche sur les caractéristiques du signal de diffusion par la vorticité - champ proche dont on sait qu'il modifie le filtre spectral de diffraction.

Pour cela, nous avons réalisé une expérience de diffusion en faisant varier la distance acoustique L (tous paramètres restant constants) permettant ainsi de satisfaire plus ou moins bien la condition $L > r_1$ de champ lointain.

Il faut noter que la condition de champ lointain des capteurs est $L > D^2\nu/4c$, analogue   celle de champ lointain du volume de mesure $L > H^2\nu/4c$. Pour cette raison, les résultats observés tiennent compte des deux conditions de champ lointain, indissociables³⁵. Pour séparer les deux effets, il conviendrait de travailler avec un jet d'échelle intégrale Λ_0 réduite, c'est- -dire bien plus petite que la taille H du volume de mesure. On se retrouverait alors dans la situation "idéale" FIG. 1.1 p.26 ($\Lambda_0 < H$) plutôt que dans la configuration actuelle (cf. FIG. 1.1.1 p.28) où $\Lambda_0 > H$).

Cette remarque étant faite, trois éloignements L ont été réalisés ($L = 35\text{cm}$, 70cm et 140cm) pour une distance r_1 limite du champ proche de 57cm . Les spectres³⁶ du signal complexe apparaissent FIG. 1.51(b). On constate tout d'abord que leur allure est très semblable. Plus en détail, on constate tout de même que le spectre respectant le moins bien la condition de champ lointain est spectralement plus large que ses homologues et qu'il est piqué autour d'une fréquence Doppler

³⁵C'est une différence majeure avec la diffusion sur la bille dont nous avons vu que la condition de champ lointain de la bille était assurée quelque soit l'éloignement L utilisé et que seule celle liée aux capteurs subsistait.

³⁶Renormalis s par leur maximum afin de faciliter la lecture comparative

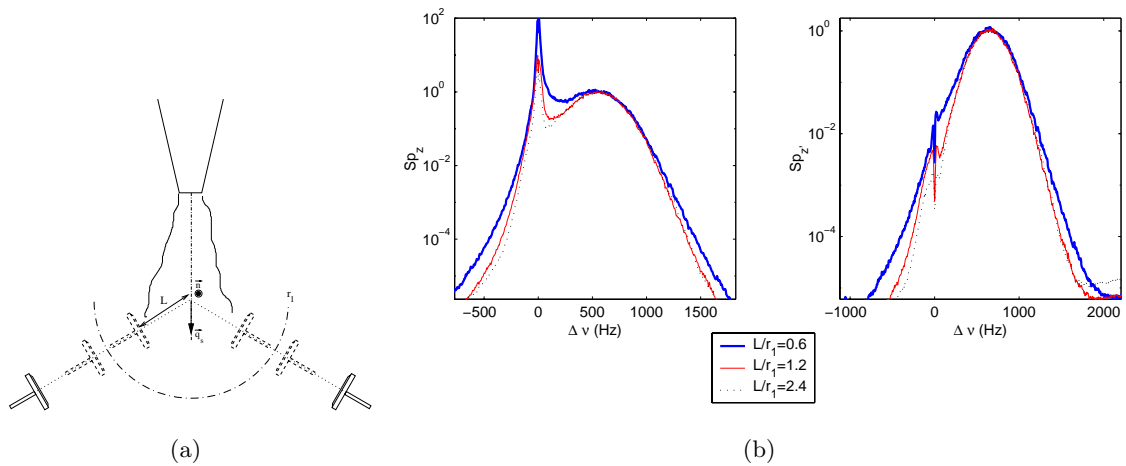


FIG. 1.51 – (a) Principe de l'expérience (b) Spectres du complexe dérivé (à droite) et non dérivé (à gauche) pour 3 éloignements L différents. L'angle de diffusion est $\theta = 40^\circ$ et $\nu_0 = 40\text{kHz}$

moyenne légèrement plus faible. Pour comprendre cet élargissement accru en champ proche, il faut revenir à la discussion du début de chapitre concernant les sources d'élargissement spectral.

1.4.4 Une troisième source d'élargissement spectral : la diffraction

Comme nous l'avons montré page 35, la durée de “vie” moyenne finie du module du signal de diffusion (de spectre borné) ainsi que la répartition de vitesse des “diffuseurs” (pdf) constituent deux sources d'élargissement spectral de Sp_z . Pour cette démonstration, nous avons supposé que le nombre d'onde sélectionné était unique et parfaitement défini (Dirac), donc l'absence de diffraction. Or, on sait que cette hypothèse de sélectivité infinie est impossible à réaliser expérimentalement. Les expériences à ce sujet avec la bille nous ont montré que plutôt que de sélectionner un nombre d'onde q_s unique, la diffraction élargissait le Dirac idéal en un continuum de nombres d'onde autour de ce mode avec une largeur δq ; “filtre” spectral de diffraction que nous avons caractérisé. Compte tenu du rôle symétrique joué par le nombre d'onde et la vitesse dans la probabilité d'observer une raie à la fréquence Doppler $\Delta\nu$ dans le spectre complexe Sp_z (cf. $2\pi\Delta\nu = q_s U_D$), on pourrait montrer que le filtre spectral de diffraction joue exactement le même rôle que la pdf de vitesse dans l'élargissement $\delta\nu$ du spectre.

Décomposition du spectre du signal complexe A ce stade, on est maintenant en mesure de proposer une interprétation plus fine des caractéristiques du spectre Sp_z du signal complexe. Si la fréquence Doppler correspondante au maximum du spectre Sp_z caractérise relativement bien la vitesse moyenne dans le volume de mesure, nous venons d'identifier un troisième mécanisme (la diffraction) qui vient s'ajouter aux deux déjà décrits pour rendre compte de l'élargissement fini du spectre.

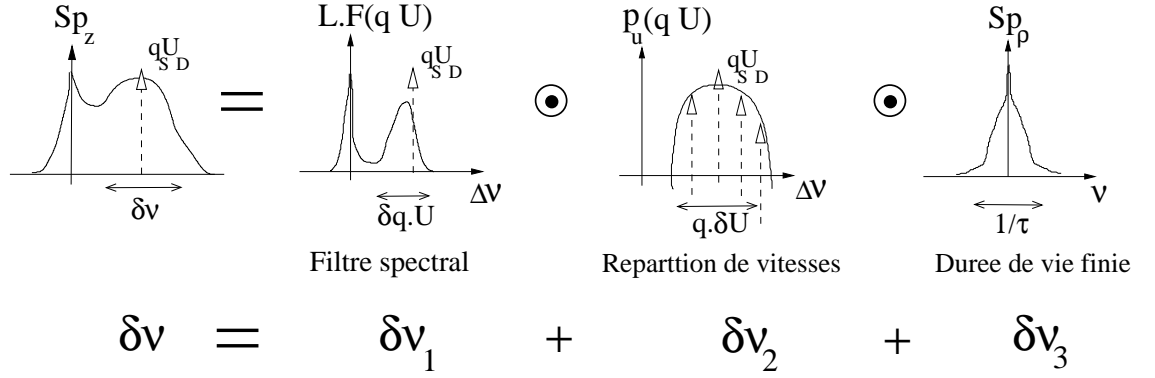


FIG. 1.52 – Schéma de principe des trois sources d'élargissement spectral du spectre Sp_z du signal complexe.

In fine, l'élargissement spectral $\delta\nu$ autour de la fréquence Doppler résulte principalement de la compétition entre trois phénomènes distincts, que l'on peut décomposer en :

$$\delta\nu \approx \delta\nu_1 + \delta\nu_2 + \delta\nu_3$$

avec (voir FIG. 1.52) :

1. $\delta\nu_1 \sim u\delta q$. Cette première source d'élargissement est liée à la sélectivité spectrale de la mesure. Comme nous l'avons dit, elle provient essentiellement des effets de diffraction, la contribution du terme de Lund étant *a priori* mineure, même aux petits angles de diffusion. Il faut remarquer que cette contribution (instrumentale) est constante dans le sens où elle est indépendante du temps.
2. $\delta\nu_2 \sim q_s\delta u$. $\delta\nu_2$ représente l'élargissement spectral lié à l'advection aléatoire des "traceurs" dans le volume de mesure. $\delta\nu_2$ dépend de la répartition à la fois temporelle et spatiale des vitesses (pdf) dans l'ensemble de la zone de mesure.
3. Enfin $\delta\nu_3 \sim (\tau)^{-1}$ avec τ durée moyenne des événements. Cette source d'élargissement (présente même en l'absence de diffraction et dans le cas idéal de diffuseurs advectionnés à vitesse constante) est liée au repliement du spectre du module, de support spectral borné (voir p.35). La caractérisation de ce "temps de vie moyen" fait l'objet du prochain chapitre, grâce à l'étude des temps caractéristiques du *module* du signal³⁷.

Fort de cela, revenons à la figure 1.51 et à l'origine des différences entre les trois spectres. Lorsqu'on approche les transducteurs de la zone de mesure, on s'attend à ce que les élargissements $\delta\nu_2$ et $\delta\nu_3$ soient très peu affectés par le changement de la distance d'observation. En revanche,

³⁷Dans le cas de la bille, $\delta\nu_1$ et $\delta\nu_3$ ne sont pas indépendants puisque la durée moyenne du signal est liée à la taille du volume de mesure, dont on sait qu'elle dépend directement de la diffraction. Concernant la vorticité, nous verrons que ce temps de "vie" moyen est bien plus court que le temps de traversée dans le volume, justifiant cette modélisation.

on sait que la source d'élargissement liée à la diffraction est beaucoup plus sensible à la distance L et à la condition de champ lointain. En particulier, les expériences de diffusion sur la bille ont montré que :

- a. La largeur spectrale δq du filtre de diffraction était croissante en zone de champ lointain et qu'elle était relativement constante (et plus large) en champ proche (FIG. 1.39 p.71). Nous en avons déduit une meilleure sélectivité R en zone de champ proche.
- b. L'analyse de la vitesse Doppler de la bille pour différents nombres d'onde a montré que le nombre d'onde sélectionné par la diffraction dépendait beaucoup de l'éloignement L en zone de champ lointain (FIG. 1.37) avec une tendance à une surestimation du nombre d'onde en champ lointain.

Ces caractéristiques vont dans le sens de l'élargissement spectral plus grand observé en champ proche (de près de 8%), ainsi que du Doppler moyen plus faible (de 4%)(cf. FIG. 1.51(b)).

Mais si dans cette expérience, l'élargissement spectral accru est semble-t-il lié aux effets de diffraction, on peut se demander s'il en va de même de la largeur initiale. Autrement dit, l'augmentation de la largeur spectrale peut être attribuée à la diffraction (car c'est précisément le seul paramètre variable de cette expérience). En revanche, rien ne nous dit que la diffraction est la source d'élargissement prépondérante du spectre, c'est-à-dire que $\delta\nu_1 \gg (\delta\nu_2, \delta\nu_3)$. Parallèlement, on peut se demander quelle est l'origine de la forme gaussienne persistante pour tous les nombres d'onde sondés. Pour répondre (partiellement pour l'instant) à ces questions, nous allons étudier l'évolution de la fréquence Doppler $\Delta\nu$ du spectre ainsi que de sa largeur spectrale $\delta\nu$ en fonction du nombre d'onde.

Gabarit spectral en fonction du nombre d'onde

Comme on l'a déjà dit, faire varier le nombre d'onde nécessite de changer soit la fréquence d'émission ν_0 , soit l'angle de diffusion θ . Dès lors, on conçoit qu'il est expérimentalement impossible de parcourir un ensemble de modes de Fourier sans modifier inéluctablement la figure de diffraction. Cela étant, nous avons choisi de faire varier ν_0 pour des raisons de simplicité mais aussi parce qu'on connaît mieux les variations du filtre de diffraction avec la fréquence.

L'estimation de la fréquence Doppler et de la largeur spectrale sont effectuées à partir du spectre de z non dérivé, mais la dérivation ne changerait en rien les évolutions que nous allons décrire (elle induit juste un biais constant aussi bien sur la vitesse que sur l'écart-type).

Etant donné la forme quasi-gaussienne de la "bosse" de diffusion Doppler, une méthode

d'estimation consiste à réaliser un ajustement gaussien de cette bosse Doppler³⁸ :

$$Sp_z(\nu) = Ae^{-\frac{\Delta\nu - \langle \Delta\nu \rangle}{2\sigma_\nu^2}}$$

En pratique pour chaque spectre Sp_z , l'ajustement est calculé sur des points du spectre correspondant à la partie des fréquences non affectées par le pic central (c'est-à-dire à "droite" du Doppler moyen pour un Doppler positif). Cette procédure fournit une estimation de la vitesse Doppler avec une barre d'erreur (liée au choix des points) inférieure à 5%. Deux déterminations d'ajustement gaussien sont présentées figure 1.53 sur un exemple typique. La vitesse moyenne U_D ainsi que l'écart-type de vitesse u'_D associée sont calculés par :

$$U_D = 2\pi \langle \Delta\nu \rangle / q_s$$

$$u'_D = 2\pi\sigma_\nu / q_s$$

où q_s est le mode imposé (relation 1.3) .

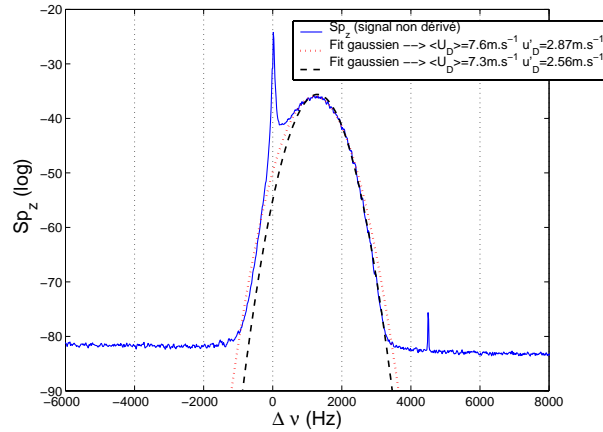


FIG. 1.53 – Deux déterminations de ajustement gaussien de la bosse Doppler du spectre Sp_z (ordonnée logarithmique) $\nu_0 = 50 \text{ kHz}$, $\theta = 70^\circ$

Nous avons représenté (figure 1.54) l'évolution du Doppler moyen $\Delta\nu$ et de l'écart-type $\delta\nu$ de la gaussienne en fonction du nombre d'onde de la vorticité. Le Doppler moyen augmente linéairement avec le nombre d'onde indiquant une vitesse moyenne d'advection identique pour tous les nombres d'onde. Cette évolution est donc un résultat en soi car contrairement   la bille, rien ne nous dit *a priori* que tous les modes de Fourier de la vorticité sont advectés   la même vitesse moyenne U_D : on peut très bien imaginer un processus dispersif dans lequel chaque mode

³⁸Il faut noter que tout ceci n'est possible que dans le cas d'une configuration géométrique pour laquelle la vitesse moyenne n'est pas perpendiculaire au mode de Fourier ($\langle \mathbf{q}_s \cdot \mathbf{U}_D \rangle \neq 0$). Dans le cas contraire, le signal de diffusion ne contient pas d'information sur la vitesse moyenne, mais seulement sur les fluctuations transverses, projetées selon le mode analysé.

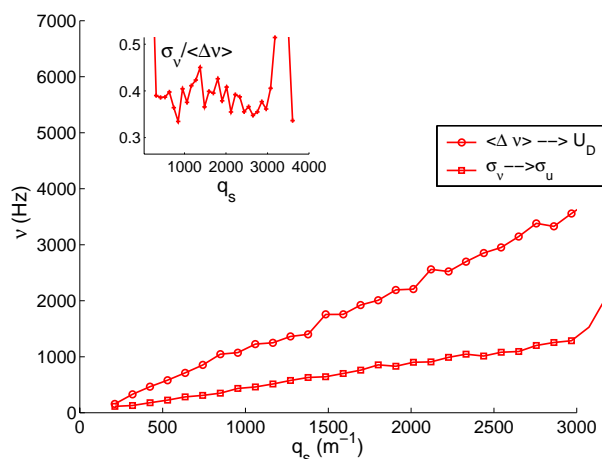


FIG. 1.54 – Evolution de la fréquence Doppler $\Delta\nu$ et de l'écart-type $\delta\nu$ du spectre en fonction du mode de Fourier. Calculs effectués à partir de fit gaussiens des spectres Sp_z non dérivés. Série **QPARA-HV**

aurait sa vitesse propre. En ce qui concerne l'écart-type $\delta\nu$, la discussion est plus complexe étant données les trois sources d'élargissement spectral. Au premier ordre, on peut cependant rejeter la diffraction qui, si elle était à l'origine de l'élargissement ne fournirait pas une évolution linéaire de la largeur spectrale, en particulier dans la zone de champ proche (voir figure p.71). Au second ordre, il n'est cependant pas exclu qu'elle participe à l'écart à la linéarité comme nous le verrons. Pour expliquer cette variation linéaire de l'écart-type, il reste deux hypothèses :

1. soit la largeur spectrale est dominée par la distribution de vitesse ($\delta\nu_2$) auquel cas cela implique que l'écart-type de vitesse typique à l'échelle q_s est indépendant de l'échelle q_s : $u'_D(q_s) = u'_D \approx cste \forall q_s$
2. soit l'effet dominant est la durée de vie à l'échelle q_s ($\delta\nu_3$). Dans ce cas, cette évolution linéaire implique un temps de vie moyen variant comme l'inverse du nombre d'onde considéré.

A ce stade, il est impossible de séparer ces deux contributions. Ces deux hypothèses comme nous le verrons, sont réalisées simultanément, à savoir que le temps de vie moyen varie bien comme l'inverse du mode, de même que chaque mode de Fourier subit le même champ d'advection.

Précisément, nous allons voir que la forme gaussienne (et "invariante") du spectre traduit la distribution de vitesse identique pour tous les modes de Fourier alors que le temps de vie moyen n'apparaît dans le spectre que lorsque le nombre de Reynolds est très élevé (au CERN). Le chapitre qui suit est donc dédié à l'étude de ce temps de vie moyen, temps caractéristique du module du signal.

Chapitre 2

Étude *d'un* mode de Fourier de la vorticité.

2.1  coulements et configurations expérimentales utilisées

Au cours de cette thèse, nous nous sommes limités   l'étude de jets ronds turbulents (au LEGI comme au CERN). Nous allons décrire ici les différentes composantes ($\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}, \mathbf{q}_{\mathbf{s}}$) explorées ainsi que les conditions expérimentales.

2.1.1 Notations et conventions utilisées

Pour toutes les configurations (FIG. 2.1), l'axe du jet sera noté \mathbf{x} et les deux autres axes seront \mathbf{y} et \mathbf{z} .

Dans toute la suite, d représente le diamètre de la buse et U_d la vitesse   la buse. D est le diamètre des transducteurs, H la taille du volume de mesure (que l'on approximera par $H = D / \cos(\theta/2)$), U_D est la vitesse Doppler dans le volume de mesure (tirée du spectre complexe Sp_z). Enfin L est la demi-distance acoustique c'est- -dire la distance entre un capteur et le centre du volume de mesure.

En ce qui concerne l'échelle intégrale du jet au point x de mesure, nous avons choisi de la caractériser par la demi-largeur du jet que nous noterons $\Lambda_0(x)$. Λ_0 est la distance   l'axe pour laquelle la vitesse moyenne est la moitié de la vitesse sur l'axe du jet. On sait que l'évolution de Λ_0 est linéaire en x au delà d'une certaine origine virtuelle. Si l'on se réfère aux travaux de Hussein *et al* [43], leurs expériences conduisent, dans la zone d'autosimilarité du jet,   :

$$\frac{\Lambda_0}{d} = 0.094 \left(\frac{x}{d} - 4 \right) \quad (2.1)$$

Nous utiliserons toujours cette relation pour avoir une estimation de la grande échelle au point de mesure. Si l'on veut distinguer l'échelle axiale de l'échelle transversale (ou radiale), l'expérience

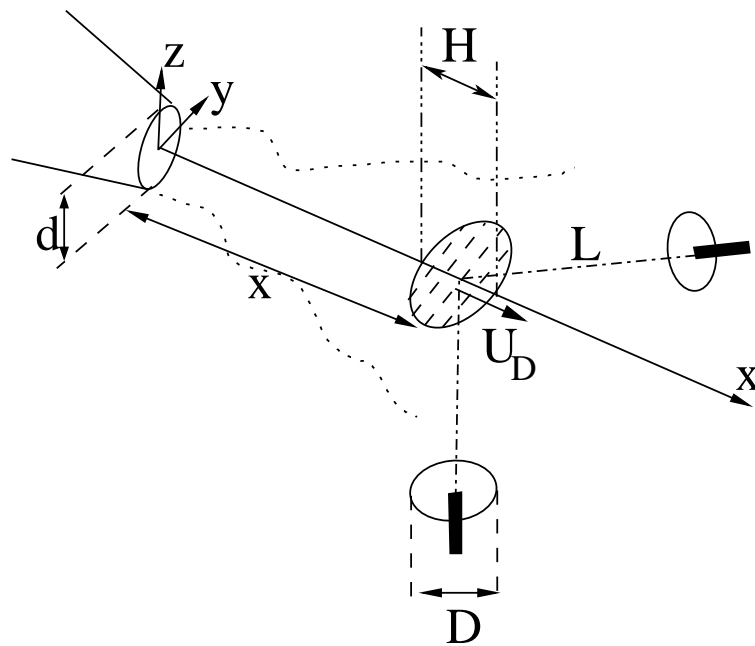


FIG. 2.1 – Notations utilisées dans ce manuscrit

montre que l'échelle radiale $\approx 0.7\Lambda_0$ et l'échelle axiale $\approx 0.3\Lambda_0$. Le nombre d'onde $q_0 = 2\pi/\Lambda_0$ associé à cette grande échelle nous permet d'adimensionner le mode de Fourier q_s étudié par :

$$q_s/q_0 = q_s\Lambda_0/2\pi$$

Cette adimensionnalisation purement géométrique et ne tenant pas compte du Reynolds du jet nous permettra de comparer différentes expériences pour différentes échelles intégrales.

2.1.2 Dénomination générale des configurations

Quatre configurations géométriques différentes ont été examinées par diffusion acoustique selon les directions de \mathbf{q}_s et de \mathbf{n} (composante de $\widetilde{\omega}_n$). La figure 2.2 montre ces quatre configurations, numérotées de 1 à 4 dans toute la suite. Si l'axisymétrie du jet est parfaite, seule trois sont réellement différentes (les configurations 1 et 3 étant alors équivalentes). La plupart des expériences ont été réalisées dans la configuration 1, en particulier au CERN où seule cette dernière a été installée.

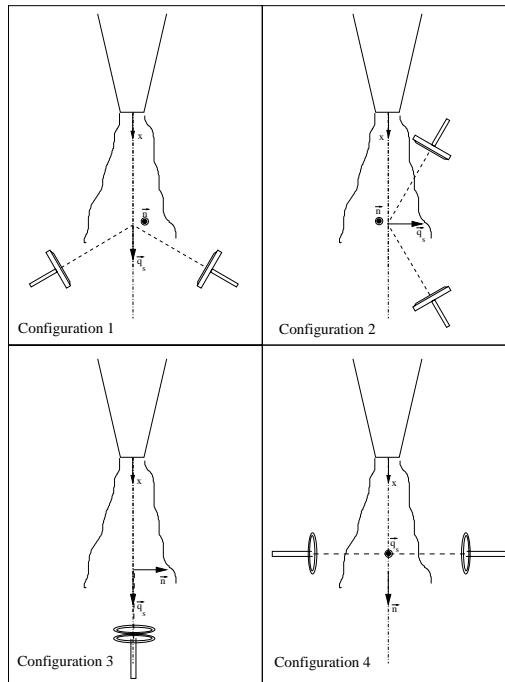


FIG. 2.2 – Dénomination générale des configurations de diffusion acoustique possibles. Si le jet est parfaitement axisymétrique, les configurations 1 et 3 sont équivalentes.

2.1.3 Au LEGI...

Au LEGI, le dispositif expérimental permet de faire varier librement les paramètres du jet, comme la vitesse à la buse U_d (donc U_D) ou la distance aval x/d (donc également l'échelle intégrale $\Lambda_0(x)$ du jet au niveau du volume de mesure). Un système de rails supportant l'ensemble des transducteurs ("banc acoustique") permet de changer aisément les paramètres géométriques de la configuration acoustique (angle de diffusion θ , distance acoustique L et configuration 1, 2, 3 ou 4). Nous avons principalement utilisé la soufflerie "Mathieu/Comte-Bellot" qui est largement documentée puisqu'elle fut l'objet de nombreuses thèses expérimentales utilisant principalement des mesures par anémométrie à fil chaud (voir par exemple [3], la plus récente).

Cette soufflerie (utilisant l'air ambiant) est d'axe \mathbf{x} horizontal, de diamètre $d = 12\text{cm}$ et permet des R_λ variant de 300 à 800 environ. La buse est située à 1.2m du sol et à 2.0m du plafond ce qui crée un confinement vertical, sensible au-delà de 40 diamètres. H. Kahalerras ([44]) a étudié le champ de vitesse moyenne à 38 diamètres de la buse. Elle a obtenue des évolutions de la vitesse moyenne U et de l'écart type u' conformes à celles que l'on trouve dans la littérature pour un jet libre [101]. Sauf explicitement précisé, les expériences décrites ici proviennent de cette soufflerie, parfois citée en tant que "grande soufflerie". Le banc acoustique, placé dans l'axe du jet permet de régler avec une bonne précision l'ensemble acoustique, ou encore d'ajouter un

fil chaud. Pour toutes les expériences réalisées au LEGI, nous adopterons une célérité $c = 340$ m.s⁻¹ pour le calcul du nombre d'onde sélectionné, cette valeur correspondant très bien à la réalité compte tenu des faibles variations de température expérimentales¹.

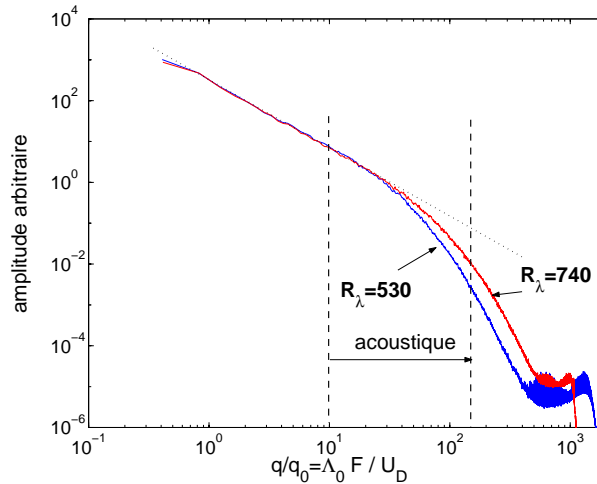


FIG. 2.3 – LEGI : Spectres typiques de vitesse longitudinale u_x issus de mesures par fil chaud ($x/d = 36$) pour la petite et la grande vitesse de la soufflerie.

Pour quelques expériences, nous avons adapté différentes tailles de buse sur cette soufflerie. Une autre petite soufflerie a permis de descendre le diamètre jusqu'à $d = 2\text{cm}$. Le but de cette petite soufflerie est de fournir un jet rond turbulent, de vitesse U_D proche de la grande soufflerie mais d'échelle intégrale moindre.

Concernant la plage des nombres d'onde sondés, les angles de diffusion (40 à 70°) et les fréquences utilisées (typiquement 20-170 kHz) ont permis d'explorer près d'une décade de nombres d'onde (soit $q_s/q_0 \in [10 - 100]$). Pour deux vitesses de la soufflerie, cette plage de nombres d'onde a été reportée sur les spectres de vitesse longitudinale mesurée par anémométrie à fil chaud. On peut voir (surtout à basse vitesse) que l'essentiel des modes de Fourier accessibles est situé dans la zone de transition inertielle-dissipative du spectre de vitesse.

¹Etant donné que $c = \sqrt{\gamma RT}$ les variations de célérité du son demeurent faibles (de l'ordre du pourcent) compte tenu des faibles variations de températures ($\leq 5K$)

2.1.4 Au CERN...

Les expériences du CERN ont été réalisées dans un jet rond *vertical* d'Hélium gazeux à basse température ($T \approx 4.5K$). La thèse de S. Pietropinto [83], qui fut entièrement consacrée au montage de l'expérience ainsi qu'aux mesures de vitesse par anémométrie à fils "chauds" supraconducteurs donne tous les détails des conditions expérimentales. Dans ce qui suit, je vais brièvement rappeler les caractéristiques du jet cryogénique et les configurations acoustiques utilisées.

L'expérience GReC (Grands Reynolds Cryogéniques) consiste en un cryostat développé par le CRTBT et alimenté en Hélium grâce à un réfrigérateur Linde de 6kW de puissance froide à 4.5K (fourni par le CERN). Une ligne de transfert coaxiale dirige l'Hélium (initialement liquide) du liquéfacteur vers la chambre de mesure (diamètre 100cm) située à l'intérieur d'un cryostat dans lequel se développe le jet (voir FIG. 2.4). Le passage de l'état liquide à l'état gazeux de l'Hélium est assuré par un chauffage électrique de 5kW de puissance situé dans la ligne de transfert.

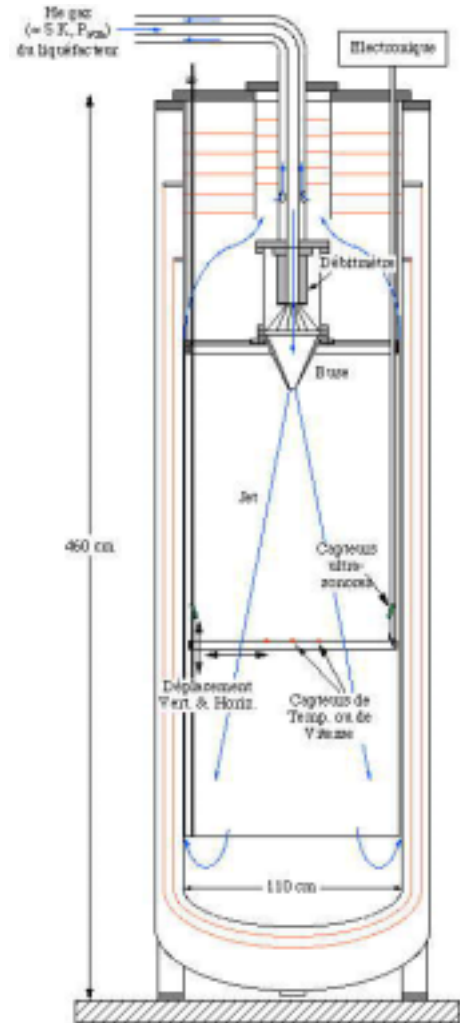


FIG. 2.4 – Schéma de principe du cryostat

La chambre de mesure contient l'ensemble des capteurs ; il s'agit de 3 paires acoustiques (émetteur-récepteur) et de 3 fils chauds supraconducteurs. Tous ces capteurs sont fixés sur un anneau mobile selon l'axe du jet. Une photo de l'anneau supportant l'ensemble des capteurs (avant mise en place dans le cryostat) est donnée en FIG. 2.5. Les émetteurs acoustiques sont solidaires d'une barre verticale fixée à l'anneau, de même pour les récepteurs qui leur sont diamétralement opposés. Les transducteurs sont ajustés pour viser le volume de mesure situé juste en amont du fil chaud central. La configuration est donc du type 1 (ou 3) d'axe x vertical ; de cette manière, nous sommes sensibles à la composante radiale de vorticité avec un Doppler positif ou négatif selon les campagnes de mesures.

La buse possède un diamètre $d = 2.5cm$ contre environ 100cm pour le diamètre de la chambre de mesure soit un rapport de 40. Finalement, ce jet est moins confiné que l'est celui du LEGI (le rapport étant proche de 30 au LEGI). Néanmoins, l'alimentation en gaz "frais" du jet est facilitée au LEGI par rapport au CERN étant donné le grand volume de la salle du LEGI comparée à la



FIG. 2.5 – Photo de l’anneau support des capteurs. Les transducteurs acoustiques visent le centre de l’anneau et se font face; les 3 fils chauds sont placés dans le plan de l’anneau.

chambre de mesures du CERN (en proportions). En profondeur, le jet du CERN est comparable à celui du LEGI puisqu’on dispose de près de 90 diamètres (contre 60 au LEGI) entre la buse et l’éloignement maximal à celle-ci où se trouve une grille de tranquillisation. Cette grille, située à 33 diamètres derrière les capteurs situés eux à 50 diamètres en aval de la buse pour toutes les mesures, est censée stabiliser le jet qui sans cela aurait tendance à se coller alternativement aux parois de l’enceinte et à battre au cours du temps [75].

Comme nous l’avons vu, le choix de l’Hélium gazeux à 4K s’imposait pour dépasser les nombres de Reynolds habituellement atteints en laboratoire afin de vérifier les théories de comportement asymptotique pour $R_\lambda \rightarrow \infty$. Dans cette expérience, les R_λ étudiés sont compris entre 3500 et 6100, correspondant à des vitesses au point de mesure U_D situées entre 1 et 4 m.s⁻¹. Au plus fort débit, R_λ atteint donc près de 10 fois le R_λ du LEGI pour la vitesse maximale de la soufflerie ($R_\lambda = 740$). Les vitesses au point de mesure peuvent paraître faibles dans l’absolu mais bien que le jet reste subsonique, elles impliquent des vitesses à la buse U_d d’environ 30 m.s⁻¹ soit près du tiers de la vitesse du son à cette température. Toutes ces caractéristiques comparées à celles du LEGI, sont rassemblées dans le tableau 2.1.

	GReC	LEGI
fluide utilisé	Hélium gazeux	Air
$T_{moy}(K)$ Température du jet	4.6-4.8	290
$P_{moy}(mBar)$ Pression ambiante	1170	1013
$c_{son}(ms^{-1})$ célérité du son	108	340
$L(m)$ demi-distance acoustique	0.4	[0.5 1.7]
$\nu_{moy}(m^2 s^{-1})$ viscosité cinématique	$[7.5 - 8]e^{-8}$	$1.5e^{-5}$
$d(cm)$ diamètre de la buse	2.5	12
$D(cm)$ diamètre des capteurs	5	14

TAB. 2.1 – Tableau comparatif des grandeurs typiques entre l’expérience GReC et celles du LEGI.

L'expérience GReC s'est déroulée en 3 campagnes de mesure correspondantes à 3 configurations acoustiques différentes (voir FIG. 2.6). Les signaux présentés dans ce manuscrit sont

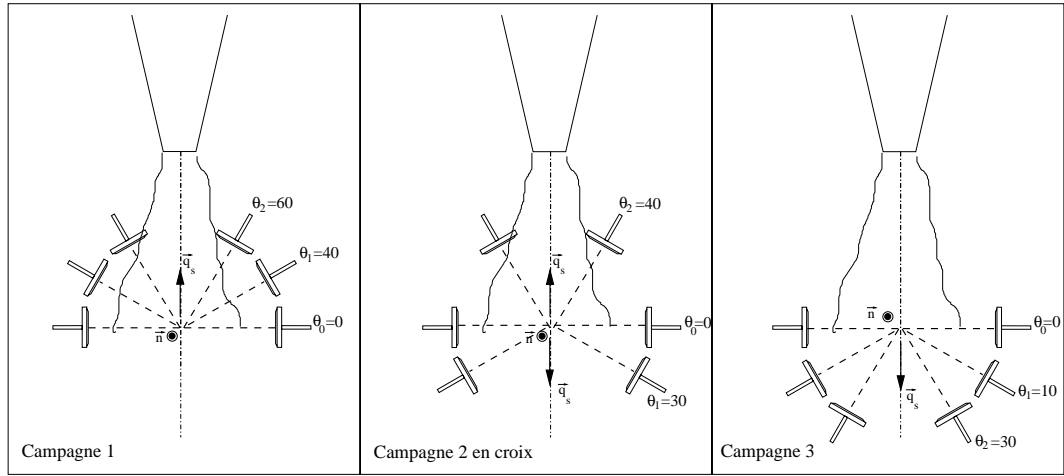


FIG. 2.6 – Configurations acoustiques des 3 campagnes successives de mesure au CERN. La plupart des mesures présentées provient de la seconde campagne.

majoritairement issus de la seconde campagne de mesure, en particulier de la voie pour laquelle $\theta = 30^\circ$ (Doppler positif). Au cours de cette campagne, 3 débits massiques d'Hélium ont été étudié, à savoir $Q_m = 82, 156$ et $250 g \cdot s^{-1}$ correspondant aux nombre de Reynolds basés sur l'échelle de Taylor $R_\lambda = 3450, 4750$ et 6090 . Pour les deux débits extrêmes (82 et $250 g \cdot s^{-1}$) les spectres de vitesse longitudinale (obtenue par anémométrie) sont représentés figure 2.7 en fonction du nombre d'onde adimensionné q_s/q_0 . Pour comparaison, le spectre du LEGI (à grande

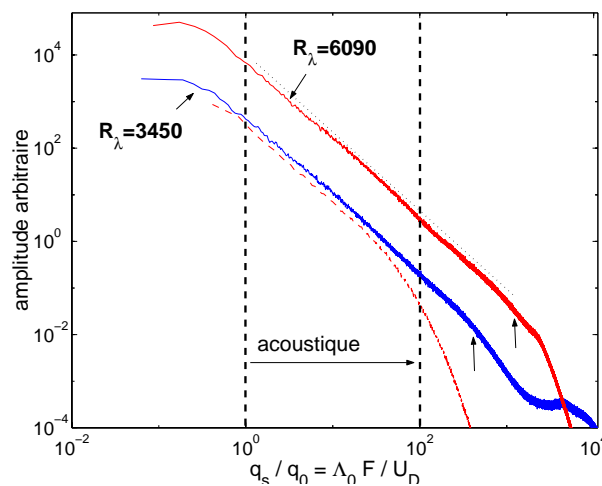


FIG. 2.7 – CERN : Spectres (loglog) de vitesse longitudinale u_x issus des mesures par fil chaud supra-conducteur pour les deux débit d'Hélium extrêmes : $Q_m = 82$ et $250 g/s$. $\Lambda_0 = 0.11m$

vitesse) apparaît en pointillés. On constate ainsi qu'au CERN la plage de modes accessibles à l'acoustique correspond à la zone inertielle du spectre.

L'ensemble des expériences décrites dans ce chapitre (LEGI et CERN) est résumé dans le tableau 2.2 (les valeurs vérifient les relations d'isotropie à 10% près).

série	lieu	conf.	θ (°)	ν_0 (kHz)	U_D (m.s ⁻¹)	Λ_0 (cm)	R_λ	λ (mm)	$\lambda_{scatt} = 2\pi/q_s$ (mm)
QPARA-BV	LEGI	1	70	[10-170]	3.8	32	530	8.4	$[10\eta - 3.5\lambda]$
QPARA-HV	LEGI	1	70	[10-170]	7.3	32	740	6.7	$[15\eta - 4.5\lambda]$
QORTH-BV	LEGI	2	70	[10-170]	3.8	32	530	8.4	$[10\eta - 3.5\lambda]$
QORTH-HV	LEGI	2	70	[10-170]	7.3	32	740	6.7	$[15\eta - 4.5\lambda]$
QMONOI-60	LEGI	1	60	[10-170]	6.3	36	730	7.6	$[12\eta - 4\lambda]$
QMONOI-40	LEGI	1	40	[10-170]	6.3	36	730	7.6	$[12\eta - 4\lambda]$
UVARIE	LEGI	1	40	40	[0.6-6]	35	220-700	14-7.8	$[5 - 12\eta] - [4 - 1.5\lambda]$
CHANGE-L	LEGI	1	40	60	7.0	[13-40]	340-810	12-7.6	$[6 - 12\eta] - [4 - 2\lambda]$
CP102	CERN	1	30	[30-250]	3.4	11	6090	0.42	$[2\lambda - 17\lambda]$
CP109	CERN	1	30	[30-250]	2.20	11	4750	0.51	$[1.8\lambda - 15\lambda]$
CP114	CERN	1	30	[30-250]	1.16	11	3450	0.69	$[1.2\lambda - 10\lambda]$

TAB. 2.2 – Caractéristiques des principales séries de fichiers analysées dans ce manuscrit

2.2 Étude du *module* du signal de diffusion

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, le signal $z(t) = \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}}, t)$ contient à la fois l'information sur l'amplitude de la vorticité dans le volume de mesure (à travers $|z(t)|$) mais aussi l'information sur la vitesse à laquelle les diffuseurs se déplacent dans ce volume, grâce à la phase de $z(t)$. Dès lors, étudier la statistique du signal complexe $z(t)$ revient à examiner de manière *conjointe* les statistiques du module et de la phase, dont l'interprétation physique n'est pas aisée... Pour cette raison, nous allons nous focaliser en premier lieu sur l'amplitude d'un mode de Fourier de la vorticité.

L'analyse de $|z(t)| = |\widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}}, t)|$ revient à étudier le comportement temporel d'un mode de Fourier d'une composante de vorticité, indépendamment de l'advection c'est-à-dire indépendamment des fluctuations de vitesse, contenues dans le terme de phase $\phi(t)$ ².

²Autrement dit, le terme de phase dans $z(t) = \rho(t)e^{i\phi(t)}$ ne modifie pas la puissance instantanée $P(t) = |z(t)|^2$ mais seulement la façon dont elle est distribuée spectralement, en fonction de ν .

Allure typique du spectre du module : $Sp_{|z|}$

Plaçons-nous dans la configuration classique 1 (schématisée p.93). Dans cette situation, le signal $z(t)$ est “Dopplérisé” à travers l’évolution aléatoire de sa phase autour de la phase Doppler moyenne; le spectre du signal complexe est donc centré sur la fréquence $\Delta\nu = \mathbf{q}_s \mathbf{U}_{moy}/2\pi$; dans *ce* cas, la fréquence a le sens physique d’une fréquence Doppler, et donc d’une vitesse. En revanche, étudier le spectre du module de z revient à s’affranchir de la vitesse des diffuseurs et à ne regarder que le comportement fréquentiel des variations d’amplitude de la vorticité. La fréquence est alors l’inverse d’un temps, dont la signification physique n’est pas simple compte tenu du caractère semi-lagrangien de notre mesure. Le module étant réel, sa densité spectrale de puissance que nous noterons $Sp_{|z|}$ est paire, centrée sur la fréquence nulle : on a *perdu* l’information liée   l’advection.

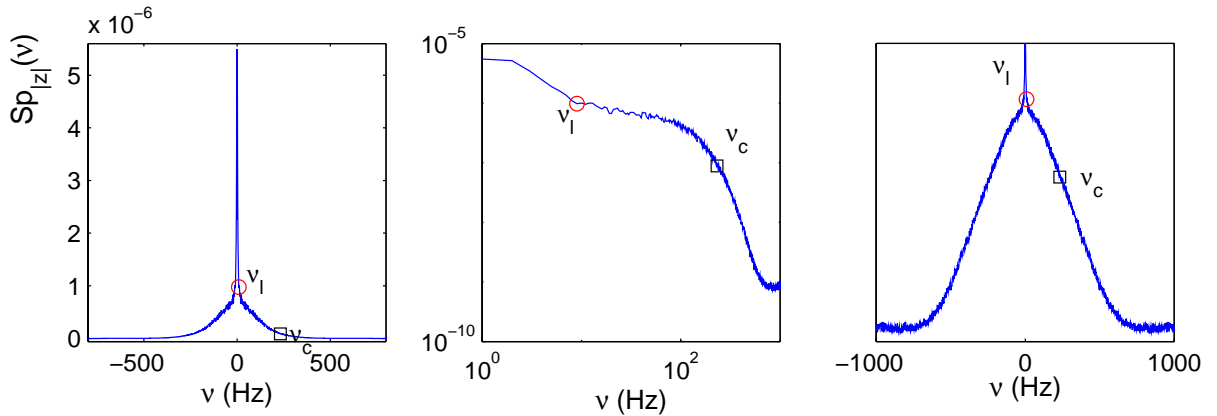


FIG. 2.8 – Exemple type d’un spectre du module $Sp_{|z|}$, représenté successivement en coordonnées lin-lin, log-log et enfin log-lin. Spectre calculé sur 4096 points   partir d’un fichier de 1Mpts. Fichier extrait de la série **UVARIE** pour $U_D \approx 4.3 \text{ m.s}^{-1}$. Les symboles \circ et \square correspondent   la figure 2.9

Qu’il s’agisse du LEGI ou du CERN, ces spectres ont globalement la même allure, représentée figure 2.8. Les coordonnées log-lin permettent de voir que le spectre du module est assez proche pour les plus hautes fréquences d’une forme quasi-exponentielle surmontée d’un Dirac   la fréquence nulle. Le tracé log-log dilate notablement les basses fréquences où l’on distingue le Dirac, suivi d’une forme en plateau qui chute   plus haute fréquence. On est donc loin d’un spectre en loi de puissance. Pour tenter de mieux appréhender cette forme inhabituelle en turbulence, intéressons-nous   la forme duale de ce spectre, c’est- -dire   l’autocorrélation du module.

Allure typique de l'autocorrélation du module.

Formellement, l'autocorrélation d'un signal $x(t)$ stationnaire est donnée par

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} 1/T \int_t^{t+T} x(t)x^*(t+\tau)dt$$

Appliquée au module du signal de diffusion ($x(t) = |z(t)|$), on notera $C_{|z||z|}$ l'autocorrélation du signal d'amplitude. $C_{|z||z|}$ est la transformée de Fourier du spectre $Sp_{|z|}$ ³. $C_{|z||z|}$ n'apporte aucune information supplémentaire par rapport à la densité spectrale de puissance, si ce n'est qu'elle permet de se focaliser sur les échelles de temps du signal.

En pratique, nous calculerons toujours les autocovariances *normalisées* par la variance du signal. Dans toute la suite, nous parlerons de manière abusive d'auto-(ou d'inter-) corrélations mais il faut garder à l'esprit qu'il s'agit d'autocovariances normalisées.

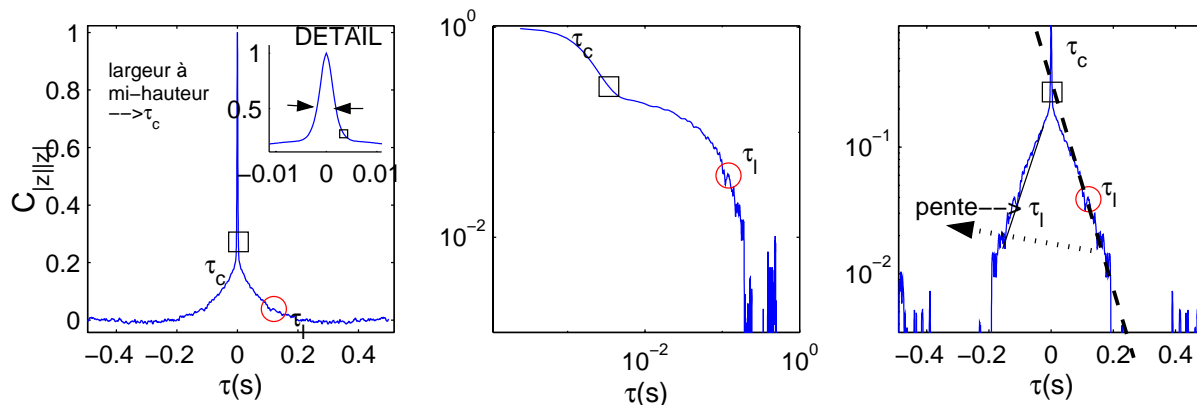


FIG. 2.9 – Autocorrélations typiques du module en lin-lin, log-log puis log-lin (calculée sur 4096 points). Fichier traité identique à FIG. 2.8. La pente de la décroissance exponentielle fournit $\tau_l = 0.06s$ et la largeur à mi-hauteur donne $\tau_c = 0.004s$. Les points $\nu_c = 1/\tau_c$ (symbole \square) et $\nu_l = 1/\tau_l$ (symbole \circ) ont été reportés avec les mêmes notations sur le spectre du module précédent.

La figure 2.9 présente les autocorrélations duales des spectres présentés plus haut. De cette représentation se détachent quelques caractéristiques essentielles, et notamment la présence de deux temps caractéristiques, séparés de près d'un ordre de grandeur :

- **un temps court** τ_c de l'ordre de la milliseconde. La plus grande partie de la décorrélation se joue donc sur un temps très court avec une décorrélation rapide du signal, très proche d'une forme gaussienne aux temps courts. Nous choisirons de définir τ_c comme la *largeur*

³En toute rigueur, il existe numériquement quelques différences minimales entre le spectre $Sp_{|z|}$ et la transformée de Fourier de l'autocorrélation. Ces différences proviennent du fait que la densité spectrale de puissance est estimée par transformée de Fourier rapide du signal (méthode du périodogramme de Welch moyenné [8]) et non pas par transformée de Fourier de l'autocorrélation

à mi-hauteur de l'autocorrélation (soit *deux* fois le temps au bout duquel la corrélation a chuté de moitié)⁴.

- **un temps long, temps de décorrélation** τ_l de l'ordre du dixième de seconde dans cet exemple. La décroissance de la décorrélation étant proche d'une exponentielle du type $C_{|z||z|} = C_0 e^{(-\tau/\tau_l)}$, nous définirons τ_l comme le temps caractéristique de cette décroissance. Avec cette convention τ_l n'est pas à proprement parler un temps de décorrélation (puisque pour $\tau = \tau_l$, le taux de corrélation reste pour cet exemple proche de 10%). A la vitesse moyenne de l'écoulement, l'échelle associée à τ_l représente environ 26cm , du même ordre que l'échelle intégrale du jet $\Lambda_0(x) = 35\text{cm}$.

Pour définir complètement la forme de l'autocorrélation, on doit également ajouter le paramètre C_0 de la décroissance aux temps longs. C_0 est sur cet exemple supérieur à 20%. En dernier lieu, on notera également la similarité profonde entre le spectre du module et son autocorrélation⁵.

2.2.1 Étude de la décorrélation d'un mode de Fourier de la vorticité

L'autocorrélation typique de l'amplitude de la vorticité peut donc se représenter   la manière de la figure 2.2.1 avec un temps τ_c bien plus petit que le temps de transit dans le volume de mesure, suivie d'une décroissance $C_0 e^{-\tau/\tau_l}$ de durée caractéristique τ_l plus longue que ce temps de vol (la figure n'est pas   l'échelle) ; le raccordement entre les deux comportements se faisant pour un seuil de l'autocorrélation normalisée voisin de C_0 . Physiquement, cette fonction illustre

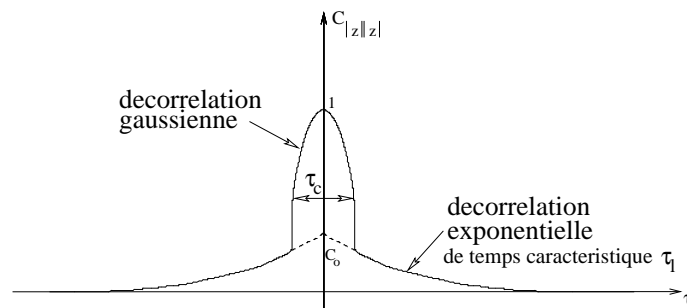


FIG. 2.10 – Autocorrélation temporelle typique d'un mode de Fourier de la vorticité.

la rapidité avec laquelle un mode de Fourier de la vorticité se décorrèle au cours du temps. Ces expériences montrent en particulier que la dynamique d'un mode de Fourier de la vorticité ne

⁴Cette détermination n'est probablement pas optimale notamment lorsque l'énergie liée au bruit devient importante (le bruit apparaissant pour les temps courts de l'autocorrélation). Dans ce cas, cette méthode conduit   sous estimer le temps de décorrélation. Une meilleure estimation du temps court consisterait par exemple   réaliser un ajustement gaussien de la partie au temps court située au-delà du bruit (delta-corrélé).

⁵Pour construire un tel signal (muni de deux temps caractéristiques), on peut toujours construire une autocorrélation somme d'une fonction et de sa transformée de Fourier ; un exemple simple est $C = \delta + cste$, dont la transformée de Fourier est $Sp = cste + \delta$.

présente pas un mais au moins deux temps caractéristiques de décorrélation, séparés de près d'un ordre de grandeur.

Pour tenter d'interpréter ces temps, nous allons étudier leurs évolutions suivant :

- l'échelle d'analyse $\lambda_s = 2\pi/q_s$
- l'échelle intégrale Λ_0 du jet
- la vitesse U_D dans le volume de mesure et le nombre de Reynolds R_λ .

Étude du temps long τ_l de décorrélation d'un mode de Fourier.

Temps long en fonction de q_s Pour étudier le comportement du temps long en fonction du nombre d'onde analysé, il convient de réaliser une série d'expériences de diffusion dans une configuration géométrique donnée en faisant varier la plage des fréquences ν_0 émises. Qu'il s'agisse des expériences du LEGI ou de celle du CERN, nos résultats montrent l'indépendance du temps long τ_l avec le mode de Fourier sondé. La figure 2.11 illustre cette indépendance pour deux vitesses différentes de la soufflerie (série **QPARA**). La dispersion des temps autour du temps moyen (en tirets) est probablement à mettre sur le compte de l'imparfaite convergence des autocorrélations, convergence plus difficile à réaliser pour les temps longs⁶.

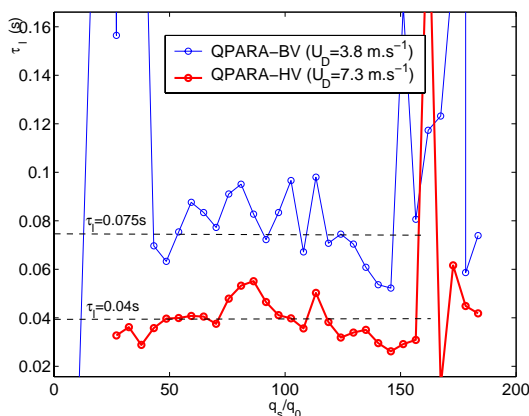


FIG. 2.11 – Evolution du temps caractéristique τ_l de décorrélation en fonction de q_s/q_0 pour deux vitesses de la soufflerie. Séries **QPARA-BV** (basse vitesse) et **QPARA-HV** (haute vitesse)

Cette absence d'évolution particulière montre que la décorrélation aux temps longs d'un mode de Fourier est indépendante du nombre d'onde lui-même :

$$\tau_l \text{ indépendant de } q_s$$

En revanche, τ_l dépend de la vitesse U_D si l'on en juge par le fait que la valeur du plateau est

⁶D'une manière générale, la durée moyenne d'acquisition est au minimum de 8 secondes par fichier (1Mega-points), soit une centaine de temps intégraux.

différente pour les deux vitesses d'écoulement. Précisément, les valeurs respectives des plateaux (c'est-à-dire du temps long moyen) sont très proches des temps intégraux Λ_0/U_D .

Temps long en fonction de la vitesse Pour confirmer cette interprétation du temps long (comme temps intégral), nous avons fait varier continûment la vitesse de la soufflerie, permettant la réalisation de onze vitesses Doppler U_D réparties sur près d'une décade (série **UVARIE**) :

$$0.6 \leq U_D \leq 6 \text{m.s}^{-1}$$

Pour cette série, la configuration géométrique ainsi que le nombre d'onde restent constants, mais il faut savoir que la dépendance observée perdure quelque soit le mode sélectionné, et quelque soit la configuration. Les différentes autocorrélations, ainsi que l'évolution du temps long de l'autocorrélation qui en découle sont tracées figure 2.12(a). La tendance observée :

$$\tau_l \propto U_D^{-1}$$

confirme la décroissance du temps long avec la vitesse U_D d'écoulement.

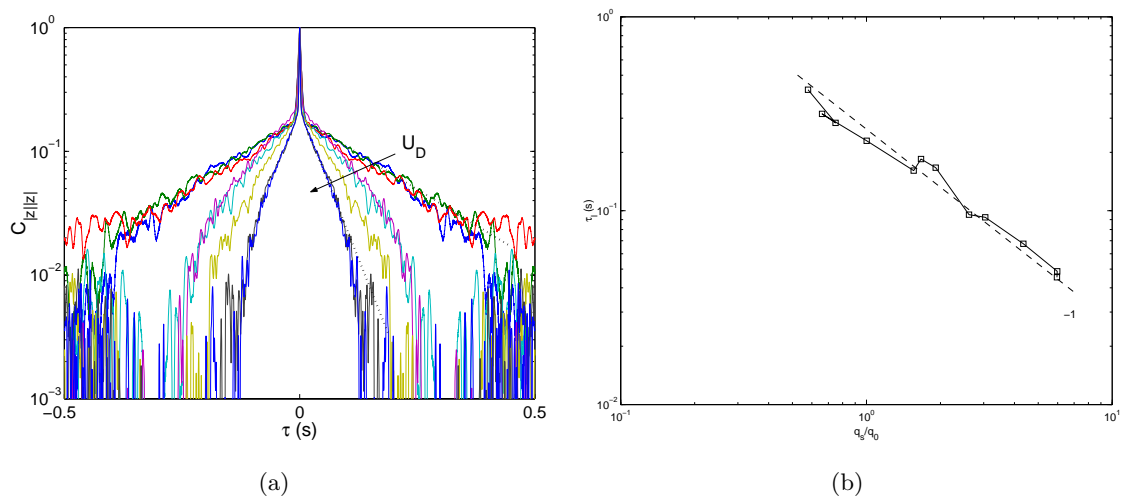


FIG. 2.12 – (a) Autocorrélations obtenues pour différentes vitesses de la soufflerie. (b) Evolution du temps long de décrorelation en fonction de U_D . Série **UVARIE**

Temps long en fonction de l'échelle intégrale Λ_0 Pour étudier la dépendance de l'autocorrélation du module de la vorticit   à l'échelle intégrale, nous avons choisi de travailler à vitesse U_D dans le volume de mesure constante et de faire varier uniquement le param  tre Λ_0 (série **CHANGE-L**). Pour cela, nous avons déplac   la paire   metteur -r  cepteur de $x/d = 15$ à 40 diam  tres afin de changer l'échelle intégrale dans un rapport 3 : $13 \text{cm} \leq \Lambda_0 \leq 40 \text{cm}$. Pour chaque distance à la buse, la vitesse de la soufflerie est ajust  e de mani  re à conserver une m  me

vitesse U_D de référence pour toutes les acquisitions ; ici nous avons choisi d'imposer $U_D = 7 \text{ m.s}^{-1}$.

Les autocorrélations obtenues pour les sept échelles intégrales testées apparaissent figure 2.13, ainsi que l'évolution du temps long associé.

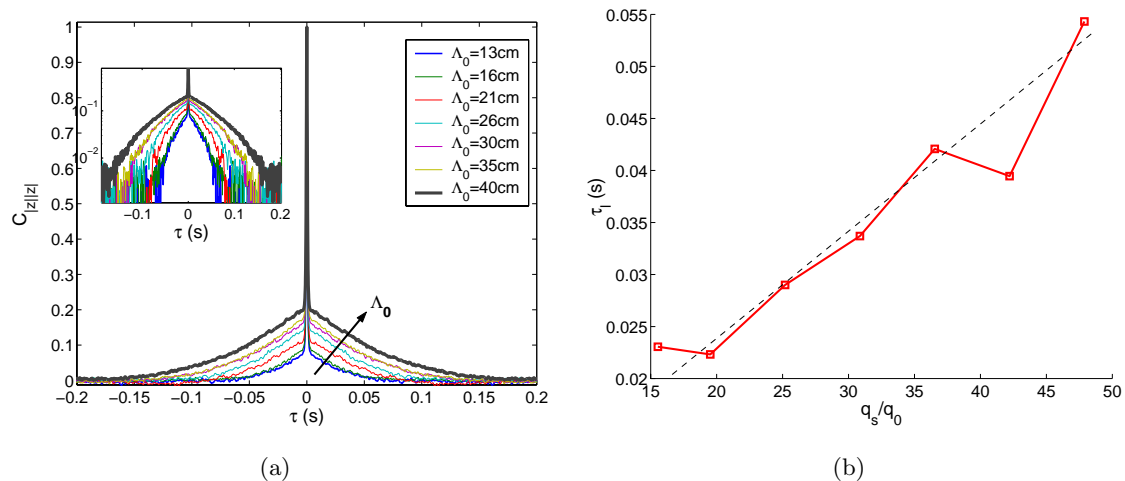


FIG. 2.13 – (a) Autocorrélations du module pour différentes échelles intégrales et une même vitesse U_D (série **CHANGE-L**) - Evolution loglin en insert. (b) Variation associée (en coordonnées linéaires) de τ_l en fonction de l'échelle intégrale Λ_0 du jet au point de mesure.

Malgré la faible plage de Λ_0 accessible ici, et compte tenu des différentes expériences que nous avons réalisées par ailleurs avec d'autres jets et différentes échelles intégrales, il ressort que le temps long τ_l est réellement proportionnel à l'échelle intégrale du jet au point de mesure⁷ Λ_0 :

$$\tau_l \propto \Lambda_0$$

Conclusion sur le temps long τ_l Les trois séries d'expériences précédentes nous permettent de conclure que le temps τ_l caractéristique de la décroissance quasi-exponentielle aux temps longs peut s'exprimer par la loi :

$$\tau_l \approx \frac{\Lambda_0}{U_D} \quad (2.2)$$

Au LEGI, il ressort que la relation 2.2 est exacte dans le sens où la constante de proportionnalité est très proche de 1 ; au CERN c'est également le cas si l'on suppose que l'échelle intégrale à 50 diamètres est correctement estimée par la relation 2.1 (p. 91), conduisant à $\Lambda_0 \approx 11 \text{ cm}$ ⁸. Ainsi donc et au moins en configuration 1, le temps long de décorrélation τ_l n'est autre que le temps intégral. Nous discuterons plus loin de l'origine physique de la persistance sur de si grands temps de cette corrélation et surtout de ses conséquences.

⁷Dans cette expérience, le léger écart à la linéarité parfaite provient de la difficulté d'imposer exactement la même vitesse Doppler U_D de référence pour toutes ces expériences.

⁸Ce dernier point reste à éclaircir car les mesures par anémométrie à fil chaud fournissent une échelle intégrale Λ_0 autour de 20cm et variant légèrement avec le débit [83].

Étude du temps court τ_c de décorrélation d'un mode de Fourier.

Temps court en fonction de la vitesse et de l'échelle intégrale En ce qui concerne le temps court τ_c de l'autocorrélation, ces mêmes expériences permettent de déterminer (par la largeur à mi-hauteur de la corrélation) l'évolution du temps court τ_c en fonction des paramètres U_D , Λ_0 et q_s . Celles-ci conduisent aux conclusions suivantes :

- Contrairement au temps τ_l , le temps court est indépendant de l'échelle intégrale Λ_0 du jet. L'expérience présentée FIG. 2.13(a) ne conduit à aucune variation de la partie aux temps court avec l'échelle intégrale.

$$\tau_c \text{ indépendant de } \Lambda_0$$

- Concernant la vitesse de l'écoulement, le temps court est également inversement proportionnel à la vitesse U_D dans le volume de mesure (voir FIG. 2.14) soit :

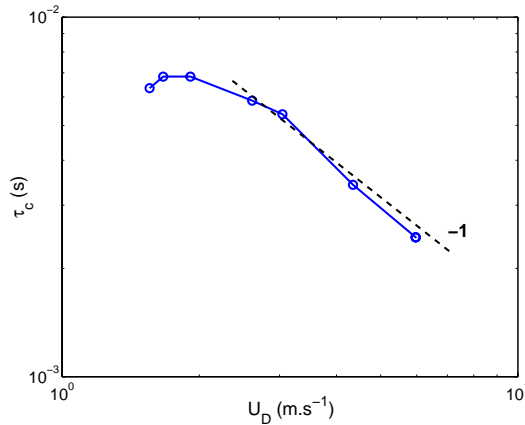


FIG. 2.14 – Représentation loglog du temps court en fonction de U_D . Série **UVARIE**

$$\tau_c \propto U_D^{-1}$$

Plus exactement, la vitesse pertinente est la fluctuation typique grande échelle u'_D et non la vitesse moyenne U_D (nous définissons u'_D par u'_D/U_D =taux de turbulence). Une justification est apportée par les DNS pour lesquelles la vitesse moyenne est nulle, et dont nous verrons (en annexe A) que le temps de décorrélation d'un mode de Fourier suit exactement ces mêmes lois d'échelles. Parallèlement, des expériences récentes de diffusion menées par N. Mazellier (au LEGI) dans le cas d'une turbulence de grille confortent cette hypothèse : pour des vitesses moyennes et des nombres d'onde équivalents, le temps de décorrélation mesuré est plus grand pour la turbulence de grille, dans un rapport proche des taux de turbulence respectifs des deux écoulements.

L'évolution du temps court avec le nombre d'onde sélectionné q_s est plus délicate et mérite une étude détaillée.

Temps de décorrélation τ_c en fonction de q_s Afin d'étudier l'évolution du temps court en fonction du nombre d'onde de manière systématique, nous nous sommes placés en configuration 1 (au LEGI) à $x/d = 36$ diamètres de la buse. Pour cela, deux angles ont été étudiés : $\theta = 40^\circ$ puis $\theta = 60^\circ$ et plusieurs séries de balayage en fréquence ont été réalisées (séries **QMONOI-40** et **QMONOI-60**). Pour ces deux séries, la distance acoustique L est précisément la même, tout comme la vitesse de la soufflerie fixée à $U_D = 6.3 \text{ m.s}^{-1}$.

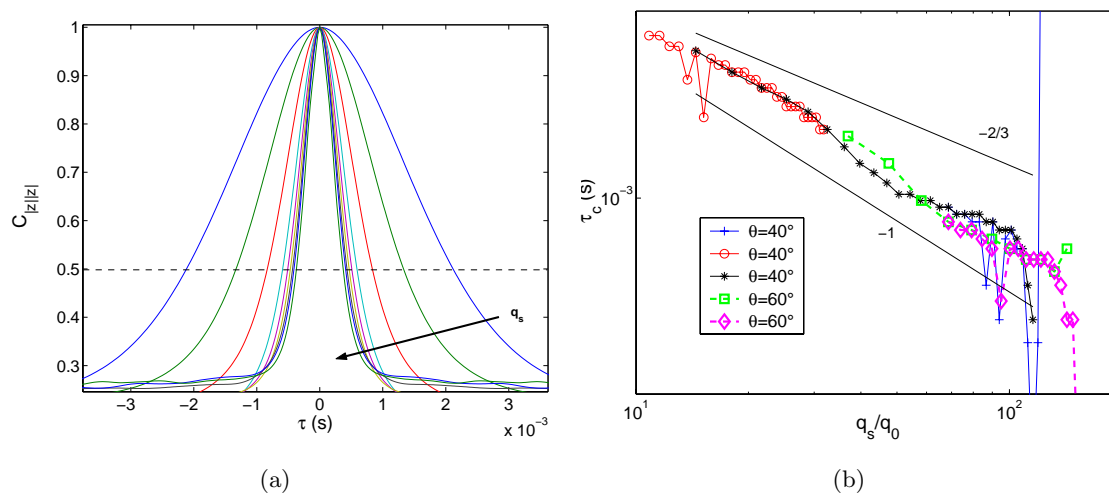


FIG. 2.15 – (a) Autocorrélations typiques (détail des temps courts) pour des nombres d'onde croissants entre $q_s/q_0 = 15$ et 100 - correspond aux symboles * de la figure de droite. (b) Evolution de τ_c en fonction du nombre d'onde adimensionné q_s/q_0 . Série **QMONOI-40** et **QMONOI-60**

La figure 2.15(a) représente l'évolution de la corrélation à temps courts pour quelques nombres d'onde d'une série correspondant à $\theta = 40^\circ$. On constate une franche diminution du temps de décorrélation τ_c avec le mode de Fourier. L'évolution du temps court en fonction du nombre d'onde extrait de l'ensemble des séries apparaît figure 2.15(b) en coordonnées log-log.

Cette représentation fait apparaître une décroissance en loi de puissance du temps court, du type :

$$\tau_c \propto q_s^{-\beta}$$

La question de l'exposant β de cette décroissance est primordiale, car elle renseigne sur la physique sous-jacente dans le processus de décorrélation d'un mode de Fourier. D'un point de vue phénoménologique, on pourrait s'attendre à ce que le temps de décorrélation de la vorticité au nombre d'onde q_s soit gouverné par le temps de "retournement" du tourbillon   l'échelle $l \sim 1/q_s$. Cette analyse conduit  

$$1/\tau \propto \omega(l) \propto \frac{u(l)}{l}$$

Si l'on y adjoint l'hypothèse d'une vitesse   l'échelle l suivant une loi de puissance en $1/l$

(Kolmogorov 1941)

$$u(l) \propto l^{1/3}$$

on s'attend à un temps de décorrélation de la vorticité

$$\tau \propto q_s^{-2/3}$$

La figure 2.15(b) révèle une pente moyenne plus proche de -1, même si pour les faibles nombres d'onde, la pente -2/3 semble mieux correspondre. Nous allons montrer qu'en réalité, la loi de décroissance est du type

$$\tau_c \propto q_s^{-1}$$

impliquant une phénoménologie particulière dont nous discuterons plus en détail par la suite.

exposant β : temps compensés Pour se convaincre que la loi de décroissance est du type $\tau_c \propto q_s^{-\beta}$ avec $\beta = 1$, nous avons tracé ces mêmes temps de décorrélation, compensés par les lois attendues, (FIG. 2.16) en haut par la loi en q_s^{-1} et en bas par la loi en $q_s^{-2/3}$. Malgré une

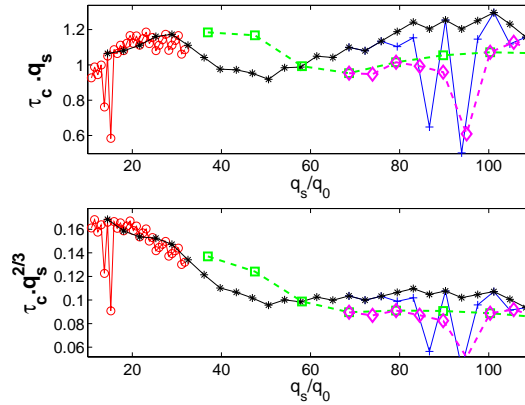


FIG. 2.16 – Temps de décorrélation τ_c compensé par la loi en q_s^{-1} (figure du haut) et celle en $q_s^{-2/3}$ (en bas). Légende identique   FIG. 2.15(b)

certaine “dispersion” dans les deux cas, on constate que sur la figure du haut, un plateau peut être défini en moyenne alors qu’en bas, il n’existe pas   proprement parler de plateau mais plutôt une décroissance continue.

Influence de la diffraction Aux vues de ces évolutions, on peut se demander quelle est l’origine de la dispersion autour de la pente -1 . Encore une fois, il semble que ce soit la diffraction qui intervienne (au second ordre) en modifiant la pente locale de la décroissance. Une manière de s’en convaincre est de retracer la figure 2.15(b) non plus en fonction du nombre d’onde mais en fonction de la fréquence d’émission ν_0 (FIG. 2.17). Il est frappant de constater la similitude

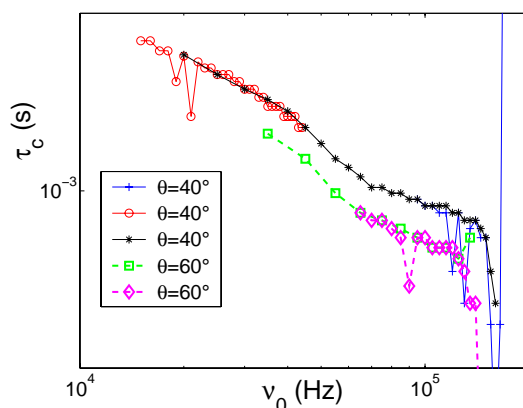


FIG. 2.17 – τ_c en fonction de la fréquence ν_0 d'émission. Même légende que FIG. 2.15(b). Echelles log-log.

étroite entre les deux évolutions avec la fréquence dans chacune des configurations ($\theta = 40^\circ$ et 60°). En changeant la fréquence d'émission pour changer de nombre d'onde, on modifie dans les deux cas de manière semblable les conditions de champ proche, bien que le nombre d'onde correspondant soit différent⁹. Comme nous l'avons vu à la fin du chapitre précédent, la distance de travail (champ proche/lointain) modifie à la fois le nombre d'onde réellement sélectionné ($q_s^* \neq q_s$), mais aussi et surtout la largeur spectrale δq entourant la sélection de ce mode. Ces deux variations vont se répercuter sur l'estimation du temps de décorrélation, et cela pour deux raisons différentes :

- 1. La loi $\tau_c = f(q_s)$ est représentée en fonction du nombre d'onde théoriquement sélectionné q_s . Pour tenir compte du biais induit par la diffraction sur le nombre d'onde *effectif* sélectionné q_s^* , il est nécessaire de tracer l'évolution de τ_c en fonction de q_s^* et non de q_s . Pour cela, on peut estimer le nombre d'onde q_s^* réellement sélectionné par le Doppler du spectre. On n'observe alors quasiment aucune modification de la loi de décroissance, signifiant probablement que l'effet n°1 joue finalement peu de rôle.
- 2. La largeur spectrale δq intervient en augmentant le temps de décorrélation mesuré : au lieu d'étudier le temps de décorrélation d'un nombre d'onde unique, on est sensible expérimentalement au temps de décorrélation d'un ensemble δq de nombres d'onde autour du mode sélectionné. On comprend alors que le temps de décorrélation τ_c au nombre d'onde q_s est directement relié à la largeur δq locale (donc à la résolution spectrale R)¹⁰.

⁹Ces évolutions éliminent également un effet de vitesse u' différente selon le mode de Fourier sélectionné.

¹⁰La résolution étant assez mauvaise en zone de champ lointain, ces deux arguments montrent que c'est justement dans cette zone que la pente de la décroissance est la moins fiable. La pente proche de $-2/3$ qui y est observée ne serait donc qu'un "malheureux" hasard...

Ce dernier effet est donc probablement à l'origine de l'écart à la linéarité de la décroissance¹¹

Une autre expérience confirme également l'importance des effets de diffraction sur l'estimation des temps de décorrélation. Il s'agit de l'expérience présentée à la fin du chapitre précédent (p.86), qui consistait à pratiquer une même expérience de diffusion (au même nombre d'onde q_s) pour trois distances acoustiques L différentes. En traçant cette fois les autocorrélations du module pour les trois éloignements différents (FIG. 2.18), on constate qu'aussi bien le temps court que le temps long sont affectés par la condition de champ lointain. En champ lointain

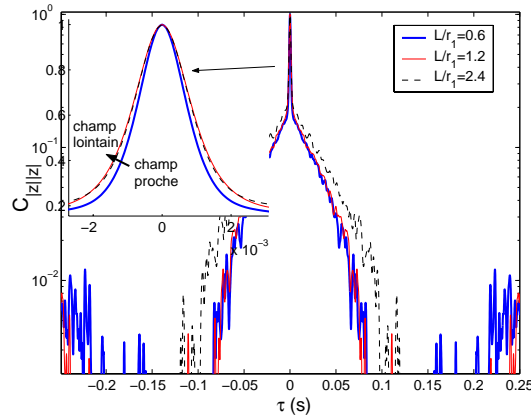


FIG. 2.18 – Autocorrélations du module pour 3 éloignements L . Même légende que FIG. 1.51(b) p.86

(dont on sait qu'il implique une moins bonne résolution spectrale), le temps court est sur cet exemple près de 20% plus grand qu'en champ proche, ce qui est du même ordre que les écarts observés entre la pente moyenne -1 et la décroissance expérimentale. Il semble donc que la pente -1 soit bien effective, mais affectée par le filtre de diffraction qui se modifie lorsqu'on fait varier la fréquence d'émission.

Si la pente -1 est la plus vraisemblable sur cette série d'expériences, on pourrait objecter que cette pente est influencée par la proximité de la zone dissipative¹². En effet, la décade de modes accessibles est située entre la fin de la zone inertielle et le début de la zone dissipative du spectre du fil chaud (voir FIG. 2.3). On peut réfuter cet argument pour au moins deux raisons :

1. La première raison est liée aux simulations numériques : les DNS qui sont exemptes d'acoustique confirment clairement la décorrélation de la vorticité en un temps (court) inversement proportionnel au nombre d'onde et cela sur toute la plage des modes accessibles (inertiels y compris, même si le Reynolds est modéré : $R_\lambda = 80$).

¹¹Les expériences avec la bille nous ont enseigné (au moins jusque 100kHz) que la résolution spectrale δq augmentait de manière imparfaitement linéaire avec la fréquence (FIG. 1.39 p.71).

¹²Si tel était le cas, on s'attendrait plutôt   une pente -2 caractéristique de la dissipation visqueuse $\tau_{visc} \sim \nu^{-1} q_s^{-2}$

2. La seconde raison est donnée par les expériences du CERN où cette évolution $\sim q_s^{-1}$ est observée pour des nombres d'onde situés en zone inertielle.

Temps court(s) : expériences du CERN Les expériences du CERN ont révélé des caractéristiques spécifiques, vraisemblablement propres aux très grands nombres de Reynolds atteints :

- La première est la rapidité accrue avec laquelle les modes de Fourier se décorrèlent. Typiquement, et pour les trois nombres de Reynolds étudiés, on observe un temps de décorrélation près de 10 fois plus court au CERN qu'au LEGI, et cela pour un même nombre d'onde adimensionné.
- La seconde caractéristique est plus difficile à interpréter mais elle est relié à la précédente : on constate que l'autocorrélation typique du signal de vorticitée pr esente non pas deux mais trois temps caract eristiques. Le temps long τ_l est analogue  a celui du LEGI. En revanche, le temps de d ecorr elation le plus court (qui est de l'ordre de 10 fois plus court que celui du LEGI comme nous venons de le dire) ne s'identifie pas au temps τ_c d ej a  etudi e. Pr ecis ement, le temps τ_c au CERN appara it comme un temps *interm ediaire*, située entre le temps le plus court et τ_l .

La figure 2.19 illustre cette remarque : on distingue nettement la pr esence de deux temps courts.

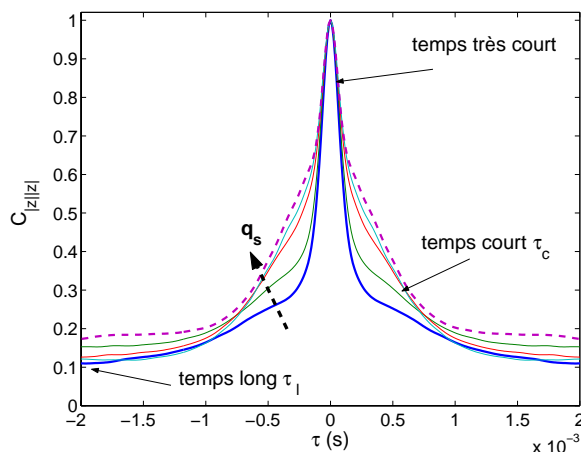


FIG. 2.19 – Vue agrandie aux temps courts de 5 autocorr elations successives du CERN pour le $R_\lambda = 3450$. A mesure que l'on augmente le nombre d'onde, on constate l'importance progressive du temps court τ_c analogue au temps court du LEGI, prenant le pas sur la partie aux temps tr es courts. manip **CP114** $q_s/q_0 \in [58 - 79]$

L'importance du temps court interm ediaire (τ_c) augmente  a mesure que l'on diminue l' echelle

d'analyse¹³. Nous verrons plus loin la raison pour laquelle nous pensons que c'est ce temps intermédiaire, et non pas le temps le plus court, qui s'identifie au temps court τ_c du LEGI. En réalisant un filtrage passe-bande des signaux complexes sur la bosse Doppler, nous verrons qu'il est possible d'éliminer le temps le plus court. Cela permet de faire apparaître le temps intermédiaire (que l'on identifie à τ_c) afin de caractériser son évolution. La figure 2.20 représente

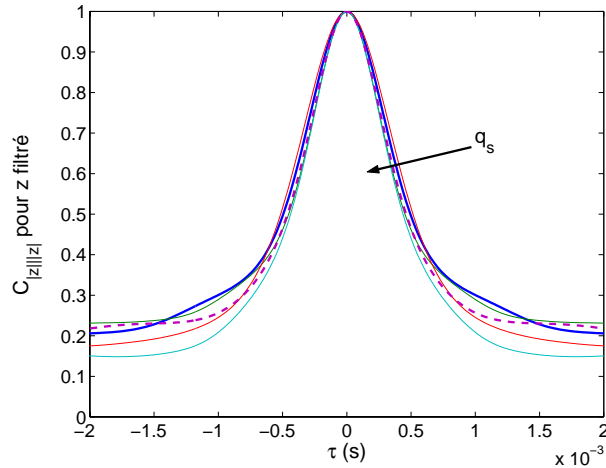


FIG. 2.20 – Autocorrélations du module du signal lorsque les signaux complexes sont filtrés. Signaux et légendes identiques à FIG. 2.19.

l'allure des autocorrélations obtenues lorsque le signal complexe est ainsi filtré. Cette figure est à rapprocher de la figure précédente (FIG. 2.19) des mêmes signaux non filtrés.

La figure 2.21 représente l'évolution du temps court τ_c ainsi obtenu (rapporté au temps long τ_l) en fonction du nombre d'onde adimensionné. Cette représentation permet de comparer les expériences du LEGI avec celles du CERN. Les trois séries conduites au CERN pendant la seconde campagne de mesure (voie 1 : $\theta = 30^\circ$) ont permis un balayage en fréquence de 30 à 250kHz pour trois Reynolds différents (séries **CP102**, **CP109** et **CP114**). Les deux séries **QPARA-BV** et **QPARA-HV** correspondant respectivement à une petite et à une grande vitesse de la soufflerie du LEGI ont été ajoutées pour comparaison. On observe également une décroissance très proche de la pente -1 dans le cas du CERN. La dispersion des points est plus grande au CERN car la méthode de filtrage, si elle permet de faire apparaître le temps intermédiaire, n'est pas optimale.

¹³En réalité, on constate que cette tendance n'est pas monotone. On observe en effet une augmentation de l'importance du temps intermédiaire, suivie d'une diminution et enfin d'une nouvelle augmentation. Autrement dit, il existerait une échelle caractéristique pour laquelle la prédominance du temps très court est maximale. Cela reste à étudier.

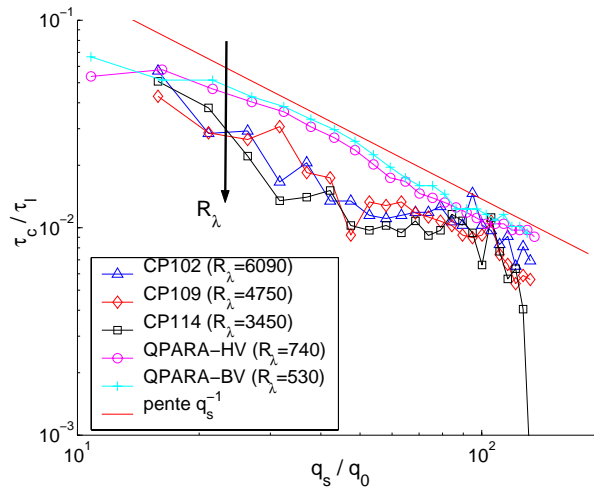


FIG. 2.21 – Evolution du temps τ_c (voir texte) avec le nombre d'onde pour des R_λ croissants. Coordonnées log-log.

le troisième temps caractéristique du CERN Le troisième temps caractéristique (le plus court) évolue également avec le nombre d'onde ainsi qu'avec le Reynolds. Nous l'avons estimé par la largeur à mi-hauteur de l'autocorrélation (mais bien évidemment pour les signaux non filtrés) - les autocorrélations ont donc l'allure déjà décrite FIG. 2.19. La figure 2.22 montre que l'évolution de ce temps avec le nombre d'onde est assez semblable à celle du temps court τ_c (cf FIG. 2.21). En particulier, la pente de la décroissance est également très proche de la pente -1 .

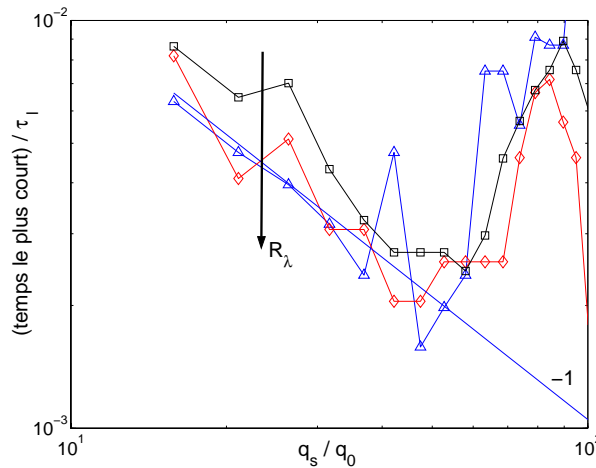


FIG. 2.22 – Evolution du temps le plus court de décorrélation (adimensionné par τ_l) avec le nombre d'onde pour des R_λ croissants. Coordonnées log-log. Même légende que FIG. 2.21

Autrement dit, ces deux temps seraient *proportionnels*, avec un facteur de proportionnalité

de l'ordre de 10. La remontée observée pour les grands nombres d'onde n'est pas significative car elle est biaisée par l'importance croissante du temps intermédiaire τ_c (voir FIG. 2.19).

2.2.2 Discussion

Si l'on exclut pour l'instant la présence du troisième temps caractéristique, uniquement présent sur les signaux du CERN (à Haut Reynolds) pour les plus faibles nombres d'onde inertiels, nous avons vu que la décorrélation typique du module d'une composante de Fourier de la vorticit   pr  sentait deux temps caract  ristiques τ_c et τ_l , dont les lois d'  volutions sont donn  es par :

$$\tau_l \approx \frac{\Lambda_0}{U_D} \propto (q_0 u'_D)^{-1} \quad \forall (q_s, R_\lambda) \quad (2.3)$$

$$\tau_c = a_c (q_s u'_D)^{-1} \quad (2.4)$$

La constante a_c est un pr  facteur num  rique dont nous discuterons plus loin.

Comme nous l'avons dit en introduction, outre les mesures spectrales du champ de densit   dans des jets turbulents transsoniques conduites par l'  quipe de Gr  sillon [38], la litterature est assez pauvre concernant l'analyse spectrale de la turbulence d'un point de vue exp  rimental et plus particuli  rement du champ de vorticit  . Si les exp  riences de Honor   et Gr  sillon [42] relatent   galement la pr  sence de deux temps caract  ristiques pour l'autocorr  lation du champ (spectral) de densit  , ils concluent    un temps long assez proche du notre, mais    un temps court en $q_s^{-2/3}$. Bien que proches, ces r  sultats sont    mod  rer au regard de la grande diff  rence (*a priori*) entre les deux champs.

L'analyse des modes de Fourier d'une composante de *vitesse* a   t   plus   tudi  e, au moins sur le plan th  orique. Cela   tant, on peut se demander si l'on peut comparer nos r  sultats aux pr  dictions th  oriques concernant le champ de vitesse? En Fourier, on a $\tilde{\omega} = iq_s \wedge \tilde{u}$. En configuration 1 ($\mathbf{n} \equiv \mathbf{z}$ et $\mathbf{q}_s \equiv q_x \mathbf{x}$), on mesure donc un signal de diffusion complexe

$$z(t) = \tilde{\omega}_z(q_x, 0, 0) = iq_x \tilde{u}_y(q_x, 0, 0) \quad (2.5)$$

Le signal est donc   galement proportionnel    la composante transverse de vitesse en Fourier (Cette relation n'a rien    voir avec l'effet Doppler d  j   vu puisqu'elle s'appuie uniquement sur la d  finition de la grandeur mesur  e). L'autocorr  lation du module de la vorticit     tudi  e exp  rimentalement peut alors s'exprimer (configuration 1) par :

$$\begin{aligned} C_{|z||z|}(\tau) &= \langle |\tilde{\omega}_z(q_x, t)| |\tilde{\omega}_z(q_x, t + \tau)| \rangle_t \\ &= \langle |iq_x \tilde{u}_y(q_x, t)| |iq_x \tilde{u}_y(q_x, t + \tau)| \rangle_t \\ &= q_x^2 g(q_x, \tau) \end{aligned} \quad (2.6)$$

o   $g(q_x, \tau)$ est l'autocorr  lation d'une composante de Fourier de la vitesse (ici \tilde{u}_y), selon le mode q_x . L'  tude de la d  corr  lation des modes de Fourier d'une composante de vorticit   par diffusion

acoustique est donc équivalente à celle de la décorrélation d'une *composante* de vitesse spectrale. Comparer nos résultats avec les prédictions théoriques concernant le champ de vitesse est ainsi bien légitime.

L'étude de la décorrélation d'un mode de Fourier n'est pas à proprement parler un sujet nouveau, puisqu'elle date des années 1950. Historiquement, c'est Heisenberg [39] qui le premier s'est intéressé à la forme de l'autocorrélation d'une composante de Fourier de la vitesse. Fondé sur une théorie heuristique, il prédit une décorrélation aux temps courts du type

$$g(q_s, \tau) \longrightarrow 1 - 1/6(\tau/\tau_H)^2 \quad \text{avec} \quad \tau_H \equiv (u'q_s)^{-1}$$

où g est la fonction d'autocorrélation d'un mode de Fourier de la vitesse et u' est l'écart-type d'une *composante* de vitesse. Bien que séduisante, cette théorie est restée relativement discrète eu égard au succès d'alors de la théorie de Kolmogorov (1941). On remarque cependant qu'il est le premier à proposer un temps de décorrélation τ_H des modes de Fourier variant comme l'inverse du nombre d'onde. Quelques années plus tard en 1959, dans une étude sur la turbulence isotrope Kraichnan [52] propose son modèle de "Direct Interaction Approximation" (DIA). Ce modèle s'appuie sur une méthode de perturbation et des hypothèses de dépendance faible entre nombres d'onde adjacents. Elle permet à Kraichnan de prévoir la forme exacte de l'autocorrélation des amplitudes d'un mode de Fourier de la vitesse selon :

$$g(q_s, \tau) = \frac{J_1(2u'q_s\tau)}{u'q_s\tau}$$

dont le temps typique de décorrélation est également $\tau_H = (u'q_s)^{-1}$

On peut noter qu'à l'époque déjà, l'auteur regrettait que la méthode de diffusion acoustique (dont il était un des pionniers d'un point de vue théorique [51]) si elle permettait théoriquement d'accéder à l'autocorrélation spectrale ne le permettait alors pas de manière expérimentale. Dans sa modélisation DIA, Kraichnan propose que le couplage statistique entre un nombre fini de modes de Fourier devienne infinitésimal dans la limite des grands Reynolds, principalement du fait du nombre élevé d'interactions. Bien que les résultats essentiels (et notamment un spectre de vitesse en $k^{-3/2}$ au lieu de $k^{-5/3}$) diffèrent au fond assez peu des prédictions théoriques de Kolmogorov, cette théorie comme le souligne Kraichnan est en profond désaccord avec la théorie K41. Cette dernière suppose en premier lieu que la dynamique des structures à suffisamment petite échelle et grand Reynolds est indépendante du mouvement grande échelle. En particulier, le transport de l'énergie des grosses structures de l'écoulement à la zone dissipative est régi par un processus de cascade dont le mécanisme (la loi) est indépendante de ces structures énergétiques. A l'inverse, les conclusions issues des DIA de Kraichnan montrent que la décorrélation des échelles inertielles de la turbulence est principalement due à la convection (aléatoire) de celles-ci par les grosses structures énergétiques de l'écoulement. Cette image d'advection des petites échelles par les structures porteuses d'énergie de la turbulence est souvent appelée effet d'advection ou "sweeping effect".

L'hypothèse de sweeping Très controversée, cette hypothèse de sweeping est à l'origine du temps $\tau_H \equiv \tau_s = (u'q_s)^{-1}$, analogue à notre temps τ_c de décorrélation de la vorticité. Historiquement, l'hypothèse de sweeping a tout d'abord été introduite par Tennekes [96] pour tenter d'expliquer la forme persistante (en $k^{-5/3}$) des spectres eulériens de u^2 . L'extension des arguments dimensionnels de Kolmogorov   la variable u^n ($n \geq 2$) conduit en effet   des spectres en $k^{-(2n+3)/3}$ contradictoires avec les expériences [99] pour lesquelles les spectres eulériens sont invariablement en $k^{-5/3}$.

Aujourd'hui encore, l'hypothèse de sweeping est très discutée [77, 14, 103] car si elle permet d'expliquer la forme des spectres d'ordre supérieur, elle présuppose une décorrélation entre la *dynamique* des structures porteuses d'énergie et celle des échelles inertielles ce qui ne semble vérifié, ni par les expériences, ni par les simulations numériques.

Expérimentalement, l'étude de la corrélation entre les grandes échelles énergétiques (représentées par u') et les échelles inertielles de taille r (dont l'incrément δu_r d'échelle r est l'image) est souvent représentée par la corrélation $\langle u' \delta u_r \rangle$ ou encore par les moments des incréments conditionnés   la vitesse grande échelle [84, 102]. Pour autant, quelque soit la méthode d'estimation, les auteurs concluent   une forte corrélation entre les grandes et petites échelles ce qui semble contraire   l'hypothèse de sweeping. Il semble donc que la persistance des spectres eulériens d'ordre supérieur de la vitesse en $k^{-5/3}$ ne puisse simplement être attribuée au principe d'invariance galiléenne aléatoire (autre nom donné au sweeping). On peut trouver une discussion très intéressante de ces apparentes contradictions dans [84]. Les auteurs soulignent notamment que le fait que les spectres d'ordre supérieurs suivent un scaling en $k^{-5/3}$ n'est pas forcément en opposition avec la théorie K41 puisqu'elle est appliquée   un domaine pour lequel les hypothèses de Kolmogorov ne sont pas remplies; en particulier celle-ci ne s'applique qu'aux incréments de vitesse. Ils argumentent parallèlement que la dépendance de l'incrément $\langle \delta u_r \rangle_u$   la vitesse grande échelle u a pour origine la variabilité du flux d'énergie $\epsilon(x, t) = |\delta u|^3/r$ dans la cascade, celle-ci reflétant les inhomog nit s de ce flux   grande échelle ($\epsilon_{\Lambda_0}(x, t) = |u(x, t)|^3/\Lambda_0$). Selon eux, cette interaction directe entre grosses et petites structures ne contredit aucunement les hypothèses du calcul de Kolmogorov.

De ce point de vue, la diffusion acoustique a permis de confirmer expérimentalement et de manière directe le rôle majeur joué par le sweeping time dans le processus de décorrélation d'un mode de Fourier de la turbulence. Le temps τ_c (proportionnel au temps de sweeping) est donc bien le temps dominant,   des Reynolds moyens tout au moins.

Pourtant, qu'il s'agisse du modèle d'Heisenberg, de celui de Kraichnan ou encore du sweeping time, ces théories prédisent un temps de décorrélation des modes de Fourier dépendant uniquement du mode et de l'écart type de l'écoulement considéré. En réalité, outre la présence du temps long τ_l , nos mesures indiquent une dépendance de la constante de proportionnalité a_c ( quation 2.2.2) avec le nombre de Reynolds, c'est- -dire une dépendance du temps de décorrélation pour

un nombre d'onde et un taux de turbulence donnés.

La constante a_c La figure 2.21 p.112 montre que le temps court τ_c diminue avec le Reynolds, à nombre d'onde fixé. Cette diminution implique une diminution de la constante a_c avec le nombre de Reynolds. Pour illustrer ce point, nous avons représenté FIG. 2.23 la fonction $\tau_c q_s u'_D$ c'est-à-dire la constante a_c pour les expériences déjà présentées au LEGI comme au CERN¹⁴. Nous avons ajouté les résultats numériques (DNS) de Sanada [90]. Dans cette étude portant sur l'hypothèse de sweeping, Sanada avait déjà remarqué une diminution de l'ordre de 30% du sweeping time pour des R_λ passant de 100 à 200. Bien que nos barres d'erreur soient probablement importantes, on voit que ses résultats sont qualitativement en accord avec nos observations. On constate une nette décroissance de la constante avec le Reynolds, dont il est assez difficile de prédire la loi. Cela étant, il est clair qu'en moyenne le temps court τ_c est près de deux fois plus court au CERN qu'au LEGI.

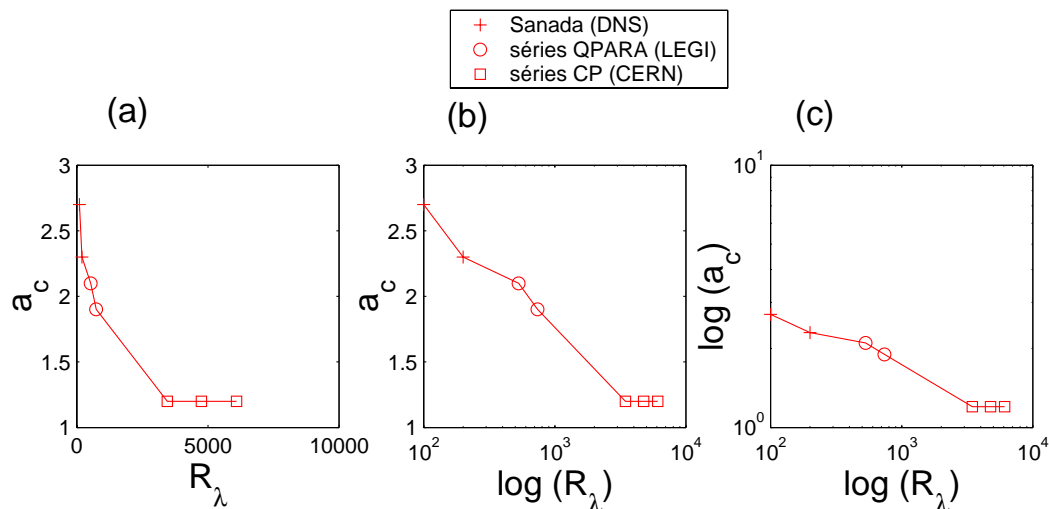


FIG. 2.23 – Evolution de la constante de proportionnalité $a_c = q_s u'_D \tau_c$ en fonction de R_λ . Les valeurs extraites des simulations numériques de Sanada [90] ont été ajoutées à nos expériences. (a) coordonnées linéaires (b) lin-log et (c) log-log

Conclusion A ce stade, deux questions restent en suspens :

1. Quelle est l'origine physique de la présence du troisième temps caractéristique à grand Reynolds, temps extrêmement court ? L'étude de ce troisième temps caractéristique (et surtout de son absence au LEGI) est un vaste sujet très intéressant car il traduit la dynamique tourbillonnaire sous-jacente, apparemment plus complexe à grands Reynolds.

¹⁴ u'_D est calculé à partir de la valeur de U_D issue du Doppler du spectre (ajustement gaussien). Au CERN, on estime u'_D en se basant sur un taux de turbulence u'_D/U_D de 30% contre 28% au LEGI.

2. La seconde question concerne la présence, au LEGI comme au CERN, du temps long. Nous avons montré qu'il existait une corrélation significative (de l'ordre de $C_0 \approx 20\%$) qui persiste sur des temps τ_l beaucoup plus longs que le temps τ_c . Cette corrélation ne semble jamais avoir été observée ni expérimentalement ou même numériquement, ni prédite théoriquement. Compte tenu de la faible convergence statistique des DNS (par exemple sept temps de retournement dans les DNS de Sanada) et également des faibles R_λ simulés (donc τ_c proche de τ_l), il est possible que cette contribution soit masquée par la décorrélation aux temps courts. Si nous ne l'avions pas vue expérimentalement, il est probable que nous ne l'aurions pas remarqué dans les DNS présentées en annexe A. On peut se demander si cette longue décroissance est intrinsèque au caractère lagrangien de la mesure, ou bien si elle ne découle pas de propriétés fondamentales de la turbulence.

Pour tenter de répondre à ces deux questions, nous allons maintenant nous tourner vers le signal complexe de diffusion.

2.3 Étude du signal complexe $z(t)$

Comme nous l'avions anticipé à la fin du chapitre précédent à propos des sources d'élargissement spectral du spectre du signal complexe (Sp_z), nous venons de voir que le temps de "vie" moyen d'une composante de vorticit   varie comme l'inverse du nombre d'onde q_s et de la fluctuation de vitesse typique u'_D . En d'autres termes, l'  largissement spectral $\delta\nu_3$ du spectre induit par ce temps de d  corr  lation est du type :

$$\delta\nu_3 \sim [a_c(R_\lambda)]^{-1} q_s u'_D$$

À la constante a_c pr  s, c'est exactement la m  me loi que celle attendue pour l'  largissement spectral $\delta\nu_2$ apport   par une distribution de vitesse des diffuseurs d'  cart-type u'_D ind  pendant du nombre d'onde¹⁵ :

$$\delta\nu_2 \sim q_s u'_D$$

Etant donn   que la largeur spectrale *totale* $\delta\nu$ varie elle aussi proportionnellement au produit ($q_s u'_D$) (cf FIG. 1.54 p.90), il semble difficile de d  partager les deux effets. Nous allons voir que les exp  riences du CERN vont nous permettre d'estimer l'importance relative de ces deux sources d'  largissement.

2.3.1 Les "ailes" du CERN

Jusqu'   pr  sent, nous avons   tudi   quelques spectres complexes Sp_z typiques issus uniquement d'exp  riences men  es au LEGI. Les spectres du CERN (tous issus de la configuration 1)

¹⁵Nous verrons que cette hypoth  se de vitesse d'advection    l'  chelle q_s ind  pendante de l'  chelle est confirm  e par l'analyse temps-fr  quence du signal complexe

ont la particularité de présenter des ailes quasi-exponentielles de part et d'autre du Doppler, ailes inexistantes sur les spectres du LEGI.

Un spectre typique Sp_z du CERN est représenté figure 2.24. Il correspond au Reynolds intermédiaire ($R_\lambda = 4750$) pour un nombre d'onde inertiel $q_s/q_0 = 48$. On constate la présence d'ailes quasi exponentielles dans le spectre (décroissance linéaire en lin-log) dont nous verrons que la pente (c'est-à-dire le temps caractéristique de cette décroissance) varie avec R_λ et q_s .

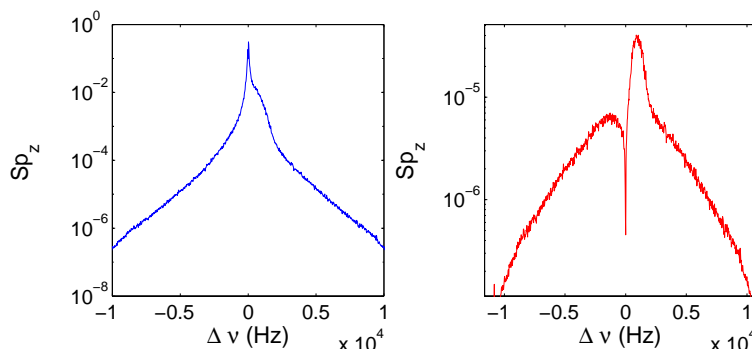


FIG. 2.24 – Spectre complexe typique de l'expérience GReC (coordonnées lin-log). A gauche spectre Sp_z du signal de diffusion z_{brut} et à droite spectre Sp_z du même signal mais dérivé. $q_s/q_0 = 48$ série **CP109**

Ces ailes imposent des fréquences d'échantillonnage bien plus élevées qu'au LEGI alors que le Doppler moyen est du même ordre qu'au LEGI, tout comme l'écart type de la "bosse" Doppler. On peut montrer qu'elles sont symétriques par rapport au Doppler moyen, indiquant qu'elles résultent d'un processus de diffusion qui "voit" l'écoulement. Ces ailes sont visibles pour toutes les campagnes de mesure, c'est-à-dire pour tous les angles de diffusion utilisés. Elles apparaissent dès les plus basses fréquences d'émission possibles au CERN (soit 20 kHz étant donné le bruit ambiant relativement élevé) et sont présentes tant que le rapport signal sur bruit le permet. Lorsque celui-ci devient trop faible, seul le signal de diffusion ("bosse Doppler") est significatif : les ailes disparaissent dans le bruit. Beaucoup de facteurs diffèrent entre l'expérience GReC et celles menées au LEGI, comme le fluide utilisé, sa température inhabituelle, les Reynolds atteints etc...qui pourraient justifier de telles ailes. En outre, le calcul des vitesses correspondant aux fréquences associées à ces ailes révèle des vitesses qui peuvent atteindre près de 30 fois l'écart type de la vitesse au point de mesure, alors que les signaux de vitesse issus de mesure par fil chaud fournissent un taux de turbulence de 32%, à peine supérieur à celui du LEGI. L'origine de ces ailes ne semble donc pas liée à celle d'une répartition de vitesse anormale.

L'hypothèse la plus vraisemblable pour expliquer la présence de ces ailes consiste à dire qu'elles découlent de l'existence du troisième temps caractéristique dont nous avons vu qu'il est caractéristique des très grands Reynolds. Autrement dit, le temps de décorrélation le plus court du module de la vorticité (près de 10 fois plus court que le temps de décorrélation τ_c du LEGI)

serait responsable de ces très hautes fréquences dans le spectre du signal complexe.

Ces conjectures ne signifient rien d'autre que l'élargissement spectral $\delta\nu$ de Sp_z , s'il est au LEGI *essentiellement* dominé par la répartition de vitesse ($\delta\nu_2$), fait apparaître au CERN la contribution $\delta\nu_3$ d'un temps caractéristique près de dix fois plus court qui vient se superposer à celle de cette répartition de vitesse. Pour étayer cela, nous allons voir qu'il existe un faisceau de preuves qui convergent vers cette interprétation.

Filtrage La première chose que l'on peut étudier est le changement de forme de l'autocorrélation du module lorsqu'on élimine les ailes par filtrage du signal complexe. Pour cela, nous avons filtré le signal complexe par un filtre passe-bande centré sur le Doppler du spectre. Ce filtre est ajusté de telle sorte que les ailes soient rejetées - on ne conserve ainsi que la bosse de diffusion Doppler. La figure 2.25 illustre ce filtrage et son effet sur l'autocorrélation du module.

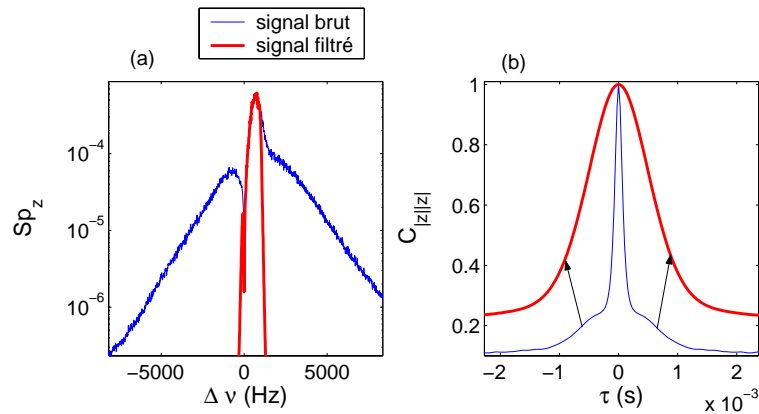


FIG. 2.25 – Effet du filtrage du signal complexe sur l'autocorrélation du module : éliminer les ailes du spectre fait disparaître le temps le plus court de décorrélation au profit du temps intermédiaire, qui s'identifie à τ_c . série **CP109** $q_s/q_0 = 32$

Pour les signaux filtrés, c'est-à-dire pour lesquels les ailes ont disparu, le temps le plus court de l'autocorrélation a disparu au profit du temps "intermédiaire". Ainsi la présence de ce troisième temps caractéristique très court est assujettie à celle des ailes du spectre. Ces deux éléments étant simultanément absents des mesures du LEGI, nous en déduisons qu'il est très probable que ce soit ce temps intermédiaire, et non le temps le plus court qui s'identifie au temps court τ_c du LEGI.

Evolution des ailes avec le Reynolds Le comportement des ailes avec le Reynolds apparaît figure 2.26. On observe un élargissement spectral progressif avec R_λ (équivalent à une diminution du temps caractéristique). Cet élargissement croissant est tout à fait compatible avec une origine liée à celle du temps de décorrélation le plus court, temps qui est décroissant avec le nombre de

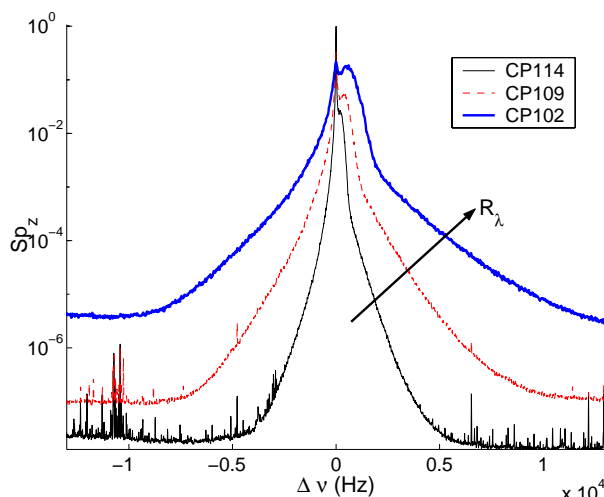


FIG. 2.26 – 3 spectres complexes Sp_z du CERN au même nombre d'onde ($q_s/q_0 = 26$) pour les 3 Reynolds ($R_\lambda = 3450, 4750$ et 6090). Coordonnées lin-log

Reynolds comme le montrait la figure 2.22 p.112. On notera qu'en extrapolant la forme de ces spectres aux R_λ du LEGI, on obtient naturellement la forme classique du spectre Sp_z du LEGI.

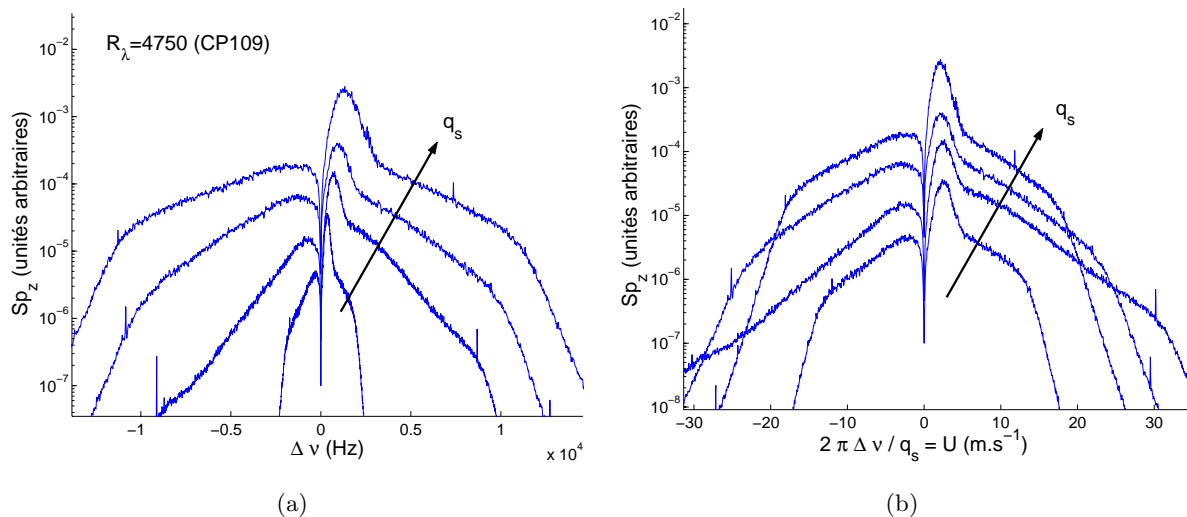


FIG. 2.27 – Spectres pour 4 nombres d'onde ($q_s/q_0 = 16; 32; 47$ et 68) (a) en fonction de la fréquence Doppler (b) en fonction de la vitesse Doppler. Série **CP109**, coordonnées lin-log.

Evolution des ailes avec le nombre d'onde La figure 2.27(a) représente le comportement des spectres pour des nombres d'onde croissants. Parallèlement à l'augmentation du Doppler moyen et à l'élargissement de la bosse Doppler, on constate une diminution de la pente de la décroissance exponentielle des ailes. La figure de droite (b) représente ces mêmes spectres en

fonction de la vitesse par la transformation

$$U = 2\pi\Delta\nu/q_s$$

. Le fait que les ailes soient alors parallèles suggère des ailes de la forme :

$$e^{-\Delta\nu\tau_A}$$

avec une loi d'échelle du type

$$\tau_A \sim q_s^{-1}$$

Encore une fois, cette évolution souligne l'équivalence entre le temps très court de décorrélation (dont on sait qu'il varie également en q_s^{-1}) et la présence de ces ailes. Pour une meilleure

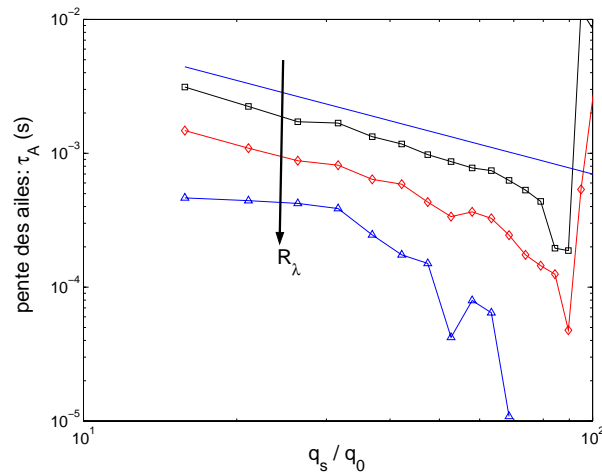


FIG. 2.28 – Evolution de la pente τ_A des ailes du spectre en fonction du nombre d'onde pour des R_λ croissants. Coordonnées log-log. Même légende que FIG. 2.21

estimation de cette pente, nous avons tracé FIG. 2.28 l'évolution de τ_a avec le nombre d'onde pour les trois Reynolds du CERN (cette figure est à rapprocher de la figure 2.22 p.112 qui décrit l'évolution du temps très court de décorrélation). Pour les deux plus faibles Reynolds, on observe un très bon accord avec la pente -1 aux faibles nombres d'onde. Pour les grands nombres d'onde ainsi que pour le plus fort Reynolds, il est difficile de dire si la rupture de pente (proche de -2) provient des difficultés d'estimations de la pente ou bien d'un réel changement de comportement physique. Faute de temps, et surtout de nouvelles expériences, il ne nous a pas été possible de trancher.

Comparaison avec le LEGI La question de la comparaison de ces spectres avec leurs homologues du LEGI est indispensable pour se convaincre de cette interprétation des ailes. On pourrait en effet penser qu'une plus grande dynamique du signal au CERN révèle les ailes, invisibles au LEGI (situées dans le bruit).

Pour cela, nous avons superposé à un spectre complexe Sp_z du CERN son homologue dans une expérience du LEGI à Reynolds plus modéré. Toute la question est : qu'entend-on par homologue? Nous avons choisi ici de comparer deux modes de Fourier présentant le même rapport à la grande échelle Λ_0 . Cela revient à comparer deux expériences à même rapport q_s/q_0 (ici 27) donc à se situer à la même étape dans la cascade vis à vis du forçage grande échelle. Ainsi le spectre du CERN correspond-il à $q_s = 1626m^{-1}$ et $\Lambda_0 = 11cm$ alors que le mode sondé au LEGI est $q_s = 530m^{-1}$ et l'échelle intégrale $\Lambda_0 = 32cm$.

Afin de comparer les spectres, il faut préalablement changer l'axe des fréquences Doppler pour tenir compte des différentes vitesses d'écoulement U_D et de grande échelle Λ_0 . La transformation

$$2\pi\Delta\nu \longmapsto \frac{2\pi\Delta\nu}{q_0 U_D} = \frac{q_s}{q_0}$$

a été opérée sur l'axe des abscisses (FIG. 2.29). C'est la raison pour laquelle la bosse Doppler est

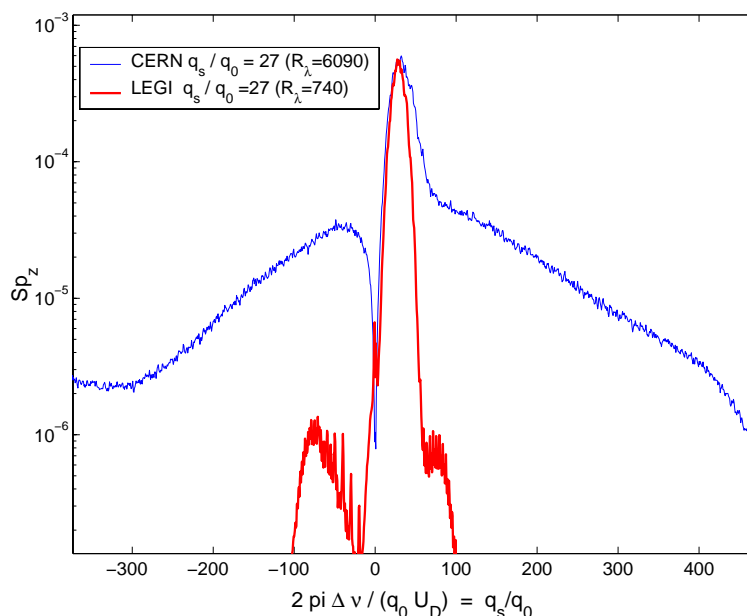


FIG. 2.29 – Spectres Sp_z du signal complexe (dérivé) au CERN et au LEGI pour $q_s/q_0 = 27$ (voir texte). séries **QPARA-HV** et **CP102**

centrée autour de $q_s/q_0 = 27$. Ces spectres mettent bien en évidence la dynamique comparable entre ces deux expériences (de l'ordre ici de $30dB$) et l'absence d'ailes sur les spectres du LEGI. On notera également la largeur voisine des deux "bosses" Doppler, la plus grande largeur du

spectre du CERN (36% contre 29%) découlant vraisemblablement du taux de turbulence plus grand au CERN (30% contre 28% au LEGI) ainsi que du fait que le temps court τ_c est près de deux fois plus petit au CERN (cf. constante a_c). Ceci dit, il est très difficile de relier de manière simple la largeur de la bosse Doppler à ces grandeurs, l'opération de convolution étant très complexe. Nous avons représenté figure 2.30 ces mêmes spectres accompagnés du spectre du module correspondant. On voit nettement qu'au CERN, l'élargissement spectral du module

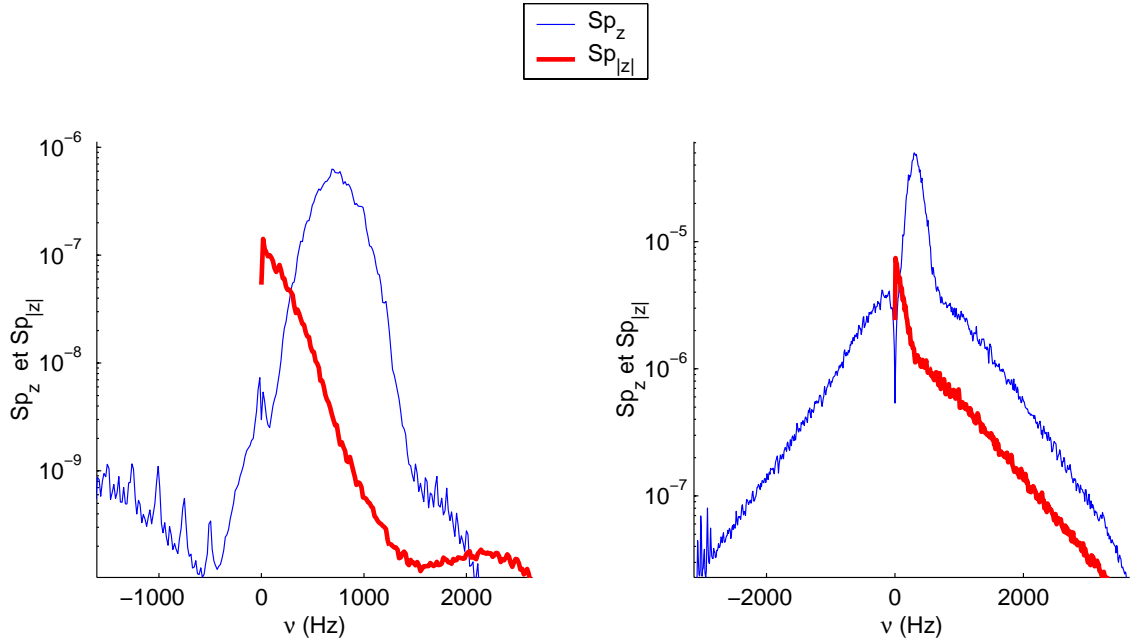


FIG. 2.30 – Spectres de la figure 2.29 accompagnés du spectre du module correspondant. Sur le spectre du module du signal du CERN, on distingue nettement l'aile (transformée de Fourier du temps très court de l'autocorrélation) qui apparaît dans le spectre du signal complexe après convolution par la pdf de vitesse.

du signal au delà de la bosse Doppler se répercute sur le spectre Sp_z alors qu'au LEGI les deux largeurs sont du même ordre.

Conclusion En définitive, si l'on met de côté la diffraction (qui joue de manière équivalente au LEGI et au CERN), on peut résumer l'effet de Reynolds élevé par le schéma de principe 2.31. Dans les deux cas, la bosse Doppler est essentiellement déterminée par la distribution de vitesse, le temps court τ_c contribuant toutefois à l'élargir. C'est ainsi que cette bosse Doppler est légèrement plus large au CERN qu'au LEGI, le temps court τ_c y étant environ deux fois plus petit. Dire que la bosse Doppler est dominée par la distribution de vitesse justifie *a posteriori* pourquoi elle est de forme gaussienne, centrée sur le Doppler moyen, et d'écart-type fréquentiel proportionnel (modulo q_s) à l'écart-type de vitesse. Cette remarque apparemment anodine traduit pourtant une propriété forte : celle que tous les modes de Fourier sont advectés à la même

vitesse, indépendamment du nombre d'onde (tout au moins pour les nombres d'onde étudiés ici).

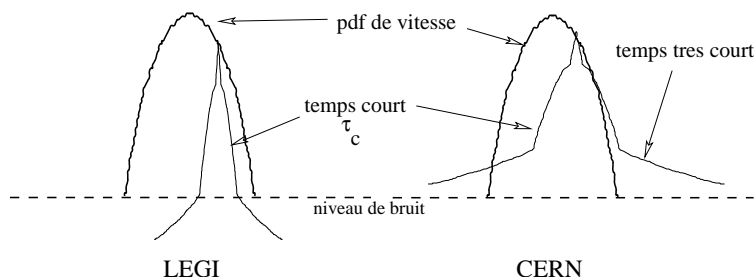


FIG. 2.31 – Schéma de principe proposé pour la formation des ailes du spectre Sp_z au CERN. La pdf de vitesse (en gras) est légèrement élargie par le temps court τ_c . Au CERN, la présence d'un troisième temps caractéristique plus court révèle des ailes inexistantes au LEGI.

A grand Reynolds, la présence d'un troisième temps caractéristique très court se traduit spectralement par la présence d'ailes quasi-exponentielles à haute fréquence dans le spectre, ailes dont nous avons montré qu'elles présentent des lois d'évolution similaires à celles de ce temps très court. Ce temps très court étant près de dix fois plus petit que le temps le plus court du LEGI, il ressort que le temps de décorrélation des modes de Fourier est beaucoup plus bref à grand Reynolds. Ceci dit, cela n'explique pas l'origine physique de la présence de ce troisième temps. Certains travaux [17] montrent qu'un temps de décorrélation variant comme $q_s^{-2/3}$ doit s'observer aux faibles nombres d'onde, avec une importance croissante avec le Reynolds [70]. Etant donné que les nombres d'onde du CERN sont situés en zone inertielle, à l'inverse de ceux du LEGI, on pourrait s'attendre à ce que le temps très court du CERN évolue en $q_s^{-2/3}$, pour ensuite être dominé par le temps de sweeping aux plus grands nombres d'onde. Pourtant, il faut avouer que nos mesures sont loin d'une telle évolution, que ce temps soit estimé directement (cf FIG. 2.22) ou bien dans l'espace réciproque (FIG. 2.28). Tout indique donc qu'il existe à grand Reynolds et à bas nombres d'onde deux temps courts en compétition qui sont vraisemblablement proportionnels l'un à l'autre, tout deux variant comme l'inverse du nombre d'onde.

2.3.2 Analyse temps-fréquence du signal

Nous venons de voir que l'amplitude d'un mode de Fourier présente deux voire 3 trois temps caractéristiques avec en particulier un temps long τ_l proportionnel au temps intégral. On peut s'interroger sur l'origine physique de cette corrélation à longue portée qui semble perdurer pour tous les modes sondés avec une décroissance indépendante de l'échelle d'analyse. Pour répondre à cette question, nous allons exploiter le terme de phase du signal *complexe* de diffusion.

Extraction de la phase du signal

Disposant d'un signal complexe, on peut penser extraire l'évolution temporelle de la vitesse des diffuseurs par un simple déroulage de phase suivi d'une dérivation, de manière analogue à ce que nous avons pratiqué dans le cas de la bille. Pourtant, cette approche conduit à des résultats médiocres, car l'opération de déroulage de phase n'est pas une opération triviale dans le cas d'un signal bruité. En outre, la phase n'étant correctement définie que lorsque le module du signal de diffusion est significatif (supérieur au bruit), la variance d'estimation de la phase est directement liée à la valeur instantanée du module. Pour un signal présentant des modulations d'amplitude et de phase, la séparation de la modulation d'amplitude (AM) et de la fréquence instantanée (FM) reste un problème délicat qui fait toujours l'objet de recherches en traitement du signal. Et bien qu'il fasse preuve d'un regain d'intérêt suite à l'émergence de la synthèse et de l'analyse vocale, ce problème n'a pas reçu de solution simple et efficace. Des méthodes non linéaires [9, 68] voire d'ondelettes ou inspirées des séparations de sources [71] sont utilisées avec plus ou moins de succès selon les caractéristiques du signal. La plupart des méthodes paramétriques requièrent des hypothèses sur la forme du signal (comme le nombre de sources acoustiques en présence) ; dans notre cas particulier, il est par exemple difficile de connaître le nombre de sources instantanées. D'autre part, on est dans le cas le plus défavorable d'un signal acoustique (et bruité) pour lequel le module et la phase du signal ont grossièrement le même support fréquentiel. Toutes ces caractéristiques rendent la décomposition très complexe.

Nous allons voir qu'une réponse satisfaisante à ce problème est apportée par une analyse temps-fréquence du signal complexe.

Principe du temps-fréquence

L'analyse temps-fréquence d'un signal complexe permet de connaître de manière simultanée l'amplitude de même que la fréquence du signal et cela de manière "presque" instantanée¹⁶. La transformée de Fourier glissante ou encore les ondelettes font partie de cette grande famille d'outils d'analyse. Aussi, le choix d'une méthode temps-fréquence en particulier est une question en soi que résume bien la phrase de P. Flandrin [29] :

"...parce qu'il existe des verrous théoriques inviolables, il ne saurait y avoir de réponse unique et unanimement satisfaisante à la question de décrire un signal simultanément en temps et en fréquence. Il suffit de parcourir la littérature sur le sujet pour s'en convaincre : elle offre un bestiaire tout à fait respectable par son nombre et sa variété, alliant animaux domestiques et sauvages, bêtes de somme et de course, licornes et rats-laveurs."

¹⁶En toute rigueur, la caractère instantané n'est assuré que dans la limite du principe d'Heisenberg appliqué au traitement du signal. La localisation dans le plan temps fréquence est donc limitée par l'inégalité $\delta t \delta \nu \geq 1/4\pi$.

Dans cet imbroglio, l'animal (de course bien sûr!) que nous avons choisi est la transformée de Wigner-Ville à interférences réduites (WVRID).

La transformée de Wigner-Ville (WV) Validée sur des signaux expérimentaux de diffusion [7], cette méthode a l'avantage de bien poser le problème, en estimant de manière conjointe le module et la phase du signal. A la différence des décompositions linéaires d'un signal (type ondelette ou TF glissante), la transformée de Wigner Ville fait partie de la classe des distributions énergétiques ; elles ont donc une structure quadratique (tout comme une densité spectrale d'énergie ou de puissance). Décrivons brièvement le principe d'une telle analyse. Si on considère un signal $z(t)$, on sait que son énergie E_z peut se calculer indifféremment par :

$$E_z = \int_t |z(t)|^2 dt = \int_\nu |Z(\nu)|^2 d\nu$$

Cela confère aux quantités $|z(t)|^2$ et $|Z(\nu)|^2$ le statut de densités d'énergie temporelles et spectrales. Il est alors relativement naturel de rechercher une grandeur mixte $\rho_z(t, \nu)$ qui offre un point de vue intermédiaire de densité *conjointe* telle que

$$E_z = \int_t \int_\nu \rho_z(t, \nu) dt d\nu$$

$\rho_z(t, \nu)$ revêt alors le sens d'un "spectre instantané" qui est censé déployer l'énergie du signal sur les variables duales temps et fréquence.

Sans rentrer dans les détails mathématiques de telles décompositions, disons que la transformée de WV prend pour définition de spectre instantané $\rho_z(t, \nu)$ la forme bilinéaire :

$$W_z(t, \nu) = \int z(t + \tau/2) z^*(t - \tau/2) e^{2i\pi\nu\tau} d\tau$$

La fonction W_z apparaît comme une pondération de l'énergie locale du signal par une harmonique à la fréquence ν ; physiquement on peut la comprendre comme une corrélation locale du signal dans la plan temps-fréquence. Cette distribution appartient à la classe dite de Cohen, ce qui lui confère certaines propriétés de régularité :

- elle est covariante pour les translations dans le temps ou la fréquence, elle est donc compatible avec le filtrage ou les modulations.
- elle préserve l'énergie totale et également les marginales en temps ou en fréquence.

Etant bilinéaire quadratique, elle possède en contrepartie la propriété d'engendrer des interférences entre ses composantes dans le plan temps-fréquence :

$$W_{z+z'}(t, \nu) = W_z(t, \nu) + W_{z'}(t, \nu) + \underbrace{2\text{Re}\{W_{z,z'}(t, \nu)\}}_{\text{terme d'interférence}}$$

Pour limiter de telles interférences, nous avons choisi la solution de la transformée de Wigner-Ville à interférences réduites, notée WVRID par la suite. Ajoutons qu'en pratique, il est nécessaire de suréchantillonner le signal d'un facteur 2 au moins afin d'éviter des phénomènes de repliement (du fait du caractère quadratique).

Pour les calculs numériques, nous avons utilisé une fonction dérivée de *tfrridbn3* de la toolbox *Time-frequency toolbox* proposée par P. Flandrin pour fonctionner sous MATLAB.

Application de WVRID aux signaux de diffusion sur la bille Pour présenter sur un exemple simple le résultat d’une telle analyse, reprenons le signal de diffusion issu de la translation de la bille dans le volume de mesure. L’image 2.32 représente dans le plan temps-fréquence (en fait ici temps-vitesse par la conversion Doppler-vitesse) la transformée de Wigner Ville du signal complexe de diffusion. Pour cet exemple, le champ a été évalué sur les 8192 points dispo-

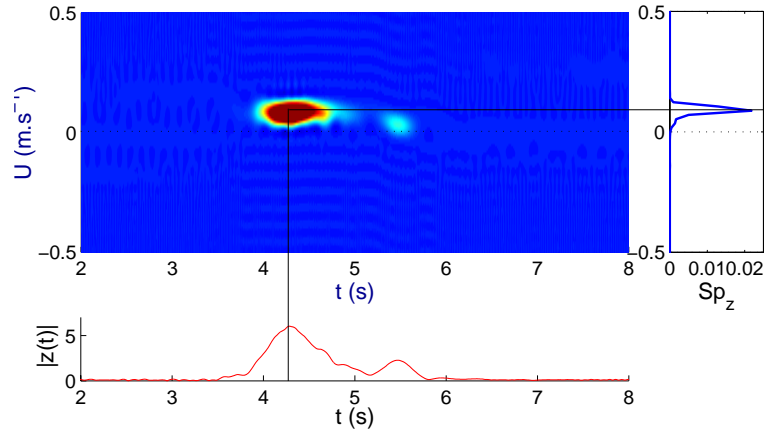


FIG. 2.32 – Analyse temps fréquence par WVRID du signal de diffusion de la bille ($q_s R = 3.6$, $\nu_0 = 40kHs$, $\theta = 28^\circ$) correspondant au signal p.62 (colonne de gauche).

nibles de signal, avec une discrétisation de l’axe des fréquences sur $N = 512$ points. Deux autres paramètres du programme que sont H et G permettent de définir les caractéristiques (largeur) de la fenêtre d’apodisation en temps et en fréquence ; pour tous les résultats présentés dans ce manuscrit, nous avons conservé les valeurs proposées par défaut qui donnent de bons résultats (à savoir $G = 10$; $H = 4$).

Dans le plan temps fréquence, l’image du signal de diffusion est donc une tache (“spot” ou “atome”) centrée en abscisse sur la date d’arrivée de la bille au centre du volume et en ordonnée sur sa vitesse à cet instant. Le signal temporel et le spectre apparaissent de part et d’autre de l’image comme des projections dans les plans respectifs temps et fréquence. La seconde tache dans le plan temps fréquence autour de $t \approx 5.5s$ correspond au second lobe de diffraction (θ^- , cf p.74), nettement visible sur le signal temporel (θ^+ est pratiquement absent sur cet exemple) Comme nous l’avons dit alors, ce lobe de diffraction met en jeu des nombres d’onde plus petits que le nombre d’onde sélectionné, confirmé ici dans le plan temps-fréquence par une vitesse Doppler (fréquence instantanée) plus faible que celle de la tache principale. L’intérêt majeur de cette décomposition par rapport à une transformée de Fourier glissante par exemple est d’obtenir une résolution à la fois temporelle et spectrale bien meilleure, permettant sur cet exemple de

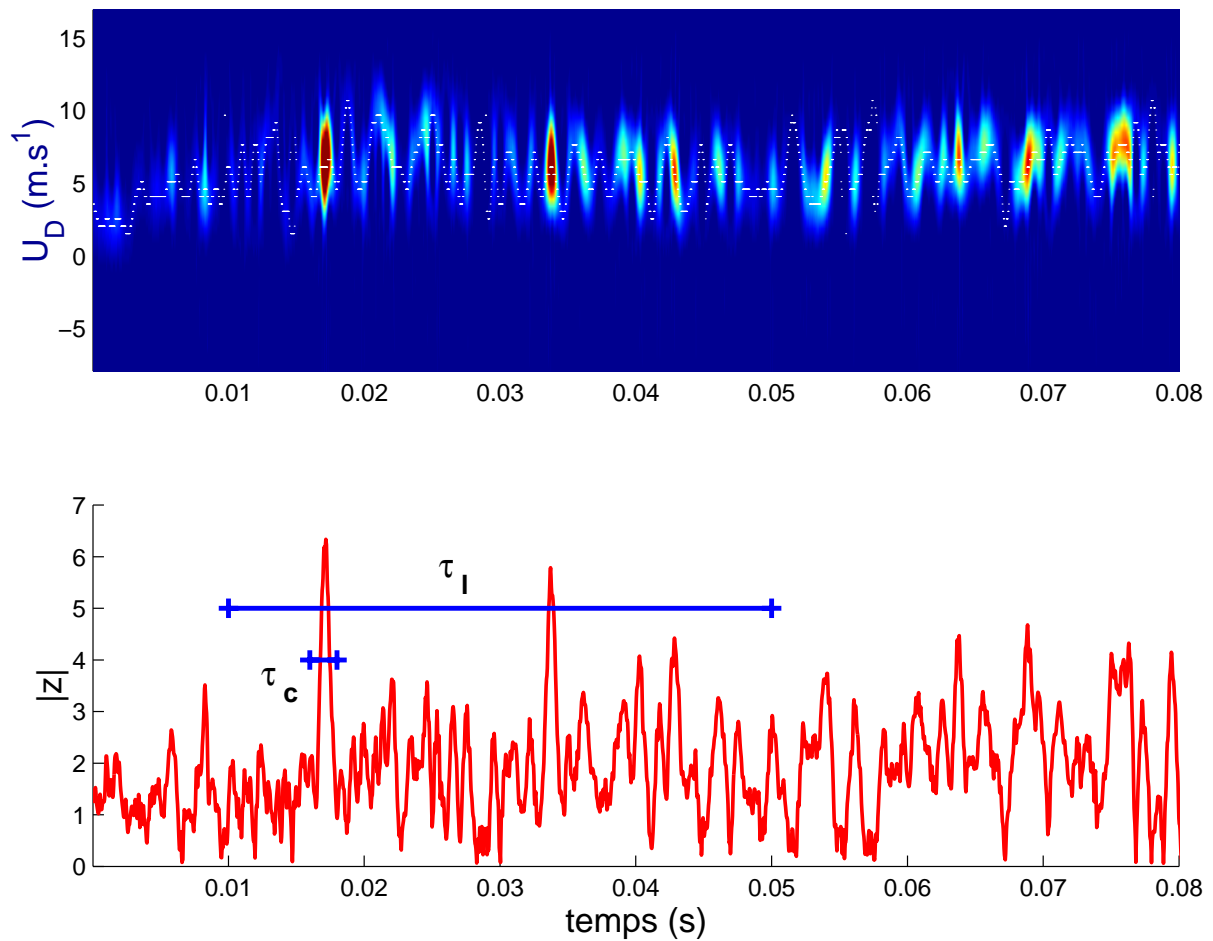


FIG. 2.33 – Analyse temps fréquence par WVRID du signal de diffusion de la vorticité au LEGI : série **QMONOI-40**, $\nu_0 = 125\text{kHz}$. La ligne de vitesse en traits pointillés blancs a été calculée par le maximum local de la fonction W_z . Echelle linéaire de couleur. La figure du bas représente le module du signal normalisé par l'écart-type.

séparer le lobe secondaire du lobe principal à la fois temporellement et spectralement.

Application aux signaux de diffusion en turbulence La figure 2.33 montre le résultat de la WVRID pour un signal de diffusion par la vorticité dans le jet du LEGI (série **QMONOI-40**). L'image représente 2600 points sur l'axe des temps. L'axe des fréquences a été discrétisé sur $N=128$ points - nous avons également choisi de représenter cet axe en terme de vitesse Doppler. Le choix de N repose sur deux contraintes antagonistes l'une de l'autre : si N est grand, on dispose d'une très bonne résolution spectrale en ordonnée. En contrepartie, cette grande valeur de N induit des interférences entre les différentes "taches" du plan temps-fréquence. Leur origine n'est pas physique et découle du caractère non linéaire de la fonction W_z .

Pour pallier ces interférences, des essais ont montré qu'un nombre de points N correspondant

à quelques temps courts τ_c limitait celles-ci. On le comprend bien en songeant que la fonction W_z effectue des corrélations locales dans le plan temps-fréquence sur une durée N ; si N est trop grand et englobe plusieurs taches de vorticité, celles-ci vont interférer. Ici $N=128$ points correspond   $4\tau_c$. Cette image montre que les événements de vorticité apparaissent individualisés, localisés dans le plan temps-fréquence. Ils sont caractérisés par une date d'apparition et une vitesse propre. Les temps de décorrélation τ_c et τ_l extraits de $C_{|z||z|}$ sont indiqués sur cette image. Ici, l'analyse temps-fréquence montre que τ_c correspond exactement   la durée de vie moyenne des "atomes" dans le plan temps-fréquence, advectés   la vitesse moyenne fluctuante. Le temps court traduit donc le temps pendant lequel la diffusion par la vorticité va perdurer en traversant le volume de mesure. Encore une fois, on ne prétend pas que la structure possède une durée de vie réelle τ_c , mais simplement qu'en moyenne, UNE composante de vorticité de vecteur d'onde \mathbf{q}_s ne subsiste que pendant une durée τ_c , les autres temps d'évolutions étant plus longs (temps de retournement, temps de diffusion visqueuse, etc..).

Extraction de la ligne de vitesse A partir d'une telle image, on peut estimer la vitesse moyenne d'advection des diffuseurs - beaucoup de méthodes plus ou moins sophistiquées peuvent s'appliquer. Cette étude temps-fréquence ne prétendant pas être exhaustive, je me suis limité ici   l'extraction de la vitesse la plus simple possible. La méthode consiste simplement   extraire de l'image précédente la ligne du maximum de W_z : on cherche pour chaque temps t la fréquence (donc la vitesse) correspondant au maximum de l'image   cet instant. C'est de cette technique qu'est extraite la ligne blanche pointillée dans le plan temps-fréquence, donnant une estimation de la vitesse instantanée notée $U_D(t)$ par la suite. Une telle détermination n'est bien évidemment pas optimale. Le premier inconvénient est lié aux interférences qui perturbent l'estimation de la vitesse instantanée. Le second inconvénient est inhérent   la méthode de détermination par le maximum. Plus exactement, le caractère lacunaire du signal de diffusion (l'amplitude devient faible entre chaque événement) rend la méthode du maximum inopérante dès que le signal diffusé devient faible. Pour ces deux raisons, seul le comportement basse-fréquence (typ. $\nu < 1/\tau_l$) de la vitesse ainsi estimée sera considéré comme fiable, le comportement haute-fréquence traduisant tantôt un "trou" de l'amplitude diffusée, tantôt une fluctuation "virtuelle" de vitesse cr e e par une interférence entre deux taches proches dans le plan temps-fréquence.

Sur cette image, l'origine physique du temps long n'apparaît pas clairement. La figure 2.34 représente trois secondes de ce même signal. En haut, la vitesse $U_D(t)$ estimée par le maximum local montre des "rampes" de vitesse de durée de l'ordre de quelques τ_l . L'image temps-fréquence (au centre) révèle que les événements de vorticité apparaissent de manière préférentielle au sommet de ces rampes. Il est difficile de dire si ces événements correspondent   de fortes vitesses ou bien   de forts gradients de vitesse (temporelle) conditionnés   une vitesse positive. Ceci dit, la comparaison visuelle entre la figure du haut (vitesse) et la figure du bas (vorticité) indique une

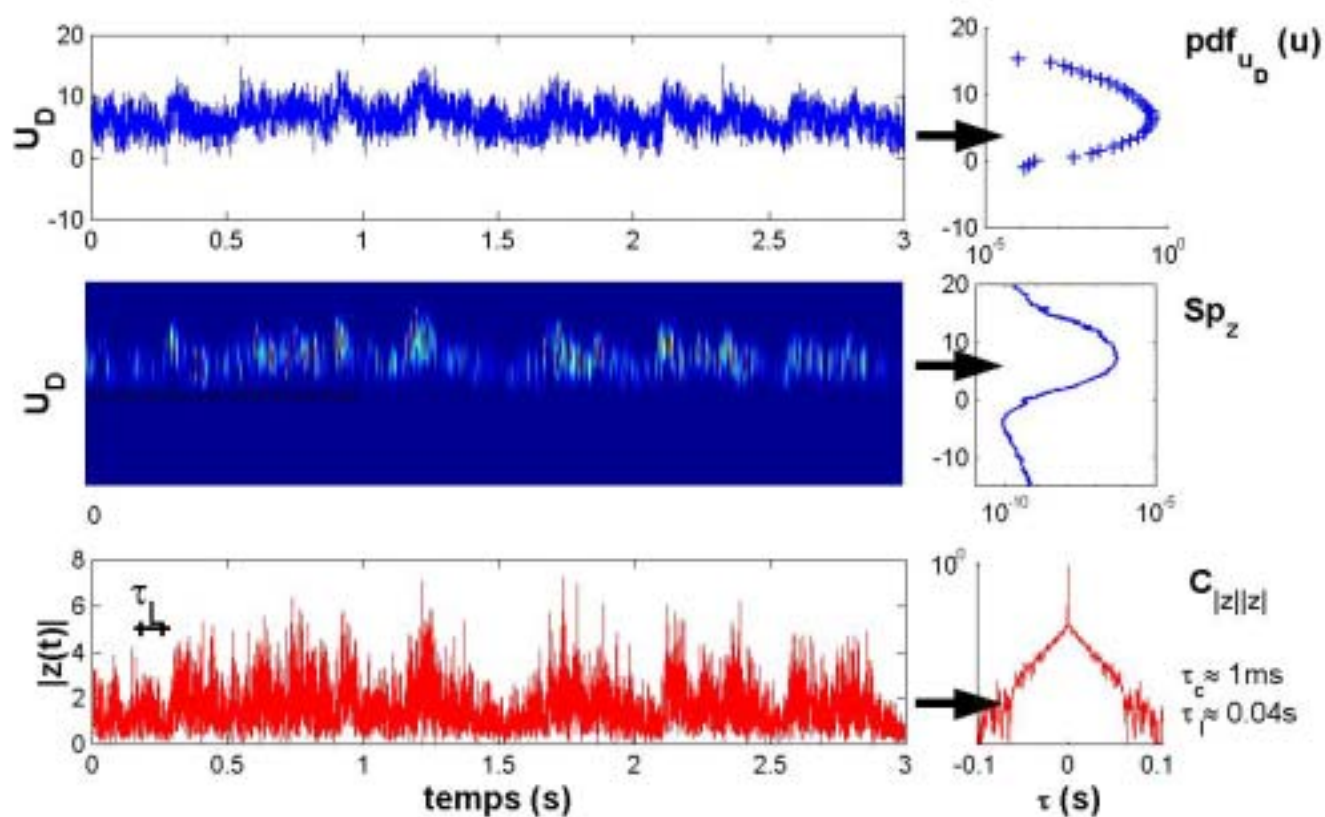


FIG. 2.34 – Extrait de 3 sec. de signal. En haut, vitesse $U_D(t)$ déduite de l'analyse temps-fréquence (au centre). En bas, amplitude du signal. A droite, figurent de haut en bas la pdf de vitesse, le spectre Sp_z et l'autocorrélation du module calculés sur cette durée. Fichier identique à FIG. 2.33

corrélation entre ces deux champs.

seuillage On peut confirmer cela en effectuant un seuillage du signal : le principe est de ne conserver la vitesse $U_D(t)$ que pour les instants pour lesquels l'amplitude de la vorticité est supérieure à un certain seuil s (en unités d'écart-type).

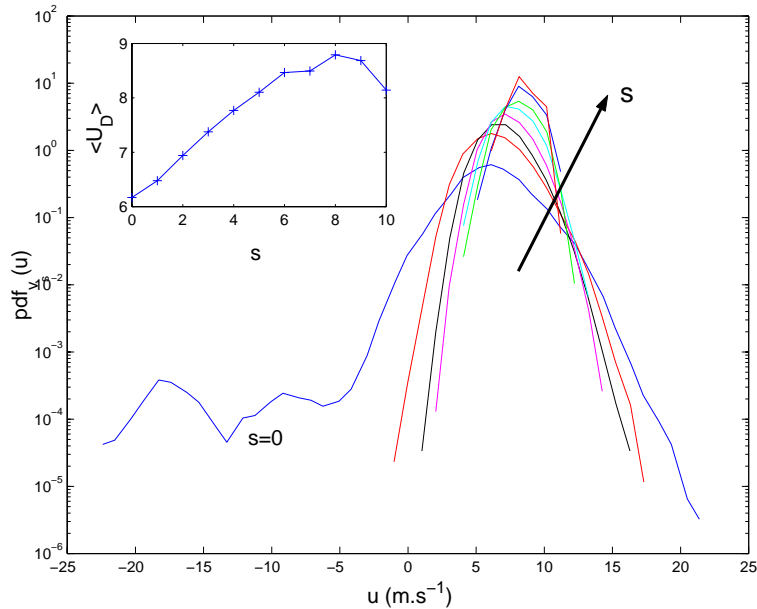


FIG. 2.35 – Densités de probabilité de la vitesse $U_D(t)$ pour des seuillages croissants du signal de vorticité. Fichier identique à FIG. 2.34. En insert, évolution de la vitesse moyenne avec le seuil de détection s des événements vorticitaires. Fichier de 1 Million de points.

La figure 2.35 montre les pdfs de vitesse obtenues pour des seuils s croissants entre $s = 0$ et $s = 10$. L'estimation de la vitesse Doppler pour le seuil nul est entachée de sauts (lorsque le module est faible) qui se traduisent dans la pdf par des excursions négatives de vitesse - celles-ci disparaissent dès que le seuil augmente. L'insert montre assez nettement que la vitesse moyenne augmente avec le seuil. Autrement dit, plus les événements possèdent une forte vorticité, plus ils correspondent en moyenne à de grandes vitesses U_D , en raison probablement des rampes déjà notées.

Analyse temporelle Cette corrélation entre le champ de vitesse et le champ de vorticité est confirmée par l'étude des corrélations croisées. La figure 2.36 montre successivement de gauche à droite l'autocorrélation classique du module du signal, puis l'autocorrélation de la vitesse $U_D(t)$ issue du temps fréquence et enfin l'intercorrélations de ces deux quantités. La première chose qui ressort est la ressemblance étroite entre l'autocorrélation du module et celle de la vitesse, au moins pour les temps longs, la comparaison des temps courts n'ayant pas de sens

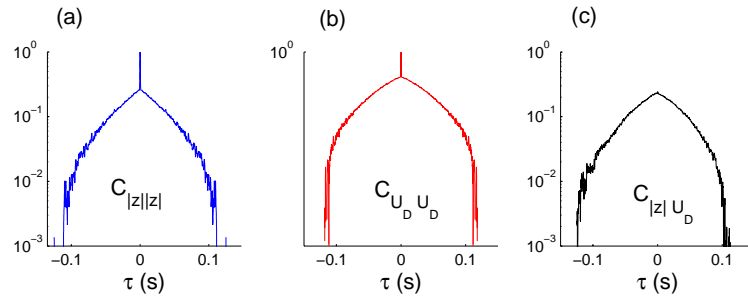


FIG. 2.36 – (a) autocorrélation du module de la vorticité. (b) autocorrélation de la vitesse $U_D(t)$. (c) intercorrélation vorticité / vitesse. Coordonnées logarithmique en ordonnée. Même fichier que FIG. 2.34

ici (il s'agit de hautes fréquences). Une superposition des deux autocorrélations montre des différences minimales, et cela pour tous les fichiers que nous avons étudiés. La figure de droite (intercorrélation) confirme que la vitesse Doppler U_D est corrélée avec l'intensité tourbillonnaire sur une durée proportionnelle au temps intégral. Ici supérieure à 20%, cette corrélation est également systématiquement présente pour tous les fichiers. La ressemblance entre ces trois courbes de corrélation montre que le temps long est bien à l'origine de la corrélation entre les deux champs. La figure 2.37 représente un extrait des signaux de vitesse et de vorticité sur une

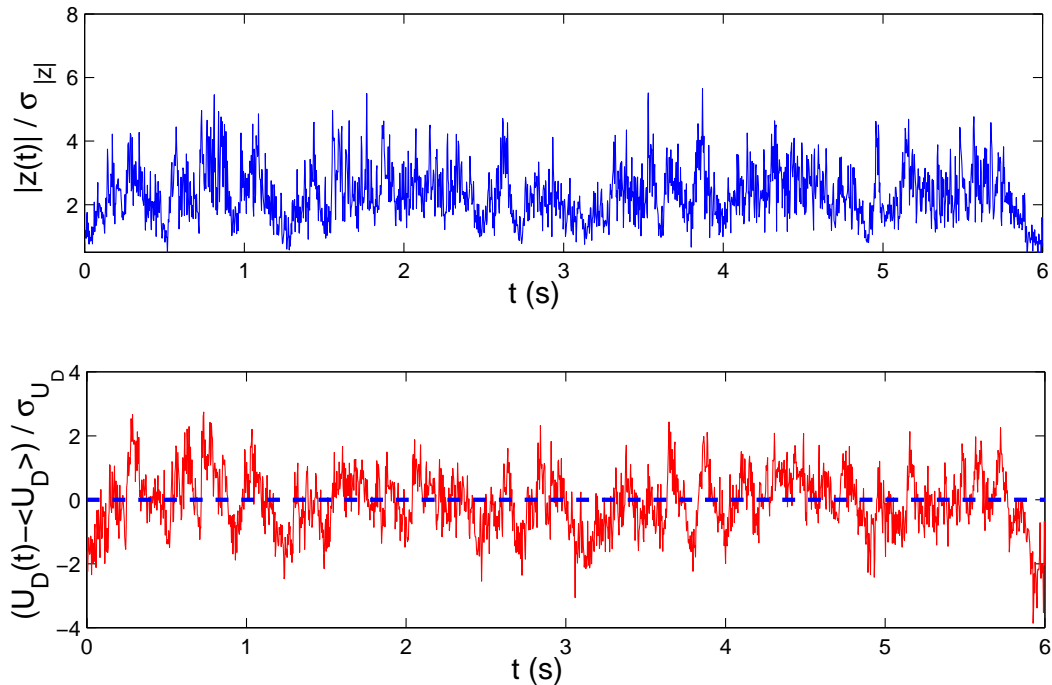


FIG. 2.37 – Comparaison entre en haut le module du signal de diffusion et en bas la vitesse issue de la WVRID pour le même fichier que FIG. 2.33.

durée de six secondes de signal. Pour faciliter la lecture comparative, les signaux ont été décimés d'un facteur 100 (filtrés puis rééchantillonnés). On observe effectivement une ressemblance étroite entre les deux signaux.

Analyse spectrale Pour adopter un autre point de vue, étudions le spectre de la vitesse U_D issue du temps-fréquence - il apparaît figure 2.38. Ce spectre a été calculé sur 16384 points

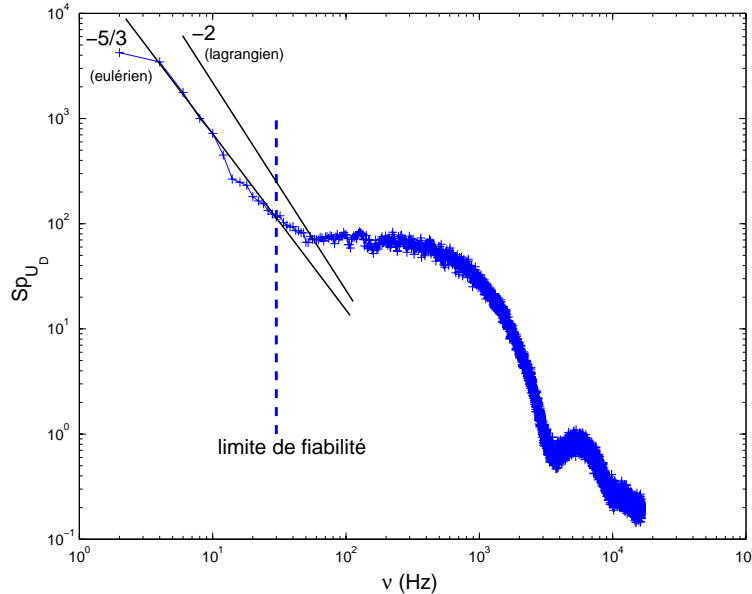


FIG. 2.38 – Spectre de la vitesse U_D issue du temps fréquence pour le même fichier que FIG. 2.33

afin d'obtenir une bonne résolution spectrale dans les basses fréquences. Seules les fréquences inférieures à environ 30Hz ($\sim 1/\tau_l$) ont un sens physique. Aux vues des spectres de vitesse que nous avons compilés il semblerait, avec toutes les précautions d'usage, que la pente du spectre soit plus proche d'une pente en $\nu^{-5/3}$ que d'une pente en ν^{-2} . Tout se passe donc, du point de vue de l'advection, comme si le caractère eulérien dominait. Cela peut se comprendre en disant qu'à l'échelle du temps long, la mesure est plutôt eulérienne.

2.3.3 Corrélations vorticité spectrale - signal de fil chaud

Pour nous assurer que cette corrélation grande échelle n'était pas due à des artefacts de traitement du signal liés à l'analyse temps-fréquence mais bien intrinsèque à la turbulence, nous l'avons vérifié par l'expérience en réalisant simultanément une mesure par diffusion acoustique et par anémométrie à fil chaud.

Le fil chaud (diamètre $3.5\mu\text{m}$) est placé à la frontière du volume de mesure acoustique (FIG. 2.3.3), à une distance de l'ordre de $x_0 = 10\text{cm}$ en aval du centre de celui-ci et environ à

$x/d = 40$ diamètres en aval de la buse ($d = 12cm$). Cette distance de recul permet d'éviter que le fil chaud ne perturbe la mesure acoustique en entravant la bonne propagation des ondes de part et d'autre du volume de mesure.

La composante de vitesse mesurée par le fil chaud est $u_x(x_0, t)$. Du point de vue acoustique, la géométrie est celle de la configuration 1 avec pour fréquence d'émission $\nu_0 = 20kHz$, sous un angle de diffusion $\theta = 40^\circ$. L'acquisition a été réalisée de manière simultanée sur les deux voies de la station HP, sans détection synchrone. Elle fut réalisée par la suite de manière numérique

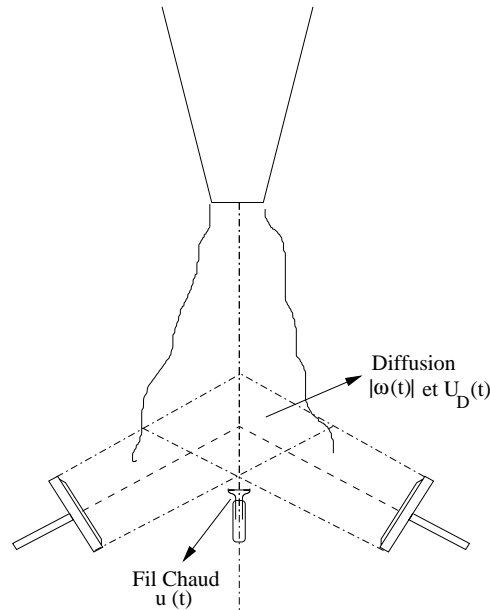


FIG. 2.39 – Configuration permettant la vérification expérimentale des corrélations vitesse-vorticité

en post-traitement sur le signal acoustique acquis. Le fil chaud a ensuite été étalonné suivant la loi de King. La méthode d'étalonnage n'est pas détaillée ici, mais elle est identique à celle décrite dans [3]. Le choix de la fréquence d'émission ultrasonore s'est limité à $20kHz$ car on souhaitait acquérir simultanément les deux signaux. Une fréquence d'émission plus élevée aurait imposé un suréchantillonnage supplémentaire du signal de fil chaud (dont la fréquence maximale est de l'ordre de $15kHz$) ainsi qu'un domaine spectral beaucoup plus étendu que nécessaire pour le signal acoustique. La fréquence d'échantillonnage est ici de $F_{Ech} = 65536Hz$ sur 2 MegaPoints soit une durée d'acquisition de 32 secondes. Par la suite, nous ne discuterons que des signaux de vitesse étalonnés (pour le fil chaud) et démodulés-filtrés (donc complexes pour l'acoustique).

Trois quantités sont extraites de cette expérience :

1. le fil chaud fournit la vitesse longitudinale (au point x_0) $u_x(x_0, t)$
2. la phase du signal acoustique donne, après une analyse temps-fréquence du type de celle déjà décrite, une estimation de la vitesse $U_D(t)$ dans le volume de mesure

3. le module du signal acoustique diffusé apporte lui l'évolution temporelle du mode $\mathbf{q}_s = q_x \mathbf{x}$ de la composante de vorticité dans le volume ($\tilde{\omega}_z(q_x, t)$)

Bien qu'il puisse paraître vain de chercher des corrélations entre une méthode ponctuelle typiquement eulérienne comme le fil chaud et une méthode spectrale par définition étendue comme la spectroscopie acoustique, nous allons voir que cette expérience confirme les hypothèses formulées plus haut.

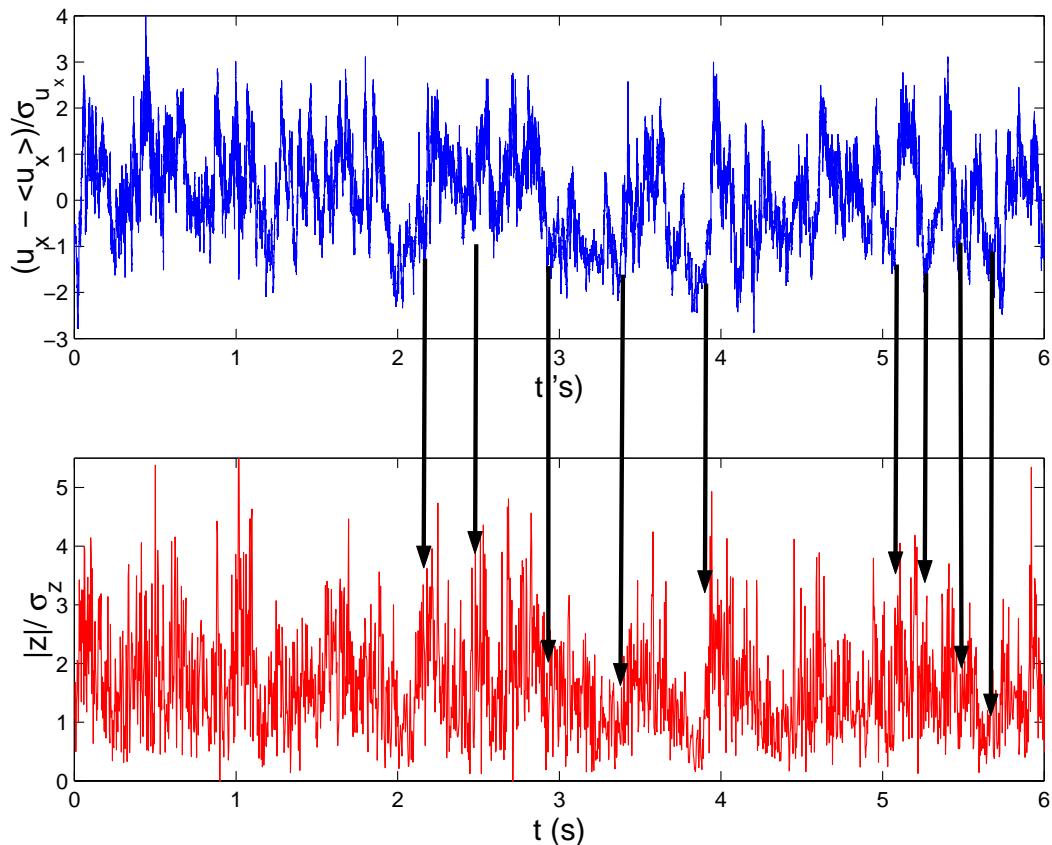


FIG. 2.40 – Extrait des signaux temporels correspondant   une durée de 6s d'acquisition. En haut : signal de vitesse longitudinale centré (fil chaud) et en bas : amplitude de la vorticité . Signaux centrés et réduits. Les flèches indiquent des ressemblances de forme.

Comparaison vorticité/vitesse La figure 2.40 représente un extrait temporel des signaux de vorticité et de vitesse longitudinale obtenus par anémométrie. Pour plus de lisibilité, le signal de vorticité a été décimé d'un facteur 100. En étudiant attentivement les deux signaux, il semble que l'on puisse distinguer des comportements communs. En particulier, on remarque que les périodes de calme vorticitaire co cident avec des périodes plutôt calmes de vitesse, et présentant des fluctuations de vitesse négatives. A l'inverse, il semble que les gradients de vitesse élevés, associés   des fluctuations positives de vitesse soient souvent reliés   des événements de plus

forte vorticité.

Cette cor relation ‘visuelle’ est confortée par la figure 2.41. Elle représente les autocorrelations respectives de ces deux signaux, de même que leur cor relation croisée. La cor relation

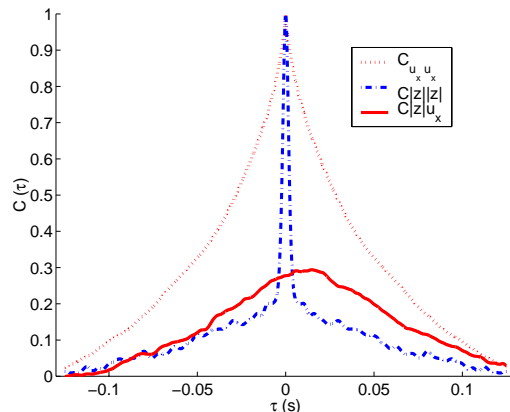


FIG. 2.41 – Autocorrelation du signal u_x , de $|z|$ et intercorrelation entre le module et la vitesse u_x

vorticité/vitesse eulérienne est significative et présente un temps de décorrelation analogue   celui de la vorticité. Le décalage temporel du maximum d’intercorrelation provient vraisemblablement du temps de vol moyen entre les événements détectés et leur signature ultérieure en terme de vitesse grande échelle sur la sonde   fil chaud. A la vitesse moyenne de l’écoulement ($\langle U_D \rangle \approx 6.6 \text{ m.s}^{-1}$), cela conduit   une distance d’environ six centimètres, très proche du recul x_0 séparant la sonde du centre du volume de mesure.

Comparaison vitesse/vitesse Nous allons maintenant comparer le signal de vitesse $U_D(t)$ issu de l’analyse temps-fréquence avec le signal $u_x(t)$ de vitesse obtenu par anémométrie. Une seconde de signal est représentée figure 2.42. On observe un bon accord entre les deux évolutions, au moins pour les basses fréquences. Cela confirme expérimentalement l’information de vitesse véhiculée par la phase du signal de diffusion, et au passage la méthode de détermination de celle-ci par l’outil WVRID. Ceci dit, le suréchantillonnage du signal acoustique, associé au faible nombre de points utilisé pour le calcul des images ($N = 256$ points) rend ici la méthode moins efficace que d’ordinaire. Il en découle une digitalisation excessive du signal de vitesse ainsi qu’un fort bruit associé   la valeur instantanée de $U_D(t)$. Il faut signaler aussi le bon accord entre la valeur moyenne de la vitesse mesurée par anémométrie ($\langle u_x \rangle = 6.7 \text{ m.s}^{-1}$) et celle issue de l’acoustique ($\langle U_D \rangle = 6.3 \text{ m.s}^{-1}$ extraite du maximum du spectre).

La plus faible valeur fournie par l’acoustique se justifie certainement par le moyennage spatial qui englobe des zones de vitesses plus faibles,   l’inverse du fil chaud situé sur l’axe du jet.

L’intercorrelation entre ces deux signaux de vitesse apparaît figure 2.43. Les deux autocorrelations respectives ont été ajoutées pour comparaison. On observe une cor relation croisée

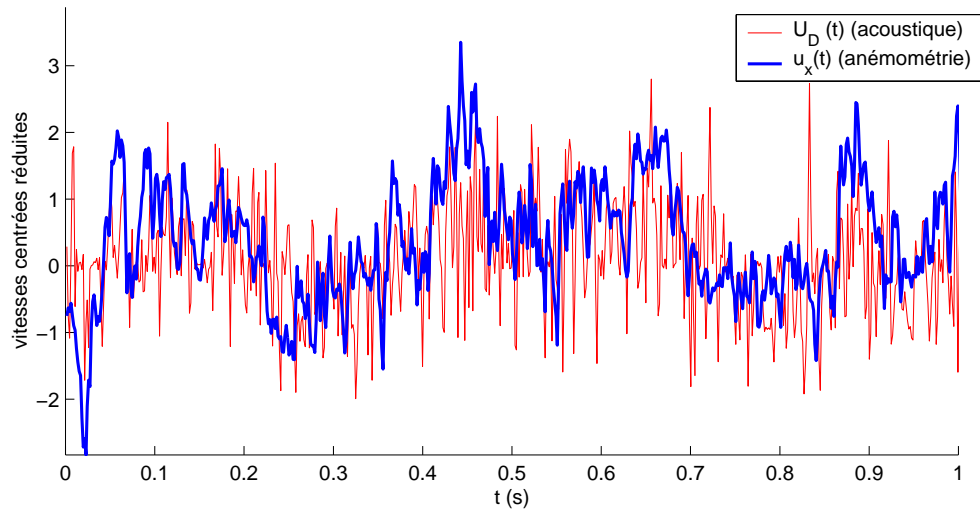


FIG. 2.42 – Extrait de la première seconde de la figure 2.40. La vitesse issue du temps-fréquence et celle du fil chaud se superposent correctement.

significative entre les deux signaux de vitesse, avec un décalage temporel dont l'origine est sans doute la même que précédemment.

Du point de vue spectral, le spectre (eulérien) de la vitesse est tracé en loglog avec le spectre de $U_D(t)$. L'axe des abscisses est gradué en nombres d'onde grâce à l'hypothèse de Taylor. Le nombre d'onde sélectionné par diffusion acoustique ($q_s = 252m^{-1}$) est indiqué dans la zone dissipative. Cette figure souligne la faible plage des fréquences obtenues par l'analyse temps fréquence sur ce signal de vorticité suréchantillonné.

Comme nous l'avions annoncé à la section précédente, cette expérience confirme l'existence d'une corrélation entre le signal de vitesse eulérien et l'amplitude de la vorticité spectrale, celle-ci atteignant près de 30%. Toutefois, on n'observe pas de corrélation aux temps courts (du type τ_c) entre les deux signaux. L'absence de corrélation croisée à temps court peut provenir soit d'un manque de résolution temporelle pour les plus hautes fréquences, soit de la non-localité des mesures comparées. Seules de nouvelles expériences permettront de distiguer ces deux hypothèses.

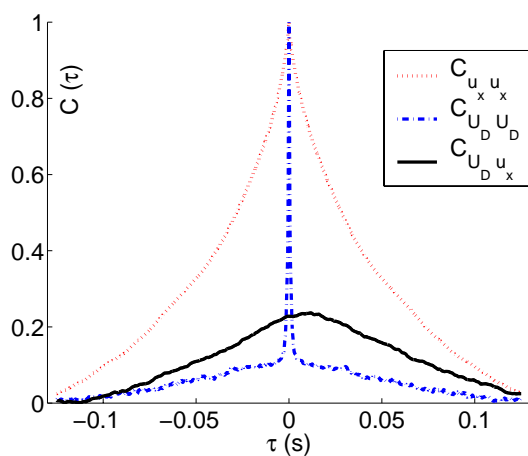


FIG. 2.43 – Autocorrélations du signal de vitesse longitudinale (fil chaud) et de vitesse U_D extraite de l'analyse temps-fréquence du signal complexe de diffusion. En trait plein, corrélation croisée entre les deux signaux.

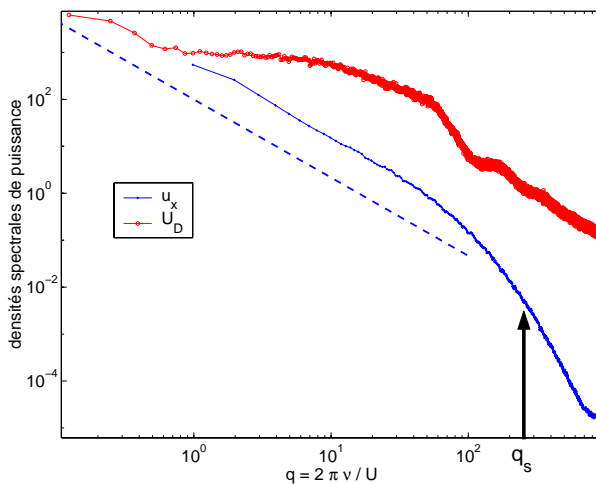


FIG. 2.44 – Spectres (loglog) de la vitesse u_x issue du fil chaud et U_D provenant du signal acoustique. La pente $-5/3$ est indiquée en tirets

Chapitre 3

Spectroscopie Acoustique à deux modes de Fourier

*” Pour s’accorder, l’important c’est
d’être sur la même longueur d’onde...”*

3.1 Principe de l’interférométrie

Jusqu’à présent, nous nous sommes limités à l’étude d’un unique mode \mathbf{q}_s de la vorticité, indépendamment des interactions possibles *entre* modes de Fourier distincts. Lorsqu’on s’intéresse aux relations entre modes de Fourier \mathbf{q}_s d’une composante *vectorielle* de la vorticité, de nombreuses combinaisons sont possibles pour l’étude ces corrélations ($\langle |\omega_x(q_y) \omega_x(q_z)| \rangle$, $\langle |\omega_y(q_x) \omega_z(q_x)| \rangle$ etc...). En utilisant 2 voies de mesures ind pendantes¹, l’expérience de diffusion acoustique peut nous permettre de choisir le type de corrélation mesurée suivant la configuration géométrique adoptée.

3.1.1 Mise en oeuvre expérimentale

Ce que nous appellerons par la suite interférométrie consiste en l’étude de ces corrélations. Cette technique s’appuie sur le fait que le choix du mode de Fourier sondé dans l’écoulement ne dépend que du couple (θ, ν_0) par la relation² :

$$q_s = \frac{4\pi\nu_0}{c} \sin(\theta/2) \quad (3.1)$$

Deux possibilités sont donc offertes pour sélectionner *simultanément* deux modes de Fourier :

¹On se limitera ici   l’étude des corrélations entre deux modes de Fourier, sachant que l’extension   un nombre de modes plus grand est envisageable.

²L’interférométrie est identique dans son principe aux mesures de diffusion de lumière utilisant deux lasers   des fréquences et/ou angles de diffusion différents [16, 92]

1. La première consiste à n'utiliser qu'une seule voie de mesure (soit une paire émetteur-récepteur) définissant un angle de diffusion θ unique. La configuration géométrique adoptée sera donc identique à celles déjà vues aux chapitres précédents (cf. FIG. 2.2 p.93) En émettant sur cette voie simultanément deux fréquences³ ν_0 et ν'_0 , on réalise une mesure instantanée de la même composante de vorticitée selon deux vecteurs d'ondes alignés \mathbf{q}_s et \mathbf{q}'_s définis par les couples $[\theta, \nu_0]$ et $[\theta, \nu'_0]$ respectivement. Cette m ethod e a l'avantage de la simplicit e, ne n ecessitant que deux transducteurs. De plus, le recouvrement des volumes de mesure est assurée par "construction", tout d efaut d'alignement étant exclu. En contrepartie, elle limite l' etude   des corr elations entre vecteurs d'ondes n ecessairement alignées et d'une m eme composante de vorticitée.
2. La seconde possibilit e d'analyse est l'utilisation de **2 voies de mesures ind ependantes**, ajust ees selon deux angles de diffusion θ et θ' diff erents. Sur chacune des voies de mesure, le choix de la fr equ ence d' emission ν_0 ou ν'_0 d etermine le nombre d'onde s electionn e (q_s, q'_s). Dans toute configuration θ, θ' , il est ainsi possible de s electionner sur chaque voie le m eme nombre d'onde $q_s = q'_s$ (en norme) pourvu que la fr equ ence ν_0, ν'_0 impos ee sur chacune des voies permette de satisfaire la condition d'accord :

$$q_s = q'_s \quad \text{soit} \quad \nu'_0 = \nu_0 \frac{\sin(\theta/2)}{\sin(\theta'/2)} \quad (3.2)$$

Par rapport   l'utilisation d'une voie unique, cette technique offre de surcro it la possibilit e de r ealiser l' etude de deux vecteurs d'ondes non n ecessairement alignées, de m eme que celle de deux composantes de vorticitée \mathbf{n} et \mathbf{n}' non n ecessairement identiques (voir FIG. 3.1). *A contrario*, elle pr esente des difficultées d'alignement des deux voies de mesure qui nuisent   la reproductibilit e des exp eriences.

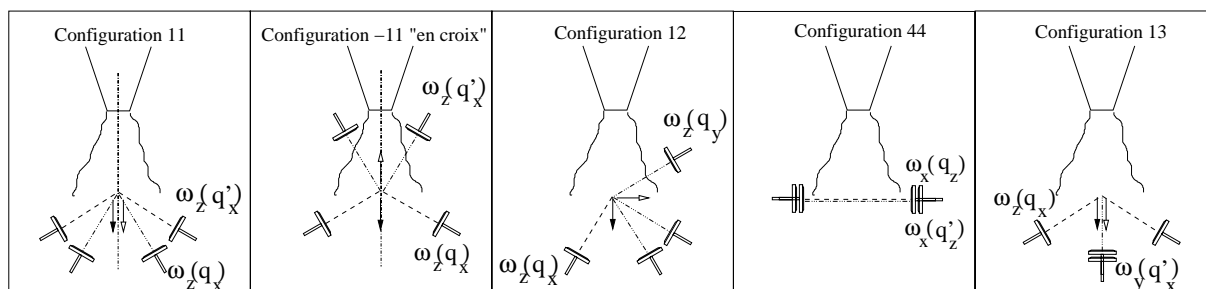


FIG. 3.1 – D efinition et appellations des configurations g eom etriques utilis ees pour l'interf erom etrie utilisant deux voies de mesures.

³En pratique, il suffit d'utiliser un signal d'excitation composée de la somme de deux sinuso ides aux deux fr equ ences souhait ees.

L'ensemble des séries interférométriques utilisées dans ce manuscrit est résumé dans le tableau TAB. 3.1.

série	fichiers	conf.	θ	θ'	ν_0	ν'_0	q_s	q'_s	U_D	d	Λ_0
INTERF-			(°)	(°)	(kHz)	(kHz)	(m^{-1})	(m^{-1})	($m.s^{-1}$)	(cm)	(cm)
CASCADE	bvps7-20k	11	60	40	20	23-38	370	290-480	3.9	7	14
	bvps7-30k	11	60	40	30	23-38	554	290-480	3.9	7	14
	bvps7-35k	11	60	40	35	23-38	647	290-480	3.9	7	14
	hvps7-20k	11	60	40	20	23-38	370	290-480	5.2	7	14
	thvps7-20k	11	60	40	20	23-38	370	290-480	13	7	14
BILLE	bvbig	11	28	60	40	15-30	358	277-554	0.048	-	-
	hvbig	11	28	60	40	15-30	358	277-554	0.091	-	-
	hvsmall	11	28	60	40	15-30	358	277-554	0.091	-	-
2THETA	bvps7far20k	11	60	40	20	23-36	369	290-455	2.4	7	23
	bvps7far34k	11	34	10	34	90-140	369	290-455	2.4	7	23
INVERSE-QFIXE	bvps7-30k	11	60	40	30	38-50	554	480-632	4.8	7	20
	bvps7-44k	11	40	60	44,5	22-56	554	406-1035	4.8	7	20
QREV	bvps7far20k	11	60	40	20	23-38	369	290-480	2.4	7	23
	bvps7far20kREV	11	-60	-40	20	23-38	369	290-480	2.4	7	23
QHF	bvps7far100k	11	60	40	100	120-160	1848	1500-2020	2.4	7	23
QMONOI-40	thv40d20k	1	40	-	20	15-44	252	189-556	6.5	12	36
	bv40d20k	1	40	-	20	15-44	252	189-556	3.5	12	36
	thv40d95k	1	40	-	95	20-160	1200	252-2020	6.5	12	36
	thv40d125k	1	40	-	125	95-200	1580	1200-2520	6,5	12	36
QMONOI-60	thv60d20k	1	60	-	20	12-170	369	221-3140	6.5	12	36
	thv60d85k	1	60	-	85	65-160	1570	1200-2950	6.5	12	36
	thv60d125k	1	60	-	125	10-195	2310	180-3600	6.5	12	36

TAB. 3.1 – Caractéristiques des principales séries interférométriques exploitées dans ce manuscrit. Un angle de diffusion négatif indique par convention une voie de mesure dont le Doppler moyen est négatif.

3.1.2 Problématique du traitement des signaux

De même que pour l'acquisition d'une seule voie de mesure, on démodule ici les deux voies chacune à sa fréquence d'émission ν_0 ou ν'_0 . Quelle que soit la méthode adoptée (à une ou deux voies de mesure), on dispose après démodulation de deux séries temporelles basse fréquence complexes z et z' décrivant toutes deux l'évolution d'un mode de Fourier d'une composante de vorticité :

$$z(t) = \omega_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}}, t) \quad (\text{voie 1}) \quad \text{et} \quad z'(t) = \omega_{\mathbf{n}'}(\mathbf{q}_{\mathbf{s}'}, t) \quad (\text{voie 2})$$

Toute la question ensuite est de savoir comment mener, par des outils de traitement du signal adaptés, l'étude des corrélations (au sens large) entre ces deux signaux. Au cours de cette thèse, et dans l'esprit des travaux précurseurs de C.Baudet[7] concernant l'interférométrie, nous nous sommes limités à l'étude des fonctions de corrélations croisées entre les deux séries tem-

porelles⁴. D'autres outils comme par exemple l'analyse temps-fréquence pourront être adaptés et développés pour étudier la "ressemblance" entre les deux signaux, à partir de corrélations d'images notamment. Mais qu'il s'agisse de l'analyse temps-fréquence ou même de "simples" corrélations croisées, la grande difficulté d'analyse de ces signaux est liée au fait inhabituel que les deux séries temporelles sont complexes, et surtout de supports fréquentiels distincts. En effet, dans le cas où la séparation spectrale $\Delta q_s = \mathbf{q}_s' - \mathbf{q}_s$ entre les deux nombres d'onde est grande, les fréquences typiques des deux signaux complexes sont situés dans des bandes spectrales qui peuvent être sans recouvrement, autour de fréquences Doppler $\Delta\nu \sim \mathbf{q}_s \mathbf{U}_D$ et $\Delta\nu' \sim \mathbf{q}_s' \mathbf{U}_D$ bien différentes (avec $\delta\nu \neq \delta\nu'$). Pour cette raison notamment, nous allons voir que la corrélation croisée entre les deux signaux *complexes* n'est probablement pas un outil pertinent dans le cas présent. Cette constatation nous a conduit à étudier parallèlement l'intercorrélacion des modules des deux signaux (naturellement moins riche que celle des complexes puiqu'on perd la relation de phase entre les deux composantes de Fourier).

3.2 Interférométrie au voisinage d'un mode de Fourier : interactions locales

Dans cette partie, nous allons nous limiter à l'étude des corrélacions entre modes de Fourier de la vorticitée pour de *petites* séparacions spectrales ($\Delta q_s/q_s \leq 20\%$) en utilisant la technique interférométrique *via* deux voies de mesure. Cette partie vise à caractériser les interactions locales en Fourier, c'est-à-dire pour des nombres d'onde de la vorticitée proches.

3.2.1 L'expérience type

L'expérience modèle consiste à étudier le jet du LEGI en configuration 11 ($z = \omega_z(q_x, t)$, $z' = \omega_z(q'_x, t)$), la voie 1 étant "fixe", c'est-à-dire à fréquence et angle imposés - on conserve donc un vecteur \mathbf{q}_x constant⁵. Sur la voie 2, on balaye la plage des fréquences ν'_0 autour de la condition d'accord 3.2, c'est-à-dire qu'on étudie le comportement spectral de la vorticitée au voisinage du mode fixe q_x . Dans l'exemple que nous avons choisi de présenter, on se propose d'étudier la configuration suivante (série : bvps720k - **interfcascade**) cf TAB. 3.1)

- Voie 1 : $\theta = 60^\circ$ et $\nu_0 = 20kHz$ soit $q_x = 370m^{-1}$
- Voie 2 : $\theta' = 40^\circ$ et ν'_0 varie de $23kHz$ à $38kHz$ par pas de $500Hz$. La voie 2 parcourt donc les modes $q'_x \in [290; 480]m^{-1}$

⁴Nous avons également étudié la fonction duale de l'intercorrélacion - la fonction de cohérence spectrale - qui conduit à des conclusions identiques. Nous n'en parlerons pas ici.

⁵Par convention, on choisira dans toute la suite de nommer $q_s, \theta, \nu_0...$ (resp. $q'_s, \theta', \nu'_0...$) les caractéristiques de la voie fixe (resp. la voie variable)

La condition d'accord 3.2 prédit l'accord parfait entre les deux voies pour la fréquence $\nu'_0 = 29.4kHz$ (voie 2). Autrement dit au moins théoriquement, les deux voies mesurent alors précisément la même composante de vorticité au même nombre d'onde.

Résultats Comme nous l'avons dit, nous allons nous intéresser soit   l'intercorrélation des complexes⁶ :

$$C_{zz'}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\omega}_z^*(q_x, t) \tilde{\omega}'_z(q'_x, t + \tau) dt$$

soit   l'intercorrélation des modules⁷ :

$$C_{|z||z'|}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\omega}_z(q_x, t)| |\tilde{\omega}'_z(q'_x, t + \tau)| dt$$

Ces deux intercorrélations sont représentées FIG. 3.2 sur un exemple correspondant   une séparation spectrale $q'_x - q_x \approx -29m^{-1}$ (soit 8% en relatif). Dans les deux cas, on observe

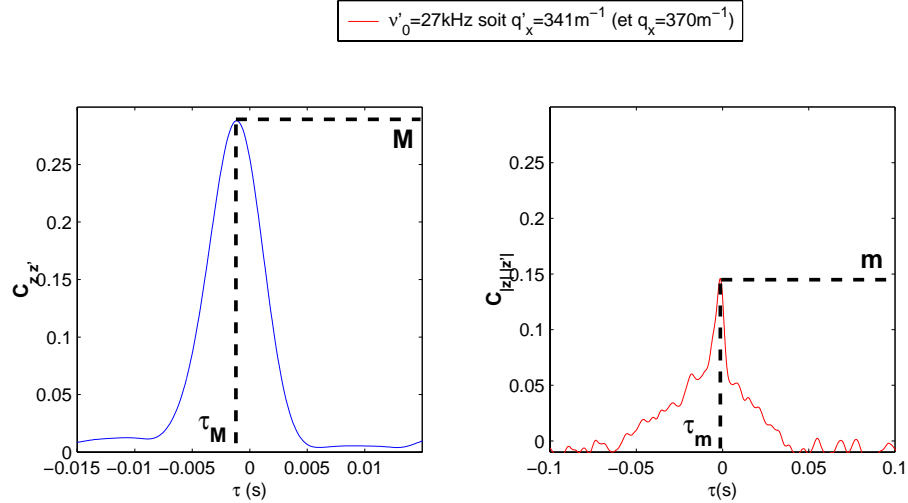


FIG. 3.2 – Corrélation croisée des complexe et des modules. Définition de M et τ_M (resp. m et τ_m) pour l'intercorrélation des complexes $C_{zz'}$ (respectivement des modules $C_{|z||z'|}$).

une décorrélation rapide entre les deux signaux (de l'ordre de τ_c au mode q_x) suivie dans le cas des modules d'une décorrélation lente, décorrélation semblable   la décorrélation aux temps longs d'un mode de Fourier unique (de temps caractéristique τ_l). En outre, on remarque que la ressemblance maximale⁸ M (ou m) est atteinte pour un décalage temporel τ_M (τ_m) négatif dans cet exemple, indiquant qu'en moyenne la voie 2 ($q'_x < q_x$) précède la voie 1.

⁶Cette quantité étant elle-aussi complexe, nous traiterons en réalité de son module, soit $|C_{zz'}|$. Par abus de langage et pour ne pas alourdir les expressions, nous oublierons ces valeurs absolues par la suite.

⁷En pratique, nous calculons les covariances croisées normalisées par le produit des variances des deux signaux

⁸On définit M et τ_M   l'image de la figure 3.2 par : $C_{zz'}(\tau = \tau_M) = M = \max(C_{zz'}(\tau))$ (idem pour m et τ_m)

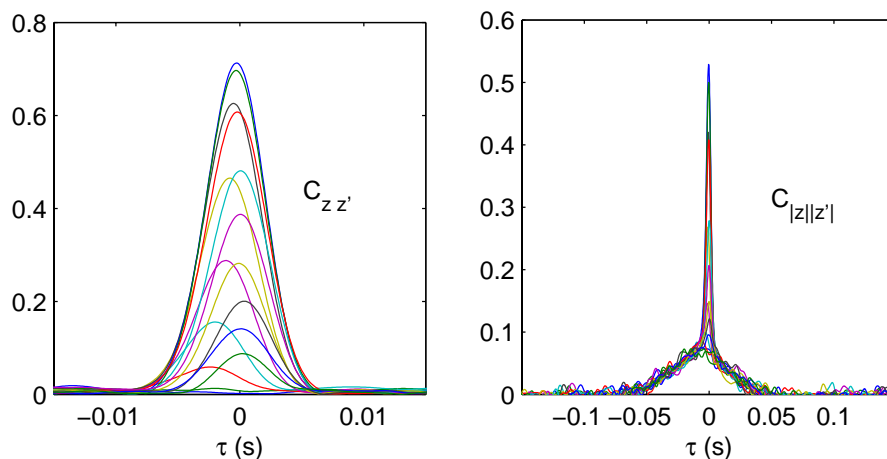


FIG. 3.3 – Intercorrélations des complexes (à gauche) et des modules (à droite). Série interférométrique *CASCADE :bvps7-20k*

L'ensemble des intercorrélations de la série interférométrique est représenté figure 3.3.

Ces évolutions permettent de tracer les évolutions des taux de décorrélation (M et m) et des décalages temporels (τ_M et τ_m) en fonction de la séparation spectrale Δq_s (FIG. 3.4).

Idéalement, on s'attendrait à ce qu'à l'accord (tirets verticaux), les deux voies soudant la même vorticit   à la m  me   chelle q_s , la corrélation croisée soit identique à l'autocorrélation sur chaque voie, et présente notamment un taux d'intercorr  lation de 1 avec un retard nul (voies synchrones). La valeur maximale plus faible ($M = 0.8$ ou $m = 0.6$) est    mettre sur le compte des formes des volumes de mesure, assez diff  rentes. D'autre part, ce maximum de M (ou m) est obtenu pour une valeur de ν'_0 plus   lev  e que celle attendue. Ce l  ger   cart (environ 5%) semble lui-aussi imputable aux effets de diffraction dont on a vu qu'ils se traduisent par un nombre d'onde effectif l  g  rement diff  rent du mode th  orique impos   (voir aussi [91]). Pour simplifier par la suite, nous dirons que les deux voies sont    l'accord lorsque le maximum de la fonction $M(q_s)$ est atteint. De part et d'autre de l'accord, le taux maximal de corrélation croisée chute, indiquant la d  corrélation des modes de Fourier adjacents. Lorsque les deux modes de Fourier sont trop "distants", la partie aux temps courts de la corrélation croisée dispara  t. En ce sens, la partie aux temps courts (typiquement τ_c) de la corrélation croisée est la signature des interactions *locales* en Fourier. Pr  cis  ment, au-del   d'une s  paration $\Delta q_s \approx 100m^{-1}$ (soit $\Delta q_s/q_s \approx 25\%$), la corrélation croisée des complexes devient nulle. A l'inverse, elle reste sup  rieure    10% pour les modules. Cette corrélation des amplitudes r  manente aux grands   cartes spectraux provient de la persistance de la corrélation croisée aux temps longs du module (visible FIG. 3.3). Nous verrons dans la section consacr  e aux grandes s  parations spectrales que le temps long τ_l peut s'interpr  ter comme caract  ristique des interactions *non-locales*.

Concernant les retards τ_M et τ_m , on observe en premier lieu qu'ils sont non nuls, sauf pr  s

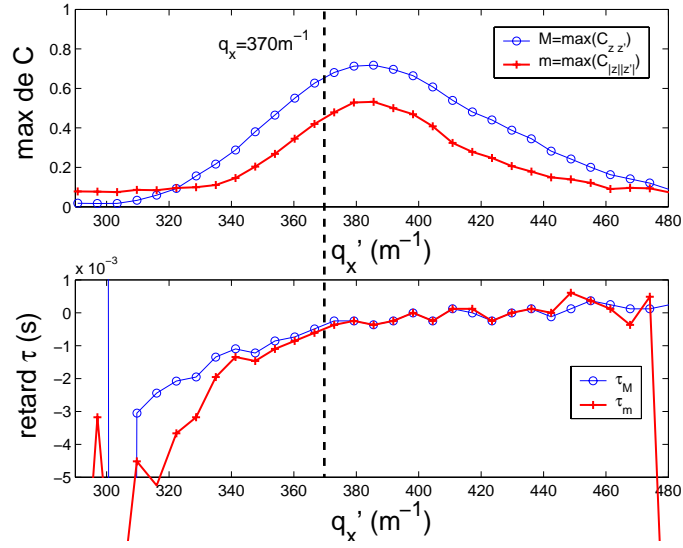


FIG. 3.4 – Evolution, tirée de FIG. 3.3, du maximum d’intercorrélacion des complexes (en haut) et du retard entre les deux voies (en bas). L’accord est atteint lorsque la voie 2 émet à $\nu'_0 = 30.5 \text{ kHz}$ (au lieu des 29.4 kHz théoriques prévus).

de l’accord. Ils sont de l’ordre de trois millisecondes, pour une vitesse d’advection U_D de 3.9 m.s^{-1} dans cet exemple ; ils correspondent donc à une distance de 1.2 cm à la vitesse U_D et de l’ordre du mètre à la vitesse du son. Ce décalage temporel (qu’il s’agisse du complexe ou du module) traduit un retard entre ce qui est entendu sur une voie et ce qui est entendu sur l’autre. Un retard constant indiquerait un alignement imparfait des chemins acoustiques, par ailleurs incompatible avec les 100 centimètres correspondants. Ici, la dépendance à la séparation spectrale Δq_s , le signe et l’ordre de grandeur de ces retards nous avaient tout d’abord conduit à interpréter ce retard comme le temps mis par la vorticité pour passer du mode q_s au mode q'_s , bien dans l’esprit d’une cascade d’énstrophie.

3.2.2 Influence de la diffraction

L’ensemble de ces évolutions avec Δq_s a déjà été remarqué par C.Baudet [7] concernant les complexes. La chose nouvelle ici provient de ce que les modules reproduisent grossièrement la même évolution, qu’il s’agisse du maximum de corrélation (m) ou bien du retard (τ_m). En pratiquant de nombreuses expériences, nous avons rencontré des contradictions jetant notamment le doute sur l’interprétation des retards en termes de cascade d’énstrophie. On craignait notamment que la diffraction, dont on sait qu’elle détermine le nombre d’onde sélectionné et surtout la résolution spectrale δq qui l’entoure n’affecte fortement les résultats.

Précisément, lorsqu’on augmente la séparation spectrale Δq_s entre 2 modes de Fourier, la persistance d’une corrélation entre ces modes peut être attribuée à deux effets distincts :

- Premièrement, à la présence d’une corrélation effective entre les deux modes de Fourier de la vorticité (traduisant le fait que deux nombres d’onde de la turbulence ne sont pas δ -corrélés en q). Dans ce cas, on doit pouvoir relier la fonction $M(q_s)$   l’encombrement spectral Δq de “l’objet”, c’est- -dire au fait que la vorticité sond e est d’extension spatiale limitée, donc de spectre spatial étendu autour du mode s lectionn ⁹. En arrière pensée, on s’attend par exemple   ce que l’existence de structures cohérentes localisées spatialement se traduise en Fourier par une corélation significative entre nombres d’onde distincts. En d’autres termes, une fonction $M(q)$ très large signifie que deux nombres d’onde spectralement éloignés échangent de l’information, observation essentielle pour appréhender la structure vorticitaire sous-jacente.
- La seconde source de corélation est liée   la largeur spectrale δq de la “fenêtre” instrumentale : si l’incertitude δq entourant la sélection d’un nombre d’onde est plus grande que la séparation spectrale $\Delta q_s = q'_s - q_s$, tout se passe du point de vue expérimental comme si chacune des voies était incapable de discerner les deux nombres d’onde, chacune mesurant alors la même quantité. La corélation entre les deux voies découle alors des effets de diffraction (induisant un manque de sélectivité de la mesure). Cette fois, la forme de la fonction $M(q)$ traduit plutot le filtre spectral de sélection d’échelle au nombre d’onde q_s , indépendamment de la quantité mesurée - l’information partagée entre les deux voies est alors instrumentale.

De la même manière, une question concomittante est de savoir si les retards observés (τ_M et τ_m) traduisent un réel comportement des modes de Fourier (  savoir qu’en moyenne les événements de vorticité au mode q_s succéderaient   ceux survenant au mode $q'_s > q_s$) ou bien s’ils sont un artefact de la mesure. Pour tenter de séparer les deux contributions (vorticité/diffraction) pour de petites séparations spectrales, nous avons cherché   pratiquer la diffusion acoustique dans ces mêmes conditions expérimentales mais sur une quantité dont on soit certain qu’elle n’est pas l’objet d’une cascade turbulente. Seul un solide semblait pouvoir remplir de telles conditions, c’est la raison initiale des expériences de diffusion sur une bille.

Interférométrie sur la bille

L’intérêt d’une petite bille est qu’elle possède un spectre étendu (cf p.58) mais surtout que celui-ci ne varie pas au cours du temps. En d’autres termes, le caractère indéformable de la bille assure que si l’on étudie simultanément 2 modes de Fourier de son spectre, ces deux modes sont constants et n’interagissent pas : il ne doit pas exister de retard entre les deux voies de mesure, sinon éventuellement un retard (constant) de propagation causé par un défaut d’alignement. Pour confronter l’interférométrie   la diffusion acoustique sur une bille, nous avons déplacé la bille  

⁹Une autre manière de dire est que la largeur de la fonction $M(q)$ (ou $m(q)$) renseigne en quelque sorte sur les gradients spatiaux des objets.

vitesse constante entre les deux voies de mesure, autant de fois que de couples q_s, q'_s souhaités. Le dispositif expérimental est donc le même que celui déjà décrit (56) mais avec les couples de fréquences indiquées dans le tableau 3.1 (série **BILLE :bv-big**) Avec cette configuration, l'accord est prévu lorsque la voie 2 émet à la fréquence $\nu'_0 \approx 19.5kHz$ ($q_s = q'_s = 358m^{-1}$).

Résultats Pour la plus grosse bille ($q_s R = 3.6$), la série interférométrique complète conduit à la figure FIG. 3.5. Intéressons-nous en premier lieu aux résultats concernant le module du signal

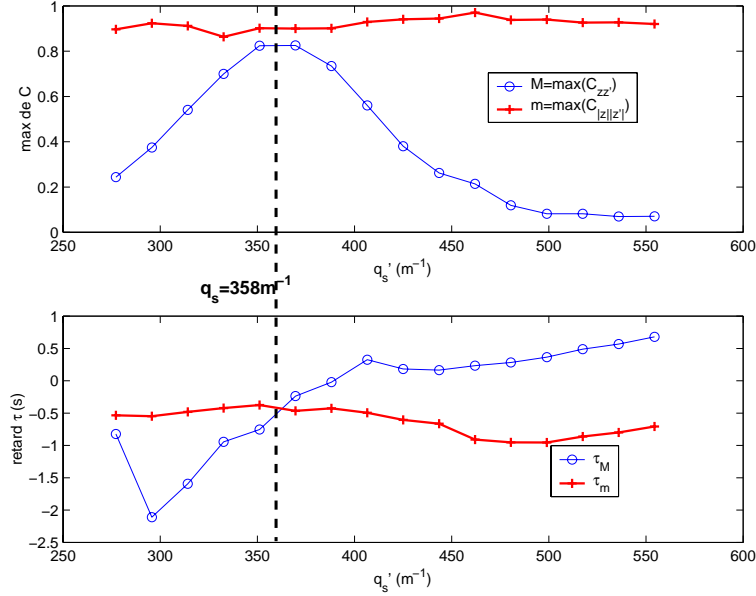


FIG. 3.5 – Evolution du taux de corrélation croisée et du retard pour une série interférométrique pratiquée sur la bille. Série **BILLE : bv-big**

de diffusion (symboles +). Le taux de corrélation m entre modes de Fourier est très proche de 1 quelque soit la séparation spectrale, résultat conforme à celui attendu : cela traduit qu'autour du mode sondé, le spectre de la bille est relativement plat. De la même manière, le retard τ_m entre les deux voies est quasiment constant (de l'ordre de 0.5s), vraisemblablement dû au décalage des deux volumes de mesure (ici $U_D = 0.048 m.s^{-1}$, ce retard correspond donc à une distance de l'ordre de 2cm compatible avec un alignement imparfait).

Concernant les complexes (symboles \circ), les résultats sont beaucoup plus surprenants, puisqu'ils sont très semblables à ceux observés dans le cas de la vorticité :

- Les retards τ_M augmentent avec la séparation spectrale tout comme en turbulence - de même, l'ordre de grandeur de ces retards (en termes de distance) est équivalent.
- Parallèlement, le taux de corrélation croisée des complexes (M) affiche une évolution semblable à celle remarquée en turbulence avec grossièrement la même largeur spectrale. La figure 3.6 montrera en outre que le facteur taille de bille ne joue pas, ou très peu.

Validation numérique Ces mêmes comportements ont également été obtenus dans les simulations numériques du champ acoustique présentées au premier chapitre (p. 72). Pour cela,

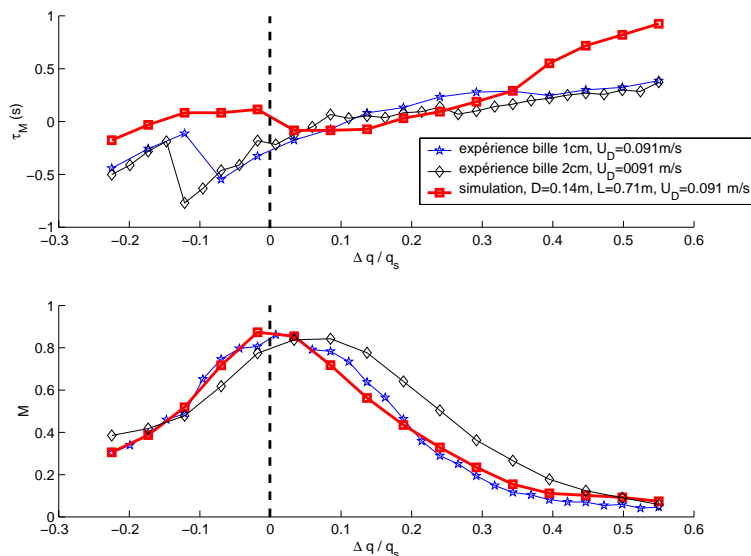


FIG. 3.6 – Comparaison entre les résultats de séries interférométriques réalisées sur deux billes de tailles différentes (**BILLE : hv -big et hv -small**) et les résultats issus du calcul numérique des intercorrélations du signal complexe sur l'axe médian des transducteurs. La vitesse de translation est ici $U_D = 0.091 \text{ m.s}^{-1}$.

nous avons réalisé une série interférométrique ‘virtuelle’ en calculant l’intercorrrelation entre les signaux complexes issus du calcul numérique de diffraction dans deux configurations géométriques distinctes. Précisément, nous avons extrait du champ acoustique de la première voie (28° , 40 kHz) le signal complexe correspondant à l’axe médian des transducteurs, fournissant le signal complexe z de la voie 1. Cela revient donc à s’intéresser au signal de diffusion engendré par le déplacement à vitesse constante d’un diffuseur isotrope ponctuel entre les deux capteurs dans *cette* configuration. La même opération a été ensuite répétée sur la voie 2 ($\theta' = 60^\circ$) pour l’ensemble des fréquences de la série interférométrique, conduisant à autant de signaux complexes z' . Pour chaque couple (z, z') , il est ainsi possible de calculer les intercorrélations du complexe ou bien du module afin d’obtenir les fonctions (M, m) d’une part et (τ_M, τ_m) de l’autre ; ces quatre fonctions sont représentées figure 3.6. Les simulations fournissent des évolutions tout à fait comparables à celles obtenues expérimentalement à l’aide de la bille. En particulier, l’intercorrrelation des complexes $C_{zz'}$ affiche un retard τ_M croissant avec le mode, et un taux de corrélation M de largeur spectrale analogue aux expériences.

Discussion

A ce stade et aux vues de la grande ressemblance entre les caractéristiques observées en turbulence et obtenues en invoquant la seule diffraction, on est naturellement conduit à s’interroger

sur la pertinence des corrélations croisées, au moins concernant la corrélation des complexes :

- Si la diffraction contrôle les corrélations entre modes de Fourier proches, pourquoi seul le signal complexe semble en être affecté dans les expériences avec la bille ?
- Faut-il bannir la corrélation des complexes en turbulence et ne conserver que celle des modules ?
- Pourquoi alors observe-t-on une grande similitude de comportement entre le complexe et son module en turbulence (taux de corrélation et retard), contrairement au cas de la bille. Que faut-il en penser ?
- Quel sens précis doit-on donner à l'intercorrélation entre deux signaux complexes ?

Condition de recouvrement spectral La grande différence entre l'intercorrélation des modules et celle des complexes est apportée par le terme de phase des complexes : pour obtenir une corrélation croisée significative des modules, il “suffit” que les deux signaux d'amplitude aux deux modes sondés soient suffisamment ressemblants ; pour les complexes, il faut à la fois que les amplitudes se “ressemblent”, mais également que les phases Doppler associées soient proches. Si les phases diffèrent (et même dans le cas où les amplitudes sont parfaitement identiques sur les deux voies), les signaux sont du point de vue de la corrélation complexe totalement décorrés. C'est précisément ce que l'on observe dans le cas de la bille où, bien que les amplitudes diffusées soient proches ($m \approx 1$), on observe une décorrélation des complexes à mesure que le nombre d'onde q'_s s'écarte de l'accord¹⁰.

D'un point de vue spectral, cette chute de la corrélation croisée se justifie par des bandes spectrales disjointes des deux signaux complexes : une condition suffisante de nullité de la corrélation croisée des complexes est l'absence de recouvrement spectral des deux signaux. Puisque la transformée de Fourier de l'intercorrélation des complexes $C_{zz'}$ est l'interspectre $Sp_{zz'} = ZZ'^*(\nu)$, on peut dire (bien que mathématiquement inexact) que le taux de corrélation M est proportionnel à l'intégrale du module de l'interspectre sur l'ensemble des fréquences. Si les deux signaux complexes sont de largeur spectrale finie (voir FIG. 3.7), l'interspectre sera nul (donc M également) dès que la condition

$$|\Delta\nu - \Delta\nu'| \gtrsim (\delta\nu + \delta\nu')/2 \quad (3.3)$$

est satisfaite (où $\Delta\nu$ et $\Delta\nu'$ sont les fréquences Doppler de chacune des voies (maximum du spectre) et $\delta\nu$ et $\delta\nu'$ les largeurs spectrales) . Le taux de corrélation complexe M reflète bien en quelque sorte l'importance du recouvrement spectral des deux signaux.

¹⁰On peut facilement fabriquer des signaux synthétiques complexes dont le Doppler s'écarte de la condition d'accord : on observe alors exactement les mêmes évolutions de M et m .

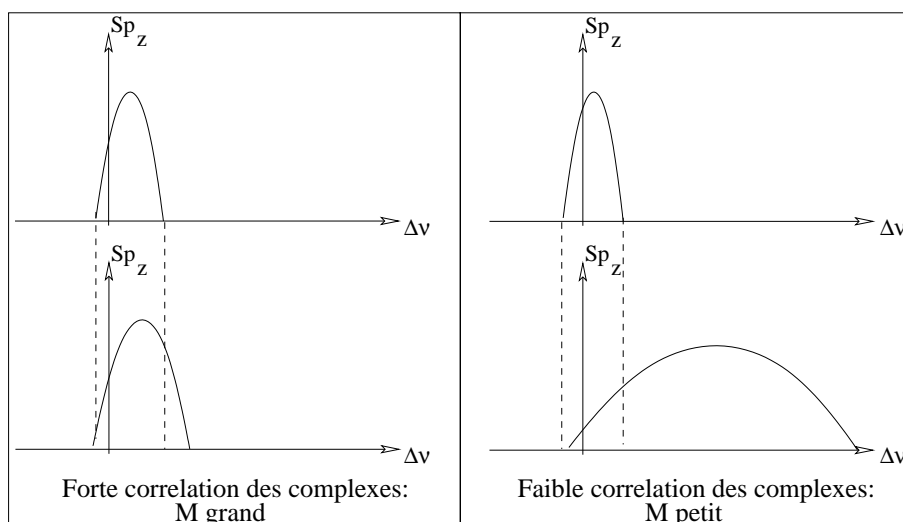


FIG. 3.7 – Illustration de la condition de recouvrement spectral nécessaire à l'établissement de corrélation entre des signaux complexes correspondant à des nombres d'onde distincts. À gauche, les deux nombres d'onde sont proches, M est grand ; à droite le recouvrement spectral est moindre ($q_s \neq q'_s$), M est faible.

Cas d'une bille Dans le cas de la bille (vitesse constante), l'élargissement spectral $\delta\nu$ (tout comme $\delta\nu'$) dépend uniquement de la diffraction :

$$\delta\nu \propto 1/\tau$$

où τ est la durée moyenne du signal. Pour la bille, nous savons que $\tau \sim H(q_s)/U_D$ où $H(q_s)$ est la taille du volume de mesure pour le nombre d'onde q_s sélectionné¹¹. Ainsi on s'attend à ce que le taux de corrélation M devienne négligeable lorsque

$$|\Delta\nu - \Delta\nu'| \gtrsim 1/2 \left(\frac{U_D}{q_s} + \frac{U_D}{q'_s} \right) \sim \frac{U_D}{q_s}$$

valable pour les petites séparations spectrales ($q_s \sim q'_s$). Etant donnée la relation Doppler $2\pi\Delta\nu = q_s U_D$, le taux M d'intercorrélation entre les deux complexes sera proche de zéro lorsque

$$\Delta q \gtrsim \frac{2\pi}{H(q_s)}$$

soit encore (en relatif)

$$M \rightarrow 0 \text{ dès que } \frac{\Delta q}{q_s} \gtrsim \frac{2\pi}{qH(q_s)} \sim \frac{\lambda_s}{H}$$

¹¹La durée du signal de diffusion est proportionnelle à la taille du volume de mesure (contrairement à la vorticité), l'élargissement spectral $\delta\nu$ est donc uniquement lié à la diffraction : $\delta\nu = \delta q_s U_D \sim U_D/H(q_s) \sim 1/\tau$

Cette dernière relation montre que :

1. La largeur de la fonction M est indépendante de la vitesse de la bille (ce qui est confirmé figure 3.8).

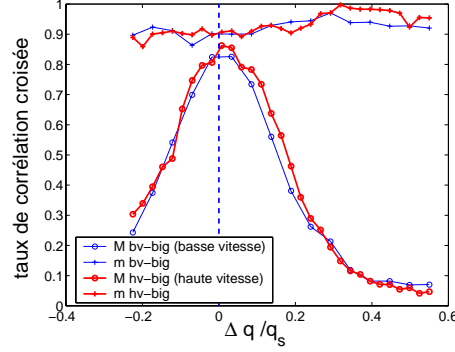


FIG. 3.8 – Taux de corrélations croisée pour deux vitesses de translation de la bille.

2. La largeur de la fonction M est directement proportionnelle à la résolution spectrale R autour du mode q_s . Une illustration de cette dépendance apparaît figure 3.9 grâce aux

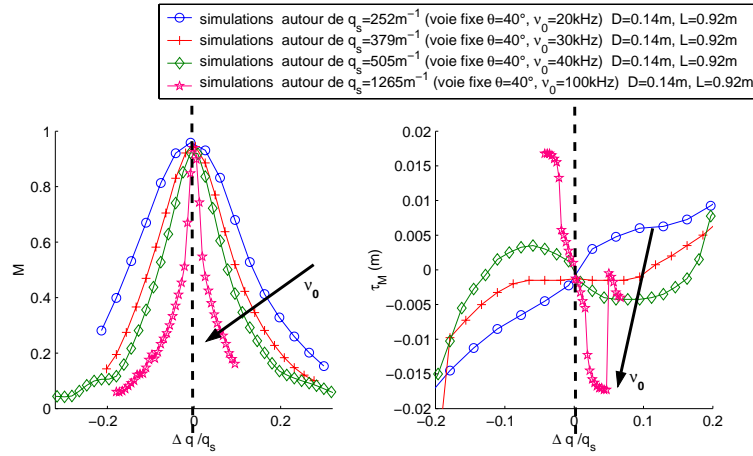


FIG. 3.9 – Résultats de simulations numériques d'une série interférométrique pour des nombres d'onde croissants. La fonction $M(q_s)$ est de moins en moins large et les retards τ_M changent de signe.

simulations numériques obtenues autour de modes croissants dans une même configuration géométrique. On observe une diminution de la largeur de la fonction $M(q_s)$ tout à fait en accord avec l'augmentation de la résolution spectrale observée en champ proche (FIG. 1.39 p.71). On notera que parallèlement, la pente des retards change avec la fréquence d'émission. Nous verrons que ce changement de pente est également observé à haute fréquence en diffusion par la vorticité, ce qui va dans le sens d'une origine instrumentale de ces retards.

Expérimentalement et dans une configuration donnée, la fonction $M(q_s)$ mesurée sur une expérience interférométrique avec la bille permettra donc d'estimer précisément la résolution spectrale R de la configuration, et surtout de fournir une borne supérieure de $\delta q/q_s$ à partir de laquelle une corrélation entre les signaux complexes est impossible, même pour des signaux d'amplitudes identiques.

Cas de la vorticité Dans le cas de la vorticité, et bien que l'on sache que l'élargissement spectral $\delta\nu$ est principalement dominé par la distribution de vitesses, le problème est beaucoup plus ardu. En premier lieu le raisonnement que nous venons de tenir pour la bille n'est valable qu'en raison du caractère déterministe de ces expériences. Pour la vorticité, la distribution aléatoire des vitesses et des échelles rend possible les corrélations entre deux modes q_s et q'_s distincts advectés   des vitesses u et u' différentes pourvu que la relation

$$2\pi\Delta\nu = q_s u = q'_s u'$$

soit satisfaite localement dans le temps (et non en moyenne). Cette dernière relation montre que les *changements* rapides d'échelle ou de vitesse des diffuseurs, de même que la diffraction, tous ces facteurs peuvent contribuer au taux de corélation $M(q_s)$ puisqu'ils autorisent des phases voisines. De toute évidence, ce problème ne semble pas avoir de réponse théorique simple. Cela souligne également la complexité inhérente   l'intercorrélation des signaux complexes (qui conserve l'information liée   l'aléa des vitesses) et rend par conséquent son interprétation physique extrêmement délicate.

3.2.3 Quid de l'intercorrélation des modules ?

Si l'ensemble de ces remarques nous conduit raisonnablement   écarter l'intercorrélation des signaux complexes au profit de celle des modules (supprimant par la même un degré de complexité), on peut se demander quel rôle joue encore une fois la diffraction dans l'établissement de corrélations entre les deux signaux d'*amplitude*. Dans le cas de la bille, nous avons vu que deux modes de Fourier distants restent corrélés ($m \approx 1$), contrairement   la turbulence pour laquelle m présente une courbe en cloche analogue   celle de M . On peut se demander alors si la chute de la corélation des *complexes* observée en turbulence ne provient pas du fait que les deux signaux d'amplitude sont eux-mêmes décorrélés en amont (contrairement   la bille) sans nécessité d'invoquer la diffraction décrite plus haut (la condition de recouvrement spectral étant une condition suffisante mais non nécessaire de décorrélation). D'autre part dans le cas de la bille, les retards du module τ_m entre les deux voies sont indépendants de la séparation spectrale, contrairement au cas de la turbulence ; cela suggère *a priori* une réalité physique des retards d'amplitude observés en turbulence. Globalement, ces deux dernières questions peuvent se résumer en une seule : l'intercorrélation observée entre les signaux d'amplitude de deux modes

de Fourier de la vorticité spectralement proches est-elle effective, ou bien n'existe-t-elle que grâce au concours de l'incertitude spectrale inhérente à la diffraction ? Sans apporter de réponse définitive à cette question, nous allons brièvement décrire quelques résultats expérimentaux qui montrent que la diffraction joue un rôle notable, sans toutefois pouvoir affirmer qu'il est déterminant.

A-Influence de la configuration géométrique - série 2THETA

La figure 3.10 présente les résultats obtenus autour d'un même mode de Fourier en utilisant successivement deux configurations interférométriques différentes (**bvps7far-20k** et **bvps7far-34k**). Les résultats concernant les complexes sont indiqués pour comparaison en traits fins. Ces deux images montrent clairement que la largeur spectrale de la fonction $m(q_s)$, aussi bien que la pente des retards τ_m , sont sensibles à la configuration géométrique (au sens large) adoptée pour caractériser les interactions entre nombres d'onde adjacents. Cette sensibilité n'exclue pas une origine physique à la corrélation des amplitudes mais impose des barres d'erreur dépendantes de la diffraction.

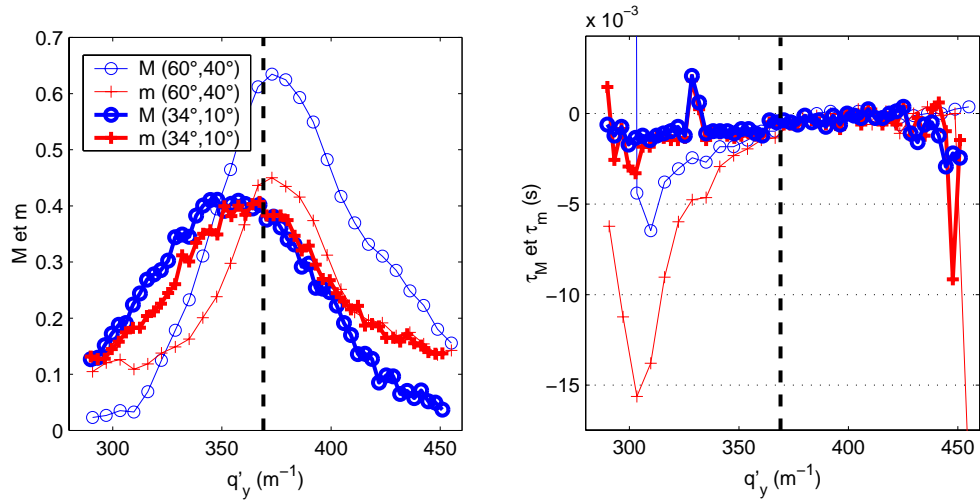


FIG. 3.10 – Taux de corrélations et retards pour deux configurations géométriques explorant le même mode : séries 2THETA.

B-Influence de la fréquence d'émission - série INVERSE-QFIXE

Une seconde manière de tester l'influence de la configuration est d'invertir la voie dont la fréquence est fixe avec la voie dont elle est variable - l'avantage de cette procédure est donc de conserver exactement la configuration angulaire pour les deux séries, en changeant uniquement les fréquences d'émission de chacune des voies. La figure 3.11 compare les résultats obtenus

autour du mode $q_s = 554$ pour la configuration $(60^\circ, 40^\circ)$ et deux procédures de balayage en fréquence (fichiers **bvps7-30k** et **bvps7-44k**). Outre un léger déplacement du nombre d'onde pour lequel l'accord est atteint, on n'observe pas de différence marquée entre les deux procédures. De même, l'évolution des retards τ_m est assez proche dans les deux cas.

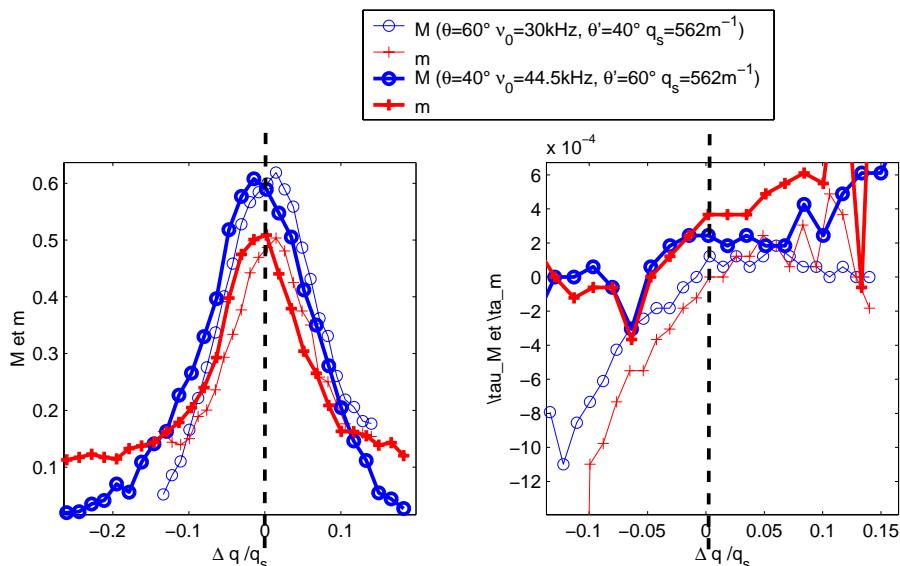


FIG. 3.11 – Taux de corrélation et retard pour une même configuration géométrique et deux procédures de balayage en fréquence distinctes. Nombre d'onde $q_s = 554m^{-1}$. Série **INVERSE-QFIXE**

C-Influence du signe du Doppler moyen - série QREV

Jusqu'ici, seule la configuration 11 a été étudiée avec un nombre d'onde de même sens que l'écoulement moyen, c'est-à-dire un Doppler positif pour les deux voies. Ce choix est bien entendu arbitraire et ne doit pas changer la forme des intercorrélations entre les amplitudes des deux voies. Pourtant, la figure 3.12 pour laquelle les deux configurations sont précisément les mêmes (seul le signe du Doppler a été modifié) montre que le signe des retards dépend directement du signe du Doppler. Dans le cas où le Doppler est positif, le signe des retards est compatible avec une interprétation de cascade d'énstrophie (à savoir qu'en moyenne la voie correspondant au nombre d'onde le plus petit précède l'autre), et incompatible avec cette image lorsque le Doppler est négatif. Pour cette raison, le retard τ_m ne semble donc pas plus pertinent que celui des complexes.

D-Dépendance au nombre d'onde sélectionné

Dans une configuration géométrique donnée, on peut également étudier l'influence du nombre d'onde "fixe" sur les fonctions m et τ_m . La figure 3.13 représente les fonctions m et τ_m obtenues

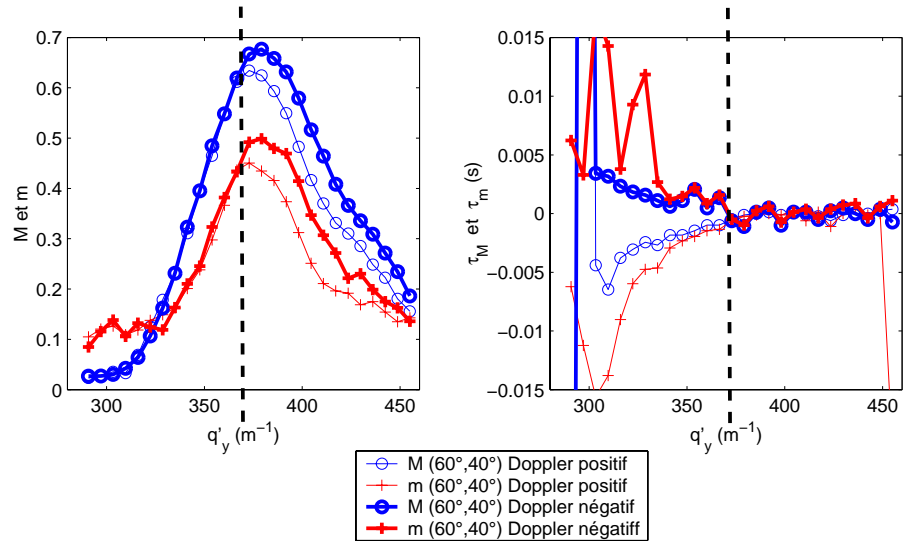


FIG. 3.12 – Taux de corrélation et retard dans deux configurations identiques mais pour des vecteurs d'onde de sens opposé. Série **QREV**

dans une même configuration géométrique pour des nombres d'onde croissants. On observe une chute du taux de corrélation à l'accord, chute qui a probablement deux origines :

1. Tout d'abord la très grande directivité à haute fréquence : plus on souhaite (dans une même configuration) étudier de grands nombres d'onde, plus il est nécessaire d'augmenter la fréquence, donc plus les imperfections d'alignement entre les deux voies deviennent sensibles.
2. Le second facteur provient du bruit de phase : plus la fréquence d'émission augmente plus le bruit de phase des ondes de chacune des voies est important, réduisant ainsi l'efficacité du processus de diffusion donc le taux de corrélation entre les deux voies.

Outre cette plus faible valeur du taux de corrélation, on notera une légère remontée du taux de corrélation autour de la séparation spectrale $\Delta q_s/q_s \approx 0.13$, remontée d'autant mieux marquée que les fréquences d'émission sont élevées. Cette remontée est bien plus visible encore si l'on regarde figure 3.14 les résultats pour les quantités complexes (M et τ_M). On observe d'ailleurs un saut dans l'évolution des retards pour cette même valeur de la séparation spectrale. Si ce comportement évoque la présence de lobes de diffractions (impliquant que l'intercorrélation des complexes ou des modules est fortement affectée par celle-ci), il est très difficile d'en être certain. On peut toutefois remarquer un comportement analogue figure 3.6 obtenue sur les simulations du champ acoustique où seule la diffraction intervient.

Pour clore sur l'influence du nombre d'onde sélectionné (ou corrélativement de la fréquence d'émission), on remarquera que la valeur absolue des retards diminue, de même que le signe de la pente des retards s'inverse lorsque la fréquence d'émission augmente. Une illustration de ce

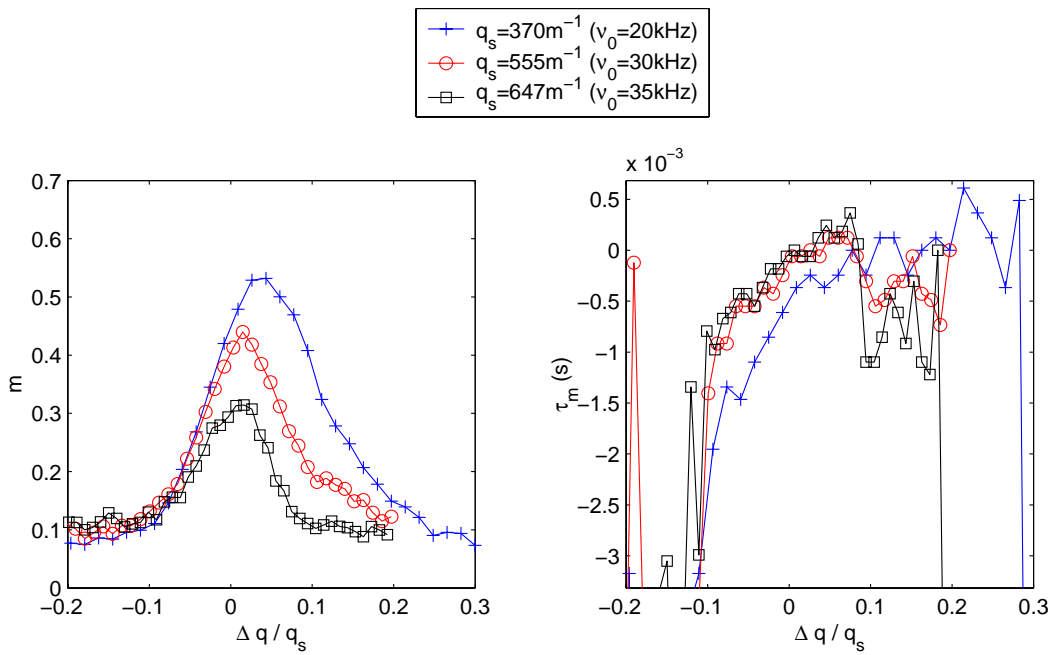


FIG. 3.13 – Taux de corrélation m et retard τ_m des modules autour de modes de Fourier croissants. série CASCADE : bvps7-20k ; 30k et 35k

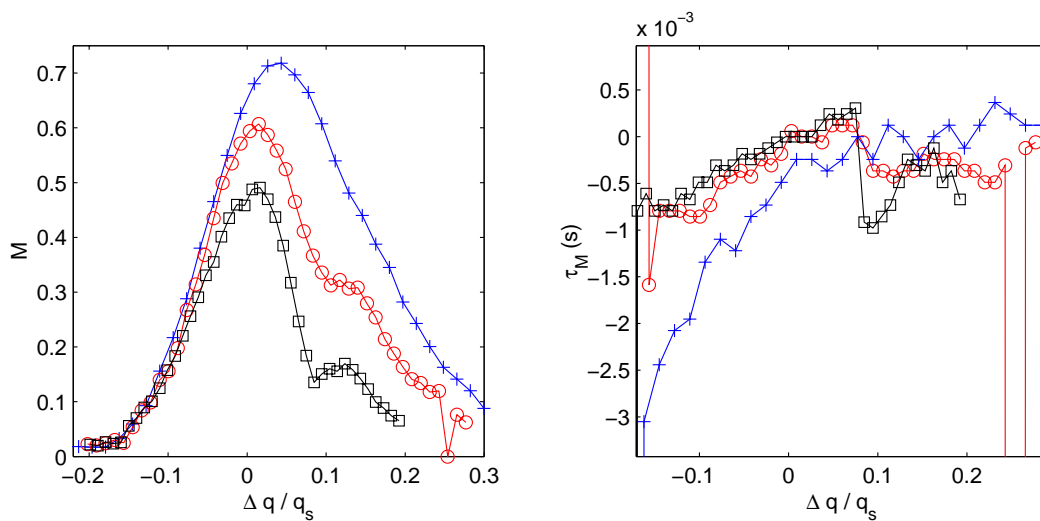


FIG. 3.14 – idem figure 3.13 pour les complexes (M et τ_M)

comportement apparaît figure 3.15 correspondant à une série interférométrique effectuée à haute fréquence (série **Q-HF**). Les retards sont effectivement bien plus faibles et surtout décroissants avec la séparation spectrale. Parallèlement, on observe une nettement plus faible largeur spectrale du taux de corrélation (m ou M), de l'ordre de 5% contre plus de 20% à basse fréquence¹². Cette diminution de la largeur spectrale avec la fréquence, de même que l'inversion de la pente des retards, sont analogues à celle calculées numériquement (FIG. 3.6) et évoquent par conséquent un effet de diffraction.

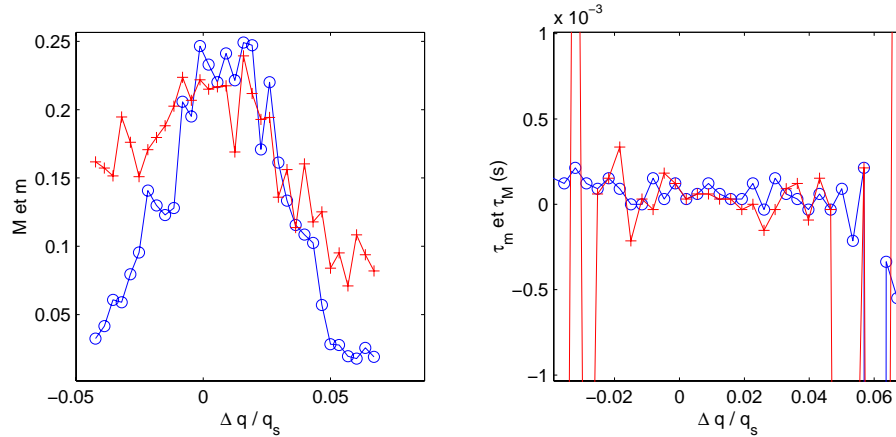


FIG. 3.15 – Taux de corrélation et retard pour une série interférométrique pratiquée à haute fréquence - série **Q-HF**.

E-Dépendance au Reynolds

Concernant la dépendance au nombre de Reynolds, seules les mesures du LEGI ont pu être exploitées. Les expériences interférométriques du CERN ont posé de grandes difficultés d'alignement, sans doute à l'origine des faibles taux de corrélation croisés mesurés¹³. A cela il faut ajouter la configuration interférométrique (en croix :-11) dont nous avons vérifié *a posteriori* qu'elle ne permet pas d'obtenir des taux de corrélation croisée aussi grands qu'en configuration 11 "standard"¹⁴.

Au LEGI, trois séries interférométriques ont été réalisées pour trois vitesses de la soufflerie

¹²Une diminution d'un facteur 4 de la largeur spectrale entre 20 et 100kHz est tout à fait compatible avec l'augmentation d'un facteur 4 de la résolution spectral R mesurée au chapitre 1 grâce à la bille (FIG. 1.39p.71)

¹³L'alignement était réalisé préalablement à la mise en place dans le cryostat, mais nous avons observé que les dilatations différentielles des différents matériaux de l'anneau support provoquaient un désalignement consécutif à ces déformations.

¹⁴La raison provient de l'asymétrie du signal complexe soulignée page 74 : conjuguer le signal complexe de la voie correspondant au Doppler négatif inverse le signe de la phase (qui sera alors de même signe que l'autre voie) mais ne modifie pas l'asymétrie temporelle de l'amplitude induite par la diffraction (cf FIG. 1.43)

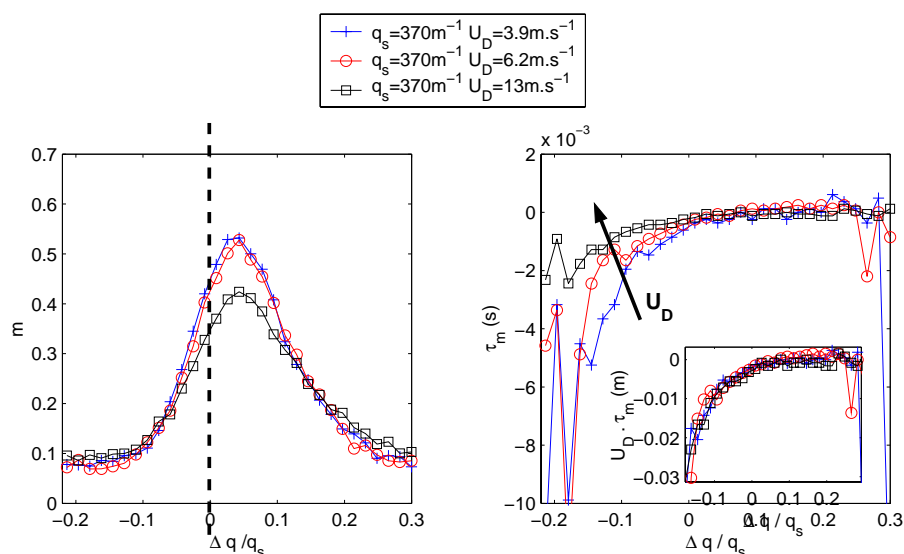


FIG. 3.16 – Taux de corrélation m et retard τ_m de l’intercorrélation des modules pour différentes vitesses d’écoulement. série **CASCADE** : *bv-hv-* et *thv-ps7-20k*.

(FIG. 3.16). Pour les deux plus basses vitesses, aucun changement du taux de corrélation n’est perceptible. Pour la plus grande vitesse, il est possible que le taux de corrélation plus faible soit dû au bruit de phase bien plus grand : lorsque la vitesse augmente, le taux de fluctuation de vitesse augmente proportionnellement, accroissant le bruit de phase le long des deux chemins acoustiques de chacune des voies (avant et après diffusion). Ces deux bruits de phase étant décorrélés (parcours différents), le taux de corrélation croisée est plus faible¹⁵. Les retards τ_m diminuent avec la vitesse d’advection, en accord avec une origine instrumentale des retards. En termes de distance, ce temps de vol correspond à une distance de l’ordre du centimètre à la vitesse moyenne U_D (courbe en insert).

Conclusion sur les interactions locales

On le voit, la question des interactions locales est une question expérimentale très difficile. L’ensemble des expériences réalisées a montré que la diffraction intervenait de manière notable dans l’établissement de corrélations entre nombres d’onde adjacents. Pour autant, il est difficile de dire si ces corrélations sont réelles mais “pondérées” par la diffraction ou bien si les modes de Fourier sont δ -corrélés *stricto sensu*, les corrélations observées ne traduisant alors que l’incertitude spectrale de la mesure. Si l’on se réfère aux DNS (cf. annexe A) pour lesquelles il n’existe pas de corrélations croisées à temps court pour des nombres d’onde proches, il est possible que

¹⁵Cette analyse est confirmée par un taux de corrélation croisée très grand ($M = 0.9$) avec la petite soufflerie ($d = 2.5\text{cm}$) pour laquelle le bruit de phase est très faible ($H \geq \Lambda_0$)

ce soit l'hypothèse de δ -corrélation spectrale qui prévale. Il faut tout de même rester prudent, les Reynolds atteints dans les DNS restant très faibles ($R_\lambda = 80$).

3.3 Application de l'interférométrie aux grandes séparations spectrales : interactions non-locales

Jusqu'à présent, nous n'avons examiné les corrélations qu'entre nombres d'onde proches ($\Delta q_s/q_s \leq 20\%$). Pour l'étude des corrélations entre nombres d'onde distants, le non-recouvrement spectral des deux signaux complexes induit obligatoirement une corrélation croisée des complexes nulle - pour cette raison, seule la corrélation croisée des *modules* a encore une fois un sens. D'autre part, l'étude de nombres d'onde distants nécessite, sur au moins une des voies, une fréquence d'émission élevée donc une grande directivité angulaire et une forte sensibilité à l'alignement. Pour contourner cette difficulté mais aussi parce que comme nous le verrons les résultats sont meilleurs, nous avons mené cette étude en utilisant la technique interférométrique *via* une voie de mesure. Bien qu'une unique voie (physique) de mesure soit utilisée, tout se passe comme si on utilisait deux voies de mesure indépendantes situées exactement au même endroit ; on parlera ainsi abusivement des signaux de la voie 1 (fréquence d'émission "fixe" ν_0) et de ceux de la voie 2 (fréquence d'émission "variable" ν'_0). En configuration 1, on obtient après démodulation deux séries temporelles complexes basse fréquence

$$\begin{aligned} z(t) &= \omega_z(q_x, t) \quad (\text{voie 1}) \quad \text{avec } q_x = 4\pi\nu_0/c \sin \theta/2 \\ z'(t) &= \omega_z(q'_x, t) \quad (\text{voie 2}) \quad \text{avec } q'_x = 4\pi\nu'_0/c \sin \theta/2 \quad \text{et } q'_x = q_x + \Delta q_s \end{aligned}$$

3.3.1 Décorrélation temporelle de deux nombres d'onde distants

L'expérience-type

L'exemple que nous avons choisi de présenter correspond à la série **QMONOI-40** (cf TAB. 3.1 p.141). La séparation spectrale entre les deux nombres d'onde dépasse ici 100% (en relatif).

Pour cette série, l'allure de quelques corrélations croisées est présentée figure 3.17. La corrélation croisée présentant le plus grand taux de corrélation correspond au couple $[\nu_0, \nu'_0] = [20, 20]$ kHz, il s'agit donc en fait de l'autocorrélation maintenant classique du module (pour $q_s = 252m^{-1}$). Les deux intercorrélations de part et d'autre correspondent à un faible écart spectral (10%) et rentrent dans le cadre de l'étude menée à la section précédente. Hormis ces trois courbes particulières (en trait gras), l'allure de la corrélation croisée entre deux modes de Fourier distincts semble identique quelle que soit la séparation spectrale Δq_s , et de forme semblable à celle de la décorrélation au temps long d'un unique mode de Fourier.

Par voie de conséquence, deux modes de Fourier distincts de la turbulence ne sont pas décorrélés mais présentent un taux de corrélation en amplitude (m) de plus de 20% pour cet

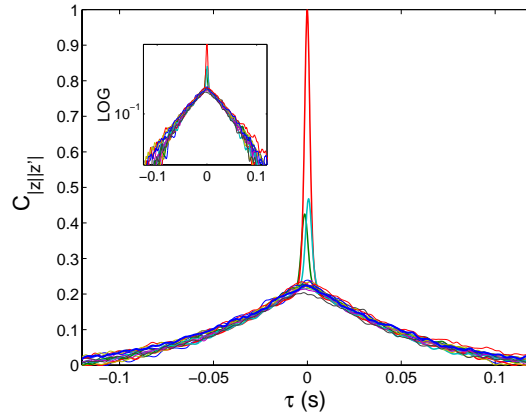


FIG. 3.17 – Intercorrélations entre les modules des signaux de la voie 1 (fixe) et ceux de la voie 2. Hormis les trois courbes en gras (autour de l'accord), les intercorrélations ont une allure semblable, identique à celle de l'autocorrélation aux temps longs. Fichiers **QMONOI-40 : thv40d20k**

exemple. On notera que ce taux est plus élevé que les 10% observés dans la section précédente avec deux voies de mesure - en raison d'un alignement parfait ici¹⁶. Ce taux de corrélation significatif reflète l'importance des interactions non locales présentes dans un écoulement turbulent. Du fait de la persistance de la corrélation aux temps longs quelque soit la séparation spectrale, on peut voir τ_l comme un temps caractéristique des interactions non-locales entre modes. A l'inverse, la disparition du temps court τ_c pour de grandes séparations spectrales nous a conduit à l'interpréter comme caractéristique des interactions locales - puisque propre au mode q_s . Pour

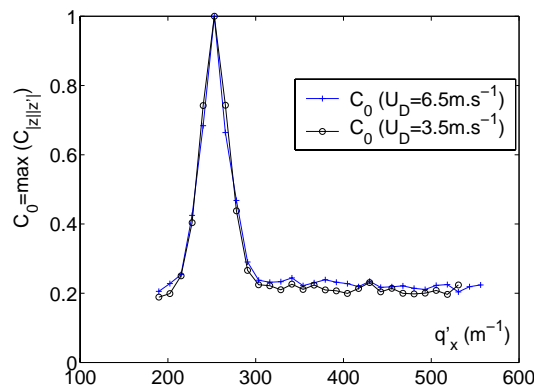


FIG. 3.18 – Evolution du maximum de corrélation croisée m entre le mode $q_x = 252$ et les modes q'_x . Séries identiques à FIG. 3.17 pour deux vitesses de la soufflerie (**QMONOI-40 : thv40d20k** et **bv40d20k**)

cette série, l'évolution du taux de corrélation croisée m est représentée figure 3.18. Pour compa-

¹⁶On remarquera également que la décroissance aux temps longs était déjà visible figure 3.3 p.144 mais avec une forme moins symétrique.

raison, nous y avons ajouté l'évolution de m obtenue pour une vitesse plus faible de la soufflerie ($U_D = 3.5 \text{ m.s}^{-1}$). Les deux évolutions sont très semblables avec, outre l'augmentation de m autour du mode q_x de la voie fixe (cf section précédente), une évolution plutôt plate de m , autour de 20%. On ne note pas de mode privilégié (ex : $q_x, 2q_x$)¹⁷, tout juste note-t-on une valeur de m en moyenne légèrement supérieure pour la grande vitesse de la soufflerie.

Etude systématique

Pour étudier de manière systématique l'allure des corrélations entre deux modes de Fourier distants, nous avons répété cette procédure pour deux configurations géométriques différentes (QMONOI-40 et QMONOI-60) ; le but de ces expériences est multiple : tout d'abord il s'agit de vérifier l'indépendance des résultats à la configuration géométrique adoptée. En second lieu, le choix d'un grand angle de diffusion ($\theta = 60^\circ$) permet d'atteindre des nombres d'onde plus grands qu'à 40° , pour une même fréquence d'émission. On souhaite donc étendre la plage des modes accessibles en utilisant deux configurations différentes. Toutes ces expériences ont été conduites pour une même vitesse Doppler ($U_D = 6.3 \text{ m.s}^{-1}$). Les valeurs de m obtenues pour l'ensemble de ces corrélations croisées apparaissent figure 3.19. L'axe des abscisses a été renormalisé par

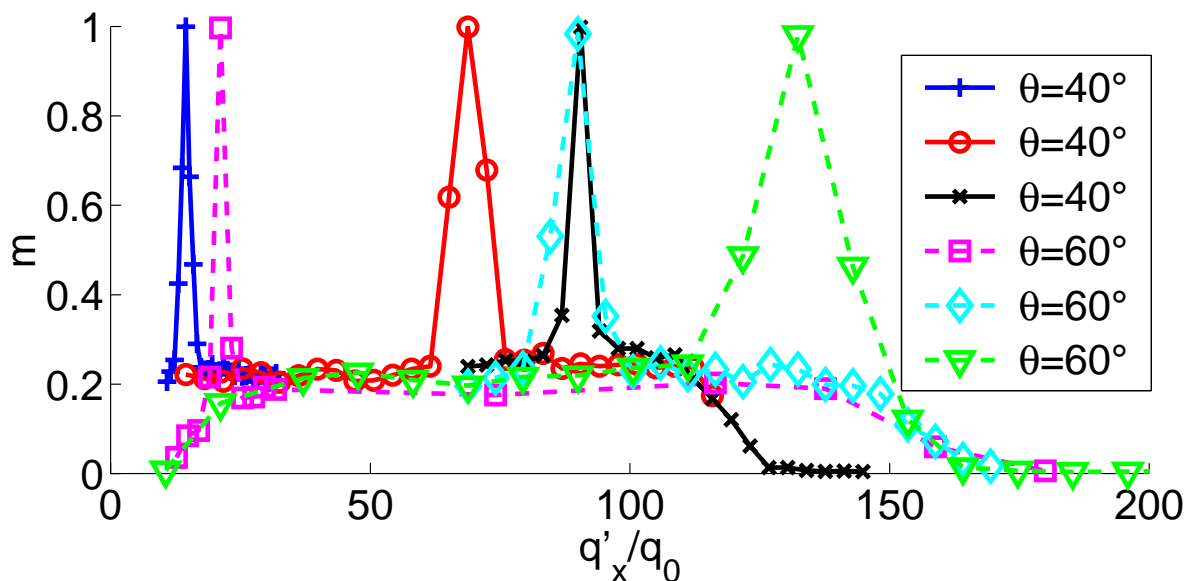


FIG. 3.19 – Maximum de corrélation m dans deux configurations géométriques et pour différentes valeurs du mode fixe q_x .

l'échelle intégrale Λ_0 - c'est donc q'_x/q_0 qui est représenté en abscisse mais cela ne change pas la discussion. L'évolution déjà présentée (FIG. 3.18) pour cette même vitesse apparaît sur la

¹⁷On pourrait s'attendre à ce genre de périodicité pour des structures vorticitaires du type de celles décrites dans le modèle de Lundgren [64]

gauche (symboles +). Typiquement, on voit qu’une décade de nombres d’onde a été explorée, aussi bien pour le nombre d’onde “fixe” q_x que pour le nombre d’onde “variable” q'_x . Si l’on exclue pour l’instant les deux situations extrêmes ($q'_x/q_0 < 10$ et > 150), on observe que le taux de corrélation m entre deux échelles suffisamment distantes est relativement constant en fonction de la séparation spectrale $q'_x - q_x$. Autrement dit, ce comportement semble assez peu dépendre du couple d’échelle mis en jeu (pour une même séparation spectrale). Ainsi, l’échelle (adimensionnée) $q_x = 135$ est corrélée avec l’échelle $q'_x = 40$ tout comme l’est l’échelle $q_x = 70$ avec cette même échelle $q'_x = 40$ (voir détail FIG. 3.20). Parallèlement, on vérifie également la

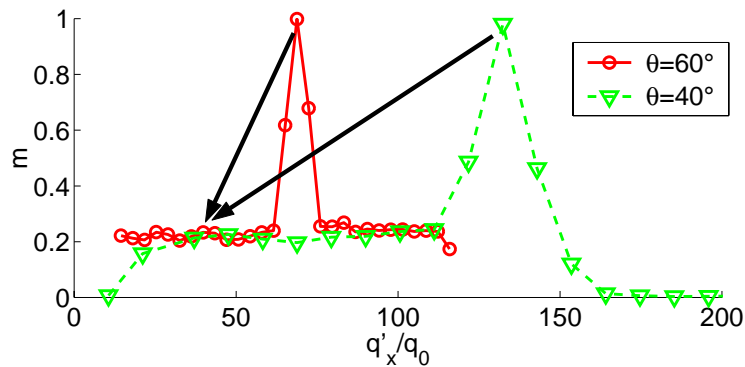


FIG. 3.20 – Détail de la figure 3.19.

symétrie du rôle joué par q'_x et q_x : le taux de corrélation de q_x avec q'_x doit être indépendant du choix de la voie fixe et de celui de la voie variable. Par exemple, on observe bien (FIG. 3.21) que la corrélation de $q_x = 70$ avec $q'_x = 90$ (symboles \circ), de l’ordre de 22%, est du même ordre que celle de $q_x = 90$ avec $q'_x = 70$ (symboles \times et \diamond) située entre 20 et 22%. Les écarts

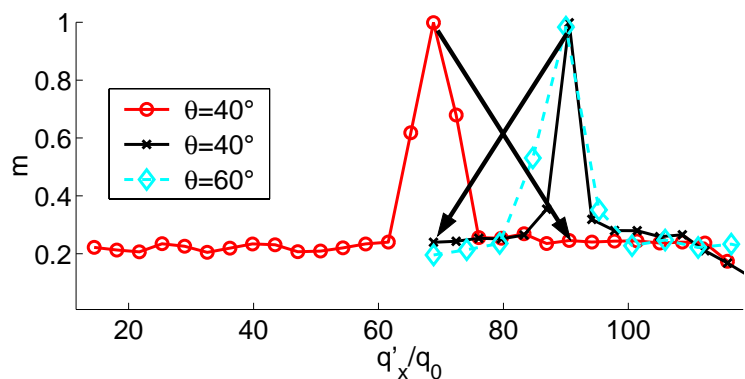


FIG. 3.21 – Détail de la figure 3.19.

entre ces valeurs sont vraisemblablement dus en grande partie à la forte sensibilité du taux de

corrélation croisée au rapport signal sur bruit¹⁸. C'est ce phénomène de niveau de bruit et non pas une origine physique qui semble-t-il contribue en grande partie à la décroissance du niveau de corrélation pour les grandes et petites échelles sondées. Sinon, comment expliquer par exemple (voir FIG. 3.22) le fait que la corrélation entre $q_x = 21$ et $q'_x = 14$ (très proche de 0, symbole \square) est très différente de celle de $q_x = 14$ avec $q'_x = 21$ (symbole $+$) ? Cela paraît incompatible avec

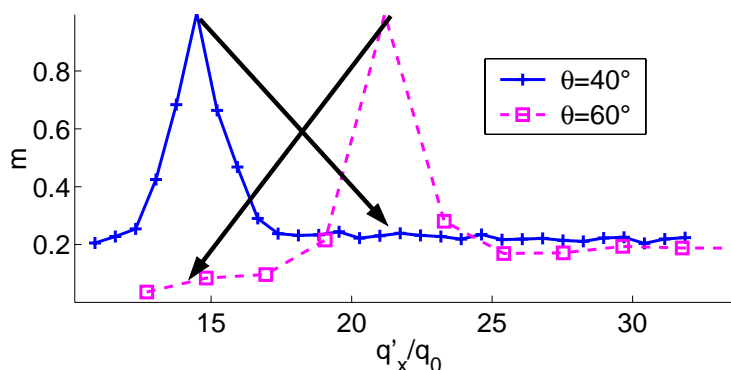


FIG. 3.22 – Détail de la figure 3.19.

le principe de réciprocité dont nous venons de parler. Pour les plus grands nombres d'onde, on remarque également une différence nette entre les deux configurations angulaires.

Pour statuer sur l'origine de la décorrélacion entre modes à grands et petits nombres d'onde, il suffit de retracer ces mêmes évolutions, cette fois en fonction de la fréquence d'émission ν_0 utilisée pour parcourir la plage des nombres d'onde. La figure 3.23 montre clairement que pour une même fréquence d'émission (par exemple $\nu_0 = 160$ kHz), le taux de corrélation est bien plus grand pour une expérience à 40° qu'à 60° (alors que les nombres d'onde sondés sont plus petits). Cette remarque est contradictoire avec une chute d'origine *physique* de la corrélation et est en faveur de l'argument lié à l'importance du bruit dans la valeur finale de m :

Pour $\theta = 40^\circ$, le rapport signal sur bruit est bien meilleur qu'à 60° , principalement en raison du facteur de Lund qui augmente l'amplitude du signal diffusé pour les petits angles¹⁹. Il s'ensuit que l'effet du bruit apparaît vers 160 kHz pour $\theta = 40^\circ$, contre 130 kHz avec $\theta = 60^\circ$, se traduisant par une chute de la corrélation respectivement pour $q'_x/q_0 = 110$ et $q'_x/q_0 = 140$. Si ces observations vont dans le sens d'une interprétation de la chute de la corrélation due au bruit, elles ne permettent pas de savoir quelle est la part liée au bruit et celle liée à la physique proprement dite. Pour cela, il faudra probablement répéter ces expériences pour d'autres angles de diffusion, voire d'autres vitesses.

¹⁸L'intercorrélacion étant renormalisée par le produit des variances des deux signaux, ces dernières sont surestimées en présence de bruit, conduisant à une plus faible valeur de m .

¹⁹Le rapport des amplitudes des interspectres (proche de 10) est tout à fait compatible avec le rapport (au carré) des facteurs de Lund à 40° et 60° (conduisant à un facteur de 6.2).

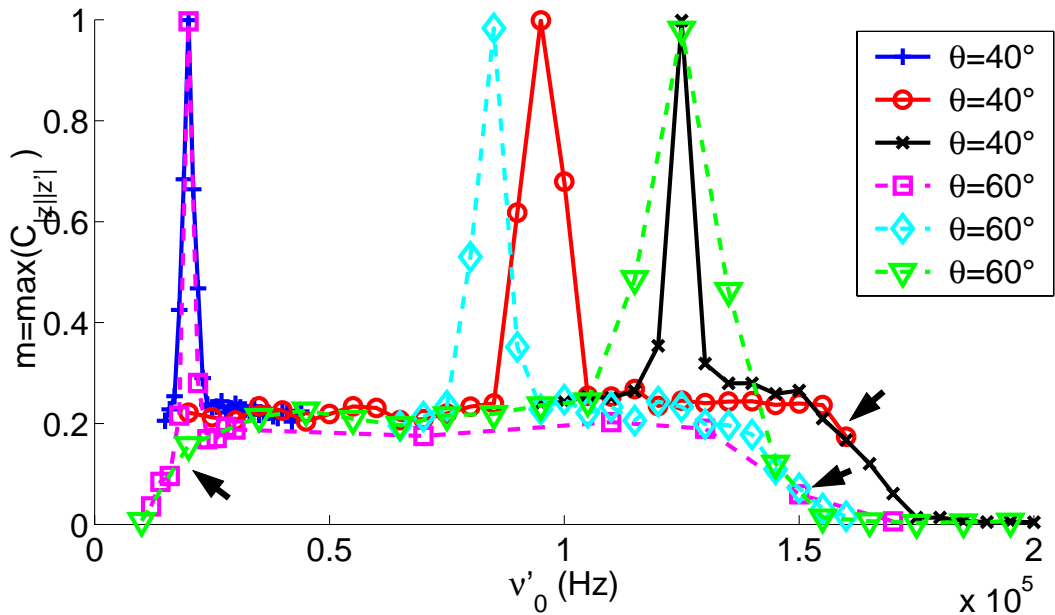


FIG. 3.23 – *Idem figure 3.19 mais tracée ici en fonction de la fréquence d'émission ν'_0 de la voie 2.*

Néanmoins, une chose est certaine : le taux de corrélation m entre deux nombres d'onde distincts présente une pente légèrement croissante, pente d'origine probablement physique étant donné la *diminution* du rapport signal sur bruit sur cette plage de nombres d'onde (voir FIG. 3.24). L'augmentation de la corrélation à mesure que l'échelle diminue souligne un cou-

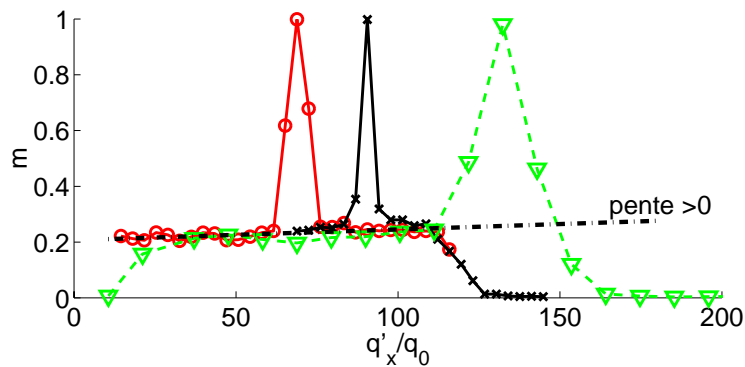


FIG. 3.24 – *Détail de la figure 3.19 montrant l'augmentation du taux de corrélation croisé m entre 2 modes avec le nombre d'onde.*

plage de plus en plus fort entre les modes aux grands nombres d'onde. Celui-ci peut s'interpréter comme une signature de l'intermittence, comme le suggère Brun [10]²⁰.

²⁰A partir de l'hypothèse de dépendance faible de Kraichnan (DIA), il prédit que du fait de l'intermittence les couplages entre modes deviennent de plus en plus prononcés aux hauts nombres d'onde *a priori* de façon non

3.4 Interprétation temps-fréquence

Les éléments que viennent de nous apporter l'étude des corrélations entre modes de Fourier distants tendent à confirmer le rôle pilote joué par la grande échelle. Qualitativement, on peut se demander si cette corrélation croisée, de forme semblable à celle de la décorrélation d'un unique mode de Fourier (pour les temps longs), ne trouve pas son origine dans le forçage commun à toutes échelles (au moins pour les échelles sondées ici). Comme nous le savons, l'information liée au champ d'advection grande échelle est contenue dans le terme de phase du signal complexe. Pour des raisons de recouvrement spectral, nous savons que l'intercorrélation des signaux *complexes* ne permet pas d'exploiter cette information. L'analyse temps-fréquence (abordée ici d'un point de vue qualitatif) va nous permettre d'exploiter l'information de phase Doppler des signaux complexes correspondant à des modes de Fourier distants bien que sans recouvrement spectral.

Exemple traité L'exemple que nous avons choisi de traiter est issu des séries interférométriques précédentes - le fichier présenté est extrait de la série **thv60d125k** lorsque la seconde voie émet à la fréquence $\nu'_0 = 85kHz$. Il a été choisi en raison d'un bon rapport signal sur bruit qui facilitera la discussion, mais il faut savoir que l'ensemble des autres fichiers affiche un comportement similaire et conduit aux mêmes conclusions. Nous présentons une image temps-fréquence issue de la même analyse que celle décrite p.128 (WVRID), appliquée cette fois successivement sur chacune des deux séries temporelles complexes acquises. L'image FIG. 3.25 représente un extrait d'une seconde de signal, soit près de 25 temps longs τ_l ($\tau_l = 0.036s$, est représenté sur la figure du haut). Encore une fois, c'est l'amplitude de la transformée de Wigner-Ville qui est représentée (en linéaire), avec un code couleur entre 0 et 8 unités d'écart-type en amplitude. L'ordonnée représente ici la vitesse Doppler U_D (ou U'_D sur la voie 2) obtenue par transformation de l'axe des fréquences : $U_D = 2\pi\Delta\nu/q_s$. Cette représentation temps-vitesse permet de comparer les deux signaux complexes, bien qu'ils soient situés dans des bandes spectrales disjointes (les Dopplers différant). En revanche, cette conversion ne permet qu'une étude qualitative, la corrélation entre les *images* temps-vitesse des deux voies posant le problème de comparer des images dont les grilles d'échantillonnage sont obligatoirement différentes (sur l'axe des vitesses)²¹. Pour ces mêmes signaux, les autocorrélations de chaque voie ainsi que l'intercorrélation des deux voies apparaissent FIG. 3.26.

Les deux images temps-fréquence montrent clairement, sur une échelle de temps de l'ordre de la seconde, la similitude étroite entre les évolutions de $U_D(t)$ et $U'_D(t)$ sur chacune des voies. On peut constater en effet qu'à cette échelle de temps, les événements de vorticité pour les deux

borné dans une situation de nombre de Reynolds infini - cela semble confirmé par des mesures du CERN, non présentées ici.

²¹C'est précisément pour cette raison que la corrélation croisée des signaux complexes est alors nulle

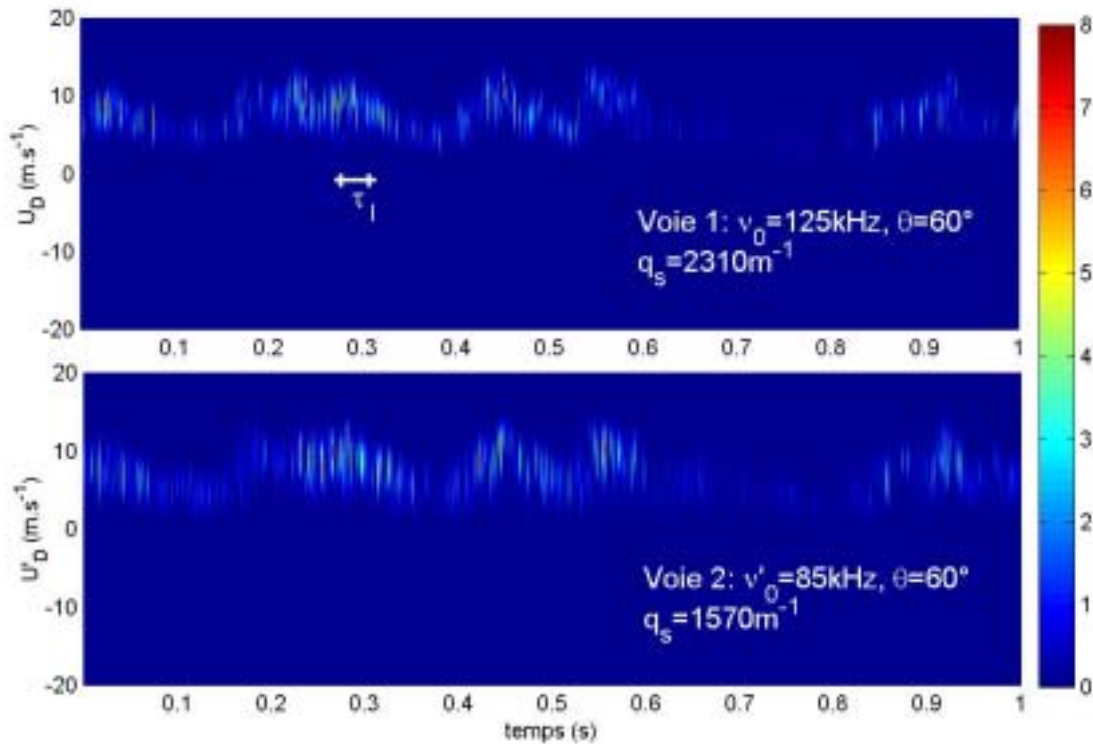


FIG. 3.25 – Image temps-fréquence des signaux complexes de diffusion sur chacune des deux voies interférométriques. Fichier extrait de **QMONOI-60 :thv60d125k** pour $v'_0 = 85\text{kHz}$

modes subissent le même champ d’advection, comme le montrent les fluctuations de vitesse très proches sur les deux voies. Ce résultat n’est pas surprenant dans la mesure où nous avons vu au chapitre 2 que la vitesse $U_D(t)$ correspondait à la vitesse eulérienne grande échelle $u_x(t)$. Cette ressemblance illustre l’origine physique de la corrélation entre modes spectralement éloignés : deux échelles spectrales aussi distantes soient-elles (en tous cas pour la plage des modes étudiés), subissent le même forçage grande échelle à l’origine de cette corrélation aux temps longs²². Pour cette raison, le temps long τ_l traduit les interactions non-locales entre modes de Fourier.

Mises à part les vitesses très semblables sur chacune des voies, on observe également que les événements de vorticité apparaissent de manière groupés par paquets de durée typique τ_l et cela de manière synchrone   l’échelle de ces paquets : il semble qu’en moyenne, les fortes amplitudes de vorticité apparaissent de façon synchrone. Encore une fois on devine des “rampes” au sommet

²²La notion de forçage grande échelle reste volontairement vague. Il est difficile de dire quelle est la quantité précisément   l’origine de ces comportements communs. On peut penser par exemple au taux de fluctuation de la dissipation...

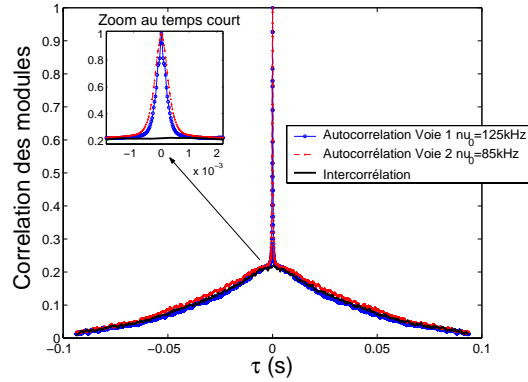


FIG. 3.26 – Auto- et inter-corrélation des amplitudes des signaux des deux voies de l'extrait FIG. 3.25

desquelles les 2 modes présentent une forte probabilité d'apparition d'événements vorticitaires.

Pour une échelle de temps plus petite (de l'ordre de quelques millisecondes), nous avons extrait (figure 3.27) une vue agrandie de la figure 3.25. On remarque que les événements de vorticités, de durée typique $\tau_c(q_s)$ surviennent sur chacune des voies à des dates visiblement indépendantes : on ne remarque pas de coïncidence préférentielle entre la survenue d'un événement au mode q_s et un événement au mode q'_s . L'intercorrélacion de deux modes de Fourier distants est symétrique et ne présente pas de corrélation aux temps courts ; elle confirme cette interprétation. On notera que l'absence de coïncidence préférentielle ne s'oppose pas à un principe de cascade mais indique simplement que le sens de la cascade (directe ou indirecte), s'il existe, est un effet de second ordre qu'il conviendra de mettre en évidence par des corrélations croisées beaucoup mieux convergées. Le processus de cascade en revanche se traduit par le fait que le nombre d'événements par grande échelle croît avec le nombre d'onde, comme nous le verrons grâce à l'étude des durées de vie et de temps d'attente au chapitre qui suit. Autrement dit, la cascade se traduit dans le plan temps-fréquence par des taches de durées de plus en plus courtes espacées de durées moyennes également de plus en plus petites à mesure que l'on diminue l'échelle d'analyse, mais rien ne semble indiquer le sens de cette cascade.

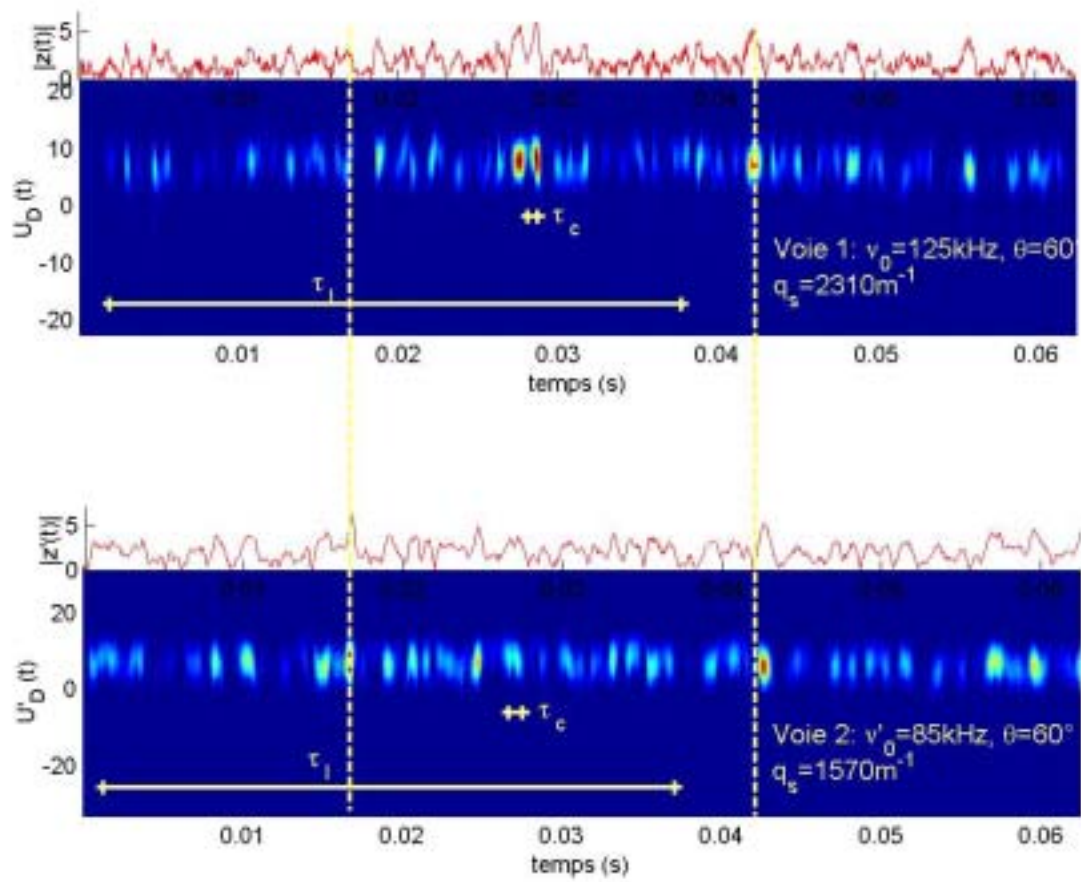


FIG. 3.27 – Détail des 0.06 premières secondes de l'image 3.25

Chapitre 4

Intermittence des modes de Fourier

4.1 Intermittence d'amplitude

L'intermittence, d'un point de vue spectral, a été beaucoup moins étudiée que dans l'espace physique. D'une part, les expériences en la matière sont rares, d'autre part, le domaine spectral est réputé moins bien adapté à une description intermittente : comme le note C. Brun dans sa thèse [10], "un mode de Fourier décrivant une exponentielle complexe e^{ikx} remplit en quelque sorte tout l'espace réel".

Intuitivement, et malgré la moyenne en volume induite par une analyse spectrale, on s'attend à ce que la statistique d'un mode de Fourier au nombre d'onde q_s soit reliée à celle d'un incrément à l'échelle $r \sim 1/q_s$. Mais comme le souligne Dubrulle [26], les corrélations dans l'espace de Fourier comportent une information sur la statistique de la turbulence et de l'intermittence qui n'est pas toujours contenue dans les mesures à deux points. Elle poursuit en disant que l'intermittence de certains systèmes peut être dominée par des structures singulières dans l'espace de Fourier, et régulières dans l'espace physique (ex : les champs périodiques). Expérimentalement, les mesures par diffusion acoustique de Petrossian [81] d'un mode de Fourier de la température semblent indiquer une nette réduction de l'intermittence, en comparaison de celle observée pour les incréments. Pourtant, l'intermittence des modes de Fourier dans la zone dissipative ($q_s \eta \rightarrow \infty$) est un fait numérique établi, au moins pour de faibles nombres de Reynolds. Ceci a été également confirmé dans les simulations de Brun [10] réalisées pour des nombres de Reynolds très faibles ($R_\lambda \leq 80$). Il note cependant une plus faible intermittence dans la zone inertielle. Ces expériences ne semblent pas en accord avec les travaux théoriques de Dhar [22] qui prédit la même évolution des fonctions de structure d'un mode de Fourier que celle d'un incrément.

Toutefois, il faut rappeler que l'intermittence des modes de Fourier dépend à la fois du nombre de Reynolds mais aussi du rapport $q\eta$ (ou de manière équivalente de q/q_0). Ainsi, à nombre d'onde q/q_0 constant, augmenter le Reynolds peut conduire à une *diminution* de l'intermittence.

4.1.1 Démarche adoptée

Un mode de Fourier étant par définition une quantité complexe, on peut étudier sa statistique par l'étude conjointe de sa partie réelle x et de sa partie imaginaire y (le signal de diffusion $z(t) \propto \omega_{\mathbf{n}}(\mathbf{q}_s, t)$ s'écrivant $z(t) = x(t) + iy(t) = \rho(t)e^{i\phi(t)}$). On peut également se contenter du module ρ du signal; nous avons choisi de décrire ici l'intermittence dans l'espace de Fourier à travers l'étude des densités de probabilités du module. Ce choix permettra de donner aux pdfs un sens physique plus clair que si nous nous étions intéressés aux parties réelles et imaginaires (dont le sens physique n'est pas immédiat)¹, mais également de faire le lien avec la partie suivante concernant l'intermittence temporelle du module du signal.

Dans ce qui suit, on note $\bar{\rho}$ la moyenne (temporelle) du module du signal et σ_ρ son écart type. Les densités de probabilité p_ρ présentées concernent le module réduit ρ/σ_ρ , et sont normalisées de telle sorte qu'elles soient d'aire unité :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_\rho \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right) d\frac{\rho}{\sigma_\rho} = 1$$

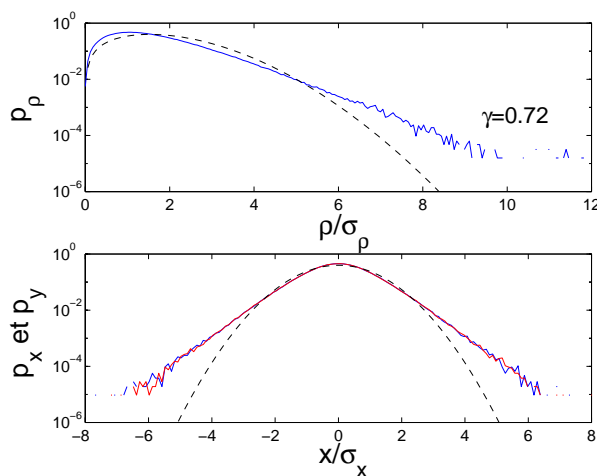


FIG. 4.1 – pdf du module de la vorticité (en haut) et des parties réelles et imaginaires (en bas). Calcul sur 200 classes, pour $q_s = 2310m^{-1}$, manip **QMONOI-60** fichier de 32s (1Mpts)

pdfs typiques La figure 4.1 montre un exemple caractéristique de la pdf du module de la vorticité (figure supérieure), en dessous figurent les pdfs de la partie réelle et imaginaires qui exhibent un caractère non gaussien, visible ici par un écart à la normalité (gaussienne tracée en tirets). La pdf du module montre une forme proche d'une exponentielle étirée, avec des

¹L'intermittence des pdfs de la partie réelle (ou imaginaire) peut être attribuée tantôt à celle du module ρ , tantôt à celle de la phase ϕ (donc de la vitesse), ce qui ne simplifie pas l'interprétation.

excursions du module atteignant 10 écarts-type correspondant à une densité de probabilité de l'ordre de 10^{-5} . On constate également que la valeur la plus probable de la distribution est très proche de l'écart type.

La pdf de Rayleigh La forme de la pdf du module de la vorticité peut se comprendre à partir de celle du complexe : supposons un signal $z = x + iy = \rho e^{i\phi}$ doté de parties réelles et imaginaires x et y de statistiques gaussiennes, *indépendantes* et de même variance (à moyenne nulle). Moyennant ces hypothèses, on peut montrer qu'alors le module ρ possède une pdf de type Rayleigh, dont l'unique paramètre α est relié à la variance de x et y par :

$$\alpha^2 = \bar{x}^2 = \bar{y}^2$$

avec pour pdf :

$$p_\rho(\rho) = \frac{\rho}{\alpha^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\alpha^2}} \quad \text{si } \rho > 0$$

La moyenne et l'écart type de ρ sont reliés au paramètre α de la distribution par

$$\bar{\rho} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \alpha \tag{4.1}$$

$$\sigma_\rho^2 = (2 - \pi/2) \alpha^2 \tag{4.2}$$

C'est cette densité de probabilité qui apparaît (normalisée et tracée en fonction de ρ/σ_ρ) en pointillés sur la figure 4.1 (en haut). On peut la comprendre comme la pdf du module dans le cas où partie réelle et imaginaire seraient gaussiennes et indépendantes, tout écart du module à cette prédiction de Rayleigh reflétant un écart à la normalité du complexe z . Dans un schéma de "spots vorticitaires" séparés par des périodes "d'accalmies" (cf. FIG. 2.33 p.128), le rapport

$$\gamma = \frac{\bar{\rho}^2}{\rho^2}$$

est une mesure de l'intermittence *d'amplitude*².

Dans le cas d'une distribution de Rayleigh, on trouve

$$\gamma = \frac{\pi}{4} \approx 0.78$$

Pour une mesure expérimentale, la valeur de γ est *une* mesure de l'écart à la prédiction de Rayleigh ($\gamma = 0.78$) de la pdf du module d'un signal complexe gaussien, en cela γ est une mesure de l'intermittence du mode de Fourier. Un écart à cette valeur reflète un écart à la gaussianité de la vorticité ; pour fixer les idées, on trouve $\gamma \approx 0.72$ dans l'exemple précédent.

Pour caractériser l'intermittence du signal, nous avons choisi d'étudier la variation de γ avec les différents paramètres ($q_s, \Lambda_0, R_\lambda$).

²On aurait pu également s'intéresser au rapport $\frac{\bar{\rho}^4}{\rho^2} - 2$ [10] mais qui présente l'inconvénient d'une moins bonne convergence statistique

4.1.2 Intermittence en fonction du nombre d'onde q_s sondé

L'évolution du facteur γ avec le nombre d'onde apparaît figure 4.2(a) pour la série **QPARA** (cf TAB. 2.2 p.98) et deux vitesses de la soufflerie. La figure (b) représente les pdfs obtenues à basse vitesse pour deux nombres d'onde "extrêmes".

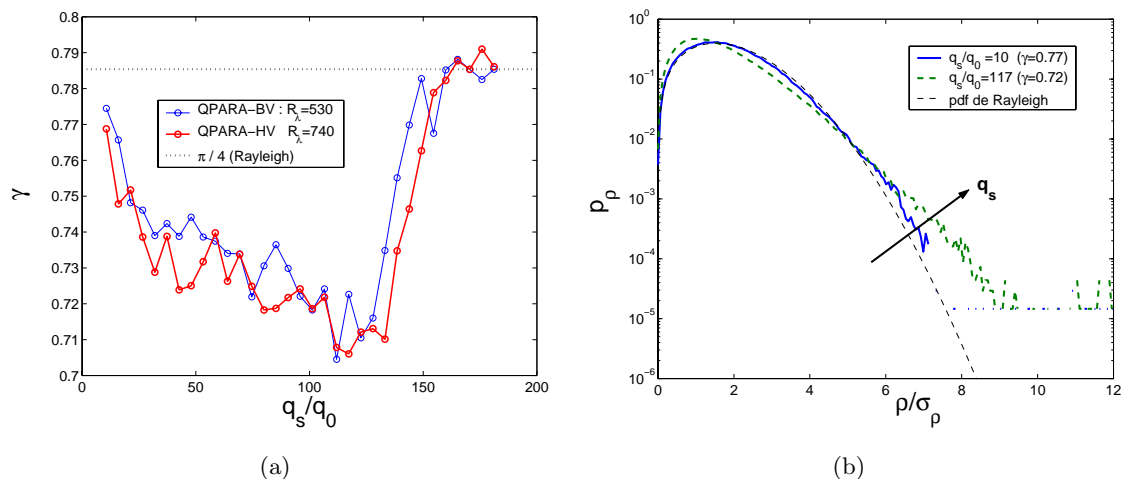


FIG. 4.2 – (a) Evolution de γ avec le mode de Fourier pour la série **QPARA** et deux vitesses de la soufflerie. (b) pdfs d'amplitude de vorticité à basse vitesse pour deux modes extrêmes de la figure (a).

Ces deux figures soulèvent plusieurs remarques :

- On constate une décroissance de γ avec le nombre d'onde, indiquant une intermittence accrue à mesure que le nombre d'onde augmente. La pdf passe progressivement d'une forme Rayleigh à grande échelle ($q_s/q_0 = 10$) à une exponentielle étirée à petite échelle ($q_s/q_0 = 117$), impliquant des événements de forte intensité plus probables. Il faut remarquer cependant que les modes examinés correspondent à des nombres d'onde situés principalement en zone dissipative (cf FIG. 2.3 p.94).
- On n'observe pas de différence notable entre les évolutions de γ obtenues pour les deux vitesses de la soufflerie - la décroissance est de forme identique dans les deux cas.
- La remontée de γ au delà de $q_s/q_0 \approx 130$ n'est pas la conséquence d'une diminution de l'intermittence à petite échelle mais provient de la dégradation du rapport signal sur bruit à haute fréquence.

Pour se convaincre de cette dernière hypothèse, nous avons ajouté de manière numérique un bruit supplémentaire au signal de diffusion et vérifié que le rapport signal sur bruit influence de manière prépondérante le facteur γ . La figure 4.3 illustre cette tendance naturelle de la pdf à devenir Rayleigh lorsque le niveau de bruit augmente. Ici, la variation de γ avec l'échelle allant dans le sens inverse de celui du rapport signal sur bruit (qui se détériore avec q_s), on peut en conclure que la diminution de γ avec q_s est effective et traduit correctement l'intermittence. Il est d'ailleurs probable qu'en l'absence de bruit, cette décroissance serait plus prononcée. C'est

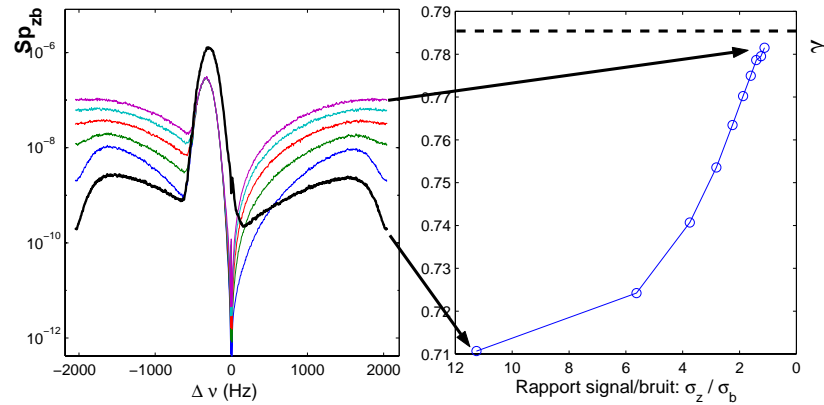


FIG. 4.3 – Influence du rapport signal à bruit sur le facteur γ . Plus le spectre est bruité, plus γ tend vers la valeur “non-intermittente” de Rayleigh : $\gamma = \pi/4$. Le rapport signal sur bruit est défini par l’écart type du signal de départ rapporté à l’écart type du bruit b complexe ajouté.

sans doute pour cette raison que la valeur *absolue* de γ est légèrement plus élevée (FIG. 4.2(a)) à basse vitesse où le rapport signal sur bruit est moins bon qu’à haute vitesse.

4.1.3 Effet du nombre de Reynolds

La série **UVARIE** a été utilisée pour caractériser l’effet du nombre de Reynolds dans une même configuration expérimentale (au LEGI). La figure 4.4 présente à droite l’évolution de γ obtenue pour des nombres de Reynolds variant de $R_\lambda = 218$ à 700. La figure de gauche correspond aux pdfs de ces deux nombres de Reynolds “extrêmes”. On constate une faible augmentation du rapport d’intermittence avec le nombre de Reynolds, avec une tendance asymptotique à la saturation pour $R_\lambda \rightarrow \infty$. La déformation des pdfs pour cette plage de Reynolds est faible, mais confirme néanmoins une tendance à la gaussianité à mesure que le nombre de Reynolds augmente³. Cette diminution de l’intermittence à nombre d’onde constant n’est pas paradoxale puisqu’en augmentant le Reynolds, on accroît également la “distance” $q\eta$ à la zone dissipative.

Les expériences du CERN ont également permis d’évaluer l’effet du nombre de Reynolds. La figure 4.5(a) compare les évolutions de γ obtenues au CERN à haut Reynolds avec celle déjà présentée (FIG. 4.2(a)) au LEGI pour la grande vitesse de la soufflerie. Il est difficile de tirer des conclusions définitives de ces évolutions, tant la dispersion des points est grande. Cela étant, on peut remarquer qu’en moyenne et à même nombre d’onde adimensionné q_s/q_0 , la valeur de γ est plus grande au CERN qu’au LEGI. En outre, la pente de la décroissance de γ avec q_s/q_0 semble être légèrement plus forte au CERN qu’au LEGI, si bien que les courbes se croisent. Cette remarque conduit à représenter ces mêmes courbes en fonction du produit $q_s\eta$ figure (b).

Cette représentation souligne le domaine d’étude essentiellement dissipatif des mesures menées

³Le rapport signal sur bruit est croissant avec R_λ . En conséquence, la croissance de γ avec R_λ est bien effective.

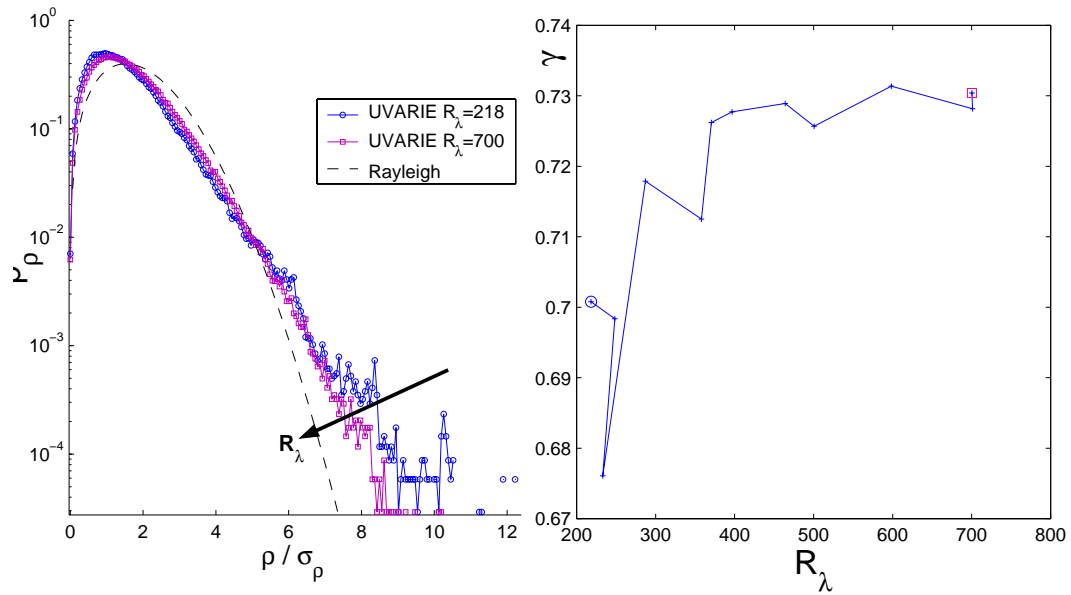


FIG. 4.4 – figure de droite : évolution du facteur d'intermittence avec le Reynolds (série **UVARIE** $q_s/q_0 = 28$). A gauche les deux pdfs pour le plus faible et le plus grand Reynolds.

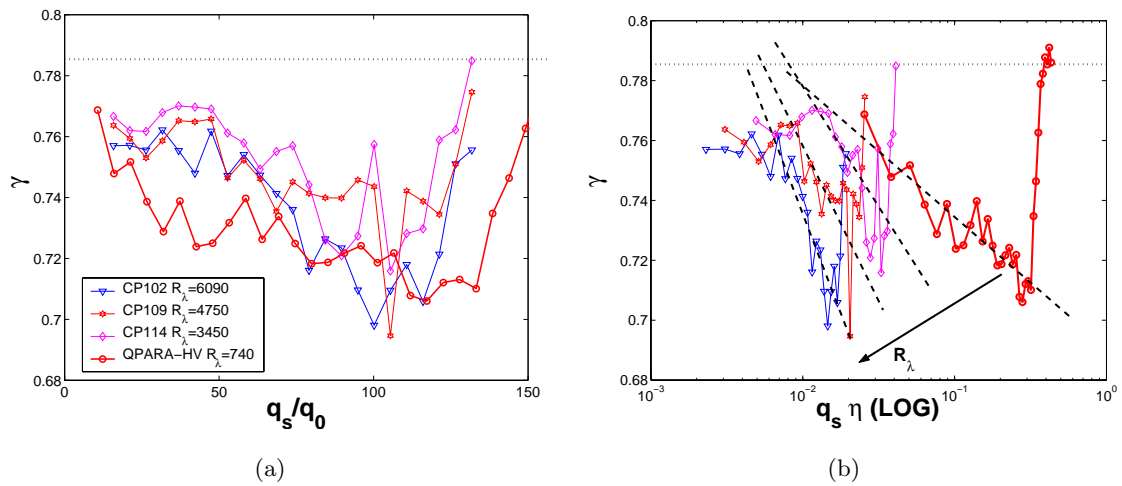


FIG. 4.5 – (a) Evolution de γ au CERN pour trois Reynolds différents. Pour comparaison, la courbe du LEGI a été ajoutée. (b) idem en fonction du produit $q_s \eta$

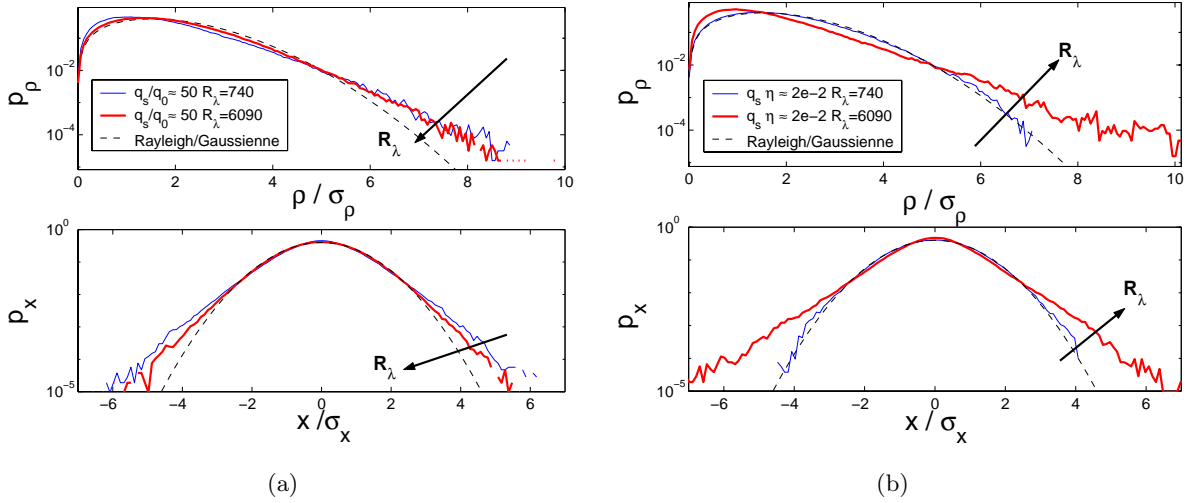


FIG. 4.6 – *Effet du Reynolds* : (a) pdfs correspondant à un même rapport à la grande échelle q_s/q_0 (b) pdfs correspondant à une même “distance” à la zone dissipative $q_s\eta$

au LEGI, alors que les mesures du CERN comprennent la fin de la zone inertielle et le début de la zone dissipative. Ces évolutions mettent en évidence une intermittence en réalité accrue à haut Reynolds dans le sens où le facteur γ diminue plus rapidement qu’à Reynolds modéré.

En d’autres termes, sur une même plage de nombres d’onde $q_s\eta$, la pdf de vorticit   va subir des d  formations plus importantes    grand Reynolds qu’   faible Reynolds. Ces observations sont r  sum  es figure 4.6 o   sont rassembl  es quelques pdfs du module et de la partie r  elle extraites des points de la figure 4.5. On constate tant  t une r  duction, tant  t un accroissement de l’intermittence avec le Reynolds, selon la “distance”    la zone dissipative.

4.1.4 Intermittence en fonction de l’  chelle int  grale Λ_0 du jet

L’exp  rience **CHANGE-L** consiste, rappelons-le,    augmenter l’  chelle int  grale Λ_0 du jet pour un nombre d’onde et une vitesse Doppler U_D constants (donc un Reynolds    la buse croissant). Si x/d est la distance    la buse, on a :

$$\Lambda_0 \sim x \quad Re \sim x \quad \text{et} \quad \eta \sim x^{1/4}$$

soit

$$q_s/q_0 \sim x \quad \text{et} \quad q_s\eta \sim x^{1/4}$$

En pratiquant cette exp  rience, on accro  t donc parall  lement le rapport entre le nombre d’onde et la grande   chelle d’une part, et le nombre d’onde et l’  chelle dissipative d’autre part (ainsi que le Reynolds, de mani  re in  vitable). La figure 4.7 pr  sente les r  sultats obtenus : on observe (figure de gauche) une augmentation de l’intermittence    mesure que x augmente, les pdfs   tant de moins en moins Rayleigh.    droite, ces m  mes pdfs conduisent    un facteur γ lin  airement

décroissant en fonction de x (ou de manière équivalente en fonction du nombre d'onde adimensionnel q_s/q_0). Pour comparaison, la figure 4.2 déjà présentée (à haute vitesse) a également été ajoutée. On observe un bon accord entre les deux comportements : la plus grande régularité de la décroissance observée en reculant les transducteurs est probablement due au rapport signal sur bruit parfaitement constant (tout comme la fréquence d'émission⁴).

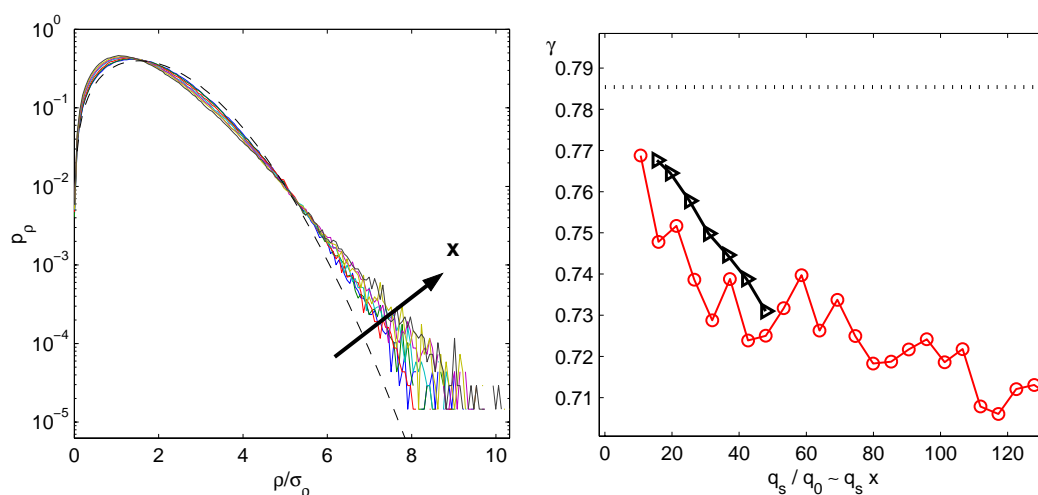


FIG. 4.7 – Evolution des pdfs du module avec la distance x à la buse (manip **CHANGE-L**). A droite, le facteur γ décroît linéairement, indiquant une augmentation de l'intermittence avec x .

4.1.5 Interprétation

À ce stade, la question essentielle qui se pose est de savoir quels sont les paramètres qui gèrent l'évolution du facteur γ , c'est-à-dire l'intermittence du mode considéré. Comme on l'a dit plus haut, le facteur déterminant est vraisemblablement lié à la "position" qu'occupe ce mode de Fourier dans la hiérarchie d'échelle présente dans la cascade. Cette position peut se représenter par le rapport du temps court τ_c (propre au mode q_s et dépendant du Reynolds) au temps long τ_l (proportionnel au temps intégral). Partant de cela, on peut supposer que le facteur γ suit une loi du type

$$\gamma \sim \frac{\tau_c}{\tau_l}$$

soit encore

$$\gamma \sim a_c(R_\lambda) \frac{q_0}{q_s}$$

⁴On peut montrer en effet que la forme de la décroissance de γ obtenue en changeant la fréquence est sensible au changement de la taille du volume de mesure d'intégration consécutif aux changements des conditions de champ proche/champ lointain. C'est pour cette raison que l'on remarquerait des formes similaires entre le CERN et le LEGI (FIG. 4.5) si l'on représentait ces mêmes courbes en fonction de la fréquence d'émission ν_0 .

Dans le futur, si une telle loi s'averait vérifiée, cela indiquerait que l'évolution de a_c avec le Reynolds peut s'interpréter comme une conséquence de l'intermittence. Le modèle de Poisson (présenté en Annexe B) serait d'ailleurs compatible avec ces évolutions.

4.2 Intermittence temporelle

L'objet de cette partie est l'étude de la distribution *temporelle* des événements de forte amplitude de vorticité. On cherche   déterminer en particulier quel est le temps d'attente moyen entre deux événements intenses, la durée de vie de ces événements mais aussi leur distribution statistique. Contrairement   la section précédente, l'intermittence dans l'espace de Fourier a été peu étudiée de ce point de vue, aussi bien expérimentalement ou théoriquement que numériquement. La démarche adoptée, bien que classique, est ici rendue originale par le fait que nous traitons d'un seul et unique mode de Fourier, contrairement   un ensemble de modes de Fourier lors de mesure dans l'espace réel. Malgré cela, nous verrons que la distribution temporelle des événements dans l'espace de Fourier présente des caractéristiques comparables   celles déjà obsev es dans l'espace direct. Soulignons d'autre part que cette analyse est physiquement réaliste, étant donné que les chapitres précédents ont montré que le signal pouvait être interprété   la manière d'un processus ponctuel.

Le critère du seuil Comme pour toute démarche tentant de marquer, et d'étudier ces événements intenses en vorticité, le choix d'un critère s'impose ; le critère que nous avons retenu consiste   seuiller le module du signal avec un seuil s (en unités d'écart-type)⁵. Le signal binaire b_ω^s est défini par :

- $b_\omega^s = 1$ lorsque $|\widetilde{\omega}_n| > s$.
- $b_\omega^s = 0$ pour tous les instants où $|\widetilde{\omega}_n| \leq s$

Ainsi défini, le signal binaire b_ω^s présente une succession de créneaux de longueur DV (pour "durée de vie") espacés de durées TA (pour "temps d'attente") plus ou moins longues. La figure 4.8 illustre le principe du seuillage sur un signal expérimental. Le choix du seuil est bien sûr déterminant dans la valeur des durées de vie et de temps d'attente moyens. Pour cet exemple ($s = 4$), on constate que la durée de vie moyenne $\langle DV \rangle = 0,5$ ms est de l'ordre du temps court de l'autocorrélation du module ($\tau_c = 1$ ms) et présente des fluctuations temporelles, tout comme le temps d'attente TA . Pour différents seuils, nous avons représenté FIG. 4.9 l'allure temporelle du signal binaire b_ω^s . Bien entendu le temps d'attente moyen croît avec le seuil : plus le seuil est élevé, plus les événements détectés sont intenses (en termes d'écarts-type) donc rares par construction⁶. Parallèlement, la durée de vie moyenne diminue mais beaucoup plus lentement que l'augmentation relative du temps d'attente. Donc globalement et   l'échelle du motif élémentaire moyen, le temps d'attente s'allonge par rapport   la durée de vie.

⁵Le critère du maximum local du module seuillé a également été utilisé et il conduit   des résultats similaires concernant le temps d'attente. Il a été écarté car il ne permet pas d'estimer la durée moyenne des événements.

⁶On remarquera d'ailleurs que pour un tel procédé de binarisation du signal, les événements rares sont *par construction* des événements intenses..

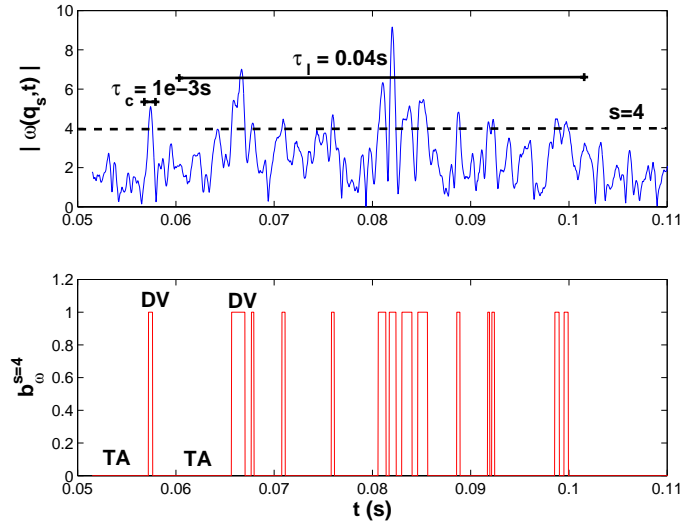


FIG. 4.8 – Principe du seuillage-binarisation opéré sur le module du signal (normalisé par son écart-type). Le signal binaire b_{ω}^s définit les variables aléatoires DV et TA de durée de vie et de temps d'attente, ici pour le seuil $s = 4$. Fichier extrait de la série **QMONOI-40** pour $q_s/q_0 = 70$

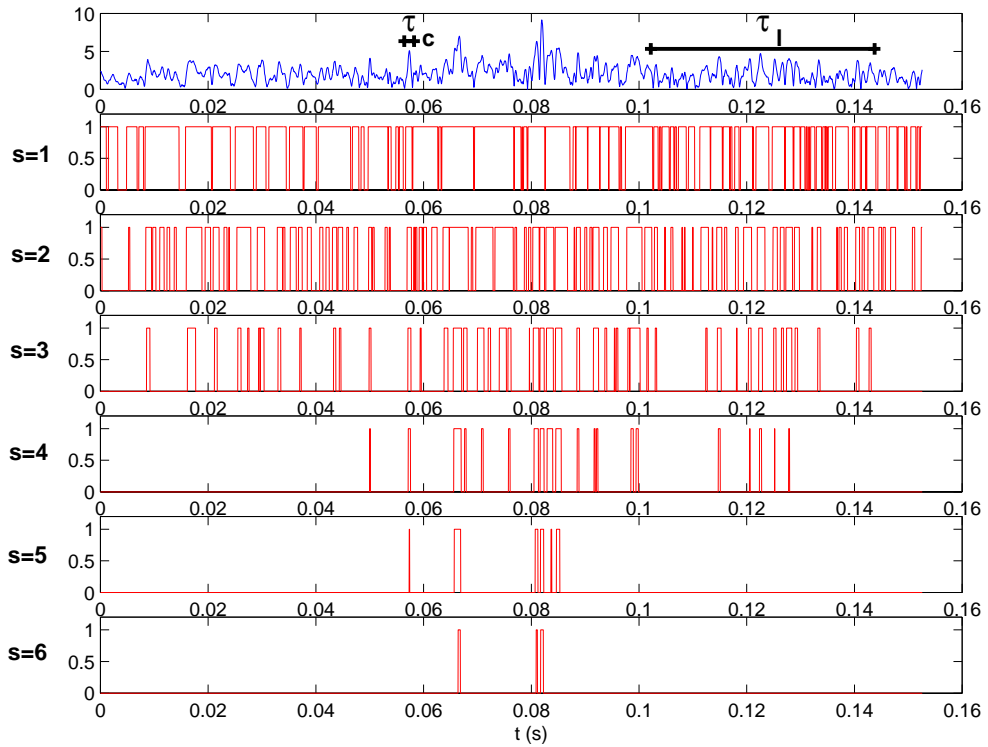


FIG. 4.9 – Evolution de la fonction binaire b_{ω}^s pour des seuils de détection croissants. Fichier identique à FIG. 4.8

Pour quantifier cette déformation, on peut s'intéresser au rapport Γ défini par :

$$\Gamma = \frac{\langle DV \rangle}{\langle TA \rangle}$$

Γ caractérise la fraction moyenne de temps occupée par les événements (FIG. 4.10).

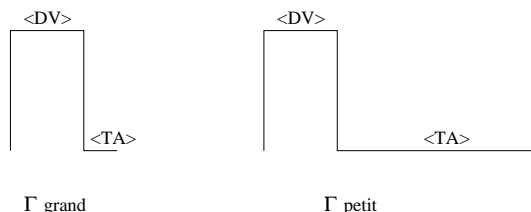


FIG. 4.10 – $\Gamma = \frac{\langle DV \rangle}{\langle TA \rangle}$ caractérise le taux de présence des événements vorticitaires.

Toujours pour le même fichier, Γ est représenté en fonction du seuil en coordonnées lin-log. On constate une décroissance exponentielle avec le seuil, indiquant un motif élémentaire de plus en plus lacunaire. La décroissance de Γ résulte essentiellement de l'augmentation exponentielle du temps d'attente moyen avec le seuil, la durée de vie variant beaucoup moins sur cette plage de seuils. On peut se demander si cette propriété (décroissance exponentielle de Γ) est caractéristique des signaux turbulents ou bien si elle est intrinsèque à la méthode de détection par seuillage⁷.

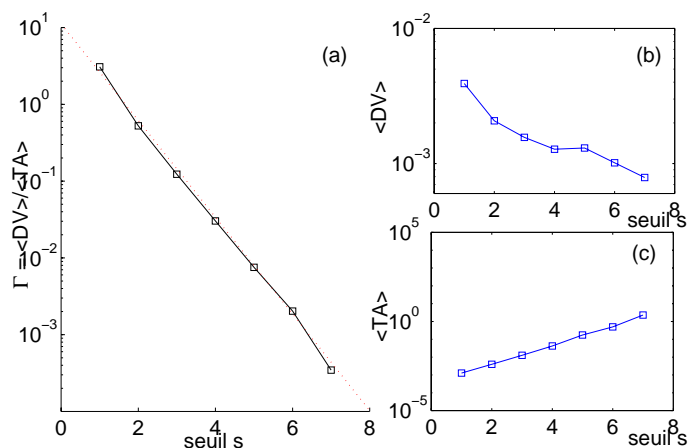


FIG. 4.11 – Evolutions (en lin-log) en fonction du seuil s de détection des événements (a) du rapport Γ (b) de la durée de vie moyenne des événements (c) du temps d'attente inter-événements. La décroissance de Γ est correctement ajustée par $\Gamma(s) = 11.2 \exp(-1.45 s)$ (en pointillés). Fichier identique à FIG. 4.8

⁷On peut remarquer qu'une décroissance en exponentielle étirée de Γ avec le seuil a été observée par Moisy [73] dans le cas du seuillage sur des fronts de température issus de mesures eulérienne (dans l'espace direct). Cette évolution l'avait conduit à conclure à un nombre de fronts constants par grande échelle.

Répartition temporelle des événements

Pour un seuil s donné, on peut s'intéresser à la répartition des temps d'attente (resp. durée de vie) autour du temps d'attente moyen (resp. durée de vie moyenne). Introduisons les densités de probabilité $p(TA)$ des temps d'attente et $p(DV)$ des durées de vie. Pour le seuil $s = 4$, ces pdfs sont représentées simultanément en coordonnées logarithmiques. Elles ont été calculées à partir de 26 fichiers de 1 Megapoint soit près de 15000 temps intégraux, ce qui assure une très bonne convergence statistique. Les temps d'attente et durées de vie moyennes sont représentés par les flèches en pointillés. La distribution des temps d'attente est assez large puisqu'elle s'étend sur près de 3 décades, contrairement à la pdf de durée de vie, beaucoup plus étroite. La pdf des temps d'attente présente une décroissance en loi de puissance pour les temps d'attente proches du temps moyen, suivie d'une décroissance dont nous verrons qu'elle est exponentielle pour les grands temps. À l'inverse, la pdf des durées de vie ne semble pas montrer de loi de puissance.

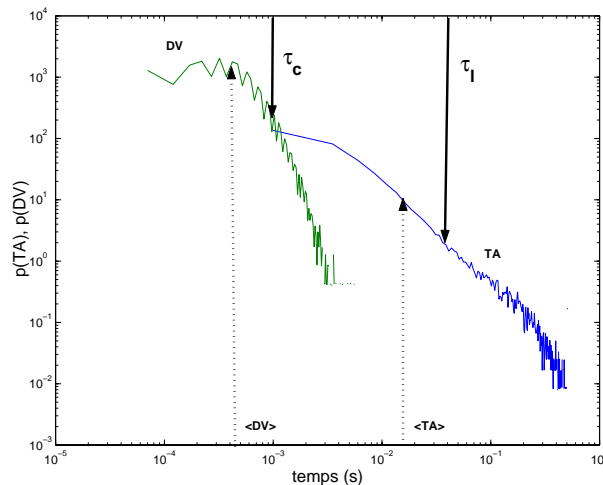


FIG. 4.12 – Distribution des durées de vie et des temps d'attente pour le seuil $s = 4$. Série de fichiers identiques au fichier FIG. 4.8 représentant ici près de 15000 temps intégraux. Pdfs calculées sur 200 classes.

Bien que procédant de mesures *a priori* fondamentalement différentes, on notera que ces pdfs sont qualitativement très proches de celles observées par Moisy [73] dans le cadre de l'étude de fronts de température, ou encore des pdfs de "paquets" et de "blancs" de scalaire passif (concentration) observées par Duplat [27] au cours de sa thèse sur le mélange turbulent. Une différence majeure est semble-t-il liée à l'influence du seuil : nous allons voir que dans notre cas, le seuil influe sur la forme mathématique de la pdf, en particulier sur la pdf de temps d'attente contrairement aux mesures du scalaire passif dans un cadre eulérien.

Evolution des pdfs avec le seuil La pdf des durées de vie normalisées par la durée de vie moyenne apparaît figure 4.13 pour 3 seuils de détection : $s = 2, 4$ et 6 . L'axe des ordonnées

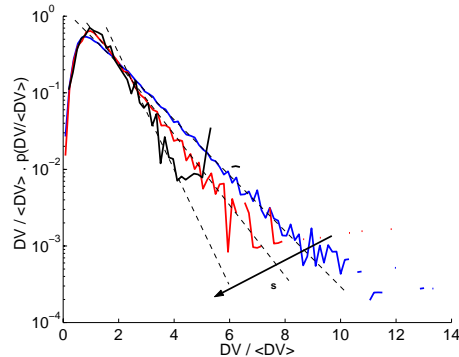


FIG. 4.13 – pdfs de durée de vie pour 3 seuils de détection ($s = 2, 4, 6$). Coordonnées semilog de la variable $xp(x)$ avec $x = DV / \langle DV \rangle$. Mêmes fichiers que FIG. 4.12

représente (en log) $\frac{DV}{\langle DV \rangle} p \frac{DV}{\langle DV \rangle}$. Cette représentation fait apparaître des queues exponentielles soulignant un comportement de la pdf des durée de vie selon :

$$p(DV) \sim \frac{1}{DV} e^{-DV f(s)}$$

plus adapté qu'un comportement exponentiel pur. Encore une fois, cette forme est également observée pour les pdfs de paquets de scalaire par Duplat ou les pdf de largeur de front de température par Moisy (hormis le facteur $f(s)$). On remarquera une dispersion plus faible des durées de vie détectées pour les événements les plus violents (pdf moins large à seuil croissant), à l'origine de la fonction d'ajustement $f(s)$.

Concernant les pdfs de temps d'attente, on constate figure 4.14 un comportement mixte des pdfs :

- Pour les seuils faibles (ex : $s = 2$) la pdf est majoritairement algébrique (figure (a)) avec une loi de puissance :

$$p(TA) \propto (TA)^{-\mu(s)}$$

dont l'exposant μ dépend visiblement du seuil s de manière décroissante. Les exposants

d'échelle mesurés sont indiqués dans le tableau :

s	2	4	6
μ	2,9	1,8	1,6

- Pour un seuillage plus important du signal ($s = 6$), la contribution algébrique est moins étendue et laisse place à des queues exponentielles de pdf (figure (b)). Ces queues traduisent un comportement Poissonien des dates d'arrivées des événements les plus rares :

$$p(TA) \propto \exp(-TA g(s))$$

Ce comportement mixte des temps d'attente entre événements (ou entre fronts) a également été observé par Moisy. Cependant, les temps d'attente entre front de température obéissent à

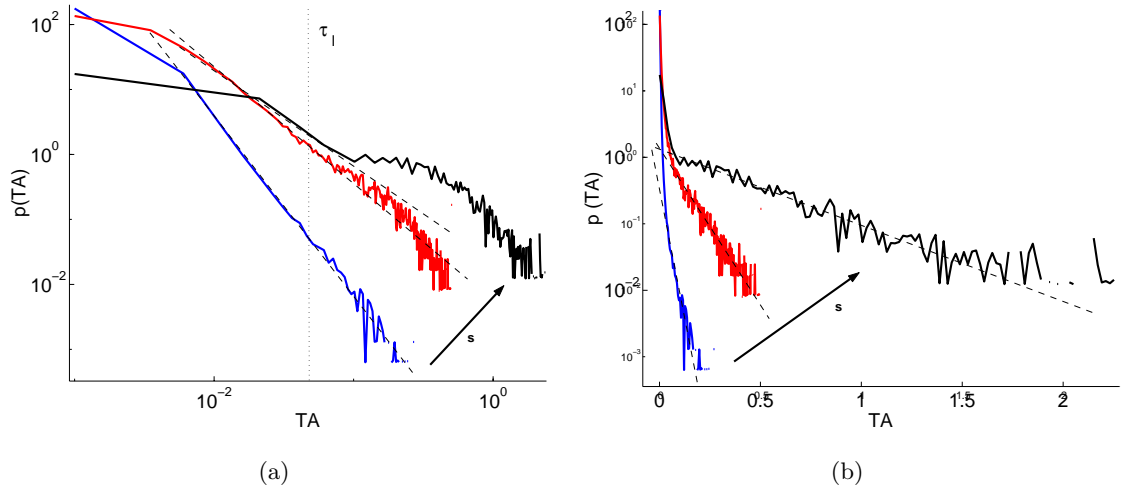


FIG. 4.14 – pdfs de temps d'attente pour les seuils $s = 2, 4, 6$. Fichiers identiques à FIG. 4.13. (a) Représentation logarithmique (b) Représentation semi-log.

une loi algébrique dont l'exposant d'échelle est beaucoup moins dépendant du seuillage. Dans notre cas, l'exposant μ de la loi d'échelle semble diminuer rapidement en fonction du seuil puis tendre vers une valeur limite μ_∞ comprise entre $3/2$ et $5/3$. Il est difficile de confirmer cette tendance asymptotique, car la statistique s'appauvrit avec le seuil et surtout parce que la contribution exponentielle domine pour les grands seuils. On peut dire toutefois que cette valeur limite est bien différente de l'exposant -1 caractéristique des fronts thermiques. En revanche, elle est cohérente avec la valeur très proche de $3/2$ tirée des pdfs de “blancs” de concentration [27]. Plus proches de nos mesures (mais bien que toujours dans l'espace direct) sont les travaux numériques de Sanada [88, 89] portant sur la répartition *spatiale* des événements de forte vorticité et de forte dissipation. Il obtient lui aussi des séparations entre événements intenses, distribuées algébriquement. La pente $-\mu$ n'est pas explicitement donnée mais elle semble également comprise entre $-3/2$ et $-5/3$.

Ce comportement algébrique dominant pour les faibles seuillages indique une répartition groupée des événements, sans échelle caractéristique, ce qui revient à dire que le processus est à mémoire, au moins pour les temps courts (plus petits que le temps intégral). Lorsque le seuil est faible, le temps d'attente moyen entre deux événements est plus petit que le temps intégral - les “objets” restent corrélés (donc possèdent une mémoire) pendant un temps de l'ordre du temps long τ_l . Pour un seuil élevé (ici $s = 5$) le temps d'attente moyen devient de l'ordre de l'échelle intégrale : les événements violents apparaissent au plus une fois par grande échelle et suivent donc des arrivées Poissonniennes signe de leur indépendance statistique.

Toutes ces observations sont tout à fait compatibles avec le modèle de Poisson suggéré en annexe B ainsi qu'avec les résultats de l'analyse temps-fréquence. En particulier, le comportement algébrique des temps d'attente traduit le fait que le temps d'attente fluctue autour du temps

d'attente moyen avec une dynamique qui reste cohérente (au sens où elle reste corrélée) pendant des périodes d'activité dont la durée ($\sim \tau_l$) est proche du temps intégral. Une autre manière de relier ce comportement algébrique des temps d'attente à ce que nous savons maintenant est de dire que la décroissance lente du module du signal (de temps caractéristique τ_l) résulte directement du comportement algébrique (donc à mémoire) des événements se produisant à l'intérieur d'une grande échelle.

Cette remarque est confirmée par le calcul de l'autocorrélation du signal *binnaire* b_ω^s du module seuillé. Pour ce même fichier et pour les trois seuils, la figure 4.15 représente les autocorrélations du signal brut (c'est-à-dire non seuillé) et des signaux binaires. Il est frappant de constater la similitude étroite entre le signal brut et le signal binaire, au moins pour les seuils $s = 2$ et $s = 4$. On peut voir que lorsque le seuil s augmente, la décroissance aux temps long s'effondre mais conserve approximativement le même temps caractéristique τ_l . Pour un seuil beaucoup plus grand, on voit que l'autocorrélation va tendre vers l'autocorrélation d'un signal Poissonien classique (δ -corrélé en temps⁸).

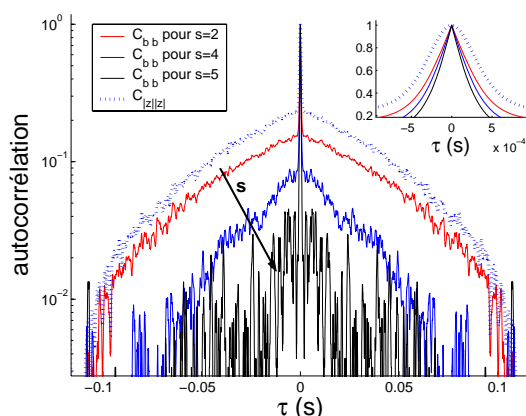


FIG. 4.15 – Autocorrélation du signal binaire b_ω^s pour les trois seuils $s = 2, 4, 5$. En pointillés, autocorrélation du signal initial brut ($C_{|z||z|}$).

En résumé, cette analyse montre que :

- Pour un temps d'attente moyen plus petit que le temps intégral (seuil faible), les événements suivent une répartition algébrique des temps d'attente d'exposant asymptotique compris entre $-3/2$ et $-5/3$, signe d'un groupement des événements à l'intérieur d'un temps intégral. Ce comportement se traduit par la décroissance aux temps longs de l'autocorrélation du module, dont nous avons vu qu'elle résulte essentiellement du forçage

⁸Nous verrons en annexe B que la décroissance aux temps courts de l'autocorrélation dépend majoritairement de la forme des “pulses” constitutifs du signal d'impulsion. C'est pour cette raison que l'autocorrélation du signal binaire est triangulaire aux temps courts (triangle = autocorrélation d'un signal carré), alors qu'elle est gaussienne pour le signal complet, formé d'une succession de “pulse” de forme relativement gaussienne.

grande échelle.

- Lorsque le temps d’attente moyen est plus grand que le temps intégral (seuil fort : événements intenses), les arrivées sont Poissoniennes - la décroissance aux temps longs de l’autocorrélation du module disparaît.

Nous rediscuterons brièvement de ce comportement mixte dans l’annexe B. Nous verrons que le modèle de Poisson proposé permet de décrire ce comportement des temps d’attente.

Ces résultats sont à rapprocher des travaux de Moisy ([73], annexe B) concernant le lien entre l’exposant μ de la loi algébrique des temps d’attente d’un signal de vitesse et l’exposant n du spectre du signal initial. Moisy a comparé la répartition des temps d’attente entre des signaux expérimentaux (de vitesse) et des signaux synthétiques de même spectre. Dans le cas d’un seuillage effectué sur le signal, il n’a pas observé de différence entre l’exposant du spectre et l’exposant de la loi algébrique des temps d’attente. En revanche, dans le cas d’un seuillage sur le gradient du signal, il observe une différence essentielle entre les signaux synthétiques et expérimentaux : à savoir un effet d’amasement des gradients élevés avec une répartition algébrique (d’exposant proche de 1 pour un spectre initial en $-5/3$), contrairement au signal synthétique dont les temps d’attente sont statistiquement indépendants. Il conclut en disant : “la répartition des gradients pour un signal turbulent est donc bien corrélé à petite échelle, contrairement à un signal aléatoire de même spectre”. Il poursuit en justifiant cette différence par l’existence d’une corrélation gradient-signal absente du signal synthétique. Cette corrélation gradient-signal est probablement à rapprocher de la corrélation vorticité-vitesse⁹ que nous avons constatée au chapitre précédent. Une telle corrélation gradient-signal en turbulence souligne le couplage entre grandes et petites échelles de la turbulence. Ce couplage, responsable dans nos mesures de la persistance d’une corrélation significative aux temps longs explique probablement pourquoi dans la plupart des travaux ayant trait au problème de sweeping [84, 102], les auteurs concluent à une hypothèse de sweeping imparfaite dans le sens où les spectres d’ordre supérieur restent en $-5/3$ (en accord avec l’hypothèse de sweeping) mais notent une forte corrélation entre les incréments et la grande échelle (contraire à l’hypothèse de “sweeping decorrelation”).

Evolution du temps d’attente avec le nombre d’onde

Pour cette étude des temps d’attente et de la durée de vie avec le nombre d’onde, nous nous sommes limités à l’étude du premier moment des densités de probabilité respectives, à savoir $\langle TA \rangle$ et $\langle DV \rangle$. En réalité, cette approche est insuffisante car elle ne rend pas compte de la déformation au travers des échelles de la pdf des temps d’attente (ou de celle plus faible de la pdf de durée de vie). On observe en pratique une légère dispersion des pdfs de temps d’attente (renormalisées par le temps d’attente moyen) avec le nombre d’onde.

⁹qui se traduit par une corrélation entre le signal de phase et le module, donc par la dépendance entre la partie réelle et la partie imaginaire du signal.

Pour présenter l'évolution du temps d'attente moyen $\langle TA \rangle$ et de la durée de vie moyenne $\langle DV \rangle$ avec le mode de Fourier, nous avons choisi le seuil $s = 4$ (en unités d'écart-type) qui présente un bon compromis entre la convergence accessible pour ce seuil et la forte intensité des événements sélectionnés. La figure 4.16 représente à gauche l'évolution de la durée de vie moyenne des événements de vorticité au seuil $s = 4$ en fonction du nombre d'onde adimensionné. Le temps d'attente moyen est représenté figure de droite pour les mêmes paramètres. Concernant

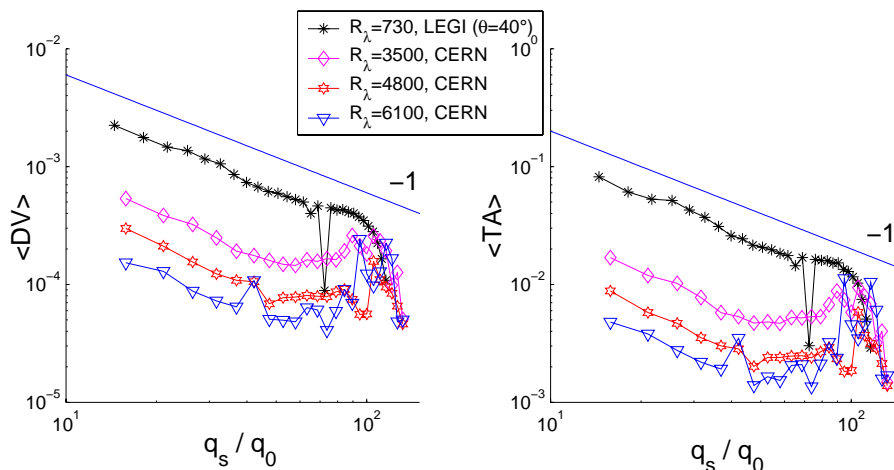


FIG. 4.16 – Evolution de la durée de vie moyenne $\langle DV \rangle$ (  gauche) et du temps d'attente moyen $\langle TA \rangle$ (  droite) entre deux événements de vorticité intenses (seuil $s = 4$). Expériences **QMONOI-40** et **CP102**, **CP109** et **CP112**.

la durée de vie moyenne $\langle DV \rangle$, il n'est pas surprenant qu'elle décroisse en fonction du nombre d'onde avec une pente proche de -1 , d'une manière comparable au temps court de l'autocorrélation (cf  volution¹⁰ FIG. 2.21 p.112). En effet, vue la forme du signal de diffusion (succession de pulses d'amplitudes et de formes aléatoires) on comprend assez bien que le temps moyen de décorrélation τ_c , qui représente en quelque sorte la "durée de vie" moyenne d'une composante de vorticité au nombre d'onde q_s , suive une évolution semblable   celle de la durée de vie moyenne $\langle DV \rangle$ définie   partir du signal seuillé. En revanche, l'évolution du temps d'attente moyen $\langle TA \rangle$ avec le nombre d'onde est de prime abord plus surprenante : compte-tenu de l'effet de l'intermittence, dont on sait qu'elle se traduit par des événements de plus en plus rares et intenses au fur et   mesure que l'on descend dans les échelles, on pourrait naivement s'attendre   ce que le temps d'attente moyen entre deux événements intenses croisse avec le nombre d'onde. En réalité, l'intermittence se manifeste par un accroissement du temps d'attente moyen   l'échelle du motif élémentaire. En d'autres termes, la durée de vie et le temps d'attente moyens diminuent simultanément avec le nombre d'onde mais pas d'une manière

¹⁰Bien sûr les valeurs *absolues* des temps diff rent puisque $\langle DV \rangle$ dépend (faiblement) du choix du seuil s .

identique, qui traduit une “déformation ” du motif élémentaire au travers des échelles. Comme nous l’avons dit plus haut, une manière de caractériser cette déformation est donnée par le facteur $\Gamma = \langle DV \rangle / \langle TA \rangle$. La figure 4.17 représente l’évolution de Γ pour ces mêmes fichiers.

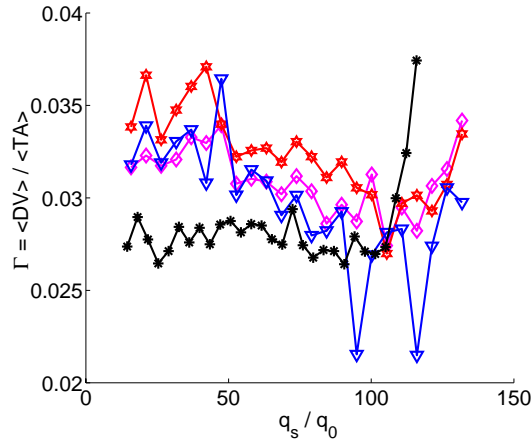


FIG. 4.17 – Evolution du facteur d’intermittence $\Gamma = \langle DV \rangle / \langle TA \rangle$ en fonction du nombre d’onde. Même légende que FIG. 4.16

Malgré les faibles variations observées, on note tout de même une légère décroissance dans le cas du CERN, plus marquée qu’au LEGI : globalement, le temps d’attente décroît moins vite que la durée de vie, à l’image de la figure 4.18. Le facteur Γ caractérise donc l’intermittence, c’est-à-dire le fait que les lois d’échelle de la durée de vie moyenne et du temps d’attente moyen ne sont pas strictement identiques, le temps d’attente décroissant plus vite¹¹ que q_s^{-1} .

Mise en évidence de la cascade ? Puisque durée de vie moyenne et temps d’attente moyen ont des “scalings” légèrement différents (proches d’une décroissance en q_s^{-1}), il s’ensuit que le nombre d’événements franchissant le seuil (par échelle intégrale) croît avec le nombre d’onde. Autrement dit, si l’on assigne à chaque occurrence d’un événement de forte vorticitée la pr esence d’un “objet” vorticitaire, le nombre d’objets par  echelle int egrale cro ıt avec le nombre d’onde. L’ evolution du nombre d’objets par  echelle int egrale (temporelle) en fonction du nombre d’onde est repr esent ee figure 4.19. Dans les deux cas (LEGI ou CERN), on peut interpr eter l’augmentation lin eaire de ce nombre d’objets avec le mode comme une image de cascade turbulente :

Partant de la grande  echelle ($q_s \sim q_0$), chaque mode de Fourier “p ere” va donner naissance  a des modes de Fourier “fils” qui eux m emes donneront naissance  a des fils et ainsi de suite.

Ce processus s’effectue avec une rapidit e qui d epend du Reynolds : on voit bien que le nombre d’objets “fabriquées” pour une m eme  etape de la cascade (m eme q_s/q_0) est bien plus grand au

¹¹Si l’on suppose que l’on a bien $\langle DV \rangle \sim \tau_c \sim q_s^{-1}$

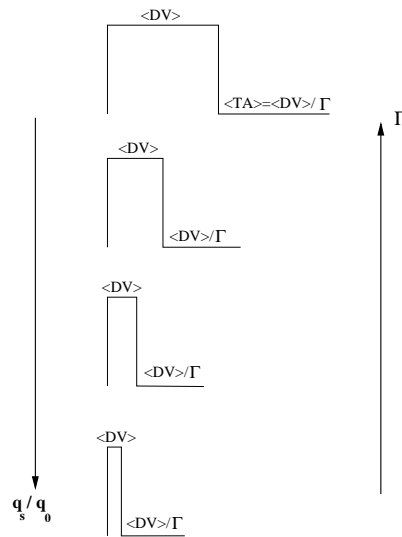


FIG. 4.18 – Effet de l'intermittence (caractérisée par le facteur d'intermittence Γ) : déformation à haut Reynolds du motif élémentaire moyen à travers les échelles . $\langle DV \rangle$ et $\langle TA \rangle$ décroissent simultanément mais avec des lois d'échelles différentes : à l'échelle du motif moyen, le temps d'attente entre deux événements s'allonge.

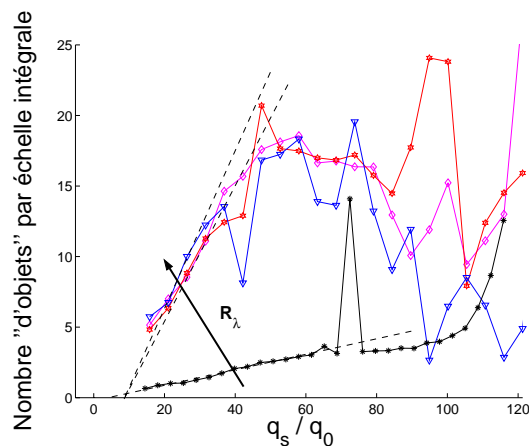


FIG. 4.19 – Nombre d'occurrence du franchissement du seuil $s = 4$ par échelle intégrale en fonction du mode de Fourier adimensionné. Les pentes différentes indiquent une vitesse de cascade plus grande au CERN qu'au LEGI. Même légende que FIG. 4.16

CERN qu'au LEGI. La “vitesse de cascade”, donnée par la pente de cette évolution augmente avec le Reynolds. Le rapport des pentes moyennes entre le LEGI et le CERN est de l'ordre de dix, tout comme le temps de décorrélation est environ dix fois plus court au CERN qu'au LEGI. Comme nous l'avons vu, il ne s'agit pourtant pas du *même* temps. Il semble donc que le processus de seuillage (pour ce seuil en tous cas) soit dominé dans le cas du CERN par le temps très court (et non τ_c). Ce point précis restera à confirmer par une étude plus complète en fonction du seuil.

Conclusion générale

La diffusion acoustique permet des mesures de vorticité spectrale dans un écoulement. Au final, on dispose après démodulation d'un signal numérique *complexe* fonction du temps et proportionnel   la transformée de Fourier spatiale instantanée de la vorticité dans le volume de mesure :

$$z(t) \propto \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(q_s, t)$$

Le module du signal décrit l'évolution *temporelle* de l'amplitude d'un mode de Fourier de la vorticité, alors que la phase contient essentiellement l'information de phase Doppler associée   l'advection de la vorticité au nombre d'onde q_s . Les mesures ont concerné des jets ronds turbulents portant sur des nombres de Reynolds R_λ compris entre 200 et 6000 environ. Les faibles nombres de Reynolds correspondent aux mesures du LEGI, alors que les grands nombres de Reynolds ont été atteints au CERN en tirant parti de la très faible viscosité de l'Hélium gazeux   4 Kelvins.

L'étude du module du signal de diffusion a révélé que l'amplitude d'une composante de Fourier de la vorticité possède deux (voire trois) temps caractéristiques distincts. En l'occurrence, la fonction de corrélation présente une décorrélation rapide typiquement de forme gaussienne, caractérisée par un temps court τ_c . Elle est suivie d'une décorrélation lente de type exponentielle (en première approche), de temps caractéristique long τ_l . Typiquement, ces deux temps sont séparés de près d'un ordre de grandeur.

Précisément, on observe que le temps court τ_c est proportionnel au temps de "sweeping" $\tau_s = (q_s u')^{-1}$. Le temps de sweeping est le temps mis par les petites structures au nombre d'onde q_s pour être advectées par les grosses structures porteuses d'énergie, de vitesse typique u' . Nos mesures confirment l'importance du sweeping   l'origine de nombreuses controverses en turbulence [77, 14, 103]. La constante de proportionnalité a_c définie par :

$$\tau_c = a_c (q_s u')^{-1} = a_c \tau_s$$

est une fonction décroissante du Reynolds R_λ . Autrement dit, le temps de décorrélation d'un mode de Fourier est plus court   grand Reynolds . Il ressort que l'importance (ou l'efficacité) du sweeping varie avec le Reynolds. A cela il faut ajouter qu'  très grand nombre de Reynolds

(au CERN), nous avons vu qu’il existait un troisième temps caractéristique encore plus court et qui semble présenter un “scaling” également proportionnel au temps de sweeping τ_s . L’origine et la signification physique de ce troisième temps restent un mystère à ce jour.

Quant au temps long τ_l , on observe qu’il est indépendant du nombre d’onde sélectionné puisqu’il est directement proportionnel au temps intégral “classique” :

$$\tau_l \propto \frac{\Lambda_0}{u'} \propto (q_0 u')^{-1}$$

Les mesures interférométriques ainsi que l’analyse de l’origine des corrélations entre le signal de diffusion et un signal d’anémométrie à fil chaud tendent à montrer que le temps long τ_l trouve son origine dans les fluctuations temporelles du champ d’advection grande échelle commun à tous les modes étudiés. En d’autres termes, les fluctuations temporelles d’un signal de vitesse eulérien en un point se répercutent par l’existence de corrélations à temps longs entre les événements de vorticité, quelque soit leur échelle (dans la plage des nombres d’onde étudiés). La persistance de cette cor relation   temps long est probablement reliée   l’existence de longues cor relations également observées sur les récentes mesures de vitesse lagrangiennes par N. Mordant [74]   l’E.N.S. Lyon et P. Gervais au laboratoire.

L’analyse temps-fréquence du signal complexe couplée aux mesures interférométriques ont confirmé cette interprétation : quelque soit la séparation spectrale $q'_s - q_s$, on observe que les événements de vorticité surviennent de manière group e par paquets de durée typique τ_l indépendante du nombre d’onde. Ces “bouffées” sont *synchrones*   l’échelle du temps long. A l’intérieur de ces paquets, les événements de vorticité apparaissent localisés dans le plan temps-fréquence, avec une vitesse propre et une durée moyenne τ_c (fonction du nombre d’onde analysé). Les dates précises de ces événements sont aléatoires dans les paquets et par conséquent ne présentent pas de co incidence particulière entre les deux nombres d’onde. Autrement dit, il ne semble pas exister de retard constant entre les événements survenant au nombre d’onde q_s et ceux survenant au nombre d’onde q'_s comme on aurait pu éventuellement s’y attendre pour un processus de cascade dans les échelles. A ce stade, on n’est donc pas en mesure de connaître le *sens* de la cascade. En revanche, l’*existence* de la cascade peut se traduire par le fait que le nombre d’événements par échelle intégrale croît lorsque l’échelle d’analyse diminue.

L’allure du signal, avec notamment deux temps caractéristiques bien séparés, ou encore l’étude des temps d’attente entre événements vorticitaires intenses, de même que l’analyse temps-fréquence du signal ont montré que bien que continu, le signal présente des caractéristiques qui ne sont pas sans évoquer celles d’un processus discret. Ce caractère discret nous a amené   proposer (cf. Annexe B) un modèle de processus ponctuel (le processus de Poisson doublement stochastique) qui permet de bien décrire le signal. Une approche discrète du signal de vorticité soulève de nombreuses interrogations. La première question est liée   la mesure elle-même : doit-on attribuer le caractère presque “quantique” du signal   la présence d’objets vorticitaires

individualisés ? Si tel est le cas, quelle est alors la signification physique du temps court τ_c et du temps long τ_l ? Si l'on peut penser que le temps long renseigne sur la longueur de ces objets vorticitaires, l'origine physique du temps court est moins claire. S'il traduit bien un effet de sweeping, comment expliquer le fait que le temps court varie avec le Reynolds ? Est-ce un effet d'intermittence ? Est-ce relié à la forme spatiale des structures. De la même manière, la présence du troisième temps caractéristique à très grand Reynolds est-elle indicatrice d'une forme plus riche des structures à haut Reynolds ?

Manifestement, nos expériences indiquent un rôle majeur joué par le couplage entre la grande échelle (mode q_0) et tout nombre d'onde supérieur, couplage dont la corrélation persistante aux temps long est l'image. Ainsi, deux modes de Fourier de la turbulence présentent un taux de corrélation en amplitude significatif, directement relié à ce couplage grande échelle.

Corrélativement, il semble que l'intermittence s'accroît parallèlement à l'augmentation de ce couplage. Précisément, plus le Reynolds est élevé et le nombre d'onde grand, plus ce couplage est prononcé et l'intermittence accrue. Ce couplage, qu'il conviendrait de relier aux fluctuations du taux de transfert $\varepsilon(q_s, t)$, n'a pas une origine claire. Un tel couplage souligne le rôle majeur des interactions non-locales en turbulence mais ne dit rien sur les structures qui en seraient responsables (si elles existent à grand Reynolds).

De même, l'interférométrie a montré que le temps court renseigne sur les interactions locales. Mais il reste à déterminer le processus physique à l'origine de cette rapide décorrélation entre modes de Fourier spectralement proches. On peut se demander si l'absence de loi d'échelles du temps court en $q_s^{-2/3}$ est due aux grands nombres d'onde étudiés (proches de la zone dissipative au LEGI) ou bien si elle indique que la dynamique vorticienne est dominée par un autre effet que l'effet local de "retournement" du tourbillon. Cette dernière hypothèse serait en accord avec l'image de Tennekes [96] selon lequel le spectre eulérien de vitesse en $-5/3$ est dominé par un effet *cinématique* d'élargissement spectral (effet Doppler) induit par l'advection aléatoire des petites échelles par les grandes (turbulence gelée), plutôt que par le principe de similarité de Kolmogorov.

On le voit, nos observations soulèvent certainement plus d'interrogations qu'elles n'apportent de réponses. A l'avenir, pour préciser cela de nouvelles investigations dans différents types d'écoulement (2D, turbulence de grille, turbulence en décroissance) sont nécessaires. On peut également penser à des expériences couplant le point de vue eulérien et lagrangien. Elles permettraient peut-être d'éclaircir l'origine physique de la décorrélation aux temps longs observée dans les deux types expériences. Pour finir, n'oublions pas les simulations numériques qui ont certainement un grand rôle à jouer dans ce débat. Comme nous l'avons vu en annexe A et si l'on exclut la présence du troisième temps très court du CERN, les DNS présentent au fond des caractéristiques tout à fait comparables à celles obtenues dans nos expériences, à des Reynolds beaucoup plus grands. On sait par ailleurs que les simulations numériques révèlent la présence de

structures cohérentes dans l'espace physique. Il serait alors intéressant d'adopter un point de vue spectral pour étudier ces structures dans l'espace réciproque, parallèlement à l'étude statistique de la vorticité spectrale, de manière à tenter de relier les deux aspects (statistique/structures cohérentes).

Annexe A

DNS pseudo-spectrales : application au champ de vorticité

L'objet de cette annexe est de présenter les résultats obtenus   partir de Simulations Numériques Directes (en anglais Direct Numerical Simulations : DNS) des équations de Navier-Stokes d'un champ turbulent 3D.

Ici, l'avantage des DNS est de garantir des résultats indépendants de tout phénomène acoustique. Il faut souligner également tout l'intérêt d'une étude spectrale numérique quand on sait que la majeure partie du temps de calcul des DNS est effectuée dans l'espace de Fourier. Nous allons voir que les signaux numériques de vorticité spectrale présentent des comportements très proches de ceux que nous avons caractérisés expérimentalement grâce   la diffusion acoustique. Il semble cependant que le nombre de Reynolds modéré ($R_\lambda \approx 80$) limite l'effet d'intermittence.

A.1 Présentation

Le code pseudo-spectral utilisé a été développé et mis en œuvre par E. Lévêque, C. Koudella et C. Baudet. Sans prétendre   aucune exhaustivité, nous allons brièvement décrire le principe de base de cette méthode. Pour des détails sur les DNS en général ainsi que sur la méthode numérique adoptée, le lecteur peut se reporter par exemple   la thèse de C. Brun [10] ou   [65].

Principe de base Ce type de DNS est basé sur une formulation spectrale de l'équation de Navier-Stokes. L'écoulement est calculé pour une boîte de forme cubique de taille $L = 2\pi$ munie de conditions aux limites périodiques. Le nombre de points de discrétisation sur chacun des axes est $N=256$ (soit 256^3 points de maillage). Cette taille de boîte fixe le nombre de Reynolds accessible (moyennant la contrainte de résolution $q\eta$) ; ici R_λ est estimé   80. Les conditions aux limites périodiques permettent une décomposition en séries de Fourier des champs vectoriels

dans la boîte. Pour la vitesse, on a par exemple :

$$\vec{u}_N(\vec{x}, t) = \sum_{-N/2+1 \leq q_1, q_2, q_3 \leq N/2} \tilde{u}_N(\vec{q}, t) e^{i\vec{q}\vec{x}}$$

Une DNS consiste donc à exprimer l'équation de Navier Stokes en tous points de cette boîte et dans l'espace de Fourier. A chaque pas de temps, et moyennant un forçage (spectral) aux bas nombres d'onde permettant d'atteindre un comportement stationnaire, on calcule les champs à partir des solutions de l'itération précédente. La condition d'incompressibilité dans l'espace de Fourier ($\vec{q} \cdot \tilde{u}(\vec{q}, t) = 0 \Rightarrow \tilde{u} \perp \vec{q}$) permet d'éliminer le terme de pression [57] en projetant l'équation de Navier Stokes sur le plan perpendiculaire à \vec{q} . On aboutit alors (pour la i^{eme} composante) à :

$$(\partial_t + \nu q^2) \tilde{u}_i(\vec{q}, t) = -iq_m \Pi_{ij}(\vec{q}) \int_{\vec{p}+\vec{k}=\vec{q}} \tilde{u}_j(\vec{p}, t) \tilde{u}_m(\vec{k}, t) d\vec{p}$$

où

$$\Pi_{ij}(\vec{q}) = \delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{q^2}$$

$\Pi(\vec{q})$ est le projecteur sur le plan perpendiculaire à \vec{q} . On reconnaît pour le membre de droite le terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes traduisant les interactions triadiques entre modes de Fourier. Dans l'espace de Fourier, le calcul de ce terme (convolution) nécessite un coût en calcul élevé ($o(N^6)$ opérations). Le principe des méthodes pseudo-spectrales consiste à passer dans l'espace direct pour effectuer ce calcul, en utilisant une formulation qui fait intervenir le champ de vorticité. Finalement, on peut montrer [79] que le calcul effectif s'effectue suivant la formulation pseudo-spectrale :

$$(\partial_t + \nu q^2) \tilde{u}_N(\vec{q}, t) = -\Pi(\vec{q}) \circ FFT \left(FFT^{-1}(\tilde{\omega}_N) \times FFT^{-1}(\tilde{u}_N) \right)$$

où FFT désigne l'algorithme de transformée de Fourier rapide. Cette formulation requiert alors $o(N^2 \log N)$ opérations [10] dans le cas 3D.

In fine, on dispose donc (entres autres) des trois composantes du champ complexe $\tilde{\omega}_N(\vec{q}, t)$ en tous points de la boîte de calcul. Pour des problèmes de repliement (aliasing), il est nécessaire de tronquer les séries de Fourier au minimum   $N/3$. Pour cette raison, on dispose finalement de 73 modes de Fourier décrivant le champ de vorticité spectral.

Les paramètres de la simulation utilisée apparaissent dans le tableau A.1.

Résolution	R_λ	L	l_0	v_{rms}	q	$q_0 = 2\pi/l_0$	$T_{int} = l_0/v_{rms}$	durée
256^3	80	2π	0,58	0,128	1-73	10,7	4,57	$26.T_{int}$

TAB. A.1 – Caractéristique des DNS utilisées

On remarquera que la simulation numérique permet, contrairement aux expériences, d'accéder   des modes de Fourier tels que $q \leq q_0$. En revanche, la statistique est très pauvre puisque

seuls 26 temps grande échelle T_{int} sont simulés (contre plusieurs centaines expérimentalement). Ajoutons que compte-tenu du faible nombre de Reynolds, la zone inertielle est très peu étendue. Les nombres d'onde simulés seront donc majoritairement situés en zone dissipative ou pré-dissipative de la cascade.

A partir du vecteur $\tilde{\omega}_N(\vec{q}, t)$, on peut étudier en particulier le comportement d'une composante de ce vecteur, selon un vecteur d'onde spécifique. Le choix de la composante vectorielle de vorticit   ainsi que de la direction du vecteur d'onde ne changent pas les r  sultats   tant donn   l'isotropie    la base de la d  composition - nous nous en sommes assur  . Finalement, on dispose d'un signal complexe $z = \tilde{\omega}_x(q_y, t)$ analogue aux exp  riences de diffusion acoustique.

A.2 R  sultats

A.2.1 Temps de d  corr  lation

En premier lieu, nous avons souhait     tudier l'amplitude de la vorticit  . L'autocorr  lation du module de la vorticit   appara  t FIG. A.1.

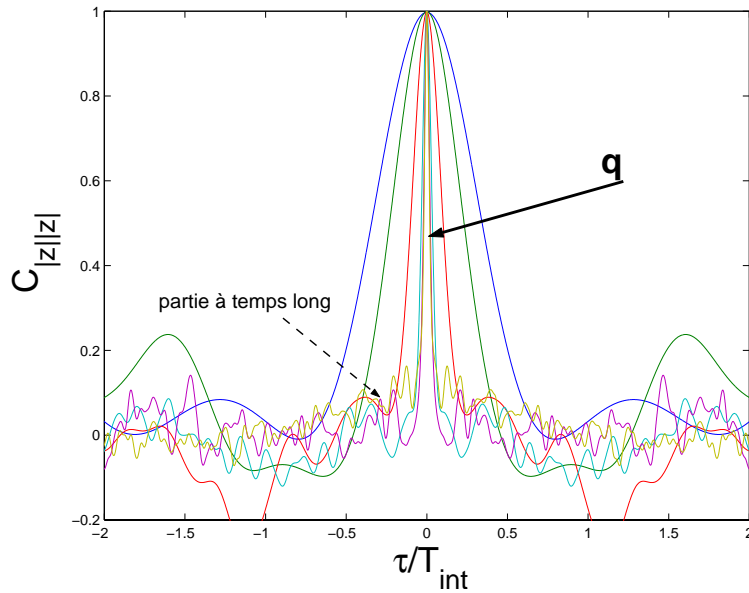
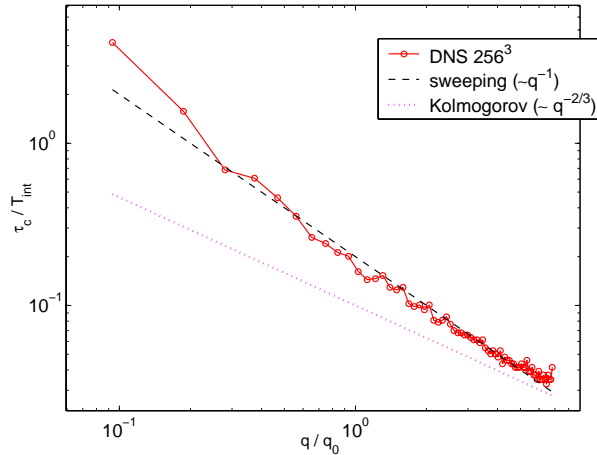


FIG. A.1 – Autocorr  lations de l'amplitude de la vorticit   pour des nombres d'onde croissants : $q/q_0 = 0.28; 0.47; 0.93; 2.8; 5.6$ et 6.5

On observe une diminution continue du temps de d  corr  lation avec le mode de Fourier, analogue    la figure 2.15 p. 106. Il faut souligner que cette diminution affecte   galement les   chelles plus grandes que l'  chelle int  grale auxquelles nous n'avons pas acc  s exp  rimentalement. La figure A.2 repr  sente l'  volution du temps court rapport   au temps int  gral en fonction du nombre d'onde adimensionn   par la grande   chelle q/q_0 .


 FIG. A.2 – Evolution du temps court τ_c avec le nombre d'onde.

La dépendance

$$\tau_c \sim q^{-1}$$

est sans équivoque sur une grande plage de nombres d'onde. Pour les plus petits nombres d'onde, on constate une décroissance de pente plus forte. Il est difficile de dire si cet écart a une origine physique ou bien si elle découle du peu de réalisations d'événements vorticitaires pour ces modes (convergence statistique imparfaite). Pour les plus grands nombres d'onde (zone dissipative), il semble au contraire que la pente diminue. Il est possible que l'effet de la viscosité intervienne en ralentissant le processus de décorrélation des modes de Fourier ; cela reste à vérifier. Ceci dit, cette évolution confirme l'importance du temps de sweeping observée dans nos expériences de diffusion acoustique. Cet écoulement étant par définition sans vitesse moyenne ($\langle U \rangle = 0$), la vitesse caractéristique du sweeping est bien la vitesse grande échelle u' , seule vitesse caractéristique pertinente.

Revenons un instant à la figure A.1. Pour les plus grands modes représentés, on devine un piédestal croissant qui évoque la décorrélation aux temps longs observée expérimentalement. Cette décroissance lente de la corrélation n'est perceptible que pour les plus grands nombres d'onde. La figure A.3 représente pour les trois plus grands modes simulés l'allure des auto-corrélations.

On distingue bien la partie aux temps courts, suivie d'une décroissance de temps caractéristique beaucoup plus long τ_l . Encore une fois, la ressemblance étroite avec les évolutions obtenues à grand Reynolds au LEGI est frappante. On notera toutefois que le taux de corrélation C_0 est plus faible qu'au LEGI, avec une valeur comprise entre 10 et 15%. La faible convergence statistique sur les temps longs explique peut-être cette valeur moindre, mais on peut également soupçonner un effet de Reynolds. La valeur du temps long, déduite de ces trois derniers nombres

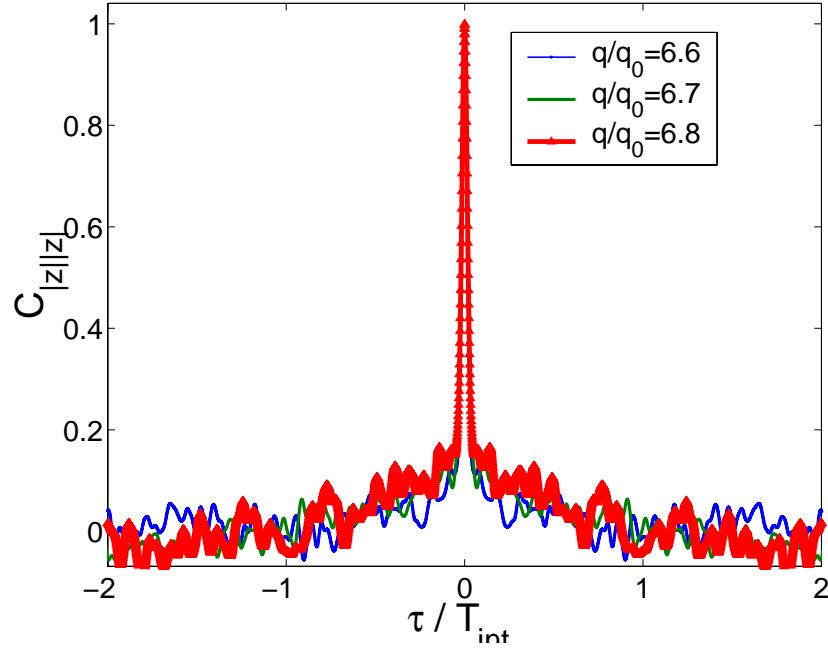


FIG. A.3 – Autocorrélations pour les trois plus grands nombres d'onde de la simulation ($q = 71 ; 72 ; 73$)

d'onde est estimée à

$$\tau_l \approx 0.54T_{int}$$

Si l'ordre de grandeur est consistant avec les expériences (pour lesquelles $\tau_l \approx 0.28T_{int}$), la différence entre les constantes multiplicatives provient vraisemblablement des différentes méthodes d'estimation de l'échelle intégrale : expérimentalement, l'échelle intégrale Λ_0 est définie par la demi-largeur du jet (formule 2.1) alors que numériquement, l'échelle intégrale l_0 est calculée à partir du spectre de vitesse¹ $E(q)$. La constante $a_c = \tau_c q v_{rms}$ déduite de la figure A.2 est de l'ordre de 1.3. Pour ce R_λ , on attendrait plutôt une valeur de l'ordre de 3. L'incertitude sur l'échelle intégrale des DNS est probablement à l'origine de cette différence.

A.2.2 Intermittence

Malgré le faible nombre de temps intégraux simulés (26), nous avons souhaité estimer l'intermittence au travers de la déformation des pdfs d'amplitude de vorticité. Pour cela, nous allons utiliser le facteur γ décrit au chapitre 3. Les pdfs ont été évaluées sur 50 classes mais les résultats sont sensiblement les mêmes pour un nombre de classe supérieur. Pour les 6 nombres d'onde déjà présentés, les pdfs apparaissent figure A.4.

Pour comparaison, les pdfs de la partie réelle ont été ajoutées. On n'observe pas de net écart   la normalité, ce d'autant que la convergence est douteuse. Cela étant, on remarquera que les plus

¹On notera que cette erreur systématique biaise également l'estimation du nombre d'onde grande échelle q_0

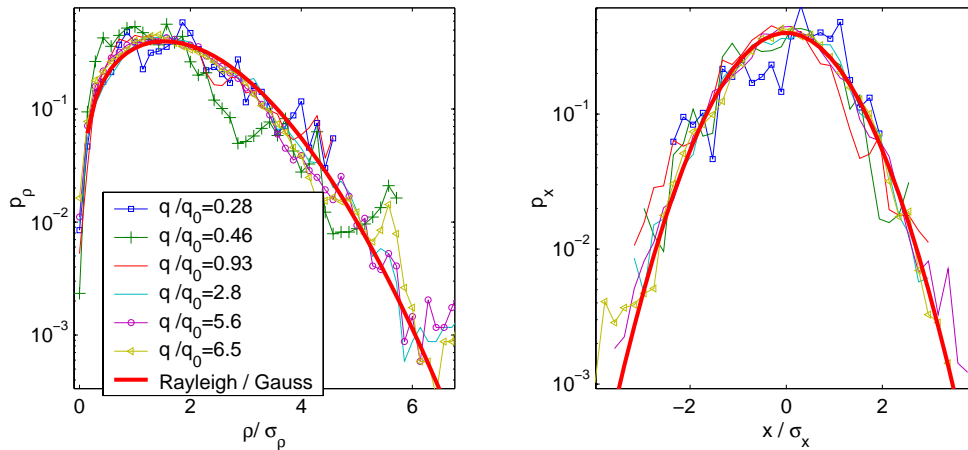


FIG. A.4 – Pdfs d’amplitude vorticité (à gauche) et de la partie réelle du signal (à droite) pour 6 nombres d’onde.

grands nombre d’onde présentent des écarts violents plus probables². Le facteur γ (FIG. A.5) évolue assez peu avec le nombre d’onde et reste très proche de la valeur “non-intermittente” $\gamma = \pi/4 \approx 0.78$.

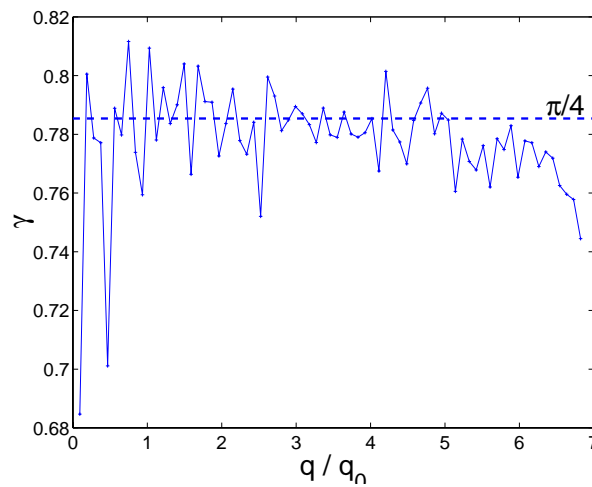


FIG. A.5 – Evolution du facteur $\gamma = \langle |\omega|^2 \rangle / \langle |\omega| \rangle^2$ en fonction du nombre d’onde d’analyse

γ affiche toutefois une faible tendance à la diminution, qui s’accroît aux grands nombres d’onde. Cette diminution est beaucoup moins prononcée que celle observée à Reynolds plus élevé au LEGI comme au CERN (voir FIG. 4.5). Cela est consistant avec la faible intermittence

²Il faut tout de même être prudent car le nombre d’événements observés par échelle intégrale étant croissant avec le mode (cf FIG. 4.19 188), on conçoit bien qu’un grand nombre d’événements implique une plus forte probabilité d’événements intenses.

attendue à ce nombre de Reynolds ($R_\lambda \approx 80$).

L'étude des temps d'attente et de durée de vie a également été conduite et ne sera pas présentée ici étant donné l'extrême pauvreté statistique rédhibitoire pour ce genre d'analyse. En dépit de cela, disons tout de même que le comportement de la durée de vie moyenne, du temps d'attente moyen, mais aussi du facteur Γ d'intermittence ont un comportement identique aux expériences et cohérent avec la faiblesse du Reynolds simulé.

A.3 Analyse temps-fréquence

Une analyse temps fréquence des signaux apparaît figure A.6 pour les 6 nombres d'onde déjà présentés. L'axe vertical a été gradué en termes de vitesses par la relation Doppler $U = 2\pi\Delta\nu/q$. En abscisse, l'axe des temps correspond au temps adimensionné par le temps intégral. Ces images représentent donc la totalité du fichier temporel, soit 26 temps intégraux. Sur la colonne de droite figurent les spectres Sp_z des signaux complexes. De haut en bas, c'est-à-dire pour des nombres d'onde croissants, on observe les caractéristiques déjà notées expérimentalement :

- On observe des événements isolés dans le plan temps-fréquence, présentant une date d'arrivée et une vitesse bien définie. Le compromis entre la résolution temporelle et spectrale, ainsi que le peu de points du calcul, nuit à une grande lisibilité des fluctuations de vitesse.
- La durée des événements, c'est-à-dire la largeur temporelle des taches, est de l'ordre de τ_c au nombre d'onde correspondant.
- Le temps d'attente moyen entre 2 événements intenses reste du même ordre que la durée de vie mais présente un taux de fluctuations semble-t-il plus important. Cela est en accord qualitatif avec les pdfs expérimentales (FIG. 4.8 179)
- Ces deux dernières observations conduisent à un nombre d'événements par grande échelle croissant avec le nombre d'onde. Cette figure peut s'interpréter de haut en bas comme une image de la cascade turbulente.
- Pour les trois plus grands nombres d'onde, on devine la forme commune de la ligne moyenne de vitesse (grande échelle). Vue la faible statistique (26 temps intégraux), il est difficile de dire si les événements vorticitaires correspondent en moyenne à de grandes fluctuations de vitesse (ou de sa dérivée temporelle par exemple). Toutefois, on notera que les événements se produisent à des dates apparemment indépendantes d'un nombre d'onde à l'autre.

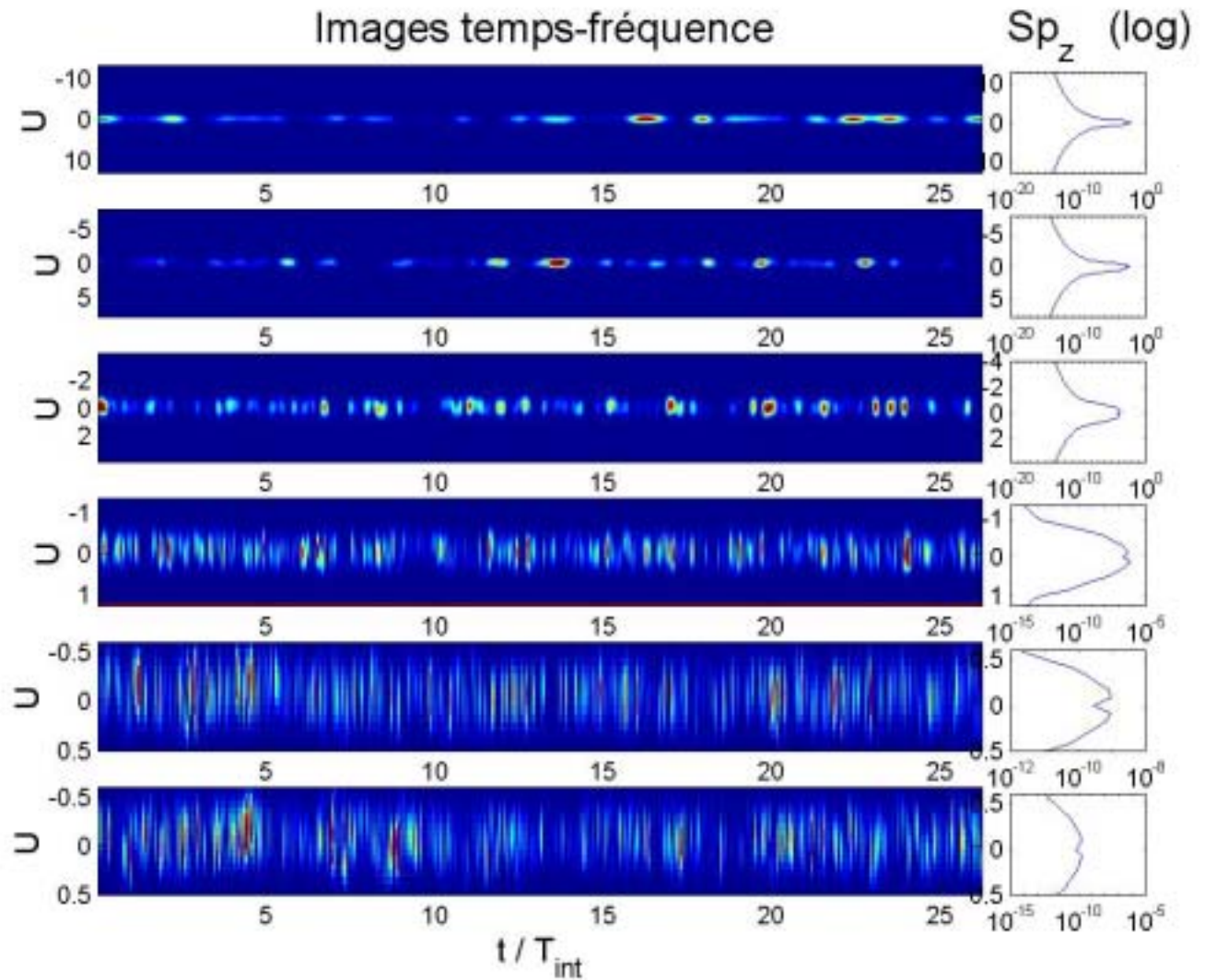


FIG. A.6 – Images temps-fréquence des 6 modes de Fourier de la vorticité déjà présentés figure A.1. Les calculs ont été conduits en utilisant un nombre de points N sur l'axe vertical correspondant à $N \equiv 2\tau_c$. N passe ainsi de 128 à 16 points (pour la figure du bas). Echelle des couleurs linéaire, entre 0 et 4 écarts-types.

A.4 Interférométrie

Dans le même esprit que ll'interférométrie développée au chapitre 4, on peut s'intéresser aux corrélations entre les amplitudes de différents modes de Fourier de la vorticité. Pour les faibles nombres d'onde, on n'observe alors aucune corrélation entre modes adjacents. Les modes des DNS sont donc delta-corr ll  dans l'espace de Fourier. Cette différence avec les résultats expérimentaux peut s'expliquer comme nous l'avons discuté par les problèmes de résolution spectrale imposés par la diffraction. Ici, la diffraction est absente et la résolution spectrale apparaît comme infinie. Pour les plus grands nombres d'onde en revanche, il semble que l'on observe un comportement identique aux expériences, avec notamment l'apparition d'une corrélation croisée significative aux temps longs.

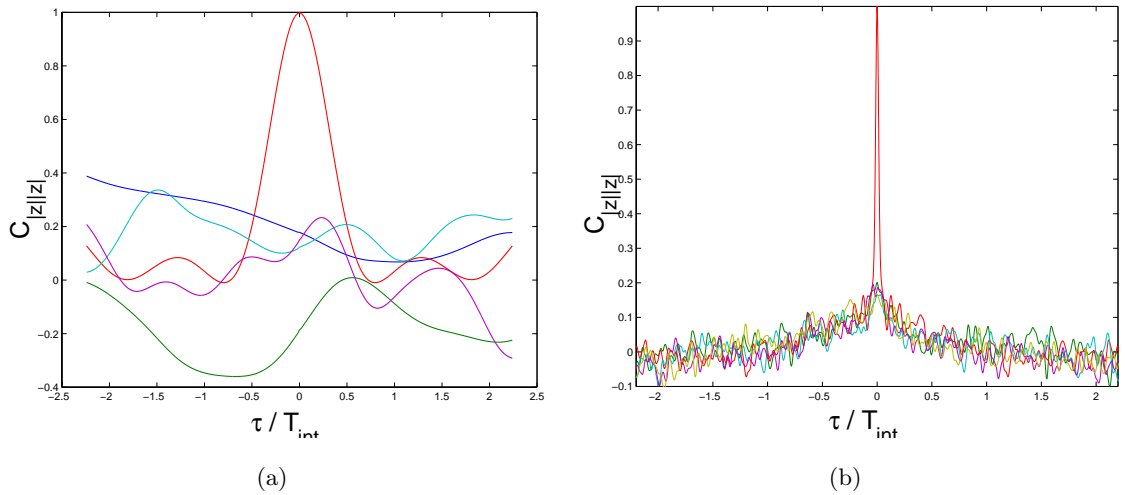


FIG. A.7 – *Corrélation croisée entre : (a) le nombre d'onde $q=3$ et les 5 nombres d'onde dans son voisinage immédiat (b) le nombre d'onde $q=70$ et les 5 nombres d'onde dans son voisinage immédiat*

Ces deux comportements différents sont résumés figure A.7 avec l'allure typique des corrélations croisées autour de deux nombres d'onde bien distincts :

Pour le mode $q=70$ (figure (b)), on remarque l'apparition de la partie aux temps longs sur la corrélation croisée. Celle-ci n'apparaît qu'au voisinage immédiat de ce mode.

Pour le mode $q=3$ (figure (a)), les 4 modes adjacents ne montrent aucune corrélation particulière. Les oscillations traduisent le manque de convergence statistique, fatal pour les petits nombres d'onde.

La figure A.8 rassemble l'ensemble des taux de corrélations croisés autour des 6 nombres d'onde déjà présentés plus haut.

Cette figure est   rapprocher de la figure 3.19 (p. 161) obtenue exp rimentalement³. Si

³Il faut ajouter tout de même que la valeur moyenne de 10% n'est pas significative et correspond au niveau de convergence statistique, contrairement aux expériences beaucoup mieux convergées et pour lesquelles ce niveau

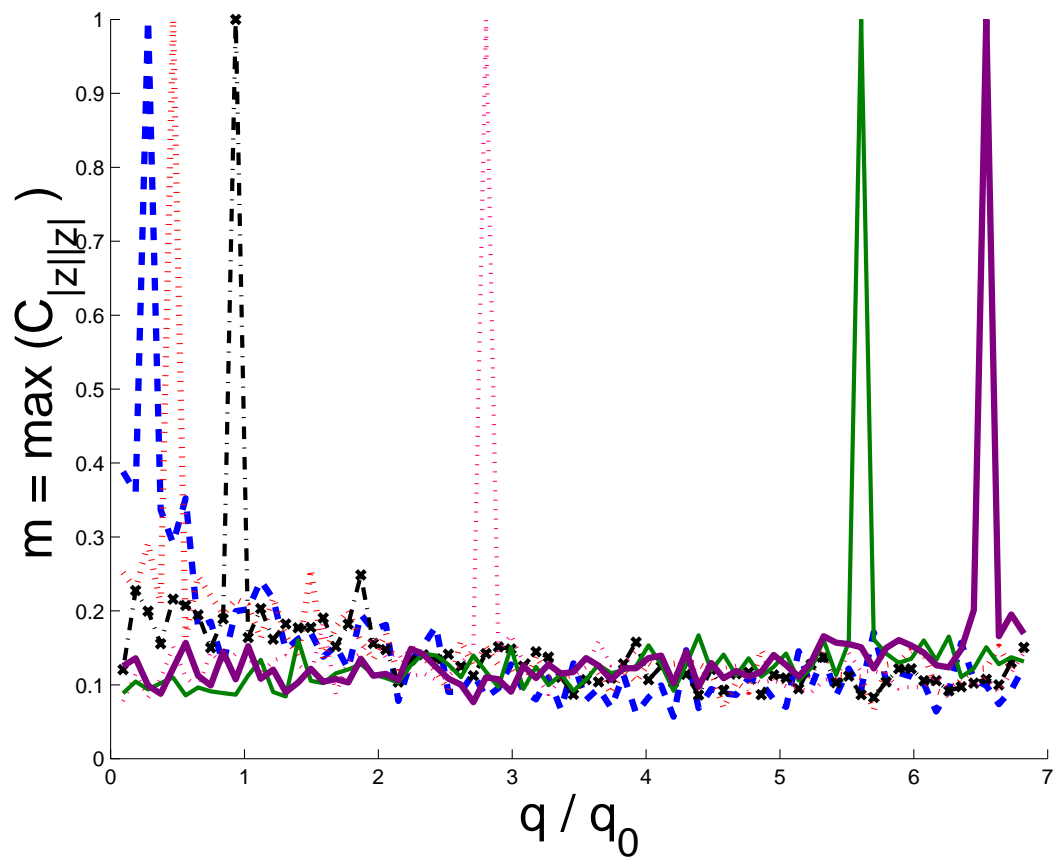


FIG. A.8 – Taux de corrélation croisée m des amplitudes entre modes. Seul le comportement autour des 6 nombres d'onde déjà étudié est représenté.

l'on excepte les bas nombres d'onde pour lesquels il semble que la décroissance du taux de corrélation m traduise essentiellement une meilleure convergence statistique, on remarque un comportement plutôt plat (et non significatif) du taux de corrélation. On note toutefois une tendance à l'augmentation de m pour les grands nombres d'onde (voir FIG. A.9). En consultant l'ensemble des fichiers, on se convainc facilement que cette augmentation résulte de l'apparition de la corrélation aux temps longs.

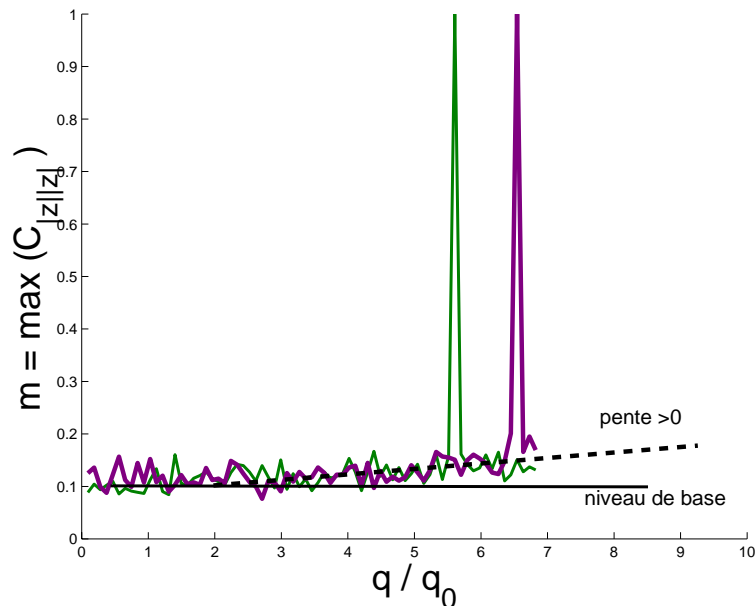


FIG. A.9 – Détail de la figure A.8 pour les plus grands nombres d'onde de la simulation. On constate bien une augmentation progressive du taux de corrélation croisée m .

En conséquence, il semble qu'à ce Reynolds, seuls les plus grands modes de Fourier affichent des caractéristiques exactement similaires aux expériences.

A.5 Conclusion

En résumé, et bien que présentant une statistique beaucoup moins riche que les expériences, les DNS confirment la majeure partie des observations expérimentales. Le faible nombre de Reynolds simulé ne semble pas modifier qualitativement les résultats mais il “décale” en quelque sorte les nombres d'onde auxquels ces résultats sont observés au LEGI ou au CERN. En particulier, seuls les nombres d'onde les plus grands de la simulation révèlent un comportement parfaitement identique aux expériences. L'intermittence est également observée mais dans une mesure proportionnée à la faiblesse du Reynolds. Une nouvelle fois, la grande question est de savoir si ce comportement asymptotique aux grands nombres d'onde résulte de la proximité de de base est de l'ordre du pourcent.

la zone dissipative ou bien de l'éloignement à la grande échelle. Cette question ne semble pas évidente à ce stade, ce d'autant qu'ici la majeure partie des nombres d'onde est en zone dissipative. Ces DNS montrent tout l'intérêt de l'approche spectrale et les comparaisons immédiates avec les expériences qu'elles permettent. Un grand défi reste donc de relier l'existence avérée de structures cohérentes dans ce type de DNS au comportement du signal dans l'espace de Fourier. Une piste de recherche serait probablement de tenter de caractériser ces structures dans cet espace plutôt que dans l'espace physique. Apparemment paradoxale, une telle approche aurait le mérite de donner une définition précise des structures cohérentes, au travers de la définition de cohérence de phase des modes de Fourier. On remarquera que cette définition évoque quelque peu le comportement "synchrone" (à grande échelle de temps) observé pour les plus grands nombres d'onde. On peut se demander si le fait que les modes subissent le même comportement temporel avec en particulier la même vitesse grande échelle (cf temps-fréquence) n'est pas le révélateur d'une structure sous-jacente organisée.

Annexe B

Modélisation par Poisson doublement stochastique

Motivations

Comme nous l'avons vu grâce à l'analyse temps-fréquence, le signal se présente comme une succession d'événements vorticitaires plus ou moins brefs et intenses. Ces événements de durée typique τ_c apparaissent à des instants aléatoires mais groupés à l'intérieur de paquets de durée τ_l . Parallèlement, l'étude du signal binaire du module seuillé a montré que le signal binaire se comportait de manière proche de celle du signal complet. Cette approche "quantique" est confortée par l'étude des durées de vie et des temps d'attente du signal qui ont montré que durée de vie et temps d'attente étaient bien séparés et correspondaient à des événements individualisés. Toutes ces raisons nous ont conduits à adopter une approche discrète du signal à l'aide d'un processus ponctuel. L'objet de cette annexe est donc de présenter un modèle de processus ponctuel simple (le modèle de Poisson doublement stochastique) permettant de décrire le signal de vorticité. On notera également que l'approche de la turbulence en terme de processus ponctuels, si elle peut paraître incongrue de prime abord concernant le champ de vitesse, semble plus adaptée pour décrire le champ de vorticité dont on sait qu'il est caractérisé par la présence de structures cohérentes individualisées. À cela, il faut ajouter qu'on sait aujourd'hui que les processus ponctuels sont parfaitement adaptés pour décrire des phénomènes physiques dont les spectres sont en $1/f$ [46, 61, 13], à l'instar des signaux de vitesse lagrangiens.

Toute la difficulté était de trouver un processus simple permettant de décrire un signal possédant deux temps caractéristiques séparés de près d'un ordre de grandeur et surtout dont les lois d'échelle avec le nombre d'onde sont bien différentes. Bien sûr, la modélisation que nous allons proposer n'est pas unique mais représente UNE description (préliminaire) possible du signal de diffusion par la vorticité. Nous nous limiterons ici à une étude qualitative du sujet.

Le processus de Poisson Homogène Le processus ponctuel stochastique le plus célèbre est certainement celui de Poisson homogène. Il joue dans les processus multiplicatifs un rôle analogue à la gaussienne dans le cas de processus additifs. Il est caractérisé par une unique quantité, son taux λ qui est constant. λ est le nombre moyen d'événements attendus dans un intervalle de temps unité (λ est homogène à une fréquence) ; tous les moments de la distribution des temps d'attente (ou des dates d'arrivée) ne dépendent que de λ . En optique par exemple, une source lumineuse d'intensité constante comme un laser idéal stabilisé en amplitude, conduit à une statistique d'émission des photons caractérisée par un processus de Poisson homogène. Dans ce cas, la distribution des temps d'attente suit une loi exponentielle, de paramètre λ avec un temps d'attente moyen entre deux événements :

$$\langle TA \rangle = 1/\lambda$$

Pour un tel signal d'impulsions, il est d'usage de matérialiser par des trains de Dirac les dates d'apparition des événements. Si l'on souhaite modéliser le cas plus physique d'événements mesurés pendant une durée finie, il suffit de filtrer le processus de Poisson homogène par un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $h(t)$; on parle alors de "shot noise". Campbell a obtenu en 1909 les valeurs de la moyenne et de la variance d'un tel processus pour l'appliquer à l'émission lumineuse [11]. On sait aujourd'hui généraliser les shot noise au cas où la fonction de réponse du filtre est aléatoire dans le temps. Pour ces processus filtrés, on peut montrer que l'on introduit de la mémoire dans le processus uniquement pour les temps courts, c'est-à-dire pour des durées inférieures au temps de décorrélation moyen de $h(t)$.

Beaucoup de processus physiques (comme la turbulence) ne partagent pas la propriété de perte de mémoire aux temps longs et ne supportent donc pas une modélisation de type Poisson avec un taux λ constant. Pour ce type de processus homogène, on peut montrer [34] que l'auto-corrélation R du signal d'impulsions est δ -corrélée en temps dans le cas d'impulsions de durée infiniment courte :

$$R(\tau) = \lambda\delta(\tau) + \lambda^2$$

Poisson inhomogène Pour introduire de la mémoire dans un processus de Poisson, l'idée est d'utiliser le processus de Poisson inhomogène dans lequel le taux λ du processus varie au cours du temps : $\lambda(t)$. Dans ce cas, de la mémoire est apportée par les fluctuations temporelles de la fonction $\lambda(t)$ qui peut être à long temps de décorrélation. Ce processus a été étudié et introduit par Cox [19] pour une utilisation dans la technologie textile. Dans le cas particulier où la fonction $\lambda(t)$ est elle-même aléatoire, ce processus est dit Poissonien doublement stochastique. Le caractère doublement stochastique est assuré à la fois par le taux $\lambda(t)$ du processus qui est aléatoire ainsi que par le processus lui-même qui gère aléatoirement les dates des événements dans les intervalles de temps en fonction du $\lambda(t)$ local. Concrètement lorsque la fonction $\lambda(t)$

(parfois appelée intensité) est grande, la probabilité d'observer un grand nombre d'événements est élevée et *vice versa*¹. Par rapport à un Poisson homogène dans lequel la probabilité d'avoir un événement est constante et indépendante du temps, le cas $\lambda(t)$ variable revient à effectuer une transformation non linéaire du temps pour ralentir ou accélérer localement le temps en fonction de la valeur instantanée de $\lambda(t)$. Parfois dénommé Poisson composé, un tel processus peut également s'interpréter en terme de processus de Poisson en cascades, avec dans ce cas deux étapes de cascade [95].

Autocorrélations L'autocorrélation d'un signal d'impulsions Poissonien de taux $\lambda(t)$ stationnaire s'écrit [80, 34] :

$$R(\tau) = \langle \lambda \rangle \delta(\tau) + R_\lambda(\tau)$$

où

$$\langle \lambda \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_{-T/2}^{T/2} \lambda(t) dt$$

est la moyenne du taux et

$$R_\lambda(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_{-T/2}^{T/2} \lambda(t) \lambda(t - \tau) dt$$

est l'autocorrélation de la fonction intensité $\lambda(t)$. L'autocorrélation du signal d'impulsions reproduit fidèlement celle du processus $\lambda(t)$ moteur qui gouverne la probabilité locale d'observer ou non un événement. Si $\lambda(t)$ est à long temps de décorrélation, on introduit donc de la mémoire dans le processus. Le signal d'amplitude de la vorticité que nous cherchons   décrire n'est pas composé de Dirac mais de "pulses" de forme $h(t)$. Dans ce cas, l'autocorrélation du signal d'impulsions filtré par cette réponse impulsionnelle devient :

$$R(\tau) = \langle \lambda \rangle R_h(\tau) + R_\lambda \odot R_h(\tau) \tag{B.1}$$

où

$$R_h(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} h(t) h(t - \tau) dt$$

est l'autocorrélation du filtre². La figure B.1 illustre graphiquement l'autocorrélation déduite des processus Poissonniens avec les différents degrés de complexit ³.

¹Par définition, la probabilité d'observer un événement pendant un intervalle de temps Δt est $p(1; t, t + \Delta t) = \lambda(t) \Delta t$

²Dans le cas où les pulses ont des formes $h(t)$ variables au cours du temps, le résultat est inchangé si l'on considère $\overline{h(t)}$ la forme du pulse moyen au lieu de $h(t)$

³On notera qu'en toute rigueur, il faudrait traiter de l'autocovariance normalisée $C_{|z||z|}$ et non de l'autocorrélation $R_{|z||z|}$ pour pouvoir les comparer aux expériences.

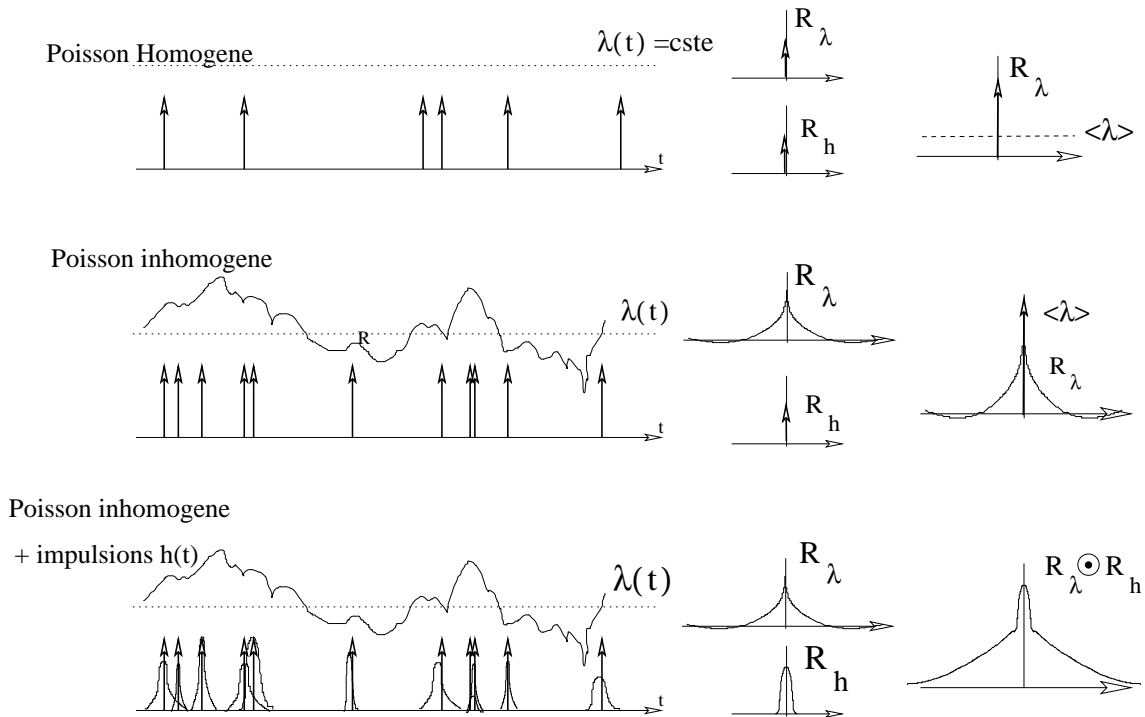


FIG. B.1 – Principe de construction de l'autocorrélation d'un signal d'impulsion de Poisson Homogène ou non, filtré ou non.

Application au signal de diffusion par la vorticité

On le voit, ce type de description du signal peut permettre d'aboutir   une forme d'autocorrélation du signal possédant deux temps caractéristiques selon les fonctions $h(t)$ et $\lambda(t)$ que l'on choisit d'imposer. On remarquera que cette représentation permet d'ailleurs d'expliquer parfaitement pourquoi l'autocorrélation du signal expérimental de vorticité seuillé (FIG. 4.15 p.184)  tait constituée d'un triangle au temps court (le triangle étant l'autocorrélation de la fonction porte constitutive du signal de créneau), suivi d'une décroissance quasi-exponentielle de l'autocorrélation analogue au signal initial non seuillé.

Pour appliquer ce type de modèle au signal d'amplitude de vorticité, il paraît naturel de choisir une fonction $h(t)$ suffisamment régulière (type gaussienne) dont la durée typique de décorrélation est de l'ordre de τ_c et varie comme l'inverse du nombre d'onde considéré. L'amplitude moyenne de h est l'amplitude moyenne des événements de vorticité au nombre d'onde q_s .

Le taux $\lambda(t)$ du processus est plus délicat   expliciter puisqu'il s'agit *a priori* d'une fonction aléatoire du temps. Cela étant, on peut tout de même formuler quelques remarques. Pour que ce type de modélisation s'adapte   nos signaux, il est nécessaire que la fonction $\lambda(t)$ remplisse les conditions suivantes :

-
1. $\lambda(t)$ doit être à temps de décorrélation τ_l long devant τ_c , de manière à ce que le signal complet exhibe 2 temps caractéristiques. Cette condition est également nécessaire pour introduire de la mémoire dans le processus.
 2. Il faut d'autre part que le temps moyen d'attente entre deux événements qui vaut pour un tel modèle $\langle TA \rangle = 1 / \langle \lambda \rangle$ respecte l'évolution des temps d'attente avec le nombre d'onde vue au chapitre 4 ; à savoir $\langle TA \rangle \sim 1/q_s$ (aux effets d'intermittence près)
 3. Ce même chapitre a également montré que la répartition des temps d'attente entre événements de vorticité suivait une distribution algébrique dont l'exposant asymptotique était compris entre $-3/2$ et $-5/3$. Le choix de la fonction $\lambda(t)$ doit donc être compatible avec une telle distribution.
 4. Enfin, le choix de la fonction λ (et de h) doit être tel que le produit de convolution $R_\lambda \odot R_h(\tau)$ (équation B.1) produise une décorrélation aux temps long du signal analogue à celle observée expérimentalement, à savoir une décorrélation quasi-exponentielle de temps caractéristique τ_l .

S'il existe sans aucun doute d'autres fonctions aléatoires possibles, la plus simple et dimensionnellement correcte consiste à poser :

$$\lambda(t) = qu(t) = q_s(\bar{U} + u'(t))$$

où \bar{U} est la vitesse moyenne d'advection ($\bar{U} \equiv U_D$) et $u'(t)$ la fluctuation locale de vitesse ($u'(t) \equiv u'_D(t)$). Pour une telle fonction intensité, la dynamique temporelle (c'est-à-dire l'autocorrélation de $\lambda(t)$) est identique pour tous les modes de Fourier mais l'amplitude de λ , c'est-à-dire la probabilité *locale* d'observer un événement au mode q_s est proportionnelle au mode q_s lui-même. Force est de constater qu'un tel choix est compatible avec l'ensemble de nos observations expérimentales :

Premièrement, le temps de décorrélation de la fonction $u'(t)$ est le temps intégral ($\propto \tau_l$), le point 1 est donc bien vérifié. Ensuite, un tel λ conduit à un temps d'attente moyen $\langle TA \rangle \sim 1/q_s \bar{U}$ en accord avec le temps d'attente mesuré expérimentalement au chapitre 4.

Le troisième point est plus difficile. On sait [97] que pour un processus de Poisson de taux $\lambda(t)$ fractale, les temps d'attente entre événements sont distribués algébriquement avec un exposant d'échelle dépendant directement de la dimension fractale de $\lambda(t)$. Une condition suffisante pour que la fonction $\lambda(t)$ modélise nos signaux est donc de choisir un taux $\lambda(t)$ possédant des propriétés fractales. Il est possible que le choix $\lambda(t) = qu(t)$ remplisse cette condition, il s'agira de le vérifier.

Le quatrième point est également délicat. La légère différence entre la décorrélation du champ de vitesse eulérien $u'(t)$ et celle de l'amplitude de la vorticité (cf FIG. 2.41 p.136) indique probablement que l'opération de convolution $R_\lambda \circ R_h(\tau)$ affecte légèrement l'autocorrélation de $\lambda(t)$, conduisant à une autocorrélation du module quasi-exponentielle - ce point précis reste à vérifier.

La physique d'une telle description implique que la probabilité d'observer un événement de vortacité au mode q_s est assujettie au champ de vitesse local (instantané) et au mode q_s . Autrement dit, plus la fluctuation de vitesse est grande et le mode de Fourier analysé élevé, et plus la probabilité d'observer un événement sera grande. Cette représentation est compatible avec l'analyse temps fréquence dont nous avons vu qu'aux grandes excursions de vitesse correspondait une forte probabilité d'observer des événements vorticitaires.

Elle souligne encore une fois le couplage gradient-signal entre le champ de vortacité et le champ de vitesse. La dynamique vorticitaire à petite échelle (i.e la probabilité d'observer des événements intenses à grand q_s) est directement liée à l'évolution temporelle du champ grande échelle. En d'autres termes, les effets de taille finie (qui se traduisent par un temps de décorrélation fini et non nul du champ de vitesse) ont un rôle central dans la statistique fine du champ de vitesse à petite échelle.

Cette approche est tout à fait en accord avec les observations obtenues en interférométrie : les événements se produisant selon deux modes de Fourier distincts q_1 et q_2 sont pilotés par deux processus respectivement $\lambda_1 = q_1 u(t)$ et $\lambda_2 = q_2 u(t)$. Sur les deux voies, on va donc observer des événements à des dates *aléatoires* groupées à l'intérieur de "paquets" grande échelle communs aux deux voies. On pourrait montrer que cette description conduit à une intercorrélacion des deux signaux présentant uniquement la décorrélation aux temps longs (commune aux deux voies) tout comme le montrent les expériences (cf FIG. 3.25 et FIG. 3.27 p. 166). De plus, le fait que la probabilité d'observer un événement au mode q_s soit proportionnelle au nombre d'onde lui même conduit nécessairement à un nombre d'événements par grande échelle croissant avec le nombre d'onde analysé, en accord avec un schéma de cascade ainsi qu'avec les observations du chapitre 4.

Cette approche est bien sûr simpliste et demande à être développée en trouvant une modélisation adaptée de la fonction $\lambda(t)$ ⁴. En particulier, un tel choix $\lambda(t) = q(\bar{U} + u'(t))$ n'est pas consistant dans le cas d'écoulements à vitesse moyenne nulle ($\langle \lambda \rangle = 0$).

En réalité, il est probable que la fonction $\lambda(t)$ doive faire intervenir des quantités physiques telles que le taux de transfert spectral $\varepsilon(q_s, t)$ qui gouverne à la fois la statistique du champ de vitesse et celle de la vortacité. D'autre part, le rôle joué par l'intermittence dans ce type de modélisation n'est pas clair et reste à déterminer.

⁴Si l'on raisonne en terme de structures cohérentes, le module (au carré) du signal pourrait s'interpréter comme la probabilité instantanée d'observer ou non un événement. Elle est alors localement gouvernée par la fonction aléatoire $\lambda(t)$ qui jouerait en quelque sorte le rôle d'une fonction d'onde. Toute la question resterait alors de trouver l'équation d'onde (type Schrödinger...) qui gouverne cette fonction. Cette image quantique de la turbulence est probablement abusive mais on notera tout de même que certaines descriptions simplistes de ce style conduisent à des analogies remarquables avec la mécanique quantique [23].

Liens avec les travaux de Laval & Dubrulle Pour conclure, il est important de noter que nos observations expérimentales ainsi que l’interprétation physique que nous en faisons sont à rapprocher des observations numériques de Laval [55] et du modèle de distorsion rapide stochastique (SDT) développé par Dubrulle [26] suite à ces travaux. Ces deux articles traitent des interactions locales et non locales dans l’espace de Fourier, et de leur importance dans l’effet d’intermittence.

Laval observe numériquement que le rôle des interactions non locales est essentiellement d’engendrer des structures vorticitaires intenses, alors que les interactions locales tendent à les détruire. Ce sont donc les interactions non locales qui sont responsables de l’intermittence, alors que l’effet des interactions locales est plutôt de réduire celle-ci. Ce résultat est en opposition avec l’idée répandue selon laquelle l’intermittence est due au processus de reconnection des vortex conduisant à une divergence de l’enstrophie à temps fini (processus fortement non linéaire dans lequel les interactions locales dominant).

L’intermittence apparaît causée par un processus linéaire de distorsion des petites échelles par l’étirement associé aux grandes. Dans nos mesures, on peut imaginer que la présence du temps long de décorrélation, qui traduit justement le couplage non local de tout mode avec la grande échelle soit responsable de l’intermittence. On observe en effet que plus le nombre d’onde est élevé et le Reynolds grand, et plus l’intermittence est accrue et ce couplage intense. Ce comportement est observé à la fois expérimentalement, ainsi que dans les DNS mais dans une moindre mesure.

À partir de ces observations numériques, il adoptent un modèle de Langevin pour les incréments de vitesse, où le couplage entre les grandes et les petites échelles intervient *via* un processus multiplicatif couplé à un bruit additif (décrivant les interactions locales par un terme de viscosité turbulente). Il est différent de la distorsion rapide classique en ce sens que la fonction d’étirement (“strain distorsion”) est stochastique⁵.

Ce modèle, qui est en quelque sorte un modèle “antishell” dans le sens où il privilégie les interactions non locales, propose une approche semblable à la nôtre puisqu’il se fonde sur une description temps-fréquence du champ de vitesse, par l’utilisation de la transformée de Gabor. De même, les auteurs soulignent le rôle crucial joué par la corrélation entre le processus additif et multiplicatif (grande échelle), caractérisant la corrélation entre le taux d’étirement et la vorticité.

Ces travaux soulignent encore une fois que l’approche de la turbulence dans l’espace de Fourier reste un domaine très actuel mais relativement peu exploré (au moins du point de vue expérimental/numérique), et qui offre pourtant un éclairage riche et très physique des différents aspects de la turbulence.

⁵Une différence essentielle cependant est que cette fonction est choisie delta-corrélée en temps, contrairement à notre fonction $\lambda(t)$ (ou corrélativement au taux d’étirement expérimental)

Annexe C

Influence du terme de Lund sur la sélectivité

L'objet de cette annexe est d'étudier numériquement l'impact du facteur de Lund sur le filtre de diffraction intervenant dans le cas d'une expérience de diffusion par la vorticité.

Les expériences de diffusion sur la bille ont montré que le nombre d'onde *effectif* sélectionné dépendait de la configuration géométrique et du champ de diffraction associé, au-delà du simple choix du couple (ν_0, θ) . Dans ce cas, la sélection d'un nombre d'onde s'effectue au travers d'un filtre spectral (multiplicatif) $\mathcal{F}(q_s)$ centré autour de q_s avec une largeur spectrale δq .

Dans le cas de la diffusion par la vorticité, nous avons montré (page 83) par une analyse simplifiée que le facteur de Lund $\mathcal{L}(q_s)$ intervient en déformant le filtre initial $\mathcal{F}(q_s)$ de diffraction. Dans ce cas, le signal complexe de diffusion peut s'écrire ( quation 1.4.3) :

$$z(t) \propto [\mathcal{L}(q_s) \mathcal{F}(q_s)] \widetilde{\omega}_{\mathbf{n}}(q_s, t)$$

Nous allons montrer numériquement que l'effet du terme de Lund sur le nombre d'onde sélectionné aussi bien que sur la largeur spectrale effective apparaît en pratique négligeable.

Simulation du filtre $\mathcal{L}(q_s) \cdot \mathcal{F}(q_s)$ Pour estimer l'impact du terme de Lund, il s'agit de comparer le filtre de diffraction $\mathcal{F}(q_s)$ seul au filtre complet $\mathcal{L}(q_s) \cdot \mathcal{F}(q_s)$. Nous nous sommes naturellement tournés vers les simulations numériques du champ de diffraction dont nous avons vu (chapitre 1) qu'elles permettent une bonne approche, au moins sur le plan qualitatif.

Concernant le terme $\mathcal{F}(q_s)$, nous avons déjà calculé numériquement le champ complexe $U(x, y)$ correspondant au volume de mesure. Dans l'espace réciproque, la transformée de Fourier spatiale de ce volume n'est autre que le filtre de diffraction $\mathcal{F}(q_s)$. Autrement dit, on a :

$$\widetilde{U}(q_x, q_y) \triangleq \mathcal{F}(q_s)$$

. De manière pratique, il suffit de réaliser la transformée de Fourier spatiale (2D) du champ $U(x, y)$ déjà obtenu.

Pour ajouter la contribution du facteur de Lund, il faut représenter le terme $\mathcal{L}(q_s)$ dans cet espace. Pour cela, on évalue cette fonction en chaque point (q_x, q_y) du plan spectral grâce à la définition 1.4.3 :

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}(2 \arcsin(q_s c / 4\pi\nu_0)) \equiv \mathcal{L}'(q_s)$$

En effectuant la transformée de Fourier inverse de l'image $\mathcal{L}(q_x, q_y) \cdot \tilde{U}(q_x, q_y)$ obtenue, on évalue concrètement l'impact du terme de Lund sur le volume de mesure (agissant de manière convolutive dans l'espace direct).

Ces résultats numériques tendent à montrer que l'effet du facteur de Lund n'est pas aussi violent qu'on aurait pu le craindre. En particulier, aux grands angles de diffusion, pour lesquels la fonction \mathcal{L} est relativement plate, l'influence du terme de Lund est pratiquement imperceptible. Notamment, l'écart entre le nombre d'onde réel q_s^* et imposé q_s est inférieur au pourcent, tout comme l'est la différence entre la largeur spectrale finale δq^* et la largeur initiale δq du filtre de diffraction.

Pour bien mettre en évidence cet effet, nous nous sommes placés dans une situation "défavorable" de faible nombre d'onde, pour laquelle la déformation est plus marquée ($\theta = 40^\circ$, $\nu_0 = 20kHz$ soit $q_s = 253m^{-1}$). La figure C.1 présente les résultats obtenus *sans* le facteur de Lund (images du haut) et *avec* (images du bas). A droite, la représentation spatiale du volume de mesure (en linéaire) souligne la différence essentielle introduite par le terme de Lund : la divergence de \mathcal{L} aux petits angles de diffusion se traduit notamment par l'existence de volumes de mesure supplémentaires autour de l'axe entre les capteurs. Cela conforte l'interprétation de l'origine physique du pic central (vue en direct) dans le cas de mesures de vorticité¹. Les figures de gauche offrent une représentation spectrale des images de droite. Il s'agit d'une représentation bidimensionnelle (logarithmique) du filtre spectral $\mathcal{F}(q_s)$ (en haut) ou $\mathcal{F} \cdot \mathcal{L}(q_s)$ (en bas).

¹Bien que la vue en direct existe préalablement, elle apparaît donc amplifiée par le terme de Lund lors de mesures de vorticité.

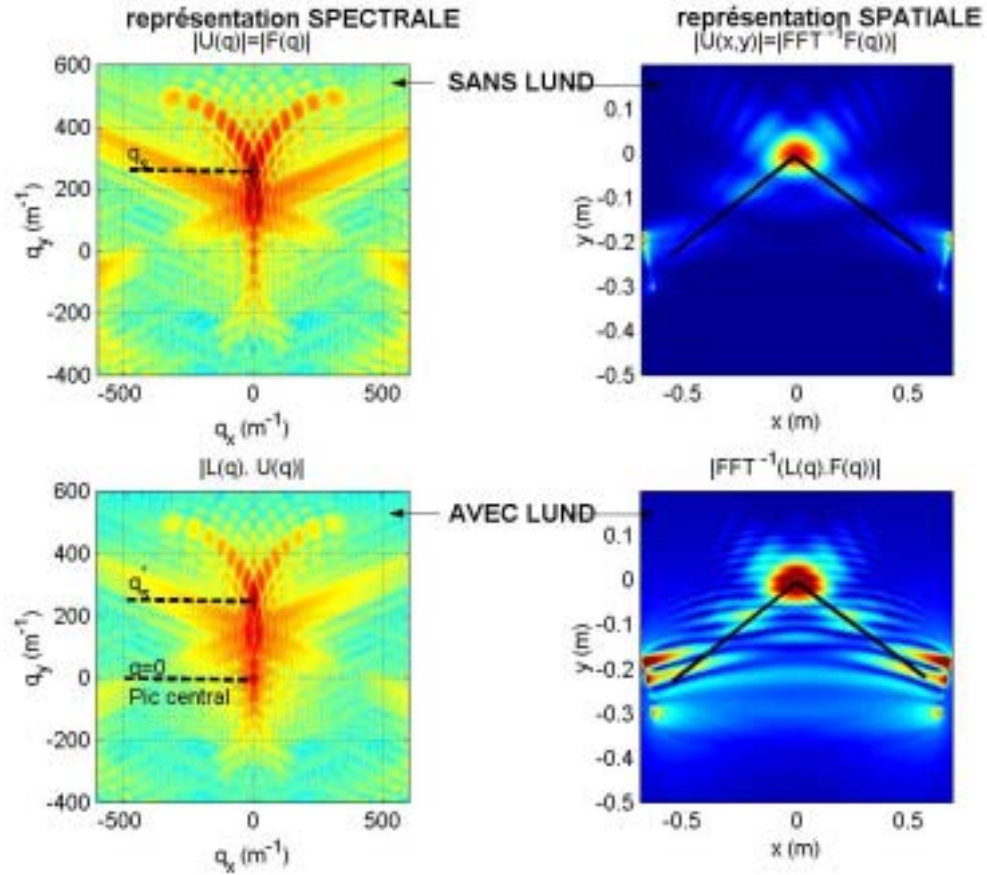


FIG. C.1 – Simulation numérique du volume de mesure (à droite) avec ou sans le terme de Lund. À gauche, représentation duale de la sensibilité (bidimensionnelle) aux modes de Fourier. Paramètres : $\theta = 40^\circ$, $\nu_0 = 20$ kHz, $L = 0,71$ m, $D = 0,14$ m. résolution spectrale $0,5$ m^{-1} (grille de 800 points)

Pour un filtrage infiniment sélectif ($\delta q \rightarrow 0$), seul le vecteur d'onde ($q_x = 0, q_y = q_s$) serait présent. Ici, dans les deux cas on voit que la forme assez complexe de la zone de mesure (avec notamment la présence de volumes de mesure secondaires entourant le volume principal), se traduit dans l'espace de Fourier par une sensibilité à des vecteurs \mathbf{q}_s non alignés avec la direction q_x imposée. En outre, dans le cas de la prise en compte du terme de Lund (mesure de vorticité), on observe la présence de la divergence attendue pour le vecteur $(q_x, q_y) = (0, 0)$ (pic central).

La représentation unidimensionnelle (FIG. C.2), plus habituelle, permet de bien souligner l'importance du pic central. Ces évolutions sont extraites de la ligne verticale $(0, q_y)$ des images de gauche de la figure C.1. Elles correspondent ainsi à la réponse spectrale de la mesure par diffusion pour des vecteurs selon \mathbf{x} . Hormis la présence du pic central, la ressemblance entre les deux filtres est étroite. L'asymétrie du facteur de Lund a peu d'effet sur la réponse spectrale de la mesure, même dans cet exemple assez défavorable. Ici, la différence entre les nombres d'onde

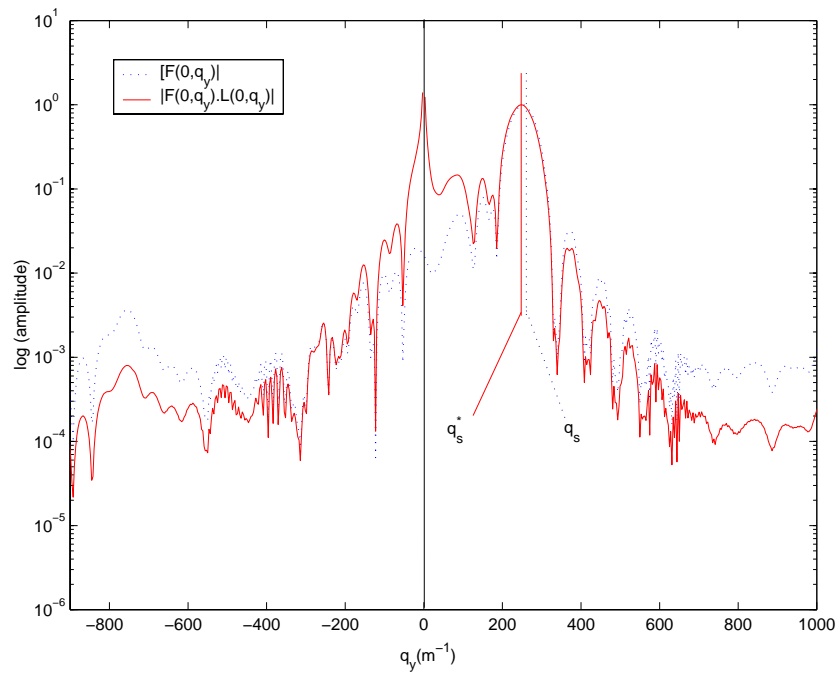


FIG. C.2 – Fonction de transfert du filtre d'échelle (spectral) avec ou sans prise en compte du terme de Lund. Courbes issues des images de gauche (FIG. C.1) correspondant aux modes axiaux : $(0, q_y)$

effectif et imposé reste faible (de l'ordre du pourcent), puisqu'on mesure $q_s = 251m^{-1}$ contre $q_s^* = 248m^{-1}$ (pour une résolution spectrale numérique de $0.5m^{-1}$).

Ces calculs sont cependant à relativiser dans la mesure où ils s'appuient sur des simulations numériques, simulations dont nous avons vu qu'elles ne modélisent qu'imparfaitement les effets de diffraction sur le plan quantitatif. En particulier, il n'est pas exclu qu'en pratique, l'effet du facteur de Lund soit plus important que ne le prédisent ces simulations.

Bibliographie

- [1] D. ANKE. *Acoustica*, **30**, 1974.
- [2] J. ATTAL. Les microscopes acoustiques. *Techniques de l'ingénieur R1*, **402**, 1–10, 1998.
- [3] C. AURIAULT. *Intermittence en turbulence 3D : statistiques de la température et de son transfert*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1999.
- [4] W. BAERG AND W. H. SCHWARZ. Measurements of the scattering of sound from turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.*, **39**, 1125–1132, 1966.
- [5] G. K. BATCHELOR. Wave scattering due to turbulence. *Symposium on Naval Hydrodynamics*, pages 403–429, 1957.
- [6] C. BAUDET, S. CILIBERTO, AND J. F. PINTON. Spectral analysis of the Von Karman flow using ultrasound scattering. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 193–195, 1991.
- [7] C. BAUDET, O. MICHEL, AND W. WILLIAMS. Detection of coherent vorticity structures using time-scale resolved acoustic spectroscopy. *Physica D*, **128**, 1–17, 1999.
- [8] J. BENDAT AND O. PIERSOL. *Random data : Analysis and measurement procedures*. John Wiley and Sons, 1986.
- [9] A. C. BOVIK, P. MARAGOS, AND T. F. QUATIERI. AM-FM energy detection and separation in noise using multiband energy operators. *IEEE Trans.Signal Processing*, **41**(12), 3245–3265, 1993.
- [10] C. BRUN. *Propriétés statistiques des modes de Fourier en turbulence développée*. Thèse de Doctorat, Université de Nice, Sophia Antipolis, 2001.
- [11] N. CAMPBELL. Discontinuities in light emission. *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, **15**, 310–328, 1909.
- [12] N. CAO AND S. CHEN. Statistics and structures of pressure in isotropic turbulence. *Phys. Fluids*, **11**(8), 2235–2250, 1999.
- [13] P. CHAINAIS, R. RIEDI, AND P. ABRY. Compound Poisson cascades. Clermont Ferrand, 2002. Colloque autosimilarité et applications.
- [14] S. CHEN AND R. H. KRAICHMAN. Sweeping decorrelation in isotropic turbulence. *Phys. Fluids A*, **1**, 2019–2024, 1989.

- [15] B.-T. CHU AND L. S. G. KOVAZNAY. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *J. Fluid Mech.*, **3**, 494–514, 1958.
- [16] L. CIPELLETTI, M. CARPINETI, AND M. GIGLIO. Two-color cross-correlation in small-angle static light scattering. *Phys. Rev. E*, **57**(3), 3485–3493, 1998.
- [17] G. COMTE-BELLOT AND S. CORRSIN. Simple eulerian time correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid-generated, ‘isotropic’ turbulence. *J. Fluid Mech.*, **48**, 273–337, 1971.
- [18] H. CONTRERAS AND F. LUND. Ultrasound as a probe of turbulence. II. Temperature inhomogeneities. *Phys. Lett. A*, **149**, 127–130, 1990.
- [19] D. R. COX. Some statistical methods connected with series of events. *J. Royal Stat. Soc., Series B*, **17**, 129–164, 1955.
- [20] P. G. DE GENNES. *L’observations des corrélations de vitesse et de pression dans un écoulement turbulent*, volume serie A. C. R. Acad. Sc. Paris, 1966.
- [21] B. DERNONCOURT, J.-F. PINTON, AND S. FAUVE. Experimental study of vorticity filaments in a turbulent swirling flow. *Physica D*, **117**, 181–190, 1998.
- [22] S. K. DHAR, A. SAIN, AND R. PANDIT. Inertial- and dissipation-range asymptotics in fluid turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, **78**(15), 2964–2967, 1997.
- [23] V. P. DMITRIYEV. Mechanical analogy for the wave particle : helix on a vortex filament. *J. of Applied Math.*, **2**(5), 241–263, 2002.
- [24] S. DOUADY, Y. COUDER, AND M.-E. BRACHET. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 983–986, 1991.
- [25] L. R. DRAGONETTE, S. K. NUMRICH, AND L. J. FRANK. Calibration technique for acoustic scattering measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, **69**(4), 1186–1189, 1981.
- [26] B. DUBRULLE, J. P. LAVAL, S. NAZARENKO, AND O. ZABORONSKI. A model for rapid stochastic distortions of small-scale turbulence. *soumis à J. Fluid Mech.*, 2003.
- [27] J. DUPLAT. *Mélange turbulent : sources élémentaires et loi de composition*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1999.
- [28] R. H. ENGLER, D. SCHMIDT, AND W. J. WAGNER. Nondisturbing acoustical measurement of flow fields - new developments and applications. *J. Acoust. Soc. Am.*, **85**(1), 72–82, 1988.
- [29] P. FLANDRIN. *Temps-fréquence*. Hermès, Paris, France, 1993.
- [30] R. FORD AND S. G. LLEWELLYN SMITH. Scattering of acoustic waves by a vortex. *J. Fluid Mech.*, **386**, 305–328, 1999.
- [31] G. C. GAUNAURD AND H. ÜBERALL. RST analysis of monostatic and bistatic acoustic echoes from an elastic sphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, **73**(1), 1–12, 1983.

-
- [32] A. D. GILBERT. A cascade interpretation of lundgren's stretched spiral vortex model for turbulent fine structure. *Phys. Fluids A*, **5**(11), 2831–2834, 1993.
- [33] J. GOODMAN. *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie*. Masson et Cie, France, 1972.
- [34] J. GOODMAN. *Statistical Optics*. J. Wiley and Sons, New York, 1985.
- [35] V. G. GRAVILENLO, M. S. KOVNER, AND A. I. MART'YANOV. On the scattering of a wave by a turbulent jet. *Sov. Phys. Acoust.*, **23**, 706–709, 1977.
- [36] D. E. GRAY. *American institute of physics Handbook*. McGraw-Hill book company, third edition, 1972.
- [37] S. I. GREEN. *Fluid vortices*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [38] D. GRÉSILLON, C. STERN, A. HÉMON, A. TRUC, AND T. LEHNER. Density fluctuation measurements by far infrared light scattering. *Physica Scripta*, **T2/2**, 459–466, 1982.
- [39] W. HEISENBERG. On the statistical theory of turbulence (trans. naca tm 1431.). *Z. Phys.*, **124**, 628–657, 1948.
- [40] C.-M. HO AND L. S. G. KOVASZNAY. Propagation of a coherent acoustic wave through a turbulent shear flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, **60**(1), 40–45, 1976.
- [41] C. HONORÉ. *Le signal complexe de la diffusion collective de la lumière et les écoulements turbulents*. Thèse de Doctorat, Physique des plasmas, Ecole Polytechnique, 1996.
- [42] C. HONORÉ AND D. GRÉSILLON. Turbulence cascade and dynamical exchange between spatial scales. *J. Fluid Mech.*, **411**, 187–211, 2000.
- [43] HUSSEIN, CAPP, AND GEORGE. Velocity measurements in a high-reynolds-number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. *J. Fluid Mech.*, **258**, 31–75, 1994.
- [44] H. KAHALERRAS. *Etude expérimentale de la profondeur de la cascade de l'intermittence*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1997.
- [45] M. A. KALLISTRATOVA. Procedure for investigating sound scattering in the atmosphere. *Akusticheskil Zhurnal*, **5**(4), 496–498, 1959.
- [46] B. KAULAKYS. On the intrinsic origin of 1/f noise. *Microelec. Rel.*, **40**, 1787–1790, 2000.
- [47] A. V. KHARCHENKO. *La diffusion de la lumière par les gaz : de la diffusion incohérente à la diffusion exacerbée ; application à la vélocimétrie*. Thèse de Doctorat, Physique des plasmas, Ecole Polytechnique, 2000.
- [48] L. KINSLER. *Fundamentals of Acoustics, fourth edition*. Wiley, France, 2000.
- [49] M. S. KORMAN AND R. T. BEYER. The scattering of sound by turbulence in water. *J. Acoust. Soc. Am.*, **67**(6), 1980–1987, 1980.

- [50] M. S. KORMAN AND R. T. BEYER. Nonlinear scattering of crossed ultrasonic beams in the presence of turbulence in water. I : Experiment. *J. Acoust. Soc. Am.*, **84**(1), 339–349, 1988.
- [51] R. H. KRAICHNAN. The scattering of sound in a turbulent medium. *J. Acoust. Soc. Am.*, **25**(6), 1096–1104, 1953.
- [52] R. H. KRAICHNAN. The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, **5**, 497–543, 1958.
- [53] P. LA SCIENCE. dossier : Le monde des sons. Hors-Serie, France, 2001.
- [54] R. LABBÉ AND J. F. PINTON. Propagation of sound through a turbulent vortex. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(7), 1413–1416, 1998.
- [55] J.-P. LAVAL, B. DUBRULLE, AND S. NAZARENKO. Nonlocality and intermittency in three-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*, **13**(7), 1995–2012, 2001.
- [56] S. LEBLANC. Destabilization of a vortex by acoustic waves. *J. Fluid Mech.*, **414**, 315–337, 2000.
- [57] M. LESIEUR. *Turbulence in fluids*. Kluwer academic publishers, second revised edition, 1990.
- [58] M. J. LIGHTHILL. On sound generated aerodynamically. I. General theory. *Proc. R. Soc. A.*, **211**, 564–587, 1952.
- [59] M. J. LIGHTHILL. On sound generated aerodynamically. II. Turbulence as a source of sound. *Proc. R. Soc. A.*, **222**, 1–32, 1954.
- [60] S. G. LLEWELLYN SMITH AND R. FORD. Three-dimensional acoustic scattering by vortical flows. I. General theory. *Phys. Fluids*, **13**(10), 2876–2889, 2001.
- [61] S. B. LOWEN AND M. C. TEICH. Fractal renewal processes generate 1/f noise. *Phys. Rev. E*, **47**(2), 992–1001, 1993.
- [62] F. LUND AND C. ROJAS. Ultrasound as a probe of turbulence. *Physica D*, **37**, 508–514, 1989.
- [63] T. S. LUNDGREN. Strained spiral vortex model for turbulent fine structure. *Phys. Fluids*, **25**(12), 2193–2203, 1982.
- [64] T. S. LUNDGREN. A small-scale turbulence model. *Phys. Fluids A*, **5**(6), 1472–1483, 1993.
- [65] E. LÉVÊQUE AND C. R. KOUDELLA. A finite-mode spectral model of homogeneous and isotropic Navier-Stokes turbulence : rapidly depleted energy cascade. *Phys. Rev. Lett.*, **86**(18), 4033–4036, 2001.
- [66] Y. MALÉCOT. *Intermittence de la turbulence 3D : statistiques de la vitesse et de la vorticitée*. Th ese de Doctorat, Universit e Joseph Fourier, Grenoble I, 1998.

-
- [67] S. MANNEVILLE, J. H. ROBRES, A. MAUREL, P. PETITJEANS, AND M. FINK. Vortex dynamics investigation using an acoustic technique. *Phys. Fluids*, **11**(11), 3380–3389, 1999.
- [68] P. MARAGOS, J. F. KAISER, AND T. F. QUATIERI. On separating amplitude from frequency modulations using energy operators. *IEEE ICASSP '92, San Francisco, CA, Mar.*, 1992.
- [69] N. MAZELLIER. Mesure de vorticitée par diffusion ultrasonore au sein d'un jet rond turbulent. Stage de DEA, INPG, Universit e Joseph Fourier, 2002.
- [70] W. D. MCCOMB, V. SHANMUGASUNDARAM, AND P. HUTCHINSON. Velocity derivative skewness and two-time velocity correlations of isotropic turbulence as predicted by the let theory. *J. Fluid Mech.*, **208**, 91, 1989.
- [71] O. MICHEL AND H. CLERGEOT. Multiple source tracking using a high resolution method. *IEEE ICASSP '91, Toronto, Canada*, pages 1277–1280, 1991.
- [72] H. K. MOFFAT, S. KIDA, AND K. OHKITANI. Stretched vortices - the sinews of turbulence ; large-Reynolds-number asymptotics. *J. Fluid Mech.*, **259**, 241–264, 1994.
- [73] F. MOISY. * tude exp erimentale des fluctuations de vitesse, de temp erature et de pression en turbulence d evelopp ee*. Th ese de Doctorat, Universit e Paris 6, 2000.
- [74] N. MORDANT. *Mesure lagrangienne en turbulence : mise en œuvre et analyse*. Th ese de Doctorat, ENS Lyon, 2001.
- [75] A. NAERT. *Turbulence dans un jet d'H elium gazeux   basse temp erature*. Th ese de Doctorat, Universit e Joseph Fourier, Grenoble I, 1995.
- [76] M. NELKIN. Universality and scaling in fully developed turbulence. *Adv. Phys.*, **43**(2), 143–181, 1994.
- [77] M. NELKIN AND M. TABOR. Time correlations and random sweeping in isotropic turbulence. *Phys. Fluids A*, **2**(1), 81–83, 1990.
- [78] A. M. OBUKHOV. Über die Schallstreuung in der turbulenten Str omung. *C. R. Acad. Sc. URSS*, **30**, 616–620, 1941.
- [79] S. A. ORSZAG AND G. S. PATTERSON. *Numerical simulations of turbulence*, volume 12, pages 127–147. M. Rosenblatt and C. Van Atta, springer verlag edition, 1972.
- [80] A. PAPOULIS. *Probability random variables, and stochastic processes*. McGraw-Hill international editions, third edition, 2002.
- [81] A. PETROSSIAN AND J. F. PINTON. Sound scattering on a turbulent, weakly heated jet. *J. Phys. II France*, **7**, 801–812, 1997.
- [82] A. D. PIERCE. *Acoustics. An introduction to its physical principles and applications*. Acoust. Soc. Am., 1991.

- [83] S. PIETROPINTO. *Expérience à Grands Reynolds Cryogéniques : GReC*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2002.
- [84] A. A. PRASKOVSKY, E. B. GLEDZER, M. Y. KARYAKIN, AND Y. ZHOU. The sweeping decorrelation hypothesis and energy-inertial scale interaction in high Reynolds number flows. *J. Fluid Mech.*, **248**, 493–511, 1993.
- [85] G. PÉREC. Experimental demonstration of the tomatotopic organization in the Soprano (*Cantatrix sopranica L.*).
- [86] D. I. PULLIN AND P. G. SAFFMAN. Vortex dynamics in turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **30**, 31–51, 1998.
- [87] P. ROUX AND M. FINK. Experimental evidence in acoustics of the violation of time-reversal invariance induced by vorticity. *Europhys. Letter*, **2**, 25–29, 1992.
- [88] T. SANADA. Cluster statistics of homogeneous fluid turbulence. *Phys. Rev. A*, **44**(10), 6480–6489, 1991.
- [89] T. SANADA. Concentration, clustering and stretching in homogeneous turbulence. *Prog. Theor. Phys.*, **87**(6), 1323–1333, 1992.
- [90] T. SANADA AND V. SHANMUGASUNDARAM. Random sweeping effect in isotropic numerical turbulence. *Phys. Fluids A*, **4**(6), 1245–1250, 1992.
- [91] N. SCHAEFFER. Diffusion d’ultrasons : mesures sur un jet d’air turbulent. Stage de DEA, Université Claude Bernard (Lyon I), 2001.
- [92] P. SEGRÈ, W. MEGEN, P. PUSEY, K. SCHÄTZEL, AND W. PETERS. Two-colour dynamic light scattering. *J. mod. Optics*, **42**(9), 1929–1952, 1995.
- [93] C. SIMAND. *Étude de la turbulence inhomogène au voisinage d’un vortex intense*. Thèse de Doctorat, École Normale Supérieure de Lyon, 2002.
- [94] K. SREENIVASAN. Fluid turbulence. *Review in modern physics*, **71**(2), 383–394, 1999.
- [95] M. C. TEICH AND B. E. A. SALEH. Cascaded stochastic processes in optics. *Traitement du Signal*, **15**(6), 457–465, 1998.
- [96] H. TENNEKES. Eulerian and lagrangian time microscales in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, **67**, 561–567, 1975.
- [97] S. THURNER, S. B. LOWEN, M. C. FEURSTEIN, AND C. HENEGHAN. Analysis, synthesis, and estimation of fractal-rate stochastic point processes. *Fractals*, **5**(4), 565–595, 1997.
- [98] C. W. VAN ATTA AND J. PARK. Lecture notes in physics. **12**, 402–426, 1971.
- [99] C. W. VAN ATTA AND J. C. WYNGAARD. On higher order spectra of turbulence. *J. Fluid Mech.*, **72**, 673, 1975.

- [100] E. VILLERMAUX, B. SIXOU, AND Y. GAGNE. Intense vortical structures in grid generated turbulence. *Phys. Fluids*, **7**, 2008–2013, 1995.
- [101] I. WYGNANSKI AND H. FIELDER. Some measurements in the self-preserving jet. *J. Fluid Mech.*, **38**, 577–612, 1969.
- [102] G. XU, R. A. ANTONIA, AND S. RAJAGOPALAN. Sweeping decorrelation hypothesis in a turbulent round jet. *Fluid Dyn. Res.*, **28**, 311–321, 2001.
- [103] V. YAKHOT, S. A. ORSZAG, AND Z.-S. SHE. Space-time correlations in turbulence : kinematical versus dynamical effects. *Phys. Fluids A*, **1**(2), 184–186, 1989.

RÉSUMÉ

Cette thèse porte sur l'étude expérimentale de la vorticité en turbulence développée dans l'espace de Fourier. Des mesures par diffusion acoustique d'ondes ultrasonores ont été réalisées d'une part dans un jet d'air ambiant en laboratoire (LEGI- Grenoble), d'autre part dans de l'Hélium gazeux   4 Kelvin au CERN (Genève) permettant de couvrir une gamme de nombres de Reynolds (fondés sur l'échelle de Taylor) compris entre 400 et 6000. Dans un premier temps, on qualifie la chaîne de mesure acoustique en comparant des expériences contrôlées   des calculs numériques. On examine en particulier l'importance des effets de diffraction induits par des émetteurs de taille finie. L'utilisation de cette chaîne acoustique pour l'étude de la vorticité en turbulence développée a conduit   deux résultats majeurs. Le premier concerne les temps caractéristiques des " v nements vorticitaires turbulents". En particulier, l'étude des temps de décorrélation d'un mode de Fourier de la vorticité révèle l'existence de deux temps caractérisant ces " v nements vorticitaires" : un temps court proportionnel au temps de "sweeping" et un temps long proportionnel au temps intégral de la turbulence. De plus, une technique d'interférométrie appuyée par une analyse temps-fréquence (de type Wigner-Ville) du signal complexe de diffusion suggère que le temps long traduit les interactions non-locales et le temps court les interactions locales (en Fourier). Le second résultat majeur est relatif   l'intermittence d'un point de vue spectral que nous avons analys e notamment via l'étude des densités de probabilité du signal. On montre en particulier que les modes de Fourier présentent une forte intermittence, laquelle s'accroît aux grands nombres d'onde et   grand Reynolds. La plupart de ces résultats expérimentaux sont également observés dans des simulations numériques directes (DNS) pseudo-spectrales du champ de vorticité correspondant   des nombres de Reynolds de l'ordre de 80.

TURBULENCE IN FOURIER SPACE, VORTICITY MEASUREMENTS BY ACOUSTIC SCATTERING

SUMMARY

In this thesis, we deal with experimental measurements of vorticity in Fourier space by using acoustic scattering technique. Measurements have been performed on the one hand in a laboratory air jet, and on the other one in a gaseous 4 Kelvin Helium jet located at CERN (Geneva) thus enabling to cover a wide range of Taylor based Reynolds numbers (400-6000). We get the data acquisition system features by means of controlled experiments, as well as acoustic numerical calculations. That allows a comprehensive understanding of diffraction effects involved in a scattering experiment with finite size transducers. Study of decorrelation of a Fourier mode reveals two characteristic times governing the vorticity "objects" dynamic : a short one proportional to the sweeping time, and a large one proportional to the integral time. Interferometry coupled with time-frequency analysis show that the large spectral time can be associated with non-local interactions whereas the short one depicts the local ones. Finally, we show that Fourier modes exhibit a strong intermittency, growing with increasing Reynolds and wave numbers.

MOTS-CLÉS : Turbulence, modes de Fourier, vorticité, diffusion acoustique, "sweeping time", intermittence, analyse temps-fréquence, DNS, modèle de Poisson doublement stochastique.
