



**HAL**  
open science

# Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques en jets supersoniques par Vélocimétrie Laser à effet Doppler

Franck Kerhervé

► **To cite this version:**

Franck Kerhervé. Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques en jets supersoniques par Vélocimétrie Laser à effet Doppler. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Poitiers, 2004. Français. NNT: . tel-00007612

**HAL Id: tel-00007612**

**<https://theses.hal.science/tel-00007612>**

Submitted on 3 Dec 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

pour l'obtention du Grade de

**Docteur de l'Université de POITIERS**

(Diplôme National - Arrêté du 30 mars 1992)

École Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers  
École Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur  
Spécialité : Acoustique et Dynamique des Écoulements Instationnaires

Présentée par

**Franck Kerhervé**

**Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques en jets supersoniques par vélocimétrie laser à effet Doppler : application à la prédiction du bruit de jet.**

Directeurs de Thèse : Yves Gervais et Jean-Christophe Valière

Soutenue le 19 Novembre 2004

Composition du jury

<b>G.</b>	<b>ÉLIAS</b>	Directeur de Recherches à l'ONERA	<i>Rapporteur</i>
<b>D.</b>	<b>JUVÉ</b>	Professeur à l'École Centrale de Lyon	<i>Rapporteur</i>
<b>S.</b>	<b>CANDEL</b>	Professeur à l'École Centrale de Paris	<i>Examineur</i>
<b>J.</b>	<b>FITZPATRICK</b>	Professeur à Trinity College Dublin	<i>Examineur</i>
<b>Y.</b>	<b>GERVAIS</b>	Professeur à l'Université de Poitiers	<i>Examineur</i>
<b>J.-C.</b>	<b>VALIERE</b>	Professeur à l'Université de Poitiers	<i>Examineur</i>
<b>H.</b>	<b>LAMBARÉ</b>	Ingénieur de Recherche et Développement au CNES	<i>Invité</i>
<b>V.</b>	<b>MORINIÈRE</b>	Maître de Conférences à l'Université de Poitiers	<i>Invité</i>

*“ Unité complexe dans l’espace et le temps, dont les sous-unités coopèrent afin d’en préserver l’intégrité, la structure, le comportement et pour les rétablir en cas de perturbation non destructrice. ”*

P. Weiss (1898-1989), écologiste, un des pères de la biologie holiste, définissant ici un système naturel.

## AVANT-PROPOS

*Mes premiers remerciements s'adressent au directeur du Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques de Poitiers mais avant tout professeur, Yves Gervais, pour m'avoir fait découvrir les joies de l'Aéroacoustique puis pour m'avoir offert l'opportunité de mener ce travail de doctorat. Je tiens à remercier tout particulièrement Jean-Christophe Valière, professeur et responsable de l'équipe Acoustique au sein du laboratoire, de m'avoir initié à l'Acoustique et d'avoir tendu la main pour me sortir des profondeurs du Traitement de Signal. Que ces deux personnes trouvent ici toute ma gratitude pour leur encadrement, leur grande disponibilité mais aussi leur oeil critique.*

*I also wish to acknowledge Professor John Fitzpatrick for his scientific contribution and his help to the post-processing of the two-point LDV data, and Professor Henry Rice for hosting me during the last year of my PhD in the Mechanical and Manufacturing Engineering Department of Trinity College Dublin (Ireland).*

*Mes remerciements vont également à Hadrien Lambaré, ingénieur de recherche à la division des lanceurs spatiaux du CNES, et au Conseil Régional du Poitou-Charentes pour leur contribution au financement de ce travail sur les trois premières années, ainsi qu'au réseau européen Marie-Curie.*

*Je tiens à remercier très sincèrement tous les membres du jury de l'intérêt porté à ce travail et pour avoir pris le temps de juger ce dernier, contribuant ainsi également à sa valeur.*

*Ma gratitude s'adresse également à tous ceux qui auront partagé avec moi les longues, difficiles, voir parfois froides journées des campagnes de mesures expérimentales. Je remercie donc ici très particulièrement Messieurs Patrick Braud pour sa formation en Vélocimétrie Laser à Effet Doppler et sa grande disponibilité, Laurent Philippon pour son soutien et ses inventions, Daniel Epinoux le grand héritier de la Mécanique, Christophe Chargellegue le magicien de la vis sans fin, Henry Foulon pour son humour et l'hébergement presque gratuit au banc MARTEL, ainsi que Philippe Szeger pour sa contribution au traitement des données. Sans toutes ces personnes, tout le travail réalisé n'aurait pas été aussi plaisant ni aussi abondant.*

*J'adresse également mes remerciements à Peter Jordan, tout jeune chercheur CNRS, pour m'avoir accompagné tout au long de ce travail et pour avoir mis un parfum d'Irlande sauvage dans notre bureau. Tes réponses à mes interrogations, ta curiosité scientifique et nos longues discussions auront été un élément clé dans la qualité de ce travail.*

*Il m'est bien difficile pour terminer de ne pouvoir citer toutes les personnes proches qui auront de près ou de loin contribué à ce que ces années de thèse soient pour moi un éveil personnel. Je n'oublie pas mes parents et mon frère. Merci à chacun de vous.*

*Merci Julie,  
Merci à toi petit(e ?) être...*



# Table des matières

<b>Nomenclature</b>	<b>9</b>
<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>16</b>
<b>1 Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques</b>	<b>19</b>
1.1 Analogies aéroacoustiques - Rappels . . . . .	20
1.1.1 L'analogie de Lighthill (1952) . . . . .	20
1.1.2 Autres analogies . . . . .	22
1.1.3 Application aux écoulements turbulents cisailés libres . . . . .	24
1.1.4 Définition des corrélations turbulentes . . . . .	30
1.2 Bruit des jets supersoniques libres . . . . .	40
1.2.1 Evolution aérodynamique du jet . . . . .	40
1.2.2 Rayonnement acoustique . . . . .	43
1.2.3 Synthèse . . . . .	46
1.3 Structures cohérentes à grande échelle . . . . .	48
1.4 Corrélations des grandeurs aérodynamiques . . . . .	55
1.5 Conclusion . . . . .	62
<b>2 Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse</b>	<b>65</b>
2.1 Installations expérimentales . . . . .	66
2.1.1 Configuration en jet froid : soufflerie supersonique S150 . . . . .	66
2.1.2 Configuration en jet chaud : banc MARTEL . . . . .	72
2.2 Procédures d'estimation des corrélations spatiales temporelles pour des échantillonnages irréguliers . . . . .	80
2.2.1 Nature et contraintes des signaux échantillonnés irrégulièrement . . . . .	80
2.2.2 Approche par interpolation de type échantillonneur-bloqueur . . . . .	82
2.2.3 Technique de classification par cases . . . . .	96
2.3 Etude comparative de procédures d'estimation spectrale pour des signaux échantillonnés irrégulièrement . . . . .	99
2.3.1 Validation des estimateurs spectraux en 1 point : <i>Benchmark test</i> . . . . .	100

2.3.2	Validation des estimateurs spectraux en 2 points : <i>Données actuelles</i> . . . . .	105
2.4	Conclusion . . . . .	112
<b>3</b>	<b>Composantes aérodynamiques de jets supersoniques froid et chaud</b>	<b>115</b>
3.1	Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent . . . . .	116
3.1.1	Ecoulement moyen . . . . .	116
3.1.2	Contraintes de Reynolds . . . . .	122
3.1.3	Comportement statistique du champ turbulent . . . . .	128
3.1.4	Validation du code aérothermique AMLJET : jet supersonique chaud . . . . .	128
3.2	Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid) . . . . .	133
3.2.1	Notes sur le traitement des données . . . . .	133
3.2.2	Identification d'un mécanisme de bruit de raie . . . . .	134
3.2.3	Composition spectrale du champ de vitesse . . . . .	136
3.2.4	Compositions spectrales des contraintes de Reynolds longitudinales . . . . .	143
3.2.5	Distributions relatives du bruit propre et du bruit de cisaillement . . . . .	145
3.3	Conclusion . . . . .	147
<b>4</b>	<b>Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques d'un jet super- sonique froid</b>	<b>149</b>
4.1	Définitions et calculs des grandeurs statistiques intégrales . . . . .	150
4.1.1	Généralités sur les échelles caractéristiques . . . . .	150
4.1.2	Procédures d'estimation des grandeurs statistiques . . . . .	152
4.2	Propriété de conservation de l'organisation spatio-temporelle du champ turbulent . . . . .	156
4.3	Propriétés turbulentes intégrales . . . . .	158
4.3.1	Corrélations spatiales et échelles intégrales . . . . .	158
4.3.2	Vitesse de convection . . . . .	161
4.3.3	Coefficient de corrélation temporelle et temps intégral . . . . .	163
4.3.4	Récapitulatifs . . . . .	167
4.4	Quantification de l'efficacité des sources aéroacoustiques . . . . .	167
4.4.1	Définition de l'efficacité acoustique d'une source de bruit . . . . .	168
4.4.2	Estimation du degré de compacité dans le jet supersonique froid . . . . .	168
4.4.3	Rapport à l'instabilité dominante de l'écoulement . . . . .	169
4.5	Modélisation des corrélations turbulentes . . . . .	170
4.5.1	Légitimité de la modélisation et limitation . . . . .	170
4.5.2	Validité des modèles existants : extension aux jets supersoniques . . . . .	172
4.5.3	Modélisation complète de l'organisation spatio-temporelle . . . . .	178
4.5.4	Modélisation de la densité spectrale de puissance de l'énergie turbu- lente intrinsèque . . . . .	180
4.6	Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent . . . . .	182

4.6.1	Définition des échelles et vitesse de convection singulières . . . . .	182
4.6.2	Dépendance fréquentielle de la vitesse de convection . . . . .	185
4.6.3	Estimation expérimentale et modélisation des échelles singulières . .	188
4.6.4	Discussion et relation au bruit de jet rayonné . . . . .	194
4.7	Conclusion . . . . .	194
<b>5</b>	<b>Simulations numériques du bruit rayonné par un jet supersonique chaud</b>	<b>197</b>
5.1	Bases théoriques de la modélisation numérique du bruit rayonné par les jets axisymétriques libres . . . . .	198
5.1.1	Composante du bruit de mélange . . . . .	199
5.1.2	Composante de bruit liée aux sources d'origine thermique . . . . .	202
5.1.3	Notes sur l'extension du code EBENI au régime supersonique . . . .	204
5.2	Spectres d'intensité acoustique en champ lointain . . . . .	205
5.3	Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons . . . . .	208
5.3.1	Localisation des sources de bruit dans l'écoulement . . . . .	208
5.3.2	Description générale des spectres de bruit calculés . . . . .	210
5.3.3	Influence des paramètres de calcul sur le spectre de bruit calculé . .	211
5.3.4	Etude de la directivité des contributions au champ total rayonné des composantes sources . . . . .	217
5.4	Conclusion . . . . .	221
	<b>Conclusion générale</b>	<b>223</b>
	<b>Annexe 1</b>	<b>227</b>
	<b>Annexe 2</b>	<b>228</b>
	<b>Annexe 3</b>	<b>231</b>
	<b>Annexe 4</b>	<b>235</b>



## Nomenclature

$c_o$	Vitesse du son dans le milieu au repos
$c_p$	Chaleur spécifique à pression constante
$f, f_c$	Fréquence, Fréquence de coupure
$\bar{f}_s, \bar{f}_e$	Fréquence moyenne d'échantillonnage et de rééchantillonnage
$f_{ij}(\xi)$	Fonction de décroissance spatiale
$i, j, k, l$	Directions de l'espace
$\ell_{ij}$	Echelle intégrale de longueur de la composante de vitesse $i$ dans la direction $j$
$\ell_{11}[f]$	Echelle de longueur singulière de la composante longitudinale des fluctuations de vitesse
$p, p'$	Pression et fluctuations de pression
$r$	Distance à l'axe du jet
$r_{0.5}$	Position radiale de demi-vitesse
$r^*$	Coordonnée radiale de similitude
$r_{ij}(y, \eta, \tau)$	Fonction de corrélation spatio-temporelle du champ de vitesse turbulente
$r_{ijkl}(y, \eta, \tau)$	Fonction de corrélation spatio-temporelle du champ des contraintes de Reynolds
$t$	Temps
$u_i$	Composante $i$ de la vitesse
$u_{ti}$	Composante fluctuante de $u_i$
$x/D$	Distance à la sortie de la tuyère normalisée
$x, x_i$	Position de l'observateur, composante dans la direction d'observation $i$
$y, y_i$	Position de la source dans l'écoulement, composante de $y$ dans la direction $i$
$C_D$	Facteur d'amplification Doppler corrigé
$D$	Diamètre de la sortie de la tuyère
$Fl_{u_{ti}}$	Facteur d'aplatissement de la composante de vitesse $u_{ti}$
$H_{pb}(f), H_{pb}^d[k]$	Filtre passe-bas, forme continue et discrète
$I(x, t)$	Intensité acoustique rayonnée au point d'observation $x$ et à l'instant $t$
$L_c$	Longueur du cône potentiel
$L_s$	Longueur du noyau supersonique
$M_c$	Nombre de Mach convectif
$M_d$	Nombre de Mach du jet parfaitement détendu
$M_j$	Nombre de Mach du jet
$R_{qq}(\tau)$	Fonction d'autocorrélation d'un signal temporel $q$ quelconque
$R_{ijkl}$	Fonction de corrélation du tenseur de Lighthill
$Sk_{u_{ti}}$	Facteur de dissymétrie de la composante de vitesse $u_{ti}$
$S_{qq}(f)$	Densité spectrale de puissance propre d'un signal temporel $q$ quelconque
$St$	Nombre de Strouhal

$T_a$	Température du milieu ambiant
$T_{ij}$	Tenseur de Lighthill
$T_r$	Température du jet
$U_c$	Vitesse de convection
$U_e$	Vitesse de l'écoulement secondaire
$U_i$	Composante moyenne de $u_i$
$U_J$	Vitesse du jet immédiatement à la sortie de la tuyère
$U', U''$	Vitesses moyennes locales longitudinales aux points $y'$ et $y''$
$\delta_c$	Epaisseur de couche de mélange
$\delta_\omega$	Epaisseur de vorticité
$\eta$	Vecteur de séparation dans un repère fixe par rapport à l'écoulement
$\theta$	Angle d'observation
$\xi$	Vecteur de séparation dans un repère mobile lié au champ turbulent
$\rho$	Masse volumique
$\tau$	Temps de retard
$\tau_{ij}$	Tenseur des contraintes visqueuses
$\tau_\eta$	Temps de renouvellement local du champ turbulent
$\tau_\xi$	Echelle intégrale temporelle
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\omega, \omega_t$	Pulsation et pulsation caractéristique
$\Gamma(x, \tau)$	Fonction d'autocorrélation des fluctuations de pression acoustique
$\Gamma_\omega(x, f)$	Spectre d'intensité acoustique
$\Delta_c$	Distance séparant deux cellules de choc
$\Theta$	Facteur d'amplification Doppler non corrigé

## Introduction

En raison de leur complexité et des forts niveaux de puissance acoustique rayonnée, les écoulements supersoniques sont à l'origine d'un nombre conséquent d'études aussi bien techniques que fondamentales. Dans les domaines industriels tel que l'aérospatiale, une des problématiques liées à ces écoulements réside dans les effets vibro-acoustiques induits. A ce titre, nous pouvons citer le cas des lanceurs spatiaux tel que le lanceur européen ARIANE pour lequel le Centre Nationale des Etudes Spatiales (CNES) a mis en place dès 1991, en collaboration avec des industriels et des universitaires, une thématique de recherche centrée sur l'élaboration de solutions technologiques de réduction de bruit pour protéger le lanceur lui-même ainsi que sa charge embarquée. Associées aux études technologiques ainsi menées dans le cadre de ce pôle de travail<sup>1</sup>, le CNES maintient également des activités de recherche à caractère plus fondamental. Ces activités sont notamment orientées vers l'identification et la caractérisation des mécanismes de génération de bruit des écoulements caractéristiques de ceux issus des accélérateurs du lanceur.

Bien que le champ acoustique rayonné par les écoulements en général ait été étudié très tôt, il aura fallu attendre les années 1950 et les travaux de Lighthill [1, 2] pour disposer d'un formalisme mathématique liant le champ acoustique rayonné et la dynamique de l'écoulement. En combinant les équations de la mécanique des fluides, équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse, Lighthill établit une équation de propagation classique avec un second membre considéré comme la source. Le problème ainsi posé est donc celui du rayonnement en espace libre et au repos d'une source en tant que volume fluide turbulent, ou plus précisément d'une distribution de sources de nature quadrupolaire. Le formalisme intégral s'appuyant sur les fonctions de Green en espace libre permet alors d'écrire rigoureusement le champ acoustique rayonné en un point de l'espace comme la combinaison des différentes sources. On parle alors d'*analogie aéroacoustique*. La connaissance a priori des grandeurs aérodynamiques dans toute la région de l'écoulement permet de retrouver le champ acoustique rayonné en un point quelconque d'observation. Malgré les progrès réalisés depuis le développement de cette discipline, ni la voie expérimentale ni la voie numérique ne permettent toutefois de déterminer fidèlement les grandeurs aérodynamiques en particulier pour les écoulements à configurations complexes. La résolution numérique complète des équations de la dynamique des fluides se limite en effet à des écoulements simples à faibles nombres de Reynolds et de faibles vitesses.

Bien que son interprétation reste encore très discutée, le terme source introduit par Lighthill fait intervenir à la fois les sources dues aux fluctuations du tenseur des contraintes visqueuses, celles dues aux instationnarités des forces convectives non linéaires, mais également les sources d'origine thermique. Dans le cas des écoulements supersoniques à hautes températures de type jet et typiquement caractéristiques de ceux rencontrés pour les lanceurs spatiaux, les deux dernières sources sont clairement prépondérantes. Dans le cadre

---

<sup>1</sup>pôle Acoustique et Environnement Induits au Décollage

du travail présenté ici, seules en revanche les sources liées aux fluctuations turbulentes du champ de vitesse feront l'objet d'attentions. Afin d'être plus précis sur la nature exacte de ces sources, notons que celles-ci résultent de la combinaison de sources de bruit ayant pour origine l'interaction du champ de vitesse turbulent avec l'écoulement moyen, dit bruit de cisaillement, et de sources induites par l'interaction du champ de vitesse turbulente avec lui-même et communément appelé bruit propre. Ces deux composantes de bruit sont caractérisées par des mécanismes de conversion de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique très distincts conférant ainsi aux champs rayonnés résultants une directivité et une nature fréquentielle différentes. D'après le concept d'analogie aéroacoustique, la connaissance de l'évolution spatiale de ces sources et de leur dynamique temporelle sur toute la région de l'écoulement permet de déterminer leur contribution au champ rayonné total. Une alternative aux difficultés rencontrées à la fois expérimentalement et numériquement consiste à établir un modèle semi-empirique représentatif des distributions spatiales et temporelles de ces sources dans l'écoulement.

Cette modélisation est rendue possible en particulier grâce à l'organisation particulière du champ de vitesse turbulente. La représentation communément admise de celui-ci en une multitude de structures tourbillonnaires est particulièrement bien adaptée pour rendre compte de son organisation. Dans le cas des couches de mélange rencontrées typiquement dans les écoulements de jet, la formation de celles-ci s'accompagne par la formation de structures tourbillonnaires très cohérentes qui contrôlent les différents mécanismes de production et d'échange de l'énergie turbulente au sein de l'écoulement. Ces structures de fluide particulières sont par ailleurs à l'origine de processus très dynamiques (enroulement, appariements etc...) intimement liés aux différentes composantes de bruit citées précédemment. Leurs caractéristiques spatiales et temporelles sont donc indicatives de la nature des sources qui se déplacent dans l'écoulement à une certaine vitesse. Ainsi, parce que ces structures tourbillonnaires conservent leurs caractéristiques avant d'être mises en jeu dans un nouveau processus, le champ de vitesse turbulent peut par conséquent être considéré comme une distribution spatiale, dans toute la région de l'écoulement, de sources plus ou moins corrélées entre elles et évoluant dans le temps. Le formalisme introduit par Lighthill permet dès lors d'écrire le champ acoustique rayonné non plus à partir des sources elles-mêmes mais en termes de leurs corrélations spatiale et temporelle sur toute la région de l'écoulement. L'approche statistique du champ acoustique par la voie expérimentale ou numérique est une traduction directe du concept d'analogie aéroacoustique développé par Lighthill. L'analyse statistique du champ de vitesse turbulent d'un écoulement présente donc un intérêt particulier puisqu'à la fois les distributions spatiale et fréquentielle des sources peuvent être étudiées.

La caractérisation des mécanismes de génération de bruit en termes statistiques peut donc, rigoureusement, apporter des informations supplémentaires, en plus de celles déjà existantes dans la littérature, sur le bruit total rayonné. Dans ce contexte, les outils expérimentaux peuvent être utilisés pour compléter et valider les modèles de prédiction de bruit et de distribution statistique de source couramment admis dans la littérature.

Le mémoire présenté ici rapporte le travail effectué au sein du Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques de Poitiers (France) ainsi que, dans une moindre mesure, au Department

of Mechanical and Manufacturing Engineering du Trinity College de Dublin (Irlande) afin de répondre en partie aux attentes évoquées précédemment. Le travail effectué s'articule autour des trois points suivants :

- ▷ Caractérisation des sources aéroacoustiques en termes statistiques des fluctuations du champ de vitesse turbulente pour la modélisation de leurs distributions spatiale et temporelle en écoulement de jet supersonique,
- ▷ Développement de procédures d'analyse spectrale et d'identification pour des signaux échantillonnés irrégulièrement.
- ▷ Amélioration de codes de calculs aéroacoustiques pour la prédiction du bruit de jet supersonique

#### Organisation du mémoire

Le premier chapitre, de nature bibliographique, est d'abord consacré à la mise en place des équations régissant l'analogie aéroacoustique de Lighthill. Ce concept une fois introduit est ensuite appliqué à l'estimation du bruit rayonné par les jets libres. Nous nous intéressons également dans ce chapitre à la phénoménologie plus générale des couches de mélanges supersoniques et plus précisément aux différents mécanismes de génération de bruit. L'étude bibliographique est ensuite réorientée principalement vers les outils expérimentaux déjà reportés dans la littérature pour caractériser à la fois ces différents mécanismes ainsi que le rayonnement acoustique induit.

Les écoulements étudiés et les dispositifs expérimentaux employés pour répondre aux deux premiers points cités préalablement sont ensuite décrits. Grâce au développement des techniques d'anémométrie optique, telle que la vélocimétrie laser à effet Doppler, la mesure des grandeurs aérodynamiques caractéristiques de l'écoulement moyen et du champ de vitesse turbulent sans perturber l'écoulement ni introduire de bruit supplémentaire est désormais possible. De manière générale, ces techniques optiques font appel à l'utilisation de traceurs introduits dans l'écoulement. Les déplacements, vitesses et accélérations de ces particules sont admis comme égaux à ceux du fluide. La mesure de la vitesse instantanée en un point de l'écoulement dépend directement de leur passage irrégulier en ce point. Apparaissent dès lors d'autres difficultés liées au caractère irrégulier de l'échantillonnage. Les outils reportés dans la littérature sont en partie ici repris dans ce chapitre et adaptés aux conditions expérimentales requises. Pour l'estimation des grandeurs statistiques caractéristiques des sources aéroacoustiques, deux approches seront décrites : une approche temporelle basée sur la méthode dite de "classification par cases" et une approche fréquentielle faisant appel à la reconstruction du signal sur une base de temps régulière.

Les différentes composantes aérodynamiques d'un jet supersonique froid et d'un jet supersonique chaud sont ensuite reportées. Ces résultats sont issus de mesures par vélocimétrie laser Doppler. Les procédures développées dans le chapitre précédent sont ici appliquées à l'analyse spectrale du champ turbulent. L'évolution le long du jet de la distribution fréquentielle de l'énergie turbulente associée aux mécanismes de génération des composantes de bruit de cisaillement et de bruit propre est ainsi étudiée. Cette caractérisation de l'écoulement en termes de ces composantes aérodynamiques offre une première description des mécanismes de génération, d'échange et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente mise en jeu. La cartographie de ces différentes grandeurs permet également

de définir, au moins qualitativement, les régions de l'écoulement ayant un potentiel de source acoustique important. Dans le cas du jet supersonique chaud, une comparaison des résultats expérimentaux avec ceux issus d'un code de calcul aérodynamique élaboré par EADS-LV<sup>2</sup> est également présentée.

La caractérisation des sources aéroacoustiques en termes statistiques est ensuite abordée pour un jet supersonique froid. Nous nous intéressons dans un premier temps aux propriétés statistiques à la fois du champ turbulent (échelles spatiales et temporelles) et des sources (vitesse de convection, degré de compacité acoustique) définies à partir des corrélations spatiales et temporelles du champ turbulent. Les outils développés au cours du second chapitre sont ici adaptés à des mesures simultanées de vélocimétrie laser à effet Doppler en deux points de l'écoulement. La distribution de ces propriétés dans l'écoulement met en évidence les structures intrinsèques différentes des deux composantes majeures du bruit de mélange.

Les modèles de distribution statistique de sources généralement rencontrés dans la littérature et utilisés pour la simulation du bruit de jet supersonique sont issus de travaux en écoulement subsonique. En s'appuyant sur les résultats de ce présent travail, un nouveau modèle adapté au cas du régime supersonique est proposé par la suite.

Les propriétés intégrales définies au cours de ce chapitre ne rendent pas directement compte du caractère multi-échelle du champ turbulent. Une approche fréquentielle de ces propriétés est donc proposée dans la suite de ce chapitre où nous tentons de définir pour chaque composante du champ turbulent une dimension spatiale et une vitesse de déplacement. Le champ turbulent n'est alors plus perçu comme un ensemble de volumes de fluide plus ou moins corrélés entre eux, mais simplement comme la superposition d'une infinité de structures turbulentes. Ceci permet d'apporter des informations sur l'organisation intrinsèque du champ turbulent et la distribution des différentes échelles qui le composent. De plus, dans le cadre de l'estimation du bruit de jet par une approche statistique ainsi que suggéré par Lighthill, cette approche permet rigoureusement d'obtenir une meilleure estimation du bruit rayonné.

Dans le contexte général de l'amélioration des codes de prédiction du bruit de jet supersonique, nous nous proposons dans le dernier chapitre de reprendre les résultats expérimentaux ici obtenus afin d'étendre le champ d'application au régime supersonique d'un code de calculs aéroacoustiques. Le code EBENI qui est présenté, développé dans le cadre des activités de recherche du LEA de Poitiers sur le bruit de jet subsonique, est fondé sur le formalisme de Lighthill et tient compte de la contribution au champ acoustique total des sources d'origine thermique. Le modèle de distribution statistique de sources établi dans le chapitre précédent ainsi que la loi d'évolution des échelles intégrales spatiales sont ici employés. Les résultats des calculs obtenus sont comparés aux mesures du champ acoustique rayonné dans le cas d'un jet supersonique chaud réalisées au banc MARTEL du CEAT de Poitiers. Un des objectifs des travaux reportés dans ce dernier chapitre est de combiner à la fois les résultats expérimentaux obtenus et les outils numériques du laboratoire. Cette dernière partie constitue plus cependant une étape de faisabilité pour améliorer le code initialement prévu pour la prédiction du champ acoustique rayonné par

---

<sup>2</sup>European Aeronautic Defence and Space Co - Launch Vehicles

des jets subsoniques (froid ou chaud) qu'une prédiction précise du bruit de jet supersonique.

Enfin pour finir, les conclusions générales de l'étude sont présentées afin d'en dégager les perspectives à donner à la démarche utilisée et au travail effectué.

## Abstract

Exhaust noise during aircraft or space launcher takeoff remains an important issue. In the case of public transport, the noise radiated is effectively a source of annoyance and therefore a limiting factor in the growth of air traffic. In the particular case of space transport, this noise can lead to significant damage of the launcher or its equipment.

Over the past fifty years, dating back to the seminal work of Lighthill [1], significant progress has been made in understanding the sources of jet noise generation. Significant effort has been also expended toward reducing the noise generated. Among others, the French National Space Agency CNES contributes to improve the environment of the European space launcher ARIANE during takeoff, suggesting technological solutions and sponsoring fundamental research on the noise mechanisms which take place in supersonic jet flows.

As mentioned by Lighthill, and well established now, the noise generation can be described through an acoustic analogy from the turbulence induced by the flow. The knowledge of the spatial and temporal organisation of the turbulent field allows therefore the radiated noise to be determined. This is made using statistical tools such as the spatial and temporal correlation functions which describe how the different regions of the flow field, or in other words the different aeroacoustic sources, interact. These functions also allow the turbulence and source properties to be defined such as the length and time scale or convection velocities which highlight the aerodynamic field properties most relevant in the generation of turbulent mixing noise. However, because such a description over all the region of the flow still remains an unattainable goal, either using experimental or numerical tools, statistical source models are established. Although these models require experimental data to be performed, there is a paucity of data in the case of supersonic jet flows. Large progress has also been made in optical measurements and such a description is now allowed even in complex flows.

The characterisation of aeroacoustic sources in terms of multi-order turbulent velocity correlation is investigated here. Multi-point velocity measurements have been performed in a cold supersonic jet using Laser Doppler Velocimetry. Single-point measurements yield mean velocity profiles, turbulence intensity profiles and power spectral densities of both the turbulent velocity and Reynolds stress field. Turbulence energy spectra are of particular interest since they are related to the multi-scale nature of the turbulence field and highlight the spectral content of the turbulent energy converted into acoustic energy. The longitudinal components of the second and fourth-order two-point velocity correlation, related to the shear noise and self noise mechanisms respectively, are obtained from a series of the two-point velocity measurements, whence a cartography of integral space and time scales, convection velocities and acoustic compactness is effected. These results are used to examine differences between subsonic and supersonic jet aerodynamics in terms of their sound generation potential.

Analytical expressions are then proposed for the spatial and temporal parts of the longitudinal correlation coefficient. These are scaled using the integral space and time scales of the velocity and Reynolds stress fields where good agreement is found with experimentally determined functions.

Finally, to take account of the multi-scale nature of the turbulent field, the frequency dependence of the turbulence and source properties is investigated. The results highlight the intrinsic structure of the turbulent field and for each of its constituents, seen as a spectral component, a characteristic length and convection speed are associated.

Where noise prediction is of concern, the final part of this study is focused on the improvements of an aeracoustic numerical code developed by the Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, Poitiers (France). This code is based on the Lighthill formalism and on the hypothesis usually assumed for subsonic jet flows. Entropic noise sources are also taken into account so that noise from hot jets can be estimated. Source terms are approximated from the mean value of kinetic energy, temperature and density gradients and velocity and turbulent dissipation given by an aerodynamic numerical code developed by EADS-LV. The specific code consists of a combination of a Reynolds-Average Navier-Stokes calculation and a  $k-\epsilon$  turbulence closure model. Simulations are effected for a hot supersonic jet for which acoustic pressure measurements in the far field have been performed in the MARTEL facility in Poitiers. Turbulence properties and the source model established in the previous part of the study are here used to fit the calculation. Good agreement is found for observation angles near the jet axis only. Limitations of supersonic jet noise prediction using Lighthill's acoustic analogy is also discussed.



# Chapitre 1

## Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

Le problème central évoqué tout au long de ce chapitre bibliographique est celui de l'identification des sources acoustiques dans les écoulements subsoniques ou supersoniques. Les procédures d'identification sont nombreuses mais peuvent se diviser en deux grandes catégories : soit on s'intéresse au champ acoustique rayonné (champ proche ou champ lointain), soit au champ interne de l'écoulement (champ de fluctuations de vitesse ou de masse volumique). La connaissance de ce dernier permet rigoureusement de reconstruire par lien de cause à effet le premier. Cette approche est rendue théoriquement possible grâce au concept d'analogie aéroacoustique proposé initialement par Lighthill [1, 2]. La première partie de ce chapitre sera donc consacrée à la présentation générale des bases théoriques de l'aéroacoustique des écoulements turbulents libres, appliquées ensuite au cas particulier des jets supersoniques.

Le chapitre est ensuite recentré sur l'étude des jets supersoniques qui nous intéressent plus particulièrement. Ce type d'écoulement présente des mécanismes de génération de bruit possédant une signature bien caractéristique en plus de ceux également rencontrés en régime subsonique. La seconde partie de ce chapitre sera donc consacrée à la description générale à la fois de la morphologie et du rayonnement acoustique de ces écoulements.

La source de bruit commune à ces deux régimes a pour origine l'évolution à la fois spatiale et temporelle du champ turbulent dans l'écoulement. La représentation de ce champ turbulent sous forme d'une multitude d'échelles est aujourd'hui bien admise par l'ensemble de la communauté. Bien que celui-ci soit a priori fortement aléatoire, il existe néanmoins une certaine organisation prenant la forme de structures turbulentes dites à grandes échelles. Ces structures ont un rôle particulièrement important dans le champ acoustique rayonné en raison non seulement de leur dynamique mais également des mécanismes qu'elles contrôlent. Leur identification ainsi que leur relation au champ rayonné seront exposés ici à partir d'une synthèse des travaux existants dans la littérature.

Cette organisation du champ turbulent, composé à la fois d'une partie aléatoire de mouvements à petites échelles, et d'une partie cohérente associée aux mouvements à grandes échelles, conduit logiquement à décrire celui-ci en termes statistiques à partir, soit des fluc-

tuations de la vitesse, soit des fluctuations de la masse volumique. La caractérisation des sources acoustiques à partir de corrélations spatiales et temporelles dérivées du champ turbulent permet alors de déterminer leur distribution et leur évolution dans tout l'écoulement et apporte des informations contribuant à une meilleure compréhension des différents mécanismes d'échanges d'énergie ainsi que de génération de bruit. Dans la dernière partie de ce chapitre nous nous intéresserons donc à la possibilité d'estimer le champ acoustique rayonné par les jets supersoniques à partir d'une représentation statistique de ses sources intrinsèques.

## 1.1 Analogies aéroacoustiques - Rappels

### 1.1.1 L'analogie de Lighthill (1952)

L'analogie de Lighthill [1] consiste en une reformulation exacte des équations de conservation de la masse (eq. 1.1) et de Navier-Stokes (eq. 1.2) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.2)$$

en une équation d'onde inhomogène (eq. 1.3) pour la masse volumique  $\rho$  :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_o^2 \Delta \rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[ \rho u_i u_j + (p - c_o^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij} \right] \quad (1.3)$$

où  $u_i$  désigne les composantes de la vitesse,  $p$  la pression et  $c_o$  la vitesse du son dans le milieu au repos. Le tenseur des contraintes visqueuses est noté  $\tau_{ij}$ .

Notons  $T_{ij}$  le tenseur de Lighthill tel que l'on puisse écrire :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_o^2 \Delta \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1.4)$$

avec  $T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - c_o^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}$ .

Lighthill propose ainsi d'isoler dans le membre de gauche un opérateur de propagation d'ondes dans un milieu au repos et dans le membre de droite un terme source acoustique supposé connu. On parle alors d'*analogie aéroacoustique*. Dans ce terme source  $T_{ij}$  on peut distinguer successivement les trois processus de bruit suivants :

- l'instationnarité des forces convectives non linéaires (notamment les contraintes de Reynolds),
- le bruit d'entropie lié aux échanges de chaleur turbulents,
- les fluctuations du tenseur des contraintes visqueuses.

Le problème de la génération et de la propagation du son émis par un écoulement turbulent est ainsi remplacé par un problème classique de propagation, dans un milieu au repos, du bruit émis par une distribution de sources quadripolaires de force  $T_{ij}$  supposée connue.

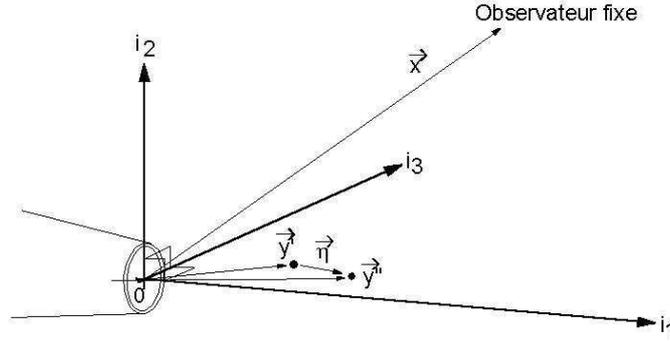


FIG. 1.1 – *Système de coordonnées.*

Le formalisme intégral des fonctions de Green (solution de l'équation pour laquelle l'inhomogénéité est concentrée en un point aussi bien dans le temps que dans l'espace) permet de résoudre sans ambiguïté l'équation de Lighthill lorsque le terme source est connu. Dans ce cas, la solution en espace libre s'exprime à l'aide de la fonction de Green associée comme suit :

$$\rho'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_o^2} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \left( \vec{y}, t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_o} \right) \frac{d\vec{y}}{|\vec{x} - \vec{y}|} \quad (1.5)$$

où  $\rho'(\vec{x}, t)$  désigne les fluctuations de masse volumique observées dans le milieu ambiant au point  $\vec{x}$  à l'instant  $t$ , dues aux fluctuations contenues dans le volume source  $V$  situé en  $\vec{y}$ . Le terme sous l'intégrale  $\partial^2 T_{ij} / \partial y_i \partial y_j$  représente une distribution continue de sources acoustiques quadripolaires de force  $T_{ij}$ .

Lorsque le point d'observation se situe dans le champ lointain, le problème de l'estimation de la dérivation du terme source par rapport à l'espace peut être remplacé par celui d'une estimation d'une dérivation par rapport au temps. Le champ lointain est défini ici comme la région de l'espace dont les points sont situés à des distances très grandes de la source devant la longueur d'onde caractéristique de celle-ci. Dans cette région de l'espace, les deux approximations suivantes sont alors vérifiées :

$$|\vec{x} - \vec{y}| \simeq |\vec{x}| \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \simeq -\frac{x_i}{|\vec{x}|} \frac{1}{c_o} \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.7)$$

Ces deux approximations permettent ainsi d'obtenir la solution de l'équation de Lighthill en espace libre et en champ lointain :

$$\rho'(\vec{x}, t) = \frac{x_i x_j}{4\pi c_o^4 |\vec{x}|^3} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left( \vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_o} \right) d\vec{y} \quad (1.8)$$

Dans le cas particulier du champ lointain, les fluctuations de la pression acoustique sont déterminées à partir de la relation  $p' = c_o^2 \rho'$ .

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

Notons que la solution de l'équation de Lighthill (eq. 1.8) permet de décrire le rayonnement acoustique des écoulements turbulents instationnaires uniquement en l'absence d'obstacle solide (ou dans les cas pour lesquels les effets de frontières solides peuvent être négligés). En présence de frontières solides, Ffowcs Williams propose une formulation plus générale pour l'équation d'onde. Cependant, l'étude menée s'orientant autour de jets libres, ce problème ne sera pas abordé ici.

### Problème de l'identification du terme source

Des considérations précédentes se pose le problème de l'identification du terme source. L'analogie repose en effet sur la connaissance a priori du terme source alors que ce terme contient lui-même les fluctuations de masse volumique qui ne peuvent par conséquent pas être déterminées complètement à partir de l'équation de Lighthill. De plus, ce terme contient tous les effets associés à la propagation en écoulement qui ne constituent pas a priori des sources pures (effets de convection, de réfraction et de diffusion des ondes par la turbulence). L'opérateur de propagation suppose également que la propagation se fait dans un milieu homogène au repos.

Par conséquent, la détermination du terme source revient à résoudre complètement le système d'équations non linéaires qui gouvernent l'écoulement, ce qui est naturellement irréalisable encore aujourd'hui. Pour résoudre ces ambiguïtés inhérentes à l'analogie de Lighthill, d'autres auteurs proposent de séparer les effets liés à la propagation des termes sources (Phillips, Lilley) ou bien suggèrent une alternative à la formulation de Lighthill en se basant sur le rayonnement associé au caractère tourbillonnaire de l'écoulement (Powell, Howe).

### 1.1.2 Autres analogies

#### Effets liés à la propagation en écoulement (Phillips et Lilley)

Dans l'équation de Lighthill, l'interaction entre le rayonnement acoustique et l'écoulement moyen est indirectement prise en compte dans le terme source. Or ces les effets de propagation d'ondes en écoulement ne peuvent être considérés comme des sources pures. Phillips [3] et Lilley [4] proposent donc de définir un opérateur d'onde incluant tous les phénomènes de propagation liés à un écoulement arbitraire en ne conservant dans le membre de droite que les termes sources uniquement.

#### Equation de Phillips (1960)

Pour un écoulement moyen cisailé unidirectionnel, toujours en reformulant les équations de Navier-Stokes, Phillips écrit pour les fluctuations de pression acoustique :

$$\frac{D^2\Pi}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{c_p} \frac{Ds}{Dt} \right) \quad (1.9)$$

où  $\Pi$  désigne le logarithme népérien des fluctuations de la pression,  $c$  la vitesse du son (variable),  $c_p$  la chaleur spécifique à pression constante,  $s$  l'entropie et  $D/Dt$  la dérivée

particulière<sup>1</sup>. Les deux termes contenus dans l'opérateur de propagation sont ceux d'une équation de propagation dans un écoulement où la vitesse du son n'est pas constante. Cet opérateur prend en compte un type particulier d'interaction du champ acoustique avec l'écoulement moyen. Les effets de convection sont intégrés dans les dérivées particulières. Ainsi, dans le membre de droite, le premier terme représente le bruit dû aux fluctuations de vitesse dans l'écoulement, alors que les deux autres décrivent le bruit des fluctuations des contraintes visqueuses et d'entropie.

Cependant, comme le souligne Lilley, l'opérateur d'ondes de Phillips ne contient pas tous les termes apparaissant normalement dans une équation de propagation en écoulement. Le membre de droite de l'équation contient donc un terme (en particulier contenu dans le terme source des fluctuations de vitesse) associé à la propagation des ondes et non à leur production.

### Equation de Lilley (1972)

Dans le but d'obtenir une équation dans laquelle tous les effets liés à la propagation, pour un écoulement moyen cisailé et unidirectionnel, apparaissent dans l'opérateur d'onde, Lilley écrit une équation du troisième ordre dérivée de l'équation de Phillips (eq. 1.9) :

$$\frac{D}{Dt} \left[ \frac{D^2 \Pi}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial x_j} \right) \right] + 2 \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \frac{\partial}{\partial y_j} \left( c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial y_i} \right) = -2 \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \frac{\partial u_k}{\partial y_j} \frac{\partial u_i}{\partial y_k} + \Psi \quad (1.10)$$

$$\text{avec} \quad \Psi = 2 \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \frac{\partial}{\partial y_j} \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial y_k} \right] - \frac{D}{Dt} \left[ \frac{\partial}{\partial y_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial y_j} \right) \right] + \frac{D^2}{Dt^2} \left[ \frac{1}{c_p} \frac{Ds}{Dt} \right]$$

La fonction  $\Psi$  représente les effets des fluctuations des contraintes visqueuses et les fluctuations d'entropie.

Notons que pour les écoulements cisailés, les termes de droite peuvent effectivement être considérés comme des quantités sources. Toutefois, bien que cette dernière analogie permette de séparer parfaitement les termes sources de la propagation du champ acoustique rayonné, la résolution du système obtenu est particulièrement complexe et limite son application.

### Analogies utilisant la vorticité (Powell et Howe)

Une alternative à l'analogie de Lighthill est propos e par Powell [5] puis Howe [6] dans le but de relier le champ acoustique rayonné et la dynamique de l'écoulement. Effectivement, la présence de structures tourbillonnaires cohérentes dans l'écoulement jouant un rôle très important dans le rayonnement acoustique conduit Powell   caractériser le bruit émis en terme du rotationnel de la vitesse. Il introduit donc ce rotationnel dans les termes sources acoustiques à partir d'une reformulation des équations de Navier-Stokes. Cette alternative à l'analogie de Lighthill est connue sous le terme générique de "vortex sound". Ce modèle, très utilisé pour les études de phénomènes aéroacoustiques, se limite néanmoins aux écoulements à faible nombre de Mach pour lesquels le terme source est facilement identifiable.

---

<sup>1</sup>avec  $D/Dt \equiv \partial/\partial t + U\partial/\partial x_1$

### 1.1.3 Application aux écoulements turbulents cisailés libres

La démarche proposée par Lighthill [1] est particulièrement intéressante puisqu'elle permet, si le terme  $\partial^2 T_{ij}/\partial t^2$  est connu dans toute la région source, d'accéder à une solution analytique des fluctuations de masse volumique (relation 1.8). Toutefois, ni la voie expérimentale ni la voie numérique ne permet, encore aujourd'hui, de déterminer ce tenseur source de façon exacte sous sa forme instantanée et de plus, dans toute la région de l'écoulement. Afin de contourner cette difficulté, Lighthill suggère donc de travailler sur la statistique de ce tenseur. Il introduit pour cela dans ses équations la fonction d'autocorrélation du tenseur. Cela revient alors à travailler non plus sur le champ de pression acoustique instantané mais sur les sources de bruit en se plaçant directement dans l'écoulement. Le concept de fonction d'autocorrélation est de plus particulièrement intéressant puisqu'il renvoie à la notion d'énergie produite. Les distributions à la fois spatiale et temporelle du terme source, ou plus précisément son organisation spatiale et temporelle, peuvent ainsi de plus être prises en compte.

De manière intuitive, Lighthill comprend en effet que le champ lointain acoustique rayonné et perçu par un observateur repose à la fois sur la contribution d'un ensemble de sources de bruit présentes dans l'écoulement, mais également sur l'interaction de ces sources entre elles. Lighthill prend donc ici en considération l'organisation particulière du champ source et suggère notamment l'existence de régions sources plus ou moins corrélées entre elles. En travaillant sur la statistique du terme source, Lighthill prend donc également en compte le caractère organisé du champ turbulent. Le champ acoustique rayonné par un écoulement libre peut donc être vu comme un sous-produit de ce dernier et plus précisément, comme un sous-produit des combinaisons des différentes sources de bruit entre-elles. Dans le champ lointain, l'intensité acoustique  $I(\vec{x})$  perçue en un point d'observation, ou encore l'énergie acoustique produite, peut donc s'écrire à partir de la fonction d'autocorrélation des fluctuations de la pression acoustique  $I(\vec{x}, \tau)$  donnée par,

$$I(\vec{x}, \tau) = \frac{\overline{p'(\vec{x}, t)p'(\vec{x}, t-\tau)}}{\rho_0 c_0} \quad (1.11)$$

soit encore :

$$I(\vec{x}) = \frac{\overline{p^2(\vec{x}, t)}}{2\rho_0 c_0} \quad (1.12)$$

Etant donné la solution de l'équation de Lighthill en champ lointain (éq.1.8), la fonction d'autocorrélation peut être exprimée directement en fonction du terme source<sup>2</sup> :

$$I(\vec{x}, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_0^5 \rho_0 |x|^6} \iint_V \overline{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(y', t') \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(y'', t'' + \tau)} dy' dy'' \quad (1.13)$$

où  $t'$  et  $t''$  sont les temps de parcours des ondes issues des points sources localisés en  $y'$  et  $y''$  pour parvenir au point d'observation situé en  $x$ . L'approximation  $p(x, t) = \rho(x, t)c_0$  en

---

<sup>2</sup>Pour alléger l'écriture, les points d'observation  $\vec{x}$  et les positions des sources  $\vec{y}$  seront désignés par  $x$  et  $y$  uniquement.

## 1.1. Analogies aéroacoustiques - Rappels

champ lointain est ici utilisée. Pour les instants d'observation nous pouvons écrire :

$$t' = t - \frac{|x-y'|}{c_o} \quad t'' = t - \frac{|x-y''|}{c_o}$$

Dans le cas particulier des écoulements permanents en moyenne (cas des jets turbulents étudiés ici notamment), Goldstein [7] montre que l'hypothèse de turbulence stationnaire permet de transformer la corrélation des dérivées secondes du terme source (voir Annexe 1) en une dérivée temporelle d'ordre 4. La dernière équation peut donc s'écrire de la façon suivante :

$$I(\vec{x}, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 |x|^6} \iint_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \overline{T_{ij}(y', t') T_{kl}(y'', t'' + \tau)} dy' dy'' \quad (1.14)$$

Sous la double intégrale se dessine une fonction de corrélation spatio-temporelle des termes sources. Pour mieux la visualiser, on réalise un premier changement de variable tel que :

$$t^* = t - \frac{|x-y|}{c_o} \quad (1.15)$$

Cela conduit à écrire :

$$\begin{aligned} \overline{T_{ij}(y', t') T_{kl}(y'', t'' + \tau)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} T_{ij}\left(t - \frac{|x-y'|}{c_o}\right) T_{kl}\left(t + \tau - \frac{|x-y''|}{c_o}\right) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int T_{ij}(t^*) T_{kl}\left(t^* - \frac{|x-y''| - |x-y'|}{c_o} + \tau\right) dt^* \\ &= \overline{T_{ij}(y', t) T_{kl}(y'', t - \frac{|x-y''| - |x-y'|}{c_o} + \tau)} \end{aligned} \quad (1.16)$$

Il vient par conséquent pour la fonction d'autocorrélation de la pression acoustique :

$$I(x, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 |x|^6} \iint_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \overline{T_{ij}(y', t) T_{kl}(y'', t - \frac{|x-y''| - |x-y'|}{c_o} + \tau)} dy' dy'' \quad (1.17)$$

Soit  $\eta$  le vecteur de séparation des sources tel que  $\eta = y'' - y'$ . En champ lointain ce vecteur de séparation vérifie  $|\eta| \ll |x|$ . Or, puisque  $|x-y'|$  varie comme :

$$|x-y'| \sim |x| - \frac{x \cdot y'}{|x|}$$

nous pouvons donc écrire pour des grandes distances d'observation  $x$ ,

$$\frac{|x-y''| - |x-y'|}{c_o} \sim -\frac{x \cdot \eta}{|x| c_o} \quad (1.18)$$

Finalement, la fonction de corrélation de la pression acoustique s'écrit en champ lointain :

$$I(\vec{x}, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \overline{T_{ij}(y', t) T_{kl}(y' + \eta, t + \frac{x \cdot \eta}{c_o |x|} + \tau)} dy' d\eta \quad (1.19)$$

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

que l'on peut encore écrire sous la forme :

$$I(\vec{x}, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} R_{ijkl} \left( y', \eta, \tau + \frac{x \cdot \eta}{c_o |x|} \right) dy' d\eta \quad (1.20)$$

où  $R_{ijkl}$  représente la fonction de corrélation de deuxième ordre du terme source acoustique de Lighthill en deux points.

En utilisant les propriétés de la transformée de Fourier, le spectre de l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain s'écrit par conséquent de la manière suivante :

$$W_{pp}(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l w^4}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \int_{-\infty}^{+\infty} \iint_V R_{ijkl}(y', \eta, \tau) e^{-j(w\tau - k \cdot \eta)} dy' d\eta d\tau \quad (1.21)$$

où  $k$  désigne le vecteur d'onde tel que  $k = \frac{w}{|x|} \frac{x}{c_o}$ .

Soit encore en fonction de la densité spectrale de puissance croisée  $S_{ijkl}(y, \eta, \omega)$  du terme source,

$$W_{pp}(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l w^4}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V S_{ijkl}(y', \eta, \omega) e^{jk \cdot \eta} dy' d\eta \quad (1.22)$$

La résolution du champ acoustique rayonné se réduit donc d'après la relation 1.20 à la connaissance dans toute la région source de la fonction de corrélation du tenseur de Lighthill. Cette fonction de corrélation des termes sources traduit les interactions entre les sources de différentes natures (fluctuations de vitesse, d'entropie et de contraintes visqueuses). Un exemple de ces fonctions de corrélation spatio-temporelles, obtenue par Davies et al. [8] dans un jet subsonique, est reporté sur la figure 1.2 sous forme d'iso-contours dans le plan  $(\tau, \eta)$ .

L'estimation de la fonction d'autocorrélation  $I(x, \tau)$  des fluctuations de pression est rendue plus difficile en raison de la présence du temps de retard  $\frac{x \cdot \eta}{|x|c_o}$  dans la fonction d'autocorrélation  $R_{ijkl}(y, \eta, \tau)$  du terme source.

Le rapport  $\eta/c_o$  représente exactement le temps de propagation nécessaire pour l'onde émise en  $y'$  pour atteindre  $y''$ . Le temps de retard  $\frac{x \cdot \eta}{|x|c_o}$  représente donc celui perçu dans la direction d'observation  $\theta$  entre les deux ondes émises en  $y'$  et  $y''$ . Considérons tout d'abord un volume de fluide turbulent contenant les deux points  $y'$  et  $y''$ . L'écoulement est de plus supposé à moyenne nulle. Soit  $L$  son étendue spatiale et  $\tau_n$  le temps pendant lequel ce volume de fluide conserve une certaine structure cohérente (reste corrélé avec lui même). Si le temps de décroissance caractéristique  $\tau_n$  de ce volume est suffisamment grand devant  $L/c_o$ , comme  $x \cdot \eta / |x|c_o$  est du même ordre de grandeur que  $L/c_o$  sur la région où le volume reste cohérent, on peut écrire :

$$R_{ijkl} \left( y', \eta, \tau + \frac{x \cdot \eta}{|x|c_o} \right) \simeq R_{ijkl}(y', \eta, \tau)$$

En présence d'écoulement moyen, cette hypothèse n'est toutefois pas satisfaite. En raison de l'effet d'entraînement, les sources sont effectivement convectées dans l'écoulement. Les

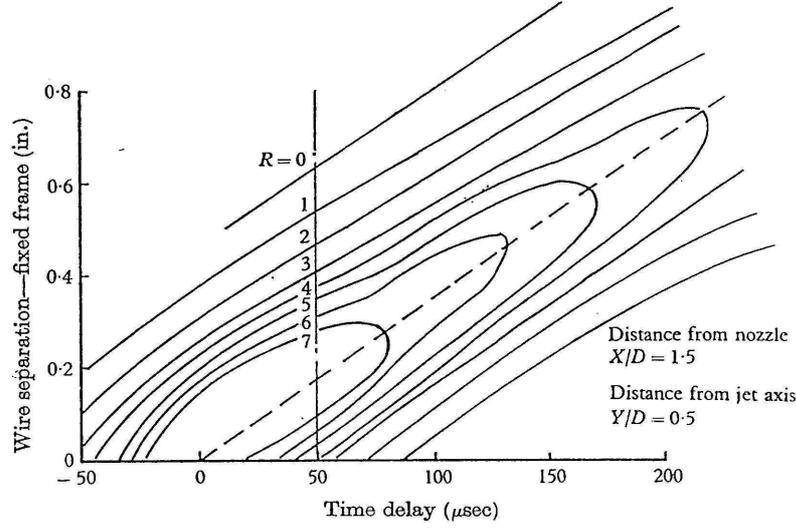


FIG. 1.2 – *Corrélations spatio-temporelles des fluctuations de vitesse déterminées dans le repère fixe et représentées dans le plan  $(\eta, \tau)$  [8].*

fréquences des fluctuations perçues par un observateur fixe sont donc supérieures aux fréquences intrinsèques au champ turbulent. En effet, rappelons que pour un observateur fixe, la fréquence perçue dans la direction  $\theta$  émanant d'un point source se déplaçant à la vitesse  $U_i$  dans la direction  $i$  est  $f(1 - M_c \cos \theta)$ , où  $f$  est la fréquence émise par la source et où  $M_c$  désigne le nombre de Mach associé à la vitesse de propagation  $U_i$ . Cette modification de la fréquence est l'effet Doppler. Les fréquences vraies intrinsèques de la turbulence sont donc par conséquent occultées sauf si l'un des deux points est déplacé relativement à un repère qui suit le mouvement des structures. Une solution pour prendre en compte les fréquences intrinsèques est d'introduire le concept de repère mobile initialement proposé par Lighthill.

Concept de repère mobile selon la formulation de Lighthill

Soit  $\vec{\xi}$  le nouveau système de coordonnées lié au repère mobile tel que  $\vec{\xi} = \vec{\eta} - \vec{i} U_c \tau$ . On suppose ici que l'écoulement moyen dominant est porté par l'axe  $i$  et que les structures turbulentes se déplacent à une vitesse de convection  $U_c$ . Notons par ailleurs que cette vitesse de convection peut être a priori fonction de la position dans l'écoulement.  $\xi$  désigne ainsi le vecteur de séparation des sources lorsque le second point de mesure se déplace avec la turbulence. La fonction de corrélation dans ce nouveau repère vérifie donc :

$$R_{ijkl}(y', \xi, \tau) = R_{ijkl}(y', \eta, \tau) \quad (1.23)$$

Notons que cette transformation n'est pas identique à une transformation du type Galiléen. En effet, dans cette transformation l'observateur reste fixe. La corrélation  $R_{ijkl}(y', \xi, \tau)$  est la corrélation obtenue entre un point  $y'$  attaché au champ turbulent à l'instant  $t$ , et un point  $y''$  séparé de  $y'$  par une distance  $\xi$  à l'instant  $t + \tau$ . Etant donné la convection du

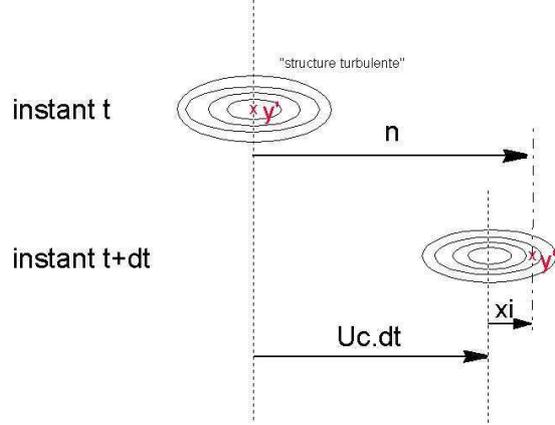


FIG. 1.3 – Coordonnées dans le repère fixe.

champ turbulent, vu de l'observateur, la distance de séparation entre les points  $y'$  et  $y''$  entre les instants  $t$  et  $t + \tau$  est égale à  $\xi + Uc\tau$  comme le montre la figure 1.3.  $\xi$  peut être interprété comme un déplacement mesuré dans le nouveau repère attaché à la turbulence.

A partir de cette transformation, les corrélations données précédemment en exemple (figure 1.2) ont leur équivalent dans le nouveau repère, c'est à dire dans le plan  $(\tau, \xi)$ , sous la forme des corrélations données sur la figure 1.4.

Les fréquences perçues à l'aide de la corrélation dans le repère mobile sont alors les fréquences intrinsèques à la turbulence. En injectant la nouvelle variable  $\xi$  dans l'expression du spectre d'intensité donnée par la relation 1.22, il vient :

$$W_{pp}(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l w^4}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \int_{-\infty}^{+\infty} \iint_V R_{ijkl}(y', \xi, \tau) e^{-jw((1-M_c \cos \theta)\tau - \frac{x \cdot \xi}{|x|c_o})} dy' d\xi d\tau \quad (1.24)$$

Comme le montre cette dernière relation, le passage dans le repère mobile fait donc apparaître le facteur d'amplification et directionnel Doppler. A l'aide du changement de variable :

$$\tau = \frac{\tau^* + \frac{x \cdot \xi}{|x|c_o}}{1 - M_c \cos \theta} \quad (1.25)$$

le spectre d'intensité acoustique peut finalement s'écrire sous la forme suivante :

$$W_{pp}(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l w^4}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \int_{-\infty}^{+\infty} \iint_V \frac{1}{\Theta} R_{ijkl}\left(y', \xi, \frac{\tau + \frac{x \cdot \xi}{|x|c_o}}{\Theta}\right) e^{-jw\tau} dy' d\xi d\tau \quad (1.26)$$

où  $\Theta = 1 - M_c \cos \theta$  est le facteur d'amplification Doppler dans la direction d'observation  $\theta$ . Soit encore en terme de la densité spectrale de puissance  $S_{ijkl}(y, \eta, \omega)$

$$W_{pp}(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l w^4}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V S_{ijkl}(y', \xi, \Theta\omega) e^{jk\xi} dy' d\xi \quad (1.27)$$

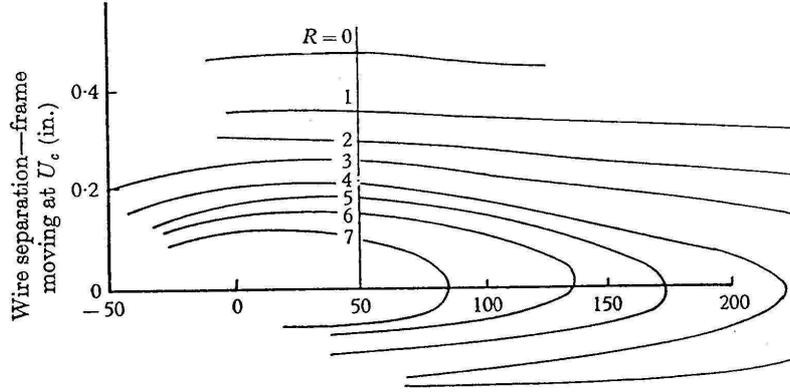


FIG. 1.4 – Corrélations spatio-temporelles des fluctuations de vitesse déterminées dans le repère mobile et représentées dans le plan  $(\xi, \tau)$  [8].

En utilisant une nouvelle fois les propriétés de la transformée de Fourier inverse, la fonction de corrélation de la pression acoustique s'écrit :

$$I(x, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \frac{1}{\Theta^5} \frac{\partial^4}{\partial t^4} R\left(y', \xi, t + \frac{1}{\Theta} \frac{x \cdot \xi}{|x| c_o}\right) \Big|_{t=\tau/\Theta} dy' d\xi \quad (1.28)$$

L'effet principal de la convection des sources est donc une amplification de la puissance rayonnée avec un facteur  $\Theta^{-5}$  contenant le décalage en fréquence du spectre en  $\Theta^{-1}$  (effet Doppler).

Notons de plus, comparativement aux considérations précédentes dans le repère fixe, que le temps de décroissance  $\tau_\xi$  dans le repère mobile, c'est-à-dire le temps de décroissance intrinsèque de la turbulence, est plus apte à vérifier l'inégalité  $\tau_\xi \gg L/c_o$ . Si cela est vérifié, alors le temps de retard  $\frac{x \cdot \xi}{|x| c_o \Theta}$  peut être négligé dans l'expression 1.28. Cette approximation revient à considérer la structure en tant que source compacte, c'est à dire pour laquelle la dimension caractéristique spatiale est suffisamment petite devant la longueur d'onde typique de l'onde émise.

Si cette dernière hypothèse est valide dans le cas des jets subsoniques, elle ne l'est plus pour les écoulements supersoniques. En effet, la compacité d'une source quadripolaire ne dépend pas uniquement du rapport de sa dimension spatiale caractéristique et de la longueur d'onde typique qu'elle rayonne mais également de sa vitesse de convection. Le mécanisme de rayonnement d'un quadripôle étant lié au temps de retard entre l'émission de ses pôles, plus le quadripôle se déplace rapidement vers l'observateur, et plus le temps de retard entre les émissions doit être important pour vérifier la propriété de compacité. En ce qui concerne les écoulements supersoniques, le nombre de Reynolds augmentant, la couche de mélange est constituée d'une turbulence plus fine. L'inégalité  $\tau_\xi \gg L/c_o$  n'est donc plus vérifiée, ce qui signifie également que les sources ne présentent plus une structure compacte. Le degré de compacité des sources est donc à prendre en compte au moyen du temps de retard  $\frac{x \cdot \xi}{|x| c_o \Theta}$ .

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

### Concept de repère mobile selon la formulation de Ffowcs-Williams

Ce concept de repère mobile présente un défaut au sens où il n'est valable que dans le cas des basses vitesses. En effet, pour les hautes vitesses, le facteur d'amplification Doppler  $\Theta$  présente une singularité en  $M_c = 1/\cos\theta$ . Ffowcs Williams [9] propose donc de prendre en compte les échelles de vitesse associées aux fluctuations turbulentes. Les fréquences des fluctuations de vitesse en un point de l'écoulement, perçues par un observateur fixe, sont de l'ordre de  $U/L$ , où  $U$  est de l'ordre de l'écoulement moyen et  $L$  une dimension caractéristique des structures sources. Les fréquences de la turbulence intrinsèque sont en revanche plus petites et de l'ordre de  $u_t/L$ , où  $u_t$  désigne une échelle de vitesse turbulente. Ffowcs Williams propose donc le système de coordonnées plus complet  $\xi = \eta - i \cdot U_c \tau$  et  $\lambda = \alpha U_c \tau$  où  $\alpha$  désigne le rapport entre l'échelle typique des fluctuations de vitesse et la vitesse de convection (taux moyen de dissipation de l'énergie [9]). En injectant ce changement de repère, la fonction d'autocorrélation de la pression acoustique peut s'écrire sous la forme (voir Annexe 2) :

$$I(x, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \frac{1}{C_D^5} \frac{\partial^4}{\partial t^4} R_{ijkl}(y', \xi, t) \Big|_{t=\tau/C_D} dy' d\xi \quad (1.29)$$

où  $C_D$  désigne le facteur de convection Doppler tel que :

$$C_D(M_c, \theta) = \left[ (1 - M_c \cos\theta)^2 + \alpha^2 M_c^2 \right]^{1/2}$$

Nous pouvons donc réécrire le spectre d'intensité acoustique sous la forme :

$$W_{pp}(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l \omega^4}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V S_{ijkl}(y', \xi, C_D \omega) dy' d\xi \quad (1.30)$$

Les deux relations 1.28 et 1.29 sont rigoureusement équivalentes. Chacune d'entre elle prend en compte le temps de retard  $\frac{x \cdot \xi}{|x| c_o \Theta}$ . Dans la formulation proposée par Ffowcs Williams ce temps de retard est directement contenu dans le facteur Doppler  $C_D$  en terme de compacité. Une analyse dimensionnelle montre par ailleurs que le degré de compacité, représentée par  $\alpha M_c$ , s'écrit sous la forme proposée par Lighthill  $\omega_t L / c_o$ .

### 1.1.4 Définition des corrélations turbulentes

Les deux dernières relations obtenues précédemment montrent que, d'après l'analogie aéroacoustique de Lighthill, le champ acoustique rayonné par un écoulement libre peut être déterminé entièrement à partir de la corrélation des termes sources en chaque point de l'écoulement. Ainsi, la résolution du champ rayonné peut se reporter à la modélisation de ces corrélations et non pas à la modélisation plus complexe directe des sources. L'une des difficultés des approches statistiques réside donc dans l'évaluation de ce tenseur de corrélation. En fonction de la nature de l'écoulement (température, vitesse, etc...,) l'évaluation des différents mécanismes de génération de bruit en présence permet toutefois de simplifier le terme source  $T_{ij}$  de Lighthill. Cette simplification permet alors d'en déduire une forme moins complexe du tenseur  $R_{ijkl}$  des corrélations spatiales et temporelles.

## 1.1. Analogies aéroacoustiques - Rappels

### Simplification du terme source de Lighthill

Dans un premier temps, notons que le rapport des effets d'inertie sur les effets visqueux est de l'ordre du nombre de Reynolds. Le terme source associé aux fluctuations des contraintes visqueuses  $\tau_{ij}$  peut donc être négligé dans le cas particulier des écoulements hautes vitesses et à grand nombre de Reynolds (typiquement les jets subsoniques à vitesse élevée ou supersoniques). Le tenseur de Lighthill se limite donc à la forme suivante :

$$T_{ij} \simeq \rho u_i u_j + (p - \rho c_o^2) \delta_{ij} \quad (1.31)$$

Si par ailleurs on peut considérer que la production et la propagation du son se font sans fluctuation d'entropie, seul le tenseur  $\rho u_i u_j$  (représentant l'instantanéité des forces convectives non linéaires dont les contraintes de Reynolds) dans le terme source contribue de façon significative au rayonnement acoustique. En revanche, si les variations locales de la vitesse du son ne sont plus négligeables alors les variations de pression dans l'écoulement ne sont plus exactement compensées par les variations du terme  $c_o^2 \rho'$  associé aux fluctuations de masse volumique. Les transferts de quantité de mouvement ne sont plus isentropiques et il faut donc tenir compte de cette source sonore supplémentaire bien souvent qualifiée de bruit d'entropie.

Dans l'étude présente pour laquelle des jets supersoniques successivement froids puis chauds ont été étudiés, nous distingueront deux cas :

- **Cas n°1** : les fluctuations d'origine thermique sont négligeables devant les fluctuations de vitesse turbulente (typiquement un jet froid). Dans ce cas, le terme source de Lighthill se réduit simplement au tenseur des contraintes turbulentes  $\rho u_i u_j$ , et la fonction de corrélation des termes sources peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$R_{ijkl}(y, \xi, \tau) = \overline{A'_{ij} A''_{kl}} \quad (1.32)$$

où  $A_{ij}$  désigne ici le tenseur de Reynolds  $\rho u_i u_j$ . Les exposants ' et '' indiquent que la grandeur est exprimée en  $(y', t)$  et  $(y'', t + \tau)$  respectivement.

- **Cas n°2** : le bruit d'entropie n'est pas négligeable (typiquement un jet chaud). La fonction de corrélation est dans ce cas telle que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} R_{ijkl}(y, \xi, \tau) &= \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \left[ \overline{A'_{ij} A''_{kl}} \right] + \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \left[ \overline{S'_{ij} S''_{kl}} \right] \\ &+ \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \left[ \overline{A'_{ij} S''_{kl}} \right] + \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \left[ \overline{S'_{ij} A''_{kl}} \right] \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$(1.34)$$

où  $S_{ij}(y, t) = \frac{\partial}{\partial t} (p - \rho c_o^2) \delta_{ij}$  désigne les fluctuations d'entropie.

L'intensité acoustique en champ lointain pour le jet chaud s'écrira donc comme la combinaison linéaire de trois contributions de bruit : l'interaction des fluctuations de vitesse entre elles, l'interaction des fluctuations de température et une contribution liée aux interactions entre les deux fluctuations précédentes.

Les sources d'origine thermique ne font pas l'objet d'étude dans ce présent travail. En revanche, le lecteur pourra se reporter aux travaux de Fortuné [10] [11] pour une approche

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

numérique, et de Fisher et al. [12] ou Marchesse [13] pour une approche expérimentale.

Bien que les effets de compressibilité ou de dilatation ne soient pas négligeables, que ce soit dans le cas du jet subsonique ou supersonique, afin de contourner la difficulté d'accéder à la fois aux fluctuations de la masse volumique et au tenseur des contraintes de Reynolds, une hypothèse d'incompressibilité est généralement employée pour exprimer le tenseur des corrélations. Ainsi en écoulement subsonique, en terme de source de bruit, les fluctuations de la masse volumique sont supposées négligeables et le tenseur de corrélation des termes sources peut alors s'exprimer, en l'absence de source d'origine thermique, sous la forme,

$$R_{ijkl}(y, \xi, \tau) = \rho_o^2 \overline{u'_i u'_j \cdot u''_k u''_l} \quad (1.35)$$

Afin de prendre en compte la compressibilité dans le cas des écoulements supersoniques, la forme réduite  $R_{ijkl}^*$  du tenseur des corrélations définie par,

$$R_{ijkl}(y, \xi, \tau) = \overline{\rho^2} R_{ijkl}^*(y, \xi, \tau) \quad \text{avec} \quad R_{ijkl}^*(y, \xi, \tau) = \overline{u'_i u'_j \cdot u''_k u''_l} \quad (1.36)$$

où  $\overline{\rho^2}$  désigne les fluctuations rms locales de la masse volumique, est adoptée et sera utilisée dans la suite de ce travail. Le terme  $\overline{\rho^2}$  désigne ici le gradient de masse volumique en un point de l'écoulement.

### Bruit propre et bruit de cisaillement

Afin de rester dans le cadre de l'étude présentée, nous ne considérerons ici que les contraintes de Reynolds dans le tenseur de Lighthill. Le tenseur des corrélations des termes sources est donc constitué d'une combinaison des corrélations des sources d'origine quadripolaire. Pour un jet axisymétrique, Ribner [14] montre que parmi toutes ces corrélations possibles, seules celles définies pour des indices  $i, j, k$  et  $l$  égaux par paires contribuent au champ acoustique rayonné. Les termes de corrélation restants sont alors représentatifs de mécanismes de bruit de directivité très caractéristique liés à la nature de la source quadripolaire. Une formulation simple pour la directivité de chacune de ces contributions peut être obtenue en écrivant la puissance acoustique rayonnée  $P(y, \theta)$  dans la direction d'observation  $\theta$  par un volume de fluide au point  $y$  de la façon suivante [15] :

$$\begin{aligned} P(y, \theta) \propto & \cos^4 \theta I_{1111} \\ & + \cos^2 \theta \sin^2 \theta (2I_{1212} + 2I_{1313} + I_{1122} + I_{1133}) \\ & + \sin^4 \theta \left( \frac{3}{8} I_{2222} + \frac{3}{8} I_{3333} + \frac{1}{2} I_{2323} + \frac{1}{4} I_{2233} \right) \end{aligned} \quad (1.37)$$

avec

$$I_{ijkl} = \int_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} R_{ijkl}(y, \xi, \tau) d\xi \quad (1.38)$$

La figure 1.5 illustre la directivité des différents quadripôles concernés dans cette expression.

## 1.1. Analogies aéroacoustiques - Rappels

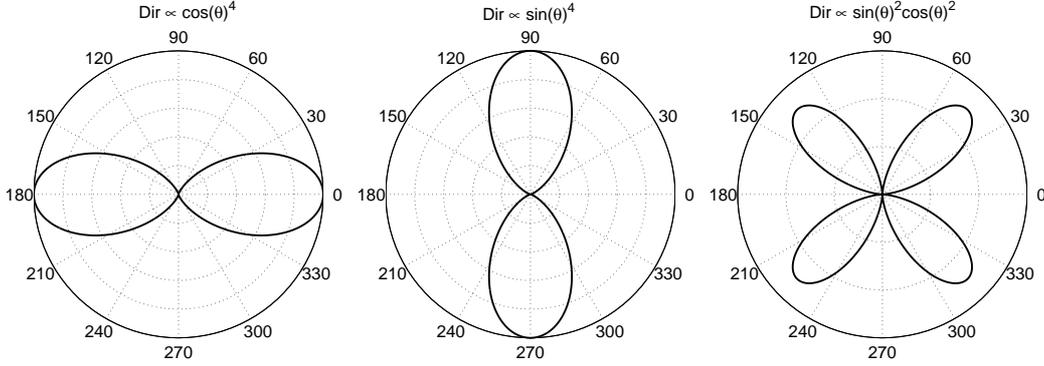


FIG. 1.5 – Directivité d'un quadripôle (gauche) longitudinal suivant l'axe du jet, (centre) radial et (droite) mixte.

Lighthill [2] suggère l'existence de deux composantes de bruit : l'une contribuant aux hautes fréquences et générée par la turbulence fine, et l'autre contribuant aux basses fréquences et ayant pour origine l'interaction du champ turbulent avec l'écoulement moyen cisaillé. Lilley (1958) propose la terminologie *bruit de cisaillement* et *bruit propre* pour ces deux composantes dont les mécanismes de génération et la directivité apparaissent intrinsèquement différents. Ribner [14] est le premier à donner une description mathématique de ces deux composantes de bruit.

Ce dernier utilise la décomposition de Reynolds de la vitesse instantanée  $u$  en sa composante moyenne locale  $U$  et sa composante turbulente  $u_t$ . Si l'indice de coordonnée  $i=1$  désigne la direction de l'écoulement principal, la composante de vitesse moyenne  $U_1$  (notée  $U$  par la suite) est d'un ordre de grandeur supérieur aux autres composantes de la vitesse. La composante  $i$  de la vitesse peut alors s'écrire  $u_i = U_i \delta_i + u_{ti}$ , où  $\delta_i = 1$  si  $i=1$  et 0 sinon. Le tenseur de corrélations turbulentes peut donc s'écrire dans sa forme réduite de la façon suivante :

$$\begin{aligned} R_{ijkl}^*(y, \xi, \tau) &= \overline{u'_{ti} u'_{tj} u''_{tk} u''_{tl}} \\ &= \overline{(U \delta_i + u_{ti})' (U \delta_j + u_{tj})' (U \delta_k + u_{tk})'' (U \delta_l + u_{tl})''} \end{aligned} \quad (1.39)$$

où les exposants ' et '' indiquent que la grandeur est estimée respectivement en  $(y, t)$  et  $(\xi, t + \tau)$ . Soit encore sous forme plus développée :

$$\begin{aligned} R_{ijkl}^*(y, \xi, \tau) &= \overline{u'_{ti} u'_{tj} u''_{tk} u''_{tl}} + U' (\delta_i \overline{u'_{tj} u''_{tk} u''_{tl}} + \delta_j \overline{u'_{ti} u''_{tk} u''_{tl}}) \\ &+ U'' (\delta_k \overline{u'_{ti} u'_{tj} u''_{tl}} + \delta_l \overline{u'_{ti} u'_{tj} u''_{tk}}) + U'^2 \delta_{ij} \overline{u''_{tk} u''_{tl}} + U''^2 \delta_{kl} \overline{u'_{ti} u'_{tj}} \\ &+ U' U'' (\delta_{ik} \overline{u'_{tj} u''_{tl}} + \delta_{jl} \overline{u'_{ti} u''_{tk}} + \delta_{jk} \overline{u'_{ti} u''_{tl}} + \delta_{il} \overline{u'_{tj} u''_{tk}}) \\ &+ U'^2 U''^2 \delta_{ijkl} \end{aligned} \quad (1.40)$$

Les termes en  $U'^2$  et  $U''^2$  ainsi qu'en  $U'^2 U''^2$  sont constants avec le temps de retard et par conséquent leur contribution au rayonnement acoustique est nulle (facteurs éliminés par

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

la dérivation en  $\partial^4/\partial\tau^4$ ). Il est donc possible de ne retenir dans cette dernière expression que les termes utiles, soit :

$$\begin{aligned}
 R_{ijkl}^*(y, \xi, \tau) &= \overline{u'_{ti}u'_{tj}u''_{tk}u''_{tl}} \\
 &+ U'U''(\delta_{ik}\overline{u'_{tj}u''_{tl}} + \delta_{jl}\overline{u'_{ti}u''_{tk}} + \delta_{jk}\overline{u'_{ti}u''_{tl}} + \delta_{il}\overline{u'_{tj}u''_{tk}}) \\
 &+ U'(\delta_i\overline{u'_{tj}u''_{tk}u''_{tl}} + \delta_j\overline{u'_{ti}u''_{tk}u''_{tl}}) \\
 &+ U''(\delta_k\overline{u'_{ti}u'_{tj}u''_{tl}} + \delta_l\overline{u'_{ti}u'_{tj}u''_{tk}})
 \end{aligned} \tag{1.41}$$

Le premier terme de corrélation d'ordre 4 est représentatif du *bruit propre* associé aux interactions de la turbulence avec elle-même. Csanady [16] propose comme formulation pour la force de cette source de bruit pour un volume de fluide donné :

$$Q_t = \rho_o \frac{\partial^2(u_{ti}u_{tj})}{\partial x_i \partial x_j} \tag{1.42}$$

Le second terme en corrélations d'ordre 2 est lui représentatif du bruit de cisaillement résultant du terme source,

$$Q_t = 2\rho_o \frac{\partial u_{t2}}{\partial x_1} \frac{\partial U}{\partial x_2} \tag{1.43}$$

dû à l'interaction du champ turbulent avec l'écoulement moyen. L'amplitude de cette composante dépend intégralement du gradient de vitesse de l'écoulement moyen.

Lorsque que l'on omet l'hypothèse de turbulence isotrope, des corrélations d'ordre 3 apparaissent. Si le champ turbulent est supposé isotrope, l'intégration sur un volume source de ces corrélations est nulle. Bien que cette dernière hypothèse soit en revanche erronée dans le cas des couches de mélange de jet notamment, rares sont les informations concernant l'interprétation de la composante de bruit associée à ces corrélations d'ordre 3. Leur contribution n'est à ce jour toujours pas établie.

En ne retenant que les termes de corrélation contribuant au champ rayonné, dans le cas d'une turbulence isotrope, on peut dresser la liste suivante [15] :

		Br. Cisaillement		Br. Propre	
$\overline{u'_1 u'_1 u''_1 u''_1}$	$\int =$	$4U'U''\overline{u'_{t1}u''_{t1}}$	+	$\overline{u'^2_{t1}u''^2_{t1}}$	1
$\overline{u'_1 u'_2 u''_1 u''_2}$	$\int =$	$U'U''\overline{u'_{t2}u''_{t2}}$	+	$\overline{u'_{t1}u'_{t2}u''_{t1}u''_{t2}}$	4
$\overline{u'_1 u'_3 u''_1 u''_3}$	$\int =$	$U'U''\overline{u'_{t3}u''_{t3}}$	+	$\overline{u'_{t1}u'_{t3}u''_{t1}u''_{t3}}$	4
$\overline{u'_1 u'_1 u''_2 u''_2}$	$\int =$			$\overline{u'^2_{t1}u''^2_{t2}}$	2
$\overline{u'_1 u'_1 u''_3 u''_3}$	$\int =$			$\overline{u'^2_{t1}u''^2_{t3}}$	2
$\overline{u'_2 u'_2 u''_2 u''_2}$	$\int =$			$\overline{u'^2_{t2}u''^2_{t2}}$	1
$\overline{u'_3 u'_3 u''_3 u''_3}$	$\int =$			$\overline{u'^2_{t3}u''^2_{t3}}$	1
$\overline{u'_2 u'_3 u''_2 u''_3}$	$\int =$			$\overline{u'_{t2}u'_{t3}u''_{t2}u''_{t3}}$	2
$\overline{u'_2 u'_2 u''_3 u''_3}$	$\int =$			$\overline{u'^2_{t2}u''^2_{t3}}$	2

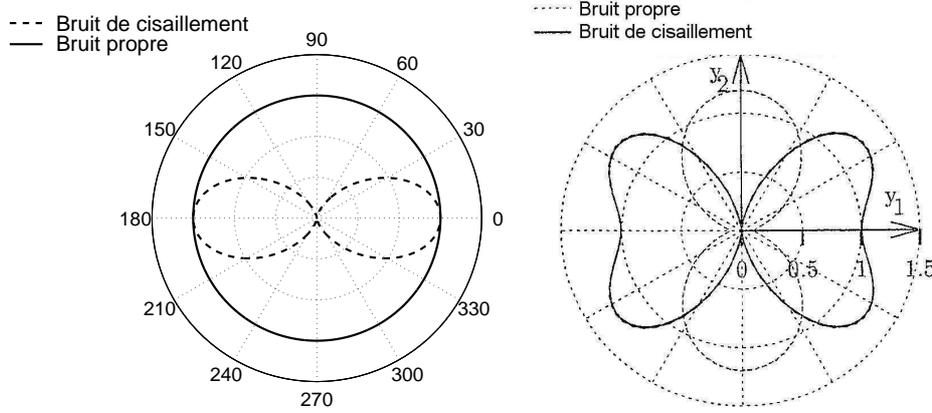


FIG. 1.6 – Directivité des composantes de bruits propre et de bruit de cisaillement pour une turbulence (gauche) isotrope et (droite) axisymétrique [17].

La notation  $\int =$  indique que la contribution au champ acoustique du terme de gauche est identique à celle du terme de droite. Les coefficients rapportés dans la colonne de droite correspondent au nombre de permutations possibles des indices  $ijkl$  dans  $R_{ijkl}^*$  donnant la même contribution. En utilisant la formulation 1.37 pour la puissance acoustique par unité de volume, une première estimation de la directivité du bruit propre et de celle du bruit de cisaillement peut être obtenue. La sommation des différents termes de corrélations cités précédemment permet en effet d'écrire respectivement pour les deux composantes de bruit [15] leur coefficient de directivité :

$$\begin{aligned} Dir(\theta)_{pr} &\propto A \\ Dir(\theta)_{cis} &\propto \frac{B}{2} (\cos^4 \theta + \cos^2 \theta) \end{aligned} \quad (1.44)$$

où  $A$  et  $B$  sont deux constantes de proportionnalité. Pour une turbulence homogène et isotrope dans un jet axisymétrique, le bruit propre est donc omni-directionnel alors que la directivité du bruit de cisaillement est identique à celle du champ rayonné par un dipole orienté suivant l'axe du jet comme illustré par la figure 1.6. Pour une turbulence axisymétrique, la directivité du bruit propre devient celle d'un dipole orienté suivant la direction radiale à l'axe du jet alors que celle du bruit de cisaillement est toujours identique au dipole aligné suivant l'axe du jet [7] (voir figure 1.6).

Notons que l'estimation de la directivité du bruit propre et du bruit de cisaillement ne prend jusqu'ici pas en compte les effets dus à la convection des sources et à la réfraction des ondes acoustiques en présence de l'écoulement moyen. La directivité du bruit de jet résulte pourtant de la combinaison de ces deux effets. Sans prendre en compte ni les effets de convection ni de réfraction, le champ rayonné obtenu peut être considéré comme le champ acoustique de base (voir figure 1.7).

Cette décomposition du bruit de mélange en bruit de cisaillement et de bruit propre

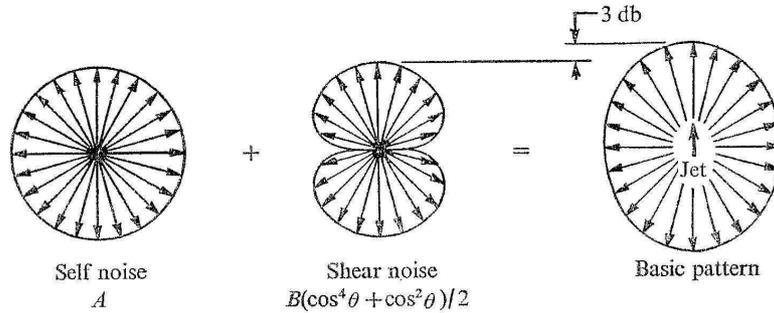


FIG. 1.7 – Décomposition et directivité du champ acoustique rayonné par un jet (champ de droite) en ses deux composantes de bruit : (gauche) bruit propre et (centre) bruit de cisaillement, pour une turbulence isotrope [14].

est depuis récemment largement contestée par un nombre croissant d’auteurs [18, 19, 20]. Ceux-ci suggèrent en effet que ces deux composantes ne peuvent correspondre à des mécanismes de génération de bruit séparés, mais sont simplement des constructions mathématiques. Tam [21] par exemple, préfère ainsi parler de composantes de bruit relatives à la turbulence fine et à la turbulence grande échelle. Par conséquent, bien que discutable, les termes de “bruit de cisaillement” et de “bruit propre” sont conservés dans ce travail pour faire référence aux corrélations d’ordre 2 et d’ordre 4 respectivement, mais tout en prenant en compte des incertitudes quand à l’origine de ces sources fictives.

#### Effets de la convection et de la réfraction sur la directivité du bruit de jet

Les effets de convection des sources de bruit ainsi que les effets de réfraction modifient la directivité du champ acoustique de base que nous venons de voir.

Sous l’effet de la convection, les sources quadripolaires tendent à s’aligner selon la direction de l’écoulement principal. Dans les paragraphes précédents nous avons vu comment prendre en compte ces effets pour le champ global rayonné. L’intensité acoustique du bruit de jet est directement proportionnelle au facteur de convection établi par Ffowcs Williams. Ce dernier corrige le facteur de convection Doppler initialement proposé par Lighthill en prenant en compte le temps de vie de la structure turbulente sous la forme  $\alpha M_c$ . En comparant les résultats expérimentaux obtenus pour des turboréacteurs, Ribner [15] montre qu’une valeur de 0,55 pour le coefficient  $\alpha$  permet de retrouver une directivité acceptable.

Parallèlement, la présence des gradients de vitesse induit des effets de réfraction des ondes acoustiques rayonnées par ces sources d’autant plus importants que la fréquence de l’onde est grande. Cet effet de réfraction par l’écoulement moyen est directement contenu dans le terme source de l’équation de Lighthill. En supposant les contributions au champ rayonné des sources d’origine entropiques et visqueuses négligeables devant celles des forces

convectives, le terme source peut effectivement s'écrire [15] :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} \\ &= \left[ \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right]_{U=0} - 2U \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial t} - U^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_1^2} \end{aligned} \quad (1.45)$$

La direction principale de l'écoulement est supposée ici être portée par la direction  $x_1$ . L'indice  $U = 0$  indique que le terme est évalué dans le repère se déplaçant avec l'écoulement moyen. Cette relation montre comment l'écoulement moyen affecte les gradients de masse volumique. En insérant cette expression dans l'équation de Lighthill, et en supposant les transformations d'énergie isentropiques ( $\partial p \simeq c^2 \partial \rho$ ), cela conduit à écrire :

$$\frac{1}{c^2} \frac{D^2 p}{D^2 t} - \Delta^2 p = \left[ \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right]_{U=0} \quad (1.46)$$

avec  $D/Dt \equiv \partial/\partial t + U\partial/\partial x_1$ . Cette équation n'est autre qu'une équation d'onde établie dans le repère mobile à la vitesse  $U$ . Pour un écoulement cisailé avec  $U = U(x_2)$  cette équation prédit alors la réfraction des ondes acoustiques. Notons ici que l'hypothèse d'incompressibilité généralement employée pour les écoulements à faible vitesse supprime ces effets de réfraction par élimination des termes de convection.

Comme mentionnée précédemment, les effets de réfraction sont plus ou moins importants en fonction de la fréquence de l'onde acoustique rayonnée. Csanady [16] montre en particulier que, en se propageant à travers la couche de mélange, les ondes acoustiques de longueur d'onde inférieure ou de même ordre de grandeur que l'épaisseur de cette couche vont être fortement affectées par les gradients de masse volumique (effet identique rencontré pour des ondes lumineuses dans l'atmosphère en présence de gradient de température). Il apparaît donc clairement que la réfraction de l'onde vers l'extérieur du jet sera d'autant plus importante que sa longueur d'onde acoustique sera petite. En ce qui concerne maintenant les deux composantes du bruit de mélange, le bruit propre étant un mécanisme de génération de bruit plutôt hautes fréquences, les effets de réfraction seront plus importants globalement pour cette composante de bruit que pour le bruit de cisaillement.

Les effets de réfraction sur le bruit propre et le bruit de cisaillement sont toutefois difficilement quantifiables en raison notamment de la complexité de la nature quadripolaire de ces deux mécanismes en écoulement de jet réel. Csanady [16] montre en effet que l'organisation spatiale des quadripoles est également un facteur important. Ce dernier rapporte ainsi que les effets de réfraction sont notamment plus importants pour des quadripoles longitudinaux alignés dans la direction de l'écoulement.

Les effets combinés de la convection et de la réfraction sur la directivité globale du jet sont illustrés sur la figure 1.8 telle que proposée par Ribner [14] pour un jet axisymétrique et une turbulence homogène et isotrope. De la forme quasi-ellipsoïdale du champ rayonné intrinsèque sans prise en compte ni de la convection ni de la réfraction, la directivité du bruit de jet après correction de ces deux effets présente une nature symétrique et une zone

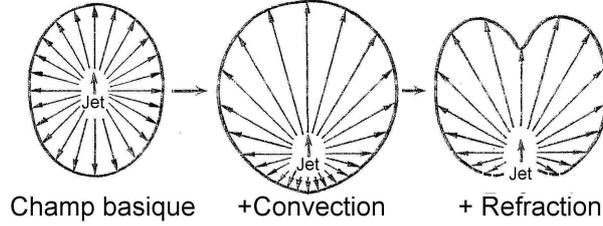


FIG. 1.8 – Effet de convection (centre) et de (droite) réfraction sur le champ acoustique rayonné global (gauche).

dite de *silence* dans des directions d'observation près de l'axe du jet. Cette zone particulière a pour origine la courbure des rayons acoustiques rayonnés par les sources dans l'écoulement vers l'extérieur du jet. En prenant en compte les effets à la fois de convection et de réfraction, Ribner [15] montre que la directivité du jet peut être alors donnée par :

$$Dir_{jet}(\theta) \propto \frac{1}{C_D^5} \left( A + B \frac{\cos^4 \theta + \sin^2 \theta}{2} \right) \quad (1.47)$$

Les comparaisons réalisées par Ribner [14] avec les données expérimentales obtenues par Chu [22] en jet subsonique corroborent la formulation empirique précédente.

#### Modélisation des corrélations turbulentes

L'estimation de l'ensemble des fonctions de corrélation dans toute la région de l'écoulement permet en théorie de reconstruire le champ acoustique rayonné et ses différentes composantes. Toutefois, la complexité d'une telle estimation conduisit initialement à simplifier la forme des corrélations en utilisant le caractère ergodique du champ turbulent. Pour une turbulence isotrope et homogène et une distribution gaussienne des densités de probabilité des vitesses, Ribner [14] montre que les corrélations d'ordre 4 peuvent s'écrire sous la forme de combinaisons linéaires de fonctions de corrélation d'ordre 2. La modélisation de ces fonctions se limite donc uniquement à celles des corrélations d'ordre 2 si l'hypothèse d'une turbulence isotrope et homogène est admise. De plus, en conséquence du caractère ergodique du champ turbulent on peut alors écrire ces corrélations comme le produit d'une corrélation spatiale  $r_{ij}(y, \xi)$  et d'une corrélation temporelle  $g(\tau)$  [?].

Le formalisme bien souvent utilisé dans la littérature pour la décroissance spatiale est celui proposé initialement par Batchelor [?] dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope et pouvant s'écrire :

$$\left\{ r_{ij}(y, \xi) = \left( f + \frac{1}{2} \xi \frac{df}{d\xi} \right) \delta_{ij} - \frac{1}{2} \frac{df}{d\xi} \frac{\xi_i \xi_j}{\xi} \right. \quad (1.48)$$

avec  $f(\xi)$  bien souvent définie comme [15] :

$$\left\{ f(\xi) = \exp \left( - \frac{\pi \xi_i^2}{\ell_{ii}^2} - \frac{\pi \xi_j^2}{\ell_{jj}^2} - \frac{\pi \xi_k^2}{\ell_{kk}^2} \right) \right. \quad (1.49)$$

## 1.1. Analogies aéroacoustiques - Rappels

où  $\ell_{ij}$  définit l'échelle intégrale de longueur dans la direction  $i$  de la composante de vitesse  $j$ . Cette grandeur statistique traduit l'étendue spatiale sur laquelle la turbulence reste corrélée avec elle-même, soit encore :

$$\ell_i = \int \frac{\overline{u_{ti}(y, t)u_{ti}(\xi, t)}}{\sigma_i} d\xi_i \quad (1.50)$$

et est admise comme une dimension spatiale moyenne caractéristique de la taille des instabilités au point considéré.  $\sigma_i$  désigne ici la variance de la composante de vitesse turbulente  $u_{ti}$ . Dans la formulation précédente (1.50) l'échelle intégrale de longueur est calculée dans le repère mobile  $(\tau, \xi)$ . Notons que cette dimension peut également être obtenue dans le repère fixe  $(\tau, \eta)$  par la même définition.

Pour le modèle de corrélation temporelle, plusieurs formes sont couramment utilisées. En particulier on peut rappeler les formes suivantes :

Modèle $n^o1$	$g(\tau) = e^{-\omega_{ti}^2 \tau^2}$	Ribner [14]
Modèle $n^o2$	$g(\tau) = e^{-\omega_{ti} \tau}$	Chu [22]
Modèle $n^o3$	$g(\tau) = 1/\cosh(\beta\omega_{ti}\tau)$	Bailly et al. [23]

où  $\omega_{ti}$  désigne la pulsation caractéristique de la turbulence telle que  $\omega_{ti} = 2\pi/\tau_{\xi i}$  et où  $\tau_{\xi i}$  désigne le temps de décroissance de la turbulence de la composante de vitesse turbulente  $i$  dans le repère mobile  $(\xi, \tau)$ , c'est à dire le temps de régénérescence. Cette dernière quantité représente le temps pendant lequel le champ turbulent reste corrélé avec lui-même et est également définie à partir de la fonction de corrélation d'ordre 2 des fluctuations de vitesse :

$$\tau_{\xi i} = \int \frac{\overline{u_{ti}(y, t)u_{ti}(\xi=0, \tau)}}{\sigma_i} d\tau \quad (1.51)$$

Le modèle pour la corrélation temporelle proposé par Bailly est préféré à une forme gaussienne pour sa similitude avec la corrélation déterminée expérimentalement par Davies et al. [8] avec  $\beta = 2/5$ . Une expression analytique pour le spectre d'intensité acoustique de chacune des deux composantes du bruit rayonné peut par conséquent être obtenue. L'intégration sur tout le volume source du tenseur des corrélations (eq. 1.29) suivie d'une transformée de Fourier conduit effectivement aux deux expressions [24] suivantes,

$$\begin{aligned} I_w^p(y, \omega) &= \frac{\bar{\rho}^2 \ell_x^3 \sigma_{u_t}^2}{16\pi \sqrt{2} \rho_o c_o^5 |x^5|} \frac{\omega^4}{\omega_t^4} \frac{1}{\beta \pi} \frac{\frac{\pi}{2\beta} \frac{\Theta \omega}{\omega_t}}{\sinh(\frac{\pi}{2\beta} \frac{\Theta \omega}{\omega_t})} \\ I_w^c(y, \omega) &= \frac{\bar{\rho}^2 \ell_x^5 \sigma_{u_t}^2}{16\pi^2 \rho_o c_o^5 |x|^2} \left( \frac{\partial U}{\partial y_2} \right)^2 \frac{\omega^4}{\omega_t} \frac{1}{2\beta} \frac{Dir(\theta)_{cis}}{\cosh(\frac{\pi}{2\beta} \frac{\Theta \omega}{\omega_t})} \end{aligned} \quad (1.52)$$

respectivement pour le bruit propre et le bruit de cisaillement. Ces deux formulations sont particulièrement intéressantes pour une analyse de localisation des sources.

A ce stade, il est intéressant de constater que les modèles de corrélations turbulentes utilisés couramment pour la prédiction du bruit de jet supersonique par simulation numérique sont basés sur une hypothèse de turbulence isotrope et sont ajustés à partir

de résultats obtenus en jets subsoniques. Ces approches numériques statistiques donnent néanmoins des résultats satisfaisants, en particuliers pour les jets à faible vitesse, et sont très utilisées dans le domaine industriel. Toutefois, les écoulements cisailés libres en régime supersonique et en régime subsonique présentent chacun des caractéristiques propres en ce qui concerne à la fois le champ acoustique rayonné et la structure intrinsèque de la turbulence dans la couche de cisaillement. Les modèles de distribution de sources sont par voie de conséquences potentiellement différents. Ce point sera donc évoqué plus loin dans le chapitre 4 où un modèle statistique de sources mieux adapté au cas supersonique est étudié.

En ce concerne de nouveau la couche de mélange, celle-ci constitue une région source de nombreux mécanismes aéroacoustiques. Nous nous proposons donc de rappeler dans le prochain paragraphe ces différents mécanismes sources dans le cas particulier des jets supersoniques.

### 1.2 Bruit des jets supersoniques libres

La section qui suit présente les caractéristiques générales à la fois aérodynamiques et acoustiques des jets supersoniques libres. Le lecteur pourra s'il le souhaite se reporter aux ouvrages de Crighton [25] et de Goldstein [7] pour approfondir les points abordés.

La structure aérodynamique ainsi que le champ acoustique rayonné dépendent avant tout des conditions génératrices ainsi que des grandeurs thermodynamiques immédiatement à la sortie de la tuyère (principalement pression statique et température). Il en résulte alors deux catégories de jets supersoniques. Lorsque la pression statique à la sortie de tuyère est égale à la pression ambiante englobant le jet, celui-ci est dit *parfaitement détendu* et les conditions génératrices sont dites adaptées pour la tuyère. En revanche, lorsque la pression statique est différente de la pression ambiante, on parle alors de jet *non parfaitement détendu*. Dans ce cas, un réseau de cellules de choc se forme. La structure aérodynamique du jet est alors modifiée.

#### 1.2.1 Evolution aérodynamique du jet

##### Jet parfaitement détendu

La structure aérodynamique d'un jet supersonique libre adapté issu d'une tuyère de diamètre de sortie  $D$  est présentée sur la figure 1.9.

A la sortie de la buse, le jet est d'abord constitué d'un écoulement quasiment uniforme de vitesse sensiblement égale à la vitesse d'éjection. Compte tenu de l'interaction de cet écoulement avec le milieu ambiant (au repos ou en mouvement), cette zone uniforme prend la forme d'un cône autour de l'axe du jet, appelée *cône potentiel*. Ce cône s'étend sur une longueur d'autant plus grande que le nombre de Mach adapté du jet  $M_j$  est grand et peut être estimée à partir de relations empiriques dont celle notamment proposée par Lau et al. [26] :  $L_c = (4, 2+1, 1M_j^2)D$ .

Le long de ce cône potentiel, le jet présente une phase de développement auto-similaire de sorte que les grandeurs statistiques (moments d'ordre 1 et 2) sont auto-semblables.

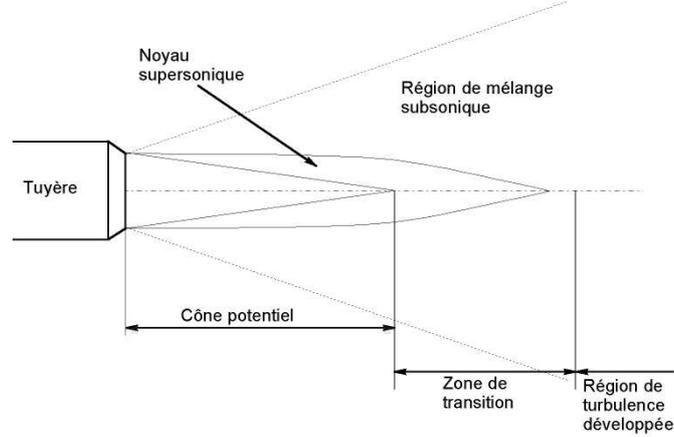


FIG. 1.9 – Structure aérodynamique d'un jet supersonique adapté.

Le mélange avec le milieu ambiant induit la formation d'une *couche de mélange* annulaire autour du cône potentiel. Cette couche de mélange est d'abord composée vers l'intérieur du jet d'un noyau supersonique puis d'une zone de mélange subsonique vers l'extérieur. Le noyau supersonique s'étend sur une longueur  $L_s$  plus grande que le cône potentiel pouvant être estimée par  $L_s = (0,8 + 5M_j^2)D$ . Dans toute cette zone de mélange, des instabilités donnent naissance à des tourbillons de type torique et/ou hélicoïdal.

Entre la fin du cône potentiel et la fin du noyau supersonique, on parle de *zone de transition*. Cette région de l'écoulement précède une *zone de turbulence pleinement développée* dont l'épaisseur varie avec la distance à la tuyère et dans laquelle les profils moyens des moments d'ordre 1 et 2 prennent une nouvelle forme de similitude.

### Jets non parfaitement détendus

Lorsque la pression de sortie est différente de la pression du milieu ambiant, le jet est dit non adapté et est dit soit *sous-détendu* si la pression de sortie est inférieure à la pression ambiante, soit *sur-détendu* si la pression de sortie est supérieure. Un réseau d'ondes de choc se superpose alors à la structure aérodynamique du jet parfaitement détendu. Sa formation est la conséquence du nécessaire retour à l'équilibre de la pression dans l'écoulement (respectivement de la température du jet), avec celle du milieu ambiant. Ce réseau d'ondes de choc, présent uniquement dans la région du noyau supersonique, se forme par réflexion de la première onde sur la couche de mélange subsonique en une onde opposée. Dans le cas d'un jet sur-détendu, la première onde de choc est une onde de *détente* alors que pour un jet sous-détendu on observe une onde de *compression*. La réflexion s'arrête lorsque l'équilibre des pressions est atteint.

Ce réseau (c.f. figure 1.10) est constitué de chocs obliques reliés par l'intermédiaire de disques de Mach transverses à l'axe du jet et s'étend sur une longueur difficilement estimable. La distance entre deux cellules dépend à la fois du diamètre de sortie de la

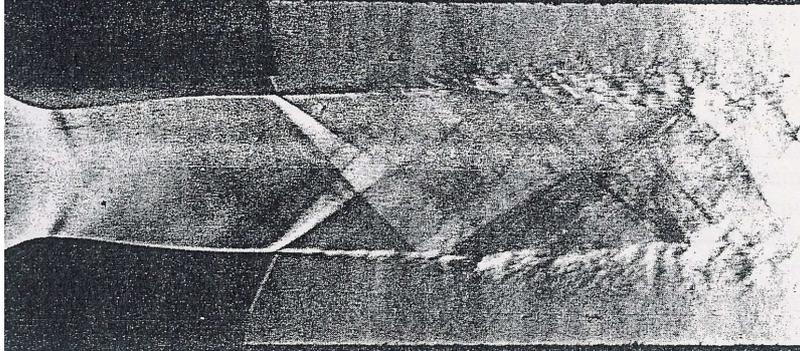


FIG. 1.10 – Illustration d'un réseau de cellules de choc dans un jet supersonique non parfaitement détendu [7].

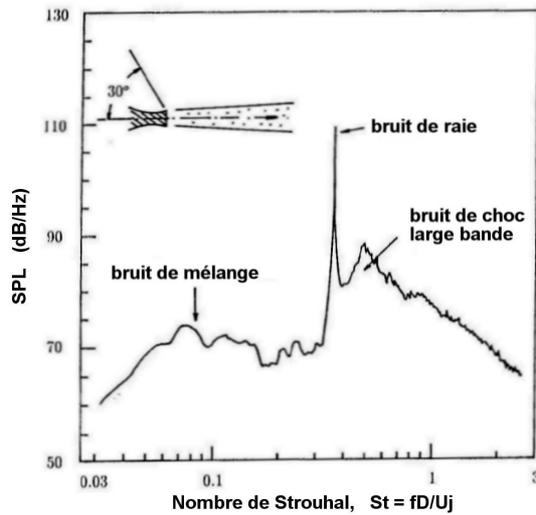


FIG. 1.11 – Spectre de bruit d'un jet supersonique non parfaitement détendu [20].

tuyère et également du nombre de Mach du jet. Cette distance peut être déterminée à partir de la relation empirique  $1,1D(M_j^2 - 1)^{1/2}$  proposée par Pack [27].

En présence de ce réseau, il faut également noter que le cône potentiel est légèrement allongé. Sa longueur peut être calculée à partir de la formule  $L_c = 3,45D(1 + 0,38M_j)^2$ .

Ce réseau de cellules de choc est à l'origine de mécanismes aérodynamiques et aéroacoustiques très caractéristiques des jets supersoniques. Leur description constitue l'objet du paragraphe suivant.

### 1.2.2 Rayonnement acoustique

Pour les jets supersoniques, deux familles de mécanismes de bruit peuvent se distinguer (Tam, 1995 [20]) : le bruit généré par les instabilités turbulentes présentes dans la couche de mélange et les mécanismes de bruit dus à l'interaction des structures cohérentes avec le réseau d'ondes de choc. Le concept de "structure cohérente" sera défini plus loin. Un spectre typique de bruit de jet est présenté figure 1.11.

#### Bruit de mélange

Le bruit de mélange est la seule composante rayonnée par les jets supersoniques parfaitement détendus en commun avec le jet subsonique et les jets supersoniques non parfaitement détendus.

Cette composante de bruit a pour origine les fluctuations de vitesse c'est à dire les sources acoustiques quadripolaires (bruit propre et bruit de cisaillement). Le spectre de bruit, large bande, est centré autour d'un nombre de Strouhal d'autant plus faible que l'angle d'observation est petit. Cette répartition spectrale est interprétée par Lighthill [2] comme la contribution dans les basses fréquences des instabilités turbulentes à grandes échelles présentes dans la couche de mélange, et dans les plus hautes fréquences d'une turbulence plus fine près de la sortie de tuyère. En ce qui concerne la directivité, le rayonnement en champ lointain est principalement dirigé vers l'aval dans un secteur angulaire variant de  $20^\circ$  à  $60^\circ$  et prédominant autour de  $30^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

Les études expérimentales menées par de nombreux auteurs montrent que l'intensité acoustique associée est proportionnelle à la vitesse du jet  $U_j$  au cube sous la forme,

$$\bar{I}(x) \sim \frac{\rho_j^2}{\rho_o} \frac{D^2}{|x|^2} U_j^3 \quad \text{Jet supersonique} \quad (1.53)$$

où  $\rho_j$  désigne la masse volumique à la sortie du jet.

Dans le cas du jet subsonique, notons par ailleurs que l'intensité acoustique rayonnée est en revanche proportionnelle à la vitesse du jet à la puissance 8 :

$$\bar{I}(x) \sim \frac{\rho_j^2}{\rho_o} \frac{D^2}{|x|^2} \frac{1}{c_o^5} U_j^8 \quad \text{Jet subsonique} \quad (1.54)$$

Cette différence fondamentale, qui se traduit par ailleurs par un rendement acoustique (transformation de l'énergie mécanique en énergie acoustique) très faible pour le jet subsonique et proportionnel à  $M_j^5$ , est une conséquence directe de la non compacité des sources acoustiques dans le cas supersonique. Ce changement de comportement est bien mis en évidence par la figure 1.12.

Lorsque les instabilités grandes échelles sont convectées à des vitesses supersoniques, un mécanisme de génération d'ondes dit *rayonnement d'ondes de Mach* se met en place. Le bruit généré, très directif, domine alors le bruit de mélange et se caractérise par des fronts d'ondes obliques entourant le jet. Une visualisation de ces fronts réalisée par Panda & Seasholtz [28] par strioscopie est présentée figure 1.13. L'angle d'émission est gouverné

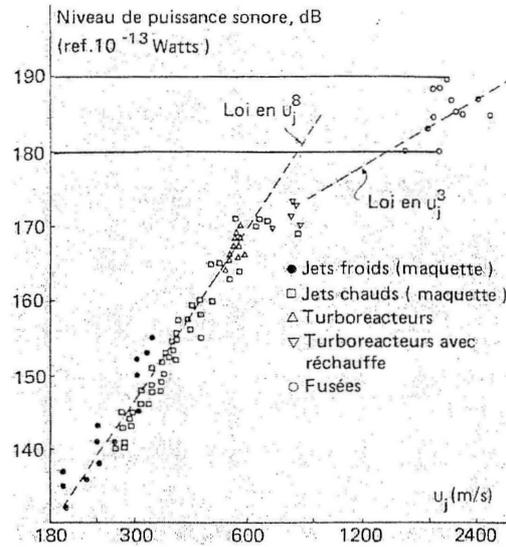


FIG. 1.12 – Puissance acoustique rapportée à l'unité de surface de la sortie de tuyère en fonction de la vitesse du jet. Niveau de puissance en dB (ref.  $10^{-12}$  Watts).

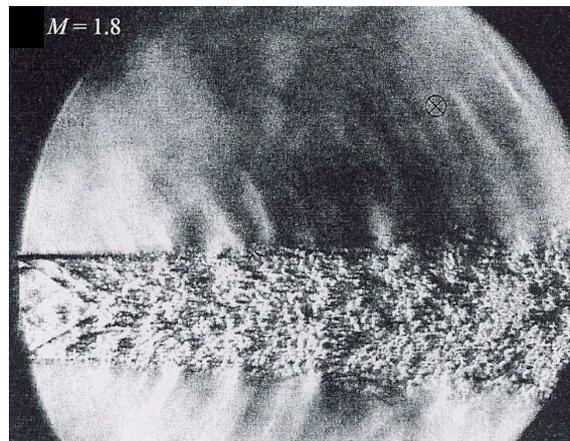


FIG. 1.13 – Rayonnement d'ondes de Mach dans un jet supersonique à nombre de Mach égal à 1,8 [28].

par l'angle de propagation  $\theta_c$  de ces ondes dans le milieu ambiant appelé *angle de Mach* et vérifie la relation  $1 - M_c \cos \theta_c = 0$  où  $M_c$  désigne le nombre de Mach convectif.

**Bruit d'interaction des structures avec le réseau d'ondes de choc**

La présence d'un réseau de cellules de chocs dans les jets supersoniques non parfaitement détendus fait apparaître deux sources acoustiques supplémentaires que sont le *bruit de raie* (ou *screech tones* dans la terminologie anglaise) et le *bruit de choc large bande*.

## 1.2. Bruit des jets supersoniques libres

Ces deux sources acoustiques ont pour origine des mécanismes prenant naissance lors de l'interaction avec le réseau des cellules de choc des structures turbulentes cohérentes et de grande énergie. Les propriétés de ces sources sont telles qu'elles peuvent être considérées en tant qu'onde d'instabilité.

### *Le bruit de raie*

Le bruit de raie est généré par une boucle de contre-réaction faisant intervenir une onde d'instabilité se propageant dans l'écoulement, une cellule de choc et une onde acoustique se propageant vers l'amont en dehors du jet. Ce mécanisme prend forme au bord de fuite de la tuyère avec la naissance de l'onde d'instabilité. En traversant la troisième ou quatrième cellule de choc, l'onde d'instabilité, après avoir extrait son énergie de l'écoulement moyen, est suffisamment énergétique pour interagir avec le choc oblique laissant ainsi place à l'émission d'ondes acoustiques fortes dans la direction amont de l'écoulement à l'extérieur du jet (dans le champ proche les raies peuvent atteindre jusqu'à 160 dB). De retour près de la sortie de la tuyère, l'onde acoustique excite la couche de mélange particulièrement fine et génère une nouvelle onde d'instabilité. Ce dernier mécanisme ferme ainsi la boucle de contre-réaction.

Le rayonnement du bruit de raie est de par son mécanisme de génération très directif et la direction principale (située vers l'amont du jet) dépend fortement de la fréquence du phénomène. La fréquence fondamentale  $f_s$  du bruit de raie dépend, non pas directement des caractéristiques de la boucle de contre-réaction, mais des caractéristiques de l'onde d'instabilité. Ainsi Tam et al. [29] établissent la relation suivante :

$$\frac{f_s D_j}{U_j} = 0,67(M_j^2 - 1)^{-1/2} \left[ 1 + 0,7M_j \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-1/2} \left( \frac{T_r}{T_a} \right)^{-1/2} \right]^{-1} \quad (1.55)$$

où  $D_j$  et  $M_j$  sont le diamètre et le nombre de Mach du jet,  $T_r$  et  $T_a$  les températures du jet et du milieu ambiant.  $D_j$  et  $M_j$  sont reliés au diamètre  $D_d$  et au nombre de Mach  $M_d$  du jet parfaitement détendu (condition d'adaptation de la tuyère) par l'expression suivante :

$$\frac{D_j}{D_d} = \left[ \frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_j^2}{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_d^2} \right]^{\frac{(\gamma+1)}{4(\gamma-1)}} \left( \frac{M_d}{M_j} \right)^{1/2} \quad (1.56)$$

La figure 1.14 montre la variation de la fréquence fondamentale  $f_s$  en fonction du nombre de Mach du jet pour plusieurs rapports de température  $T_r/T_a$ .

Dans le cas particulier d'un jet généré dans une conduite, les modes de résonance de la conduite peuvent interférer avec les raies. La boucle de contre-réaction est alors gouvernée par les fluctuations acoustiques associées au mode normal de la conduite qui entretient également la formation d'ondes d'instabilités par excitation de la couche de mélange près de la sortie de tuyère [31] [30]. La fréquence fondamentale du bruit de raie est alors généralement proche de la fréquence de résonance de la conduite.

### *Le bruit de choc large bande*

Le bruit de choc large bande [32], ou *broadband shock noise*, a également pour origine

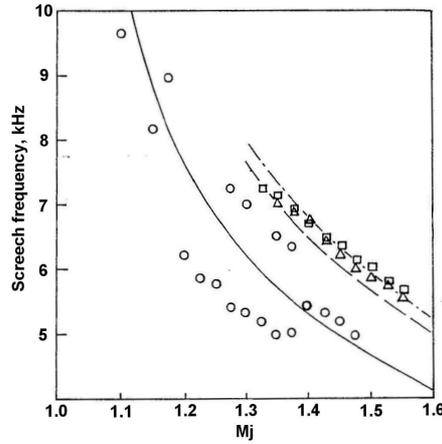


FIG. 1.14 – Fréquence fondamentale du bruit de raie  $f_s$  en fonction du nombre de Mach pour différents rapports de température ( $\circ$ )  $T_r/T_a = 1$ , ( $\Delta$ )  $T_r/T_a = 2,2$  et ( $\square$ )  $T_t/T_a = 2,76$  et un diamètre de tuyère  $D_j$  de 30mm. Les courbes continues ou mixtes correspondent aux valeurs de  $f_s$  obtenues par le modèle de Tam et al [30] (éq. 1.55).

des structures turbulentes grande échelle convectées, suffisamment énergétiques pour interagir avec le réseau quasi-périodique de cellules de choc. Dans le cas de ce mécanisme, il n’y a pas de bouclage acoustique contrairement au bruit de raie. Le processus est entretenu uniquement par la formation de structures turbulentes. Au passage de la structure la cellule se déforme localement, ce qui engendre une perturbation acoustique et une instationnarité de l’onde de choc, soit encore une source acoustique locale. Compte tenu de l’espacement régulier des cellules, le décalage temporel entre les différentes sources ainsi générées au passage des structures à travers les cellules successives induit une directivité bien marquée du rayonnement selon la fréquence. Ainsi, les composantes plutôt basses fréquences liées au bruit de choc large bande rayonnent dans la direction amont du jet, tandis que les composantes plutôt hautes fréquences, faiblement énergétiques, rayonnent dans la direction aval.

Le spectre large bande est centré sur une fréquence plus élevée que celle du bruit de mélange. Celle-ci est donnée par la formulation empirique  $f_b = U_c/(\Delta_c(1+M_c \cos \theta))$  proposée par Tam [20], où  $\Delta_c$  désigne la distance séparant deux cellules de chocs.

A partir de considérations expérimentales sur le bruit de choc, Tanna [33] montre l’intensité acoustique relative à cette composante varie proportionnellement au nombre de Mach du jet parfaitement détendu à la puissance quatre telle que  $I \propto (M_j^2 - 1)^2$ .

### 1.2.3 Synthèse

Les figures 1.15 et 1.16 récapitulent les différents mécanismes de bruit présents dans les jets supersoniques parfaitement détendus et non parfaitement détendus. Nous n’avons pas abordés ici l’effet de la température sur l’acoustique de ces écoulements mais le lecteur

## 1.2. Bruit des jets supersoniques libres

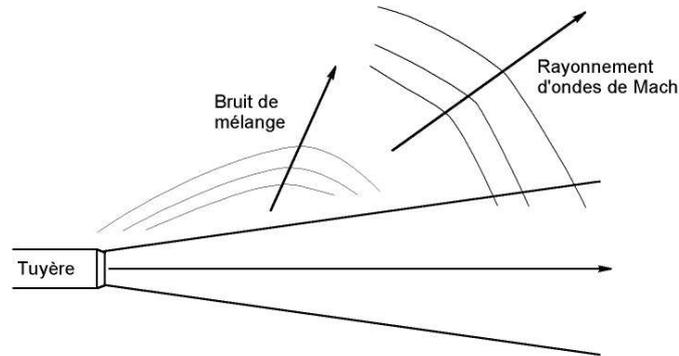


FIG. 1.15 – Mécanismes de bruit et directivité pour le jet supersonique parfaitement détendu.

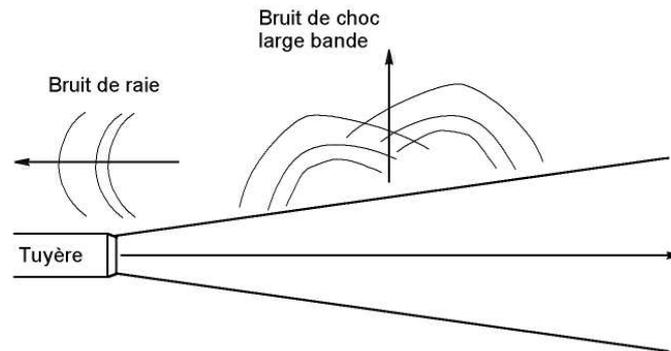


FIG. 1.16 – Mécanismes de bruit et directivité pour le jet supersonique non parfaitement détendu.

pourra consulter les travaux de Marchesse [13] qui fait une synthèse des différentes études menées dans ce cadre particulier.

Dans la présente étude, les écoulements étudiés sont uniquement des jets supersoniques supposés parfaitement détendus. En l'absence de structure se déplaçant à des vitesses supersoniques, la composante de bruit dominante est le bruit de mélange ayant pour origine la présence d'instabilités, ou de structures turbulentes. Il en résulte alors un champ acoustique rayonné essentiellement dirigé vers l'aval avec un maximum de directivité autour de  $20^\circ$  à  $30^\circ$ .

Le concept fondamental de "structure", cohérente ou non, mérite cependant d'être éclairci. Bien que cette notion apparaisse comme une représentation très simplifiée de l'écoulement, elle est à la base même d'interprétations des différents mécanismes d'échange d'énergie et de génération de bruit internes à l'écoulement.

### 1.3 Structures cohérentes à grande échelle

La représentation de la turbulence en terme d'une distribution d'instabilités d'une multitude d'échelles est aujourd'hui largement acceptée. Les premiers travaux expérimentaux réalisés dans la couche de mélange de jets subsoniques à l'aide d'anémomètres à fil chaud montrent des spectres des fluctuations turbulentes de la vitesse larges bandes avec en particulier une énergie relativement constante dans les basses fréquences et une décroissance dans les moyennes et hautes fréquences [34, 35]. Cette distribution large bande traduit en premier lieu le caractère a priori fortement désorganisé et aléatoire du champ turbulent. Cependant, Bradshaw et al [36], Mollo-Christensen [37] ainsi que Crow & Champagne [38] évoquent également la présence d'une certaine organisation dans l'écoulement, caractérisée par le développement régulier d'instabilités de fréquences et de dimensions très caractéristiques. A ces instabilités ils associent le terme de "structures turbulentes" ou encore "structures cohérentes".

La représentation de ces instabilités, qui peuvent transporter jusqu'à 25% de l'énergie turbulente, en tant que structures cohérentes traduit la présence d'une cohérence spatiale du champ turbulent sur des dimensions spatiales de même ordre de grandeur que celles caractéristiques de l'écoulement moyen. Bien que plusieurs représentations de ces structures soient possibles, la définition que nous utilisons dans ce travail est celle proposée par Hussain [39] : *"une structure cohérente se rapporte à une masse de fluide à grande échelle dont la vorticité evolue en cor elation de phase sur l'ensemble de son évolution spatiale. La structure est alors d elimit e par la plus grande étendue sur laquelle la vorticité reste cohérente"*. Les échelles intégrales définies précédemment sont associées à ces structures assurant le transport de l'énergie turbulente. La dissipation de cette même énergie s'opère en revanche à des mouvements d'échelle plus petits caract eris es par les micro-échelles spatiales et temporelles de Taylor. Ces mouvements à petites échelles constituent la turbulence fine qui est classiquement représentée par des "structures à petites échelles" dont la plus petite dimension est donnée par la théorie de Kolmogorov ( chelle du même nom) sur la dissipation visqueuse de l'énergie cinétique de turbulence.

La présence de structures cohérentes dans les écoulements cisail es turbulents a suscit e un grand nombre d'études aussi bien expérimentales que numériques, qui ont permis de mieux appréhender leur rôle concernant à la fois la dynamique et le rayonnement acoustique de l'écoulement. Le jet axisymétrique présente des éléments communs à celui de la couche de cisaillement plane mais également des éléments propres dont la complexité est due au repliement de la couche de mélange sur elle-même. C'est pourquoi l'étude de ces structures peut être abordée à la fois en couche de mélange plane et en couche de mélange de jet. Cette représentation découle principalement de méthodes d'approches conditionnelles mais des approches par considérations statistiques peuvent également être employées pour mieux comprendre le rôle de ces structures dans les mécanismes de génération de bruit.

#### Dynamique des structures grandes échelles

Brown & Roshko [40] confirment d'abord par ombroscopie la présence de ces instabi-

### 1.3. Structures cohérentes à grande échelle

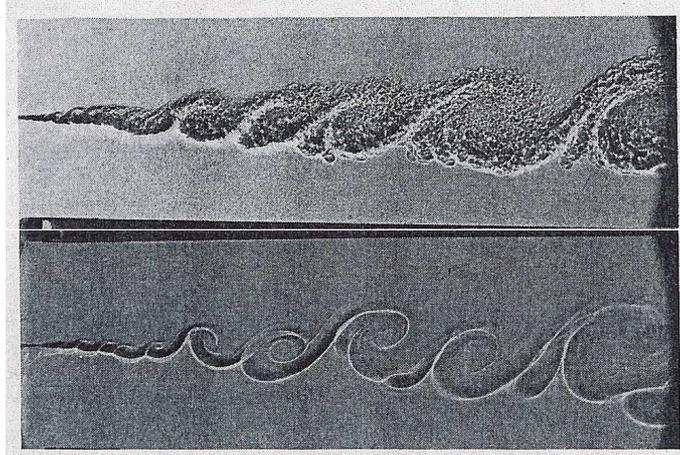


FIG. 1.17 – Visualisations d’une couche de mélange plane par ombroscopie pour des rapports de vitesse  $U_2/U_1$  et masse volumique  $\rho_2/\rho_1$  égaux à (haut) 0,38 et 7, (bas) 0,6 et  $0,3 \times 10^5$  réalisées par Roshko [43]. Les écoulements supérieurs et inférieurs sont désignés respectivement par les indices 1 et 2.

lités dans des couches mélanges planes subsoniques et montrent que celles-ci apparaissent comme des grosses structures tourbillonnaires globalement cylindriques (figure 1.17). En configuration de jet axisymétrique, ces structures prennent la forme d’anneaux tourbillonnaires [41]. Les visualisations réalisées par Thurow et al [42] par Velocimétrie Doppler Plane (PDV) donnent une représentation assez claire de l’évolution de ces structures. Au bord de la tuyère, la couche de mélange se comporte initialement comme une onde instable oscillante. Sous l’effet de l’entraînement plus rapide de la portion de fluide en contact avec le cône potentiel que celle du fluide à l’extérieur, la couche de mélange se replie sur elle-même et forme une structure de vorticité. Le transport de cette structure s’accompagne d’un mouvement de rotation également entretenu par le cisaillement de l’écoulement moyen. Ce cisaillement est par ailleurs à l’origine d’un effet d’étirement de la structure du côté rapide de l’écoulement (cône potentiel) alors qu’elle semble être retenue par la région plus lente (extérieur de la couche de mélange). A ces deux processus que sont l’enroulement de la structure sur elle-même et l’étirement, il faut également ajouter le mécanisme d’appariement des structures entres elles. En couche de mélange de jet et le long du cône potentiel, le développement de ces structures se fait sans interaction avec les structures situ es dans la partie oppos e de la couche de mélange. Plus loin dans le jet, les grandes structures ont un volume suffisant pour interagir par processus d’appariements avec les structures de l’autre côté du cône potentiel. Cette région de l’écoulement caractérise le repliement de la couche de mélange circulaire sur elle-même et donc la fin du cône potentiel. On parle alors de “cross-mixing layer interaction” en terminologie anglaise.

Winant & Browand [44] ainsi que Browand & Weidman [45] montrent que les processus d’appariement qui accompagnent les structures dans leur déplacement contrôlent à la fois

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

l'entraînement, le mélange, et jouent un rôle important dans la production du tenseur de Reynolds. Ce processus d'appariement implique par ailleurs un élargissement de la zone de mélange [44] avec un taux d'élargissement constant indépendant de la position considérée dans la direction de l'écoulement. En écoulement subsonique, une augmentation du nombre de Mach n'induit pas d'effet notable sur l'expansion de la couche de cisaillement [46] alors qu'en régime supersonique cette augmentation se traduit par une décroissance du taux d'élargissement [40, 47], ainsi qu'une diminution des moments d'ordre 2 des fluctuations de vitesse [48, 49, 50]. Il s'agit ici d'un phénomène de compressibilité associé aux effets du nombre de Mach de l'écoulement.

Pour quantifier ces effets de compressibilité sur la dynamique des grandes structures, Bogdanoff [46] et Papamoschou & Roshko [47] introduisent le concept de Mach convectif défini par :

$$M_c = (U_1 - U_2)/(c_1 - c_2) \quad (1.57)$$

où  $U_1$  et  $U_2$  désignent respectivement les vitesses dans l'écoulement rapide (cône potentiel) et l'écoulement lent (écoulement extérieur), et respectivement pour les vitesses du son notées ici  $c_1$  et  $c_2$ . Ainsi posé, ce paramètre représente littéralement la vitesse de phase (ou de convection) des structures cohérentes dans la couche de mélange. Celui-ci est particulièrement adapté à l'étude des couches de mélange planes [47, 51] et des couches de mélange de jet [52, 53]. Pour les écoulements faiblement compressibles, c'est-à-dire tels que  $M_c < 0,4$ , l'instabilité grande échelle a une structure fortement bi-dimensionnelle. Lorsque la compressibilité augmente ( $M_c > 0,6$ ) cette instabilité devient tri-dimensionnelle et se désorganise plus rapidement [54, 55, 52], faisant apparaître des instabilités obliques [56]. Pour ces écoulements fortement compressibles, Papamoschou & Bunyajitradulya [57] montrent par ailleurs que la vitesse de convection des grandes structures dévie de la valeur donnée par la formulation théorique précédente. Ainsi pour les écoulements cisailés dont l'écoulement rapide est de nature supersonique et l'écoulement lent subsonique, les grandes structures sont convectées à des vitesses plus grandes que la valeur prédite (on parle alors de "mode rapide") alors que pour une couche de mélange formée par deux écoulements supersoniques, les vitesses de convection déterminées sont plus faibles que la valeur théorique ("mode lent") [49]. Afin de prendre en compte les effets de la compressibilité sur la structure des instabilités grandes échelles, Papamoschou & Bunyajitradulya [57] corrigent le modèle théorique précédent du Mach convectif dit symétrique en un modèle asymétrique.

Le nombre de Mach convectif est donc un paramètre clé des mouvements à grandes échelles. Si dans les couches de mélange subsoniques cette quantité contrôle essentiellement l'entraînement et le taux d'élargissement, en régime supersonique elle gouverne la génération de sources de bruit très importantes (rayonnement d'ondes de Mach [58, 59, 20]). En admettant le concept de structure cohérente, la définition de cette vitesse de convection et son unicité est relativement intuitive. Pourtant plusieurs auteurs comme Elliot et al [55] ou Ikawa & Kubota [50] montrent que cette vitesse est fonction de la distance radiale à l'axe du jet. Papamoschou & Bunyajitradulya [57], n'identifiant qu'une unique vitesse de convection pour ces grandes structures, suggèrent que l'instabilité à la-

### 1.3. Structures cohérentes à grande échelle

---

quelle est associée cette vitesse de convection n'est pas la même. Ces derniers considèrent la structure cohérente comme une masse de fluide cohérente. Pour déterminer la vitesse de convection des structures, ils utilisent la technique de corrélation spatio-temporelle 2D. De telles corrélations capturent l'évolution des grandes structures et ne sont pas affectées par les petites échelles. Cette technique ne prend donc pas en compte les variations à l'intérieur même de la masse de fluide considérée. Les corrélations spatio-temporelles 1D comme celle réalisées par Eliot et al., incluent au contraire les contributions des petites échelles. La vitesse de convection  $U_c$  déterminée est alors biaisée vers la vitesse moyenne locale. Selon la technique d'anémométrie utilisée, la vitesse de convection mesurée n'est donc pas associée à la même entité physique. Cela suggèrent également que les instabilités à petites échelles sont convectées à des vitesses différentes, en particulier plus proches de celle de l'écoulement moyen local bien que cela soit encore discuté par plusieurs auteurs.

#### Relation au champ acoustique rayonné

Les structures cohérentes grandes échelles sont à l'origine de mécanismes de bruit particulièrement importants et très caractéristiques. Les champs acoustiques proche et lointain en sont par voie de conséquence fortement marqués. L'identification de ces structures a permis de mieux appréhender les différents mécanismes de génération de bruit de jet. Afin de relier la dynamique de ces structures au champ rayonné les études menées sont principalement basées sur des visualisations optiques couplées à des mesure de pression acoustique en champ proche ou en champ lointain. Cette approche a d'abord été suggérée par Sahoria & Massier [60] suite aux travaux de Davies & Yule [61] en jet subsonique, proposant de coupler des mesures du champ de vitesse avec des visualisations optiques de l'écoulement afin de relier la dynamique de ces structures aux mécanismes d'entraînement et de transport de l'énergie turbulente.

#### *Localisation des régions sources dans l'écoulement*

Yule [62] puis Morrison & McLauhghlin [63] montrent tout d'abord que la région du jet de laquelle émane majoritairement le bruit de la couche de mélange est située à la fin du cône potentiel. Cette première localisation plutôt grossière des sources principales de bruit a été obtenue à partir de mesures d'intensité acoustique en champs proche et lointain. Pour affiner cette localisation, Schaffar [64] réalise une corrélation directe entre le champ acoustique lointain proche de l'axe du jet et le champ de fluctuations de vitesse sur l'axe du jet. Les résultats de ses travaux montrent ainsi que la région source dominante pour un jet à Mach 0,98 se situe plus précisément entre 5 et 10 diamètres de la sortie de tuyère.

Pour compléter ces travaux, Seiner & Reethof [65] optent pour une approche de corrélation directe entre la pression acoustique obtenue par un microphone placé dans le champ lointain à  $30^\circ$  de l'axe du jet et le champ de fluctuations de vitesse dans l'écoulement à partir de fils chauds simples ou croisés. L'étude distincte du bruit propre et du bruit de cisaillement montre que ce dernier peut être attribué à des mécanismes de génération situés d'autant plus loin de la sortie du jet que la fréquence mise en jeu est basse. Le bruit de cisaillement mettant en jeu des mécanismes de générations de bruit plutôt dans les basses fréquences, et inversement pour le bruit propre, cela indique en particulier que

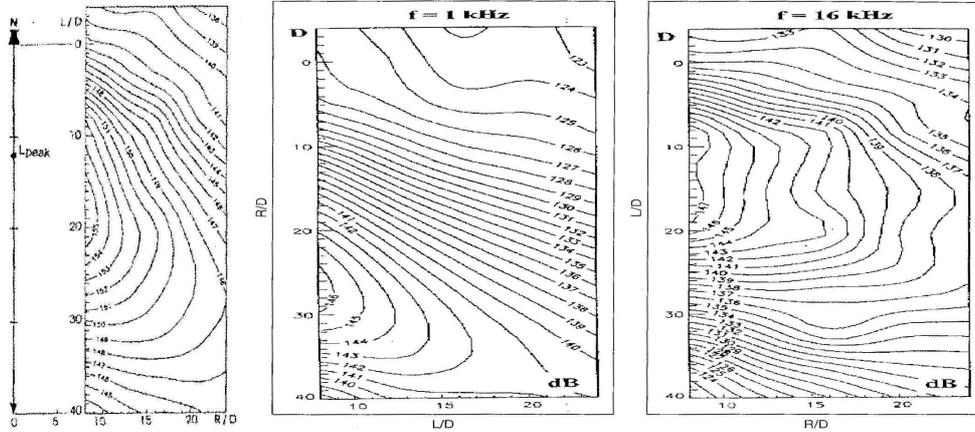


FIG. 1.18 – Lignes de contour des niveaux de pression acoustique exprimés en dB(SPL) (ref.  $2.10^{-5}$  Pa). (gauche) Niveau global, (centre) à 1kHz, (droite) à 16kHz, (Varnier et al. [67])

le bruit rayonné par les régions sources situées proche de la sortie de tuyère est de nature haute fréquence contrairement à celui rayonné par les régions plus loin dans l'écoulement et dominé par les basses fréquences. Fisher et al. [66] confirment également en jet haut subsonique cette répartition fréquentielle du bruit émanant de différentes régions sources de l'écoulement. Dans la direction où l'intensité acoustique est dominante, c'est-à-dire proche de l'axe, les mêmes auteurs montrent par ailleurs que le bruit de cisaillement domine le bruit propre d'un facteur de 10dB alors que la tendance est inversée à  $90^\circ$ . Cela indique notamment que le bruit propre est plus fortement affecté par l'effet de réfraction dans la direction orthogonale à l'axe et vers l'extérieur du jet que ne l'est le bruit de cisaillement. Il revient par ailleurs donc au même d'interpréter le bruit rayonné par ces deux composantes (bruit propre et bruit de cisaillement) et de décomposer le champ turbulent, source de ce rayonnement, en une turbulence à grande échelle (relative aux basses fréquences) et une turbulence fine (relative aux hautes fréquences). Les mécanismes de génération mis en jeu par la turbulence à grande échelle seront donc fortement dominés par les interactions du champ turbulent avec l'écoulement moyen alors que la turbulence fine joue un rôle plus prépondérant dans les interactions de type turbulence-turbulence.

En jet supersonique chaud, l'O.N.E.R.A. a effectué plusieurs études de localisation par une approche de source équivalente. Cette approche ne permet plus de distinguer les différentes composantes de bruit mais apporte différentes informations qui corroborent les résultats présentés précédemment en jet subsonique.

Ainsi, Elias [68] utilise une antenne de 19 microphones placée dans le champ lointain d'un jet, et situe cette source 10 diamètres en aval de la sortie de tuyère, au niveau de la fin du cône potentiel. Des mesures en champ proche réalisées par Varnier et al. [67] au banc MARTEL dans un jet à Mach 3 ont permis de dresser une cartographie des niveaux de pression acoustique au voisinage de l'axe du jet comme présentée figure 1.18. En se référant

### 1.3. Structures cohérentes à grande échelle

---

au lobe de directivité principal, la position sur l'axe du jet de la source dominante à une fréquence donnée peut être déterminée. Les cartes de niveaux de pression acoustique correspondant à la partie la plus énergétique du spectre, c'est à dire entre 1kHz et 16kHz, situent les sources basses fréquences autour de la fin du cône potentiel et les sources hautes fréquences plus en amont. De plus, le lobe de directivité, dirigé vers l'aval, se rapproche d'autant plus de l'axe du jet que la fréquence est basse, ce qui étend ainsi au cas du jet supersonique les résultats de Seiner & Reethof [65] en jet subsonique.

#### *Identification des mécanismes de production de bruit.*

Notre compréhension du champ acoustique rayonné par les jets supersoniques ne se limite pas uniquement à la localisation spatiale des différentes régions sources ni à la distribution fréquentielle du bruit rayonné par celles-ci. De nombreuses études ont également été menées concernant les différents processus et mécanismes constituant la source même.

La quasi-périodicité des structures grandes échelles se traduit par une fréquence caractéristique  $f$  pour les fluctuations de vitesse. A cette fréquence est généralement associé à un nombre sans dimension basé à la fois sur le diamètre de sortie  $D$  de la tuyère et sur la vitesse d'éjection  $U_j$  du jet, c'est à dire encore à un nombre de Strouhal  $St$  égal à  $fD/U_j$ . Cette fréquence particulière a d'abord été mise en évidence par Crow & Champagne [38] en forçant un jet à plusieurs fréquences. Le spectre en champ proche se caractérise par une zone de fréquence très énergétique centrée sur le nombre de Strouhal du jet. En champ lointain, on retrouve un spectre large bande plutôt centré dans les basses fréquences également marqué par ce nombre de Strouhal. Seiner et al [69] indiquent par ailleurs que pour un nombre de Mach supersonique donné, la fréquence caractéristique de l'instabilité dominante ne dépend pas du nombre de Reynolds. Bien que la turbulence devienne plus fine et plus aléatoire, celle-ci conserve sa structure cohérente initiale et le développement des structures grandes échelles n'est pas perturbé par la turbulence de fond.

En régime subsonique les mécanismes de génération de bruit sont principalement liés à la coalescence de deux structures. Ainsi Sahoria & Massier [60] rapportent une forte contribution des structures cohérentes au champ acoustique proche en raison des forts niveaux d'interaction liés aux appariements des structures entre elles. Ceux-ci observent en effet des signaux de pression acoustique dans le champ proche marqués par de fortes impulsions lors de l'appariement de deux structures. En revanche, le passage continu d'une structure seule ne modifie pas significativement le champ rayonné. Les structures cohérentes contribuent donc de manière importante au bruit de jet subsonique, sans pour autant rayonner directement [70]. Comme il a été précisé précédemment, la région source dominante est située dans la zone de fin du cône potentiel. Dans cette région particulière, la couche de mélange annulaire se replie sur elle-même. Morrison & McLauhghlin [63] rapportent que le mécanisme de production de bruit dominant en jet supersonique a pour origine la croissance puis la désintégration rapide des structures cohérentes. Cette désintégration brusque induit des processus dynamiques très violents à l'origine d'un fort rayonnement acoustique.

Hileman et al [71, 72] révèlent la présence d'événements très singuliers dans le signal

## **Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques**

---

temporel de la pression acoustique en champ lointain d'un jet supersonique à Mach 1,3 qu'ils associent, grâce à des visualisations optiques en temps-réel de l'écoulement, à des mécanismes dynamiques propres aux structures. Ils identifient ainsi les trois mécanismes de génération de bruit dominants que sont la forte interaction de la couche de mélange avec elle-même à l'extrémité du cône potentiel, le déchirement des structures et enfin leur enroulement.

### **Approche statistique des structures grandes échelles**

Une autre approche possible de ces grandes structures cohérentes consiste à utiliser des méthodes à caractère systématique basées sur des considérations statistiques telles que les corrélations en deux points. On peut citer dans ce cadre les méthodes de Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (P.O.D.) et d'Estimation Stochastique Linéaire (L.S.E.). Chacune de ces deux méthodes permet d'extraire d'un champ d'apparence aléatoire une partie cohérente identifiée comme une structure cohérente. Les champs étudiés peuvent être aussi bien des champs de vecteurs, tel que le champ de vitesse par exemple, ou de scalaires comme la pression et la température.

Le principe de la POD (Lumley, 1967) est de chercher des réalisations qui correspondent à des modes préférentiels de l'écoulement. La projection d'une réalisation sur l'ensemble des réalisations aléatoires possibles, suivie d'une maximisation de cette projection au sens des moindres carrés permet de déterminer ces modes particuliers. La structure cohérente dominante de l'écoulement est celle dont la projection est la plus grande. Toute réalisation de l'écoulement peut ainsi être décomposée sur une base de fonctions propres représentatives des réalisations les plus probables, et il est donc théoriquement possible de reconstituer l'organisation de l'écoulement ainsi que la contribution des divers modes à l'énergie cinétique turbulente ou aux tensions de Reynolds. Les éléments théoriques de cette méthode systématique sont exposés par Picard [73]. La décomposition du champ de vitesse par POD présente donc, potentiellement, un intérêt en ce qui concerne l'estimation du champ acoustique rayonné par les grandes structures les plus énergétiques de l'écoulement de jet (premiers modes) mais également à l'analyse du champ acoustique proche [74, 73]. En effet, le champ de pression hydrodynamique proche est localement représentatif des événements aérodynamiques aux grandes échelles dans la couche de mélange. Par conséquent, le champ de pression peut être utilisé pour caractériser la dynamique des grosses structures au moyen de l'approche POD, même si l'interprétation physique de ces modes est relativement difficile et encore aujourd'hui discutée.

Bien que la LSE (Adrian, 1975) soit basée également sur le tenseur des corrélations en deux points, cette méthode définit non plus la structure dominante au sens de l'énergie turbulente, mais plutôt une réponse à un état localisé du champ. Cette technique consiste à utiliser une structure candidate afin de détecter d'autres structures du même type dans l'écoulement. Les caractéristiques statistiques de l'écoulement peuvent donc être utilisées pour prélever l'information conditionnelle seulement en quelques points afin d'estimer le champ aux grandes échelles sur la totalité de l'espace. L'utilisation conjointe de la LSE et de la POD peut donc permettre d'étudier la dynamique des modes POD sur tout un domaine spatial en ne prélevant l'information qu'en un nombre limité de points. Cette approche a notamment été utilisée par Picard [73] pour identifier les principales sources

## 1.4. Corrélations des grandeurs aérodynamiques

---

acoustiques de jets turbulents par l'analyse des fluctuations de pression en champ proche. A partir des corrélations spatiales entre la vitesse dans l'écoulement et la pression en champ proche, et via la LSE, ce dernier obtient un modèle tourbillonnaire qui associe un champ de vitesses cohérentes à toute réalisation instantanée du champ de pression, et qui fournit une interprétation physique des modes POD mais également une estimation du champ acoustique.

Si de ces nombreuses études il apparaît clairement que les structures à grandes échelles ont un rôle majeur dans le rayonnement acoustique des jets subsoniques et surtout supersonique, la contribution du bruit rayonné par la turbulence fine n'est cependant pas négligeable. Celle-ci est principalement constituée de structures à petites échelles dont la distribution est de nature aléatoire. Le concept de *structure à petite échelle* est réutilisé ici pour bien différencier les parties cohérentes et aléatoires de la turbulence. Toutefois, ce terme est impropre puisque pour la turbulence fine aucune structure telle que celle définie par Hussain [39] n'est clairement identifiable, et le terme d'*instabilité*, utilisé par la suite, est donc plus approprié. En raison de ce caractère aléatoire, l'approche statistique du champ turbulent s'impose pour à la fois mieux comprendre les différents mécanismes d'échanges dans la couche de mélange et des différents mécanismes contribuant au champ rayonné.

### 1.4 Corrélations des grandeurs aérodynamiques

Cette approche statistique consiste à décrire directement le champ turbulent en terme de distribution spatiale et temporelle des différents moments des fluctuations de vitesse tel que le propose Lighthill à travers son analogie. Il s'agit donc ici de déterminer les corrélations spatiales et temporelles de ces différents moments et plus particulièrement celles du champ de vitesse, représentatives des mécanismes liés au bruit de cisaillement, et celles du champ des contraintes de Reynolds, représentatives des mécanismes liés au bruit propre.

#### Corrélations du champ turbulent par mesures invasives

Proudman [75] suggère l'idée que la caractérisation statistique des instabilités dans la couche de mélange au moyen des corrélations de vitesse peut être utilisée afin d'estimer la puissance acoustique rayonnée. Laurence [35] réalise alors par anémométrie à fil chaud une première caractérisation très complète en terme statistique de la turbulence en couche de mélange pour des jets subsoniques (nombres de Mach variant entre 0,2 et 0,7). A partir de sondes simples puis doubles, il détermine les coefficients de corrélations spatiales longitudinales et transversales des fluctuations de vitesse. Il établit ainsi une cartographie des échelles intégrales spatiales longitudinales et transversales dans toute la couche de mélange et dans la zone de turbulence pleinement développée puis s'intéresse également à la distribution spectrale de l'énergie de turbulence. Ces résultats montrent en particulier que l'échelle intégrale longitudinale varie en  $0,1x$ , où  $x$  désigne la distance à la tuyère, indépendamment du nombre de Mach subsonique et présente un maximum au centre de la couche de mélange. L'échelle transversale est environ trois fois plus petite

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

que l'échelle longitudinale et vaut environ un quart de l'épaisseur de la couche de cisaillement. L'analyse en fréquence de l'énergie de turbulence indique également que le spectre de turbulence est d'autant plus marqué par les basses fréquences que l'échelle intégrale est grande. Cela confirme notamment l'association admise entre l'échelle intégrale et la dimension caractéristique des structures turbulentes.

Lilley [76] utilise cette description de la turbulence pour estimer la puissance acoustique d'un jet subsonique. Il montre en effet, en s'appuyant également sur les travaux fondamentaux de Lighthill [2], que pour un jet subsonique libre dont le cisaillement est dominé par  $\partial U/\partial x_2$ , l'intensité acoustique par unité de volume peut s'écrire sous la forme

$$I \simeq \frac{0.02 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\rho_o c_o^5 |x|^2 \Theta^5} \alpha \ell_{11}^5 \left( \frac{\partial U}{\partial x_2} \right)^6 \overline{\rho^2 u_{t1}^2} \quad (1.58)$$

où  $\ell_{11}$  désigne l'échelle intégrale de longueur dans la direction longitudinale de la composante longitudinale, et  $\alpha$  le coefficient d'anisotropie défini comme le rapport des fluctuations rms de la composante longitudinale et radiale de la vitesse. Davies et al [8] utilisent cette formulation en y intégrant leurs données expérimentales obtenues au moyen de l'anémométrie à fil chaud en jet subsonique (Mach 0,2 à 0,55). La distribution spatiale du terme contenu dans la relation précédente  $\ell_{11}^5 (\partial U/\partial x_2)^6 \overline{u_{t1}^2}$  traduisant la puissance par unité de volume de la source, indique une forte concentration dans la région de fin du cône potentiel. Bien que limités aux écoulements à faibles nombres de Reynolds, il ressort de ces travaux que le bruit rayonné peut être estimé en partie si certaines caractéristiques de la turbulence peuvent être obtenues.

Les mêmes auteurs identifient également une vitesse de convection à partir de corrélations spatiales et temporelles du champ de vitesse. Cela confirme l'hypothèse de Lighthill selon laquelle la turbulence peut être considérée dans un repère mobile. Dans ce référentiel lié au champ turbulent, il n'est plus nécessaire de prendre en compte les effets dus à la convection des sources (effet Doppler). Par conséquent, l'énergie turbulente et les fréquences observées dans ce repère sont intrinsèques au champ turbulent. La vitesse de convection définie par Davies et al. comme la vitesse optimum de transport de la corrélation, évolue de manière semblable à la vitesse moyenne locale avec un gradient plus faible et ne dépassant pas 0,7 fois la vitesse à la sortie de tuyère. Toutefois dans le cas d'un écoulement fortement turbulent, typiquement la couche de mélange de jet, la vitesse ne peut pas être réellement associée à une structure donnée. Fisher & Davies [77] déterminent dans un écoulement subsonique cette même vitesse mais par bande de fréquence. Les résultats indiquent que les différentes composantes spectrales se déplacent à des vitesses différentes. En particulier ils notent une augmentation de cette vitesse avec la fréquence, et une valeur supérieure à la vitesse moyenne locale lorsque le coefficient de skewness (facteur de dissymétrie) est positif. Cette dépendance fréquentielle indique également que les échelles spatiales et temporelles classiquement définies sur l'ensemble du champ turbulent ne sont pas si simplement reliées comme dans le cas théorique d'une turbulence gelée (hypothèse de Taylor [78]).

Si la définition de la vitesse de convection obtenue par corrélation d'ordre 2 et unidimensionnelle n'est pas aussi clairement définie que pour les structures cohérentes grandes

## 1.4. Corrélations des grandeurs aérodynamiques

---

échelles, Lau et al. [79] indiquent toutefois qu’au centre de la couche de mélange, la vitesse de convection déterminée par ces corrélations correspond à la vitesse de convection de l’instabilité dominante de l’écoulement. Ceci est à rapprocher des interprétations rapportées par Papamoschou & Bunyajitradulya [57] selon lesquelles la vitesse de convection telle que définie par Davies et al. [8] ne peut être associée à une échelle de turbulence donnée sauf si typiquement celle-ci est suffisamment énergétique pour dominer localement.

Une application directe de l’analogie de Lighthill est proposée par Chu [22] pour estimer le champ acoustique rayonné par unité de volume d’un jet subsonique isotherme. Son approche consiste à évaluer directement le terme contenu sous l’intégrale dans la formulation de Lighthill (eq. 1.29) à partir des corrélations spatio-temporelles en deux points obtenues par anémométrie à fils chauds pour les composantes longitudinales et transversales des fluctuations de vitesse. Cette approche lui permet de séparer la contribution au champ rayonné des bruits propre et de cisaillement en distinguant, pour le premier, les corrélations d’ordre 4 des fluctuations du tenseur de Reynolds, et pour le second, les corrélations d’ordre 2 des fluctuations de vitesse. Afin d’intégrer les corrélations mesurées, Chu préfère séparer la fonction de corrélation des termes sources en une corrélation spatiale dans les deux directions transversales de l’écoulement et une corrélation spatio-temporelle dans la direction de l’axe du jet. Cette formulation de la fonction de corrélation des termes sources est moins contraignante que la séparation en espace et en temps initialement proposée par Batchelor [80]. Toutefois la principale difficulté de cette approche réside dans la résolution de la double intégrale volumique en raison de la dérivée d’ordre 4. En comparant des mesures directes dans le champ acoustique lointain, il obtient malgré cette difficulté une estimation correcte à la fois de l’intensité acoustique rayonnée et de la directivité des bruits propre et de cisaillement ainsi que de leur spectre. Les résultats confirment notamment la dépendance en  $(\cos^4 \theta + \cos^2 \theta)/2$  de la directivité du bruit de cisaillement proposée initialement par Ribner [14].

### Corrélations du champ turbulent par mesures non invasives

Une méthode de mesure de vitesse ne perturbant pas l’écoulement est très attractive et présente une alternative aux méthodes d’anémométrie classiques dans les applications pour lesquelles la présence d’obstacles tels que des fils chauds induit des effets de contamination significatifs. C’est en particulier grâce au développement de techniques de mesures optiques, telles que la Vélocimétrie Laser Doppler (Yeh & Cummins [81]) ou encore la technique Schlieren (Fisher & Krause [82]), que des mesures ont pu être obtenues dans les dernières décennies avec une excellente résolution spatiale. Un autre avantage de ces techniques optiques est d’accéder à la mesure du champ de vitesse instantané, également en présence de forts gradients de température et de masse volumique.

#### *Approche statistique du champ turbulent par la Vélocimétrie Laser Doppler*

Les premiers travaux réalisés en jets haut-subsoniques et supersoniques à partir de la vélocimétrie laser Doppler se limitent d’abord à la distribution des champs moyens de vitesse et d’intensité de turbulence [83, 84], ainsi qu’à la validation de la technique en raison de la présence par exemple de cellule de chocs [85] ou encore du problème du suivi fidèle de

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

l'écoulement par les particules d'ensemencement introduites dans l'écoulement [86]. Ces travaux montrent principalement que le jet supersonique parfaitement détendu possède une structure aérodynamique très similaire à celle du jet subsonique, mais également que l'augmentation du nombre de Mach se traduit à la fois par une diminution du taux d'évasement ainsi que par une augmentation de la longueur du cône potentiel. Lau et al. [26] proposent pour le taux d'évasement la formulation empirique  $\delta_n = 0,165 - 0,045M_j^2$ . Les spectres de turbulence pour la composante longitudinale de la vitesse obtenus par ces derniers dans un jet haut-subsonique (nombre de Mach égal à 0,9) montrent l'existence de fluctuations de forte amplitude à la fréquence correspondant au Strouhal du jet dans le cône potentiel mais également du côté intérieur de la couche.

Constatant l'efficacité de la vélocimétrie laser pour la mesure des fluctuations de vitesse à l'intérieur même de l'écoulement, Lau [87] entreprend l'étude de l'effet de la température et de la vitesse d'éjection sur les grandeurs statistiques du champ turbulent. Les jets étudiés sont à la fois subsoniques et supersoniques (nombres de Mach égaux à 0,5, 0,9 et 1,37). Les spectres d'énergie des fluctuations turbulentes obtenus en un point montrent, à la fois sur l'axe du jet et au centre de la couche de mélange, que le nombre de Strouhal décroît avec la distance à la tuyère sur une distance légèrement plus grande que le cône potentiel avant d'atteindre une valeur minimale. Ce comportement est similaire quel que soit le nombre de Mach du jet alors que pour une augmentation du rapport des températures du jet et extérieur, Lau indique une décroissance plus rapide dès la fin du cône potentiel vers une valeur du nombre de Strouhal plus faible. Un modèle pour la distribution spectrale des fluctuations de vitesse basé sur une représentation Gaussienne de la corrélation du type  $\Phi(\omega, y) = \exp(-\omega^2 \ell_x^2(y) / 2\pi U_c^2(y))$  montre un bon accord avec les résultats expérimentaux.

Les fonctions de corrélations spatiales déterminées sur l'axe du jet présentent de fortes oscillations avec un affaiblissement très lent. Ces oscillations traduisent une certaine périodicité dans le champ turbulent et confirment le modèle de structure de la turbulence proposée par Lau et al. [79] selon lesquels la turbulence peut être vue comme une succession de structures tourbillonnaires espacées de manière quasi régulière ("vortex street"). Les mêmes auteurs attribuent à cette organisation régulière une dimension spatiale  $\lambda$  pour l'espacement entre chaque structure tourbillonnaire pouvant être obtenue à partir de la fréquence caractéristique  $f_p$  du spectre de la corrélation telle que  $\lambda f_p = U_c$  où  $U_c$  est la vitesse de convection mesurée sur l'axe du jet. Bien que cette dimension augmente sensiblement et linéairement avec la distance à la sortie de tuyère, suivant l'expansion constante de la couche de mélange, le mécanisme d'augmentation n'est pas directement lié à l'épaississement de la couche. Ceci est en revanche le cas pour l'échelle intégrale de longueur caractéristique de l'étendue spatiale des structures tourbillonnaires. Les corrélations spatiales effectuées par Lau et al [87] sur l'axe de la couche de mélange pour estimer cette échelle intégrale ne présentent en revanche pas d'oscillations significatives autour d'une valeur nulle. En régime subsonique, ces mêmes auteurs rapportent une différence importante pour l'échelle intégrale longitudinale  $\ell_x$  avec les résultats de Laurence [35] et Davies et al. [8] présentés précédemment. Un taux de croissance plus lent en  $0,038x + 0,2$  quel que soit le nombre de Mach du jet également dans le cas supersonique est en effet rapporté. Comme souligné par Lau et al [87], les différences avec les précédents résultats de Laurence

## 1.4. Corrélations des grandeurs aérodynamiques

[35] ou Davies et al [8] ont certainement pour origine la perturbation de l'écoulement en présence des fils chauds. En ce qui concerne l'échelle intégrale radiale  $\ell_r$ , Lau et al [87] indiquent une augmentation également linéaire avec la distance à la sortie tuyère mais un rapport des échelles  $\ell_x/\ell_r$  environ égal à 2.

En régime subsonique, la vitesse de convection telle que définie par Davies et al [8] au centre de la couche de mélange reste constante et égale à 0,6 fois la vitesse à la sortie de la tuyère. Cette valeur est aujourd'hui généralement adoptée dans les approches numériques. En régime supersonique en revanche, la vitesse de convection augmente clairement sur toute la longueur du cône potentiel, variant de 0,6 à 0,8 fois la vitesse du jet [79] puis commence à décroître lentement. Au centre de la couche de mélange, la température du jet (subsonique ou supersonique) n'induit pas d'effet notable sur ce paramètre. A contrario, sur l'axe du jet, une augmentation du nombre de Mach se traduit par une augmentation de la vitesse de convection, associée dans ce cas à la vitesse de déplacement des structures cohérentes, dans un même rapport que la vitesse à la sortie du jet. Avec l'augmentation de la température à la sortie du jet, les structures cohérentes ne semblent plus capables de suivre l'augmentation de la vitesse du jet induite. Une interprétation souvent rapportée est que lorsque le jet est chauffé, la puissance thermique tend à rester essentiellement concentrée dans la région du cône potentiel. C'est seulement lorsque le gradient thermique est plus faible (ou que la puissance thermique est uniformément répartie) dans l'écoulement que ces structures atteignent une vitesse vérifiant  $U_c/U_j$  voisin de celui du jet isotherme.

Bien que les points expérimentaux présentés par Lau dans ces derniers travaux soient très limités en nombre de positions sondées et qu'une seule configuration de jet supersonique n'ait été étudiée, ceux-ci montrent clairement la faisabilité et l'efficacité de la vélocimétrie Doppler pour l'estimation des grandeurs statistiques nécessaires à la modélisation de corrélations turbulentes. L'échantillonnage irrégulier des données par vélocimétrie laser Doppler est en partie responsable de la difficulté à estimer ces corrélations spatio-temporelles. Ainsi, plusieurs auteurs suggèrent l'utilisation d'une fenêtre de coïncidence temporelle pour l'estimation dans un premier temps des corrélations spatiales. Cette méthode consiste à ne conserver que des échantillons passant dans un même intervalle de temps très court dans les deux volumes sondes localisés en deux points distincts. Johns et al. [88] appliquent d'abord cette méthode dans le cas d'un jet subsonique libre et montrent que l'augmentation du temps de coïncidence induit une décroissance du coefficient de corrélation spatiale, pouvant cependant être compensée par une grande fréquence d'échantillonnage. Toutefois, les nombreux travaux réalisés au moyen de cette technique, dont la grande majorité en écoulement subsonique, montrent clairement que la résolution spatiale de la fonction de corrélation se fait au détriment de la fréquence d'échantillonnage et donc de la résolution spectrale. Par voie de conséquence, si cette technique semble particulièrement bien adaptée pour l'estimation des corrélations spatiales [89, 90], elle ne permet en revanche pas d'atteindre les corrélations spatio-temporelles d'intérêt majeurs.

### *Approche du champ acoustique rayonné à partir des fluctuations de masse volumique*

L'approche développée jusqu'ici consiste à considérer le champ de fluctuation de vitesse comme la source du rayonnement acoustique. Notons que cette description revient à

## Chapitre 1. Contributions expérimentales aux analogies aéroacoustiques

---

s'intéresser au terme source dans le membre de droite de l'équation de Lighthill 1.3 c'est à dire encore à prendre en compte l'aspect quadripolaire des sources acoustiques. Une seconde description possible du champ acoustique rayonné est de considérer la masse volumique en tant que terme source. Dans ce cas, l'intérêt est alors porté sur l'opérateur de propagation dans le membre de gauche de l'équation de Lighthill. Si le terme  $\partial^2 \rho / \partial t^2 - c_o^2 \nabla^2 \rho$  peut être déterminé en tout point de l'écoulement, cela est alors équivalent à connaître la distribution spatiale et temporelle de  $\partial^2 T_{ij} / \partial x_i \partial x_j$  [91]. L'analyse du champ turbulent à partir des fluctuations de vitesse ou des fluctuations de la masse volumique permet donc d'interpréter les mêmes mécanismes intrinsèques de mélange.

Davis rapporte successivement en jets subsonique [92] et supersonique [93] l'utilisation de la méthode Schlieren avec un unique faisceau dans le but de mesurer la masse volumique locale. La distribution au sein de l'écoulement du produit du gradient des fluctuations de masse volumique et de leur échelle intégrale est obtenue mais l'expérience montre que ces deux grandeurs se sont pas dissociables.

Ce problème est en partie résolu par Wilson & Damkevala [94] qui étendent la méthode en utilisant deux faisceaux perpendiculaires montrant ainsi que les fluctuations rms de la masse volumique peuvent être obtenues au point d'intersection sous l'hypothèse d'une turbulence isotrope. L'écoulement autour du point de mesure est de plus supposé homogène, condition non vérifiée en écoulement de jet. La détermination des fluctuations de la masse volumique permet ainsi en particulier de les relier aux fluctuations de pression et de température au moyen d'équations d'états pour le gaz et basées sur les propriétés moyennes de l'écoulement (température, vitesse, quantité de mouvement). L'interprétation des résultats obtenus pour les fluctuations de la masse volumique, en termes de fluctuations de pression ou de température résultent ensuite de travaux existants sur les propriétés de l'écoulement moyen et du champ turbulent.

Davis [95] adopte cette approche pour déterminer à la fois l'échelle intégrale de longueur et le niveau d'intensité des fluctuations de la masse volumique dans un jet supersonique de Mach 1,7. Une partie des résultats indique que les niveaux d'intensité (niveaux rms) des fluctuations de la masse volumique dans la couche de mélange sont bien plus importants que ceux rencontrés pour les fluctuations de vitesse. Les fluctuations de pressions turbulentes contribuent donc aux fluctuations de la masse volumique comme le prédit Batchelor [80] ou encore Hinze [96] pour une turbulence isotrope. Comme souligné par Winarto & Davis [97], ces observations suggèrent d'évaluer les différentes contributions aux variations de masse volumique à la fois des fluctuations de pressions turbulentes et des vitesses turbulentes. Toutefois, la mesure directe du champ de pression interne de l'écoulement pose immédiatement le problème de contamination du signal observé en raison de l'interaction de l'écoulement avec la sonde. Malgré de nombreuses investigations, des difficultés subsistent donc quant à l'utilisation de microphones immergés dans l'écoulement turbulent et en particulier sur les incertitudes dues à la perturbation de l'écoulement.

Pour cette raison, Winarto & Davis [97] préfèrent s'intéresser au préalable au champ de masse volumique avant d'en déduire le champ des fluctuations de pressions turbulentes, complétant ainsi les travaux de Davis [95]. Leurs travaux montrent notamment que l'échelle intégrale définie pour les fluctuations de la masse volumique présente une

## 1.4. Corrélations des grandeurs aérodynamiques

---

évolution globalement similaire dans la direction principale du jet à celle définie pour les fluctuations de vitesse en régime subsonique. En revanche, dans la direction radiale à l'axe du jet, l'échelle intégrale définie pour la masse volumique présente un minimum au centre de la couche de mélange et augmente sur sa frontière extérieure et sur le bord du cône potentiel. Les résultats sur la vitesse de convection de ces fluctuations, déterminée comme pour les fluctuations de vitesse à partir de corrélations spatiales et temporelles, indiquent une décroissance avec la distance à l'axe du jet comme rapporté par Davies et al [8] pour les fluctuations de vitesse. En présence d'un jet isotherme, pour lequel le gradient de température à travers la couche de mélange est nul, l'intensité des fluctuations de la masse volumique est minimum et augmente avec le nombre de Mach de l'écoulement. En l'absence de gradient de température, Winarto & Davis [97] rapportent en régime subsonique, que les fluctuations de masse volumique possèdent une échelle intégrale de longueur environ deux fois plus grande que celle des fluctuations de vitesse et que leur distribution spectrale présente une décroissance rapide avec les hautes fréquences. Davis [95] rapporte également que ces spectres sont marqués par une zone de forte amplitude qui émerge d'autant plus près de l'axe du jet, traduisant la présence d'une instabilité dominante. Au contraire, lorsque l'écoulement présente un gradient de température significatif, l'échelle intégrale de longueur des fluctuations de la masse volumique se rapproche de celles des fluctuations de vitesse. Ces résultats reflètent donc en particulier l'influence à la fois des fluctuations de pression et de température sur celles de la masse volumique. Ces mêmes auteurs utilisent ensuite les champs de vitesse et de température moyens pour relier les fluctuations de la masse volumique à celles de la pression turbulente. Les observations réalisées pour des jets à différentes vitesses subsoniques et températures montrent que les fluctuations de pression relative diminuent de façon significative avec le nombre de Mach et augmentent avec l'enthalpie. Leurs résultats sont globalement concordant avec d'autres travaux dans lesquels la mesure directe du champ de pression turbulente par microphone est effectuée [26].

La technique Schlieren à deux faisceaux a également été utilisée pour relier le champ des fluctuations de la masse volumique interne à l'écoulement et le champ acoustique lointain [94]. Toutefois, l'hypothèse fondamentale dans cette approche d'homogénéité de la turbulence autour du point de mesure est invalide dans un jet. Pour corrélérer le champ source (fluctuations de masse volumique) à son champ acoustique rayonné, Panda & Seasholtz [28] suggèrent alors de coupler un microphone en champ lointain avec un dispositif optique basé sur la diffusion Rayleigh. Cette technique optique ne nécessite pas un ensemencement particulier de l'écoulement puisque seule la diffusion de la lumière par les molécules mêmes de l'écoulement suffit. Ceci est particulièrement attrayant puisque l'information prélevée provient directement de l'écoulement lui-même. La source principale d'erreur sur l'estimation de la masse volumique provient en revanche du bruit électronique significatif des photomultiplicateurs en raison des faibles quantités de lumière diffusées. La distribution des niveaux rms des fluctuations de la masse volumique dans des jets non chauffés dont les nombres de Mach varient entre 0.5 et 1.8 est ainsi obtenue indiquant un maximum sur l'axe de la couche de mélange de l'ordre de 22% et un minimum dans le cône potentiel. Ces résultats confirment notamment les travaux de Wilson & Damkevala

[94]. L'analyse fréquentielle de ces fluctuations montre une certaine similitude des spectres lorsque les fluctuations rms de la masse volumique sont normalisées par la différence des masses volumiques dans le milieu ambiant et à la sortie de tuyère, avec en particulier la présence d'une zone de forte amplitude sur l'axe de la couche de mélange, d'autant plus énergétique et basse fréquence que la distance à la sortie de tuyère est grande. L'augmentation du nombre de Mach entraîne par ailleurs une diminution de l'amplitude de cette zone fréquentielle. Comme rapportées par Panda & Seasholtz, ces observations traduisent l'existence et le développement d'une onde d'instabilité de type Kelvin-Helmholtz le long du jet. A la sortie de la tuyère, les fluctuations de la masse volumique sont plutôt hautes fréquences. L'épaississement de la couche de mélange avec le développement du jet s'accompagne d'une amplification de l'onde et de sa longueur d'onde.

La corrélation de la pression acoustique en champ lointain dans la direction principale du rayonnement, c'est-à-dire autour de  $30^\circ$ , avec le champ de fluctuation de la masse volumique dans l'écoulement indique deux régions sources dominantes.

Lorsque le jet présente un rayonnement d'ondes de Mach, la première région source est constituée par la périphérie autour du cône potentiel. En l'absence de ce rayonnement, la pression acoustique en champ lointain et les fluctuations de vitesse dans cette région de l'écoulement ne sont en revanche pas corrélées.

Quel que soit le nombre de Mach du jet, Panda & Seasholtz rapportent que la région englobant la fin du cône potentiel est une également une région source. Cette région est de plus présente en présence ou non d'un rayonnement d'ondes de Mach. Cela indique donc la présence de mécanismes de génération de bruit subsoniques clairement différents du processus du rayonnement d'ondes de Mach. La source, plutôt basse fréquence (caractérisée par des nombres de Strouhal tels que  $0 \leq St \leq 0,8$  pour un jet à Mach 1,8 et  $0 \leq St \leq 0,4$  pour un jet à Mach 0,95) dans cette région de l'écoulement est plus importante sur l'axe du jet à la fin du cône potentiel et diminue rapidement dans la direction radiale alors qu'elle demeure significative sur une longue distance dans la direction de l'écoulement. Ces différentes observations sont à rapprocher de celles réalisées et présentées précédemment par Hileman et al [72] entre autres, confirmant la présence de processus dynamiques de génération de bruit très importants et à grandes échelles en raison de l'interaction de la couche de mélange avec elle-même.

### 1.5 Conclusion

Le concept d'analogie aéroacoustique établi par Lighthill [1] constitue un intermédiaire entre les approches expérimentales (mesure du champ de pression acoustique) et les approches numériques directes. La connaissance a priori de la distribution du terme source dans toute la région de l'écoulement suffit théoriquement à reconstruire le champ acoustique rayonné. Toutefois à l'heure actuelle, ni la voie expérimentale ni la voie numérique ne permettent de décrire dans toute la région source les propriétés spatiales et temporelles des grandeurs aérodynamiques turbulentes. Diverses formulations ont été proposées dans la littérature conduisant à des analogies dérivées de celle de Lighthill. En définitive, comme souligné par Picard [73], cette analogie fournit une base théorique complète du

bruit d'origine aérodynamique où seules la modélisation et l'interprétation physique du terme source permettent d'obtenir des résultats intéressants.

Dans le cas particulier des jets subsoniques ou supersoniques parfaitement détendus, la source de bruit dominante a pour origine des mécanismes de mélange intrinsèques au champ turbulent. La présence de structurations quasi-déterministes dans ces écoulements turbulents, aux quelles se superposent des mouvements à petites échelles fortement désorganisés, est à l'origine de mécanismes de génération de bruit importants désormais bien identifiés et localisés. En revanche des zones d'ombre subsistent en ce qui concerne la contribution au champ rayonné de la partie plus aléatoire du champ turbulent. Une autre interprétation de ces deux contributions consiste à décrire le champ acoustique rayonné comme la combinaison de deux mécanismes de génération de bruit de nature distincte : le bruit propre et le bruit de cisaillement. Le premier, ayant pour origine l'interaction de la turbulence avec elle-même peut être représenté en terme de corrélations d'ordre 4 des fluctuations de vitesse alors que le second caractéristique de l'interaction du champ turbulent avec l'écoulement moyen peut être associé aux corrélations d'ordre 2. Potentiellement, une troisième composante peut être associée à des corrélations d'ordre 3. Cependant, à l'aide de considérations mathématiques on montre que leur contribution au champ acoustique rayonné est négligeable. Les difficultés expérimentales rencontrées pour estimer ces grandeurs statistiques conduisent généralement à effectuer une modélisation semi-empirique des sources de bruit en terme de corrélations spatiales et temporelles des champ de vitesse des contraintes de Reynolds. La caractérisation des sources acoustiques en termes statistiques rend compte de l'évolution du champ turbulent et renseigne sur les propriétés spatiales et temporelles des différentes sources quadripolaires. Ces deux composantes de bruit ont déjà fait l'objet de nombreuses études en jet subsonique. En revanche, en régime supersonique, la distribution spatiale et fréquentielle des propriétés statistiques des différentes sources ainsi que leur relation au champ acoustique rayonné (relation de causalité) ne sont que partiellement établies. Dans ces écoulements, les grandes vitesses et hautes températures sont principalement responsables du manque de données expérimentales. Les modèles de prédiction de bruit de jet supersonique basés sur le concept d'analogie aéroacoustique utilisent pour ces raisons des modèles semi-empirique des sources établis en régime subsonique.

Les progrès réalisés sur les techniques optiques et en particulier sur la vélocimétrie laser Doppler depuis plus d'une décennie permettent d'envisager aujourd'hui d'accéder à une information très localisée et temporelle des fluctuations de vitesse, et par voie de conséquence aux différentes propriétés du champ turbulent et des sources acoustiques induites, dans un écoulement de nature supersonique et à grand nombre de Reynolds. Le prochain chapitre est consacré en partie à la description des dispositifs expérimentaux employés au cours de ce travail pour répondre aux besoins manquants exprimés ci-dessus. Nous nous intéresserons également la mise en place de procédures d'estimations des fonctions de corrélations à partir de mesures réalisées par vélocimétrie laser Doppler en s'appuyant sur les différents travaux répertoriés dans la littérature.



## Chapitre 2

# Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

Ce second chapitre présente les dispositifs expérimentaux, la soufflerie supersonique S150 du CEAT<sup>1</sup> de l'université de Poitiers et le banc MARTEL<sup>2</sup>, exploités pendant ce travail pour l'étude d'un jet supersonique froid puis d'un jet supersonique chaud. L'instrumentation utilisée pour la mesure des grandeurs aérodynamiques et du champ de pression acoustique y est également décrite.

A travers la revue bibliographique effectuée dans le chapitre précédent il ressort notamment que l'estimation des grandeurs aérodynamiques par anémométrie laser à effet Doppler (notée ALD par la suite), basée sur le principe de la mesure de vitesse particulière, est particulièrement bien adaptée aux écoulements turbulents à grandes vitesses et hautes températures. Cette technique d'anémométrie est une alternative aux techniques plus classiques invasives du type anémométrie à fil chaud nécessitant d'introduire une sonde matérielle dans l'écoulement. Bien que largement employée tant dans les laboratoires de recherche que par les industriels, de nombreuses difficultés persistent en ce qui concerne l'estimation des fonctions statistiques du champ de vitesse telles que leurs corrélations spatiales et temporelles ou encore leur densité spectrale de puissance. La seconde partie de ce chapitre est donc consacrée aux procédures d'estimation de ces fonctions statistiques. La problématique soulevée ici est celle du traitement de données échantillonnées irrégulièrement. La littérature présente un nombre de travaux conséquent sur ces procédures d'estimations. Nous nous efforcerons donc de ne passer en revue que les travaux antérieurs nous ayant conduits à ne retenir que deux procédures aujourd'hui bien reconnues : la reconstruction de type échantillonneur-bloqueur, et une extension de la technique de classification par cases à la mesure en deux points.

Une étude comparative de ces deux techniques d'estimation a également été menée. Nous nous intéresserons donc dans la troisième partie de ce chapitre à présenter les avantages de chacune d'elle en fonction des paramètres propres aux signaux de données et des grandeurs statistiques à estimer.

---

<sup>1</sup>Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques

<sup>2</sup>Moyen Aéroacoustique de Recherche et de Technologie sur l'Environnement des Lanceurs

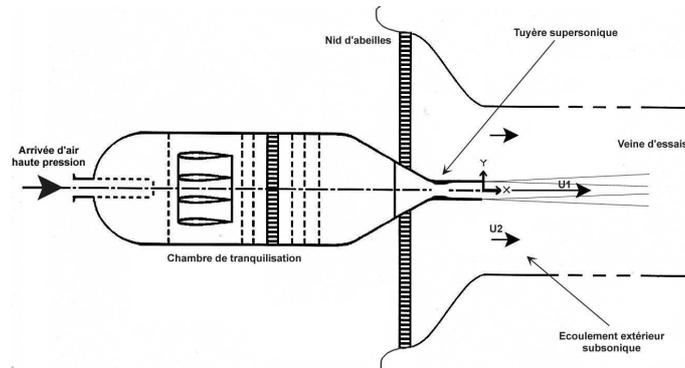


FIG. 2.1 – Schéma descriptif de la soufflerie S150 du CEAT utilisée pour la configuration en jet froid.

## 2.1 Installations expérimentales

Afin d'étudier à la fois l'influence du nombre de Mach et de la température du jet sur les propriétés statistiques du champ turbulent et par voie de conséquence le rôle joué par ces deux paramètres sur les différents mécanismes de mélange et de génération de bruit, deux configurations de jets supersoniques parfaitement détendus ont été étudiées. Une étude en jet froid a d'abord été menée en soufflerie supersonique puis une en jet chaud au banc MARTEL à Poitiers. Ces installations sont décrites ci-dessous.

### 2.1.1 Configuration en jet froid : soufflerie supersonique S150

#### Description technique de la soufflerie

Les travaux menés en configuration de jet supersonique froid ont été réalisés dans la soufflerie S150 du Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques de Poitiers. Une description particulièrement détaillée de cette soufflerie est effectuée par Bonnet et al. [98].

Cette soufflerie supersonique, fonctionnant par rafales, est alimentée par de l'air à haute pression fourni par deux compresseurs assurant une pression maximale de 200 bar. L'air desséché et déshuilé est préalablement filtré en amont de la soufflerie par des filtres Poral de classe 0,3 et de mailles garanties à 2 microns, assurant ainsi une propreté de l'air et l'absence d'ensemencement naturel par des particules polluantes.

Un schéma descriptif de la soufflerie est présenté sur la figure 2.1. La chambre de tranquillisation équipée de grillages et de nids d'abeille permet de diminuer la turbulence résiduelle dans l'écoulement. La limite en pression dans cette chambre est de l'ordre de 40 Bar. La partie terminale permet d'accueillir différentes configurations de tuyères selon l'écoulement étudié. Dans le cas présent une tuyère CD (convergente-divergente) axi-symétrique de col intérieur de diamètre 47,85mm et de diamètre de sortie de 52mm a été utilisée. En fonctionnement nominal, avec comme conditions génératrices une pression de 3Bar et une température de 263 K dans la chambre, la tuyère est dessinée pour un jet supersonique parfaitement détendu avec un nombre de Mach en sortie égal à 1,14. Le jet ainsi

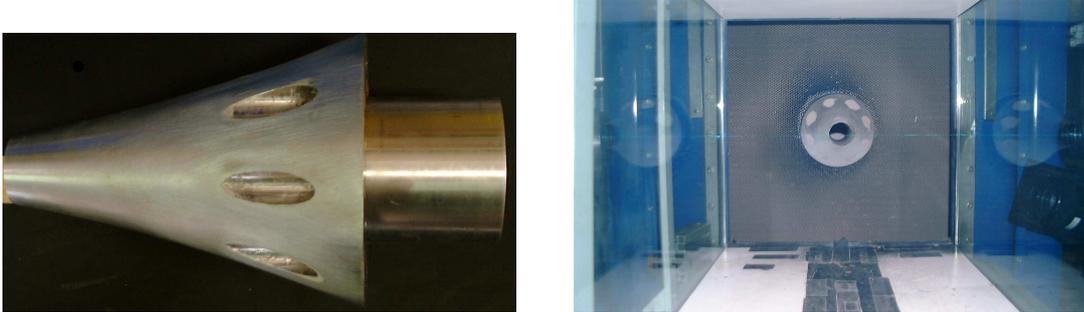


FIG. 2.2 – Soufflerie S150 du CEAT de l’université de Poitiers. (Gauche) Tuyère supersonique, nombre de Mach 1,2 et (droite) vue intérieure de la veine d’essai.

obtenu débouche au centre d’une veine de section carrée de dimension  $500 \times 500 \text{mm}^2$  dont les parois sont modulables selon la métrologie désirée (vitres ou parois opaques). L’entrée de la veine (voir figure 2.2), autour de la sortie de la tuyère, est constituée en premier lieu d’un nid d’abeille de dimension  $1000 \times 1000 \text{mm}^2$ , d’épaisseur 60mm et de maille intérieure 6 mm permettant de stabiliser l’écoulement entraîné par aspiration directe de l’air ambiant dans la veine. Un convergent installé à l’entrée permet de plus un entraînement propre de cet écoulement secondaire autour de la tuyère.

Les caractéristiques du jet supersonique et de l’écoulement subsonique ainsi que les conditions génératrices sont indiquées dans le tableau 2.1 pour une température de l’air ambiant égale à 293K.

### Configuration du système d’anémométrie laser Doppler en deux points et une composante.

Une description générale du principe de mesure par anémométrie laser Doppler est présentée en Annexe 3.

La mise en place du système d’anémométrie laser Doppler sur cette soufflerie a été rendue possible grâce en partie aux modifications apportées à la soufflerie lors des travaux menées en couches de mélanges annulaires supersoniques par Bellaud [48]. Etant donné la configuration de la soufflerie et l’encombrement d’un système ALD, les possibilités offertes sont toutefois limitées. Seule la composante longitudinale du champ de vitesse a donc fait l’objet d’attentions particulières dans la présente étude.

Le système de vélocimétrie est utilisé en configuration bi-points mono-composantes. Le mode de collecte de la lumière diffusée par les particules d’ensemencement introduites dans l’écoulement adopté ici est celui de la diffusion avant. La quantité de lumière diffusée par une particule est en effet plus grande dans la direction des faisceaux incidents (théorie de Mie) et permet par conséquent d’obtenir des rapports signal sur bruit et des fréquences d’échantillonnage plus grandes qu’en mode de rétro-diffusion (récolte de la lumière dans la direction inverse des faisceaux laser incidents). En revanche, ce choix technique impose

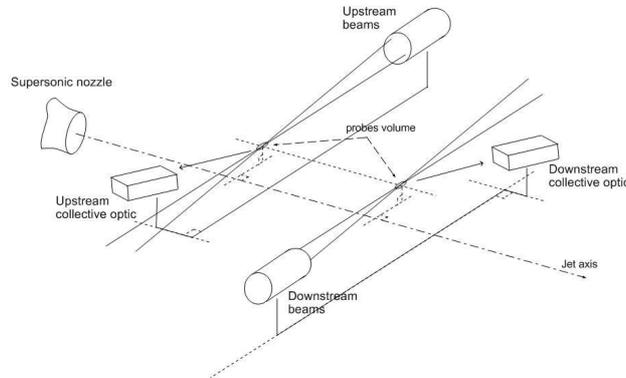


FIG. 2.3 – *Schema de principe du montage expérimental d'anémométrie laser à effet Doppler en deux points.*

l'utilisation à la fois d'une optique d'émission et d'une optique de réception solidaires dans leur déplacement.

Le schéma présenté figure 2.3 illustre le montage expérimental réalisé. Travaillant ici avec deux volumes sondes, les deux paires d'optiques nécessaires sont chacune disposées sur deux bras rigides indépendants. Les deux bras sont munis de deux moteurs pas à pas assurant à la fois un déplacement des optiques dans la direction de l'écoulement et dans la direction transversale à l'axe du jet. Ces déplacements sont réalisés avec une précision de 0,02mm. Lors d'une mesure en deux points, le bras situé en amont est maintenu fixe alors que le second est déplacé dans la direction aval pour différentes distances de séparation. Une vue extérieure de la soufflerie présentant ce dispositif est donnée figure 2.4

En ce qui concerne le dispositif d'anémométrie laser lui-même, les différentes caractéristiques sont présentées dans le tableau 2.2. La lumière diffusée par les particules d'ensemencement, puis récoltée par les photomultiplicateurs est ensuite traitée par le processeur de signaux dénommé Doppler Signal Analyser (DSA) décrit en Annexe 3.

### Technique d'ensemencement

Le choix des particules d'ensemencement ainsi que de la technique employée ici pour introduire ces particules dans l'écoulement découlent de l'étude paramétrique menée par Lammari [99] ainsi que des résultats des travaux conduits par Bellaud [48] dans cette même soufflerie et pour la même configuration de jet. La stratégie d'ensemencement à adopter est effectivement un facteur clef car le lieu où sont introduits les traceurs dans l'écoulement ainsi que leur nature ont un effet direct sur les résultats tant sur les champs moyens que turbulent. Dans le cas des écoulements turbulents, typiquement les couches de mélange, l'ensemencement est à l'origine d'un certain nombre de biais d'origines diverses qui affectent les résultats.



FIG. 2.4 – Vue extérieure du dispositif expérimental. Soufflerie supersonique S150.

TAB. 2.1 – Caractéristiques expérimentales générales concernant le jet supersonique froid.

<b>Tuyère :</b>		
Diamètre du col $D_c$		47,85 mm
Diamètre de sortie $D_j$		52 mm
<b>Jet supersonique :</b>		
Pression génératrice		3 Bar
Température génératrice		263 K
Nombre de Mach désigné		1,3
Débit massique		1,35 kg/s
Reynolds		$1,7 \cdot 10^6$
<b>Écoulement subsonique :</b>		
Température		293K
Nombre de Mach		0,15

### *Entraînement des particules*

Un des biais couramment recensé dans la littérature est celui introduit par l' *entraînement des particules*. Ce concept traduit l'aptitude d'une particule à suivre les variations rapides de la vitesse (ou accélérations) dans l'écoulement. Sa densité doit être suffisamment faible pour ne pas perturber l'écoulement et que son inertie soit telle qu'elle suive fidèlement les accélérations positives ou négatives du fluide, mais également suffisamment élevée pour diffuser assez de lumière. Afin de caractériser les propriétés d'entraînement d'un type donné de particules, des écoulements soumis à des chocs sont généralement utilisés. Les vitesses des particules sont alors mesurées en amont et en aval du choc. Les résultats obtenus sont comparés à ceux déterminés au moyen de modèles théoriques pour le calcul de la force de traînée. En utilisant cette approche, Lammari [99] montre ainsi

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

TAB. 2.2 – Caractéristiques optiques du système ALD en configuration de jet supersonique froid

Voie		Bleu	Vert
Longueur d'onde	(nm)	488	514,5
Puissance raie	(W)	0,45	0,45
Diamètre minimal faisceaux	( $\mu m$ )	1400	1400
Fréquence Bragg	(MHz)	40	40
Focale émission	(mm)	500	500
Séparation des faisceaux	(mm)	30	30
Rapport d'élargissement	(mm)	1,94	1,94
Demi angle d'intersection	(deg)	1,7	1,7
Focale réception	(mm)	500	500
Angle de collection	(deg)	10 à 20	10 à 20
Diamètre de collection	( $\mu m$ )	150	150
Diamètre volume sonde	(mm)	0,22	0,23
Interfrange $i$	( $\mu m$ )	8,1	8,6
Franges utiles		27	27

que des particules de  $\text{SiO}_2$  (dioxyde de silicium) de diamètre garanti à  $0,04 \mu m$  donnent des résultats très satisfaisants. Ce dernier rapporte toutefois que le diamètre moyen des particules mesurées dans l'écoulement est plutôt de l'ordre de  $0,3 \mu m$ . Cela indique donc la possibilité d'agglomérats entre les particules. Néanmoins, le même auteur montre que les effets d'entraînement des particules de  $\text{SiO}_2$  peuvent être négligés dans la couche de mélange étudiée ici.

### *Biais d'ensemencement*

L'ensemencement lui-même est une source de biais. Ce biais est essentiellement lié au caractère intermittent de l'écoulement. Lammari [99] montre que dans le cas de la soufflerie utilisée ici, un ensemencement mixte à la fois de l'écoulement subsonique et du jet principal permet de sonder l'ensemble de la couche de mélange en minimisant les erreurs sur les vitesses mesurées. En ensemençant uniquement la partie supersonique de l'écoulement, puis uniquement la partie subsonique, les résultats indiquent que les mesures réalisées avec l'ensemencement mixte se recourent dans la partie supersonique et dans la partie subsonique avec les deux ensemencements simples. Pour les besoins de la présente étude, des particules de  $\text{SiO}_2$  de diamètre moyen  $0,3 \mu m$  ont donc été introduites simultanément dans les deux écoulements. Celles-ci sont injectées sous une pression de l'ordre de 6-7 bar pour l'écoulement supersonique, directement dans la chambre de tranquillisation, et de l'ordre de 2-3 bar pour l'écoulement subsonique par l'intermédiaire d'une canne circulaire située en amont de l'entrée de la veine et épousant la partie inférieure de la chambre.

### *Biais de vitesse*

Le biais de vitesse a pour origine la distribution des particules d'ensemencement dans l'écoulement. Celui-ci se traduit par une corrélation significative du passage des particules à travers le volume de mesure avec leur vitesse de déplacement. Plus précisément, pour une distribution uniforme de particules dans l'écoulement, le nombre de particules à grandes vitesses passant dans le volume de mesure étant plus grand que celui des particules à plus faibles vitesses, la vitesse moyenne et la variance du signal obtenues par les estimateurs classiques de moyenne d'ensemble sont alors biaisées vers les grandes vitesses. Pour une distribution spatiale uniforme de l'ensemencement, McLaughlin & Tierdeman [100] proposent comme correction de la vitesse moyenne une pondération des vitesses individuelles par la norme du vecteur vitesse. Cela nécessite néanmoins la connaissance des trois composantes de vitesse. De plus, en couche de mélange supersonique l'hypothèse d'un ensemencement uniforme n'est généralement pas vérifiée et des erreurs supérieures au biais initial peuvent apparaître à partir de cet estimateur.

Le type de correction pour ce biais de vitesse reste encore aujourd'hui controversé et les traitements proposés dans la littérature dépendent de l'écoulement étudié. Ainsi, différentes fonctions de pondération ont été proposées. On peut citer notamment Buchave et al. [101] qui suggèrent de prendre en compte le temps de résidence des particules dans le volume de mesure donnant ainsi plus d'importance aux particules à faibles vitesses. Etant donnée la difficulté d'estimer ce temps de transit et le peu d'amélioration apportée par cette correction, Meyers [102] définit un critère quantitatif pour détecter la présence ou non d'un biais éventuel. Son approche est basée sur le calcul d'un coefficient de corrélation entre les vitesses et les cadences d'arrivée des échantillons. Cette corrélation vitesse-cadence définit le critère de biais. La procédure de correction consiste dans un premier temps à diviser le signal en subdivisions de durées égales à l'échelle temporelle caractéristique du phénomène étudié puis à calculer sur chacun de ces intervalles le critère de biais. Si la présence d'un biais de vitesse est détectée, la correction consiste alors à pondérer les histogrammes de vitesse. L'échelle temporelle à utiliser est en revanche sujette à controverse. Si Meyers suggère d'utiliser la micro échelle de Taylor décrivant le temps pendant lequel il n'y a pas de changement significatif de l'énergie turbulente transportée, Winter et al [103] préfèrent l'échelle intégrale temporelle plus représentative de la dynamique de la turbulence.

Cette procédure est relativement complexe à appliquer. Elle est de plus liée à une dimension caractéristique de l'écoulement souvent inconnue. Une correction généralement retenue est celle basée sur le principe de reconstruction du signal. Edwards & Jensen [104] établissent un estimateur de la valeur moyenne à l'aide d'une pondération des vitesses instantanées par l'intervalle de temps entre deux échantillons successifs. La probabilité de la présence du biais étant liée à la densité de données du signal<sup>3</sup>, Edwards [105] recommande cette correction dans les cas où celle-ci est élevée. Récemment, les essais comparatifs réalisés par Ricaud [106] entre des mesures au fil chaud puis LDV couplées à plusieurs procédures de correction du biais dans un jet subsonique de 100m/s montrent que des résultats satisfaisants sont obtenus par cette pondération même dans le cas d'une très

---

<sup>3</sup>La *densité de données* représente le nombre moyen d'échantillons récoltés pendant une durée égale à la micro échelle de Taylor. Le signal mesuré converge donc vers le signal vrai lorsque cette quantité augmente.

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

faible densité de données obtenues dans la couche de mélange de jet par exemple. Le choix de cette procédure de correction a donc été adopté pour l'étude présente.

### *Autres sources de biais*

Les principales sources de biais pouvant donner lieu aux plus grandes erreurs de mesure ont été citées précédemment. Toutefois, il est nécessaire de rappeler que le choix de certaines caractéristiques optiques est également un facteur important sur la qualité de la mesure. Le biais angulaire (lorsque certaines particules traversant le volume de mesure ne franchissent pas le nombre de franges nécessaires à la validation), ou encore le biais de gradient de vitesse (lorsque le vecteur vitesse n'est plus considéré comme constant dans tout le volume de mesure) sont par exemple deux sources supplémentaires d'erreurs.

La convergence des résultats, pour laquelle il faut distinguer la convergence temporelle (dont le paramètre est le temps d'échantillonnage), et la convergence statistique (dont le paramètre est le nombre d'échantillons) est également à prendre en compte pour l'estimation des différents moments. La densité de probabilité des moments de la vitesse est en effet d'autant plus petite que l'ordre auquel on s'intéresse est grand. Le temps d'échantillonnage nécessaire sera donc d'autant plus grand que l'ordre sera élevé étant donné que le processus physique représenté se reproduira plus rarement. Le nombre d'échantillons nécessaires est en revanche plutôt lié aux phénomènes d'intermittence dans l'écoulement. La durée d'acquisition et le nombre d'échantillons doivent donc être suffisants pour établir une statistique correcte du champ de vitesse.

### 2.1.2 Configuration en jet chaud : banc MARTEL

#### Présentation du banc

Cette installation dénommée banc MARTEL pour Moyen Aéroacoustique de Recherche et Technologie sur l'Environnement des Lanceurs a été mise en place techniquement par une collaboration entre le LEA de Poitiers et l'ONERA sous le financement du Centre National d'Etudes Spatiales (CNES). Cette installation a pour principale vocation l'étude des mécanismes de génération de bruit dans les écoulements supersoniques très rapides et très chauds (1800 m/s et 1850C) et est située sur le site du Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques à Poitiers. Ce dispositif expérimental, présenté figure 2.5, permet de reproduire l'environnement acoustique des lanceurs par simulation des jets de propulseurs auxiliaires tels que ceux présents sur le lanceur européen ARIANE.

Des jets supersoniques mais également subsoniques peuvent être générés sur une large gamme de vitesse et de température. La génération de ces écoulements est obtenue à l'aide d'une combustion air-hydrogène par l'intermédiaire de deux foyers successifs comme l'illustre le circuit d'alimentation du jet schématisé figure 2.6. Le jet est disposé verticalement et la sortie de tuyère située à environ 3m d'altitude est dirigée vers le sol (voir figure 2.5). Le tableau 2.3 présente les caractéristiques générales de trois jets. Les jets numéro 1 et 2 peuvent servir de référence car réalisés régulièrement. Le troisième présente des conditions génératrices calculées spécialement pour répondre aux besoins de la présente étude. Le jet numéro 2 est le jet le plus haut en vitesse et température couramment utilisé sur le banc. La puissance acoustique développée par cet écoulement est de 162dB.

TAB. 2.3 – Caractéristiques expérimentales générales concernant le jet supersonique chaud.

Jet n°	Tuyère	$\phi_{jet}$ (mm)	$P_i/P_{atm}$	$T_{gen}$ (K)	$U_j$ (m/s)	Adapté
1	CD50/4/g	50	30	1900	1700	oui
2	CD60/6/C	60	30	2060	1800	non
3	CD50/4/g	50	31,23	1600	1500	?

Dans le cadre du programme CNES-ONERA de Recherche et Technologie sur l'environnement aéroacoustique des lanceurs (pôle AEID), ce dispositif est employé à des fins à la fois technologiques mais également fondamentales. Les études à caractères industrielles sont principalement orientées sur l'optimisation du pas de tir du lanceur Ariane lors de la phase de décollage (réduction du bruit par injection d'eau, modification de géométrie des conduits d'évacuation "carneaux" des gaz) ou bien concernent des prestations à d'autres industrielles, par exemple pour l'étalonnage de sondes (SNECMA etc...) ou encore pour la caractérisation de silencieux de turbines à gaz (SAI, BERTIN etc...). Les études fondamentales, portées par le CNRS, l'ONERA, le CNES ou encore les universitaires ont pour principal objectif de contribuer à la compréhension des mécanismes de génération de bruit dans ces jets supersoniques.

Dans sa vocation première, le banc permet la réalisation et le traitement de mesures acoustiques dans un environnement semi-anéchoïque en présence d'un plancher réfléchissant. La disposition du banc (foyer et sortie de tuyère au centre du banc) est telle que ce dernier peut également accueillir une instrumentation plus complexe autour du jet généré pour la mesure des grandeurs aérodynamiques, voire aérothermiques [13].

### Configuration des microphones

La présence d'un plancher réfléchissant sur lequel vient impacter le jet est à l'origine



FIG. 2.5 – (Gauche) vue extérieure et (droite) vue intérieure du foyer et de la sortie de la tuyère au banc MARTEL.

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

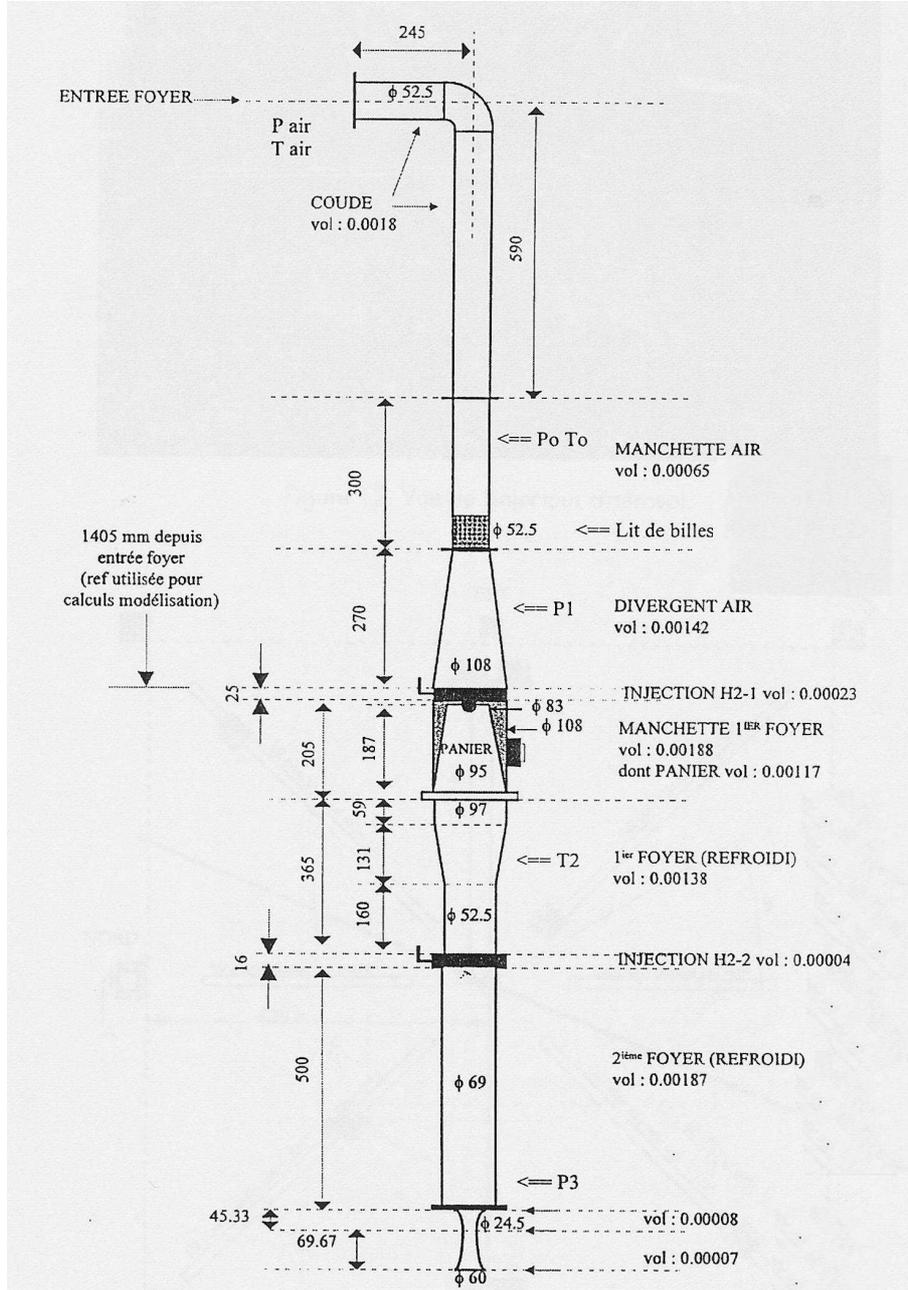


FIG. 2.6 – Plan du circuit d'alimentation des jets MARTEL. Les dimensions indiquées correspondent aux dimension intérieure des différents éléments et sont exprimées en mm. Les volumes sont exprimés en m<sup>3</sup>.

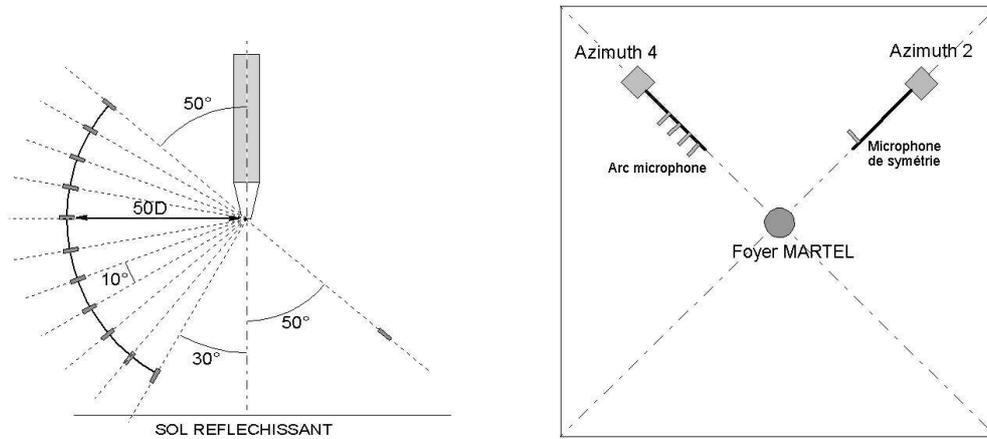


FIG. 2.7 – Configuration des microphones : (Gauche) Arc centré sur la sortie de tuyère, (droite) Implantation azimutale.

de difficultés pour la mesure de la puissance acoustique. En toute rigueur, un traitement au sol serait nécessaire mais les solutions techniques sont assez limitées étant donné la configuration des jets étudiés.

Dans l'étude présente, il s'agit de s'intéresser plutôt à la directivité des sources qu'à la puissance acoustique rayonnée du jet. La configuration des microphones la mieux adaptée pour ce type d'étude est donc un arc centré sur la sortie de la tuyère à une distance suffisante pour interpréter le champ de pression mesuré comme le champ de pression lointain.

La configuration adoptée est donc un arc de 11 microphones espacés de  $10^\circ$ , centré sur la sortie de la tuyère à une distance de 50 fois son diamètre de sortie. Les microphones sont disposés de sorte que le champ rayonné par le jet soit couvert par les microphones de  $30^\circ$  à  $130^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

Le dispositif microphonique est illustré sur la figure 2.7.

Les signaux mesurés sont échantillonnés à une fréquence de 33280Hz et la durée d'acquisition est synchronisée avec celle du système d'anémométrie laser Doppler en vue de réaliser d'éventuelles corrélations pression-vitesse.

### Configuration du système d'anémométrie laser Doppler

La mise en place du système d'anémométrie laser Doppler sur le banc MARTEL a nécessité le développement d'un bâti de déplacement pouvant accueillir une instrumentation conséquente : têtes optiques, capteurs de déplacement etc... Une étude de faisabilité a été menée par une équipe de l'ONERA dès 1999 [107] révélant un certain nombre de difficultés liées à l'environnement même du banc. Parmi les difficultés recensées il faut citer en particulier l'instabilité des faisceaux dans le jet en présence des forts gradients de température. Un réajustage de leur alignement est ainsi nécessaire pendant la durée même d'une rafale. En raison des hautes températures à la fois en amont et en aval de la sortie de la tuyère, la mise en oeuvre d'un aérosol traceur fidèle de l'écoulement et

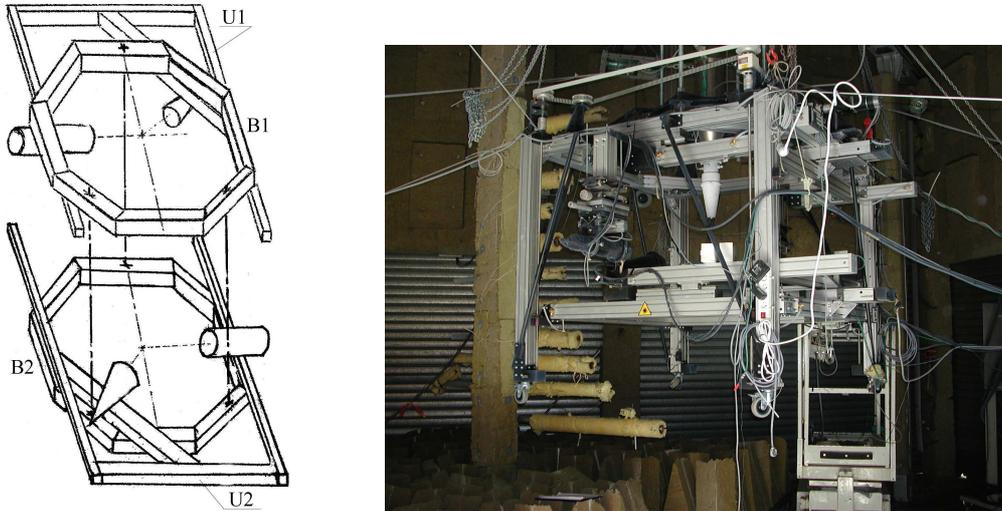


FIG. 2.8 – (Gauche) Schéma de principe du système de déplacement 3 axes. (Droite) Vue du dispositif complet.

pouvant supporter ces températures, notamment au niveau du foyer principal, demande également une attention particulière. Enfin, la hauteur du point de mesure au dessus du sol aux alentours des 3m, ou encore la distance à établir entre l'instrumentation et la salle de contrôle pour garantir la sécurité des expérimentateurs sont par ailleurs des paramètres à prendre en compte.

Le dispositif expérimental développé pour les besoins de la présente étude permet de résoudre en partie ces difficultés. Le paragraphe suivant donne une description du système de déplacement présenté figure 2.8.

### *Système de déplacement 3 axes*

Le bâti développé permet la réalisation de mesures par anémométrie laser en configuration 1 point et 2 composantes mais également en configuration 2 points et 1 composante, que l'on notera respectivement par la suite 1P/2D et 2P/1D .

L'illustration figure 2.8 permet de visualiser les déplacements possibles. Un premier ensemble fixe par rapport à la tuyère, noté  $B_1$ , est utilisé comme support pour le reste du dispositif. Celui-ci est fixé à l'aide d'une chappe circulaire centrée sur l'axe de la tuyère et maintenue aux éléments de poutres déjà disponibles au banc (figure 2.9). Cet ensemble est constitué d'un encadrement carré et de quatre pieds. Un bâti auxiliaire, noté  $B_2$  sur la figure 2.8, peut être ajouté. Ces deux bâtis jouent le rôle de support pour des unités de déplacements, notées  $U_1$  et  $U_2$ , sur lesquelles reposent les optiques de vélocimétrie laser et assurent le déplacement de celles-ci transversalement à l'axe du jet (déplacements horizontaux). Ce second bâti permet le sondage vertical le long du jet du champ de vitesse. Son déplacement est obtenu grâce à un moteur pas à pas muni d'un frein, auquel est associé un réducteur de type 5/1. Des renvois d'angles avec réducteur 1/1 et des vis sans fin montées



FIG. 2.9 – *Chape circulaire de maintien du système de déplacement.*



FIG. 2.10 – *Vues du moteur pour déplacements verticaux avec renvois d'angles.*

sur des écrous précontraints assurent un déplacement rigide et parfaitement contrôlé du bâti  $B_2$  (figures 2.10). La charge par écrou est de l'ordre de 200kg. Par effet combinés des réducteurs et du pas entre vis/écrou de 5mm/tr, un tour moteur correspond ainsi à un déplacement vertical de 1mm.

En configuration 1P/2D, seul l'ensemble constitué des éléments ( $B_1, B_2, U_2$ ) est installé. L'optique d'émission, en configuration 2D, et l'optique de réception sont placées sur l'unité  $U_2$ . Le mode de diffusion adopté est celui en diffusion avant garantissant de bons rapports signal sur bruit et une meilleure cadence d'échantillonnage que le mode de diffusion arrière. Afin de ne pas modifier le bâti  $B_1$  lors du passage en configuration 2P/1D, dont une des contraintes est d'obtenir deux volumes sonde au même point, l'axe de l'optique de réception sur l'unité  $U_2$  est positionné à environ  $20^\circ$  de celui de l'optique d'émission. En effet, la configuration 2P/1D nécessite d'avoir les deux optiques de réception l'une en face de l'autre, ce qui pose immédiatement le problème de l'encombrement. L'optique d'émission est quant à elle positionnée de sorte que son axe soit orthogonal à l'axe du jet. Les déplacements transversaux par rapport à l'axe du jet de l'unité  $U_2$  sont assurés par un moteur pas à pas. Etant donné la complexité des déplacements, des capteurs de position permettent de vérifier la position exacte de l'unité et un capteur de fin de course de type

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

arrêt d'urgence empêche toute collision entre l'unité et le bâti de soutien.

Sur l'optique d'émission, un moteur pour micro-réglages, pilotable à distance, est installé afin de corriger les déviations des faisceaux induits par les gradients de température. Enfin, une micro-caméra installée sur l'optique de réception permet de contrôler la bonne visée du volume sonde.

En configuration 2P/1D, une unité supplémentaire est utilisée. Cette unité, que l'on note  $U_1$  est placée en amont du jet, c'est-à-dire au dessus de l'unité  $U_2$  et de son bâti de soutien  $B_2$ . Celle-ci est disposée de telle sorte que les optiques d'émission et de réception soient positionnées "tête vers le bas". Le système de déplacement de cette unité  $U_1$  est rigoureusement identique à celui porté par l'unité  $U_2$ . L'optique de réception est également positionnée à environ  $20^\circ$  de l'axe de l'optique d'émission associée. Des capteurs de position et de fin de course sont également installés. De même, un moteur pour micro-réglages est associé à l'optique d'émission et une micro-caméra permet de contrôler le point de visée. En ajustant correctement les deux unités  $U_1$  et  $U_2$ , le dispositif ainsi conçu est tel que les axes de deux optiques d'émission puissent être confondus et que les deux volumes sondes soient superposés. La mesure en 2 points séparés est alors obtenue en déplaçant, soit le bâti  $B_2$  dans l'axe du jet (fonctions de corrélation longitudinale), soit l'unité  $U_2$  radialement à l'axe du jet (fonctions de corrélation radiale).

Etant donné la grande rigidité du bâti (poutres NORCAN de section  $100 \text{ mm}^2$ ) et de sa fixation aux poutres MARTEL, les effets liés à d'éventuelles vibrations sont apparus négligeables. De plus, les optiques et le châssis restent à des distances suffisantes du jet, ce dernier peut s'épanouir sans problème au centre du dispositif.

Malgré les hautes températures du jet étudié, la structure même du système de déplacement n'est pas affectée par des échauffements pouvant entraîner sa déformation. Un dispositif de refroidissement par circulation d'eau à travers le châssis et les différentes unités est toutefois également disponible.

### Systeme d'anémométrie laser Doppler

Les caractéristiques générales du système optique sont présentées dans le tableau 2.4.

### Technique d'ensemencement

La technique d'ensemencement employée pour la configuration MARTEL est identique à celle éprouvée pour la veine d'essais présentée précédemment. Un ensemencement mixte, à la fois intérieur du jet (cône potentiel) et extérieur du jet (couche de mélange), est donc utilisé pour diminuer les biais d'ensemencement.

En l'absence d'un écoulement secondaire autour du jet supersonique, l'entraînement créé naturellement par aspiration de l'air autour de la tuyère vers l'intérieur du jet est utilisé pour véhiculer des particules de  $\text{SiO}_2$  dans la partie extérieure de la couche de mélange. Une couronne circulaire percée placée suffisamment en amont de la sortie de la tuyère pour ne pas perturber l'écoulement autour de celle-ci et assez proche pour profiter de l'entraînement de l'air vers l'intérieur du jet est utilisée ici.

L'ensemencement du jet supersonique lui même est en revanche techniquement plus

## 2.1. Installations expérimentales

TAB. 2.4 – Caractéristiques optiques du système ALD en configuration de jet supersonique chaud

Voie		Bleu	Vert
<b>Longueur d'onde</b>	(nm)	488	514,5
<b>Puissance raie</b>	(W)	0,45	0,45
<b>Diamètre minimal faisceaux</b>	( $\mu m$ )	1400	1400
<b>Fréquence Bragg</b>	(MHz)	40	40
<b>Focale émission</b>	(mm)	1000	1000
<b>Séparation des faisceaux</b>	(mm)	30	30
<b>Rapport d'élargissement</b>	(mm)	1,94	1,94
<b>Demi angle d'intersection</b>	(deg)	0,86	0,86
<b>Focale réception</b>	(mm)	500	500
<b>Angle de collection</b>	(deg)	10 à 20	10 à 20
<b>Diamètre de collection</b>	( $\mu m$ )	150	150
<b>Diamètre volume sonde</b>	(mm)	0,44	0,47
<b>Interfrange i</b>	( $\mu m$ )	16,3	17,2
<b>Franges utiles</b>		27	27

difficile. Lors de l'étude de faisabilité menée par l'ONERA [107], différents types de particules ont été testés pour l'écoulement supersonique principal. Ces particules doivent supporter une température d'environ 2000K et accélérer de 0 à 1500m/s sur moins de 5cm (dimension de la tuyère).

Pour chacune des substances testées, une comparaison de la vitesse du gaz à la sortie de la tuyère avec celle de la particule obtenue par calcul de traînage indique, pour la configuration de jet étudiée ici, que des particules de diamètre inférieur au micron donnent des erreurs sur la vitesse mesurée d'au plus 1%. Pour des particules de diamètre plus grand, les résultats des simulations montrent que la vitesse de la particule (celle mesurée) s'écarte d'autant plus de la vitesse du gaz que l'on s'éloigne de la sortie de la tuyère. Les particules d'ensemencement finalement retenues sont des particules d'Oxyde de Magnésium (MgO) de diamètre moyen garanti par le fournisseur inférieur à 1  $\mu m$ . Les propriétés chimiques de cette substance (référence -PROLABO Magnésium Oxyde Léger-) sont les suivantes :

	Masse molaire (g/mol)	Pt. fusion (K)	Pt. Ebullition (K)	Densité
MgO	40,31	3125	3873	3,58

Le contrôle des débits d'air et d'hydrogène nécessaires pour la combustion devant être très précis, les particules d'ensemencement ne peuvent pas être introduites dans le circuit d'alimentation du jet à partir d'un réseau d'air indépendant. La ligne d'alimentation en air et hydrogène des deux foyers successifs est présentée schématiquement figure 2.6. Son

examen indique que seule la partie du circuit située en amont du premier foyer au niveau du nid de billes est potentiellement utilisable. La solution retenue ici, et qui avait également été éprouvée par l'ONERA lors de l'étude de faisabilité [107], consiste donc à introduire les particules d'ensemencement pour l'intérieur du jet à cet endroit du circuit. Placé en dérivation entre l'amont et l'aval de ce nid de billes, le pot utilisé profite ainsi d'une dépression et d'une partie du débit d'air de la ligne suffisantes pour l'ensemencement de l'écoulement. Ce pot d'ensemencement est approuvé pour supporter une pression de 40Bar et est muni d'un cyclone moyenne pression afin de réduire le risque de colmatage important des particules à l'intérieur même du pot sous l'effet combiné de l'humidité ambiante et des fortes pressions. Afin d'isoler le pot d'ensemencement de l'ensemble de la ligne, une vanne de réglage de débit est placée en amont de celui-ci pour lequel les pressions attendues à l'entrée sont de l'ordre de 30Bar. Un point important à souligner ici est que le débit en air n'est ainsi en rien modifié.

### 2.2 Procédures d'estimation des corrélations spatiales temporelles pour des échantillonnages irréguliers

L'anémométrie laser à effet Doppler (ALD) offre des perspectives d'utilisation très larges pour la mécanique des fluides et présente un intérêt immédiat pour les écoulements fortement turbulents. A l'exception des particules d'ensemencement, cette technique est non invasive et ne perturbe donc pas l'écoulement. Cela constitue un premier avantage en ce qui nous concerne ici c'est à dire la corrélation d'un champ de vitesse, sur les techniques d'anémométrie classiques qui nécessitent d'introduire une sonde matérielle dans l'écoulement. En effet, le problème de la contamination de la sonde située en aval par le bruit introduit par celle située en amont ne se pose plus. De plus, la grande résolution à la fois spatiale et temporelle offerte par cette technique fait que l'ALD est aujourd'hui couramment utilisée pour l'étude des propriétés aérodynamiques des écoulements turbulents.

Les caractéristiques spectrales des écoulement turbulents sont particulièrement intéressantes. Seul le suivi temporel de la vitesse permet d'y accéder. L'utilisation de l'anémométrie laser Doppler y trouve donc là un intérêt immédiat. Cependant, l'acquisition d'un signal de vitesse obtenu au moyen de cette technique dépend intégralement du passage aléatoire des particules d'ensemencement à travers le volume sonde. Le signal recueilli est donc échantillonné irrégulièrement et l'estimation des fonctions de type spectrale ou corrélation nécessitent alors des procédures de calculs adaptées à la nature aléatoire de l'échantillonnage.

#### 2.2.1 Nature et contraintes des signaux échantillonnés irrégulièrement

Le caractère aléatoire de l'échantillonnage des signaux ALD est à l'origine de plusieurs difficultés pour l'estimation spectrale. En effet, les outils utilisés classiquement comme la transformée de Fourier sont par leur construction même inadaptés à de tels signaux. Notons par ailleurs que les signaux étudiés ici sont supposés stationnaires.

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

---

Une alternative généralement proposée est la reconstruction préalable du signal de mesure sur une base de temps régulière. Des techniques d'interpolation dont le degré est arbitraire sont alors utilisées. Toutefois elles ont pour principal inconvénient d'introduire des données supplémentaires à l'origine de sources de bruit dont l'estimation peut être rendue difficile selon le degré de l'interpolation. Dans le cas de l'interpolation de degré zéro, le bruit introduit ainsi que ces effets sont relativement bien connus. Il s'en suit notamment une estimation spectrale valide uniquement dans les basses fréquences jusqu'à environ un sixième de la fréquence moyenne d'échantillonnage<sup>4</sup>, notée  $\overline{f_s}$ , du signal de mesure. En raison de sa relative simplicité d'application, cette méthode fut utilisée très tôt dans de multiples applications. Celle-ci continue encore à être largement présente dans de nombreux travaux de la littérature mais nous disposons désormais de procédures de correction pour une meilleure estimation de la densité spectrale du signal vrai. Cette approche ayant été en partie retenue dans le présent travail, celle-ci est présentée dans les prochains paragraphes aux travers des différents travaux de la littérature.

Une seconde alternative est d'utiliser les données brutes, sans reconstruire préalablement le signal, pour déterminer la fonction de corrélation du signal mesuré. L'approche consiste plus précisément à construire un estimateur spectral à partir d'une discrétisation régulière de sa fonction de corrélation suivie d'une transformée de Fourier. On parle alors de *classification par cases* (ou de *slotting technique* dans la terminologie anglaise). D'abord présentée par Mayo [108], cette technique d'estimation fut ensuite améliorée par de nombreux auteurs afin en particulier de réduire la variance importante dans les hautes fréquences. Retenue couramment dans les applications de la mécanique des fluides, cette procédure est pourtant essentiellement employée pour l'estimation des fonctions d'auto-corrélation. Dans l'étude présentée, l'intérêt est porté non seulement sur les caractéristiques spectrales du champ turbulent local mais également sur ses grandeurs statistiques. L'estimation des fonctions de corrélation croisées en deux points de l'écoulement sont par conséquent nécessaires. Cette approche est donc ici étendue à l'estimation de ces fonctions.

Bien que le caractère aléatoire de l'échantillonnage soit une contrainte pour une analyse de type spectrale, il est toutefois nécessaire de rappeler que celui-ci est particulièrement moins contraignant pour reproduire les différents événements intervenants dans le signal vrai [109]. Il n'est en effet dans ce cas pas nécessaire de satisfaire le critère de Nyquist. Pour de tels signaux, la densité spectrale de puissance peut être obtenue sans repliement même si la fréquence d'échantillonnage moyenne du signal de mesure est inférieure à la fréquence maximale du signal vrai. La probabilité d'avoir dans le signal mesuré deux échantillons successifs séparés d'un laps de temps plus petit que  $1/f_{max}$  (où  $f_{max}$  désigne la fréquence caractéristique du signal étudié la plus grande) est effectivement non nulle. Cela signifie que des informations sur des événements intervenant à des fréquences supérieures à la fréquence moyenne d'échantillonnage peuvent être obtenues. Le nombre de représentation

---

<sup>4</sup>Bien que l'échantillonnage soit irrégulièrement réparti, il est toutefois possible de définir une fréquence d'échantillonnage caractéristique de la distribution moyenne des temps d'arrivée des échantillons. Cette fréquence, dite *moyenne*, est généralement définie comme le rapport du nombre d'échantillons et de la durée de l'acquisition.

de ces événements sera en revanche d'autant plus faible que la fréquence sera grande. Si il est donc possible en toute rigueur d'obtenir des informations pour des fréquences supérieures à  $\bar{f}_s$ , la variance associée à ces événements sera en revanche très grande et les erreurs induites conséquentes.

### 2.2.2 Approche par interpolation de type échantillonneur-bloqueur

#### Reconstruction du signal et estimateur spectral

La méthode d'estimation par reconstruction du type échantillonneur bloqueur, que l'on notera SAH (pour *sample-and-hold* dans la terminologie anglaise) par la suite, admet que le champ de vitesse instantané  $u(t)$ , signal vrai, en un point de l'écoulement reste constant sur une certaine durée jusqu'à l'acquisition suivante. Ceci peut être écrit formellement sous la forme :

$$\tilde{u}(t) = u(t_i) = u_i \quad \text{pour} \quad t_i \leq t < t_{i+1} \quad \text{avec } i=0,\dots,N-1 \quad (2.1)$$

où  $\tilde{u}(t)$  désigne le signal mesuré,  $t_i$  l'instant de passage de l'échantillon  $i$ , et enfin  $N$  le nombre d'échantillons collectés. Les temps d'arrivée sont généralement supposés être statistiquement indépendants entre eux et de la vitesse. Ils sont par conséquent décrits le plus souvent par une distribution de Poisson avec pour variable paramétrique la fréquence  $\bar{f}_s$ , fréquence d'échantillonnage moyenne. La seconde étape consiste à échantillonner le signal mesuré  $\tilde{u}$  à une fréquence  $f_e$  très supérieure à celle de l'échantillonnage initial (généralement au moins  $10\bar{f}_s$ ). Soit  $r(t)$  le signal rééchantillonné :

$$\begin{aligned} r_m &= r(m/f_e) \\ &= \tilde{u}(m/f_e + t_0) \quad \text{avec } m=0,\dots,M-1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

où  $M$  désigne le nombre d'échantillons ainsi construits entre les instants  $t_0$  et  $t_{N-1}$ . La figure 2.11 donne une représentation typique du signal ainsi reconstruit.

Soit  $S_{uu}(\omega)$  la densité spectrale de puissance du signal vrai  $u(t)$  et  $R_{uu}(\tau)$  sa fonction d'autocorrélation au temps de retard  $\tau$ . Par définition,

$$S_{uu}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{uu}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.3)$$

Afin d'estimer les erreurs introduites par le rééchantillonnage, Adrian & Yao [110] dérivent une expression analytique pour la densité spectrale de puissance estimée  $S_{rr}$  du signal reconstruit à partir de la densité vraie  $S_{uu}$  :

$$S_{rr}(f) = \underbrace{\frac{1}{1 + (2\pi f/\bar{f}_s)^2}}_{H_{pb}(f)} \left( S_{uu}(f) - \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{d}{dt} [R_{uu}(t)] e^{-\bar{f}_s t} dt}_{S_{bb}(f)} \right) \quad (2.4)$$

Cette dernière relation montre que le rééchantillonnage a un effet de filtre passe-bas (filtre représenté par  $H_{pb}(f)$ ) à la fréquence de coupure  $\bar{f}_s/2\pi$  auquel vient s'ajouter une composante de bruit  $S_{bb}(f)$  (terme additionnel dans le membre de droite de l'équation). Dans

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

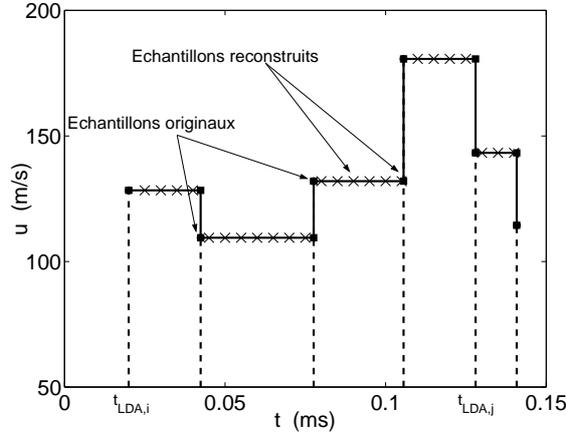


FIG. 2.11 – Illustration de la méthode de reconstruction par interpolation de type échantillonneur-bloqueur

l'intervalle de temps constitué par deux échantillons successifs, les informations liées aux fréquences supérieures à la fréquence d'échantillonnage moyenne vont effectivement être perdues, d'où la nature passe-bas du filtre. La composante de bruit additionnelle est un bruit blanc également filtré. Celle-ci est introduite lors des brusques irrégularités présentes dans le signal à chaque fois qu'un nouvel échantillon est créé. On parle alors de *bruit de marche*.

Plusieurs formulations de cette composante de bruit blanc sont proposées dans la littérature. Dans le cas particulier où la densité de données est grande, cette composante peut alors s'écrire simplement [110] :

$$S_{bb} = \frac{2\sigma_u^2}{f_s^3 T_\lambda^2} \quad (2.5)$$

où  $\sigma_u$  désigne la variance du signal vrai et  $T_\lambda$  la micro-échelle de Taylor<sup>5</sup>.

Boyer & Searby [111] proposent pour le cas général la formulation suivante :

$$S_{bb}(f) = \frac{2}{f_s} \left( \sigma_u^2 - \int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi \frac{S_{uu}(f)}{1 + (2\pi f/f_s)^2} df \right) \quad (2.6)$$

Cette composante de bruit de marche se caractérise donc par une densité spectrale de puissance continue avec un maximum à la fréquence nulle, suivi d'une décroissance en  $1/f^2$  au-delà de la fréquence d'échantillonnage moyenne (filtre passe-bas de type Lorentz).

<sup>5</sup>La micro échelle de Taylor  $T_\lambda$  se rapporte aux fines structures de l'écoulement. Elle représente la dimension moyenne de ces structures à laquelle s'opère les mécanisme de dissipation d'énergie. Pour des temps de retard  $\tau$  petits devant cette échelle caractéristique, la fonction d'autocorrélation peut ainsi être estimée à partir de cette échelle [80] à l'aide d'un développement simple de Taylor au premier ordre :  $R_{uu}(\tau) = R_{uu}(0)(1 - \tau^2/2T_\lambda^2)$ .

D'où l'approximation suivante pour la micro-échelle de Taylor :  $1/T_\lambda^2 = \overline{(\partial u/\partial t)^2}/2\sigma_u$ .

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

De plus, son niveau d'énergie décroît en  $1/\bar{f}_s^3$  dans la bande passante du filtre passe-bas et en  $1/\bar{f}_s$  au delà de la fréquence de coupure. Ainsi, une augmentation de la fréquence d'échantillonnage moyenne se traduit par une convergence de la densité spectrale de puissance estimée  $S_{rr}$  vers celle du signal vrai  $S_{uu}$  par à la fois, une augmentation de la bande passante du filtre et une diminution du bruit de marche.

Etant donné la forme analytique de cette composante de bruit et de l'effet de filtre, la connaissance seule a priori de la fréquence d'échantillonnage moyenne pourrait suffire à corriger l'estimateur spectral du signal reconstruit  $r(t)$ . La difficulté pour corriger à la fois l'effet de filtre et du bruit de marche réside donc dans la formulation analytique, continue ou discrète, à adopter pour ces deux composantes.

### Cas des signaux réels bruités

Dans les applications réelles, le signal mesuré  $\tilde{u}(t)$  est également contaminé par un bruit de mesure aléatoire. Le signal de mesure peut donc s'écrire comme la somme du signal vrai  $u(t)$  et d'un bruit non corrélé  $\gamma(t)$  statistiquement indépendants. Notons pour information que cette composante de bruit de mesure dérive de plusieurs facteurs dont principalement la modulation aléatoire en fréquence du bruit Doppler (ou bruit de phase), l'incertitude de vitesse associée aux gradients de vitesse ou encore de l'effet Brownien.

#### *Signal purement bruité*

Considérons tout d'abord un signal purement bruité. Un modèle de bruit blanc de densité spectrale de puissance large bande constante jusqu'à la fréquence de coupure passe-bas  $f_c$  est adopté, soit encore :

$$S_{uu}(f) = \frac{\sigma_\gamma^2/\pi f_c}{1 + (f/f_c)^2} \quad (2.7)$$

Cette fréquence de coupure est choisie arbitrairement très grande devant la fréquence maximale d'étude. La densité spectrale de puissance du signal reconstruit s'écrira donc d'après la relation 2.4 :

$$S_{rr}(f) = \frac{1}{1 + (2\pi f/\bar{f}_s)^2} \left( \frac{\sigma_\gamma^2/\pi f_c}{1 + (f/f_c)^2} + \frac{2\sigma_\gamma^2/\bar{f}_s}{1 + (\bar{f}_s/f_c)/2\pi} \right) \quad (2.8)$$

La figure 2.12 illustre l'effet de la fréquence d'échantillonnage moyenne  $\bar{f}_s$  sur la densité spectrale de puissance estimée après rééchantillonnage. Dans le cas limite d'une fréquence d'échantillonnage infinie, la densité spectrale de puissance du signal de départ est retrouvée. Autrement, le spectre obtenu est caractéristique d'un filtre passe-bas du premier ordre à la fréquence de coupure  $\bar{f}_s/2\pi$  auquel s'ajoute dans la bande passante du filtre une composante de bruit blanc d'énergie d'autant plus grande que la fréquence d'échantillonnage moyenne est petite.

#### *Signal réel bruité*

Pour un signal réel bruité,  $\tilde{u}(t) = u(t) + \gamma(t)$ , la densité spectrale de puissance estimée

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

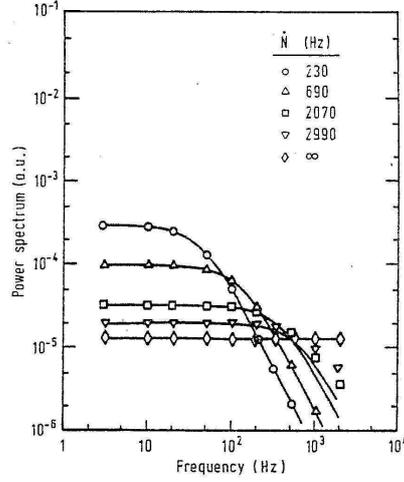


FIG. 2.12 – Effet de la fréquence d'échantillonnage  $N$  sur la densité spectrale de puissance d'un signal de type bruit blanc échantillonné sous forme Poissonienne [110].

du signal reconstruit s'écrit d'après la relation 2.4 :

$$S_{rr}(f) = \frac{1}{1 + (2\pi/f_s)^2} \left( S_{uu}(f) + S_{\gamma}(f) - \int_0^{+\infty} [R'_{uu}(t) + R'_{\gamma\gamma}(t)] e^{-f_s t} dt \right) \quad (2.9)$$

Lorsque la densité de données est élevée, Adrian & Yao [110] montrent que  $S_{rr}(f)$  peut encore s'écrire sous la forme :

$$S_{rr}(f) = \frac{1}{1 + (2\pi f/f_s)^2} \left( S_u(f) + \frac{\sigma_{\gamma}^2/\pi f_c}{1 + (f/f_c)^2} + \frac{2\sigma_u^2}{f_s^3 T_{\lambda}^2} + \frac{2\sigma_{\gamma}^2/\overline{f_s}}{1 + f_s/2\pi f_c} \right) \quad (2.10)$$

Cette équation contient dans le terme de droite les densités spectrales de puissance du signal vrai, du bruit de mesure ainsi que les deux composantes de bruit de marche associées à chacun de ces deux signaux. Dans la pratique cependant, le bruit de mesure est indissociable de la turbulence elle-même. La densité spectrale de puissance d'un signal reconstruit est donc la superposition de celle du signal vrai et de trois composantes de bruit plus ou moins difficiles à estimer et donc à corriger.

### Procédures de correction pour mesures 1 point

D'après les considérations précédentes, deux types de corrections sont à apportées. La première concerne l'effet de filtre passe-bas dont la forme générale est relativement bien connue et dont le paramètre central est la fréquence d'échantillonnage moyenne. Une seconde opération doit ensuite permettre de compenser le bruit de marche qui dépend a priori non seulement de la fréquence d'échantillonnage moyenne, mais également de la fréquence de rééchantillonnage et du niveau du rapport signal sur bruit du signal mesuré. La figure 2.13 illustre cette contamination.

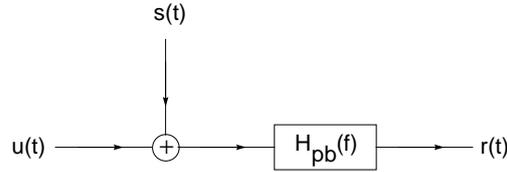


FIG. 2.13 – Illustration de l'effet du rééchantillonnage d'un signal  $u(t)$  quelconque.  $r(t)$  désigne le signal reconstruit,  $s(t)$  le bruit de marche introduit et  $H_{pb}(f)$  l'effet de filtre passe-bas.

Pour compenser ces différents effets, deux approches sont a priori possibles. Soit la correction est effectuée dans le domaine temporel (correction de la fonction de corrélation), soit dans le domaine fréquentiel (correction de la densité spectrale de puissance). Les représentations physiques et les analyses étant de manière générale plus simples dans le domaine fréquentiel, les meilleurs résultats sont ceux obtenus à partir des procédures de correction appliquées dans cet espace. Par ailleurs, dans la pratique les densités spectrales de puissance sont généralement obtenues au moyen de transformées de Fourier sous leur forme discrète. Par voie de conséquence les formulations proposées pour le filtre passe-bas et le bruit de marche seront plus efficaces si reformulées sous une forme discrète plutôt que sous leur forme continue.

#### Formulations continues

Afin de simplifier les écritures, on notera  $H_{pb}^c(f)$  le filtre passe-bas sous sa forme continue, proposée par Boyer & Searby [111] et telle que la relation 2.4 puisse se mettre sous la forme :

$$S_{rr}(f) = |H_{pb}^c(f)|^2 [S_{uu}(f) + S_{bb}(f)] \quad (2.11)$$

Soit encore, pour la densité spectrale de puissance du signal vrai :

$$S_{uu}(f) = \frac{S_{rr}(f)}{|H_{pb}^c(f)|} - S_{bb}(f) \quad (2.12)$$

La difficulté de la correction réside donc dans le choix des formes à employer pour à la fois le filtre passe-bas et le bruit de marche. Les formulations continues proposées par Boyer & Searby [111] (relations 2.4 et 2.6) pour ces deux sources de bruit sont a priori les formes exactes qu'il faudrait employer pour les corriger mais l'estimation courante des densités spectrales sous forme discrète nécessite leur réécriture. Leur utilisation directe introduit en effet des erreurs importantes dans l'estimation du spectre vrai se traduisant en particulier par une surestimation du niveau du bruit de marche au-delà de la fréquence du filtre passe-bas.

Si la forme du spectre du signal étudié est connue, il est a priori possible de déterminer formellement d'après la relation 2.9 en plus du filtre passe-bas les composantes fréquentielles du bruit de marche. Toutefois la densité spectrale de puissance à étudier n'étant

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

pas connue dans la plupart des applications, il n'est donc pas possible de déterminer avec précision celle du bruit de marche à partir des formulations proposées précédemment (relation 2.6 notamment). En revanche, si l'hypothèse d'un bruit de marche de nature identique à celle d'un bruit blanc est admise alors une estimation simple est envisageable. En effet, si le bruit de marche est supposé blanc alors sa densité spectrale de puissance est constante et proportionnelle au carré de la variance du bruit  $\sigma_b$  :

$$S_{bb}(f) = \frac{\sigma_s^2}{f_e} \quad (2.13)$$

La variance du bruit de marche peut s'écrire comme une combinaison de celle du signal vrai  $\sigma_u$  et du signal reconstruit  $\sigma_{rs}$ . Bien que la mesure elle-même introduit un bruit supplémentaire (bruit électronique, biais de mesure etc...), nous supposons ici que ce bruit additionnel est négligeable et que la variance du signal mesuré  $\sigma_{\tilde{u}}$  est une bonne approximation de celle du signal vrai. Une estimation de la variance du signal vrai peut donc être obtenue à partir des données du signal mesuré. Celle du signal reconstruit peut être estimée à partir de sa densité spectrale de puissance non corrigée de l'effet de filtre passe-bas :

$$\sigma_u^2 \simeq \sigma_{\tilde{u}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u}^2(t) dt \quad \sigma_r^2 = \frac{1}{f_e} \int_0^{f_e} S_{rr}(f) df \quad (2.14)$$

D'où l'expression de l'estimateur de la densité spectrale de puissance du signal vrai :

$$\hat{S}_{uu}(f) = \frac{S_{rr}(f)}{|H_{pb}(f)|^2} - \frac{\sigma_r^2 - \sigma_{\tilde{u}}^2}{f_e} \quad (2.15)$$

Cette expression prend en compte à la fois les correction du filtre passe-bas mais également du bruit de marche. Dans les applications courantes en couche de mélange, les niveaux d'énergie de turbulence étant faibles dans les hautes fréquences, la densité spectrale de puissance du signal reconstruit et corrigée de l'effet du filtre passe-bas est dominée par la composante constante de bruit de marche dans cette zone de fréquence. Lorsque le rapport signal sur bruit est faible cette procédure de correction introduit des erreurs importantes.

D'autres approches pour corriger ce bruit de marche sont proposées dans la littérature. Entre autres, Benedict & Gould (1995) ainsi que van Maanen & Tulleken (1994) suggèrent l'utilisation d'un filtre de type Kalman. Ces mêmes auteurs rapportent toutefois que des estimations spectrales correctes sont obtenues par cette approche uniquement pour des signaux à fréquences d'échantillonnage moyennes élevées. Une des raisons évoquées est la non prise en compte des erreurs introduites par le rééchantillonnage.

### *Formulations discrètes*

Afin d'améliorer ces procédures de correction, Simon & Fitzpatrick [112] proposent de travailler plutôt dans le domaine discret. La relation 2.12 s'écrit donc simplement :

$$S_{uu}[k] = \frac{S_{rr}[k]}{|H_{pb}[k]|^2} - S_{bb}[k] \quad \text{avec } k=0, \dots, M-1 \quad (2.16)$$

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

où les densités spectrales de puissance sont obtenues au moyen de transformées de Fourier discrètes. Celles-ci pourront donc s'exprimer sous une forme du type :

$$S_{xx}[k] = S_{xx}\left(\frac{kf_e}{M}\right) = \sum_{n=0}^{M-1} R_{xx}[n]e^{-j2\pi kn/M} \quad \text{avec } k=0,\dots,M-1 \quad (2.17)$$

Comme correction du filtre passe-bas ces mêmes auteurs proposent la forme suivante :

$$\begin{aligned} H_{pb}(f) &= \frac{1 - e^{-\bar{f}_s/f_e}}{1 - e^{-\bar{f}_s/f_e} e^{-2\pi j f/f_e}} \\ |H_{pb}(f)|^2 &= \frac{\bar{f}_s}{2f_e} \frac{1 - e^{-2\bar{f}_s/f_e}}{1 - 2\cos(2\pi f/f_e)e^{-\bar{f}_s/f_e} + e^{-2\bar{f}_s/f_e}} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Soit encore, sous sa forme discrète :

$$\begin{aligned} H_{pb}^d[k] &= \frac{1 - e^{-\bar{f}_s/f_e}}{1 - e^{-\bar{f}_s/f_e} e^{-2\pi j k/M}} \\ |H_{pb}^d[k]|^2 &= \frac{\bar{f}_s}{2f_e} \frac{1 - e^{-2\bar{f}_s/f_e}}{1 - 2\cos(2\pi k/M)e^{-\bar{f}_s/f_e} + e^{-2\bar{f}_s/f_e}} \quad \text{avec } k=0,\dots,M-1 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Cette formulation est clairement différente de celle obtenue en utilisant le filtre de Boyer & Searby [111] sous sa forme discrète :

$$|H_{pb}^c[k]|^2 = \frac{1}{1 + (2\pi k f_e / M \bar{f}_s)} \neq |H_{pb}^d[k]|^2 \quad (2.20)$$

Reste maintenant à estimer la composante de bruit de marche. Or, sa densité spectrale de puissance peut être directement estimée à partir de celle corrigée de l'effet de filtre passe-bas du signal rééchantillonné et de celle non corrigée  $S_{rr}$ . En effet, puisque la variance du signal vrai est rigoureusement identique à celle du signal rééchantillonné, de sorte que :

$$\begin{aligned} R_{rr}(0) &= R_{uu}(0) \\ \frac{1}{f_e} \int_0^{f_e} S_{rr}(f) df &= \frac{1}{f_e} \int_0^{f_e} S_{uu}(f) df \end{aligned} \quad (2.21)$$

alors en intégrant la relation 2.16 il vient, sous forme continue,

$$S_{bb}(f) = \frac{1}{f_e} \left( \int_0^{f_e} \frac{S_{rr}(f)}{|H_{pb}(f)|^2} df - \int_0^{f_e} S_{rr}(f) df \right) \quad (2.22)$$

soit encore sous forme discrète :

$$S_{bb}^d = \frac{1}{M} \left( \sum_{k=0}^{M-1} \frac{S_{rr}[k]}{|H_{pb}^d[k]|^2} - \sum_{k=0}^{M-1} S_{rr}[k] \right) \quad (2.23)$$

Les résultats obtenus par Simon & Fitzpatrick [112] pour des signaux simulés indiquent en particulier que l'utilisation du filtre passe-bas sous sa forme continue  $H_{pb}^c$  conduit à

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

une surestimation du niveau du bruit de marche (relation 2.22) telle que  $S_{bb}$  soit plus grand que le niveau maximum du spectre du signal reconstruit et corrigé  $S_{rr}(f)/|H_{pb}(f)|$ . Par conséquent, la densité spectrale estimée du signal vrai obtenue en utilisant la forme continue du filtre passe-bas présente des composantes fréquentielles à module négatif, ce qui est rigoureusement et physiquement impossible. L'application du filtre passe-bas sous la forme discrète proposée par la relation 2.19 présente donc un intérêt immédiat.

Ces derniers montrent de plus que le niveau de bruit de marche diminue avec la fréquence moyenne d'échantillonnage  $\bar{f}_s$  du signal de mesure et augmente rapidement avec la fréquence de rééchantillonnage jusqu'à  $5\bar{f}_s$  avant de converger vers une valeur limite.

### *Correction dans le domaine temporel*

Nobach et al [113] proposent de corriger directement la fonction d'autocorrélation estimée à partir du signal mesuré. L'algorithme développé est basé sur l'utilisation d'un filtre FIR discret. En reprenant les notations introduites en début de paragraphe, la fonction d'autocorrélation estimée pour le signal rééchantillonné s'écrit de manière discrète :

$$\begin{aligned} R_{rr}[p] &= R_{rr}(p/f_e) = R_{rr,p} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-p-1} r(j)r(m+p) \quad \text{avec } p=0,\dots,M-1 \end{aligned} \quad (2.24)$$

L'estimateur utilisé ici est biaisé et à variance faible. Ces mêmes auteurs montrent que la fonction  $R_{rr}$  ainsi construite peut s'exprimer en fonction de celle estimée du signal vrai  $\hat{R}_{uu}$ . La relation liant ces deux fonctions est un système linéaire dont l'inversion conduit à écrire l'algorithme de calcul suivant :

$$\begin{aligned} \hat{R}_{uu}[p] &= \hat{R}_{uu}(p/f_{rs}) = \hat{R}_{uu,p} \\ &= \begin{cases} R_{rr,0} & \text{si } p=0 \\ (2c+1)R_{rr,p} - c(R_{rr,p-1} + R_{rr,p+1}) & \text{si } p=1,\dots,M-2 \end{cases} \\ \text{avec } c &= \frac{e^{-\bar{f}_s/f_e}}{(1 - e^{-\bar{f}_s/f_e})^2} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Dans cet algorithme, la fonction d'autocorrélation estimée du signal vrai  $\hat{R}_{uu,p}$  est obtenue comme combinaison de valeurs de la fonction d'autocorrélation du signal reconstruit. La densité spectrale de puissance peut ensuite être estimée en utilisant une transformation discrète de type Fourier ou encore en cosinus :

$$\begin{aligned} \hat{S}_{uu}[k] &= \hat{S}_{uu}\left(\frac{kf_e}{2K}\right) \\ &= \frac{2\sigma_u}{f_e} \left(1 + 2 \sum_{p=1}^{K-1} \hat{R}_{uu}[p] \cos\left(\pi \frac{nk}{2K}\right) + (-1)^k R_{uu}[K]\right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

où  $K$  désigne l'indice du temps de retard maximum de la fonction de corrélation c'est-à-dire  $M-2$ . Nobach et al [113] indiquent en outre que la densité spectrale de puissance

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

du signal reconstruit et corrigée de l'effet de filtre par l'opération précédente reproduit fidèlement celle du signal vrai pour une gamme de fréquence d'autant plus large que la fréquence d'échantillonnage moyenne  $\overline{f_s}$  est faible. En revanche, pour des hautes cadences d'échantillonnage le filtre FIR n'est plus efficace à moins que le rapport des fréquences  $\overline{f_s}/f_e$  reste petit. Au-delà de la gamme de fréquence sur laquelle la densité spectrale de puissance du signal vrai est correctement reproduite, celle-ci est surestimée et la variance tend à augmenter.

### Procédures de correction pour mesures 2 points

#### *Correction dans le domaine temporel*

En s'appuyant sur les travaux de Nobach et al [113] Müller et al, [114] proposent un algorithme de correction de l'effet de filtre passe-bas introduit dans le cas de corrélations croisées. Les deux signaux corrélés sont préalablement échantillonnés sur une base temporelle identique et régulière. L'algorithme de correction est principalement basé sur une étude statistique de la distribution des instants d'arrivée des particules lors de leur passage dans les deux volumes sondes séparés ou non.

La fonction de corrélation croisée est d'abord calculée pour les deux signaux reconstruits en utilisant un estimateur biaisé tel que celui présenté par la relation 2.24 puis exprimée à partir de la fonction de corrélation croisée qui serait calculée pour les deux signaux vrais. L'inversion du système linéaire ainsi obtenu permet alors d'écrire un estimateur de cette fonction de corrélation vraie corrigée des erreurs introduites par le rééchantillonnage.

A partir de signaux simulés, Müller et al rapportent que le principal avantage de cette procédure est une variance réduite de la fonction de corrélation, même pour des signaux de courtes durées et à un nombre restreint d'échantillons. En revanche la procédure se limite aux écoulements à faibles nombre de Reynolds.

#### *Correction dans le domaine fréquentiel*

En suivant le même raisonnement que celui adopté par Simon & Fitzpatrick [112] pour la correction de la densité spectrale de puissance en un point, ces procédures peuvent être étendues au cas de l'estimation de la densité spectrale de puissance croisée et par voie de conséquence de la fonction d'intercorrélation entre deux signaux  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ . Il faut par ailleurs alors distinguer le cas pour lequel seul un des deux signaux est échantillonné irrégulièrement (corrélation du champ de vitesse avec le champ de pression acoustique par exemple) et le cas pour lequel les deux signaux sont échantillonnés irrégulièrement (étude statistique du champ turbulent par exemple). Chacun de ces cas conduit à des procédures de correction différentes pour l'estimation de la densité spectrale croisée, qui sera notée  $S_{12}(f)$  par la suite, et qui seront présentés ici. Son module et sa phase seront notés respectivement  $|S_{12}(f)|$  et  $\phi_{12}(f)$ .

Afin de déterminer également le degré de corrélation entre deux signaux, c'est-à-dire encore la contribution d'un signal à un autre dans une gamme de fréquence donnée, nous introduisons ici la fonction spectrale de cohérence  $\gamma_{12}$  définie par :

$$\gamma_{12}(f)^2 = \frac{|S_{12}(f)|^2}{S_{11}(f) \cdot S_{22}(f)} \quad (2.27)$$

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

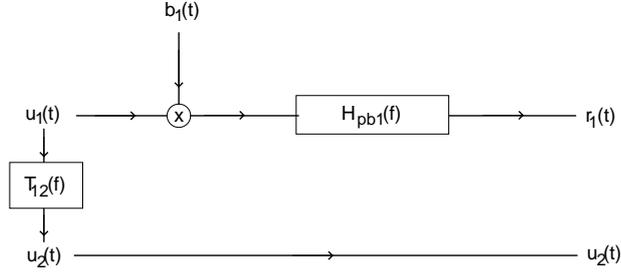


FIG. 2.14 – Illustration de la problématique de la procédure d'analyse par reconstruction du signal dans la configuration 2 points avec échantillonnage irrégulier et régulier.

Les procédures de corrections qui suivent sont proposées par Simon & Fitzpatrick [112]. Etant utilisées en partie dans ce travail, elles sont redémontrées ici.

### Cas n°1 :

*Corrélation entre deux signaux échantillonnés respectivement irrégulièrement et régulièrement*

La figure 2.14 présente le schéma général et les notations utilisées pour les procédures de correction associées à ce premier cas. D'après les paragraphes précédents il vient :

$$\begin{aligned}\tilde{U}_2(f) &= T_{12}(f)\tilde{U}_1 \\ \tilde{R}_1(f) &= H_{pb}(f)[\tilde{B}_1(f) + \tilde{U}_1(f)]\end{aligned}\quad (2.28)$$

où  $\tilde{U}_i(f)$ ,  $\tilde{R}_1(f)$  et  $\tilde{B}_1(f)$  désignent respectivement les transformées de Fourier des signaux  $u_i(t)$ ,  $r_1(t)$  et  $b_1(t)$ . Rappelons que  $u_i(t)$  et  $r_i(t)$  désignent respectivement le signal mesuré et le signal rééchantillonné,  $b_i(t)$  le bruit de marche,  $H_{pbi}(f)$  le filtre passe-bas et enfin  $T_{12}(f)$  la fonction de transfert entre les deux signaux de mesure étudiés.

Le bruit de marche  $b_1(t)$  introduit lors de la phase de reconstruction du signal est supposé ici blanc. Du point de vue pratique, dans ce genre de configuration seules  $S_{r_1 u_2}(f)$ ,  $U_2(f)$  et  $S_{u_2 u_2}(f)$  peuvent être directement estimées à partir de la mesure. La première fonction citée s'écrit par ailleurs par définition :

$$\begin{aligned}S_{r_1 u_2}(f) &= \tilde{R}_1^*(f) \otimes \tilde{U}_2(f) \\ &= H_{pb}^*(f)[\tilde{U}_1^*(f) \otimes \tilde{U}_2(f) + \tilde{B}_1^*(f) \otimes \tilde{U}_2(f)]\end{aligned}$$

où  $\otimes$  désigne le produit de convolution et l'exposant  $*$  la conjugaison complexe. Puisque  $b_1(t)$  et  $u_2(t)$  sont par hypothèse totalement décorrélés, la densité spectrale croisée  $S_{u_1 u_2}(f)$  recherchée s'écrit alors sous la forme suivante,

$$S_{u_1 u_2}(f) = \frac{1}{H_{pb}^*(f)} S_{r_1 u_2}(f) \quad (2.29)$$

soit encore sous sa forme discrète,

$$S_{u_1 u_2}[k] = \frac{1}{H_{pb}^d[k]^*} S_{r_1 u_2}[k] \quad (2.30)$$

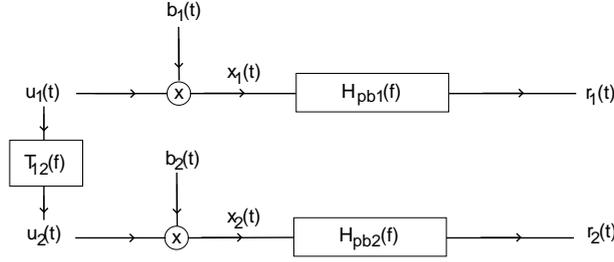


FIG. 2.15 – Illustration de la problématique de la procédure d'analyse par reconstruction du signal dans la configuration 2 points avec échantillonnages irréguliers.

En combinant cette dernière relation avec l'expression de la densité spectrale de puissance du signal corrigé en fonction de celle du signal vrai (rel. 2.11), la fonction de cohérence entre les deux signaux  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}\gamma_{u_1 u_2}^2 &= \left| \frac{1}{H_{pb}(f)} \right|^2 \frac{|S_{r_1 u_2}(f)|}{S_{u_1 u_1}(f) S_{u_2 u_2}(f)} \\ &= \gamma_{r_1 u_2}^2(f) \cdot \left( 1 + \frac{S_{b_1 b_1}(f)}{S_{u_1 u_1}(f)} \right)\end{aligned}\quad (2.31)$$

Le terme  $S_{b_1 b_1}(f)/S_{u_1 u_1}(f)$  présent dans la parenthèse définit le rapport bruit sur signal, qui sera noté  $\beta_1$  par la suite. Par extension à la forme discrète, il vient :

$$\gamma_{u_1 u_2}^2[k] = \gamma_{r_1 u_2}^2[k] \cdot \left( 1 + |H_{pb}^d[k]|^2 \frac{S_{b_1 b_1}[k]}{S_{r_1 r_1}[k] - S_{b_1 b_1}[k]} \right)\quad (2.32)$$

où  $S_{b_1 b_1}[k]$  est estimée à l'aide de la relation 2.23.

Concernant la fonction de transfert  $T_{12}(f)$  entre les signaux  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ , celle-ci s'écrit par définition :

$$T_{12}(f) = \frac{\tilde{U}_2(f)}{\tilde{U}_1(f)} = \frac{S_{u_2 u_2}(f)}{S_{u_1 u_2}^*(f)}$$

Ce qui devient en appliquant la relation 2.29, sous la forme continue et sous la forme discrète :

$$T_{12}(f) = H_{pb}(f) \frac{S_{u_2 u_2}(f)}{S_{r_1 u_2}^*(f)} \quad T_{12}[k] = H_{pb}^d[k] \frac{S_{u_2 u_2}[k]}{S_{r_1 u_2}^*[k]}\quad (2.33)$$

Cas n°2 :

*Corrélation entre deux signaux échantillonnés irrégulièrement et indépendamment*

La problématique générale de ce second cas est présentée schématiquement figure 2.15. Seules  $\tilde{R}_1(f)$ ,  $\tilde{R}_2(f)$  et  $S_{r_1 r_2}(f)$  sont expérimentalement accessibles. Les relations reliant

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

ces différentes fonctions à celles associées aux signaux vrais sont d'après les résultats des paragraphes précédents :

$$\begin{aligned}\tilde{R}_1(f) &= H_{pb,1}(f)\tilde{X}_1(f) = H_{pb,1}(f)\left[\tilde{U}_1(f) + \tilde{B}_1(f)\right] \\ \tilde{R}_2(f) &= H_{pb,2}(f)\tilde{X}_2(f) = H_{pb,2}(f)\left[\tilde{U}_2(f) + \tilde{B}_2(f)\right]\end{aligned}\tag{2.34}$$

Si les deux sources de bruit  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  introduites par le rééchantillonnage sont supposées non corrélées entre elles et avec chacun des deux signaux  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  alors il vient naturellement, à la fois sous la forme continue et sous la forme discrète :

$$S_{u_1u_2}(f) = S_{x_1x_2}(f) \quad S_{u_1u_2}[k] = S_{x_1x_2}[k]\tag{2.35}$$

où  $S_{x_1x_2}(f)$  désigne la densité spectrale croisée entre les deux signaux  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  corrigés de l'effet de filtre passe-pas.

La fonction de cohérence entre les deux signaux  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  s'exprime également en fonction de celle des deux signaux reconstruits corrigés de l'effet de filtre passe-bas. En effet :

$$\begin{aligned}\gamma_{u_1u_2}^2(f) &= \frac{|S_{u_1u_2}(f)|^2}{S_{u_1u_1}(f)S_{u_2u_2}(f)} \\ &= \gamma_{x_1x_2}^2(f) \frac{S_{x_1x_1}(f)S_{x_2x_2}(f)}{S_{u_1u_1}(f)S_{u_2u_2}(f)}\end{aligned}$$

Par décomposition des densités spectrales  $S_{x_i x_i}(f)$  et des transformées de Fourier  $\tilde{X}_i(f)$  en fonction de celles du signal vrai et du bruit de marche données par la relation 2.34, il vient :

$$\gamma_{u_1u_2}^2(f) = \gamma_{x_1x_2}^2(f) \cdot (1 + \beta_1)(1 + \beta_2)\tag{2.36}$$

où  $\beta_1$  et  $\beta_2$  désignent respectivement les rapports bruit-sur-signal de chacun des deux signaux  $u_1$  et  $u_2$ , et sont définis par :

$$\beta_i = \frac{S_{b_i b_i}(f)}{S_{u_i u_i}(f)} \quad \text{avec } i = 1, 2\tag{2.37}$$

soit encore sous forme discrète :

$$\gamma_{u_1u_2}^2[k] = \gamma_{x_1x_2}^2[k] \cdot \left(1 + \frac{S_{b_1 b_1}[k]}{S_{u_1 u_1}[k]}\right) \left(1 + \frac{S_{b_2 b_2}[k]}{S_{u_2 u_2}[k]}\right)\tag{2.38}$$

où les densités spectrales  $S_{u_i u_i}[k]$  sont estimées par :

$$S_{u_i u_i}[k] = \frac{S_{r_i r_i}[k]}{|H_{pb,i}^d[k]|^2} - S_{b_i b_i}[k]\tag{2.39}$$

De même, pour la fonction de transfert entre les deux signaux, il vient naturellement pour la forme continue :

$$T_{12}(f) = \frac{1}{|H_{pb,1}|^2} \frac{S_{r_2 r_2}(f)}{S_{x_1 x_2}^*(f)} - \frac{S_{b_2 b_2}(f)}{S_{x_1 x_2}^*(f)} \quad (2.40)$$

Cas n° 3 :

*Corrélation entre deux signaux échantillonnés irrégulièrement sur la même base de temps*

Cette configuration est rencontrée lorsque, par exemple, les deux voies d'un système de vélocimétrie laser sont échantillonnées simultanément en mode dit de coïncidence. Dans ce cas particulier, le bruit de marche est théoriquement identique pour chacun des deux signaux, de même que le filtre passe-bas comme l'illustre la figure 2.16. Si les auto-spectres  $S_{u_1 u_1}$  et  $S_{u_2 u_2}$  restent inchangées, la densité spectrale croisée vraie est en revanche maintenant donnée par :

$$S_{u_1 u_2}(f) = \frac{S_{r_1 r_2}(f)}{H_{pb,1}^*(f)H_{pb,2}(f)} - S_{bb}(f) \quad (2.41)$$

Puisque les filtres passe-bas sont rigoureusement identiques (ceux-ci ne dépendent que du rapport des fréquences moyenne d'échantillonnage et de reconstruction), il vient :

$$S_{u_1 u_2}(f) = \frac{S_{r_1 r_2}(f)}{|H_{pb,1}|^2} - S_{bb}(f) \quad (2.42)$$

On montre alors que la fonction de cohérence vraie s'écrit sous la forme [112] :

$$\gamma_{12}^2(f) = \gamma_{x_1 x_2}^2(1 + \beta_1)(1 + \beta_2) - \beta_1 \beta_2 \quad (2.43)$$

où les rapports bruit-sur-signal  $\beta_i$  peuvent être rigoureusement estimés à partir des relations 2.16 et 2.23 vues précédemment.

Concernant la fonction de transfert il vient d'après la relation 2.41 :

$$T_{12}(f) = \frac{S_{r_1 r_2}(f) - |H_{lp,1}(f)|^2 S_{bb}(f)}{S_{r_1 r_1}(f)} \quad (2.44)$$

### **Récapitulatif**

Les formulations pour les densités spectrales corrigées ainsi que celles pour les fonction de cohérence et de transfert sont résumées dans le tableau 2.5 sous leur forme discrète. Les mêmes notations que celles utilisées jusqu'à présent y sont adoptées. Ces procédures sont celles qui seront utilisées pour comparer les estimations des densités spectrales du signal vrai obtenues par le biais de la reconstruction sur une base de temps régulière des signaux échantillonnés irrégulièrement et celles calculées par la technique de classification par case que nous nous proposons de présenter dans les paragraphes suivants.

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

<b>Détails des transformées de Fourier</b>
<p><math>x[n]</math> signal temporel échantillonné avec <math>n=0\dots N-1</math></p> <p><math>\tilde{X}[k] = \sum_m x[m]e^{-j2\pi mk/N}</math> transformée de Fourier directe de <math>x[n]</math></p> <p><math>R_{xx}[n]</math> fonction d'autocorrélation discrète de <math>x[n]</math></p> <p><math>S_{rr}[k] = \sum_m R_{xx}[m]e^{-j2\pi mk/N}</math> densité spectrale de <math>x[n]</math></p>
<b>Signal échantillonné irrégulièrement</b>
$ H_{pb}^d[k] ^2 = \left(\bar{f}_s/2f_e\right) \left(1 - e^{-2\bar{f}_s/f_e}\right) \left(1 - 2\cos(2\pi k/M)e^{-\bar{f}_s/f_e} + e^{-2\bar{f}_s/f_e}\right)^{-1}$ <p><math>S_{uu}[k] = S_{rr}[k]/ H_{pb}^d[k] ^2 - S_{bb}[k]</math></p> <p><math>S_{bb}[k] = \frac{1}{M} \left(\sum_{k=0}^{M-1} S_{rr}[k]/ H_{pb}^d[k] ^2 - \sum_{k=0}^{M-1} S_{rr}[k]\right)</math></p>
<b>Corrélation entre un signal ALD et un signal régulièrement échantillonné</b>
<p><math>S_{u_1u_2}[k] = S_{r_1u_2}[k]/H_{pb}^d[k]^*</math></p> <p><math>\gamma_{u_1u_2}^2[k] = \gamma_{r_1u_2}^2[k] \left(1 + S_{b_1b_1}[k]/S_{u_1u_1}[k]\right)</math></p> <p><math>T_{12}[k] = H_{pb}^d[k]S_{u_2u_2}[k]/S_{r_1u_2}^*[k]</math></p>
<b>Corrélation entre deux signaux ALD</b>
<p><math>S_{u_1u_2}[k] = S_{x_1x_2}[k]</math></p> <p>avec <math>\tilde{X}_i[k] = \tilde{R}_i[k]/H_{pb,i}^d[k]</math> et <math>S_{x_1x_2}[k] = \tilde{X}_1^*[k] \otimes \tilde{X}_2[k]</math></p> <p><math>\gamma_{u_1u_2}^2[k] = \gamma_{x_1x_2}^2[k] \left(1 + S_{b_1b_1}[k]/S_{u_1u_1}[k]\right) \left(1 + S_{b_2b_2}[k]/S_{u_2u_2}[k]\right)</math></p> <p><math>T_{12}[k] = S_{r_2r_2}[k] \left( H_{pb,1}^d[k] ^2 S_{x_1x_2}^*[k]\right)^{-1} - S_{b_2b_2}[k]/S_{x_1x_2}^*[k]</math></p>

TAB. 2.5 – Récapitulatif des procédures de correction pour des signaux échantillonnés irrégulièrement puis reconstruits sur une base temporelle régulière - Approche fréquentielle.

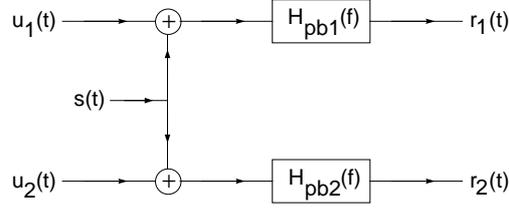


FIG. 2.16 – Illustration de la problématique de la procédure d'analyse par reconstruction du signal dans la configuration 2 points avec échantillonnage irréguliers sur une base de temps identique.

### 2.2.3 Technique de classification par cases

#### Discrétisation de la fonction de corrélation

Une alternative à la reconstruction du signal mesuré consiste à écrire un estimateur de la fonction de corrélation à partir des échantillons bruts directement. On parle alors de technique de classification par cases. En ne travaillant qu'à partir de ces échantillons cette approche donne a priori un estimateur de la fonction de corrélation vraie puisque aucune autre information n'est ajoutée. Notons par ailleurs que les signaux sont dans ce cas supposés stationnaires et ergodiques.

Initialement reportée par Mayo [108] ainsi que par Gaster & Roberts [115], cette approche consiste à discrétiser la fonction de corrélation à partir des différents temps de retard entre les échantillons récoltés. L'estimateur de la fonction de corrélation s'écrit :

$$\hat{R}_{uu}(k\Delta\tau) = \frac{\sum_{(i,j) \in N_k} [\tilde{u}_i \tilde{u}_j]_{k\Delta\tau}}{\Lambda(k\Delta\tau)} \quad (2.45)$$

où  $\sum_{(i,j) \in N_k} [\tilde{u}_i \tilde{u}_j]_{k\Delta\tau}$  est la somme de tous les produits  $\tilde{u}(t_i)\tilde{u}(t_j)$  entre les échantillons  $i$  et  $j$  tels que le retard  $t_j - t_i$  soit contenu dans l'intervalle  $[(k - \frac{1}{2})\Delta\tau, (k + \frac{1}{2})\Delta\tau]$  et  $N_k$  le nombre de produits formés par les couples d'échantillons  $(i,j)$  contenus dans ce même intervalle. Enfin,  $\Delta\tau$  désigne ici la largeur de l'intervalle de temps choisie arbitrairement et  $\Lambda(k\Delta\tau)$  le nombre de paires d'échantillons utilisées pour le calcul de la corrélation dans l'intervalle centré sur le temps de retard  $k\Delta\tau$ .

L'expression de la variance de cet estimateur, proposée par Scott (1974), montre que celle-ci dépend principalement du nombre de paires d'échantillons dans chaque intervalle ainsi que de la durée  $T_m$  du signal.

$$Var[\hat{R}_{uu}(k\Delta\tau)] \simeq \frac{R_{uu}^2(0) + R_{uu}^2(k\Delta\tau)}{\Lambda(k\Delta\tau)} + \frac{4}{T_m} \int_0^\infty R_{uu}^2(t) dt \quad (2.46)$$

En raison de la discrétisation, la largeur des intervalles doit être suffisamment petite afin que les erreurs de recouvrement lors de l'analyse spectrale soient négligeables, mais suffisamment grande pour que le nombre de produits  $\Lambda(k\Delta\tau)$  soit significatif. La distribution des paires d'échantillons en fonction du temps de retard est assez bien représentée par une loi de Poisson avec une forte concentration autour du temps de retard moyen égal à

## 2.2. Procédure d'estimation des corrélations

l'inverse de la fréquence d'échantillonnage moyenne. La conséquence immédiate de cette distribution est une variance plus élevée dans les très faibles et grands temps de retard.

La densité spectrale de puissance correspondante est obtenue à partir d'une transformée en cosinus de la fonction de corrélation ainsi estimée et préalablement pondérée par une fenêtre de type Hanning normalisée  $w(\tau)$  pour réduire la variance dans les basses fréquences :

$$\widehat{S}_{uu}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau) \widehat{R}_{uu}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.47)$$

Gaster & Roberts [115] proposent pour la variance de l'estimateur spectral la formulation suivante :

$$\text{Var}[\widehat{S}_{uu}(f)] \simeq \frac{c_w \tau_m}{T_m} \left( S_{uu}^2(f) + \frac{S_{uu}(f) \sigma_u}{\pi \bar{f}_s} + \left( \frac{\sigma_u}{2\pi \bar{f}_s} \right)^2 \right) \quad (2.48)$$

où  $\tau_m$  désigne le temps de retard maximum, et  $c_w$  une constante dépendant de la fenêtre de pondération (3/4 dans le cas d'une fenêtre de type Hanning). Les second et troisième termes dans le membre de droite représentent une variance additionnelle due à l'échantillonnage irrégulier. Le terme  $(\sigma_u/2\pi \bar{f}_s)^2$  domine essentiellement en hautes fréquences. La densité spectrale de puissance construite ici possède donc une variance d'autant plus grande en hautes fréquences que la fréquence d'échantillonnage est faible.

### Normalisation locale et pondération des paires d'échantillons par fenêtres triangulaires

Afin de réduire la variance importante dans les hautes fréquences, différentes procédures additionnelles sont proposées dans la littérature. Tummers & Passchier [116] proposent ainsi de remplacer la fonction  $\Lambda(k\Delta\tau)$  dans la relation 2.45 par la variance des produits  $u_i u_j$  utilisés pour construire l'intervalle, soit encore une normalisation dite locale. L'estimateur de la fonction de corrélation s'écrit de la façon suivante :

$$\widehat{R}_{uu}(k\Delta\tau) = \frac{\sum_{(i,j) \in N_k} [u_i u_j]_{k\Delta\tau}}{\left[ \left( \sum_i [u_i^2]_{k\Delta\tau} \right) \cdot \left( \sum_j [u_j^2]_{k\Delta\tau} \right) \right]^{1/2}} \quad (2.49)$$

Il en résulte une réduction significative de la variance dans les hautes fréquences présentant ainsi un intérêt immédiat pour l'estimation de la micro-échelle de Taylor à partir des faibles temps de retard.

Cette procédure apporte en revanche peu d'améliorations en ce qui concerne la variabilité de l'estimateur dans les basses fréquences. Tummers et Passchier [116] proposent de discrétiser la fonction de corrélation sur des intervalles de temps d'autant plus larges que la fréquence correspondante est grande. Cette discrétisation sur une base temporelle irrégulière pose néanmoins de nouveau le problème de l'analyse spectrale. Van Maanen & Oldenziel [117] préfèrent ainsi une interpolation régulière de type spline de la fonction de corrélation normalisée localement. Une alternative est proposée par Nobach et al.

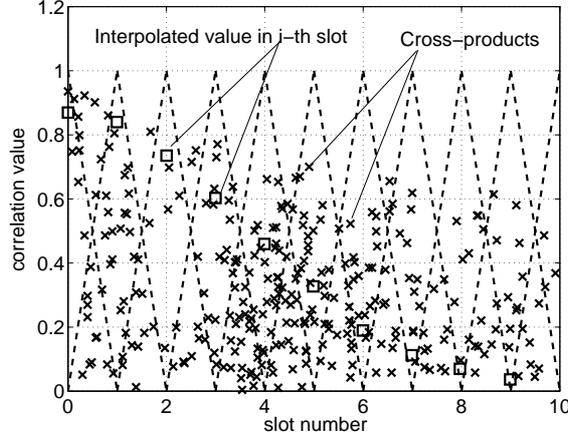


FIG. 2.17 – Illustration de la procédure de la pondération triangulaire par intervalle des produits d'échantillons

[113] en pondérant les produits des échantillons à l'aide d'une fenêtre triangulaire centrée sur l'intervalle correspondant. Une pondération plus importante est donnée aux produits proches du centre de l'intervalle. Cette procédure associée à la normalisation locale, plus connue sous la terminologie anglaise de "fuzzy slotting" s'écrit formellement de la manière suivante :

$$R_{uu}(k\Delta\tau) = \frac{\sum_{(i,j) \in N_k} [u_i u_j]_{k\Delta\tau} \cdot b_k(t_j - t_i)}{\left[ \left( \sum_{(i,j) \in N_k} [u_i^2]_{k\Delta\tau} \cdot b_k(t_j - t_i) \right) \left( \sum_{(i,j) \in N_k} [u_j^2]_{k\Delta\tau} \cdot b_k(t_j - t_i) \right) \right]^{1/2}}$$

avec

$$b_k(t_j - t_i) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta\tau} - k \right| & \text{si } \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta\tau} - k \right| < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.50)$$

Une illustration de cette procédure est présentée figure 2.17. La valeur de la corrélation dans l'intervalle d'indice  $k$  est donc construite à partir des produits d'échantillons contenus dans ce même intervalle, et d'une pondération des produits présents dans les deux intervalles voisins.

### Correction de la base temporelle

Si le temps de retard maximum entre deux échantillons est fixé par la durée totale de la mesure, le système électronique employé pour réaliser cette dernière impose de plus un temps de retard minimum. Ce temps minimum correspond à la durée de traitement par le système électronique d'un échantillon donné avant de pouvoir en acquérir un autre. Ce temps de retard minimum se traduit par un biais immédiat de l'estimateur de la fonction de corrélation en particulier pour les faibles temps de retard. La valeur calculée pour chaque intervalle est jusqu'ici supposée correspondre au temps de retard central de celui-ci. Or, en raison de l'existence d'un temps de retard minimum, la valeur de la corrélation dans un intervalle donné est biaisée vers les produits d'échantillons à plus grand temps

### 2.3. Etude comparative de procédures d'estimation spectrale pour des signaux échantillonnés irrégulièrement

de retard. La correction de ce biais nécessite rigoureusement le calcul de la fonction de densité de probabilité du nombre de produits d'échantillons tombant dans un intervalle donné. Ce calcul étant particulièrement complexe, Nobach [118] propose d'estimer pour chaque intervalle un temps de retard moyen  $\hat{\tau}_k$  à partir d'une pondération des temps de retard de chaque produit d'échantillons contenu dans l'intervalle considéré. Cette procédure d'estimation de la nouvelle base temporelle de corrélation peut s'écrire formellement :

$$\hat{\tau}_k = \frac{\sum_{(i,j) \in N_k} (t_j - t_i) b_k(t_j - t_i)}{\sum_{(i,j) \in N_k} b_k(t_j - t_i)} \quad (2.51)$$

où  $N_k$  désigne le nombre de produits formés par les couples d'échantillons  $(i, j)$  contenus dans l'intervalle d'indice  $k$  et  $b_k$  la fenêtre de pondération triangulaire présentée dans la relation 2.50.

Cette procédure d'estimation donne rigoureusement une base temporelle plus précise que celle obtenue en considérant le temps central de chaque intervalle. Les comparaisons réalisées par Nobach [118] de ces deux bases de temps à partir de signaux simulés montrent que seuls les faibles temps de retard sont principalement modifiés, et en particulier le temps de retard nul. Si les temps de retard ainsi calculés sont supposés exacts, cette procédure présente donc un intérêt immédiat pour l'estimation des micro-échelles de Taylor. En revanche, la base temporelle ainsi reconstruite n'est plus régulière et il se pose alors de nouveau le problème de l'estimation de la densité spectrale de puissance. Le même auteur propose une interpolation linéaire de la fonction de corrélation ainsi corrigée suivie d'une transformée de Fourier classique.

Bien que cette technique de discrétisation de la fonction de corrélation n'ajoute pas directement de données supplémentaires comme dans le cas de la reconstruction, celle-ci tend à une sous-estimation des niveaux d'énergie principalement dans les basses fréquences. Cette sous-estimation a pour origine la procédure de classement des produits des échantillons suivie de leur moyenne par intervalle. Ce bruit peut donc être interprété comme l'équivalent du bruit de marche introduit lors du rééchantillonnage comme vu précédemment.

### 2.3 Etude comparative de procédures d'estimation spectrale pour des signaux échantillonnés irrégulièrement

Il est à ce stade du chapitre maintenant nécessaire d'évaluer les capacités respectives des estimateurs présentés précédemment en fonction non seulement des paramètres statistiques des signaux étudiés mais également en fonction des différentes grandeurs spectrales à étudier.

Les données de référence utilisées ici pour établir de telles comparaisons sont celles reportées par Nobach et al. [113]. Ces données expérimentales font partie intégrante d'une base de données plus large appelée "Benchmark test" mise à disposition de l'ensemble de la communauté<sup>6</sup>. Celle-ci sert à dresser les avantages et performances de différentes

<sup>6</sup><http://ldvproc.nambis.de>

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

procédures de traitement développées pour des signaux de type vélocimétrie laser Doppler ou encore d'images de particules (PIV).

Les données mises en commun dans ce Benchmark test ne comportent en revanche actuellement que des mesures en un point et une composante. Celles-ci sont donc ici utilisées dans un premier temps pour la validation des estimateurs de densité spectrale de puissance. Afin d'étudier également la capacité de ces deux approches pour l'estimation des fonctions de corrélation spatio-temporelles, une partie des données expérimentales obtenues au moyen de mesures de vitesse en 2-points et 1 composante à la fois en jets subsoniques (rapportées par Power et al. [119]) et en jet supersonique froid (rapportées par Kerhervé et al. [120]) sont utilisées dans un second temps.

### 2.3.1 Validation des estimateurs spectraux en 1 point :

#### *Benchmark test*

#### Données de référence

Les données utilisées, et considérées comme référence pour la validation de nos différents estimateurs, sont issues des travaux de Nobach et al. [113] en jet subsonique libre. Ces données sont constituées de mesures de vitesse par vélocimétrie laser Doppler et au fil chaud de la composante longitudinale de la vitesse dans la région de mélange du jet. Les principales caractéristiques de ces données (fréquence d'échantillonnage, nombre d'échantillons et amplitude RMS des fluctuations de vitesse) sont reportées dans le tableau 2.6. Le point de mesure pour les données reportées dans ce tableau est situé à 6D de la sortie de tuyère (environ 1D après la fin du cône potentiel) et à 3D de l'axe du jet. Le nombre de Reynolds du jet subsonique est de l'ordre de 40000.

Le paramètre principalement étudié ici est le rapport des fréquences de rééchantillonnage et d'échantillonnage moyenne du signal de mesure. Pour les comparaisons présentées plus loin, la fréquence de rééchantillonnage choisie pour reconstruire les signaux dans l'approche par reconstruction sur une base de temps régulière ("sample-and-hold") est de 20kHz, soit encore la fréquence d'échantillonnage du signal de vitesse obtenu au fil chaud. Ce signal est ici utilisé comme référence pour évaluer la capacité des différents estimateurs. En ce qui concerne l'approche par classification par cases, la largeur des intervalles est telle que la fréquence d'échantillonnage correspondante est également de 20kHz.

Les densités spectrales de puissance obtenues à partir des différents estimateurs sont présentées figures 2.18 et 2.19. Pour ces deux figures, chaque colonne correspond à un des signaux de vélocimétrie laser. Les trois estimateurs spectraux obtenus lors des trois étapes principales dans l'approche par reconstruction préalable y sont présentés : densité spectrale du signal reconstruit et non corrigée  $S_{rr}(f)$  (figure du haut), densité spectrale du signal reconstruit corrigé de l'effet de filtre passe-bas  $S_{rr}(f)/|H_{pb}(f)|^2$  (figure du centre) et estimateur de la densité spectrale vraie  $S_{uu}(f)$  (figure du bas). Afin de simplifier la critique de ces comparaisons, la densité spectrale du signal obtenu au fil chaud (tracés noirs) et celle obtenue au moyen de l'approche par classification par cases (tracés bleus) sont également reportés sur chacune des figures.

La densité spectrale obtenue au moyen du signal vrai (fil chaud) est typiquement

### 2.3. Comparaisons des procédures de traitement

Anémomètre	Freq (kHz)	Echantillons	$I$ (ms)	$Tu$ (%)
hwa	20	409600	2	24
lda n°1	0.3	100000	-	24
lda n°2	1	100000	-	24
lda n°3	7	100000	-	24
lda n°4 bruité	8	100000	-	24

TAB. 2.6 – *Caractéristiques des données de référence utilisées pour la validation des estimateurs spectraux. Ces données sont issues des travaux en jet subsonique de Nobah et al. [113] par vélocimétrie laser Doppler.  $I$  désigne l'échelle intégrale de temps et  $Tu$  le taux de turbulence de la composante longitudinale de la vitesse, normalisé par la vitesse à la sortie de la tuyère. Point de mesure situé à 6 diamètres de la sortie de la tuyère et 3 diamètres de l'axe du jet.*

caractéristique de la distribution fréquentielle de l'énergie turbulente dans la région de mélange du jet. On distingue en particulier une première zone basse fréquence avec un niveau d'énergie maximum, suivie d'une décroissance de type Kolmogorov en  $f^{-5/3}$  associée aux échelles dissipatives du champ turbulent. La seconde décroissance du spectre a en revanche pour origine le filtrage passe-bas du signal de fil chaud à 10kHz.

#### Capacité d'estimation de l'approche par classification par cases

Nous nous intéressons dans un premier temps aux résultats obtenus par le biais de l'estimation par classification par cases, ou "slotting" (courbes rouges).

L'ensemble de ces résultats montrent dans un premier temps que la forme du spectre des fluctuations de vitesse est globalement bien reproduite au moins jusqu'à 0,5 fois la fréquence d'échantillonnage moyenne du signal de mesure. Au-delà, en plus d'une dispersion (ou variance) importante de l'estimateur, une surestimation de la densité spectrale de puissance vraie est observée. L'augmentation de la fréquence d'échantillonnage moyenne se traduit de plus par une estimation correcte sur une gamme de fréquence d'autant plus large.

Dans les basses fréquences, zone de fréquence définie comme celle où l'énergie turbulente est principalement concentrée, une faible sous-estimation du niveau d'énergie est observée quelle que soit la fréquence d'échantillonnage moyenne du signal. Pendant la phase de discrétisation de la fonction de corrélation, le nombre de produits d'échantillons dans un intervalle de temps donné est d'autant plus faible que le temps de retard associé à celui-ci est grand. Or, la précision du calcul de la valeur de la corrélation dans un intervalle donné dépend de ce nombre de produit d'échantillons. La précision dans les grands temps de retard est donc moindre.

Dans les hautes fréquences, la densité spectrale de puissance estimée présente une variance importante qui tend à diminuer lorsque la fréquence d'échantillonnage augmente. Sur les exemples donnés ici (figures 2.19) le bruit de mesure n'a en revanche que peu d'influence sur la qualité de l'estimation outre une légère diminution de la gamme de fréquence sur laquelle la densité spectrale de puissance vraie est correctement estimée.

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

Pour ce processus d'estimation, la qualité de l'estimation dépend donc principalement de la fréquence d'échantillonnage moyenne du signal de mesure ainsi que du nombre d'échantillons. Notons également que, en raison de la discrétisation même des horloges dans les systèmes d'acquisition et du temps nécessaire au processeur pour l'acquisition d'un échantillon donné, le temps minimal entre deux échantillons successifs (ou fréquence maximale d'échantillonnage) est imposé par les caractéristiques de cette horloge ("dead time" en terminologie anglaise). De plus, en pratique la distribution des produits d'échantillons n'est pas continue mais elle-même discrétisée si bien que nombreux de ces produits peuvent être associés à un intervalle de temps identique. Cela a pour conséquence une dégradation de la qualité de l'estimation, d'autant plus importante que le temps caractéristique du champ turbulent étudié est petit. Plus celui-ci est petit et plus la résolution temporelle (respectivement fréquentielle) de la fonction de corrélation (respectivement la densité spectrale) doit en effet être grande. La discrétisation du temps d'horloge et du temps nécessaire au processeur avant de traiter un nouvel échantillon sont donc des paramètres à prendre en compte, particulièrement lorsque le champ à étudier nécessite une résolution temporelle de l'ordre de ces temps caractéristiques.

### Capacité d'estimation de l'approche par reconstruction préalable

Nous nous intéressons maintenant à l'effet de la fréquence d'échantillonnage sur la qualité des estimateurs spectraux obtenus par le biais de la reconstruction préalable du signal (courbes bleus sur les figures 2.18 et 2.19). Nous rappelons que les estimateurs spectraux obtenus pour les trois principales étapes de cette approche sont ici reportés : densité spectrale de puissance du signal reconstruit, densité spectrale de puissance corrigée de l'effet de filtre passe-bas et enfin densité spectrale de puissance estimée du signal vrai. Comme attendu d'après le développement théorique présenté dans ce chapitre, la densité spectrale de puissance vraie (obtenue au fil chaud) est d'autant mieux représentée par l'estimateur spectral du signal reconstruit  $S_{rr}(f)$  que la fréquence d'échantillonnage moyenne est grande. En effet, plus cette fréquence est grande et plus le signal de vitesse lui-même est mieux représenté. Sur ces deux séries de figures, celles du haut illustrent bien en revanche l'effet du filtre passe-bas à la fréquence de coupure  $\bar{f}_s/2\pi$ . Au-delà de cette fréquence, la décroissance du spectre est sous-estimée et l'erreur d'estimation augmente avec la fréquence. Notons de plus qu'une diminution du rapport signal-sur-bruit entraîne celle de la gamme de fréquence sur laquelle la densité spectrale vraie est correctement estimée (voir figure 2.19 colonne de droite).

En corrigeant l'effet de filtre-passe bas, l'estimateur devient la somme de la densité spectrale de puissance du signal vrai et de celle du bruit de marche. Ce dernier, admis comme un bruit blanc, possède une densité spectrale de puissance constante. Le niveau d'énergie pour cette composante de bruit dans les configurations étudiées ici est reporté sur chacune des figures du centre sous forme de ligne discontinue. Pour une fréquence de rééchantillonnage fixe, les résultats indiquent que le niveau de bruit de marche est d'autant plus faible que la fréquence d'échantillonnage moyenne est grande. Le bruit lié à la mesure elle-même a en revanche pour effet d'augmenter le niveau d'énergie de cette composante. L'estimateur spectral  $S_{rr}(f)/|H_{lp}(f)|^2$ , caractéristique de la densité spectrale de puissance du signal reconstruit et corrigée de l'effet de filtre passe-bas, est donc représentatif dans les

### 2.3. Comparaisons des procédures de traitement

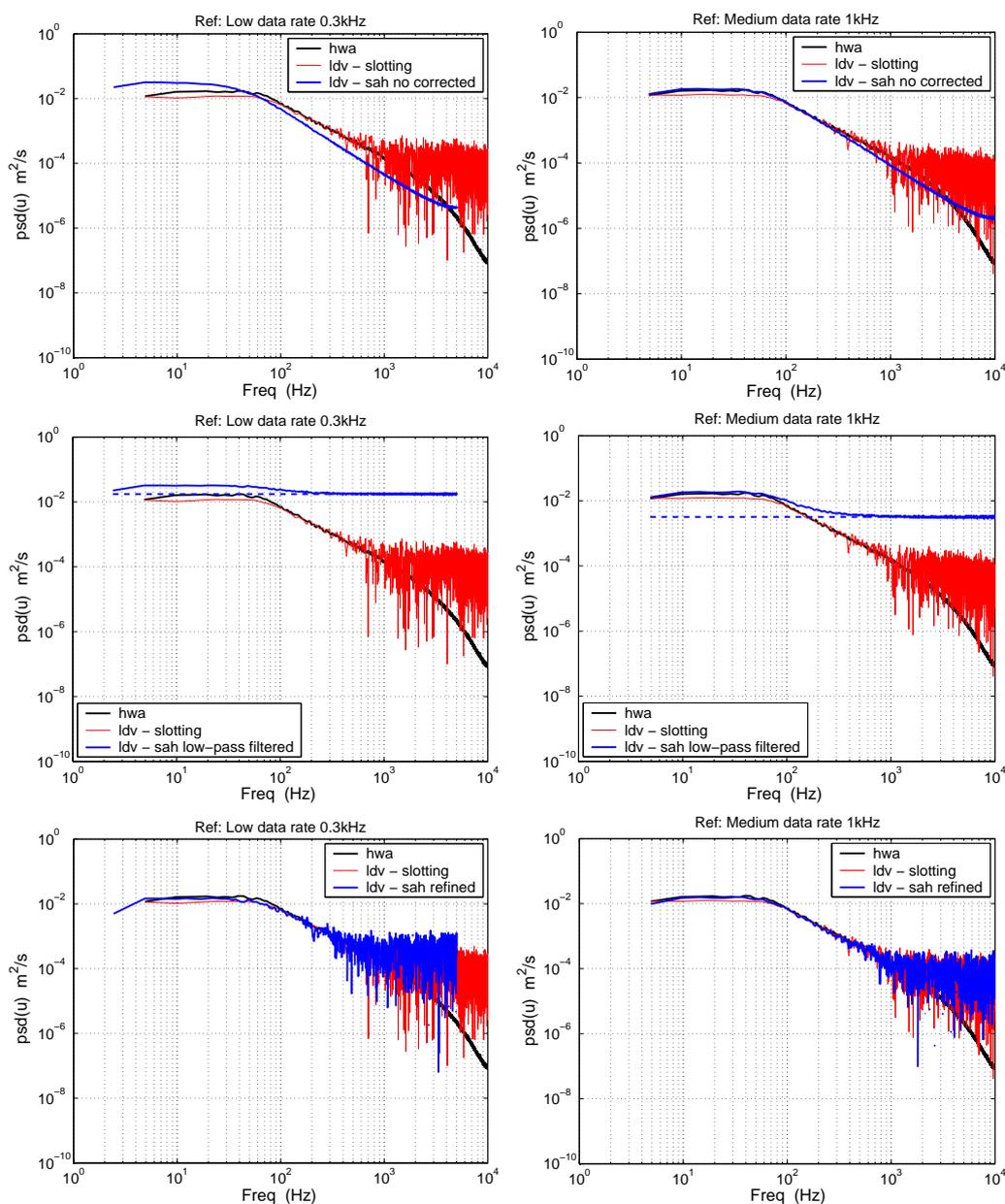


FIG. 2.18 – Résultats des comparaisons pour les signaux (Gauche) lda n° 1 avec  $\bar{f}_s = 0.3\text{kHz}$  et (droite) lda n° 2 avec  $\bar{f}_s = 1\text{kHz}$

basses fréquences de celui du signal vrai et dans les moyennes et hautes fréquences (plus précisément au-delà de  $\bar{f}_s/2\pi$ ) d'un bruit blanc.

La troisième étape de l'approche par reconstruction préalable du signal consiste à soustraire à ce dernier estimateur le bruit de marche. L'estimateur finalement obtenu est celui de la densité spectrale de puissance du signal vrai. Les résultats obtenus (figures du bas

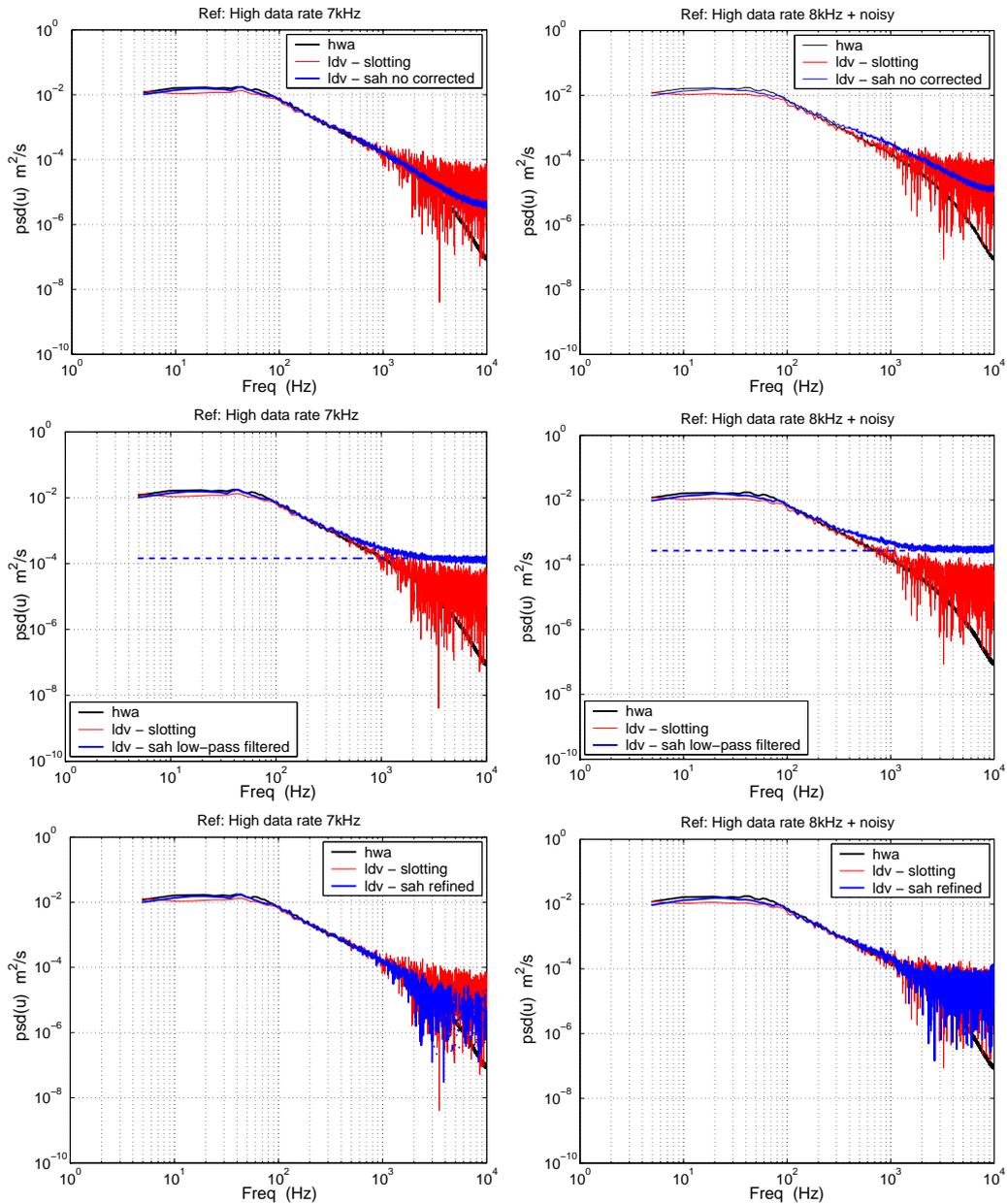


FIG. 2.19 – Résultats des comparaisons pour les signaux (Gauche) lda n°1 avec  $\bar{f}_s = 7\text{kHz}$  et (droite) lda n°2 avec  $\bar{f}_s = 8\text{kHz}$  et bruité.

dans 2.18 et 2.19) indiquent de grandes similitudes avec le même estimateur obtenu par l'approche par classification par cases (courbes rouges). Alors que le niveau d'énergie est correctement estimé en basses fréquences, une grande variance est observée dans les hautes fréquences au-delà de la fréquence d'échantillonnage moyenne  $\bar{f}_s$ . La gamme de fréquences sur laquelle la densité spectrale vraie  $S_{uu}(f)$  est correctement estimée est donc signifi-

## 2.3. Comparaisons des procédures de traitement

---

tivement plus grande que celle dans le cas de la densité spectrale du signal reconstruit. A l'exception du cas n°1 (signal à très faible fréquence d'échantillonnage moyenne) la qualité des estimateurs spectraux pour le signal vrai obtenus par le biais des deux approches est donc très comparable. Une estimation légèrement meilleure dans les basses fréquences est toutefois observée dans le cas de l'approche par reconstruction préalable. Notons que un moyen de diminuer cette variance importante consiste à augmenter la durée du signal d'origine, c'est à dire le nombre d'échantillons. Bien que la variance de l'estimateur corrigé soit plus grande que l'estimateur non corrigé, notamment au-delà de la fréquence de coupure du filtre passe-bas, le premier conduit à une composition fréquentielle du signal étudié physiquement plus acceptable.

La fréquence d'échantillonnage moyenne du signal de mesure ainsi que le rapport signal-sur-bruit influence fortement la qualité de l'estimateur spectrale dans le cas de l'approche par reconstruction préalable du signal. Cela se traduit, d'après ce qui précède, par une estimation de bonne qualité sur une gamme de fréquence d'autant plus grande que la fréquence d'échantillonnage est grande et d'autant plus petite que le rapport bruit-sur-signal est grand.

La fréquence d'échantillonnage moyenne, le rapport signal-sur-bruit ainsi que le nombre d'échantillons sont les paramètres qui déterminent principalement la qualité d'un signal de vitesse mesuré par vélocimétrie laser. Nous avons vu ici que ceux-ci influencent directement la qualité de l'estimation spectrale. L'approche par reconstruction préalable du signal est de plus particulièrement sensible aux deux premiers alors que l'estimateur spectrale calculé par classification par cases est plutôt sensible au nombre d'échantillons et à la résolution fréquentielle désirée (pendant de la fréquence de rééchantillonnage dans la procédure par reconstruction préalable). Toutefois des qualités très comparables sont obtenues dans le cas de l'estimation spectrale en un point. Il s'agit donc maintenant de comparer la qualité des estimations obtenues par ces deux mêmes approches dans le cas de la densité spectrale croisée et des fonctions associées telles que la phase, la cohérence ou encore la fonction de corrélation spatio-temporelle.

### 2.3.2 Validation des estimateurs spectraux en 2 points :

*Données actuelles*

#### Notes sur les données

Nous ne disposons pas dans le cas des mesures en 2 points et 1 composante de mesures à proprement dites de référence. Seules des comparaisons directes entre les deux approches sont donc ici possibles. Les données utilisées sont celles rapportées par Power et al [119] en jets subsoniques isothermes et chauds, et par Kerhervé et al. [120] en jet supersonique froid. Pour chacun de ces écoulements les points de mesures retenus sont localisés sur l'axe de la couche de mélange dans la région de mélange. Les fréquences d'échantillonnage de ces données sont reportées dans le tableau 2.7.

Notons également pour ces mesures que l'acquisition des signaux en chacun des deux points est réalisée simultanément mais que les bases temporelles de chacun des deux signaux sont

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

	Distance de séparation (s/D)	Fréq. d'éch. moy. (kHz)	
		signal amont	signal aval
<b>Jet isotherme Mach 0,75</b>	0	21	42
	0,1	15	36
	1	16	35
<b>Jet chaud Mach 0,75</b>	0	16	15
	0,1	14	15
	1	10	11
<b>Jet froids Mach 1,2</b>	0	38	38
	0,1	36	21
	0,6	22	21

TAB. 2.7 – *Fréquences d'échantillonnage moyennes des signaux de mesure de vitesse par vélocimétrie laser Doppler dans la configuration 2-points et 1 composante. Etude comparative des estimateurs de densités spectrales de puissance.*

indépendantes l'une de l'autre. Ainsi, en ce qui concerne la procédure d'estimation par reconstruction préalable, les bruits de marche introduits sont a priori non corrélés (cas n°2 dans le développement mathématique fait au paragraphe 2.2.2).

Les résultats des estimations spectrales à partir des deux approches étudiées sont présentées sur les figures 2.20 à 2.22 pour les jets subsoniques isothermes et chauds, et supersonique froid respectivement. La fréquence de reconstruction est choisie arbitrairement à 200kHz afin de disposer d'une résolution fréquentielle suffisante adaptée au temps caractéristique du champ turbulent étudié. Sont présentées pour chacune de ces figures : les densités spectrales de puissance des signaux amont et aval (sous-figures du haut, gauche et droite respectivement), le module et la phase de la densité spectrale croisée (sous-figures du centre, gauche et droite respectivement) et enfin la fonction de cohérence (sous-figure du bas). Les résultats présentés sont ceux issus des points de mesure séparés de 0,1D. Pour chacune de ces sous-figures, les différentes courbes correspondent aux différents estimateurs déjà vus.

Les fonctions de corrélations spatio-temporelle résultantes sont reportées figure 2.23 pour les trois configurations de jet. Seuls les résultats obtenus à partir de l'approche par classification par cases (courbes bleues) et par reconstruction préalable avec correction (courbes noires) sont dans ce cas reportés.

Les résultats obtenus pour l'ensemble des fonctions spectrales et de corrélation sont typiquement caractéristiques de l'organisation statistique du champ turbulent en couche de mélange de jet. Ceux-ci seront commentés avec précision dans le chapitre 4.

### Comparaisons des estimateurs spectraux

En ce qui concerne en premier lieu les densités spectrales de puissance propres des signaux amont et aval (sous-figures du haut dans 2.20 à 2.22), les remarques faites précédemment sur la capacité des différents estimateurs en 1 point restent valables. En particulier, on retrouve une estimation correcte du spectre jusqu'à environ 10kHz (fréquence de Nyquist des échantillonnages, voir tableau 2.7) suivi d'une variance importante dans les plus hautes fréquences, aussi bien par l'approche par classification par cases que par reconstruction

### 2.3. Comparaisons des procédures de traitement

---

préalable du signal.

Dans le cas de la densité spectrale croisée, alors que la technique de classification par cases peut être étendue au cas du 2 points sans limitation et sans difficulté particulière, l'approche par reconstruction préalable du signal pose le problème de la forme du filtre passe-bas et de l'estimation du bruit de marche. Les résultats des figures 2.21 et 2.22 pour le module et la phase de la densité spectrale croisée (sous-figures du centre) dans le cas du jet subsonique chaud et celui du jet supersonique froid respectivement, montrent que les deux approches conduisent à des estimations de ces deux fonctions (courbes bleues et rouges) globalement très similaires. Les différences majeures sont observées une nouvelle fois dans les basses fréquences en ce qui concerne le module de la densité spectrale croisée. Dans le processus de correction au cours de l'approche par reconstruction préalable, la phase n'est en rien modifiée. Ceci est effectivement bien confirmé par les résultats des figures 2.21 et 2.22 où la phase est présentée. La phase des estimateurs non corrigés (courbes noires) et corrigé de l'effet de filtre passe-bas et bruit de marche (courbes bleues) donnent en effet des résultats équivalents. Une variance importante au delà de la fréquence de Nyquist (environ 10kHz) est également observée aussi bien pour le module que la phase de la densité spectrale croisée.

Un très net désaccord est en revanche observé dans le cas des données obtenues dans le jet subsonique isotherme (figure 2.20). Si les deux approches conduisent à des estimations globalement identiques du module de la densité spectrale, l'approche par reconstruction préalable du signal conduit en revanche à une surestimation de la phase (relativement à celle obtenue par classification par cases). L'étude attentive de la statistique des données obtenues pour cette configuration de jet (distribution des temps d'arrivées etc ...) montrent que seul le rapport des fréquences d'échantillonnage des signaux amont et aval diffèrent significativement des autres données obtenues pour les jets subsonique chaud ou supersonique froid. Alors que pour ces deux dernières configurations les fréquences d'échantillonnage moyennes des signaux amont et aval sont relativement équivalentes, un rapport 2 est observé pour les données du jet subsonique isotherme (voir tableau 2.7). Ceci tend à montrer que la qualité de l'estimation de la phase de la densité spectrale croisée par l'approche par reconstruction préalable du signal dépend du rapport des fréquences d'échantillonnage moyennes des deux signaux. Ce paramètre ne semble en revanche pas modifier significativement l'estimation dans le cas de l'approche par classification par cases.

Afin de terminer sur ces comparaisons, nous nous intéressons maintenant à l'estimation de la fonction de cohérence. Les résultats des figures 2.20 à 2.22, et en particulier des sous-figures du bas où sont présentées les fonctions de cohérence, montrent que les deux approches conduisent une nouvelle fois à une même estimation (courbes rouges et bleues). Comme pour les densités spectrales de puissance propres et le module de la densité spectrale croisée, des différences notables ne sont observées que dans les basses fréquences. On retrouve de plus une variance importante dans les hautes fréquences, conséquence directe de celles observées dans les différentes densités spectrales.

Les résultats obtenus pour les estimateurs non corrigés et corrigés par l'approche par reconstruction préalable (courbes noires et bleues respectivement) montrent que la cor-

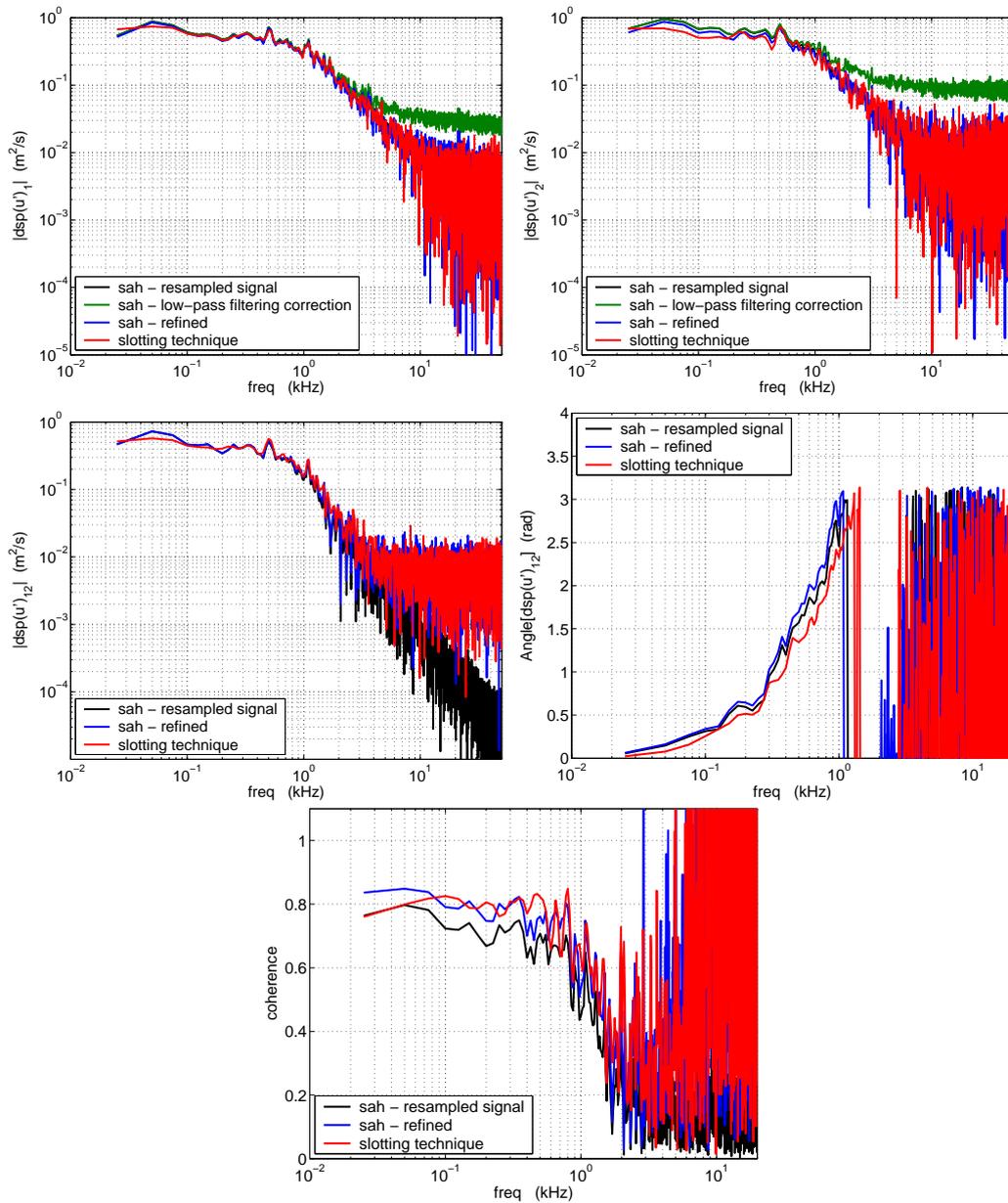


FIG. 2.20 – *Jet subsonique isotherme (Mach 0,75) [119]. (Haut) Densités spectrales de puissance des deux signaux de vitesse amont et aval. (Centre) Module et phase de la densité spectrale de puissance croisée. (Bas) Fonctions de cohérence.*

rection de l'effet du filtre passe-bas et du bruit de marche induit un réhaussement du niveau de corrélation. La présence du bruit de marche en particulier a effectivement pour conséquence de diminuer le niveau de corrélation entre les deux signaux. Une estimation identique à celle obtenue par classification par cases montre donc l'efficacité du filtre passe-

### 2.3. Comparaisons des procédures de traitement

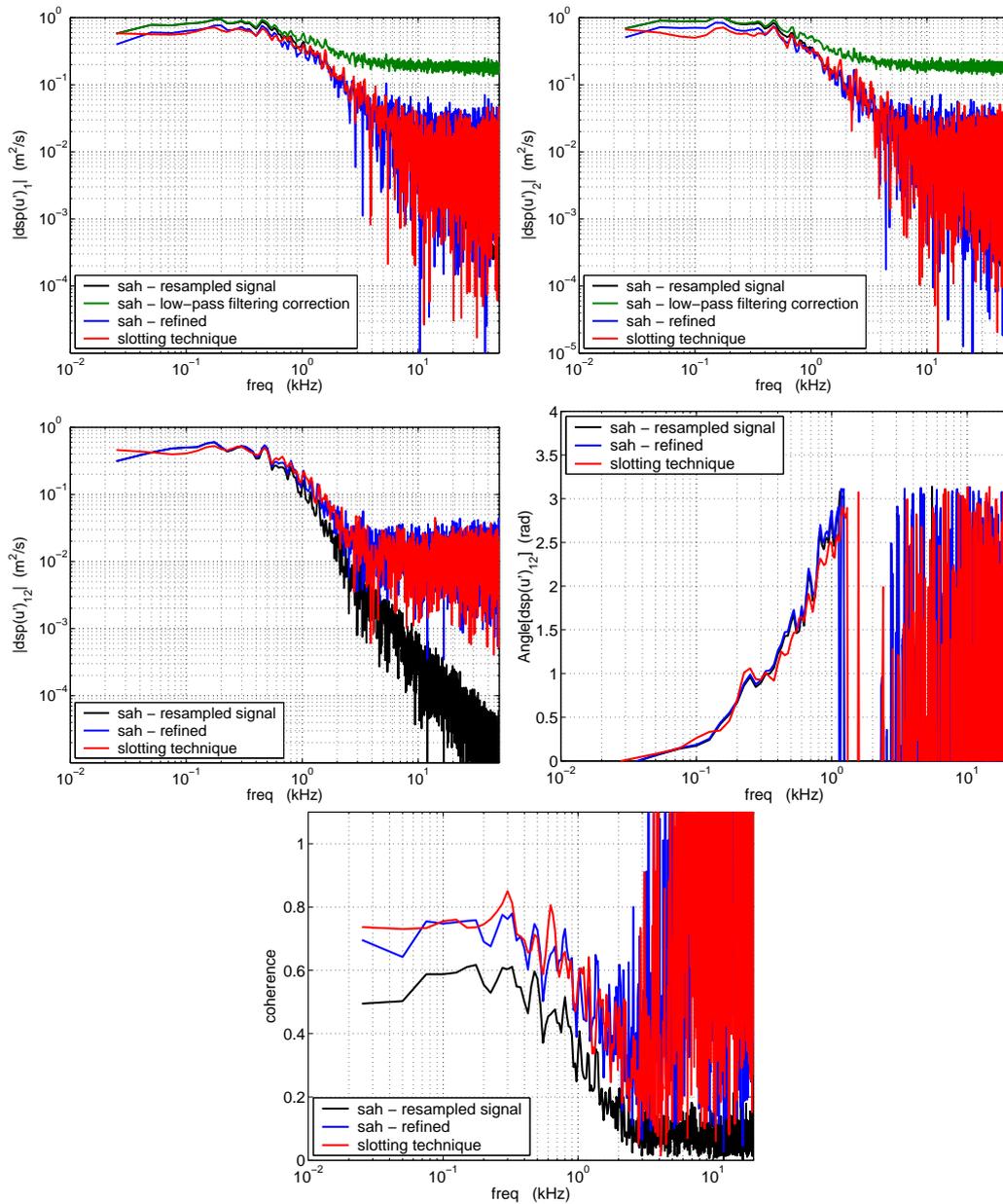


FIG. 2.21 – Jet subsonique chaud ( $Mach\ 0,75$ ,  $T_j/T_a = 2$ ) [119]. (Haut) Densités spectrales de puissance des deux signaux de vitesse amont et aval. (Centre) Module et phase de la densité spectrale de puissance croisée. (Bas) Fonctions de cohérence.

bas et de la procédure de correction du bruit de marche suggérée par Simon & Fitzpatrick [112].

#### Comparaisons des estimateurs de corrélation

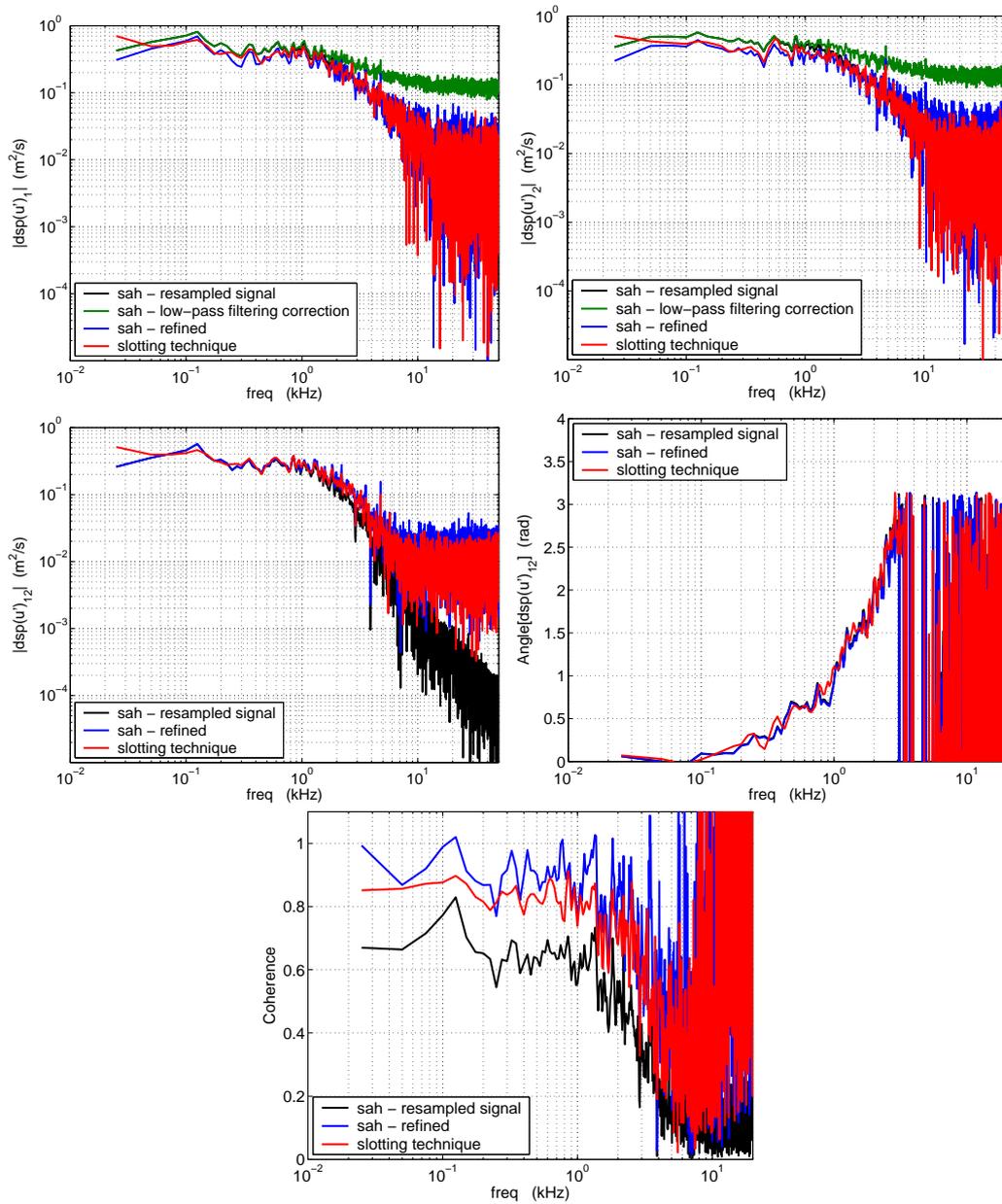


FIG. 2.22 – Jet supersonique froid (Mach 1.2) [120]. (Haut) Densités spectrales de puissance des deux signaux de vitesse amont et aval. (Centre) Module et phase de la densité spectrale de puissance croisée. (Bas) Fonctions de cohérence.

Les fonctions de corrélation spatio-temporelles pour tous les points de mesure reportés dans le tableau 2.7 sont calculées par les deux approches. Les résultats sont présentés sur la figure 2.23 pour chacune des configurations de jet testées : jet subsonique isotherme (sous-figure haut-gauche), jet subsonique chaud (sous-figure haut-droit) et jet superso-

### 2.3. Comparaisons des procédures de traitement

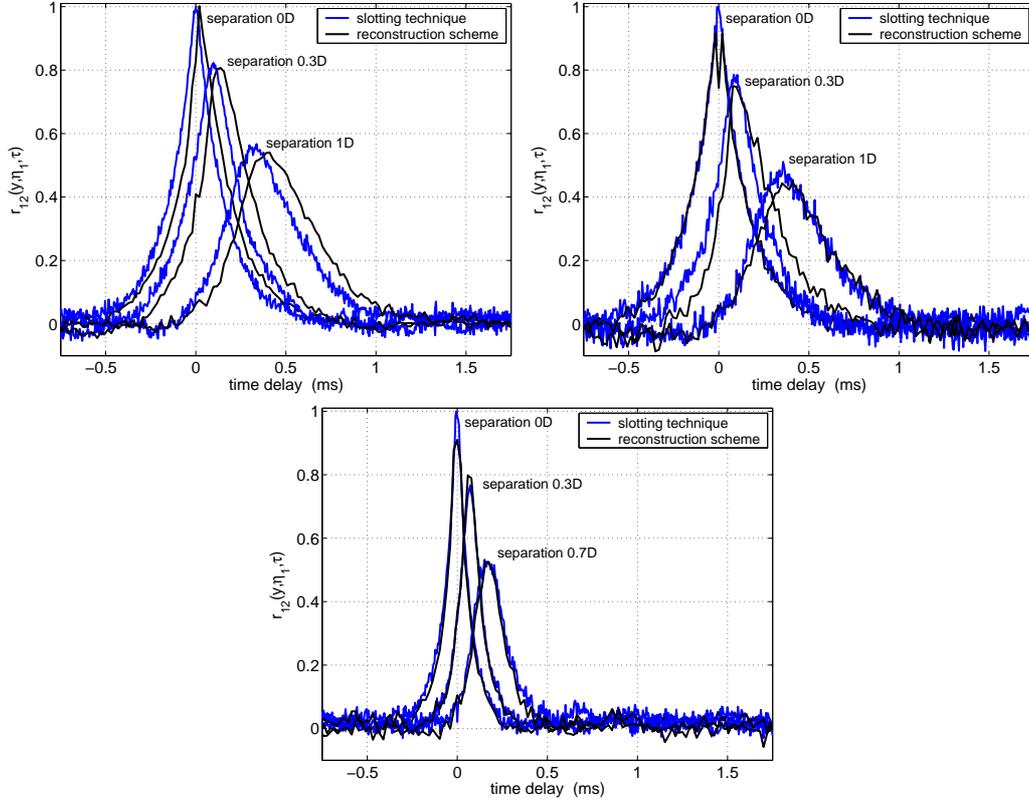


FIG. 2.23 – Fonctions de corrélation spatio-temporelles  $r_{12}(y, \eta_1), \tau$  pour les différentes configurations d'écoulements données dans le tableau 2.7. (Haut-gauche) et subsonique isotherme (Mach 0.75) [119], (Haut-droite) jet subsonique chaud (Mach 0.75,  $T_j/T_a=2$ ) et (bas) jet supersonique froid (Mach 1,2) [120].

nique froid (sous-figure bas). Les courbes bleues correspondent aux estimations obtenues au moyen de l'approche par classification par cases, et les courbes noires à celles obtenues par reconstruction préalable du signal.

La tendance générale est une estimation des fonctions de corrélation relativement semblable quelle que soit l'approche utilisée. Ceci est particulièrement vrai dans le cas du jet subsonique chaud et celui du jet supersonique froid. Pour ces deux dernières configurations, à la fois l'amplitude des corrélations et l'arrivée du maximum de corrélation sont identiquement reproduits. Pour le cas du jet subsonique isotherme (figure 2.23 haut-gauche) les fonctions de corrélation estimées à partir de l'approche par reconstruction préalable sont décalées vers les temps de retard positifs. Ce décalage est, de plus, d'autant plus important que la distance de séparation entre les deux points de mesure augmente. Celui-ci est le pendant des écarts de phase observés précédemment figure 2.20 mais dans le domaine temporel. Le déséquilibre de l'échantillonnage entre les deux signaux amont et aval a donc pour conséquence une dégradation de la discrétisation temporelle de la fonction de corrélation. Son amplitude, ou allure générale, n'est en revanche pas modifiée.

## Chapitre 2. Dispositifs expérimentaux et outils d'analyse

---

Cela confirme en particulier une dépendance de la qualité de l'estimation des fonctions de corrélation spatio-temporelles (et par conséquent des densités spectrales croisées) pour l'approche par reconstruction préalable, avec le rapport des fréquences d'échantillonnage moyennes des signaux amont et aval [121, 122].

### Récapitulatif

Les procédures de correction suggérées par Simon & Fitzpatrick [112] pour l'estimation des fonctions spectrales et de corrélation à partir de mesures 2 points, suivies d'un rééchantillonnage sur une base de temps régulière, permettent donc d'obtenir une qualité de cette estimation globalement identique à celle attendue par l'approche par classification par cases. En revanche, il ressort principalement de ces comparaisons que la technique de reconstruction préalable du signal est très sensible à la fréquence d'échantillonnage moyenne des signaux originaux. La qualité de l'estimation repose principalement sur celle du bruit de marche introduit lors de la phase de rééchantillonnage. Lorsque deux signaux sont échantillonnés indépendamment l'un de l'autre, les bruits de marche sont rigoureusement identiques puisqu'ils ne dépendent que de la fréquence de reconstruction arbitrairement choisie (voir paragraphe 2.2.2), simplifiant ainsi considérablement l'estimateur de la densité spectrale de puissance croisée vraie (relation 2.39). L'hypothèse que le bruit de marche dépend uniquement de la fréquence de rééchantillonnage du signal de mesure est donc discutable à la vue des comparaisons réalisées précédemment. Bien que non clairement étudié dans le présent travail, les comparaisons dressées ici tendent à montrer que ce bruit dépend également à la fois de la fréquence d'échantillonnage moyenne, mais également de la composition spectrale du signal, ou en d'autres termes de la variance du signal.

## 2.4 Conclusion

La vélocimétrie laser à effet Doppler est un outil particulièrement intéressant pour les écoulements turbulents puisqu'il permet d'accéder au suivi temporel du signal de vitesse instantanée en un point très localisé sans perturber l'écoulement. Cet outil répond donc au besoin formulé dans ce présent travail en ce qui concerne l'estimation des corrélations à la fois spatiales et temporelles du champ de vitesse, mais également de la composition fréquentielle de ce dernier. Cette technique est basée sur le principe de la mesure de la vitesse de traceurs présents dans l'écoulement. Or, leur distribution, généralement non uniforme, induit non seulement des erreurs d'estimations des moments moyens calculés, mais également un échantillonnage irrégulier du signal mesuré.

Les erreurs d'estimation sur la vitesse moyenne ou la variance du signal par exemple, appelées biais de vitesse, peuvent être corrigées à partir de considérations à la fois sur l'écoulement étudié et sur la fréquence de passage des particules en fonction de leur vitesse. Une pondération des vitesses individuelles par l'intervalle de temps entre deux échantillons successifs est employée ici. Si l'hypothèse que la particule suit fidèlement à la fois le mouvement et la dynamique de l'écoulement est admise, alors cette correction peut suffire pour obtenir une estimation correcte du champ de vitesse.

Une autre difficulté intervient dès lors que le signal mesuré n'est plus échantillonné régulièrement. Dans ce cas, des procédures adaptées pour l'analyse spectrale sont alors nécessaires. Différents estimateurs ont ici été étudiés : une approche par reconstruction préalable du signal sur une base temporelle régulière suggérée par Simon & Fitzpatrick [112] et Fitzpatrick & Simon [121], et une approche par discrétisation de la fonction de corrélation à partir des échantillons brutes, connue sous la terminologie de classification par cases et initialement proposée par Mayo [108]. Une série de tests à partir de signaux simulés a été réalisée par Benedict et al. [123] afin de vérifier la performance et la validité de certains de ces estimateurs pour les fonctions de corrélation et de densités spectrales. Les résultats de leurs travaux montrent que la technique de classification par cases couplée à une normalisation locale et une pondération par fenêtres triangulaires donne la meilleure estimation. Des comparaisons réalisées dans le cadre de l'étude présente à partir de données en jet subsonique, admises comme références par l'ensemble de la communauté scientifique, ainsi que des données en jet supersonique issues du présent travail, vont également dans ce sens. L'approche par classification par cases est certes plus complexe à mettre en place qu'une approche par reconstruction du signal sur une base temporelle régulière. Toutefois, c'est vers cette approche que le choix d'une procédure d'estimation s'est portée en raison principalement de son efficacité et de son extension possible aux deux points. L'approche par reconstruction préalable du signal, couplée aux procédures de correction suggérées par Simon & Fitzpatrick [112], conduit à des estimations des fonctions spectrales et de corrélation globalement équivalentes à celles obtenues par la technique de classification par cases, aussi bien dans le cas de mesure 1 point que 2 points. Toutefois, les comparaisons réalisés dans ce travail montrent que la qualité des estimations par cette approche est particulièrement sensible aux fréquences d'échantillonnage moyennes et peut conduire dans certain cas à des erreurs significatives.

Le chapitre suivant présente les résultats des mesures 1 point par vélocimétrie laser réalisées dans le jet supersonique froid à Mach 1,14 et le jet supersonique chaud à Mach 1,7, tous deux présentés dans ce chapitre. La présentation en parallèle des résultats pour les deux écoulements permettra de mettre en évidence l'influence de la température sur les propriétés des champs de vitesse et de turbulence.



## Chapitre 3

# Composantes aérodynamiques de jets supersoniques froid et chaud

Les différentes composantes aérodynamiques d'un jet supersonique froid et d'un jet supersonique chaud, dont les conditions génératrices ont été évoquées dans le chapitre précédent, sont présentées ici. Tout au long de ce chapitre, nous nous efforçons d'exposer simultanément les résultats pour les deux configurations de jet à chaque fois que les mesures le permettent. Les effets de la température et du nombre de Mach sur les différentes propriétés des champs moyens, maintes fois étudiés dans la littérature, sont ainsi en partie confirmés.

La première partie du chapitre est consacrée à la qualification des deux écoulements en terme de moments de la vitesse et de ses fluctuations. Leur morphologie y est donc décrite sur la base des dimensions caractéristiques du cône potentiel et de la couche de mélange. La définition de la turbulence au moyen de ces moments de premier et second ordres souligne de plus non seulement les caractéristiques générales de l'écoulement, mais permet également de caractériser les mécanismes de transfert et de dissipation d'énergie. Une comparaison des résultats obtenus expérimentalement avec ceux issus du code aérothermique AMLJET, développé par EADS-LV dans le cadre du pôle de recherche AEID, est également reportée pour le jet supersonique chaud. La validation de ce code pour les jets MARTEL n'ayant pas encore été réalisée, les données obtenues ici présentent donc un intérêt immédiat.

Comme le soulignent Panda & Seasholtz [28], le contenu spectral de la turbulence dans les écoulements compressibles est encore aujourd'hui trop peu connu. Or, celui-ci est représentatif des mécanismes de transformation de l'énergie cinétique turbulente aux différentes échelles de l'écoulement, donc par conséquent de la dynamique du champ turbulent. L'analyse spectrale des champs de vitesse et des contraintes de Reynolds dans le jet supersonique froid est donc présentée dans la seconde partie de ce chapitre. Cette analyse donne une première description des mécanismes de génération associés au bruit de cisaillement et au bruit propre, analyse qui peut être complétée en termes statistiques de ces deux composantes de bruit et qui sera abordée dans le chapitre 4.

### **3.1 Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent**

Nous nous intéressons dans un premier temps aux différentes composantes moyennes des champs de vitesse, de turbulence et des contraintes de Reynolds du jet supersonique froid ( $M_j=1,14$ ) et du jet supersonique chaud ( $M_j=2,7$ ). Les conditions génératrices de ces deux écoulements ont été présentées dans le chapitre précédent et sont supposées être les conditions d'adaptation. Les deux principaux objectifs de cette première caractérisation sont de définir la structure aérodynamique de ces écoulements (profils de vitesse, profils d'intensité de turbulence, épaisseurs de la couche de mélange ...etc) mais également de disposer d'une base de données suffisamment large pour valider des codes de calculs aérodynamiques. Ces données sont en effet particulièrement nécessaires, non seulement pour qualifier l'écoulement, mais également pour l'établissement de bilans énergétiques ou encore pour la modélisation des contraintes turbulentes qui constitue le problème central de l'analyse statistique des écoulements turbulents. Des informations supplémentaires concernant la localisation des sources de bruits dominantes peuvent également être obtenues à partir, entre autres, des distributions spatiales de l'intensité de turbulence ou des gradients de vitesse dans l'écoulement.

#### **3.1.1 Ecoulement moyen**

La mesure de la composante de vitesse longitudinale a été réalisée dans chacun des deux écoulements pour plusieurs positions radiales et distances à la sortie de la tuyère. Les maillages adoptés tiennent compte des zones de forts gradients de vitesse, particulièrement aux frontières de la couche de mélange avec le milieu extérieur et la zone potentielle. Dans le cas particulier du jet supersonique chaud, la composante de vitesse radiale a également été obtenue. Pour établir une comparaison complète entre les deux écoulements, les résultats obtenus par Bellaud [48] pour la composante radiale de la vitesse dans le jet supersonique froid seront utilisés ici.

#### **Composante longitudinale moyenne de la vitesse**

##### *Profils moyens et morphologie des écoulements étudiés*

Les profils de vitesse moyenne de la composante longitudinale pour chaque section du jet sondée sont présentés sur la figure 3.1 pour le jet supersonique froid et sur la figure 3.2 pour le jet supersonique chaud. Les profils obtenus pour chacun des deux jets présentent les résultats couramment rencontrés pour une couche de mélange de jet. Dans une section donnée du jet, ces profils peuvent être découpés en trois zones : une première région dans laquelle la vitesse reste constante dite région potentielle, suivie d'une zone de fort gradient de vitesse représentative de la couche de mélange et enfin un nouveau plateau où la vitesse tend vers la vitesse du milieu ambiant dans lequel le jet évolue. L'élargissement des profils, d'autant plus important que l'on s'éloigne de la sortie de la tuyère, traduit l'expansion de la couche de mélange au cours de son développement.

Dans la zone de transition entre le cône potentiel et la couche de mélange (début

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

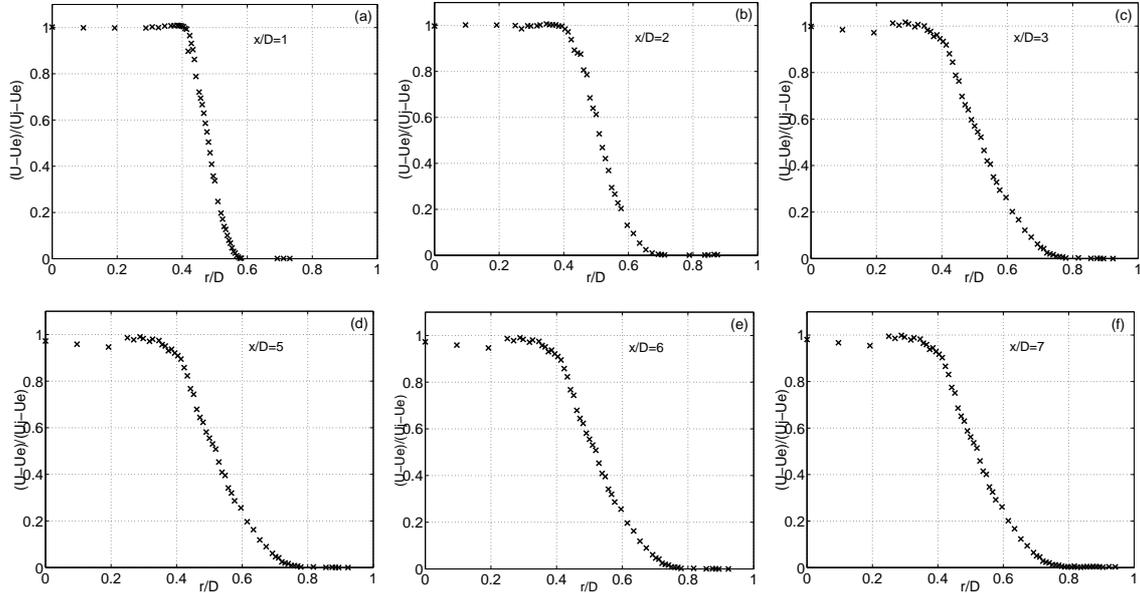


FIG. 3.1 – Profils de vitesse moyenne dans le jet supersonique froid à Mach 1,14.

de décroissance des profils moyens), la composante longitudinale moyenne de la vitesse présente des discontinuités aussi bien pour le jet supersonique froid que chaud. Ces discontinuités sont particulièrement très nettes au-delà de  $3D$  de la sortie de la tuyère dans le cas du jet supersonique froid (figures 3.1(c) à 3.1(f)) et jusqu'à  $7,5D$  dans le cas du jet supersonique chaud (figures 3.2(a) à 3.2(d)). Ces discontinuités sont typiquement caractéristiques de la présence de cellules de choc dans l'écoulement. Les présents résultats montrent de plus que ces cellules sont localisées à l'intérieur de la zone potentielle de l'écoulement. Cela se traduit notamment par une vitesse moyenne longitudinale, inférieure à la vitesse d'éjection entre l'axe du jet et le début de la zone de mélange. Au-delà, la vitesse moyenne retrouve la valeur à la sortie de la tuyère avant de décroître de façon classique.

Maintenir un jet parfaitement détendu est relativement difficile, voire irréalisable, car les conditions génératrices, bien que calculées rigoureusement pour un profil de tuyère donné sont susceptibles de varier sensiblement. Dans le cas de la soufflerie supersonique utilisée pour le jet froid notamment, la technique de régulation ne permet pas de corriger en temps réel les conditions génératrices en fonction des éventuelles fluctuations des conditions extérieures (température, humidité). Celles-ci ont de plus été particulièrement désavantageuses pendant ces travaux (températures variant entre  $0^\circ\text{C}$  et  $10^\circ\text{C}$ , fortes variations du taux d'humidité), ce qui est certainement à l'origine de la désadaptation rencontrée.

En ce qui concerne le jet chaud sur MARTEL, la mauvaise adaptation du jet a probablement pour origine le choix des conditions génératrices. Celles-ci ne correspondent pas en effet au point d'adaptation nominal de la tuyère CD50/4g utilisée pendant cette étude.

## Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

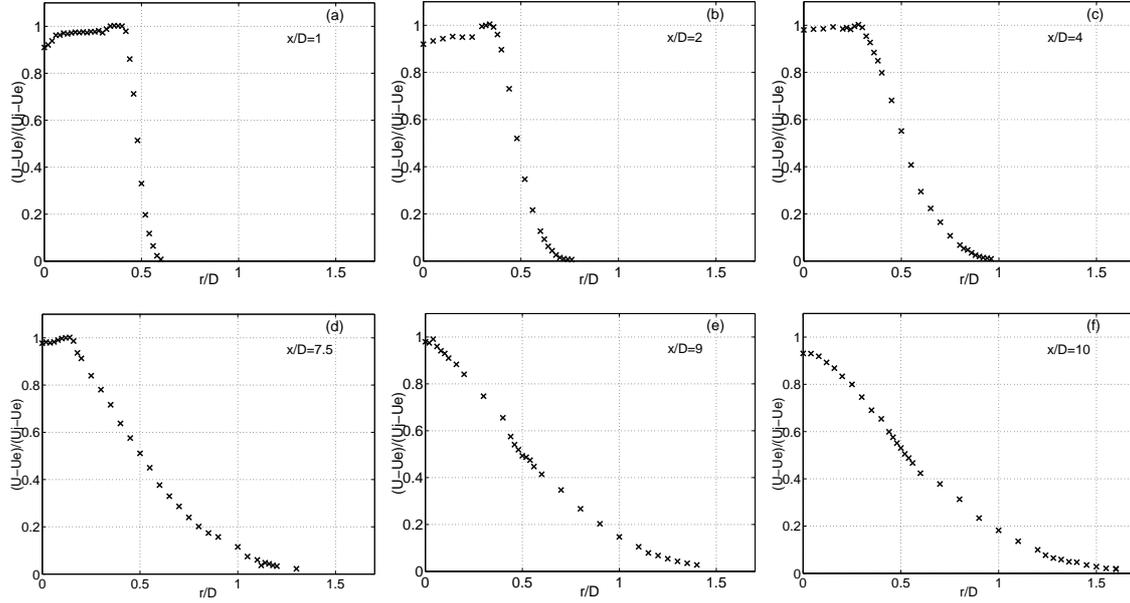


FIG. 3.2 – Profils de vitesse moyenne dans le jet supersonique chaud à Mach 1,7.

Le calcul d'un nouveau point a été imposé par le choix d'une température génératrice plus basse afin de faire face à des problèmes de tenu en température des particules d'ensemencement.

A partir de ces résultats, les dimensions caractéristiques telles que la longueur du cône potentiel  $L_c$  ou encore le taux d'expansion de la couche de mélange peuvent être obtenues. Ces deux dimensions sont ici déterminées en recherchant pour chaque section sondée les frontières de la couche de mélange définies à 95% et 5% des différences de vitesses sur l'axe et à l'extérieur. Les positions radiales où la vitesse vaut 95%( $U_j - U_e$ ) et 5%( $U_j - U_e$ ) sont notées par la suite  $r_{0,95}$  et  $r_{0,05}$  respectivement.

Pour le jet supersonique froid, une longueur de cône potentiel de 13D est obtenue. La longueur obtenue ici, bien plus grande que celle attendue autour de 6D pour le cas du jet parfaitement détendu d'après la relation  $L_c = (4, 2 + 1, 1M_j^2)D$  suggérée par Lau et al. [26], confirme donc bien la présence d'un réseau de cellules de chocs. Une conséquence directe est l'allongement du cône potentiel de quelques diamètres.

Le degré d'expansion de la couche de mélange, d'environ  $5^\circ$ , est en revanche une valeur rencontrée plus classiquement.

Le cône potentiel du jet supersonique chaud s'étend sur un peu moins de 10D alors que la couche de mélange présente un degré d'expansion voisin également de  $5^\circ$ . La relation semi-empirique  $L_c = 3, 45D(1 + 0, 38M_j^2)^2$ , reportée dans le chapitre bibliographique dans le cas d'un jet supersonique non parfaitement détendu [13], donne une valeur de 14D pour le cas du jet supersonique chaud étudié.

### Comportements autosimilaires des écoulements de jet

L'ensemble des expérimentateurs a mis en évidence pour les jets subsoniques et super-

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

soniques un état de développement autosimilaire du jet le long du cône potentiel débutant environ un diamètre après la sortie de la tuyère. Dans la zone de turbulence développée, zone de l'écoulement située après la zone de transition qui suit le repliement de la couche de mélange sur elle-même, le jet se caractérise par un second état de développement similaire, différent du premier (région de l'écoulement non étudiée dans le présent travail). Pour mettre en évidence cet état d'autosimilitude du jet, les profils radiaux de la vitesse moyenne peuvent être représentés sous une forme adimensionnelle. La coordonnée radiale  $r^*$  définie à partir de la position radiale de l'axe de la couche de mélange  $r_{0,5}$ <sup>1</sup> et d'une épaisseur caractéristique de la couche de mélange  $\delta$  à la section étudiée est ainsi utilisée. Ce que nous pouvons écrire :

$$\frac{U - U_e}{U_j - U_e} = F(r^*) \quad \text{avec } r^* = \frac{r - r_{0,5}}{\delta} \quad (3.1)$$

$F$  désigne la fonction de similitude et  $U_j$  et  $U_e$  les vitesses à la sortie du jet et de l'écoulement secondaire respectivement. Dans la région potentielle, deux épaisseurs caractéristiques sont généralement rencontrées :

- l'*épaisseur de vortacité*, notée  $\delta_\omega$ , définie à partir du gradient de vitesse maximal. Cette dimension est représentative de la taille des structures dites primaires<sup>2</sup> dans la couche de mélange et est donnée par :

$$\delta_\omega = \frac{U_j - U_e}{|\partial U / \partial r|_{max}} \quad (3.2)$$

où  $|\partial U / \partial r|_{max}$  désigne le maximum de cisaillement dans la section d'étude

- l'*épaisseur de couche de mélange*, notée  $\delta_c$ , basée à 5% des vitesses aux frontières, et donnée par :

$$\delta_c = r_{0,05} - r_{0,95} \quad (3.3)$$

Les profils de vitesse reportés sur les figures 3.1 et 3.2 sont maintenant représentés sur la figure 3.3 sous leur forme autosimilaire en fonction de la coordonnée de similitude radiale  $r^*$ , calculée sur la base de l'épaisseur de couche de mélange. La superposition des profils, quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère, rend bien compte du développement autosimilaire des jets le long de toute la région du cône potentiel. Dans le cas du jet supersonique chaud, il apparaît plus précisément que cet état de développement commence après  $x/D=1$  (courbe  $x/Lc=0,1$ ). Près de la sortie de la tuyère, le jet n'est donc pas encore pleinement établi et passe d'abord par une zone de transition s'étendant sur environ un diamètre. Cette zone n'apparaît en revanche pas dans le cas du jet supersonique froid indiquant une zone d'établissement plus courte.

<sup>1</sup> $r_{0,5}$  désigne la distance radiale à l'axe principal du jet où la vitesse moyenne locale est moitié de celle sur l'axe.

<sup>2</sup>Ces structures désignent les structures à grandes échelles dominant l'écoulement. Le terme de *primaire* est généralement employé pour différencier ces structures de celles dites *secondaires* moins organisées et formées par désintégration en partie des structures grandes échelles.

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

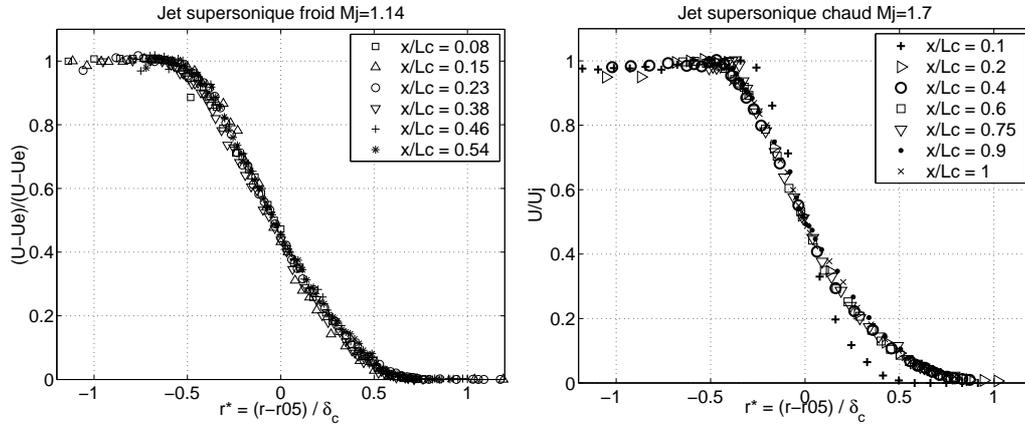


FIG. 3.3 – Profils de similitude de la vitesse moyenne. (Gauche) jet supersonique froid et (droite) jet supersonique chaud.

La fonction mathématique “erreur”, notée Erf, fournit généralement dans le cas des couches de mélange de jet une bonne approximation du profil des vitesses moyennes adimensionnées. Dans la zone de similitude, chacun de ces profils peut effectivement être représenté par :

$$\frac{U - U_e}{U_j - U_e} = f(r^*) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \text{Erf}(\sigma r^*) \right] \quad (3.4)$$

où  $\sigma$  désigne le paramètre d'évasement ou encore de Görtler. Dans le cas présent, ce paramètre est trouvé respectivement égal à 2,4 dans le cas du jet supersonique froid et 2,7 dans le jet supersonique chaud.

Cela dénote un gradient de vitesse plus important dans le cas du jet supersonique et confirme les résultats de plusieurs auteurs tels que Lau [124] ou encore Seiner et al [125] selon lesquels une augmentation de la température statique du jet et de la vitesse entraîne un accroissement du gradient de vitesse dans la couche de mélange.

#### *Dimensions caractéristiques de la couche de mélange*

Ayant précédemment défini les épaisseurs de vorticité et de couche de mélange, leur distribution avec la distance à la sortie de la tuyère est maintenant pr sent e figure 3.4 pour chacun des deux jets. Les résultats indiquent que ces épaisseurs évoluent de manière fortement linéaire avec la distance à la sortie de la tuyère. Cette évolution traduit l'épanouissement selon un angle d'expansion constant de la couche de mélange. Les taux d'évasement, ou bien taux d'accroissement, définis par le gradient axial de l'épaisseur de vorticité  $\delta_\omega$ , valent respectivement 0,085 et 0,093 pour le jet froid et le jet chaud respectivement. Si de plus l'épaisseur de vorticité est admise comme représentative des structures primaires dans l'écoulement, alors l'augmentation de cette épaisseur avec la distance à la sortie de la tuyère est représentative de l'accroissement de la dimension caractéristique de ces structures le long de l'écoulement.

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

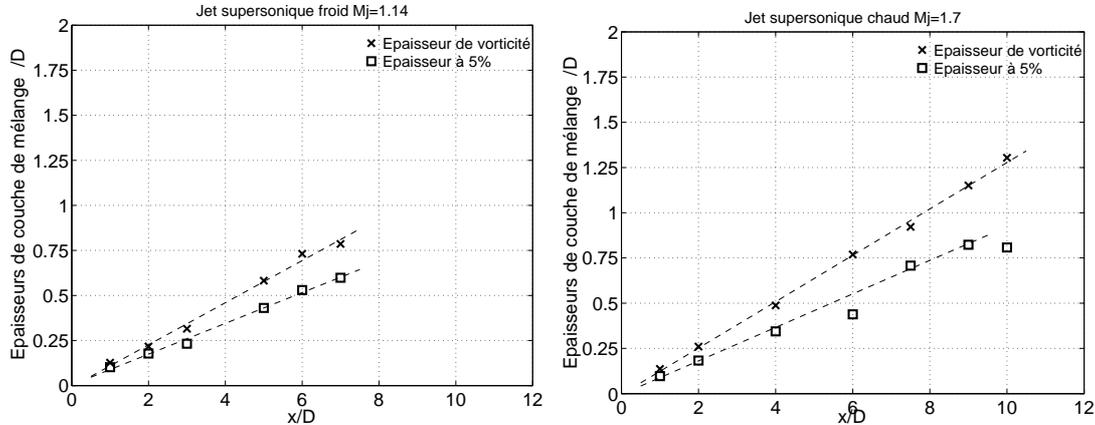


FIG. 3.4 – *Épaisseurs caractéristiques de couche de mélange. (Gauche) jet supersonique froid et (droite) jet supersonique chaud.*

Un autre paramètre important caractérisant la couche de mélange est son axe principal. Celui-ci est défini comme la position radiale de demi-vitesse et est également le lieu, comme il sera vérifié plus loin, des mécanismes turbulents les plus énergétiques.

Les profils de vitesse obtenus précédemment (figure 3.2) indiquent pour le jet supersonique chaud libre que l'axe de la couche de mélange reste centré au bord de fuite de la sortie de la tuyère telle que  $r_{0,5}$  soit constant et égal à  $0,5D$ .

Pour le jet supersonique froid en revanche, les profils radiaux présentés figure 3.1 montrent que la position radiale de demi-vitesse  $r_{0,5}$  augmente avec la distance à la sortie de la tuyère. L'axe de la couche de mélange s'oriente donc vers l'écoulement extérieur. L'angle entre cet axe et l'axe du jet est déterminé expérimentalement à environ  $1^\circ$ . Ce résultat indique donc que la couche de mélange tend dans son ensemble à plonger vers l'écoulement extérieur. Chambres [126] ainsi que Bellaud [48] observent également ce résultat. La morphologie globale d'une couche de mélange annulaire semble donc être affectée par la présence d'un écoulement extérieur. En revanche, la structure interne n'est pas modifiée. En supposant que la couche de mélange ait une évolution spatiale parallèle à l'axe du jet, comme dans le cas d'un jet libre, c'est à dire en corrigeant la position radiale de demi-vitesse  $r_{0,5}$  de sorte qu'elle reste constante à sa valeur en sortie de la tuyère, alors la longueur du cône potentiel devient égale à  $10D$ , c'est à dire une valeur plus classique en présence de cellules de choc<sup>3</sup>. Notons ici que la longueur du cône potentiel observée pour ce jet, grande devant celle attendue pour le cas du jet libre parfaitement détendu, est donc due à la fois à la présence d'un réseau de cellules de choc dans le noyau supersonique et d'un développement de la couche de mélange vers l'extérieur du jet.

#### Composante radiale moyenne de la vitesse (jet supersonique chaud)

Nous ne disposons pour la composante radiale  $V$  de la vitesse moyenne que des résultats

<sup>3</sup>La relation semi-empirique rappelée dans le chapitre bibliographique donne une longueur de cône potentiel de environ  $7D$ .

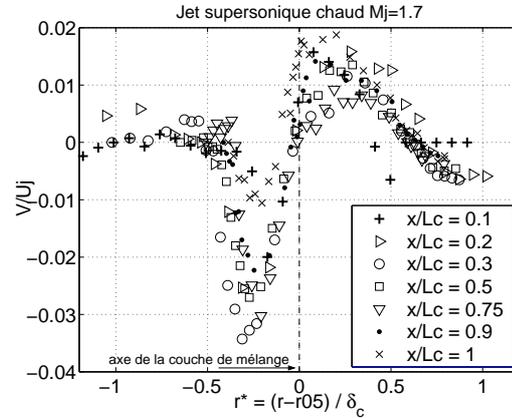


FIG. 3.5 – Distribution radiale de la composante moyenne de vitesse radiale normalisée avec la vitesse d'éjection dans le jet supersonique chaud.

expérimentaux obtenus dans le jet supersonique chaud. La distribution de cette composante, normalisée par la vitesse d'éjection du jet, avec la coordonnée de similitude  $r^*$  dans plusieurs sections du jet est présentée figure 3.5(droite). Malgré la dispersion significative de ces données, un état d'autosimilarité tend également à être retrouvé au-delà de 1D de la sortie du jet.

L'amplitude très faible de cette composante ( $|V| < 0,03U_j$ ), quelle que soit la position radiale, indique que l'écoulement moyen est clairement dominé par la composante longitudinale. Dans le cône potentiel, l'écoulement y est quasi unidirectionnel. Les valeurs positives de la vitesse indiquent un écoulement orienté vers l'extérieur du jet. En s'écartant de l'axe du jet, la vitesse radiale moyenne est d'abord négative puis s'inverse au-delà de l'axe de la couche de mélange. Cette évolution est peu intuitive car les profils généralement rencontrés comme ceux en jet supersonique froid reportés par Bellaud [48] montrent un maximum au centre de la couche de mélange. Les profils particuliers obtenus pour le jet supersonique chaud sont probablement dus à des effets de température telle que la diffusion thermique par exemple. Les effets sur la structure intrinsèque de l'écoulement sont toutefois difficiles à estimer et, étant donné les amplitudes de cette composante de la vitesse, certainement faibles.

### 3.1.2 Contraintes de Reynolds

Nous nous intéressons dans ce paragraphe aux différentes composantes du tenseur des contraintes de Reynolds  $\overline{u_{ti}u_{tj}}$ . De manière générale, la composante  $\overline{u_{ti}u_{tj}}$  du tenseur représente la quantité de mouvement portée par la composante de vitesse turbulente  $i$  et transportée dans la direction  $j$ . Ces contraintes représentent donc localement les déformations subies par un élément de fluide. En terme de source aéroacoustique, ces contraintes sont représentatives des sources quadripolaires de type axial tel que  $\overline{u_t u_t}$ , radial tel que  $\overline{v_t v_t}$  ou encore latéral comme  $\overline{u_t v_t}$ . Nous rappelons ici que  $u_t$  et  $v_t$  désignent

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

respectivement les composantes longitudinale et radiale de la vitesse turbulente. Les composantes  $\overline{u_t^2}$  et  $\overline{v_t^2}$  sont communément appelées fluctuations de vitesse RMS longitudinales et radiales.

Pour le jet supersonique froid, seule la composante  $\overline{u_t^2}$  est étudiée alors que pour le jet chaud les trois composantes  $\overline{u_t^2}$ ,  $\overline{v_t^2}$  et  $\overline{u_t v_t}$  ont pu être obtenues. Toutefois, les mesures bi-composantes du champ de vitesse réalisées par Bellaud [48] dans la même soufflerie et même configuration de jet peuvent être utilisées pour compléter la qualification de l'écoulement réalisée ici.

#### Composantes de l'énergie cinétique turbulente

##### *Composante axiale $\overline{u_t^2}$*

La composante  $\overline{u_t^2}$  du tenseur des contraintes de Reynolds représente la partie de l'énergie cinétique turbulente portée par la composante longitudinale du champ turbulent. Sa distribution avec la coordonnée radiale de similitude à différentes distance de la sortie de la tuyère est présentée figure 3.6 pour les deux jets. Cette quantité est de plus normalisée par  $\Delta U^2 = (U_j - U_e)^2$  où  $U_j$  désigne la vitesse à la sortie du jet et  $U_e$  la vitesse de l'écoulement extérieur.

La superposition des profils montre que pour cette composante un état d'autosimilarité est également observé comme pour les composantes moyennes de la vitesse. Ces résultats sont typiquement représentatifs d'une turbulence de couche de mélange de jet. Dans la région du cône potentiel, le niveau des fluctuations RMS  $\overline{u_t^2}$  est relativement faible puis augmente fortement dans la partie intérieure de la couche de mélange pour atteindre un maximum sur l'axe de demi-vitesse  $r^* = 0$  (de l'ordre de  $0,17\Delta U^2$  pour le jet supersonique froid et  $0,16\Delta U^2$  pour le jet chaud). Dans la partie extérieure de la couche de mélange,  $\overline{u_t^2}$  diminue de nouveau fortement pour atteindre un palier quasi nul. Les niveaux de turbulence résiduelle pour le jet supersonique froid à l'intérieur du cône potentiel et à l'extérieur de la couche de mélange sont globalement faibles. Cela traduit en particulier la qualité du jet généré. Dans le cas du jet chaud, le niveau de turbulence résiduelle dans la région du cône potentiel est de l'ordre de  $0,08\Delta U^2$ , ce qui n'est pas négligeable. Ce résultat peut sans doute être expliqué par le fait que les conditions génératrices du jet étudié ne correspondent pas, comme il a déjà été précisé dans le chapitre précédent, aux conditions de fonctionnement optimal de la tuyère.

##### *Composante radiale $\overline{v_t^2}$*

Les profils de l'énergie turbulente  $\overline{v_t^2}$  portée par la composante radiale de la vitesse sont présentées figure 3.7 pour chacun des deux jets en fonction de la coordonnées de similitude  $r^*$ . Les résultats de Bellaud [48] sont ici utilisés pour le jet froid.

Une fois encore, la propriété d'autosimilarité est bien vérifiée. L'allure générale des profils radiaux de  $\overline{v_t^2}$  est similaire à celle observée précédemment pour  $\overline{u_t^2}$ . Pour chacun des deux jets, les maxima sont localisés sur l'axe de la couche de mélange et valent respectivement  $0,11\Delta U^2$  et  $0,10\Delta U^2$ . Ces résultats indiquent que la contribution à l'énergie cinétique totale, et par conséquent aux mécanismes de génération de bruit, de la composante longitudinale de vitesse est plus importante que celle de la composante radiale.

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

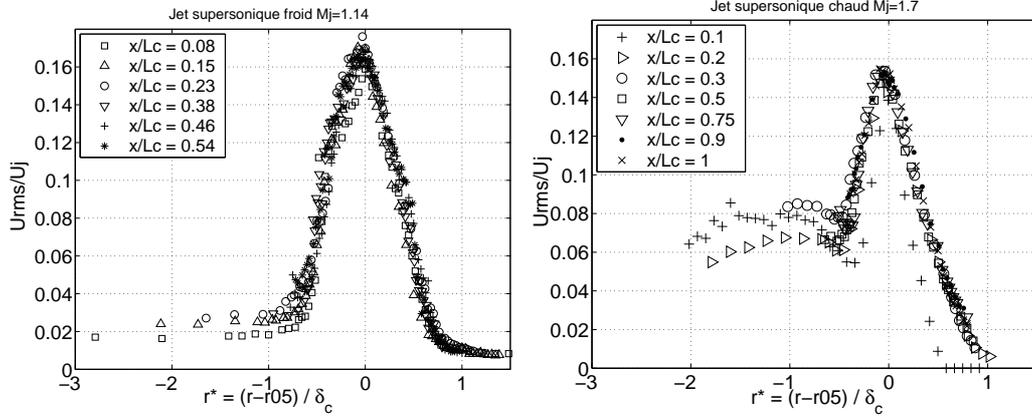


FIG. 3.6 – Distributions radiales des fluctuations de vitesse longitudinales RMS du (gauche) jet supersonique froid et du (droite) jet supersonique chaud.

Les mécanismes de production d'énergie turbulente sont en effet plus importants dans la direction principale de l'écoulement, direction dans laquelle l'énergie est principalement transportée.

Dans le cône potentiel et au-delà de la couche de mélange, les niveaux de turbulence de la composante radiale pour chacun des deux jets sont également très faibles (de l'ordre de 2-3% $\Delta U$ ) indiquant une turbulence résiduelle de faible énergie.

Bien que présentés sous une forme normalisée, ces résultats montrent que l'augmentation de la température induisant un accroissement de la vitesse longitudinale dans la région interne du jet, entraîne également un accroissement des fluctuations RMS longitudinales et radiales dans la couche de mélange. L'énergie turbulente mise en jeu dans les mécanismes de bruit est donc plus importante dans les jets supersoniques chaud. En ce qui concerne le potentiel acoustique des sources, l'effet de la température sur le bruit de mélange (représenté par le tenseur  $\rho u_i u_j$ ) est difficile à établir. En effet, une augmentation de la température induit à la fois un accroissement des niveaux de turbulence et une diminution de la masse volumique. Notons que Tanna et al. [127] ainsi que Marchesse [13] montrent, à partir de considérations expérimentales, toutefois qu'une augmentation de la température du jet induit une diminution du bruit de mélange quelle que soit la direction d'observation.

Bien que ne disposant pas de la composante tangentielle du champ de vitesse, une estimation de l'énergie cinétique turbulente définie par  $k = 1/2[\overline{u_t^2} + \overline{v_t^2} + \overline{w_t^2}]^{1/2}$  peut-être obtenue au moyen de l'approximation  $k \simeq 1/2[\overline{u_t^2} + 2\overline{v_t^2}]^{1/2}$ . L'hypothèse ici utilisée est celle de l'isotropie existant entre les composantes radiales  $v_t$  et tangentielles  $w_t$  du champ turbulent. Cette approximation étant généralement acceptée, celle-ci est adoptée ici. Les résultats obtenus dans le présent travail pour le jet supersonique froid sont combinés à ceux de Bellaud. Les profils d'énergie cinétique turbulente obtenus pour chacun des deux jets sont finalement présentés figure 3.8 sous forme adimensionnelle et en fonction de la coordonnée de similitude  $r^*$ . La propriété de similitude est une nouvelle fois vérifiée. Les

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

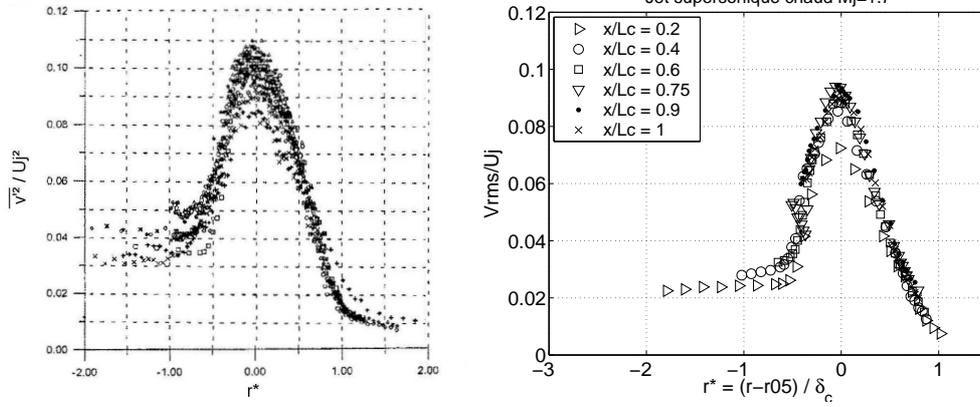


FIG. 3.7 – Distributions radiales des fluctuations de vitesse radiales RMS du (gauche) jet supersonique froid [48] et (droite) du jet supersonique chaud.

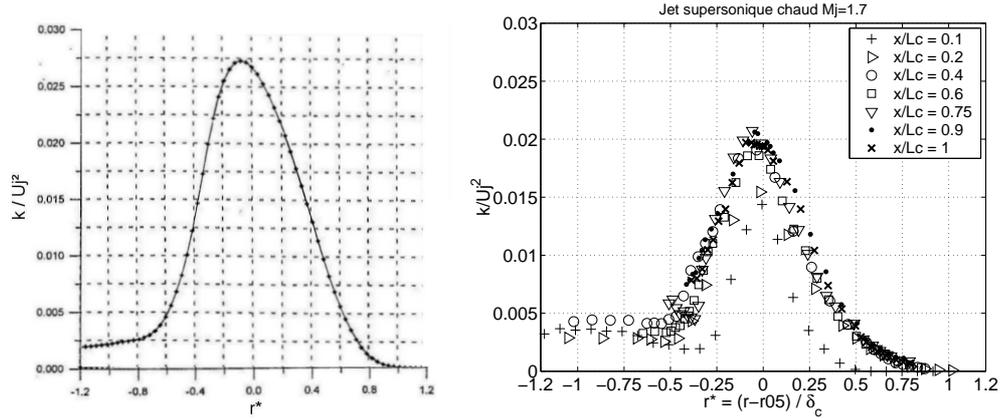


FIG. 3.8 – Distributions radiales de l'énergie cinétique turbulente dans (gauche) le jet supersonique froid [48] et (droite) le jet supersonique chaud.

résultats indiquent de plus des maxima sur l'axe de la couche de mélange de l'ordre de  $0,027\Delta U^2$  et  $0,02\Delta U^2$  pour le jet froid et le jet chaud respectivement. Ces valeurs sont en accord avec celles généralement rencontrées dans la littérature pour ces écoulements.

L'énergie transportée par les différentes composantes du tenseur des contraintes de Reynolds est intrinsèquement l'énergie mise en jeu dans les mécanismes de conversion en énergie acoustique. En terme de potentialité des sources aéroacoustiques pour la production de bruit, les faibles niveaux de turbulence résiduelle dans le cône potentiel et sur la frontière extérieure de la couche de mélange indiquent donc que ces deux régions de l'écoulement contribuent de façon négligeable au champ acoustique rayonné. Au contraire, le centre de la couche de mélange où les mécanismes de turbulence sont dominants constitue une zone source a priori prépondérante.

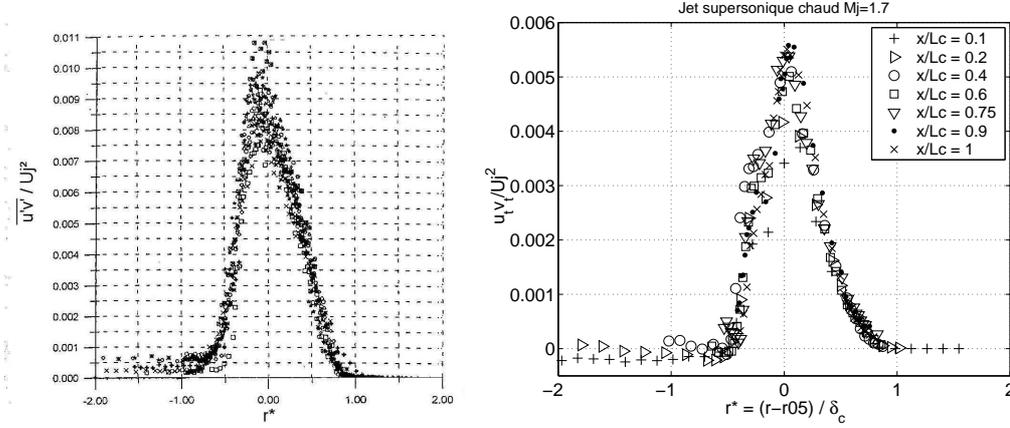


FIG. 3.9 – Distribution radiale des contraintes de Reynolds  $\overline{u_t v_t}$  dans (gauche) le jet supersonique froid [48] et (droite) dans le jet supersonique chaud.

#### Composante latérale $\overline{u_t v_t}$

La composante moyenne  $\overline{u_t v_t}$  du tenseur des contraintes Reynolds représente les tensions turbulentes latérales exercées localement sur un élément de fluide, et en terme de source aéroacoustique, un quadripôle transverse. Sa distribution en fonction de la coordonnée de similitude  $r^*$  est présentée figure 3.9 pour chacun des deux jets.

La superposition des profils, quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère traduit une nouvelle fois le caractère auto-similaire. Ces tensions latérales suivent la même distribution radiale que celle observée pour les tensions normales longitudinales et radiales : dans le cône potentiel et sur l'extérieur du jet,  $\overline{u_t v_t}$  est quasi nul et présente un maximum au centre de la couche de mélange. Dans le cas du jet supersonique froid, le maximum relatif atteint est de l'ordre de  $0,01\Delta U^2$  alors que celui-ci est deux fois plus faible, environ  $0,006\Delta U^2$ , dans le jet chaud.

Ces très faibles niveaux traduisent en partie des écoulements moyens radiaux de très faibles amplitudes et fortement dominés par la composante longitudinale de la vitesse. En terme de potentialité acoustique, ces résultats tendent donc de plus à indiquer que cette composante du tenseur des contraintes de Reynolds est une source de bruit secondaire.

#### Anisotropie du tenseur des contraintes de Reynolds

Nous nous intéressons maintenant à l'anisotropie du tenseur des contraintes de Reynolds. Ce concept traduit le déséquilibre entre les différentes composantes du tenseur. Certains modèles de fermeture utilisés pour modéliser les contraintes turbulentes font de plus généralement appel à des hypothèses liées à l'isotropie du champ turbulent. Les profils radiaux des rapports  $\overline{u_t^2}/\overline{v_t^2}$  des fluctuations de vitesse turbulente RMS longitudinales et radiales pour chacun des deux jets étudiés sont présentés figure 3.10 en fonction de la coordonnée de similitude  $r^*$ .

Pour le jet supersonique froid, les résultats présentés figure 3.10(gauche) sont ceux issus des travaux de Bellaud [48]. Dans le cône potentiel ( $r^* < -0,5$ ), le rapport des fluc-

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

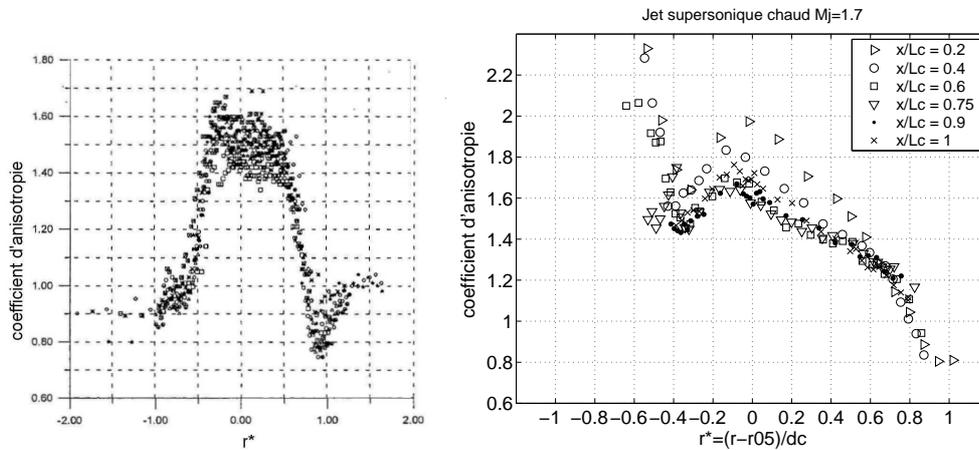


FIG. 3.10 – Distributions radiales du coefficient d'anisotropie dans (gauche) le jet supersonique froid [48] et (droite) jet supersonique chaud.

tuations de vitesse longitudinales et radiales  $\overline{u_t^2}/\overline{v_t^2}$  est très proche de l'unité. Cela traduit la nature fortement isotrope du champ turbulent dans cette zone de l'écoulement. Sur la frontière du cône potentiel ( $r^* = -0,5$ ), lieu de transition entre l'écoulement potentiel et la région de mélange caractérisée par de fort niveau de turbulence, l'augmentation du rapport d'isotropie traduit l'évolution du champ turbulent vers une nature anisotrope dominée par les fluctuations longitudinales. Au centre de la couche de mélange, le rapport des vitesses RMS longitudinale et radiale atteint environ 1,5, puis diminue rapidement de nouveau de l'autre côté de l'axe de la couche de mélange vers l'extérieur du jet.

Pour le jet supersonique chaud, les résultats de la figure 3.10(droite) montrent une dispersion plus importante notamment du côté du cône potentiel ( $r^* < -0.5$ ). Cette dispersion est due en particulier aux faibles valeurs de la composante radiale de la vitesse dans cette région de l'écoulement (voir figure 3.7). Aucune information fiable concernant la nature isotrope de l'écoulement dans cette zone ne peut donc être obtenue.

En dehors du cône potentiel, les résultats indiquent une grande similitude avec ceux observés pour le jet supersonique froid. Au centre de la couche de mélange le coefficient d'anisotropie est de l'ordre de 1,7, traduisant la nature anisotrope du champ turbulent dans cette région de l'écoulement fortement dominé par la composante longitudinale des fluctuations de la vitesse. Vers l'extérieur du jet, ce coefficient diminue de nouveau, indiquant un rééquilibre de l'énergie transportée par les deux composantes, longitudinale et radiale.

En comparant les coefficients d'anisotropie respectifs pour chacun des deux jets, ces résultats indiquent de plus qu'une élévation de température entraîne une augmentation du degré d'anisotropie du champ turbulent et donc un renforcement du déséquilibre entre l'énergie transportée par les composantes longitudinales et radiales du tenseur des contraintes de Reynolds.

## Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

### 3.1.3 Comportement statistique du champ turbulent

La nature de la distribution statistique ainsi que le degré d'intermittence du champ turbulent peuvent être étudiés au moyen des coefficients de dissymétrie  $Sk$  et d'applatissment  $Fl$  (*skewness* et *flatness* dans la terminologie anglaise) définis par les moments d'ordre 3 et 4 des fluctuations de vitesse :

$$Sk_{u_{ti}} = \frac{\overline{u_{ti}^3}}{(\overline{u_{ti}^2})^{3/2}} \quad Fl_{u_{ti}} = \frac{\overline{u_{ti}^4}}{(\overline{u_{ti}^2})^2} \quad (3.5)$$

Pour une densité de probabilité gaussienne, ces deux coefficients valent respectivement 0 et 3. Bien que cette notion de gaussianité des fluctuations de vitesse soit introduite dans ce chapitre, nous en reparlerons également dans le chapitre suivant dans lequel une caractérisation des sources aéroacoustiques en termes statistiques est abordée. La nature gaussienne est effectivement une hypothèse importante lorsqu'il s'agit de modéliser la distribution à la fois spatiale et temporelle de ces sources à partir de fonctions de type corrélation.

Les distributions radiales de ces coefficients, définis pour la composante longitudinale de la vitesse, sont présentées figure 3.11 et figure 3.12 respectivement pour chacun des deux jets en fonction de la coordonnées de similitude  $r^*$ .

Au centre de la couche de mélange ainsi que dans le cône potentiel, à la fois pour le jet supersonique chaud et le jet supersonique froid, les résultats indiquent des coefficients de dissymétrie et d'applatissment respectivement égaux à 0 et 3. D'après ce qui précède, cela montre donc la nature fortement gaussienne des densité de probabilité des fluctuations de vitesse et par conséquent celle du champ turbulent dans ces régions de l'écoulement. Les extrema observés de part et d'autre de l'axe de la couche de mélange sont caractéristiques des deux zones d'intermittence que constitue à la fois le bord du cône potentiel et la frontière extérieure de la couche de mélange. Ces régions d'intermittence sont dues aux passages très irréguliers de structures turbulentes. Un degré d'intermittence plus important sur la frontière extérieure est par ailleurs observé, cette dernière étant moins bien définie que celle intérieure avec le cône potentiel.

### 3.1.4 Validation du code aérothermique AMLJET : jet supersonique chaud

#### Présentation générale du code de calcul

Le code de calcul AMLJET, développé par EADS-LV [128] dans le cadre du pôle de recherche AEID, est un code aérothermique pour le calcul des jets libres axisymétriques. Ce code s'applique aussi bien aux jets froids qu'aux jets chauds, sub-critiques ou super-critiques. Celui-ci est fondé sur une approche de type  $k-\epsilon$  et une résolution des équations de Navier-Stokes écrites de manière conservative dans le cadre de jets turbulents multi-espèces avec turbulence compressible.

Les données d'entrées sont constituées des conditions génératrices, de la géométrie de la

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

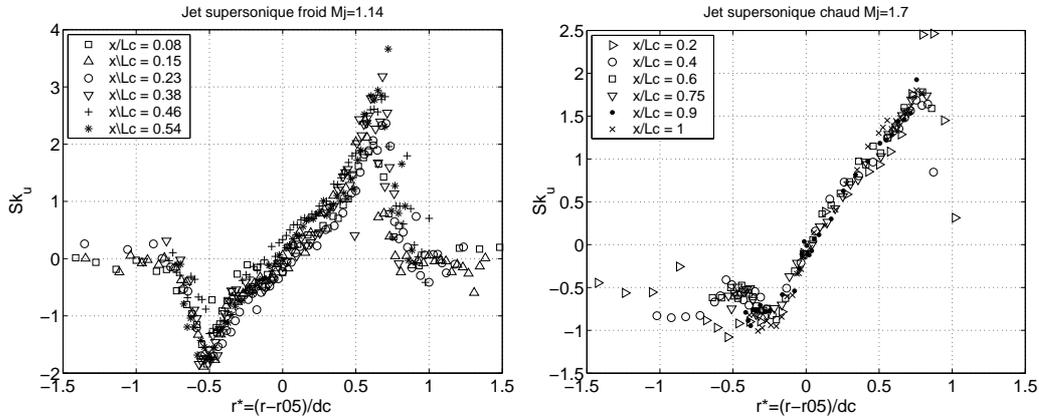


FIG. 3.11 – Distribution radiale du coefficient de dissymétrie dans (gauche) le jet supersonique froid et (droite) dans le jet supersonique chaud.

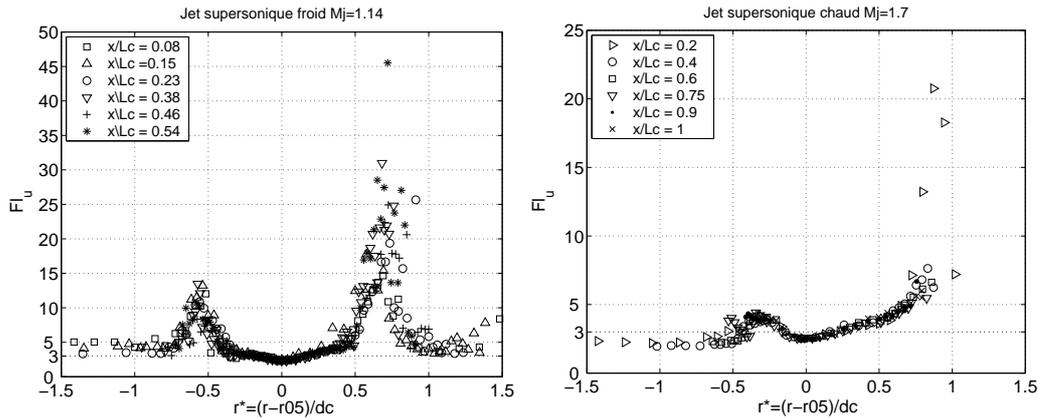


FIG. 3.12 – Distribution radiale du coefficient d'aplatissement dans (gauche) le jet supersonique froid et (droite) dans le jet supersonique chaud.

tuyère et des dimensions globales du domaine de calcul. Le maillage ainsi que les diverses constantes du modèle sont directement intégrés dans le code de calcul. Les données de sortie, pouvant servir de données d'entrée pour des codes de calcul du bruit de jet, comprennent une cartographie du champ aérothermique (composantes moyennes de vitesse, température et pression moyennes, masse volumique, énergie cinétique et dissipation turbulente, fluctuation locale de température en moyenne quadratique, viscosité turbulente ainsi que les dérivées premières et secondes des vitesses axiale et radiale et de la température). Une description complète du code est donnée en référence [128].

#### Résultats et comparaisons aux données expérimentales

La simulation réalisée pour les besoins de l'étude correspond au jet supersonique chaud parfaitement détendu indexé n°1 dans le tableau 2.3 (tuyère identique à celle utilisée

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

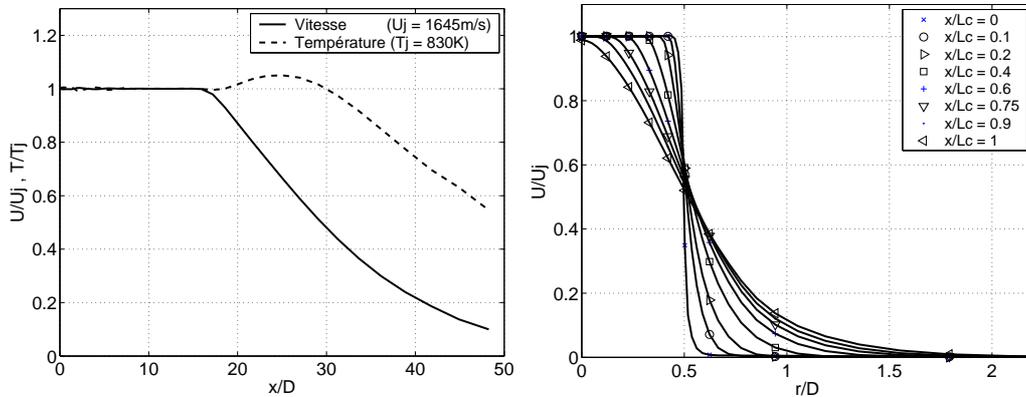


FIG. 3.13 – Résultats issus du code de calcul AMLJET. (gauche) Profil axiale des vitesse et température moyennes sur l’axe du jet. (droite) Distribution radiale de la vitesse moyenne longitudinale.

présentement mais point d’adaptation différent). Les profils de la composante de vitesse longitudinale et de la température le long de l’axe, obtenus au moyen du code, sont présentés figure 3.13(gauche). La figure 3.13(droite) présente la distribution radiale de la composante de vitesse longitudinale en différentes sections du jet.

Ces premiers résultats indiquent une longueur de cône potentiel (basée ici à 99% de la vitesse sur l’axe) de environ 16D. Expérimentalement, la longueur du cône potentiel pour le jet n°1 parfaitement adapté est estimé par Marchesse [13] à 14D. Le code de calcul surestime donc légèrement la valeur expérimentale. En revanche, les valeurs de vitesse (1650m/s) et de température (830K) à la sortie de tuyère sont correctement prédites. Cette dernière est, en particulier, en bon accord avec les mesures de température effectuées par Marchesse à partir d’une technique basée sur l’anémométrie Schlieren.

Bien que le jet étudié dans le cas présent ne corresponde pas exactement au point d’adaptation du jet simulé, les jets supersoniques conservent une certaine similitude. Des comparaisons avec les données expérimentales issues du présent travail peuvent donc être effectuées sous forme adimensionnelle avec celles obtenues au moyen du code de calcul. La composante de vitesse longitudinale adimensionnée par la vitesse d’éjection est présentée figure 3.14 en fonction de la distance à l’axe du jet  $r$  à différentes distances de la sortie de la tuyère. Ces résultats indiquent un accord relativement correct entre les différentes données. Bien qu’une certaine similitude existe entre les jets supersoniques de différentes température et vitesse, le paramètre d’évasement défini en début de chapitre est une fonction de ces deux quantités. Les erreurs qui subsistent ont donc probablement pour origine la différence entre les conditions génératrices des jets étudié et simulé.

Nous nous intéressons maintenant à la composante radiale de la vitesse et à sa distribution dans une section donnée du jet. L’évolution radiale de cette composante obtenue expérimentalement (voir figure 3.5) a déjà été discutée. L’évolution attendue pour cette composante, si nous nous basons sur les résultats généralement rencontrés dans la

### 3.1. Composantes aérodynamiques : champs moyen et turbulent

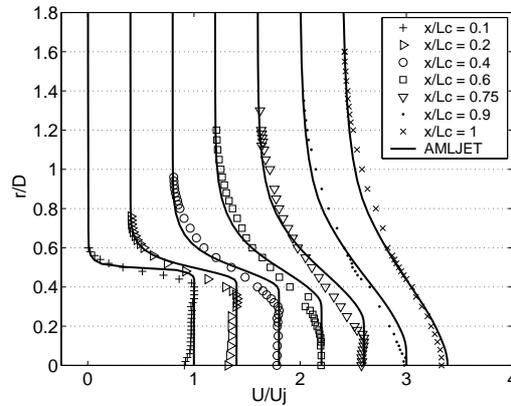


FIG. 3.14 – Comparaison des résultats expérimentaux pour la composante longitudinale moyenne de la vitesse avec ceux issus du code de calcul AMLJET.

littérature, est celle effectivement prévue par le code AMLJET et présentée en figure 3.15. Ces profils sont clairement différents de ceux obtenus à partir de la mesure. Seule une erreur de mesure pourrait expliquer ce désaccord. Toutefois, les profils de taux de turbulence pour cette composante sont en parfait accord avec les résultats généralement rencontrés dans la littérature. Une explication suggérée est l'effet non négligeable des cellules de choc sur la structure de l'écoulement moyen, et en particulier sur sa composante radiale.

La distribution radiale de l'énergie cinétique turbulente obtenue à la fois à partir des données expérimentales et prévue par le code de calcul est présentée figure 3.16. Un bon accord entre les deux approches est une nouvelle fois observée malgré une sous-estimation des niveaux au centre de la couche de cisaillement dans le cas du code. Dans le cône potentiel, le code est basé sur une hypothèse de turbulence nulle, d'où les différences de niveaux dans cette région de l'écoulement. Le niveau de turbulence résiduelle en amont de la sortie de tuyère dans le cas réel ne peut en effet être prédit numériquement. En revanche à la fin du cône potentiel, le niveau d'énergie cinétique de turbulence prédit est de nouveau en accord. Celui-ci est effectivement représentatif, non plus de la turbulence résiduelle dans l'écoulement interne à la tuyère, mais des mécanismes turbulents se produisant suite au développement du jet.

La structure aérodynamique de l'écoulement moyen obtenue au moyen du code de calcul AMLJET est en relativement bon accord avec celle décrite par les données expérimentales et reportée dans le présent travail. Rappelons que ces comparaisons sont réalisées sous la forme adimensionnelle des caractéristiques moyennes de l'écoulement. Cela résulte du fait que le jet étudié expérimentalement présente des conditions génératrices ne correspondant à aucun des jets supersoniques chauds référencés sur le banc MARTEL alors que le jet simulé sous AMLJET correspond au jet parfaitement adapté 1900K et 1700m/s. Fondamentalement, la structure aérodynamique de ces deux écoulements est la même, ce qui est par ailleurs bien reproduit ici.

Afin de compléter cette caractérisation, nous nous intéressons dans les paragraphes

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

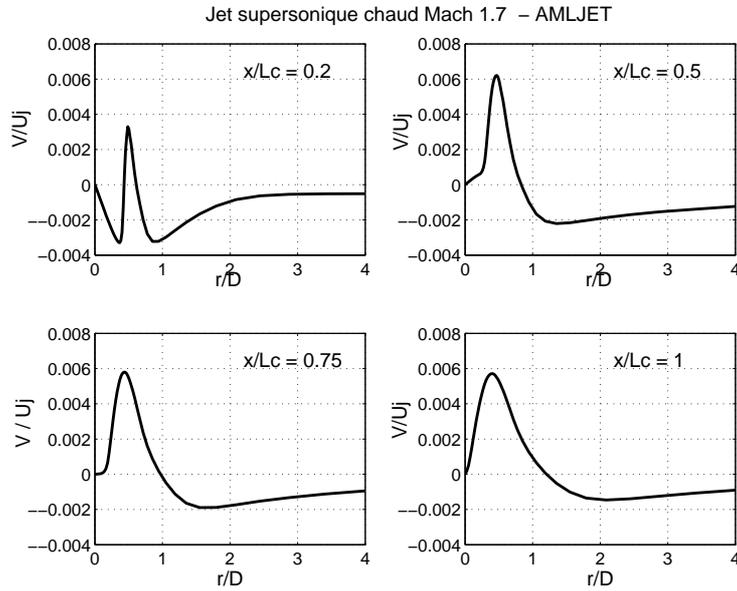


FIG. 3.15 – Distributions radiales de la composante radiale moyenne de la vitesse obtenues au moyen de code de calcul aérothermique AMLJET.

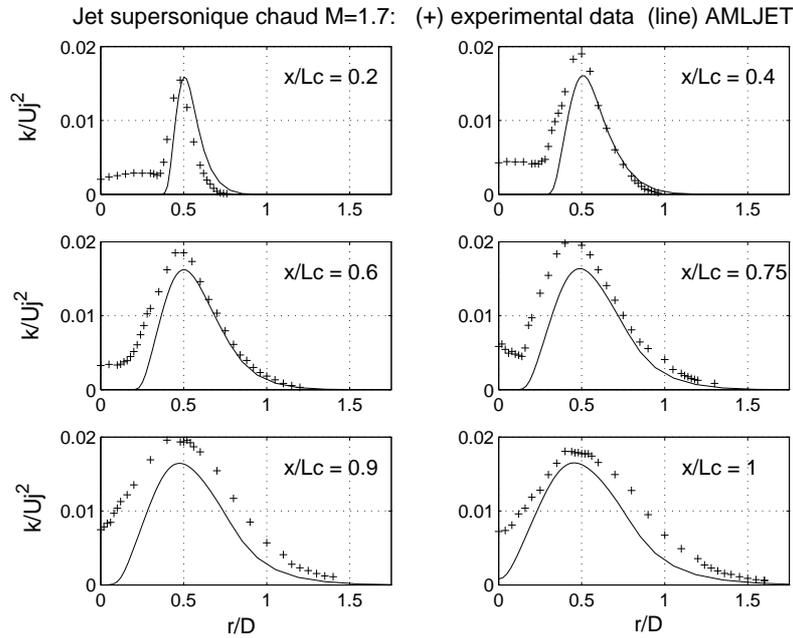


FIG. 3.16 – Comparaison des résultats expérimentaux pour l'énergie cinétique de turbulence avec ceux issus du code de calcul AMLJET.

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

---

suiuants à la composition fréquentielle du champ turbulent. Cela renseigne en particulier sur la distribution de l'énergie cinétique turbulente en fonction des différents mécanismes de transformation.

## 3.2 Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

Si la forme générale des spectres de turbulence dans les écoulements de jet supersonique est globalement bien connue, cela est surtout dû aux nombreux travaux menés en jet subsonique sur la structure intrinsèque du champ turbulent qui présente a priori une morphologie similaire. Toutefois, étant donné les difficultés rencontrées pour accéder à ces informations, la distribution fréquentielle de l'énergie cinétique transportée par les différentes composantes du tenseur de Reynolds, ainsi que les distributions relatives à la fois en fréquence et en niveau d'énergie des composantes turbulentes du bruit propre et de cisaillement, n'ont été que très peu étudiées et ne sont finalement pas disponibles dans la littérature. Les résultats de l'analyse spectrale effectuée dans le jet supersonique froid sont donc présentés ici.

### 3.2.1 Notes sur le traitement des données

Les densités spectrales de puissance des fluctuations turbulentes et contraintes de Reynolds sont obtenues par le calcul intermédiaire de leur fonction d'autocorrélation. La procédure d'estimation de ces fonctions a été présentée dans le second chapitre. Les fonctions d'autocorrélation sont calculées sur l'intervalle de temps  $[-10\text{ms}, +10\text{ms}]$ . Au-delà de ces temps de retard, le champ est totalement décorréllé et nous avons pu vérifier qu'aucune information supplémentaire n'est alors ajoutée si l'intervalle de temps est augmenté. La fonction de corrélation calculée à partir du signal complet, symétrique par rapport au temps de retard nul et tronquée sur l'intervalle précédent, est ensuite pondérée par une fenêtre de Hanning classique afin de diminuer la variance dans les grands temps de retard. La densité spectrale de puissance correspondante est finalement obtenue au moyen d'une transformée de Fourier discrète. Sachant que les paramètres de la procédure de classification par cases sont tels que la fonction de corrélation soit échantillonnée toutes les  $10\mu\text{s}$ , la résolution fréquentielle des densités spectrales de puissance est donc de  $50\text{Hz}$ . La gamme de fréquence sur laquelle ces densités sont estimées correspond de plus à  $[0\text{Hz}, 50\text{kHz}]$ . Pour les raisons évoquées dans le second chapitre, une variance élevée subsiste dans les très hautes fréquences. De plus, au-delà de  $20\text{kHz}$ , les niveaux d'énergie turbulente deviennent très faibles de sorte que la contribution à l'énergie totale des différents mécanismes de production ou d'échange se tenant lieu à des mouvements de petites échelles devient négligeable. C'est pourquoi les densités spectrales de puissance obtenues ne sont présentées ici que sur la gamme de fréquence  $[0\text{Hz}, 20\text{kHz}]$ . Au-delà de cette fréquence, les très faibles niveaux d'énergie estimés sont fortement biaisés en raison de la grande variance due à la procédure d'estimation. Notons de plus que les fréquences d'échantillonnage moyennes rencontrées pour cette analyse spectrale sont toujours supérieures à  $20\text{kHz}$ . La gamme de fréquence

### **Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud**

sur laquelle sont présentées les densités spectrales de puissance correspond donc à la zone de validité du processus d'estimation.

Un exemple typique de densités spectrales de puissance, obtenues à 3D de la sortie de la tuyère et en différentes positions de la couche de mélange, est reporté figure 3.17.

L'étude de la composante moyenne longitudinale de la vitesse réalisée en ce début de chapitre a mis en évidence la possibilité de cellules de choc dans les premiers diamètres de l'écoulement. Au cours du chapitre bibliographique, nous avons rappelé l'effet de la désadaptation du jet sur le champ acoustique rayonné. En particulier, les cellules de choc participent à la génération d'un mécanisme dit de bruit de raie. Dans le champ acoustique lointain, ce mécanisme se traduit par un pic très localisé et de forte amplitude dans le spectre d'intensité acoustique. Dans les différentes études reportées dans la littérature, ce processus est généralement étudié à partir des mesures de la pression acoustique en champ lointain. Peu d'informations sont en revanche disponibles quant à l'effet de ce mécanisme sur le champ de vitesse lui-même. Cela est principalement dû aux difficultés d'accéder notamment aux informations spectrales du champ de vitesse dans les écoulements supersoniques. Or, comme le montre la figure 3.17, un pic très localisé en fréquence et de forte amplitude est clairement identifié dans les densités spectrales de puissance des fluctuations longitudinales de la vitesse. Ce pic vient se superposer à un spectre d'énergie cinétique turbulente plus classiquement rencontré en écoulement subsonique. Si les effets de ces cellules de choc sur le rayonnement acoustique du jet sont bien connus, il est en revanche important de vérifier ici si les propriétés caractéristiques du champ turbulent sont affectées significativement par la présence de ces chocs. Dans ce cas, ces propriétés ne seront alors plus représentatives uniquement des différents mécanismes du bruit de mélange qui nous intéressent dans la présente étude, mais d'un champ turbulent affecté par des mécanismes d'interaction de type choc/structure.

#### **3.2.2 Identification d'un mécanisme de bruit de raie**

Les densités spectrales de puissance reportées figure 3.17 montrent que ce pic en fréquence est localisé autour de 4,8kHz. Celui-ci est de plus présent uniquement dans la partie interne de la couche de mélange ( $r < r_{0,5}$ ). Basée à la fois sur le nombre de Mach et le diamètre du jet parfaitement détendu à la sortie du jet, la relation semi-empirique proposée par Tam [30] pour la fréquence caractéristique du bruit de raie (relation 1.55) donne une valeur de 5kHz. Cette valeur très proche de celle obtenue expérimentalement tend donc à confirmer la nature de ce pic d'énergie. Dans la partie extérieure de la couche de mélange ( $r \geq r_{0,5}$ ) ce pic n'est en revanche plus identifié et les spectres estimés sont, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, caractéristiques d'une turbulence de couche de mélange.

Le niveau d'énergie de ce pic est environ deux fois plus grand que le niveau d'énergie dans les basses fréquences. De plus, son amplitude est maximum sur le bord du cône potentiel puis diminue avec la distance à l'axe du jet. Cette évolution indique que le processus d'interaction entre les structures cohérentes et les cellules de choc à l'origine du mécanisme du bruit de raie est donc très localisé. Ce mécanisme est de plus précisément confiné dans

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

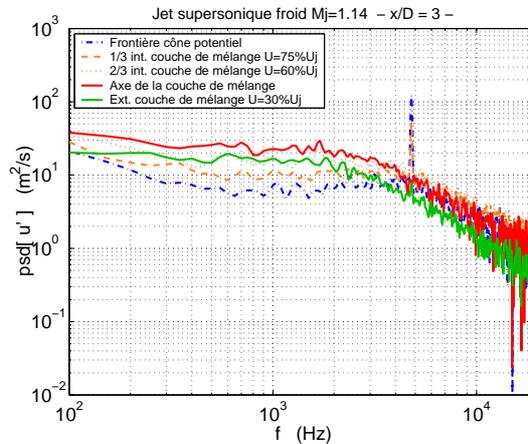


FIG. 3.17 – Densités spectrales de puissance en  $x/D=3$  et plusieurs positions radiales.

une zone englobant le cône potentiel. Pour un jet non adapté, le réseau de cellules de choc est localisé uniquement dans la région du jet appelée noyau supersonique [28] qui englobe le cône potentiel et une partie de la couche de mélange. Les résultats obtenus ici montrent donc de plus que le réseau de cellules de chocs est localisé dans la partie intérieure de la couche de mélange, laissant libre en particulier l'axe de la couche. Si nous admettons maintenant que ce pic est effectivement représentatif des interactions entre l'onde d'instabilité dominante du jet et les cellules de choc, la part d'énergie relative à ces interactions est avant tout négligeable devant l'énergie turbulente totale, même si son amplitude est relativement élevée. En effet, l'intégration des spectres sur toute la gamme de fréquence montre que la contribution mise en jeu par ce processus à l'énergie totale transportée par le champ turbulent est inférieure, au plus, à 2%. Si il n'y a pas de doute que la présence de chocs dans l'écoulement modifie la morphologie de ce dernier, le fait que la proportion de l'énergie turbulente consacrée à ce processus d'interaction soit quasiment négligeable laisse à penser que la structure intrinsèque du champ turbulent n'est pas significativement modifiée et par voie de conséquences, que ces propriétés caractéristiques (quantités statistiques telles que les échelles intégrales par exemple) restent représentatives essentiellement de mécanismes de bruit de mélange.

Sous l'hypothèse que ce mécanisme d'interaction ne modifie pas significativement la structure du champ turbulent, une opération de type filtrage des densités spectrales de puissance estimées peut être envisagée. L'opération adoptée ici consiste à corriger la fonction de corrélation dans le domaine fréquentiel. Une fois le pic de fréquence localisé, celui-ci est remplacé par une interpolation du module de la densité spectrale de puissance sans modification de la phase. Le pic étant très localisé en fréquence, seules quatre composantes spectrales sont modifiées sur 1024 (nombre de point de la transformée de Fourier). Une transformée de Fourier inverse est ensuite effectuée pour restaurer la fonction de corrélation en l'absence de ce processus de bruit de raie. Cette opération revient précisément à faire un filtrage de la fonction de corrélation de type FIR (Finite Impulse Response). Le calcul des différentes quantités statistiques à partir de cette fonction de corrélation (dont la

## Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

procédure sera expliquée dans le chapitre suivant) avec et sans cette opération de correction donne des erreurs inférieures à 1%. Cela confirme donc la présence de légers chocs dont les effets sont quasiment négligeables sur la structure intrinsèque du champ turbulent. Ce point est particulièrement important puisque les différentes propriétés caractéristiques du champ turbulent qui seront présentées dans la suite de ce chapitre et le chapitre suivant pour le jet supersonique froid peuvent donc être considérées comme représentatives essentiellement des mécanismes du bruit de mélange.

### 3.2.3 Composition spectrale du champ de vitesse

La composition spectrale de l'énergie cinétique turbulente (nous nous limitons ici à la composante longitudinale) est par essence même la distribution de l'énergie cinétique turbulente en fonction des différentes échelles de l'écoulement. L'évolution de cette quantité à travers l'écoulement donne donc des informations sur comment cette énergie est transportée et échangée entre les différentes échelles lors du développement du jet. Afin de mieux comprendre ces différents mécanismes en écoulement supersonique, plusieurs points de la couche de mélange ont été particulièrement étudiés : l'axe du jet ( $y/D=0$ ), la frontière du cône potentiel ( $r^* = -0,42$ ), deux points situés à l'intérieur de la couche de mélange ( $r^* = -0,27$  et  $r^* = -0,11$ ), l'axe de la couche de mélange ( $r^* = 0$ ) et enfin un point situé dans la partie extérieure de la couche de mélange ( $r^* = 0,2$ ). Chacune de ces positions a fait l'objet d'attentions particulières en 5 sections du jet situées respectivement à 1D, 2D, 3D, 5D et 6D de la sortie de la tuyère. Notons ici qu'une ligne  $r^*$  constant revient à choisir des points de mesure situés à une distance radiale de l'axe tels que le rapport des vitesses moyennes locales et sur l'axe du jet soit constant. Ainsi pour les valeurs de  $r^*$  égales à -0,42, -0,27, -0,11, 0 et 0,2, la vitesse moyenne locale vaut respectivement 95% $U_j$ , 75% $U_j$ , 60% $U_j$ , 50% $U_j$  et 30% $U_j$ .

Afin de simplifier la lisibilité des résultats, seuls les résultats correspondants aux positions représentées par les points encadrés dans la figure 3.18 seront présentés, les autres points n'apportant pas d'informations majeures supplémentaires. Les fréquences d'échantillonnage moyennes de chacun de ces points sont également reportées dans le tableau 3.1. Les distributions fréquentielles de l'énergie turbulente portée par la composante longitudinale de la vitesse sont présentées figure 3.19 sous forme de densités spectrales d'énergie exprimées en  $m^2/s$ .

#### Evolution générale dans une section du jet proche de la sortie de la tuyère

Nous nous intéressons tout d'abord à l'évolution de l'énergie cinétique turbulente dans une section du jet située près de la sortie de la tuyère et où le jet commence à être pleinement développé. D'après les résultats du début de chapitre, le jet commence à être parfaitement développé entre 1D et 2D de la sortie de la tuyère.

Le long de l'axe du jet et par extension à l'intérieur du cône potentiel, le jet est dominé par un écoulement potentiel dont la turbulence résiduelle est très faible. A 2D de la sortie de la tuyère, le spectre de turbulence obtenu dans cette région du jet (voir figure 3.19(haut-gauche), courbe noire) est effectivement de nature large bande et à niveau d'énergie très faible.

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

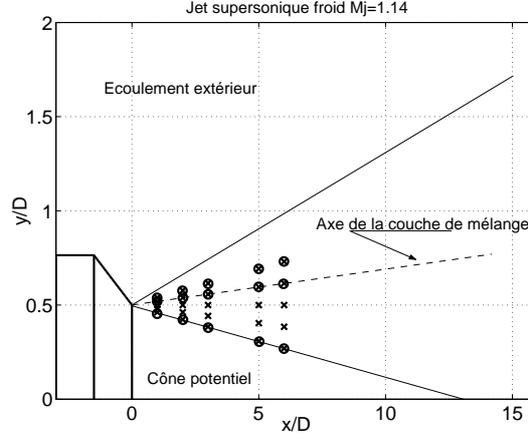


FIG. 3.18 – Positions dans l'écoulement des points de mesure pour l'analyse spectrale du champ turbulent du jet supersonique froid.

x/D	r*	f <sub>e</sub> (kHz)	U/U <sub>j</sub>	x/D	r*	f <sub>e</sub> (kHz)	U/U <sub>j</sub>
1	y=0	58	1	5	y=0	23	1
	-0,42	24	0,95		-0,42	17	0,95
	0	23	0,5		0	20	0,5
	0,2	31	0,3		0,2	16	0,3
2	y=0	57	1	6	y=0	61	1
	-0,42	49	0,95		-0,42	37	0,95
	0	32	0,5		0	48	0,5
	0,2	19	0,3		0,2	45	0,3
3	y=0	12	1				
	-0,42	15	0,95				
	0	12	0,5				
	0,2	42	0,3				

TAB. 3.1 – Fréquences d'échantillonnage moyennes des signaux de vitesse aux points présentés figure 3.18.

En s'écartant de l'axe de la couche de mélange jusqu'au bord du cône potentiel (courbe bleue), le niveau d'énergie dans les basses fréquences augmente fortement suivi d'une décroissance dans les plus hautes fréquences. Le bord du cône potentiel constitue une région de l'écoulement très importante. C'est en effet dans cette région qu'on lie les mécanismes de conversion de l'énergie cinétique transportée par le cône potentiel en énergie cinétique turbulente et qui sera ensuite acheminée à travers la couche de mélange. L'augmentation du niveau d'énergie dans les basses fréquence traduit l'extraction de cette énergie par les structures grandes échelles. La décroissance dans les plus hautes fréquences est au contraire caractéristique d'une dissipation des échelles fines associées. La nouvelle forme du spectre en cette région du jet montre l'évolution du champ turbulent vers une tur-

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

bulence à multi-échelles avec une distribution fréquentielle de l'énergie qui tend vers une distribution universelle de type Kolmogorov[129].

A l'intérieur de la couche de mélange (courbes rouge et verte) cette composition fréquentielle de l'énergie cinétique turbulente est renforcée. Comme en jet subsonique, ces densités spectrales de puissance sont caractérisées par un haut niveau d'énergie quasi constant sur une large gamme de fréquence suivi d'une décroissance qui tend vers une loi en  $f^{-5/3}$ . Nous pouvons dès lors dissocier les basses fréquences, inférieures à la fréquence au-delà de laquelle la décroissance intervient, et les hautes fréquences, supérieures à cette fréquence de coupure. Les résultats (voir figure 3.19(haut-gauche)) indiquent par ailleurs que le niveau d'énergie dans les basses fréquences, telles que définies précédemment, est maximum sur l'axe de la couche de mélange (courbe rouge). Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les composantes dites basses fréquences du champ turbulent sont représentatives des mécanismes de mélange à grandes échelles. Inversement, les composantes hautes fréquences sont associées à des mécanismes s'opérant à petites échelles. En termes de sources aéroacoustiques, les composantes basses fréquences, respectivement hautes fréquences, du champ turbulent sont par généralisation associées à des structures dites grandes échelles, respectivement fines échelles. Sur l'axe de la couche de mélange l'énergie turbulente associée aux structures grandes échelles y est donc maximum. Cette région de l'écoulement est donc le lieu où les mécanismes turbulents relatifs à la conversion de l'énergie cinétique turbulente sont à la fois les plus énergétiques et s'opèrent pour des mouvements à grandes échelles.

#### Evolution générale dans une section quelconque du jet dans la région de mélange

Les densités spectrales rencontrées dans cette première section de jet près de la sortie de la tuyère font apparaître essentiellement le caractère multi-échelles du champ turbulent. Dans la couche de mélange, le niveau d'énergie plus important dans les basses fréquences indiquent que l'énergie cinétique turbulente est principalement transportée par les grandes échelles de l'écoulement. En revanche, aucune organisation particulière de type modale pouvant traduire la présence d'une partie cohérente du champ turbulent n'est mise en évidence. Près de la sortie de tuyère, seule une turbulence de fond est ici identifiée.

En s'éloignant de la sortie de la tuyère, les densités spectrales de puissance obtenues sur l'axe du jet (figure 3.19, courbes noires) font en revanche apparaître l'émergence d'une zone fréquentielle renforcée dont l'amplitude et la largeur augmentent avec la distance. Celle-ci est représentative du développement d'une instabilité dans cette région de l'écoulement et du comportement modal de ce dernier. Les caractéristiques de cette instabilité en terme de fréquence centrale (ou nombre de Strouhal) seront présentées un peu plus loin. Sa présence traduit également l'existence d'une certaine organisation du champ turbulent, bien mise en évidence en particulier par Brown & Roshko [40] en régime subsonique. Au-delà de 3D de la sortie de la tuyère, bien que cette instabilité soit identifiée le long de l'axe du jet, sur le bord du cône potentiel (courbes bleues) la densité spectrale de puissance est de nouveau typiquement caractéristique du champ turbulent rencontré dans la couche de mélange et fortement désorganisé. A 6D de la sortie (figure 3.19(bas-droite)), une élévation du niveau d'énergie avant la décroissance en hautes fréquences est toutefois observée au

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

---

du bord du cône potentiel. Cela montre en particulier l'effet de l'instabilité sur l'ensemble du champ turbulent mais également que la turbulence de fond domine le champ turbulent local. Dans le cas des jets subsoniques, les niveaux de turbulence étant plus faibles qu'en régime supersonique, cette instabilité domine également le champ turbulent local dans la partie interne de la couche de mélange [130]. Les résultats présents indiquent donc que le champ turbulent en régime supersonique se désorganise plus rapidement. Cela ne signifie pas en revanche, comme on le verra plus loin, que le champ turbulent ne présente pas de partie cohérente dans la couche de mélange. Celle-ci est simplement brouillée par la nature multi-échelle du champ turbulent.

Dans la couche de mélange, cette nature multi-échelle est clairement renforcée et la forme caractéristique des densités spectrales de puissance vue près de la sortie de la tuyère est retrouvée (courbes rouges et vertes). Quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère, le maximum d'énergie est également obtenu sur l'axe de la couche de mélange, là où le taux de turbulence est le plus important. Bien que non montrée ici, l'énergie contenue dans les basses fréquences (avant la décroissance) augmente avec la distance à la sortie du jet, et cela quelle que soit la position radiale dans la couche de mélange. Cela indique donc un renforcement de l'énergie turbulente transportée par les structures turbulentes à grandes échelles. Ces structures qui naissent à la sortie de la tuyère sont soumises à des processus d'appariement tout le long de la couche de mélange. Lors de leur déplacement, celles-ci extraient l'énergie de l'écoulement moyen et plus précisément du cône potentiel. L'augmentation du niveau d'énergie dans les basses fréquences est donc représentative de cette évolution des structures à grande échelle.

En s'éloignant de la sortie de la tuyère, une diminution de la largeur de la gamme de fréquence localisée avant la décroissance est observée. Cela traduit non seulement la domination des structures à grande échelle d'autant plus important ainsi que le transfert d'énergie global vers les basses fréquences qui s'opère lors du développement du jet. Cette évolution est en partie représentative des différents processus de mélange comme les appariements, conduisant à des structures de dimensions d'autant plus grandes en aval du jet, en particulier à la fin du cône potentiel.

De l'ensemble de ces considérations, l'évolution générale des densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse se traduit donc par une distribution fréquentielle des fluctuations de vitesse dans la direction longitudinale d'autant plus dominée par les basses fréquences que l'on se rapproche de l'axe principal de la couche de mélange et que la distance à la sortie de la tuyère augmente. Cette évolution générale traduit le développement de structures turbulentes dans la couche de mélange dont les dimensions spatiales caractéristiques augmentent en raison principalement des mécanismes d'appariement.

Le déséquilibre rencontré entre les composantes basses et hautes fréquences du champ de vitesse est représentatif des transferts d'énergie ayant lieu des structures grandes échelles vers les plus petites échelles. Les petites structures naissent de la désintégration en partie des structures les plus grandes soumises aux phénomènes d'étirement tourbillonnaire. L'énergie de ces structures fines dépend donc à la fois de l'énergie transportée par les grandes structures, mais également de la portion d'énergie cédée par ces dernières. Ces résultats indiquent donc que l'énergie transportée par les mouvements à petites échelles

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

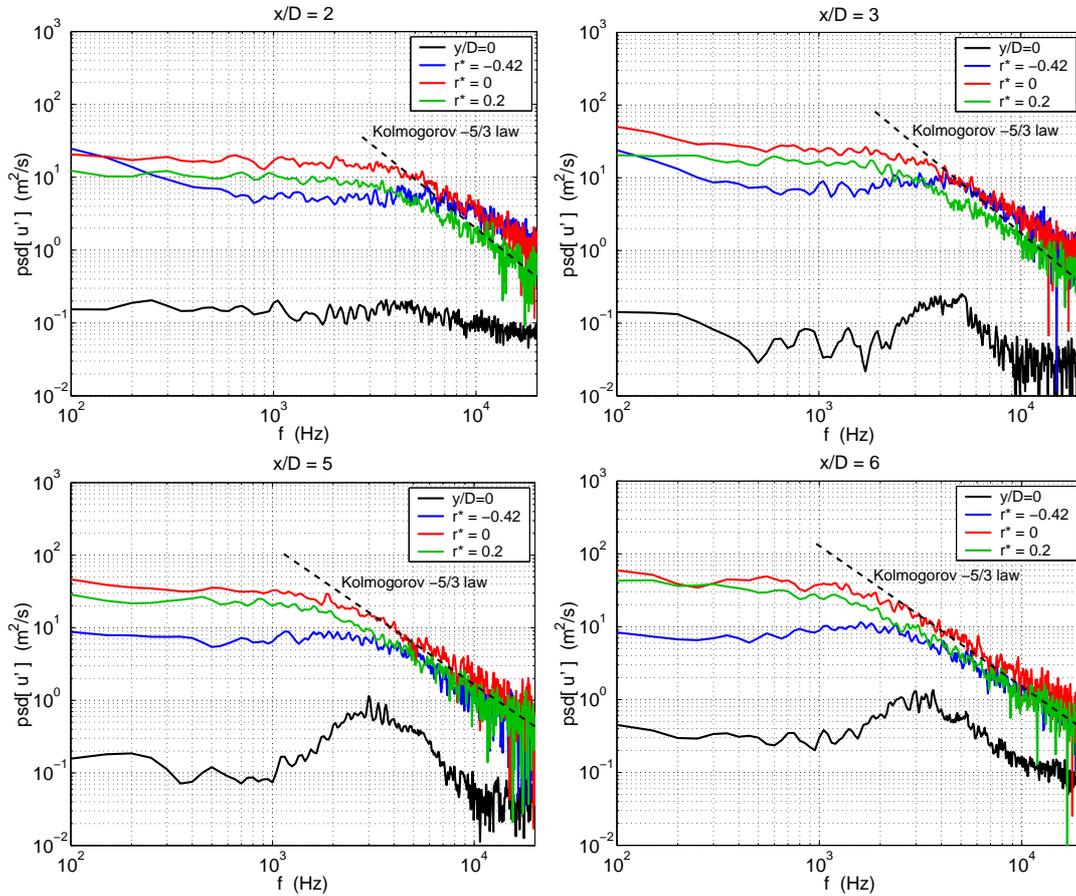


FIG. 3.19 – Densités spectrales de puissance en plusieurs sections de la couche de mélange du jet supersonique froid.

est maximum sur la frontière du cône potentiel et diminue en s'éloignant de l'axe du jet.

#### Evolution de l'instabilité dominante du jet

Au-delà de 2D de la sortie de la tuyère, les résultats précédents mettent en évidence le long de l'axe du jet le développement d'une instabilité dans la couche de mélange. Cette instabilité est communément dénommée dans la littérature *instabilité dominante du jet*. A cette instabilité un nombre de Strouhal, basé à la fois sur sa fréquence centrale, le diamètre de la tuyère ainsi que la vitesse d'éjection peut lui être associé. On parle alors par abus de langage de *Strouhal du jet*.

Cette instabilité prend naissance en bord de fuite de la tuyère puis se développe le long du jet. Sa topologie est caractéristique d'une onde d'instabilité de type Kelvin-Helmholtz largement étudiée dans la littérature pour divers écoulements. Directement en aval de la sortie du jet, le niveau d'énergie de cette instabilité étant relativement faible, le champ turbulent reste dominé par la turbulence de fond (figure 3.19(haut-gauche)). Lors de son développement, cette instabilité extrait son énergie de l'écoulement moyen et domine sur

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

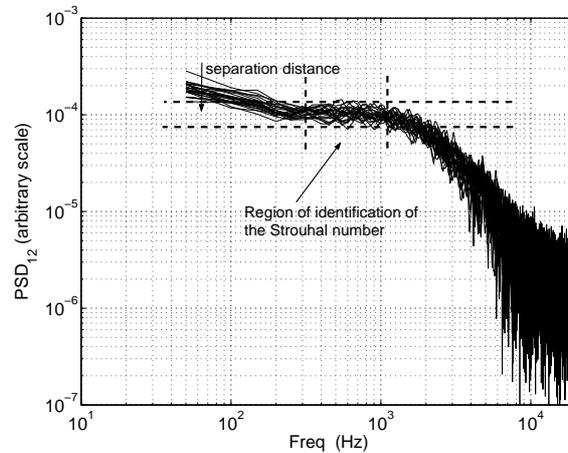


FIG. 3.20 – Identification et estimation du nombre de Strouhal dans la couche de mélange.

le champ turbulent faiblement énergétique dans la région potentiel. La présence de cette instabilité résulte en premier lieu en un battement du cône potentiel (oscillations quasi périodiques dans la direction radiale) puis d'une certaine organisation du champ turbulent.

Afin d'étudier plus précisément comment cette instabilité se développe le long de l'axe du jet supersonique étudié, le nombre de Strouhal du jet est reporté figure 3.21(gauche) en fonction de la distance à la sortie de la tuyère. Les résultats expérimentaux obtenus par Lau [87] dans un jet supersonique isotherme à Mach 1,37 au moyen de mesures par vélocimétrie laser Doppler sont également reportés (courbe rouge). Ces résultats montrent une décroissance du nombre de Strouhal avec la distance à la sortie de la tuyère. Cela indique en particulier le développement d'une instabilité de longueur d'onde croissante le long du jet, conforme aux observations réalisées par Crow & Champagne [38] en couche de mélange plane et en régime subsonique. Les valeurs plus grandes que celles reportées par Lau montrent de plus que l'augmentation du nombre de Mach induit une diminution du nombre de Strouhal.

Comme nous l'avons vu précédemment, les densités spectrales de puissance propres obtenues dans la couche de mélange ne permettent pas d'identifier une telle instabilité. Or, sur le bord du cône potentiel, ces mêmes densités spectrales (en particulier à 6D de la sortie de tuyère, voir figure 3.19(bas-droite)) font également apparaître la présence d'une zone fréquentielle renforcée juste avant la décroissance. Ceci indique, comme déjà mentionné plus haut, la présence d'une certaine organisation du champ turbulent superposée à la turbulence de fond. Pour identifier également cette instabilité dans la couche de mélange en tant que partie organisée (ou cohérente) du champ de vitesse, une opération de filtrage de la partie cohérente de ce dernier serait donc nécessaire. Or cette opération est rigoureusement impossible à partir d'une mesure simple du signal. Nous nous proposons donc d'utiliser une mesure simultanée du champ de vitesse en deux points séparés. Si les deux points de mesure sont effectivement séparés d'une distance suffisamment grande pour que le champ

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

incohérent soit significativement décorrélé et suffisamment petite pour que la composante cohérente reste corrélée, alors la corrélation entre les deux signaux mesurés  $u'_t$  et  $u''_t$  peut s'écrire :

$$\overline{u'_t(y, t)u''_t(y, t+\tau)} \simeq \overline{u'_{tc}(y, t)u''_{tc}(y, t+\tau)} + \overline{u'_{tb}(y, t)u''_{tb}(y, t+\tau)} \quad (3.6)$$

où  $u_{tc}$  et  $u_{tb}$  désigne respectivement les parties cohérente et incohérente du champ turbulent local. Dans cette relation, le terme de corrélation de la partie incohérente (second terme dans le membre de droite) est rigoureusement plus faible que lorsque le signal de vitesse est corrélé avec lui-même. En effet, le champ turbulent se modifie lors de son déplacement. Sa composante cohérente reste en revanche significativement corrélé sur au moins l'étendue spatiale caractéristique de l'instabilité dominante. Notons que cette dernière relation peut par ailleurs être réécrite à partir des densités spectrales de puissance croisées associées. Nous pouvons donc attendre de cette approche par les densités spectrales croisées qu'une meilleure identification de l'instabilité du jet soit obtenue.

La figure 3.20 présente un exemple typique des densités spectrales de puissance croisées en  $x/D=5$  et au centre de la couche de mélange. Chaque courbe correspond à une distance de séparation donnée entre les deux points de mesure. Contrairement aux considérations précédentes, l'identification d'une zone fréquentielle renforcée, caractéristique de la composante cohérente du champ turbulent, n'est pas immédiate. Toutefois, la forme générale obtenue par toutes les densités spectrales de puissance tend à mettre en évidence une région fréquentielle particulière située avant la décroissance de l'énergie. Cette région est indiquée sur la figure 3.20. Le centre de cette région, où un maximum d'énergie semble être atteint, est ici choisi comme représentatif de la fréquence caractéristique de l'instabilité dominante locale. Ce choix est toutefois discutable. Lau et al. [87] préférèrent ainsi par exemple la fréquence à laquelle la décroissance de l'énergie turbulente intervient.

En procédant ainsi pour chaque point de la couche de mélange, la fréquence centrale, et par conséquent le nombre de Strouhal, de l'instabilité dominant le champ local peut être déterminée. La distribution de ce nombre de Strouhal avec la distance à la sortie de la tuyère dans la couche de mélange est donc maintenant présentée figure 3.21(droite). Les résultats obtenus par Lau [87] dans le jet supersonique isotherme à Mach 1.37 sont une nouvelle fois reportés (courbe rouge). Ces résultats montrent une décroissance du nombre de Strouhal avec la distance à la sortie de tuyère, représentatif du développement de l'onde d'instabilité avec une longueur d'onde croissante. Dans la direction radiale, un minimum est observé le long de l'axe du jet quel que soit la section du jet. Cela est significatif de la présence de mécanismes turbulents à plus grandes échelles sur cet axe.

Le développement de la couche de mélange s'accompagne donc de celui d'une onde d'instabilité cohérente dont la dimension spatiale (ou la longueur d'onde) augmente le long du jet. Bien que dominé par une nature multi-échelles caractéristique de la turbulence de fond, le champ turbulent conserve également une certaine organisation principalement due à la formation d'une onde d'instabilité de type Kelvin-Helmholtz de grande énergie.

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

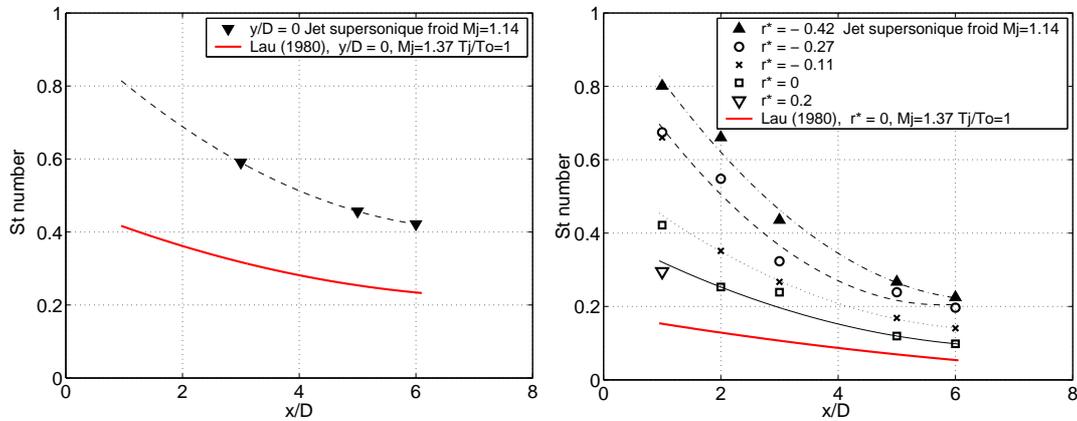


FIG. 3.21 – Evolution du nombre de Strouhal avec la distance  $x/D$  à la sortie de la tuyère (gauche) sur l'axe principal et (droite) dans la couche de mélange.

#### 3.2.4 Compositions spectrales des contraintes de Reynolds longitudinales

Une seconde description du champ turbulent peut être faite au moyen des contraintes de Reynolds. Les mécanismes turbulents mis en jeu pour cette quantité sont, intrinsèquement, les mêmes que ceux mis en jeu pour le champ de vitesse. Toutefois, en terme de source aéroacoustique, ces mécanismes sont à l'origine de la composante de bruit propre c'est à dire encore du bruit généré par l'interaction du champ turbulent avec lui-même.

Les densités spectrales de puissance de la composante axiale  $u_t^2$  du tenseur des contraintes de Reynolds en différents points de la couche de mélange sont présentées figure 3.22. Les points de mesure sont identiques à ceux présentés figure 3.18.

Le long de l'axe du jet, les résultats indiquent un spectre très uniforme quelque soit la fréquence et un niveau d'énergie stable avec la distance à la sortie de la tuyère jusqu'à  $6D$ . L'écoulement dans cette région du jet est effectivement très uniforme et les effets turbulents y sont, rigoureusement, négligeables. Les interactions du champ turbulent avec lui-même y sont par conséquent quasi absentes. Le caractère modal observé plus haut pour le champ de vitesse est en revanche absent pour la composante axiale du champ des contraintes de Reynolds. Cette différence de comportement est fondamentalement différente de celui observé en jet subsonique à nombre de Mach élevé. Jordan et al. [130] montrent en effet que pour des jets subsoniques à Mach 0.75 et plus, isothermes ou chauds, l'instabilité du Strouhal dans la région du cône potentiel est remplacée dans les densités spectrales de la composante axiale du champ des contraintes de Reynolds par deux instabilités de faibles amplitudes centrées sur le premier sous-harmonique et second harmonique du Strouhal. Ce comportement n'est clairement pas identifié ici.

En s'écartant de l'axe du jet, les densités spectrales obtenues le long du bord du cône potentiel (courbes vertes) traduisent l'évolution vers une nature multi-échelle du champ des contraintes axiales dominée par les basses fréquences, c'est-à-dire par des mécanismes liés au processus de conversion de l'énergie turbulente s'opérant à grande échelle.

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

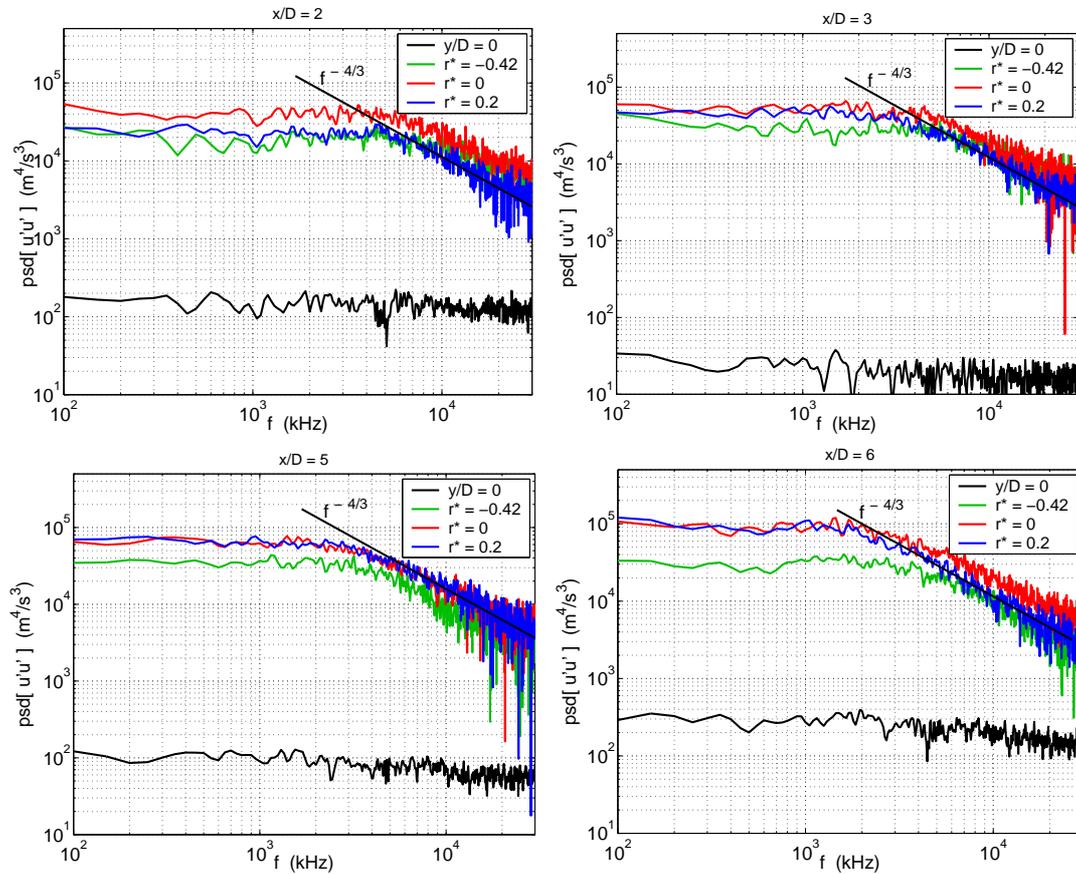


FIG. 3.22 – Densités spectrales de puissance des contraintes de Reynolds dans la direction longitudinales en plusieurs section du jet.

Dans la couche de mélange (axe de la couche, courbes rouges, et partie extérieure, courbes bleues) la distribution de l'énergie associée aux contraintes axiales s'opère sur une gamme d'échelle très large. Le niveau d'énergie est relativement constant dans les basses fréquences et suivi d'une décroissance. Comme indiqué sur les figures 3.22, cette décroissance tend à vérifier une loi en  $f^{-4/3}$ , donc plus lente que celle vérifiée par le champ de vitesse. Cette différence a pour origine la dépendance quadratique avec la vitesse des contraintes de Reynolds. Une conséquence immédiate est une composition fréquentielle du champ des contraintes de Reynolds (respectivement du bruit propre) plus riche en hautes fréquences que le champ de vitesse turbulente (respectivement du bruit de cisaillement).

Dans la région de mélange, l'ensemble des considérations établies pour le champ de vitesse turbulente reste globalement vérifié pour le champ des contraintes de Reynolds. Ainsi, l'augmentation du niveau d'énergie dans les basses fréquences (avant la décroissance) avec la distance à la sortie de la tuyère sur une ligne  $r^*$  constant, est représentatif de mécanismes de conversion de l'énergie turbulente en énergie acoustique d'autant plus important proche de la fin du cône potentiel. Le décalage vers les basses fréquences de l'ensemble des densités

### 3.2. Analyse spectrale du champ turbulent (jet supersonique froid)

---

spectrales avec la distance à la sortie de la tuyère, quelle que soit la position dans la couche de mélange, montre de plus que ces mécanismes s'opèrent à des mouvements d'échelles d'autant plus grandes que le jet se développe. Enfin, l'axe de la couche de mélange se caractérise une nouvelle fois comme étant le lieu où les niveaux d'énergie en basses fréquences sont les plus importants (courbes rouges). En terme de potentiel acoustique, cette région de l'écoulement constitue donc une source prépondérante des mécanismes de génération de bruit propre.

#### 3.2.5 Distributions relatives du bruit propre et du bruit de cisaillement

L'énergie associée au champ des fluctuations de vitesse  $u_{ti}$  et à celui des contraintes de Reynolds  $u_{ti}u_{tj}$  est intrinsèquement l'énergie mise en jeu dans les mécanismes de génération du bruit de cisaillement et du bruit propre. La contribution de ces différents mécanismes au champ acoustique rayonné est représentée, comme nous l'avons vu dans le chapitre bibliographique, en terme des corrélations des fluctuations de vitesse sous la forme  $U'U''u'_t u''_t$  pour le bruit de cisaillement et  $\overline{u_t'^2 u_t''^2}$  pour le bruit propre, dérivées à l'ordre 4. En comparant ces deux quantités au moyen de leur distributions spectrale, une première estimation sur la répartition de l'énergie turbulente intrinsèque mise en jeu par ces deux processus peut être obtenue. Pour une estimation rigoureuse de l'intensité acoustique rayonnée par chacun de ces mécanismes, il est ensuite nécessaire de prendre en compte l'aspect quadripolaire des sources (dérivée d'ordre 4), les effets de convection et de réfraction, la nature anisotropie du champ turbulent mais également la dynamique et l'efficacité de ces mécanismes de génération représentés par le tenseur de corrélation, c'est-à-dire les différents processus intervenant dans la transformation de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique et sa propagation.

Les distributions spectrales de l'énergie associée aux deux composantes du bruit de jet sont présentées figure 3.23 en différentes positions de la couche de mélange et pour différentes distances de la sortie de la tuyère.

Une première analyse globale de ces distributions indiquent clairement que l'énergie turbulente mise en jeu par les processus associés au bruit de cisaillement est plus importante. Dans les basses fréquences, alors que le rapport entre le niveaux d'énergie de ces deux mécanismes diminue avec la distance à l'axe du jet, celui-ci tend à se conserver le long du jet pour une ligne  $r^*$  constant. La décroissance en hautes fréquences intervient plus tard dans le cas de l'énergie associée au bruit propre. Cela indique en particulier la tendance relative plutôt haute fréquence du bruit propre et basse fréquence du bruit de cisaillement. Ce comportement est accentué en ce qui concerne les rayonnements acoustiques de ces deux sources de bruit en raison de la dérivée temporelle du quatrième ordre qui introduit un coefficient multiplicatif en  $f^4$  pour le bruit propre et en  $f^2$  pour le bruit de cisaillement. Dans le champ acoustique lointain, le déséquilibre entre les niveaux d'énergie turbulente associée aux deux composantes de bruit n'est plus si simplement reparti comme vu sur la figure 3.23. Les résultats généralement observés comme ceux reportés par Tam [131] indiquent que le bruit propre domine le bruit de cisaillement sauf dans la gamme de fréquence située autour de la fréquence du Strouhal du jet. La grande différence entre la

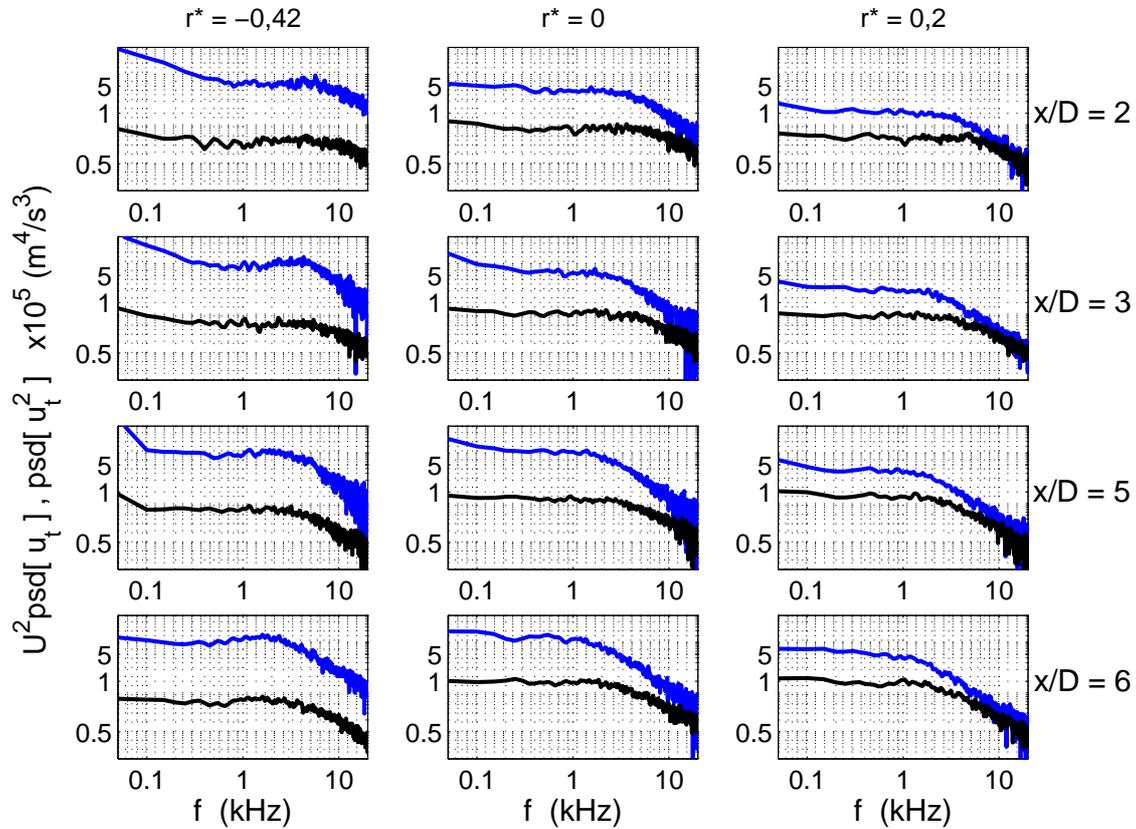


FIG. 3.23 – Distributions spectrales de l'énergie turbulente associée aux mécanismes de (courbes bleues) bruit de cisaillement et (courbes noires) bruit propre en différentes positions de la couche de mélange : (gauche) bord du cône potentiel, (centre) axe de la couche de mélange et (droite) extérieur de la couche de mélange.

distribution spectrale de l'énergie turbulente intrinsèque et celle de l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain montre combien les mécanismes de production de bruit pour les deux composantes sont très différents et que la connaissance seule de la répartition de l'énergie intrinsèque de ces deux mécanismes ne suffit pas à en déduire celle du champ rayonné.

Les distributions spectrales de l'énergie turbulente intrinsèquement associée au bruit propre et au bruit de cisaillement donnent tout de même des informations intéressantes et qui confirment certaines propriétés de ces deux mécanismes.

Le bruit propre, qui par définition est induit par les interactions de la turbulence avec elle-même, est prépondérant dans les régions de forte turbulence et où les mécanismes de conversion d'énergie cinétique en énergie acoustique s'opèrent à grande échelle. Ceci est bien confirmé par les résultats de la figure 3.23 pour lesquels le maximum est obtenu le long de l'axe de la couche de mélange, là où sont localisées les structures turbulentes à grandes échelles.

Le bruit de cisaillement est lui généré par l'interaction de la turbulence avec l'écoulement moyen. L'intensité acoustique rayonnée par ce mécanisme pour une structure turbulente donnée est d'autant plus importante que l'énergie turbulente transportée par cette structure et le cisaillement auquel celle-ci est soumise sont grands. Ces deux conditions sont parfaitement réunies au centre de la couche de mélange. Pour la composante longitudinale  $U'U''\overline{u'_{t1}u''_{t1}}$  (quadripole axial aligné longitudinalement), les résultats reportés figure 3.23 indiquent cependant que le maximum de cette énergie est situé, quelle que soit la bande de fréquence, sur le bord du cône potentiel, zone de fortes vitesses.

Cela semble donc a priori contredire le point précédent. Toutefois, l'efficacité des sources ainsi que les effets de refraction ne sont ici pas pris en compte. Or, ces effets rentrent en compte dans les mécanismes de conversion de l'énergie turbulente en énergie acoustique ainsi que dans la propagation à travers l'écoulement du rayonnement induit. Il est donc relativement difficile d'établir un lien direct entre les régions de l'écoulement sources d'énergie turbulente et les propriétés en champ lointain des différentes composantes de bruit. Ainsi par exemple, comme il est reporté dans le chapitre suivant, le long du cône potentiel, l'efficacité des sources aéroacoustiques est moindre qu'au centre de la couche de mélange. L'efficacité des sources est donc un des paramètres à prendre également en compte.

### 3.3 Conclusion

Les différentes composantes aérodynamiques d'un jet supersonique froid puis supersonique chaud ont été déterminées successivement. Celles-ci prennent en compte les dimensions typiques telles que la longueur du cône potentiel, le taux de dispersion et l'épaisseur de la couche de mélange. Les profils radiaux des vitesses moyennes et turbulentes longitudinales et transversales (dans le cas du jet chaud uniquement) ont également été obtenus. Ces derniers traduisent la répartition spatiale dans l'écoulement de l'énergie cinétique de turbulence convertie ensuite en énergie acoustique.

La distribution spectrale de cette énergie (associée au mécanisme de bruit de cisaillement) pour la composante longitudinale dans le cas du jet supersonique froid, déterminée en plusieurs points de la couche de mélange indique, outre une turbulence classique de couche de mélange marquée par une décroissance de type Kolmogorov dans les hautes fréquences, la présence d'une instabilité dominante dans l'écoulement se développant avec une longueur d'onde croissante le long du jet.

Une étude similaire pour l'énergie associée aux contraintes de Reynolds, ou encore aux mécanismes de bruit, a également été menée. La comparaison des distributions spectrales de l'énergie mise en jeu à la fois par les mécanismes de bruit propre et de bruit de cisaillement confirment certaines propriétés de ces deux sources dont notamment la composition plutôt hautes fréquences du bruit propre ainsi que la nature intrinsèquement différente de ces deux composantes de bruit.

Une étude comparative pour le jet supersonique chaud des résultats obtenus à partir du code de calcul aérodynamique AMLJET, développé par EADS-LV, a également été menée. Bien que les configurations des deux jets testés soient différentes, grâce à

### Chapitre 3. Composantes aérodynamiques de jets supersonique froid et chaud

l'existence d'une similitude entre ces différents écoulements, les résultats numériques et expérimentaux montrent une bonne concordance à la fois des profils de vitesse moyenne et de l'énergie cinétique turbulente.

Au terme de cette analyse, il ressort en particulier que celle-ci n'est pas suffisante pour caractériser avec précision les différents constituants du champ turbulent (structures turbulentes) en tant que sources aéroacoustiques. Pour caractériser au mieux les deux composantes du bruit de mélange que sont le bruit propre et le bruit de cisaillement, une étude statistique plus approfondie du champ turbulent est donc nécessaire.

Une approche possible est la caractérisation des sources aéroacoustiques en terme d'organisation spatiale et temporelle du champ turbulent. Les fonctions de type corrélation spatio-temporelle permettent de décrire une telle organisation. Elles sont notamment utilisées par Lighthill [1] pour représenter la distribution des sources dans l'écoulement. C'est par ailleurs à partir de ces fonctions que les propriétés des différentes sources peuvent être déterminées. Dans le chapitre suivant nous nous intéressons donc à décrire le champ turbulent dans ces termes, tout en tenant compte de la nature différente des deux composantes du bruit de mélange, le bruit de cisaillement et le bruit propre.

## Chapitre 4

# Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

La caractérisation en termes statistiques des différentes composantes aéroacoustiques du bruit de mélange dans un jet supersonique froid est ici abordée. Au cours du chapitre bibliographique, nous avons vu que l'une des approches possibles de l'étude du champ acoustique rayonné est d'utiliser le concept d'analogie aéroacoustique développé par Lighthill [1]. La problématique est dans cette approche, non plus centrée sur le champ acoustique lui-même, mais directement sur les sources de bruit présentes dans l'écoulement. Ces composantes sources peuvent être alors décrites au moyen des fonctions de corrélation des moments de vitesse d'ordre 2, 3 et 4. A partir de considérations théoriques, seules les corrélations des moments de vitesse d'ordre 2 et 4 sont toutefois intéressantes du point de vue du champ acoustique rayonné. Celles-ci sont effectivement représentatives des deux composantes du bruit de mélange : le bruit de cisaillement et le bruit propre respectivement. Ces fonctions de corrélation sont caractéristiques de la distribution à la fois spatiale et temporelle des sources quadripolaires dans l'écoulement.

Ces fonctions permettent également de définir des grandeurs caractéristiques, dites *intégrales*, des mécanismes sources. Une discussion sur la signification physique des différentes grandeurs statistiques généralement adoptées est donc dans un premier temps menée. La détermination expérimentale de ces grandeurs dans le jet supersonique froid, dont les caractéristiques aérodynamiques ont été présentées dans le chapitre précédent, est ensuite abordée. Ces différentes propriétés permettent de décrire à la fois les mécanismes sources de génération de bruit ainsi que les mécanismes d'échange d'énergie turbulente dans la couche de mélange.

Rigoureusement, la connaissance sur l'ensemble de la région de l'écoulement de la distribution spatiale et temporelle des sources permet d'estimer le champ acoustique rayonné lointain [1]. Toutefois, en raison des limitations techniques, cela n'est expérimentalement pas envisageable. Dans le cas de l'étude présentée, seules la composante longitudinale de la vitesse et sa distribution statistique dans la direction principale de l'écoulement sont

étudiées. Nous ne tenterons donc pas par conséquent de reconstruire le champ acoustique rayonné directement à partir de ces résultats. Une alternative générale à cette limitation est l'utilisation de modèles statistiques de distribution des sources. Ces modèles constituent la base même des études de prédiction de bruit par simulations numériques fondées sur une approche de type analogie aéroacoustique. Cependant, en raison de l'absence de données en jet supersonique quant aux différentes quantités intégrales, les modèles de sources sont généralement basés sur des résultats en écoulements subsoniques. A partir des résultats obtenus dans le présent travail, un modèle de distribution de source est donc proposé afin d'améliorer les modèles existants et d'envisager par conséquent une meilleure prédiction du bruit de jet supersonique.

Au cours des chapitres précédents, le caractère multi-échelle du champ turbulent a été maintes fois rappelé. Les propriétés intégrales des champs de vitesse et des contraintes de Reynolds (respectivement du bruit de cisaillement et du bruit propre), ou indirectement des sources, ne rendent pourtant pas compte de ce caractère particulier. Une étude fréquentielle de ces propriétés est donc proposée dans la dernière partie de ce chapitre. L'idée sous-jacente est de pouvoir rendre compte dans l'expression du spectre d'intensité acoustique proposée par Ffowcs-Williams [132] (relation 1.29 dans le chapitre bibliographique) cet aspect multi-échelle.

### 4.1 Définitions et calculs des grandeurs statistiques intégrales

Dans le cas des écoulements libres, le champ turbulent est la source intrinsèque du champ acoustique rayonné. La description du champ turbulent à partir d'échelles spatiales et temporelles, caractéristiques des différents mécanismes d'échange, de dissipation et de conversion de l'énergie cinétique turbulente, revient donc, indirectement, à décrire les mécanismes sources du rayonnement. La signification physique de ces échelles caractéristiques n'est cependant pas immédiate. Une première discussion sur la notion d'échelle caractéristique est donc d'abord menée. La définition des échelles intégrales est ensuite présentée.

#### 4.1.1 Généralités sur les échelles caractéristiques

La description du champ turbulent en une multitude d'échelles, ou structures tourbillonnaires, est aujourd'hui largement employée. Le choix d'une dimension caractéristique dépend donc du mécanisme que l'on souhaite décrire. Dans le cas du champ acoustique rayonné, la dimension la mieux adaptée est celle représentative des mécanismes pour lesquels l'énergie turbulente associée est la plus grande. Une dimension caractéristique de l'écoulement liée au processus de génération de la turbulence est bien souvent choisie en tant qu'échelle caractéristique. Dans le cas d'une turbulence de grille par exemple, la dimension de la maille correspond à l'échelle spatiale des mouvements turbulents les plus énergétiques. L'épaisseur de la couche de mélange d'un jet libre est parfois admise comme une dimension des grandes structures turbulentes alors que le diamètre de la sortie de la

## 4.1. Définitions et calculs des grandeurs statistiques intégrales

---

tuyère définie une dimension plutôt globale de l'écoulement moyen.

Dans une approche dimensionnelle du champ acoustique rayonné, les dimensions citées précédemment sont bien adaptées. Toutefois, pour une estimation plus complète et une description plus rigoureuse du champ turbulent, son caractère multi-échelle et son organisation particulière doivent être pris en compte. La dimension spatiale caractéristique et communément admise est l'*échelle intégrale de longueur* [96]. Cette dimension, définie localement, représente la distance sur laquelle le champ turbulent reste significativement corrélé avec lui-même, ou en d'autres termes, la distance sur laquelle le champ turbulent conserve une certaine intégrité et une certaine structure. Cette définition doit être naturellement étendue aux trois dimensions de l'espace. Ainsi, à un instant donné, l'écoulement peut être perçu comme un ensemble de régions, ou de volumes de fluide, plus ou moins corrélées entres elles. Cette approche du champ turbulent, initialement proposée par Lighthill [1], ne signifie pas pour autant que ces différentes régions évoluent indépendamment l'une de l'autre. En raison de son caractère évolutif, le champ turbulent résidant dans chacune de ces régions présente certes une structure cohérente propre, mais doit être perçu comme le fruit de l'interaction entre des régions en amont ou bien plus simplement leur transformation.

Le caractère évolutif du champ turbulent a pour origine son renouvellement continu. Ce renouvellement est assuré à la fois par l'instabilité générale de l'écoulement et des forces non-linéaires. Afin de traduire cette évolution, une échelle temporelle est également définie. Par un raisonnement similaire à celui employé pour définir l'échelle intégrale de longueur, l'*échelle intégrale de temps* adoptée représente la durée pendant laquelle le champ turbulent, suivi dans son déplacement, reste significativement corrélé avec lui-même. Cette échelle définit donc le temps de régénération, ou le temps propre d'évolution, de la turbulence et rend compte de l'aspect de dégellement du champ turbulent au cours de son développement. Cet aspect de dégellement est un mécanisme moteur de génération de bruit. En terme de source de bruit, notons que l'inverse de cette échelle temporelle est admise comme une fréquence caractéristique de l'onde acoustique rayonnée localement. Cette échelle temporelle doit être différenciée de l'échelle temporelle caractéristique du renouvellement local du champ turbulent du fait de l'écoulement moyen. Si la turbulence peut être considérée gelée sur des intervalles de temps très court, alors cette dernière échelle peut être définie localement, selon l'hypothèse de Taylor [133], comme le rapport de l'échelle intégrale de longueur et de la vitesse moyenne locale [77].

Afin de compléter la description statistique du champ turbulent, ou indirectement des sources, il est nécessaire de prendre également en compte l'aspect convectif de ce dernier. La définition d'une vitesse caractéristique traduisant la convection des sources dans l'écoulement est effectivement un élément important comme nous l'avons montré au cours du chapitre bibliographique. Cela revient à introduire le concept de repère mobile lié au champ turbulent et à prendre en compte les fréquences intrinsèques rayonnées par les sources dans l'expression de l'intensité acoustique. La vitesse caractéristique communément adoptée, appelée *vitesse de convection*, représente la vitesse à laquelle se déplace localement l'ensemble du champ turbulent significativement corrélé. Cette vitesse est généralement associée à la vitesse de déplacement de l'instabilité dominante qui se développe

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

dans l'écoulement.

Ce dernier point souligne en particulier la problématique de la prise en compte directe du caractère multi-échelle du champ turbulent. Lors de son déplacement, le champ turbulent est soumis à des forces de cisaillement qui entraîne sa distorsion. Ces distorsions, identifiables comme fluctuations temporelles de la vitesse, sont dues à la fois à celles des composantes spectrales du champ turbulent et à leur déplacement à des vitesses propres ainsi que le soulignent Fisher et Davies [77]. Cela suggère que, bien que liées par les mêmes mécanismes d'interaction et de régénérescence, les différentes composantes spectrales du champ turbulent peuvent être étudiées indépendamment les unes des autres. Les propriétés intégrales définies précédemment ne permettent clairement pas de rendre compte de ces effets. Celles-ci sont représentatives uniquement des mouvements turbulents les plus énergétiques. Une description plus complète du champ turbulent consiste donc à associer à chacune de ces composantes une dimension caractéristique spatiale et une vitesse de convection propres.

Les échelles intégrales de longueur et de temps, ou encore la vitesse de convection, sont généralement définies à partir des corrélations d'ordre 2 de la vitesse turbulente. Ces différentes quantités sont alors représentatives des mécanismes intrinsèques du bruit de cisaillement. Considérant maintenant les corrélations d'ordre 4 de la vitesse turbulente, les mêmes quantités peuvent être définies sans limitations particulières et sont alors caractéristiques de l'organisation spatio-temporelle du champ des contraintes de Reynolds, et indirectement de la composante du bruit propre. La détermination de ces dimensions est donc une alternative aux méthodes de visualisation pour décrire le développement de l'écoulement, ainsi que les mécanismes de production du bruit.

### 4.1.2 Procédures d'estimation des grandeurs statistiques

Comme entrevu dans le chapitre bibliographique, le champ turbulent peut être décrit statistiquement au moyen des fonctions de corrélation spatiale et temporelle d'ordres 2 et 4 de la vitesse turbulente. Ces fonctions sont notées ici respectivement  $r_{ij}(y, \eta, \tau)$  lorsque considérées dans le repère fixe avec la tuyère, et  $r_{ijkl}(y, \xi, \tau)$  dans un repère dit mobile lié au champ turbulent. Formellement, ces fonctions de corrélation s'écrivent respectivement pour les corrélations d'ordre 2 et d'ordre 4 :

$$r_{ij}(y, \eta, \tau) = \frac{\overline{u_{ti}(y, \tau)u_{tj}(y + \eta, \tau)}}{(\sigma_i \cdot \sigma_j)^{1/2}}$$

$$r_{ijkl}(y, \xi, \tau) = \frac{\overline{u_{ti}(y, \tau)u_{tj}(y, \tau)u_{tk}(y + \xi, \tau)u_{tl}(y + \xi, \tau)}}{(\sigma_{ij} \cdot \sigma_{kl})^{1/2}} \quad (4.1)$$

où  $\xi = \eta - U_c \tau$  désigne le vecteur de séparation dans le repère mobile, et  $\sigma_i$  et  $\sigma_{ij}$  les variances de  $u_{ti}$  et  $u_{ti}u_{tj}$  respectivement.

Comme le champ turbulent local conserve sa dimension spatiale dans son déplacement (au moins sur la distance sur laquelle il reste corrélé avec lui-même), l'échelle intégrale

#### 4.1. Définitions et calculs des grandeurs statistiques intégrales

---

de longueur peut donc être déterminée aussi bien à partir de la fonction de corrélation spatiale estimée dans le repère fixe que dans le repère mobile. Dans le cas de la corrélation d'ordre 2, l'échelle intégrale de longueur de la composante de vitesse  $i$  dans la direction  $j$  s'écrit donc :

$$\ell_{ij} = \int_0^{+\infty} r_{ii}(y, \eta_j, 0) d\eta_j = \int_0^{+\infty} r_{ii}(y, \xi_{j(\tau=0)}, 0) d\xi_j \quad (4.2)$$

Dans la pratique, les corrélations ne sont estimées que pour des valeurs de  $\eta$  et  $\tau$  finies. Compte-Bellot et Corrsin [78], entre autres, suggèrent donc de limiter l'intégration au premier zéro de la fonction de corrélation. D'autres auteurs tel que Davis [95] par exemple, proposent au contraire d'intégrer  $r_{ii}(y, \eta_j, 0)$  (ou respectivement  $r_{ii}(y, \xi_{j(\tau=0)}, 0)$ ) jusqu'à sa valeur  $1/e$  si les fonctions obtenues ne s'annulent pas.

Deux échelles intégrales de temps, représentant deux mécanismes différents, sont obtenues selon que l'on adopte la représentation dans le repère fixe ou dans le repère mobile. Pour prendre en compte l'aspect convectif du champ turbulent, c'est-à-dire obtenir le temps intégral intrinsèque ou encore le temps de renouvellement  $\tau_\xi$ , alors il est nécessaire de travailler à partir de la fonction de corrélation estimée dans le repère dit mobile. Si en revanche le temps intégral  $\tau_\eta$  est estimé à partir de la fonction de corrélation temporelle obtenue dans le repère fixe, alors celui-ci représente le temps de renouvellement local perçu par un observateur fixe par rapport à l'écoulement. Dans cette quantité sont donc inclus tous les effets liés à la convection des sources et en particulier l'effet Doppler. Ces deux échelles sont définies comme suit :

$$\tau_\eta = \int_0^{+\infty} r_{ii}(y, 0, \tau) d\tau \quad \tau_\xi = \int_0^{+\infty} r_{ii}(y, U_c \tau, \tau) d\tau \quad (4.3)$$

Du point de vue expérimental, la procédure d'estimation de ces fonctions de corrélation  $r_{ij}$  consiste donc à enregistrer l'historique de la vitesse turbulente en deux points de l'écoulement et à faire varier la distance de séparation entre ces deux points. Le point fixe, correspondant au point où l'on souhaite analyser statistiquement le champ turbulent, est situé en amont et le point mobile en aval. Une série de fonctions de corrélation dans le repère dit fixe est alors obtenue pour plusieurs distances de séparation. Ces fonctions dépendent à la fois de la coordonnée spatiale  $\eta$ , distance entre les deux points de mesure, et du temps de retard  $\tau$ . La précision avec laquelle sont déterminés à la fois l'échelle intégrale de longueur et le temps intégral  $\tau_\xi$  dépend donc de la finesse du maillage spatial ainsi que de la fréquence d'échantillonnage de ces fonctions de corrélation spatio-temporelles.

Nous rappelons que ces fonctions sont obtenues dans le présent travail à partir de mesures par vélocimétrie laser à effet Doppler. Le dispositif expérimental a déjà été discuté au cours du chapitre 2. Dans la suite de ce chapitre, les résultats présentés sont obtenus au moyen de la technique de classification par cases. Les comparaisons établies au cours du chapitre 2 et celle rapportées par Kerhervé et al. [122] entre différentes approches d'estimation, montrent effectivement que l'estimation des fonctions de corrélation au moyen de classifications par cases dans le cas de l'écoulement supersonique est la plus performante. Comme mentionné lors de l'introduction de ce chapitre, seules la composante longitudinale

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

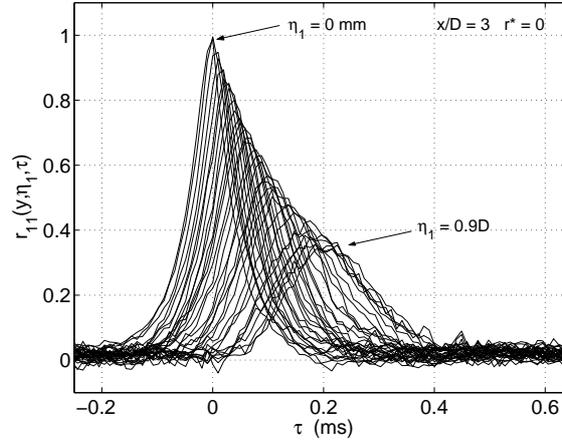


FIG. 4.1 – Exemple typique de fonctions de corrélation spatio-temporelles sur l'axe de la couche de mélange et à la distance  $x/D=3$  de la sortie de la tuyère. Représentation dans le repère fixe.

et sa corrélation dans la direction de l'écoulement ont été étudiées. Cela revient donc à considérer dans les relations précédentes les indices  $i, j, k$  et  $l$  égaux à 1.

Un exemple typique de ces fonctions de corrélation obtenues au cours de ce travail dans le jet supersonique froid est présenté figure 4.1. Le point de mesure fixe est localisé sur l'axe de la couche de mélange et à  $3D$  de la sortie de la tuyère. Chacune des courbes correspond à une distance de séparation  $\eta$  donnée entre les deux points de mesure. La fonction de corrélation dont le maximum est centré sur le temps de retard nul correspond à une distance  $\eta$  nulle. Elle représente donc la fonction d'autocorrélation d'ordre 2 de la vitesse turbulente au point de mesure, soit encore la décroissance temporelle locale du champ de vitesse turbulente à partir de laquelle est déterminée par intégration l'échelle temporelle  $\tau_\eta$ . Sa transformée de Fourier correspond de plus exactement à la densité spectrale des fluctuations de vitesse (ou spectre de turbulence) discutée dans le chapitre précédent.

Lorsque la distance de séparation entre les deux points de mesure augmente, le maximum de corrélation se décale vers les temps de retard positifs et son amplitude diminue. Les appariements et autres processus de mélange sont à l'origine de la modification de structure du champ turbulent au cours de son développement. La décroissance du maximum de corrélation traduit ce caractère évolutif et la perte de cohérence avec la structure initiale considérée au point de mesure fixe en amont. Le décalage représente la convection du champ turbulent. Ces deux mécanismes (convection et transformation locale du champ turbulent) peuvent donc être caractérisés à l'aide de la vitesse de convection et des échelles intégrales spatiale et temporelle.

A partir d'une famille de courbes  $\{r_{ij}(y, \eta_k, \tau)\}_k$  (notée  $r_{ij,k}$  par la suite) obtenue pour différentes distances de séparation  $\eta_k$ , trois fonctions particulièrement intéressantes sont reconstruites. Un exemple typique de ces fonctions, obtenues à partir des résultats expérimentaux présentés figure 4.1, est reporté figure 4.2. Ces trois fonctions sont :

## 4.1. Définitions et calculs des grandeurs statistiques intégrales

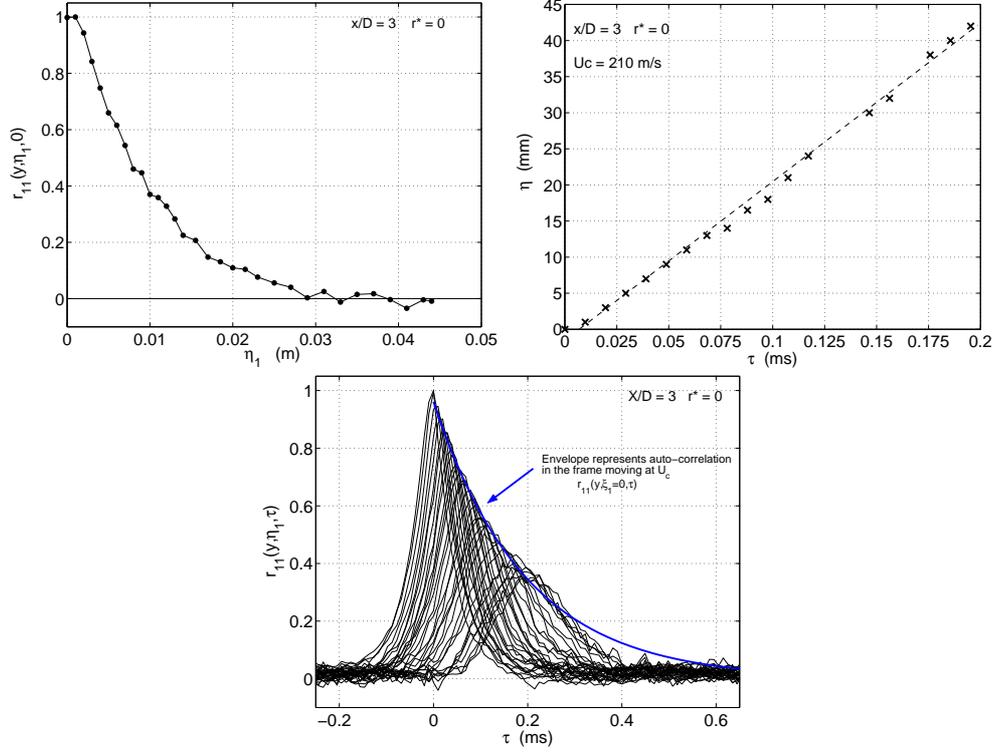


FIG. 4.2 – Haut : (Gauche) Fonction de corrélation spatiale  $r_{11}(y, \eta_1, 0)$  et (droite) distribution des temps de retard des maxima de corrélation en fonction de la distance de séparation. Bas : l'enveloppe des fonctions de corrélations spatio-temporelles représente la fonction d'autocorrélation dans le repère dit mobile. Résultats déduits de l'ensemble des fonctions de corrélation présentées figure 4.1.

- la fonction de corrélation spatiale  $r_{ij}(y, \eta, 0)$  formée par les valeurs de l'ensemble des fonctions  $r_{ij,k}$  au temps de retard nul. L'intégration de cette fonction sur le déplacement  $\eta$  donne une estimation de l'échelle intégrale de longueur.
- la fonction d'autocorrélation  $r_{ij}(y, U_c \tau, \tau)$  estimée dans le repère se déplaçant avec le champ turbulent à la vitesse de convection  $U_c$ . Cette fonction représente l'enveloppe des fonctions de corrélation spatio-temporelles  $r_{ij,k}$  à partir de laquelle le temps de renouvellement  $\tau_\xi$  de la turbulence est estimé. Sa transformée de Fourier représente la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse perçues par un observateur se déplaçant avec le champ turbulent.
- le temps de retard  $\tau_o$  associé au maximum de corrélation en fonction du déplacement. Celui-ci suit une loi linéaire du type  $\tau_o = f(\eta)$  dont la pente définit l'inverse de la vitesse de convection.

Le maillage des mesures en 2 points dans le jet supersonique froid est présenté figure 4.3. Seule la partie interne de la couche de mélange où ont lieu les mécanismes de génération de bruit les plus dominants a fait l'objet d'intérêts particuliers. Le maillage réalisé est

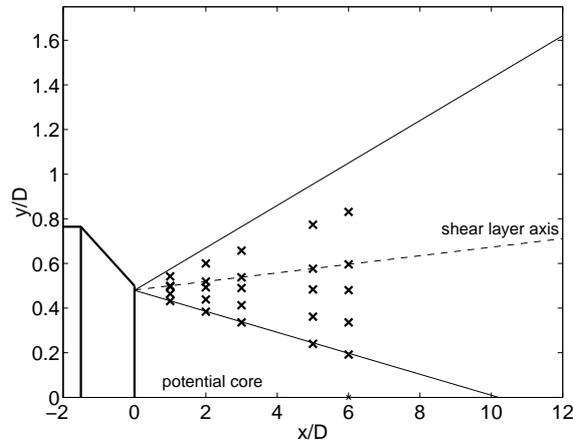


FIG. 4.3 – Positions dans la couche de mélange des points de mesure pour l'analyse statistique du champ turbulent du jet supersonique froid  $Mach=1,14$ .

constitué de 5 sections situées à des distances de la sortie de la tuyère respectivement égales à 1D, 2D, 3D, 5D et 6D. Pour chacune de ces sections, 5 positions radiales sont étudiées. La coordonnée radiale de similitude  $r^*$  pour chacune de ces positions vaut respectivement : 0,42 (bord du cône potentiel), -0,27 (1/3 intérieur de la couche de mélange), -0,11 (2/3 intérieur de la couche de mélange), 0 (axe de la couche de mélange) et enfin 0,2 (milieu extérieur de la couche de mélange). Ces positions correspondent à des vitesses moyennes locales respectivement égales à  $0,95U_j$ ,  $0,8U_j$ ,  $0,7U_j$ ,  $0,5U_j$  et  $0,3U_j$  où  $U_j$  est la vitesse du jet à la sortie de la tuyère.

## 4.2 Propriété de conservation de l'organisation spatio-temporelle du champ turbulent

Nous nous intéressons tout d'abord à l'évolution générale des fonctions de corrélation spatio-temporelles et plus précisément à l'évolution de l'organisation, spatiale ou temporelle, du champ turbulent que décrivent ces fonctions. L'objectif est ici de comparer le caractère évolutif du champ turbulent entre les régimes supersonique et subsonique. Pour cela, des données expérimentales obtenues par Jordan et Gervais [134] en jet subsonique isotherme à nombre de Mach égale à 0,75, également par mesures par vélocimétrie laser Doppler, sont utilisées ici. Un exemple de ces résultats est présenté figure 4.4(gauche) pour le jet subsonique isotherme et figure 4.4(droite) pour le jet supersonique froid étudié dans ce travail. Ces fonctions sont ici représentées dans le repère fixe en fonction du temps de retard normalisé par l'échelle intégrale temporelle  $\tau_\xi$  intrinsèque au champ de vitesse turbulente.

Afin de mieux visualiser l'évolution de ces fonctions, un processus de type lissage est utilisé. La fonction mathématique recherchée pour représenter au mieux chacune de ces

## 4.2. Propriété de conservation de l'organisation spatio-temporelle du champ turbulent

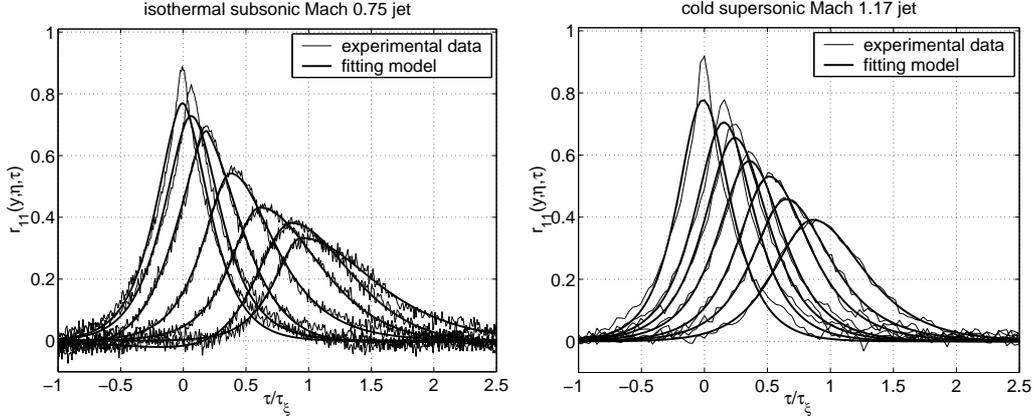


FIG. 4.4 – Fonctions de corrélation spatio-temporelles représentées dans le repère fixe. (Gauche) Jet subsonique isotherme à Mach 0,75 (Jordan et Gervais. [134]), (droite) jet supersonique froid à Mach 1,17.

corrélations est du type :

$$f(\tau) = \frac{a_o}{\cosh(a_1(\tau - \tau_m))} \left[ 1 - a_2(\tau - \tau_m) \tanh(a_3(\tau - \tau_m)) \right]$$

où  $a_i$  ( $i=0..3$ ) et  $\tau_m$  désignent les paramètres du lissage. Les paramètres optimaux pour chaque fonction  $r_{ij,k}$  sont déterminés à l'aide d'une procédure de minimisation de l'erreur  $err_k$  définie par :

$$err_k = \int \left[ f(\tau) - r_{ij,k}(\tau) \right]^2 d\tau$$

Les résultats de ce lissage sont présentés figures 4.4(gauche) et 4.4(droite) sous forme de traits gras.

Notons à ce stade que la représentation des fonctions de corrélation dans le repère fixe en fonction de l'espacement  $\eta$ , et non plus en fonction du temps de retard  $\tau$ , donnerait rigoureusement la même allure. Dans cette représentation, chaque fonction, à un instant d'observation  $\tau$  donné, traduit en effet l'organisation spatiale du champ turbulent. Cette représentation est plus commode car elle revient à photographier le champ turbulent à plusieurs instants et à regarder sa corrélation spatiale avec l'instant zéro. L'allure générale des fonctions ainsi obtenues étant identiques à celles de la figure 4.4, les résultats de cette représentation ne sont pas ici reportés. L'organisation spatiale du champ turbulent au cours de son déplacement peut donc être en partie étudiée même dans la représentation temporelle donnée sur les figures 4.4.

Pour une séparation nulle entre les deux points de mesure (corrélation centrée au temps de retard nul), les résultats des figures 4.4 indiquent que la fonction de corrélation présente un caractère fortement gaussien quel que soit le régime de l'écoulement. Dans le cas du jet supersonique, cette forme gaussienne est conservée lorsque l'espacement augmente.

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

Au contraire, dans le cas du jet subsonique, la corrélation se déforme, principalement du côté des temps de retard positifs et devient asymétrique autour de son maximum. Cette déformation est particulièrement évidente pour des temps de retard  $\tau$  proche du temps de renouvellement caractéristique  $\tau_\xi$ . Les simulations numériques réalisées par Billson et al. [135] pour le jet subsonique isotherme indiquent également un tel comportement.

A partir des considérations précédentes sur l'équivalence des fonctions de corrélation vues spatialement, ce comportement peut être interprété comme une déformation différente du champ turbulent au cours de son déplacement dans les deux régimes.

Dans le cas simple d'un réseau de tourbillons régulièrement répartis (type "vortex street" [136]) se déplaçant sans déformation, les fonctions de corrélations résultantes sont des gaussiennes dont le centre se déplace vers les temps de retard positifs et dont le maximum reste constant et égal à 1. Ce cas est typiquement représentatif d'une turbulence dite gelée [77]. Si maintenant ces structures tourbillonnaires se déforment tout en conservant leur structure circulaire initiale, alors le maximum des corrélations diminue en fonction du taux de déformation alors que la forme gaussienne est conservée. Enfin, si ces structures s'apparient deux à deux, l'étirement provoqué se traduit par une perte du caractère gaussien de la fonction de corrélation et une déformation de la fonction du côté des temps de retard positifs.

Les différences observées pour les fonctions de corrélation dans le cas du jet subsonique et celui du jet supersonique indiquent par conséquent une dynamique différente des mécanismes de mélange dans ces deux régimes. Pour le jet subsonique, la déformation de la forme gaussienne initiale indique des effets d'étirement significatifs des structures turbulentes grandes échelles. Au contraire, dans le cas du jet supersonique, les résultats montrent que les processus d'appariement ou d'enroulement ont lieu, au moins sur la durée du temps caractéristique  $\tau_\xi$  du champ turbulent, sans étirement aussi important.

### 4.3 Propriétés turbulentes intégrales

Les grandeurs statistiques évoquées dans les paragraphes précédents et obtenues dans la configuration du jet supersonique froid à Mach 1,14 sont maintenant présentées. Ces grandeurs donnent des informations essentiellement relatives aux mécanismes de transport de l'énergie turbulente. Du point de vue de l'aéroacousticien, ces grandeurs sont représentatives des échelles des mouvements à laquelle s'opère la conversion de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique. Leur distribution spatiale dans l'écoulement est donc une alternative aux méthodes de visualisation pour décrire les organisations spatiale et temporelle des champs de vitesse turbulente (corrélation d'ordre 2) et des contraintes de Reynolds (corrélation d'ordre 4).

#### 4.3.1 Corrélations spatiales et échelles intégrales

Pour chaque point du maillage présenté figure 4.3, les décroissances spatiales  $r_{11}(y, \eta, 0)$  pour le champ de vitesse turbulente et  $r_{1111}(y, \eta, 0)$  pour le champ des contraintes de Reynolds, sont déterminées à partir des corrélations spatio-temporelles obtenues expérimentalement et comme décrit précédemment. L'intégration de ces corrélations spatiales sur

### 4.3. Propriétés turbulentes intégrales

---

l'espace permet de déterminer localement pour les deux champs l'échelle intégrale de longueur caractéristique. La distribution de cette échelle, notée  $\ell_{11}$  pour le champ de vitesse et  $\ell_{11}^q$  pour le champ des contraintes de Reynolds longitudinales, avec la distance à la sortie de la tuyère et en fonction de la coordonnée radiale de similitude est présentée figure 4.5.

Sur une ligne  $r^*$  constant, les résultats montrent, aussi bien pour le champ de vitesse turbulente que le champ des contraintes de Reynolds, que l'échelle de longueur tend à augmenter linéairement avec la distance à la sortie de la tuyère. Cette évolution indique la formation de structures turbulentes de dimension d'autant plus importante que l'on s'éloigne de la sortie de la tuyère. En particulier, puisque l'échelle intégrale de longueur est admise comme une dimension caractéristique des grandes structures de l'écoulement et que celles-ci sont en partie responsables de la structure aérodynamique de l'écoulement, cette évolution traduit également l'expansion constante de la couche de mélange, au moins sur la région où le cône potentiel existe.

Du point de vue de l'organisation spatiale du champ turbulent, l'augmentation de l'échelle intégrale de longueur le long du jet indique que celui-ci est bien organisé sur des étendues spatiales d'autant plus importantes que l'on s'éloigne de la sortie du jet. Il est à ce stade intéressant de rappeler que l'évolution de la couche de mélange s'accompagne, d'après les résultats du chapitre 3 précédent, d'une augmentation de l'énergie turbulente dans les basses fréquences. Ces deux résultats confondus montrent donc que le champ turbulent est constitué par des mouvements d'échelles plus grands loin de la sortie de la tuyère et dont l'énergie associée est également plus grande que ceux immédiatement à la sortie du jet. Cela signifie en particulier que les sources dominantes sont, potentiellement, localisées loin de la sortie de la tuyère.

Si comme le suggère Browand [137] ainsi que Laurendeau et al. [138], le champ des contraintes de Reynolds est représentatif plutôt des appariements que du transport, l'augmentation linéaire de l'échelle intégrale de longueur associée traduit donc la présence d'appariements régulièrement répartis. Les visualisations de couches de mélange reportées dans la littérature montrent effectivement que l'espacement entre deux appariements successifs augmente de manière fortement linéaire.

Les résultats le long de l'axe de la couche de mélange montrent que l'échelle intégrale définie pour le champ de vitesse vérifie la relation  $\ell_{11}/D = 0,035x/D + 0,094$ . Dans le cas de jets subsoniques, Lau [87] obtient à partir de mesures par anémométrie laser Doppler la relation équivalente :  $\ell_{11}/D = 0,038x/D + 0,4$ . Cette dernière relation est une approximation de celle proposée plus tôt par Laurence [35] et confirmée quelques années plus tard par Davies et al. [8] selon lesquels,  $\ell_{11}$  vérifie, dans le cas de jets subsoniques non chauffés pour des nombres de Mach compris entre 0,2 et 0,7, la relation  $\ell_{11}/D = 0,1x/D$ . Bien que couramment admise dans de nombreux travaux de la littérature, cette relation est toutefois discutable. En premier lieu, la valeur nulle immédiatement à la sortie de la tuyère n'est physiquement pas représentatif de la naissance des structures tourbillonnaires et de la couche de mélange. De plus, la technique d'anémométrie à fils chauds employée pose le problème de sillage induit par la sonde située en amont.

La relation obtenue dans le présent travail pour le jet supersonique froid et celle reportée par Lau en régime subsonique non chauffé indiquent des valeurs d'échelles de longueurs

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

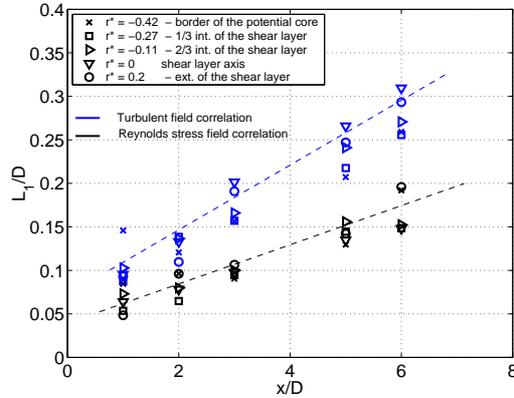


FIG. 4.5 – Distribution avec la distance à la sortie de tuyère des échelles intégrales de longueur définies pour le champ de vitesse turbulente et le champ des contraintes de Reynolds.

plus faibles dans le régime supersonique et un taux de croissance relativement similaire dans les deux régimes. Le nombre de Reynolds correspondant à cet écoulement étant plus grand que celui des jets subsoniques étudiés par Lau, la turbulence observée est effectivement plus fine.

Dans une section du jet située le long du cône potentiel, quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère, le maximum de l'échelle intégrale de longueur définie pour le champ de vitesse est observé le long de l'axe de la couche de mélange comme l'indique clairement la figure 4.6. Dans cette partie de l'écoulement le champ turbulent local reste donc corrélé sur des distances longitudinales plus grandes que de part et d'autre de l'axe de la couche de mélange. En d'autres termes, cela montre que l'axe de la couche de mélange est constitué des structures turbulentes à grandes échelles pour lesquelles l'énergie turbulente transportée y est également maximum. Du point de vue du champ acoustique rayonné, cette organisation spatiale du champ turbulent indique que la région de l'écoulement située autour de la couche de mélange possède un potentiel en sources aéroacoustiques plus important.

En comparant ces résultats à ceux reportés dans la littérature pour des jets subsoniques isothermes et chauds [8, 130, 35], il en ressort que ces échelles spatiales sont distribuées de manière similaire dans l'écoulement. Seules leurs valeurs diffèrent. Cela dénote par conséquent des mécanismes liés aux différents processus de mélange très similaires entre les régimes subsonique et supersonique. En omettant les effets de compressibilité en régime supersonique, les mécanismes de génération du bruit de mélange sont donc par conséquent également très similaires dans ces deux régimes.

Un autre point important est la différence notable entre l'échelle intégrale de longueur définie pour les corrélations d'ordre 2 et celle définie pour les corrélations d'ordre 4. Les résultats de la figure 4.5 montrent que le rapport des échelles  $\ell_{11}/\ell_{11}^q$  est environ égal à 1,7 quelle que soit la position dans la couche de mélange. Les mécanismes de conversion

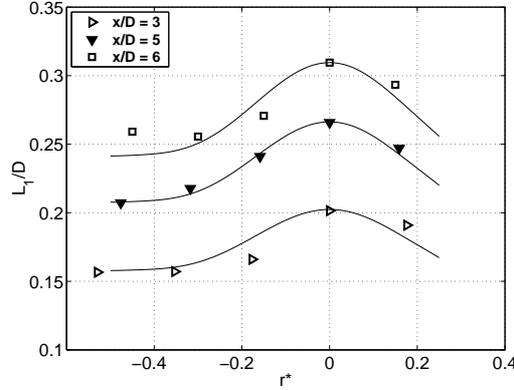


FIG. 4.6 – Distribution radiale de l'échelle intégrale de longueur définie pour le champ de vitesse turbulente (corrélations d'ordre 2).

d'énergie turbulente associés au bruit propre s'opèrent par conséquent à des mouvements d'échelles plus petites que ceux associés au bruit de cisaillement. Cela constitue donc une différence fondamentale entre les mécanismes de bruit propre et de bruit de cisaillement. Les mouvements à petites échelles étant associés à des mécanismes hautes fréquences, cette distribution reflète en effet la nature fréquentielle plutôt haute fréquence du bruit propre et plutôt basse fréquence du bruit de cisaillement.

Une estimation plus précise de la distribution fréquentielle relative de ces deux mécanismes de génération de bruit peut être obtenue au moyen de l'échelle intégrale de temps. Cette échelle nécessite cependant d'introduire le concept de repère mobile se déplaçant avec le champ turbulent à la vitesse de convection. Les résultats obtenus pour cette vitesse caractéristique sont donc maintenant présentés.

### 4.3.2 Vitesse de convection

Afin de prendre en compte dans la caractérisation du champ turbulent sa nature convective, ou en d'autres termes celle des sources aéroacoustiques, le concept de vitesse de convection locale est introduit. La directivité du champ acoustique lointain est gouvernée essentiellement par les amplifications convectives du champ rayonné, plus importantes encore dans le cas des jets à hautes vitesses. L'identification d'une telle vitesse est donc particulièrement nécessaire pour rendre compte de ces effets lors de simulations numériques.

Comme nous l'avons vu plus haut, cette vitesse de convection est définie expérimentalement à partir du décalage temporel du maximum de corrélation pour une famille de courbes  $r_{ij}(y, \eta_k, \tau)$  estimée en un point de l'écoulement. Si celles-ci sont maintenant représentées dans le plan  $(\eta, \tau)$ , les courbes d'isocorrélation alors observées présentent une inclinaison vers les temps de retard positifs dont la pente est directement proportionnelle à la vitesse de convection (exemple figure 4.7). La vitesse de convection peut donc être estimée en interpolant la position des maxima de corrélation dans le plan  $(\eta, \tau)$ . Cette grandeur prend en compte à la fois le passage des grandes et des petites structures. Or

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

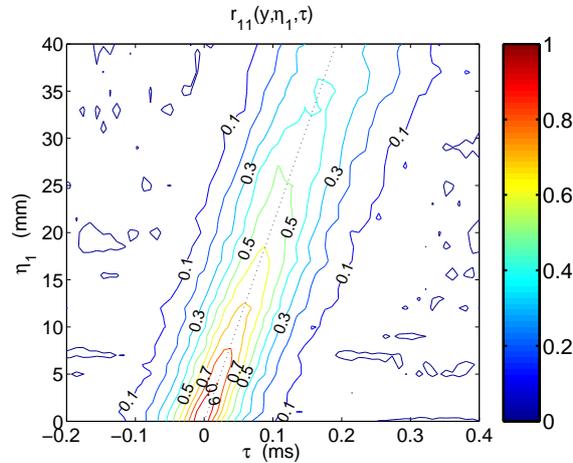


FIG. 4.7 – Représentation dans le repère fixe sous forme d'isocontours des fonctions de corrélation spatio-temporelles présentées figure 4.1.

compte tenu de leur inertie intrinsèque, ces différentes structures se déplacent, sans nul doute, avec des vitesses différentes. La vitesse de convection ainsi estimée est pour cette raison bien souvent qualifiée de vitesse de groupe [139]. La dépendance fréquentielle de cette grandeur est encore mal connue en particulier dans les jets hautes vitesses. Ce point est abordé un peu plus loin dans le chapitre.

La distribution radiale de la vitesse de convection déterminée pour le jet supersonique froid pour le champ de vitesse turbulente (corrélations d'ordre 2) est montrée figure 4.8 pour les différentes positions étudiées de la couche de mélange. Le profil radial de similitude de la composante moyenne longitudinale de la vitesse  $y$  est également reporté. Une décroissance relativement similaire pour la vitesse de convection (symboles) avec celle caractéristique de la vitesse moyenne (trait plein) est observée quelle que soit la section du jet étudiée. Du côté interne de la couche de mélange ( $r^* < 0$ ) la vitesse de convection n'excède pas 90% de la vitesse à la sortie de la tuyère alors que du côté externe ( $r^* > 0$ ) elle est localement supérieure à la vitesse moyenne. La dépendance radiale de la vitesse de convection confirme les résultats des travaux de Elliot et al. [55] dans des jets coaxiaux supersonique/subsonique. Ceci est indicatif des effets de cisaillement qui se traduisent par un étirement du champ turbulent du côté du cône potentiel alors qu'il semble être retenu du côté extérieur. Les visualisations optiques réalisées par Hileman et al. [71] dans un jet supersonique à Mach 1,3 montrent bien en effet une inclinaison très marquée des grosses structures dans la direction de l'écoulement.

Les écarts de valeurs observés entre la vitesse moyenne et la vitesse de convection sont en partie représentatifs de la convection des différentes échelles de l'écoulement à différentes vitesses. Comme suggéré par Papamoschou & Bunyajitradulya [57], les corrélations unidimensionnelles, telles que celles réalisées dans ce travail, sont représentatives non seulement des grandes structures turbulentes de l'écoulement les plus énergétiques, mais également des plus petites structures. Pour la prédiction du bruit rayonné par l'écoulement, une va-

### 4.3. Propriétés turbulentes intégrales

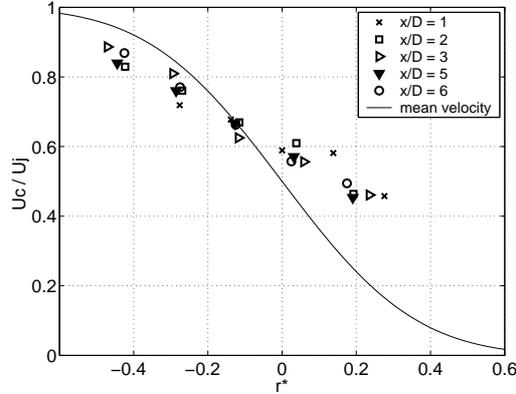


FIG. 4.8 – *Distribution radiale de la vitesse de convection pour différentes sections du jet. La courbe en trait plein (-) représente le profil de similitude de la vitesse moyenne.*

leur unique de la vitesse de convection est généralement adoptée. Le choix de cette valeur reste encore bien souvent discutée [55, 77]. Si la valeur admise est celle où le champ turbulent est caractérisé par les grandes structures les plus énergétiques, alors la valeur à adopter est celle obtenue sur l'axe de la couche de mélange. En procédant ainsi, la vitesse de convection des grandes structures estimée dans le cas présent est de l'ordre de 0,6 fois la vitesse à la sortie du jet. Cette valeur est effectivement celle rencontrée typiquement dans la littérature en régime subsonique ou supersonique parfaitement détendu. Si la valeur à adopter est en revanche celle où la vitesse de convection est égale à la vitesse moyenne locale, alors les présents résultats montrent que cette vitesse de convection vaut environ 0,65 fois la vitesse du jet à la sortie de la tuyère, donc une valeur légèrement supérieure.

Quelle que soit l'une des deux valeurs adoptées, ces résultats indiquent que la vitesse de convection en un point de l'écoulement est donc biaisée vers la vitesse moyenne locale. Ceci laisse par conséquent à penser que les petites échelles de turbulence se déplacent à des vitesses de convection proches de celle de l'écoulement moyen. Les grandes échelles se déplacent au contraire avec une vitesse propre. Pour mieux préciser cette répartition des vitesses en fonction des échelles de l'écoulement, une étude fréquentielle de la vitesse de convection est là encore nécessaire.

Finalement, notons par ailleurs que les mêmes valeurs de vitesse de convection sont rigoureusement obtenues pour le champ de contraintes de Reynolds. Les mécanismes de bruit de cisaillement et de bruit propre ne diffèrent que par les mécanismes de conversion de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique. L'énergie mise en jeu dans ces deux mécanismes est unique et la vitesse de convection ne peut donc, étant donnée sa définition, par conséquent qu'être unique.

#### 4.3.3 Coefficient de corrélation temporelle et temps intégral

Outre les estimations possibles de l'amplification convective du champ acoustique rayonnées par les sources que peut apporter la connaissance de la vitesse de convection,

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

cette quantité permet également d'étudier le champ turbulent local dans son déplacement. Le changement de variable  $\xi = \eta - U_c \tau$  permet effectivement de réécrire les fonctions de corrélation d'ordre 2 (et respectivement d'ordre 4) dans le repère fixe en fonction de corrélations estimées dans le repère mobile et dans lequel le temps d'évolution du champ turbulent peut effectivement être obtenu. Soit encore :

$$r_{11}(y, \xi, \tau) = r_{11}(y, \eta, \tau)$$

L'échelle temporelle caractéristique des mouvements turbulents dans le repère mobile est obtenue par intégration sur les temps de retard  $\tau$  de la fonction de corrélation temporelle  $r_{11}(y, \xi_1 = 0, \tau)$ . Cette échelle, notée  $\tau_\xi$ , définie pour la composante longitudinale du bruit de cisaillement, est indicative du taux auquel le champ turbulent se transforme localement et de la période caractéristique du rayonnement de la structure turbulente dominante. La fonction  $r_{11}(y, \xi_1 = 0, \tau)$ , enveloppe des fonctions de corrélation spatio-temporelles dans le repère fixe, est donc la fonction d'autocorrélation estimée dans le repère se déplaçant à la vitesse de convection  $U_c$ . Sa transformée de Fourier définit la densité spectrale de puissance dans le repère mobile et non affectée de l'effet Doppler. Les fonctions de corrélation présentées figure 4.1 sont maintenant utilisées pour déterminer la fonction d'autocorrélation dans le repère mobile. Après transformation dans le repère mobile, les fonctions de corrélations peuvent être présentées sous forme d'isocontours comme le montre la figure 4.9. Compte tenu de cette transformation, les courbes d'isocorrélation ne présentent plus d'inclinaison particulière et sont donc corrigées de l'effet Doppler. Cette représentation est indicative de l'organisation spatiale du champ turbulent et de son évolution intrinsèque au cours du temps.

Le concept de repère mobile se déplaçant avec le champ turbulent a été initialement introduit par Lighthill [1] compte tenu de la nature à demi figée de la turbulence. Celle-ci conserve en effet au cours de son déplacement une organisation bien corrélée sur une distance et pendant un temps fini (caractérisés par l'échelle intégrale de longueur et le temps intégral). Comme le souligne Harper-Bourne [139], l'utilisation d'un tel référentiel se justifie lorsque le champ turbulent subit des transformations très rapides. Le même auteur propose donc dans le cas des jets turbulents de reformuler les équations de Lighthill pour exprimer l'intensité du champ acoustique sans introduire le repère mobile. Harper-Bourne montre effectivement que conserver les équations de Lighthill dans le repère fixe présente plusieurs avantages. En particulier, le problème de la singularité du facteur Doppler disparaît. Dans la direction de propagation des ondes de Mach, les sources rayonnent effectivement avec une efficacité totale. Harper-Bourne montre également qu'une estimation plus précise de l'amplification convective est alors obtenue. Ceci est en particulier bien confirmé expérimentalement par le même auteur dans le cas d'un jet à faible vitesse. Pour ce type d'écoulement, les variations du champ turbulent sont en effet relativement lentes. L'utilité du repère mobile est par conséquent effectivement discutable dans ce cas. En revanche, pour les jets à très haute vitesse, entre autres supersoniques, les mécanismes de dissipation, de convection et d'échange d'énergie turbulente sont tels que les caractéristiques du champ turbulent local varient rapidement. Dans ce cas, seule l'étude du champ turbulent et des sources aéroacoustiques dans leur déplacement donne une représentation correcte

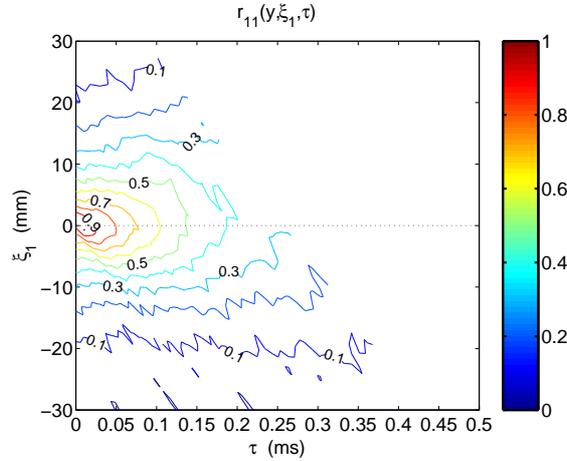


FIG. 4.9 – Représentation dans le repère mobile sous forme d'isocontours des fonctions de corrélation spatio-temporelles présentées figure 4.1 .

des mécanismes associés et donc une estimation a priori précise de l'intensité acoustique rayonnée.

*Temps caractéristiques du bruit de cisaillement et du bruit propre*

Les figures 4.10(gauche), pour le champ de vitesse turbulente, et 4.10(droite), pour le champ des contraintes de Reynolds, présentent les distributions longitudinales des différentes échelles temporelles suivantes : (x) temps d'évolution  $\tau_\xi$  défini dans le repère mobile, ( $\nabla$ ) temps de renouvellement local  $\tau_\eta$ , ( $\square$ )  $\tau_\eta$  corrigé de l'effet Doppler (1-Mc) et enfin (o) l'échelle temporelle définie par le rapport de l'échelle intégrale de longueur et de la vitesse de convection.

Nous nous intéressons dans un premier temps au temps intégral  $\tau_\xi$  caractéristique de l'évolution de la dégénérescence du champ étudié. Les résultats indiquent, aussi bien pour le champ de vitesse turbulente que celui des contraintes de Reynolds, une évolution quasi linéaire de cette échelle avec la distance à la sortie de la tuyère. Un taux de croissance plus important dans le cas du champ de vitesse turbulente est également observé. Pour ce dernier, cette échelle temporelle varie de 0,1ms en  $x/D=1$  à 0,3ms en  $x/D=6$ . Un rapport des échelles environ égal à 2,4 est obtenu entre le champ de vitesse et le champ des contraintes de Reynolds. L'inverse de ces échelles étant directement proportionnel à la pulsation caractéristique rayonnée comme discuté plus haut, cela indique que le champ de vitesse turbulente est constitué de composantes plutôt basses fréquences relativement au champ de contraintes de Reynolds. Cette distribution relative est donc tout à fait représentative de celle attendue pour le bruit de cisaillement et le bruit propre [16].

La croissance linéaire aussi bien de cette échelle temporelle que de l'échelle intégrale de longueur est représentative de la durée de vie croissante des structures turbulentes qui s'étalent sur des distances d'autant plus grandes qu'elles se convectent dans l'écoulement. Ceci laisse donc entrevoir la possibilité d'une relation linéaire entre l'échelle temporelle et l'échelle intégrale de longueur. L'étendue spatiale sur laquelle le champ de vitesse tur-

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

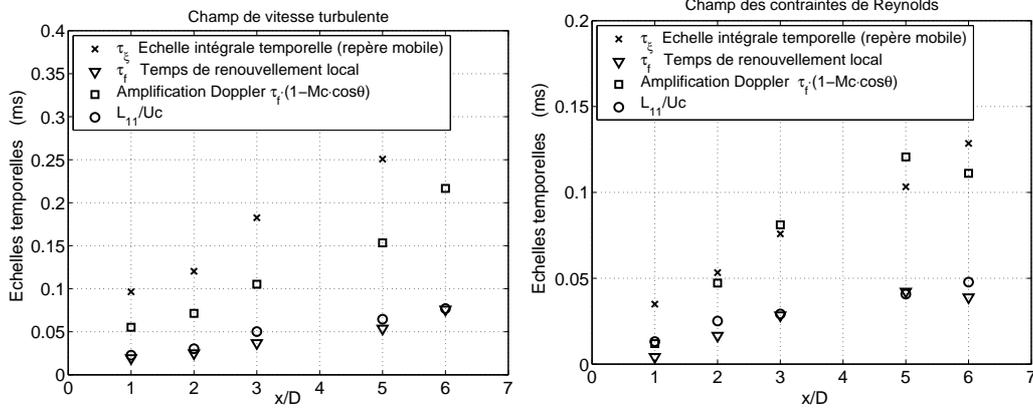


FIG. 4.10 – Evolution sur l'axe de la couche de mélange des échelles temporelles pour le champ (gauche) des fluctuations de vitesse et (droite) des contraintes de Reynolds longitudinales. ( $\times$ ) Temps d'évolution  $\tau_\xi$  défini dans le repère mobile, ( $\nabla$ ) temps de renouvellement local  $\tau_\eta$ , ( $\square$ )  $\tau_\eta$  corrigé de l'effet Doppler  $(1-Mc)$  et ( $o$ ) échelle temporelle définie par le rapport de l'échelle intégrale de longueur et de la vitesse de convection.

bulente reste significativement corrélé dépend effectivement de son temps d'évolution. La relation qui vient naturellement est celle reliant l'échelle intégrale  $\tau_\xi$  au rapport  $\ell_{11}/U_c$ . La figure 4.10(gauche) montre toutefois que l'égalité entre ces deux grandeurs n'est pas vérifiée. En revanche, ces mêmes résultats montrent que  $\ell_{11}/U_c$  donne une bonne estimation de l'échelle temporelle  $\tau_\eta$  définie dans le repère fixe et caractéristique du renouvellement local du champ de vitesse turbulente. Le long de l'axe de la couche de mélange, la vitesse de convection est relativement proche de la vitesse de l'écoulement moyen. Ce dernier point montre donc que l'hypothèse de Taylor présenté en début de chapitre est bien confirmée le long de l'axe de la couche de mélange également en régime supersonique. Les mêmes conclusions peuvent être faites quand au champ des contraintes de Reynolds. L'hypothèse de champ turbulent à demi-figé pendant des intervalles de temps très courts est donc ici confirmée.

La relation pouvant exister entre le temps caractéristique estimé dans le repère mobile  $\tau_\xi$  et son équivalent dans le repère fixe  $\tau_\eta$  n'est pas immédiate. Cette relation reste par ailleurs non établie dans la littérature, en particulier en régime supersonique. Les fréquences caractéristiques associées à ces deux échelles temporelles sont représentatives, localement, de la fréquence de rayonnement de la source de bruit équivalente. Une conséquence immédiate de la convection de cette source équivalente est une modification de sa fréquence intrinsèque de rayonnement  $f_\xi$  lorsque perçue dans le repère fixe. Une relation du type  $f_\xi = (1 - M_c)f_\eta$ , où  $M_c$  désigne le nombre de Mach convectif local tel que  $M_c = U_c/c_o$  est donc a priori envisageable. Les figures 4.10(gauche) et 4.10(droite), où sont reportées les valeurs de  $(1 - M_c)f_\eta$  le long de l'axe de la couche de mélange pour le champ de vitesse turbulente et celui des contraintes de Reynolds respectivement, montrent cependant des résultats différents pour ces deux champs. Autant cette relation tend à être effectivement

#### 4.4. Quantification de l'efficacité des sources aéroacoustiques

vérifiée pour les contraintes de Reynolds, autant elle ne l'est plus pour le champ de vitesse turbulente. Dans le cas du champ de vitesse turbulente, un rapport  $\tau_\xi/\tau_\eta$  quasi constant et égal à environ 4,8 est obtenu alors que le coefficient Doppler  $(1 - M_c)^{-1}$  est d'environ 3,2. Par sa définition même, le temps intégral  $\tau_\xi$  prend en compte l'ensemble des échelles du champ turbulent alors que l'amplification Doppler est rigoureusement vérifiée pour chacune des composantes fréquentielles. Certainement en raison des effets non-linéaires de l'effet Doppler, l'intégration sur l'ensemble des composantes fréquentielles du champ turbulent ne peut donc s'appliquer. Une relation du type  $\tau_\eta(f) = [1 - M_c(f)]\tau_\xi(f)$  serait donc plus envisageable. Cela n'explique toutefois par pourquoi cette relation tend en revanche à être vérifiée dans le cas du champ des contraintes de Reynolds.

Ce dernier point tend à montrer que les différentes composantes du champ turbulent associées à une fréquence donnée sont caractérisées par des propriétés propres. Une autre description du champ turbulent que celle réalisée via des grandeurs intégrales est donc nécessaire si l'on souhaite mettre une nouvelle fois en avant sa nature multi-échelle.

##### 4.3.4 Récapitulatifs

Les valeurs des différentes échelles (spatiales et temporelles) et des vitesses de convection établies dans les paragraphes précédents sont récapitulées dans le tableau 4.1.

$\mathbf{x}/D$	Nombre de Strouhal			$Uc/Uj$		
	$y = 0$	$r^* = -0.42$	$r^* = 0$	$r^* = -0.42$	$r^* = 0$	$r^* = 0.2$
<b>1</b>	0.81	0.81	0.32			
<b>2</b>	0.69	0.62	0.25			
<b>3</b>	0.59	0.46	0.20	0.85	0.58	0.47
<b>5</b>	0.46	0.26	0.12			
<b>6</b>	0.42	0.22	0.10			
$\mathbf{x}/D$	$\ell_{11}/D$			$\tau_\eta \cdot Uj/D$	$\tau_\xi \cdot Uj/D$	
	$r^* = -0.42$	$r^* = 0$	$r^* = 0.2$	$r^* = 0$	$r^* = 0$	
<b>1</b>	—	0.11	—	0.14	0.69	
<b>2</b>	—	0.15	—	0.18	0.85	
<b>3</b>	0.16	0.18	0.17	0.25	1.30	
<b>5</b>	0.21	0.26	0.23	0.39	1.78	
<b>6</b>	0.24	0.29	0.27	0.54	2.13	
$\ell_{11}/D = 0.035x/D + 0.094$ pour $r^* = 0$				$\tau_\eta \simeq 4.7 \tau_\xi$		
$\ell_{11}^q \simeq 1.7 \ell_1$				$\tau_\xi^q \simeq 2.5 \tau_\xi$		

TAB. 4.1 – Jet supersonique froid (*Mach* 1,2 et  $T_j=263K$ ) : propriétés caractéristiques et statistiques du champ turbulent.

#### 4.4 Quantification de l'efficacité des sources aéroacoustiques

Les échelles intégrales et la vitesse de convection, que nous venons de présenter dans le cas d'un jet supersonique froid, sont utilisées généralement uniquement pour décrire statistiquement les sources de bruit présentes dans l'écoulement. Ces grandeurs permettent

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

pourtant de quantifier également l'efficacité acoustique de ces sources. Rares sont cependant les informations concernant cette propriété particulière des sources, en particulier en écoulement supersonique. Or, lorsque le spectre d'intensité acoustique est formulé à partir des corrélations spatiales et temporelles du terme source de Lighthill, des hypothèses importantes sont posées quant à l'efficacité de ces sources. Dans cette partie du chapitre, nous nous intéressons donc maintenant à l'estimation du degré de compacité, facteur permettant de quantifier l'efficacité acoustique des sources.

### 4.4.1 Définition de l'efficacité acoustique d'une source de bruit

L'efficacité acoustique d'une source peut être quantifiée en terme de compacité lorsque sa dimension spatiale  $\ell$  et la pulsation caractéristique  $\omega = 2\pi f$  du rayonnement qu'elle émet sont connues. Lorsque la dimension spatiale de la source, que l'on peut en première approche apprécier comme sphérique, est nettement plus petite que la longueur d'onde du bruit rayonné, c'est-à-dire vérifiant  $\ell \ll c/f$  (où  $c$  désigne la célérité du son local) les mouvements oscillatoires de la source induisant la compression du fluide autour de celle-ci ne rayonnent pas efficacement. Au contraire, lorsque la dimension de la source est grande devant la longueur d'onde du bruit émis, les mécanismes de compression et de propagation de l'onde acoustique deviennent particulièrement efficaces. Pour quantifier ces effets, Lighthill [1] propose de définir le degré de compacité  $Q_c$  d'une source comme le rapport de sa longueur d'onde acoustique et de sa dimension caractéristique, soit encore :

$$Q_c = \frac{\omega \ell}{c} = \frac{2\pi f \ell}{c} \quad (4.4)$$

On parlera de source compacte, donc acoustiquement non efficace, lorsque  $Q_c$  est inférieur à l'unité et de source non compacte, donc acoustiquement efficace, sinon. Les prédictions de bruit de jet subsonique basées sur les analogies aéroacoustiques du type Lighthill font généralement intervenir une hypothèse de compacité des sources présentes dans l'écoulement. Comme nous l'avons vu dans le chapitre bibliographique, cette hypothèse simplifie de manière significative les expressions pour l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain. Si l'échelle intégrale de longueur  $\ell_{11}$  est admise localement comme la dimension spatiale caractéristique de la structure turbulente dominante (et par conséquent de la source aéroacoustique dominante), et le temps intégral  $\tau_\xi$  estimé dans le repère mobile comme la période caractéristique du rayonnement émis par cette même source, alors une estimation du degré de compacité des sources en différents points de l'écoulement peut-être obtenue. Le degré de compacité peut alors effectivement s'écrire :

$$Q_c = 2\pi \ell_{11} / c \tau_\xi \quad (4.5)$$

### 4.4.2 Estimation du degré de compacité dans le jet supersonique froid

La distribution du degré de compacité  $Q_c$  déterminé à partir des échelles obtenues expérimentalement dans le jet supersonique froid est reportée figure 4.11 en fonction de la coordonnée radiale de similitude et dans les sections du jet situées à 2D, 3D et 5D de la sortie de la tuyère. Seul le champ de vitesse turbulente est ici étudié.

#### 4.4. Quantification de l'efficacité des sources aéroacoustiques

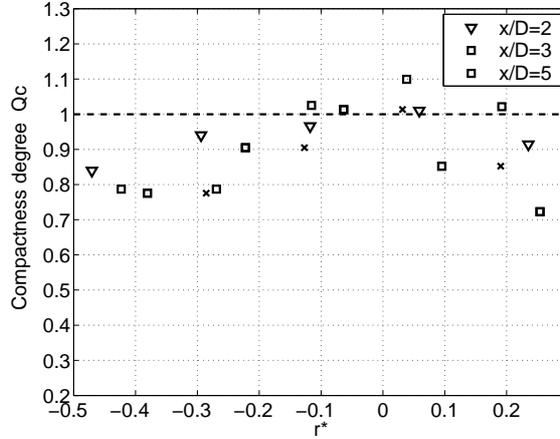


FIG. 4.11 – Distribution radiale du degré de compacité  $Q_c = \omega_t \ell_{11}/c$  pour différentes sections du jet.

Bien qu'une faible dispersion des résultats soit observée, le degré de compacité  $Q_c$  semble suivre une tendance similaire quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère. Des valeurs de l'ordre de 0,8 sont obtenues dans les parties interne et externe de la couche de mélange alors qu'au centre de la couche de mélange, en  $r^* = 0$ , le facteur de compacité est légèrement supérieur à l'unité.

Les variations du temps intégral dans une section donnée du jet étant faibles (voir résultat de la figure 4.10(gauche)), le degré de compacité est principalement dominé par l'échelle intégrale de longueur. Dans une section donnée du jet, le champ turbulent est caractérisé par des mouvements d'échelles dont la dimension spatiale est maximum sur l'axe de la couche de mélange. Il n'est dans ce cas pas étonnant de retrouver un maximum du facteur de compacité là où sont localisées les échelles turbulentes de plus grandes dimensions. Plus cette dimension de la source est grande devant la longueur d'onde rayonnée (proportionnelle au temps caractéristique  $\tau_\xi$ ) plus la source est acoustiquement efficace, donc plus  $Q_c$  est grand, ou autrement dit la source d'autant moins compacte.

Ces valeurs globalement proches de l'unité indiquent que les sources rencontrées en jet supersonique ne peuvent pas par conséquent être considérées comme compactes. A partir des résultats en écoulement subsonique reportés par Davies et al [8], Lighthill [140] montre que le degré de compacité dans ce type d'écoulement et dans la couche de mélange est inférieur à 1/6. Cela souligne donc une nature compacte plus marquée des sources en jet subsonique et une différence fondamentale avec le régime supersonique. Une conséquence directe est une efficacité acoustique plus grande des jets supersoniques.

#### 4.4.3 Rapport à l'instabilité dominante de l'écoulement

Les échelles de longueurs et temporelles sont caractéristiques des structures turbulentes les plus énergétiques qui dominent localement le champ turbulent c'est-à-dire encore les structures turbulentes les plus cohérentes. Bien que fortement marqué par une grande

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

désorganisation, le champ turbulent présente des mécanismes de conversion de l'énergie turbulente gouvernés essentiellement par les instabilités dominantes de l'écoulement. L'étude de l'efficacité acoustique des sources en fonction du nombre de Strouhal, caractéristique de l'instabilité dominante dans le jet, présente donc un intérêt particulier.

Les distributions du nombre de Strouhal (figure 3.21) et du degré de compacité (figure 4.11) en fonction de la coordonnée radiale de similitude  $r^*$ , indiquent, quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère, que l'efficacité acoustique augmente avec la longueur d'onde de l'instabilité dominante. Cela traduit, localement, une forte dépendance du degré de compacité avec l'instabilité dominante de l'écoulement. Cette instabilité gouverne donc, en plus de l'écoulement moyen, au moins en partie, les mécanismes de conversion de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique, c'est-à-dire les mécanismes de génération de bruit.

Ces résultats indiquent donc finalement que les sources aéroacoustiques en jet supersonique, et plus particulièrement l'instabilité dominante, ne peuvent être considérées comme des sources compactes. Une estimation rigoureuse de l'intensité acoustique rayonnée par les jets supersoniques nécessite par conséquent, non seulement la prise en compte du facteur d'amplification Doppler tel que introduit par Ffowcs Williams [132] dans lequel intervient le degré de compacité, mais également sa dépendance spatiale.

Dans le cas de l'étude présentée, puisque seule la composante longitudinale est considérée, il est relativement difficile d'en déduire des informations sur la directivité du rayonnement acoustique induit. Les échelles caractéristiques spatiales et temporelles des composantes radiales et tangentielles de la vitesse sont pour cela nécessaires. Seule leur détermination permettrait d'obtenir une bonne estimation du facteur d'amplification Doppler en fonction de l'angle d'observation. De plus, le champ turbulent dans la couche de mélange étant fortement anisotrope, le degré de compacité des échelles turbulentes radiales et tangentielles est potentiellement différent (voir a priori plus faible que celui associé aux échelles turbulentes longitudinales). La nature anisotrope du champ turbulent joue donc un rôle particulièrement important pour la directivité du champ acoustique rayonné [134].

Ce dernier point souligne l'importance que revêt la description du champ turbulent en terme d'échelles statistiques dans les trois dimensions de l'espace. La prédiction du bruit de jet par une approche de type Lighthill nécessite ces informations. Une alternative aux difficultés rencontrées pour accéder à ces grandeurs est l'utilisation de modèle de distribution des sources. Ceci est l'objet de la partie suivante.

## 4.5 Modélisation des corrélations turbulentes

### 4.5.1 Légitimité de la modélisation et limitation

La modélisation des corrélations turbulentes constitue pour les approches statistiques du champ acoustique rayonné un des problèmes centraux. Des mesures expérimentales telles que celles réalisées dans le présent travail ne permettent pas à elles seules de reconstruire directement le champ acoustique rayonné tel que Lighthill le propose. En revanche, si un modèle semi-empirique pour ces fonctions peut être établi, alors l'estimation par

## 4.5. Modélisation des corrélations turbulentes

intégration sur toute la région de l'écoulement est a priori possible. Cette approche se heurte dans le cas de l'étude présentée au fait que seules la composante longitudinale de la vitesse turbulente et sa corrélation dans la direction de l'écoulement ont été étudiées. Pour une estimation rigoureuse du champ acoustique rayonné, l'équation établie en 1.29 pour la fonction d'autocorrélation de la pression acoustique en champ lointain,

$$\Gamma(x, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \frac{1}{C_D^5} \frac{\partial^4}{\partial t^4} R_{ijkl}(y', \xi, t) \Big|_{t=\tau/C_D} dy' d\xi \quad (4.6)$$

montre, en effet, que toutes les composantes du tenseur des corrélations  $R_{ijkl}(y', \xi, t)$ , bien que certaines contribuent a priori peu au champ rayonné, doivent être connues.

Les modèles de corrélations turbulentes existants dans la littérature prennent compte, pour cette raison, de la tridimensionnalité du champ turbulent. Ces modèles analytiques sont cependant basés sur des résultats issus principalement de travaux en jets libres subsoniques. Comme seule la composante longitudinale de la vitesse à dans ce présent travail été étudiée, nous nous limiterons ici à la modélisation de la composante longitudinale du tenseur des corrélations.

L'expression de l'intensité acoustique rayonnée rappelée précédemment montre que les corrélations turbulentes sont exprimées dans le repère mobile lié au champ turbulent. C'est donc sous cette forme qu'une modélisation doit être établie. La représentation dans le repère mobile sous forme d'isocontours de ces fonctions pour la composante longitudinale de la vitesse turbulente dans la direction de l'écoulement a déjà été présentée figure 4.9. Leur représentation plus classique en fonction de la coordonnée spatiale  $\xi$ , toujours dans le repère mobile, est reportée figure 4.12. C'est donc sous cette forme que ces corrélations, une fois dérivées temporellement à l'ordre 4, sont intégrées sur toute la région de l'écoulement pour estimer le champ rayonné (relation 4.6).

Etant donné que le référentiel d'observation se déplace avec le champ turbulent, le maximum de corrélation pour une distance de séparation donnée entre les deux points de mesure se retrouve centré en  $\xi = 0$ . La valeur nulle pour la coordonnée mobile de séparation peut être interprétée comme le centre de la structure turbulente équivalente associée au champ turbulent local observé. La décroissance de ce maximum reste caractérisée par le temps intégral  $\tau_\xi$ .

Dans cette représentation, les courbes présentent deux propriétés intéressantes. La première est la superposition des courbes au-delà d'une certaine valeur de la coordonnée spatiale  $\xi$  (de part et d'autre de 0) comme le montre la figure 4.12(gauche) par exemple. Ceci est représentatif de la propriété de conservation de l'organisation spatiale du champ turbulent au cours de son déplacement. Au delà de la distance parcourue pendant le temps caractéristique  $\tau_\xi$ , le champ turbulent reste encore significativement corrélé. Dans ce même exemple, la corrélation en  $\xi = 0$  est inférieure à 0,3 lorsque le champ turbulent s'est déplacé pendant seulement une durée d'environ  $\tau_\xi$ . Autrement dit, l'étendue spatiale sur laquelle le champ turbulent est significativement corrélé reste constante pendant au moins son temps d'évolution alors que le champ lui-même se déforme sous l'effet d'événements à la fois internes et externes.

La seconde particularité observée est liée à la présence de l'instabilité basse fréquence dominante du jet. En particulier pour les points de mesures situés dans la partie intérieure de

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

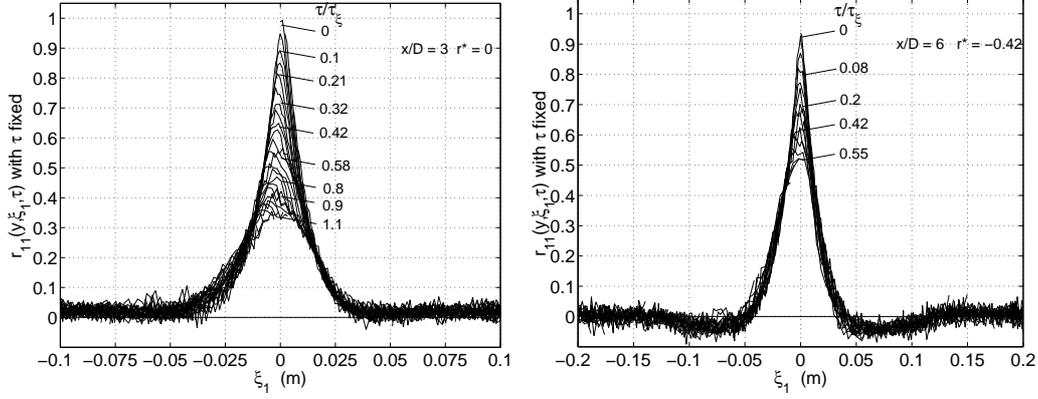


FIG. 4.12 – Représentation dans le repère mobile et le plan  $(\xi, \tau)$  des fonctions  $r_{11}(y, \xi, \tau)$ . (Gauche)  $x/D=6$ , bord du cône potentiel et (droite)  $x/D=3$ , axe de la couche de mélange.

la couche de mélange ( $r^* < 0$ ), ces fonctions présentent effectivement une oscillation amortie basse fréquence autour de la valeur nulle comme le montre la figure 4.12(droite). Cette oscillation est non seulement caractéristique de l'instabilité dominante, mais également de la nature tourbillonnaire du champ turbulent.

### 4.5.2 Validité des modèles existants : extension aux jets supersoniques

Pour une turbulence homogène, Batchelor [80] montre que les corrélations  $r_{ijkl}(y, \xi, \tau)$  d'ordre 4 des fluctuations de vitesse peuvent s'écrire comme le produit de corrélations d'ordre 2. L'hypothèse d'ergodicité conduit de plus à une séparation possible des variables spatiales et temporelles de sorte que les corrélations d'ordre 2 puissent s'écrire comme la combinaison d'une fonction de la distance de séparation  $\eta$  et d'une fonction du temps de retard  $\tau$ . Ces considérations conduisent à écrire [9, 4, 15] :

$$\begin{aligned} r_{ijkl}(y, \xi, \tau) &= r_{ijkl}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) \\ &\simeq r_{ik}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) r_{jl}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) + r_{il}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) r_{jk}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) \\ \text{avec} \quad r_{ij}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) &= r_{ij}^{(s)}(y, \xi_1, \xi_2, \xi_3) r_{ij}^{(t)}(\tau) \end{aligned} \quad (4.7)$$

où  $r_{ij}^{(t)}$  désigne la décroissance temporelle et où  $r_{ij}^{(s)}$  est donnée par :

$$r_{ij}^{(s)}(y, \xi) = \left( f_{ij}(\xi) + \frac{|\xi|}{2} \frac{d}{d\xi} [f_{ij}(\xi)] \right) \delta_{ij} - \frac{1}{2} \frac{d}{d\xi} [f_{ij}(\xi)] \frac{\xi_i \xi_j}{|\xi|} \quad (4.8)$$

avec  $f_{ij}(\xi)$  la décroissance spatiale [80].

Chu [22] évoque au contraire la nature non ergodique du champ turbulent dans la direction axiale, c'est-à-dire la direction principale de l'écoulement. Ce dernier propose une séparation des variables moins restrictive que celle présentée précédemment et pouvant s'écrire :

$$R_{ijkl}(y, \xi, \tau) = R_{ijkl}^{[1]}(y, \xi_1, \tau) R_{ijkl}^{[2]}(y, \xi_2) R_{ijkl}^{[3]}(y, \xi_3) \quad (4.9)$$

## 4.5. Modélisation des corrélations turbulentes

Notons que cette formulation conserve la nature initialement quadratique des fonctions de corrélation et qu'aucune hypothèse sur l'homogénéité du champ turbulent (hypothèse également très restrictive) n'est donc posée. Chu [22] ne fait intervenir les corrélations d'ordre 2 qu'au moment de la décomposition du champ de vitesse en sa composante moyenne et fluctuante au terme de laquelle apparaissent les composantes de bruit de cisaillement et de bruit propre. Ce que nous pouvons encore écrire :

$$R_{ijkl}^{[1]}(y, \xi_1, \tau) = r_{ijkl}^{[1]pro}(y, \xi_1, \tau) + U'U''r_{ij}^{[1]cis}(y, \xi_1, \tau) \quad (4.10)$$

Etant donné le caractère fortement gaussien des corrélations spatio-temporelles rencontrées en couche de mélange de jet subsonique, ainsi qu'en régime supersonique d'après les résultats obtenus dans le présent travail, les formes analytiques qui viennent naturellement pour les décroissances spatiale  $f_{ij}(\xi)$  et temporelle  $r_{ij}^{(t)}(\tau)$  sont :

$$f_{ij}(\xi) = \exp(-\pi\xi^2/\ell^2) \quad \text{et} \quad r_{ij}^{(t)}(\tau) = \exp(-\omega_\xi^2\tau^2) \quad (4.11)$$

L'expression finale pour la fonction de corrélation spatio-temporelle  $r_{ijkl}(y, \xi, \tau)$  généralement retenue est celle initialement proposée par Ribner [15] :

$$r_{ijkl}(y, \xi, \tau) = \exp \left[ -\pi \left( \frac{\xi_1^2}{\ell_{11}^2} + \frac{\xi_2^2}{\ell_{22}^2} + \frac{\xi_3^2}{\ell_{33}^2} \right) - \omega_\xi^2\tau^2 \right] \quad (4.12)$$

Le choix de trois échelles intégrales pour chacune des composantes du champ turbulent permet de rendre compte de sa nature anisotrope.

Des formulations différentes ont été présentées depuis. Jordan & Gervais [134] proposent ainsi de reprendre la formulation 4.11 et de modéliser la variable  $\ell$  par :

$$\ell = \sqrt{\frac{\ell_{11}^2\ell_{12}^2\ell_{13}^2(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)}{\ell_{12}^2\ell_{13}^2\xi_1^2 + \ell_{11}^2\ell_{13}^2\xi_2^2 + \ell_{11}^2\ell_{12}^2\xi_3^2}} \quad (4.13)$$

Ces auteurs suggèrent donc de considérer la décroissance spatiale de la composante longitudinale de la vitesse comme un ellipsoïde dont les axes principaux sont définis par les échelles intégrales  $\ell_{1i}$  avec  $i = 1, 2, 3$ . En comparant ces modèles de corrélation turbulentes dans les cas isotrope et anisotrope, ces mêmes auteurs mettent en évidence la modification de structure de la décroissance spatiale. Cette modification se traduit, dans le cas anisotrope, par une réduction de l'étendue spatiale sur laquelle le champ turbulent reste corrélé plus marquée pour la composante longitudinale du tenseur de corrélation des contraintes de Reynolds (composante  $u_{t1}u_{t1}$ ). Toujours dans le cas anisotrope, ce modèle permet de prendre en compte le caractère tourbillonnaire du champ turbulent se traduisant par la présence d'oscillations amorties dans les décroissances spatiales. Notons que le modèle proposé par Ribner [15] ne prend en revanche pas en compte ce caractère tourbillonnaire du champ turbulent.

Dans le cas particulier du travail présenté ici où seule la corrélation dans la direction

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

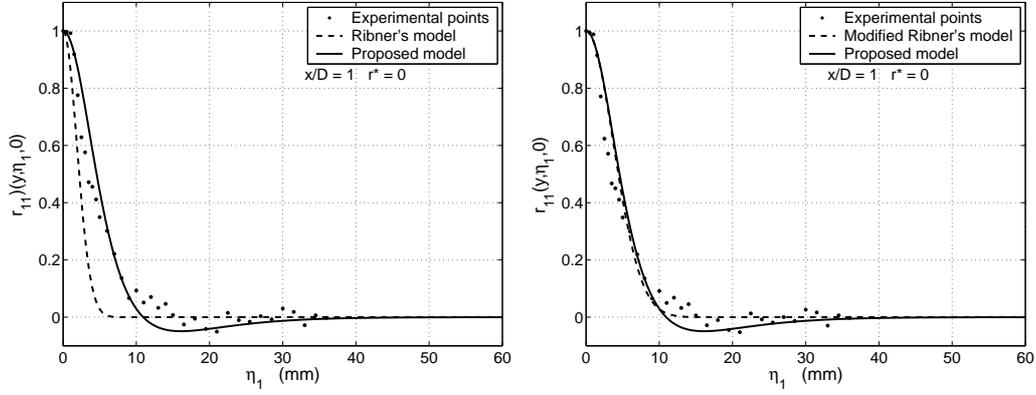


FIG. 4.13 – Comparaison des résultats expérimentaux et de modèles de décroissance spatiale pour le champ de vitesse turbulente. (Gauche) modèle gaussien proposé par Ribner [15] et (droite) modèle gaussien corrigé (relation 4.15).

de l'écoulement de la composante longitudinale de la vitesse a été étudiée, ces différents modèles conduisent à une unique expression de  $r_{11}(y, \xi_1, \tau)$  donnée par :

$$\begin{aligned} r_{11}(y, \xi_1, \tau) &= r_{11}(y, \xi_1, 0, 0, \tau) \\ &= \exp(-\pi \xi_1^2 / \ell_{11}^2) r_{11}^{(t)}(\tau) \end{aligned} \quad (4.14)$$

### Décroissance spatiale

Le modèle gaussien de la décroissance spatiale est comparé aux fonctions de corrélation spatiale obtenues expérimentalement dans le jet supersonique froid (figure 4.13(gauche)). La tendance générale observée est une sous-estimation de ces fonctions quelle que soit la position dans la couche de mélange. Cette sous-estimation a pour origine l'erreur bien souvent commise pour la définition de l'échelle intégrale de longueur elle-même. En effet, celle-ci est généralement définie comme la valeur de l'intégrale de la fonction de corrélation spatiale  $r_{11}(y, \eta_1, 0)$  uniquement sur  $\eta_1$  positif, soit encore :

$$\ell_{11} = \int_0^{+\infty} r_{11}(y, \eta_1, 0) d\eta_1$$

Or, pour un point donné de l'écoulement, le champ de vitesse est, spatialement, corrélé de part et d'autre de ce point. Si l'on souhaite donc garder la définition classiquement rencontrée pour l'échelle intégrale, il est important de noter que de manière générale on peut écrire :

$$\int_0^{\infty} e^{-r^2/a^2} dr = a \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

D'où le modèle gaussien modifié :

$$r_{11}^{(s)}(y, \xi_1) = \exp(-\pi \xi_1^2 / 4\ell^2) \quad (4.15)$$

## 4.5. Modélisation des corrélations turbulentes

L'intégrale de cette fonction sur  $\xi_1$  positif est rigoureusement égale à l'échelle intégrale jusqu'ici définie. La figure 4.13(droite) où est présenté un exemple d'application de ce modèle modifié indique que la forme gaussienne pour la décroissance spatiale fournit finalement une représentation plutôt fidèle de l'organisation spatiale du champ de vitesse turbulente. La figure 5.13 en Annexe 4 présente pour chacune des positions de la couche de mélange étudiées la décroissance spatiale obtenue expérimentalement et celle obtenue à partir du modèle gaussien modifié. Ces résultats montrent que les erreurs entre les données expérimentales et le modèle de décroissance sont d'autant plus importantes en s'éloignant de la sortie de la tuyère et de l'axe du jet. En aval de la sortie du jet, le champ turbulent devient fortement tridimensionnel. Or ces effets de tridimensionnalité et d'anisotropie ne sont ici pas pris en compte.

Dans la zone de mélange du côté du cône potentiel ( $r^* < 0$ ), les oscillations observées pour les fonctions obtenues expérimentalement et caractéristiques de l'instabilité dominante ne sont en revanche pas reproduites. Mathématiquement, la formulation générale suivante peut-être utilisée pour représenter ces oscillations :

$$r^s(y, \xi_1) = f(\xi_1) \left( 1 - \xi_1 \frac{d}{d\xi_1} \left[ f(\xi_1) \right] \right) \quad (4.16)$$

Une forme hyperbolique pour  $f(\xi_1)$  est ici testée. Un nouveau modèle est donc finalement proposé dans le cadre de ce présent travail afin de reproduire plus fidèlement les corrélations longitudinales spatiales reportées ici. En s'appuyant sur la forme hyperbolique proposée par Bailly et al. [23], le modèle proposé est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} r_\kappa^{(s)}(y, \xi_1) &= r_{11}^{(s)}(y, \xi_1) \\ &= \frac{1}{\cosh(\kappa \xi_1)} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \xi_1 \tanh(\kappa \xi_1) \right] \\ \text{avec} \quad \kappa &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{\ell_{11}} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Un exemple typique d'application de ce modèle est reporté figure 4.13. La valeur de l'échelle intégrale déterminée en chaque point de l'écoulement est utilisée pour  $r_\kappa^{(s)}(y, \xi_1)$ . Les résultats pour l'ensemble des points étudiés sont présentés en Annexe 4 figure 5.13. Ce modèle est relativement proche de celui obtenu par la forme gaussienne à l'exception près que les effets de l'instabilité dominante en terme d'oscillations amorties sont bien reproduites proche de la frontière de la couche de mélange. Dans les faibles temps de retard, les deux modèles sont rigoureusement identiques. Cela est particulièrement intéressant si l'on souhaite obtenir une estimation de la micro-échelle spatiale de Taylor. Celle-ci est en effet obtenue à partir de la parabole osculatrice tangente à la corrélation spatiale en  $\xi_1$  nulle. Des écarts d'autant plus importants loin de la sortie du jet et de l'axe de la couche de mélange entre les décroissances spatiales obtenues expérimentalement et à partir du modèle sont également retrouvés. Pour les points de la couche de mélange où les décroissances ne présentent plus d'oscillations, le modèle  $r_\kappa^{(s)}(y, \xi_1)$  conserve en revanche ce caractère oscillant amorti très discutable. Le choix de reproduire l'effet de l'instabilité dominante dans la partie interne de la couche de cisaillement se fait donc ici au détriment

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

de la qualité de la modélisation dans sa partie externe.

Le même travail est maintenant effectué pour décrire la corrélation spatiale des contraintes longitudinales de Reynolds. En remplaçant dans l'expression de  $r_{11}^{(s)}(y, \xi_1)$  les valeurs de  $\ell_{11}$  par celles obtenues pour les corrélations d'ordre 4, les résultats indiquent clairement que le modèle gaussien modifié reste valide (voir figure 5.14 en Annexe 4). Un modèle unique permet donc de modéliser à la fois les corrélations longitudinales du champ de vitesse et du champ des contraintes de Reynolds. Bien que les mécanismes de conversion de l'énergie turbulente associés aux champ de vitesse turbulente et des contraintes de Reynolds soient différents, la similitude d'organisation spatiale de ces deux champs indique donc que la structure intrinsèque du champ turbulent peut être décrite aussi bien en terme de champ de vitesse turbulente directement, ou plus indirectement en terme de contraintes de Reynolds.

### Décroissance temporelle

Pour la décroissance temporelle  $r_{11}^{(t)}$ , plusieurs modèles sont couramment rencontrés dans la littérature. Nous rappelons ici ceux déjà cités dans la partie bibliographique :

$$\begin{array}{lll} \text{Modèle } n^o1 & r_{11}^{(t)}(\tau) = e^{-\omega_{ti}^2 \tau^2} & \text{Ribner [14]} \\ \text{Modèle } n^o2 & r_{11}^{(t)}(\tau) = e^{-\omega_{ti} |\tau|} & \text{Chu [22]} \\ \text{Modèle } n^o3 & r_{11}^{(t)}(\tau) = 1 / \cosh(\beta \omega_{ti} \tau) & \text{Bailly [23]} \end{array}$$

Le paramètre  $\beta$  présent dans le modèle suggéré par Bailly [23] est utilisé pour représenter au mieux les données expérimentales obtenues par Davies et al. [8] en écoulement de jet subsonique. Les comparaisons réalisées par Bailly [23] montrent que le modèle gaussien de Ribner sous-estime la décroissance temporelle alors que la forme hyperbolique reproduit plus fidèlement les données expérimentales.

Les mêmes comparaisons sont maintenant effectuées à partir des résultats obtenus dans le jet supersonique froid. Pour chacun des résultats reportés figure 4.14(gauche) dans le cas du champ de vitesse turbulente, seul le modèle proposé par Chu [22] reproduit fidèlement les données expérimentales. Les modèles gaussien et en cosinus hyperbolique sous-estiment en revanche ces données. Notons que la meilleure comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle de Bailly est obtenue pour une valeur de  $\beta$  identique à celle utilisée en régime subsonique.

Bien que les résultats expérimentaux ne montrent pas d'oscillations dans la décroissance temporelle, simplement parce que les mesures réalisées ne permettent pas d'atteindre la décroissance sur des temps de retard suffisamment grands, le modèle temporel proposé ici est dérivé de celui proposé par Chu afin de prendre en compte la nature tourbillonnaire du champ turbulent, et s'écrit :

$$\begin{aligned} r_{11}^{(t)}(\tau) &= r_{\kappa}^{(t)}(\tau) \\ &= \exp(-\omega_{ti} |\tau|) \cos(2\pi f_{St}^* \tau) \end{aligned} \quad (4.18)$$

où  $f_{St}^*$  désigne la fréquence caractéristique de l'instabilité dominante du jet associée au nombre de Strouhal perçu dans le repère mobile. Etant donné la difficulté de déterminer la

## 4.5. Modélisation des corrélations turbulentes

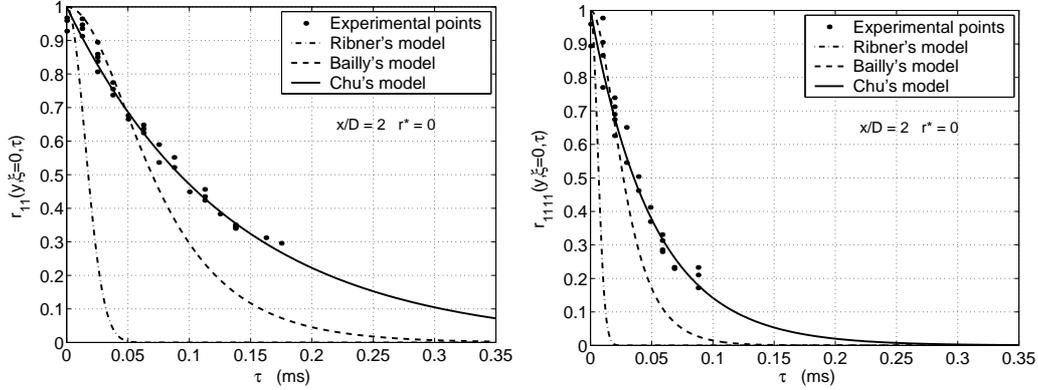


FIG. 4.14 – *Comparaison des résultats expérimentaux et de modèles de décroissance temporelle. (Gauche) Champ de vitesse turbulente et (droite) champ des contraintes de Reynolds. Point de mesure situé sur l'axe de la couche de mélange et à 2D de la sortie de la tuyère.*

densité spectrale de puissance de l'énergie turbulente dans le repère mobile, cette fréquence caractéristique est estimée à partir de la fréquence  $f_{St}$  de l'instabilité dominante perçue dans le repère fixe et corrigée de l'effet Doppler. Soit encore, localement :

$$f_{St}^*(y) = f_{St}(y) \cdot (1 - M_c(y)) \quad (4.19)$$

où  $M_c(y)$  désigne le nombre de Mach convectif local. La période caractéristique de l'instabilité dominante dans le repère mobile est d'un ordre de grandeur supérieur à la période caractéristique  $\tau_\xi$  du champ turbulent local. La décroissance temporelle dans le repère mobile n'est que donc peu influencée par la fonction cosinus et est dominée essentiellement par l'exponentielle.

Ce modèle de décroissance temporelle  $r_\kappa^{(t)}(\tau)$  a également été adopté par Jordan & Gervais [134] afin d'étudier les différentes contributions au champ acoustique rayonné en champ lointain par le bruit de cisaillement et le bruit propre. Ces auteurs adoptent une traduction directe de l'analogie aéroacoustique de Lighthill pour le calcul du champ rayonné d'un jet subsonique isotherme (nombre de Mach égal à 0,75). Ils soulignent en particulier les deux défauts de ce modèle.

Le premier est la valeur non définie au temps de retard nul lorsque  $r_\kappa^{(t)}(\tau)$  est dérivé temporellement ne serait ce que au premier ordre. Pour les très faibles temps de retard, la nature plutôt gaussienne de la décroissance à partir de laquelle est définie la micro-échelle de Taylor caractéristique des transferts d'énergie, n'est de plus pas reproduite. Lorsque dérivée à l'ordre 4, ce modèle tend donc à induire des erreurs significatives du bruit estimé en particulier dans les hautes fréquences. Une version corrigée du modèle est reporté dans [141] par Jordan et al. afin d'introduire une décroissance de type gaussienne pour les temps de retard proches de zéro.

Le second est lié au fait que l'amplitude de l'instabilité dominante des oscillations ne peut être contrôlée indépendamment de la valeur de l'exponentielle. De plus, la nature purement harmonique de la fonction cosinus ne représente pas fidèlement la nature plutôt large

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

bande de l'instabilité autour de sa fréquence caractéristique.

Les comparaisons effectuées par les mêmes auteurs entre le champ acoustique lointain obtenu expérimentalement et prédit en introduisant ce modèle à leurs équations, montrent de très bons accords pour des angles d'observation situés dans la gamme  $[30^\circ, 100^\circ]$  malgré les considérations précédentes.

Toutefois, la décroissance temporelle pour les faibles temps de retard dans le cas du jet supersonique étant plus rapide qu'en régime subsonique, les erreurs introduites par la dérivée d'ordre 4 sont certainement plus importantes pour les hautes fréquences que celles reportées par ces auteurs.

Appliqué au champ des contraintes de Reynolds, ce modèle de décroissance temporelle donne des résultats également satisfaisants (voir figure 4.14(droite)). La tendance générale des résultats reportés en Annexe 4 figures 5.15 et 5.16, indique un accord d'autant meilleur entre le modèle et les corrélations obtenues expérimentalement que l'on s'éloigne des frontières de la couche de mélange, comme dans le cas de la décroissance spatiale.

### 4.5.3 Modélisation complète de l'organisation spatio-temporelle

L'étape suivante de la modélisation consiste à utiliser les modèles proposés précédemment pour représenter au mieux l'évolution des fonctions de corrélation spatio-temporelle telles que présentées figure 4.12 dans le repère lié au champ turbulent. Si pendant le temps qu'il reste significativement corrélé le champ turbulent conserve une organisation cohérente, alors pour un temps de retard donné son organisation spatiale peut être représentée localement par une unique fonction de décroissance. Dans ce cas, la séparation des variables spatiale et temporelle est de plus justifiée. Si en revanche la forme de la décroissance spatiale évolue en fonction du temps de retard  $\tau$ , cela indique une dépendance forte des distorsions spatiales et temporelles du champ turbulent.

Afin de comparer l'évolution des fonctions de corrélation obtenues expérimentalement avec les modèles de décroissance spatiale et temporelle établis précédemment, respectivement  $r_\kappa^{(s)}(y, \xi_1)$  et  $r_\kappa^{(t)}(y, \tau)$ , le modèle complet des corrélations turbulentes est noté  $r_\kappa(y, \xi_1, \tau)$  et est donné par :

$$r_\kappa(y, \xi_1, \tau) = r_\kappa^{(s)}(y, \xi_1) r_\kappa^{(t)}(y, \tau) \quad (4.20)$$

Un exemple typique est reporté figure 4.15(gauche) pour le champ de vitesse turbulente et figure 4.15(droite) pour celui des contraintes de Reynolds. La tendance générale observée, également à d'autres positions de la couche, est une représentation de qualité moyenne des fonctions de corrélation spatio-temporelles, autant pour le champ de vitesse que celui des contraintes de Reynolds longitudinales. Cela indique notamment la difficulté à modéliser ces fonctions à partir d'une forme simple. De plus, le modèle s'écarte d'autant plus des fonctions obtenues expérimentalement que le temps de retard  $\tau$  avec lequel est observée la corrélation augmente. La séparation des variables de temps et d'espace est donc plutôt contraignante. Cela montre en particulier que l'hypothèse d'ergodicité adoptée dès le départ n'est pas vérifiée. Il serait donc intéressant de pouvoir déterminer un modèle tel que Chu le propose [22] (relation 4.9) et pour lequel les variables d'espace et de temps ne sont

## 4.5. Modélisation des corrélations turbulentes

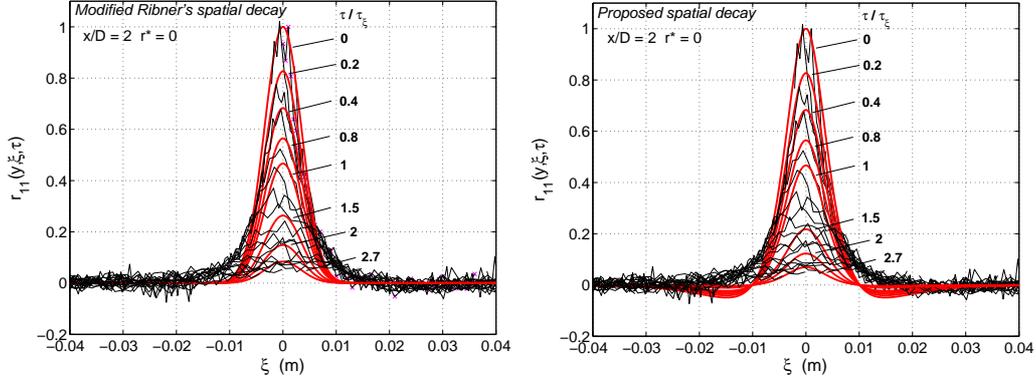


FIG. 4.15 – Modélisation de la décroissance spatio-temporelle à partir du modèle (gauche) corrigé de Ribner et (droite) proposé.

plus séparées.

La conservation au cours de son déplacement de l'organisation spatiale du champ turbulent (effet mémoire se traduisant par la superposition des courbes) n'est de plus pas reproduite, même avec la forme spatiale proposée relation 4.17. Or ceci semble être une propriété intrinsèque du champ turbulent. Afin de représenter maintenant la superposition des courbes sur une forme unique au-delà de  $\xi_o$  ( $\xi_o$  désignant la valeur de  $\xi_1$  pour laquelle la fonction de corrélation spatio-temporelle s'annule pour la première fois), une forme polynomiale est employée. L'expression complète de la fonction de corrélation spatio-temporelle  $r_{\kappa}(y, \xi_1, \tau)$  s'écrit de la façon suivante :

$$r_{\kappa}(y, \xi_1, \tau) = \begin{cases} r_{\kappa}^{(s)}(\xi_1) & \text{if } \tau = 0 \text{ or } |\xi_1| > \xi_o \\ \Lambda(\xi_1)r_{\kappa}^{(t)}(\tau) & \text{if } \tau \neq 0 \text{ and } |\xi_1| < \xi_o \end{cases}$$

où  $\Lambda(\xi_1)$  désigne un polynôme de 5ème ordre vérifiant les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \Lambda(0) &= 1 & \Lambda(\xi_o) &= 0 \\ \Lambda^{(1)}(0) &= 0 & \Lambda^{(1,2,3)}(\xi_o) &= r_{\kappa}^{(s)(1,2,3)}(\xi_o) \end{aligned}$$

Cette procédure de reconstruction est présentée figure 4.16(gauche) et une comparaison avec les données expérimentale est reportée figure 4.16(droite). En raison de l'estimation des fonctions de corrélation sur l'intervalle  $[0, \xi_o]$  par une forme polynomiale, une variance plus grande entre les données et le modèle est globalement observé dans cette intervalle. Le gain obtenu pour reproduire la convergence des corrélations vers une forme unique se fait ici au détriment d'une représentation fidèle de ces fonctions sur la gamme de  $\xi$  où le champ est le plus corrélé.

La contribution au champ acoustique rayonné par l'ensemble du jet par une source donnée dans l'écoulement est d'autant plus faible que la fonction de corrélation associée est faible. Pour une valeur de la corrélation inférieure à 0,2, la contribution correspondante sera donc

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

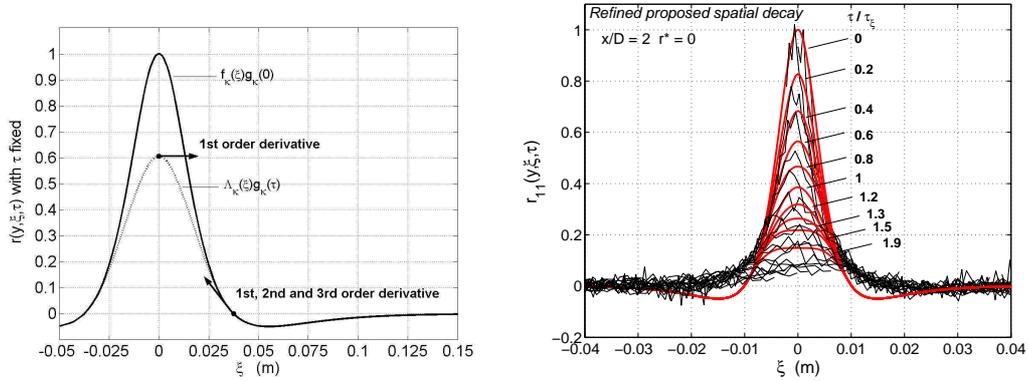


FIG. 4.16 – (Gauche) Illustration et (droite) résultat de la procédure polynômiale.

fortement négligeable. Il est donc par conséquent préférable de reproduire plus fidèlement la statistique du champ turbulent là où celui-ci est significativement corrélé c'est-à-dire sur  $[-\xi_o, \xi_o]$ .

Notons par ailleurs que l'estimation du champ acoustique rayonné à partir de l'approche statistique du champ turbulent relève principalement de celle des échelles caractéristiques des sources aéroacoustiques et de leur vitesse de convection. La forme adoptée pour la décroissance spatiale n'a que finalement peu d'influence en raison de la pondération imposée par la décroissance temporelle et sa dérivée d'ordre quatre, du facteur de directivité et de l'intégration sur l'ensemble de la région de l'écoulement.

### 4.5.4 Modélisation de la densité spectrale de puissance de l'énergie turbulente intrinsèque

L'estimation directe des densités spectrales de puissance intrinsèques au champ turbulent, c'est-à-dire perçues dans le repère mobile, au moyen des données expérimentales nécessite un maillage spatiale en  $\eta$  (distance de séparation entre deux points de mesure) particulièrement fin. La précision temporelle de la fonction d'autocorrélation du champ turbulent vu dans son déplacement, au moyen de laquelle la densité spectrale de puissance intrinsèque peut être rigoureusement obtenue, dépend en effet de ce maillage. Pour étudier l'effet de la convection sur la composition fréquentielle du champ turbulent en un point de l'écoulement, une alternative à cette difficulté est d'utiliser le modèle de décroissance temporelle  $r_{\kappa}^{(t)}(\tau)$  établi dans le paragraphe précédent.

Les résultats reportés figure 4.17(gauche), pour le champ de vitesse turbulente, présentent les densités spectrales de puissance perçues dans le repère fixe et obtenues expérimentalement, ainsi que dans le repère mobile et estimées au moyen de la transformée de Fourier du modèle de décroissance temporelle. Le point de mesure est dans cet exemple localisé le long de la couche de mélange et à 6D de la sortie de la tuyère. Concernant l'estimation de la densité spectrale de puissance au moyen du modèle de décroissance, la variance du signal mesuré est utilisée pour obtenir les niveaux d'énergie corrects. Sur cette

## 4.5. Modélisation des corrélations turbulentes

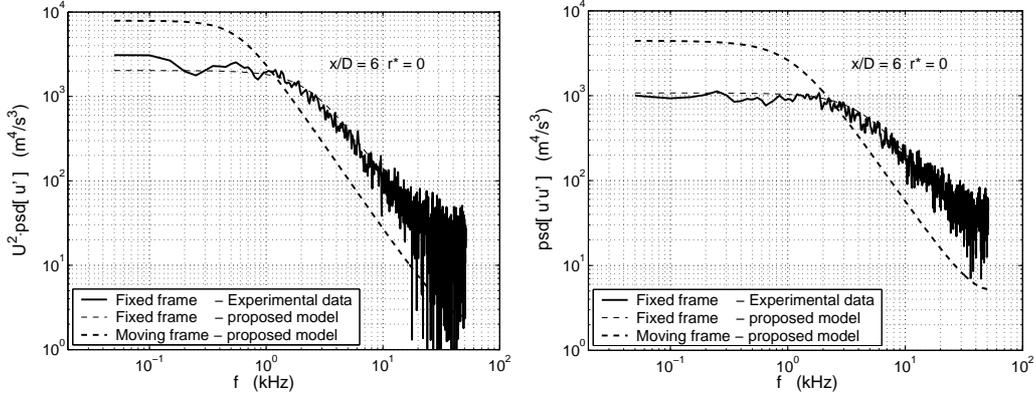


FIG. 4.17 – Densités spectrales de puissance estimées dans le repère fixe au moyen du modèle temporel et des données expérimentales. (Gauche) Champ de vitesse et (droite) champ des contraintes de Reynolds. Points de mesure situé en  $x/D=6$  et le long de l'axe de la couche de cisaillement.

même figure est également reportée la densité spectrale de puissance dans le repère fixe estimée à partir du modèle de décroissance temporelle modifié. En remplaçant effectivement d'une part, le temps intégral intrinsèque  $\tau_\xi$  par celui perçu dans le repère fixe  $\tau_\eta$ , et d'autre part la fréquence associée à l'instabilité dominante corrigée de l'effet Doppler par celle estimée dans le repère fixe, les résultats de la figure 4.17(gauche) indiquent que le modèle de décroissance temporelle permet de reconstruire fidèlement la densité spectrale de puissance de l'énergie turbulente également dans le repère fixe. Notons par ailleurs que la similitude entre le modèle et les résultats expérimentaux est de même qualité pour le champ de vitesse turbulente et celui des contraintes de Reynolds. Un exemple pour ce dernier est présenté figure 4.17(droite).

Quel que soit le champ ici étudié, les figures 4.17 indiquent que la densité spectrale de puissance estimée dans le repère mobile est décalée vers les basses fréquences et marquée par un niveau d'énergie dans cette gamme de fréquence plus important que dans le repère fixe. Ce décalage vers les basses fréquences est représentatif de l'effet Doppler et de la modification des fréquences intrinsèques des sources lorsque perçues par un observateur fixe par rapport à l'écoulement.

Le concept de densité spectrale de puissance intrinsèque au champ turbulent est particulièrement intéressante car c'est sous cette forme que le spectre d'intensité du champ acoustique rayonné en champ lointain peut être obtenu à partir de l'analogie de Lighthill. Ce concept donne de plus une représentation de la vraie distribution fréquentielle de l'énergie turbulente puisque les effets de convection sont corrigés.

La nature multi-échelle a au cours de ce chapitre été maintes fois soulignée. Or les grandeurs jusqu'ici étudiées, en dehors des densités spectrales de puissance, ne rendent pas directement compte de cette nature du champ turbulent. Nous nous proposons donc dans la partie suivante d'introduire le concept de dépendance fréquentielle des échelles

caractéristiques de la turbulence afin de compléter la caractérisation statistique des sources aéroacoustiques ici menées.

## 4.6 Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que les propriétés intégrales telles que les échelles intégrales de longueur ou de temps donnent une description finalement “moyenne” de l'organisation statistique du champ turbulent. Ainsi que suggéré par Townsend [142], étant donnée la nature multi-échelle du champ turbulent, ce dernier peut être vu comme “*la superposition de plusieurs composantes fréquentielles (le terme de tourbillon est bien souvent employé) de différentes dimensions, énergies et orientations*”. Une description plus complète du champ turbulent consisterait donc à associer à chacune de ses composantes des échelles spatiale et temporelle ainsi qu'une vitesse caractéristique de déplacement. De plus, la problématique sous-jacente soulevée ici reste bien entendu la modélisation du bruit de jet par une approche de type Lighthill. En particulier, Harper-Bourne [139] et Morris [18] montrent que la prise en compte de la dépendance fréquentielle des échelles de turbulence permet d'obtenir une meilleure estimation du champ acoustique rayonné au moins dans la direction d'observation normale à l'axe du jet. Ces auteurs ne cherchent cependant pas à relier les échelles alors définies à la dynamique du champ turbulent et en particulier à leurs homologues intégrales.

La définition d'échelles spatiales et de vitesses de convection en fonction de la fréquence est dans un premier temps présentée. Il est pour cela nécessaire de revenir à la définition même des fonctions de corrélation spatio-temporelles en terme d'énergie. L'étude fréquentielle des dimensions alors définies est ensuite reportée puis discutée dans le cas du jet supersonique froid.

### 4.6.1 Définition des échelles et vitesse de convection singulières

Comme nous l'avons vu dans le chapitre bibliographique, les échelles intégrales de longueur et de temps sont déterminées respectivement à partir des décroissances spatiales et temporelles de la fonction de corrélation  $r_{ijkl}(y, \xi, \tau)$ . Cette fonction normalisée est définie dans le cas général par :

$$r_{ijkl}(y, \eta, \tau) = \frac{\overline{u_{ti}u_{tj}(y, t) u_{tk}u_{tl}(y+\eta, t+\tau)}}{\left[ \overline{u_{ti}u_{tj}(y, t)^2} \cdot \overline{u_{tk}u_{tl}(y+\eta, t)^2} \right]^{1/2}} \quad (4.21)$$

Dans le cas présent, seule la composante  $r_{11}(y, \eta, \tau)$  du tenseur de corrélation avec  $\eta$  dans la direction longitudinale nous intéresse plus particulièrement. Dans le développement qui suit, seule cette composante fait donc l'objet d'attentions. Celle-ci peut encore être réécrite en termes de densités spectrales de puissance sous la forme :

$$r_{11}(y, \eta, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(y, \eta, \omega) e^{j\omega\tau} d\omega \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} S(y, \omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} S(y+\eta, \omega) d\omega \right]^{-1/2} \quad (4.22)$$

## 4.6. Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

où  $S(y, \eta, \omega)$  et  $S(y, \omega)$  désignent respectivement les densités spectrales de puissance croisée et simple, soit encore les transformées de Fourier des fonctions de corrélation  $r_{11}(y, \xi, \tau)$  et  $r_{11}(y, 0, \tau)$  respectivement. Il vient alors pour les décroissances spatiales et temporelles de la fonction de corrélation [143] :

$$r_{11}(y, \eta, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re} [S(y, \eta, \omega)] d\omega \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} S(y, \omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} S(y + \xi, \eta) d\omega \right]^{-1/2} \quad (4.23)$$

$$r_{11}(y, U_c \tau, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(y, U_c \tau, \omega)| e^{j\omega\tau - \phi(y, \omega)} d\omega \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} S(y, \omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} S(y + \eta, \omega) d\omega \right]^{-1/2} \quad (4.24)$$

où  $\text{Re}[\ ]$  désigne la partie réelle et  $\phi(y, \omega)$  la phase de la densité spectrale croisée  $S(y, \eta, \omega)$ . La phase de la densité spectrale croisée est intrinsèquement liée à la vitesse de déplacement de l'ensemble des différentes composantes fréquentielles du champ turbulent.  $\phi(y, \omega)$  peut donc être estimé par une simple relation linéaire de la forme  $\omega\eta/U_c$  [143]. Puisque dans l'expression de la fonction de corrélation temporelle (relation 4.25) le temps de retard représente, rigoureusement, le temps de retard associé au maximum de corrélation, cette fonction peut par conséquent encore être réécrite simplement sous la forme :

$$r_{11}(y, U_c \tau, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(y, U_c \tau, \omega)| d\omega \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} S(y, \omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} S(y + \eta, \omega) d\omega \right]^{-1/2} \quad (4.25)$$

Par ailleurs, comme nous le verrons plus loin, la dépendance fréquentielle de la vitesse de convection peut, sous cette hypothèse de linéarité, être déterminée.

Les expressions 4.23 et 4.25 montrent combien les échelles intégrales qui en découlent sont représentatives de l'ensemble des composantes spectrales du champ turbulent. Littéralement, la corrélation spatiale  $r_{11}(y, \eta, 0)$  (relation 4.23) peut de plus être vue, pour un espacement  $\eta$  donné, comme le rapport de l'énergie cohérente efficacement transportée du point  $y$  au point  $y + \eta$  par un volume de fluide élémentaire contenant l'ensemble des composantes du champ turbulent, et de l'énergie de ce même volume en chacun de ces points. Si l'on s'intéresse maintenant aux composantes spectrales contenues uniquement dans la bande de fréquence de largeur  $\Delta\omega$  et de fréquence centrale  $\omega_o$ , alors la fonction de corrélation spatiale correspondante peut être réécrite comme :

$$r_{11}(y, \eta, 0)[\omega_o, \Delta\omega] = \int_{\omega_o - \Delta\omega}^{\omega_o + \Delta\omega} \text{Re} [S(y, \eta, \omega)] d\omega \cdot \left[ \int_{\omega_o - \Delta\omega}^{\omega_o + \Delta\omega} S(y, \omega) d\omega \int_{\omega_o - \Delta\omega}^{\omega_o + \Delta\omega} S(y + \eta, \omega) d\omega \right]^{-1/2} \quad (4.26)$$

Cela revient rigoureusement à filtrer les signaux de vitesse turbulente par le filtre passe-bande  $[\omega_o - \Delta\omega, \omega_o + \Delta\omega]$ , puis à déterminer la fonction de corrélation spatiale. Les effets sur les propriétés statistiques du champ turbulent d'un tel filtrage ont été largement étudiés par Lumley et Takeuchi [144]. Ces mêmes auteurs soulignent en particulier que  $r_{11}(y, \eta, 0)[\omega_o, \Delta\omega]$  est effectivement représentatif des composantes spectrales contenues dans la bande de fréquence donnée, seulement si celles-ci peuvent être supposées indépendantes (au sens statistique) des composantes des bandes voisines. Cette technique a été appliquée par Fisher et Davies [77] dans un jet subsonique. Ces derniers rapportent en particulier que l'étude des fonctions de corrélation par bande de fréquence permet de

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

mettre en évidence la dépendance fréquentielle de la vitesse de convection. Les mêmes auteurs soulignent également l'importance que revêt l'étude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent. Les distorsions du champ turbulent dans son déplacement, entre autres, peuvent en effet être ainsi reliées aux interactions de ces différentes composantes.

Si l'on s'intéresse maintenant à une composante  $\omega$  particulière, rien n'empêche de définir par analogie à ce qui précède la fonction suivante :

$$r_{11}(y, \eta, 0)[\omega] = \operatorname{Re} \left[ S(y, \eta, \omega) \right] \cdot \left[ S(y, \omega) S(y + \eta, \omega) \right]^{-1/2} \quad (4.27)$$

L'intégration de cette fonction sur la variable d'espace  $\eta$  définit une échelle de longueur. Par analogie à l'échelle intégrale de longueur, nous choisissons ici de définir cette échelle comme l'*échelle de longueur singulière*, soit encore :

$$\ell_{11}[y, \omega] = \int r_{11}(y, \eta, 0)[\omega] d\eta \quad (4.28)$$

Volontairement, les bornes d'intégration ne sont pas explicitées ici. Comme déjà discuté au cours de ce chapitre, une définition rigoureuse consisterait à intégrer la fonction de corrélation spatiale sur  $[0, +\infty[$ . Du point de vue expérimental, nous nous limiterons en revanche à l'intégration sur la variable  $\eta$  de  $r(y, \eta, 0)[\omega]$  jusqu'à son premier zéro.

Un raisonnement similaire pour la partie temporelle  $r_{11}(y, U_c \tau, \tau)$  peut être mené. Cela conduit en particulier à définir l'*échelle temporelle singulière* par :

$$\tau_\xi[\omega] = \int r_{11}(y, U_c \tau, \tau)[\omega] d\tau \quad (4.29)$$

avec

$$r_{11}(y, U_c \tau, \tau)[\omega] = |S(y, \eta, \omega)| \cdot \left[ S(y, \omega) S(y + \eta, \omega) \right]^{-1/2} \quad (4.30)$$

Par conséquent, notons que si les échelles intégrales de longueur et de temps étaient définies à partir de la fonction de corrélation spatio-temporelle  $r_{11}(y, \eta, \tau)$ , les échelles singulières sont elles déterminées à partir de la fonction de cohérence  $\chi(y, \eta, \omega)$  suivante :

$$\chi(y, \eta, \omega) = \frac{S(y, \eta, \omega)}{\left[ S(y, \omega) S(y + \eta, \omega) \right]^{1/2}} \quad (4.31)$$

Connaissant cette fonction, les deux échelles singulières peuvent donc être déterminées expérimentalement. La modélisation de la fonction de corrélation spatio-temporelle est donc remplacée par celle de la fonction de cohérence. Nous nous limitons toutefois dans les paragraphes qui suivent à ne présenter uniquement que les distributions fréquentielles de l'échelle singulière spatiale et de la vitesse de convection. La signification physique de l'échelle temporelle singulière reste effectivement à ce jour encore mal comprise.

---

## 4.6. Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

### 4.6.2 Dépendance fréquentielle de la vitesse de convection

La dépendance fréquentielle de la vitesse de convection singulière en un point de l'écoulement peut être déterminée d'après ce qui précède au moyen de la phase de la densité spectrale de puissance. Rappelons que cette vitesse intervient dans l'expression de l'intensité acoustique rayonnée dans le facteur d'amplification Doppler (relation 1.29). La prise en compte de la dépendance fréquentielle de cette vitesse peut donc rigoureusement permettre d'obtenir une meilleure estimation des effets de convection des sources aéroacoustiques.

#### *Phase de la densité spectrale de puissance*

Un exemple typique des résultats obtenus pour la phase de la densité spectrale de puissance dans le jet supersonique froid est reporté figure 4.18(gauche). Est présentée sur cette figure la phase de la densité spectrale de puissance pour plusieurs distances de séparation. Le point de mesure fixe est situé sur l'axe de la couche de mélange et à 5D de la sortie de la tuyère. Chaque courbe correspond à une distance de séparation  $\eta$  donnée entre les deux points de mesure.

Pour un espacement nul, la densité spectrale de puissance croisée est rigoureusement équivalente à la densité spectrale de puissance propre. Par définition, la phase de la densité spectrale croisée est donc dans ce cas identiquement nulle quelle que soit la fréquence. La phase estimée expérimentalement pour un tel espacement (trait gras figure 4.18(gauche)) est effectivement nulle jusqu'à environ 10kHz. Des fluctuations importantes sont observées au-delà de cette fréquence. Ces fluctuations ont pour origine la variance introduite lors de la procédure d'estimation des fonctions de corrélation évoquée au cours du chapitre 2. La détermination de la phase pour une distance de séparation nulle entre les deux points de mesure donne par conséquent une bonne estimation de la limite de validité de cette analyse fréquentielle.

Les résultats reportés figure 4.18(gauche) montrent que la phase décroît d'autant rapidement avec la fréquence que l'espacement augmente. L'évolution de la phase avec l'espacement est reportée figure 4.18(droite). Chaque courbe correspond désormais à une fréquence donnée. Dans cette représentation, les résultats indiquent une décroissance fortement linéaire de la phase avec l'espacement dont la pente (en valeur absolue) augmente avec la fréquence. Cette évolution confirme notamment la relation linéaire suggérée plus haut. La vitesse de convection singulière  $u_c(y, \omega)$  peut par conséquent être estimée au moyen de la pente de décroissance.

#### *Vitesse de convection singulière*

Les figures 4.19 présentent la distribution de la vitesse de convection singulière normalisée avec la vitesse de convection  $U_c$  locale en plusieurs points de la couche de mélange (bord du cône potentiel, axe de la couche de mélange et milieu extérieur de la couche de mélange) situés à 3D, 5D et 6D de la sortie de la tuyère.

De manière générale, quelle que soit la position dans la couche de mélange, les résultats indiquent une légère augmentation de cette vitesse avec la fréquence. Cela indique donc clairement une dépendance de la vitesse de convection singulière. Ces résultats sont à rapprocher des travaux rapportés par Fisher et Davis [77] ou encore par Haper-Bourne [139]

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

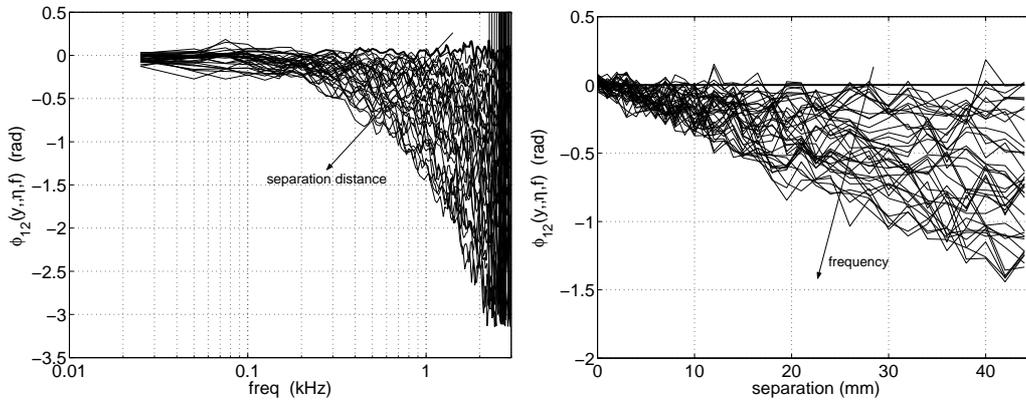


FIG. 4.18 – Phase de la densité spectrale de puissance des fluctuations longitudinales de la vitesse dans le jet supersonique froid, (Gauche) en fonction de la fréquence - chaque courbe correspond à une distance de séparation  $\eta$  donnée -, et (Droite) en fonction de la distance de séparation - chaque courbe correspond à une fréquence donnée. Point de mesure fixe situé sur l'axe de la couche de mélange et à  $5D$  de la sortie de la tuyère.

en jets subsoniques. Ces auteurs montrent en effet que la vitesse de convection classique  $U_c$ , lorsque estimée par bande de fréquence, augmente avec la fréquence. Nous pouvons donc raisonnablement en conclure que la vitesse  $u_c[\omega]$  déterminée dans le présent travail correspond exactement à la vitesse de convection classiquement adoptée mais associée aux différentes composantes fréquentielles du champ turbulent.

Les présents résultats montrent donc de plus que les composantes basses fréquences se déplacent à des vitesses plus faibles que les composantes hautes fréquences. En particulier, les composantes fréquentielles du champ turbulent ne se déplacent pas en phase comme souligné, entre autres, par Crighton [25]. Si Fisher et Davis [77] rapportent une vitesse  $u_c[\omega]$  croissante avec la fréquence, la vitesse déterminée ici tend en revanche à converger vers une valeur constante, légèrement supérieure à la vitesse de convection  $U_c$ . Ce comportement n'est pas aisément identifiable à partir des résultats présentés ici mais l'étude de l'ensemble des distributions de la vitesse singulière en d'autres points de la couche de mélange montre cette tendance. Cela tend en particulier à montrer que les composantes hautes fréquences (petites échelles de l'écoulement) se déplacent à des vitesses plutôt similaires.

Notons que ce dernier point est en contradiction avec l'hypothèse de Papamoschou et Bunyajitradulya [57] selon lesquels les petites échelles de l'écoulement se déplacent avec des vitesses plutôt proches de celle de l'écoulement moyen (hypothèse dont nous avons déjà discutée précédemment dans ce chapitre).

L'association de la vitesse de convection  $U_c$  à l'instabilité dominante est également discutable. Les traits verticaux dans les figures 4.19 localisent la fréquence associée au nombre de Strouhal caractéristique du jet aux différentes positions étudiées. Si la vitesse de convection  $U_c$  était effectivement la vitesse de l'instabilité dominante, nous devrions retrouver une valeur de  $u_c[\omega]/U_c$  égal à l'unité à la fréquence du Strouhal du jet. Ceci n'est claire-

#### 4.6. Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

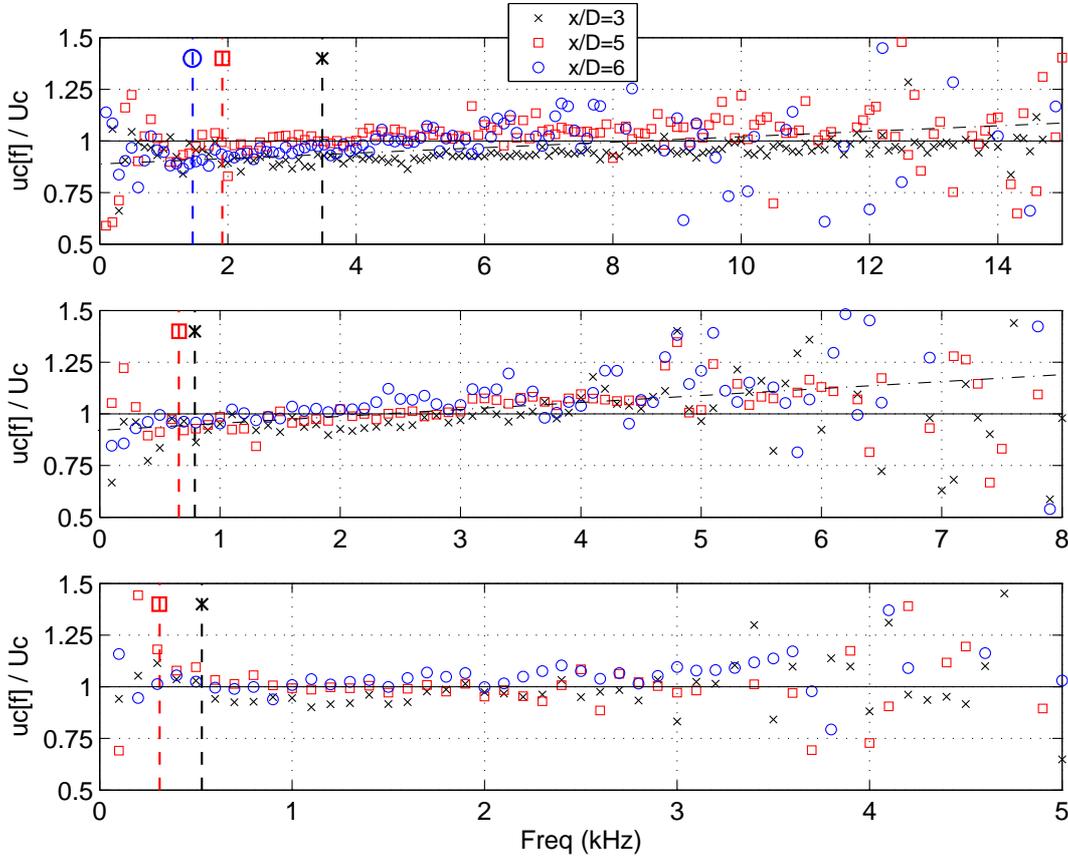


FIG. 4.19 – *Distribution de la vitesse de convection singulière avec la fréquence. (Haut) Bord du cône potentiel, (milieu) axe de la couche de mélange, (bas) milieu extérieur de la couche de mélange. Distance à la sortie de la tuyère : ( $\times$ )  $3D$ , ( $\square$ )  $5D$  et ( $\circ$ )  $6D$ . Les traits verticaux rappellent les valeurs de la fréquence du Strouhal du jet obtenues figure 3.21 aux points de mesure étudiés ici.*

ment pas observé sur les figures 4.19. En revanche, la vitesse de convection singulière tend à être bien répartie autour de la vitesse de convection  $U_c$ . Cette dernière est donc plutôt représentative d'une vitesse moyenne des déplacements de l'ensemble des composantes du champ turbulent, soit encore d'une vitesse de groupe, plutôt que de celle d'une instabilité donnée.

La figure 4.19 met également en évidence une forte similitude du rapport  $u_c(y, \omega)/U_c$  le long d'une position radiale  $r^*$  donnée quelle que soit la distance à la sortie de la tuyère. D'après les résultats de la figure 4.8, nous savons que la vitesse de convection  $U_c$  pour une position radiale donnée reste sensiblement constante au moins le long de la région de mélange où le cône potentiel existe. L'équilibre continu qui s'établit entre les différentes composantes du champ turbulent le long de la couche de mélange est donc tel que la distri-

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

bution des vitesses singulières donne une vitesse de convection  $U_c$  sensiblement constante sur une position radiale  $r^*$  donnée. Reste à savoir maintenant comment ces différentes composantes sont distribuées en termes de leur dimension spatiale caractéristique. Ceci est l'objet du paragraphe suivant.

### 4.6.3 Estimation expérimentale et modélisation des échelles singulières

Pour tenter de relier les échelles singulières à la dynamique du champ turbulent, nous nous proposons ici de nous aider d'une modélisation de la fonction de corrélation spatiale singulière  $r_{11}(y, \eta, 0)[\omega]$  et de l'échelle de longueur singulière  $\ell_{11}[y, \omega]$ . La formulation gaussienne suggérée par Ribner [15] pour les fonctions de corrélation spatio-temporelle est pour cela reprise. Les résultats obtenus expérimentalement pour la fonction  $r_{11}(y, \eta, 0)[\omega]$  dans le jet supersonique sont tout d'abord présentés.

#### *Description générale de la fonction de corrélation spatiale singulière*

La connaissance de la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse entre deux points séparés de l'écoulement, ainsi que des densités spectrales de puissance propres en chacun de ces deux points permet, comme nous l'avons vu précédemment, de déterminer la fonction de cohérence  $\chi(y, \eta, \omega)$  (relation 4.31). A partir de cette fonction, la corrélation spatiale singulière  $r_{11}(y, \eta, 0)[\omega]$  associée à une composante fréquentielle donnée du champ turbulent peut ainsi être obtenue. Pour simplifier les notations, nous notons désormais  $\chi_s(y, \eta, \omega)$  cette fonction de corrélation spatiale.

Un exemple typique obtenu dans le cas du jet supersonique froid est présenté figure 4.20 pour la composante longitudinale des fluctuations de vitesse. Chaque sous-figure correspond à une fréquence donnée entre 0Hz et 10kHz. Le point de mesure fixe est situé sur l'axe de la couche de mélange et à 5D de la sortie de la tuyère.

Ces résultats indiquent dans un premier temps une décroissance de  $\chi_s(y, \eta, \omega)$  d'autant plus rapide que la fréquence augmente. L'étendue spatiale sur laquelle une composante fréquentielle reste significativement cohérente est donc d'autant plus faible que sa fréquence associée est grande, ou encore que sa longueur d'onde est petite. L'étendue spatiale d'une composante donnée dépend effectivement de sa longueur d'onde, ainsi que, d'ailleurs, de l'énergie turbulente qu'elle transporte.

Des oscillations amorties en fonction de la variable d'espace sont de plus clairement observées. On note par ailleurs une légère augmentation de l'amplitude de ces oscillations avec la fréquence. Il est toutefois important de rappeler ici que ces fonctions sont normalisées. Comme l'énergie turbulente effectivement transportée par une composante spectrale donnée diminue avec la fréquence (voir chapitre précédent), bien que l'amplitude de ces oscillations augmentent avec la fréquence, l'énergie turbulente associée reste donc plus faible pour les composantes turbulentes hautes fréquences que celles basses fréquences.

Ces oscillations sont représentatives du caractère tourbillonnaire des différentes composantes du champ turbulent. En particulier, il est intéressant de constater comment ce caractère est ici clairement identifié mais absent dans les fonctions de corrélation spatio-temporelle discutées au cours de ce chapitre. Cela est principalement dû au fait que ces corrélations  $r_{11}(y, \eta, \tau)$  prennent en compte l'ensemble des échelles du champ turbulent.

#### 4.6. Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

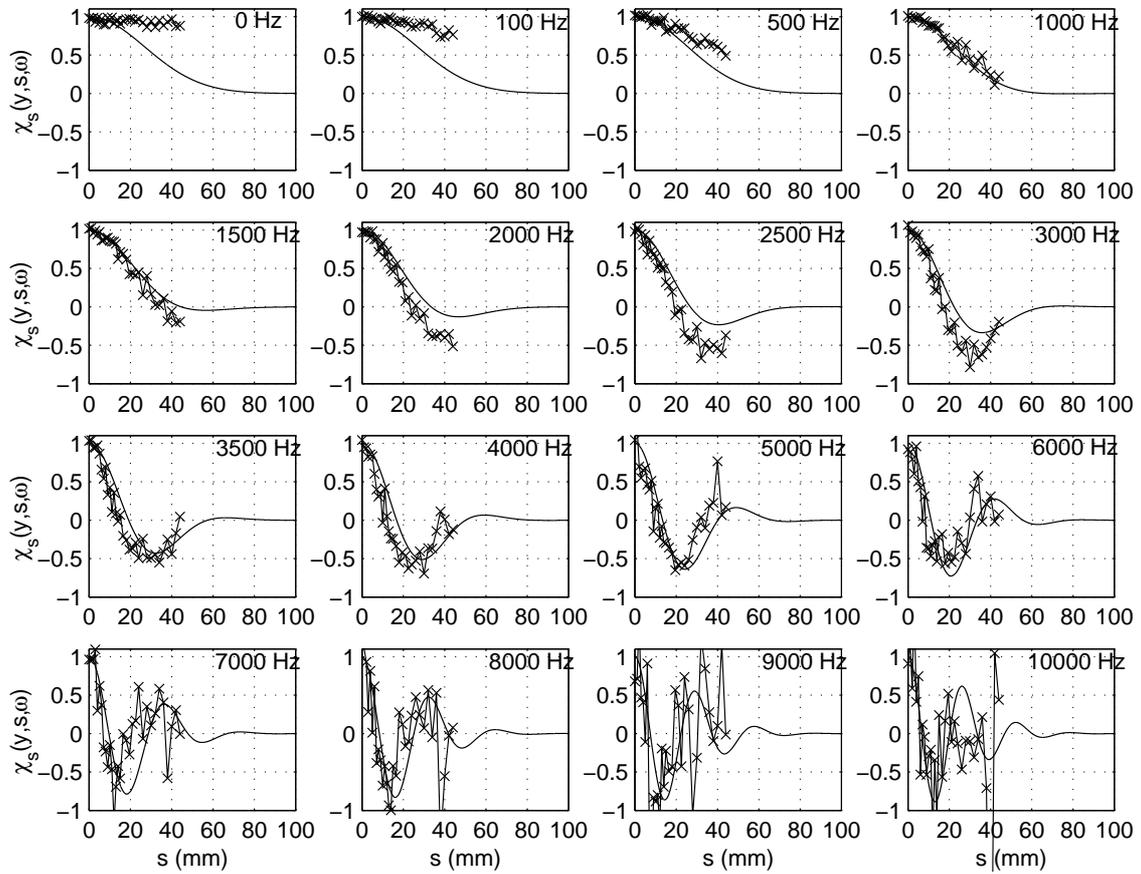


FIG. 4.20 – Fonction de décroissance spatiale singulière  $r_{11}(y, \eta, 0)[f]$  des fluctuations longitudinales de la vitesse pour des fréquences variant de 0Hz à 10kHz. Point de mesure situé sur l'axe de la couche de mélange du jet supersonique froid et à  $5D$  de la sortie de la tuyère. (×) Données expérimentales, (—) modélisation, relation 4.37.

Ce dernier, bien que caractérisé par la présence d'une instabilité très cohérente, reste dominé par une forte désorganisation. Cette désorganisation induit un effet de brouillage du caractère tourbillonnaire général (ayant pour origine l'instabilité dominante) du champ turbulent. De plus, d'après ce que nous venons de voir les différentes composantes du champ turbulent ne se déplacent pas en phase, si bien que ce caractère tourbillonnaire est perdu lorsque l'ensemble des composantes du champ turbulent est pris en compte.

##### Modélisation de l'échelle de longueur singulière

A ce stade de l'analyse il est intéressant de recourir à la modélisation des différentes grandeurs recherchées ici. Dans le cas présent, la modélisation peut être particulièrement intéressante pour préciser le comportement de ces grandeurs dans la zone de fréquence inaccessible par la mesure.

Une formulation gaussienne est retenue pour les fonctions de corrélation normalisées

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

spatio-temporelles  $r_{11}(y, \eta, \tau)$  et d'autocorrélation  $r_{11}(y_i, \tau)$  au point  $y_i$ . Ces deux fonctions s'écrivent dans ce cas [15] :

$$\begin{aligned} r_{11}(y, \eta, \tau) &= \exp\left[-\pi \frac{\tau^2}{\tau_\xi^2}\right] \cdot \exp\left[-\pi \frac{(\eta - U_c \tau)^2}{\ell_{11}^2}\right] \\ r_{11}(y_k, \tau) &= \exp\left[-\pi \frac{\tau^2}{\tau_k^2}\right] \end{aligned} \quad (4.32)$$

où  $\tau_\xi$  et  $\ell_{11}$  désignent les échelles intégrales de temps et de longueur, et  $\tau_k$  le temps de renouvellement local du champ de vitesse turbulente au point  $y_k$ . Les densités spectrales de puissance croisée  $S(y, \eta, \omega)$  et propre  $S(y_k, \omega)$  au point  $y_k$  (transformée de Fourier des fonctions de corrélation précédentes) sont donc données par :

$$\begin{aligned} S(y, \eta, \omega) &= \frac{\tau_\xi}{\sqrt{1 + \beta^2}} \exp\left[-\pi \frac{1}{1 + \beta^2} \frac{\eta^2}{\ell_{11}^2}\right] \\ &\times \exp\left[-\omega^2 \frac{\tau_\xi^2}{4\pi} \frac{1}{1 + \beta^2}\right] \exp\left[-j\omega\tau_\xi \frac{\beta}{1 + \beta^2} \frac{\eta}{\ell_{11}}\right] \end{aligned} \quad (4.33)$$

et

$$S(y_k, \omega) = \tau_k \exp\left[-\omega^2 \tau_k^2 / 4\pi\right] \quad (4.34)$$

où coefficient  $\beta$  désigne le rapport des échelles spatiales  $\tau_\xi U_c / \ell_{11}$ .

La fonction de corrélation spatiale singulière  $r_{11}(y, \eta, 0)[\omega]$ , notée simplement  $\chi_s(y, \eta, \omega)$  par la suite et définie comme la partie réelle de la fonction de cohérence  $\chi(y, \eta, \omega)$  donnée relation 4.31, s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \chi_s(y, \eta, \omega) &= \left[ \frac{\tau_\xi}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} \frac{1}{1 + \beta^2} \right] \exp\left[-\pi \frac{\eta^2}{\ell_{11}^2 (1 + \beta^2)}\right] \\ &\times \exp\left[-\frac{\omega^2}{4\pi} \left( \frac{\tau_\xi^2}{1 + \beta^2} - \frac{1}{2} (\tau_1^2 + \tau_2^2) \right)\right] \cos\left[\omega\tau_\xi \frac{\beta}{1 + \beta^2} \frac{\eta}{\ell_{11}}\right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

Dans la plupart des applications, expérimentales ou numériques, seule l'échelle intégrale temporelle intrinsèque  $\tau_\xi$  est généralement connue. Pour un espacement nul, les corrélations croisée et propre sont rigoureusement identiques si bien qu'une relation entre  $\tau_\xi$  et l'échelle intégrale de renouvellement local  $\tau_k$  peut être établie. Dans le cas particulier où le modèle gaussien pour les fonctions de corrélation est adopté, l'égalité des équations 4.32 permet d'écrire la relation suivante :

$$\tau_\xi \approx \sqrt{\frac{\tau_1^2 \ell_{11}^2}{\ell_{11}^2 - \tau_1^2 U_c^2}} \quad (4.36)$$

En supposant que le temps de renouvellement local  $\tau_k$  reste constant sur l'étendue spatiale sur laquelle la composante spectrale  $\omega$  du champ turbulent est bien corrélée avec elle-même, il vient finalement pour la fonction de corrélation spatiale singulière :

$$\chi_s(y, \eta, \omega) = \exp\left[-\pi \frac{\eta^2}{\ell_{11}^2} \frac{1}{(1 + \beta^2)}\right] \cos\left[\omega\tau_\xi \frac{\beta}{1 + \beta^2} \frac{\eta}{\ell_{11}}\right] \quad (4.37)$$

## 4.6. Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

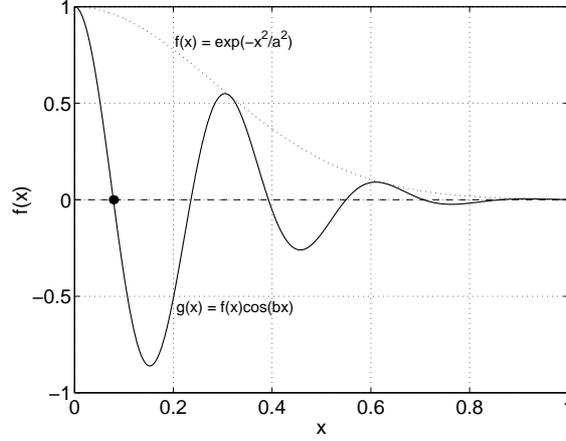


FIG. 4.21 – Modèle de la fonction de corrélation spatiale singulière (relation 4.37).

Un exemple typique de ces fonctions est présenté figure 4.21 pour des valeurs arbitraires des échelles. C'est à partir de cette fonction que l'échelle de longueur singulière est calculée. La présence d'oscillations soulève le problème de l'intégration sur la variable d'espace. Nous nous proposons ici, comme discuté plus haut, de définir l'échelle de longueur singulière  $\ell_{11}[y, \omega]$  comme l'intégration de  $\chi_s(y, \eta, \omega)$  sur  $[0, \eta_o]$ , où  $\eta_o$  désigne la valeur de  $\eta$  pour laquelle  $\chi_s(y, \eta, \omega)$  s'annule la première fois. Finalement,  $\ell_{11}[y, \omega]$  est alors donnée par :

$$\ell_{11}[y, \omega] = \frac{\ell_{11}\sqrt{1+\beta^2}}{2} \exp\left[-\frac{\beta^2\tau_\xi^2\omega^2}{4(1+\beta^2)}\right] \Delta(\tau_\xi, \beta, \omega) \quad (4.38)$$

avec

$$\Delta(\tau_\xi, \beta, \omega) = \sum_{n=1}^2 (-1)^n \text{Erf}\left[(-1)^n \frac{\sqrt{1+\beta^2}}{\beta\tau_\xi} \frac{\sqrt{\pi}}{2\omega} + j \frac{\omega}{2\sqrt{\pi}} \frac{\beta\tau_\xi}{\sqrt{1+\beta^2}}\right] \quad (4.39)$$

où Erf désigne la fonction erreur.

Lorsque la fonction de corrélation spatiale singulière est intégrée sur  $[0, +\infty[$ , cette échelle est simplement donnée par la relation 4.38 avec  $\Delta(\tau_\xi, \beta, \omega) = 1$ . La définition précédente (relation 4.39) est cependant ici retenue pour rester en adéquation avec les résultats obtenus expérimentalement. Il est par ailleurs important de noter que cette expression n'est valable que lorsque le modèle gaussien pour les fonctions de corrélation est adopté. Des formes plus complexes telles que hyperboliques, ou bien prenant compte de la nature anisotrope du champ turbulent comme proposées récemment par O'Hara [145] ou encore Devenport [146], pourraient également être employées. Nous nous limitons ici au modèle gaussien en raison principalement de la forme simple des relations qui en découlent et pour vérifier la validité du raisonnement développé ici.

### Description du caractère tourbillonnaire

Les valeurs des grandeurs intégrales obtenues expérimentalement dans la configuration

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

du jet supersonique froid sont maintenant employées pour paramétrer ce modèle. Les comparaisons avec les résultats discutés précédemment sont reportés figure 4.20 (traits gras).

Ces résultats montrent que le modèle établi reproduit plutôt assez fidèlement les données expérimentales. Ceci est particulièrement vrai au-delà de 1kHz. Les décroissances et les oscillations amorties sont correctement identifiées. La modélisation permet de plus d'apprécier plus facilement le degré d'amortissement de ces oscillations. Si à chacune des composantes fréquentielles du champ turbulent une structure turbulente de type tourbillon peut être associée [79], alors il est intéressant de constater que le nombre de lobes positifs présents dans ces oscillations est représentatif du nombre de retournements du tourbillon sur lui-même pendant son déplacement. Jusqu'à environ 3,5kHz les résultats ne montrent pas de seconds lobes positifs. Cela traduit un enroulement lent si bien que les structures tourbillonnaires correspondantes n'ont pas le temps de s'enrouler complètement avant d'être impliquées dans un nouveau processus de mélange, tel qu'un appariement par exemple. Au-delà de 3,5kHz, le nombre croissant de lobes positifs avec la fréquence est évident. Cela montre des temps de retournement d'autant plus faibles que la longueur d'onde de la structure tourbillonnaire est petite.

D'après les résultats présentés au cours du chapitre 3, la fréquence caractéristique de l'instabilité dominante le long de l'axe de la couche de mélange et à 5D de la sortie de la tuyère (distance à laquelle sont présentés les résultats de la figure 4.20) est de l'ordre de 3,5kHz. Une relation étroite entre l'instabilité dominante qui se développe le long du jet et l'apparition de ces oscillations à cette même fréquence existe donc. Ces résultats montrent en particulier comment l'instabilité dominante affecte les différentes composantes du champ turbulent.

Dans le paragraphe précédent, la dépendance fréquentielle de la vitesse de convection a été mise en évidence. Celle-ci montre que les différentes composantes du champ turbulents, ou tourbillons comme suggéré par Townsend [142], se déplacent dans l'écoulement avec des vitesses différentes. Pour un observateur fixe par rapport à l'écoulement ou se déplaçant à la vitesse de convection  $U_c$  avec le champ turbulent, la pulsation perçue de l'onde acoustique émise par une de ces composantes n'est évidemment pas la même du fait de la convection de la source. La propriété qui reste ici inchangée est le nombre d'onde associée à la composante turbulente. En effet, si l'on considère une structure tourbillonnaire de longueur d'onde  $k$  se déplaçant à la vitesse  $u_c$ , cette structure est perçue par un observateur à la pulsation  $\omega_f = ku_c$  dans un repère fixe et à la pulsation  $\omega_m = k|u_c - U_c|$  dans le repère mobile. La décomposition du champ turbulent en ces différentes composantes devrait par conséquent être relative, non pas à la fréquence, mais au nombre d'onde. Dans la pratique toutefois, ainsi que le soulignent Fisher et Davies [77], si la décomposition du champ turbulent en ces composantes spectrales ne posent pas de problèmes particuliers puisque le produit du nombre d'onde  $k$  et de la vitesse  $u_c[\omega]$  (produit égal à la pulsation  $\omega$ ) est facilement identifiable, une certaine ambiguïté demeure dès lors que l'on tente de déterminer les deux grandeurs séparément. En effet, quand bien même la vitesse de déplacement d'une composante donnée est connue, cette dernière est susceptible de se déformer si bien qu'une incertitude demeure sur son nombre d'onde.

Afin de rester dans le cadre de l'étude présentée ici, nous nous contentons donc de

## 4.6. Etude fréquentielle des propriétés intégrales du champ turbulent

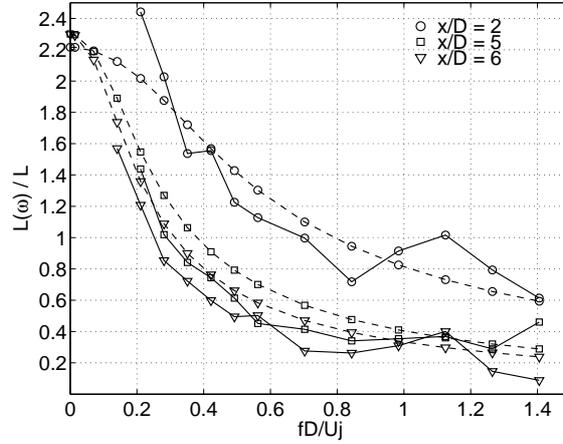


FIG. 4.22 – Distribution de l'échelle singulière avec la fréquence. Points de mesure situés sur l'axe de la couche de mélange et à  $(\circ)$   $2D$ ,  $(\square)$   $5D$  et  $(\nabla)$   $6D$  de la sortie de la tuyère. (—) Résultats expérimentaux et (---) modèle donné relation 4.38.

décomposer le champ turbulent en ces composantes spectrales.

### Distribution fréquentielle de l'échelle spatiale

La dépendance fréquentielle de l'échelle de longueur  $\ell_{11}[y, \omega]$  normalisée avec l'échelle intégrale  $\ell_{11}$  est présentée figure 4.22 en fonction du nombre de Strouhal pour des points de mesure situés sur l'axe de la couche de mélange et à  $2D$ ,  $5D$  et  $6D$  de la sortie de la tuyère.

De manière générale, les résultats expérimentaux montrent qu'en dessous d'une fréquence donnée la corrélation spatiale singulière ne décroît pas assez rapidement pour devenir négative sur le domaine spatiale étudié (voir figure 4.20 par exemple). Or, d'après la définition que nous avons adopté pour l'échelle spatiale singulière, cette fonction doit au moins s'annuler. Pour cette raison, les résultats expérimentaux pour  $\ell_{11}[y, \omega]$  (figure 4.22) ne sont présentés que sur la gamme de fréquence où  $\chi_s(y, \eta, \omega)$  présente une partie négative.

Les résultats de la figure 4.22 montrent une décroissance de l'échelle de longueur singulière avec le nombre de Strouhal. Dans la gamme de fréquence où sont estimées expérimentalement ces échelles, le modèle (trait discontinu) reproduit bien cette décroissance et montre un accord correct. Cette décroissance avec la fréquence confirme l'hypothèse bien souvent acceptée que les composantes basses fréquences sont associées aux grandes échelles de l'écoulement et inversement pour les composantes hautes fréquences.

Comme nous l'avons évoqué plus haut, les mesures réalisées ne permettent pas de déterminer le comportement de l'échelle de longueur singulière dans les très basses fréquences. La modélisation devient donc particulièrement intéressante. Ainsi, pour les très faibles nombres de Strouhal, le modèle indique un comportement de type gaussien de l'échelle singulière. Ce caractère gaussien est bien évidemment lié avant tout au modèle de corrélation initialement utilisé (relation 4.32). Toutefois ce caractère est aussi intrinsèque aux fonc-

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

tions de corrélation obtenues expérimentalement. Cela indique par conséquent que l'échelle de longueur singulière est relativement constante dans les basses fréquences et diminue ensuite de manière significative avec la fréquence. Cela confirme en partie les résultats de Harper-Bourne [139] en jet subsonique qui note un comportement identique.

En raison de sa définition même, la relation de cette échelle singulière à son équivalente intégrale n'est pas immédiate. Si l'on reprend les résultats du chapitre 3 sur l'identification du Strouhal du jet (figure 3.21), on remarque cependant que le rapport des échelles spatiales  $\ell_{11}[y, \omega]/\ell_{11}$  est égal à l'unité pour des valeurs du nombre de Strouhal associées à l'instabilité dominante du jet. Une relation très étroite semble donc se dégager entre les deux échelles. Le lien direct entre ces deux échelles restent cependant peu intuitif une étude plus approfondie serait donc nécessaire.

### 4.6.4 Discussion et relation au bruit de jet rayonné

Si la discussion sur cette approche reste ici ouverte, le bon accord entre le modèle et les résultats expérimentaux laisse à penser qu'une description plus complète de l'organisation spatiale et temporelle du champ turbulent que celle obtenue simplement à partir des échelles intégrales est, de manière assez légitime, envisageable. Les résultats obtenus pour la vitesse de convection en sont notamment une illustration. La principale difficulté vient de la décomposition du champ turbulent ainsi que le soulignent Lumley et Takeuchi [144].

La problématique sous-jacente à ce travail est, comme nous l'avons plusieurs fois souligné, l'estimation du bruit pour les écoulement supersoniques. Celle ci reposant sur la modélisation des sources aéroacoustiques et plus particulièrement sur celle de leur distributions spatiale et temporelle, le fait d'introduire la nature multi-échelle du champ turbulent sous forme d'échelles caractéristiques qui dépendent de la fréquence ne peut par conséquent que donner une meilleure estimation du champ acoustique rayonné. Les récents travaux de Morris [18] et Harper-Bourne [139] montrent effectivement que dans la direction perpendiculaire à l'axe du jet une meilleure estimation du champ acoustique rayonné est obtenue que lorsque ces échelles sont supposées constantes.

## 4.7 Conclusion

La caractérisation statistique des sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid est rapportée dans ce présent chapitre. L'approche adoptée consiste à traduire les organisation spatiale et temporelle particulières du champ turbulent, source même de la composante de bruit de mélange, en termes statistiques des moments d'ordre 2 et 4 des fluctuations de vitesse. Cette approche s'appuie, à la base, sur le concept d'analogie aéroacoustique de Lighthill à partir duquel l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain peut être déterminée lorsque les distributions statistiques spatiale et temporelle des sources sont connues dans toute la région de l'écoulement. Ces distributions sont représentées mathématiquement par le tenseur de corrélation spatio-temporelle du terme source, c'est-à-dire du terme  $\rho u_i u_j$  pour la composante du bruit de mélange. Les composantes de ce tenseur, ou fonctions de corrélation spatio-temporelle, permettent en particulier de définir les propriétés intégrales (spatiales ou temporelle) associées soit au champ

de vitesse turbulente (corrélations d'ordre 2 des fluctuations de vitesse), soit au champ des contraintes de Reynolds (corrélations d'ordre 4). Ces deux champs étant à l'origine des deux composantes du bruit de mélange, le bruit de cisaillement et le bruit propre, leurs propriétés intégrales sont donc également représentatives des mécanismes de conversion de l'énergie turbulente associés à ces composantes. Nous rappelons que des mesures par vélocimétrie laser Doppler de la seule composante longitudinale de vitesse ont été effectuées et par conséquent, seules les propriétés intégrales de cette composante de vitesse sont présentées ici.

Dans un premier temps, la description de l'évolution générale des fonctions de corrélation spatio-temporelle, lorsque représentées dans un repère fixe par rapport à l'écoulement, met en évidence dans le cas du jet supersonique froid la conservation d'une certaine organisation spatiale du champ turbulent au cours de son déplacement. En régime haut subsonique (exploitation des données de Jordan et al. [130]), des effets d'étirement importants sont de plus identifiés. Le développement très rapide du champ turbulent dans le cas du jet supersonique semble donc s'accompagner de processus de mélange, tels que l'appariement ou l'enroulement des structures, sans effets d'étirement aussi prononcés qu'en régime subsonique.

La cartographie des différentes échelles spatiales et temporelle ainsi que de la vitesse de convection en plusieurs points de la couche de mélange est également reportée dans ce chapitre. Représentatifs de l'organisation du champ turbulent, les résultats pour l'échelle intégrale de longueur montrent une grande similitude avec ceux de la littérature en régime subsonique (croissance linéaire avec la distance à la sortie de la tuyère, localisation des maxima sur l'axe de la couche de mélange etc...). Cela traduit par conséquent des mécanismes de mélange intrinsèques de même nature. Hormis la composition fréquentielle relative et les niveaux d'intensité acoustique différents de la composante de bruit de mélange rayonné par des jets subsonique et supersonique, les mécanismes de production sont identiques. Cela explique donc une évolution des échelles intégrales observée ici dans le jet supersonique froid similaire à celle connue en régime subsonique. Dans le cas du jet supersonique, ces échelles sont en revanche d'un ordre de grandeur plus petites, traduisant ainsi une turbulence plus fine et un spectre d'intensité acoustique pour les écoulements supersoniques généralement plus riche en haute fréquence qu'en régime subsonique. La distribution relative des échelles (aussi bien spatiales que temporelles) définies pour les champs de vitesse turbulente et des contraintes de Reynolds est par ailleurs représentative d'une composition du bruit de cisaillement plutôt basse fréquence comparativement au bruit propre.

Une étude quantitative de l'efficacité des sources aéroacoustiques est également reportée au moyen du degré de compacité défini comme le rapport des échelles spatiales caractéristiques de la source acoustique locale équivalente. Les résultats montrent principalement que dans le cas du jet supersonique ces sources ne peuvent être considérées comme acoustiquement compactes. Leur degré de compacité, proche de l'unité, est de plus fonction de la position de la source dans l'écoulement et est fortement influencé par l'instabilité dominante du jet. Une conséquence immédiate est que le facteur de directivité Doppler introduit par Ffowcs Williams [9] dépend donc de la position de la source dans

## Chapitre 4. Caractérisation statistique de sources aéroacoustiques d'un jet supersonique froid

---

l'écoulement.

Un modèle de distribution statistique des sources qui s'appuie sur les propriétés intégrales déterminées est ensuite établi. Cette partie du chapitre met en particulier en évidence la difficulté de la modélisation et la nécessité de prendre en compte la nature fortement anisotrope du champ turbulent. Par ailleurs, il apparaît clairement ici que la décomposition habituelle de la fonction de corrélation spatio-temporelle en une décroissance spatiale et temporelle est particulièrement contraignante pour la modélisation. Un accord acceptable entre le modèle proposé et les données expérimentales est toutefois obtenu.

Une discussion sur la prise en compte de la nature multi-échelle du champ turbulent pour décrire ses organisations spatiale et temporelle est finalement menée. L'approche retenue fournit des informations particulièrement intéressantes quant à la dépendance fréquentielle des propriétés intégrales telle que la vitesse de convection. La décomposition du champ turbulent en ces différentes composantes fréquentielles met notamment en évidence l'individualité de ces composantes bien qu'elles interagissent entre elles.

Une des finalités de ce travail s'inscrit dans la problématique plus générale de l'amélioration des simulations numériques du bruit de jet à partir de résultats expérimentaux. Nous nous proposons ainsi dans le chapitre final d'utiliser les présentes données afin d'améliorer le code de calcul aéroacoustique EBENI développé au sein du Laboratoire d'Etudes Aérodynamique de Poitiers dans le cadre du pôle de travail CNES [11].

## Chapitre 5

# Simulations numériques du bruit rayonné par un jet supersonique chaud

Les simulations numériques du bruit de jet supersonique réalisées à partir du code de calculs aéroacoustiques EBENI développé par Fortuné et Gervais [11] et Morinière [147] sont présentées dans ce chapitre final. Ce code est fondé sur le concept classique de l'analogie aéroacoustique de Lighthill mais son originalité réside dans la prise en compte de sources additionnelles lorsque le jet est chaud. Les interactions entre les différentes sources ainsi que leur organisation spatio-temporelle sont modélisées à partir d'une fonction spatio-temporelle unique. Cette fonction dépend, entre autres, des échelles caractéristiques de l'écoulement telles que les échelles intégrales de longueur dont nous avons discuté dans le chapitre précédent. Bien que le code présenté soit initialement développé pour la prédiction du bruit de jet subsonique ou subcritique, nous nous proposons d'utiliser les données obtenues dans le jet supersonique froid pour les échelles caractéristiques afin de simuler le spectre d'intensité acoustique rayonné en champ lointain d'un jet supersonique chaud. Quelques modifications sont néanmoins nécessaires pour prendre en compte la nature non-compacte des sources aéroacoustiques et résoudre le problème posé par la singularité du facteur d'amplification Doppler lorsque le nombre de Mach devient supersonique.

Les bases théoriques du code de calcul sont dans un premier temps présentées dans les grandes lignes. Les résultats des mesures de pression acoustique dans le champ lointain du jet supersonique chaud effectuées au banc MARTEL sont ensuite reportés. Ces résultats sont par la suite utilisés comme données de référence. Une étude paramétrique est ensuite menée afin de déterminer les paramètres de calcul optimaux. Des comparaisons entre les spectres d'intensité acoustique obtenus expérimentalement et au moyen du code sont finalement présentées puis discutées.

## 5.1 Bases théoriques de la modélisation numérique du bruit rayonné par les jets axisymétriques libres

La résolution de l'équation de Lighthill pour un écoulement libre dans un milieu au repos conduit, comme nous l'avons vu au cours du chapitre 1, à écrire les fluctuations de la pression acoustique perçues par un observateur en  $x$  dans le champ lointain sous la forme :

$$p'(x, t) = \frac{x_i x_j}{4\pi|x|^3 c_o^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho u_i u_j(y, t - |x|/c_o) dy + \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\partial}{\partial t} (p - \rho c_o^2)(y, t - |x|/c_o) dy \right] \quad (5.1)$$

Nous rappelons ici que le premier terme du membre de droite représente les termes sources ayant pour origine l'instationnarité des forces convectives non linéaires (ou source aérodynamique) alors que le second terme traduit la présence d'une source supplémentaire dès lors que la température du jet est différente de la température ambiante.

La nature de cette source additionnelle reste encore aujourd'hui controversée. Le terme de *source entropique* est bien souvent utilisé, mais plus par abus de langage que pour préciser sa vraie nature. Si il est bien accepté que le second terme puisse se décomposer à la fois en fluctuations de masse volumique et de fluctuations d'entropie [12, 148], ces dernières restent en revanche encore à ce jour mal comprises. Bien que les effets de la température du jet sur le champ acoustique rayonné soient bien connues [148, 127], ceux-ci ne sont en revanche pas identifiables séparément à partir du terme source de Lighthill, la température agissant en effet à la fois sur la masse volumique et l'entropie. Nous préférons donc parler par la suite, même si la formulation reste ambiguë, de *source d'origine thermique*. La modélisation suggérée par Fortuné et Gervais [11] est ici reprise. Celle-ci fait effectivement intervenir le gradient de température moyenne dans l'écoulement, d'où l'appellation ici employée pour cette source supplémentaire.

L'intensité acoustique rayonnée et perçue par l'observateur s'exprime classiquement en termes de la fonction d'autocorrélation des fluctuations de la pression. Si  $A_{ij}$  et  $S$  désignent respectivement ces deux termes sources, de sorte que les fluctuations de la pression acoustique puissent être réécrites sous la forme,

$$p'(x, t) = \frac{x_i x_j}{4\pi|x|^3 c_o^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int A_{ij}(y, t - |x|/c_o) dy + \frac{\partial}{\partial t} \int S(y, t - |x|/c_o) dy \right] \quad (5.2)$$

l'intensité acoustique est alors donnée par (chapitre 1) :

$$\begin{aligned} I(x, \tau) = & \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \left[ \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \iint \overline{[A_{ij}]' [A_{kl}]''} dy' dy'' + \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \iint \overline{[S]' [S]''} dy' dy'' \right. \\ & \left. + \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \iint \overline{[A_{ij}]' [S]''} dy' dy'' + \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \iint \overline{[S]' [A_{kl}]''} dy' dy'' \right] \quad (5.3) \end{aligned}$$

Les notations  $Q'$  et  $Q''$  désignent une quantité  $Q$  évaluée respectivement en  $y'$  à l'instant  $t$ , et en  $y'' = y' + \eta$  à l'instant  $t + \tau$ , avec  $\eta$  le vecteur de séparation entre les deux points  $y'$  et  $y''$  dans l'écoulement.

L'intensité acoustique en champ lointain s'écrit donc comme la combinaison linéaire des

## 5.1. Bases théoriques de la modélisation numérique du bruit rayonné par les jets axisymétriques libres

---

trois contributions de bruit suivantes : l'interaction des contraintes  $\rho u_i u_j$  entre elles, l'interaction des fluctuations d'entropie, et une contribution liée aux interactions entre ces deux sources. Chacune de ces interactions étant représentée par les termes de corrélation de type  $\overline{Q'Q''}$ .

La problématique soulevée réside donc dans l'identification et la modélisation de ces interactions sous forme de fonctions de corrélation. Dans les paragraphes suivants, nous nous proposons de rappeler l'approche menée par Fortuné [10] pour modéliser dans un premier temps la contribution du bruit de mélange au champ acoustique total, puis celles dues aux interactions liées aux sources d'origine thermique.

### 5.1.1 Composante du bruit de mélange

Le jet considéré est dans un premier temps supposé subsonique, parfaitement axisymétrique, de fluide incompressible et se développant dans un milieu au repos. La contribution du bruit de mélange à l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain peut être réécrite sous la forme :

$$I_A(x, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} R_{ijkl}^A(y, \eta, \tau) \left( y', \eta, \tau + \frac{x \cdot \eta}{c_o |x|} \right) dy' d\eta \quad (5.4)$$

où  $R_{ijkl}^A(y, \eta, \tau) = \overline{A'_{ij} A''_{kl}}$ . Soit encore, pour la densité spectrale de puissance acoustique (donnée par la transformée de Fourier de l'intensité acoustique) :

$$W_A(x, \omega) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o \rho_o |x|^2} k^4 \iint_V G_{ijkl}^A(y', \eta, \omega) e^{-jk\eta} dy' d\eta \quad (5.5)$$

où  $k$  désigne le nombre d'onde acoustique  $\frac{\omega \cdot x}{c_o |x|}$  et  $G_{ijkl}^A$  la transformée de Fourier de  $R_{ijkl}^A(y, \eta, \tau)$  ou encore la corrélation spatio-fréquentielle. Comme nous l'avons vu dans le chapitre bibliographique, le tenseur  $R_{ijkl}^A(y, \eta, \tau)$  se décompose rigoureusement en corrélations d'ordres 2, 3 et 4 des fluctuations de vitesse, les corrélations d'ordres 2 et 4 étant représentatives de la composante de bruit de cisaillement et de bruit propre respectivement, alors que les corrélations d'ordre 3 ont des contributions négligeables. Fortuné s'appuie sur les résultats expérimentaux de Ribner [14] mettant en évidence des contributions du bruit propre et du bruit de cisaillement équivalentes, et réduit ainsi la modélisation au bruit propre uniquement. La contribution du bruit de cisaillement est ensuite prise en compte en multipliant par deux celle du bruit propre. Le tenseur de corrélations  $R_{ijkl}^A(y, \eta, \tau)$  se limite donc à celui des corrélations turbulentes d'ordre 4, c'est-à-dire encore :

$$A_{ij}(y, t) = [\rho u_{ti} u_{tj}](y, t) \quad (5.6)$$

où  $u_{ti}$  désigne la partie fluctuante de la composante  $i$  de la vitesse. La fonction de corrélation spatio-temporelle résultante  $R_{ijkl}^A$  traduit par conséquent les interactions entre les fluctuations du champ des contraintes de Reynolds entre deux volumes sources. Pour mettre en valeur ces interactions, la fonction de corrélation normalisée  $\Omega(y, \eta, \tau)$  est introduite telle que :

$$R_{ijkl}^A(y, \eta, \tau) = \widetilde{A'_{ij}} \widetilde{A''_{kl}} \Omega(y, \eta, \tau) \quad (5.7)$$

## Chapitre 5. Simulations numériques du bruit de jet rayonné

---

où  $\widetilde{A}'_{ij}$  désigne la valeur efficace de  $A_{ij}$  au point  $y'$ . Soit encore, pour la corrélation spatio-fréquentielle :

$$G^A_{ijkl}(y, \eta, \omega) = \widetilde{A}'_{ij} \widetilde{A}''_{kl} Z(y, \eta, \omega) \quad (5.8)$$

où  $Z(y, \eta, \omega)$  désigne la transformée de Fourier de  $\Omega(y, \eta, \tau)$ .

Le jet étant de plus supposé axisymétrique, seules les dépendances axiales et radiales de ces quantités présentent un intérêt particulier.

### *Modélisation du terme source*

Les corrélations turbulentes  $\widetilde{A}'_{ij} \widetilde{A}''_{kl} Z(y, \eta, \omega)$  sont ensuite modélisées en considérant chaque point de l'écoulement comme une source de bruit potentielle. Les valeurs efficaces du terme source sont évaluées à partir des grandeurs aérodynamiques en chacun de ces points et en particulier de l'énergie cinétique turbulente qui constitue la grandeur source. Rappelons que le code EBENI a pour entrées les sorties du code de calcul aérodynamique AMLJET présenté au cours du chapitre 3. Une des sorties de ce code est précisément l'énergie cinétique turbulente  $k_c$ . Cette quantité peut encore s'écrire comme la demi-somme des trois composantes RMS de la vitesse. L'approximation du terme  $u_{ti}u_{tj}$  par  $\frac{2}{3}k_c$  conduit par conséquent à écrire la valeur efficace du terme source en un point donné  $y$  de l'écoulement sous la forme :

$$\widetilde{A}_{ij}(y) = \frac{2}{3} \bar{\rho}(y) k_c(y) \quad (5.9)$$

où  $\bar{\rho}(y)$  désigne la valeur moyenne de la masse volumique au point  $y$ .

Le spectre d'intensité acoustique est ensuite réécrit en introduisant le concept de repère mobile proposé par Lighthill, soit encore (chapitre 1) :

$$W_A(x, \omega) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{8\pi^2 \rho_o c_o^5 |x^6|} \omega^4 \iint G^A_{ijkl}(y', \xi, C_D \omega) e^{j\omega \frac{x \cdot \xi}{|x|c_o}} dy' d\xi \quad (5.10)$$

où  $C_D$  est le facteur de convection Doppler ( $1 - M_c \cos \theta$ ). Une hypothèse de compacité des sources est ici posée de sorte que le temps de retard  $\frac{x \cdot \xi}{|x|c_o}$  puisse être supposé suffisamment petit. Dans ce cas, le spectre d'intensité acoustique peut être réécrit sous la forme :

$$W_A(x, \omega) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{8\pi^2 \rho_o c_o^5 |x^6|} \omega^4 \iint \widetilde{A}'_{ij} \widetilde{A}''_{kl} Z(y', \xi, C_D \omega) dy' d\xi \quad (5.11)$$

L'organisation spatio-fréquentielle du terme source adoptée par Fortuné, aussi bien dans le cas d'un jet chaud qu'isotherme, est représentée par la forme gaussienne non convectée initialement proposée par Ribner [15] et paramétrée par les échelles intégrales de l'écoulement introduites dans le chapitre précédent, soit encore :

$$Z(y, \xi, \omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{\omega \xi} \exp\left[-\frac{\omega^2}{4\omega_\xi^2}\right] \exp\left[-\pi^2 \frac{\xi_1^2}{L_1^2} - \pi^2 \frac{\xi_2^2}{L_2^2}\right] \quad (5.12)$$

## 5.1. Bases théoriques de la modélisation numérique du bruit rayonné par les jets axisymétriques libres

---

où  $\omega_\xi$  désigne la pulsation caractéristique intrinsèque du champ turbulent. Deux échelles spatiales sont ici introduites pour rendre compte de la nature anisotrope du champ turbulent :  $L_1$  dans la direction longitudinale, et  $L_2$  dans la direction radiale. La modélisation de la contribution du bruit de mélange au champ acoustique rayonné repose donc ici en partie sur l'estimation des échelles caractéristiques du champ turbulent, d'une pulsation caractéristique ainsi que de l'évaluation des grandeurs aérodynamiques  $\bar{\rho}$  et  $k_c$  dans la région de l'écoulement. Notons par ailleurs que les échelles de longueur à prendre en compte sont celles relatives aux mécanismes de génération du bruit propre. En effet, la fonction de corrélation  $Z(y, \xi, \omega)$  représente les corrélations d'ordre 4 des fluctuations de vitesse d'après le développement qui précède.

Dans le cas des simulations présentées plus loin, les échelles de longueur déterminées au cours de ce travail sont utilisées. Fortuné propose en revanche d'estimer la pulsation caractéristique  $\omega_\xi$  de la turbulence à partir de l'énergie cinétique turbulente  $k_c$  et de la dissipation turbulente  $\epsilon$  :

$$\omega_\xi = C_\omega 2\pi \frac{\epsilon}{k_c} \quad (5.13)$$

où  $C_\omega$  désigne un facteur de proportionnalité arbitrairement choisi pour représenter au mieux les résultats expérimentaux. Cette formulation est classiquement rencontrée lors de calculs type RANS (résolution des équations de Navier-Stokes moyennées) couplés avec un modèle de fermeture de type  $k_c - \epsilon$ .

### Correction de la singularité du coefficient Doppler

La formulation proposée ci-dessus pose le problème de la singularité du facteur Doppler dans le cas du jet supersonique. Dans la direction d'observation  $\theta_c$  telle que  $(1 - M_c \cos \theta_c)$  s'annule, c'est-à-dire dans la direction du rayonnement des ondes de Mach, le facteur Doppler  $C_D$  devient effectivement nul. Le spectre d'intensité acoustique calculé dans des directions très proches de celui du rayonnement des ondes de Mach est donc alors proportionnel à  $\omega^4$ . Pour s'affranchir de cette singularité mathématique, Ffowcs Williams [132] réécrit le spectre d'intensité acoustique donné relation 5.10 sous la forme (voir chapitre 1) :

$$W_A(x, \omega) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{8\pi^2 \rho_o c_o^5 |x^6|} \omega^4 \iint \widetilde{A'_{ij}} \widetilde{A''_{kl}} Z(y, \xi, \Theta_D \omega) dy' d\xi \quad (5.14)$$

où  $\Theta_D$  désigne le facteur d'amplification Doppler défini par :

$$\Theta_D = \left[ (1 - M_c \cos \theta)^2 + \left( \frac{\omega_\xi L}{c_o} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.15)$$

Un résultat de cette correction est présenté figure 5.1 pour le spectre d'intensité acoustique calculé dans la direction d'observation  $70^\circ$ . Le jet simulé est un jet supersonique chaud de température 1900K et de vitesse 1600m/s. Les calculs sont réalisés à une distance de la sortie de tuyère égale à 50D et sont supposés représentatifs du rayonnement acoustique dans le champ lointain.

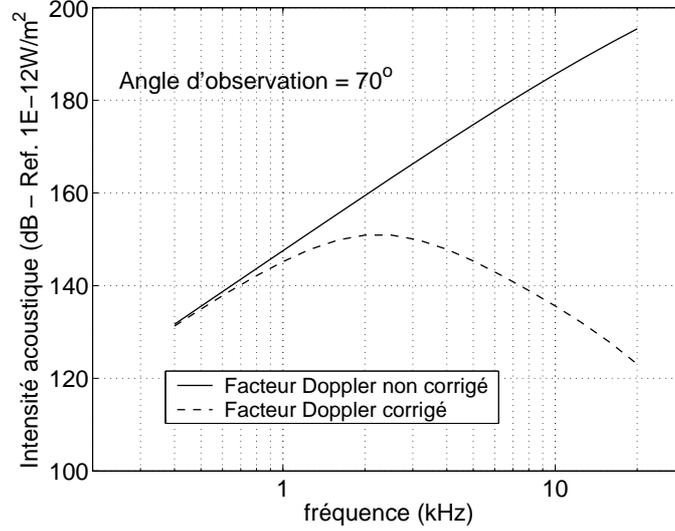


FIG. 5.1 – Spectre d'intensité acoustique d'un jet supersonique chaud (1900K et 1600m/s) à partir du code calcul aéroacoustique EBENI. Angle d'observation égal à 70° par rapport à l'axe du jet. (—) Sans et (- - -) avec correction de la singularité du facteur Doppler.

Pour une vitesse de convection égale à 0,6 fois la vitesse du jet à la sortie de la tuyère, cet angle d'observation correspond donc exactement à celui du rayonnement d'ondes de Mach. Comme attendu, ces résultats montrent que sans correction de la singularité du facteur Doppler, le spectre calculé par EBENI augmente indéfiniment avec la fréquence. La formulation proposée par Ffowcs Williams conduit en revanche à un spectre acoustique estimé de forme plus classique et caractéristique du bruit de mélange. La forme générale du spectre acoustique est discutée plus loin dans le chapitre.

Notons que si cette formulation permet de s'affranchir de la singularité, elle ne permet pas pour autant de prendre en compte la contribution de la composante du rayonnement d'ondes de Mach dans le champ acoustique rayonné. Il est pour cela nécessaire de modifier le terme source  $\rho u_i u_j$  comme proposé par Bailly et al [149] entre autres. Ceci n'étant toutefois pas l'objet du présent travail, nous nous contentons ici de modifier l'expression du spectre d'intensité acoustique proposé par Fortuné (relation 5.10) par la formulation de Ffowcs-Williams [132] (relation 5.14). Notons de plus que la modification apportée permet également de prendre en compte le caractère potentiellement non compact des sources présentes dans l'écoulement.

### 5.1.2 Composante de bruit liée aux sources d'origine thermique

Il s'agit maintenant de prendre en compte dans l'expression de l'intensité acoustique rayonnée (relation 5.3) la contribution des sources d'origine thermique elle-mêmes et de celles des interactions avec les sources d'origine turbulente. L'approche retenue ici est celle reportée par Fortuné et Gervais [11]. Chacun des trois derniers termes de la relation 5.3 sont réécrits en fonction des valeurs efficaces respectives de chacun des termes

## 5.1. Bases théoriques de la modélisation numérique du bruit rayonné par les jets axisymétriques libres

sources  $A_{ij}$  et  $S$ . Leurs interactions sont ensuite représentées par une fonction de type corrélation spatio-fréquentielle similaire à celle utilisée pour modéliser les interactions du champ turbulent avec lui-même. La contribution  $W_S(x, \omega)$  des sources d'origine thermique au spectre d'intensité total peut donc être écrite, avec les notations dans le repère mobile, de la manière suivante :

$$W_S(x, \omega) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 \rho_o c_o |x|^6} \left[ -j \frac{2\omega^3}{c_o^2} \iint_V \widetilde{A}'_{ij} \widetilde{S}'' Z(y, \xi, \omega) dy' d\xi - \omega^2 \iint_v \widetilde{S}' \widetilde{S}'' Z(y, \xi, \omega) dy' d\xi \right]$$

Ayant précédemment présenté le modèle utilisé pour  $Z(y, \xi, \omega)$ , fonction qui dépend des échelles caractéristiques de l'écoulement, il s'agit maintenant d'aborder le problème de l'évaluation du terme source  $S$ .

Fortuné et Gervais [11] cherchent à modéliser le terme source à partir des grandeurs moyennes de l'écoulement classiquement obtenues numériquement par des calculs de type RANS couplés à un modèle de fermeture  $k_\epsilon$ . La difficulté consiste dans un premier temps à faire apparaître explicitement les fluctuations d'entropie dans le terme source. La décomposition suggérée par Morfey [150] du terme  $(\partial/\partial t)(p - \rho c_o^2)$  est retenue par les auteurs. Celle-ci permet de mettre en évidence tous les effets que renferme le terme source. Une analyse adimensionnelle en champ lointain permet ensuite d'évaluer les contributions relatives de chacun de ces effets et de ne retenir finalement que l'expression suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(p - \rho c_o^2) \approx \frac{\rho_o}{C_p} \frac{Ds}{Dt} \quad (5.16)$$

où  $Ds/Dt$  désigne la dérivée particulière de l'entropie et  $C_p$  la chaleur massique à pression constante. Notons que cette modélisation repose à la base non seulement sur la validité du terme source de Lighthill, mais également sur l'existence de fluctuations d'entropie dans l'écoulement.

Pour des transformations à pression constante (hypothèse valide tant que l'écoulement est supposé libre), l'utilisation des premier et second principes de la thermodynamique conduisent ensuite à réécrire les fluctuations d'entropie en terme de celles de la température, soit encore :

$$\frac{\rho_o}{C_p} \frac{Ds}{Dt} = \frac{1}{T} \frac{DT}{Dt} \quad (5.17)$$

La contribution au champ acoustique rayonné des sources thermiques n'étant liée qu'au flux de chaleur turbulent, le terme source peut donc être simplement écrit :

$$\widetilde{S}(y) \approx \frac{\rho_o}{T} u_{ti} \frac{\partial T_t}{\partial x_i} \quad (5.18)$$

où  $T_t$  désigne les fluctuations de la température. Si par ailleurs l'écoulement est maintenant supposé quasi-unidimensionnel, les approximations utilisées en couche limite permettent

## Chapitre 5. Simulations numériques du bruit de jet rayonné

---

alors de réécrire le terme source en fonction des corrélations vitesse-température, soit encore :

$$\widetilde{S}(y) \approx \frac{\rho_o}{\overline{T}} \frac{\overline{\partial u_{t1} T_t}}{\partial x_2} \quad (5.19)$$

où l'indice 2 désigne la direction radiale de l'écoulement.

Si l'on souhaite modéliser ce terme source à partir des grandeurs moyennes de l'écoulement, un modèle de fermeture est alors nécessaire. Celui retenu par Fortuné et Gervais [11] est le modèle de fermeture de premier ordre proposé par Berman [151] et Faluchier et Dumas [152]. Ce modèle impose une condition de corrélation vitesse-température ou vitesse-entropie forte. Ce modèle de fermeture est donné par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \overline{u_{t1} u_{t2}} &= \alpha \frac{\partial \overline{U_1}}{\partial x_2} \\ \overline{u_{t1} T_t} &= \alpha \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \overline{u_{t1} T_t} = \overline{u_{t1} u_{t2}} \left[ \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_2} / \frac{\partial \overline{U_1}}{\partial x_2} \right] \quad (5.20)$$

Au final, le modèle proposé pour le terme source d'origine thermique est donné par :

$$\widetilde{S}(y) \approx -\rho_o \frac{1}{\overline{T}} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \frac{k_c}{3} \frac{\partial \overline{T} / \partial x_2}{\partial \overline{U_1} / \partial x_2} \right] \quad (5.21)$$

L'évaluation de ce terme source sur toute la région de l'écoulement permet donc, après modélisation de la fonction de corrélation spatio-fréquentielle, d'obtenir une estimation du spectre d'intensité acoustique. Le modèle de fermeture retenu, basé sur une hypothèse de corrélation forte entre la vitesse et la température, justifie en particulier l'utilisation d'une fonction de corrélation  $Z(y, \xi, \omega)$  unique pour représenter à la fois les interactions des sources d'origine aérodynamique et celles des sources thermiques.

### 5.1.3 Notes sur l'extension du code EBENI au régime supersonique

Le code numérique EBENI présenté précédemment est basé sur l'interprétation simplifiée du terme source proposée initialement par Lighthill [2]. A l'exception de la prise en compte de la singularité du facteur d'amplification Doppler, le formalisme intégrale qui suit la modélisation du terme source pour l'estimation du bruit rayonné dans le champ lointain reste identique quelle que soit la vitesse de l'écoulement libre étudié. Pour les écoulements subsoniques réels, les effets sur le champ rayonné relatifs à la propagation à travers l'écoulement des ondes acoustiques émises par les sources (refraction et convection) peuvent ne pas être négligeables. Ces effets le sont encore moins dès lors que l'écoulement devient supersonique [131]. De plus, nous avons vu au cours du chapitre bibliographique que des mécanismes sources supplémentaires apparaissent en régime supersonique : rayonnement d'onde de Mach, bruit de choc large bande ou encore bruit de raie ("screach noise"). Sans prise en compte dans le terme source à la fois de ces mécanismes et des effets de propagation, l'estimation du bruit rayonné ainsi que proposé ici reste donc une version très simplifiée du problème réel.

L'approche adoptée fait intervenir un certain nombre de paramètres liés à l'écoulement

---

## 5.2. Spectres d'intensité acoustique en champ lointain

dont dépend naturellement la qualité de l'estimation de la densité spectrale de puissance acoustique en champ lointain. Dans le cas d'un jet supersonique, les propriétés caractéristiques de l'écoulement et indirectement des sources aéroacoustiques, telles que les échelles caractéristiques intégrales par exemple, sont clairement différentes de celles rencontrées en régime subsonique (voir chapitre précédent). Le bruit rayonné est par conséquent également différent. Un des objectifs est ici d'étudier la capacité du code aéroacoustique EBENI à estimer le bruit rayonné par un jet supersonique chaud parfaitement détendu en corrigeant les paramètres de simulation à partir des résultats obtenus expérimentalement dans ce travail.

Les mesures de pression acoustique en champ lointain, utilisées par la suite comme données de référence, sont d'abord présentées dans les paragraphes suivants.

## 5.2 Spectres d'intensité acoustique en champ lointain

Les mesures de pression acoustique reportées ici sont effectuées dans le cas du jet supersonique chaud (1600K et 1500m/s) présenté au cours du chapitre 2. Les propriétés aérodynamiques de ce jet ont été présentées chapitre 3. Ces mesures sont réalisées à l'aide d'un arc de microphones de rayon 50D centré sur la sortie de la tuyère. Ce dispositif a également déjà été présenté chapitre 2. Les mesures sont de plus supposées être réalisées en condition de champ lointain.

### *Description des résultats expérimentaux MARTEL*

Le spectre d'intensité acoustique obtenu expérimentalement est présenté figure 5.2 pour plusieurs angles d'observation. Nous rappelons que l'angle d'observation est pris par rapport à l'axe du jet.

Lorsque le jet est parfaitement détendu, le bruit rayonné est uniquement la résultante de la combinaison d'une composante de bruit de mélange (sources aérodynamiques et thermiques) et d'un rayonnement d'ondes de Mach. Au cours du chapitre 3, nous avons mis en évidence la présence dans le jet supersonique chaud d'un réseau de cellules de choc ne modifiant pas significativement la structure interne du jet. Bien que le jet étudié ici ne soit donc pas, à proprement parlé, parfaitement détendu, nous pouvons raisonnablement penser que les deux mécanismes de bruit cités précédemment sont prédominants sur d'éventuels bruit de choc large bande et bruit de raie.

La direction privilégiée des ondes de Mach est donnée par la relation théorique  $\cos \theta_c = 1/M_c$ . En supposant la vitesse de convection de l'ordre de 0,6 fois la vitesse du jet, ces ondes rayonnent donc, dans le cas présent, dans une direction d'observation de l'ordre de  $70^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

Les résultats de la figure 5.2 montrent un spectre d'intensité acoustique large bande quel que soit l'angle d'observation et d'autant plus plat que cet angle augmente. Sur la gamme  $[30^\circ, 120^\circ]$ , un maximum d'intensité est clairement observé à  $30^\circ$ . En raison de la configuration du banc MARTEL, aucune mesure n'a pu être effectuée pour des angles inférieurs à  $20^\circ$ , le sol étant alors trop proche pour de tels points de mesure. Toutefois, cette valeur de  $30^\circ$  correspond bien à la direction privilégiée de la composante de bruit de

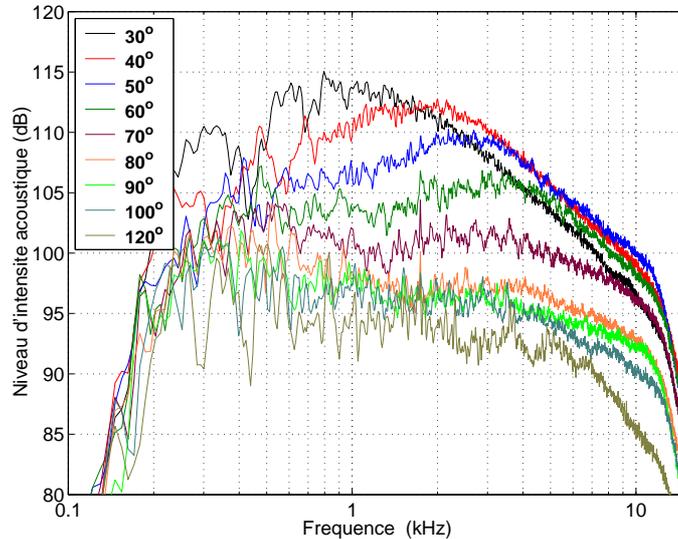


FIG. 5.2 – Effet de l'angle d'observation sur le spectre d'intensité acoustique en champ lointain (en dB, réf.  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ ).

mélange dans les jets supersoniques. Ce maximum est situé autour de 800Hz soit encore autour d'un nombre de Strouhal de l'ordre de 0,026. La présence d'un maximum dans cette direction particulière est représentative du rayonnement de type dipolaire du bruit de cisaillement dans la direction aval. Plus en amont, un décalage du spectre d'intensité vers les hautes fréquences ainsi qu'une diminution du maximum d'intensité sont observés.

Dès 60°, il est particulièrement intéressant de constater l'émergence de deux zones fréquentielles renforcées. La première est située dans les basses fréquences autour de 600Hz alors que la seconde apparaît autour de 2-3kHz. La première reste représentative de la composante du bruit de mélange. Le niveau d'amplitude de la seconde zone de fréquence diminue d'autant plus que l'angle d'observation augmente, alors que le niveau d'intensité de la première diminue plus légèrement. Sans plus de mesures, il est relativement difficile d'interpréter l'émergence de ces deux zones. Cette seconde zone peut être représentative d'une composante de bruit de choc large bande faible, généralement dominante dans la direction amont.

Autour de 70°, direction supposée du rayonnement d'ondes de Mach, on note en revanche l'absence d'un comportement particulier du spectre permettant d'identifier un tel rayonnement.

Caractéristiques générales de l'émission sonore d'un jet chaud :  
notes bibliographiques

Dans la description ci-dessus, la contribution des sources d'origine thermique est ignorée alors que cette contribution n'est certainement pas négligeable étant donné la température de l'écoulement étudié. Le dispositif expérimental utilisé ne permet pas de dissocier ces différentes contributions. Il est donc à ce stade du chapitre nécessaire de rappeler succinc-

## 5.2. Spectres d'intensité acoustique en champ lointain

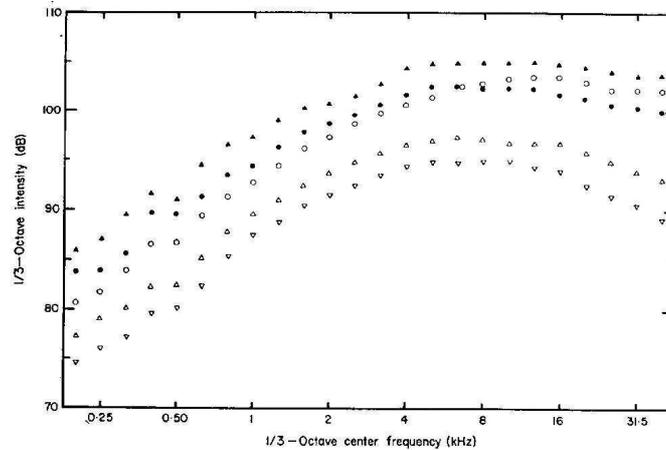


FIG. 5.3 – Influence de la température sur la composante du bruit de mélange d'un jet supersonique à nombre de Mach égal à 1,47 (Tanna, 1975 [127]). Direction d'observation normale à l'axe du jet. Rapport des températures  $T_j/T_0$  égal à (▲) 0,56, (●) 0,79, (○) 1,17, (△) 1,28 et (▽) 2,85.

tement les caractéristiques générales de l'intensité acoustique rayonnée par les jets libres chauds afin de mieux comprendre comment la température modifie le contenu spectral de l'intensité acoustique rayonnée par le jet.

Dans le cas des écoulements subsoniques, Tanna [127] montre qu'une augmentation de la température se traduit à la fois par une augmentation de l'intensité acoustique rayonnée dans la région des basses fréquences ainsi que d'un décalage de la fréquence centrale vers les basses fréquences. Ces résultats indiquent que les sources d'origine thermique, en régime subsonique, gouvernent principalement le spectre dans le domaine des basses fréquences. En régime supersonique au contraire, le même auteur met en évidence une atténuation de l'intensité acoustique rayonnée quelle que soit la direction d'observation et sans réelle modification du contenu spectral à l'exception des hautes fréquences (voir figure 5.3). Des effets contraires sont donc observés en fonction du nombre de Mach.

Tanna et al [153] montrent alors que le nombre de Mach critique au-delà duquel les effets de la température s'inversent dans le domaine des basses fréquences se situe autour de 0,9. Ainsi, une augmentation de la température du jet se traduit par une augmentation du niveau d'intensité acoustique rayonné dans les basses fréquences lorsque le nombre de Mach est inférieur à 0,9, mais par une diminution lorsque celui augmente. Ceci reste valable quel que soit l'angle d'observation. Dans les hautes fréquences en revanche, quel que soit le nombre de Mach, une augmentation de température a pour unique effet une diminution de l'intensité acoustique rayonnée.

La température agissant également sur la masse volumique, il est expérimentalement impossible de dissocier la contribution des sources d'origine purement aérodynamique de celles purement thermique. Panda et al. [148], entre autres [28, 154, 155], proposent ainsi d'utiliser la technique de diffusion de Rayleigh pour relier les fluctuations de masse volumique dans l'écoulement aux fluctuations de pression acoustique dans le champ lointain.

Si ces auteurs mettent en évidence une modification de la répartition spatiale dans le jet des maximums de fluctuations de masse volumique avec la température, et montrent que la fin du cône potentiel se comporte comme une région dominante de bruit dans les basses fréquences, ils soulignent cependant l'impossibilité de séparer les contributions individuelles dues aux fluctuations de vitesse, de masse volumique et de température.

L'utilisation de codes aéroacoustiques tels que celui présenté en début de ce chapitre peut donc permettre, au moins a priori, de répondre aux interrogations soulevées ici ainsi que celle concernant les deux zones de fréquences observées expérimentalement.

### 5.3 Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

Nous nous intéressons maintenant aux résultats obtenus pour le spectre d'intensité acoustique rayonnée au moyen du code présenté. La répartition sur la région de l'écoulement des termes sources est tout d'abord présentée. Celle-ci est obtenue au moyen du code de calcul aérodynamique AMLJET. Une étude paramétrique est ensuite présentée pour évaluer l'influence des échelles intégrales et du modèle de distribution des sources sur les spectres simulés.

#### 5.3.1 Localisation des sources de bruit dans l'écoulement

Le code EBENI s'appuyant sur les valeurs efficaces des termes sources en chaque point de l'écoulement, nous présentons d'abord ici les résultats des estimations des termes sources  $\widetilde{A}_{ij}$  pour les sources d'origine aérodynamique, et  $\widetilde{S}_{ij}$  pour les sources d'origine thermique. La distribution spatiale de ces grandeurs permet en particulier de localiser les sources de bruit dominante dans l'écoulement. La répartition sur la région de l'écoulement du terme source aérodynamique  $\widetilde{A}_{ij}$  obtenue au moyen du code aérodynamique AMLJET est présentée figure 5.4. Ce terme étant directement lié à l'énergie cinétique turbulente, celui-ci présente naturellement un maximum centré sur l'axe de la couche de mélange en  $r/D = 0,5$ . Le long de cet axe, le niveau d'énergie est constant jusqu'à environ 20D de la sortie de la tuyère, c'est-à-dire 3D environ en aval de la fin du cône potentiel. Au-delà, le maximum décroît rapidement. De part et d'autre de l'axe de la couche de mélange une décroissance de type gaussienne est observée.

En aval du cône potentiel (au-delà de 17D environ), des valeurs plus importantes sont clairement observées du côté intérieur de la couche de mélange. C'est effectivement dans cette zone que la couche de mélange rentre en interaction avec elle-même. Ces interactions constituent des mécanismes turbulents importants (appariements, enroulements) qui sont à l'origine de sources de bruit significatives [72].

La figure 5.5 présente la répartition du terme source entropique  $\widetilde{S}_{ij}$  estimé à partir de la relation 5.21. Ces résultats montrent la présence de deux extrémums dans la couche de mélange. Le premier est centré sur l'axe de la couche de mélange tout le long du cône potentiel et est maximum immédiatement à la sortie de la tuyère. Son amplitude diminue avec la distance à la sortie de la tuyère et se déplace légèrement vers l'axe du jet en aval

### 5.3. Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

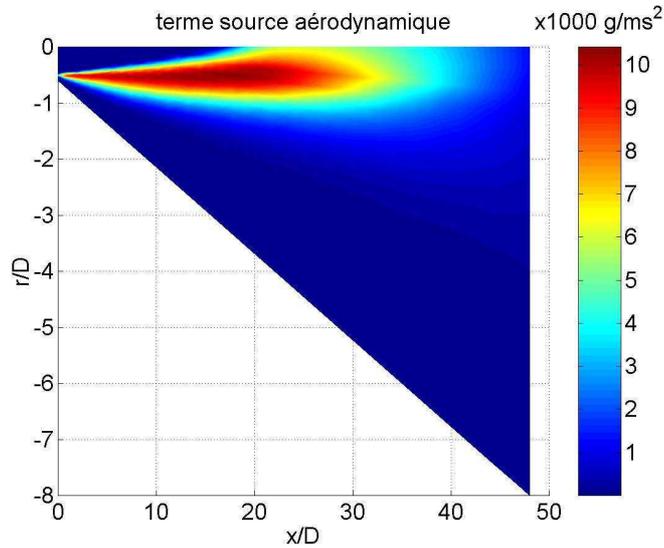


FIG. 5.4 – Répartition du terme source  $\widetilde{A}_{ij} = \frac{2}{3}\overline{\rho}k_c$

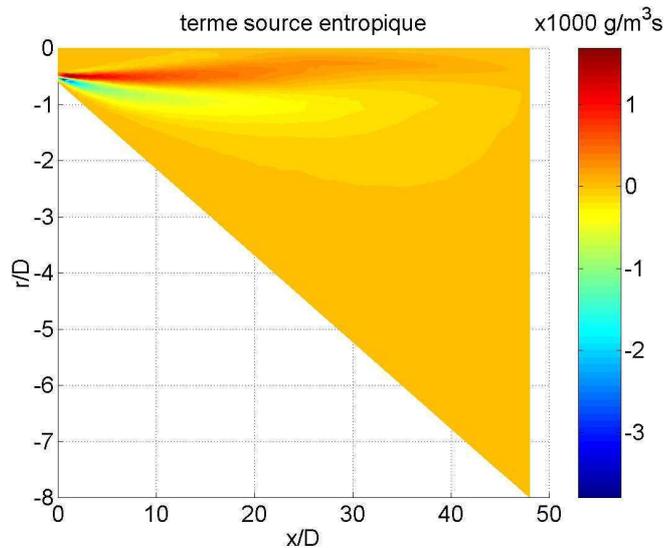


FIG. 5.5 – Répartition du terme source entropique  $\widetilde{S}_{ij}$ .

du cône potentiel. Cela reflète une nouvelle fois la présence de mécanismes turbulents particulièrement importants dans cette région de l'écoulement. Le second extrémum, de signe contraire mais de même amplitude que le premier, est localisé dans la partie extérieure de la couche de mélange. Lorsque la distance à la tuyère augmente, son amplitude décroît et s'écarte vers la frontière extérieure du jet.

Le premier maximum traduit la présence d'un maximum de turbulence le long de l'axe de

la couche de mélange alors que le second est significatif d'un fort gradient de température sur la frontière extérieure du jet, avec le milieu ambiant. Le centre de la couche de mélange et le bord du jet constituent donc des régions potentiellement riches en sources d'origine thermique.

La répartition spatiale des termes sources à la fois d'origine aérodynamique et entropique étant désormais connue, nous nous intéressons dans les paragraphes suivants au contenu spectral et à la directivité de l'intensité acoustique rayonnée par ces différentes sources.

### 5.3.2 Description générale des spectres de bruit calculés

Les spectres d'intensité acoustique rayonnée pour chacune des composantes de bruit ainsi que du bruit total obtenu numériquement pour un angle d'observation de  $40^\circ$  sont présentés figure 5.6. Cette direction d'observation correspond à celle où les simulations réalisées représentent le plus fidèlement les données expérimentales. L'effet de l'angle d'observation sur l'ensemble des spectres simulés est discutés plus loin dans le chapitre.

Les résultats ici présentés sont obtenus à partir des valeurs optimales des différents paramètres de calcul (facteur  $C_\omega$  égal à 0,1, échelles de longueurs déterminées dans le chapitre précédent et modèle de corrélation gaussien) dont nous discutons par la suite. Le spectre d'intensité acoustique déterminé expérimentalement est également reporté sur cette figure.

Ces résultats indiquent que la forme du spectre d'intensité total (trait continu) est plutôt bien reproduite. Le maximum d'intensité obtenu est légèrement décalé vers les basses fréquences par rapport au spectre obtenu expérimentalement. Par ailleurs, sans constante de calage du niveau de bruit total, une surestimation de l'ordre de 10dB de l'amplitude du spectre d'intensité totale est observée. Une simple correction du niveau d'amplitude par l'intermédiaire d'une constante pourrait suffire à corriger cette surestimation comme suggéré par Fortuné et Gervais [11].

Les travaux réalisés par ces mêmes auteurs en jet subsonique montrent que le spectre de bruit total est gouverné en basses fréquences par les sources d'origine thermique, en moyennes fréquences par les sources mixte et en hautes fréquences par les sources aérodynamiques. Les résultats obtenus ici en régime supersonique montrent en revanche que le spectre d'intensité totale est clairement dominé par les sources d'origine aérodynamique (trait gras continu) sauf dans la région des basses fréquences. La composante de bruit relative aux sources d'origine entropique (trait pointillé) rayonne effectivement principalement en basses fréquences. Le niveau d'intensité rayonné par cette contribution diminue rapidement avec la fréquence. La contribution des sources mixtes (trait mixte) présente en revanche un spectre très similaire à celui observé pour les sources d'origine aérodynamique mais est plus faible de 5dB environ. Ce point suggère que les interactions mixtes entre les sources d'origine thermique et aérodynamiques sont principalement contrôlées par ces dernières.

Afin de préciser l'influence relative des différentes composantes sources sur le bruit

### 5.3. Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

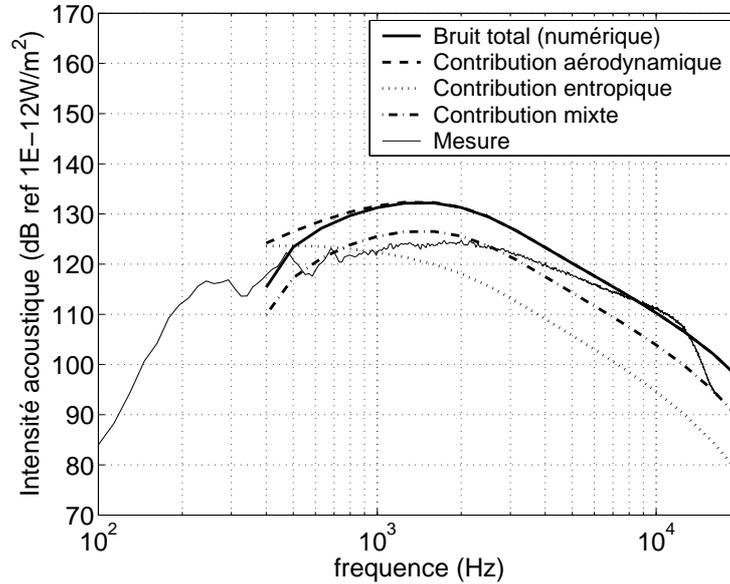


FIG. 5.6 – Spectres d'intensité acoustique à  $40^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

rayonné total, une étude de la directivité est nécessaire. Avant cela, une étude paramétrique est présentée pour justifier du choix des différents paramètres de calcul.

#### 5.3.3 Influence des paramètres de calcul sur le spectre de bruit calculé

Une étude paramétrique est menée ici afin d'évaluer l'influence de la valeur des échelles intégrales, du facteur de calage en fréquence ainsi que du modèle de distribution des sources sur les spectres de bruit estimés. Les résultats expérimentaux présentés précédemment sont une nouvelle fois utilisés comme référence.

##### Influence du facteur de calage en fréquence

Le facteur de calage  $C_\omega$  (relation 5.13) permet d'ajuster l'échelle temporelle caractéristique de l'écoulement. Ce paramètre contrôle donc à la fois la fréquence centrale du spectre de bruit rayonné ainsi que sa forme générale. Les spectres d'intensité acoustique rayonnée par les sources d'origine aérodynamique, thermique et mixte, ainsi que le spectre de bruit total sont reportés figure 5.7 pour différentes valeurs du facteur  $C_\omega$ . Les résultats présentés ici correspondent à un angle d'observation égal à  $40^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

Ces résultats montrent en particulier, quelle que soit la composante source étudiée, qu'une augmentation du facteur  $C_\omega$  se traduit par une amplification du niveau d'intensité estimé ainsi que d'un décalage vers les hautes fréquences de l'ensemble du spectre. Le choix de ce paramètre est donc de première importance pour reproduire fidèlement le contenu spectral du bruit rayonné par le jet simulé. Bien que certainement lié aux propriétés turbulentes intrinsèques de l'écoulement, aucune relation simple n'est toutefois établie ici avec les propriétés propres de l'écoulement.

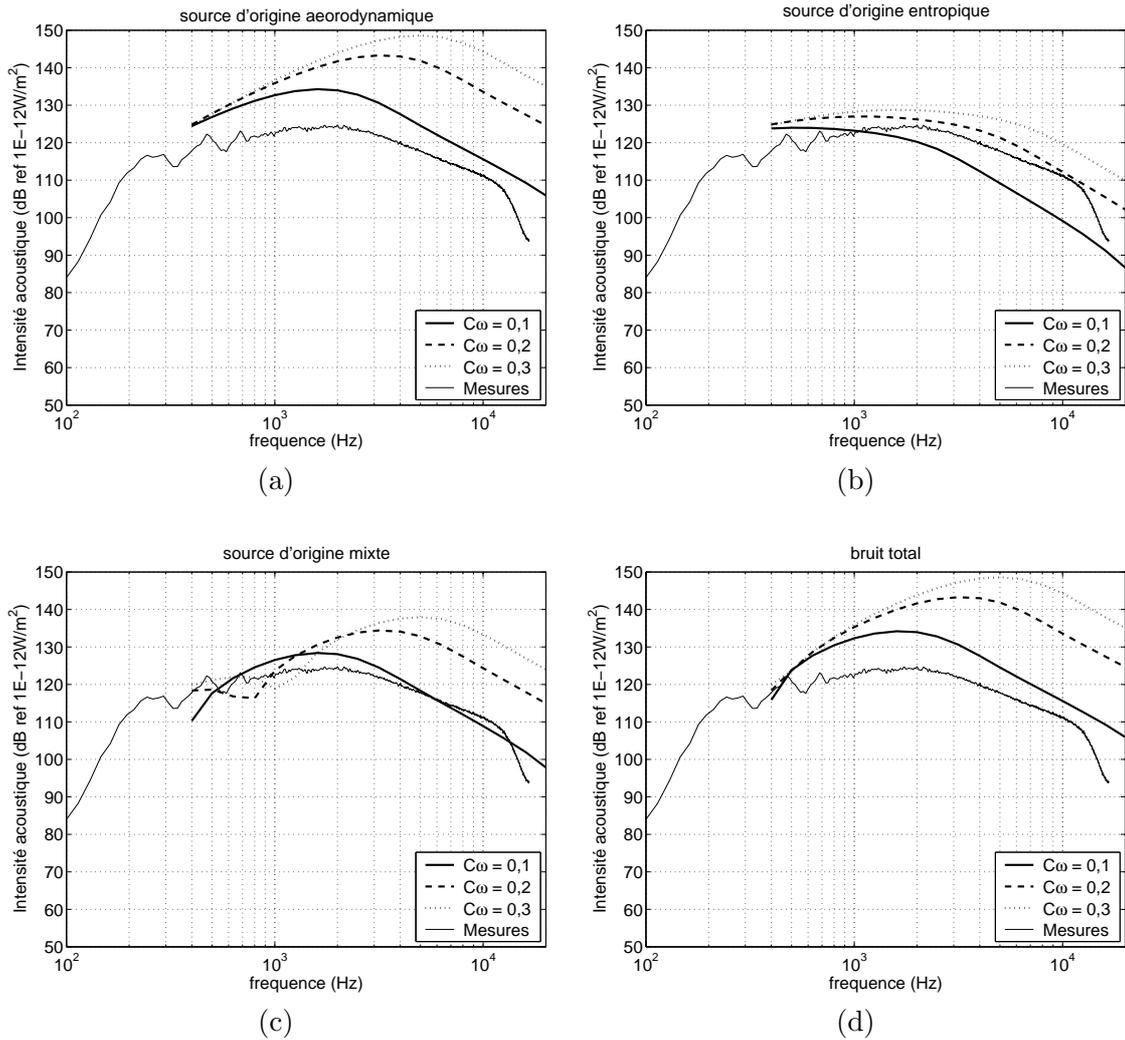


FIG. 5.7 – Effet du facteur de calage sur les spectres de bruit (a) des sources d'origine aérodynamique, (b) des sources d'origine thermique, (c) des sources d'origine mixte et (d) total estimés par EBENI. Direction d'observation égale à 40° par rapport à l'axe du jet.

### 5.3. Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

Le choix d'une pulsation unique caractéristique pour les mécanismes de génération de bruit aérodynamique et thermique est de plus particulièrement contraignant puisque le contenu spectral relatif à ces sources ne peut être contrôlé indépendamment l'un de l'autre. Bien qu'il soit légitime de penser que les mécanismes de conversion de l'énergie transportée par ces sources soient contrôlés par les mêmes structures turbulentes, une incertitude demeure sur l'échelle temporelle qui les caractérise. Une amélioration possible du code de calcul consisterait à définir des pulsations caractéristiques différentes pour chacun de ces mécanismes sources. Cela signifie qu'il est alors nécessaire de pouvoir identifier séparément ces mécanismes du point de vue expérimental afin d'obtenir une estimation rigoureuse de leurs échelles caractéristiques.

Afin de rester dans le cadre de l'approche adoptée par EBENI, une valeur unique de l'échelle temporelle est conservée. Les résultats de la figure 5.13 montrent qu'une valeur de 0,1 pour  $C_\omega$  fournit un spectre d'intensité acoustique totale reproduisant assez bien les données expérimentales. Cette valeur est clairement différente de celle reportée par Fortuné et Gervais [11] dans un jet subsonique chaud ( $T_j=790\text{K}$  et  $U_j=140\text{m/s}$ ). La valeur en effet retenue par ces auteurs est égal à 1,5. Ce paramètre n'est donc pas universel pour l'ensemble des jets libres subsoniques ou supersoniques.

#### *Définition des échelles intégrales turbulentes de longueur*

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les modèles de distribution statistique des sources aéroacoustiques dépendent des échelles intégrales caractéristiques du champ turbulent. Ces échelles permettent de rendre compte de l'organisation à la fois spatiale et temporelle du champ turbulent. Le champ acoustique rayonné simulé dépend donc de la formulation adoptée pour ces échelles. Ne connaissant pas la nature exacte des interactions faisant intervenir les sources d'origine entropique, ces mêmes échelles sont également utilisées pour modéliser les contributions relatives au bruit rayonné total de ces sources supplémentaires.

Trois définitions sont ici étudiées. Celles-ci sont reportées dans le tableau 5.1.

Formulation	Echelle longitudinale	Echelle radiale	Références
- I -	$L_1 = 3D$	$L_2 = L_1/3$	[17, 95, 35]
- II -	$L_1 = 0.04x + 0.1D$	$L_2 = L_{c1}/5$	[120, 95]
- III -	$L_1 = k_c^{3/2}/\epsilon$	$L_2$	[135, 18]

TAB. 5.1 – *Définition des échelles intégrales de longueurs.*

La formulation I est issue des résultats en jets subsoniques et généralement adoptée dans la littérature [17, 95, 35]. Cette formulation est certes non réaliste ici puisque le jet étudié est un jet supersonique. Cela permet toutefois d'étudier comment ces échelles affectent le spectre d'intensité acoustique simulé.

Dans de nombreux travaux de la littérature, les échelles intégrales de longueur sont choisies arbitrairement constantes. Celles-ci étant représentatives du développement des structures turbulentes les plus énergétiques dans l'écoulement, elles dépendent donc pourtant des variables d'espace et en particulier de la distance à la sortie de la tuyère. Les valeurs d'échelles

## Chapitre 5. Simulations numériques du bruit de jet rayonné

---

déterminées dans le présent travail et reportées au cours du chapitre 4 constituent donc ici la formulation II. Pour l'échelle radiale, les résultats expérimentaux de Lau [95] en jet supersonique sont utilisés.

Enfin, une troisième formulation (indexée III) est étudiée. L'échelle intégrale de longueur est dans ce cas déterminée directement à partir de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente. Cette définition est rencontrée typiquement lors de calculs type RANS et couplés à un modèle de turbulence  $k_c - \epsilon$ . Nous supposons de plus ici le champ turbulent isotrope.

Les valeurs obtenues par ces différentes définitions pour une distance de la sortie de la tuyère égale à la longueur du cône potentiel donnent une idée des échelles ainsi prises en compte dans le modèle :

Formulation	Echelle longitudinale (mm)	Echelle radiale (mm)
- I -	150	50
- II -	30	6
- III -	20	20

La première formulation, basée sur des résultats en jets subsoniques, conduit naturellement à des valeurs d'échelles plus grandes. Les structures turbulentes rencontrées en écoulement subsonique sont effectivement de dimensions plus importantes que celles typiquement observées en régime supersonique. Les définitions II et III donnent en revanche des échelles du même ordre de grandeur et l'on peut donc s'attendre à obtenir des résultats très similaires.

Les spectres des différentes contributions calculés par EBENI sont présentés figure 5.8 pour ces différentes formulations. Les résultats sont donnés pour un angle d'observation égal à  $40^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

Ces résultats indiquent des niveaux d'intensité acoustique rayonnée plus élevés dans le cas de la première formulation. Dans la région de mélange le long du cône potentiel, cette formulation donne des échelles spatiales longitudinales et radiales d'un ordre de grandeur nettement supérieur à celles obtenues à partir des deux autres formulations. Les échelles données par cette formulation ne sont, de manière évidente, pas représentatives des dimensions caractéristiques spatiales du champ turbulent étudié. Le nombre de Mach, la et le nombre de Reynolds élevés du jet étudié font que la turbulence générée est globalement plus fine qu'en écoulement subsonique. Une augmentation de la valeur des échelles intégrales se traduit donc par un accroissement des niveaux d'intensité acoustique rayonnée dans toute la bande de fréquence. L'estimation du bruit rayonné revient à prendre en compte toutes les interactions entre les structures turbulentes sources. L'augmentation de la taille caractéristique de ces structures conduit donc à des mécanismes de génération de bruit plus importants en terme d'énergie acoustique produite.

Les discontinuités observées figures 5.8(b) et 5.8(c) pour les composantes sources d'origine entropique et mixte respectivement ne sont en revanche pas expliquées. Celles-ci semblent être liées à un artefact de calcul.

Les formulations II et III donnent des résultats quasiment identiques à l'exception

### 5.3. Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

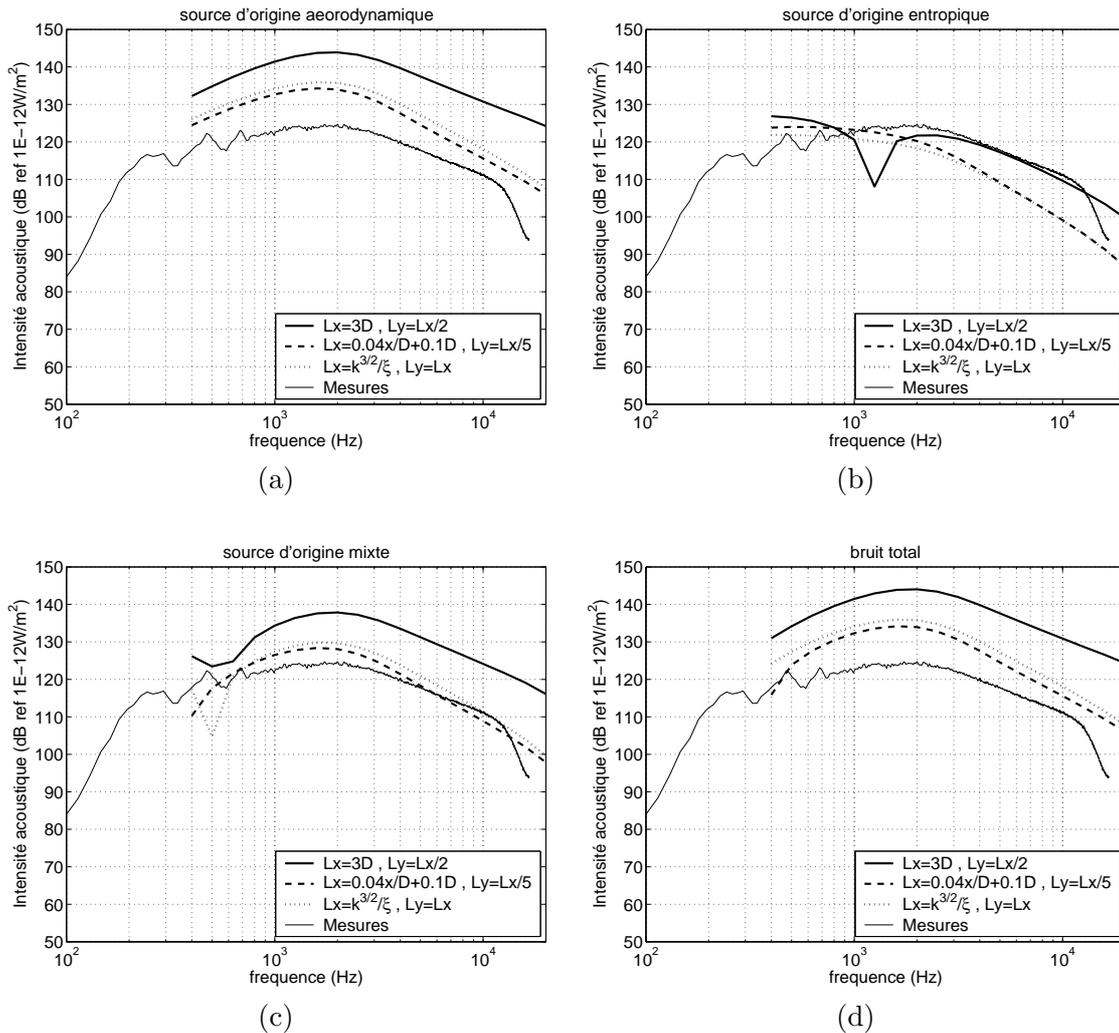


FIG. 5.8 – Influence des échelles intégrales de longueurs sur les spectres de bruit (a) des sources d'origine aérodynamique, (b) des sources d'origine entropique, (c) des sources d'origine mixte et (d) total. Direction d'observation égale à 40° par rapport à l'axe du jet.

## Chapitre 5. Simulations numériques du bruit de jet rayonné

---

du spectre de l'intensité acoustique rayonnée par les sources d'origine thermique. Bien que non reportées ici, ces deux expressions donnent effectivement des valeurs de l'échelle intégrale longitudinale  $L_1$  de même ordre de grandeur sur tout l'écoulement. La définition de l'échelle longitudinale par  $k^{3/2}/\epsilon$  est aujourd'hui largement acceptée dans les travaux à vocation numérique ou fondamentale. La similitude entre ces résultats tend à montrer que la loi d'évolution linéaire de  $L_1$  établie dans le chapitre précédent pour le jet supersonique froid reste valide dans le cas du jet chaud. Tout comme en régime subsonique, une certaine similitude existe dans les jets supersoniques. Ainsi, comme suggéré par Lau [87], il est vraisemblablement possible de déterminer une loi générale pour la distribution spatiale de l'échelle intégrale quel que soit le jet étudié en régime supersonique parfaitement détendu.

Bien que la forme générale du spectre de l'intensité acoustique rayonnée totale soit plutôt bien reproduite dans la direction d'observation  $40^\circ$ , celui-ci est toutefois surestimé même avec les deux dernières formulations. Le choix de valeurs uniques de ces échelles quelle que soit la composante source est, comme dans le cas du facteur de calage  $C_\omega$ , particulièrement contraignant comme nous avons déjà pu le discuter. Les résultats obtenus au cours du précédent chapitre pour l'échelle de longueur longitudinale (formulation II) est retenue par la suite, même si cela conduit également à une surestimation importante du spectre de bruit rayonné total.

### *Modèle de distribution des sources*

Suite aux résultats des mesures deux points dans le jet supersonique froid présentés dans le chapitre précédent, deux modèles de distribution des sources sont particulièrement intéressants à étudier ici : le modèle gaussien couramment utilisé dans la littérature et le modèle hyperbolique établi au cours du présent travail. Nous rappelons ici les expressions de ces deux modèles :

$$\begin{aligned} \text{Modèle 1} \quad \Omega(y, \xi, \tau) &= \exp\left[-\frac{\tau^2}{2\tau_\xi^2}\right] \exp\left[-\pi\frac{\xi_1^2}{L_1^2} - \pi\frac{\xi_2^2}{L_2^2}\right] \\ \text{Modèle 2} \quad \Omega(y, \xi, \tau) &= \exp\left[-\frac{\tau^2}{2\tau_\xi^2}\right] f_\kappa(\xi_1, \kappa_1) f_\kappa(\xi_2, \kappa_2) \\ &\text{avec } f(\xi, \kappa_i) = \frac{1}{\cosh(\kappa_i \xi_i)} \left[1 - \frac{\kappa_i \xi_i}{2} \tanh(\kappa_i \xi_i)\right] \quad \text{et } \kappa_i = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{L_i} \end{aligned}$$

Afin de prendre en compte, au moins en partie, la nature anisotrope du champ turbulent, les deux modèles sont adaptés de sorte que deux échelles intégrales longitudinale et radiale puissent être introduites. La formulation gaussienne est adoptée ici pour la partie temporelle de la corrélation. Les calculs réalisés montrent, comme on pouvait effectivement s'y attendre, que la forme exponentielle simple (relation 4.18) entraîne une divergence du spectre calculé.

Les résultats des calculs sont présentés figure 5.9 pour la contribution des sources d'origine aérodynamique et le spectre d'intensité total. Le contenu spectral ne dépendant que de la fonction de décroissance temporelle, la forme des spectres calculés par l'un ou l'autre des deux modèles est rigoureusement identique. Les résultats indiquent également

### 5.3. Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

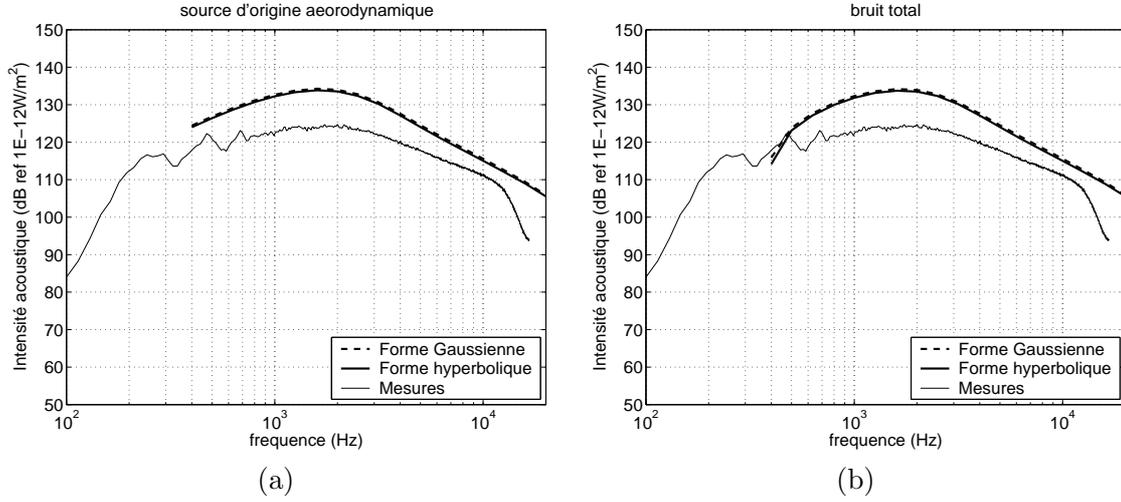


FIG. 5.9 – Effet du choix du modèle de distribution des sources sur les spectres de bruit (a) des sources d'origine aérodynamique et (b) total estimés. Direction d'observation égale à  $40^\circ$ . par rapport à l'axe du jet.

que les amplitudes sont également similaires. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent (voir figure 4.12), les deux modèles ne diffèrent principalement que par la prise en compte par le second du caractère oscillant des fonctions de corrélation. Ces oscillations, caractéristiques du caractère tourbillonnaire du champ turbulent, correspondent néanmoins à des valeurs très faibles de la fonction de corrélation. Leurs contributions finales au spectre calculée sont par conséquent négligeables.

Par la suite, le modèle gaussien classiquement utilisé dans la littérature est retenu.

Les paramètres optimaux de calculs obtenus d'après cette étude paramétrique sont reportés dans le tableau suivant :

Facteur $C_\omega$	Echelles intégrales
0,1	$L_1 = 0.04x + 0.1D$ et $L_2 = L_1/5$
	$\omega_\xi(y) = C_\omega \epsilon(y)/k_c(y)$
Modèle de corrélation	
$r(y, \xi, \tau) = \exp[-\omega_\xi(y)^2 \tau^2] \exp[-\pi \frac{\xi_1^2}{L_1(y)^2} - \pi \frac{\xi_2^2}{L_2(y)^2}]$	

Ceux-ci sont conservés dans la suite du chapitre.

#### 5.3.4 Etude de la directivité des contributions au champ total rayonné des composantes sources

Nous nous intéressons maintenant à la directivité des contributions des sources aérodynamiques, thermiques et mixtes obtenue au moyen du code de calcul. Les spectres de l'intensité acoustique totale rayonnée et de chacune de ses contributions sont présentés sur

## Chapitre 5. Simulations numériques du bruit de jet rayonné

---

les figures 5.10 et 5.11 respectivement pour des angles d'observation égaux à  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $110^\circ$  par rapport à l'axe du jet

Concernant dans un premier temps le spectre de l'intensité acoustique totale (figure 5.10), les résultats obtenus montrent que le spectre expérimental est plutôt bien reproduit par EBENI (traits discontinus) dans les directions d'observation proches de l'axe du jet où la source dominante est le bruit de mélange. Alors que les mesures expérimentales montrent une modification évidente du contenu spectral de l'intensité acoustique rayonnée avec l'angle d'observation  $\theta$ , le spectre calculé conserve une forme relativement identique. Seule la position du maximum se décale et son amplitude augmente, d'abord vers les hautes fréquences lorsque l'angle d'observation augmente, puis de nouveau vers les basses fréquences au-delà de  $70^\circ$ . Cet angle particulier correspond à la direction de propagation des ondes de Mach, soit encore celui pour lequel le facteur Doppler  $(1 - M_c \cos \theta)$  s'annule. Bien que cette singularité ait été supprimée dans le code de calcul (voir paragraphe 5.1.1), l'augmentation de l'amplitude de l'ensemble du spectre autour de cet angle est purement un artefact de calcul. Cette augmentation n'est donc pas représentative du phénomène physique étudié. Ceci montre notamment que sans modification du terme source de Lighthill, le concept d'analogie aéroacoustique du même auteur pour l'estimation du bruit de jet supersonique est relativement limité, même pour la composante du bruit de mélange.

Dans la direction privilégiée du bruit de mélange (angles d'observation proches de  $30^\circ$ - $40^\circ$ ) une décroissance plus importante en hautes fréquences est obtenue par le calcul. Le code EBENI ne prend effectivement pas en compte les effets de réfraction par l'écoulement moyen, effets particulièrement importants dans les hautes fréquences et dans les directions proches de l'axe du jet [15].

Le spectre du bruit total calculé par EBENI est caractéristique d'un spectre typique de bruit de mélange quel que soit l'angle d'observation. L'apparition des deux zones fréquentielles renforcées observées expérimentalement et mentionnées au cours du paragraphe 5.2 ne sont clairement pas reproduites.

La directivité des contributions aérodynamiques, thermiques et mixtes, dont les spectres d'intensité sont présentés figure 5.11, est maintenant étudiée. Les interactions mutuelles entre ces différentes sources étant modélisées de manière identique, les remarques précédentes pour le spectre de bruit total restent valables pour chacune de ces contributions. Ainsi, une augmentation du maximum d'intensité et un décalage de celui-ci vers les hautes fréquences sont observés lorsque l'angle d'observation se rapproche de l'angle théorique du rayonnement d'ondes de Mach. Malgré cet artefact de calcul, il est toutefois possible d'étudier les amplitudes relatives de chacune des contributions. Quel que soit l'angle d'observation, les sources d'origine aérodynamique dominent clairement le champ rayonné total sur l'ensemble du spectre à l'exception de la région des basses fréquences où les sources d'origine entropique contribuent autant. Cette tendance tend à diminuer dans les moyennes fréquences lorsque l'angle d'observation augmente.

L'absence de données expérimentales concernant la contribution au champ rayonné total des sources d'origine entropique ne permet de conclure précisément sur la validité de ces résultats. La contribution des sources d'origine entropique, plus importante dans les

### 5.3. Simulations du spectre d'intensité acoustique et comparaisons

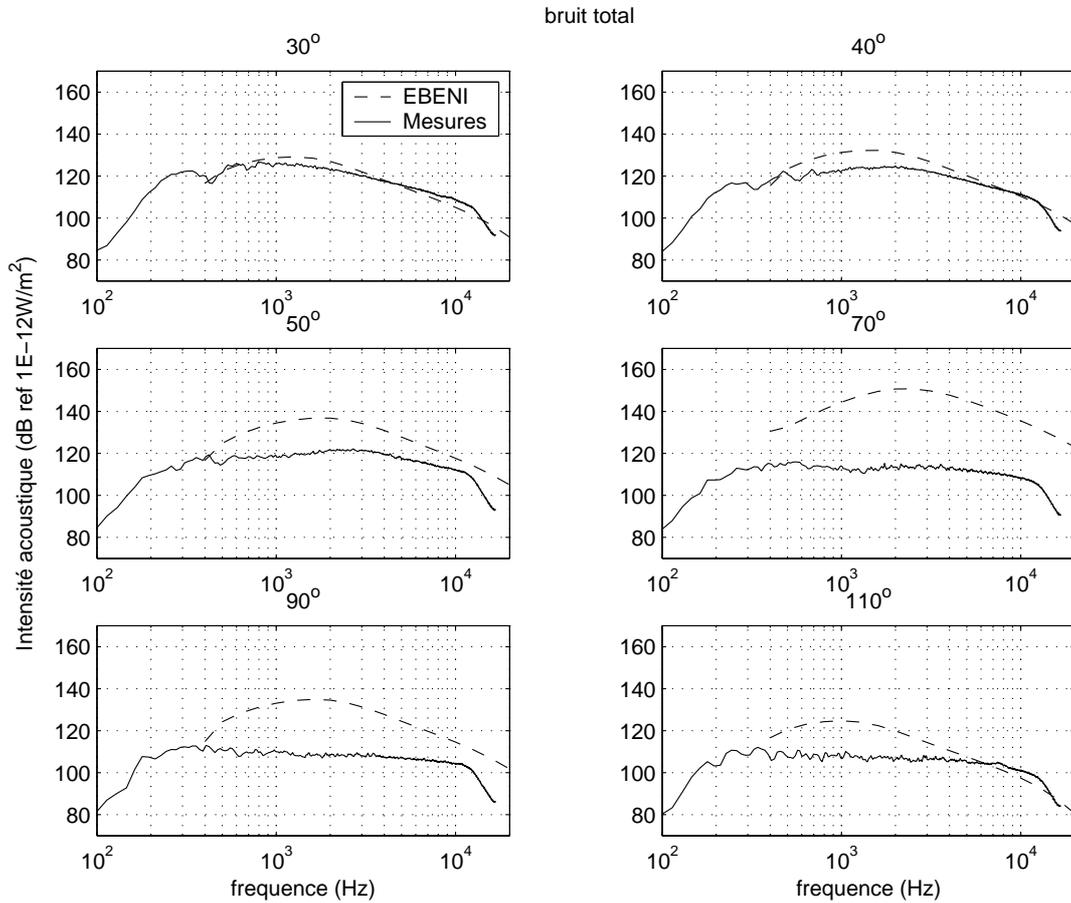


FIG. 5.10 – Intensité acoustique rayonnée totale pour plusieurs angles d’observation par rapport à l’axe du jet et obtenue à partir du code EBENI.

basses fréquences que dans les hautes fréquences, est contraire aux observations réalisées par Tanna et al [153] ou encore Panda et al. [148] en écoulements supersoniques. L’absence d’effet particulier de l’angle d’observation sur les différentes contributions est de plus relativement discutable.

Ces deux derniers points sont particulièrement intéressants du point de vue de la capacité du code de calcul EBENI [11] à estimer le bruit rayonné par les jets supersoniques. Le code initialement prévu pour couvrir la gamme des nombres de Mach subsoniques est donc nécessairement limité puisque le terme source de Lighthill dans le cas des jets supersoniques libres devient plus complexe. Par ailleurs, les effets de propagation des ondes acoustiques dans l’écoulement (réfraction et convection) deviennent importants dans de tels écoulements. De plus, comme maintes fois discutée dans la littérature, la présence du facteur d’amplification Doppler introduit par Ffowes Williams ne résout pas totalement le problème de sa singularité dans la direction du rayonnement d’ondes de Mach. De manière

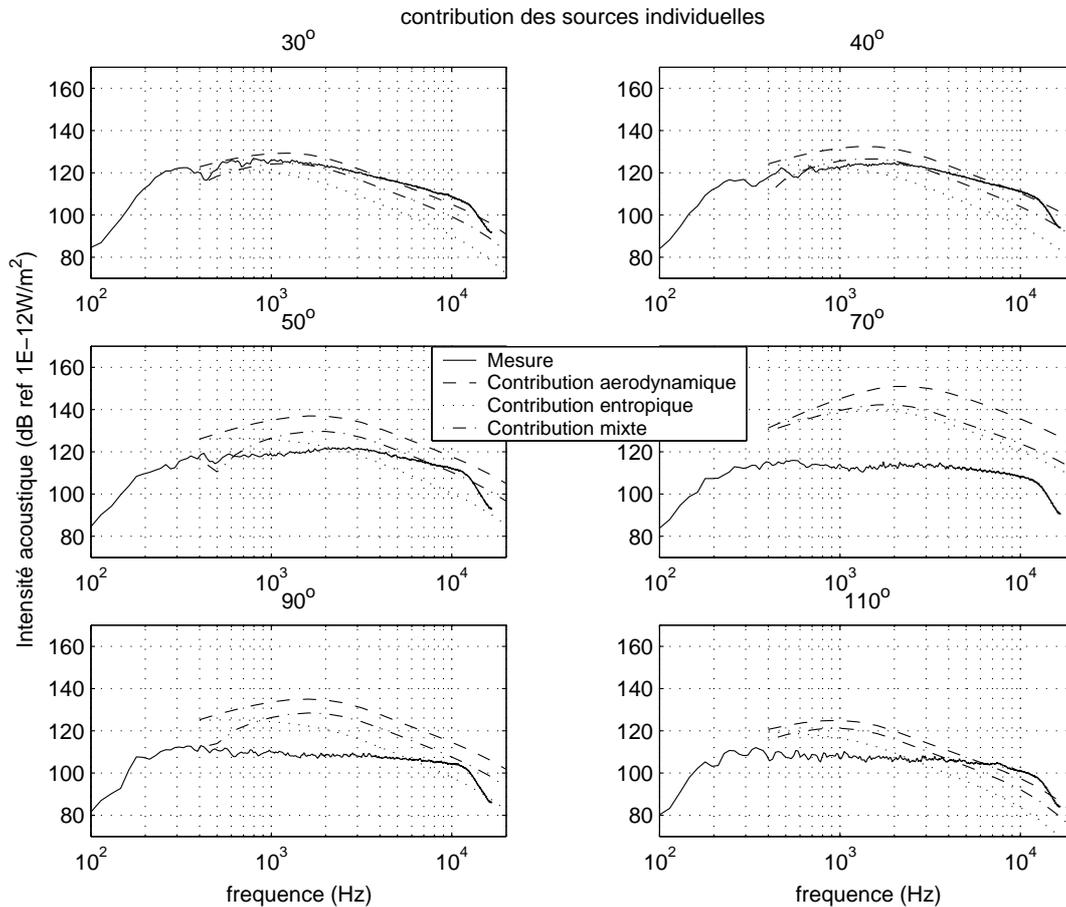


FIG. 5.11 – Spectre d'intensité acoustique rayonnée par les différentes contributions sources.

générale, cela démontre combien la prédiction du bruit rayonné par les jets libres à partir de l'analogie aéroacoustique de Lighthill avec une formulation simple du terme source est restreinte uniquement aux nombres de Mach subsoniques.

Tout en conservant le concept d'analogie aéroacoustique, des modèles plus robustes du terme source peuvent contribuer à améliorer la prédiction. On peut citer à ce titre l'approche proposée par Raguenet et al. [156] qui basée sur l'analogie aéroacoustique de Lilley [4] permet de prendre en compte tous les effets liés à la propagation des ondes acoustiques. S'appuyant sur l'approximation du terme source de Lighthill dans le cas d'une source acoustique se déplaçant à une vitesse supersonique suggérée par Ffowcs Williams et Maidanik [157], Bailly et al. [149] proposent une estimation du bruit rayonné par les ondes de Mach.

Comme alternative aux analogies aéroacoustiques, des approches basées sur la théorie des instabilités sont proposées dans la littérature [19]. On peut également citer les approches directes du bruit rayonné par résolution des équations de Navier-Stokes (DNS) [158] ou

encore par simulation des grandes échelles (LES) [159, 160, 161].

## 5.4 Conclusion

Des simulations numériques du bruit rayonné par un jet supersonique de température 1900K et de vitesse 1600m/s sont présentées dans ce chapitre. L'approche statistique adoptée est basée sur le concept d'analogie aéroacoustique de Lighthill déjà discutée au cours du chapitre bibliographique. En plus des contributions au champ acoustique total des sources aérodynamiques (instationnarité des forces convectives), celles des sources d'origine thermique, qui apparaissent dès lors que l'écoulement présente des gradients de température importants, sont également prises en compte. Une formulation des termes sources thermiques et aérodynamiques est proposée en termes des grandeurs aérodynamiques moyennes de l'écoulement afin d'estimer leur répartition spatiale [11]. Les grandeurs aérodynamiques (température et vitesse moyenne, énergie cinétique turbulente) sont fournies par le code de calcul AMLJET [128] présenté au cours du chapitre 3. Fortuné [11] propose ensuite de modéliser les interactions mutuelles entre les sources à partir d'une fonction de corrélation spatio-fréquentielle unique, paramétrée à l'aide des propriétés intégrales du champ turbulent (échelles intégrales de longueur et de temps, vitesse de convection).

Initialement développé pour la modélisation du bruit de jet subsonique ou subcritique, le code de calcul numérique présenté est modifié afin de s'affranchir de la singularité du facteur Doppler et de prendre en compte la nature non compacte des sources aéroacoustiques dès lors que le nombre de Mach du jet devient supersonique. Malgré ces modifications, la modélisation du bruit de jet à partir de l'analogie aéroacoustique de Lighthill et une formulation simple du terme source proposé par ce dernier, reste essentiellement limitée à la composante du bruit de mélange et au régime subsonique. Afin de modéliser les sources de bruit autres que celles responsables du bruit de mélange, tel que le rayonnement d'onde de Mach par exemple, il est en effet également nécessaire de modifier le terme source lui-même. Les effets de propagation des ondes acoustiques à travers l'écoulement et émises par les sources (réfraction, convection) doivent également être pris en compte.

Malgré la simplicité du modèle présenté dans ce chapitre et ces dernières considérations sur le terme source, les comparaisons réalisées à partir de mesures expérimentales du champ acoustique rayonné lointain au banc MARTEL (Poitiers) donnent des résultats intéressants. En particulier, il est montré que le choix des propriétés intégrales du champ turbulent conditionnent à la fois le contenu spectral et l'amplitude de l'intensité acoustique rayonnée. Des estimations correctes du spectre de l'intensité acoustique totale sont de plus obtenues dans la direction privilégiée du bruit de mélange.

La décomposition du champ total en ces composantes aérodynamiques, thermiques et mixtes indique par ailleurs que les sources d'origine aérodynamique dominent clairement sauf dans la région des basses fréquences où les sources d'origine thermique contribuent à part égale. Ces observations sont a priori contraires aux résultats de la littérature en régime supersonique, mais sans comparaisons directes il est relativement difficile de juger de la qualité des estimations.

Des écarts avec les données expérimentales d'autant plus importants que l'angle d'ob-

## Chapitre 5. Simulations numériques du bruit de jet rayonné

---

servation est proche de celui du rayonnement des ondes de Mach sont observés. Ceux-ci sont dus à la présence d'une singularité du facteur d'amplification Doppler dans l'expression du spectre de l'intensité acoustique, non complètement résolu si l'on adopte le formalisme de Ffowcs Williams [132]. Des estimations plus précises du bruit de jet supersonique nécessitent donc des approches plus complexes pour modéliser à la fois le terme source mais également les mécanismes de génération source et de propagation des ondes acoustiques.

---

## Conclusion générale

L'étude présentée s'inscrit dans le contexte générale de l'analyse et de la modélisation des mécanismes de génération de bruit dans les écoulements libres de type jet. Le champ acoustique rayonné par ces écoulements, en particuliers en régime haute vitesse et haute température, est de très fort niveau et des effets vibro-acoustiques sont de plus généralement observés. L'étude de ces écoulements et la prévision du champ acoustique rayonné présente donc des enjeux importants pour les industriels pour des raisons non seulement de respect des normes environnementales toujours plus strictes (bruit des aéroports par exemple), mais également stratégiques.

Une approche directe du champ acoustique rayonné n'est pas suffisante si l'on souhaite efficacement comprendre comment sont générés dans l'écoulement les différents mécanismes sources. Le formalisme introduit par Lighthill [2], dit *analogie aéroacoustique*, permettant de relier la dynamique du champ turbulent avec le champ acoustique rayonné offre en revanche plus de possibilités. Cette approche consiste à la base à décrire le champ turbulent en termes de ces organisations spatiale et temporelle. Le formalisme des fonctions de Green permet alors ensuite de retrouver le champ acoustique rayonné. Des fonctions statistiques telles que des fonctions de corrélation spatio-temporelles sont donc utilisées. Celles-ci renseignent à la fois sur l'efficacité et la dynamique des mécanismes de conversion de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique. Elles sont donc également représentatives des distributions spatiales et temporelles des sources aéroacoustiques dans l'écoulement étudié ou plus précisément de leurs interactions entre-elles. La difficulté de cette approche réside par conséquent à la fois dans l'identification même des sources, mais également dans la modélisation de ces distributions statistiques. Dans le cadre fixé par Lighthill [2], cette approche offre donc à l'aéroacousticien une interprétation physique explicite des mécanismes de génération de bruit.

La validation des modèles de distributions statistiques de sources utilisés dans les applications numériques reste encore aujourd'hui nécessaire, en particulier dans le cas des jets libres supersoniques pour lesquels peu de données expérimentales concernant ces distributions sont disponibles dans la littérature. Cela est principalement dû à la complexité de l'écoulement et aux moyens expérimentaux nécessaires à mettre en oeuvre. Afin de répondre en partie à ces besoins, des mesures multi-points du champ de vitesse par vélocimétrie Laser Doppler sont effectuées ici dans le cas d'un jet supersonique froid supposé parfaitement détendu pour lequel la source dominante est supposée relative aux instationnarités des forces convectives (sources aérodynamiques). Cette technique de mesure présente les avantages classiques d'une technique optique sur les techniques dites invasives. En revanche, des procédures de traitement du signal adaptées au caractère irrégulier de l'échantillonnage des signaux obtenus sont nécessaires. Deux approches sont reportées dans ce travail pour pouvoir estimer les fonctions statistiques de type corrélation ou spectral du champ turbulent.

En raison de limitations techniques, seules la composante de vitesse longitudinale et sa

## Conclusion générale

---

corrélation dans la direction de l'écoulement sont étudiées ici. Cela pose immédiatement le problème de la prise en compte dans la modélisation de la nature tri-dimensionnelle du champ turbulent. Sa nature a priori anisotrope en particulier ne peut être étudiée. La description statistique est menée à la fois en termes des corrélations d'ordre 2 et d'ordre 4 de la vitesse qui apparaissent après décomposition de Reynolds du tenseur des corrélations du terme source aérodynamique. Bien que discuté depuis peu, ces corrélations d'ordre 2 et d'ordre 4 sont généralement associées aux deux composantes du bruit de mélange : le bruit de cisaillement et le bruit propre. L'approche statistique menée permet de définir pour chacun de ces mécanismes sources des échelles intégrales de longueur et temporelle caractéristiques. Leur cartographie spatiale permet d'identifier les régions de l'écoulement potentiellement riches en sources acoustiques ainsi que la nature fréquentielle de ces dernières. De plus, la nature convective de ces sources est mise en évidence par la détermination, toujours à partir des fonctions de corrélation spatio-temporelle, d'une vitesse de convection caractéristique du déplacement du champ turbulent.

Une question soulevée dans le présent travail est celle de la prise en compte du caractère multi-échelle du champ turbulent lorsque des propriétés intégrales sont employées pour décrire son organisation. L'analyse spectrale du champ turbulent telle que celle également reportée ici montre effectivement une forte dépendance de l'énergie turbulente en fonction de ces différentes composantes fréquentielles. Lorsque le champ turbulent est vu comme la superposition d'une infinité de structures tourbillonnaires de différentes tailles et d'énergie, il est alors possible d'associer à chacune de ces composantes une dimension spatiale caractéristique et une vitesse de déplacement. Cette approche permet d'obtenir une description plus rigoureuse et complète du champ turbulent lui-même. L'hypothèse habituelle selon laquelle les propriétés intégrales sont représentatives de l'instabilité dominante du jet, identifiée par exemple à partir de son nombre de Strouhal, n'est de ce fait plus immédiate, en particulier pour la vitesse de convection. A la vue des résultats obtenus, une étude plus approfondie de la dépendance fréquentielle des échelles intégrales semble toutefois nécessaire. Par ailleurs, plusieurs travaux de la littérature tendent à montrer qu'une meilleure estimation du bruit de jet peut être obtenue lorsque la nature multi-échelle du champ turbulent est prise en compte dans la modélisation de la distribution des sources par le tenseur de corrélation.

A partir des résultats obtenus pour les différentes propriétés intégrales, un modèle de distribution statistique des sources est proposé ici. Couplé à un code de calcul aéroacoustique fondé sur le formalisme de Lighthill et prenant de plus en compte les sources d'origine thermique, ce modèle est utilisé pour estimer le bruit rayonné en champ lointain par un jet supersonique chaud. Le code utilisé étant écrit à l'origine pour l'estimation du bruit de jets subsoniques ou subcritiques, froids ou chauds, des modifications sont donc apportées afin d'étendre le champ d'application du code au cas plus général des jets supersoniques parfaitement détendus. Les comparaisons réalisées entre les simulations obtenues et des mesures expérimentales montrent des estimations correctes dans des directions d'observation proche de l'axe. Des erreurs significatives sont néanmoins observées dans les autres directions et montrent combien une estimation rigoureuse du champ acoustique rayonné nécessite une modélisation plus complexe à la fois des termes sources mais également de leur tenseur de corrélation.

---

Une modélisation plus complète du terme source dans le cas du jet supersonique parfaitement détendu peut être obtenu si à la fois les effets typiques de propagation à travers un écoulement des ondes acoustiques émises et le rayonnement d'une source se déplaçant à une vitesse supersonique (ondes de Mach) sont pris en compte. De telles modélisations sont disponibles dans la littérature.

Une estimation rigoureuse du tenseur de corrélation même nécessite de prendre en compte la nature anisotrope et tri-dimensionnelle du champ turbulent. En raison du manque de données expérimentales concernant ces effets d'anisotropie sur les organisations spatiale et temporelle des sources aéroacoustiques, aussi bien en régime subsonique que supersonique, les modélisations reportées dans la littérature sont fondées essentiellement sur des considérations théoriques. Des techniques de mesure plus complexes doivent donc être utilisées si l'on souhaite modéliser plus fidèlement ce tenseur. Le couplage Vélocimétrie Laser Doppler (VLD) et Vélocimétrie à Images de Particules (PIV dans la terminologie anglaise), tel que récemment appliqué par Chatelier [162] dans un jet subsonique à faible nombre de Mach pour déterminer la corrélation non seulement spatiale mais également temporelle d'une composante de vitesse donnée sur toute une région de l'écoulement, constitue dans ce contexte un outil particulièrement intéressant.

Dans les applications courantes, les jets supersoniques rencontrés sont généralement à hautes températures. Grâce aux nombreux travaux reportés dans la littérature, les effets de la température sur les caractéristiques aérodynamiques et le champ acoustique rayonné sont bien connues. Cela n'est en revanche pas le cas pour les propriétés intégrales du champ turbulent. Une modélisation plus rigoureuse du tenseur de corrélation nécessite donc de prendre en compte également les effets de la température sur celui-ci. Malgré des essais en jet supersonique chaud au cours du présent travail, la description statistique reportée ici s'arrête au cas du jet supersonique froid, l'effet de la température sur les différentes propriétés intégrales n'ayant pu être obtenues en raison des nombreuses difficultés techniques rencontrées. Des efforts relatifs à cette problématique doivent donc être poursuivis.

Dans le contexte plus général des jets libres chauds, la problématique réside plus particulièrement dans l'origine des sources thermiques. De nombreuses incertitudes demeurent encore malgré les nombreux travaux de la littérature relatifs à cette problématique. Cela est principalement dû au fait que la température agit simultanément sur plusieurs grandeurs aérodynamiques. Leur origine entropique est en particulier discutable. Le modèle proposé par Fortuné et Gervais [11] pour le terme source d'origine thermique à partir des grandeurs aérodynamiques de l'écoulement est particulièrement intéressant puisque relativement facile à estimer. En effet, si à la fois la température et la vitesse moyennes de l'écoulement peuvent être mesurées, alors ce terme source peut être déterminé localement. La méthode Schlieren, basée sur la déviation angulaire de faisceaux laser traversant un écoulement présentant un gradient de température, et appliquée par Marchese [13] dans des jets supersoniques chauds pour l'estimation de la température présente dans ce cadre un intérêt immédiat.

La prévision du champ acoustique rayonné est certes nécessaire pour les raisons déjà évoquées au cours de ce travail. Toutefois, pour maîtriser efficacement les différents mécanismes de générations de bruit présent dans un écoulement de type jet par exemple, il

## Conclusion générale

---

serait également intéressant de pouvoir isoler les contributions individuelles de chacune des sources (composantes quadripolaires). L'approche statistique retenue dans le travail présent ne permet pas d'accéder à de telles informations et, de manière générale, ces contributions individuelles au champ rayonné total ne sont encore que trop peu connues. Des outils de traitement du signal et d'identification tels que ceux développés par Bendat et Piersol [143] sont a priori bien adaptés pour cela. Dans ce contexte, le couplage des techniques de PIV et de LDV avec une antenne microphonique peut là encore être envisagé.

Il est bien évidemment nécessaire de souligner ici, pour finir, l'importance que revêtent les contributions à une meilleure compréhension des mécanismes de génération de bruit des simulations numériques directes types DNS ou encore LES. Ces approches numériques apportent effectivement des informations fondamentales pouvant être validées par les résultats expérimentaux mais pouvant être également complémentaires.

---

## Annexe 1

Soit  $W_{ijkl}$  le tenseur des corrélations des termes sources :

$$W_{ijkl} = \overline{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(y', t') \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(y'', t'' + \tau)} \quad (5.22)$$

Par définition de l'opérateur de moyenne,  $W_{ijkl}$  s'écrit de façon plus précise sous la forme :

$$W_{ijkl} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(y', t') \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(y'', t'' + \tau) dt \quad (5.23)$$

Si le mécanisme observé est supposé stationnaire, alors les moments statistiques sont indépendants du temps de calcul. Ainsi la dérivation temporelle peut se faire aussi bien par rapport au temps  $t$  que par rapport au temps de retard  $\tau$  :

$$\frac{\partial T_{kl}}{\partial t}(y'', t'' + \tau) = \frac{\partial T_{kl}}{\partial \tau}(y'', t'' + \tau) \quad (5.24)$$

L'équation 5.23 s'écrit donc :

$$\begin{aligned} W_{ijkl} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial t^2} \frac{\partial^2 T''_{kl}}{\partial \tau^2} dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_{-T}^{+T} \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial t^2} T''_{kl} dt \end{aligned} \quad (5.25)$$

Une première intégration par partie conduit à écrire :

$$\int_{-T}^{+T} \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial t^2} T''_{kl} = \left[ \frac{\partial T'_{ij}}{\partial t} T''_{kl} \right]_{-T}^{+T} - \int_{-T}^{+T} \frac{\partial T'_{ij}}{\partial t} \frac{\partial T''_{kl}}{\partial t} dt \quad (5.26)$$

L'intégration par rapport au temps de retard  $\tau$  du premier membre de gauche étant nulle, l'équation 5.25 s'écrit simplement :

$$W_{ijkl} = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_{-T}^{+T} \frac{\partial T'_{ij}}{\partial t} \frac{\partial T''_{kl}}{\partial t} dt \quad (5.27)$$

Soit encore, à partir de la même remarque faite pour obtenir la relation 5.24 :

$$W_{ijkl} = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \int_{-T}^{+T} \frac{\partial T'_{ij}}{\partial t} T''_{kl} dt \quad (5.28)$$

En procédant une nouvelle fois par intégration par partie, l'hypothèse d'une turbulence stationnaire conduit donc finalement à écrire pour le tenseur des corrélations des termes sources :

$$W_{ijkl} = \overline{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(y', t') \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(y'', t'' + \tau)} = \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \overline{T_{ij}(y', t') T_{kl}(y'', t'' + \tau)} \quad (5.29)$$

## Annexe 2

Soit  $\Gamma(x)$  la fonction d'autocorrélation des pressions acoustiques en champ lointain :

$$\Gamma(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 c_o^5 \rho_o |x|^6} \iint_V \overline{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(y', t^+) \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(y'', t^+ + \tau)} dy' dy'' \quad (5.30)$$

avec

$$t^+ = t - \frac{|x - y|}{c_o} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{x \cdot \eta}{|x|c_o}$$

Pour simplifier les notations, on choisit ici celles proposées par Fuchs et Milchake (1970) :

$$\Gamma(x) = \frac{1}{16\pi^2 c_o^2 \rho_o |x|^2} \iint_V S(\eta, \tau) dy' d\eta \quad (5.31)$$

$$\text{avec} \quad S(\eta, \tau) = \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} W(\eta, \tau) \quad \text{et} \quad W(\eta, \tau) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{|x|^4} [T_{ij}]_{t^+} [T_{ij}]'_{t^+ + \tau} \quad (5.32)$$

La notation  $[Q]'_{t'}$  désigne une quantité  $Q$  estimée au point  $y'$  et à l'instant  $t'$ .

En introduisant la fonction mathématique impulsionnelle de Dirac, notée  $\delta(t)$ , la dernière expression peut s'écrire sous la forme :

$$\int_V S(\eta, \tau) d\eta = \int_V \int W(y, \eta, t) \frac{d^4 \delta(t^*)}{dt^{*4}} dt^* d\eta \quad (5.33)$$

où  $t^* = t - \tau$  et  $\tau = \frac{x \cdot \eta}{|x|c_o}$ .

Ffowcs Williams [132] propose pour évaluer cette intégrale la transformation suivante :

$$\lambda = \alpha U_c t \quad \text{et} \quad \xi = \eta - U_c t \quad (5.34)$$

Notons qu'en acoustique, le lien entre le temps (période) et l'espace (longueur d'onde) est toujours possible. Dans ce cas, la constante liant les deux grandeurs n'est autre que la vitesse de l'onde acoustique. En ce qui concerne la transformation  $\lambda = \alpha U_c t^*$ , l'idée est rigoureusement la même à l'exception près que la transformation à lieu à l'échelle des structures turbulentes. La constante prise en compte est donc la vitesse de convection de ces structures.

D'où une reformulation de l'expression 5.33 :

$$\begin{aligned} \int_V S(\eta, \tau) d\eta &= \int_V \int W(y, \xi, \lambda) \partial^4(t^*) dt^* d\xi \quad \text{avec} \quad \partial^4(t) = \frac{d^4 \delta(t)}{dt^4} \\ &= \frac{1}{\alpha U_c} \int_V \int W(y, \xi, \lambda) \partial^4(t^{*4}) dt^* d\xi \end{aligned} \quad (5.35)$$

avec :

$$t^* = \frac{\lambda}{\alpha U_c} - \frac{x}{|x|c_o} (\xi + U_c t) \quad (5.36)$$

que l'on notera :

$$t^* = A_i \cdot \xi + B \cdot \lambda \quad \text{avec} \quad A_i = -\frac{x_i}{|x|c_o} \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{\alpha U_c} \left(1 - \frac{M_{ci} x_i}{|x|}\right) \quad (5.37)$$

$M_{ci}$  désigne le nombre de Mach convectif des sources. De façon rigoureuse, il faut ici prendre en compte l'aspect vectoriel de la propagation des sources.  $M_{ci}$  est défini dans la direction d'indice  $i$  par  $U_{ci}/c_o$ , où  $U_{ci}$  est la vitesse de convection des sources dans la direction  $i$ .

D'après la manière dont  $t^*$  a été défini, cette grandeur peut être vue comme une fonction de quatre variables. Son gradient peut donc s'écrire sous la forme

$$\overrightarrow{grad}t^* = \left[ \frac{\partial t^*}{\partial \xi_1} \quad \frac{\partial t^*}{\partial \xi_2} \quad \frac{\partial t^*}{\partial \xi_3} \quad \frac{\partial t^*}{\partial \lambda} \right] \quad (5.38)$$

et est normal à la surface définie par  $t^* = 0$  et portée par le vecteur unitaire  $n_i = \frac{\overrightarrow{grad}t^*}{|\overrightarrow{grad}t^*|}$ , avec :

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{grad}t^*| &= \sqrt{\left(\frac{\partial t^*}{\partial \xi_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial t^*}{\partial \lambda}\right)^2} \\ &= \sqrt{A_i^2 + B^2} = C \end{aligned}$$

On transforme le système spatial et temporel  $(\xi_i, \lambda)$  de sorte que le nouvel axe désigné par  $\tilde{\xi}_1$  soit parallèle à  $A_i$ , soit encore tel que :

$$A_i \xi_i = |A_i| \tilde{\xi}_1 \quad (5.39)$$

Par voie de conséquence, il vient :

$$\begin{aligned} d\xi &= d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 = d\xi \\ \tilde{\xi}_i^2 &= \tilde{\xi}_1^2 + \tilde{\xi}_2^2 + \tilde{\xi}_3^2 = \xi_i^2 \end{aligned} \quad (5.40)$$

La relation 5.35 peut alors s'écrire sous la forme :

$$\int S(\eta, \tau) d\eta = \frac{1}{\alpha U_c} \int_V \left[ \int W(y, \tilde{\xi}_i, \lambda) \partial^4 (|A_i| \tilde{\xi}_1 + B\lambda) d\lambda d\tilde{\xi}_1 \right] d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 \quad (5.41)$$

La résolution de cette intégrale dans le plan  $(\tilde{\xi}_1, \lambda)$  est simplifiée si l'on introduit un deuxième changement de coordonnées :

$$\sigma = \frac{B\tilde{\xi}_1 - |A_i|\lambda}{C} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{|A_i|\tilde{\xi}_1 + B\lambda}{C} \quad (5.42)$$

Ce nouveau système vérifie de plus :

$$\begin{aligned} d\sigma d\beta &= d\tilde{\xi}_1 d\lambda \\ \sigma^2 + \beta^2 &= \tilde{\xi}_1^2 + \lambda^2 \end{aligned} \quad (5.43)$$

## Annexe 2

---

Il vient ainsi :

$$\begin{aligned}
\int_V S(\eta, \tau) d\eta &= \frac{1}{\alpha U_c} \int \left[ \int W(y, \tilde{\xi}_2, \tilde{\xi}_3, \sigma, \beta) \partial^4(C\beta) d\sigma d\beta \right] d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 \\
&= \frac{1}{\alpha U_c C} \int \left[ \int W \frac{d^4 \delta(C\beta)}{d(C\beta)^4} d(C\beta) \right] d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 d\sigma \\
&= \frac{1}{\alpha U_c C} \iint \frac{\partial^4 W}{\partial(C\beta)^4} \delta(C\beta) d(C\beta) d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 d\sigma \\
&= \frac{1}{\alpha U_c C} \int \frac{\partial^4 W}{\partial(C\beta)^4} \Big|_{t^*=0} d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 d\sigma \\
\int_V S(\eta, \tau) d\eta &= \frac{1}{\alpha U_c C^5} \int_V \frac{\partial^4 W}{\partial \beta^4} \Big|_{\beta=0} d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 d\sigma \tag{5.44}
\end{aligned}$$

Si la fonction de corrélation  $W$  peut être choisit de sorte qu'elle ne dépende que des modules  $\xi_i^2$  et  $\lambda^2$ , alors  $W$  reste inchangé avec les transformations effectuées. Cette condition est exactement vérifiée si  $W$  est isotrope en espace et en temps. D'où :

$$\begin{aligned}
W_{is} &= W(\eta_i, \sqrt{\xi_i^2 + \lambda^2}) \\
&= W(\eta_i, \sqrt{\tilde{\xi}_2^2 + \tilde{\xi}_3^2 + \sigma^2 + \beta^2}) \tag{5.45}
\end{aligned}$$

En injectant dans la dernière relation 5.44 la fonction de corrélation  $W_{is}$  il vient :

$$\int_V S(\eta, \tau) d\eta = \frac{1}{\alpha U_c C^5} \int_V \frac{\partial^4 W_{is}}{\partial \lambda^4} \Big|_{\lambda=0} d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\xi}_3 \tag{5.46}$$

D'où finalement, pour la fonction de corrélation des pressions acoustiques en champ lointain :

$$\begin{aligned}
\Gamma(x, \tau) &= \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 \rho_o c_o^5 |x|^6 C_D^5} = \iint_V \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} [T_{ij}]'_{t+} [T_{kl}]''_{t+\tau} \Big|_{\tau=0} dy' d\mathfrak{E} \\
\text{où} \quad C_D &= \sqrt{\left(1 - \frac{M_{ci} x_i}{|x_i|}\right)^2 + \alpha^2 M_c^2} \tag{5.47}
\end{aligned}$$

---

## Annexe 3

### Généralités sur l'Anémométrie Laser Doppler - Principes de base -

En 1964, Yeh et Cummins [81] décrivent la première expérience permettant de mesurer la vitesse d'un écoulement laminaire au moyen d'un spectromètre laser. Ils démontrent alors que le décalage Doppler de la fréquence de la lumière diffusée par de fines particules transportées avec l'écoulement lorsque celui-ci est éclairé par une source de lumière cohérente, est fonction de la vitesse de ces particules. Depuis, de nombreux travaux ont permis d'étendre cette technique à la mesure de vitesse au sein d'écoulement turbulents et de grande vitesse, et ont conduit à des progrès importants concernant aussi bien les aspects fondamentaux que technologiques de cette technique de mesure [163] [164].

#### 1. Effet Doppler-Fizeau

L'effet Doppler-Fizeau désigne la variation apparente de la longueur d'onde émise par une source, acoustique ou lumineuse, en mouvement par rapport à un observateur mobile ou non. Trois paramètres rentrent donc en ligne de compte : la vitesse et la direction de propagation de la source et de l'observateur, ainsi que la célérité locale de l'onde. Ainsi, si l'on considère une particule se déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  et éclairée par une onde de longueur d'onde  $\lambda_i$ , ou de fréquence  $f_i$ , dont la direction d'incidence est donnée par le vecteur  $\vec{e}_i$ , alors compte tenu de l'effet Doppler, la fréquence de l'onde perçue par cette particule s'écrit :

$$f_a = \left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_i}{c}\right) f_i$$

où  $c$  désigne la célérité de l'onde.

#### 2. Application à l'anémométrie laser Doppler

##### Effet Doppler différentiel : hétérodynage optique

Cet effet Doppler-Fizeau constitue le principe de base même de l'ALD. En appliquant successivement cette théorie pour la fréquence d'une onde lumineuse monochromatique perçue par une particule solide se déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  dans un écoulement, puis pour la fréquence de l'onde lumineuse diffusée par cette même particule dans une direction  $\vec{e}_d$  et perçue par un observateur fixe, le décalage en fréquence entre la fréquence initiale  $f_i$  de l'onde lumineuse émise et de la fréquence  $f_d$  perçue par l'observateur s'écrit :

$$f_d - f_i = (\vec{e}_d - \vec{e}_i) \frac{\vec{v}}{\lambda_i}$$

Notons que l'on suppose ici que la particule se convecte à une vitesse nettement plus faible que la célérité de la lumière, condition toujours vérifiée dans les applications de la dynamique des fluides.

Cette formulation indique donc que la vitesse de la particule peut être obtenue par une mesure du décalage en fréquence par la connaissance préalable des directions

d'observation et de propagation de la particule. Or ce décalage est généralement de l'ordre de quelques MHz pour les écoulements supersoniques alors que la fréquence d'émission  $f_i$  est de l'ordre de  $10^8$  MHz. Comme il n'est pas possible d'extraire directement ce décalage en fréquence, une approche par hétérodynage est employée. Cette technique consiste à éclairer la particule par deux faisceaux laser focalisés en un seul point et issus de la même source monochromatique. Notons  $\vec{e}_{i1}$  et  $\vec{e}_{i2}$  les directions d'incidence de ces deux faisceaux. D'après le paragraphe précédent, les fréquences des ondes lumineuses diffusées par la particules pour les deux faisceaux sont :

$$\begin{aligned} f_{d1} &= f_i + (\vec{e}_d - \vec{e}_{i1}) \cdot \frac{\vec{v}}{\lambda_i} \\ f_{d2} &= f_i + (\vec{e}_d - \vec{e}_{i2}) \cdot \frac{\vec{v}}{\lambda_i} \end{aligned}$$

La superposition des deux faisceaux conduit à un phénomène de battements en fréquence. Pour une particule à vitesse constante, l'intensité de la lumière perçue par un observateur fixe est sinusoïdale à la fréquence de battement  $f_D$  donnée par :

$$\begin{aligned} f_D &= f_{d2} - f_{d1} \\ &= (\vec{e}_{i1} - \vec{e}_{i2}) \cdot \frac{\vec{v}}{\lambda_i} \end{aligned}$$

Si de plus  $\theta$  est l'angle formé par  $(\vec{e}_{i1}, \vec{e}_{i2})$ , et  $v$  la composante de vitesse projetée sur la perpendiculaire à la bissectrice intérieure de  $\theta$ , définissant par ailleurs l'axe optique (voir figure 5.4), alors cette dernière expression peut-être formulée de la façon suivante :

$$f_D = v \frac{2\sin(\theta/2)}{\lambda_i}$$

Le battement en fréquence  $f_D$  est plus communément dénommé *fréquence Doppler*. Cette dernière formulation est particulièrement intéressante puisque la fréquence Doppler ne dépend plus de la direction d'observation. La lumière diffusée peut alors être collectée dans un très grand angle solide. Cela conduit à une augmentation considérable de l'amplitude du signal d'intensité lumineuse analysé ensuite.

#### Modes de franges et dimensions des volumes sonde et de mesure

L'intersection au point de focalisation des deux faisceaux monochromatiques est formée par un réseau de franges d'interférences constitué alternativement de franges brillantes et de franges sombres parallèles à l'axe optique. Le réseau ainsi formé par les deux faisceaux dont le diamètre est de l'ordre du millimètre est un ellipsoïde et forme le *volume de mesure*. Lorsqu'une particule traverse ce réseau de franges avec une vitesse constante, alors l'intensité lumineuse diffusée dans une direction donnée varie à la fréquence  $f_D$  proportionnellement à la vitesse de la particule. Ce coefficient de proportionnalité n'est autre que l'espacement entre deux franges brillantes consécutives (ou deux franges sombres) c'est à dire l'*interfrange*. Géométriquement, on montre que l'interfrange s'écrit :

$$i = \frac{\lambda_i}{2\sin(\theta/2)}$$

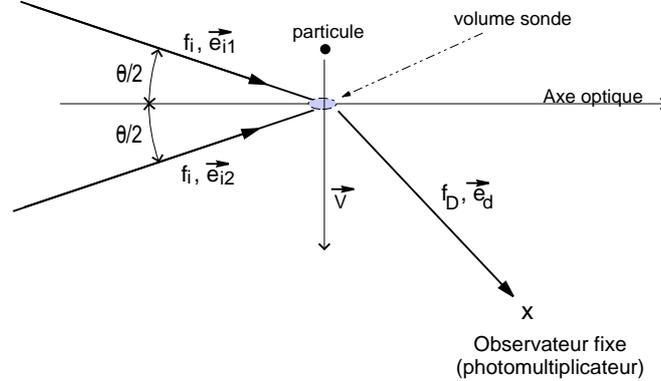


FIG. 5.12 – Particule se convectant à la vitesse  $v$  à travers le volume de mesure formé par deux faisceaux incidents de directions  $e_{i1}$  et  $e_{i2}$  de même fréquence optique  $f_i$ . La fréquence Doppler de l'onde lumineuse perçue par un observateur fixe dans la direction de diffusion  $e_d$  est notée  $f_D$ .

Les dimensions du volume sonde formé par le croisement des deux faisceaux dépendent à la fois de la distance focale  $F_e$  des optiques d'émission mais également de la longueur d'onde  $\lambda_i$  et du diamètre  $d_f$  des faisceaux laser immédiatement après la focalisation :

Diamètre maximal :	$\emptyset_f = 4\lambda_i F_e / \pi d_f$
Petit axe (sens perpendiculaire aux franges)	$\emptyset_1 = \emptyset_f / \cos(\theta/2)$
Petit axe (sens des franges)	$\emptyset_2 = \emptyset_f / \sin(\theta/2)$

Le volume utile pour la réception de la lumière diffusée est appelé *volume de mesure*. Les dimensions de ce volume dépendent de l'optique de réception et sont dans la plupart des cas difficiles à évaluer. On peut néanmoins en avoir une bonne estimation à l'aide de mesures sur une paroi par exemple. La position du volume de mesure peut également être obtenue avec précision à partir d'un fil chaud. Durst & Müller [165] montrent en effet que l'intensité lumineuse diffusée alors par le fil suit une loi gaussienne lorsque l'on déplace le volume de mesure à travers le fil chaud. A partir de ce signal, la position du centre du volume de mesure coïncide avec le maximum de signal et également avec la position du fil chaud.

### Signal Doppler

Pour une particule traversant le volume sonde à une vitesse constante, le signal électrique délivré par un photo-détecteur est proportionnel à l'intensité lumineuse qu'il reçoit. Ce signal est appelé *bouffée Doppler* (ou *burst* dans la terminologie anglaise) et est exploité pour la mesure de vitesse. La forme classique de ce signal est une sinusoïde à la fréquence Doppler  $f_D$  modulée par une gaussienne. Cette modulation gaussienne a pour origine la répartition radiale de l'énergie lumineuse du faisceau laser également gaussienne et centrée sur son axe lorsque ce dernier opère selon son mode fondamental transverse noté  $TEM_{00}$ .

### Annexe 3

---

Le signal à traiter peut alors s'exprimer sous la forme suivante :

$$s_q(t) = GK_q e^{-(\beta v(t-t_o))^2} [M + \cos(2\pi f_D v(t - t_o))]$$

où le facteur G est lié à la fois à la puissance lumineuse du laser mais aussi à la sensibilité du photo-multiplicateur et au type de diffusion choisi. K est caractéristique du pouvoir diffusant de la particule. La modulation gaussienne du signal est traduite par la fonction de pondération  $e^{-(\beta v(t-t_o))^2}$ . Enfin, le facteur M représente le piedestal du signal.

L'intensité diffusée dépend de la position de la particule dans le volume d'intersection des faisceaux et de la taille de la particule comme le montre la théorie de Mie. L'angle d'observation est également un paramètre important même si il n'apparaît pas à priori dans les précédentes équations. Ainsi, le rapport entre l'intensité diffusée dans une direction d'observation  $\theta$  donnée et l'intensité maximale diffusée dans la direction de l'axe optique, sera d'autant plus faible que  $\theta$  est grand. Lorsque  $\theta$  est inférieure à  $90^\circ$  on parle alors de diffusion avant, sinon de diffusion arrière.

#### *Discrimination du sens de la vitesse*

Les formulations précédentes permettent d'accéder à la mesure absolue de la composante de vitesse perpendiculaire au réseau de franges d'interférences. Une ambiguïté subsiste en revanche sur le signe de la vitesse. Pour obtenir également cette information la technique de discrimination consiste en un décalage de la fréquence d'un des deux faisceaux laser. Il en résulte alors un défilement des franges dans le réseau d'interférence. Le décalage en fréquence est réalisé par un modulateur acousto-optique (cellule de Bragg) intercalé sur la trajectoire optique d'un des deux faisceaux. La fréquence de décalage  $f_b$  généralement rencontrée est de l'ordre de 40 MHz. La fréquence  $f$  du signal perçu par le photomultiplicateur peut alors s'écrire sous la forme :

$$f = f_b + \frac{v}{\lambda}$$

Une particule immobile dans le volume sonde émettra donc un signal dont la fréquence sera celle du défilement des franges alors que pour une particule en mouvement, sa vitesse va s'ajouter ou se retrancher à celle du défilement. La vitesse obtenue devant toujours être positive, le signal est adapté à l'unité de traitement en décalant le contenu spectral d'une fréquence donnée ajustée en fonction des vitesses à mesurer dans l'écoulement.

## Annexe 4

### - Jet supersonique froid à Mach 1,17 -

Modélisation des corrélations des champ de vitesse turbulente et des contraintes de Reynolds

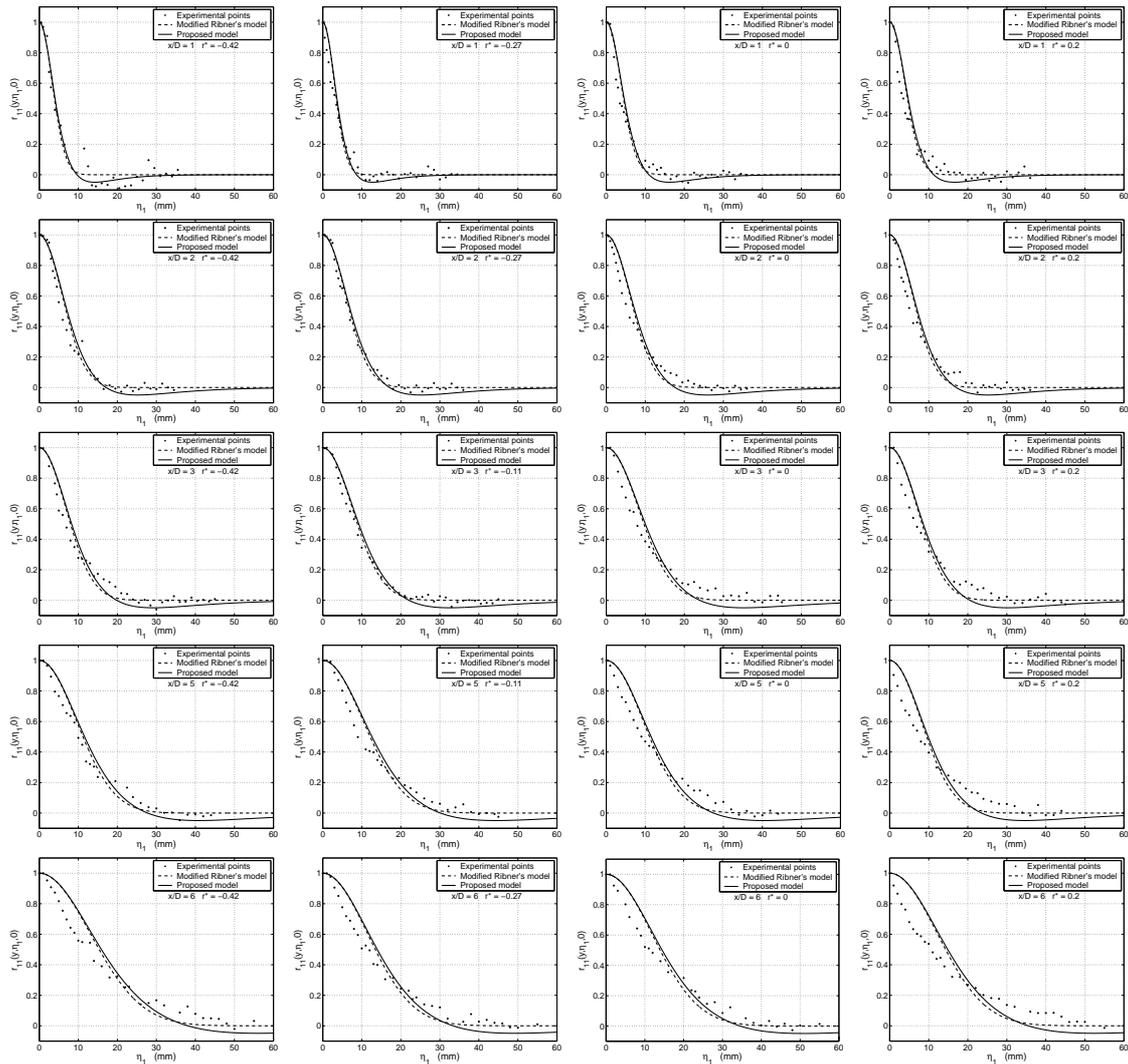


FIG. 5.13 – Comparaison des résultats expérimentaux et des modèles de décroissance spatiale du champ de vitesse turbulente. (1ère ligne)  $x/D=1$ , (2ème ligne)  $x/D=2$ , (3ème ligne)  $x/D=3$ , (4ème ligne)  $x/D=5$  et (5ème ligne)  $x/D=6$ .

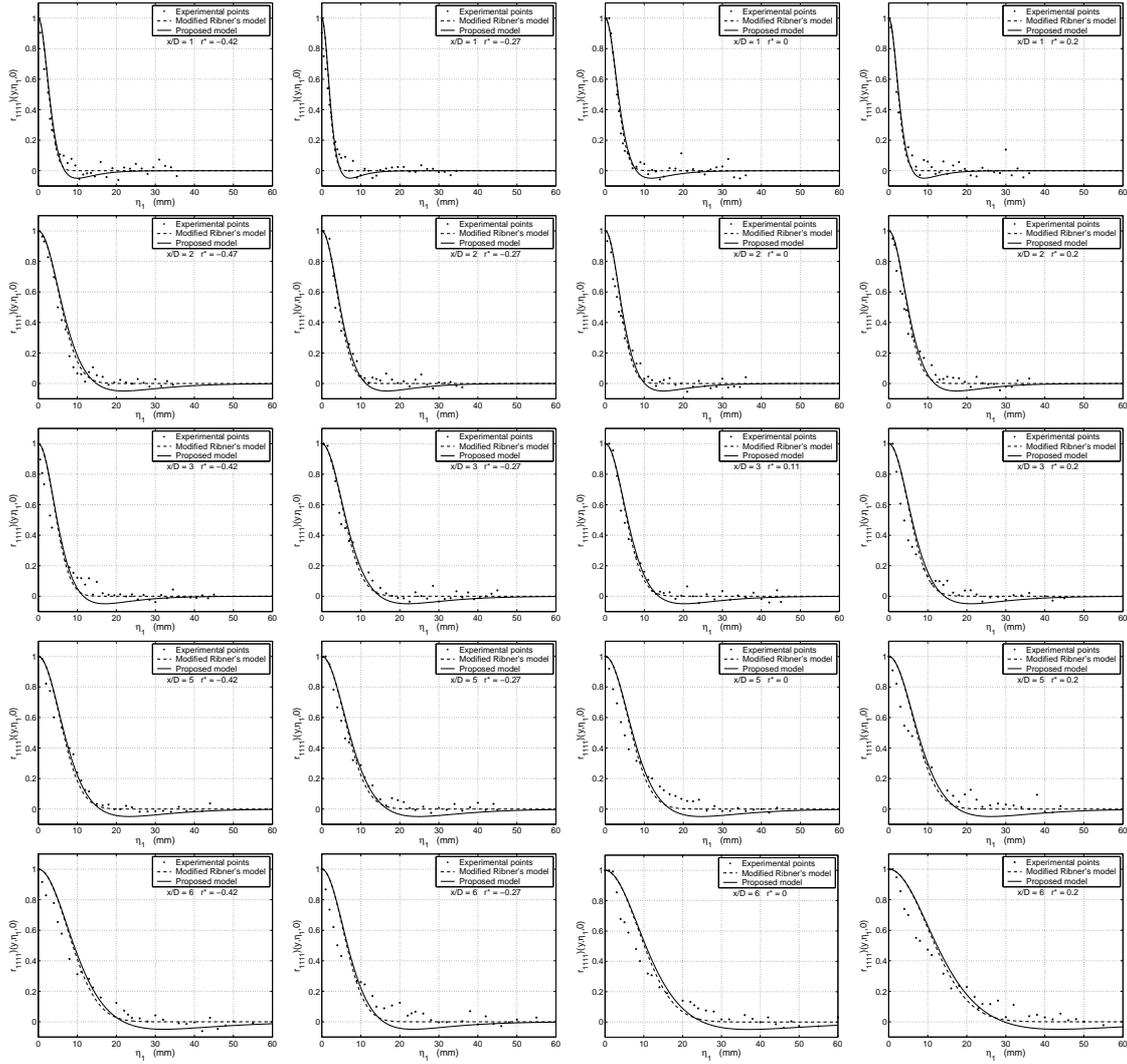


FIG. 5.14 – Comparaison des résultats expérimentaux et des modèles de décroissance spatiale du champ des contraintes de Reynolds. (1ère ligne)  $x/D=1$ , (2ème ligne)  $x/D=2$ , (3ème ligne)  $x/D=3$ , (4ème ligne)  $x/D=5$  et (5ème ligne)  $x/D=6$ .

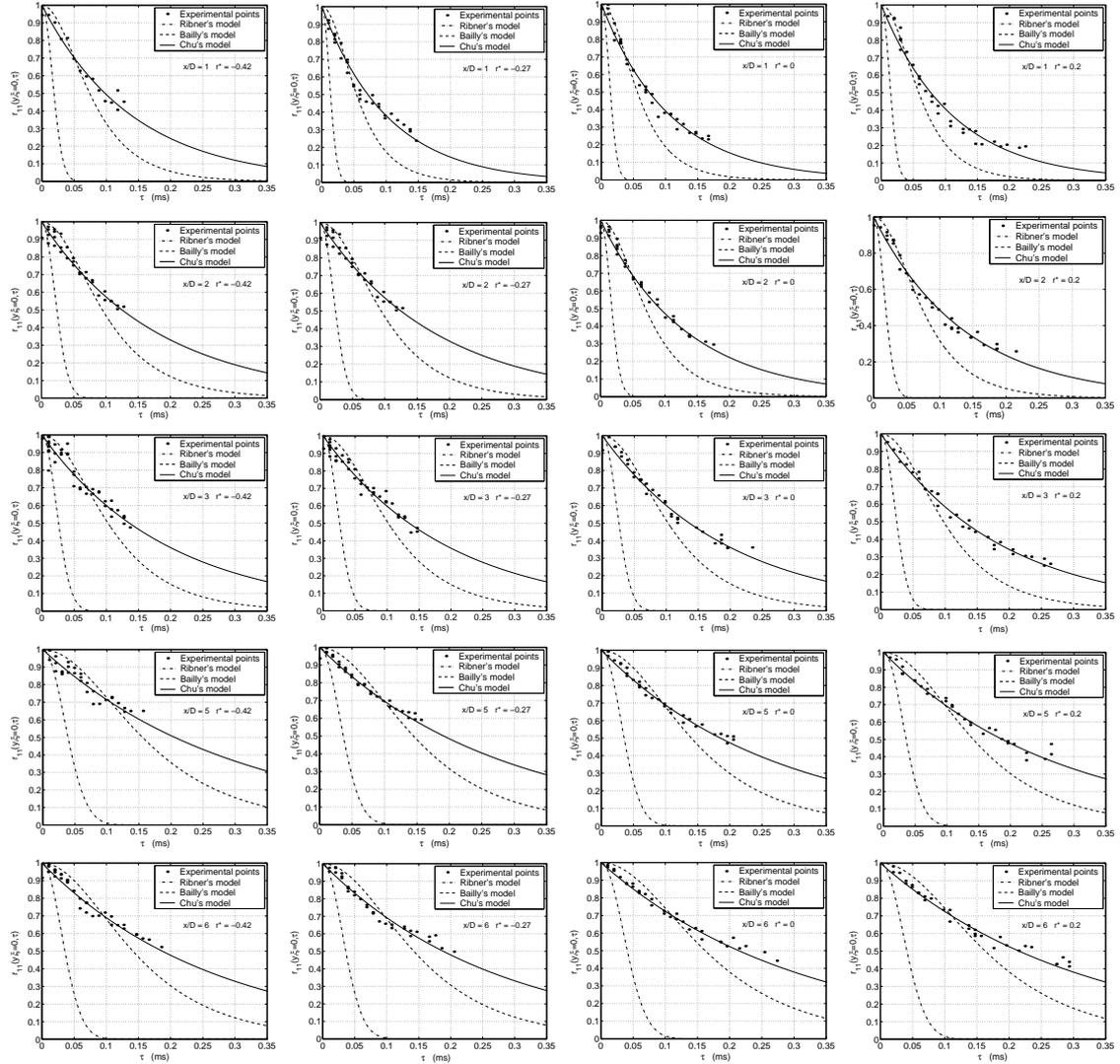


FIG. 5.15 – Comparaison des résultats expérimentaux et des modèles de décroissance temporelle du champ de vitesse turbulente. (1ère ligne)  $x/D=1$ , (2ème ligne)  $x/D=2$ , (3ème ligne)  $x/D=3$ , (4ème ligne)  $x/D=5$  et (5ème ligne)  $x/D=6$ .

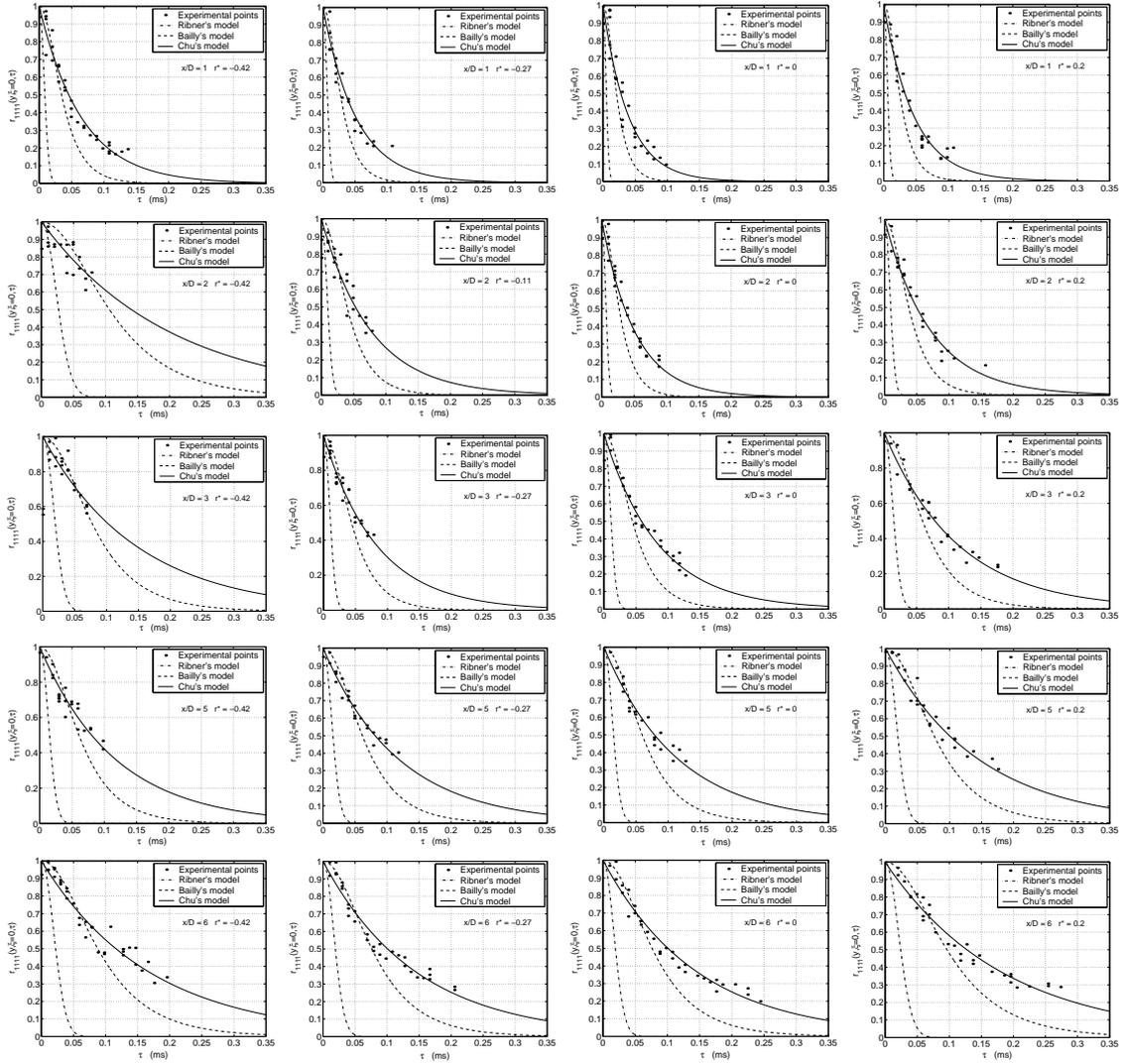


FIG. 5.16 – Comparaison des résultats expérimentaux et des modèles de décroissance temporelle du champ des contraintes de Reynolds. (1ère ligne)  $x/D=1$ , (2ème ligne)  $x/D=2$ , (3ème ligne)  $x/D=3$ , (4ème ligne)  $x/D=5$  et (5ème ligne)  $x/D=6$ .

# Bibliographie

- [1] M.J. LIGHTHILL. On sound generated aerodynamically : I. General theory. *Proc. Roy. Soc.*, A(211) :564–587, 1952.
- [2] M.J. LIGHTHILL. On sound generated aerodynamically : II. Turbulence as a source of sound. *Proc. Roy. Soc.*, A(222) :1–32, 1954.
- [3] O.M. PHILLIPS. On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers. *J. Fluid Mech.*, 9(1) :1–28, 1960.
- [4] G.M. LILLEY. The generation and radiation of supersonic jet noise. vol IV : Theory of turbulence generated jet noise, noise radiation from upstream sources and combustion noise, 1972. AFAPL report 72-53.
- [5] A. POWELL. Theory of vortex sound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 36(4) :177–195, 1964.
- [6] M. HOWE. Contributions to the theory of aerodynamic sound, with applications to excess jet noise and the theory of the flute. *J. Fluid Mech.*, 71(14) :625–773, 1975.
- [7] M.E. GOLDSTEIN. Aeroacoustics, 1976. Mc Graw Hill International.
- [8] P.O.A.L DAVIES, M.J. FISHER, and M.J. BARRATT. The characteristics of the turbulence in the mixing region of a round jet. *J. Fluid Mech.*, 15 :337–367, 1963.
- [9] J.E. FFOVCS WILLIAMS. Noise source mechanism, 1965. *Modern Methods in Analytical Acoustics*, Lectures Notes, Springer-Verlag, London, 1992 :313-354.
- [10] V. FORTUNE. Etude par simulation numérique directe du rayonnement acoustique de couches de mélange isothermes et anisothermes, 2000. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [11] V. FORTUNE and Y. GERVAIS. Numerical investigation of the noise radiated from subsonic turbulent jets. *AIAA Journal*, 37(9) :1055–1061, 1999.
- [12] M.J. FISHER, P.A. LUSH, and M. HARPER-BOURNE. Jet noise. *J. Sound and Vibration*, 28(3) :563–585, 1973.
- [13] Y. MARCHESSE. Etude expérimentale de la contribution des sources d’origine thermique à l’émission acoustique des jets supersoniques, 2001. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [14] H. S. RIBNER. Quadrupole correlations governing the pattern of jet noise. *J. Fluid Mech.*, 28(1) :1–24, 1969.
- [15] H. S. RIBNER. The generation of sound by turbulent jets. *Academic Press, New York. Advances in Applied Mechanics*, 8 :103–182, 1964.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [16] G.T. CSANADY. The effect of mean velocity variations on jet noise. *J. Fluid Mech.*, 26(1) :183–197, 1966.
- [17] C. BAILLY. Modélisation du rayonnement acoustique des écoulements turbulents libres subsoniques et supersoniques, 1994. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris.
- [18] P.J. MORRIS. The prediction of jet noise from CFD Data. *AIAA Paper*, 2004-2977. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 10th, Manchester, UK, 10-12 May 2003.
- [19] C.K.W. TAM and P. CHEN. Turbulent mixing noise from supersonic jets. *AIAA Journal*, 32(9) :1774–1780, 1994.
- [20] C.K.W. TAM. Supersonic jet noise. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 27 :17–43, 1995.
- [21] C.K.W. TAM. On the two noise sources of supersonic jet noise. *AIAA Paper*, 2003-3163, 1998. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 9th, Hilton Head, SC, 12-14 May 2003.
- [22] W.T. CHU. Turbulence measurements relevant to jet noise. *UTIAS Report*, 119, 1966. Institute for Aerospace Studies, University of Toronto.
- [23] C. BAILLY, P. LAFON, and S. Candel. Subsonic and supersonic jet noise predictions from statistical source models. *AIAA Journal*, 35(11) :1688–1696, 1997.
- [24] C. BAILLY. A statistical description of supersonic jet mixing noise. *AIAA Paper*, 97-1575. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 3rd, Atlanta, GA, May 12-14, 1997.
- [25] D.G. CRIGHTON. Basic principles of aerodynamic noise generation. *Prog. Aerospace Sci.*, 16(1) :31–96, 1975.
- [26] J.C. LAU, P.J. MORRIS, and M.J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets using laser velocimeter. *J. Fluid Mech.*, 93(1) :1–27, 1979.
- [27] D.C. PACK. A note on Prandtl’s formula for the wave length of a supersonic gas jet. *Quart. J. Mech. And Appl. Math.*, 11, 1950.
- [28] J. PANDA and R.G. SEASHOLTZ. Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise. *J. Fluid Mech.*, 450 :97–130, 2002.
- [29] C.K.W. TAM, J.M. SEINER, and J.C. YU. Proposed relationship between broadband shock associated noise and screech tones. *J. Sound and Vibration*, 110(2) :309–321, 1986.
- [30] C.K.W. TAM, K.K. AHUJA, and R.R. JONES III. Screech tones from free and ducted supersonic jets. *AIAA Journal*, 32(5) :917–922, 1994.
- [31] A.M. ABDEL-FATTAH and S.C. FAVALORO. Duct resonance and its effects on the performance of high-pressure ratio axisymmetric ejector. *AIAA Journal*, 26(7) :791–798, 1988.
- [32] M. HARPER-BOURNE and M.J. FISHER. The noise from shock waves in supersonic jets. *AGARD-CP 131*, 11 :1–13, 1974.

- 
- [33] H. TANNA. An experimental study of jet noise - part II : Shock associated noise. *J. Sound and Vibration*, 50(3) :429–444, 1977.
- [34] M.M. GIBSON. Spectra of turbulence in a round jet. *J. Fluid Mech.*, 15 :161–173, 1962.
- [35] J.C. LAURENCE. Intensity, scale and spectra of turbulence in mixing region of free subsonic jet. *National Advisor Committee for Aeronautics Report*, Rep. 1292 :891–917, 1956.
- [36] P. BRADSHAW, D.H. FERRISS, and R.H. JOHNSON. Turbulence in the noise producing region of a circular jet. *J. Fluid Mech.*, 19 :591–624, 1964.
- [37] E. MOLLO-CHRISTENSEN. Jet noise and shear flow instability seen from an experiment's viewpoint. *J. Appl. Mech.*, 34 :1–7, 1967.
- [38] S.C. CROW and F.H. CHAMPAGNE. Orderly structure in jet turbulence. *J. Fluid Mech.*, 48 :547–591, 1971.
- [39] A.K.M.F. HUSSAIN. Coherent structure and turbulence. *J. Fluid Mech.*, 173 :303–356, 1986.
- [40] G.L. BROWN and A. ROSHKO. On density effects and large scale structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 64 :775–816, 1974.
- [41] A.J. YULE. Large-scale structure in the mixing layer of a round jet. *J. Fluid Mech.*, 89(3) :413–432, 1978.
- [42] B. THUROW, J. HILEMAN, M. SAMIMY, and W. LEMPert. An in-depth investigation of large scale structures in a Mach 1.3 axisymmetric jet. *AIAA Paper*, 2001-0148. AIAA, Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 39th, Reno, NV, 8-11 January, 2001.
- [43] A. ROSHKO. Structure of turbulent shear flows : a new look. *AIAA Journal*, 14(10) :1349–1357, 1976.
- [44] C.D. WINANT and F.K. BROWAND. Vortex pairing : the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 63(2) :237–255, 1974.
- [45] F.K. BROWAND and P.D. WEIDMAN. Large scales in the developing mixing layer. *J. Fluid Mech.*, 76 :127–144, 1976.
- [46] D.W. BOGDANOFF. Compressibility effects in turbulent shear layers. *AIAA Journal*, 21(6) :926–927, 1983.
- [47] D. PAPAMOSCHOU and A. RUSHKO. The compressible turbulent shear layer : an experimental study. *J. Fluid Mech.*, 197 :453–477, 1988.
- [48] S. BELLAUD. Mesures et analyses détaillées des champs turbulents en couche de mélange annulaires supersoniques, 1999. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [49] G.S. ELLIOT and M. SAMIMY. Compressibility effects in free shear layers. *Phys. Fluids A*, 2 :1231–1240, 1990.
- [50] H. IKAWA and T. KUBOTA. Investigation of supersonic turbulent mixing layer with zero pressure gradient. *AIAA Journal*, 13(5) :566–572, 1975.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [51] N.T. CLEMENS and M.G. MUNGAL. Large-scale structure and entrainment in the supersonic mixing layer. *J. Fluid Mech.*, 284 :171–216, 1995.
- [52] D.C. FOURGUETTE, M.G. MUNGAL, and R.W. DIBBLE. Time evolution of the shear layer of a supersonic axisymmetric jet at matched conditions. *AIAA Journal*, 29(7) :1123–1130, 1991.
- [53] E. MURAKIMI and D. PAPAMOSCHOU. Eddy convection in coaxial supersonic jets. *AIAA Journal*, 38(4) :628–635, 2000.
- [54] N.T. CLEMENS and M.G. MUNGAL. Two- and three-dimensional effects in the supersonic mixing layer. *AIAA Journal*, 30(4) :973–981, 1992.
- [55] G.S. ELLIOT, M. SAMIMY, and S.A. ARNETTE. The characteristics and evolution of large-scale structures in compressible mixing layers. *Phys. Fluids*, 7(4) :864–876, 1995.
- [56] M. SAMIMY, M.F. REEDER, and G.S. ELIOT. Compressibility effects on large structures in free shear layers. *Phys. Fluids. A*, 4 :1241, 1992.
- [57] D. PAPAMOSCHOU and A. BUNYAJITRADULYA. Evolution of large eddies in compressible shear layers. *Phys. Fluids*, 9(3) :756–765, 1997.
- [58] D.K. MCCLAUGHLIN, G.L. MORRISSON, and T.R. TROUT. Experiments on the instability waves in a supersonic jet and their acoustic radiation. *J. Fluid Mech.*, 69(1) :73–95, 1975.
- [59] C.K.W. TAM, P. CHEN, and J.M. SEINER. Relationship between instability waves and noise of high-speed jets. *AIAA Journal*, 30(7) :1747–1752, 1992.
- [60] V. SAHORIA and P.F. MASSIER. Experimental results of large-scale structures in jet flows and their relation to jet noise production. *AIAA Paper*, 77-1350. AIAA, Aeroacoustics Conference, 4th, Atlanta, Ga, 1977.
- [61] P.O.A.L. DAVIES and A.J. YULE. Coherent structure in turbulence. *J. Fluid Mech.*, 69(3) :513–537, 1975.
- [62] J.C. YU and D.S. DOSANJH. Noise field of a supersonic mach 1.5 cold model jet. *J. Acoust. Soc. Am.*, 51(5) :1400–1410, 1972.
- [63] G.L. MORRISSON and D.K. MCCLAUGHLIN. Noise generation by instabilities in low Reynolds number supersonic jets. *J. Sound and Vibration*, 65 :177–191, 1979.
- [64] M. SCHAFFAR. Direct measurements of the correlation between axial in-jet velocity fluctuations and far-field noise near the axis of a cold jet. *J. Sound and Vibration*, 64(1) :73–83, 1979.
- [65] J.M. SEINER, , and G. REETHOF. On the distribution of source coherency in subsonic jets. *AIAA Paper*, 74-4. AIAA, Aerospace Sciences Meeting, 12th, Washington, D., 1974.
- [66] M.J. FISHER, M. HARPER-BOURNE, and S.A.L. GLEGG. Jet engine source location : the polar correlation technique. *J. Sound and Vibration*, 51(1) :23–54, 1977.
- [67] J. VARNIER, D. GELY, R. GAILLARD, and H. FOULON. Caractérisation aérodynamique et acoustique d’un jet fortement supersonique, 1999. AAAF, 35ème colloque d’Aérodynamique appliquée, Lille, 22-24 Mai.

- 
- [68] G. ELIAS. Localisation par antenne focalisée des sources de bruit en vue de leur réduction, 1990. *Entretien Science et Défense, Paris* .
- [69] J.M. SEINER, D.K. MCCLAUGHLIN, and C.H. LIU. Supersonic jet noise generated by large-scale instabilities. *NASA Technical paper 2072*, pages 1–42, 1982.
- [70] C.J. MOORE. The role of shear layer instability waves in jet exhaust noise. *J. Fluid Mech.*, 80(2) :321–367, 1977.
- [71] J. HILEMAN, B. THUROW, and M. SAMIMY. Determination of noise sources within a high-speed jet via simultaneous acoustic measurements and real-time flow visualisation. *AIAA Paper*, 2001-0374. AIAA/CEAS Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 39th, Reno, NV, January 2001.
- [72] J. HILEMAN, B. THUROW, and M. SAMIMY. An experimental effort on the connection of turbulence structures to far-field acoustic radiation in a Mach 1.3 jet. *AIAA Paper*, 2001-2142. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 7th, Maastrich, The Netherlands, May 2001.
- [73] C. PICARD. Étude expérimentale de l'indentification des sources acoustiques dans les jets par l'analyse de la fluctuation de pression en champ proche, 2001. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [74] R.E.A. ARNDT, D.F. LONG, and M.N. GLAUSER. The proper orthogonal decomposition of pressure fluctuations surrounding a turbulent jet. *J. Fluid Mech.*, 340 :1–33, 1997.
- [75] J. PROUDMAN. The generation of noise by isotropic turbulence. *Proc. Roy. Soc. A*, 214 :119, 1952.
- [76] G.M. LILLEY. On the noise from air jets. *Aero. Res. Counc. Lond.*, 20,376-N. 40-F.M. 2724, 1958.
- [77] M.J. FISHER and P.O.A.L. DAVIES. Correlation measurement in a non-frozen pattern of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 18 :97–116, 1964.
- [78] G. COMTE-BELLOT and S. CORRISIN. Simple-Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, 'isotropic' turbulence. *J. Fluid Mech.*, 48(2) :273–337, 1971.
- [79] J.C. LAU, M.J. FISHER, and H.V. FUCHS. The intrinsic structure of turbulent jets. *J. Sound and Vibration*, 22(4) :379–406, 1972.
- [80] G.K. BATCHELOR. The theory of homogeneous turbulence, 1953. *Cambridge University Press*.
- [81] H. YEH and H.Z. CUMMINS. Localized fluid flow measurements with He-Ne laser spectrometer. *Appl Phys. Lett.*, 4 :176, 1964.
- [82] M.J. FISHER and F. KRAUSE. The cross beam correlation technique. *J. Fluid Mech.*, 28(4) :705–717, 1967.
- [83] P.J. MORRIS. Turbulence measurements in subsonic and supersonic axisymmetric jets in a parallel stream. *AIAA Journal*, 14(10) :1468–1475, 1976.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [84] H.J. SCHAFER and J. PFEIFER. Turbulence measurements in a hot supersonic free jet by laser-Doppler anemometry. *Turbulence in Liquids, Ed. Continuing Education - Dep. Chem. Eng. Univ. Missouri-Rolla*, pages 235–240, 1979.
- [85] P.L. EGGINS and D.A. JACKSON. Laser-Doppler velocity measurements in an under-expanded free jet. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 7 :1894–1906, 1974.
- [86] W.J. YANTA, D.F. GATES, and F.W. BROWN. The use of a laser anemometer Doppler velocimeter in supersonic flow. *AIAA Paper*, 71-287. 1980.
- [87] J.C. LAU. Laser velocimeter correlation measurements in subsonic and supersonic jets. *J. Sound and Vibration*, 70(1) :85–101, 1980.
- [88] R.J.R. JOHNS, G.F. PITCHER, and E. WINKLHOFER. *International Symposium on Application of Laser Anemometry to Fluids Mechanics 3rd*, July :1–6, 1986.
- [89] H. BELMABROUK. Mesure des échelles de longueur par vélocimétrie Doppler laser en deux points, 1992. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- [90] G.P. ROMANO. Analysis of two-point velocity measurements in near-wall flows. *Exp. in Fluids*, 20 :68–83, 1995.
- [91] J.B. FREUND. Noises sources in a low-Reynolds-number turbulent jet at Mach 0.9. *J. Fluid Mech.*, 438 :277–305, 2001.
- [92] M.R. DAVIS. Measurements in a subsonic turbulent jet using a quantitative schlieren technique. *J. Fluid Mech.*, 46 :631–656, 1971.
- [93] M.R. DAVIS. Quantitative schlieren measurements in a supersonic turbulent jet. *J. Fluid Mech.*, 51 :435–447, 1972.
- [94] L.N. WILSON and R.J. DAMKEVALA. Statistical properties of turbulent density fluctuations. *J. Fluid Mech.*, 43 :291–303, 1970.
- [95] M.R. DAVIS. Intensity, scale and convection of turbulent density fluctuations. *J. Fluid Mech.*, 70(3) :463–479, 1975.
- [96] J.O HINZE. *Turbulence*. McGraw-Hill, 2nd edition, 1975.
- [97] H. WINARTO and MR. DAVIS. Fluctuations of density, pressure and temperature in a turbulent mixing region. *Proc. Roy. Soc. A*, A 395 :203–228, 1984.
- [98] J.P. BONNET, S. BELLAUD, and S. BARRE. Réalisation d’un montage d’essais de couches de mélange axisymétriques compressibles et essais de qualification, 1997. Rapport final - Contrat DRET 95/156 -.
- [99] M.R. LAMMARI. Mesures par vélocimétrie laser Doppler dans une couche de mélange turbulente supersonique : quelques aspects du processus de mesure, 1996. Thèse, Université de Poitiers.
- [100] D.K. McLAUGHLIN and W.G. TIEDERMAN. Biasing correction for individual realization of laser anemometer measurements in turbulent flows. *Phys. Fluids*, 16(12) :2082–2088, 1973.
- [101] P. BUCHAVE, W.K.Jr. GEORGE, and J.L. LUMLEY. The measurement of turbulence with the laser-Doppler anemometer. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 11 :443–503, 1979.

- 
- [102] J.F. MEYERS. Biasing errors and corrections. *Von Karman Institute for Fluid Dynamic*, Lecture series, 1991-05, 1991.
- [103] A.R. WINTER, L.J.W. GRAHAM, and K. BREMHORST. Effects of times scales on velocity bias in LDA measurements using sample and hold processing. *Exp. in Fluids*, 11 :147–152, 1991.
- [104] R.V. EDWARDS and A.S. JENSEN. Particle-sampling statistics in laser anemometers : sample-and-hold systems ans saturable systems. *J. Fluid Mech.*, 133 :397–411, 1983.
- [105] R.V. EDWARDS. Report of the special panel on statistical particle bias problems in laser anemometry. *J. Fluids Eng., ASME*, 109 :89–93, 1987.
- [106] F. RICAUD. Étude de l'identification des sources acoustiques à partir du couplage de la pression en champ proche et de l'organisation instantanée de la zone de mélange de jet, 2003. Thèse doctorat, Université de Poitiers.
- [107] G. LOSFELD, F. Micheli, and M. Pérotto. Faisabilité de vélocimétre laser au banc Martel du CEAT Poitiers, nov. 1999. ONERA PV 11/6188 DSNA/Y/DAFE.
- [108] W.T. Jr MAYO. Spectrum measurements with laser velocimeters, 1978. *Proc. of the Dyn. Flow Conf. Skovlunda (Denmarc) 1978* :851-867.
- [109] D. VEYNANT and S.M. CANDEL. Application of nonlinear spectral analysis and signal reconstruction to Laser Doppler velocimetry. *Exp. in Fluids*, 6 :534–540, 1988.
- [110] R.J. ADRIAN and C.S. YAO. Power spectra of fluid velocities measured by laser doppler velocimetry. *Exp. in Fluids*, 5 :17–28, 1987.
- [111] L. BOYER and G. SEARBY. Random sampling : Distortion and reconstruction of velocity spectra from fast Fourier transform analysis of the analog signal of a laser doppler processor. *J. Appl. Phys*, 60(8) :2699–2707, 1986.
- [112] L. SIMON and J. FITZPATRICK. An improved sample and hold reconstruction procedure for estimation of power spectra from LDA data'. *EXPF*, 2004.
- [113] H. NOBACH, E. MULLER, and C. TROPEA. Efficient estimation of power spectral density from laser Doppler anemometer data. *Exp. in Fluids*, 24 :499–509, 1998.
- [114] E. MULLER, H. NOBACH, and C. TROPEA. A refined reconstruction-based correlation estimator for two-channel, non-coincidence laser Doppler anemometry. *Meas. Sc. Technol.*, 9 :442–451, 1998.
- [115] M. GASTER and J.B. ROBERTS. Spectral analysis of randomly sampled signals. *J. INst. Maths Applics*, 15 :195–216, 1975.
- [116] M.J. TUMMERS and D.M. PASSHIER. Spectral estimation using a variable window and the slotting technique with local normalization. *Meas. Sc. Technol.*, 7 :1541–1546, 1996.
- [117] H.R.E. VAN MAANEN and OLDENZIEL. Estimation of turbulence power spectra from randomly sampled datat by curve-fit to the autocorrelation function applied to laser-Doppler anemometry. *Meas. Sc. Technol.*, 9 :458–467, 1998.
- [118] H. NOBACH. Local time estimation for the slotted correlation function of randomly sampled LDA data. *Exp. in Fluids*, 32 :337–345, 2002.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [119] O. POWER, F. KERHERVE, J. FITZPATRICK, and P. JORDAN. Turbulence measurements in high speed jets. *AIAA Paper*, 2004-3021. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 10th, Manchester, UK, 10-12 May 2004.
- [120] F. KERHERVE, P. JORDAN, Y. GERVAIS, J.-C. VALIERE, and P. BRAUD. Two-point laser Doppler velocimetry measurements in a Mach 1.2 cold supersonic jet for statistical aeroacoustic source model. *Exp. in Fluids*, 37(3) :419–437, 2004.
- [121] J. FITZPATRICK, L. SIMON, F. KERHERVE, and P. JORDAN. A comparison of correlation slotting and sample-and-hold for determination of cross power spectra from ldv measurements, 2004. Proc. 12th Int. Symposium on App. of Laser Tech. to Fluid Mechanics, paper 22.3, Lisbon (Portugal), July 2004.
- [122] F. KERHERVE, O. POWER, J. FITZPATRICK, and P. JORDAN. Determination of turbulent scales in subsonic and supersonic jets from LDV measurements, 2004. 12th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluids Mech., Lisboa, Portugal.
- [123] L.H. BENEDICT, H. NOBACH, and C. TROPEA. Estimation of turbulent velocity spectra from laser doppler. *Meas. Sc. Technol.*, 11 :1089–1104, 2000.
- [124] J.C. LAU. Effects of exit Mach number and temperature on mean flow and turbulence characteristics in round jets. *J. Fluid Mech.*, 105 :193–218, 1981.
- [125] J.M. SEINER, M. PONTON, B. HANSEN, and N. LAGEN. The effect of temperature on supersonic jet noise emission. *AIAA Journal*, 92-02-046 :295–307, 1992.
- [126] O. CHAMBRES. Analyse expérimentale de la modélisation de la turbulence en couche de mélange supersonique, 1997. Thèse de doctorat, Laboratoire d’Etudes Aérodynamiques / Centre d’Etudes Aérodynamiques et Thermiques, Poitiers.
- [127] H. TANNA. The influence of temperature on shock-free supersonic jet noise. *J. Sound and Vibration*, 39(4) :429–460, 1975.
- [128] M. POLLET. Bruit au décollage : aérodynamique des jets - présentation du code AMLJET. Rapport EADS-LV YX/FC 131 242, Avril 2000.
- [129] C. BAILLY and G. COMTE-BELLOT. *Turbulence*. CNRS EDITIONS, 2004.
- [130] P. JORDAN, Y. GERVAIS, J.-C. VALIERE, and H. FOULON. Jet Exhaust Aerodynamic and Noise EU research program, Report deliverable 3.4, Contract no G4RD-CT-2000-00313.
- [131] C.K.W. TAM. Jet noise : since 1952. *Theorit. Comput. Fluid Dynamics*, 10 :393–405, 1998.
- [132] J.E. FLOWERS WILLIAMS. The noise from turbulence convected at high speed. *Philos. Trans. Royal Soc., London*, 255 :469–503, 1963.
- [133] P.S. BERNARD and J.M. WALLACE. Turbulent flow : Analysis, measurement, and prediction. John Wiley & Sons, Inc. Edition, 2002.
- [134] P. JORDAN and Y. GERVAIS. Modelling self and shear noise mechanisms in anisotropic turbulence. *AIAA Paper*, 2003-3318. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 9th, Hilton Head, SC, 12-14 May 2003.

- 
- [135] M. BILLSON, L.-E. ERIKSON, and L. DAVIDSON. Jet noise prediction using stochastic turbulence modelling. *AIAA Paper*, 2003-3282. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 9th, Hilton Head, SC, 12-14 May 2003.
- [136] J.C. LAU and M.J. FISHER. The vortex-street structure of ‘turbulent’ jets. part 1. *J. Fluid Mech.*, 67(2) :299–337, 1975.
- [137] F.K. BROWAND and C.M. HO. The mixing layer : an example of quasi two-dimensional turbulence. *J. Méca. Théorique et Appliquée*, pages 99–120, 1983.
- [138] E. LAURENDEAU, P. JORDAN, Y. GERVAIS, and F. KERHERVE. Estimation of self and shear noise directivity patterns from subsonic jets via synchronous acoustic/aerodynamic measurements, 2003. Euronoise, Naples 2003.
- [139] M. HARPER-BOURNE. Jet noise turbulence measurements. *AIAA Paper*, 2003-3214. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 9th, Hilton Head, SC, 12-14 May 2003.
- [140] M.J. LIGHTHILL. Jet noise. *AIAA Journal*, 1(7) :1507–1517, 1963.
- [141] P. JORDAN, , R. WELLS, and Y. GERVAIS. Optimisation of correlation function models for statistical aeroacoustic prediction. Proceedings of CFA/DAGA, Strasbourg, France, 2004.
- [142] A.A. TOWNSEND. The structure of turbulent shear flow, 1976. Cambridge University Press.
- [143] J.S. BENDAT and A.G. PIERSOL. Random data : Analysis and Measurement Procedures, 2000. John Wiley & Sons Ed.
- [144] M.J.L. LUMLEY and K. TAKEUCHI. Application of central-limit theorems to turbulence and higher-order spectra. *J. Fluid Mech.*, 74(3) :433–468, 1976.
- [145] D. O’HARA, N. ANDERSSON, P. JORDAN, M. BILLSON, L. ERIKSSON, and L. DAVIDSON. A hybrid analysis methodology for improved accuracy in low cost jet noise modelling. 2004. 33rd Int. Congress and Exp. on Noise Control Engineering, Inter-Noise.
- [146] W.J. DEVENPORT, C. MUTHANNA, and R.M.S. GLEGG. Two-point descriptions of wake turbulence with application to noise prediction. *AIAA Journal*, 39(12) :2302–2307, 2001.
- [147] V. MORINIERE. Intégration des sources d’origine thermique dans un code aéroacoustique de calcul du bruit de jet supersonique, 2001. Rapport de contrat, Convention ONERA n F/10341/DA-RRAG.
- [148] J. PANDA, R.G. SEASHOLTZ, K.A. ELAM, A.F. MIELAKE, and D.G. ECK. Effect of heating on turbulent density fluctuations and noise generation from high speed jets. *AIAA Paper*, 2004-3016, 2004. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 10th, Manchester, UK, 10-12 May 2004.
- [149] C. BAILLY, S. CANDEL, and P. LAFON. Prediction of supersonic jet noise from a statistical model and a compressible turbulence closure. *J. Sound and Vibration*, 194(2) :219–242, 1996.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [150] C.L. MORFEY. Sound radiation due to unsteady dissipation in turbulent flows. *J. Sound and Vibration*, 48(1) :95–111, 1976.
- [151] C.H. BERMAN. The generation and propagation of sound in turbulent flows. *AIAA Paper*, 79-0573, 1979.
- [152] L. FALUCHIER and R. DUMAS. Spectral analogy between temperature and velocity fluctuations in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 77(2) :257–277, 1976.
- [153] H.K. TANNA, P.D. DEAN, and R.H. BURRIN. The generation and radiation of supersonic jet noise, 1976. Vol III Turbulent mixing noise data, Air Force Aero-Propulsion Laboratory, Lockheed-Georgia Company, Marietta, AFAPL-TR-76-65.
- [154] J. PANDA, R.G. SEASHOLTZ, and K.A. ELAM. Further progress in noise source identification in high speed jets via causality principle. *AIAA Paper*, 2003-3126, 2003. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 9th, Hilton Head, SC, 12-14 May 2003.
- [155] W.M. PITTS and T. KASHIWAGI. The application of laser-induced rayleigh scattering to the study of turbulence mixing. *J. Fluid Mech.*, 141 :391–429, 1984.
- [156] W. RAGUENET, J. VARNIER, and G. ELIAS. Modélisation du bruit de mélange d’un jet libre supersonique chaud : application de l’équation de Lilley, 1998. Thèse de l’Université de Poitiers.
- [157] J.E. FLOWERS WILLIAMS and G. MAIDANIK. The Mach wave field radiated by supersonic turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.*, 21 :641–657, 1965.
- [158] J.B. FREUND, S.K. LELE, and P. MOIN. Numerical simulation of a Mach 1.92 turbulent jet and its sound field. *AIAA Journal*, 38(11) :2023–2031, 2000.
- [159] N. ANDERSSON, L.-E. ERIKSON, and D. DAVIDSON. Large-eddy simulation of a Mach 0.75 jet. *AIAA Paper*, 2003-3312. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 9th, Hilton Head, SC, 12-14 May 2003.
- [160] C. BOGEY, C. BAILLY, and D. JUVÉ. Computation of mixing layer noise using Large Eddy simulation. *AIAA Paper*, 1999-1871, 1999. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 5th, Bellevue, Washington, SC, 10-12 May 1999.
- [161] P.J. MORRIS and L.N. LONG. Simulations of supersonic jet noise. *Comput. Journal Aero.*, 1(1) :17–41, 2002.
- [162] L. CHATELIER. Spatio-temporal correlation analysis of turbulent flows using global and single point measurements. *Exp. in Fluids*, 2004. to appear.
- [163] A. BOUTIER. Technique laser pour mesurer la vitesse d’un fluide, 1998. *Actes du 6ème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, Saint-Louis, France*.
- [164] F. DURST, A. MELLING, and J.H. WHITELAW. Principles and practice of laser-doppler anemometry, 1976. ACADEMIC PRESS.
- [165] F. DURST and R. MÜLLER. Determination of the measuring position in laser-Doppler anemometry. *Exp. in Fluids*, 6 :105–110, 1988.



## RESUME

Le travail présenté s'inscrit dans le contexte particulier des écoulements en régime supersonique à l'origine de niveaux de bruit très importants et pouvant induire des phénomènes de vibrations significatives des structures solides présentes dans le champ acoustique rayonné. L'étude préalable de techniques de réduction de bruit et des mécanismes vibro-acoustiques nécessite, entre autres, une connaissance rigoureuse du bruit rayonné ainsi que de ses différentes sources. Pour un écoulement libre quelconque, une approche possible d'estimation du bruit généré consiste à relier la dynamique du champ turbulent intrinsèque de l'écoulement au champ acoustique rayonné. Ceci est rendu possible grâce au concept d'*analogie aéroacoustique* proposé initialement par Lighthill (1952). La détermination des organisations spatiale et temporelle du champ turbulent à partir d'un tenseur de corrélation des fluctuations de vitesse permet de rendre compte, statistiquement, de l'évolution au sein de l'écoulement des mécanismes de conversion de l'énergie cinétique turbulente en énergie acoustique et indirectement, de celle des sources aéroacoustiques. Des mesures par Vélocimétrie Laser à Effet Doppler (technique de mesure optique) en jets supersoniques successivement froid et chaud sont ainsi ici réalisées afin de déterminer une des composantes principales de ce tenseur de corrélation. Une modélisation simplifiée du tenseur, basée sur l'estimation d'échelles spatiales et temporelles dites intégrales et caractéristiques des mécanismes sources, est ensuite proposée dans la cas d'une turbulence homogène. La composition spectrale du champ turbulent dans le cas du jet supersonique froid est également ici rapportée et renseigne sur sa dynamique. Ces données expérimentales sont finalement couplées à un code de calculs aéroacoustiques dans le but de prédire le spectre d'intensité acoustique rayonné par un jet supersonique chaud.

## ABSTRACT

The prediction of jet mixing noise using an acoustic analogy and based on experimental measurements is here investigated in the case of a supersonic jet. The basis of any acoustic analogy is the representation of the specific spatial and temporal organisations of the turbulent field in terms a spatiotemporal correlation tensor of the turbulence velocity. This quantity gives information on the dynamic and efficiency of the mechanisms of conversion of the turbulence kinetic energy into acoustic energy. Turbulence and source properties such as integral length and time scales, as well as convection velocity are commonly used to characterised the mixing processes and used for accurately modelling the spatiotemporal correlation tensor. The accuracy of the noise prediction is therefore related to the accuracy with which this tensor is modelled. Modelling of this quantity, based on experimental two-point Laser Doppler Velocimetry measurements in the case of a supersonic jet is here proposed. The turbulence field is here assumed to be homogeneous and isotropic so that the tensor can be reduced to one component only. The prediction of the noise radiated by the flow requires also the spatial distribution of the energy of the sources to be known. An aerodynamic code is here used and validated by experimental measurements in a hot supersonic jet. Additional measurements have been performed to study the spectral content of the turbulent field and its evolution along the flow in such typical jets. This highlight on how the turbulent kinetic energy is efficiently used by the different components of the turbulent field. The noise radiated by the hot supersonic jet is finally predicted using a numerical code based on the Lighthill's acoustic analogy and the model established for the correlation tensor obtained from the experimental measurements.