HAL
open science

# Etude de reseaux de nanojonctions Josephson : competition entre le champ magnetique et la geometrie

Emmanuelle Serret

## To cite this version:

Emmanuelle Serret. Etude de reseaux de nanojonctions Josephson : competition entre le champ magnetique et la geometrie. Supraconductivité [cond-mat.supr-con]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2002. Français. NNT : . tel-00007831

**HAL Id: tel-00007831**

**https://theses.hal.science/tel-00007831v1**

Submitted on 21 Dec 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

pour obtenir le grade de

## Docteur de l'Université Joseph Fourier Grenoble I

*Discipline* : Physique

présentée et soutenue publiquement
par :


## Emmanuelle SERRET


le 4 octobre 2002

---

# Etude de réseaux de nanojonctions Josephson : compétition entre le champ magnétique et la géométrie

---

**Composition du jury :**

B. Douçot (*Rapporteur*)
H. Pothier (*Rapporteur*)
J. Gautier
D. Haviland
F. Hekking (*Président du jury*)
Ph. Lafarge
B. Pannetier (*Directeur de thèse*)


Thèse préparée au Centre de Recherches sur les Très Basses Températures
CNRS - GRENOBLE

# Remerciements

C'est avec un grand plaisir que j'ai réalisé cette thèse au Centre de Recherche sur les Très Basses Températures de Grenoble. Je tiens à remercier Bernard Hébral et Henri Godfrin de m'avoir accueillie au sein de ce laboratoire et pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Je remercie Benoit Douçot et Hugues Pothier d'avoir eu la gentillesse de lire mon manuscrit et d'en avoir été les rapporteurs.

Je tiens également à remercier Jacques Gautier, Philippe Lafarge, Franck Hekking et David Haviland qui m'ont fait le plaisir d'être membres du jury et avec lesquels j'ai eu des discussions très enrichissantes tout au long de ma thèse.

Ce travail a été dirigé par Bernard Pannetier. Je tiens à le remercier chaleureusement de m'avoir proposé un sujet très riche, tant du point de vue de la physique que de la diversité des techniques utilisées. Son soutien m'a été précieux durant ces trois années.

Durant ma thèse, j'ai eu la chance d'échanger avec les "star" théoriciens Julien Vidal et BenoitDouçot qui sont à la base de ce travail. Ces discussions ont toujours été très stimulantes et encourangeantes. Je ne pourrais pas oublier ici l'étroite collaboration avec Patrick Butaud qui m'a beaucoup appris et qui m'a permis d'approfondir cette étude.

L'ensemble des échantillons de cette thèse ont vu le jour dans la salle blanche du CRTBT. Je tiens ici à remercier chaleureusement la "nanofab team" Thierry Fournier et Thierry Crozes (récemment rejoins par Olivier Poble et Bruno Martinez) pour la joyeuse ambiance qui règne en nanofabrication. C'est un bonheur de travailler avec vous, sachez le.

J'ai également eu la chance d'accéder aux équipements de lithographie électronique du CEA-LETI par l'intermédiaire de la plateforme Plato, avec le concours de Jacques Gautier. De nombreuses personnes ont gentiment donné de leur temps pour ce projet. Je tiens à remercier l'équipe de lithographie électronique, Serge Tedesco et Laurent Mollard. J'adresse un merci sincère à Bernard Dalzotto pour m'avoir toujours soutenue et passer des plaques dans des délais si brefs qu'il a parfois dû en rendre des comptes. Encore une fois merci. Je ne pourrais pas non plus oublier l'aide et l'écoute de Denis Renaud au planning. Je tiens également à remercier, dans le désordre, Dominique Laffond (pour les belles images MEB), Nicole Bouzaïda (pour le layout des structures),Thomas Charvolin

(pour tous les réseaux de fils supra), et enfin Charles Leroux et Vincent Vidal (pour l'étude des charges d'oxyde).

Les expériences à très basses températures ont été réalisées dans des cryostats à dilution. Klaus Hasselbach, Olivier Buisson et Franck Balestro m'ont gentiment permis d'utiliser leurs frigos et ont donné sans compter de leur temps pour que tout roule comme sur des roulettes. Je les en remercie sincèrement.

Au cours de ma thèse, j'ai beaucoup apprécié la disponibilité de Hervé Courtois qui a également relu l'ensemble de ma thèse et je l'en remercie. J'aimerais également exprimer ma gratitude à Monique Giroud qui dans la dernière ligne droite m'a beaucoup aidée pour mettre en forme ma soutenance.

Je tiens également à remercier les différents services du laboratoire qui ont grandement contribué à la bonne marche de cette thèse.

Je tiens à remercier les chercheurs de l'équipe mésoscopie ainsi que l'ensemble des (ex-)thésards de mésoscopie (ou pas) : Florence, Karine, Franck, Marc, Wiebke, Benedetta, Laureline, Cécile, Wilfried, Norbert, Pascal et sans oublié Andreï, pour la bonne ambiance durant ses trois ans et les nombreuses pauses café.

Je tiens également à remercier ma famille pour leur soutien "contre vents et marées" et pour leur chaleureuse présence lors du jour J. Merci également pour ces merveilleuses petites choses préparées avec tant d'attentions pour le traditionnel pot.

Enfin, merci à Fabien pour sa présence, son soutien, ces p'tits plats, enfin tout quoi. Merci.

# Table des Matières


Remerciements 3

Introduction Générale 1

1 Introduction aux réseaux de Jonctions Josephson 5
- 1.1 Le modèle des réseaux de jonctions Josephson . . . 8
  - 1.1.1 Introduction . . . 8
  - 1.1.2 Lien avec le modèle de Hubbard . . . 9
  - 1.1.3 Cas particulier : les réseaux de fils supraconducteurs . . . 11
- 1.2 Le régime de phase : $E_J \gg E_c$ . . . 13
  - 1.2.1 Le modèle XY . . . 13
  - 1.2.2 Transition KTB de vortex . . . 14
  - 1.2.3 Effet du champ magnétique . . . 17
  - 1.2.4 Piégeage d'un vortex isolé . . . 19
- 1.3 Le régime isolant : $E_J \ll E_c$ . . . 21
  - 1.3.1 La distribution du potentiel autour d'une charge . . . 21
  - 1.3.2 Transition KTB de Charge . . . 21
  - 1.3.3 Tension de seuil et tension d'offset . . . 22
- 1.4 Le régime quantique : $E_J \sim E_c$ . . . 24
  - 1.4.1 Les vortex comme particules quantiques . . . 24
  - 1.4.2 Dualité vortex-charge : transition Supraconducteur-Isolant . . . 26

2 Nanofabrication 31
- 2.1 Les techniques de nanofabrication . . . 32
  - 2.1.1 Les résines . . . 32
  - 2.1.2 L'insolation . . . 33
  - 2.1.3 Les procédés "lift-off" . . . 33
  - 2.1.4 Le procédé bicouche pour le "lift-off" . . . 34
  - 2.1.5 Les dépôts métalliques . . . 36
  - 2.1.6 La gravure ionique réactive (RIE) . . . 37
  - 2.1.7 L'oxydation des barrières tunnel . . . 37
- 2.2 Les échantillons . . . 39
  - 2.2.1 Les réseaux de fils supraconducteurs . . . 39
  - 2.2.2 Les réseaux de jonctions Josephson . . . 41
- 2.3 Contamination de charge induite par le procédé de fabrication des réseaux de jonctions . . . 44

3 Techniques expérimentales 45
- 3.1 Décoration magnétique de Bitter . . . 45
  - 3.1.1 Principe . . . 45
  - 3.1.2 Description de la chambre de décoration . . . 46
  - 3.1.3 Obtention et calibration du champ magnétique . . . 47
  - 3.1.4 La méthode de compression de flux . . . 49
- 3.2 Mesures de transport à basse température . . . 50

3.2.1 La cryogénie . . . . . 50
3.2.1.1 Cryostat à $^3He$ pompé . . . . . 50
3.2.1.2 Cryostats à dilution . . . . . 51
3.2.2 Filtrage . . . . . 51
3.2.3 Connection des échantillons . . . . . 53
3.2.4 Les mesures de transport . . . . . 54
3.2.4.1 Mesure de résistance des réseaux de fils . . . . . 54
3.2.4.2 Système de mesure des réseaux de JJ . . . . . 55
3.2.4.3 Automatisation des mesures . . . . . 57

**4 CARACTÉRISATION DES RÉSEAUX DE JJ À FAIBLE CHAMP MAGNÉTIQUE 59**
4.1 Détails expérimentaux . . . . . 59
4.2 Caractérisation du rapport $E_J/E_c$ . . . . . 61
4.2.1 Estimation de $E_J$ . . . . . 61
4.2.2 Estimation de la capacité des jonctions . . . . . 62
4.2.3 Estimation de la capacité des îles par rapport à la masse . . . . . 62
4.2.4 Estimation du couplage de charge effectif par thermométrie à blocage de Coulomb . . . . . 64
4.3 Caractéristiques générales des courbes IV . . . . . 68
4.4 Présentation des différents réseaux . . . . . 70
4.4.1 Réseau classique : $E_J/E_c = 4,9$ . . . . . 70
4.4.2 Réseau quantique : $E_J/E_c = 0,52$ . . . . . 73
4.4.3 Réseau de charge : $E_J/E_c = 0,07$ . . . . . 76
4.5 Diagramme de phase à $f = 0$ . . . . . 81
4.5.1 Influence des fluctuations quantiques sur la transition KTB . . . . . 81
4.5.2 Comparaison au diagramme de phase du réseau *carré* . . . . . 83
4.5.3 Discussion . . . . . 84

**5 LA SPÉCIFICITÉ DU RÉSEAU *dice* À $f = 1/2$ 89**
5.1 Introduction au modèle de liaisons fortes . . . . . 89
5.2 Cas du réseau *dice* . . . . . 91
5.3 Les cages d'Aharonov-Bohm . . . . . 93
5.4 L'effet de cage en présence d'interactions . . . . . 94
5.5 Comment tester cet effet expérimentalement ? . . . . . 97
5.5.1 Dans des réseaux de fils quantiques . . . . . 97
5.5.2 Dans des systèmes supraconducteurs . . . . . 98
5.5.2.1 Les réseaux de fils supraconducteurs . . . . . 98
5.5.2.2 Les réseaux de jonctions Josephson . . . . . 100

**6 CONFIGURATIONS DE VORTEX 103**
6.1 L'état fondamental . . . . . 104
6.1.1 Détermination des configurations . . . . . 104
6.1.2 Cas du réseau *dice* . . . . . 105
6.2 Procédure expérimentale . . . . . 108
6.3 Observation des configurations de vortex . . . . . 108
6.4 Calcul des corrélation . . . . . 114
6.4.1 Définition des fonctions de corrélations . . . . . 114
6.4.2 Résultats . . . . . 115
6.4.3 Statistique sur la taille des amas . . . . . 118
6.5 La configuration observée est-elle la configuration fondamentale ? . . . . . 120
6.6 Discussion . . . . . 121

**7 Diagramme de phase des réseaux dice à $f = 1/2$ 123**
7.1 Régime isolant . . . 123
7.1.1 Variation de la résistance linéaire en fonction de T . . . 124
7.1.2 Mesure du gap de Coulomb . . . 124
7.1.3 Effet d'une grille électrostatique . . . 127
7.1.4 Hystérésis à plus haute polarisation . . . 128
7.2 Régime classique : un verre de vortex ? . . . 132
7.2.1 Les réseaux de fils comme limite classique . . . 134
7.2.1.1 Caractérisation du réseau . . . 134
7.2.1.2 Caractéristiques I de V . . . 136
7.2.2 Les réseaux de JJ dans le régime classique . . . 137
7.2.2.1 Etude de la magnéto-résistance . . . 138
7.2.2.2 Caractéristiques I de V . . . 139
7.2.2.3 Courant de dépiégeage fonction du champ magnétique . . . 143
7.3 Régime quantique : un liquide quantique de vortex ? . . . 147
7.3.1 Magnéto-résistance fonction de la température . . . 148
7.3.2 Caractéristiques I de V . . . 151
7.4 Diagramme de phase . . . 152

**Conclusion Générale 155**

**Annexes 159**

**A Description de la dynamique d'une jonction unique 161**
A.1 Régime de phase : modèle RCSJ . . . 161
A.2 Régime de charge et modèle SRLJ . . . 162

**B Les réseaux de fils supraconducteurs à la transition 166**

**C Procédé bicouche 169**
C.1 Procédé développé au LETI . . . 169
C.2 Procédé développé au CRTBT . . . 170

**D Revue bibliographique du bruit de charge dans les SET 171**
D.1 Le bruit de charge sur un SET . . . 172
D.2 Revue de différentes études sur l'origine des charges d'offset . . . 173

**E Etude de la contamination de charge du $SiO_2$ 176**
E.1 La capacité MOS . . . 176
E.1.1 Comportement en fonction de la polarisation . . . 176
E.1.2 Le principe de mesure . . . 178
E.1.3 Les différents types de charges dans l'oxyde . . . 178
E.2 Résultats des tests . . . 180
E.2.1 Influence du procédé de fabrication des jonctions Josephson . . . 181
E.2.2 Influence du recuit $N_2H_2$ avant le procédé bicouche . . . 181
E.2.3 Influence de la technique d'évaporation . . . 181
E.2.4 Influence du recuit $N_2H_2$ après le dépôt de la grille . . . 182
E.2.5 Influence de la lithographie . . . 182
E.2.6 Influence du dépôt de résine . . . 182

**Références 189**

# Introduction générale

A l'échelle atomique, la nature ondulatoire de la matière est prise en compte par la mécanique quantique, alors qu'à l'échelle macroscopique les propriétés physiques sont déterminées par la mécanique classique. Les matériaux supraconducteurs font partie des rares systèmes où la physique quantique se manifeste à l'échelle macroscopique. L'ensemble des électrons d'un supraconducteur massif est en effet décrit par une fonction d'onde unique : ils sont tous dans un état cohérent macroscopique.

Sous champ magnétique, la phase de cette fonction d'onde est modifiée localement. Sur une boucle, par exemple, des phénomènes d'interférences vont donc apparaître entre les deux chemins. Elles seront constructives si le flux magnétique dans cette boucle est un nombre entier de quantum de flux : $\Phi_0 = h/2e$. Elles sont destructives lorsque le flux est un nombre demi-entier de fois $\Phi_0$. Il s'agit de l'effet Aharonov-Bohm [1]. Dans un réseau de fils supraconducteurs, une compétition fine entre le champ magnétique et la géométrie va donner lieu à une "figure d'interférence" se traduisant par exemple par une modulation de la température critique [2] en fonction du champ magnétique. Celle-ci diffère d'une géométrie à l'autre. Le réseau *dice*[2] [3] présente pour une valeur critique de champ magnétique un phénomène original de localisation extrême [4]. Dans le modèle de liaisons fortes, lorsque le champ magnétique correspond à un demi quantum de flux par cellule ($B = \Phi_0/2S_{cellule}$ où $S_{cellule}$ est la surface d'un cellule du réseau), la propagation d'un paquet d'onde électronique est rendue impossible du fait d'interférences destructives. Les mécanismes de cette localisation sont, contrairement à la localisation d'Anderson [5], induit par l'ordre. Ce phénomène est en cela tout à fait nouveau et original. Le réseau *dice* est bidimensionel et périodique. Les noeuds de cette structure se situent sur un réseau triangulaire dont certaines connections sont retirées (cf Fig. 1). Il est composé de sites à 6 voisins interconnectés par des sites à 3 voisins et inversement. La cellule de Bravais contient 3 sites : un site de coordinance 6 (noté par la suite A) et deux sites de coordinance 3 (B et C).

Dans les réseaux de filaments supraconducteurs, C.C. Abilio *et al.* [6] ont démontré l'affaiblissement de la cohérence supraconductrice par ce phénomène. Cependant l'étude des réseaux de fils présente plusieurs limitations, nous avons donc poursuivi l'étude de ce phénomène de localisation en introduisant des nanojonctions Josephson sur chaque

[2] Dans la littérature, cette structure est parfois appelée *T3*, *star* ou encore *star3*

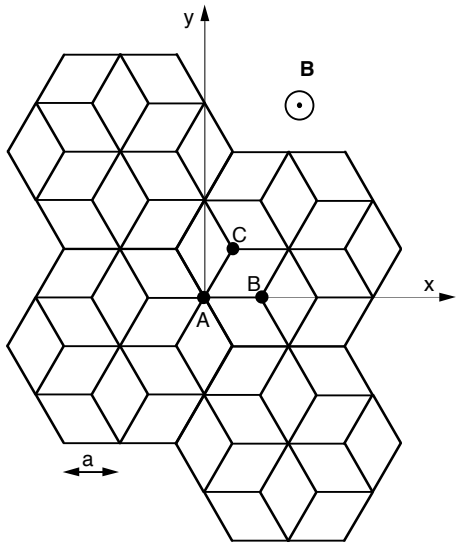


FIG. 1: Représentation du réseau dice sous champ magnétique. Les sites A,B et C représentent les 3 sites de la maille élémentaire. Ce réseau peut-être décomposé en 3 sous-réseaux triangulaire : **A**, **B** et **C**. La maille élémentaire est un losange de côté $a\sqrt{3}$, si $a$ est la distance entre plus proches voisins. Elle est constituée de trois plaquettes élémentaires de surface $a^2\sqrt{3}/2$.

brin de ce réseau. Les électrodes supraconductrices sont séparés par une mince couche d'oxyde (quelques $\mathring{A}$) : il s'agit de "nano-condensateurs". Le couplage supraconducteur entre les îles est maintenant doublé d'un couplage électrostatique. Or s'il existe une relation d'incertitude de Heisenberg entre la position et la quantité de mouvement d'une particule quantique, il existe également une relation d'incertitude entre la phase, $\phi$, et la charge, $Q$, d'un îlot supraconducteur :

$$\Delta\phi.\Delta Q > 2e$$

Les progrès de la nanofabrication permettent actuellement de réaliser des jonctions de petite taille (100 $nm$ x 100 $nm$) avec une grande précision. Les énergies électrostatiques de telles jonctions sont alors de l'ordre de grandeur de l'énergie du couplage supraconducteur. Ces systèmes sont alors sensibles aux fluctuations quantiques de la phase du paramètre d'ordre. La phase n'est plus une variable classique, elle devient une variable quantique. Ce phénomène est très largement étudié actuellement puisqu'il est à la base des "Quantum Bits" mésoscopiques [7, 8, 9].

Dans cette thèse nous nous sommes concentrés sur l'étude du diagramme de phase de ce réseau de jonctions Josephson particulier qu'est le réseau *dice*. Le passage entre le régime supraconducteur et le régime isolant lorsque le champ magnétique correspond à un demi quantum de flux par cellule a tout particulièrement retenu notre attention. Nous avons donc pour cela réalisé des réseaux de grande taille en s'attachant à la maîtrise des caractéristiques des jonctions (résistance normale mais également capacité). Nous nous sommes tout d'abord interressés à l'influence de ce mécanisme de localisation sur la confi-

guration des boucles de courant (vortex). L'arrangement de ces structures donne en effet une information sur la robustesse du couplage supraconducteur dans ces systèmes. Une étude détaillée des configurations de vortex a donc été réalisée par décoration magnétique de Bitter. L'ensemble du diagramme de phase a ensuite été sondé par des mesures de transport en fonction du champ magnétique à basse température. Les échantillons étudiés sont caractérisés par un rapport entre énergie supraconductrice et énergie de Coulomb variant sur deux ordres de grandeur.

Les réseaux de jonctions Josephson sont un système modèle. Ils ont donc été largement étudiés depuis une dizaine d'années dans des géométries plus traditionelles (*carré*, *triangulaire*). L'opposition entre le couplage supraconducteur et le couplage électrostatique est à l'origine d'une grande diversité de comportement. Je présenterai donc dans le **chapitre 1** l'état des connaissances sur ces systèmes du point de vue théorique mais également d'un point de vue expérimental.

Les **chapitres 2** et **3** sont ensuite dédiés à l'aspect technique de cette thèse. Le besoin d'échantillons de grande taille nous a amené à collaborer avec le CEA-LETI par l'intermédiaire de la plateforme PLATO[3]. Le développement d'un procédé de lithograhie électronique aux standards du LETI permettant de réaliser des nanojonctions Josephson a donc constitué la première étape de ce travail de thèse. Il est exposé au **chapitre 2**. Ce chapitre reprend également l'ensemble des techniques de nanofabrictaion utilisées dans cette thèse. Le **chapitre 3** est consacré aux techniques de mesures électriques ainsi qu'à la présentation de l'imagerie magnétique par décoration de Bitter.

Je présenterai ensuite dans le **chapitre 4** les caractéristiques principales de nos échantillons. L'étude du transport à bas champ magnétique y est exposé. Nous verrons que le diagramme de phase des réseaux *dice* à $f = 0$ présente un décalage par rapport aux réseaux *carré*. Nous tenterons d'en établir l'origine.

La spécificité du réseau *dice* est exposée dans le **chapitre 5**. Les études théoriques de Vidal *et al.* y sont brièvement introduites ainsi que les premières expériences visant à mettre en évidence cet effet de localisation.

Notre étude de ce phénomène est ensuite divisée en deux parties :

- Nous avons tout d'abord étudié l'arrangement statique des vortex dans des réseaux *dice* de filaments supraconducteurs à différents champs magnétiques. Une étude détaillée de ces configurations est présentée au **chapitre 6**. Nous verrons que si

[3]dans le cadre du contrat *"Silicium nanostructuré"*

la structure de vortex est ordonnée à $f = 1/3$, nous observons à $f = 1/2$ une phase désordonnée.

- Le **chapitre 7** est ensuite dédié aux mesures de transport dans les réseaux de nanojonctions Josephson à $f = 1/2$. Elles sont exposées pour trois échantillons présentant des énergies caractéristiques différentes nous permettant de couvrir une large gamme de rapport $E_J/E_c$. Cette étude a pour but de tracer une ébauche de diagramme de phase pour le réseau *dice* à $f = 1/2$, en fonction du couplage entre les îles supraconductrices. Nous verrons que conformément au comportement standard des réseaux de jonctions Josephson, une phase supraconductrice existe pour un fort couplage Josephson et dans la limite inverse, une phase isolante apparaît pour un fort couplage électrostatique. Cependant une troisième phase, résistive, apparaît dans le régime quantique à basse température. Nous discuterons de cette originalité du diagramme de phase en fin de chapitre.

Le bilan des principaux résultats obtenus au cours de ce travail de thèse est présenté dans la **conclusion générale**.

Les **annexes A, B, C, D** et **E** figurent à la fin de ce manuscrit.

# 1

# Introduction aux réseaux de Jonctions Josephson

Cette thèse étant focalisée sur l'étude de réseaux de nanojonctions Josephson, nous consacrons ce premier chapitre à une introduction générale à ces systèmes. Le lien entre ces réseaux et divers modèles théoriques a initialement motivé notre travail, ils sont brièvement rappelés dans la première partie. L'état des connaissance tant théoriques qu'expérimentales est ensuite présenté dans les différentes limites.

La brique de base de ces réseaux est donc la jonction Josephson. Elle est définie comme la jonction entre deux supraconducteurs massifs S1 et S2, à travers un lien faible : constriction du supraconducteur (S-c-S), courte électrode métallique (S-N-S) ou barrière tunnel[2] (S-I-S). Nous avons étudié dans cette thèse des réseaux de jonctions SIS, c'est pourquoi nous présenterons ici uniquement ce type de jonction. Le schéma 1.1 décrit une jonction SIS typique. L'amplitude du paramètre d'ordre est ici supposée constante de part et d'autre de la jonction (supraconducteurs identiques). La phase de ces deux électrodes, $\phi_1$ et $\phi_2$ peut fluctuer.

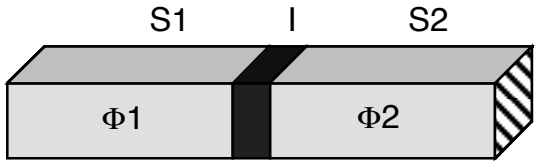


Fig. 1.1: Schéma d'une jonction Josephson SIS. Les deux supraconducteurs, S1 et S2, sont séparés par une fine couche isolante, I. La phase du paramètre d'ordre de chaque supraconducteur est notée $\phi_i$ pour $i = 1, 2$.

En 1962, Josephson a montré qu'un supercourant (à tension nulle) pouvait s'établir à travers cette barrière :

$$I_s = I_c \sin\left[\phi_1 - \phi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_1^2 \vec{A}.\vec{dl}\right] \tag{1.1}$$

où :

[2]Les supraconducteurs sont séparés par une fine couche isolante

- $I_c$ est le courant de paires de Cooper maximum pouvant traverser la barrière,
- $\gamma = \phi_1 - \phi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_1^2 \vec{A}.\vec{dl}$ est la différence de phase invariante de jauge avec $\vec{A}$, le potentiel vecteur et $\Phi_0 = h/2e$, le quantum de flux supraconducteur.

Le courant critique dépend de la résistance tunnel, $r_n$, et du gap du supraconducteur, $\Delta(T)$. Il est donné par la loi d'Ambegaokar-Baratoff [10] :

$$I_c(T) = \frac{\pi\Delta(T)}{2er_n}\tanh\left[\frac{\Delta(T)}{2k_BT}\right] \tag{1.2}$$

Le courant critique est maximum à température nulle : $I_c(0) = \frac{\pi\Delta_0}{2er_n}$. Si cette jonction est maintenant polarisée en tension, la différence de phase entre les deux électrodes va évoluer suivant la deuxième relation de Josephson :

$$\frac{d\Delta\phi}{dt} = \frac{2e}{\hbar}V \tag{1.3}$$

Le courant aux bornes de la jonction sera donc alternatif d'amplitude $I_c$, et de fréquence $\frac{2eV}{\hbar}$. Cet effet est connu sous le nom d'effet Josephon AC par opposition à l'effet Josephson DC donnant lieu au passage du supercourant.

A partir des deux relations de Josephson, on peut calculer l'énergie libre de couplage Josephson, emmagasinée dans la jonction :

$$F = \int I_sV dt = cst - E_J\cos\left(\phi_1 - \phi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_1^2 \vec{A}.\vec{dl}\right) \tag{1.4}$$

où l'énergie Josephson est définie par :

$$E_J = \frac{\hbar I_c}{2e} \tag{1.5}$$

Cette énergie est minimale lorsque $\phi_1 = \phi_2$, c'est à dire lorsque le couplage entre les deux supaconducteurs est maximum.

Dans le cas de petites jonctions Josephson, une autre caractéristique importante des jonctions tunnel est le couplage capacitif. En effet, les deux électrodes supraconductrices sont en regard l'une de l'autre, espacées par une fine couche diélectrique. Cette capacité va s'opposer au passage cohérent de paires de Cooper de part et d'autre de la jonction.

La capacité, C, est estimée dans l'approximation du condensateur plan par :

$$C = \epsilon_0\epsilon_r\frac{S}{t} \tag{1.6}$$

avec

- $S$ : la surface de la jonction,
- $t$ : l'épaisseur de la couche d'oxyde,

- $\epsilon_r$ : la susceptibilité relative du diélectrique.

Les jonctions que nous avons réalisées sont en $Al$ et la barrière isolante est de l'oxyde d'aluminium, $Al_2O_3$. On obtient typiquement une capacité de 50 $fF.\mu m^2$ (cf Chapitre 4). L'énergie emmagasinée dans cette capacité est donnée par $\frac{Q^2}{2C}$ pour une charge, Q, stockée sur la jonction. Un électron pourra passer à travers la jonction seulement si la tension est suffisante. Ce phénomène est appelé *blocage de Coulomb*. Il est caractérisé par l'énergie de Coulomb :

$$E_c = \frac{e^2}{2C} \tag{1.7}$$

Dans la théorie Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS), l'état BCS cohérent dont la phase est spécifiée est une superposition d'états possèdant un nombre de paire de Cooper différent. Ce qui signifie qu'un état supraconducteur dont le nombre de charge est défini est la superposition d'états possédant des phases différentes. Ceci se traduit pour une JJ[3] par la relation de non-commutation entre les opérateurs de phase et de charge :

$$[\hat{\phi}, \hat{Q}] = 2ei \tag{1.8}$$

où $\hat{\phi}$ est l'opérateur de la différence de phase et $\hat{Q}$ est l'opérateur définissant la charge accumulée de part et d'autre de la jonction. Le hamiltonien décrivant une jonction Josephson peut donc s'écrire :

$$\mathcal{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} - E_J \cos\hat{\phi} \tag{1.9}$$

La phase et la charge sont des quantités conjuguées. On a donc une opposition entre le couplage Josephson qui s'établit dans un régime de phase, et le couplage de Coulomb apparaissant dans un régime de charge. On distingue alors différents types de jonctions :

- si $E_J \gg E_c$, la phase est une variable bien définie et la charge fluctue : il y a un couplage Josephson,
- si $E_c \gg E_J$, la charge est fixe et la phase fluctue : le couplage Josephson est détruit par les fluctuations quantiques,
- si $E_J \approx E_c$, phase et charge deviennent des variables quantiques : une transition entre les régimes supraconducteur et isolant est observée [11].

Le modèle RCSJ décrit les jonctions dans le régime de phase, c'est à dire pour des jonctions SIS de grande taille dans lesquelles la capacité est faible. La dynamique des petites jonctions Josephson où la capacité est grande, est quant à elle bien décrite par le modèle SRLJ. Ces deux modèles sont brièvement présentés dans l'Annexe A.2. Je présenterai dans les sections 5.2, 1.3 et 1.4 les particularités de la dynamique des réseaux de jonctions dans

[3]Nous utiliserons par la suite l'abréviation JJ pour *Jonction Josephson*.

chaque régime. Mais avant cela, la section 1.1 décrit plus précisement les réseaux et les similitudes avec d'autres systèmes importants pour notre étude.

## 1.1 Le modèle des réseaux de jonctions Josephson

### 1.1.1 Introduction

Les réseaux de jonctions Josephson sont constitués d'îles supraconductrices connectés entre elles par des jonctions Josephson. L'arrangement de ces îles forme des réseaux bidimensionnels (ou unidimensionnels) de différentes topologies (*carré*, *triangulaire*, *dice*...). Les gradients de phase sont négligés à l'intérieur d'une île. Chaque île du réseau, $i$, est donc caractérisée par sa phase, $\phi_i$ et un couplage Josephson s'établit entre les îles premières voisines. Le supercourant circulant à travers la jonction liant les îles $i$ et $j$, est donné par $I_{ij} = I_c \sin(\phi_i - \phi_j)$. Le hamiltonien du réseau décrivant ce couplage est alors la somme sur chaque jonction de l'énergie Josephson :

$$\mathcal{H}_J = -E_J(T) \sum_{\langle i,j \rangle} \cos\left(\hat{\phi}_i - \hat{\phi}_j - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_i^j \vec{A}.\vec{dl}\right) \tag{1.10}$$

où $\hat{\phi}_i$ est l'opérateur de phase de l'île $i$.

Une autre quantité caractéristique des îles est leur charge ($\hat{Q}_i = 2e\hat{n}_i$ est la charge de l'île $i$). Le couplage électrostatique entre îles est déterminé par le terme de Coulomb :

$$\mathcal{H}_c = \sum_{i,j} \hat{Q}_i \frac{1}{C_{ij}} \hat{Q}_j \tag{1.11}$$

où $\hat{Q}_i$ est l'opérateur de charge de l'île $i$ et $C_{ij}^{-1}$ est le terme d'indice $ij$ de l'inverse de la matrice de capacitance. La sommation fait maintenant intervenir tous les couples d'îles $(i, j)$ tels que le terme d'indice $ij$ de l'inverse de la matrice de capacitance soit non nul. La portée de cette interaction est plus précisement détaillée dans la section 1.3.

Nous pouvons voir ici que l'énergie Josephson des réseaux de JJ est équivalente à celle des jonctions bien que des effets collectifs modifient ce couplage (cf section 5.2). Concernant l'énergie de charge des îles, le couplage à longue portée induit par le terme $C_{ij}^{-1}$ implique une modification de l'énergie de Coulomb des réseaux, fonction de la topologie. Le réel couplage de charge entre les îles, $E_{c,eff}$ fait intervenir les capacités des jonctions environnantes Elle est cependant de l'ordre de l'énergie de Coulomb d'une jonction $E_c = e^2/2C$. Cette discussion sera détaillée dans le chapitre 4.

Finalement, le hamiltonien décrivant les réseaux de jonctions Josephson est donc la somme de ces deux contributions :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_J + \mathcal{H}_c \tag{1.12}$$

La phase et la charge des îles sont liés par la relation de commutation : $\left[\hat{\phi}_i, \hat{Q}_i\right] = 2ei$. De même que pour les jonctions uniques, on a donc deux régimes distincts :

- $E_J \gg E_c$ : régime de phase, le réseau est supraconducteur et on observe un supercourant
- $E_J \ll E_c$ : régime de charge, le réseau est isolant, on observe un gap de Coulomb.

On peut également identifier un troisième régime dans lequel $E_J \approx E_c$. Ni la phase, ni la charge des îles ne sont alors bien définies. Les fluctuations quantiques sont importantes et l'on observe la transition entre les régimes supraconducteur et isolant. Ce dernier régime est souvent appelé régime quantique. L'ensemble de ces régimes est présenté dans un récent article de revue de R. Fazio et H. Van der Zant [12].

Avant d'entrer plus en détail dans la dynamique particulière de chacun de ces régimes, je présenterai les similitudes de ce système avec d'autres modèles ayant motivé notre étude. Nous verrons tout d'abord le parallèle entre les réseaux de JJ et le modèle théorique de Hubbard. Puis nous considérerons le cas particulier d'un réseau de JJ à très faible couplage capacitif ($E_c \ll E_J$) et nous le comparerons à la description des réseaux de filaments supraconducteurs à la transition N-S.

### 1.1.2 Lien avec le modèle de Hubbard

Le modèle de Hubbard est un modèle simple du mouvement des électrons libres dans un cristal d'ions, prenant en compte la répulsion sur site entre électrons de même spin [13]. Si l'on prend par exemple deux électrons de spins opposés dans un cristal bi-dimensionnel, le hamiltonien décrivant ce système comporte deux termes : un terme de liaison forte lié au déplacement de chacun des électrons et un terme d'interaction (répulsive si $U > 0$ et attractive si $U < 0$) :

$$\mathcal{H}_H = \sum_{\langle i,j\rangle,\sigma=\uparrow,\downarrow} t e^{i\gamma_{ij}} \left[b^+_{i,\sigma} b_{j,\sigma} + b_{i,\sigma} b^+_{j,\sigma}\right] + U \sum_i n_{i,\uparrow} n_{j,\downarrow} \tag{1.13}$$

avec :

- $\gamma_{ij} = \frac{2i\pi}{\Phi_0} \int_i^j \vec{A}.\vec{dl}$
- $t$ : l'intégrale de saut
- $b^{(+)}_{i,\sigma}$ : opérateur de création d'un électron (annihilation) sur le site $i$
- $\langle i,j\rangle$ : ensemble des couples de premiers voisins
- $n_{i,\sigma} = b_{i,\sigma} b^+_{i,\sigma}$ : opérateur "nombre d'électrons sur le site $i$, de spin $\sigma$"
- $U$ : amplitude de l'interaction

Ce modèle est décrit plus en détail au chapitre 5. Les motivations de notre travail sur le réseau *dice* découle du travail théorique de J. Vidal et al. [4] à partir de ce modèle. En effet, le modèle de Hubbard et les réseaux de jonctions Josephson (JJ) sont décrits par le même type d'hamiltonien. Si l'on considère le hamiltonien décrivant les réseaux de JJ, on peut montrer rapidement le passage d'un modèle à l'autre :

$$\mathcal{H}_{JJA} = -\sum_{<i,j>} E_J \cos\left(\hat{\phi}_i - \hat{\phi}_j - \gamma_{ij}\right) + \frac{1}{2}\sum_{i,j} \hat{Q}_i C_{ij}^{-1} \hat{Q}_j \tag{1.14}$$

Etant donnée la non-commutation des opérateurs de phase et de charge, deux bases d'états sont possibles :

1. Une base de "phase", où la phase de chaque île est une quantité définie. Ces états s'expriment sous la forme $\mid \phi_1, \ldots, \phi_N\rangle$. Le terme Josephson est diagonal dans cette base.

2. Une base de "charge", où maintenant la charge de chaque île est une quantité définie. Ces états s'expriment par $\mid Q_1, \ldots, Q_N\rangle$[4]. Le terme de Coulomb est diagonal dans cette base.

On peut passer d'une base à l'autre par transformée de Fourier :

$$\langle m_1, \ldots, m_N \mid \phi_1, \ldots, \phi_N\rangle = e^{i(m_1\phi_1 + \ldots + m_N\phi_N)} \tag{1.15}$$

Afin de comparer le hamiltonien de Hubbard et le hamiltonien d'un réseau de jonctions Josephson, il convient de passer dans la base des états de charge, $\mid m\rangle$. Le terme de Coulomb est par nature diagonal dans cette base, il faut donc exprimer le terme de couplage Josephson en terme de charge :

$$h_{ij}^J = \cos\left(\hat{\phi}_i - \hat{\phi}_j\right) \mid m_1, \ldots, m_N\rangle = \int d\vec{\phi} \cos\left(\phi_i - \phi_j\right) e^{i(m_1\phi_1 + \ldots + m_N\phi_N)} \mid \phi\rangle \tag{1.16}$$

en développant, on obtient :

$$h_{ij}^J = \frac{1}{2}\int d\vec{\phi}\left(e^{i(\ldots + (m_i+1)\phi_i + \ldots + (m_j-1)\phi_j + \ldots)} + e^{i(\ldots + (m_i-1)\phi_i + \ldots + (m_j+1)\phi_j + \ldots)}\right) \mid \phi\rangle \tag{1.17}$$

Ce qui s'écrit finalement :

$$h_{ij}^J = \frac{1}{2}(\underbrace{\mid \ldots, (m_i+1), \ldots, (m_j-1), \ldots\rangle}_{\text{charge créée en i, annihilée en j}} + \underbrace{\mid \ldots, (m_i-1), \ldots, (m_j+1), \ldots\rangle}_{\text{charge créée en j, annihilée en i}}) \tag{1.18}$$

[4]Cette base est équivalente à une base $\mid m_1, \ldots, m_N\rangle$ où $m_i$ est le nombre de paires de Cooper sur l'île $i$ : $Q_i = 2e.m_i$.

En terme d'opérateur de création ($b_i^+$) et d'annihilation ($b_i$), d'une charge[5] sur l'île $i$, on peut réécrire le terme Josephson par :

$$\mathcal{H}_J = \frac{1}{2} E_J \sum_{\langle i,j \rangle} [b_i^+ b_j + b_i b_j^+] \tag{1.19}$$

Ce terme est donc strictement équivalent au terme de saut dans le modèle de Hubbard. On peut ainsi écrire le hamiltonien d'un réseau de jonctions Josephson SIS :

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} E_J \sum_{\langle i,j \rangle} [b_i^+ b_j + b_i b_j^+] + \frac{4e^2}{2} \sum_{i,j} \hat{n}_i C_{ij}^{-1} \hat{n}_j \tag{1.20}$$

Sous cette forme, la correspondance entre le modèle de Hubbard et les réseaux de jonctions Josephson est immédiate. Le terme du couplage supraconducteur équivaut au terme de saut et le terme de Coulomb équivaut à la répulsion du terme de Hubbard. L'isomorphisme entre le modèle de Hubbard et les réseaux de jonctions Josephson (JJ) est strictement respecté à quelques points près :

1. Tout d'abord, le nombre de particules dans un réseau de JJ est fini et l'on ne peut pas tracer de parallèle direct avec les systèmes à deux particules.
2. Ensuite, l'interaction dépend ici des éléments de l'inverse de la matrice de capacitance, $C_{ij}^{-1}$, or les termes non-diagonaux sont nuls si et seulement si $C_0$, la capacité des îles par rapport à la masse, est infinie. Expérimentalement, cette condition n'est pas vérifiée. On a donc une interaction à plus longue distance. Ce point est discuté dans la sous-section 1.3.
3. Enfin, nous considérons ici un cas idéal, dans lequel le réseau n'interagit pas avec son environnement. Dans le cas réel, des charges d'offset apparaissent sur les îles (cf Annexe D.2). Ces charges varient entre les îles et fluctuent dans le temps, elles introduisent donc un terme de désordre dans le couplage électrostatique sous la forme : $\hat{n}_i \to \hat{n}_i + \hat{n}_{i,offset}(t)$

Malgré ces quelques différences, les réseaux de JJ sont des objets modèles pour étudier expérimentalement les effets présents dans un modèle de type Hubbard.

### 1.1.3 Cas particulier : les réseaux de fils supraconducteurs

La limite extrême d'un réseau de jonctions Josephson lorsque l'épaisseur de la barrière tend vers zéro est un réseau de filaments supraconducteurs. Or les deux modèles décrivant ces systèmes : hamiltonien Josephson et théorie de Ginzburg-Landau linéarisée, ne semblent

[5] Les charges transférées ici sont des paires de Cooper bien que le modèle de Hubbard soit plus couramment employé pour décrire le mouvement d'électrons.

pas identiques à première vue. En 1983, Shih et Stroud [14] ont montré la relation existant entre ces deux modèles, lorsque le température est proche de la température critique du réseau. Le point de départ est un réseau de JJ dans lequel le terme capacitif peut être négligé, c'est la limite classique :

$$\mathcal{H} = -\sum_{\langle i,j \rangle} E_J \cos\left[\phi_i - \phi_j - \gamma_{ij}\right] \tag{1.21}$$

avec $\gamma_{ij} = \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_i^j \vec{A}.\vec{dl}$. On suppose que le couplage ($E_J$) est indépendant de la température, ce qui implique $T_c(H) \ll T_{c0}$. Les propriétés thermodynamiques du hamiltonien 1.21 sont obtenues en traitant les phases comme des variables thermodynamiques dans l'ensemble canonique[6]. Shih et Stroud définissent une variable de phase $\eta_i = \langle e^{\imath\phi_i}\rangle$, alors l'approximation de champ moyen sera donnée par :

$$\eta_i \approx \frac{1}{Z_i}\int_0^{2\pi} d\phi_i e^{\imath\phi_i} e^{-\beta\mathcal{H}^i_{eff}} \tag{1.22}$$

où l'on définit :

- le hamiltonien effectif : $\mathcal{H}^i_{eff} = -E_J \sum_{j\neq i}\left[\cos\phi_i\langle\cos(\phi_j+\gamma_{ij})\rangle + \sin\phi_i\langle\sin(\phi_j+\gamma_{ij})\rangle\right]$
- la fonction de partition : $Z_i = \int\left[\prod_{i=1}^N d\phi_i\right] e^{-\beta\mathcal{H}^i_{eff}}$

Si l'on se place proche de la température de transition ($T \approx T_c(H)$), les fluctuations de phase sont importantes donc $\eta_i$ est très petit, de même que $\Re[\eta_i]$ et $\Im[\eta_i]$. On peut donc faire l'approximation :

$$e^{-\beta\mathcal{H}^i_{eff}} \approx 1 - \beta\mathcal{H}^i_{eff}$$

Dans le cadre de cette approximation, $Z_i$ devient :

$$Z_i = 2\pi - \beta\int_0^{2\pi}\mathcal{H}^i_{eff}d\phi_i = 2\pi$$

On obtient donc l'expression de la variable de phase :

$$\eta_i = -\frac{\beta}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{\imath\phi_i}\mathcal{H}^i_{eff}d\phi_i$$

c'est à dire en développant le hamiltonien effectif :

$$\eta_i = \frac{\beta E_J}{4\pi}\sum_{j\neq i}\int_0^{2\pi}\left[\left(e^{2\imath\phi_i}+1\right)\langle\cos(\phi_j-\gamma_{ij})\rangle - \imath\left(e^{2\imath\phi_i}-1\right)\langle\sin(\phi_j-\gamma_{ij})\rangle\right]d\phi_i$$

[6] La valeur moyenne d'un opérateur $\hat{O}$ sera donnée par $\langle O\rangle = \frac{1}{Z}\int\left[\prod_{i=1}^N d\phi_i\right]O(\phi_1,...,\phi_N)e^{-\beta\mathcal{H}}$ avec la fonction de partition $Z = \int\left[\prod_{i=1}^N d\phi_i\right]e^{-\beta\mathcal{H}}$, $\beta = (k_BT)^{-1}$ et $N$ est le nombre d'îles du réseau

Or $\int_0^{2\pi} e^{2\imath\phi_i} d\phi_i = 0$, d'où finalement :

$$\eta_i = \frac{\beta E_J}{2} \sum_{j \neq i} \langle e^{\imath(\phi_j - \gamma_{ij})} \rangle$$

L'intégrale du potentiel vecteur est indépendante du hamiltonien, on a donc finalement :

$$\eta_i = \frac{\beta E_J}{2} \sum_{j \neq i} \eta_j e^{\imath\gamma_{ij}} \tag{1.23}$$

On reconnait cette expression comme l'équation de Schrödinger du modèle de liaison forte si $\eta_i$ est l'orbitale centrée sur le site $i$, $E_J$ l'intégrale de saut entre les sites $i$ et $j$ et $2k_BT$ l'énergie propre du système. Il est à noter ici que l'on retrouve l'expression des réseaux de fils (cf Annexe B), en appliquant l'approximation de champ moyen à la composante Josephson du hamiltonien décrivant les réseaux de JJ. Proche de la température de transition, $T_c(H)$, les deux systèmes sont donc décrits par un modèle identique. Cet argument nous permet donc d'étudier les réseaux de filaments supraconducteurs comme limite classique (de phase) des réseaux de JJ. Dans mon travail de thèse, nous avons utilisé ces systèmes pour l'étude de la configuration de vortex (cf Chapitre 6), mais également pour les mesures de transport (cf chapitre 7).

## 1.2 Le régime de phase : $E_J \gg E_c$

### 1.2.1 Le modèle XY

Dans la limite d'une très grande énergie Josephson par rapport à l'énergie de Coulomb, les îles du réseau de JJ sont entièrement décrite par leur phase, $\phi_i$ :

$$\mathcal{H}_{JJA} = -E_J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos\left(\phi_i - \phi_j - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_i^j \vec{A}.\vec{dl}\right) \tag{1.24}$$

Dans ces conditions, les réseaux de JJ sont une réalisation physique du modèle XY. Les excitations topologiques de ce système sont les vortex. Contrairement aux vortex d'Abrikosov, ils n'ont pas de coeur : ce sont des vortex de phase. Un vortex est situé dans une cellule si la somme des phases des îles sur un contour fermé entourant cette cellule, vaut $2\pi$ (-$2\pi$ pour un antivortex). La distribution des phases autour d'un vortex[7] situé dans une cellule du réseau *dice* est représentée sur la figure 1.2.

La dynamique de cette classe de réseau peut être entièrement décrite en terme de mouvement de vortex. Cet aspect sera discuté dans la sous-section 1.2.4. Mais je présenterai tout d'abord, les effets de la température sur ces excitations avec la transition de KTB (Kosterlitz-Thouless-Berezinski).

[7]En utilisant l'approximation de l'arrangement des phases [15] : $\phi = \arctan\left[\frac{y-y_0}{x-x_0}\right]$ avec $(x, y)$ coordonnées de l'île de phase $\phi$ et $(x_0, y_0)$ coordonnées du vortex

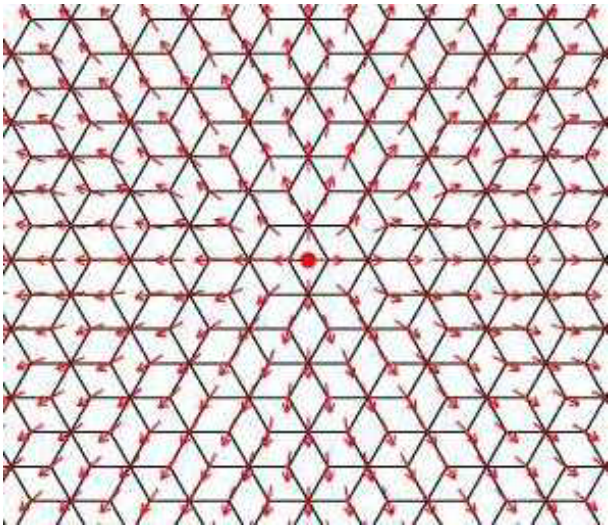

Fig. 1.2: Représentation des phases autour d'un vortex dans le réseau *dice*. Le vortex est symbolisé par un disque au centre de la cellule.

### 1.2.2 Transition KTB de vortex

Le modèle XY considère un réseau de spins pouvant tourner dans le plan du réseau. A température nulle, tous les spins sont alignés et l'énergie du système est minimale. Lorsque la température augmente, deux types d'excitations apparaissent :

1. les *ondes de spins* (*de phase*) : il s'agit de "vagues" entrainant une rotation des spins (de la phase) sur de grandes distances. L'énergie associée à ce type d'excitation est très faible car la différence d'angle entre les spins (phases) premiers voisins est petite.
2. les *paires de vortex-antivortex* : Ce sont des excitations locales (contrairement aux ondes de spins). L'interaction entre un vortex et un antivortex est attractive, ils s'apparient et modifient la configuration de phase au voisinage de la paire mais pas à longue portée (cf Fig. 1.3). L'énergie associée à ces excitations est donc également faible.

Berezinski [16] et Kosterlitz-Thouless [17] ont prédit une transition de phase originale dans les superfluides neutres bidimensionnels, due à la brisure de l'ordre topologique à longue portée. Lors de cette transition (communément appelée *transition KTB*), une paire de vortex-antivortex infiniment grande est brisée sous l'effet de la température. Cette transition engendre donc des vortex libres à la température $T_{KTB}$. L'existence de cette transition est directement liée à l'interaction logarithmique entre vortex et antivortex. Dans les systèmes supraconducteurs, les paires de vortex-antivortex ont également une interaction logarithmique [18]. Cependant, cette interaction décroit en $1/r$ si la distance, $r$, entre vortex est supérieure à $\lambda_\perp$, la longueur de pénétration transverse [19]. L'observation de la transition KTB impose donc une taille de réseau inférieure à $\lambda_\perp$ [20]. Le calcul théorique

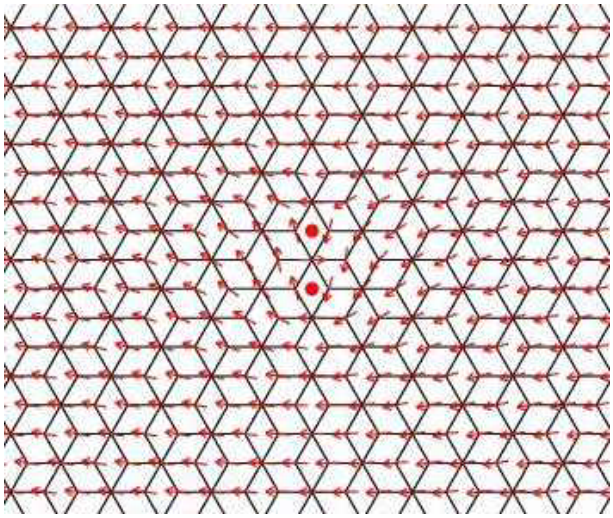

FIG. 1.3: Représentation des phases autour d'une paire vortex-antivortex dans le réseau *dice*. On remarque que la différence de phase entre îles voisines, s'annule à courte-portée.

de la transition KTB dans les films supraconducteurs bi-dimensionnels, a été réalisée par Halperin et Nelson [21]. Un résultat important est la prédiction de la dépendance non-linéaire des caractéristiques IV : $V \propto I^{a(T)}$ avec un saut universel de $a = 1$ pour $T > T_{KTB}$ à $a = 3$ à $T = T_{KTB}$. Cette description a ensuite été reprise par Lobb *et al.* [15] pour les réseaux de JJ *carrés*. La température de transition[8] pour les réseaux de JJ est estimée par la relation :

$$\tau_{KTB} = \frac{k_B T_{KTB}}{E_J(T_{KTB})} = \alpha \frac{\pi}{2\epsilon_v} \tag{1.25}$$

où

- $\alpha$ est une constante dépendant de la topologie du réseau [15] ($\alpha = 1$ pour le réseau *carré*, $\sqrt{3}$ pour le *triangulaire*).
- $\epsilon_v \geq 1$ est la constante diélectrique des vortex [21]. Elle prend en compte la renormalisation de l'interaction des paires[9].

Nous avons déterminé pour le *dice* le facteur géométrique, $\alpha$, à partir de la comparaison entre le modèle des réseaux de JJ et du modèle continu développé dans [15]. Cette comparaison suppose que les énergies caractéristiques des vortex sont équivalentes dans les deux systèmes. Dans un film uniforme, l'énergie cinétique du superfluide dans une couronne comprise entre $r_1$ et $r_2$ est donnée par :

$$U = \pi n_s^*(T) \frac{\hbar^2}{m^*} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

[8] On définit la température normalisée $\tau = \frac{k_B T}{E_J(T)}$

[9] Les paires de grand diamètre voient leur interaction modifiée du fait de la présence de paires plus petites entre le vortex et l'antivortex

où $n_s^*(T)$ est la densité superfluide surfacique et $m^*$ est la masse des particules.

De même dans un réseau de JJ, à grande distance du coeur du vortex, l'énergie est proportionnelle à $E_J$ comme :

$$U = \pi \alpha E_J \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$\alpha$ étant le facteur géométrique. Dans ce système, l'inductance cinétique par carré, $L_{K,\square}(T)$ mesure la densité superfluide. Lobb *et al.* [15] propose donc la définition d'une densité superfluide effective dans les réseaux : $n_s^* = m^*/4e^2 L_{K,\square}(T)$. D'autre part, l'énergie Josephson peut être réécrite en terme d'inductance "Josephson" : $E_J = \hbar^2/(2e)^2 L_J$. La comparaison avec le modèle continu définit donc le facteur géométrique comme :

$$\alpha = \frac{L_J}{L_{K,\square}}$$

On trouve ainsi un rapport de 1 dans le réseau *carré* et de $2/\sqrt{3}$ dans le réseau *dice*.

Pour des températures $T > T_{KTB}$, il existe des vortex libres dans le système. L'énergie de barrière associée au mouvement d'un vortex a été calculée par Lobb est al. [15] dans le réseau carré :

$$E_b = E_{\text{vortex dans une cellule}} - E_{\text{vortex dans une jonction}} = 0.2 E_J \tag{1.26}$$

Soumis à un faible courant, les vortex vont dériver perpendiculairement à l'injection de ce courant sous l'action d'un force de Lorentz. Ils induisent ainsi une différence de potentiel de part et d'autre du réseau. Dans la limite d'une faible densité de vortex (pas d'interaction vortex-vortex), on peut estimer la différence de potentiel par :

$$\begin{aligned} V &= \frac{\hbar}{2e}\frac{d\phi}{dt} \\ &= \frac{\hbar}{2e}\frac{2\pi(\text{nombre de vortex libres})}{(\text{temps mis par un vortex pour traverser le réseau})} \\ &= \Phi_0 \frac{S n_l}{l/v_d} \end{aligned}$$

avec

- $S = L.l$ : la surface de l'échantillon (Longueur x largeur)
- $v_d$ : la vitesse de dérive des vortex
- $n_l$ : densité de vortex libres[10]

[10] D'après Halperin et Nelson [21], on peut estimer la densité de vortex libres par :

$$n_l = \frac{b_1}{s}\exp\left(\sqrt{\frac{b_2}{\tau - \tau_{KTB}}}\right)$$

avec $s$, la surface d'une cellule élémentaire et $b_1$ et $b_2$, des constantes de l'ordre de 1.

Pour $T > T_{KTB}$, on peut donc définir une résistance linéaire par carré, $R_0$ (à polarisation nulle) :

$$R_0 = \frac{V}{I}\frac{l}{L} = \frac{b_1 R_n}{\left[I_0\left(\frac{1}{10\tau}\right)\right]^2}\exp\left(\sqrt{\frac{b_2}{\tau - \tau_{KTB}}}\right) \tag{1.27}$$

où $I_0$ est une fonction de Bessel hyperbolique. Cette expression caractérise la dynamique des réseaux juste après la transition pour $T \geq T_{KTB}$.

Pour des températures inférieures à $T_{KTB}$, la variation de l'exposant $a(T)$ des courbes IV a fait l'objet de nombreuses études théoriques [22, 23, 24]. Pour des réseaux infinis, l'exposant suit la loi calculée par Ambegaokar *et al.* [22] :

$$a_{AHNS}(T) = \chi + 1$$

avec $\chi = \frac{\pi J_R}{k_B T}$ où $J_R$ est la rigidité des ondes de spins. Lorsque la taille du réseau diminue, la variation de l'exposant est modifiée[11] [23]. Elle tend alors vers le comportement décrit par Minnhagen *et al.* [24] :

$$a_{MWJO}(T) = 2\chi - 1$$

Cependant à $T = T_{KTB}$, $\chi = 2$ et les deux modèles s'accordent : l'exposant vaut 3 à la transition KTB.

Pour $T < T_{KTB}$, les vortex sont appariés. La résistance linéaire est donc strictement nulle dans le cas d'un réseau infini et les courbes IV sont non-linéaires ($V \propto I^a$ avec $a > 3$). Cependant dans les réseaux de taille finie deux limitations sont à prendre en compte. Tout d'abord, la largeur finie modifie la température de transition qui apparaitra lorsqu'une paire de la taille du réseau se brisera [20]. D'autre part, en dessous de $T_{KTB}$, l'énergie de nucléation d'un vortex est finie dans un réseau de taille finie [21]. Des vortex libres existent donc à température non nulle dans les échantillons. Toutefois, pour $T \geq T_{KTB}$, des vortex libres issus des paires apparaissent dans le système. Les IV deviennent linéaires et la résistance associée dépend fortement de la température (cf éq. 1.27). Depuis les premiers tests expérimentaux [25, 26, 27], la transition KTB a été largement étudiée dans le régime de phase [28, 29]. Lorsque l'énergie de Coulomb augmente, la phase n'est plus aussi bien définie et l'apparition de fluctuations quantiques modifie la transition KTB. Cette incidence est présentée dans la sous-section 1.4.

### 1.2.3 Effet du champ magnétique

Un champ magnétique perpendiculaire au plan du réseau de JJ pénètre uniformément si la longueur de pénétration transverse, $\lambda_\perp$, est supérieure à la taille du réseau. Dans ce

[11] Le taux de recombinaison des paires est alors plus important (interaction effective à plus courte portée).

cas, le hamiltonien du système est modifié par l'introduction d'un terme de phase :

$$\mathcal{H}_J = -E_J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos\left(\phi_i - \phi_j - \gamma_{ij}\right) \tag{1.28}$$

Ce modèle peut être décrit en terme de *modèle XY uniformément frustré* et permet donc le calcul des énergies fondamentales par simulation numérique (voir par exemple [30]). Le champ magnétique étant supposé uniforme, la somme des $\gamma_{ij}$ autour d'une cellule élémentaire du réseau donne le flux magnétique à travers cette cellule :

$$\sum_{cellule} \gamma_{ij} = \frac{2\pi}{\Phi_0} Bs = 2\pi f \tag{1.29}$$

avec :

- B : champ magnétique appliqué
- s : surface d'une cellule élémentaire

Et si $\Phi = Bs$ est le flux magnétique par cellule, la frustation magnétique est définie par :

$$f = \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

Le hamiltonien Josephson, $\mathcal{H}_J$, est pair et périodique en fonction de f, de période 1. Les caractéristiques des réseaux de JJ sous champ sont donc entièrement déterminées par une étude sur l'intervalle $f \in [0; 1/2]$. Pour des frustrations rationelles, $f = p/q$, un réseau ordonné de vortex minimise l'énergie du système [31, 30]. Cette frustration est donc commensurable avec la géométrie du réseau sous-jacent. La structure ordonnée est constituée de la répétition de "super-cellules" de taille $q$ par $q$, constituant le motif primaire. A basse température, une transition KTB est également attendue pour les frustrations rationnelles [32, 33, 34]. Elle est cependant élargie par l'activation thermique des vortex induits par le champ magnétique. Cet effet de commensurabilité du champ magnétique avec la géométrie du réseau se manifeste par l'apparition de structures, périodiques en champ, dans les mesures de courant critique, de résistance linéaire, où encore, dans les réseaux de fils, par des maxima de la température critique de champ moyen (cf sous-section 5.5.2). La stucture de vortex est en effet cristalline pour les frustrations rationnelles. Cela correspond à des courants critiques maximums (l'ensemble du réseau de vortex doit être dépiégé pour induire une différence de potentiel aux bornes du réseau). En revanche pour des frustrations irrationnelles, des vortex mobiles se superposent à la structure cristalline, ils ne sont pas fortement piégés induisant donc un affaiblissement du courant critique ainsi qu'une plus forte résistance linéaire. Pour des frustrations, $f$, proches d'une frustration rationelle, $f_0$, la résistance est due à une densité $\delta f = |f - f_0|$ de défauts de la structure cristalline de vortex. Dans la limite $\delta f \ll 1$, ces vortex n'interagissent pas et la résistance est proportionnelle à $\delta f$ [31].

### 1.2.4 Piégeage d'un vortex isolé

La dynamique des réseaux de JJ peut être décrite en terme de mouvement de vortex dans la limite $E_J > E_c$. Je présenterai dans cette section le piégeage des vortex isolés en fonction des paramètres des jonctions. Chaque contribution sera brièvement commentée.

Pour plus de simplicité dans les notations, nous supposerons que le vortex se déplace sur un axe $\hat{x}$ à une vitesse moyenne $v_x$ (exprimée en pas du réseau par seconde). D'autre part, le courant est appliqué suivant la direction $\hat{y}$ et la direction $\hat{z}$ est perpendiculaire au réseau (direction parallèle au champ magnétique).

**La masse des vortex :** Le mouvement d'un vortex se traduit par une variation de potentiel aux bornes des jonctions. L'énergie électrostatique sera alors donnée par $E_{élec} = \frac{1}{2}\sum_{\langle i,j\rangle} CV_{ij}^2$, si la contribution des autres capacitances, dont $C_0$, est négligée. La deuxième relation de Josephson nous permet de réécrire cette énergie comme $E_{élec} = \frac{\hbar}{2e}\frac{C}{2}\sum_{\langle i,j\rangle}\left(\frac{\Delta\Phi_{ij}}{\Delta t}\right)^2$. On remarque que la somme est homogène à une vitesse au carré. L'énergie électrostatique correspond donc finalement à l'énergie cinétique du vortex donnée par :

$$E_{élec} = \frac{1}{2}M_v v_x^2 \propto \frac{1}{E_c}v_x^2$$

La masse du vortex est inversement proportionnelle à la capacité des jonctions constituant le réseau. Cette propriété est à l'origine du comportement quantique des vortex dans le régime $E_J \sim E_c$ (cf partie 1.4). Une autre caractéristique de la masse est qu'elle s'annule sur les bords du réseau [35]. Cependant, dans la limite de grands réseaux, cette propriété peut être négligée.

**La dissipation :** Le vortex est un objet macroscopique qui se couple à son environnement et subit donc de la dissipation, caractérisée par le coefficient de friction $\eta$. Dans une approche simple, on peut considérer la dissipation provenant des pertes résistives dans les jonctions au passage d'un vortex. Si l'on suppose que la résistance effective des jonctions est $r_e$, la dissipation est donnée par [35] :

$$\eta \propto \frac{\Phi_0^2}{r_e} \tag{1.30}$$

Le facteur de proportionnalité dépend de la géométrie du réseau. La résistance effective est de l'ordre de $r_n$ à haute température et il s'agit de la résistance sous le gap, à basse température, qui est très supérieure à $r_n$. Cependant, un premier résultat de Bobbert [36], confirmé par de nombreuses simulations numériques basées sur le modèle RCSJ [37, 38, 39, 40], a montré que les vortex se comportaient comme des particules sur-amorties alors que les jonctions étaient dans le régime sous-amorti ($\beta_c > 1$). Il semble donc qu'une autre source de dissipation intervienne dans le régime des grands $\beta_c$. Il s'agit du couplage des

vortex aux ondes de phases, caractérisées par la fréquence plasma des jonctions $\omega_p$. Le coefficient d'amortissement devient donc :

$$\eta \propto \frac{E_J}{s\omega_p} \tag{1.31}$$

Une autre source de dissipation à prendre en compte est le passage par effet tunnel de quasi-particules, excitées par le vortex, si celui-ci atteint une vitesse de l'ordre de $2\Delta$ [41]. Il s'agit cependant d'un effet à très haute énergie assez marginal dans les réseaux de JJ.

**Le potentiel de piégeage :** L'énergie Josephson associée à une configuration de phase dépend de la position du vortex : s'il est au centre d'une cellule, l'énergie est minimale ; s'il est dans une jonction, l'énergie est maximale [15]. Rzchowski et al. [42] ont proposé une évolution périodique du potentiel, en négligeant les effets de bord et l'interaction entre vortex :

$$U_{bar} = \frac{1}{2}\gamma E_J \sin(2\pi x) \tag{1.32}$$

où :

- $x$ est la position du vortex selon la direction $\hat{x}$, exprimée en unité de pas du réseau
- $\gamma E_J$ est l'énergie de barrière dépendant de la géométrie (cf éq. 1.26)

D'autre part, l'application d'un courant, I (par jonction), suivant la direction $\hat{y}$, va imposer une force de Lorentz, $\Phi_0 I$, sur le vortex dans la direction $\hat{x}$.

**L'équation du mouvement :** L'équation du mouvement d'un vortex isolé à basse vitesse, s'écrit donc, de manière simplifiée [12] :

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{1}{r_e C}\frac{dX}{dt} + \frac{4e}{\hbar C}\left[\frac{\gamma}{2} I_c \sin(X) - I\right] = 0 \tag{1.33}$$

avec :

- $X = 2\pi x$ : la coordonnée du vortex
- $C$, $r_e$ : les paramètres des jonctions

La dynamique d'un vortex peut donc être interprétée en terme de mouvement d'une particule massive dans un potentiel de piégeage périodique bidimensionnel. Cette analogie est identique au modèle du *washboard*, pour une jonction unique décrite par le modèle RCSJ (cf Annexe A.2). On peut donc définir les paramètres caractéristiques de la dynamique d'un vortex, en fonction des paramètres des jonctions constituant le réseau :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $X = 2\pi x$ | $\equiv$ | $\phi$ | : | coordonnée de la particule |
| $I_d = I_{c,v}$ | $\equiv$ | $\frac{\gamma}{2} I_c$ | : | courant critique de dépiégeage |
| $\beta_{c,v}$ | $\equiv$ | $\gamma\beta_c$ | : | paramètre d'amortissement de Mc Cumber |
| $\omega_{p,v}$ | $\equiv$ | $\sqrt{\gamma}\omega_p$ | : | fréquence plasma |

Cependant, deux restrictions importantes sont à apporter à ce modèle :

1. La dissipation exprimée ici vient uniquement des pertes résistives. Pour de grands $\beta_{c,v}$, il faudra tenir compte des autres sources de dissipation mentionnées plus haut.
2. Cette équation du mouvement néglige entièrement les effets de bords ainsi que l'interaction vortex-vortex. Sa validité est donc restreinte au cas de grands réseaux avec une très faible densité de vortex ($f \ll 1$).

## 1.3 Le régime isolant : $E_J \ll E_c$

### 1.3.1 La distribution du potentiel autour d'une charge

Comme nous venons de le voir, dans le régime $E_J \gg E_c$, la dynamique des réseaux de JJ peut être décrite en terme de mouvement de vortex, excitations de la configuration de phase. Dans le régime opposé, $E_c \gg E_J$, la charge des îles est le paramètre pertinent de la dynamique. Lorsqu'une charge entre dans le réseau par une des électrodes, le potentiel électrostatique de toutes les îles alentour est modifié. Cette distribution de potentiel a été introduite par Bakhvalov [43] et calculée par Mooij *et al.* [44], dans un réseau de JJ carré :

$$U(r) = \frac{e}{2\pi C} K_0\left(\frac{r}{\Lambda}\right) \qquad \text{si} \qquad r \gg 1 \tag{1.34}$$

avec :

- $\Lambda = \sqrt{\frac{C}{C_0}}$ : la longueur d'écrantage
- $r$ : la distance au centre de l'île portant la charge en excès exprimée en unité de pas du réseau
- $K_0$ : une fonction de Bessel modifiée

Le paramètre critique de cette distribution est la longueur d'écrantage $\Lambda$. Pour $r \ll \Lambda$, la variation de $U(r)$ est logarithmique ($U(r) \propto \ln\left(\frac{r}{\Lambda}\right)$), et pour $r \gg \Lambda$, $U(r)$ décroit exponentiellement avec la distance. Cette longueur caractéristique correspond donc à la portée des interactions entre charges. L'expression 1.34 correspond à l'entrée d'une quasi-particule. Dans les réseaux supraconducteurs, l'entrée d'une paire de Cooper crée un potentiel deux fois plus élevé. La dynamique des réseaux de JJ dans le régime isolant peut-être entièrement décrite par la dynamique de ces charges (se déplacant par des processus tunnel) et la variation de potentiel qu'elle entraine.

### 1.3.2 Transition KTB de Charge

Le potentiel créé par une charge varie avec le logarithme de la distance. L'interaction entre charges sera donc également logarithmique. Cette interaction est attractive entre une

quasi-particule et un trou (ou une paire de Cooper et un trou de charge 2e), et répulsive entre charges de même signe. Dans la limite d'une capacité à la masse, $C_0$, nulle, la longueur d'écrantage, $\Lambda$, devient infinie et une transition KTB de brisure de paire charge-trou a été prédite par Mooij *et al.* [44]. La température critique pour laquelle une paire "quasi-particule - trou de charge e", infiniment distante, se sépare, est donnée par :

$$k_B T_{KTB,ch} = \frac{E_c}{4\pi\epsilon_c} \tag{1.35}$$

avec $\epsilon_c$ : constante diélectrique de l'ordre de 1, prenant en compte l'écrantage dû aux paires de plus petites tailles. Une transition identique est attendue pour les paires "paire de Cooper - trou de charge 2e". L'énergie de Coulomb associée au passage d'une paire de Cooper est notée $E_c^* = \frac{(2e)^2}{2C}$. La température de transition sera donc :

$$k_B T^*_{KTB,ch} = 4k_B T_{KTB,ch} = \frac{E_c}{\pi\epsilon_c} \tag{1.36}$$

Si le réseau est de taille finie, la transition sera légèrement modifiée car elle apparaîtra lorsqu'une paire de la taille du réseau sera brisée. Mais cet effet n'est pas le plus "dramatique". En effet, si $C_0 \neq 0$, la longueur d'écrantage est maintenant finie[12] et introduit une coupure dans l'interaction entre charges. Plusieurs groupes ont étudié la conductance de ces réseaux en fonction de la température [45, 46] et la dépendence en $e^{-\frac{b}{\sqrt{\tau-\tau_{KTB,ch}}}}$, n'a pas été démontrée. Une loi d'Arrhénius du type $e^{-\frac{E_a}{k_B T}}$ décrit bien le comportement observé. L'absence de transition KTB peut s'expliquer par une trop courte longueur d'écrantage mais également par la présence de charges parasites dans le voisinage des réseaux (substrat, oxyde des jonctions etc...), ce qui modifie la distribution de potentiel créée par une charge et donc l'interaction entre charges. Récemment, Feigel'man *et al.* [47] ont proposé les effets de la parité comme responsables de la modification de la transition KTB de charge. Dans un régime de température intermédiaire, l'écrantage des quasi-particules réduit le couplage de Coulomb effectif, ce qui expliquerait la décroissance de la résistance observée à basse température avant l'augmentation caractéristique du régime isolant. Kim *et al.* [48] supposent quand à eux que la transition S-I observées expérimentalement soit induite non pas par des dipôles mais par des excitations de charges uniques.

### 1.3.3 Tension de seuil et tension d'offset

Dans le régime isolant, nous avons vu dans la section A.2 que le passage d'un électron d'une électrode à l'autre à travers la jonction nécessite une différence de potentiel minimale. Dans les réseaux de JJ, le blocage de Coulomb induit deux caractéristiques des courbes IV. Tout d'abord, à faible polarisation, le courant passe à travers le réseau uniquement

[12] Si $C \sim 1fF$ et $C_0 \sim 1aF$, la longueur d'écrantage est : $\Lambda = 10$.

pour des tensions supérieures à la *tension seuil* : $V > V_t$[13]. A plus large polarisation, la caractéristique IV est linéaire de pente $R_n$, et l'extrapolation de ce comportement coupe l'axe des tensions à une valeur particulière appelée *tension d'offset (de décalage)*, $V_{off}$. Ces deux tensions ne sont pas égales et correspondent à des régimes différents.

**Tension d'offset :** Cette tension est proportionnelle au nombre de jonctions en série sur le réseau ainsi qu'à la tension nécessaire aux bornes d'une jonction pour qu'une charge, $e$, passe par effet tunnel : $\frac{e}{2C_{eff}}$. Cette capacité effective, $C_{eff}$, dépend de l'environnement électromagnétique du système. Si seul l'environnement local importe, alors $C_{eff} = C$. Le taux tunnel à travers les jonctions dépend uniquement de la variation de l'énergie électrostatique de la jonction : c'est la *loi locale*. Si maintenant, le taux tunnel dépend de l'énergie de l'électron ainsi que de la variation d'énergie des îles[14], le système agit alors selon la *loi globale*. La tension d'offset diffère selon le type de polarisation, et l'on obtient pour le réseau *carré* : $V^I_{off} = 0.39\frac{Ne}{2C}$ [49] ou $V^V_{off} = \frac{1}{2}\frac{Ne}{2C}$ [43]. Une récente étude de Wahlgren *et al.* [50] a montré le passage de la loi globale à la loi locale dans des petits systèmes de JJ, lorsque la polarisation augmente.

Nous utiliserons la tension d'offset afin d'estimer la capacités des jonctions de nos échantillons (cf section 4.2). A forte polarisation, nous obtenons une tension d'offset correspondant à la loi locale :

$$V_{off} = N\frac{e}{2C} \tag{1.37}$$

**Tension de seuil :** Cette tension caractérise l'amplitude du *gap de Coulomb* du réseau. Si la tension appliquée est inférieure à $V_t$ (à T=0) aucun courant ne circule dans le réseau. Bakhvalov *et al.* [43] prédisent une tension seuil correspondant à l'énergie nécessaire pour faire entrer une charge dans le réseau. Si $V < V_t$, la charge reste sur le bord, dans les électrodes. Dans les réseaux carré de JJ à l'état normal, pour une polarisation asymétrique[15], la tension seuil est donnée par : $V_t = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)\frac{e}{4\sqrt{CC_0}}$ si $C \gg C_0$ et $V_t = \frac{e}{2C_0}$ si $C \ll C_0$. Cette valeur n'a cependant pas été vérifiée expérimentalement [45, 46, 51, 52], bien que l'ordre de grandeur soit validé. Ces prédictions ne prennent pas en compte les effets du désordre induit par les offsets de charges.

Middleton et Wingreen [53] ont quant à eux pris en compte ces effets. Le résultat majeur de cette étude est l'augmentation de la tension de seuil avec le désordre. La largeur du gap de Coulomb, c'est à dire $V_t$, est proportionelle à la longueur du réseau, en présence de potentiels aléatoires sur les îles. Dans l'estimation de Bakhvalov [43], le blocage de Coulomb du réseau est un effet de bord. Middleton et Wingreen ont montré qu'en présence

[13] La tension seuil est notée $V_t$ ("*threshold voltage*") dans la littérature. Je reprends ici cette notation.

[14] La polarisation des îles va être modifiée par le passage de l'électron.

[15] Si le réseau est polarisé symétriquement, la tension seuil est deux fois plus importante.

de désordre, le réseau perd sa symétrie et un électron entrant dans le réseau est piégé dans un minimum local induit par le désordre. La propagation des électrons à travers du réseau se fait donc par étapes. Pour une tension $V < V_t$, des électrons pénétrent dans le réseau par une des électrodes sur une certaine distance définissant ainsi une interface. Cette interface progresse lorsque le tension augmente et que d'autres électrons entrent dans le réseau. La tension de seuil est définie comme la tension pour laquelle cette interface a traversé le réseau. Les prédictions issues de ces simulations numériques donnent une loi de variation de la tension de seuil : $\bar{V}_t = \alpha(C/C_0)Ne/C$ avec N, la longueur du réseau, et $\alpha(\Lambda^2)$ une fonction de $\Lambda$. Elle est constante, égale à 0.5 et 0.332 à 1D et 2D respectivement, dans la limite $C \ll C_0$ (c'est à dire pour des interactions à courte portée). Dans la limite opposée, $C \gg C_0$, la tension de seuil est donnée pour les réseaux 1D[16] par :

$$V_t = 0.1N\frac{e}{C} \tag{1.38}$$

Ces prédictions ont été vérifiées à 1D [54] et à 2D [51, 52] dans le régime normal avec notamment la variation linéaire de cette tension avec la taille du réseau.

Cependant, à ma connaissance, aucune théorie n'a été développée pour le cas supraconducteur. Une extrapolation des résultats sur les réseaux normaux par Tighe *et al.* [46] prévoit une tension de seuil deux fois plus grande pour l'injection d'une paire de Cooper que pour l'injection d'une quasi-particule : $V_t^{s,2e} = 2V_t^n$. Une autre possibilité est la brisure d'une paire de Cooper, suivie de l'entrée de deux quasi-particules. La tension d'offset attendue est alors : $V_t^{s,e} = \Delta\sqrt{\frac{C}{C_0}} + V_t^n$ (dans le cas d'une polarisation asymmétrique en suivant les arguments de [43]). Ces estimations n'ont pas été vérifiées jusqu'ici. Cependant, les oscillations de la tension de seuil avec le champ magnétique [45], de période égale au quantum de flux supraconducteur, semblent montrer que l'injection de paires de Cooper domine dans les réseaux de JJ à bas champ magnétique.

## 1.4 Le régime quantique : $E_J \sim E_c$

### 1.4.1 Les vortex comme particules quantiques

Dans le régime quantique, si $E_J$ est supérieur à $E_c$, les fluctuations de phase influencent la dynamique des vortex. Le modèle présenté à la section 5.2 décrit la dynamique des vortex dans la limite de faibles fluctuations. Les vortex se comportent alors comme des particules quantiques macroscopiques [17] [55, 56, 57, 58]. Les niveaux d'énergie dans le potentiel de piégeage sont quantifiés avec une énergie de point zéro de l'ordre de $\frac{1}{2}\nu\hbar\omega_{p,v}$,

[16] Aucune prédiction n'existe pour les réseaux 2D avec une interaction à longue portée.

[17] Les vortex sont une variable qui décrit l'état collectif d'un grand nombre d'électrons : c'est donc une variable macroscopique.

en analogie avec le comportement d'une jonction unique. La constante $\nu$ dépend de la géométrie du réseau[18], elle est égale à 1 pour le réseau *carré* et $\sqrt{2/3}$ pour le réseau triangulaire [59]. Exprimée en terme d'énergie Josephson et de Coulomb, on obtient $\hbar\omega_{p,v} = \sqrt{8\gamma E_J E_c} = \sqrt{8E_b E_c}$. Ces fluctuations tendent à réduire le courant de dépiégeage [60] ainsi qu'à augmenter la résistance linéaire. Une saturation de la résistance a été observée à basse température dans de nombreux groupes [60, 29, 61, 62]. La masse des vortex devient alors très faible, le passage d'un vortex par effet tunnel est alors possible d'un creux de potentiel à l'autre [61, 62]. Ce phénomène est couramment nommé MQT pour "Macroscopic Quantum Tunneling" en analogie avec la dynamique de la phase dans une jonction unique [12]. Il apparait à une température, appelée température de *crossover* ($T_{cr}$), pour laquelle les fluctuations thermiques deviennent faibles devant les fluctuations quantiques[19] :

$$k_B T_{cr} = \frac{\sqrt{8E_b E_C}}{2\pi} \tag{1.39}$$

La valeur critique de saturation, $R_c$, peut être estimée par analogie avec le problème de la jonction unique [63], dans un réseau *carré* pour un amortissement modéré [12] :

$$R_c \approx 140 R_Q f \sqrt{S} e^{-S} \tag{1.40}$$

$$\text{avec l'action} \qquad S = \sqrt{0.95\frac{E_b}{E_c}}\left(1 + \frac{0.87}{\sqrt{\beta_{c,v}}}\right)$$

Cette résistance critique est proportionnelle à $f$ mais la dépendance en champ magnétique apparait également dans l'expression de l'énergie de barrière, $E_b = \gamma(f).E_J$. Cependant dans la limite d'une faible frustration ($f \approx 0$), on peut faire l'approximation de vortex isolés. D'autre part, dans le cas d'une forte dissipation ($\beta_{c,v} \ll 1$), la résistance critique diminue fortement : l'amortissement supprime le MQT et repousse $T_{cr}$ à plus basse température. Une étude détaillée de la valeur de saturation $R_c$ dans le groupe de Chalmers [62] a montré la variation en $\sqrt{E_J/E_c}$ mais également la diminution de $R_c$ avec la taille du réseau. La comparaison des mesures [60, 29, 61, 62] avec les prédictions 1.40 montre systématiquement une valeur mesurée inférieure aux valeurs données par l'analogie d'une jonction unique y compris dans le cas où la résistance effective considérée est $r_n$.

Une explication possible serait que les vortex ne se déplacent pas comme des objets rigides. Cependant jusqu'à ce jour aucune conclusion définitive n'a été tirée sur la validité

[18] $\frac{1}{2}\hbar\omega$ correspondant à l'approximation d'un potentiel quadratique

[19] Lorsque la probabilité de passage d'un vortex par activation thermique devient inférieure à la probabilité de passage par effet tunnel, la résistance sature et ne dépend plus de la température.

du modèle de la jonction unique ou d'autres modèles comme le passage collectif de vortex par effet tunnel.

Le mouvement des vortex par effet tunnel est une des manifestations du caractère quantique des vortex, mais d'autres expériences du groupe de Delft ont mis en évidence cette caractéristique comme l'effet Aharonov-Casher [64], les oscillations de Bloch des vortex [65], la formation d'un isolant de Mott [66, 67] ou encore la localisation des vortex par le désordre [68].

### 1.4.2 Dualité vortex-charge : transition Supraconducteur-Isolant

Nous avons vu précédemment que la dynamique des réseaux de JJ est décrite par le mouvement des vortex dans la limite $E_J \gg E_c$ et $r_n \ll R_Q$, et par le mouvement des paires de Cooper dans la limite $E_c \gg E_J$ et $r_n \gg R_Q$. Nous allons décrire ici la dualité entre ces deux dynamiques dans la limite où les quasi-particules sont ignorés et les fluctuations quantiques tant de la phase que de la charge sont négligées.

Considérons un réseau de JJ dans lequel la densité de vortex est $n_v$ et la densité de paires de Cooper est $n_c$. Le mouvement des charges le long du réseau crée un courant entre les deux électrodes :

$$I = 2e\dot{n}_c$$

Le flux de paires de Cooper exerce alors une force sur les vortex perpendiculairement à la direction de propagation des paires de Cooper. Le mouvement des vortex induit donc une différence de potentiel aux bornes du réseau :

$$V = \Phi_0 \dot{n}_v$$

La résistance de l'échantillon sera donnée par :

$$R_0 = \frac{V}{I} = \frac{\Phi_0}{2e}\frac{\dot{n}_v}{\dot{n}_c} = R_Q \frac{\dot{n}_v}{\dot{n}_c} \tag{1.41}$$

Si les vortex sont appariés (c'est à dire $T < T_{KTB}$) ou piégés par le couplage Josephson, $\dot{n}_v$ sera nulle annulant ainsi la résistance. On est dans le cas supraconducteur. Si maintenant les paires de Cooper sont localisées (du fait de l'interaction coulombienne ou qu'elles sont appariées), alors $\dot{n}_c = 0$ et la résistance diverge : le réseau est isolant [69]. Comme nous l'avons vu dans la section 5.2, la présence d'un vortex dans une cellule impose une variation de la phase des îles alentour, créant donc un courant de paires de Cooper autour de la cellule. Le nombre de charges par île est alors indéfini alors que la phase de celle-ci est connue avec précision. Dans la limite inverse, la localisation d'une charge sur une île induit la délocalisation de la phase des îles environnantes. On peut voir cette situation comme un

courant de vortex tournant autour de la charge localisée [69]. La compétition entre un ordre de phase et un ordre de charge résulte de la dualité charge-vortex. La transition entre ces deux ordres à $T = 0$ est une transition de phase quantique S-I (Supraconducteur-Isolant), comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants.

Dans la limite d'une longueur d'écrantage électrostatique, $\Lambda$, infinie ($C_0 \to 0$), l'interaction entre charges sera logarithmique sur l'ensemble du réseau. Ceci implique une parfaite dualité entre charge et vortex :

- si $E_J \gg E_c$, les vortex subissent une transition KTB à la température $T_{KTB}^{(0)}$. Lorsque l'énergie de Coulomb augmente, les fluctuations quantiques de la phase réduisent la température de transition KTB [70] :

$$T_{KTB} \approx T_{KTB}^{(0)} \left[ 1 - \frac{4}{3\pi\alpha z} \frac{E_c}{E_J} \right] \qquad \text{si } C \gg C_0 \tag{1.42}$$

  $z$ étant la coordinance des îles et $\alpha$ le facteur dû à la topologie dans la transition KTB. Cette transition sépare une phase résistive d'une phase supraconductrice.

- si $E_c \gg E_J$, les paires de Cooper subissent une transition KTB à la température $T_{KTB,ch}^{(0)}$. Les fluctuations quantiques induites par le couplage Josephson réduisent également la température de transition [71] :

$$T_{KTB,ch} \approx T_{KTB,ch}^{(0)} \left[ 1 - 0.98 \left( \frac{E_J}{E_c} \right)^2 \right] \tag{1.43}$$

  Pour des températures supérieures à $T_{KTB,ch}$, le réseau est conducteur. A basse température, des dipôles charges-anticharges se forment, le réseau est un isolant de Mott [69].

Ces deux températures s'annulent pour un rapport $x = E_J/E_c$ critique appelé point self-dual. Il sépare les phases supraconductrice et isolante à $T = 0$. Fazio et Schön [71] ont déterminé $(E_J/E_c)_{\text{self-dual}} = 2/\pi^2$. Cependant dans les systèmes réels, la dualité charge-vortex n'est pas parfaite et le point critique est déplacé par une facteur $a_c$ :

$$(E_J/E_c)_{cr} = a_c (E_J/E_c)_{\text{self-dual}}$$

Ce coefficient numérique, $a_c$, est un peu plus grand que 1 d'après [71]. Ce décalage peut-être interprété comme l'influence des constantes diélectriques des deux transitions KTB[20]. Malgré ce facteur correctif, les propriétés de la transition ne sont pas affectées [71]. Diverses études se sont portées sur l'estimation de ce rapport critique. L'expérience

[20] Les propriétés de ces deux systèmes diffèrent à courte portée, entrainant une différence de constante diélectrique.

semble montrer que la transition se passe à $(E_J/E_c)_{cr} = 0,6$, cependant aucune étude théorique n'a, à ma connaissance, déterminé ce facteur. Suivant les arguments utilisés, les estimations varient de 0,23 [71, 72] à 0,51 [48] en passant par 0,36 [70]. Les mesures du groupe de Delft [60] (cf diagramme 1.4) montrent une transition pour $(E_J/E_c)_{cr} = 1,7$. Ces mesures sont en accord avec les études antérieures et postérieures [73, 74, 51, 52].

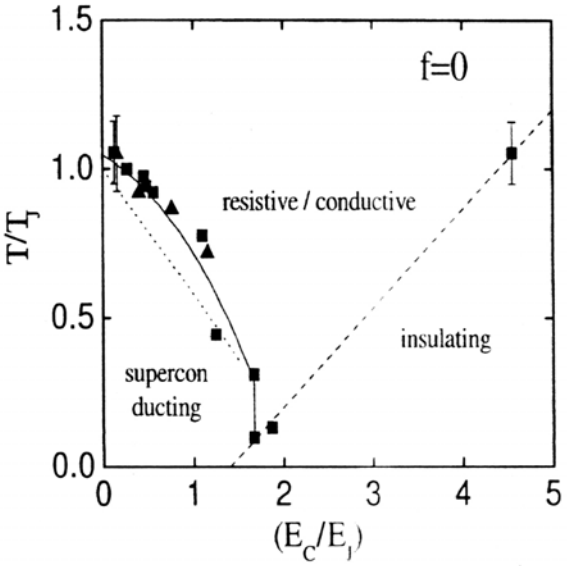


Fig. 1.4: Diagramme de phase des réseaux *carré* et *triangulaire* à $f = 0$ d'après les mesures de Vant der Zant *et al.* [60].

D'autre part, la dissipation joue un rôle important dans la transition MI [71]. Diverses expériences ont en effet montré que cette transition était repoussée à des valeurs de $E_J/E_c$ plus faible lorsque la dissipation était accrue [75, 76].

Exactement sur le point critique, $x_{cr} = (E_J/E_c)_{cr}$, le système n'est ni supraconducteur, ni isolant à $T = 0$. Les vortex et les paires de Cooper sont présents dans le réseau à part égale : $\dot{n}_v = \dot{n}_c$ (un vortex se déplace si une charge se déplace et inversement). La résistance par carré correspond à la valeur universelle[21] :

$$R(T = 0) = R_Q = 6.45k\Omega$$

Cette transition S-I a été largement étudiée dans les films 2D supraconducteurs [78, 79]. Dans ces systèmes, la résistance séparant le régime supraconducteur du régime isolant à température finie est de l'ordre de $R_Q$. Cette valeur n'a jusqu'à présent pas été confirmée dans les réseaux de JJ [73, 80, 60, 74]. Une étude théorique de Ferrell [81] prédit une

[21]Plus rigoureusement, les vortex ne se déplacent pas perpendiculairement aux charges, la somme vectorielle de la résistance par carré est universelle [77] : $(\rho_{xx})^2 + (\rho_{xy})^2 = R_Q^2$

variation de la résistance critique avec la coordinance des îles[22], cependant ces prédictions n'ont jusqu'à ce jour pas été confirmées expérimentalement.

La transition S-I peut également être induite par le champ magnétique. En effet dans le régime quantique, pour $x < x_{cr}$, le champ magnétique affaiblit le couplage supraconducteur. La symétrie entre vortex et anti-vortex est brisée par la présence de vortex excédentaire. Une transition Métal-Isolant (M-I) apparaît alors pour une frustration critique, $f_c$. Cet effet existe également dans les films supraconducteurs 2D. Cependant la différence majeure est l'existence de transitions S-I autour de plusieurs frustrations commensurables avec la géométrie du réseau de JJ et la périodicité de ces transitions. En effet, dans ces systèmes, le potentiel dans lequel évoluent les vortex est périodique, contrairement aux films 2D, où le potentiel est aléatoire.

[22] $R_{cr} = R_Q z\sqrt{3}/8$

# 2

# Nanofabrication

L'étude expérimentale de réseaux supraconducteurs à basse température est nécessairement précédée par la fabrication de ces échantillons. Nous avons pour cela utilisé les techniques standards employées en micro-électronique. Lors de mon arrivée au laboratoire, les procédés de lithographie pour réaliser les réseaux de fils étaient couramment employés. En revanche, seul un procédé bicouche pour réaliser de grandes jonctions était en fonctionnement. Mes premiers mois de thèse ont donc été dédiés à l'élaboration d'un procédé bicouche à masque fin au laboratoire.

Par la suite, un contrat avec le CEA-LETI par l'intermédiaire de la plateforme PLATO m'a permis d'accéder au masqueur électronique LEICA VB6-HR pour lequel j'ai transféré le procédé développé au laboratoire. La lithographie est réalisée sur des substrats de silicium de 8 pouces de diamètre (dimension standard de l'industrie de la microélectronique). J'ai adapté l'ensemble du processus à l'organisation industrielle du LETI. Chaque test a fait l'objet d'un carnet de lot, approuvé par les différents intervenants. Ce carnet permet de suivre les étapes de fabrication : fourniture des substrats, marquage, nettoyage, couchage des résines, insolation électronique et livraison. Je me suis donc adaptée à cette méthode de travail. Celle-ci peut nous paraître assez lourde compte-tenu de la grande souplesse que nous connaissons dans la salle blanche du CRTBT, mais elle est indispensable pour une gestion efficace de lots industriels.

La réalisation de jonctions tunnel nécessite d'autre part le contrôle des paramètres d'oxydation de l'aluminium. J'ai donc étalonné les conditions d'oxydation sur le bâti ultra-vide au CRTBT.

La première partie de ce chapitre est consacrée aux différentes techniques de nanofabrication utilisées pour la réalisation des échantillons. Je détaillerai par la suite plus précisemment le processus suivi pour chaque type de réseau.

## 2.1 Les techniques de nanofabrication

### 2.1.1 Les résines

Les résines sont très largement utilisées en lithographie. L'insolation de ces polymères par un faisceau d'électrons ou un rayonnement UV induit une modification structurale des chaînes. Il existe deux types de résines : positives ou négatives. Les régions insolées d'une résine positive se dissolvent dans un solvant adapté, appelé développeur. Dans une résine négative, ce sont les zones non-insolées qui s'en vont. Nous avons utilisé ici uniquement des résines positives. Pour celles-ci, le rayonnement casse les chaines de polymères. Les chaines de poids moléculaire plus faible se dissolvent ensuite préférentiellement dans le développeur.

Les résines diluées dans un solvant sont étalées sur le substrat par rotation. Le solvant est ensuite évacué par un recuit. Le dépot ainsi obtenu est fin et homogène. Le paramètre contrôlant l'épaisseur est la vitesse de rotation, $\omega$. On obtient un dépôt inversement proportionnel à $\sqrt{\omega}$. Les autres paramètres importants sont la viscosité du mélange, la concentration en résine et le poids moléculaire. Ce jeu de paramètres permet d'obtenir des couches de 10 nm à plusieurs $\mu$m.

L'homogénéité de la couche dépend surtout de la géométrie du substrat. Plus la plaque est ronde plus l'étalement sera homogène. La résine tend à former des sur-épaisseurs dans les angles. D'autre part, sur des substrats de grand diamètre, comme les plaques de silicium 8 pouces (200mm de diamètre), utilisées au CEA-LETI, l'obtention d'un étalement homogène nécessite un grand nombre de précaution : l'accélération, le temps et l'atmosphère sont des paramètres critiques. Ce point sera détaillé dans la sous-section 2.1.4, dédiée au développement du procédé bicouche au LETI.

Le PMMA (Poly-Méthyl-Méta-Acrylate) est une des premières résines utilisées en lithographie électronique. Cette résine permet d'obtenir des motifs hautement résolus (jusqu'à quelques nm [82]). Nous utilisons également un mélange de PMMA avec son dérivé acide (Poly-Méthyl-Méta-Acrylic-Acide). Ce copolymère est plus couramment nommé PMMA/MAA. La différence entre le PMMA et le PMMAA est leur sensibilité au rayonnement (le PMMAA étant beaucoup plus sensible). Nous avons également utilisé une résine UV3 Shipley. Elle est très sensible à l'insolation électronique (quelques $\mu C.cm^{-2}$) cependant sa résolution (quelques dizaines de $nm$) est inférieure à celle du PMMA.

Pour la lithographie optique, nous avons utilisé une résine de la marque Shipley, S1818. Cette résine positive est très sensible au rayonnement ultra-violet ($35mJ.cm^{-2}$). Le temps d'exposition est de 16 $s$ dans notre cas.

### 2.1.2 L'insolation

Les méthodes d'exposition couramment employées sont la lithographie électronique, où un faisceau d'électrons collimaté vient insoler la résine, et la lithographie optique, pour laquelle un rayonnement ultra-violet (UV) est projeté à travers un masque sur la résine.

La lithographie optique permet de réaliser des circuits sub-microniques sur de grandes surfaces (plusieurs $cm^2$). Le temps d'insolation est relativement court : quelques minutes pour une plaque de silicium 8 pouces, quelle que soit la densité de motif. La limite de résolution de la lithographie optique est donnée par le critère de Rayleigh. Les lignes les plus fines sont alors de l'ordre de la longueur d'onde du rayonnement. Le défaut majeur de cette technique réside dans le fait qu'elle nécessite un masque. Le prix et le temps de réalisation d'un de ces masques font de la lithographie optique une méthode peu flexible.

La lithographie électronique, en revanche, ne nécessite pas de masque. La programmation du déplacement du faisceau électronique permet de réaliser des structures très variées avec une grande souplesse. La limitation de résolution intrinsèque de cette technique est la taille du faisceau, mais également la rétrodiffusion des électrons par le substrat ainsi que les électrons secondaires excités dans la résine elle-même qui augmentent la taille effective du faisceau dans la résine. Le diamètre du faisceau peut être inférieur à 10 nm. Il est également possible d'insoler de grandes surfaces avec un masqueur électronique, mais le temps d'exposition est beaucoup plus long qu'en lithographie optique.

Pour réaliser les échantillons étudiées dans cette thèse, nous avons utilisé le masqueur électronique LEICA VB6-HR du CEA-LETI. Un masqueur est équipé d'une platine interférométrique permettant de placer le substrat sous le canon à électron avec une très grande précision. Le réalignement entre les zones insolées est meilleur que 20 $nm$. La tension d'accélération des électrons est de 50 $kV$, le courant du faisceau typiquement de 1 $nA$. Dans ces conditions, le diamètre du faisceau est d'environ 10 $nm$.

Les plots de contact des échantillons étudiés par des mesures de transport (réseaux de fils d'Aluminium et réseaux de jonctions Josephson), ont été réalisés en lithographie optique avec un microscope Zeiss (puissance 150 $W$). Cette technique nous permet d'aligner les plots sur l'échantillon à 10 $\mu m$ près.

### 2.1.3 Les procédés "lift-off"

Après insolation et développement des résines, la métallisation de l'échantillon (cf sous-section 2.1.5) permet de déposer des structures métalliques sur le substrat. On appelle "lift-off" l'étape consistant à dissoudre dans un solvant la résine restant. Le métal déposé par-dessus est entrainé, les structures sont alors dégagées.

On appelle plus généralement procédé "lift-off" l'ensemble de ces étapes de fabrication.

### 2.1.4 Le procédé bicouche pour le "lift-off"

Ce procédé a été développé à la fin des année 70 par Dolan [83, 84] pour réaliser de petites jonctions supraconducteur-isolant- supraconducteur (SIS). Couplé à des évaporations sous angles, il permet un auto-alignement de motifs avec une précision d'une dizaine de nm.

Cette bicouche de résine est constituée d'une couche inférieure de polymère et d'une couche supérieure, moins sensible à l'exposition et généralement plus fine. Après insolation et développement, la couche inférieure présente un retrait par rapport au masque supérieur. Le retrait sera d'autant plus important que la sélectivité par rapport au développeur sera élevée entre les deux couches. Il est ainsi possible de réaliser des ponts de résine suspendus (cf Fig 2.7) sous lesquels des jonctions seront déposées par évaporation sous angle.

Il existe une dérivation de ce procédé permettant de réaliser des jonctions par auto-alignement. Il s'agit d'un procédé composé de trois couches : une couche inférieure de polymère, puis ce qui constitura le masque rigide, quelques $nm$ de Ge par exemple, et enfin une autre couche de résine dans laquelle sera inscrit le motif initial. Un avantage du procédé bicouche par rapport au tricouche est sa simplicité. Le nombre d'étapes de fabrication est en effet plus restreint. Après le dépot des deux résines, l'échantillon est exposé au rayonnement, puis développé. Dans un procédé tricouche, il faut également évaporer le masque rigide entre les deux couches de polymère. Après insolation et développement de la couche supérieure, le masque doit être gravé par RIE (Reactive Ion Etching) de même que la résine inférieure. Ce découplage entre la gravure du masque et celle de la couche inférieure permet une maîtrise totale des retraits contrairement au procédé bicouche où la définition du masque et du retrait sont simultanés. Un autre avantage du tricouche vient de la rigidité de son masque et de sa conductivité, pour l'insolation sur des substrats isolants par exemple, les charges sont ainsi évacuées évitant les effets de charge.

Nous avons choisi le procédé bicouche pour sa simplicité mais également pour la qualité des jonctions ainsi réalisées. L'observation des fonds de gravure au Microscope Electronique à Balayage (MEB) montre que la gravure sèche du tricouche laisse des résidus sur le substrat, alors que la gravure humide utilisée dans le bicouche semble plus isotrope et homogène.

Ce procédé est maîtrisé au CRTBT depuis plusieurs années pour la fabrication de grandes jonctions (quelques 0,2 $\mu m^2$). La réalisation de petites jonctions Josephson m'a conduite à développer un procédé utilisant un masque de PMMA fin (75 $nm$). De plus la nécessité d'obtenir des réseaux de grande taille avec un réalignement de motifs de 150 $nm$, nous a amené à collaborer avec le CEA-LETI par la plateforme PLATO afin d'utiliser leur masqueur électronique LEICA VB6-HR. J'ai donc adapté le procédé à la salle blanche

du LETI (travail sur substrats de 200 $mm$ de diamètre (8 pouces)). Le procédé utilisé est consigné en annexe (cf Annexe C.2). La résine inférieure est un copolymère, PMMA/MAA, constitué à 33% de PMMA et dilué à 6% dans de l'éthyl-lactate. Son épaisseur de 320 $nm$ est homogène sur la plaque jusqu'à environ 1 $cm$ du bord. Cette homogénéité est obtenue dans des conditions précises d'étalement. L'accélération de 4000 tour/min est la valeur la plus élevée autorisée par la tournette *Karlsuss* pour des substrats de 8 pouces. De plus le temps d'étalement est fortement augmenté (120 $s$ contre 30 $s$ sur des substrats de 2 pouces) et pour finir l'utilisation d'une cloche sur la plaque saturant l'atmosphère en solvant permet de gagner quelques $cm$ d'homogénéité suplémentaires. La résine supérieure est un PMMA de poids moléculaire 950K, dilué à 2% dans de l'éthyl-lactate. Sa faible viscosité (7.8 $mPa.s$ contre 56 $mPa.s$ pour le PMMA/MAA) permet d'obtenir un étalement homogène pour un temps plus court (60 $s$).

Nous avons choisi un masque fin (75 $nm$) pour obtenir des fils plus homogènes par évaporation sous angle. La subtilité de ce procédé réside dans le développement. En effet, plus la couche de résine est fine plus elle sera sensible (dose nécessaire plus faible). Ainsi en réduisant l'épaisseur de la couche de PMMA, la sélectivité entre le masque et la résine inférieure est devenue relativement faible vis-à-vis d'un développement standard. J'ai donc adopté un développement en plusieurs étapes. Après insolation (environ 450 $\mu C.cm^{-2}$), le développement se déroule en trois étapes. Tout d'abord 30 $s$ dans un mélange à 1 volume de MIBK (Méthyl-Iso-Butyl-Ketone) pour 3 volumes d'IPA (Isopropanol), ouvre la résine supérieure et développe également le copolymère. Le deuxième mélange est composé de 2 volumes d'Ethanol pour 1 volume d'IPA, pendant 1min30. Il dégage des retraits dans la résine inférieure. Ensuite, 2min dans de l'IPA pur avec des ultra-sons, permet de nettoyer les fonds de gravure en évacuant les résidus. Cette recette est optimale pour des réseaux bidimensionnels avec une grande densité de motifs. Dans le cas de motifs isolés, les effets de proximité dus aux électrons rétrodiffusés sont plus faibles, diminuant ainsi la dose effective du copolymère et donc les retraits. La dose nécessaire est alors plus élevée. Le PMMA insolé est très sensible au premier bain de même que le copolymère. Le MIBK est dilué dans de l'IPA afin d'augmenter le temps de développement car le PMMA n'est pas développé par l'isopropanol pour les doses d'insolation utilisées. En effet un développement de quelques secondes ne permet pas une bonne reproductibilité des procédés pour des raisons "humaines"[2]. Le copolymère est en revanche développé par les alcools (isopropanol, éthanol, méthanol). La dose nécessaire est d'autant plus faible que la chaine est courte [85]. Les retraits peuvent donc être accrus en augmentant le temps de développement dans le mélange Ethanol-IPA ou en augmentant la quantité d'Ethanol par rapport à l'IPA. Je

[2]Les temps de trempe et de séchage sont reproductibles à 2 ou 3 s près.

n'ai pas testé le méthanol en raison de sa toxicité.

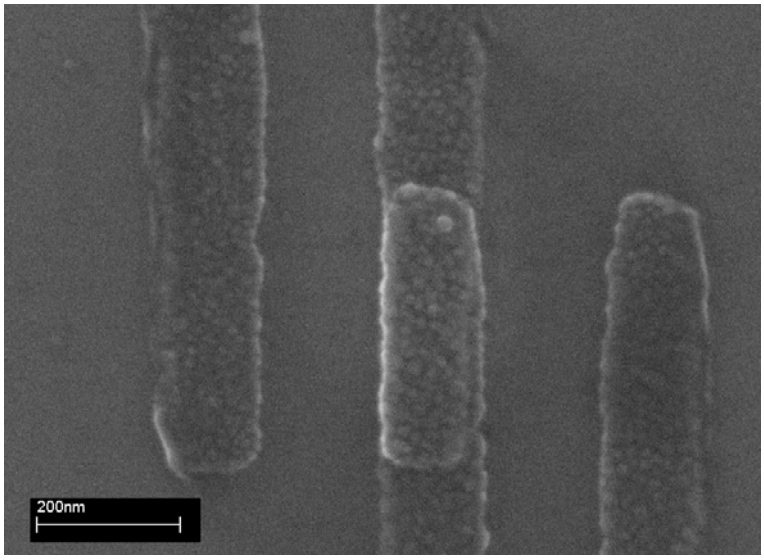


FIG. 2.1: Photographie électronique d'une jonction $Al/Al_2O_3/Al$ réalisée par le procédé bicouche. Le recouvrement des électrodes est de 150 nm par 400 nm. On distingue de part et d'autre des électrodes des résidus de résines non solvables dans les différents solvants testés.

La figure 2.1 montre une jonction $Al/Al_2O_3/Al$ réalisée par évaporation sous angle à travers un bicouche de résine. On remarque de part et d'autre des électrodes des résidus de résine. Le retrait de la résine n'est pas complet et de telles marques sont observées sur nos échantillons depuis quelques mois. Les spécifications du fabricant indiquent une durée de vie des résines de 6 mois après ouverture. Il se peut que la dissolution de la résine dans les différents solvants testés[3] soit incomplète en raison d'un vieillissement. A ce jour, ce problème n'est pas résolu.

Le procédé développé au LETI permet de réaliser aisément des jonctions de 0,01 à 0,02 $nm^2$. Nous n'avons pas tenté de "pousser" les limites de résolution, cependant un rapide test au CRTBT a montré qu'il est possible de réaliser des jonctions de 0,0025 $nm^2$. La limitation majeure est alors la taille du faisceau d'électron.

### 2.1.5 Les dépôts métalliques

Trois techniques de dépôt de couches minces sont habituellement utilisées : les dépôts thermiques, les dépôts par canon à électrons et la pulvérisation ("sputtering"). Nous avons utilisé ici les deux premières techniques.

Les dépôts les plus sensibles concernent la partie active des échantillons, c'est à dire les réseaux de fils ou de jonctions. Ils ont tous été réalisés dans un bâti ultra-vide. La pression de base y est de $10^{-10}$ Torr, elle monte à quelques $10^{-9}$ Torr pendant le dépôt. La

[3]acétone 20°C et 35°C, solvant EKC, trichloréthylène, acétate de cellosolve 62°C

cible est ici fondue localement par un faisceau d'électron focalisé de haute énergie. Deux porte-substrats sont disponibles : un porte-substrat chauffant pour épitaxier le niobium à 550°C, et un porte-substrat rotatif permettant d'évaporer les métaux sous angle afin de réaliser des jonctions Josephson par exemple (cf Fig. 2.7).

Nous avons également utilisé d'autres bâtis de dépôts pour les zones moins sensibles comme les plots de contacts, les grilles électrostatiques ou encore les grilles des CMOS étudiées dans l'Annexe 1. La pression y est plus élevée ( de $10^{-6}$ à $10^{-7}$ Torr). Dans ces bâtis, la charge est contenue dans un creuset dans lequel passe un fort courant. La cible métallique est fondue par effet Joule : ce sont des dépôts thermiques.

### 2.1.6 La gravure ionique réactive (RIE)

Les échantillons utilisés pour l'imagerie magnétique par décoration de Bitter sont des réseaux de filaments de niobium. Du fait du fort caractère réfractaire de ce métal, il n'est pas possible de l'évaporer à travers un masque de résine classique. D'autre part le contraste magnétique dépendant fortement de la qualité des fils, nous avons épitaxié le Nb sur un substrat de saphir. Les fils doivent donc être gravés dans une couche de 200nm prélablement déposée.

Pour cela, nous utilisons la gravure ionique réactive (RIE) à travers un masque d'Aluminium. Cette méthode de gravure physico-chimique combine une grande sélectivité chimique à la directivité de la gravure par plasma. La gravure du $Nb$ est réalisée dans un système MG 200 PLASSYS. Un gaz $SF_6$ combiné à une radio-fréquence de 13 $MHz$ produit un plasma très réactif. La vitesse de gravure est étalonnée en fonction de la température, de la puissance de la RF, de la pression et du flux de gaz. Les paramètres utilisés sont typiquement :

- P=$2.10^{-2}$ $mbar$
- flux de 20 $scc/min$
- puissance de 20 $W$.

La vitesse de gravure est alors de 3 $nm/s$ pour le Nb et 5 $nm/s$ pour le Si. Cette vitesse peut être réduite en introduisant une plaque tampon de Si dans le bâti pendant la gravure. Le Nb est alors gravé entre 1,5 et 2 $nm/s$ de manière reproductible. D'autre part, la présence du Si augmente l'anisotropie de la gravure, définissant des flancs plus abruptes.

### 2.1.7 L'oxydation des barrières tunnel

Les barrières tunnel des réseaux de jonction Josephson sont réalisées par oxydation de l'aluminium des électrodes. L'Aluminium forme naturellement un oxyde isolant en présence

d'oxygène, l'alumine ($Al_2O_3$). L'épaisseur de cette barrière est typiqement de l'ordre de 1 nm.

Le bâti Ultra-Vide dont nous disposons est équipé d'une chambre de préparation. L'aluminium de la première électrode de 200 $\AA$ d'éapisseur y est oxydé. Un circuit d'oxygène pur, schématisé sur la figure 2.2, permet d'injecter une pression contrôlée dans la chambre de préparation. Après le dépôt de la première électrode à travers le masque de résine, l'échantillon est donc transféré dans la chambre d'oxydation. La pression y est de quelques $10^{-7}$ mbar. Un vanne pneumatique permet alors d'isoler le circuit de pompage. Une pression statique d'oxygène est introduite. Les pressions utilisées sont de l'ordre de quelques $10^{-3}$ à quelques $10^{-2}$ mbar. Le temps de montée en pression est de quelques secondes. Le temps d'oxydation varie de 30 s à 10 min. Pour des temps trop long (supérieurs à 10 min), l'épaisseur d'oxyde sature [86]. A la fin du temps d'oxydation, la chambre est repompée jusqu'à quelques $10^{-7}$ mbar. On atteint une pression d'un ordre de grandeur plus faible que la pression d'oxydation de quelques secondes à une minute après la fin du temps d'oxydation en fonction de la quantité d'oxygène utilisée. L'échantillon peut ensuite être transféré dans le bâti ultra-vide, où l'on dépose la deuxième électrode.

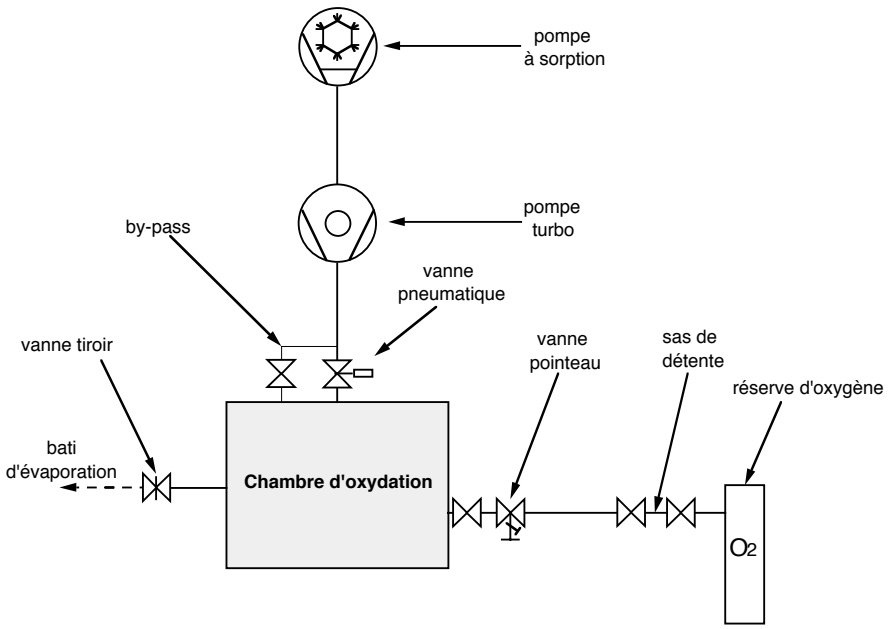


FIG. 2.2: Schéma du circuit de contrôle de la pression d'$O_2$ durant l'oxydation des JJ. La partie droite représente l'injection d'$O_2$ dans le sas (chambre d'oxydation). Le sas est ensuite pompé par un système composé d'une pompe primaire à sorption et d'une pompe secondaire turbomoléculaire. Une vanne tiroir isole le sas du bâti ultra-vide.

La dépendence $R(P_{O_2})$ et $R(T_{oxyd})$ semble linéaire dans la gamme de pression et de température utilisée (cf Fig. 2.3). La comparaison de ces résultats avec les différents laboratoires utilisant également des jonctions $Al/Al_2O_3/Al$ nous montre que nos jonctions sont

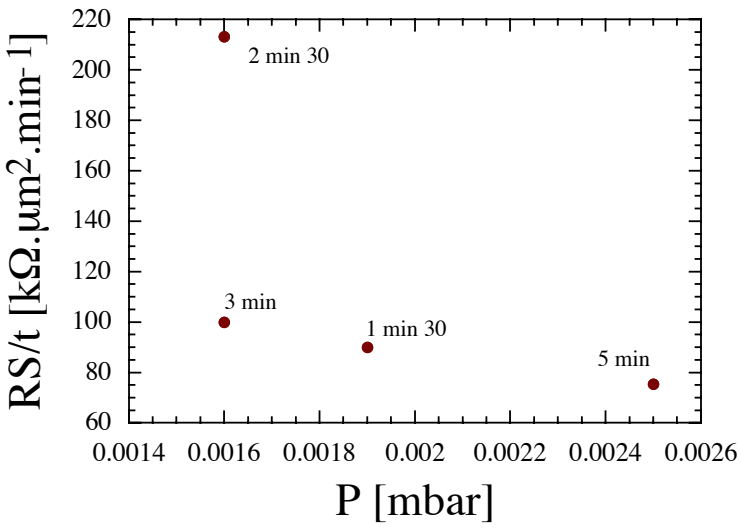


FIG. 2.3: Diagramme de la transparence des barrières tunnel en fonction des conditions d'oxydation pour les différents échantilllons caractérisés à basse température.

plus résistives de deux ordres de grandeur par rapport aux autres équipes, à paramètres d'oxydation équivalents. La présence de vapeur d'eau dans la chambre d'oxydation pourrait expliquer l'accélération du processus d'oxydation, cependant l'étuvage de la chambre d'oxydation ne montre aucun changement sur l'opacité des jonctions. Une autre cause de cet écart pourrait être une mauvaise qualité d'$Al$. Bien que les températures critiques mesurées (entre 1,3 K et 1,55 K) soient typiques pour un fin dépôt, l'observation des filaments d'$Al$ au MEB montre en effet une forte densité de grains (d'environ 25 $nm$ de diamètre).

## 2.2 Les échantillons

### 2.2.1 Les réseaux de fils supraconducteurs

Nous avons étudié deux types de réseaux de fils supraconducteurs : des réseaux d'Aluminium pour les expériences de transport et des réseaux de Niobium pour la décoration magnétique. Les réseaux d'Al ont une longueur de 1 $mm$ et une largeur de 20 $\mu m$. Les réseaux de Niobium sont plus larges (600 $\mu m$). Ces réseaux diffèrent également par les dimensions de leurs fils : 500 $nm$ de long, 50 $nm$ de large et 70 $nm$ d'épaisseur pour les filaments d'Al, et 1 $\mu m$ de long, 100 $nm$ de large et 130 $nm$ d'épaisseur pour les filaments de Nb.

Les réseaux d'Al sont réalisés sur un substrat de Si standard de 8 pouces de diamètre. Les différentes étapes de lithographie sont schématisées sur la figure 2.4. La lithographie électronique est réalisée au CEA-Leti dans le cadre de la plate-forme PLATO sur un masqueur électronique LEICA VB6-HR. La résine utilisée est du PMMA. Les évaporations de 70 $nm$ d'Al sont ensuite réalisées au CRTBT, dans le bâti ultra-vide. Le lift-off de la

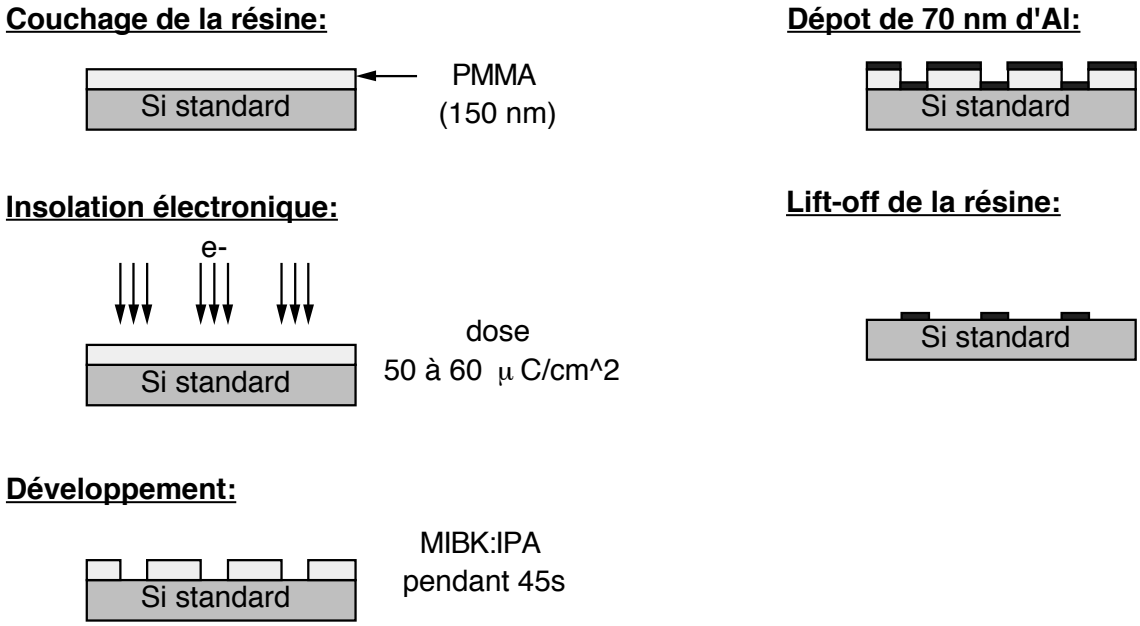


FIG. 2.4: Les différentes étapes de lithographie pour la réalisation des réseaux de fil d'Aluminium. La technique utilisée est un procédé de *lift-off* standard.

résine, dans l'acétone par exemple, permet ensuite de dégager les filaments d'Al.

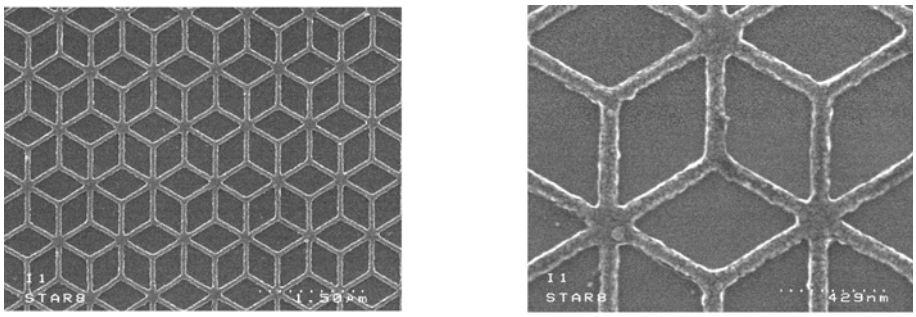

FIG. 2.5: Les réseaux de fils d'Al mesurent 1 $mm$ de long et 20 $\mu$m de large. La longueur des filaments est de 500 $nm$ pour une largeur de 50 $nm$.

Les réseaux de Niobium sont réalisés sur un substrat de saphir ($Al_2O_3$) orienté dans la direction (1,-1,0,2), de 2 pouces de diamètres. 200 $nm$ de Nb sont épitaxiés au CRTBT en ultra-vide à une température de 550°C. Une couche de protection de 5 $nm$ de Si est évaporée sur le Nb. Les étapes du procédé de lithographie sont schématisées sur la figure 2.6. Les fils de Nb sont dégagés de la couche épitaxiée par gravure ionique réactive (RIE) à travers un masque d'Aluminium. Ce masque est réalisé sur le Nb par un procédé de lithographie électronique identique à celui des réseaux de fils d'Al, au LETI également. L'introduction d'une plaque de niobium dans la salle blanche du LETI a été rendue possible par la création d'une procédure dédiée aux substrats contaminés (i.e. non silicium) par

T. Charvolin. La résine utilisée est ici de l'UV3[4], plus sensible au rayonnement que le PMMA. Aprés le dépôt de 200 $\AA$ d'Al et le lift-off de la résine, un réseau d'Al identique au réseau final est donc réalisé sur la surface du Nb. Il est transféré par une gravure sèche (RIE) dans un plasma $SF_6$. Le procédé utilisé nous permet une attaque anisotrope de la couche métallique, dégageant ainsi des fils de Nb bien définis. La gravure est arrêtée à 130 $nm$, laissant ainsi un fond de gravure de 70 $nm$ de Nb. Cette couche, appelée couche de compression de flux, permet d'augmenter le contraste lors des expériences de décoration de Bitter (cf section 3.1).

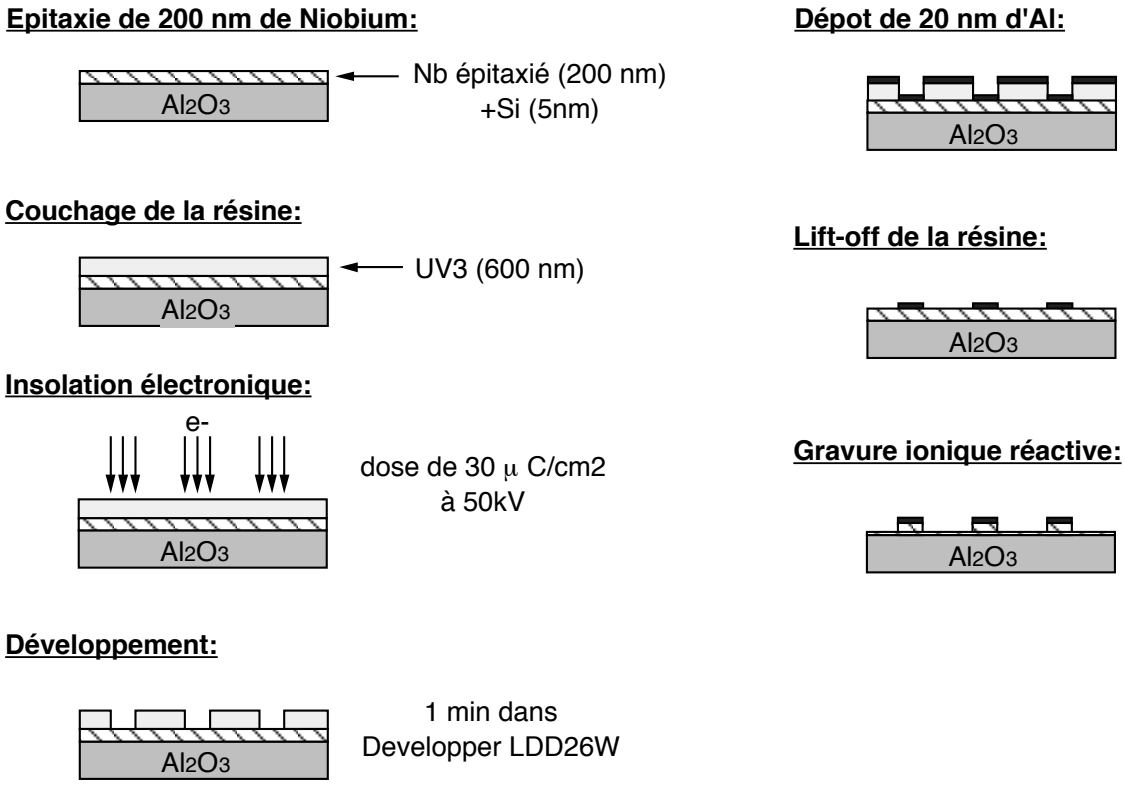


FIG. 2.6: Schéma des différentes étapes de lithographie pour la réalisation des réseaux de fil de Niobium.

### 2.2.2 Les réseaux de jonctions Josephson

Nous avons réalisé deux types de réseaux de jonctions Josephson : des réseaux unidimensionnels ainsi que des réseaux bidimensionnels. La méthode de fabrication est identique (cf Fig. 2.7). Seules les dimensions et la densité de motif changent, entrainant des modifications de la dose d'insolation.

Les réseaux 2D sont constitués de 84 motifs primaires dans la largeur et de 126 motifs dans la longueur. Le motif de base est constitué de 12 jonctions (cf Fig. 2.8). La largeur des fils est de 150 $nm$. La surface d'une cellule est de (2,5x2,5) $\mu m^2$. Nous disposons de deux

[4]de la marque SHIPLEY

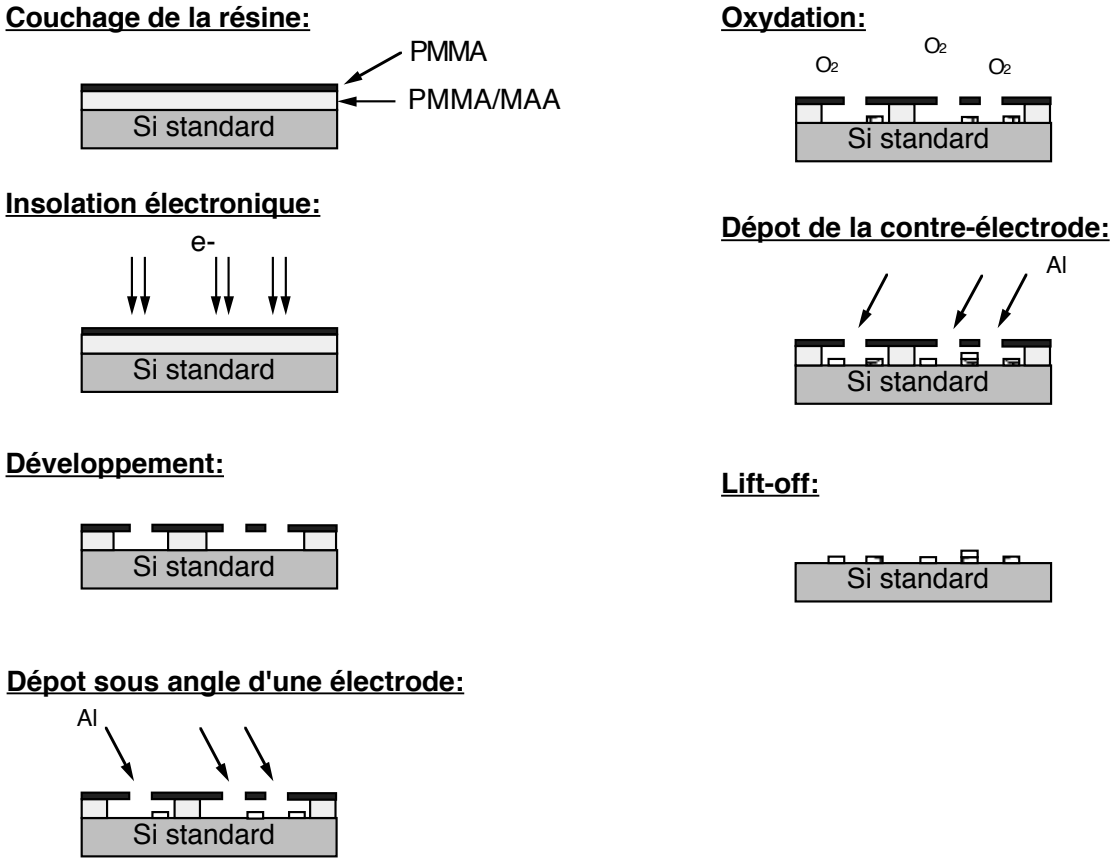


FIG. 2.7: Schéma des différentes étapes de lithographie pour la réalisation des réseaux de jonctions Josephson SIS.

types de motifs de base. Le recouvrement maximum entre les électrodes est de 150x150 $nm^2$ dans le motif noté 150x150, il est de 400x150 $nm^2$ dans le motif noté 400x150. La taille du réseau est de 604x606 $\mu m^2$. Deux plots sont disposés de part et d'autre de la longueur.

Les réseaux 1D sont constitués d'une série de motifs répétés en longueur. Les plus longs sont constitués de 200 motifs. Nous disposons de deux types de motifs : des motifs dit "échelle" et des motifs dits "chaîne". Ces derniers sont le pendant unidimensionnel du réseau *dice* (cf sous-section 5.4). Ils sont schématisés sur la figure 2.9. Le recouvrement maximum entre les électrodes est de 150x150 $nm^2$. La longueur totale est de 220 $\mu m$ pour les motifs "échelle" et 440 $\mu m$ pour les motifs "chaine".

Les étapes de lithographie sont schématisées sur la figure 2.7. Nous utilisons le procédé bicouche que j'ai développé au CEA-LETI. Les doses d'insolation sont de l'ordre de 450 $\mu C.cm^2$ pour les réseaux 2D et de 520 $\mu C.cm^2$ pour les réseaux 1D. Ce procédé nous permet d'obtenir des retraits de plus de 200 $nm$, suffisant pour ouvrir les ponts suspendus au niveau du recouvrement des électrodes. L'évaporation sous angle des électrodes d'Al est réalisée dans le bâti UHV du CRTBT. Nous utilisons des angles de l'ordre de 20° en

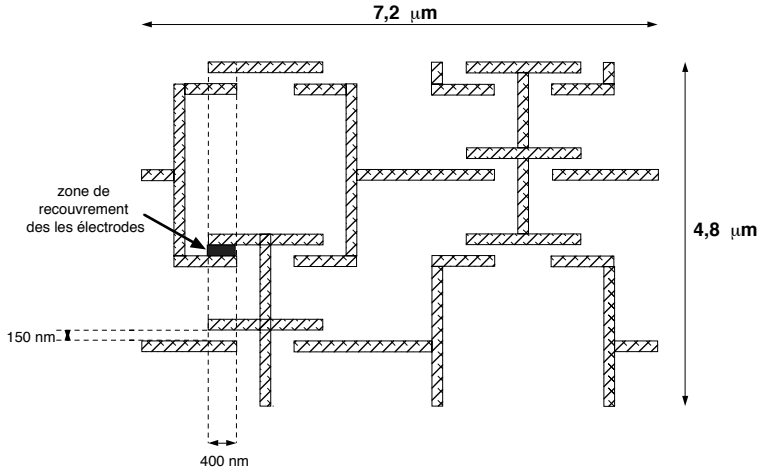


FIG. 2.8: Le motif élémentaire des réseaux *dice* (2D) de jonctions Josephson est constitué de 12 jonctions. Cette figure schématise le motif 400x150. Un réseau est constitué de 84 motifs répétés en largeur (horizontalement) et 126 motifs répétés en longueur (verticalement).

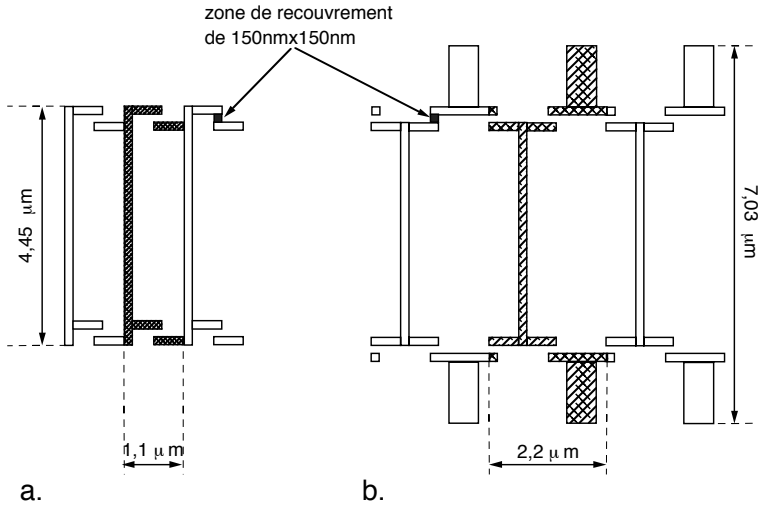


FIG. 2.9: Nous disposons de deux types de motifs différents. Les motifs primaires apparaissent en grisé. Fig.a : le motif dit "échelle" constitué de 2 jonctions et d'une unique île. Fig.b : le motif dit "chaine" constitué de 4 jonctions et de 3 îles. Le motif de base est répété 200 fois en longueur (horizontalement).

fonction du recouvrement souhaité (réduire cet angle permet d'obtenir des jonctions plus petites). Après le dépôt, le lift-off de la résine est réalisé dans de l'acétone froid pendant quelques minutes dans un bac à ultra-sons. Le temps nécessaire au retrait de la résine dépend du recuit initial des résines du bicouche. Si ce recuit est effectué, conformément à la documentation du fournisseur, à 200°C pendant 5 min pour la première couche et à 180°C pendant 5 min pour la seconde, quelques minutes dans l'acétone suffisent. Pour des température de recuit moins élevées, le lift-off est plus difficile et donc plus long. Cependant, nous notons depuis quelques mois des difficultés à dissoudre la totalité du copolymère (cf sous-section 2.1.4). La figure 2.10 est une photographie électronique typique

d'un réseau *dice* de JJ.

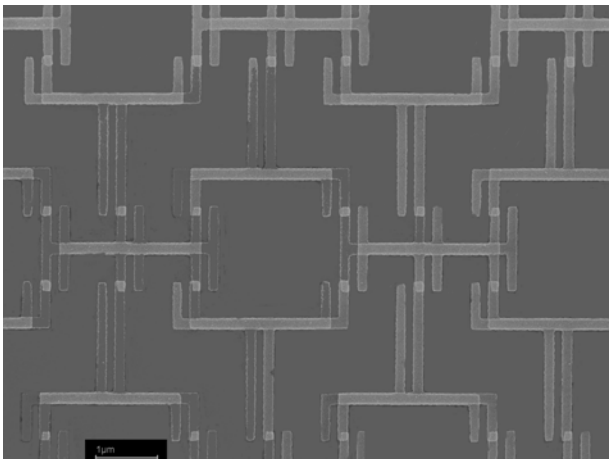


FIG. 2.10: Photographie électronique d'un réseau *dice* de JJ réalisé par évaporation sous angle avec un procédé bicouche. Les jonctions sont situées au niveau du recouvrement entre les électrodes. Il s'agit ici de jonctions de 150x150 $nm^2$.

## 2.3 Contamination de charge induite par le procédé de fabrication des réseaux de jonctions

L'adressage de chaque île des réseaux de JJ par une grille électrostatique individuelle nécessiterait un très grand nombre de fils de mesures (plusieurs milliers). Nous utilisons donc une grille commune déposée en face arrière du substrat. L'étude de la frustration de charge des réseaux de JJ est alors très sensible aux différentes charges présentes dans le voisinage des îles supraconductrices. Différentes expériences réalisée sur des SET (cf Annexe D.2), ont montré qu'une partie du bruit de charge était atténué en réduisant le contact entre l'îlot et le substrat. Nous avons donc caractérisé, en collaboration avec le LETI, le niveau de charge de l'oxyde de silicium induit par le procédé de fabrication des jonctions. L'ensemble de cette étude est présentée dans l'Annexe E.2.6. Pour cela nous avons réalisé des capacités métal-oxyde-silicium (CMOS), dont les mesures $C(V)$ informent sur le taux de charge et le type de charge présentes dans l'oxyde. Le niveau de charge d'un oxyde de "qualité microélectronique" est de l'ordre de $1.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$. Ce qui correspond à environ une charge tout les 30 $nm$. Les conclusions majeures concernent l'évaporation par canon à électrons. Un grand nombre d'états d'interface est alors créé, cependant un recuit "*forming gas*" (à 425°C sous atmosphère $N_2H_2$) permet de les "guérir". D'autre part, il semble que le dépot de résine augmente le niveau de charge de l'oxyde.

# 3

# Techniques expérimentales

## 3.1 Décoration magnétique de Bitter

### 3.1.1 Principe

La technique de décoration magnétique de Bitter [87] a été mise au point par Träuble et Essman [88] en 1967 afin d'observer le réseau de vortex dans un alliage d'Indium et de Plomb. Depuis, cette technique a été couramment employée pour visualiser les structures de vortex dans des supraconducteurs à basse ainsi qu'à haute température critique. Récemment, K. Runge [89] et A. Bezryadin [90] ont développé la décoration magnétique au CRTBT pour l'observation des configurations de flux dans des structures supraconductrices artificielles.

Le principe de la décoration magnétique repose sur l'attraction de particules ferromagnétiques par des gradients de champ magnétique. Les particules se déposent sur l'échantillon là où ce gradient est maximum. L'origine de ce gradient peut être par exemple le coeur d'un vortex d'Abrikosov dans un supraconducteur de type II. La localisation du dépôt de ces particules informe donc sur la répartition des vortex à la surface du matériau, au moment de la décoration. Cette technique est une technique dite "one-shot". Elle permet d'observer la configuration statique des vortex, sur de grandes surfaces (environ 5 $mm^2$) permettant une étude statistique. Mais elle ne donne aucune information sur la dynamique de la structure. C'est toutefois une méthode d'imagerie offrant une bonne sensibilité spatiale (environ 50 $nm$), ainsi qu'une bonne résolution en champ (0,2 $mT$).

Le principe de la décoration magnétique de vortex est simple. Nous refroidissons l'échantillon sous champ à travers sa transition supraconductrice. A 4,2 $K$, un mince film ferromagnétique, préalablement déposé sur un filament, est évaporé par une impulsion de tension dans le fil. Ces particules se thermalisent ensuite par des chocs successifs sur les atomes d'Hélium présents dans la cellule. Elles forment alors des agrégats qui se déposent sur l'échantillon et y adhérent par l'attraction de Van-der-Waals. Réchauffé à la température ambiante, l'échantillon est observé au MEB. Les agrégats ferromagnétiques forment des points brillants facilement discernables sur la surface de l'échantillon.

### 3.1.2 Description de la chambre de décoration

La cellule de décoration a été construite par K.Runge durant sa thèse. Une description très détaillée est présentée dans sa thèse [89].

Le schéma 3.1 présente les principaux éléments de cette chambre. Le support de l'échantillon, en cuivre, dispose d'une résistance de chauffage ainsi que d'un thermomètre pour la régulation en température du réseau. L'échantillon y est maintenu par deux languettes de cuivre vissées au support. Le bloc est fixé sur le fond de la cellule par un cylindre en acier inoxydable. Le couplage thermique entre le support et le point à 4,2 $K$ (parois de la cellule), est réalisé par un fin fil de cuivre.

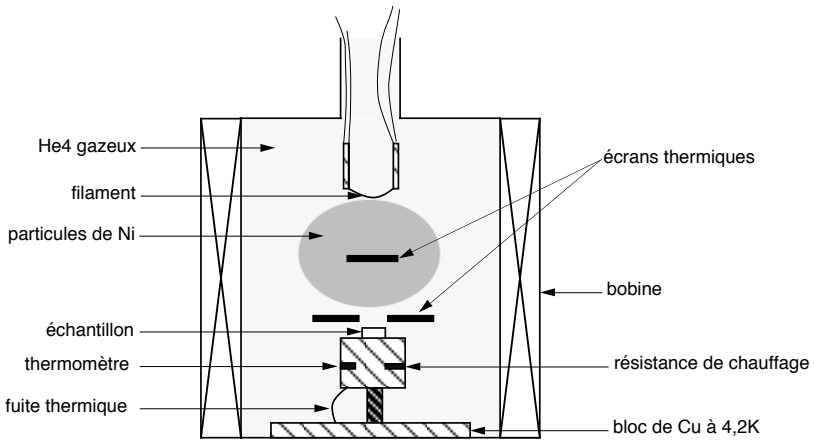


FIG. 3.1: Schéma de la cellule de décoration présentant les principaux éléments. Les dimensions sont les suivantes : diamètre extérieur de 5,8 $cm$, diamètre intérieur de 4,5 $cm$ et longueur intérieure 9,5 $cm$.

La source de particules ferromagnétiques est située au dessus de l'échantillon. Il s'agit d'un filament de tungstène sur lequel un dépot de nickel est réalisé par dépôt électrolytique. Le fil est fixé à un porte-filament[2] par soudure à point.

L'évaporation des particules de Ni est réalisée par une impulsion de tension à travers le filament (1,7 $V$ pendant 600 $ms$). Le courant est limité à 2 $A$ afin d'éviter la rupture du fil de tungstène. L'asservissement en tension de l'impulsion[3] permet une auto-régulation du courant. En effet, à basse température, l'alimentation va fournir un fort courant permettant d'échauffer le filament. Lorsque la température augmente, le courant va être diminué au fur et à mesure que la résistance du fil augmente. Cela permet d'atteindre rapidement la température souhaitée en protégeant le filament. La température est alors d'environ 2500 $K$. Seule 30% de l'énergie dissipée dans le fil est utilisée pour l'évaporation du Ni. Le reste est évacué par rayonnement ou conduction thermique à travers le cuivre du support. Le filament doit donc être choisi fin (60 $\mu m$) et court (5 $mm$) afin de minimiser la dissipation

[2] porte-filament de MEB Cambridge S240

[3] alimentation réalisée par J.-L. Bret au service électronique du CRTBT

d'énergie par effet Joule.

Des écrans thermiques (thermalisés à 4,2 $K$) sont disposés entre le filament et l'échantillon afin d'éviter que le filament n'irradie directement l'échantillon. Le rayonnement est partiellement absorbé par ces feuilles de 2 $mm$ de cuivre. L'autre partie est réfléchie sur les parois de la cellule. Celles-ci sont noircies afin d'absorber la majeure partie du rayonnement reçu. La température de l'échantillon monte à moins de 5 $K$, pour une décoration à 4,2 $K$ sous une pression de 1,6 $mbar$ [89].

Avant l'évaporation des particules de Ni, une faible pression d'hélium est introduite dans la cellule (0.6 $mbar$). Ce paramètre est déterminant pour la qualité de la décoration obtenue. Elle garantit la thermalisation des particules de Ni. En effet, si la pression est trop faible, les particules ne se thermalisent pas, conduisant à une décoration avec un contraste très faible voire même aucun contraste. Dans la limite inverse, les particules de Ni forment de gros agrégats et le contraste est fortement diminué.

### 3.1.3 Obtention et calibration du champ magnétique

Une bobine réalisée directement sur la cellule de décoration crée le champ sur l'échantillon. Elle est constituée de fils de cuivre afin d'obtenir une bonne précision pour des champs magnétiques faibles (un vortex par cellule correspond à 2,39 $mT$). D'autre part deux bobines aux extrémités de la bobine principale compensent les effets de taille finie du solénoïde. Le champ est perpendiculaire à l'échantillon dans le centre de la bobine.

La configuration des vortex dans un réseau de fils supraconducteurs est très sensible au champ magnétique. Une procédure fine de calibration est donc nécessaire. La chambre de décoration est protégée du champ magnétique terrestre par un double écran en $\mu$-métal. Malgré cette précaution, le champ magnétique vu par l'échantillon pour un courant nul dans la bobine correspond à quelques millièmes de Gauss. Ce champ résiduel peut avoir plusieurs origines : un écrantage incomplet par le $\mu$-métal ou encore des courants piégés dans la bobine. Afin de calibrer finement le zéro de champ nous utilisons des réseaux de jonctions Josephson SNS collés à coté de l'échantillon. Leur comportement en champ magnétique est en effet bien connu (cf Chapitre 1).

Les réseaux utilisés sont des réseaux triangulaires de jonctions Josephson fournis par P. Martinoli de l'Université de Neuchâtel en Suisse (cf Fig. 3.2). Les îles de Nb sont faiblement couplées entre elles par effet de proximité à travers une fine couche de 50 $nm$ de Nb, la température de transition de celle-ci étant inférieure à celle de des îles. La lithographie a été réalisée à partir d'un masque optique du *CSEM Neuchâtel* de précision métrologique. Une platine à interférométrie laser assure une précision de quelques $nm$ sur le pas du réseau. Les îlots de 15 $\mu m$ d'envergure sont répétés sur 1 $cm^2$.

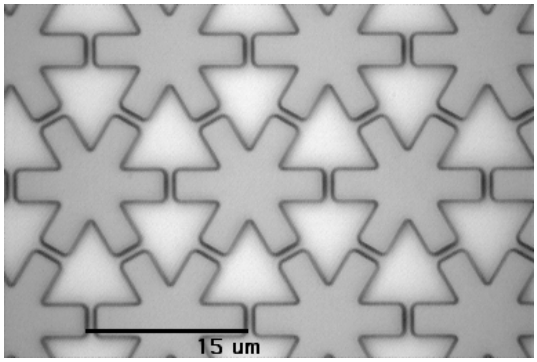


Fig. 3.2: Photographie d'un réseau triangulaire de jonction SNS. Les îles de Niobium sont en forme d'étoiles à 6 branches. Elles sont couplées par la fine couche de Niobium sous-jacente. La taille d'une cellule est de 100 $\mu m^2$.

La magnéto-résistance de ces réseaux est périodique en champ. Sa période correspond à un quantum de flux par cellule du réseau, c'est à dire $f = BS_{cellule}/\Phi_0 = 1$. La surface des cellules de ce réseau ($S_{cellule} = 100\ \mu m^2$) correspond à une période en champ magnétique de 20,7 $\mu T$. L'écrantage par les îlots de $Nb$ ne modifie pas la surface effective.

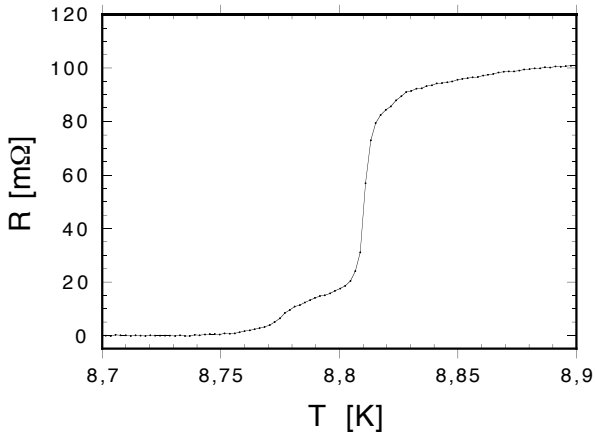


Fig. 3.3: Variation de la résistance d'un réseau SNS triangulaire en fonction de la température. On distingue une première chute de résistance due à la transition supraconductrice des îlots de Nb, vers 8,81 K. Les jonctions transitent à plus basse température entre 8.81 K et 8.75 K.

La variation de la résistance en fonction de la température est montrée sur la figure 3.3. La transition à haute température correspond à la transition supraconductrice des îles de Nb. A plus basse température, la transition KTB[4] (cf section **??**) dépend fortement du champ magnétique. Dans cette zone, la magnéto-résistance oscille avec le champ (cf Fig. 3.4). Cette périodicité est strictement conservée sur plus de 10 périodes, permettant donc une bonne calibration de la bobine. D'autre part le minimum le plus marqué est à champ nul. Le pointage de ce minimum nous donne le zéro de champ avec une précision correspondant à environ $10^{-4}\Phi_0$ dans une cellule de 0,9 $\mu m^2$ (c'est à dire 2 $mG$).

[4]Kosterlitz-Thouless-Berezinsky

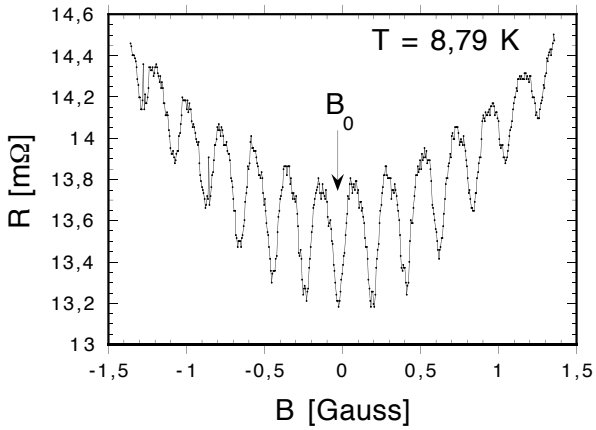


FIG. 3.4: Variation de la résistance d'un réseau SNS triangulaire en fonction du champ magnétique appliqué, à 8,79 $K$.

### 3.1.4 La méthode de compression de flux

L'efficacité des expériences de décoration magnétique dépend de l'intensité des gradients de champ. A la surface de l'échantillon, le gradient est maximum sur les fils et non au centre de la cellule contenant un vortex [89]. Un calcul détaillé des gradients de champ montre qu'il est maximum au centre de la cellule à une hauteur supérieure à $0,3a$ (où $a$ est la longueur des filaments). La méthode de planarisation [89] a permis la première décoration de réseaux supraconducteurs. Une couche de résine déposée sur le réseau arrête les particules magnétiques à une altitude où le gradient est maximum au centre des cellules. La modulation en champ de cette méthode est de l'ordre de $\phi_0/a^2$.

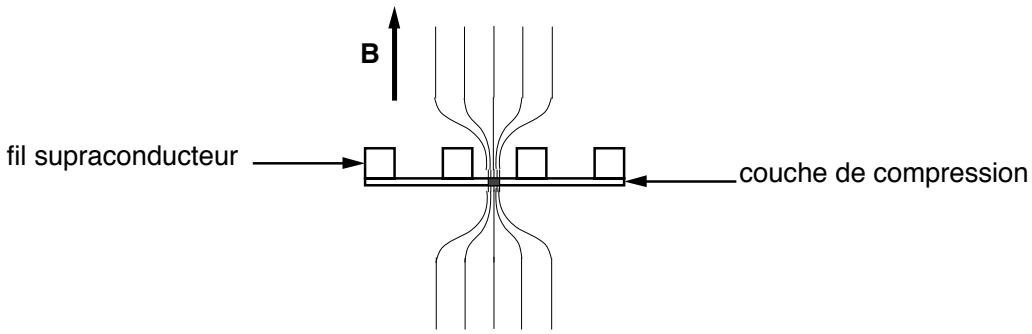


FIG. 3.5: Schéma de la compression de flux dans les expériences de décoration de Bitter. Les lignes de champ magnétique sont comprimées dans le coeur du vortex d'Abrikosov de la couche de compression.

Dans un film supraconducteur, le contraste magnétique d'un vortex est donné par la longueur effective d'écrantage, $\lambda$(T). L'induction magnétique dans le coeur du vortex peut être approximée par $\phi_0/\lambda(T)^2$. Pour des valeurs typiques de longueur de London, $\lambda = 100$ $nm$ et des fils d'1 $\mu m$ de long, le contraste magnétique d'un fluxoïde dans une cellule est 100 fois plus faible que celui d'un vortex dans un film supraconductreur.

Ce contraste a été amélioré en introduisant une couche de compression de flux dans le fond des cellules [90]. Cette fine couche supraconductrice comprime le flux encerclé dans une boucle en formant un vortex d'Abrikosov (cf Fig. 3.5). Cette méthode augmente la résolution magnétique mais permet également de dénombrer les quanta de flux dans une cellule. Chaque quantum sera comprimé dans un coeur normal.

Dans notre cas, cette couche de compression est constituée d'une fine couche de niobium. La transition de cette couche doit avoir lieu après le piègeage de la distribution de flux dans le réseau afin de ne pas la perturber. Dans le cas contraire, la configuration de vortex correspondrait au réseau hexagonal caractéristique de la répartition des vortex dans un film supraconducteur, et non à la répartition des fluxoïdes dans le réseau de fil. Cette condition est vérifiée à 4 $mK$ en dessous de la transition du réseau (cf chapitre 6). Nous utilisons couramment une épaisseur de 50 $nm$ dont la transition se situe à 8,6 $K$ alors que la température de transition du $Nb$ des fils est de 9 $K$. La différence de température critique entre les couches de $Nb$ minces et plus épaisses est également utilisée pour la calibration du champ magnétique.

## 3.2 Mesures de transport à basse température

Les mesures de transport sur les réseaux d'$Al$ ont été réalisées à basse température dans le régime supraconducteur (T < 1,1K). Les caractéristiques des différents cryostats utilisés sont présentées brièvement dans la section 3.2.1. Nous verrons ensuite le dispositif de filtrage électromagnétique des lignes de mesures. La grande diversité des comportements étudiés (courants critiques de quelques nA à plusieurs $\mu$A, gap de Coulomb, gap supraconducteur mais aussi caractéristiques IV hystérétiques)a imposé l'utilisation de systèmes de mesures d'une grande souplesse :

- signaux continus et alternatifs
- mesure de tension de quelques $nV$ à plusieurs centaines de $mV$
- polarisation en courant de quelques $nA$ à plusieurs $\mu A$

Les configurations de mesures seront présentées à la section 3.2.4.

### 3.2.1 La cryogénie

#### 3.2.1.1 *Cryostat à $^3He$ pompé*

Les réseaux de fils ont été mesurés dans un cryostat à $^3He$ pompé de température de base environ 300 $mK$. La platine porte-échantillon est régulée de 300 $mK$ à 10 $K$ avec une précision à 1 $K$ de 0,1 $mK$. Ce type de cryostat convient parfaitement à l'étude en

transport des réseaux de fils d'$Al$. La température critique de ces réseaux est d'environ 1,3 $K$ et le domaine d'étude en température s'étend 1,1 $K$ (température de piégeage des vortex) à 1,3 $K$. Du fait de la grande simplicité de la régulation de température entre 1,2 $K$ et 0,3 $K$, l'étude haute température des réseaux de JJ à été réalisée dans ce cryostat.

Une bobine supraconductrice enroulée directement sur le calorimètre et thermalisée dans le bain d'$^4He$, crée un champ homogène à 0,13% sur un diamètre typique de 3 $mm$. Le champ obtenu pour un courant de $1A$ est de 164 Gauss. De plus, l'échantillon est protégé du champ magnétique terrestre par un double écran $\mu$-métal disposé autour du cryostat.

#### 3.2.1.2 *Cryostats à dilution*

Dans les réseaux de JJ, les énergies caractéristiques (énergie Josephson et énergie de Coulomb) sont plus faibles que dans les réseaux de fils. Le régime d'activation thermique est donc beaucoup plus étendu. Le comportement quantique de ces systèmes se manifeste alors uniquement à très basse température (quelques dizaines de $mK$).

Nous avons utilisé deux cryostats différents suivant leur disponibilité :

1. la "diluette" d'O.Buisson du projet "*Jonctions Josephson comme support de bits quantiques*". La température de base est de 20 $mK$. Un écran $\mu$-métal protège l'échantillon. Le filtre, dans lequel est placé l'échantillon, est vissé sur la plaque froide. Celle-ci est régulée de 20 $mK$ à 300 $mK$ avec une précision de 0,3 $mK$. Le champ magnétique est créé par une petite bobine supraconductrice dans laquelle est inséré le filtre. La description de ce dispositif est présentée dans la section 3.2.2.

2. le "sionludi" de K.Hasselbach du projet "*microscopie à $\mu$-squid*". Ce type de cryostat a été développé au CRTBT par A.Benoit. Contrairement aux autres dilutions, la plaque froide est placée au sommet du cryostat. Le filtre est vissé au centre de la plaque froide. La température est régulée de 50 $mK$ à 300 $mK$ avec une précision de 0,3 $mK$. Le champ magnétique est ici créé par une bobine de cuivre enroulée sur la cloche externe[5].

### 3.2.2 Filtrage

A basse température, l'énergie thermique devient inférieure aux énergies caractéristiques des réseaux de JJ, des effets quantiques peuvent donc être observés. Ces effets sont extrêmement sensibles au bruit électromagnétique amené par les lignes de mesure. Celui-ci augmente, par exemple, le taux tunnel dans un dispositif à un électron. Ce rayonnement doit donc être filtré à basse température. F. Balestro a développé durant sa thèse [91] un

[5] Un champ de 60.0 Gauss est créé par un courant de 1 $A$.

filtre cryogénique constitué, pour chaque ligne de mesure, de 2 $m$ de thermocoax [92] (de résistance de l'ordre de 100Ω) suivi par 2 filtres Π (de capacité 50 $pF$ et d'inductance 11 $nH$ à basse température). L'échantillon est placé à l'intérieur d'un bloc de cuivre dans une enceinte fermée, constituant une cage de Faraday. Ce filtre atténue le bruit de 100 dB à partir de 400 $MHz$, et de 200 dB au delà de 1,8 $GHz$ [91].

Nous avons adapté ce filtre cryogénique à notre système. Le filtre est tout d'abord entièrement démontable afin de pouvoir changer, notamment, les filtres Π. Une autre caractéristique de notre filtre est l'absence de soudure à l'étain à proximité de l'échantillon afin d'améliorer l'homogénéité du champ magnétique. Nous avions en effet observé des problèmes de piégeage de flux à proximité de l'échantillon dans le premier filtre réalisé par F.Balestro. Les contacts électriques sont donc réalisés mécaniquement par vissage ou serrage. Nous avons également utilisé une colle époxy argentée (EPOTECHNY E440) résistante aux contractions thermiques. Enfin, nous avons introduit cinquième ligne de mesure afin d'effectuer des mesures 4 fils ($I^+$, $I^-$, $V^+$, $V^-$) et de commander la tension de grille électrostatique ($V^{grille}$).

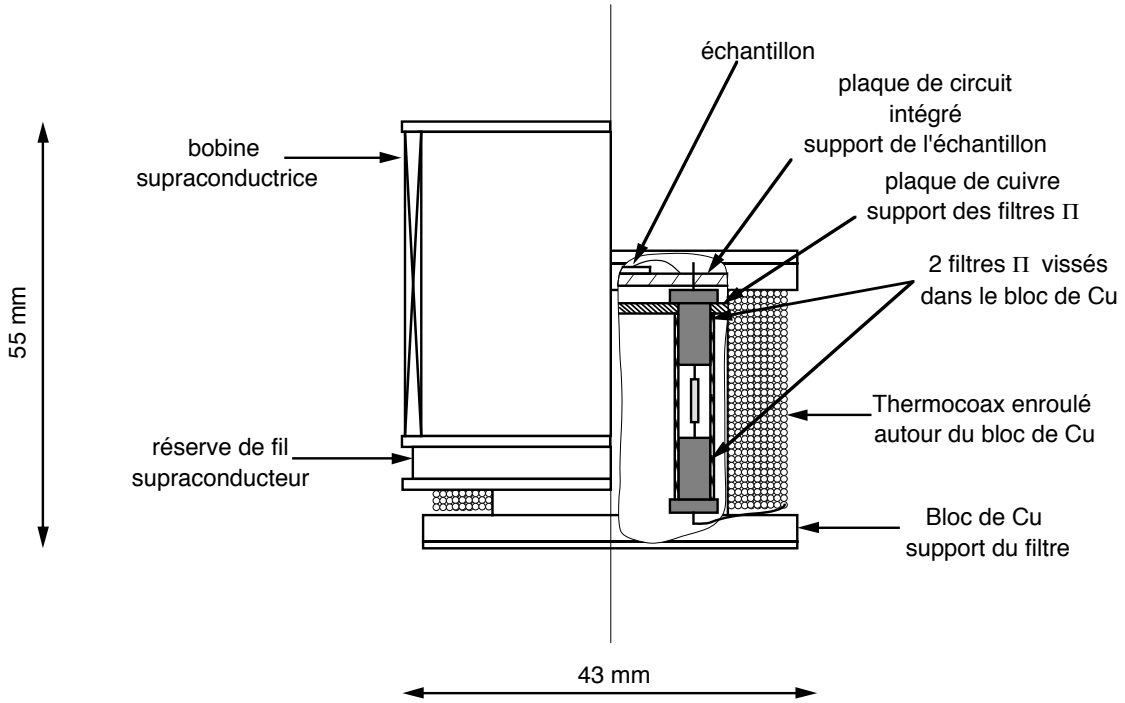


Fig. 3.6: Schéma du filtre cryogénique avec la bobine supraconductrice. La partie gauche de la figure montre l'extérieur du filtre sur lequel est fixée la bobine de champ. La partie droite présente l'intérieur du filtre.

D'autre part, la nécessité de changer de cryostat nous a amenés à concevoir un système entièrement transportable. Nous avons donc réalisé une petite bobine supraconductrice vissée sur le bloc du filtre. Le mandrin est en araldite (facilement usinable sur de très

fines épaisseurs). Le fil supraconducteur est constitué de 54 filaments de $NbTi$ dans une matrice de $CuNi$. Son diamètre à nu est de 0,1 $mm$, 0,13 $mm$ avec la couche de vernis de protection. La bobine est constituée de 2 couches de 275 spires jointives chacune. 20 $cm$ de fil est réservé à chaque extrémité en cas de rupture. Ce fin fil est soudé en sortie à un fil supraconducteur cuivré de plus grand diamètre ($\phi = 0,3\ mm$). Cette configuration crée un champ de 13,8 Gauss pour 100 $mA$ avec une homogénéité de $0,1\%$ sur un diamètre de 2 $mm$ au centre de la bobine. Le dispositif final est schématisé sur la figure 3.6. Son diamètre externe est de 43 $mm$ et sa hauteur de 55 $mm$. Ces faibles dimensions assurent une grande souplesse d'utilisation.

### 3.2.3 Connection des échantillons

Les mesures de transport ont été réalisées sur les échantillons en Al. Les mesures sont réalisées par la technique 4 fils. Sur les réseaux de fils, deux contacts longitudinaux (cf Fig. 3.7) permettent d'injecter le courant et la mesure de tension est prise entre deux des quatre contacts transversaux. La chute de tension mesurée se situe donc uniquement sur le réseau, puisque aucun courant ne passe dans les fils de mesure de tension.

Les réseaux de JJ disposent de deux larges plots de part et d'autre de la longueur. Un contact de tension et un contact de courant sont pris sur chacun de ces deux plots.

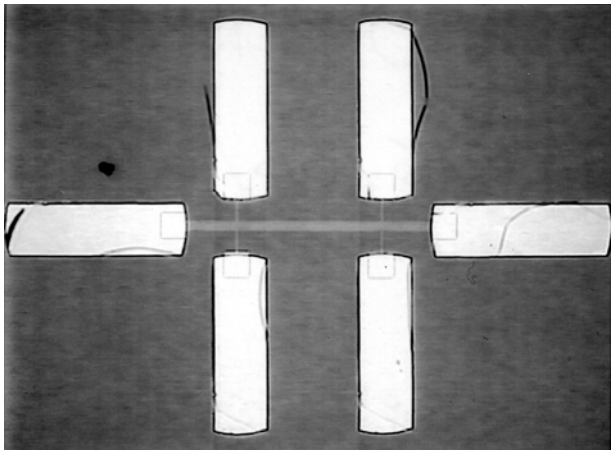

FIG. 3.7: Photographie optique d'un échantillon d'Al. La longueur du réseau est de 1mm, sa largeur de 20 $\mu$m. De grands plots de contact ont ici été réalisés dans une deuxième étape de lithographie. On distingue sur la longueur de léchantillon les deux plots d'injection du courant et, transversalement, quatre plots permettant la mesure de tension.

Les échantillons sont connectés aux lignes de mesures par des fils d'$AlSi$ de 33$\mu$m de diamètre. La soudure de ces fils est réalisée à l'aide d'une microsoudeuse à ultrasons WEST BOND 7400A. La résistance de contact des premiers échantillons connectés était très élevée (plusieurs dizaines de $k\Omega$). La mince couche d'$Al$ sur les plots (environ 500$\AA$) était endommagée par la microsoudure, entrainant une résistance de contact élevée ainsi

qu'une mauvaise tenue aux contractions thermiques (fils déconnectés lors du refroidissement). Nous avons donc par la suite systématiquement introduit une deuxième étape de lithographie pour réaliser des plots plus larges (environ 200x800 $\mu m^2$) et plus épais sur les échantillons. La couche métallique est évaporée thermiquement : 100 $nm$ d'$Al$ sur les réseaux de fils et 150 $nm$ d'$Au$ sur les réseaux de JJ après 5 $nm$ de Ti (couche d'accroche). Les plots d'or constitueront à basse température des réservoirs métalliques afin de piéger les quasi-particules de part et d'autre du réseau de JJ. Les résistances de contact sur ces larges plots sont inférieures à 1 $\Omega$ et la tenue mécanique lors du refroidissement est garantie.

### 3.2.4 Les mesures de transport

La majeure partie des études menées durant ma thèse concerne les propriétées de transport électrique des réseaux d'$Al$ (réseaux de fils et réseaux de JJ). Nous avons utilisé différentes configurations de mesure, en fonction essentiellement du type d'échantillon. Ces configurations sont présentées dans les paragraphes suivants.

#### 3.2.4.1 *Mesure de résistance des réseaux de fils*

Les réseaux de fils supraconducteurs sont des systèmes à basse impédance. De plus, afin d'éviter des effets de chauffage sur l'échantillon ainsi que de limiter l'énergie dissipée dans le calorimètre, les courants de mesure doivent être faibles (de l'ordre du $\mu A$). Pour cela nous utilisons une détection synchrone Barras-Provence équipée d'un pont basse impédance ainsi que d'un diviseur inductif. L'échantillon est polarisé en courant à une fréquence de 33 $Hz$. Le courant injecté varie typiquement de 1 $nA$ à $1\mu A$. Le signal de tension en phase avec l'excitation est comparé à une valeur de référence imposée manuellement sur le diviseur à décade ou automatiquement par le programme de mesure via un multiplieur programmable. Le signal en sortie de la détection synchrone est proportionnel à la différence entre la résistance de l'échantillon et la valeur de référence. Il est nul lorsque le pont est équilibré.

**Mesure de température critique :** Cette configuration nous a permis de réaliser des mesures de température critique. Il faut pour cela fixer un critère de résistance en dessous duquel on estimera le réseau dans l'état supraconducteur (de 2% à 98% de la résistance normale). Le chauffage sur l'échantillon est asservi au critère précédemment défini. La température pour laquelle le critère est atteint est enregistrée comme étant la température critique du réseau supraconducteur.

**Mesure de courant critique :** Nous définissons également un critère de résistance pour les mesures de courant critique. Une procédure du programme d'acquisition des

données permet de progressivement augmenter le courant de polarisation dans l'échantillon avec un pas grossier, $\Delta_1 I$. Lorsque le critère de résistance (ou de tension) est atteint, le courant est diminué de $\Delta_1 I$, puis le courant critique est approché par un pas plus fin $\Delta_2 I$.

#### 3.2.4.2 *Système de mesure des réseaux de JJ*

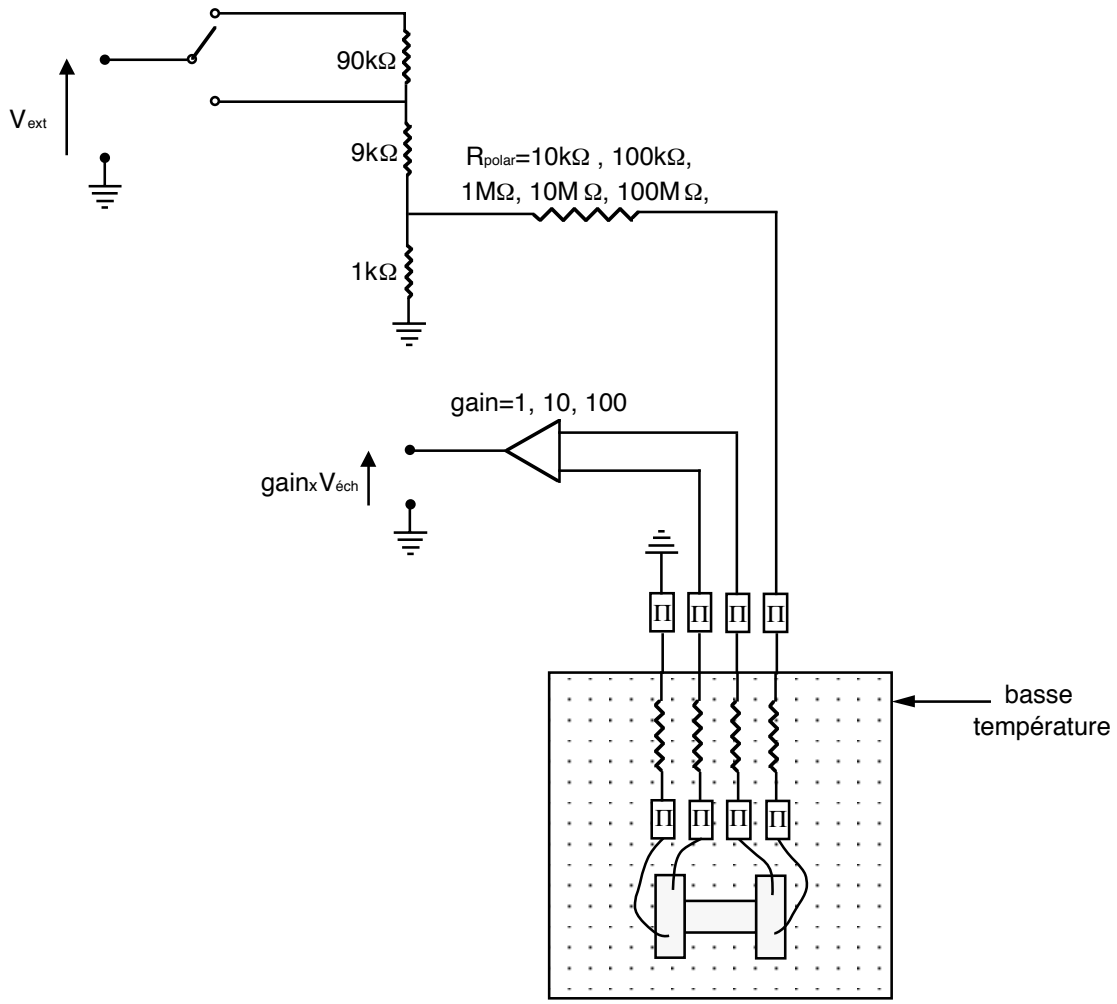


FIG. 3.8: Schéma du circuit de mesure primaire des réseaux de jonctions. Les échantillons sont connectés au filtre basse température constitué de filtres Π et de thermocoax. Des filtres additionnels sont montés à la sortie du cryostat. Le circuit de polarisation est composé d'un diviseur de tension (/10 ou /100) ainsi que d'une résistance de polarisation, $R_{polar}$, variable. En sortie, la tension sur le réseau est amplifiée d'un gain de 1, 10 ou 100.

**Le boitier de mesure :** Nous utilisons un boitier de mesure[6] directement connecté à la sortie du cryostat. Ce circuit de mesure est présenté sur la figure 3.8. Il permet de polariser l'échantillon en courant et de préamplifier le signal de tension en sortie. Le circuit de polarisation est constitué d'une résistance de polarisation R en série avec l'échantillon.

[6] réalisé au service électronique du CRTBT

Nous disposons de 5 gammes : $10k\Omega$, $100k\Omega$, $1M\Omega$, $10M\Omega$, $100M\Omega$. Une tension de +/-5V est appliquée sur un diviseur de tension : /10 ou /100. Ce système permet de polariser un échantillon basse impédance de +/-50$\mu$A à +/-5nA. Plus généralement, le courant de polarisation dépend de la chute de tension dans l'échantillon, $v_{éch}$ :

$$i_{polarisation} = \frac{V_{ext}/D - v_{éch}}{R_{polar}} \tag{3.1}$$

où $R_{polar}$ est la résistance de polarisation et $V_{ext}$ est la tension externe appliquée au circuit et $D$ est la valeur du diviseur de tension. Il faut donc systématiquement prendre en compte cette droite de charge afin de déterminer le réel courant de polarisation. Pour les échantillons à forte impédance, ceci constitue une limite du courant maximum pouvant être injecté dans le réseau.

Un préampli de tension à gain variable est intégré dans ce boitier (gain 1, 10, 100). Le signal de sortie est ensuite envoyé sur un amplificateur Stanford SR560 à gain variable, équipé d'un système de filtrage.

**Mesures I-V en continu :** Le système de mesure décrit ci-dessus nous permet une grande souplesse dans les mesures. Les caractéristiques I-V sont mesurées en continu, en adressant un escalier de tension au système de polarisation. La durée de chaque pas est typiquement de 0,1s à 0,001s.

**Mesures I-V en alternatif :** Le courant de polarisation est alors controlé par un générateur de fonction HP 33120A. Il génère une tension alternative en créneaux à une fréquence fixée à 10 $Hz$. La forte non-linéarité des caractéristiques IV impose l'utilisation de créneaux de tension. La modulation de l'amplitude est gérée par une tension continue de +/-5V. L'amplitude maximale est de 10VPP. Une détection synchrone Stanford SR830 mesure en sortie, l'amplitude du premier harmonique de la composante en phase avec la tension de polarisation. Un rapide calcul nous permet d'en déduire la valeur de tension sur l'échantillon. La constante de temps de la détection synchrone est de 300 ms.

**Mesure de résistance différentielle :** La technique de mesure est semblable à la mesure des caractéristiques IV en AC. La détection synchrone SR830, dispose d'un oscillateur interne. Une tension sinusoidale est ainsi appliquée aux bornes du circuit de polarisation. La composante en phase du signal de sortie $dv$ est mesurée par la détection synchrone après amplification et filtrage dans le boitier et l'amplificateur SR560. Le rapport $dv/di$ nous donne donc directement la résistance différentielle. La mesure de résistance à polarisation nulle, notée $R_0$, nécessite l'utilisation de courant de polarisation de l'ordre de 1nA. Pour des courants plus élevés, l'approximation linéaire n'est plus satisfaite. Le courant de polarisation est choisi comme le courant maximum pour lequel, quelque soit la valeur de courant inférieur, la mesure de résistance est identique. Cette condition fixe donc la

résolution limite à quelques Ohms.

#### 3.2.4.3 *Automatisation des mesures*

Le programme d'automatisation des mesures, écrit en langage C sous un environnement Manip[7], permet de contrôler et de mesurer des tensions continues. Il contrôle également le courant injecté dans les bobines de champ magnétique ainsi que la régulation en température. Le thèse de C.Abilio [93] présente une description détaillée des routines de ce programme.

[7] développé au CRTBT par A. Benoit et L. Puech

# 4

# Caractérisation des réseaux de JJ à faible champ magnétique

La prédiction théorique d'un phénomène de localisation original dans le réseau *dice*, à $f = 1/2$ (cf chapitre 5) constitue la motivation de notre étude. L'étude de la spécificité du diagramme de phase des réseaux de JJ à $f = 1/2$ nécessite au préalable la caractérisation des réseaux à bas champ magnétique. Ce chapitre est consacré à l'estimation des énergies caractéristiques des jonctions ainsi qu'à la présentation des régimes des différents échantillons étudiés. La fin de ce chapitre sera dédiée à la comparaison de la dynamique du réseau *dice* avec le réseau *carré*, largement étudié depuis une dizaine d'années. Nous verrons que les réseaux *dice* présentent à $f = 0$ un décalage du diagramme de phase par rapport aux réseaux *carré*, la phase supraconductrice étant particulièrement robuste aux fluctuations quantiques.

## 4.1 Détails expérimentaux

Nous avons mesuré des réseaux *dice* de JJ $Al/Al_2O_3/Al$. Les étapes de nanofabrication sont exposées au chapitre 2. Les échantillons sont réalisés sur un substrat de silicium de 8 pouces de diamètre (200 $mm$) d'épaisseur 0,7 $mm$. On estime l'épaisseur d'oxyde natif à environ 7 $nm$. Un procédé en bicouche de résine (cf section 2.1.4) permet un alignement des électrodes in-situ durant l'évaporation, garantissant ainsi la maîtrise des barrières tunnel par une oxydation contrôlée de l'$Al$.

La réalisation de jonctions Josephson nécessite deux évaporations sous des angles différents et séparées par une étape d'oxydation de la première électrode. L'inclinaison des filaments sous trois angles différents dans le réseau *dice* nécessiterait donc 6 évaporations, entrainant des disparités dans la surface des jonctions. Nous avons opté pour une modification de la géométrie des réseaux afin que l'ensemble des jonctions soit réalisé simultanément. Nous utilisons la géométrie de la figure 4.1.a où toutes les jonctions sont parallèles, et les îles sont connectées suivant la topologie du réseau *dice*.

Cette structure peut être décomposée en chaînes de jonctions 1D connectées en parallèle par des jonctions transverses (cf schéma de la figure 4.1.b). Les réseaux que nous avons réalisés à PLATO sont composés de M=336 chaînes de N=252 jonctions en série chacune.

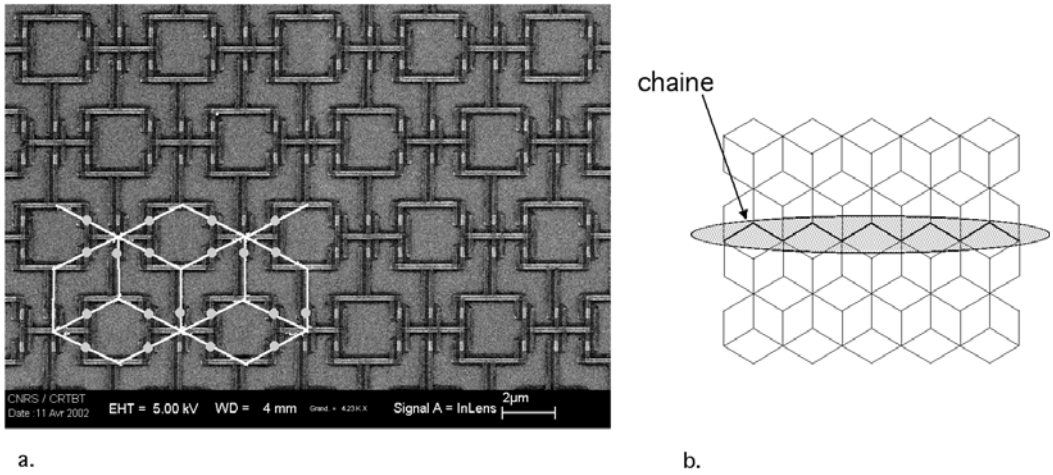


Fig. 4.1: Géométrie des réseaux de JJ mesurés. a. image MEB d'un échantillon typique. En bas à gauche, les jonctions sont localisées par des disques grisés. Les lignes blanches représentent la connection entre les îles. b. Schéma du réseau *dice* décomposé en chaînes 1D en parallèle, comportant plusieurs jonctions en série.

Ces échantillons comportent au total 127 008 jonctions et 63 504 îles supraconductrices. La taille des réseaux est de 595x595 $\mu m^2$. La surface d'une cellule élémentaire du réseau est de 5,57 $\mu m^2$. Un quantum de flux par cellule correspond donc à un champ magnétique de 3.716 Gauss. La surface mesurée des jonctions varie de 0,01 à 0,06 $\mu m^2$ entre les différents échantillons. L'homogénéité est de l'ordre de 10%. Un plan de grille est déposé en face arrière des échantillons. Nous avons également réalisé des réseaux à Nanofab[2] comportant M=88 chaînes de N=66 jonctions.

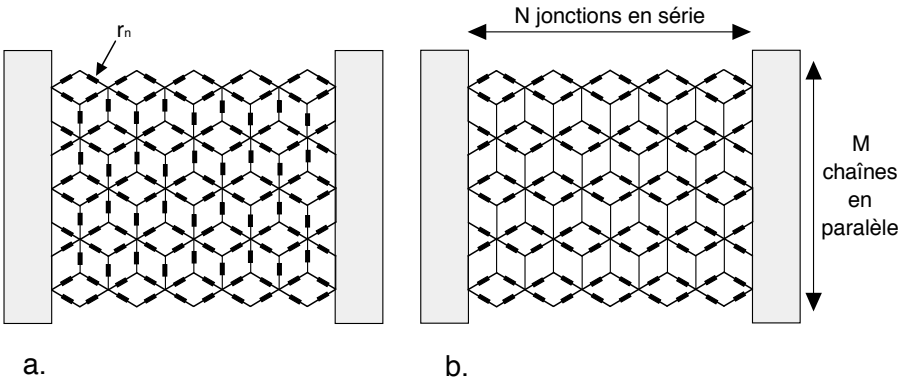


Fig. 4.2: Les réseaux sont constitués de M chaînes en parallèle comportant chacune N jonctions en série. a. Schéma de résistance du réseau *dice*. Le courant est injecté suivant les chaînes de boucles. b. Schéma de résistance simplifié en supposant que les jonctions tunnel disposées sur les équipotentielles ne contribuent pas.

Les mesures de transport ont été réalisées avec la technique 4 fils à basse température, dans différents cryostats (cf sous-section 3.2.1). La méthode de mesure est présentée dans

[2]en salle blanche au CRTBT

la sous-section 3.2.4. L'échantillon est polarisé en courant et la différence de potentiel est enregistrée. Les lignes de mesures sont filtrées à basse température (cf sous-section 3.2.2) ainsi qu'à la température ambiante par des filtres Π.

L'ensemble des mesures présentées dans ce chapitre concernent la caractérisation des réseaux *dice* de JJ à faible champ. La spécificité de ce réseau à $f = 1/2$ sera exposée dans les chapitres suivants.

La comparaison du diagramme de phase de nos échantillons à $f = 0$ avec les études précédentes sur les réseaux *carré* et *triangulaire* montre un décalage en énergie semblant indiquer un couplage électrostatique d'un ordre de grandeur plus faible que nos estimations. Nous avons donc été amenés à effectuer des tests comparatifs avec des réseaux *carré* afin de comprendre l'origine de ce décalage. Les réseaux *carré* de JJ ont été réalisés à Nanofab. Ils comportent M=105 chaînes en parallèle, de N=88 jonctions en série chacune. Cette discussion est exposée dans la section 4.5.

## 4.2 Caractérisation du rapport $E_J/E_c$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, la dynamique des réseaux de JJ dépend crucialement du rapport entre les énergies Josephson, $E_J$, et de Coulomb, $E_c$, des jonctions. Je présente dans cette section les études par lesquelles nous avons caractérisé le régime des jonctions et les énergies associées. Le tableau 4.2 récapitule les caractéristiques des jonctions composant les échantillons de notre étude.

| Nom | $r_n$ $[k\Omega]$ | $E_J$ $[\mu eV]$ | S $[\mu m^2]$ | C $[fF]$ | $E_c^{jct}$ $[\mu eV]$ | $x$ $= E_J/E_c$ | $\alpha$ $= R_Q/r_n$ | $T_{KTB}^{th,class}$ $[K]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathcal{A}$ | 4,93 | 130 | 0,060 | 3 | 27 | 4,9 | 1,3 | 1,28±0,03 |
| $\mathcal{B}$ | 20,4 | 32 | 0,023 | 1,3 | 61 | 0,52 | 0,32 | 0,60 |
| $\mathcal{C}$ | 53,3 | 12 | 0,015 | 0,5 | 160 | 0,075 | 0,12 | 0,27 |

TAB. 4.1: Paramètres des jonctions composant les différents réseaux *dice* de JJ mesurés. $E_J$ est obtenue à partie de la résistance normale des jonctions. La température de transition KTB est estimée de [15] dans la limite classique : l'effet des fluctuations quantiques est ici négligé. Les îles de ce réseaux ont une capacité de $C_g$ =0,67 $aF$ par rapport à la grille électrostatique.

### 4.2.1 Estimation de $E_J$

L'énergie Josephson est calculée directement à partir de la résistance tunnel des jonctions, $r_n$. La mesure de la résistance à 4,2 $K$ nous informe sur la résistance des réseaux de

JJ dans l'état normal, $R_n$. Nous faisons l'approximation que le courant est nul à travers les jonctions situées sur une équipotentielle. Le schéma de résistance 4.2.a peut donc être simplifié (cf Schéma 4.2.b) en une série de chaînes unidimensionnelles en parallèle.

Pour $M$ chaînes en parallèle formées de N jonctions en série de résistances $r_n$, la relation entre la résistance totale du réseau et la résistance par jonction est :

$$r_n = \frac{M}{N} R_n \tag{4.1}$$

Dans les réseaux réalisés à PLATO, M=336 et N=252. Les résistances des jonctions varient de 4,93 $k\Omega$ à 53,3 $k\Omega$. Ces valeurs sont répertoriées dans le tableau 4.2. Les énergies Josephson calculées grâce aux relations 1.2 et 1.5 varient sur un ordre de grandeur de 0,14 $K$ à 1,5 $K$.

### 4.2.2 Estimation de la capacité des jonctions

La capacité des jonctions est déterminée à partir de la tension d'offset, $V_{off}$. Pour $V > V_{gap} = 2N\Delta/e$, la caractéristique IV est linéaire. La représentation de la tension d'offset ($V_{off} = V - I * dV/dI$) en fonction du courant sature [50] à forte polarisation. La figure 4.3 montre typiquement cette saturation sur l'échantillon $\mathcal{C}$, à 80 $mK$ dans l'état supraconducteur et à 300 $mK$ dans l'état normal. Cette tension correspond alors à la tension d'offset de la loi locale [50, 46, 45] : $V_{off} = N\frac{e}{2C}$. Nous avons mesuré cette tension pour les réseaux $\mathcal{C}$ et $\mathcal{B}$ (cf figure 4.3 pour l'échantillon $\mathcal{C}$). Compte-tenu des incertitudes de mesures, la capacité par jonction est estimée à $(0,5 \pm 0,1)$ $fF$ dans le réseau $\mathcal{C}$ et à $(1,3 \pm 0,2)$ $fF$ dans le réseau $\mathcal{B}$. D'après la surface de recouvrement mesurée au MEB, on obtient une capacité de l'ordre de $(50 \pm 10)$ $fF.\mu m^{-2}$, ce qui est en accord avec les valeurs obtenues dans les autres groupes [46, 45].

Nous déduisons donc pour l'échantillon $\mathcal{A}$ une capacité de jonction de $(5 \pm 1)$ $fF$. Les énergies de Coulomb associées à ces capacités de jonctions s'échelonnent entre 0,31 $K$ pour les plus grandes jonctions et 1,9 $K$ pour les jonctions de petite taille.

Le rapport des énergies Josephson et de Coulomb, $x = E_J/E_c$, varie donc suivant les réseaux de 0,07 à 4,9. Les échantillons mesurés couvrent donc une large gamme de paramètres sur deux ordres de grandeurs.

### 4.2.3 Estimation de la capacité des îles par rapport à la masse

L'estimation de la capacité des îles par rapport à la masse (ou au plan de grille) est cruciale pour l'étude des réseaux de JJ de petites tailles. La longueur d'écrantage, $\Lambda = \sqrt{C/C_0}$, détermine en effet le type d'interaction entre les charges et l'énergie de Coulomb pertinente ($E_c$ ou $E_c^{(0)} = e^2/2C_0$).

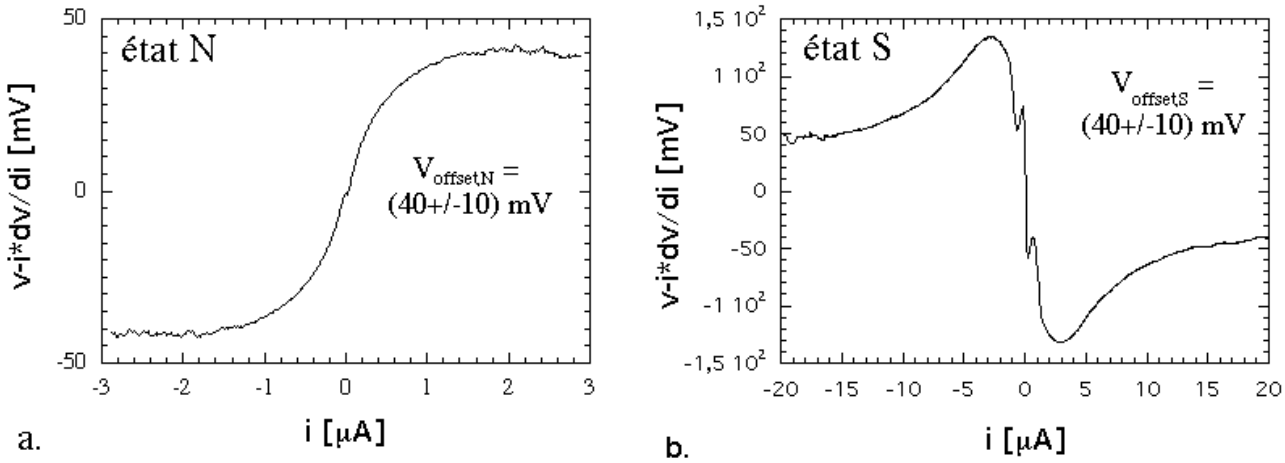


FIG. 4.3: Mesure de la tension d'offset dans le réseau $\mathcal{C}$. Fig. a : dans l'état normal à 300 $mK$, la tension d'offset sature à $(40 \pm 10)$ $mV$. Fig. b : dans l'état supraconducteur à 80mK, on remarque à faible polarisation la signature du gap supraconducteur. A forte polarisation, la tension d'offset sature également à $(40 \pm 10) mV$

La self-capacitance d'une île isolée de longueur $l$ et de largeur $w$ par rapport à un plan de masse situé à une distance $d$ (cf Schéma 4.4) est donnée par la relation [94] :

$$C_{\hat{i}le} = \frac{2\pi l \epsilon}{\ln\left(\frac{8d}{w}\right)} \qquad \text{si } l \gg d \gg w \tag{4.2}$$

où $\epsilon$ est la constante diélectrique du substrat, c'est à dire pour nos échantillons $\epsilon_{Si} = 11,9\epsilon_0$.

Les plaques de $Si$ 8 pouces fournies par le Leti ont une épaisseur de 700 $\mu m$. Nous négligeons ici la contribution à la capacité de la fine couche d'oxyde natif (environ 70 $\AA$). Pour des îles typiques de longueur 5 $\mu m$, de largeur 150 $nm$, la capacité d'une île isolée est de l'ordre de 30 $aF$.

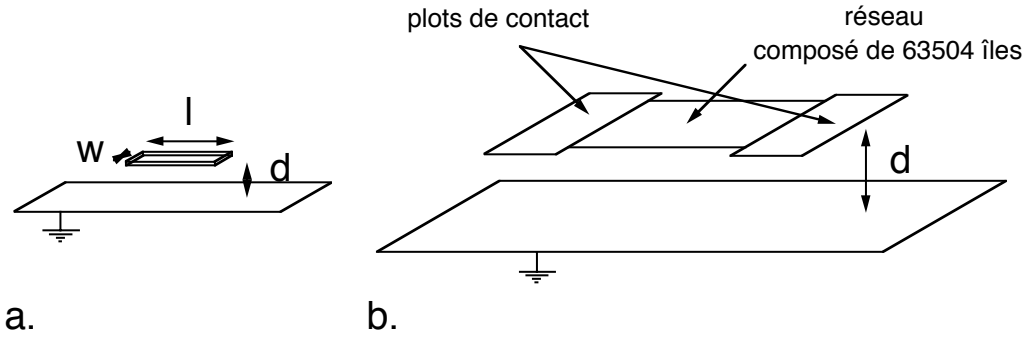


FIG. 4.4: Schéma d'une île isolée (a.) ou intégrée dans un réseau (b.) par rapport à un plan de masse.

Cependant, dans les réseaux de JJ, les îles sont entourées d'autres îles ayant pour effet de confiner les lignes de champ et de réduire la capacité. Nous pouvons donc faire

l'approximation du condensateur plan : le réseau connecté aux plots de mesure est distant de 700 $\mu m$ de l'électrode de grille . La taille des plots est de l'ordre de 800x200 $\mu m^2$. La surface métallique en regard du plan de grille est donc de l'ordre de $S_{total} = 1,6\ mm^2$ (surface du réseau + surface des plots). Nous pouvons donc utiliser l'approximation des grandes électrodes ($\sqrt{S_{total}} \gg d$) dans laquelle la capacité tenant compte des effets de bord est donnée par la relation [94] :

$$C_{totale} = \epsilon \left[ \frac{S_{totale}}{d} - \frac{L_{total}}{2\pi} \ln \left( \frac{d}{\sqrt{S_{totale}}} \right) \right] \tag{4.3}$$

où $L_{totale}$ est le périmètre de l'électrode. La capacité de ce condensateur est de l'ordre de $2.10^{-13}\ F$, c'est à dire 0,13 $aF.\mu m^{-2}$. La surface effective d'une île est donnée par : $S_{\hat{i}le} = \frac{S_{réseau}}{N_{\hat{i}le}}$ Les réseaux comportent 63504 îles sur une surface de 0,35 $mm^2$ ce qui donne $S_{\hat{i}le}$ =5,51 $\mu m^2$. La capacité d'une île par rapport à la grille est alors de :

$$C_g = 0,67\ aF$$

Cette approximation a été utilisée dans de nombreux groupes et est en accord avec l'expérience (voir par exemple [51, 52]). Dans le cas courant, le plan de grille est très proche du réseau ($d \ll taille$), le terme d'effet de bord est alors négligeable. Nous supposerons ici que la capacité des îles par rapport à la masse est dominée par la capacité par rapport à la grille.

La longueur d'écrantage varie donc dans les réseaux que nous avons étudiés, de 67 pour l'échantillon $\mathcal{A}$ à 27 pour l'échantillon $\mathcal{C}$. Tous les réseaux mesurés au cours de cette thèse sont donc dans la limite d'une interaction à "longue portée", c'est à dire $C \gg C_0$.

### 4.2.4 *Estimation du couplage de charge effectif par thermométrie à blocage de Coulomb*

L'énergie de charge pertinente pour les réseaux n'est pas $e^2/2C$, mais une énergie effective prenant en compte l'effet des îles voisines : il s'agit de l'énergie donnée par la loi globale. Notre étude de la transition Supraconducteur-Isolant à $f = 0$ dans le réseau *dice* a soulevé le problème du réel couplage de charge entre les îles dans nos échantillons. Nous avons ainsi réalisé une étude de l'évolution du pic de conductance en fonction de la température, inspirée par les récentes expériences sur la thermométrie à blocage de Coulomb.

En effet, les propriétés de transport d'un réseau de jonctions tunnel dépendent fortement de la température [95]. Depuis les années 90, de nombreuses études ont démontré l'intérêt de ces réseaux pour la thermométrie. Ces dispositifs possèdent deux qualités majeures : ils combinent un thermomètre primaire et un thermomètre secondaire et sont

insensibles au champ magnétique. Les caractéristiques IV sont entièrement calculables en fonction de la température à partir du nombre et de la capacité des jonctions. Dans la limite d'un faible couplage ($r_n \gg R_Q$), le thermomètre à blocage de Coulomb (CBT pour "*Coulomb Blockade Thermometry*") est basé sur le blocage partiel du passage par effet tunnel des électrons, dans le régime où plusieurs énergies sont en compétition : l'énergie de charge, $E_{c,eff}$, l'énergie thermique, $k_BT$, et l'énergie électrostatique, $eV$, induite par la différence de potentiel, $V$, aux bornes du réseau.

La conductance normalisée d'un réseau de jonctions tunnel, $G/G_n$ (avec $G_n = R_n^{-1}$), varie en fonction de la tension de polarisation par [95, 96] :

$$\frac{G}{G_n} = 1 - \frac{E_{c,eff}}{k_BT}.g\left(\frac{eV}{Nk_BT}\right) \tag{4.4}$$

avec :

- $N$ : le nombre de jonctions en série
- $E_{c,eff}$ : l'énergie de charge effective. Dans un réseau 1D, elle est donnée par $E_{c,eff} = 2E_c\frac{N-1}{N}$
- la fonction $g(x)$ est définie par : $g(x) = [x\sinh(x) - 4\sinh^2(x/2)]/8\sinh^4(x/2)$

Le minimum de conductance apparaît à polarisation nulle, c'est à dire :

$$\frac{\Delta G}{G_n} = \frac{E_{c,eff}}{6k_BT}. \tag{4.5}$$

avec $\Delta G = G_n - G_{min}$ : la profondeur du pic de conductance.

Connaissant $G_n$ et $E_{c,eff}$, la mesure de la conductance à polarisation nulle est une mesure de la température : le réseau se comporte comme un thermomètre secondaire. D'autre part, la largeur à mi-hauteur, $V_{1/2}$, est directement proportionnelle à la température, ce qui constitue un thermomètre primaire :

$$eV_{1/2} = 5,439Nk_BT\left(1 + 0,3921\frac{\Delta G}{G_n}\right) \tag{4.6}$$

Ces caractéristiques sont relativement peu sensibles au désordre. Dans les réseaux de grandes tailles, la conductance différentielle suit la forme analytique 4.4 avec une précision de 1% pour une dispersion de l'ordre de 10% dans la taille des jonctions [97].

De récentes études [96, 98, 99] sur des réseaux 2D ont montré la pertinence de ces études. Notre but est de caractériser l'énergie de charge effective dans nos échantillons, afin de confirmer les valeurs mesurées à partir de la tension d'offset dans la loi locale. Les mesures ont été réalisées sur l'échantillon $\mathcal{C}$, dont l'énergie de charge est élevée ainsi que la résistance tunnel des jonctions ($r_n$=53,3 $k\Omega$) (cf Tableau 4.2).

L'échantillon est polarisé en courant. Le signal d'excitation est créé par une détection synchrone "Barras-Provence", couplée à un pont de résistance haute impédance. La tension de réponse est mesurée par la détection synchrone. Nous effectuons donc une mesure de résistance différentielle. La fréquence de l'excitation est de 33 $Hz$ et son ampitude de 100 $nA$. La tension maximale aux bornes de l'échantillon est de 0,8 $V$. Cette étude a été réalisée sur une gamme de température de 1,6 $K$ à 4 $K$. La température inférieure est fixée par la température de transition supraconductrice. En effet pour $T < 1,6\ K$, le gap supraconducteur commence à se former et l'on perd l'effet lié au blocage de Coulomb. La courbe 4.5 est une courbe typique de conductance en fonction de la tension aux bornes du réseau. On remarque une diminution du pic de conductance lorsque la température augmente, ainsi qu'un élargissement de celui-ci.

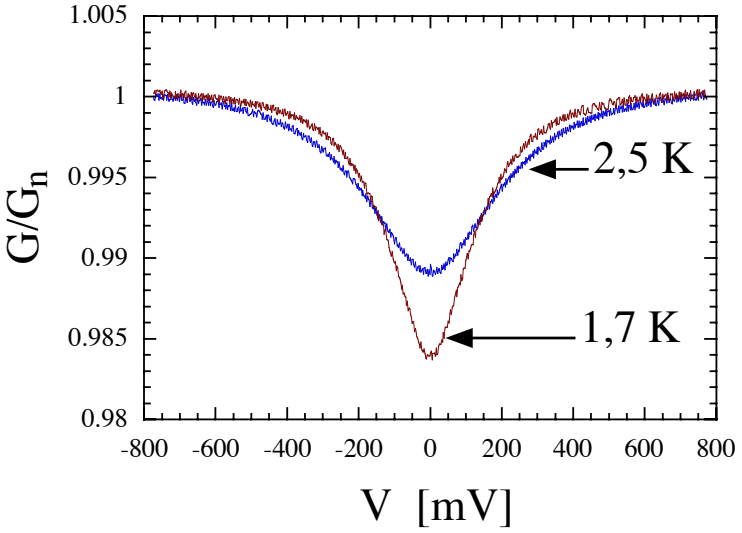


Fig. 4.5: Variation de la conductance normalisée de l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n$ =53,3 $k\Omega$) en fonction de la tension de polarisation à 1,7 $K$ et 2,5 $K$. La profondeur du pic de conductance diminue lorsque la température diminue.

**Variation de la tension à mi-hauteur :** La largeur à mi-hauteur du pic de conductance est portée sur la figure 4.6 en fonction de la température. La variation observée est linéaire, en accord avec les prédictions théoriques 4.6. Le nombre de jonctions en série sur une chaîne 1D étant de $N = 252$, nous en concluons d'après l'ajustement linéaire des données un facteur de proportionnalité de 7,4 or le calcul théorique prévoit un facteur de 5,439. De façon similaire, une étude récente de Pekola *et al.* [96] montre un écart aux prédictions théoriques dans les réseaux *carré* 2D (de l'ordre de 20% de plus). Cette différence diminue lorsque la taille du réseau augmente (10% pour $N = 30$). Cependant cet écart semble dépendre du type de réseau 2D utilisé (lignes en parallèle non connectées ou réseau *carré*), nous pouvons donc peut-être attribuer l'écart observé à un effet de géométrie du réseau *dice*. La température mesurée dans le cryostat par une *Speer* ne peut en effet

pas être mise en doute sur 30%. D'autre part le nombre de jonctions en série a été vérifié dans le régime supraconducteur : le gap mesuré correspond à $2N\Delta_0$.

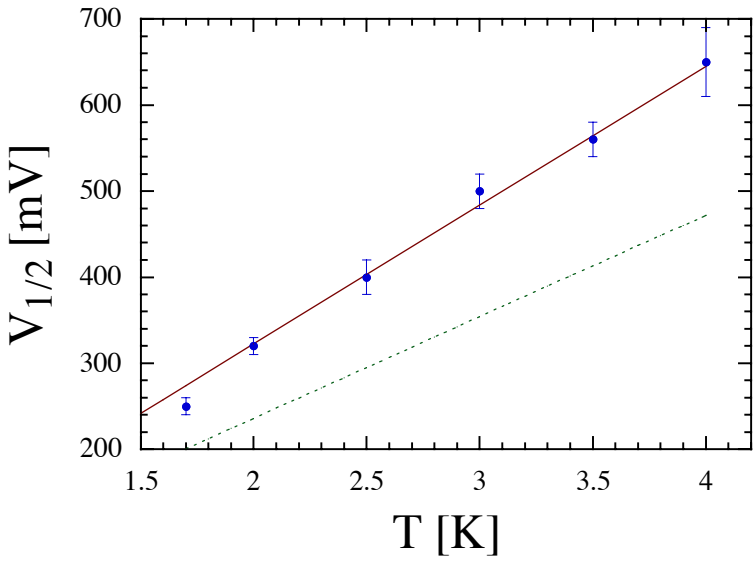


FIG. 4.6: Variation de la largeur en tension du pic de conductance en fonction de T pour l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n$ =53,3 $k\Omega$). Comformément aux prédictions théoriques 4.6, on observe un comportement linéaire. Cependant, on observe un coefficient de proportionalité de 7,4 (trait plein) différent des 5,439 (trait pointillé) prévu par la théorie[4].

**Variation de la profondeur du pic de conductance :** La variation de la profondeur du pic de conductance en fonction de la température donne l'énergie de charge effective du réseau de jonctions tunnel. L'évolution de $\Delta G/G_n$ en fonction de $1/T$ est linéaire (cf figure 4.7), conformément aux prédictions théoriques 4.5. L'ajustement des données par la relation 4.5 donne une énergie de Coulomb effective de :

$$E_{c,eff} = 14\ \mu eV$$

L'énergie de Coulomb estimée pour une jonction suivant la loi locale est de $E_c = e^2/2C = 160\ \mu eV$. La différence entre ces deux énergies est de plus d'un ordre de grandeur. La capacité effective est donc 10 fois supérieure à la capacité déterminée à partir de la tension d'offset. Bergsten *et al.* rapportent dans [98] les résultats de simulations numériques Monte-Carlo sur des réseaux *carrés* de petite taille. La capacité effective déduite de l'énergie de charge effective est 2 fois supérieure à la capacité estimée à partir de $V_{off}$. Ces écarts sont attribués à une interaction à longue distance des charges, augmentant donc la capacité effective des jonctions. Une étude comparative entre les réseaux *dice* et les réseaux *carré* est présentée dans la section 4.5. Il semble cependant que le couplage effectif de charge soit affaibli dans nos échantillons. Ce point est confirmé par l'étude de la dynamique des réseaux à bas champ magnétique. Ce couplage effectif explique en effet le décalage de la

transition S-I[5] observé à $f = 0$.

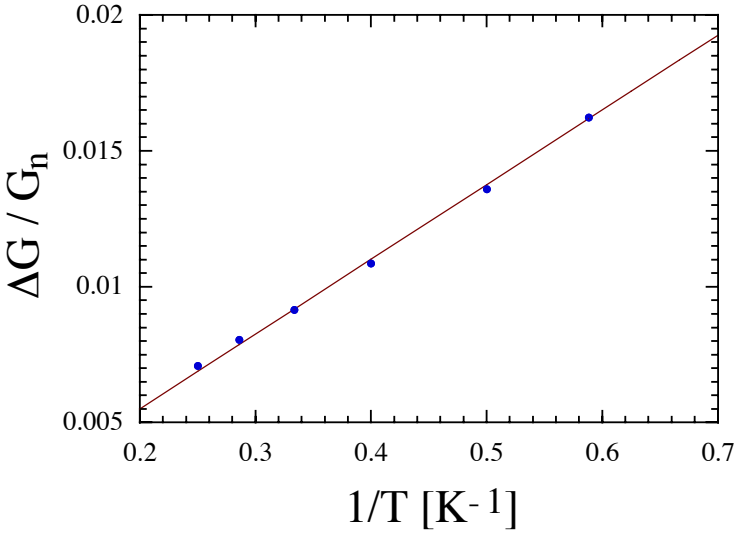


Fig. 4.7: Variation linéaire de la profondeur du pic de conductance de l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n$ =53,3 $k\Omega$) en fonction de $T^{-1}$. Le coefficient de proportionnalité correspond à une énergie de charge effective : $E_{c,eff} = 0,16\ K$.

## 4.3 Caractéristiques générales des courbes IV

Les échantillons mesurés présentent différents comportements. On distingue les courbes IV montrant un courant supraconducteur des courbes présentant un gap de tension. La figure 4.8 présente deux courbes IV caractéristiques d'un réseau supraconducteur (cf Fig. 4.8.a) et d'un réseau isolant (cf Fig. 4.8.b).

Dans le réseau supraconducteur, on observe un courant critique, $I_c$, repéré par un saut de tension de $2\Delta(T)$. Il correspond à la commutation d'une colonne du réseau [100, 37]. L'ensemble des jonctions situées sur cette colonne transitent dans l'état résistif et des vortex circulent de part et d'autre du réseau par cette colonne [101], entrainant une oscillation cohérente de la différence de phase des jonctions. Dans les réseaux sous-amortis, on observe des IV hystérétiques et le courant de repiégeage de la configuration de vortex, $I_r$, est différent du courant critique. C'est ce que l'on observe dans l'échantillon $\mathcal{A}$ (cf Fig. 4.8.a). A très faible polarisation, on observe dans les réseaux classiques une réelle branche supraconductrice. L'ensemble des vortex est piégé dans les puits de potentiel. Lorsque le courant augmente, des vortex plus faiblement piégés vont pouvoir se déplacer, créant ainsi une différence de potentiel aux bornes du réseau. L'amplitude relative de ce courant de dépiégeage, $I_d$, est caractéristique de la commensurabilité des structures de vortex. Plus la configuration est ordonnée et plus les vortex sont fortement piégés. La comparaison entre

[5]Supraconducteur-Isolant

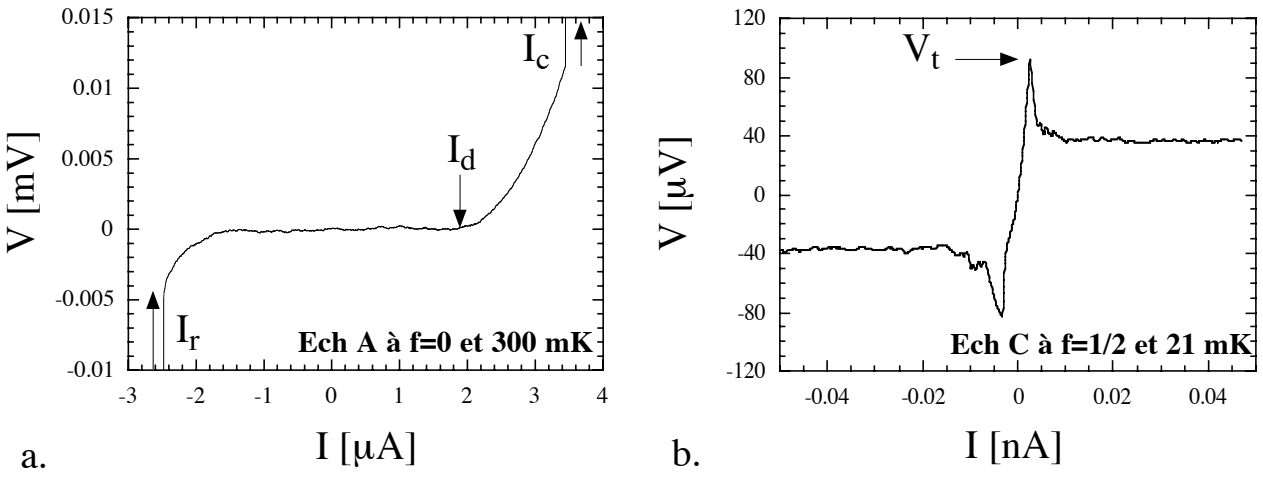


FIG. 4.8: Fig. a : courbe IV caractéristique d'un échantillon supraconducteur (réseau $\mathcal{A}$ à $f = 0$ et 300 $mK$). On distingue trois courants : $I_r$, le courant de repiégeage, $I_d$, le courant de dépiégeage et $I_c$ le courant critique. Fig. b : courbe IV caractéristique d'un comportement isolant (réseau $\mathcal{C}$ à $f = 1/2$ et 20 $mK$). La tension de seuil, $V_t$, caractérise la zone de blocage de Coulomb.

$I_r$ et $I_c$ détermine le caractère hystérétique des réseaux observé également à plus forte polarisation.

En revanche, dans le régime isolant un gap de tension est observé. Il est repéré par la tension seuil, $V_t$ (cf Fig. 4.8.b). Ces courbes IV sont plus précisement étudiées au chapitre 7.

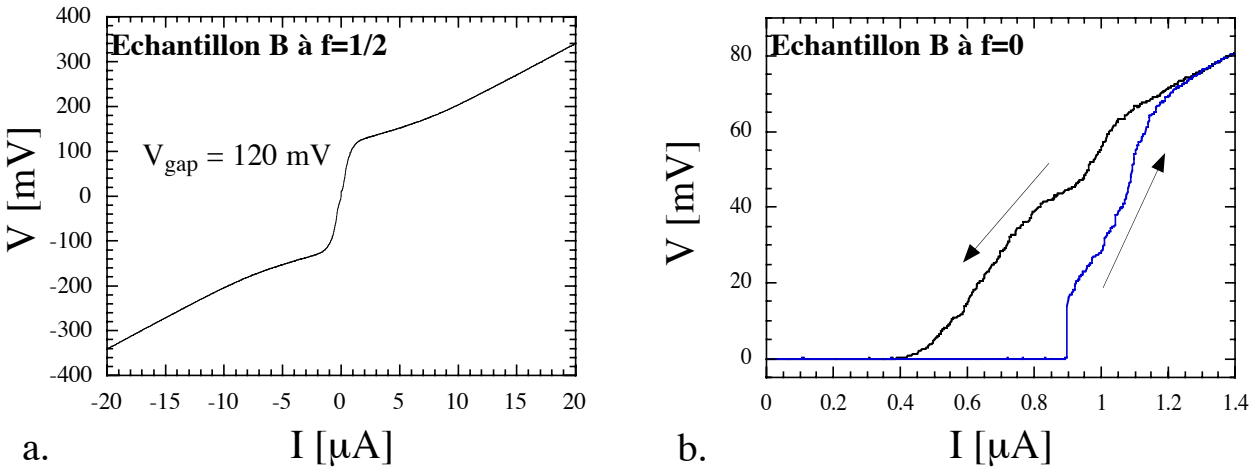


FIG. 4.9: A forte polarisation, l'ensemble des jonctions a transité dans l'état résistif et l'on retrouve la résistance normale lorsque la tension est supérieure au gap supraconducteur (cf Fig. a réseau $\mathcal{B}$ à 300 $mK$). Dans le régime sous-amorti, on observe une hystérésis (cf Fig. b réseau $\mathcal{B}$ à $f$="0" et 300 $mK$). La tension augmente par saut de $2\Delta(T)$ : c'est la commutation de colonne.

A plus forte polarisation, on observe dans les réseaux supraconducteurs sous-amortis la commutation successive de l'ensemble des colonnes du réseau, comme sur la figure 4.9.b. L'amplitude des sauts de tension permet de déterminer le gap supraconducteur :

$2\Delta(T) \approx 420\ \mu eV$ sur l'ensemble des échantillons testés. La présence ou non de cette hystérésis nous permet de caractériser l'amortissement du mouvement des vortex dans nos échantillons : si les courbes IV sont hystérétiques, le mouvement est sous-amorti ; dans le cas contraire, il est sur-amorti.

Lorsque la tension excède $V_{gap} = 2N\Delta$, on retrouve progressivement une caractéristique linéaire de pente $R_n$. On observe sur la figure 4.9.a le gap supraconducteur de l'échantillon $\mathcal{B}$ à environ 120 $mV$, ce qui est en accord avec le nombre de jonctions en série et le gap mesuré à partir de la commutation de colonne. Cette mesure nous permet de vérifier la qualité des réseaux : si le gap observé est trop faible, cela signifie que des colonnes sont court-circuitées.

## 4.4 Présentation des différents réseaux

La caractérisation des énergies Josephson et de Coulomb des jonctions composant les différents réseaux étudiés nous permet d'estimer leur régime. Le rapport entre $E_J$ et $E_c$ varie de 4,9 pour le réseau $\mathcal{A}$ à 0,07 pour le réseau $\mathcal{C}$ en passant par 0,52 pour le réseau $\mathcal{B}$. La figure 1.4 présente le diagramme de phase des réseaux *carré* et *triangulaire*[6] à $f = 0$ d'après Van der Zant *et al.* [60]. La coordinance du réseau *dice* est bivaluée ; cependant tant la moyenne arithmétique $((6+3+3)/3{=}4)$ que la moyenne géométrique $((6*3*3)^{1/3}{=}3{,}8)$ sont de l'ordre de 4, la coordinance du réseau *carré*. Nous pouvons donc supposer que la coordinance du réseau *dice* ne diffère pas significativement de celle du *carré*.

Les trois échantillons que nous avons mesurés se situent pour le réseau $\mathcal{A}$ à $E_c/E_J = 0,20$, pour le réseau $\mathcal{B}$ à $E_c/E_J = 1,4$ et pour le réseau $\mathcal{C}$ à $E_c/E_J = 14$. Par comparaison avec le diagramme 1.4, on estime donc qu'à $f = 0$, les réseaux $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont supraconducteurs à basse température (le réseau $\mathcal{B}$ étant dans le régime quantique proche du point critique de 1,7) et que le réseau $\mathcal{C}$ est isolant. Nous allons voir que nos mesures ne sont pas tout à fait en accord avec ces estimations. Mais avant d'entrer dans cette discussion, je présente dans les sous-sections suivantes la dynamique observée sur ces échantillons à bas champ magnétique ($f$ autour de 0).

### 4.4.1 Réseau classique : $E_J/E_c = 4,9$

Le réseau $\mathcal{A}$ est composé de jonctions de résistance tunnel : $r_n = 4,93\ k\Omega$ et de capacité $3\ fF$. L'énergie Josephson est donc estimée à 131 $\mu eV$ et l'énergie de Coulomb d'une

[6] La rapport $E_c/E_J$ du réseau *triangulaire* est "renormalisé" en prenant en compte la coordinance des sites. Les îles du réseau *triangulaire* ont une coordinance plus élevée que dans le réseau *carré* d'un facteur 3/2. Van der Zant *et al.* considère donc que la phase supraconductrice est plus rigide dans le réseau *triangulaire*, augmentant le couplage Josephson d'un facteur 3/2. Alors que l'énergie de charge est diminuée d'un facteur 2/3. Finalement $(E_c/E_J)_{triangl} = 4/9(E_c/E_J)_{carré}$.

jonction à 27 $\mu eV$, ce qui donne un rapport $E_J/E_c = 4,9$.

Cet échantillon est supraconducteur à basse température (cf Fig. 4.8.a). Nous avons donc étudié la transition KTB[7] à $f = 0$. A basse température, cette transition de brisure des paires vortex-antivortex apparaît à la température $T_{KTB}$ [15]. En absence de fluctuations quantiques, dans le réseau *dice*, la température de transition est reliée à l'énergie Josephson des jonctions par (cf sous-section 1.2.2) :

$$T_{KTB}^{dice} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{E_J(T_{KTB})}{k_B} \tag{4.7}$$

La prédiction théorique des températures de transition KTB en champ nul, dans les différents échantillons, est reportée dans le tableau 4.2. Nous utilisons pour cela la variation du gap supraconducteur en fonction de la température déterminée par Mühlschlegel [102]. Par la suite, la variation de l'énergie Josephson en fonction de T est estimée à partir de l'approximation du gap supraconducteur par la loi empirique :

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}$$

L'écart est maximum entre le calcul de Mühlschlegel et la loi utilisée dans la suite vers $T/T_c \approx 0,8$. C'est pourquoi l'estimation de $T_{KTB}$ dans le réseau $\mathcal{A}$ est indiquée dans une gamme de quelques dizaines de $mK$.

Plusieurs méthodes permettent de déterminer expérimentalement la température de transition KTB, par l'étude des caractéristiques IV, comme nous l'avons vu dans la section 5.2, mais également à partir de la variation de la résistance linéaire. Nous noterons par la suite $T_{KTB}^{mes,a}$ la température de transition déterminée à partir des courbes IV, et $T_{KTB}^{mes,R_0}$, la température déterminée à partir de la variation de $R_0(T)$.

**Variation de $R_0(T)$ :**

Pour des températures $T \geq T_{KTB}$, des vortex libres sont créés par de la brisure des paires $V - \bar{V}$. La résistance linéaire dépend alors de la densité de ces vortex libres, ce qui s'exprime en fonction de la température par :

$$\frac{R_0(T)}{R_n} = b_1 exp\left[\frac{-b_2}{\sqrt{\tau - \tau_{KTB}}}\right] \tag{4.8}$$

avec la température normalisée $\tau = k_B T/E_J(T)$ et les deux coefficients numériques $b_1$ et $b_2$ de l'ordre de 1 (cf section 5.2). Nous avons ajusté les données par la relation 4.8 avec $\tau_{KTB}$ comme paramètre ajustable, en fixant $b_1$ et $b_2$ à 1 (cf Fig. 4.10). La température de transition déduite de cette étude est de $(1,25 \pm 0,03)$ $K$, ce qui est en accord avec la prédiction théorique donnée par l'éq. 4.7 compte-tenu des incertitudes.

[7] "Kosterlitz-Thouless-Berezinski"

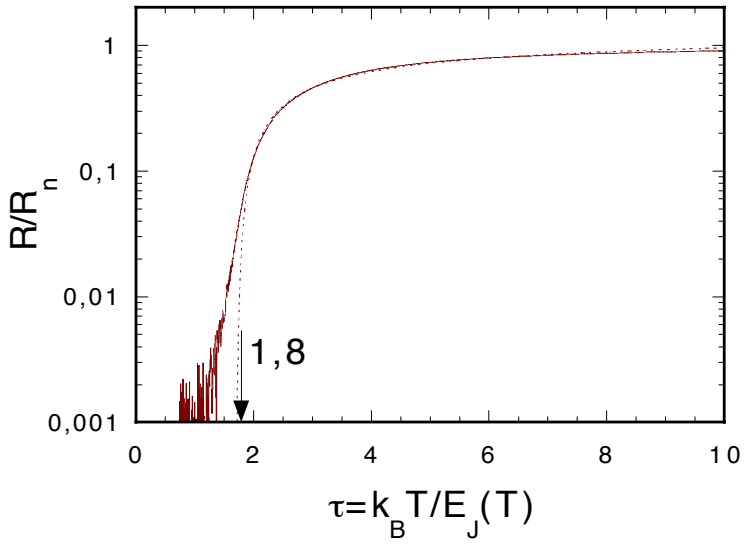


Fig. 4.10: Variation de $R_0(T)$ à la transition KTB à $f = 0$ pour l'échantillon $\mathcal{A}$ ($r_n = 4,93\,k\Omega$ et $x = 4,9$). L'ajustement des données, en traits pointillés, est réalisé avec une température réduite $\tau_{KTB} = k_B T_{KTB}/E_J(T_{KTB})$ de 1.68. La prédiction théorique est de 1,8 (elle est pointé par une flèche sur l'axe des abscisses).

**Etude des caractéristiques IV en fonction de la température :**

Les caractéristiques IV des réseaux de JJ sont non linéaires à basse température ($T < T_c$) : $V \propto I^{a(T)}$. A la transition KTB l'exposant $a(T)$ passe de $a = 1$ pour $T > T_{KTB}$ à $a = 3$ pour $T = T_{KTB}$ [21]. Nous avons étudié la variation de cet exposant critique dans le réseau $\mathcal{A}$. Les caractéristiques IV sont présentées sur la figure 4.11. La température varie de 0,69 $K$ à 1,3 $K$ par pas de 40mK. Nous prenons en compte pour cette étude la partie basse tension des IV, comprise entre $3.10^{-5}$ $mV$ et $2.10^{-4}$ $mV$ pour les plus basses températures.

On observe le passage d'un comportement linéaire à haute température ($a = 1$), à un exposant supérieur à 3 (symbolisé par le trait pointillé) à plus basse température. La variation de l'exposant en fonction de la température est portée sur la figure 4.12. Le passage de $a = 1$ à $a = 3$ a lieu dans une zone de température de largeur $0,08K$, centrée en $T^a_{KTB} = 1,22K$. Cette mesure est en accord avec l'ajustement de la résistance linéaire.

A basse tension ($V < 30nV$) et basse température ($T < 0,4K$), on observe un exposant de 1 correpondant à une résistance ohmique de $(0,018 \pm 0,002)$ $\Omega$ c'est à dire $4,8.10^{-6} R_n$. Cette résistance résiduelle est constante et persiste jusqu'à 50mK. Une telle saturation de la résistance avait également été mesurée précédemment [62]. Elle est généralement attribuée au mouvement des vortex résiduels par effet tunnel. En effet pour $T < T_{KTB}$, les vortex sont appariés en dipôle $V - \bar{V}$ dans un système infini pour $f$ strictement nul, cependant la taille finie de l'échantillon et le champ magnétique résiduel (environ $10^{-3}\Phi_0$), créent des vortex libres engendrant ainsi une résistance finie.

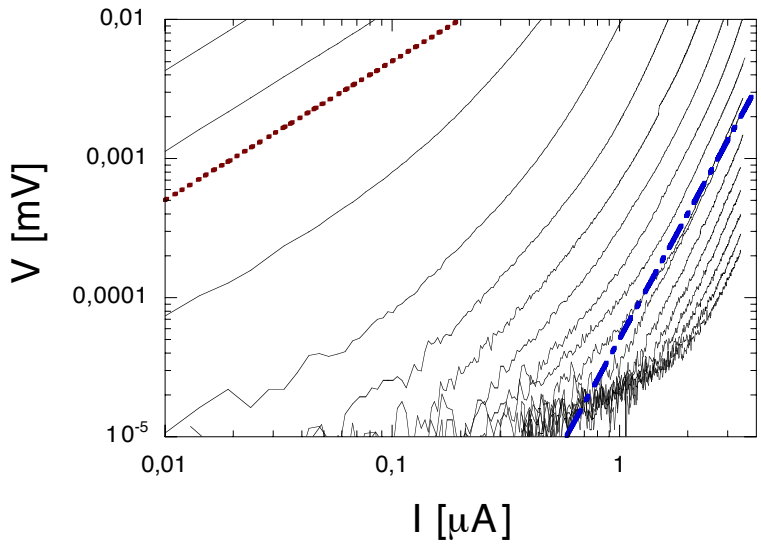


FIG. 4.11: Caractéristiques IV en fonction de T à f=0 pour l'échantillon $\mathcal{A}$. La courbe en pointillé indique une pente correspondant à a=1, la pente à a=3 est représentée par des traits-pointillés. La température varie de 0,69K à 1,3K par pas de 40mK.

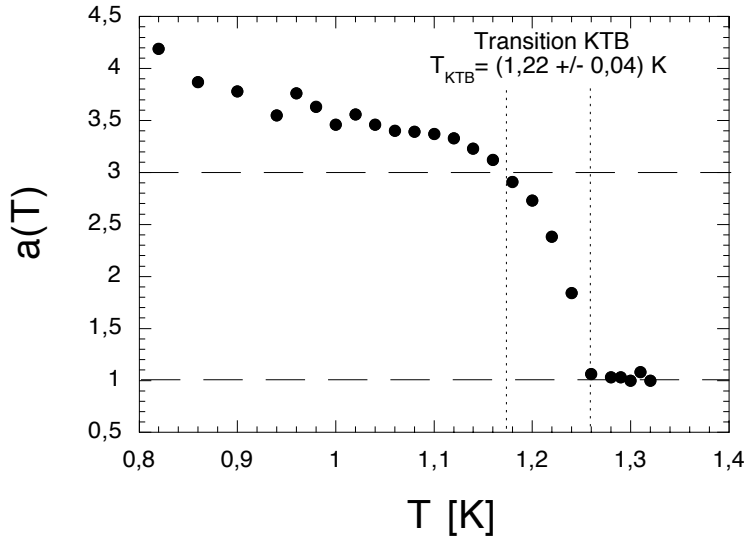


FIG. 4.12: Variation de l'exposant $a(T)$ dans l'échantillon $\mathcal{A}$ à f=0. Le passage est brutal entre a=1 et a=3. Il se situe dans la zone de température $(1,22 \pm 0,04)K$.

### 4.4.2 Réseau quantique : $E_J/E_c = 0,52$

Le réseau $\mathcal{B}$ est composé de jonctions de résistance tunnel : $r_n = 20,4\ k\Omega$ et de capacité $1,3\ fF$. L'énergie Josephson est donc estimée à $32\ \mu eV$ et l'énergie de Coulomb d'une jonction à $61\ \mu eV$, ce qui donne un rapport $E_J/E_c = 0,52$.

Cet échantillon montre à $f = 0$ un comportement supraconducteur. Nous avons donc caractérisé cette transition KTB. Contrairement aux réseaux *carré* caractérisés par le même rapport $E_J/E_c$ [74, 80, 73], cet échantillon ne montre pas de transition M-I induite par le champ magnétique. Cependant pour des frustrations proche de $f = 0$, nous obser-

vons une saturation de la résistance jusqu'aux plus basses températures. Ce comportement est présenté dans la suite en terme de mouvement des vortex par effet tunnel.

**Transition KTB à $f = 0$ :**

Nous avons caractérisé la transition supraconductrice à $f = 0$ par la variation de la résistance linéaire $R_0(T)$ mais également à partir des courbes IV, de la même manière que pour l'échantillon $\mathcal{A}$, présenté dans la sous-section précédente. L'ajustement des données par la relation 4.8 donne une température de transition de l'ordre de 0,56 $K$ alors que la théorie (cf éq. 4.7) prévoit une température de 0,6 $K$. Cet écart est attribué aux fluctuations quantiques qui tendent à affaiblir l'ordre de phase et à réduire la température de transition KTB [70]. Cet effet est discuté dans la sous-section 4.5.1.

L'étude des courbes IV donne une température de transition à $T_{KTB} = (0,63 \pm 0,2)K$, ce qui confirme le fit de $R_0(T)$. Cependant les fluctuations quantiques tendent à élargir la transition KTB, ce qui explique que le passage de $a = 1$ à $a = 3$ se fait sur une gamme de température très large : $\Delta T = 0,4\ K$.

**Saturation de la résistance à basse température :**

En présence d'un champ magnétique, à basse température ($T < T_{KTB}$), les vortex mobiles vont se déplacer induisant une résistance linéaire $R_0(f,T)$. Pour des frustrations très proches de $f = 0$ ($f < 0,03$), nous pouvons faire l'approximation de vortex isolés. La résistance linéaire va donc être proportionnelle à la densité de vortex, donnée par $f$. On peut l'exprimer par : $R_0(f,T)/f = R_*(T)$ où $R_*$ est maintenant indépendante de $f$. En effet, à basse température la résistance différentielle des échantillons est linéaire en fonction de $f$, pour $f$ proche de 0 (cf figure 4.13) [21].

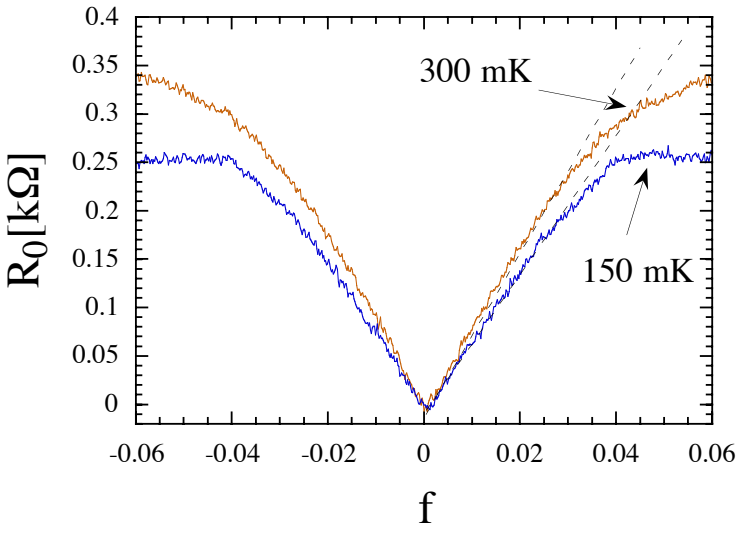


Fig. 4.13: Résistance linéaire fonction de f proche de f=0 dans l'échantillon $\mathcal{B}$ à 150mK et 300mK. Pour $f < 0,03$, $R_0(f,T)$ est proportionnel à $f$. On peut alors faire l'approximation de vortex isolés dans un potentiel périodique, dont l'énergie de barrière est donnée par $E_b^* = \gamma_* E_J$, indépendante de $f$.

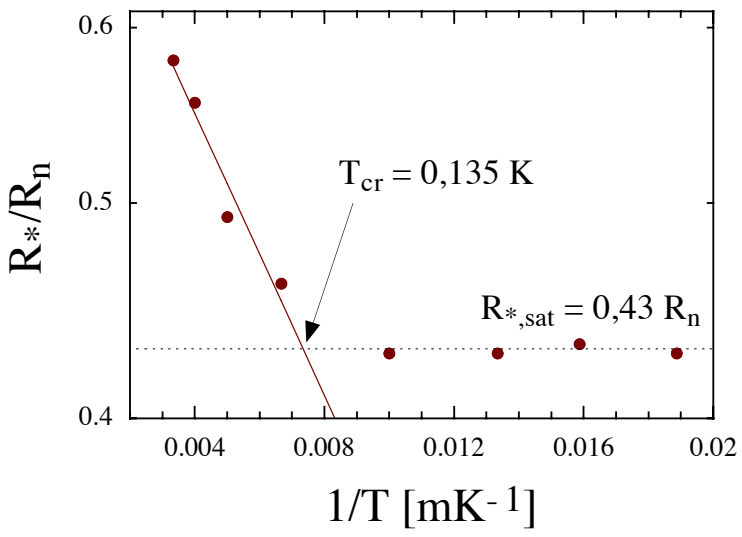


FIG. 4.14: La variation de la résistance $R_*$ dans l'échantillon $\mathcal{B}$ est présentée en fonction de la température à $f$ proche de 0. On observe une saturation de cette résistance à $R_* = 0,43R_n$ à partir de $T_{cr}$ =0,135 $mK$ environ. A $T > T_{cr}$, la résistance $R_*$ suit une loi d'activation thermique caractérisée par une énergie $E_b^*$ =73 $mK$.

Nous avons étudié la variation du rapport $R_*(T)$ en fonction de la température dans cet échantillon (cf figure 4.14). On distingue deux régimes. Un régime haute température dans lequel les vortex se déplacent par activation thermique. Les mesures peuvent alors être ajustés par une loi d'Arrhénius : $R_*(T) \propto \exp\left(\frac{\gamma^*}{\tau}\right)$, où $\gamma^* E_J(T) = E_b^*$ est une énergie de barrière moyenne. A plus basse température, les fluctuations quantiques apparaissent. Lorsque l'énergie de Coulomb des jonctions augmente, la masse des vortex diminue devenant inférieure à la masse d'un électron [62]. Ils vont donc se comporter comme des particules quantiques. Le passage des vortex par effet tunnel à travers les barrières de potentiel va induire une résistance, $R_*$ indépendante de T.

La figure 4.14 présente la variation de $R_* = R_0/f$, dans cet échantillon en fonction de l'inverse de la température. On observe une saturation de cette résistance à $R_* = 0,43R_n$ à partir de $T_{cr}$ =0,135 $mK$ environ. Pour $T > T_{cr}$, la résistance $R_*$ suit une loi d'activation thermique caractérisée par une énergie $E_b^* = \gamma_* E_J$=73 $mK$. Ce qui nous donne un "coefficient de piégeage" de $\gamma_* = 0,2$. Cette énergie est identique à l'énergie de barrière déterminée par Lobb *et al.* dans le réseau *carré* [15]. Un récent calcul de Tesei *et al.* [103] semble montrer que le coefficient de piégeage dans le réseau *dice* est de l'ordre de 1, ce qui semble en désaccord avec nos mesures. Nous avons repris ce calcul et nous déterminons un coefficient de 0,19. Les mesures semblent donc confirmer cette valeur.

Une estimation de la température de "crossover" par $T_{cr} \approx \sqrt{8E_bE_c}/2\pi k_B$ [12] donne 120 $mK$ ce qui est de l'ordre de $T_{cr,0}$. Nous n'avons pas pris en compte ici le facteur

correctif induit pas la géométrie *dice*[8], cependant l'ordre de grandeur est vérifié.

### 4.4.3 Réseau de charge : $E_J/E_c = 0,07$

Le réseau $\mathcal{C}$ est composé de jonctions de résistance tunnel : $r_n = 53,3\ k\Omega$ et de capacité $0,5\ fF$. L'énergie Josephson est donc estimée à 12 $\mu eV$ et l'énergie de Coulomb d'une jonction à 160 $\mu eV$, ce qui donne un rapport $E_J/E_c = 0,07$.

Contrairement à nos estimations, nous observons à bas champ magnétique des caractéristiques IV typiques d'un comportement supraconducteur (cf Fig. 4.15). Le courant critique est de 15 $nA$ à "f=0" et diminue lorsque la frustration augmente. Cependant, le courant de repiègeage n'évolue pas avec $f$, il reste constant à 10,8 $nA$. La résistance à polarisation nulle évolue également peu dans cette gamme de champ ($f$ de 0 à 0,0123). Elle est d'environ 172 $\Omega$. L'absence de courant de dépiégeage peut être attribué aux fluctuations quantiques : les vortex présents dans le réseau se déplacent par effet tunnel affaiblissant ainsi le courant de dépiégeage jusqu'à son extinction.

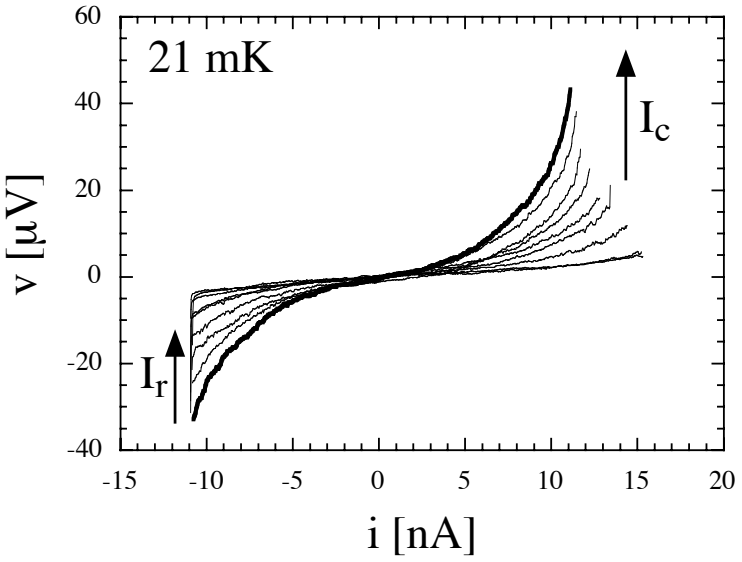


Fig. 4.15: Courbes IV proche de f=0 pour l'échantillon $\mathcal{C}$ à 21mK. La frustration varie de 0 à 0,0123 par pas de 0,0015. Le courant critique, $I_c$, diminue lorsque $f$ augmente alors que le courant de repiégeage, $I_r$, reste constant à 10,8 $nA$. La résistance linéaire à f="0" est de 172 $\Omega$.

Ce réseau montre cependant une transition Métal-Isolant induite par le champ magnétique. Le rapport critique de la transition S-I semble donc proche de 0,071.

**Transition KTB à $f = 0$ :**

La température de transition "supraconductrice"[9] est estimée à partir de la variation de la résistance linéaire en fonction de la température à $f = 0$. Les courbes IV restant

[8] Dans le réseau *carré*, ce facteur est de 1/2.

[9] La résistance résiduelle à basse température est de 172 $\Omega$, cependant à plus haute température l'évolution de $R_0$ est consistante avec la relation 4.8.

ohmiques jusqu'aux plus basses températures, nous n'avons pas étudié la variation de l'exposant $a(T)$.

La mesure de $R_0$ donne donc une température de transition de l'ordre de 0,13 $K$, ce qui est plus faible que la prédiction théorique ($T_{KTB}^{th,class} = 0,27\ K$). Comme nous l'avons dit précédemment cet effet attribué aux fluctuations quantiques, sera discuté dans la sous-section 4.5.1.

**Saturation de la résistance à basse température :**

L'évolution de la résistance linéaire à proximité de $f = 0$ est linéaire de même que dans l'échantillon $\mathcal{B}$. Nous avons donc réalisé une étude similaire. La saturation apparaît vers $T_{cr}$ =0,2 $K$. La résistance de saturation est de l'ordre de $R_{sat}$ =3,8$R_n$, ce qui est beaucoup plus élevé que dans l'échantillon $\mathcal{B}$. Cet effet est probablement dû à l'influence des fluctuations quantiques. En effet cet échantillon est très proche du point critique de la transition entre Suparconducteur et Isolant. L'énergie de point zéro des vortex est donc augmentée, ce qui conduit à une augmentation de la température de "crossover" ainsi qu'à une plus forte dissipation induite par le mouvement des vortex. Le régime d'activation thermique nous permet de déterminer une énergie de barrière de l'ordre de $E_b^*$ =0,06 $K$, c'est à dire environ 0,4$E_J$. Cependant, nous disposons de peu de points de mesure sur cet échantillon, nous pouvons simplement constater que l'ordre de grandeur de l'énergie de barrière est conservé entre les deux échantillons $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$.

L'estimation de la température de "crossover" à partir de cette énergie de barrière ($E_b^*$ =0,06 $K$) donne $T_{cr}^{est} = 0,16\ K$. Ce qui est en accord avec nos mesures.

**Transition métal-isolant induite par le champ magnétique :**

Nous avons vu dans le chapitre d'introduction aux réseaux de JJ que ces systèmes subissent une transition Supraconducteur-Isolant en champ nul lorsque l'énergie de Coulomb devient grande par rapport à l'énergie Josephson. Proche de cette transition, dans le régime supraconducteur, le champ magnétique peut induire une telle transition, en affaiblisant le couplage supraconducteur effectif. Ces transitions sous champ apparaissent à une valeur de frustration critique, $f_c$. Les vortex excédentaires créés par le champ magnétique conduisent le système d'une phase supraconductrice de "verre de vortex" à une phase isolante où les vortex forment un condensat de Bose.

L'échantillon $\mathcal{C}$ montre à basse température une transition M-I (cf Fig. 4.16). L'étude détaillée de la phase isolante est réservée au chapitre 7, nous traiterons ici uniquement le comportement de l'échantillon à la transition.

Variation de $R_0(T)$ en fonction de f :

La variation en température de la résistance en polarisation nulle pour $f = 0$ et $f = 0,5$ est présentée sur la figure 4.16. On observe à $f = 0$ un comportement métallique avec une

forte décroissance de la résistance, alors qu'à $f = 0,5$, la résistance[10] augmente jusqu'à $R/R_n > 10^3$. Comme nous l'avons vu précédemment, la variation de $R_0$ à champ nul donne une température de transition KTB de 0,13 $K$. Nous attribuons la résistance résiduelle à basse température à la présence de vortex créés par le champ magnétique[11].

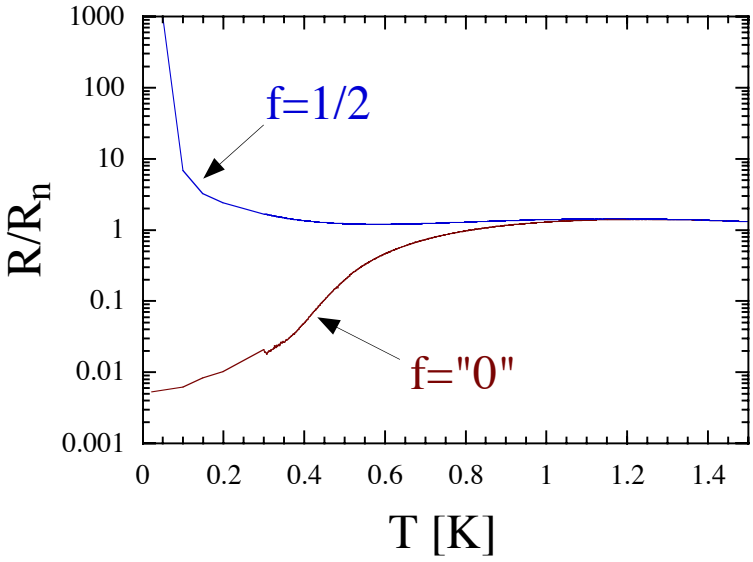


Fig. 4.16: Résistance linéaire de l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n = 53,3\ k\Omega$) en fonction de T de part et d'autre de la transition métal-isolant.

Frustration et résistance critiques :

*Frustration critique :* La transition M-I apparait lorsque la frustration magnétique, $f$, atteint une valeur critique, $f_c$. L'application de la théorie des lois d'échelle de Fisher [77] à la variation de $R_0$ en fonction de $T$ et $f$, permet de déterminer avec précision la frustration critique. Cependant nous n'avons pas réalisé d'étude approfondie des mécanismes de cette transition MI. La variation des courbes de magnéto-résistance en fonction de la température nous permet tout de même d'estimer certains paramètres de la transition, afin de vérifier si la transition observée dans cet échantillon vérifie les propriétés des transitions observées dans les réseaux étudiés dans les autres groupes (voir par exemple [74, 80]).

La figure 4.17 présente la résistance linéaire $R_0$ en fonction de la frustration à plusieurs températures (150 mK, 200 mK, 300 mK et 400 mK). Nous concentrons notre étude sur l'intervalle $f \in [0, 1]$ du fait de la périodicité de la magnéto-résistance. Deux points de croisement sont observés sur ces courbes. Il s'agit là de deux points critiques de transition M-I induite par le champ magnétique. Le comportement de l'échantillon est typique d'un

[10] A basse température, la résistance est mesurée à partir des courbes IV polarisées en courant. La résistance maximale ainsi mesurée est de 50 $M\Omega$.

[11] Le zéro de champ magnétique est déterminé à $10^{-3}\Phi_0$ près.

isolant[12] si la frustration est comprise entre $f_{c,1} = (0,23 \pm 0,01)$ et $f_{c,2} = (0,76 \pm 0,01)$. En dehors de cet intervalle le réseau se comporte comme un métal[13]. Ces transitions ne sont pas exactement symétriques par rapport à la demi-frustration, cependant notre méthode de recherche de $f_c$ n'est pas très précise[14]. Une étude des lois d'échelle sur la variation de la résistance linéaire avec la température nous permettrait de conclure [74] sur cette asymétrie éventuelle.

D'autre part, une caractéristique de notre échantillon est l'absence de transition M-I autour de frustrations autres que $f = n$ ($n \in \mathbb{Z}$). La comparaison de ce résultat avec les réseaux *carré* et *triangulaire* [74, 80, 60] semble indiquer que le rapport $E_J/E_c$ de notre échantillon se trouve très proche du rapport critique de la transition M-I à champ nul. En effet, les études précédemment citées montrent la disparition des transitions M-I induites par le champ magnétique proche de frustrations rationelles simples, comme $f = 1/2$ ou $f = 1/3$, lorsque la quantité $E_J/E_c$ se rapproche du rapport critique pour lequel les réseaux sont isolants quelque soit le champ magnétique.

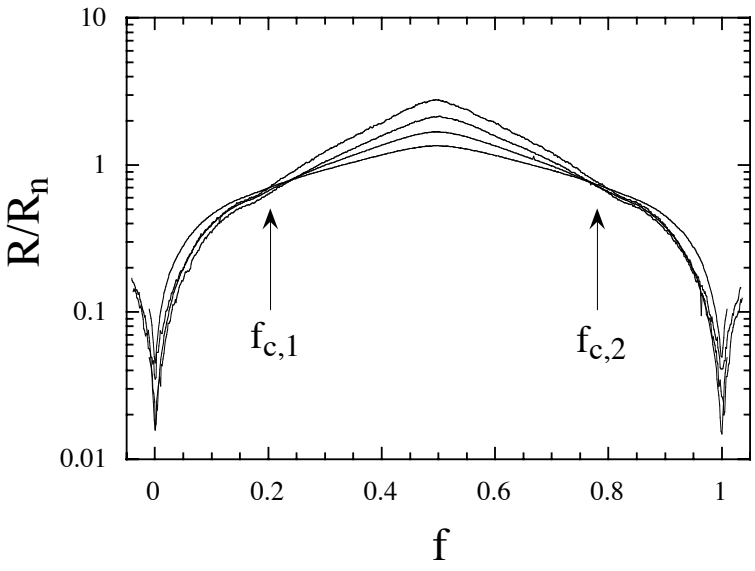


FIG. 4.17: Variation de $R_0$ autour de la transition métal-isolant à 150 mK, 200 mK, 300 mK et 400 mK entre $f = 0$ et $f = 1$ pour l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n = 53,3\ k\Omega$). Pour $f < f_{c,1}$ et $f > f_{c,2}$, on observe une décroissance de $R_0$ avec T, typique dans un métal. La résistance augmente avec la température pour $f \in [f_{c,1}, f_{c,2}]$, il s'agit d'un comportement isolant.

*Résistance critique :* Les résistances critiques observées sont relativement élevées par rapport aux prédictions théoriques. On obtient des résistances par carré $r_{c,1} = (43,3 \pm 0,7)$ $k\Omega$ et $r_{c,2} = (41,3 \pm 0,7)$ $k\Omega$ pour les transitions à $f_{c,1}$ et $f_{c,2}$ respectivement. Ce qui correspond à une résistance du réseau de $(32,5 \pm 0,5)$ $k\Omega$ et $(31,0 \pm 0,5)$ $k\Omega$. Les précédentes

[12] $R_0$ augmente lorsque T diminue.

[13] $R_0$ diminue avec T.

[14] On recherche le point de croissement des courbes de magnéto-résistance.

études expérimentales réalisées à Delft et Chalmers montrent des résistances critiques allant de 2,5 $k\Omega$ à 15 $k\Omega$. Ce point n'est à ce jour pas compris.

Détermination du produit des exposants critiques $z_B\nu_B$ :

En champ nul, la théorie KTB lie la longueur de corrélation supraconductrice, $\xi$, à la température de transition, $T_c$. Cette longueur de corrélation dépend de paramètres de contrôle comme le désordre. Nous avons vu que la description des réseaux de JJ en terme de modèle XY peut être associée à la transition KTB dans les films 2D. Dans ce dernier cas, si la transtion est continue, la longueur de corrélation va diverger et la température critique tendre à s'annuler lorsque le désordre augmente. On attend une dépendance en loi de puissance : $T_c \propto \xi^{-z_B}$ avec un exposant dynamique $z_B = 1$. Dans le cas d'un désordre intermédiaire, Fisher prédit une transition induite par le champ magnétique avec une divergence de $\xi$ comme $(B - B_c)^{-\nu_B}$ (l'exposant $\nu_B \geq 2/d = 1$ en dimension 2, et $B_c$ le champ critique pour lequel la transition M-I induite par le champ est atteinte) [77]. Ces deux exposants sont caractéristiques du type de transition et la variation de la résistivité à la transition est donnée par :

$$\frac{dR_0}{dB} \propto T^{-1/z_B\nu_B}$$

Dans le cas de réseaux de JJ, le paramètre de champ magnétique pertinent est la frustration, nous avons donc étudié la dérivée de la magnéto-résistance proche des transitions critiques afin de déterminer le type de comportement à la transition.

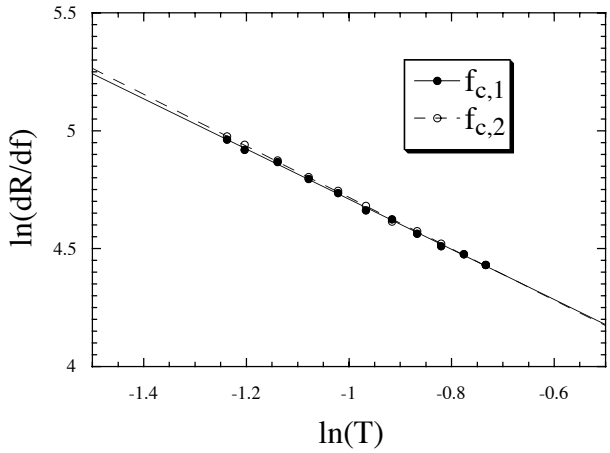


Fig. 4.18: Recherche du produit des exposants critiques ($z_B\nu_B$) pour la transition M-I de l'échantillon $\mathcal{C}$. A la transition, le logarithme de la dérivée de la résistance linéaire par rapport à la frustration est portée en fonction du logarithme de la température. La dépendance observée est linéaire et l'on estime pour la transition à $f_{c,1}$, un produit $z_B\nu_B = (0,923 \pm 0,02)$ et à $f_{c,2}$, $(0,94 \pm 0,02)$. Ce qui est en accord avec la théorie ainsi que les précédentes expériences.

La figure 4.18 présente la variation de la dérivée de $R_0(f)$ en fonction de la température. On observe bien un comportement en loi de puissance. L'exposant est de $(1,09 \pm 0,02)$

et $(1,06 \pm 0,02)$ pour les transtions à $f_{c,1}$ et $f_{c,2}$ respectivement ce qui donne $z_B\nu_B$ de $(0,923 \pm 0,02)$ et $(0,94 \pm 0,02)$. Ces valeurs sont de l'ordre de 1 en accord avec la théorie ($z_B\nu_B \geq 1$) et les résultats des autres groupes [74, 80, 60] (de 0,6 à 8,2). Nous pouvons donc conclure que la transition MI observée dans cet échantillon est similaire aux transitions observées dans les autres groupes au point près que la résistance critique est assez élevée ($r_c \approx 40\ k\Omega$).

## 4.5 Diagramme de phase à $f = 0$

Nous avons vu dans la section précédente que les réseaux *dice* observés jusqu'ici semblent présenter un décalage par rapport aux réseaux *carré* et *triangulaire* étudiés dans les autres groupes. Nous allons donc chercher à comprendre quelle peut être la source d'un tel décalage. La diminution de la température de transition KTB traduit l'influence des fluctuations quantiques sur le couplage supraconducteur. Ces mesures vont donc tout d'abord nous permettre de quantifier l'amplitude des fluctuations. Nous verrons ensuite quel est le décalage entre nos échantillons et le diagramme de phase des réseaux *carré* et *triangulaire*. Finalement, je présenterai l'étude comparative que nous avons mené sur des réseaux de JJ *carré* et *dice* réalisés simultanément, au laboratoire (à Nanofab).

### 4.5.1 Influence des fluctuations quantiques sur la transition KTB

Les mesures de température de transition KTB sont résumées dans le tableau 4.5.1. Elles sont reportées sur la figure 4.19 en fonction du rapport $E_c/E_J$ des jonctions. Rojas *et al.* ont déterminé l'affaiblissement de $T_{KTB}$ en fonction du rapport entre énergie de Coulomb et de Josephson [70]. L'équation 1.42 donne la correction à la température de transition. Pour un échantillon dont les jonctions ont une énergie de charge $E_c$ et une énergie Josephson $E_J$, le rapport $T_{KTB}/T_{KTB,class}$ est donné par :

$$\frac{T_{KTB}}{T_{KTB,class}} = 1 - \frac{4}{3\pi a z}\frac{E_c}{E_J} \tag{4.9}$$

où $z$ est la coordinance du réseau et $a$, le facteur lié à la topologie pour la transition KTB. Il est donc de $2/\sqrt{3}$ dans le réseau *dice*[15]. La présence du facteur géométrique $a$ au dénominateur nous montre que l'influence des fluctuations quantiques est plus faible dans le réseau *dice* que dans le réseau *triangulaire*. Cependant, si cet effet devait être déterminant dans le décalage de la transition SI à $f = 0$, il devrait être présent dans le réseau triangulaire puisque tant la coordinance[16] que le facteur géométrique sont plus

[15] et de 1 dans le *carré*

[16] Cette contribution a été prise en compte dans le diagramme de phase, puisque le rapport $E_c/E_J$ a été renormalisé.

élevés $((za)_{triangl}/(za)_{carré} = 2,6)$.

| Nom | $\tau_{KTB}^{mes,R_0}$ | $T_{KTB}^{mes,R_0}$ $[K]$ | $T_{KTB}^{mes,a}$ $[K]$ | $T_{KTB}^{th,class}$ $[K]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\mathcal{A}$ | 1,68 | 1,25 | 1,22 +/- 0,04 | 1,28±0,03 |
| $\mathcal{B}$ | 1,58 | 0,56 | 0,63 +/- 0,2 | 0,6 |
| $\mathcal{C}$ | 0,96 | 0,13 | | 0,27 |

Tab. 4.2: Température de transition KTB mesurées à partir de la variation de $R_0(T)$ et des caractéristiques IV à $f = 0$.

La figure 4.19 présente la variation de la température KTB prédite par Rojas *et al.* [70]. Les valeurs mesurées dans les échantillons $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont en bon accord avec cette loi, cependant la température de transition mesurée dans le réseau $\mathcal{C}$ est beaucoup plus élevée que ne le prévoit cette relation. Une telle température correspondrait à un rapport $E_c/E_J$ 2,8 $(0,36^{-1})$ fois plus faible. Si l'on prend en compte les mesures de thermométrie à blocage de Coulomb semblant indiquer que l'énergie de charge effective est plus faible que l'énergie de Coulomb d'une jonction, la température de transition KTB à $f = 0$ mesurée dans l'échantillon $\mathcal{C}$ correspondrait donc à une énergie de Coulomb 2,8 fois plus faible que celle mesurée à partir de la tension d'offset.

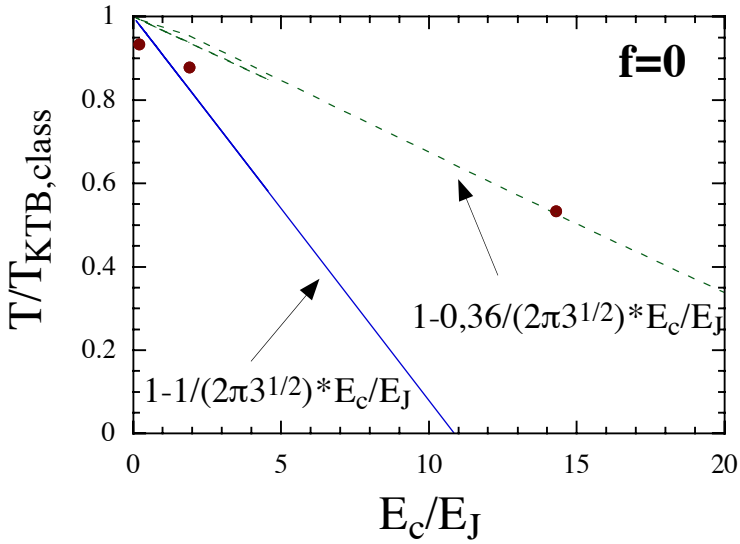


Fig. 4.19: Variation de la température de transition KTB en fonction du rapport $E_J/E_c$ pour les échantillons $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$. La droite en trait plein correspond à l'affaiblissement de $T_{KTB}$ donné par Rojas *et al.*. En pointillé, cette loi est tracée en considérant un rapport effectif de $0{,}36E_c/E_J$.

### 4.5.2 Comparaison au diagramme de phase du réseau *carré*

Nous pouvons d'ors et déjà conclure de l'étude de l'influence des fluctuations quantiques que le désaccord entre nos mesures et les résultats des autres groupes ne vient a priori pas d'une sous-estimation de l'énergie Josephson. Il semble que tout mène à penser que le couplage de charge est affaibli dans nos échantillons, ou du moins dans l'échantillon $\mathcal{C}$, puisque l'échantillon $\mathcal{B}$ présente un affaiblissement de $T_{KTB}$ en accord avec [70] en prenant comme énergie de charge l'énergie de charge des jonctions.

Nous avons porté sur la figure 4.20 le diagramme de phase à $f = 0$ déterminé par Van der Zant *et al.* [60] pour les réseaux *carré* et *triangulaire* ainsi que les points correspondant à nos réseaux *dice* de JJ. Les cercles représentent les températures de transition KTB de nos échantillons en prenant le rapport $E_c/E_J$ déterminé pour les jonctions à partir de la mesure de tension d'offset pour l'énergie de Coulomb et de la mesure de résistance normale pour l'énergie Josephson. Le réseau $\mathcal{C}$ est hors échelle puisque le rapport $E_c/E_J$ vaut 14. On remarque un décalage certain entre ces mesures et les températures de transition des autres réseaux. Les réseaux $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ peuvent être considéré en accord avec ces résultats, si l'on tient compte du fait que les fluctuations quantiques ont un poids plus faible dans le réseau *dice* que dans le réseau *carré*.

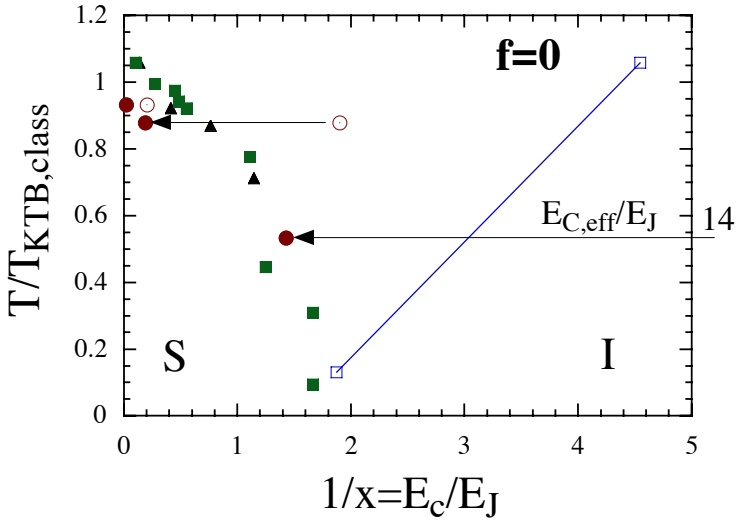


FIG. 4.20: Comparaison du diagramme de phase du réseau *dice* avec les réseaux *carré* et *triangulaire* à $f = 0$ d'après [60]. Les cercles présentent la température de transition KTB des réseaux *dice* pour un rapport $E_c/E_J$ prenant en compte les paramètres des jonctions. Les disques pleins correspondent aux échantillons *dice* où l'on considère l'énergie de charge effective déterminée par thermométrie à blocage de Coulomb ($E_{c,eff} = E_c/10$). Ces derniers points sont en accord avec le diagramme de phase déterminé par van der Zant *et al.* pour les réseaux *carré* et *triangulaire*.

Cependant le réseau $\mathcal{C}$ présente un décalage d'un ordre de grandeur par rapport au réseau *carré*. Si l'on prend en compte l'énergie de charge effective mesurée par thermomètrie à blocage de Coulomb (cf sous-section 4.2.4), on obtient un couplage effectif

$E_{c,eff} = E_c/10$. Les disques pleins sur la figure 4.20 présentent les températures de transition de nos échantillons en considérant le rapport $E_{c,eff}/E_J$. On remarque alors que l'on obtient ainsi un meilleur accord entre nos mesures sur les réseaux *dice* et les réseaux de Van der Zant *et al.*.

### 4.5.3 Discussion

Il semble donc que nos échantillons présentent un couplage de charge effectif que nous sur-estimons en considérant l'énergie de Coulomb d'une jonction. Afin de déterminer quelle est la source de cet affaiblissement, nous avons réalisé des études complémentaires présentées dans la suite. Nous avons réalisé au laboratoire[17] une série de réseaux de JJ *carré* et *dice* simultanément, côte à côte sur le substrat. Si ce décalage est dûe à un aspect de géométrie pure, nous devrions l'observer sur ces échantillons entre les *carré* et *dice*. En revanche si les réseaux *carré* présentent également un décalage, nous devrons chercher la cause de cet effet dans notre système de mesure ou dans notre procédure de nanofabrication.

**Etude en parallèle de réseaux carré et dice**

Les réseaux testés sont présentés dans le tableau 4.5.3. Nous distinguons deux séries, A et B sur lesquelles nous avons mesurés divers échantillons. Les jonctions de la série A sont plus petites que celles de la série B.

Un étude en transport à $f = 0$ nous permet de déterminer si l'échantillon est supraconducteur ou isolant. Les réseaux supraconducteurs à $f = 0$, dans lesquels une transition M-I induite par le champ magnétique est observée, portent la mention "(MI)".

L'étude de la conductance dans l'état normal (cf sous-section 4.2.4) nous renseigne sur le couplage de charge effectif. Contrairement aux mesures effectuées sur l'échantillon $\mathcal{C}$, nous n'observons pas de différences significatives entre le couplage effectif, $E_{c,eff}$, et l'énergie de Coulomb d'une jonction, $E_c$, tant dans les réseaux *carré* que dans les réseaux *dice*. L'écart maximum est de l'ordre d'un facteur 2. Il semble donc que du point de vue du couplage de charge, le réseau *dice* soit identique au réseau *carré* : nous n'observons pas d'affaiblissement du couplage effectif par un effet de géométrie. Cependant, le réseau $\mathcal{C}$ présente un couplage effectif d'un ordre de grandeur plus faible. Les sources possibles de cet affaiblissement sont discutées dans la suite.

Un résultat surprenant de cette étude est le comportement supraconducteur de l'échantillon C-A1 à $f = 0$ alors que son couplage de charge est 25 fois supérieur au couplage supraconducteur, ressemblant en celà au réseau $\mathcal{C}$. Cependant l'énergie de charge effective déterminée par CBT est du bon ordre de grandeur dans le réseau C-A1. Ensuite nous

[17] en collaboration étroite avec T. Crozes

| Réseau | $r_n$ $[k\Omega]$ | $E_J$ $[\mu eV]$ | S $[\mu m^2]$ | C $[fF]$ | $E_c^{jct}$ $[\mu eV]$ | $x$ $= E_J/E_c$ | $x^{-1}$ | (N ;M) | $E_{c,eff}$ $[\mu eV]$ | régime à $f = 0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C-A1 | 107 | 5,8 | 0,01 | 0,5 | 160 | 0,036 | 28 | (88 ;105) | 105 | supra (MI) |
| C-B1 | 27,4 | 23 | 0,02 | 1 | 80 | 0,29 | 3,5 | (88 ;105) | 113 | isolant |
| C-B2 | 4,62 | 135 | 0,02 | 1 | 80 | 1,7 | 0,59 | (88 ;105) | 53 | supra |
| D-A1 | 19,6 | 32 | 0,01 | 0,5 | 160 | 0,2 | 5 | (66 ;88) | 134 | supra (MI) |
| D-B1 | 31,2 | 20 | 0,02 | 1 | 80 | 0,25 | 4 | (66 ;88) | 123 | supra (MI) |

TAB. 4.3: Paramètres des réseaux de JJ mesurés pour l'étude de réseaux *carré* ("C-") et *dice* ("D-") en parallèle. Ils sont composés de M chaînes en parallèle comportant chacune N jonctions en série. $E_J$ est obtenue à partie de la résistance normale des jonctions et $E_c$ à partir des surfaces de jonctions mesurées au MEB. $E_{c,eff}$ est l'énergie de charge déterminée à partir de la variation du pic de conductance dans l'état normal : $\Delta G/G_n = E_{c,eff}/6k_BT$. Les réseaux supraconducteurs à $f = 0$, dans lesquels une transition M-I induite par le champ est observée, portent la mention "(MI)".

observons dans cet échantillon une violente asymétrie du pic de conductance[18] fortement dépendante de la température. De plus, nous n'observons pas de saturation de la résistance différentielle à haute polarisation. La source de cette asymétrie n'est pas déterminée à ce jour. Il semble que l'on puisse écarter un rôle joué par le silicium puisqu'il est isolant à basse température. Un mauvais contact entre les plots d'or et les plots d'aluminium pourrait éventuellement être incriminé.

Si l'on écarte de l'étude le réseau C-A1, les deux autres réseaux *carré*, C-B1 et C-B2 sont en accord avec le diagramme de phase de Van der Zant *et al.* (cf Fig. 4.20). Cependant, les réseaux *dice* D-A1 et D-B1 présentent un comportement supraconducteur à $f = 0$ alors que leur rapport $E_c/E_J$ les placerait dans la partie isolante du diagramme de phase 4.20. Aux vues de ces résultats il semble donc que les fluctuations quantiques soient réellement affaiblies dans le réseau *dice* par rapport au réseau *carré*. Cet affaiblissement ne semble pas venir d'un couplage effectif de charge plus faible. Il semble plus probablement venir d'un renforcement de la rigidité de la phase des îles dans cet géométrie. Le coefficient de piégeage des vortex déterminé par Tesei *et al.* [103] est surprenament élevé par rapport au réseau *carré* (5 fois plus grand). Ce résultat peut constituer une piste pour expliquer la faible influence des fluctuations quantiques sur la phase supraconductrice. Cependant, nous ne retrouvons pas cette valeur. Ce point sera à éclaircir lorsque les simulations numériques auront abouti.

[18]chute de la résistance différentielle d'un ordre de grandeur lorsque $V > 0$

**Discussion**

Il semble désormais établi que l'influence des fluctuations quantiques sur la phase supraconductrice soit affaiblie dans le réseau *dice* à la vue de notre étude sur les grands réseaux réalisés avec la masqueur électronique de PLATO ($\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$) mais également à partir de l'étude comparative entre les réseaux *carré* et *dice* de plus petite taille réalisés à Nanofab (C-A1, C-B1, C-B2, D-A1 et D-B1). Cependant une zone d'ombre subsiste sur le comportement du réseau $\mathcal{C}$. En effet ses jonctions sont caractérisées par une énergie de Coulomb 14 fois plus élevée que l'énergie Josephson, mais on observe une énergie de charge effective d'un ordre de grandeur plus faible que l'énergie de Coulomb des jonctions (cf sous-section4.2.4), contrairement aux autres réseaux. D'autre part, le comportement de ce réseau est identique à l'échantillon D-A1 caractérisé par un rapport $E_c/E_J$ 2,8 fois plus faible, ce qui est en accord avec l'étude de l'affaiblissement de la température de transition KTB[19] (cf sous-section 4.5.1).

| Points communs | Différences |
|---|---|
| les résines | épaisseur de substrat : 0,7 $mm$ et 0,4 $mm$ |
| la procédure de développement | taille : (N=252, M=336) et (N=66, M=88) |
| le bâti d'évaporation (même $Al$ et $O_2$) | dispositif d'insolation électronique |
| substrat de $Si$ non oxydé (7 $nm$ d'oxyde natif) | mesures 4 fils et mesures 2 fils |
| le type de motif | plots grillagés et plots remplis |
| le filtre | |
| la connection au filtre | |
| l'appareillage de mesure | |
| la surface des îles | |
| la surface par rapport au flux | |
| la surface de jonction | |

Tab. 4.4: Points communs et différences entre les échantillons présentant des couplages effectifs de charge différents

[19] L'ajustement de la température de transition KTB dans l'échantillon $\mathcal{C}$ correspond à un rapport $E_c/E_J$ 2,8 fois plus faible avec la loi déterminée par Rojas *et al.* [70] (cf éq. 1.42)

Le tableau 4.5.3 recense les points communs et les différences entre les échantillons $\mathcal{C}$ et D-A1. Les différences sensibles sont tout d'abord l'épaisseur du substrat. Les échantillons PLATO sont en effet réalisés sur substrat de 8 pouces dont l'épaisseur est de 0,7 $mm$ alors que les échantillons PLATO sont réalisés sur substrat 2 pouces d'épaisseur 0,4 $mm$. Des différences peuvent alors intervenir dans la capacité des îles par rapport à la masse.

D'autre part la taille est différente entre ces deux échantillons. Des modifications de la capacité effective peuvent également venir de cette différence.

En conclusion, nous avons caractérisé la dynamique à faible champ de trois réseaux de jonctions Josephson : $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$. A $f = 0$, ils sont tous supraconducteurs et l'échantillon $\mathcal{C}$ présente une transition M-I induite par le champ magnétique. Certains points restent à éclaircir concernant le réel couplage de charge du réseau $\mathcal{C}$, cependant nous avons montré que le réseau *dice* présente un renforcement de la phase supraconductrice par rapport aux fluctuations quantiques en comparaison avec le réseau *carré*.

Le chapitre suivant est consacré à la présentation de la spécificité de cette géométrie originale qu'est le réseau *dice*, d'un point de vue théorique mais également du point de vue expérimental. Nous verrons dans le chapitre 7 la particularité de la dynamique à $f = 1/2$ des échantillons étudiés ic,i en comparaison du point de référence à $f = 0$.

# 5

# La spécificité du réseau *dice* à $f = 1/2$

Pour des valeurs particulières de flux magnétique, la propagation des électrons sur le réseau *dice* devient impossible dans le modèle de liaison forte. Des interférences destructives les confinent dans une région de l'espace : les "cages d'Aharonov-Bohm" [4]. Depuis les premiers calculs de 1998, ces travaux se sont enrichis d'études sur l'incidence du désordre, des interactions et de la taille finie sur le confinement des électrons. L'ensemble de cette étude constitue la motivation de mon travail de thèse. Les principaux résultats sont rappelés succintement dans la première partie de ce chapitre. Par la suite, nous verrons comment divers systèmes réels permettent une approche expérimentale de ce problème. Les résultats de C. Naud [104] et de C. Abilio [93] sont présentés à la fin de ce chapitre.

## 5.1 Introduction au modèle de liaisons fortes

*Le modèle de liaisons fortes [13] :* On considère le mouvement d'une particule quantique chargée soumise à un potentiel de confinement périodique, bidimensionnel (2D) et infini. Le hamiltonien associé peut se mettre sous la forme :

$$H = \sum_{<i,j>} t_{ij} \mid j\rangle\langle i \mid \tag{5.1}$$

où $\mid i\rangle$ représente l'orbitale localisée sur le site $i$, et l'intégrale de saut, $t_{ij} = 1$ si $i$ et $j$ sont premiers voisins, 0 sinon, traduit la probabilité de saut d'une orbitale localisée sur le site $i$ à une orbitale localisée sur le site $j$.

En présence d'un champ magnétique, $\vec{B}$, perpendiculaire au plan du réseau, les différentes trajectoires sont déphasées les unes par rapport aux autres d'un facteur :

$$\gamma_{ij} = \frac{2\pi}{\phi_0} \int_i^j \vec{A}.\vec{dl} \tag{5.2}$$

où $\int_i^j \vec{A}.\vec{dl}$ est la circulation du potentiel vecteur associé au champ $\vec{B}$, et $\phi_0 = h/e$, est le quantum de flux.

Le champ magnétique introduit donc un déphasage des intégrales de saut traduit par la substitution de Peierls : $t_{ij}$ devient $t_{ij}e^{i\gamma_{ij}}$. Dans ce facteur de phase, intervient la circulation du potentiel vecteur. Les interférences seront donc caractérisées par une quantité invariante de jauge : le flux magnétique par plaquette élémentaire $\phi = B.S_{plaquette}$. L'unité de champ magnétique pertinente est donc ici la frustration magnétique, $f$. L'intégrale de saut est périodique en champ de période $\Phi = 2\pi f = 2\pi$. Cette propriété implique donc la périodicité du spectre énergétique en fonction de la frustration : $\epsilon(f) = \epsilon(f + n)$ avec $n \in \mathbb{Z}$.

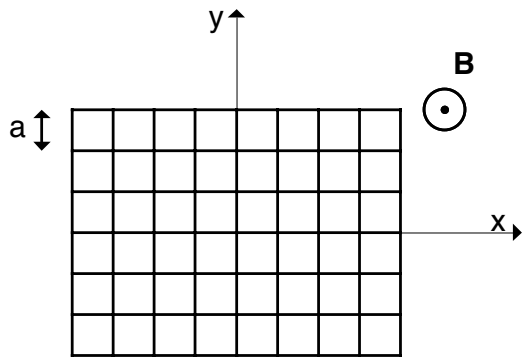


Fig. 5.1: Représentation du réseau carré sous champ magnétique.

*Exemple du réseau carré :* Si l'on considère un réseau *carré*, de pas $a$, plongé dans un champ magnétique, le hamiltonien de liaisons fortes est diagonalisable dans la jauge de Landau ($\vec{A} = B(0, x, 0)$). Le système conserve ainsi l'invariance par translation dans la direction y. Les états propres seront donc de la forme : $\phi(x, y) = \psi(x)e^{ik_y y}$ où $k_y \in [-\pi/a, \pi/a]$. Les sites du réseau se repèrent par $x = na$ et $y = ma$, avec $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$, on réécrit donc $\psi(x) = \psi_n$. L'équation séculaire devient alors :

$$\epsilon\psi_n = \psi_{m+1} + \psi_{m-1} + 2\psi_n \cos(2\pi f + k_y) \tag{5.3}$$

où $\epsilon$ est l'énergie propre du système.

Cette équation, fonction de $k_y$, permet de déterminer le spectre des énergies du réseau *carré* en fonction du flux magnétique réduit, $f$. Le diagramme obtenu, appelé *papillon d'Hofstadter* [105] en raison de sa forme, traduit les deux classes de comportement en fonction de $f$ :

1. si $f$ est rationnel de la forme $p/q$, le système est périodique de période $q$ et le spectre est constitué de $p$ bandes pouvant se toucher. Les états propres correspondants sont des ondes de Bloch.
2. si $f$ est irrationnel, le système est quasi-périodique. Les états propres sont dits critiques avec une décroissance spatiale algébrique. Le spectre est constitué d'une infi-

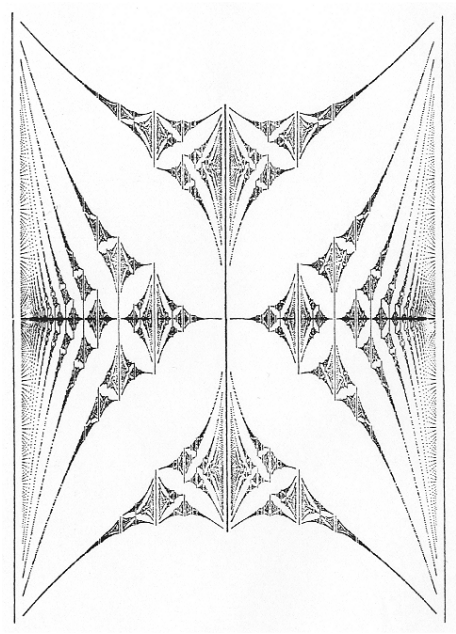

FIG. 5.2: Spectre énergétique d'un réseau carré dans le modèle de liaison forte. L'énergie propre du système est représentée en ordonnée, en unité d'intégrale de saut. Elle varie de -4 à +4. Le flux réduit est porté en abscisse de 0 à 1.

nité de bandes de largeur nulle.

On retrouve cette propriété, relative à la commensurabilité ou à l'incommensurabilité du champ magnétique avec la structure périodique, dans d'autres types de géométries comme le réseau *triangulaire* [106] ou le réseau *hexagonal* [107]. Dans chacun de ces trois réseaux, tous les sites possèdent la même coordinance : $z = 4$ pour le *carré*, $z = 6$ pour le *triangulaire* et $z = 3$ pour l'*hexagonal*. La structure périodique particulière à laquelle nous nous intéressons en détail dans la suite est le réseau *dice* dont la coordinance des sites est bivaluée.

## 5.2 Cas du réseau *dice*

Dans le réseau *dice*, le système d'équations séculaires peut se réduire à une équation liant les sites 6 entre eux. Ceux-ci étant situés sur un réseau triangulaire, une relation entre les spectres des deux structures permet d'obtenir les énergies propres du réseau *dice*, $\epsilon_\pm$, à partir des énergies propres du réseau triangulaire, $\epsilon_T$ :

$$\epsilon_\pm(\gamma) = \pm\sqrt{6 + 2\epsilon_T\left(\frac{3\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \tag{5.4}$$

où $\gamma = 2\pi f$ et $f$ est le flux réduit par plaquette élémentaire du réseau *dice*. D'autre part, quelque soit $f$, l'énergie $\epsilon_0 = 0$ est également une énergie propre du système. D'après

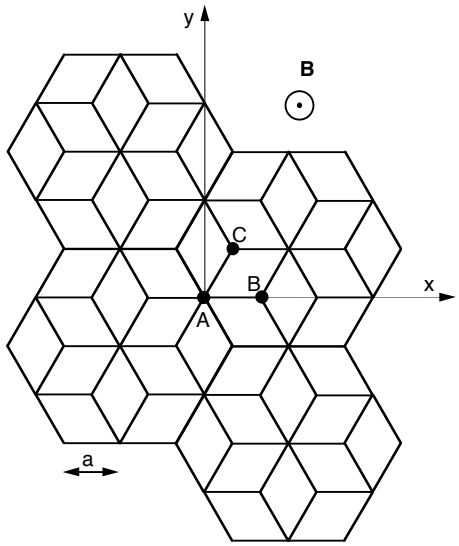


Fig. 5.3: Représentation du réseau dice sous champ magnétique. Les sites A,B et C représentent les 3 sites de la maille élémentaire.

les propriétés du spectre du réseau triangulaire, on distingue également deux classes de comportement si $f$ est rationnel ou irrationnel (cf Fig. 5.4).

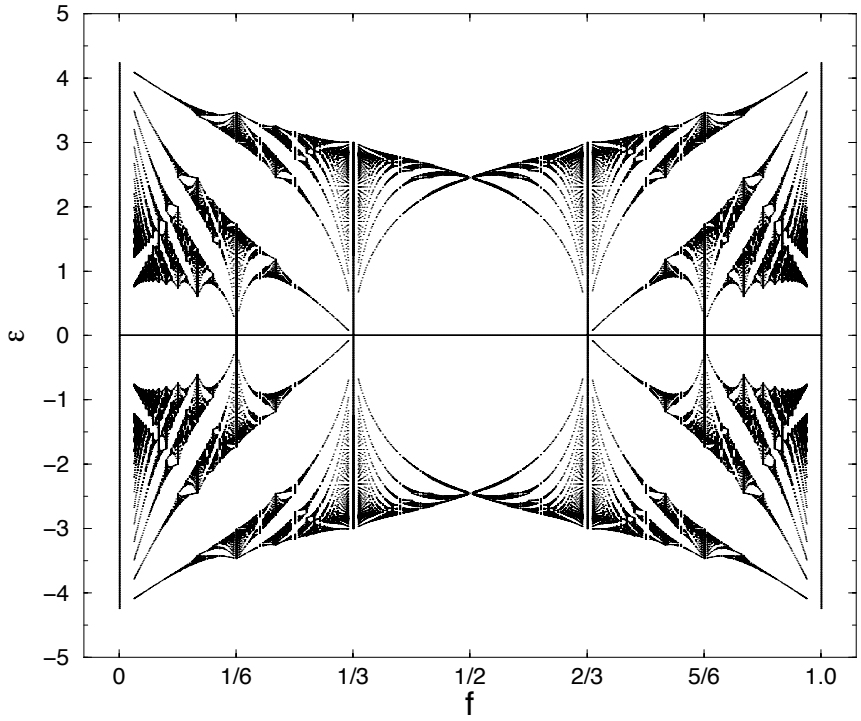


Fig. 5.4: Spectre des niveaux d'énergie dans le réseau *dice* en fonction du flux magnétique réduit. Pour des frustrations rationnelles, le spectre présente des bandes d'énergie, sauf à $f = 1/2$ où l'énergie prend trois valeurs uniques $\pm\sqrt{6}$, et 0 [4].

Le flux $f = 1/2$ est une exception. L'énergie propre du système prend alors uniquement

des valeurs discrètes $\pm\sqrt{6}$, et 0. Ces énergies propres sont non-dispersives ($\epsilon(k) = cste, \forall k$). Le système se comporte alors comme une sorte de "super-atome" à 3 niveaux d'énergie.

## 5.3 Les cages d'Aharonov-Bohm

Regardons maintenant la propagation d'un paquet d'onde à $f = 1/2$ sur le réseau *dice*. Le principe de superposition permet de décrire toute fonction d'onde comme une combinaison linéaire de fonctions d'ondes localisées. L'évolution temporelle de toute fonction sera alors connue à partir de la dynamique des états initialement localisés sur un site particulier du réseau (A, B ou C). L'étude de Vidal *et al.* montre que pour une valeur de champ magnétique précise, correspondant à un demi quantum de flux par cellule ($f = 1/2$), tout étalement de fonctions d'ondes sera confiné dans une région finie de l'espace, appelée "cage d'Aharonov-Bohm"[2].

Considérons, par exemple, un paquet d'onde localisé sur un site $A_0$ (cf Fig. 5.5). Deux chemins jumeaux permettent de se déplacer en $A_1$ (site 2ème voisin). Le premier chemin acquiert une phase $\varphi_B = \varphi_{A_0B} + \varphi_{BA_1}$ et le deuxième chemin, une phase $\varphi_C = \varphi_{A_0C} + \varphi_{CA_1}$. Cette boucle encercle un flux $\Phi$, nous avons donc la relation :

$$\varphi_B - \varphi_C = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi f \tag{5.5}$$

La phase accumulée pour passer de $A_0$ en $A_1$ diffère d'un chemin à l'autre. Ces ondes interférent alors en $A_1$, donnant :

$$e^{i\varphi_B} + e^{i\varphi_C} = e^{i\varphi_B}\left(1 + e^{-i2\pi f}\right), \qquad \forall f \tag{5.6}$$

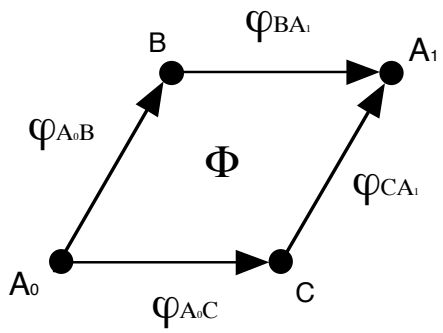


FIG. 5.5: Deux chemins permettent à un électron de se propager d'un site $A_0$ à son deuxième voisin $A_1$. Sur chacun des chemins, l'électron accumule une phase différente : soit $\varphi_B = \phi_{A_0B} + \phi_{BA_1}$ en passant par le site B, soit $\varphi_C = \phi_{A_0C} + \phi_{CA_1}$ en se propageant par le site C. Ces deux ondes interfèrent sur le site d'arrivée, $A_1$, donnant lieu à l'effet de cage d'Aharonov-Bohm lorsque $f = 1/2$.

A frustration $f = 1/2$, ces interférences sont entièrement destructives. On voit alors que tout électron passant par un site de coordinance 6 sera "réfléchi" par un site 6, deuxième

[2] L'abréviation A-B sera utilisée par la suite pour "Aharonov-Bohm".

voisin : il est confiné. Ainsi un électron initialement localisé sur un site 3 (de type B ou C) va se propager à un site 6 premier voisin, à partir duquel, il subira les interférences destructives (cf Fig. 5.6). La cage dans laquelle le paquet d'onde est confiné dépend donc de son étendue initiale, mais elle est toujours de taille finie.

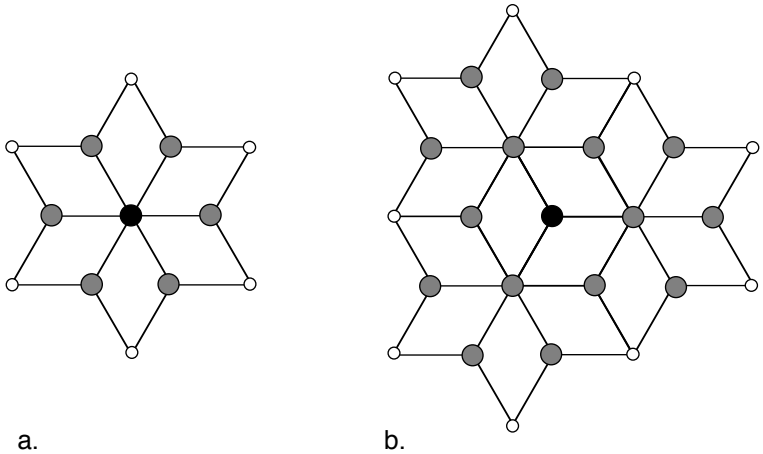


Fig. 5.6: On distingue sur ce schéma deux types de cages d'Aharonov-Bohm. a. l'électron est initialement localisé sur un site de coordinance 6, b. l'électron est initialement localisé sur un site de coordinance 3. Le site de départ est symbolisé par un rond noir, les sites interdits par l'effet de cage sont représentés par de petits ronds blancs et les sites permis sont en grisé. On remarque que la cage associée à un site 3 est plus grande que celle d'un site 6, mais elle reste de taille finie.

Contrairement à la localisation d'Anderson [5], induite par le désordre, les cages d'A-B existent dans une structure parfairement ordonnée. Cet effet de confinement réside dans une compétition fine entre la géométrie de la structure et le déphasage des termes de saut, induit par le champ magnétique. L'introduction d'un faible désordre structural, comme le retournement d'un des dés (substitution d'un site B par un site C), ou la variation des énergies de site, ne perturbe pas les états localisés. Intuitivement, on peut en effet penser que les états seront modifiés localement mais ils restent localisés à plus grande distance. Si le désordre est trop important, les états localisés de cages sont détruits et la localisation d'Anderson apparait [108].

Nous allons voir maintenant l'effet des interactions sur ces états localisés [109]. Si les états localisés peuvent être détruits par un désordre important, nous allons voir maintenant comment les interactions agissent sur l'effet de cage.

## 5.4 *L'effet de cage en présence d'interactions*

En 1958, Anderson a montré que les états propres d'une particule quantique dans un potentiel désordonné étaient localisés spatialement [5] à 1D et 2D et qu'une transition métal-isolant avait lieu à 3D pour une valeur de désordre critique. La question s'est posée de la conservation de ces états dans le problème à N particules en interaction. L'étude

théorique du problème à plusieurs corps est très complexe et beaucoup d'études se sont portées sur le système à deux particules en interaction dans un potentiel désordonné (problème non trivial mais solvable). Shepelyanski a montré que la longueur de localisation des états à deux particules est supérieure à celle d'états à un particule unique pour le modèle de Hubbard [110]. Il était donc légitime pour Vidal *et al.* de considérer l'effet des interactions sur les cages d'A-B. Comme nous allons le voir dans la suite, il semble que l'interaction induise une délocalisation des états à 2 particules. Le système modèle des réseaux de JJ où l'interaction est introduite par le couplage électrostatique entre les îles (cf sous-section 1.1.2) est donc un système idéal pour tester cet effet.

**Dans une chaîne unidimensionnelle :**

Le problème à plusieurs particules sur les réseaux bidimensionnels est compliqué. L'effet des interactions sur les états localisés a donc tout d'abord été traité par Vidal *et al.* sur un réseau unidimensionnel [109]. Ils considèrent une chaîne 1D bipartite[3], schématisée sur la figure 5.7. Pour un flux par cellule correspondant à un demi quantum, les états à une particule sont non-dispersifs. Cette structure est donc le pendant unidimensionnel du réseau *dice*.

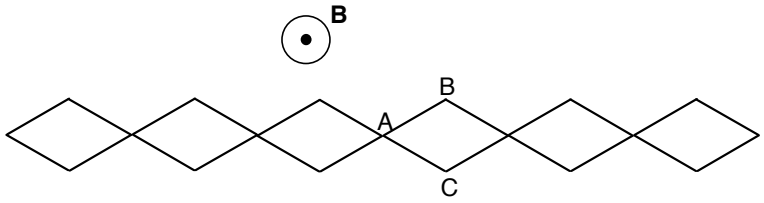


FIG. 5.7: Chaîne unidimensionnelle bipartite. La maille élémentaire est constituée de 3 sites (A, B et C). La coordinance du site A est de 4 alors que la coordinance des sites B et C est de 2

Le modèle étudié dans [109] est composé de deux électrons de spins opposés (polarisation totale nulle) interagissant par l'intermédiaire d'un terme de répulsion sur site. Il est gouverné par un hamiltonien de Hubbard standard :

$$H = \sum_{\langle i,j\rangle,\sigma=\uparrow,\downarrow} t_{ij} a^{+}_{i,\sigma} a_{j,\sigma} + U \sum_{i} n_{i,\uparrow} n_{i,\downarrow} \tag{5.7}$$

où $a^{+}_{i,\sigma}$ ($a_{i,\sigma}$) est un opérateur de création (annihilation) pour un électron de spin $\sigma$ localisé sur le site $i$, et $n_{i,\sigma} = a^{+}_{i,\sigma} a_{i,\sigma}$ est la densité d'électron de spin $\sigma$ situé en $i$.

Deux classes de configurations initiales sont à distinguer :

1. si les deux électrons sont initialement loin l'un de l'autre (c'est-à-dire qu'il n'y a pas de recouvrement de leurs cages), ils ne voient pas l'interaction. Les états seront

[3]La maille élémentaire est composée d'un site de coordinance 4 (A) et de deux sites de coordinance 2 (B et C)

donc des produits des états à une particule et les énergies propres associées seront la somme des énergies propres du système à une particule.

2. si les cages des deux électrons se recouvrent, ils peuvent interagir.

On peut donc construire une base d'états orthonormée à partir des états à une particule. On distingue deux sous-espaces orthogonaux :

- un sous-espace contenant les états pour lesquels les particules n'interagissent pas

- l'autre sous-espace contient les états où les électrons sont en interaction.

Les énergies propres générées par les états du premier sous-espace sont non-dispersives, quelque soit $U$, l'amplitude de l'interaction. L'état fondamental appartient à cette classe. Les états du second sous-espace, quand à eux, génèrent des états dispersifs. Ces états propres du système sont des états étendus du type "états de Bloch". Les électrons peuvent alors se propager de manière ballistique à travers la totalité du réseau : les cages sont brisées par les interactions.

L'interaction entre deux particules induit donc un processus de délocalisation à une dimension. Pour une densité finie d'électrons, on peut supposer qu'un état conducteur de particules corrélées peut apparaître. Mais l'état fondamental du système à plus de deux particules restera probablement localisé en fonction du remplissage d'après [109].

**Dans le réseau bidimensionnel :**

Les résultats obtenus sur la chaîne 1D ont motivé une étude de la dynamique d'un système à deux électrons en interaction sur le réseau 2D *dice* [108]. Le hamiltonien considéré est le même que pour le cas 1D. Cette étude montre que l'effet de délocalisation induit par les interactions est également présent dans le réseau *dice*. En effet, l'apparition de bandes dispersives proches de l'état fondamental a été montré dans une approche perturbative ($U << t$). Les vecteurs propres correspondants sont des états de Bloch. Les états à deux particules liées sont donc délocalisés. Si de tels états existent, il persiste tout de même des états non-dispersifs dans l'état fondamental. Cependant la différence majeure entre le réseau 1D et le *dice* est qu'il n'y a pas de gap à 2D entre les états non-dispersifs du fondamental et les états de Bloch. Tout comme pour le cas 1D, ce résultat ne nous renseigne cependant pas sur les états pour une densité finie de particules sur le réseau. Cependant une étude de la chaine 1D de JJ [111] montre qu'une phase de particules corrélées existe lorsque l'énergie de Coulomb est non négligeable à proximité de $f = 1/2$. Ce point sera discuté plus en détail dans le chapitre 7.

## 5.5 Comment tester cet effet expérimentalement ?

La mise en évidence expérimentale de cet effet de localisation induit par le champ magnétique ne peut être réalisée dans des systèmes "naturels"[4]. En effet, il n'existe pas de composé atomique ayant la structure bidimensionnelle du réseau *dice*. D'autre part, le champ magnétique nécessaire pour appliquer un quantum de flux par cellule dans un cristal typique est considérable compte-tenu des possibilités expérimentales[5]. Cependant, les systèmes mésoscopiques sont des objets idéaux pour tester l'effet des interférences dans le réseau *dice*. En effet, les longueurs de cohérences sont importantes. De plus les possibilités de la lithographie actuelle permettent de réaliser des structures sur lesquelles la cohérence de phase des charges est conservée. Deux systèmes différents ont été utilisés dans le but de tester l'effet de cage. C. Naud *et al.* [104] ont étudié le magnéto-transport sur un gaz d'électrons bidimensionnel nanostructuré. Dans ce système, un grand nombre d'électrons se déplacent sur le réseau (densité de $3.10^{11}$ électrons par $cm^2$). La cohérence de phase est de 20 $\mu m$ ce qui correspond à 20 pas du réseau. Durant ma thèse, nous nous sommes intéressés aux réseaux *dice* de JJ. Nous avons vu en effet dans le chapitre 1 que ces systèmes sont une réalisation physique du modèle de Hubbard. La cohérence de phase des paires de Cooper est alors supérieure à la taille du réseau. C.C. Abilio a étudié durant sa thèse [93] les propriétés des réseaux *dice* de fils supraconducteurs à la transition N-S. Ses principaux résultats sont résumés dans la section 5.5.2.

### 5.5.1 Dans des réseaux de fils quantiques

C. Naud *et al.* [112] ont étudié des réseaux *dice* de fils quantiques. Un gaz d'électrons 2D est créé à l'interface d'une hétérojonction AlGaAs/GaAs. La longueur d'onde de Fermi est de $\lambda_F = 65\ nm$ et le libre parcours moyen de $l_e = 6,4\ \mu m$. La longueur de cohérence est estimée à $L_\Phi = 20\ \mu m$ en dessous de 0,1 $K$. La surface d'une cellule est de 0,8 $\mu m^2$ et les réseaux étudiés comportent environ 2500 cellules. Ces réseaux ont été mesurés en parallèle avec des réseaux *carré*, afin de déterminer les effets dépendant de la topologie.

La transformée de Fourier de la magnéto-résistance dans ces deux types de réseaux est représentée sur le figure 5.8. Un pic à la fréquence $h/e$ apparait dans le réseau *dice*. L'amplitude de ce pic est 10 fois plus faible dans le réseau *carré*. Ce signal ne peut donc pas être interprété en terme d'effet A-B sur une cellule du réseau, car il devrait être présent dans les deux types de géométrie. De plus l'amplitude attendue de cet effet est très faible du fait du moyennage sur le désordre. Ces oscillations de la magnétorésistance semblent

[4] par opposition à artificiel

[5] Si l'on considère une structure atomique de pas 1 $nm$, on obtient une frustration $f = 1$ pour un champ magnétique de l'ordre de 2 000 $T$.

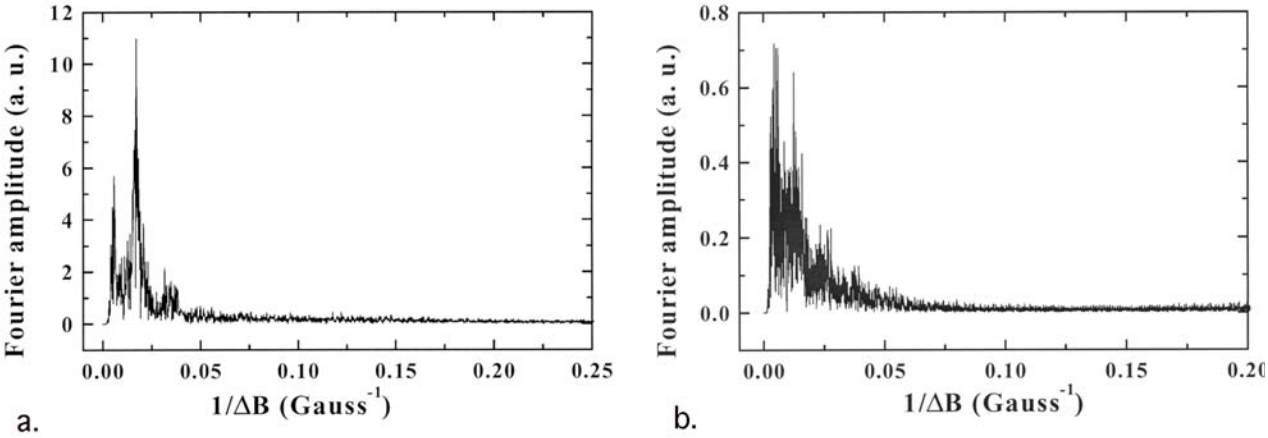


Fig. 5.8: La transformée de Fourier de la magnéto-résistance d'un réseau *dice* de fils quantiques (figure de gauche) exhibe à h/e : signature des effets de cage. La figure de droite montre la transformée de Fourier de la magnéto-résistance mesurée sur un réseau carré de fils quantiques : le signal à h/e est 10 fois plus faible que dans la structure *dice*. Ces courbes sont extraites de la Ref. [112].

donc être une signature des effets de cage dans le réseau *dice*.

De plus, Naud *et al.* ont comparé l'évolution en température de l'amplitude des oscillations $h/e$ dans le réseau *dice* et l'amplitude des oscillations Aharonov-Bohm sur un anneau simple de même surface qu'une cellule élémentaire du *dice*. Lorsque la température décroît, la longueur de cohérence de phase des électrons va augmenter progressivement. Pour des températures supérieures à une température critique, $L_\phi$ sera inférieure à la longueur caractéristique du phénomène d'interférence (pour un anneau simple, il s'agit de son périmètre). L'amplitude des oscillations va donc décroître exponentiellement en $1/T$. Lorsque la température est maintenant inférieure à cette température critique, l'amplitude dépend algébriquement de la température (conformément à une loi de moyennage thermique). Le rapport des températures critiques mesurées dans le réseau *dice* et sur l'anneau isolé donne une indication sur la taille caractéristique (périmètre) des cages. Ils obtiennent une dimension correspondant à 2,7 fois le périmètre d'un anneau isolé. Cette valeur est à comparer avec le périmètre d'une cage associée à un site 6, qui est 3 fois la taille d'une boucle simple.

## 5.5.2 *Dans des systèmes supraconducteurs*

### 5.5.2.1 *Les réseaux de fils supraconducteurs*

La théorie de champ moyen de Ginzburg-Landau permet de déterminer la température critique des réseaux de fils supraconducteurs à partir de l'énergie de l'état fondamental du modèle de liaisons fortes (cf Annexe B). Les réseaux de fils supraconducteurs sont donc un système modèle permettant l'étude expérimentale des phénomènes calculés dans

un modèle de liaisons fortes. Ce parallèle a inspiré de nombreuses études sur diverses géométries durant ces vingt dernières années [113, 114].

Sur le réseau *dice*, cette étude a été menée par C.Abilio [93] durant sa thèse. Les mesures de température critique en fonction du champ magnétique [6] sont en bon accord avec la théorie (cf Fig. 5.9), pour une longueur de cohérence, $\xi_0$, de 157nm.

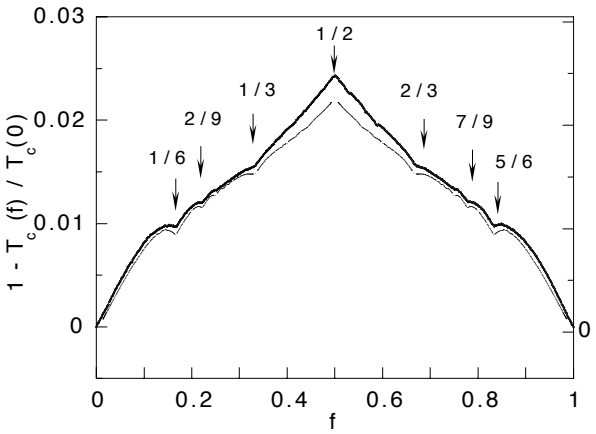


FIG. 5.9: Variation de la température critique réduite d'un réseau de fils d'aluminium en fonction de la frustration. La température critique en champ nul est $T_c(0) = 1,234\ K$. Les courbes expérimentales et théoriques sont décalées pour plus de clarté de 0,001. La courbe supérieure correspond aux mesures.

La température critique est minimale pour $f = 1/2$, alors que des maxima sont observés pour des frustrations rationelles telles que : 1/6, 2/9, 1/3.... Ce minimum de température critique à $f = 1/2$ est similaire au cas d'un anneau unique (effet Little-Parks). Cette décroissance est interprétée comme un affaiblissement de la supraconductivité dû aux effets de cage. Les pics de $T_c$ pour les autres frustrations rationnelles indiquent la présence d'états commensurables.

C.C. Abilio s'est également intéressée au courant critique des réseaux de fils d'*Al* en fonction de la frustration magnétique (cf Fig. 5.10). La valeur relative de ce courant informe sur la capacité du réseau à supporter un supercourant et à garder la cohérence de phase sur l'ensemble du réseau. Grâce à l'isomorphisme entre le modèle de liaisons fortes et les équations de GL linéarisées (cf Annexe B), on peut exprimer la vitesse du superfluide en terme de vitesse de groupe ($v_g = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E}{\partial k}$). La généralisation aux réseaux de fils, de la variation en température du courant de brisure des paires (courant de "depairing") d'un fil unidimensionnel permet d'exprimer le courant critique comme :

$$J_c(T, f) = J_0 C(f) \left[\frac{T_c(f) - T}{T_c(0)}\right]^{3/2} \tag{5.8}$$

où $J_0$ est le courant de brisure des paires à champ nul et le coefficient $C(f)$ s'exprime

comme :

$$C^2(f) = -\frac{1}{a^2\sqrt{z^2-\epsilon_g^2}}\frac{\partial^2\epsilon_g}{\partial k^2}\text{arcos}\frac{\epsilon_g}{\sqrt{18}} \tag{5.9}$$

$\epsilon_g$ est l'énergie du fondamental et $\frac{\partial^2\epsilon_g}{\partial k^2}$ est la courbure de bande calculée à partir du spectre énergétique du modèle de liaison forte. Les mesures montrent clairement un minimum de courant critique à $f = 1/2$, alors que des maxima apparaissent à $f = 0, 1/12, 1/9, 1/6, 1/3\ldots$. La phase supraconductrice à $f = 1/2$ semble donc affaiblie du fait des interférences destructives. Cependant la comparaison au modèle théorique (insert de la figure 5.10) n'est que qualitative. En effet, à $f = 1/2$, la vitesse de groupe de la fonction d'onde électronique n'est pas définie puisque les états sont non-dispersifs. Le courant critique devrait donc s'annuler à $f = 1/2$.

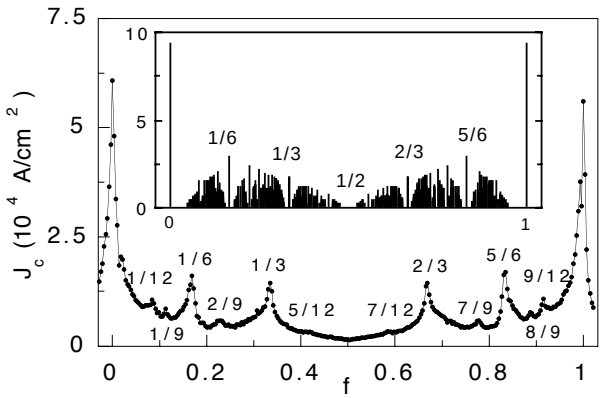


Fig. 5.10: Densité de courant critique mesurée sur un réseau de fils d'aluminium. Le courant critique calculé à partir de l'énergie du modèle de liaisons fortes est présenté en insert.

Cette notion de courant critique nécessite un critère de résistance. On peut donc s'interroger sur l'"objectivité" d'une telle mesure. Elle informe en effet sur la capacité relative de la phase supraconductrice à transporter un courant non-dissipatif. Nous avons donc poursuivi cette étude durant ma thèse, par une analyse plus fine de la phase supraconductrice. La dynamique de ces réseaux est sondée par des mesures de caractéristiques IV, au delà de la zone de transition supraconductrice en fonction de la température pour quelques frustration simples ($f = 0$, $1/3$ et $1/2$). Ces résultats sont présentés dans le chapitre 7. D'autre part, l'imagerie de la configuration de vortex (excitations du réseau supraconducteur) complète l'aspect dynamique des IV par une approche statique [115]. Cette étude est rapportée dans le chapitre 6.

#### 5.5.2.2 *Les réseaux de jonctions Josephson*

Comme nous l'avons vu précédemment, les réseaux de JJ sont un système modèle pour tester l'effet de cage et l'incidence des interactions sur le transport. J'ai donc consacré la

plus grande partie de mon travail de thèse à cette étude. Les échantillons présentés dans le chapitre précédent ont fait l'objet d'une étude en transport en fonction du champ magnétique. Nous nous sommes concentrés sur l'évolution des propriétés de transport à $f = 1/2$ en fonction du rapport $E_J/E_c$, caractérisant l'influence des interactions. L'ensemble de cette étude est présentée dans le chapitre 7.

J'aimerais cependant rappeler les quelques différences entre le modèle théorique de Hubbard étudié par J.Vidal *et al.*, et les réseaux de JJ. Tout d'abord, une différence importante est le nombre de particules en interaction. Nous sommes en effet dans un cas réel avec un très grand nombre de charges en interaction. De plus, nous avons vu que dans nos échantillons, la portée des interactions est donnée par $\Lambda = \sqrt{C/C_0}$, ce qui implique une interaction sur une dizaine de sites au minimum, alors que le modèle théorique prend en compte uniquement les interaction sur site. Enfin, il nous faut considérer l'interaction de l'échantillon avec son environnement et notamment les charges présentes à proximité. Elles induisent en effet un potentiel électrostatique désordonné dépendant du temps sur l'ensemble du réseau. De nombreuses études ont été menées sur ce sujet dans des SET[6], je reprends dans l'Annexe D.2 l'ensemble de ces résultats. Sur ce point, nous avons également collaboré avec le CEA-LETI afin d'acquérir une meilleure connaissance des différents types de charges dans les oxydes. Une étude de la contamination de charge induite par notre procédé de fabrication de JJ est présentée dans l'Annexe E.2.6.

[6]Single Electron Transistor

# 6

# Configurations de vortex

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, le flux réduit, $f = \phi/\phi_0$, est le paramètre magnétique pertinent dans les réseaux de JJ sous champ. Cette quantité est le paramètre de frustration du réseau. Chaque valeur de $f = p/q$, rationnelle, correspond à une frustration imposée sur le réseau conduisant dans les réseaux de géométrie traditionnelles (*carré* ou *triangulaire*), à un arrangement périodique des phases du paramètre d'ordre des îles . Ceci correspond à une quantification des fluxoïdes à travers des "supercellules" de taille $qxq$ cellules élémentaires. La distribution des supercourants est donc commensurable avec le réseau pour ces frustrations.

On peut définir des vortex. Si la somme des différences de phase des îles autour d'une cellule, donne (-)$2\pi$, un (anti-)vortex est localisé dans cette cellule. Ces vortex diffèrent des vortex d'Abrikosov puisqu'ils n'ont pas de coeur : ce sont des boucles de supercourant. L'arrangement périodique de ces vortex est à l'origine de la réduction de la température critique. Il était donc important d'étudier la configuration des vortex à $f = 1/2$ dans le réseau *dice* afin de mieux comprendre les particularités de cette phase supraconductrice.

La similitude entre réseaux de JJ et réseaux de fils supraconducteurs à la transition N-, se traduit par un arrangement des vortex identique dans les deux systèmes. L'imagerie des configurations de phase dans les réseaux de JJ étant un problème délicat, nous avons utilisé ici la méthode d'imagerie par décoration de Bitter développée par K. Runge et A. Bezryadin [89, 90] au CRTBT pour les réseaux de fils supraconducteurs (cf chapitre 3). Notre étude porte sur les configurations de vortex dans des réseaux *dice* de fils supraconducteurs à $f = 1/2$ et $f = 1/3$. La présentation de ces structures est précédée par un bref rappel des méthodes de calcul utilisées pour déterminer l'arrangement des vortex dans les réseaux supraconducteurs et plus particulièrement les travaux concernant le réseau *dice*. Nous avons enrichi notre étude de ces configurations par des calculs de corrélations sur la position des vortex. Ils seront présentés ensuite.

## 6.1 L'état fondamental

### 6.1.1 Détermination des configurations

Diverses méthodes ont été développées pour déterminer les configurations de supercourants à l'équilibre dans les réseaux de fils supraconducteurs.

Y.Y. Wang *et al.* [116] ont adapté la méthode développée par Abrikosov afin de déterminer la configuration de vortex dans les supraconducteurs à partir de la théorie de Ginzburg-Landau. Cette technique est donc valable uniquement proche de la transition supraconductrice. Elle a permis de déterminer les configurations de vortex dans un réseau *carré* pour des frustrations rationnelles, $f = p/q$, avec $q = 2, 3, 5$ [116], mais également $q = 6, 7, 8$ [117]. On trouve, en particulier, à $f = 1/2$ la fameuse configuration en échiquier. Une autre méthode plus simple, basée sur l'approximation des équations de Ginzburg-Landau dans la limite de London[2], a été développée par Chi *et al.* [118]. Elle considère les vortex comme des boucles de courant. La configuration fondamentale minimise l'énergie libre en maximisant la distance entre les boucles. L'amplitude du paramètre d'ordre est supposée constante sur l'ensemble du réseau et seule sa phase varie. Cette approximation est valable uniquement loin de la transition N-S à $T < T_c$. La longueur de cohérence doit être inférieure au pas du réseau (vortex localisé dans une cellule) mais reste supérieure à la dimension transverse des fils (approximation des fils unidimensionnels). Ces deux méthodes aboutissent aux mêmes configurations fondamentales pour le réseau *carré*.

D'autre part, la similarité entre les réseaux de fils supraconducteurs et le modèle XY frustré décrivant les réseaux de JJ (cf Chapitre 1) permet d'utiliser les simulations Monte-Carlo afin de déterminer la configuration fondamentale. L'unique variable de ce problème est la phase du paramètre d'ordre sur les noeuds du réseau. L'interaction entre les noeuds est en cosinus de la différence de phase. Teitel et Jayaprakash ont été les premiers à réaliser ce calcul pour des frustration rationelles $f = p/q$ avec $q$=2, 3, 4, 5 et 7 sur un réseau *carré* [31]. Les simulations sont réalisées sur des réseaux de taille finie $qxq$, avec des conditions aux bords périodiques. Cependant, d'après Kolachi *et al.* [119], il semble que pour des frustrations d'ordre supérieur et proche d'un rationnel simple, la cellule de calcul doive être étendue à n.q x m.q avec n et m $> 2$. Le problème majeur de cette méthode réside dans la difficulté à déterminer si la configuration trouvée est un minimum local ou global de l'énergie du système.

Les différentes configurations déterminées par calcul ont été observées expérimentalement dans des réseaux de fils supraconducteurs artificiels par diverses méthodes : décoration magnétique de Bitter [120, 121, 122], microscopie à sonde de Hall [123, 124] et microscopie

[2] Les gradients du module du paramètre d'ordre sont négligés.

à SQUID [125].

Ces diverses méthodes ont permis de déterminer l'arrangement des vortex dans des géométries simples comme les réseaux *carré* ou *triangulaire*. Ces configurations diffèrent de l'arrangement hexagonal d'Abrikosov pour les supraconducteurs massifs. Pour des frustrations rationnelles simples, les vortex s'ordonnent dans les réseaux de filaments supraconducteurs suivant la géométrie sous-jacente. Le réseau *dice* a été étudié en détail par S. Korshunov [126] à $f = 1/2$, à partir d'arguments de symétrie. Ses résultats ont été confirmés par des simulations numériques de type Monte-Carlo sur le modèle XY frustré par Cataudella et Fazio [127].

### 6.1.2 Cas du réseau *dice*

On peut rapidement se convaincre que les configurations présentées sur la figure 6.1 correspondent à des configurations de l'état fondamental pour le réseau *dice* à $f = 1/3$. On a bien un vortex pour trois cellules élémentaires et les distances entre les boucles de courant sont maximisées. Du fait de la symétrie du réseau *dice*, cette configuration est dégénérée trois fois (Fig. 6.1.a, 6.1.b et 6.1.c).

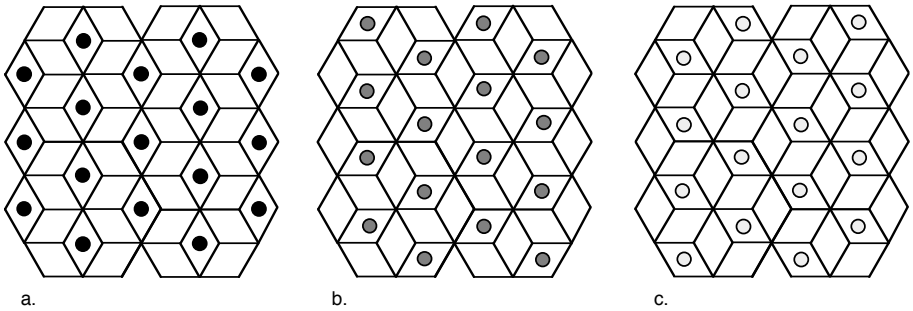


FIG. 6.1: Configurations fondamentales des vortex à $f = 1/3$. Les disques de différentes teintes représentent les vortex localisés au centre des cellules du réseau *dice*. Les configurations a., b. et c. représentent une unique phase dégénérée 3 fois du fait des symétries du réseau.

S. Korshunov [126] s'est intéressé à la frustration $f = 1/2$. Dans la suite de cette partie, je présenterai brièvement ses principaux résultats après avoir introduit le système décrit.

Dans la limite considérée, l'amplitude du paramètre d'ordre est supposée constante et uniforme sur l'ensemble du réseau mais la phase fluctue entre les îles, pouvant engendrer la destruction d'un état ordonné. Les réseaux de fils supraconducteurs de même que les réseaux de jonctions Josephson peuvent alors être approchés par un modèle XY frustré. Ces systèmes sont décrits par le hamiltonien :

$$\mathcal{H} = \sum_{\langle i,j \rangle} V(\theta_{ij}) \tag{6.1}$$

avec :

$\langle i, j \rangle$ les couples de noeuds premiers voisins

$\theta_{ij} = \phi_j - \phi_i - \frac{2\pi}{\phi_0} \int_i^j \vec{A}.\vec{dl}$, la différence de phase invariante de jauge

La forme de $V(\theta)$ dépend du type de couplage entre les îles. Pour les réseaux de JJ, si $E_J$ est la constante de couplage des jonctions, on a une interaction donnée par :

$$V(\theta) = -E_J \cos(\theta) \tag{6.2}$$

Les réseaux de fils supraconducteurs peuvent être décrits en dessous de la transition de champ moyen de GL, par un modèle XY frustré (cf Chapitre 1). On définit la différence de phase le long d'un fil liant les sites $i$ et $j$ par : $\phi_j - \phi_i = \int_i^j \frac{d\phi}{dx} dx$. Dans le cas de fils unidimensionnels, on peut alors considérer une interaction quasi-harmonique [128] :

$$V(\theta) \propto \theta^2 \tag{6.3}$$

L'approche proposée par S.Korshunov est donc valable pour les réseaux de JJ ainsi que pour les réseaux de filaments suparconducteurs. Nous verrons que la configuration de vortex est identique dans les deux systèmes. Ils sont localisés sur les sommets du réseau dual du réseau *dice* : le réseau *Kagomé*. La configuration fondamentale proposée pour $f = 1/2$ par S. Korshunov est schématisée sur la figure 6.2.a. Les vortex forment des amas de taille trois (triades). Cet état peut être simplement construit à partir de la configuration à $f = 1/3$ (cf Fig. 6.1) sur laquelle est ajouté un réseau de vortex excédentaire[3]. La dégénérescence de cette configuration est de 12.

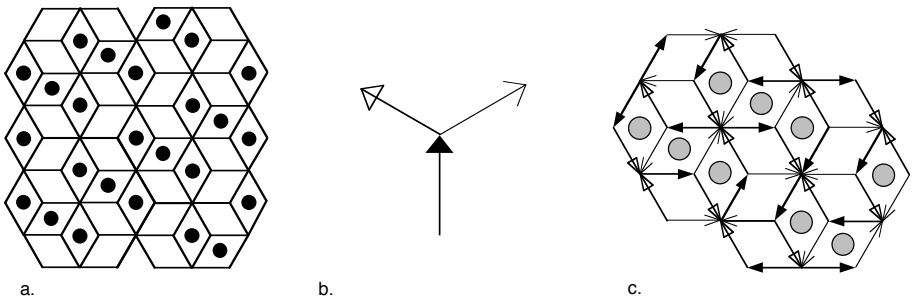


FIG. 6.2: a. Configuration à $f = 1/2$ proposée par S. Korshunov [126]. Cette structure peut être construite en utilisant un unique noeud à 3 branches (b.) par réflexions et rotations. La figure c. représente la distribution des supercourants associés à la configuration a..

Cette configuration peut être construite à partir de rotations et réflexions d'un unique noeud à 3 branches schématisé sur la figure 6.2.b. La description de cet état est donc d'une grande simplicité. La différence de phase sur les branches du noeud vaut alternativement $\theta_1$, $\theta_2$ et $\theta_3$ ($0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \pi$). Ces trois valeurs de phase correspondent à trois valeurs

[3]mais également à partir d'un réseau de lacunes sur la configuration à $f = 2/3$

de supercourant et doivent minimiser l'énergie du système ($E = V(\theta_1) + V(\theta_2) + V(\theta_3)$) en tenant compte des conditions limites sur les noeuds imposées par la position des vortex (régles de circulation : $\theta_1 + \theta_3 = \pi/2$ et $-\theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3 = \pi$) (cf Fig. 6.2.c). Les valeurs de $\theta_i$ calculées pour les deux types d'interactions sont assez semblables. Elles sont rapportées dans le tableau ci-dessous :

| Système | Type d'interaction | $\theta_1$ | $\theta_2$ | $\theta_3$ |
|---|---|---|---|---|
| Réseaux de jonctions Josephson | $\cos(\theta)$ | 10° | 55° | 80° |
| Réseaux de filaments supraconducteurs | $\theta^2$ | 15° | 60° | 75° |

Une caractéristique originale de cette configuration est la possibilité de construire des parois de domaines d'énergie nulle. On peut en distinguer deux types. Tout d'abord, des parois parallèles aux triades de vortex (ou de lacunes) (cf Fig. 6.3.a). La dégénérescence associée à ce type de parois est $2.2^N$, où $N$ est le nombre de positions possibles pour celles-ci. Ce comportement est identique au modèle XY frustré sur le réseau triangulaire à $f = 1/4$ et $1/3$ [129]. Un autre type de parois peut être construit sans changer l'énergie du système, en conservant le courant à chaque noeud. Elles sont schématisées sur la figure 6.3.b. On remarque alors que l'orientation des triades de part et d'autre de ces parois est tournée de 60°. Les triades de vortex (ou de lacunes) sur ces parois sont donc courbées. Toutefois, les triades de vortex et de lacunes persistent quelque soit l'arrangement des parois. La dégénérescence associée à ce dernier type de parois est $2^M$, où $M$ est le nombre de positions possibles pour celles-ci. La dégénérescence totale est donc de $2^{N+M+1}$. L'entropie résiduelle à température nulle augmente donc avec la taille du système comme $(N + M)\ln 2$. Cette entropie est grande mais non-extensive, contrairement au modèle XY antiferromagnétique sur le réseau *Kagomé*, dans lequel les parois d'énergie nulle conduisent à une entropie extensive [130, 131]. La dynamique vitreuse observée dans le composé bidimensionnel $(H_3O)Fe_3(SO_4)_2(OH)_6$ par A.S.Wills *et al.* [132] ne devrait pas être observée dans le réseau *dice* à $f = 1/2$ d'après [126] puisque dans notre cas, l'entropie n'est pas extensive. Cependant, de récentes simulations numériques de Cataudella et Fazio [127] prédisent une transition vitreuse à $f = 1/2$ dans le modèle XY frustré, à une température de l'ordre de $0.05E_J$.

L'imagerie des configurations de vortex se situe donc dans ce cadre théorique. Nous avons procédé à la comparaison des structures de vortex pour les frustrations $f = 1/2$ et $f = 1/3$. Les configurations observées sont décrites dans la section 6.3. Des calculs de corrélation ont été réalisés en collaboration avec P. Butaud. Ces résultats sont présentés dans la section 6.4.

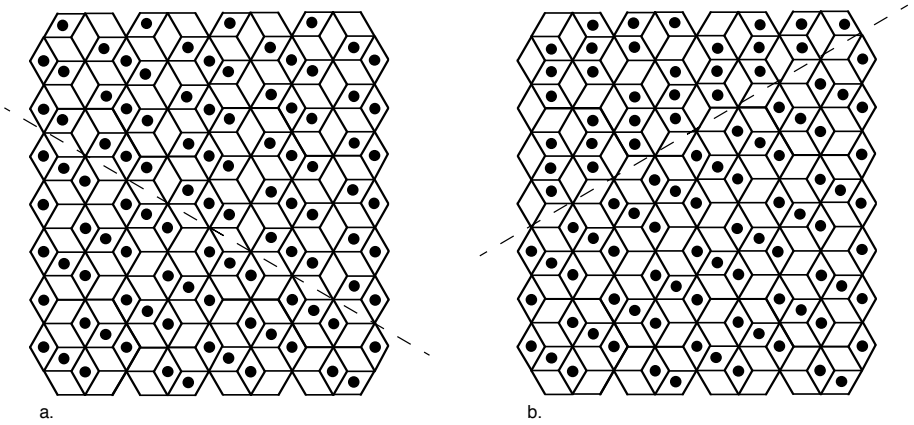


FIG. 6.3: Parois de domaine d'énergie nulle à $f = 1/2$ sur le réseau *dice*. On distingue deux types de parois : des parois parallèles aux triades de vortex (ou de lacunes) sur la figure a. et des parois de domaines changeant l'orientation de ces mêmes triades de 60° sur la figure b.

## 6.2 Procédure expérimentale

Le but de cette étude est de déterminer la configuration des vortex dans l'état fondamental, notamment à $f = 1/2$. Nous avons pour cela utilisé la technique d'imagerie par décoration de Bitter présentée dans le chapitre 3. Elle permet d'imager de grandes surfaces (environ 1 $mm^2$) favorisant ainsi les études statistiques. Les réseaux décorés sont constitués de filaments de $Nb$ de 1 $\mu m$ de long, 100 $nm$ de large et 130 $nm$ d'épaisseur. Ces réseaux comportent plus de 500 000 cellules (1 $mm$ de long et 800 $\mu m$ de large). Une grande attention a été apportée à la réalisation d'échantillons de bonne qualité, afin de limiter les effets du désordre sur l'arrangement des vortex. La lithographie a été réalisée au CEA-Leti avec un masqueur LEICA VB6-HR sur du $Nb$ épitaxié. La dispersion de la largeur des fils est estimée à moins de 10%. Avant la procédure de décoration, l'échantillon est refroidi en dessous de sa transition supraconductrice sous un champ magnétique donné (2,39 $mT$ pour $f = 1$). A 4,2 $K$, les particules de $Ni$ sont évaporées sous une atmosphère d'He4 (0,6 $mbar$). Elles sont attirées par le fort gradient de champ magnétique sur le coeur des vortex de la couche de compression (cf chapitre 3) et adhèrent au substrat grâce aux forces de Van der Waals. L'échantillon réchauffé à température ambiante est ensuite observé par microscopie électronique à balayage (MEB).

## 6.3 Observation des configurations de vortex

Nous étudions uniquement la partie centrale des réseaux afin de s'affranchir au maximum des effets de bords. Les réseaux comportent plus de 500 000 cellules, nous en observons quelques milliers. Chaque configuration nécessite entre 6 et 16 photographies (fonction de l'étendue de la zone étudiée mais aussi de la résolution du microscope). La position

des vortex est ensuite relevée manuellement[4] et la configuration totale est regénérée sur ordinateur à l'aide d'un programme en langage C[5]. Un exemple est donné sur la figure 6.4. La figure a. est une photographie d'un échantillon décoré à $f = 1/2 + 0.016$. On distingue les amas de $Ni$, points blancs au centre des cellules de réseau *dice*. La figure b. est une transcription de cette image. Le réseau *dice* est représenté en traits plein. Les vortex sont localisés sur le réseau *Kagomé*, tracé en pointillés. Par la suite, les configurations de vortex regénérées sont présentées sur le réseau *Kagomé*. D'autre part, pour une meilleure visibilité des configurations, nous avons distingué les trois types de cellule du réseau *dice* par trois couleurs différentes (rouge, bleu et vert).Les différentes expériences de décoration sont récapitulées dans le tableau 6.3.

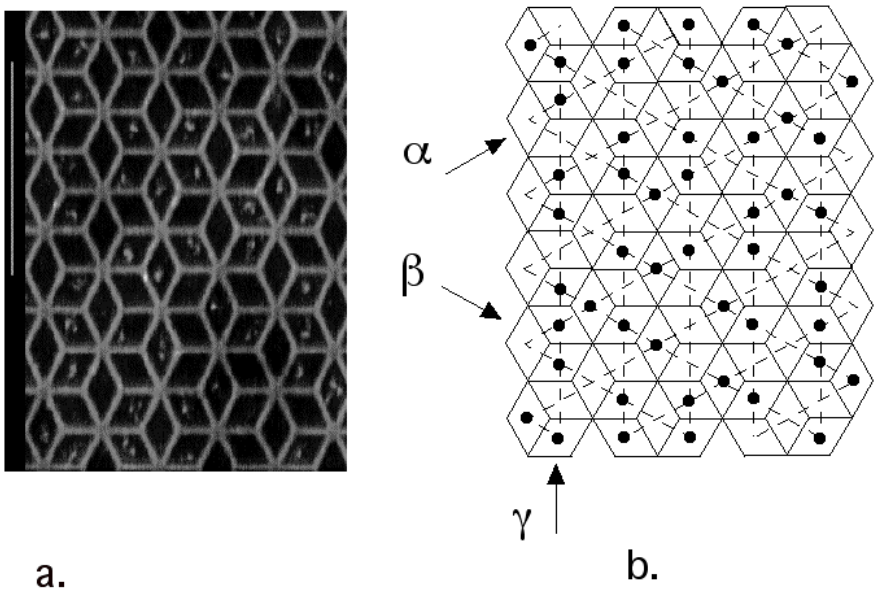


FIG. 6.4: Photographie au MEB d'un échantillon décoré à $f = 1/2 + 0.016$. La ligne blanche sur la gauche correspond à $5\mu$m. Sur la figure b., la configuration observée est regénérée. Les points noirs correspondent à la position des vortex. Le réseau *dice* est représenté en trait plein et son dual, le réseau *Kagomé*, est tracé en lignes pointillées. Par la suite les configurations regénérées seront représentées uniquement sur le *Kagomé*, réseau des sites des vortex. Les trois directions, équivalentes par symétrie, $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ sont représentées sur ce schéma. Les corrélations linéaires seront calculées sur chacune de ces directions dans la section 6.4.

La frustration magnétique est une frustration effective. Elle est définie comme le rapport entre le nombre de vortex visualisés et le nombre de cellules observées. Il s'agit donc d'un taux de remplissage. Nous n'avons pas observé de vortex multi-quanta.

[4]Le relevé manuel de la position des vortex permet, par rapport à un relevé automatique, de distinguer les amas de Ni (structure filandreuse), d'une poussière, mais également de s'affranchir des variations de contraste sur une même image.

[5]Ce programme a été écrit en collaboration avec P. Butaud.

| | Nombre de cellules étudiées | Frustration observée : $f = \frac{\text{Nombre de vortex}}{\text{Nombre de cellules}}$ |
|---|---|---|
| DEMI1 | 3456 | $f = 1/2 - 0.001$ |
| DEMI2 | 2880 | $f = 1/2 + 0.020$ |
| DEMI3 | 3996 | $f = 1/2 + 0.002$ |
| TIERS1 | 3456 | $f = 1/3 + 0.005$ |
| TIERS2 | 2280 | $f = 1/3 + 0.016$ |
| SIX | 3162 | $f = 1/6 + 0.008$ |

Tab. 6.1: Présentation des différentes expériences de décoration. Nous avons réalisé trois décorations à $f = 1/2$, deux décorations à $f = 1/3$ ainsi qu'une décoration à $f = 1/6$. Le nombre de cellules observées varie de 2000 à 4000.

Dans la suite, nous analyserons successivement les configurations observées lors des six expériences reportées dans le tableau 6.3. Je présenterai tout d'abord les décorations proche de $f = 1/3$ qui jouent ici le rôle d'expériences témoins. Nous les comparerons ensuite aux configurations observées proche de $f = 1/2$. Pour finir, la frustration $f = 1/6$ sera brièvement présentée.

**f=1/3 :** La configuration observée à $f = 1/3 + 0,005$ est présentée sur la figure 6.5. Les vortex forment un domaine étendu au delà de la zone observée. La structure de ce domaine correspond à l'arrangement présenté sur la figure 6.1. Les défauts sont localisés sur environ 4 à 5 vortex. D'autre part, il semble que les vortex en excès (14 sur cette structure) s'accumulent sur ces défauts. On remarque également que ces défauts ont une structure ordonnée, correspondant à une phase équivalente par symétrie à la phase majoritaire.

Lorsque l'on s'écarte de la frustration idéale $f = 1/3$, comme sur la figure 6.6 à $f = 1/3 + 0.016$, la taille des domaines diminue. Le diamètre moyen d'un domaine de la configuration TIERS2 est d'environ 20 à 30 pas du réseau. Les vortex excédentaires (37 sur cette configuration) sont préférentiellement localisés sur les parois de domaines. Ce comportement avait également été observé dans le réseau *carré* [123].

En conclusion, la structure à $f = 1/3$ est parfaitement ordonnée (cf Fig. 6.5). Cet état est similaire aux structures observées dans les réseaux *carré* et *triangulaire* pour des frustrations rationnelles [123, 120]. La structure en domaine persiste au moins jusqu'à $f = 1/3 + 0.016$, indiquant la robustesse de cette phase ordonnée à la présence de vortex en excès.

**f=1/2 :** Les trois configurations observées pour des frustrations proches de $f = 1/2$

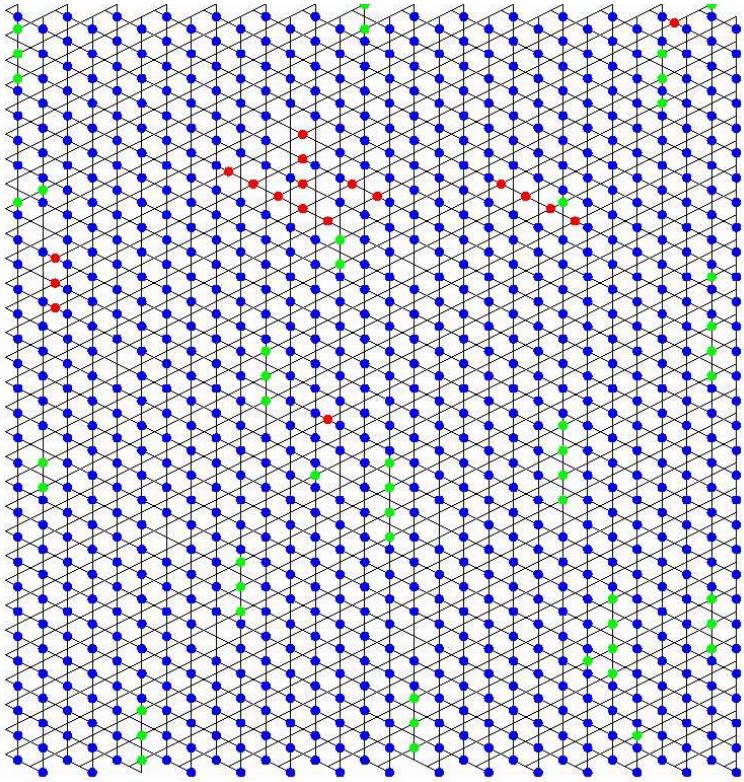

FIG. 6.5: TIERS1 : Configuration observée à $f = 1/3 + 0,005$. Un domaine s'étend au delà de la zone étudiée. Quelques défauts localisés sur environ 4 à 5 vortex, forment une phase équivalente par symétrie à la phase majoritaire.

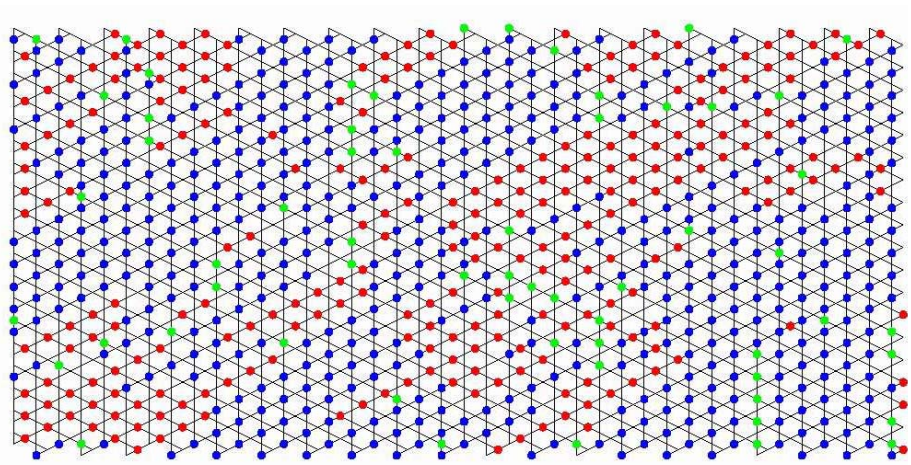

FIG. 6.6: TIERS2 : Configuration observée à $f = 1/3 + 0.016$. Le diamètre des domaines est d'environ 20 pas du réseau de vortex.

sont représentées sur les figures 6.7, 6.8, 6.9. Aucune structure ordonnée n'est visible. Ces configurations sont fortement désordonnées, y compris pour les frustrations les plus proches de la frustration idéale $f = 1/2$ (DEMI1 et DEMI3). Cet état fortement désordonné rappelle les états incommensurables apparaissant pour des frustrations irrationnelles dans le réseau *carré* [30]. Afin de quantifier le désordre de ces structures, il est nécessaire de

calculer les corrélations sur la position des vortex. Ce travail est présenté dans la section suivante.

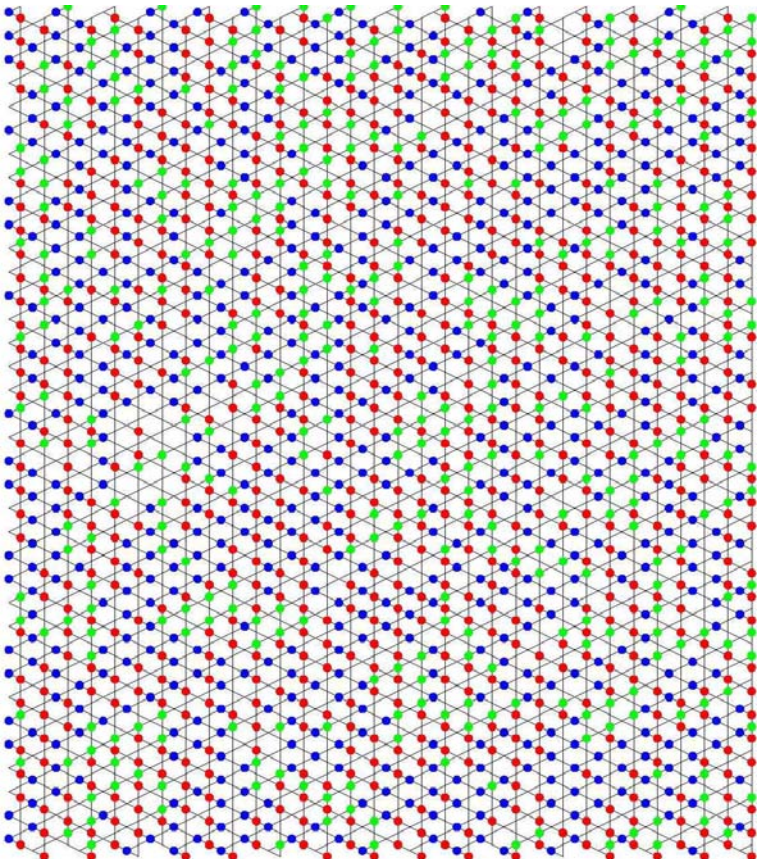

Fig. 6.7: DEMI1 : Configuration observée à $f = 1/2 - 0.001$. Aucun arrangement ordonné n'est visible.

**f=1/6 :** La configuration imagée à $f = 1/6 + 0.008$ est présentée sur la figure 6.10. De même que pour les configurations à $f = 1/2$, aucune structure ordonnée n'est visible. Il est cependant difficile de conclure définitivement sur l'état à $f = 1/6$ avec cette expérience de décoration. En effet, l'écart à la frustration idéale $f = 1/6$ est faible (8 vortex en excès pour 1000 cellules observées), mais cette déviation correspond à 4,7% de la population totale de vortex. Cet écart peut donc changer plus "efficacement" la configuration que pour des taux de remplissage plus élevés, comme à $f = 1/3$. Dans la littérature, aucune observation d'état ordonné dans des réseaux de filaments supraconducteurs n'a été rapportée pour une si faible frustration jusqu'à ce jour. L'interaction entre vortex est en effet plus faible du fait de la grande distance séparant les vortex. L'établissement d'un ordre à longue portée est donc d'autant plus fragilisé par l'écart à la frustration idéale, contrairement à des frustrations telles que $f = 1/3$ et $f = 1/2$.

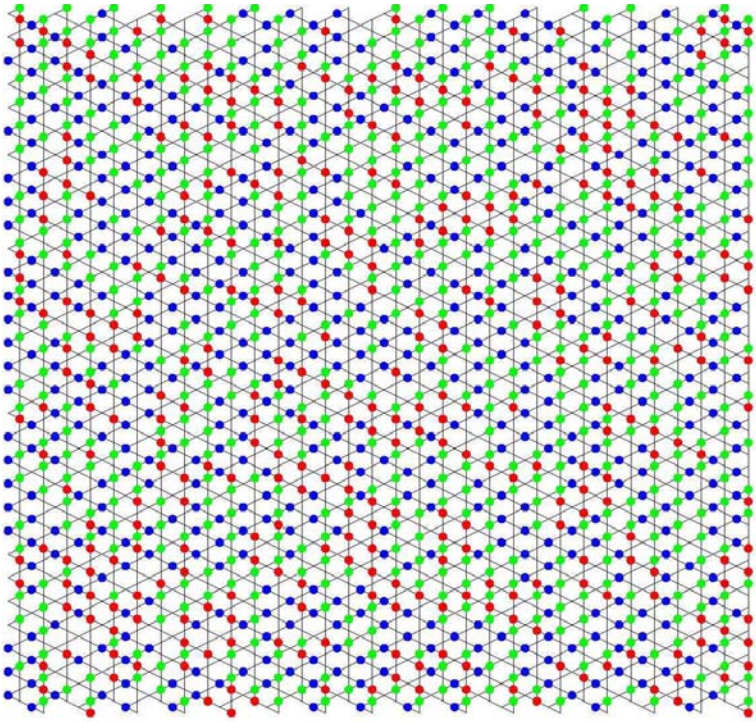

FIG. 6.8: DEMI2 : Configuration observée à $f = 1/2 + 0.020$.

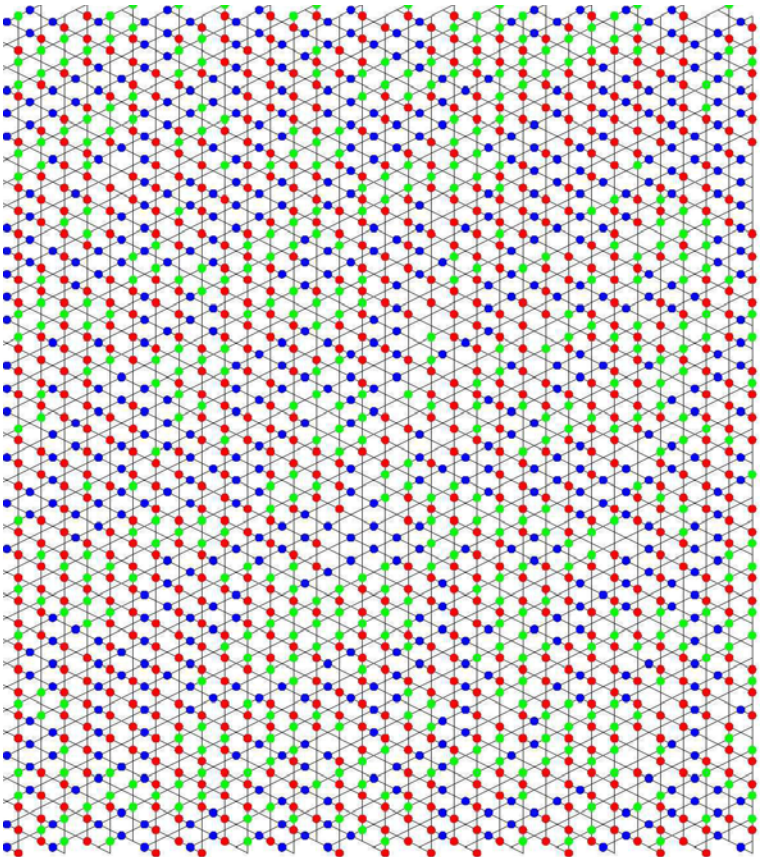

FIG. 6.9: DEMI3 : Configuration observée à $f = 1/2 + 0.002$.

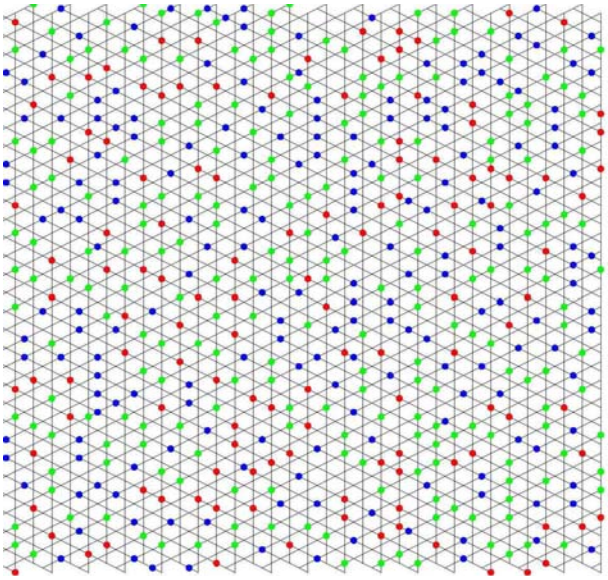

Fig. 6.10: SIX : Configuration observée à $f = 1/6 + 0.008$.

## 6.4 Calcul des corrélation

### 6.4.1 Définition des fonctions de corrélations

Nous avons calculé des fonctions de corrélation linéaire afin d'obtenir une information quantitative du degré de désordre des configurations. Nous avons fait la distinction entre les trois directions équivalentes par symétrie $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ reportées sur la figure 6.4 b.. Ceci nous permet de garder l'information éventuelle sur la forme des domaines, qui serait perdue en moyennant sur toutes ces contributions. Des variables "vortex", $V_i$, sont définies pour chaque cellule $i$. Elle est égale à 1 si un vortex est visualisé dans la cellule $i$, -1 sinon. Les trois fonctions de corrélation sont ensuite définies comme :

$$C_{\alpha,\beta,\gamma}(r) = \langle V_i.V_{i+r}\rangle_{\alpha,\beta,\gamma} \tag{6.4}$$

où :

- la cellule $i + r$ est la $r$-ième voisine de la cellule $i$ dans la direction considérée ($\alpha$, $\beta$ ou $\gamma$)
- $\langle \ldots \rangle_{\alpha,\beta,\gamma}$ est la valeur moyenne[6] du produit $V_i.V_{i+r}$ dans la direction $\alpha$, $\beta$ ou $\gamma$, pour chaque $i$ ayant une $r$-ième voisine.

Cette étude a été réalisée à partir des configurations à $f = 1/2$ : DEMI1, DEMI2 et DEMI3 ainsi que des configurations à $f = 1/3$ : TIERS1 et TIERS2. Pour chaque configuration, nous présentons les trois fonctions de corrélation $C_\alpha$, $C_\beta$ et $C_\gamma$, mais également la valeur absolue de ces fonctions, notée "abs$\{\langle V_i.V_{i+r}\rangle\}$".

[6] au sens d'une moyenne arithmétique : $\langle V_i.V_{i+r}\rangle = \sum_{couples} V_i.V_{i+r}/N_{couples}$

### 6.4.2 Résultats

**f=1/3 :** Nous avons vu que la structure TIERS1 est ordonnée sur la quasi-totalité de la configuration (cf Fig. 6.5). Les fonctions de corrélation montrent un niveau de corrélation allant de 1 pour $r$=0 à environ 0,85 pour $r$=2, cette valeur étant conservée ensuite jusqu'à $r = 40$ (cf Fig. 6.11 b.). Le produit moyen présenté sur la figure 6.11 a., nous informe sur le type de couplage dans la direction considérée. Sur la direction $\alpha$, les corrélations sont strictement positives, le remplissage est de type ferromagnétique (1,1,1,1,1,1...ou -1,-1,-1,-1,-1...). Sur les deux autres directions, $\beta$ et $\gamma$, l'alternance de valeurs positives et négatives est typique d'un remplissage antiferomagnétique (1,-1,1,-1,1,-1,...). Cette description correspond tout à fait à la structure effectivement visible sur la figure 6.5.

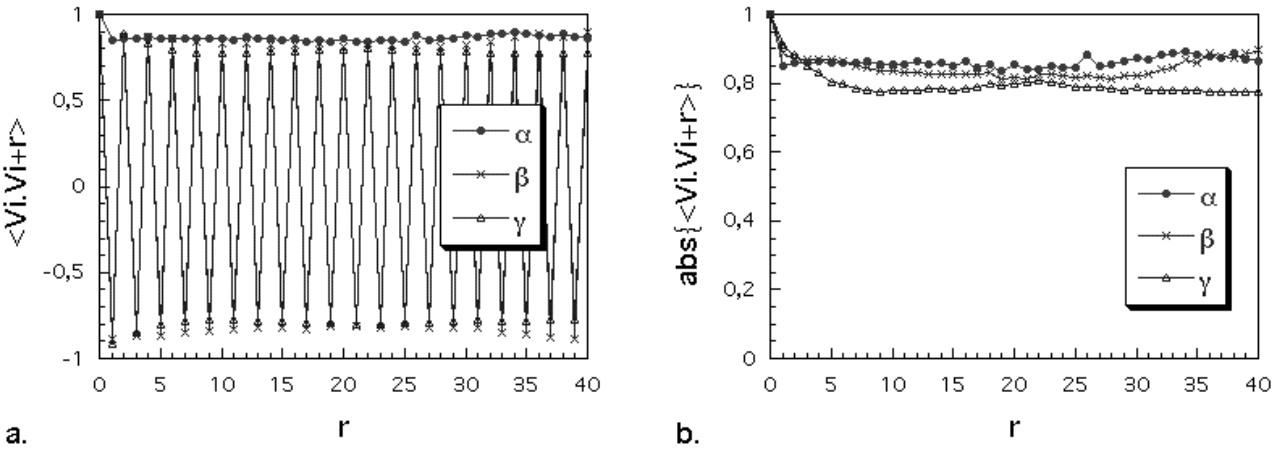


FIG. 6.11: Calcul des corrélations sur la structure TIERS1 (à $f = 1/3 + 0,005$) dans les trois directions $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$. La distance $r$ entre vortex est exprimée en unité de pas du réseau *Kagomé*. Fig. a. : le produit moyen informe que le type de couplage. Les valeurs absolues de ce produit sont présentées sur la Fig. b..

Les fonctions de corrélation sur la configuration TIERS2 sont portées sur la figure 6.12. Le comportement global est semblable au cas précédent. On distingue une direction plutôt de type ferromagnétique et les deux autres directions à tendance antiferromagnétique. Les contributions sont ici moyennées du fait de la présence de plusieurs domaines (cf Fig. 6.6). Néanmoins, une phase est privilégiée dans ces domaines : la direction $\beta$ avec un ordre ferromagnétique et les directions $\alpha$ et $\gamma$ avec un ordre antiferromagnétique. D'autre part, le niveau de corrélation est d'environ 0,3 à une distance $r$=25 dans les directions $\beta$ et $\gamma$ alors qu'il tombe à moins de 0,1 dans la direction $\alpha$. La forme des domaines n'est donc pas isotrope. L'étendue des domaines dans la direction $\alpha$ est plus faible que dans les deux autres directions.

**f=1/2 :** Si l'on considère maintenant le cas $f = 1/2$, quelle que soit la configuration (DEMI1 sur la figure 6.13, DEMI2 sur la figure 6.14 ou DEMI3 sur la figure 6.15), les

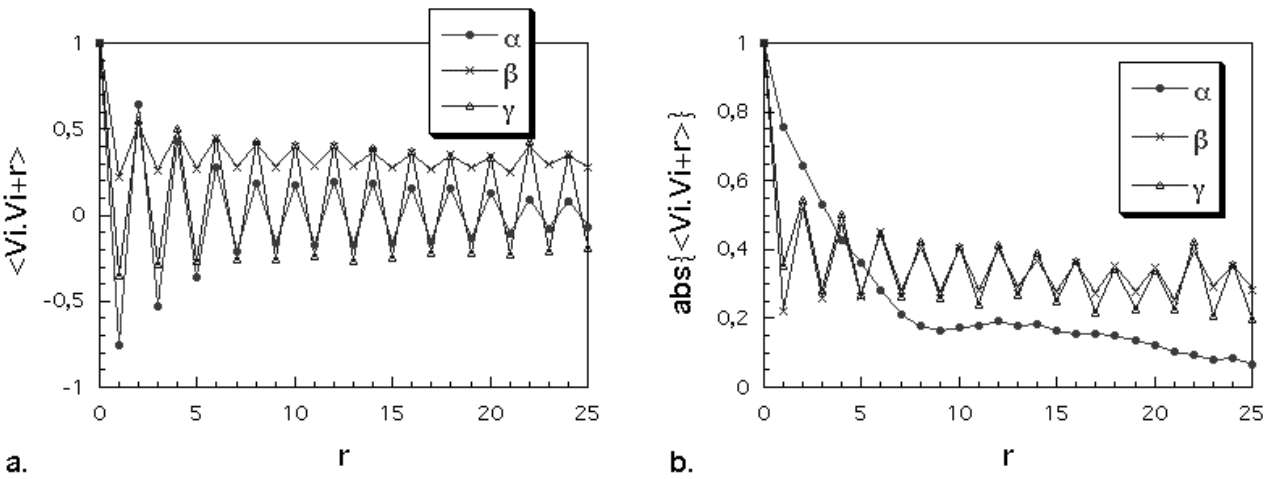


Fig. 6.12: Calcul des corrélations sur la structure TIERS2 (à $f = 1/3 + 0.016$) dans les trois directions $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$. La distance $r$ entre vortex est exprimée en unité de pas du réseau *Kagomé*. Fig. a. : le produit moyen informe sur le type de couplage. Les valeurs absolues de ce produit sont présentées sur la Fig. b..

calculs montrent une corrélation significative au 1er voisin mais elle atteint un niveau de corrélation résiduelle avant le 2nd voisin. Cette décroissance peut être modélisée par une fonction exponentielle du type $e^{-r/\xi}$, où $\xi$ correspond à une longueur de corrélation.

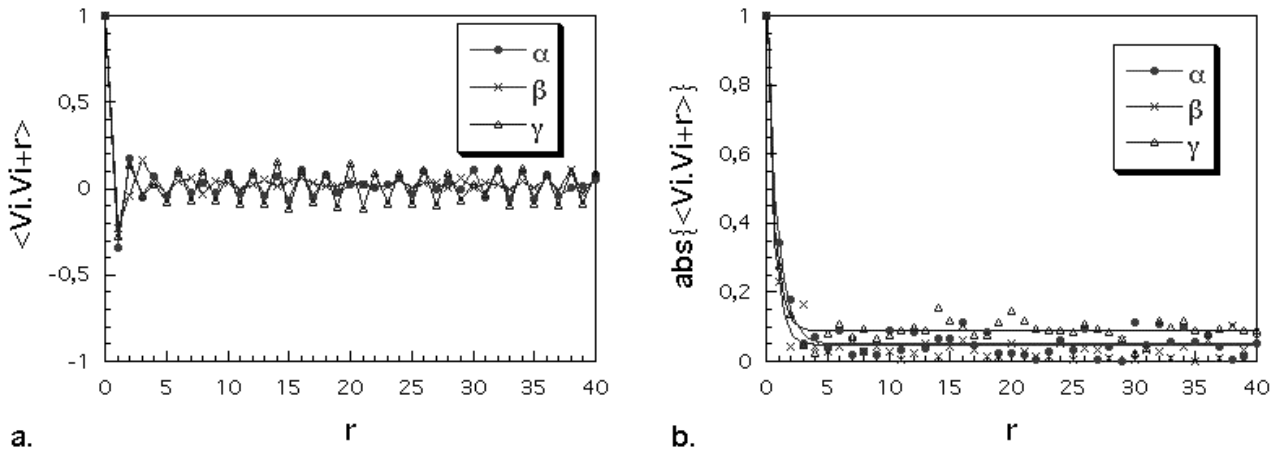


Fig. 6.13: Corrélations sur la configuration de vortex DEMI1 à $f = 1/2 - 0.0014$. Fig. a. : le produit moyen des variables vortex sur les trois directions $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ est présenté en fonction de la distance entre les vortex. Fig. b. : les valeurs absolues des produits moyens sont ajustées par une fonction de type $b.e^{-r/\xi} + C_{résiduelle}$ représentée en trait plein.

Les valeurs absolues des fonctions de corrélation sont représentées sur les figures b. de 6.13, 6.14, 6.15. Un ajustement des données avec une fonction du type $b.e^{-r/\xi} + C_{résiduelle}$, donne une longueur de corrélation inférieure à un pas du réseau ($\xi$ entre 0.5 et 1.0). Ces valeurs sont reportées dans le tableau 6.4.2.

*Corrélation résiduelle :* On remarque qu'un faible niveau de corrélation (de l'ordre de

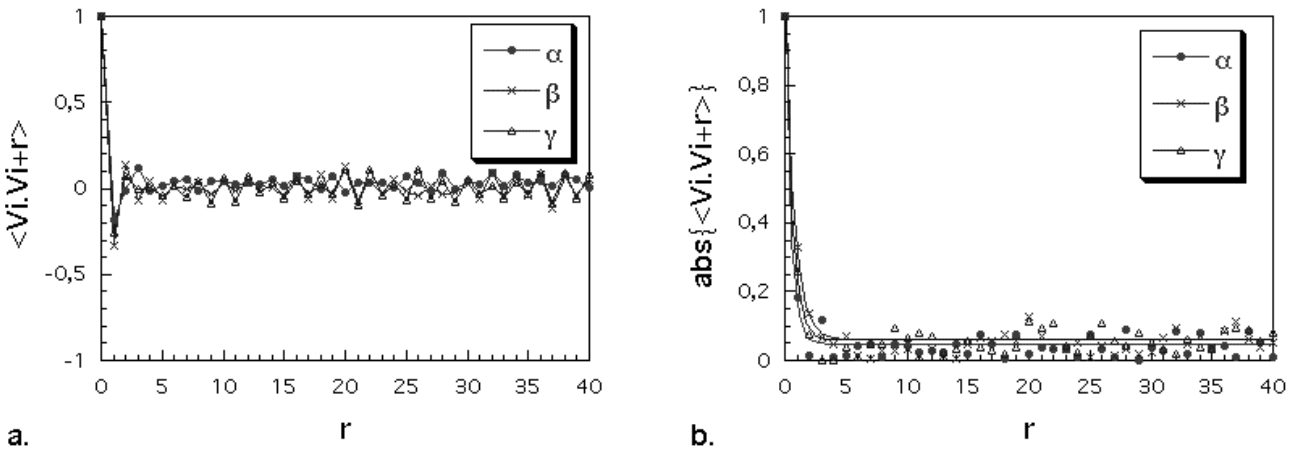


FIG. 6.14: Corrélations sur la configuration de vortex DEMI2 à $f = 1/2 + 0.016$. Fig. a. : le produit moyen des variables vortex sur les trois directions $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ est présenté en fonction de la distance entre les vortex. Fig. b. : les valeurs absolues des produits moyens sont ajustées par une fonction de type $b.e^{-r/\xi} + C_{résiduelle}$ représentée en trait plein.

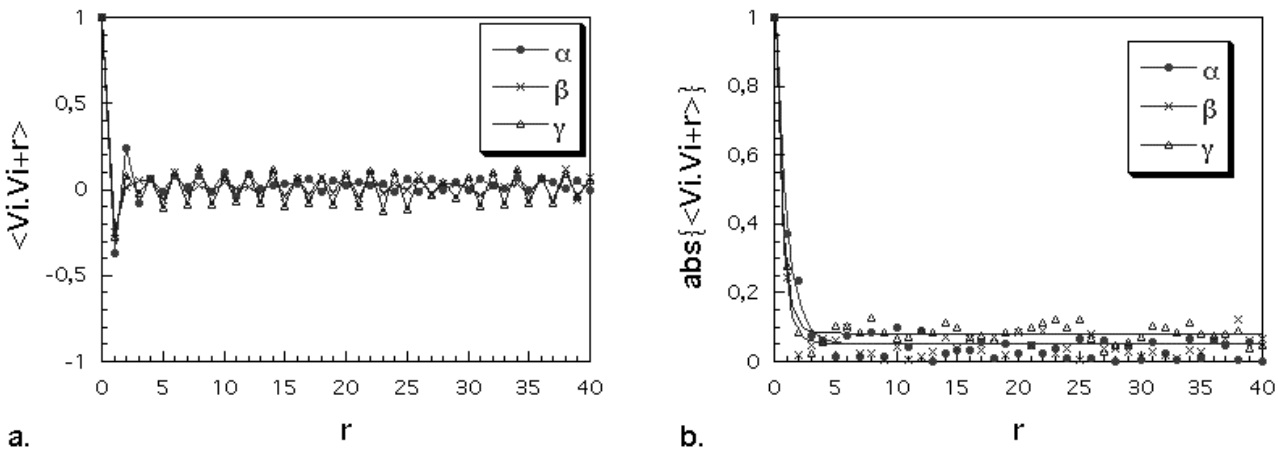


FIG. 6.15: Corrélations sur la configuration de vortex DEMI3 à $f = 1/2 + 0.0015$. Fig. a. : le produit moyen des variables vortex sur les trois directions $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ est présenté en fonction de la distance entre les vortex. Fig. b. : les valeurs absolues des produits moyens sont ajustées par une fonction de type $b.e^{-r/\xi} + C_{résiduelle}$ représentée en trait plein.

0,05) persiste de $r$=2 à $r$=40. Cet effet est plus élévé que l'incertitude liée à l'expérience : c'est un effet réel. En effet, si l'on observe les fonctions de corrélation (et non leurs valeurs absolues), on remarque que ce niveau résiduel est lié à un ordre apparent de type antiferromagnétique (alternance de valeurs positives et négatives). Ceci est dû à une différence de population des différents types de sites (rouge, bleu ou vert que l'on notera désormais 0,1 et 2). Les frustrations effectives des différents sites du réseau sont reportés dans le tableau 6.4.2. Ce point reste à ce jour incompris.

Nous concluons donc que les structures observées à $f = 1/2$ sont fortement désordonnées.

| Configuration | Direction | Corrélation résiduelle | Longueur de corrélation |
|---|---|---|---|
| DEMI1 | $\alpha$ | 0.05 | 0.84 |
| | $\beta$ | 0.05 | 0.59 |
| | $\gamma$ | 0.09 | 0.6 |
| DEMI2 | $\alpha$ | 0.05 | 0.48 |
| | $\beta$ | 0.06 | 0.75 |
| | $\gamma$ | 0.06 | 0.59 |
| DEMI3 | $\alpha$ | 0.05 | 0.95 |
| | $\beta$ | 0.05 | 0.57 |
| | $\gamma$ | 0.08 | 0.58 |

TAB. 6.2: Tableau récapitulatif des paramètres permettant d'ajuster les valeurs absolues des fonctions de corrélation, par une fonction du type $b.e^{-r/\xi} + C_{résiduelle}$. La longueur de corrélation, $\xi$, est exprimée en terme de pas du réseau *Kagomé*. On ne voit pas de corrélation entre les plus grandes longueurs de corrélation et les importantes corrélations résiduelles.

Cependant, un niveau de corrélation résiduel existe. Nous avons donc poursuivi cette étude en réalisant une statistique sur la taille des amas de vortex.

### 6.4.3 Statistique sur la taille des amas

S. Korshunov [126] prévoit en effet un arrangement des vortex en triades avec la prolifération de parois de domaines. L'existence de tels domaines n'induit pas de corrélation à longue portée. De plus la subsistance d'un niveau de corrélation résiduel nous amène à rechercher la proportion de triade par rapport aux autres arrangements. Nous avons donc compté le nombre d'amas[7] ayant une taille donnée. Les résultats sont reportés sur la figure 6.16.

On remarque que les vortex s'accumulent préférentiellement en amas de taille 2 ou 3. Les distributions sont bien ajustées par une Lorentzienne centrée en 2,4, 2,4 et 2,7 pour DEMI1, DEMI2 et DEMI3 respectivement. La décroissance exponentielle d'une courbe Gaussienne ne permet pas d'ajuster les données. Il semble donc que la "relaxation" soit plus lente, avec une distribution plus étendue, tant pour les configurations de frustration

[7] Un amas est définit comme un groupe de vortex isolés, les plus proches amas étant situés au second voisin.

| | Type de site | $f_{effective} = \frac{\text{Nombre de vortex}}{\text{Nombre de site}}$ |
|---|---|---|
| DEMI1 | 0 | 0.62 |
| | 1 | 0.32 |
| | 2 | 0.56 |
| DEMI2 | 0 | 0.36 |
| | 1 | 0.61 |
| | 2 | 0.59 |
| DEMI3 | 0 | 0.67 |
| | 1 | 0.34 |
| | 2 | 0.47 |

TAB. 6.3: Répartition des vortex par type de sites pour les décorations à $f = 1/2$. On remarque de fortes différences de peuplement des sites. Une répartition strictement aléatoire aurait donné une frustration effective de 0,5 pour chaque type de site.

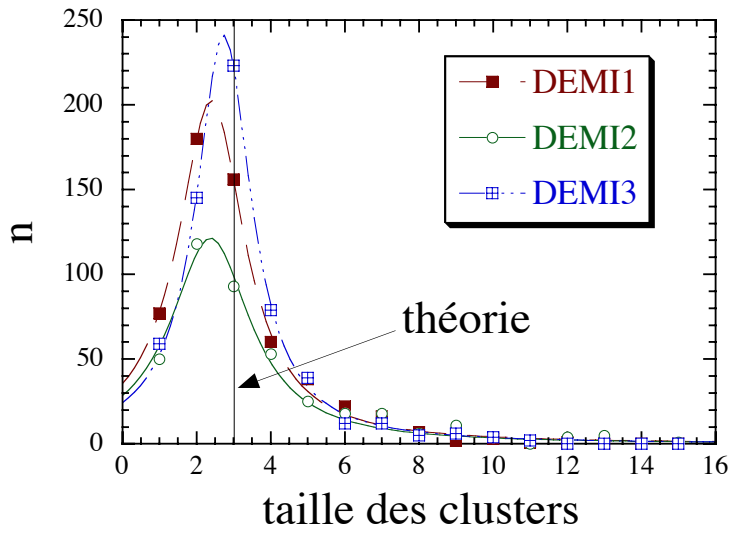


FIG. 6.16: Répartition des amas de vortex représentée en fonction de leur taille. Les traits liants les points de mesures correspondent à des fits Lorentziens des distributions. La courbe théorique est un pic à t=3, suivant la prédiction de S. Korshunov [126].

inférieure à $f = 1/2$ (DEMI1) que pour les configurations de frustration supérieure à $f = 1/2$ (DEMI2 et DEMI3). De plus, ces distributions sont symétriques de part et d'autre du centre de la Lorenzienne. On ne peut donc pas invoquer l'ajout de vortex excèdentaires

comme responsables de cette forme de distribution.

D'autre part, cette distribution centrée entre 2.4 et 2.7, ne correspond pas à une répartition aléatoire des vortex dont le maximun serait centré en 1[8]. Il semble donc que la structure en triade de vortex soit sous-jacente. L'existence de quelques petits domaines au sein d'une configuration désordonnée semble être en accord avec les prédictions de Cataudella et Fazio [127] : un verre de vortex est attendu dans les réseaux de JJ purement classique. Ce point est discuté plus en détail dans la section 7.2.

## 6.5 *La configuration observée est-elle la configuration fondamentale ?*

Deux raisons majeures peuvent conduire à une modification des configurations observées. Tout d'abord les effets d'écrantage, ils induisent une inhomogénéité de la frustration magnétique au delà d'une longueur correspondant à $\lambda_{\perp}^{eff}(T)$, la longueur d'écrantage effective [133] :

$$\lambda_{\perp}^{eff}(T) = \frac{a}{wd}\lambda^2(0)\frac{T_c}{T_c - T} \tag{6.5}$$

pour des fils de longueur $a$, de largeur $w$ et d'épaisseur $d$. On peut supposer que le réseau est soumis à une frustration homogène si sa taille est très inférieure à $\lambda_{\perp}^{eff}(T)$ c'est à dire, dans notre cas, pour des températures supérieures à 10 $mK$ en dessous de $T_c$. Comme nous le verrons dans la suite, le réseau de vortex est piégé à 4 $mK$ au dessous de $T_c$. Nous pouvons donc supposer que le réseau est uniformément frustré. Les effets d'écrantage n'apparaissent qu'à plus basse température.

L'agitation thermique peut ensuite empêcher le réseau de vortex d'établir la configuration fondamentale lors du refroidissement sous champ. Deux régimes de température sont à distinguer :

- si $a \ll \xi(T)$, les vortex sont étendus sur plusieurs cellules, ils sont alors très mobiles car insensibles à la structure discrète sous-jacente. La configuration des vortex est alors définie par la distribution des supercourants. Le système relaxera dans son état fondamental si la température n'est pas abaissée trop rapidement.
- si $a \gg \xi(T)$, les vortex sont confinés à l'intérieur d'une unique cellule.

La limite entre ces deux régimes se situe à $a = \xi(T^*) = \xi(0)/\sqrt{1 - T^*/T_c}$. Nous estimons la température critique des fils de niobium à $T_c$=9.1K, ainsi que les différents paramètres :

[8]Nous avons généré une configuration aléatoirement ($V_i = -1$ avec la probabilité 0.5 et 1 avec la probabilité 0.5). Le résultat de ce tirage aléatoire donne des amas de tailles allant de 1 à plusieurs dizaines. La taille majoritairement représentée est $t = 1$.

$\xi(0) = 20\ nm$, $\lambda(0)$=100 $nm$. La longueur de cohérence devient donc égale au pas du réseau $a$ =1 $\mu m$, à 4 $mK$ en dessous de $T_c$ (à $T^*$=9,096 $K$). Les fluctuations thermiques sont cruciales tant que les vortex se sont pas piégés dans les cellules ($a < \xi(T)$). Dans ce régime, l'énergie de piégeage a été déterminée analytiquement par Kopnin *et al.* [134] :

$$U_0(T) = \frac{2,51^2\pi\Phi_0^2 w}{6a\lambda^2}\left(\frac{\xi(T)}{\sqrt{2}a}\right)^{5/2}\exp\left[-\frac{2*2,51\pi\xi(T)}{\sqrt{2}a}\right] \tag{6.6}$$

A la température $T^*$, cette énergie correspond à $U_0 = 2,5.10^{-22}\ J$, alors que l'énergie thermique est de $k_BT^* = 1,3.10^{-22}\ J$. On vérifie donc bien que l'énergie de piégeage des vortex est supérieure à l'énergie thermique. Les configurations de vortex ne sont donc pas significativement modifiées par la température.

## 6.6 Discussion

L'observation d'une longueur de corrélation très faible à $f = 1/2$ ($\xi < 1$), indique un état fortement désordonné. Ce résultat est cohérent avec les mesures de transport réalisées sur des réseaux *dice* de fils d'*Al* [6]. Le maximum de courant critique observé à $f = 1/3$ est une conséquence directe de l'état de vortex commensurable et fortement piégé observé (cf Fig. 6.5). En revanche l'affaiblissement du courant critique à $f = 1/2$ indique une réduction de la rigidité de phase induite par la localisation de la fonction d'onde supraconductrice dans les cages Aharonov-Bohm [4].

L'étude des spins d'Ising classiques sur les noeuds du réseau *Kagomé* (0 vortex ou 1 vortex par cellule), est un problème largement étudié [130, 135, 136] dans lequel un état désordonné apparait dans le cas d'une interaction au premier voisin. Cependant, cette condition, fondamentale pour l'existence de désordre, ne peut pas être vérifiée dans les réseaux de fils supraconducteurs. On ne peut donc pas tirer de conclusion à partir de cette analogie. Les études menées par S. Korshunov [126] et V. Cataudella et R. Fazio [127] sont plus pertinentes, puisqu'ils axent leurs discussions directement sur la configuration de vortex.

L'état fondamental proposé par S. Korshunov implique une grande entropie, du fait de la prolifération de parois de domaine d'énergie nulle, mais elle n'est pas extensive. L'état fondamental ne devrait donc pas être entièrement désordonné à $f = 1/2$. Cependant, nous observons des configurations de vortex dépourvues d'ordre à longue portée. De plus la statistique sur la taille des amas de vortex ne permet pas d'affirmer une large prédominance des triades de vortex. La présence de désordre structural dans nos réseaux pourrait expliquer la destruction d'un ordre à longue portée, cependant nous ne pensons pas que les irrégularités géométriques potentielles de nos réseaux soient de nature à briser la structure ordonnée. En effet, la lithographie électronique peut créer des défauts géométriques, mais

non topologiques. De plus, ils sont répétés sur chaque cellule élémentaire du réseau. On peut également soupçonner une légère disparité (quelques pourcents) dans la largeur des fils d'orientations différentes, induite par la gravure RIE du *Nb* épitaxié. Mais ce type de défaut est également un défaut systématique. Nous ne pensons donc pas qu'il puisse désordonner la structure fondamentale. Cependant, ce genre de défaut systématique pourrait expliquer la différence de peuplement des sites du réseau. En effet, ils introduisent une anisotropie dans la structure pouvant favoriser le piégeage de vortex dans certaines cellules.

L'observation de ces états fortement désordonnés semble plus probablement être dûe au grand nombre de configurations de basse énergie existant à basse température [137, 127]. Leur différence d'énergie est beaucoup plus faible que l'énergie de barrière qui est, dans les réseaux de fils, essentiellement donnée par la longueur d'un fil unique, indépendamment de la topologie du réseau. La combinaison de fortes fluctuations thermiques à la température à laquelle les vortex se piégent (9K) et d'une grande entropie due à l'existence de ces configurations de basse énergie pourrait, en effet, expliquer pourquoi nous n'observons pas la configuration fondamentale proposée par S. Korshunov : en refroidissant, le réseau de vortex se fige dans une configuration qui n'est pas l'état fondamental. Une origine possible de l'absence d'ordre dans le réseau de vortex a récemment été avancée par V. Cataudella et R. Fazio [127]. Leurs simulations Monte-Carlo sur les réseaux *dice* de JJ classiques à $f = 1/2$ suggèrent l'existence d'une transition de phase à basse température, en dessous de laquelle une dynamique vitreuse empêche le système de trouver le réel état fondamental décrit dans [126]. Ce scénario est cohérent avec nos résultats, mais il ne peut être testé dans les réseaux de fils supraconducteurs car le piégeage y est trop fort.

En conclusion, nous avons donc observé des états fortement désordonnés à $f = 1/2$, alors qu'une phase commensurable robuste, est observée à $f = 1/3$. Ce comportement est particulier au cas du réseau *dice*. De plus cette configuration désordonnée apparait dans une structure parfaitement ordonnée. Le désaccord avec les prédictions de S. Korshunov suggère que l'état fondamental n'est pas accessible dans ces expériences. La nature du "réel" état fondamental a été étudiée par des mesures de transport sur des réseaux de JJ dans lesquels le piégeage des vortex est beaucoup plus faible. Cette étude est présentée dans le chapitre suivant.

# 7

# Diagramme de phase des réseaux dice à $f = 1/2$

sLes différentes études théoriques sur le réseau *dice* à $f = 1/2$ [4, 109, 108, 127] ont motivé notre étude. Nous avons réalisé plusieurs réseaux de JJ dont les caractéristiques des jonctions diffèrent. L'étude générale de ces réseaux a été présentée dans le chapitre 4. Le rapport entre énergie Josephson et énergie de Coulomb des jonctions varie de 0,07 à 5, ce qui nous permet de tester le comportement des réseaux sur un large domaine. Je présenterai successivement trois régimes dans lesquels la dynamique observée est très différente. Tout d'abord, le réseau $\mathcal{C}$ ($E_J/E_c = 0,07$) présente une phase isolante à $f = 1/2$ dont je présenterai les principales caractéristiques. Nous verrons ensuite la dynamique des réseaux classiques, tant des réseaux de fils supraconducteurs que des réseaux de JJ pour lesquels $E_J \gg E_c$. Nous avons vu dans le chapitre précédent (6) que la configuration de vortex est fortement dégénérée à $f = 1/2$. Nous verrons comment cette phase se traduit en terme de transport, en s'appuyant sur une récente étude théorique de Cataudella et Fazio [127]. Les mesures sur les réseaux de JJ quantiques présentant des énergies Josephson de l'ordre de l'énergie de Coulomb sont présentées ensuite. En guise de conclusion, je tracerai une ébauche de diagramme de phase pour les réseaux *dice* de JJ à $f = 1/2$ en m'appuyant sur les mesures effectuées.

## 7.1 Régime isolant

L'échantillon présenté ici est le réseau $\mathcal{C}$. Les jonctions sont caractérisées par une énergie de Coulomb de 1,86 $K$ et une énergie Josephson de 0,14 $K$. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, ce réseau présente une transition métal-isolant induite par le champ magnétique. Il est isolant pour des frustrations comprises entre $f_{c,1} = (0,23 \pm 0,01)$ et $f_{c,2} = (0,76 \pm 0,01)$. Il est donc isolant à $f = 1/2$. Les principales caractéristiques de cette phase (résistance à polarisation nulle, tension de seuil...) sont présentées dans cette section.

### 7.1.1 Variation de la résistance linéaire en fonction de T

La figure 7.1 présente l'évolution de la résistance linéaire à polarisation nulle en fonction de la température. Le comportement observé est typique d'un isolant (augmentation de la résistance lorsque la température diminue). On note une augmentation de 3 ordres de grandeur entre la résistance normale mesurée à 2 $K$ et la résistance estimée à partir des caractéristiques IV à 21 $mK$ (50 $M\Omega$).

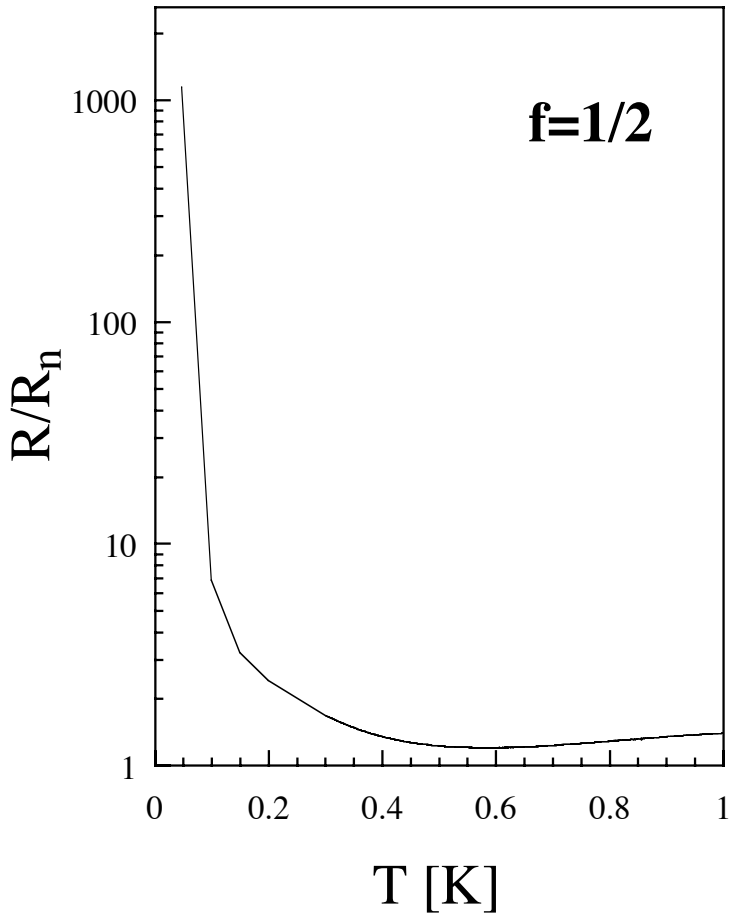


Fig. 7.1: Variation de $R_0$ en fonction de T à $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{C}$ ($r_n = 53,3\ k\Omega$), typique d'un comportement isolant. La résistance varie de 3 ordres de grandeur entre 2 $K$ et 20 $mK$.

### 7.1.2 Mesure du gap de Coulomb

A faible polarisation, on observe un gap de tension sur les caractéristiques IV, dans le régime où le réseau est isolant. A $f = 1/2$, la tension de seuil est maximale et diminue lorsque l'on s'en écarte (cf Fig. 7.2 et 7.3). A 21 $mK$, la tension de seuil est de $V_t = 85\ \mu V$ pour $f = 1/2$. On remarque sur les courbes IV à 21 $mK$ une baisse de la tension lorsque le courant s'établit aux bornes du réseau (zone de résistance différentielle négative). On peut faire le parallèle avec le comportement d'une jonction unique dans le régime où $E_c \gg E_J$ (cf Annexe A.2). Cette forme caractéristique des petites jonctions Josephson polarisées en

courant est souvent appelé "*nez de Bloch*". Le réseau est polarisé en courant. Tant que la tension est inférieure à la tension seuil, les charges ne peuvent entrer dans le réseau (cf section 1.3) : c'est le régime de blocage des paires de Cooper. Cependant, les quasi-particules présentes dans le réseau circulent par effet tunnel donnant lieu à une résistance élevée ($R > 50\ M\Omega$). Lorsque le courant excède le courant seuil, $I_t$, un courant de paires de Cooper s'établit affaiblissant ainsi la tension. Ce courant seuil est de $(3 \pm 0,5)\ pA$ à 21 $mK$ et $f = 1/2$.

D'autre part, on remarque que le bruit est assez élevé sur ces caractéristiques IV. Il est de l'ordre de 3 $\mu V$ au delà de la zone bloquée et atteint 5 $\mu V$ proche de la tension seuil alors que le niveau de bruit est de l'ordre de 500 $nA$ dans le régime supraconducteur à $f = 0$. Nous pouvons peut-être attribuer ce bruit à un bruit de charge (cf Annexe D.2), puisqu'il apparaît uniquement dans la zone du gap de Coulomb, où la dynamique du réseau est très sensible à la configuration des charges.

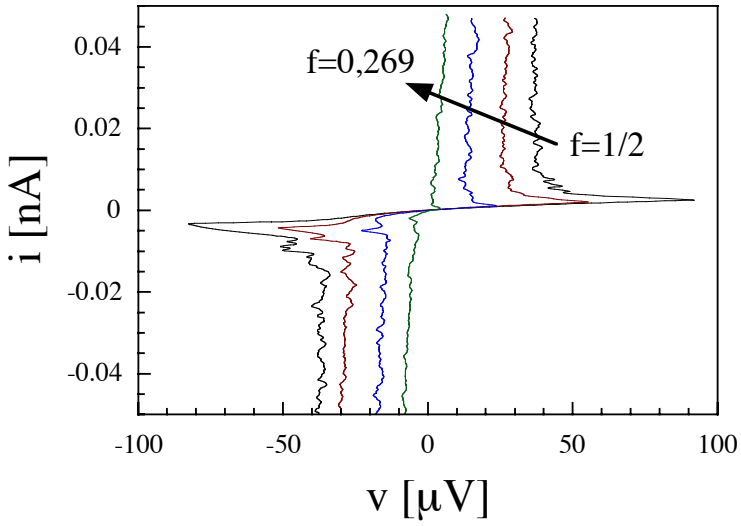


FIG. 7.2: Evolution des courbes IV à faible polarisation dans l'échantillon $\mathcal{C}$ en fonction de la frustration $f$ à 21 mK. On remarque que le gap de Coulomb diminue fortement entre $f = 1/2$ et $f = 0,269$ et le "*nez de Bloch*" disparait.

La variation du gap de tension $\Delta V = 2V_t$ en fonction de la frustration est présentée sur la figure 7.3 pour 21 $mK$, 47 $mK$ et 99 $mK$. On voit nettement que la tension seuil est maximale à $f = 1/2$. D'autre part, elle s'annule lorsque la frustration atteint les valeurs critiques de la transition Métal-Isolant déterminées à plus haute température : $f_{c,1} = (0,23 \pm 0,01)$ et $f_{c,2} = (0,76 \pm 0,01)$ (cf section 4.4.3). Lorsque la température diminue, la tension seuil augmente sans montrer de saturation.

**Comparaison aux diverses études théoriques :**

Il n'existe pas de prédictions théoriques concernant la tension de seuil dans les réseaux de JJ, cependant nous pouvons nous appuyer sur les travaux de Middleton et Wingreen

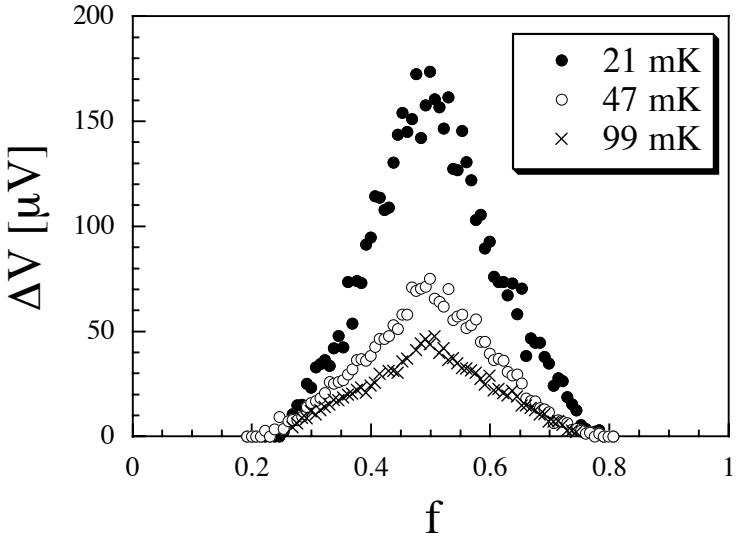


Fig. 7.3: Variation du gap de Coulomb, $\Delta V = 2V_t$, en fonction de $f$ à différentes températures. On remarque que le gap de Coulomb est maximum à $f = 1/2$, et il s'annule pour des valeurs proches des frustrations critiques de la transition Métal-Isolant ($f_{c,1} = (0,23 \pm 0,01)$ et $f_{c,2} = (0,76 \pm 0,01)$). D'autre part, lorsque la température augmente on observe une diminution du gap.

[53] sur les réseaux de jonctions tunnels afin de déterminer l'ordre de grandeur de la tension de seuil ainsi que sur les travaux de Bakhvalov *et al.* [43].

Comme nous l'avons vu dans la section 1.3, le cas de grandes longueurs d'écrantage n'est pas pris en compte pour les réseaux bidimensionnels par Middleton et Wingreen. Cependant, par analogie avec les résultats obtenus sur les réseaux 1D, on peut estimer une tension de seuil dépendant de la taille du réseau comme : $V_t^{Midd} = 0,0664Ne/C$. La capacité des jonctions dans cet échantillon est de 0,5 $fF$, ce qui donne une tension de seuil $V_t^{Midd} = 5\ mV$ avec 252 jonctions en série. Nous mesurons une tension beaucoup plus faible. Nous voyons plusieurs explications possibles. Tout d'abord l'effet de la température est encore important entre 47 $mK$ et 21 $mK$. On peut peut-être attendre une augmentation de ce gap à plus basse température. D'autre part, par analogie avec le comportement d'une jonction unique (cf Annexe A.2), Likharev et Zorin [138] ont prédit une suppression exponentielle de la tension de seuil comme : $V_t \propto exp(\sqrt{8E_J/E_c})$. Les énergies caractéristiques des jonctions donnent un rapport $E_J/E_c = 0,07$, ce qui donne un affaiblissement de la tension seuil à 2,4 $mV$. D'autre part, nous avons vu dans le chapitre 4 que le diagramme de phase du réseau *dice* présente un décalage par rapport au réseau *carré*. Les mesures de thermométrie semblent indiquer que l'énergie de charge effective dans la limite globale est 10 fois plus faible que l'énergie de Coulomb d'une jonction unique. La capacité effective ainsi déterminée est de l'ordre de 5 $fF$, d'où une tension de seuil de l'ordre de 500 $\mu V$. La décroissance exponentielle de la tension de seuil donne alors $V_t^{Midd} = 50\ \mu V$. Ce qui est de l'ordre de grandeur de la valeur que nous mesurons.

Les prédictions de Bakhvalov pour la tension de seuil dans un réseau de jonctions tunnel correspondent à la tension pour laquelle un électron entre dans le réseau. Dans le cas supraconducteur, nous pouvons supposer que la tension de seuil pour faire entrer une paire de Cooper sera deux fois plus élevée : $V_t^{Bakh} = 2(1 - 2/\pi)E_c\Lambda/e$ (dans le cas d'une polarisation asymétrique). En considérant l'énergie de charge d'une jonction, on obtient $V_t^{Bakh} = 3\ mV$, et en prenant en compte l'énergie de Coulomb effective déterminée par la thermométrie à blocage de Coulomb, on obtient : $V_t^{Bakh} = 150\ \mu V$.

En conclusion, la tension de seuil mesurée à 21 $mK$ et $f = 1/2$ ($V_t^{mes} = 85\ \mu V$) est un ordre de grandeur plus faible que les tensions estimées à partir des travaux de Middleton *et al.* et Bakhalov *et al.* en considérant l'énergie de Coulomb d'une jonction ($V_t^{Midd} = 5\ mV$ et $V_t^{Bakh} = 3\ mV$), cet écart ne peut être expliqué par un affaiblissement exponentiel du type $exp(\sqrt{8E_J/E_c})$ ($V_t^{Midd} = 2,4\ mV$ et $V_t^{Bakh} = 1,4\ mV$). Si l'on considère maintenant l'énergie de charge effective, on obtient des tensions de seuil beaucoup plus proches des mesures : $V_t^{Midd} = 500\ \mu V$ et $V_t^{Bakh} = 150\ \mu V$. Ce ne sont là que des suppositions puisque aucune théorie n'a été validée concernant la tension de seuil dans les réseaux de JJ[2]. Cependant il semble que cette mesure confirme notre soupçon d'une énergie de charge effective dans le réseau *dice* beaucoup plus faible que l'énergie de Coulomb d'une jonction.

### 7.1.3 Effet d'une grille électrostatique

Nous observons dans ce réseau une modulation de la tension en fonction de la tension de grille, $V_g$. Cette modulation apparaît pour des températures inférieures à 200 $mK$. La période des oscillations est invariante en fonction de la frustration magnétique sur la gamme de température de notre étude. Nous observons une périodicité de 240 $mV$. Si l'on considère que cette modulation correspond à une charge $e$ sur les îles, nous obtenons une capacité des îles par rapport à la grille de 0,67 $aF$. Nous retrouvons donc la valeur de $C_g$ estimée à partir de l'approximation du condensateur plan de la sous-section 4.2.3.

Cet effet a été étudié dans différents groupes [51, 52, 139, 140] et la modulation correspondant à une paire de Cooper sur chaque île n'a jusqu'à ce jour pas été mise en évidence. Il semble en effet que la présence de charges d'offset (cf annexe D.2) brouille le signal venant des paires de Cooper.

Afin de caractériser l'état de charge de l'oxyde de silicium nous avons réalisé une étude de C(V) sur des capacités MOS. Elle est présentée dans l'annexe E.2.6. La densité de charge mesurée correspond à une charge tout les 30 $nm$, c'est à dire à plus de 6 000 charges en moyenne pour une seule île du réseau. Le potentiel électrostatique est donc fortement désordonné sur l'ensemble du réseau et il semble impossible d'étudier la frustration de

[2] bien que les travaux de P. Lafarge [51, 52] semblent confirmer les prédictions de Middleton et Wingreen

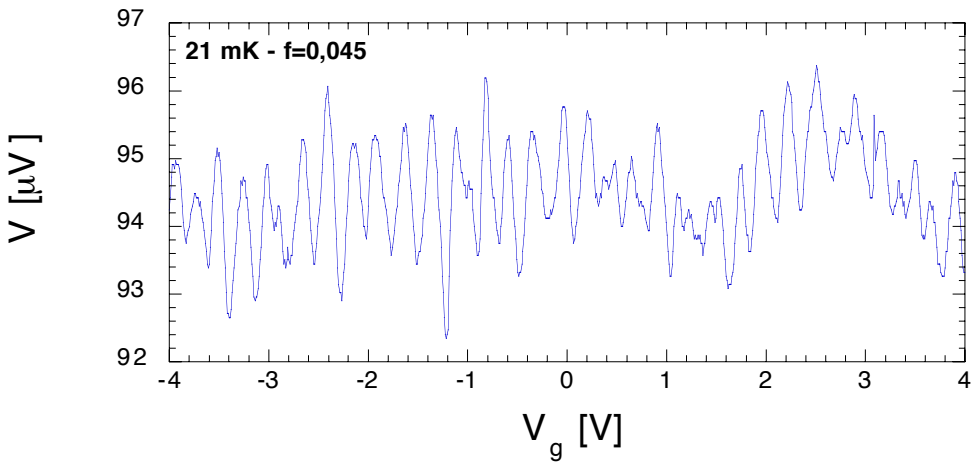


Fig. 7.4: Variation de la tension aux bornes de l'échantillon $\mathcal{C}$ en fonction de la tension de grille à 21 $mK$ et $f = 0,045$.

charge des réseaux 2D de JJ en utilisant une grille globale. Les effets d'appariement de paires de Cooper dans les chaînes 1D [111] devront donc être étudiés par d'autres méthodes comme la quantification du flux magnétique dans une boucle (expérience suggérée par B. Douçot *et al.*).

### 7.1.4 *Hystérésis à plus haute polarisation*

Les caractéristiques IV mesurées à basse température sur cet échantillon présentent un pic hystérétique à haute polarisation (cf Fig. 7.5.a). Lorsque le courant de polarisation excède un certain courant "critique" ($I_c$), la tension chute brutalement d'environ 20% à 21 $mK$, puis augmente à nouveau continuement. La courbe retour ne suit pas ce comportement. La tension diminue avec le courant. Cependant, un petit saut de tension se produit à un courant que je qualifierai de courant de "repiégeage" ($I_r$), par analogie avec le comportement d'une jonction supraconductrice, bien que les sauts de tension aient lieu dans le sens inverse : chute de la tension au courant critique et augmentation de celle-ci au courant de repiègeage. Je présenterai successivement dans la suite l'évolution de ce pic en fonction de la frustration $f$ et de la température. Nous verrons également l'effet de la grille électrostatique sur l'amplitude de ce pic.

**Effet de la frustration magnétique :**

La variation de ce pic avec la frustration est présentée sur la figure 7.5.b. On remarque que la position du pic évolue avec la frustration. Le courant "critique" augmente lorsque $f$ s'écarte de $f = 1/2$ (il passe d'environ 8 $nA$ à $f = 1/2$ à environ 12 $nA$ à $f = 0,01$), mais l'amplitude du saut de tension reste d'environ 100 $\mu V$.

Cette hystérésis disparaît au dessus de 130 $mK$, mais la dépendance à basse température n'est pas claire pour $f = 1/2$. La position en courant du pic diminue de 100 $mK$

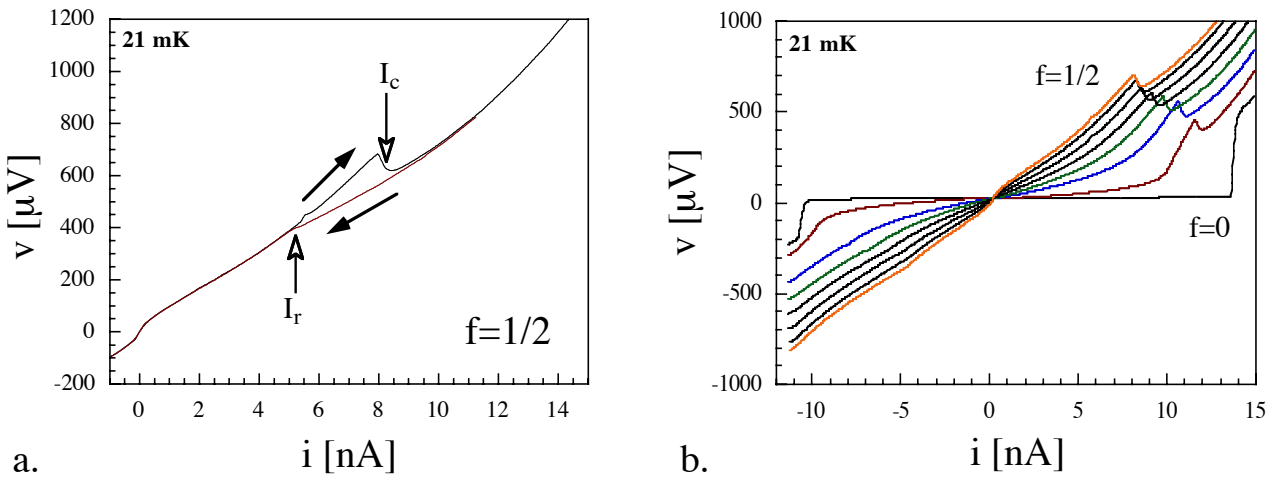


FIG. 7.5: A forte polarisation, on observe un pic hystérétique dans les courbes IV sur l'échantillon $\mathcal{C}$. Fig.a : Cette caractéristique est mesurée à $f = 1/2$ et 21 $mK$. Contrairement au courant critique observé à $f = 0$, ce courant "critique" correspond à une chute de tension et le courant de "repiégeage", à une augmentation de tension. Fig.b : Evolution du pic hystérétique à 21 $mK$ en fonction de la frustration.

à 130 $mK$, semble maximum vers 100 $mK$ puis décroît jusqu'à 21 $mK$ pour $f = 1/2$. Lorsque l'on s'écarte de la frustration $f = 1/2$, la dépendance en température montre une nette augmentation du courant "critique" quand T diminue. La variation du courant critique est continue en fonction de $f$ (cf Fig. 7.5.b), mais le courant de répiégeage ($I_r$), fluctue beaucoup entre $I_c$ et ($I_c - 2,5\ nA$). L'amplitude de l'hystérésis ne semble donc pas dépendre significativement de la frustration.

On remarque que la résistance différentielle avant la chute de tension ($R_{max}$) est systématiquement plus élevée qu'après la chute ($R_{min}$). La résistance après la chute est indépendante de $f$ et reste constante à $R_{min}$=(68 $\pm$ 6) $k\Omega$, alors que la résistance différentielle avant la chute varie d'environ 110 $k\Omega$ vers $f = 1/2$ à 195 $k\Omega$ à $f = 0,05$. Le rapport entre les résistances différentielles avant et après la chute de tension est approximativement constant à $(1,7 \pm 0,1)$ pour $f$ compris entre 0,2 et 0,8, et augmente à environ 2,5 lorsque la frustration se rapproche de 0 et 1. Ce point semble une caractéristique importante de cette hystérésis comme nous le verrons dans la suite.

Après avoir caractérisé ce pic par sa position en courant ainsi que l'amplitude de l'hystérésis, et la variation de la résistance différentielle avant et après la chute de tension, nous allons maintenant regarder plus précisement la position en tension de ce pic et l'évolution de cette chute de tension en fonction de la frustration. Je nommerai par la suite $V_{max}$ la tension avant la chute et $V_{min}$, la tension après cette même chute ($V_{max} - V_{min}$ donne donc l'amplitude du pic). Leurs variations sont semblables : elles sont maximales à $f = 1/2$ puis décroissent lorsque l'on s'en écarte. Ce comportement pouvait également se remarquer directement sur les courbes IV à 21 $mK$ (cf Fig. 7.5). L'amplitude de la

chute de tension est environ de $(110 \pm 5\ \mu V)$ pour $f$ comprise entre 0,2 et 0,8 à 47 $mK$. L'amplitude du pic augmente ensuite jusqu'à environ 150 $\mu V$.

Jusqu'à ce jour ce comportement n'est pas compris. Nous disposons seulement d'indices. Tout d'abord, une telle hystérésis pourrait faire penser à la transition dans l'état résistif d'une jonction Josephson. Cependant, il faut remarquer que premièrement l'amplitude de cette variation de tension est 4 fois plus faible que le gap de l'$Al$ ($2\Delta = 400\ \mu V$). Ensuite la tension chute à ce courant "critique" alors que le passage d'une jonction dans l'état résistif devrait augmenter la tension aux bornes de celle-ci et donc du réseau. Ensuite la variation de la tension aux bornes du réseau avec la tension imposée sur le plan de grille électrostatique semble montrer l'importance de la configuration de charge dans ce réseau.

**Effet de la tension de grille :**

L'effet de la tension de grille est montré sur la figure 7.6 à 21 $mK$ et $f = 1/2$. Les principales caractéristiques présentées dans la suite, apparaissent jusqu'à 100 $mK$ pour toutes les frustrations où un pic hystérétique est visible.

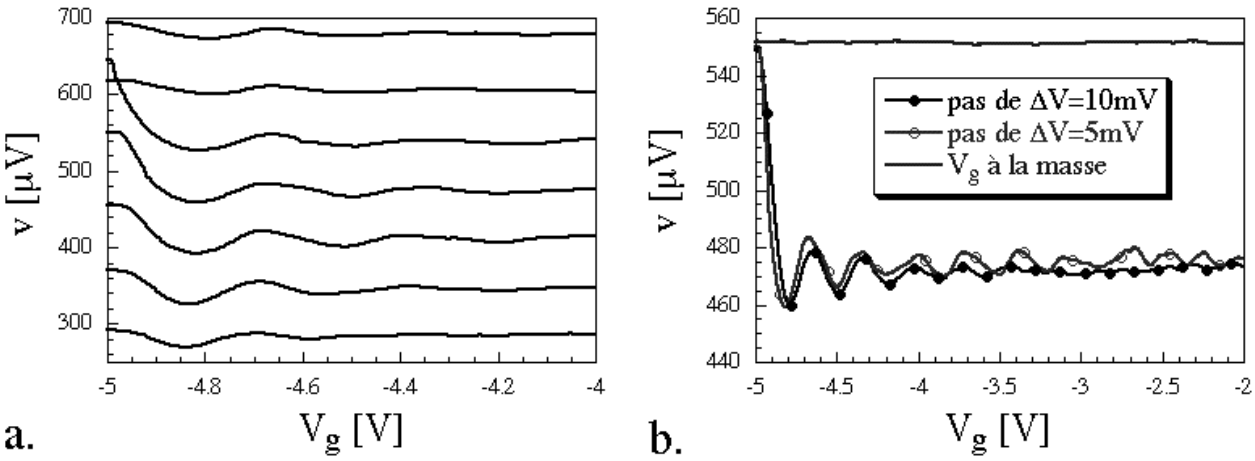


Fig. 7.6: a. Variation de la tension aux bornes de l'échantillon en fonction de la tension de grille à 21 $mK$ pour $f = 1/2$ pour différents courants de polarisation. L'état initial est préparé par une rampe montante. On remarque que l'amplitude des oscillations est plus importante dans la zone du pic hystérétique. De plus, la tension chute très rapidement et la tension mesurée correspond à la branche "retour" de l'hystérésis. b. Cette figure présente la tension aux bornes du réseau en fonction du temps sur un point de la partie "aller" de l'hystérésis avec le plan de grille à la masse. Nous n'observons aucune chute de tension. Les deux autres courbes présentent la variation de la tension sur ce même point lorsque l'on balaye la tension. On observe alors une chute de tension.

Les points initiaux sont préparés avec une rampe de courant montante. La figure 7.6.a présente la variation de la tension aux bornes du réseau en fonction des différents points de la caractéristiques (cf courbe 7.5.a pour référence). On remarque tout d'abord des oscillations d'environ 20 $\mu V$ d'amplitude qui tendent à s'amortir sur 3 à 4 périodes pour tendre vers une amplitude de l'ordre de 5 $\mu V$. La période de ces oscillations correspond à une charge $e$ pour une capacité $C_g = 0,67\ aF$. Ensuite, les courbes correspondant à

des points de polarisation sur la partie "aller" de l'hystérésis présentent une forte chute de tension. Cette chute correspond à la transition vers la courbe "retour" de l'hystérésis. Quelle que soit la tension de grille imposée pendant la préparation de l'état initial, cette chute est observée systématiquement au moindre changement de tension de polarisation. La figure 7.6.b montre l'évolution de la tension en fonction du temps en comparaison avec la tension lorsque la tension de grille varie. L'état initial est stable dans le temps mais hautement instable lorsque $V_g$ change.

L'effet majeur de la variation de la tension de grille est la modification de la configuration de charge dans le réseau. Il semble donc que cette hystérésis soit associée à un effet de charge. Un petit modèle, très simple, considérant la géométrie particulière de ce réseau pourrait expliquer cet effet. Isolons une partie du réseau comme sur la figure 7.7.

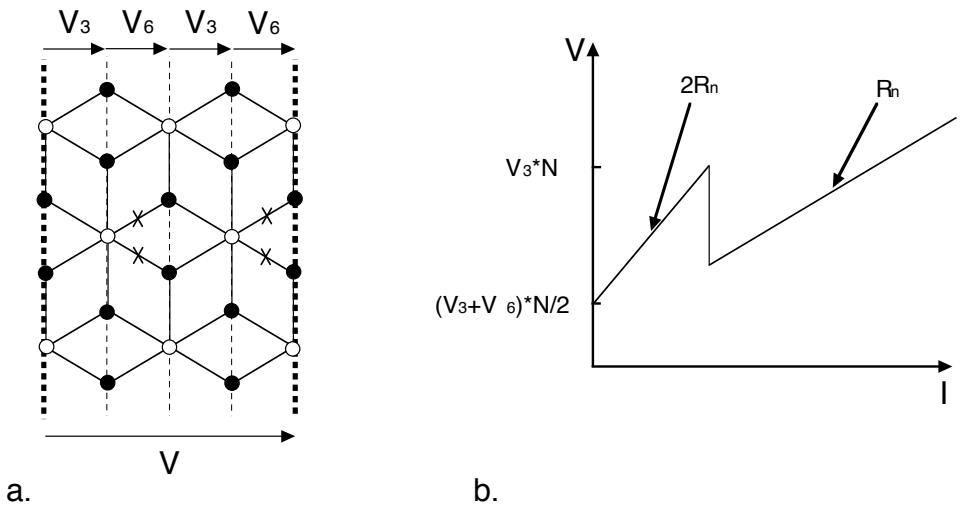


FIG. 7.7: Description du réseau *dice* dans le régime de blocage de charge par un modèle simple. Fig.a : partie du réseau *dice* sur laquelle une tension V=2($V_3$ + $V_6$) est appliquée avec $V_i = e/(iC)$. Si les équipotentielles suivent les lignes pointillés, alors le passage d'un électron sur une île à 3 voisins est bloqué sur la chaîne du milieu car $V_3 > V_6$. Fig.b : Schéma d'une courbe IV d'un réseau de résistance normale $R_n$ possédant des chaînes de N jonctions en série en supposant que les jonctions sont soit bloquées soit passantes. Le transport de charge est donc entièrement bloqué tant que le tension n'est pas suffisante pour débloquer une chaîne sur deux. Passé cette tension, la résistance correspond donc à $2R_n$ puisque seules la moitié des chaînes peut conduire le courant. Ensuite lorsque la tension est suffisante pour débloquer l'ensemble du réseau, la résistance devient $R_n$ ce qui induit un saut de tension.

Ce modèle simpliste considère deux approximations. Nous supposons tout d'abord que les jonctions sont soit bloquées ($i = 0$ si $v < v_t$) soit résistives ($i = v/r_n$ si $v > v_t$). Nous considérons ensuite des équipotentielles sur l'ensemble du réseau perpendiculaires à la direction du courant. Nous voyons alors qu'un électron ne pourra être injecté sur une île de coordinance $z$ si et seulement si la différence de potentiel aux bornes de la jonction est supérieure à $v_t = e/zC$. La tension minimale pour laquelle la chaîne supérieure de la figure 7.7.a est débloquée est donc $V_t^1 = N(e/3C + e/6C)/2$ si $N$ est le nombre de

jonction en série sur la chaîne. La tension $V_3 = e/3C$ permet d'injecter un électron sur une île de coordinance 3 et $V_6 = e/6C$ sur une île de coordinance 6. Cependant si l'on observe la répartition de la tension sur la chaîne juste en dessous (chaîne du centre sur la figure 7.7.a), la différence de potentiel aux bornes de la jonction par laquelle un électron passe sur une île de coordinance 3, est $V_6$. Or elle est inférieure à $V_3$. Cette jonction sera donc bloquée ainsi que l'ensemble des jonctions par lesquels un électron est injecté sur une île 3. Le passage d'un courant dans cette chaîne est alors impossible. Cette situation se répète dans une chaîne sur deux. La résistance du réseau est alors deux fois la résistance normale.

Lorsque le courant de polarisation augmente, la tension va progressivement atteindre une deuxième tension seuil permettant de débloquer l'ensemble des chaînes : $V_t^2 = Ne/3C$. La résistance du réseau correspond alors à la résistance normale, $R_n$. Si l'échantillon est polarisé en courant, un saut vers les tension plus faibles est observé. La courbe IV correspondante est présentée sur la figure 7.7.b.

Ce petit modèle est l'unique mécanisme à ce jour qui puisse présenter un saut de tension du même type que celui que nous observons. Nous voyons en effet une brusque chute de tension de part et d'autre de laquelle la résistance différentielle diminue d'un facteur proche de 2 (1,75 plus précisemment). L'hystérésis observée pourrait être dû à un sous-amortissement du mouvement des charges. Cependant les deux approximations considérées ne sont probabalement pas valables dans le système réel. Les équipotentielles ne sont certainement pas perpendiculaires à la direction d'injection du courant, ne serait-ce que par la présence de charges d'offset (cf annexes D.2 et E.2.6). D'autre part la caractéristique des jonctions n'est pas aussi simple que nous le supposons, puisque notre échantillon est supraconducteur à bas champ. L'ensemble des estimations que nous pourrions faire sont donc inexploitables. Cependant la variation de la résistance différentielle avant et après le saut ainsi que la forte sensibilité de cet état "bloqué" à la variation de la configuration de charge induite par la variation de tension de grille nous amènent à penser qu'un mécanisme semblable à celui que nous présentons ici, pourrait expliquer nos mesures.

## 7.2 *Régime classique : un verre de vortex ?*

Un récent travail théorique de Cataudella et Fazio [127] prédit une dynamique vitreuse des vortex à $f = 1/2$ dans les réseaux de JJ purement classiques (i.e. $E_c \to 0$). Le comportement de ces réseaux a été étudié à $f = 1/2$ et $f = 1/3$ par des simulations numériques de type Monte-Carlo. A $f = 1/3$, la température de transition KTB est estimée à $\tau_{c,1/3} = 0.2\pi/\sqrt{3}$. Une transition du type KTB est également attendue à une température

de l'ordre de $\tau_{c,1/2} = 0.055\pi/\sqrt{3}$[3] pour $f = 1/2$.

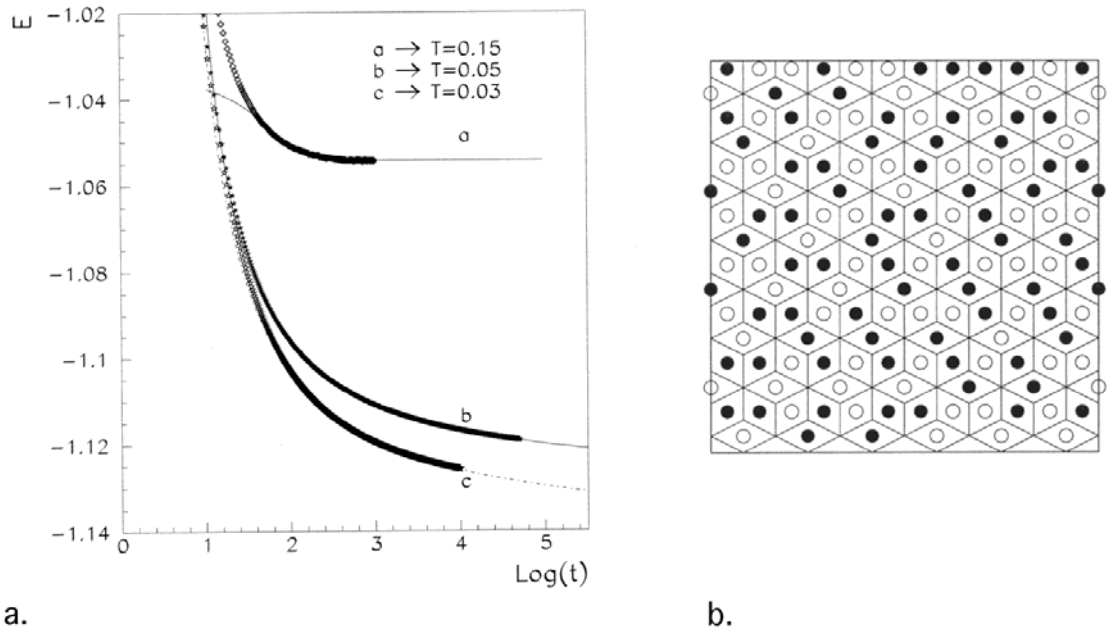


FIG. 7.8: a. Variation de l'énergie du réseau *dice* en fonction du temps à $f = 1/2$ à différentes températures d'après [127]. b. Configuration de vortex à $f = 1/2$ déterminée en refroidissant le système dans [127]. Cet état est désordonné, mais l'on observe des triades de vortex conformément aux prédictions de Korshunov [126].

Le calcul de l'énergie de l'état fondamental à $f = 1/2$ est en très bon accord avec le calcul analytique de Korshunov [126]. Cependant la variation de l'énergie du système en fonction de la température à $f = 1/2$ présente une hystérésis thermique. A basse température, si un des états de Korshunov est choisi comme état initial, l'énergie du système en fonction de $T$ est alors systématiquement plus faible que l'énergie lorsque la température est abaissée. Ces deux énergies s'égalent à la température critique KTB. La raideur de phase présente également cette hystérésis thermique. Cette hystérésis est absente à $f = 1/3$. D'autre part, la présence d'un comportement vitreux devrait se manifester par une relaxation lente vers un état stationnaire. Cataudella et Fazio ont donc analysé la relaxation de l'énergie vers l'équilibre à différentes températures. La figure 7.8 présente la variation de l'énergie du système en unité de $E_J$ en fonction des pas Monte-Carlo. On voit que pour une température $\tau = 0.15\pi/\sqrt{3} \gg \tau_{c,1/2}$, la décroissance est exponentielle, alors que pour des températures inférieures à la température critique KTB, la décroissance

[3]On peut remarquer que cette température est un ordre de grandeur plus faible que pour la frustration $f = 1/3$ dans le réseau *dice* et ainsi que pour le réseau *carré* entièrement frustré ($f = 1/2$).

est beaucoup plus lente[4]. Ces caractéristiques particulières de la dynamique à $f = 1/2$ sont absentes à $f = 1/3$. Il semble donc d'après ces résultats que la présence de cages d'AB dans le réseau *dice* à $f = 1/2$ induise non seulement un affaiblissement de température et courant critique, mais également un comportement vitreux pour des températures inférieures à la température critique.

Une telle dynamique expliquerait donc le fait que les configuration de vortex présentées dans le chapitre 6 soient fortement "non-ordonnées" à $f = 1/2$ (niveau de corrélation très faible mais présence de triades de vortex). Cependant, ces résultats concernent les réseaux de JJ et la relation entre la différence de phase et l'énergie n'est pas identique dans les réseaux de fils et de jonctions[5]. Nous avons donc complété l'étude de la configuration de vortex par des mesures de transport sur des réseaux *dice* de fils supraconducteurs (la méthode de fabrication est présentée dans le chapitre 2) ainsi que sur un réseau de JJ caractérisé par un rapport $E_J/E_c = 5$. La première partie de cette section présente les mesures réalisées sur les réseaux de fils, la suite est consacrée aux réseaux de JJ.

### 7.2.1 *Les réseaux de fils comme limite classique*

Les premières études expérimentales sur les réseaux *dice* supraconducteurs ont été réalisées par C. Abilio durant sa thèse [93]. Les mesures de température critique sont en bon accord avec la théorie [6], cependant l'accord entre les mesures de courant critique et les prédictions théoriques n'est que qualitatif. Nous avons donc effectué une étude de la dynamique des configurations de vortex par la mesure des courbes IV. D'autre part, comme nous l'avons vu dans la section 1.1, les réseaux de filaments supraconducteurs à la transition N-S constituent la limite classique des réseaux de JJ (SIS).

Je présenterai tout d'abord les principales caractéristiques du réseau présenté, puis je discuterai les mesures de courbes IV en fonction de la température à $f = 0$, $f = 1/3$ et $f = 1/2$.

#### 7.2.1.1 *Caractérisation du réseau*

La figure 7.9 présente la variation de la résistance en fonction de la température pour $f = 0$, $f = 1/3$ et $f = 1/2$. La résistance normale est de 153 $\Omega$ ce qui donne une résistivité de 1,31 $\Omega.\mu m$. On remarque tout d'abord que la température critique à $f = 0$ est la plus élevée. La $T_c$ à $f = 1/2$ est plus faible qu'à $f = 0$ et $f = 1/3$. D'autre part, la largeur de

[4]Elle est ajustée par une fonction :

$$E(t) = a + \frac{b}{\ln t/\tau}$$

avec $a$, $b$ et $\tau$ des paramètres ajustables.

[5]$\cos(\theta)$ pour les jonctions et $\theta^2$ pour les fils

la transition est de 48 $mK$ à $f = 1/2$[6], de 14 $mK$ à $f = 1/3$ et de 6,8 $mK$ à $f = 0$.

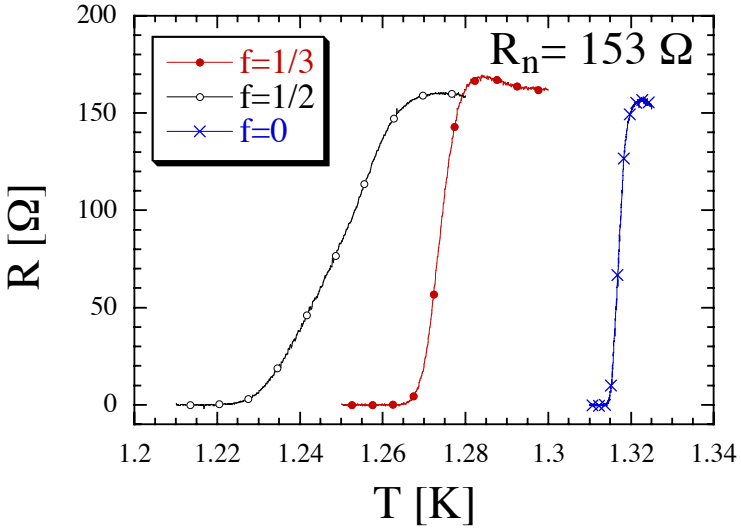


FIG. 7.9: $R(T)$ à la transition N-S pour $f = 0$, $f = 1/3$ et $f = 1/2$ dans les réseaux de fils supraconducteurs. La résistance normale du réseau est de 153 Ω et la température critique $T_c(f = 0) = 1,3171K$ avec un critère à 50% de $R_n$.

La variation de la température critique entre $f = 0$ et $f = 1/2$ par exemple permet d'estimer la longueur de cohérence $\xi(0)$. Le tableau 7.2.1 présente les températures critiques pour différents critères.

| | $f = 0$ | $f = 1/3$ | $f = 1/2$ |
|---|---|---|---|
| $T_c$ à 2% de $R_n$ | 1,3145 $K$ | 1,2663 $K$ | 1,2264 $K$ |
| $T_c$ à 50% de $R_n$ | 1,3171 $K$ | 1,2437 $K$ | 1,2486 $K$ |
| $T_c$ à 98% de $R_n$ | 1,3202 $K$ | 1,2781 $K$ | 1,2636 $K$ |

TAB. 7.1: Température critique du réseau de fil à $f$ =0, 1/3 et 1/2 pour différents critères de résistance.

La relation entre la température critique et la longueur de cohérence, $\xi(0)$, dépend de l'énergie de l'état fondamental du modèle de liaisons fortes ($\epsilon_g(f)$) :

$$1 - \frac{T_c(f)}{T_c(0)} = \frac{\xi(0)^2}{a^2} \text{arcos}\left(\frac{\epsilon_g(f)}{\sqrt{18}}\right)$$

avec $a$ la longueur d'un filament. Cela donne une longueur de cohérence comprise entre 110 et 130 $nm$[7] suivant le critère choisi pour déterminer la température critique.

[6] La largeur est prise entre 2 Ω et 151 Ω.

[7] Nous avons également retrouvé ces valeurs sur un échantillon réalisé simultanément dont nous ne présenterons pas ici les mesures.

#### 7.2.1.2 *Caractéristiques I de V*

Les caractéristiques IV obtenues en fonction de la température par des mesures en polarisation alternative (suivant la procédure décrite dans la section 3.2.4) sont présentées sur les figures 7.10.a, 7.10.b et 7.11.a pour des frustrations $f = 0$, $f = 1/3$ et $f = 1/2$ respectivement. L'échantillon est refroidi sous champ magnétique et l'acquisition des données est réalisée en augmentant la température progressivement.

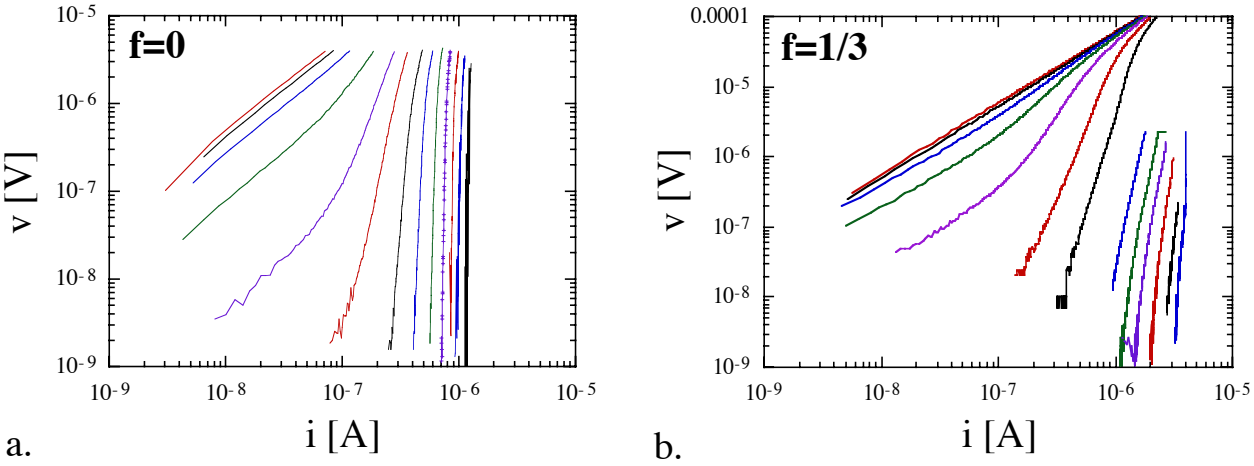


Fig. 7.10: Caractéristiques IV à $f = 0$ et $1/3$ dans un réseau *dice* de fils supraconducteurs en fonction de $T$. Fig.a : $f = 0$ et la température varie de 1,304K à 1,316K par pas de 1 $mK$. La température critique déterminée pour un critère 2% de $R_n$ est de $T_{c,0}$ =1,3145 $K$. Fig.b : $f = 1/3$ et la température varie de 1,215K à 1,28K par pas de 5 $mK$. La température critique déterminée pour un critère 2% de $R_n$ est de $T_{c,1/3}$ =1,2663 $K$.

On observe à $f = 0$ et $f = 1/3$ un comportement en loi de puissance (courbes linéaires en log-log) sur la partie basse tension des IV ($v < 10^{-7}$ $V$). A $f = 1/2$, la tension suit une puissance du courant pour les hautes températures ($T > 1,21$ $K$). A plus basse température, on ne retrouve plus cette variation.

La figure 7.11.b présente un ajustement des données par une loi exponentielle :

$$V \propto I \exp\left(-\frac{I_T}{I}\right)$$

où $I_T$ est un paramètre ajustable dépendant de la température. Une telle relation entre V et I est prédite par Mon et Teitel [34] lorsque la dynamique de la configuration de vortex est dominée par le mouvement des parois de domaines, alors que la variation de la tension en puissance du courant prend en compte le mouvement de vortex individuels. On retrouve à $f = 1/2$ une variation du type $V \propto I^a$ au dessus de 1,205 $K$, c'est à dire environ 20 $mK$ en dessous de la température critique déterminée avec un critère de 2% de $R_n$.

Le paramètre $I_T$ est de l'ordre du $\mu A$. Il décroît continuement de 23,4 $\mu A$ à 1,17 $K$, à 4,2 $\mu A$ à 1,2 $K$. Il n'est cependant pas possible de déterminer de loi de variation significative

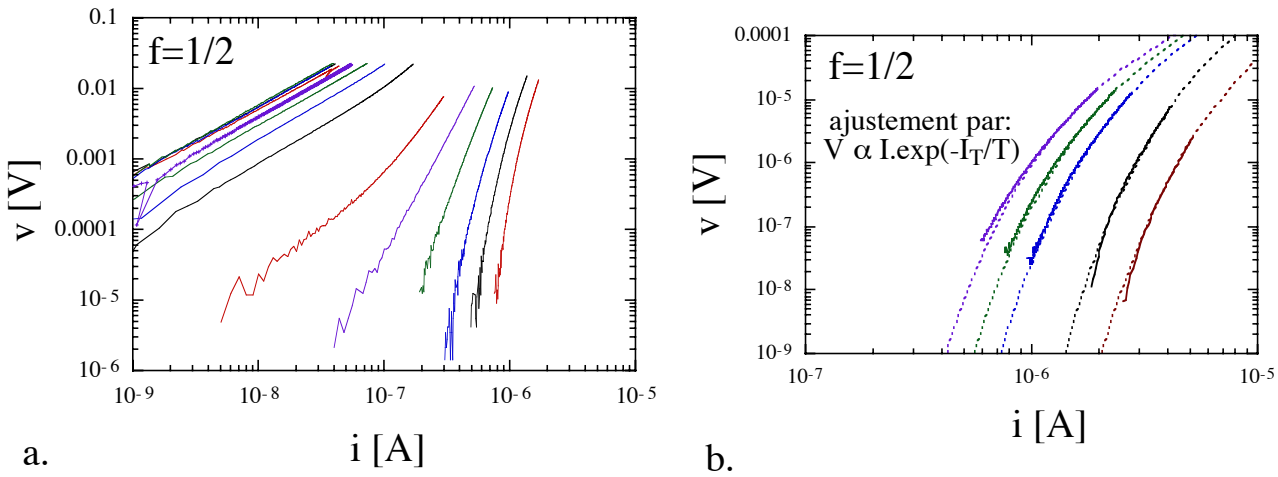


FIG. 7.11: Caractéristiques IV à $f = 1/2$ dans un réseau *dice* de fils supraconducteurs en fonction de $T$. La température critique déterminée pour un critère 2% de $R_n$ est de $T_{c,1/2}$ =1,2264 $K$. Fig.a : La température varie de 1,17K à 1,26K par pas de 5 $mK$. Fig.b : Ajustement des courbes IV à $f = 1/2$ par une loi d'activation. Les températures sont de droite à gauche 1,17 $K$, 1,18 $K$, 1,19 $K$ et 1,2 $K$.

de $I_T$ en fonction de $T$. Une variation linéaire en $T$ ou proportionnelle à $1/T$ sont tout aussi possible compte-tenu des données.

Le comportement des courbes IV à $f = 1/2$ semble cependant indiquer que la dynamique des vortex est ici dominée par le mouvement de parois de domaines. Ceci pourrait s'expliquer par la présence d'un très grand nombre de domaines dans la configuration de vortex, ce qui est en accord avec nos observations de l'arrangement des vortex du chapitre 6. Cependant, il faut prendre garde que la dynamique des vortex ne soit pas masquée ici par le piégeage à basse température. En effet, la longueur de cohérence diverge à la transition, mais elle diminue fortement à basse température et est de l'ordre de la longueur des fils, $a$, à 1,18 $K$. On ne peut donc pas tirer de conclusions très nettes de ces mesures. Elles constituent cependant un indice supplémentaire concernant l'existence d'une phase de vortex désordonnée, mais présentant un ordre sous-jacent, comme dans la phase vitreuse proposée par Cataudella et Fazio [127].

### 7.2.2 Les réseaux de JJ dans le régime classique

Nous avons étudié un réseau *dice* de JJ dans le régime classique. Il s'agit de l'échantillon $\mathcal{A}$ présenté dans le chapitre 4. Ses jonctions sont caractérisées par une résistance $r_n$=4,93 $k\Omega$ et une capacité $C = 3\ fF$. L'énergie Josephson des jonctions est donc de 1,5 $K$ et leur énergie de Coulomb de 0,31 $K$. Le rapport $E_J/E_c$ est donc de 4,9.

Je présenterai tout d'abord une étude de la magnéto-résistance en fonction de la température et de la frustration. Nous verrons ensuite les spécificités des caractéristiques IV à

$f = 0$ et $f = 1/2$. Pour finir, nous étudierons la variation du courant dit de "dépiégeage"[8] en fonction de $f$ pour différentes températures.

#### 7.2.2.1 *Etude de la magnéto-résistance*

La résistance différentielle est mesurée suivant la méthode présentée dans la section 3.2.4. Le courant de polarisation utilisé varie de 1 à 10 $nA$.

**En fonction de la température :**

Nous avons mesuré la résistance linéaire à $f = 0$, $1/3$ et $1/2$. Le champ magnétique est appliqué à haute température ($T > 2K$). L'échantillon est donc refroidi sous champ. La figure 7.12 présente la variation de la résistance linéaire en fonction de la température normalisée[9] : $\tau = k_B T/E_J(T)$. Une diminution de $R_0$ avec la température est observée pour chacune des trois frustrations. Le réseau est donc supraconducteur à basse température pour $f = 0$, $1/3$ ainsi que $1/2$. L'ajustement des données avec l'équation 1.27, caractéristique de la variation de la résistance proche d'une transition KTB, est représenté en pointillé. Il semble donc bien que la transition supraconductrice observée à $f = 1/2$ soit une transition de type KTB, conformément aux prédictions de Cataudella et Fazio [127]. Ces fits nous donnent des températures de transition : $\tau_0$=1,68, $\tau_{1/3}$=0,57 et $\tau_{1/2}$=0,155. Cataudella et Fazio [127] prédisent des températures critiques de $\tau_0^{th}$=1,8, $\tau_{1/3}^{th}$=0,36 et $\tau_{1/2}^{th}$=0,108. La variation de la résistance avec la température donne des températures critiques plus élevées pour $f = 1/3$ et $1/2$ bien que la transition à $f = 1/2$ soit assez proche de la valeur théorique, alors que la température critique est plus faible que la théorie à $f = 0$. Cet écart peut en partie s'expliquer par une sur-estimation de $E_J^0$ couplée à l'incertitude sur la variation en température du gap de l'aluminium (cf sous-section 4.4.1).

**En fonction de $f$ :**

La variation de la résistance linéaire avec la frustration est présentée sur la figure 7.13.a pour des températures allant de 1,2 $K$ à 0,8 $K$. On observe des minimas à $f$ =0, 1/6, 1/3, 2/3, 5/6 et 1 mais à $f = 1/2$, la résistance est à son maximum. Cependant, à plus basse température (cf Fig. 7.13.b), un minimum se dessine progressivement à partir de 0,54 $K$. Il semble donc qu'une phase commensurable s'établisse progressivement à basse température. Compte-tenu de la faible résistance du réseau en-dessous de 0,5K et de la non-linéarité des courbes IV, une étude de la magnéto-résistance à plus basse température n'est pas pertinente. Nous avons donc poursuivit notre étude par la mesure des caractéristiques IV en fonction de la température pour $f = 0$, $1/2$ et $1/3$.

[8] Il est défini comme le courant auquel une tension apparaît aux bornes du réseau

[9] La variation en température de $E_J$ est présentée au chapitre 4

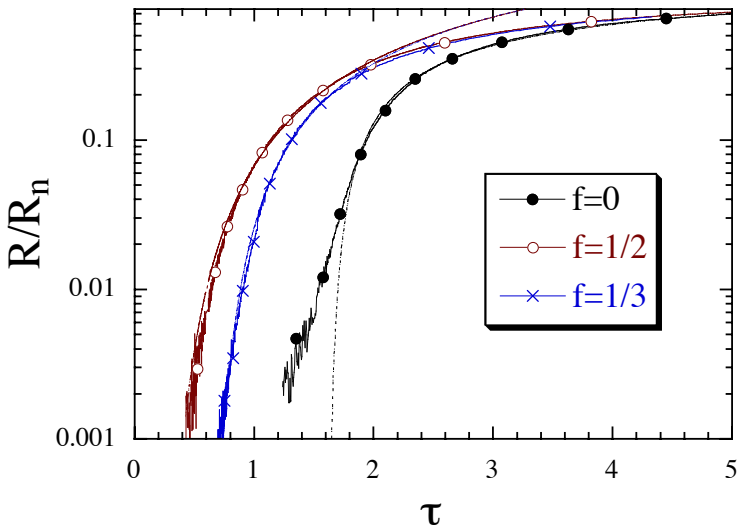


FIG. 7.12: Variation de la résistance linéaire normalisée en fonction de $\tau$ à $f$ =0, 1/2 et 1/3 dans l'échantillon $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). Les fits sont présentés en pointillés. Les températures critiques ainsi déterminées sont $\tau_{c,0}$=1.68, $\tau_{c,1/3}$=0,57 et $\tau_{c,1/2}$=0,155

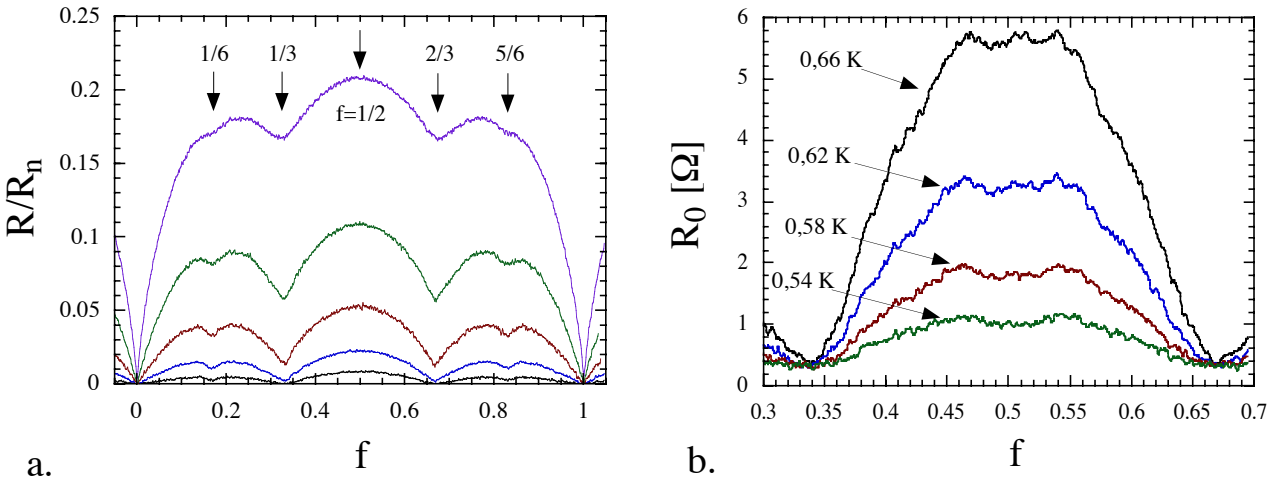


FIG. 7.13: Variation de la résistance linéaire en fonction de $f$ à différentes températures dans l'échantillon $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). a. La résistance différentielle est mesurée avec un courant de polarisation de 1 $nA$ de 1,2 $K$ (courbe de plus forte résistance) à 0,8 $K$ (courbe de plus faible résistance) par pas de 0,1 $K$. $f$ = 0, 1/6, 1/3, 2/3, 5/6 et 1 présentent des minimas de résistance. A $f$ = 1/2, un maximum est observé. b. La variation de résistance entre $f$ = 1/3 et 2/3 est représentée pour différentes températures inférieures à 0,8 $K$. Le courant de polarisation est ici de 50 $nA$, le régime atteint n'est donc plus linéaire. On remarque cependant qu'un minimum de résistance apparaît progressivement à $f$ = 1/2 lorsque la température diminue.

#### 7.2.2.2 *Caractéristiques I de V*

Les caractéristiques IV présentées dans cette section sont mesurées en continu pour l'étude à forte polarisation en fonction de $f$. La dépendance en température des courbes IV à frustration donnée est mesurée par une procédure AC. Ces deux techniques sont présentées dans la section 3.2.4.

**En fonction de $f$ :**

*A $f = 0$ et 1/3 :* La figure 7.14 présente l'évolution des courbes IV à 300 $mK$, proche des frustrations 0 (courbes de gauche) et 1/3 (courbes de droite). On remarque tout d'abord que chacune de ces frustrations présentent un courant critique avec le saut de la tension d'une valeur entière de fois $2\Delta_{Al}$. Le courant critique à $f = 0$ est compris entre 3 et 3,5 $\mu A$. La commutation de colonne ("*Row-Switching*") est observé pour des courants supérieurs. L'apparition de la tension est d'autant plus rapide au bornes du réseau que l'on s'écarte de $f = 0$. En effet, la présence de plus nombreux vortex a pour effet de créer une différence de potentiel plus élevée dans la partie de "flux-flow". A $f = 0$ strictement, on n'observe pas de branche de "flux-flow", comme nous l'avons vu dans le chapitre 4.

A $f = 1/3$, le courant critique est de l'ordre de 2,6 $\mu A$. On observe une branche de "flux-flow" à partir d'un courant variable. A partir de ce courant critique, la commutation des colonnes est également visible.

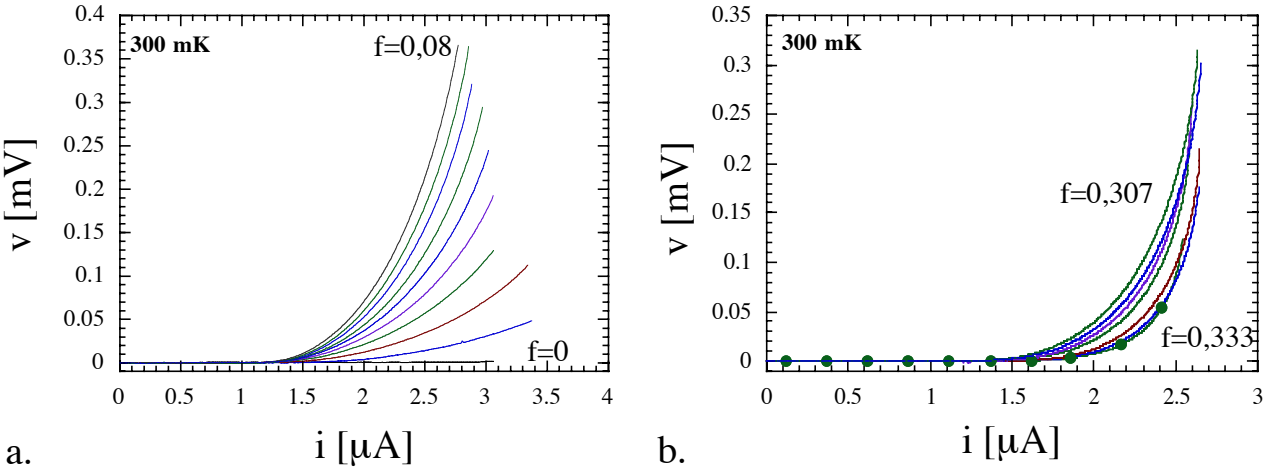


Fig. 7.14: Courbes IV à 300 $mK$ dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$) pour $f$ allant de 0 à 0,08 sur la figure de gauche et de 0,333 à 0,307 sur la figure de droite. La courbe marquée de disques pleins correspond à $f = 1/3$. Les points correspondant aux sauts de tension de $2\Delta_{Al}$ sont retirés pour plus de clarté.

*A $f = 1/2$ :* Les courbes IV à $f = 1/2$ présentent quelques caractéristiques originales (cf Fig. 7.15). On observe un courant de dépiégeage à partir duquel la tension augmente. Cependant, nous n'observons pas de courant critique (pas de saut de tension), et plus généralement la commutation de colonne est absente. Les caractéristiques IV ne présentent pas d'hystérésis contrairement à $f = 0$ et $f = 1/3$. Il semble donc comme dans [37, 100], que le mouvement des vortex soit sur-amorti à $f = 1/2$ dans le réseau *dice*. D'autre part, vers 800 $\mu V$ et 2,2 $\mu A$, on observe une discontinuité de la dérivée, qui évolue lorsque $f$ s'écarte de 1/2 vers un saut de tension. Il semble donc qu'il s'agisse de la réminiscence de la commutation de colonne.

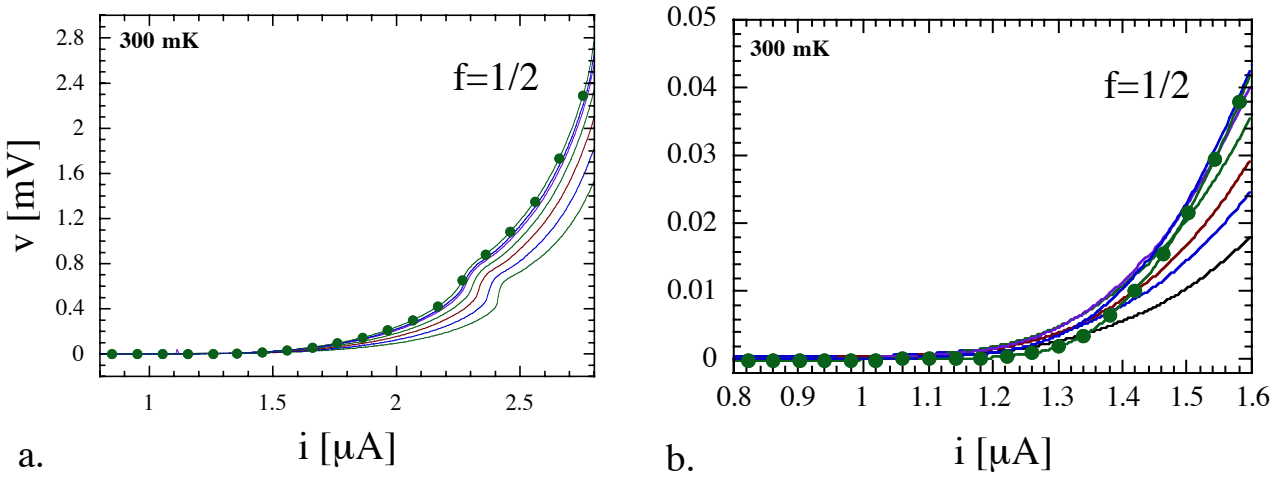


FIG. 7.15: Courbes IV à 300 $mK$ dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$) pour $f$ allant de 0,5 à 0,607. La courbe marquée de disques pleins correspond à $f = 1/2$. La figure b. est un agrandissement de la partie basse tension de la figure a..

La figure 7.15.b, montre l'évolution à basse tension des courbes IV lorsque l'on s'écarte de $f = 1/2$. On remarque tout d'abord qu'à $f = 1/2$, le courant de dépiégeage est plus élevé qu'à $f = 1/2 + \epsilon$. Cependant, la tension à $f = 1/2$, augmente beaucoup plus rapidement avec le courant dès que $I > I_d$. Ce comportement donne lieu à un croisement des courbes IV et à partir de 1,6 $\mu A$, la frustration $f = 1/2$ présente la tension la plus importante. Il semble donc que la configuration de vortex à $f = 1/2$ soit commensurable avec la structure du réseau, mais que de nombreux vortex soient faiblement piégés. En effet, le courant de dépiégeage est une mesure du piégeage des vortex. A $f = 1/2$, ce courant est supérieur au courant de dépiégeage à $f = 1/2 + \epsilon$, il semble donc que les vortex soient plus fortement piégés à $f = 1/2$ qu'à $f = 1/2 + \epsilon$. Lorsque les vortex s'ordonnent, cela entraîne une augmentation du piégeage puisqu'il est nécessaire de dépiéger l'ensemble de la configuration comportant un grand nombre de vortex, alors que dans les structures faiblement ordonnées de petits groupes de vortex (ou des vortex isolés) peuvent être mis en mouvement indépendemment des autres vortex.

**En fonction de la température :**

L'étude de la variation des courbes IV avec la température est présentée dans la suite pour les frustrations 0, 1/3 et 1/2 (cf Fig. 7.16.a, 7.16.b et 7.17 respectivement).

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4 à $f = 0$, deux régimes distincts apparaissent à basse température. A très faible polarisation ($V < 40\ nV$) nous observons un comportement résistif, puis à plus forte polarisation un comportement en loi de puissance est également observé cependant l'exposant est plus élevé ($a > 3$). Ce comportement en loi de puissance indique donc que la tension est induite pas le mouvement de vortex individuels. A $f = 0$ nous ne nous attendons pas en effet à observer de domaines de vortex. En

revanche à $f = 1/3$ nous avons vu que la configuration de vortex est fortement ordonnée. Nous pouvons donc observer le mouvement de parois de domaine. Cependant il semble que le comportement soit plutôt du type loi de puissance. Nous en concluons que pour $f = 1/3$, la dynamique des réseaux *dice* est dominée par le mouvement de vortex individuels et non par le mouvement de parois de domaine. Ces mesures sont donc en accord avec l'étude des courbes IV sur les réseaux de fils supraconducteurs présentée à la sous-section 7.2.1.

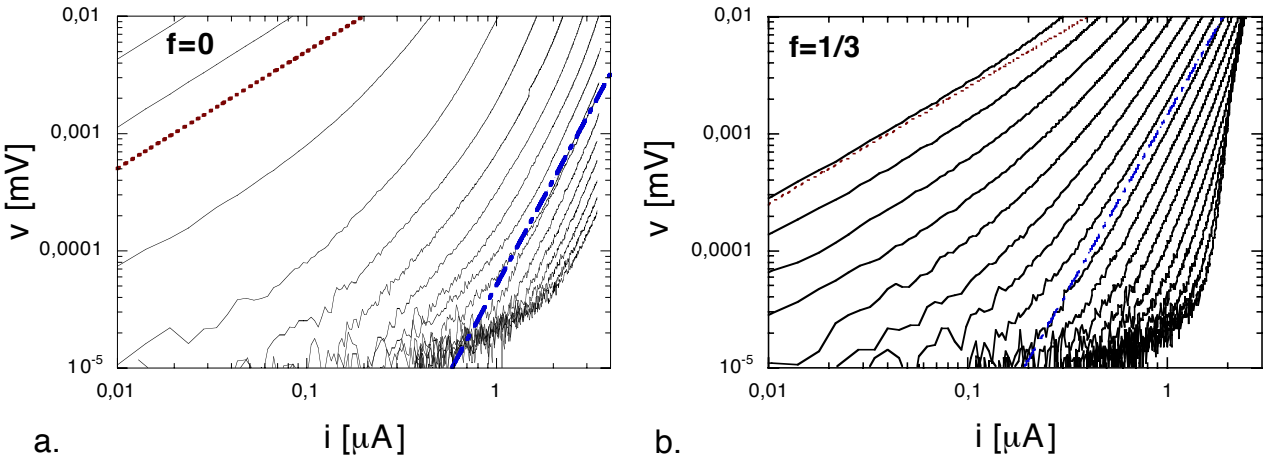


Fig. 7.16: Courbes IV en fonction de la température dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). La courbe en pointillés correspond à un exposant a=1, celle en tiré-pointillé, à a=3. Fig.a : à $f = 0$ les températures s'échelonnent de 0,69 $K$ à 1,3 $K$ par pas de 40 $mK$. Fig.b à $f = 1/3$ la température varie de 0,3 $K$ à 0,98 $K$ par pas de 40 $mK$

En revanche l'évolution des courbes IV à $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{A}$ est différente du comportement de type $V \propto I \exp\left(-\frac{I_T}{I}\right)$ observé dans les réseaux de fils à cette même frustration. Nous n'observons pas non plus de réel comportement en loi de puissance. Une caractéristique originale de ces courbes est le croisement observé aux plus faibles températures. Le courant de dépiégeage est en effet plus élevé pour les températures les plus basses mais passé ce courant, la tension augmente beaucoup plus rapidement. Cette caractéristique est identique à nos observations des courbes IV en faisant varier non pas la température, mais la frustration autour de $f = 1/2$ (cf Fig. 7.15). Cet effet pourrait s'expliquer par la croissance des amas de vortex en mouvement lorsque la température décroit ou bien que la frustration s'approche de $f = 1/2$. En effet la tension augmente si la densité de vortex en mouvement s'accroît. Il semble alors que les configurations de vortex soient constituées de petits domaines dont la taille augmente lorsque la température diminue.

Dans les réseaux de fils, les courbes IV à $f = 1/2$ ne présentent pas cette caractéristique. Comme nous le verrons par la suite, si nous observons un minimum de courant critique à $f = 1/2$ dans les réseaux de fils, nous observons un maximum dans les réseau de JJ

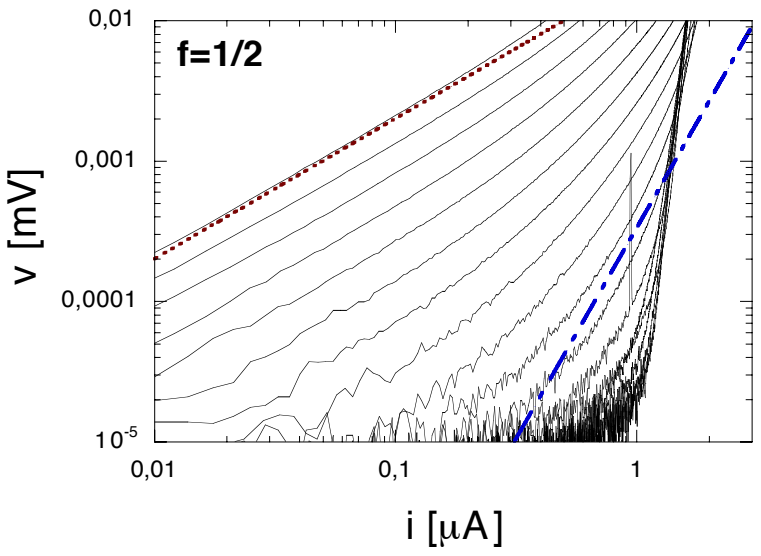


FIG. 7.17: Courbes IV à $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$) pour des températures allant de 0,1 $K$ à 0,78 $K$ par pas de 40 $mK$. La courbe en pointillés correspond à un exposant a=1, celle en tiré-pointillé, à a=3.

classique. Nous pouvons peut-être expliquer cela par le piégeage des vortex. En effet nous avons vu qu'il est très important dans les réseaux de fils alors que les réseaux de JJ présente un piégeage beaucoup plus faible. Nous pensons donc que la dynamique des vortex dans les réseaux de fils supraconducteurs est masquée par le piégeage, la température de transition vers un verre de vortex étant faible par rapport à la température de transition KTB à $f = 0$ (facteur 0,05 d'après Cataudella *et al.* [127]). Nous observons donc dans les réseaux de fils uniquement la partie haute température des réseaux de JJ, où nous n'observons en effet pas de marques d'une phase commensurable (cf Fig. 7.13.a).

#### 7.2.2.3 *Courant de dépiégeage fonction du champ magnétique*

Nous avons vu que les courbes IV à proximité de $f = 1/2$ présentent un caractère particulier. A faible polarisation, la tension aux bornes du réseaux à plus faible à $f = 1/2$ que pour une frustration $f = 1/2 + \epsilon$. Cependant, lorsque le courant augmente, la tension s'accroit beaucoup plus rapidement à $f = 1/2$ qu'à $f = 1/2 + \epsilon$, présentant un croisement des courbes IV. Afin d'étudier plus en détail la dépendance en champ de la partie à faible polarisation, nous avons mesuré le courant dit de "dépiégeage", $I_d$, en fonction de la frustration pour différentes températures. Ce courant est défini comme le courant pour lequel une tension apparaît aux bornes du réseau. Il s'agit donc du courant de dépiégeage des vortex. Pour un courant inférieur à $I_d$ la configuration de vortex est fixe. Si $I > I_d$, des vortex se mettent en mouvement créant ainsi une différence de potentiel aux bornes du réseau. De même que dans les réseaux de fils, ce courant est d'autant plus fort que la

configuration de vortex est commensurable avec le réseau.

Cette mesure nécessite de fixer un critère de tension de même que pour la mesure de courant critique dans les réseaux de filaments supraonducteurs. La figure 7.18 présente la variation de $I_d$ en fonction de la frustration à 45 $mK$ pour deux critères de tension : 0,5 et 1 $\mu V$. On remarque que le courant de dépiégeage mesuré avec le critère de 1 $\mu V$ est plus élevé, il ne s'agit donc pas d'une mesure objective de courant de dépiégeage, cependant nous obtenons ainsi une information sur la commensurabilité relative des frustrations. Nous avons choisi par la suite le critère de $1\mu V$ afin notamment de s'affranchir de la composante résistive observée sur les courbes IV pour $I < I_d$.

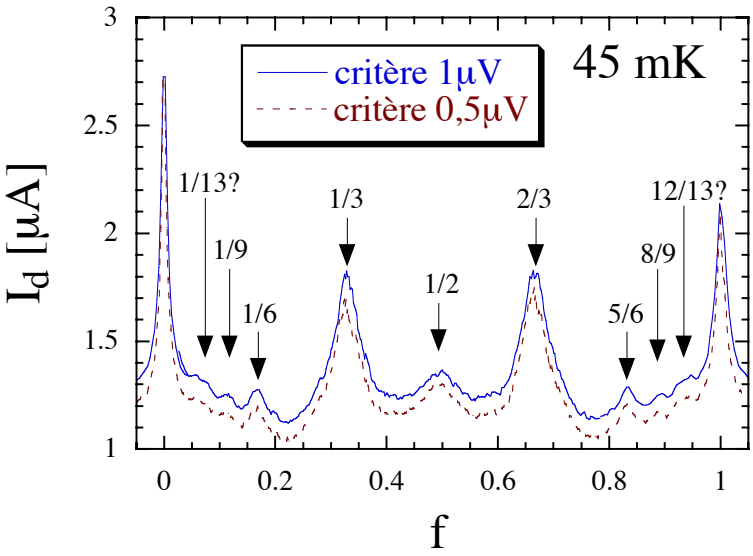


Fig. 7.18: Variation du courant de dépiégeage en fonction de la frustration. Le courant de dépiégeage est mesuré à 45 $mK$ pour différents critères. On observe des maximas à $f = 0$, 1/9, 1/6, 1/3...et notamment à $f = 1/2$. D'autre part, un maximum situé vers $f$=0,08 peut correspondre à $f = 1/13$, on l'observe également à $f = 0,92$ ($f = 12/13$ ?).

Sur la figure 7.18, quelque soit le critère de tension, on observe des maximas de courant de dépiégeage à $f = 0$, 1/6, 1/3, 2/3, 5/6 et 1, de même que sur la variation de la magnéto-résistance à plus haute température. Des pics additionnels sont également observés à $f$ =1/9 et 8/9 ainsi qu'à des frustrations correspondant à 1/13 et 12/13. Mais on observe surtout à $f = 1/2$ un maximum de courant de dépiégeage très net s'étalant sur plus d'un dizième de $\Phi_0$. La largeur de ce pic est identique aux pics à $f = 1/3$ et 2/3, cependant le maximum est moins prononcé.

**En fonction de la température :**

L'évolution en température du courant de dépiégeage est très nette pour des températures supérieures à 200 $mK$ (cf Fig. 7.19). L'amplitude du pic à $f = 1/2$ augmente alors que l'amplitude des autres pics reste stable, seul le "niveau de fond" augmente. Entre

45 $mK$ et 200 $mK$, on n'observe pas de variation notable du courant de dépiégeage. Un défaut de thermalisation peut être écarté puisque les courbes IV aux différentes frustrations montrent une évolution au dessous de 200 $mK$. Il semble donc que le courant de dépiégeage sature à basse température et que seule la partie haute tension évolue.

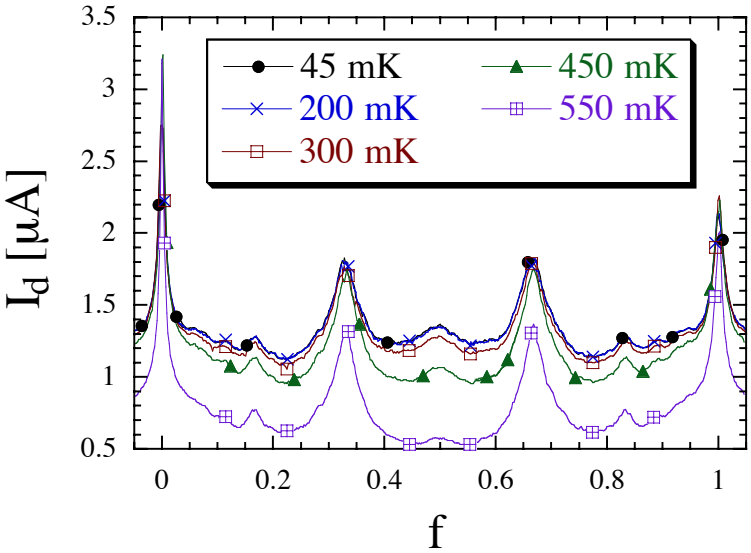


FIG. 7.19: Variation du courant de dépiégeage en fonction de la frustration. $I_d$ est mesuré à différentes températures comprises entre 550 $mK$ et 45 $mK$. Il augmente de 550 $mK$ à 200 $mK$. Entre 45 $mK$ et 200 $mK$, on observe pas d'évolution notable de $I_d(f)$.

En conclusion, nous observons à $f = 1/2$ sur ce réseau un maximum de courant de dépiégeage indice d'une configuration de vortex commensurable avec le réseau. Ce résultat est en accord avec les prédictions de Korshunov [126] et de Cataudella *et al.* [127]. Cependant, cette mesure ne nous informe pas sur le type de dynamique et le type d'ordre de la structure de vortex. D'autre part, les tests que nous avons réalisé concernant l'hystérésis thermique n'ont pas montré de résultats concluant[10]. Nous avons donc testé la variation du courant de dépiégeage en fonction de "l'histoire" de la configuration.

**Réordonner la configuration de vortex à $f = 1/2$ ?**

Nous avons étudié la variation de l'amplitude du pic de courant de dépiégeage à $f = 1/2$ en fonction de deux types d'excitation à 45 $mK$ :

- le premier type d'excitation est l'envoi d'un courant de polarisation sinusoidal dont l'amplitude est diminuée progressivement à 0 à une vitesse de 4.93 $nA$ par secondes. Le courant maximum varie entre des valeurs inférieures et supérieures à $I_d$

[10] Le problème majeur est de pouvoir refroidir assez rapidement l'échantillon de l'état normal (1,6 $K$), à une température inférieure à sa température critique KTB (200 $mK$). Or dans un cryostat à dilution, le temps minimum est de l'ordre de 6 heures.

- le deuxième type d'excitation testé est un simple cyclage du champ magnétique de $f = 0$ à $f = 1$ en convergeant progressivement vers $f = 1/2$

Le premier type d'excitation est testé également sur le pic à $f = 1$ dont l'amplitude est plus faible qu'à $f = 0$. Nous savons que la configuration de vortex à $f = 0$ et 1 est cristalline : aucun vortex dans les cellules ou bien un vortex par cellule. Ces deux configurations sont identiques du point de vue des phases, le courant de dépiégeage devrait donc être identique. La chronologie du test est la suivante. Le courant de dépiégeage est mesuré autour de la frustration testée, ensuite le champ magnétique correspondant à la frustration étudiée est imposé. Le courant sinusoidal est alors injecté, il est progressivement abaissé. Lorsqu'il atteint zéro, le courant de dépiégeage est à nouveau mesuré avec un faible balayage en champ. Cette procédure est ensuite répétée avec un courant sinusoidal d'amplitude de plus en plus élevée.

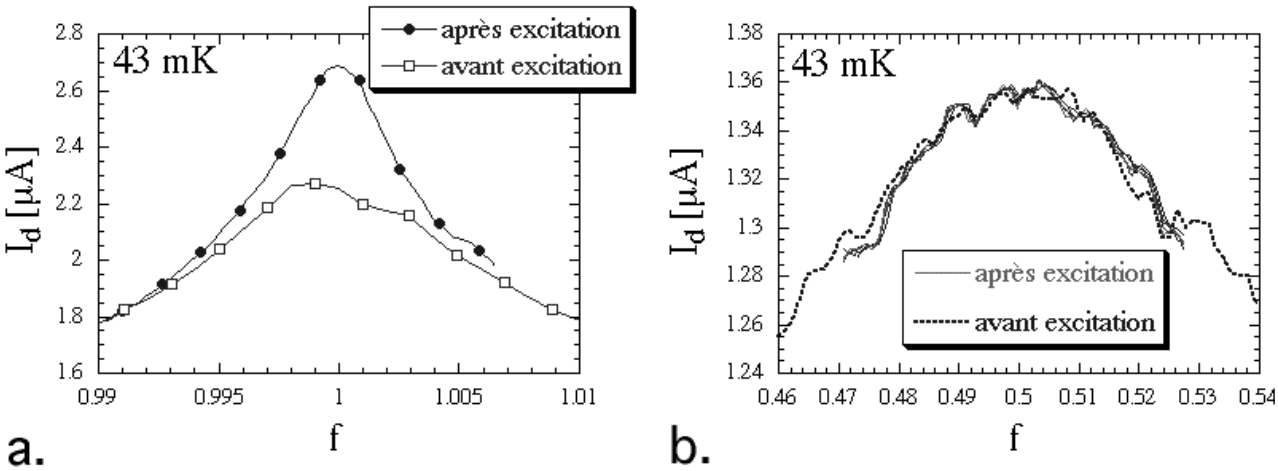


Fig. 7.20: Variation du courant de dépiégeage avant et après un cycle de polarisation sinusoïdale décroissante à 43 $mK$ pour $f = 1$ (a.) et $f = 1/2$ (b.). On remarque que le courant de dépiégeage augmente après excitation à $f = 1$ alors qu'à $f = 1/2$, aucune modification n'est visible.

A $f = 1/2$, nous avons successivement appliqué des courants de 0,37 $\mu A$, 0,87 $\mu A$, 1,37 $\mu A$, 2,37 $\mu A$. Les mesures de $I_d(f)$ sont présentées sur la figure 7.20.b. On ne remarque aucune évolution de l'amplitude ou de la largeur du pic. Le test à $f = 1$ est réalisé pour des courants d'amplitudes maximales 1,87 $\mu A$ et 2,37 $\mu A$. On remarque sur la figure 7.20.a une réelle différence entre la mesure avant toute excitation et les mesures après excitation. Le courant de dépiégeage maximum varie de 2,25 $\mu A$ avant à 2,7 $\mu A$ après les excitations[11] (on ne voit pas de différence entre les deux excitations successives). D'autre part, le pic est nettement plus symétrique par rapport à $f = 1$ après qu'initialement.

A $f = 1$, ce type d'excitation réordonne donc visiblement la configuration de vortex,

[11]Le courant maximum à $f = 1$ n'atteint cependant pas le courant à $f = 0$ (3,2 $\mu A$).

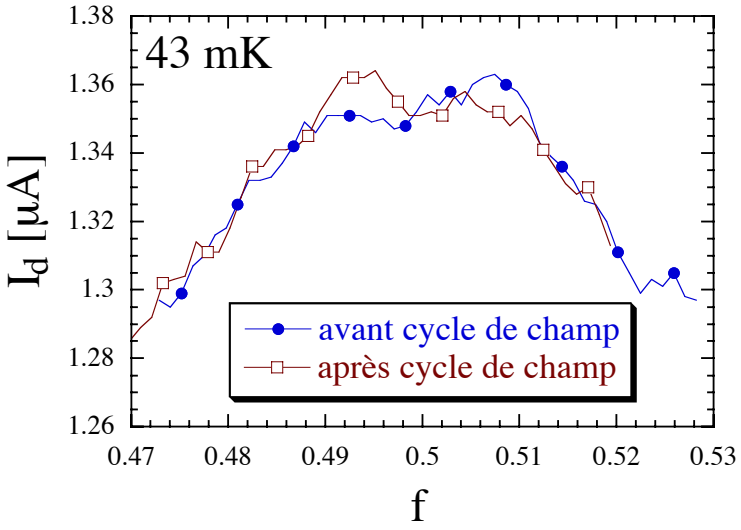


FIG. 7.21: Variation du courant de dépiégeage avant et après un cycle de champ magnétique autour de $f = 1/2$ à 43 $mK$. Nous n'observons pas d'augmentation du courant de dépiégeage par ce cyclage.

alors qu'à $f = 1/2$ aucune variation n'est notable. Ce résultat va une fois de plus dans le sens d'une phase commensurable mais fortement désordonnée à $f = 1/2$. Le cyclage en champ magnétique de la configuration de vortex à $f = 1/2$, n'est pas plus efficace (cf Fig. 7.21). Cependant, nous n'observons pas d'hystérésis thermique à la vitesse où nous pouvons refroidir. Nous ne pouvons donc pas conclure définitivement sur l'existence d'une phase vitreuse à $f = 1/2$, bien que de nombreux indices nous amènent à penser que l'état à $f = 1/2$ est un verre de vortex.

## 7.3 Régime quantique : un liquide quantique de vortex ?

Nous avons mesuré deux réseaux *dice* dans le régime quantique. Des problèmes de stabilité en température ne nous permettent pas d'utiliser les données recueillies sur un des échantillons. Cependant, les principales caractéristiques de la dynamique de ce réseau sont également présentes dans l'échantillon que nous présentons ici. Il s'agit donc du réseau $\mathcal{B}$ présenté dans le chapitre 4. La résistance normale des jonctions est de 20,4 $k\Omega$ et leur capacité, mesurée à forte polarisation, est de 1,3 $fF$. Ces jonctions sont donc caratérisées par une énergie Josephson de 0,355 $K$ et une énergie de Coulomb de 0,725 $K$, ce qui donne un rapport $E_J/E_c$ de 0,52.

Je présenterai tout d'abord les mesures de résistance linéaire en fonction de la température à $f = 1/2$ et nous les comparerons à la frustration $f = 0$. L'étude de la magnétoresistance en fonction de la température est discutée par la suite. Finalement, nous verrons rapidement l'évolution des courbes IV à $f = 1/2$, avec la température.

### 7.3.1 Magnéto-résistance fonction de la température

La figure 7.22 présente la variation de la résistance à polarisation nulle en fonction de la température pour $f = 1/2$ et $f = 0$. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, l'évolution de $R/R_n$ à $f = 0$ est typique d'une transition supraconductrice de type KTB. L'ajustement des données donne une une température de transition de 0,56 $K$. La résistance résiduelle à $T < T_{KTB}$, est probablement induite par le mouvement de vortex résiduels induit par une compensation imparfaite du champ magnétique.

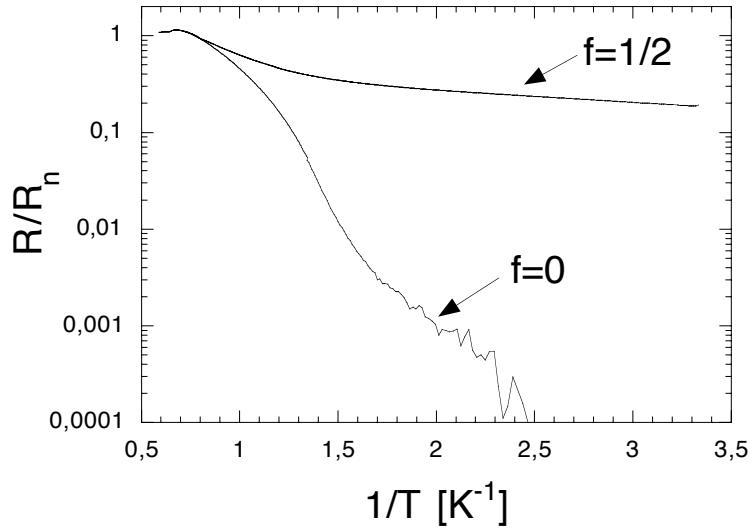


Fig. 7.22: Variation de la résistance à polarisation nulle en fonction de T à $f = 0$ et $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52).

L'évolution de la résistance linéaire à $f = 1/2$ ne présente quant à elle aucun signe de transition supraconductrice. Il semble en effet que la résistance tende à saturer à basse température. Ce comportement peut être comparé à la saturation induite par le passage des vortex par effet tunnel [60, 29, 61, 62].

L'évolution de la résistance en fonction de la température nous informe d'autre part sur les états de vortex commensurables en présence de fluctuations quantiques. Nous avons vu en effet dans la section précédente par la mesure de courant de dépiégeage que des états commensurables étaient présents pour de nombreuses frustrations comprenand notamment $f = 1/2$. La figure 7.23 montre l'évolution avec la température de la modulation en champ de la résistance. On remarque que $f$ =0, 1/9, 1/6, 5/6, 5/9 et 1, présentent toujours des minimas de résistance. Les configurations de vortex semblent donc être commensurables avec le réseau à ces valeurs de champ. Cependant, il est à noter qu'aucune structure particulière n'apparaît à $f = 1/3$, alors que le pic de courant de dépiégeage est très prononcé dans les réseaux classiques. Il semble donc que cette configuration soit très sensible aux fluctuations quantiques.

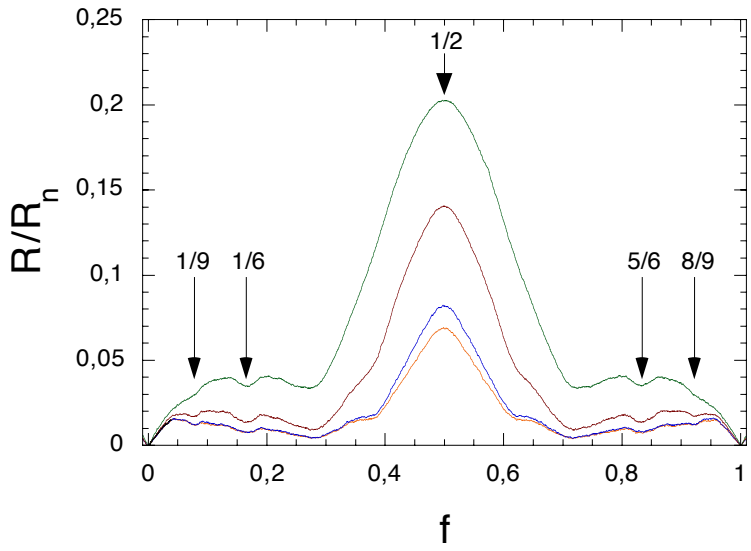


FIG. 7.23: Résistance linéaire en fonction de la frustration à différentes températures (de bas en haut : 53 $mK$, 75 $mK$, 100 $mK$, 200 $mK$ et 300 $mK$) dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52). On observe dans minimas à $f$=0, 1/9, 1/6, 5/6, 8/9 et 1. A $f = 1/3$ aucune structure particulière ne ressort. A $f = 1/2$, on remarque un maximum de résistance très net.

D'autre part, on remarque à $f = 1/2$ un maximum de résistance très prononcé. La structure de vortex semble donc être hautement désordonnée. De plus ce pic de résistance tend vers une forme triangulaire à basse température avec une dérivée constante sur ses flancs. Ce comportement est identique à ce que l'on observe à $f = 0$ avec un maximum de résistance à la place du minimum. Nous avons donc étudié plus en détail la variation de la résistance à proximité de $f = 1/2$ et nous l'avons comparée à l'évolution de la résistance pour $f$ de l'ordre de 0.

Nous avons étudié en détail la variation de la résistance à proximité de $f = 1/2$, en dessous de 100 $mK$ (cf Fig. 7.24). Il apparaît que la variation de $R$ est proportionnelle à la frustration dans les intervalles $[0,385; 0,5]$ et $[0,5; 0,615]$. L'ajustement de la résistance sur ces intervalles donne bien la même pente de part et d'autre de $f = 1/2$ (cf Fig. 7.24.b). Le point de croissement entre les droites de part et d'autre du maximum se situe bien à $f = 1/2$ pour chaque température. D'autre part, il est à noter que l'ensemble des droites ajustant les données pour $f < 1/2$ (respectivement $f > 1/2$) s'intersectent à la frustration $(0,36 \pm 0,001)$ (respectivement $(0,64 \pm 0,001)$) à une valeur de résistance nulle. La signification de ce point n'est pas bien comprise à ce jour. Ces frustrations ne correspondent en effet à aucun rationnel simple.

L'évolution en température de la dérivée de la résistance normalisée par rapport à $f$ est présentée sur la figure 7.24.b pour $f$ proche de 0 par valeurs supérieures et $f$ proche de 1/2 par valeurs inférieures et supérieures. On remarque tout d'abord un régime d'activation thermique pour les plus hautes températures. L'ajustement des données par une loi

d'Arrhénius du type $exp(-E_b/k_BT)$ donne une énergie de barrière $E_b = 73\ mK$ à $f = 0$ et $f = 1/2$, ce qui correspond à $0,20E_J$. Il semble donc que les énergies caractérisant le mouvement des vortex à $f = 0$ et $f = 1/2$ soient identiques, d'autant plus que les pentes à $f = 0$ et $f = 1/2$, diffèrent de moins d'un facteur 2. Ce point peut paraître surprenant puisque si l'approximation de vortex isolés semble valable à proximité de $f = 0$, la grande densité de vortex à $f = 1/2$ ne nous permet pas une telle hypothèse.

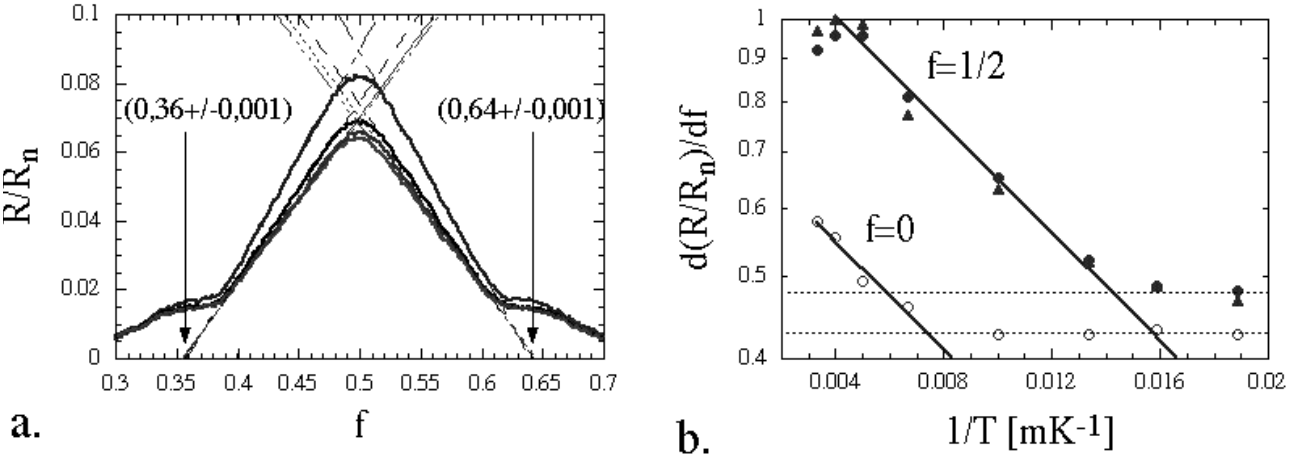


Fig. 7.24: Fig. a. :Variation de la résistance linéaire à proximité de $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52) pour $T$ =100 $mK$, 75 $mK$, 63 $mK$ et 53 $mK$. Un ajustement linéaire de la résistance de chaque côté du pic, donne un faisceau de courbes issu du point ($R = 0, f = (0,36 \pm 0,001)$) pour la partie $f < 1/2$ et du point ($R = 0, f = (0,64 \pm 0,001)$) pour la partie $f > 1/2$. Fig. b. : La variation en température des pentes de ces droites (les disques correspondent à la partie $f < 1/2$, les triangles à $f > 1/2$) est comparée au cas $f = 0$. Les droites correspondent à un ajustement avec une loi d'Arrhénius du type $exp(-\kappa/T)$ avec $\kappa = 73\ mK$ à $f = 0$ et $f = 1/2$.

Si l'on observe maintenant l'évolution de la dérivée de la résistance par rapport à $f$, à plus basse température, on remarque une saturation très nette. La saturation à $f = 0$ se produit à $(dR/df)_{sat,0} = 0,429R_n$. A $f = 1/2$, elle est comparable : $(dR/df)_{sat,1/2} = 0,478R_n$. La température de "*crossover*" à $f = 0$ est de $T_{cr,0} = 135\ mK$. La saturation à $f = 1/2$ apparaît à plus basse température : $T_{cr,1/2} = 70\ mK$. Une estimation de cette température par $T_{cr} \approx \sqrt{E_bE_c}$ (cf éq. 1.39) donne 230 $mK$ ce qui est supérieur à $T_{cr,0}$. Nous n'avons pas pris en compte ici le facteur correctif induit pas la géométrie *dice*[12], cependant l'ordre de grandeur est vérifié. A $f = 1/2$, la saturation apparaît à plus basse température. Celle-ci est directement liée à la fréquence plasma des vortex, elle est d'autant plus élevée que l'énergie de point zéro est grande. L'affaiblissement de la température de "*crossover*" peut donc être induit par une diminution de l'énergie de barrière entre $f = 0$ et $f = 1/2$. Cependant dans le régime d'activation thermique, nous avons obtenu la même énergie caractéristique. D'autre part, un amortissement important peut affaiblir l'effet

[12]Dans le réseau *carré*, ce facteur est de 1/2,5, ce qui donnerait ici une température de 92 $mK$.

des fluctuations quantiques [141] et donc le mouvement des vortex par effet tunnel. Nous avons en effet pu remarquer au cours de cette étude que le comportement des courbes IV, notamment à proximité de $f = 1/2$, était systématiquement non-hystérétique, alors que la commutation de colonne était visible pour les autres frustrations. L'affaiblissement de la température de saturation à $f = 1/2$ est donc probablement une conséquence de l'amortissement. La source majeure de dissipation dans ces réseaux sont les ondes de phases[13]. Il se peut qu'à proximité de $f = 1/2$, la configuration de phase soit peu rigide et que le mouvement des vortex induise dans leur sillage la fluctuation des phases des îles.

### 7.3.2 Caractéristiques I de V

La figure 7.25 présente les courbes IV à $f = 1/2$ de 60 $mK$ à 300 $mK$. On observe une variation de la tension en loi de puissance du courant. L'exposant $a$ (si $V \propto I^{a(T)}$) reste constant égal à 1 jusqu'aux plus basses températures, ce qui est en parfait accord avec les mesures de résistance linéaire. En effet, il semble qu'à $f = 1/2$, le réseau *dice* dans le régime quantique ne subisse pas de transition supraconductrice. D'autre part, aucun signe d'un comportement isolant n'est visible à 53 $mK$.

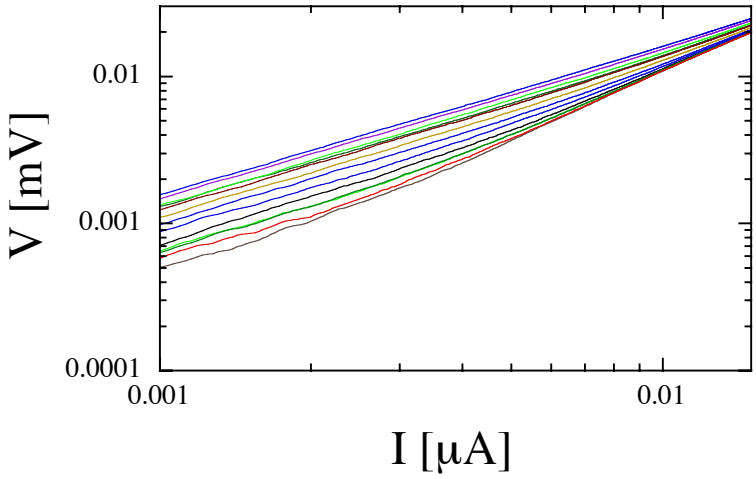


FIG. 7.25: Courbes IV à $f = 1/2$ de 60 $mK$ à 300 $mK$ par pas de 40 $mK$ de bas en haut dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52).

Les mesures de magnéto-résistance montrent de plus une tendance de la résistance à saturer à basse température à $f = 1/2$. On peut se demander qu'elle est l'origine de cette résistance finie. Dans le régime classique, il semble que nous observons un verre de vortex. Lorsque la capacité des jonctions diminue, les vortex deviennent des particules quantiques susceptibles de se déplacer par effet tunnel (cf section 1.4), donnant lieu à une

[13] Il semble que l'on puisse écarter l'effet des quasi-particules qui sont présentent à part égale pour toutes les frustrations.

résistance finie indépendente de la température. Ce que l'on observe est très semblable à $f = 0$ et $f = 1/2$. Nous en concluons donc que l'état de vortex à $f = 1/2$ est un état non commensurable avec la géométrie sous jacente, où l'ensemble des vortex est en mouvement du fait des fluctuations quantiques à basse température.

## 7.4 Diagramme de phase

Le but majeur de ma thèse était l'étude du diagramme de phase des réseaux *dice* de JJ et l'incidence de la présence de cage d'A-B à $f = 1/2$. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, l'affaiblissement du couplage électrostatique dans nos échantillons n'est pas encore bien éclairci, cependant nous avons observé à $f = 1/2$ une dynamique originale des configurations de vortex.

Dans le régime de charge tout d'abord, nous avons vu que le réseau *dice* est isolant de même que les réseaux de géométries traditionelles (*carré*, *triangulaire*). A basse température, nous avons observé un gap de tension caractéristique de l'état de charge. Il est maximum à $f = 1/2$ et s'annule continuement à des frustrations correspondant aux frustrations critiques de la transition M-I observée dans ce réseau.

Dans le régime classique, nous observons une transition supraconductrice à $f = 1/2$, conformément aux prédictions théoriques de Cataudella et Fazio [127]. Nous avons vu que l'état de vortex à $f = 1/2$ est commensurable avec la structure *dice*, engendrant ainsi un maximum de courant de dépiégeage. Cependant, cet état ne se réordonne pas contrairement à la configuration à $f = 1$. Il semble donc que cette configuration corresponde à un verre de vortex, bien que nous n'ayons pu observer d'hystérésis thermique.

Dans le régime de transition où les fluctuations quantiques de la phase des îles sont importantes, nous observons à $f = 1/2$, un maximum de résistance saturant à basse température. Par comparaison avec le comportement à $f = 0$, il semble que la dynamique soit gouvernée par le passage des vortex par effet tunnel à travers les barrières d'énergie. L'état de vortex à $f = 1/2$ peut alors être comparé à un liquide dans lequel les particules se déplacent par effet tunnel.

En conclusion, d'après notre étude, il semble que la diagramme de phase des réseaux *dice* de JJ présente 3 phases à basse température : une phase isolante à fort $E_c$, une phase supraconductrice à fort $E_J$ et une phase résistive dans le régime quantique. Ce diagramme de phase est original puisque 3 régimes différents existent à basse température alors que seuls les régimes isolants et suparconducteurs sont présents à $f = 0$ et dans les autres géométries. D'autre part, il semble que la phase supraconductrice corresponde à un verre de vortex et non à un cristal contrairement aux autres frustrations rationnelles. L'imagerie des configurations de vortex à $f = 1/2$ dans les réseaux de fils nous a montré

en effet que la structure est fortement désordonnée : seuls quelques domaines de très petite taille (quelques triades) persistent.

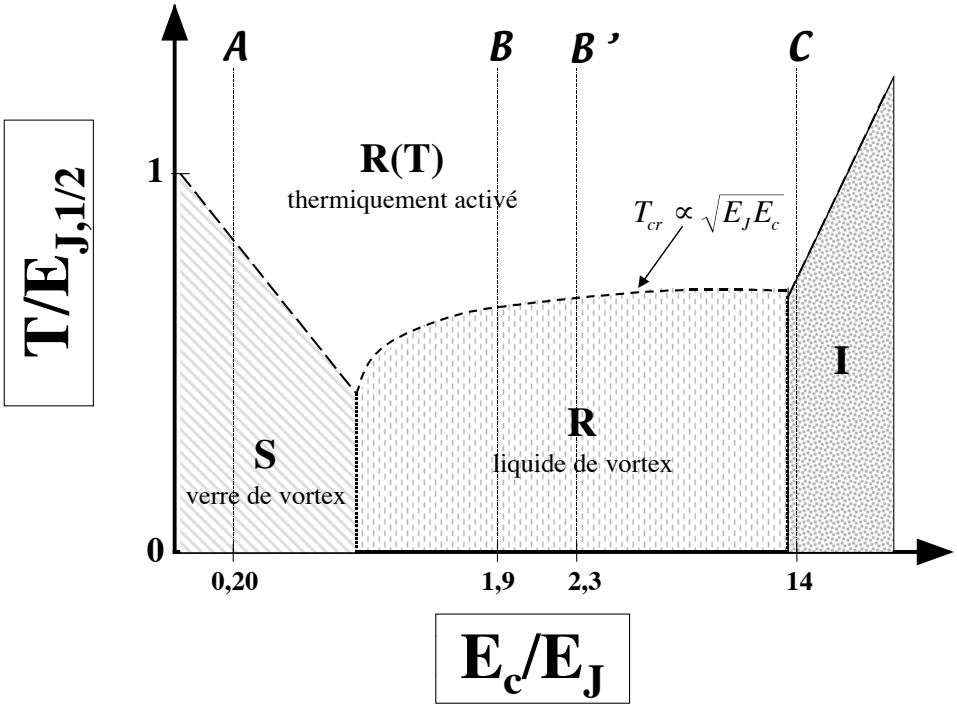


FIG. 7.26: Ebauche d'un diagramme de phase dans le réseau *dice* à $f = 1/2$. On distingue une phase supraconductrice à fort $E_J$, une phase isolante pour un grand couplage de charge. Elles sont séparées par une phase résistive à basse température, dont la résistance est constante lorsque la température diminue.

A partir de nos mesures, nous pouvons donc tracer les grandes lignes du diagramme de phase du réseau *dice* de JJ à $f = 1/2$ (cf Fig. 7.26). Un étude systématique sur un grand nombre de réseaux permettrait de déterminer les limites exactes de chacun de ces régimes. D'autre part, nous n'avons pas observé de modification de la périodicité en champ de l'effet Josephson permettant de penser à un doublement de la charge effective, $2e \rightarrow 4e$. Cet effet des interactions est en effet prédit à une dimension dans une chaine de JJ [111], cependant dans le réseau *dice* à deux dimensions, les symétries ne sont pas suffisantes. Un autre type de réseau, construit à partir du *dice* dans lequel un site 6 sur deux est retiré, présente les mêmes symétries que la chaine de B. Douçot *et al.*. L. Ioffe *et al.* [142] ont montré qu'il existe également dans ce système une phase supraconductrice où la charge effective est $4e$. Des échantillons sont actuellement en cours de réalisation afin de tester l'effet du champ magnétique sur une boucle réalisée à partir de la chaine 1D.

# Conclusion générale

Cette thèse est consacrée à l'étude des réseaux *dice* de nanojonctions Josephson. Une étude théorique a en effet démontré à $f = 1/2$ un effet de localisation extrême dans le modèle de liaisons fortes. Les réseaux de jonctions Josephson constituent un système modèle permettant d'étudier ce phénomène.

La réalisation de ces systèmes a constitué la première étape de cette étude. Nous avons pour cela mis au point un procédé de lithographie électronique en double couche de résine au laboratoire dans un premier temps puis au CEA-LETI ensuite. Nos réseaux comportent plus de 63 000 îles supraconductrices séparées par des jonctions dont la capacité varie entre 0,5 $fF$ et 3 $fF$ et dont la résistance tunnel varie de 4,93 $k\Omega$ et $53,3$ $k\Omega$. La haute précision de la lithographie électronique nous donne une dispersion de l'ordre de 10% entre les tailles des jonctions. Les rapports entre les énergies de Josephson et de Coulomb des jonctions varient sur deux ordres de grandeurs entre 0,071 et 4,9, nous permettant ainsi de sonder un large domaine du diagramme de phase de ces systèmes.

Le but majeur de cette thèse est l'étude particulière du comportement des réseaux *dice* de jonctions Josephson à $f = 1/2$. Cependant nous avons tout d'abord caractérisé nos principaux échantillons à faible champ magnétique par des mesures de transport. Nous avons ainsi montré qu'il existe un décalage entre le diagramme de phase du réseau *dice* et celui du réseau *carré*. Il semble que l'ordre de phase à faible champ soit moins sensible aux fluctuations quantiques dans le réseau *dice* que dans le réseau *carré*. La conséquence principale de cette robustesse de la phase supraconductrice est un décalage du point critique définissant la transition Supraconducteur-Isolant à $f = 0$. D'après nos mesures, cette transition se situe pour un rapport $E_c/E_J$ supérieur à 5 alors qu'il est de 1,7 dans le réseau *carré*.

Notre étude des réseaux *dice* à $f = 1/2$ comporte deux types d'expériences. Nous avons tout d'abord étudié les configurations statiques de vortex à $f = 1/3$ et $f = 1/2$. L'imagerie a été réalisée par décoration magnétique de Bitter sur des réseaux de filaments de niobium épitaxié. Nous avons observé à $f = 1/3$ une configuration ordonnée sur plus de 3000 cellules s'étendant au-delà de la zone imagée. En revanche à $f = 1/2$, les configurations observées semblent fortement désordonnées. Un calcul de corrélation entre les positions des vortex

nous donne une longueur de corrélation de l'ordre d'un pas du réseau. Cependant une étude statistique de la taille des amas nous laisse penser qu'une configuration ordonnée en triades de vortex, prédite par S. Korshunov [126], est sous-jacente. Cette observation est consistante avec la prédiction par Cataudella et Fazio [127] d'un verre de vortex à $f = 1/2$ caractérisé par un ordre à très courte portée.

Cette étude a été complétée par une étude en transport du diagramme de phase des réseaux *dice* de jonctions Josephson. Nous avons mis en évidence dans le régime classique où $E_J \gg E_c$ la présence d'un état de vortex commensurable avec la structure du réseau, caractérisé par un maximum de courant de dépiégeage. Cette observation est en accord avec Cataudella et Fazio [127], bien que nous n'ayons pas pu mettre en évidence d'hystérésis thermique. Cependant l'application d'un cycle de polarisation sinusoidale décroissant ne permet pas d'augmenter le courant de dépiégeage à $f = 1/2$ contrairement à la frustration $f = 1$. Ceci nous permet de penser que l'état à $f = 1/2$ est un état non "cristallin" comme à $f = 1$ mais plutôt de type vitreux. Ce résultat est en accord avec nos observations des configurations de vortex à $f = 1/2$, semblant présenter un état ordonné à très courte portée.

Lorsque les fluctuations quantiques de la phase augmentent, nous avons observé l'apparition d'une phase résistive indépendante de la température. La comparaison avec la dynamique autour de $f = 0$ nous amène à penser qu'il s'agit d'une phase de liquide de vortex issue de la phase de verre, dans laquelle les vortex se déplacent par effet tunnel.

Nous avons vu ensuite, dans le régime de charge ($E_c \gg E_J$), que le réseau *dice* transite vers une phase isolante caractérisée par l'apparition d'un gap de tension. Ce comportement est ici identique aux précédentes observations dans les réseaux *carré* ou *triangulaire*.

L'originalité du diagramme de phase à $f = 1/2$ dans le réseau *dice* réside dans l'existence d'une troisième phase à basse température : la phase de liquide de vortex induit par les fluctuations quantiques. Cette phase était jusqu'ici observée uniquement pour des frustrations irrationnelles proches de $f = 0$, cependant ici la compétition entre le champ magnétique et la géométrie empêche la formation d'un cristal de vortex à $f = 1/2$ dans la limite classique ($E_J \gg E_c$). Les fluctuations quantiques vont donc pouvoir mettre en mouvement ces vortex faiblement piégés.

Un prolongement de notre travail est maintenant l'étude de la chaîne bipartite de nanojonctions Josephson. En effet B. Douçot *et al.* [111] ont récemment démontré l'existence à $f = 1/2$ d'une phase où les paires de Cooper s'apparient. Ce phénomène apparaît lorsque l'énergie de Coulomb est de l'ordre de l'énergie Josephson des jonctions. Des échantillons

dédiés à cette étude sont actuellement en cours de test. Il s'agit d'une chaîne fermée sur laquelle nous allons étudier la quantification du flux magnétique.

Les réseaux *dice* bidimensionnels ne possèdent pas la symétrie suffisante pour l'existence de cette phase. Cependant Ioffe *et al.* [142] proposent un autre type de réseau 2D, construit à partir du *dice* dans lequel un site 6 sur deux est retiré. Cette structure présente les mêmes symétries que la chaîne de B. Douçot *et al.*. L. Ioffe *et al.* ont montré qu'il existe également dans ce système une phase supraconductrice où la charge effective est $4e$. L'existence de cette phase est à la base de leur proposition d'un quantum bit dont l'immense avantage par rapport aux autres systèmes est son insensibilité aux perturbations locales et donc sa robustesse vis-à-vis des sources de décohérence. Mon travail de thèse constitue en ce sens un premier pas vers ce nouveau type de Q-Bit.

# ANNEXES

# A

## Description de la dynamique d'une jonction unique

### A.1 Régime de phase : modèle RCSJ

Le modèle RCSJ ("Resistively and Capacitively Shunted Junction") [141] modèlise une jonction Josephson classique idéale en parallèle avec une capacité, C, et une résistance, r (cf Fig. A.1 a.). La résistance, r, traduit la dissipation à tension finie, sans affecter le régime DC. Proche de la température critique, $T_c$, la valeur de r est de l'ordre de $r_n$. A basse température, la dissipation vient essentiellement du passage de quasi-particules et la résistance, r, est approximativement $r_n e^{\Delta/k_B T}$ pour des tensions $V < V_{gap} = 2\Delta/e$. Pour $V > V_{gap}$, la tension appliquée est suffisante pour briser les paires de Cooper donnant une résistance comparable à $r_n$.

Pour une polarisation en courant, l'évolution temporelle de la phase est donnée par la loi des noeuds :

$$I = I_{c0} \sin\gamma + \frac{V}{r} + C\frac{dV}{dt} \tag{A.1}$$

Le courant critique de la jonction, donné par la loi d'Ambegaokar-Baratoff, est noté $I_{c0}$. Expérimentalement, le courant critique mesuré est souvent inférieur à ce courant du fait des fluctuations thermiques, quantiques, ou de l'interaction avec l'environnement [141]. Cette expression peut être réécrite en fonction de la différences de phase :

$$\frac{I}{I_{c0}} = \frac{d^2\gamma}{d\tau^2} + \frac{1}{\omega_p r C}\frac{d\gamma}{d\tau} + \sin\gamma \tag{A.2}$$

avec $\tau = \omega_p t$, un temps sans dimension défini par la fréquence plasma de la jonction $\omega_p = \sqrt{\frac{2eI_{c0}}{\hbar C}}$ Le paramètre de Mc Cumber, $\beta_c = (\omega_p r C)^2$, caractérise l'amortissement.

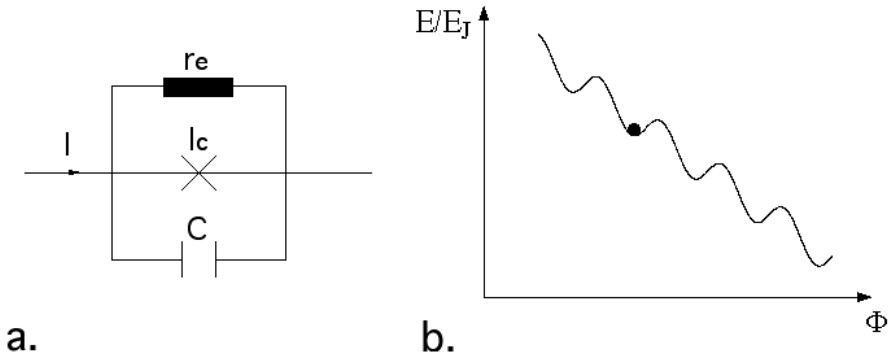


Fig. A.1: A gauche : description d'une jonction Josephson dans la limite de phase par le modèle RCSJ. A droite : Représentation du potentiel dans lequel évolue la phase de la jonction, en unité de $E_J$.

**Analogie mécanique :** L'équation A.2 est identique à l'équation du mouvement d'une particule classique de masse $M = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$, le long de l'axe des phases $\gamma$, dans un potentiel :

$$U(\gamma) = -E_J \cos(\gamma) - \frac{\hbar I}{2e}\gamma \tag{A.3}$$

et soumise à une force visqueuse proportionnelle à $\frac{1}{r}\frac{d\gamma}{dt}$. Cette image est représentée sur la figure A.1 b.. L'échelle d'énergie est $E_J$ et la pente moyenne est directement liée au courant appliqué. Le courant critique, $I_{c0}$, correspond à la valeur pour laquelle les minima locaux du potentiel deviennent de simples points d'inflexion. Pour $I > I_{c0}$, la particule n'est plus piégée dans le potentiel et court le long du "*wash-board*"[1]. La variation de la phase dans le temps est non nulle, une tension apparait donc aux bornes de la jonction.

Dans la limite d'un fort amortissement, $\beta_c \ll 1$, la force visqueuse domine l'inertie. Lorsque le courant est abaissé à partir d'une valeur supérieure à $I_{c0}$, la particule va alors se repiéger dans un minium local dès que le courant aura atteint $I_{c0}$. La caractéristique IV est non-hystérétique.

Dans la limite inverse, C est grande, $Q \gg 1$ et $\beta_c \gg 1$. La caractéristique IV devient alors hystérétique car la particule ne se repiège pas à $I_{c0}$ (c'est à dire $V \neq 0$ à $I = I_{c0}$). Le courant de repiègeage, noté $I_r$ est inférieur au courant critique. Dans l'analogie mécanique, l'inertie de la particule lui permet de passer au dessus d'une barrière qui l'aurait arreté en présence d'une force visqueuse.

En conclusion, dans le régime de phase (si $E_J$ est supérieure à $E_c$), les caractéristiques IV sont décrites par le modèle RCSJ. La branche supraconductrice est caractérisée par le courant critique, $I_{c0}$, mesure du couplage Josephson dans la limite de faibles fluctuations, et le courant de repiègeage, $I_r$, qui est une mesure directe de l'amortissement [141]. De plus l'analogie mécanique permet de comprendre simplement la dynamique de ces jonctions.

## A.2 Régime de charge et modèle SRLJ

**Description :** Lorsque la capacité de la jonction est faible, l'énergie de Coulomb peut être de l'ordre de l'énergie Josephson. La phase et la charge sont alors des variables quantiques conjuguées. Une jonction non polarisée et en absence de dissipation est maintenant décrite par l'hamiltonien :

$$\mathcal{H} = -4E_c \frac{d^2}{d\hat{\Phi}^2} - E_J \cos(\hat{\Phi}) \tag{A.4}$$

avec

- $\hat{\Phi}$, l'opérateur "différence de phase",
- $\hat{Q}$, l'opérateur "charge induite sur la jonction" lié à l'opérateur de phase par

$$\hat{Q} = -2ei\frac{d}{d\hat{\Phi}}$$

On peut également faire une analogie mécanique : il s'agit de l'hamiltonien d'une particule dans un potentiel périodique où la charge est l'équivalent de la position. Les fonctions propres sont des états de Bloch de paramètre caractéristique, q, une "*quasi-charge*". Les niveaux d'énergie forment des bandes d'énergie périodiques dans l'espace des quasi-charges (cf Fig. A.2). L'énergie Josephson lève la dégénérescence aux points de croissement des paraboles, couplant ainsi les différents états de charge.

[1] Ce modèle est souvent appelé "modèle du washboard" de par la ressemblance entre le potentiel avec une planche à laver.

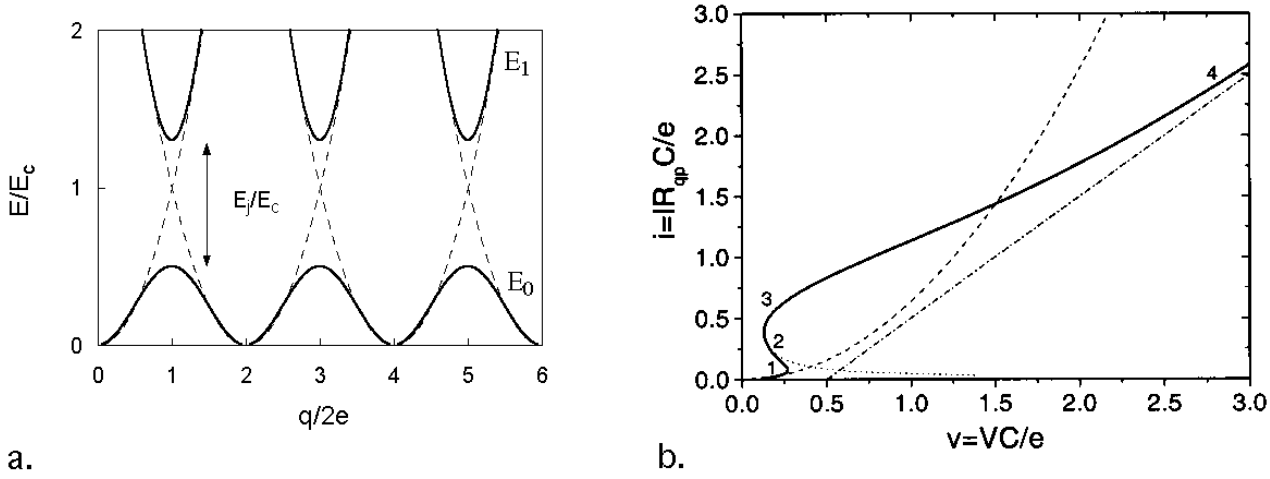


FIG. A.2: a : diagramme des énergies d'une jonction Josephson dans l'espace des quasi-charges, $\chi$. b : courbe IV caractéristique d'une jonction dans le régime de charge[3].

**Polarisation adiabatique :** Si maintenant le système est polarisé en courant, les états de charges vont évoluer. Pour une variation adiabatique ($\frac{d}{dt}\left(\frac{q}{2e}\right) \ll E_J\hbar$), le système reste dans son état fondamental (d'énergie $E_0$) et passe d'une charge 0 paire de Cooper à une charge 1 paire de Cooper et ainsi de suite. La variation de tension aux bornes de la jonction sera donnée par :

$$V = \frac{dE_0}{dq} = V_c\left(\frac{E_J}{E_c}\right)\mathrm{saw}(\frac{2\pi}{2e}q) \tag{A.5}$$

$V_c$ est la tension maximale pouvant s'établir aux bornes de la jonction. Elle dépend du rapport des énergies $E_J$ et $E_c$ [143]. La fonction saw($x$) est une fonction périodique de période $2\pi$ [143]. Elle est comprise entre +1 et -1. Dans la limite $E_J \ll E_c$, saw($x$) est une fonction en dent de scie, chutant brutalement pour des valeurs $q/2e = \left(\frac{1}{2}+n\right)$ , $n \in \mathbb{Z}$ : les paires de Cooper pouvant passer par effet tunnel à travers la jonction, la tension décroit fortement. Dans la limite $E_J \approx E_c$, la fonction saw($x$) est approximée par une sinusoïde, les relations de variation du courant et de la tension sont alors :

$$V = V_c\sin(\chi) \qquad \text{et} \qquad I = \frac{2e}{2\pi}\frac{d\chi}{dt} \tag{A.6}$$

Ces deux équations sont le dual des relations de Josephson, si l'on intervertit : tension et courant, charge et phase, quantum de charge ($2e$) et quantum de flux ($\Phi_0$). La première observation de ces oscillations a été rapporté par Kuzmin [144] dans de petites jonctions irradiées par une micro-onde.

**Polarisation non-adiabatique :** Si la jonction n'est pas polarisée adiabatiquement, des transitions Zener peuvent exciter le système dans des états d'énergie supérieure. Si l'on prend en compte uniquement les transition entre le fondamental et le 1er état excité, le courant Zener résultant est donné par :

$$I_Z = \frac{\pi}{16}\frac{E_J}{E_c}I_c \tag{A.7}$$

On voit que ce courant dépend fortement du couplage Josephson. Si l'on ne prend en compte que les transitions Zener, l'énergie du système augmente à l'infini. La dissipation est induite par un procédé stochastique de transition de quasi-particules [145, 146]. Ce

type de transition va faire passer le système d'une charge $q$ à une charge $q \pm e$. De manière générale, les transitions vers un état de plus basse énergie sont privilégiés. Les transitions des quasi-particules permettent donc au système de dissiper l'énergie accumulée.

Les caractéristiques IV résultantes forment un "nez de Bloch" (cf Fig. A.2 c.). On peut introduire un courant et une tension normalisés :

$$i = I\frac{rC}{e} \qquad \text{et} \qquad v = V\frac{C}{e}$$

Quatres régimes sont à distinguer dans la caractéristique IV.

1. Pour $i < 0.1$ : La quasi-charge augmente petit à petit. Les évènements tunnels des quasi-particules empêchent le système d'atteindre le bord de la 1ère zone de Brillouin et d'établir des oscillations de Bloch. Le courant est un courant de quasi-particules. La jonction se comporte comme une jonction normale conductrice. C'est le régime de *blocage de Coulomb des paires de Cooper*[4].
2. Pour $i \in [0.1; i_{cr}]$ : Le courant permet les oscillations de Bloch mais il est inférieur à $i_{cr} = \sqrt{\frac{rCI_Z}{ae}}$ (où $a = 1.645$ est une constante) [145]. Les transitions Zener amènent le système dans une partie de parabole décroissante, donc la tension aux bornes de la jonction diminue.
3. Pour $i \approx i_{cr}$ : Les transitions Zener sont maintenant importantes mais le courant critique est inférieur à $I_Z$.
4. Pour $i \gg i_{cr}$ : La caractéristique est linéaire, de pente $r_{qp}$ avec un offset de tension du au blocage de Coulomb : $v = i + 0.5$ [5].

**Modèle SRLJ :** Ce modèle est basé sur la description théorique présentée ci-dessus. Contrairement au modèle RCSJ, le modèle SRLJ ("Series Resistor and Inductance Junction") décrit une jonction polarisée en tension dans le régime de charge. La jonction est modélisée par une inductance, une capacité et une résistance en série (cf Fig. A.2 b.). La résistance prend en compte la dissipation due aux transition Zener et aux quasi-particules. L'inductance est le dual de la capacité dans le modèle RCSJ. Dans la limite de faible différence de phase, la jonction Josephson peut, en effet, être modélisée par une inductance : $L_J = \frac{\hbar}{eI_c}$. La chute de tension aux bornes de la jonction est donc :

$$\frac{V}{V_c} = \sin(\chi) + \frac{d\chi}{d\tau} + \frac{V_c L}{r^2}\frac{d^2\chi}{d\tau^2} \tag{A.8}$$

avec

- $\tau = \omega_{p,q} t$, le temps, normalisé par la fréquence plasma $\omega_{p,q} = \frac{2er}{2\pi V_c}$
- $\beta_{c,q} = \frac{V_c L}{r^2}$, le paramètre d'amortissement

Cette équation est le dual de l'eq. A.2. L'analogie mécanique concerne maintenant une particule de masse proportionnelle à L, se déplacant dans un potentiel périodique sur l'axe des quasi-charges, $\chi$ et soumise à une force visqueuse proportionnelle à $r\frac{d\chi}{dt}$. Si $\beta_{p,q} \ll 1$, la caractéristique IV est non hystérétique (fort amortissement). Si $\beta_{p,q} \gg 1$, l'amortissement est faible et la caractéristique IV est hystérétique (cf Fig. A.2.b). La tension de repiégeage, $V_r$ est inférieure à $V_c$ et dépend de la compétition entre inertie et amortissement. Les caractéristiques hystérétiques correpondent au nez de Bloch polarisé en tension.

[4] CBCPT pour "Coulomb Blockade Cooper Pair Tunnelling"

[5] Le passage du régime 3 à 4 est décrit par Zaikin et al. dans [145].

En conclusion, les modèles SRLJ et RCSJ décrivent les jonctions Josephson dans les limites, respectivement, de charge et de phase. Ils aboutissent au même type de dynamique, conséquence de la dualité de ces deux limites. Cette caractéristique des jonctions Josephson existe également dans les réseaux de JJ. Les objets de phase et de charge ne sont plus des variables locales (distribution de phase autour d'un vortex et distribution de potentiel autour d'une charge), mais cette dualité persiste donnant lieu à des phénomènes originaux.

# B

## Les réseaux de fils supraconducteurs à la transition

La nucléation de la supraconductivité est précisement décrite par la théorie de champ moyen de Ginzburg-Landau. Cette théorie permet également de décrire le comportement de réseaux de filaments supraconducteurs, si l'on suppose que la phase supraconductrice peut être décrite par un paramètre d'ordre complexe, $\psi e^{\imath\phi}$, qui s'annule doucement à la transition (transition de second ordre). On néglige également les fluctuations de l'amplitude et de la phase du paramètre d'ordre.

Dans ces conditions, la densité d'énergie libre peut être développée en fonction de $\psi(r)$ :

$$F_S - F_N = \int d\vec{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m^*} \left| (-i\vec{\nabla} - \frac{2\pi}{\phi_0}\vec{A})\psi \right|^2 - \frac{\hbar^2}{2m^*\xi(T)^2} |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{b^2}{2\mu_0} \right] \tag{B.1}$$

avec :

- $m^* = 2m_e$ est la masse d'une paire de Cooper,
- $\vec{A}$ est le potentiel vecteur définissant l'induction locale : $\vec{b} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$,
- $\xi$, la longueur de cohérence, varie en fonction de la température : $\xi(T) = \frac{\xi(0)}{\sqrt{1-T/T_c(0)}}$
- $\phi_0 = \frac{h}{2e}$ est le quantum de flux supraconducteur
- $\beta$ paramètre non-linéaire.

La minimisation de la densité d'énergie libre par rapport au paramètre d'ordre et au potentiel vecteur donne les équations non-linéaires de Ginzburg-Landau. Elles décrivent la variation spatiale du paramètre d'ordre et le supercourant. Ces équations non-linéaires ne peuvent être résolues exactement. La nécessaire linéarisation de ces équations impose donc une très faible amplitude du paramètre d'ordre ($|\psi| \gg |\psi|^3$), ce qui réduit la validité de cette approximation à une zone de température très proche de la transition supraconductrice.

Le formalisme introduit par De Gennes et Alexander [18, 147] permet d'appliquer les équations de Ginzburg-Landau linéarisées aux réseaux de filaments supraconducteurs de toute géométrie (à la condition que les fils puissent être considérés comme unidimensionnels). On peut en effet négliger la variation du paramètre d'ordre sur la largeur d'un fil si sa dimension transverse, $w$, est inférieure à la longueur de cohérence de Ginzburg-Landau, $\xi$, ainsi qu'à la longueur de pénétration. On peut alors mettre les équations linéarisées sous la forme :

$$\left( i\frac{\partial}{\partial l} + \frac{2\pi}{\phi_0}\vec{A} \right)^2 \psi(l) = \frac{1}{\xi^2(T)}\psi(l) \tag{B.2}$$

où l est l'abscisse curviligne sur le fil. On remarque que l'équation de GL linéarisée est équivalente à l'équation aux valeurs propres du modèle de liaison forte, avec l'énergie

propre $\frac{1}{\xi^2} = \epsilon$. La température de transition du réseau est la plus haute température pour laquelle l'équation B.2 a une solution non nulle.

Les conditions sur les bords supraconducteur-vide sont données par :

$$\sum \left[ \left( i\frac{\partial}{\partial l} + \frac{2\pi}{\phi_0}\vec{A} \right) \psi(l) \right]_{l=0} = 0 \tag{B.3}$$

Ces équations aux limites garantissent la conservation du courant (partie réelle) et fixent la variation spatiale de l'amplitude du paramètre d'ordre (partie imaginaire). La modulation spatiale du paramètre d'ordre le long d'un fil liant deux noeuds $i$ et $j$ est donnée par :

$$\psi_{ij}(l) = \frac{e^{-i\gamma_{il}}}{\sin(\frac{L_{ij}}{\xi})} \left[ \psi_i \sin\left(\frac{L_{ij}-l}{\xi}\right) + \psi_j e^{i\gamma_{ij}} \sin\left(\frac{l}{\xi}\right) \right] \tag{B.4}$$

avec :

- $\gamma_{il} = \frac{2\pi}{\phi_0}\int_i^l \vec{A}.\vec{dl}$ est la circulation du potentiel vecteur le long du brin supraconducteur, entre $i$ et $l$,
- $L_{ij}$ est la distance entre les noeuds $i$ et $j$.

La condition limite appliquée à chaque noeud donne les équations d'Alexander :

$$\sum_{j=1}^{n} \left[ -\psi_i \coth\left(\frac{L_{ij}}{\xi}\right) + \psi_j \frac{e^{-i\gamma_{ij}}}{\sin\left(\frac{L_{ij}}{\xi}\right)} \right] = 0 \tag{B.5}$$

La sommation est réalisée sur les $n$ noeuds voisins du noeud $i$.

*Exemple du réseau carré :* Le cas simple du réseau carré a été traité par Alexander [147]. Dans ce cas, la coordinance des sites est de 4 et la distance entre les noeuds est constante, $a$. L'équation aux noeuds se réduit donc à :

$$4\cos\left(\frac{a}{\xi_k}\right)\psi_i = \sum_{j=1}^{4} e^{-i\gamma_{ij}}\psi_j \tag{B.6}$$

Cette équation est identique à l'équation de Schroedinger dans le modèle de liaison forte. L'énergie propre est données par $\epsilon_k = a\cos\left(\frac{a}{\xi_k}\right)$ et l'intégrale de saut est $t_{ij} = e^{-i\gamma_{ij}}$. La méthode de résolution de cette équation est identique au modèle de liaison forte traité dans la section 5.1. Dans la jauge de Landau ($\vec{A} = B(0,x,0)$), la fonction d'onde du noeud de coordonnées $(na, ma)$ ($(n,m) \in \mathbb{Z}^2$) s'écrit sous la forme $\psi_{nm} = f_n e^{-imk}$. L'équation B.6 se réécrit alors :

$$\epsilon_k f_n = f_{n+1} + f_{n-1} + 2\cos(k - n\gamma) f_n \tag{B.7}$$

avec $\gamma = \frac{2\pi\phi}{\phi_0}$ où $\phi = Ba^2$ est le flux magnétique à travers une cellule du réseau.

On remarque que si la frustration magnétique est rationnelle de type $p/q$ avec $(p,q) \in \mathbb{Z}^2$, alors cette équation est invariante par translation $n \to n+cq, \forall c \in \mathbb{Z}$. La détermination des énergies propres nécessite donc q équations. Le spectre des énergies, $\epsilon_k(f)$, est le *papillon de Hofstadter* [105]. Le bord du spectre est accessible expérimentalement par une mesure de température critique.

Une relation lie en effet la température critique du réseau, $T_c(H)$, à l'énergie de l'état fondamental, $\epsilon_g$ :

$$\frac{T_c(H) - T_c(0)}{T_c(0)} = \frac{\xi^2(0)}{a^2} \mathrm{arcos}^2 \left(\frac{\epsilon_g}{z}\right) \tag{B.8}$$

$z$ étant la coordinance du réseau ($z = 4$ pour le *carré*, $z = \sqrt{18}$ pour le *dice*). On voit ici que la mesure de la température critique d'un réseau supraconducteur est une mesure de l'énergie de l'état fondamental du modèle de liaison forte. Les réseaux de filaments supraconducteurs sont donc un système modèle permettant l'étude expérimentale des phénomènes calculés dans un modèle de liaison forte. Ce parallèle a inspiré de nombreuses études sur diverses géométrie durant ces vingt dernières années [113, 114].

# C

## Procédé bicouche

**Les résines :**

Nous utilisons des résines de la marque All-Resist. La référence du PMMA est AR-P679.02, il est dilué à 2% dans l'éthyl-lactate. Le PMMA/MAA est également dilué dans l'éthyl-lactate, à 6%. Sa référence est AR-P 619.06. Il est composé à 33% de PMMAA.

Ces deux résines ont été utilisé au LETI pour le procédé bicouche, mais également au CRTBT. Je présente ici les deux process que j'ai mis au point durant ma thèse.

## *C.1 Procédé développé au LETI*

**Etalement des résines :**

L'étalement du bicouche de résine est réalisé sur une tournette *Karlsuß* dans la salle de chimie de la zone lithographie au Leti. La résine est déposée au centre du wafer 8 pouces avant mise en marche du programme. Une cloche ajustée sur la plaque de $Si$ sature l'atmosphère en solvant pendant l'étalement, augmentant ainsi l'homogénéité des couches de résine. Les conditions exactes de couchage sont :

PMMA/MAA vitesse : 2000 $tour/min$ accélération : 4000 $tour/min^2$ temps : 120 $s$

recuit à 200°$C$ pendant 5 $min$

$$d_{PMMA/MAA} \approx 324nm$$

PMMA vitesse : 2000 $tour/min$ accélération : 4000 $tour/min^2$ temps : 60 $s$

recuit à 180°$C$ pendant 5 $min$

$$d_{PMMA} \approx 80nm$$

L'épaisseur totale du bicouche est de 404 $nm$.

**Insolation :**

Le courant d'insolation est de $1nA$ à une tension de 50 $kV$. La dose nécéssaire à l'insolation est d'environ 460 $\mu C.cm^{-2}$ pour les réseaux 2D de JJ.

**Développement :**

Le développement est réalisé en trois étapes :

- 30 $s$ dans un mélange MIBK[1]- IPA[2] 1 :3
- 3 $s$ de rincage dans de l'IPA pur
- 1 $min$ 30 dans un mélange Ethanol-IPA 2 :1
- 1 $min$ dans de l'IPA pur avec des ultrasons

**Résultats :**

L'observation au microscope des réseaux ainsi développé donne une impression de surdosage. Cependant la largeur des lignes est conforme au codage : 150 $nm$, et le retrait est

[1] Méthyl-Iso-Butyl-kétone

[2] Isopropanol

de l'ordre de 200 $nm$.

## C.2 Procédé développé au CRTBT

**Etalement des résines :**

Les étalements sont ici réalisés sur un substrat de silicium de 2 pouces de diamètre. L'homogénéité de l'étalement est facilement obtenu du fait de ces faibles dimensions. L'utilisation d'une cloche n'est pas nécessaire.

PMMA/MAA vitesse : 5000 $tour/min$ accélération : 2000 $tour/min^2$ temps : 30 $s$

recuit à 200°$C$ pendant 5 $min$

$$d_{PMMA/MAA} \approx 290nm$$

PMMA vitesse : 4000 $tour/min$ accélération : 2000 $tour/min^2$ temps : 30 $s$

recuit à 180°$C$ pendant 5 $min$

$$d_{PMMA} \approx 70nm$$

L'épaisseur totale du bicouche est de 360 $nm$.

**Insolation :**

L'insolation est réalisée au CRTBT avec un MEB Cambridge S240. La dose nécéssaire à l'insolation est d'environ 260 $\mu C.cm^{-2}$ pour les réseaux 2D de JJ à une tension de 30 $kV$.

**Développement :**

Il est identique au développement du procédé développé au LETI (cf section précédente).

# D

## Revue bibliographique du bruit de charge dans les SET

Les réseaux de JJ sont un système modèle permettant l'étude de la dualité entre phase et charge des îles supraconductrices. Une transition Métal-Isolant est induite par le champ magnétique dans les réseaux de jonctions quantiques (cf Chapitre 1). De la même façon, dans un système idéal, la modulation de la charge du réseau par une grille électrostatique devrait permettre d'induire une transition "Isolant-Métal". De plus, de nombreux travaux théoriques prédisent l'apparition de phases nouvelles dans ce système si la charge de chaque île pouvait être controlée [148]. Cependant nous avons vu que la présence de charges (de dipôles) dans le voisinage des îles induit un potentiel aléatoire sur le réseau, rendant très difficile le contrôle des charges dans les réseaux d'autant plus que ce potentiel évolue dans le temps. La frustration de charges des réseaux nous confronte donc tout d'abord au problème de la présence de charges dans le substrat (problème statique) mais également au mouvement de certaines de ces charges à basse température (problème dynamique).

Les transistors à un électron[1] (cf Fig. D.1), décrits dans la suite, permettent une mesure de l'état de charge d'une petite île métallique dont le potentiel est modulé par une électrode de grille. Le bruit basse fréquence sur les SET est relié au mouvement de charges au voisinage des échantillons. L'étude des spectres du bruit sur ces système informe donc sur le caractère dynamique des charges d'offset. Je présente dans cette annexe une petite revue des études menées dans différents groupes afin d'acquérir une meilleure compréhension de ce phénomène.

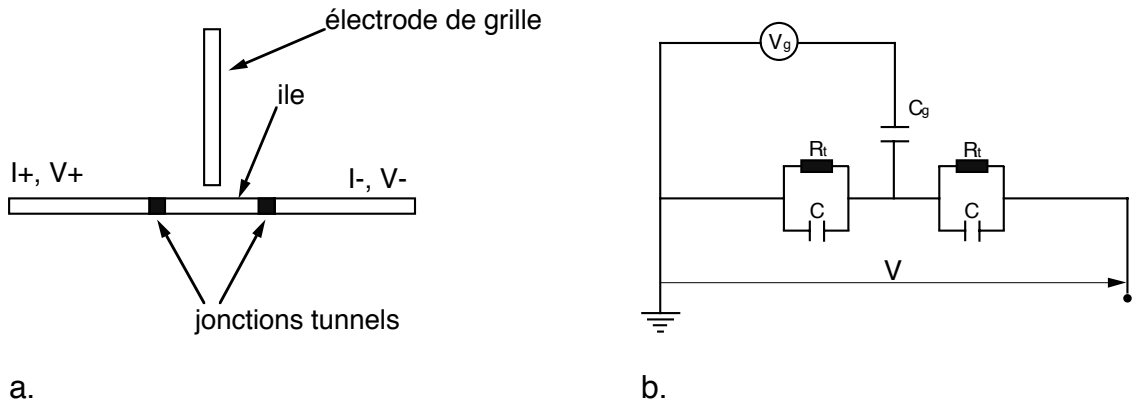


Fig. D.1: a. Schéma d'un "Single Electron Transistor" (SET). Il est composé d'une île métallique connectée aux électrodes de mesure par deux jonctions tunnels. Une électrode de grille permet de varier le potentiel de l'île par couplage capacitif. b. Schéma électrique du SET : les jonctions tunnels ont une capacité notée C, et une résistance tunnel, $R_t$. La capacité $C_g$ caractérise le couplage entre l'électrode de grille et l'île métallique.

[1] "Single Electron Transistor" noté par la suite SET

## D.1 Le bruit de charge sur un SET

Le but de cette Annexe n'étant pas de décrire en détail le fonctionnement d'un SET, je renverrais à la thèse de V. Bouchiat [86], par exemple, pour une information plus complète. Le point essentiel est l'extrême sensibilité de la mesure en fonction de la charge induite sur l'île[2].

La limite de détection ainsi que la précision de la mesure est donnée par le niveau de bruit. Deux composantes sont à distinguer :

1. Le bruit blanc : Il s'agit d'une source de bruit intrinsèque au système. Le tunneling stochastique de charges à travers le transistor induit des fluctations de courant. La dépendence en fréquence du spectre est plate, c'est pourquoi ce bruit est qualifié de "bruit blanc". Cette composante est une limite intrinsèque à la détection de charge dans un SET, cependant à basse fréquence, le bruit dominant est le bruit de charge.

2. Le bruit de charge : C'est un bruit extrinsèque induit par le mouvement stochastique de charges dans le voisinage de l'île. Son potentiel fluctue dans le temps, amenant une charge d'offset $q_{off}(t)$ sur l'île. On voit nettement sur la Figure D.2.a l'évolution temporelle de l'état de charge d'une île au voisinage de fluctuateurs [86]. La densité spectrale de ce bruit est inversement proportionnel à la fréquence (cf Fig. D.2.b). Cette dépendence est compatible avec le fait que le bruit est généré par une collection de dipôles oscillants avec une distribution de temps de transfert[3]. De nombreuses études ont été menées afin de caractériser ce bruit, puisqu'il s'agit à l'heure actuelle de la principale limite à la détection de charge à basse fréquence. Il semble de plus que le temps de cohérence quantiques soit affaibli par la présence de ces fluctuateurs dans les Qubits Josephson [149, 150]. Je présenterai dans la suite une étude bibliographique sur ce thème.

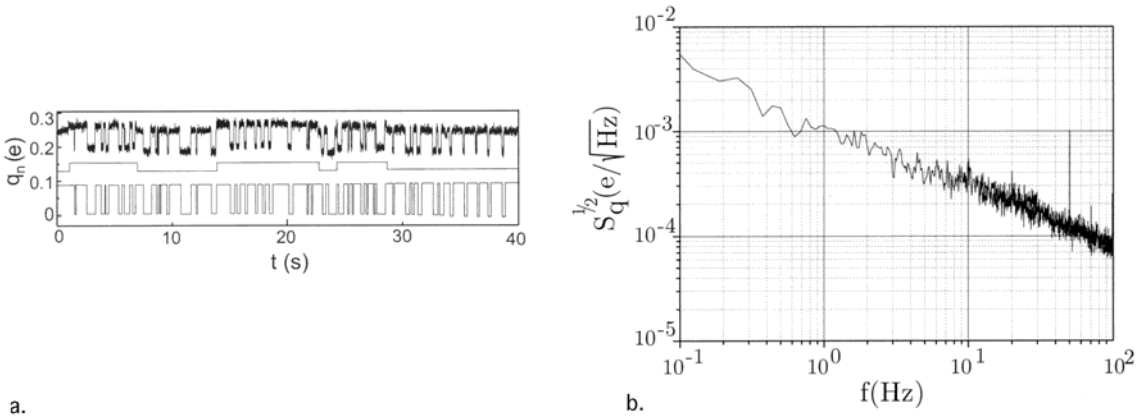


Fig. D.2: a. Fluctuation de la tension aux bornes d'un SET en fonction du temps à 20 $mK$. Ce signal est décomposé en la somme de deux fluctuateurs (courbes situées en dessous de la mesure). b. Densité spectrale du bruit de charge en fonction de la fréquence sur un SET à 20 $mK$. Le bruit de charge typique observé dans les SET est d'environ $10^{-3}$ $e/\sqrt{Hz}$ à 10 $Hz$. Les deux courbes présentées sont issues de la thèse de V. Bouchiat [86].

[2]Si le système est polarisé en courant, la modulation de la charge de l'île par l'intermédiaire de la grille électrostatique induit une modulation de la tension mesurée aux bornes du SET, et inversement.

[3]Chacun d'eux produisant un bruit télégraphique.

## D.2 Revue de différentes études sur l'origine des charges d'offset

Plusieurs équipes ont testé l'influence du type de substrat sur le bruit de charge. Je citerais tout d'abord les travaux de V. Bouchiat [86]. Il a réalisé simultanément trois SET, dénommés SET1, SET2, et SET3, dont les jonctions sont identiques (même résistance tunnel et même capacité). Le SET3 est réalisé sur $SiO_2$ alors que les deux autres sont déposés sur un plastique (polymide) de 0,5 $\mu m$ épaisseur, un plan d'or ayant été préalablement déposé sous le polymide. La taille des îles des SET1 et 3 est identique (0,1x1 $\mu m^2$) alors que l'île du SET2 est plus étendue (0,1x10 $\mu m^2$). Un test croisé permet donc de tester l'influence du type de substrat (comparaison SET1 et 3) ainsi que celle de la surface de l'île (comparaison SET1 et 2). Le niveau de bruit à 10 $Hz$ est de 4,7.$10^{-4}$ $e/\sqrt{Hz}$ pour le SET1, 8,3.$10^{-4}$ $e/\sqrt{Hz}$ pour le SET2 et 5,0.$10^{-4}$ $e/\sqrt{Hz}$ pour le SET3. On remarque donc que le type de substrat ne semble pas jouer entre l'oxyde de $Si$ et le polymide, alors que la surface de l'île est un critère important.

Une autre étude, par V.A. Krupenin *et al.* [151, 152], montre l'influence de la surface de contact entre l'île et le substrat. Ils ont réalisé des SET dont l'île est déposée pour partie sur les électrodes (cf Fig. D.3.a). La surface de l'île en contact avec le $SiO_2$ varie ainsi de 50 % à 0 %. La Figure D.3.b montre le niveau de bruit mesuré dans les différentes configurations. On note une forte diminution du bruit avec la surface en contact, passant de 2,5.$10^{-4}$ $e/\sqrt{Hz}$ pour l'île en contact à 50 % jusqu'à 8.$10^{-6}$ $e/\sqrt{Hz}$ lorsque l'île est entièrement déposée sur les électrodes. D'après cette étude, il semble donc que les dipôles oscillants se situent dans le substrat.

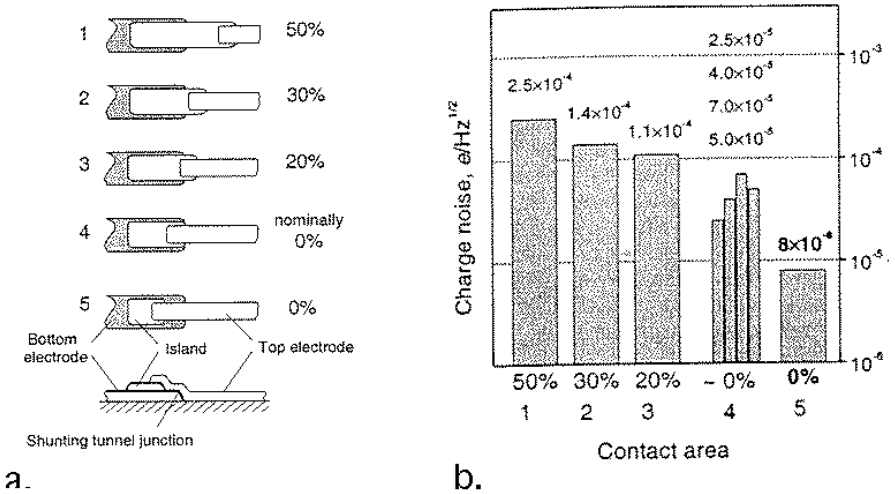


FIG. D.3: Variation du bruit de charge dans un SET en fonction de la surface de contact avec le substrat [151, 152].a : Schéma des différentes géométries testées. La surface de l'île en contact avec le substrat varie de 50% à 0%. b : Cet histogramme reporte le niveau de bruit mesuré dans les géométries présentées en a. On remarque une très nette diminution du bruit lorsque la surface de contact diminue.

La problématique de la localisation des dipôles oscillants a été également étudiée par Zorin *et al.* [143]. Song *et al.* [153] a en effet suggéré que le bruit est majoritairement généré par les dipôles situées dans les barrières tunnels[4]. Tandis que Zimmerli *et al.* [154] considère que les dipôles localisés dans le substrat sont à l'origine de la composante essentielle du

[4]Le champ électrique produit par ces charges étant concentré dans la barrière d'oxyde des jonctions.

bruit de charge. Zorin *et al.* ont donc réalisé deux SET distants de 100 $nm$ sur un substrat de $Al_2O_3$, à partir desquels ils ont étudié le niveau de corrélation sur le bruit de charge. Si les dipôles oscillants sont situés dans l'oxyde des jonctions, le bruit qu'ils induisent sera écranté par les électrodes. S'ils sont localisés dans le substrat, en revanche, les deux transistors y seront sensibles engendrant des corrélations sur le bruit de charge entre les deux systèmes. Le niveau de bruit mesuré sur chaque SET est équivalent et donne à 10 $Hz$ une valeur typique de 5,5.10$^{-4}$ $e/\sqrt{Hz}$. Le niveau de corrélation est mesuré par la densité spectrale : $S_{12}(\omega) \equiv \langle V_\omega^{(1)} V_\omega^{(2)*} \rangle$, avec $V_\omega^{(1)}$ la tension aux bornes du SET1 à la fréquence $\omega$. Une corrélation de 10 à 20 % est observée. Le paramètre de corrélation sans dimension, $\gamma \equiv \mid S_{12} \mid /(S_1 S_2)^{1/2}$, est de $0,15 \pm 0,05$ dans la gamme de fréquence 1 à 10 $Hz$. Les sources de bruit réparties dans le substrat correspondent donc à une partie substantielle du bruit. Enfin de quantifier le rôle du substrat, Zorin *et al.* ont développé un modèle présenté sur la Figure D.4.a. Deux sphères de rayon $a$ sont distantes de $2z$. Elles représentent les électrodes. Des dipôles, $\vec{p}$, sont répartis dans différentes régions de l'espace (cf insert de la Figure D.4.b où ces zones sont représentées en grisé). Le résultat de ces simulations est présenté sur le Figure D.4.b. La répartition des charges dans le voisinage immédiat des sphères ($iii$ et $iv$) induit un niveau de corrélation élevé : $0,35 < \gamma < 0,75$ pour $1,25 < z/a < 2,5$[5]. Alors que la répartition des dipôles dans le volume du substrat ($i$ et $ii$) donne des corrélations plus faibles comprises entre 0,13 et 0,22, en accord avec les valeurs mesurées. Il semble donc d'après cette étude que les dipôles contribuant majoritairement aux bruit de charge soient localisés en volume dans le substrat.

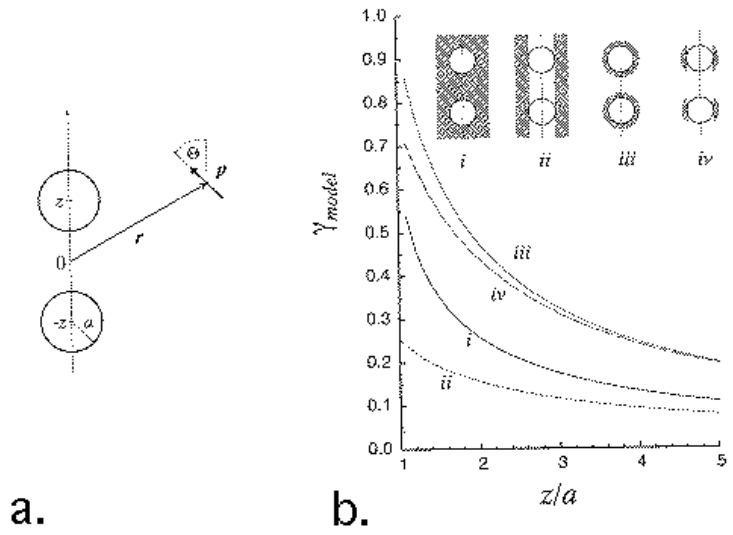


Fig. D.4: Description du modèle pour estimer la corrélation entre les bruits de charges sur deux SET très proche [143]. a : Les électrodes sont considérées comme sphériques de rayon $a$ et distantes de $2z$. Un fluctuateur (dipôle $\vec{p}$) situé en $\vec{r}$ va induire un potentiel sur chacune des électrodes. b : Le niveau de corrélation de bruit de charge est porté en fonction de la distance relative entre les électrodes ($z/a$). La distribution semblant s'accorder le mieux avec les mesures est la répartition aléatoire dans le substrat $i$ ou $ii$.

Diverses études ont été menées afin de déterminer les causes de la présence de dipôles oscillant dans le substrat. Dans l'industrie de la microélectronique, il est connu que les rayonnement ionisants créent des piéges dans les diélectriques (cf Annexe E.2.6). L'ensemble des dispositifs à un électron sont aujourd'hui réalisés par lithographie électronique.

[5] Valeurs du rapport distance-rayon correspondant le mieux aux échantillons mesurés

Ce type de technologie est donc susceptible d'augmenter le niveau de bruit dans les SET. Hakonen *et al.* [155] ont comparé le niveau de bruit de SET réalisés sur un substrat de $Si_3N_4$ sur $Si$ ou sur des membranes de $Si_3N_4$[6]. Les défauts créés dans le substrat par l'insolation électronique devraient être fortement réduit dans le substrat aminci. Le niveau de bruit mesuré est pour les deux types de substrat de $2.10^{-3}$ $e/\sqrt{Hz}$ à 10 $Hz$. Il semble donc dans ce cas que la lithographie électronique ne soit pas la cause majeure de la création de pièges. Cependant, le bruit sur ces SET est un ordre de grandeur plus élevé que dans les SET réalisés sur $SiO_2$. On peut se demander si l'utilisation de substrat de $Si_3N_4$ n'est pas à l'origine de ce bruit, d'autant plus qu'il est connu dans l'industrie de la microélectronique que la densité de charge dans le nitrure de $Si$ est beaucoup plus élevée que dans l'oxyde de $Si$.

Une autre étude a été menée par Scherer *et al.* [156] afin d'améliorer la qualité de l'oxyde de $Si$ par un recuit "Forming gas" (cf Annexe E.2.6). Une série de SET a été réalisé par un procédé tricouche standard (PMMA/Ge/PMMA-MAA). L'$Al$ des électrodes est évaporé par un canon à électron. Les échantillons sont recuits à 200°$C$ ou 400°$C$ entre 15 et 120 $min$. Les mesures de bruit sur l'ensemble des SET ne montre pas de tendance générale claire. Le bruit est d'environ $10^{-4}$ $e/\sqrt{Hz}$ à $10^{-3}$ $e/\sqrt{Hz}$, ce qui correspond aux valeurs mesurées dans les autres études. Le niveau de bruit augmente avec le temps de recuit dans certains échantillons alors qu'il diminue dans d'autres. Cependant si le recuit ne semble pas avoir de réel effet sur les mesures de bruit, la variation de la résistance et de la capacité dépend nettement du temps et de la température du recuit. En effet, le recuit à 200°$C$ induit une diminution de la résistance tunnel de l'ordre de 30 à 40% et aucune modification de la capacité est à noter. A 400°$C$ en revanche, la capacité des jonctions diminue de 15 à 20% après 15 $min$ de recuit et de 20 à 30% après 45 $min$ tandis que la résistance double après 15 $min$ et triple après 45 $min$. Cette variation peut s'expliquer par la croissance de la barrière d'oxyde induite par la réaction de l'$Al$ avec l'oxygène non lié, mais également avec l'eau piégée entre les électrodes et le substrat. La diminution de la résistance tunnel lors du recuit à 200°$C$ est reproductible, mais pas bien comprise à ce jour.

En conclusion de cette revue des études menées sur le bruit de charge dans les SET, nous pouvons tirer quelques informations claires :

- le bruit de charge est directement relié à la surface de l'île métallique en contact avec le substrat
- les fluctuateurs responsables du bruit en $1/f$ sont répartis en volume dans le substrat
- la lithographie électronique n'est pas à l'origine de la majorité des piéges
- la passivation des états d'interface du $SiO_2$ par un recuit $N_2H_2$ ("forming gas") n'a pas d'effet clair sur le bruit dans les SET réalisés par tricouche et évaporation par canon à électron. Il serait peut-être interressant de tester un recuit $N_2H_2$ sur des SET réalisés par une technique bicouche, la gravure de la résine par plasma réactif pouvant peut-être créer des pièges d'oxydes non "guéris" par le recuit.

[6] L'épaisseur de nitrure est dans les deux cas de 120 $nm$.

# E

## Etude de la contamination de charge du $SiO_2$

L'influence d'une grille électrostatique sur les îles des réseaux de JJ ou des SET est très sensible à la présence de charges d'offsets (cf Annexe D.2). Nous avons collaboré avec le CEA-LETI et notamment l'équipe de caractérisation électrique de C. Leroux, afin d'avoir une meilleure connaissance de la contamination de charges dans l'oxyde de $Si$ en utilisant les outils de la micro-électronique. Nous avons donc mis en place une structure de test pour mesurer la contamination induite par le procédé bicouche et les étapes de dépôt des jonctions par rapport à un procédé purement "micro-électronique" réalisé entièrement au CEA-LETI. Je rappelerais tout d'abord les principales caractéristiques de la capacité MOS, avant de présenter les résultats de notre étude.

## *E.1 La capacité MOS*

La structure que nous étudions ici est la CMOS[1] (cf Schéma E.1). Une électrode de grille (en $Al$ ou $poly-Si$) est déposée sur le substrat semiconducteur sur lequel un oxyde est généré. Ce dispositif constitue un condensateur plan. Lorsque la polarisation varie, le $sc$[2] évolue entre différents états. La mesure de la capacité en fonction de la polarisation informe sur l'état de charge et le type de charge de l'oxyde, comme nous le verrons dans la suite de cette section.

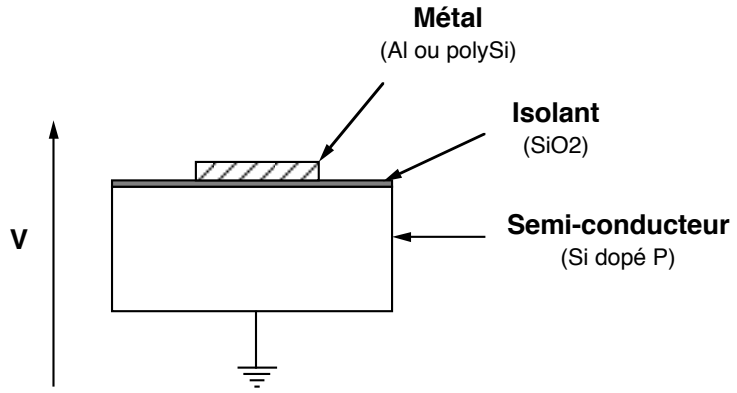


Fig. E.1: Représentation d'une capacité MOS. Dans notre étude, le semiconducteur est du $Si$ dopé P, l'oxyde $SiO_2$ a une épaisseur typique de 28 nm, et la grille métallique est en $Al$ pour les échantillons réalisés par le procédé bicouche et en poly-Si pour les écahntillons témoins réalisés suivant les standards de la microélectronique.

### *E.1.1 Comportement en fonction de la polarisation*

La capacité MOS connait trois états stables en fonction de la polarisation : l'état d'accumulation, l'état de déplétion et l'état d'inversion. L'état de déplétion profonde existe

[1] Capacité Métal/Oxyde/Semiconducteur

[2] J'utiliserai dans la suite cette abréviation pour semiconducteur.

également mais il s'agit d'un état transitoire. Ces termes définissent l'état du semiconducteur. Le $Si$ que nous avons utilisé est de type P, je me contenterais donc de présenter ces différents états pour ce cas précis. La figure E.2 schématise la configuration du $sc$ dans ces différentes phases.

*L'état d'accumulation :* Pour une polarisation, V, négative, les porteurs majoritaires du $sc$ vont s'accumuler à l'interface $Si/SiO_2$ du côté $sc$. La différence de potentiel est donc entièrement appliquée à l'oxyde. Cette configuration est identique à un condensateur plan Métal/Isolant/Métal, et l'on retrouve la capacité :

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{SiO_2} S}{d_{ox}} \tag{E.1}$$

où $S$ est la surface de l'électrode de grille et $d_{ox}$, l'épaisseur d'oxyde. Pour une polarisation négative, la mesure de la capacité de la structure CMOS informe donc sur l'épaisseur d'oxyde. D'autre part, la présence d'une forte densité de trou à l'interface va avoir pour effet de courber les bandes d'énergies dans le $sc$. Le niveau de Valence maximum augmente proche de l'interface et tend à se rapprocher de l'énergie de Fermi.

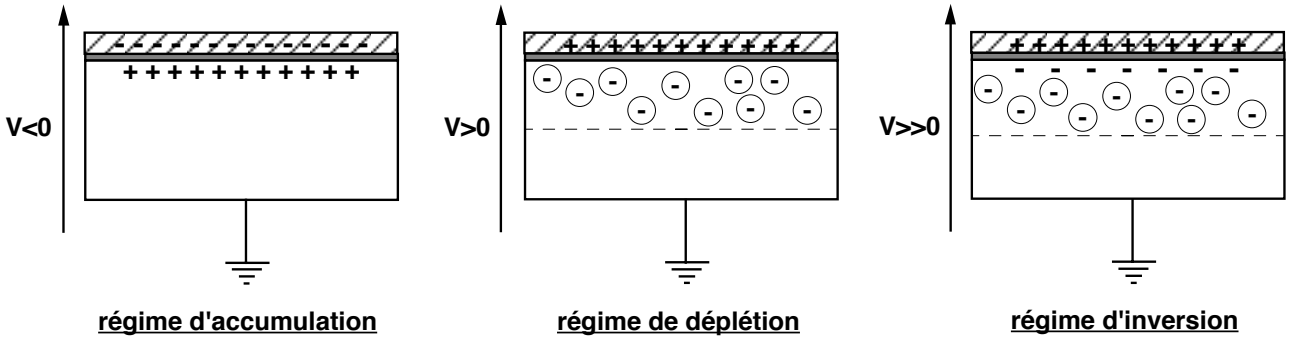


FIG. E.2: Schéma des différents états du CMOS en fonction de la polarisation pour un $sc$ de type P.

*L'état de déplétion :* Cet état apparait pour une polarisation positive[3]. Les porteurs majoritaires désertent la région proche de l'interface $Si/SiO_2$, la densité de porteur minoritaire augmente mais reste faible : l'essentiel des charges dans le $sc$ s'opposant aux charges présentes dans le métal sont donc les atomes d'impuretés dopantes ionisés. Ces charges sont fixes et ne peuvent s'accumuler à l'interface $sc$/oxyde, cet état s'étend donc dans le $Si$ sur une distance $W_d$. Cette région est appelée "*zone déplétée*", "*zone de charge d'espace*" ou encore "*zone dépeuplée*". La chute de potentiel se répartie donc entre l'oxyde et la zone déplétée. Du point de vue du diagramme énergétique, la courbure des bandes à l'interface est inversée par rapport à la phase d'accumulation. La limite entre l'état de déplétion et l'état d'accumulation se situe lorsque la tension appliquée correspond à la différence des travaux de sortie entre le $sc$ et le métal. Les bandes d'énergies sont plates, et on définit par la suite la tension de bandes plates, $V_{fb}$[4]. Dans le cas idéal présenté ici, $V_{fb} = \Phi_{m,sc}$. Nous verrons par la suite que cette tension est modifiée par la présence de charges dans l'oxyde.

*L'état d'inversion :* Si la polarisation augmente, la densité de porteurs minoritaires va augmenter à l'interface $Si/SiO_2$, jusqu'à atteindre la densité de dopant ionisés. C'est la limite entre les états de déplétion et d'inversion. La zone d'inversion est extrêmement fine

[3]toujours dans le cas d'un $sc$ dopé P

[4]pour tension de "flat bands"

et le *sc* y est du type N (s'il est initialement dopé P). Danc cette phase, les charges du *sc* sont apportées par les porteurs minoritaires de la couche d'inversion, la profondeur de la zone déplétée reste donc constante. Les variations de polarisation se répercutent donc uniquement sur l'oxyde.

*L'état de déplétion profonde :* Cet état transitoire apparaît lorsque la tension de polarisation varie amenant le *sc* d'une état stable à l'autre. Pour passer de l'état d'accumulation à l'état d'inversion, il faut en effet que les porteurs majoritaires s'écoulent à travers le *sc* pour créer la zone déplétée (phénomène très rapide), et que les porteurs minoritaires soient générés et viennent s'amasser sur l'interface $Si/SiO_2$. Ce dernier phénomène est en revanche assez long, il y aura donc une transition entre les états d'accumulation et d'inversion : c'est la déplétion profonde. Lorsque la polarisation varie, la zone déplétée sera plus étendue que la zone en régime d'inversion. Dans un deuxième temps, les porteurs minoritaires seront générés créant ainsi la zone d'inversion et la région déplétée va diminuée pour tendre vers la situation stable de l'état d'inversion.

### E.1.2 Le principe de mesure

La mesure de la capacité en fonction de la tension de polarisation informe sur les différents états du *sc*. Le principe de mesure est simple. Une tension alternative, $dV$, de pulsation $\omega$ est superposée à la tension de polarisation de la capacité. Le courant alternatif résultant, $dI$, donne donc une mesure de l'impédance du circuit :

$$Z = \frac{dV(\omega)}{dI(\omega)} = \frac{1}{C\omega}$$

Les phénomènes décrits dans la section ci-dessus vont induire une forte variation des courbes C de V en fonction des paramètres de la mesure. A haute fréquence, la zone d'inversion ne peut s'instaurer (ou répondre à l'excitation), la variation de potentiel se répercute sur la zone de déplétion. La capacité mesurée correspond donc à :

$$\frac{1}{C_{mes}^{HF}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{sc}}$$

A basse fréquence, les phénomènes de création/annihilation de paires électrons-trous peuvent compenser les variations de charge sur l'électrode métallique. La mesure de capacité donne donc :

$$C_{mes}^{BF} = C_{ox}$$

Dans les régimes de fréquences intermédiaires, la réponse à l'excitation provient de la zone d'inversion ainsi que de la zone déplétée. La figure E.3 montre l'évolution en fréquence de l'échantillon 2b présenté dans suite. A basse fréquence, la capacité mesurée en régime d'inversion ($V \gg 0$) est la capacité $C_{ox}$ obtenue dans l'état d'accumulation ($V < 0$).

### E.1.3 Les différents types de charges dans l'oxyde

La présence de charges dans l'oxyde va induire une modification de la réponse du *sc* à une tension de polarisation. Différents types de charges sont présents dans les oxydes. Ils sont représentés sur la figure E.4.

L'effet majeur de ces charges est de modifier le champ électrique dans l'oxyde. Les courbes C de V sont donc translatée d'une tension d'offset :

$$V_{off} = -\frac{S}{C_{ox}d_{ox}} \int_0^{d_{ox}} x\rho(x)dx$$

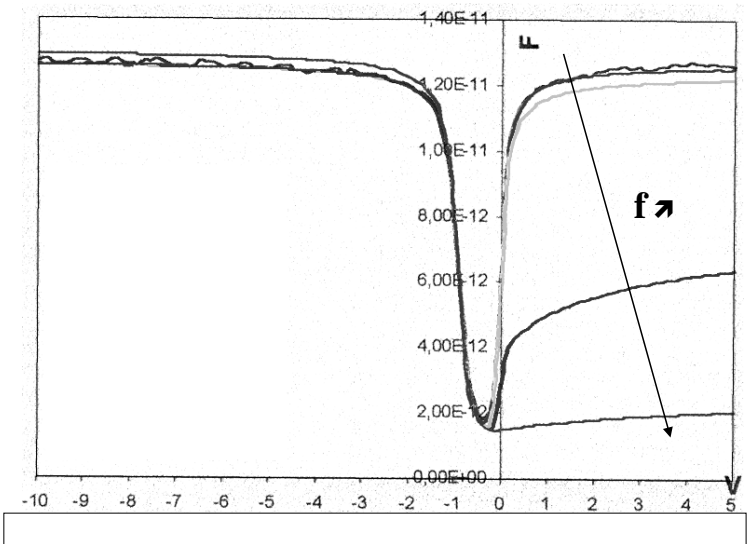


FIG. E.3: Variation de la mesure C de V en fonction de la fréquence pour l'échantillon 2b présenté dans la suite. Les fréquences utilisées sont 300 $Hz$, 1 $kHz$, 10 $kHz$, 100 $kHz$ et 1 $MHz$. On remarque qu'à haute fréquence, la zone d'inversion ne peut s'établir et la capacité résulte de la capacité de l'oxyde et de la capacité de la zone déplétée. A basse fréquence en revanche, une zone d'inversion peut s'établir et seule la capacité de l'oxyde intervient. Aucun signal ne provient de la zone de déplétion.

où $\rho(x)$ est la densité de charges à une distance $x$ de l'interface métal/oxyde. On remarque d'ores et déjà que les charges proches de l'électrode de grille vont avoir une contribution beaucoup plus faible que les charges sur l'interface $sc$/oxyde. Les spécificités de chaque type de charge sont rappelées brièvement dans la suite.

→ Les charges mobiles : Ce sont généralement des ions positifs ($Na^+$, $H^+$, $K^+$ ou $Li^+$) et essentiellement des ions sodium. Plus rarement, ces charges peuvent être des charges négatives (ions de métaux lourd) mais ils sont mobiles uniquement à partir de $500°C$. Ces charges sont mobiles sous l'action d'un champ électrique, il est donc possible de les amasser sur une des deux interfaces de la capacité.

→ Les pièges d'oxyde : Ces charges sont créées par des rayonnements ionisants. Ils brisent les liaisons $Si - O$ générant ainsi des piéges positifs et négatifs. Les électrons et les trous vont se déplacer sous l'action d'un champ électrique, provoquant la charge et la décharge de ces pièges. Le décalage de la courbe C(V) dépendant de la répartition des charges dans l'oxyde, on observe un phénomène d'hysteresis entre les balayages aller et retour. L'amplitude de l'hysteresis dépend de la tension maximale appliquée pendant les balayages.

→ Les charges fixes : Elles se trouvent à l'interface oxyde /$sc$. Ces charges fixes résultent d'une oxydation incomplète du $sc$ sur le front de croissance. Cette zone est appelée "*zone* $SiO_x$". Ces charges sont des ensembles atomiques $SiO_x$ avec $x \neq 2$. Il s'agit généralement d'un défaut d'Oxygène, ces charges sont donc positives dans la majorité des cas. Elles dépendent fortement des conditions d'oxydation (orientation du substrat, température, atmosphère). D'autre part, ce type de charge peut être guéris par un recuit sous Hydrogène.

La localisation de ces défauts sur une épaisseur très fine (de l'ordre de 2 à 3 $nm$) à

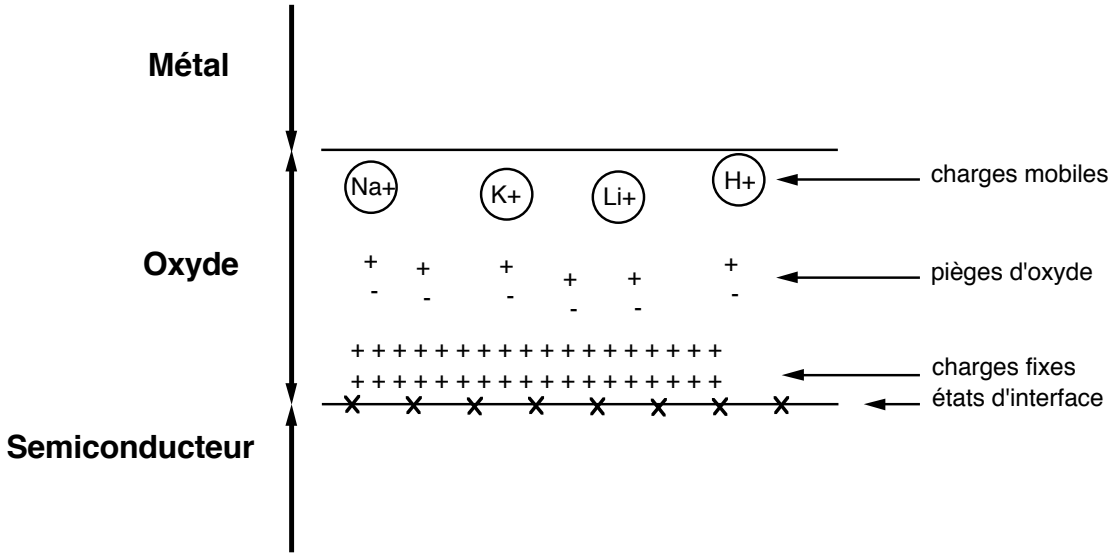


FIG. E.4: Représentation des différents types de charges dans les oxydes. On distingue 4 types de charges : les charges mobiles réparties dans l'oxyde en surface, les piéges d'oxydes dans le coeur de l'oxyde, les charges fixes, proches de l'interface $sc$/oxyde et finalement les états d'interface.

l'interface permet de faire l'approximation :

$$V_{off}^{\text{charges fixes}} = -\frac{SQ_f}{C_{ox}}$$

avec $Q_f$ la densité de charges fixes par unité de surface. Elle est généralement exprimée en $Coulomb.cm^{-2}$.

→ Les états d'interface : Ce dernier type de charge est situé à l'interface $Si/SiO_2$ dans la zone $SiO_x$ en contact avec le $Si$. Il s'agit de liaisons pendantes. Elles sont également appelées "*états rapides d'interface*", "*états de surface*", "*charges de surface*", ou encore "*pièges d'interface*". Elles sont très fortement liées aux charges fixes et des recuits permettent également une diminution de ces charges. Un recuit sous $N_2H_2$ permet de saturer les liaisons pendantes, ainsi qu'un recuit sous atmosphère inerte. Dans ce cas, l'Hydrogène de l'eau piégée entre l'électrode métallique et l'oxyde peut diffuser jusqu'à la zone $SiO_x$. D'autre part, il est montré que l'exposition de l'oxyde à des rayonnements ionisants crée des charges fixes ainsi que des états d'interface.

Ces états d'interface possèdent des niveaux dans la bande interdite et vont donc pouvoir échanger des électrons et des trous avec le $Si$. L'ionisation de ces défauts va dépendre de la polarisation (position relative des niveaux d'énergie du $sc$). On observe un décalage des courbes C(V) mais la principale caractéristique de la présence de ces charges est une modification de la forme des C(V).

## E.2 Résultats des tests

Nous avons donc élaboré une structure de test afin de connaitre les types de charges localisées dans le substrat, sous les îles des réseaux de JJ. L'ensemble de l'étude est résumée dans le tableau E.2.6. Le lot consacré à ce test porte la référence 9251P(A). Les substrats sont des wafer de $Si$ de 200 $mm$ de diamètre, dopés P, de résistivité entre 7 et 10 $\Omega cm$. Une série de 4 plaques est dédiée au procédé purement LETI (plaques 7,8,9 et 10) ; 6 plaques sont réservées aux tests mixtes CRTBT-LETI (plaques 1,2,3,4,5 et 6). L'épaisseur

de l'oxyde est de 25 $nm$ environ. Les mesures par ellipsométrie donnent une épaisseur moyenne de 21 $nm$. Les plaques 7 à 10 suivent donc un procédé standard de fabrication de capacité MOS avec une grille de $poly - Si$. Ce procédé est bien connu et maitrisé depuis plusieurs années au LETI. L'état de charge mesuré sur ces plaques est de $1{,}17.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$. Ces mesures vont nous servir de témoin pour l'étude des CMOS réalisées par lift-off. Nous avions dans un premier temps étudié l'effet sur la contamination du procédé de fabrication des réseaux de JJ dans son ensemble. Cependant ces premiers résultats nous ont amenés à réaliser des tests croisés, permettant de déterminer la contamination induite par chaque étape du procédé de fabrication : dépot de résine, insolation avec masqueur électronique ou aligneur UV, évaporation thermique ou avec canon à électron. Le tableau E.2.6 présente l'ensemble de ces tests. Les mesures de capacité ont été réalisées au LETI par V. Vidal dans le service de caractérisation électrique sous la responsabilité de C. Leroux. Ces études ont été synthétisées dans deux rapports [157, 158]. Les mesures de capacité de l'oxyde $C_{ox}$, donne sur l'ensemble des échantillons des épaisseurs de $SiO_2$ de $(26 \pm 1)$ $nm$, en accord avec les spécifications du procédé de croissance de l'oxyde.

### *E.2.1 Influence du procédé de fabrication des jonctions Josephson*

Les échantillons 3a et 4b ont été réalisés avec le procédé de fabrication des réseaux de JJ. Après oxydation (et recuit pour la plaque 3), le bicouche est étalé sur le substrat au LETI. L'insolation est réalisée avec le masqueur LEICA VB6-HR. Le développement est réalisé au CRTBT suivant la procédure indiquée dans l'annexe C.2. L'électrode d'$Al$ est déposée dans le bâti UHV du laboratoire avec un canon à électron. Finalement, la résine est dissoute dans l'acétone. Le résultat majeur est une densité surfacique de charge de $30.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$, ce qui est 30 fois supérieur à l'état de l'oxyde après croissance (cf plaque 7). Les balayages multiples en tension ne montrent pas de variation de la tension de bandes plates, les charges ne sont donc pas mobiles. D'autre part, la modification de la forme des courbes C(V) est typique des états d'interface.

### *E.2.2 Influence du recuit $N_2H_2$ avant le procédé bicouche*

Les plaques 1 et 3 ont subit un recuit sous atmosphère $N_2H_2$ à $425°C$ immédiatement après la croissance de l'oxyde, alors que le procédé lift-off a été réalisé directement après l'oxydation sur les plaques 2 et 4. Etant donné la forte contamination apportée par les étapes de fabrication "post"-recuit, il ne semble pas pertinent d'effectuer un recuit à ce stade du procédé (comparaison des niveaux de charges des échantillons 1a et 2a ainsi que 3a et 4b par exemple). Comme nous le verrons par la suite, un recuit à l'issue de la fabrication de la capacité apporte de meilleurs résultats.

### *E.2.3 Influence de la technique d'évaporation*

Les réseaux de JJ sont évaporés dans un bâti UHV avec un canon à électrons. ainsi que les électrodes des échantillons 1b, 2b et 4b. Ils sont à comparer aux échantillons 1d, 2d et 4d respectivement, dont les électrodes sont déposées dans un bâti d'évaporation thermique. La conclusion générale est une nette amélioration du niveau de charge des oxydes pour les échantillons réalisés par évaporation thermique. La densité est d'environ $10.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour les dépôts thermiques et de $20.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour les dépots par canon à électron. Cependant, il est à noter que les charges présentent dans les échantillons réalisés par dépôt par canon à électron sont des états d'interface alors que les C(V) mesurées sur les CMOS thermiquement évaporées sont caractéristiques de charges mobiles. En effet, le bâti utilisé pour les dépôts thermiques n'est pas un bâti UHV : il est

entièrement démonté à chaque dépôt. Il n'est donc pas étonnant d'observer une pollution par des ions $Na^+$, notamment.

### *E.2.4 Influence du recuit $N_2H_2$ après le dépôt de la grille*

Un recuit $N_2H_2$ a été réalisé à $425°C$ sur plusieurs échantillons en dernière étape de fabrication. Dans tous les cas, ce recuit permet de "guérir" un grand nombre de charge. On passe de $20.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour 1b à $3.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour 1a, ou encore de $30.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour 4b à $4{,}1.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour 4a. On remarque cependant que l'amélioration induite par le recuit est plus faible dans le cas des évaporation thermiques (cf 2d à $14.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ et 2c à $10.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$). Ce résultat est en accord avec l'étude des types de charges induites par ces deux techniques de dépôt. En effet, les pollutions ioniques ne sont pas guéries pas un recuit, alors que les liaisons pendantes sont saturées lors du recuit $N_2H_2$.

### *E.2.5 Influence de la lithographie*

On peut comparer les niveaux de charges entre les échantillons 2a et 4a ou encore 2c et 4c, dont l'unique différence est une lithographie UV pour l'échantillon 2 et une lithographie électronique pour l'échantillon 4. On ne peut pas tirer de conclusion claire dans ce cas-ci. La contamination de l'échantillon 2a étant moindre que celle de 4a, alors que le niveau de charge de 2c est supérieur à 4c. Il semble donc que le type de lithographie ne soit pas pertinent ici.

### *E.2.6 Influence du dépôt de résine*

En conclusion de cette étude, le meilleur procédé semble être un dépôt en ultra-vide avec canon à électron suivi d'un recuit sous atmosphère $N_2H_2$ quelque soit le mode de lithographie. Cependant sur l'ensemble des CMOS avec électrode d'$Al$ testés, nous n'avons pas atteint le niveau de charge de l'oxyde dans un procédé standard de microélectronique ($4{,}1.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour 4a et $1{,}17.10^{11}$ $charges.cm^{-2}$ pour 7). Il semble donc que le dépôt de résine dégrade l'oxyde. Mais d'autres tests seraient nécessaires avant de conclure sur ce point.

| | Plaques | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Etapes** | LETI-CRTBT | | | | | | | | | | | | | LETI |
| Plaques neuves | 1 | | | | 2 | | | | 3 | 4 | | | | 7 |
| Marquage | • | | | | • | | | | • | • | | | | • |
| Oxyde de grille | • | | | | • | | | | • | • | | | | • |
| Dépôt poly-silicium | | | | | | | | | | | | | | • |
| Recuit poly-Si | | | | | | | | | | | | | | • |
| Etalement face avant (2,1 $\mu m$) | | | | | | | | | | | | | | • |
| Gravure face arrière | | | | | | | | | | | | | | • |
| "Stripping" | | | | | | | | | | | | | | • |
| Lithographie optique | | | | | | | | | | | | | | • |
| Gravure poly-Si | | | | | | | | | | | | | | • |
| "Stripping" | | | | | | | | | | | | | | • |
| Recuit $N_2H_2$ 425°C | • | | | | | | | | • | | | | | • |
| Etalement bicouche | | | | | | | | | • | • | | | | |
| Lithographie électronique | | | | | | | | | • | • | | | | |
| Lithographie optique | • | | | | • | | | | | | | | | |
| Développement (LETI) | • | | | | • | | | | | | | | | |
| Clivage | • | | | | • | | | | • | • | | | | |
| | a | b | c | d | a | b | c | d | a | a | b | c | d | |
| Développement (CRTBT) | | | | | | | | | • | • | • | • | • | |
| Dépôt $Al$ UHV canon e- (CRTBT) | • | • | | | • | • | | | • | • | • | | | |
| Dépôt $Al$ thermique (CRTBT) | | | • | • | | | • | • | | | | • | • | |
| "Lift-off" (CRTBT) | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | |
| Désox. AR par flottaison (CRTBT) | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | |
| Recuit $N_2H_2$ 425°$C$ | • | | • | | • | | • | | | • | | • | | |
| Test C(V) | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| **Résultats** | | | | | | | | | | | | | | |
| $Q_{ox}$ [$10^{11}$ charges.cm$^{-2}$] | 3 | 20 | 10 | 10 | 2 | 20 | 11 | 14 | 30 | 4,1 | 30 | 7,6 | 16 | **1,17** |

TAB. E.1: Comparaison des niveaux de contamination de l'oxyde en fonction des différents procédés de fabrication.

# Liste des Figures et Tableaux

## Figures


1 Représentation du réseau dice . . . . . 2

1.1 Schéma d'une jonction Josephson SIS . . . . . 5
1.2 Représentation des phases autour d'un vortex dans le réseau *dice*. . . . . 14
1.3 Représentation des phases autour d'une paire vortex-antivortex dans le réseau *dice*. . . . . 15
1.4 Diagramme de phase des réseaux *carré* et *triangulaire* à $f = 0$ d'après [60]. 28

2.1 Photographie électronique d'une jonction $Al/Al_2O_3/Al$ réalisée par le procédé bicouche. . . . . 36
2.2 Schéma du circuit de contrôle de la pression d'$O_2$ durant l'oxydation des JJ. 38
2.3 Diagramme de la transparence des barrières tunnel en fonction des conditions d'oxydation . . . . . 39
2.4 Procédure de fabrication des réseaux de fil d'Al . . . . . 40
2.5 Photographie au MEB de réseaux de fils d'Aluminium . . . . . 40
2.6 Procédure de fabrication des réseaux de fil de Nb . . . . . 41
2.7 Procédure de fabrication des réseaux de jonction Josephson . . . . . 42
2.8 Motif élémentaire des réseaux bidimensionnels de jonctions Josephson . . . 43
2.9 Motifs élémentaires des réseaux unidimensionnels de jonctions Josephson . 43
2.10 Photographie électronique d'un réseau *dice* de JJ. . . . . 44

3.1 Schéma de la cellule de décoration . . . . . 46
3.2 Photographie d'un réseau SNS pour la calibration du champ magnétique . 48
3.3 Variation R(T) d'un réseau SNS triangulaire pour calibration du champ magnétique . . . . . 48
3.4 Variation R(B) d'un réseau SNS triangulaire pour calibration du champ magnétique . . . . . 49
3.5 Schéma de la compression de flux dans les expériences de décoration de Bitter 49
3.6 Schéma du filtre cryogénique avec la bobine supraconductrice . . . . . 52
3.7 Photographie optique d'un échantillon d'Al avec ses plots de mesure . . . . 53
3.8 Schéma du circuit de mesure primaire des réseaux de jonctions. . . . . 55

4.1 Géométrie des réseaux de JJ mesurés. . . . . 60
4.2 Schéma de résistance du réseau *dice* . . . . . 60
4.3 Mesure de la tension d'offset dans le réseau $\mathcal{C}$. . . . . 63
4.4 Schéma d'une île isolée ou intégrée dans un réseau par rapport à un plan de masse. . . . . 63
4.5 Variation de la conductance normalisée de l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n$ =53,3 $k\Omega$) en fonction de la tension de polarisation à 1,7 $K$ et 2,5 $K$. . . . . 66
4.6 Variation de la largeur en tension du pic de conductance en fonction de T pour l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n$ =53,3 $k\Omega$). . . . . 67

4.7 Variation de la profondeur du pic de conductance de l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n$ =53,3 $k\Omega$) en fonction de $T^{-1}$. . . . . 68
4.8 Exemple de courbes IV à basse tension dans les régimes supraconducteur et isolant. . . . . 69
4.9 Courbes IV à haute polaristation. . . . . 69
4.10 Variation de $R_0(T)$ à la transition KTB à $f = 0$ pour l'échantillon $\mathcal{A}$ ($r_n = 4,93$ $k\Omega$ et $x = 4,9$). . . . . 72
4.11 Caractéristiques IV fonction de T à f=0 pour l'échantillon $\mathcal{A}$. . . . . 73
4.12 Variation de l'exposant $a(T)$ à la transition KTB. . . . . 73
4.13 Résistance linéaire fonction de f proche de f=0 dans l'échantillon $\mathcal{B}$ à 150mK et 300mK. . . . . 74
4.14 Variation de la résistance $R_*$ dans l'échantillon $\mathcal{B}$ en fonction de la température à $f = 0$ pour l'échantillon $\mathcal{B}$. . . . . 75
4.15 Courbes IV proche de f=0 pour l'échantillon $\mathcal{C}$ à 21mK. . . . . 76
4.16 Résistance linéaire en fonction de T de part et d'autre de la transition métal-isolant pour l'échantillon $\mathcal{C}$ ($r_n = 53,3$ $k\Omega$). . . . . 78
4.17 Variation de $R_0$ autour de la transition métal-isolant à différentes températures pour l'échantillon $\mathcal{C}$. . . . . 79
4.18 Recherche du produit des exposants critiques ($z_B\nu_B$) pour la transition M-I de l'échantillon $\mathcal{C}$. . . . . 80
4.19 Variation de la température de transition KTB en fonction du rapport $E_J/E_c$ pour les échantillons $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$. . . . . 82
4.20 Comparaison du diagramme de phase du réseau *dice* avec les réseaux *carré* et *triangulaire* à $f = 0$ d'après [60]. . . . . 83

5.1 Présentation du réseau carré . . . . . 90
5.2 Papillon d'Hofstadter du réseau carré . . . . . 91
5.3 Présentation du réseau dice . . . . . 92
5.4 Papillon d'Hofstadter du réseau dice. . . . . 92
5.5 Schéma de propagation d'un électron autour d'un losange élémentaire . . . 93
5.6 Représentation des cages d'Aharonov-Bohm . . . . . 94
5.7 Chaîne unidimensionnelle bipartite . . . . . 95
5.8 Oscillations de la magnétorésistance dans des réseaux de fils quantiques . . 98
5.9 Variation de la température critique d'un réseau de fils d'aluminium en fonction de la frustration . . . . . 99
5.10 Densité de courant critique mesurée sur un réseau de fils d'aluminium . . . 100

6.1 Configurations fondamentales des vortex à $f = 1/3$ . . . . . 105
6.2 Configuration à $f = 1/2$ proposée par S. Korshunov . . . . . 106
6.3 Parois de domaine d'énergie nulle à $f = 1/2$ sur le réseau *dice* . . . . . 108
6.4 Photographie au MEB d'un échantillon décoré à $f = 1/2 + 0.016$ . . . . . 109
6.5 Configuration observée à $f = 1/3 + 0,005$ . . . . . 111
6.6 Configuration observée à $f = 1/3 + 0,016$ . . . . . 111
6.7 Configuration observée à $f = 1/2 - 0.001$ . . . . . 112
6.8 Configuration observée à $f = 1/2 + 0.020$ . . . . . 113
6.9 Configuration observée à $f = 1/2 + 0.002$ . . . . . 113
6.10 Configuration observée à $f = 1/6 + 0.008$ . . . . . 114
6.11 Corrélations sur la position des vortex pour la configuration TIERS1 (à $f = 1/3 + 0,005$). . . . . 115

6.12 Corrélations sur la position des vortex pour la configuration TIERS2 (à $f = 1/3 + 0.016$). . . . . 116
6.13 Corrélations sur la configuration de vortex DEMI1 à $f = 1/2 - 0.0014$. . . 116
6.14 Corrélations sur la configuration de vortex DEMI2 à $f = 1/2 + 0.016$. . . . 117
6.15 Corrélations sur la configuration de vortex DEMI3 à $f = 1/2 + 0.0015$. . . 117
6.16 Comptage des tailles de vortex . . . . . 119

7.1 Variation de $R_0$ en fonction de T à $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{C}$ ($r_n = 53,3\ k\Omega$).124
7.2 Courbes IV fonction de $f$ à 21mK dans le réseau $\mathcal{C}$. . . . . 125
7.3 Variation du gap de Coulomb en fonction de $f$ à différentes températures. . 126
7.4 Variation de la tension aux bornes de l'échantillon $\mathcal{C}$ en fonction de la tension de grille à 21 $mK$ et $f = 0,045$. . . . . 128
7.5 Hystérésis de la courbe IV à forte polarisation à T=21 $mK$ dans l'échantillon $\mathcal{C}$. . . . . 129
7.6 Variation de la tension aux bornes de l'échantillon en fonction de la tension de grille à 21 $mK$ pour $f = 1/2$. . . . . 130
7.7 Description du réseau *dice* dans le régime de blocage de charge par un modèle simple. . . . . 131
7.8 Variation de l'énergie du réseau *dice* en fonction du temps à $f = 1/2$ d'après [127]. . . . . 133
7.9 $R(T)$ à la transition N-S pour $f = 0$, $f = 1/3$ et $f = 1/2$ dans les réseaux de fils supraconducteurs. . . . . 135
7.10 Caractéristiques IV à $f = 0$ et $1/3$ dans un réseau *dice* de fils supraconducteurs en fonction de $T$. . . . . 136
7.11 Caractéristiques IV à $f = 1/2$ dans un réseau *dice* de fils supraconducteurs en fonction de $T$. . . . . 137
7.12 Variation de la résistance linéaire en fonction de $\tau$ à $f$ =0, 1/2 et 1/3 dans l'échantillon $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). . . . . 139
7.13 Variation de la résistance linéaire en fonction de $f$ à différentes températures dans l'échantillon $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). . . . . 139
7.14 Courbes IV à 300 $mK$ proche de $f = 0$ et de $f = 1/3$ dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). . . . . 140
7.15 Courbes IV à 300 $mK$ proche de $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). . . . . 141
7.16 Courbes IV à $f = 0$ et $f = 1/3$ en fonction de la température dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). . . . . 142
7.17 Courbes IV à $f = 1/2$ en fonction de la température dans le réseau $\mathcal{A}$ (x=4,9 et $r_n$=4,93 $k\Omega$). . . . . 143
7.18 Variation du courant de dépiégeage en fonction de $f$ à différents critères. . 144
7.19 Variation de $I_d(f)$ en fonction de la température. . . . . 145
7.20 Variation du courant de dépiégeage avant et après un cycle de polarisation sinusoïdale décroissante à 43 $mK$ pour $f = 1$ et $f = 1/2$. . . . . 146
7.21 Variation du courant de dépiégeage avant et après un cycle de champ magnétique à 43 $mK$ autour de $f = 1/2$. . . . . 147
7.22 Variation de la résistance à polarisation nulle en fonction de T à $f = 0$ et $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52). . . . . 148
7.23 Résistance linéaire en fonction de la frustration à différentes températures dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52). . . . . 149

7.24 Variation de la résistance linéaire à proximité de $f = 1/2$ dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52) pour $T$ =100 $mK$, 75 $mK$, 63 $mK$ et 53 $mK$. 150
7.25 Courbes IV à $f = 1/2$ en fonction de la température dans le réseau $\mathcal{B}$ ($r_n$ =20,4 $k\Omega$ et $E_J/E_c$=0,52). . . . . 151
7.26 Ebauche d'un diagramme de phase dans le réseau *dice* à $f = 1/2$. . . . . 153

A.1 Description d'une jonction Josephson dans la limite de phase par le modèle RCSJ. . . . . 161
A.2 Description d'une jonction Josephson dans la limite de charge par le modèle SRLJ. . . . . 163

D.1 Schéma d'un "Single Electron Transistor" (SET). . . . . 171
D.2 Bruit de charge sur un SET. . . . . 172
D.3 Variation du bruit de charge dans un SET en fonction de la surface de contact avec le substrat. . . . . 173
D.4 Descritption du modèle pour estimer la corrélation entre les bruits de charges sur deux SET très proche. . . . . 174

E.1 Schéma d'une capacité MOS. . . . . 176
E.2 Schéma des différents états du CMOS en fonction de la polarisation pour un *sc* de type P. . . . . 177
E.3 Variation de la mesure C de V en fonction de la fréquence. . . . . 179
E.4 Représentation des différents types de charges dans les oxydes. . . . . 180

## Tableaux

4.1 Paramètres des réseaux de JJ mesurés . . . . . 61
4.2 Température de transition KTB mesurées à $f = 0$. . . . . 82
4.3 Paramètres des réseaux de JJ mesurés pour l'étude de réseaux *carré* et *dice* en parallèle . . . . . 85
4.4 Points communs et différences entre les échantillons présentant des couplages effectifs de charge différents . . . . . 86

6.1 Présentation des différentes expériences de décoration . . . . . 110
6.2 Longueur de corrélation et corrélation résiduelle pour les configurations à $f = 1/2$. . . . . 118
6.3 Répartition des vortex par type de sites pour les décorations à $f = 1/2$. . . 119

7.1 Température critique du réseau de fils à différentes frustrations pour différents critères de résistance . . . . . 135

E.1 Etapes de l'étude de la contamination de l'oxyde de Si par le procédé bicouche 183

# Bibliographie


[1] *Y. Aharonov and D. Bohm.* Phys. Rev., *1115 :485, 1959.*

[2] *B. Pannetier.* Quantum Coherence in Mesoscopic Systems. *B. Kramer - Plenum Press New-York, 1991.*

[3] *B. Sutherland.* Phys. Rev. B, *34 :5208, 1986.*

[4] *J. Vidal, R. Mosseri, and B. Douçot.* Phys. Rev. Lett., *81 :5888, 1998.*

[5] *P.W. Anderson.* Phys. Rev., *109 :1492, 1952.*

[6] *C.C. Abilio, P. Butaud, Th. Fournier, S. Tedesco B. Pannetier, B. Dalzotto, and J. Vidal.* Phys. Rev. Lett., *83 :5102, 1999. Cond-Mat 9907187.*

[7] *J.R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S.K. Tolpygo, and J.E. Lukens.* Nature, *406 :43, 2000.*

[8] *C.H. Van der Wal, A.C.J. ter Haar, F.K. Wilhelm, R.N. Schouten, C.J.P.M. Harmans, T.P. Orlando, S. Lloyd, and J.E. Mooij.* Science, *290 :773, 2000.*

[9] *D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, and M. H. Devoret.* Science, *296 :886, 2002.*

[10] *V. Ambegaokar and A. Baratoff.* Phys. Rev. Lett., *10 :486, 1963.*

[11] *M. Watanabe and D. Haviland.* PRL, *86 :5120, 2001.*

[12] *R. Fazio and H. van der Zant.* Phys. Rep., *355 :235, 2001.*

[13] *N.W. Ashcroft and N.D. Mermin.* Solid State Physics. *Holt-Saunders Internationnal Editions, 1976.*

[14] *W.Y. Shih and D. Stroud.* Phys. Rev. B, *28 :6575, 1983.*

[15] *A. Lobb, D. W. Abraham, and M. Tinkham.* Phys. Rev. B, *36 :150, 1983.*

[16] *V.L. Berezinski.* Zh. Eksp. Teor. Fiz., *59 :907, 1970.*

[17] *J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless.* J. Phys. C, *6 :1181, 1973.*

[18] *P.-G. De Gennes.* C.R.A. cad Sci. Ser. B, *292 :9 et 279, 1981.*

[19] *J. Pearl.* Appl. Phys. Lett., *5 :65, 1964.*

[20] *M.R. Beasley, J.E. Mooij, and T.P. Orlando.* Phys. Rev. Lett., *42 :1165, 1979.*

[21] *B.I. Halperin and D.R. Nelson.* J. Low Temp. Phys., *36 :599, 1979.*

[22] *V. Ambegaokar, B.I. Halperin, D. Nelson, and E. Siggia.* Phys. Rev. B, *21 :1806, 1980.*

[23] *Q.-H. Chen, L.-H. Tang, and P. Tong.* Phys. Rev. Lett., *87 :067001–1, 2001.*

[24] *P. Minnhagen, O. Westman, A. Jonsson, and P. Olsson.* Phys. Rev. Lett., *74 :3672, 1995.*

[25] *R.A. Webb, R.F. Voss, G. Grinstein, and P.M. Horn.* Phys. Rev. Lett., *51 :690, 1983.*

[26] *B.J. van Wees, H.S.J. van der Zant, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. B, *35 :7291, 1987.*

[27] *D.J. Resnick, J.C. Garland, J.T. Boyd, S. Schoemaker, and R.S. Newrock.* Phys. Rev. Lett., *47 :1542, 1981.*

[28] *H.S.J. van der Zant, H.A. Rijken, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. B, *36 :300, 1990.*

[29] *H.S.J. van der Zant, H.A. Rijken, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. B, *82 :67, 1991.*

[30] *T.C. Halsey.* Phys. Rev. B, *31 :5728, 1985.*

[31] *S. Teitel and C. Jayaprakash.* Phys. Rev. Lett, *51 :1999, 1983.*

[32] *S. Teitel and C. Jayaprakash.* Phys. Rev. B, *27 :598, 1983.*

[33] *P. Minnhagen.* Phys. Rev. B, *23 :5745, 1981.*

[34] *K.K. Mon and S. Teitel.* Phys. Rev. Lett., *62 :673, 1989.*

[35] *T.P. Orlando, J.E. Mooij, and H.S.J. van der Zant.* Phys. Rev. B, *43 :10218, 1991.*

[36] *P.A. Bobbert.* Phys. Rev. B, *45 :7540, 1992.*

[37] *W. Yu, K.H. Lee, and D. Stroud.* Phys. Rev. B, *47 :5906, 1993.*

[38] *U. Eckern and E.B. Sonin.* Phys. Rev. B, *47 :505, 1993.*

[39] *U. Geigenmueller, C.J. Lobb, and C.B. Whan.* Phys. Rev. B, *47 :348, 1993.*

[40] *W. Yu and D. Stroud.* Phys. Rev. B, *49 :6174, 1994.*

[41] *L.B. Ioffe and B.N. Narozhny.* Phys. Rev. B, *58 :11449, 1998.*

[42] *M.S. Rzchowski, S.P. Benz, M. Tinkham, and C.J. Lobb.* Phys. Rev. B, *42 :2041, 1990.*

[43] *N.S. Bakhvalov, G.S. Kazacha, K.K. Likharev, and S.I. Serdyukova.* Physica B, *173 :319, 1991.*

[44] *J.E. Mooij, B.J. van Wees, L.J. Geerligs, M. Peters, R. Fazio, and G. Schoen.* Phys. Rev. Lett., *65 :645, 1990.*

[45] *P. Delsing, C.D. Chen, D.B. Haviland, Y. Harada, and T. Claeson.* Phys. Rev. B, *50 :3959, 1994.*

[46] *T.S. Tighe, M.T. Tuominen, J.M. Hergenrother, and M. Tinkham.* Phys. Rev. B, *47 :1145, 1993.*

[47] *M.V. Feigel'man, S.E. Korshunov, and A.B. Pugabev.* JETP Lett., *65 :566, 1997.*

[48] *B.J. Kim, G.S. Jeon, M.-S. Choi, and M.Y. Choi.* Phys. Rev. B, *58 :14524, 1998.*

[49] *U. Geigenmueller and G. Schoen.* Europhys. Lett., *10 :765, 1989.*

[50] *P. Wahlgren, P. Delsing, and D. Haviland.* Phys. Rev. B, *52 :R2293, 1995.*

[51] *P. Lafarge, J.J. Meindersma, and J.E. Mooij.* Cze. Jour. of Phys., *46 :2361, 1996. Suppl. S4 - Procceedings LT21.*

[52] *P. Lafarge, J.J. Meindersma, and J.E. Mooij.* Europhys. Lett.

[53] *A.A. Middleton and N.S. Wingreen.* Phys. Rev. Lett., *71 :3198, 1993.*

[54] *D.B. Haviland, K. Andersson, and P.Agren.* Jour. Low Temp. Phys., *118 :733, 2000.*

[55] *U. Eckern and A. Schmid.* Phys. Rev. B, *39 :6441, 1989.*

[56] *E. Simanek.* Solid State Comm., *48 :1023, 1983.*

[57] *S.E. Korshunov.* Physica B, *152 :261, 1988.*

[58] *B.J. van Wees.* Phys. Rev. Lett., *65 :255, 1990.*

[59] *W. Elion.* Quantum Phenomena in networks of Josephson junctions. *PhD thesis, Delft University, 1995.*

[60] *H.S.J. van der Zant, W.J. Elion, L.J. Geerligs, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. B, *54 :10081, 1996.*

[61] *T.S. Tighe, A.T. Johnson, and M. Tinkham.* Phys. Rev. B, *44 :10286, 1991.*

[62] *C.D. Chen, P. Delsing, D.B. Haviland, Y. Harada, and T. Claeson.* Phys. Rev. B, *54 :9449, 1996.*

[63] *J.M. Martinis, M.H. Devoret, and J. Clarke.* Phys. Rev. B, *35 :4682, 1987.*

[64] *W.J. Elion, I.I. Watchers, L.L. Sohn, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. Lett., *71 :2311, 1993.*

[65] *A. van Oudenaarden, S.J.K. Várdy, and J.E. Mooij.* Czhec. J. Phys., *46 :107, 1996.*

[66] *A. van Oudenaarden and J.E. Mooij.* Phys. Rev. Lett., *76 :4947, 1996.*

[67] *A. van Oudenaarden, B. van Leeuwen, M.P.P. Robbens, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. B, *57 :11684, 1998.*

[68] *A. van Oudenaarden, S.J.K. Várdy, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. Lett., *77 :4257, 1996.*

[69] *M.-C. Cha, M.P.A. Fisher, S.M. Girvin, M. Wallin, and A.P. Young.* Phys. Rev. B, *44 :6883, 1991.*

[70] *C. Rojas and J.V. Jose.* Phys. Rev. B, *54 :12361, 1996.*

[71] *R. Fazio and D. Schoen.* Phys. Rev. B, *43 :5307, 1991.*

[72] *B.J. Kim and M.Y. Choi.* Phys. Rev. B, *52 :3624, 1995.*

[73] *L.J. Geerligs, M. Peters, L.E.M. de Groot, A. Verbruggen, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. Lett., *63 :326, 1989.*

[74] *C.D. Chen, P. Delsing, D.B. Haviland, Y. Harada, and T. Claeson.* Phys. Rev. B, *51 :15645, 1995.*

[75] *A.J. Rimberg, T.R. Ho, C. Kurdak, and J. Clarke.* Phys. Rev. Lett., *78 :2632, 1997.*

[76] *Y. Takahide, R. Yagi, A. Kanda, Y. Ootuka, and S. i. Kobayashi.* Phys. Rev. Lett., *85 :1974, 2000.*

[77] *M.P.A. Fisher.* Phys. Rev. Lett., *65 :923, 1990.*

[78] *D.B. Haviland, Y. Liu, and A.M. Goldman.* Phys. Rev. Lett., *62 :2180, 1989.*

[79] *H.M. Jaegger, D.B. Haviland, A.M. Goldman, and B.G. Orr.* Phys. Rev. B, *34 :4920, 1986.*

[80] *H.S.J. van der Zant, F.C. Fritschy, W.J. Elion, L.J. Geerligs, and J.E. Mooij.* Phys. Rev. Lett., *69 :2971, 1992.*

[81] *R.A. Ferrell and B. Mirhashem.* Phys. Rev. B, *37 :648, 1988.*

[82] *M. Mejias. PhD thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1998.*

[83] *G.J. Dolan.* Appl. Phys. Lett., *31 :337, 1977.*

[84] *G.J. Dolan and J.H. Dunsmuir.* Physica B, *152 :7, 1988.*

[85] *O. Buisson. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1990.*

[86] *V. Bouchiat. PhD thesis, Université Paris 6, 1997.*

[87] *F. Bitter.* Phys. Rev., *38 :1903, 1931.*

[88] *H. Trauble and U. Essmann.* Phys. Stat. Sol., *18 :803, 1966.*

[89] *K. Runge.* Visualisation de fluxoides dans des réseaux 2D artificiels supraconducteurs. *PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I - France, 1993.*

[90] *A. Bezryadin.* Réseaux de Microtrous : Vortex et Supraconductivité de surface. *PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I - France, 1995.*

[91] *F. Balestro. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I - France, 2002.*

[92] *A.B. Zorin.* Rev. Sci. Instrum., *66 :4296, 1995.*

[93] *C.C.G. Abilio.* Effets de localisation induits par le champ magnétique dans des réseaux supraconducteurs. *PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1999.*

[94] *L. Landau and E. Lifchitz.* Electrodynamique des milieux continus. *Editions Mir, 1969.*

[95] *J.P. Pekola, K.P. Hirvi, J.P. Kaupinen, and M.A. Paalanen.* Phys. Rev. Lett., *73 :2903, 1994.*

[96] *J.P. Pekola, L.J. Taskinen, and Sh. Farhangfar.* Appl. Phys. Lett., *76 :3747, 2000.*

[97] *K.P. Hirvi, J.P. Kaupinen, A.N. Korotkov, M.A. Paalanen, and J.P. Pekola.* Appl. Phys. Lett., *67 :2096, 1995.*

[98] *T. Bergsten, T. Claeson, and P. Delsing.* Journ. of Appl. Phys., *86 :3844, 1999.*

[99] *T. Bergsten, T. Claeson, and P. Delsing.* Appl. Phys. Lett., *78 :1264, 2001.*

[100] *W. Yu and D. Stroud.* Phys. Rev. B, *46 :14005, 1992.*

[101] *S.G. Lachenmann, T. Doderer, D. Hoffmann, R.P. Huebener, P.A.A. Booi, and S.P. Benz.* Phys. Rev. B, *50 :3158, 1994.*

[102] *B. Muehlschlegel.* Zeitsch. fuer Phys., *55 :313, 1959.*

[103] *M. Tesei and P. Martinoli. Communication privée.*

[104] *C. Naud.* Transport quantique dans des nanostructures. *PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001.*

[105] *D.R. Hofstadter.* Phys. Rev. B, *14 :2239, 1976.*

[106] *F.H. Claro and G.H. Wannier.* Phys. Rev. B, *19 :6068, 1979.*

[107] *R. Rammal.* J. Phys. (Paris), *46 :1345, 1985.*

[108] *J. Vidal, P. Butaud, B. Douçot, and R. Mosseri.* Phys. Rev. B, *64 :155306, 2001.*

[109] *J. Vidal, B. Douçot, R. Mosseri, and P. Butaud.* Phys. Rev. Lett., *85 :3906, 2000.*

[110] *D.L. Shepelyansky.* Phys. Rev. Lett., *73 :2607, 1994.*

[111] *B. Douçot and J. Vidal.* Phys. Rev. Lett., *88 :227005, 2002.*

[112] *G. Faini C. Naud and D. Mailly.* Phys. Rev. Lett., *86 :5104, 2001.*

[113] *B. Pannetier, J. Chaussy, and R. Rammal.* J. Phys. Lett., *page 150, 1983.*

[114] *B. Pannetier, O. Buisson, P. Gandit, Y.Y. Wang, J. Chaussy, and R.Rammal.* Surf. Sci, *229 :331, 1984.*

[115] *E. Serret, P. Butaud, and B. Pannetier.* Europhys. Lett., *59, 2002.*

[116] *Y.Y. Wang, R.Rammal, and B.Pannetier.* J. Low Temp. Phys., *68 :31, 1987.*

[117] *M. Niu. PhD thesis, Texas and AM University, 1993.*

[118] *C.C. Chi, P. Sarthanam, and P.E. Bloechl.* J. Low Temp. Phys., *88 :163, 1992.*

[119] *M.R. Kolahchi and J.P. Straley.* Phys. Rev. B, *43 :7651, 1991.*

[120] *K. Runge and B. Pannetier.* EuroPhys. Lett., *24 :737, 1993.*

[121] *A. Bezryadin, Y. Ovchinnikov, and B. Pannetier.* Phys. Rev. B, *53 :8553, 1996.*

[122] *B. Pannetier, A. Bezryadin, and A. Eichenberger.* Physica B, *222 :253, 1996.*

[123] *H.D. Hallen, R. Seshadri, A.M. Chang, R.E. Miller, L.N. Pfeiffer, K.W. West, C.A. Murray, and H.F. Hess.* Phys. Rev. Lett., *17 :3007, 1993.*

[124] *A.M. Chang et al.* Appl. Phys. Lett., *61 :1974, 1992.*

[125] *L.N. Vu, M.S. Wistrom, and D.J. Van Harlingen.* Phys. Rev. Lett., *63 :1693, 1993.*

[126] *S. Korshunov.* Phys. Rev. B, *63 :134503, 2001.*

[127] *V. Cataudella and R. Fazio. cond-mat 0112307.*

[128] *S. Alexander and E. Halevi.* J. Phys. (Paris), *44 :805, 1983.*

[129] *S.E. Korshunov, A. Vallat, and H. Beck.* Phys. Rev. B, *51 :3071, 1995.*

[130] *D.A. Huse and A.D. Rutenberg.* Phys. Rev. B, *45 :7536, 1992.*

[131] *I. Ritchey, P. Chandra, and P. Coleman.* Phys. Rev. B, *47 :15342, 1993.*

[132] *A.S. Wills, V. Dupuis, E. Vincent, J. Hamman, and R. Calemczuk.* Phys. Rev. B, *62 :R9264, 2000.*

[133] *M. Giroud, O. Buisson, Y.Y. Wang, B. Pannetier, and D. Mailly.* J. Low Temp. Phys., *87 :683, 1992.*

[134] *N.B. Kopnin and P.I. Soininen.* J. Low Temp. Phys., *95 :663, 1994.*

[135] *Y. Kobayashi, T. Takagi, and M. Mekata.* Journ. of Phys. Soc. of Japan, *67 :3906, 1998.*

[136] *R. Moessner and J.T. Chalker.* Phys. Rev. B, *81 :12049, 1998.*

[137] *M.V. Feigel'man and L.B. Ioffe. Communication privée.*

[138] *K.K. Likharev and A.B. Zorin.* Journ. of Low Temp. Phys., *59 :347, 1985.*

[139] *C. Kurdak, A.J. Rimberg, T.R. Ho, and J. Clarke.* Phys. Rev. B, *57 :R6842, 1998.*

[140] *C. Kurdak, A.J. Rimberg, T.R. Ho, J. Clarke, and J.D. Walker.* Physica E, *5 :274, 2000.*

[141] *M. Tinkham.* Introduction to Superconductivity. *Mac Graw-Hill New York, 1996.*

[142] *L.B. Ioffe and M.V. Feigel'man.* cond-mat 0205186.

[143] *A.B. Zorin, F.-J. Ahlers, J. Niemeyer, T. Weimann, and H. Wolf.* Phys. Rev. B, *53 :13682, 1996.*

[144] *L.S. Kuzmin and D.B. Haviland.* Phys. Rev. Lett., *67 :2890, 1991.*

[145] *G. Schoen and A.D. Zaikin.* Phys. Rep., *198 :237, 1990.*

[146] *M. Buettiker.* Phys. Rev. B, *36 :3548, 1987.*

[147] *S. Alexander.* Phys. Rev. B, *27 :1541, 1983.*

[148] *L. Amico, G. Falci, R. Fazio, and G. Giaquinta.* Phys. Rev. B, *55 :1100, 1997.*

[149] *Y. Nakamura, Y.A. Pashkin, and J.S. Tsai.* Nature, *398 :786, 1999.*

[150] *E. Paladino, L. Faoro, G. Falci, and R. Fazio.* Phys. Rev. Lett., *88 :228304, 2002.*

[151] *V.A. Krupenin, D.E. Presnov, M.N. Savvateev, H. Scherer, A.B. Zorin, and J. Niemeyer.* J. Appl. Phys., *84 :3212, 1998.*

[152] Electron Transport in Mesoscopic Systems (Satellite conference to LT22), *1999.*

[153] *D. Song, A. Amar, C.J. Lobb, and F.C. Wellstood.* IEEE Trans. Appl. Supercond., *5 :3085, 1995.*

[154] *G. Zimmerli, T.M. Eiles, R.L. Kautz, and J.M. Martinis.* J. Appl. Phys., *61 :237, 1992.*

[155] *P.J. Hakonen, J.M. Ikonen, U. Parts, J.S. Penttila, and L.R. Roschier.* J. Appl. Phys., *86 :2684, 1999.*

[156] *H. Scherer, Th. Weimann, A.B. Zorin, and J. Niemeyer.* J. Appl. Phys., *90 :2528, 2001.*

[157] *V. Vidal and C. Leroux. Compte-rendu d'expertise du lot 9251p. Technical report, CEA-LETI, 2001.*

[158] *V. Vidal and C. Leroux. Influence du lift-off sur la contamination de l'oxyde. Technical report, CEA-LETI, 2002.*

**Résumé** :
*Les réseaux de nanojonctions Josephson constituent un système modèle pour l'étude d'un grand nombre de phénomènes physiques. La transition Kosterlitz-Thouless-Berezinski est étudiée pour des jonctions de grande capacité, la transition de phase quantique supraconducteur-isolant, lorsque les jonctions ont une très faible capacité, mais également la compétition entre le champ magnétique et la géométrie. Nous avons étudié le diagramme de phase d'un réseau particulier : le réseau dice. Lorsque le flux magnétique par cellule correspond à un demi quantum de flux (frustration f=1/2), la fonction d'onde électronique est, dans ce réseau, entièrement localisée dans un modèle de liaisons fortes. Cet effet est dû à des interférences destructives de type Aharonov-Bohm. La prédiction de cet effet a motivé notre travail. Nous avons donc réalisé des réseaux dice de nanojonctions Al/Al2O3/Al de grande taille, par lithographie électronique. Les configurations de vortex sont observées par décoration magnétique de Bitter et nous avons étudié les propriétés de transport électrique par des mesures bas bruit à très basse température. La comparaison du diagramme de phase de ces réseaux entre f=1/2 et f=0, nous a permis de mettre en évidence deux phases originales à f=1/2. Tout d'abord, dans le régime supraconducteur, lorsque les fluctuations quantiques sont négligeables, les vortex s'arrangent suivant une configuration fortement désordonnée à longue distance, mais un ordre à courte distance subsiste. Les mesures de courant critique suggère d'autre part l'existence d'une phase commensurable. L'ensemble de ces résultats semble montrer l'existence à basse température d'une phase vitreuse, bien que nous n'ayons pas observé d'hystérésis thermique. D'autre part, dans les réseaux où les fluctuations quantiques deviennent importantes, nous observons une phase résistive à basse température indépendante de la température, caractéristique d'une phase de liquide quantique de vortex.*
**Mots clefs** : *Supraconductivité, Jonction Josephson, Localisation, Nanofabrication, Physique Mésoscopique, Vortex, blocage de Coulomb, frustration*

**Summary** :
*Josephson nanojunction arrays provide a suitable model to study many physical phenomena such as the Kosterlitz-Thouless-Berezinski transition for large capacity junctions, the superconductor-insulator quantum phase transition for very low capacity junctions, and also the competition between the magnetic field and the geometry of the underlying lattice. We have studied the phase diagram for a particular array called the dice network. When the magnetic flux per cell is equal to half a flux quantum, which corresponds to the magnetic frustration f=1/2, the electronic wave function is strongly localized in a finite space. This phenomenon results from the so-called Aharonov-Bohm destructive interferences. The prediction of this effect led us up to make Al/Al2O3/Al nanojunction dice networks using electronic lithography. We performed magnetic imaging of the vortex structures using Bitter decoration, and also low-noise electrical measurements at very low temperature. The comparison between the phase diagram at f=1/2 and f=0 let us identify two original phases of these networks for f=1/2. On one hand, in the superconducting state where quantum fluctuations are negligible, the observed vortex configuration doesn't shown any longe range order, le correlation length is of the order of one lattice spacing. Moreover, our measurements of the critical current as a function of the frustration suggest the presence of a commensurate state. Although we did not observe any thermal hysteresis, all of these experimental results seem to exhibit a low temperature vortex glass phase. On the other hand, for networks with higher quantum fluctuations, we observe a low temperature resistive phase, temperature independent, that is characteristic of a vortex quantum liquid phase.*
**Key words** : *Superconductivity, Josephson junction, localization, Nanofabrication, Mesoscopic Physics, Vortex, Coulomb blockade, frustration*