



**HAL**  
open science

# Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur

Kevin Guelton

## ► To cite this version:

Kevin Guelton. Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur. Automatique / Robotique. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2003. Français. NNT: . tel-00007960

**HAL Id: tel-00007960**

**<https://theses.hal.science/tel-00007960>**

Submitted on 7 Jan 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse**

Présentée à

**L'UNIVERSITE DE VALENCIENNES  
ET DU HAINAUT CAMBRESIS**

Pour l'obtention du

**DOCTORAT**

Spécialité

**AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE DES  
SYSTEMES INDUSTRIELS ET HUMAINS**

**Mention Automatique**

Par

**Kevin GUELTON**

Ingénieur en Génie Informatique et Productique

---

**Estimation des caractéristiques du mouvement humain  
en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous  
sous forme descripteur**

---

Soutenue le 16 décembre 2003 devant la commission d'examen :

Sébastien Delprat	MdC., LAMIH-SF, UVHC	Co-Directeur
Sylvie Galichet	Pr., LISTIC, U. de Savoie	Présidente
Philippe Gorce	Pr., LESP, U. de Toulon et du Var	Examineur
Thierry-Marie Guerra	Pr., LAMIH-SF, UVHC	Co-Directeur
François-Xavier Lepoutre	Pr., LAMIH-BIO, UVHC	Co-Directeur
Nacer K. M'Sirdi	Pr., LRV, Université de Versailles	Rapporteur
José Ragot	Pr., CRAN, INP Lorraine	Rapporteur

---

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines

UMR CNRS 8530

Il faut faire de la vie un rêve et faire d'un rêve une réalité.

*Pierre Curie*

## **Avant propos**

Il y a des situations qui s'expliquent, des situations que l'on ne s'explique pas, des situations qui se passent d'explications et enfin d'autres qu'il vaut mieux ne pas expliquer...

Tout d'abord, comme c'est l'usage, je tiens à remercier Mr M'Sirdi et Mr Ragot pour avoir bien voulu rapporter ce travail.

Je remercie également Mr Gorce pour avoir examiné ce travail et avoir apporté une vision critique d'un point de vue biomécanique.

Je remercie également Mme Galichet pour avoir bien voulu présider ce jury et j'en profite pour lui rappeler que je ne m'appelle pas Sébastien Delprat...

D'ailleurs, lorsque l'on s'attarde quelque peu sur l'individu, la confusion est quasi impossible. En effet, j'ai une tête (en taille) de plus que lui. Par contre, pour ce qui est de l'utilisation respective de nos têtes, il me bat à plate couture. Il est fort probable que ses temps de connexions neuronales soient plus courts que la normale. De fait, son temps physiologique est bien plus important. Il est donc parfois nécessaire de lui rappeler que, pour le commun des mortels, une journée ne contient que vingt-quatre heures ! Remarquez, cela comporte bien des avantages. Par exemple, vous avez à peine le temps de lui demander quelque chose qu'il l'a déjà fait, c'est un peu Beep-Beep et moi le Coyote... Après avoir cotoyé quelques temps l'énergumène, nous avons réussi à nous synchroniser pendant quelques temps pour aboutir à un travail fructueux. Je lui suis extrêmement reconnaissant du temps qu'il a pu me consacrer en prenant en charge l'encadrement de mon travail pendant la dernière année de la thèse.

Sébastien Delprat est en fait un disciple de son éminence (grise) TMG, grand gourou de la secte valencienne «Systèmes Flous». Ce dernier est recensé à l'état civil sous le nom de Thierry-Marie Guerra. Il voue un culte sans commune mesure à Mr Lyapunov dont la photographie trône dans son bureau. Une façon de canaliser son énergie est de le plonger dans l'eau, il se transforme alors en peluche Duracel version ours de l'Atlantide dont l'autonomie est d'environ une heure. Il est hasardeux de venir déranger TMG lorsque celui-ci est occupé à assouvir son ambition personnelle (exploser tous les joueurs d'échecs sur Yahoo dont la cote est supérieure à 2000). Ceci-dit, son attention peut être détournée lorsqu'il s'agit de craquer une LMI (son excitation est alors à son comble). TMG n'a pas sa langue dans sa poche, ce qui lui permet de garder une emprise psychologique sur ses disciples en lançant à tout va des « t'as rien à faire ! ». Il utilise également un vocabulaire peu explicite pour les non-initiés. Ne soyez donc pas étonné s'il vous lance un « gnafra ! » lorsque vous lui soumettez une idée difficile à formuler qqq. Sous l'emprise de TMG, les disciples finissent par ne plus être qu'un numéro. Je dois reconnaître que je suis fier et lui exprime toute ma gratitude pour m'avoir permis de devenir le n°8.

Parmi les membres de la secte Systemes Flous, il y a le n°7 Jimmy Lauber (il s'en est fallu de peu pour que nos numéros soient intervertis mais en cinéfile averti, le numéro du célèbre agent de sa majestée lui revenait de droit), Héléne Thirmant (n°9 en devenir dont la gentillesse se dénote dans ce monde de brutes), Djamel (the Jimmy's successor), Alex (en passe de devenir le « LMI Killer » version non quadratique), sans oublier Pierre, Lolo et François (le gogo danseur).

Le lavage de cerveau ne fut pas complet en entrant dans la secte Systèmes Flous puisque je tiens à souligner mon appartenance à l'équipe Biomécanique (que je ne renie pas, même si certains s'en font l'écho) dirigée par François-Xavier Lepoutre. Je tiens à lui exprimer ma gratitude pour avoir dirigé cette thèse, pour m'avoir fait confiance en me laissant une certaine liberté dans l'orientation de celle-ci tout en gardant un regard critique associé à des conseils avisés.

Les membres de l'équipe Biomécanique sont appelés les « Bio Mecs » (seul un Ch'ti comprendra pourquoi). Ils sont bien trop nombreux pour être tous cités dans ces quelques lignes, néanmoins mes amitiés vont particulièrement à Yannick et Christophe (mes camarades de combat depuis le DEA : courage, c'est bientôt la fin), Didier (la grande gueule au cœur tendre), sans oublier Stéphane et Manu (mes potes ex-Bio Mecs) avec qui je n'ai pas fini de refaire le monde. Je remercie également Franck, Anne-Pascale et Paul pour m'avoir accompagné en DEA et en début de thèse.

Mes amis ne peuvent bien sur tous être cités et mes remerciements iront à tous ceux qui se reconnaîtront pour leur soutien durant cette thèse. Ceci-dit, certain(e)s m'ont été d'une aide plus que précieuse dans les derniers mois de ma thèse. Ainsi, je tiens à remercier Sonia (la femme de Seb) pour avoir assuré avec gentillesse l'intendance et m'avoir supporté tous les soirs (en tout bien, tout honneur) pendant les deux mois précédant l'envoi de ce mémoire aux rapporteurs. Un grand merci également à Céline (la copine d'Eric) pour avoir été mon filtre réjecteur de fautes d'orthographe (là, y'avait du boulot !). Enfin, clin d'œil à Elisa qui m'a fait des yeux doux en cette fin de thèse (rendez-vous dans une bonne vingtaine d'années...).

Ces remerciements ne pourraient être complets si je n'y associais pas ma famille. Ainsi, je remercie mon père pour son soutien tout au long de mes études, ma mère pour avoir arrêté de pleurer quelques années après que je sois parti de la maison pour passer le bac, mes deux sœurs pour la complicité qui nous unit, ma grand-mère pour être venue me soutenir le jour de ma soutenance et pour être descendue dans les catiches, Manu, Lucy, Camille etc. Je suis bien content d'avoir réussi à les rendre fiers. De plus cette thèse aura été l'occasion d'une brève rencontre du troisième type très prometteuse pour l'avenir, un peu comme si le Grand Sctroumpf et Gargamel s'asseyaient à la même table pour manger une soupe de champignons, c'était pas une hallucination et ça m'a vraiment fait plaisir...

A la mémoire de mon grand-père Jean Dusséaux qui n'a pas eu le temps de voir aboutir cette thèse. Merci pour les coups de pieds au cul quand j'en avais besoin...

# Sommaire

<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>5</b>
<b>CHAPITRE 1: CONCEPTS RELATIFS A LA STATION DEBOUT .....</b>	<b>9</b>
1.1 INTRODUCTION .....	11
1.2 LE CONTROLE MOTEUR DE L'HOMME EN STATION DEBOUT. ....	12
1.2.1 Régulation posturale .....	12
1.2.2 Capteurs extéroceptifs et exo-entrées du système nerveux central.....	13
1.2.3 Capteurs proprioceptifs et endo-entrées du système nerveux central.....	13
1.3 APPROCHE CLINIQUE DE LA POSTUROLOGIE .....	14
1.3.1 Centre de pression et centre de gravité.....	14
1.3.2 Indicateurs cliniques de la stabilité posturale.....	16
1.3.3 Du centre de pression au centre de gravité, relations stabilométriques de la station debout .....	17
1.3.4 Réflexion sur l'utilité des modèles d'obtention du centre de gravité à partir de mesures externes ... .....	21
1.4 VERS UN MODELE MECANIQUE CARACTERISANT L'HOMME EN STATION DEBOUT.....	22
1.4.1 Stratégies d'oscillations.....	23
1.4.2 Modèles géométriques représentant la station debout.....	24
1.4.3 Importance de l'analyse des couples articulaires.....	25
1.5 DYNAMIQUE INVERSE .....	26
1.5.1 Dynamique inverse à partir d'un modèle dynamique global .....	26
1.5.2 Méthode « Top-down » en dynamique inverse .....	27
1.5.3 Méthode « Bottom-up » de la dynamique inverse .....	28
1.6 CONCLUSION .....	29
<b>CHAPITRE 2: MODELE DE L'HOMME EN STATION DEBOUT .....</b>	<b>31</b>
2.1 INTRODUCTION .....	33
2.2 FORMALISATION DU MODELE MECANIQUE .....	33
2.2.1 Structure géométrique du modèle mécanique.....	33
2.2.2 Mise en équation du modèle .....	35
2.2.3 Paramètres anthropométriques.....	37
2.3 CONFRONTATION DU MODELE AUX DONNEES EXPERIMENTALES .....	39
2.3.1 Estimation du couple articulaire à la cheville $u_1(t)$ .....	40
2.3.2 Matériels et méthodes.....	41
2.3.3 Comparaison des estimations du couple articulaire à la cheville .....	44

2.4	OPTIMISATION DES PARAMETRES .....	46
2.4.1	<i>Problème d'optimisation</i> .....	46
2.4.2	<i>Choix de l'algorithme d'optimisation</i> .....	47
2.4.3	<i>Résultats expérimentaux</i> .....	50
2.4.4	<i>Discussion sur l'optimisation des paramètres du modèle</i> .....	54
2.5	CONCLUSION .....	54
<b>CHAPITRE 3: CONDITIONS DE CONVERGENCE D'UNE CLASSE D'OBSERVATEURS NON LINEAIRES BASES SUR UNE FORME DESCRIPTEUR.....</b>		<b>55</b>
3.1	INTRODUCTION .....	57
3.2	MODELE ET OBSERVATEUR FLOU DE TYPE TAKAGI-SUGENO .....	57
3.2.1	<i>Modèle flou de type Takagi-Sugeno</i> .....	57
3.2.2	<i>Obtention d'un modèle flou TS</i> .....	59
3.2.3	<i>Observateur flou</i> .....	61
3.3	REPRESENTATION D'ETAT ET DESCRIPTEUR D'ETAT .....	62
3.3.1	<i>Forme descripteur d'état</i> .....	63
3.3.2	<i>Structure de l'observateur flou sous forme descripteur</i> .....	64
3.4	ETUDE DE LA CONVERGENCE DE L'ERREUR DE RECONSTRUCTION .....	65
3.4.1	<i>Approche 1</i> .....	67
3.4.2	<i>Intérêt de l'approche</i> .....	68
3.5	CONDITIONS RELACHEES .....	70
3.5.1	<i>Approche 2</i> .....	71
3.5.2	<i>Approche 3</i> .....	73
3.5.3	<i>Approche 4</i> .....	76
3.5.4	<i>Exemples</i> .....	79
3.6	CONCLUSION .....	81
<b>CHAPITRE 4: APPLICATION DES OBSERVATEURS AU CAS DE L'HOMME EN STATION DEBOUT .....</b>		<b>83</b>
4.1	INTRODUCTION .....	85
4.2	OBTENTION D'UN OBSERVATEUR FLOU A ENTREES INCONNUES .....	85
4.2.1	<i>Structure de l'observateur</i> .....	85
4.2.2	<i>Application au modèle de l'homme en station debout</i> .....	86
4.3	RESULTATS EN SIMULATION .....	89
4.3.1	<i>Réglage des gains d'observateur</i> .....	90
4.3.2	<i>Comparaison avec l'observateur linéaire</i> .....	92
4.4	RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	94
4.4.1	<i>Deuxième comparaison des observateurs flou et linéaire</i> .....	94
4.4.2	<i>Comparaison dynamique inverse et observateur flou</i> .....	98
4.5	CONCLUSION .....	103
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....</b>		<b>105</b>

**BIBLIOGRAPHIE PERSONNELLE..... 111**  
**BIBLIOGRAPHIE ..... 113**  
**ANNEXES ..... 123**  
**LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX..... 139**



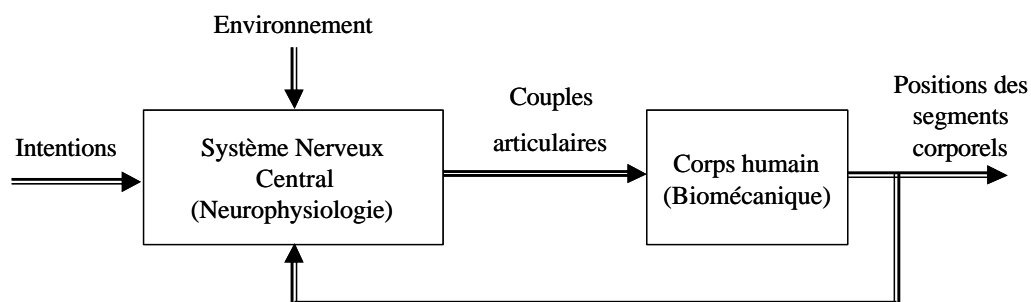


## Introduction générale

L'évolution des espèces a amené l'homme à défier les lois de la gravité. D'une posture à quatre pattes, l'homme s'est érigé sur ses membres inférieurs pour aboutir à un mode de locomotion bipède. Cette aptitude l'amène à coordonner les mouvements de l'ensemble de ses segments corporels pour maintenir la station debout.

L'étude de la station debout vise d'une part, à comprendre les mécanismes qui permettent à l'homme de réguler sa posture et d'autre part, à identifier et expliquer les syndromes posturaux, c'est-à-dire les pathologies de la régulation posturale. Parmi les principales pathologies on peut citer les chutes des personnes âgées /Horak & al. 1989//McClenaghan & al. 1996//Brown & al. 1999/, les troubles posturaux des Parkinsoniens /Kemoun & al. 2002//Morris & al. 2002/ et des Hémiplésiques /Bonaiuti & al. 1996/, etc.

Les points de vue neurophysiologique et biomécanique constituent deux approches complémentaires à la compréhension globale de ce phénomène. Le corps humain peut être considéré comme un système mécanique poly-articulé régulé par le système nerveux central. Une représentation simplifiée de la régulation posturale est présentée figure i.1. Les entrées du système mécanique sont les couples articulaires, et les sorties sont les positions des segments corporels.



**Figure i.1 : Schéma simplifié de la régulation posturale**

La mesure des entrées et des sorties du système mécanique constitue un moyen d'étudier les dysfonctionnements tant au niveau mécanique qu'au niveau de la

commande /Massion 1997/. En situation clinique, l'instrumentation devant être réduite au minimum, une image du comportement neuromusculaire global est souvent obtenue à partir de l'étude des variations de la force de réaction des pieds sur le sol /Gagey & al. 1994/.

Pour aller plus loin dans la compréhension de la régulation posturale, il est possible d'étudier les entrées, i.e. les couples articulaires, et les sorties du système mécanique. Les couples articulaires ne sont pas mesurables sans une instrumentation invasive éthiquement proscrite. Leur estimation se fait usuellement en utilisant des techniques de dynamique inverse sur un modèle géométrique représentant le mouvement que l'on souhaite étudier.

L'objectif de ce travail de recherche est d'apporter des outils complémentaires issus du domaine de l'automatique permettant une estimation des couples articulaires et vitesses angulaires à partir de la mesure des positions segmentaires. Les cliniciens pourront, à partir des informations ainsi obtenues, proposer de nouveaux moyens de diagnostic et d'analyse des pathologies posturales.

Le premier chapitre présente les concepts relatifs à la station debout dans le plan sagittal. L'objectif est de montrer, d'une part, l'intérêt de l'étude des couples articulaires pour la compréhension de la régulation posturale et, d'autre part, les différentes techniques utilisées pour estimer ces couples. L'estimation passe par une modélisation de la station debout. Les modèles dynamiques utilisés sont le plus souvent de type n-pendules inversés. Dans le cadre du maintien de la station debout, des études montrent que deux articulations prépondérantes entrent en jeu dans le plan sagittal: les chevilles et la hanche. Un modèle en double pendule inversé est alors retenu car il présente un bon compromis entre complexité du modèle et mouvement réalisé.

Le deuxième chapitre présente le modèle en double pendule inversé de l'homme en station debout. Les équations du mouvement sont obtenues à partir de la dynamique lagrangienne. Celles-ci contiennent des paramètres pouvant être estimés à partir de tables anthropométriques. Ces tables fournissent des valeurs standardisées qui ne sont pas adaptées à un individu en particulier. L'utilisation de ces valeurs peut entraîner des incertitudes sur l'estimation des couples articulaires /Barbier 1994/. Une solution alternative est d'utiliser un algorithme d'optimisation globale qui permet d'adapter les

paramètres des modèles pour un individu donné. Le problème n'ayant pas de résolution exacte et possédant des minimums locaux, l'heuristique du recuit simulé avec cycle de réchauffement a été choisie.

Le modèle ayant été défini, il est possible de proposer une méthode d'estimation des couples articulaires alternative à la dynamique inverse basée sur l'utilisation d'observateurs non linéaires. Une classe d'observateurs non linéaires, permettant une étude systématique à partir d'un modèle non linéaire, est celle des observateurs flous de type Takagi-Sugeno /Takagi & Sugeno 1985/. Classiquement, l'étude de la convergence de l'erreur de reconstruction d'état se fait en utilisant une fonction de Lyapunov quadratique /Tanaka & al. 1998/. Les résultats obtenus ne sont alors que suffisants et leur conservativité croît avec le nombre de règles du modèle flou. Le troisième chapitre propose alors de s'intéresser à la forme particulière des observateurs flous de type descripteurs d'état. L'un des intérêts principaux est de réduire le nombre de règles dans certains cas de modèles non linéaires (par exemple le double pendule inversé). Il s'agit alors de déterminer les nouvelles conditions de convergence de l'erreur de reconstruction d'état. Plusieurs résultats sont proposés, basés sur une fonction de Lyapunov quadratique /Guerra & al. 2003a/. Pour permettre une résolution aisée, une mise sous la forme d'un problème LMI (Linear Matrix Inequalities) /Boyd & al. 1994/ est alors envisagée quand les conditions le permettent.

Dans le quatrième chapitre, une partie des résultats présentés au chapitre précédent est utilisée dans le cas du modèle en double pendule de l'homme en station debout. La mise en œuvre d'un observateur flou à entrées inconnues pour l'estimation des vitesses angulaires et couples articulaires est alors réalisée. Deux types de mouvement sont étudiés. Le premier correspond à un mouvement de flexion/extension combiné autour de la hanche et des chevilles, et le second à la posture orthostatique. Les résultats obtenus via l'observateur flou sont comparés à ceux des approches classiques de la dynamique inverse.



# Chapitre 1: Concepts relatifs à la station debout

1.1	INTRODUCTION .....	11
1.2	LE CONTROLE MOTEUR DE L'HOMME EN STATION DEBOUT. ....	12
1.2.1	<i>Régulation posturale</i> .....	12
1.2.2	<i>Capteurs extéroceptifs et exo-entrées du système nerveux central</i> .....	13
1.2.3	<i>Capteurs proprioceptifs et endo-entrées du système nerveux central</i> .....	13
1.3	APPROCHE CLINIQUE DE LA POSTUROLOGIE .....	14
1.3.1	<i>Centre de pression et centre de gravité</i> .....	14
1.3.2	<i>Indicateurs cliniques de la stabilité posturale</i> .....	16
1.3.3	<i>Du centre de pression au centre de gravité, relations stabilométriques de la station debout</i> .....	17
1.3.4	<i>..... Réflexion sur l'utilité des modèles d'obtention du centre de gravité à partir de mesures externes</i> .....	21
1.4	VERS UN MODELE MECANIQUE CARACTERISANT L'HOMME EN STATION DEBOUT.....	22
1.4.1	<i>Stratégies d'oscillations</i> .....	23
1.4.2	<i>Modèles géométriques représentant la station debout</i> .....	24
1.4.3	<i>Importance de l'analyse des couples articulaires</i> .....	25
1.5	DYNAMIQUE INVERSE .....	26
1.5.1	<i>Dynamique inverse à partir d'un modèle dynamique global</i> .....	26
1.5.2	<i>Méthode « Top-down » en dynamique inverse</i> .....	27
1.5.3	<i>Méthode « Bottom-up » de la dynamique inverse</i> .....	28
1.6	CONCLUSION .....	29



## **1.1 Introduction**

La station debout de l'homme est définie par l'aptitude à se maintenir dans une position érigée d'équilibre instable en gardant les pieds fixes par rapport au sol.

L'objectif de ce chapitre est de montrer, à partir d'une étude bibliographique, l'intérêt de l'estimation des sollicitations articulaires ainsi que des positions et vitesses segmentaires pour l'étude des mécanismes de la régulation posturale. Une structure de modèle représentant le corps humain en station debout est alors proposée.

La première partie de ce chapitre décrit la régulation posturale dont la partie commande est classiquement étudiée par la neurophysiologie et dont le système régulé, ensemble mécanique constituant le corps humain, est étudiée par la biomécanique.

L'étude de la régulation posturale consiste, à partir de mesures effectuées sur le système régulé, à déduire des informations sur l'état du système. Celles-ci permettent au clinicien de détecter des syndromes posturaux, c'est-à-dire des dysfonctionnements relatifs au système nerveux central.

La deuxième partie de ce chapitre présente l'approche la plus communément utilisée par les cliniciens: des indicateurs de l'état du système sont obtenus à partir des mesures du centre de pression. Des relations basées sur des modèles simplifiés permettent alors d'en déduire la position du centre de gravité.

La troisième partie décrit les stratégies de mouvement possibles en station debout. Celles-ci permettent de souligner que l'information pertinente à la détermination de l'état du système se trouve dans les entrées et les sorties du système. Le corps humain étant considéré comme un système mécanique poly-articulé, des techniques basées sur la dynamique inverse permettent de reconstituer les entrées à partir de la mesure des sorties.



## 1.2 Le contrôle moteur de l'homme en station debout.

### 1.2.1 Régulation posturale

La posturologie, étude des mécanismes permettant de maintenir la station debout, peut être abordée selon deux points de vue complémentaires, neurophysiologique et biomécanique. Du point de vue neurophysiologique, le système nerveux central permet le contrôle de l'homme aussi bien en mouvement qu'en position orthostatique, c'est-à-dire au repos debout. Du point de vue biomécanique, le corps humain est considéré comme un ensemble de segments poly-articulés constituant le système régulé. La mise en relation de ces deux systèmes se fait au travers d'une interface comportant des actionneurs musculaires et des capteurs sensoriels, figure 1.1.

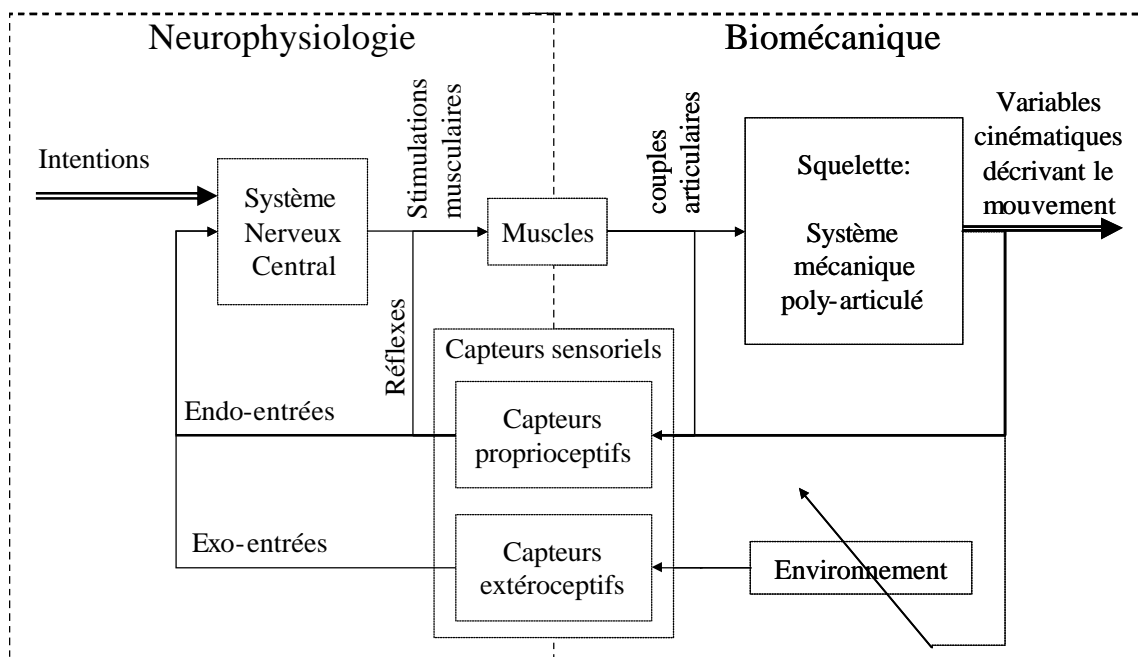


Figure 1.1: Régulation posturale de l'homme

Le système nerveux central évalue l'état du système régulé à l'aide de différents capteurs qui fournissent d'une part, les informations relatives à l'environnement extérieur, appelées « exo-entrées », et d'autre part, des informations relatives aux contraintes internes du corps humain, appelées « endo-entrées » /Gagey & al. 1994/ /Massion 1997/.

### **1.2.2 Capteurs extéroceptifs et exo-entrées du système nerveux central**

Les capteurs extéroceptifs communément admis sont au nombre de trois : l'œil, l'oreille interne et le capteur podal.

- L'œil fournit des informations, aussi bien sur la position que sur le mouvement du corps dans son environnement, via la rétine /Toupet 1982/. Ces deux types d'informations sont appelés « vision fovéale » (relative à l'identification des objets permettant le positionnement dans l'espace) et, « vision périphérique » (relative aux mouvements de l'environnement par rapport à la rétine). Elles sont particulièrement impliquées dans l'équilibre dynamique /Amblard & Carblanc 1978/.
- L'oreille interne contient deux types de capteurs sensoriels qui constituent le système vestibulaire : les canaux semi-circulaires et les otolithes. Les canaux semi-circulaires, au nombre de trois, sont disposés respectivement dans les plans frontal, sagittal et horizontal. Ils sont sensibles aux accélérations angulaires de la tête et, dans une moindre mesure, à la secousse (dérivée de l'accélération angulaire) /Vander & al. 1988/. Les otolithes sont, quant à eux, sensibles à la direction de l'accélération de la gravité et permettent, avec une grande précision (de l'ordre de quelques dixièmes de degrés par seconde carrée), de déterminer l'inclinaison de la tête par rapport au champ gravitationnel terrestre.
- Le capteur podal permet d'évaluer la force de réaction au sol via les soles plantaires. Celles-ci indiquent les pressions différentielles entre les deux voûtes plantaires et permettent ainsi la perception des irrégularités du sol et la localisation du point d'application de la résultante des forces de réactions au sol, encore appelé « centre de pression ».

### **1.2.3 Capteurs proprioceptifs et endo-entrées du système nerveux central**

Les capteurs proprioceptifs internes au corps humain n'interagissent pas avec le milieu extérieur. Ils sont très nombreux et ne sont peut-être pas, à ce jour, tous identifiés. Les endo-entrées connues sont : l'oculomotricité, la proprioception du rachis et des membres et les informations issues du système manducateur /Gagey & al. 1994/.

- L'oculomotricité permet de connaître la position de l'œil dans son orbite et a donc son importance dans l'intégration des informations de l'exo-entrée visuelle. Les muscles oculomoteurs externes permettent les mouvements de l'œil dans son orbite et sont considérés comme des effecteurs sensitifs /Gagey 1987/.
- La proprioception du rachis et des membres est l'information fournie au système nerveux central par le complexe musculo-tendineux et la proprioception articulaire. Cette information comprend les positions relatives des segments corporels ainsi que les sollicitations articulaires auxquelles ils sont soumis.
- Le système manducateur comprend tous les organes permettant l'action de manger. Du fait de sa proximité avec les muscles oculomoteurs, il agit comme un élément parasite de la régulation posturale. Ainsi, en perturbant les informations liées à l'oculomotricité, il joue le rôle d'endo-entrée du système postural.

### 1.3 Approche clinique de la posturologie

La partie précédente a présenté d'un point de vue général l'organisation de la régulation posturale.

L'équilibre postural reflète la qualité de la performance motrice et représente une composante essentielle de la motricité humaine /Zattara & Bouisset 1988/. Dans le cadre de la station debout, la régulation posturale permet au sujet de maintenir une position d'équilibre appelée « posture orthostatique ».

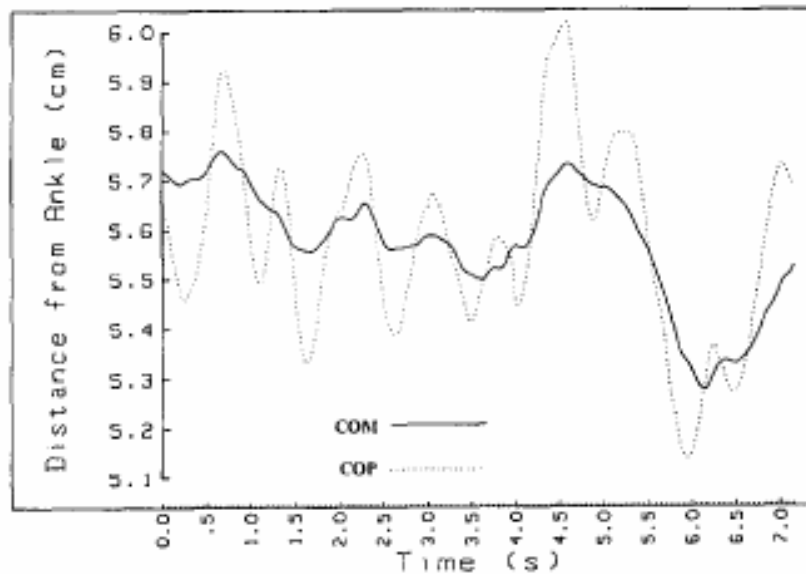
Cette posture peut être caractérisée par l'aptitude du sujet à maintenir son centre de gravité autour d'une position moyenne. Cette section a pour but de présenter de manière non exhaustive les paramètres couramment utilisés lors d'investigations cliniques de la posture orthostatique.

#### 1.3.1 Centre de pression et centre de gravité

Le centre de pression correspond au point d'application de la force résultante de réaction au sol. Il peut être situé en dehors des surfaces de contact des pieds avec le sol,

notamment lors d'une chute. Il a pour avantage de résumer en un seul point la répartition des pressions des pieds sur le sol.

A titre d'illustration, la **figure 1.2** tirée de /Winter & al. 1996/, présente un relevé de la position du centre de pression et du centre de gravité du sujet. On remarque que la position du centre de pression « oscille » autour de celle du centre de gravité.



**Figure 1.2: Enregistrement simultané des positions antéropostérieures du centre de pression (COP) et du centre de gravité (COM) durant 7s /Winter et al. 1996/**

De manière *très schématique*, les cliniciens considèrent que le centre de pression correspond à une consigne permettant au système nerveux central de réguler la position du centre de gravité. Ainsi, la différence de position horizontale entre le centre de gravité du sujet et le centre de pression est considérée comme un reflet du comportement neuromusculaire global des sujets /Allum & al. 1998//Winter 1987/. Bien entendu, cette approche est fortement simplificatrice de la vision globale présentée figure 1.1.

### 1.3.2 Indicateurs cliniques de la stabilité posturale

La stabilité posturale est définie par l'aptitude d'un sujet à maintenir son centre de gravité autour d'une position d'équilibre. D'un point de vue physique, l'équilibre statique du sujet peut être garanti tant que la projection au sol du centre de gravité reste à l'intérieur du polygone de sustentation, figure 1.3. Cependant, le phénomène est plus fin lorsque la consigne est de rester immobile. Dans ce cas, tout adulte sain maintient sa verticale de gravité à l'intérieur d'un cylindre qui ne fait pas plus d'un centimètre carré de section.

Il est impossible pour l'homme de rester immobile car, en posture orthostatique, l'homme doit se maintenir en équilibre instable et rejeter de nombreuses perturbations internes. Les perturbations internes actuellement recensées sont :

- Les ajustements neuro-musculaires /De Luca 1982/, liés notamment à la fatigue musculaire,
- la respiration /Bouisset & Duchene 1994/,
- l'insuffisance de la sensibilité des capteurs sensoriels pour détecter les mouvements de faible amplitude /Takeya 1976/,
- et l'influence de la circulation sanguine /Inamura 1990/.

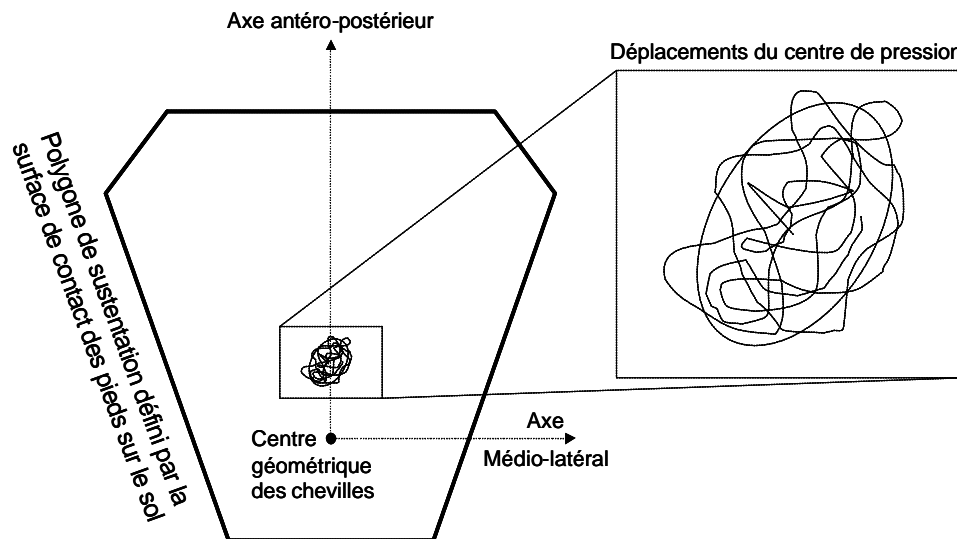


Figure 1.3: Stabilogramme : déplacements du centre de pression par rapport à la base de support

La stabilométrie est la mesure des déplacements du centre de pression en posture orthostatique. Elle est un des outils utilisés par les cliniciens pour obtenir des indications des déficiences du système postural. Par exemple, certains auteurs ont étudié le cas des chutes chez les personnes âgées /Horak & al. 1989//McClenaghan & al. 1996//Benvenuti & al. 1999//Brown & al. 1999/.

La position du centre de pression est mesurée au moyen d'une plate-forme de force selon un protocole expérimental normalisé. Un certain nombre d'indicateurs cliniques ont été définis afin de caractériser les déplacements du centre de pression. Une synthèse non exhaustive de ceux-ci est donnée dans /Gagey & al. 1994/.

L'étude de ces indicateurs sur une population importante a permis d'établir les normes de la stabilométrie /Gagey & al. 1985/. Lorsqu'un sujet s'écarte de ces normes, il est alors possible de déceler un syndrome de déficience posturale.

D'autres caractérisations du signal stabilométriques ont été réalisées. On trouve, par exemple des analyses chaotiques de ce signal /Martinerie & Gagey 1992//Collins & DeLuca 1995//Sasaki & al. 2001/. Certains auteurs lui trouvent également des propriétés de mouvements Browniens /Rougier & Caron 2000/ ou encore une dispersion fractale /Duarte & Zatsiorsky 2000 & 2001/. D'autre part, une étude récente a permis de mettre en évidence que le signal stabilométrique peut être décomposé dans le domaine fréquentiel en trois signaux décrivant respectivement la tendance des déplacements du centre de pression, les excursions autour de la tendance et les tremblements autour des excursions /Fournier 2002/.

### **1.3.3 Du centre de pression au centre de gravité, relations stabilométriques de la station debout**

Au regard de l'importance qu'accorde la communauté scientifique et clinique à la mesure des variations du centre de pression et du centre de gravité pour caractériser la stabilité posturale, des modèles biomécaniques (encore appelés modèles stabilométriques) ont été réalisés afin d'estimer la position du centre de gravité à partir de la mesure du centre de pression. Ils ont l'avantage de fournir une estimation du

centre de gravité au seul moyen d'une plate-forme de force réduisant ainsi le coût de l'instrumentation en milieu clinique.

On distingue alors trois grandes approches : la méthode de double intégration de l'accélération, les modèles mécaniques en simple pendule inversé et les méthodes de transformation dans le domaine fréquentiel.

- *Méthode de double intégration de l'accélération :*

Cette approche se base sur la première équation du principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \quad (1.1)$$

que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\vec{a}_G = \frac{1}{m} \vec{F}_{Sol/Pieds} + \vec{g} \quad (1.2)$$

avec  $\vec{a}_G$  l'accélération du centre de gravité,  $m$  la masse totale du sujet,  $\vec{F}_{Sol/Pieds}$  la force de réaction du sol sur les pieds et  $\vec{g}$  l'accélération de la gravité.

L'obtention de la position du centre de gravité peut donc être obtenue par la double intégration de l'équation (1.2).

Le problème majeur lié à cette technique réside dans l'obtention des constantes d'intégration. /Shimba 1984/ propose l'estimation de ces constantes d'intégration pour les composantes horizontales du centre de gravité. Celles-ci sont obtenues via l'ajustement des positions horizontales du centre de gravité par rapport au centre de pression en utilisant une technique des moindres carrés.

/King & Zatsiorsky 1997/ proposent l'obtention des constantes d'intégrations dans le plan horizontal à partir de deux algorithmes basés sur la détection des « points d'équilibres zéro ». Ces points correspondent aux points du centre de pression pour

lesquels la composante horizontale de la résultante des forces au sol est nulle, et aux verticales desquels le centre de gravité est supposé se trouver.

- *Les modèles basés sur un simple pendule inversé*

Lorsque l'homme se tient debout en essayant de bouger le moins possible sur un support horizontal stable, les oscillations de son corps peuvent être assimilées à un segment rigide oscillant autour de l'articulation des chevilles /Gurfinkel & Osovets 1972//Brenière 1996/. Ce type d'oscillations amène à modéliser le bas du corps humain par un pendule inversé, figure 1.4.

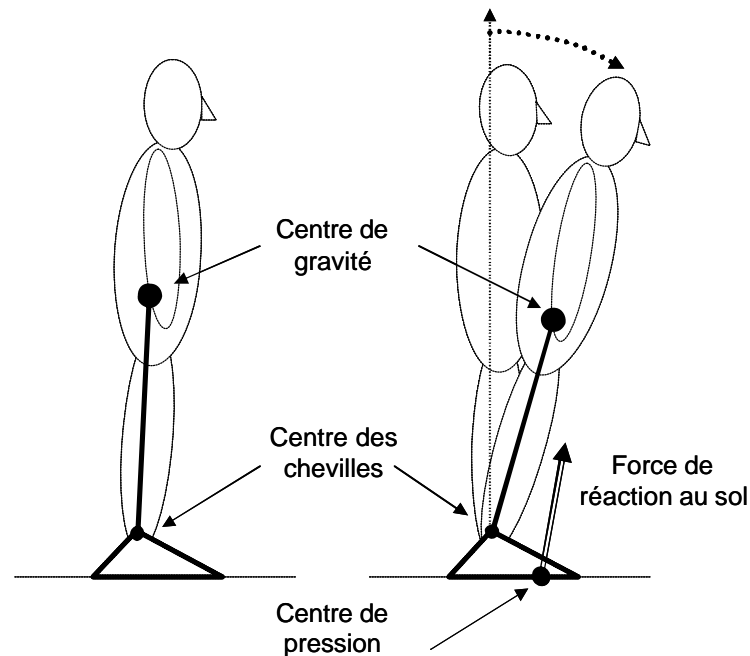


Figure 1.4: modèle géométrique de l'homme en simple pendule inversé

Dans le plan sagittal, de nombreux modèles basés sur le simple pendule inversé sont disponibles. Ils utilisent les équations de la mécanique pour mettre en relation les déplacements horizontaux du centre de gravité avec ceux du centre de pression /Levin & Mizrahi 1996//Karlsson & Lanshammar 1997//Morasso & al. 1999a/.

Les pieds sont supposés fixes par rapport au sol et, de manière générale, les équations du mouvement sont linéarisées en considérant de faibles déplacements du centre de



gravité. De ce fait, l'utilisation de ces modèles pour des mouvements d'amplitudes importantes autour des chevilles semble peu adaptée.

Un modèle tridimensionnel en simple pendule inversé, présenté figure 1.5, permet l'estimation de la position du centre de gravité dans l'espace sans hypothèse de faibles déplacements /Guelton 2000//Barbier & al. 2003/. Néanmoins, des hypothèses moins réductrices par rapport aux autres modèles existants ont été faites. La première suppose que les pieds sont fixes par rapport au sol, la deuxième que le pendule inverse est articulé au centre géométrique des chevilles  $C$  et que la trajectoire du centre de gravité est contenue dans une calotte sphérique de centre  $C$ .

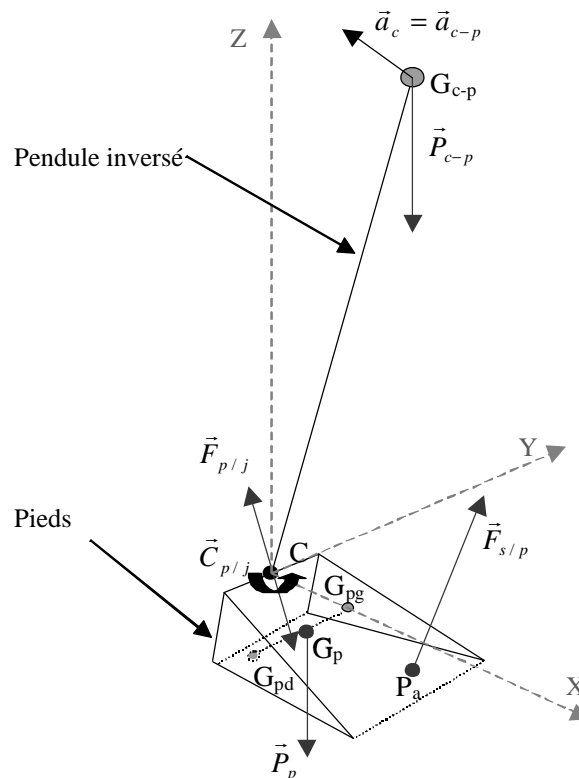


Figure 1.5: Modèle géométrique tridimensionnel en simple pendule inversé /Guelton 2000//Barbier & al. 2003/

• *Méthodes de transformation dans le domaine fréquentiel :*

Puisque le centre de pression fluctue autour du centre de gravité dans le cadre de mouvements de faibles amplitudes (cf. **figure 1.2**), certains auteurs supposent que le centre de pression contient des composantes fréquentielles plus élevées que le centre de gravité. De ce fait, il est possible d'estimer les positions horizontales du centre de gravité en appliquant un filtre passe bas sur le centre de pression. Cette méthode est alors essentiellement dépendante de la fréquence de coupure du filtre sélectionnée.

Une première étude utilise des fréquences de coupures choisies arbitrairement /Benda & al. 1994/. Celle-ci ne tient pas compte des relations mécaniques liant le centre de gravité au centre de pression ni même les effets des oscillations du corps /Thomas & Withtney 1959/.

Se basant sur un modèle en simple pendule linéarisé et la relation définit par /Brenière 1996/, /Caron & al. 1997/ proposent une relation d'amplitude entre centre de pression et centre de gravité dans le domaine fréquentiel. Celle-ci est donnée par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{C_G(\omega)}{C_P(\omega)} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + \omega^2} \quad (1.3)$$

où  $\omega$  sont les pulsations d'oscillation du sujet,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgh}{I_G + mh^2}}$  la pulsation propre du système mécanique,  $m$  est la masse du sujet,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $I_G$  le moment d'inertie calculé au centre de gravité et  $h$  la hauteur du centre de gravité.

### **1.3.4 Réflexion sur l'utilité des modèles d'obtention du centre de gravité à partir de mesures externes**

La posture orthostatique est généralement modélisée par un simple pendule inversé articulé aux chevilles /Gurfinkel 1973//Caron et al. 1997//Barbier & al. 2003/. Cependant, la confrontation de l'approche physiologique du contrôle moteur et les modèles biomécaniques met en évidence certaines incohérences dues à la simplicité du

modèle utilisé. Par exemple, le délai de transmission des informations depuis le capteur proprioceptif (cheville) jusqu'au système nerveux central introduit un retard important de l'ordre de 100ms /Winter & al. 1998/. L'ordre de grandeur de ce retard est plus de dix fois supérieur au temps de réponse de l'homme modélisé par un simple pendule inversé. De plus, la raideur de l'articulation des chevilles n'est pas assez importante pour maintenir à elle seule cette posture /Morasso & Schieppati 1999/.

Le modèle en simple pendule est une simplification relativement poussée de la réalité. Compte tenu des hypothèses de modélisation, il convient de prendre quelques précautions lors de l'analyse du mouvement, et notamment de vérifier que l'articulation principalement utilisée lors du maintien de la station debout se trouve au niveau des chevilles. Nous verrons que ce n'est pas toujours le cas et que par conséquent un modèle plus complexe doit être envisagé.

Les relations entre le centre de pression et le centre de gravité sont difficilement intégrables au sein du modèle global de la régulation posturale présenté figure 1.1. Rappelons que le système nerveux central est supposé fournir les couples articulaires nécessaires à la génération d'un mouvement ou encore au maintien de l'équilibre postural de l'homme. Par conséquent, en se limitant à l'étude des fluctuations du centre de pression autour du centre de gravité, la compréhension du phénomène de régulation posturale ne peut être menée à bien dans sa globalité.

## 1.4 Vers un modèle mécanique caractérisant l'homme en station debout

Afin d'obtenir un modèle s'intégrant dans le schéma global de la régulation posturale (figure 1.1), l'objectif sera de définir un modèle mécanique du corps humain ayant en entrée les couples articulaires et en sortie les positions segmentaires. Celui-ci sera présenté au chapitre 2.

Cette partie présente une revue bibliographique des études qui conduiront au choix de la structure géométrique, c'est-à-dire du nombre d'articulations du  $n$ -pendule inversé. Ce choix sera basé sur l'étude des stratégies d'oscillations en station debout.

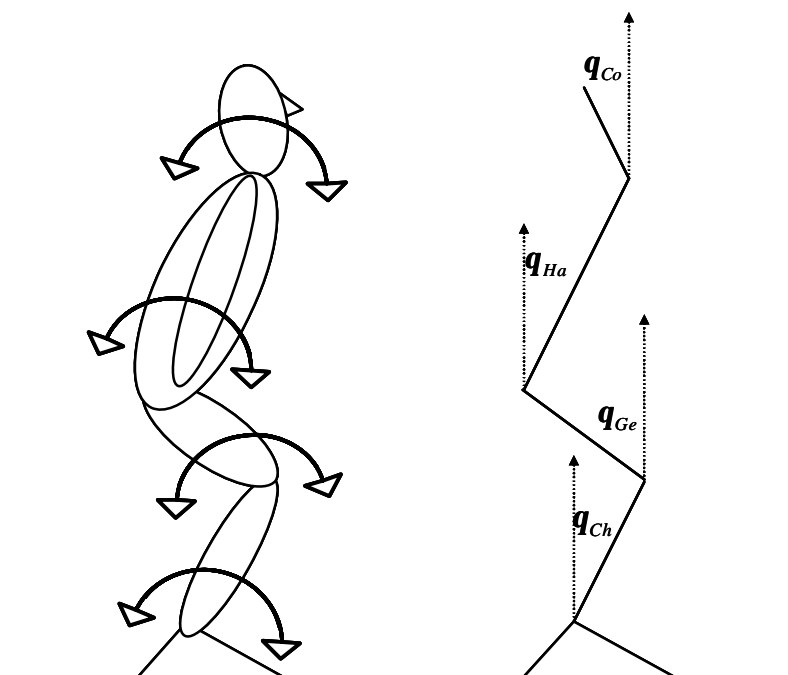
### 1.4.1 Stratégies d'oscillations

Dans le plan sagittal, on considère que les pieds sont fixes par rapport au sol et que les articulations en œuvre lors des mouvements en station debout sont les chevilles, les genoux, la hanche et le cou (cf. figure 1.6).

Or, d'après des constations expérimentales, deux stratégies d'oscillations sont employées: la stratégie de cheville et la stratégie de hanche /Nashner & McCollum 1985//McCollum & Leen 1989//Nashner 1992/ :

- La stratégie de cheville met en œuvre des couples articulaires prépondérants au niveau des chevilles. Ceux-ci permettent le mouvement du corps humain à la manière d'un pendule inversé.
- La stratégie de hanche combine des mouvements dominants autour de la hanche avec des mouvements autour des chevilles.

*Remarque :* /Nashner & McCollum 1985/ définissent également la stratégie de hanche pure où seule l'articulation de la hanche entre en jeu; néanmoins cette stratégie n'est pas réaliste puisque le mouvement du tronc autour des hanche entraîne un déplacement du centre de gravité qui est compensé par un mouvement autour des chevilles.



**Figure 1.6: Organisation segmentaire des mouvements en station debout dans le plan sagittal**

La stratégie d'oscillation est un critère intéressant pour l'aide au diagnostic du clinicien. Par exemple :

- /Allum & al. 1998/ étudient la station debout de sujets sains et de sujets atteints d'une déficience vestibulaire. A partir de mesures électromyographiques, la présence de différentes séquences d'activations musculaires confirment l'existence de deux stratégies différentes employées par deux types de sujets.
- /Accornero & al. 1997/ étudient la rigidité apparente de la posture de deux populations composées respectivement de sujets âgés et de sujets jeunes. L'analyse des mouvements en station debout met en évidence une diminution de la flexibilité des articulations de la hanche et de la cheville chez les personnes âgées qui se traduit par l'adoption d'une stratégie de cheville.

#### **1.4.2 Modèles géométriques représentant la station debout**

Au vu des stratégies définies par /Nashner & McCollum 1985/, plusieurs auteurs ont cherché à évaluer l'influence éventuelle d'articulations autres que la cheville et la hanche.

Par exemple, /Alexendrov & al. 2001a et 2001b/ utilisent un modèle en triple pendule inversé articulé aux chevilles, à la hanche et aux genoux. La simulation de ce modèle et la confrontation de celui-ci aux données expérimentales ont permis d'établir, lors de mouvements de flexion/extension du tronc, que la hanche et les chevilles sont les articulations principalement utilisées et que l'articulation des genoux peut être négligée.

De plus, /Barin 1989/ a réalisé une étude comparative des modèles en simple, double, triple et quadruple pendules inversés. Celle-ci a mis en évidence que le double pendule est un « bon » compromis complexité/représentativité des mouvements en station debout.

Ces résultats confortent le choix d'un modèle en double pendule afin de représenter le corps humain en station debout.

*Remarque* : Une investigation des stratégies posturales a également été réalisée dans le plan frontal /Deniskina & Levik 2001/. Celle-ci montre que les stratégies posturales définies par /Nashner & McCollum 1985/ sont encore employées et que le modèle en double pendule inversé reste valable dans ce plan.

### **1.4.3 Importance de l'analyse des couples articulaires**

Afin d'aider le clinicien dans son diagnostic, il est intéressant non seulement de détecter le type de stratégie utilisée, mais aussi d'apporter des indications sur la façon dont elles sont mises en oeuvre.

Rappelons que la partie commande, décrite par la neurophysiologie, et le système régulé, décrit par la biomécanique, figure 1.1, sont interfacés par les actionneurs musculaires et les capteurs sensoriels. Les informations qui transitent dans cette interface sont essentiellement les positions segmentaires et leurs dérivées ainsi que les couples articulaires.

Pour comprendre le fonctionnement de la régulation posturale dans son ensemble, une façon de faire est d'analyser les signaux transitant par l'interface entre le système régulé et la commande. Par exemple, /Runge & al. 1999/ étudient le changement de stratégies posturales après une perturbation due à un mouvement de la base de support. Ils prédisent le changement de stratégie posturale à l'aide d'un modèle en double pendule inversé. Les données simulées sont confrontées à des mesures du mouvement et des enregistrements électromyographiques. Ils mettent ainsi en évidence que l'analyse des couples articulaires, associée à celle du mouvement (positions et vitesses articulaires), permet d'explicitier les stratégies utilisées.

La mesure des positions du système régulé étant techniquement réalisable, il semble donc naturel de proposer des méthodes qui permettront l'estimation des couples articulaires et des dérivées des positions segmentaires /Horak & Nashner 1986/.

Notons cependant que les techniques d'électromyographiques fournissent uniquement les séquences d'activation des différents muscles et non l'amplitude des couples ainsi générés.

## 1.5 Dynamique inverse

La physique permet, au travers des lois de la dynamique et d'une modélisation géométrique adaptée, de formaliser les relations qui lient les positions, vitesses et accélérations segmentaires aux forces et couples articulaires.

On distingue deux principales approches : la dynamique directe consiste à définir le mouvement réalisé à partir des forces et couples articulaires. A contrario, la dynamique inverse permet de définir les forces et couples articulaires nécessaires à l'obtention d'un mouvement particulier.

D'une manière générale, seules les positions segmentaires et les actions extérieures peuvent être mesurées. La mesure des couples articulaires nécessiterait l'emploi d'appareillages invasifs qui sont éthiquement proscrits dans le cadre d'études sur l'homme. L'obtention des couples articulaires via la dynamique inverse peut s'effectuer par l'utilisation d'un modèle dynamique représentant le corps humain dans son ensemble ou encore par des techniques visant à isoler successivement chacun des segments corporels.

### 1.5.1 Dynamique inverse à partir d'un modèle dynamique global

A partir d'un modèle représentant le corps dans son ensemble, c'est-à-dire la relation dynamique entre les couples articulaires en entrée et les positions segmentaires en sortie, la dynamique inverse consiste alors à exprimer la relation liant les entrées en fonction des sorties /Zajac & Gordon 1989/, figure 1.7.

Cette méthode comporte deux principaux inconvénients :

- L'obtention des équations du mouvement peut être particulièrement difficile lorsque le nombre de degrés de liberté du modèle est élevé. La dynamique inverse « globale » n'est par conséquent utilisée que dans le cadre de mouvements pouvant être représentés par un modèle relativement simple du corps humain.

- Cette méthode nécessite une estimation des vitesses et accélérations. Le bruit de mesure sur les positions est amplifié par les dérivations successives /Cappozzo & al. 1975//Challis & Kerwin, 1996//Hatze 2002/. Il est alors nécessaire d'utiliser une technique approchée de « dérivation numérique » /Nougier 2001/.

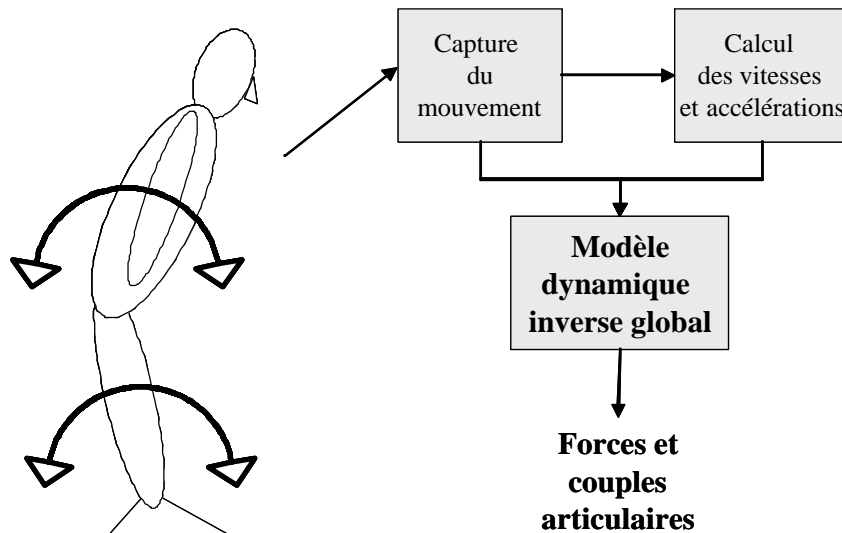


Figure 1.7: Approche globale de la dynamique inverse

### 1.5.2 Méthode « Top-down » en dynamique inverse

Lorsque seules les mesures des positions segmentaires sont disponibles, il est également possible d'estimer les couples articulaires sans la connaissance d'un modèle dynamique global du système mécanique. Pour cela, on procède de manière itérative en appliquant successivement les conditions d'équilibres dynamiques, données par les équations de Newton-Euler, à chacun des segments corporels /Winter 1990/.

On isole dans un premier temps les segments terminaux qui n'entrent pas en contact avec des éléments extérieurs au corps humain. En supposant l'accélération et les caractéristiques inertielles connues, le principe fondamental de la dynamique appliquée à ce segment permet d'estimer la sollicitation au niveau de l'articulation avec le segment voisin. On procède ensuite de proche en proche afin de lever les indéterminations jusqu'au dernier segment non résolu, figure 1.8.



Cette méthode, dite « Top-down », est d'avantage sensible aux bruits de mesures puisque les incertitudes liées aux calculs des vitesses et accélérations associées à chaque segment se reportent de proche en proche dans les estimations des forces et couples articulaires /Zajac 1993/.

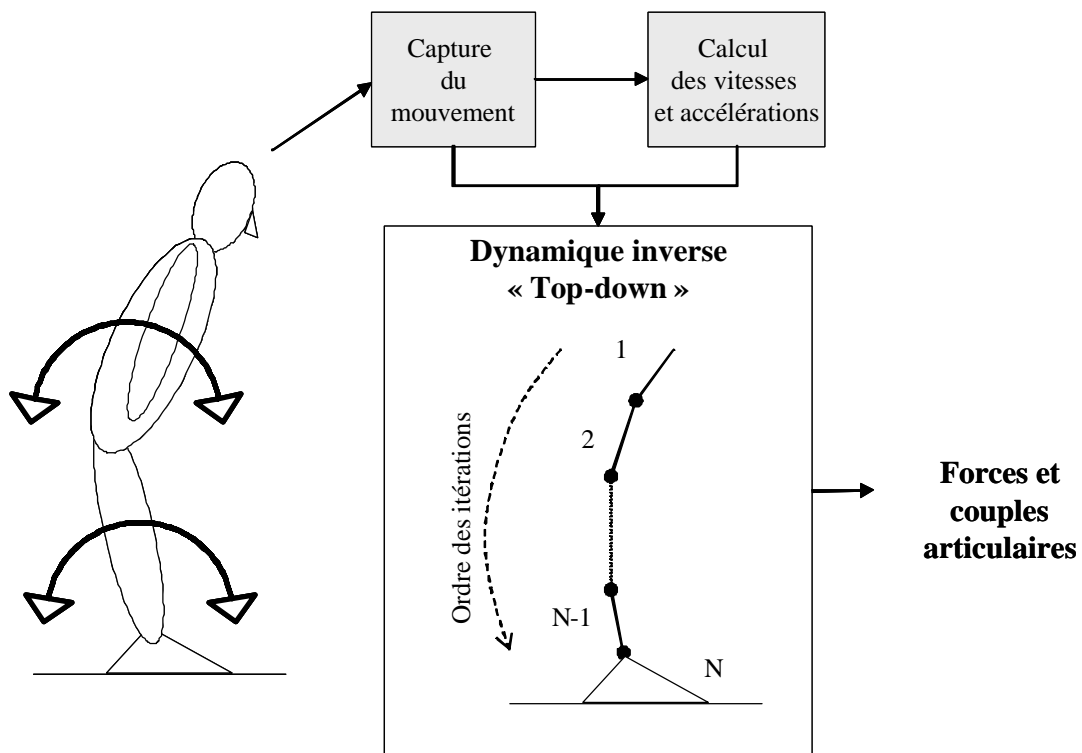


Figure 1.8: Approche « Top-down » de la dynamique inverse lorsque seule la capture du mouvement est disponible.

### 1.5.3 Méthode « Bottom-up » de la dynamique inverse

Lorsque la mesure des forces de contact avec des éléments extérieurs au corps humain est disponible en plus de la mesure du mouvement, il est une fois de plus possible d'estimer les couples articulaires en procédant de manière itérative de façon similaire à l'approche « top-down », figure 1.9.

Cette technique, dite « Bottom-up », s'avère moins sensible aux bruits de mesures que la méthode « Top-Down » puisque la mesure des forces extérieures amène une connaissance supplémentaire à la détermination des accélérations segmentaires /Zajac 1993/. En revanche, celle-ci est sensible aux erreurs de positionnement des différents

appareils de mesures /McCaw & DeVita 1995/. De plus, l'apport des forces extérieures introduit une surdétermination qui entraîne l'apparition de forces et couples résiduels lors du calcul sur le dernier segment où les conditions d'équilibre dynamique ne sont pas vérifiées /Cahouet & al. 2002/.

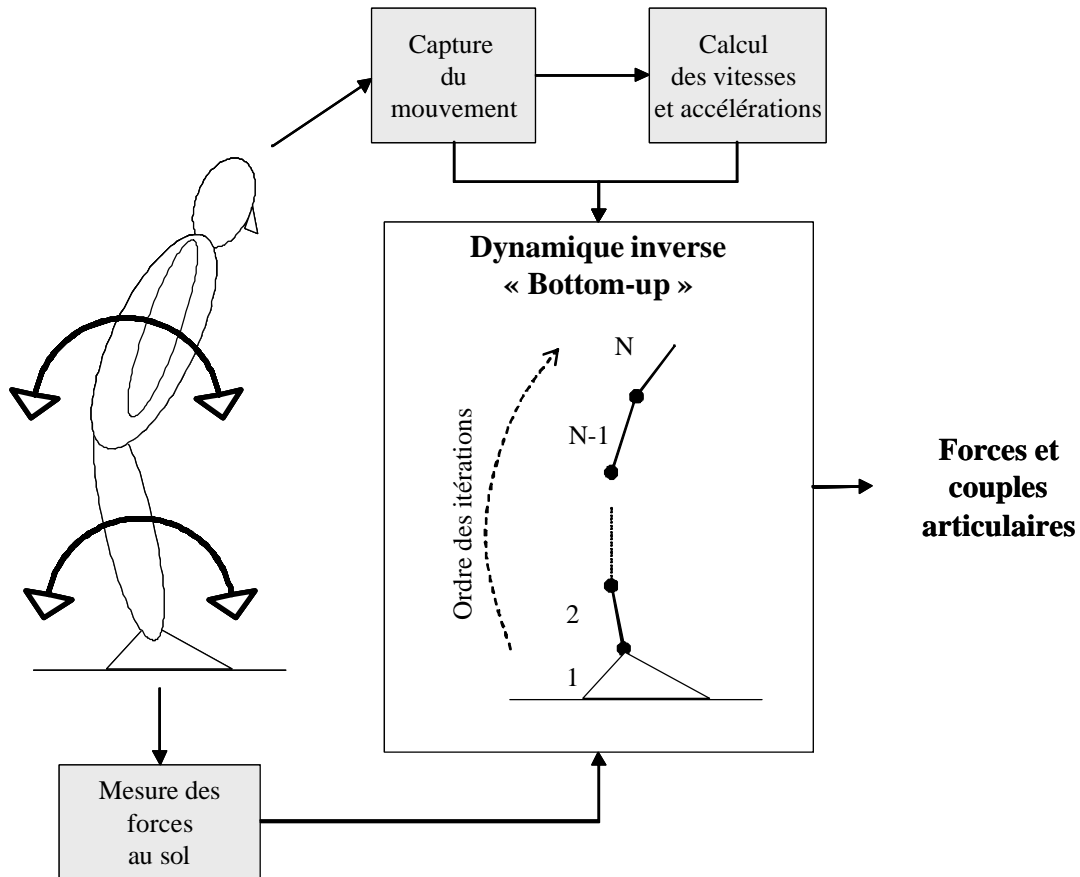


Figure 1.9: Approche « bottom-up » de la dynamique inverse.

## 1.6 Conclusion

Différentes techniques permettant d'étudier la station debout ont été présentées. Actuellement, à partir des mesures de la position du centre de pression, les cliniciens déduisent des indicateurs de l'état du système postural.

Afin d'apporter de nouvelles informations utiles aux diagnostics de syndromes posturaux, il apparaît que la posture peut être étudiée par l'analyse de la stratégie posturale mise en œuvre. Pour cela, il est intéressant de disposer de mesures et/ou d'estimations des entrées et des sorties du système mécanique.

Classiquement, les vitesses et accélérations angulaires sont estimées à partir de la mesure des positions et d'une technique de « dérivation numérique » ; les couples sont estimés en utilisant des méthodes de dynamique inverse. Ces méthodes présentent une grande sensibilité au bruit, de plus ne sont pas utilisables dans le cadre d'application en temps réel.

L'objet de ce mémoire est de présenter, dans le cadre de la station debout, une méthode alternative à la dynamique inverse. Pour cela, un modèle mécanique du corps humain est nécessaire et fera l'objet du chapitre suivant. Conformément aux résultats de l'analyse des stratégies posturales, un modèle en double pendule inversé sera choisi car il permet de représenter les principales stratégies d'oscillations en station debout avec une complexité modérée.

## Chapitre 2: Modèle de l'homme en station debout

1.1	INTRODUCTION .....	33
1.2	FORMALISATION DU MODELE MECANIQUE .....	33
1.2.1	Structure géométrique du modèle mécanique.....	33
1.2.2	Mise en équation du modèle .....	35
1.2.3	Paramètres anthropométriques.....	37
1.3	CONFRONTATION DU MODELE AUX DONNEES EXPERIMENTALES .....	39
1.3.1	Estimation du couple articulaire à la cheville $u_1(t)$ .....	40
1.3.2	Matériels et méthodes.....	41
1.3.3	Comparaison des estimations du couple articulaire à la cheville .....	44
1.4	OPTIMISATION DES PARAMETRES .....	46
1.4.1	Problème d'optimisation.....	46
1.4.2	Choix de l'algorithme d'optimisation.....	47
1.4.3	Résultats expérimentaux.....	50
1.4.4	Discussion sur l'optimisation des paramètres du modèle .....	54
1.5	CONCLUSION .....	54



## 2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de proposer un modèle représentatif de l'homme en station debout. Le chapitre 1 a mis en évidence que, pour s'insérer dans le schéma de la régulation posturale globale, les entrées de ce modèle doivent être les couples articulaires et les sorties doivent être les positions segmentaires.

Ce chapitre présente, pour le modèle en double pendule inversé, les équations du mouvement obtenues à partir de la dynamique Lagrangienne. Ses paramètres peuvent être obtenus à partir de tables anthropométriques représentatives de morphotypes standards. Dans le cas où une individualisation de ceux-ci est nécessaire, elle peut être obtenue à partir d'une méthode d'optimisation présentée dans la dernière partie.

## 2.2 Formalisation du modèle mécanique

### 2.2.1 Structure géométrique du modèle mécanique.

Dans le cadre de la station debout, différents modèles segmentaires dans le plan sagittal sont envisageables, du simple au quadruple pendule (v. chapitre 1.4 ). Plusieurs études ont montré qu'un « bon » compromis entre la complexité et la précision du modèle est obtenu par un double pendule /Nashner & McCollum 1985//Barin 1989/.

Le modèle retenu est donc un double pendule inversé articulé autour des chevilles et des hanches. Les couples articulaires correspondent aux entrées et les angles représentant les mouvements autour de ces articulations sont les sorties. Le double pendule est un chaînage en série de corps rigides connectés entre eux par des liaisons pivots d'axe médio-latéral localisées au centre géométrique des chevilles, noté O, et au centre de l'articulation coxo-fémorale, notée H, figure 2.1. De plus, on considère que les pieds sont fixes par rapport au sol.

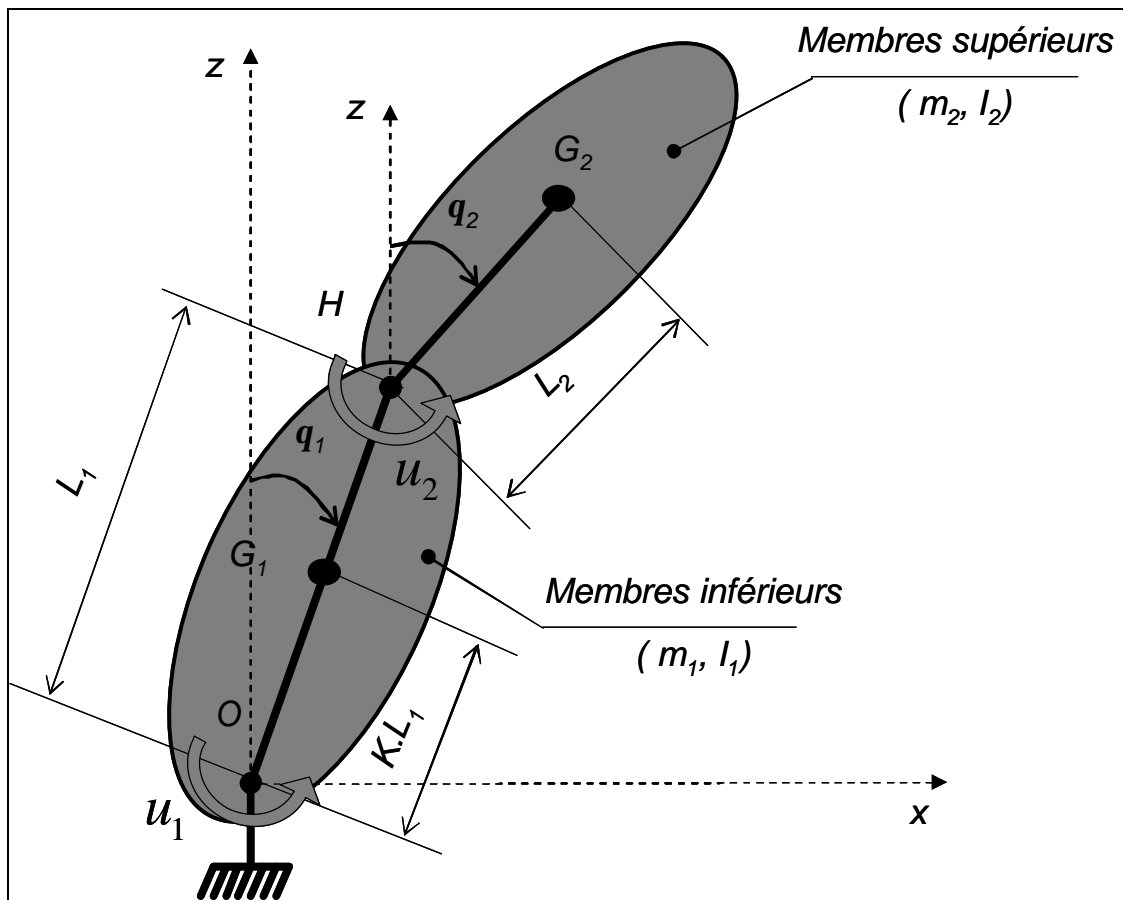


Figure 2.1: Modèle géométrique de l'homme en station debout

Le corps d'indice 1 représente les membres inférieurs de l'homme sans les pieds, le corps d'indice 2 correspond à l'ensemble {tronc+tête+membres supérieurs}.  $m_i$ ,  $l_i$  et  $K$  sont les constantes anthropométriques et  $q_i$  l'angle avec la verticale du segment d'indice  $i$ . Le tableau 2.1 présente un récapitulatif des variables et constantes associées à cette modélisation, lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, le temps  $t$  est omis.

Tableau 2.1: Variables et constantes associées au modèle en double pendule inversé.

<i>Notation</i>	<i>Détermination</i>	<i>Désignation</i>
$m$	Mesurée expérimentalement	Masse totale du sujet
$h$	Mesurée expérimentalement	Hauteur totale du sujet
$L_1$	Mesurée expérimentalement	Longueur des membres inférieurs (sans les pieds)
$L_2$	A déterminer*	Distance entre l'articulation coxo-fémorale $H$ et le centre de gravité $G_2$ de l'ensemble {tronc+tête+membres supérieurs}
$I_1$	A déterminer*	Moment d'inertie des membres inférieurs (sans les pieds)
$I_2$	A déterminer*	Moment d'inertie de l'ensemble {tronc+tête+membres supérieurs}
$m_1$	A déterminer*	Masse des membres inférieurs (sans les pieds)
$m_2$	A déterminer*	Masse de l'ensemble {tronc+tête+membres supérieurs}
$K$	A déterminer*	Coefficient permettant la détermination de la distance entre l'articulation des chevilles $O$ et le centre de gravité $G_1$ du pendule inférieur
$q_1$	Mesurée expérimentalement	Angle entre le pendule 1 et la verticale
$q_2$	Mesurée expérimentalement	Angle entre le pendule 2 et la verticale
$u_1$	Non mesurable	Couple articulaire au niveau de l'articulation des chevilles
$u_2$	Non mesurable	Couple articulaire au niveau de l'articulation coxo-fémorale

\* classiquement ce sont des tables anthropométriques qui sont utilisées pour déterminer ces paramètres.

### 2.2.2 Mise en équation du modèle

Les équations du mouvement peuvent être écrites à l'aide des équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial (E_c - E_p)}{\partial q_i} = \Gamma_i \quad (2.1)$$



où  $q_i$  et  $\Gamma_i$  sont respectivement la coordonnée et la force généralisées associées au degré de liberté  $i$ ,  $E_c$  est l'énergie cinétique du système,  $E_p$  est l'énergie potentielle de gravité du système.

La coordonnée généralisée du pendule d'indice  $i$  est  $q_i$ . Les coordonnées des centres de gravité de chacun des pendules sont données dans le repère cartésien  $R\{O,x,z\}$  par :

$$\begin{aligned}\overline{OG}_1 &= KL_1(\sin \mathbf{q}_1 \vec{x} + \cos \mathbf{q}_1 \vec{z}) \\ \overline{OG}_2 &= L_1(\sin \mathbf{q}_1 \vec{x} + \cos \mathbf{q}_1 \vec{z}) + L_2(\sin \mathbf{q}_2 \vec{x} + \cos \mathbf{q}_2 \vec{z})\end{aligned}\quad (2.2)$$

d'où l'expression de leurs vitesses :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{G_1} &= KL_1 \dot{\mathbf{q}}_1 (\cos \mathbf{q}_1 \vec{x} - \sin \mathbf{q}_1 \vec{z}) \\ \vec{V}_{G_2} &= L_1 \dot{\mathbf{q}}_1 (\cos \mathbf{q}_1 \vec{x} - \sin \mathbf{q}_1 \vec{z}) + L_2 \dot{\mathbf{q}}_2 (\cos \mathbf{q}_2 \vec{x} - \sin \mathbf{q}_2 \vec{z})\end{aligned}\quad (2.3)$$

L'énergie cinétique globale du système s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} (m_1 V_{G_1}^2 + m_2 V_{G_2}^2 + I_{1/O} \dot{\mathbf{q}}_1^2 + I_{2/H} \dot{\mathbf{q}}_2^2) \quad (2.4)$$

d'où :

$$E_c = \frac{1}{2} ((m_2 L_1^2 + I_{1/O}) \dot{\mathbf{q}}_1^2 + 2m_2 L_1 L_2 \dot{\mathbf{q}}_1 \dot{\mathbf{q}}_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + I_{2/H} \dot{\mathbf{q}}_2^2) \quad (2.5)$$

où  $I_{1/O}$  et  $I_{2/H}$  sont les inerties, dans le plan sagittale, des corps 1 et 2 calculées aux points de rotations  $O$  et  $H$ , elles seront, dans la suite, notées  $I_1$  et  $I_2$  par souci de lisibilité des équations.

L'énergie potentielle de gravité globale du système est :

$$E_p = (m_1 \overline{OG}_1 + m_2 \overline{OG}_2) g \vec{z} \quad (2.6)$$

où  $g$  est la norme de l'accélération de la pesanteur. D'où :

$$E_p = (m_2 + m_1 K) g L_1 \cos \mathbf{q}_1 + m_2 g L_2 \cos \mathbf{q}_2 \quad (2.7)$$

La force généralisée associée au degrés de liberté  $i$  correspond à la combinaison des actions aux articulations nécessaires à la génération du mouvement selon ce même degrés de liberté :

$$\Gamma_1 = u_1 - u_2 \text{ et } \Gamma_2 = u_2 .$$

Finalement, en substituant (2.5) et (2.7) dans (2.1), les équations du mouvement peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \ddot{\mathbf{y}}(t) + S(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) \dot{\mathbf{y}}(t) - G(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = Ru(t) \quad (2.8)$$

où  $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{q}_1(t) \quad \mathbf{q}_2(t)]^T$  est le vecteur contenant les coordonnées généralisées du système,  $\mathbf{u}(t) = [u_1(t) \quad u_2(t)]^T$  le vecteur contenant les couples articulaires ainsi que :

$$M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \begin{bmatrix} m_1 K^2 L_1^2 + I_1 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \\ m_2 L_1 L_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) & m_2 L_2^2 + I_2 \end{bmatrix} \text{ la matrice d'inertie,}$$

$$S(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) = \begin{bmatrix} 0 & m_2 L_1 L_2 \dot{\mathbf{q}}_2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \\ -m_2 L_1 L_2 \dot{\mathbf{q}}_1 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) & 0 \end{bmatrix} \text{ une matrice}$$

antisymétrique,

$$G(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \begin{bmatrix} (m_2 + m_1 K) g L_1 \sin \mathbf{q}_1 \\ m_2 g L_2 \sin \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} \text{ le vecteur de gravitation et, } R = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ la matrice}$$

de transformation des couples articulaires en forces généralisées.

*Remarque:* Les forces dissipatives internes (les frottements articulaires, les forces musculo-tendineuses etc.) ne peuvent être estimées à l'aide d'une instrumentation externe. Les moments des forces dissipatives aux articulations font, dans notre cas, partie intégrante des couples  $u_1$  et  $u_2$ .

### 2.2.3 Paramètres anthropométriques

Le modèle (2.8) nécessite la connaissance de paramètres anthropométriques. Les longueurs  $L_1$  et  $L_2$  sont mesurées. La position du centre de gravité, le rayon de giration

et la masse des segments corporels peuvent être estimés à partir de la taille et de la masse totale d'un sujet à l'aide de tables anthropométriques.

De nombreuses tables anthropométriques ont été définies. Elles se distinguent, d'une part, selon les techniques d'obtention des paramètres anthropométriques utilisées :

- Dissections cadavériques /Braune & Fisher 1892//Dempster 1956//Winter 1990/,
- Immersion /Contini 1972//Drillis &Contini 1966/,
- Imagerie par Résonance Magnétique /Martin & al. 1989//Mungiole & Martin 1990/,
- Imagerie Scanner /Huang & Wu 1976//Zatsiorsky & Seluyanov 1983 & 1985/
- Modélisation des segments par des cônes tronqués /Hanavan 1964/,
- Etc...

D'autre part, chacune des tables peut être obtenue pour une population de sujets ayant des caractéristiques morphologiques précises. Un tour d'horizon des différentes tables peut se trouver dans /Pearsall & Reid 1994/: enfants, jeunes sportifs, adultes, personnes âgées, d'origines ethniques différentes.

Le problème majeur de l'utilisation des tables anthropométriques réside dans le fait qu'elles fournissent des valeurs standardisées qui ne correspondent pas forcément au cas particulier de chaque individu. Le choix de la table anthropométrique utilisée dans une étude biomécanique est donc d'une importance capitale pour l'obtention de résultats satisfaisants. Par exemple, /Barbier 1994/ montre qu'une variation de 10% de la masse des segments corporels engendre des variations allant jusqu'à 7% sur l'estimation des forces et couples articulaires.

L'étape suivante passe par la validation par rapport aux données expérimentales du modèle mis en œuvre. Dans un premier temps, les paramètres choisis sont issus d'une table anthropométrique, leur limitation sera mise en évidence. Une méthode d'optimisation sera alors utilisée pour améliorer la qualité des résultats.

## 2.3 Confrontation du modèle aux données expérimentales

La comparaison se fait à partir des variables mesurées. Celles-ci sont les positions angulaires  $\mathbf{q}_1(t)$  et  $\mathbf{q}_2(t)$  obtenues à partir d'un système optoélectronique et la force de réaction au sol  $F_{ext}(t)$  à partir d'une plate-forme de force. Les couples articulaires correspondant à l'entrée  $u(t)$  du modèle (2.8) ne peuvent être mesurés sans une instrumentation invasive éthiquement proscrite. Néanmoins, une mesure faite avec une plateforme de force permet d'obtenir une approximation  $u_{1,pf}(t)$  du couple articulaire à la cheville.

En utilisant le modèle (2.8) par la méthode de dynamique inverse globale (chapitre 1.5.1), il est possible d'obtenir une estimation  $\hat{u}(t) = [\hat{u}_1(t) \quad \hat{u}_2(t)]^T$  de l'entrée  $u(t)$  du système à partir d'une estimation des positions angulaires et de leurs dérivées premières et secondes.

L'objectif est alors de comparer  $\hat{u}_1(t)$  avec  $u_{1,pf}(t)$  issue des données obtenues à partir d'une plate-forme de force. La figure 2.2 résume le principe de cette comparaison.

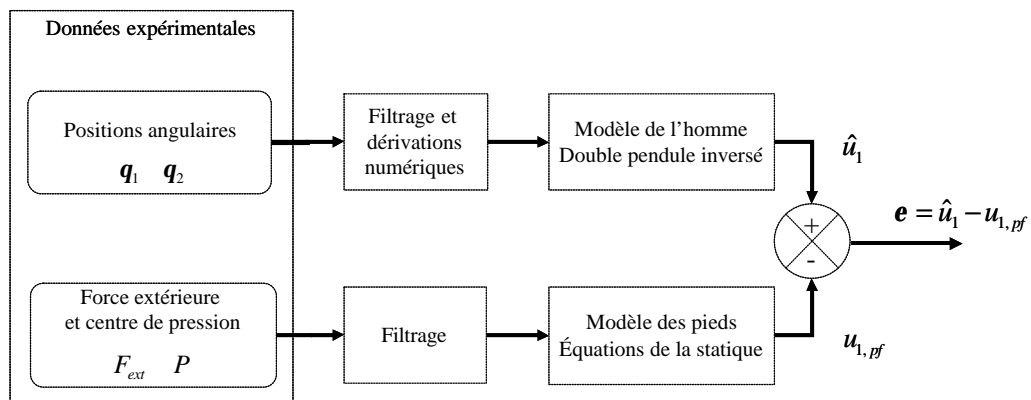


Figure 2.2 : Comparaison des estimations  $\hat{u}_1(t)$  et  $u_{1,pf}(t)$  du couple articulaire au niveau des chevilles

### 2.3.1 Estimation du couple articulaire à la cheville $u_1(t)$

La première estimation  $\hat{u}_1(t)$  de ce couple articulaire est obtenue à partir du modèle inverse (2.8). Les estimations  $\hat{u}_1$  et  $\hat{u}_2$  des couples articulaires au niveau des chevilles et de la hanche s'obtiennent par les équations:

$$\begin{cases} \hat{u}_1 = \hat{u}_2 + a\ddot{\mathbf{q}}_1 + c\ddot{\mathbf{q}}_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + c\dot{\mathbf{q}}_2^2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - d \sin \mathbf{q}_1 \\ \hat{u}_2 = c\ddot{\mathbf{q}}_1 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + b\ddot{\mathbf{q}}_2 - c\dot{\mathbf{q}}_1^2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - e \sin \mathbf{q}_2 \end{cases} \quad (2.9)$$

où  $a, b, c, d, e$  sont les coefficients constants fonctions des variables anthropométriques,  $a = m_1 K^2 L_1^2 + I_1 + m_2 L_1^2$ ,  $b = m_2 L_2^2 + I_2$ ,  $c = m_2 L_1 L_2$ ,  $d = (m_2 + m_1 K) g L_1$  et  $e = m_2 g L_2$

La deuxième estimation  $u_{1,pf}$  utilise les mesures de la force de réaction au sol  $F_{ext} = [F_x \ F_z]^T$  et de la position du centre de pression  $P_x$  (suivant l'axe antéropostérieur) obtenues à l'aide d'une plate-forme de force. Les pieds étant supposés rigides et fixes vis à vis de la plate-forme de force, on peut appliquer la seconde équation d'équilibre statique sur les pieds, figure 2.3. Il en découle donc une nouvelle estimation notée  $u_{1,pf}$  du couple articulaire au niveau de la cheville :

$$u_{1,pf} = -m_p \cdot g \cdot G_{px} + F_x \cdot h_c - F_z \cdot P_x \quad (2.10)$$

avec  $m_p$  la masse des pieds,  $G_{px}$  la composante horizontale du vecteur reliant le centre des chevilles  $O$  au centre de gravité des pieds  $G_p$ ,  $P_x$  la composante horizontale du vecteur reliant le centre des chevilles  $O$  au centre de pression  $P$  des forces de réaction au sol  $F_{ext}$  et  $h_c$  la hauteur du point  $O$  par rapport au sol.

L'hypothèse choisie: « les pieds sont supposés fixes par rapport au sol » n'est pas restrictive pour les mouvements étudiés. Dans le cas contraire, on considère que l'on sort du cadre de la station debout, l'équilibre dynamique est rompu et le centre de pression sort du polygone de sustentation. Cela peut être détecté expérimentalement par la chute du sujet ou encore par rattrapage de l'équilibre nécessitant un mouvement visible au niveau des pieds.

Du fait de cette hypothèse, le couple  $u_{1, pf}$  estimé à l'aide des mesures d'une plateforme de force sera considéré comme représentatif d'une mesure « fiable » de  $u_1$ .

Le paragraphe suivant propose l'instrumentation et le protocole expérimental nécessaires à l'obtention des données.

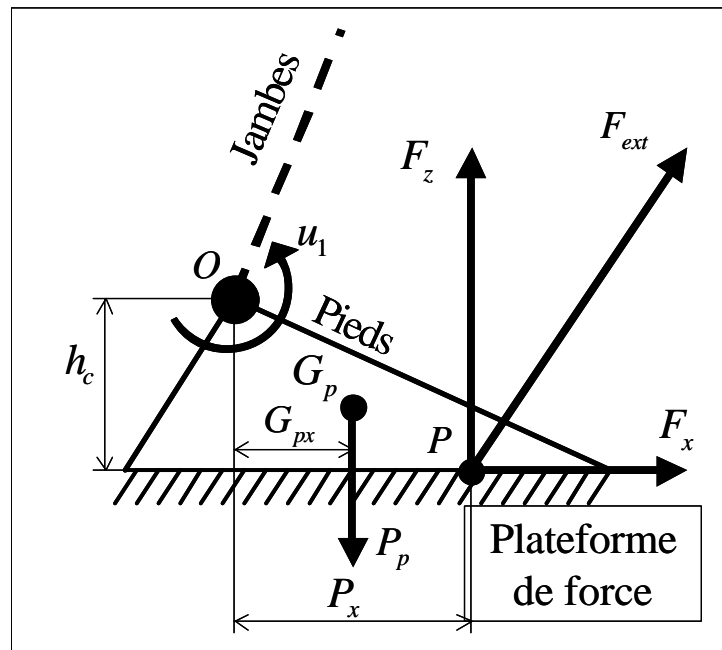


Figure 2.3: Approximation du couple articulaire à la cheville

## 2.3.2 Matériels et méthodes

### 2.3.2.1 Instrumentation

Les systèmes de capture du mouvement permettent de mesurer la position de marqueurs placés sur la peau d'un sujet. Parmi les systèmes existants, on trouve des systèmes magnétiques ou optoélectroniques.

Le LAMIH dispose d'un système optoélectronique *Vicon 612* utilisant huit caméras vidéo fonctionnant à 120 Hz qui permettent, par un traitement d'image adapté, de déterminer les positions des marqueurs dans leur plan respectif, figure 2.4. Une étape de calibration est au préalable nécessaire afin de déterminer les positions relatives de chacune des caméras. Celles-ci connues, il est possible de déterminer la position des marqueurs par triangulation dans l'espace. Les marqueurs utilisés, de forme

cylindrique, sont recouverts d'une matière réfléchissante (Scotch-Lite) qui renvoie la lumière émise par des projecteurs stroboscopiques infrarouges. La précision de ce système, inférieure au millimètre, est une donnée constructeur, fonction du diamètre du volume de calibration.

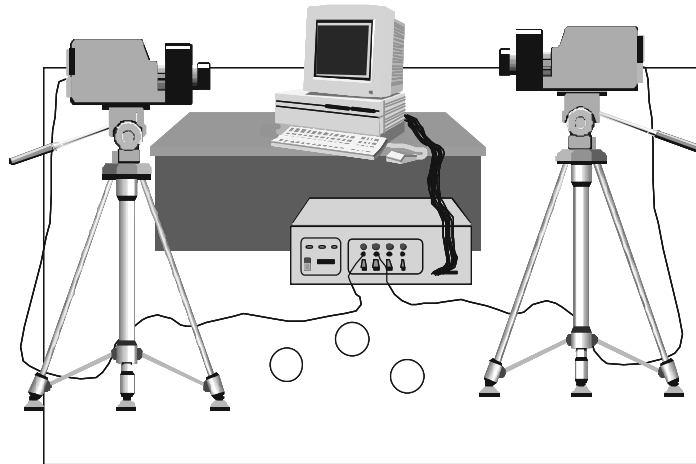


Figure 2.4: Système optoélectronique de capture du mouvement.

Les forces de contacts extérieures, réduites à la réaction du sol sur les pieds lors de la marche ou de la station debout, sont généralement mesurées à l'aide de plates-formes de forces. Le LAMIH dispose d'une plate-forme de force AMTI synchronisée au système optoélectronique. Elle mesure la résultante des forces de réaction au sol dans les trois dimensions ainsi que la position du centre de pression.

### 2.3.2.2 Protocole expérimental

Un sujet sain, 27 ans, de 70 kg et mesurant 1,85 m a participé à cette étude. Le sujet n'a pas eu auparavant de troubles neurologiques ou orthopédiques pouvant affecter le maintien de la posture orthostatique.

L'acquisition des mouvements est effectuée grâce à 21 marqueurs réfléchissants, de diamètre 14 mm, placés aux articulations proximales et distales de chaque segment corporel. A partir des positions de ces segments corporels il est possible d'estimer, à l'aide des tables anthropométriques, les positions des centres de gravité ainsi que les inerties de chacune des parties que comporte le double pendule inversé.

Afin de valider le modèle en double pendule inversé, il a été demandé au sujet de réaliser deux types de tests. Le premier consiste en l'acquisition des mouvements en posture orthostatique (OS), c'est-à-dire debout au repos. Le second type de tests consiste à effectuer des mouvements de flexion/extension combinés (CFE) autour des hanches et des chevilles tout en maintenant une rigidité apparente du pendule inférieur (cuisses + jambes) ainsi que du pendule supérieur (Tronc + membres supérieurs + tête). Chacun de ces deux tests a été répété trois fois : la première sans charge, les deux autres avec, successivement, une charge de 9 et 18 kg placée sur les épaules. Ces deux dernières conditions seront utilisées dans la suite pour l'optimisation du modèle (2.8). La figure 2.5 présente le contexte expérimental et la reconstruction 3D des positions segmentaires du sujet en station debout placé sur la plateforme de force.

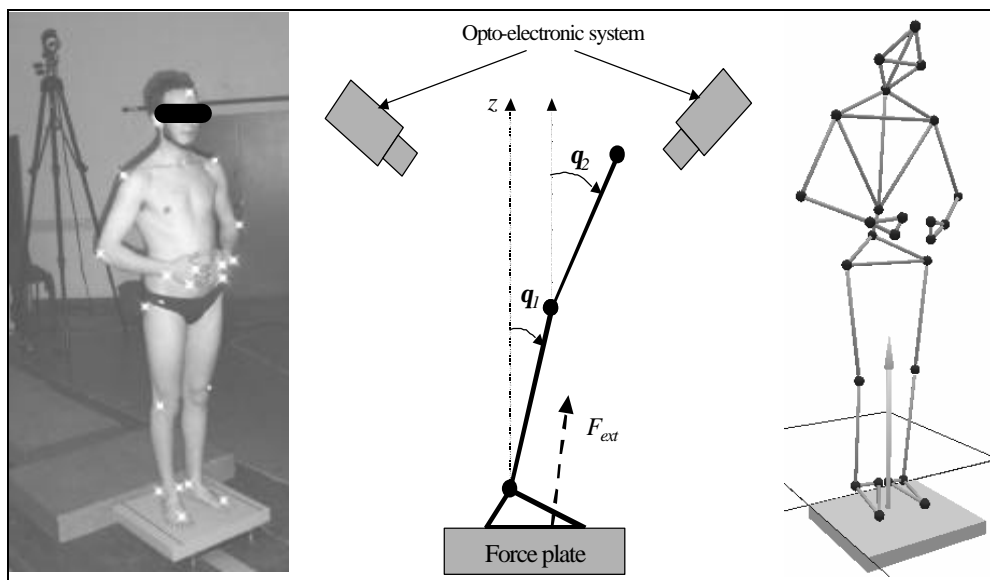


Figure 2.5 : Contexte expérimental et reconstruction 3D du sujet en station debout sur une plateforme de force.

### 2.3.2.3 Filtrage et estimation des dérivées

L'estimation des dérivées successives  $(\ddot{\mathbf{q}}_i \quad \dot{\mathbf{q}}_i)$  des positions angulaires  $\mathbf{q}_i$  de chacun des pendules est nécessaire à l'estimation  $\hat{\mathbf{u}}(t) = [\hat{u}_1(t) \quad \hat{u}_2(t)]^T$  de l'entrée  $u(t)$  du système. D'après /Carpenter 2001/, 90% de la puissance spectrale des mouvements du centre de gravité sont compris entre 0 et 6 Hz. Afin de réduire le bruit de mesure,



chacun des signaux issus de la plate-forme de force ainsi que du système optoélectronique a été filtré (hors ligne) à l'aide d'un filtre passe-bas d'ordre 4 bidirectionnel « à déphasage nul » avec une fréquence de coupure de 6 Hz /Gustafsson 1996// Mitra 2001/.

Une attention particulière a été portée au processus de filtrage et dérivation numérique /Nougier 2001/. Les  $\ddot{\mathbf{q}}_i$  et  $\dot{\mathbf{q}}_i$  sont obtenues par différence centrée appliquée aux signaux bruts suivi d'un filtrage, figure 2.6.

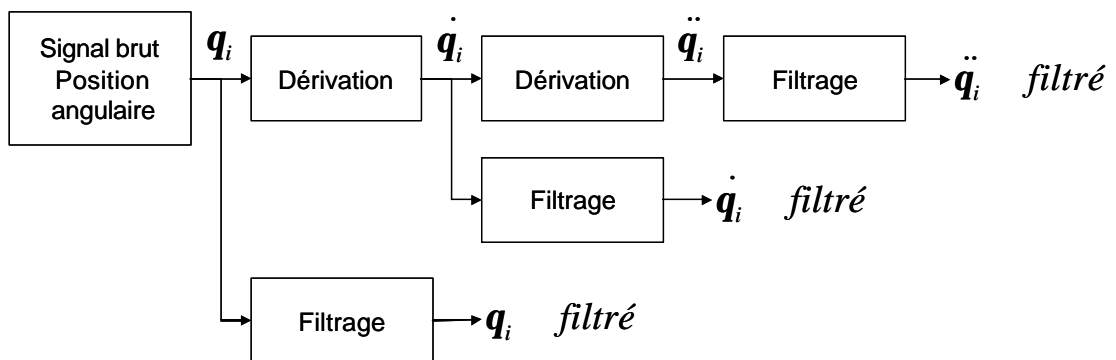


Figure 2.6 : Dérivation et filtrage des données angulaires.

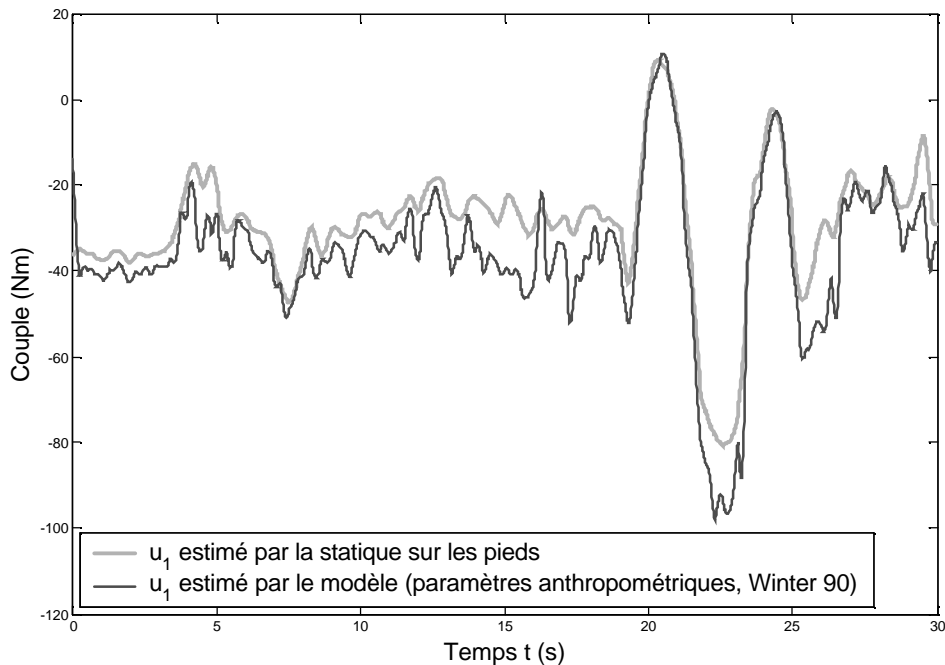
### 2.3.3 Comparaison des estimations du couple articulaire à la cheville

La figure 2.7 présente les estimations du couple articulaire à la cheville  $\hat{u}_1$  et  $u_{1,pf}$  dans la condition expérimentale “sans charge” pour un mouvement de flexion/extension du tronc d'amplitude importante. La similarité des allures du couple  $\hat{u}_1$  estimé à l'aide du modèle (2.8) et du couple  $u_{1,pf}$  calculé à partir des forces extérieures, est confirmée par un coefficient de corrélation satisfaisant (0.95). Cependant, on observe une erreur de position moyenne de 6,9 Nm ainsi qu'une erreur quadratique moyenne de 7,3 Nm. Ces incertitudes se retrouvent sur chaque test effectué et peuvent être dues aux causes suivantes :

- Les paramètres fournis par les tables anthropométriques ne correspondent pas de manière exacte à l'anthropométrie de chaque individu,

- La technique des différences centrées utilisée pour l'estimation des dérivées angulaires et/ou le processus de filtrage ne sont pas adéquats.

Il peut également y avoir une erreur de position entre le repère associé au système optoélectronique et celui de la plate-forme de force ainsi que des incertitudes de calibrations lors de l'acquisition des données expérimentales /McCaw & DeVita 1995/. Cette hypothèse est écartée car ce point a fait l'objet d'une attention particulière lors des expérimentations.



**Figure 2.7: Comparaison du couple articulaire aux chevilles estimé par le modèle et par la statique sur les pieds (condition sans charge).**

En conclusion de cette partie, l'utilisation des tables anthropométriques entraîne donc des incertitudes lors de l'analyse du mouvement qui peuvent s'avérer particulièrement gênantes lors de l'étude de mouvements fins tels que la posture orthostatique. Pour essayer de limiter ces incertitudes, une optimisation des paramètres est proposée en utilisant une méthode de type recuit simulé.

## 2.4 Optimisation des paramètres

Nous avons vu au paragraphe 2.3.1 qu'il est possible d'estimer le couple articulaire au niveau des chevilles  $\hat{u}_1$  de deux manières différentes : la première à l'aide du modèle écrit sous la forme (2.9), la deuxième en utilisant les équations de la statique (2.10). C'est cette dernière qui servira de référence. Dès lors, une optimisation des paramètres du modèle (2.9) peut être réalisée. La figure 2.8 présente le principe de l'optimisation des paramètres.

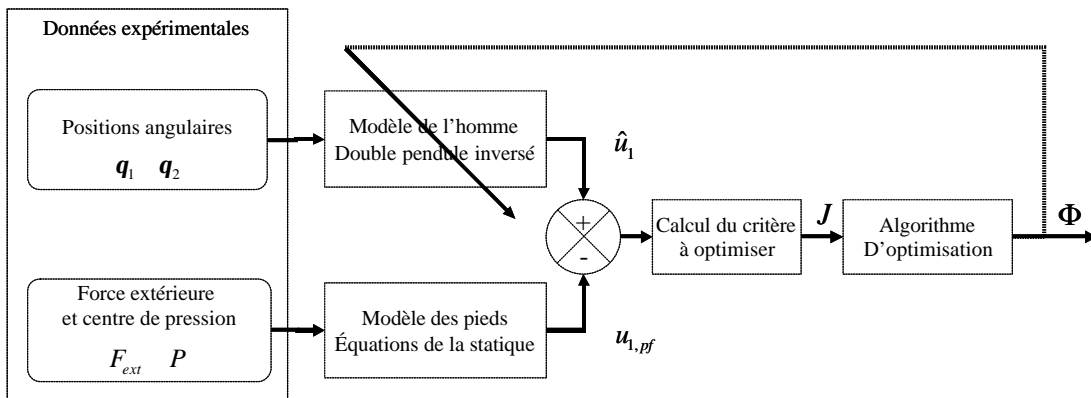


Figure 2.8: Principe de l'optimisation des paramètres.

### 2.4.1 Problème d'optimisation

On définit l'erreur quadratique entre la mesure de référence  $u_{1,pf}$  et l'estimation  $\hat{u}_1$  :

$$J(\Phi) = \sum_{k=1}^N (u_{1,pf}(k) - \hat{u}_1(k))^2 \quad (2.11)$$

avec que le vecteur  $\Phi$  des paramètres à optimiser:

$$\Phi = [m_1 \quad K \quad L_r \quad L_z \quad I \quad I_2] \quad (2.12)$$

Afin de garantir la validité des paramètres après optimisation, on définit  $\bar{\Phi}$  et  $\underline{\Phi}$  les vecteurs contenant les valeurs maximum et minimum acceptables des paramètres optimisés :

$$\begin{cases} \bar{\Phi} = [\bar{m}_1 & \bar{K} & \bar{L}_1 & \bar{L}_2 & \bar{I}_1 & \bar{I}_2] \\ \underline{\Phi} = [m_1 & K & L_1 & L_2 & I_1 & I_2] \end{cases} \quad (2.13)$$

*Remarque :* Ces bornes sont choisies de manière à obtenir un intervalle de confiance de 10% vis-à-vis des valeurs fournies par les tables anthropométriques.

Le problème d'optimisation peut donc s'écrire:

$$\min_{\Phi} J(\Phi) = \min_{\Phi} \sum_{k=1}^N (u_{1,pf}(k) - \hat{u}_1(k))^2 \quad (2.14)$$

sous les contraintes :

$$\forall i \in [1..8], \quad 0 < \underline{\Phi}(i) \leq \Phi(i) \leq \bar{\Phi}(i) \quad (2.15)$$

## 2.4.2 Choix de l'algorithme d'optimisation

Les techniques d'optimisation par gradient ont déjà été utilisées dans le cadre d'estimation des paramètres inertiels au cours de la marche /Vaughan 82/. Cependant, afin de scruter des solutions hors du minimum local le plus proche de la valeur initiale, une technique d'optimisation globale est nécessaire. La résolution exacte semble difficilement envisageable. On choisit donc une méthode de type heuristique (les algorithmes génétiques, le recuit simulé, etc.).

Un algorithme basé sur un recuit simulé avec cycles de réchauffement, proposé par /Bonnemoy & Hamma 91/, a été retenu, figure 2.9. Le principe général du recuit simulé consiste à générer aléatoirement une solution dans le voisinage de la précédente. Afin d'éviter les minimums locaux, une dégradation  $\Delta J$  du critère peut être acceptée avec une probabilité  $p$  donnée par la formule de Boltzmann  $p = e^{-\Delta J/T}$ . Le paramètre  $T$  appelé « Température » permet de contrôler l'évolution de cette probabilité au cours des itérations de l'algorithme.

Le détail du fonctionnement de l'algorithme est donné figure 2.9 et suit le cheminement suivant :

- Choix d'une solution initiale

La solution initiale  $\Phi_0$  peut être obtenue de deux manières différentes: soit être générée de manière aléatoire en veillant au respect des contraintes (2.15), soit être tirée des tables anthropométriques.

- Perturbation d'une solution

A chaque itération, une solution  $\Phi_k$  est tirée aléatoirement dans le voisinage de la précédente, sous la contrainte (2.15):

$$\Phi_k = \min \left( \max \left( \Phi_{k-1} + \Lambda_k, \underline{\Phi} \right), \bar{\Phi} \right) \quad (2.16)$$

avec  $\Lambda_k$  un vecteur aléatoire.

- Loi d'évolution de la température

La température suit une double exponentielle:  $T = T_r \mathbf{a}^{i-1}$  et  $T_r = T_0 \mathbf{b}^{n-1}$  avec :

$T_0$  : Température initiale,

$T_r$  : Température de réchauffage,

$\mathbf{a} \in ]0,1[$  : Coefficient de refroidissement,

$\mathbf{b} \in ]0,1[$  : Coefficient de réchauffage,

$i$  : Numéro de plateau,

$n$  : Numéro de réchauffage.

- Critères de fin de plateau :

- Le nombre d'itérations depuis la dernière amélioration de la meilleure solution obtenue a atteint une valeur limite  $N_1$ .

- Le nombre d'itérations sans amélioration de la valeur du critère a atteint une valeur limite  $N_2$ .

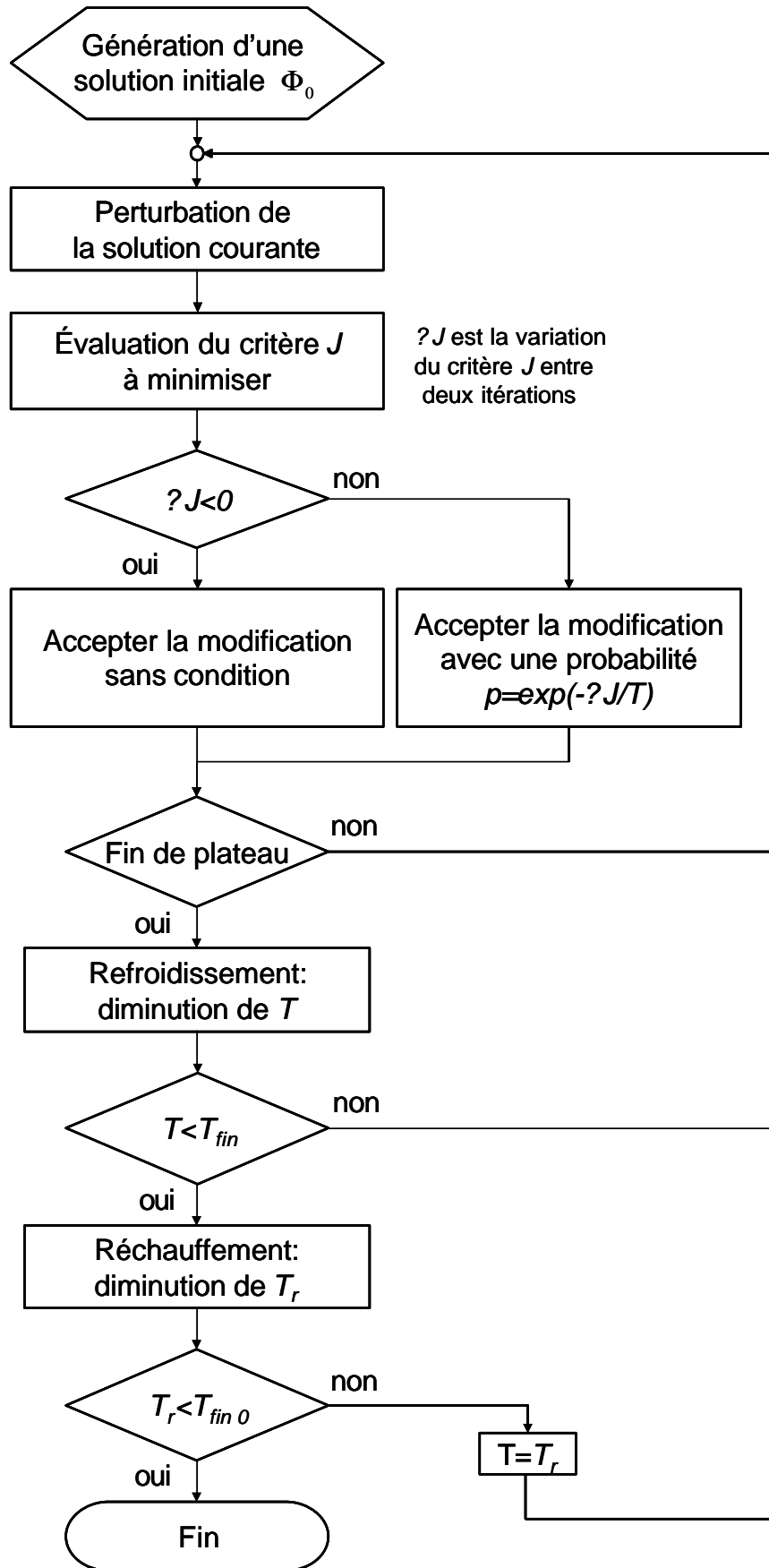


Figure 2.9: Algorithme du recuit simulé utilisé

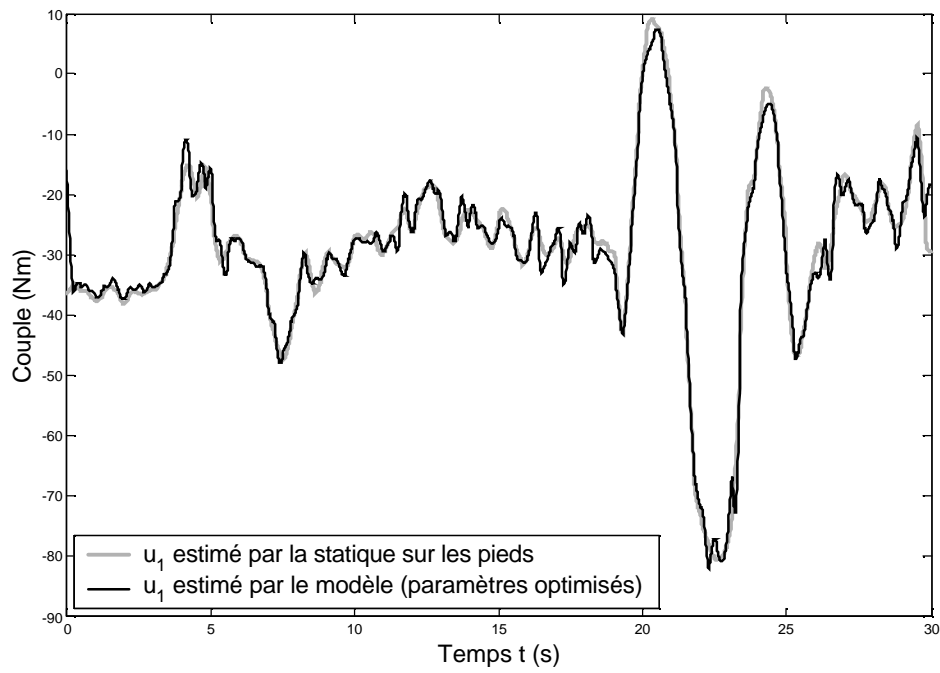
En théorie l'algorithme d'optimisation globale converge en temps infini vers une solution optimale au sens du critère. Cependant, dans la pratique (i.e. en temps fini), il n'y a aucune garantie que la solution obtenue par l'algorithme soit le minimum global. On suppose que cette solution est acceptable, i.e. proche de l'optimum global.

La qualité de la solution dépend donc du réglage de l'algorithme. Les principaux paramètres à choisir pour régler le recuit simulé sont la loi de température ainsi que les températures initiale et finale. Malheureusement, il n'existe pas de méthode pour le réglage de ces paramètres et plusieurs essais sont nécessaires afin de trouver un bon compromis entre la qualité de la solution et le temps de calcul. Dans le cadre de cette étude, les réglages suivant ont été utilisés :  $T_0 = 1000$ ,  $\mathbf{a} = 0.8$ ,  $\mathbf{b} = 0.5$ ,  $N_1 = 2000$ ,  $N_2 = 1000$

### 2.4.3 Résultats expérimentaux

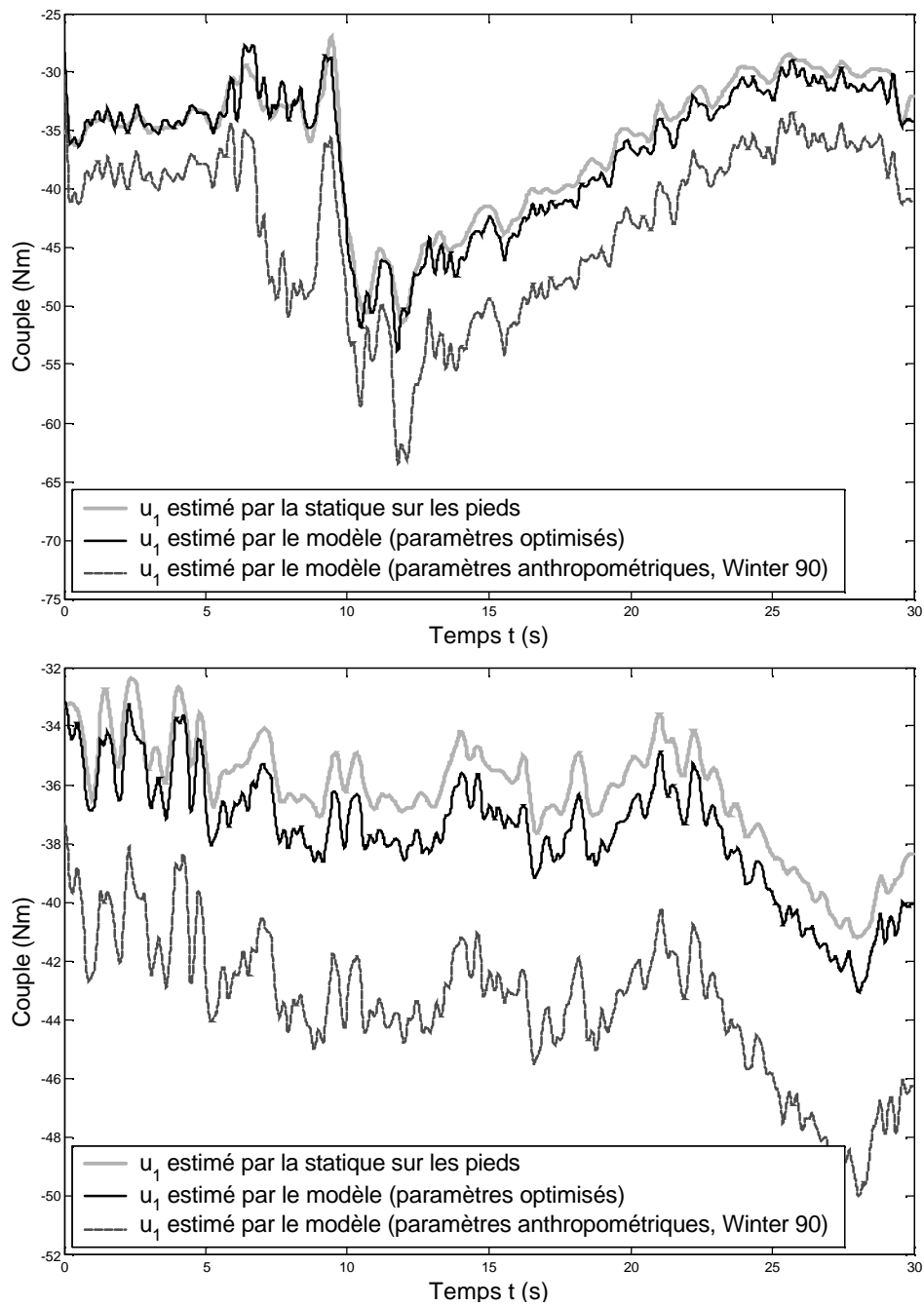
Deux types de conditions expérimentales sont réalisées : posture orthostatique (OS) et mouvements combinés de flexion/extension (CFE) du tronc et des chevilles. De manière évidente, l'estimation des paramètres nécessite des signaux d'entrée suffisamment riches en fréquence et en amplitude /Richalet 91/. L'estimation des paramètres est donc effectuée sur un jeu de données en condition CFE. Deux autres jeux de données sont utilisés pour les validations, l'un en condition CFE et l'autre en OS.

La figure 2.10 présente le résultat de l'optimisation sur le jeu de données ayant servi à l'identification. Par rapport au résultat initial figure 2.7, l'erreur quadratique a diminué de 7,2 à 1,5 Nm. De plus, les paramètres optimisés à l'aide du jeu de données d'identification améliorent également l'estimation du couple articulaire sur les jeux de données de validation, figure 2.11; l'erreur quadratique diminue de 7,3 à 1,1 Nm dans la condition de flexion/extension du tronc.



**Figure 2.10: Résultat de l'optimisation du jeu de données d'identification sur le couple au niveau de la cheville.**





**Figure 2.11: Comparaison des différentes estimations du couple articulaire à la cheville à partir des jeux de données de validation. En haut: mouvement de flexion/extension du tronc sans charge. En bas: mouvement orthostatique sans charge.**

**Tableau 2.2: Comparaison des couples articulaires à la cheville avant et après optimisation des paramètres du modèle**

	Jeu de données Identification (CFE)		Jeu de données Validation (CFE)		Jeu de données Validation (OS)	
	Paramètres initiaux	Paramètres optimisés	Paramètres initiaux	Paramètres optimisés	Paramètres initiaux	Paramètres optimisés
Coefficient de corrélation	0,95	0,99	0,92	0,98	0,95	0,96
Erreur moyenne de position (Nm)	6,9	0,1	7,3	0,8	3,9	0,6
Erreur quadratique moyenne (Nm)	7,2	1,5	7,3	1,1	3,9	0,7

En résumé, le tableau 2.2 compare les résultats avant et après optimisation. Afin de tester les performances de l'algorithme d'optimisation, deux expérimentations supplémentaires ont été réalisées sur le même sujet mais avec une charge de 9 et 18 kg placée sur ses épaules. Les paramètres obtenus sont présentés dans le tableau 2.3; on notera que la masse du pendule supérieur  $m_2$  (tronc + membres supérieurs + charge) à été estimée correctement quelles que soient les conditions de charge.

**Tableau 2.3 : Résultats de l'optimisation pour les différents tests de charges**

		Paramètres $\Phi$						
		$m_1$	$m_2$	$K$	$L_1$	$L_2$	$I_1$	$I_2$
Unités		kg	Kg		m	m	kg/m <sup>2</sup>	kg/m <sup>2</sup>
Charges	0 kg	20,6	47,1	0,542	0,860	0,257	0,548	2,046
	9 kg	20,7	56	0,551	0,848	0,307	2,217	0,302
	18 kg	20,8	64,9	0,51	0,841	0,289	4,122	5,087
$\Phi_{init}$ /Winter 1990/		20,4	47,3	0,533	0,980	0,327	1,24	3,5

#### 2.4.4 Discussion sur l'optimisation des paramètres du modèle

Les paramètres optimisés permettent l'estimation des couples articulaires avec une assez bonne précision. Néanmoins, on remarque que certains des paramètres obtenus, en particulier les inerties, peuvent être physiologiquement non réalistes. Dans le cadre de cette étude, cela n'a pas d'importance significative puisque l'objectif est l'obtention d'un modèle mettant en relation les couples articulaires avec les positions angulaires et non pas la détermination exacte de paramètres anthropométriques.

Ce phénomène peut malgré tout être expliqué par le comportement de l'algorithme d'optimisation qui tend à minimiser un critère sans aucune connaissance de la nature des paramètres optimisés. Ainsi les erreurs structurelles du modèle peuvent être compensées par des valeurs « anormales » de certains paramètres. De ce fait, les paramètres optimisés ne peuvent plus être interprétés comme des paramètres anthropométriques /Guelton & al 2003/.

Cet effet peut toutefois être limité en restreignant *a priori* l'espace de recherche des solutions via le choix des bornes  $\underline{\Phi}$  et  $\bar{\Phi}$  au risque d'écarter des solutions de « bonne » qualité au sens du critère.

## 2.5 Conclusion

Le modèle en double pendule du corps humain en station debout a été présenté. Des valeurs standards des paramètres du modèle peuvent être obtenues à l'aide de tables anthropométriques.

Un algorithme d'optimisation a été proposé pour adapter ces paramètres à un individu particulier. Dans ce cas, les valeurs obtenues ne sont plus des valeurs anthropométriques mais simplement des coefficients qui permettent une bonne capture de la dynamique du système réel. La validité de ces coefficients a été vérifiée sur des jeux de données de validation différents de ceux qui ont servi pour l'optimisation.

Le chapitre suivant a pour but de fournir un cadre théorique à la reconstruction d'état d'un système écrit sous la forme d'un descripteur d'état. Elle permettra, par la suite, l'estimation en temps réel des vitesses angulaires et des couples articulaires.

# Chapitre 3: Conditions de convergence d'une classe d'observateurs non linéaires basés sur une forme descripteur

1.1	INTRODUCTION .....	57
1.2	MODELE ET OBSERVATEUR FLOU DE TYPE TAKAGI-SUGENO .....	57
1.2.1	<i>Modèle flou de type Takagi-Sugeno .....</i>	<i>57</i>
1.2.2	<i>Obtention d'un modèle flou TS.....</i>	<i>59</i>
1.2.3	<i>Observateur flou.....</i>	<i>61</i>
1.3	REPRESENTATION D'ETAT ET DESCRIPTEUR D'ETAT .....	62
1.3.1	<i>Forme descripteur d'état .....</i>	<i>63</i>
1.3.2	<i>Structure de l'observateur flou sous forme descripteur.....</i>	<i>64</i>
1.4	ETUDE DE LA CONVERGENCE DE L'ERREUR DE RECONSTRUCTION .....	65
1.4.1	<i>Approche 1.....</i>	<i>67</i>
1.4.2	<i>Intérêt de l'approche.....</i>	<i>68</i>
1.5	CONDITIONS RELACHEES .....	70
1.5.1	<i>Approche 2.....</i>	<i>71</i>
1.5.2	<i>Approche 3.....</i>	<i>73</i>
1.5.3	<i>Approche 4.....</i>	<i>76</i>
1.5.4	<i>Exemples .....</i>	<i>79</i>
1.6	CONCLUSION .....	81



## 3.1 Introduction

Une façon d'aborder le problème de l'estimation des couples articulaires et des vitesses angulaires est d'utiliser un reconstruteur d'état. Les équations du modèle de l'homme en station debout étant non linéaires et les mouvements envisagés pouvant être importants, i.e. l'hypothèse de linéarité n'est plus réaliste, ce chapitre propose l'étude d'une classe d'observateurs non linéaires. Cette classe d'observateurs est basée sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) /Takagi & Sugeno 1985/ qui permettent de représenter des modèles non linéaires affines en la commande dans un espace compact des variables d'état /Tanaka & al. 98/. Après avoir rappelé les différentes propriétés des modèles et des observateurs flous TS, ce chapitre présente une forme descripteur de ces observateurs.

L'intérêt principal de cette forme est de pouvoir réduire la conservativité des résultats classiques obtenus à l'aide d'une fonction de Lyapunov quadratique. Plusieurs conditions de convergence de ces observateurs sont alors données.

## 3.2 Modèle et observateur flou de type Takagi-Sugeno

### 3.2.1 Modèle flou de type Takagi-Sugeno

Les modèles flous proposés par Takagi et Sugeno sont décrits par des règles floues représentant des relations locales d'entrées-sorties linéaires en différents points de fonctionnement d'un système /Takagi & Sugeno 1985/. Ces représentations locales, appelées « sous-modèles », permettent d'exprimer la dynamique d'un système autour de points de fonctionnement particuliers de l'espace d'état. Le formalisme flou intervient donc dans la détermination de la contribution de chacun de ces sous-modèles à la représentation du système global.

Les modèles flous de Takagi et Sugeno (TS) représentés dans l'espace d'état sont décrits par des règles du type :

$$i : \underline{\text{Si}} z_1(t) \text{ est } F_1^i \underline{\text{Et}} \dots \underline{\text{Et}} z_p(t) \text{ est } F_p^i$$

$$\underline{\text{Alors}} \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{array} \right., \quad i = 1, \dots, r \quad (3.1)$$

où :  $r$  est le nombre de règles du modèle TS,  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  sont les variables de prémisses,  $F_j^i$  le sous-ensemble flou des prémisses associées à la  $j^{\text{ème}}$  variable de prémisses et  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$  les matrices à coefficients constants relatives à chaque sous modèles.

Le modèle (3.1), peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \end{array} \right. \quad (3.2)$$

$w_i(z(t))$  est donc le poids attribué à chacune des règles  $i$  déterminant la contribution de chacun de ces sous-modèles à la représentation du modèle global. Ceux-ci sont fonction du degré d'appartenance des variables de prémisses  $z_j(t)$  aux sous-ensembles flous  $F_j^i$  notés  $F_j^i(z(t))$  et, du choix l'opérateur « Et ». Habituellement, dans ce type de modèle, le produit est choisi pour représenter cet opérateur. Il vient alors :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z(t)) \text{ avec } \forall t, w_i(z(t)) \geq 0 \quad (3.3)$$

en posant :

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (3.4)$$

le modèle flou TS (3.2) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

et  $h_i(z(t)) \geq 0$  possèdent la propriété de somme convexe :  $\forall t, \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$ .

### 3.2.2 Obtention d'un modèle flou TS

Un modèle TS peut être obtenu de différentes manières. La première consiste en des représentations approchées de systèmes et/ou de modèles non linéaires. Pour les systèmes, par identification à partir de données entrées/sorties /Gasso & al. 1999/ /Gasso 2000/ ou par identification de modèles linéaires autour de différents points de fonctionnement. Une deuxième approche permet à partir d'un modèle non linéaire d'obtenir un modèle TS le représentant de manière exacte sur un espace compact des variables d'état /Tanaka & al. 1998/. C'est cette deuxième approche qui est utilisée dans la suite de ce mémoire. Cette partie rappelle rapidement comment obtenir à partir d'une non linéarité les fonctions d'appartenance associées d'un modèle flou /Guerra & Vermeiren 2003b//Morère 2001/.

#### **Lemme 1**

Si  $\forall x \in [-b, a]$ ,  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bornée sur  $[-b, a]$  alors il existe deux fonctions  $w_1(x)$  et  $w_2(x)$  ainsi que deux réels  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  tels que :

$$\begin{aligned} f(x) &= \mathbf{a} \cdot w_1(x) + \mathbf{b} \cdot w_2(x) \\ w_1(x) + w_2(x) &= 1, \quad w_1(x) \geq 0, \quad w_2(x) \geq 0 \end{aligned}$$



Preuve :

On considère la fonction  $f(x)$  bornée tel que  $\underline{f} \leq f(x) \leq \bar{f}$ , on peut toujours écrire :

$$f(x) = \mathbf{a} \cdot w_1(x) + \mathbf{b} \cdot w_2(x) \text{ avec } \mathbf{a} = \bar{f}, \mathbf{b} = \underline{f}, w_1 = \frac{f(x) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}} \text{ et } w_2 = \frac{\bar{f} - f(x)}{\bar{f} - \underline{f}}.$$

*Exemple :* On considère le modèle non linéaire :

$$\dot{x}(t) = \sin(x(t)) \tag{3.6}$$

qui peut être réécrit sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \frac{\sin(x(t))}{x(t)} x(t) \tag{3.7}$$

la non linéarité à traiter est donc  $f(x(t)) = \frac{\sin(x(t))}{x(t)} \in \left[ \frac{\sin(x_0)}{x_0}, 1 \right]$  que l'on peut écrire à l'aide du lemme 1 pour  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f(x(t)) = 1 \cdot \underbrace{\frac{(\sin(x(t))/x(t)) - (\sin(x_0)/x_0)}{1 - (\sin(x_0)/x_0)}}_{w_1} + \frac{\sin(x_0)}{x_0} \cdot \underbrace{\frac{1 - (\sin(x(t))/x(t))}{1 - (\sin(x_0)/x_0)}}_{w_2} \tag{3.8}$$

On obtient alors le modèle TS correspondant :

$$\left| \begin{array}{l} \underline{\text{Si}} x(t) \text{ est } w_1(x(t)) \underline{\text{Alors}} \dot{x}(t) = 1 \cdot x(t) \\ \underline{\text{Si}} x(t) \text{ est } w_2(x(t)) \underline{\text{Alors}} \dot{x}(t) = \frac{\sin(x_0)}{x_0} \cdot x(t) \end{array} \right.$$

Pour avoir plus de détails, le lecteur peut se référer à /Tanaka & al. 98/ /Morère 2001/. Il faut simplement retenir que le nombre de règles croît en  $2^q$  avec  $q$  le nombre de non linéarités à prendre en compte. Enfin, il faut également noter que la représentation obtenue n'est pas unique et qu'elle dépend en partie des objectifs fixés et se doit de privilégier un faible nombre de règles. Ce dernier point sera discuté par la suite.

### 3.2.3 Observateur flou

Un observateur flou est basé sur la structure du modèle flou TS et s'écrit dans le cas général avec  $\hat{x}(t)$  le vecteur d'état reconstruit et  $K_i$ ,  $i \in \{1, \dots, r\}$  les gains de l'observateur /Tanaka & al. 1998//Guerra & Vermeiren 2003b/ :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B \mu(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t))\} \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.9)$$

*Hypothèse 1* : Dans toute la suite, les variables de prémisses sont supposées mesurables, i.e.,  $\hat{z}(t)$  est remplacé par  $z(t)$  dans (3.9).

Cette hypothèse s'explique de plusieurs façons. En premier lieu, dans un contexte de commande avec observateur, c'est la seule classe d'observateurs qui permette d'obtenir un théorème de séparation entre commande et observateur /Ma & al. 1998//Yoneyama & al. 2001/. En second lieu, le nombre de conditions pour assurer la convergence de l'observateur se trouve augmenté de façon significative par l'apparition des produits  $h_i(\hat{z}(t))h_j(z(t))$ . En conservant l'hypothèse 1 et en posant  $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ , l'évolution de l'erreur de reconstruction d'état s'écrit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - K_j C_i) \tilde{x}(t) \quad (3.10)$$

et le résultat de base pour sa convergence est donné par le théorème suivant /Tanaka & al. 98//Tanaka & Wang 2001/.

**Théorème 1 :**

(3.10) est globalement asymptotiquement stable s'il existe  $P = P^T > 0$  et  $K_i$ ,  $i, j \in \{1, \dots, r\}$ ,  $j > i$  tels que :

$$A_i^T P + P A_i - C_i^T K_i^T P - P K_i C_i < 0 \quad (3.11)$$

$$(A_i^T + A_j^T) P + P (A_i + A_j) - C_i^T K_j^T P - P K_j C_i - C_j^T K_i^T P - P K_i C_j < 0 \quad (3.12)$$

*Preuve :* Elle est directe en utilisant la fonction de Lyapunov quadratique :  $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$  et le fait que  $h_i(z) h_j(z) = h_j(z) h_i(z)$ .

Notons que le nombre des conditions à vérifier est  $r(r+1)/2$ , et que ce nombre croît en fonction du nombre de règles  $r$ . Le fait d'utiliser une fonction de Lyapunov quadratique implique la recherche d'une matrice  $P = P^T > 0$  unique qui se retrouve dans toutes les  $r(r+1)/2$  inégalités. Il est alors clair que le nombre de règles est un des facteurs importants de la conservativité des résultats issus des conditions (3.11) et (3.12) du théorème 1.

Des conditions moins conservatives existent; elles utilisent des relaxations prenant en compte des propriétés matricielles /Kim & Lee 2000/ qui seront rappelées dans la suite.

### 3.3 Représentation d'état et descripteur d'état

Comme il a été noté dans la partie précédente, le nombre de règles d'un modèle TS croît exponentiellement avec le nombre de non linéarités à prendre en compte dans le modèle non linéaire /Morère 2001/. Cela implique que la conservativité des résultats croît avec le nombre de règles. Pour ne pas obtenir des modèles de trop grande taille, une représentation sous forme de descripteur d'état peut alors être envisagée /Taniguchi & al. 2001/.

### 3.3.1 Forme descripteur d'état

L'idée n'est pas d'utiliser les formes implicites mais d'utiliser la forme descripteur dans le souci de représenter des modèles non linéaires de façon exacte dans un espace compact des variables d'état afin de réduire le nombre de règles d'un modèle TS associé. Le problème est alors de déterminer de nouvelles conditions de convergence pour l'erreur de reconstruction d'état.

La famille de descripteurs considérée se met sous la forme :

$$\begin{cases} E(x(t))\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) \\ y(t) = C(x(t))x(t) \end{cases} \quad (3.13)$$

Ils ne peuvent s'écrire sous la forme de représentation d'état que s'il n'existe pas de point de l'espace d'état où  $E(x(t))$  est singulière. Dans toute la suite,  $E(x(t))$  est supposée non singulière pour tous points de l'espace d'état et l'équation (3.13) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = E^{-1}(x(t))A(x(t))x(t) + E^{-1}(x(t))B(x(t))u(t) \\ y(t) = C(x(t))x(t) \end{cases} \quad (3.14)$$

La forme descripteur d'un modèle TS est alors la suivante /Taniguchi et al. 2001/ :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^e v_k(z(t)) E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (3.15)$$

où  $e$  et  $r$  sont respectivement le nombre de règles associées au membre de gauche et au membre de droite de l'équation d'état, les  $v_k(z(t))$  ont les mêmes propriétés que les  $h_i(z(t))$  définis précédemment.

### 3.3.2 Structure de l'observateur flou sous forme descripteur

Les notations utilisées dans le reste du mémoire sont les suivantes /Guerra & Vermeiren 2003a/; elles permettent principalement de simplifier les écritures.

$$E_v = \sum_{k=1}^e v_k(z(t)) E_k, \quad Y_h = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) Y_i \quad \text{et} \quad Y_{vh} = \sum_{k=1}^e \sum_{i=1}^r v_k(z(t)) h_i(z(t)) Y_{ik},$$

avec  $Y \in \{A, B, C, K, \dots\}$ .

$$\mathbf{a}(x) \in [\underline{\mathbf{a}} \quad \bar{\mathbf{a}}], \text{ où } \underline{\mathbf{a}} = \min_x \mathbf{a}(x), \quad \bar{\mathbf{a}} = \max_x \mathbf{a}(x)$$

Le symbole (\*) à l'intérieur d'une matrice indique une quantité transposée.

De façon usuelle, le modèle (3.15) se réécrit en utilisant le vecteur d'état augmenté

$$x^*(t) = [x^T(t), \dot{x}^T(t)]^T :$$

$$\begin{cases} E^* \dot{x}^*(t) = A_{hv}^* x^*(t) + B_h^* u(t) \\ y(t) = C_h^* x^*(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

où:

$$E^* = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{hv}^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_h & -E_v \end{bmatrix}, \quad B_h^* = \begin{bmatrix} 0 \\ B_h \end{bmatrix}, \quad C_i^* = [C_i \quad 0].$$

L'observateur flou TS s'écrit en conservant toujours l'hypothèse 1 :

$$\begin{cases} E_v \dot{\hat{x}}(t) = A_h \hat{x}(t) + B_h u(t) + K_{hv} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_h \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.17)$$

En utilisant l'état augmenté  $\hat{x}^*(t) = [\hat{x}^T(t), \dot{\hat{x}}^T(t)]^T$  (3.17) est équivalente à :

$$\begin{cases} E^* \dot{\hat{x}}^*(t) = A_{hv}^* \hat{x}^*(t) + B_h^* u(t) + K_{hv}^* (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_h^* \hat{x}^*(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

avec  $K_{hv}^* = [0 \quad K_{hv}^*]^T$ .

On définit alors l'erreur de reconstruction augmentée par  $\tilde{x}^*(t) = [\tilde{x}^T(t), \dot{\tilde{x}}^T(t)]^T$ , et en soustrayant (3.16) par (3.18) il vient:

$$E^* \dot{\tilde{x}}^*(t) = (A_{hv}^* - K_{hv}^* C_h^*) \tilde{x}^*(t) \quad (3.19)$$

L'objectif poursuivi dans la suite de ce chapitre sera donc de proposer des conditions qui assurent la convergence de l'erreur de reconstruction.

### 3.4 Etude de la convergence de l'erreur de reconstruction

Le théorème suivant présente les conditions assurant la convergence de l'erreur de reconstruction /Taniguchi & al. 2001/.

#### **Théorème 2 :**

Le modèle descripteur flou (3.19) est quadratiquement stable s'il existe une matrice  $P$  telle que:

$$E^* P = P^T E^* \geq 0 \quad (3.20)$$

$$(A_{hv}^* - K_{hv}^* C_h^*)^T P + P^T (A_{hv}^* - K_{hv}^* C_h^*) < 0 \quad (3.21)$$

#### *Preuve:*

Celle-ci s'obtient de façon directe en considérant la fonction candidate de Lyapunov suivante /Taniguchi et al. 2001/ :  $V(\tilde{x}^*(t)) = \tilde{x}^{*T}(t) E^{*T} P \tilde{x}^*(t)$ .

D'après le théorème 2, la convergence de l'erreur de reconstruction est assurée si les conditions (3.20) et (3.21) sont satisfaites. Le problème revient donc à trouver les gains d'observation  $K_{ik}$  qui satisfont ces conditions. L'un des objectifs majeurs est de pouvoir obtenir une mise sous forme de LMI (Linear Matrix Inequality) /El Ghaoui 1997/ qui permet une résolution aisée à partir des outils SDP (Semi-Definite Programming).

On pose  $P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix}$ , la condition (3.20) peut donc s'écrire :

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^T & P_3^T \\ P_2^T & P_4^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^T & 0 \\ P_2^T & 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

Ce qui impose les conditions  $P_1 = P_1^T \geq 0, P_2 = 0$ . La condition (3.21) peut donc s'écrire :

$$\begin{bmatrix} 0 & A_h^T - C_h^T K_{hv}^T \\ I & -E_v^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 & P_3^T \\ 0 & P_4^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_h - K_{hv} C_h & -E_v \end{bmatrix} < 0 \quad (3.22)$$

Finalement, après réécriture de (3.22), les conditions permettant d'assurer la convergence de l'erreur de reconstruction sont données par  $P_1 = P_1^T > 0$  et :

$$\begin{bmatrix} A_h^T P_3 + P_3^T A_h - C_h^T K_{hv}^T P_3 - P_3^T K_{hv} C_h & (*) \\ P_1 - E_v^T P_3 + P_4^T A_h - P_4^T K_{hv} C_h & -E_v^T P_4 - P_4^T E_v \end{bmatrix} < 0 \quad (3.23)$$

Notons que de façon évidente, le problème décrit en (3.23) est LMI en  $P_1, P_3$  et  $P_4$ , i.e., si les gains de l'observateur sont déterminés séparément (sous-modèle par sous-modèle par exemple), l'existence des matrices  $P_1, P_3$  et  $P_4$  permet de prouver la convergence. Cependant, rien ne permet de garantir *a priori* que les gains déterminés puissent répondre au problème. Il est alors évidemment intéressant de pouvoir rechercher de façon systématique ces matrices ainsi que les gains de l'observateur.

Dans la suite, les conditions utiliseront une relaxation classique pour les modèles TS due à /Kim & Lee 2000/. Dans ce contexte, on définit les différentes inégalités suivantes  $\forall i, j, k \in \{1, \dots, r\}$  :

$$\Upsilon_{ii}^k + Q_{ii}^k < 0 \quad (3.24)$$

$$\Upsilon_{ij}^k + \Upsilon_{ji}^k + 2Q_{ij}^k < 0 \quad (j > i) \quad (3.25)$$

$$Q^k = \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & \dots & Q_{1r}^k \\ Q_{12}^k & Q_{22}^k & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Q_{1r}^k & & \dots & Q_{rr}^k \end{bmatrix} > 0 \quad (3.26)$$

### 3.4.1 Approche 1

Si on veut obtenir (3.23) LMI en  $P_1$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  et  $K_{ik}$ , il faut pouvoir « traiter » les produits  $P_3^T K_{ik}$  et  $P_4^T K_{ik}$ . Une façon usuelle est d'utiliser un changement bijectif, dans le cas présent cela impose de choisir  $P_3 = P_4$  (avec  $P_3$  non singulière) puis :  $M_{ik} = P_3^T K_{ik}$ . On définit alors :

$$\Upsilon_{ij}^k = \begin{bmatrix} A_i^T P_3 + P_3^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_3^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

### Théorème 3

Soit le modèle descripteur flou (3.19) et les  $\Upsilon_{ij}^k$  définis en (3.27). La convergence de l'erreur de reconstruction est assurée si :

$\forall k \in \{1, \dots, e\}$  il existe  $P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$  régulière,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^k > 0$  et  $Q_{ij}^k = (Q_{ij}^k)^T$  de telle sorte que : (3.24), (3.25) et (3.26) soient vérifiées.



Preuve:

L'inégalité (3.23) peut être écrite sous la forme :

$$\sum_{k=1}^e v_k(z) \left( \sum_{i=1}^r h_i^2(z) \Upsilon_{ii}^k + \sum_{i=1}^r \sum_{j>i}^r h_i(z) h_j(z) (\Upsilon_{ij}^k + \Upsilon_{ji}^k) \right) < 0 \quad (3.28)$$

D'après les conditions (3.24) et (3.25), (3.28) est satisfaite si:

$$\sum_{k=1}^e v_k(z) \left( \sum_{i=1}^r h_i^2(z) Q_{ii}^k + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j>i}^r h_i(z) h_j(z) Q_{ij}^k \right) = \sum_{k=1}^e v_k(z) \Xi^k > 0 \quad (3.29)$$

(3.29) s'écrit :

$$\forall s \neq 0, \quad s^T(t) \Xi^k s(t) = \begin{bmatrix} h_1(z) s \\ h_2(z) s \\ \vdots \\ h_r(z) s \end{bmatrix}^T Q^k \begin{bmatrix} h_1(z) s \\ h_2(z) s \\ \vdots \\ h_r(z) s \end{bmatrix} > 0 \quad \text{qui est vérifiée d'après la condition}$$

(3.26).

δ

### 3.4.2 Intérêt de l'approche

Afin d'illustrer l'approche par descripteur, i.e. les conditions issues du théorème 3 par rapport à celles issues du théorème 1, l'exemple suivant est traité.

*Exemple* : on considère le modèle descripteur suivant :

$$\begin{cases} E_v \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = C_h x(t) \end{cases} \quad (3.30)$$

et l'observateur associé:

$$\begin{cases} E_v \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K_{hv} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ y(t) = C_h \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

$$\text{avec } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, E_v = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{1+x_1^2} & \\ -1 & \frac{1}{1+x_2^2} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -4.7 & -4.7 \\ 0.2 & 1.5 \end{bmatrix} \text{ et } C_h = [\cos(x_2) + 3 \quad 1].$$

L'observateur comporte :

- 4 règles pour  $E_v$  qui contient les fonctions non linéaires  $\frac{1}{1+x_1^2}$  et  $\frac{1}{1+x_2^2}$
- 2 règles pour  $C_h$  qui contient la non linéarité  $\cos(x_2)$ .

Les conditions de convergence sont alors obtenues par le théorème 3. On note que dans ce cas, le nombre de conditions à vérifier est  $e \cdot r \cdot (r+1)/2$ , c'est-à-dire 12 conditions. Le modèle (3.31) peut s'écrire sous la forme d'une représentation d'état TS en multipliant par  $E_v^{-1}$ . On obtient :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = E_v^{-1} (A\hat{x}(t) + Bu(t) + K_{hv} (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C_h \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\text{avec } E_v^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(1+x_1^2)}{2+x_1^2+x_2^2+x_1^2x_2^2} & -\frac{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}{2+x_1^2+x_2^2+x_1^2x_2^2} \\ \frac{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}{2+x_1^2+x_2^2+x_1^2x_2^2} & \frac{(1+x_2^2)}{2+x_1^2+x_2^2+x_1^2x_2^2} \end{bmatrix}$$

Il est nécessaire de prendre en compte trois non linéarités dans  $E_v^{-1}$  et une dans  $C_h$ . Le modèle obtenu est donc composé de 16 règles. Le nombre de LMI sera donc de  $r \cdot (r+1)/2 = 136$  !!!

Evidemment, l'approche ne se justifie pas pour tous les modèles TS. Il semble que la forme descripteur doive être privilégiée dans le cas où la matrice  $E(z(t))$  a une structure comportant plusieurs non linéarités et dont l'inverse  $E^{-1}(z(t))$  devient alors difficile à « traiter » dans le cadre d'un modèle TS classique.

### 3.5 Conditions relâchées

L'objectif de cette partie est de proposer des conditions qui permettront de réduire la conservativité de celles obtenues par l'*approche 1*. Pour ce faire, le lemme suivant est utilisé. Il correspond à une version modifiée de la propriété décrite par /Peaucelle & al. 2000/ mais aussi utilisée dans le contexte de la stabilisation des modèles flous TS /Guerra & al. 2003b/.

**Lemme 2 :**

Soient  $P$ ,  $\Gamma$ ,  $\Phi$  et  $\Psi$  des matrices de dimensions appropriées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rechercher } P, \Phi \text{ et } \Psi \text{ telles que} \\ \left[ \begin{array}{cc} \Gamma^T \Phi + \Phi^T \Gamma & (*) \\ P - \Phi + \Psi^T \Gamma & -\Psi - \Psi^T \end{array} \right] < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Rechercher } P, \text{ telle que} \\ \Gamma^T P + P^T \Gamma < 0 \end{array} \right. \quad (3.33)$$

**Preuve :**

L'implication ( $\Rightarrow$ ) s'obtient en posant  $\Pi = \begin{bmatrix} I & \Gamma^T \end{bmatrix}$  qui est de rang plein. Le résultat est alors obtenu par congruence avec  $\Pi$ .

Etant donné  $\Gamma^T P + P^T \Gamma < 0$ , la réciproque ( $\Leftarrow$ ) est obtenue en considérant qu'il existe toujours un  $e^2$  assez petit tel que:

$$\Gamma^T P + P^T \Gamma + \frac{e^2}{2} \Gamma^T \Gamma < 0 \quad (3.34)$$

En utilisant le complément de Schur, (3.34) devient :

$$\left[ \begin{array}{cc} \Gamma^T P + P^T \Gamma & e^2 \Gamma^T \\ e^2 \Gamma & -2e^2 I \end{array} \right] < 0 \quad (3.35)$$

Finalement, si on choisit  $\Phi = P$  et  $\Psi = e^2 I$ , la première inégalité de (3.33) est vérifiée.đ

On s'aperçoit que ce lemme permet d'introduire deux matrices supplémentaires quelconques. Si dans le cas d'une seule inégalité il y a équivalence, on verra que dans le cas de plusieurs inégalités, cela ne se vérifie plus et seule la réciproque ( $\Leftarrow$ ) reste vraie.

Les trois sous-sections suivantes correspondent à l'application du lemme 2 selon différentes approches afin de fournir une solution au problème (3.23). L'intérêt est d'obtenir de nouvelles conditions de stabilité relâchées qui amélioreront la conservativité de celles obtenues à l'aide de l'approche 1.

### 3.5.1 Approche 2

Le lemme 2 peut s'appliquer directement sur le premier bloc de (3.23), on obtient alors :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Phi_3 + \Phi_3^T A_h - C_h^T K_{hv}^T P_3 - P_3^T K_{hv} C_h & (*) & (*) \\ P_1 - E_v^T P_3 + P_4^T A_h - P_4^T K_{hv} C_h & -E_v^T P_4 - P_4^T E_v & 0 \\ P_3 - \Phi_3 + \Psi_3 A_h & 0 & -\Psi_3 - \Psi_3^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.36)$$

Notons que (3.23) s'obtient à partir de (3.36) par congruence avec  $\begin{bmatrix} I & 0 & A_h^T \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T$ .

L'inégalité (3.36) s'exprime en fonction d'une triple somme  $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^e h_i h_j v_k$  en raison du terme  $K_{hv} C_h$ . Etant donné que le choix des matrices  $\Phi_3$  et  $\Psi_3$  est libre et qu'elles apparaissent en produit avec  $A_h$ , on peut les remplacer respectivement par  $\Phi_{3hv}$  et  $\Psi_{3hv}$  en gardant la même triple somme. D'où (3.36) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Phi_{3hv} + \Phi_{3hv}^T A_h - C_h^T K_{hv}^T P_3 - P_3^T K_{hv} C_h & (*) & (*) \\ P_1 - E_v^T P_3 + P_4^T A_h - P_4^T K_{hv} C_h & -E_v^T P_4 - P_4^T E_v & 0 \\ P_3 - \Phi_{3hv} + \Psi_{3hv} A_h & 0 & -\Psi_{3hv} - \Psi_{3hv}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.37)$$

Pour les mêmes raisons que précédemment, *approche 1*, la mise sous forme d'un problème LMI se fait avec  $P_3 = P_4$  et  $P_3^T K_{hv} = M_{hv}$ . (3.37) devient donc :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Phi_{3hv} + \Phi_{3hv}^T A_h - C_h^T M_{hv}^T - M_{hv} C_h & (*) & (*) \\ P_1 - E_v^T P_3 + P_3^T A_h - M_{hv} C_h & -E_v^T P_3 - P_3^T E_v & 0 \\ P_3 - \Phi_{3hv} + \Psi_{3hv} A_h & 0 & -\Psi_{3hv} - \Psi_{3hv}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.38)$$

On définit :

$$\Upsilon_{ij}^k = \begin{bmatrix} A_i^T \Phi_{3jk} + \Phi_{3jk}^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_3^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k & 0 \\ P_3 - \Phi_{3jk} + \Psi_{3jk} A_i & 0 & -\Psi_{3jk} - \Psi_{3jk}^T \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

#### **Théorème 4**

Soit le modèle descripteur flou (3.19) et les  $\Upsilon_{ij}^k$  définis en (3.39). La convergence de l'erreur de reconstruction est assurée s'il existe :

$P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$ ,  $\Phi_{3ik}$ ,  $\Psi_{3ik}$ ,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^k > 0$  et  $Q_{ij}^k = (Q_{ij}^k)^T$  de telle sorte que : (3.24), (3.25) et (3.26) soient vérifiées.

#### **Lemme 3:**

L'approche 2 (théorème 4) inclut toujours l'approche 1 (théorème 3).

**Preuve:** Voir Annexe 1.

Dans les deux premières approches, nous avons dû fixer  $P_3 = P_4$ . Cette condition est évidemment conservatrice. Plusieurs choix sont possibles pour essayer d'éviter cette contrainte. Malheureusement, comme on le verra dans la suite, le résultat est obtenu au détriment de la mise sous forme d'un problème LMI.

### 3.5.2 Approche 3

L'idée est d'utiliser « deux fois » le lemme 2 sur le premier bloc de la matrice (3.23), il vient alors :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Phi_3 + \Phi_3^T A_h - C_h^T K_{hv}^T \Phi_4 - \Phi_4^T K_{hv} C_h & (*) & (*) & (*) \\ P_1 - E_v^T P_3 + P_4^T A_h - P_4^T K_{hv} C_h & -E_v^T P_4 - P_4^T E_v & 0 & 0 \\ P_3 - \Phi_3 + \Psi_3^T A_h & 0 & -\Psi_3 - \Psi_3^T & 0 \\ -P_3 + \Phi_4 + \Psi_4^T K_{hv} C_h & 0 & 0 & -\Psi_4 - \Psi_4^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.40)$$

Notons que (3.40)  $\Rightarrow$  (3.23) est obtenue par congruence avec  $\begin{bmatrix} I & 0 & A_h^T & K_{hv}^T C_h^T \\ 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ .

Dans (3.40), les produits de variables qui apparaissent sont :  $P_4^T K_{ik}$ ,  $\Phi_4^T K_{ik}$  et  $\Psi_4^T K_{ik}$ . En utilisant le changement de variables bijectif  $M_{ik} = P_4^T K_{ik}$ , il est nécessaire de prendre :  $\Phi_4 = \Psi_4 = P_4$  pour avoir une formulation LMI. Malheureusement, ce choix n'est pas judicieux. Effectivement, au regard de la preuve du lemme 2, la démonstration de ( $\Leftarrow$ ) utilise le fait que  $\Psi_4$  puisse être rendue aussi « petite » que voulu. On pose alors :  $\Psi_4 = P_4 \Delta$ , d'où  $\Psi_4^T K_{ik} = \Delta^T M_{ik}$ . Comme pour l'approche 2, les matrices  $\Phi_3$ ,  $\Phi_4$ ,  $\Psi_3$  et  $\Psi_4$  peuvent être remplacées respectivement par  $\Phi_{3hv}$ ,  $\Phi_{4hv}$ ,  $\Psi_{3hv}$  et  $\Psi_{4hv}$ . Le fait que  $\Delta$  soit également remplacé par  $\Delta_{hv}$  sera discuté dans la suite. (3.40) devient :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Phi_3 + \Phi_3^T A_h - C_h^T M_{hv}^T - M_{hv} C_h & (*) & (*) & (*) \\ P_1 - E_v^T P_3 + P_4^T A_h - M_{hv} C_h & -E_v^T P_4 - P_4^T E_v & 0 & 0 \\ P_3 - \Phi_3 + \Psi_3^T A_h & 0 & -\Psi_3 - \Psi_3^T & 0 \\ -P_3 + P_4 + \Delta_{hv}^T M_{hv} C_h & 0 & 0 & -P_4 \Delta_{hv} - \Delta_{hv}^T P_4^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.41)$$

On définit :

$$\Upsilon_{ij}^k = \begin{bmatrix} A_i^T \Phi_{3jk} + \Phi_{3jk}^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_4^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_4 - P_4^T E_k & 0 & 0 \\ P_3 - \Phi_{3jk} + \Psi_{3jk}^T A_i & 0 & -\Psi_{3jk} - \Psi_{3jk}^T & 0 \\ -P_3 + P_4 + \Delta_{jk}^T M_{jk} C_i & 0 & 0 & -P_4 \Delta_{jk} - \Delta_{jk}^T P_4^T \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

**Théorème 5:**

Soit le modèle descripteur flou (3.19) et les  $\Upsilon_{ij}^k$  définis en (3.42). La convergence de l'erreur de reconstruction est assurée s'il existe :

$P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $\Delta_{ik}$ ,  $\Phi_{3ik}$ ,  $\Psi_{3ik}$ ,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^k > 0$  et  $Q_{ij}^k = (Q_{ij}^k)^T$  telles que (3.24), (3.25) et (3.26) soient vérifiées.

**Lemme 4:**

L'approche 3 (théorème 5) inclut toujours l'approche 2 (théorème 4).

Preuve: Voir Annexe 1.

Malheureusement, à cause du produit de variables  $\Delta_{hv}^T M_{hv}$ , les conditions du théorème 5 ne peuvent plus se mettre sous la forme d'un problème LMI. Une manière d'obtenir une solution à ce problème BMI est d'utiliser une relaxation entraînant deux problèmes LMIs qui peuvent être résolus séquentiellement tel que proposé par /Guerra & al. 2001/. Dans ce cas, il est évident que rien ne garantit que l'on atteigne tout l'espace des solutions.

Le problème BMI est noté:  $\Sigma_{BMI}^3 (P_1, P_3, P_4, \Delta_{ik}, \Phi_{3ik}, \Psi_{3ik}, M_{ik}, Q_{ij}^k)$  où apparaissent les variables à déterminer. Les deux problèmes de valeurs propres généralisées /Boyd & al. 1994/ suivants sont définis, avec :

$$\forall i \in \{1, \dots, r\}, -Q_{ii}^k < II \quad (3.43)$$

$$-Q^k = \begin{bmatrix} -Q_{11}^k & -Q_{12}^k & \dots & -Q_{1r}^k \\ -Q_{12}^k & -Q_{22}^k & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -Q_{1r}^k & & \dots & -Q_{rr}^k \end{bmatrix} < II \quad (3.44)$$

- Approche 3, problème LMI1: les  $\Delta_{ik}$  sont fixés.

$$\Sigma_{LMI1}^3 (P_1, P_3, P_4, \Phi_{3ik}, \Psi_{3ik}, M_{ik}, Q_{ij}^k):$$

$$\min I_{LMI1}$$

sous :  $P_1 > 0$ , (3.24), (3.25), (3.43) et (3.44).

- Approche 3, problème LMI2:  $M_{ik}$  et  $P_4$  sont fixés.

$$\Sigma_{LMI2}^3 (P_1, P_3, \Delta_{ik}, \Phi_{3ik}, \Psi_{3ik}, Q_{ij}^k):$$

$$\min I_{LMI2}$$

sous :  $P_1 > 0$ , (3.24), (3.25), (3.43) et (3.44).

*Remarque* :  $\Delta$  a été remplacé par  $\Delta_{hv}$ , car le fait de rechercher séquentiellement les variables  $\Delta_{ik}$  et  $M_{ik}$  confère la même « structure » de triple somme  $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^e h_i h_j v_k$  au terme  $\Delta_{hv}^T M_{hv} C_h$  pour chacun des problèmes de valeurs propres généralisées.

L'algorithme est donné par :

1. Initialiser  $\Delta_{ik} = \mathbf{e}_{ik}^2 I$  avec  $\mathbf{e}_{ik} \geq 0$  « petit ».
2. Exécuter  $\Sigma_{LMI1}^3 (P_1, P_3, P_4, \Phi_{3ik}, \Psi_{3ik}, M_{ik}, Q_{ij}^k)$ , si  $I_{LMI1} < 0$  arrêt (une solution a été trouvée) sinon, garder les valeurs de  $M_{ik}$  et  $P_4$  pour l'étape suivante.
3. Exécuter  $\Sigma_{LMI2}^3 (P_1, P_3, \Delta_{ik}, \Phi_{3ik}, \Psi_{3ik}, Q_{ij}^k)$ , si  $I_{LMI2} < 0$  arrêt (une solution a été trouvée) sinon, garder les matrices  $\Delta_{ik}$  et retourner à l'étape 2.

L'algorithme est aussi stoppé si  $I_{LMI1}$  et  $I_{LMI2}$  ne décroissent pas assez entre deux itérations.



### 3.5.3 Approche 4

Une autre façon de relâcher les conditions imposées par le théorème 3 est de modifier l'expression du gain de l'observateur flou. On considère alors le gain d'observateur non linéaire  $K_{hv} = \Omega_h^{-T} M_{hv}$  avec  $\Omega_h^{-T}$  toujours régulière (ce point sera discuté par la suite).

En considérant la condition donnée par les équations (3.23), on définit :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_h - K_{hv} C_h & -E_v \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_3 & \Phi_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 \\ \Psi_3 & \Psi_4 \end{bmatrix} \quad \text{et on}$$

applique le lemme 2. La condition (3.22) est donc satisfaite si:

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Phi_3 + \Phi_3^T A_h - C_h^T K_{hv}^T \Phi_3 - \Phi_3^T K_{hv} C_h & (*) & (*) & (*) \\ \Phi_3^T A_h - \Phi_3^T K_{hv} C_h + \Phi_1 - E_v^T \Phi_3 & \Phi_2 + \Phi_2^T - E_v^T \Phi_4 - \Phi_4^T E_v & (*) & (*) \\ \Psi_3^T A_h - \Psi_3^T K_{hv} C_h - \Phi_1 + P_1 & \Psi_1^T - \Psi_3^T E_v - \Phi_2 & -\Psi_1 - \Psi_1^T & (*) \\ \Psi_4^T A_h - \Psi_4^T K_{hv} C_h - \Phi_3 + P_3 & \Psi_2^T - \Psi_4^T E_v - \Phi_4 + P_4 & -\Psi_3 - \Psi_2^T & -\Psi_4 - \Psi_4^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.45)$$

Dans (3.45) les produits de variables apparaissant sont :  $\Phi_3^T K_{ik}$ ,  $\Psi_3^T K_{ik}$ ,  $\Phi_4^T K_{ik}$  et  $\Psi_4^T K_{ik}$ . On pose  $\Phi_3^T K_{hv} = M_{hv}$  et  $\Phi_3 = \Phi_4 = \Omega_h$ . Pour les mêmes raisons que précédemment,  $\Psi_3$  et  $\Psi_4$  doivent pouvoir être rendues aussi « petites » que voulu. On choisit alors :  $\Psi_4 = \Omega_h \Delta$  et  $\Psi_3 = \Omega_h \Delta_1$ . Ce changement de variables conduit donc à des conditions BMI et la condition (3.45) devient :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Omega_h + \Omega_h^T A_h - C_h^T M_{hv}^T - M_{hv} C_h & (*) & (*) & (*) \\ \Omega_h^T A_h - M_{hv} C_h + \Phi_1 - E_v^T \Omega_h & \Phi_2 + \Phi_2^T - E_v^T \Omega_h - \Omega_h^T E_v & (*) & (*) \\ \Delta_1^T \Omega_h^T A_h - \Delta_1^T M_{hv}^T C_h - \Phi_1 + P_1 & \Psi_1^T - \Delta_1^T \Omega_h^T E_v - \Phi_2 & -\Psi_1 - \Psi_1^T & (*) \\ \Delta^T \Omega_h^T A_h - \Delta^T M_{hv}^T C_h - \Omega_h + P_3 & \Psi_2^T - \Delta^T \Omega_h^T E_v - \Omega_h + P_4 & -\Omega_h \Delta_1 - \Psi_2^T & -\Omega_h \Delta - \Delta^T \Omega_h^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.46)$$

Comme pour les approches précédentes, en fonction des sommes présentes, on peut écrire :

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{1hhv} & \Phi_{2hhv} \\ \Omega_h & \Omega_h \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r h_i(z) \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^e \sum_{j=1}^r h_j(z) v_k(z) \Phi_{1ijk} & \sum_{k=1}^e \sum_{j=1}^r h_j(z) v_k(z) \Phi_{2ijk} \\ \Omega_i & \Omega_i \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{1hhv} & \Psi_{2hhv} \\ \Omega_h \Delta_1 & \Omega_h \Delta \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r h_i(z) \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^e \sum_{j=1}^r h_j(z) v_k(z) \Psi_{1ijk} & \sum_{k=1}^e \sum_{j=1}^r h_j(z) v_k(z) \Psi_{2ijk} \\ \Omega_i \Delta_1 & \Omega_i \Delta \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

et donc la condition (3.46) se réécrit :

$$\begin{bmatrix} A_h^T \Omega_h + \Omega_h^T A_h - C_h^T M_{hv}^T - M_{hv} C_h & (*) & (*) & (*) \\ \Omega_h^T A_h - M_{hv} C_h + \Phi_{1hhv} - E_v^T \Omega_h & \Phi_{2hhv} + \Phi_{2hhv}^T - E_v^T \Omega_h - \Omega_h^T E_v & (*) & (*) \\ \Delta_1^T \Omega_h^T A_h - \Delta_1^T M_{hv} C_h - \Phi_{1hhv} + P_1 & \Psi_{1hhv}^T - \Delta_1^T \Omega_h^T E_v - \Phi_{2hhv} & -\Psi_{1hhv} - \Psi_{1hhv}^T & (*) \\ \Delta^T \Omega_h^T A_h - \Delta^T M_{hv} C_h - \Omega_h + P_3 & \Psi_{2hhv}^T - \Delta^T \Omega_h^T E_v - \Omega_h + P_4 & -\Omega_h \Delta_1 - \Psi_{2hhv}^T & -\Omega_h \Delta - \Delta^T \Omega_h^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.49)$$

On définit:

$$\Upsilon_{ij}^k = \begin{bmatrix} A_i^T \Omega_j + \Omega_j^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) & (*) \\ \Omega_j^T A_i - M_{jk} C_i + \Phi_{1ijk} - E_k^T \Omega_j & \Phi_{2ijk} + \Phi_{2ijk}^T - E_k^T \Omega_j - \Omega_j^T E_k & (*) & (*) \\ \Delta_1^T \Omega_j^T A_i - \Delta_1^T M_{jk} C_i - \Phi_{1ijk} + P_1 & \Psi_{1ijk}^T - \Delta_1^T \Omega_j^T E_k - \Phi_{2ijk} & -\Psi_{1ijk} - \Psi_{1ijk}^T & (*) \\ \Delta^T \Omega_j^T A_i - \Delta^T M_{jk} C_i - \Omega_j + P_3 & \Psi_{2ijk}^T - \Delta^T \Omega_j^T E_k - \Omega_j + P_4 & -\Omega_j \Delta_1 - \Psi_{2ijk}^T & -\Omega_j \Delta - \Delta^T \Omega_j^T \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

### **Théorème 6:**

Soit le modèle descripteur flou (3.19) et les  $\Upsilon_{ij}^k$  définis en (3.50). La convergence de l'erreur de reconstruction est assurée s'il existe :

$P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $\Delta$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Phi_{1ijk}$ ,  $\Phi_{2ijk}$ ,  $\Psi_{1ijk}$ ,  $\Psi_{2ijk}$ ,  $\Omega_i$ ,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^k > 0$  et  $Q_{ij}^k = (Q_{ij}^k)^T$  telles que (3.24), (3.25) et (3.26) soient vérifiées.

### **Lemme 5:**

L'approche 4 inclut toujours l'approche 1.

Preuve: Voir annexe 1.

*Remarque* : L'utilisation d'un gain d'observateur flou modifié  $\Omega_h^{-T} K_{hv}$  impose la structure de l'observateur flou suivante :

$$\begin{cases} E_v \dot{\hat{x}}(t) = A_h \hat{x}(t) + B_h \mu(t) + \Omega_h^{-T} K_{hv} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_h \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.51)$$

Or, le dernier bloc de  $\Upsilon_{ii}^k$  et la condition (3.24) assurent :  $\forall i \in \{1, \dots, r\}$   $\Omega_i \Delta + \Delta^T \Omega_i^T > 0$ . Avec la propriété de somme convexe il vient :  $\Omega_h \Delta + \Delta^T \Omega_h^T > 0$  ce qui implique que  $\Omega_h^{-T}$  existe toujours.

De la même manière que pour l'*approche 3*, le problème BMI est scindé en deux problèmes de valeurs propres généralisées. Le problème BMI est noté :  $\Sigma_{BMI4}(P_1, P_3, P_4, \Delta, \Delta_1, \Phi_{1ijk}, \Phi_{2ijk}, \Psi_{1ijk}, \Psi_{2ijk}, \Omega_i, M_{ik}, Q_{ij}^k)$  et on définit les deux problèmes :

- *Approche 4*, problème *LMI1*:  $\Delta, \Delta_1$  sont fixées.

$$\Sigma_{LMI1}^4(P_1, P_3, P_4, \Phi_{1ijk}, \Phi_{2ijk}, \Psi_{1ijk}, \Psi_{2ijk}, \Omega_i, M_{ik}, Q_{ij}^k):$$

$$\min I_{LMI1}$$

$$\text{sous : } P_1 > 0, (3.24), (3.25), (3.43) \text{ et } (3.44).$$

- *Approche 4*, problème *LMI2*:  $M_{ik}$  et  $\Omega_i$  sont fixés.

$$\Sigma_{LMI2}^4(P_1, P_3, P_4, \Delta, \Delta_1, \Phi_{1ijk}, \Phi_{2ijk}, \Psi_{1ijk}, \Psi_{2ijk}, Q_{ij}^k):$$

$$\min I_{LMI2}$$

$$\text{sous : } P_1 > 0, (3.24), (3.25), (3.43) \text{ et } (3.44).$$

De façon similaire à l'approche 3, on définit l'algorithme suivant:

1. Initialisation de  $\Delta = \Delta_1 = \mathbf{e}^2 I$  avec  $\mathbf{e} \geq 0$  « petit ».
2. Exécuter  $\Sigma_{LMI1}^4 (P_1, P_3, P_4, \Phi_{1ijk}, \Phi_{2ijk}, \Psi_{1ijk}, \Psi_{2ijk}, \Omega_i, M_{ik}, Q_{ij}^k)$ , si  $I_{LMI1} < 0$  arrêt (une solution a été trouvée) sinon, garder les valeurs de  $M_{ik}$  et  $\Omega_i$  à la prochaine itération.
3. Exécuter  $\Sigma_{LMI2}^4 (P_1, P_3, P_4, \Delta, \Delta_1, \Phi_{1ijk}, \Phi_{2ijk}, \Psi_{1ijk}, \Psi_{2ijk}, Q_{ij}^k)$ , si  $I_{LMI2} < 0$  arrêt (une solution a été trouvée) sinon, garder les valeurs de  $\Delta$  et  $\Delta_1$  et retour à l'étape 2.

L'algorithme est également stoppé si  $I_{LMI1}$  et  $I_{LMI2}$  ne décroissent pas assez entre deux essais.

### 3.5.4 Exemples

Afin d'illustrer la pertinence des différentes relaxations proposées, le modèle descripteur flou correspondant aux matrices suivantes est choisi.

$$E = \begin{bmatrix} \mathbf{m} \cdot \left( 2.28 \frac{\sin(x_1)}{x_1} + 1.67 \right) & -1.68 \\ -3.25 & 4.74 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -1.66 & \mathbf{t} \cdot \left( 2.62 \frac{\sin(x_2)}{x_2} - 0.49 \right) \\ 1.1 & -3.76 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 9.52 \frac{\sin(x_2)}{x_2} - 1.79 & 3.2 \end{bmatrix}, \quad x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$$

et  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{t}$  deux paramètres,  $B$  matrice de taille appropriée.

Le modèle flou est obtenu en découpant les non linéarités  $\frac{\sin(x_1)}{x_1}$  et  $\frac{\sin(x_2)}{x_2}$ . Il représente exactement le descripteur non linéaire  $\forall x_1(t), x_2(t) \in \mathbb{R}$ . Comme on a la propriété suivante  $\frac{\sin(x)}{x} \in [-0,217; 1]$ , en appliquant le lemme 1, il vient :

$$\frac{\sin(x)}{x} \approx 1 \cdot \frac{\sin(x) + 0,217 \cdot x}{1,217 \cdot x} - 0,217 \cdot \frac{x - \sin(x)}{1,217 \cdot x} \quad (3.52)$$

Et le modèle flou s'écrit :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 v_k E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i A_i x(t) + Bu(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^2 h_i C_i x(t) \end{cases} \quad (3.53)$$

avec  $v_1 = 1 - v_2 = \frac{\sin(x_1) + 0,217 \cdot x_1}{1,217 \cdot x_1}$  et  $h_1 = 1 - h_2 = \frac{\sin(x_2) + 0,217 \cdot x_2}{1,217 \cdot x_2}$ , ainsi que :

$$E_1 = \begin{bmatrix} 3.95\mathbf{m} & -1.68 \\ -3.25 & 4.74 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 2.165\mathbf{m} & -1.68 \\ -3.25 & 4.74 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -1.66 & 2.13\mathbf{t} \\ 1.1 & -3.76 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.66 & 0.79\mathbf{t} \\ 1.1 & -3.76 \end{bmatrix}, C_1 = [7.73 \quad 3.2], C_2 = [0.276 \quad 3.2].$$

L'étude de la convergence de l'erreur de reconstruction d'état pour les 4 approches proposées est faite en fonction des paramètres  $\mathbf{m} \in [\underline{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{m}}]$  et  $\mathbf{t} \in [\underline{\mathbf{t}}, \bar{\mathbf{t}}]$ , figure 3.1. La relaxation due à /Kim & Lee 2000/ n'a pas été prise en compte sur cet exemple, principalement parce que les temps de calculs pour les approches 3 et 4 deviennent importants dans le contexte de cette recherche par grille.

Pour les approches 3 et 4, il est nécessaire de trouver un compromis entre temps de calcul et performance de la relaxation BMI. Dans notre cas, le nombre maximal d'itérations (passage d'un problème LMI à l'autre problème LMI) est fixé à 6 de manière à limiter les temps de calculs. Notons que si l'algorithme permet de trouver une solution, généralement seules une ou deux itérations sont nécessaires.

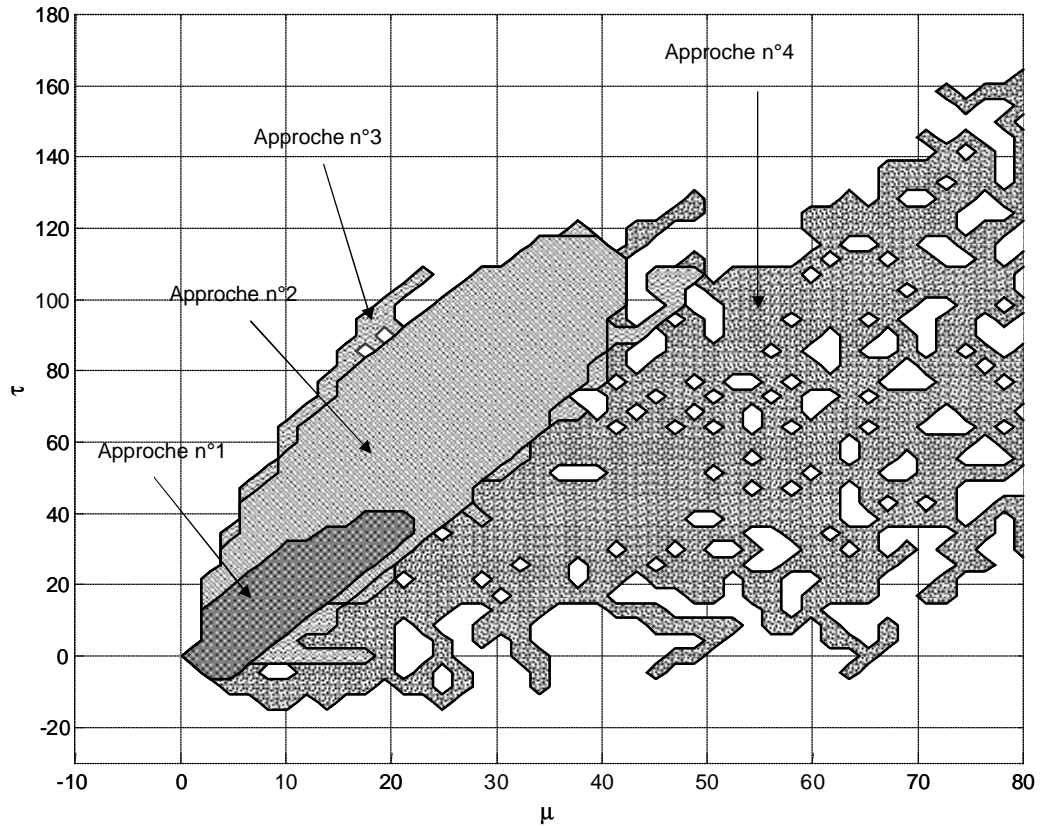


Figure 3.1 : Domaines de convergence démontrés par les différentes approches

Conformément aux différents lemmes sur l'inclusion des différentes approches, le domaine associé à l'approche n°3 contient celui l'approche n°2 qui contient lui-même celui de l'approche n°1, et l'approche n°4 contient l'approche n°1. Dans le cas de l'exemple proposé on s'aperçoit que l'approche n°4 contient toutes les approches et permet d'étendre le domaine de façon très significative.

En conclusion, pour éviter trop de calculs, on préconise de tester l'approche 2 en premier. Dans le cas où il n'y a pas de solution, ou qu'il n'est pas possible d'obtenir une solution de bonne qualité, il est alors nécessaire de tester les approches 3 et 4.

### 3.6 Conclusion

Ce chapitre a proposé d'utiliser les modèles flous de type Takagi-Sugeno sous forme descripteur comme base pour des observateurs non linéaires. L'intérêt principal réside

pour certains types de modèles non linéaires dans la possibilité de réduire de façon significative le nombre de règles, permettant ainsi de réduire la conservativité des résultats obtenus pour la convergence des erreurs de reconstruction.

Le but est alors de dégager de nouvelles conditions de convergence pour ce type d'observateurs. Si la fonction de Lyapunov choisie est la classique quadratique, on a pris le parti de réduire la conservativité des résultats en utilisant une transformation matricielle particulière, qui peut se voir n fait comme une extension du complément de Schur. Malheureusement, l'utilisation de cette transformation s'est faite au détriment d'une écriture sous la forme d'un problème LMI. Néanmoins des algorithmes de résolution ont été proposés utilisant une relaxation de problème BMI en deux problèmes LMI exécutés de façon séquentielle.

## Chapitre 4: Application des observateurs au cas de l'homme en station debout

1	INTRODUCTION .....	85
2	OBTENTION D'UN OBSERVATEUR FLOU A ENTREES INCONNUES .....	85
2.1	<i>Structure de l'observateur</i> .....	85
2.2	<i>Application au modèle de l'homme en station debout</i> .....	86
3	RESULTATS EN SIMULATION .....	89
3.1	<i>Réglage des gains d'observateur</i> .....	90
3.2	<i>Comparaison avec l'observateur linéaire</i> .....	92
4	RESULTATS EXPERIMENTAUX .....	94
4.1	<i>Deuxième comparaison des observateurs flou et linéaire</i> .....	94
4.2	<i>Comparaison dynamique inverse et observateur flou</i> .....	98
5	CONCLUSION .....	103





## 4.1 Introduction

Le cadre théorique des observateurs flous de type Takagi-Sugeno ayant été développé, ce chapitre présente l'application de ceux-ci à la problématique de l'estimation des variables caractérisant le mouvement en station debout.

Une structure générale d'observateurs dits «à entrées inconnues» pour les modèles descripteurs est définie. Elle permettra l'estimation des entrées non mesurables ainsi que des variables d'état associées au modèle de la station debout.

L'observateur flou proposé ainsi qu'un observateur linéaire sont testés en simulation sur un modèle non linéaire de l'homme en station debout. L'ensemble des signaux étant alors accessible, les performances de la reconstruction des entrées non mesurées seront évaluées.

Enfin, les résultats obtenus sur des données expérimentales seront comparés à ceux obtenus à partir de la dynamique inverse utilisée habituellement en biomécanique.

## 4.2 Obtention d'un observateur flou à entrées inconnues

### 4.2.1 Structure de l'observateur

On rappelle la structure générale de l'observateur flou utilisant la forme descripteur proposée au chapitre précédent :

$$\begin{cases} E_v \dot{\hat{x}}(t) = A_h \hat{x}(t) + B_h u(t) + K_{hv} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_h \hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

Classiquement, l'estimation  $\hat{x}(t)$  du vecteur d'état  $x(t)$  peut, sous certaines conditions présentées au chapitre 3, être obtenue à partir des mesures des entrées  $u(t)$  et des sorties  $y(t)$  du système.

Dans le cas de l'homme en station debout, les couples articulaires constituant les entrées du système à réguler ne sont pas accessibles par mesure directe. Il est cependant possible d'obtenir une estimation  $\hat{x}(t)$  de l'état et des entrées  $\hat{u}(t)$  non mesurées à partir d'un observateur à «entrées inconnues». On définit pour cela un vecteur d'état étendu:

$$x_e(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & u^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (4.2)$$

La synthèse d'un observateur à entrées inconnues nécessite de prendre en compte une hypothèse sur les dynamiques des entrées non mesurées. Dans le cas de l'homme en station debout, on suppose que la variation des couples articulaires est suffisamment « petite » pour choisir comme hypothèse  $\dot{u}(t) \approx 0$ . L'observateur à entrées inconnues s'écrit alors :

$$\begin{cases} \tilde{E}_v \dot{\hat{x}}_e(t) = \tilde{A}_h \hat{x}_e(t) + \tilde{K}_{nv} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C}_h \hat{x}_e(t) \end{cases} \quad (4.3)$$

avec :

$$\bullet \quad \tilde{E}_v = \begin{bmatrix} E_v & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\bullet \quad \tilde{A}_h = \begin{bmatrix} A_h & B_h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\bullet \quad \tilde{C}_h = [C_h \quad 0] \quad (4.6)$$

#### 4.2.2 Application au modèle de l'homme en station debout

On rappelle que le modèle (2.8) de l'homme en station debout peut s'écrire sous la forme descripteur :

$$\begin{cases} E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \dot{x}(t) = A(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.7)$$

avec:

- $x(t) = \begin{bmatrix} y^T & \dot{y}^T \end{bmatrix}^T$  vecteur d'état du système,
- $u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) \end{bmatrix}^T$  le vecteur d'entrée du système contenant les couples articulaires au niveau des chevilles et de la hanche.
- $y(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1(t) & \mathbf{q}_2(t) \end{bmatrix}^T$  le vecteur de sortie contenant les positions angulaires du système,
- $E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \end{bmatrix}$ ,  $A(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ G_M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) & -S(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) \end{bmatrix}$ ,  
 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix}$  et  $C = [I \ 0]$ .

Remarque : le bloc  $G_M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \begin{bmatrix} (m_2 + m_1 K) g L_1 \frac{\sin \mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_1} & 0 \\ 0 & m_2 g L_2 \frac{\sin \mathbf{q}_2}{\mathbf{q}_2} \end{bmatrix}$  correspond à

une transformation du vecteur de gravitation

$G(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \begin{bmatrix} (m_2 + m_1 K) g L_1 \sin \mathbf{q}_1 & m_2 g L_2 \sin \mathbf{q}_2 \end{bmatrix}^T$  utile à la réécriture du modèle (2.8)

sous la forme d'un modèle descripteur d'état.

**Tableau 4.1: Termes non linéaires contenus dans le modèle (4.3).**

Fonctions non linéaires		Min	Max
$f_1 = \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$	mesurable	$\underline{f}_1 = -1$	$\bar{f}_1 = 1$
$f_2 = \frac{\sin \mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_1}$	mesurable	$\underline{f}_2 \approx -0.217$	$\bar{f}_2 = 1$
$f_3 = \frac{\sin \mathbf{q}_2}{\mathbf{q}_2}$	mesurable	$\underline{f}_2 \approx -0.217$	$\bar{f}_3 = 1$
$f_4 = \dot{\mathbf{q}}_1 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$	non mesurée	Non découpée	
$f_5 = \dot{\mathbf{q}}_2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$	non mesurée	Non découpée	

Les termes non linéaires du modèle descripteur (4.7), résumés tableau 4.1, sont contenus au sein des matrices  $E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$  et  $A(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2)$ .

Les vitesses angulaires  $\dot{\mathbf{q}}_1$  et  $\dot{\mathbf{q}}_2$  ne sont pas directement mesurables. De fait, conformément à l'hypothèse 1 (chapitre 3.2.3),  $f_4$  et  $f_5$  ne sont pas découpées. Cela est évidemment une hypothèse « forte », puisque cela suppose que l'on néglige dans le modèle les termes non linéaires contenant les vitesses angulaires. Il sera nécessaire d'étudier cette hypothèse simplificatrice dans la suite. Le découpage des non linéarités se fait à l'aide du lemme 1 rappelé au chapitre 3 /Morère 2001/ :

$$f_1(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) = 1 \cdot \frac{\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + 1}{2} - 1 \cdot \frac{1 - \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)}{2} \quad (4.8)$$

$$f_2(\mathbf{q}_1) = \frac{\sin \mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_1} \approx 1 \cdot \frac{\sin \mathbf{q}_1 + 0,217 \cdot \mathbf{q}_1}{1,217 \cdot \mathbf{q}_1} - 0,217 \cdot \frac{\mathbf{q}_1 - \sin \mathbf{q}_1}{1,217 \cdot \mathbf{q}_1} \quad (4.9)$$

$$f_3(\mathbf{q}_2) = \frac{\sin \mathbf{q}_2}{\mathbf{q}_2} \approx 1 \cdot \frac{\sin \mathbf{q}_2 + 0,217 \cdot \mathbf{q}_2}{1,217 \cdot \mathbf{q}_2} - 0,217 \cdot \frac{\mathbf{q}_2 - \sin \mathbf{q}_2}{1,217 \cdot \mathbf{q}_2} \quad (4.10)$$

Le modèle flou simplifié s'écrit avec les règles données en annexe 3:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 v_k E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i A_i x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.11)$$

C'est-à-dire avec les notations utilisées :

$$\begin{cases} E_v \dot{x}(t) = A_h x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

avec :  $E_v = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \end{bmatrix}$ ,  $A_h = \begin{bmatrix} 0 & I \\ G(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) & 0 \end{bmatrix}$  contenant les fonctions non linéaires

$f_2, f_3$ .

Sur la base de ce modèle, l'observateur flou à entrées inconnues est défini par la structure suivante :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 v_k \tilde{E}_k \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i \tilde{A}_i \hat{x}(t) + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^4 v_k h_i \tilde{K}_{ik} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C} \hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.13)$$

c'est-à-dire:

$$\begin{cases} \tilde{E}_v \dot{\hat{x}}_e(t) = \tilde{A}_h \hat{x}_e(t) + \tilde{K}_{hv} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C} \hat{x}_e(t) \end{cases}$$

*Remarque :* Afin de pouvoir de simuler l'observateur flou avec les outils « classiques » de résolution numérique des équations différentielles ordinaires,  $E(t)$  doit être régulière en tous points de l'espace d'état. Cette contrainte est vérifiée puisque :

$$E(t) \text{ régulière} \Leftrightarrow \forall (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2), M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \text{ inversible}$$

$$\Leftrightarrow \forall (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2), \det(M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)) \neq 0$$

$$\text{Or } \det(M) = (m_2 L_2^2 + I_2)(m_1 K^2 L_1^2 + I_1 + m_2 L_1^2) - (m_2 L_1 L_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2))^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) = \sqrt{1 + \frac{L_1^2 m_2 L_2^2 (m_1 K^2 + I_2) + I_1 m_2 L_2^2 + I_1 I_2 + m_2 L_1^2 I_1}{m_2^2 L_1^2 L_2^2}}$$

De manière évidente, l'équation  $\det(M) = 0$  n'a pas de solution dans  $\mathbb{R}$ .

### 4.3 Résultats en simulation

En simulation, le modèle non linéaire complet (4.7) est préalablement stabilisé par un retour d'état linéaire. Cette commande permet la génération des entrées du modèle qui seront estimées par les observateurs à entrées inconnues. Il convient donc de choisir des

buts de commande permettant de stabiliser le système, mais surtout de générer des entrées dont la dynamique est suffisamment rapide pour mettre en évidence les performances des observateurs à entrées inconnues. Dans notre cas, un bon compromis a été trouvé en calculant le gain de commande à l'aide d'un placement de pôles sur le modèle linéarisé autour de zéro, avec quatre pôles à -60.

Les observateurs à entrées inconnues sont utilisés pour estimer les couples articulaires à partir des positions angulaires. De manière évidente, l'intérêt de la simulation est de pouvoir accéder à l'ensemble du vecteur d'état et des entrées du modèle, afin d'évaluer la dynamique de la reconstruction d'état.

Pour montrer l'intérêt d'utiliser un observateur non linéaire, une comparaison est effectuée avec un observateur linéaire basé sur le même principe. Il est obtenu à partir du modèle linéarisé autour de  $\mathbf{q}_1 = 0$  et  $\mathbf{q}_2 = 0$  (position érigée) et correspond à :

$$\begin{cases} \tilde{E}^L \dot{\hat{x}}_e^L(t) = \tilde{A}^L \hat{x}_e^L(t) + \tilde{K}^L (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C} \hat{x}_e^L(t) \end{cases} \quad (4.14)$$

avec :  $\tilde{E}^L = \tilde{E}_1$ ,  $\tilde{A}^L = \tilde{A}_1$ .

### 4.3.1 Réglage des gains d'observateur

Les gains de l'observateur flou à entrées inconnues peuvent être calculés de manière systématique par la résolution des problèmes LMI (ou BMI) des approches du chapitre 3. Rappelons que ce ne sont que des problèmes de faisabilité, i.e. quand la solution existe, elle peut être de « piètre » qualité, puisque aucune notion de performances n'a été introduite dans le problème. Quand la faisabilité est établie, il est alors possible d'essayer de contraindre la solution à être dans une zone « intéressante » de l'espace des paramètres, par l'ajout de conditions LMI et/ou de contraintes sur les matrices recherchées (valeurs propres minimale et maximale par exemple). On peut également adopter des synthèses de gains d'observateur par sous-modèle (placement de pôles, synthèse quadratique). La convergence globale de l'erreur de reconstruction doit alors être testée a posteriori, i.e. les gains sont connus, on ne recherche que les matrices  $P_i$   $i \in \{1,3,4\}$ .

Pour illustrer cette idée, on donne ci-après les valeurs propres  $\mathbf{I}_{ij}^k$  des  $\tilde{E}_k^{-1}(\tilde{A}_i - \tilde{K}_{jk}\tilde{C})$  obtenues par résolution du problème de faisabilité, i.e. les  $\tilde{K}_{ik}$   $i \in \{1, \dots, r\}$   $k \in \{1, \dots, e\}$  sont recherchés.

$$\text{Pour } i=1, j=1, k=1, \quad \mathbf{I}_{11}^1 = [-1,6+1,5i \quad -1,6-1,5i \quad -2 \quad -0,5 \quad -0,02 \quad -0,004]$$

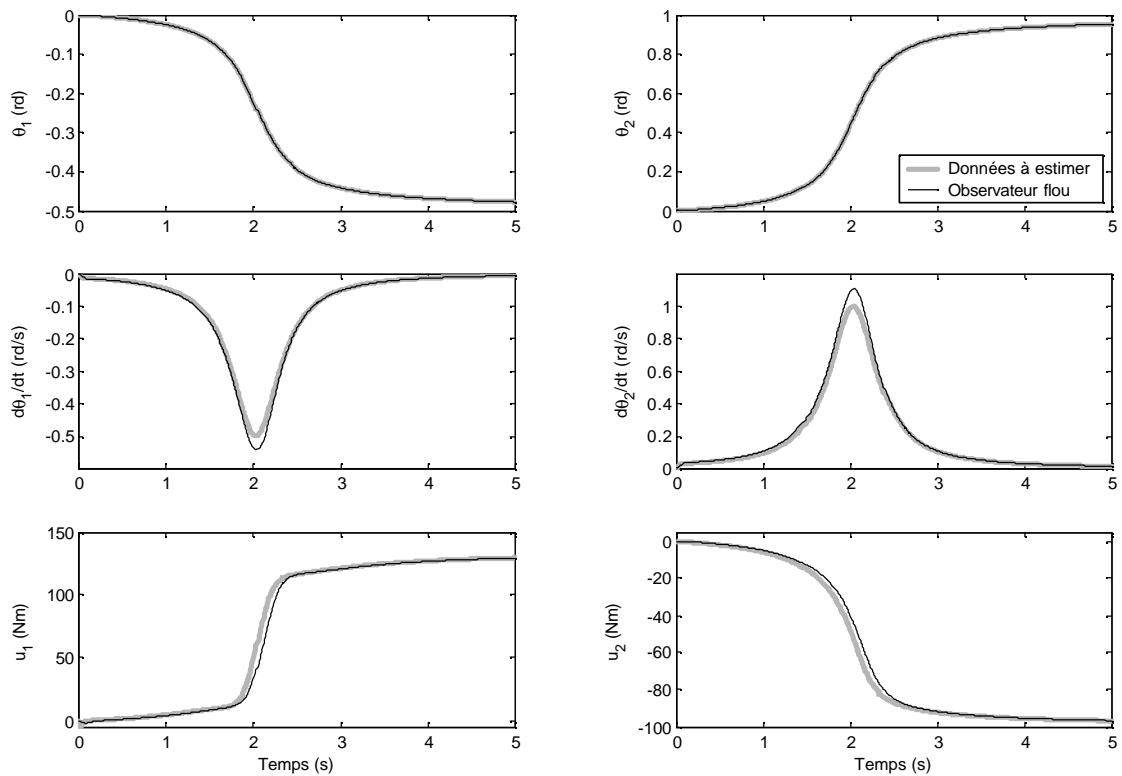
$$\text{Pour } i=1, j=1, k=2, \quad \mathbf{I}_{11}^2 = [-1,6+1,5i \quad -1,6-1,5i \quad -2 \quad -0,5 \quad -0,002 \quad -0,03]$$

Ces valeurs propres représentent les dynamiques des sous-modèles. Celles qui contribueront le plus au régime transitoire sont donc de l'ordre de  $10^{-3}$ , ce qui conduit à des dynamiques de reconstruction très lentes de l'ordre de 3000s .

Dans notre cas, les matrices  $\tilde{K}_{ik}$  ont été calculées par placement de pôles de  $\tilde{E}_k^{-1}(\tilde{A}_i - \tilde{K}_{jk}\tilde{C})$ , avec deux pôles dominants choisis à  $-18$  et quatre pôles auxiliaires à  $-55$ . Ces valeurs ont été choisies après plusieurs essais en simulation à partir d'un mouvement décrit figure 4.1. Celui-ci correspond à un mouvement de la position érigée ( $\mathbf{q}_1=0, \mathbf{q}_2=0$ ) à la position ( $\mathbf{q}_1=-\mathbf{p}/6, \mathbf{q}_2=\mathbf{p}/3$ ) avec une dynamique réaliste au regard des contraintes physiologiques.

La figure 4.1 présente le résultat de l'observateur flou sur les quatre variables d'état ( $\mathbf{q}_1(t), \mathbf{q}_2(t), \dot{\mathbf{q}}_1(t), \dot{\mathbf{q}}_2(t)$ ) et les deux commandes  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ . On rappelle que pour les essais, le modèle non linéaire est préalablement stabilisé avec une loi de commande linéaire par retour d'état.





**Figure 4.1: Simulation pour le réglage de l'observateur**

*Remarque:* On rappelle que l'obtention de l'observateur flou s'est faite en négligeant les termes contenant les vitesses angulaires. Sur tous les essais effectués en simulation, on s'aperçoit que cette hypothèse se justifie. En premier lieu, seules les grandes variations (irréalistes d'un point de vue physiologique), par exemple figure 4.2 montrent un « décrochement » de l'observateur. En second lieu lorsque l'on calcule l'amplitude des termes négligés pour les mouvements réalistes, on s'aperçoit qu'elle est très faible (en général moins de 1% ).

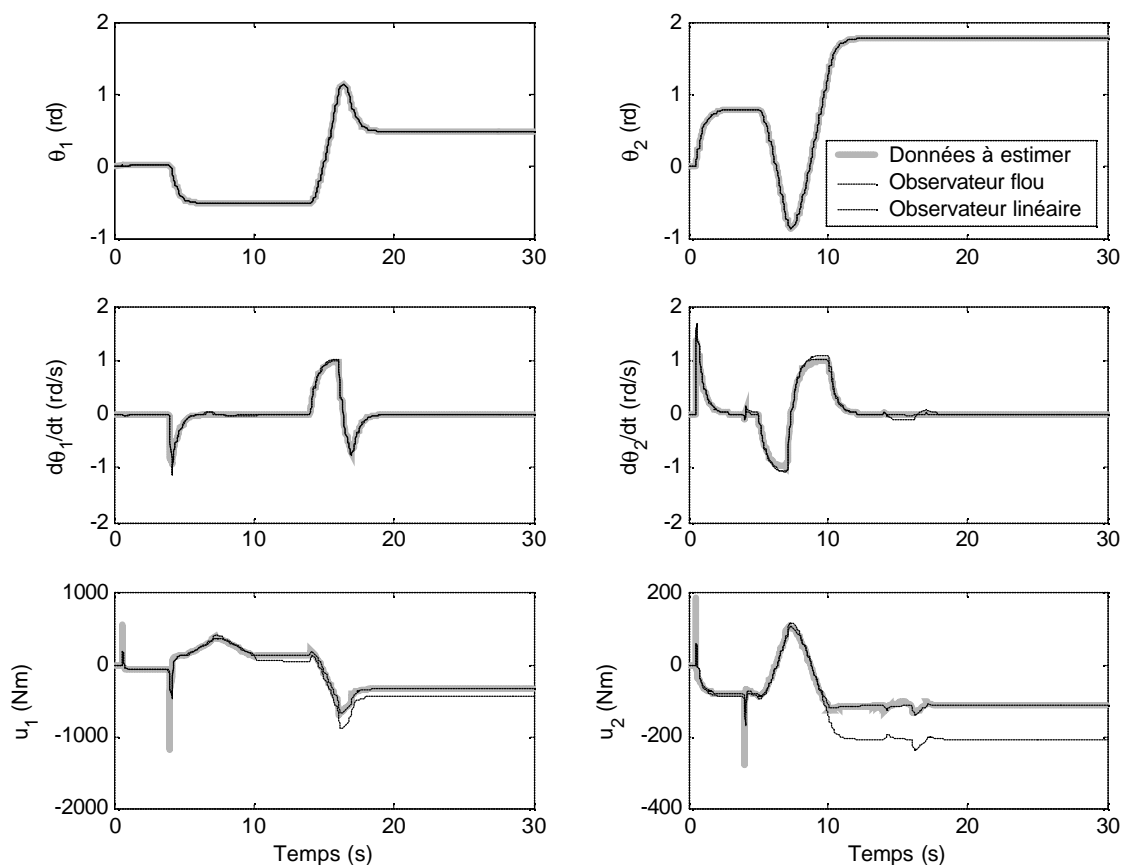
### 4.3.2 Comparaison avec l'observateur linéaire

Afin de pouvoir comparer les résultats, ce qui est toujours délicat, le gain de l'observateur linéaire est réglé avec le même placement de pôles que celui utilisé pour l'observateur non linéaire, i.e.  $\tilde{K}^L = \tilde{K}_{11}$ . Pour mettre en avant les différences de comportement, il est nécessaire de s'éloigner du point d'équilibre. Un mouvement a été « construit » permettant d'atteindre, voire de dépasser, les limites physiologiques des

mouvements en station debout. La figure 4.2 présente les résultats obtenus avec les deux observateurs.

A partir de l'instant  $t = 10s$ , l'erreur de convergence de l'observateur linéaire devient significative car les positions articulaires deviennent importantes, de ce fait l'hypothèse des faibles angles n'est plus respectée. L'erreur de convergence de l'observateur flou reste faible sauf lors de transitoires très rapides sur les couples articulaires, à  $t = 0,5s$  et  $t = 5s$ . Dans ce cas, la dynamique de l'observateur ne permet pas de reconstituer fidèlement les couples. On rappelle toutefois que dans cet intervalle, les couples articulaires n'ont pas de réalité physiologique.

Ces premiers résultats obtenus en simulation semblent prometteurs et la suite du chapitre s'intéresse à des essais expérimentaux.



**Figure 4.2: Comparaison des résultats obtenus avec les observateurs flou et linéaire lors d'une simulation d'un mouvement complexe.**

## 4.4 Résultats expérimentaux

### 4.4.1 Deuxième comparaison des observateurs flou et linéaire

La capture du mouvement décrite au chapitre deux permet de mesurer la sortie  $y(t)$  du système réel (c'est-à-dire de l'homme en station debout) constituée des positions angulaires  $q_1$  et  $q_2$ . Les estimations du vecteur d'état étendu pour l'observateur flou  $\hat{x}_e$  et de celui de l'observateur linéaire  $\hat{x}_e^L$  peuvent donc être obtenues, figure 4.3.

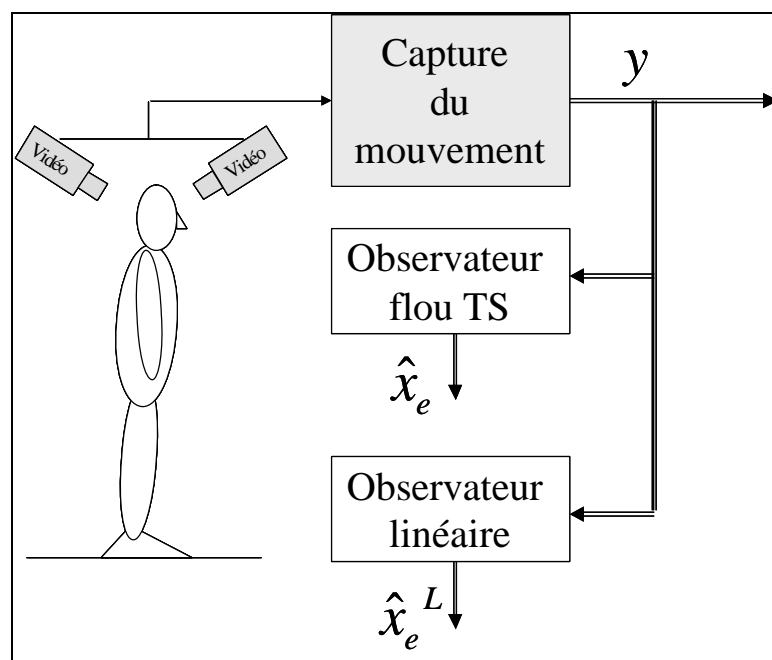


Figure 4.3: Estimations des vecteurs d'état  $\hat{x}_e$  et  $\hat{x}_e^L$  à partir de données expérimentales

A partir des jeux de données obtenus selon le protocole expérimental décrit au chapitre 2, les observateurs flou et linéaire à entrées inconnues sont mis en oeuvre afin d'estimer les vitesses et couples articulaires du sujet en station debout. Les résultats sont présentés pour deux mouvements. Le premier correspond à la posture orthostatique figure 4.4, le second à une flexion/extension combinée autour des chevilles et de la hanche figure 4.5.

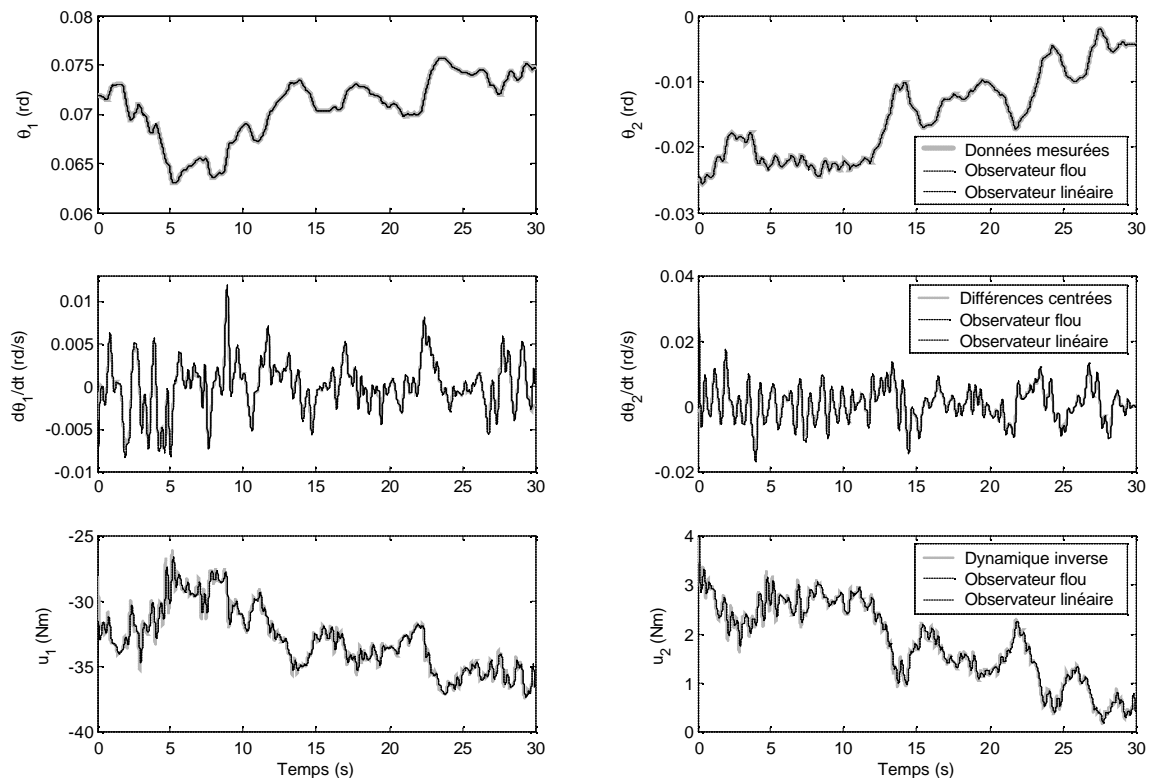
Les variables reconstruites par les observateurs à entrées inconnues sont confrontées aux résultats obtenus par la dynamique inverse globale, c'est-à-dire à partir de l'utilisation inverse du modèle non linéaire (2.8):

$$\begin{cases} u_1 = a\ddot{\mathbf{q}}_1 + c\ddot{\mathbf{q}}_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + c\dot{\mathbf{q}}_2^2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - d \sin \mathbf{q}_1 + u_2 \\ u_2 = c\ddot{\mathbf{q}}_1 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + b\ddot{\mathbf{q}}_2 - c\dot{\mathbf{q}}_1^2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - e \sin \mathbf{q}_2 \end{cases} \quad (4.15)$$

Cette méthode nécessite les mêmes mesures que les observateurs. Une attention particulière a été portée sur le processus de dérivation « numérique » et de filtrage des positions et vitesses angulaires (cf. chapitre 2). Les positions et vitesses ainsi obtenues seront utilisées pour confirmer, dans une certaine mesure, la validité des résultats obtenus par les observateurs.

- *Posture orthostatique*

La posture orthostatique correspondant à de faibles angles et de faibles vitesses, les observateurs flou et linéaire fournissent des résultats très proches, figure 4.4.

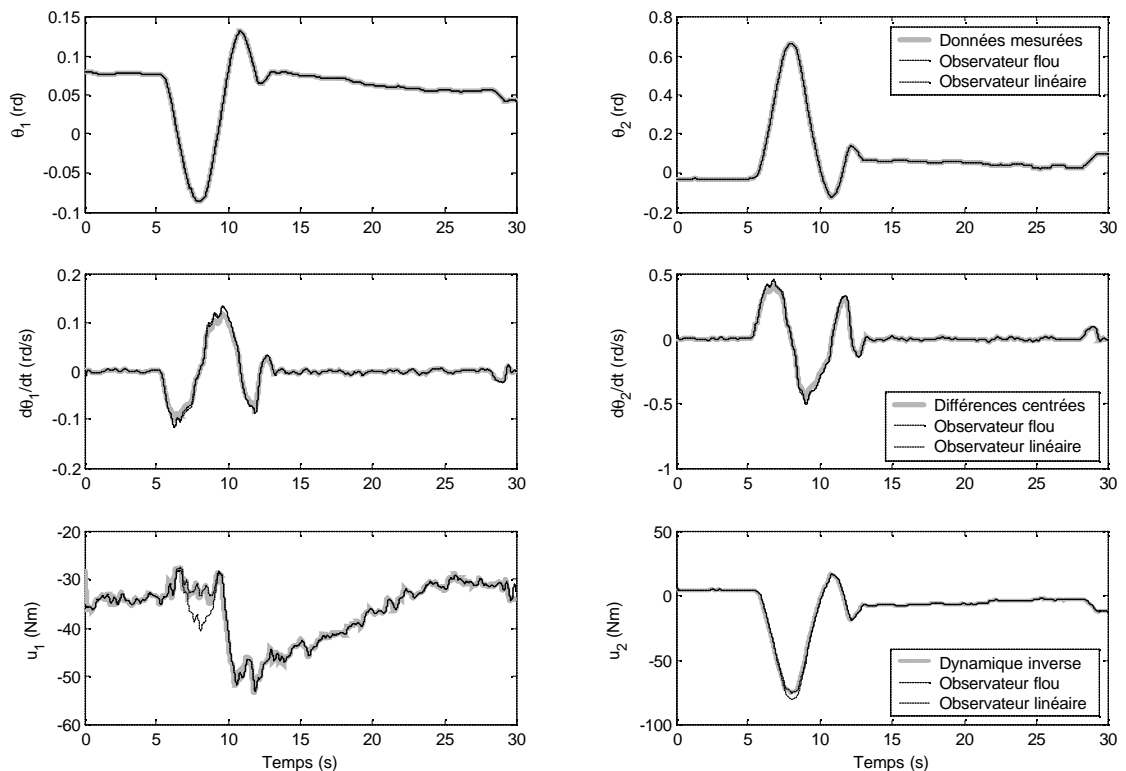


**Figure 4.4:** Comparaison des variables reconstruites par les observateurs à entrées inconnues et estimées par la dynamique inverse en posture orthostatique

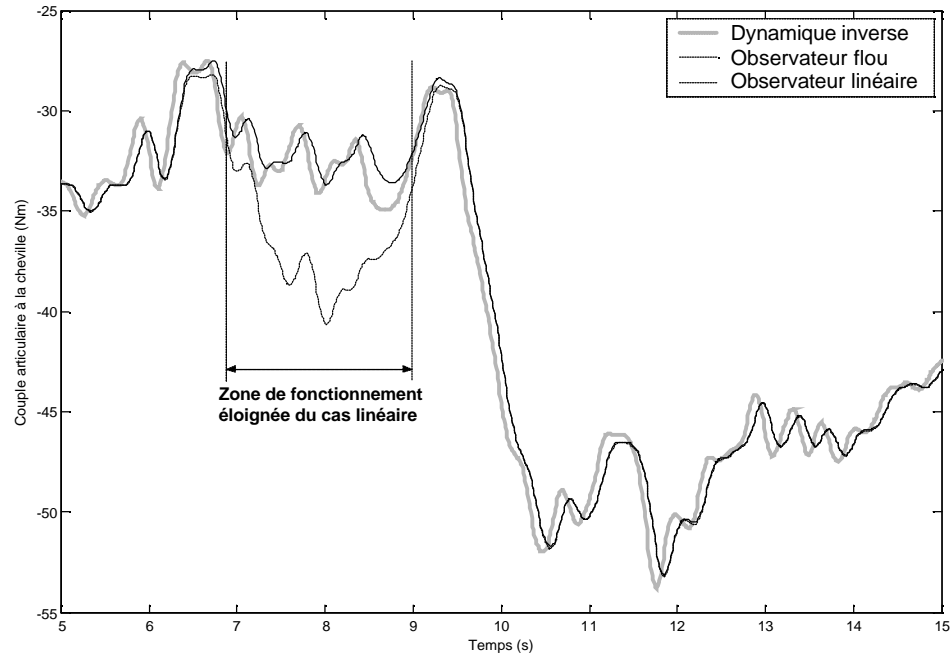
- *Mouvement de flexion/extension combinée autour des chevilles et de la hanche*

La figure 4.5 présente la reconstruction des variables d'état lors d'un mouvement de flexion/extension d'amplitude importante. De la même manière qu'en simulation, l'estimation de l'observateur linéaire est erronée lorsque le sujet effectue un mouvement trop éloigné du point de fonctionnement autour duquel a été effectuée la linéarisation du modèle.

Le détail des estimations du couple  $u_1$  entre  $t = 5s$  et  $t = 15s$  est présenté figure 4.6. Les dynamiques des estimations de  $u_1$  obtenues à partir des trois méthodes sont semblables. Cependant, on observe un léger déphasage entre le couple estimé par la dynamique inverse et celui estimé par les observateurs. Ce déphasage peut être réduit en choisissant une dynamique d'observation plus rapide, mais dans ce cas l'estimation du couple devient plus sensible aux bruits de mesures.



**Figure 4.5: Comparaison des variables reconstruites par les observateurs à entrées inconnues et estimées par la dynamique inverse en mouvement de flexion/extension**



**Figure 4.6: Estimation du couple articulaire  $u_1$  à partir de données expérimentales d'un mouvement de flexion/extension combinées hanche-chevilles.**

La figure 4.7 présente l'évolution de la valeur d'appartenance  $v_1$  issue du découpage de la fonction  $f_1 = \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$  au cours du mouvement considéré. On note que le cas linéaire correspond au sous-modèle flou pour lequel  $v_1(\mathbf{q}_1(t) - \mathbf{q}_2(t)) = 1$  et  $h_1(\mathbf{q}_1(t), \mathbf{q}_2(t)) = 1$  (cf. annexe 2 découpage des non linéarités). Ceci explique pourquoi l'observateur linéaire ne permet pas une estimation correcte sur l'intervalle de temps allant de 7 à 9s pour le mouvement considéré.

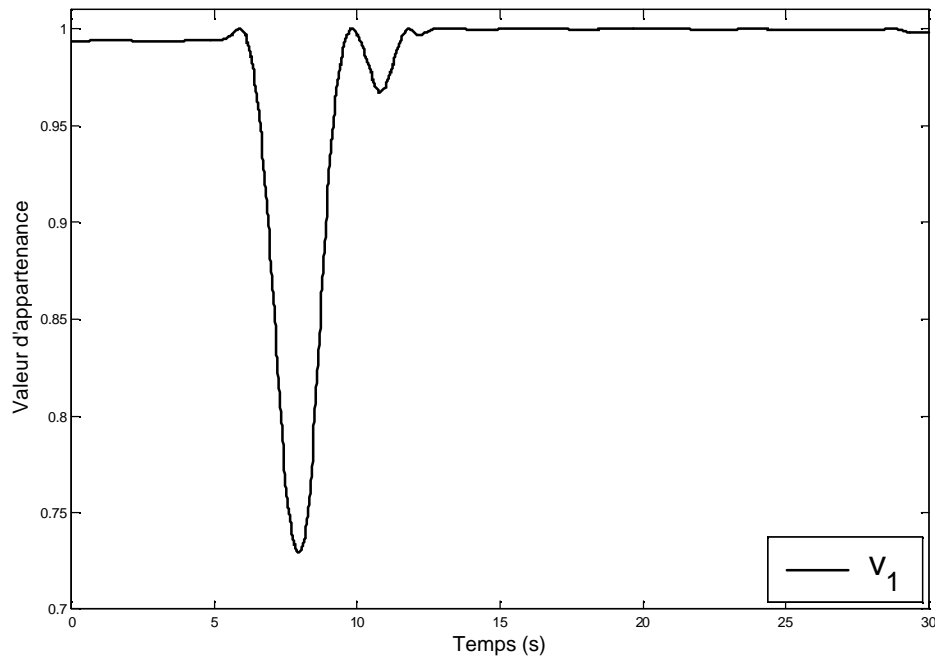


Figure 4.7: Evolution de  $v_1$  au cours du mouvement de flexion/extension considéré

Les approches couramment utilisées en biomécanique pour estimer les sollicitations articulaires sont basées sur des méthodes de dynamique inverse. La suite du chapitre s'intéresse aux différences entre ces approches et l'approche par observateur non linéaire proposée.

#### 4.4.2 Comparaison dynamique inverse et observateur flou

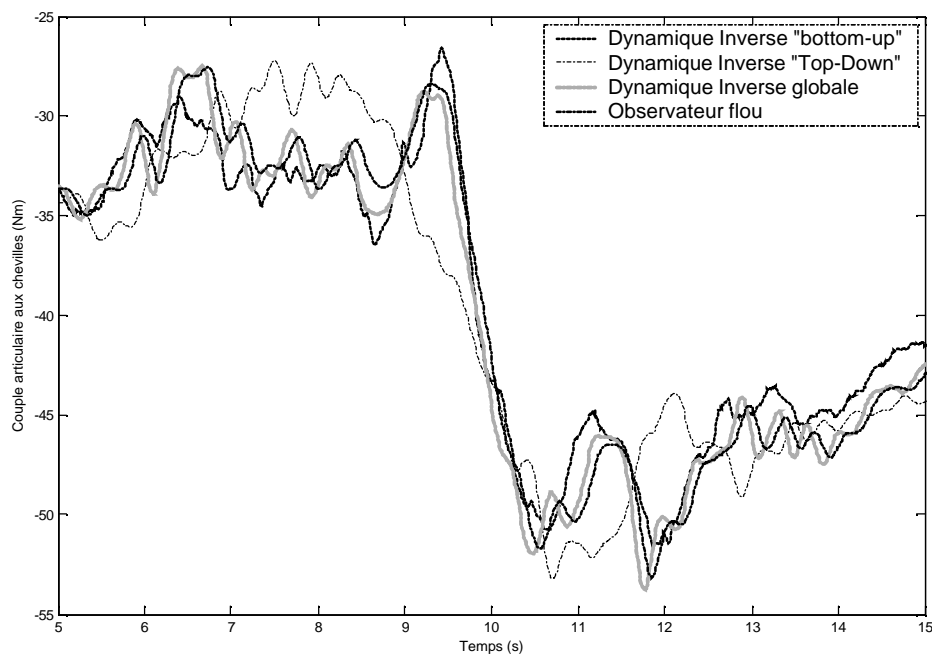
On rappelle le principe des trois approches de dynamique inverse décrites au chapitre 1:

- L'approche «top-down » consiste à isoler successivement les segments corporels pour estimer les sollicitations articulaires, en commençant par le pendule supérieur puis inférieur. Elle requiert uniquement les positions, vitesses et accélérations angulaires.
- L'approche « bottom-up » est basée sur le même principe que la précédente mais en commençant par les pieds. Elle nécessite en plus une mesure de la force de contact au sol.

- L'approche « globale » utilise le modèle non linéaire (4.15) en inverse et requiert les positions, vitesses et accélérations angulaires.

Les deux premières approches permettent une estimation correcte des couples déterminés à la première itération, c'est-à-dire aux chevilles pour l'approche « bottom-up » et à la hanche pour l'approche « Top-down » /Cappozzo et al. 1975//Winter 1990/ /Challis & Kerwin, 1996//Hatze 2000/. Les calculs associés à ces méthodes sont décrits en détail annexe 3.

La figure 4.8 présente les différentes estimations du couple articulaire à la cheville  $u_1$  pour le mouvement de flexion/extension. On constate que les résultats obtenus par l'observateur flou et la dynamique inverse globale sont similaires. Ceci n'est pas contradictoire puisque ces deux approches reposent sur une utilisation « globale » du même modèle non linéaire.

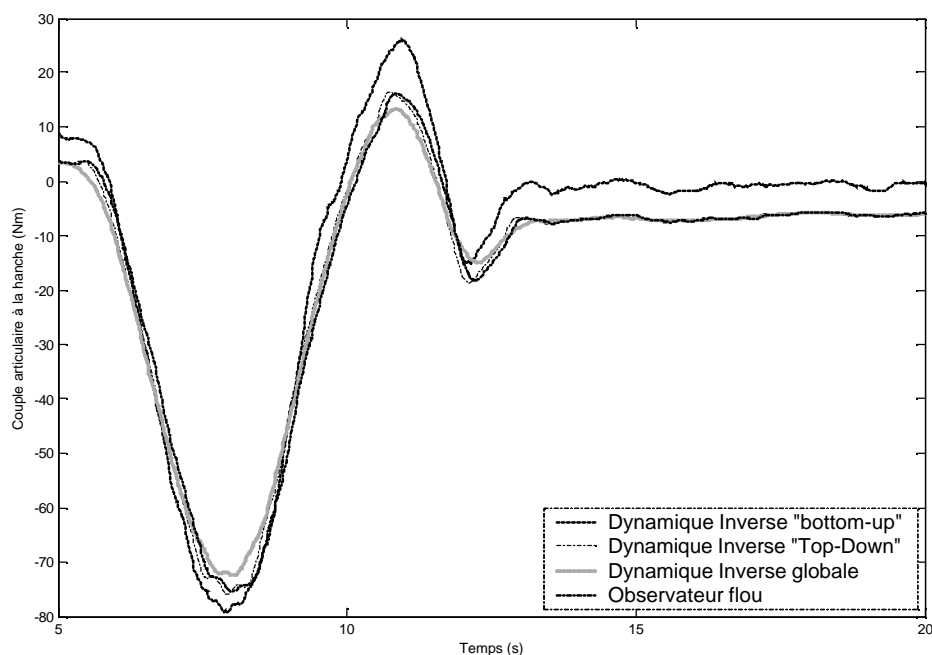


**Figure 4.8: Comparaison des estimations du couple  $u_1$  par les approches « dynamique inverse » et « observateur flou » pour un mouvement de flexion/extension**



La méthode « Bottom-up » est réputée plus fiable sur cette articulation que la méthode « Top-down » (cf. chapitre 1) et cela se confirme figure 4.8, où on observe un comportement « discordant » des résultats de cette approche pour l'estimation de ce couple.

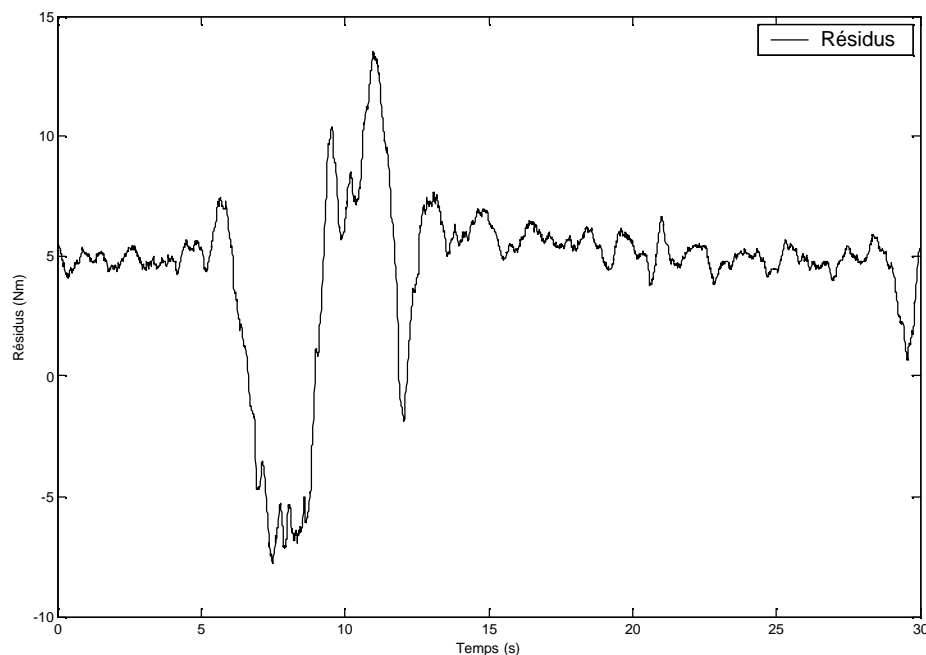
La figure 4.9 présente les différentes estimations du couple articulaire à la hanche  $u_2$  pour le mouvement de flexion/extension. Une fois de plus, on constate que les résultats obtenus par l'observateur flou et la dynamique inverse globale sont similaires. La méthode « Top-down » est réputée plus fiable sur cette articulation que la méthode « Bottom-up » et cela est confirmé sur les résultats de la figure 4.9.



**Figure 4.9: Comparaison des estimations du couple  $u_2$  par les approches « dynamique inverse » et « observateur flou » pour un mouvement de flexion/extension**

En théorie si les mesures sont parfaites (homogènes) alors les approches « Top-down » et « Bottom-up » doivent fournir des résultats identiques. Or, l'ajout de la mesure de la force de réaction au sol entraîne une surdétermination du système pour l'approche

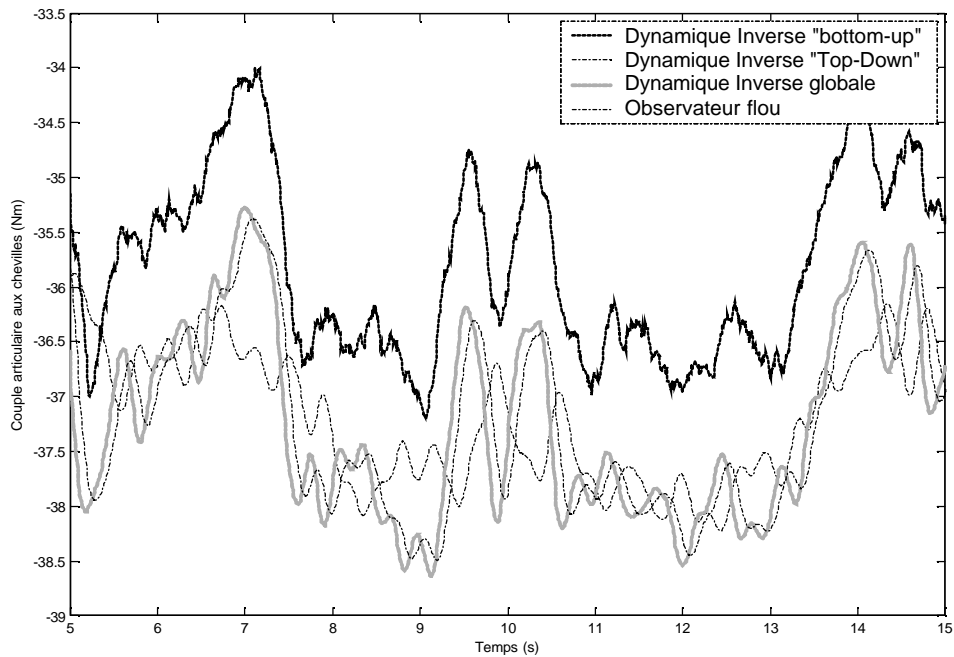
« Bottom-up ». La mise en correspondance de données issues de deux instrumentations distinctes (plate-forme de force et système optoélectronique) engendre des incertitudes liées à la calibration intrinsèque de chaque appareil. Ces points expliquent en partie l'apparition de résidus présentés figure 4.10. Ces résidus correspondent à la différence entre le couple  $u_2$  estimé d'une part via l'approche « Bottom-up » et d'autre part via l'approche « Top-down ». On observe une valeur moyenne de  $4,5Nm$  et une erreur maximale de  $13,5Nm$  soit 14,6% de la variation totale d'amplitude du couple  $u_2$ .



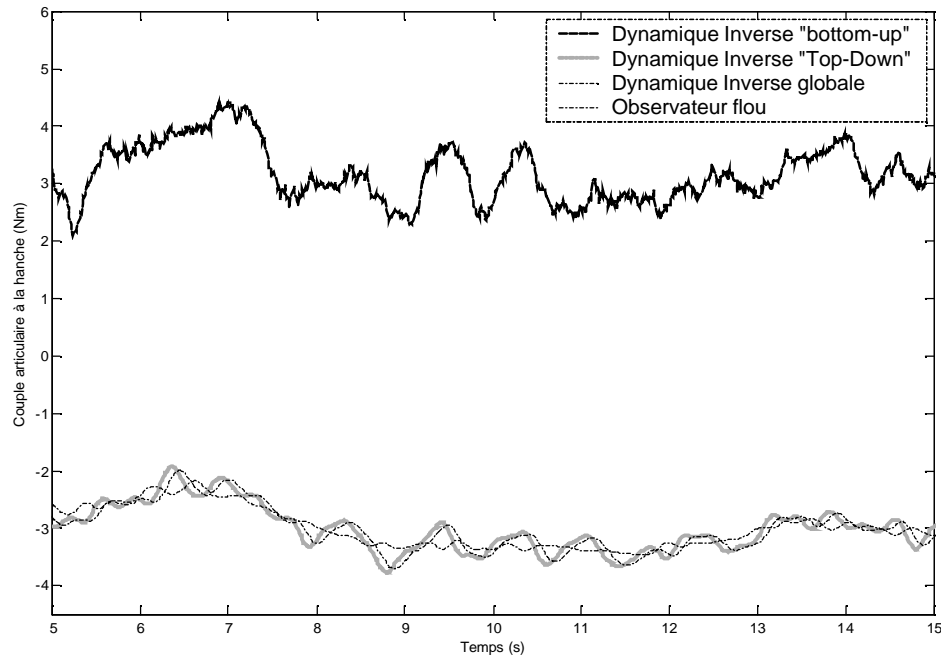
**Figure 4.10: Résidus de l'estimation du couple articulaire  $u_2$  par la dynamique inverse « Bottom-up »**

Dans le cadre de la posture orthostatique, les mêmes constatations peuvent être faites au sujet des estimations des couples à la cheville  $u_1$ , figure 4.11, et aux hanches  $u_2$ , figure 4.12. Le résidu du couple  $u_2$  calculé par l'approche « Bottom-up » a, dans le cadre de cette expérimentation en orthostatisme, une valeur moyenne de  $4,1Nm$  et conduit à une erreur maximale de  $5,2Nm$  sur la détermination de  $u_2$  soit 136% de la variation totale d'amplitude du couple  $u_2$  !!!

On remarque de plus que, même pour le couple  $u_1$ , l'approche « Bottom-up » conduit à des résultats éloignés des trois autres approches alors qu'elle est censée être plus fiable que l'approche « Top-down ». Une explication de ce phénomène repose sur la surdétermination apportée par la mesure des forces extérieures. Celle-ci engendre des erreurs d'estimation dont l'influence est d'autant plus grande que le mouvement étudié est faible.



**Figure 4.11: Comparaison des estimations du couple  $u_2$  par les approches « dynamique inverse » et « observateur flou » en posture orthostatique**



**Figure 4.12: Comparaison des estimations du couple  $u_2$  par les approches « dynamique inverse » et « observateur flou » en posture orthostatique**

Ces différentes constatations sur l'estimation des couples articulaires en posture orthostatique permettent de conclure, dans notre cas, que l'approche « Bottom-up », classiquement utilisée en biomécanique n'est pas adaptée à l'étude des mouvements en posture orthostatique. On remarque que les estimations obtenues par l'observateur flou sont toujours proches des estimations obtenues par l'approche « globale » et, dans une moindre mesure, de celles obtenues par l'approche « Top-down » de la dynamique inverse.

## 4.5 Conclusion

A partir d'un modèle non linéaire de l'homme en station debout du type double pendule inversé, un modèle flou sous forme descripteur a été proposé. Les résultats présentés au chapitre trois ont permis d'obtenir les gains d'un observateur non linéaire à entrées inconnues construit à partir du modèle flou. Il permet l'estimation conjointe des vitesses et couples articulaires à partir des seules mesures des positions angulaires. A titre de comparaison, un observateur linéaire a été également construit.

Les résultats obtenus sur l'observateur flou ont été confrontés à ceux des trois approches de la dynamique inverse dans le cas d'un mouvement d'amplitude importante ainsi qu'en orthostatisme. Les limites communément admises de l'approche « Bottom-up » et, dans une moindre mesure « Top-down », ont été mises en évidence.

L'absence d'une référence absolue des couples articulaires ne permet pas, objectivement, de conclure sur la validité des approches. Néanmoins rappelons que l'observateur flou et l'approche « globale » de la dynamique inverse fournissent des résultats similaires. Enfin, pour la mise en oeuvre de la dynamique inverse il est nécessaire de réaliser une estimation soignée des vitesses et accélérations angulaires, ce qui peut s'avérer difficilement compatible avec le temps réel.

## **Conclusion et perspectives**

L'objectif de cette étude était la proposition d'outils issus de l'automatique permettant l'estimation des couples articulaires et vitesses angulaires à partir de la mesure des positions segmentaires. Les résultats obtenus avec ces outils doivent venir en aide aux cliniciens dans leur analyse des pathologies posturales.

Les techniques actuellement utilisées reposent principalement sur des indicateurs de l'état du système postural construits à partir de mesures de la position du centre de pression. Une approche complémentaire consiste à analyser la stratégie posturale adoptée, i.e. la stratégie de cheville ou la stratégie de hanche. La stratégie employée est détectée par la mesure des sorties du système mécanique, et l'analyse des entrées doit permettre une explicitation de sa réalisation.

Classiquement, les vitesses et accélérations angulaires sont estimées à partir de la mesure des positions et d'une technique de « dérivation numérique », et les couples sont, quant à eux, estimés en utilisant des méthodes de dynamique inverse. Ces méthodes présentent une grande sensibilité au bruit et semblent difficilement utilisables dans le cadre d'une application en temps réel.

La contribution de ce travail au domaine de la biomécanique est la proposition, dans le cadre de la station debout, d'une méthode alternative à la dynamique inverse basée sur la reconstruction d'état.

Pour cela, un modèle mécanique du corps humain est nécessaire et a été présenté au chapitre 2. Un modèle en double pendule inversé a été choisi car il permet de représenter, avec une complexité modérée, les principales stratégies d'oscillations posturales de l'homme en station debout. Les paramètres de ce modèle peuvent être, dans un premier temps, obtenus à l'aide de tables anthropométriques.

Le problème lié aux valeurs des tables anthropométriques est leur standardisation. Le fait de ne pas correspondre à un individu en particulier introduit obligatoirement des incertitudes paramétriques, quel que soit le modèle utilisé. Pour limiter ces inconvénients, un algorithme d'optimisation basé sur un recuit simulé avec cycles de réchauffement est proposé. Il permet d'adapter les paramètres du modèle à un individu

particulier et de compenser, dans une certaine mesure, les incertitudes paramétriques liées aux tables, et les incertitudes structurelles liées au modèle. Le principe est de minimiser l'écart quadratique entre deux estimations du couple articulaire au niveau des chevilles. Celles-ci sont obtenues, d'une part au travers du modèle mécanique et, d'autre part à partir d'observations externes (basées sur la mesure des forces au sol). Les valeurs des paramètres optimisés peuvent être aberrantes du point de vue anthropomorphique. Néanmoins, l'objectif de cette optimisation n'est pas l'obtention de valeurs anthropométriques réalistes mais l'obtention d'un modèle entrées/sorties reproduisant le plus fidèlement possible le comportement dynamique du corps humain en station debout.

Les couples articulaires ne pouvant être mesurés sans une instrumentation invasive, éthiquement proscrite, leur estimation est réalisée à partir de la mesure des positions segmentaires et d'un observateur à entrées inconnues.

Du point de vue de l'automatique, ce travail apporte une contribution à l'étude d'une classe d'observateurs flous de type Takagi-Sugeno basés sur une forme descripteur d'état. L'objectif est l'obtention de conditions garantissant la convergence de l'erreur de reconstruction dans le cas particulier de ces observateurs. En premier lieu, deux approches ont été proposées. Elles admettent une écriture sous la forme d'un problème LMI et donc, une résolution aisée à l'aide des outils issus de l'optimisation convexe. En second lieu, deux autres approches permettant de relâcher les conditions précédentes ont également été données. La mise sous forme de LMI n'est alors plus possible directement. Des algorithmes de relaxation utilisant deux problèmes LMI exécutés séquentiellement, ont été mis en place pour obtenir des solutions.

Le quatrième chapitre présente la mise en œuvre d'un observateur flou de type Takagi-Sugeno à entrées inconnues. Sa mise en œuvre, basée sur le modèle non linéaire de l'homme en station debout, permet l'estimation conjointe des vitesses et couples articulaires à partir des seules mesures des positions angulaires. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux de trois approches de la dynamique inverse. Deux tests sont réalisés : le premier est un mouvement de flexion/extension autour de la hanche et des chevilles et le second correspond à la posture orthostatique. Il apparaît que l'observateur flou fournit des résultats similaires à ceux de l'approche « globale » de la dynamique inverse. Il semble que la qualité des résultats obtenus repose principalement sur une

utilisation globale du modèle. En raison du problème de mise en correspondance de données hétérogènes et du report des incertitudes « de proche en proche » lors du calcul des sollicitations articulaires, l'approche « Bottom-up » et, dans une moindre mesure, l'approche « Top-down », semblent inadaptées pour l'estimation des couples articulaires en station debout.

De nombreuses perspectives sont envisageables. De manière évidente, l'étude présentée ici peut être transposée à d'autres segments corporels et/ou des modèles biomécaniques plus complexes comme par exemple, l'étude du mouvement de la position assise à la position debout à l'aide d'un triple ou quadruple pendule.

Une autre piste concerne l'évaluation des stratégies posturales à partir des positions, vitesses et couples articulaires mis en œuvre en station debout. La détection de la stratégie posturale peut se faire sur la base des observations de la cinématique du corps et, les couples articulaires doivent fournir des indications sur la manière dont est généré le mouvement.

D'un point de vue cinématique, la détection de la stratégie posturale peut se faire par l'étude des phases relatives. Elles permettent d'évaluer la coordination inter-segmentaire /Pudlo & Barbier 2000/ et sont définies mathématiquement par la différence des angles polaires des plans de phase associés à deux articulations /Scholz 1993/. Notons que, dans un plan de phase donné, l'évolution temporelle de l'angle polaire permet de résumer l'état (position et vitesse au cours du temps) d'une articulation. La phase relative doit alors permettre de quantifier la coordination de chaque pendule en indiquant, au cours du mouvement, l'avance ou le retard de l'exécution des oscillations autour de l'articulation de la hanche par rapport aux oscillations autour des chevilles. Un exemple sur un mouvement simulé fictif est donné figure c.1.



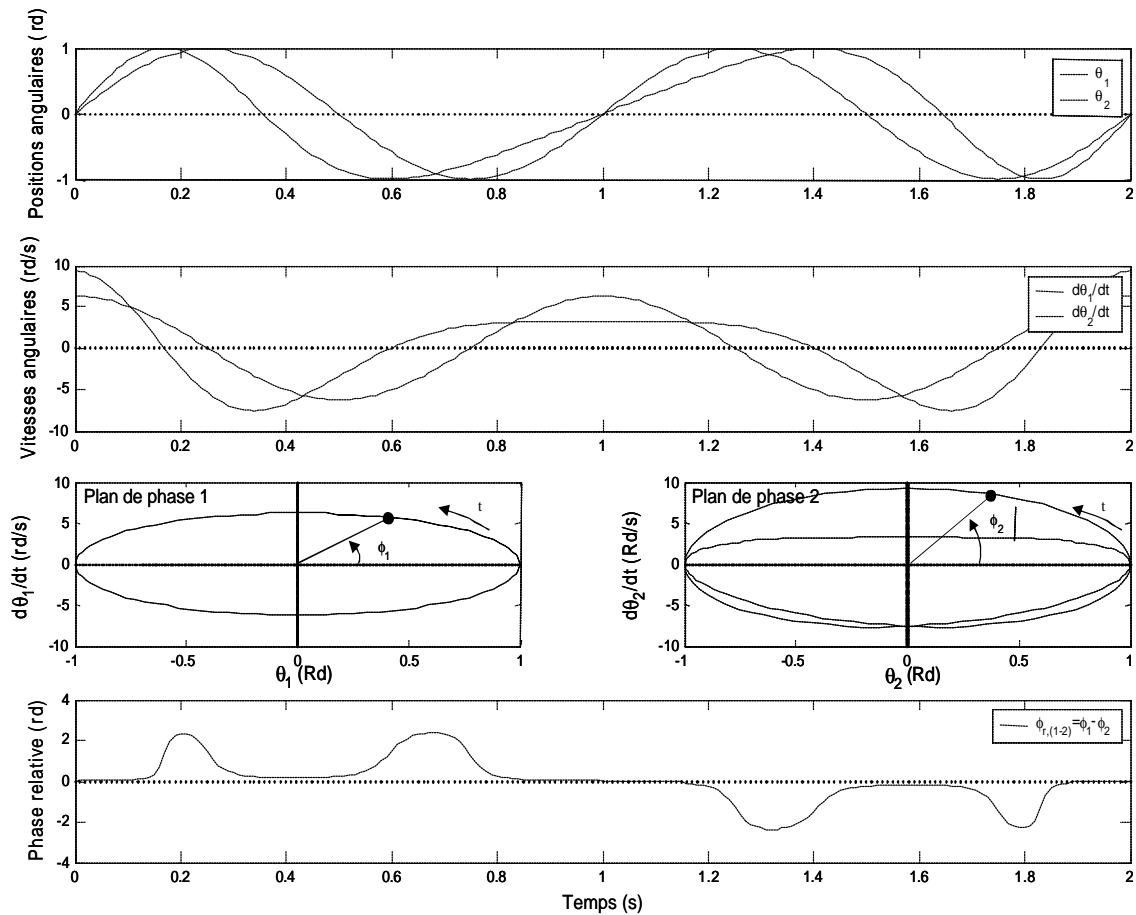


Figure C.1 : Exemple de phase relative entre deux articulations fictives en mouvement

L'étude des couples articulaires doit, quant à elle, permettre une explication sur la manière dont le mouvement est produit. Une première étape peut consister à étudier les instants où les couples sont moteurs ou résistants et de confronter ces résultats aux constatations faites sur la coordination inter-segmentaire. Ensuite, il peut être intéressant d'étudier la manière dont sont générés ces couples articulaires. Ceux-ci sont les conséquences des actions d'un ensemble de muscles qui, par le biais de bras de levier, entraînent le mouvement des segments corporels. Une infinité de combinaisons des forces musculaires, ligamentaires et de contact peuvent être envisagées pour maintenir une posture particulière ou pour réaliser un mouvement /Collins 1995/. Ceci dit, la connaissance du couple articulaire global associée à la modélisation des articulations et des insertions musculaires devrait permettre, par une méthode d'optimisation, d'évaluer les forces musculaires. Une hypothèse sur les actions musculaires est cependant nécessaire; par exemple, la somme des forces musculaires doit être minimale (minimisation de la fatigue musculaire). De plus, des enregistrements

électromyographiques devraient permettre la confrontation des résultats obtenus à partir de l'étude des séquences d'activations musculaires.

Outre les explications fournies sur la coordination inter-segmentaire et sur la génération des couples articulaires, une application directe de l'estimation des phases relatives et des couples articulaires peut se faire en rééducation fonctionnelle. En effet, l'utilisation d'un observateur permet l'obtention des phases relatives en temps réel. On peut alors envisager un « biofeedback » de la coordination inter-segmentaire et des couples articulaires permettant la rééducation de patients souffrant de dysfonctionnements posturaux (parkinsoniens, accidentés de la route, etc.). A partir de la visualisation d'informations relatives à la coordination inter-segmentaire et aux couples articulaires, un programme de rééducation peut être envisagé afin d'amener un sujet à adopter une stratégie posturale donnée.

Une autre perspective de ce travail de recherche consiste à fournir des indications sur le fonctionnement du système nerveux central. L'utilisation d'observateurs flous permet une estimation des endo et exo-entrées du système nerveux central. Un travail en collaboration avec des spécialistes de la neurophysiologie pourrait éventuellement permettre une formalisation des boucles de rétroactions internes au système nerveux central. Notons que des études ont déjà été réalisées en ce sens /Nashner 1971/. Les boucles de rétroaction du système nerveux central avaient alors été mises en évidence en simulation dans le but de stabiliser un modèle en simple pendule inversé articulé aux chevilles.

La construction de lois de commandes robustes pour modèles descripteurs pourrait conduire à des applications concrètes dans le domaine du handicap. Des études récentes ont eu pour objectif la stabilisation de sujets paraplégiques à l'aide d'électro-stimulations fonctionnelles /Matjacic & Bajd 1998//Matjacic & al. 2003//Giraud & al. 2003/. Ainsi, la substitution de la commande apportée par le système nerveux central peut se faire artificiellement via l'utilisation d'électrodes permettant la stimulation des muscles sous-jacents à une lésion de la moelle épinière.

Pour conclure, il est évident que l'homme représente un champ d'application très vaste des concepts de l'automatique. Il constitue un « banc d'essais » intéressant pour tester de nouvelles techniques qui permettront, certainement dans un avenir relativement proche, à des personnes de remarquer alors que la médecine conventionnelle ne peut, à elle seule, leur venir en aide. Ces personnes en rêvent, à nous d'en faire une réalité.

## Bibliographie personnelle

- *Revue internationale avec comité de lecture*

**Barbier, F., Allard, P., Guelton, K., Colobert, B., Godillon-Maquinghen A.P., Lepoutre, F.-X., 2003**

*Estimation of the 3D center of mass excursion from force plate data during standing*  
IEEE Transactions on Neural Systems & Rehabilitation Engineering, Vol. 11, No. 1, March 2003, pp. 31-37.

- *Conférences internationales avec comité de lecture et actes*

**T.M. Guerra, K. Guelton, S. Delprat 2003**

*LMI based design for a class of nonlinear observers*

Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Duisburg, Germany, 26-27 November 2003.

**Guelton, K., Delprat, S., Barbier, F., Guerra, T.M., Armand, S., Lepoutre, F.X., 2003**

*Global optimization of A double inverted pendulum model for the ankle and hip joint torques Estimation in standing*

12<sup>th</sup> ESMAC Congress", European Society of Movement Analysis for Adults and Children . Marseille, France, 10-13 Septembre, Gait & Posture (sous presse) p22., 2003.

**Guelton K., Maquinghen A.P., Polle G., Delporte L., Barbier F., Lepoutre F.X., 2002**

*Self-calibrating algorithm for the 3D reconstruction from orthogonal radiographies*

4<sup>th</sup> Modelling & Simulation for Computer-aided Medicine and Surgery, INRIA Rocquencourt 12 - 15 Novembre 2002.

**Barbier, F., Guelton, K., Colobert, B., Armand, S., Gillet, C., Allard, P., 2000**

*"Estimation of the center of mass displacement in quiet standing by means of a 3D biomechanical model"*,

Sixth International Symposium on 3-D Analysis of Human Movement, Le Cap, Afrique du Sud, 5 Mai 2000.

**Colobert, B., Armand, S., Barbier, F., Guelton, K., C., Gillet, Caron, O., Allard, P., 2000**

*A 3D Model for the Estimation of the Center of Mass Displacement in Orthostatic Posture*

Proceedings of the "Congrès conjoint de la société de biomécanique et de la société Canadienne de Biomécanique". Montréal, Canada, Août 2000, Archives of Physiology and Biochemistry, 108 (1-2), p206.

**Colobert, B., Armand, S., Guelton, K., Allard, P et Barbier, F., 2000**

*Variation de la hauteur du centre de masse et son influence sur les angles caractérisant son déplacement dans l'espace,*

ACFAS. Montreal, P.Q., Canada, 2000.

- **Conférences nationales avec comité de lecture et actes**

**Carette P., Pinti A., Guelton K., Hedoux P., Durlent V., 2003**

*Evolution of hemiplegics patients' postural stability parameters during functional rehabilitation*

Actes du "Congrès de la société de biomécanique". Poitiers, France, Septembre 2003, Archives of Physiology and Biochemistry, 111: p30.

**Guelton K., Gillet C., Delporte L., Barbier F., Lepoutre F.X., 2002**

*An easy method to determine the centre of gravity of some lifeless body with a motion analysis system,*

Actes du "Congrès de la société de biomécanique". Valenciennes, France, Septembre 2002, Archives of Physiology and Biochemistry, 110: p90.

**Gillet C., Guelton K., Delporte L., Barbier F., Belluye N., Lepoutre F.X., Allard P., 2002**

*Determination of backpack role in locomotion during clearing obstacles,*

Actes du "Congrès de la société de biomécanique". Valenciennes, France, Septembre 2002, Archives of Physiology and Biochemistry, 110: p97.

**Colobert, B., Allard, P., Barbier, F., Guelton, K., 2001**

*Stratégie à la hanche ou à la cheville calculée par modèle en double pendule inversé.*

Congrès de l'ACAPS, Valence, France, Novembre 2001

**Guelton K., Barbier F., Armand S., Leteneur S., Allard P., 2000**

*Proposition d'un modèle permettant la détermination en temps réel de la position du centre de gravité application à la rééducation,*

Journées scientifiques de l'Institut Régional sur le Handicap, Région Nord-Pas de Calais, 17 Novembre, 2000.

- **Autres participations à la recherche**

**Guelton, K., Guerra T.M., Delprat, S., 2003**

*Observateurs flous de type Takagi-Sugeno sous formes descripteurs – Application au cas de l'homme en station debout.*

GRAISyHM, Groupement de Recherche en Automatisation Intégrée et Systèmes Homme-Machine, Ecole Centrale Lille, 16 octobre 2003.

**Guelton, K., Gillet, C., 2001**

*Détermination du centre de gravité d'un corps inerte de géométrie irrégulière et de répartition massique quelconque -Application au sac à dos-*

Troisième Symposium Etudiant sur la Biomécanique et la Physiologie des APS. Valenciennes Mai 2001

**Guelton, K., 2000**

*Modèle dynamique tridimensionnel pour le calcul du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique*

Deuxième Symposium Etudiant sur la Biomécanique et la Physiologie des APS, Valenciennes, Mai 2000

## Bibliographie

**Accornero N., Capozza M., Rinalduzzi S., Manfredi G. W., 1997.**

*Clinical multisegmental posturography: age-related changes in stance control,*  
Electroencephalography and Clinical Neurophysiology/Electromyography and Motor Control,  
Vol 105, n°3, pp213-219.

**Amblard B., Carblanc, 1978.**

*Rôle des informations féovales et périphériques dans le maintien de l'équilibre postural chez l'homme.*

Agressologie, Institut de Neurophysiologie et Psychophysiologie de Marseille, 1978

**Alexandrov A.V., Frolov A.A., Massion J., 2001a.**

*Biomechanical analysis of movement strategies in human forward trunk bending. I. Modeling.*

Biological Cybernetics, Vol 84, pp425-434.

**Alexandrov A.V., Frolov A.A., Massion J., 2001b.**

*Biomechanical analysis of movement strategies in human forward trunk bending. II. Experimental study.*

Biological Cybernetics, Vol 84, pp435-443.

**Allum J. H. J., Bloem B. R., Carpenter M. G., Hulliger M., Hadders-Algra M., 1998.**

*Proprioceptive control of posture: a review of new concepts,*  
Gait & Posture, Vol 8, n°3, pp214-242

**Barbier F., 1994.**

*Modélisation biomécanique du corps humain et analyse de la marche normale et pathologique – Application à la rééducation –,*

Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes, 185p.

**Barbier F., Allard P., Guelton K., Colobert B., Godillon-Maquinghen A.-P. 2003.**

*Estimation of the 3D center of mass excursion from force plate data during standing.*

IEEE Transactions on Neural Systems & Rehabilitation Engineering, Vol 11, n°1, pp31-37.

**Barin K., 1989.**

*Evaluation of a generalized model of human postural dynamics and control in the sagittal plane.*

Biological Cybernetics, Vol 61, pp37-50.

**Benda, B. J., Riley, P. O., & Krebs, D. E. 1994.**

*Biomechanical relationship between the center of gravity and center of pressure during standing.*

IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering, Vol 2, pp3-10.

**Benvenuti F., Mecacci R., Gineprari I., Bandinelli S., Benvenuti E., Ferrucci L., Baroni A., Rabuffetti M., Hallett M., Dambrosia J.M., Stanhope S.J. 1999.**

*Kinematic characteristics of standing disequilibrium: Reliability and validity of a posturographic protocol.*

Arch. Phys Med Rehabil. Vol 80, pp278-287.

**Bonaiuti D., Deho V., Giovanazzi E., Parolo E., Combi F., 1996.**

*Evaluation of balance with stabilometry and postural tests in hemiplegic patients.,*

Annales de Réadaptation et de Médecine Physique, Vol 39, n°8, pp565-566.

**Bonnemoy C., Hamma S.B., 1991.**

*Simulated annealing method: global optimization in  $R^n$ .*

APII Vol 25, pp477-496.

**Bouisset S., Duchene J.L. 1994.**

*Is body balance more perturbed by respiration in seating than in standing posture?*

Neuroreport. 14;5(8):957-60.

**Boyd S., El Ghaoui L., Feron E., Balakrishnan V. 1994.**

*Linear Matix Inequalities in system and control theory*

SIAM, Philadelphia, PA, 1994.

**Brenière Y., 1996.**

*Why we walk the way we do?*

J. Mot. Behav. Vol 28, pp291-298.

**Brown L.A., Shumway-Cook A., Woollacott M.H., 1999.**

*Attentional demands and postural recovery: the effects of aging.*

The Journals of Gerontology. Series A, Biological Sciences and Medical Sciences Vol 54, n°4, ppM165-M171

**Braune W., Fisher O., 1892.**

*Determination of the moment of inertia of the human body an dits limbs.*

Trad. Maquet P., Ed. Springer-Verlag, Paris, 84p

**Cahouët V., Luc M.,Amarantini D., 2002.**

*Static optimal estimation of joint accelerations for inverse dynamics problem solution,*

Journal of Biomechanics, Vol 35, n°11, pp1507-1513.

**Cappozzo A., Leo T., Pedotti A., 1975.**

*A general computing method for the analysis of human locomotion.*

Journal of Biomechanics Vol 8, pp307–320.

**Caron O., Faure B., Brenière Y., 1997.**

*Estimating the centre of gravity of the body on the basis of the centre of pressure in standing posture,*

Journal of Biomechanics, Vol 30, n°11-12, pp1169-1171.

**Carpenter M.G., Frank J.S., Winter D.A., Peysar G.W., 2001.**

*Sampling duration effects on centre of pressure summary measures.*

Gait & Posture Vol 13, n°1, pp35-40.

**Challis J.H., Kerwin D.G., 1996.**

*Quantification of the uncertainties in resultant joint moments computed in a dynamic activity.*  
Journal of Sports Sciences Vol 14, pp219–231.

**Collins J.J., 1995.**

*The redundant nature of locomotor optimization law.*  
Journal of Biomechanics, Vol 28, n°3, pp251-267.

**Collins J.J., DeLuca C.J., 1995.**

*Upright, correlated random walks: A statistical-biomechanics approach to the human postural control system.*  
CHAOS, Vol 5, pp57-63.

**Contini R., 1972.**

*Body segment parameters, Part II.*  
Artificial Limb, Vol 16, pp1-19.

**De Luca C.J., 1982.**

*Control properties of motor units.*  
J Exp Biol. Vol 115, pp125-36.

**Dempster W.T., 1956.**

*Space requirements of the seated operator : Géometrical, kinematic and mechanical aspects of the body, with special reference to the limbs.*  
Wright Air Development Center Technical Report, 1956.

**Deniskina N.V., Levik Y.S., 2001.**

*Relative contribution of ankle and hip muscles in regulation of the human orthograde posture in a frontal plane,*  
Neuroscience Letters, Vol 310, n° 2-3, pp165-168

**Drillis R., Contini R., 1966.**

*Body segment parameters. Office of Vocational Rehabilitation,*  
Departement of Health, Education and Welfare, New York, pp1163-1203.

**Duarte M., Zatsiorsky V.M, 2000.**

*On the fractal properties of natural human standing,*  
Neuroscience Letters, Vol 283, n° 3, pp173-176

**Duarte M., Zatsiorsky V.M., 2001.**

*Long-range correlations in human standing,*  
Physics Letters A, Vol 283, N°1-2, pp124-128

**Fournier R., 2002.**

*Analyse stochastique modale du signal stabilométrique. Application à l'étude de l'équilibre chez l'homme.*

Thèse de Doctorat spécialité Génie Biologique et Médical option Traitement du Signal.  
Université de Paris XII Val de Marne. Octobre 2002.



**Gagey P.M., Gentaz R, Guillamon J.L., Bizzo G., Bodot-Bréacard C., Debruille C., Baudry J., 1985.**

*Normes 85, Etude statistiques des mesures faites sur l'homme normal à l'aide de la plateforme de stabilométrie clinique normalisée.*

Ed. Association Française de Posturologie, Paris.

**Gagey P.M., 1987.**

*L'oculomotricité comme endocapteur du système postural.*

Agressologie Vol 28, pp899-903.

**Gagey P.M., Bizzo G., Bonnier L., Gentaz R., Guillaume P., Marucchi C., Villeneuve P., 1994.**

*Huit leçons de Posturologie.*

Ed. Association Française de Posturologie, Paris.

**Gasso K., Mourot G., Boukhriss A., Ragot J., 1999.**

*Optimisation de la structure d'un modèle de Takagi-Sugeno.*

Actes des rencontres francophones LFA'99, Valenciennes, France, pp233-240.

**Gasso K., 2000.**

*Identification des systèmes dynamiques non-linéaire: approche multi-modèles.*

Thèse de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, Décembre, 2000.

**El Ghaoui L., 1997.**

*LMI approach for control: an introduction.*

Control summer school Grenoble, robust identification and control: LMI approach, p1-25.

**Guelton, K., Delprat, S., Barbier, F., Guerra, T.M., Armand, S., Lepoutre, F.X., 2003.**

*Global optimization of A double inverted pendulum model for the ankle and hip joint torques Estimation in standing*

12th ESMAC Congress, Marseille, France, Gait & Posture (sous presse) p22.

**Guelton K., 2000.**

*Contribution à l'évaluation objective de la posture des sujets scoliotiques.*

Mémoire de DEA, Université de Valenciennes.

**Guerra T.M., Delmotte F., Vermeiren L., Tirmant H., 2001.**

*Compensation and division control law for fuzzy models.*

FUZZ'IEEE'01 Melbourne, Australia, December.

**Guerra T.M., Guelton K., Delprat S., 2003a.**

*LMI based design for a class of nonlinear observers*

Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Duisburg, Germany, November.

**Guerra T.M., Ksontini M., Delmotte F., 2003b.**

*Some new relaxed conditions of quadratic stabilization for continuous Takagi-Sugeno fuzzy models.*

IEEE CESA'03 Lille, France.

**Guerra T.M., Vermeiren L., 2003a.**

*LMI based relaxed Non-quadratic stabilisations for non-linear systems in the Takagi-Sugeno's form.*

Automatica. À paraître.

**Guerra T.M., Vermeiren L., 2003b.**

*Stabilité et stabilisation à partir de modèles flous*

Commande flou 1 : « de la stabilisation à la supervision » sous la direction de L. Foulloy, S. Galichet et A. Titli. IC2 Hermes, pp59-98.

**Gurfinkel, V.S., Osovets, M., 1972.**

*Dynamics of equilibrium of the vertical posture in man.*

Biophysics, 1972

**Gurfinkel, V.S., 1973.**

*Physical foundations of the stabilography.*

Agressologie Vol 14, pp9-14.

**Guiraud D., Poignet P., Wieber P.B., El Makksoud H., Pierrot F., Brogliato B., Fraise P., Dombre E., Divoux J.L., Rabischong P., 2003.**

*Modelling of the Human Paralysed Lower Limb Under FES*

ICRA'03: International Conference on Robotics and Automation , 2003, pp2218-2223

**Gustafsson F., 1996.**

*Determining the initial states in forward-backward filtering,*

IEEE Transactions on Signal Processing, Vol 44, pp988-992

**Hanavan H.P., 1964.**

*A mathematical model of the human body.*

Air forcesystems command, Wright-Patterson Air Force Base, OHIO.

**Herbert Hatze, 2002.**

*The fundamental problem of myoskeletal inverse dynamics and its implications,*

Journal of Biomechanics Vol 35, n°1, pp109-115.

**H. Hatze , 2000.**

*The inverse dynamics problem of neuromuscular control.*

Biological Cybernetics Vol 82, pp133-141.

**Horak F.B., Nashner L.M., 1986.**

*Central programming of postural movements: adaptation to altered support-surface configuration.*

J. Neurophysiol. Vol 55, pp1369-1381.

**Horak F.B., Charlotte L. Shupert, Alar Mirka, 1989.**

*Components of postural dyscontrol in the elderly: A review,*

Neurobiology of Aging, Vol 10, n° 6, pp 727-738

**Huang H.K., Wu S.C. 1976.**

*The evaluation of mass densities of the human body in vivo from CT scans.*  
Journal of Biomechanics, Vol 6, pp337-343.

**Karlsson A., Lanshammar H., 1997.**

*Analysis of postural sway strategies using an inverted pendulum model and force plate data,*  
Gait & Posture, vol. 5, pp198-203.

**Kemoun G., Watelain E., Defebvre L., Guieu J. D., Destee A., 2002.**

*Stratégies posturales et chutes chez la personne âgée et le sujet parkinsonien: Postural strategies and falls in elderly and in parkinsonism,*  
Annales de Réadaptation et de Médecine Physique, Vol 45, n° 9, pp485-492.

**Kim E., Lee H., 2000.**

*New Approaches to Relaxed Quadratic Stability Condition of Fuzzy Control Systems,*  
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol 8, n°5, pp523-533.

**King D.L., Zatsiorsky V.M., 1997.**

*Extracting gravity line displacement from stabilographic recordings,*  
Gait & Posture, Vol 6, n° 1, pp27-38

**Levin, O. and Mizrahi, J. 1996.**

*An iterative model for the estimation of the center of gravity from bilateral reactive force measurements in standing posture.*  
Gait and Posture Vol 4, pp89-99.

**Ma X.J., Sun Z.Q., He Y.Y., 1998.**

*Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer*  
American Control Conference, Chicago, Illinois, june.

**Martin P.E., Mungiole M., Marzke M.W., Longhill J.M. 1989.**

*The use of magnetic resonance imaging for measuring segment inertial properties.*  
Journal of Biomechanics, Vol 22, pp367-376

**Martinerie J., Gagey P.M., 1992.**

*Chaotic analysis of the stabilometric signal.*

In: M. Woollacott & F. Horak (Eds) *Posture and gait: control mechanisms.* Tome I. Portland, University of Oregon Books, pp404-7.

**Massion J., 1997.**

*Cerveau et motricité. Fonctions sensori-motrices.*  
Presses Universitaires de France, Paris.

**Matjacic Z., Bajd T., 1998.**

*Arm-free paraplegic standing – Part I: Control model synthesis and simulation*  
IEEE Transaction on Rehabilitation Engineering, Vol. 6, n°2, pp125-138.

**Matjacic Z., Hunt K., Gollee H., Sinkjaer T., 2003.**

*Control of posture with FES systems*  
Medical Engineering & Physics Vol 25, pp51-62.

**McCaw S.T., De Vita P., 1995.**

*Errors in alignment of center of pressure and foot coordinates affect predicted lower extremity torques.*

Journal of Biomechanics, Vol. 28, pp985-988.

**McCollum G., Leen T., 1989.**

*Form and exploration of mechanical stability limits in erect stance.*

J. Motor Behavior. Vol 21, pp225-244.

**McClenaghan BA, Williams HG, Dickerson J, Dowda M, Thombs L, Eleazer P 1996.**

*Spectral characteristics of aging postural control.*

Gait & Posture Vol 4, n°2, pp112-121

**Mitra S.K., 2001.**

*Digital Signal Processing, 2nd ed.,*

McGraw-Hill Ed.

**Morasso P.G., Spada G., Capra R., 1999.**

*Computing the COM from the COP in postural sway movement,*

Human Movement Science, Vol 18, pp759-767.

**Morasso, P. G., & Schieppati, M., 1999.**

*Can muscle stiffness alone stabilize upright standing?*

J. Neurophysiology, Vol 32, pp1622-1626.

**Morère Y., 2001.**

*Mise en œuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno.*

Thèse de doctorat, Université de Valenciennes.

**Morris M., Ianssek R., Smithson F., Huxham F., 2000.**

*Postural instability in Parkinson's disease: a comparison with and without a concurrent task,*

Gait & Posture, Vol 12, n° 3, pp205-216.

**Mungiole M., Martin P.E., 1990.**

*Estimating segment inertial properties: Comparison of magnetic resonance imaging with existing methods.*

Journal of Biomechanics, Vol 23, n°1039-1046.

**Nashner, L.M. 1971.**

*A model describing vestibular detection of body sway motion.*

VI- Conclusion Acta Oto-Laryngology.

**Nashner L.M., McCollum G., 1985.**

*The organization of human postural movements: a formal basis and experimental synthesis.*

Behav. Brain Science, Vol 8, pp135-172.

**Nashner L.M., 1992.**

*Adaptation of human movement to altered environments.*

Trends in Neural Sciences pp358-361.

**Nougier J.P., 2001.**

*Méthodes de calcul numérique. Vol 2: Fonctions équations aux dérivées.*  
Ed. HERMES Science Europe, Paris.

**Peaucelle D., Arzelier D., Bachelier O. & Bernussou J., 2000.**

*A new robust -stability condition for real convex polytopic uncertainty,*  
Systems and Control letters, Vol 40, n°1, pp21-30.

**Pearsall D.J., Reid J.G., 1994.**

*The study of human body segment parameters in biomechanics: an historical review and current status report,*  
Sports Med., Vol 18, pp126-140.

**Pudlo P., Barbier F., 2000.**

*Evaluation de la coordination motrice.*

In Allard P. et Blanche J.P., *Analyse du mouvement humain par la biomécanique 2<sup>ème</sup> édition,*  
Décarie Ed., Montréal.

**Richalet J., 1991.**

*Pratique de l'identification, 2<sup>e</sup> édition revue et corrigée.*  
Ed. Hermes, Paris.

**Rougier P., Caron O., 2000.**

*Center of gravity motions and ankle joint stiffness control in upright undisturbed stance modelled through a fractional Brownian motion framework.*  
Journal of Motor Behavior, Vol 32, n°4, pp405-413

**Runge C. F., Shupert C. L., Horak F. B., Zajac F. E., 1999.**

*Ankle and hip postural strategies defined by joint torques,*  
Gait & Posture, Vol 10, n° 2, pp161-170.

**Sasaki O., Gagey PM, Ouaknine AM, Martinerie J, Le Van Quyen M, Toupet M, L'Heritier A. 2001.**

*Nonlinear analysis of orthostatic posture in patients with vertigo or balance disorders.*  
Neurosci Res., Vol 41, n°2, pp185-92.

**Scholz J.P., 1993.**

*Organizational principles for the coordination of lifting.*  
Human Movement Science, Vol 12, pp537-576.

**Shimba T., 1984.**

*An estimation of center of gravity from force platform data.*  
Journal of Biomechanics, Vol 17, pp53-60.

**Tanaka K., Ikeda T., Wang H.O., 1998.**

*Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs.*  
IEEE Trans on Fuzzy Systems, Vol 6, n°2, pp1-16.

**Tanaka K., Wang H.O., 2001.**

*Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach.*  
John Wiley & Sons, New York.

**Taniguchi T., Tanaka K., Wang H.O. 2001.**

Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control,  
IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 8, n°4, August 2001.

**Takagi T., Sugeno M., 1985.**

*Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control.*  
IEEE Trans on System Man and Cybernetics, Vol 15, n°1, pp116-132.

**Thomas D.P., Whitney R.J. 1959.**

*Postural movements during normal standing in man.*  
J. Anat. Vol 93, n°4, pp524-539.

**Toupet M., 1982.**

*Les convergences visuelles et proprioceptives cervicales sur l'arc réflexe vestibulo oculaire et le vestibulo-cerebellum.*  
Ed. Masson, Paris.

**Vander A.J., Sherman J.H., Luciano D.S., Brière R. 1988.**

*The mechanism of body function, Human Physiologie,*  
Mc Graw-Hill Int. Ed., Biological Sciences Series, 4ème edition.

**Vaughan C.L., Andrews J.G., Hay J.G., 1982.**

*Selection of body segment parameters by optimisation methods.*  
Journal of Biomechanics 104

**Winter, D.A. 1987.**

*Sagittal plane balance and posture in human walking.*  
IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine Vol 6, pp8-11.

**Winter D.A., 1990.**

*Biomechanics and motor control of human movement,*  
Wiley Inters. Publ., 2<sup>nd</sup> Ed., New York, 143p.

**Winter, D.A., Prince, F., Frank, J.S., Powell, C., Zabjek, K.F., 1996.**

*Unified theory regarding A/P and M/L balance in quiet stance.*  
Journal of Neurophysiology.

**Winter, D. A., Patla, A. E., Prince, F., Ishac, M., & Gielo-Perczak, K., 1998.**

*Stiffness control of balance in quiet standing.*  
Journal of Neurophysiology, Vol 80, pp1211-1221.

**Yneyama J., Nishikawa M., Katayama H., Ichikawa A., 2000.**

*Output stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy systems*  
Fuzzy Sets and Systems, Vol 111, pp253-266.

**Zajac F.E., 1993.**

*Muscle coordination of movement: a perspective.*  
Journal of Biomechanics Vol 26, pp109-124.

**Zajac F.E. , Gordon M.E., 1989.**

*Determining muscle's force and action in multi-articular movement.*  
Exercise and Sport Science Reviews Vol 17, pp187–230.

**Zatsiorsky V., Seluyanov V., 1983.**

*The mass and inertia characteristics of the main segments of the human body,*  
Biomechanics VIII-B, Ed. By Matsui H. & Kobayashi K., Human Kinetics Publisher,  
Champaign, IL, pp1151-1159.

**Zatsiorsky V., Seluyanov V., 1985.**

*Estimation of the mass and the inertia characteristics of the human body by means of the best predictive regression equation,*  
Biomechanics IX-B, Ed. By Winter D.A., Norman R.W., Wells R.P., Hayes K.C. & Patla A.E., Human Kinetics Publisher, Champaign, IL, pp233-239.

# Annexes

<b>ANNEXE A1 : PREUVES DES LEMMES DU CHAPITRE 3.....</b>	<b>125</b>
A1.1    RAPPEL DES CONDITIONS DES 4 APPROCHES .....	125
A1.2    PREUVE DU LEMME 3.....	126
A1.3    PREUVE DU LEMME 4.....	127
A1.4    PREUVE DU LEMME 5.....	128
<b>ANNEXE 2 : DECOUPAGE ET REGLES DU MODELE FLOU DE L’HOMME EN STATION DEBOUT.....</b>	<b>131</b>
<b>ANNEXE 3 : ESTIMATIONS DES COUPLES ARTICULAIRES PAR LA DYNAMIQUE INVERSE .</b>	<b>135</b>
A3.1    APPROCHE « TOP-DOWN ».....	135
A4.1    APPROCHE « BOTTOM-UP ».....	136
<b>LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX.....</b>	<b>139</b>





## Annexe A1: Preuves des lemmes du chapitre 3.

### A1.1 Rappel des conditions des 4 approches

On rappelle les différentes conditions utiles aux démonstrations. Par souci de lisibilité, l'exposant <sup>(l)</sup> est utilisé pour l'approche *l* avec  $l \in \{1,2,3,4\}$ . On a :

$$\Upsilon_{ij}^{k(1)} = \begin{bmatrix} A_i^T P_3 + P_3^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_3^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$$\Upsilon_{ij}^{k(2)} = \begin{bmatrix} A_i^T \Phi_{3jk} + \Phi_{3jk}^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_3^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k & 0 \\ P_3 - \Phi_{3jk} + \Psi_{3jk} A_i & 0 & -\Psi_{3jk} - \Psi_{3jk}^T \end{bmatrix} \quad (A2)$$

$$\Upsilon_{ij}^{k(3)} = \begin{bmatrix} A_i^T \Phi_{3jk} + \Phi_{3jk}^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_4^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_4 - P_4^T E_k & 0 & 0 \\ P_3 - \Phi_{3jk} + \Psi_{3jk} A_i & 0 & -\Psi_{3jk} - \Psi_{3jk}^T & 0 \\ -P_3 + P_4 + \Delta_{jk}^T M_{jk} C_i & 0 & 0 & -P_4 \Delta_{jk} - \Delta_{jk}^T P_4^T \end{bmatrix} \quad (A3)$$

$$\Upsilon_{ij}^{k(4)} = \begin{bmatrix} A_i^T \Omega_j + \Omega_j^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) & (*) \\ \Omega_j^T A_i - M_{jk} C_i + \Phi_{1ijk} - E_k^T \Omega_j & \Phi_{2ijk} + \Phi_{2ijk}^T - E_k^T \Omega_j - \Omega_j^T E_k & (*) & (*) \\ \Delta_1^T \Omega_j^T A_i - \Delta_1^T M_{jk} C_i - \Phi_{1ijk} + P_1 & \Psi_{1ijk}^T - \Delta_1^T \Omega_j^T E_k - \Phi_{2ijk} & -\Psi_{1ijk} - \Psi_{1ijk}^T & (*) \\ \Delta^T \Omega_j^T A_i - \Delta^T M_{jk} C_i - \Omega_j + P_3 & \Psi_{2ijk}^T - \Delta^T \Omega_j^T E_k - \Omega_j + P_4 & -\Omega_j \Delta_1 - \Psi_{2ijk}^T & -\Omega_j \Delta - \Delta^T \Omega_j^T \end{bmatrix} \quad (A4)$$

On rappelle également que les conditions qui doivent être vérifiées correspondent au schéma de relaxation de /Kim & Lee 2000/ toujours avec  $l \in \{1,2,3,4\}$  :

$$\Upsilon_{ii}^{k(l)} + Q_{ii}^{k(l)} < 0 \quad (A5)$$

$$\Upsilon_{ij}^{k(l)} + \Upsilon_{ji}^{k(l)} + 2Q_{ij}^{k(l)} < 0 \quad (j > i) \quad (A6)$$

$$Q^{k(l)} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{k(l)} & Q_{12}^{k(l)} & \dots & Q_{1r}^{k(l)} \\ Q_{12}^{k(l)} & Q_{22}^{k(l)} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Q_{1r}^{k(l)} & \dots & \dots & Q_{rr}^{k(l)} \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{A7})$$

## A1.2 Preuve du lemme 3

### Lemme 3:

L'approche 2 inclut toujours l'approche 1.

Ce qui se traduit par : s'il existe une solution en utilisant les conditions (A5) à (A7) avec les  $\Upsilon_{ij}^{k(1)}$  définis en (A1) alors il existe toujours une solution aux mêmes conditions en utilisant les  $\Upsilon_{ij}^{k(2)}$  définis en (A2).

Preuve : Supposons qu'il existe  $P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$  régulière,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^{k(1)} > 0$  et

$Q_{ij}^{k(1)} = (Q_{ij}^{k(1)})^T$  telles que les conditions (A5) à (A7) soient satisfaites pour l'approche

1. On va montrer que ces matrices sont également des solutions possibles pour

l'approche 2. On choisit :  $Q_{ii}^{k(2)} = \begin{bmatrix} Q_{ii}^{k(1)} & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix}$ ,  $Q_{ij}^{k(2)} = \begin{bmatrix} Q_{ij}^{k(1)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . La condition (A7):

$Q^{k(2)} > 0$  est satisfaite si et seulement si :  $\begin{bmatrix} Q^{k(1)} & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_{n \times r} \end{bmatrix} > 0$  qui est vraie puisque

$Q^{k(1)} > 0$ .

On pose également :  $\forall i \in \{1, \dots, r\}$ ,  $\forall k \in \{1, \dots, e\}$ ,  $\Phi_{3ik} = P_3$  et  $\Psi_{3ik} = \mathbf{e}^2 I$ . (A2)

s'écrit alors :

$$\Upsilon_{ij}^{k(2)} = \begin{bmatrix} A_i^T P_3 + P_3^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_3^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k & 0 \\ \mathbf{e}^2 A_i & 0 & -2\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

Avec :  $U_i = [A_i \ 0]$ , (A8) devient :

$$\Upsilon_{ij}^{k(2)} = \begin{bmatrix} \Upsilon_{ij}^{k(1)} & (*) \\ \mathbf{e}^2 U_i & -2\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

On peut alors écrire pour les conditions (A5) et (A6) de l'*approche 2* :

$$\Upsilon_{ii}^{k(2)} + Q_{ii}^{k(2)} = \begin{bmatrix} \Upsilon_{ii}^{k(1)} + Q_{ii}^{k(1)} & (*) \\ \mathbf{e}^2 U_i & -\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{A10})$$

$$\Upsilon_{ij}^{k(2)} + \Upsilon_{ji}^{k(2)} + 2Q_{ij}^{k(2)} = \begin{bmatrix} \Upsilon_{ij}^{k(1)} + \Upsilon_{ji}^{k(1)} + 2Q_{ij}^{k(1)} & (*) \\ \mathbf{e}^2 (U_i + U_j) & -4\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{A11})$$

qui sont équivalentes, en utilisant le complément de Schur aux expressions suivantes :

$$(\text{A10}) \quad \Leftrightarrow \quad \Upsilon_{ii}^{k(1)} + Q_{ii}^{k(1)} + \mathbf{e}^2 U_i^T U_i < 0 \quad (\text{A12})$$

$$(\text{A11}) \quad \Leftrightarrow \quad \Upsilon_{ij}^{k(1)} + \Upsilon_{ji}^{k(1)} + 2Q_{ij}^{k(1)} + \frac{\mathbf{e}^2}{4} (U_i + U_j)^T (U_i + U_j) < 0 \quad (\text{A13})$$

Or on a supposé que l'*approche 1* est vérifiée, i.e. les conditions  $\Upsilon_{ii}^{k(1)} + Q_{ii}^{k(1)} < 0$  et  $\Upsilon_{ij}^{k(1)} + \Upsilon_{ji}^{k(1)} + 2Q_{ij}^{k(1)} < 0$  sont satisfaites. Il existe donc toujours un  $\mathbf{e}^2$  assez petit tel que (A12) et (A13) soient satisfaites

◻

### A1.3 Preuve du lemme 4

**Lemme 4:**

| L'*approche 3* inclut toujours l'*approche 2*.

Ce qui se traduit par : s'il existe une solution en utilisant les conditions (A5) à (A7) avec les  $\Upsilon_{ij}^{k(2)}$  définis en (A2) alors il existe toujours une solution aux mêmes conditions en utilisant les  $\Upsilon_{ij}^{k(3)}$  définis en (A3).

Preuve : Supposons qu'il existe  $P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $\Delta_{ik}$ ,  $\Phi_{3jk}$ ,  $\Psi_{3jk}$ ,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^k > 0$  et

$Q_{ij}^k = (Q_{ij}^k)^T$  telles que les conditions (A5) à (A7) soient satisfaites pour l'*approche 2*.

On va montrer que ces matrices sont également des solutions possibles pour

l'*approche 3*. On choisit  $Q_{ii}^{k(3)} = \begin{bmatrix} Q_{ii}^{k(2)} & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix}$  et  $Q_{ij}^{k(3)} = \begin{bmatrix} Q_{ij}^{k(2)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . La condition (A7)

:  $Q^{k(3)} > 0$  est satisfaite si et seulement si :  $\begin{bmatrix} Q^{k(2)} & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_{n \times r} \end{bmatrix} > 0$  qui est vraie puisque

$Q^{k(2)} > 0$ .

On pose également :  $P_4 = P_3$ , et  $\forall i \in \{1, \dots, r\}$ ,  $\forall k \in \{1, \dots, e\}$   $\Delta_{ik} = \mathbf{e}^2 P_3^{-1}$ . On rappelle

également que  $K_{ik} = P_3^{-1} M_{ik}$ . (A3) s'écrit alors :

$$\Upsilon_{ij}^{k(3)} = \begin{bmatrix} A_i^T \Phi_{3jk} + \Phi_{3jk}^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & (*) & (*) \\ P_1 - E_k^T P_3 + P_3^T A_i - M_{jk} C_i & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k & 0 & 0 \\ P_3 - \Phi_{3jk} + \Psi_{3jk} A_i & 0 & -\Psi_{3jk} - \Psi_{3jk}^T & 0 \\ \mathbf{e}^2 K_{jk} C_i & 0 & 0 & -2\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A14})$$

et en posant :  $U_{ij}^k = \begin{bmatrix} K_{jk} C_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , (A14) s'écrit aussi

$$\Upsilon_{ij}^{k(3)} = \begin{bmatrix} \Upsilon_{ij}^{k(2)} & (*) \\ U_{ij}^k & -2\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A15})$$

et la fin de la preuve est similaire à celle de la partie précédente. ◻

## A1.4 Preuve du lemme 5

### Lemme 5:

| L'*approche 4* inclut toujours l'*approche 1*.

Ce qui se traduit par : s'il existe une solution en utilisant les conditions (A5) à (A7) avec les  $\Upsilon_{ij}^{k(1)}$  définis en (A1) alors il existe toujours une solution aux mêmes conditions en utilisant les  $\Upsilon_{ij}^{k(4)}$  définis en (A4).

Preuve : Supposons qu'il existe  $P_1 = P_1^T > 0$ ,  $P_3$  régulière,  $M_{ik}$ ,  $Q_{ii}^{k(1)} > 0$  et  $Q_{ij}^{k(1)} = (Q_{ij}^{k(1)})^T$  telles que les conditions (A5) à (A7) soient satisfaites pour l'approche 1. On va montrer que ces matrices sont également des solutions possibles pour l'approche 4. On choisit  $Q_{ii}^{k(4)} = \begin{bmatrix} Q_{ii}^{k(1)} & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_{2n} \end{bmatrix}$  et  $Q_{ij}^{k(4)} = \begin{bmatrix} Q_{ij}^{k(1)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . La condition (A7) :  $Q^{k(4)} > 0$  est satisfaite si et seulement si :  $\begin{bmatrix} Q^{k(1)} & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_{2n \times r} \end{bmatrix} > 0$  qui est vraie puisque  $Q^{k(1)} > 0$ .

On pose également :  $\forall i, j \in \{1, \dots, r\}$ ,  $\forall k \in \{1, \dots, e\}$   $\Phi_{1ijk} = P_1$ ,  $\Psi_{1ijk} = \Psi_4 = \mathbf{e}^2 I_n$ ,  $\Delta = \mathbf{e}^2 P_3^{-1}$ ,  $P_4 = P_3 = \Phi_3 = \Phi_4 = \Omega_i$ ,  $\Delta_1 = \Phi_{2ijk} = \Psi_{2ijk} = \Psi_3 = 0$ . On rappelle également que  $K_{ik} = P_3^{-1} M_{ik}$ . (A4) s'écrit alors :

$$\Upsilon_{ij}^{k(4)} = \begin{bmatrix} A_i^T P_3 + P_3^T A_i - C_i^T M_{jk}^T - M_{jk} C_i & (*) & 0 & (*) \\ P_3^T A_i - M_{jk} C_i + P_1 - E_k^T P_3 & -E_k^T P_3 - P_3^T E_k & (*) & (*) \\ 0 & \mathbf{e}^2 I_n & -2\mathbf{e}^2 I_n & 0 \\ \mathbf{e}^2 (A_i - K_{jk} C_i) & -\mathbf{e}^2 E_k & 0 & -2\mathbf{e}^2 I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A16})$$

et en posant :  $U_{ij}^k = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_i - K_{jk} C_i & -E_k \end{bmatrix}$ , (A16) s'écrit aussi :

$$\Upsilon_{ij}^{k(4)} = \begin{bmatrix} \Upsilon_{ij}^{k(1)} & (*) \\ U_{ij}^k & -2\mathbf{e}^2 I_{2n} \end{bmatrix} \quad (\text{A17})$$

et la fin de la preuve est similaire à celle du paragraphe 3.

◻



## Annexe A2: Découpage et règles du modèle flou de l'homme en station debout

On rappelle que le modèle (2.8) de l'homme en station debout peut s'écrire sous la forme descripteur :

$$\begin{cases} E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \dot{x}(t) = A(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{A18})$$

avec:

- $x(t) = \begin{bmatrix} y^T & \dot{y}^T \end{bmatrix}^T$  vecteur d'état du système,
- $u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) \end{bmatrix}^T$  le vecteur d'entrée du système contenant les couples articulaires au niveau des chevilles et de la hanche.
- $y(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1(t) & \mathbf{q}_2(t) \end{bmatrix}^T$  le vecteur de sortie contenant les positions angulaires du système,
- $E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \end{bmatrix}$ ,  $A(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ G_M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) & -S(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2) \end{bmatrix}$   
 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix}$  et  $C = [I \quad 0]$  (Pour l'obtention de  $G_M$  voir remarque page 85).

Les termes non linéaires du modèle descripteur (4.7) sont contenus au sein des matrices  $E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$  et  $A(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2)$  et sont résumés dans le tableau a.1 :



**Tableau a.1 : Termes non linéaires du modèle de l'homme en station debout**

Fonctions non linéaires		Min	Max
$f_1 = \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$	mesurable	$\underline{f}_1 = -1$	$\bar{f}_1 = 1$
$f_2 = \frac{\sin \mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_1}$	mesurable	$\underline{f}_2 \approx -0.217$	$\bar{f}_2 = 1$
$f_3 = \frac{\sin \mathbf{q}_2}{\mathbf{q}_2}$	mesurable	$\underline{f}_3 \approx -0.217$	$\bar{f}_3 = 1$
$f_4 = \dot{\mathbf{q}}_1 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$	non mesurée	Non découpée	
$f_5 = \dot{\mathbf{q}}_2 \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)$	non mesurée	Non découpée	

Les vitesses angulaires  $\dot{\mathbf{q}}_1$  et  $\dot{\mathbf{q}}_2$  ne sont pas directement mesurables. De ce fait, conformément à l'hypothèse 1 (chapitre 3.2.3),  $f_4$  et  $f_5$  ne sont pas découpées. Le découpage des non linéarités se fait à l'aide du lemme 1 rappelé au chapitre 3 /Morère 2001/. On note :

$$v_1(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) = \frac{\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + 1}{2} = 1 - v_2(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \quad (\text{A19})$$

$$w_{i1}(\mathbf{q}_i) = \frac{\sin \mathbf{q}_i + 0,217 \cdot \mathbf{q}_i}{1,217 \cdot \mathbf{q}_i} = 1 - w_{i2}(\mathbf{q}_i) \quad (\text{A20})$$

$$f_1(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) = 1 \cdot v_1(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - 1 \cdot v_2(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \quad (\text{A21})$$

$$f_2(\mathbf{q}_1) = \frac{\sin \mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_1} \approx 1 \cdot w_{11}(\mathbf{q}_1) - 0.217 \cdot w_{12}(\mathbf{q}_1) \quad (\text{A22})$$

$$f_3(\mathbf{q}_2) = \frac{\sin \mathbf{q}_2}{\mathbf{q}_2} \approx 1 \cdot w_{21}(\mathbf{q}_2) - 0.217 \cdot w_{22}(\mathbf{q}_2) \quad (\text{A23})$$

Le modèle flou simplifié s'écrit avec les règles floues décrites au tableau a.2:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 v_k E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i A_i x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (A24)$$

Soit avec les notations utilisées :

$$\begin{cases} E_v \dot{x}(t) = A_h x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (A25)$$

avec :  $E_v = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \end{bmatrix}$ ,  $A_h = \begin{bmatrix} 0 & I \\ G_M(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) & 0 \end{bmatrix}$  contenant les fonctions non linéaires  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ .

Tableau a.2 : Règles associées au modèle flou TS de l'homme en station debout

Règle	Partie prémisses						Partie conclusion	
	Membre gauche			Membre droit				Sous système
1	<u>Si</u>	$f_1$ est $v_1$	<u>Et</u>	$f_2$ est $w_{11}$	<u>Et</u>	$f_3$ est $w_{21}$	<u>Alors</u>	$v_1 E_1 = h_1 A_1$
2		$f_1$ est $v_1$		$f_2$ est $w_{11}$		$f_3$ est $w_{22}$		$v_1 E_1 = h_2 A_2$
3		$f_1$ est $v_1$		$f_2$ est $w_{12}$		$f_3$ est $w_{21}$		$v_1 E_1 = h_3 A_3$
4		$f_1$ est $v_1$		$f_2$ est $w_{12}$		$f_3$ est $w_{22}$		$v_1 E_1 = h_4 A_4$
5		$f_1$ est $v_2$		$f_2$ est $w_{11}$		$f_3$ est $w_{21}$		$v_2 E_2 = h_1 A_1$
6		$f_1$ est $v_2$		$f_2$ est $w_{11}$		$f_3$ est $w_{22}$		$v_2 E_2 = h_2 A_2$
7		$f_1$ est $v_2$		$f_2$ est $w_{12}$		$f_3$ est $w_{21}$		$v_2 E_2 = h_3 A_3$
8		$f_1$ est $v_2$		$f_2$ est $w_{12}$		$f_3$ est $w_{22}$		$v_2 E_2 = h_4 A_4$
<p>Avec : <math>h_1 = w_{11} w_{21}</math>, <math>h_2 = w_{11} w_{22}</math>, <math>h_3 = w_{12} w_{21}</math>, <math>h_4 = w_{12} w_{22}</math> et :</p> $E_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} a & \overline{cf}_1 \\ \overline{cf}_1 & b_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad E_2 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} a & \overline{cf}_1 \\ \overline{cf}_1 & b \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \begin{bmatrix} \overline{df}_2 & 0 \\ 0 & \overline{ef}_3 \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \begin{bmatrix} \overline{df}_2 & 0 \\ 0 & \overline{ef}_3 \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix}$ $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \begin{bmatrix} \overline{df}_2 & 0 \\ 0 & \overline{ef}_3 \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \begin{bmatrix} \overline{df}_2 & 0 \\ 0 & \overline{ef}_3 \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix}$								



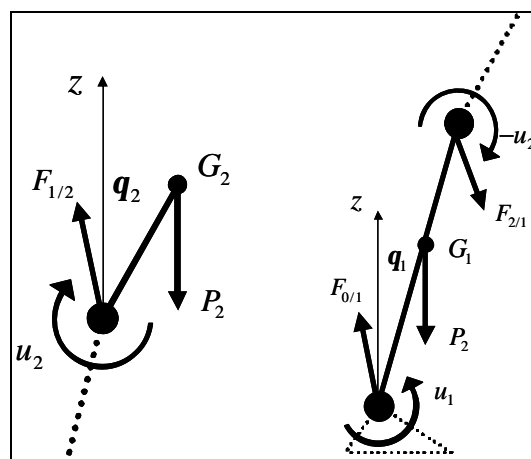
## Annexe A3: Estimations des couples articulaires par la dynamique inverse

*Notations* : La lettre  $F$  représente une force de réaction,  $P$  une force de pesanteur,  $M_{F,A}$  le moment de la force  $F$  au point  $A$ ,  $G$  un centre de gravité, l'indice  $p$  représente les pieds, 1 et 2 respectivement les pendules inférieur et supérieur, les indices  $x$  et  $z$  désignent les projections des vecteurs respectivement sur les axes horizontal et vertical.

On rappelle que la mise en œuvre de la dynamique inverse nécessite l'estimation des vitesses et accélérations angulaires. Dans notre cas, la dérivation « numérique » est réalisée au moyen de la technique des différences centrées /Nougier 2001/.

### A1.5 Approche « Top-down »

La mise en œuvre de l'approche « Top-down » de la dynamique inverse appliquée au cas de l'homme en station debout modélisé par un double pendule inversé comprend deux étapes illustrées par la figure a.1.



**Figure A.1** : Etapes de l'approche « Top-down » appliquée à l'homme en station debout modélisé par un double pendule inversé.

Dans la suite, les masses et positions segmentaires seront supposées connues. La première étape consiste à isoler le pendule supérieur afin de déterminer la force de réaction des membres inférieurs sur le pendule supérieur  $F_{1/2}$  ainsi que le couple articulaire  $u_2$ . Le résultat est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} F_{1/2} = m_2 a_{G_2} - P_2 \\ u_2 = M_{P_2, H} - I_2 \ddot{q}_2 \end{cases} \quad (A26)$$

Après avoir déterminé les sollicitations articulaires au niveau de la hanche, la deuxième étape consiste à isoler le pendule inférieur constitué des jambes et des cuisses. La force de contact des pieds sur le pendule supérieur  $F_{0/1}$  et le couple articulaire au niveau des chevilles  $u_1$  sont donnés par les équations du mouvement suivantes :

$$\begin{cases} F_{0/1} = m a_{G_1} - F_{2/1} - P_1 \\ u_1 = -M_{P_1, 0} - M_{F_{2/1}, 0} + u_2 + I_1 \ddot{q}_1 \end{cases} \quad (A27)$$

### A1.6 Approche « bottom-up »

La mise en œuvre de l'approche « Bottom-up » de la dynamique inverse appliquée au cas de l'homme en station debout modélisé par un double pendule inversé comprend deux étapes illustrées par la figure a.2.

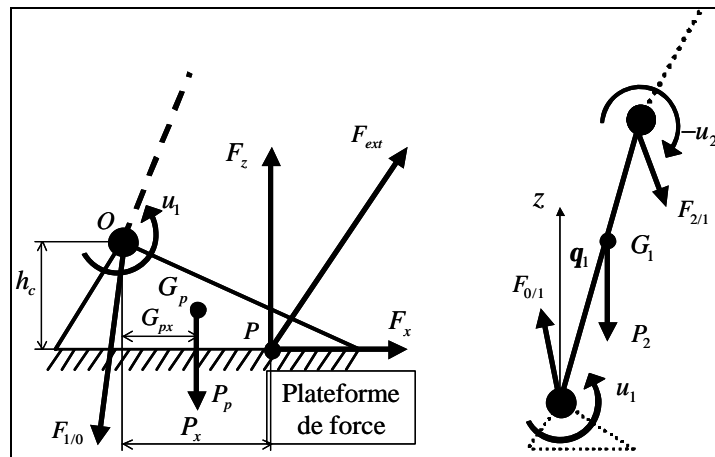


Figure A.2: Etapes de l'approche « Bottom-up » appliquée à l'homme en station debout modélisé par un double pendule inversé.

La première étape consiste à isoler les pieds afin de déterminer la force de réaction des pieds sur le pendule inférieur  $F_{0/1}$  ainsi que le couple articulaire  $u_1$ . Le résultat est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} F_{1/0} = m_p a_p - F_{ext} - P_p \\ u_1 = M_{p,O} + M_{F_{ext},O} - I_0 \ddot{q}_0 \end{cases} \quad (A28)$$

Après avoir déterminé les efforts articulaires au niveau de la cheville, la deuxième étape consiste à isoler le pendule inférieur constitué des jambes et des cuisses. La force de contact du pendule inférieur sur le pendule supérieur  $F_{1/2}$  et le couple articulaire au niveau de la hanche  $u_2$  sont donnés par les équations du mouvement suivantes :

$$\begin{cases} F_{2/1} = m a_{G_1} - F_{0/1} - P_1 \\ u_2 = M_{P_1,H} + M_{F_{0/1},H} + u_1 - I_1 \ddot{q}_1 \end{cases} \quad (A29)$$

*Remarque* : Les mouvements des pieds étant faibles, les quantités  $m a_p$  et  $I_0 \ddot{q}_0$  sont négligeables, l'équation (A28) devient donc équivalente à l'équation (2.10) utilisée au chapitre deux dans le cadre de l'optimisation des paramètres anthropométriques. Suite aux remarques concernant l'hypothèse des pieds fixés sur le sol (cf. Chapitre 2.3.1), dans le cadre des expérimentations étudiées, l'estimation du couple articulaire  $u_1$  par l'approche « Bottom-up » de la dynamique inverse est considérée comme relativement fiable.



## Liste des figures et tableaux

- **Figures :**

FIGURE I.1 : SCHEMA SIMPLIFIE DE LA REGULATION POSTURALE.....	5
FIGURE 1.1: REGULATION POSTURALE DE L'HOMME .....	12
FIGURE 1.2: ENREGISTREMENT SIMULTANE DES POSITIONS ANTEROPOSTERIEURES DU CENTRE DE PRESSION (COP) ET DU CENTRE DE GRAVITE (COM) DURANT 7S /WINTER ET AL. 1996/ .....	15
FIGURE 1.3: STABILOGRAMME : DEPLACEMENTS DU CENTRE DE PRESSION PAR RAPPORT A LA BASE DE SUPPORT. 16	
FIGURE 1.4: MODELE GEOMETRIQUE DE L'HOMME EN SIMPLE PENDULE INVERSE.....	19
FIGURE 1.5: MODELE GEOMETRIQUE TRIDIMENSIONNEL EN SIMPLE PENDULE INVERSE /GUELTON 2000//BARBIER & AL. 2003/.....	20
FIGURE 1.6: ORGANISATION SEGMENTAIRE DES MOUVEMENTS EN STATION DEBOUT DANS LE PLAN SAGITTAL .....	24
FIGURE 1.7: APPROCHE GLOBALE DE LA DYNAMIQUE INVERSE.....	27
FIGURE 1.8: APPROCHE « TOP-DOWN » DE LA DYNAMIQUE INVERSE LORSQUE SEULE LA CAPTURE DU MOUVEMENT EST DISPONIBLE. ....	28
FIGURE 1.9: APPROCHE « BOTTOM-UP » DE LA DYNAMIQUE INVERSE. ....	29
FIGURE 2.1: MODELE GEOMETRIQUE DE L'HOMME EN STATION DEBOUT .....	34
FIGURE 2.2 : COMPARAISON DES ESTIMATIONS $\hat{u}_1(t)$ ET $u_{1,pf}(t)$ DU COUPLE ARTICULAIRE AU NIVEAU DES CHEVILLES .....	39
FIGURE 2.3: APPROXIMATION DU COUPLE ARTICULAIRE A LA CHEVILLE .....	41
FIGURE 2.4: SYSTEME OPTOELECTRONIQUE DE CAPTURE DU MOUVEMENT.....	42
FIGURE 2.5 : CONTEXTE EXPERIMENTAL ET RECONSTRUCTION 3D DU SUJET EN STATION DEBOUT SUR UNE PLATEFORME DE FORCE.....	43
FIGURE 2.6 : DERIVATION ET FILTRAGE DES DONNEES ANGULAIRES. ....	44
FIGURE 2.7: COMPARAISON DU COUPLE ARTICULAIRE AUX CHEVILLES ESTIME PAR LE MODELE ET PAR LA STATIQUE SUR LES PIEDS (CONDITION SANS CHARGE).....	45
FIGURE 2.8: PRINCIPE DE L'OPTIMISATION DES PARAMETRES. ....	46
FIGURE 2.9: ALGORITHME DU RECUIT SIMULE UTILISE .....	49
FIGURE 2.10: RESULTAT DE L'OPTIMISATION DU JEU DE DONNEES D'IDENTIFICATION SUR LE COUPLE AU NIVEAU DE LA CHEVILLE.....	51
FIGURE 2.11: COMPARAISON DES DIFFERENTES ESTIMATIONS DU COUPLE ARTICULAIRE A LA CHEVILLE A PARTIR DES JEUX DE DONNEES DE VALIDATION. EN HAUT: MOUVEMENT DE FLEXION/EXTENSION DU TRONC SANS CHARGE. EN BAS: MOUVEMENT ORTHOSTATIQUE SANS CHARGE. ....	52
FIGURE 3.1 : DOMAINES DE CONVERGENCE DEMONTRES PAR LES DIFFERENTES APPROCHES.....	81
FIGURE 4.1: SIMULATION POUR LE REGLAGE DE L'OBSERVATEUR.....	92
FIGURE 4.2: COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS AVEC LES OBSERVATEURS FLOU ET LINEAIRE LORS D'UNE SIMULATION D'UN MOUVEMENT COMPLEXE. ....	93



FIGURE 4.3: ESTIMATIONS DES VECTEURS D'ETAT $\hat{x}_e$ ET $\hat{x}_e^L$ A PARTIR DE DONNEES EXPERIMENTALES .....	94
FIGURE 4.4: COMPARAISON DES VARIABLES RECONSTRUITES PAR LES OBSERVATEURS A ENTREES INCONNUES ET ESTIMEES PAR LA DYNAMIQUE INVERSE EN POSTURE ORTHOSTATIQUE .....	95
FIGURE 4.5: COMPARAISON DES VARIABLES RECONSTRUITES PAR LES OBSERVATEURS A ENTREES INCONNUES ET ESTIMEES PAR LA DYNAMIQUE INVERSE EN MOUVEMENT DE FLEXION/EXTENSION.....	96
FIGURE 4.6: ESTIMATION DU COUPLE ARTICULAIRE $u_1$ A PARTIR DE DONNEES EXPERIMENTALES D'UN MOUVEMENT DE FLEXION/EXTENSION COMBINEES HANCHE-CHEVILLES. ....	97
FIGURE 4.7: EVOLUTION DE $v_1$ AU COURS DU MOUVEMENT DE FLEXION/EXTENSION CONSIDERE .....	98
FIGURE 4.8:COMPARAISON DES ESTIMATIONS DU COUPLE $u_1$ PAR LES APPROCHES « DYNAMIQUE INVERSE » ET « OBSERVATEUR FLOU » POUR UN MOUVEMENT DE FLEXION/EXTENSION .....	99
FIGURE 4.9: COMPARAISON DES ESTIMATIONS DU COUPLE $u_2$ PAR LES APPROCHES « DYNAMIQUE INVERSE » ET « OBSERVATEUR FLOU » POUR UN MOUVEMENT DE FLEXION/EXTENSION .....	100
FIGURE 4.10: RESIDUS DE L'ESTIMATION DU COUPLE ARTICULAIRE $u_2$ PAR LA DYNAMIQUE INVERSE « BOTTOM-UP ».....	101
FIGURE 4.11: COMPARAISON DES ESTIMATIONS DU COUPLE $u_2$ PAR LES APPROCHES « DYNAMIQUE INVERSE » ET « OBSERVATEUR FLOU » EN POSTURE ORTHOSTATIQUE.....	102
FIGURE 4.12: COMPARAISON DES ESTIMATIONS DU COUPLE $u_2$ PAR LES APPROCHES « DYNAMIQUE INVERSE » ET « OBSERVATEUR FLOU » EN POSTURE ORTHOSTATIQUE.....	103
FIGURE C.1 : EXEMPLE DE PHASE RELATIVE ENTRE DEUX ARTICULATIONS FICTIVES EN MOUVEMENT.....	108
FIGURE A.1 : ETAPES DE L'APPROCHE « TOP-DOWN » APPLIQUEE A L'HOMME EN STATION DEBOUT MODELISE PAR UN DOUBLE PENDULE INVERSE. ....	135
FIGURE A.2: ETAPES DE L'APPROCHE « BOTTOM-UP » APPLIQUEE A L'HOMME EN STATION DEBOUT MODELISE PAR UN DOUBLE PENDULE INVERSE. ....	136

• **Tableaux :**

TABLEAU 2.1: VARIABLES ET CONSTANTES ASSOCIEES AU MODELE EN DOUBLE PENDULE INVERSE. ....	35
TABLEAU 2.2: COMPARAISON DES COUPLES ARTICULAIRES A LA CHEVILLE AVANT ET APRES OPTIMISATION DES PARAMETRES DU MODELE .....	53
TABLEAU 2.3 : RESULTATS DE L'OPTIMISATION POUR LES DIFFERENTS TESTS DE CHARGES.....	53
TABLEAU 4.1: TERMES NON LINEAIRES CONTENUS DANS LE MODELE (4.3). ....	87
TABLEAU A.1 : TERMES NON LINEAIRES DU MODELE DE L'HOMME EN STATION DEBOUT.....	132
TABLEAU A.2 : REGLES ASSOCIEES AU MODELE FLOU TS DE L'HOMME EN STATION DEBOUT .....	133

### **Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur**

*Résumé :* La neurophysiologie et la biomécanique constituent deux approches complémentaires à la compréhension globale de la régulation posturale. Le corps humain est considéré comme un système mécanique poly-articulé régulé par le système nerveux central. Ses entrées sont les couples articulaires et ses sorties les positions des segments corporels.

Au vu des stratégies posturales employées en station debout, un modèle non linéaire en double pendule inversé est adopté. Il dépend de paramètres pouvant être estimés par des tables anthropométriques standards. Pour ajuster le modèle à un individu particulier, un recuit simulé est utilisé.

Les couples articulaires sont classiquement estimés par des techniques de dynamique inverse sensibles aux incertitudes de mesure. Une méthode alternative issue du domaine de l'automatique, basée l'utilisation d'observateurs à entrées inconnues, est proposée.

L'étude d'une classe d'observateurs flous de type Takagi-Sugeno basés sur une forme descripteur est proposée. Les conditions de convergence sont obtenues par une fonction de Lyapunov quadratique et peuvent être conservatives. Quatre approches, admettant une écriture sous la forme de problèmes LMI ou BMI, sont alors proposées afin de relâcher ces conditions.

La mise en œuvre d'un observateur flou à entrées inconnues dans le cas de l'homme en station debout est proposée. Les résultats obtenus sont confrontés à ceux des différentes approches de la dynamique inverse. L'observateur flou semble mieux adapté à l'estimation des caractéristiques du mouvement en station debout. De plus son caractère temps réel est souligné et conduit à de nombreuses perspectives en rééducation.

*Mots-clés :* Station debout humaine, double pendule inversé, dynamique inverse, recuit simulé, Takagi-Sugeno, observateurs flous, descripteurs, convergence, LMI, BMI.

### **Estimation of human movement characteristics in standing. A fuzzy observer approach in descriptor form**

*Abstract:* Neurophysiology and biomechanics brings two complementary approaches to the postural control scheme. The human body, which is controlled by the central nervous system, is considered as rigid body segments connected by hinge joints system where inputs are the joint torques and the outputs are the segment positions.

Due to the postural strategies employed in standing, a double inverted pendulum nonlinear model is chosen. It depends on parameters that can be estimated by standard anthropometric tables. In order to adjust the model for an individual, a simulated annealing with heating cycles is chosen.

Joint torques are classically estimated by the well known uncertain inverse dynamics techniques. An alternative approach, stemming from control theory, is then proposed. That one consists on the use of unknown inputs observers.

A class of fuzzy observers based on a descriptor form is then studied. The convergence conditions of the prediction error are obtained via a Lyapunov quadratic function. These ones can be conservative. Four LMI or BMI based approaches are then proposed to relax these conditions.

In the case of human stance, the results obtained with the use of an unknown input observer are compared with the ones obtained with the use of different inverse dynamics approaches. It seems that observer based results are more accurate for human standing studies. Moreover, the real time character of the observer based approach is underlined and leads to many rehabilitation applications.

*Keywords:* Human stance, double inverted pendulum, inverse dynamics, simulated annealing, Takagi-Sugeno, fuzzy observer, descriptor, convergence, LMI, BMI.