



HAL
open science

Instabilités spatiales en milieu de Kerr : réseaux de solitons spatiaux et brisure de symétrie des solitons multimodes dans un guide plan

Cyril Cambournac

► **To cite this version:**

Cyril Cambournac. Instabilités spatiales en milieu de Kerr : réseaux de solitons spatiaux et brisure de symétrie des solitons multimodes dans un guide plan. Physique [physics]. Université de Franche-Comté, 2003. Français. NNT: . tel-00008017

HAL Id: tel-00008017

<https://theses.hal.science/tel-00008017>

Submitted on 12 Jan 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

L'U.F.R. DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

pour obtenir le

**GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
DE FRANCHE-COMTÉ**
Spécialité Sciences pour l'Ingénieur

INSTABILITÉS SPATIALES EN MILIEU DE KERR : RÉSEAUX DE SOLITONS SPATIAUX ET BRISURE DE SYMÉTRIE DES SOLITONS MULTIMODES DANS UN GUIDE PLAN

par

Cyril CAMBOURNAC

soutenue le 16 mai 2003 devant la Commission d'Examen :

Président	D. VAN LABEKE	Professeur, à l'Université de Franche-Comté, Besançon.
Rapporteurs	A. BARTHÉLEMY P. DI TRAPANI	Directeur de recherche CNRS, IRCOM, Limoges. Professeur associé, à l'Université d'Insubria, Côme (Italie).
Examineurs	R. BARILLE H. MAILLOTTE E. LANTZ	Maître de conférences, à l'Université d'Angers. Chargé de recherche CNRS, LOPMD, Besançon. Professeur, à l'Université de Franche-Comté, Besançon.

Remerciements

Je remercie M. Jean-Pierre Goedgebuer de m'avoir accueilli au sein du Laboratoire d'optique Pierre-Michel DUFFIEUX de l'université de Franche-Comté. J'y ai trouvé le professionnalisme et l'encadrement propices à la réalisation de mon travail de thèse et dont les résultats sont présentés dans ce manuscrit.

Je remercie les différents membres du jury d'avoir accepté de lire et évaluer mon travail : M. Alain Barthélemy, directeur de recherche à l'IRCOM (Limoges) ; M. Paolo Di Trapani, professeur à l'université d'Insubria (Côme, Italie) ; M. Régis Barille, maître de conférences à l'université d'Angers ; M. Daniel Van Labeke, professeur à l'université de Franche-Comté (Besançon) ; M. Eric Lantz, professeur à l'université de Franche-Comté et M. Hervé Maillotte, chargé de recherche au LOPMD (Besançon).

Je remercie Hervé Maillotte de m'avoir dirigé pendant ma thèse. Son soutien et sa présence sans faille m'ont permis de mener à bien ce travail dans un esprit d'équipe sans équivalent au laboratoire.

Je remercie le professeur Eric Lantz pour sa contribution déterminante à mon travail et sa vision, non seulement physique, du monde qui nous entoure.

Je remercie Laurent Provino d'avoir apporté cette touche *non* bisontine si remarquable dans ce laboratoire et de m'avoir fait profiter de son savoir informatique. J'espère que tu as eu plaisir, comme moi, à partager ce bureau, malgré le tabagisme passif que je t'ai imposé.

Je remercie tous les autres membres de l'équipe d'optique non linéaire, condamnés à perpétuité ou non : Fab « No fumare prego ! », Mathieu le Breton, Thibaut le Belge, Régis Dicon Fiber, le professeur John « himself » Dudley et Gaëlle ma belle ; sans oublier les promotions suivantes de thésards : Alex dit « casque bleu », Gilou, Nono, Soph' et Virginie.

Je remercie Denis Bitschene d'avoir permis la réalisation de la cuve hermétique mais aussi pour sa gentillesse et sa disponibilité, toutes deux permanentes.

Je remercie le professeur Marc Haelterman, Pascal Kockaert et Bruno Vanderlinden d'avoir suggéré et participé à la démonstration de la brisure de symétrie. Les correspondances électroniques furent fécondes et on se souvient encore de la venue de Bruno à Besançon : « ça brise ! ».

Je remercie Hervé Leblond pour sa contribution théorique à mon travail. Notre rencontre à Swinoujscie m'aura aussi révélé que certains mathématiciens savent chanter.

Je remercie tous les autres membres du laboratoire et de l'université que j'ai pu côtoyer durant ces années de thèse et même avant : on apprend toujours du regard de l'autre. Qu'ils soient du côté obscur ou non, j'ose espérer qu'ils se reconnaîtront.

Je remercie particulièrement la chaleur de tous les thésards du labo, anciens comme nouveaux.

Je remercie les pensionnaires du « labo E » dont les frigidaires, tables de « banquets » et autres composants optiques sont toujours à disposition.

Je remercie les nombreux partenaires de ce sanctuaire qu'est l'Aquarium. Qu'il dure longtemps.

Je remercie Besançon et les Bisontins d'exister. Ces années passées en Franche-Comté ont permis de mémorables rencontres et fêtes... Max, Jud, Stf, Lio, Mat, Mig, Sam, Zou, etc. en faisaient partie. À la prochaine.

Je remercie mes parents de m'avoir permis de faire des études (longues !).

Enfin, je remercie de tout mon cœur Gaëlle de m'avoir supporté (aux sens propre et figuré) durant tous ces mois et surtout de m'avoir donné la petite Lénaïc... Je vous aime.

Il faut être toujours ivre. [...] De vin, de poésie ou de vertu, à votre guise. Mais enivrez-vous.

Charles BAUDELAIRE.

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre 1	
Rapide tour d’horizon	7
1.1 Solitons et optique non linéaire	8
1.1.1 Petite entrée en matière historique	8
1.1.2 Solitons optiques	11
1.2 Solitons optiques spatiaux	17
1.2.1 Soliton Kerr	19
1.2.2 Le modèle « NLS » ou « de Kerr » et ses extensions	21
1.2.3 Dynamique des solitons spatiaux	26
1.2.4 Les autres familles de solitons spatiaux	31
1.3 Enjeux des faisceaux solitons	36
1.3.1 Traitement tout-optique de l’information	37
1.3.2 Autres phénomènes non linéaires d’importance	41
Chapitre 2	
Faisceaux solitons et instabilité de modulation spatiale scalaires en milieu de Kerr (1+1)D	43
2.1 Indice non linéaire en milieu de Kerr	44
2.1.1 Polarisation non linéaire	44
2.1.2 Réfraction photoinduite en milieu de Kerr isotrope	48
2.1.3 L’effet Kerr du CS ₂	50

2.2	Propagation en milieu de Kerr (1+1)D et solitons scalaires	52
2.2.1	Impulsion dans un guide plan monomode de type Kerr	52
2.2.2	Équations de Schrödinger non linéaires	56
2.2.3	Solitons Kerr scalaires	59
2.2.4	Effets temporels : approximation d'un régime permanent	68
2.2.5	Effets parasites : diffusions stimulées	71
2.3	Théorie scalaire de l'instabilité de modulation	73
2.3.1	Courbe de gain initial et réseaux de solitons spatiaux	73
2.3.2	Instabilité de modulation de l'onde plane	78
2.4	Théorie du mélange à quatre ondes dégénéré	87
2.4.1	Équations couplées du mélange à quatre ondes dégénéré	89
2.4.2	Formalisme hamiltonien	97
2.5	Split-step Fourier method	100
2.5.1	Description de la méthode symétrisée	101
2.5.2	Étapes du programme de simulation	103
2.5.3	Considérations numériques	104
2.6	Synthèse du chapitre 2	105
 Chapitre 3		
	Réseaux périodiques de solitons spatiaux par inertie de la réponse non linéaire	107
3.1	L'évolution des recherches expérimentales sur l'instabilité de modulation	108
3.2	Caractéristiques du guide plan symétrique	111
3.2.1	Propriétés linéaires	111
3.2.2	Propriété non linéaire : séparation des variables transverses	116
3.3	Considérations sur le faisceau	117
3.3.1	Propriétés de la source laser	117
3.3.2	Propriétés du faisceau injecté	119
3.4	Instabilité de modulation spontanée	123
3.4.1	Simulations numériques	123
3.4.2	Montage expérimental	125
3.4.3	Observation de l'instabilité de modulation spontanée : Réseaux quasi périodiques de quasi-solitons	128
3.4.4	Stabilité et dynamique du processus spontané en milieu de Kerr inertiel	129
3.4.5	Conclusions partielles	142

3.5	Instabilité de modulation induite	143
3.5.1	Simulation numérique du régime permanent	144
3.5.2	Montage expérimental	147
3.5.3	Formation d'un réseau de solitons spatiaux	151
3.5.4	Conséquences de l'interférence à deux ondes et du caractère impulsif	154
3.5.5	Stabilité des réseaux de solitons	156
3.5.6	Doublage de fréquence spatiale et dynamique spatio-temporelle	165
3.5.7	Remarques sur la récurrence FPU	171
3.6	Perspectives en traitement de l'information par voie tout-optique	172
3.7	Synthèse du chapitre 3	174
Chapitre 4		
Brisure de symétrie des solitons vectoriels multimodes en milieu de Kerr isotrope		175
4.1	Solitons spatiaux vectoriels multimodes	176
4.2	Instabilité en milieu de Kerr isotrope	178
4.2.1	État lié de solitons	178
4.2.2	Brisure de symétrie	183
4.3	Observation expérimentale de la brisure de symétrie du soliton vectoriel bimodal	185
4.3.1	Considérations expérimentales	185
4.3.2	Montage expérimental	186
4.3.3	Observation de l'état lié de solitons	188
4.3.4	Observation de la brisure de symétrie	192
4.4	Synthèse du chapitre 4	196
Conclusion générale		197
Annexe A — Composantes de la réponse non linéaire dans le CS₂		203
Annexe B — Instabilité de modulation en milieu de Kerr inertiel		211
Références bibliographiques — Ordre alphabétique		223

Introduction générale

IL est maintenant établi que la première étude scientifique d'une onde solitaire, faite au milieu du XIX^e siècle par l'architecte naval et ingénieur John Scott Russell, a eu une portée considérable en mathématiques et en physique, tant fondamentales qu'appliquées. D'origine intrinsèquement non linéaire, la propagation soliton, ou d'onde solitaire, constitue en effet un phénomène universel qui apparaît dès lors qu'une non-linéarité auto-induite affecte la dispersion spatiale et/ou temporelle naturelle d'un phénomène ondulatoire. Ainsi, on a pu mettre en évidence des effets solitoniques dans des domaines aussi divers que la physique des plasmas et celle des ondes de matière, l'hydrodynamique, l'acoustique, la biologie moléculaire, et surtout l'optique avec la découverte du laser. De manière simple, un soliton est une déformation locale d'une grandeur physique (élévation d'un fluide, enveloppe d'un champ électromagnétique...), ou paquet d'ondes localisé, qui, en perturbant suffisamment la réponse d'un environnement matériel adapté, peut compenser l'étalement linéaire naturel de la déformation elle-même. La propagation peut ainsi devenir invariante et, dans certains cas, robuste vis-à-vis de perturbations externes ou de collisions éventuelles avec d'autres solitons.



En optique, on classe jusqu'à présent les phénomènes solitoniques dans deux grandes catégories selon que la (ou les) dimension invariante, toujours transverse, concerne le temps ou l'espace : ce sont les solitons respectivement temporels et spatiaux, tandis que les solitons couplant ces deux grandeurs, dits solitons spatio-temporels ou balles de lumière, n'en sont expérimentalement qu'à leurs prémices.

Les solitons temporels, abondamment étudiés, sont des impulsions stables, intenses et de durées femtosecondes ou picosecondes, utilisant le plus souvent la non-linéarité de Kerr de la silice constituant les fibres optiques pour compenser la dispersion chromatique et ainsi se propager sans déformation de leur enveloppe. La révolution informatique de la seconde moitié

du XX^e siècle et l'avènement de la société de l'information qui en a découlé ont accru les besoins, sans cesse grandissants, en terme de hauts débits et de bande passante de transmission d'informations d'un point à un autre du globe. De par l'extrême transparence des fibres, les méthodes optiques se sont imposées à l'heure actuelle, particulièrement pour les liaisons intercontinentales. On comprend alors que la possibilité de transmettre l'information par des impulsions lumineuses non limitées par la dispersion chromatique ait suscité un intérêt énorme à l'égard des solitons optiques dans le domaine temporel. Les débits ainsi envisageables avec une seule longueur d'onde atteignent par exemple le Tbits/s à partir de trains d'impulsions solitons femtosecondes. En revanche, la manipulation de ces flux de données au niveau des nœuds de distribution intermédiaires des réseaux, pour la commutation, l'adressage ou la régénération de signal par exemple, se heurte de plus en plus aux limitations (typiquement aux alentours de 40 Gbits/s) imposées par l'actuelle conversion électronique des signaux optiques transportés. Une solution consisterait à mettre au point des architectures d'interconnexions reconfigurables travaillant à vitesse très élevée. Dans ce but, des composants réalisant des fonctions tout-optiques ultrarapides de commutation et de routage doivent être développés, faisant cette fois appel à la dimension transverse spatiale des faisceaux.

Le soliton optique spatial résulte quant à lui essentiellement de l'équilibre entre la diffraction naturelle de tout faisceau se propageant dans l'espace et une courbure opposée de son front d'onde, provoquée par la lumière elle-même. Pour un milieu de Kerr idéal, cette courbure est causée par une variation locale et instantanée, proportionnelle à l'intensité optique, de l'indice de réfraction. Pour une variation d'indice positive par exemple, l'effet est alors analogue à celui d'une lentille convergente et auto-induite, permettant, si les paramètres sont adéquats, de façonner un faisceau auto-confiné invariant, dit soliton spatial brillant. Bien plus que cela, la variation d'indice qu'entretient un soliton spatial, et qui en est à l'origine, constitue un guide d'ondes auto-induit et optiquement reconfigurable, n'existant idéalement que durant le passage de la lumière. C'est essentiellement sur ce principe que reposent les applications potentielles des solitons spatiaux en traitement de l'information.

Ainsi, des architectures basées sur les solitons optiques spatiaux constituent une alternative prometteuse à l'électronique. Les solitons Kerr possèdent des propriétés qui peuvent convenir à la réalisation de composants ultrarapides de commutation et d'adressage puisque leurs temps de réponse très courts (femtosecondes à picosecondes) en font des candidats intéressants pour le développement de systèmes de guidage rapidement reconfigurables. Par ailleurs, les interactions variées dont ils font preuve permettent d'envisager un grand nombre d'opérations logiques tout-optiques.

Dans les milieux de Kerr massifs cependant, il est bien connu que le développement de diverses instabilités empêche la propagation libre des ondes laser intenses et, de fait, des solitons spatiaux. Que les profils des faisceaux soient étendus selon une ou les deux dimensions

transverses et l'instabilité de modulation provoque leur dislocation sous la forme de filaments lumineux très intenses et incontrôlables ; que les profils soient réduits et l'instabilité dite de collapsus provoque leur autofocalisation catastrophique. La stabilité, rigoureuse ou approchée, ne peut en réalité être assurée que par l'approximation d'une configuration unidimensionnelle transverse, soit une diffraction suivant une seule dimension, dans un guide plan par exemple. L'instabilité de modulation d'un faisceau 1D étendu devient alors contrôlable et l'instabilité de collapsus est évitée. Cette considération est à la base de notre étude de la propagation en milieu de Kerr unidimensionnel transverse.



Ce travail de thèse est une étude phénoménologique théorique et expérimentale de deux instabilités spatiales transverses liées à la propagation soliton dans un guide plan de type Kerr. Jusqu'à maintenant et malgré la simplicité de la géométrie du système, peu de travaux ont visé à tirer profit d'une dynamique d'instabilité en la contrôlant pour une application potentielle dans le domaine spatial. C'est ainsi qu'outre l'intérêt appliqué que procurerait l'exploitation ingénieuse des faisceaux solitons, cette étude a permis de mettre en lumière plusieurs nouvelles propriétés de la propagation lumineuse spatio-temporelle en milieu de Kerr.

Nous avons organisé ce manuscrit en quatre chapitres distincts.

Un premier chapitre est dédié à un « rapide » tour d'horizon des phénomènes solitoniques spatiaux en optique. Nous décrivons quelques principes physiques généraux qui régissent les familles de solitons, leurs interactions et instabilités, et finirons par leurs enjeux en termes d'applications potentielles. Nous avons choisi de ne pas nous limiter aux seuls solitons Kerr pour deux raisons. Tout d'abord, parce que l'intérêt international porté aux solitons spatiaux générés par des non-linéarités autres que celle de type Kerr pure, et en particulier les solitons photoréfractifs et les solitons quadratiques basés sur des non-linéarités « saturantes », a permis des progrès fondamentaux significatifs depuis leur découverte expérimentale il y a une dizaine d'années. Puis, parce que leurs applications potentielles sont toutes aussi prometteuses que celles utilisant les solitons Kerr, bien que les avantages à utiliser une non-linéarité plutôt qu'une autre ne soient pas partagés entre toutes les familles de solitons. Par exemple, si la propagation soliton en milieu photoréfractif est possible à très faible puissance optique (quelques milliwatts), on se heurte à des temps de réponse longs.

Ensuite, le deuxième chapitre s'attachera à mettre en place les outils théoriques de base et nécessaires à la description des phénomènes solitoniques spatiaux en milieu de Kerr isotrope et à la compréhension des études expérimentales menées aux chapitres trois et quatre. Nous présenterons d'abord le modèle de l'effet Kerr optique sur lequel est basé notre travail. Nous décrirons rapidement les propriétés bien connues des solitons spatiaux Kerr, solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire scalaire (NLS), c'est-à-dire à une dimension transverse,

puis nous nous attarderons plus particulièrement sur le phénomène d'instabilité de modulation scalaire en milieu de Kerr, qui constitue l'étude la plus importante de ce manuscrit.

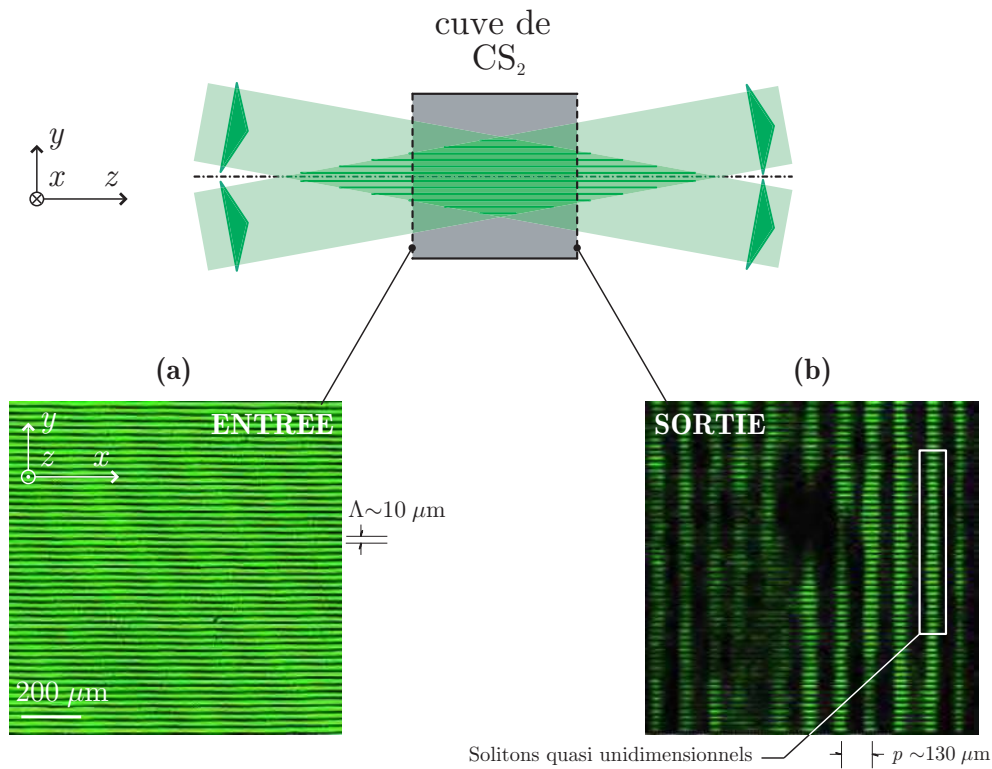
Puis, les chapitres trois et quatre seront consacrés à la présentation de résultats expérimentaux et des simulations numériques associées, obtenus sur l'instabilité de modulation et l'instabilité de brisure de symétrie en propagation guidée planaire. En l'occurrence, le matériau standard utilisé est du disulfure de carbone liquide (CS_2) qui, sous le régime impulsif picoseconde employé, procure une non-linéarité d'indice de type Kerr majoritairement attribuable à l'effet de réorientation moléculaire. Ce type de réponse procure des spécificités intéressantes qui nous ont permis de dégager des résultats novateurs dans chacun de ces deux chapitres :

~ Le chapitre trois a pour objet l'étude des *réseaux périodiques de solitons spatiaux générés de manière simultanée par instabilité de modulation spatiale* (MI, *modulation[al] instability*) en propagation guidée planaire. Ce travail s'inscrit dans la continuité logique d'une précédente thèse du laboratoire¹. Il fait en effet suite aux études sur le contrôle interférométrique 1D de l'instabilité de modulation spatiale en milieu de Kerr massif, permettant de « stratifier » l'indice du matériau selon une de ses dimensions transverses. Ces recherches avaient débouché sur les premières démonstrations de réseaux de solitons spatiaux générés de manière stable à partir d'une onde quasi plane 2D et dont la figure ci-contre illustre le principe². À l'époque cependant, les stabilité et dynamique particulières observées n'avaient pas pu être complètement expliquées. Ainsi, la motivation de l'emploi d'un guide planaire a été double. D'une part, il permet de simplifier le système présenté sur la figure en considérant la configuration unidimensionnelle transverse la plus réaliste et en s'affranchissant de phénomènes non linéaires spécifiquement liés au système de franges¹. D'autre part, la propagation guidée planaire s'inscrit dans le cadre d'une étude prospective d'applications potentielles en optique intégrée. L'aspect essentiel de ce chapitre porte donc sur le contrôle du processus MI scalaire en milieu de Kerr unidimensionnel transverse. Pour le modèle classiquement choisi en première approximation, l'équation NLS, la MI souffre d'un inconvénient majeur puisque la relation de phase qui lie les supposés solitons entre eux, et les interactions qui en résultent, doit empêcher de conserver les guides solitons une fois formés. Il s'agit de la manifestation en optique du phénomène de récurrence périodique découvert par Fermi, Pasta et Ulam (FPU). Nous confirmerons cependant expérimentalement la possibilité de créer des réseaux de solitons par instabilité de

¹ R. GRASSER, **1998** – *Génération et propagation de réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un milieu de Kerr massif*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

² H. MAILLOTTE *et al.*, **1994a** – *Laser beam self-splitting into solitons by optical Kerr nonlinearity*, Opt. Commun. **109**, 265-71 ; H. MAILLOTTE *et al.*, **1994b** – *Self-induced multiple soliton-like beams by stimulated scattering*, Opt. Commun. **109**, 272-8 ; H. MAILLOTTE & R. GRASSER, **1998** – *Generation and propagation of stable periodic arrays of soliton stripes in a bulk Kerr liquid*, présenté à "Nonlinear Guided Waves and their Applications", Victoria (Canada).

modulation spatiale en propagation guidée planaire, ceci de manière *spontanée* (à partir du seul bruit expérimental superposé à l'onde laser homogène) ou *induite* (en imposant une fréquence spatiale de modulation privilégiée dans l'instabilité). Dans les deux cas, nous montrerons que les réseaux formés sont stables. Le modèle de Kerr idéal n'est en effet pas suffisant pour décrire pleinement l'interaction lumière/matière dans le disulfure de carbone (CS_2) utilisé comme cœur de notre guide plan. Ainsi, l'introduction phénoménologique d'une réponse non linéaire prenant en compte l'inertie de la réorientation moléculaire du CS_2 permettra d'expliquer la dynamique spatio-temporelle nouvelle observée : l'effet Kerr inertiel permet d'inhiber suffisamment la récurrence FPU et ainsi de générer des réseaux périodiques de quasi-solitons spatiaux. À toute fin d'application, nous verrons dans quelles conditions ces réseaux de guides d'ondes auto-induits pourront être optiquement contrôlés en position absolue et en période spatiale.



Contrôle interférométrique de l'instabilité de modulation d'une onde quasi plane 2D se propageant en milieu de Kerr massif. (a) Image en entrée de la cuve de CS_2 : le contrôle est obtenu par une stratification d'indice suivant y , induite par l'interférence de deux ondes quasi planes. (b) À forte intensité et au bout de 3,5 cm de propagation, chaque frange suivant x évolue vers un réseau de solitons quasi unidimensionnels *via* l'instabilité de modulation. [D'après¹.]

¹R. GRASSER, 1998 – *op. cit.*

~ La seconde instabilité, étudiée dans le quatrième et dernier chapitre, concerne *la brisure de symétrie* dont peuvent souffrir les *solitons vectoriels* dits *multimodes*, ou *état lié de solitons*. Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une collaboration étroite avec le Service d'optique et acoustique (SOA) de l'université libre de Bruxelles et a visé à démontrer expérimentalement une telle instabilité. Dans un milieu de Kerr isotrope, la description des solitons vectoriels multimodes se fait *via* un système non intégrable de deux équations de Schrödinger non linéaires couplées, prenant en compte le seul effet d'une biréfringence non linéaire. Cependant, lorsque l'intermodulation de phase entre les composantes de polarisation du soliton est plus forte que leur propre automodulation de phase, ce qui est largement le cas dans le CS₂, une éventuelle solution stationnaire (soliton multimode) peut être instable vis-à-vis de perturbations. Nous confirmerons expérimentalement, dans le cas particulier du soliton bimodal dipolaire, que cette instabilité transverse de brisure de symétrie est apte à déstabiliser brutalement les solitons multimodes dans certaines conditions. Outre son caractère universel, une telle dynamique pourrait être exploitée à des fins de commutation/amplification tout-optique ultrarapide et à très faible puissance de commande. L'instabilité de brisure de symétrie provoque en effet un basculement d'énergie d'un cœur vers l'autre du guide à double cœur auto-induit par le soliton bimodal.

Enfin, le manuscrit est complété par deux annexes. La première détaille l'origine de l'effet Kerr optique dans le CS₂ et spécifie les paramètres de la réponse inertielle de réorientation moléculaire qui caractérise l'indice non linéaire engendré en régime impulsif picoseconde. La seconde annexe résulte quant à elle d'une collaboration avec le Laboratoire des propriétés optiques des matériaux et applications (POMA) de l'université d'Angers. Elle dresse le cadre mathématique nécessaire à l'étude analytique du processus d'instabilité de modulation spatiale en milieu de Kerr inertielle, et qui devrait à terme compléter les simulations numériques développées au chapitre trois.



Chapitre 1

RAPIDE TOUR D'HORIZON

Résumé

LE concept de soliton constitue un exemple symptomatique de phénomène physique intrinsèquement non linéaire et son histoire est intimement liée au développement des théories des équations d'ondes non linéaires. À ce titre, on sait maintenant que les solitons se manifestent naturellement dans la plupart des systèmes non linéaires : de la physique des particules à la biologie moléculaire, en passant par l'optique. Ce chapitre a pour but de mieux appréhender le contexte de notre travail dans ce vaste domaine de recherche. Nous allons dans un premier temps brièvement rappeler les différentes étapes de l'histoire des *solitons optiques* afin d'avoir une idée du chemin parcouru, depuis la première observation d'un soliton hydrodynamique sous forme d'une onde de surface. Nous verrons que les solitons font partie de la classe, plus vaste, des ondes solitaires et détaillerons ensuite particulièrement ces ondes dans le domaine de l'optique spatio-temporelle, objet de ce travail. Nous verrons pourquoi les phénomènes solitoniques spatiaux autorisent des propriétés dynamiques remarquables qui font des faisceaux solitons, véritables circuits intégrés reconfigurables, de sérieux candidats aux progrès attendus en traitement de l'information par voie tout-optique. Le but de ce mémoire n'étant pas de passer en revue les solitons optiques, nous ne prétendons pas donner un panorama exhaustif de leur théorie ainsi que de leurs diverses applications, la recherche dans le domaine étant si étendue et rapide. Nous tâcherons surtout de tenter de rendre compte que le champ d'application des faisceaux solitons dans le seul domaine de l'optique est déjà très vaste et que l'objet de ce travail n'en constitue qu'une modeste contribution.

Pour une vision plus complète des phénomènes décrits ici, le lecteur pourra, par exemple et en complément des diverses références de ce chapitre, se référer aux ouvrages suivants :

- ~ "*Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*", 1991, écrit par M. Ablowitz et P. Clarkson, pour les implications des solitons en mathématiques et physique¹ ;
- ~ "*Solitons: Nonlinear Pulses and Beams*", 1997, écrit par N. Akhmediev et A. Ankiewicz, pour une description mathématique des solitons optiques² ;
- ~ "*Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives*", 1999, édité par V. E. Zakharov et S. Wabnitz, pour un panorama de l'époque des progrès récents ou à venir dans le domaine des solitons optiques³ ;
- ~ "*Nonlinear Fiber Optics*", 2001, de G. Agrawal et qui est un ouvrage de référence passant en revue les multiples effets non linéaires temporels dans les fibres optiques dont les solitons⁴ ;
- ~ "*Spatial Solitons*", 2001, édité par S. Trillo et W. Torruellas et qui constitue le premier ouvrage à la fois théorique et expérimental sur les faisceaux solitons⁵.

¹ M.J. ABLOWITZ & P.A. CLARKSON, 1991 – "Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering", Cambridge University Press (Cambridge).

² N.N. AKHMEDEV & A. ANKIEWICZ, 1997 – "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams", Chapman & Hall (Londres).

³ V.E. ZAKHAROV & S. WABNITZ (éd.), 1999 – "Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives", EDP Sciences (Les Ulis).

⁴ G.P. AGRAWAL, 2001 – "Nonlinear Fiber Optics" [3^e éd.], Academic Press (San Diego).

⁵ S. TRILLO & W.E. TORRUELLAS (éd.), 2001 – "Spatial Solitons", Springer-Verlag (Berlin).

1.1 SOLITONS ET OPTIQUE NON LINÉAIRE

« *I was observing the motion of a boat which was rapidly drawn along a narrow channel by a pair of horses, when the boat suddenly stopped-not so the mass of water in the channel which it had put in motion ; it accumulated around the prow of the vessel in a state of violent agitation, then suddenly leaving it behind, rolled forward with great velocity, assuming the form of a large solitary elevation, a rounded, smooth, and well-defined heap of water, which continued its course along the channel apparently without change of form or diminution of speed. I followed it on horseback, and overtook it still rolling on at a rate of some eight or nine miles an hour, preserving its original figure some thirty feet long and a foot to a foot and a half in height. Its height gradually diminished, and after a chase of one or two miles I lost it in the windings of the channel. Such, in the month of August 1834, was my first chance interview with that singular and beautiful phenomenon which I have called the Wave of Translation.* »

John Scott RUSSELL, 1844

1.1.1 Petite entrée en matière historique

Il y a maintenant 169 ans fut rapportée, par l'ingénieur écossais John Russell, la première observation d'une onde solitaire¹. Il nota la propagation dans un canal étroit et peu profond de cette « onde de translation » sur plusieurs kilomètres ! À la suite de cette observation, Russell réalisa plusieurs expériences à l'aide d'un canal artificiel, convaincu qu'il était du caractère inconnu de ce phénomène. Il pu déterminer la forme typique en sécante hyperbolique de l'onde solitaire ainsi que la relation qui lie sa vitesse et son amplitude. Cette découverte avait entraîné une controverse dans le monde scientifique, la question étant de savoir si les équations de mécanique des fluides de l'époque possédaient de telles solutions tant il était admis que les ondes devaient disperser à long terme. Il n'existait en fait pas d'équation pour décrire de telles ondes. Russell découvrit donc une solution d'une équation encore inconnue ! Plusieurs auteurs ont, à cette époque, contribué à comprendre ce phénomène mais ce sont Korteweg et de Vries² qui découvrirent en 1895 l'équation, non linéaire, décrivant la propagation d'ondes de grande longueur d'onde à la surface d'un canal *étroit et peu profond*. La controverse sera close quand il sera établi 70 ans plus tard par Zabusky et Kruskal que l'équation dite « de Korteweg-de Vries » (KdV) admet comme solutions des solitons dont celui de Russell³. Avant d'en arriver là, quelques travaux auraient pu être reliés à la découverte de Russell, en particulier la démonstration par Benjamin et Feir du phénomène d'*instabilité de modulation*⁴ et le problème de non thermalisation des systèmes conservatifs faiblement non linéaires soulevé par Fermi, Pasta et Ulam⁵.

¹ J.S. RUSSELL, 1844 – *Report on waves*, in "Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for Advancement of Science" (Londres).

² D.J. KORTEWEG & G. DE VRIES, 1895 – *On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves*, Philos. Mag. Ser. 5 **39**, 422-43.

³ N.J. ZABUSKY & M.D. KRUSKAL, 1965 – *Interactions of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Phys. Rev. Lett. **15**, 240-3.

⁴ T.B. BENJAMIN & J.E. FEIR, 1967 – *The disintegration of wave trains on deep water - Part 1. Theory*, J. Fluid Mech. **27**, 417-30.

⁵ E. FERMI *et al.*, 1955 – *Studies of nonlinear problems (Los Alamos report LA-1940, 1955)*, in "Collected Papers of Enrico Fermi, vol. 2" (University of Chicago Press, Chicago). À noter que Enrico Fermi meurt en 1954.



Figure 1.1 Reproduction en 1995 et au même endroit de la première observation d'un soliton. Devant la proue du bateau, la grande vague isolée est un soliton

Avant la découverte de solutions aux équations d'ondes non linéaires, il n'y avait en effet plus de doute de l'existence d'ondes d'enveloppe invariante représentant des états d'équilibre dynamique parfait à la surface des fluides. Dans le cas des ondes à la surface d'*eau profonde*, une série décrivant un train d'ondes non linéaire périodique fut découverte par Stokes en 1847¹. La preuve de l'existence de cette solution pour les conditions aux limites requises par le problème non linéaire fut obtenue en 1926². Il est à noter que la même année Schrödinger publiait quatre articles sur la quantification du champ en tant que problème aux valeurs propres, introduisant la fameuse équation qui porte aujourd'hui son nom. Cette équation est de première importance, non seulement en mécanique quantique mais aussi en optique non linéaire. Dite « non linéaire » pour caractériser le puits de potentiel adopté, l'équation de Schrödinger décrit en effet en première approximation l'évolution non linéaire des enveloppes d'ondes, à la surface d'eau profonde mais aussi électromagnétiques, tandis que l'équation KdV décrit l'évolution des ondes en eau peu profonde. Nous verrons par la suite plus en détails les implications fondamentales de *l'équation de Schrödinger non linéaire* (NLS, *nonlinear Schrödinger equation*) dans le domaine de l'optique, à savoir les faisceaux et impulsions solitons. Ceci dit et, sans le savoir, dans le cadre de cette équation, Benjamin et Feir découvrirent l'instabilité de la solution de Stokes et, par extension, de tout train d'ondes uniforme en eau suffisamment profonde. Ce phénomène, dit « d'instabilité de modulation » (MI, *modulation[al] instability*), apparaît pour une onde de fréquence ω sujette à une faible perturbation résiduelle sous forme de bandes latérales à $\omega \pm \delta\omega$. Pour des conditions initiales que les auteurs quantifièrent, une résonance non linéaire à la surface entraîne le transfert d'énergie à un taux exponentiel entre le mode fondamental et les bandes latérales, déstabilisant le train d'ondes initial. À l'inverse, en mettant en évidence une bande spectrale d'amplification symétrique et contiguë au mode fondamental, ils montrèrent que seul le bruit aléatoire initial suffit pour développer, au moins asymptotiquement, une telle instabilité aux fréquences $\omega \pm \delta\omega$. Cependant, le comportement dynamique, c'est-à-dire à long terme, de cette instabilité n'avait pas été étudié, malgré les travaux antérieurs de Fermi, Pasta et Ulam.

¹ G.G. STOKES, 1847 – *On the theory of oscillatory waves*, Trans. Cambridge Philos. Soc. **8**, 441-55.

² T.B. BENJAMIN & J.E. FEIR, 1967 – *op. cit.*

En effet, de 1953 à 1955, ces trois chercheurs, alors au laboratoire de Los Alamos, réalisèrent une série d'expériences numériques qui visaient à expliquer le mécanisme de transfert d'énergie devant aboutir à l'équilibre thermique dans les systèmes dynamiques faiblement non linéaires à grand nombre de degrés de liberté. Par souci d'intégration numérique, le problème en question était discrétisé sous forme d'une chaîne unidimensionnelle d'oscillateurs anharmoniques (en assez grand nombre, ici 64) couplés et excités par le mode de Fourier fondamental. Le couplage non linéaire entre oscillateurs devait selon eux aboutir, au bout d'un temps assez rapide, à une équipartition de l'énergie initiale entre l'ensemble des degrés de liberté menant ainsi le système à l'équilibre, soit à sa thermalisation. Contrairement à leur attente et avec tous les types de couplage simulés, ils notèrent que non seulement un faible nombre de modes participait à la dynamique du processus, mais aussi que le transfert d'énergie entre ces modes suivait un comportement quasi périodique : s'inversant au bout d'un temps suffisant pour quasiment revenir à l'état initial avant de recommencer le processus. Ce phénomène fondamental et connu aujourd'hui sous le nom de *réurrence FPU* (d'après les noms des trois auteurs), est présent dans les systèmes modélisés par NLS tel que celui de Benjamin et Feir. Il est en effet une caractéristique de la dynamique des systèmes non linéaires non dissipatifs à grand nombre de degrés de liberté et en particulier de NLS, à la base de ce travail de thèse.

Les explications à tous ces phénomènes vinrent en 1965 avec Zabusky et Kruskal¹ qui étudiaient le problème FPU et réussirent à intégrer numériquement l'équation KdV. Ils découvrirent des solutions sous la forme d'ondes dites « *ondes solitaires* » se propageant avec un profil invariant. Ces solutions avaient la surprenante propriété d'interagir *élastiquement* entre elles. De par cette propriété à caractère particulière, ils nommèrent ces solutions *solitons*. On peut dire que cette année 1965 marque l'envol de la théorie des solitons et, avec elle, des théories des équations d'ondes non linéaires. En effet, en quelques années seulement fut découverte la méthode mathématique de résolution de tels problèmes non linéaires dont la condition initiale est connue et les conditions aux limites rapidement décroissantes (en pratique une enveloppe localisée) : la *transformée par diffusion inverse* (IST, *inverse scattering [ou spectral] transform*), que nous mentionnons seulement au cours de ce mémoire. En 1967², Gardner *et al.* en introduisirent les bases pour résoudre l'équation KdV alors qu'en 1971, Zakharov et Shabat³ montrèrent que la technique était aussi applicable à l'autre équation d'évolution d'importance qu'est 1D NLS⁴. En 1974, Ablowitz *et al.* montrèrent que la méthode était en fait applicable à une grande variété d'équations non linéaires et la généralisèrent en montrant qu'elle était

¹ N.J. ZABUSKY & M.D. KRUSKAL, 1965 – *op. cit.*

² C.S. GARDNER *et al.*, 1967 – *Method for solving the Korteweg-de Vries equation*, Phys. Rev. Lett. **19**, 1095-7.

³ V.E. ZAKHAROV & A.B. SHABAT, 1972 – *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP **34**, 62-9.

⁴ L'écriture mD , ou $(m+1)D$, est utilisée pour signifier que le paquet d'ondes peut diffracter suivant m dimensions transverses au cours de son évolution suivant la dimension longitudinale. On parlera alors de solitons unidimensionnel, bidimensionnel, voire tridimensionnel dans le cas des « balles » de lumière (*light bullets*).

l'équivalent non linéaire de la transformée de Fourier¹. À l'aune de cette découverte, les solitons purent ainsi être interprétés en tant que modes propres d'un milieu non linéaire dispersif (dans le sens spatial ou temporel). Ils jouent à ce titre un rôle similaire aux modes de Fourier d'un milieu linéaire. En particulier, un soliton, en tant que valeur propre de l'IST, supporte une analogie particulière. En règle générale, une équation d'évolution non linéaire est dite « intégrable » quand elle est soluble par IST². En réalité, la classe des équations intégrables ne constitue qu'une petite partie des équations d'évolution non linéaires. Bien souvent le type de non-linéarité en jeu (autre que celle de type Kerr pour NLS) rend ces équations non intégrables. D'autres méthodes de résolutions peuvent alors être appliquées pour étudier l'existence et la stabilité d'éventuelles solutions sans toutefois égaler la puissance de l'IST : on citera par exemple l'analyse de stabilité linéaire³, la méthode variationnelle⁴, la méthode perturbative⁵ et surtout des méthodes de résolution numérique que nous avons utilisées au cours de ce travail. Il n'existe cependant pas d'outil analytique universel pour l'étude des phénomènes liés aux équations non intégrables et c'est souvent le problème considéré qui gouverne la méthode choisie. Mais le principal outil théorique (IST) permettant d'éclaircir la compréhension des nouveaux phénomènes physiques observés a été découvert à partir de travaux numériques en physique des fluides et des plasmas. Qu'en est-il du domaine de l'optique ?

1.1.2 Solitons optiques

Il est aujourd'hui établi que les solitons constituent un phénomène général de la nature. Ils apparaissent dès lors que dispersion (temporelle et/ou spatiale) et non-linéarité influencent la propagation d'ondes. Dans son sens le plus général, un soliton est un paquet d'ondes localisé, dont l'enveloppe, par une interaction non linéaire et auto-entretenu avec un environnement dispersif, reste invariante (au moins périodiquement) au cours de son interaction (propagation) avec celui-ci. À travers l'effet non linéaire, le paquet d'ondes induit un puits de potentiel tel qu'il s'y trouve simultanément piégé.

En optique, on peut souvent parler de propagation autoguidée puisque c'est presque toujours une variation d'indice de réfraction qu'induit l'effet non linéaire. *Par simple analogie, le soliton spatial optique peut alors être vu comme le mode fondamental d'un guide à gradient d'indice auto-induit.* Dans certaines conditions, ce guide pourra éventuellement véhiculer une autre lumière, être couplé et interagir avec d'autres solitons, supporter une propagation multimode ou même être instable.

¹ M.J. ABLowitz *et al.*, **1974** – *The inverse scattering transform - Fourier analysis for nonlinear problems*, Stud. Appl. Math. **53**, 249-315.

² A.P. FORDY, **1994** – *A historical introduction to solitons and Bäcklund transformations*, in "Harmonic Maps and Integrable Systems" (Vieweg, Wiesbaden).

³ T.B. BENJAMIN & J.E. FEIR, **1967** – *op. cit.*

⁴ D.R. ANDERSON *et al.*, **2001** – *A variational approach to nonlinear evolution equations in optics*, Pramana - J. Phys. **57**, 917-36.

⁵ Y.S. KIVSHAR & B.A. MALOMED, **1989** – *Dynamics of solitons in nearly integrable systems*, Rev. Mod. Phys. **61**, 763-915.

Soliton ou onde solitaire ?

Le terme « soliton » est abusivement utilisé en optique pour décrire une impulsion (*soliton temporel*) ou un faisceau (*soliton spatial*) localisé et se propageant sans déformation de son profil. Dans beaucoup de cas, il ne s'agit en effet « que » d'une *onde solitaire*. En effet, seuls les solitons préservent énergie, quantité de mouvement et profil non seulement au cours de leur propagation mais encore lors d'une interaction mutuelle, contrairement aux ondes solitaires. Historiquement, les solitons correspondent à la partie discrète du spectre de diffusion de l'équation d'évolution considérée et donc n'existent que pour les problèmes intégrables. En optique, la propriété d'intégrabilité n'est valide que pour les solitons *Kerr* scalaires décrits dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire unidimensionnelle¹. Quant aux ondes solitaires, elles existent pour une classe beaucoup plus vaste d'équations d'ondes non linéaires, ce qui leur confère des propriétés dynamiques particulières. À l'heure actuelle, la polémique enflant tant les problèmes étudiés, de plus en plus nombreux, ne sont qu'exceptionnellement intégrables, la terminologie de soliton étant donc trop restrictive.

Ceci dit, il est plus que courant, en particulier pour la communauté optique, de qualifier de « soliton » tout paquet d'ondes localisé présentant, au moins en l'absence de perturbation, la propriété d'invariance d'enveloppe transverse au cours de la propagation. Aussi utiliserons-nous cet abus tout au long de notre travail tout en restant conscient que *la question de stabilité différencie principalement l'onde solitaire du soliton*.

Découverte des solitons optiques

La découverte de l'effet LASER² a donné naissance à l'optique non linéaire dont les manifestations trouvent leur origine dans la dépendance des propriétés optiques des matériaux au champ électromagnétique. Dans la majorité des matériaux, seule la lumière laser est suffisamment intense pour perturber les champs électriques aux échelles atomiques et moléculaires. Dès lors, le laser permet à de nombreuses et inédites expériences d'être réalisées³. C'est alors naturellement que l'émergence des faisceaux et impulsions solitons en optique a coïncidé avec les premières études, à partir des années 60⁴, sur la propagation de faisceaux laser intenses en milieux à non-linéarité cubique de type Kerr.

En considérant plus généralement la rétroaction d'une onde quasi monochromatique, le phénomène de soliton optique trouve son origine dans une non-linéarité qui se manifeste par un indice de réfraction dépendant de l'intensité lumineuse⁵. Ceci s'exprime de manière générale par

¹ Lorsque deux composantes (de polarisations, par ex.) sont à prendre en compte, NLS devient une paire d'équations couplées. La propriété d'intégrabilité est alors aussi attribuable au système dit de *Manakov* pour lequel il n'y a pas de biréfringence non linéaire^[chap.2]. [S.V. MANAKOV, 1974 – *On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves*, Sov. Phys. JETP **38**, 248-53.]

² T.H. MAIMAN, 1960 – *Stimulated optical radiation in Ruby*, Nature (Londres) **187**, 493-4.

³ 2000 – *Millennium Issue*, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **6**, 827-1489.

⁴ G.A. ASKAR'YAN, 1962 – *Effects of the gradient of a strong electromagnetic beam on electrons and atoms*, Sov. Phys. JETP **15**, 1088-90.

⁵ À l'exception notable des solitons quadratiques dont nous parlons plus loin.

une relation du type

$$n = n_0 + \Delta n, \quad (1.1)$$

où n_0 est l'indice de réfraction linéaire habituel tandis que la non-linéarité introduit une variation d'indice Δn , positive ou négative, dépendante de l'intensité optique. *Dans le cas particulier des milieux de type Kerr, cette variation est simplement spatio-temporellement locale et linéairement proportionnelle à l'intensité* et s'exprime, pour un milieu isotrope, par la formulation

$$\Delta n = n_2 I(x, y, t), \quad (1.2)$$

où le coefficient dit « de Kerr » n_2 , ou indice non linéaire, dépend du matériau et du mécanisme microscopique à l'origine de la non-linéarité. L'expression (1.1) caractérise le phénomène physique à l'origine des faisceaux solitons optiques : l'*automodulation de phase spatiale* ou *autofocalisation*. Elle montre que la non-linéarité influence l'onde électromagnétique en introduisant un déphasage dépendant de son profil d'intensité. En d'autres termes, pour $\Delta n > 0$, la vitesse de phase diminue quand l'intensité augmente ce qui, en vertu du principe de Huygens-Fresnel, traduit une convergence des rayons lumineux vers les régions de plus forte intensité à la manière d'une lentille convergente, ici auto-induite et de distance focale dynamique¹.

Dès 1964², cette propriété d'autofocalisation permit à Chiao, Garmire et Townes d'émettre l'hypothèse d'*autoguidage* de la lumière (*self-trapping*) en utilisant l'extension finie du *profil transverse de symétrie axiale* d'un faisceau laser intense et la compensation par autofocalisation de l'effet linéaire de diffraction (cf. figure 1.2.c). Cette hypothèse suggérait une propagation invariante d'un « filament » de lumière de petit diamètre (soliton 2D) sur des distances de propagation bien supérieures à la longueur de Fresnel. La compensation avait lieu, pour un profil transverse d'intensité adéquate, si une certaine longueur de diffraction L_D (équivalent, à une constante près, de la longueur de Fresnel) devenait comparable à la longueur non linéaire L_{NL} caractérisant l'autofocalisation. Cependant, en exprimant la puissance nécessaire, appelée *puissance critique d'autofocalisation* et notée P_{cr} , Kelley montra qu'une telle observation était incontrôlable en pratique, la condition de compensation exacte étant métastable³. Ce phénomène, connu sous le nom d'*autofocalisation catastrophique*, constitue un exemple de singularité physique puisque alors le diamètre du faisceau tend vers zéro sur une distance de propagation finie⁴. En fait, cette singularité n'est pas physique car, de fait, d'autres phénomènes

¹ Dans le cas d'un milieu dit « défocalisant », n_2 est négatif et l'effet est analogue à celui d'une lentille auto-induite, dynamique mais divergente à l'origine des phénomènes solitoniques dits *sombres*. Un soliton sombre est un « trou » d'intensité sur un fond continu lumineux.

² R.Y. CHIAO *et al.*, 1964 – *Self-trapping of optical beams*, Phys. Rev. Lett. **13**, 479-82.

³ P.L. KELLEY, 1965 – *Self-focusing of optical beams*, Phys. Rev. Lett. **15**, 1005-8.

⁴ En 1969, Dawes et Marburger montrèrent qu'une non-linéarité saturante, *i.e.* dont la variation d'indice a une limite supérieure, permet d'arrêter l'autofocalisation catastrophique et rend ainsi possible la génération de solitons 2D. [E.L. DAWES & J.H. MARBURGER, 1969 – *Computer studies in self-focusing*, Phys. Rev. **179**, 862-8.]

tels que la saturation de l'effet Kerr, les diffusions stimulées ou la génération de plasma tendent à supprimer la singularité dans le filament. Ceci dit, le phénomène d'autofocalisation explique pourquoi la première observation directe d'autoguidage par Garmire *et al.*¹, en propagation libre [*i.e.* (2+1)D] dans un milieu massif, ne pouvait rapporter qu'une diminution du diamètre du faisceau et non son invariance. La figure 1.2 montre qualitativement l'effet d'autofocalisation ainsi que l'éventualité de l'utiliser pour compenser la diffraction.

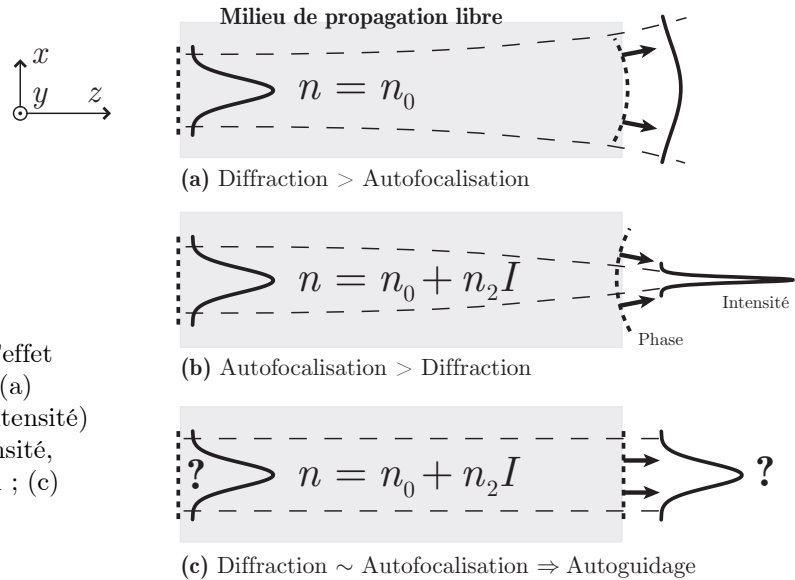


Figure 1.2 Description qualitative de l'effet soliton en présence d'autofocalisation. (a) Dans un milieu linéaire (*i.e.* à faible intensité) la diffraction domine ; (b) à forte intensité, l'autofocalisation dépasse la diffraction ; (c) soliton spatial pour une éventuelle compensation des effets.

Une méthode simple pour exprimer P_{cr} utilise une description géométrique de l'autoguidage pour estimer la condition de compensation entre diffraction et autofocalisation traduisant la création d'un filament lumineux stationnaire dans un milieu de Kerr massif². Son principe consiste à considérer le filament 2D recherché comme un guide d'ondes constitué d'un cœur présentant un effet Kerr entouré d'une gaine linéaire d'indice plus faible. À partir de l'expression de l'angle de divergence due à la diffraction d'un faisceau 2D et en exprimant la condition de réflexion totale à l'interface entre le guide et la gaine, la puissance critique d'autofocalisation peut être obtenue sous la forme

$$P_{cr} \approx \frac{(0,61\lambda_0)^2 \pi}{8n_0 n_2}. \quad (1.3)$$

On trouve dans la littérature différentes valeurs, néanmoins proches, pour P_{cr} , en fonction de la méthode utilisée pour son calcul³. Le point important est que cette puissance ne dépend pas du diamètre du filament qu'on cherche à rendre stationnaire. La puissance critique en milieu

¹ E. GARMIRE *et al.*, **1966** – *Dynamics and characteristics of the self-trapping of intense light beams*, Phys. Rev. Lett. **16**, 347-9.

² A.D. BOARDMAN & K. XIE, **1993** – *Theory of spatial solitons*, Radio Sci. **28**, 891-9.

³ P.L. KELLEY, **1965** – *op. cit.* ; V.I. BESPALOV & V.I. TALANOV, **1966** – *Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids*, JETP Lett. **3**, 307-10 ; R.W. BOYD, **1992** – *Processes resulting from the intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego) ; J.V. MOLONEY *et al.*, **2000** – *Femtosecond self-guided atmospheric light strings*, Chaos **10**, 559-69.

massif est donc une constante du problème et c'est ce qui rend cette condition de compensation métastable : un quelconque écart à la puissance critique entraînera systématiquement une évolution, soit vers la diffraction, soit vers le collapsus¹. Ceci explique l'autofocalisation catastrophique observée en pratique. Dans le cas du CS_2 , l'expression (1.3) donne une valeur d'environ 7,8 kW à 532 nm, proche de la valeur de 6 kW mesurée pour une polarisation rectiligne².

Cependant, à la même époque, fut montré que l'instabilité de Benjamin–Feir devait aussi être prise en compte dans le phénomène d'autofocalisation en milieu de Kerr massif : plusieurs auteurs³, dont Zakharov, montrèrent que l'onde plane monochromatique était en effet instable vis-à-vis de faibles perturbations (modulations périodiques) d'amplitude et/ou de phase, empêchant en pratique la propagation stable des faisceaux 2D intenses et peu divergents. Ainsi, pour un faisceau intense et étendu, l'amplification *exponentielle* des ondes associées à ces perturbations entraîne le phénomène connu de *filamentation aléatoire*, ou *dislocation*, de l'enveloppe transverse, lesdites perturbations étant naturellement inévitablement dues, soit aux micro-inhomogénéités d'indice rencontrées par la lumière en parcourant le matériau, soit au bruit propre du faisceau (cf. figure 1.3). Même avec un faisceau non bruité et un milieu parfaitement homogène, les fluctuations quantiques peuvent donner lieu à une filamentation⁴.

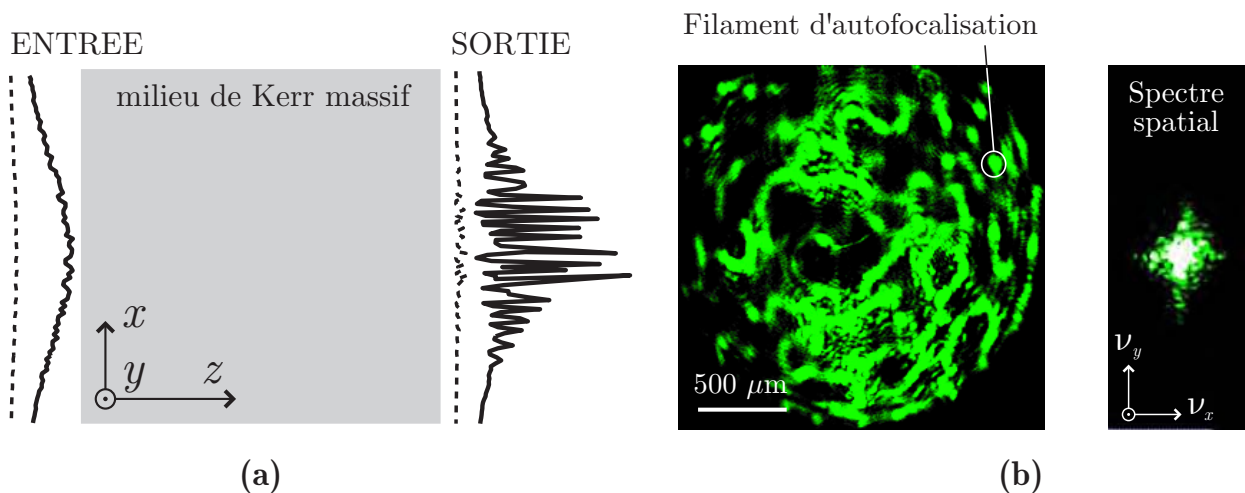


Figure 1.3 Instabilité de modulation, en milieu de Kerr massif, d'un faisceau gaussien peu divergent et de forte puissance ($P \gg P_{cr}$) : *filamentation aléatoire*. (a) En entrée, des perturbations (*bruit*) de l'enveloppe croissent par autofocalisation pour former des filaments d'intensité aléatoirement répartis ; (b) les photographies montrent un tel exemple après 2 cm de propagation dans une cuve de CS_2 : chaque filament contient une puissance de l'ordre de P_{cr} [d'après⁵].

¹ A.W. SNYDER *et al.*, **1996** – *Qualitative theory of bright solitons: the soliton sketch*, J. Opt. Soc. Am. B **13**, 1146-9.

² W.E. WILLIAMS *et al.*, **1984** – *Optical switching and n_2 measurements in CS_2* , Opt. Commun. **50**, 256-60.

³ V.I. BESPALOV & V.I. TALANOV, **1966** – *op. cit.* ; L.A. OSTROVSKY, **1967** – *Propagation of wave packets and space-time self-focusing in a nonlinear medium*, Sov. Phys. JETP **24**, 797-800 ; V.E. ZAKHAROV, **1968** – *Instability of self-focusing of light*, Sov. Phys. JETP **26**, 994-8.

⁴ E.M. NAGASAKO *et al.*, **1997** – *Vacuum-field-induced filamentation in laser-beam propagation*, Phys. Rev. A **55**, 1412-5 ; R.W. BOYD & G.S. AGARWAL, **1999** – *Preventing laser beam filamentation through use of the squeezed vacuum*, Phys. Rev. A **59**, R2587-9.

⁵ R. GRASSER, **1998** – *Génération et propagation de réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un milieu de Kerr massif*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

Pour une puissance de départ N fois supérieure à P_{cr} , on aura approximativement une dislocation du faisceau en N filaments aléatoirement répartis¹ traduisant une autofocalisation en foyers multiples². En revanche, Campillo *et al.* montrèrent quelques temps après que la présence d'une modulation périodique sur l'onde initiale devait permettre de régulariser la répartition des filaments en les positionnant sur les zones de forte intensité incidente³.

En résumé, l'association autofocalisation/instabilité de modulation rend instable la propagation libre de faisceaux laser intenses, qu'ils soient larges ou de dimensions transverses réduites, en milieu de Kerr massif. En fait, la propagation spatiale dans les milieux de Kerr massifs peut être décrite par 2D NLS [deux dimensions transverses (x, y) pour une dimension longitudinale z] et il fallut attendre 1972 et le fameux article théorique de Zakharov et Shabat⁴ pour comprendre que la propagation d'un filament en milieu de Kerr ne pouvait être stable que selon une seule dimension transverse, soit une configuration (1+1)D. Toujours à partir de la description géométrique de l'autoguidage, mais dans le cas d'un guide plan d'épaisseur $2d$, un faisceau de diamètre $2a$ nécessite, pour compenser sa diffraction, d'avoir une puissance qui dépend de manière inversement proportionnelle du rayon a du faisceau. On définit alors la puissance soliton P_s par opposition à la puissance critique (1.3), qui elle est constante pour un matériau et une longueur d'onde donnés. De fait, la condition de compensation entre diffraction et autofocalisation devient stable : un faisceau de puissance $P > P_s$ va commencer à autofocaliser et son diamètre va diminuer, augmentant la puissance soliton jusqu'à égaler P ; à l'opposé, un faisceau de puissance $P < P_s$ commence par diffracter et l'augmentation de sa taille s'accompagne d'une baisse de la puissance soliton jusqu'à égaler P . Ainsi, la variation de P_s aboutit à une situation d'équilibre⁵. Les solitons étaient mis à jour en optique, l'intégration de NLS par IST démontrant les solutions stationnaires unidimensionnelles attendues (*solitons Kerr*) ainsi que leurs principales caractéristiques⁶, en particulier leur enveloppe en « sécante hyperbolique ». Peu de temps après, les propriétés d'interactions élastiques entre solitons étaient elles aussi démontrées⁷. Le caractère particulière des solitons Kerr était ainsi établi. Enfin, les

¹ V.I. BESPALOV & V.I. TALANOV, **1966** – *op. cit.* ; S. MANEUF, **1988** – *Propagations stables et solitons en présence de non-linéarité optique de Kerr ; première approche de la synchronisation intermodale d'un laser par faisceau soliton*, Thèse de doctorat en Communications optiques et microondes (Université de Limoges, Limoges) ; H. MAILLOTTE, **1990** – *Contrôle interférométrique des instabilités spatio-temporelles en diffusion stimulée : Applications à la conjugaison de phase et à la réalisation d'une émission laser Raman à contre-réaction répartie*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

² G. FIBICH & B. ILAN, **2001** – *Vectorial and random effects in self-focusing and in multiple filamentation*, *Physica D* **157**, 112-56.

³ A.J. CAMPILLO *et al.*, **1973** – *Periodic breakup of optical beams due to self-focusing*, *Appl. Phys. Lett.* **23**, 628-30 ; A.J. CAMPILLO *et al.*, **1974** – *Relationship of self-focusing to spatial instability modes*, *Appl. Phys. Lett.* **24**, 178-80.

⁴ V.E. ZAKHAROV & A.B. SHABAT, **1972** – *op. cit.*

⁵ Une description intéressante et intuitive de la stabilité des solitons en fonction de la dimensionnalité et de la non-linéarité peut être trouvée dans la thèse de R. Grasser. [R. GRASSER, **1998** – *op. cit.*]

⁶ Il est important de noter que ces prédictions permirent très tôt à de nombreuses confirmations expérimentales d'être rapportées en hydrodynamique, étant établi le lien entre NLS et les premiers travaux de Benjamin et Feir sur la propagation non linéaire d'ondes à la surface d'eau suffisamment profonde. Ces travaux peuvent être considérés comme précurseurs de ceux réalisés plus tard en optique puisque l'équation d'évolution est la même. [Voir p. ex. H.C. YUEN & B.M. LAKE, **1975** – *Nonlinear deep-water waves: Theory and experiment*, *Phys. Fluids* **18**, 956-60 ; B.M. LAKE *et al.*, **1977** – *Nonlinear deep-water waves: Theory and experiment. II. Evolution of a continuous wave train*, *J. Fluid Mech.* **83**, 49-74.]

⁷ V.E. ZAKHAROV & A.B. SHABAT, **1973** – *Interaction between solitons in a stable medium*, *Sov. Phys. JETP* **37**, 823-8.

premières études sur les instabilités des solitons commencèrent avec Zakharov et Rubenchik¹ qui prédirent qu'un soliton 1D dans un milieu matériel 2D (c'est-à-dire massif) devait souffrir d'instabilités transverses (cf. figure 1.9, page 30).

À la suite des travaux de Zakharov *et al.*, il est devenu clair qu'autofocalisation et filamentation étaient des manifestations de phénomènes solitoniques optiques et que la génération de solitons Kerr spatiaux nécessitait de pouvoir considérer une configuration unidimensionnelle transverse pour la propagation, tout effet temporel étant non considéré. Alors, en pratique, la nature intrinsèquement bidimensionnelle des phénomènes spatiaux obligera à frustrer l'effet de diffraction suivant une dimension transverse (x ou y), par exemple *via* l'utilisation d'un guide planaire. Mais ce sont Hasegawa et Tappert² qui, en 1973, mirent théoriquement en évidence la possibilité d'exploiter la non-linéarité de Kerr dans le domaine temporel pour compenser l'effet linéaire de dispersion de la vitesse de groupe (diffraction temporelle) que subit une impulsion lumineuse au cours de sa propagation dans une fibre optique en silice, et ainsi générer un soliton temporel. En effet, si les considérations précédemment développées l'ont été dans le cadre d'un régime permanent, elles sont également transposables au cas d'une impulsion si la seule dimension transverse décrit son enveloppe. Les expressions (1.1) et (1.2) deviennent alors explicitement dépendantes du temps et la variation non linéaire d'indice peut engendrer sur l'impulsion l'équivalent de l'autofocalisation : l'automodulation de fréquence temporelle. Le fort confinement lumineux apporté par le guidage dans une fibre optique isotrope permet de s'affranchir des deux dimensions transverses spatiales et de modéliser la propagation par 1D NLS. Ces travaux aboutirent en 1980, non sans efforts, à la première démonstration expérimentale d'une propagation soliton en optique³. À la différence d'autres domaines de la physique, l'optique offrait un milieu de propagation simple, connu et surtout stable pour l'étude de tels phénomènes non linéaires. L'étude des impulsions solitons a depuis été un des domaines privilégiés de la recherche en télécommunications optiques, la possibilité de transmettre des impulsions sur des distances non limitées par la dispersion permettant d'entrevoir une augmentation significative de bande passante⁴.

1.2 SOLITONS OPTIQUES SPATIAUX⁵

Parmi les nombreux domaines où des solitons ont été démontrés, l'optique non linéaire, *via* les solitons spatiaux optiques, est actuellement le domaine d'étude privilégié des processus solitoniques et a permis les progrès théoriques et expérimentaux les plus significatifs,

¹ V.E. ZAKHAROV & A.M. RUBENCHIK, **1974** – *Instability of waveguides and solitons in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP **38**, 494-500.

² A. HASEGAWA & F. TAPPERT, **1973** – *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion*, Appl. Phys. Lett. **23**, 142-4.

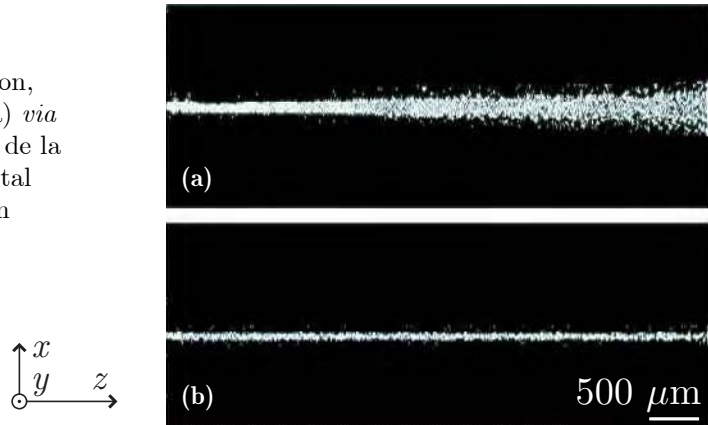
³ L.F. MOLLENAUER *et al.*, **1980** – *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. **45**, 1095-8.

⁴ M. NAKAZAWA, **2000** – *Solitons for breaking barriers to terabit/second WDM and OTDM transmission in the next millennium*, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **6**, 1332-43.

⁵ G.I. STEGEMAN *et al.*, **2000** – *Optical spatial solitons: Historical perspectives*, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **6**, 1419-27.

particulièrement depuis les années 90¹. Ceci s'explique pour deux raisons : d'une part par la relative facilité de réalisation d'expériences où les multiples paramètres, dont les ondes électromagnétiques elles-mêmes — grâce au laser —, peuvent être précisément contrôlés ; d'autre part par l'existence et la caractérisation connue de nombre de systèmes matériels capables de supporter des phénomènes solitoniques aussi bien 1D que 2D, aux applications potentielles prometteuses².

Figure 1.4 [d'après³] Le faisceau soliton. La photographie montre, vu de dessus par diffusion, l'exemple de compensation de la diffraction (a) *via* la formation d'un faisceau soliton en présence de la non-linéarité (b) par propagation dans un cristal photoréfractif de niobate de strontium-baryum ($\text{Sr}_{0.6}\text{Ba}_{0.4}\text{NbO}_3$ ou SBN). Ici, le soliton est bidimensionnel et de $10\ \mu\text{m}$ de diamètre.



Si l'équivalence entre le soliton Kerr spatial et son homologue temporel découle directement de NLS, la famille des solitons spatiaux optiques est pourtant beaucoup plus étoffée que celle des solitons temporels puisqu'elle offre la possibilité de solitons bidimensionnels transverses, en utilisant notamment d'autres types de non-linéarités que l'effet Kerr optique. Ainsi, la seule NLS n'est pas un modèle suffisant pour décrire l'ensemble des phénomènes solitoniques observés dans le domaine spatial et les études menées aujourd'hui sont surtout basées sur des extensions du modèle, rendu non intégrable. De fait, existence et stabilité des ondes solitaires mènent à des dynamiques non linéaires riches et variées n'ayant, à l'heure actuelle, pas d'analogues temporels. Après la présentation de la première famille de solitons spatiaux, basée sur l'effet Kerr optique, nous décrirons ensuite succinctement les différentes raisons (variation non linéaire d'indice de type « non Kerr », dimensionnalité des problèmes spatiaux, etc.) qui marginalisent le modèle NLS dans sa version spatiale. Elles autorisent des processus dynamiques remarquables liés aux phénomènes d'interaction et d'instabilité qui peuvent affecter la propagation spatiale d'ondes dans les milieux autofocalisants. Enfin, nous présenterons rapidement les deux autres familles principales de solitons spatiaux : les solitons *photoréfractifs* et *quadratiques*, qui se distinguent des solitons Kerr par l'effet physique mis en jeu dans le phénomène d'autofocalisation³.

¹ G.I. STEGEMAN & M. SEGEV, 1999 – *Optical spatial solitons and their interactions: Universality and diversity*, Science **286**, 1518-23.

² A.W. SNYDER & F. LADOUCEUR, 1999 – *Light guiding light: Letting light be the master of its own destiny*, Opt. Photon. News **10**, 35-9 ; Y.S. KIVSHAR & G.I. STEGEMAN, 2002 – *Spatial optical solitons - Guiding light for future applications*, Opt. Photon. News **13**, 59-63.

³ 2002 – *Special Issue on Solitons*, Opt. Photon. News **13**, 27-76.

1.2.1 Soliton Kerr

La physique des solitons Kerr repose sur une modification idéalement *locale* (localité spatiale) et *instantanée* (localité temporelle) de l'indice de réfraction, *linéairement proportionnelle* à l'intensité optique, ce que traduit la relation (1.2). On parle alors d'*effet Kerr optique* par analogie avec l'effet Kerr électro-optique traditionnel pour lequel l'indice de réfraction peut varier proportionnellement à l'intensité d'un champ électrique statique. L'origine microscopique d'un tel effet réside dans une anisotropie induite de la polarisabilité du milieu. Elle peut être électronique (déformation du nuage électronique périphérique d'atomes ou molécules), moléculaire (réorientation d'une molécule anisotrope) ou autre^[chap.2].

Si on peut considérer qu'une des premières observations de phénomène solitonique en optique fut celle de Garmire *et al.*¹, son caractère 2D et l'emploi d'un milieu de Kerr ne permirent cependant pas de stabiliser la propagation comme nous l'avons précédemment expliqué². C'est pourquoi il fallut attendre 1985³ et l'ingéniosité de Barthélemy, Maneuf et Frœhly, de l'Institut de recherche en communications optiques et microondes (IRCOM, Limoges), pour démontrer la propagation d'un soliton spatial en milieu de Kerr (ici, du disulfure de carbone), massif qui plus est. Les auteurs réussirent en effet à supprimer l'instabilité de modulation transverse du soliton 1D⁴ (cf. figure 1.9.a, page 30) — en pratique, un faisceau laser d'enveloppe fortement elliptique — et ainsi montrer son existence malgré l'absence de frustration d'une des dimensions transverses. Pour ce faire, le faisceau, localisé suivant la dimension soliton (petit axe de l'ellipse), était modulé par des franges d'interférences suivant la dimension transverse homogène (grand axe de l'ellipse correspondant à une longueur de diffraction L'_D très supérieure à la longueur du milieu L). En s'assurant que la puissance contenue dans chaque frange brillante ne dépassait pas P_{cr} , l'instabilité de modulation était inhibée. Suivant l'autre dimension, une propagation soliton devenait alors observable sur plusieurs longueurs de diffraction (cf. figure 1.5), l'approximation d'une propagation 1D ayant été réalisée⁵.

L'autre possibilité, plus évidente, de se placer expérimentalement dans une configuration 1D spatiale consiste en l'utilisation d'un guide planaire monomode (cf. figure 1.6). De manière analogue à l'utilisation d'une fibre optique et tant que la non-linéarité reste faible, le

¹E. GARMIRE *et al.*, **1966** – *op. cit.*

²Notons toutefois que la première démonstration expérimentale de soliton spatial en optique est attribuable à Bjorkholm et Ashkin qui observèrent l'autoguidage d'un faisceau laser de symétrie radiale dans une cuve remplie de vapeur de sodium. Il s'agit *a fortiori* de la première observation de soliton 2D puisque la non-linéarité à l'œuvre était « saturante ». [J.E. BJORKHOLM & A.A. ASHKIN, **1974** – *cw self-focusing and self-trapping of light in sodium vapor*, Phys. Rev. Lett. **32**, 129-32.]

³A. BARTHÉLEMY *et al.*, **1985** – *Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non-linéarité optique de Kerr*, Opt. Commun. **55**, 201-6 ; S. MANEUF *et al.*, **1986** – *Propagation de faisceaux solitons quasi monochromatiques, caractéristiques spatio-temporelles et spectrales*, J. Optics (Paris) **17**, 139-45 ; S. MANEUF, **1988** – *op. cit.*

⁴V.E. ZAKHAROV & A.M. RUBENCHIK, **1974** – *op. cit.*

⁵La différence notable avec la figure de l'introduction générale réside dans le fait que le faisceau de la figure 1.5 a une largeur initiale limitée selon x , correspondant à celle d'un soliton, au lieu de correspondre à une onde étendue homogène quasi plane. Il n'y a donc pas de MI suivant x .

confinement lumineux propre à la propagation guidée permet en effet de séparer les comportements des variables transverses et ainsi de considérer que la non-linéarité n'agit que sur la dimension transverse x non guidée, c'est-à-dire libre¹. Ainsi la confirmation expérimentale de l'existence du soliton Kerr spatial fut à nouveau apportée par le groupe de l'IRCOM dans un guide plan en disulfure de carbone². Ensuite, en quelques années, le soliton Kerr spatial était démontré dans des guides plans en verre³, puis en semi-conducteur⁴ et enfin en polymère⁵.

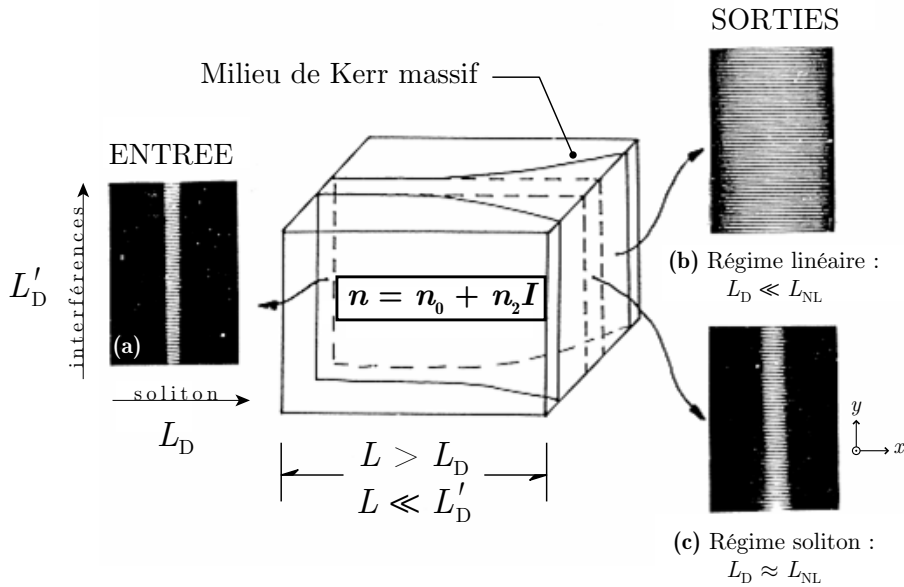


Figure 1.5 [d'après⁶] Formation d'un soliton Kerr unidimensionnel par inhibition de son instabilité de modulation transverse. (a) À l'entrée, le faisceau est fortement elliptique et modulé, suivant la dimension homogène, par des franges d'interférences. En sortie, en régime linéaire (b), l'élargissement obtenu témoigne d'un effet de diffraction sur plusieurs longueurs de Fresnel L_D ; (c) le comportement à forte puissance montre clairement l'effet soliton quand la longueur non linéaire L_{NL} devient comparable à L_D .

À l'heure actuelle, le milieu non linéaire le plus utilisé dans l'étude des solitons spatiaux Kerr est le semi-conducteur $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ car il peut procurer, selon sa stoechiométrie, un indice non linéaire ultrarapide et relativement élevé (500 fois celui de la silice), avec des pertes par absorption minimales⁷. Les verres chalcogénures sont de plus en plus étudiés pour leurs figures de mérite intéressantes, associées à des coefficients de Kerr de l'ordre de mille fois la silice⁸. Le disulfure de carbone quant à lui, de par son état liquide qui permet la réalisation de guides plans

¹ Les travaux exposés dans ce mémoire étant basés sur l'utilisation de guides planaires, nous expliciterons par la suite [chap.2] l'hypothèse de séparation des variables transverses.

² S. MANEUF *et al.*, **1988** – *Stable self-trapping of laser beams : Observation in a nonlinear planar waveguide*, Opt. Commun. **65**, 193-8.

³ J.S. AITCHISON *et al.*, **1990** – *Observation of spatial optical solitons in a nonlinear glass waveguide*, Opt. Lett. **15**, 471-3.

⁴ J.S. AITCHISON *et al.*, **1992** – *Observation of spatial solitons in AlGaAs waveguides*, Electron. Lett. **28**, 1879-80.

⁵ U. BARTUCH *et al.*, **1997** – *Experimental investigations and numerical simulations of spatial solitons in planar polymer waveguides*, Opt. Commun. **134**, 49-54.

⁶ A. BARTHÉLEMY *et al.*, **1985** – *op. cit.*

⁷ J.S. AITCHISON *et al.*, **1997** – *The nonlinear optical properties of AlGaAs at the half band gap*, IEEE J. Quantum Electron. **33**, 341-8 ; J.U. KANG *et al.*, **1998** – *One-dimensional spatial solitons in AlGaAs waveguides*, Opt. Quant. Electron. **30**, 649-71.

⁸ S. SPÄLTER *et al.*, **2002** – *Strong self-phase modulation in planar chalcogenide glass waveguides*, Opt. Lett. **27**, 363-5.

sans recourir à de fastidieuses étapes technologiques de fabrication, reste un excellent support pour des études phénoménologiques comme la nôtre, car il procure un indice non linéaire cent fois plus élevé que celui de la silice en régime picoseconde.

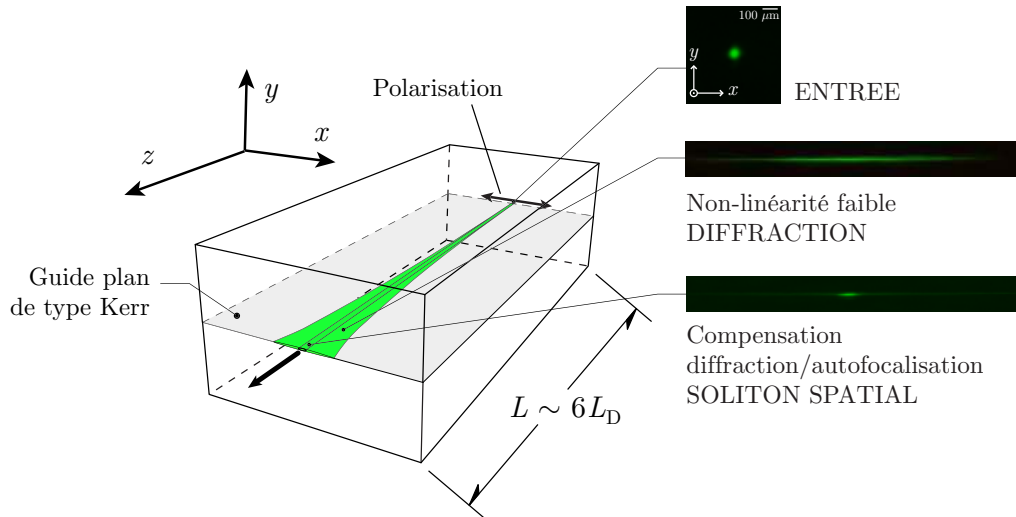


Figure 1.6 Formation d'un soliton Kerr unidimensionnel scalaire par l'utilisation d'un guide plan. Les photographies montrent des résultats expérimentaux obtenus dans le guide plan de CS_2 utilisé dans notre travail.

De par le fort potentiel applicatif des guides d'ondes auto-induits que sont les solitons Kerr spatiaux¹, les expériences du groupe de l'IRCOM expliquent, sans conteste, l'intérêt grandissant dont a fait preuve en optique l'étude des phénomènes solitoniques spatiaux depuis la fin des années 80. Avec les années 90, le domaine a pourtant pris un nouvel essor avec la démonstration de deux processus physiques « non Kerr » capables d'éviter l'autofocalisation catastrophique et ainsi de supporter la propagation de faisceaux solitons non seulement unidimensionnels mais aussi bidimensionnels : la photoréfractivité² et la génération de second harmonique³. Dès lors, la frontière imposée par NLS à la description des phénomènes solitoniques spatiaux fut franchie.

1.2.2 Le modèle « NLS » ou « de Kerr » et ses extensions

La propagation spatiale d'ondes dans un milieu de Kerr unidimensionnel transverse et isotrope peut être décrite, en première approximation, par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS ou 1D NLS). Dans le domaine paraxial et en régime permanent, elle permet de caractériser entièrement l'évolution longitudinale de l'enveloppe lentement variable d'un champ électromagnétique scalaire décrit par une seule coordonnée transverse. Pour un milieu de Kerr homogène, isotrope, transparent et non dispersif, NLS découle directement (après quelques approximations^[chap.2]) des équations de Maxwell et s'exprime, sans dimensions, sous la forme

¹ Y. SILBERBERG & G.I. STEGEMAN, 2001 – *One-dimensional spatial solitons in Kerr media*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

² G.C. DUREE *et al.*, 1993 – *Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect*, Phys. Rev. Lett. **71**, 533-6.

³ W.E. TORRUELLAS *et al.*, 1995 – *Observation of two-dimensional spatial solitary waves in a quadratic medium*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5036-9.

suivante¹ :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \pm |\psi|^2 \psi = 0, \quad (1.4)$$

où ψ est l'enveloppe lentement variable du champ électrique d'intensité $I = |\psi|^2$. Le premier terme correspond à la propagation suivant la dimension longitudinale ζ , exprimée en unité d'une certaine longueur caractéristique (typiquement, la longueur de diffraction L_D) ; le deuxième terme caractérise la diffraction suivant la seule dimension transverse ξ , exprimée en unité d'une certaine taille caractéristique de l'enveloppe ψ ; enfin, le troisième terme exprime l'influence de la non-linéarité. Ici, la non-linéarité de Kerr s'exprime typiquement par $f(I) = \pm I$ conformément à la relation (1.2). À l'instar de la diffraction, on pourra associer à la non-linéarité une certaine longueur caractéristique L_{NL} permettant, par comparaison avec L_D , de quantifier le seuil de compensation des effets de diffraction et d'automodulation de phase. Enfin, notons que le signe \pm signifie la possibilité d'une non-linéarité respectivement focalisante ou défocalisante.

NLS admet une infinité de solutions exactes parmi lesquelles la solution stationnaire stable et simple qu'est le soliton fondamental (ou *soliton Kerr scalaire*)². Nous revenons au chapitre suivant sur les deux solutions analytiques d'intérêt pratique pour notre travail, à savoir le soliton Kerr fondamental et l'onde plane, laquelle est une solution stationnaire particulière mais instable de NLS. Toutefois, nous pouvons d'ores et déjà évoquer quelques propriétés fondamentales des solitons Kerr³ :

- ~ d'une part, vitesse de phase, déphasage non linéaire et largeur du soliton sont fonction de l'intensité maximale de son enveloppe ;
- ~ d'autre part, malgré leur description ondulatoire, *les solitons se comportent*, à beaucoup d'égards, *comme des particules matérielles macroscopiques* en particulier lors de leurs *collisions*, qui sont *élastiques* ;
- ~ enfin, un soliton n'interagit pas avec des ondes linéaires (c'est-à-dire dispersives, ou radiatives) ce qui permet, en plus de la remarque précédente, de considérer *un soliton* en tant que *mode propre non linéaire du système dynamique* décrit par NLS.

Pour l'étude des solitons Kerr spatiaux, NLS décrit donc l'évolution de l'enveloppe spatiale d'un champ électrique unidimensionnel, scalaire (*i.e.* polarisé rectiligne ou circulaire) et monochromatique soumis à la diffraction et à l'autofocalisation, dans le cadre de

¹N.N. AKHMEDEV, 1998 – *Spatial solitons in Kerr and Kerr-like media*, Opt. Quant. Electron. **30**, 535-69.

² Une solution compliquée (trois solitons différents, par exemple) peut être obtenue par composition non linéaire de solutions plus simples, la structure de la décomposition étant définie par le spectre d'IST.

³N.N. AKHMEDEV & A. ANKIEWICZ, 1997 – "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams", Chapman & Hall (Londres).

l'approximation paraxiale. Cependant, l'évolution d'une enveloppe spatiale en régime permanent dans un guide plan monomode est, d'un point de vue formel, équivalente à celle d'une enveloppe temporelle se propageant dans une fibre optique monomode en silice : en l'absence de biréfringence, les deux cas peuvent être modélisés par NLS, la variable transverse décrivant dans l'un le profil spatial du faisceau (x) et dans l'autre l'enveloppe temporelle (t) dans un repère mobile à la vitesse de groupe. Il est cependant nécessaire de nuancer cette assertion : la génération des solitons temporels se fait en général à des longueurs d'ondes proches d'une région où la dispersion de la vitesse de groupe est très faiblement négative. En conséquence, l'étalement de l'enveloppe d'une impulsion, du fait d'une largeur spectrale non nulle, pourra être compensé malgré la très faible non-linéarité de Kerr des fibres en silice. Les variations induites d'indice de réfraction sont dans ce cas faibles (de l'ordre de 10^{-10}) et deviennent significatives sur de grandes distances de propagation. Ceci explique pourquoi NLS est un bon modèle d'étude des solitons temporels¹.

À l'inverse dans le domaine spatial, l'effet linéaire de dispersion angulaire des vecteurs d'ondes (diffraction) n'est pas faible. Ceci explique pourquoi l'observation de solitons spatiaux, pour les longueurs de propagation utiles (\sim quelques mm à cm), nécessite de fortes variations d'indices de réfraction (par exemple pour nous, de l'ordre de 10^{-5}) faisant appel à de fortes non-linéarités et/ou de fortes intensités optiques. La dépendance de l'indice de réfraction à l'intensité peut alors fortement dévier de la simple loi de proportionnalité de Kerr, rendant le système non intégrable. Il n'est alors plus possible d'utiliser l'IST même de manière perturbative. En général, le terme d'indice non linéaire dans NLS (1.4) peut être une fonction quelconque f faisant intervenir l'intensité optique et dépendant du phénomène physique à l'origine de la non-linéarité². Par exemple (cf. figure 1.7), $f(I) \propto I/(1+sI)$ pour la non-linéarité de Kerr dite

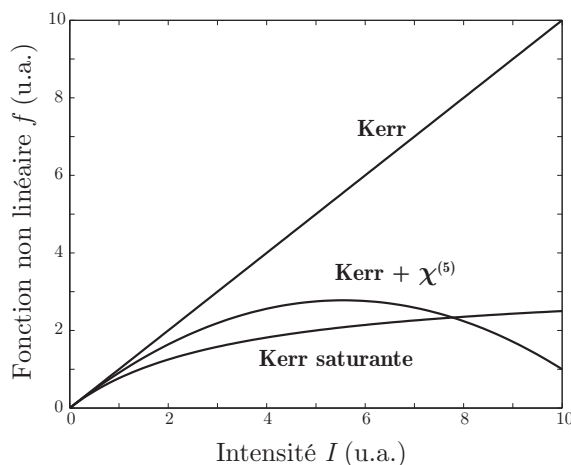


Figure 1.7 Exemples de fonctions non linéaires *non Kerr* pour $s = 0, 3$.

¹ Signalons cependant que l'utilisation d'impulsions très brèves (~ 100 femtosecondes) nécessite de corriger NLS par des termes additionnels, linéaires ou non, pour expliquer des effets de dispersion d'ordre supérieur, d'autodiffusion Raman, de formation d'ondes de choc, etc. [G.P. AGRAWAL, 2001 – *Optical solitons - Higher-order effects*, in "Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, San Diego).] Le système devient alors non intégrable. Néanmoins, quand la déviation à NLS, apportée par ces termes, peut être considérée comme faible, le système reste *presque* intégrable et peut être traité de manière perturbative par l'IST. Beaucoup de caractéristiques des systèmes intégrables sont alors toujours observables. [Y.S. KIVSHAR & B.A. MALOMED, 1989 – *op. cit.*]

² G. FIBICH & G. PAPANICOLAOU, 1999 – *Self-focusing in the perturbed and unperturbed nonlinear Schrödinger equation in critical dimension*, SIAM J. Appl. Math. **60**, 183-240.

« saturante » propre aux milieux photoréfractifs ou encore $f(I) \propto I - sI^2$ lorsque l'effet défocalisant d'une non-linéarité d'ordre 5 s'oppose à l'effet Kerr focalisant¹. Le paramètre $s \leq 1$ quantifie la saturation de la non-linéarité. Cette situation n'est pas anecdotique puisque c'est une caractéristique importante des effets photoréfractif et de génération de second harmonique, qui sont des non-linéarités intrinsèquement saturantes, à l'origine des deux autres familles principales de solitons spatiaux².

Des solutions stationnaires — *ondes solitaires* — de tels modèles existent car, de manière surprenante mais naturelle, les phénomènes solitoniques ne se limitent pas aux rares systèmes intégrables, comme NLS en optique. Toutefois, le comportement dynamique des ondes solitaires est notablement différent de celui des solitons de NLS³. On fera remarquer principalement que

- ~ à la différence d'un soliton, par nature stable, *une onde solitaire peut être instable* ;
- ~ *une collision entre deux ondes solitaires stables est inélastique* : un échange d'énergie peut avoir lieu entre les paquets d'ondes, contrairement au cas d'une collision dans le cadre de NLS ;
- ~ le nombre d'ondes solitaires peut ne pas être conservé lors d'une collision ;
- ~ une partie de l'énergie des ondes solitaires peut être perdue par rayonnement après une collision ;
- ~ enfin, les *non-linéarités de type non Kerr permettent éventuellement la propagation de solitons bidimensionnels* en tant que solutions stationnaires stables⁴.

En effet, si la possibilité d'un indice de réfraction dépendant de l'intensité optique garantit l'existence des solitons, celle d'une saturation de l'accumulation de déphasage dû à cet indice explique l'existence, parmi les familles de solitons spatiaux « non Kerr », d'ondes solitaires non seulement unidimensionnelles⁵ mais aussi bidimensionnelles transverses, plus ou moins stables⁶. Ainsi, une caractéristique importante, implicite depuis le début, qui différencie les solitons spatiaux de leurs homologues temporels réside dans la *dimensionnalité* propre aux phénomènes spatiaux. Leur description se fait généralement et naturellement à deux dimensions transverses. De fait, dès lors que la non-linéarité permet la propagation d'enveloppes solitaires 2D ou qu'on voudra étudier d'éventuelles propriétés dynamiques, le problème pourra être modélisé par l'équation de Schrödinger dite *généralisée* :

¹ W.E. TORRUELLAS *et al.*, **1996** – *Self-focusing and 2D spatial solitons in PTS*, Electron. Lett. **32**, 2092-4.

² B. LUTHER-DAVIS *et al.*, **1999** – *Spatial solitons in saturating nonlinear materials*, in "Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives" (EDP Sciences, Les Ulis).

³ Y.S. KIVSHAR, **1998** – *Bright and dark spatial solitons in non-Kerr media*, Opt. Quant. Electron. **30**, 571-614 ; N.N. AKHMEDEV & A. ANKIEWICZ, **1997** – *Non-Kerr-law nonlinearities*, in "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams" (Chapman & Hall, Londres).

⁴ A.W. SNYDER *et al.*, **1996** – *op. cit.*

⁵ Ici, le milieu de propagation peut très bien être massif comme pour l'expérience de Barthélemy *et al.*

⁶ Voir la description de la stabilité des solitons en fonction de la dimensionnalité et de la non-linéarité dans la thèse de R. Grasser. [R. GRASSER, **1998** – *op. cit.*]

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \pm \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \right] \pm f \psi = 0, \quad (1.5)$$

qui exprime une possible diffraction suivant les deux dimensions transverses ξ et η , l'intensité I étant alors dépendante de ces deux variables¹. NLS généralisée est particulièrement utilisée avec les milieux photoréfractifs, pour lesquels le phénomène de saturation est intrinsèque à l'effet PR. Enfin, notons que certaines situations nécessiteront plusieurs composantes ψ_i pour le champ afin de tenir compte de l'orientation du vecteur champ électrique ou de la présence de différentes longueurs d'ondes. On aura alors affaire à autant d'équations de Schrödinger non linéaires couplées (CNLS, *coupled nonlinear Schrödinger equations*) permettant de considérer un couplage entre composantes d'origine aussi bien linéaire (biréfringence, structure guidante particulière) que non linéaire (modulation de phase croisée, échange d'énergie par mélange à quatre ondes).

Le travail que nous avons réalisé au cours de cette thèse se situe dans le contexte de NLS et ses généralisations. Nous verrons en effet pourquoi, bien que notre étude soit basée sur le modèle 1D NLS, il nous faudra modifier la réponse non linéaire — en première approximation de type Kerr — pour expliquer les résultats observés d'instabilité modulationnelle^[chap.3]. D'autre part, avec l'étude des solitons vectoriels multimodes en milieu de Kerr^[chap.4] et malgré l'utilisation d'un guide plan isotrope, NLS deviendra une paire d'équations couplées traduisant l'interaction de deux composantes et causée par la biréfringence non linéaire photoinduite.

Soliton sombre²

Nous avons choisi de terminer cette partie en évoquant très rapidement les solitons sombres, qui témoignent encore de la diversité des solitons spatiaux optiques. Ils se manifestent essentiellement en présence d'une non-linéarité *défocalisante*. La variation non linéaire d'indice est alors négative et, en présence de diffraction, l'effet est analogue à celui d'une lentille divergente³. On comprend alors, étant données les propriétés de la diffraction, que le profil transverse à compenser pour permettre une propagation sans déformation ne sera plus celui requis pour un soliton *brillant*, dont nous avons parlé jusqu'à présent, à savoir une enveloppe localisée et rapidement décroissante. Il s'agit à l'inverse d'un faisceau présentant une dépression d'intensité sur un fond suffisamment continu et intense. Cette dépression est due à un saut de phase, brutal et valant π dans le cas particulier des solitons dits *noirs*.

Enfin, mentionnons que les commentaires faits précédemment sur le caractère restrictif du modèle NLS sont tout aussi applicables aux phénomènes solitoniques sombres. Si les théories

¹ Notons que rien n'interdit à la seconde dimension transverse η de décrire la dispersion de la vitesse de groupe. Ceci explique la présence du signe \pm dans l'équation (1.5).

² A. HASEGAWA & F. TAPPERT, **1973** – *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion*, Appl. Phys. Lett. **23**, 171-3 ; Y.S. KIVSHAR & B. LUTHER-DAVIS, **1998** – *Dark optical solitons : Physics and applications*, Phys. Rep. **298**, 81-197.

³ Pour les impulsions solitons dans les fibres optiques, la possibilité d'avoir une « diffraction temporelle négative » (régime *normal* de dispersion) permet d'observer le phénomène de soliton sombre tout en ayant une non-linéarité de Kerr toujours positive. [A. HASEGAWA & F. TAPPERT, **1973** – *op. cit.* ; PH. EMPLIT *et al.*, **1987** – *Picosecond steps and dark pulses through nonlinear single-mode fibers*, Opt. Commun. **62**, 374-9.]

sont peu modifiées, les solutions solitaires et leurs dynamiques sont néanmoins différentes de celles des phénomènes brillants¹. À titre d'exemple, la figure 1.9.b (page 30) montre l'instabilité serpentine d'un soliton sombre unidimensionnel en propagation bidimensionnelle alors que son homologue brillant subit une instabilité modulationnelle. Ceci dit, ces solitons offrent également de possibles applications comme, par exemple, la création de guides induits².

1.2.3 Dynamique des solitons spatiaux

Nous venons de voir que la diversité des solitons spatiaux provient en grande partie des différents effets physiques capables d'engendrer une variation non linéaire d'indice, ou de phase, autre que celle de type Kerr. Ceci s'accompagne d'une non moins riche diversité de processus dynamiques dès lors que interaction et instabilité seront permises. Cependant, sans en parler plus ici, l'idée de mettre à profit cette dynamique en traitement tout-optique de l'information³ passe par une meilleure connaissance des mécanismes qui les sous-tendent. Si ceux-ci sont de mieux en mieux connus, ils sont naturellement complexes et une analyse dynamique nécessite souvent de faire appel aux outils numériques.

Il est tout de même possible de donner quelques principes physiques de base et communs à de tels phénomènes non linéaires⁴. En règle générale, les processus dynamiques des solitons ont une origine double : les *interactions* entre solitons voisins suffisamment proches et les *instabilités* auxquelles sont sujets les solitons. Plus généralement encore, une conjugaison des deux phénomènes peut donner lieu à une dynamique toujours plus complexe : une instabilité peut générer plusieurs solitons interagissant ensuite entre eux ; à l'inverse, une interaction pourra tout aussi bien déstabiliser un soliton.

Rappelons ici que la principale caractéristique de l'effet Kerr optique est la localité spatio-temporelle de la réponse non linéaire en comparaison des longueurs de cohérence caractéristiques du faisceau laser utilisé dans l'interaction. Associée à une variation d'indice non saturante, cette localité est la cause intrinsèque des diverses instabilités d'ondes intenses en milieu de Kerr⁵.

Interactions

La terminologie de *soliton* résume à elle seule ce qui rend cette entité si particulière. En effet, les solitons interagissent comme des particules, exerçant entre eux des « forces » d'attraction ou de répulsion. Une interaction entre deux solitons pourra ainsi se manifester par un changement de

¹ Y.S. KIVSHAR & W. KROLIKOWSKI, **1995** – *Instabilities of dark solitons*, Opt. Lett. **20**, 1527-9 ; Y.S. KIVSHAR, **1998** – *Bright and dark spatial solitons in non-Kerr media*, Opt. Quant. Electron. **30**, 571-614.

² M. CHAUVET *et al.*, **2001** – *Transient dark photovoltaic spatial solitons and induced guiding in slab LiNbO₃ waveguides*, Opt. Lett. **26**, 1344-6 ; G. COUTON *et al.*, **2003** – *Formation of reconfigurable singlemode channel waveguides in LiNbO₃ using spatial solitons*, Electron. Lett. **39**, 286-7.

³ A.W. SNYDER & F. LADOUCEUR, **1999** – *op. cit.* ; Y.S. KIVSHAR & G.I. STEGEMAN, **2002** – *op. cit.*

⁴ G.I. STEGEMAN & M. SEGEV, **1999** – *op. cit.*

⁵ M. MITCHELL & M. SEGEV, **1997** – *Self-trapping of incoherent white light*, Nature **387**, 880-3 ; D. KIP *et al.*, **2000** – *Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams*, Science **290**, 495-8.

trajectoire, une fusion, une fission ! Elle naît dès qu'un recouvrement d'intensité à lieu entre les ailes des faisceaux en influant sur le puits de potentiel photoinduit. On distingue deux catégories d'interactions qui font cependant appel à une description ondulatoire utilisant la notion connue de cohérence mutuelle.

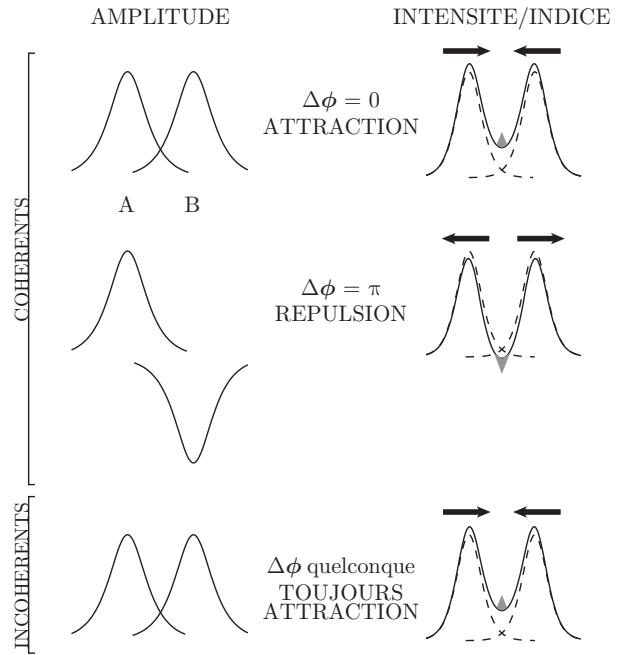
- ~ Les *interactions cohérentes*¹ sont causées par les effets d'interférence dus au recouvrement entre faisceaux solitons et auront lieu seulement si le milieu a le temps d'y répondre. En d'autres termes, le temps de réponse de la non-linéarité doit être beaucoup plus court que le temps pendant lequel la phase relative des solitons en interaction reste stationnaire (*temps de cohérence mutuelle*). En pratique, c'est toujours le cas pour les non-linéarités à temps de réponse instantané (en réalité ultrarapide) comme l'effet Kerr optique et la génération de second harmonique. Pour les non-linéarités avec un temps de réponse relativement long (photoréfractive ou thermique), la cohérence mutuelle des faisceaux doit être examinée. Lors d'une interaction cohérente, les solitons s'attireront ou se repousseront en fonction de leur phase relative.
- ~ À l'inverse, les *interactions incohérentes*² ont lieu lorsque la phase relative des faisceaux en interaction varie plus rapidement que le temps de réponse du milieu ou simplement si les faisceaux sont, d'une manière ou d'une autre, incohérents entre eux. Une interaction incohérente sera toujours attractive.

Afin de comprendre intuitivement l'origine des forces d'interaction et l'influence de la cohérence, prenons le cas simple, illustré par la figure 1.8, de deux solitons scalaires de trajectoires initialement parallèles (c'est-à-dire que les solitons ont initialement des surfaces équiphasées planes et parallèles). Pour des solitons cohérents mutuellement, l'interaction va dépendre de leur phase relative $\Delta\phi$. Lorsqu'ils sont en phase, une interférence constructive à l'endroit où les faisceaux se recouvrent provoque un accroissement d'indice plus important que sur les bords et cause une courbure des fronts d'ondes, initiant un rapprochement des faisceaux. En utilisant l'analogie particulière, une force d'interaction attractive initie le rapprochement des solitons. En suivant le même raisonnement pour des solitons en opposition de phase, la dépression d'indice conduit à une force d'interaction répulsive. Avec des solitons incohérents, il y a toujours une augmentation d'intensité dans la zone de recouvrement des faisceaux, ce qui explique une interaction toujours attractive. Bien sûr, si les solitons, cohérents ou non, sont suffisamment distants, aucune interaction n'a lieu.

¹ J.P. GORDON, **1983** – *Interaction forces among solitons in optical fibers*, Opt. Lett. **8**, 596-8.

² D.R. ANDERSON & M. LISAK, **1985** – *Bandwidth limits due to incoherent soliton interaction in optical-fiber communication systems*, Phys. Rev. A **32**, 2270-274.

Figure 1.8 Illustration qualitative de l'interaction de deux solitons scalaires A et B de trajectoires initiales parallèles. L'interaction dépend de la cohérence mutuelle des solitons et ainsi de la distribution d'indice résultant de l'intensité du champ total. Les pointillés montrent, pour comparaison, la distribution d'intensité de chaque soliton séparément



La dynamique ultérieure de l'interaction, en cas de collision, dépendra principalement du type de non-linéarité (Kerr ou non). Dans le cas Kerr, modélisé par NLS, les interactions de solitons scalaires sont *planes et parfaitement élastiques* quelles que soient les directions de propagation qu'ont les solitons entre eux : le nombre de solitons et l'énergie de chaque soliton sont conservés au cours d'une collision¹. Avec les solitons non Kerr, la dynamique d'interaction est différente. D'une part, la collision est inélastique : on observe des processus de fusion, de création ou d'annihilation sensibles à $\Delta\phi$ ² ; des pertes d'énergie par radiation peuvent arriver au cours de l'interaction. L'explication qualitative d'un tel comportement repose sur la possibilité, avec un soliton non Kerr, d'induire un guide d'ondes multimode à la différence d'un soliton Kerr³. Si l'angle que font les solitons entre eux est suffisamment grand⁴, ils se croiseront sans échanger d'énergie durant la collision, de manière analogue aux solitons Kerr. D'autre part, la génération de solitons 2D en milieu massif, *via* des non-linéarités saturantes, entraîne d'autres possibilités pour les interactions puisque celles-ci ne sont plus limitées au plan comme pour les solitons Kerr. Les interactions en volume induisent la possibilité de trajectoires courbes, causant de spectaculaires comportements dynamiques. Ainsi, des solitons initialement non parallèles

¹ F. REYNAUD & A. BARTHÉLEMY, **1990** – *Optically controlled interaction between two fundamental soliton beams*, Europhys. Lett. **12**, 401-5. Cependant, la situation devient plus complexe lorsque les solitons ont une phase relative autre que 0 ou π . Un terme de mélange à quatre ondes, maximal pour $\pm\pi/2$, intervient dans les équations de propagation, un soliton pouvant alors gagner de l'énergie au dépens d'un autre^[chap.2]. [M. SHALABY & A. BARTHÉLEMY, **1991** – *Experimental spatial soliton trapping and switching*, Opt. Lett. **16**, 1472-4.] D'autre part, lorsque les solitons ne sont pas équivalents, c'est-à-dire que leur produit *taille*² × *intensité* n'est pas le même, un échange d'énergie peut avoir lieu entre eux lors d'une collision. [A. BARTHÉLEMY *et al.*, **1992** – *Experimental observation of beams' self-deflection appearing with two-dimensional spatial soliton propagation in bulk Kerr material*, Opt. Lett. **17**, 844-6 ; B. CROSIGNANI & P. DI PORTO, **1993** – *Nonlinear propagation in Kerr media of beams with unequal transverse widths*, Opt. Lett. **18**, 1394-6.]

² W. KROLIKOWSKI *et al.*, **1998** – *Interaction of spatial photorefractive solitons*, Quantum Semiclass. Opt. **10**, 823-37.

³ M. SHALABY & A. BARTHÉLEMY, **1992** – *Observation of the self-guided propagation of a dark and bright spatial soliton pair in a focusing nonlinear medium*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 2736-41.

⁴ Typiquement supérieur à un certain *angle de réflexion totale intrinsèque*, défini par les interfaces transitoires des guides d'ondes multimodes induits. [A.W. SNYDER & A.P. SHEPPARD, **1993** – *Collisions, steering and guidance with spatial solitons*, Opt. Lett. **18**, 482-4.]

pourront avoir des trajectoires tridimensionnelles, comme pour le *spiraling* de solitons : deux solitons se « capturent », se propagent ensuite en spirale autour de l'axe optique et éventuellement fusionnent¹. La dynamique particulière des phénomènes bidimensionnels se manifeste aussi à travers l'existence de diverses ondes solitaires, stationnaires ou non, aux profils et champs très variés et aux appellations d'inspirations tout autant physiques que poétiques : les solitons « vortex », les faisceaux « en anneau » (*ring beam*) ou « en collier » (*necklace beam*), les « amas » de solitons (*soliton cluster*) et jusqu'aux « molécules » de lumière². La possibilité d'utiliser les propriétés de moment angulaire de la lumière et d'attribuer à certains solitons l'analogie du spin (moment angulaire *intrinsèque*) explique l'observation de ces ondes aux comportements exotiques³.

Mais, si certaines précautions expérimentales ne sont pas prises, la plupart de ces ondes solitaires sont instables vis-à-vis de perturbations propres ou extérieures, causant une dynamique d'instabilité qui viendra se conjuguer à la dynamique d'interaction.

Instabilité⁴

L'autre origine de la dynamique des phénomènes solitoniques spatiaux réside dans leurs instabilités. Celles-ci traduisent des phénomènes complexes et omniprésents dans les systèmes dynamiques non linéaires. Bien qu'il n'existe pas d'outil analytique universel pour étudier l'existence et la stabilité des solutions de modèles non Kerr, il ressort que les instabilités qui peuvent affecter la propagation non linéaire d'ondes, *a fortiori* solitaires, peuvent être distinguées en deux catégories universelles : *instabilités de collapsus* et *instabilités transverses*.

La dynamique de collapsus est induite par une instabilité vis-à-vis de perturbations de même dimension que l'onde solitaire elle-même. Le collapsus se manifeste lorsqu'une onde solitaire, *instable et localisée* dans toutes les dimensions permises (un soliton 2D), voit son amplitude augmenter de manière infinie en un temps (ou sur une distance) fini(e) ce qui, en pratique, signifie une augmentation considérable d'intensité soit l'autofocalisation catastrophique. La possibilité d'une telle singularité n'est cependant pas physiquement réaliste et un modèle présentant une telle dynamique ne sera valable que pour décrire l'initiation du processus d'autofocalisation et son évolution à court terme. Ensuite, la situation devient plus complexe : entreront en considération des phénomènes physiques additionnels, linéaires ou non,

¹ M.-F. SHIH *et al.*, **1997** – *Three-dimensional spiraling of interacting spatial solitons*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2551-4 ; A.V. BURYAK *et al.*, **1999** – *Induced coherence and stable soliton spiraling*, Phys. Rev. Lett. **82**, 81-4.

² A.S. DESYATNIKOV *et al.*, **2002** – *Multicomponent dipole-mode spatial solitons*, Opt. Lett. **27**, 634-6 ; A.S. DESYATNIKOV *et al.*, **2002** – *Multipole composite spatial solitons: Theory and experiment*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 586-95 ; A.S. DESYATNIKOV & Y.S. KIVSHAR, **2002** – *Spatial optical solitons and soliton clusters carrying an angular momentum*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **4**, S58-S65.

³ S.M. BARNETT, **2002** – *Optical angular-momentum flux*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **4**, S7-S16 ; D.V. SKRYABIN & W.J. FIRTH, **1997** – *Optical solitons carrying orbital angular momentum*, Phys. Rev. Lett. **79**, 2450-3 ; Z.H. MUSSLIMANI *et al.*, **2000** – *Composite multihump vector solitons carrying topological charge*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1164-7 ; A.S. DESYATNIKOV & Y.S. KIVSHAR, **2002** – *op. cit.*

⁴ Y.S. KIVSHAR & D.E. PELINOVSKY, **2000** – *Self-focusing and transverse instabilities of solitary waves*, Phys. Rep. **331**, 117-95 ; L. BERGÉ, **2001** – *Nonlinear wave collapse*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

capables d'arrêter plus ou moins rapidement la dynamique de l'instabilité, voire la prévenir. Nous citerons principalement les non-linéarités saturantes¹ ou non locales², l'influence de diffusions stimulées³, les effets linéaires de dissipation d'énergie⁴ ou encore, la non-validité de l'approximation paraxiale lorsque le faisceau atteint un diamètre comparable à la longueur d'onde⁵.

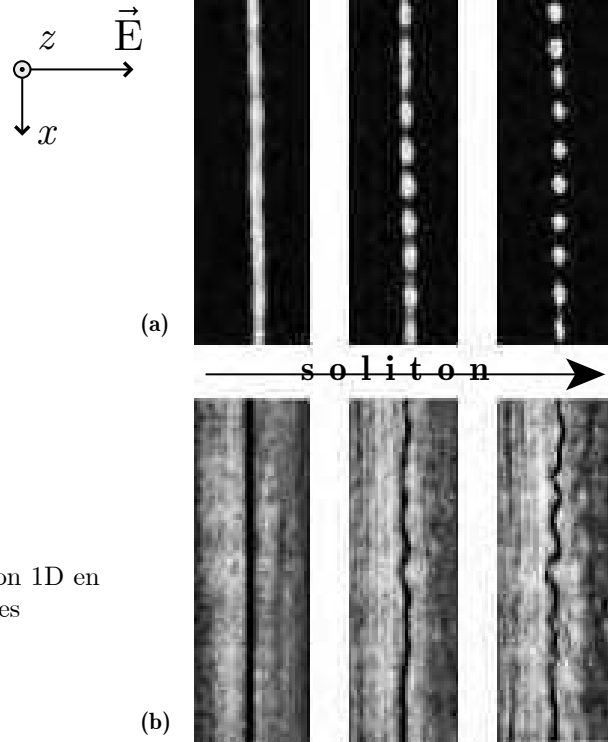


Figure 1.9 [d'après⁶] Instabilité transverse d'un soliton 1D en milieu massif. Exemples des solitons spatiaux scalaires (a) *brillant* et (b) *sombre*.

À l'opposé, une instabilité transverse affecte une onde solitaire de dimension m inférieure à la dimension du milieu de propagation. Localisée suivant m dimensions transverses (un soliton mD), l'onde solitaire devient instable suivant la dimension transverse homogène supplémentaire⁷. Prenons l'exemple spatial, illustré sur la figure 1.9, du soliton 1D (brillant ou sombre) se propageant en milieu 2D. Dans une telle configuration, un faisceau soliton 1D appartient à une sous-classe de l'ensemble des solutions possibles, dont la dimension est inférieure à celle de l'espace autorisé par l'équation de propagation (1.5). Le soliton peut devenir instable vis-à-vis de perturbations (*bruit*) dans les dimensions « non soliton », transverses à celui-ci. Dans notre

¹ E.L. DAWES & J.H. MARBURGER, **1969** – *op. cit.* ; B. LUTHER-DAVIS *et al.*, **1999** – *op. cit.*

² D. SUTER & T. BLASBERG, **1993** – *Stabilization of transverse solitary waves by a nonlocal response of the nonlinear medium*, Phys. Rev. A **48**, 4583–7 ; V.M. PÉREZ-GARCIA *et al.*, **2000** – *Dynamics of quasicollapse in nonlinear Schrödinger systems with nonlocal interactions*, Phys. Rev. E **62**, 4300–8.

³ O. RAHN & M. MAIER, **1974** – *Raman-limited beam diameters in self-focusing of laser light*, Phys. Rev. A **9**, 1427–37.

⁴ V.M. PÉREZ-GARCIA *et al.*, **1995** – *The nonlinear Schrödinger equation with dissipation and the moment method*, Phys. Lett. A **202**, 176–82 ; G. FIBICH, **2001** – *Self-focusing in the damped nonlinear Schrödinger equation*, SIAM J. Appl. Math. **61**, 1680–705.

⁵ M.D. FEIT & J.A. FLECK, **1988** – *Beam nonparaxiality, filament formation, and beam breakup in the self-focusing of optical beams*, J. Opt. Soc. Am. B **5**, 633–40 ; J.M. SOTO-CRESPO & N.N. AKHMEDIEV, **1993** – *Description of the self-focusing and collapse effects in a modified nonlinear Schrödinger equation*, Opt. Commun. **101**, 223–30 ; G. FIBICH, **1996** – *Small beam nonparaxiality arrests self-focusing of optical beams*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4356–9.

⁶ A.V. MAMAEV *et al.*, **1996** – *Break-up of two-dimensional bright spatial solitons due to transverse modulation instability*, Europhys. Lett. **35**, 25–30 ; A.V. MAMAEV *et al.*, **1996** – *Propagation of dark stripe beams in nonlinear media : Snake instability and creation of optical vortices*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2262–5.

⁷ Zakharov et Rubenchik ont démontré très tôt les instabilités transverses des solitons Kerr. [V.E. ZAKHAROV & A.M. RUBENCHIK, **1974** – *op. cit.*]

exemple spatial, une symétrie paire de l'amplitude du faisceau de départ (soliton brillant) est « brisée » sous l'effet d'une instabilité transverse de type *modulationnelle* : les ondes associées à certains vecteurs d'ondes transverses sont amplifiées exponentiellement et induisent une modulation de plus en plus contrastée. À l'inverse, une symétrie impaire (soliton sombre) est sujette à une instabilité transverse de type *serpentine*. De manière similaire, un soliton en anneau est un soliton unidimensionnel suivant la dimension radiale r et peut être instable suivant la dimension homogène qu'est l'angle azimutal¹.

Si l'exemple présenté ici fait référence à une non-linéarité photoréfractive, ces instabilités sont générales. Seules leurs conditions d'apparition sont particulières à chaque système dynamique considéré². Certaines méthodes permettent de s'affranchir plus ou moins de ces instabilités — nous avons déjà mentionné la méthode interférentielle utilisée par Barthélemy *et al.* pour la première génération de soliton Kerr³, puis son extension au contrôle unidimensionnel de la MI d'une onde quasi plane en milieu de Kerr massif⁴. Nous reviendrons au chapitre 3 sur quelques moyens connus d'inhibition ou de contrôle des instabilités transverses. Rappelons seulement que, à l'inverse, nous avons mis à profit l'instabilité de modulation pour la génération simultanée et contrôlée de N solitons spatiaux comme le laisse entrevoir la figure 1.9.a.

1.2.4 Les autres familles de solitons spatiaux⁵

Solitons photoréfractifs

Les idées qui avaient émergé sur les solitons en optique, à partir de l'étude de l'effet Kerr, ont radicalement changé après la découverte de la possibilité de générer des solitons, et donc des guides d'ondes auto-induits, par effet photoréfractif (PR)⁶. Une caractéristique remarquable est de mettre à profit la saturation de la variation non linéaire d'indice, intrinsèque à l'effet PR, pour générer des solitons 2D⁷. Lors du passage d'un faisceau lumineux, des porteurs libres sont créés par photo-ionisation dans le milieu PR, puis diffusent par agitation thermique pour aboutir, une fois piégés, à une répartition inhomogène et à l'apparition d'un champ de charges d'espace, reflétant le profil du faisceau. La variation d'indice de réfraction qui en résulte, par effet Pockels, peut agir rétroactivement sur la répartition lumineuse et permettre ainsi une éventuelle propagation soliton stable⁸.

¹ On parlera d'instabilité de modulation transverse azimutale. [C. ANASTASSIOU *et al.*, **2001** – *Self-trapping of bright rings*, Opt. Lett. **26**, 911-3.]

² Y.S. KIVSHAR & D.E. PELINOVSKY, **2000** – *op. cit.*

³ De manière analogue, le soliton en anneau peut être stabilisé et devenir alors un soliton en collier en référence à la modulation d'intensité (succession de perles sur un collier) utilisée pour inhiber l'instabilité de modulation transverse (ici, azimutale). [M. SOLJACIC *et al.*, **1998** – *Self-trapping of "necklace" beams in self-focusing Kerr media*, Phys. Rev. Lett. **81**, 4851-4.]

⁴ H. MAILLOTTE *et al.*, **1994a** – *op. cit.* ; H. MAILLOTTE *et al.*, **1994b** – *op. cit.* ; H. MAILLOTTE & R. GRASSER, **1998** – *op. cit.* ; R. GRASSER, **1998** – *op. cit.*

⁵ **2002** – *Special Issue on Solitons*, Opt. Photon. News **13**, 27-76.

⁶ M. SEGEV *et al.*, **1992** – *Spatial solitons in photorefractive media*, Phys. Rev. Lett. **68**, 923-6.

⁷ M.-F. SHIH *et al.*, **1995** – *Observation of two-dimensional steady-state photorefractive screening solitons*, Electron. Lett. **31**, 826.

⁸ B. CROSIGNANI *et al.*, **1998** – *Nonlinear optical beam propagation and solitons in photorefractive media*, Nuovo Cimento **21**, 1-37 ; E. DEL RE *et al.*, **2001** – *Photorefractive spatial solitons*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

Une autre caractéristique importante vient du fait que le soliton photoréfractif ne nécessite que de faibles puissances optiques (de l'ordre du milliwatt), adaptées à l'utilisation de sources laser continues et donc compactes. Le problème reste néanmoins la lenteur du processus de génération soliton, liée à la diffusion des porteurs libres. Ce dernier ne permet pas, aujourd'hui, l'utilisation des solitons photoréfractifs dans des systèmes de traitement parallèle réclamant une bande passante supérieure à quelques dizaines de Hz. On notera toutefois qu'une diminution du temps de réponse jusqu'à quelques nanosecondes peut être obtenue par l'utilisation d'intensités plus fortes¹ (de l'ordre de la centaine de MW/cm²) mais l'intérêt principal de ces solitons disparaît. À la différence des deux autres familles principales de solitons, le temps de réponse de l'effet photoréfractif est donc relativement long. Cet inconvénient apparent permet néanmoins de rendre le milieu de propagation insensible aux fluctuations spatio-temporelles de phase qui définissent le degré de corrélation d'un paquet d'ondes faiblement cohérent. Cette particularité est à l'origine des premières observations de solitons vectoriels multimodes qui ont pu être réalisées avec des milieux photoréfractifs² — en particulier, le spectaculaire autoguidage d'une lumière incohérente issue d'une simple lampe à incandescence³.

L'application la plus courante des solitons photoréfractifs est la création de guides auto-induits qui pourront, à la différence des solitons Kerr, être multimodes⁴. L'amplitude de l'effet photoréfractif étant particulièrement sensible à la fréquence optique, il est possible de guider un faisceau fort dans un guide inscrit par un faisceau faible, pourvu que leurs longueurs d'onde soient éloignées et judicieusement choisies⁵. Si le temps de réponse relativement long de l'effet PR interdit l'utilisation des solitons PR à des fins d'opérations ultrarapides, l'occupation, par les porteurs de charges, de pièges profonds dans les zones sombres permet en revanche au champ de charges d'espace de perdurer plusieurs heures en l'absence de lumière, aboutissant ainsi à des applications de mémoire holographique et de photoinscription reconfigurable⁶.

Il existe actuellement deux grands types de solitons photoréfractifs correspondant aux deux configurations expérimentales existantes⁷ : les solitons *quasi stationnaire* (*quasi-steady-state PR solitons*) et *écran* (*screening PR solitons*), qui nécessitent l'application d'un champ électrique statique externe afin de favoriser la répartition des porteurs de charge libérés lors de la photo-ionisation⁸, et les solitons *photovoltaïques*, ne nécessitant pas l'application un tel champ puisque,

¹ K. KOS *et al.*, **1998** – *High-intensity nanosecond photorefractive spatial solitons*, Opt. Lett. **23**, 1001-3.

² M. MITCHELL *et al.*, **1996** – *Self-trapping of partially spatially-incoherent light*, Phys. Rev. Lett. **77**, 490-3 ; M. MITCHELL *et al.*, **1998** – *Observation of multihump multimode solitons*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4657-60.

³ M. MITCHELL & M. SEGEV, **1997** – *op. cit.* ; M. SEGEV & D.N. CHRISTODOULIDES, **2001** – *Incoherent solitons - Self-trapping of weakly correlated wavepackets*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

⁴ A.W. SNYDER *et al.*, **1994** – *Dynamic spatial solitons*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1012-5.

⁵ M. MORIN *et al.*, **1995** – *Waveguides formed by quasi-steady-state photorefractive spatial solitons*, Opt. Lett. **20**, 2066-8 ; S. LAN *et al.*, **1997** – *Self-trapping of one-dimensional and two-dimensional optical beams and induced waveguides in photorefractive KNbO₃*, Opt. Lett. **22**, 1467-9.

⁶ M. KLOTZ *et al.*, **1999** – *Fixing the photorefractive soliton*, Opt. Lett. **24**, 77-9 ; M. CHAUVET *et al.*, **2001** – *op. cit.* ; G. COUTON *et al.*, **2003** – *op. cit.*

⁷ B. CROSIGNANI *et al.*, **1998** – *Nonlinear optical beam propagation and solitons in photorefractive media*, Nuovo Cimento **21**, 1-37 ; E. DEL RE *et al.*, **2001** – *Photorefractive spatial solitons*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

⁸ E. FRESSENGEAS *et al.*, **1996** – *Temporal behavior of bidimensional photorefractive bright spatial solitons*, Phys. Rev. E **54**, 6866-75.

pour les milieux PR photovoltaïques, la diffusion des porteurs libres se fait préférentiellement suivant une direction et donne naissance à un champ photovoltaïque significatif¹. Les cristaux les plus souvent utilisés sont le niobate de strontium-baryum (SBN), le niobate de potassium (KNbO_3), ou encore le niobate de lithium (LiNbO_3) pour ses propriétés photovoltaïques. Des solitons photoréfractifs 2D ont également été démontrés dans des semi-conducteurs en phosphate d'indium (InP) dopés par du fer².

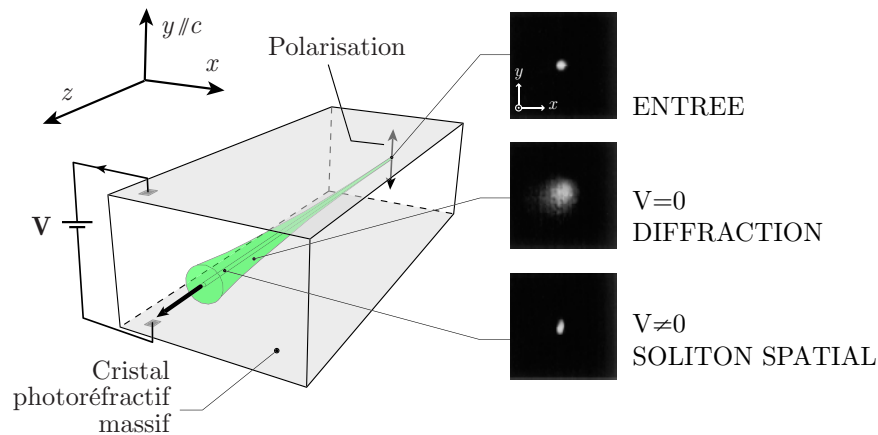


Figure 1.10 Génération d'un soliton 2D dans un cristal photoréfractif. Les photographies montrent l'exemple de l'utilisation d'un cristal de $\text{KNbO}_3:\text{Fe}$. [D'après³.]

La figure 1.10 illustre l'exemple de génération d'un soliton PR 2D en présence d'un champ électrique extérieur dans un cristal de KNbO_3 . Les propriétés quadratiques d'un tel cristal permettent en outre d'envisager d'utiliser le fort confinement, propre au guide soliton, pour induire des processus paramétriques telle la conversion de fréquence³.

Solitons quadratiques (ou paramétriques)

La famille des solitons quadratiques a fait l'objet de la démonstration expérimentale la plus tardive⁴ bien que leur existence ait été théoriquement établie en 1976⁵. Comme leur nom l'indique et à la différence des autres familles, la physique des solitons quadratiques repose sur une non-linéarité d'ordre deux. En effet, le phénomène est basé, dans la majorité des travaux, sur le processus paramétrique de génération de second harmonique et, plus rarement, sur le processus d'amplification paramétrique par conversion de fréquence basse à partir du bruit quantique⁶. De fait, les solitons quadratiques sont des entités intrinsèquement bicolores, l'effet

¹ G.C. VALLEY *et al.*, **1994** – *Dark and bright photovoltaic spatial solitons*, Phys. Rev. A **50**, R4457-60.

² M. CHAUVET *et al.*, **1997** – *Self-trapping of two-dimensional optical beams and light-induced waveguiding in photorefractive InP at telecommunications wavelengths*, Appl. Phys. Lett. **70**, 2499-501.

³ S. LAN *et al.*, **1997** – *op. cit.*

⁴ W.E. TORRUELLAS *et al.*, **1995** – *Observation of two-dimensional spatial solitary waves in a quadratic medium*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5036-9 ; R. SCHIEK *et al.*, **1996** – *One-dimensional spatial solitary waves due to cascaded second-order nonlinearities in planar waveguides*, Phys. Rev. E **53**, 1138-41.

⁵ N.Y. KARAZIN & A.P. SUKHORUKOV, **1976** – *Mutual focusing of high-power light beams in media with quadratic nonlinearity*, Sov. Phys. JETP **41**, 414-6.

⁶ P. DI TRAPANI *et al.*, **1998** – *Two-dimensional spatial solitary waves from travelling-wave parametric amplification of the quantum noise*, Phys. Rev. Lett. **80**, 265-8.

d'auto-piégeage donnant lieu au soliton n'étant possible que par un échange mutuel d'énergie entre les champs fondamental et harmonique. En fonction du type de génération et d'accord de phase (I ou II), les comportements dynamiques seront très différents au sein de cette famille¹. Nous nous restreignons ici au cas particulier des *solitons cascading*, qui illustre au moins qualitativement la physique des solitons quadratiques. Ce cas est particulier puisque l'évolution des composantes fréquentielles, *via* la génération de second harmonique de type I en régime de faible conversion (fort désaccord de phase), peut être modélisée par une paire d'équations de type NLS. Pour cette raison, on parle aussi de solitons quadratiques *en limite de Kerr*. Ici, le désaccord de phase initial provoque une succession périodique (*cascade*) de conversions haute et basse de fréquence avec une faible période longitudinale de l'échange d'énergie entre les deux couleurs. Dans ces conditions, le faisceau fondamental (FF à la fréquence ω) et le second harmonique (SH à 2ω) non seulement échangent de l'énergie périodiquement mais accumulent un déphasage non linéaire par cet effet de cascade. L'autofocalisation en milieu quadratique trouve son origine dans ce déphasage. Ainsi, on montre que l'extension finie des faisceaux entraîne un déphasage non linéaire induit non uniforme, responsable d'une courbure des fronts d'ondes, et, en conséquence, la possibilité de contrebalancer la diffraction par autofocalisation simultanée des deux faisceaux interagissants². La figure 1.11 illustre la physique du processus. Une fois un certain seuil d'intensité dépassé (figure 1.11.c), la longueur caractéristique du processus quadratique d'échange d'énergie (L_{NL}) devient comparable à la longueur de diffraction L_D , permettant une propagation invariante.

À l'heure actuelle, les solitons quadratiques sont, avec les solitons PR, les solitons les plus étudiés de par leurs propriétés de stabilité 2D mais aussi pour leurs interactions en milieu massif³. À l'instar de l'effet PR, la génération de second harmonique est une non-linéarité intrinsèquement saturante, bien que spatio-temporellement locale, puisqu'on peut analyser l'échange d'énergie entre les couleurs comme étant la source du phénomène de saturation empêchant le collapsus. De plus, un soliton quadratique peut être considéré comme un soliton vectoriel puisqu'il existe *via* l'interaction de plusieurs composantes de polarisation. Il est à noter qu'à la différence des autres solitons optiques, l'existence des solitons quadratiques n'engendre pas une variation non linéaire de l'indice de réfraction mais résulte d'un déphasage non linéaire induit. Toutefois, la possibilité de guider un faible faisceau signal par un soliton quadratique a été montrée récemment⁴. La diversité des solitons quadratiques offre de multiples avantages en termes de traitement de l'information tout-optique. Leur principal inconvénient réside dans la nécessité d'utiliser de fortes intensités optiques (supérieures au GW/cm²).

¹ A.V. BURYAK *et al.*, **2002** – *Optical solitons due to quadratic nonlinearities: from basic physics to futuristic applications*, Phys. Rep. **370**, 63-235.

² G. ASSANTO & G.I. STEGEMAN, **2002** – *Simple physics of quadratic spatial solitons*, Opt. Express **10**, 388-96.

³ L. LEFORT, **1996** – *Opérations photoniques rapides basées : sur l'interaction de solitons spatiaux; sur des processus non linéaires quadratiques*, Thèse de doctorat en Optique (Université de Limoges, Limoges) ; C. SIMOS *et al.*, **2002** – *Experimental observation of phase controlled three-dimensional interactions between two quadratic spatial solitons: Scattering, fusion and spiraling*, présenté à "Nonlinear Guided Waves and their Applications '2002", Stresa (Italie).

⁴ V. COUDERC *et al.*, **2002** – *Trapping of a weak probe through coupling with a two-color quadratic spatial soliton*, Opt. Commun. **203**, 421-5.

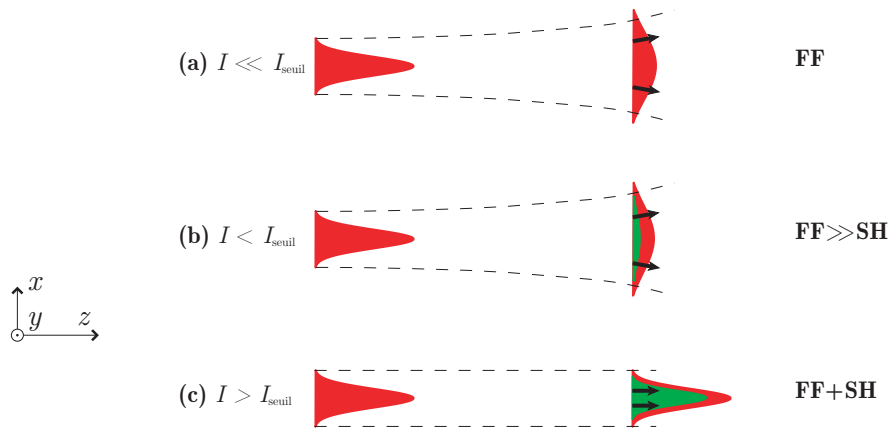


Figure 1.11 Schématisation de l'effet soliton supporté par génération de second harmonique : exemple sans la présence initiale du second harmonique. (a) À basse intensité, l'onde fondamentale (FF) diffracte, (b) faible génération de second harmonique (SH) en régime non linéaire mais sous le seuil soliton et (c) au-dessus du seuil, la forte conversion vers SH induit le confinement transverse des faisceaux et la propagation solitonique.

Les principaux matériaux utilisés sont, à l'heure actuelle, les cristaux de titanyl-phosphate de potassium (KTP), de borate de lithium (LBO) et de niobate de lithium (LiNbO_3). Mentionnons enfin le milieu structuré longitudinalement qu'est le niobate de lithium périodiquement inversé¹ (PPLN). En utilisant le principe de quasi-accord de phase, ce type de matériau offre de nombreux avantages en termes de rendement de conversion et d'intégration par rapport aux méthodes traditionnelles d'accord de phase, avec une réduction des puissances nécessaires à l'effet soliton².

Les enfants

Dans toute famille on trouve des enfants, et les solitons spatiaux ne dérogent pas à la règle. Ainsi, si les familles de solitons se différencient par la non-linéarité qui leur donne naissance, leurs enfants, utilisant ces non-linéarités, auront des particularités propres provenant essentiellement de la géométrie du système étudié.

Milieux structurés. On qualifie ainsi les milieux dont les propriétés linéaires sont rendues inhomogènes, modifiant alors les propriétés de diffraction des ondes électromagnétiques. C'est en particulier le cas lorsque l'indice de réfraction linéaire varie de façon périodique suivant une dimension transverse. Les non-linéarités utilisées peuvent être de type Kerr ou quadratique même si, à l'heure actuelle, les études expérimentales se basent surtout sur l'effet Kerr. En fonction des situations expérimentales, on observera des phénomènes de *solitons discrets*³ (liés au phénomène de diffraction « discrète ») dans des réseaux de guides rubans couplés ou encore de

¹ B. BOURLIAGUET *et al.*, **1999** – *Observation of quadratic spatial solitons in periodically poled lithium niobate*, Opt. Lett. **24**, 1410-2.

² A.V. BURYAK *et al.*, **2002** – *op. cit.*

³ F. LEDERER *et al.*, **2001** – *Discrete solitons*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin) ; F. LEDERER & Y. SILBERBERG, **2002** – *Discrete solitons*, Opt. Photon. News **13**, 48-53.

*solitons de Bragg*¹ dans les réseaux du même nom, liés à la possibilité d'un effet soliton à l'intérieur d'une bande de vecteurs d'ondes transverses interdite en régime linéaire. Enfin, les cristaux photoniques² et leurs propriétés si particulières semblent être de sérieux candidats à de prochains progrès tant fondamentaux qu'appliqués dans le domaine.

Cavités résonnantes³. Les solitons en cavité résultent d'un équilibre du gain apporté à l'intérieur d'une cavité résonnante, dissipative et à non-linéarité de type Kerr ou non. Ces solitons, essentiellement 2D, présentent des propriétés spectaculaires de contrôle précis de la position absolue des solitons et de durée de vie « infinie ». Ainsi, leurs principales applications potentielles sont le stockage de données et le traitement parallèle massif.

Les autres

Enfin, d'autres effets, encore étudiés de façon plus marginale, sont capables de supporter une propagation soliton pourvu qu'ils engendrent une variation d'indice photoinduite. On citera surtout l'émergence des *cristaux liquides en phase nématique*. La variation non linéaire d'indice y est provoquée, soit par la réorientation des molécules constituant le cristal liquide sous l'action d'un champ électrique⁴, soit par effet thermo-optique⁵. Avec ces non-linéarités, non-localité et saturation de la réponse non linéaire engendrent les propriétés particulières discutées précédemment : à l'instar des solitons PR, il est par exemple possible de générer des solitons 2D. L'utilisation de cristaux liquides permet d'obtenir des variations d'indice très importantes (10^6 fois la silice) avec de faibles puissances optiques (mW) mais des temps de réponse longs (de l'ordre de la seconde). Finissons en évoquant l'utilisation des propriétés magnéto-optiques de certains matériaux. Elles permettraient de contrôler de multiples paramètres liés aux solitons spatiaux⁶.

1.3 ENJEUX DES FAISCEAUX SOLITONS

Si l'intérêt des solitons temporels est évident et reconnu pour les télécommunications par fibre optique⁷, l'étude des solitons spatiaux en optique est tout autant un défi. Les retombées potentielles, tant fondamentales qu'appliquées, de telles études sont en effet importantes, en

¹ C. MARTIJN DE STERKE *et al.*, **2001** – *Bragg solitons: Theory and experiments*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

² S.F. MINGALEEV & Y.S. KIVSHAR, **2001** – *Self-trapping and stable localized modes in nonlinear photonic crystals*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5474-7 ; S.F. MINGALEEV & Y.S. KIVSHAR, **2002** – *Nonlinear photonic crystals toward all-optical technologies*, Opt. Photon. News **13**, 48-51.

³ W.J. FIRTH & C.O. WEISS, **2002** – *Cavity and feedback solitons*, Opt. Photon. News **13**, 54-8 ; D.V. SKRYABIN, **2002** – *Energy of the soliton internal modes and broken symmetries in nonlinear optics*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 529-36.

⁴ M. PECCIANI *et al.*, **2000** – *Electrically assisted self-confinement and waveguiding in planar nematic liquid crystal cells*, Appl. Phys. Lett. **77**, 7-9 ; M.A. KARPIERZ, **2002** – *Solitary waves in liquid crystalline waveguides*, Phys. Rev. E **66**, 036603/1-9.

⁵ J.F. HENNINOT *et al.*, **2001** – *(2D + 1) Spatial optical solitons in dye doped liquid crystals*, Synth. Met. **124**, 9-13.

⁶ A.D. BOARDMAN & M. XIE, **2001** – *Nonlinear magneto-optic solitons*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

⁷ A. HASEGAWA, **2000** – *An historical review of application of optical solitons for high speed communications*, Chaos **10**, 475-85 ; M. NAKAZAWA *et al.*, **2000** – *Recent progress in soliton transmission technology*, Chaos **10**, 486-514 ; S. WABNITZ *et al.*, **1995** – *Control of optical soliton interactions*, Opt. Fiber Technol. **1**, 187-217 ; M. NAKAZAWA, **2000** – *Solitons for breaking barriers to terabit/second WDM and OTDM transmission in the next millennium*, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **6**, 1332-43.

témoignent le nombre de groupes de recherche à travers le monde et les financements qui les motivent.

L'étude que nous avons menée au cours de cette thèse demeurant surtout à un stade amont, nous ne donnons ici qu'un aperçu rapide des multiples emplois possibles des solitons dans le domaine du traitement tout-optique de l'information.

1.3.1 Traitement tout-optique de l'information

L'exploitation des processus non linéaires d'ordre trois, en particulier de type Kerr, a été largement envisagée pour des architectures intégrées¹. En effet, pratiquement tous les dispositifs optiques intégrés existants (coupleur directionnel, interféromètre, etc.) peuvent être utilisés en traitement de l'information par voie tout-optique dès que des interfaces sont utilisées entre milieux présentant ou non un indice de réfraction dépendant de l'intensité optique². Ainsi, l'instantanéité des processus de type Kerr permettrait de supplanter, en terme de bande passante, l'électronique qui pourrait rapidement devenir un facteur limitant les débits de transmission d'information. Ceci dit, un autre bénéfice majeur qu'apporterait l'utilisation des solitons spatiaux à de telles applications réside dans leur propriété intrinsèque de guides d'ondes auto-induits, plus ou moins transitoirement. En plus des avantages propres à chaque non-linéarité, les architectures ainsi imaginées seraient au choix 1D (optique intégrée) ou 2D (traitement parallèle massif) et surtout optiquement reconfigurables³. *Le soliton spatial deviendrait le guide d'ondes à gradient d'indice, auto-induit, reconfigurable et unité élémentaire de support d'information.* Les architectures basées sur les solitons spatiaux profiteraient pleinement de toutes les interactions discutées entre les guides solitons, Kerr ou non, au travers d'applications comme le stockage massif d'information, la photoinscription reconfigurable ou le traitement tout-optique parallèle et ultrarapide de l'information.

Cependant, à l'heure actuelle, certains problèmes limitent encore le basculement des solitons spatiaux dans le domaine du développement. Les matériaux quadratiques ou Kerr actuellement disponibles⁴ présentent des non-linéarités qui restent faibles pour les longueurs de propagation utiles aux processus spatiaux (millimétriques voire moins). Leur exploitation nécessite des intensités optiques élevées et donc l'emploi contraignant de sources lasers impulsives. À l'inverse, les solitons photoréfractifs ou en cristaux liquides présentent l'inconvénient de temps de réponse longs, limitant de fait la bande passante d'éventuels dispositifs reconfigurables de traitement tout-optique. Comme discuté précédemment, la diminution du temps de réponse se

¹ G.I. STEGEMAN *et al.*, **1988** – *Third order nonlinear integrated optics*, J. Lightwave Technol. **6**, 953-70.

² D. MIHALACHE *et al.*, **1989** – *Nonlinear wave propagation in planar structures*, in "Progress in Optics, vol. XXVII" (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam) ; A.D. BOARDMAN *et al.*, **1991** – *Third-order nonlinear electromagnetic TE and TM guided waves*, in "Nonlinear Surface Electromagnetic Phenomena" (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam).

³ A.W. SNYDER & F. LADOUCEUR, **1999** – *op. cit.* ; Y.S. KIVSHAR & G.I. STEGEMAN, **2002** – *op. cit.*

⁴ B. LUTHER-DAVIS & G.I. STEGEMAN, **2001** – *Materials for spatial solitons*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

fait au détriment de l'abaissement de puissance. Cet enjeu important explique en partie la forte activité qui existe en parallèle dans le domaine de la recherche de matériaux pour l'optique non linéaire.

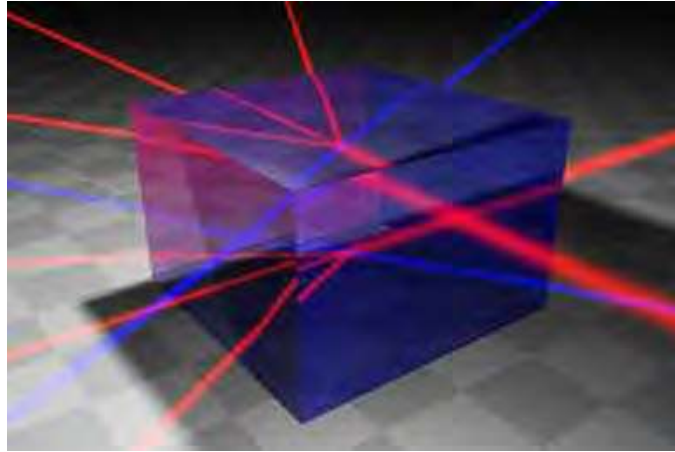


Figure 1.12 Vision futuriste d'un dispositif tout-optique induit par solitons dans un cube transparent. [D'après¹.]

Opérations ultrarapides, photoinscription et reconfigurabilité

L'intérêt des solitons spatiaux réside dans leur capacité à guider une autre lumière : un signal contenant l'information à traiter². L'extrême rapidité des réponses de Kerr et quadratique permet d'envisager des bandes passantes de l'ordre de plusieurs dizaines de THz³. Si les matériaux restent à trouver et l'optimisation à faire, des processus d'adressage, de commutation⁴ et d'opérations logiques⁵ sont d'ores et déjà connus. La figure 1.13 illustre des opérations tout-optiques basiques réalisables par voie solitonique. Elles mettent à profit les interactions particulières entre des faisceaux solitons Kerr et sont donc ultrarapides puisque limitées, au mieux, par le temps de réponse de la non-linéarité^[chap.2]. Les paramètres de contrôle pourront être, en fonction des situations, la phase relative des solitons, la phase propre d'un soliton (introduction d'un « chirp » linéaire), l'amplitude relative des solitons ou l'angle qu'ils font entre eux⁶. Des dispositifs d'interconnexions reconfigurables ont aussi été envisagés (cf. figure 1.14). En orientant indépendamment chaque soliton, *via* des prismes, l'information est redirigée en une séquence voulue en sortie. L'utilisation de solitons Kerr garantit la non-interaction entre

¹ A.W. SNYDER & F. LADOUCEUR, **1999** – *op. cit.*

² R. DE LA FUENTE & A. BARTHÉLEMY, **1992** – *Spatial soliton-induced guiding by cross-phase modulation*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 547-54 ; M. CHAUVET *et al.*, **1997** – *op. cit.* ; M. CHAUVET *et al.*, **2001** – *op. cit.* ; V. COUDERC *et al.*, **2002** – *op. cit.*

³ L. LEFORT, **1996** – *op. cit.* ; Y. SILBERBERG & G.I. STEGEMAN, **2001** – *One-dimensional spatial solitons in Kerr media*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

⁴ J.U. KANG *et al.*, **1996** – *One-dimensional spatial soliton dragging, trapping, and all-optical switching in AlGaAs waveguides*, Opt. Lett. **21**, 189-91.

⁵ S. BLAIR, **1998** – *Optical soliton-based logic gates*, Thèse de doctorat en Génie électrique (Université du Colorado, Boulder).

⁶ N.N. AKHMEDIEV & A. ANKIEWICZ, **1997** – *Multi-port linear devices made from solitons*, in "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams" (Chapman & Hall, Londres).

les canaux¹. Un procédé de génération simultanée de réseaux périodiques de solitons spatiaux, objet d'une majeure partie de cette thèse, pourrait être utilisé avantageusement pour obtenir les N solitons nécessaires à l'entrée du dispositif.

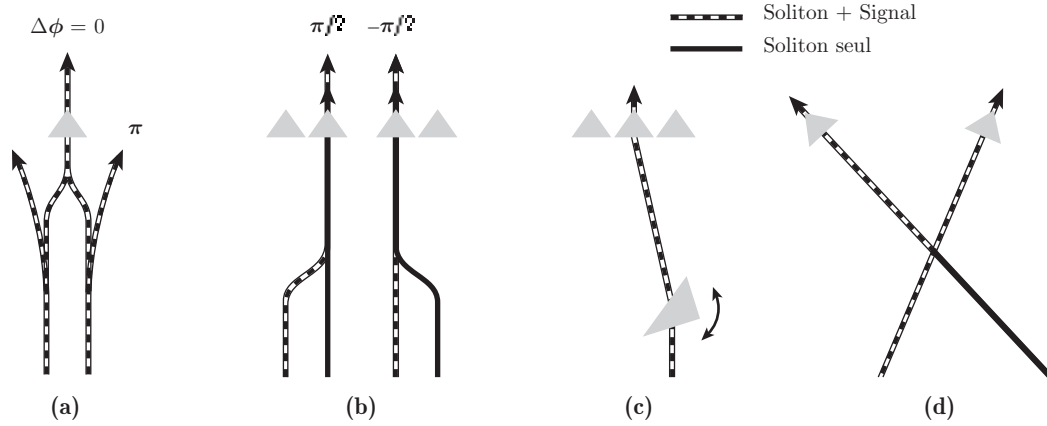


Figure 1.13 Quelques exemples d'opérations tout-optiques par solitons. Le paramètre de contrôle est soit la phase, soit l'angle de collision et l'amplitude relative des solitons. (a) *Opération logique* : si les solitons sont en phase de l'information est collectée au port de sortie ; (b) *Commutation* : l'information commute entre deux ports de sortie en fonction de la phase relative des solitons ; (c) *Adressage* : le port de sortie peut être ajusté au moyen d'un prisme d'orientation contrôlée ; (d) *Jonction X* : l'information est répartie entre les ports de sortie.

Au niveau théorique, des analogues optiques de la diode et du transistor semblent être envisageables en exploitant les propriétés liées à l'inclusion de défauts non linéaires dans des cristaux photoniques, équivalents optiques des semi-conducteurs². On pourra alors réellement parler de *photonique* par analogie avec l'électronique.

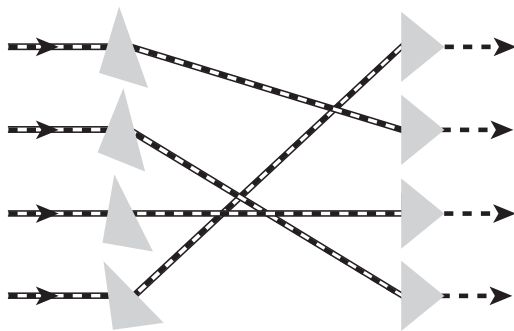


Figure 1.14 Schéma d'un dispositif d'interconnexion reconfigurable par solitons. Chaque soliton est utilisé pour guider un signal. Les triangles représentent des prismes de déflexion et des ports de sortie.

¹ Il est nécessaire que les solitons soient strictement équivalents pour ne pas échanger d'information. Cette situation étant difficilement réalisable en pratique, une certaine diaphonie pourrait survenir entre les différents ports de sortie.

² S.F. MINGALEEV & Y.S. KIVSHAR, *op. cit.* ; S.F. MINGALEEV & Y.S. KIVSHAR, **2002** – *Nonlinear transmission and light localization in photonic-crystal waveguides*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 2241-9.

Finalement, la possibilité de « fixer » un soliton photoréfractif dans le cristal qui lui a donné naissance offre des applications potentielles en photoinscription reconfigurable et non seulement en traitement tout-optique¹. Il devient ainsi possible de créer de véritables matrices de guides qui perdurent une fois l'excitation lumineuse arrêtée². Ces circuits seront effaçables et réinscriptibles à volonté.

Les balles de lumière (*light bullets*)

Nous ne pourrions terminer de parler des solitons optiques sans évoquer les balles de lumière, autrement dit les solitons spatio-temporels. Comme leur nom l'indique, il s'agit d'impulsions à l'enveloppe invariante à la fois spatialement et temporellement, soient des solitons 3D ou (3+1)D. De tels solitons résultent de l'équilibre entre les différentes longueurs caractéristiques des processus de diffraction, de dispersion et d'autofocalisation. Cependant, l'instabilité de collapsus empêche toute stabilité en milieu de Kerr³. L'utilisation d'une saturation de la non-linéarité permet cependant de supprimer le collapsus. De manière ultime, lorsque la génération de solitons 3D sera maîtrisée, par exemple *via* l'utilisation de l'instabilité de modulation temporelle⁴ ou spatiale⁵, on pourra imaginer d'exploiter la localisation spatio-temporelle des solitons 3D pour des applications en traitement tout-optique de l'information (commutation ultrarapide, contrôle de trajectoire, opérations logiques) à trois dimensions⁶. On a même imaginé jusqu'à la fabrication d'une source laser de balles de lumière⁷. Le domaine n'en est qu'à ses débuts puisque c'est en 1999 que la première observation d'un soliton spatio-temporel a été rapportée⁸. Récemment, l'observation d'un soliton spatio-temporel de type Kerr a été réalisée dans un guide plan en verre⁹. Pour ces deux uniques observations, il ne s'agissait toutefois pas de « vraies » balles de lumière, le faisceau soliton étant 1D.

¹ S. LAN *et al.*, **1999** – *Directional coupler with soliton-induced waveguides*, Opt. Lett. **24**, 475-7 ; M. CHAUVET *et al.*, **2001** – *op. cit.* ; S. SATORU *et al.*, **2002** – *Self-written waveguides in photopolymerizable resins*, Opt. Lett. **27**, 185-7 ; G. COUTON *et al.*, **2003** – *op. cit.*

² A. GUO *et al.*, **2001** – *Fixing multiple waveguides induced by photorefractive solitons: Directional couplers and beamsplitters*, Opt. Lett. **26**, 1274-6 ; M. KLOTZ *et al.*, **2001** – *Fixing solitonic Y junctions in photorefractive strontium-barium-niobate*, Appl. Phys. Lett. **79**, 1423-5.

³ Y. SILBERBERG, **1990** – *Collapse of optical pulses*, Opt. Lett. **15**, 1282-4.

⁴ N.N. AKHMEDIEV & J.M. SOTO-CRESPO, **1993** – *Generation of a train of three-dimensional optical solitons in a self-focusing medium*, Phys. Rev. A **47**, 1358-64.

⁵ X. LIU *et al.*, **2000** – *Transverse instability of optical spatiotemporal solitons in quadratic media*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1871-4.

⁶ R. MCLEOD *et al.*, **1995** – *(3+1)-dimensional optical soliton dragging logic*, Phys. Rev. A **52**, 3254-78 ; F. WISE & P. DI TRAPANI, **2002** – *The hunt for light bullets - Spatiotemporal solitons*, Opt. Photon. News **13**, 28-32.

⁷ N.N. AKHMEDIEV *et al.*, **1992** – *Modulation instability of the ground state of the nonlinear wave equation : Optical machine gun*, Opt. Lett. **17**, 393-5.

⁸ X. LIU *et al.*, **1999** – *Generation of optical spatiotemporal solitons*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4632-4.

⁹ H.S. EISENBERG *et al.*, **2001** – *Kerr spatiotemporal self-focusing in a planar glass waveguide*, Phys. Rev. Lett. **87**, 043902.

1.3.2 Autres phénomènes non linéaires d'importance

Les autres implications de l'étude des solitons spatiaux en optique sont essentiellement tournées vers la meilleure compréhension des systèmes dynamiques non linéaires. Leur facilité relative d'observation en optique et la possibilité d'isoler expérimentalement les phénomènes étudiés sont allées de concert avec des progrès théoriques significatifs dans le domaine. Ils expliquent sans doute la place particulière qu'occupe l'optique parmi les divers domaines d'étude des phénomènes solitoniques.

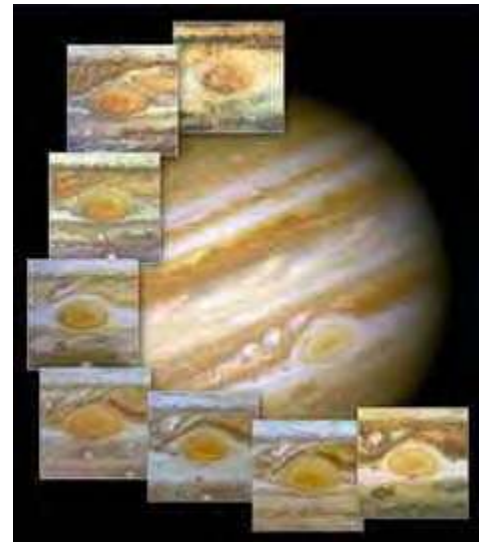


Figure 1.15 La Grande Tache rouge de Jupiter. Elle trouverait son origine dans une interaction de type soliton entre les deux courants de sens contraire qui la bordent. La tache est limitée par un seul bord sans crête ni vague, et qui se déplace sans se déformer.

On n'oubliera pas que la description de ces phénomènes a un caractère universel et peut être employée dans tous les domaines où des interactions non linéaires auto-induites influencent la propagation d'ondes. On citera deux exemples jugés d'importance : les condensats de Bose-Einstein pour les phénomènes non linéaires associés aux ondes de matière¹ et pour lesquels l'instabilité de modulation d'un soliton 1D a été observée récemment² ; et l'étude des vagues scélérates (*freak*, ou *rogue waves*), comme les raz de marée (*tsunamis*) ou le phénomène de mascaret, pour des prévisions météorologiques dont beaucoup de personnes peuvent dépendre³.

¹ E.A. CORNELL & C.E. WIEMAN, **2002** – *Nobel lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Rev. Mod. Phys. **74**, 875-93 ; W. KETTERLE, **2002** – *Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131-51 ; M. SAFFMAN & D.V. SKRYABIN, **2001** – *Coupled propagation of light and matter waves: Solitons and transverse instabilities*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

² K.E. STRECKER *et al.*, **2002** – *Formation and propagation of matter-wave soliton trains*, Nature **417**, 150-3.

³ P.A.E.M. JANSSEN, **2002** – *Nonlinear four-wave interactions and freak waves*, Technical memorandum N°366 of the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF library, Shinfield Park).

Chapitre 2

FAISCEAUX SOLITONS ET INSTABILITÉ DE MODULATION SPATIALE SCALAIRES EN MILIEU DE KERR (1+1)D

Résumé

C E chapitre est destiné à mettre en place les outils théoriques de base, nécessaires à la description de la propagation lumineuse en milieu spatialement unidimensionnel transverse présentant un effet Kerr optique. Si le but de notre travail n'a pas porté spécifiquement sur l'étude théorique de la propagation spatio-temporelle dans les milieux de Kerr, le sujet reste néanmoins complexe et nécessite une telle approche pour la compréhension des phénomènes étudiés expérimentalement aux chapitres 3 et 4.

Nous rappelons dans un premier temps l'influence de l'effet Kerr optique sur un champ monochromatique de polarisation quelconque à partir de la définition du champ de polarisation non linéaire. Ensuite, en approximant l'équation d'onde issue des équations de Maxwell, nous posons les équations de propagation utilisées pour décrire l'évolution spatio-temporelle de l'enveloppe d'une impulsion de polarisation quelconque à l'intérieur d'un guide plan monomode de type Kerr tel que celui employé expérimentalement. Dans le cadre d'un régime permanent et pour un milieu linéairement isotrope, elles permettent d'aboutir aux équations de Schrödinger non linéaire cubiques couplées. Dans le cas scalaire, on aboutit à NLS qui est utilisée pour décrire l'évolution spatiale d'un des deux modes propres orthogonaux d'un guide plan monomode (le mode TE). Nous abordons ensuite les deux catégories de solutions d'importance pratique. Les faisceaux solitons Kerr scalaires brillants seront abordés rapidement, étant donnée l'avancée des recherches dans le domaine. Nous nous focaliserons surtout sur le processus MI d'une enveloppe spatiale homogène, phénomène auquel nous nous sommes consacrés lors de ce travail. Nous en établirons les principales propriétés qui nous seront utiles afin de caractériser la génération des réseaux de solitons spatiaux optiquement reconfigurables. Nous verrons notamment l'influence néfaste de la récurrence FPU sur la stabilité en propagation de ces réseaux. Nous finirons par présenter la méthode numérique utilisée tout au long de notre travail, basée sur un algorithme simple de transformations de Fourier successives : la *split-step Fourier method*. L'outil numérique est la meilleure méthode pour examiner théoriquement l'évolution avec toute la latitude sur les conditions initiales qu'elle procure. Bien que présentée seulement à la fin de ce chapitre, nous ferons cependant constamment appel à la simulation numérique pour étayer nos propos.

2.1 INDICE NON LINÉAIRE EN MILIEU DE KERR

L'interaction d'une onde électromagnétique intense avec un milieu de Kerr idéal se traduit macroscopiquement par une variation locale et instantanée de l'indice de réfraction proportionnelle à l'intensité de l'onde, et donnant lieu à une modulation de phase spatiale et/ou temporelle. Dans le cas général où l'onde en question présente un caractère vectoriel (polarisation elliptique), il est nécessaire de prendre en compte les indices de réfraction vus par chaque composante du champ, résultant à la fois de l'automodulation de phase et de la modulation de phase croisée créée par la composante orthogonale. On met en valeur le cas d'un milieu homogène et linéairement isotrope (*i.e.* non biréfringent) et d'une réponse d'origine moléculaire, principale source de la non-linéarité dans le CS₂ en régime d'excitation lumineuse picoseconde.

Afin d'éviter toute confusion due aux différentes définitions de la littérature mais aussi par souci de correspondance entre applications numériques et résultats expérimentaux de ce travail, nous estimons important d'explicitier quelques définitions. Le système d'unité est le système international (mKsA).

2.1.1 Polarisation non linéaire

Définition

Un matériau soumis à l'action d'un champ électromagnétique est le siège d'une polarisation induite qui détermine entièrement la réponse du milieu à l'excitation du rayonnement. L'évolution du champ électromagnétique est décrite par les équations de Maxwell macroscopiques associées aux équations constitutives du milieu de propagation considéré. En particulier le vecteur de *polarisation* \vec{P} , ou *moment dipolaire par unité de volume*, qui quantifie cette interaction matière/rayonnement intervient dans l'expression du déplacement électrique

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \hat{\epsilon}_r \vec{E}, \quad (2.1)$$

où $\hat{\epsilon}_r$ est le tenseur de permittivité relative du milieu. De manière générale, on peut écrire la dépendance de la polarisation au champ électrique appliqué sous la forme

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \hat{R} \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (2.2)$$

où \vec{E} est le champ réel associé à l'onde excitatrice tandis que \hat{R} est un opérateur *non linéaire* traduisant la réponse du milieu. En général, \hat{R} est non local et non instantané en plus d'être non linéaire, ce qui rend le traitement du problème extrêmement complexe. Mais, en fonction du problème considéré, nombre d'hypothèses simplificatrices peuvent être faites.

La polarisation \vec{P} constitue une source cohérente de rayonnement d'un champ électromagnétique si une certaine *condition d'accord de phase* est satisfaite entre les ondes considérées, couplées par l'interaction non linéaire. Ceci est confirmé par l'écriture de l'équation de propagation issue des équations de Maxwell macroscopiques. En effet, dans un milieu *parfaitement isolant et non magnétique*, \vec{E} satisfait à l'équation d'onde générale

$$\Delta \vec{E} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}. \quad (2.3)$$

On pourra donc écrire \vec{P} de manière similaire à \vec{E} , soit

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [\vec{P}(x, y, z, t) e^{-i(\omega t - \beta z)} + c.c.]. \quad (2.4)$$

Considérant les ondes en jeu comme quasi monochromatiques, il est cependant plus commode d'exprimer la relation (2.2) dans le domaine fréquentiel en utilisant les propriétés de la transformée de Fourier. Dans l'hypothèse où les longueurs d'onde impliquées sont loin de toute résonance du matériau, elle prend, pour un milieu homogène, la forme tensorielle suivante

$$\vec{P}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 [\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots], \quad (2.5)$$

soit, pour la i -ème composante de \vec{P} ,

$$P_i = \varepsilon_0 \left[\sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right], \quad (2.6)$$

où les P_i et E_i sont respectivement les composantes de Fourier de la polarisation et du champ électrique sur les axes du repère cartésien habituel $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Les $\chi^{(n)}$ représentent les tenseurs des susceptibilités de rang $n+1$, $\chi^{(1)}$ étant le tenseur de susceptibilité linéaire. En séparant les composantes linéaire et non linéaires, l'excitation électrique devient

$$\vec{D} = \vec{D}^{(L)} + \vec{P}^{(NL)}, \quad (2.7)$$

où

$$\begin{cases} D_i^{(L)} = \varepsilon_0 E_i + \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j = \varepsilon_0 E_i + P_i^{(L)}, \\ P_i^{(NL)} = \varepsilon_0 \left[\sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right]. \end{cases} \quad (2.8)$$

Les susceptibilités non linéaires sont par essence faibles et trouvent leur origine dans la déformation anharmonique du puits de potentiel vu, par exemple dans le cas d'une réponse non résonnante d'origine électronique, par l'électron oscillant autour du noyau sous l'influence de \vec{E} . Lorsque le champ exciteur n'est plus négligeable devant les champs intra-atomiques, les distorsions des nuages électroniques modifient la polarisation électrique : une polarisation non linéaire vient perturber la polarisation linéaire. Les valeurs des susceptibilités, qui expriment la réponse du milieu diélectrique et lient polarisations et champ électrique, peuvent dépendre de la

forme spatiale et temporelle du champ électrique ainsi que de son orientation dans l'espace, mais encore de la fréquence optique.

Nous supposons toujours une réponse non linéaire locale, c'est-à-dire des susceptibilités indépendantes des coordonnées spatiales. Nous n'étudions pas les effets de diffusion du fait d'une non-localité de la réponse non linéaire¹. Nous ne prenons pas non plus en considération les effets de dispersion spatiale autres que la diffraction libre, comme dans le cas de propagation d'ondes faisant intervenir des interfaces². Afin de ne pas entrer en contradiction avec cette hypothèse, nous verrons comment, dans le cas d'un guide plan monomode et malgré les interfaces propres à ce type de propagation, il est possible de découpler le comportement du champ dans les deux dimensions transverses, restreignant ainsi les effets non linéaires à la seule dimension non guidée. La présente hypothèse restera alors toujours valide. Concernant l'aspect temporel de la réponse non linéaire, nous allons la considérer dans un premier temps comme dépendante de la valeur instantanée de \vec{E} , ce qui signifie des susceptibilités réelles et indépendantes des fréquences des ondes considérées et revient à écrire toute susceptibilité sous la forme $\chi^{(n)}(\omega_0) = \chi^{(n)}\delta(\omega - \omega_0)$. En d'autres termes, le milieu diélectrique sera considéré sans pertes, non dispersif et ne présentant pas de diffusions stimulées. Cependant, cette hypothèse devra être quelque peu nuancée, comme nous le montrerons au chapitre 3. Une relaxation non négligeable de la réponse non linéaire est en effet responsable des résultats expérimentaux observés en instabilité de modulation. Nous étudierons donc plus en détails les modifications qu'il est nécessaire d'apporter au modèle d'un effet Kerr idéal pour tenir compte de la réponse non linéaire inertielle particulière du CS₂ et qui dépend explicitement du temps.

Milieu diélectrique homogène, isotrope et centrosymétrique

En plus des hypothèses précédemment faites, d'autres propriétés du milieu considéré peuvent être mises en avant afin de simplifier fortement la relation (2.8). Les milieux étudiés ici étant centrosymétriques, on peut d'emblée s'affranchir des contributions d'ordre 2 à la polarisation non linéaire, qui doivent être nulles dans ces milieux.

Comme on considère dans ce travail la réfraction auto-induite d'une onde de pulsation ω , le choix de combinaisons de (2.8) fait intervenir les composantes fréquentielles données par $\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) = \chi_{ijkl}^{(3)}$, c'est-à-dire *toutes à la même fréquence* que le champ exciteur \vec{E} . De plus, en utilisant les propriétés de symétries du tenseur de susceptibilité et en supposant que les milieux étudiés sont linéairement isotropes, il devient finalement possible d'écrire les

¹ W. KROLIKOWSKI & O. BANG, **2001** – *Solitons in nonlocal nonlinear media: Exact solutions*, Phys. Rev. E **63**, 016610/1-6 ; J. WYLLER *et al.*, **2002** – *Generic features of modulational instability in nonlocal Kerr media*, Phys. Rev. E **66**, 066615/1-13.

² A.D. BOARDMAN *et al.*, **1991** – *Third-order nonlinear electromagnetic TE and TM guided waves*, in "Nonlinear Surface Electromagnetic Phenomena" (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam).

composantes pertinentes de la polarisation non linéaire dans (2.8) sous la forme donnée par Maker et Terhune¹, soit, à ε_0 près,

$$P_i^{(\text{NL})}(\omega) = A(\vec{E} \cdot \vec{E}^*) E_i + \frac{1}{2} B(\vec{E} \cdot \vec{E}) E_i^*, \quad (2.9)$$

où $A = 6\chi_{xyyy}^{(3)}$, $B = 6\chi_{xyyx}^{(3)}$ et $i \in (x, y)$. L'expression (2.9) donne la composante de la polarisation non linéaire qui influence la propagation d'un faisceau de pulsation ω avec un vecteur champ électrique d'orientation quelconque dans le plan transverse². Avec cette expression, et en introduisant l'équation (2.7) dans l'équation d'ondes (2.3), il est possible, après quelques approximations, d'établir l'équation de propagation dans les milieux présentant un effet Kerr optique : les équations de Schrödinger non linéaires (§2.2). L'amplitude relative des coefficients A et B dépend des mécanismes physiques qui sont à l'origine de la non-linéarité.

Composantes de la polarisation

Considérant un vecteur champ électrique \vec{E} ayant une orientation quelconque dans le plan (x, y) , l'expression (2.9) peut être écrite, dans la base des polarisations linéaires de la lumière, sous la forme bien connue

$$P_i^{(\text{NL})}(\omega) = (A + \frac{1}{2}B)|E_i|^2 E_i + A|E_j|^2 E_i + \frac{1}{2}BE_j^2 E_i^* \text{ avec } j \neq i. \quad (2.10)$$

Le premier terme de cette expression correspond au terme d'*automodulation de phase* (SPM, *self-phase modulation*) et quantifie la variation non linéaire d'indice auto-induite ; le deuxième terme traduit la *modulation de phase croisée* (CPM, *cross-phase modulation*) et quantifie la variation d'indice induite par la présence d'une composante orthogonale j ; enfin, le dernier terme caractérise le *mélange à quatre ondes* (FWM, *four-wave mixing*) et correspond à un échange d'énergie entre les composantes du champ.

Nous tenons ici à faire une remarque importante : l'expression (2.10) prend une forme plus simple si elle est exprimée dans la base des polarisations circulaires de la lumière, c'est-à-dire en utilisant le changement de variable suivant :

$$E_{\pm} = \frac{E_x \pm iE_y}{\sqrt{2}}. \quad (2.11)$$

Ainsi, pour un milieu de Kerr isotrope, la polarisation non linéaire peut s'écrire

$$P_{\pm}^{(\text{NL})}(\omega) = A|E_{\pm}|^2 E_{\pm} + (A + B)|E_{\mp}|^2 E_{\pm}. \quad (2.12)$$

¹ P.D. MAKER & R.W. TERHUNE, **1965** – *Study of optical effects due to an induced polarization third order in the electric field strength*, Phys. Rev. **A137**, 801-18 ; R.W. BOYD, **1992** – *The intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

² Si on s'intéresse à la présence d'un autre faisceau de pulsation ω' différente de ω , une seconde composante de la polarisation intervient. La pulsation peut très bien être spatiale ou temporelle.

Écrire la polarisation sous cette forme est physiquement plus intéressant pour l'étude de milieux isotropes. Dans cette base en effet, les composantes E_+ et E_- interagissent sans échange d'énergie. Par analogie avec le phénomène d'interférence, on parlera d'un couplage non linéaire *incohérent* puisque la relation (2.12), à la différence de (2.10), montre que seuls des termes d'intensité interviennent dans l'interaction : ni l'amplitude du champ orthogonal, ni la phase relative ne jouent de rôle, auquel cas on parlerait d'un couplage *cohérent*. Ceci s'explique en théorie quantique du champ électromagnétique où les états de polarisation circulaires correspondent aux valeurs possibles du spin du photon et à sa conservation¹. On verra au chapitre 4 que cette propriété permet l'étude expérimentale des solitons vectoriels multimodes (*multimode vector solitons*) dans les milieux de Kerr isotropes et non seulement dans les milieux photoréfractifs (PR). On verra en particulier l'apport des milieux Kerr par rapport aux PR dans l'étude de la dynamique des solitons multimodes.

2.1.2 Réfraction photoinduite en milieu de Kerr isotrope

Formulation scalaire

Dans un milieu de Kerr idéal, la réponse non linéaire, locale et instantanée, se traduit par une variation Δn de l'indice de réfraction qui est linéairement proportionnelle à l'intensité optique. Dans le cas scalaire, qui correspond à une excitation par une seule composante de polarisation, la variation d'indice de réfraction s'exprime alors simplement par la relation

$$n(I) = n_0 + n_2 I, \quad (2.13)$$

pour laquelle n_0 est l'indice de réfraction linéaire, n_2 (positif ou négatif) le coefficient de Kerr (exprimé en m^2/W), et I l'intensité optique (ou *éclairage* ou *densité de puissance*, exprimée en W/m^2) définie, pour un milieu non magnétique, par

$$I(x, y, z, T) = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 n(x, y, z, T) \left| \vec{E}(x, y, z, T) \right|^2. \quad (2.14)$$

$n(x, y, z, T)$ correspond à l'indice de réfraction du milieu en fonction des variables spatio-temporelles. La variable temporelle T correspond à la période d'une moyenne effectuée sur le vecteur de Poynting et signifie donc qu'une éventuelle évolution temporelle dans (2.14) se fera très lentement par rapport à la période d'oscillation optique. Quant à la dépendance spatiale, si elle est nécessaire dans le cas de milieux présentant des interfaces aux cours de la propagation, nous avons déjà supposé, au moment de définir la polarisation, l'absence de dispersion spatiale d'origine autre que la diffraction libre des faisceaux. Répétons-le, la principale hypothèse de notre travail, que nous explicitons plus loin pour utiliser NLS, sera le découplage des effets subis suivant les deux dimensions transverses par le champ électrique. La non-linéarité n'agira alors

¹ C. COHEN-TANNOUDJI *et al.*, **1987** – "Photons et Atomes - Introduction à l'Électrodynamique Quantique", InterEditions/Éditions du CNRS (Paris) ; S. HUARD, **1993** – "Polarisation de la Lumière", Masson (Paris).

que sur la dimension libre, *i.e.* ne présentant pas d'interfaces. L'indice linéaire n_0 aura alors la signification de l'indice effectif vu par le mode guidé considéré. On montrera de plus que les indices effectifs pourront être considérés égaux pour les deux polarisations propres orthogonales (TE₀ et TM₀) du guide utilisé, ceci afin de conserver l'hypothèse d'un milieu linéairement isotrope valide. La valeur de n ne variera alors plus que sous les effets des non-linéarités et éventuellement de la dispersion temporelle. Comme la possibilité de découpler les enveloppes des champs se base sur l'hypothèse d'une faible non-linéarité, on peut écrire $n(x, y, z, T) \simeq n_0$, valeur de l'indice effectif vu par le mode guidé considéré à la pulsation ω .

À partir de (2.13) et en reprenant la relation (2.1), il devient possible de lier le coefficient de Kerr à la susceptibilité non linéaire d'ordre trois. En remplaçant dans (2.8) l'expression de la polarisation (2.10), il est possible d'exprimer la permittivité relative à partir de l'expression (2.1) sous la forme :

$$\hat{\epsilon}_r(\omega) = 1 + \chi_{xx}^{(1)} + (A + \frac{1}{2}B)|E_x|^2 = 1 + \chi_{xx}^{(1)} + 3\chi_{xxxx}^{(3)}|E_x|^2. \quad (2.15)$$

L'égalité $A + \frac{1}{2}B = 3\chi_{xxxx}^{(3)}$ s'obtient par la considération des propriétés de symétrie du tenseur de susceptibilité en milieu isotrope, la relation $\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)} + \chi_{xyxy}^{(3)} + \chi_{yyxx}^{(3)}$ et les définitions précédentes de A et B . Comme les milieux étudiés seront isotropes, $\hat{\epsilon}_r$ est scalaire. De manière générale, il vient alors que¹

$$\hat{\epsilon}_r(\omega) = \text{Re}\{\hat{\epsilon}_r(\omega)\} + i \text{Im}\{\hat{\epsilon}_r(\omega)\} = \left(n(\omega) + i \frac{c}{2\omega} \alpha(\omega)\right)^2 \simeq n^2(\omega) + i \frac{n_0 c}{\omega} \alpha(\omega). \quad (2.16)$$

$n(\omega)$, l'indice de réfraction, représente la partie réelle de la permittivité et correspond à l'expression (2.13). $\alpha(\omega)$ représente l'absorption et regroupe les termes imaginaires qui donnent, en première approximation, la somme des absorptions linéaire et non linéaire. De manière similaire à (2.13), on peut en effet écrire l'absorption sous la forme²

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2 I. \quad (2.17)$$

En développant $n^2(\omega)$ dans (2.16) et en comparant l'expression obtenue avec (2.15), il devient possible de déduire que

$$\begin{aligned} n_0 &= \sqrt{1 + \text{Re}\{\chi_{xx}^{(1)}\}}, & n_2 &= \frac{3}{n_0^2 c \epsilon_0} \text{Re}\{\chi_{xxxx}^{(3)}\}, \\ \alpha_0 &= \frac{\omega}{n_0 c} \text{Im}\{\chi_{xx}^{(1)}\}, & \alpha_2 &= \frac{6\omega}{n_0^2 c^2 \epsilon_0} \text{Im}\{\chi_{xxxx}^{(3)}\}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

¹ M. BORN & E. WOLF, 1980 – "Principles of Optics" [6^e éd.], Cambridge University Press (Cambridge).

² E.W. VAN STRYLAND, 1998 – *Introduction to ultrafast and cumulative nonlinear absorption and nonlinear refraction*, in "Beam Shaping and Control with Nonlinear Optics" (Plenum Press, New York).

Dans le cas du CS₂ et pour la longueur d'onde utilisée, on pourra cependant négliger les absorptions linéaire et non linéaire. On retrouve alors l'hypothèse, faite précédemment, de milieux supposés non dispersifs et sans pertes [*i.e.* $\text{Im}\{\chi^{(n)}\} = 0$].

Biréfringence non linéaire

D'après les expressions (2.10) et (2.12), seule une lumière polarisée rectiligne ou circulaire traverse un milieu de Kerr isotrope sans changement de polarisation. En général, une lumière intense et polarisée elliptiquement subira une rotation de l'ellipse de polarisation d'origine non linéaire¹. Dans ce cas, la relation (2.13) décrivant l'effet Kerr doit en effet être remplacée par une formulation plus générale prenant en compte l'influence d'une autre composante sur la modulation d'indice. Comme on peut toujours décomposer une polarisation quelconque dans la base des polarisations circulaires de la lumière [expression (2.12)], on obtient la forme suivante pour l'effet Kerr en milieu isotrope :

$$n_{\pm} = n_0 + n_2 [\sigma_{\text{SPM}} I_{\pm} + \sigma_{\text{CPM}} I_{\mp}]. \quad (2.19)$$

σ_{SPM} et σ_{CPM} pondèrent les effets de la SPM et de la CPM sur les variations d'indice et sont obtenus à partir de l'expression (2.12) de la polarisation non linéaire et de la connaissance des coefficients A et B . En pratique, on connaît l'amplitude relative $S = B/A$ de ces coefficients et elle dépend du mécanisme physique à l'origine de la non-linéarité². La biréfringence non linéaire induite se quantifie alors en posant $\sigma_{\text{SPM}} = 1$ et en exprimant le rapport $\sigma = \sigma_{\text{CPM}}/\sigma_{\text{SPM}} = 1 + S$. Une autre définition existante introduit le coefficient B qui est lié aux coefficients de SPM et de CPM par la relation $B = \frac{S}{2+S}$ ³.

Une telle expression de l'indice de réfraction est à l'origine de l'existence de solitons vectoriels multimodes en milieu de Kerr isotrope, pour la première fois démontrée par Manakov⁴ dans le cas complètement isotrope ($\sigma_{\text{SPM}} = \sigma_{\text{CPM}}$). En effet, une interaction incohérente entre les composantes est nécessaire à l'existence de telles solutions stationnaires. Cette condition sera remplie, en vertu de (2.19), en utilisant des composantes lumineuses polarisées circulairement.

2.1.3 L'effet Kerr du CS₂⁵

La réponse d'un matériau à une excitation lumineuse intense dépend en général de la longueur d'onde et de la durée de l'excitation. *En régime picoseconde*, la principale source de l'effet Kerr

¹ E. GARMIRE *et al.*, **1966** – *Dynamics and characteristics of the self-trapping of intense light beams*, Phys. Rev. Lett. **16**, 347-9.

² R.W. BOYD, **1992** – *The intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

³ Dans le cas typique d'un effet Kerr optique utilisant la déformation non résonnante du nuage électronique d'atomes ou molécules, $S = 1$. La biréfringence non linéaire vaut alors $\sigma = 2$, ou encore $B = \frac{1}{3}$. On rappelle que le cas que nous présentons correspond à une interaction dégénérée, c'est-à-dire pour laquelle les pulsations (temporelle ou spatiale) sont égales. Dans le cas contraire, les coefficients changent. [Voir R. DE LA FUENTE & A. BARTHÉLEMY, **1992** – *Spatial soliton-induced guiding by cross-phase modulation*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 547-54.]

⁴ S.V. MANAKOV, **1974** – *On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves*, Sov. Phys. JETP **38**, 248-53.

⁵ R.W. BOYD, **1992** – "Nonlinear Optics", Academic Press (San Diego) ; Y.R. SHEN, **1984** – "The Principles of Nonlinear Optics", John Wiley & Sons (New York).

optique dans le disulfure de carbone en phase liquide est l'effet de *réorientation moléculaire*¹. Une non-linéarité de cette origine traduit la modification de l'orientation des molécules d'un matériau sous l'action du champ électrique \vec{E} . Cet effet apparaît dans les liquides et les gaz dont les molécules possèdent une dissymétrie de forme (molécules anisotropes) et, de fait, une *anisotropie permanente de la polarisabilité*, à l'origine d'un effet Kerr important. Étant donné l'ordre de grandeur de la durée des impulsions utilisées (~ 38 picosecondes), nous supposons qu'une non-linéarité faisant intervenir des mouvements acoustiques induits par électrostriction (temps de réponse nanosecondes) n'a pas lieu d'être considérée. Nous ne considérons pas non plus d'effet Kerr d'origine thermique (*via* l'absorption d'une partie de l'énergie lumineuse par le milieu, même si cette absorption est ici très faible) puisque les temps de réponse et de relaxation d'une telle non-linéarité sont très longs (microseconde et milliseconde, respectivement), comparés à la durée et au taux de répétition (10 Hz) des impulsions que nous utilisons.

En général, la non-linéarité électronique non résonnante² est la plus rapide à se manifester. Mais une fois l'inertie des molécules dépassée (dépendant de leur viscosité rotationnelle), leur réorientation, sous l'effet du champ électrique, engendre une variation d'indice de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle de la réponse électronique, qui devient négligeable. Dans notre cas, la molécule de CS_2 a une forme de « cigare » très prononcée, à l'origine d'un effet Kerr important. La valeur du n_2 correspondant variant suivant les auteurs³, nous adopterons dans ce travail une valeur intermédiaire de $n_2 = +3,5 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{GW}$ à la longueur d'onde de travail ($0,532 \mu\text{m}$). De plus, dans le cas où deux composantes de polarisations circulaires orthogonales sont à prendre en compte, ce processus donne un rapport $B/A = 6$ soit $\sigma = 7^4$, signe d'une biréfringence non linéaire significative. Dans le CS_2 , le temps nécessaire aux molécules pour vaincre leur inertie est de l'ordre de 150 fs ⁵. Cette valeur est très faible devant la durée des impulsions utilisées dans notre travail expérimental (38 ps à mi-hauteur en intensité) ce qui permet de considérer un temps de réponse instantané. En revanche, lorsque l'excitation optique s'arrête, les molécules de CS_2 reprennent une orientation aléatoire par agitation thermique. Ceci est à l'origine du phénomène de relaxation exponentiel de la non-linéarité qui, à température ambiante, procure un temps de relaxation caractéristique de l'ordre de 2 ps ⁵. Nous verrons au chapitre 3 que ce temps ne peut être négligé par rapport à la durée de nos impulsions laser et que la relaxation de l'effet Kerr a une influence déterminante sur la dynamique spatio-

¹ Voir l'annexe A pour les détails quant aux différentes composantes de la réponse non linéaire dans le CS_2 .

² Cette non-linéarité trouve son origine dans la réponse non résonnante des électrons périphériques d'atomes ou molécules sous l'action du champ électrique. Ce mécanisme est celui mis en œuvre dans les fibres optiques en silice ou les guides semi-conducteurs AlGaAs mais existe quelque soit le matériau. Il a l'avantage de présenter des temps de réponse et de relaxation extrêmement courts (en pratique, instantanés). Le phénomène traduit en effet la déformation du nuage électronique dont le temps de réponse correspond classiquement à la durée d'une rotation de l'électron autour du noyau (de l'ordre de la femtoseconde).

³ H. MAILLOTTE, **1990** – *Contrôle interférométrique des instabilités spatio-temporelles en diffusion stimulée : Applications à la conjugaison de phase et à la réalisation d'une émission laser Raman à contre-réaction répartie*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon) ; V. BOUCHER, **2001** – *Solitons spatiaux : contribution à l'étude de la propagation non linéaire*, Thèse de doctorat en Physique (Université d'Angers, Angers).

⁴ À l'opposé, ce coefficient vaut -3 , soit $B = 2$, si les longueurs d'ondes sont différentes. [R. DE LA FUENTE & A. BARTHÉLEMY, **1992** – *op. cit.*]

⁵ D. MCMORROW *et al.*, **1988** – *Femtosecond optical Kerr studies on the origin of nonlinear responses in simple liquids*, IEEE J. Quantum Electron. **24**, 443-54.

temporelle de l'instabilité de modulation. Notons enfin que la non-linéarité d'origine réorientationnelle est intrinsèquement saturable, la saturation étant intuitivement explicable par l'alignement de toutes les molécules dans la direction du champ¹. Compte tenu de la géométrie de la molécule de CS₂, la valeur maximale possible de la variation non linéaire d'indice est théoriquement de $\Delta n = 0,58^2$, ce qui correspond à une densité de puissance de l'ordre de 10⁴ GW/cm², inatteignable en pratique.

En conséquence et tant que l'influence du temps de relaxation de la non-linéarité pourra être négligé, il sera fondé de considérer la non-linéarité dans le CS₂ comme *locale, instantanée* et *non saturante*, soit les caractéristiques d'un effet Kerr pur.

2.2 PROPAGATION EN MILIEU DE KERR (1+1)D ET SOLITONS SCALAIRES

2.2.1 Impulsion dans un guide plan monomode de type Kerr

Hypothèses de travail

Étant donnée l'abondance des références, nous ne souhaitons pas, dans ce mémoire, établir rigoureusement les équations de Schrödinger non linéaires cubiques couplées³. Nous rappelons seulement les principales hypothèses nécessaires à l'établissement de NLS à partir de l'équation d'onde générale (2.3), issue des équations de Maxwell macroscopiques, associée à la polarisation non linéaire (2.9)⁴.

Réponse non linéaire. Idéalement considérée de type Kerr, elle est donc locale et instantanée. Les équations de Schrödinger non linéaires ne prennent donc en compte ni les effets liés aux temps de réponse et de relaxation de la non-linéarité d'indice ni les diffusions stimulées, intrinsèquement non instantanées.

Indice effectif constant (*weak-guidance approximation*)⁵. Cette hypothèse impose aux variations non linéaires de l'indice de rester très faibles et lentes par rapport à l'indice linéaire. Autrement dit, l'indice effectif n ne dépend plus de la dimension de propagation z , mais est une simple constante réelle. La phase du champ électrique évolue alors de manière non linéaire selon les coordonnées transverses, mais linéairement en z . Dans le cas de l'effet Kerr, on résume cela

¹ La réorientation moléculaire peut aussi être à l'origine d'une réfraction photoinduite dans un type particulier de matériaux : les cristaux liquides en phase nématique. Dans ce cas cependant, orientation privilégiée au repos et taille des molécules sont telles que les effets de saturation et de non-localité spatio-temporelle deviennent rapidement prépondérants. [Voir, par exemple, W.K. BAJDECKI & M.A. KARPIERZ, **2001** – *Application of nonlinear reorientation in nematic liquid crystals*, in "Soliton-Driven Photonics" (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht).]

² R.W. BOYD, **1992** – *The intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

³ R. GRASSER, **1998** – *Génération et propagation de réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un milieu de Kerr massif*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon) ; G.P. AGRAWAL, **2001** – "Nonlinear Fiber Optics" [3^e éd.], Academic Press (San Diego) ; N.N. AKHMEDEV & A. ANKIEWICZ, **1997** – "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams", Chapman & Hall (Londres) ; S. BLAIR, **1998** – *Optical Soliton-Based Logic Gates*, Thèse de doctorat en Génie électrique (Université du Colorado, Boulder).

⁴ Ces hypothèses doivent également être vraies pour le champ magnétique \vec{B} .

⁵ A.W. SNYDER & J.D. LOVE, **1983** – "Optical Waveguide Theory", Chapman & Hall (Londres).

par la condition

$$\frac{\omega_0}{c} (n_0 + n_2 I) z \simeq \beta z \text{ avec } \beta = \text{cste.} \quad (2.20)$$

Ici, $\beta = 2\pi n_0 / \lambda_0$ est la constante de propagation. Ainsi, les variations non linéaires de la phase en z sont négligeables par rapport au terme de propagation linéaire. D'autre part, les plus petites variations de l'enveloppe du champ \vec{E} suivant les dimensions transverses x , y et t restent très grandes devant la longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 2\pi c / \omega$ et la période temporelle d'oscillation optique correspondante $2\pi / \omega$.

Dans ces conditions, l'indice effectif, et donc la permittivité $\hat{\epsilon}_r$, varie suffisamment lentement suivant toutes les coordonnées x , y , t et z . On peut alors négliger le second terme du membre de gauche de l'équation d'onde générale (2.3) en écrivant que $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \simeq (\epsilon_0 \hat{\epsilon}_r)^{-1} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$.

Enveloppe lentement variable (SVA, *slowly-varying envelope approximation*)¹. Cette hypothèse permet de quantifier l'approximation d'une évolution de l'enveloppe \vec{E} suffisamment lente en z . Elle se traduit par la relation

$$\left| \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \right| \ll \beta \left| \frac{\partial E}{\partial z} \right|. \quad (2.21)$$

Ainsi, on ne considère que les dérivées secondes par rapport aux dimensions transverses dans le laplacien de l'équation d'onde (2.3).

Au même titre que celle de l'indice effectif constant, l'hypothèse SVA de variation lente du champ lors de sa propagation est indispensable à l'établissement de l'équation de Schrödinger non linéaire dont la résolution mène aux solutions solitons. Cette approximation est satisfaite lorsque l'ensemble des vecteurs d'onde composant le champ est regroupé autour de l'axe optique. On parle alors de *régime paraxial*. Un certain nombre d'auteurs se sont penchés sur la non-validité de ce régime dans le cas d'une variation rapide du champ, en présence de filamentation spatiale par exemple. Akhmediev et *al.* montrent qu'en réalité, c'est le cumul des approximations SVA et d'indice effectif constant qui est à l'origine de la singularité physique évoquée au chapitre 1 et qui rend notamment impossible la description de l'autofocalisation catastrophique². Il devient alors nécessaire de se priver de l'une de ces deux hypothèses. L'autofocalisation montre ainsi un comportement totalement différent lorsqu'elle est traitée dans le cadre du régime non paraxial, lorsque les dimensions des faisceaux sont de l'ordre de la longueur d'onde³. On observe en effet, non pas un processus exponentiel de focalisation, mais une succession de phases de diffraction et de focalisation, pouvant même aboutir à une

¹ Y.R. SHEN, 1984 – "The Principles of Nonlinear Optics", John Wiley & Sons (New York).

² N.N. AKHMEDEV et al., 1993 – *Does the nonlinear Schrödinger equation correctly describe beam propagation ?*, Opt. Lett. **18**, 411-3 ; J.M. SOTO-CRESPO & N.N. AKHMEDEV, 1993 – *Description of the self-focusing and collapse effects in a modified nonlinear Schrödinger equation*, Opt. Commun. **101**, 223-30.

³ M.D. FEIT & J.A. FLECK, 1988 – *Beam nonparaxiality, filament formation, and beam breakup in the self-focusing of optical beams*, J. Opt. Soc. Am. **B 5**, 633-40 ; G. FIBICH, 1996 – *Small beam nonparaxiality arrests self-focusing of optical beams*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4356-9.

propagation stable pour des balles de lumière¹. Cependant, les solutions stationnaires stables (*solitons spatiaux*) en milieu (1+1)D existent toujours².

Dans notre cas, l'étude porte sur la propagation de solitons spatiaux, profils variant peu par essence. De plus, la largeur des solitons observés (de l'ordre de quelques dizaines de microns) reste toujours grande devant la longueur d'onde. Le régime paraxial peut donc raisonnablement être envisagé. SVA et indice effectif constant restent ainsi compatibles.

Séparation des variables transverses. L'hypothèse de *faible non-linéarité* suppose que la variation non linéaire d'indice reste très faible devant le saut d'indice linéaire caractérisant le guide d'ondes, soit $\Delta n_{NL} = n_2 I \ll \Delta n_L$ ³. Dès lors, la distribution spatiale transverse des modes au sein du guide n'est pas modifiée par la variation non linéaire d'indice. Le guidage est alors complètement déterminé par les propriétés linéaires du guide d'ondes et la description du comportement non linéaire ne nécessitera qu'une seule variable transverse, correspondant à la dimension non guidée qui, dans le repère cartésien habituel, sera notée x .

Champ électrique. Pour finir, la phase liquide fait du CS₂ un milieu *linéairement* isotrope. Ainsi, une éventuelle biréfringence linéaire n'aurait d'origine que les contraintes géométriques externes qu'on lui appliquerait. Autrement dit, en milieu massif le CS₂ est isotrope alors qu'en configuration guidée, une dispersion de polarisation pourrait lever son isotropie. Notre guide est considéré monomode de sorte qu'aucune dispersion intermodale n'intervient. Ainsi, le champ électrique réel \vec{E} peut être écrit en une somme de ses deux composantes de polarisations orthogonales, qui correspondent aux modes propres dégénérés TE₀ et TM₀ du guide monomode. En utilisant l'hypothèse de séparation des variables transverses, on pourra définir le repère cartésien suivant les axes propres (lent et rapide) du guide et écrire

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \left[F_x(y) E_x(x, z, t) e^{i\beta_x z} \vec{e}_x + F_y(y) E_y(x, z, t) e^{i\beta_y z} \vec{e}_y \right] e^{-i\omega t} + c.c., \quad (2.22)$$

où le champ électrique quasi monochromatique \vec{E} est constitué de sa porteuse, d'une enveloppe $E_i(x, z, t)$ lentement variable suivant z et du profil du mode fondamental $F_i(y)$, selon les deux polarisations x et y .

Avec un guide d'ondes plan, on introduit naturellement la notion d'épaisseur effective du mode, définie de manière unidimensionnelle pour cette géométrie, par⁴

$$h_{eff} = \frac{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} |F(y)|^2 dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(y)|^4 dy}, \quad (2.23)$$

¹ A.P. SHEPPARD & M. HAELTERMAN, **1998** – *Nonparaxiality stabilizes three-dimensional soliton beams in Kerr media*, Opt. Lett. **23**, 1820-2.

² S. BLAIR, **2000** – *Nonparaxial one-dimensional spatial solitons*, Chaos **10**, 570-83.

³ A.D. BOARDMAN *et al.*, **1991** – *op. cit.* Voir au chapitre 3 l'aspect plus quantitatif de cette hypothèse dans nos conditions expérimentales.

⁴ G.P. AGRAWAL, **2001** – "Nonlinear Fiber Optics" [3^e éd.], Academic Press (San Diego).

en supposant qu'elle est identique dans les deux polarisations propres. Nous ferons toutefois rarement appel à l'épaisseur effective de notre guide pour donner des valeurs en terme de puissance utile. Nous avons préféré considérer une autre approche afin de comparer nos valeurs expérimentales (exprimées en W/m²) aux valeurs théoriques. Étant donnée l'hypothèse de séparation des variables, il est en effet tout aussi équivalent de considérer, pour la dimension guidante y , une onde plane d'intensité unité ($|F|^2 = 1$). On peut, dans ce cas, exprimer $|E_i|^2$ en densité de puissance (W/m²) et non en puissance linéique (W/m).

Équations couplées : cas général

En utilisant les hypothèses précédentes et l'expression (2.10) de la polarisation non linéaire, l'équation d'onde générale (2.3) peut être simplifiée pour décrire l'évolution des enveloppes $E_i(x, z, t)$ par deux équations de propagation couplées. Dans la base des polarisations linéaires (ici, les axes propres du guide planaire), elles prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_x}{\partial z} &+ K_x \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{i}{2} K_2 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \frac{i}{2\beta_x} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\alpha}{2} E_x \\
 &= i\gamma \left[|E_x|^2 + (1-B) |E_y|^2 \right] E_x + i\gamma B E_x^* E_y^2 e^{-2i(\beta_x - \beta_y)z} \\
 \frac{\partial E_y}{\partial z} &+ K_y \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{i}{2} K_2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} - \frac{i}{2\beta_y} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\alpha}{2} E_y \\
 &= i\gamma \left[|E_y|^2 + (1-B) |E_x|^2 \right] E_y + i\gamma B E_y^* E_x^2 e^{-2i(\beta_y - \beta_x)z}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Ces équations sont générales puisqu'elles prennent en compte, dans le cadre des hypothèses *ci-dessus*, tous les effets que peut subir en première approximation l'enveloppe spatio-temporelle $\vec{E}(x, z, t)$ d'une impulsion se propageant dans un guide plan monomode de type Kerr¹. La signification physique des différents termes est la suivante :

- 1 Ce terme décrit l'évolution longitudinale du champ électrique dans le guide. Les termes qui définissent cette évolution, à partir de (2.24), agissent sur l'amplitude ou la phase selon qu'après division par E_x , ils sont réels ou imaginaires respectivement.
- 2 Ce terme représente le déplacement à la vitesse de groupe $v_{gx} = 1/K_x$. Dans le cas impulsif, on peut s'en affranchir en observant l'évolution depuis un repère se déplaçant précisément à la vitesse de groupe. Cependant, lorsque le milieu de propagation est biréfringent, la vitesse de groupe varie avec la polarisation du champ. Ceci explique une vitesse de groupe différente pour la seconde équation. Pour une

¹ Pour des raisons pratiques, l'intensité d'un champ est ici définie par $I = |E|^2$. Ceci permet de s'affranchir du terme de proportionnalité $\frac{1}{2}n_0c\epsilon_0$ de l'expression (2.14) et d'alléger les différentes expressions.

dispersion de polarisation suffisamment faible, comme dans le cas de notre guide planaire considéré isotrope, les constantes de propagation et les vitesses de groupe sont égales.

- 3** Ce terme représente la *dispersion de la vitesse de groupe*. Il exprime la variation de vitesse entre les différentes composantes de fréquence constituant l'impulsion. La valeur de K_2 (qui peut être positive ou négative) ne dépend que de la valeur de la pulsation centrale ω qui est la même pour les deux polarisations, ce qui justifie l'apparition d'une seule valeur de K_2 dans les équations.
- 4** Ce terme représente la *diffraction du champ* dont la constante de propagation effective est β_x . Elle n'a lieu que suivant la dimension libre x étant donné le confinement propre au guide d'ondes. De plus, comme celui-ci est considéré isotrope, la constante de propagation sera $\beta = \beta_x = \beta_y$ pour les deux polarisations propres TE_0 et TM_0 .
- 5** Ce terme représente les *pertes*. Le coefficient α est défini au premier ordre par (2.17). Étant réel, il a pour effet de causer une décroissance exponentielle en $e^{-\alpha z/2}$ de l'enveloppe du champ au cours de la propagation. Nous avons supposé les pertes négligeables pour le matériau et la longueur d'onde utilisés expérimentalement.
- 6** Ces termes de SPM, CPM et FWM respectivement, traduisent la *réponse non linéaire pour un milieu de Kerr*. Le coefficient γ est le coefficient non linéaire. Dans notre cas, il est lié à l'indice non linéaire n_2 par l'expression $\gamma = 2\pi|n_2|/\lambda_0$ (exprimé en m/W). Les milieux étudiés ici étant à non-linéarité focalisante, n_2 est positif. L'effet des termes d'auto- et d'intermodulation est une action pure sur la phase. Néanmoins, la modulation de phase, conjuguée aux dispersions linéaires (spatiale et temporelle), se traduit par une déformation de l'enveloppe spatio-temporelle. Le terme de mélange à quatre ondes traduit un échange d'énergie faisant intervenir la phase relative des deux composantes, ce que reflète l'apparition des enveloppes complexes conjuguées.

2.2.2 Équations de Schrödinger non linéaires

Même dans un guide plan monomode, le système d'équations (2.24) est bidimensionnel transverse : il fait intervenir la dimension spatiale, libre et orthogonale à celle du guide plan, mais aussi la dimension temporelle, afin de prendre en compte les effets que subit l'enveloppe de l'impulsion. Pour aboutir aux équations de Schrödinger non linéaires, le système doit être considéré comme unidimensionnel transverse. Cette configuration usuelle revient à considérer un effet Kerr idéal (instantané) pour l'impulsion ou encore un régime de propagation permanent. Elle constitue la base théorique de départ de notre étude.

Régime permanent : phénomènes spatiaux [$\vec{E} = \vec{E}(x, z)$]

Cas vectoriel : CNLS. En considérant un régime permanent de propagation, le système d'équations (2.24) devient le système d'équations de Schrödinger non linéaires cubiques couplées :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_x}{\partial z} &= \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + i\gamma \left[|E_x|^2 + (1-B)|E_y|^2 \right] E_x + i\gamma B E_x^* E_y^2, \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + i\gamma \left[|E_y|^2 + (1-B)|E_x|^2 \right] E_y + i\gamma B E_y^* E_x^2.\end{aligned}\tag{2.25}$$

Dans le cadre des hypothèses précédentes, ces équations caractérisent l'évolution en régime permanent d'un champ monochromatique unidimensionnel transverse, de profil spatial et de polarisation quelconques dans un guide de Kerr planaire, monomode, transparent et isotrope¹.

On peut encore simplifier le système (2.25) si on se place dans la base des polarisations circulaires de la lumière². En effet, avec le changement de variables (2.11), on peut s'affranchir du terme de mélange à quatre ondes (couplage cohérent) et le système devient

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_+}{\partial z} &= \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 E_+}{\partial x^2} + i\gamma \left[(1-B)|E_+|^2 + (1+B)|E_-|^2 \right] E_+, \\ \frac{\partial E_-}{\partial z} &= \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 E_-}{\partial x^2} + i\gamma \left[(1-B)|E_-|^2 + (1+B)|E_+|^2 \right] E_-.\end{aligned}\tag{2.26}$$

Dans cette base circulaire, qui ne comporte que des termes de modulation de phase, on retrouve la propriété, expliquée au §2.1.1, de couplage incohérent entre les équations. Pour toutes ces raisons, le système d'équations (2.26) constitue les *équations de Schrödinger non linéaires couplées incohérentes*. En raison de la prise en compte de la polarisation du champ, on parle aussi, pour les deux systèmes précédents, d'équations de Schrödinger non linéaires vectorielles. Nous y reviendrons au chapitre 4, au moment de traiter les solitons vectoriels multimodes.

Cas scalaire : 1D NLS. Si on suppose le champ électrique polarisé purement linéairement suivant un axe propre du guide, le système (2.25) se simplifie pour s'écrire

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + i\gamma |E|^2 E.\tag{2.27}$$

On obtient l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) dans sa version spatiale. On parle aussi d'équation de Schrödinger non linéaire *scalaire*. Elle montre que l'évolution longitudinale de

¹ Le système d'équations (2.25) permet aussi de décrire la propagation de deux ondes de fréquences porteuses différentes, et de polarisations orthogonales ou parallèles. Néanmoins, les vitesses de groupe et constantes de propagation n'ont en général plus les mêmes valeurs dans les deux équations, ce qui peut compliquer le traitement du problème. Un tel système peut alors décrire le guidage ou l'anti-guidage d'un faisceau de faible intensité induit par un faisceau soliton de différente couleur. L'anti-guidage est permis par le coefficient d'intermodulation de phase particulier $1-B = -1$ de l'effet Kerr de réorientation moléculaire. [R. DE LA FUENTE & A. BARTHÉLEMY, 1992 – *op. cit.*] De manière équivalente, dans le domaine spatial, l'intermodulation de phase spatiale correspond à des ondes ne se propageant pas colinéairement.

² M. HAELTERMAN *et al.*, 1993a – *Bound-vector solitary waves in isotropic nonlinear dispersive media*, Opt. Lett. **18**, 1406-8.

l'enveloppe $E(x, z)$ subit les seuls effets linéaire de diffraction et non linéaire d'autofocalisation, dont le poids relatif est estimé en comparant les longueurs caractéristiques respectives, L_D et L_{NL} . Mais l'équation NLS permet surtout de quantifier la condition de compensation entre diffraction et autofocalisation, nécessaire à l'équilibre soliton.

L'action de la diffraction se traduit par l'étalement d'enveloppe (dispersion angulaire des fréquences spatiales). On peut définir la *longueur de diffraction* L_D comme étant la distance à partir de laquelle cet étalement devient significatif¹. D'après NLS,

$$L_D = \beta w^2, \quad (2.28)$$

où β est la constante de propagation effective et w est la demi-largeur caractéristique de l'enveloppe spatiale — elle est définie par $w = a/\sqrt{\ln 2}$ (mesurée à e^{-2} du maximum en intensité) dans le cas d'une gaussienne ou $w = a/\operatorname{acosh} \sqrt{2}$ (mesurée à environ 42%) dans le cas d'une sécante hyperbolique [$2a$ étant la largeur à mi-hauteur mesurée en intensité (FWHM, *full-width at half maximum*)]. Cette longueur caractéristique dépend du milieu (indice de réfraction) et du faisceau lumineux (longueur d'onde et taille) considérés. On se trouve en régime de diffraction si $L_D \ll L_{NL}$.

L'action de la non-linéarité se traduit par l'automodulation de phase de l'enveloppe du champ électrique qui dépend localement de son intensité. On définit la *longueur non linéaire* L_{NL} comme la distance à partir de laquelle le déphasage non linéaire induit vaut 1. D'après NLS,

$$\Delta\phi_{NL}^{\max} = \gamma I_{\max} L, \text{ soit } L_{NL} = \frac{1}{\gamma I_{\max}}, \quad (2.29)$$

où $I_{\max} = |E|_{\max}^2$ est l'intensité crête de l'enveloppe considérée. On constate que cette longueur dépend non seulement du milieu considéré (indice non linéaire) mais surtout de l'intensité crête de l'enveloppe. L_{NL} est donc un paramètre qu'il est possible d'ajuster en faisant varier la puissance du faisceau.

En utilisant les changements de variables suivants :

$$\zeta = \frac{z}{L_D}, \quad \xi = \frac{x}{w}, \quad \psi = \frac{E}{|E|_{\max}} \text{ et } N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}}, \quad (2.30)$$

où N est une constante déterminée par les conditions initiales, NLS (2.27) peut être écrite sous la forme sans dimensions

$$\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + iN^2 |\psi|^2 \psi. \quad (2.31)$$

¹ L_D correspond, à une constante près, à la longueur de Fresnel qui est la distance sur laquelle la courbure du front d'onde associé à un faisceau collimaté, ou au voisinage d'un foyer géométrique, reste négligeable au sens du critère de Rayleigh. [M. BORN & E. WOLF, 1980 – "Principles of Optics" [6^e éd.], Cambridge University Press (Cambridge).] En pratique, pour un faisceau gaussien, L_D correspond à la distance nécessaire pour voir le diamètre du faisceau croître d'un facteur $\sqrt{2}$.

Dans le cas particulier où L_D et L_{NL} sont égales, cas qui correspond à la famille des solitons scalaires fondamentaux ($N = 1$), on retrouve l'expression fameuse de NLS donnée au chapitre précédent. C'est cette équation que Zakharov et Shabat ont résolue pour mettre en évidence le soliton Kerr¹. On retrouve cette même équation sans dimensions si on s'intéresse au cas temporel appliqué à la propagation d'une impulsion dans une fibre optique monomode, en régime de dispersion anormale².

Enfin, remarquons que si on s'intéresse à l'évolution d'un champ polarisé circulairement, le système vectoriel (2.26) est dégénéré et se réduit aussi à une NLS scalaire. Les propriétés exposées par la suite pour les solitons polarisés linéairement, qu'on appellera d'ailleurs simplement « solitons scalaires », seront donc partagées avec leurs homologues circulaires, mise à part une différence de puissance soliton. En effet, en présence d'une biréfringence non linéaire B , la longueur non linéaire augmente pour une intensité donnée.

2.2.3 Solitons Kerr scalaires

Nous rappelons ici quelques propriétés caractéristiques des solitons Kerr scalaires, et en particulier la famille des solitons fondamentaux. Ces propriétés tiennent au système dynamique particulier, conservatif et intégrable, qu'est NLS³.

Familles de solitons scalaires brillants

Une propriété particulière de l'équation (2.31), dite *transformation d'échelle*, permet de montrer que si $\psi(\xi, \zeta)$ est solution de NLS, alors

$$\psi'(\xi, \zeta) = q\psi(q\xi, q^2\zeta), \quad (2.32)$$

où q un paramètre réel quelconque, l'est aussi. On obtient ainsi une infinité de solutions qui définissent les *familles* de solitons⁴. Au vu des changements de variables, on se rend compte facilement que $w|E|_{\max}$ est alors une valeur indépendante de q . Ce produit de la largeur du faisceau par l'amplitude maximale du champ se déduit du rapport des longueurs L_D et L_{NL} par

$$L_D = N^2 L_{NL} \quad \Rightarrow \quad w^2 I_{\max} = \frac{n_0 N^2}{n_2 \beta^2} = \frac{\lambda_0^2 N^2}{4\pi^2 n_0 n_2}. \quad (2.33)$$

Cette condition permet de caractériser l'équilibre soliton et l'existence de plusieurs familles de solitons. Il est important de noter que $w|E|_{\max}$ dépend de N . Si le milieu et la longueur

¹ V.E. ZAKHAROV & A.B. SHABAT, **1972** – *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP **34**, 62-9.

² A. HASEGAWA & F. TAPPERT, **1973** – *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion*, Appl. Phys. Lett. **23**, 142-4.

³ E.R. TRACY & H.H. CHEN, **1988** – *Nonlinear self-modulation: An exact solvable model*, Phys. Rev. A **37**, 815-39.

⁴ N.N. AKHMEDIEV & A. ANKIEWICZ, **1997** – *Exact solutions*, in "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams" (Chapman & Hall, Londres).

d'onde utilisés restent les mêmes, on passe d'une famille à une autre en changeant simplement la valeur de N , c'est-à-dire les conditions initiales (intensité ou largeur de faisceau).

Solitons fondamentaux ($N=1$)

De même qu'un premier mode guidé est appelé fondamental, la famille obtenue pour $N = 1$ ($L_D = L_{NL}$) est celle des *solitons fondamentaux* pour lesquels aucune déformation de l'enveloppe n'est observée au cours de la propagation. Leur expression générale est

$$\psi(\xi, \zeta) = \frac{2\eta}{\cosh[2\eta(\xi - \xi_0) + 4\eta\theta\zeta]} \exp[-2i(\theta^2 - \eta^2)\zeta - 2i\theta\xi + i\phi]. \quad (2.34)$$

Cette solution dépend de quatre données : l'amplitude η du soliton, la position de départ ξ_0 par rapport à l'origine, la phase initiale ϕ et l'angle θ entre la direction de propagation et l'axe optique. L'expression analytique la plus connue est obtenue pour $\eta = \frac{1}{2}$ et $\xi_0 = \phi = \theta = 0$, soit

$$\psi(\xi, \zeta) = \operatorname{sech}\left(\xi\right) \exp\left(i\frac{\zeta}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad E(x, z) = \frac{1}{\beta w} \sqrt{\frac{n_0}{n_2}} \operatorname{sech}\left(\frac{x}{w}\right) \exp\left(i\frac{z}{2\beta w^2}\right). \quad (2.35)$$

Ces solitons brillants ont le profil d'amplitude bien connu en *sécante hyperbolique*, dont la demi-largeur caractéristique w est liée à l'intensité maximale $I_{\max} = I_s = |E(x=0)|^2$ par la relation (2.33) avec $N = 1$. Cette expression montre donc qu'au sein de cette famille et pour une épaisseur de guide donnée la puissance soliton est une constante qui ne dépend que des propriétés du matériau pour une longueur d'onde fixe. Il s'agit d'une propriété importante qui caractérise les solitons fondamentaux. On constate enfin que la phase est indépendante de la dimension transverse x . Ainsi, le front d'onde d'un soliton brillant est plan. La figure 2.1 présente une simulation numérique de la propagation d'un soliton Kerr de $40 \mu\text{m}$ (FWHM) dans 3 cm de CS_2 . En ajoutant celle d'interaction mutuelle élastique évoquée au chapitre 1, les propriétés d'invariances de l'enveloppe au cours de la propagation (figure 2.1.a) et de constance de la phase (figure 2.1.b) montrent le caractère de mode propre non linéaire du milieu diffractif qu'on attribue à un faisceau soliton.

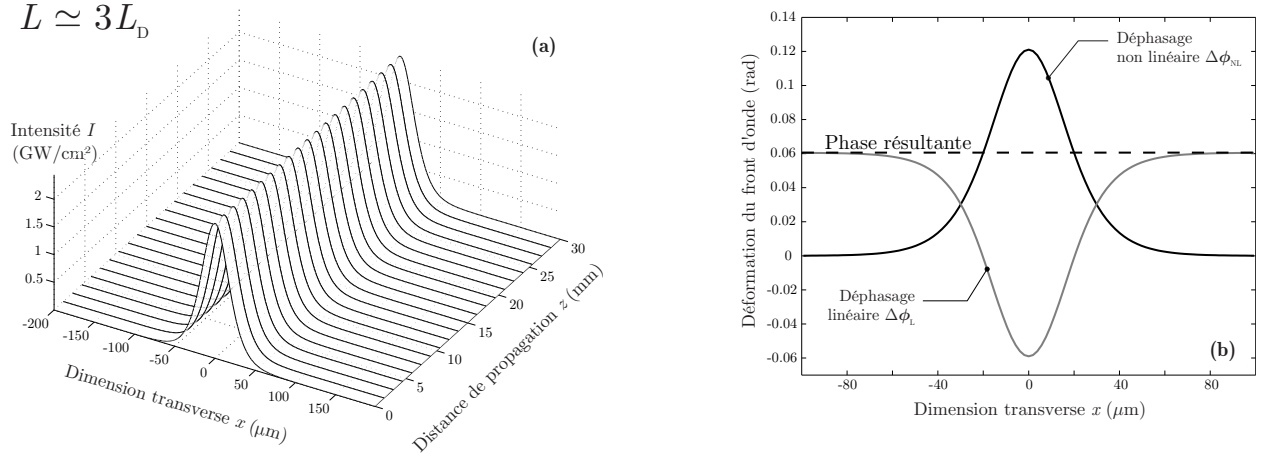


Figure 2.1 (a) Simulation numérique de la propagation d'un soliton Kerr fondamental ($2a = 40 \mu\text{m}$) sur une longueur $L \simeq 3L_D = 3L_{NL}$. (b) Courbures des fronts d'onde après propagation sur une longueur $L \simeq L_D/8$: en présence des deux effets, la phase résultante est constante.

Puissance soliton

La puissance soliton P_s est directement liée à la puissance d'autofocalisation définie au chapitre 1. Elle s'obtient, à partir de l'expression analytique (2.35), en intégrant le profil d'intensité sur la dimension transverse, soit

$$P_s^{1D} = \int_{-\infty}^{\infty} |E(x, z)|^2 dx = \frac{2n_0}{n_2\beta^2 w}. \quad (2.36)$$

Cette dernière est une puissance linéique exprimée en W/m, le milieu de propagation étant par hypothèse unidimensionnel transverse [*i.e.* (1+1)D]. En pratique, le passage à la puissance totale nécessaire se fait simplement en intégrant P_s^{1D} le long du profil normalisé du mode linéaire de propagation. Pour un mode fondamental $F(y)$ approximé par une gaussienne d'intensité $\exp(-y^2/2h^2)$, cette puissance s'exprime par

$$P_s^{2D} = \iint_{\infty} I(x, y) dx dy = P_s^{1D} \int_{-\infty}^{\infty} |F(y)|^2 dy = \frac{2n_0 h_{eff}}{n_2\beta^2 w}, \quad (2.37)$$

où $h_{eff} = h\sqrt{2\pi}$ est l'épaisseur effective du guide plan, définie par la relation (2.23).

Pour le CS_2 , l'indice de réfraction est $n_0 = 1,63$ à $\lambda_0 = 0,532 \mu\text{m}$ et à température ambiante. Typiquement, un faisceau de $40 \mu\text{m}$ (FWHM) a théoriquement une intensité maximale $I_s = 244 \text{ MW/cm}^2$, soit, pour une épaisseur du mode $2h = 10 \mu\text{m}$, une puissance soliton de 982 W . Ceci dit, il est intéressant de comparer la puissance soliton à la puissance critique P_{cr} [cf. équation (1.3), page 14], soit

$$\frac{P_s^{2D}}{P_{cr}} \approx 0,61 \frac{h}{w}, \quad (2.38)$$

où h et w sont les demi-largeurs caractéristiques pour le mode F et le soliton E , respectivement. On constate que ce rapport ne dépend pas du matériau utilisé mais seulement des dimensions

géométriques. Puisqu'en pratique $h \ll w$, afin d'assurer la configuration (1+1)D, la puissance soliton est inférieure à la puissance critique, ce qui explique la stabilité de la propagation soliton dans un guide plan, contrairement au milieu massif. De manière évidente, l'approximation 1D devient caduque lorsque $w \approx 0,61h \approx 3 \mu m$ dans notre cas.

Cette définition de la puissance concerne le soliton scalaire dont la polarisation est linéaire et dont l'évolution est décrite par NLS (2.31). On pourrait montrer dans le cas du soliton fondamental dit *circulaire* [cas vectoriel dégénéré correspondant au système (2.26) pour une seule composante de polarisation] que son expression analytique est cette fois de la forme $\psi_C = \sqrt{\frac{2}{1-B}}\psi$. En particulier pour le CS₂, B vaut $\frac{3}{4}$ ce qui donne une puissance soliton huit fois supérieure à la puissance soliton du cas linéaire. Si l'utilisation des polarisations circulaires présente l'inconvénient de puissances nécessaires plus importantes, certains avantages apparaissent néanmoins. Fibich et Ilan ont récemment prédit l'absence du phénomène de filamentation en milieu de Kerr massif pour des faisceaux de polarisation circulaire¹ ! En effet, contrairement à l'explication couramment admise, non seulement les faibles perturbations d'amplitude et/ou de phase mais aussi l'orientation du vecteur de champ électrique semblent être responsables de la filamentation². Une confirmation expérimentale reste à apporter. Enfin, l'utilisation des polarisations circulaires de la lumière autorise la génération de solitons vectoriels multimodes en milieu de Kerr isotrope, objet du chapitre 4.

Écart au profil soliton : exemple d'une enveloppe gaussienne

Pour des raisons pratiques, les enveloppes utilisées pour la génération de solitons peuvent différer de la solution exacte (2.35). En particulier, l'enveloppe gaussienne est couramment utilisée puisqu'elle correspond au mode fondamental transverse TEM₀₀ de beaucoup d'oscillateurs laser. La figure 2.2 illustre la différence de profil entre une sécante hyperbolique et une gaussienne d'intensités crête I_s et de largeurs à mi-hauteur $2a$ égales. On constate la différence entre les deux faisceaux notamment sur leurs bords. Ainsi, pour une enveloppe gaussienne d'intensité $I = I_s \exp\left(-2x^2/w_G^2\right)$, on peut calculer que sa puissance est $\sim 87\%$ de celle de la sécante hyperbolique. La puissance soliton étant une constante pour une épaisseur de guide donnée, on comprend qu'un soliton pourra être généré à partir d'un tel faisceau gaussien si l'intensité crête de départ est augmentée, auquel cas la largeur soliton sera plus faible que la gaussienne initiale.

¹ G. FIBICH & B. ILAN, **2002** – *Multiple filamentation of circularly polarized beams*, Phys. Rev. Lett. **89**, 013901 ; G. FIBICH & B. ILAN, **2003** – *Self-focusing of circularly polarized beams*, Phys. Rev. E. **67**, 036622/ 1-16.

² G. FIBICH & B. ILAN, **2001** – *Deterministic vectorial effects lead to multiple filamentation*, Opt. Lett. **26**, 840-2 ; G. FIBICH & B. ILAN, **2001** – *Vectorial and random effects in self-focusing and in multiple filamentation*, Physica D **157**, 112-56.

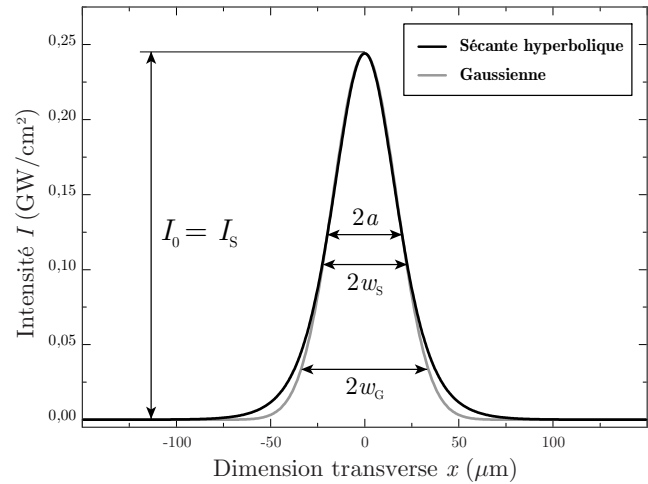


Figure 2.2 Comparaison des profils d'intensité entre la solution soliton exacte et une enveloppe gaussienne de même taille à mi-hauteur (FWHM = $2a$).

En réalité, un soliton Kerr perturbé (c'est-à-dire ayant un écart d'amplitude et/ou de largeur par rapport au profil en sécante hyperbolique) voit son intensité, et donc sa taille en vertu de la relation (2.33), osciller périodiquement au cours de la propagation non linéaire¹. Ces oscillations sont accompagnées de rayonnement, qui caractérise le découplage entre les parties discrète (*soliton*) et continue (*dispersive*) du spectre d'IST². Elles sont ainsi amorties au cours de la propagation. Pour des raisons pratiques, nous avons choisi de regarder l'exemple d'une gaussienne mais ce comportement n'est pas limité qu'à cette enveloppe. *De manière générale, une enveloppe spatiale quelconque, satisfaisant au moins les conditions aux limites requises de décroissance rapide pour l'IST, se propageant dans un milieu de Kerr évoluera au moins asymptotiquement vers un ou plusieurs solitons*³. On parle de *remise en forme* du faisceau. La figure 2.3 illustre l'évolution typique d'un faisceau gaussien dont les paramètres sont ceux de la figure 2.2. Alors que la figure 2.3.a montre que la propagation du soliton analytique (2.35) est invariante, la figure 2.3.b confirme l'oscillation amortie due à l'enveloppe gaussienne initiale. Pour une intensité initiale suffisante (figure 2.3.c), le soliton est formé au bout de quelques longueurs de diffraction. La figure 2.3.d confirme, *via* un ajustement avec une sécante hyperbolique, l'évolution du profil gaussien initial vers un profil soliton de taille inférieure.

¹ J. SATSUMA & N. YAJIMA, 1974 – *Initial value problems of one-dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media*, Progr. Theor. Phys. Suppl. **55**, 284-306.

² N.N. AKHMEDEV & A. ANKIEWICZ, 1997 – *The nonlinear Schrödinger equation*, in "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams" (Chapman & Hall, Londres).

³ N.J. ZABUSKY & M.D. KRUSKAL, 1965 – *Interactions of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Phys. Rev. Lett. **15**, 240-3 ; C.R. MENYUK, 1986 – *Origin of solitons in the "real" world*, Phys. Rev. A **33**, 4367-74.

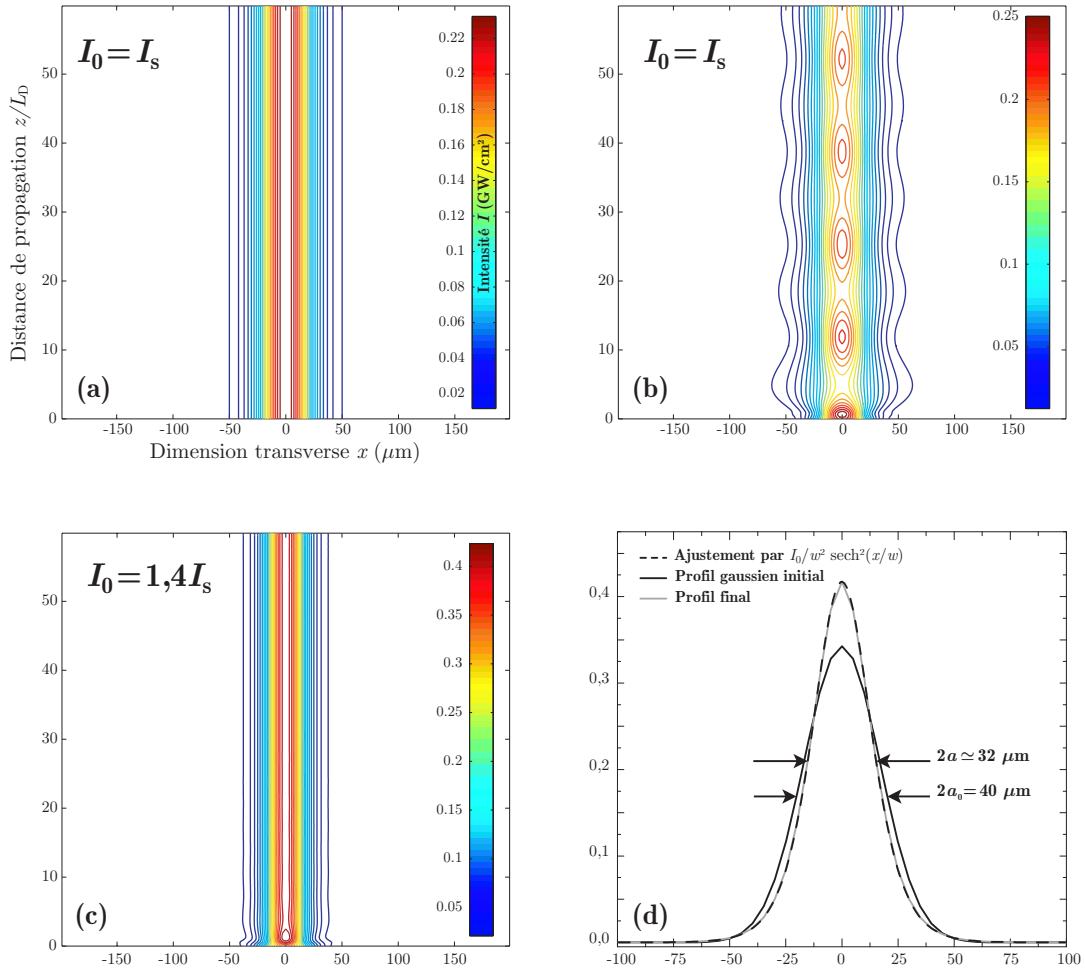


Figure 2.3 Simulation numérique de la génération d'un soliton Kerr à partir d'une enveloppe non soliton (courbes de niveaux d'intensité). (a) Solution analytique soliton de 1D NLS ($2a_0 = 40 \mu\text{m}$ et $I_0 = I_s$) ; (b) et (c) Comportement oscillant amorti périodique pour l'utilisation d'un faisceau gaussien de même taille qu'en (a) : en (c) l'intensité initiale est suffisante pour générer le soliton sur la longueur de propagation considérée ; (d) Profils transverses en début (noir) et fin de propagation (gris) : le faisceau gaussien initial évolue naturellement vers le profil soliton ($2a \simeq 32 \mu\text{m}$) au bout d'une certaine distance.

Afin de mieux apprécier le phénomène, la figure 2.4 représente le comportement de deux paramètres caractéristiques d'un soliton : sa *taille* et son produit *taille*² × *intensité*. Naturellement, lorsque l'enveloppe initiale est celle d'un soliton, les deux courbes correspondantes sont des droites (en traits pointillés sur la figure). Pour les gaussiennes, après une chute rapide de la taille des faisceaux, l'oscillation amortie intervient autour d'une valeur moyenne correspondant à la taille du futur soliton :

- ~ pour une intensité égale à celle d'un soliton de même taille, le faisceau tend à évoluer vers un soliton de taille supérieure. Puisque la puissance est insuffisante, cette évolution est cependant incomplète sur la distance de propagation considérée : la taille du faisceau oscille avec $2 \mu\text{m}$ d'amplitude au bout de $80L_D$ et le produit $a^2 I$ n'est pas constant ;

~ pour une intensité initiale suffisante, l'enveloppe gaussienne évolue rapidement vers celle d'un soliton. Ceci est confirmé par le produit a^2I qui devient constant.

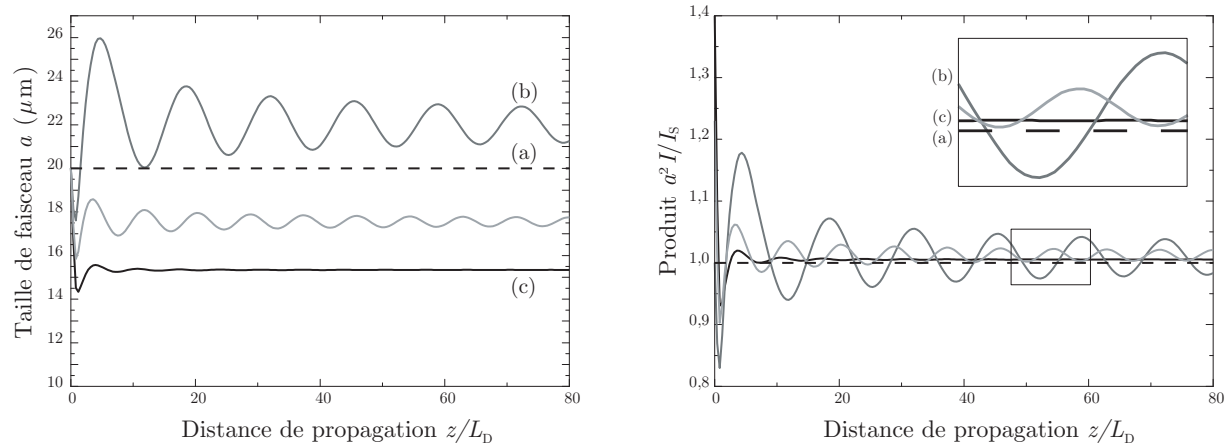


Figure 2.4 Évolution des tailles de faisceaux (gauche) et produit $taille^2 \times intensité$ de faisceau (droite) pour les conditions de la figure 2.3 en fonction de la distance de propagation. Les courbes non notées correspondent à une intensité intermédiaire $I_0 = 1,2 I_s$.

Remarquons que l'origine de ce comportement diffère fondamentalement des « modes internes » d'oscillation (*soliton internal modes*), propres aux ondes solitaires oscillantes des systèmes de type Kerr perturbés¹ et responsables de certaines instabilités².

Soliton et bruit

Nous tenons à dire un mot du comportement des solitons Kerr fondamentaux vis-à-vis du bruit. Si les solitons fondamentaux sont stables vis-à-vis de faibles perturbations, même ultimement d'origine quantique³, ceci signifie que le bruit est essentiellement associé aux composantes dispersives qui se découplent du soliton lors du processus de remise en forme d'un faisceau d'enveloppe non soliton. Ainsi, comme le montre la simulation de la figure 2.5, une enveloppe initialement bruitée et évoluant vers un soliton verra son bruit évacué de l'enveloppe. En pratique, la plupart du bruit est dû aux imperfections techniques telles que les inhomogénéités du milieu ou les fluctuations de faisceau. Elles peuvent être éliminées par l'optimisation des composants. Mais une source inévitable de bruit, qui ne peut être éliminée de manière technique, provient de la nature quantique de la lumière. Celui-ci trouve son origine dans les fluctuations

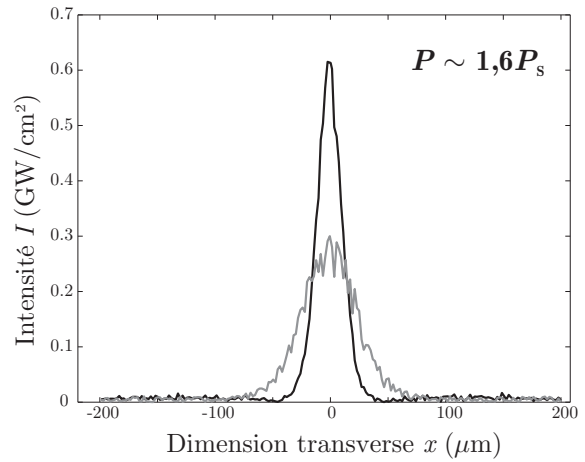
¹ Y.S. KIVSHAR & B.A. MALOMED, **1989** – *Dynamics of solitons in nearly integrable systems*, Rev. Mod. Phys. **61**, 763-915 ; Y.S. KIVSHAR *et al.*, **1998** – *Internal modes of solitary waves*, Phys. Rev. Lett. **80**, 5032-5 ; Y.S. KIVSHAR & A.A. SUKHORUKOV, **2001** – *Stability of spatial optical solitons*, in "Spatial Solitons" (Springer-Verlag, Berlin).

² Le modèle théorique développé par R. GRASSER faisait intervenir un effet similaire à une non-linéarité induite d'ordre 5, ce afin de prendre en compte l'oscillation périodique au cours de la propagation du système d'interférence utilisé dans le contrôle de l'instabilité de modulation. L'équation de propagation, rendue non-Kerr, qui s'en suit conduit à une « respiration » longitudinale des amplitude et taille des solitons susceptibles d'être générés. [R. GRASSER, **1998** – *op. cit.* ; V.V. AFANASIEV *et al.*, **1997** – *Breathing spatial solitons in non-Kerr media*, Opt. Lett. **22**, 1388-90.]

³ E.M. NAGASAKO *et al.*, **1998** – *Vacuum-induced jitter in spatial solitons*, Opt. Express **5**, 171-9.

du vide dues au principe d'incertitude. À l'heure actuelle, une forte activité de recherche émerge sur les propriétés quantiques des solitons spatiaux pour leur intérêt fondamental et appliqué.

Figure 2.5 Génération d'un soliton à partir d'une enveloppe gaussienne bruitée à 5% de son intensité maximale. En même temps que sa remise en forme, son bruit est évacué.



Ainsi, outre la propriété classique de « nettoyage » des solitons par remise en forme de l'enveloppe, ceux-ci présentent des propriétés quantiques remarquables concernant leur bruit intrinsèque¹. D'une part, le bruit minimum de détection au sein d'un soliton peut être compressé (*squeezed*) sous la limite quantique (*shot noise*) et d'autre part, des corrélations quantiques sont prédites au sein d'un soliton spatial². Dans le cadre des réseaux de solitons spatiaux induits par instabilité de modulation, il est vraisemblable que ces corrélations puissent apparaître entre différents solitons. Ces propriétés, dont l'étude fait actuellement l'objet du contrat européen Quantum Imaging (QUANTIM) auquel le laboratoire participe³, pourraient permettre des mesures ultra-précises de déplacement transverse ou l'échange d'information entre canaux solitons.

Solitons d'ordre supérieur

Des familles *d'ordres supérieurs* existent néanmoins si l'effet non linéaire est N fois plus important que la diffraction. Les solutions solitons de l'équation (2.31) se présentent alors sous la forme de sécantes hyperboliques dont l'intensité crête est bien trop importante comparée à la taille du faisceau : la non-linéarité domine ($L_{NL} \ll L_D$). Ce déséquilibre provoque une déformation du profil en phase et en amplitude au cours de la propagation. Mais, pour des valeurs entières de N , cette déformation se traduit par une oscillation autour d'un point d'équilibre et l'impulsion est capable de retrouver périodiquement sa forme en sécante hyperbolique. La période correspondante, L_S , est appelée *période soliton*. Sa valeur est constante, quelque soit N :

¹I. ABRAM, 1999 – *Quantum solitons*, PhysicsWorld (02/1999). <http://physicsweb.org/article/world/12/2/8/1>

²M. ROSENBLUH & R.M. SHELBY, 1991 – *Squeezed optical solitons*, Phys. Rev. Lett. **66**, 153–6 ; N. TREPS & C. FABRE, 2000 – *Transverse distribution of quantum fluctuations and correlations in spatial solitons*, Phys. Rev. A **62**, 033816/1-10.

³<http://sucima.dipscfm.uninsubria.it/quantim/>

$$L_s = \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi^2 n_0 w^2}{\lambda_0}. \quad (2.39)$$

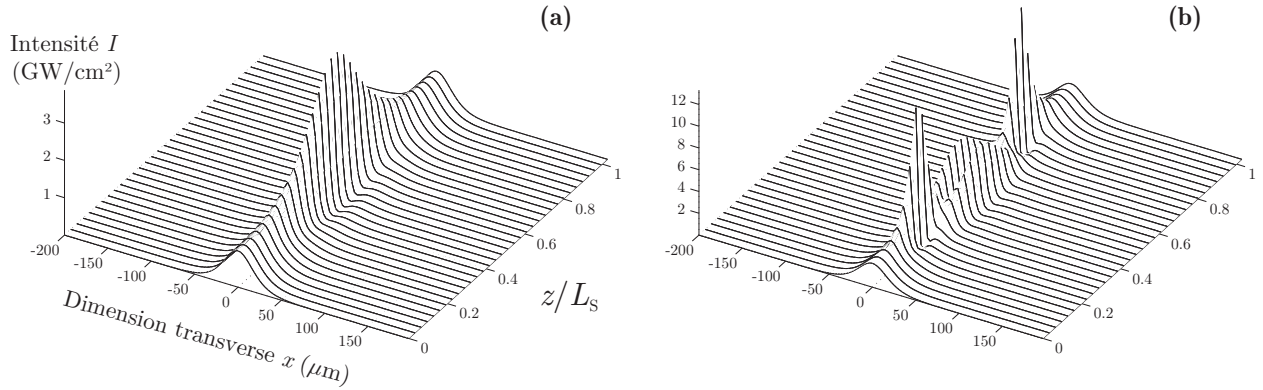


Figure 2.6 Propagation de solitons d'ordres supérieurs sur une période soliton :
 (a) soliton d'ordre 2 ; (b) soliton d'ordre 3.

Ces faisceaux, ou impulsions, sont les solitons d'ordres supérieurs, l'ordre étant défini par la valeur de N . La puissance soliton vaut N^2 fois la puissance du soliton fondamental de même largeur initiale. Existant en régime de domination de la non-linéarité, les solitons d'ordres supérieurs sont moins stables et supportent plus difficilement les perturbations avec l'augmentation de l'ordre¹. Dans le domaine spatial, ils ont été démontrés pour la première fois par le groupe de l'IRCOM dans un guide plan de disulfure de carbone² mais restent peu étudiés à l'heure actuelle.

Quantités conservées

Certaines quantités se conservent au cours de la propagation. Ainsi, il nous a semblé nécessaire d'évoquer ici cette propriété fondamentale qu'a, entre autres équations, NLS de pouvoir être étudiée, par analogie mécanique, au moyen du formalisme hamiltonien³ appliqué aux équations d'évolution non linéaires.

En effet, le système dynamique qu'est NLS est l'équation du mouvement d'un système hamiltonien avec une infinité de degrés de liberté. *Or, pour qu'un système dynamique soit intégrable, il doit avoir autant de quantités conservées qu'il a de degrés de liberté.* C'est pourquoi, étant intégrable, NLS possède une infinité de quantités, notées C_n dans le travail original de

¹ R. GRASSER, 1998 – *op. cit.*

² S. MANEUF & F. REYNAUD, 1988 – *Quasi-steady state self-trapping of first, second and third order sub-nanosecond soliton beams*, Opt. Commun. **66**, 325-8.

³ L. LANDAU & E. LIFCHITZ, 1969 – "Physique Théorique I - Mécanique" [3^e éd.], Mir Editions (Moscou) ; M. BORN & E. WOLF, 1980 – *The calculus of variations*, in "Principles of Optics" (Cambridge University Press, Cambridge).

Zakharov et Shabat¹, qui se conservent au cours de la propagation (intégrales du mouvement). Les principales d'entre elles méritent d'être explicitées pour leur intérêt pratique. Il s'agit de la *puissance* (ou *nombre de particules*)

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\xi, \quad (2.40)$$

du *moment linéaire* (ou *quantité de mouvement*)

$$M = i \int_{-\infty}^{\infty} (\psi_{\xi} \psi^* - \psi^*_{\xi} \psi) d\xi, \quad (2.41)$$

et de l'*hamiltonien*

$$H = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (|\psi_{\xi}|^2 - |\psi|^4) d\xi. \quad (2.42)$$

Toutes ces quantités restent constantes au cours de la propagation, c'est-à-dire que $\frac{\partial P}{\partial \zeta} = \frac{\partial M}{\partial \zeta} = \frac{\partial H}{\partial \zeta} = 0$. Nous avons choisi d'expliciter ces quantités parce que leurs analogues peuvent être trouvées pour beaucoup de généralisations, plus réalistes, de NLS. Avantagusement, les propriétés de stabilité de solutions stationnaires peuvent alors être considérées par le biais du formalisme hamiltonien.

2.2.4 Effets temporels : approximation d'un régime permanent

Les effets temporels du cas général (2.24) peuvent être négligés si les variations temporelles qu'ils induisent sur l'enveloppe des impulsions sont négligeables face aux variations spatiales du faisceau, autrement dit dans le cadre d'un régime quasi permanent. Il est donc utile d'estimer le degré de validité de cette approximation du régime permanent dans nos conditions expérimentales.

Dispersion de la vitesse de groupe. Le coefficient de dispersion de la vitesse de groupe est normal et vaut $K_2 \approx +4,24 \times 10^{-25} \text{ s}^2/\text{m}$ à 532 nm dans le CS₂. De même manière que pour la diffraction et à partir du système (2.24), on peut définir une *longueur de dispersion* $L_D = \Delta T^2 / 4|K_2| \ln 2$ pour les impulsions gaussiennes utilisées dans ce travail. Avec la durée des impulsions ($\Delta T = 38 \text{ ps}$), L_D vaut environ 1,2 km. *Étant données les longueurs centimétriques de guide utilisées dans notre étude, il est raisonnable de négliger l'effet linéaire de dispersion de la vitesse de groupe* (pas d'étalement de l'enveloppe temporelle).

Relaxation non nulle de la réponse non linéaire et automodulation de fréquence. Parmi les hypothèses essentielles à l'établissement des équations d'ondes, on a considéré une non-linéarité de Kerr idéale, c'est-à-dire un effet spatio-temporellement local. Or l'hypothèse d'instantanéité est d'autant moins valide que les impulsions utilisées sont suffisamment courtes par rapport à la

¹ V.E. ZAKHAROV & A.B. SHABAT, 1972 – *op. cit.*

réponse physique du matériau. En particulier, en utilisant l'orientation des molécules de CS_2 , si le temps de réponse de l'effet Kerr peut être considéré instantané (150 fs), la relaxation de l'effet non linéaire a lieu quant à elle sur une durée finie, de l'ordre de 2 ps, et comparable à celle des impulsions utilisées dans ce travail¹. En première approche, il est possible de fixer la limite entre le régime permanent et le régime transitoire à l'aide du rapport entre le temps de relaxation τ de l'effet non linéaire et la durée ΔT de l'impulsion. C'est typiquement le critère utilisé dans l'étude des diffusions stimulées. On considère alors le régime permanent uniquement si $\tau/\Delta T < 1\%$. Dans notre cas, ce rapport est de l'ordre de 5%. L'étude de l'influence temporelle d'un temps de relaxation fini est donc nécessaire.

Lorsque le temps de relaxation est fini mais reste inférieur à la durée de l'impulsion excitatrice, la non-linéarité est *inertielle* : l'effet est capable de persister quelque temps après la disparition de l'excitation lumineuse. Alors, pour une impulsion lumineuse intense, l'intensité à l'instant t n'est pas la seule à induire une variation d'indice : l'orientation des molécules dépend aussi des intensités antérieures. Dans ce cas, la réponse non linéaire, transitoire, vérifie typiquement une équation de relaxation de Debye² dont la réponse impulsionnelle $f(t)$ est illustrée par la figure 2.7.a. Il s'agit d'une fonction exponentielle décroissante définie, pour raison de causalité, sur les temps positifs. Afin de connaître la variation d'indice effectivement induite par l'impulsion, il est nécessaire d'effectuer un produit de convolution entre le profil temporel d'intensité et la fonction de relaxation $f(t)$. La figure 2.7.b représente l'allure de l'amplitude de l'effet non linéaire pour une fonction de relaxation dont le temps de décroissance de 20 ps est exagéré, afin de mieux constater l'effet. Le profil obtenu correspond donc au profil d'intensité qui procurerait la même variation d'indice si la non-linéarité était instantanée. On constate que la première conséquence de la relaxation est de rendre les fronts montant et descendant de l'effet non linéaire moins raides que dans le cas d'un effet Kerr instantané, avec une dissymétrie temporelle adoucissant particulièrement le front descendant. L'énergie apportée aux molécules étant une constante, la surface des profils reste la même. Ainsi, le profil traduisant l'amplitude de la non-linéarité effectivement subie par l'impulsion est plus étalé, et par conséquent moins ample. L'effet non linéaire maximal est donc plus faible et déplacé temporellement. Pour les molécules de CS_2 , le temps de relaxation n'est « que » de 2 ps. Le maximum de l'effet non linéaire se déplace dans ce cas de +1,56 ps et diminue de 0,72%. Les instabilités des impulsions laser d'un tir au suivant étant de l'ordre de 10%, ces variations restent insignifiantes. On pourra donc supposer que *le sommet de l'impulsion correspond au maximum de l'effet non linéaire et que l'amplitude de cet effet est directement associée à l'intensité maximale réelle. Cela nous amène à ignorer, en première approximation, les effets de la relaxation sur l'enveloppe temporelle de l'impulsion.*

¹ Cf. annexe A, page 203.

² R.W. BOYD, 1992 – *Processes resulting from the intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego). Voir aussi l'annexe B, page 211.

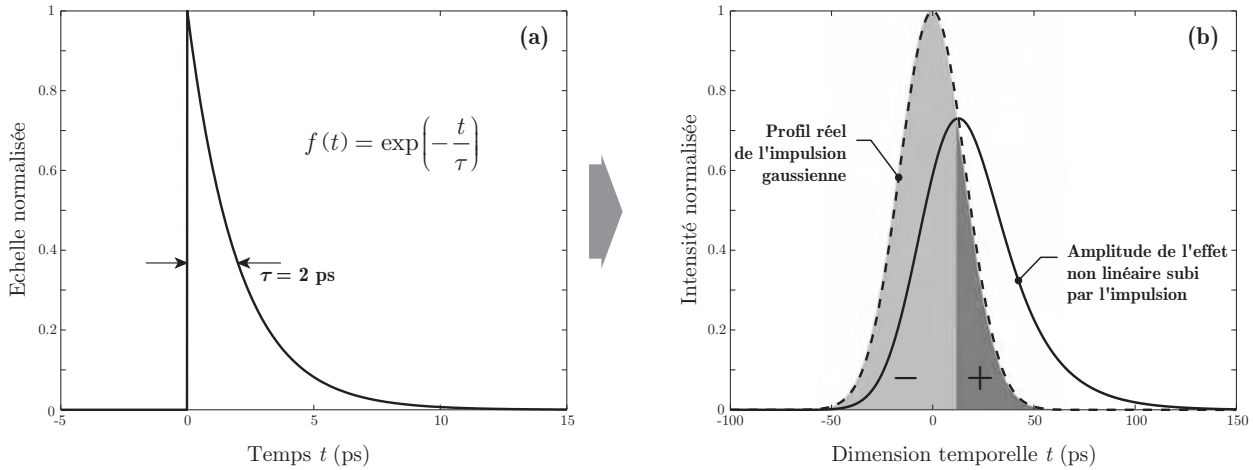


Figure 2.7 (a) Fonction de relaxation de l'effet Kerr de réorientation moléculaire dans le cas du CS₂. (b) Effet non linéaire effectif pour une impulsion de 38 ps traversant un milieu présentant une relaxation exagérée de 20 ps.

Avec l'utilisation d'impulsions lumineuses intenses, une conséquence directe de l'effet Kerr est le phénomène non linéaire connu d'automodulation de fréquence instantanée¹. L'enveloppe temporelle auto-induit une variation de la phase instantanée $\Delta\phi_{NL}$ qui implique une excursion $\delta\omega(t) = 2\pi\delta\nu(t) = -\partial\Delta\phi_{NL}(t)/\partial t$ de la fréquence porteuse (t représente ici le temps de groupe, dimension temporelle transverse). Lors du front montant de l'impulsion, l'augmentation non linéaire de la phase provoque un déplacement des fréquences vers la bande Stokes ($\omega < \omega_0$) alors que la bande anti-Stokes ($\omega > \omega_0$) est enrichie lors du front descendant. Pour une impulsion gaussienne — donc symétrique en intensité — et une réponse non linéaire instantanée, on obtient un spectre cannelé qui s'étend symétriquement par rapport au spectre initial de l'impulsion, et d'autant plus que l'intensité crête et/ou la longueur de propagation sont grandes. La dispersion de vitesse de groupe étant négligeable, l'enveloppe temporelle n'est cependant pas modifiée par l'automodulation de phase temporelle. On considérera donc que, bien que présente, *l'automodulation de phase temporelle n'influence pas la propagation spatiale que nous étudions, dès lors que les longueurs de propagation n'excéderont pas quelques longueurs de diffraction L_D* . Une autre conséquence de l'inertie de l'effet non linéaire est une modification du spectre de SPM, qui se retrouve dissymétrique. Ceci s'explique par le déséquilibre entre la partie de l'impulsion subissant un effet non linéaire grandissant par rapport à la partie subissant la diminution de cet effet. La figure 2.7.b montre les parties de l'impulsion subissant l'excursion de la fréquence porteuse vers les bandes Stokes (−) et anti-Stokes (+). La conséquence sur la SPM, vérifiée expérimentalement par Régis Grasser avec les mêmes impulsions², est un renforcement de la bande énergétique Stokes et un affaiblissement de la bande anti-Stokes. *Dans le cas d'une impulsion spatialement solitonique, on peut donc considérer que le temps de relaxation, combiné*

¹ E. LANTZ, 1998 – Automodulation de phase et solitons, in « Cours d'Optique Non Linéaire », DEA AOEMS ; G.P. AGRAWAL, 2001 – Self-phase modulation, in "Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, San Diego).

² R. GRASSER, 1998 – op. cit.

à la SPM temporelle, n'a pas d'influence significative sur l'enveloppe temporelle des faisceaux, par le biais de l'effet Kerr. Nous verrons au moment d'étudier l'instabilité de modulation (MI) spatiale en régime transitoire^[chap.3] que cette hypothèse est non valide et que la situation change complètement. En effet, le processus d'amplification propre à la MI vient modifier l'enveloppe temporelle. La relaxation pourra ainsi influencer non seulement l'enveloppe temporelle de l'impulsion mais aussi le processus même d'instabilité *via* le gain d'instabilité de modulation¹.

2.2.5 Effets parasites : diffusions stimulées

Une réponse non linéaire non instantanée du milieu se traduit également par l'apparition de diffusions stimulées. En nous restreignant au cas du CS₂ en régime d'excitation picoseconde, les principales diffusions stimulables sont la diffusion Rayleigh d'ailes (SRWS, *stimulated Rayleigh-wing scattering*) et la diffusion Raman (SRS, *stimulated Raman scattering*)². Ces diffusions sont parasites dans notre étude puisqu'elles tendent à déstabiliser la propagation solitonique.

Diffusion Raman stimulée. La diffusion Raman stimulée correspond à l'excitation résonnante, sous l'action d'une impulsion pompe lumineuse intense, de niveaux de vibrations intramoléculaires (phonons optiques). Cet effet implique la génération et le transfert d'énergie vers d'autres fréquences temporelles optiques Stokes, décalées de la fréquence du phonon optique (~ 10 THz) par rapport à la fréquence d'excitation³.

De récentes études du Laboratoire des propriétés optiques des matériaux et applications (POMA, Angers) ont montré⁴, pour le CS₂, un facteur de gain Raman allant de 18 à 50×10^{-3} cm/MW. Pour un tel facteur, la distance de propagation nécessaire à générer e³⁰ photons Raman (ce qui correspond environ à une intensité de 0,1 MW/cm²) à partir d'un photon de bruit¹, sera comprise entre 1 et 3 cm pour une pompe à 532 nm d'intensité 500 MW/cm². Si l'ordre de grandeur de ces distances de propagation correspond aux longueurs du guide utilisé dans nos expériences, la proportion d'énergie convertie vers l'onde Raman reste très faible comparée à l'intensité pompe. Cependant, le phénomène d'autofocalisation tend à augmenter cette proportion au centre des faisceaux solitons où l'intensité peut atteindre quelques GW/cm², une fois que ceux-ci sont générés par instabilité de modulation. Malgré cela, les précédentes études spectrales n'ont pas montré d'apparition appréciable de diffusion Raman⁵. Nous avons négligé son influence dans le cadre de notre étude.

Diffusion Rayleigh stimulée d'ailes. Il s'agit du processus de diffusion de lumière lié à la tendance, qu'ont des molécules anisotropes, à s'orienter dans le sens d'un champ électrique.

¹ Voir aussi l'annexe B.

² H. MAILLOTTE, 1990 – *op. cit.* ; R.W. BOYD, 1992 – *Stimulated Raman scattering and stimulated Rayleigh-wing scattering*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

³ Y.R. SHEN, 1984 – *Stimulated Raman scattering*, in "The Principles of Nonlinear Optics" (John Wiley & Sons, New York).

⁴ V. BOUCHER, 2001 – *op. cit.*

⁵ R. GRASSER, 1998 – *op. cit.*

Cette diffusion est due à une fluctuation longitudinale du taux d'alignement des molécules liée à la dynamique du mouvement moléculaire photo-induit et se traduit par un élargissement spectral asymétrique de l'onde pompe quasi monochromatique, de fréquence initiale ω_0 , vers les basses fréquences. C'est pourquoi l'orientation des molécules de CS_2 sous l'action du champ \vec{E} n'est pas que la source d'une variation non linéaire d'indice.

Les conditions d'apparition et l'influence d'une telle diffusion sur la propagation de solitons spatiaux ont fait l'objet d'études détaillées par le POMA. Ces études ont montré que la diffusion Rayleigh stimulée d'ailes est un facteur limitant, en pratique, la stabilité des solitons spatiaux utilisant l'effet Kerr de réorientation moléculaire¹. En particulier, Barille *et al.* ont montré que la dimension spatiale du faisceau pompe est le paramètre influant sur l'importance de la diffusion stimulée par rapport à la SPM². En effet, l'intensité nécessaire à la génération d'un faisceau soliton en milieu de Kerr (1+1)D dépend, de manière inversement proportionnelle, de sa taille w alors que le seuil SRWS en est indépendant : lorsque l'intensité soliton I_s est bien plus importante que l'intensité seuil I_{RW} de la SRWS, la SPM domine l'évolution spectrale et la propagation soliton n'est pas affectée. À l'inverse, pour des faisceaux de taille relativement grande (de l'ordre de 100 μm dans le CS_2), les intensités caractéristiques deviennent comparables. La SRWS s'ajoute alors significativement au processus de SPM (déjà influencé par la relaxation) : dans le spectre des fréquences temporelles, la bande Stokes se trouve alors enrichie *via* le gain SRWS tandis que la bande anti-Stokes est atténuée. Le gain (atténuation) est maximal(e) pour le décalage fréquentiel $\Delta\nu_{\text{max}} = c\Delta\sigma_{\text{max}} = \mp 1/\tau \approx \mp 0,5 \text{ THz}$, où $\tau \approx 2 \text{ ps}$ est le temps de relaxation de la réorientation moléculaire. De plus, le couplage des ondes Stokes et anti-Stokes autorise un processus de mélange à quatre ondes créant de nouveaux photons Stokes et anti-Stokes au détriment de deux photons de pompe³. Ce processus est particulièrement efficace pour les ondes Stokes lorsque les faisceaux sont collimatés⁴.

Alors que la modification du spectre temporel de SPM par la relaxation n'influence pas la stabilité spatiale des solitons, à l'inverse, la SRWS est un processus déstabilisant. Nous nous limiterons donc à des tailles de faisceaux — en régime soliton — inférieures aux 80 μm déterminés au POMA. Nous quantifierons au chapitre 3 les diverses intensités afin de confirmer que nous serons expérimentalement dans un régime pour lequel la diffusion Rayleigh stimulée d'ailes reste négligeable par rapport à l'automodulation de phase.

¹ D. WANG *et al.*, **1998** – Stokes spectral broadening at an over-soliton threshold excitation in a planar waveguide, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 181-5.

² R. BARILLE *et al.*, **1999a** – Instabilities due to Rayleigh wing scattering in a spatial soliton, Opt. Commun. **171**, 291-9 ; R. BARILLE & G. RIVOIRE, **2001** – Spatial solitons in nonlinear liquid waveguides, Pramana - J. Phys. **57**, 1139-61.

³ R.Y. CHIAO *et al.*, **1966** – Stimulated four-photon interaction and its influence on stimulated Rayleigh-wing scattering, Phys. Rev. Lett. **17**, 1158-61 ; R.Y. CHIAO & J. GODINE, **1969** – Polarization dependence of stimulated Rayleigh-wing scattering and the optical-frequency Kerr effect, Phys. Rev. **185**, 430-45 ; R.W. BOYD, **1992** – Stimulated Raman scattering and stimulated Rayleigh-wing scattering, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

⁴ R. BARILLE *et al.*, **1999b** – Spatial and spectral properties of stimulated Rayleigh-wing scattering pumped with a Bessel beam: role of four-photon parametric processes, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1139-45.

2.3 THÉORIE SCALAIRE DE L'INSTABILITÉ DE MODULATION

L'instabilité de modulation (MI), qui fait l'objet de tout le chapitre 3, constitue une seconde catégorie de phénomènes non linéaires d'importance. En général, pour n'importe quel milieu à non-linéarité focalisante, cette instabilité transverse génère un motif (*pattern*) composé de pics d'intensité pouvant être très contrastés. À l'instar des solitons, elle résulte du couplage entre non-linéarité et dispersion (spatiale et/ou temporelle). En milieu de Kerr massif, la répartition spatiale des pics d'intensité est aléatoire puisqu'il s'agit du phénomène de dislocation évoqué au chapitre 1. En configuration unidimensionnelle transverse cependant, le motif peut se structurer en un réseau de faisceaux, ou impulsions, quasi-solitons. L'instabilité de modulation décrit cette croissance d'une structure périodique associée à la perturbation d'une onde homogène et intense, c'est-à-dire continue temporellement ou plane spatialement. L'amplification de cette structure est rendue possible parce que la non-linéarité permet à une résonance (accord de phase) de s'établir entre certaines fréquences harmoniques, provoquant un transfert d'énergie significatif entre elles. Les ondes associées à ces perturbations croissent alors de manière exponentielle.

NLS (2.27), décrivant la propagation de l'enveloppe spatiale d'un champ dans un milieu de Kerr unidimensionnel transverse et transparent, est à la base des solutions solitons mais également de la théorie scalaire de l'instabilité de modulation. Alors que les solitons scalaires satisfont aux conditions aux limites de décroissance rapide pour l'IST, l'instabilité de modulation correspond à des conditions aux limites périodiques, inadaptées à l'IST. Il existe plusieurs approches alternatives permettant tout de même d'obtenir les caractéristiques du processus MI scalaire. Nous décrivons ici l'approche perturbative (analyse de stabilité linéaire) et la solution analytique asymptotique que constitue l'instabilité de modulation de l'onde plane. La partie du §2.4 sera consacrée à la description du processus MI par l'approche du processus d'amplification paramétrique spatiale en milieu cubique d'ordre trois ($\chi^{(3)}$). Les simulations présentées se basent toujours sur la BPM et utilisent toutes, sauf contre-indication, les paramètres matériels du CS_2 mais en considérant dans ce chapitre qu'il procure un effet Kerr idéal, donc *instantané*.

2.3.1 Courbe de gain initial et réseaux de solitons spatiaux

C'est conjointement dans les domaines de l'optique et de la dynamique des fluides que la découverte de l'instabilité de modulation a été faite en analysant la stabilité linéaire de l'onde plane (ou continue), solution stationnaire particulière (ou état fondamental) de NLS¹. L'instabilité traduit le fait que cette solution stationnaire est cependant instable vis-à-vis de faibles perturbations transverses, de grande périodicité devant la longueur d'onde, et qui

¹ V.I. BESPALOV & V.I. TALANOV, 1966 – *Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids*, JETP Lett. **3**, 307-10 ; T.B. BENJAMIN & J.E. FEIR, 1967 – *The disintegration of wave trains on deep water - Part 1. Theory*, J. Fluid Mech. **27**, 417-30 ; B.M. LAKE et al., 1977 – *Nonlinear deep-water waves: Theory and experiment. II. Evolution of a continuous wave train*, J. Fluid Mech. **83**, 49-74.

s'amplifient au cours de la propagation. L'onde plane ayant une dimension nulle, son instabilité est bien de type transverse (cf. chapitre 1).

L'enveloppe d'une onde plane monochromatique s'obtient facilement en résolvant (2.27) sans le terme de diffraction. Elle a la forme suivante :

$$E_0(z) = E_0 e^{i\gamma|E_0|^2 z}. \quad (2.43)$$

L'introduction du changement de variable

$$u(x, z) = E(x, z) e^{-i\gamma|E_0|^2 z} \quad (2.44)$$

permettant de s'affranchir du terme constant de déphasage non linéaire ($\gamma|E_0|^2 z$), u est alors solution de l'équation de Schrödinger non linéaire dite « réduite »

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + i\gamma(|u|^2 - |E_0|^2)u. \quad (2.45)$$

Le gain d'instabilité s'obtient en introduisant dans (2.45) la solution générale

$$u(x, z) = \sqrt{\rho(x, z)} e^{i\sigma(x, z)}, \quad (2.46)$$

où ρ et σ sont des fonctions réelles. Analyser la stabilité de l'onde plane revient à étudier le comportement d'un champ composé de la solution uniforme $E_0(z)$ et d'une faible perturbation de fréquence spatiale quelconque $\nu = 1/p = \Omega/2\pi$. On suppose alors l'onde plane incidente faiblement modulée en amplitude et en phase en posant pour ρ et σ les expressions

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 + \text{Re}\{\rho_1 e^{i(Kz - \Omega x)}\}, \\ \sigma = \text{Re}\{\sigma_1 e^{i(Kz - \Omega x)}\}, \end{cases} \quad (2.47)$$

où $\rho_0 = |E_0|^2$ et K est la norme du vecteur d'onde associé à la perturbation. En les introduisant dans (2.45), on peut linéariser¹ le système d'équations qui en résulte en supposant $\rho_0 \gg \rho_1$. On obtient pour l'évolution de ρ_1 et σ_1

$$\begin{aligned} \frac{\Omega^2}{\beta} \sigma_1 - i \frac{K}{\rho_0} \rho_1 &= 0, \\ -\left[\frac{\Omega^2}{4\beta\rho_0} - \alpha \right] \rho_1 - iK\sigma_1 &= 0. \end{aligned} \quad (2.48)$$

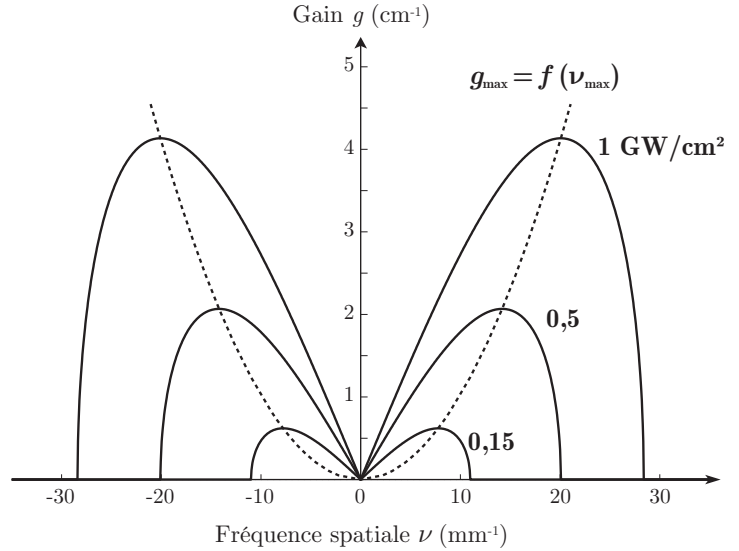
La résolution de ce système permet d'obtenir la relation de dispersion $K(\Omega)$, soit

$$K = \pm \frac{\Omega}{2\beta} \sqrt{\Omega^2 - 4\beta\gamma I_0}, \quad (2.49)$$

¹ On parle alors d'analyse de stabilité linéaire.

avec $\beta = 2\pi n_0/\lambda_0$ et $\gamma I_0 = \gamma |E_0|^2 = 2\pi n_2 I_0/\lambda_0$. La relation de dispersion permet de distinguer deux cas en fonction du signe du terme sous la racine. Si K est réel, la perturbation évolue sous forme d'une onde progressive déphasée, c'est-à-dire sans gain ni perte. L'onde globale reste stable. À l'opposé, si K est imaginaire, on aboutit alors à une amplification exponentielle de l'onde associée à la perturbation : la modulation introduite devient instable et augmente fortement. Le gain g associé à cette amplification s'obtient simplement en écrivant $g = i|K|$ où $i^2 = -1$.

Figure 2.8 Courbes de gain de l'instabilité de modulation pour trois valeurs d'intensité moyenne pour le CS₂ à 532 nm.



La figure 2.8 illustre l'allure du gain obtenu pour différentes valeurs d'intensité moyenne qui sont de notre ordre de grandeur. Elle montre l'existence d'une bande de gain finie et symétrique dans le spectre de Fourier. Pour une longueur d'onde et un milieu donnés, l'extension et l'amplitude de cette bande de gain sont fonctions uniquement de l'intensité moyenne considérée. La présence d'une fréquence de coupure haute Ω_c traduit l'amplification pour les seules périodes spatiales de modulation

$$p > \frac{2\pi}{|\Omega_c|} \text{ où } \Omega_c = \pm 2\beta \sqrt{\frac{n_2 I_0}{n_0}}. \quad (2.50)$$

L'amplification est maximale pour les ondes associées à la période de modulation

$$p_{\max} = \frac{1}{|\nu_{\max}|} = \frac{2\pi}{|\Omega_{\max}|}, \quad (2.51)$$

où $\Omega_{\max} = \pm \Omega_c/\sqrt{2}$ est le décalage fréquentiel de gain maximal. Le gain correspondant est

$$g_{\max} = \gamma I_0 = \beta \frac{n_2 I_0}{n_0}, \quad (2.52)$$

dont la distance caractéristique est g_{\max}^{-1} . La croissance exponentielle rend cette fréquence spatiale privilégiée dans le processus d'amplification. Ainsi, la relation (2.51) permet de connaître la période de modulation qui sera spontanément obtenue si le champ initial intense, d'intensité moyenne I_0 , est perturbé par un bruit blanc (au moins à l'intérieur de la bande de gain). La figure 2.9 illustre la dépendance attendue de la période de modulation privilégiée, inversement proportionnelle à la racine carrée de l'intensité I_0 , pour le CS₂ à 0,532 μm .

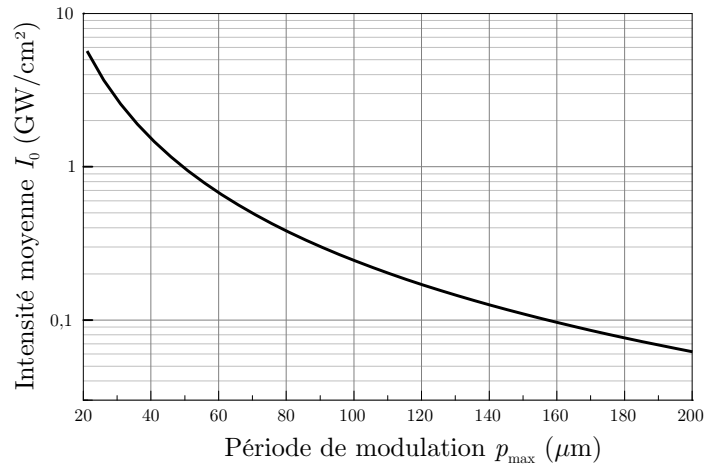


Figure 2.9 Période de modulation privilégiée du processus d'instabilité en fonction de l'intensité moyenne.

Le bruit étant naturellement présent, au mieux au niveau quantique, la MI est inévitable en milieu de Kerr¹. On parle alors de MI *spontanée*. Toutefois, au vu de l'analyse de stabilité linéaire, le phénomène de filamentation — rappelons-le, aléatoire en milieu massif libre — se structure périodiquement en milieu unidimensionnel transverse. La conjugaison de la diffraction et de l'autofocalisation faisant alors croître le contraste de cette modulation, on peut s'attendre à ce que chaque « bosse » d'intensité évolue vers un « pic » remis en forme, aux caractéristiques proches de celles d'un soliton brillant. En effet, l'amplification exponentielle correspond à une augmentation de contraste de modulation, qui peut devenir maximal. D'autre part, lorsque la fréquence privilégiée croît, des harmoniques sont générées par mélange d'ondes, ce qui modifie la forme de la modulation (sinusoïdale pour une fréquence de modulation unique). À partir de ce raisonnement, on peut alors envisager de générer spontanément des réseaux périodiques de solitons spatiaux brillants, dont l'espacement est uniquement contrôlé par l'intensité moyenne du champ incident (cf. figure 2.9). La simulation numérique présentée figure 2.10 conforte cette prédiction. Elle correspond à l'évolution d'un champ unidimensionnel d'intensité constante $I_0 = 0,25 \text{ GW}/\text{cm}^2$ entaché d'un faible bruit en amplitude à distribution spectrale uniforme (bruit blanc). On constate qu'une fréquence spatiale (et ses harmoniques) est bien privilégiée au dépens des autres : la MI entraîne l'apparition de quatorze pics d'intensité très contrastés et relativement régulièrement espacés sur les 1,4 mm de largeur de fenêtre. Leur

¹ E.M. NAGASAKO et al., 1997 – *Vacuum-field-induced filamentation in laser-beam propagation*, Phys. Rev. A **55**, 1412-5.

écartement moyen est $\bar{p} \simeq 100 \mu\text{m}$, très proche de la période p_{max} théorique de $99,6 \mu\text{m}$ donnée par la relation (2.51). La largeur moyenne des pics est d'environ $2\bar{w} \simeq 17 \mu\text{m}$ pour une intensité crête I_{max} de l'ordre de $1,4 \text{ GW/cm}^2$. Or, si on reprend la relation (2.33), caractéristique d'un soliton fondamental, la largeur théorique d'un soliton ayant la même intensité crête vaut $19 \mu\text{m}$. Ce faible écart s'explique par les conditions initiales différentes. En effet, la puissance linéique contenue initialement par le champ homogène sur une période spatiale p_{max} est $P^{\text{1D}} = p_{\text{max}} \times I_0 \simeq 2,5 \text{ MW/cm}$, alors que celle du soliton théorique vaut $P_s^{\text{1D}} \simeq 2,6 \text{ MW/cm}$. Pour un milieu autofocalisant, si l'enveloppe évolue naturellement vers un soliton brillant, la condition (2.33) ne peut néanmoins pas être strictement remplie étant donnée la condition aux limites périodique du processus MI. Le processus de remise en forme, c'est-à-dire le découplage entre les composantes soliton et linéaires, ne peut alors se faire que de manière incomplète. Ceci conduit à la présence d'énergie résiduelle entre les pics, qui constitue un fond continu. Par le biais de l'instabilité de modulation *induite*, c'est-à-dire avec une fréquence spatiale émergeant au dessus du bruit et présente à l'entrée du milieu, on verra par la suite l'influence fondamentale de ce résidu d'énergie, responsable du phénomène déjà évoqué de récurrence de Fermi–Pasta–Ulam (FPU) sur la dynamique de la MI. Enfin, l'existence d'une irrégularité dans la périodicité du réseau est due à l'utilisation du bruit comme amorce au processus. La MI induite permettra aussi de s'affranchir de ce genre de problème.

Le raisonnement et les conclusions ci-dessus ne sont ni plus ni moins que la transposition, dans le domaine spatial, de la théorie usuelle de l'instabilité de modulation scalaire dans les fibres optiques. En 1980, Hasegawa et Brinkman révèlent son existence en optique¹ en découvrant que l'instabilité de modulation devait affecter la stabilité de la propagation d'ondes continues et intenses dans une fibre optique monomode en régime de dispersion anormale. Elle provoque l'excitation résonnante de fréquences temporelles décalées de $\pm n\Omega_{\text{max}}$ de la fréquence de pompe. En régime de dispersion anormale en effet, la propagation est décrite par NLS dont la coordonnée transverse est le temps de groupe. La confirmation expérimentale de la MI temporelle fut démontrée en 1986 par Tai *et al.*² De plus, en amorçant le processus par l'introduction d'un faible signal à l'intérieur de la bande de gain d'instabilité, la MI devient induite, c'est-à-dire contrôlée en période temporelle. En s'affranchissant d'éventuels défauts dans la périodicité des pics générés, il devient alors possible de générer un train « propre » d'impulsions quasi-solitons à très haute cadence ($\sim\text{THz}$) dont le taux de répétition correspond à la fréquence de modulation privilégiée dans le processus d'instabilité³.

¹ A. HASEGAWA & W.F. BRINKMAN, 1980 – *Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability*, IEEE J. Quantum Electron. **QE-16**, 694-7.

² K. TAI *et al.*, 1986a – *Observation of modulational instability in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. **56**, 135-8.

³ A. HASEGAWA, 1984 – *Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers*, Opt. Lett. **9**, 288-90 ; K. TAI *et al.*, 1986b – *Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability*, Appl. Phys. Lett. **49**, 236-8 ; G. MILLOT *et al.*, 1998 – *Observation of induced modulation polarization instabilities and pulse-train generation in the normal-dispersion regime of a birefringent optical fiber*, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 1266-77 ; E. SEVE *et al.*, 1999 – *Generation of vector dark-soliton trains by induced modulation instability in a highly birefringent fiber*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1642-50.

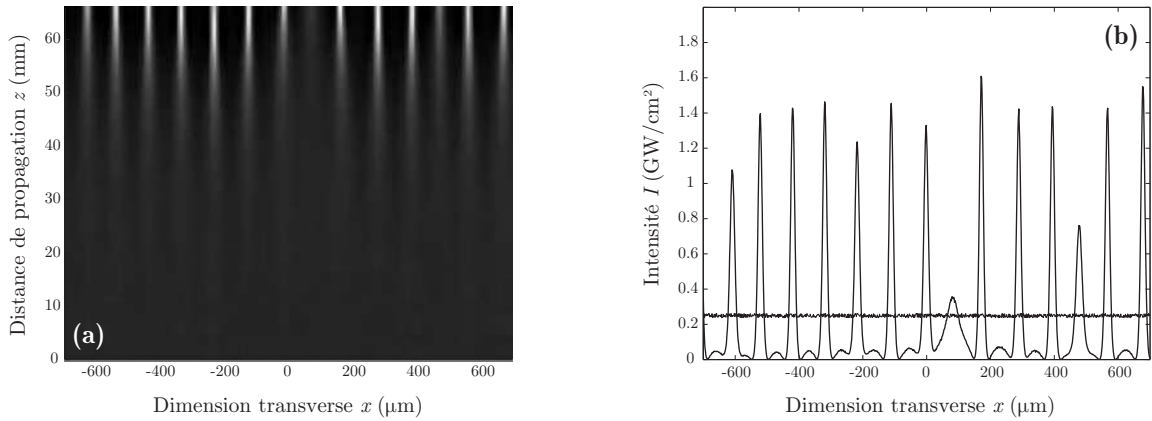


Figure 2.10 Simulation typique de l'évolution d'un champ constant bruité dans un milieu de Kerr unidimensionnel transverse. (a) Propagation et développement des pics d'instabilité. (b) Comparaison des profils d'entrée et de sortie : le champ initial, d'une intensité moyenne de 0,25 GW/cm² et perturbé par un bruit blanc de 5% de contraste en intensité, évolue distinctement vers un réseau quasi périodique de pics fortement contrastés, avec (c) l'amplification d'une fréquence spatiale privilégiée et de ses harmoniques (en pointillés, le spectre normalisé initial).

L'analyse de stabilité linéaire permet donc de prévoir que l'évolution d'une onde homogène intense est instable et s'accompagne de la croissance exponentielle d'une perturbation privilégiée. Elle montre aussi que l'excitation des harmoniques de la perturbation traduit, en vertu des propriétés de la transformation de Fourier, une remise en forme du profil total d'intensité. Mais, lorsque leur amplitude devient trop importante, on sort du domaine de validité du système linéarisé (2.48) : le gain d'amplification n'est plus exponentiel et peut être saturé par l'amplitude des perturbations. Ainsi, l'analyse de stabilité linéaire ne permet pas de décrire le comportement dynamique à long terme de l'instabilité. On conçoit aisément que l'amplification ne pourra se faire indéfiniment dans le même sens. En effet, l'onde plane constitue un réservoir d'énergie (*pompe*) fini dans l'espace de Fourier. Une solution analytique asymptotique au processus existe et permet, dans une certaine limite, de rendre compte de la dynamique complète du processus MI. On verra que, sans précaution particulière, la présence de la récurrence FPU empêche en théorie la stabilisation du train de quasi-solitons une fois formé.

2.3.2 Instabilité de modulation de l'onde plane

Dès 1985, Akhmediev *et al.* ont montré l'existence de solutions analytiques au problème posé par NLS avec des conditions aux limites périodiques¹. L'approche est basée sur une réduction du

¹N.N. AKHMEDEV *et al.*, 1985 – *Generation of periodic trains of picosecond pulses in an optical fiber: Exact solutions*, Sov. Phys. JETP **62**, 894-9.

nombre de degrés de liberté de NLS — rendant le système dynamique de dimension finie — en reconnaissant une relation particulière liant les parties réelle et imaginaire de $\psi(\xi, \zeta)$. Lorsque cette relation est linéaire et que les coefficients ne dépendent pas de ξ , les solutions sont dites d'ordre un. Des solutions exactes sont alors trouvées en termes de fonctions elliptiques de Jacobi et d'une intégrale elliptique incomplète de troisième espèce, qui ont la particularité d'être périodiques en ζ , c'est-à-dire le long de la propagation¹. Elles forment une famille à 3 paramètres de solutions périodiques. Comme pour les solitons scalaires, l'instabilité de modulation de l'onde plane constitue un cas limite de ces solutions dont la période longitudinale (exprimée sans dimension) tend vers l'infini. La famille correspondante devient alors à 2 paramètres².

Solution analytique

La solution exacte à deux paramètres de NLS correspondant au phénomène d'instabilité de modulation a l'expression suivante :

$$\psi(\xi, \zeta) = \frac{(1 - 4\kappa) \cosh(\Delta\zeta/2) + \sqrt{2\kappa} \cos(\Gamma\xi) + i\Delta \sinh(\Delta\zeta/2)}{\sqrt{2} [\cosh(\Delta\zeta/2) - \sqrt{2\kappa} \cos(\Gamma\xi)]} e^{i\zeta^2}, \quad (2.53)$$

où $\Delta/2 = \sqrt{2\kappa(1-2\kappa)}$ correspond au gain d'instabilité associé à la fréquence de modulation $\Gamma = \sqrt{2(1-2\kappa)}$. Γ et Δ sont liés par un paramètre réel κ avec $0 \leq \kappa \leq \frac{1}{2}$, le second paramètre de la famille étant celui de la transformation d'échelle (2.32). Cette solution est obtenue à partir de NLS (2.27) et des changements de variables suivants³ :

$$\zeta = \frac{q^2}{\lambda_0} z, \quad \xi = q \sqrt{\frac{\beta}{\lambda_0}} x \quad \text{et} \quad \psi = \frac{1}{q} \sqrt{\lambda_0 \gamma} E, \quad (2.54)$$

où q est une constante de normalisation liant les variations de signal aux variations spatiales au cours de la propagation. Pour une période de modulation p et une intensité moyenne I , le dimensionnement de (2.53) est alors obtenu avec $q = \sqrt{4\pi n_2 I}$ et $\Gamma = \sqrt{I_0/I}$, où I_0 est l'intensité moyenne de gain maximal pour la période considérée (cf. §2.3.1 précédent).

Pour $\Gamma = 1$, l'expression (2.53) se simplifie pour donner la solution correspondant au gain maximal :

$$\psi(\xi, \zeta) = \frac{\cos \xi + i\sqrt{2} \sinh(\zeta/2)}{2 \cosh(\zeta/2) - \sqrt{2} \cos \xi} e^{i\zeta^2}. \quad (2.55)$$

¹ P.F. BYRD & M.D. FRIEDMAN, 1971 – "Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists", Springer-Verlag (Berlin) ; L.M. MILNE-THOMSON, 1972 – *Elliptic Integrals*, in "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables" (Dover Publications, New York).

² D. MIHALACHE *et al.*, 1993 – *Two-parameter family of exact solutions of the nonlinear Schrödinger equation describing optical soliton propagation*, Phys. Rev. A **47**, 3285-90 ; N.N. AKHMEDIEV & A. ANKIEWICZ, 1997 – *Exact solutions*, in "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams" (Chapman & Hall, Londres).

³ N.N. AKHMEDIEV *et al.*, 1985 – *op. cit.*

Cette solution est, après l'expression (2.35) du soliton Kerr scalaire fondamental, la plus importante du point de vue pratique. Elle correspond en effet à l'évolution attendue préférentiellement dans le processus d'instabilité de modulation spontanée. À l'inverse, une évolution décrite par (2.53) correspond au processus MI induit puisque la période de modulation, ou de manière équivalente l'intensité, ne correspond généralement pas au sommet de la courbe de gain.

Représentation physique de la solution

L'expression (2.53) est définie pour ζ allant de $-\infty$ à $+\infty$ en atteignant un maximum en $\zeta = 0$. En plus d'être paire, elle est asymptotique au sens où elle décrit l'évolution d'une onde plane en $\pm\infty$. À partir des changements de variables précédents, il est néanmoins possible de représenter l'évolution de l'instabilité de modulation au moyen de grandeurs physiques réelles. La figure 2.11 illustre le cas d'une onde initialement plane d'intensité $I_0 = 0,2 \text{ GW/cm}^2$ et

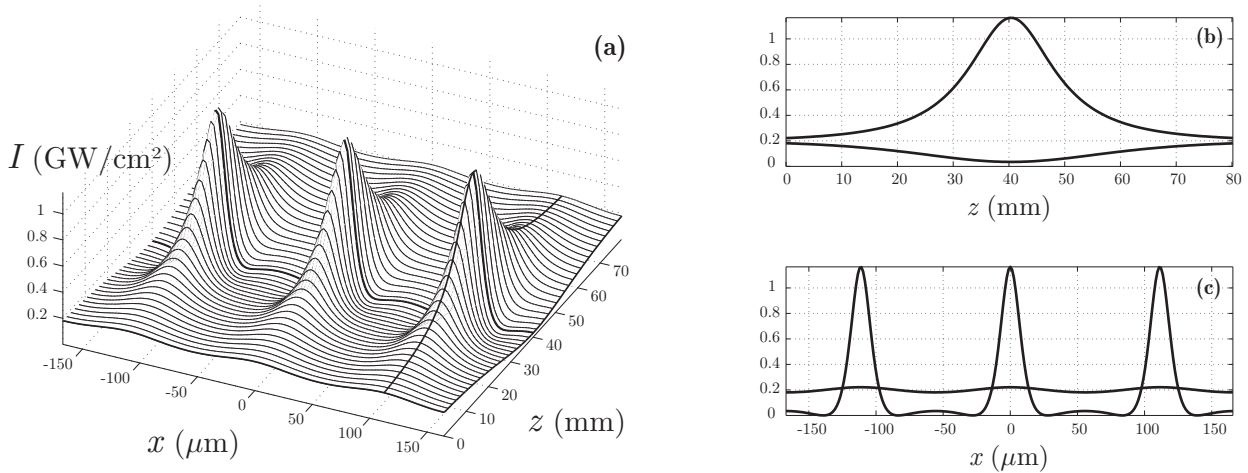


Figure 2.11 (a) Évolution de l'instabilité de modulation d'une onde plane d'intensité $0,2 \text{ GW/cm}^2$ une fois atteint un contraste de 10 %. (b) Évolution d'un maximum et d'un minimum de la modulation de départ. (c) Profils d'intensité au départ (fin) et au maximum d'amplification.

instable pour la période de modulation de gain maximal [expression (2.55)]. Le comportement décrit étant asymptotique, l'origine de la propagation est choisie, de manière arbitraire, une fois que le contraste de la modulation a atteint 10%. On constate que le phénomène d'instabilité traduit bien une augmentation de ce contraste, jusqu'à atteindre un maximum d'intensité proche de $1,2 \text{ GW/cm}^2$, suivie d'un retour symétrique vers la condition initiale mais déphasée (cf. page 84). Les profils comparés en (c) montrent la remise en forme du profil de départ vers une succession de pics très contrastés superposés à un fond continu faible. De plus, ce que l'analyse de stabilité linéaire ne peut montrer, un phénomène de saturation de l'amplification apparaît et un retour à l'état initial, caractéristique de la récurrence FPU, s'ensuit.

En exprimant (2.53) sous forme d'une série de Fourier et en calculant ses coefficients $f_n(\zeta)$, il est possible de caractériser complètement l'évolution des différentes composantes spectrales.

La figure 2.12 illustre une telle évolution avec les conditions initiales précédentes. On constate que la saturation de l'amplification traduit une déplétion progressive de l'énergie à la fréquence nulle, correspondant à l'onde plane (*la pompe*), jusqu'au maximum d'amplification, à $\sim 18\%$ de la densité de puissance initiale. Bien que tous les harmoniques soient théoriquement excités, seuls les deux ordres positifs +1 et +2 sont représentés. En effet, on peut montrer qu'au maximum d'amplification la densité spectrale de puissance contenue dans chaque ordre est

$$|f_0(0)|^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)^2 \text{ et } |f_n(0)|^2 = (\sqrt{2}-1)^{2|n|} \text{ avec } |n| \geq 1. \quad (2.56)$$

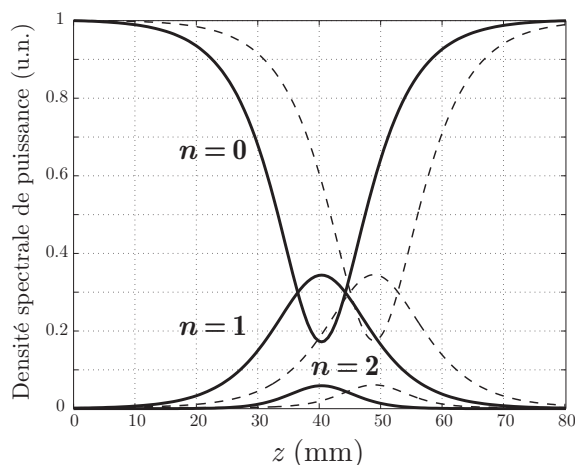


Figure 2.12 Spectre analytique d'instabilité de modulation correspondant à la figure 2.11 et montrant l'évolution récurrente de la pompe et des deux premiers ordres positifs. Pour comparaison, le spectre simulé lorsque trois ondes uniquement sont présentes au départ est représenté (tirets).

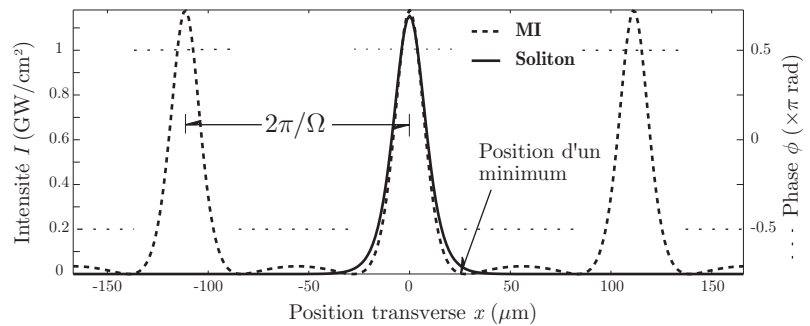
Partant de la situation analytique de l'onde plane à $-\infty$, tous les ordres sont théoriquement non nuls à l'abscisse $z = 0$ de la figure 2.11 mais l'énergie contenue dans l'ordre n décroît néanmoins suivant une progression géométrique. L'énergie est alors surtout contenue dans les ordres ± 1 , ce qui signifie qu'il est possible d'approximer le processus MI en ne considérant que la pompe (ordre 0) et les deux ordres fondamentaux (ordres ± 1). Cette considération est à l'origine du formalisme de mélange à quatre ondes *dégénéré*¹ utilisé pour approcher l'instabilité de modulation et présenté au §2.4. Sur la figure 2.12, la solution analytique est comparée à l'évolution simulée des composantes spectrales dans les mêmes conditions mais pour une situation de mélange à quatre ondes qui correspond expérimentalement à l'interférence de trois ondes en entrée du milieu (l'onde pompe est dite *dégénérée*). Autrement dit, les harmoniques ne sont pas présents en $z = 0$. La principale différence entre les deux approches réside dans la longueur de formation du réseau qui diffère de quelque 6 mm. À cette différence près, on constate la similitude des deux comportements et donc la véracité de la solution analytique.

Enfin, la figure 2.13 montre le profil d'intensité obtenu au maximum d'amplification. Pour comparaison, le pic central est ajusté numériquement au profil exact d'un soliton Kerr

¹ S. TRILLO & S. WABNITZ, 1991 – *Dynamics of the nonlinear modulation instability in optical fibers*, Opt. Lett. **16**, 986-8.

fondamental. Comme nous l'avons déjà noté au §2.3.1, on constate l'écart entre les deux profils. Dans cette situation théorique « idéale » en effet, il y a impossibilité pour un pic de se séparer complètement de ses composantes dispersives : le réseau de pics s'étend à l'infini suivant x et constitue un piège pour cet excès d'énergie. Ceci explique la présence résiduelle d'énergie entre les pics, ceux-ci n'étant ainsi pas *stricto sensu* des solitons Kerr fondamentaux. Néanmoins, l'ajustement par une simple $sech^2$ montre que le profil est très proche d'un soliton, confirmant une remise en forme solitonique du pic MI. La figure 2.13 montre enfin la phase instantanée (en pointillés) du profil MI. On constate sans ambiguïté la planéité de la phase des pics ainsi qu'un déphasage de π avec le fond continu, confirmé par la présence d'un minimum nul de part et d'autre de chaque pic.

Figure 2.13 Comparaison d'un quasi-soliton (tirets) obtenu au maximum d'amplification et d'un soliton Kerr « équivalent » (trait plein). La phase instantanée du profil MI est représentée en trait pointillés.



Pour toutes ces raisons — profil en $sech^2$ et phase plane —, on peut tout de même introduire le concept de quasi-soliton. On verra en effet que la récurrence peut en pratique être inhibée en perturbant faiblement NLS pour permettre aux quasi-solitons de réellement évoluer vers des solitons Kerr fondamentaux alors répartis périodiquement.

Courbe de gain et zone fréquentielle étudiée

Développer la solution (2.53) au voisinage de $\zeta \rightarrow \pm\infty$ revient à analyser la stabilité linéaire de l'onde plane $\psi(\zeta) = -1/\sqrt{2} e^{i\zeta/2}$. On retrouve ainsi le gain d'instabilité de modulation (2.49) qui s'exprime sans dimension sous la forme

$$\delta = \frac{\Delta}{2} = \frac{\Gamma}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\Gamma^2}{2}}. \quad (2.57)$$

Ce gain est réel pour les fréquences de modulation $0 < \Gamma < \sqrt{2}$ et son allure est représentée sur la figure 2.14 ainsi que les profils atteints au maximum d'amplification pour trois fréquences caractéristiques. Il s'agit bien sûr de la même courbe que celles de la figure 2.8, représentées pour des grandeurs physiques. Les fréquences de gain maximal et de coupure valent ici $\Gamma_{\max} = 1$ et $\Gamma_c = \sqrt{2}$, respectivement.

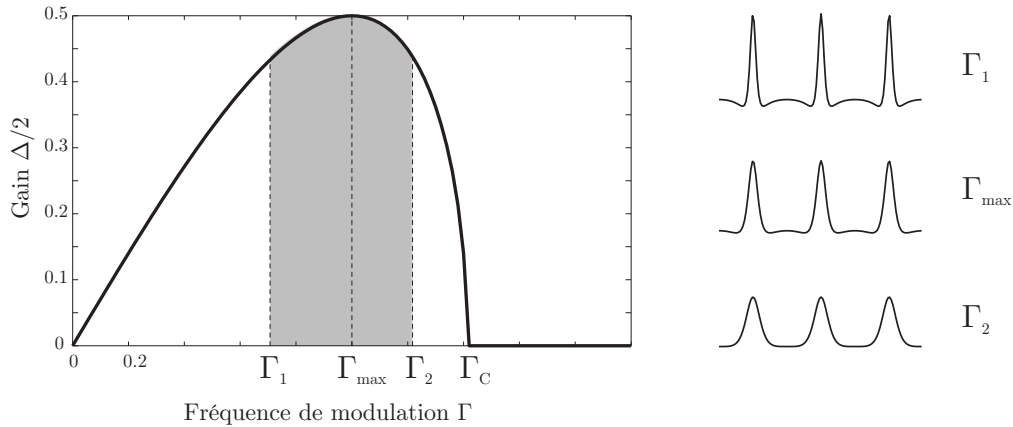


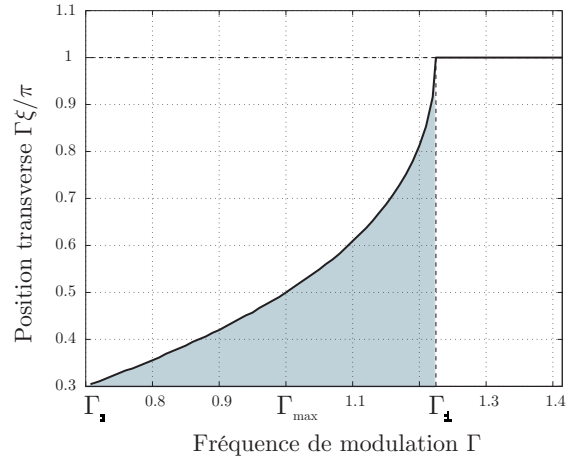
Figure 2.14 Courbe de gain initial d'instabilité. La zone grisée matérialise la plage de modulation d'intérêt pour l'étude MI induite. À droite, les profils au maximum d'amplification correspondant aux valeurs caractéristiques.

Lorsque le processus MI est induit, la fréquence de modulation initiale présente à l'entrée du milieu ne correspond pas obligatoirement, pour une intensité I_0 donnée, à la fréquence de gain maximal, ce qui peut modifier la dynamique du processus MI (particulièrement la longueur de formation du réseau de pics). Nous avons choisi de nous restreindre à une plage particulière de fréquences $\Gamma_1 < \Gamma < \Gamma_2$ avec $\Gamma_1^2 = \frac{1}{2}$ et $\Gamma_2^2 = \frac{3}{2}$. La valeur Γ_1 caractérise la limite en deçà de laquelle les ordres ± 2 se trouvent à l'intérieur de la bande de gain et deviennent aussi sujets à amplification. Des solutions existent toujours mais ne sont plus décrites dans le cadre de cette discussion¹. De plus, en pratique, les pics alors générés ont des largeurs trop faibles pour conserver l'approximation de séparation des variables. Autrement dit, ces quasi-solitons ont des tailles comparables voire inférieures à l'épaisseur effective ($\sim 10 \mu\text{m}$) de notre guide d'ondes plan, ce qui doit alors provoquer leur autofocalisation catastrophique. La valeur Γ_2 correspond à la limite au-delà de laquelle les minima du profil MI (cf. figure 2.13) ne sont pas nuls au maximum d'amplification. On a vu en effet que le processus MI peut être vu comme une remise en forme de la faible modulation d'intensité de départ par l'action conjuguée de la diffraction et de la non-linéarité. La figure 2.15 donne la position transverse du minimum en fonction de la valeur de Γ . On constate d'abord que la diminution de la fréquence de modulation Γ s'accompagne d'une diminution de la taille du quasi-soliton pour atteindre 0,3 fois la demi-période du réseau pour $\Gamma = \Gamma_1$ ². Elle confirme ensuite qu'au-delà de la valeur $\Gamma_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}$, ce minimum reste à la demi-période de modulation π . Dans ce cas, les ailes des quasi-solitons ne tombent plus à zéro parce que ceux-ci se recouvrent. Pour générer un réseau de solitons, cette situation est à éviter afin de minimiser les interactions cohérentes entre solitons.

¹ N.N. AKHMEDEV *et al.*, **1988** – *N-modulation signals in a single-mode optical waveguide under nonlinear conditions*, Sov. Phys. JETP **67**, 89-95.

² La taille mesurée à mi-hauteur est alors encore plus faible.

Figure 2.15 Position du minimum du réseau par rapport au maximum, en unité de demi-période normalisée. Au delà de $\Gamma_2^2 = \frac{2}{3}$, les solitons se recouvrent.



Pour la plage fréquentielle définie ci-dessus, il conviendra donc d'utiliser une plage de périodes de modulation

$$p_{\max} \sqrt{\frac{2}{3}} < p < p_{\max} \sqrt{2}. \quad (2.58)$$

Remarquons que la nature même de la solution analytique permet de faire varier indifféremment les variables : faire varier la fréquence de modulation pour une intensité fixe revient à faire varier l'intensité moyenne incidente pour une fréquence de modulation cette fois fixe. Ainsi, pour une période de modulation fixée, la condition précédente se traduit par

$$\frac{2}{3} I_0 < I_{\text{induit}} < 2I_0. \quad (2.59)$$

Dans (2.59), I_{induit} est l'intensité moyenne de départ pour le processus induit tandis que I_0 est l'intensité optimale du processus spontané pour la période de modulation p fixée [donnée par la relation (2.51)]. On comprend alors mieux le processus MI induit qui consiste à déplacer la fréquence de modulation, ou de manière équivalente l'intensité moyenne initiale, à l'intérieur de la bande de gain sans dimension (cf. figure 2.14). Signalons enfin que le gain initial associé à Γ_1 et Γ_2 a la même valeur $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Évolution de la phase

Il est aussi instructif de s'intéresser au comportement de la phase durant le processus MI. La figure 2.16 en est l'illustration. Les paramètres correspondent à l'exemple de la figure 2.11. La carte de phase instantanée montre une croissance plus rapide pour un maximum de la modulation initiale que pour un minimum. L'évolution se fait jusqu'à une apparente discontinuité¹ traduisant l'inversion du processus d'amplification et le retour à l'état initial, comme le montrent les profils de phases de début et de fin de processus de la figure 2.16.b. Au bout d'une récurrence, l'enveloppe de départ acquiert alors seulement un déphasage non linéaire qui tend asymptotiquement vers

¹ Malgré l'impression visuelle que donne cette carte, cette discontinuité est en effet d'origine numérique.

$$\Delta\phi = \phi_{final} - \phi_{initial} = 2 \arccos(\Gamma^2 - 1). \quad (2.60)$$

La carte de phase permet de constater de plus que celle-ci s'aplanit au cours du processus MI pour aboutir à une situation parfaite au maximum d'amplification. Ceci traduit bien le phénomène évoqué §2.3.1, à savoir la remise en forme vers un réseau de faisceaux quasi-solitons.

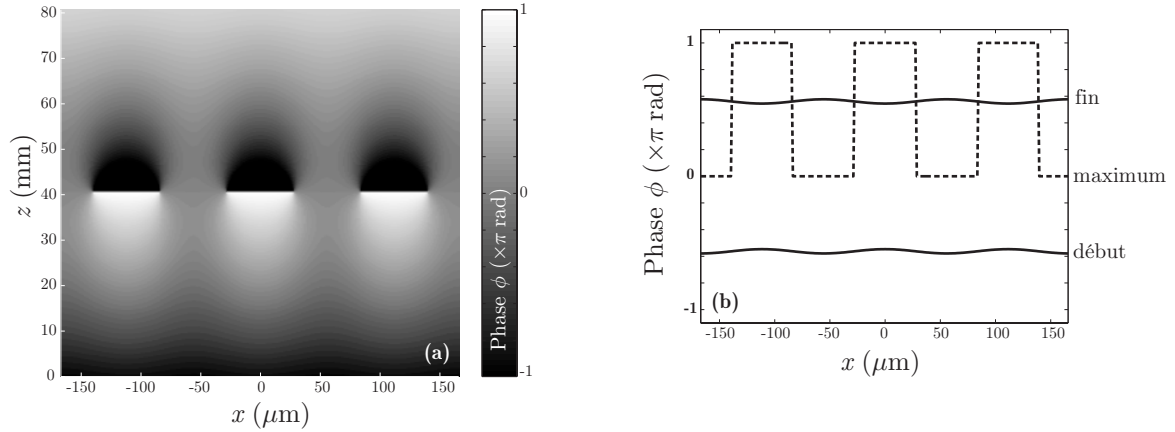


Figure 2.16 (a) Carte de la phase instantanée de l'enveloppe du champ au cours de la propagation dans le guide. (b) Profils de phase au départ, au maximum d'amplification et à la fin du processus.

Cependant, au maximum d'amplification et tant que les quasi-solitons ne se recouvrent pas, il y a un saut de phase de π par rapport au fond continu. La figure 2.17 représente le déphasage entre un maximum et un minimum de la modulation. La récurrence FPU est encore visible dans le plan complexe (figure 2.17.a) et le déphasage augmente bien pour atteindre π . L'augmentation du contraste de modulation s'accompagne d'une augmentation du déphasage.

Longueur de formation

Pour finir, l'expression (2.53) de l'enveloppe permet d'estimer une longueur de formation pratique $z = L_f$ pour le réseau de quasi-solitons. Sachant que pour l'onde plane le maximum d'amplification est atteint en $\zeta = 0$, L_f est définie par la distance $\zeta = \zeta_0$ qui correspond aux conditions initiales (Γ, C) , où C est le contraste (visibilité) de la modulation fixée au départ. On peut aussi parler de longueur utile pour un guide de longueur fixe. Dans le cas général, il est nécessaire de faire appel à l'outil numérique afin de résoudre un polynôme d'ordre quatre que

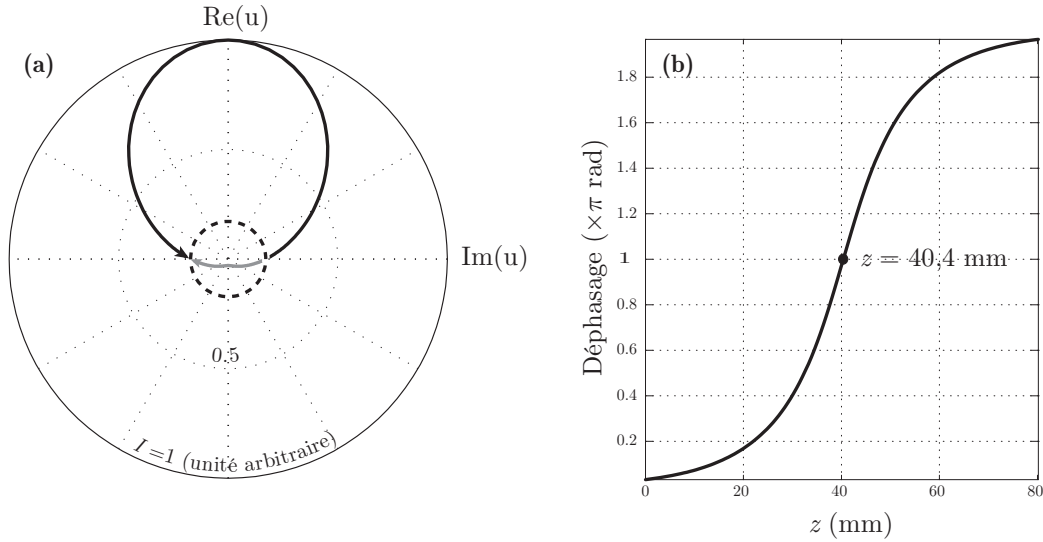


Figure 2.17 (a) Représentation dans le plan complexe de l'évolution d'un maximum (courbe noire) et d'un minimum (courbe grise) de la modulation. Le cercle en tirets est le lieu asymptotique des points de départ et d'arrivée (onde plane). (b) La récurrence est achevée pour un déphasage qui tend vers π pour une onde purement plane au départ.

vérifie L_f . Pour la solution de gain maximal (2.55), on peut tout de même donner l'expression suivante :

$$L_f = \frac{2\lambda_0}{q^2} \operatorname{acosh} \left[\frac{1}{C\sqrt{2}} (1 + \sqrt{1 - C^2}) \right] \quad (2.61)$$

pour la longueur de formation, où C est le contraste défini ci-dessus. La figure 2.18 représente, pour le CS_2 , la longueur de formation en fonction de la modulation de fréquence et du contraste de modulation initial pour une intensité moyenne de 150 MW/cm^2 . On constate la grande sensibilité de la longueur de formation au contraste initial, ce que confirment les profils de la figure 2.18.b. Au contraire, et en accord avec la courbe de gain, la sensibilité de la variation de L_f vis-à-vis de la plage fréquentielle de travail [ou de manière équivalente de l'intensité moyenne conformément à l'inégalité (2.59)] est relativement faible (de l'ordre de 1 cm sur la figure 2.18.c). Ainsi, dans nos expériences pour lesquelles la longueur de guide n'aura que deux valeurs possibles, la dynamique d'instabilité sera plus facile à analyser en variant l'intensité moyenne I_{induit} plutôt que le contraste. Nous tenons à faire remarquer que le choix d'un contraste de départ a été introduit pour permettre de définir une longueur de formation du réseau et ainsi pouvoir comparer la solution analytique à une situation expérimentale. La phase de l'enveloppe à une distance $\zeta = \zeta_0$ est toutefois complètement déterminée par l'expression analytique (2.53). En particulier, celle-ci correspond à la présence des ordres fondamentaux (± 1) ainsi que de leurs harmoniques en nombre infini. Évidemment, la solution analytique ne pourra donc qu'approximer une situation expérimentale comme la nôtre, où seuls la pompe et un ordre fondamental (+1 ou -1) sont présents à l'entrée. De fait, nous avons déjà noté (cf. figure 2.12) que le processus MI décrit analytiquement diffère principalement d'une situation réelle par la

longueur de formation, la croissance des harmoniques étant très bien approximée. Nous verrons au moment d'utiliser la simulation numérique que l'expression exacte, bien qu'asymptotique, n'en demeure pas moins un bon moyen d'approcher L_f tout en permettant de caractériser la dynamique du processus.

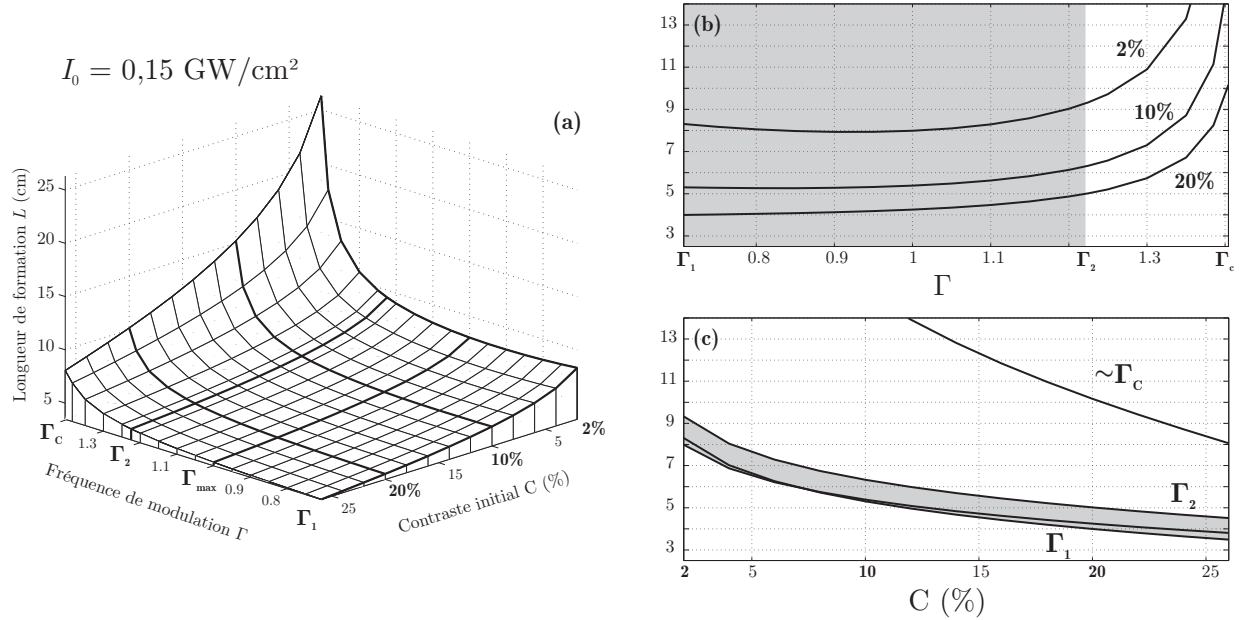


Figure 2.18 (a) Longueur de formation théorique d'un réseau en fonction du contraste initial et de la période de modulation. En (b) et (c), les courbes pour les valeurs caractéristiques.

2.4 THÉORIE DU MÉLANGE À QUATRE ONDES DÉGÉNÉRÉ

Le phénomène d'instabilité de modulation induite, traité jusqu'ici dans le domaine spatial direct, peut être vu sous l'angle usuel de l'amplification paramétrique dans le domaine spectral. Physiquement, l'amplification paramétrique s'explique par un effet de diffraction *via* un réseau d'indice auto-induit et dynamique à l'intérieur même du milieu. Ce réseau résulte de la conjugaison d'une modulation spatiale d'intensité (interférence) et de l'effet Kerr optique. La figure 2.19 illustre ce principe dans le cas spatial. L'interférence entre une onde plane intense (*pompe*) de fréquence angulaire Ω_0 et une onde plane d'intensité faible (*signal*) et de fréquence angulaire différente Ω_s entraîne une modulation spatiale d'intensité suivant la dimension transverse x . Cette modulation d'intensité induit, *via* l'effet Kerr optique, un réseau d'indice mobile $n(x, z) = n_0 + n_2 I(x, z)$ qui va diffracter l'onde de pompe selon différents ordres $\Omega_0 \pm n(\Omega_0 - \Omega_s) = \Omega_0 \pm n\Omega$. L'ordre +1 correspond à l'amplification cohérente du signal, l'ordre -1 à la fréquence fondamentale *idler* et les ordres supérieurs correspondent aux harmoniques qui, s'ils sont suffisamment excités, traduisent une remise en forme au cours de la propagation du réseau d'indice auto-induit (et donc des franges d'interférences) et expliquent la génération d'un réseau de pics quasi-solitons. Le gain d'amplification, lié au pouvoir de diffraction, est donné par

la profondeur du réseau d'indice $n_2 I(x)$, laquelle augmente au cours de la propagation par intermodulation de phase.

En présence de diffraction, l'amplification du signal peut devenir exponentielle si la modulation périodique constituant le réseau d'indice est conservée au cours de la propagation. Cette stabilité du réseau correspond à une condition d'*accord de phase* entre les différentes ondes pompe, signal et idler soumises chacune à des effets de phase liés au matériau (diffraction) et à l'intensité lumineuse (modulation non linéaire de la phase). Cet accord de phase permet un transfert d'énergie maximal de la pompe vers les ordres de diffraction.

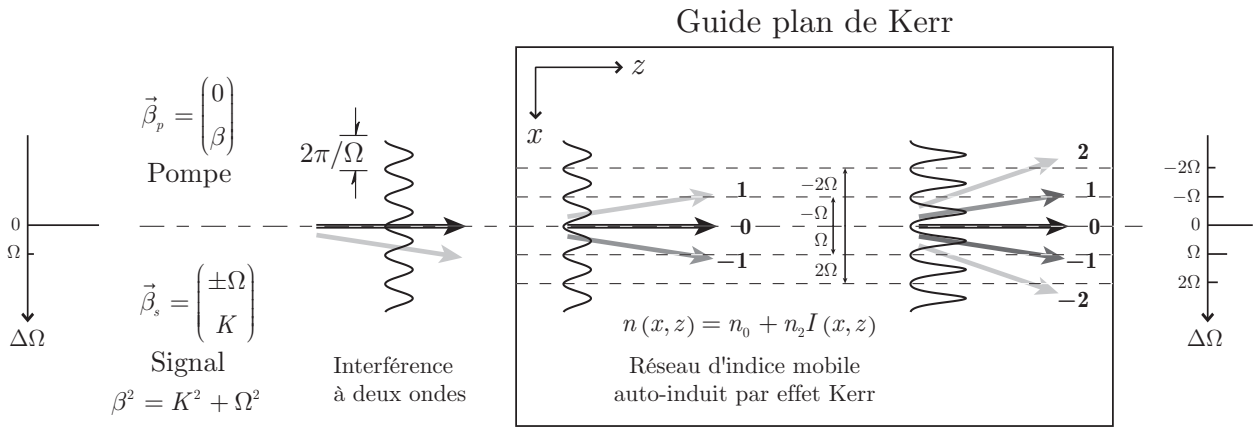


Figure 2.19 Approche de l'instabilité de modulation par diffraction sur un réseau dynamique.

L'amplification paramétrique est usuellement traitée dans l'espace fréquentiel (que ce soit dans le domaine temporel ou spatial) par un formalisme de mélange à quatre ondes. Dans le domaine temporel¹, les principales applications concernent l'étude de son influence sur la transmission d'information par multiplexage en longueurs d'ondes sur fibre optique² et les amplificateurs paramétriques optiques fibrés à large bande passante³. Pour décrire le processus MI induit scalaire dans le domaine spatial, nous développons ici le modèle dit « tronqué » de mélange à quatre ondes *dégénéré* (DFWM, *degenerate four-wave mixing*), qui prend en compte le mélange spatial de quatre ondes planes de même couleur, colinéairement polarisées et dont deux (pompes) sont dégénérées en fréquence angulaire⁴. Dans ce modèle, les ordres de diffraction supérieurs à un sont négligés⁵. Le mélange à quatre ondes dégénéré, en comparaison des théories perturbative ou analytique (§2.3), ou de la simulation numérique de NLS, est donc une autre

¹ S. TRILLO & S. WABNITZ, **1991** – *op. cit.* ; S. TRILLO et al., **1994** – *Nonlinear dynamics of dual-frequency-pumped multiwave mixing in optical fibers*, Phys. Rev. A **50**, 1732-47.

² D.L. HART et al., **1998** – *Dynamical evolution of multiple four-wave-mixing processes in an optical fiber*, Phys. Rev. E **57**, 4757-74.

³ J. HANSRYD et al., **2002** – *Fiber-based optical parametric amplifiers and their applications*, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **8**, 506-20 ; L. PROVINO, **2002** – *Génération et amplification contrôlées de très larges bandes spectrales dans les fibres optiques conventionnelles et microstructurées*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

⁴ Ces dernières ne sont donc physiquement discernables qu'au niveau quantique.

⁵ E. INFELD, **1981** – *Quantitative theory of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in the nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. Lett. **47**, 717-20.

approche théorique du même problème physique. Pour certains aspects étudiés au chapitre 3, il permettra de mieux dégager les caractéristiques physiques de l'interaction entre les ondes. Nous nous restreignons ici à la présentation des principales considérations à la base de ce formalisme et dont les conséquences sont étayées par l'outil numérique.

2.4.1 Équations couplées du mélange à quatre ondes dégénéré

Afin de décrire le phénomène d'instabilité de modulation scalaire, les ondes sont toutes de même polarisation linéaire. En négligeant la génération d'harmoniques, nous transposons donc le formalisme temporel d'amplification paramétrique par mélange à quatre ondes dégénéré, appliqué à la propagation sur fibre optique. Ce formalisme est issu du travail rigoureux et complet de Cappellini et Trillo¹. Son équivalent spatial peut être trouvé dans une récente étude faite par Korneev² et que nous utilisons pour aborder le formalisme hamiltonien. Ce dernier peut être appliqué à la résolution exacte et à l'analyse de stabilité du système de Schrödinger tronqué.

Définition générale du champ électrique

Considérons l'interaction de $N = 2n + 1$ ondes planes monochromatiques de même couleur et colinéairement polarisées suivant x , en régime permanent. L'équivalent spatial du processus non linéaire d'interaction à quatre photons consiste à considérer les directions de propagation (fréquences angulaires) des différentes ondes planes, naturellement données par la composante transverse Ω_x de leurs vecteurs d'onde respectifs. En utilisant l'hypothèse de séparation des variables transverses, le champ électrique correspondant peut toujours s'écrire

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \frac{1}{2} F(y) \vec{E}(x, z) e^{-i\omega t} + c.c., \quad (2.62)$$

mais pour une enveloppe

$$\vec{E}(x, z) = \sum_{k=-n}^n S_k(z) e^{i(K_k z + \Omega_k x)} \vec{e}_x. \quad (2.63)$$

Les amplitudes S_k peuvent être complexes. Les ondes étant de même couleur, on garde $\sqrt{K_k^2 + \Omega_k^2} = \beta$ comme norme commune du vecteur d'onde de chaque onde plane. L'introduction de l'expression (2.63) dans NLS (2.27) aboutit à un système de N équations scalaires couplées pour les différentes amplitudes des ondes. La résolution du système complet permettrait de caractériser totalement le processus non linéaire d'échange d'énergie. Étant donnée la complexité d'une telle résolution, une approche numérique est nécessaire dans le cas général.

¹ G. CAPPELLINI & S. TRILLO, 1991 – *Third-order three-wave mixing in single-mode fibers : Exact solutions and spatial instability effects*, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 824-38.

² N. KORNEEV, 2000 – *Analytical solutions for three and four diffraction orders interaction in Kerr media*, Opt. Express **7**, 299-304.

L'approximation dite « par troncature » permet néanmoins de simplifier ce système en ne prenant en considération que les ondes d'ordre 0 (*pompe*), +1 (*signal*) et -1 (*idler*).

Mélange à quatre ondes dégénéré

Dans le cadre du modèle tronqué, l'enveloppe du champ électrique prend la forme suivante :

$$E(x, z) = \sum_{k=-1}^1 S_k(z) e^{i(K_k z + \Omega_k x)} = S_0(z) e^{i\beta z} + S_1(z) e^{i(K_1 z + \Omega_1 x)} + S_2(z) e^{i(K_2 z - \Omega_2 x)}, \quad (2.64)$$

où le troisième terme, d'indice 2, vaut pour l'onde idler. L'instabilité de modulation provoquant la croissance des bandes latérales signal et idler symétriquement réparties de part et d'autre de la fréquence de pompe, les composantes transverses des vecteurs d'onde sont donc données par $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega = 2\pi/\Lambda$, où Λ est la période spatiale de modulation transverse d'intensité, résultant de l'interférence des trois ondes (figure 2.20). On note alors $\Delta K = 2(K - \beta)$ et $\Delta\Omega = 0$, où ΔK est le désaccord de phase linéaire (*i.e.* à basse puissance) entre les vecteurs d'onde.

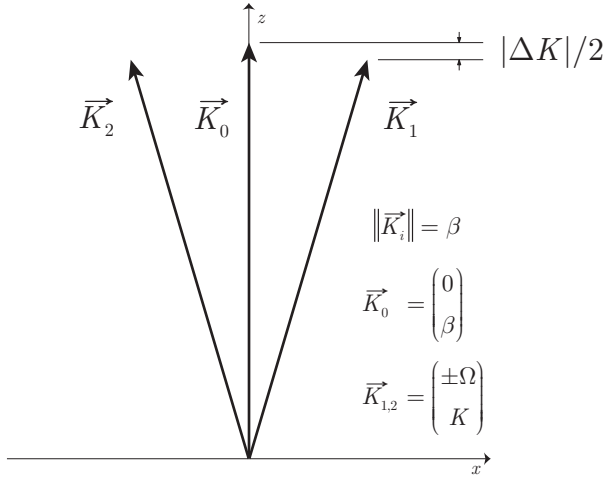


Figure 2.20 Configuration des vecteurs d'onde pour décrire l'instabilité de modulation par un mélange spatial de trois ondes planes.

En introduisant l'expression de l'enveloppe correspondante dans NLS (2.27), on obtient les trois équations couplées pour l'évolution des amplitudes des différents ordres de diffraction, soient :

$$\begin{aligned} \frac{dS_0}{dz} &= -i\beta S_0 + i\gamma \left[|S_0|^2 S_0 + 2|S_1|^2 S_0 + 2|S_2|^2 S_0 + 2S_0^* S_1 S_2 e^{i\Delta K z} \right], \\ \frac{dS_1}{dz} &= -i \left[K_1 + \frac{1}{2} \frac{\Omega^2}{\beta} \right] S_1 + i\gamma \left[|S_1|^2 S_1 + 2|S_0|^2 S_1 + 2|S_2|^2 S_1 + S_0^2 S_2^* e^{-i\Delta K z} \right], \\ \frac{dS_2}{dz} &= -i \left[K_2 + \frac{1}{2} \frac{\Omega^2}{\beta} \right] S_2 + i\gamma \left[|S_2|^2 S_2 + 2|S_0|^2 S_2 + 2|S_1|^2 S_2 + S_0^2 S_1^* e^{-i\Delta K z} \right]. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Ce système constitue les équations aux amplitudes couplées pour un milieu de Kerr sans pertes. Il est semblable aux équations générales (2.24) : les termes de gauche décrivent

l'évolution longitudinale de l'enveloppe de chaque ordre ; le premier terme de droite décrit le déphasage linéaire constant introduit par diffraction pour chaque onde plane ; le premier des termes non linéaires décrit l'automodulation de phase ; les deux suivants décrivent l'intermodulation de phase due aux ondes se propageant dans une direction différente¹ ; enfin, le dernier terme décrit l'échange d'énergie par mélange d'ondes (DFWM). La résolution d'un tel système est un problème classique d'optique non linéaire². Celle-ci peut se faire de manière exacte *via* l'utilisation du formalisme hamiltonien et la reconnaissance de certaines quantités se conservant au cours de la propagation. Nous l'aborderons rapidement au §2.4.2. Avant cela, il est tout de même possible de donner quelques interprétations qualitatives du processus décrit par (2.65). On peut réécrire ce système de manière plus convenable en utilisant les amplitudes et phases des différents ordres. À cette fin, on effectue les changements de variables suivants :

$$S_k(z) = A_k(z) e^{i\phi_k(z)} \text{ où } (A_k, \phi_k) \in \mathbb{R}^2. \quad (2.66)$$

$A_k^2(z)$ est alors l'intensité de l'onde plane lentement variable d'ordre k . Alors, l'intensité totale est exprimée localement, en configuration symétrique, par

$$I(x, z) = |E(x, z)|^2 = I_0 + 2 \{ A_0 A_1 \cos[(\Delta K/2)z + \Omega x] + A_0 A_2 \cos[(\Delta K/2)z - \Omega x] + A_1 A_2 \cos[2\Omega x] \}.$$

On pose de plus $\eta = A_0^2/I_0$, $a_1 = A_1/\sqrt{I_0}$ et $a_2 = A_2/\sqrt{I_0}$, les intensités dans les différents ordres normalisées par l'intensité totale I_0 . L'intérêt d'une telle normalisation vient de la conservation au cours de la propagation de I_0 ³:

$$I_0 = A_0^2 + A_1^2 + A_2^2. \quad (2.67)$$

À partir des divers changements de variables se déduisent les équations couplées pour l'évolution des intensités des différents ordres et de la phase totale⁴:

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dz} &= -4\gamma I_0 \eta a_1 a_2 \sin \phi, \\ \frac{da_1}{dz} &= 2\gamma I_0 \eta a_2 \sin \phi, \\ \frac{da_2}{dz} &= 2\gamma I_0 \eta a_1 \sin \phi, \\ \frac{d\phi}{dz} &= \Delta k = -\frac{\Omega^2}{\beta} + \gamma I_0 [2\eta - (a_1^2 + a_2^2)] + \gamma I_0 \left[\eta \left(\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} \right) - 4a_1 a_2 \right] \cos \phi. \end{aligned} \quad (2.68)$$

¹ Le coefficient d'intermodulation de phase est alors égal à 2 comme dans le cas de deux ondes de même polarisation rectiligne mais de fréquences temporelles différentes.

² R.W. BOYD, 1992 – *Wave-equation description of nonlinear optical interactions*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

³ Le calcul de la puissance correspondante est $P_0 = h_{\text{eff}} \Lambda I_0$, où h_{eff} est l'épaisseur effective du guide plan et Λ la période de modulation spatiale. De fait, P_0 est une puissance par unité de période de modulation spatiale Λ .

⁴ G. CAPPELLINI & S. TRILLO, 1991 – *op. cit.*

$\phi(z) = \Delta K z + \phi_1(z) + \phi_2(z) - 2\phi_0(z)$ est la phase relative (ou totale) des différentes composantes en interaction. La dernière équation de ce système correspond donc à une condition d'accord de phase qui permet de caractériser l'efficacité du processus d'échange d'énergie entre les ondes.

Considérations d'accord de phase

En l'absence de non-linéarité, le système (2.65) se réduit simplement à l'interférence linéaire entre trois ondes planes au cours de la propagation dans le guide plan. Cette situation est illustrée sur la figure 2.21. Elle montre l'évolution longitudinale de l'enveloppe transverse du champ unidimensionnel d'intensité faible en régime permanent. Les flèches indiquent les directions des ondes planes composant le champ. On constate une modulation d'intensité à la fois transverse et longitudinale, et de contraste faible étant donné le faible couple signal/idler (6×10^{-6} fois l'intensité de la pompe). L'interfrange transverse est provoqué par le décalage angulaire Ω tandis que l'interfrange longitudinal est dû au désaccord de phase Δk , qui est alors simplement le désaccord linéaire $\Delta K = 2(K - \beta)$ entre les composantes longitudinales des différents vecteurs d'onde.

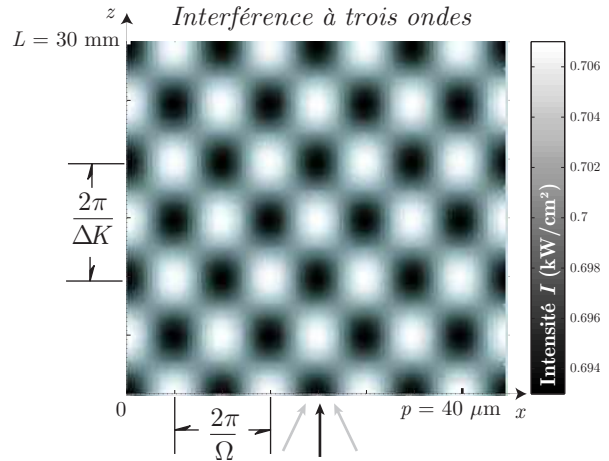


Figure 2.21 Simulation du phénomène d'interférence à trois ondes en absence de non-linéarité (*i.e.* à basse intensité). Le décalage angulaire entre les ondes provoque une figure d'interférence longitudinalement et transversalement. [$I_0 = 0,7 \text{ kW/cm}^2$.]

En présence de l'effet Kerr optique, la modulation transverse d'intensité auto-induit un réseau d'indice qui va pouvoir diffracter les différentes ondes dans les directions angulaires (ordres n de diffraction)

$$\sin \theta_n = \frac{n\Omega}{\beta} = n \frac{\lambda}{\Lambda}. \quad (2.69)$$

Si on ne considère que les ordres ± 1 , ce processus de diffraction est décrit par le système d'équations couplées (2.68). À la vue de ce système, on constate d'emblée que l'énergie est transférée depuis la pompe, ou inversement depuis les ondes latérales, en fonction du signe de $\sin \phi$ et donc de la valeur de $\phi(z)$. Ainsi, l'efficacité du transfert d'énergie entre ondes est donnée par la condition d'accord de phase du système (2.68) qui donne le taux de variation Δk du déphasage au cours de la propagation. La profondeur du réseau d'indice étant dynamique (la

non-linéarité de Kerr est considéré instantanée), cette variation est en général non constante au cours de la propagation. On peut ainsi distinguer deux régimes de diffraction en fonction de cet accord de phase.

Fort désaccord de phase. Ce régime correspond à un fort désaccord de phase Δk entre les différentes ondes, dû à un angle entre elles trop important. Le régime de diffraction est analogue au régime de type Raman-Nath lors de la diffraction de la lumière par une onde ultrasonore¹, à cette différence importante près que le réseau d'indice est ici dynamique en z . En négligeant les ordres de diffraction supérieurs à ± 1 , la variation de l'amplitude des ondes peut alors être donnée par les relations²

$$A_0^2 = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi l \Delta n}{\lambda_0} \right) \quad \text{et} \quad A_{1,2}^2 = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi l \Delta n}{\lambda_0} \right). \quad (2.70)$$

Ici, Δn traduit la variation d'indice provoquée, *via* l'effet Kerr optique, par la modulation d'intensité et l est la distance sur laquelle le champ « voit » le réseau d'indice. Pour une non-linéarité de Kerr cependant, cette distance est infiniment faible puisque le réseau d'indice varie instantanément. Néanmoins, il est possible de l'approximer numériquement en utilisant la BPM. Cette distance l correspond alors au pas longitudinal de discrétisation.

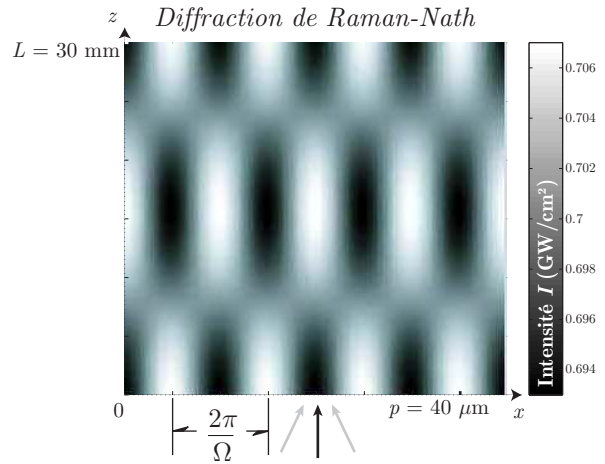
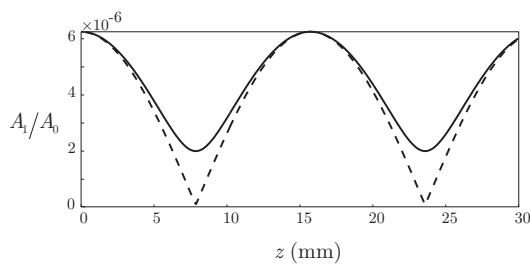


Figure 2.22 Simulation de la diffraction sur le réseau auto-induit en régime de fort désaccord de phase : diffraction de Raman-Nath. [$I_0 = 0,7 \text{ GW/cm}^2$.]

La figure 2.22 illustre ce régime de diffraction pour les directions de propagation précédentes mais à forte intensité (régime non linéaire). On constate une augmentation de la période longitudinale due à la diffraction par le réseau dynamique non linéaire. Le contraste de la modulation reste néanmoins faible étant donné le faible accord de phase entre ondes planes. Ceci est confirmé par les profils représentant la variation de l'amplitude du signal normalisée par l'amplitude de la pompe, au cours de la propagation. En trait plein, la variation exacte du signal montre son comportement périodique mais non amplifié. Les harmoniques ne sont

¹ M. BORN & E. WOLF, 1980 – *Diffraction of light by ultrasonic waves*, in "Principles of Optics" (Cambridge University Press, Cambridge).

² B.E.A. SALEH & M.C. TEICH, 1991 – *Acousto-optics*, in "Fundamentals of Photonics" (John Wiley & Sons, New York).

quasiment pas excitées et le profil transverse d'intensité n'est pas remis en forme. En trait pointillé, la variation de signal donnée par l'expression (2.70), proche de la variation exacte, confirme l'équivalent du régime de diffraction de Raman-Nath auquel sont sujettes les ondes en interaction. Ce régime de diffraction correspond aux fréquences spatiales hors de la bande de gain paramétrique.

Régime d'amplification paramétrique. Ce régime correspond à un faible désaccord de phase Δk entre les différentes ondes pour un angle entre elles suffisamment faible. En comparaison du régime de Raman-Nath précédent, l'accord de phase doit correspondre à une condition de résonance de Bragg lorsque les ondes traversent, en synchronisme de phase, un grand nombre de périodes spatiales du réseau, de sorte qu'un gain exponentiel est alors obtenu. À l'accord de phase parfait, $\Delta k = 0$ et les ondes diffractées conservent une relation de phase fixe avec la source cohérente de rayonnement qu'est le champ de polarisation non linéaire¹. Ceci permet un transfert d'énergie maximal depuis la pompe, ou inversement depuis les ordres ± 1 , en fonction du signe de $\sin \phi$. Alors, le gain paramétrique est maximal si la phase initiale $\phi(z = 0)$ est bien choisie. L'accord de phase parfait est obtenu quand il y a compensation entre déphasages linéaire et non linéaire. Dans ce cas, $\Delta K = -\Omega^2/\beta$ et $\Delta K_{NL} = \gamma I_0 [2\eta - (a_1^2 + a_2^2)]$ sont respectivement les désaccords de phase linéaire et non linéaire (dû, pour ce dernier, à la l'automodulation et l'intermodulation de phase). Ils déterminent alors un accord de phase optimal pour la fréquence angulaire

$$\Omega_{\max} = \pm \sqrt{\beta \gamma I_0 [2\eta - (a_1^2 + a_2^2)]} = \pm \beta \sqrt{(n_2 I_0 / n_0) [2\eta - (a_1^2 + a_2^2)]}. \quad (2.71)$$

La figure 2.23 illustre le comportement simulé de l'enveloppe du champ pour trois ondes initialement en accord de phase parfait [$\phi(0) = +\pi/2$]. L'intensité moyenne est la même que précédemment. On constate cette fois que le contraste du profil d'intensité augmente fortement, ce qui traduit la remise en forme vers le réseau de quasi-solitons. Il s'agit du régime

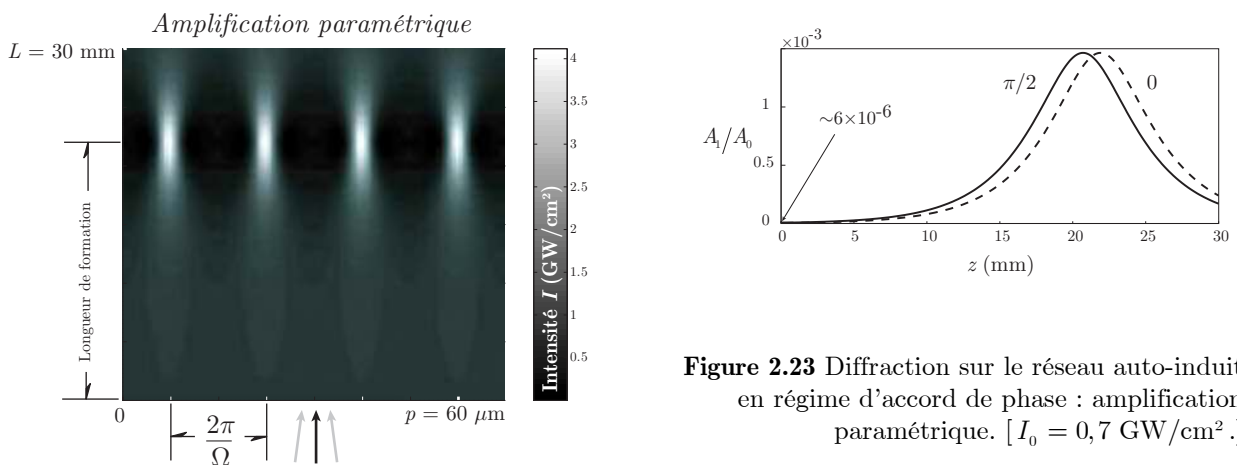


Figure 2.23 Diffraction sur le réseau auto-induit en régime d'accord de phase : amplification paramétrique. [$I_0 = 0,7 \text{ GW/cm}^2$].

¹ R.W. BOYD, 1992 – *Wave-equation description of nonlinear optical interactions*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

d'amplification paramétrique correspondant au phénomène d'instabilité de modulation. Les profils de la figure 2.23 montrent l'amplification exponentielle du signal pour les deux valeurs caractéristiques de la phase relative initiale $\phi(z=0)$ entre les ondes pompe, signal et idler. Il y a donc une sensibilité de l'amplification à la phase initiale et dont nous discutons ci-après.

Le régime d'amplification paramétrique correspond donc aux fréquences spatiales à l'intérieur de la bande de gain d'instabilité de modulation. En effet, pour le phénomène d'instabilité de modulation, les amplitudes des ondes signal et idler sont initialement faibles, de sorte que $a_{1,2}^2 \ll \eta$ et $\eta \approx I_0$. Ainsi, à l'accord de phase parfait, la fréquence spatiale de gain maximal est donnée par (2.71) et vaut $\Omega_{\max} = \pm\beta\sqrt{2n_2I_0/n_0}$. On retrouve alors logiquement la fréquence de gain maximal (2.51) du formalisme d'instabilité de modulation. De plus, il est possible d'extraire du système d'équations couplées la bande de fréquences spatiales sujettes au gain paramétrique.

Sensibilité à la phase et gain paramétrique

La relation d'accord de phase du système (2.68) nous renseigne sur le sens du transfert d'énergie entre la pompe et le couple signal/idler. Dans le cas de trois ondes non nulles (cas présentés jusqu'à maintenant), une amplification (atténuation) maximale des bandes latérales est obtenue pour $\phi(0) = +\pi/2$ ($-\pi/2$). L'amplification paramétrique est ainsi sensible à la phase totale à l'entrée dans le milieu. En contrôlant la valeur de $\phi(0)$, le sens de l'échange d'énergie peut être contrôlé. Ceci est confirmé par les profils de la figure précédente, laquelle montre une variation de longueur de formation du réseau en fonction de la phase relative initiale. À l'inverse, *dans le cas où une des deux ondes latérales est absente à l'entrée du milieu, l'amplification paramétrique devient insensible à la phase.* Ce cas reflète notre expérience du processus MI à partir d'une interférence à deux ondes quasi planes dont une (pompe) est intense et l'autre (signal) est d'intensité faible. Dans ce cas, la phase ϕ vaut automatiquement $+\pi/2$ à l'entrée du milieu. Ceci s'explique en considérant que l'onde idler est générée après une distance de propagation infiniment courte¹. L'analyse du terme de phase de la troisième équation dans le système (2.65) révèle en effet que l'onde idler a une phase $\phi_2 = \pi/2 + 2\phi_0 - \phi_1 - \Delta Kz$ et donc $\phi(0) = +\pi/2$ quelles que soient les valeurs individuelles des phases. D'après les équations en intensités du système (2.68), les ondes signal et idler sont immédiatement amplifiées à l'entrée du milieu, à la différence d'une configuration sensible à la phase. Autrement dit, au voisinage du maximum de la bande de gain paramétrique, les ondes pompe, signal et idler sont automatiquement en accord de phase parfait si l'idler est absente au départ.

Le système (2.65) est général puisqu'il prend en compte la dynamique complète de l'interaction, c'est-à-dire la déplétion de la puissance de pompe ou, de manière équivalente, la saturation des puissances des signaux, ceci traduisant l'amorce du phénomène de récurrence

¹ K. INOUE & T. MUKAI, 2001 – *Signal wavelength dependence of gain saturation in a fiber optical parametric amplifier*, Opt. Lett. **26**, 10-2.

FPU. Ce système peut toutefois se résoudre assez simplement dans l'approximation usuelle de faible conversion, tant que la pompe demeure non déplétée. Dans ce cas, l'intensité de pompe reste constante ($dS_0/dz = 0$) et le système dynamique (2.65) se réduit aux deux seules équations pour les amplitudes du signal et de l'idler. Dans le cas de l'interférence de deux ondes (onde idler initialement nulle), on obtient pour la variation des différents ordres¹ :

$$A_0^2(z) = A_0^2, \quad A_1^2(z) = A_1^2(0) \left[1 + \left(\frac{\gamma A_0^2}{g} \sinh(gz) \right)^2 \right] \quad \text{et} \quad A_2^2(z) = A_1^2(0) \left(\frac{\gamma A_0^2}{g} \sinh(gz) \right)^2, \quad (2.72)$$

où g est le gain paramétrique exprimé par la relation

$$g = \sqrt{(\gamma I_0)^2 - (\Delta k/2)^2}. \quad (2.73)$$

Sous certaines conditions, ce gain correspond à celui, exprimé à partir de (2.49), du formalisme d'instabilité de modulation. Dans le cas de l'interférence de deux ondes ou si, pour trois ondes, la phase initiale est $+\pi/2$ de sorte que le dernier terme de Δk est nul, on retrouve la courbe de gain du processus MI induit. Le lien est ainsi établi entre les deux approches existantes pour expliquer le même processus physique : amplification paramétrique ou instabilité de modulation. L'approche par mélange d'ondes permet cependant de traiter analytiquement des processus correspondant à une plus grande variété de conditions initiales mais en négligeant les harmoniques spectrales. Il est par exemple possible de considérer le cas, plus général, de deux ondes pompes distinctes, ce qui correspond au mélange à quatre ondes *non dégénéré*² (FWM). À ce propos, nous tenons à faire remarquer que, récemment, a été prédite la possibilité d'un processus de mélange à quatre ondes en milieu de Kerr *défocalisant*³. Dans le domaine spatial, ce processus se caractérise par la création de deux photons de vecteurs d'onde colinéaires à l'axe optique au détriment de deux photons de pompe non colinéaires. Ce phénomène non linéaire est interprété par les auteurs en tant que l'inverse du processus d'instabilité de modulation spatiale.

Origine de la récurrence FPU

Le processus paramétrique qu'illustre la figure 2.23 montre que le réseau de quasi-solitons entame un retour périodique à son état initial, signe de la récurrence FPU. Il est possible de l'expliquer au moyen du formalisme de mélange à quatre ondes par simple considération d'accord de phase. La condition d'accord de phase Δk dépend en effet des différentes intensités des ordres de diffraction. Ainsi, en régime d'amplification paramétrique, Δk et ϕ varient continûment au cours de la propagation, dès lors que l'accord de phase n'est pas rigoureusement parfait ou que la déplétion de la pompe intervient. Par conséquent, la synchronisation initiale

¹ R.H. STOLEN & J.E. BJORKHOLM, **1982** – *Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers*, IEEE J. Quantum Electron. **18**, 1062-71 ; G.P. AGRAWAL, **2001** – *Parametric processes*, in "Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, San Diego).

² S. TRILLO *et al.*, **1994** – *op. cit.*

³ C.F. MCCORMICK *et al.*, **2002** – *Weak-wave advancement in nearly collinear four-wave mixing*, Opt. Express **10**, 581-5.

des phases des différentes ondes ne peut pas être maintenue. On peut montrer, en représentant la phase totale entre les ondes au cours de la propagation, que le maximum d'amplification correspond à une répartition de l'intensité totale I_0 entre les différents ordres pour laquelle la phase change de signe. Le sens du transfert d'énergie dépendant du signe de ϕ , celui-ci s'inverse. *La récurrence FPU s'explique donc par une perte du synchronisme de phase à l'origine du processus d'amplification paramétrique.*

2.4.2 Formalisme hamiltonien

Le formalisme hamiltonien de la mécanique peut être appliqué au système dynamique non linéaire (2.65). En effet, ce système est l'équation du mouvement d'un système hamiltonien avec trois degrés de liberté. En conséquence, pour être intégrable, ce système doit posséder au moins trois quantités qui se conservent au cours de la propagation. L'hamiltonien est donné par la relation (2.42) et le système (2.65) y correspond par la dérivée de Fréchet $i dS_k/dz = \delta H/\delta S_k^*$. Nous abordons rapidement ce formalisme non seulement pour son caractère universel mais aussi parce que son utilisation est courante en théorie des équations d'évolution non linéaires, dont NLS est la première représentante.

Écriture de l'hamiltonien tronqué pour $N=3$

Le système dynamique décrit par les équations couplées possède trois degrés de liberté et il est possible de montrer qu'au moins les trois quantités définies ci-après sont conservées¹. En conséquence, le système dynamique hamiltonien correspondant sera complètement intégrable sans avoir recours à l'approximation de non-déplétion de la pompe. Il est en effet possible de réduire le nombre de variables du problème à une seule, *via* l'introduction des quantités conservées. En plus de l'hamiltonien H , on a déjà introduit de manière triviale l'intensité totale $I_0 = \sum_k S_k S_k^* = \eta + a_1^2 + a_2^2$. La dernière quantité d'intérêt est le moment $M = \sum_k \Omega_k S_k S_k^* = \Omega(a_1^2 - a_2^2)$. La relation de conservation de cette dernière quantité est une relation de Manley-Rowe². Elle traduit la conservation de la différence de puissance entre les ondes signal et idler, c'est-à-dire la conservation du barycentre des trois ondes planes. En utilisant le formalisme quantique, dans notre milieu sans pertes, la pompe dégénérée est un réservoir de paires de photons de vecteurs d'onde symétriques et créés à un taux égal.

Dans le cas que nous étudions (cf. figure 2.20), en substituant la décomposition en ondes planes (2.64) dans l'expression (2.42), il devient possible d'obtenir l'hamiltonien pour notre problème. Pour un problème de propagation soliton, l'intégration dans l'expression (2.42) se fait sur l'espace complet. Dans notre cas, on intègre suivant une période de modulation spatiale Λ . Il vient, après quelques manipulations, l'hamiltonien suivant pour le système tronqué :

¹ N. KORNEEV, 2000 – *op. cit.*

² R.W. BOYD, 1992 – *Processes resulting from the intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

$$H = \left(\frac{\Omega^2}{2\beta} - \gamma A_0^2 \right) (I_0 - A_0^2) - \frac{1}{2} \gamma I_0^2 - \gamma A_1^2 A_2^2 - 2\gamma A_0^2 A_1 A_2 \cos \phi ,$$

soit

$$H = -\frac{\gamma I_0^2}{2} \left[4\eta a_1 a_2 \cos \phi - (\delta - 1)\eta - \frac{3}{2}\eta^2 + \delta - \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{3}{2} \right], \quad (2.74)$$

où ont été introduits $\delta = \Delta K / \gamma I_0$ le désaccord de phase linéaire normalisé et $\varepsilon = a_1^2 - a_2^2$ la différence d'intensité normalisée entre les ondes signal et idler. Il convient néanmoins de réécrire H sous la forme suivante pour laquelle tous les termes constants ont été inclus dans H :

$$H(\eta, \phi) = 2\eta \sqrt{(1-\eta)^2 - \varepsilon^2} \cos \phi - (\delta - 1)\eta - \frac{3}{2}\eta^2. \quad (2.75)$$

Ainsi, une fois les conditions initiales spécifiées, H est alors déterminé pour le reste du problème, δ et ε étant des constantes.

Réduction du nombre de paramètres

En plus de l'intensité totale I_0 , nous avons introduit précédemment deux autres invariants :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= a_1^2 - a_2^2, \\ H &= 4\eta a_1 a_2 \cos \phi - (\delta - 1)\eta - \frac{3}{2}\eta^2. \end{aligned} \quad (2.76)$$

L'intérêt d'avoir autant de quantités conservées que de degrés de liberté réside dans la possibilité de réduire le système d'équations d'évolution (2.68), pour les intensités et la phase, à une seule équation pour une des quatre variables (η, a_1, a_2, ϕ) . L'équation obtenue, par exemple pour l'intensité de la pompe, devient intégrable au moins numériquement. À partir des expressions de I_0 , ε , $\sin^2 \phi$ et $\cos^2 \phi$, il vient pour la puissance de pompe :

$$\frac{d\eta}{d\zeta} = \pm \sqrt{\frac{7}{4} f(\eta)}, \quad (2.77)$$

où $\zeta = \gamma I_0 z$ est la distance de propagation normalisée et $f(\eta) = \eta^4 + a\eta^3 + b\eta^2 + c\eta + d$, avec $a = -\frac{20}{7}[1 + \frac{3}{5}\delta]$, $b = \frac{4}{7}[3 - 4\varepsilon^2 - 3H - \delta(\delta - 2)]$, $c = \frac{3}{7}(1 - \delta)H$ et $d = -\frac{4}{7}H^2$. Le signe de $d\eta/d\zeta$ dépend de celui de $\sin \phi$ et correspond donc au sens du transfert d'énergie.

L'équation précédente peut être vue comme l'équation d'évolution pour la vitesse d'un point matériel dans un puits de potentiel $V(\eta)$ avec conservation de l'énergie totale E . Elle peut être intégrée par quadrature :

$$\zeta = \mp \sqrt{\frac{4}{7}} \int_{\eta(0)}^{\eta(\zeta)} \frac{d\eta}{\sqrt{f(\eta)}} = \mp \sqrt{\frac{4}{7}} \int_{\eta(0)}^{\eta(\zeta)} \frac{d\eta}{\sqrt{2[E - V(\eta)]}}, \quad (2.78)$$

avec

$$V(\eta) = -\int \frac{d^2\eta}{d\zeta^2} d\eta = -\frac{1}{2}(\eta^4 + a\eta^3 + b\eta^2 + c\eta),$$

et

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{d\eta}{d\zeta} \right)^2 + V(\eta) = -\frac{2}{7} H^2.$$

Le puits de potentiel V et l'énergie totale E sont uniquement déterminés par les conditions initiales à travers H , ε et δ . L'équation (2.78) pour ζ donne alors $\eta(z)$ puis a_1 , a_2 et ϕ à partir des trois invariants.

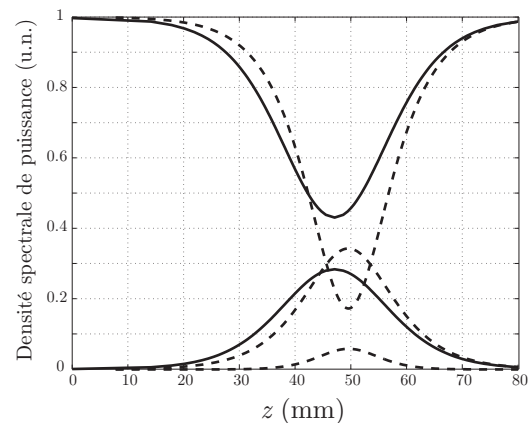
Résolution de $\eta(z)$: solutions exactes

L'intégrale de quadrature (2.78) contient une fonction rationnelle de la racine carrée d'un polynôme d'ordre quatre en η qui est la variable d'intégration. Cette intégrale est elliptique et sa résolution se fait par inversion en fonctions elliptiques de Jacobi¹. Ainsi la variation de la puissance de la pompe, et donc du signal et de l'idler, suit un comportement périodique en z . Les différentes solutions analytiques possibles dépendent des racines η_i du polynôme d'ordre quatre pour $f(\eta)$ ² :

$$f(\eta) = 2[E - V(\eta)] = (\eta - \eta_1)(\eta - \eta_2)(\eta - \eta_3)(\eta - \eta_4). \quad (2.79)$$

Une fois les conditions initiales connues, les invariants ε et H sont déterminés et les coefficients a , b , c et d de $f(\eta)$ sont uniquement définis à travers les coefficients δ , ε et H . Les racines déterminent alors le type de solution pour $\eta(z)$. Cette résolution demeure pour nous lourde à réaliser analytiquement. En pratique, la manière la plus simple d'y parvenir est d'avoir recours à sa résolution numérique. Nous avons utilisé l'algorithme *quadl.m* du logiciel MATLAB[®] pour la résolution d'intégrale par quadrature³ afin d'évaluer les variations d'intensités de la pompe, du signal et de l'idler et les comparer à la simulation numérique de NLS.

Figure 2.24 Évolution des ondes donnée par le formalisme hamiltonien (courbes pleines) comparée à l'évolution exacte obtenue numériquement (courbes en tirets).



La figure 2.24 représente le résultat d'une telle intégration pour les conditions initiales de la figure 2.12 ($I_0 = 0,2 \text{ GW/cm}^2$ et $C = 10\%$). Le résultat est comparé au comportement exact, issu de la simulation numérique de NLS. L'avantage est de réduire la différence de longueur de formation L_f ($\sim 2 \text{ mm}$ contre $\sim 6 \text{ mm}$ pour la solution analytique) puisque la phase au départ peut ici être variable. Néanmoins, contrairement à la solution analytique, la non prise en compte

¹ G. CAPPELLINI & S. TRILLO, 1991 – *op. cit.* ; E.T. WHITTAKER & G.N. WATSON, 1935 – *Elliptic functions. General theorems and the Weierstrassian functions*, in "A Course of Modern Analysis" (Cambridge University Press, Cambridge).

² P.F. BYRD & M.D. FRIEDMAN, 1971 – *op. cit.*

³ W. GANDER & W. GAUTSCHI, 2000 – *Adaptive quadrature - revisited*, BIT 40, 84-101. MATLAB's reference guide.

de la croissance des harmoniques se traduit par un désaccord important pour la croissance du signal et la déplétion de la pompe. La simulation numérique reste donc, avec la solution analytique, le meilleur moyen de quantifier le processus paramétrique.

Analyse de stabilité

Nous avons vu comment le système d'équations couplées (2.68) pouvait être réduit à une seule équation pour l'évolution de la puissance de pompe, et ainsi être explicitement résolu. Cependant, l'existence d'éventuelles solutions ne garantit pas leur stabilité dynamique. Celle-ci peut être étudiée au moyen du formalisme hamiltonien en exprimant le système (2.68) sous forme d'un système hamiltonien à un seul degré de liberté. Une fois les deux amplitudes a_1 et a_2 exprimées en fonction de η à partir des deux invariants de (2.76), on aboutit à un système de deux équations couplées pour les variables (η, ϕ) . Ces équations sont conjuguées à travers l'hamiltonien conservé (2.75) et s'écrivent

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{d\zeta} &= \frac{\partial H}{\partial \phi} = -2\eta\sqrt{(1-\eta)^2 - \varepsilon^2} \sin \phi, \\ \frac{d\phi}{d\zeta} &= -\frac{\partial H}{\partial \eta} = (\delta - 1) + 3\eta - 2\frac{1 + 2\eta^2 - 3\eta - \varepsilon^2}{\sqrt{(1-\eta)^2 - \varepsilon^2}} \cos \phi. \end{aligned} \tag{2.80}$$

L'avantage de réduire le système d'équations initial à un système hamiltonien à une dimension est de permettre une étude immédiate des propriétés des solutions dès lors qu'elles sont liées à la topologie de l'espace de phase correspondant. Il suffit pour cela de tracer les courbes de niveau (*i.e.* définies pour $H = \text{cste}$) dans l'espace de phase. Ainsi, la stabilité des points d'équilibre peut être étudiée en faisant appel à la théorie des systèmes hamiltoniens¹. Dans le cas qui nous intéresse, cette étude a été réalisée par Cappellini et Trillo et le lecteur intéressé pourra s'y référer². D'autre part, son extension au mélange spatial à quatre ondes a aussi été démontrée par Korneev³.

2.5 SPLIT-STEP FOURIER METHOD

Nous avons vu les principaux modèles mathématiques existant pour expliquer le processus d'instabilité de modulation, ou d'amplification paramétrique, spatiale. Ceux-ci ont montré leur plus ou moins grande aptitude à décrire l'évolution du champ. Leur intérêt réside surtout dans la possibilité de mettre à jour la physique sous-tendant les processus étudiés. Néanmoins, nous l'avons vu au chapitre 1, les processus basés sur l'effet Kerr optique ne constituent qu'une partie, certes non négligeable, des phénomènes solitoniques spatiaux. Les études analytiques se

¹ L. LANDAU & E. LIFCHITZ, 1969 – "Physique Théorique I - Mécanique" [3^e éd.], Mir Editions (Moscou).

² G. CAPPELLINI & S. TRILLO, 1991 – *op. cit.*

³ N. KORNEEV, 2000 – *op. cit.*

compliquent alors fortement pour des processus non Kerr. Ainsi, l'outil numérique reste, aujourd'hui encore, le seul moyen pour pallier l'impossibilité de trouver des solutions exactes à certains problèmes non Kerr. Dans notre cas, sa souplesse d'utilisation nous servira à quantifier, dans les conditions expérimentales qui sont les nôtres, les différents paramètres de l'expérience.

L'algorithme de résolution numérique le plus courant, à l'heure actuelle, reste la méthode de transformations de Fourier par pas divisés (SFM, *split-step Fourier method*). Il se base sur une méthode de faisceau propagé (BPM, *beam-propagation method*) utilisant un algorithme de transformation de Fourier rapide, ou discrète (FFT, *fast Fourier transform*). Comparée aux autres méthodes, la méthode de Fourier offre un grand confort d'utilisation : elle est facile à développer, rapide, et s'adapte à un grand nombre de problèmes divers. Nous décrivons ici l'algorithme du programme *icare* qui correspond à une propagation unidimensionnelle transverse. Il permet donc de simuler la propagation à l'intérieur d'un guide plan monomode en régimes permanent et de faible non-linéarité. Nous décrivons succinctement son principe puisqu'il a été réalisé lors de travaux précédents au laboratoire¹ et est bien connu de la communauté scientifique². Nous renvoyons le lecteur désireux d'avoir de plus amples informations sur ces programmes et leurs avantages, comparativement aux autres méthodes existantes, au mémoire de thèse de leur auteur, Régis Grasser. Par la suite^[chap.3], nous serons amenés à modifier cet algorithme lorsqu'il s'agira d'expliquer les effets transitoires observés expérimentalement.

2.5.1 Description de la méthode symétrisée

La BPM permet de suivre l'évolution d'un faisceau de profil quelconque par un découpage longitudinal du milieu en « tranches » fines subissant une à une la propagation du champ. Si le découpage est suffisamment fin, il est possible de dissocier la propagation linéaire, classique et parfaitement connue, de la partie non linéaire perturbatrice de l'équation d'onde. Dans notre cas, la propagation linéaire dans chaque tranche est calculée par l'algorithme de transformée de Fourier rapide. Son inconvénient principal est de ne pas prendre en compte d'éventuelles ondes contra-propagatives. De plus, l'échantillonnage du champ transverse demande un pas constant, contrairement à une méthode par différences finies. Il est donc nécessaire d'avoir sur toute la fenêtre numérique un pas d'échantillonnage correspondant aux plus petits détails du profil du champ. Cependant, la réciprocité entre espace direct et espace de Fourier implique de choisir judicieusement le pas d'échantillonnage et la largeur de la fenêtre de calcul si l'on veut une résolution optimale tant du profil spatial que spectral du champ, tout en préservant un temps de calcul raisonnable. Malgré cela, cette méthode reste intéressante car elle permet d'accéder naturellement à l'évolution spectrale du champ.

¹ R. GRASSER, 1998 – *op. cit.*

² G.P. AGRAWAL, 2001 – *Pulse propagation in fibers - Numerical methods*, in "Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, San Diego).

Il s'agit de numériser NLS (2.27) qui décrit l'évolution de l'enveloppe du champ unidimensionnel transverse scalaire. Or, si E représente le profil du champ, la *split-step Fourier method* permet de résoudre des équations de la forme

$$\frac{\partial E}{\partial z} = [\hat{D} + \hat{N}]E. \quad (2.81)$$

\hat{D} et \hat{N} correspondent respectivement aux opérateurs de propagation linéaire (diffraction et/ou dispersion) et non linéaire (effet Kerr). En configuration (1+1)D, ces opérateurs n'agissent que sur la coordonnée spatiale x . Il est ici nécessaire de faire une première remarque importante. Afin de pouvoir assimiler la relation (2.81) de la SFM et l'équation d'onde (2.27), il est indispensable de supposer vraies les hypothèses associées à cette dernière. L'approximation d'une variation lente du profil spatio-temporel du champ à la fois transversalement (approximation d'un indice effectif constant) et longitudinalement (approximation SVA) doit en particulier être vérifiée. La SFM n'est donc pas adaptée en cas de variation rapide du champ lors de la propagation. Ces hypothèses influent sur le choix des pas d'échantillonnage.

La résolution de l'équation (2.81) revient à

$$E(z + \Delta z) = E(z) e^{[\hat{D} + \hat{N}]\Delta z}. \quad (2.82)$$

Les BPM en général, et la SFM en particulier reposent, sur la possibilité d'écrire

$$E(z + \Delta z) \simeq E(z) e^{\hat{D}\Delta z} e^{\hat{N}\Delta z}. \quad (2.83)$$

Il devient ainsi possible de traiter séparément les effets linéaire et non linéaire afin de déterminer l'évolution de E . Mais, à chaque propagation sur une tranche Δz , une erreur s'insinue. En effet, l'approximation effectuée pour écrire la relation (2.83) revient à considérer que les opérateurs \hat{D} et \hat{N} sont commutatifs, autrement dit, que le résultat de la propagation dans une tranche sera le même, quel que soit l'ordre des opérations. En toute rigueur, ceci est faux. Cela est facilement compréhensible dans le cas simple d'une onde monochromatique à profil spatial gaussien. L'étape de diffraction ne sera pas la même si l'effet non linéaire agit en premier ou en dernier. La non-linéarité déformant le profil en phase du champ, le profil en amplitude après l'étape de diffraction sera donc différent si cette déformation a eu lieu avant ou non. Il est toutefois possible de diminuer cette erreur à l'ordre trois au dépens du temps de calcul¹. L'idée est de ne pas diviser la propagation dans chaque tranche Δz en deux mais en trois étapes (cf. figure 2.25). L'étape liée à l'effet non linéaire est maintenant insérée entre deux étapes linéaires identiques. Ceci a pour effet de centrer la perturbation et donc de se rapprocher de la réalité. On parle de méthode *symétrisée*. L'équation (2.83) s'écrit alors

$$E(z + \Delta z) \simeq E(z) e^{\frac{\hat{D}\Delta z}{2}} e^{\hat{N}\Delta z} e^{\frac{\hat{D}\Delta z}{2}}. \quad (2.84)$$

¹ G.P. AGRAWAL, 2001 – *op. cit.*

La première étape linéaire propage le champ sur $\Delta z/2$; l'étape non linéaire introduit alors la perturbation subie sur toute la tranche Δz ; enfin, une dernière étape linéaire propage le champ sur la demi-tranche restante.

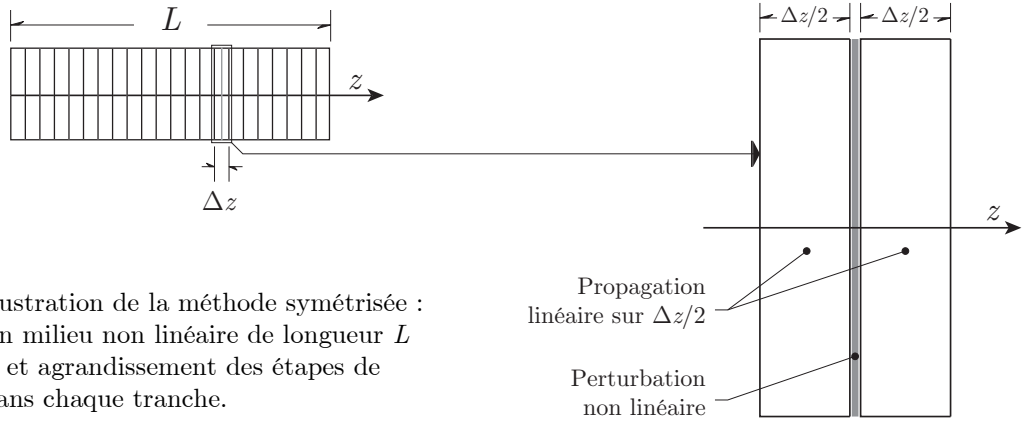


Figure 2.25 Illustration de la méthode symétrisée : découpage d'un milieu non linéaire de longueur L en tranche Δz et agrandissement des étapes de propagation dans chaque tranche.

2.5.2 Étapes du programme de simulation

Les trois étapes de propagation, schématisées sur la figure 2.25, sont liées à l'équation d'onde. Mise sous la forme de l'équation (2.81), on obtient

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \underbrace{\left[\frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right]}_{\text{opérateur linéaire}} E + \underbrace{\left[i\gamma |E|^2 \right]}_{\text{opérateur non linéaire}} E$$

Propagation linéaire. En utilisant, pour le cas unidimensionnel considéré, la définition de la transformée de Fourier

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\Omega, z) e^{-i\Omega x} d\Omega \quad \text{avec } \Omega = 2\pi\nu, \quad (2.85)$$

l'équation NLS (2.27), sans le terme non linéaire, se résout facilement dans le domaine spectral. On obtient alors pour l'opération linéaire de diffraction

$$\tilde{E}\left(\Omega, z + \frac{\Delta z}{2}\right) = \exp\left(-i \left[\frac{\Omega^2}{2\beta} \right] \frac{\Delta z}{2}\right) \tilde{E}(\Omega, z). \quad (2.86)$$

Cette opération peut être aisément généralisée pour prendre en compte les effets d'une diffraction à deux dimensions, de l'absorption, voire de la présence de plusieurs composantes pour le champ. Nous verrons en particulier^[chap.3] l'extension au régime transitoire pour prendre en compte l'influence du temps de relaxation de la non-linéarité.

Perturbation non linéaire. En indexant par $(-)$ et $(+)$ les profils du champ électrique avant et après l'intervention de l'effet non linéaire, on obtient

$$E^+ \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right) = \exp \left(i \gamma \int_z^{z+\Delta z} I(x, z') dz' \right) E^- \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right). \quad (2.87)$$

$I(x, z')$ correspond à l'intensité du champ définie par l'expression (2.14). Le terme en intégrale implique qu'il est nécessaire de connaître la valeur du champ en tout point de la tranche étudiée allant de z à $z + \Delta z$. Or l'échantillonnage est tel que le champ n'est connu que pour trois positions z , $z + \Delta z/2$ et $z + \Delta z$. L'intégrale contenue dans l'exponentielle sera donc approximée par une moyenne, soit

$$E^+ \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right) = \exp \left(i \frac{\gamma}{2} [I(x, z) + I(x, z + \Delta z)] \Delta z \right) E^- \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right). \quad (2.88)$$

Le moyennage de l'effet non linéaire est obtenu à l'aide des profils en intensité en début de tranche (z) et en fin de tranche ($z + \Delta z$). Une boucle de contre-réaction permet de s'assurer que $E(x, z + \Delta z)$ converge bien. Enfin, l'expression du terme non linéaire suppose un effet local et instantané. Afin de considérer l'influence du temps de relaxation de la non-linéarité^[chap.3], la moyenne de (2.88) sera convoluée par la fonction de relaxation $f(t)$ discutée §2.2.4 (page 68).

2.5.3 Considérations numériques

La résolution numérique du problème étant par définition discrète, il est légitime de s'interroger quant aux principales conditions à remplir afin de ne pas introduire d'erreurs pouvant altérer l'interprétation des résultats obtenus.

Transformation de Fourier. L'ensemble des simulations utilise l'algorithme de FFT du logiciel MATLAB. Il est clair que, si la propagation linéaire du champ est calculée dans l'espace des fréquences spatiales et/ou temporelles, l'intervention de la perturbation non linéaire a lieu dans l'espace direct. Ceci implique de nombreuses transformées de Fourier successives. Le profil du champ électrique étant échantillonné sur une fenêtre spatiale et/ou temporelle, il s'agit en réalité de transformée de Fourier discrètes, effectuées en utilisant l'algorithme de FFT. Dans le cas unidimensionnel transverse, le champ est défini par un vecteur $1 \times N$, où N est une puissance de deux afin de faciliter le calcul dans l'algorithme de FFT. Celui-ci, appliqué à un vecteur de N points (ou une matrice de $N \times N$ points pour considérer un régime transitoire, par exemple), revient mathématiquement à effectuer une transformée de Fourier discrète sur un vecteur de dimension infinie, formé par la reproduction périodique du profil défini sur la fenêtre de départ. Ainsi, afin d'éviter l'apparition de fréquences parasites élevées, il est nécessaire de veiller à n'introduire aucune discontinuité entre les deux extrémités de la fenêtre de calcul. Nous adoptons la technique simple, évitant une perte d'énergie au cours de la propagation, qui consiste à définir un champ dont la dérivée de l'enveloppe en module et en phase, suivant les

dimensions spatiales et/ou temporelle, est nulle aux bords de la fenêtre. De fait, la fonction est continue lors de la reproduction périodique de cette fenêtre. Enfin, afin de surveiller le bon déroulement des calculs, particulièrement l'apparition d'erreurs dues aux transformées de Fourier discrètes successives, l'évolution de l'énergie contenue dans la fenêtre de calcul est contrôlée après chaque tranche. Cette énergie doit en effet rester constante lors de la propagation, le système décrit par NLS étant conservatif.

Pas d'échantillonnage. Les pas d'échantillonnage doivent être choisis avec précaution. Nous utilisons les différents critères, définis par R. Grasser¹, pour les différents pas transverses Δx , voire Δt , et longitudinal Δz . Ceux-ci découlent, du théorème de Shannon pour l'opération de transformation de Fourier, et des différentes hypothèses introduites §2.2.1 pour établir l'équation de propagation, particulièrement l'approximation de l'enveloppe lentement variable (SVA). Ainsi, par comparaison entre l'expression rigoureuse de l'équation d'onde et la formule effectivement utilisée², il est possible de définir un encadrement des pas d'échantillonnage transverses utilisables et une limite supérieure pour le pas d'échantillonnage longitudinal.

2.6 SYNTHÈSE DU CHAPITRE 2

Au cours de ce chapitre, nous avons établi les principales caractéristiques de la propagation de l'enveloppe d'un champ scalaire dans un guide plan monomode de type Kerr en régime permanent et de faible non-linéarité. Pour ce faire nous avons :

- ~ donné l'expression de la polarisation non linéaire pour un champ électrique monochromatique et de polarisation quelconque, interagissant avec un milieu (2+1)D, diélectrique, homogène, transparent et isotrope à non-linéarité de type Kerr idéale ;
- ~ montré dans quelle mesure les équations de Maxwell permettent d'établir les équations générales régissant la propagation d'une impulsion à l'intérieur d'un guide plan monomode de type Kerr. À partir de là, les équations de Schrödinger non linéaires couplées sont alors obtenues dans le cadre d'un régime permanent dont la validité est discutée. Dans le cas d'un champ scalaire, celles-ci se réduisent à l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) ;
- ~ montré que le système conservatif qu'est NLS est à l'origine des faisceaux solitons Kerr et du processus d'instabilité de modulation spatiale. Parce que peu étudié dans le domaine spatial, nous avons particulièrement caractérisé le processus MI par les deux approches théoriques existantes : le formalisme usuel d'instabilité de modulation et le formalisme de mélange à quatre ondes dégénéré (DFWM), et discuté des équivalences (et des différences dans les traitements) de ces deux approches ;
- ~ présenté enfin la méthode numérique de faisceau propagé utilisée tout au long de notre travail afin, d'une part, de la confronter aux différents modèles théoriques et, d'autre part, de caractériser exactement l'évolution des champs étudiés expérimentalement, en dehors des approximations nécessaires aux traitements analytiques précédents.

Ce chapitre nous permettra de décrire quantitativement les expériences de propagation soliton et d'instabilité de modulation dans le domaine spatial, qui font l'objet des deux chapitres suivants.

¹R. GRASSER, 1998 – *op. cit.*

²J. VAN ROEY *et al.*, 1981 – *Beam-propagation method: Analysis and assessment*, J. Opt. Soc. Am. **71**, 803-10 ; L. THYLÈN, 1983 – *The beam propagation method: An analysis of its applicability*, Opt. Quant. Electron. **15**, 433-9.

Chapitre 3

RÉSEAUX PÉRIODIQUES DE SOLITONS SPATIAUX PAR INERTIE DE LA RÉPONSE NON LINÉAIRE

Résumé

NOUS présentons dans ce chapitre les observations expérimentales portant sur la génération de réseaux de quasi-solitons, ou de solitons spatiaux, par le processus d'instabilité de modulation, ou amplification paramétrique, spatiale. Afin d'approfondir la compréhension, la caractérisation et le contrôle de la dynamique de l'instabilité de modulation et de ses conséquences sur les réseaux générés, nous avons choisi de simplifier la configuration physique de cette étude, par rapport aux premiers travaux de Régis Grasser réalisés en milieu de Kerr massif. L'abandon d'une dimension spatiale transverse rend de fait le problème plus aisément abordable à partir de la théorie usuelle du processus MI en configuration (1+1)D spatiale et en régime permanent, qui sert de point de départ aux développements physiques apportés dans ce chapitre. Pour cette raison, les expériences décrites ici ont été réalisées dans une guide plan de disulfure de carbone liquide, milieu très adapté aux études phénoménologiques et procurant un effet Kerr optique important.

Après avoir décrit les principales caractéristiques du guide d'ondes ainsi que les conditions expérimentales, nous présenterons séparément les observations résultant de deux mécanismes MI différents : tout d'abord, le processus spontané dans lequel un réseau de quasi-solitons est généré à partir du bruit d'une onde impulsionnelle intense unique, très étendue selon la dimension libre x du guide (onde quasiment plane et homogène) ; ensuite, le processus induit dans lequel l'onde précédente (*pompe*) interfère avec une onde d'intensité faible (*signal*) pour générer un réseau périodique stable de solitons spatiaux.

Nous décrirons, de manière la plus quantitative possible, les caractéristiques des réseaux induits et leur dynamique. Alors que certaines de leurs propriétés sont prévisibles sur la base de la théorie usuelle développée au chapitre 2, nous montrerons que plusieurs comportements observés ne sont pas explicables sans une modification de cette théorie. D'une part, il faudra tenir compte du caractère « déterministe » du bruit spatial superposé au faisceau laser dans les expériences de MI spontanée. D'autre part pour les deux types de processus, le caractère impulsionnel de l'expérience et, par la même, la nature inertielle de l'effet Kerr en régime picoseconde dans le disulfure de carbone jouent un rôle déterminant dans la dynamique de l'instabilité de modulation. Le milieu répond en réalité, *via* la réorientation moléculaire, de manière légèrement non locale (au sens temporel) à l'excitation lumineuse. Ainsi, un rapport de l'ordre de 5% entre la durée de l'impulsion lumineuse et le temps de relaxation de l'orientation des molécules suffit à changer considérablement les prédictions du modèle théorique de la propagation en régime permanent : non seulement le réseau est transversalement stable et la récurrence FPU est inhibée mais, de plus, le processus s'accompagne d'une dynamique spatio-temporelle nouvelle.

3.1 L'ÉVOLUTION DES RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR L'INSTABILITÉ DE MODULATION

Le phénomène d'instabilité de modulation est naturellement omniprésent dès lors que non-linéarité et dispersion spatiale et/ou temporelle affectent la propagation d'ondes homogènes¹. Dans un milieu de Kerr massif, on a pu voir au chapitre 1 son rôle déterminant dans la dislocation de faisceaux laser intenses² ou de solitons de plus basse dimensionnalité que le milieu de propagation³. Diverses méthodes ont été mises en œuvre afin d'y contrôler ou d'y supprimer la MI, tout d'abord en cherchant à réduire la dimensionnalité spatiale de la propagation par contrôle interférométrique⁴ puis, plus récemment, en jouant sur la cohérence spatiale du faisceau⁵. Notons que l'influence d'une non-localité spatiale de l'effet non linéaire⁶, de la polarisation⁷ ou des propriétés quantiques⁸ de la lumière sur la suppression de la dislocation a été suggérée mais ces idées restent à démontrer expérimentalement.

L'objet de notre étude n'a cependant pas été de nous affranchir du processus MI, mais bien de le mettre à profit pour la génération contrôlée de réseaux périodiques de solitons spatiaux. La MI étant contrôlable en configuration unidimensionnelle transverse, c'est dans le domaine temporel que les recherches ont rapidement progressé, après la découverte du processus MI en optique⁹, dans le but de générer des trains d'impulsions solitons à ultra-haute cadence (\sim THz) pour les télécommunications à très haut débit sur fibre optique¹⁰. C'est ainsi naturellement que les développements expérimentaux ont également porté sur la recherche de méthodes permettant de s'affranchir du problème sous-jacent de récurrence FPU, révélé en optique depuis les travaux théoriques du début des années 80¹¹, bien que cette dernière n'avait pas été démontrée

¹ D. KIP *et al.*, **2000** – *Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams*, Science **290**, 495-8.

² V.I. BESPALOV & V.I. TALANOV, **1966** – *Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids*, JETP Lett. **3**, 307-10 ; A.V. MAMAEV *et al.*, **1996a** – *Propagation of light beams in anisotropic nonlinear media: From symmetry breaking to spatial turbulence*, Phys. Rev. A **54**, 870-9.

³ A.V. MAMAEV *et al.*, **1996b** – *Break-up of two-dimensional bright spatial solitons due to transverse modulation instability*, Europhys. Lett. **35**, 25-30 ; A.V. MAMAEV *et al.*, **1996c** – *Propagation of dark stripe beams in nonlinear media : Snake instability and creation of optical vortices*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2262-5.

⁴ A. BARTHÉLEMY *et al.*, **1985** – *Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non-linéarité optique de Kerr*, Opt. Commun. **55**, 201-6 ; S. MANEUF, **1988** – *Propagations stables et solitons en présence de non-linéarité optique de Kerr ; première approche de la synchronisation intermodale d'un laser par faisceau soliton*, Thèse de doctorat en Communications optiques et microondes (Université de Limoges, Limoges) ; H. MAILLOTTE, **1990** – *Contrôle interférométrique des instabilités spatio-temporelles en diffusion stimulée : Applications à la conjugaison de phase et à la réalisation d'une émission laser Raman à contre-réaction répartie*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon) ; H. MAILLOTTE *et al.*, **1994a** – *Laser beam self-splitting into solitons by optical Kerr nonlinearity*, Opt. Commun. **109**, 265-71 ; H. MAILLOTTE *et al.*, **1994b** – *Self-induced multiple soliton-like beams by stimulated scattering*, Opt. Commun. **109**, 272-8 ; M. SOLJACIC *et al.*, **1998** – *Self-trapping of "necklace" beams in self-focusing Kerr media*, Phys. Rev. Lett. **81**, 4851-4.

⁵ C. ANASTASSIOU *et al.*, **2000** – *Eliminating the transverse instabilities of Kerr solitons*, Phys. Rev. Lett. **85**, 4888-91.

⁶ W. KROLIKOWSKI *et al.*, **2001** – *Modulational instability in nonlocal nonlinear Kerr media*, Phys. Rev. E **64**, 016612/1-8.

⁷ G. FIBICH & B. ILAN, **2002** – *Multiple filamentation of circularly polarized beams*, Phys. Rev. Lett. **89**, 013901.

⁸ R.W. BOYD & G.S. AGARWAL, **1999** – *Preventing laser beam filamentation through use of the squeezed vacuum*, Phys. Rev. A **59**, R2587-9.

⁹ K. TAI *et al.*, **1986a** – *Observation of modulational instability in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. **56**, 135-8.

¹⁰ K. TAI *et al.*, **1986b** – *Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability*, Appl. Phys. Lett. **49**, 236-8 ; A. HASEGAWA & K. TAI, **1989** – *Effects of modulational instability on coherent transmission systems*, Opt. Lett. **14**, 512-3 ; G. MILLOT *et al.*, **1998** – *Observation of induced modulation polarization instabilities and pulse-train generation in the normal-dispersion regime of a birefringent optical fiber*, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 1266-77 ; E. SEVE *et al.*, **1999** – *Generation of vector dark-soliton trains by induced modulation instability in a highly birefringent fiber*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1642-50.

¹¹ E. INFELD, **1981** – *Quantitative theory of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in the nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. Lett. **47**, 717-20 ; N.N. AKHMEDEV *et al.*, **1985** – *Generation of periodic trains of picosecond pulses in an optical fiber: Exact solutions*, Sov. Phys. JETP **62**, 894-9.

expérimentalement. Ainsi, les travaux de Mamyshev *et al.*¹ ont montré que l'emploi d'une amplification et/ou une dispersion adiabatiques au cours de la propagation permettait de générer des trains stables d'impulsions solitons² en supprimant le fond continu d'énergie responsable, en MI, de la récurrence FPU. Pour le processus MI temporel, l'utilisation d'une dissipation de l'énergie et d'une contre-réaction entretenant la croissance des trains est un autre moyen de stabiliser les impulsions solitons générées. Ainsi, l'emploi d'un résonateur fibré permet la réalisation d'une source laser dite « à instabilité de modulation »³, pour la première fois démontrée par Coen et Haelterman en montrant que l'utilisation d'une cavité dissipative rend possible la stabilisation du train de solitons en limitant la croissance des bandes latérales et, de fait, leur saturation⁴.

À l'inverse, le processus MI reste peu étudié dans le domaine spatial et peu d'expériences ont visé à démontrer la possibilité de générer des réseaux périodiques de faisceaux solitons, par MI spontanée ou induite, pour des applications potentielles en guidage auto-induit reconfigurable. Bien que la configuration unidimensionnelle transverse (emploi d'un guide d'ondes plan) soit la plus évidente, les premières expériences montrant des réseaux de quasi-solitons générés par MI ou par remise en forme spatiale ont été réalisées en milieu massif, avec tous les principaux types de non-linéarités : Kerr⁵, photoréfractive⁶ et quadratique⁷. Ce n'est que récemment que la configuration unidimensionnelle transverse que procure l'emploi d'un guide plan a été mise en œuvre pour l'étude du processus MI spatial en utilisant la génération de second harmonique dans un guide plan de LiNbO₃⁸ ou l'effet Kerr optique dans un guide plan en disulfure de carbone⁹ (nos travaux) ou en semi-conducteur AlGaAs¹⁰.

¹ E.M. DIANOV *et al.*, **1989** – *Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers*, Opt. Lett. **14**, 1008-10 ; P.V. MAMYSHEV *et al.*, **1990** – *Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons using the induced modulational instability and Raman self-scattering effects*, Opt. Lett. **15**, 1365-7 ; P.V. MAMYSHEV *et al.*, **1991** – *Generation of fundamental soliton trains for high-bit-rate optical fiber communication lines*, IEEE J. Quantum Electron. **27**, 2347-55.

² Il ne s'agit pas ici à proprement parler d'instabilité de modulation car la génération des trains de solitons a été obtenue par remise en forme d'une modulation initiale sinusoïdale et de contraste unité, via le mélange à quatre ondes.

³ M. NAKAZAWA *et al.*, **1989a** – *The modulational instability laser: I Experiment*, IEEE J. Quantum Electron. **25**, 2036-44 ; M. NAKAZAWA *et al.*, **1989b** – *The modulational instability laser: II Theory*, IEEE J. Quantum Electron. **25**, 2045-52.

⁴ S. COEN & M. HAELTERMAN, **1998** – *Impedance-matched modulational instability laser for background-free pulse train generation in the THz range*, Opt. Commun. **146**, 339-46 ; S. COEN & M. HAELTERMAN, **2001** – *Continuous-wave ultrahigh-repetition-rate pulse-train generation through modulational instability in a passive fiber cavity*, Opt. Lett. **26**, 39-41.

⁵ H. MAILLOTTE *et al.*, **1994a** – *op. cit.* ; H. MAILLOTTE *et al.*, **1994b** – *op. cit.* ; H. MAILLOTTE & R. GRASSER, **1998** – *Generation and propagation of stable periodic arrays of soliton stripes in a bulk Kerr liquid*, présenté à "Nonlinear Guided Waves and their Applications", Victoria (Canada) ; R. GRASSER, **1998** – *Génération et propagation de réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un milieu de Kerr massif*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

⁶ A.V. MAMAEV *et al.*, **1996a** – *Propagation of light beams in anisotropic nonlinear media: From symmetry breaking to spatial turbulence*, Phys. Rev. A **54**, 870-9 ; D. KIP *et al.*, **2000** – *Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams*, Science **290**, 495-8 ; Z. CHEN & K. MCCARTHY, **2002** – *Spatial soliton pixels from partially incoherent light*, Opt. Lett. **27**, 2019-21.

⁷ R.A. FUERST *et al.*, **1997** – *Spatial modulational instability and multisolitonlike generation in a quadratically nonlinear optical medium*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2756-9 ; S. MINARDI *et al.*, **2000** – *Pixellike parametric generator based on controlled spatial soliton formation*, Opt. Lett. **25**, 326-9 ; A. BRAMATI *et al.*, **2001** – *Reconstruction of blurred images via controlled spatial-soliton formation*, Opt. Lett. **26**, 1409-11.

⁸ H. FANG *et al.*, **2000** – *Spatial modulational instability in one-dimensional lithium niobate slab waveguides*, Opt. Lett. **25**, 1786-8 ; R. SCHIEK *et al.*, **2001** – *Measurement of modulational instability gain of second-order nonlinear optical eigenmodes in a one-dimensional system*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4528-31.

⁹ C. CAMBOURNAC *et al.*, **1999** – *Réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un guide plan*, présenté à "Journées Nationales d'Optique Guidée '99", Limoges (France), 6-8 décembre ; C. CAMBOURNAC *et al.*, **2000** – *Stable periodic arrays of bright Kerr-like spatial solitons in a planar waveguide*, présenté à "Conference on Lasers and ElectroOptics '00", Nice (France), 20-25 septembre ; C. CAMBOURNAC *et al.*, **2001** – *Non-recurrent periodic arrays of spatial solitons in a planar Kerr waveguide*, in "Soliton-Driven Photonics" (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht) ; C. CAMBOURNAC *et al.*, **2002a** – *Spatiotemporal behavior of periodic arrays of spatial solitons in a planar waveguide with relaxing Kerr nonlinearity*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 574-85 ; E. LANTZ *et al.*, **2002** – *Spatiotemporal dynamics of soliton arrays generated from spatial noise in a planar waveguide with relaxing Kerr nonlinearity*, Opt. Express **10**, 942-8.

¹⁰ R. MALENDEVICH *et al.*, **2001** – *Spatial modulation instability in a Kerr slab waveguide*, Opt. Lett. **26**, 1879-81.

À l'instar du domaine temporel, la récurrence FPU prévue théoriquement, et ce même pour des non-linéarités saturantes¹, est un inconvénient dont il faut s'affranchir pour assurer la stabilité des réseaux formés par MI en régime de simple passage de la lumière (hors cavité). Leur utilisation dans des applications potentielles de guidage multiple reconfigurable ne serait en effet pas concevable si les réseaux ne présentaient de caractère solitonique qu'au maximum du processus d'amplification MI. En théorie toutefois, le phénomène de récurrence est très sensible aux conditions initiales ; c'est pourquoi, au vu du manque de résultats expérimentaux, on ne sait pas à l'heure actuelle si la récurrence FPU est plutôt un processus dominant en pratique ou un phénomène « exotique » provenant du caractère nécessairement incomplet des traitements théoriques. Ce phénomène n'a été démontré, pour la seconde fois seulement en physique des milieux continus décrits par NLS, que très récemment dans le domaine de l'optique temporelle² et n'a toujours pas fait l'objet d'une démonstration dans le domaine spatial. Notons que, dans le cas des expériences temporelles de génération de trains de solitons par remise en forme d'une modulation sinusoïdale de contraste unité, le problème de retour périodique à l'état initial (similaire à la récurrence FPU) est également présent en mélange à quatre ondes, en raison de l'inversion périodique du transfert d'énergie, et a été mis en évidence expérimentalement³. Ce comportement a conduit également les mêmes auteurs à utiliser, dans le domaine spatial, une amplification adiabatique au cours de la propagation pour stabiliser un réseau périodique de solitons sombres généré à partir de l'interférence de deux ondes de même intensité⁴.

Remarquons pour finir que nous nous restreignons dans ce chapitre au cadre de l'instabilité de modulation scalaire, qui correspond à notre étude expérimentale. Nous n'avons pas abordé les phénomènes d'instabilité de modulation non dégénérée qui résultent de la présence, soit de composantes de polarisation orthogonales (MI vectorielle), soit d'ondes de couleurs différentes. Ces phénomènes n'ont été, à l'heure actuelle et à notre connaissance, étudiés que dans les fibres optiques.

¹ N.N. AKHMEDIEV *et al.*, 1990 – *Pseudorecurrence in two-dimensional modulation instability with a saturable self-focusing nonlinearity*, Phys. Rev. Lett. 65, 1423-6 ; N. DA ALT *et al.*, 1995 – *Dynamics of induced modulational instability in waveguides with saturable nonlinearity*, Opt. Commun. 121, 69-72.

² G. VAN SIMAEYS *et al.*, 2001 – *Experimental demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in a modulationally unstable optical wave*, Phys. Rev. Lett. 87, 033902. La première démonstration connue a été faite en hydrodynamique. [B.M. LAKE *et al.*, 1977 – *Nonlinear deep-water waves: Theory and experiment. II. Evolution of a continuous wave train*, J. Fluid Mech. 83, 49-74.]

³ P.V. MAMYSHEV *et al.*, 1994a – *Restoration of dual frequency signals with nonlinear propagation in fibers with positive group velocity dispersion*, Appl. Phys. Lett. 64, 3374-6 ; D.L. HART *et al.*, 1998 – *Dynamical evolution of multiple four-wave-mixing processes in an optical fiber*, Phys. Rev. E 57, 4757-74.

⁴ P.V. MAMYSHEV *et al.*, 1994b – *Generation of a periodic array of dark spatial solitons in the regime of effective amplification*, J. Opt. Soc. Am. B 11, 1254-60.

3.2 CARACTÉRISTIQUES DU GUIDE PLAN SYMÉTRIQUE

3.2.1 Propriétés linéaires

Guide plan symétrique de CS₂

Le guide d'ondes plan de type Kerr que nous utilisons est représenté sur la figure 3.1. Il se compose d'une couche liquide de CS₂, d'indice linéaire $n_0 = 1,63$, qui est confinée par deux blocs de verre SK5 identiques. Le CS₂ est considéré parfaitement transparent à la longueur d'onde de travail de 532 nm. Les blocs de verre sont rectangulaires, de dimensions 3 cm × 7 cm, ce qui autorise, par simple rotation du guide de $\pi/2$, l'étude du processus MI sur les deux longueurs de propagation disponibles. Étant donnée la haute toxicité du disulfure de carbone liquide¹, nous avons fait réaliser au laboratoire une enceinte hermétique permettant de confiner le guide tout en autorisant les divers réglages nécessaires. La figure 3.2 illustre l'ensemble du dispositif. L'injection lumineuse se fait au travers de hublots anti-réfléchissants en verre BK7 (indice 1,52) disposés aux entrées et sorties pour les deux longueurs de guide. La photographie montre la vue prise depuis un hublot latéral, lorsque de la lumière est injectée dans le guide.

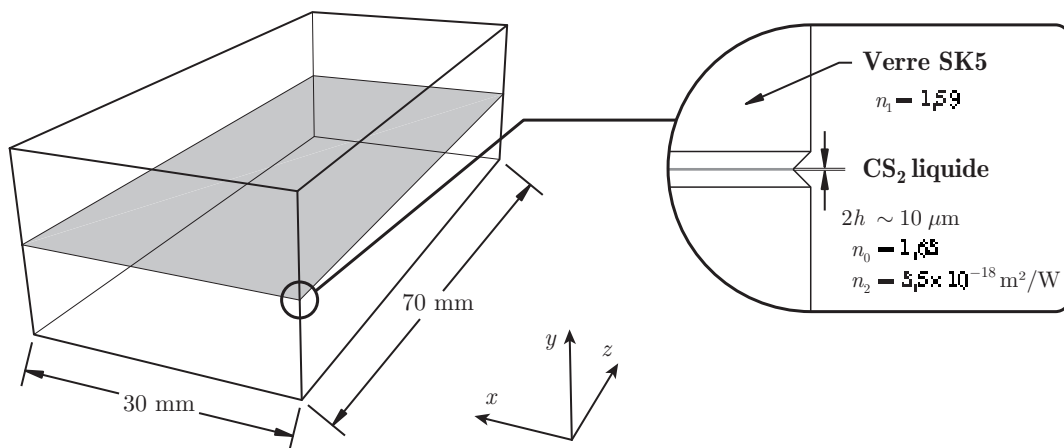


Figure 3.1 Schéma du guide plan symétrique de disulfure de carbone utilisé.

La difficulté majeure de ce type de guide réside dans la nécessité de régler manuellement son épaisseur. Ce réglage est fait par contrainte mécanique sur un joint torique (cf. figure 3.2) au moyen de trois vis micrométriques en disposition *trait/point/plan*. La nature même de l'enceinte ne nous a pas permis de mettre en place un dispositif interférentiel fiable de mesure de l'épaisseur de guide. Celle-ci est dès lors directement mesurée à partir de l'imagerie du profil modal. D'une part, l'épaisseur $2h$ du guide est déterminée suivant x en s'assurant que la taille du mode guidé, imagé en sortie de guide, est constante. D'autre part, en injectant la lumière selon les deux sens de parcours, on s'assure, en vérifiant la constance de la taille du mode guidé, que

¹ DISULFURE DE CARBONE, 1997 – Fiche toxicologique n°12, Services techniques et médicaux de l'Institut national de recherche et de sécurité.

le guide d'ondes est parallèle suivant z . La précision obtenue sur l'épaisseur $2h$ est alors de $\pm 1 \mu\text{m}$. Cependant, une certaine dérive du réglage est observée sur une échelle de temps de l'ordre de l'heure. Enfin, le support de l'enceinte permet un réglage précis des trois degrés de libertés angulaires du guide par rapport à l'axe optique. En particulier, le parallélisme entre la ligne focale induisant le processus MI et le guide plan est un réglage particulièrement important à assurer.

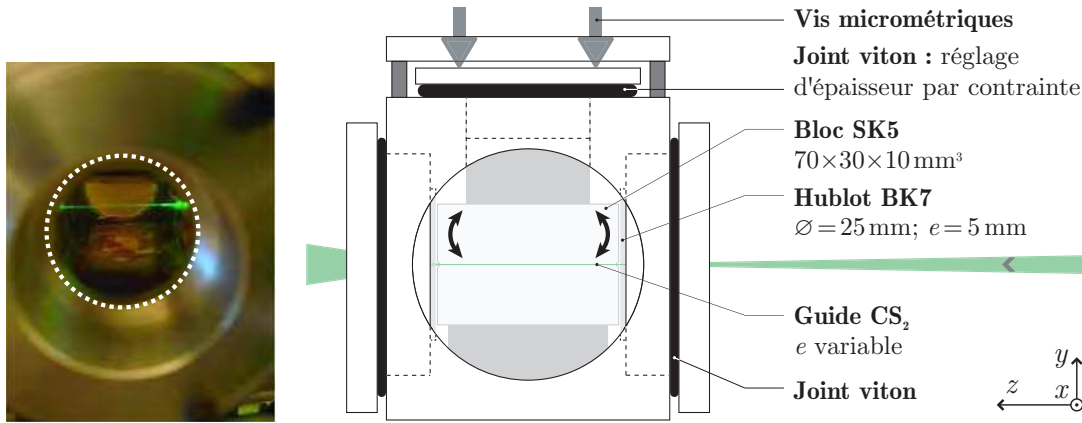


Figure 3.2 Droite : vue de côté de la cuve hermétique réalisée et du dispositif de réglage mécanique de l'épaisseur de guide. Gauche : photographie du côté du guide correspondant, en présence du hublot assurant l'étanchéité.

Propagation monomode : régime de sous-injection

Le guide d'ondes correspond à un saut d'indice linéaire $\Delta n_L = n_0 - n_1 = 0,04$. En raison des difficultés de réglage et de la précision micrométrique obtenue, nous n'avons pas cherché à diminuer l'épaisseur $2h$ de la couche guidante en deçà d'une valeur typique de $10 \mu\text{m}$ ¹. C'est pourquoi le guide est fortement multimode à la longueur d'onde de 532 nm . Par exemple, pour $2h = 10 \mu\text{m}$, la longueur d'onde de coupure normalisée $\lambda_c = \frac{2\pi}{\lambda_0} h \sqrt{n_0^2 - n_1^2} \simeq 6,7\pi$ autorise la propagation guidée de 14 modes transverses électriques (TE). Afin de conserver l'hypothèse principale de notre travail, à savoir une configuration 1D transverse, nous cherchons à exciter le mode fondamental uniquement en nous plaçant en condition de *sous-injection* de lumière dans le guide. Ainsi, l'ouverture numérique des faisceaux focalisés à l'entrée du guide est adaptée pour être inférieure à l'ouverture numérique du mode fondamental correspondant à l'épaisseur $2h$ considérée. La fréquence de coupure pour le mode fondamental étant toujours nulle, on assure ainsi la propagation guidée de ce seul mode. Notre étude portant sur le processus MI scalaire, le champ électrique incident est orienté en polarisation suivant un des axes propres x ou y du guide plan. Nous avons choisi la dimension x , qui correspond au mode transverse électrique fondamental TE_0 .

¹ Cette épaisseur relativement importante s'avère en revanche nécessaire pour garantir une isotropie suffisante du guide plan en régime linéaire et permettre l'étude des solitons multimodes du chapitre 4.

On rappelle que l'expression du champ électrique est par hypothèse :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \frac{1}{2} [F_x(y) E_x(x, z, t) e^{i\beta_x z} \vec{e}_x + F_y(y) E_y(x, z, t) e^{i\beta_y z} \vec{e}_y] e^{-i\omega t} + c.c., \quad (3.1)$$

où F_x et F_y sont respectivement les enveloppes des modes fondamentaux transverses TE_0 et TM_0 et dont les constantes de propagation effectives sont β_x et β_y . À partir des équations d'onde et des conditions aux limites imposées par les interfaces du guide, le mode TE_0 a un profil d'amplitude qui s'exprime classiquement par¹

$$F_x(y) = \cos(uy) \text{ pour } |y| \leq h \quad (3.2)$$

et
$$F_x(y) = \cos(uh) e^{-v(|y|-e)} \text{ pour } |y| \geq h, \quad (3.3)$$

où $u^2 = \beta^2 - \beta_x^2$ et $v^2 = \beta_x^2 - k_1^2$ avec $\beta = 2\pi n_0/\lambda_0$ et $k_1 = 2\pi n_1/\lambda_1$. Pour une épaisseur de guide de $10 \mu\text{m}$ cependant, l'indice effectif pour le mode TE_0 peut être arrondi à l'indice linéaire massif $n_0 = 1,63$ ². C'est pourquoi, comme le guide est considéré isotrope, on a $\beta_x \simeq \beta$. La figure 3.3 illustre le profil d'intensité du mode TE_0 , essentiellement confiné dans le cœur du guide pour une épaisseur de $10 \mu\text{m}$. Un ajustement par un profil gaussien montre la similarité des deux enveloppes. Ce profil correspond à une largeur $2w \simeq 8,4 \mu\text{m}$ mesurée à e^{-2} . Nous avons utilisé cette méthode d'ajustement numérique pour, d'une part, mesurer l'écart entre le profil modal réel et le profil gaussien ajusté et, d'autre part, calculer la répartition d'intensité résultante³. En effet, la mesure de l'intensité atteinte au sommet de l'enveloppe du profil modal est une caractéristique importante, tant pour l'estimation de l'intensité incidente générant le processus MI que pour s'assurer de la validité de l'hypothèse de séparation des variables transverses.

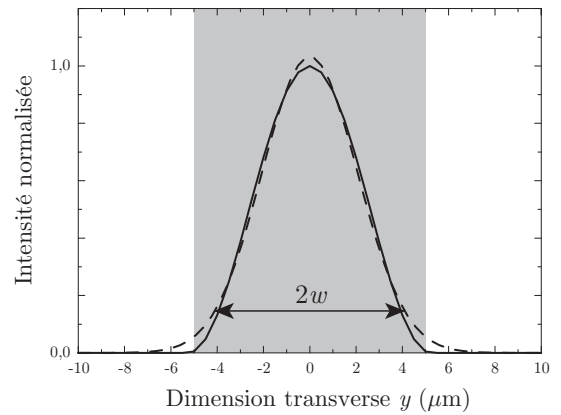


Figure 3.3 Profil du mode fondamental TE_0 pour un guide $10 \mu\text{m}$. En tirets, l'ajustement correspondant par une gaussienne.

La connaissance de l'indice effectif du mode TE_0 nous permet de quantifier le régime de sous-injection pour le mode fondamental. En effet, ce mode correspond, à l'intérieur du guide

¹ B.E.A. SALEH & M.C. TEICH, 1991 – "Fundamentals of Photonics", John Wiley & Sons (New York).

² Ceci est vrai à 2×10^{-4} près.

³ Nous adoptons la convention utilisée jusqu'à maintenant pour définir la taille du faisceau, à savoir la largeur totale mesurée à mi-hauteur en intensité $2a$ (FWHM) et qui vaut $w\sqrt{2\ln 2}$ pour la gaussienne définie ci-dessus.

multimode, à la superposition de deux ondes planes homogènes dont les vecteurs d'onde respectifs font un angle $\theta = \pm \text{atan}\left(\frac{\beta}{u}\right)$ par rapport à la normale à l'interface cœur/gaine. La condition de sous-injection correspond donc à un angle $\theta_0 > \theta$. Pour un angle inférieur, les modes d'ordres supérieurs peuvent être excités à l'injection. En considérant la seule interface air/CS₂, les lois de Snell-Descartes nous permettent d'obtenir la condition suivante pour l'ouverture numérique :

$$O.N. = \sin i_0 < n_0 \cos \theta, \quad (3.4)$$

où i_0 est l'angle d'incidence dans l'air. Pour une épaisseur du guide de 10 μm et à la longueur d'onde de travail, la valeur limite de l'ouverture numérique correspondant au régime de sous-injection vaut alors $O.N. \sim 0,025$.

Faible non-parallélisme du guide : amplification adiabatique

Afin de confirmer l'hypothèse d'un guide sans gain ni perte, il est nécessaire de s'intéresser à une éventuelle variation de puissance d'origine linéaire, pouvant intervenir au cours de la propagation. Nous avons déjà supposé que le CS₂ est parfaitement transparent à 532 nm. De plus, comme les blocs de SK5 constituant la gaine de notre guide plan sont polis optiquement¹, aucune inhomogénéité ou courbure des interfaces ne vient perturber la propagation. Il est donc raisonnable de supposer qu'aucune perte par excitation de modes à fuite et/ou radiés n'a lieu au cours de la propagation. Pour toutes ces raisons, nous considérons que la puissance optique est conservée au sein du guide.

Cependant, le non-parallélisme du guide peut modifier l'intensité du mode au cours de la propagation et ce bien que la puissance soit conservée. Comme mentionné en début de ce chapitre, cet effet peut avoir une influence déterminante sur la dynamique du processus MI, en particulier une amplification (ou une atténuation) adiabatique pourrait être responsable d'une suppression de la récurrence FPU². Pour une puissance constante, les expressions (3.2) et (3.3) montrent en effet qu'une éventuelle variation de l'épaisseur du guide (par défaut de réglage initial) modifie longitudinalement l'indice effectif, provoquant une augmentation ou une diminution du maximum de l'enveloppe du mode. Intéressons-nous particulièrement au cas d'une diminution de l'épaisseur.

La figure 3.4 présente la variation de l'intensité crête du mode TE₀ pour une diminution linéaire de l'épaisseur du guide de 2 μm sur la plus courte distance de propagation considérée (3 cm). Étant donnée l'incertitude de $\pm 1 \mu\text{m}$ sur la mesure de l'épaisseur, cette situation est la plus défavorable. On constate que cette variation suit une progression quasi linéaire obéissant à la loi simple suivante :

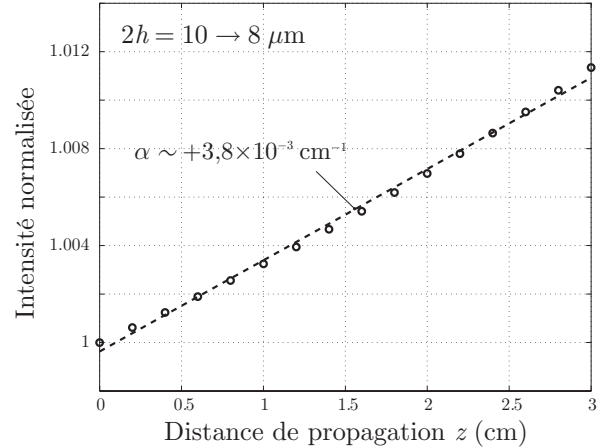
¹ Leur rugosité ne dépasse pas $\lambda/20$.

² P.V. MAMYSHEV *et al.*, **1994b** – *op. cit.*

$$F_{\max}^2 = (1 + \alpha z) F_{\max}^2(0), \quad (3.5)$$

où F_{\max} correspond à l'amplitude du mode en $y = 0$ en fonction de z [de valeur initiale $F_{\max}(0)$] et α est un coefficient d'amplification par unité de longueur. Il est possible de comparer la valeur de notre exemple ($\alpha \sim 3,8 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$) aux valeurs typiques de gain d'instabilité de modulation. La figure 2.8 (page 75) donne des valeurs pour g de l'ordre de quelques cm^{-1} . On constate donc que $\alpha \ll g$. L'amplification provoquée par la diminution d'épaisseur au cours de la propagation correspond donc à une amplification linéaire *adiabatique* comparativement à l'amplification par instabilité de modulation.

Figure 3.4 Variation calculée de l'intensité maximale du mode fondamental en fonction de la longueur de propagation pour une diminution d'épaisseur de $2 \mu\text{m}$ sur 3 cm de longueur de guide.



La figure 3.5 représente typiquement l'influence, calculée numériquement, de cette amplification adiabatique sur le processus MI induit. Pour ce faire, l'expression (3.5) de l'amplitude maximale F_{\max} du mode est simplement introduite dans chaque pas linéaire de propagation de la BPM. On remarque que, même pour une variation d'épaisseur de $2 \mu\text{m}$, la dynamique de la récurrence FPU n'est quasiment pas modifiée. Seule une faible diminution de la longueur de récurrence est notable. Ainsi, contrairement à l'expérience de Mamyshev *et al.*, qui mettait en jeu une amplification exponentielle bien qu'adiabatique, le coefficient α déterminé ici s'avère trop faible pour inhiber la récurrence FPU.

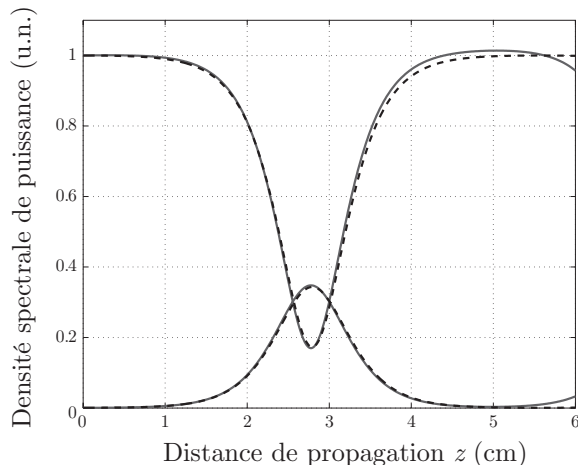


Figure 3.5 Évolution spectrale simulée de l'instabilité de modulation avec (trait plein) et sans amplification adiabatique due au non-parallélisme du guide (tirets). (Seuls la pompe et l'ordre +1 sont représentés.) L'intensité moyenne initiale est $I_0 = 0,32 \text{ GW/cm}^2$ pour $90 \mu\text{m}$ de période de modulation.

Concernant une éventuelle atténuation adiabatique provoquée par une augmentation de l'épaisseur de guide, son influence, bien qu'opposée (augmentation de la longueur de récurrence), reste également négligeable. En résumé, l'influence d'un éventuel défaut de parallélisme du guide, provoquant une variation linéaire d'épaisseur en z , peut être négligée dans notre étude, compte tenu de l'incertitude sur la mesure ($\pm 1 \mu\text{m}$).

Biréfringence modale : isotropie du guide

Il est bien connu que le phénomène de biréfringence linéaire est inévitable dans un problème de propagation guidée planaire, même avec un cœur de guide constitué d'un milieu diélectrique isotrope comme le CS_2 . Cette biréfringence est provoquée par les différentes conditions aux limites imposées au champ électrique, dont la polarisation est soit perpendiculaire (TM), soit parallèle (TE) aux interfaces constituant le guide d'ondes. Dès lors, les deux modes propres de polarisations orthogonales ne sont plus dégénérés car ils ont des indices effectifs différents, provoquant des vitesses de phase elles aussi différentes. Cette considération est à l'origine de la terminologie correspondante de mode *rapide* et mode *lent*. Dans le cas du guide plan, ces modes correspondent aux polarisations orthogonales suivant les axes y (TM) et x (TE), respectivement.

En considérant les indices de réfraction n_x et n_y des deux modes, la différence d'indice $\Delta n = n_x - n_y = \lambda_0 (\beta_x - \beta_y)/2\pi$ provoque une rotation de la polarisation lorsque le champ est orienté de manière quelconque. L'effet de la biréfringence peut alors être caractérisé par sa période de battement longitudinal et correspond à un déphasage de 2π entre les composantes de polarisations. La longueur de battement est donc définie par

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta n L_B = \pm 2\pi \Rightarrow L_B = \frac{\lambda_0}{|n_x - n_y|}. \quad (3.6)$$

Pour le CS_2 et les modes TE_0 et TM_0 , on obtient une longueur $L_B \simeq 61 \text{ cm}$ pour un guide de $10 \mu\text{m}$ d'épaisseur et une longueur d'onde de $0,532 \mu\text{m}$. Elle correspond à une différence d'indice $\Delta n \simeq 9 \times 10^{-7}$. Sur les longueurs de guide utilisées (3 et 7 cm), il est alors raisonnable de considérer un guide quasiment isotrope. Dans ce chapitre où nous nous intéressons à l'étude du processus MI scalaire, la biréfringence modale est donc considérée négligeable avec un champ polarisé rectilignement, même s'il est faiblement non colinéaire à un axe propre.

3.2.2 Propriété non linéaire : séparation des variables transverses

Il est nécessaire ici de revenir quantitativement sur l'hypothèse de faible non-linéarité, à savoir dans quelle mesure l'emploi d'un guide plan à saut d'indice peut raisonnablement approximer un milieu unidimensionnel transverse. Dans notre cas, elle signifie que l'enveloppe du mode fondamental excité n'est pas modifiée par la non-linéarité pourvu que la variation d'indice

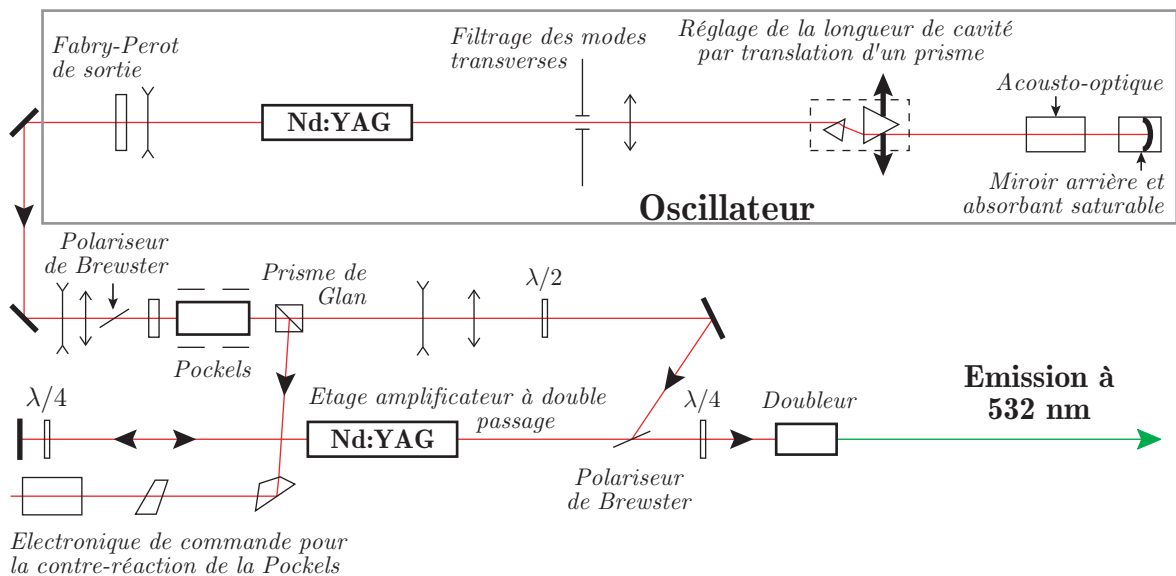
d'origine non linéaire reste faible devant le saut d'indice linéaire ($\Delta n_{NL} = n_2 I \ll \Delta n_L$)¹. La propagation suivant la dimension guidante étant une NLS sans terme de diffraction, le déphasage non linéaire acquis selon y , proportionnel au profil modal d'intensité, n'est alors pas suffisant pour modifier l'enveloppe du mode.

Au vu de l'analyse numérique, les densités de puissance des solitons générés dans toutes nos expériences n'excèdent pas $\sim 10 \text{ GW/cm}^2$, ce qui correspond à une variation non linéaire d'indice $\Delta n_{NL} \sim 4 \times 10^{-4}$ contre un saut d'indice $\Delta n_L = 4 \times 10^{-2}$, soit une variation relative maximale d'environ 1%. Nous pouvons donc nous fier à l'hypothèse de faible non-linéarité.

3.3 CONSIDÉRATIONS SUR LE FAISCEAU

3.3.1 Propriétés de la source laser

Les intensités requises pour la génération de réseaux de solitons spatiaux dans le disulfure de carbone sont de l'ordre de quelques centaines de MW/cm^2 . La source laser utilisée est un laser impulsif Nd:YAG QUANTEL, modèle YG 501 (figure 3.6). Les impulsions laser sont générées dans un oscillateur à verrouillage de modes en phase *via* l'action couplée d'un colorant absorbant saturable et d'un modulateur acousto-optique disposés à proximité du miroir de fond de cavité. On obtient ainsi un train d'une douzaine d'impulsions de 50 ps chacune, séparées de 7,5 ns à une longueur d'onde de $1,064 \mu\text{m}$. Ces trains apparaissent toutes les 100 ms, période des flashes pompant les barreaux de Nd:YAG et correspondant au taux de répétition de 10 Hz. L'impulsion la plus intense est ensuite sélectionnée au moyen d'un découpeur électro-optique



¹ Si cette variation était trop importante, elle aurait pour effet d'amorcer une autofocalisation suivant la dimension y du guide. [Q.Y. Li *et al.*, 1991 – Simple model for spatial optical solitons in a planar waveguide, Opt. Lett. **16**, 1083-5 ; R.A. SAMMUT & C. PASK, 1991 – Gaussian and equivalent-step-index approximation for nonlinear waveguides, J. Opt. Soc. Am. **B 8**, 395-402.]

Figure 3.6 Schéma général du laser Nd:YAG impulsif, modèle YG 501. [Source : QUANTEL.]

rapide constitué par une double cellule de Pockels. Puis, elle traverse un système amplificateur constitué d'un barreau en double passage ou de deux barreaux en simple passage suivant le modèle. Un doubleur de fréquence, constitué d'un cristal de KDP, permet enfin d'obtenir une émission à 532 nm. C'est cette émission qui sera utilisée pour la génération soliton dans le CS₂.

L'énergie à cette longueur d'onde est de l'ordre de 30 mJ par impulsion, en sortie du laser. Les fluctuations en énergie, inhérentes à ce type de source, sont au minimum de $\pm 5\%$ et correspondent à un réglage optimal du laser. Cette valeur peut malheureusement se dégrader rapidement. La durée des impulsions infrarouges (50 ps FWHM) délivrées par l'oscillateur est contrôlée par l'épaisseur du Fabry-Perot, utilisé en tant que miroir de sortie. Le mécanisme de doublage de fréquence, en sortie de laser, contribue à diminuer cette valeur jusqu'à 38 ps. La stabilité temporelle est de l'ordre de 10%. Une mesure effectuée à l'aide d'une caméra à balayage de fente montre que l'impulsion à 532 nm est bien de forme gaussienne pour une durée d'environ 38 ps (figure 3.7.a). De précédentes mesures du spectre temporel de l'impulsion après le doubleur, en sortie de laser, ont montré que sa largeur spectrale n'est pas complètement réciproque de sa durée en raison d'un phénomène d'automodulation de phase pouvant atteindre π radian et induit dans le laser lui-même¹ (figure 3.7.b). Ce déphasage est *a priori* non réhibitoire car on a vu au chapitre 2 qu'il n'y avait pas de déformation de l'enveloppe temporelle provoquée par la seule SPM.

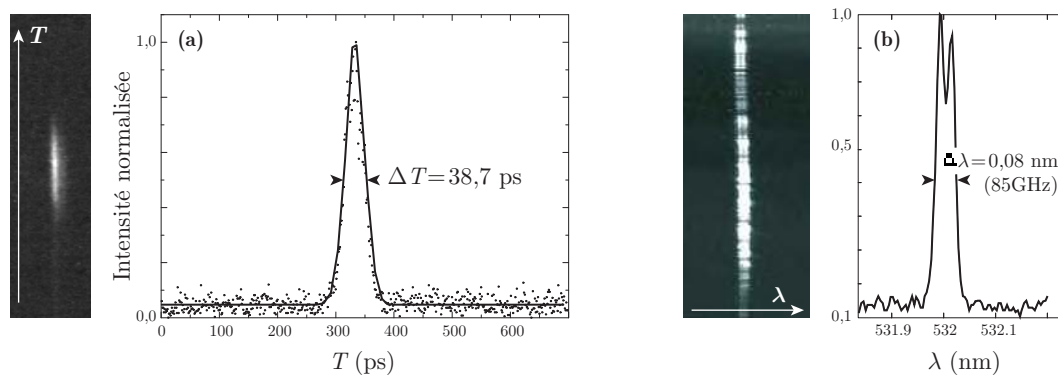


Figure 3.7 Caractéristiques de l'impulsion laser à 532 nm. (a) Image temporelle réalisée à la caméra à balayage de fente et profil ajusté par une gaussienne. (b) Spectre non déconvolué de la réponse impulsionnelle du spectromètre, imagé sur la caméra CCD monocoup et son profil [d'après¹].

L'oscillateur dispose d'une sélection des modes transverses à l'intérieur de la cavité. Le faisceau, en sortie de cavité, est TEM₀₀ et présente une bonne homogénéité de son profil gaussien. Cependant, la qualité du faisceau obtenu en sortie du laser se trouve généralement dégradée par un ensemble de facteurs difficiles à éliminer simultanément : traversée de pupilles

¹ R. GRASSER, 1998 – *op. cit.*

diffractantes, biréfringence thermique résiduelle induite dans les barreaux de YAG, inhomogénéités de pompage par les flashes, défauts et vieillissement des composants optiques, modification du profil spatial lors du doublage de fréquence, etc. Afin de diminuer l'importance de tous ces défauts, un filtrage spatial est effectué en sortie de laser sur l'émission à 532 nm. Avec les précautions supplémentaires prises lors de la mise en forme spatiale des faisceaux (paragraphes suivants), ce filtrage contribue à obtenir un profil relativement bien homogène en intensité. Une propriété inhérente de ce type d'oscillateur laser rend cependant la répartition *spatiale* de bruit du profil obtenu naturellement déterministe d'un tir laser au suivant. On verra que ceci entraîne des conséquences directes sur le processus MI spontané.

3.3.2 Propriétés du faisceau injecté

Profil spatial

Le profil du faisceau laser après filtrage est celui du mode transverse TEM_{00} . Afin de pouvoir étudier le processus MI en configuration (1+1)D, il est toutefois nécessaire que le profil injecté puisse être considéré comme homogène suivant la dimension libre x du guide plan. Pour ce faire, différentes combinaisons sphéro-cylindriques de lentilles sont utilisées pour mettre en forme le faisceau et le rendre fortement elliptique à l'endroit de la focalisation à l'entrée du guide. Nous discuterons de la mise en forme au moment des observations expérimentales. Ceci dit, l'homogénéité du faisceau est jugée suffisante si la longueur de diffraction L_D suivant la dimension x devient très grande devant la longueur de propagation, de sorte que la diffraction n'influence pas l'enveloppe globale du faisceau. Celui-ci restera naturellement gaussien (ce qui se traduit par une largeur spectrale finie dans l'espace des fréquences spatiales), mais nous verrons que, pour le profil de faisceau obtenu, le processus MI ne sera que peu affecté. Typiquement, la largeur du faisceau suivant x vaut environ 2 mm (FWHM), ce qui correspond, dans le guide, à une longueur de diffraction $L_D \sim 28$ m suivant la dimension transverse libre. On considérera donc avec confiance que l'onde $E(x, z)$ est bien quasi plane et que la diffraction jouera conjointement avec la non-linéarité vis-à-vis du seul bruit (MI spontanée) ou d'une modulation périodique d'intensité (MI induite) sans modification de l'enveloppe selon x .

La figure 3.8 représente une image prise à la caméra CCD monocoup du profil spatial typique d'une impulsion une fois mise en forme et à l'entrée du guide. La ligne focale obtenue est fortement elliptique (ellipticité $\sim 1 : 110$) et correspond à des largeurs suivant les dimensions transverses x et y de 2,4 mm et 21,8 μm , respectivement. La taille du faisceau suivant la dimension y du guide est supérieure à celui-ci, étant donnée la faible ouverture numérique du faisceau, nécessaire au régime de sous-injection. Les hautes puissances délivrées par le laser Nd:YAG permettront quand même de coupler suffisamment d'énergie à l'intérieur du guide pour atteindre des puissances injectées de l'ordre de la centaine de kilowatts. Enfin, le filtrage spatial du faisceau permet d'atteindre un contraste minimum d'environ 5% au sommet du profil spatial

sur 1 mm de largeur, ce qui est amplement suffisant pour observer le processus MI spontané. En fonction des différentes situations expérimentales, cette valeur de contraste peut atteindre 15%.

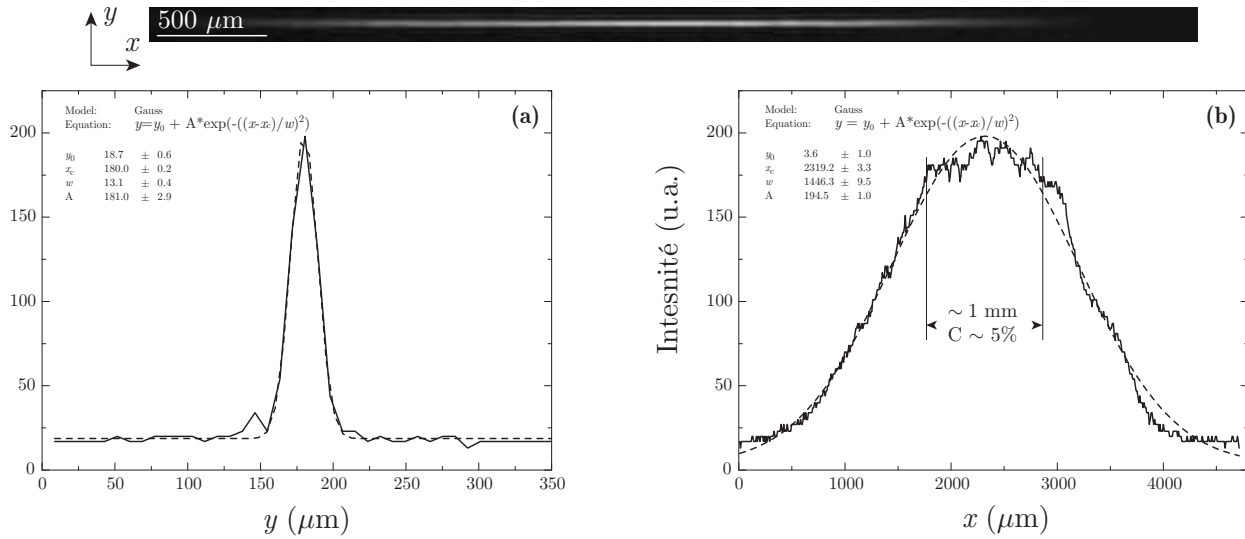


Figure 3.8 Mesure des dimensions spatiales d'un faisceau gaussien fortement elliptique typique. (a) Profil suivant la dimension y du guide. (b) Profil suivant la dimension libre x instable.

La figure 3.9 illustre quant à elle le cas d'un faisceau utilisé pour étudier le processus MI induit. Il est obtenu par l'interférence de deux ondes quasi planes qui se propagent non colinéairement mais symétriquement à l'axe optique. Comme on l'a vu au chapitre 2, pour deux ondes en entrée de guide, le processus MI est alors insensible à la phase relative entre les faisceaux. La variation de contraste (ici, 27%) est obtenue en faisant varier l'intensité relative des faisceaux. L'onde intense définit alors l'onde pompe et l'onde d'intensité faible l'onde signal du formalisme de mélange à quatre ondes dégénéré. Les dimensions spatiales suivant y et x sont ici de 1,8 mm et $25,1 \mu\text{m}$ (FWHM), respectivement.

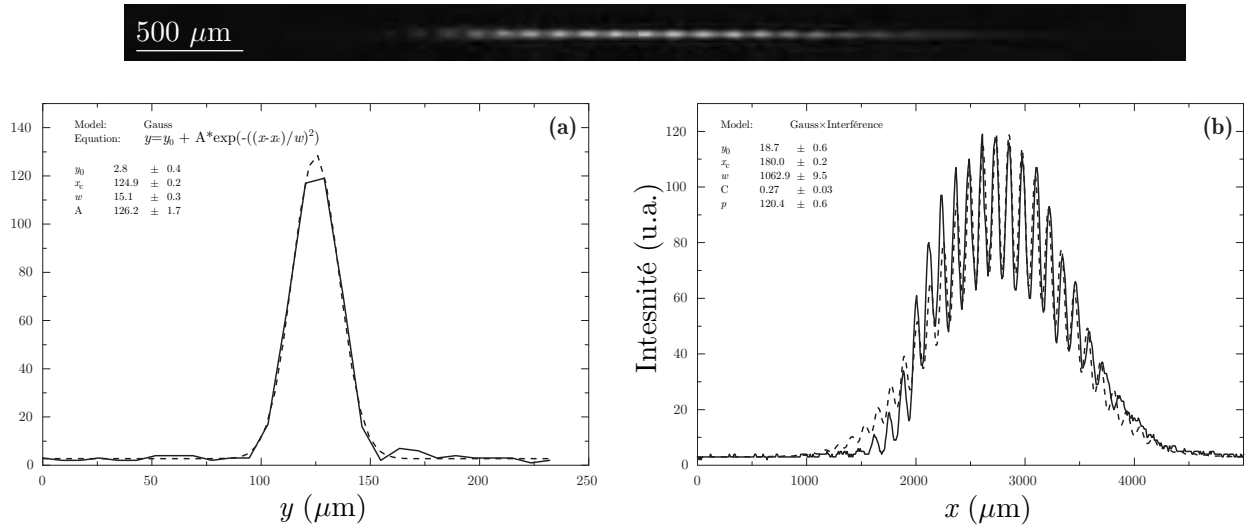


Figure 3.9 Mesure des dimensions spatiales d'un faisceau typique formé par l'interférence de deux ondes quasi planes et fortement elliptiques. (a) Profil suivant la dimension y du guide. (b) Profil suivant la dimension libre x instable.

Énergie et densité de puissance dans le guide

Dans toutes nos expériences, les mesures d'intensité (exprimée en W/m^2) sont effectuées à partir de la mesure d'énergie fournie par un joulemètre. Afin d'obtenir la valeur de l'intensité moyenne I_0 le long de la ligne focale, il suffit de diviser cette mesure de l'énergie obtenue par la durée de l'impulsion et la surface du faisceau. Cependant, l'utilisation directe de la durée à mi-hauteur $\Delta T = 38$ ps donne une puissance qui ne correspond pas à la valeur maximale atteinte lors du passage de l'impulsion. Or les conditions de propagation soliton se restreignent à une zone plus ou moins faible autour du sommet de l'impulsion. De plus, les caméras utilisées disposent d'une dynamique limitée ne permettant d'observer que les événements liés à la plus forte densité d'énergie. Pour ces raisons, il est important d'associer aux mesures effectuées, non pas la valeur de la puissance moyennée dans le temps, mais celle de la puissance instantanée maximale. L'enveloppe temporelle de l'impulsion étant gaussienne, le résultat donné par le joulemètre correspond à l'énergie E_{mesure} :

$$E_{\text{mesure}} = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\text{max}} e^{-\left(\frac{2\sqrt{\ln 2}t}{\Delta T}\right)^2} dt = \frac{\Delta T}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} P_{\text{max}}. \quad (3.7)$$

Afin de déterminer les intensités à l'intérieur du guide, il est nécessaire d'estimer le taux de couplage correspondant. Contrairement à la méthode couramment utilisée, il nous est difficile de mesurer l'énergie couplée dans le guide directement en sortie de celui-ci. Le faisceau diverge rapidement et de multiples réflexions parasites se produisent en sortie de guide. Pour ces raisons, l'énergie est mesurée avant l'injection dans le guide. Nous évaluons ensuite l'énergie couplée par une méthode géométrique. Étant donné le régime de sous-injection, on considère que seule une partie du faisceau est injectée. Celle-ci correspond au découpage géométrique, suivant la dimension y du guide, de l'enveloppe incidente (figure 3.10). Ainsi, la proportion de la puissance

totale mesurée qui est effectivement couplée dans le guide est donnée par

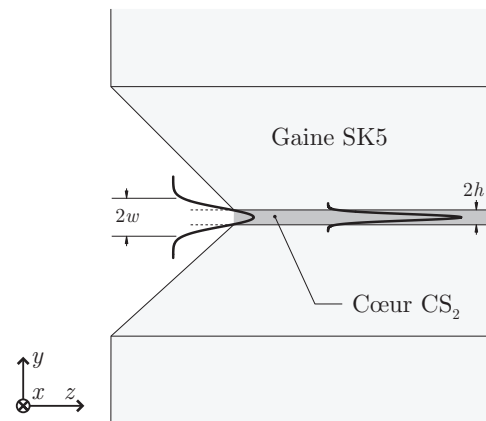
$$P_{\text{guide}} = \frac{P_{\text{max}}}{w\sqrt{\pi}} \int_{-h}^h e^{-y^2/w^2} dy. \quad (3.8)$$

L'intégration, faite sur l'épaisseur du guide, est normalisée pour une épaisseur infinie. On obtient alors pour la puissance couplée dans le guide :

$$P_{\text{guide}} = P_{\text{max}} \sqrt{1 - e^{-2h^2/w^2}}. \quad (3.9)$$

Afin d'augmenter la précision, le coefficient de transmission $T \simeq 98\%$ du hublot d'entrée est pris en compte dans la valeur de la puissance injectée. *A priori*, la principale source d'incertitude provient alors de la détermination de l'épaisseur du guide qui se fait au moyen de l'image du profil du mode guidé et de son ajustement par une gaussienne. Pour l'exemple précédent (cf. figure 3.8) et un guide de $(10 \pm 1) \mu\text{m}$, on obtient un taux de couplage de $(50,2 \pm 4,3)\%$. Comme les fluctuations d'énergie du laser peuvent atteindre $\pm 10\%$ d'un tir au suivant et que nos mesures sont réalisées sur une séquence de 10 à 100 tirs, nous estimons que l'incertitude sur la mesure d'énergie correspond à celle sur le taux de couplage. Enfin, l'expression (3.9) suppose que le maximum de la ligne focale injectée dans le guide coïncide avec le milieu de la couche guidante. Or une caractéristique notable de la source Nd:YAG impulsienne réside dans une inévitable gigue transverse du faisceau d'un tir laser au suivant et dont l'amplitude s'avère être significative pour notre expérience. On a relevé par exemple des variations de l'ordre de la dizaine de micromètres. Vu l'épaisseur de notre guide, ces variations impliquent qu'en fonction des tirs laser, le couplage peut varier très fortement, voire être nul. Pour une observation à puissance donnée, le comportement observé en sortie de guide pourrait alors sembler provenir de la dynamique de la MI. Il est donc important de n'acquérir que les images les plus intenses.

Figure 3.10 Méthode d'évaluation géométrique de l'énergie effectivement couplée dans le guide plan symétrique.



Une fois estimée la puissance couplée dans le guide, nous évaluons alors la répartition d'intensité de l'enveloppe du champ à partir de l'image obtenue pour le profil modal en sortie de guide et en régime linéaire de propagation, c'est-à-dire à basse intensité. Ainsi, nous pouvons

évaluer l'intensité atteinte au sommet du mode TE_0 au départ de la propagation, c'est-à-dire l'intensité moyenne I_0 , selon x , de la ligne focale bruitée ou modulée. Il nous est alors possible de la relier aux prédictions théoriques en considérant que la puissance reste conservée au cours de la propagation.

3.4 INSTABILITÉ DE MODULATION SPONTANÉE

Nous présentons ici les observations expérimentales réalisées pour le processus MI spontané, c'est-à-dire à partir du seul bruit de l'enveloppe spatiale incidente (cf. figure 3.8). En propagation guidée planaire, on s'attend théoriquement à générer un profil de pics quasi-solitons plus ou moins périodiquement répartis en sortie de guide et dont la période varie avec l'intensité de l'onde incidente. Avant de passer à l'expérience, nous présentons quelques résultats numériques qui nous seront utiles pour l'interprétation des résultats obtenus.

3.4.1 Simulations numériques

Ces premières simulations sont pour le moment basées sur la théorie développée au chapitre 2, c'est-à-dire en régime permanent. La figure 3.11 représente la variation de la période de modulation du processus MI spontané en fonction de l'intensité moyenne incidente. Elle donne la valeur de la fréquence spatiale privilégiée qui ressort de la simulation numérique pour une onde homogène à laquelle s'ajoute un bruit blanc à distribution spectrale normale généré aléatoirement d'un tir sur l'autre. On remarque d'abord que la variation suit plus ou moins le comportement attendu : d'un tir au suivant, la période n'est pas strictement celle issue de l'analyse de stabilité linéaire. Ceci s'explique parce que la courbe de gain MI est relativement plate autour du maximum d'amplification (cf. figure 2.14, page 83). L'amplification étant exponentielle, on s'attend alors à ce qu'une fréquence spatiale proche de la fréquence de gain maximal puisse être préférée dans le processus MI dès lors que sa densité spectrale de puissance initiale est supérieure à celle de gain maximal. Les barres d'incertitude matérialisent la plage fréquentielle correspondant à une valeur de gain $g \geq 0,9g_{\max}$ et dans laquelle se trouvent les différentes périodes obtenues. Ainsi, avec une densité spectrale de bruit variant tir à tir, le comportement numérique montre donc que la période d'un réseau de quasi-solitons généré par MI spontanée dans un milieu de Kerr idéal varie d'un tir laser au suivant. Il en est de même pour la position absolue donnée par la distribution spatiale de bruit selon la dimension libre x . Ce résultat est possible si le pas de discrétisation spectral est assez fin pour que la bande fréquentielle définie par la condition précédente soit résolue.

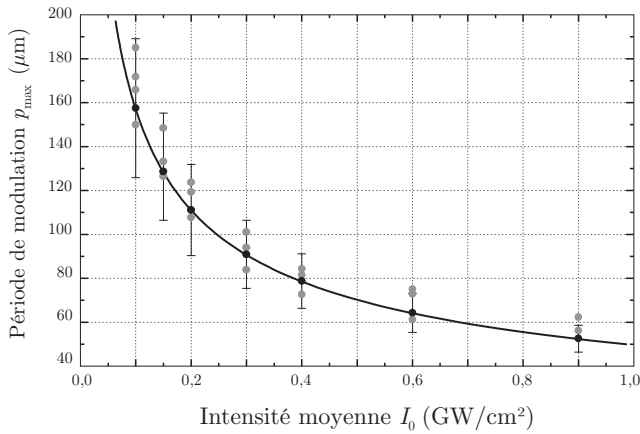


Figure 3.11 Simulation numérique donnant la période de modulation spontanée en fonction de l'intensité moyenne au départ et comparée à la courbe théorique de l'analyse de stabilité. Le champ incident est modulé par un bruit blanc gaussien de 5% de contraste en intensité.

Les simulations numériques illustrées sur les figures 3.12 et 3.13 montrent que les caractéristiques du processus MI discutées au chapitre 2 restent conservées pour les enveloppes spatiales réelles utilisées expérimentalement. Bien que l'onde soit considérée plane sur la longueur de propagation, son enveloppe n'en demeure pas moins gaussienne et donc quasi homogène. Autrement dit, sa largeur spectrale est finie. La figure 3.12 correspond à une enveloppe gaussienne dont l'intensité moyenne est $I_0 = 0,25 \text{ GW/cm}^2$ à son maximum (en $x = 0$). On constate que la formation de pics quasi-solitons est moins propre que dans le cas homogène (cf. figure 2.10, page 78). En particulier, l'enveloppe gaussienne influe sur la longueur de formation de chaque pic : le sommet de l'enveloppe favorise une croissance plus rapide des pics que les bords du faisceau initialement moins intenses. Ceci explique le profil final de la figure 3.12.b. Le spectre correspondant (figure 3.12.c) fait apparaître des cannelures sur la pompe traduisant son automodulation de phase.

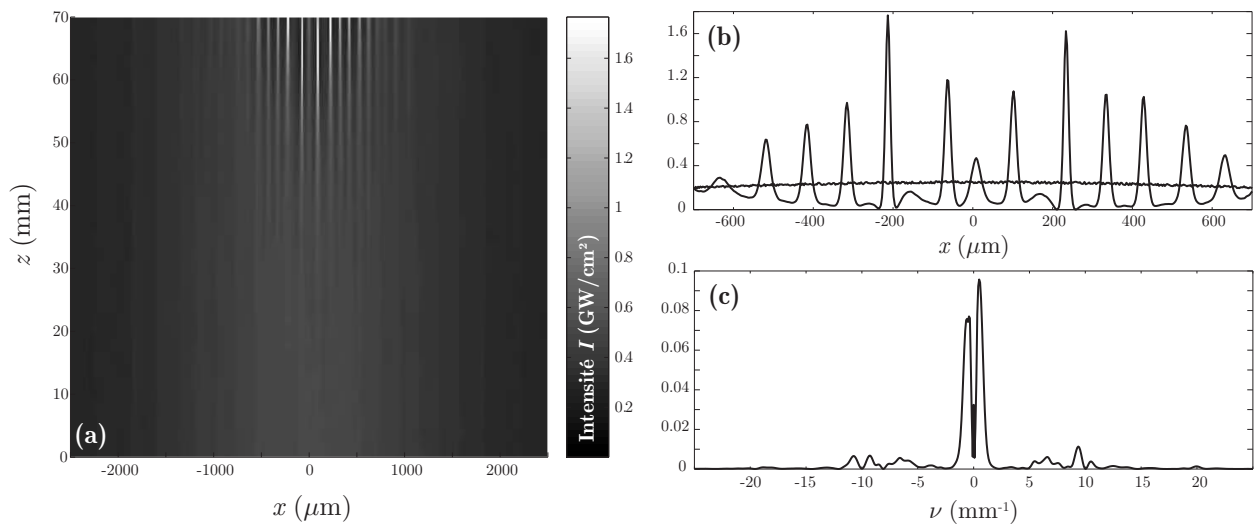


Figure 3.12 Instabilité de modulation spontanée pour un faisceau d'enveloppe gaussienne de 2,5 mm de largeur (FWHM). (a) Évolution au cours de la propagation sur 7 cm. (b) Comparaison des profils d'entrée et de sortie. (c) Spectre de Fourier en sortie.

La figure 3.13 montre le comportement récurrent de l'enveloppe précédente, lorsqu'elle est deux fois plus intense, de sorte que la génération de quasi-solitons soit plus rapide et la

réurrence observable sur une longueur de propagation constante. On constate que le phénomène de réurrence FPU est marqué mais tout aussi irrégulier que la formation des pics. En effet, l'origine des quasi-solitons étant le bruit du faisceau, les solitons générés d'une part présenteront des fluctuations d'intensités (et donc de largeur) et, d'autre part, ne se formeront pas à la même distance dans le guide. En conséquence, des interactions entre quasi-solitons voisins non équivalents ont lieu, ce qui aboutit à des phénomènes dynamiques complexes au cours de la propagation. Cette conclusion est d'ailleurs tout aussi valable pour une onde homogène.

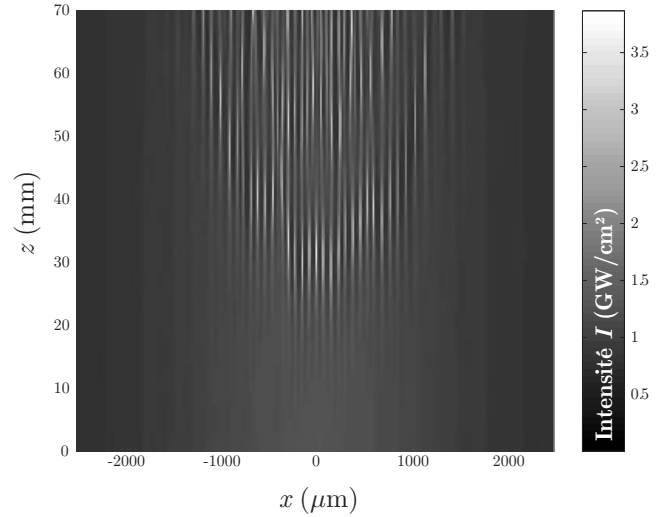


Figure 3.13 Évolution récurrente du processus MI pour une enveloppe gaussienne et une puissance double de la précédente (figure 3.12).

3.4.2 Montage expérimental

L'observation du processus MI spontané est relativement aisée à mettre en œuvre expérimentalement en injectant une onde quasi plane et quasi homogène à l'intérieur du guide plan de CS_2 . Le bruit naturel du faisceau permet d'amorcer spontanément le processus MI. La figure 3.14 illustre le montage expérimental réalisé.

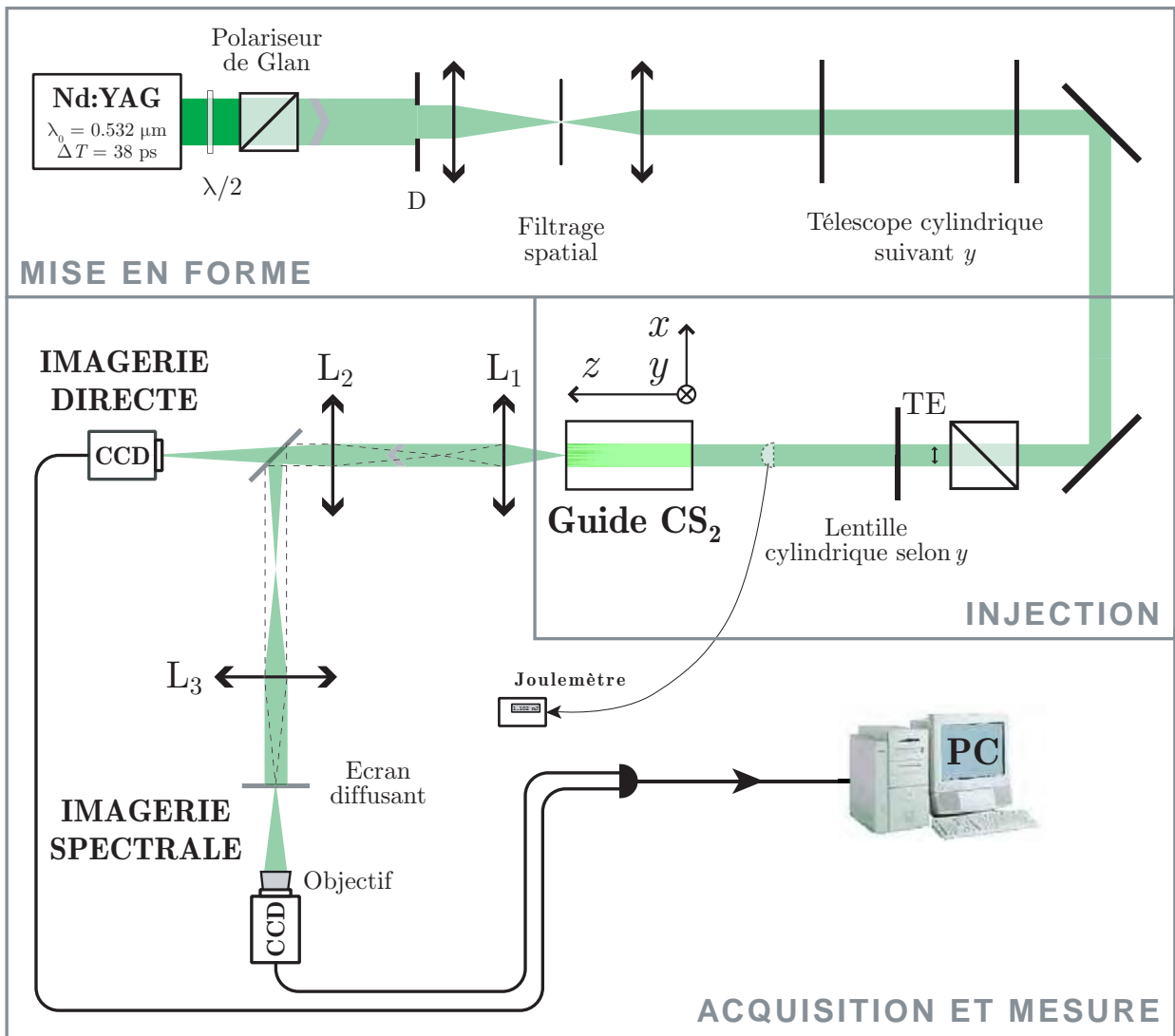


Figure 3.14 Vue de dessus du montage expérimental d’observation de l’instabilité de modulation spatiale spontanée.

Mise en forme et injection

En sortie du laser, la combinaison d’une lame demi-onde et d’un polariseur de Glan permet de faire varier continûment la puissance du faisceau. Ensuite, une combinaison de deux télescopes garantit la mise en forme du faisceau. Le premier télescope est utilisé conjointement avec un diaphragme et un trou en rubis, afin de filtrer spatialement le faisceau et supprimer une bonne partie des hautes fréquences spatiales non requises pour l’expérience. Ainsi, l’ouverture du diaphragme et le choix du diamètre du trou de filtrage permettent de définir la bande passante du filtre réalisé. Pour ce type de faisceau laser, il est à noter cependant que l’homogénéité conjointe du faisceau ainsi que de son bruit a été difficile à obtenir comme le montre la figure 3.8. Ceci dit, la distance focale de la seconde lentille du télescope est ajustée pour obtenir le diamètre final de faisceau désiré. Comme le faisceau doit rester non divergent suivant la dimension libre x du guide, sa largeur en sortie du télescope de filtrage doit rester suffisamment

grande (de l'ordre de quelques millimètres). Le second télescope, cylindrique, n'agit alors que sur la dimension y . Il sert à conférer au faisceau l'ellipticité souhaitée avant injection en augmentant sa largeur suivant y . Cette largeur détermine en effet, avec la distance focale de la lentille d'injection, notre ouverture numérique. Nous avons jugé que le meilleur compromis possible consistait en l'utilisation d'une seule lentille cylindrique de distance focale $f = 150$ mm pour l'injection. Ainsi, avec l'emploi du second télescope, la largeur suivant x est conservée et l'ouverture numérique suivant y reste faible. Enfin, avant injection, un polariseur assure l'orientation TE voulue pour le vecteur champ électrique dans le guide.

Acquisition

L'acquisition est réalisée au moyen de caméras CCD i2S, modèle iMC 865. Celles-ci ont la particularité de pouvoir fonctionner en mode vidéo et en mode monocoup permettant d'acquérir une impulsion unique pendant un temps d'ouverture typique de $20 \mu\text{s}$, synchronisé et déclenché par l'impulsion elle-même. Le capteur est une matrice CCD sans zone morte de 582 lignes de 6,47 mm de long et $8,3 \mu\text{m}$ de haut. L'acquisition est pilotée par une carte vidéo Matrox Magic qui effectue un échantillonnage des lignes en 768 points. On obtient donc une matrice de 768 par 582 pixels de $8,6 \mu\text{m}$ de large sur $8,3 \mu\text{m}$ de haut chacun. En mode monocoup, la résolution en hauteur est multipliée par deux car seule une trame sur deux est acquise. L'acquisition est codée sur 256 niveaux de gris, soient 8 bits. Lorsque le gain électronique est égal à un, la réponse du capteur est linéaire à quelques pour-cents près. On observe toutefois des distorsions si on se rapproche trop de la saturation (niveau 256). Si on souhaite faire des relevés d'intensité, il est donc prudent de travailler en deçà du niveau 200.

L'utilisation de deux caméras CCD synchronisées permet de capturer l'image de la face de sortie du guide et de son spectre de fréquences spatiales correspondant au passage d'une seule impulsion. Néanmoins, étant donnée la forte densité de puissance atteinte par le faisceau pompe et la trop faible dynamique de la caméra, le spectre est imagé sur un écran diffusant afin de pouvoir discerner les ordres de diffraction générés par MI. L'image du spectre est alors obtenue par l'ajout d'un objectif photographique à la caméra. L'amplitude des éventuels ordres de diffraction dans les spectres imagés n'a donc qu'une signification qualitative. Nous faisons enfin remarquer que les images CCD donnent une densité — spatiale ou spectrale — d'énergie puisque l'impulsion est intégrée durant le temps d'ouverture de la matrice CCD. Ceci doit être pris en compte pour l'interprétation des images obtenues, comparativement aux résultats théoriques basés sur le régime permanent. Dans le cas des expériences d'instabilité de modulation induite cependant, une caméra à balayage de fente additionnelle a été utilisée afin d'imager spatio-temporellement l'impulsion.

L'image en sortie du guide est obtenue par les lentilles L_1 et L_2 de distances focales respectives $f_1 = 150$ mm et $f_2 = 470$ mm. Le plan objet est en général au foyer objet de la première lentille. Le grandissement du système, calibré au moyen d'une mire de résolution, est

de l'ordre de 3,5 et varie légèrement en fonction des réglages. Le faisceau en sortie de guide n'est pas diaphragmé par les lentilles de sorte que la résolution spatiale du système imageur est limitée par la dimension des pixels de la caméra. Au niveau du plan objet, la résolution spatiale est alors de l'ordre de $2,4 \mu\text{m}$. La matrice CCD correspond alors à un champ de l'ordre de 1,8 mm de largeur. L'image du spectre spatial est assurée par la lentille L_3 ($f_3 = 500 \text{ mm}$), dont le foyer objet est au voisinage du foyer image du système (L_1, L_2). La résolution du spectre imagé sur la caméra est obtenue au moyen d'une mire réseau de fréquence spatiale connue et placée au voisinage du foyer objet de L_1 , c'est-à-dire en sortie de guide. La dimension des pixels permet d'atteindre une résolution en fréquence spatiale de $0,47 \text{ mm}^{-1}$.

3.4.3 Observation de l'instabilité de modulation spontanée : Réseaux quasi périodiques de quasi-solitons

Nous montrons ici, en accord avec la théorie, que le processus MI spontané est bien contrôlable en milieu de Kerr (1+1)D et permet la génération de réseaux quasi périodiques de quasi-solitons. Nos observations ne sont cependant que partiellement en accord avec le modèle classique présenté au chapitre 2. La raison en est double : l'utilisation d'un bruit spatial reproductible entre les tirs lasers et les effets transitoires provoqués par la relaxation de l'effet Kerr de réorientation moléculaire. Nous verrons plus précisément, à l'aide des résultats relatifs au processus induit, que cette dernière particularité permet de considérer que les quasi-solitons du processus spontané se propagent de manière pseudo-stable.

La figure 3.15 illustre une situation représentative des observations réalisées avec le montage précédent. Elle montre qu'à l'intérieur du guide, le mode fondamental TE_0 subit spontanément le phénomène d'instabilité de modulation suivant sa dimension transverse homogène x . À forte intensité en effet, le faisceau laser bruité (figure 3.15.a, en sortie de guide) évolue vers la succession attendue de pics d'intensité contrastés et témoignant de la génération de neuf faisceaux quasi-solitons plus ou moins périodiquement répartis en sortie de guide (figure 3.15.b).

La figure 3.16.a présente les profils spatiaux correspondant aux images à basse et forte intensité de la figure précédente. L'instabilité de modulation est confirmée par l'apparition dans le spectre de bandes latérales discrètes et régulièrement espacées (figure 3.16.b). Comme on pouvait s'y attendre cependant, l'origine des pics (bruit) rend la génération relativement irrégulière : les pics sont irrégulièrement espacés, ce qui se traduit par une largeur conséquente des bandes spectrales. Notons que l'utilisation de l'écran diffusant et la résolution spectrale ne permettent pas de discerner une éventuelle modulation de phase spatiale de la pompe. Enfin, la présence d'un fond continu d'intensité relativement important dans l'image de sortie est essentiellement attribuable à l'intégration temporelle par la caméra CCD. L'effet soliton n'est en effet obtenu que sur une zone restreinte autour du sommet de l'impulsion où la puissance est maximale. Les parties montante et descendante de l'impulsion contribuent donc à diminuer le contraste du réseau par rapport à la situation prévue dans le cas d'une onde en régime

permanent (en pratique continue temporellement, cf. figure 2.10 page 78).

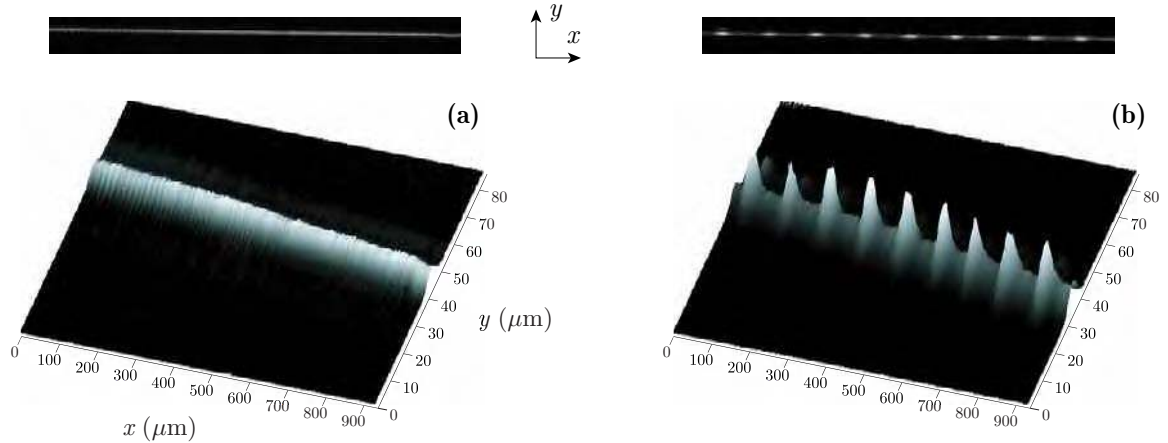


Figure 3.15 Observation expérimentale typique du processus MI spontané : images et profils tridimensionnels en sortie de guide. (a) En régime linéaire, *i.e.* à basse intensité, le mode guidé reste bruité et homogène suivant x . (b) En régime non linéaire, l'instabilité de modulation spontanée fait apparaître une succession de pics d'intensité contrastés : formation d'un réseau quasi périodique de quasi-solitons spatiaux suivant la dimension initialement homogène. [$I_0 \sim 100 \text{ MW/cm}^2$ et $p \sim 110 \mu\text{m}$.]

À première vue donc, avec l'utilisation d'une onde impulsionnelle spatialement quasi plane et quasi homogène en propagation guidée planaire unimodale, le processus MI spontané semble être, conformément à la théorie usuelle, contrôlable en milieu de Kerr. Le caractère impulsionnel du faisceau et la nature du milieu de Kerr utilisés dans nos expériences ont cependant mené à des observations dynamiques quelque peu différentes de celles prévues par la théorie de l'instabilité de modulation en régime permanent.

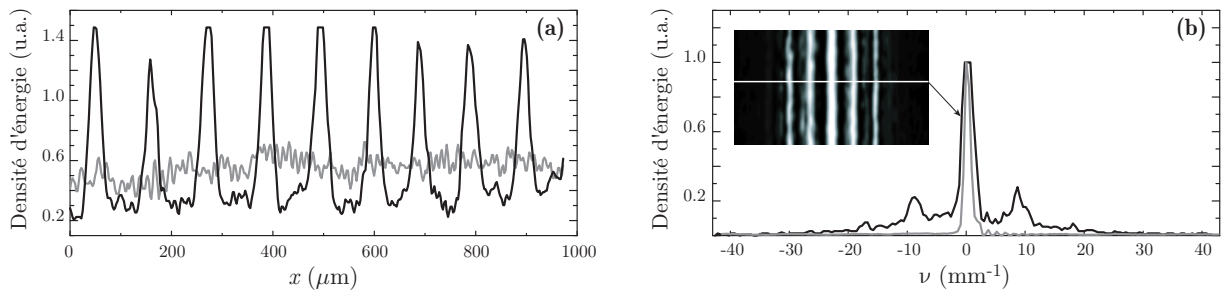


Figure 3.16 (a) Profils en sortie du guide et (b) spectre d'instabilité montrant la croissance des bandes latérales de modulation en régime linéaire (gris) et non linéaire (noir).

3.4.4 Stabilité et dynamique du processus spontané en milieu de Kerr inertiel

Observations

Contrairement aux attentes, le comportement dynamique des réseaux générés présente des particularités notables illustrées par les deux séries de mesures caractéristiques de la figure 3.17.

Les images sont données pour différentes intensités moyennes incidentes et illustrent l'augmentation progressive de la puissance injectée, pour les deux longueurs de guide disponibles, pour des intensités allant typiquement de 10 à 650 MW/cm². Le régime linéaire est donné à titre indicatif de l'homogénéité de l'enveloppe bruitée. Il ressort plusieurs observations caractéristiques du processus MI spontané observé au cours de notre travail :

- ~ pour une longueur de guide L , les pics solitons sont situés à une position absolue à peu près constante, donc avec la même période, d'un tir laser au suivant et quelle que soit l'intensité. On remarque une diminution de la largeur des pics avec l'augmentation de l'intensité incidente, signe d'un comportement solitonique. À partir d'une certaine intensité cependant, plus grande pour la longueur de guide la plus faible, des pics sont générés entre les solitons précédents. Ces observations sont de même nature que celles faites par R. Grasser lors de la génération de réseaux de solitons en milieu massif structuré par des franges d'interférences, et qui étaient restées incomplètement expliquées à l'époque ;
- ~ la période de modulation privilégiée p est en moyenne de 84 μm pour $L = 3$ cm et 125 μm pour $L = 7$ cm. Le passage d'une longueur de guide à l'autre étant réalisé par simple rotation du dispositif guidant (cuve hermétique) de $\pi/2$, on peut considérer que les conditions initiales d'utilisation pour les deux longueurs de guide restent identiques (y compris au niveau de la distribution spatiale de bruit). Nous allons voir que cette augmentation de période avec la longueur du guide est attribuable à une disparition ou une fusion de certains solitons au cours de la propagation.

La figure 3.18 reproduit les résultats précédents, en plus de données non montrées, pour illustrer la variation de la période de modulation de sortie en fonction de l'intensité incidente pour les deux longueurs de guide. Comme le montrent les images de la figure 3.17, les pics solitons occupent quasiment une même position absolue d'un tir laser sur l'autre, mise à part une légère gigue de position, sans doute due au faisceau laser dans son ensemble. Nous n'avons donc pas mis d'incertitude sur la mesure de la période de modulation privilégiée. On constate qu'il y a un accord entre les ordres de grandeur trouvés expérimentalement et ceux attendus théoriquement seulement pour les intensités les plus basses permettant l'observation du réseau pour une longueur de guide donnée. Pour chaque longueur, la variation de période avec l'intensité incidente suit ensuite un comportement discret en plateaux : la période de modulation reste fixe pour une plage d'intensités donnée puis, à partir d'une certaine intensité, la période change, signe de l'apparition de pics d'intensités secondaires intercalés entre certains pics principaux. À l'inverse, pour une intensité moyenne incidente donnée, plusieurs périodes de modulation sont possibles, la plus grande correspondant à la grande longueur de guide.

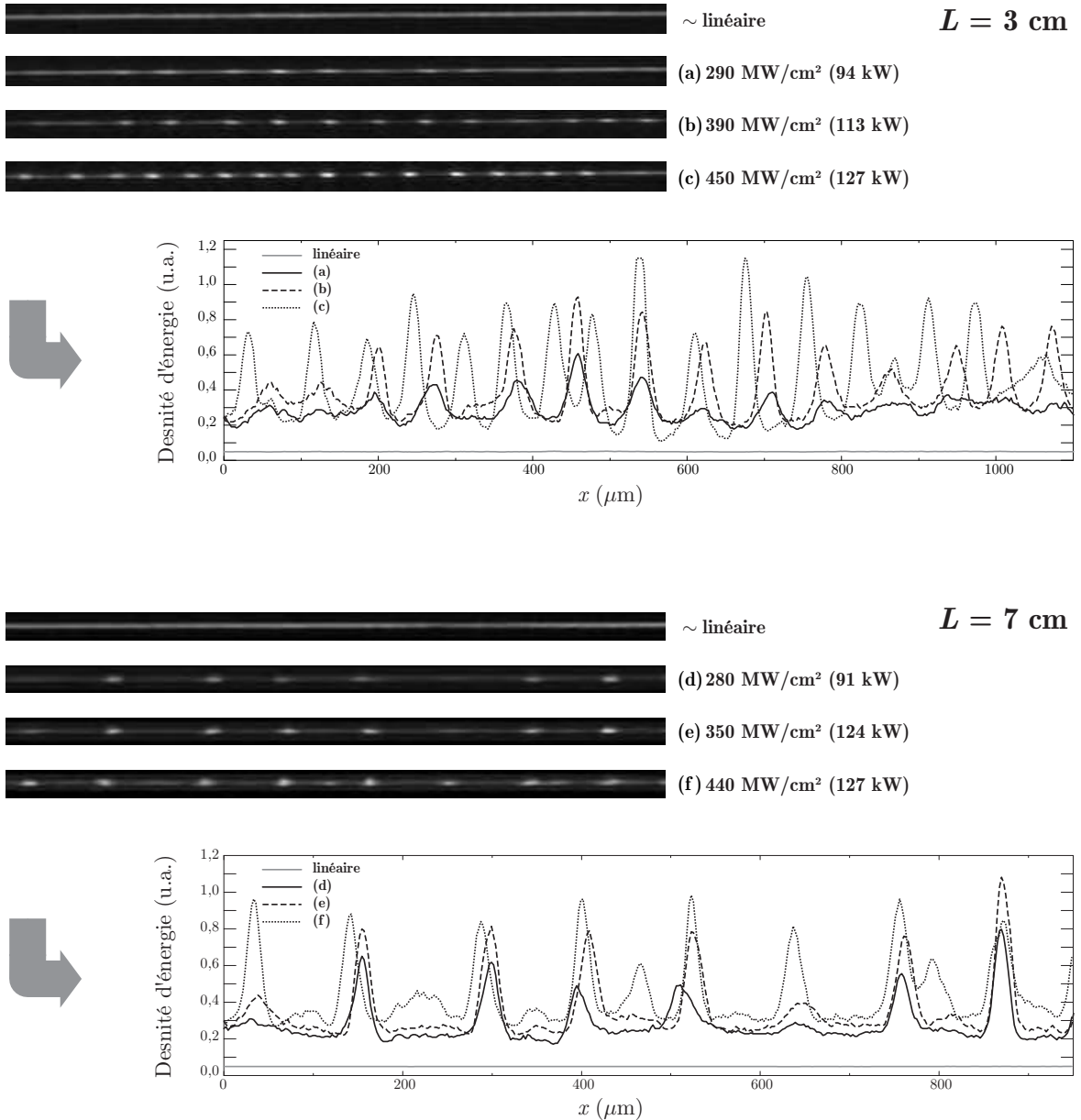
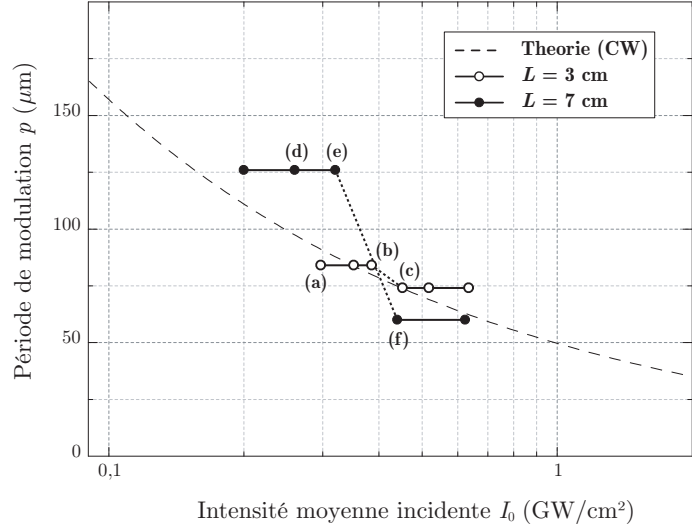


Figure 3.17 Comportement dynamique de la génération spontanée de réseaux obtenu pour les deux longueurs de guide et en augmentant progressivement l'intensité incidente.

Si ces observations semblent en contradiction avec la théorie d'instabilité de modulation, nous allons voir que ce désaccord n'est en fait que partiel. Il s'explique par les deux raisons déjà évoquées qui traduisent des conditions expérimentales différentes des conditions théoriques idéales. D'une part, le bruit spatial de l'enveloppe du faisceau est quasiment reproductible d'un tir laser au suivant. La répétition d'une figure de bruit particulière a comme conséquence de positionner les pics MI à la même place selon x donc, dans une certaine mesure, de bloquer la période de modulation privilégiée pour une certaine plage d'intensités autour de la valeur théorique. D'autre part, des effets transitoires sont provoqués par la relaxation de la réorientation moléculaire et l'utilisation d'une impulsion courte : l'inertie de la réponse non linéaire provoque une dépendance temporelle de la période de modulation privilégiée, liée à

l'enveloppe de l'impulsion. Ceci a pour double conséquence de bloquer la période du réseau en fonction de l'intensité pour une longueur de propagation fixe, mais de modifier cette période à intensité fixe en fonction de la distance de propagation du réseau. Cela se traduit par l'évolution en plateaux observée expérimentalement.

Figure 3.18 Variation de la période de modulation privilégiée en fonction de l'intensité moyenne incidente. Contrairement à la prédiction théorique (courbe en tirets), l'évolution se caractérise par une succession de plateaux.



Conditions initiales

Nous n'avons malheureusement pas mené d'étude statistique rigoureuse afin de caractériser précisément le bruit spatial, issu à la fois de la source laser et de notre montage expérimental. Le montage de filtrage spatial nous permet en effet seulement de nous affranchir de composantes hautes fréquences. Il nous est toutefois possible de donner quelques caractéristiques du faisceau que nous utilisons afin d'expliquer, *a posteriori* et en partie, la dynamique observée. Sur la figure 3.19.a sont représentés les profils spatiaux *en sortie de guide* et en régime linéaire de propagation, soit à très basse intensité, correspondant à l'expérience précédente. Bien que cette image ne reflète pas strictement la répartition de bruit du profil en entrée de guide, certaines caractéristiques initiales peuvent toutefois être supposées conservées. En considérant que le milieu de propagation est liquide, les interfaces du guide de qualité optique et les hublots de la cuve hermétique sans défauts, l'homogénéité du guide permet de supposer d'abord que celui-ci n'apporte aucune source de bruit au faisceau durant la propagation. L'absorption étant de plus négligeable, il est ensuite raisonnable de supposer que la densité spectrale de bruit ne varie pas durant la propagation. Ainsi, en régime linéaire, on considère que la répartition de bruit varie *via* la seule action de la diffraction au sein du guide. Toutefois, le contraste de l'enveloppe de sortie peut être supposé identique à celui de départ. Pour notre exemple, sur le millimètre de profil quasi homogène considéré, on estime que le contraste varie entre 18 et 11%.

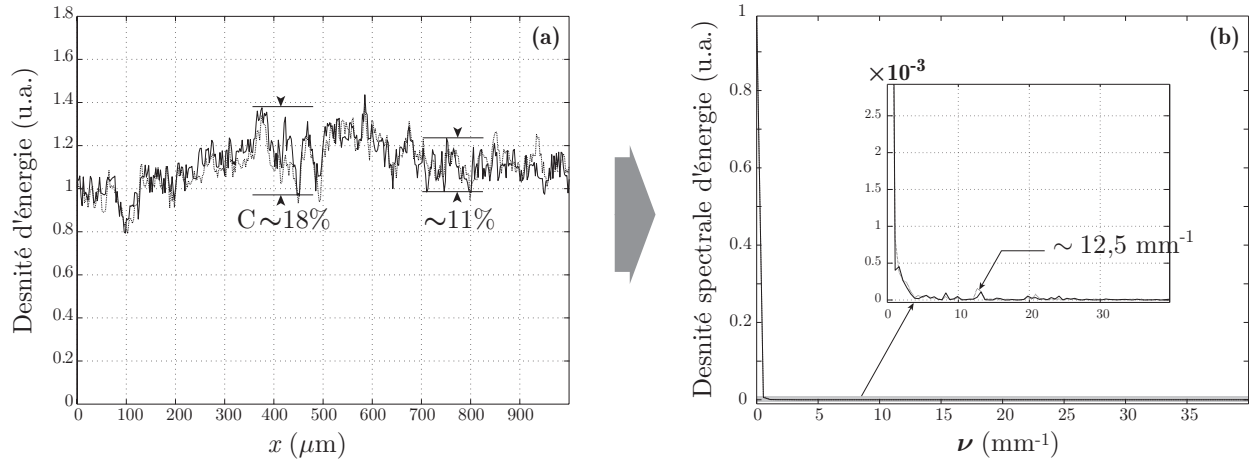


Figure 3.19 Comparaisons *en sortie de guide* du bruit spatial de deux impulsions successives. (a) Profils spatiaux sur une zone homogène identique d'un millimètre de large. (b) Densités spectrales correspondantes.

La figure 3.19 permet de déduire deux caractéristiques fondamentales du bruit spatial utilisé dans nos expériences. Même si aucune modulation particulière n'est discernable, on constate d'abord une grande similitude entre les deux profils spatiaux (figure 3.19.a). Or, le processus MI ayant été décrit jusqu'à maintenant dans le cadre d'un régime permanent, les diverses simulations ont été faites pour des enveloppes indépendantes, ce qui aboutit au comportement continu théorique de la figure 3.11. À l'opposé, si les enveloppes spatiales (en particulier le bruit) deviennent dépendantes d'un tir laser au suivant, on peut s'attendre à retrouver une certaine reproductibilité du motif d'instabilité de modulation entre les tirs. Une autre constatation d'importance concerne les spectres des profils. Pour les raisons discutées §3.4.2, la précision des spectres expérimentaux n'est pas suffisante pour pouvoir résoudre les faibles composantes de bruit. Les spectres de la figure 3.19.b ont donc été calculés numériquement. On constate, pour les deux impulsions, la présence d'une fréquence spatiale parasite correspondant à une modulation d'environ $80 \mu\text{m}$ ($12,5 \text{ mm}^{-1}$), peut-être à l'origine de la période de modulation observée à forte intensité pour la plus petite longueur de propagation. N'ayant pas d'image correspondante en entrée de guide, il nous est cependant impossible de statuer définitivement sur la nature de cette composante faible dans le spectre calculé, dont la densité spectrale est de l'ordre de 10^{-4} fois celle de la pompe, soit -40 dB , et correspond à un contraste d'intensité de l'ordre de 3% . Si cette fréquence parasite est proche de la fréquence MI privilégiée à forte intensité (figures 3.17.a-c), il est toutefois clair que, pour l'intensité incidente correspondante ($\sim 2 \text{ MW/cm}^2$), il ne peut s'agir d'une croissance liée au processus MI. Il n'est par ailleurs pas impossible que cette fréquence spatiale soit introduite au cours de la propagation entre la sortie de guide et la caméra CCD. À l'inverse, rien ne prouve que la présence de cette fréquence ne soit pas de nature strictement aléatoire bien qu'observée sur deux tirs différents. Nous verrons cependant que sa présence ou son absence à l'entrée du guide n'ont qu'une importance relative sur l'explication de nos résultats, tant que la densité spectrale correspondante reste faible.

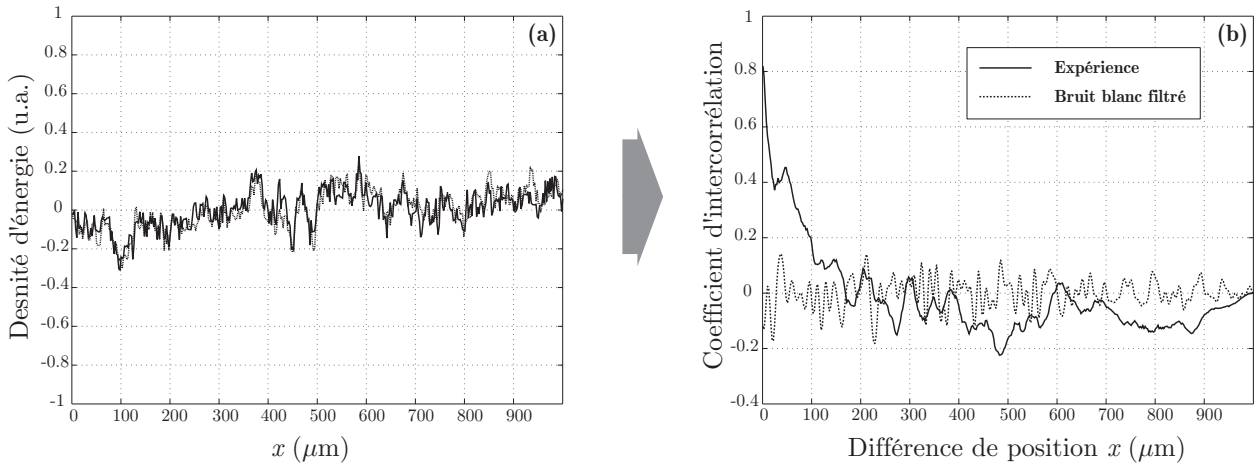


Figure 3.20 Coefficient d'intercorrélation entre les profils spatiaux des deux impulsions précédentes. Comparaison avec deux impulsions de bruits spatiaux blancs indépendants filtrés spectralement.

Pour finir, un calcul statistique permet de mieux se rendre compte de la similitude entre les tirs lasers. La figure 3.20 représente l'estimation de la fonction d'intercorrélation, ou corrélation croisée, entre les deux profils spatiaux précédents pris pour deux impulsions distinctes. Le calcul est réalisé sur le seul bruit en soustrayant l'enveloppe gaussienne du champ (figure 3.20.a). La figure 3.20.b donne la fonction d'intercorrélation entre ces deux profils comparée à un cas intéressant : une enveloppe homogène perturbée par un bruit blanc à distribution spectrale normale et filtrée de ses hautes fréquences spatiales au-delà d'une certaine fréquence de coupure. Ce corrélogramme donne le coefficient de corrélation des enveloppes spatiales en fonction d'un décalage spatial $\Delta x = x - x_0$ entre les profils. On constate d'emblée ce que nous avons pressenti jusqu'à présent, à savoir la forte corrélation entre les profils de bruit des deux impulsions expérimentales. En particulier lorsque les profils sont superposés (différence de position nulle), le coefficient de corrélation est supérieur à 0,8. Dans le cas de deux bruits indépendants au départ, ce coefficient reste faible, ce qui permet de confirmer le caractère répétitif de l'enveloppe spatiale que nous avons utilisée expérimentalement. Étant données les hypothèses précédemment faites sur le comportement linéaire du bruit à l'intérieur du guide, il est raisonnable de considérer que cette répétition est due d'une part au montage expérimental (propreté et qualité de surface des composants optiques) et d'autre part à la source laser elle-même (reproduction de la figure de bruit d'un tir au suivant).

Influence de la répétition du profil de bruit

En introduisant dans la simulation numérique, toujours en régime permanent pour le moment, le caractère répétitif du bruit et éventuellement une faible fréquence spatiale parasite, on montre ici que ces particularités ne sont pas suffisantes à expliquer tous les résultats observés dans l'expérience.

Nous utilisons une enveloppe homogène dont seule l'intensité moyenne I_0 varie tandis que le bruit, additif, reste le même ou varie spatialement d'une simulation à l'autre. En particulier, il s'agit d'un bruit blanc à distribution normale et dont le spectre est multiplié par un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c permettant d'obtenir un profil semblable aux profils expérimentaux (cf. figure 3.20). Typiquement, f_c vaut six fois la fréquence parasite de la figure 3.19.b, soit 75 mm^{-1} . Le contraste de l'enveloppe est fixé à 15% en intensité. Aucun bruit en phase n'est introduit.

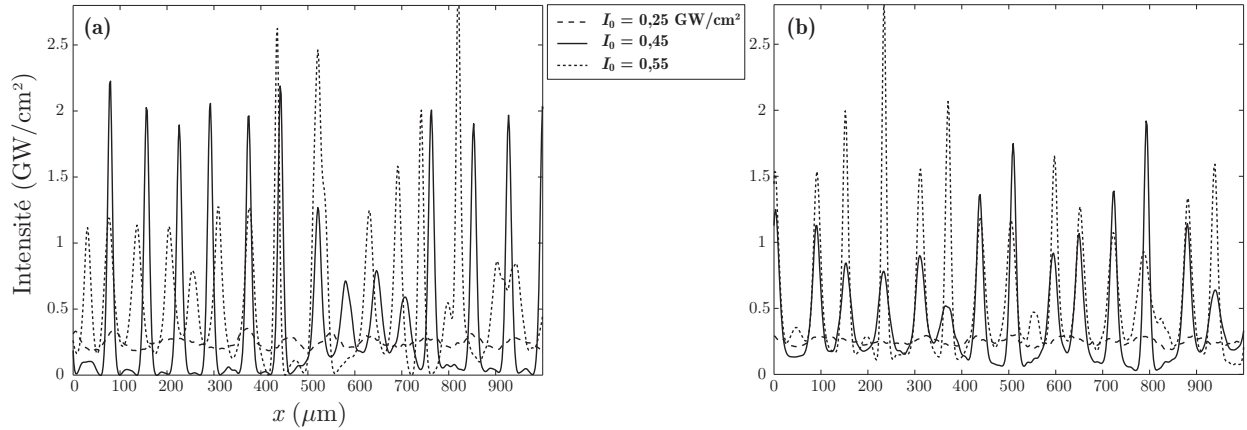


Figure 3.21 Comparaison des profils MI au bout de 3 cm de propagation pour une enveloppe perturbée par un bruit variable (a) ou identique (b) entre chaque simulation.

La figure 3.21 permet de comparer les profils simulés obtenus au bout de la plus courte distance de propagation (3 cm) et pour différentes intensités incidentes. Pour un bruit différent entre chaque tir, et malgré l'ajout d'un signal parasite correspondant à la période de $80 \mu\text{m}$ et de puissance 10^{-4} fois plus faible que le faisceau pompe (figure 3.21.a), les pics ne restent pas à la même position. À l'inverse, la figure 3.21.b montre que la répétition du bruit maintient le positionnement des pics quasi-solitons d'une simulation à l'autre pour les intensités choisies, bien qu'il n'y ait pas de signal parasite injecté dans cette situation. Le bruit reproductible détermine l'endroit où les différents quasi-solitons se forment et participe donc à un certain « verrouillage » de la période du réseau sur la gamme d'intensités examinée. Pour chacune des deux situations, on ne remarque cependant pas d'apparition des pics secondaires s'intercalant entre les quasi-solitons initiaux, observée expérimentalement à forte intensité. La figure 3.22 montre quant à elle l'évolution des profils précédents, pour l'enveloppe d'intensité initiale de $0,45 \text{ GW/cm}^2$, à la distance de 7 cm. On constate dans les deux situations que le motif final ne ressemble plus au motif intermédiaire (à 3 cm). Ceci s'explique parce qu'une pseudo-récurrence complète a eu lieu sur les sept centimètres de propagation. Comme discuté §3.4.1 (page 123), conjuguée aux interactions entre quasi-solitons, la récurrence rend l'évolution aléatoire après la première génération de quasi-solitons. Étant donné que le processus MI démarre ici du bruit spatial, le retour complet à l'état initial n'est alors en pratique pas possible. Toutefois, dans les deux cas, aucun signe d'une augmentation de la période du réseau avec la longueur de propagation n'est visible, contrairement aux observations expérimentales.

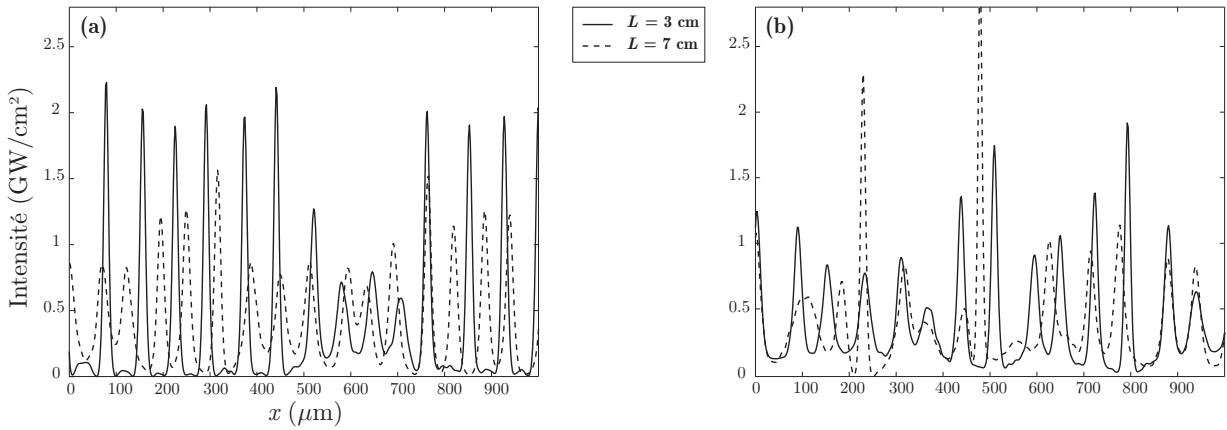


Figure 3.22 Évolution des profils des figures 3.21.a et 3.21.b pour deux longueurs de propagation et une intensité moyenne incidente de $0,45 \text{ GW/cm}^2$.

Enfin, nous estimons que la présence ou non de la fréquence parasite influe peu sur la dynamique du processus pour la densité de puissance relative considérée. En effet, son influence se limite à une réduction de longueur de formation du réseau. Ceci explique en partie les différences dans la régularité des motifs simulés à longueur de propagation donnée (figures 3.21 et 3.22). Ainsi, pour les figures 3.21.a et b à $0,45 \text{ GW/cm}^2$ par exemple, la distance de 3 cm est plus éloignée de quelques millimètres de la longueur de formation théorique en l'absence de la fréquence parasite. On trouve par simulation numérique une longueur de formation théorique $L_f \simeq 29 \text{ mm}$ contre $\simeq 33 \text{ mm}$ sans fréquence parasite¹. Néanmoins, on peut dire que l'ajout de la fréquence parasite participe à une certaine régularisation du réseau² dans le sens où elle facilite la génération d'un plus grand nombre de quasi-solitons voisins équivalents à une distance donnée. La présence de la fréquence parasite pourrait ainsi expliquer la régularité relative des réseaux observés expérimentalement (cf. figure 3.16).

Au vu des simulations numériques, l'incorporation des caractéristiques particulières du bruit expérimental ne permet d'expliquer que partiellement les résultats observés. Sans considérer le signal parasite, la répétition de bruit explique la conservation de la position transverse absolue des pics solitons pour une longueur de propagation donnée et une intensité variable, sans toutefois qu'apparaissent de pics secondaires à forte intensité. L'augmentation de la distance de propagation aboutit cependant à un motif aléatoire en intensité et en position des pics, *via* l'action conjuguée de la diffraction, des interactions solitons et de la récurrence FPU. En revanche, elle ne présente pas de variation de période de modulation au cours de la propagation.

¹ En comparaison, si on ne considère que la présence de la fréquence parasite, c'est-à-dire un processus purement induit, les longueurs de formation théoriques sont logiquement réduites. On trouve $L_f = 24, 27$ ou 28 mm avec 3% de contraste initial et en fonction du modèle adopté (respectivement, la solution MI analytique, le mélange d'ondes ou la méthode split-step Fourier).

² Ceci doit rester vrai tant que cette fréquence ne s'écarte pas trop de la fréquence de gain maximal pour l'intensité considérée.

Non-linéarité inertielle

Ces conclusions nous ont amené à considérer les effets temporels sur la propagation des réseaux générés¹ car, en régime picoseconde, le CS₂ répond en réalité, *via* la réorientation moléculaire, de manière légèrement non instantanée à l'excitation lumineuse. Si le temps de réponse du milieu (150 fs) peut être considéré instantané, son temps de relaxation de 2 ps est en revanche non négligeable devant la durée des impulsions utilisées (38 ps), même si le rapport *temps de relaxation/durée d'impulsion* n'est que de 5% (cf. §2.2.4, p.68). Ce temps de relaxation fini traduit le fait que les molécules retrouvent, sur une durée non négligeable, une orientation aléatoire après le passage de la lumière. Compte tenu de cette non-instantanéité de l'effet Kerr, le caractère impulsionnel de l'expérience, conjugué à l'inertie de la non-linéarité, n'est plus négligeable et ces deux caractéristiques doivent être prises en compte dans la description théorique².

La dynamique de l'effet Kerr réorientationnel peut être approximée par une équation de diffusion de Debye traduisant le retour des molécules à une orientation aléatoire sur une durée finie après le passage d'une impulsion lumineuse excitatrice. La réponse non linéaire utilisée est alors une exponentielle décroissante définie de $t = 0$ à $+\infty$ et dont le temps de décroissance (de relaxation) τ est ici de 2 ps (cf. figure 2.7.a, p.70). Dès lors, la variation non linéaire d'indice devient transitoire et vérifie localement³

$$\Delta n(t) = \frac{n_2}{\tau} \int_{-\infty}^t \exp[-(t-t')/\tau] I(t') dt'. \quad (3.10)$$

Dans la simulation numérique *split-step Fourier* (SFM), décrite §2.5 (p.100) pour un régime permanent, la prise en compte de l'inertie de la non-linéarité nécessite alors de modifier l'expression de l'opérateur non linéaire dans la relation (2.88), laquelle devient explicitement dépendante du temps :

$$E^+ \left(x, z + \frac{\Delta z}{2}, t \right) = E^- \left(x, z + \frac{\Delta z}{2}, t \right) \exp(i\Delta\beta\Delta z), \quad (3.11)$$

¹ C. CAMBOURNAC *et al.*, **1999** – *op. cit.*

² Notons que le fait qu'une non-linéarité inertielle puisse influencer sur l'évolution de l'enveloppe spatiale signifie que le processus MI scalaire devient en réalité (2+1)D. Ce problème a été étudié très tôt par Zakharov et Rubenchik dans le but d'analyser l'influence de l'inertie de l'effet Kerr sur la stabilité en volume d'un soliton spatial unidimensionnel. [V.E. ZAKHAROV & A.M. RUBENCHIK, **1974** – *Instability of waveguides and solitons in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP **38**, 494-500.] L'instabilité peut être due à l'ajout d'une dimension spatiale (diffraction suivant la dimension homogène non soliton) ou temporelle (dispersion de la vitesse de groupe). [cf. §1.2.2, page 21.] L'inertie de la réponse non linéaire a fait l'objet d'autres études depuis lors. [E.A. KUZNETSOV *et al.*, **1986** – *Soliton stability in plasmas and hydrodynamics*, Phys. Rep. **142**, 103-65 ; S. TRILLO *et al.*, **1989** – *Parametric amplification and modulational instabilities in dispersive nonlinear directional couplers with relaxing nonlinearity*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 889-900.] Dans notre cas cependant, deux caractéristiques différencient fondamentalement notre problème des précédents : d'une part, il n'y a à proprement parler de soliton spatial qu'au moment du maximum d'amplification MI et d'autre part, l'enveloppe temporelle n'est pas homogène mais gaussienne. Ainsi, on ne parlera pas d'instabilité transverse de soliton dans notre cas.

³ Voir les annexes A et B (respectivement, pages 203 et 211).

où on rappelle que Δz est le pas de discrétisation longitudinal. Cette fois, $\Delta\beta$ est la variation, ici transitoire, de la constante de propagation β provoquée par l'effet Kerr inertiel. Elle s'exprime sous la forme

$$\Delta\beta = \frac{1}{2} \gamma \frac{\int_{-\infty}^t [I(x, z, t') + I(x, z + \Delta z, t')] \exp[-(t - t')/\tau] dt'}{\int_0^{+\infty} \exp[-t'/\tau] dt'}, \quad (3.12)$$

soit
$$\Delta\beta = \frac{\gamma}{2\tau} \int_{-\infty}^t [I(x, z, t') + I(x, z + \Delta z, t')] \exp[-(t - t')/\tau] dt'. \quad (3.13)$$

L'opérateur non linéaire $e^{i\Delta\beta\Delta z}$ dans l'équation (2.88) est alors un produit de convolution entre la fonction de relaxation et le profil temporel d'intensité, conformément à la relation (3.10). La simulation numérique est alors rendue (2+1)D. En effet, les équations de propagation (2.24) montrent qu'en général la considération d'un effet transitoire nécessite de se placer dans un repère se déplaçant à la vitesse de groupe en introduisant le temps de groupe T comme seconde dimension transverse. Ainsi, même si aucun effet linéaire de dispersion de la vitesse de groupe n'est considéré dans notre cas, l'introduction d'une enveloppe temporelle signifie que, avec ou sans relaxation de la non-linéarité, la SPM est au moins prise en compte dans le processus simulé, à travers l'expression (3.11)¹.

Influence de la relaxation de la non-linéarité

Les simulations qui suivent prennent désormais en compte les effets transitoires, causés par la relaxation de l'effet Kerr, dans l'évolution de la densité d'énergie d'une impulsion gaussienne de 38 ps perturbée spatialement par un bruit blanc. Il est important de noter que ce bruit possède les caractéristiques déjà évoquées de répétabilité tir à tir et est considéré purement spatial. Par conséquent, pour une position x donnée, l'impulsion initiale est temporellement parfaitement gaussienne.

La figure 3.23 montre les profils obtenus après intégration temporelle pour deux intensités croissantes correspondant à celles de la figure 3.21. En accord avec l'expérience et le fait que le bruit est répété, les solitons ont la même position absolue. Pour la plus forte intensité cependant, des pics apparaissent, intercalés entre les quasi-solitons primaires. Cette constatation est de nouveau en accord avec l'expérience et on note la bonne similarité entre la figure 3.23 et les profils expérimentaux superposés de la figure 3.17 pour $L = 7$ cm. La figure 3.24 montre quant à elle l'évolution de la densité d'énergie au cours de la propagation pour des intensités incidentes de 0,25 GW/cm² (figure 3.24.a) et 0,45 GW/cm² (figure 3.24.b) au sommet de l'impulsion. Pour la plus basse intensité, le réseau ne se forme qu'aux alentours de 5 cm de propagation, avec une période moyenne de l'ordre de 110 μ m, proche de la valeur théorique

¹ Le système d'équations pour l'évolution du champ en présence de relaxation mais en absence de dispersion chromatique est donné en annexe B.

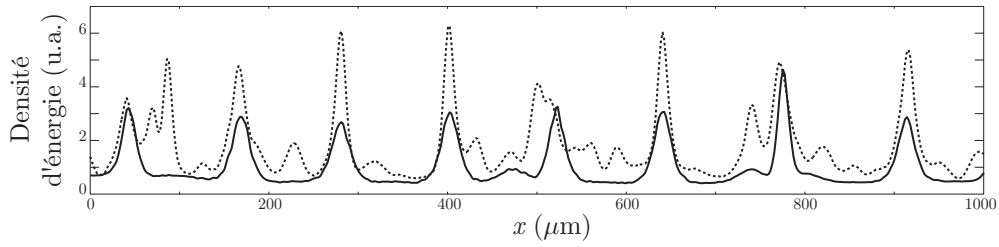


Figure 3.23 Profils de densité d'énergie à 7 cm de propagation pour des intensités de 0,25 GW/cm^2 (trait plein) et 0,45 GW/cm^2 (trait pointillé).

attendue d'après la figure 3.11. Cette pseudo-période reste quasiment inchangée sur les 2 cm suivants, de sorte que le profil obtenu à 7 cm ressemble au profil expérimental de la figure 3.17.d. Pour la plus forte intensité cependant, on constate que les solitons commencent à se former à partir de $z \sim 2$ cm avec cette fois une période moyenne d'environ $80 \mu\text{m}$, période très proche de la période de modulation privilégiée du processus MI spontané pour cette intensité (notons que, dans ces simulations, l'éventuelle fréquence spatiale parasite discutée précédemment n'est pas prise en compte). Ceci dit, des solitons fusionnent ou disparaissent au cours de la propagation pour aboutir finalement à une période de modulation comprise entre 110 et $125 \mu\text{m}$ au bout des 7 cm de propagation. Cette constatation est de nouveau en accord avec la différence de période observée expérimentalement pour les deux longueurs de guide et une intensité incidente presque identique (cf. figure 3.17). On remarque de manière importante que certains pics quasi-solitons conservent une densité d'énergie quasiment constante au cours de la propagation. Nous entrevoyons alors la possibilité d'inhiber la récurrence FPU et de générer des faisceaux solitons stables par processus MI.

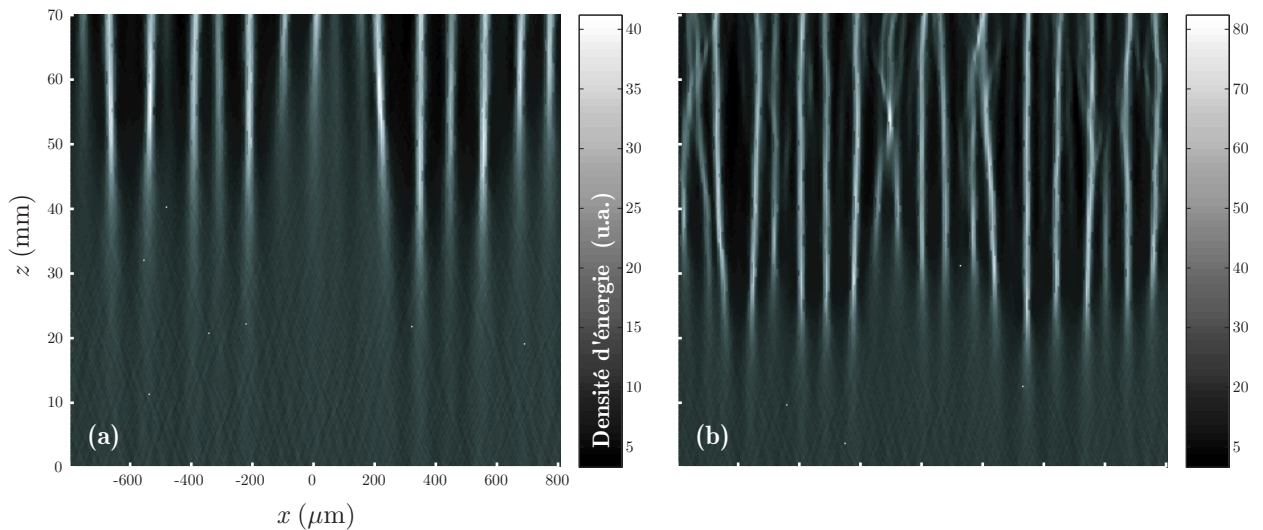


Figure 3.24 Évolution de la densité d'énergie au cours de la propagation pour une intensité incidente de 0,25 GW/cm^2 (a) et 0,45 GW/cm^2 (b) au sommet de l'impulsion.

L'apparition de pics secondaires à forte intensité et la modification de la période du réseau au cours de la propagation sont en fait liées à la dynamique spatio-temporelle particulière apportée par la relaxation de l'effet Kerr¹.

La figure 3.25 montre l'évolution spatiale et temporelle complète de l'impulsion au cours de la propagation pour l'intensité incidente de $0,45 \text{ GW/cm}^2$. À l'entrée de guide (0 cm, figure 3.25.a), on retrouve les caractéristiques simulées d'injection, à savoir un bruit purement spatial et une impulsion parfaitement gaussienne quelle que soit la position transverse x . La figure 3.25.d montre qu'à 3 cm les pics solitons se forment nettement à partir du sommet de l'impulsion initiale et perdurent aux instants ultérieurs. La période du réseau ($\sim 80 \mu\text{m}$), fixe, correspond alors au gain MI pour l'intensité maximale initiale atteinte au sommet de l'impulsion. Pour des distances de propagation plus importantes (figure 3.25.e à h), les pics solitons apparaissent de plus en plus en avant sur le front montant de l'impulsion, avec par conséquent une période MI plus grande correspondant aux intensités plus basses à ces instants antérieurs. Comme la période augmente durant la propagation, certains solitons disparaissent ou fusionnent. Ceci montre, en accord avec la figure 3.24, que pour un niveau de bruit initial donné, une plus faible valeur de gain par unité de longueur est suffisante pour former un réseau. Celui-ci apparaît donc plus tôt dans l'impulsion et, du fait de l'inertie, il s'impose sur l'arrière de l'impulsion. Cette propriété de verrouillage dynamique est importante et à l'origine des observations expérimentales faites figures 3.17 et 3.18 : changement de périodicité à intensité constante et longueur de guide variable mais également constance de la période pour une intensité croissante à longueur fixe. En fait, l'équation (3.10) signifie que l'avant de l'impulsion, correspondant à la lumière interagissant au plus tôt avec le milieu, modifie l'indice de réfraction non seulement localement (en temps) mais aussi pour l'arrière de l'impulsion. Cette modification devient d'autant plus significative que les intensités crêtes sont importantes, c'est-à-dire lorsqu'un réseau de quasi-solitons est formé (cf. §2.2.4 et figure 2.7.b, p.70).

À partir de 4 cm de propagation cependant, les figures 3.25.e à h montrent que les pics solitons ne se maintiennent pas sur toute la durée de l'impulsion. Alors que le réseau primaire se met en place de plus en plus tôt lors du front montant, une dynamique spatio-temporelle relativement complexe s'établit, également de plus en plus tôt, mais sur le front descendant de l'impulsion. Des découpages temporels sont provoqués sur l'arrière de l'enveloppe temporelle, s'accompagnant de couplages transverses, c'est-à-dire spatiaux, entre les différents pics. Ces couplages correspondent à la croissance de pics décalés spatio-temporellement par rapport au réseau principal. L'intégration temporelle faite par la caméra CCD explique alors la seconde génération de pics d'intensité intercalés entre les quasi-solitons primaires observés figure 3.17, et qui se traduit par le saut de période mesuré pour $L = 3 \text{ cm}$ sur la figure 3.18.

¹ E. LANTZ *et al.*, 2002 – *op. cit.*

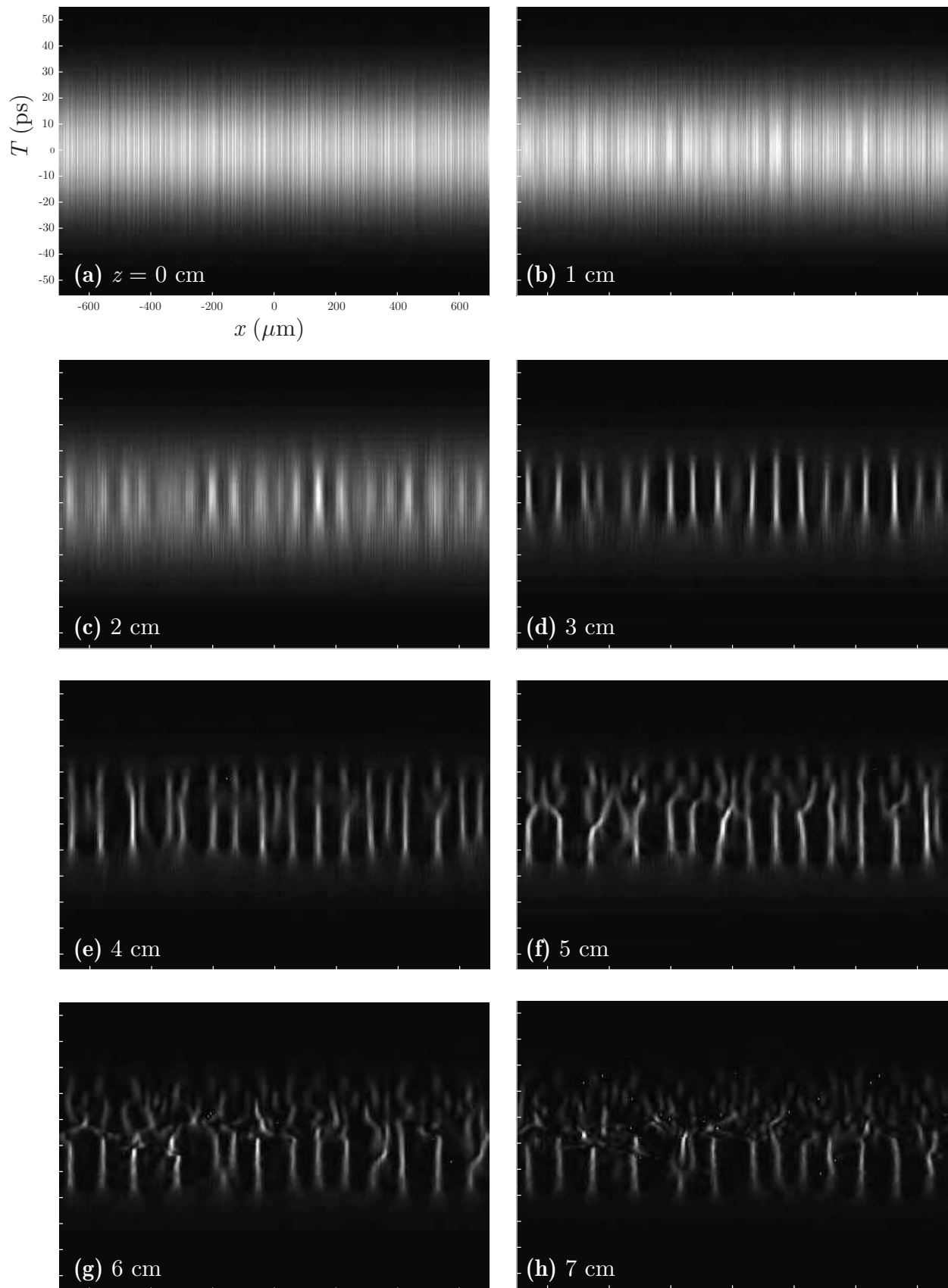


Figure 3.25 Répartition spatio-temporelle d'intensité en fonction de la longueur de propagation pour une intensité incidente de $0,45 \text{ GW/cm}^2$.

En considérant que le gain total menant à la génération de solitons, que ceux-ci se forment au sommet ou à l'avant de l'impulsion, est constant pour un certain niveau de bruit initial, soit

$$G = \exp(g_{\max} L) = \text{cste}, \quad (3.14)$$

nous avons pu montrer qu'une relation simple permet d'expliquer la modification de la période de modulation privilégiée p_{\max} en fonction de la longueur de guide L considérée¹. À partir des expressions (2.51) et (2.52) donnant le gain MI à cette période et en utilisant la propriété (3.14), on constate en effet facilement que $p_{\max} \propto \sqrt{L}$. Cette relation est en bon accord avec nos résultats. En effet, compte tenu des incertitudes expérimentales et numériques, pour $110 \mu\text{m} \leq p_{\max}(L = 7) \leq 125 \mu\text{m}$ et $p_{\max}(L = 3) \approx 80 \mu\text{m}$ on constate que

$$\frac{110}{80} < \sqrt{\frac{7}{3}} < \frac{125}{80}. \quad (3.15)$$

Il est clair que cette période p_{\max} dépend fortement des caractéristiques exactes du bruit initial. Par exemple, un bruit très faible nécessite un fort gain G pour former des solitons, résultant en une période de modulation plus faible pour une longueur de guide donnée. Une connaissance plus précise des caractéristiques du bruit, en amplitude comme en phase (le bruit expérimental étant déduit du profil d'intensité de la figure 3.20.a (page 134), un éventuel bruit en phase n'est pas accessible), serait nécessaire pour obtenir une interprétation plus approfondie des résultats observés.

3.4.5 Conclusions partielles

Nous avons obtenu ici les premiers résultats expérimentaux, à notre connaissance, d'instabilité de modulation spatiale spontanée en milieu de Kerr unidimensionnel transverse et en régime de simple passage de la lumière². Bien que le caractère répétitif du bruit superposé au faisceau homogène large ait été introduit, le modèle usuel du processus MI en régime permanent n'a cependant pas été suffisant pour expliquer nos observations expérimentales. Celles-ci résultent en réalité d'une dynamique spatio-temporelle nouvelle provoquée, en régime picoseconde, par l'inertie de l'effet Kerr dans le CS_2 . Étant donnée cette dynamique particulière, il apparaît que le processus MI inertiel peut réellement être mis à profit pour générer spontanément des réseaux de quasi-solitons spatiaux dont le paramètre de contrôle n'est pas simplement l'intensité incidente. Enfin, la présence possible d'une éventuelle fréquence spatiale parasite faible n'a pas montré d'influence déterminante sur le comportement dynamique observé.

Nos résultats montrent ainsi des différences importantes avec les quelques démonstrations expérimentales d'instabilité de modulation spatiale spontanée (1+1)D qui ont été réalisées

¹E. LANTZ *et al.*, **2002** – *op. cit.*

²C. CAMBOURNAC *et al.*, **1999** – *op. cit.*

jusqu'à aujourd'hui¹. Contrairement à nous, celles-ci ont mis en évidence la fluctuation de la position absolue des pics quasi-solitons d'un tir laser au suivant ainsi que la variation continue de la période de modulation en fonction de la puissance d'excitation, conformément aux prédictions théoriques. L'apparente contradiction entre ces observations et les nôtres s'explique pour deux raisons. Premièrement, la source lumineuse impulsionnelle utilisée dans ces expériences était un générateur paramétrique optique (OPG), dont le faisceau est formé par l'amplification hors cavité du processus non linéaire quadratique de fluorescence paramétrique (amplification cohérente du bruit quantique). Ainsi, la distribution spatiale du bruit du faisceau est beaucoup plus aléatoire d'une impulsion à la suivante, contrairement à la répartition plus déterministe du bruit issu de notre source laser Nd:YAG. Deuxièmement, les non-linéarités à l'œuvre dans les deux expériences citées sont quasi instantanées — génération de second harmonique dans un guide LiNbO₃ d'une part et effet Kerr optique d'origine électronique non résonante dans le semi-conducteur AlGaAs d'autre part — ce qui exclut tout effet inertiel. Ce sont donc nos conditions initiales et la non-linéarité de Kerr inertielle qui rendent la dynamique du processus MI spontané plus riche qu'il n'y paraît *a priori*.

3.5 INSTABILITÉ DE MODULATION INDUITE

Nous présentons dans cette partie les observations expérimentales et les simulations numériques du processus MI induit en propagation guidée planaire. L'introduction, conjointement à l'onde homogène quasi plane (la pompe), d'un signal faible émergent suffisamment du plancher de bruit initial et dont la fréquence spatiale se situe dans la zone de travail définie par la figure 2.14 (page 83) permet en effet d'amorcer l'instabilité de modulation sur cette fréquence particulière. Ainsi, à partir d'une ligne focale modulée du type de celle de la figure 3.9, on doit pouvoir contrôler beaucoup mieux la régularité spatiale du profil MI généré et, dans une certaine mesure compte tenu de l'inertie de l'effet Kerr, verrouiller la période du réseau de quasi-solitons. Nous montrons également ici que l'inhibition de la récurrence FPU, associée à la dynamique spatio-temporelle déjà démontrée pour le processus spontané, devient nettement observable en instabilité induite, ce qui confère aux pics MI un caractère indiscutablement solitonique. De plus, hormis la relaxation de l'effet Kerr et l'aspect impulsionnel propres à notre configuration expérimentale, cette dernière diffère également du traitement théorique usuel car seule une onde signal (et pas d'onde idler symétrique) est injectée pour induire l'instabilité. Cette caractéristique apporte des particularités supplémentaires au réseau et laisse entrevoir des possibilités d'applications au routage spatial et à la commutation massive.

¹ H. FANG *et al.*, 2000 – *op. cit.* ; R. SCHIEK *et al.*, 2001 – *op. cit.* ; R. MALENDEVICH *et al.*, 2001 – *op. cit.*

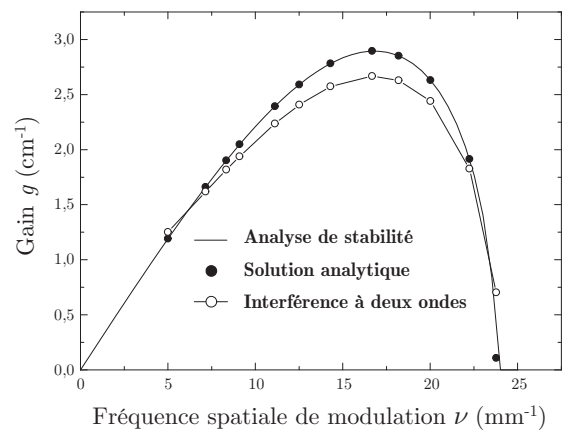
3.5.1 Simulation numérique du régime permanent

De même que pour le processus spontané, nous partons de résultats de simulation numérique du processus MI induit usuel, en régime permanent, pour la comparaison avec l'expérience. Les corrections et propriétés spécifiques à nos conditions expérimentales et au processus inertiel seront quant à elles développées au fur et à mesure des résultats expérimentaux.

Gain d'instabilité théorique

Il est possible, dans le cas du processus MI induit, de calculer numériquement le gain paramétrique pour une fréquence de modulation donnée afin de confirmer précisément l'analyse de stabilité linéaire.

Figure 3.26 Comparaison du gain théorique et du gain obtenu numériquement pour une interférence de deux ondes.



La figure 3.26 représente le gain par unité de longueur calculé sur le premier millimètre de propagation d'une enveloppe modulée périodiquement et d'intensité moyenne $0,7 \text{ GW/cm}^2$. D'abord, l'introduction de la solution analytique (2.53) dans la simulation SFM permet de constater l'accord parfait entre celle-ci et l'analyse de stabilité, tout en confirmant l'exactitude de la simulation numérique. Ensuite, nous nous plaçons dans notre configuration expérimentale, à savoir celle de l'interférence de deux ondes, idéalement planes. L'onde signal est d'intensité faible afin de respecter les conditions d'instabilité de modulation, soit un contraste de modulation faible (ici, 1%)¹. On constate alors que le gain sur le signal est plus faible que le gain théorique en raison de la différence entre nos conditions initiales et les conditions théoriques idéales². Le processus MI se caractérise en effet par la croissance d'harmoniques en nombre infini. Que ceux-ci soient présents ou pas au départ de la propagation (entrée de guide), la répartition d'énergie par MI sur les différentes fréquences spatiales est finalement la même au maximum d'amplification, une fois un réseau de quasi-solitons formé (cf. figure 2.12, p.80). Le gain net pour les ordres fondamentaux ± 1 est donc plus faible puisqu'un échange d'énergie plus important a lieu vers leurs premiers harmoniques si ceux-ci ne sont pas présents au départ. Ceci a une influence, déjà mentionnée, sur la longueur de formation du réseau de quasi-solitons.

¹ Avec une onde idler présente au départ, le gain dépendrait de la phase relative résultant de la superposition des trois ondes (cf. §2.4, p.87).

² B.M. LAKE & H.C. YUEN, 1977 – *A note on some nonlinear water-wave experiments and the comparison of data with theory*, J. Fluid Mech. **83**, 75-81.

Domaine de validité de l'instabilité de modulation

Dans le cadre de l'analyse de stabilité linéaire, le formalisme de l'instabilité de modulation n'est valable que pour une onde signal d'intensité faible ou, de manière équivalente, pour un contraste de modulation faible. Pour des valeurs de contraste élevées, le profil idéal en entrée de guide, donné par la solution analytique¹, diffère fortement d'une simple modulation sinusoïdale d'intensité. Ainsi, la problématique de l'évolution de modulations initialement très contrastées² ne relève plus de l'instabilité de modulation mais plutôt de la remise en forme d'enveloppes (spatiales ou temporelles). L'échange énergétique entre les composantes spectrales, généralement pompe, signal et idler, reste dans ce cas correctement décrite par le formalisme de mélange à quatre ondes si la croissance des harmoniques peut être négligée³. Afin de rester dans des conditions dites « d'instabilité de modulation », nous avons donc choisi une limite arbitraire de la valeur maximale du contraste initial. En comparant les profils de la solution analytique idéale et de la modulation sinusoïdale due à l'interférence de deux ondes, nous avons défini l'écart d'intensité maximal possible entre les deux profils par

$$\Delta = \max \left\{ \frac{1}{2} [1 - C_0 \cos(\Gamma\xi)] - |\psi|^2 \right\}, \quad (3.16)$$

où C_0 est le contraste de modulation en intensité choisi initialement et ψ est la solution analytique (2.53) pour la fréquence de modulation Γ . Ceci est illustré sur la figure 3.27. Ainsi, par exemple pour le choix d'un écart maximal d'intensité de 4% entre le profil analytique et une modulation sinusoïdale, le contraste maximal de la modulation sinusoïdale devra être compris

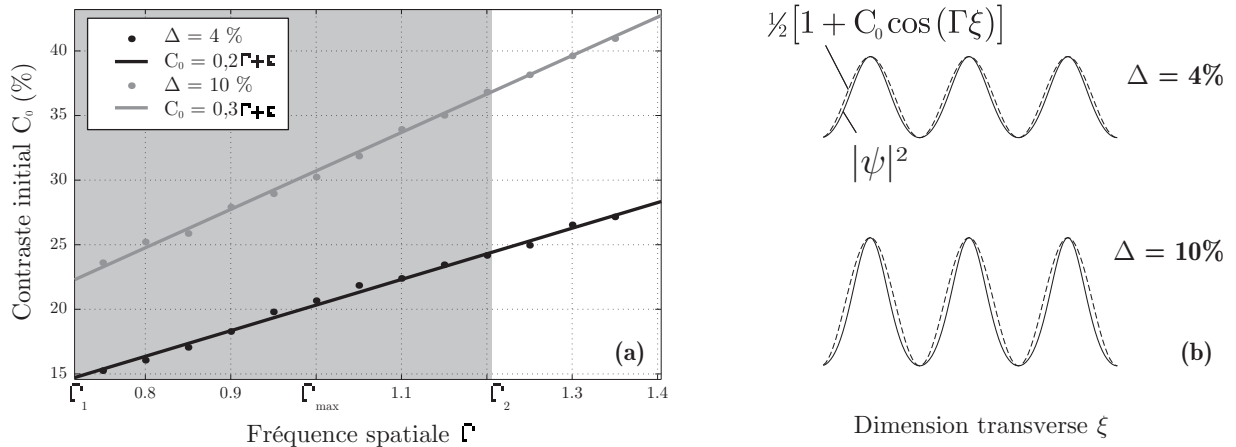


Figure 3.27 (a) Courbes du contraste maximum tolérable pour rester dans les conditions d'instabilité de modulation pour deux valeurs Δ d'écart de profils. (b) Deux exemples (pour $\Gamma = \Gamma_{\max} = 1$) de la comparaison entre les profils MI et d'interférence (correspondant au même contraste) pour les deux valeurs de Δ .

¹ Rappelons que comme la solution analytique étudie l'évolution d'une onde plane entre $-\infty$ et $+\infty$, le spectre de ce profil d'entrée comporte déjà une distribution harmonique complexe (cf. §2.3.2, p. 78). [N.N. AKHMEDEV *et al.*, 1985 – *op. cit.*]

² E.M. DIANOV *et al.*, 1989 – *op. cit.* ; P.V. MAMYSHEV *et al.*, 1994b – *op. cit.*

³ D.L. HART *et al.*, 1998 – *op. cit.* ; S. TRILLO *et al.*, 1994 – *Nonlinear dynamics of dual-frequency-pumped multiwave mixing in optical fibers*, Phys. Rev. A **50**, 1732-47.

entre 15 et 25% en fonction de la position de la fréquence de modulation à l'intérieur de la plage fréquentielle de travail. Rappelons que la conséquence pratique d'une telle approximation réside pour nous essentiellement dans la différence de longueur de formation du réseau déjà discutée.

Enveloppe spatiale gaussienne

Comme dans le cas du processus spontané, le caractère gaussien de l'enveloppe a aussi son influence en MI induite. La figure 3.28 illustre l'évolution d'une gaussienne de largeur 2 mm, correspondant à une intensité maximale de pompe de $0,33 \text{ GW/cm}^2$, modulée sinusoïdalement avec un pas de $120 \mu\text{m}$ et un contraste initial de 20%¹. Chaque frange brillante subit un gain d'autant plus faible que son éloignement est grand par rapport à l'origine. De plus, les intensités atteintes aux bords du faisceau ne sont pas celles requises pour la période de modulation, ce qui explique l'évolution différente le long du profil spatial. Les profils confirment cet effet en montrant l'enveloppe au maximum d'amplification (b), à la récurrence pour $x = 0$ (c) et à la sortie de guide (d). En (d), la récurrence FPU, combinée à l'automodulation de phase due à la largeur spectrale finie de la pompe, montre l'évolution très irrégulière de l'enveloppe. On note toutefois que 8 solitons quasi équivalents sont proprement formés en (b). En pratique, on s'assurera d'une largeur de faisceau au moins dix fois supérieure à la période de modulation interférentielle afin de considérer l'enveloppe de l'onde soumise à la MI comme quasi homogène.

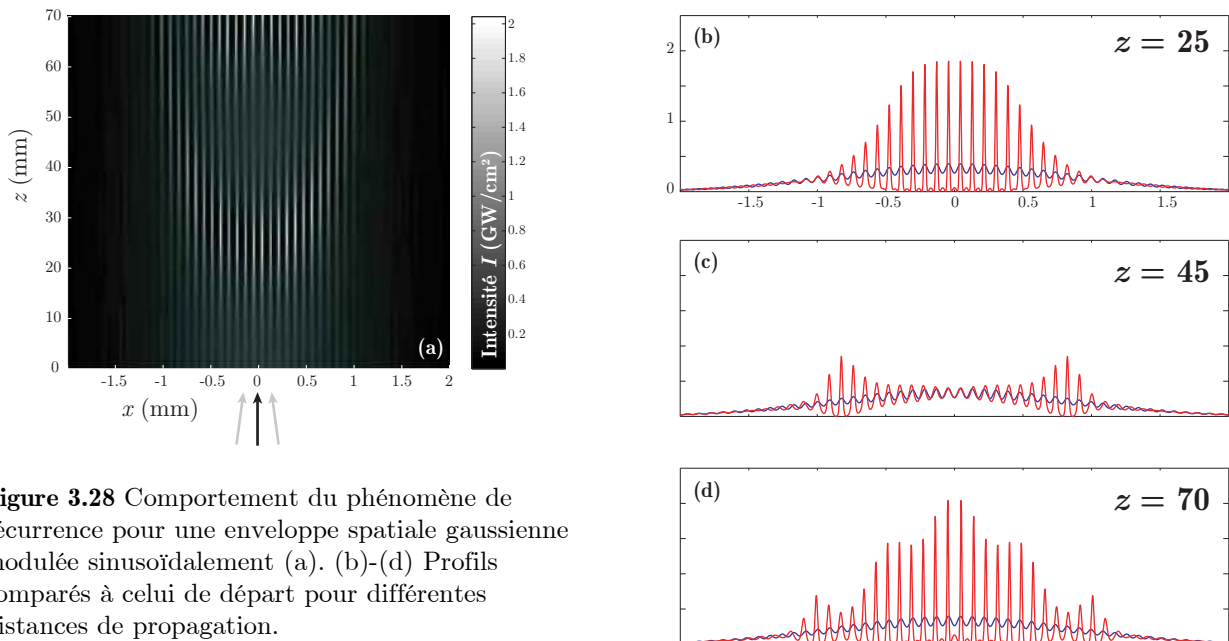


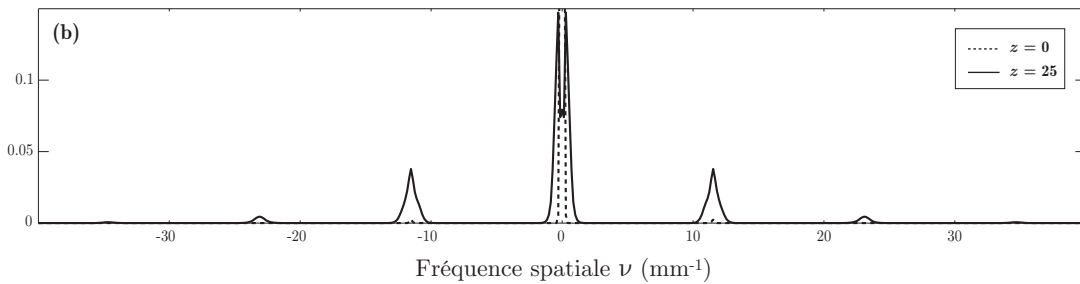
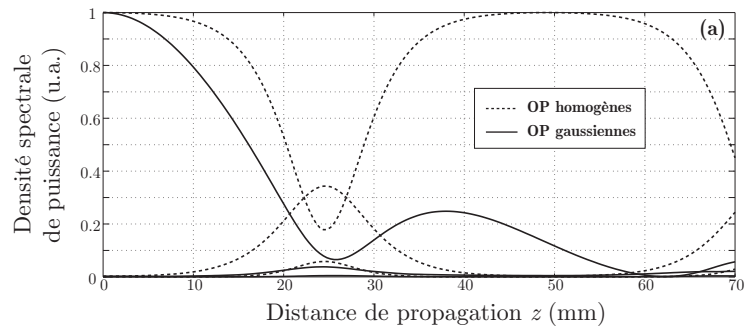
Figure 3.28 Comportement du phénomène de récurrence pour une enveloppe spatiale gaussienne modulée sinusoïdalement (a). (b)-(d) Profils comparés à celui de départ pour différentes distances de propagation.

La figure 3.29.a montre à quel point l'évolution spectrale des maxima fréquentiels de la pompe, de l'ordre fondamental +1 et du premier harmonique (ordre +2) se différencie du cas

¹ La modulation résulte ici d'une interférence de trois ondes (pompe, signal et idler). La raison en sera expliquée en fin de §3.5.4 (p.154).

idéal d'un mélange d'ondes planes homogènes. On constate une croissance plus faible des bandes latérales et une déplétion plus importante de la pompe. En effet, la présence d'une densité spectrale de puissance non nulle autour de l'ordre fondamental, par exemple, implique une répartition d'énergie, gagnée aux dépens de la pompe, sur toute la largeur spectrale correspondante, ce qui se traduit par une croissance plus faible pour la fréquence maximale. L'évolution à la fréquence de la pompe, qui s'atténue au cours de la propagation, est quant à elle due à son automodulation de phase spatiale diminuant progressivement la puissance à la fréquence nulle (figure 3.29.b).

Figure 3.29 (a) Évolution spectrale de l'enveloppe précédente comparée au cas d'une onde homogène modulée. (b) Spectres au départ et au maximum d'amplification.



Notons qu'en pratique, nous évaluerons la présence ou l'absence de récurrence du réseau de solitons par mesure du contraste de modulation. En effet, en cas de récurrence, le contraste doit retrouver quasiment sa valeur initiale autour de $x = 0$, comme le montre la figure 3.28.c. De plus, pour une période de modulation, un contraste et une longueur de guide fixés, une seule valeur d'intensité permet d'observer le maximum d'amplification du réseau en sortie de guide.

3.5.2 Montage expérimental

Mise en forme et injection

Le montage expérimental d'observation de l'instabilité de modulation induite est sensiblement le même que le précédent à une différence notable près : l'ajout d'un système interférentiel pour pouvoir mélanger spatialement une onde pompe intense et une onde signal faible, *toutes deux décalées symétriquement par rapport à l'axe optique* (figure 3.30). Il est important de remarquer que *la fréquence spatiale associée à la pompe n'est donc plus nulle et que l'absence de la troisième onde idler rend le spectre dissymétrique à l'entrée du guide*. Cette particularité n'altère en rien la

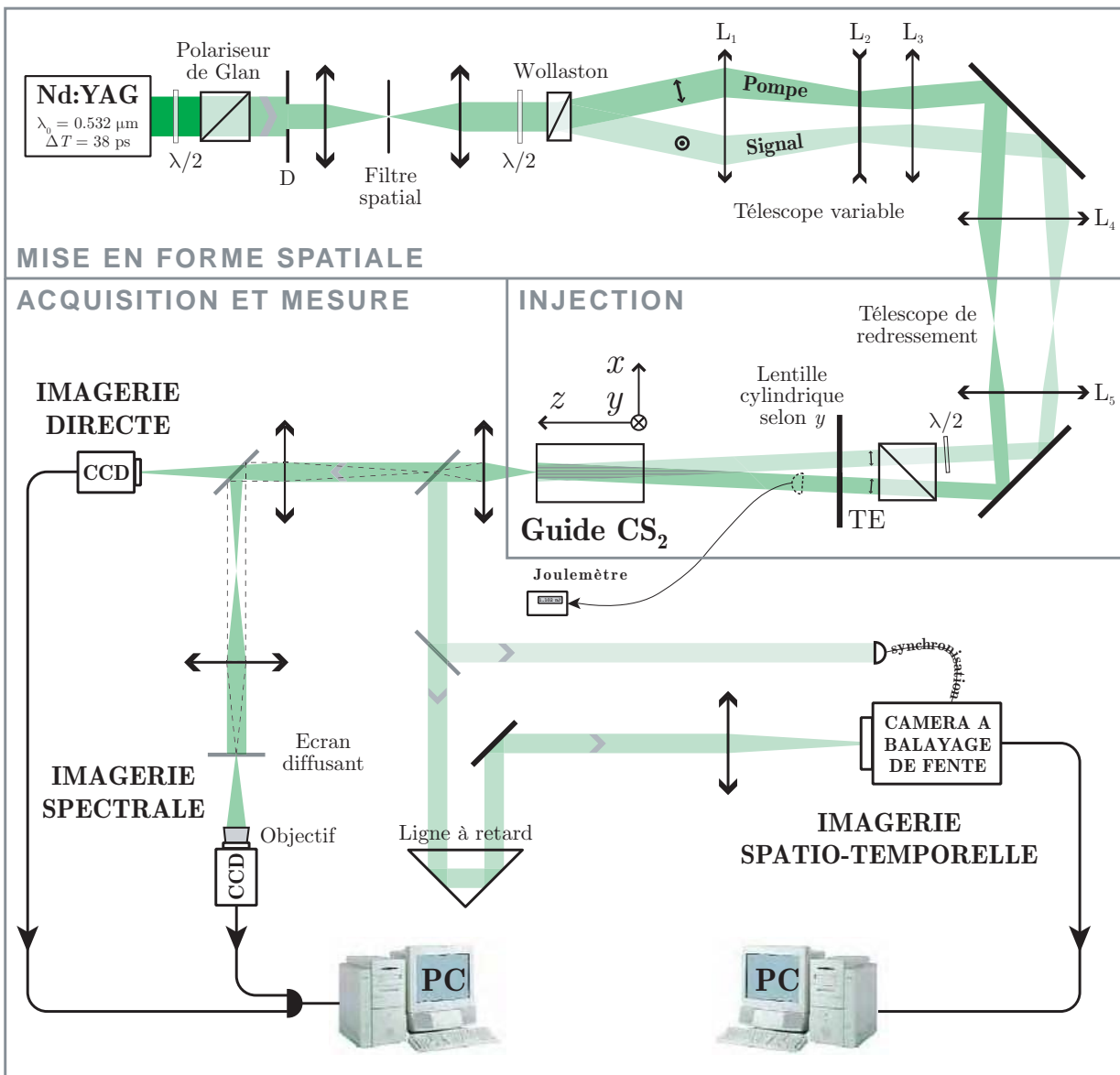


Figure 3.30 Vue de dessus du montage expérimental d'observation de l'instabilité de modulation spatiale induite. Une figure d'interférence, obtenue par division d'amplitude, est injectée dans le guide plan. Ce montage permet l'acquisition, pour une même impulsion, de l'image de sortie et du spectre de Fourier correspondant, ainsi que l'information spatiale résolue dans le temps *via* la caméra à balayage de fente.

dynamique de formation (et d'éventuelle disparition) du réseau formé par MI mais a comme conséquence une propagation inclinée par rapport à l'axe optique de l'enveloppe modulée¹. Les ondes pompe et signal sont copolarisées TE et cohérentes entre elles afin de générer, par interférence, une modulation d'indice *via* l'effet Kerr. La mesure d'énergie est réalisée sur le faisceau pompe. La largeur de l'enveloppe dans la dimension libre x du guide est ajustée dans le domaine millimétrique, de sorte que l'on puisse toujours considérer une onde quasi plane. Les

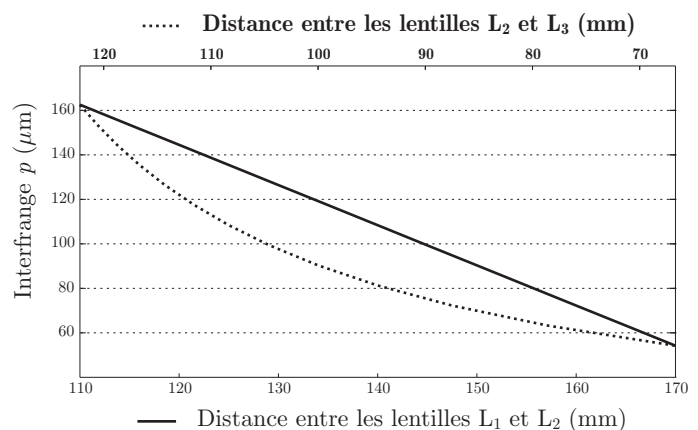
¹ Sauf pour un contraste unité qui correspond à une situation de remise en forme plutôt que de MI.

faisceaux sont focalisés par la même lentille cylindrique que pour le processus spontané. À la différence de l'étude du processus spontané cependant, nous n'utilisons pas de télescope cylindrique pour ajuster l'ouverture numérique des faisceaux en augmentant leur taille suivant y . Le régime de sous-injection demeure néanmoins puisque l'ouverture numérique est ici encore plus faible. En revanche, la ligne focale obtenue est plus épaisse, ce qui entraîne un taux de couplage lumineux dans le guide plus faible.

Système interférentiel

Un biprisme de Wollaston permet d'obtenir deux faisceaux, pompe et signal, séparés angulairement d'un demi-degré et de polarisations rectilignes orthogonales. Une lame demi-onde avant le biprisme contrôle la répartition d'énergie entre ces faisceaux. Une seconde lame demi-onde placée sur le trajet du signal permet, en association avec le polariseur TE, d'ajuster indépendamment son intensité, contrôlant ainsi le contraste de la modulation. Le système interférentiel est formé par deux montages afocaux en série, inspirés de la thèse de Régis Grassier. Néanmoins, dans notre étude, le système de franges est utilisé non pour éviter l'instabilité (filamentation aléatoire) dans la dimension y mais pour la contrôler (l'induire) dans la dimension libre x . Ceci entraîne des valeurs d'interfranges plus grandes. En conséquence, le montage diffère essentiellement par les séparations angulaires nécessaires entre les faisceaux pompe et signal. Le premier montage est constitué de trois lentilles L_1 , L_2 et L_3 de distances focales respectives 250, -50 et 200 mm. Il est possible, en changeant simplement la position des lentilles L_2 et L_3 , de modifier le grandissement angulaire de ce télescope. Ceci permet de contrôler la séparation angulaire entre les faisceaux au niveau du guide d'ondes et donc l'interfrange de la modulation d'intensité (figure 3.31). Par exemple, pour un interfrange souhaité de $100 \mu\text{m}$, L_2 est placée à ~ 95 mm derrière L_1 et L_3 est ~ 105 mm derrière L_2 .

Figure 3.31 Valeur de l'interfrange en entrée de guide en fonction de l'écartement des lentilles L_1 , L_2 et L_3 du montage.



Un second montage afocal, de grandissement angulaire $G \approx 1,85$, est constitué de deux lentilles L_4 et L_5 de distances focales respectives 270 et 500 mm. Il sert à redresser les deux faisceaux collimatés issus du premier télescope mais divergeant l'un par rapport à l'autre. Si le

pas des franges est ajusté par le grandissement angulaire du premier afocal, le second assure le croisement des deux faisceaux à l'intérieur du guide d'onde par simple translation suivant l'axe optique. Ceci a pour effet de plus ou moins séparer transversalement les deux faisceaux en sortie de télescope. Le diamètre des faisceaux issus du système interférentiel est ajusté au moyen du télescope de filtrage spatial. Étant données les faibles séparations angulaires correspondant aux périodes de modulation nécessaires, la zone de recouvrement spatial des faisceaux couvre amplement le guide d'onde dans sa plus grande longueur et dans toutes les situations d'intérêt pour notre étude.

Acquisition spatio-temporelle

Les images de sortie du guide et du spectre spatial correspondant sont toujours réalisées avec le dispositif de deux caméras CCD monocoup synchronisées et dans la même configuration qu'au §3.4.2 (page 127). Cependant, nous avons ajouté un système d'imagerie résolue dans le temps de l'impulsion en sortie de guide afin de confirmer la dynamique spatio-temporelle liée à l'inertie de l'effet Kerr. On utilise pour ce faire le système OPTOSCOPE composé d'une caméra à balayage de fente ARP — modèle RGM-SC1 —, d'un intensificateur de lumière à galette de microcanaux — module RAGM2 — et d'une caméra de détection par capteur CCD de 576×384 pixels de $12,5 \times 23 \mu\text{m}^2$ — module KRCCD. L'acquisition est pilotée par le logiciel analyseur d'images en temps réel ANIMATER v.2. Un tel système permet de convertir une variation temporelle d'intensité en une variation spatiale d'intensité par déflexion (balayage) d'un faisceau d'électrons — arrachés d'une grille en proportion de la variation temporelle d'intensité lumineuse incidente — sur une plaque phosphorescente, dont les photons émis sont détectés par le capteur CCD. Il est ainsi possible d'imager des phénomènes lumineux de durées brèves, comprises entre quelques nanosecondes et quelques picosecondes. Pour le modèle que nous utilisons, la résolution maximale est d'environ 4 ps. L'ajout d'une ligne à retard sur le parcours de l'impulsion à imager permet de compenser le temps de réponse lié au déclenchement du balayage (câbles électriques et photodiode).

À partir du montage précédent, nous avons pu réaliser les premières observations, à notre connaissance, d'instabilité de modulation induite en milieu de Kerr et en propagation guidée planaire¹. Dans la suite de ce chapitre, nous allons caractériser complètement, tout d'abord la formation, puis la dynamique des réseaux de solitons générés par MI induite. Nous mettrons évidemment l'accent sur les différences notables, déjà évoquées dans la partie précédente traitant du processus spontané, par rapport au simple modèle d'une onde quasi plane et quasi homogène en régime permanent et qui confèrent ici une régularité et une stabilité très bonnes aux réseaux de solitons. Nous montrerons en particulier l'inhibition de la récurrence FPU, associée à une dynamique spatio-temporelle nouvelle.

¹ C. CAMBOURNAC *et al.*, **1999** – *op. cit.* ; C. CAMBOURNAC *et al.*, **2002a** – *op. cit.*

3.5.3 Formation d'un réseau de solitons spatiaux

La relation (3.14) montre que le gain par unité de longueur g_{\max} nécessaire pour former un réseau de quasi-solitons en sortie de guide CS_2 est d'autant plus faible que la longueur de propagation L est grande. La fréquence spatiale qui fixe la période du processus MI induit doit donc être ajustée autour de la fréquence ν_{\max} de gain maximal de la figure 3.26, en adéquation avec L . Dès lors, par un choix convenable de l'intensité moyenne incidente et du contraste de modulation, la théorie permet de prévoir approximativement la formation d'un réseau en sortie de guide, que ce soit analytiquement ou numériquement (§2.3.2 et §2.5.2).

La figure 3.32 montre l'évolution simulée d'une onde idéalement plane, homogène et en régime permanent, modulée sinusoïdalement — ondes signal et idler sont présentes et de même poids au départ. Le réseau de solitons formé atteint son maximum d'amplification au bout de 64 mm de propagation. Les paramètres sont ceux du cas expérimental typique présenté sur la figure 3.33 : l'intensité moyenne initiale est de $I_0 = 130 \text{ MW/cm}^2$ pour un contraste de 20% et une période de $125 \mu\text{m}$. Il est à remarquer que, pour raison pratique, l'intensité I_0 ne correspond pas exactement à celle de gain maximal pour la fréquence spatiale d'induction choisie. Pour l'intensité de gain maximal ($I_0 = 159 \text{ MW/cm}^2$), le calcul numérique montre la même dynamique mais sur une longueur de formation du réseau plus courte (51 mm au lieu de 64). Les longueurs de formation déterminées à partir de la résolution analytique sont quant à elles plus petites que les deux valeurs précédentes : 40 mm pour $I_0 = 159 \text{ MW/cm}^2$ [équation (2.61)] et 52 mm pour $I_0 = 130 \text{ MW/cm}^2$. Enfin, l'intégration numérique du formalisme de mélange à quatre ondes dégénéré donne des valeurs intermédiaires, respectivement 48 mm et 59 mm.

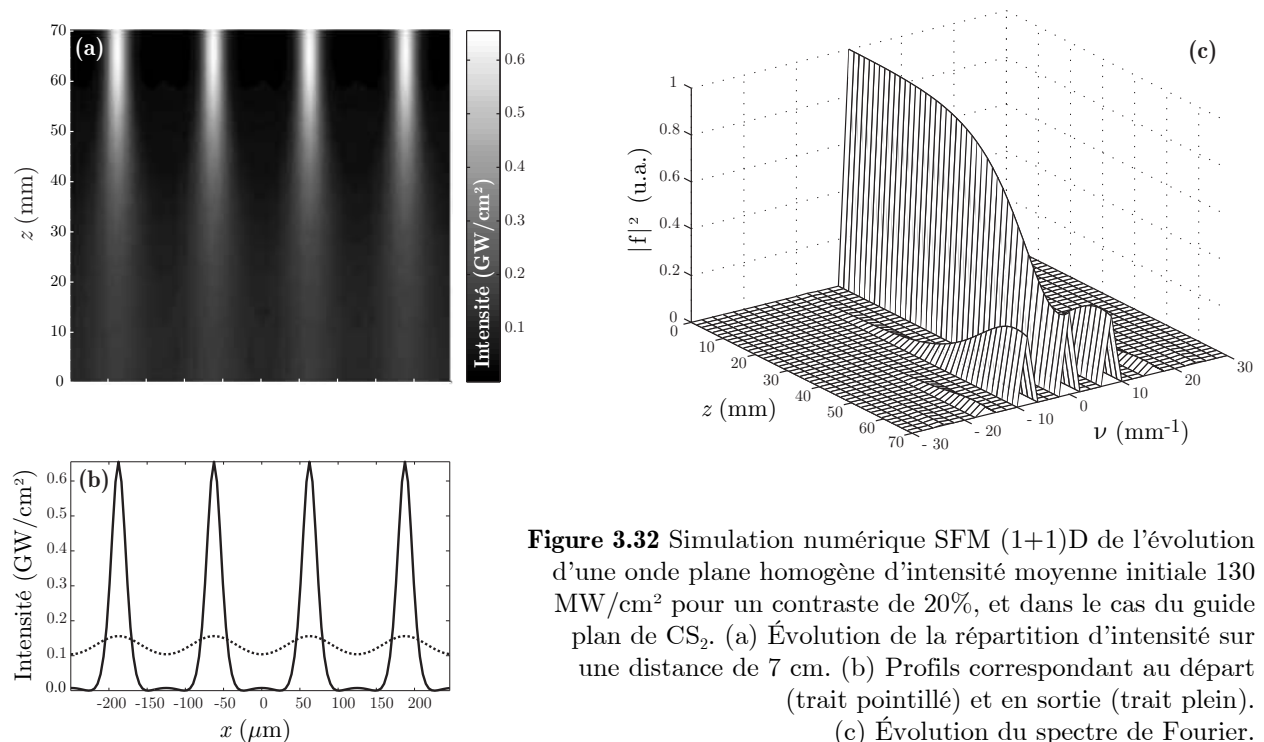


Figure 3.32 Simulation numérique SFM (1+1)D de l'évolution d'une onde plane homogène d'intensité moyenne initiale 130 MW/cm^2 pour un contraste de 20%, et dans le cas du guide plan de CS_2 . (a) Évolution de la répartition d'intensité sur une distance de 7 cm. (b) Profils correspondant au départ (trait pointillé) et en sortie (trait plein). (c) Évolution du spectre de Fourier.

Ces différences de longueurs de formation sont, comme nous l'avons décrit, dues aux conditions initiales spécifiques à chaque modèle. Alors que la SFM permet de donner l'évolution exacte du champ formé ici initialement par l'interférence de trois ondes, les formalismes d'instabilité de modulation (§2.4) et de mélange à quatre ondes (§2.4) ne constituent que des approximations : la solution analytique (2.53) ne correspond exactement qu'à l'évolution de l'instabilité de modulation d'une onde initialement plane et homogène à $-\infty$ (*i.e.* tous les harmoniques spatiaux sont déjà présents en entrée de guide), tandis que l'évolution de la puissance de pompe donnée par la relation (2.79) ne prend pas en compte, dans le transfert énergétique, l'influence des harmoniques.

Les figures 3.33 et 3.34 présentent les résultats expérimentaux typiques de génération d'un réseau de solitons spatiaux par processus MI induit après 7 cm de propagation. La modulation sinusoïdale de départ a $125 \pm 3 \mu\text{m}$ de période, $20 \pm 1\%$ de contraste et une intensité initiale à l'intérieur du guide estimée à $135 \pm 14 \text{ MW/cm}^2$. À l'intérieur de cet intervalle de confiance, il apparaît donc que la simulation (1+1)D de la figure 3.32 prédit de manière satisfaisante la longueur de formation du réseau de solitons. Mise à part l'incertitude sur la mesure d'intensité, nous attribuons l'écart de longueur de formation essentiellement à la difficulté d'appréhension du maximum d'amplification lié à la génération du réseau de solitons. Celle-ci est d'autant plus délicate que de l'inertie de l'effet Kerr tend à stabiliser le réseau de solitons, comme nous le verrons plus loin. Toutefois, si la longueur de formation numérique (64 mm) est proche de notre longueur de guide, la présence, expérimentalement, d'un bruit superposé à la modulation sinusoïdale contribue à augmenter la longueur de formation du réseau. Par exemple, avec l'ajout d'un bruit d'amplitude, blanc et de 5% de contraste en intensité, de sorte que la modulation initiale à un contraste total de $\sim 24\%$, la longueur de formation est alors de 66 mm. Enfin, la possibilité, discutée au §3.2.1 (p.114), d'une atténuation adiabatique due à un léger défaut de parallélisme du guide peut aussi contribuer à augmenter la longueur de formation du réseau.

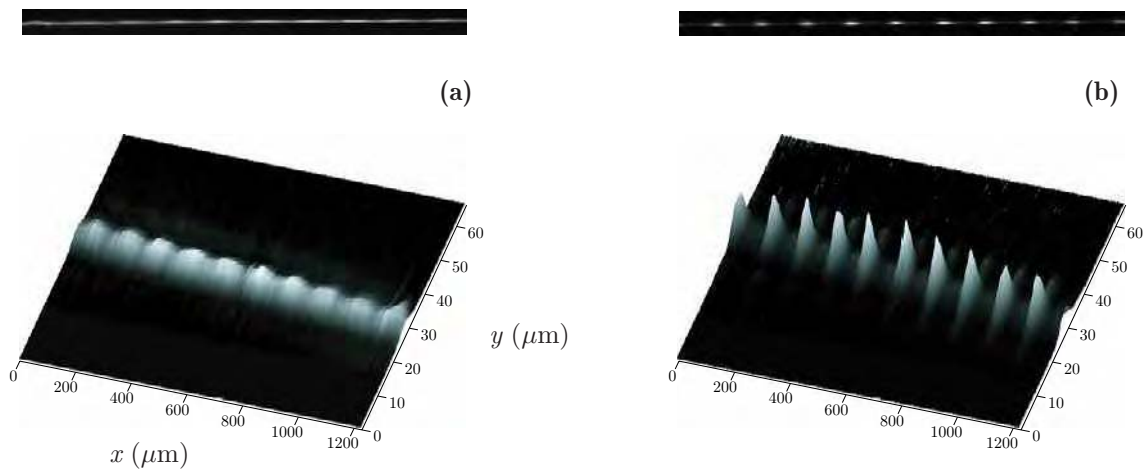


Figure 3.33 Observation expérimentale typique du processus MI induit : images et profils tridimensionnels en sortie de guide ($L = 7 \text{ cm}$). (a) En régime linéaire, *i.e.* à basse intensité, le mode guidé reste sinusoïdal suivant x . (b) En régime non linéaire, l'instabilité de modulation induite forme un réseau périodique propre de quasi-solitons spatiaux suivant la dimension libre.

La figure 3.34.a représente les profils d'intensité en sortie de guide pour les régimes de propagation linéaire et non linéaire. Les spectres de fréquences spatiales correspondants de la figure 3.34.b montre la croissance des ordres fondamentaux ± 1 ainsi que l'apparition de deux harmoniques qui traduisent le processus MI. En vertu des propriétés de la transformée de Fourier, l'enveloppe de l'ensemble des composantes spectrales est réciproque de l'enveloppe (*a priori* sech²) de chaque pic d'intensité du profil spatial périodique. Le spectre à la fréquence centrale n'étant quasiment pas modifié (en comparaison de la figure 3.29.b), il semble que l'enveloppe spatiale soit suffisamment homogène et son intensité suffisamment faible pour ne pas observer d'automodulation de phase spatiale de la pompe sur la longueur de guide considérée.

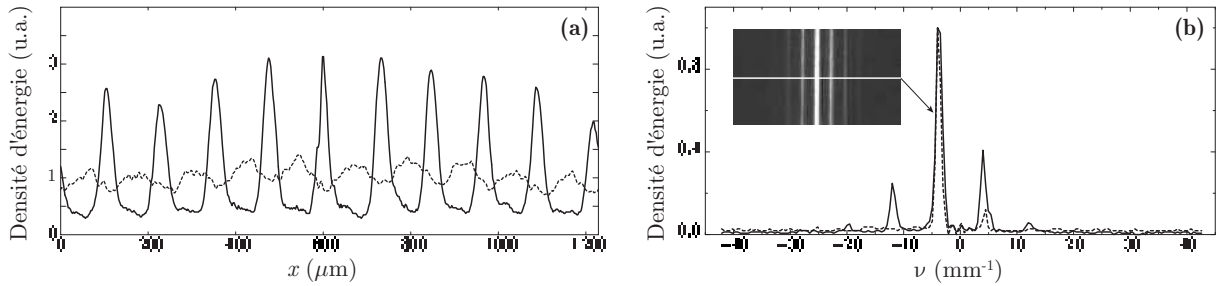


Figure 3.34 (a) Profils en sortie du guide en régime linéaire (basse intensité) et non linéaire. (b) Spectre d'instabilité montrant la croissance des bandes latérales de modulation.

Les résultats typiques obtenus sur la plus courte longueur de propagation (3 cm) sont présentés sur la figure 3.35. La modulation sinusoïdale de départ a $70 \pm 3 \mu\text{m}$ de période, $15 \pm 1\%$ de contraste et une intensité initiale à l'intérieur du guide estimée à $390 \pm 40 \text{ MW}/\text{cm}^2$. On retrouve là aussi une longueur de formation correctement prévue par la simulation SFM (27 mm) et un réseau de soliton très similaire, mise à part la plus faible période de modulation imposée au réseau ($\sim 70 \mu\text{m}$). En effet, cette longueur de guide requiert un gain MI plus fort pour former un réseau de solitons dès 3 cm de propagation. Ceci implique donc des décalages fréquentiels et des intensités correspondantes plus importants que pour 7 cm de propagation.

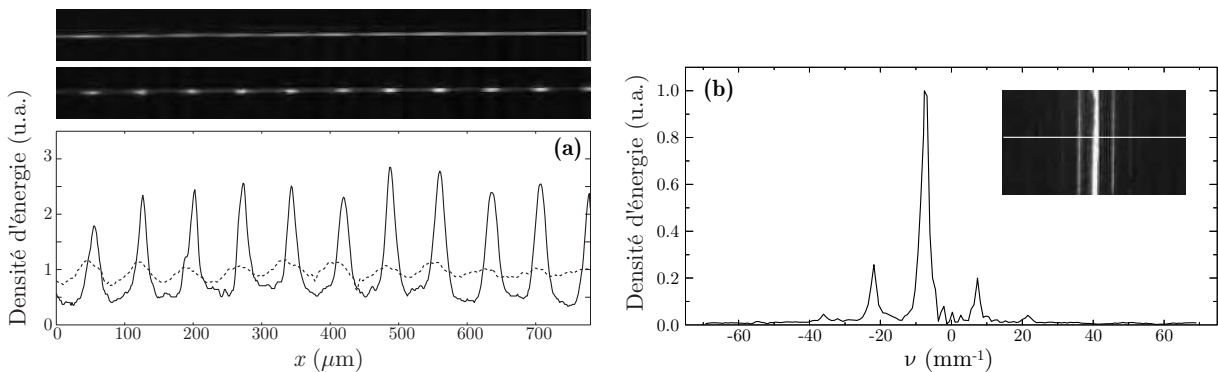


Figure 3.35 Génération d'un réseau de solitons sur 3 cm de propagation. (a) Profils en sortie du guide en régime non linéaire. (b) Spectre d'instabilité montrant la croissance des bandes latérales de modulation.

De ces observations, on constate donc que le processus MI induit permet de contrôler la période du réseau généré, rendant ainsi chaque pic équivalent à son voisin, hormis l'effet d'enveloppe gaussienne de la ligne focale incidente. Contrairement au cas spontané, le réseau est ici nettement périodique et beaucoup plus régulier.

3.5.4 Conséquences de l'interférence à deux ondes et du caractère impulsif

Si les observations précédentes confirment un certain accord avec la théorie, en particulier la longueur de formation du réseau, celui-ci présente deux différences notables par rapport au cas stationnaire prédit par la SFM. D'une part, les profils des figures 3.34.a et 3.35.a sont asymétriques en régime soliton et ils sont décalés transversalement (d'environ une demi-période pour la figure 3.34.a) par rapport aux maxima du profil linéaire. L'asymétrie se retrouve également dans les spectres spatiaux des figures 3.34.b et 3.35.b. D'autre part, étant dans le domaine fréquentiel défini par la figure 2.14 (page 83), les solitons adjacents ne se recouvrent pas en principe. Ainsi, la présence d'un fond continu significatif entre les pics solitons ne s'explique pas par la seule prise en compte du résidu énergétique responsable d'une éventuelle récurrence. La prise en compte des conditions initiales spécifiques à l'interférence à deux ondes (absence d'onde idler au départ de la propagation) et au caractère impulsif de l'excitation lumineuse explique cet apparent désaccord avec la théorie.

D'après le formalisme de mélange à quatre ondes (§2.4.2, p.97), la différence de puissance entre les ordres fondamentaux ± 1 (présence d'un moment linéaire) est conservée au cours de la propagation. Ainsi, si l'idler est absent au départ ou, en règle générale, si sa puissance est différente de celle du signal, l'échange équi-réparti d'énergie entre les ondes se traduit par une dissymétrie spatiale et spectrale. Autrement dit, l'existence d'un moment linéaire provoque une translation transverse du réseau de solitons au cours de la propagation qui se fait alors dans une direction différente de l'axe optique du montage expérimental. Ce comportement est clairement représenté sur la figure 3.36. Il s'agit d'une simulation numérique SFM (2+1)D, pour les paramètres de la figure 3.32, montrant l'évolution de l'instabilité de modulation d'un champ impulsif seulement composé de deux ondes planes et quasi monochromatiques¹. Si la simulation est rendue (2+1)D, la non-linéarité continue de n'être effective que sur la seule dimension transverse spatiale : étant donnée la longueur de propagation, l'automodulation de phase temporelle reste négligeable.

Le décalage transverse du réseau (figure 3.34.a) est confirmé par la figure 3.36.a et le profil, asymétrique de la figure 3.36.b, où l'on constate que les maxima entre le régime linéaire et le régime non linéaire ne coïncident plus. L'asymétrie de profil est la plus marquée au voisinage du

¹ À noter que la figure d'interférence en régime linéaire (non montrée ici), n'a pas de modulation longitudinale de l'intensité puisqu'il n'y a pas de désaccord de phase linéaire entre les ondes signal et pompe (cf. figure 2.26).

maximum d'amplification et son sens reste inchangé avant et après celui-ci. La propagation du réseau a lieu dans la direction du barycentre entre la pompe et le signal. La pondération doit donc dépendre de l'intensité relative du couple *pompe/signal*, autrement dit du contraste de modulation initial. En accord avec la théorie de mélange à quatre ondes, la conservation de l'asymétrie de la densité spectrale d'énergie entre les ordres fondamentaux ± 1 est visible sur l'encart de la figure 3.36.c. Elle fait partie, au même titre que la puissance par unité de période de modulation, des quantités dont la conservation est vérifiée au cours de la propagation. Toutefois, expérimentalement, on ne peut établir quantitativement cette conservation de la différence de puissance entre le signal et l'idler. L'utilisation de l'écran diffusant et la répartition d'énergie dans la dimension perpendiculaire (spectre spatial du mode guidé fondamental) ne permettent pas en effet de statuer sur ce point. Une imagerie directe du spectre (sur une dynamique suffisante) et une intégration spatiale de chaque ligne s'avèreraient nécessaires.

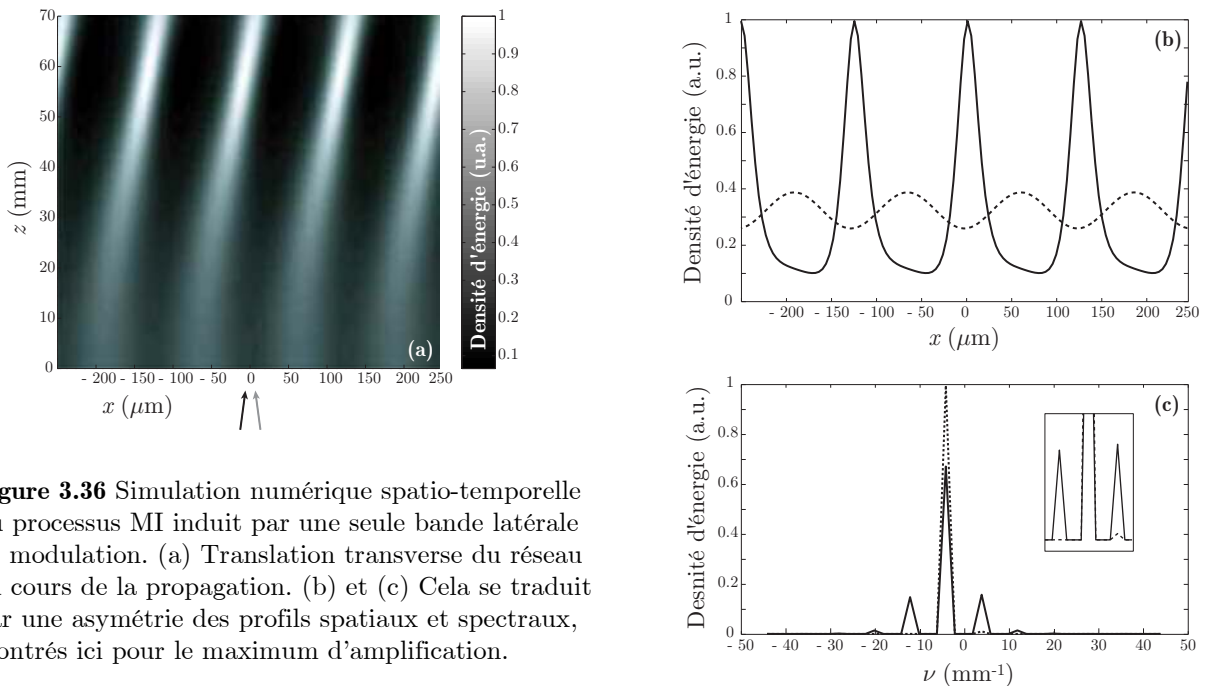


Figure 3.36 Simulation numérique spatio-temporelle du processus MI induit par une seule bande latérale de modulation. (a) Translation transverse du réseau au cours de la propagation. (b) et (c) Cela se traduit par une asymétrie des profils spatiaux et spectraux, montrés ici pour le maximum d'amplification.

Ce décalage du réseau correspond à l'existence d'un déphasage spatial le long du profil transverse comme le confirme la figure 3.37. Les profils de phase correspondent au sommet de l'impulsion gaussienne initiale et le terme de déphasage non linéaire constant leur a été soustrait. La modulation de phase implique un *chirp* linéaire responsable d'une déflexion du réseau au cours de la propagation.

D'autre part, la prise en compte du caractère impulsif permet d'expliquer la présence du fond continu d'intensité, superposé au réseau de solitons. Pour les deux longueurs de guide, lorsque le réseau se forme en sortie, la longueur de formation correspond en réalité à une intensité « seuil » atteinte au sommet de l'impulsion, là où le gain MI est le plus fort¹. Ainsi, les

¹R. GRASSER, 1998 – op. cit.

fronts montant et descendant de l'impulsion, non encore en régime soliton ou d'intensité trop faible pour subir le processus MI, contribuent à diminuer le contraste de la modulation si l'impulsion est intégrée temporellement, ce que réalise effectivement l'acquisition CCD. La figure 3.36.b confirme la présence du fond continu d'énergie dû à l'intégration temporelle. Dans le spectre correspondant (figure 3.36.c), la déplétion de la pompe est également moins accentuée que dans le cas d'un régime permanent (figure 3.32.c) puisque masquée par les fronts montant et descendant de l'impulsion.

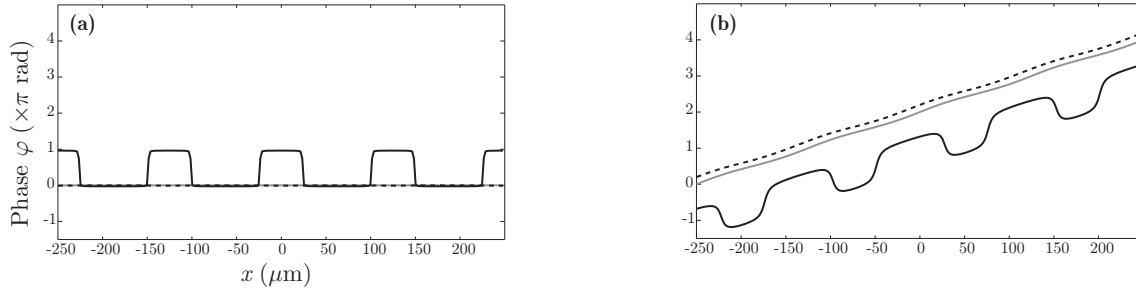


Figure 3.37 Représentation de la phase du réseau au départ (courbe grise), au maximum (courbe noire) et à la récurrence (courbe pointillée) du processus d'amplification.
 (a) Interférence symétrique à trois ondes. (b) Interférences à deux ondes.

En raison de nos conditions expérimentales donc, nous utiliserons par la suite la simulation (2+1)D (une dimension transverse spatiale x et une temporelle) pour comparer nos résultats expérimentaux. Ceci dit, l'échange d'énergie entre la pompe et les bandes latérales se faisant toujours à un taux symétrique, quelle que soit la puissance de l'idler au départ, il nous arrivera de présenter des simulations d'interférences à trois ondes (comme ce fut d'ailleurs le cas pour les figures 3.28 et 3.29). De cette manière, le phénomène de déflexion du réseau sera évité afin de ne pas masquer l'information utile et de pouvoir clarifier les interprétations.

L'étude faite jusqu'ici s'est limitée à la formation du réseau de solitons spatiaux. À ce stade, on constate maintenant l'accord global entre les observations expérimentales et la *génération* théorique de réseaux par processus MI induit.

3.5.5 Stabilité des réseaux de solitons

Dynamique en intensité

La figure 3.38 présente une série typique du comportement dynamique de l'instabilité de modulation induite observée expérimentalement. Elle montre différentes images en sortie du guide de 7 cm et en augmentant progressivement l'intensité incidente pour une enveloppe sinusoïdale de période $115 \pm 5 \mu\text{m}$ et un contraste initial de $15 \pm 2\%$. Les profils sont obtenus en unités arbitraires à partir de la connaissance des diverses densités utilisées après le guide pour atténuer les faisceaux avant acquisition par la caméra. Ces profils sont donc comparables

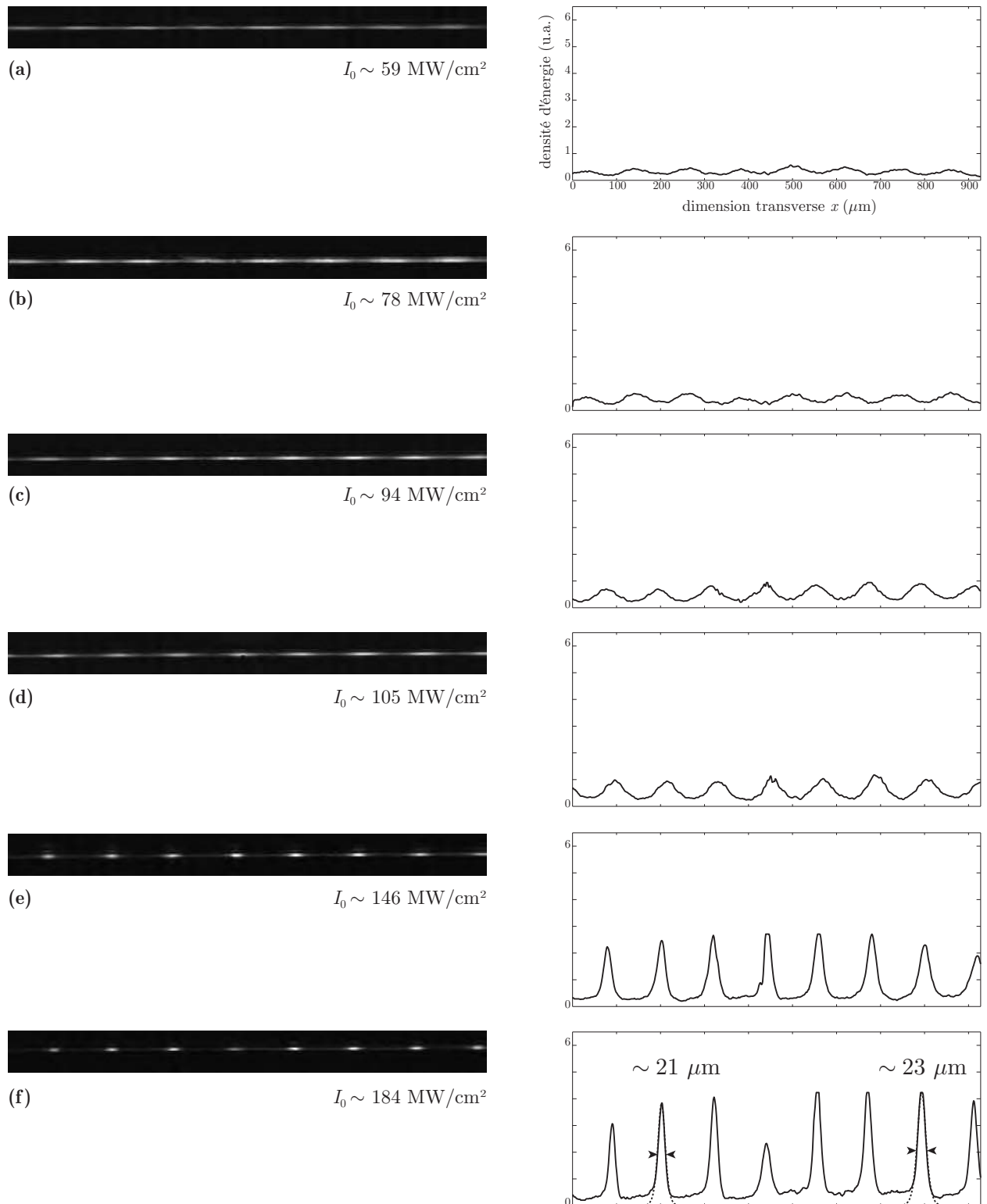


Figure 3.38 Comportement dynamique de la génération induite d'un réseau de solitons, obtenu pour 7 cm de propagation et en augmentant progressivement l'intensité incidente.

même si la caméra n'est pas calibrée en intensité. On constate que l'instabilité se traduit bien par l'augmentation progressive du contraste de la modulation : celui-ci croît [on note clairement la perte du caractère sinusoïdal à l'image (c)] jusqu'à atteindre un contraste maximal pour une intensité $I_0 = 184 \pm 19 \text{ MW/cm}^2$, mesurée sur le faisceau pompe en raison du faible contraste de modulation. En théorie, $I_0 = 185 \text{ MW/cm}^2$ pour ce contraste. Un ajustement numérique par un profil en sécante hyperbolique permet d'estimer la taille du pic soliton à $22 \pm 1 \mu\text{m}$ (FWHM). La simulation numérique (2+1)D donne quant à elle un minimum de $26 \mu\text{m}$ de taille de faisceau atteint pour 200 MW/cm^2 . Nous n'expliquons pas la présence en (f) d'un pic moins intense que les autres (que l'on retrouvera d'ailleurs sur la figure 3.41.g). En accord avec les explications du paragraphe précédent, on remarque enfin que la position absolue du réseau est décalée par rapport aux maxima de la modulation sinusoïdale initiale. Étant donnée la gigue transverse du laser, il n'a cependant pas été possible de confronter ce décalage à la simulation numérique et ainsi de quantifier la déflexion du réseau.

De fait, il est difficile de définir précisément le moment où le réseau est complètement formé. On peut toutefois voir que le profil de la figure 3.38.f est asymétrique, ce qui traduit bien le passage au maximum d'amplification (cf. figure 3.36.b). En réalité, une fois le réseau formé, le contraste obtenu reste élevé et ne varie que faiblement lorsqu'on augmente davantage l'intensité incidente. À cause de l'inertie de l'effet Kerr de réorientation moléculaire, nous allons voir en effet que la récurrence FPU est inhibée.

Stabilité en propagation du réseau de solitons spatiaux

Le processus MI induit maintient la période de modulation du réseau lorsque l'intensité I_0 varie. Ainsi, pour une non-linéarité instantanée et un contraste initial donné, une seule valeur d'intensité I_0 doit permettre d'observer le maximum d'amplification du réseau en sortie de guide puisque sa longueur est fixe. Le fait d'augmenter ensuite I_0 est équivalent à augmenter la longueur de propagation sans dimension du guide (en unité de la longueur de formation L_f)¹. Il est ainsi possible d'étudier, dans un guide de longueur donnée, la propagation du réseau de quasi-solitons une fois sa génération achevée. Si le phénomène de récurrence était présent, on devrait alors voir apparaître une augmentation notable de la taille des pics solitons après le maximum d'amplification, accompagnée d'une diminution du contraste de modulation du réseau, signe d'un retour à l'état initial. Avant de poursuivre l'étude dynamique et de montrer les résultats obtenus à plus forte intensité, nous examinons tout d'abord dans le paragraphe suivant comment le caractère impulsif de notre expérience peut influencer sur le contraste du réseau de solitons, avec ou sans la prise en compte du temps de relaxation de l'effet Kerr de réorientation moléculaire.

¹ En toute rigueur, la période de modulation du réseau devrait être diminuée si l'intensité augmente, en accord avec l'équation sans dimensions (2.53) et le changement de variables (2.54), de façon à conserver le même gain par unité de longueur. Cependant, ce n'est pas strictement nécessaire si l'on cherche seulement à vérifier le caractère récurrent du réseau généré.

Influence d'une excitation impulsionnelle gaussienne sur la propagation. Avec l'utilisation d'une excitation lumineuse impulsionnelle, l'intégration temporelle due à l'imagerie CCD doit rendre l'observation de la dynamique liée à la récurrence FPU un peu plus complexe. En effet, d'après l'expression (2.52), le gain MI dépend intrinsèquement de l'intensité. Par conséquent, pour le processus induit, où la fréquence spatiale de modulation est fixe, l'enveloppe temporelle initialement gaussienne subit un gain paramétrique variable, dépendant du temps de groupe t . Cette particularité propre à l'utilisation d'une impulsion se traduit par des générations successives de réseaux de quasi-solitons le long de l'enveloppe temporelle, mais dont la longueur de formation augmente au fur et à mesure de l'éloignement par rapport au sommet de l'impulsion ($t = 0$), lequel correspond au réseau le plus rapidement formé. Comme le montrent la répartition spatio-temporelle d'intensité et les profils de la figure 3.39, cet effet provoque, après le maximum d'amplification, un découpage symétrique de l'enveloppe temporelle au cours de la propagation. La présence de deux pics de part et d'autre de l'origine temporelle traduit le fait que le sommet de l'impulsion a déjà subi deux maxima d'amplification suite à une première récurrence complète. De plus, pour les plus faibles valeurs d'intensités pour lesquelles la courbe de gain n'inclut pas la fréquence de modulation, la propagation reste stable. Par conséquent, en considérant l'intégration réalisée par la caméra CCD, ce découpage temporel doit contribuer à masquer le phénomène de récurrence même si celui-ci est toujours ressenti localement, à chaque instant t de l'impulsion. En plus de l'influence des bords de basse intensité de l'impulsion (*i.e.* en régime linéaire de propagation), on s'attend donc à une diminution non seulement du contraste de modulation mais aussi de son excursion, entre l'amplification maximale et la récurrence, et qui vaut logiquement $(1 - C_0)$, où C_0 est le contraste initial, pour une onde continue temporellement.

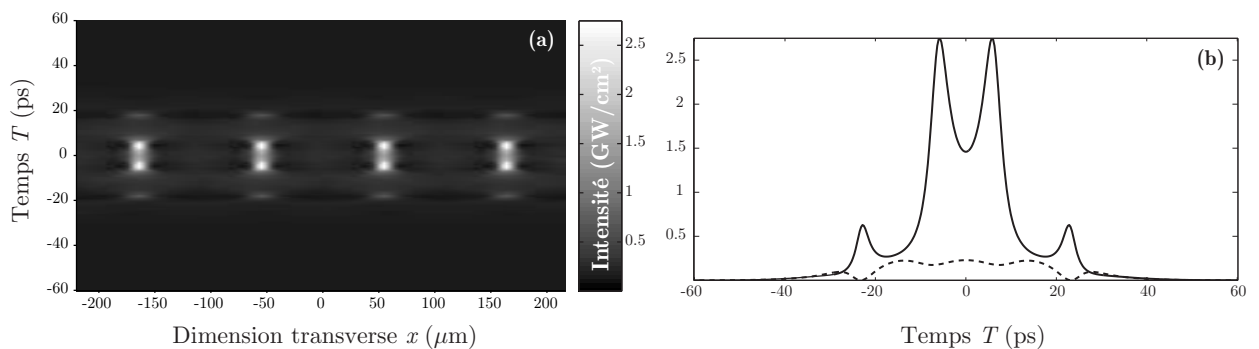


Figure 3.39 Simulation numérique SFM de l'évolution de l'enveloppe temporelle d'un réseau de soliton spatiaux avec une non-linéarité instantanée (paramètres $p = 110 \mu\text{m}$ et $C_0 = 15\%$). (a) Répartition spatio-temporelle d'intensité à 7 cm de propagation pour $I_0 = 400 \text{ MW}/\text{cm}^2$ (double de celle nécessaire à une première génération du réseau au sommet de l'impulsion). (b) Profils temporels pour un maximum (trait plein) et un minimum (trait pointillé) de la modulation spatiale sinusoïdale de départ.

La figure 3.40 illustre ce comportement en représentant, pour $p = 125 \mu\text{m}$, $C_0 = 20\%$ et en fonction de l'intensité moyenne incidente, le contraste de modulation à une distance de propagation fixe $L = 7 \text{ cm}$ (*i.e.* les paramètres des figures 3.33 et 3.34). On limite l'intensité incidente à environ deux fois l'intensité de gain maximal pour p , de façon à ne pas faire entrer le premier harmonique dans la bande de gain MI^1 (§2.3.2, p.82). Pour deux ondes pompe et signal planes, homogènes et continues ou, de manière équivalente, en observant le comportement du maximum de l'impulsion de départ (à $t = 0$) pour une non-linéarité instantanée, le comportement est bien celui attendu : l'excursion de contraste est maximale (80%). En effet, au maximum d'amplification (à $I_0 = 125 \text{ MW/cm}^2$ pour la longueur $L = 7 \text{ cm}$), le contraste du réseau est unitaire, signe du déphasage de π entre les pics quasi-solitons et le fond continu d'intensité tandis qu'à la récurrence, ce contraste retrouve la valeur initiale de 20%. Pour le processus MI subi le long de l'impulsion, l'évolution du contraste est cependant différente en raison de l'intégration par la caméra CCD. D'une part, le contraste maximal est inférieur à 100% et il est observé pour une intensité plus grande (à $I_0 = 140 \text{ MW/cm}^2$ pour 7 cm). D'autre part, l'excursion de contraste, bien que toujours significative, est moindre ($\sim 33\%$). Pour la suite, nous avons ajouté sur la figure 3.40 le comportement intégré dans le temps auquel on s'attend en prenant en compte le temps de relaxation de 2 ps de la réorientation moléculaire pour le CS_2 . On constate que non seulement l'excursion de contraste est cette fois clairement moindre ($\sim 8\%$) mais en plus, le contraste du réseau augmente de manière monotone même après le maximum d'amplification. Nous allons voir qu'il s'agit du comportement que nous avons observé expérimentalement.

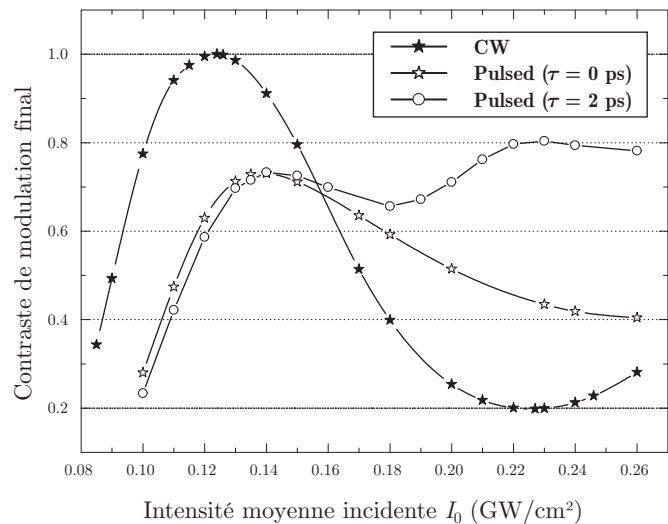


Figure 3.40 Exemple de variation du contraste de modulation calculé numériquement après 7 cm de propagation pour les paramètres de la figure 3.34.

Le caractère impulsionnel de l'excitation lumineuse a donc une influence notable sur l'observation intégrée temporellement de la dynamique spatiale du processus MI induit. La même attention devrait être portée si l'observation était faite dans le domaine des fréquences spatiales.

¹N.N. AKHMEDIEV *et al.*, 1988 – *N-modulation signals in a single-mode optical waveguide under nonlinear conditions*, Sov. Phys. JETP **67**, 89-95.

Propagation stable et doublage de fréquence spatiale en milieu de Kerr inertielle. Nous avons vu qu'une non-linéarité inertielle a des conséquences importantes sur la dynamique du processus MI spontané (§3.4) ; celles-ci sont encore plus nettes dans le cas du processus MI induit. De fait, dans nos observations expérimentales pour les deux longueurs de guide, la dynamique à long terme de l'instabilité, étudiée en augmentant l'intensité incidente, n'a pas révélé de phénomène de récurrence.

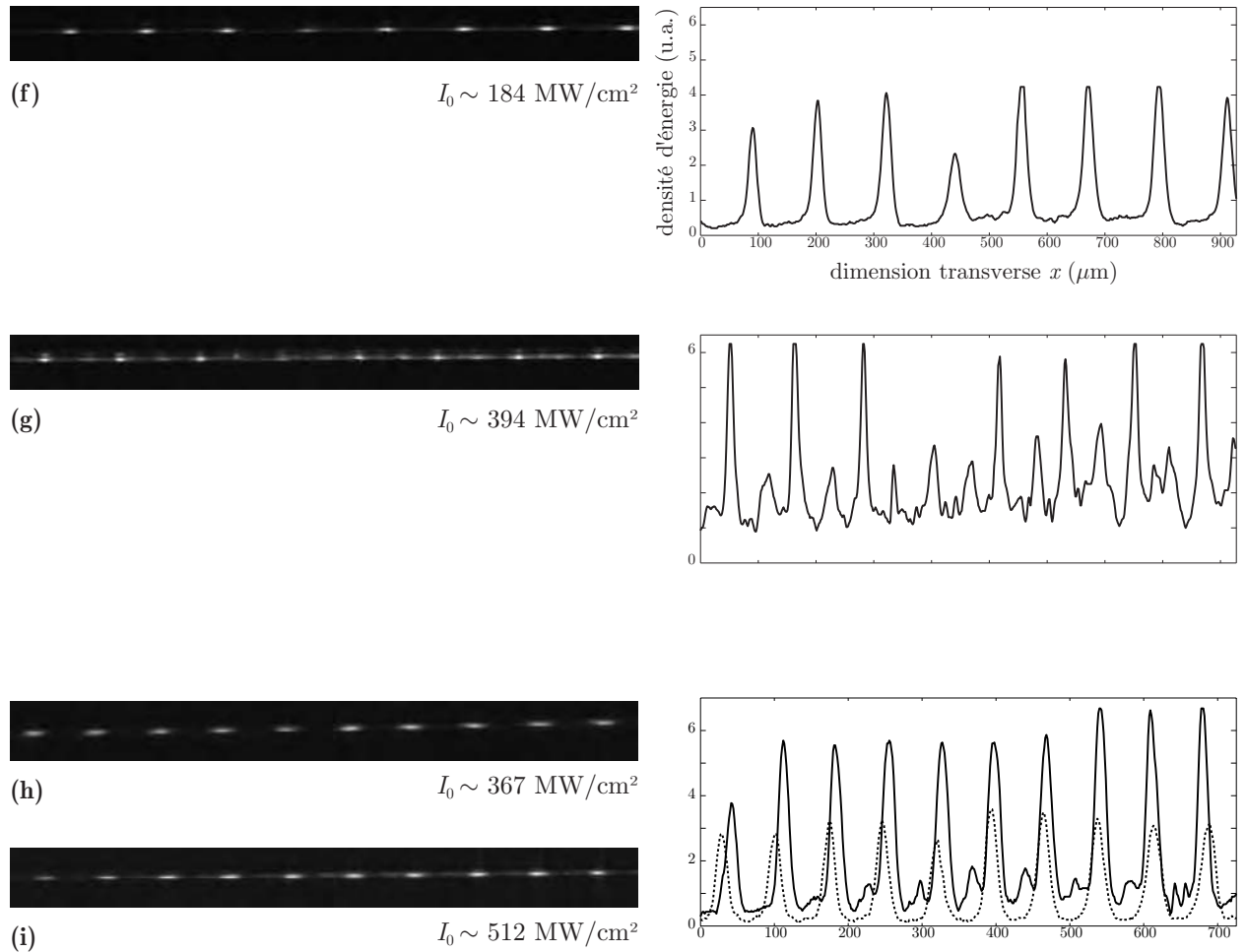


Figure 3.41 Images et profils en sortie de guide montrant le doublage de fréquence spatiale observé en augmentant l'intensité incidente à partir du seuil de formation d'un réseau de solitons. (f)-(g) Pour $115 \mu\text{m}$ et 7 cm de propagation. (h)-(i) Pour $70 \mu\text{m}$ et 3 cm de propagation.

La figure 3.41 illustre le comportement typique que nous avons relevé après le maximum du processus d'amplification. La figure 3.41.f reprend la figure 3.38.f prise au maximum d'amplification estimé pour une intensité moyenne incidente de 184 MW/cm^2 . La figure 3.41.g correspond à l'image obtenue après une augmentation d'intensité jusqu'à 394 MW/cm^2 . Les images (h) et (i) correspondent au même type de comportement, observé sur la petite longueur de guide (3 cm) et pour une période d'environ $70 \mu\text{m}$. Contrairement au cas d'une réponse non linéaire instantanée, il ressort de ces observations un comportement dynamique remarquable :

- ~ une fois le réseau de quasi-solitons généré en sortie de guide, son contraste reste maximal lorsque l'intensité incidente est augmentée tandis que chaque pic MI voit une augmentation de son intensité crête associée à une diminution de sa taille ;
- ~ de manière similaire au cas spontané, un second réseau apparaît progressivement, intercalé entre les pics solitons principaux.

À partir du changement de variables (2.54), on peut estimer qu'entre les intensités des cas (f) et (g) la longueur de propagation sans dimension a augmenté de $L \simeq L_f$ à $L \simeq 3L_f$. Afin de confirmer le comportement observé, intéressons-nous aux variations des dimensions des pics MI et du contraste du réseau durant l'augmentation d'intensité.

La figure 3.42 présente la variation de la taille ($2a = \text{FWHM}$) des pics solitons en fonction de l'intensité incidente pour l'observation à 7 cm. Celle-ci est normalisée par la période de modulation initiale ($p = 115 \mu\text{m}$). Les valeurs expérimentales permettent de rendre compte de la diminution progressive de la taille des solitons en les comparant aux différentes variations attendues théoriquement pour $p = 115 \mu\text{m}$ et $C_0 = 15\%$. La comparaison est faite avec la SFM (2+1)D, c'est-à-dire en prenant en considération le caractère impulsif de l'excitation lumineuse et donc l'intégration temporelle de la densité de puissance. L'intensité incidente est toujours inférieure à deux fois la valeur de l'intensité de gain maximal pour la période de modulation choisie.

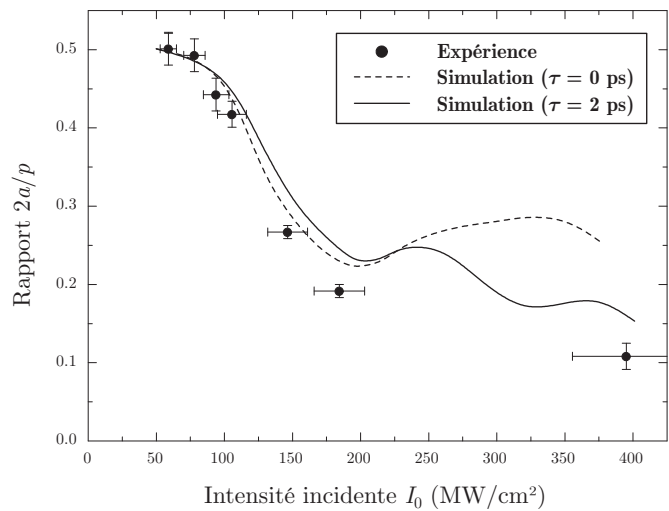


Figure 3.42 Variation de la taille des pics solitons en fonction de l'intensité incidente. Comparaison avec la simulation numérique (2+1)D avec ou sans prise en compte de l'inertie de la réponse non linéaire.

On constate d'abord, comme discuté précédemment, que l'étape de génération du réseau de solitons est correctement décrite sans avoir à considérer l'effet de l'inertie de la non-linéarité. Ceci est en accord avec le fait que la relaxation des molécules de CS_2 ne modifie que faiblement l'effet non linéaire ressenti par l'impulsion au départ du processus (§2.2.4, p.68). La taille des pics à 184 MW/cm^2 est d'environ $22 \mu\text{m}$ (les valeurs minimales théoriques sont de $25,6$ et $26,3 \mu\text{m}$, respectivement sans ou avec considération de l'inertie de l'effet Kerr). Lorsque le réseau est formé cependant, une diminution supplémentaire de la taille des pics avec l'intensité incidente

est observée. La courbe de variation correspondant à la non-linéarité de Kerr idéale (courbe pointillée) montre à l'inverse que, même en considérant l'intégration temporelle, la récurrence se manifeste naturellement par une augmentation de la taille des pics après le maximum d'amplification. En revanche, en prenant en compte l'inertie de l'effet Kerr (courbe pleine), la taille du pic d'intensité décroît de manière monotone avec l'intensité incidente. Comme expliqué pour le processus MI spontané (§3.4.4), l'intensité atteinte au sommet des solitons est suffisamment importante pour imposer une variation non linéaire d'indice aux temps futurs, laquelle contribue à l'évolution ultérieure de la taille des pics avec l'augmentation de l'intensité incidente. Notons que l'incertitude sur les mesures est faible, du fait de la génération propre du réseau de pics et de la diminution associée du contraste du bruit.

L'évolution du contraste de modulation représentée sur la figure 3.43 confirme l'absence de récurrence du réseau de solitons. Alors qu'une excursion de contraste de plus de 40% devrait être observée pour une réponse instantanée, le contraste tend asymptotiquement vers 87% pour la non-linéarité inertielle, en bon accord avec les mesures expérimentales. La représentation (à droite) des profils intégrés dans le temps montre de nouveau que, jusqu'à l'asymétrie correspondant au maximum d'amplification pour une non-linéarité instantanée, l'accord entre le comportement observé et l'évolution théorique est bon pour l'étape de formation du réseau, que l'on prenne ou non en compte le temps de relaxation de l'effet Kerr. Après cette étape, le comportement diffère fortement.

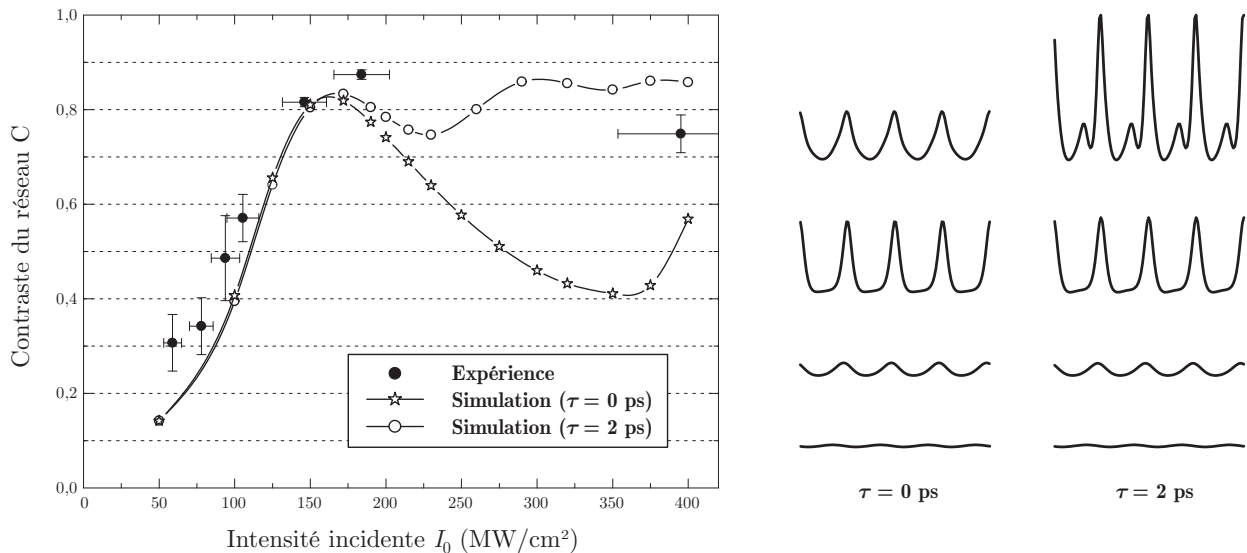


Figure 3.43 Évolution du contraste de modulation avec l'intensité incidente. Simulations numériques du processus MI, avec ou sans relaxation de l'effet Kerr et pour l'interférence de deux ondes impulsionnelles (paramètres spatiaux : $p = 115 \mu\text{m}$ et $C_0 = 15\%$), comparées aux mesures expérimentales faites à partir des figures 3.38 et 3.41.g. Les profils correspondent aux intensités caractéristiques $I_0 = 50, 100, 190$ et 350 MW/cm².

Afin d'illustrer l'évolution du réseau de solitons qui correspond à l'observation expérimentale de la figure 3.41, nous représentons sur la figure 3.44 le résultat de la simulation numérique en incluant (figure 3.44.b) ou non (figure 3.44.a) la relaxation de la non-linéarité. Par souci de simplification, nous avons considéré l'interférence symétrique de trois ondes afin d'éviter la courbure du réseau au cours de la propagation. Pour une relaxation non nulle, le réseau de solitons, une fois formé, apparaît stable au lieu de subir approximativement l'équivalent d'une récurrence et demi, dans le cas instantané. Les maxima du réseau oscillent faiblement autour de la valeur asymptotique de 87%, associée à une stabilisation de la taille des pics, signe d'une propagation solitonique. À partir de la taille des solitons générés ($\sim 22 \mu\text{m}$), on estime que ceux-ci se sont propagé sur une distance de plusieurs longueurs de diffraction (de 6 à 10). Enfin, la croissance d'un second réseau intercalé est visible à partir de 3,5 cm de propagation. Le profil reproduit à $z = 6,5 \text{ cm}$ confirme cette croissance, en accord avec l'observation expérimentale. La figure 3.45 illustre l'évolution simulée de la densité spectrale d'énergie pour l'évolution spatiale de la figure 3.44.b. Elle confirme que l'inhibition de la récurrence FPU doit aussi être observable spectralement sous forme d'une évolution asymptotique des différentes composantes vers une répartition réciproque du réseau de solitons spatiaux.

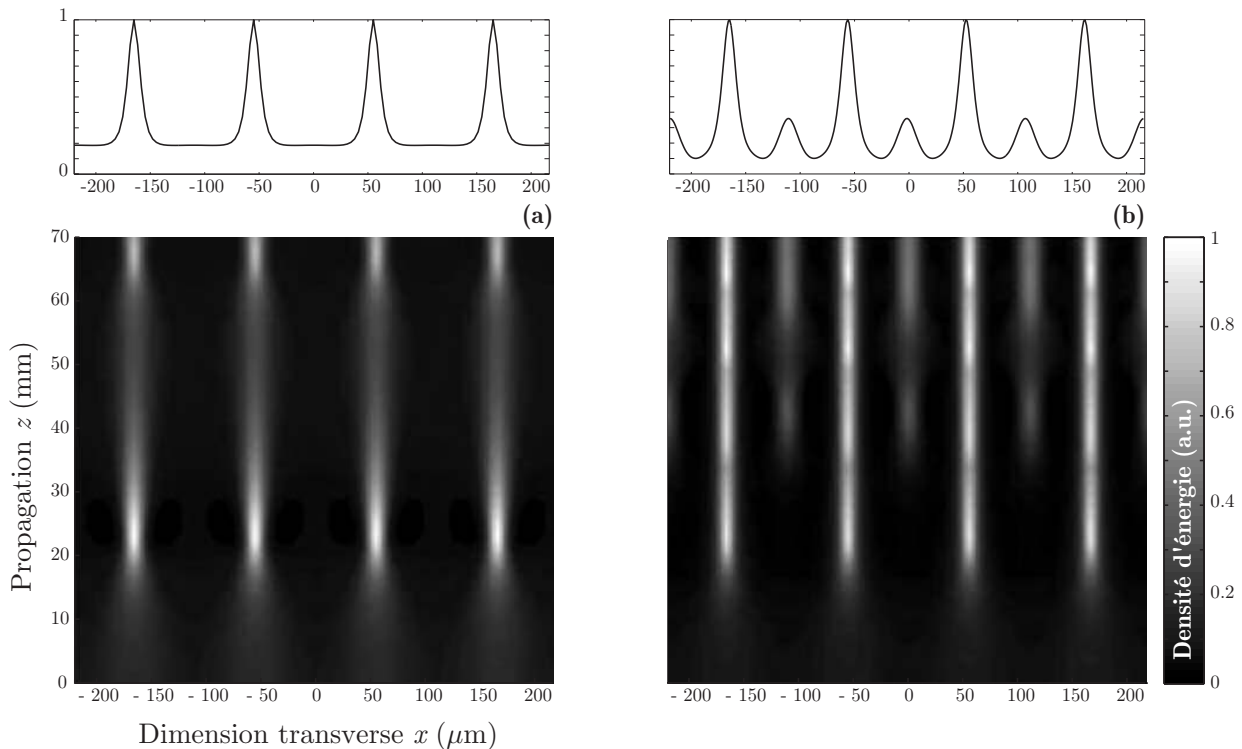


Figure 3.44. Simulation numérique (2+1)D de la propagation d'un réseau de quasi-solitons pour $p = 110 \mu\text{m}$, $C_0 = 15\%$, une impulsion gaussienne de 38 ps et une intensité initiale de 400 MW/cm². Les profils correspondent à la distance $z = 6,5 \text{ cm}$ (\sim second maximum d'amplification pour la figure (a)). Il s'agit de l'évolution intégrée dans le temps (densité d'énergie) pour : (a) une non-linéarité instantanée pour laquelle le comportement récurrent est partiellement caché par l'excitation impulsionnelle ; (b) un temps de relaxation de 2 ps de la non-linéarité pour lequel la récurrence est inhibée et un doublage de fréquence spatiale apparaît.

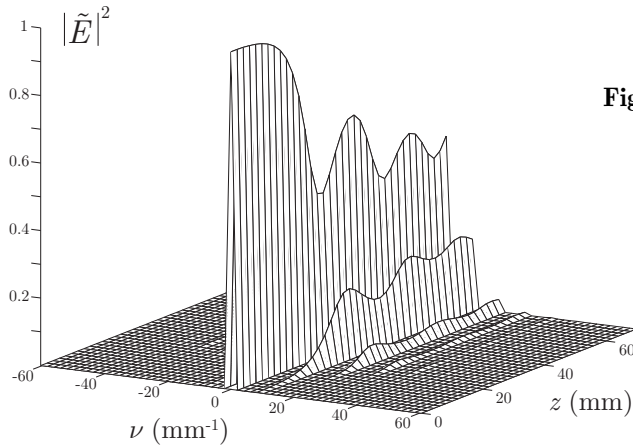


Figure 3.45 Évolution de la densité spectrale d'énergie pour l'évolution spatiale précédente (figure 3.44.b).

On vient donc de voir, au moyen des observations intégrées dans le temps en sortie de guide, que le processus MI inertiel induit permet d'inhiber le phénomène de récurrence FPU. Il est donc raisonnable de considérer le réseau formé comme étant un véritable réseau de solitons spatiaux, autrement dit stable, sur les longueurs de propagation considérées. On pourrait néanmoins penser que la récurrence est masquée par une dynamique temporelle particulière. Afin de confirmer l'inhibition locale de la récurrence et détailler l'origine du doublage de fréquence spatiale, phénomènes déjà observés pour le processus MI spontané mais de manière plus irrégulière (§3.4.4), nous nous sommes intéressés au comportement spatio-temporel de l'impulsion.

Avant de poursuivre, il convient de remarquer que, même aux intensités les plus faibles expérimentalement, les dimensions des faisceaux solitons nous permettent de négliger en première approximation l'effet de la diffusion stimulée Rayleigh d'ailes (SRWS)¹. En effet, elles sont inférieures aux valeurs (de l'ordre de 100 μm) causant la déstabilisation des faisceaux solitons basés sur l'effet Kerr de réorientation moléculaire². L'intensité seuil I_{RW} de la SRWS, indépendante des dimensions spatiales des faisceaux, a été mesurée entre 60 et 100 MW/cm^2 dans le CS_2 . Pour des intensités initiales plus importantes (ce qui est le cas dans nos expériences), l'intensité maximale des solitons est *a fortiori* plus grande et permet donc de négliger la SRWS par rapport à la SPM.

3.5.6 Doublage de fréquence spatiale et dynamique spatio-temporelle

La figure 3.46 montre, pour les non-linéarités instantanée et inertielle, l'évolution de l'intensité et de la phase au sommet de l'impulsion gaussienne initiale ($t = 0$), pour deux positions spatiales transverses particulières dans le réseau (un maximum et un minimum de la modulation sinusoïdale initiale). Alors que la récurrence est visible pour le cas instantané de la figure 3.46.a, le comportement inertiel (figure 3.46.b) montre que les maxima oscillent faiblement autour d'une

¹ Voir §2.2.5 (p.71) sur l'influence de la diffusion stimulée Rayleigh d'ailes.

² R. BARILLE *et al.*, 1999a – *Instabilities due to Rayleigh wing scattering in a spatial soliton*, Opt. Commun. **171**, 291-9.

valeur maximale asymptotique tandis que les minima tendent vers une intensité nulle. Ainsi, l'inertie de l'effet Kerr inhibe la récurrence non seulement pour l'image CCD intégrée, mais aussi localement au temps $t = 0$. De plus, en choisissant d'autres instants t , on peut montrer que cette stabilisation asymptotique concerne l'avant de l'impulsion où le découpage temporel discuté au §3.5.5 (page 158) est dès lors absent.

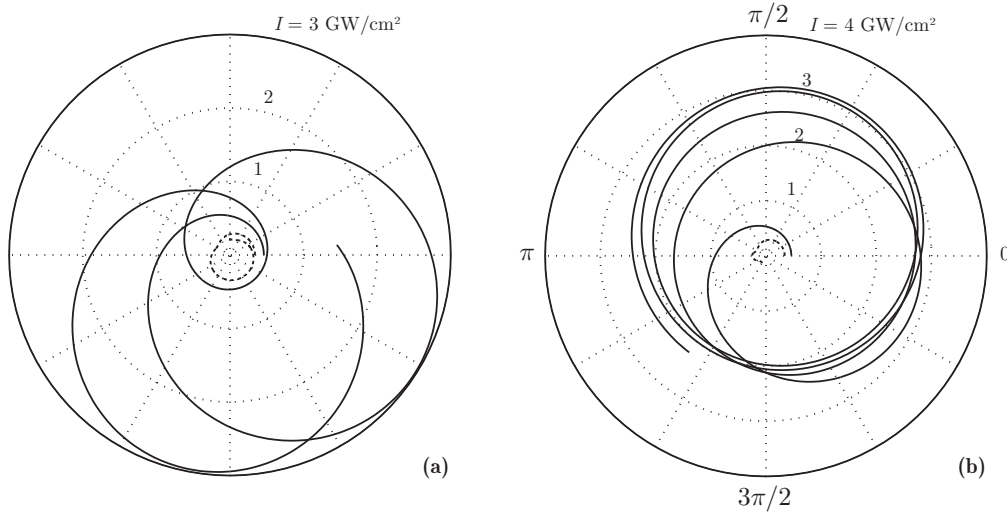


Figure 3.46 Portraits d'intensité et de phase correspondant à la simulation précédente (a) sans ou (b) avec prise en compte de l'inertie.

Sur la figure 3.46.b cependant, la diminution d'intensité pour la position d'un minimum de la modulation sinusoïdale initiale ne montre pas la croissance observée d'un second réseau intercalé. Cette constatation signifie que ce second réseau doit être décalé temporellement par rapport au réseau principal. Cette dynamique spatio-temporelle a déjà été invoquée à propos du processus MI spontané. Il s'agit ici du même processus dynamique néanmoins rendu plus propre par le processus MI induit. Afin de confirmer ce comportement supposé, nous avons imagé l'impulsion au moyen de la caméra à balayage de fente, lorsque le doublage de fréquence spatiale apparaît (cf. figure 3.41.g). La figure 3.47.a est une image expérimentale de la répartition spatio-temporelle d'intensité en sortie de guide. À droite se trouve l'image brute tandis que l'image de gauche a été filtrée spectralement par un simple filtre passe-bas pour lisser le bruit important, introduit par le retard optique de près de 9 m et par le gain électronique du capteur CCD. Cette image montre que le doublage de fréquence spatiale résulte d'une succession de deux réseaux de même période, mais néanmoins décalés transversalement et temporellement. Le réseau de solitons principal est formé sur toute la partie avant de l'impulsion tandis que le réseau secondaire apparaît à l'arrière de l'impulsion et est décalé spatialement de près d'une demi-période. Pour comparaison, nous avons représenté, sur la figure 3.47.b, la répartition spatio-temporelle d'intensité en $z \simeq 6,5 \text{ cm}$ pour la simulation numérique de la figure 3.44.b. Elle confirme largement l'observation expérimentale. Le découpage temporel est quasiment absent sur le front montant de l'impulsion mais se produit de manière très prononcée sur l'arrière de

l'impulsion, en même temps qu'un second réseau se forme, décalé d'une demi-période spatiale transverse. La dynamique temporelle fine n'a cependant pas pu être vérifiée expérimentalement étant donnée la résolution de la caméra à balayage de fente (4 ps). Néanmoins, l'expérience et la simulation montrent toutes deux la présence d'une modulation temporelle basse fréquence comparable.

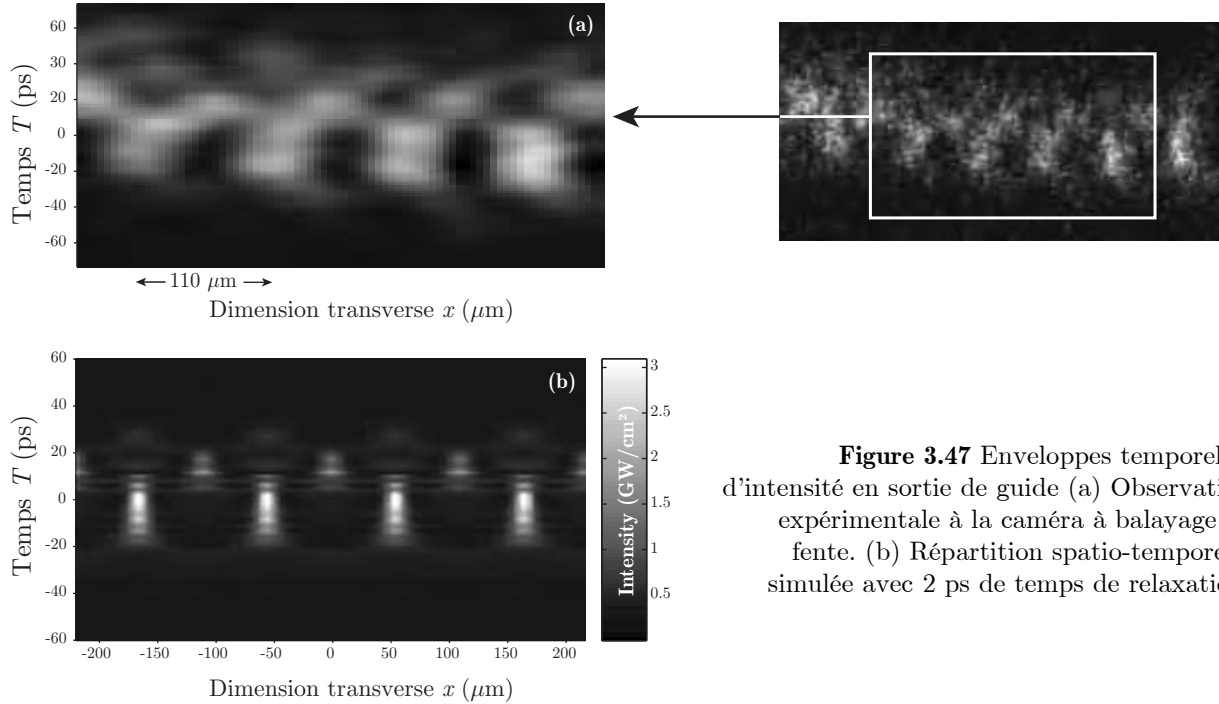


Figure 3.47 Enveloppes temporelles d'intensité en sortie de guide (a) Observation expérimentale à la caméra à balayage de fente. (b) Répartition spatio-temporelle simulée avec 2 ps de temps de relaxation.

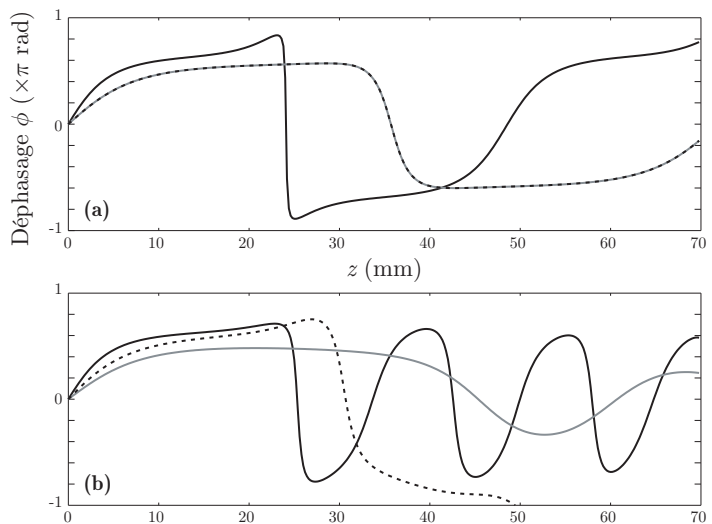
L'évolution différentielle des phases transverses au cours de la propagation permet de comprendre, au moins qualitativement, l'origine de cette dynamique spatio-temporelle. D'après la figure 3.46.b, il apparaît que l'accumulation de déphasage non linéaire entre les maxima et les minima du réseau est beaucoup plus rapide que dans le cas instantané (figure 3.46.a). Le maximum se décale d'environ 8π par rapport au minimum dans le cas inertiel alors que cette différence n'est que d'environ 4π dans le cas instantané. Cette accumulation rapide de phase permettrait, après le premier maximum d'amplification, une désynchronisation et une resynchronisation plus rapides des différentes fréquences spatiales, la relation d'accord de phase entre celles-ci déterminant en effet le sens du transfert d'énergie du processus paramétrique (§2.4, p.90). De plus, lors du découpage temporel à l'arrière de l'impulsion, ce déphasage entre le réseau primaire et le fond continu d'intensité peut permettre la formation d'un second réseau décalé transversalement (figure 3.47).

Afin d'expliquer cette inhibition, la figure 3.48 représente l'évolution du déphasage entre les ondes pompe, signal et idler¹ à trois instants caractéristiques de l'impulsion gaussienne initiale

¹ Il s'agit donc de la phase totale du formalisme de mélange à quatre ondes dégénéré (§2.4).

(en avant, au sommet $t = 0$ et en arrière au voisinage de l'instant d'apparition du second réseau). L'évolution est comparée entre les processus instantané et inertiel. Contrairement au cas instantané (figure 3.48.a), on confirme que la phase à $t = 0$ varie plus rapidement dans le cas inertiel et, de plus, de manière différente entre l'avant et l'arrière de l'impulsion. Ainsi, la variation rapide de phase provoquée par l'inertie de l'effet Kerr ne permet pas au processus de récurrence de s'accomplir pleinement. Sur l'avant et au maximum de l'impulsion (courbes noire et grise), un accord de phase entre les différentes ondes, à l'origine du processus d'amplification et donc du maintien du réseau, est retrouvé avant le retour à l'état initial, inversant alors le sens du transfert d'énergie. Nous pensons que, pour une non-linéarité inertielle, la relation d'accord de phase du §2.4 (p.92) qui exprime l'évolution de la phase entre les ondes, et donc le sens du transfert d'énergie, ne dépend plus seulement localement de l'intensité de ces ondes. Bien que partielle, cette explication suffit à rendre compte de la dynamique observée sur l'avant de l'impulsion, à savoir l'inhibition du phénomène de récurrence. Enfin, on constate que la phase à l'arrière ne fait que décroître après le maximum d'amplification. En particulier elle devient égale à $-\pi$, ce qui contribue à répartir différemment l'intensité dans la dimension transverse (*i.e.* en x) et se traduit par la génération du réseau secondaire décalé.

Figure 3.48 Évolution du déphasage entre les fréquences spatiales au sommet (courbe noire), à l'avant (courbe grise) et à l'arrière (courbe pointillée) de l'impulsion gaussienne initiale. (a) Comportement pour une non-linéarité instantanée. (b) Comportement pour la non-linéarité inertielle.



Sur la figure 3.49.a, nous avons reproduit les profils temporels simulés, obtenus à différentes distances de propagation, pour un maximum spatial transverse du réseau précédent (figure 3.44.b), c'est-à-dire au sommet d'un soliton. Pour rappel, le comportement pour une non-linéarité instantanée est représenté par la figure 3.39 (p.159). En $z = 2,2$ cm, on constate que le réseau est formé légèrement en retard par rapport au sommet de l'impulsion. Durant l'étape de génération du réseau, l'effet non linéaire maximal, à travers le gain MI, est en effet ressenti sur l'arrière de l'impulsion¹. En $z = 3,5$ cm, le réseau de solitons est toujours présent. L'intensité est toujours maximale mais cette fois en avance par rapport au sommet l'impulsion. Le déplacement

¹ Voir §2.2.4 (p.68) et l'annexe A.

du réseau vers le front montant de l'impulsion s'accompagne d'une dépression d'intensité sur le front descendant. Si nous n'avons pas pour le moment d'explication complète de l'apparition du second réseau, celle-ci correspond néanmoins au moment où l'intensité sur l'arrière de l'impulsion passe par un minimum. Il est vraisemblable que la phase ϕ entre les composantes fréquentielles à cet endroit soit responsable de cette répartition d'intensité particulière. Celle-ci devient en effet négative (figure 3.48.b) à partir de $z \simeq 3$ cm pour le rester jusqu'à atteindre $-\pi$ en $z \simeq 5$ cm. À l'inverse, les variations de phase sur l'avant de l'impulsion, d'excursion autour de $\phi = 0$ plus réduite que dans le cas de la non-linéarité instantanée, inhibent la récurrence, ce qui se traduit par une dépression faible dans le profil temporel. En $z = 6,5$ cm, le réseau est encore plus localisé sur l'avant de l'impulsion, avec un effet de modulation temporelle (*i.e.* une tendance au découpage) faiblement contrasté, signe de l'inhibition. Ce découpage est en revanche très prononcé sur l'arrière de l'impulsion, comme le montre la présence d'un minimum quasi nul du profil à $t \sim 16$ ps, qui correspond au maximum temporel du réseau secondaire (cf. figure 3.47.b). En réalité, chaque minimum de la partie descendante de l'impulsion semble correspondre à un réseau secondaire décalé transversalement.

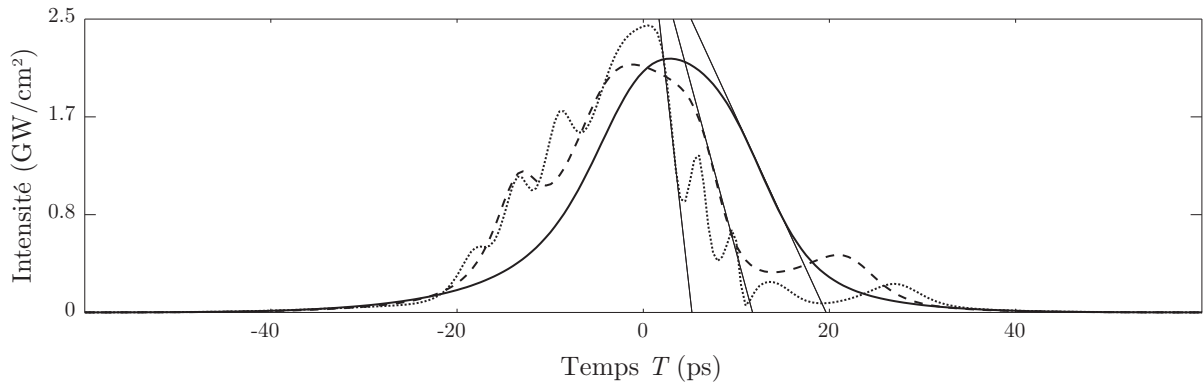


Figure 3.49 Enveloppes temporelles d'un maximum spatial transverse du réseau pour $z = 2,2$ (courbe pleine), $z = 3,5$ (courbe en tiret) et $z = 6,5$ cm (courbe pointillée). Le processus MI inertiel provoque la formation d'un réseau de solitons sur l'avant de l'impulsion et un raidissement croissant sur l'arrière de l'impulsion

Sans toutefois prouver quantitativement nos propos, nous pensons que la dynamique spatio-temporelle observée pour le processus MI inertiel est liée à la conjugaison de deux phénomènes provoqués par la relaxation de la variation non linéaire d'indice : d'une part, un accroissement, par MI, de la modulation transverse spatiale intervient à l'avant de l'impulsion et se traduit par une diminution de la taille des pics solitons stabilisée par le processus MI ; d'autre part, un raidissement brutal de l'arrière de l'impulsion et croissant au cours de la propagation traduit l'apparition de forts déphasages responsables d'une redistribution transverse d'intensité. On notera cependant que pour la pente la plus forte et la durée correspondante (~ 3 ps FWHM, le pas temporel de discrétisation étant de 0,5 ps), la longueur caractéristique de dispersion de vitesse de groupe est toujours négligeable (~ 8 m).

Pour s'en convaincre et même si aucune observation expérimentale n'a été entreprise, nous avons jugé utile de montrer l'influence de la relaxation sur les spectres des fréquences temporelles correspondant toujours au maximum spatial transverse du réseau (figure 3.50). On constate deux comportements importants qui modifient le spectre usuel de SPM attendu pour une non-linéarité instantanée. D'une part, l'élargissement dissymétrique évoqué au §2.2.4 (page 68) rend compte d'une énergie plus importante dans la bande Stokes, due à l'asymétrie de l'effet non linéaire ressenti par l'impulsion. D'autre part, à la distance de 6,5 cm apparaît un étalement prononcé du côté anti-Stokes. Confirmés par les profils temporels correspondants, ces deux effets sont la signature du raidissement croissant sur l'arrière de l'enveloppe et provoqué par la relaxation¹. Le comportement est cependant différent de l'effet d'auto-raidissement d'impulsion laser, dont l'apparition a généralement lieu à l'intérieur de filaments d'autofocalisation d'intensités bien supérieures aux nôtres¹ ou sur de grandes distances de propagation sur fibre optique². Il semble donc que le processus MI conjugué à la relaxation puisse nous permettre d'observer un tel effet sur nos distances expérimentales et pour des intensités modérées (quelques GW/cm²). Ceci dit, une telle évolution spectrale simulée nous permet de conclure que ce phénomène a déjà été observé, sans toutefois être expliqué, lors des travaux expérimentaux réalisés précédemment au laboratoire sur le contrôle de l'instabilité de modulation en milieu de Kerr massif³.

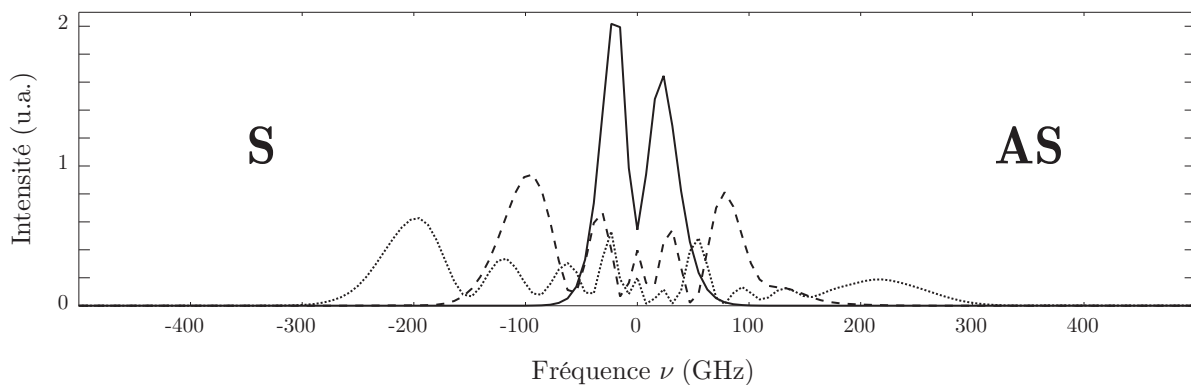


Figure 3.50 Spectres correspondant aux profils temporels de la figure 3.49 et montrant l'évolution spécifique provoquée par la relaxation.

¹ F. DEMARTINI *et al.*, **1967** – *Self-steepening of light pulses*, Phys. Rev. **164**, 312-23 ; T.K. GUSTAFSON *et al.*, **1969** – *Self-modulation, self-steepening, and spectral development of light in small-scale trapped filaments*, Phys. Rev. **177**, 306-13.

² H. NAKATSUKA *et al.*, **1981** – *Nonlinear pulse-propagation through optical fibers with positive group velocity dispersion*, Phys. Rev. Lett. **47**, 910-3 ; D.R. ANDERSON & M. LISAK, **1983** – *Nonlinear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides*, Phys. Rev. A **27**, 1393-8.

³ R. GRASSER, **1998** – *op. cit.* Il n'en demeure pas moins différent des élargissements spectraux observés du côté Stokes du spectre temporel de faisceaux solitons de grande dimension spatiale ($\sim 100 \mu\text{m}$) lorsque la diffusion SRWS apparaît. Ces élargissements sont dus au couplage Stokes/anti-Stokes favorisant l'amplification en cascade d'ondes Stokes progressives. Les tailles de faisceaux sont pour nous en revanche de l'ordre de la dizaine de microns. [D. WANG *et al.*, **1998** – *Stokes spectral broadening at an over-soliton threshold excitation in a planar waveguide*, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 181-5 ; R. BARILLE *et al.*, **1999a** – *op. cit.* Voir aussi R.Y. CHIAO *et al.*, **1966** – *Stimulated four-photon interaction and its influence on stimulated Rayleigh-wing scattering*, Phys. Rev. Lett. **17**, 1158-61 ; R.L. CARMAN *et al.*, **1966** – *Observation of degenerate four-photon interaction and four-wave parametric amplification*, Phys. Rev. Lett. **17**, 1281-3.]

De toute cette étude, il ressort que l'accord, quantitatif pour une large part, entre l'expérience et la théorie conforte l'hypothèse fondamentale que nous avons faite et selon laquelle l'inertie de l'effet de réorientation moléculaire dans le CS₂ est, en régime picoseconde, responsable des résultats inattendus que nous avons observés tout au long de notre travail. Il demeure néanmoins clair pour nous qu'une étude temporelle et spectrale fine devrait pouvoir compléter et clarifier les processus physiques à l'œuvre dans la dynamique spatio-temporelle complexe observée.

3.5.7 Remarques sur la récurrence FPU

Nous souhaitons mentionner que le phénomène de récurrence FPU semble en réalité extrêmement difficile à observer. Nous avons pu voir ici qu'une simple relaxation de la non-linéarité (dont la durée caractéristique est seulement 5% de celle de l'impulsion) permet de l'inhiber. C'est néanmoins récemment que la première observation expérimentale de la récurrence en optique a été réalisée par Van Simaey *et al.* L'observation a été faite dans le domaine temporel, c'est-à-dire en propagation dans une fibre optique monomode¹. Au moyen d'une enveloppe temporelle super-gaussienne, la pureté spectrale était telle que l'onde pouvait être considérée continue. En association avec le caractère induit du processus MI, l'évolution récurrente des composantes fréquentielles au cours de la propagation fut clairement démontrée. Comme dans notre cas spatial, la difficulté liée à l'observation au cours de la propagation a été contournée en faisant varier la puissance optique injectée dans la fibre de longueur fixe. Une telle observation n'a à ce jour toujours pas été confirmée dans le domaine spatial. Le phénomène de récurrence FPU étant un principe fondamental de la dynamique des systèmes non linéaires en général, l'intérêt d'une telle observation reste entier. Malgré l'inertie de l'effet Kerr, une telle démonstration est néanmoins envisageable dans le CS₂. En effet, l'emploi d'une impulsion plus longue (au moins cent picosecondes) permettrait de diminuer l'influence de la relaxation. L'emploi d'une enveloppe gaussienne étendue signifie néanmoins un besoin accru d'énergie lumineuse. En revanche, une mise en forme préalable rectangulaire de l'impulsion² permettrait de diminuer l'énergie des fronts montant et descendant de l'impulsion par rapport au reste de l'impulsion, permettant ainsi d'étudier le régime quasi permanent. Une autre possibilité, que nous avons récemment entamée au laboratoire dans le cadre de la propagation soliton et de la MI, est l'utilisation de l'effet Kerr d'origine électronique de guides plans semi-conducteurs AlGaAs³. Outre le fort coefficient de Kerr d'un tel milieu, la non-linéarité est ici instantanée.

¹ G. VAN SIMAEYS *et al.*, **2001** – *op. cit.* ; G. VAN SIMAEYS *et al.*, **2002** – *Experimental study of the reversible behavior of modulational instability in optical fibers*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 477-86.

² B. COLOMBEAU *et al.*, **1976** – *Shaping of short laser pulses by passive optical Fourier techniques*, Opt. Commun. **19**, 201-4 ; S. MANEUF & F. REYNAUD, **1988** – *Quasi-steady state self-trapping of first, second and third order sub-nanosecond soliton beams*, Opt. Commun. **66**, 325-8.

³ V. CODA *et al.*, **2002** – *Solitons spatiaux Kerr dans un guide plan AlGaAs aux longueurs d'onde des télécommunications*, présenté à "Journées Nationales d'Optique Guidée '02", Dijon (France), 23-25 septembre.

3.6 PERSPECTIVES EN TRAITEMENT DE L'INFORMATION PAR VOIE TOUT-OPTIQUE

Les différents résultats expérimentaux présentés ici, s'ils ont un intérêt fondamental, offrent également des perspectives potentielles en termes d'applications basées sur la propriété qu'ont les faisceaux solitons Kerr à générer des guides d'ondes auto-induits et n'existant que pendant le passage de la lumière (ou presque pour un effet Kerr inertiel). Rappelons que l'utilisation de l'effet Kerr de réorientation moléculaire autorise un temps de réponse sub-picoseconde. Ainsi, sans considérer d'éventuels effets cumulatifs d'origine thermique par exemple, la bande passante d'un dispositif, serait en principe limitée par le taux de répétition de la source laser.

Notre étude montre qu'il est possible de générer, dans un milieu de Kerr inertiel, un réseau périodique de solitons spatiaux. Ceux-ci se propagent de manière stable et peuvent ainsi être avantageusement utilisés comme guides d'ondes à gradient d'indice multiples. L'origine de la génération de tels réseaux (processus MI) les rend optiquement reconfigurables. Parmi les applications qu'on peut entrevoir pour les faisceaux solitons on citera principalement pour notre cas particulier :

Multiplexage $1 \times N$. En superposant une onde sonde sur le réseau de solitons, il devient possible de guider l'information initialement répartie de manière homogène vers un réseau de N ports en sortie de guide. Le faisceau de transport de l'information doit être d'intensité très faible de sorte qu'il ne souffre d'aucun effet non linéaire. La propagation du faisceau sonde est alors décrite par la seconde équation du système (2.25) (page 57) dans laquelle les termes d'automodulation de phase et de mélange à quatre ondes sont négligeables. Le faisceau sonde subit alors le seul puits de potentiel (gradient d'indice) qu'induit le réseau de solitons par intermodulation de phase. Ainsi, différentes configurations sont possibles en fonction de la polarisation et de la longueur d'onde du faisceau sonde par rapport au réseau de solitons puisque la valeur du coefficient d'intermodulation de phase en dépend : on observera en effet des phénomènes de guidage ou d'anti-guidage par les solitons¹. Par exemple, pour une longueur d'onde différente et une polarisation orthogonale, le coefficient de biréfringence non linéaire vaut $\sigma = -3$. L'information sera alors répartie (guidée) *entre* les faisceaux solitons puisque c'est à cet endroit que l'indice vu par le faisceau sonde sera le plus fort². Finalement, dans le cas du processus induit, le paramètre de contrôle de la période sera logiquement la séparation angulaire entre les faisceaux.

Adressage. Le processus MI induit à partir de l'interférence de deux ondes a montré la possibilité d'une courbure variable, en fonction du contraste de la modulation initiale, du réseau de solitons au cours de la propagation. Le réseau de solitons généré par processus MI inertiel est stable et rend envisageable son adressage continu et contrôlé par l'intensité incidente de la

¹ R. DE LA FUENTE & A. BARTHÉLEMY, 1992 – *Spatial soliton-induced guiding by cross-phase modulation*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 547-54.

² En effet, pour des polarisations circulaires ou rectilignes, on a respectivement $\sigma = -3$ ou $1 - B = -1$ pour coefficient d'intermodulation de phase.

pompe ou du signal. Ainsi, nous avons noté qu'une variation du contraste initial permettait d'observer clairement l'effet. À titre d'exemple, la figure 3.51 illustre la déflexion variable du réseau de solitons pour deux valeurs de contraste de modulation initial (20% et 90%). À basse intensité, la variation de contraste n'a naturellement pas modifié la position transverse de la modulation. En régime soliton, le réseau n'a quasiment pas bougé dans le cas où le contraste initial est proche de 100%. Lorsque le contraste est diminué continûment, le réseau se défléchi transversalement et aussi continûment jusqu'à atteindre une déflexion d'environ une demi-période spatiale pour la valeur présentée de 20%. Bien que qualitative, cette observation est donc en accord avec la théorie qui prévoit la conservation du moment linéaire (figure 3.36, p.155). Nous faisons remarquer qu'en passant d'une valeur de contraste faible à forte on a levé la dégénérescence due au modèle d'instabilité de modulation pour passer à une remise en forme spatiale par mélange à quatre ondes non dégénéré (FWM).

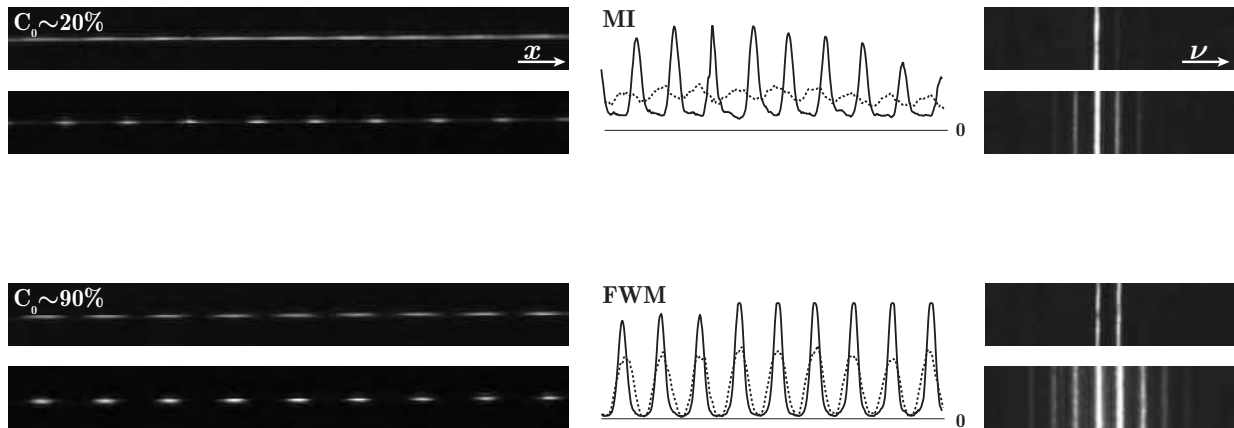


Figure 3.51 Variation de la position du réseau de solitons en sortie de guide en fonction du contraste de modulation initial. Haut : à faible contraste initial (*mélange à quatre ondes dégénéré* \sim MI), le réseau est défléchi par rapport à la position du régime linéaire. Bas : à fort contraste initial (*mélange à quatre ondes non dégénéré*, FWM), le réseau ne bouge quasiment pas par rapport à la position en régime linéaire. Les spectres de fréquences spatiales asymétrique (MI) et quasi symétrique (FWM) montrent la croissance des bandes latérales.

3.7 SYNTHÈSE DU CHAPITRE 3

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les résultats expérimentaux relatifs à l'étude du processus d'instabilité de modulation spatiale en propagation guidée planaire dans un milieu de Kerr. Ceux-ci ont révélé de surprenants comportements, non prévus par un simple modèle de propagation en régime permanent. Ces résultats s'expliquent par la réponse non linéaire particulière du disulfure de carbone liquide. L'effet Kerr est en effet non plus instantané mais inertiel pour la durée d'impulsions utilisées. C'est ainsi qu'on a pu démontrer les comportements suivants :

- ~ Il est possible de contrôler la génération de réseaux périodiques de solitons spatiaux à l'intérieur d'un guide plan de type Kerr et d'en stabiliser la propagation *via* le processus MI inertiel. *L'inertie de l'effet Kerr de réorientation moléculaire permet en effet d'inhiber la récurrence de Fermi–Pasta–Ulam.*
- ~ À partir du bruit d'une onde quasi plane et quasi homogène, le comportement dynamique est particulièrement dépendant des conditions de bruit initiales. Dans notre cas d'une excitation par un faisceau laser cohérent, on a montré que le bruit spatial déterministe est responsable d'une répétition du réseau d'un tir laser au suivant et sur une certaine plage d'intensités incidentes. En outre, l'inertie de l'effet Kerr permet de verrouiller la période du réseau de solitons pendant une certaine durée au cours de l'impulsion, ce qui le rend transversalement stable vis-à-vis des variations d'intensité incidente.
- ~ De plus, le processus MI induit permet bien de générer des réseaux de manière très propre, en termes de profil soliton et de régularité de la période du réseau.
- ~ Cependant, l'inertie est à l'origine d'une dynamique spatio-temporelle riche qui se traduit, le long de l'impulsion laser, par le déplacement du réseau de solitons vers l'avant de l'impulsion et l'apparition d'un second réseau décalé transversalement suivant x , apparaissant sur l'arrière de l'impulsion.

La prise en compte de l'aspect transitoire de la réponse non linéaire nous a permis, à travers la simulation numérique, de confirmer le rôle principal joué par le temps de relaxation fini de l'orientation des molécules de CS_2 sur le processus d'instabilité de modulation spatiale. Ces résultats sont à notre connaissance originaux. Ils constituent de plus les premières observations de l'instabilité de modulation unidimensionnelle transverse, à la fois spontanée et induite, dans un guide plan non linéaire de type Kerr.

Certaines questions demeurent néanmoins en suspens. Concernant le processus MI spontané, une étude détaillée des caractéristiques spatiales et temporelles du bruit du laser Nd:YAG semble nécessaire. Il serait également intéressant de comparer la situation que nous avons étudiée avec un processus MI spontané généré cette fois à partir d'une distribution spatiale et temporelle réellement fluctuante, comme ça peut être le cas pour un faisceau homogène intense délivré par un générateur paramétrique (OPG). Des premiers travaux sont en cours au laboratoire sur ce sujet. Plus généralement, une étude spectrale et temporelle fine des solitons spatiaux générés permettrait de confirmer quantitativement les conclusions sur l'influence du temps de relaxation. À l'inverse, le phénomène de récurrence FPU devrait pouvoir être observé spatialement avec l'utilisation d'impulsions relativement longues et ainsi produire une dynamique spatio-temporelle différente. Enfin, l'étude des propriétés de tels réseaux de guides à gradient d'indice reconfigurables est la suite logique de cette étude.

Chapitre 4

BRISURE DE SYMÉTRIE DES SOLITONS VECTORIELS MULTIMODES EN MILIEU DE KERR ISOTROPE

Résumé

NOUS présentons dans ce chapitre les résultats portant sur l'observation expérimentale de l'instabilité de brisure de symétrie à laquelle sont sujets les solitons vectoriels, ou composites, dits *multimodes* en milieu de Kerr isotrope. À l'instar d'autres milieux non linéaires comme les cristaux photoréfractifs par exemple, les milieux de Kerr isotropes et unidimensionnels transverses peuvent idéalement supporter une propagation solitonique multimodale *via* l'utilisation des composantes de polarisations circulaires opposées de la lumière. L'interaction non linéaire incohérente qui en résulte permet alors de guider mutuellement deux (ou plusieurs) composantes. Par analogie avec un guide d'ondes traditionnel, on parle alors de *soliton multimode*, ou encore d'*état lié de solitons*. Un tel état lié est en effet formé par une superposition de faisceaux dont les enveloppes peuvent être vues, à juste titre, comme le mode fondamental et un (ou plusieurs) mode(s) d'ordre supérieur du guide d'ondes qu'ils induisent ensemble par l'action conjointe de l'automodulation de phase (SPM) et de l'intermodulation de phase (CPM). Dans les milieux photoréfractifs, où le coefficient de CPM est en général égal au coefficient de SPM, les solitons multimodes sont stables. Pour la plupart des milieux de Kerr au contraire, le coefficient de CPM est supérieur au coefficient de SPM (soit $\sigma > 1$, cf. §2.1.2 page 50) et un soliton multimode doit alors inévitablement être instable puisqu'une quelconque asymétrie dans les conditions initiales provoque la brisure de symétrie du soliton en question, le détruisant de fait brutalement. Pour le soliton bimodal dipolaire, objet de cette étude, cette brisure se manifeste, à la manière d'un coupleur non linéaire, par un brusque transfert d'énergie d'un cœur à l'autre du guide d'ondes à double cœur auto-induit. La distribution de champ initiale, de symétrie paire pour le mode fondamental et impaire pour le premier mode d'ordre supérieur du guide bimodal induit, est alors brisée par l'instabilité et les modes évoluent tous deux vers une distribution symétrique paire stable, signe de la génération d'un soliton vectoriel elliptique fondamental.

Notre étude a visé à montrer expérimentalement l'existence de l'état lié de solitons, puis sa brisure, dans le cas du soliton vectoriel bimodal dipolaire. Ce travail a été réalisé en étroite collaboration avec le groupe de Marc Haelterman du Service d'optique et acoustique de l'université libre de Bruxelles qui a récemment démontré théoriquement et caractérisé le phénomène de brisure de symétrie en milieu de Kerr isotrope, à l'origine de notre expérience.

4.1 SOLITONS SPATIAUX VECTORIELS MULTIMODES

Le concept de soliton composite, ou vectoriel, a été introduit en optique temporelle dans le cadre de l'étude de la propagation non linéaire en milieu de Kerr biréfringent¹. Il repose sur la possibilité, en prenant en compte les deux composantes de polarisations de la lumière, d'une propagation soliton sous la forme d'un état lié de deux solitons distincts et de polarisations orthogonales. Ces solitons composites résultent donc d'un équilibre complexe entre dispersion, modulation de phase non linéaire, mélange à quatre ondes (couplage non linéaire *cohérent*) et biréfringence. Peu de temps après, Haelterman *et al.* montrèrent que des états liés de solitons, ou solitons vectoriels bimodes, pouvaient exister en milieu de Kerr sans biréfringence ni mélange à quatre ondes, simplement sur la base du piégeage que les composantes circulaires de polarisation de la lumière induisent l'une sur l'autre par intermodulation de phase (couplage *incohérent*)². Dans le domaine spatial, de tels solitons peuvent être simplement interprétés comme étant une superposition du mode fondamental et du premier mode d'ordre supérieur du guide d'ondes induit par les deux enveloppes *via* l'auto- et l'intermodulation de phase. C'est pourquoi on les appelle solitons vectoriels multimodes. Snyder *et al.* généralisèrent ensuite le concept à la combinaison de modes d'ordres supérieurs³. En exploitant cette notion pour expliquer l'existence, dans les milieux photoréfractifs, de solitons spatiaux générés à partir d'une lumière incohérente⁴, Mitchell *et al.* réalisèrent la première observation expérimentale d'un soliton multimode en propagation (1+1)D⁵. La généralisation à deux dimensions spatiales transverses permit ensuite la découverte du soliton multimode dipolaire⁶ (*dipole-mode vector soliton*) dont l'appellation traduit une distribution d'intensité typique à deux lobes, caractéristique d'une anti-symétrie de l'amplitude d'une des composantes (figure 4.1). Les études théoriques et expérimentales sur la stabilité des solitons multimodes ont montré que le soliton dipolaire bidimensionnel a un caractère universel dans le sens où il constitue une « *structure composite élémentaire robuste, auto-induite par couplage incohérent entre différents champs* »⁷.

¹ D.N. CHRISTODOULIDES & R.I. JOSEPH, **1988** – *Vector solitons in birefringent nonlinear dispersive media*, Opt. Lett. **13**, 53-6.

² M. HAELTERMAN *et al.*, **1993** – *Bound-vector solitary waves in isotropic nonlinear dispersive media*, Opt. Lett. **18**, 1406-8.

³ A.W. SNYDER *et al.*, **1994** – *Dynamic spatial solitons*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1012-5.

⁴ M. MITCHELL *et al.*, **1997** – *Theory of self-trapped spatially incoherent light beams*, Phys. Rev. Lett. **79**, 4990-3 ; M. MITCHELL & M. SEGEV, **1997** – *Self-trapping of incoherent white light*, Nature **387**, 880-3.

⁵ M. MITCHELL *et al.*, **1998** – *Observation of multihump multimode solitons*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4657-60. Il est à noter toutefois que le soliton dit *brillant/sombre*, composé de la superposition incohérente d'un soliton fondamental brillant et de son homologue noir et observé expérimentalement par Shalaby et Barthélemy dans un guide plan de CS₂, constitue un cas particulier de soliton multimode puisque le soliton noir peut être vu comme le premier mode d'ordre supérieur à la fréquence de coupure du guide induit. Pour l'effet Kerr de réorientation moléculaire et l'utilisation de longueurs d'ondes différentes, l'intermodulation de phase est un effet défocalisant. [M. SHALABY & A. BARTHÉLEMY, **1992** – *Observation of the self-guided propagation of a dark and bright spatial soliton pair in a focusing nonlinear medium*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 2736-41.]

⁶ A.W. SNYDER *et al.*, **1995** – *Parallel spatial solitons*, Opt. Commun. **116**, 365-8 ; W. KROLIKOWSKI *et al.*, **2000** – *Observation of dipole-mode vector solitons*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1424-7 ; T. CARMON *et al.*, **2000** – *Observation of two-dimensional multimode solitons*, Opt. Lett. **25**, 1113-5.

⁷ J.J. GARCIA-RIPOLL *et al.*, **2000** – *Dipole-mode vector solitons*, Phys. Rev. Lett. **85**, 82-5 ; D. NESHEV *et al.*, **2001** – *Transverse instability of vector solitons and generation of dipole arrays*, Phys. Rev. Lett. **87**, 103903 ; M. AHLES *et al.*, **2002** – *Stabilization and breakup of coupled dipole-mode beams in an anisotropic nonlinear medium*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 557-62.

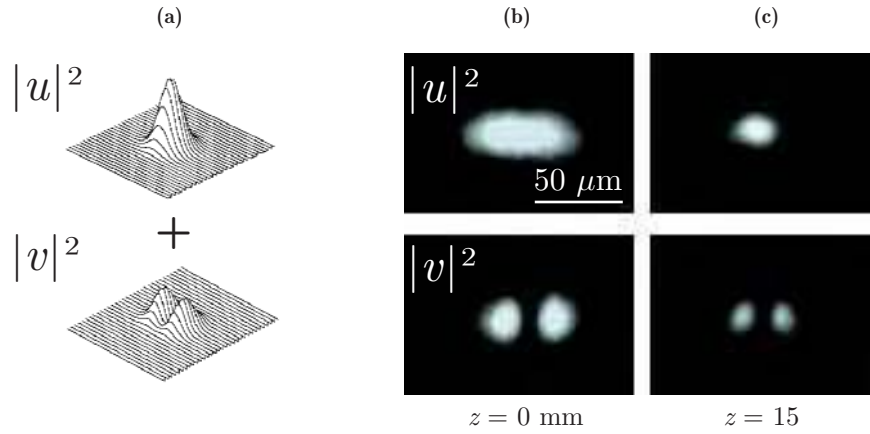


Figure 4.1 Exemple de soliton vectoriel multimode : le soliton bimodal dipolaire. (a) Enveloppes des deux composantes du soliton vectoriel. La propagation simultanée des deux composantes (b) permet une propagation invariante sur au moins 15 mm (c). À noter en particulier, la remise en forme de la composante fondamentale. [D'après¹.]

Ces considérations sont intimement liées à la stabilité des solitons vectoriels multimodes, une propriété qui a été démontrée théoriquement pour les milieux de Kerr saturables². Ceci explique qu'à l'heure actuelle la grande majorité des expériences sur les solitons multimodes spatiaux aient été réalisées en milieu photoréfractif. On a ainsi pu y observer des solitons multimodes avec un nombre de lobes de plus en plus grand³, comme le montre la figure 4.2. Par ailleurs, la mise à profit des propriétés de moment angulaire de la lumière a même montré l'existence de solitons multimodes tout à fait exotiques⁴ comme le soliton *hélicoïdal*⁵ (ou *rotating propeller soliton*).

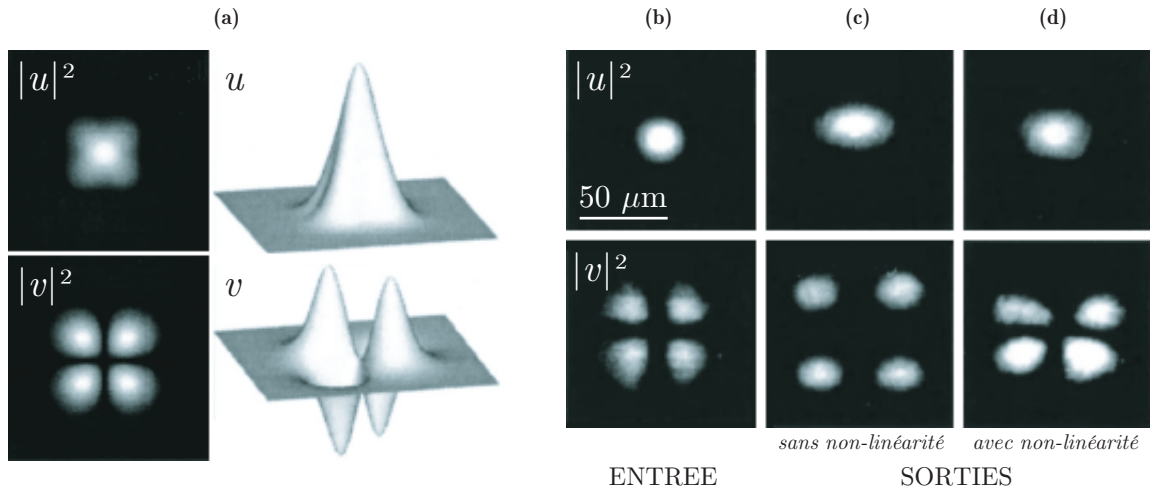


Figure 4.2 Exemple de soliton vectoriel multimode : soliton bimodal quadripolaire, après propagation dans 10 mm de SBN. [D'après⁴.]

¹ W. KROLIKOWSKI *et al.*, **2000** – *op. cit.*

² E.A. OSTROVSKAYA *et al.*, **1999** – *Stability of multihump optical solitons*, Phys. Rev. Lett. **83**, 296-9.

³ A.S. DESYATNIKOV *et al.*, **2002** – *Multipole composite spatial solitons: Theory and experiment*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 586-95.

⁴ A.S. DESYATNIKOV & Y.S. KIVSHAR, **2001** – *Necklace-ring vector solitons*, Phys. Rev. Lett. **87**, 033901 ; A.S. DESYATNIKOV & Y.S. KIVSHAR, **2002** – *Spatial optical solitons and soliton clusters carrying an angular momentum*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **4**, S58-S65.

⁵ T. CARMON *et al.*, **2001** – *Rotating propeller solitons*, Phys. Rev. Lett. **87**, 143901.

Cependant, des études théoriques¹ ont montré que les solitons multimodes ne peuvent en réalité être stables en milieu de Kerr pur, à l'exception d'un seul membre de la famille : le soliton elliptique fondamental². Plus précisément, Kockaert et Haelterman ont montré récemment que lorsque la modulation de phase croisée entre composantes de polarisations perpendiculaires est plus forte que l'automodulation de phase, c'est-à-dire en présence d'une biréfringence non linéaire (soit $\sigma > 1$, ce qui est le cas de la plupart des milieux de Kerr purs), les solitons multimodes souffrent de l'*instabilité de brisure de symétrie spatiale*³.

Dans cette étude, nous tirons parti du fort coefficient de biréfringence non linéaire, ou rapport CPM/SPM, dû à la réorientation moléculaire du CS₂ ($\sigma = 7$), considéré par ailleurs parfaitement isotrope en absence de non-linéarité. Ainsi, cette propriété nous permet de montrer par un montage expérimental simple, tout d'abord la propagation d'un soliton vectoriel bimodal puis, surtout, que ce dernier est bien sujet à la brisure de symétrie prévue théoriquement⁴.

4.2 INSTABILITÉ EN MILIEU DE KERR ISOTROPE

La description théorique des propriétés d'existence et de stabilité des états liés de solitons en milieu de Kerr isotrope a fait l'objet d'une étude approfondie lors du travail de thèse de Pascal Kockaert⁵, faisant suite à leur découverte par Haelterman *et al.*⁶ Nous nous restreignons donc, dans cette partie, à présenter quelques considérations fondamentales nécessaires pour étayer nos résultats expérimentaux confirmant l'état lié et son instabilité de brisure de symétrie. Nous renvoyons néanmoins le lecteur intéressé par les aspects plus théoriques de cette étude aux références précédentes.

4.2.1 État lié de solitons

Le concept d'état lié de solitons repose sur la possibilité de contrôler, voire annuler, les interactions entre solitons proches⁷. Par une mise en forme particulière de leurs polarisations et de leurs enveloppes, il est en effet possible de faire se propager plusieurs solitons liés, proches les uns des autres et qui, dans le cadre d'une description purement scalaire, ne pourraient coexister à de tels écartements. Une telle approche a été utilisée avec succès dans le domaine de la transmission d'information sur fibre optique et a permis, par multiplexage en polarisation, de

¹ Y. SILBERBERG & Y. BARAD, **1995** – *Rotating vector solitary waves in isotropic fibers*, Opt. Lett. **20**, 246-8 ; M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1994b**– *Bifurcation phenomena and multiple soliton-bound states in isotropic Kerr media*, Phys. Rev. E **49**, 3376-81.

² M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1994a** – *The elliptically polarized fundamental vector soliton of isotropic Kerr media*, Phys. Lett. A **194**, 191-6.

³ P. KOCKAERT & M. HAELTERMAN, **1999** – *Stability and symmetry breaking of soliton bound states*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 732-40.

⁴ C. CAMBOURNAC *et al.*, **2002b** – *Symmetry-breaking instability of multimode vector solitons*, Phys. Rev. Lett. **89**, 083901.

⁵ P. KOCKAERT & M. HAELTERMAN, **1999** – *Stability and symmetry breaking of soliton bound states*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 732-40 ; P. KOCKAERT, **2001** – *Dynamique non linéaire vectorielle de la propagation lumineuse en fibres optiques et caractérisation des phénomènes ultracourts associés*, Thèse de doctorat en Sciences appliquées (Université libre de Bruxelles).

⁶ M. HAELTERMAN *et al.*, **1993** – *op. cit.* ; M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1994b** – *op.cit.*

⁷ M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1993** – *Cancelling soliton interaction in singlemode optical fibers*, Electron. Lett. **29**, 1176-7.

doubler la quantité d'information transmise sur un canal de longueur d'onde unique¹. Un tel multiplexage peut en effet être interprété en termes d'états liés constitués d'impulsions solitons de polarisations orthogonales et en quadrature de phase. Dans ce cas cependant, l'emploi d'une fibre optique à biréfringence aléatoire et l'absence de biréfringence non linéaire qui en résulte permettaient de stabiliser les états liés.

Interactions entre solitons scalaires

Les couplages cohérents entre solitons Kerr scalaires de même polarisation limitent en pratique leur rapprochement à des distances inférieures à environ deux fois leur taille afin qu'ils n'interagissent pas. Pour s'en rendre compte, les simulations numériques (1+1)D de la figure 4.3 illustrent le comportement interactif de deux solitons Kerr scalaires équivalents (c'est-à-dire que leur tailles $2a$, polarisations et longueurs d'onde sont identiques) dans différentes situations caractéristiques. L'interaction a lieu pour des solitons de trajectoires initialement parallèles. La non-linéarité étant instantanée, les interactions entre solitons Kerr sont cohérentes et dépendent de leur déphasage relatif, soit de l'état d'interférence entre les ailes des faisceaux dans leur zone de recouvrement (cf. figure 1.8 page 28)² :

- (a) de manière triviale, lorsque les solitons sont trop éloignés, le recouvrement entre faisceaux est nul. Il n'y a donc pas d'interaction ;
- (b) l'attraction des solitons est due à l'accroissement d'indice provoqué par l'interférence constructive dans la zone de recouvrement des faisceaux lorsqu'ils sont en phase ;
- (c) la répulsion des solitons est due à la diminution d'indice provoquée par l'interférence destructive dans la zone de recouvrement des faisceaux en opposition de phase ;
- (d) pour d'autres déphasages relatifs, le terme de mélange à quatre ondes de la polarisation non linéaire est non nul [cf. équations (2.24) page 55] et provoque un transfert d'énergie d'un soliton vers l'autre (le sens du transfert dépendant du signe du déphasage). Cet effet est maximal pour des faisceaux en quadrature de phase. En même temps, une diminution d'indice dans la zone de recouvrement des faisceaux repousse les solitons. Le déséquilibre énergétique entre les deux solitons engendre une déflexion dissymétrique de chaque faisceau.

¹ S.G. EVANGELIDES *et al.*, **1992** – *Polarization multiplexing with solitons*, J. Lightwave Technol. **10**, 28-35.

² F. REYNAUD & A. BARTHÉLEMY, **1990** – *Optically controlled interaction between two fundamental soliton beams*, Europhys. Lett. **12**, 401-5 ; J.S. AITCHISON *et al.*, **1991** – *Experimental observation of spatial soliton interactions*, Opt. Lett. **16**, 15-7 ; M. SHALABY *et al.*, **1992** – *Experimental observation of spatial soliton interactions with a $\pi/2$ relative phase difference*, Opt. Lett. **17**, 778-80 ; O. COHEN *et al.*, **2002** – *Collisions between optical spatial solitons propagating in opposite directions*, Phys. Rev. Lett. **89**, 133901.

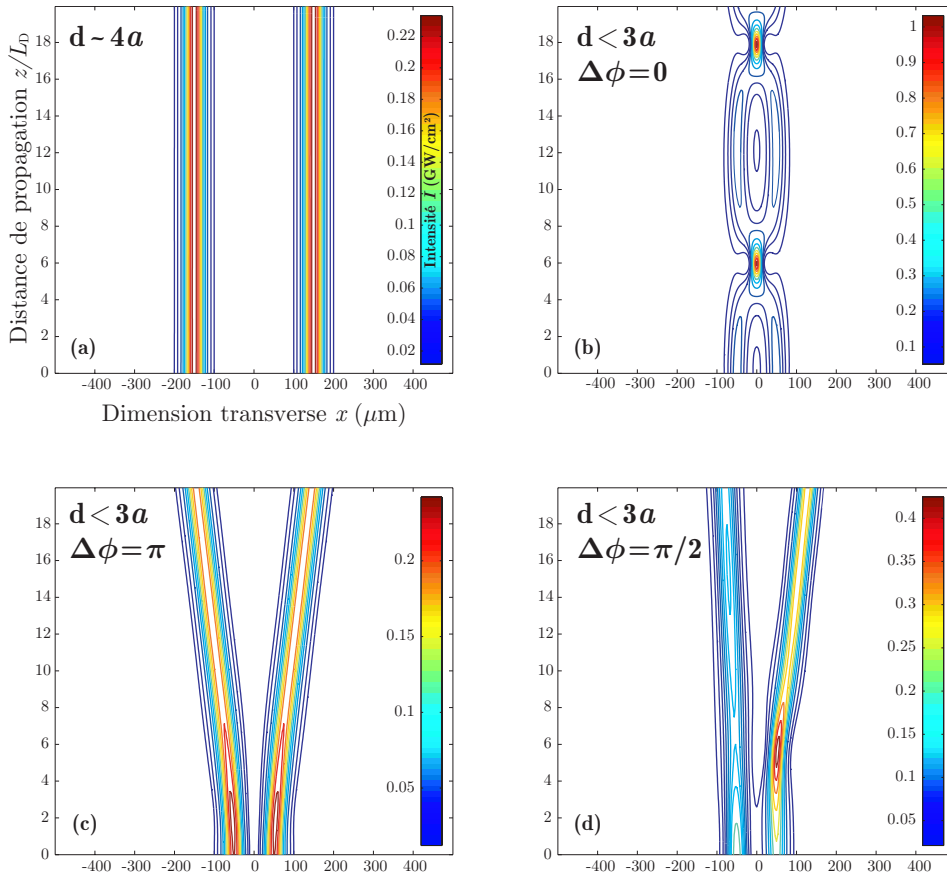


Figure 4.3 Simulation numérique d'interactions entre solitons Kerr scalaires mettant en valeur l'influence du déphasage entre les faisceaux. (a) Séparation entre faisceaux suffisante : pas d'interaction significative ; (b), (c) et (d) Séparation trop faible : interactions entre les faisceaux solitons fonction de leur phase relative. (b) *attraction*, (c) *répulsion*, (d) *échange d'énergie et répulsion*.

Dans le domaine spatial, ces exemples caractéristiques laissent entrevoir les possibilités, brièvement évoquées au chapitre 1, de transport et de manipulation de l'information par et avec des solitons¹. Dans le domaine temporel en revanche, que les interactions soient cohérentes ou non, elles demeurent un des principaux facteurs limitant le débit des systèmes de transmission d'information basés sur les impulsions solitons scalaires².

État lié de solitons scalaires ou soliton vectoriel bimodal

On a vu que les solitons scalaires précédents sont décrits dans le cadre de la seule équation NLS (2.27) et correspondent à l'étude d'un seul mode propre de polarisation du guide plan étudié (soliton rectiligne) ou des deux modes propres si leur amplitude est la même (soliton circulaire). Lorsqu'il faut considérer l'aspect généralement vectoriel du champ électromagnétique, la propagation lumineuse dans un guide plan monomode, transparent et isotrope fait apparaître de nouvelles solutions stationnaires non scalaires qui ne peuvent donc être décrites que par un

¹ S. WABNITZ *et al.*, 1995 – *Control of optical soliton interactions*, Opt. Fiber Technol. **1**, 187-217.

² S. WABNITZ *et al.*, 1995 – *op. cit.* ; J.P. GORDON, 1983 – *Interaction forces among solitons in optical fibers*, Opt. Lett. **8**, 596-8 ; D.R. ANDERSON & M. LISAK, 1985 – *Bandwidth limits due to incoherent soliton interaction in optical-fiber communication systems*, Phys. Rev. A **32**, 2270-274.

système de Schrödinger à deux équations couplées dont nous avons déjà établi au chapitre 2 les expressions [équations (2.24), puis (2.25) et (2.26) en régime permanent]. À partir du changement de variables $(U, V) = \sqrt{2}(E_+, E_-)$, les équations (2.26) s'expriment alors sous la forme

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial z} &= \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + i\gamma[|U|^2 + 7|V|^2]U, \\ \frac{\partial V}{\partial z} &= \frac{i}{2\beta} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + i\gamma[|V|^2 + 7|U|^2]V,\end{aligned}\tag{4.1}$$

où $U(x, z)$ et $V(x, z)$ sont respectivement les enveloppes (amplitudes) des deux composantes de polarisations circulaires gauche et droite du champ électrique, β est le module du vecteur d'onde effectif et γ est le coefficient non linéaire. Le système (4.1) correspond au cas particulier que nous étudions d'un guide CS_2 puisque le coefficient de biréfringence non linéaire vaut $\sigma = 7$ à cause de l'effet Kerr de réorientation moléculaire et de l'utilisation de la même longueur d'onde pour les deux composantes. Comme évoqué au chapitre 2 (page 57), le système de Schrödinger (4.1) est exprimé dans cette base de polarisations afin de mettre à profit le couplage incohérent entre les composantes circulaires de polarisation de la lumière, permettant de rendre compte de l'existence de solitons multimodes. Le système (4.1) admet alors généralement une famille de solutions stationnaires vectorielles¹ composées d'une enveloppe de symétrie paire (p. ex. U) superposée à une enveloppe de symétrie impaire (V). Contrairement aux solitons scalaires, les solutions de cette famille ont la particularité de présenter une distribution non uniforme de l'ellipticité de polarisation le long du profil transverse, avec des axes de l'ellipse de polarisation qui évoluent à vitesse angulaire constante au cours de la propagation². C'est pourquoi, le fait que leur polarisation tourne lors de la propagation justifie leur appellation générale de solitons vectoriels multimodes *elliptiques* et que nous appellerons simplement solitons elliptiques.

Après le soliton elliptique fondamental, le représentant suivant de la famille est celui que nous avons étudié expérimentalement, à savoir le soliton vectoriel bimodal. Une évolution caractéristique est représentée sur la figure 4.4 qui présente une simulation numérique, par la méthode split-step Fourier, de la propagation d'un soliton bimodal dans le guide CS_2 . Notons que la simulation est ici uniquement (1+1)D, c'est-à-dire en régime permanent. Comme on peut le voir, la distribution d'intensité caractéristique à deux lobes du soliton bimodal le rend analogue à un coupleur directionnel (guide à double cœur), ici auto-induit. Les conditions initiales, parfaitement symétriques, autorisent alors la propagation stable d'un état lié (ici, sur $40L_D$). La figure 4.4.a montre quant à elle les enveloppes en amplitude des deux composantes qui donnent naissance à ce soliton composite. Dans la base des polarisations circulaires, les enveloppes sont évidemment U et V et on remarque la symétrie et l'anti-symétrie

¹ M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1994b** – *op. cit.*

² M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1994a** – *op. cit.*

correspondantes. Dans la base des polarisations linéaires, les enveloppes E_x et E_y montrent deux solitons identiques de polarisations croisées, mais décalés transversalement (c'est-à-dire en x). Ils ont la particularité d'être déphasés de $\pi/2$.

De fait, le soliton bimodal peut être interprété en tant qu'état lié de solitons scalaires, concept qu'il est aisé d'expliquer à partir des composantes de champ. Avec la représentation (E_x, E_y) , l'état lié correspond à la propagation de deux solitons de polarisations rectilignes orthogonales et en quadrature de phase, tandis qu'avec la représentation (U, V) , il correspond à la propagation simultanée de deux paires de solitons scalaires, une paire circulaire gauche et l'autre circulaire droite. Dans ce dernier cas, on comprend intuitivement comment la superposition des deux enveloppes permet une propagation invariante sous forme d'un soliton bimodal. En effet, U et V constituent respectivement une paire de solitons scalaires en phase et une paire de solitons scalaires en opposition de phase. Ainsi, pour une certaine puissance relative, le soliton bimodal résulte de la compensation par CPM des interactions cohérentes, respectivement attractive et répulsive, qui ont lieu pour chaque paire de solitons. Une telle possibilité d'annuler les interactions cohérentes en utilisant les solitons vectoriels est à l'origine de la motivation première de leur étude puisqu'il était alors envisageable d'augmenter significativement les débits de transmission d'information sur fibres optiques *via* des impulsions solitons proches¹.

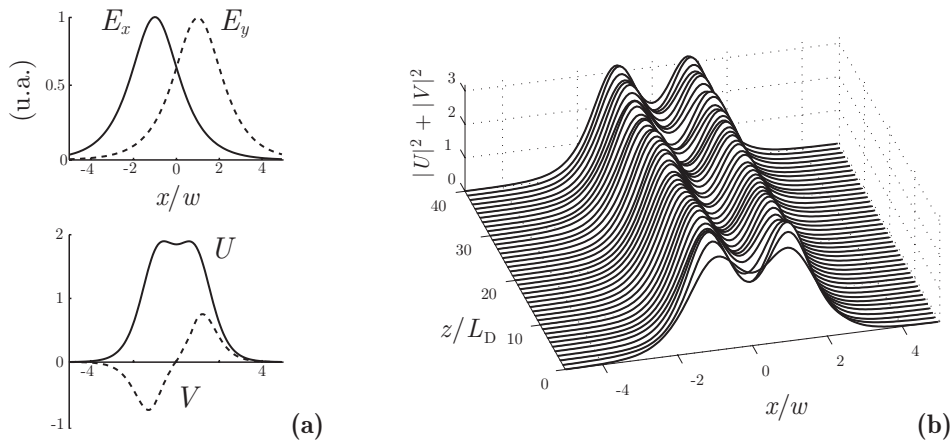


Figure 4.4 (a) Enveloppes des deux composantes du soliton bimodal dipolaire en polarisations linéaires (E_x et E_y) et en polarisations circulaires (U symétrique et V anti-symétrique).
 (b) Simulation numérique de la propagation de l'état lié sur $40L_D$.
 [$\beta \simeq 1,93 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ et $\gamma \simeq 4,13 \times 10^{-11} \text{ m/W}$.]

Finalement, il est à noter que l'étude analytique montre que la forme des enveloppes et la vitesse de rotation de polarisation du soliton bimodal sont dépendantes de l'écartement entre solitons et que, de plus, la détermination des enveloppes des champs montre que les profils ne

¹M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, 1993 – *op. cit.*

sont pas de simples *sécantes hyperboliques*, bien qu'ils en soient proches¹. Ceci justifie néanmoins qu'on puisse, du point de vue expérimental, approcher la solution exacte par une superposition d'enveloppes convenablement mises en forme sans pour autant être exactement identiques au profil calculé. On a en effet vu au §2.2.3 (pages 62 à 65) que le phénomène de remise en forme dynamique doit permettre de faire évoluer naturellement le faisceau composite initial vers le soliton bimodal, pourvu que les puissances relatives soient convenables.

4.2.2 Brisure de symétrie

De la même manière que le coupleur directionnel non linéaire est instable par brisure de symétrie² (instabilité du mode rapide), on s'attend à ce que ce soit aussi le cas pour le soliton vectoriel bimodal. Avant les travaux analytiques de Kockaert et Haelterman³, cette instabilité n'avait été révélée que numériquement⁴.

Le soliton elliptique fondamental est le seul membre de la famille dont l'appellation de soliton se justifie réellement, étant donnée sa stabilité propre mais aussi sa robustesse face à une collision. Les équations (4.1) sont en effet, à cette exception près, généralement non intégrables. Les solutions d'ordres supérieurs sont en ce sens des ondes solitaires. La stabilité des autres membres de la famille n'est en fait assurée que pour le seul système intégrable dit *de Manakov*⁵ pour lequel il n'y pas de biréfringence non linéaire⁶ ($\sigma = 1$, soit $1 - B = 1$, cf. §2.1.2 p.50). Cette situation explique pourquoi, à ce jour, la grande majorité des études expérimentales sur les solitons spatiaux multimodes ont été réalisées dans les milieux photoréfractifs⁷.

Lorsque la CPM est plus forte que la SPM cependant, une instabilité de type *brisure de symétrie* empêche la propagation stable des solitons multimodes en milieu de Kerr isotrope. L'analyse de stabilité des solutions stationnaires montre en effet que des perturbations $(\varepsilon_U, \varepsilon_V)$ dont la symétrie est opposée à celle d'un état lié (U_0, V_0) peuvent être amplifiées et provoquer une brisure de symétrie déstabilisant de manière irréversible le soliton⁸. L'explication intuitive de ce comportement est représentée sur la figure 4.5 pour un couple de perturbations menant à

¹ M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, **1993** – *op. cit.* ; P. KOCKAERT, **2001** – *op. cit.*

² S. TRILLO *et al.*, **1988** – *Soliton switching in fiber nonlinear directional couplers*, Opt. Lett. **13**, 672-4 ; N.N. AKHMEDIEV & A. ANKIEWICZ, **1993** – *Novel soliton states and bifurcation phenomena in nonlinear fiber couplers*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2395-8.

³ P. KOCKAERT & M. HAELTERMAN, **1999** – *op. cit.*

⁴ Y. SILBERBERG & Y. BARAD, **1995** – *op. cit.*

⁵ S.V. MANAKOV, **1974** – *On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves*, Sov. Phys. JETP **38**, 248-53.

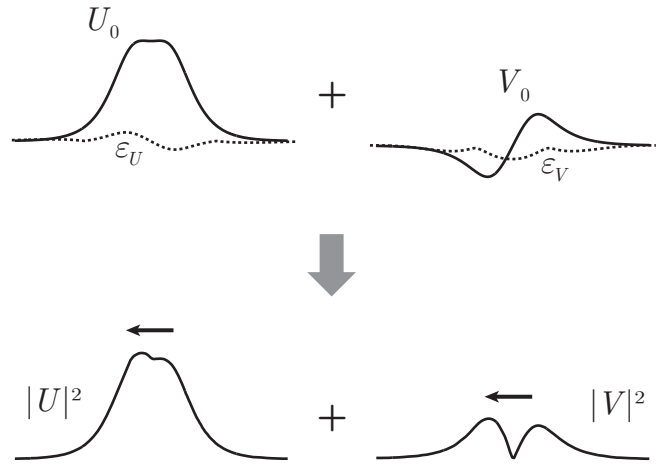
⁶ La démonstration expérimentale du soliton spatial dit *de Manakov* a été réalisée par Kang *et al.* dans un guide plan AlGaAs et à partir de la superposition de deux champs de polarisations *rectilignes* suivant les axes propres du guide (TE et TM). En effet, pour une longueur d'onde ($\lambda_0 \approx 1,55 \mu\text{m}$) dont l'énergie est proche de la moitié de l'énergie de gap, $\sigma \approx 1$. Cependant, afin de s'affranchir de l'influence du mélange à quatre ondes, les faisceaux étaient rendus incohérents temporellement. [J.U. KANG *et al.*, **1996** – *Observation of Manakov spatial solitons in AlGaAs planar waveguides*, Phys. Rev. Lett. **76**, 3699-702 ; J.U. KANG *et al.*, **1996** – *Manakov spatial solitons*, Opt. Photon. News **7**, 30.]

⁷ La non-localité temporelle intrinsèque de la non-linéarité PR permet en effet de rendre aisément deux faisceaux issus de la même source laser mutuellement incohérents. Dès lors, en utilisant des composantes de polarisations simplement rectilignes et parallèles, la propagation des deux faisceaux est décrite par un système identique à (4.1) avec $\sigma = 1$ et un potentiel non linéaire saturant. [M. MITCHELL *et al.*, **1998** – *op. cit.* ; E.A. OSTROVSKAYA *et al.*, **1999** – *op. cit.* ; P. KOCKAERT & M. HAELTERMAN, **1999** – *op. cit.*]

⁸ P. KOCKAERT & M. HAELTERMAN, **1999** – *op. cit.* ; P. KOCKAERT, **2001** – *op. cit.*

l'instabilité. Dans ce cas, leur symétrie, opposée à celle de l'état lié, et leur signe introduisent sur le profil d'intensité total de chaque composante une asymétrie du même côté. Ainsi, pour la composante $|U|^2$ par exemple, un déséquilibre d'indice lui correspond par effet Kerr et un flux d'énergie a lieu, vers la gauche en l'occurrence. Cet effet de la SPM ne peut être compensé par intermodulation de phase avec la composante $|V|^2$ puisque l'asymétrie y est du même côté ce qui, au contraire, favorise le flux d'énergie.

Figure 4.5 Origine de la brisure de symétrie d'un état lié (U_0, V_0) par une perturbation $(\varepsilon_U, \varepsilon_V)$. Une telle perturbation (haut) provoque une asymétrie (ici, vers la gauche) du profil d'intensité total de chaque composante du même côté (bas). L'accroissement d'indice correspondant provoque un flux de l'énergie de chaque composante dans le même sens.



L'évolution de cette instabilité est illustrée numériquement par la figure 4.6.a suivante, avec les paramètres du soliton bimodal que nous étudions (figure 4.4). Celui-ci est simplement perturbé par une asymétrie correspondant à un écart de puissance de 0,1% entre les solitons en polarisations linéaires (E_x et E_y). On constate clairement l'effet de la brisure de symétrie qui détruit brusquement le soliton au voisinage de $15L_D$ (figure 4.6.a). En réalité, la distribution d'intensité dans chaque mode du soliton bimodal évolue vers une distribution stable, de symétrie paire à un seul maximum : le soliton elliptique fondamental¹. La propagation de ce soliton ne se fait plus colinéairement à l'axe optique mais est caractérisée par un angle de déflexion appelé angle de fuite. La figure 4.6.b illustre le comportement de l'instabilité lorsque l'amplitude de la perturbation initiale varie tout en restant localisée au départ toujours sur la gauche du soliton bimodal². La dissymétrie provoque une oscillation des maxima (+) de l'état lié jusqu'à l'apparition soudaine de la brisure de symétrie qui a lieu sur un maximum d'oscillation. Cette oscillation est indépendante de l'amplitude de la perturbation de départ. Elle traduit néanmoins l'amplification de la perturbation qui provoque une respiration périodique de l'état lié (succession d'attractions et de répulsions) au cours de la propagation avant la brusque destruction du soliton bimode. On remarque que la brisure de symétrie dépend de l'amplitude de la perturbation, en particulier sa distance d'apparition et l'angle de fuite du soliton elliptique. En revanche, le sens de la brisure, aléatoire, ne dépend pas de celui de l'asymétrie initiale

¹ M. HAELTERMAN & A.P. SHEPPARD, 1994a – *op. cit.* ; P. KOCKAERT, 2001 – *op. cit.*

² B. VANDERLINDEN, 2001 – *Etude de la brisure de symétrie de l'état lié de solitons optiques spatiaux dans un guide d'onde plan*, Travail de fin d'études (Université libre de Bruxelles).

puisque celle-ci est toujours du même côté. La figure 4.6.b montre donc que la localisation de la brisure de symétrie ainsi que l'angle de fuite seront en pratique difficilement contrôlables expérimentalement. En effet, les dissymétries introduites le seront à partir du bruit du laser Nd:YAG utilisé expérimentalement. On verra que les variations introduites par le laser sont bien plus importantes que celles utilisées numériquement pour caractériser la brisure, ce qui expliquera son observation sur une courte distance de propagation ($L \approx L_D$) ainsi que son caractère aléatoire.

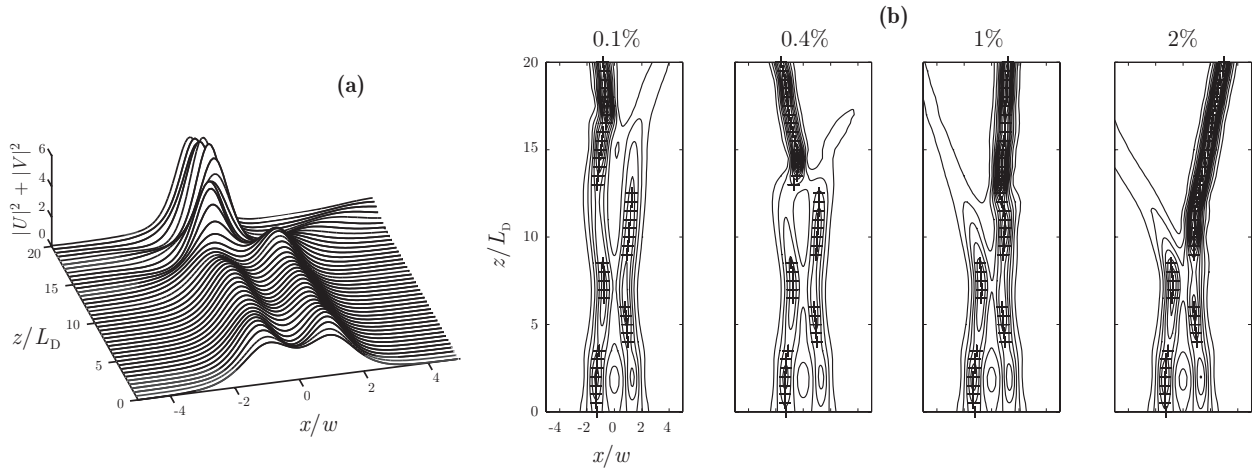


Figure 4.6 Simulation numérique de l'évolution de l'état lié précédemment faiblement perturbé par une dissymétrie initiale d'intensité. (a) L'évolution mène à la formation d'un soliton elliptique fondamental après brisure de symétrie brutale au bout de $15L_D$. (b) Brisure de symétrie pour différentes amplitudes de dissymétrie au départ, toujours sur la gauche. Les symboles + matérialisent les maxima d'intensité.

Notons que l'instabilité dépend toujours de la distance entre les solitons constituant l'état lié. Elle disparaît dans les cas limites de deux solitons scalaires E_x et E_y infiniment séparés ou de deux solitons se recouvrant complètement (soliton circulaire). Enfin, en simulation SFM, la brisure de symétrie peut naître spontanément *via* le bruit numérique.

4.3 OBSERVATION EXPÉRIMENTALE DE LA BRISURE DE SYMÉTRIE DU SOLITON VECTORIEL BIMODAL

4.3.1 Considérations expérimentales

Mise à part la nécessité d'une configuration unidimensionnelle transverse afin d'éviter toute autofocalisation catastrophique, la principale hypothèse théorique à l'existence des solitons multimodes en milieu de Kerr repose sur l'isotropie en l'absence de non-linéarité, de façon à assurer un couplage incohérent entre les composantes de polarisations circulaires (modes) de la lumière. En pratique, avec l'utilisation d'un guide plan, la biréfringence modale doit donc pouvoir être négligeable face à la variation non linéaire d'indice induite par effet Kerr optique. On a vu (cf. §3.2.1, p.116) que tel était le cas pour notre guide CS_2 de $10 \mu\text{m}$ d'épaisseur. La

biréfringence est alors $\Delta n \simeq 9 \times 10^{-7}$, soit une longueur de battement $L_B \simeq 61$ cm. Dans l'expérience présentée, on estime l'intensité maximale atteinte de l'ordre de 400 MW/cm^2 , soit une variation non linéaire d'indice auto-induite $\Delta n_{\text{NL}} \sim 10^{-5}$. Pour cette raison, l'épaisseur de guide ne doit pas être trop faible. En effet, pour $2h = 4 \mu\text{m}$ par exemple, la biréfringence entre les modes propres dégénérés TE_0 et TM_0 vaudrait alors $\Delta n \simeq 10^{-5}$, soit $L_B \simeq 5$ cm, et deviendrait comparable à la variation non linéaire d'indice. L'hypothèse d'isotropie ne serait alors plus valable. Dans les expériences, on a donc pris garde d'avoir une épaisseur de guide au moins égale à la valeur typique de $10 \mu\text{m}$. On fait remarquer que ces valeurs d'intensités nous permettent de négliger l'influence de la diffusion stimulée Rayleigh d'ailes pour les tailles de faisceaux que nous utiliserons (typiquement $70 \mu\text{m}$). De plus, contrairement au processus d'instabilité de modulation, nous négligeons l'influence du temps de relaxation sur la dynamique temporelle, à travers la SPM, du soliton spatial (§2.2.4, p.68).

D'après la figure 4.4.a, l'observation d'un état lié nécessite la superposition de deux enveloppes U et V ou, de manière équivalente, E_x et E_y . *A priori*, il semble plus évident d'utiliser des composantes de polarisations linéaires. Il suffirait en effet de générer en entrée de guide deux profils quasi-solitons identiques, légèrement décalés spatialement et de trajectoires parallèles. Bien que cette configuration soit aisément réalisable, une difficulté pratique subsisterait tout de même. Il doit en effet y avoir une relation de phase stricte entre les faisceaux (quadrature de phase). Pour cette raison, l'expérience utilisera plutôt les composantes de polarisations circulaires (U et V) puisqu'on a vu que celles-ci interagissent alors théoriquement de manière parfaitement incohérente en milieu de Kerr isotrope. Ainsi, la phase relative n'aura qu'une importance secondaire dont nous discuterons rapidement au §4.3.3. Il est alors nécessaire de mettre en forme convenablement U et V de façon à obtenir l'équivalent des deux paires de solitons scalaires discutées précédemment (§4.2.1).

4.3.2 Montage expérimental

Le montage expérimental que nous avons réalisé utilise toujours la même source laser et le même guide plan isotrope de CS_2 (figure 4.7). Outre la source Nd:YAG et le dispositif de filtrage spatial du faisceau, il comprend principalement un interféromètre de type Michelson, employé pour la mise en forme des enveloppes U et V , et des combinaisons sphéro-cylindriques de lentilles pour l'injection dans le guide. Les dispositifs de contrôle de l'énergie du faisceau laser (combinaison lame demi-onde/polariseur de Glan) et de filtrage spatial étant ceux des expériences d'instabilité de modulation, nous n'y revenons pas (cf. chapitre 3). Disons juste que le faisceau est collimaté (diamètre $2a \sim 3 \text{ mm}$) et polarisé rectilignement avant l'entrée dans l'interféromètre.

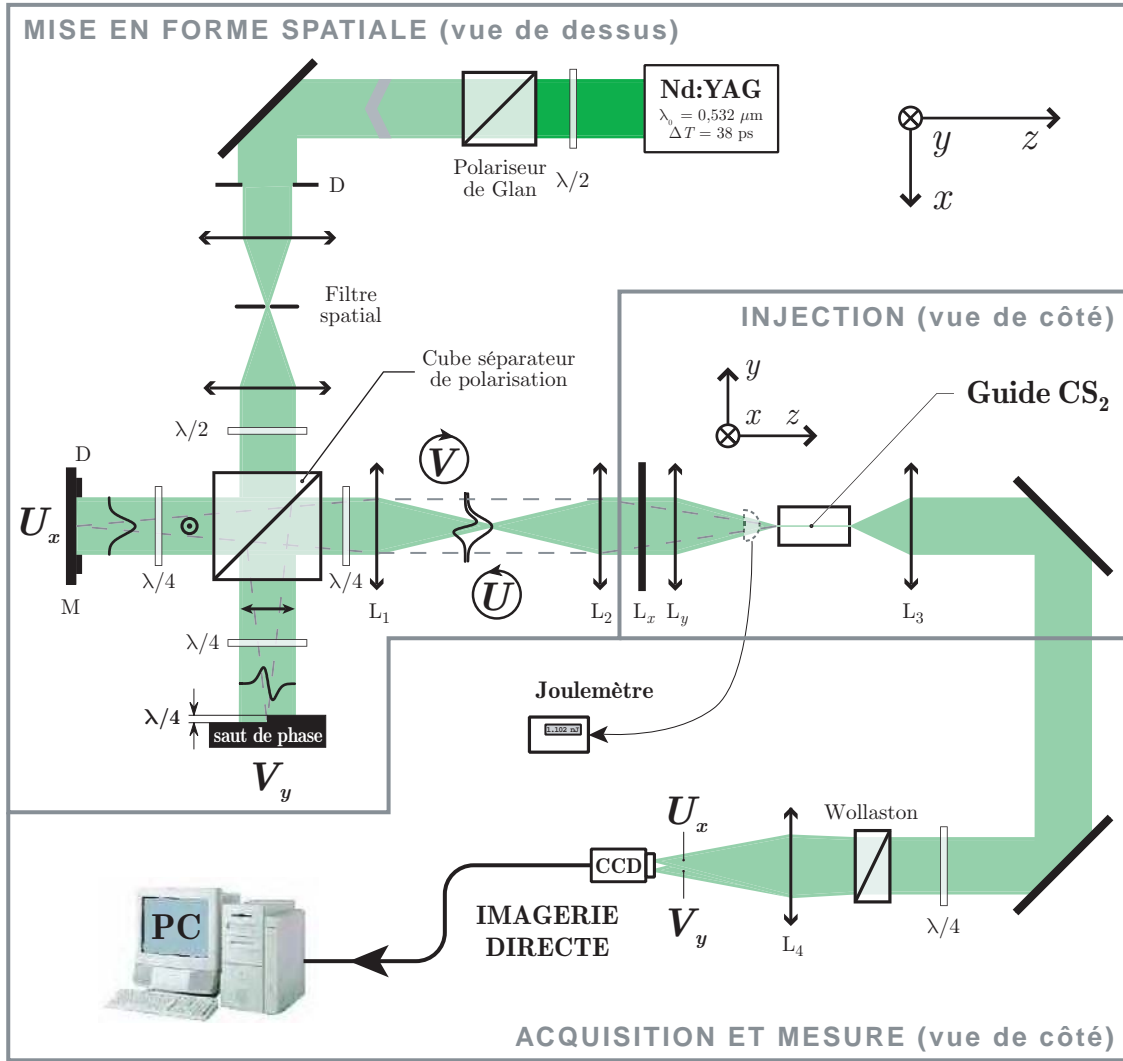


Figure 4.7 Montage expérimental d'observation du soliton vectoriel bimodal et de son instabilité de brisure de symétrie en milieu de Kerr isotrope.

La mise en forme des enveloppes U (symétrique) et V (anti-symétrique) est réalisée par l'interféromètre de Michelson. Sa lame séparatrice/compensatrice est un cube séparateur de polarisation. Ainsi, le faisceau incident est séparé en deux composantes U_x et V_y de polarisations rectilignes orthogonales qui définissent le sens de rotation (gauche et droit) des futures composantes circulaires U et V . À l'entrée de l'interféromètre, une lame demi-onde permet de contrôler la répartition d'énergie dans chaque bras. Afin d'assurer la transmission lumineuse en sortie, après chaque réflexion sur les miroirs, une lame quart-d'onde est disposée dans chaque bras de l'interféromètre. Un miroir à saut de phase, réalisé par usinage ionique sur substrat de silicium, est placé dans un bras afin d'introduire le saut de phase de π requis pour l'enveloppe de symétrie impaire V . Un diaphragme sur l'autre miroir permet l'ajustement fin de la taille de l'enveloppe symétrique requise pour U . On s'assurera ainsi d'un recouvrement adéquat des faisceaux dans le plan d'injection du guide plan. Enfin, en sortie d'interféromètre, une lame quart-d'onde réalise la conversion en polarisations circulaires gauche et droite des deux composantes rectilignes orthogonales U_x et U_y mises en forme.

Le diaphragme D et le miroir à saut de phase constituent des objets diffractants pour nos faisceaux. Afin de nous affranchir de cette diffraction parasite due au trajet lumineux entre les miroirs et l'entrée de guide, une combinaison de deux lentilles L_1 et L_2 , de même distance focale $f = 200$ mm, est utilisée en disposition $4f$. On limite ainsi la diffraction en imageant les miroirs de l'interféromètre dans un plan situé à environ 200 mm après L_2 et définissant le plan d'injection dans le guide. Ensuite, l'injection est réalisée au moyen de deux lentilles cylindriques croisées L_x et L_y de distances focales respectives 150 mm et 75 mm. L_x confère au futur soliton la taille voulue suivant x tandis que L_y assure la sous-injection dans la dimension y du guide plan (§3.2.1, p.112). Le choix de la focale de L_x permet, si on le souhaite, de faire varier la taille des faisceaux solitons sans modifier le taux de couplage dans le guide, déterminé par L_y . Les lentilles sont placées de façon à focaliser les faisceaux dans le plan focal image du dispositif $4f$ précédent. Ainsi, L_x et L_y sont respectivement disposées à environ 50 mm et 125 mm derrière L_2 de façon à ce que la focalisation se fasse dans le même plan longitudinal suivant x et y .

L'imagerie en sortie est toujours réalisée au moyen d'une combinaison de deux lentilles L_3 et L_4 disposées en montage afocal et d'une caméra CCD monocoup. La sortie de guide est généralement au foyer objet de L_3 tandis que la caméra est située dans le plan focal image de L_4 . Afin de confirmer le guidage mutuel des composantes et par là même la propagation bimodale invariante, une combinaison lame quart-d'onde/biprisme de Wollaston, d'orientations adéquates, permet de linéariser les polarisations des composantes U et V et de les séparer angulairement, avant de les imager.

À partir du montage précédent et en ajustant les différents paramètres, nous avons pu nous placer dans les conditions d'observations de l'état lié de solitons et de son instabilité de brisure de symétrie en milieu de Kerr isotrope.

4.3.3 Observation de l'état lié de solitons

Même si la phase relative entre les deux composantes U et V ne joue pas de rôle important dans l'interaction, son influence est de définir l'orientation du repère des polarisations linéaires dans lequel les composantes orthogonales E_x et E_y sont réelles. Il est donc judicieux de se placer dans une configuration pour laquelle les composantes de polarisations linéaires sont alignées avec les axes propres du guide.

Pour notre montage, où ces axes sont considérés confondus avec les polarisations de U_x et V_y , cela revient à imposer un déphasage nul entre composantes. Pour ce faire, l'interféromètre est réglé approximativement au voisinage du contact optique au moyen d'un laser sonde He:Ne, de manière à assurer le recouvrement spatial et temporel des impulsions (dont la longueur est de ~ 11 mm). Néanmoins, un déplacement d'un des miroirs de $\lambda/2 = 266$ nm suffit à déphaser les composantes de 2π . Dans notre montage, pour lequel les vibrations parasites ne sont pas contrôlables, de telles amplitudes sont donc inévitables. C'est pourquoi l'optimisation du contact optique, et donc du déphasage entre composantes, est ensuite ajusté par un autre biais. En

l'absence du guide plan et de la lame quart-d'onde devant le biprisme de Wollaston et pour ce dernier orienté suivant les axes propres du guide, l'image obtenue à la caméra CCD, lorsque le déphasage entre les composantes U et V est nul, correspond à l'intensité pour les composantes de polarisations linéaires E_x et E_y . Le réglage consiste donc à faire se recouvrir le moins possible les profils obtenus pour correspondre à la situation souhaitée d'une interaction entre deux solitons scalaires (figure 4.4.a) dont les polarisations, rectilignes et orthogonales, sont suivant les axes propres du guide plan. La figure 4.8 illustre les images et profils d'intensité du faisceau dans le plan d'injection du guide CS_2 après un tel réglage. L'image et le profil d'intensité total $|U|^2 + |V|^2$ correspondant reflètent de manière satisfaisante la distribution à deux bosses, caractéristique du soliton bimodal dipolaire. Dans un premier temps, la séparation des composantes de polarisations circulaires, en présence de la lame quart-d'onde devant le biprisme de Wollaston (figure 4.8.a), permet de juger de la qualité de la mise en forme des enveloppes U et V . Le faisceau U est quasiment gaussien (quelques anneaux de diffraction parasites dus au diaphragme D subsistent sur les ailes) et de largeur à mi-hauteur $2a \approx 64 \mu\text{m}$. Concernant le faisceau V , la présence d'un minimum nul (nœud) confirme l'anti-symétrie en amplitude introduite par le saut de phase de π . La séparation entre les lobes de V est de $\approx 45 \mu\text{m}$. Nous verrons que ces dimensions de faisceaux sont optimales à l'observation conjointe d'un état lié et de sa brisure de symétrie. Ensuite, dans la base des polarisations linéaires, en absence de la lame quart-d'onde (figure 4.8.b), on confirme cette fois la bonne séparation des deux enveloppes $|E_x|^2$ et $|E_y|^2$ (une légère asymétrie subsiste néanmoins pour chaque profil et s'explique par l'enveloppe gaussienne de U qui n'est pas le profil théorique requis, cf. figure 4.4.a). Les profils permettent d'estimer une largeur d'environ $30 \mu\text{m}$ (FWHM) pour chaque enveloppe avec une séparation de $40 \mu\text{m}$ entre les deux maxima. À cause des vibrations environnantes cependant, l'observation de la figure 4.8.b n'est pas possible pour tous les tirs laser bien que ce soit le cas en grande majorité.

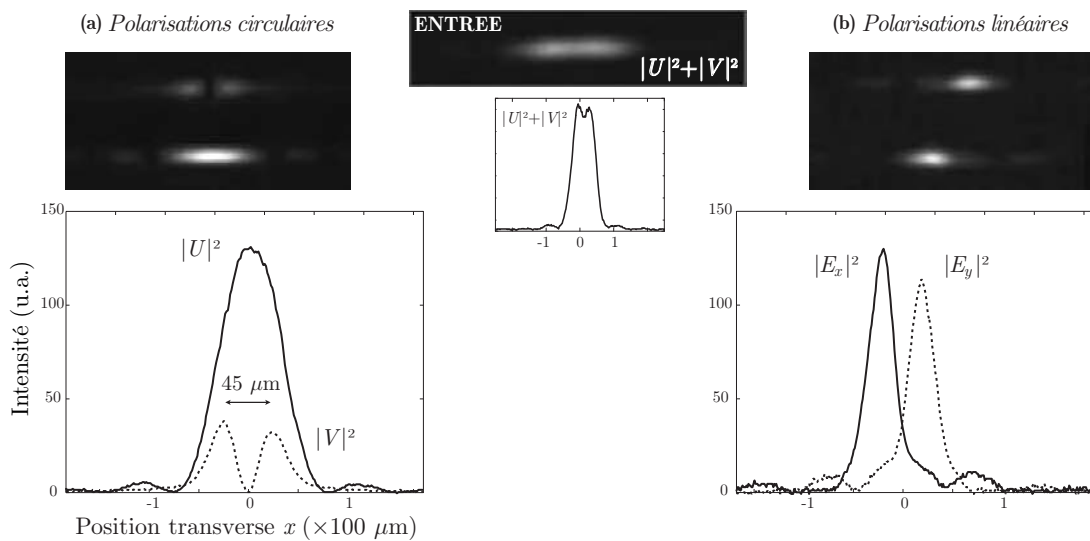


Figure 4.8 Profils et images typiques du faisceau en entrée de guide. (a) Composantes de polarisation circulaires U et V . (b) Composantes de polarisation linéaires E_x et E_y correspondantes, obtenues sans la lame quart-d'onde devant le biprisme de Wollaston. L'encart montre le profil d'intensité total.

Compte tenu des différents éléments du montage, la mise en forme des faisceaux, particulièrement le positionnement du saut de phase, s'avère ardue. Ainsi, une fois l'étape de mise en forme réglée, une asymétrie permanente existe sur le faisceau V et, par là même, sur le faisceau total. Cette asymétrie (ici, à gauche) est visible à la fois sur le profil de V (figure 4.8.a) et sur le profil total (encart). Nous verrons que, conformément aux attentes théoriques, ce sens privilégié dans le déséquilibre ne détermine pas le sens de la brisure de symétrie. Nous attribuons la dissymétrie d'intensité maximale entre les enveloppes $|E_x|^2$ et $|E_y|^2$ à plusieurs facteurs cumulés : d'une part, à la symétrie imparfaite de la composante de l'enveloppe de V et d'autre part, à l'utilisation de deux miroirs de renvoi sur le parcours lumineux depuis la sortie de guide (figure 4.7), responsables d'une dépolarisation des faisceaux. Néanmoins, le fait que les polarisations des composantes U et V deviennent légèrement elliptiques après le guide CS_2 n'a que peu d'importance en pratique, puisque l'acquisition est réalisée sur les composantes rectilignes orthogonales qui demeurent convenablement séparées par l'association lame quart-d'onde/biprisme de Wollaston. Une légère dépolarisation par les miroirs de renvoi a cependant comme conséquence de biaiser la répartition d'énergie des composantes U et V en sortie de guide. Une éventuelle dépolarisation n'ayant pas d'influence sur la symétrie du système, nous la négligeons par la suite car nous nous attacherons surtout à montrer qualitativement la brisure de symétrie du soliton bimodal.

Une fois les divers réglages de mise en forme réalisés, le faisceau est injecté dans le guide plan CS_2 . En augmentant la puissance injectée, ce faisceau composite va se propager d'abord en régime linéaire puis, à suffisamment forte puissance, en régime solitonique pour lequel la diffraction sera compensée par l'autofocalisation. Ce régime fera apparaître, en fonction des tirs laser, l'état lié de solitons (ou soliton bimodal) ou son instabilité par brisure de symétrie. Nous faisons remarquer que nous avons choisi, au regard des simulations numériques, une répartition de puissance P_U et P_V de chaque composante dans un rapport d'environ 3/1. La figure 4.9 montre le comportement en régime linéaire (c'est-à-dire à basse puissance) du faisceau précédent (figure 4.9.a) après propagation dans le guide plan CS_2 de longueur 3 cm (figure 4.9.b). Les images et les encarts montrent la répartition d'intensité totale et le profil correspondant. On remarque que le profil total est bien la superposition incohérente (c'est-à-dire en intensité) des profils séparés, que ce soit en entrée ou en sortie de guide. En examinant les enveloppes des composantes de polarisations circulaires séparément, on constate que les deux faisceaux diffractent significativement. On peut mesurer que la taille de l'enveloppe U a en effet augmenté de $64 \mu\text{m}$ à $87 \mu\text{m}$. Cette valeur s'accorde avec l'étalement d'un faisceau gaussien sur environ une longueur de diffraction ($64\sqrt{2} \simeq 91$). Pour les paramètres de notre expérience, la longueur de diffraction de l'enveloppe U vaut en effet $L_D = \beta w^2 \simeq 9.1 \times n_0 a^2 / \lambda_0 \approx 2,8 \text{ cm}$, où $n_0 = 1,63$, $\lambda_0 = 0,532 \mu\text{m}$ et $2a = 64 \mu\text{m}$ [d'après le changement de variable (2.30), page 58]. Enfin, les profils permettent de juger de la bonne colinéarité des faisceaux entre eux.

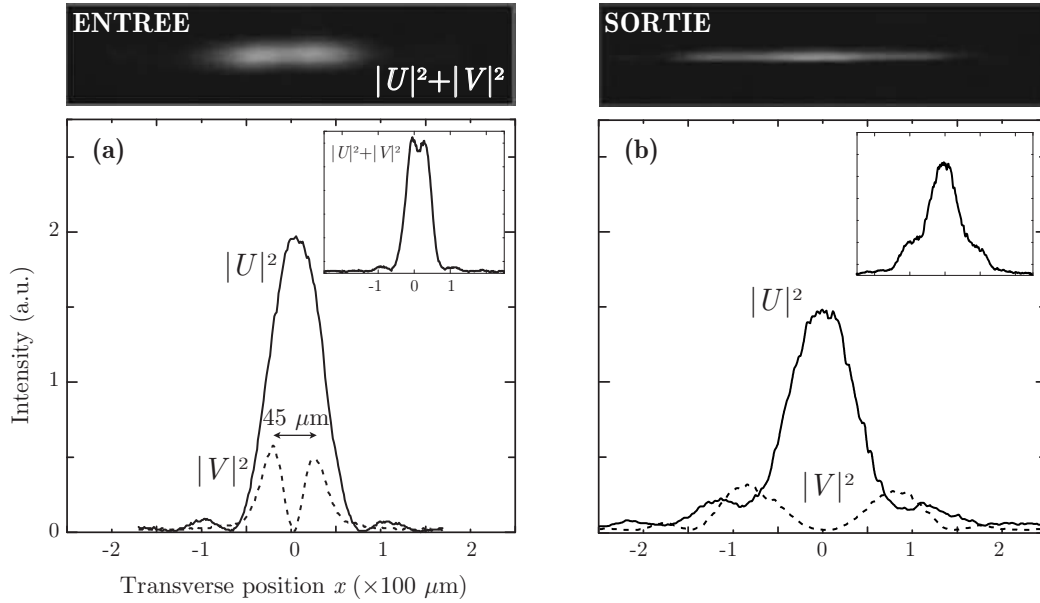


Figure 4.9 (a) Profils en intensité et à l'entrée du guide plan des deux composantes, polarisées circulairement, du soliton bimodal. En encart, le profil d'intensité total correspondant à l'image. (b) Diffraction en sortie de guide en régime linéaire. L'encart montre le profil d'intensité total qui est la superposition incohérente des deux champs U et V .

En passant en régime de propagation non linéaire, les faisceaux se trouvent de plus en plus confinés mutuellement au fur et à mesure que l'effet Kerr devient important jusqu'à atteindre le régime de propagation solitonique lorsque la diffraction est compensée par la non-linéarité. Pour les dimensions spatiales des faisceaux et l'épaisseur de guide utilisées, ce régime est atteint à des puissances dans chaque composante que nous avons estimées à $P_V = 1 \pm 0,1$ kW et $P_U = 3 \pm 0,3$ kW $\approx 3P_V$. Les caractéristiques spatiales du faisceau, obtenues en sortie de guide, sont représentées sur la figure 4.10. La superposition des profils d'intensité totale en entrée et sortie de guide (figure 4.10.a) montre bien la compensation de la diffraction. Néanmoins, lorsque l'on bloque le faisceau U , on constate la diffraction du faisceau V se propageant seul car il ne profite plus du guidage que lui procurait l'intermodulation de phase avec U . En effet, en séparant les composantes U et V (figure 4.10.b avec en encart le profil total sans séparation), on confirme bien que la propagation solitonique résulte d'un guidage mutuel : le faisceau V est cette fois invariant (le saut de phase est conservé sur les 3 cm) et le faisceau U ne diffracte plus non plus ($2a \sim 70$ μm) mais présente une distribution d'intensité à deux lobes. Le faisceau utilisé pour U est en effet une enveloppe gaussienne au départ et non le profil à deux lobes requis théoriquement. Comme pour les solitons scalaires (§2.2.3, p.62), l'observation expérimentale confirme la remise en forme du faisceau U qui a évolué rapidement vers le profil exact à deux bosses, ce que montre aussi la simulation numérique¹. Ces deux propriétés de propagation invariante et de remise en forme dynamique, nous permettent de confirmer que la propagation du faisceau composite étudié ici correspond à la première observation expérimentale de l'état lié

¹ B. VANDERLINDEN, 2001 – *op. cit.*

de solitons attendu, autrement dit du faisceau soliton vectoriel bimodal dipolaire en milieu de Kerr isotrope.

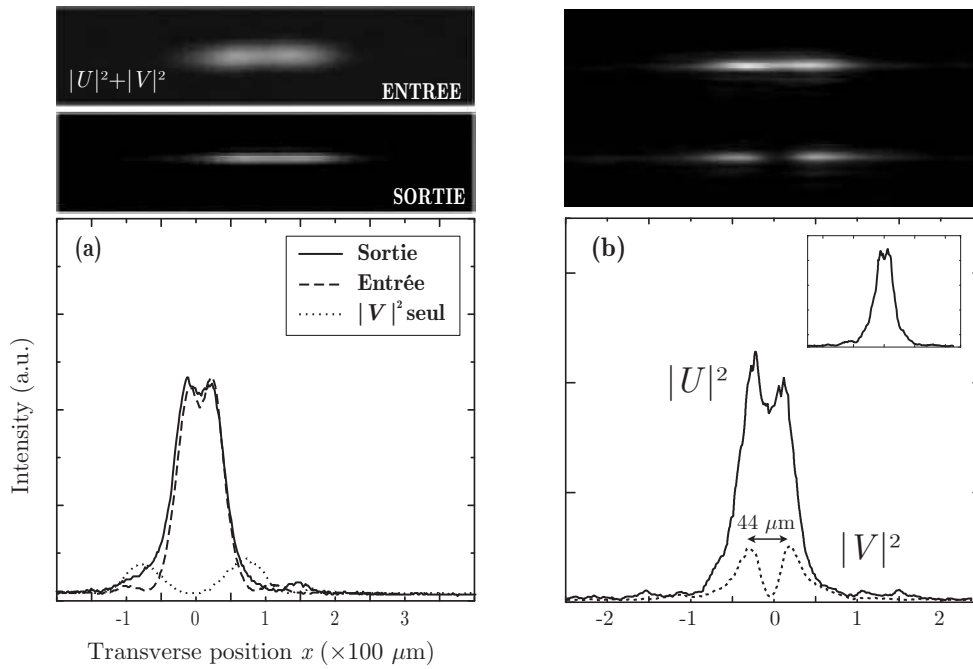


Figure 4.10 Observation de l'état lié de solitons en régime non linéaire de propagation ($P_U \sim 3 \text{ kW}$, $P_V \sim 1 \text{ kW}$) : soliton vectoriel bimodal. (a) Profil d'intensité totale comparé au profil d'entrée. En l'absence de la composante U , le faisceau V n'est pas guidé selon x et diffracte. (b) La séparation des deux composantes de polarisations circulaires montre le piégeage réciproque (V est bien guidé par U et inversement) et la remise en forme de U .

Cependant, sans changer les conditions initiales (c'est-à-dire sans toucher au montage !), l'observation précédente n'a concerné qu'un nombre limité de tirs laser. À partir d'un comptage réalisé sur 100 événements (tirs), on a en effet dénombré seulement 38% de situations symétriques que nous attribuons à la propagation stable du soliton bimodal sur la longueur de guide considérée ($\approx 1,1L_D$).

4.3.4 Observation de la brisure de symétrie

Pour les 62% de tirs restants, on attribue le comportement observé, fortement dissymétrique, à l'instabilité de brisure de symétrie du soliton précédent qui est provoquée par les fluctuations de bruit du laser. La figure 4.11 représente la brisure de symétrie observée pour quelques-uns de ces tirs et toujours en séparant (figure 4.11.b) ou non (figure 4.11.a) les composantes de polarisations circulaires. Les images totales montrent bien que la distribution à deux lobes est perdue pour laisser place à une distribution à un lobe décalée spatialement, et aléatoirement d'un tir laser au suivant, soit sur la gauche soit sur la droite de l'axe optique du montage expérimental. On constate sans ambiguïté que le profil symétrique d'intensité totale (c'est-à-dire l'état lié, superposition de l'enveloppe de symétrie paire U et celle de symétrie impaire V)

observé pour 38% des tirs laser est cette fois fortement dissymétrique (figure 4.11.a), signe d'un confinement d'énergie sur un seul côté du soliton bimodal. D'ailleurs, ce confinement est encore plus marqué sur le profil d'intensité totale en encart des profils séparés (figure 4.11.b). La séparation des composantes de polarisations montre que ce comportement est bien dû à un transfert d'énergie ayant lieu pour chaque mode du soliton bimodal. L'énergie bascule d'un cœur vers l'autre du guide à double cœur induit par le soliton et demeure confinée dans une distribution à un seul maximum, résultant ici d'une brisure de symétrie gauche sur la figure 4.11.a et droite sur la figure 4.11.b.

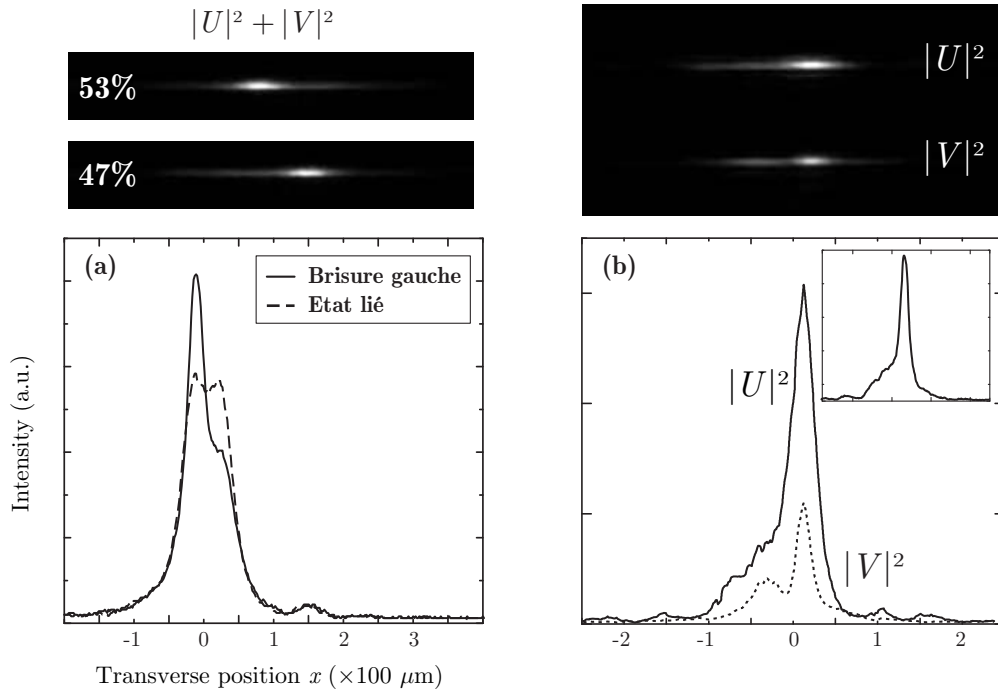


Figure 4.11 Brisure de symétrie et apparition du soliton elliptique fondamental. (a) Pour 62% des tirs laser, la symétrie initiale à deux lobes n'est pas conservée en sortie de guide. (b) La séparation des composantes de polarisations circulaires confirme que chaque mode voit son énergie confinée vers une distribution décalée à un seul lobe.

Sur l'ensemble des tirs menant à l'observation de la brisure de symétrie (62% des tirs), on a compté 53% d'événements montrant une brisure du côté gauche pour 47% du côté droit. Ceci traduit le fait que l'instabilité est bien amorcée par les fluctuations d'amplitudes du bruit du laser et sur lesquelles nous n'avons aucun contrôle. Au regard de la quasi-équipartition du sens des brisures, il semble donc que ces fluctuations soient aléatoires. Pour les 38% de tirs permettant d'observer l'état lié, on estime en revanche que l'amplitude de la perturbation introduite par le bruit du laser n'est pas suffisante pour déstabiliser l'état lié sur la distance de propagation considérée (3 cm) et ce, malgré la dissymétrie permanente existant sur le soliton bimodal et due au réglage imparfait de la position du saut de phase. Ce défaut initial n'est donc pas suffisant pour déstabiliser à lui seul le soliton au bout de 3 cm. Dans la meilleure situation, que nous estimons correspondre à une amplitude de bruit minimale et donc à un état lié en

sortie de guide, on a mesuré l'asymétrie permanente du profil d'intensité totale à environ 4% en intensité. L'état lié étudié dans ce chapitre est en effet très vite déstabilisé par toute asymétrie d'amplitude, que les fluctuations d'intensité du laser introduisent naturellement, et semble en revanche plus robuste, s'il est correctement mis en forme par ailleurs, face à une répartition « déterministe » du bruit spatial.

Même si la distribution finale ne montre pas le caractère complètement symétrique du lobe unique décalé, signe de la formation du soliton elliptique fondamental, la figure 4.12 ci-dessous confirme que l'observation est imputable à la brisure de symétrie. Elle présente, dans les conditions de notre expérience ($P_U = 2,7 \text{ kW} \simeq 3P_V$), l'évolution simulée de l'état lié perturbé par une dissymétrie initiale de 9% en intensité, soit de l'ordre de grandeur de celles provenant des fluctuations d'intensité du laser ($\approx 15\%$). On constate le bon accord avec notre observation. Le transfert énergétique a lieu dans chaque mode et la similitude est bonne entre les profils simulés et expérimentaux. Nous n'avons cependant pas noté de situations correspondant à un angle de fuite important, soit la génération franche d'un soliton elliptique fondamental. Sans changer les conditions initiales, il serait donc avantageux d'observer le comportement ultérieur de la brisure en changeant la longueur de propagation. Une telle étude permettrait de confirmer la génération du soliton elliptique fondamental en montrant, d'une part sa distribution de symétrie paire à un seul maximum d'intensité et des composantes U et V alors invariantes, et d'autre part son angle de fuite par rapport à la direction de propagation du soliton bimodal initial. Pour les conditions d'observation du soliton et de sa brisure sur 3 cm, nous avons utilisé la grande longueur de guide de 7 cm. La brisure était alors constamment observée mais la symétrie propre au soliton elliptique n'a pu être établie : les profils d'intensité totale faisaient toujours apparaître un « coude » du côté opposé à la brisure, toutefois moins prononcé que celui de la figure 4.11.a. Cette étude demeure donc en suspens même si, comme le montrent les simulations numériques de la figure 4.6.b, la génération du soliton elliptique fondamental doit avoir lieu sur environ une longueur de diffraction après la brisure de symétrie. Nous avons pu noter que le décalage transverse maximal du lobe d'intensité était cependant plus important que sur la petite longueur de guide ($30 \mu\text{m}$ au lieu des $15 \mu\text{m}$ de la figure 4.11). Ce comportement pourrait être attribuable à un angle de fuite non décelé sur la petite longueur de propagation.

À l'inverse, puisque nos observations sur la courte longueur de guide (3 cm) correspondent à un nombre de longueurs de diffraction faible ($L \approx 1,1L_D$), on peut également se demander pourquoi les dimensions des faisceaux n'ont pas été diminuées de façon à ce qu'ils aient une longueur de diffraction plus faible. Nos premières observations avaient été faites en réalité avec un faisceau U d'une taille d'environ $50 \mu\text{m}$ (soit $L \sim 2L_D$) et une séparation des lobes de V de $30 \mu\text{m}$ (au lieu des $45 \mu\text{m}$ utilisés ici). Dans ces conditions, il était impossible d'observer la propagation invariante du soliton bimodal. Les fluctuations du laser sont telles que tous les tirs menaient à une brisure de symétrie. Les tailles de faisceaux ont donc été augmentées, aux dépens de la longueur de propagation, afin de statuer sur l'origine de l'instabilité. Les

paramètres que nous avons utilisés nous ont donc permis l'observation conjointe de l'état lié et de sa brisure de symétrie sur une distance de propagation très courte. Nous attribuons principalement ce comportement aux fluctuations d'amplitudes importantes du laser utilisé expérimentalement.

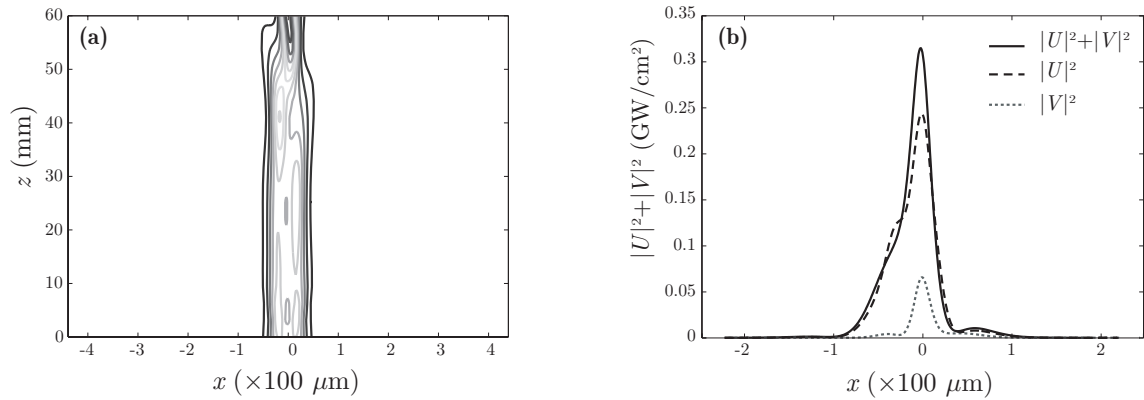


Figure 4.12 Simulation numérique, dans les conditions expérimentales, de la brisure en présence d'une asymétrie d'intensité de 9% sur le mode V . (a) Évolution de l'intensité totale. (b) Profil d'intensité total et profils individuels des composantes.

4.4 SYNTHÈSE DU CHAPITRE 4

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté des résultats expérimentaux originaux sur la propagation soliton en milieu de Kerr. En effet, il s'agit à notre connaissance de la première observation de la propagation d'un soliton vectoriel bimodal en milieu de Kerr isotrope *via* le couplage non linéaire incohérent, et le guidage mutuel par CPM, entre les composantes de polarisations circulaires opposées de la lumière. En complément des diverses observations réalisées à ce jour dans les cristaux photoréfractifs, ces résultats confirment donc pour la première fois que les solitons spatiaux multimodes sont en réalité instables par brisure de symétrie lorsque la modulation de phase croisée est plus forte que l'automodulation de phase. C'est le cas de la plupart des milieux de Kerr, particulièrement ceux faisant intervenir l'effet de réorientation moléculaire comme le CS₂. C'est pourquoi la forte biréfringence non linéaire qui en résulte ($\sigma = 7$) et les fluctuations d'intensité importantes de la source laser n'ont pas permis l'observation d'un état lié de solitons, séparés spatialement de l'équivalent de leur largeur, sur plus de $\sim 40\%$ des tirs laser et malgré une longueur de propagation relativement courte. En revanche, ces mêmes conditions ont permis l'observation claire de la brisure de symétrie et de son caractère aléatoire.

De cette étude, il ressort donc que les applications potentielles des états liés de solitons doivent prendre en compte l'éventualité de l'instabilité de brisure de symétrie. Dans le domaine de l'optique temporelle appliquée à la propagation sur fibre optique isotrope, la plus faible biréfringence non linéaire de la silice¹ et l'emploi d'une source laser moins bruitée permettent tout de même d'envisager la propagation d'états liés de solitons avant leur brisure brusque. Étant donnée cette instabilité, les distances de propagation permises restent néanmoins à quantifier. Dans le domaine spatial en revanche, il peut être envisageable d'exploiter cette instabilité pour une application à des dispositifs tout-optiques de commutation/amplification ultrarapide à très faible puissance de commande. On peut en effet imaginer pouvoir contrôler le coupleur directionnel auto-induit au moyen d'un signal de commande arbitrairement faible. Pour ce faire, un faisceau de contrôle stable, superposé au soliton bimodal, introduirait une dissymétrie privilégiant en permanence le confinement énergétique dans un cœur du guide à double cœur. Pour permettre le contrôle du sens de la brisure, la contrainte sur le déséquilibre introduit est qu'il soit supérieur au bruit et stable (cf. figure 4.6.b). L'ajout, dans le second cœur, d'un faisceau de commande permettrait de basculer l'énergie pourvu que le déséquilibre soit supérieur à celui introduit dans l'autre cœur. De fait, même si le transfert d'énergie est important, la puissance de commande du dispositif pourrait être très faible car bornée par le bruit. L'intérêt d'un tel dispositif s'avère être double : d'une part, la commutation serait ultrarapide puisque basée sur l'effet Kerr et d'autre part, le signal de sortie se trouverait du même coup amplifié *via* l'apport énergétique du cœur voisin.

En optique non linéaire, les résultats de ce chapitre s'apparentent à l'instabilité du mode rapide du coupleur directionnel fibré non linéaire² (guide bimodal à double cœur) et, dans une certaine mesure, à l'instabilité du mode rapide d'une fibre optique³ ou d'un guide plan⁴, tous deux faiblement biréfringents. D'une manière plus générale, cette étude constitue à notre connaissance la première observation expérimentale directe d'une brisure de symétrie spatiale en physique des lasers⁵. De plus, la phénoménologie qui est en jeu dans cette instabilité a un caractère universel et a été prédite pour un nombre varié de systèmes dynamiques non linéaires, ce qui accroît la portée d'une telle démonstration expérimentale même si elle n'a été que qualitative. À titre d'exemple significatif, nous mentionnerons que les condensats de Bose-Einstein peuvent être également régis par des couplages non linéaires incohérents et exister en configuration de soliton vectoriel bimodal et, dès lors, être sujets à brisure de symétrie.

¹ $\sigma = 2$ pour l'effet Kerr électronique. Or, le gain de l'instabilité de brisure croît avec le coefficient de biréfringence non linéaire. [P. KOCKAERT, 2001 – *op. cit.*] En particulier, il s'annule pour une fibre à biréfringence linéaire aléatoire, ce qui explique la possibilité du multiplexage en polarisation. [S.G. EVANGELIDES *et al.*, 1992 – *op. cit.*]

² S. TRILLO *et al.*, 1988 – *op. cit.* ; N.N. AKHMEDIEV & A. ANKIEWICZ, 1993 – *op. cit.*

³ S. TRILLO *et al.*, 1986 – *Experimental observation of polarization instability in a birefringent optical fiber*, Appl. Phys. Lett. **49**, 1224-6.

⁴ L. FRIEDRICH *et al.*, 2000 – *Radiation related polarization instability of fast Kerr spatial solitons in slab waveguides*, Opt. Commun. **186**, 335-41.

⁵ C. CAMBOURNAC *et al.*, 2002b – *op. cit.*

Conclusion générale

LES travaux théoriques et expérimentaux réalisés au cours de cette thèse ont concerné l'étude phénoménologique des instabilités spatiales pouvant affecter la propagation non linéaire unidimensionnelle transverse d'ondes électromagnétiques cohérentes dans un milieu de Kerr focalisant. La motivation de ces recherches, actuellement peu développées sur le plan expérimental, s'est basée sur le constat que si la dynamique non linéaire de ces instabilités, intrinsèquement liée à la propagation soliton, est bien contrôlée, elle offre des perspectives prometteuses de guidage auto-induit, tout-optique, reconfigurable et ultrarapide, *via* les faisceaux solitons Kerr.



Il est connu que la localité spatio-temporelle de l'effet Kerr optique, considéré idéal, et la variation non saturante d'indice qui en résulte permettent à diverses instabilités spatiales de se développer. Alors qu'elles aboutissent à une dislocation aléatoire des faisceaux en filaments autofocalisant de manière catastrophique en milieu de Kerr massif, ces instabilités sont maîtrisables et contrôlables dans une configuration unidimensionnelle transverse. Les filaments intenses résultant de l'instabilité de modulation (MI) d'une onde homogène peuvent alors être périodiquement répartis tandis que l'autofocalisation n'est plus catastrophique et autorise la propagation de faisceaux solitons. Le support de notre étude a précisément reposé sur l'utilisation d'un guide plan, en condition de propagation unimodale, dont le cœur est constitué de disulfure de carbone liquide, milieu de type Kerr connu pour être très adapté à de telles études. Dans cette configuration (1+1)D, la diffraction et la non-linéarité, dont le jeu mutuel est à l'origine des instabilités, n'agissent ensemble que sur la dimension spatiale libre du guide. D'un point de vue théorique, notre travail s'est donc situé dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) et de ses généralisations. Pour autant, à la lueur des résultats présentés dans les chapitres 3 et 4, la pratique montre que le modèle simple mais néanmoins instructif qu'est NLS scalaire devient très rapidement restreignant.

Une première étude, qui constitue la majeure partie de ce mémoire, a visé à démontrer la possibilité de contrôler le phénomène d'instabilité de modulation spatiale pour générer des réseaux périodiques et stables de solitons spatiaux. Pour ce faire, nous avons étudié l'évolution du processus MI d'une onde 1D intense quasi plane et quasi homogène, c'est-à-dire un faisceau étendu fortement elliptique ($\sim 1:100$) injecté dans le guide plan. Deux situations initiant l'instabilité ont été abordées : le processus MI spontané — pour lequel certaines perturbations sont amplifiées à partir des fréquences spatiales du bruit naturel du faisceau laser — et le processus MI induit — pour lequel on privilégie l'amplification à une fréquence spatiale déterminée, émergeant suffisamment du bruit, *via* l'interférence de l'onde précédente (pompe) avec une onde identique mais d'intensité plus faible (signal) et décalée angulairement par rapport à la direction de propagation. La remise en forme par MI de la répartition spatiale de bruit ou des franges d'interférence vers des pics intenses aux profils de type soliton traduit, dans l'espace de Fourier, un échange d'énergie. Cet échange s'opère par l'amplification paramétrique des composantes spectrales incidentes, auto-induisant un réseau d'indice dynamique et diffractées par ce même réseau dans une bande de fréquences de modulation limitée. On a ainsi pu confirmer les caractéristiques suivantes de la génération des réseaux de solitons par processus MI spatial :

- ~ Le comportement dynamique du processus spontané est particulièrement dépendant des conditions de bruit initiales. Dans notre cas d'une excitation par un faisceau laser cohérent, on a montré que le bruit spatial déterministe est responsable d'un certain verrouillage de la position du réseau d'un tir laser au suivant et sur une certaine plage d'intensités incidentes.
- ~ Le processus induit permet quant à lui de générer des réseaux de manière très propre, en termes de profil soliton et de régularité de la période du réseau.

Mais, passé ce stade de formation des réseaux, plusieurs comportements dynamiques n'étaient pas prévisibles sur la base des théories existantes de l'instabilité de modulation, ou amplification paramétrique, spatiale en régime permanent de propagation. C'est alors par la prise en compte du caractère impulsionnel de l'expérience et de l'aspect transitoire de la réponse non linéaire (temps de relaxation fini de la réorientation des molécules de CS_2) que nous avons pu, à l'aide de la simulation numérique, révéler le rôle essentiel joué par l'inertie de l'effet Kerr sur la dynamique ultérieure de l'instabilité :

- ~ Les réseaux ne souffrent pas du phénomène de récurrence de Fermi–Pasta–Ulam, inhibé par l'inertie de la non-linéarité, et, de fait, ils sont longitudinalement stables au moins sur les distances de propagation considérées (de l'ordre d'une dizaine de longueurs de diffraction). En ce sens, nous estimons pouvoir qualifier les faisceaux générés de solitons.

- ~ En outre, pour le processus spontané, l'inertie de l'effet Kerr permet de verrouiller la période du réseau de solitons pendant une certaine durée au cours de l'impulsion, ce qui le rend transversalement stable vis-à-vis des variations d'intensité incidente.
- ~ Pour les deux processus, l'effet Kerr transitoire est à l'origine d'une dynamique spatio-temporelle complexe qui se traduit, le long de l'impulsion laser, par le déplacement du réseau de solitons principal vers l'avant de l'impulsion et l'apparition de pics solitons décalés spatialement et temporellement sur l'arrière de l'impulsion. En particulier, cette dynamique a pu être observée de manière très propre à partir du processus MI induit puisqu'elle se traduit alors par l'apparition, sur l'arrière de l'impulsion, d'un réseau secondaire décalé transversalement d'une demi-période.

À partir de la constatation que les réseaux sont effectivement stables, l'utilisation des propriétés de guidage multiple reconfigurable induit par modulation de phase croisée avec les solitons a été abordée. En particulier, il est envisageable de multiplexer une information vers N ports en sortie du guide plan et de défléchir le réseau de solitons de manière continue en modulant la puissance du signal.

D'un point de vue fondamental, les recherches abordant le caractère inertiel de l'effet Kerr dans des matériaux à réponse rapide et son influence sur les dynamiques instables et la propagation soliton sont, à notre connaissance, inexistantes. En ce sens, notre contribution et les résultats dégagés sont originaux. Certaines questions demeurent néanmoins en suspens. Concernant le processus MI spontané, une étude détaillée des caractéristiques spatiales et temporelles du bruit du laser Nd:YAG semble nécessaire. Il serait également intéressant de comparer la situation que nous avons étudiée avec un processus MI spontané généré cette fois à partir d'une distribution spatiale et temporelle réellement fluctuante, comme cela peut être le cas pour un faisceau homogène intense délivré par un générateur paramétrique (OPG). Plus généralement, une analyse spectrale et temporelle plus approfondie des réseaux de solitons spatiaux générés permettrait de confirmer quantitativement les conclusions sur l'influence du temps de relaxation. À l'inverse, le phénomène de récurrence FPU devrait pouvoir être observé spatialement avec l'utilisation d'impulsions relativement longues et ainsi produire une dynamique spatio-temporelle différente. Enfin, l'étude des potentialités d'applications de tels réseaux de guides à gradient d'indice reconfigurables est la suite logique de ces travaux.



La seconde étude présentée dans ce mémoire concerne la démonstration expérimentale de l'existence de l'instabilité de brisure de symétrie affectant la propagation des solitons multimodes vectoriels, ou états liés de solitons, en milieu de Kerr isotrope. Ces solitons résultent dans le domaine spatial du guidage mutuel, par modulation de phase croisée, de leurs

composantes de polarisations. Alors que la propagation des solitons Kerr scalaires dans un guide planaire est maintenant bien connue, la prise en compte dans les phénomènes spatiaux du caractère vectoriel de la propagation non linéaire révèle d'autres propriétés, peu abordées en tout cas sur le plan expérimental.

Suite aux travaux théoriques du Service d'optique et acoustique de l'université libre de Bruxelles et en collaboration avec ses chercheurs, nous avons pu montrer expérimentalement qu'en présence de biréfringence non linéaire les solitons multimodes sont instables vis-à-vis de perturbations propres (bruit) et subissent une brisure de symétrie. Le coefficient de biréfringence non linéaire élevé, ou rapport CPM/SPM, propre à l'effet Kerr de réorientation moléculaire et les fortes fluctuations d'amplitude du laser nous ont en effet permis d'observer une telle dynamique dans le disulfure de carbone. Les observations ont confirmé les caractéristiques suivantes :

- ~ Il est possible de guider mutuellement, par couplage incohérent, deux composantes de polarisations circulaires opposées convenablement mises en forme spatialement et définissant un soliton vectoriel bimode dipolaire. Par analogie avec le coupleur directionnel non linéaire, ce soliton est un guide ruban à double cœur auto-induit, dont le mode transverse fondamental et le premier mode d'ordre supérieur sont chacun constitués d'une des deux composantes de polarisation. De manière équivalente, le soliton bimodal est un état lié de deux paires de solitons scalaires de polarisations circulaires opposées (une paire en phase et une paire en opposition de phase) ou encore, d'une seule paire de solitons scalaires de polarisations rectilignes, orthogonales et en quadrature de phase. La propagation invariante correspond donc à l'annulation des interactions cohérentes entre les solitons de cet état lié. Dans notre expérience, les solitons sont écartés d'une distance valant environ leur taille, écart impossible à maintenir en utilisant des solitons scalaires de polarisations identiques.
- ~ Cependant, pour des conditions expérimentales fixes, cet état lié n'est observé que pour un nombre limité de tirs laser ($\sim 40\%$). Pour les autres tirs, l'énergie, initialement équirépartie dans chaque cœur du guide soliton induit, bascule brutalement dans un seul cœur et y demeure confinée, signe de la génération d'un soliton elliptique fondamental stable. Ce basculement, observé autant sur la gauche que sur la droite, confirme la brisure de symétrie aléatoire du soliton bimode à partir du bruit du laser.

Ces observations constituent à notre connaissance la première démonstration expérimentale d'une instabilité de brisure de symétrie en optique non linéaire et en physique des lasers.

Nos résultats complètent les diverses études expérimentales réalisées sur les solitons multimodes en milieux photoréfractifs, où l'absence de biréfringence non linéaire ($\sigma = 1$) assure leur stabilité propre, ce qui explique que les expériences aient majoritairement été conduites

dans de tels milieux. L'existence du soliton elliptique fondamental demeure néanmoins à démontrer, ainsi que ses propriétés de stabilité et de robustesse face aux collisions. Ce soliton fondamental représente de fait l'exemple le plus général parmi la famille des solitons. Son équivalent temporel n'a encore jamais été observé dans les fibres optiques, principalement à cause de la biréfringence résiduelle de la fibre. Notons que la robustesse aux collisions n'est pas, en principe, une propriété partagée par les autres solitons multimodes, avec ou sans biréfringence non linéaire. Les solitons multimodes sont en ce sens, et à l'exception du soliton elliptique fondamental, des ondes solitaires.

Dans une perspective appliquée, nous avons également entrevu la possibilité d'exploiter une telle dynamique pour des dispositifs de commutation/amplification tout-optique ultrarapide à très faible puissance de commande. Il est en effet envisageable, au moyen d'un faisceau de contrôle suffisamment stable et supérieur au bruit, de contrôler le sens de la brisure en sortie et ainsi faire basculer l'énergie du soliton dans le cœur souhaité. À ce titre, les travaux développés ici pourraient être généralisés à travers l'étude de solitons vectoriels multimodes composés de combinaisons de modes d'ordres plus élevés. Leurs propriétés de propagation sous forme d'états liés multiples et leur possibilité de bifurcation spatiale en milieu de Kerr sont intéressantes à la fois d'un point de vue fondamental et pour des applications au routage et à la commutation tout-optiques. Expérimentalement, de tels solitons multimodes pourraient être mis en forme au moyen de miroirs à sauts de phase multiples.



Les conclusions de ce travail, plutôt d'ordre fondamental, montrent également des possibilités de manipulation et de guidage reconfigurable de la lumière par la lumière, sans avoir recours à la fabrication souvent complexe de guides d'onde « figés », avec en ligne de mire des applications potentielles en traitement parallèle ultrarapide de l'information par voie tout-optique. Le choix de la configuration planaire, s'il est lié aux propriétés de stabilité des solitons Kerr, offre également des possibilités d'intégration intéressantes et l'avantage d'une bonne compatibilité avec les fibres optiques. Pour atteindre des variations d'indice de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5} et faire apparaître une dynamique non linéaire spatiale sur quelques centimètres, il a été cependant nécessaire de recourir à une source impulsionnelle puissante, encombrante et très consommatrice d'énergie électrique, malgré le relativement fort coefficient de Kerr du CS_2 associé à son excellente transparence. Ces travaux pourraient néanmoins revêtir relativement rapidement une coloration plus appliquée avec le développement, ces dernières années, de sources laser à solide, impulsionnelles, compactes et de puissances suffisantes ($\sim 1 - 10$ kW). Associées à des matériaux procurant à la fois des coefficients non linéaires plus élevés mais surtout conservant de bonnes figures de mérite, ces micro-sources rendraient l'intégration envisageable. Dans cette perspective, des nouvelles études sur la propagation soliton et l'instabilité de modulation ont été amorcées au laboratoire dans le cadre de la thèse de Virginie

Coda. Elles sont basées sur l'utilisation du matériau semi-conducteur AlGaAs, dont le coefficient de Kerr, hors résonance matérielle, est environ cinq fois supérieur au CS₂ aux alentours de 1,55 μm , plage spectrale de choix pour les télécommunications par fibre optique. L'utilisation de couches guidantes de faible épaisseur et du semi-conducteur structuré en boîtes quantiques, afin d'augmenter davantage l'indice non linéaire, est également envisagée, diminuant de fait les puissances nécessaires. Nous espérons que ces développements pourront permettre aux solitons Kerr, comme cela est actuellement le cas pour les solitons photoréfractifs, d'être en passe de franchir le pas entre la recherche et le développement.

D'un point de vue plus fondamental, il est indéniable que le bruit optique spatio-temporel joue un rôle déterminant dans la dynamique des deux instabilités étudiées. Hormis les prolongements directs déjà mentionnés pour chacune des parties, l'étude des propriétés ultimes, liées au bruit quantique, est une autre perspective plus amont qui a débutée au laboratoire dans le cadre du contrat européen Quantum Imaging (QUANTIM). Aussi bien pour les réseaux de solitons que pour les solitons multimodes, les limites de propagation et le comportement dynamique liés au bruit quantique devraient pouvoir être caractérisés et l'existence de fluctuations quantiques spatialement corrélées ou d'une compression de bruit spatialement localisée pourraient être révélée.

Enfin, dans un cadre plus général, la contribution de notre travail, même modeste, s'étend donc à une meilleure compréhension des phénomènes dynamiques non linéaires. Les instabilités que nous avons étudiées ont de fait un caractère universel dans le sens où elles sont régies par des équations d'évolution qui se manifestent dans une grande diversité de systèmes dynamiques. On mentionnera, par exemple, le domaine actif des ondes de matière, ou condensats de Bose-Einstein. En effet, pour un condensat généré par un potentiel attractif, l'évolution peut être décrite par la même équation NLS que celle à la base de ce travail de thèse. En ce sens, les phénomènes solitoniques décrits sont, dans une certaine mesure, transposables aux solitons d'ondes de matière (*matter-wave solitons*). Ainsi, l'instabilité de modulation d'un soliton unidimensionnel d'ondes de matière a pu être récemment observée. De même, une mixture binaire de condensats en configuration de soliton vectoriel bimode devrait souffrir de l'instabilité de brisure de symétrie.



Annexe A

COMPOSANTES DE LA RÉPONSE NON LINÉAIRE DANS LE CS₂

LE détail des mouvements moléculaires gouverne les propriétés physiques en phase liquide et autres phases condensées. Ces propriétés comprennent la stabilité de la phase elle-même, la diffusion, la viscosité et la réponse à d'éventuels champs externes appliqués. Pour l'étude de l'état liquide cependant, et à la différence des états solide et gazeux, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèle idéal capable d'expliquer précisément l'ensemble des processus dynamiques observés. Cette annexe présente les différents mouvements moléculaires à l'origine des diverses composantes de la réponse non linéaire de Kerr dans le disulfure de carbone (CS₂) liquide et *in extenso* dans les liquides constitués de petites molécules anisotropes — c'est-à-dire présentant une dissymétrie de forme. On gardera toutefois à l'esprit qu'en régime picoseconde d'excitation correspondant à nos expériences, la principale origine de l'effet Kerr optique est l'orientation induite des molécules de CS₂ sous l'action du champ électromagnétique.

Origine des différentes réponses

La fonction de réponse non linéaire impulsionnelle $R_{ijkl}(t)$ est liée à la susceptibilité non linéaire de troisième ordre $\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega)$ par une transformée de Fourier temporelle. Pour un milieu macroscopiquement isotrope comme le CS₂, $R_{ijkl}(t)$ contient deux contributions¹ :

$$R_{ijkl}(t) \propto \sigma_{ijkl}(t) + i\alpha \langle [\chi_{ij}(t), \chi_{kl}(t=0)] \rangle, \quad (\text{A.1})$$

où $\sigma_{ijkl}(t)$ est l'hyperpolarisabilité moyenne d'origine purement électronique et le second terme est une fonction de corrélation moyenne reflétant les fluctuations de la susceptibilité complexe χ_{ij} , dues aux variations de la position des noyaux des molécules du liquide ; enfin, α est une constante indépendante du temps et liée au volume sur lequel le moyennage temporel est effectué. Pour des durées d'impulsions même ultracourtes (de l'ordre de 10 fs), le premier terme peut être considéré instantané. En revanche, le second terme traduit les contributions à la

¹R.W. HELLWARTH, 1979 – *Third-order optical susceptibilities of liquids and solids*, Prog. Quantum Electron. **5**, 1-68.

susceptibilité d'ordre trois dues aux mouvements des noyaux des molécules, induits par les interactions intra- et intermoléculaires que provoque le passage du champ électromagnétique. Ces contributions sont naturellement non instantanées. Il faut en effet que les molécules puissent vaincre l'inertie liée à leur viscosité propre avant d'entrer en mouvement. L'amplitude des divers mouvements dépend alors de la durée de l'impulsion utilisée¹.

Lors du passage d'un champ électromagnétique intense, mise à part la déformation instantanée du nuage électronique, la réponse non linéaire va être une combinaison des différents déplacements que vont subir les noyaux d'une molécule sous l'action du champ non seulement de manière directe, mais aussi indirecte au travers de son environnement. En effet, si le champ électrique force principalement les molécules à s'orienter dans le sens de l'oscillation optique par interaction dipolaire, de façon à minimiser l'énergie d'interaction, la proximité des autres molécules va permettre d'autres mouvements si l'impulsion excitatrice est temporellement de l'ordre de grandeur des temps caractéristiques des mouvements correspondants². Ainsi, la polarisabilité présentera diverses anisotropies qui seront à l'origine de plusieurs composantes de la polarisation non linéaire. Pour une excitation laser loin des bandes de résonances électroniques mono- et multiphotoniques du milieu, les nombreuses études expérimentales réalisées dans le domaine temporel ont montré la réalité de quatre réponses dynamiques distinctes pour tous les liquides composés de molécules anisotropes³. Il est à noter que le disulfure de carbone a été et demeure la molécule de choix pour de telles études. Nous présentons rapidement ci-dessous les différentes contributions de R_{ijkl} et par conséquent de $\chi_{ijkl}^{(3)}$. Nous ne donnons qu'après les différents temps caractéristiques de chaque réponse.

Hyperpolarisabilité électronique. Elle donne lieu à l'effet Kerr optique idéal dont l'origine est purement électronique. Elle exprime la déformation non résonnante du nuage électronique périphérique des atomes ou molécules sous l'action du champ électromagnétique. Cette contribution est présente dans tous les matériaux et son temps de réponse (typiquement de l'ordre de la femtoseconde) correspond classiquement à une rotation de l'électron autour du noyau. De fait, elle est considérée instantanée.

Réorientation moléculaire. Les molécules présentant une dissymétrie de forme possèdent une anisotropie *permanente* de la polarisabilité moléculaire. La figure A.1 présente l'illustration de la molécule de CS₂. L'action du champ électromagnétique externe va être d'orienter préférentiellement les molécules, orientées aléatoirement hors excitation. Cette composante est la principale source de l'effet Kerr optique en régime picoseconde. Notons que la diffusion stimulée

¹ J.-M. HALBOUT & C.L. TANG, **1982** – *Femtosecond interferometry for nonlinear optics*, Appl. Phys. Lett. **40**, 765-7.

² S.J. CLARK *et al.*, **2000** – *Short-time reorientational processes in molecular fluids*, Europhys. Lett. **49**, 34-40.

³ Voir, par exemple, J.-M. HALBOUT & C.L. TANG, **1982** – *op. cit.*; B.I. GREENE *et al.*, **1984** – *Microscopic dynamics in simple liquids by subpicosecond birefringences*, Phys. Rev. A **29**, 271-4 ; J. ETCHEPARE *et al.*, **1987** – *Polarization selectivity in time-resolved transient phase grating*, Opt. Commun. **63**, 329-34 ; D. MCMORROW *et al.*, **1988** – *Femtosecond optical Kerr studies on the origin of nonlinear responses in simple liquids*, IEEE J. Quantum Electron. **24**, 443-54 ; T.-H. HUANG *et al.*, **1996** – *The transient optical Kerr effect of simple liquids studied with an ultra-short variable pulsewidth*, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **2**, 756-68.

sur les ailes de la raie Rayleigh est intrinsèquement liée à cette réponse orientationnelle. Cette diffusion est une signature spectrale des fluctuations temporelles, amorties et non oscillantes, des molécules autour de leur orientation moyenne¹. Son spectre reste donc centré autour de la fréquence de l'onde excitatrice (pompe) et est caractérisé par un maximum, du côté Stokes, dont le décalage spectral est inversement proportionnel au temps de relaxation de la réorientation moléculaire.

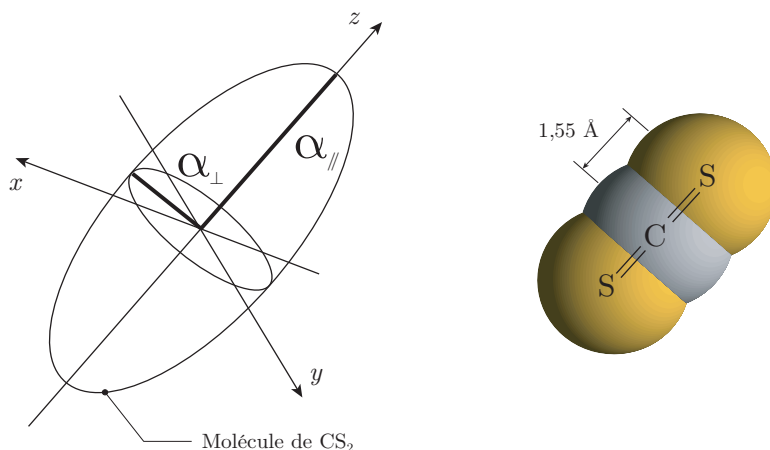


Figure A.1 Schéma de la molécule de CS_2 . La forte dissymétrie de forme implique en permanence des polarisabilités différentes suivant les axes (x, y) d'une part, et z d'autre part.

Redistribution moléculaire. Ce mouvement moléculaire provoque une variation transitoire de la polarisabilité dont l'origine est translationnelle. Elle traduit les interactions de type dipôle/dipôle entre molécules. Ces dipôles sont provoqués par les collisions et les interactions entre molécules voisines et engendrent des fluctuations de la forme de la molécule, en particulier de l'angle de la liaison S–C–S qui s'écarte de sa valeur d'équilibre de 180° .

Libration moléculaire. Il s'agit ici de la possibilité pour une molécule de décrire, sur une échelle de temps très courte, un mouvement oscillatoire de libration avant d'entamer le mouvement de rotation. Les molécules qui l'entourent sont alors immobiles sur ce temps, ce qui traduit une distorsion de la molécule provoquant une variation transitoire de la polarisabilité d'origine rotationnelle. L'apparition ultérieure des mouvements précédents rend cependant ces oscillations rapidement amorties.

Vibration intramoléculaire. Une contribution de (A.1) correspond à l'excitation résonnante de modes normaux de vibration intramoléculaire et traduit donc le phénomène de diffusion Raman. Celle-ci est également non instantanée et amortie par l'existence des différentes réponses intermoléculaires. La principale vibration intramoléculaire de la molécule de CS_2 est translationnelle et correspond à son étirement à la fréquence de 655 cm^{-1} .

¹H. MAILLOTTE, 1990 – *Contrôle interférométrique des instabilités spatio-temporelles en diffusion stimulée : Applications à la conjugaison de phase et à la réalisation d'une émission laser Raman à contre-réaction répartie*, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

Composantes non instantanées de la réponse non linéaire

En considérant que les diverses réponses ont lieu sur des échelles de temps distinctes, la variation non linéaire d'indice provoquée par la susceptibilité d'ordre 3 peut s'exprimer comme une simple somme des diverses contributions dynamiques, alors indépendantes entres-elles :

$$\Delta n(t) = \sum_i \Delta n_i(t). \quad (\text{A.2})$$

Or toutes les composantes de la réponse du milieu sont associées aux mouvements moléculaires à travers la fonction de corrélation $\langle \chi_{ij}(t), \chi_{kl}(0) \rangle$ et ne peuvent donc répondre instantanément à l'excitation. L'analyse microscopique, en phase condensée, de l'action d'un champ électromagnétique aboutit à l'équation du mouvement des molécules et permet d'en déduire les variations d'indices résultant de chaque mouvement¹.

La variation d'indice provoquée par les mouvements de réorientation et de redistribution moléculaires est donnée par

$$\Delta n_i(t) = n_{2_i} C_i \int_{-\infty}^t \tanh[(t-t')/\beta_i] \exp[-(t-t')/\tau_i] I(t') dt', \quad (\text{A.3})$$

où n_{2_i} est la i -ème contribution au coefficient de Kerr ; C_i est une constante liée aux propriétés visco-élastiques de la molécule en phase condensée et dont l'amplitude dépend de l'intensité lumineuse excitatrice ; β_i et τ_i sont respectivement les temps de réponse et de relaxation du mouvement moléculaire considéré ; enfin I est l'enveloppe temporelle de l'impulsion laser excitatrice. Le terme \tanh de cette expression prend en compte le temps de réponse de l'effet considéré tandis que sa décroissance est exponentielle pour les temps longs. La réponse se réduit donc à la solution de l'équation de diffusion de Debye utilisée dans la limite où β_i est nulle.

La composante liée au mouvement de libration moléculaire engendre quant à elle une variation d'indice

$$\Delta n_i(t) = n_{2_i} C_i \int_{-\infty}^t \sin[(t-t')/\beta_i] \exp[-(t-t')/\tau_i] I(t') dt'. \quad (\text{A.4})$$

Cette équation, pour laquelle la signification des différents termes est la même que précédemment, exprime le mouvement oscillant amorti d'une molécule dans un puits de potentiel fixe et défini par les molécules environnantes. Le terme *sinus* traduit le mouvement de libration dont la période est $2\pi\beta_i$. Les intégrales de convolution des expressions (A.3) et (A.4) permettent de traduire la variation d'indice Δn pour une enveloppe temporelle de durée finie.

Sur la figure A.2 sont représentées les différentes composantes temporelles de la réponse impulsionnelle de l'effet Kerr optique. Elles correspondent donc à une enveloppe excitatrice $I(t) = \delta(t)$, où δ est la fonction de Dirac. Ces réponses sont ici normalisées, c'est-à-dire qu'elles

¹D. McMORROW *et al.*, **1988** – *op. cit.*

ont toutes la même amplitude C_i , et correspondent de plus au cas particulier du CS₂. Les temps caractéristiques ont été déterminés par les études expérimentales menées sur le sujet. La réponse électronique, considérée instantanée, se présente sous la forme d'un pic de Dirac temporel en $t = 0$, origine de l'excitation. Suivent ensuite les réponses moléculaires. Elles ont toutes un temps de réponse identique $\beta_i = \beta = 150$ fs. Cependant, la libration moléculaire correspond à un temps de relaxation ultrarapide $\tau = 140$ fs, ce qui permet de ne discerner qu'une période d'oscillation ; la redistribution moléculaire a un temps de relaxation de $\tau = 450$ fs ; enfin, la réponse la plus lente est la réorientation moléculaire avec un temps de relaxation de $\tau = 1,61$ ps.

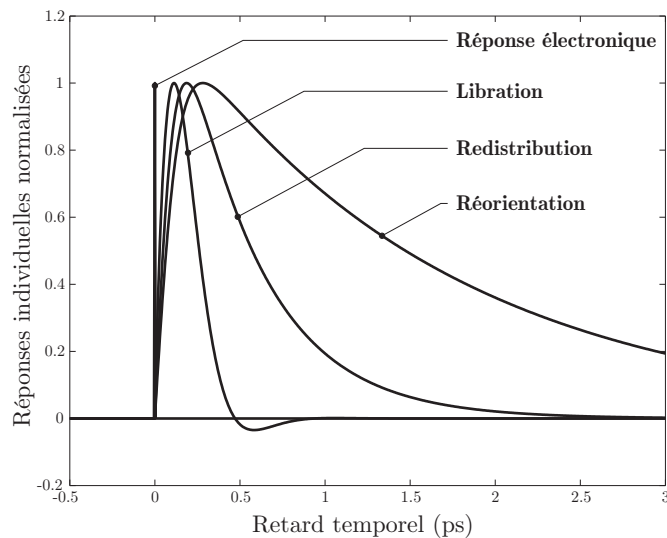


Figure A.2 Composantes normalisées de la réponse non linéaire dans un liquide isotrope composé de molécules anisotropes, ici de CS₂. Mise à part la réponse purement électronique instantanée, elles correspondent à des temps de relaxation de 140 fs (*libration*), 450 fs (*redistribution*) et 1,61 ps (*réorientation*) pour un temps de réponse commun de 150 fs.

On voit donc que pour un liquide composé de molécules anisotropes, l'effet Kerr optique est généralement causé par l'addition des quatre réponses distinctes précédentes. L'amplitude des différents effets dépend cependant de la durée de l'impulsion excitatrice¹. C'est pourquoi les études réalisées avec des sources laser femtosecondes ont permis de résoudre temporellement l'effet Kerr avec un nouveau degré de précision, mettant ainsi en évidence les différentes composantes discutées jusqu'à maintenant. Une des principales techniques existantes se base sur une mesure de la biréfringence non linéaire transitoire, provoquée par l'effet Kerr optique au passage de l'impulsion². Elle consiste à détecter la variation de la polarisation d'un champ signal de faible intensité induite par un champ pompe intense et de polarisation différente³. En passant sur les détails d'ordre technique, la figure A.3 reproduit la réponse totale $R_{ijkl}(t)$ mesurée par

¹ T.-H. HUANG *et al.*, **1996** – *op. cit.*

² La biréfringence non linéaire est introduite au §2.1.2, page 50.

³ J. ETCHEPARE *et al.*, **1982** – *Polarization and temporal selectivity of subpicosecond optical responses in CS₂*, IEEE J. Quantum Electron. **18**, 1826-9 ; C. KALPOUZOS *et al.*, **1987** – *Femtosecond laser-induced Kerr responses in liquid CS₂*, J. Phys. Chem. **91**, 2028-30.

McMorrow *et al.* pour le CS_2 à partir d'une impulsion pompe de 65 fs (FWHM)¹. Les amplitudes des différentes composantes sont extraites par ajustement de la réponse totale (en tirets) à la somme (A.2) des différentes contributions. En $t = 0$, on constate la réponse électronique qui s'exprime sous la forme de la trace d'autocorrélation de l'impulsion. Viennent ensuite les réponses moléculaires non instantanées : sur l'échelle de temps considérée, la libration est prépondérante par rapport à la redistribution et à la réorientation, ce qui se traduit par l'apparition d'un « coude » dans la partie descendante de la réponse totale. Dans les expériences de Mc Morrow *et al.*, la faible durée d'impulsion et leur intensité inférieure au seuil de stimulation de la diffusion Raman n'ont pas permis de faire apparaître la composante oscillante amortie liée à la diffusion Raman et dont le temps de relaxation est d'environ 10 ps dans le CS_2 . De même, dans les expériences picosecondes présentées dans ce mémoire, nous sommes restés en très grande majorité sous le seuil de la diffusion Raman stimulée. C'est pourquoi nous n'avons pas tenu compte de la contribution de la réponse Raman à l'indice non linéaire.

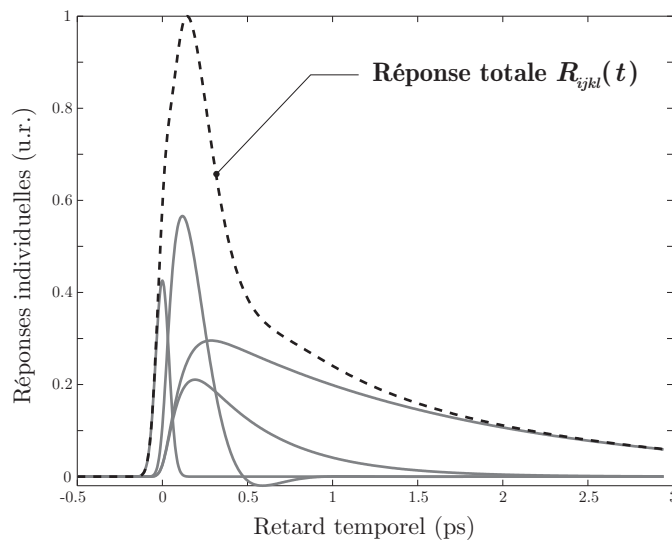


Figure A.3 [D'après¹] Réponse non linéaire totale (tirets) du CS_2 obtenue par l'addition des différentes composantes : exemple dans le cas d'une excitation par une impulsion de 65 fs.

Effet Kerr optique dans le CS_2 en régime picoseconde

En régime femtoseconde, les diverses composantes discutées précédemment participent toutes significativement à la réponse de Kerr d'un liquide composé de molécules anisotropes. Pour des impulsions suffisamment longues cependant, le mouvement d'orientation moléculaire a le temps de s'établir pleinement, ce qui, en raison de leurs temps de relaxation plus courts, rend l'amplitude des autres composantes de la réponse négligeables. Ceci explique pourquoi, en régime picoseconde d'excitation, il est bien connu que la principale source de l'effet Kerr dans le

¹D. McMORROW *et al.*, 1988 – *op. cit.*

CS₂ est la réorientation des molécules¹. L'effet est alors principalement causé par l'anisotropie *permanente* de la polarisabilité due à la dissymétrie de la forme de la molécule de CS₂.

Il est maintenant possible d'écrire la variation non linéaire d'indice Δn . En considérant une durée d'impulsion de 38 ps, le temps de réponse de l'effet de réorientation moléculaire lui est 250 fois inférieur tandis que son temps de relaxation l'est seulement de 20 fois. Ceci nous a amené à considérer la seule influence de la relaxation au cours de ce travail. La variation non linéaire de l'indice de réfraction est dans ce cas donnée par la relation (A.3) pour $\beta_i \rightarrow 0$, soit

$$\Delta n(t) = \frac{n_2}{\tau} \int_{-\infty}^t \exp[-(t-t')/\tau] I(t') dt'. \quad (\text{A.5})$$

où n_2 est le coefficient de Kerr habituel donné au §2.1.2 [équations (2.18), p.49] et τ est le temps de relaxation. L'ajout du terme de normalisation devant l'intégrale traduit le fait que l'énergie apportée aux molécules est constante pour un coefficient de Kerr donné. On retrouve l'expression que nous avons utilisée tout au long du chapitre 3 [équation (3.10), p.134] lorsqu'il s'est agi de considérer les effets liés au caractère inertiel de l'effet Kerr dans le CS₂. Nous avons approximé le temps de relaxation de la molécule de CS₂ par la valeur couramment utilisée de 2 ps². Elle peut être aisément mesurée spectralement en considérant que le pic principal de la diffusion stimulée Rayleigh d'ailes correspond à la valeur réciproque du temps de relaxation.

¹ P.P. HO & R.R. ALFANO, 1979 – *Optical Kerr effect in liquids*, Phys. Rev. A **20**, 2170–87.

² R.W. BOYD, 1992 – *The intensity-dependent refractive index*, in "Nonlinear Optics" (Academic Press, San Diego).

Annexe B

INSTABILITÉ DE MODULATION EN MILIEU DE KERR INERTIEL

LORSQUE la durée ΔT d'une impulsion lumineuse intense devient comparable aux temps caractéristiques de la réponse de Kerr d'un matériau, l'hypothèse d'instantanéité de l'indice non linéaire devient non valable. En particulier, si ΔT devient comparable au temps de relaxation de l'effet Kerr, la non-linéarité devient *inertielle*. Pour le CS_2 , le temps de réponse de l'effet de réorientation moléculaire, de l'ordre de 150 fs, peut être négligé face à la durée $\Delta T \approx 38$ ps de l'impulsion laser. En revanche, le temps de relaxation, de l'ordre de 2 ps, oblige à considérer un régime transitoire. Nous avons évoqué son influence sur la propagation soliton au moment d'établir la validité du régime permanent pour établir NLS. En particulier, sans précaution particulière, l'inertie de l'effet Kerr est principalement responsable de la stimulation de la diffusion Rayleigh d'ailes. Il suffit alors de considérer des diamètres de solitons suffisamment faibles pour s'en affranchir. Dans le cas du processus MI cependant, nous avons découvert que nos observations expérimentales ne sont que partiellement expliquées par le modèle classique, basé sur un régime permanent. Nous avons alors jugé nécessaire de considérer un régime transitoire prenant en compte la relaxation de l'effet de réorientation moléculaire. Alors, en bon accord avec les résultats expérimentaux, la *split-step Fourier method* (SFM) montre la stabilisation des réseaux de solitons spatiaux générés par processus MI, associée à une dynamique spatio-temporelle particulière. Nous montrons ici, en établissant l'équivalent de l'analyse de stabilité linéaire du §2.3.1 (p.73), que l'inertie de l'effet Kerr est bien responsable des phénomènes transitoires observés expérimentalement. Ce travail, à notre connaissance original, est issu d'une collaboration étroite avec Hervé Leblond, maître de conférences au Laboratoire POMA de l'université d'Angers, qui a permis de mettre en lumière les résultats analytiques présentés.

Système d'équations

Pour une non-linéarité de Kerr inertielle, Zakharov et Rubenchik ont montré la nécessité de considérer le système différentiel suivant pour décrire l'évolution de l'enveloppe spatio-temporelle du champ électrique à deux dimensions transverses, une spatiale et une temporelle¹ :

¹ V.E. ZAKHAROV & A.M. RUBENCHIK, 1974 – *Instability of waveguides and solitons in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP **38**, 494-500.

$$i \left(\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial E}{\partial t} \right) + \frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + PE = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\tau \frac{\partial P}{\partial t} + P = \gamma |E|^2,$$

pour la condition initiale $E|_{z=0} = E_0(x, t)$, où $E_0(x, t)$ correspond à l'enveloppe spatio-temporelle initiale de l'impulsion laser excitatrice. v_g représente la vitesse de groupe associée au paquet d'ondes de constante de propagation effective β . La première équation décrit l'évolution de l'enveloppe sous l'influence conjuguée de la diffraction et de la non-linéarité, et dont l'expression est générale (§1.2.2, p.21). La seconde expression exprime l'évolution de la fonction non linéaire dans le cas particulier d'une réponse inertielle propre à la réorientation moléculaire. Il s'agit d'une équation de relaxation de Debye, où τ représente le temps de décroissance de la non-linéarité¹ (cf. figure 2.7, p.70). Sur les longueurs de propagation étudiées, on peut supposer que la dispersion de la vitesse de groupe est négligeable. Ainsi, le seul effet temporel que subit l'impulsion se trouve au niveau de la fonction $P(x, z, t)$ qui caractérise la non-instantanéité de la polarisation non linéaire. Pour une non-linéarité instantanée, $P = \gamma |E|^2$ et on retrouve bien l'expression spatiale habituelle de NLS cubique.

En faisant le changement de variable usuel dans un repère se déplaçant à la vitesse de groupe de l'enveloppe temporelle, c'est-à-dire en introduisant le temps de groupe $T = t - \frac{z}{v_g}$, le système (B.1) devient

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + PE = 0, \quad (\text{B.2})$$

$$\tau \frac{\partial P}{\partial T} + P = \gamma |E|^2,$$

pour la condition initiale $E|_{z=0} = E_0(x, T)$.

Quantités conservées

Il est possible de donner quelques quantités conservées du système (B.2).

Puissance. En notant $\partial E / \partial z \equiv E_z$, $\partial^2 E / \partial x^2 \equiv E_{xx}$ et $\partial P / \partial T = P_T$, le système (B.2) devient :

$$iE_z + \frac{1}{2\beta} E_{xx} + PE = 0, \quad (\text{B.3})$$

$$\tau P_T + P = \gamma |E|^2.$$

En posant $A = iE_z + \frac{1}{2\beta} E_{xx} + PE = 0$, $A^* = 0$ et comme P est réel, la combinaison linéaire $AE^* - A^*E = 0$ donne²

¹ Y.R. SHEN, 1984 – *Stimulated light scattering*, in "The Principles of Nonlinear Optics" (John Wiley & Sons, New York).

² H. LEBLOND, 2001-2002 – *Communication privée*.

$$i \frac{\partial}{\partial z} (EE^*) + \frac{1}{2\beta} (E^* E_{xx} - EE_{xx}^*) = 0,$$

et donc

$$\frac{\partial}{\partial z} (EE^*) = \frac{\partial |E|^2}{\partial z} = \frac{i}{2\beta} (E^* E_{xx} - EE_{xx}^*),$$

soit

$$\frac{\partial |E|^2}{\partial z} = \frac{i}{2\beta} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} (E^* E_x) - E_x^* E_x \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} (EE_x^*) - E_x E_x^* \right) \right] = \frac{i}{2\beta} \frac{\partial}{\partial x} [E^* E_x - EE_x^*]. \quad (\text{B.4})$$

D'après (B.4), si E est localisée ($\lim_{x \rightarrow \pm\infty} E = 0$ assez vite et E_x pas trop grand), on en déduit que

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{+\infty} |E|^2 dx = 0. \quad (\text{B.5})$$

L'équation (B.5) exprime la conservation de la puissance de l'onde au cours de la propagation dans le cas solitonique (E localisée). Le système (B.3) est en effet toujours conservatif pour E alors qu'il ne l'est pas pour la polarisation P . En ce sens, la perturbation introduite par la relaxation demeure conservative. Ceci se comprend assez aisément puisque l'influence de la non-linéarité, bien que non instantanée, reste une action pure sur la phase, P étant réelle. Si E est non localisée mais Λ -périodique¹, on a

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^\Lambda |E|^2 dx = 0. \quad (\text{B.6})$$

L'équation (B.6) exprime cette fois la conservation de la puissance de l'onde sur une période spatiale transverse au cours de la propagation (conditions aux limites périodiques pour E).

Polarisation. Dans le cas Λ -périodique, la loi de conservation (B.6) et l'équation de Debye dans (B.3) permettent d'écrire pour la polarisation P :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^\Lambda (\tau P_T + P) dx = 0. \quad (\text{B.7})$$

En posant $I = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\Lambda P dx$, on a

$$\tau I_T + I = 0, \quad (\text{B.8})$$

et donc

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right). \quad (\text{B.9})$$

I_0 dépend à priori de z et x . La décroissance exponentielle de I (et donc de P) en fonction de T est liée au caractère non local du système du point de vue temporel. En conséquence, le système d'équation (B.3) est non conservatif pour la polarisation non linéaire. Il n'est donc pas possible de définir un hamiltonien au sens strict.

¹ Ce cas correspond pratiquement à l'instabilité de modulation spatiale.

Réduction du système à une équation intégral-différentielle

Il est possible de réduire le système (B.3) à une seule équation en résolvant l'équation de relaxation de Debye

$$\tau P_T + P = \gamma |E|^2. \quad (\text{B.10})$$

En effet, la solution homogène de (B.10) est $P = P_0 e^{-T/\tau}$. En faisant varier la constante, on obtient la solution générale suivante :

$$P(T) = \left[P_0(T_0) + \gamma \int_{T_0}^T \frac{1}{\tau} \exp\left(\frac{T'}{\tau}\right) |E(T')|^2 dT' \right] \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right).$$

Alors, en choisissant comme instant initial pour $T_0 = -\infty$ (soit $P = 0$ quand $T \rightarrow -\infty$) :

$$P(T) = \frac{\gamma}{\tau} \int_{-\infty}^T \exp\left(\frac{T' - T}{\tau}\right) |E(T')|^2 dT'. \quad (\text{B.11})$$

On retrouve alors la forme de l'expression de la variation non linéaire d'indice [équations (A.5) et (3.10)]. L'expression (B.11) de la polarisation non linéaire permet de réécrire le système (B.2) en une équation unique exprimant la propagation scalaire en milieu de Kerr inertiel d'une impulsion de polarisation rectiligne. Elle s'exprime alors sous la forme suivante :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\gamma}{\tau} E \int_{-\infty}^T \exp\left(-\frac{T - T'}{\tau}\right) |E(T')|^2 dT' = 0. \quad (\text{B.12})$$

L'expression (B.12) montre que la prise en compte de l'effet de la relaxation dans la SFM pour calculer la variation non linéaire d'indice nécessitera un produit de convolution entre l'enveloppe temporelle en intensité et la fonction non linéaire issue de l'équation de diffusion de Debye (B.10). Dans le cas d'une réponse instantanée (effet Kerr idéal), la fonction non linéaire (B.11) est simplement proportionnelle à la fonction de Dirac $\delta(T)$ de sorte qu'on retrouve à la place de (B.12) l'expression habituelle de NLS cubique :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \gamma |E|^2 E = 0. \quad (\text{B.13})$$

Réduction à une équation différentielle

L'équation (B.12) peut être simplifiée, quand τ est petit, en calculant l'intégrale par *la méthode du col*¹. Cette méthode permet de calculer une intégrale de la forme

$$I = \int_a^b f(x) \exp(\lambda x) dx, \text{ avec } a < b \text{ et } \lambda \gg 1.$$

¹N.G. DE BRUIJN, 1961 – "Asymptotic Methods in Analysis" [2^e éd.], North Holland Publishing (Amsterdam).

En particulier, on peut l'utiliser pour montrer que l'intégrale de relaxation (B.11) peut être développée en une série de dérivées partielles du profil temporel d'intensité. Celle-ci a la forme suivante¹ :

$$P(T) = \gamma \sum_{n=0}^N (-\tau)^n \frac{\partial^n |E(T)|^2}{\partial T^n} + O(\tau^{N+1}). \quad (\text{B.14})$$

Il est maintenant possible de réécrire l'équation de propagation (B.12) sous la forme

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \gamma E \left[|E|^2 - \tau \frac{\partial |E|^2}{\partial T} + \tau^2 \frac{\partial^2 |E|^2}{\partial T^2} - \dots \right] = 0. \quad (\text{B.15})$$

L'intérêt d'une telle expression est double. D'une part, elle permet la disparition de l'intégrale dans l'équation différentielle pour permettre la simplification d'une éventuelle résolution analytique. D'autre part, l'influence de la relaxation est plus claire d'un point de vue physique. On constate en effet qu'elle provoque alors l'apparition de termes de modulation non linéaire de phase d'ordres supérieurs, dont les effets se cumulent ou s'annulent en fonction de l'ordre et sont pondérés par des puissances du temps de relaxation τ . Une remarque importante concerne le terme d'ordre un. Il s'agit d'un terme responsable d'un auto-glissement de fréquence (*self-frequency shift*) analogue à celui provoqué par la susceptibilité Raman sur le spectre d'une impulsion soliton lors de sa propagation dans une fibre optique². Cet effet provoque un glissement continu de la porteuse du soliton, dû à une diffusion Raman intra-impulsion et provoquant un transfert d'énergie de la partie haute fréquence vers la partie basse fréquence de son spectre³. De même que pour l'effet Raman, l'effet Kerr de réorientation moléculaire est non instantané. Ceci explique les décalages spectraux vers les basses fréquences (*rouges*) observés dans les spectres temporels de solitons spatiaux utilisant l'effet Kerr de réorientation moléculaire⁴. Ce décalage a été confirmé numériquement lors de notre discussion de l'approximation du régime permanent au §2.2.4 (p.68) ainsi que lors de l'étude de la distortion temporelle de l'enveloppe du réseau de solitons (§3.5.6 et figure 3.50, page 170).

Instabilité de modulation en milieu de Kerr inertiel

Pour approfondir la compréhension de nos observations du chapitre 3, nous examinons ici, d'une manière encore préliminaire, l'influence de l'inertie de l'effet Kerr sur le développement de l'instabilité de modulation spatiale.

¹ H. LEBLOND, **2001-2002** – *op. cit.*

² J.P. GORDON, **1986** – *Theory of the soliton self-frequency shift*, Opt. Lett. **11**, 663-5 ; F.M. MITSCHKE & L.F. MOLLENAUER, **1986** – *Discovery of the soliton self-frequency shift*, Opt. Lett. **11**, 659-61.

³ G.P. AGRAWAL, **2001** – *Optical solitons - Higher-order effects*, in "Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, San Diego).

⁴ R. GRASSER, **1998** – *Génération et propagation de réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un milieu de Kerr massif*. Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

De manière analogue, quoique plus compliquée que dans le cas du régime permanent, il est possible d'analyser la stabilité de l'onde plane quasi monochromatique, solution particulière de l'équation (B.12), dont l'enveloppe est toujours donnée par

$$E_0 = Ae^{i\gamma A^2 z}, \text{ où } A \in \mathbb{R}. \quad (\text{B.16})$$

On recherche une instabilité modulationnelle du type de celle de Benjamin-Feir¹. On suppose cette solution faiblement modulée en x en définissant $E = E_0 + \varepsilon E_1$ avec $\varepsilon \ll 1$ et

$$E_1(x, z, T) = [u_1(z, T)e^{i\Omega x} + u_2^*(z, T)e^{-i\Omega x}]e^{i\gamma A^2 z}. \quad (\text{B.17})$$

En linéarisant l'équation (B.12) au voisinage de $E = 0$, on obtient le système d'équations suivant pour u_1 et u_2 :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\Omega^2}{2\beta} u_1 + \frac{\gamma A^2}{\tau} \int_0^\infty [u_1(z, T - \theta) + u_2(z, T - \theta)] \exp(-\theta/\tau) d\theta &= 0, \\ -i \frac{\partial u_2}{\partial z} - \frac{\Omega^2}{2\beta} u_2 + \frac{\gamma A^2}{\tau} \int_0^\infty [u_1(z, T - \theta) + u_2(z, T - \theta)] \exp(-\theta/\tau) d\theta &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Il est possible de trouver une solution intéressante à ce système en utilisant l'expression simplifiée (B.15). On cherche alors des solutions sous la forme $u_1(z, T) = a_1(T)e^{g(T)z}$ et $u_2(z, T) = a_2(T)e^{g(T)z}$. Dans ce cas, le système devient

$$\begin{aligned} \left(ig - \frac{\Omega^2}{2\beta} \right) u_1 + \gamma A^2 (u_1 + u_2) - \gamma \tau A^2 \frac{\partial}{\partial T} (u_1 + u_2) + \dots &= 0, \\ \left(-ig - \frac{\Omega^2}{2\beta} \right) u_2 + \gamma A^2 (u_1 + u_2) - \gamma \tau A^2 \frac{\partial}{\partial T} (u_1 + u_2) + \dots &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

g est le gain correspondant aux fréquences spatiales Ω instables recherchées. À l'ordre 0 en τ , la solution de (B.19) donne

$$\begin{aligned} a_{1,2} &= a(T) e_{1,2}, \\ e_{1,2} &= \Omega^2 \pm 2i\beta g_0, \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

où $g = g_0$ est le gain d'instabilité de modulation en régime permanent trouvé au §2.3.1 [équation (2.49), p.74]. On cherche cependant une solution de (B.19) sous la forme (B.20), avec $a = a(T)$ et $g = g_0 + \tau g_1 + \dots$. Au premier ordre en τ , on trouve²

$$g_1 = -\frac{\Omega \gamma A^2}{\sqrt{4\beta \gamma A^2 - \Omega^2}} \frac{\partial \ln a}{\partial T}. \quad (\text{B.21})$$

¹ T.B. BENJAMIN & J.E. FEIR, 1967 – *The disintegration of wave trains on deep water - Part 1. Theory*, J. Fluid Mech. **27**, 417-30 ; J.T. STUART & R.C. DI PRIMA, 1978 – *The Eckhaus and Benjamin-Feir resonance mechanisms*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **362**, 27-41. Voir aussi §2.3.1.

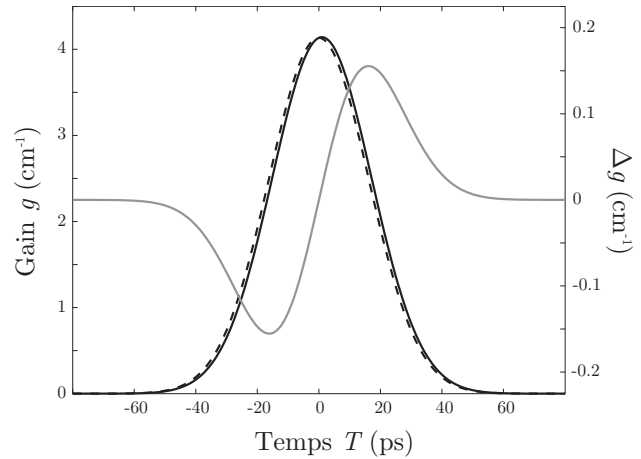
² H. LEBLOND, 2001-2002 – *op. cit.*

Alors, le gain d'instabilité de modulation peut être approximé au premier ordre par

$$g(T) \simeq g_0 + \tau g_1 = \frac{\Omega}{2\beta} \sqrt{4\beta\gamma A^2 - \Omega^2} - \frac{\Omega\tau\gamma A^2}{\sqrt{4\beta\gamma A^2 - \Omega^2}} \frac{\partial \ln a}{\partial T}. \quad (\text{B.22})$$

Il devient ainsi possible de donner quelques interprétations quant à l'influence du temps de relaxation sur le gain que subit une enveloppe temporelle $a(T)$. Pour l'enveloppe gaussienne par exemple, le gain est plus important que le gain permanent g_0 sur le front descendant de l'impulsion (a décroît). À l'inverse $g < g_0$ sur son front montant. Ainsi, contrairement à une croissance uniforme en $e^{g_0 z}$, l'instabilité est ressentie différemment pour deux temps opposés de l'impulsion. La figure B.1 illustre cet effet pour l'impulsion laser utilisée expérimentalement (gaussienne de 38 ps FWHM) et pour le temps de relaxation de la réorientation moléculaire du CS_2 . Elle représente le gain MI calculé d'après (B.22) pour la fréquence spatiale privilégiée Ω_{max} et dépend donc de l'intensité au temps T . Contrairement au cas instantané (pointillés), on constate bien un gain différant légèrement entre l'avant et l'arrière de l'impulsion. Cette différence suffit pour altérer significativement le processus MI comme nous l'avons expliqué au chapitre 3.

Figure B.1 Variation du gain MI maximal sur une enveloppe gaussienne de 38 ps (FWHM) pour un temps de relaxation de 2 ps. En pointillé, le cas instantané. En gris, la différence entre les deux courbes.



Afin d'être plus précis, il est tout de même possible de résoudre exactement le système (B.18). On suppose pour cela que $u_1(z, T)$ et $u_2(z, T)$ sont connues en $z = 0$. En posant $u_1 + u_2 = U$ et $u_1 - u_2 = V$, le système (B.18) peut se réécrire

$$i \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\Omega^2}{2\beta} U + \frac{2\gamma A^2}{\tau} \int_0^\infty U(T - \theta) \exp(-\theta/\tau) d\theta = 0, \quad (\text{B.23})$$

$$i \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\Omega^2}{2\beta} V = 0.$$

En utilisant la seconde équation pour V , il est possible de résoudre la première par transformée de Fourier. Nous définissons celle-ci par

$$U(z, T) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(z, \omega) e^{i\omega T} d\omega. \quad (\text{B.24})$$

La solution générale est alors trouvée de la forme

$$\tilde{U}(z, \omega) = B(\omega) e^{g(\omega)z} + C(\omega) e^{-g(\omega)z}, \quad (\text{B.25})$$

où le gain d'instabilité est spectral et vaut

$$g(\omega) = \frac{\Omega}{2\beta} \sqrt{\frac{4\beta\gamma A^2}{1 + i\omega\tau} - \Omega^2}. \quad (\text{B.26})$$

Les coefficients B et C se calculent en fonction de $\tilde{u}_1(0, \omega)$ et $\tilde{u}_2(0, \omega)$ pour déduire ensuite $\tilde{u}_1(z, \omega)$, $\tilde{u}_2(z, \omega)$ puis $u_1(z, T)$ et $u_2(z, T)$. Pour une enveloppe temporelle purement harmonique par exemple, de la forme simple $e^{i\omega T}$, le gain d'instabilité de modulation est exactement donné par la relation (B.26).

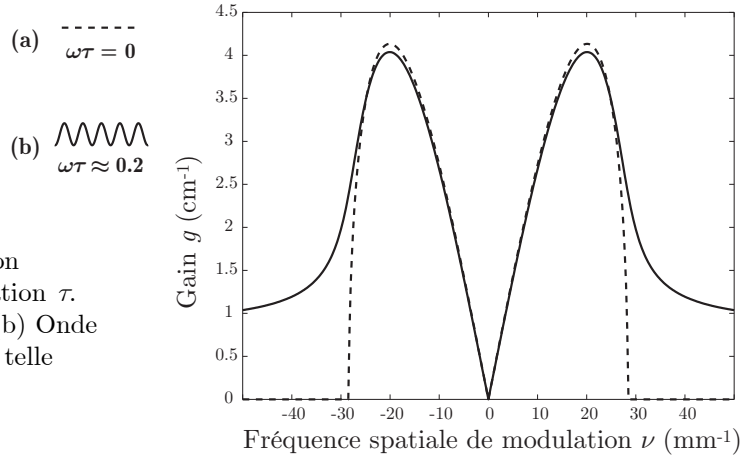


Figure B.2 Gains d'instabilité de modulation comparés en présence d'un temps de relaxation τ . (a) Régime permanent (onde continue) et (b) Onde modulée temporellement à une pulsation ω telle que $\omega\tau = 0,2$.

La figure B.2 illustre le comportement du gain pour ce cas d'intérêt pratique. Pour un régime continu (a), où l'onde est constante temporellement, le temps de relaxation n'a aucun effet et on retrouve la courbe de gain habituelle (cf. figure 2.8, p.75). En revanche, pour une onde modulée temporellement (b), la courbe de gain est « ouverte » : elle ne présente plus de fréquence de coupure Γ_c (cf. figure 2.14, p.83). Si cela ne se voit pas sur la figure, son extension devient tout de même infinie. De fait, tous les harmoniques des ordres fondamentaux se trouvent à l'intérieur de la bande de gain. Ainsi, contrairement au cas d'une courbe de gain finie, la « thermalisation » du système devient possible parce que le nombre d'harmoniques excitables n'est plus fini¹. Autrement dit, la récurrence FPU est absente de la dynamique d'un tel système. Pour une ouverture raisonnable cependant ($\omega\tau \leq 1$), la courbe de gain présente toujours un maximum, ce qui préserve la possibilité d'un processus MI. Pour une ouverture de la courbe de

¹ H.C. YUEN & W.E. FERGUSON, 1978 – Relationship between Benjamin-Feir instability and recurrence in the nonlinear Schrödinger equation, Phys. Fluids **21**, 1275-8.

gain suffisante ($\omega\tau$ grand), il n'y a plus de maximum de la courbe de gain et aucune fréquence spatiale ne peut être privilégiée : l'instabilité de modulation est absente. En pratique, l'origine d'une modulation peut provenir du bruit temporel d'une onde continue. De telles conclusions expliquent les récentes observations expérimentales d'instabilité de modulation en milieu photoréfractif non instantané excité par une lumière continue cohérente¹, même si les auteurs ne font aucune référence à la récurrence FPU. Enfin, nous faisons remarquer que le processus décrit ici est l'analogie d'un mélange paramétrique dégénéré à quatre photons stimulé par la diffusion Rayleigh d'ailes en milieu à effet Kerr de réorientation moléculaire².

Évolution temporelle

Pour finir, revenons à notre cas d'une enveloppe temporelle gaussienne pour lequel la situation est différente. Il n'est alors plus possible de donner une expression du gain d'instabilité de modulation. La résolution du système (B.23) ne donne en effet un gain d'instabilité que dans le domaine de Fourier. Ainsi la dépendance non harmonique d'une enveloppe temporelle initialement gaussienne en $e^{-T^2/\Delta T^2}$ ne permet pas de donner, dans le domaine spatial, une relation exacte du type de (B.20). Au pire, le gain peut être approximé par la relation (B.22). Contrairement à une réponse instantanée, pour laquelle la déformation de l'enveloppe au temps T ne dépend que de l'intensité à ce temps T , une réponse non instantanée ($\tau \neq 0$) rend la déformation dépendante des temps passés et, ainsi, du spectre de fréquences temporelles complet de l'enveloppe, conformément à la relation (B.25). Connaissant l'enveloppe temporelle initiale, il est toutefois possible, à partir des relations (B.25) et (B.26), de calculer l'évolution du spectre temporel pour une fréquence spatiale donnée et de revenir par transformée inverse à son enveloppe temporelle.

La figure B.3 présente un résultat typique de l'évolution temporelle au cours du processus d'instabilité de modulation induite pour une enveloppe temporelle gaussienne. Le calcul a été effectué numériquement avec les grandeurs sans dimensions Γ , la fréquence spatiale de modulation et ζ , la distance de propagation. Il montre, dans le cadre du système linéarisé (B.18), l'évolution que subit l'enveloppe temporelle de l'ordre fondamental +1 correspondant au gain maximal. Dans le cas d'une réponse instantanée, que nous ne reproduisons pas ici, on a montré au chapitre 3 qu'une déformation de l'enveloppe avait lieu à cause d'un gain différent à chaque instant T de l'enveloppe³. La déformation se manifeste alors par une croissance de la MI plus rapide au centre de l'impulsion que sur les bords. En considérant la récurrence FPU, elle aboutit alors au découpage symétrique de l'enveloppe au cours de la propagation (cf. figure 3.39, p.159).

¹ M.-F. SHIH *et al.*, **2002** – *Spatiotemporal optical modulation instability of coherent light in noninstantaneous nonlinear media*, Phys. Rev. Lett. **88**, 133902.

² R.Y. CHIAO *et al.*, **1966** – *Stimulated four-photon interaction and its influence on stimulated Rayleigh-wing scattering*, Phys. Rev. Lett. **17**, 1158-61 ; R.L. CARMAN *et al.*, **1966** – *Observation of degenerate four-photon interaction and four-wave parametric amplification*, Phys. Rev. Lett. **17**, 1281-3.

³ Ce gain est toutefois égal pour deux positions temporelles symétriques par rapport à $T = 0$.

L'analyse de stabilité linéaire développée ici ne décrivant que la première étape de la croissance de la MI, la figure B.3 confirme, pour l'effet Kerr inertiel, les résultats théoriques concernant le début de la propagation. Décrits par la simulation split-step Fourier (2+1)D (SFM) au chapitre 3, ils sont également prévisibles à partir de l'expression approximative du gain (B.22) et de la figure B.1 : l'enveloppe temporelle de l'ordre fondamental +1, sujet au gain paramétrique, se déforme de manière dissymétrique au cours de la propagation. De plus, son maximum se déplace vers l'arrière de l'impulsion. Nous estimons que c'est ce déplacement qui favorise, en accélérant la resynchronisation de phase entre les composantes fréquentielles, l'inhibition de la récurrence FPU, comme nous l'expliquons au chapitre 3. Nous ne pouvons pas à ce stade extraire davantage d'information concernant la dynamique spatio-temporelle complexe observée expérimentalement et théoriquement par SFM. Nous avons en effet montré au chapitre 3 que le réseau de solitons, une fois généré, avançait vers le front montant de l'impulsion. Ceci peut paraître en contradiction avec le résultat de la figure B.3 qui montre que le réseau de solitons est formé en arrière de l'impulsion. Cette contradiction n'est en fait qu'apparente puisque nous sommes dans le cadre d'un système linéarisé qui ne donne une information que sur le début du processus MI inertiel. Or les simulations SFM montrent bien un tel comportement au premier maximum d'amplification (cf. figures 3.25.d à h, p.141, et figure 3.49, p.169) : le réseau de solitons est bien généré en arrière de l'impulsion, pour ensuite avancer. Après ce premier maximum d'amplification en milieu inertiel, c'est certainement le couplage du comportement temporel montré figure B.3 avec l'évolution de la phase transverse du réseau de solitons qui provoque l'auto-raïdissement marqué du front descendant de l'impulsion (cf. figures 3.48 et 3.49, p. 165-169), tandis que la constance du gain total menant à la génération du réseau [équation (3.14), page 142] implique l'avancement des solitons vers le début de l'impulsion.

Ceci étant, nous pensons que le traitement théorique présenté dans cette annexe pourrait, en étant poursuivi et complété, être appliqué à la description analytique de l'instabilité de modulation inertielle. Des travaux sont en cours à ce sujet.

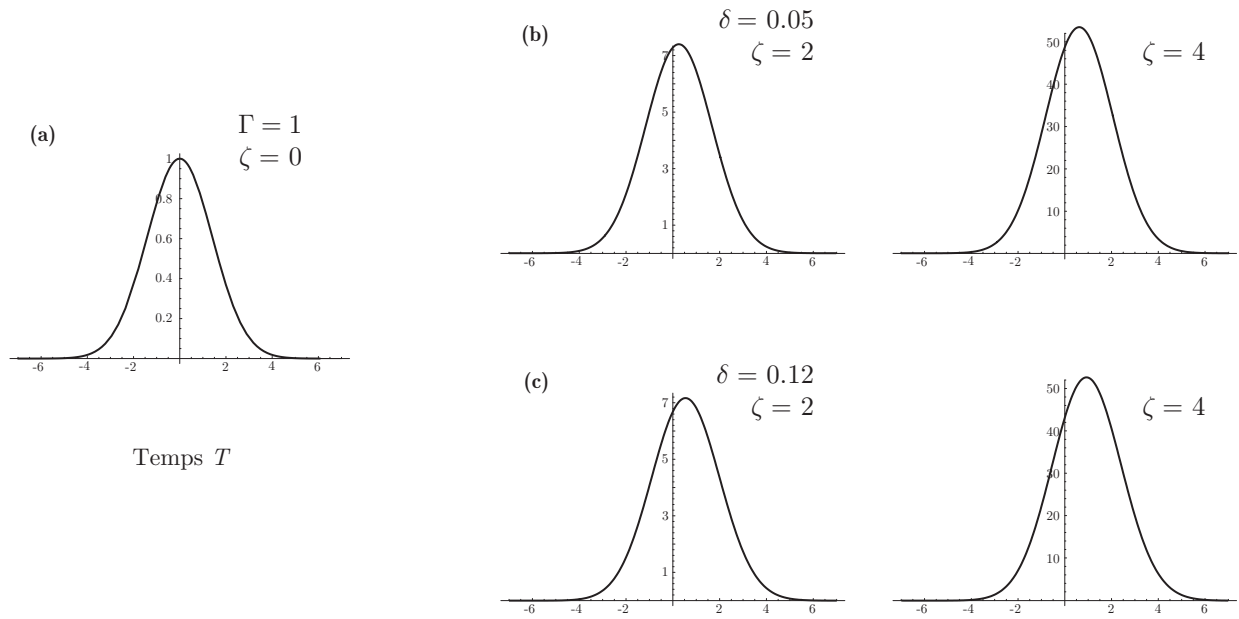


Figure B.3 Évolution de l'ordre fondamental +1 de gain MI maximal en présence de relaxation. (a) Enveloppe temporelle gaussienne initiale. (b) et (c) Le gain subi au temps T dépend de l'enveloppe, ce qui provoque une déformation asymétrique dépendant du rapport δ entre le temps de relaxation et la durée temporelle (FWHM) de l'impulsion initiale.

Références bibliographiques

ORDRE ALPHABÉTIQUE

DISULFURE DE CARBONE, **1997**

Fiche toxicologique n°12, Services techniques et médicaux de l'Institut national de recherche et de sécurité.

[http://www1.inrs.fr/inrs-pub/inrs01.nsf/inrs01_catalog_view/73148912639C3BF1C1256CE8005A355E/\\$File/ft12.pdf](http://www1.inrs.fr/inrs-pub/inrs01.nsf/inrs01_catalog_view/73148912639C3BF1C1256CE8005A355E/$File/ft12.pdf)

2000, *Millennium Issue*, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **6**(6), 827-1489.

2002, *Special Issue on Solitons*, Optics and Photonics News **13**(2), 27-76.

A

ABLOWITZ M.J. & P.A. CLARKSON, **1991**

"Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering", Cambridge University Press (Cambridge).

ABLOWITZ M.J., D.J. KAUP, A.C. NEWELL & H. SEGUR, **1974**

The inverse scattering transform – Fourier analysis for nonlinear problems, Studies in Applied Mathematics **53**(4), 249-315.

ABRAM I., **1999**

Quantum solitons, PhysicsWorld (**02/1999**). <http://physicsweb.org/article/world/12/2/8/1>

AFANASJEV V.V., P.L. CHU & Y.S. KIVSHAR, **1997**

Breathing spatial solitons in non-Kerr media, Optics Letters **22**(18), 1388-1390.

AGRAWAL G.P., **2001**

"Nonlinear Fiber Optics" [3^e éd.], Academic Press (San Diego).

AHLES M., K. MOTZEK, A. STEPKEN, F. KAISER, C. WEILNAU & C. DENZ, **2002**

Stabilization and breakup of coupled dipole-mode beams in an anisotropic nonlinear medium, Journal of the Optical Society of America B **19**(3), 557-562.

AITCHISON J.S., K. AL-HEMYARI, C.N. IRONSIDE, R.S. GRANT & W. SIBBETT, **1992**

Observation of spatial solitons in AlGaAs waveguides, Electronics Letters **28**(20), 1879-1880.

AITCHISON J.S., D.C. HUTCHINGS, J.U. KANG, G.I. STEGEMAN & A. VILLENEUVE, **1997**

The nonlinear optical properties of AlGaAs at the half band gap, IEEE Journal of Quantum Electronics **33**(3), 341-348.

AITCHISON J.S., A.M. WEINER, Y. SILBERBERG, D.E. LEAIRD, M.K. OLIVER, J.L. JACKEL & P.W.E. SMITH, **1991**

Experimental observation of spatial soliton interactions, Optics Letters **16**(1), 15-17.

- AITCHISON J.S., A.M. WEINER, Y. SILBERBERG, M.K. OLIVER, J.L. JACKEL, D.E. LEAIRD, E.M. VOGEL & P.W.E. SMITH, **1990**
Observation of spatial optical solitons in a nonlinear glass waveguide, Optics Letters **15**(9), 471-473.
- AKHMEDIEV N.N., **1998**
Spatial solitons in Kerr and Kerr-like media, Optical and Quantum Electronics **30**(7-10), 535-569.
- AKHMEDIEV N.N. & A. ANKIEWICZ, **1993**
Novel soliton states and bifurcation phenomena in nonlinear fiber couplers, Physical Review Letters **70**(16), 2395-2398.
- AKHMEDIEV N.N. & A. ANKIEWICZ, **1997**
 "Solitons: Nonlinear Pulses and Beams", Chapman & Hall (Londres).
- AKHMEDIEV N.N., A. ANKIEWICZ & J.M. SOTO-CRESPO, **1993**
Does the nonlinear Schrödinger equation correctly describe beam propagation ?, Optics Letters **18**(6), 411-413.
- AKHMEDIEV N.N., V.M. ELEONSKII & N.E. KULAGIN, **1985**
Generation of periodic trains of picosecond pulses in an optical fiber: Exact solutions, Soviet Physics JETP **62**(5), 894-899.
- AKHMEDIEV N.N., D.R. HEATLEY, G.I. STEGEMAN & E.M. WRIGHT, **1990**
Pseudorecurrence in two-dimensional modulation instability with a saturable self-focusing nonlinearity, Physical Review Letters **65**(12), 1423-1426.
- AKHMEDIEV N.N., V.I. KORNEEV & N.V. MITSKEVITCH, **1988**
N-modulation signals in a single-mode optical waveguide under nonlinear conditions, Soviet Physics JETP **67**(1), 89-95.
- AKHMEDIEV N.N., V.I. KORNEEV & R.F. NABIEV, **1992**
Modulation instability of the ground state of the nonlinear wave equation: Optical machine gun, Optics Letters **17**(6), 393-395.
- AKHMEDIEV N.N. & J.M. SOTO-CRESPO, **1993**
Generation of a train of three-dimensional optical solitons in a self-focusing medium, Physical Review A **47**(2), 1358-1364.
- ANASTASSIOU C., C. PIGIER, M. SEGEV, D. KIP, E.D. EUGENIEVA & D.N. CHRISTODOULIDES, **2001**
Self-trapping of bright rings, Optics Letters **26**(12), 911-913.
- ANASTASSIOU C., M. SOLJACIC, M. SEGEV, E.D. EUGENIEVA, D.N. CHRISTODOULIDES, D. KIP, Z.H. MUSSLIMANI & J.P. TORRES, **2000**
Eliminating the transverse instabilities of Kerr solitons, Physical Review Letters **85**(23), 4888-4891.
- ANDERSON D.R. & M. LISAK, **1983**
Nonlinear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides, Physical Review A **27**(3), 1393-1398.
- ANDERSON D.R. & M. LISAK, **1985**
Bandwidth limits due to incoherent soliton interaction in optical-fiber communication systems, Physical Review A **32**(4), 2270-274.
- ANDERSON D.R., M. LISAK & A. BERNTSON, **2001**
A variational approach to nonlinear evolution equations in optics, Pramana – Journal of Physics **57**(5-6), 917-936.
- ASKAR'YAN G.A., **1962**
Effects of the gradient of a strong electromagnetic beam on electrons and atoms, Soviet Physics JETP **15**, 1088-1090.
- ASSANTO G. & G.I. STEGEMAN, **2002**
Simple physics of quadratic spatial solitons, Optics Express **10**(9), 388-396.
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-9-388>

B

- BAJDECKI W.K. & M.A. KARPIERZ, **2001**
Application of nonlinear reorientation in nematic liquid crystals, in "Soliton-Driven Photonics" (A.D. Boardman & A.P. Sukhorukov, éd.), Kluwer Academic Publishers (Dordrecht).
- BARILLE R., J.P. BOURDIN & G. RIVOIRE, **1999a**
Instabilities due to Rayleigh wing scattering in a spatial soliton, Optics Communications **171**(4-6), 291-299.
- BARILLE R. & G. RIVOIRE, **2001**
Spatial solitons in nonlinear liquid waveguides, Pramana – Journal of Physics **57**(5-6), 1139-1161.
- BARILLE R., S. SOGOMONIAN & G. RIVOIRE, **1999b**
Spatial and spectral properties of stimulated Rayleigh-wing scattering pumped with a Bessel beam: Role of four-photon parametric processes, Journal of the Optical Society of America B **16**(7), 1139-1145.

- BARNETT S.M., **2002**
Optical angular-momentum flux, Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics **4**(2), S7-S16.
- BARTHÉLEMY A., C. FROEHLI, S. MANEUF & F. REYNAUD, **1992**
Experimental observation of beams' self-deflection appearing with two-dimensional spatial soliton propagation in bulk Kerr material, Optics Letters **17**(12), 844-846.
- BARTHÉLEMY, A., S. MANEUF & C. FROEHLI, **1985**
Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non-linéarité optique de Kerr, Optics Communications **55**(3), 201-206.
- BARTUCH U., U. PESCHEL, T. GABLER, R. WALDHÄUSL & H.-H. HÖRHOLD, **1997**
Experimental investigations and numerical simulations of spatial solitons in planar polymer waveguides, Optics Communications **134**(1-6), 49-54.
- BENJAMIN T.B. & J.E. FEIR, **1967**
The disintegration of wave trains on deep water – Part 1. Theory, Journal of Fluid Mechanics **27**(3), 417-430.
- BERGÉ L., **2001**
Nonlinear wave collapse, in "Spatial Solitons" (S. TRILLO & W.E. Torruellas, éd.), p. 247-268, Springer-Verlag (Berlin).
- BESPALOV V.I. & V.I. TALANOV, **1966**
Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids, JETP Letters **3**, 307-310.
- BJORKHOLM J.E. & A.A. ASHKIN, **1974**
CW self-focusing and self-trapping of light in sodium vapor, Physical Review Letters **32**(4), 129-132.
- BLAIR S., **1998**
Optical Soliton-Based Logic Gates, Thèse de doctorat en Génie électrique (Université du Colorado, Boulder).
- BLAIR S., **2000**
Nonparaxial one-dimensional spatial solitons, Chaos **10**(3), 570-583.
- BOARDMAN A.D., P. EGAN, F. LEDERER, U. LANGBEIN & D. MIHALACHE, **1991**
Third-order nonlinear electromagnetic TE and TM guided waves, in "Nonlinear Surface Electromagnetic Phenomena" (H.E. Ponath & G.I. Stegeman, éd.), p. 73-288, Elsevier Science Publishers B.V. (Amsterdam).
- BOARDMAN A.D. & A.P. SUKHORUKOV (éd.), **2001**
 "Soliton-driven Photonics", Kluwer Academic Publishers (Dordrecht).
- BOARDMAN A.D. & K. XIE, **1993**
Theory of spatial solitons, Radio Science **28**(5), 891-899.
- BOARDMAN A.D. & M. XIE, **2001**
Nonlinear magneto-optic solitons, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 417-432, Springer-Verlag (Berlin).
- BORN M. & E. WOLF, **1980**
 "Principles of Optics" [6^e éd.], Cambridge University Press (Cambridge).
- BOUCHER V., **2001**
Solitons spatiaux : contribution à l'étude de la propagation non linéaire, Thèse de doctorat en Physique (Université d'Angers, Angers).
- BOURLIAGUET B., V. COUDERC, A. BARTHÉLEMY, G.W. ROSS, P.G.R. SMITH, D.C. HANNA & C. DE ANGELIS, **1999**
Observation of quadratic spatial solitons in periodically poled lithium niobate, Optics Letters **24**(20), 1410-1412.
- BOYD R.W., **1992**
 "Nonlinear Optics", Academic Press (San Diego).
- BOYD R.W. & G.S. AGARWAL, **1999**
Preventing laser beam filamentation through use of the squeezed vacuum, Physical Review A **59**(4), R2587-2589.
- BRAMATI A., W. CHINAGLIA, S. MINARDI & P. DI TRAPANI, **2001**
Reconstruction of blurred images via controlled spatial-soliton formation, Optics Letters **26**(18), 1409-1411.
- BURYAK A.V., P. DI TRAPANI, D.V. SKRYABIN & S. TRILLO, **2002**
Optical solitons due to quadratic nonlinearities: from basic physics to futuristic applications, Physics Reports **370**(2), 63-235.
- BURYAK A.V., Y.S. KIVSHAR, M.-F. SHIH & M. SEGEV, **1999**
Induced coherence and stable soliton spiraling, Physical Review Letters **82**(1), 81-84.
- BYRD P.F. & M.D. FRIEDMAN, **1971**
 "Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists", Springer-Verlag (Berlin).

C

- CAMBOURNAC C., M. CHAUVET, J.M. DUDLEY, E. LANTZ & H. MAILLOTTE, **2001**
Non-recurrent periodic arrays of spatial solitons in a planar Kerr waveguide, in "Soliton-Driven Photonics" (A.D. Boardman & A.P. Sukhorukov, éd.), p. 99-102, Kluwer Academic Publishers (Dordrecht).
- CAMBOURNAC C., H. MAILLOTTE, E. LANTZ, M. CHAUVET & J.M. DUDLEY, **1999**
Réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un guide plan, présenté à "Journées Nationales d'Optique Guidée '99", Limoges (France), 6-8 décembre (Recueil des communications, p. 109-111).
- CAMBOURNAC C., H. MAILLOTTE, E. LANTZ, M. CHAUVET & J.M. DUDLEY, **2000**
Stable periodic arrays of bright Kerr-like spatial solitons in a planar waveguide, présenté à "Conference on Lasers and ElectroOptics '2000", Nice (France), 20-25 septembre (OSA Technical Digest, CFE4).
- CAMBOURNAC C., H. MAILLOTTE, E. LANTZ, J.M. DUDLEY & M. CHAUVET, **2002a**
Spatiotemporal behavior of periodic arrays of spatial solitons in a planar waveguide with relaxing Kerr nonlinearity, Journal of the Optical Society of America B **19**(3), 574-585.
- CAMBOURNAC C., T. SYLVESTRE, H. MAILLOTTE, B. VANDERLINDEN, P. KOCKAERT, PH. EMLIT & M. HAELTERMAN, **2002b**
Symmetry-breaking instability of multimode vector solitons, Physical Review Letters **89**(8), 083901.
- CAMPILLO A.J., S.L. SHAPIRO & B.R. SUYDAM, **1973**
Periodic breakup of optical beams due to self-focusing, Applied Physics Letters **23**(11), 628-630.
- CAMPILLO A.J., S.L. SHAPIRO & B.R. SUYDAM, **1974**
Relationship of self-focusing to spatial instability modes, Applied Physics Letters **24**(4), 178-180.
- CAPPELLINI G. & S. TRILLO, **1991**
Third-order three-wave mixing in single-mode fibers : Exact solutions and spatial instability effects, Journal of the Optical Society of America B **8**(4), 824-838.
- CARMAN R.L., R.Y. CHIAO & P.L. KELLEY, **1966**
Observation of degenerate four-photon interaction and four-wave parametric amplification, Physical Review Letters **17**(26), 1281-1283.
- CARMON T., C. ANASTASSIOU, S. LAN, D. KIP, Z.H. MUSSLIMANI, M. SEGEV & D.N. CHRISTODOULIDES, **2000**
Observation of two-dimensional multimode solitons, Optics Letters **25**(15), 1113-1115.
- CARMON T., R. UZDIN, C. PIGIER, Z.H. MUSSLIMANI, M. SEGEV & A. NEPOMNYASHCHY, **2001**
Rotating propeller solitons, Physical Review Letters **87**(14), 143901.
- CHAUVET M., S. CHAUVIN & H. MAILLOTTE, **2001**
Transient dark photovoltaic spatial solitons and induced guiding in slab LiNbO₃ waveguides, Optics Letters **26**(17), 1344-1346.
- CHAUVET M., S.A. HAWKINS, G.J. SALAMO, M. SEGEV, D.F. BLISS & G. BRYANT, **1997**
Self-trapping of two-dimensional optical beams and light-induced waveguiding in photorefractive InP at telecommunications wavelengths, Applied Physics Letters **70**(19), 2499-2501.
- CHEN Z. & K. MCCARTHY, **2002**
Spatial soliton pixels from partially incoherent light, Optics Letters **27**(22), 2019-2021.
- CHIAO R.Y., E. GARMIRE & C.H. TOWNES, **1964**
Self-trapping of optical beams, Physical Review Letters **13**(15), 479-482.
- CHIAO R.Y. & J. GODINE, **1969**
Polarization dependence of stimulated Rayleigh-wing scattering and the optical-frequency Kerr effect, Physical Review **185**(2), 430-445.
- CHIAO R.Y., P.L. KELLEY & E. GARMIRE, **1966**
Stimulated four-photon interaction and its influence on stimulated Rayleigh-wing scattering, Physical Review Letters **17**(22), 1158-1161.
- CHRISTODOULIDES D.N. & R.I. JOSEPH, **1988**
Vector solitons in birefringent nonlinear dispersive media, Optics Letters **13**(1), 53-56.
- CLARK S.J., P.R.L. MARKWICK, G.J. ACKLAND & J. CRAIN, **2000**
Short-time reorientational processes in molecular fluids, Europhysics Letters **49**(1), 34-40.
- CODA V., H. MAILLOTTE, C. CAMBOURNAC, M. CHAUVET & G.J. SALAMO, **2002**
Solitons spatiaux Kerr dans un guide plan AlGaAs aux longueurs d'onde des télécommunications, présenté à "Journées Nationales d'Optique Guidée '02", Dijon (France), 23-25 septembre (Recueil des communications, p. 88-90).

COEN S. & M. HAELTERMAN, **1998**

Impedance-matched modulational instability laser for background-free pulse train generation in the THz range, Optics Communications **146**(1-6), 339-346.

COEN S. & M. HAELTERMAN, **2001**

Continuous-wave ultrahigh-repetition-rate pulse-train generation through modulational instability in a passive fiber cavity, Optics Letters **26**(1), 39-41.

COHEN O., R. UZDIN, T. CARMON, J.W. FLEICHSER, M. SEGEV & S. ODOUOV, **2002**

Collisions between optical spatial solitons propagating in opposite directions, Physical Review Letters **89**(13), 133901.

COHEN-TANNOUJJI C., J. DUPONT-ROC & G. GRYNBERG, **1987**

"Photons et Atomes – Introduction à l'Électrodynamique Quantique", InterEditions/Éditions du CNRS (Paris).

COLOMBEAU B., M. VAMPOUILLE & C. FROEHLI, **1976**

Shaping of short laser pulses by passive optical Fourier techniques, Optics Communications **19**(2), 201-204.

CORNELL E.A. & C.E. WIEMAN, **2002**

Nobel lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments, Review of Modern Physics **74**(3), 875-893.

COUDERC V., E. LOPEZ LAGO, A. BARTHÉLEMY, C. DE ANGELIS & F. GRINGOLI, **2002**

Trapping of a weak probe through coupling with a two-color quadratic spatial soliton, Optics Communications **203**(3-6), 421-425.

COUTON G., H. MAILLOTTE, R. GIUST & M. CHAUVET, **2003**

Formation of reconfigurable singlemode channel waveguides in LiNbO₃ using spatial solitons, Electronics Letters **39**(3), 286-287.

CROSIGNANI B. & P. DI PORTO, **1993**

Nonlinear propagation in Kerr media of beams with unequal transverse widths, Optics Letters **18**(17), 1394-1396.

CROSIGNANI B., P. DI PORTO, M. SEGEV, G.J. SALAMO & A. YARIV, **1998**

Nonlinear optical beam propagation and solitons in photorefractive media, Rivista del Nuovo Cimento **21**(6), 1-37.

D

DA ALT N., C. DE ANGELIS, G.F. NALESSO & M. SANTAGIUSTINA, **1995**

Dynamics of induced modulational instability in waveguides with saturable nonlinearity, Optics Communications **121**(1-3), 69-72.

DAWES E.L. & J.H. MARBURGER, **1969**

Computer studies in self-focusing, Physical Review **179**(3), 862-868.

DE BRUIJN N.G., **1961**

"Asymptotic Methods in Analysis" [2^e éd.], North Holland Publishing (Amsterdam).

DE LA FUENTE R. & A. BARTHÉLEMY, **1992**

Spatial soliton-induced guiding by cross-phase modulation, IEEE Journal of Quantum Electronics **28**(2), 547-554.

DEL RE E., B. CROSIGNANI & P. DI PORTO, **2001**

Photorefractive spatial solitons, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 61-86, Springer-Verlag (Berlin).

DEMARTINI F., C.H. TOWNES, T.K. GUSTAFSON & P.L. KELLEY, **1967**

Self-steepening of light pulses, Physical Review **164**(2), 312-323.

DESYATNIKOV A.S. & Y.S. KIVSHAR, **2001**

Necklace-ring vector solitons, Physical Review Letters **87**(3), 033901.

DESYATNIKOV A.S. & Y.S. KIVSHAR, **2002**

Spatial optical solitons and soliton clusters carrying an angular momentum, Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics **4**(2), S58-S65.

DESYATNIKOV A.S., Y.S. KIVSHAR, K. MOTZEK, F. KAISER, C. WEILNAU & C. DENZ, **2002**

Multicomponent dipole-mode spatial solitons, Optics Letters **27**(8), 634-636.

DESYATNIKOV A.S., D. NESHEV, E.A. OSTROVSKAYA, Y.S. KIVSHAR, G. MCCARTHY, W. KROLIKOWSKI & B. LUTHER-DAVIS, **2002**

Multipole composite spatial solitons: Theory and experiment, Journal of the Optical Society of America B **19**(3), 586-595.

DI TRAPANI P., G. VALIULIS, W. CHINAGLIA & A. ANDREONI, **1998**

Two-dimensional spatial solitary waves from travelling-wave parametric amplification of the quantum noise, Physical Review Letters **80**(2), 265-268.

- DIANOV E.M., P.V. MAMYSHEV, A.M. PROKHOROV & S.V. CHERNIKOV, **1989**
Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers, Optics Letters **14**(18), 1008-1010.
- DUREE G.C., J.L. SHULTZ, G.J. SALAMO, M. SEGEV, A. YARIV, B. CROSIGNANI, P. DI PORTO, E.J. SHARP & R.R. NEURGAONKAR, **1993**
Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect, Physical Review Letters **71**(4), 533-536.

E

- EISENBERG H.S., R. MORANDOTTI, Y. SILBERBERG, S. BAR-AD, D. ROSS & J.S. AITCHISON, **2001**
Kerr spatiotemporal self-focusing in a planar glass waveguide, Physical Review Letters **87**(4), 043902.
- EMPLIT PH., J.-P. HAMAIDE, F. REYNAUD, C. FROEHLI & A. BARTHÉLEMY, **1987**
Picosecond steps and dark pulses through nonlinear single-mode fibers, Optics Communications **62**(6), 374-379.
- ETCHEPARE J., G. GRILLON, J.P. CHAMBARET, G. HAMONIAUX & A. ORSZAG, **1987**
Polarization selectivity in time-resolved transient phase grating, Optics Communications **63**(5), 329-334.
- ETCHEPARE J., G.A. KENNEY-WALLACE, G. GRILLON, A. MIGUS & J.P. CHAMBARET, **1982**
Polarization and temporal selectivity of subpicosecond optical responses in CS₂, IEEE Journal of Quantum Electronics **18**(11), 1826-1829.
- EVANGELIDES S.G., L.F. MOLLENAUER, J.P. GORDON & N.S. BERGANO, **1992**
Polarization multiplexing with solitons, Journal of Lightwave Technology **10**(1), 28-35.

F

- FANG H., R. MALENDEVICH, R. SCHIEK & G.I. STEGEMAN, **2000**
Spatial modulational instability in one-dimensional lithium niobate slab waveguides, Optics Letters **25**(24), 1786-1788.
- FEIT M.D. & J.A. FLECK, **1988**
Beam nonparaxiality, filament formation, and beam breakup in the self-focusing of optical beams, Journal of the Optical Society of America B **5**(3), 633-640.
- FERMI E., J. PASTA & S. ULAM, **1955**
Studies of nonlinear problems (Los Alamos report LA-1940, 1955), in "Collected Papers of Enrico Fermi, vol. 2" (E. Segrè, éd.), p. 978-988, University of Chicago Press (Chicago).
- FIBICH G., **1996**
Small beam nonparaxiality arrests self-focusing of optical beams, Physical Review Letters **76**(23), 4356-4359.
- FIBICH G., **2001**
Self-focusing in the damped nonlinear Schrödinger equation, SIAM Journal on Applied Mathematics **61**(5), 1680-1705.
- FIBICH G. & B. ILAN, **2001**
Deterministic vectorial effects lead to multiple filamentation, Optics Letters **26**(11), 840-842.
- FIBICH G. & B. ILAN, **2001**
Vectorial and random effects in self-focusing and in multiple filamentation, Physica D **157**, 112-156.
- FIBICH G. & B. ILAN, **2002**
Multiple filamentation of circularly polarized beams, Physical Review Letters **89**(1), 013901.
- FIBICH G. & B. ILAN, **2003**
Self-focusing of circularly polarized beams, Physical Review E **67**(3), 036622/1-16.
- FIBICH G. & G. PAPANICOLAOU, **1999**
Self-focusing in the perturbed and unperturbed nonlinear Schrödinger equation in critical dimension, SIAM Journal on Applied Mathematics **60**(1), 183-240.
- FIRTH W.J. & C.O. WEISS, **2002**
Cavity and feedback solitons, Optics and Photonics News **13**(2), 54-58.
- FORDY A.P., **1994**
A historical introduction to solitons and Bäcklund transformations, in "Harmonic Maps and Integrable Systems" (A.P. Fordy & J.C. Wood, éd.), p. 7-28, Vieweg (Wiesbaden).
- FRESSENGEAS E., J. MAUFOY & G. KUGEL, **1996**
Temporal behavior of bidimensional photorefractive bright spatial solitons, Physical Review E **54**(6), 6866-6875.

- FRIEDRICH L., R. MALENDEVICH, G.I. STEGEMAN, J.M. SOTO-CRESPO, N.N. AKHMEDIEV & J.S. AITCHISON, **2000**
Radiation related polarization instability of fast Kerr spatial solitons in slab waveguides, Optics Communications **186**(4-6), 335-341.
- FUERST R.A., D.-M. BABOIU, B. LAWRENCE, W.E. TORRUELLAS, G.I. STEGEMAN, S. TRILLO & S. WABNITZ, **1997**
Spatial modulational instability and multisolitonlike generation in a quadratically nonlinear optical medium, Physical Review Letters **78**(14), 2756-2759.

G

- GARCIA-RIPOLL J.J., V.M. PÉREZ-GARCIA, E.A. OSTROVSKAYA & Y.S. KIVSHAR, **2000**
Dipole-mode vector solitons, Physical Review Letters **85**(1), 82-85.
- GANDER W. & W. GAUTSCHI, **2000**
Adaptative quadrature - revisited, Nordisk Tidskrift for Informations Behandling (BIT) **40**(1), 84-101.
Erreur ! Référence de lien hypertexte non valide.
- GARDNER C.S., J.M. GREENE, M.D. KRUSKAL & R.M. MIURA, **1967**
Method for solving the Korteweg-de Vries equation, Physical Review Letters **19**(19), 1095-1097.
- GARMIRE E., R.Y. CHIAO & C.H. TOWNES, **1966**
Dynamics and characteristics of the self-trapping of intense light beams, Physical Review Letters **16**(9), 347-349.
- GORDON J.P., **1983**
Interaction forces among solitons in optical fibers, Optics Letters **8**(11), 596-598.
- GORDON J.P., **1986**
Theory of the soliton self-frequency shift, Optics Letters **11**(10), 663-665.
- GRASSER R., **1998**
Génération et propagation de réseaux périodiques de solitons spatiaux dans un milieu de Kerr massif, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).
- GREENE B.I., P.A. FLEURY, H.L.J. CARTER & R.C. FARROW, **1984**
Microscopic dynamics in simple liquids by subpicosecond birefringences, Physical Review A **29**(1), 271-274.
- GUO A., M. HENRY, G.J. SALAMO, M. SEGEV & G.L. WOOD, **2001**
Fixing multiple waveguides induced by photorefractive solitons: Directional couplers and beamsplitters, Optics Letters **26**(16), 1274-1276.
- GUSTAFSON T.K., J.P. TARAN, H.A. HAUS, J.R. LIFSITZ & P.L. KELLEY, **1969**
Self-modulation, self-steepening, and spectral development of light in small-scale trapped filaments, Physical Review **177**(1), 306-313.

H

- HAELTERMAN M. & A.P. SHEPPARD, **1993**
Cancelling soliton interaction in singlemode optical fibers, Electronics Letters **29**(13), 1176-1177.
- HAELTERMAN M. & A.P. SHEPPARD, **1994a**
The elliptically polarized fundamental vector soliton of isotropic Kerr media, Physics Letters A **194**(3), 191-196.
- HAELTERMAN M. & A.P. SHEPPARD, **1994b**
Bifurcation phenomena and multiple soliton-bound states in isotropic Kerr media, Physical Review E **49**(4), 3376-3381.
- HAELTERMAN M., A.P. SHEPPARD & A.W. SNYDER, **1993**
Bound-vector solitary waves in isotropic nonlinear dispersive media, Optics Letters **18**(17), 1406-1408.
- HALBOUT J.-M. & C.L. TANG, **1982**
Femtosecond interferometry for nonlinear optics, Applied Physics Letters **40**(9), 765-767.
- HANSRYD J., P.A. ANDREKSON, M. WESTLUND, J. LI & P.-O. HEDEKVIST, **2002**
Fiber-based optical parametric amplifiers and their applications, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **8**(3), 506-520.
- HART D.L., A.F. JUDY, R. ROY & J.W. BELETIC, **1998**
Dynamical evolution of multiple four-wave-mixing processes in an optical fiber, Physical Review E **57**(4), 4757-4774.
- HASEGAWA A., **1984**
Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers, Optics Letters **9**(7), 288-290.

HASEGAWA A., **2000**

An historical review of application of optical solitons for high speed communications, Chaos **10**(3), 475-485.

HASEGAWA A. & W.F. BRINKMAN, **1980**

Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability, IEEE Journal of Quantum Electronics **16**(7), 694-697.

HASEGAWA A. & K. TAI, **1989**

Effects of modulational instability on coherent transmission systems, Optics Letters **14**(10), 512-513.

HASEGAWA A. & F. TAPPERT, **1973**

Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, Applied Physics Letters **23**(3), 142-144.

HASEGAWA A. & F. TAPPERT, **1973**

Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion, Applied Physics Letters **23**(4), 171-173.

HELLWARTH R.W., **1979**

Third-order optical susceptibilities of liquids and solids, Progress in Quantum Electronics **5**, 1-68.

HENNINOT J.F., M. DEBAILLEUL, F. DERRIEN, G. ABBATE & M. WARENGHEM, **2001**

(2D + 1) Spatial optical solitons in dye doped liquid crystals, Synthetic Metals **124**(1), 9-13.

HO P.P. & R.R. ALFANO, **1979**

Optical Kerr effect in liquids, Physical Review A **20**(5), 2170-2187.

HUANG T.-H., C.-C. HSU, T.-H. WEI, S. CHANG, S.-M. YEN, C.-P. TSAI, R.-T. LIU, C.-T. KUO, W.-S. TSE & C. CHIA, **1996**

The transient optical Kerr effect of simple liquids studied with an ultra-short variable pulsewidth, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **2**(3), 756-768.

HUARD S., **1993**

"Polarisation de la Lumière", Masson (Paris).

I

INFELD E., **1981**

Quantitative theory of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in the nonlinear Schrödinger equation, Physical Review Letters **47**(10), 717-720.

INOUE K. & T. MUKAI, **2001**

Signal wavelength dependence of gain saturation in a fiber optical parametric amplifier, Optics Letters **26**(1), 10-12.

J

JANSSEN P.A.E.M., **2002**

Nonlinear four-wave interactions and freak waves, Technical memorandum N°366 of the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF library, Shinfield Park).

http://www.ecmwf.int/publications/library/ecpublications/_pdf/tm366.pdf

K

KALPOUZOS C., W.T. LOTSHAW, D. MCMORROW & G.A. KENNEY-WALLACE, **1987**

Femtosecond laser-induced Kerr responses in liquid CS₂, Journal of Physical Chemistry **91**(8), 2028-2030.

KANG J.U., J.S. AITCHISON, G.I. STEGEMAN & N.N. AKHMEDIEV, **1998**

One-dimensional spatial solitons in AlGaAs waveguides, Optical and Quantum Electronics **30**(7-10), 649-671.

KANG J.U., G.I. STEGEMAN & J.S. AITCHISON, **1996**

One-dimensional spatial soliton dragging, trapping, and all-optical switching in AlGaAs waveguides, Optics Letters **21**(3), 189-191.

KANG J.U., G.I. STEGEMAN, J.S. AITCHISON & N.N. AKHMEDIEV, **1996**

Manakov spatial solitons, Optics and Photonics News **7**(12), 30.

KANG J.U., G.I. STEGEMAN, J.S. AITCHISON & N.N. AKHMEDIEV, **1996**

Observation of Manakov spatial solitons in AlGaAs planar waveguides, Physical Review Letters **76**(20), 3699-3702.

KARAMZIN N.Y. & A.P. SUKHORUKOV, **1976**

Mutual focusing of high-power light beams in media with quadratic nonlinearity, Soviet Physics JETP **41**, 414-416.

- KARPIERZ M.A., **2002**
Solitary waves in liquid crystalline waveguides, Physical Review E **66**(3), 036603/1-9.
- KELLEY P.L., **1965**
Self-focusing of optical beams, Physical Review Letters **15**(26), 1005-1008.
- KETTERLE W., **2002**,
Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser, Review of Modern Physics **74**(4), 1131-1151.
- KIP D., M. SOLJACIC, M. SEGEV, E.D. EUGENIEVA & D.N. CHRISTODOULIDES, **2000**
Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams, Science **290**(5491), 495-498.
- KIVSHAR Y.S., **1998**
Bright and dark spatial solitons in non-Kerr media, Optical and Quantum Electronics **30**(7-10), 571-614.
- KIVSHAR Y.S. & W. KROLIKOWSKI, **1995**
Instabilities of dark solitons, Optics Letters **20**(14), 1527-1529.
- KIVSHAR Y.S. & B. LUTHER-DAVIS, **1998**
Dark optical solitons: Physics and applications, Physics Reports **298**(2-3), 81-197.
- KIVSHAR Y.S. & B.A. MALOMED, **1989**
Dynamics of solitons in nearly integrable systems, Review of Modern Physics **61**(4), 763-915.
- KIVSHAR Y.S., D. PELINOVSKY, T. CRETEGNY & M. PEYRARD, **1998**
Internal modes of solitary waves, Physical Review Letters **80**(23), 5032-5035.
- KIVSHAR Y.S. & D.E. PELINOVSKY, **2000**
Self-focusing and transverse instabilities of solitary waves, Physics Reports **331**(4), 117-195.
- KIVSHAR Y.S. & G.I. STEGEMAN, **2002**
Spatial optical solitons – Guiding light for future applications, Optics and Photonics News **13**(2), 59-63.
- KIVSHAR Y.S. & A.A. SUKHORUKOV, **2001**
Stability of spatial optical solitons, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 211-245, Springer-Verlag (Berlin).
- KLOTZ M., M. CROSSER, A. GUO, M. HENRY, G.J. SALAMO, M. SEGEV & G.L. WOOD, **2001**
Fixing solitonic Y junctions in photorefractive strontium-barium-niobate, Applied Physics Letters **79**(10), 1423-1425.
- KOCKAERT P., **2001**
Dynamique non linéaire vectorielle de la propagation lumineuse en fibres optiques et caractérisation des phénomènes ultracourts associés, Thèse de doctorat en Sciences appliquées (Université libre de Bruxelles).
- KOCKAERT P. & M. HAELTERMAN, **1999**
Stability and symmetry breaking of soliton bound states, Journal of the Optical Society of America B **16**(5), 732-740.
- KORNEEV N., **2000**
Analytical solutions for three and four diffraction orders interaction in Kerr media, Optics Express **7**(9), 299-304.
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-7-9-299>
- KORTEWEG D.J. & G. DE VRIES, **1895**
On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves, Philosophical Magazine **39**, 422-443.
- KOS K., G.J. SALAMO & M. SEGEV, **1998**
High-intensity nanosecond photorefractive spatial solitons, Optics Letters **23**(13), 1001-1003.
- KROLIKOWSKI W. & O. BANG, **2001**
Solitons in nonlocal nonlinear media: Exact solutions, Physical Review E **63**(1), 016610/1-6.
- KROLIKOWSKI W., O. BANG, J.J. RASMUSSEN & J. WYLLER, **2001**
Modulational instability in nonlocal nonlinear Kerr media, Physical Review E **64**(1), 016612/1-8.
- KROLIKOWSKI W., C. DENZ, A. STEPKEN, M. SAFFMAN & B. LUTHER-DAVIS, **1998**
Interaction of spatial photorefractive solitons, Quantum and Semiclassical Optics **10**(6), 823-837.
- KROLIKOWSKI W., E.A. OSTROVSKAYA, C. WEILNAU, M. GEISSER, G. MCCARTHY, Y.S. KIVSHAR, C. DENZ & B. LUTHER-DAVIS, **2000**
Observation of dipole-mode vector solitons, Physical Review Letters **85**(7), 1424-1427.
- KUZNETSOV E.A., A.M. RUBENCHIK & V.E. ZAKHAROV, **1986**
Soliton stability in plasmas and hydrodynamics, Physics Reports **142**(3), 103-165.

L

- LAKE B.M. & H.C. YUEN, **1977**
A note on some nonlinear water-wave experiments and the comparison of data with theory, Journal of Fluid Mechanics **83**(1), 75-81.
- LAKE B.M., H.C. YUEN, H. RUNGALDIER & W.E. FERGUSON, **1977**
Nonlinear deep-water waves: Theory and experiment. II. Evolution of a continuous wave train, Journal of Fluid Mechanics **83**(1), 49-74.
- LAN S., E. DEL RE, Z. CHEN, M.-F. SHIH & M. SEGEV, **1999**
Directional coupler with soliton-induced waveguides, Optics Letters **24**(7), 475-477.
- LAN S., M.-F. SHIH & M. SEGEV, **1997**
Self-trapping of one-dimensional and two-dimensional optical beams and induced waveguides in photorefractive $KNbO_3$, Optics Letters **22**(19), 1467-1469.
- LANDAU L. & E. LIFCHITZ, **1969**
 "Physique Théorique I - Mécanique" [3^e éd.], Mir Editions (Moscou).
- LANTZ E., C. CAMBOURNAC & H. MAILLOTTE, **2002**
Spatiotemporal dynamics of soliton arrays generated from spatial noise in a planar waveguide with relaxing Kerr nonlinearity, Optics Express **10**(18), 942-948. <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-18-942>
- LEDERER F., S. DARMANYAN & KOPYAKOV, **2001**
Discrete solitons, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 269-292, Springer-Verlag (Berlin).
- LEDERER F. & Y. SILBERBERG, **2002**
Discrete solitons, Optics and Photonics News **13**(2), 48-53.
- LEFORT L., **1996**
Opérations photoniques rapides basées : sur l'interaction de solitons spatiaux ; sur des processus non linéaires quadratiques, Thèse de doctorat en Optique (Université de Limoges, Limoges).
- LI Q.-Y., C. PASK & R.A. SAMMUT, **1991**
Simple model for spatial optical solitons in a planar waveguide, Optics Letters **16**(14), 1083-1085.
- LIU X., K. BECKWITT & F. WISE, **2000**
Transverse instability of optical spatiotemporal solitons in quadratic media, Physical Review Letters **85**(9), 1871-1874.
- LIU X., L.J. QIAN & F. WISE, **1999**
Generation of optical spatiotemporal solitons, Physical Review Letters **82**(23), 4632-4634.
- LUTHER-DAVIS B. & G.I. STEGEMAN, **2001**
Materials for spatial solitons, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 19-36, Springer-Verlag (Berlin).
- LUTHER-DAVIS B., V. TIKHONENKO, J. CHRISTOU, W. KROLIKOWSKI, Y.S. KIVSHAR & N.N. AKHMEDIEV, **1999**
Spatial solitons in saturating nonlinear materials, in "Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives" (V.E. Zakharov & S. Wabnitz, éd.), p. 335-348, EDP Sciences (Les Ulis).

M

- MAILLOTTE H., **1990**
Contrôle interférométrique des instabilités spatio-temporelles en diffusion stimulée : Applications à la conjugaison de phase et à la réalisation d'une émission laser Raman à contre-réaction répartie, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).
- MAILLOTTE H. & R. GRASSER, **1998**
Generation and propagation of stable periodic arrays of soliton stripes in a bulk Kerr liquid, présenté à "Nonlinear Guided Waves and their Applications", Victoria (Canada), 1-3 avril (OSA Technical Digest Series, p. 167-169).
- MAILLOTTE H., J. MONNERET, A. BARTHÉLEMY & C. FROEHLI, **1994a**
Laser beam self-splitting into solitons by optical Kerr nonlinearity, Optics Communications **109**(3-4), 265-271.
- MAILLOTTE H., J. MONNERET & C. FROEHLI, **1994b**
Self-induced multiple soliton-like beams by stimulated scattering, Optics Communications **109**(3-4), 272-278.
- MAIMAN T.H., **1960**
Stimulated optical radiation in Ruby, Nature (Londres) **187**(4736), 493-494.
- MAKER P.D. & R.W. TERHUNE, **1965**
Study of optical effects due to an induced polarization third order in the electric field strength, Physical Review **A137**(3), 801-818.

- MALENDEVICH R., L. JANKOVIC, G.I. STEGEMAN & J.S. AITCHISON, **2001**
Spatial modulation instability in a Kerr slab waveguide, Optics Letters **26**(23), 1879-1881.
- MAMAEV A.V., M. SAFFMAN, D.Z. ANDERSON & A.A. ZOZULYA, **1996a**
Propagation of light beams in anisotropic nonlinear media: From symmetry breaking to spatial turbulence, Physical Review A **54**(1), 870-879.
- MAMAEV A.V., M. SAFFMAN & A.A. ZOZULYA, **1996b**
Break-up of two-dimensional bright spatial solitons due to transverse modulation instability, Europhysics Letters **35**(1), 25-30.
- MAMAEV A.V., M. SAFFMAN & A.A. ZOZULYA, **1996c**
Propagation of dark stripe beams in nonlinear media: Snake instability and creation of optical vortices, Physical Review Letters **76**(13), 2262-2265.
- MAMYSHEV P.V., C. BOSSHARD & G.I. STEGEMAN, **1994b**
Generation of a periodic array of dark spatial solitons in the regime of effective amplification, Journal of the Optical Society of America B **11**(7), 1254-1260.
- MAMYSHEV P.V., S.V. CHERNIKOV & E.M. DIANOV, **1991**
Generation of fundamental soliton trains for high-bit-rate optical fiber communication lines, IEEE Journal of Quantum Electronics **27**(10), 2347-2355.
- MAMYSHEV P.V., S.V. CHERNIKOV, E.M. DIANOV & A.M. PROKHOROV, **1990**
Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons using the induced modulational instability and Raman self-scattering effects, Optics Letters **15**(23), 1365-1367.
- MAMYSHEV P.V., P.G. WIGLEY, J. WILSON, C. BOSSHARD & G.I. STEGEMAN, **1994a**
Restoration of dual-frequency signals with nonlinear propagation in fibers with positive group velocity dispersion, Applied Physics Letters **64**(25), 3374-3376.
- MANAKOV S.V., **1974**
On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves, Soviet Physics JETP **38**(2), 248-253.
- MANEUF S., **1988**
Propagations stables et solitons en présence de non-linéarité optique de Kerr ; première approche de la synchronisation intermodale d'un laser par faisceau soliton, Thèse de doctorat en Communications optiques et microondes (Université de Limoges, Limoges).
- MANEUF S., A. BARTHÉLEMY & C. FROEHLI, **1986**
Propagation de faisceaux solitons quasi monochromatiques, caractéristiques spatio-temporelles et spectrales, Journal of Optics (Paris) **17**(3), 139-145.
- MANEUF S., R. DESAILLY & C. FROEHLI, **1988**
Stable self-trapping of laser beams: Observation in a nonlinear planar waveguide, Optics Communications **65**(3), 193-198.
- MANEUF S. & F. REYNAUD, **1988**
Quasi-steady state self-trapping of first, second and third order sub-nanosecond soliton beams, Optics Communications **66**(5-6), 325-328.
- MARTIJN DE STERKE C., B.J. EGGLETON & J.E. SIPE, **2001**
Bragg solitons: Theory and experiments, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 169-210, Springer-Verlag (Berlin).
- MCCORMICK C.F., R.Y. CHIAO & J.F. HICKMAN, **2002**
Weak-wave advancement in nearly collinear four-wave mixing, Optics Express **10**(13), 581-585.
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-13-581>
- MCLEOD R., K. WAGNER & S. BLAIR, **1995**
(3+1)-dimensional optical soliton dragging logic, Physical Review A **52**(4), 3254-3278.
- MCMORROW D., W.T. LOTSHAW & G.A. KENNEY-WALLACE, **1988**
Femtosecond optical Kerr studies on the origin of nonlinear responses in simple liquids, IEEE Journal of Quantum Electronics **24**(2), 443-454.
- MENYUK C.R., **1986**
Origin of solitons in the "real" world, Physical Review A **33**(6), 4367-4374.
- MIHALACHE D., M. BERTOLOTTI & C. SIBILIA, **1989**
Nonlinear wave propagation in planar structures, in "Progress in Optics, vol. XXVII" (E. Wolf, éd.), p. 229-316, Elsevier Science Publishers B.V. (Amsterdam).
- MIHALACHE D., F. LEDERER & D.-M. BABOIU, **1993**
Two-parameter family of exact solutions of the nonlinear Schrödinger equation describing optical soliton propagation, Physical Review A **47**(4), 3285-3290.

- MILLOT G., E. SEVE, S. WABNITZ & M. HAELTERMAN, **1998**
Observation of induced modulation polarization instabilities and pulse-train generation in the normal-dispersion regime of a birefringent optical fiber, Journal of the Optical Society of America B **15**(4), 1266-1277.
- MILNE-THOMSON L.M., **1972**
Elliptic Integrals, in "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables" [9^e éd.] (M. Abramowitz & I.A. Stegun, éd.), p. 587-607, Dover Publications (New York).
- MINARDI S., S. SAPONE, W. CHINAGLIA, A. BERZANSKIS & P. DI TRAPANI, **2000**
Pixellike parametric generator based on controlled spatial soliton formation, Optics Letters **25**(5), 326-329.
- MINGALEEV S.F. & Y.S. KIVSHAR, **2001**
Self-trapping and stable localized modes in nonlinear photonic crystals, Physical Review Letters **86**(24), 5474-5477.
- MINGALEEV S.F. & Y.S. KIVSHAR, **2002**
Nonlinear photonic crystals toward all-optical technologies, Optics and Photonics News **13**(7), 48-51.
- MINGALEEV S.F. & Y.S. KIVSHAR, **2002**
Nonlinear transmission and light localization in photonic-crystal waveguides, Journal of the Optical Society of America B **19**(9), 2241-2249.
- MITCHELL M., Z. CHEN, M.-F. SHIH & M. SEGEV, **1996**
Self-trapping of partially spatially-incoherent light, Physical Review Letters **77**(3), 490-493.
- MITCHELL M. & M. SEGEV, **1997**
Self-trapping of incoherent white light, Nature **387**(6636), 880-883.
- MITCHELL M., M. SEGEV & D.N. CHRISTODOULIDES, **1998**
Observation of multihump multimode solitons, Physical Review Letters **80**(21), 4657-4660.
- MITCHELL M., M. SEGEV, T.H. COSKUN & D.N. CHRISTODOULIDES, **1997**
Theory of self-trapped spatially incoherent light beams, Physical Review Letters **79**(25), 4990-4993.
- MITSCHE F.M. & L.F. MOLLENAUER, **1986**
Discovery of the soliton self-frequency shift, Optics Letters **11**(10), 659-661.
- MOLLENAUER L.F., R.H. STOLEN & J.P. GORDON, **1980**
Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers, Physical Review Letters **45**(13), 1095-1098.
- MOLONEY J.V., M. KOLESIK, M. MLEJNEK & E.M. WRIGHT, **2000**
Femtosecond self-guided atmospheric light strings, Chaos **10**(3), 559-569.
- MORIN M., G.C. DUREE, G.J. SALAMO & M. SEGEV, **1995**
Waveguides formed by quasi-steady-state photorefractive spatial solitons, Optics Letters **20**(20), 2066-2068.
- MUSSLIMANI Z.H., M. SEGEV, D.N. CHRISTODOULIDES & M. SOLJACIC, **2000**
Composite multihump vector solitons carrying topological charge, Physical Review Letters **84**(6), 1164-1167.

N

- NAGASAKO E.M., R.W. BOYD & G.S. AGARWAL, **1997**
Vacuum-field-induced filamentation in laser-beam propagation, Physical Review A **55**(2), 1412-1415.
- NAGASAKO E.M., R.W. BOYD & G.S. AGARWAL, **1998**
Vacuum-induced jitter in spatial solitons, Optics Express **5**(3), 171-179.
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-3-5-171>
- NAKATSUKA H., D. GRISHKOWSKY & A.C. BALANT, **1981**
Nonlinear pulse-propagation through optical fibers with positive group velocity dispersion, Physical Review Letters **47**(13), 910-913.
- NAKAZAWA M., **2000**
Solitons for breaking barriers to terabit/second WDM and OTDM transmission in the next millennium, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **6**(6), 1332-1343.
- NAKAZAWA M., H. KUBOTA, K. SUZUKI, E. YAMADA & A. SAHARA, **2000**
Recent progress in soliton transmission technology, Chaos **10**(3), 486-514.
- NAKAZAWA M., K. SUZUKI & H.A. HAUS, **1989a**
The modulational instability laser: I Experiment, IEEE Journal of Quantum Electronics **25**(9), 2036-2044.

NAKAZAWA M., K. SUZUKI, H. KUBOTA & H.A. HAUS, **1989b**

The modulational instability laser: II Theory, IEEE Journal of Quantum Electronics **25**(9), 2045-2052.

NESHEV D., W. KROLIKOWSKI, D.E. PELINOVSKY, G. MCCARTHY & Y.S. KIVSHAR, **2001**

Transverse instability of vector solitons and generation of dipole arrays, Physical Review Letters **87**(10), 103903.

O

OSTROVSKAYA E.A., Y.S. KIVSHAR, D.V. SKRYABIN & W.J. FIRTH, **1999**

Stability of multihump optical solitons, Physical Review Letters **83**(2), 296-299.

OSTROVSKY L.A., **1967**

Propagation of wave packets and space-time self-focusing in a nonlinear medium, Soviet Physics JETP **24**(4), 797-800.

P

PECCIANI M., A. DE ROSSI, G. ASSANTO, A. DE LUCA, C. UMETON & I.C. KHOO, **2000**

Electrically assisted self-confinement and waveguiding in planar nematic liquid crystal cells, Applied Physics Letters **77**(1), 7-9.

PÉREZ-GARCIA V.M., V.V. KONOTOP & J.J. GARCIA-RIPOLL, **2000**

Dynamics of quasicollapse in nonlinear Schrödinger systems with nonlocal interactions, Physical Review E **62**(3), 4300-4308.

PÉREZ-GARCIA V.M., M.A. PORRAS & L. VASQUEZ, **1995**

The nonlinear Schrödinger equation with dissipation and the moment method, Physics Letters A **202**(2-3), 176-182.

PROVINO L., **2002**

Génération et amplification contrôlées de très larges bandes spectrales dans les fibres optiques conventionnelles et microstructurées, Thèse de doctorat en Sciences pour l'ingénieur (Université de Franche-Comté, Besançon).

R

RAHN O. & M. MAIER, **1974**

Raman-limited beam diameters in self-focusing of laser light, Physical Review A **9**(3), 1427-1437.

REYNAUD F. & A. BARTHÉLEMY, **1990**

Optically controlled interaction between two fundamental soliton beams, Europhysics Letters **12**(5), 401-405.

ROSENBLUH M. & R.M. SHELBY, **1991**

Squeezed optical solitons, Physical Review Letters **66**(2), 153-156.

RUSSELL J.S., **1844**

Report on waves, in "Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for Advancement of Science", p. 311-390, Plates XLVII-LVII (Londres).

S

SAFFMAN M. & D.V. SKRYABIN, **2001**

Coupled propagation of light and matter waves: Solitons and transverse instabilities, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 433-448, Springer-Verlag (Berlin).

SALEH B.E.A. & M.C. TEICH, **1991**

"Fundamentals of Photonics", John Wiley & Sons (New York).

SAMMUT R.A. & C. PASK, **1991**

Gaussian and equivalent-step-index approximation for nonlinear waveguides, Journal of the Optical Society of America B **8**(2), 395-402.

SATORU S., S. KAWATA, A.P. SUKHORUKOV & Y.S. KIVSHAR, **2002**

Self-written waveguides in photopolymerizable resins, Optics Letters **27**(3), 185-187.

SATSUMA J. & N. YAJIMA, **1974**

Initial value problems of one-dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media, Progress of Theoretical Physics Supplement **55**, 284-306.

- SCHIEK R., Y. BAEK & G.I. STEGEMAN, **1996**
One-dimensional spatial solitary waves due to cascaded second-order nonlinearities in planar waveguides, Physical Review E **53**(1), 1138-1141.
- SCHIEK R., H. FANG, R. MALENDEVICH & G.I. STEGEMAN, **2001**
Measurement of modulational instability gain of second-order nonlinear optical eigenmodes in a one-dimensional system, Physical Review Letters **86**(20), 4528-4531.
- SEGEV M. & D.N. CHRISTODOULIDES, **2001**
Incoherent solitons – Self-trapping of weakly correlated wavepackets, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 87-126, Springer-Verlag (Berlin).
- SEGEV M., B. CROSIGNANI & A. YARIV, **1992**
Spatial solitons in photorefractive media, Physical Review Letters **68**(7), 923-926.
- SEVE E., G. MILLOT, S. WABNITZ, T. SYLVESTRE & H. MAILLOTTE, **1999**
Generation of vector dark-soliton trains by induced modulation instability in a highly birefringent fiber, Journal of the Optical Society of America B **16**(10), 1642-1650.
- SHALABY M. & A. BARTHÉLEMY, **1991**
Experimental spatial soliton trapping and switching, Optics Letters **16**(19), 1472-1474.
- SHALABY M. & A. BARTHÉLEMY, **1992**
Observation of the self-guided propagation of a dark and bright spatial soliton pair in a focusing nonlinear medium, IEEE Journal of Quantum Electronics **28**(12), 2736-2741.
- SHALABY M., F. REYNAUD & A. BARTHÉLEMY, **1992**
Experimental observation of spatial soliton interactions with a $\pi/2$ relative phase difference, Optics Letters **17**(11), 778-780.
- SHEN Y.R., **1984**
 "The Principles of Nonlinear Optics", John Wiley & Sons (New York).
- SHEPPARD A.P. & M. HAELTERMAN, **1998**
Nonparaxiality stabilizes three-dimensional soliton beams in Kerr media, Optics Letters **23**(23), 1820-1822.
- SHIH M.-F., C.-C. JENG, F.-W. SHEU & C.-Y. LIN, **2002**
Spatiotemporal optical modulation instability of coherent light in noninstantaneous nonlinear media, Physical Review Letters **88**(13), 133902.
- SHIH M.-F., M. SEGEV & G.J. SALAMO, **1997**
Three-dimensional spiraling of interacting spatial solitons, Physical Review Letters **78**(13), 2551-2554.
- SHIH M.-F., M. SEGEV, G.C. VALLEY, G.J. SALAMO, B. CROSIGNANI & P. DI PORTO, **1995**
Observation of two-dimensional steady-state photorefractive screening solitons, Electronics Letters **31**(10), 826.
- SILBERBERG Y., **1990**
Collapse of optical pulses, Optics Letters **15**(22), 1282-1284.
- SILBERBERG Y. & Y. BARAD, **1995**
Rotating vector solitary waves in isotropic fibers, Optics Letters **20**(3), 246-248.
- SILBERBERG Y. & G.I. STEGEMAN, **2001**
One-dimensional spatial solitons in Kerr media, in "Spatial Solitons" (S. Trillo & W.E. Torruellas, éd.), p. 37-60, Springer-Verlag (Berlin).
- SIMOS C., V. COUDERC & A. BARTHÉLEMY, **2002**
Experimental observation of phase controlled three-dimensional interactions between two quadratic spatial solitons: Scattering, fusion and spiraling, présenté à "Nonlinear Guided Waves and their Applications '2002", Stresa (Italie), 2-4 septembre (OSA Technical Digest, NLWB2).
- SKRYABIN D.V., **2002**
Energy of the soliton internal modes and broken symmetries in nonlinear optics, Journal of the Optical Society of America B **19**(3), 529-536.
- SKRYABIN D.V. & W.J. FIRTH, **1997**
Optical solitons carrying orbital angular momentum, Physical Review Letters **79**(13), 2450-2453.
- SNYDER A.W., S.J. HEWLETT & D.J. MITCHELL, **1994**
Dynamic spatial solitons, Physical Review Letters **72**(7), 1012-1015.
- SNYDER A.W. & F. LADOUCEUR, **1999**
Light guiding light: Letting light be the master of its own destiny, Optics and Photonics News **10**(2), 35-39.
- SNYDER A.W. & J.D. LOVE, **1983**
 "Optical Waveguide Theory", Chapman & Hall (Londres).

- SNYDER A.W., D.J. MITCHELL & A.V. BURYAK, **1996**
Qualitative theory of bright solitons: the soliton sketch, Journal of the Optical Society of America B **13**(6), 1146-1149.
- SNYDER A.W., D.J. MITCHELL & M. HAELTERMAN, **1995**
Parallel spatial solitons, Optics Communications **116**(4-6), 365-368.
- SNYDER A.W. & A.P. SHEPPARD, **1993**
Collisions, steering and guidance with spatial solitons, Optics Letters **18**(7), 482-484.
- SOLJACIC M., S. SEARS & M. SEGEV, **1998**
Self-trapping of "necklace" beams in self-focusing Kerr media, Physical Review Letters **81**(22), 4851-4854.
- SOTO-CRESPO J.M. & N.N. AKHMEDEV, **1993**
Description of the self-focusing and collapse effects in a modified nonlinear Schrödinger equation, Optics Communications **101**(3-4), 223-230.
- SPÄLTER S., H.Y. HWANG, J. ZIMMERMANN, G. LENZ, T. KATSUFUJI, S.W. CHEONG & R.E. SLUSHER, **2002**
Strong self-phase modulation in planar chalcogenide glass waveguides, Optics Letters **27**(5), 363-365.
- STEGEMAN G.I., D.N. CHRISTODOULIDES & M. SEGEV, **2000**
Optical spatial solitons: Historical perspectives, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **6**(6), 1419-1427.
- STEGEMAN G.I. & M. SEGEV, **1999**
Optical spatial solitons and their interactions: Universality and diversity, Science **286**(5444), 1518-1523.
- STEGEMAN G.I., E.M. WRIGHT, N. FINLAYSON, R. ZANONI & C.T. SEATON, **1988**
Third order nonlinear integrated optics, Journal of Lightwave Technology **6**(6), 953-970.
- STOKES G.G., **1847**
On the theory of oscillatory waves, Transactions of the Cambridge Philosophical Society **8**, 441-455.
- STOLEN R.H. & J.E. BJORKHOLM, **1982**
Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers, IEEE Journal of Quantum Electronics **18**(7), 1062-1071.
- STRECKER K.E., G.B. PARTRIDGE, A.G. TRUSCOTT & R.G. HULET, **2002**
Formation and propagation of matter-wave soliton trains, Nature **417**(6885), 150-3.
http://www.nature.com/cgi-taf/DynaPage.taf?file=/nature/journal/v417/n6885/full/nature747_fs.html
- STUART J.T. & R.C. DI PRIMA, **1978**
The Eckhaus and Benjamin-Feir resonance mechanisms, Proceedings of the Royal Society of London, Series A Mathematical and Physical Sciences **362**(1708), 27-41.
- SUTER D. & T. BLASBERG, **1993**
Stabilization of transverse solitary waves by a nonlocal response of the nonlinear medium, Physical Review A **48**(6), 4583-4587.

T

- TAI K., A. HASEGAWA & A. TOMITA, **1986a**
Observation of modulational instability in optical fibers, Physical Review Letters **56**(2), 135-138.
- TAI K., A. TOMITA, J.L. JEWELL & A. HASEGAWA, **1986b**
Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability, Applied Physics Letters **49**(5), 236-238.
- THYLÈN L., **1983**
The beam propagation method: An analysis of its applicability, Optical and Quantum Electronics **15**(5), 433-439.
- TORRUELLAS W.E., B. LAWRENCE & G.I. STEGEMAN, **1996**
Self-focusing and 2D spatial solitons in PTS, Electronics Letters **32**(22), 2092-2094.
- TORRUELLAS W.E., Z.H. WANG, D.J. HAGAN, E.W. VAN STRYLAND, G.I. STEGEMAN, L. TORNER & C.R. MENYUK, **1995**
Observation of two-dimensional spatial solitary waves in a quadratic medium, Physical Review Letters **74**(25), 5036-5039.
- TRACY E.R. & H.H. CHEN, **1988**
Nonlinear self-modulation: An exact solvable model, Physical Review A **37**(3), 815-839.
- TREPS N. & C. FABRE, **2000**
Transverse distribution of quantum fluctuations and correlations in spatial solitons, Physical Review A **62**(3), 033816/1-10.
- TRILLO S. & W.E. TORRUELLAS (éd.), **2000**
 "Spatial Solitons", Springer-Verlag (Berlin).

TRILLO S. & S. WABNITZ, **1991**

Dynamics of the nonlinear modulation instability in optical fibers, Optics Letters **16**(13), 986-988.

TRILLO S., S. WABNITZ & T.A.B. KENNEDY, **1994**

Nonlinear dynamics of dual-frequency-pumped multiwave mixing in optical fibers, Physical Review A **50**(2), 1732-1747.

TRILLO S., S. WABNITZ, G.I. STEGEMAN & E.M. WRIGHT, **1989**

Parametric amplification and modulational instabilities in dispersive nonlinear directional couplers with relaxing nonlinearity, Journal of the Optical Society of America B **6**(5), 889-900.

TRILLO S., S. WABNITZ, R.H. STOLEN, G. ASSANTO, C.T. SEATON & G.I. STEGEMAN, **1986**

Experimental observation of polarization instability in a birefringent optical fiber, Applied Physics Letters **49**(19), 1224-1226.

TRILLO S., S. WABNITZ, E.M. WRIGHT & G.I. STEGEMAN, **1988**

Soliton switching in fiber nonlinear directional couplers, Optics Letters **13**(8), 672-674.

V

VALLEY G.C., M. SEGEV, B. CROSIGNANI, A. YARIV, M.M. FEJER & M.C. BASHAW, **1994**

Dark and bright photovoltaic spatial solitons, Physical Review A **50**(6), R4457-R4460.

VAN ROEY J., J. VAN DER DONK & P.E. LAGASSE, **1981**

Beam-propagation method: Analysis and assessment, Journal of the Optical Society of America **71**(7), 803-810.

VAN SIMAEYS G., PH. EMPLIT & M. HAELTERMAN, **2001**

Experimental demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in a modulationally unstable optical wave, Physical Review Letters **87**(3), 033902.

VAN SIMAEYS G., PH. EMPLIT & M. HAELTERMAN, **2002**

Experimental study of the reversible behavior of modulational instability in optical fibers, Journal of the Optical Society of America B **19**(3), 477-486.

VAN STRYLAND E.W., **1998**

Introduction to ultrafast and cumulative nonlinear absorption and nonlinear refraction, in "Beam Shaping and Control with Nonlinear Optics" (F. Kajzar & R. Reinisch, éd.), p. 37-75, Plenum Press (New York).

VANDERLINDEN B., **2001**

Etude de la brisure de symétrie de l'état lié de solitons optiques spatiaux dans un guide d'onde plan, Travail de fin d'études (Université libre de Bruxelles).

W

WABNITZ S., Y. KODAMA & A.B. ACEVES, **1995**

Control of optical soliton interactions, Optical Fiber Technology **1**(3), 187-217.

WANG D., R. BARILLE & G. RIVOIRE, **1998**

Stokes spectral broadening at an over-soliton threshold excitation in a planar waveguide, Journal of the Optical Society of America B **15**(1), 181-185.

WHITTAKER E.T. & G.N. WATSON, **1935**

Elliptic functions. General theorems and the Weierstrassian functions, in "A Course of Modern Analysis" [4^e éd.], p. 429-461, Cambridge University Press, Cambridge.

WILLIAMS W.E., M.J. SOILEAU & E.W. VAN STRYLAND, **1984**

Optical switching and n_2 measurements in CS_2 , Optics Communications **50**(4), 256-260.

WISE F. & P. DI TRAPANI, **2002**

The hunt for light bullets – Spatiotemporal solitons, Optics and Photonics News **13**(2), 28-32.

WYLLER J., W. KROLIKOWSKI, O. BANG & J.J. RASMUSSEN, **2002**

Generic features of modulational instability in nonlocal Kerr media, Physical Review E **66**(6), 066615/1-13.

Y

YUEN H.C. & W.E. FERGUSON, **1978**

Relationship between Benjamin-Feir instability and recurrence in the nonlinear Schrödinger equation, Physics of Fluids **21**(8), 1275-1278.

YUEN H.C. & B.M. LAKE, **1975**

Nonlinear deep-water waves: Theory and experiment, Physics of Fluids **18**(8), 956-960.

Z

ZABUSKY N.J. & M.D. KRUSKAL, **1965**

Interactions of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states, Physical Review Letters **15**(6), 240-243.

ZAKHAROV V.E., **1968**

Instability of self-focusing of light, Soviet Physics JETP **26**(5), 994-998.

ZAKHAROV V.E. & A.M. RUBENCHIK, **1974**

Instability of waveguides and solitons in nonlinear media, Soviet Physics JETP **38**(3), 494-500.

ZAKHAROV, V.E. & A.B. SHABAT, **1972**

Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media, Soviet Physics JETP **34**(1), 62-69.

ZAKHAROV V.E. & A.B. SHABAT, **1973**

Interaction between solitons in a stable medium, Soviet Physics JETP **37**(2), 823-828.

ZAKHAROV V.E. & S. WABNITZ (éd.), **1999**

"Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives", EDP Sciences (Les Ulis).

INSTABILITÉS SPATIALES EN MILIEU DE KERR : RÉSEAUX DE SOLITONS SPATIAUX ET BRISURE DE SYMÉTRIE DES SOLITONS MULTIMODES DANS UN GUIDE PLAN

Cette thèse a porté sur l'étude théorique et expérimentale d'instabilités spatiales transverses liées à l'interaction non linéaire d'ondes électromagnétiques cohérentes avec un milieu de Kerr homogène et isotrope en configuration guidée planaire — c'est-à-dire une configuration unidimensionnelle transverse ou (1+1)D. L'objectif a été d'améliorer la compréhension de certains phénomènes lumineux liés à la propagation solitonique en milieux de Kerr. En outre, notre recherche s'est inscrite dans une perspective tout autant appliquée que fondamentale, étant donné le fort potentiel de ces guides d'ondes auto-induits et reconfigurables que sont les solitons Kerr en traitement tout-optique et ultrarapide de l'information.

La majeure partie de notre travail a été consacrée au processus d'instabilité de modulation spatiale en régime impulsif picoseconde. Intrinsèquement liée à une variation non linéaire de l'indice de réfraction via l'effet Kerr optique, cette instabilité est maîtrisable en propagation dans un guide plan et permet de créer des réseaux périodiques de faisceaux quasi-solitons, reconfigurables optiquement. Chaque soliton du réseau constitue alors un guide d'onde à gradient d'indice, dynamique et auto-induit. Ce travail a porté à la fois sur la génération et sur la stabilisation en propagation de tels réseaux, en vue d'applications au traitement parallèle optique ultrarapide de l'information. Une étude phénoménologique complète de l'instabilité de modulation spontanée (démarrant à partir du bruit spatial superposé à l'onde incidente) ou induite (par une modulation interférentielle de faible contraste) a été réalisée dans un guide plan de disulfure de carbone (CS_2) à la longueur d'onde de 532 nm. Nous y avons montré pour la première fois la génération et le contrôle de réseaux de solitons spatiaux, dont la stabilité à la fois transverse et en propagation, bien que non prévue par les modèles théoriques usuels, a pu être assurée par l'inertie temporelle de la réorientation moléculaire responsable de l'effet Kerr optique dans le CS_2 . Par ailleurs, cette inertie de la réponse non linéaire provoque une dynamique spatio-temporelle nouvelle, responsable de l'apparition, le long de l'impulsion, d'un réseau secondaire intercalé spatialement. Quelques applications de tels réseaux de solitons, comme le guidage multiple et l'adressage, ont enfin été discutées.

Le deuxième volet de cette thèse a été effectué dans le cadre d'une collaboration avec le Service d'optique et acoustique de l'université libre de Bruxelles. En utilisant une disposition particulière de la polarisation et des profils individuels d'une paire de faisceaux solitons, nous avons démontré pour la première fois expérimentalement, tout d'abord la propagation d'un état lié de ces solitons puis sa déstabilisation brutale et aléatoire par une instabilité de brisure de symétrie. Nous avons pu confirmer que l'instabilité est initiée par les fluctuations incontrôlables de l'amplitude de bruit de la source laser utilisée. Cette instabilité provient de la forte intermodulation de phase subie par la paire de solitons dans le guide CS_2 . Au-delà du caractère universel d'une telle instabilité, cette étude préliminaire permet d'envisager une possible application de commutation tout-optique et ultrarapide à puissance de commande arbitrairement faible.

MOTS-CLÉS : optique non linéaire, optique guidée planaire, effet Kerr optique, solitons spatiaux, non-linéarité non instantanée, réorientation moléculaire, dynamique spatio-temporelle, guides auto-induits, instabilité de modulation, instabilité de brisure de symétrie, traitement tout-optique reconfigurable de l'information.

SPATIAL INSTABILITIES IN A KERR MEDIUM: ARRAYS OF SPATIAL SOLITONS AND SYMMETRY BREAKING OF MULTIMODE SOLITONS IN A SLAB WAVEGUIDE

This thesis dealt with a theoretical and experimental study of spatial transverse instabilities arising from the nonlinear interaction of coherent electromagnetic waves with a homogeneous and isotropic Kerr medium in a planar-waveguide configuration — i.e. a transversally one-dimensional configuration or (1+1)D. The goal of this work was to improve the understanding of those phenomena related to solitonic propagation of light in Kerr media. Furthermore, our research is also in line with applied purposes, the high potential of such self-induced and reconfigurable waveguides being great in all-optical and ultrafast signal processing.

The major part of our work has been devoted to the process of spatial modulation instability in picosecond pulsed regime. Intrinsically linked to a nonlinear variation of the index of refraction via the optical Kerr effect, this instability can be brought under control in planar-waveguide geometry, thus creating periodic arrays of optically controllable soliton-like beams. Each soliton of the array constitutes a dynamic and self-induced graded-index waveguide. This work dealt both with the generation and the stabilization of such arrays, in view to applications in all-optical and ultrafast parallel information processing. A phenomenological study of spontaneous (arising from the spatial noise superimposed to the incident wave) or induced (from a low-contrast interference pattern) modulation instability has been realized with a planar waveguide of carbon disulfide (CS_2) at a 532-nm wavelength. We have shown for the first time to our knowledge the generation and control of arrays of spatial solitons, the stability of which, both transversally and upon propagation, was ensured by the temporal relaxation of molecular reorientation that is responsible for the optical Kerr effect in CS_2 . Moreover, this inertia of the nonlinear response causes a novel spatiotemporal dynamic, which is responsible for the appearance of a spatially-interleaved secondary array during the pulse duration. A few applications of such soliton arrays, like multiple waveguiding or routing, have finally been discussed.

The second part of this thesis was driven in collaboration with the Service d'optique et acoustique from the université libre de Bruxelles. Using a particular arrangement of polarization and individual profiles of a pair of soliton beams, we have demonstrated for the first time experimentally, the propagation of a bound state of such solitons along with its sharp and random symmetry-breaking instability. This instability originates from the strong cross-phase modulation experienced by the soliton pair in the CS_2 waveguide and was initiated by noise fluctuations of the laser source used in the experiment. Beyond the universal character of such instability, this preliminary study opens up the way to a possible application to all-optical and ultrafast switching at an arbitrary low power of command.

KEYWORDS: Nonlinear optics, guided-wave optics, optical Kerr effect, spatial solitons, noninstantaneous nonlinearity, molecular reorientation, spatiotemporal dynamic, self-induced waveguides, modulation instability, symmetry-breaking instability, reconfigurable all-optical signal processing.