HAL
open science

Moteur à allumage commandé avec EGR : modélisation et commande non linéaires

Jimmy Lauber

To cite this version:

Jimmy Lauber. Moteur à allumage commandé avec EGR : modélisation et commande non linéaires. Automatique / Robotique. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2003. Français. NNT : . tel-00008046

HAL Id: tel-00008046

https://theses.hal.science/tel-00008046

Submitted on 13 Jan 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 03-40

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES
ET DU HAINAUT-CAMBRESIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

spécialité

Automatique

par

Jimmy LAUBER
Ingénieur ENSIMEV

Moteur à allumage commandé avec EGR : modélisation et commande non linéaires

soutenue le 05 décembre 2003 devant la commission d'examen :

MM.	Jean-Pierre	**BARBOT**	Professeur à l'ENSEA Cergy	(rapporteur)
	Serge	**BOVERIE**	Siemens VDO Automotive SAS	(examinateur)
	Sergei	**DRAKUNOV**	Professeur à l'Université de Tulane (USA)	(examinateur)
	Thierry Marie	**GUERRA**	Professeur à l'Université de Valenciennes	(co-directeur)
	Wilfrid	**PERRUQUETTI**	Professeur à l'École Centrale de Lille	(co-directeur)
	Olivier	**SENAME**	MdC, HDR à l'INPG Grenoble	(rapporteur)
	Didier	**WILLAEYS**	Professeur à l'Université de Valenciennes	(président)

« Nous piétinerons éternellement aux frontières de l'Inconnu,
cherchant à comprendre ce qui restera toujours incompréhensible.
Et c'est précisément cela qui fait des nous des hommes. »
Isaac Asimov, extrait de *Les cavernes d'acier*

« La seule chose que l'on puisse décider est quoi
faire du temps qui nous est imparti. »
J. R. R. Tolkien, extrait de *Le seigneur des anneaux*

Table des Matières

Table des Matières 1

Remerciements 5

Table des Notations 7

Introduction Générale 9

Références Personnelles 13

Chapitre 1 : Etat de l'art sur la modélisation et la commande de moteurs thermiques 15

1) Introduction 15

2) Modélisation du moteur 16

2.1) Modèle de la dynamique de l'air 16

2.2) Modèle de la dynamique de l'essence 21

2.3) Modèle de la combustion 25

2.4) Modèle de la dynamique bielle-manivelle 30

3) Problème de l'estimation et de l'observation 33

3.1) Estimation de la charge en air 33

3.2) Estimation de la dynamique d'essence 35

3.3) Estimation du couple moteur 36

4) Lois de commande pour moteur thermique 40

4.1) Régulation de ralenti / Commande en régime 41

4.2) Régulation de richesse 44

4.3) Commande en couple 46

4.4) Problèmes de cliquetis et d'allumage 48

5) Conclusion 49

Chapitre 2 : Commande de l'admission d'air 51

1) Introduction 51

2) Commande de l'air basée sur une commande linéarisante 51

2.1) Commande de la pression collecteur 52

2.2) Tests de robustesse paramétrique 61

3) Commande de l'air basée sur une commande floue avec rejet de perturbations 64

3.1) Notations et préliminaires sur les modèles flous TS 64

3.2) Principe du rejet de perturbations 66

3.3) Application à l'admission d'air 71

4) Conclusion **76**

Chapitre 3 : Approches robustes pour la stabilisation de modèles flous TS *77*

1) Introduction **77**

2) Notations et préliminaires **78**

3) Commande floue des systèmes à retards **80**

3.1) Modèle TS avec retards sur l'état 80

3.2) Relaxation des conditions de stabilisation 81

4) Commande et observation floue robuste **85**

4.1) Modèle TS avec incertitudes et réduction de règles 85

4.2) Stabilisation des modèles TS avec incertitudes 89

4.3) Commande avec observateur 94

5) Conclusion **105**

Chapitre 4 : Applications au moteur à allumage commandé *106*

1) Introduction **106**

2) Régulation de la richesse **106**

2.1) Modèle de l'injection d'essence 106

2.2) Commande à modes glissants 108

2.3) Commande floue de l'injection d'essence 113

3) Estimation du couple instantané **117**

4) Commande du couple moteur **120**

4.1) Modèle du moteur 121

4.2) Obtention du modèle flou TS 122

4.3) Obtention de la commande floue basée sur le modèle TS 123

4.4) Résultats 124

5) Vers une commande globale du moteur **127**

6) Conclusion **129**

Conclusions et perspectives *130*

Bibliographie *134*

Annexes *144*

Annexe I : Outils de bases de la commande floue *146*

Modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) **146**

Passage d'un modèle non linéaire à un modèle flou TS **147**

Commande floue et conditions de stabilisation de base **148**

Commande floue avec observateur flou, conditions de base **149**

Commande floue des systèmes à retard **150**

Modèle TS avec retard 150

Commande de modèles TS avec retard 151

Commande avec observateur de modèles TS avec retard 152

Annexe II : La commande à modes glissants ***154***

Principe de la commande à modes glissants **154**

Condition d'invariance de la surface 154

Dynamique en régime de glissement 155

Propriétés de robustesse 155

Ordre des modes glissants 156

Observateurs à modes glissants **157**

Annexe III : Modèle flou utilisé pour le rejet de perturbations ***158***

Annexe IV : Présentation du banc d'essais moteur ***160***

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à celle qui m'a toujours soutenu, motivé, et sans qui je n'aurais certainement pas fait cette thèse. Et quel courage, d'avoir osé la lecture et la correction de ce charabia dénué de sens. J'en profite aussi pour faire un petit clin d'œil aux deux bambins issus du croisement de nos génotypes.

Je remercie vivement les deux rapporteurs qui ont accepté de se plonger dans la lecture de ce mémoire : Jean-Pierre Barbot de l'ENSEA et Olivier Sename de l'INPG.

Un grand merci à Serge Boverie, de Siemens VDO automotive SAS, pour avoir examiné ce travail et apporté des critiques en tant que spécialiste des moteurs.

Je tiens également à remercier Didier Willaeys pour sa participation dans ce jury de thèse et ses conseils de pré-soutenance.

A special thanks to Pr. Sergei Drakunov for his interest on my work and his participation to my jury.

J'ai eu la chance de bénéficier d'un co-encadrement de choc : deux personnages, deux méthodes, deux lieux.

A Valenciennes, un gros barbu qui aime le hard rock, les échecs, le vin, la piscine autant que les théorèmes. Sa méthode : la recherche est quelque chose que tu ne pourras découvrir que par toi même et aussi, si possible ne rien faire dans l'urgence mais à la dernière minute quand même. Certains vous diront qu'il a une grande gueule, et alors ?

A Lille, un post-soixante-huitard qui aime la guitare, la varappe, les discussions scientifiques autour d'un repas et évidemment les théorèmes. Sa méthode : voilà le chemin qu'il faut suivre, à toi de l'arpenter (maintenant c'est facile), et c'est vrai que c'est facile mais quand il le réexplique deux ou trois fois. Certains vous diront qu'il est tête en l'air et d'autres qu'il est imbuvable, et alors ?

Sinon, dans mon petit monde, il y a le Seb, une sorte de petit bonhomme qui brasse énormément d'air en ruminant des phrases parfois cohérentes, puis retombe dans un état stable après un « Fais une phrase ! ! » ou un « T'as compris ce qu'il a dit ? ». Il faut dire pour sa décharge qu'il hérite souvent de « pots de pue » du gros barbu (le chef) qui, je l'avoue, prends un malin plaisir à les partager. C'est un bonheur de l'avoir comme collègue, le Seb a

souvent la réponse à ton problème (surtout lorsqu'il est logiciel) et il n'a pas peur de mettre la main à la pâte. De plus, il est très réceptif à l'humour (même le plus mauvais, ce qui m'arrange bien). Je ne peux oublier ici, Sonia, qui a partagé bon nombre de nos repas et de nos délires et qui arrive à vous regonfler le moral rien qu'en vous laissant parler (bizarre…).

Et dans le désordre, une dédicace à toute l'équipe : Hélène (la touche féminine dans ce monde de brute), Pierre (on le voit que le mercredi mais c'est déjà pas mal), Lolo (toujours de bonne humeur), François (Ahhhhhh ! ! ! ….), Djamel (le successeur), Hakim (celui qui va oser les intervalles flous), Mohammed (le seul tunisien qui n'aime pas le soleil), Dominique (Dominiqueeeeeeee ! ! !), Charles (Que de fous rires !), Dominique Roger (qui m'a fait plongé dans l'automatique).

Un merci à nos voisins de palier : à Kevin (camarade de galère), Vincent, Julie (pour qui la musique adoucit les mœurs mais pas trop fort quand même), et à Yannick, Christophe, Didier et Julie, les bio-mecs, rien à voir avec des produits naturels, ceux là sont nourris au RU.

Enfin, un grand merci aux chercheurs du LAIL, Michel Dambrine, Jean-Pierre Richard, Thierry Floquet, pour leur sympathie et leur disponibilité.

PS : je ne pouvais l'oublier et je ne pouvais la citer que là, cerise sur le gâteau (qui passe mal en certaines occasions), merci à celle dont je tairais le nom ici, de nous avoir orienté sur ce sujet très prometteur. « Pour faire passer la cerise, j'irai bien prendre un Perrier du coté d'Orléans ».

Table des Notations

Seules les variables principales sont reprises dans ce glossaire :

a_v : angle d'avance à l'allumage $\left(°Vilebrequin \quad (°V)\right)$

C_m : couple moteur ou couple moteur instantané (Nm)

C_r : couple résistant (Nm)

$\dot{m}_{\text{af}}$: débit d'air frais dans le collecteur $\left(kg \cdot s^{-1}\right)$

$\overline{m}_{af}$: masses d'air frais moyenne (kg) et d'EGR ($\overline{m}_{egr}$) moyennes

$\dot{m}_{\text{cyl}}$: débit d'air et d'EGR entrant dans les cylindres

$\dot{m}_{\text{cyl}_i}$: débit d'air et d'EGR entrant dans le cylindre i

$\dot{m}_{\text{egr}}$: débit d'EGR dans le collecteur $\left(kg \cdot s^{-1}\right)$

$\overline{m}_{egr}$: masses d'EGR moyenne (kg)

$\dot{m}_{ess}$: débit d'essence entrant dans les cylindres $\left(kg \cdot s^{-1}\right)$

$\dot{m}_{inj}$: débit en sortie d'injecteur $\left(kg \cdot s^{-1}\right)$

P_{col} : pression collecteur (Pa)

P_{cyl_i} : pression dans le cylindre i (Pa)

r_i : richesse du mélange air-essence

x_{egr} : taux d'EGR

Φ_{af} ou ϕ_{af} : position du papillon de l'air frais (rad)

$\Phi_{\text{af_cmd}}$ ou $\phi_{\text{af_cmd}}$: commande du papillon de l'air frais (rad)

Φ_{egr} ou ϕ_{egr} : position de la vanne EGR (rad)

$\Phi_{\text{egr_cmd}}$ ou $\phi_{\text{egr_cmd}}$: commande de la vanne EGR (rad)

λ_i : inverse de la richesse du mélange air-essence

θ : l'angle vilebrequin (rad)

$\dot{\theta}$: régime du moteur thermique (tr/mn ou rad/s)

$\ddot{\theta}$: accélération du moteur thermique (tr/mn^2 ou rad/s^2)

Introduction Générale

Le moteur thermique est une machine permettant de convertir de l'énergie chimique issue du processus de combustion d'une certaine quantité de carburant (essence) et de comburant (air), en énergie mécanique.

Depuis leur intégration dans le moyen de transport le plus utilisé dans les civilisations dites « développées », i.e. l'automobile, les industriels n'ont cessé d'améliorer les moteurs thermiques. En effet, les systèmes mécaniques qui jusqu'à récemment permettaient de piloter complètement les moteurs (câble d'accélérateur, carburateur, arbre à cames, etc…), sont peu à peu remplacés par des systèmes de commande électro-mécaniques ou électroniques (papillon motorisé, injecteur, soupape électromagnétique, etc…).

L'emploi généralisé de ces nouveaux systèmes se justifie par la nécessité de maîtriser le comportement du moteur avec comme objectif de réaliser un bon compromis entre les émissions de polluants, la consommation d'essence et les performances souhaitées par le client. La demande croissante du marché ainsi que la multiplication du nombre de véhicules sont des raisons majeures de l'augmentation des émissions polluantes à effet de serre qui menacent l'avenir de l'humanité. Pour cette raison, de nouvelles normes antipollution ont été définies et sont à venir. Un intérêt particulier a alors été donné au développement des moteurs thermiques afin de les rendre plus économiques (en terme de consommation de carburant), et moins polluants.

Au début, ce développement n'a concerné que l'aspect mécanique et les matériaux utilisés, ensuite avec l'intégration de l'électronique et de l'informatique embarquée, de nouvelles possibilités ont vu le jour. L'automatique a dans ce contexte un rôle majeur à jouer. L'un de ces rôles est l'optimisation du fonctionnement du moteur, d'une part en utilisant une modélisation adaptée aux objectifs de commande, ensuite en développant les lois de commandes à partir de ces modèles. A ces aspects d'identification et de commande, il est possible de rajouter : la supervision permettant la gestion à un niveau supérieur des diverses lois de commandes du moteur, et les aspects de diagnostic hors ligne et en ligne. Ce mémoire s'intéresse essentiellement aux aspects de modélisation et de commande du moteur.

Les commandes développées jusqu'à aujourd'hui dans l'industrie reposent principalement sur des cartographies représentant le comportement du moteur en des points de fonctionnement statiques. Le développement de ces cartographies nécessite de nombreuses heures de mise au point sur des bancs d'essais moteur. Or, le coût moyen d'une heure d'essai sur banc varie entre 60 et 100 euros/h, sachant que le développement d'un nouveau moteur représente entre 9 et 12 mois d'essais sur banc moteur.

Dans ce contexte, une possibilité pour réduire le temps de développement des lois de commande d'un moteur est l'utilisation d'outils systématiques de commande. Ces outils doivent être assez génériques pour ne pas avoir à « tout refaire » dans le cas d'un changement de configuration et/ou de moteur. Ils passent donc forcément par une modélisation des différentes parties, modélisation dont la granularité devra être définie en fonction des objectifs de commande.

Le premier chapitre de ce mémoire propose alors un état de l'art sur la modélisation et la commande des moteurs à allumage commandé. On considère des modèles dynamiques des différentes parties du moteur permettant la prise en compte des phénomènes transitoires, notamment les admissions d'air et d'essence, la combustion, la dynamique bielle-manivelle, etc… Les modèles utilisent parfois des variables dont la mesure n'est pas disponible, par exemple celle du couple sur les véhicules de série, la suite du chapitre s'intéresse donc à l'estimation et à l'observation de différentes variables à partir des modèles présentés. Pour finir, diverses commandes existantes dans la littérature sont exposées.

Le second chapitre s'intéresse à la commande de l'admission d'air. Deux commandes y sont développées : la première est basée sur une commande linéarisante et la seconde fait appel aux outils de la commande basée sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno.

Parmi les modèles considérés, certains sont non linéaires et présentent des incertitudes de modélisation, et d'autres sont à retards variables. La synthèse des lois de commande nécessite de pouvoir prendre en compte tous ces types de modèle. L'intérêt des modèles flous de type Takagi-Sugeno est la représentation exacte dans un domaine des variables d'état de modèles non linéaires. Le troisième chapitre présente alors un certain nombre de développements théoriques concernant deux classes de modèles flous de ce type. Les premiers concernent les modèles flous à retards variables sur l'état. Les seconds s'intéressent à des

modèles flous avec incertitudes. Des conditions de stabilisation sans et avec un observateur d'état sont également données.

Notre objectif est la mise en œuvre de lois de commande basées sur des résultats théoriques récents. Le quatrième chapitre traite alors de la commande et de l'observation par retour d'état basées sur des modèles flous de type Takagi-Sugeno et/ou par modes glissants, et de leur validation sur le modèle développé. En premier lieu, la régulation de richesse comportant des retards variables est traitée et les deux approches sont comparées. En deuxième lieu, la commande robuste développée au chapitre trois est appliquée au problème de la commande en couple. Un observateur à entrées inconnues a également été mis en œuvre pour estimer le couple moteur instantané. Enfin, des essais de commande globale sont présentés.

Références Personnelles

Revues internationales :

[1] S. Delprat, J. Lauber, T.M. Guerra, J. Rimaux (2004) - *Control of a parallel hybrid powertrain : Optimal control* - IEEE Transactions on Vehicular Technology. – (acceptée le 23/09/2003)

[2] J. Lauber, W. Perruquetti, T.M. Guerra, (2003) – *Moteur thermique : suivi de trajectoire pour un collecteur en présence d'EGR* - Journal Européen des Systèmes Automatisés – vol. 37, p 955 à 973 - 2003.

[3] J. Lauber, W. Perruquetti, T.M. Guerra, (2002) – *IC engine : tracking control for an inlet manifold with EGR* - SAE Journal of Passengers Cars : Electronic and Electrical Systems - p. 913-918 - 2002

Congrès internationaux avec actes et comité de lecture :

[4] Delprat S., Guerra T.M., Lauber J., Paganelli G., Delhom M., Rimaux S. (2000) - *Optimal control theory applied to a parallel hybrid powertrain* - ISATA 2000, Dublin

[5] Delprat S., Guerra T.M., Lauber J., Paganelli G., Delhom M., Rimaux S. (2001) - *Optimal control theory applied to a parallel hybrid powertrain* - ACC 2001, Washington, 1315-1320

[6] Lauber J., Perruquetti W., Guerra T.M. (2002), *Moteur thermique : suivi de trajectoire pour un collecteur en présence d'EGR*, IEEE CIFA'2002, Nantes.

[7] Lauber J., Guerra T.M., Perruquetti W. (2002), *IC engine : tracking control for an inlet manifold with EGR*, Automotive and Transportation Technology Congress , SAE, Paris.

[8] Lauber J., Guerra T.M., Perruquetti W. (2003), *Disturbance rejection using Takagi-Sugeno fuzzy model : application to an IC engine*, IEEE CESA, Lille.

Congrès nationaux avec actes et comité de lecture :

[9] Lauber J., Guerra T.M., Perruquetti W. (2003), *Stabilisation et rejet de perturbations à l'aide de modèles flous de type takagi-sugeno : application au moteur thermique*, JDA, p. 131-136, Valenciennes.

[10] Lauber J., Guerra T.M., Perruquetti W. (2003), *Commande robuste floue en couple d'un moteur thermique*, Journées « Automatique et Automobile », Bordeaux.

Chapitre 1 : Etat de l'art sur la modélisation et la commande de moteurs thermiques

1) Introduction

Dans la littérature, la modélisation du moteur peut être classée selon deux grandes familles : les modèles basés sur des cartographies réalisées à l'aide de mesures sur bancs d'essais moteur, donc des modèles dits statiques, et une autre famille de modèles basés sur des lois physiques ou des modèles dynamiques permettant d'accéder aux phénomènes transitoires du moteur. La première catégorie reste, jusqu'à présent, la plus utilisée dans la conception des lois de commandes temps réel utilisées dans les calculateurs moteur (ECU : Electronic Control Unit). Dans le cadre de ce travail, nous ne considérerons que les modèles appartenant à la deuxième famille qui permettent d'appréhender les dynamiques mises en jeu dans un moteur thermique et d'améliorer les performances du moteur dans les phases transitoires. Le schéma de principe d'un moteur à allumage commandé avec EGR est donné sur la figure 1.

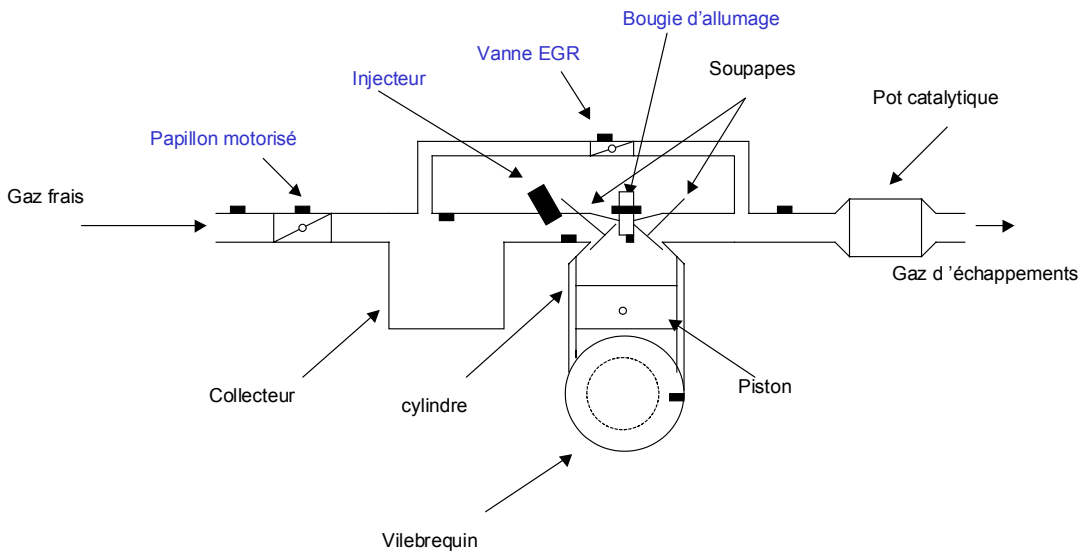

Figure 1 : Schéma de principe d'un moteur à allumage commandé avec EGR

Ce chapitre est composé de trois parties : la première expose un état de l'art sur la modélisation des moteurs à combustion interne, la deuxième développe le problème de l'observation et de l'estimation des variables intervenant dans ces moteurs, et la dernière partie présente diverses lois de commande.

2) Modélisation du moteur

La modélisation des moteurs à combustion interne est présentée en considérant le découpage fonctionnel suivant : l'admission d'air, l'injection d'essence, la combustion et la dynamique du vilebrequin, figure 2.

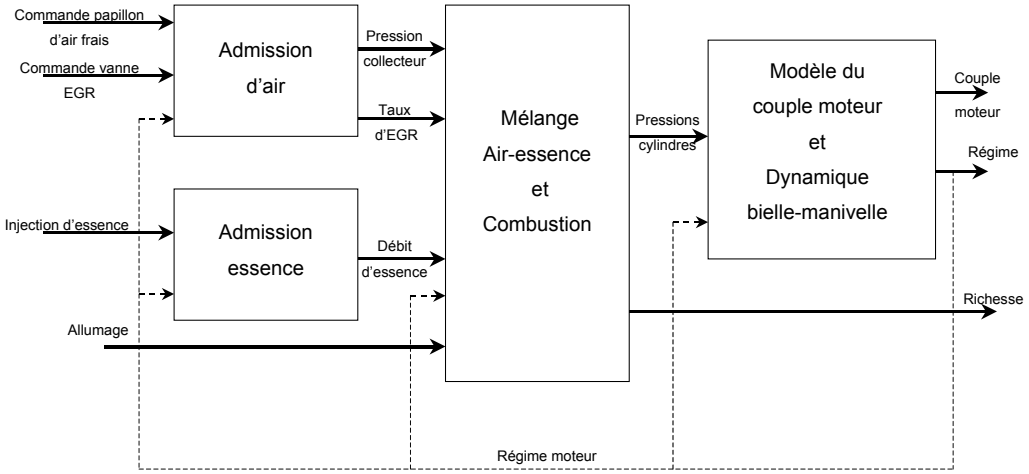

Figure 2 : Représentation fonctionnelle du moteur

La fonction d'admission d'air regroupe la modélisation des différents flux de gaz admis dans les cylindres. La fonction d'injection d'essence englobe la modélisation de l'essence depuis la sortie de l'injecteur jusqu'au cylindre. Dans la fonction combustion se trouvent les modèles des variables caractérisant la combustion. Enfin, la fonction dynamique du vilebrequin regroupe les modèles de la partie mécanique du moteur exprimant le transfert de l'énergie de la combustion en énergie mécanique.

2.1) Modèle de la dynamique de l'air

En ce qui concerne l'admission d'air, les variables dynamiques qui sont généralement considérées sont : la pression dans le collecteur, et éventuellement le taux d'EGR (Exhaust Gas Recirculation). La figure 3 représente le schéma de principe des différents débits massiques dans le collecteur.

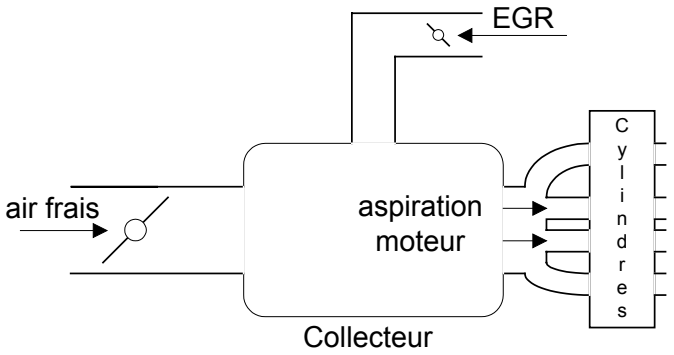

Figure 3 : schéma du collecteur d'admission d'air avec EGR

2.1.1) Pression dans le collecteur

La modélisation la plus fréquemment utilisée représente le collecteur d'admission comme un réservoir contenant un mélange gazeux considéré parfait /Bidan 1989/ /Bortolet 1998/ /Van Nieuwstadt et al. 2000/, dans lequel la pression P_{col} varie suivant l'équation différentielle non linéaire :

$$\dot{P}_{\text{col}} = \frac{RT_{col}}{V_{col}}\left(\dot{m}_{\text{af}} + \dot{m}_{\text{egr}} - \sum_{i=1}^{4}\dot{m}_{\text{cyl}_i}\right) \tag{1.1}$$

où : P_{col} pression collecteur, en Pa, T_{col} température collecteur en $°K$, V_{col} volume du collecteur (m^3), et R constante molaire des gaz parfaits $\left(J.mol^{-1}\cdot °K^{-1}\right)$.

L'équation (1.1) ne prend pas en compte d'éventuelles variations de la température dans le collecteur dues à l'ajout d'EGR, certains modèles introduisent la température de la façon suivante /Weeks et Moskwa, 1995/ :

$$\dot{P}_{\text{col}} = \frac{RT_{col}}{V_{col}}\left(\dot{m}_{\text{af}} + \dot{m}_{\text{egr}} - \sum_{i=1}^{4}\dot{m}_{\text{cyl}_i}\right) + P_{col}\frac{\dot{T}_{col}}{T_{col}} \tag{1.2}$$

Cependant, dans le cas où de faibles quantités d'EGR sont insérées dans le collecteur (ce qui est le cas des moteurs essence à injection indirecte), les variations de température peuvent être considérées comme négligeables /Van Nieuwstadt et al. 2000/. Quelle que soit la formule choisie (1.1) ou (1.2), pour déterminer la dynamique de la pression collecteur, il suffit donc de connaître les différents débits d'air frais $\dot{m}_{\text{af}}$, d'EGR $\dot{m}_{\text{egr}}$ et la somme des débits cylindres $\sum_{i=1}^{4}\dot{m}_{\text{cyl}_i}$.

Deux façons d'aborder le problème se présentent : soit des modèles de connaissance sont utilisés, soit des modèles de type boîte « grise ».

2.1.1.1) Modèles de connaissances

La manière la plus répandue pour calculer les différents débits massiques en présence est d'utiliser les formules de Barré-StVenant. Le calcul des débits massiques se trouve de façon détaillée dans les travaux de /Heywood, 1988/ /Torredeme, 1994/ /Truquet, 1997/ :

$$\text{Si } \frac{P_{\text{res}}}{P_0} > \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \dot{m} = \frac{C_d A P_0}{\sqrt{RT_0}} \left(\frac{P_{\text{res}}}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{P_{\text{res}}}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}$$
$$\text{Si } \frac{P_{\text{res}}}{P_0} \leq \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \dot{m} = \frac{C_d A P_0}{\sqrt{RT_0}} \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{1.3}$$

avec C_d coefficient de perte de charge, R constante massique des gaz parfaits $\left(J.kg^{-1}.K^{-1}\right)$, γ rapport des chaleurs spécifiques, P_0 pression avant la restriction (Pa), P_{res} pression au niveau de la restriction (Pa), T_0 température avant la restriction $(°K)$. La surface de restriction $\left(m^2\right)$ varie suivant le débit considéré et vaut :

$$A = A_{\text{af}}\left(1-\cos^2\left(\Phi_{\text{af}}\right)\right)$$

Pour $\dot{m}_{\text{af}}$, A_{af} : surface à ouverture maximale (m^2)
Φ_{af} : position du papillon d'air frais (rad)

$$A = A_{\text{egr}}\left(1-\cos^2\left(\Phi_{\text{egr}}\right)\right)$$

Pour $\dot{m}_{\text{egr}}$, A_{egr} : surface à ouverture maximale (m^2)
Φ_{egr} : position de la valve EGR (rad)

$$A = S(\theta)$$

Pour $\dot{m}_{\text{cyl}_i}$, S : fonction de la loi de came (m^2)
θ : angle vilebrequin (rad)

Pour les débits massiques d'air frais $\dot{m}_{\text{af}}$ et d'EGR $\dot{m}_{\text{egr}}$, l'écoulement est supposé unidirectionnel alors que pour les débits d'admission dans les cylindres $\dot{m}_{\text{cyl}_i}$, l'écoulement peut s'effectuer dans les deux sens. Les formules précédentes (1.3) de Barré-St Venant sont utilisées pour le sens entrant dans le cylindre, et pour le sens sortant du cylindre les formules sont conservées mais les rôles de P_{res} et de P_0 sont inversés, et le débit considéré est alors pris négatif.

Les débits d'air frais $\dot{m}_{\text{af}}$ et d'EGR $\dot{m}_{\text{egr}}$ dépendent de variables qui sont mesurées (pression et température à l'admission, dans le collecteur, et à l'échappement) sur la plupart

des véhicules de série actuels alors que les débits d'admission dans les cylindres $\dot{m}_{\mathrm{cyl_i}}$ dépendent de variables éventuellement mesurables sur bancs d'essais (pression et température dans chaque cylindre). L'utilisation de ce dernier dans un but de commande nécessite de connaître ces grandeurs, et donc de les estimer (modèle dynamique, fonction d'autres variables mesurables…).

Une alternative à cette modélisation est l'utilisation de modèles issus de l'identification, et plus particulièrement de l'identification de modèles dont la structure et l'ordre sont fixés à l'avance : les modèles de type boîte « grise ».

2.1.1.2) Modèles de type boîte « grise »

La structure des modèles utilisés pour l'identification de la pression collecteur est non linéaire. Dans ce contexte, les algorithmes utilisés pour identifier les paramètres sont de nature heuristique. Nous distinguons dans la suite deux types de modèles : les modèles flous issus d'algorithmes de classification floue et les modèles empiriques issus de l'expérimentation.

La première classe de modèle se retrouve dans de nombreux travaux effectués dans le cadre du projet FAMINO /Raymond, 1995/ /Bortolet, 1998/ /Passaquay, 2000/. Par exemple, dans /Bortolet et al., 1999/, ce sont des modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) /Takagi et Sugeno 1985/ qui sont utilisés pour modéliser la dynamique de la pression dans le collecteur. L'une des propriétés intéressante des modèles TS dans un contexte d'identification est celle d'approximateur universel /Delmotte 2003/. Les règles du modèle flou TS utilisé pour la pression collecteur ont la forme suivante /Bortolet, 1998/ :

$$\begin{aligned} &\text{si } \phi_{\mathrm{af}} \text{ est } f_{af}(i) \text{ et } \phi_{\mathrm{egr}} \text{ est } f_{egr}(j) \text{ et } N \text{ est } f_N(k) \text{ et } P_{col} \text{ est } f_{P_{col}}(l) \\ &\text{alors } \dot{P}_{col} = a_i\phi_{\mathrm{af}} + b_j\phi_{\mathrm{egr}} + c_k N + d_l P_{col} + e_{ijkl} \end{aligned} \tag{1.4}$$

avec $i \in \{1,...,13\}$, $j \in \{1,...,15\}$, $k \in \{1,...,10\}$ et $l \in \{1,...,12\}$.

La figure 4 représente schématiquement le modèle flou obtenu. La base de règles contient alors $13 \times 15 \times 10 \times 12 = 23400$ règles, ce qui semble beaucoup, mais cette modélisation permet une erreur moyenne inférieure à $1,04\%$ avec tous les jeux de données utilisés pour l'identification et inférieure à $0,38\%$ pour un jeu de validation donné.

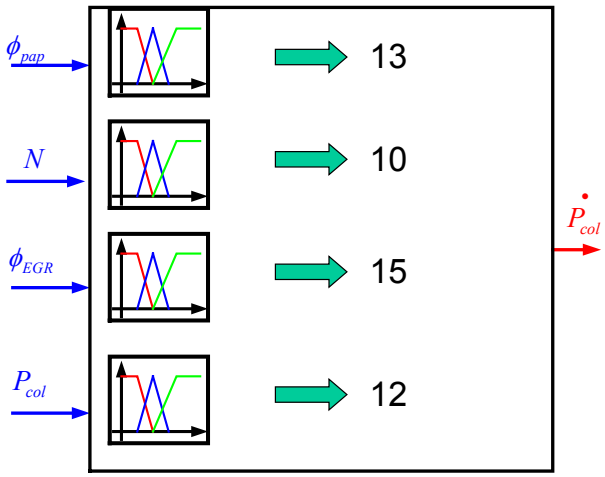

Figure 4 : Modélisation floue de la pression collecteur

Il existe d'autres types de structures de modèles qui peuvent s'apparenter à la famille des modèles flous qui ont été utilisés pour la même application : les réseaux de neurones /Tan et Saif, 1997/. Il existe certes des passerelles entre réseaux de neurones et modèles flous de type TS /Gasso 2000/ mais les réseaux de neurones ne permettent que difficilement une exploitation en commande systématique. L'inconvénient majeur de toutes ces approches est le nombre de règles ou le nombre de neurones nécessaires pour obtenir une modélisation suffisamment fine du procédé. De plus, les modèles ainsi obtenus sont difficilement interprétables d'un point de vue physique.

Dans la deuxième famille d'approches, la structure du modèle, ou une partie de celle-ci, est supposée connue. Cette structure peut faire appel à une mise en équation et/ou à des observations de phénomènes après expérimentations.

Par exemple, dans les travaux de /Bidan, 1989/ /Chaumerliac, 1995/, le débit moyen entrant dans les cylindres est calculé comme une fonction de la pression dans le collecteur (P_{col} en bar), du régime du moteur (N en trs/min). La formule obtenue pour le débit global entrant dans les cylindres ($\dot{m}_{cyl}$ en kg/s) sans EGR, est donnée par la relation (1.5) :

$$\dot{m}_{cyl} = \frac{N}{A}\left(P_{col} - P_r\right) \tag{1.5}$$

Ce type de modèle est relativement simple mais génère des erreurs allant jusqu'à 25% sur certains points de fonctionnement à bas régime.

D'autres formules plus complexes peuvent être utilisées pour exprimer le débit cylindre global, par exemple, celle issue des travaux de /Kang et Grizzle, 1999/ qui permet d'écrire la relation (1.6) :

$$\dot{m}_{cyl} = \alpha_1 + \alpha_2 \dot{m}_{af} N + \alpha_3 \dot{m}_{af}{}^2 N + \alpha_4 N^2 \dot{m}_{af} \tag{1.6}$$

avec α_1, α_2, α_3 et α_4 des constantes caractéristiques du moteur considéré à estimer.

2.1.2) Taux d'EGR dans le collecteur

Pour calculer le taux d'EGR dans le collecteur, l'hypothèse est que la répartition d'air et d'EGR dans le collecteur est uniforme. Le taux d'EGR (x_{egr}) peut alors être défini de différentes façons. Soit on considère les rapports des débits d'air et d'EGR :

$$x_{egr} = \frac{\dot{m}_{egr}}{\dot{m}_{af}} \tag{1.7}$$

soit on considère les rapports des masses d'air ($\overline{m}_{af}$) et d'EGR ($\overline{m}_{egr}$) moyennes introduites dans le collecteur :

$$x_{egr} = \frac{\overline{m}_{egr}}{\overline{m}_{af}} \tag{1.8}$$

Les deux expressions (1.7) et (1.8) sont équivalentes lorsque les débits d'air et d'EGR deviennent constants. Cependant, s'il est nécessaire d'utiliser la dérivée du taux d'EGR, à des fins de commande par exemple, dans la première expression (1.7) les dérivées des débits massiques vont apparaître. Or, ces dernières ne sont pas mesurables, ceci explique que dans la plupart des cas, c'est l'expression (1.8) qui est utilisée.

Les modèles concernant les variables qui caractérisent l'admission dans un moteur à combustion interne ont été brièvement présentés, nous allons nous intéresser dans le paragraphe suivant à ceux concernant l'injection d'essence.

2.2) Modèle de la dynamique de l'essence

L'injection d'essence dans les moteurs à allumage commandé est un des points clés de l'optimisation des performances du moteur en termes de consommation et de pollution. Depuis ces vingt dernières années, les constructeurs et équipementiers automobiles n'ont eu de cesse d'améliorer les systèmes d'injection, avec comme objectif principal la réduction de la consommation, figure 5. Les voitures à essence fabriquées de nos jours sont presque toutes

équipées de systèmes à injection indirecte multipoint (MPI), qui ont remplacé les anciens carburateurs.

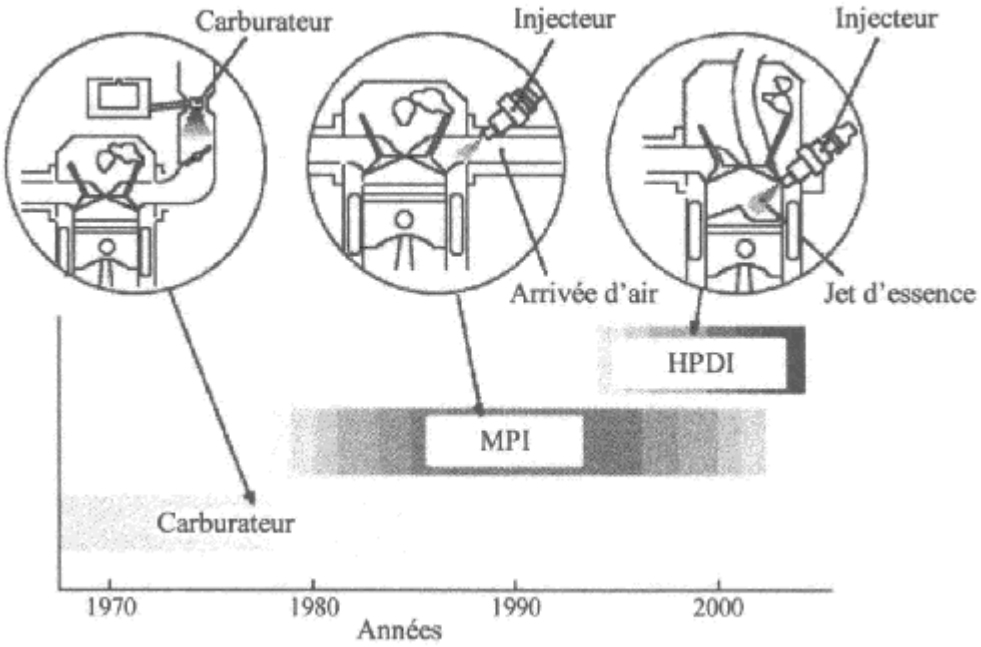

Figure 5 : évolution des systèmes d'injection d'essence de 1970 à nos jours

Les gains de consommation par rapport au carburateur sont de l'ordre de 20%, et la prochaine étape pour les moteurs à essence est l'injection directe (HPDI), comme pour les moteurs diesel. Certains moteurs à injection directe essence sont d'ores et déjà commercialisés, mais les résultats en terme de consommation sont assez décevants pour le moment comparés à leurs équivalents diesels.

Nous nous intéressons à présent à l'injection indirecte multipoint. Dans ce cas, un injecteur se trouve dans chaque pipe d'admission des cylindres, figure 6. Ces injecteurs sont pilotés indépendamment les uns des autres, ce qui permet un dosage plus précis de l'essence dans chaque cylindre.

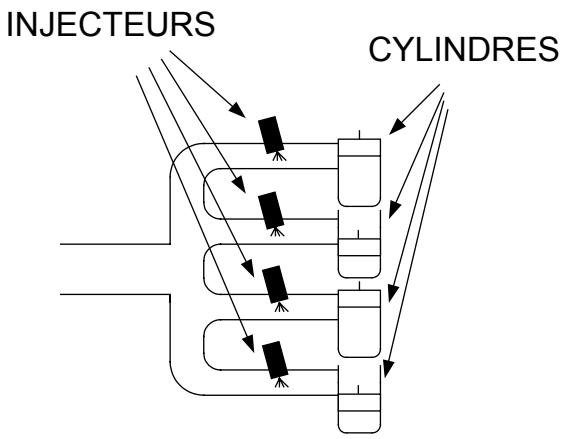

Figure 6 : injection indirecte multipoint

Concernant ce type d'injection, les modélisations les plus couramment utilisées dans la littérature prennent en compte un phénomène de mouillage. Ce dernier est dû au fait qu'une partie de l'essence injectée se dépose sur la paroi de la pipe d'admission avant de rejoindre le cylindre, figure 7.

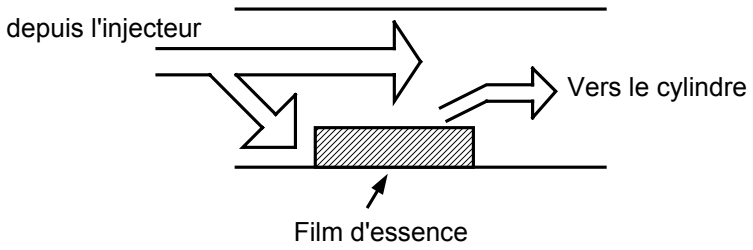

Figure 7 : phénomène de mouillage des parois

En considérant une structure linéaire du modèle, ce phénomène peut s'écrire sous la forme d'une fonction de transfert donnée par l'équation (1.9) /Aquino, 1981/ /Bortolet 1998/ /Kiencke et Nielsen 2000/. Elle représente la dynamique du débit d'essence entrant dans le cylindre ($\dot{m}_{ess}$) en fonction du débit en sortie d'injecteur ($\dot{m}_{inj}$) :

$$\frac{\dot{m}_{ess}}{\dot{m}_{inj}} = (1-c) + \frac{c}{1+\tau p} \tag{1.9}$$

avec c la fraction d'essence injectée qui se dépose sur les parois, et τ la constante de temps du film d'essence. Il est possible de prendre en compte un retard τ_d dû au calcul de la commande d'injection et au transport de l'essence depuis l'injecteur jusqu'au cylindre /Bidan, 1989/ /Chaumerliac, 1995/, /Weeks et Moskwa, 1995/ :

$$\frac{\dot{m}_{ess}}{\dot{m}_{inj}} = \left[(1-c) + \frac{c}{1+\tau p} \right] e^{-\tau_d p} \tag{1.10}$$

La commande des injecteurs se caractérise par deux paramètres : l'instant de début d'injection (en angle vilebrequin), ainsi que la durée d'injection et ce, pour chaque injecteur. Pour un moteur essence à injection indirecte multipoint, la quantité d'essence à injecter dans le cylindre est déterminée à partir de la richesse (r_i) souhaitée pour le mélange. La richesse est définie par l'expression (1.11) :

$$r_i = \frac{\lambda_s m_{esscyl}}{m_{afcyl}} \tag{1.11}$$

avec λ_s le coefficient de stœchiométrie entre l'air et l'essence qui est de l'ordre de $14,6$, m_{afcyl} et m_{esscyl} respectivement les masses d'air frais et d'essence entrées dans le cylindre.

Cette richesse est une valeur essentielle car elle détermine les performances, les émissions et la consommation du moteur. Cependant, le problème étant bi-critère, figure 8, on s'aperçoit qu'il n'existe pas de mélange air/essence optimal.

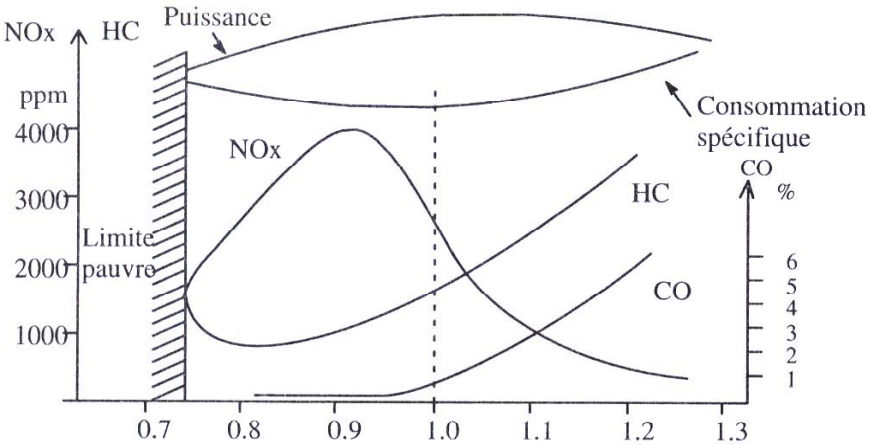

Figure 8 : émissions, puissance et consommation du moteur en fonction de la richesse

Effectivement, d'après cette figure, la consommation spécifique minimale se trouve autour d'une valeur de richesse de $0,9$ où les émissions de polluants azotés sont maximales. La puissance maximale se trouve aux alentours d'une richesse de $1,1$. Néanmoins, la technologie des pots catalytiques a imposé la richesse à $1 \quad (\pm 5\%)$. En effet, si on s'éloigne de cette valeur, le pot catalytique perd beaucoup de son efficacité et se détériore rapidement. Il

en découle que maintenir la richesse à 1 est un des objectifs principaux de la commande des moteurs à allumage commandé.

Les structures des admissions d'air et d'essence dans les cylindres ayant été données, le paragraphe suivant concerne la combustion.

2.3) Modèle de la combustion

La combustion est le phénomène clé dans les moteurs à allumage commandé. En effet, elle conditionne la puissance fournie par le moteur, les transferts de chaleur aux parois et la formation des polluants. Avec les moyens actuels, une description précise et détaillée de ce processus à un niveau fondamental ne peut être effectuée. Il est notamment très difficile de quantifier la formation des polluants.

2.3.1) Le principe de la combustion

La combustion dépend évidemment des caractéristiques géométriques du moteur telles que les dimensions du cylindre ou encore le taux de compression. Elle dépend également des trois variables suivantes :

- L'avance à l'allumage qui modifie le couple, car les forces de compression ne sont pas les mêmes sur le cylindre. L'avance qui donne le meilleur couple est appelé le MBT (Maximum Best Torque),
- La richesse du mélange qui influe sur le rendement de la combustion. Ce dernier est maximum pour un mélange pauvre, pour une richesse de $0,9$, mais la richesse est maintenue à 1 pour les raisons évoquées précédemment.
- Le taux d'EGR : la recirculation des gaz d'échappement permet de diminuer la quantité de combustible dans le cylindre, ce qui a pour effet de diminuer la température de combustion dans ce dernier. Cette diminution de température a un effet très positif sur les polluants (diminution significative des polluants azotés pour une légère augmentation des monoxydes de carbone). Cependant, à partir d'une certaine quantité d'EGR ajoutée, l'effet devient négatif avec l'apparition de trop d'hydrocarbures imbrûlés, pour un moteur essence la valeur limite est d'environ 20% d'EGR suivant la valeur du régime /Lumsden et al., 1997/.

Les réactions chimiques mises en jeu lors de la combustion dépendent de la richesse du mélange, ainsi que de la composition de l'essence utilisée. Les équations du processus de

combustion sont données par l'équation bilan (1.12) pour un mélange pauvre et l'équation bilan (1.13) pour un mélange riche.

$$\begin{aligned} &\text{si } r_i \leq 1,\ r_i \cdot C_{n_c} H_{n_h} + \left(n_c + \frac{n_h}{4}\right)\left(O_2 + 3,773 \cdot N_2\right) \rightarrow \\ &\left(n_c + \frac{n_h}{4}\right) \cdot \left(1 - r_i\right) \cdot O_2 + n_c \cdot r_i \cdot CO_2 + \frac{n_h}{2} \cdot r_i \cdot H_2O + 3,773 \cdot \left(n_c + \frac{n_h}{4}\right) \cdot N_2 \end{aligned} \tag{1.12}$$

avec n_c nombre d'atomes de carbone et n_h nombre d'atomes d'hydrogène dans l'essence considérée (en général C_8H_{18})

$$\begin{aligned} &\text{si } r_i > 1,\ \mathrm{r}_i \cdot C_{n_c} H_{n_h} + \left(n_c + \frac{n_h}{4}\right)\left(O_2 + 3,773 \cdot N_2\right) \rightarrow \\ &\left(n_c + \frac{n_h}{4}\right) \cdot \left(1 - r_i\right) \cdot CO + n_c \cdot r_i \cdot CO_2 + \frac{n_h}{2} \cdot r_i \cdot H_2O + 3,773 \cdot \left(n_c + \frac{n_h}{4}\right) \cdot N_2 + H_2 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Ces équations permettent de déterminer, suivant la valeur de la richesse, les nombres de moles des différentes espèces en présence. A partir de ces nombres de moles, il est possible de calculer les fonctions thermodynamiques (enthalpie molaire et massique, énergie interne molaire et massique, fractions molaires et massiques, et chaleurs spécifiques molaires et massiques) intervenant dans les modèles de combustion.

2.3.2) Les modèles de combustion

La combustion peut être modélisée de différentes manières /Truquet 1997/, soit en utilisant des modèles dits *1-zone* ou *n-zones* qui considèrent un comportement thermodynamique global dans une zone établie, soit en utilisant des modèles moléculaires qui considèrent les phénomènes au niveau local, par exemple, un modèle de type éléments finis. Ces derniers sont d'un grand intérêt en terme de simulation du comportement réel, ils permettent de mettre en évidence l'évolution des différentes espèces chimiques en présence, en particulier la formation des polluants. Cependant, leur intérêt pour calculer des lois de commande est très limité car d'une part, la puissance de calcul nécessaire pour simuler ces modèles est actuellement incompatible avec la notion de temps réel, et d'autre part, les données obtenues sont représentatives d'un comportement local, or une information globale est suffisante pour réaliser des lois de commande. Nous ne développerons donc que la partie concernant les modèles *1-zone* et *n-zones*.

2.3.2.1) Modèle *1-zone*

Dans ce type de modèle, la composition du mélange, la pression et la température sont considérées uniformes dans la chambre de combustion, figure 9.

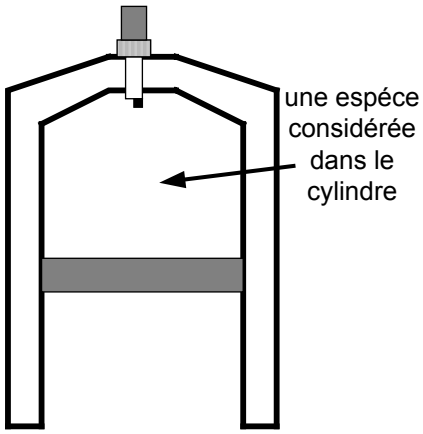

Figure 9 : Le modèle de combustion *1-zone*

Une loi de dégagement de chaleur en fonction de la durée de combustion, de l'avance à l'allumage, de la géométrie du moteur, de la richesse du mélange, de la masse de gaz résiduels et d'autres paramètres permet de calculer la pression et la température dans le cylindre. Elle est donnée par l'expression (1.14) :

$$\frac{\partial T_{cyl}}{\partial \theta} = \frac{1}{mc_{vmel}}\left(-P_{cyl}\frac{\partial V_{cyl}}{\partial \theta} + \frac{\partial Q_t}{\partial \theta} + \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} + \left(h_{adm} - u_{adm}\right)\frac{\partial m_{adm}}{\partial \theta} + \left(h_{ech} - u_{ech}\right)\frac{\partial m_{ech}}{\partial \theta}\right) \tag{1.14}$$

avec θ l'angle vilebrequin, $mc_{vmel} = m_{gf}c_{vgf} + m_{gb}c_{vgb}$ où m, m_{gf} et m_{gb} sont respectivement la masse totale dans le cylindre, la masse de gaz frais, et la masse de gaz brûlés, et c_{vmel}, c_{vgf} et c_{vgb} sont respectivement les chaleurs spécifiques à volume constant pour le mélange (gaz frais + gaz brûlés), pour les gaz frais et pour les gaz brûlés. $\frac{\partial m_{adm}}{\partial \theta}$ et $\frac{\partial m_{ech}}{\partial \theta}$ sont les débit de mélange gazeux à l'admission et à l'échappement, et $\left(h_{adm} - u_{adm}\right)$ et $\left(h_{ech} - u_{ech}\right)$ sont respectivement les différences d'enthalpie massique et d'énergie interne à l'admission et à l'échappement.

Remarque 1: Dans l'expression (1.14), les dérivations sont effectuées par rapport à l'angle vilebrequin. Pour obtenir une dérivation temporelle, il suffit de multiplier les expressions en $\frac{\partial}{\partial \theta}$ par $\dot{\theta}$.

Remarque 2: le terme $\left(h_{adm}-u_{adm}\right)\frac{\partial m_{adm}}{\partial\theta}+\left(h_{ech}-u_{ech}\right)\frac{\partial m_{ech}}{\partial\theta}$ est égal à zéro lorsque les soupapes d'admission et d'échappement sont fermées.

Les flux de chaleur sont :

- $-P_{cyl}\frac{\partial V_{cyl}}{\partial\theta}$ qui représente l'apport de chaleur dû à la variation de volume du piston :

$$-P_{cyl}\frac{\partial V_{cyl}}{\partial\theta}=-P_{cyl}f\left(\theta\right) \tag{1.15}$$

avec V_{cyl} le volume du cylindre et $f\left(\theta\right)$ qui sont des fonctions de l'angle vilebrequin θ et des caractéristiques géométriques du cylindre.

- $\frac{\partial Q_t}{\partial\theta}$ qui représente le flux de chaleur au niveau de la paroi cylindre :

$$\frac{\partial Q_t}{\partial\theta}=h_g S_p\left(T_{cyl}-T_p\right) \tag{1.16}$$

avec S_p la surface de contact entre les gaz contenus dans le cylindre et la paroi, qui est une fonction de θ et des caractéristiques géométriques du cylindre, et les températures du cylindre T_{cyl} et de la paroi T_p. Le coefficient h_g est donné par des formules empiriques, par exemple la formule d'Hohenberg (1.17) :

$$h_g=130V_{cyl}^{-0,06}P_{cyl}^{0,8}T_{cyl}^{-0,53}\left[T_{cyl}^{0,163}\left(V_m+1,4\right)\right]^{0.8} \tag{1.17}$$

- $\frac{\partial Q_c}{\partial\theta}$ qui représente l'apport de chaleur fourni par la combustion :

$$\frac{dQ_c}{d\theta}=m\left(u_{gb}-u_{gf}\right)\frac{dx_b}{d\theta} \tag{1.18}$$

avec u_{gb} et u_{gf} respectivement les énergie internes des gaz brûlés et des gaz frais. La fonction x_b est la fonction caractéristique de la combustion, elle est donnée généralement par la loi de Wiebe de la forme :

$$x_b\left(\theta,a_v\right)=\begin{cases}0 & \text{si } \theta<a_v\\ 1-e^{-\alpha_v\left(\frac{\theta-a_v}{\theta_c}\right)^{m_v+1}} & \text{si } \theta\geq a_v\end{cases} \tag{1.19}$$

avec a_v l'angle d'avance à l'allumage, θ_c la durée de la combustion et α_v, m_v des paramètres d'ajustement de la loi de Wiebe. Par exemple, la figure 10 montre l'influence du paramètre m_v sur la loi de Wiebe.

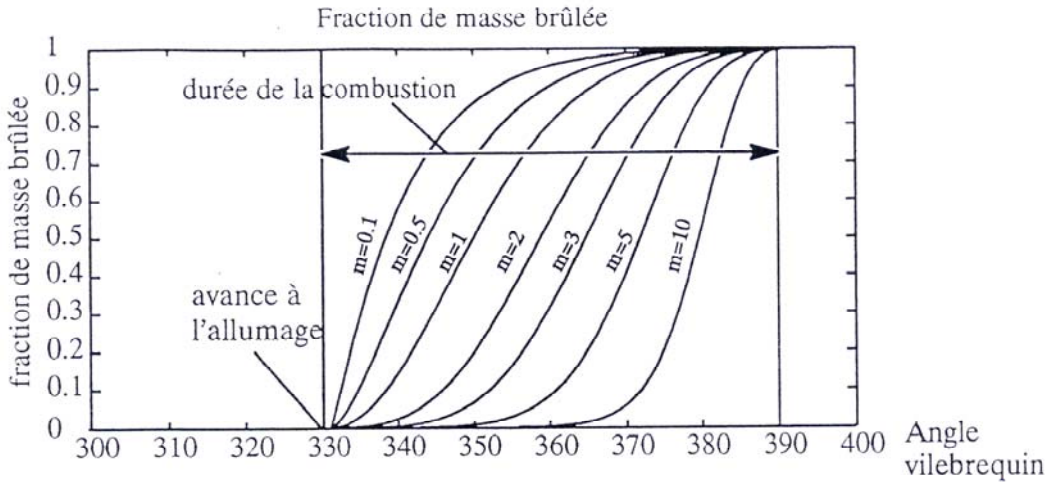

Figure 10 : forme de la loi de Wiebe suivant les valeurs du paramètre m_v

x_b représente l'évolution de la fraction massique des gaz brûlés au cours de la combustion. Les paramètres α_v et m_v dépendent du moteur choisi et sont calculés à partir de données de pression dans le cylindre. Le modèle *1-zone* est présenté et validé dans les travaux de /Torredeme, 1994/ /Truquet, 1997/ et est utilisé pour réaliser une commande en couple d'un moteur thermique par /Mianzo et Peng, 2000/.

Dans les modèles de combustion présentés dans la suite, les équations ne sont pas développées, puisque le passage d'un modèle *1-zone* à plusieurs zones se fait en « répétant » simplement les équations du modèle *1-zone* dans chaque « zone ».

2.3.2.2) Modèle *2-zones*

Dans ce cas, deux zones gazeuses sont considérées dans le cylindre : une pour les gaz frais, et l'autre pour les gaz brûlés. La loi de dégagement de chaleur est la même. La difficulté réside dans la définition des volumes de gaz frais et de gaz brûlés, figure 11. La prise en compte de ces deux domaines permet d'obtenir de meilleurs résultats pour la température et donc de mieux appréhender les dissipations de chaleur au niveau des parois du cylindre. Néanmoins, l'amélioration de l'estimation de la pression dans le cylindre est très faible, de l'ordre de 3%, par rapport à la complication des calculs.

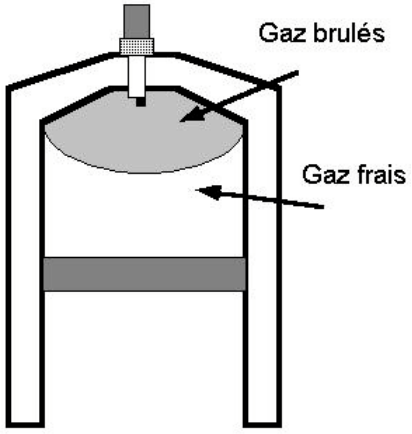

Figure 11 : Le modèle de combustion *2-zones*

2.3.2.3) Modèle *n-zones*

Enfin, dans ce dernier cas, plusieurs zones gazeuses sont définies. Ces modèles prennent en compte la géométrie du cylindre et décrivent plus précisément les flux ainsi que les échanges thermiques. Les modèles multidimensionnels permettent une meilleure approche de la formation des polluants, mais sont très coûteux en temps de calcul et difficile à mettre en œuvre.

Les modèles présentés permettent donc d'estimer la pression dans chaque cylindre. A partir de ces pressions et du mouvement de translation qu'elles imposent à leur piston respectif, un mouvement de rotation est induit sur un arbre, appelé vilebrequin. Le paragraphe suivant présente les modèles de la dynamique de ce vilebrequin.

2.4) Modèle de la dynamique bielle-manivelle

En utilisant le principe fondamental de la dynamique, l'équation classique obtenue pour les mouvements de rotation donne une relation entre le couple moteur C_m et l'accélération angulaire du vilebrequin $\ddot{\theta}$:

$$J\ddot{\theta} = C_m - C_r \tag{1.20}$$

C_r représente le couple résistant du moteur (couple de frottements plus couple de charge), et J le moment d'inertie de l'arbre moteur. On peut également considérer un moment d'inertie dépendant de l'angle vilebrequin θ /Dupraz, 1998/ /Dupraz et al. 1999/ et l'équation (1.20) devient alors :

$$J(\theta)\ddot{\theta} = C_m - C_r \tag{1.21}$$

avec le moment d'inertie variable $J(\theta) = J_{eq} + M_{eq} r^2 f_1(\theta)^2$, où J_{eq} est le moment d'inertie équivalent des masses rotatives, M_{eq} la masse équivalente des masses alternatives, r est le rayon du vilebrequin et $f_1(\theta)$ une fonction de l'angle vilebrequin donnée par la formule (1.22) :

$$f_1(\theta) = \sin(\theta) + \frac{\frac{r}{l}\sin(2\theta)}{2\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2}\sin^2(\theta)}} \tag{1.22}$$

avec l la longueur de la bielle.

De nombreuses études ont été menées sur la modélisation du couple moteur avec pour objectif d'en réaliser la commande. Parmi ces travaux, deux types de formules ont été donnés : celles issues de l'étude des phénomènes physiques mis en jeu et celles issues de l'expérimentation.

2.4.1) Formules issues des lois physiques

Les différentes modélisations possibles fréquemment rencontrées dans la littérature sont brièvement rappelées ci-après. Le couple moteur instantané pour un moteur à quatre cylindres peut s'exprimer sous la forme suivante /Swoboda, 1984/ :

$$C_m = \sum_{i=1}^{4} a_{1_i}(\theta) P_{cyl_i}(\theta) + a_2(\theta, \dot{\theta}) \tag{1.23}$$

avec :

$$a_{1_i}(\theta) = -r\frac{\pi A_p^{\,2}}{4}\sin\theta\left(1 - (-1)^{i-1}\frac{r}{l}\cos\theta f(\theta)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$a_2(\theta, \dot{\theta}) = 4\frac{r^2}{l}\dot{\theta}^2 \sin\theta f(\theta)^{\frac{1}{2}}\left(\cos^2\theta\left(1 + f(\theta)^{-1}\right) - \left(1 - \frac{r^2}{l^2}\right)\sin^2\theta f(\theta)^{-2}\right)\left(m_b\left(1 - \frac{l_1}{l}\right) + m_p\right)$$

$$f(\theta) = 1 - \frac{r^2}{l^2}\sin^2(\theta)$$

où $\dot{\theta}$ est la vitesse du vilebrequin, m_b et m_p sont respectivement les masses de la bielle et du piston, l_1 est la distance entre le centre de gravité de la bielle et son axe de rotation et A_p est l'alésage ou la surface supérieure du piston. Dans ce modèle, les frottements ne sont pas pris en compte. Leur introduction peut se faire sous forme d'une pression moyenne de frottements $P_{fmoy_i}(\dot{\theta})$ à déduire de la pression cylindre /Barnes et Moss, 1975/ :

$$P_{fmoy_i}\left(\dot{\theta}\right) = a_1 + a_2\dot{\theta} + a_3\dot{\theta}^2 \tag{1.24}$$

avec a_1, a_2 et a_3 des coefficients constants qui sont à estimer.

Dans les travaux de /Dupraz, 1998/, le couple exercé par les forces de pression sur le vilebrequin est donné par (1.25) :

$$C_m = A_p P_{cyl} r f_1\left(\theta\right) \tag{1.25}$$

où P_{cyl} la pression dans le cylindre est obtenue par un modèle de combustion de type *1-zone*, et la fonction $f_1\left(\theta\right)$ est donnée par la relation (1.22).

Enfin, /Kiencke et Nielsen, 2000/ définissent le couple de combustion par :

$$C_m = \sum_{i=1}^{4}\left(P_{cyl_i} - P_0\right)A_p r f_1\left(\theta\right) \tag{1.26}$$

où P_{cyl_i} est la pression dans le cylindre numéro i, P_0 est la pression résiduelle au point mort haut (cylindre en haut) pendant l'échappement, et la fonction $f_1\left(\theta\right)$ est donnée par la relation (1.22).

2.4.2) Formules issues de l'expérimentation

De nombreuses formules issues de l'expérimentation existent, deux d'entre elles sont répertoriées de manière à donner un aperçu des structures obtenues. La première issue de /Chaumerliac, 1995/ s'écrit :

$$C_m = \beta_1\overline{m}_{af} + \beta_2\overline{m}_{af}\left(r_i - 1\right) + \beta_3\overline{m}_{af}\left(r_i - 1\right)^2 + \beta_4 + \beta_5\dot{\theta} + \beta_6\dot{\theta}^2 \tag{1.27}$$

avec $\overline{m}_{af}$ la masse d'air moyenne emprisonnée dans les cylindres durant l'admission, et β_1, β_2, β_3, β_4, β_5 et β_6 des coefficients constants à estimer. La formule (1.27) concerne un moteur sans EGR et considère que l'avance à l'allumage optimale est donnée par une cartographie qui est fonction de l'angle du papillon d'air frais et du régime du moteur.

La deuxième modélisation est issue de /Kang et Grizzle, 1999/ où l'avance à l'allumage et la quantité d'EGR introduite dans le collecteur sont prises en compte dans une formule de la forme :

$$\begin{aligned} C_m &= \gamma_1 + \gamma_2\dot{m}_{af} + \gamma_3 r_i + \gamma_4 r_i^2 + \gamma_5 a_v + \gamma_6 a_v^{\ 2} + \gamma_7\dot{\theta} + \gamma_8\dot{\theta}^2 \\ &\quad + \gamma_9\dot{\theta}a_v + \gamma_{10}a_v\dot{m}_{af} + \gamma_{11}a_v^{\ 2}\dot{m}_{af} + \gamma_{12}a_v\dot{m}_{egr} \end{aligned} \tag{1.28}$$

avec $\gamma_1,..., \gamma_{12}$ les paramètres constants à estimer.

Comme le montre ce panel non exhaustif de formules, la modélisation du couple moteur dans un but de commande a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs. Le problème qui se pose pour réaliser la commande en couple d'un moteur est l'absence de capteur sur les véhicules de série. Une alternative à l'utilisation de modèles du couple moteur ou de tout autre variable à commander dans le moteur, est le recours à des estimateurs ou des observateurs qui permettent de reconstruire les variables souhaitées en temps réel.

3) Problème de l'estimation et de l'observation

Autant il est possible de mesurer la pression dans chaque cylindre et le couple moteur, pour ne citer qu'eux, lorsque l'on travaille sur un banc d'essais moteur, autant à l'heure actuelle sur un véhicule de série, l'instrumentation est des plus rudimentaires en ce qui concerne le moteur. Divers travaux ont donc été menés sur l'estimation et l'observation de variables dans un moteur à allumage commandé. Les principales variables qui ont suscité l'intérêt des chercheurs sont l'estimation de la charge en air du moteur, l'estimation de la dynamique de l'essence et enfin l'estimation des couples moteurs instantané et moyen.

3.1) Estimation de la charge en air

Les principales études menées sur l'estimation de la charge en air des moteurs sont réalisées sur des moteurs diesel avec suralimentation /Storset et al., 2000/ /Jankovic et Magner, 2001/. Des estimateurs (boucle ouverte) et des observateurs (boucle fermée) y sont développés. Toutefois, certains estimateurs ont été testés sur des moteurs à essence comme celui qui est présenté ci après.

/Stotsky et Kolmanovsky, 2002/ présentent des observateurs à entrées inconnues et appliquent une méthode à grand gain au problème de l'estimation de la charge en air pour un moteur essence à allumage commandé. Le schéma de principe des observateurs développés dans leurs travaux est représenté figure 12.

Les différents observateurs sont imbriqués avec comme entrées, les mesures de débit d'air frais $\dot{m}_{af,m}$ et de pression dans le collecteur $P_{col,m}$, et comme sorties les estimées du débit d'air frais, de la pression collecteur et du débit des cylindres. La dynamique des capteurs est choisie du premier ordre pour la mesure du débit d'air frais (1.29) et elle est supposée instantanée pour la mesure de pression dans le cylindre (car sa dynamique est très rapide donc négligeable par rapport aux autres dynamiques mises en jeu).

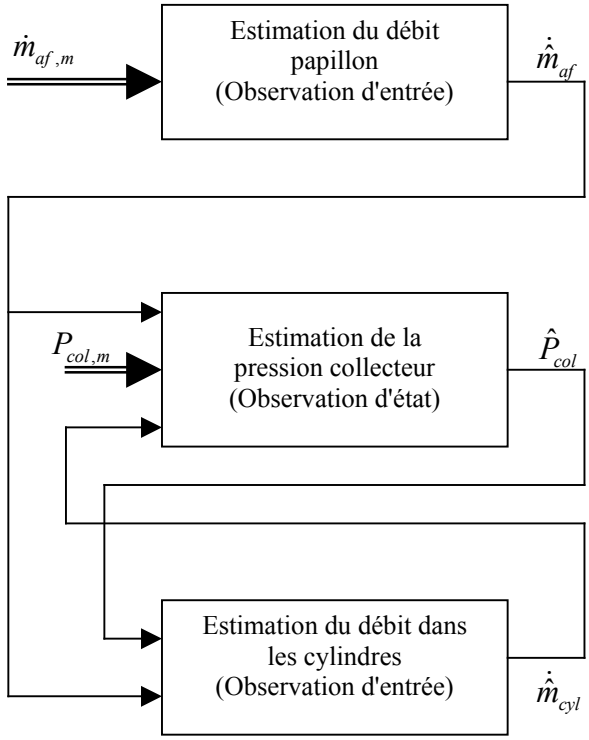

Figure 12 : schéma de l'observation de l'admission d'air

$$\ddot{m}_{af,m} = -\frac{1}{\tau_{af,m}}\left(\dot{m}_{af,m} - \dot{m}_{af}\right) \tag{1.29}$$

Le chapeau « ˆ » est utilisé pour désigner les variables estimées. Les équations de l'observateur sont données par :

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_f &= -\gamma_f \varepsilon_f - \frac{\gamma_f}{\tau_{af,m}}\dot{m}_{af,m} + \gamma_f^2 \dot{m}_{af,m} \\
\dot{\hat{m}}_{af} &= \tau_{af,m}\left(\gamma_f \dot{m}_{af,m} - \varepsilon_f\right) \\
\dot{\hat{P}}_{col} &= \frac{RT_{col}}{V_{col}}\left(\dot{\hat{m}}_{af} - \dot{\hat{m}}_{cyl}\right) - \gamma_{P_{col}}\left(\hat{P}_{col} - P_{col,m}\right) \\
\dot{\hat{m}}_{cyl} &= \eta_{vk}\frac{2\pi\dot{\theta}}{2}V_d\frac{\hat{P}_{col}}{RT_{col}} + \left(\varepsilon - \gamma\hat{P}_{col}\right)\frac{V_{col}}{RT_{col}} \\
\dot{\varepsilon} &= -\gamma\varepsilon - \gamma\eta_{vk}\frac{2\pi\dot{\theta}}{2}V_d\frac{\hat{P}_{col}}{V_{col}} + \gamma\frac{RT_{col}}{V_{col}}\dot{\hat{m}}_{af} + \gamma^2\hat{P}_{col}
\end{aligned} \tag{1.30}$$

avec η_{vk} coefficient de rendement volumétrique (terme connu), V_d évolution du volume global des cylindres. ε et ε_f sont des variables dynamiques auxiliaires définissant les deux observateurs à entrées inconnues. Enfin, les gains γ, γ_f, et $\gamma_{P_{col}}$ sont choisis de manière à assurer la convergence asymptotique des erreurs d'observation.

/Stotsky et Kolmanovsky, 2002/ ont démontré qu'il existe de tels gains moyennant des conditions de bornitude des variables d'état. De plus, il est possible de prendre en compte les bruits de mesure et de les introduire dans les équations (1.30), en utilisant le formalisme suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= -\gamma\varepsilon + \gamma\left(y + w_1\right) + \gamma^2\left(z + w_2\right) \\ \hat{x} &= \gamma\left(z + w_2\right) - \varepsilon \end{aligned} \tag{1.31}$$

avec y et z les variables mesurées, w_1 et w_2 les bruits respectivement associés à ces variables. Cependant, pour de grandes valeurs du gain γ, une erreur statique apparaît dont l'ordre de grandeur est de : $\sup_t \left|\dot{w}_2(t) - w_1(t)\right|$. Les résultats obtenus avec l'observateur (1.30) sur le système réel sur banc d'essais sont très satisfaisants /Stotsky et Kolmanovsky, 2002/.

3.2) Estimation de la dynamique d'essence

L'estimation des paramètres entrant en jeu dans les équations dynamiques de l'injection d'essence est délicate du fait du faible nombre d'informations disponibles sur l'essence en provenance de capteurs. De récents travaux /Arsie et al. 2003/ utilisant un observateur basé sur un filtre de Kalman présentent un estimateur en ligne des paramètres de l'injection d'essence. En effet, à partir de la seule mesure de richesse, il est possible d'estimer les deux paramètres vus précédemment, la fraction d'essence qui se dépose sur les parois c, ainsi que la constante de temps du phénomène de mouillage τ.

Les équations de l'observateur sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\tau}} &= k_1\left(z - \dot{\hat{m}}_{ess}\right) \\ \dot{\hat{c}} &= k_2\left(z - \dot{\hat{m}}_{ess}\right) \\ \dot{\hat{m}}_L &= \hat{c}\dot{m}_{inj} - \frac{\hat{m}_L}{\hat{\tau}} + k_3\left(z - \dot{\hat{m}}_{ess}\right) \\ \dot{\hat{m}}_v &= \left(1 - \hat{c}\right)\dot{m}_{inj} + \frac{\hat{m}_L}{\hat{\tau}} - \frac{\hat{m}_v}{\tau_m} + k_4\left(z - \dot{\hat{m}}_{ess}\right) \end{aligned} \tag{1.32}$$

avec $\hat{m}_L$ et $\hat{m}_v$ masses estimées, respectivement sous forme de liquide et sous forme de vapeur, $z = \dot{m}_{ess,m} = \dot{m}_{af,m} f\left(r_{i,m}\right)$ où $\dot{m}_{af,m}$ est le débit d'air frais mesuré et $f\left(r_{i,m}\right)$ est une fonction de la richesse mesurée $r_{i,m}$ par une sonde proportionnelle. La constante de temps τ_m est calculée à l'aide de la formule (1.33) :

$$\tau_m = \frac{1}{\dot{m}_{af,m}} \frac{P_{col} V_{col}}{R T_{col}} \tag{1.33}$$

Les gains $k_1,..., k_4$ sont déterminés en utilisant l'équation de Riccati (1.34) :

$$\begin{aligned} \dot{P} &= AP + PA^T + Q - KRK^T \\ K &= PC^T R^{-1} \end{aligned} \tag{1.34}$$

avec les matrices A et C qui correspondent respectivement aux matrices d'état et de sortie de l'observateur (1.32) linéarisé, les matrices Q et R qui correspondent respectivement aux matrices de covariance des bruits sur l'état et sur la sortie. La matrice P est alors la matrice de covariance des erreurs, et la matrice K contient les gains de Kalman. Les résultats obtenus en simulation en utilisant cet observateur sont très satisfaisants, en particulier dans les transitoires de richesse.

3.3) Estimation du couple moteur

La connaissance de l'évolution du couple généré par le moteur à allumage commandé constitue une information primordiale afin d'optimiser le processus de combustion et d'améliorer ainsi les performances du moteur. Cependant, la mesure du couple moteur n'est pas disponible sur les véhicules de série. En effet, il est possible d'employer les couplemètres ou capteurs de couple seulement sur bancs d'essais, la raison principale étant leur coût.

Une solution à ce problème consiste alors à concevoir un observateur de couple, permettant de reconstruire cette grandeur à partir des mesures disponibles. Plusieurs types d'observateurs ont été mis au point dans la littérature, observateurs linéaires et non linéaires. Parmi ceux-ci, il existe toute une famille d'observateurs basés sur la reconstruction du couple moteur à partir de la mesure de l'angle vilebrequin θ et du régime du moteur $\dot{\theta}$.

Dans les travaux de /Rizzoni, 1989/ et /Rizzoni et Connolly, 1993/, par exemple, il est montré qu'il existe une relation entre la composante continue T_i et la composante alternative τ_i du couple indiqué, issu du phénomène de combustion. En effet, de petites fluctuations, qui sont dues aux pulsations de la pression cylindre, apparaissent sur la vitesse de rotation du vilebrequin. Une relation linéaire liant l'accélération angulaire $a(\theta)$ et la composante alternative du couple indiqué a été obtenue par analogie électricité - mécanique pour définir un modèle linéaire dynamique de la forme (1.35) :

$$a(\theta) = h(\theta).\tau_i(\theta) \tag{1.35}$$

Connaissant la réponse en fréquence de ce modèle, il est alors facile d'en déduire la composante alternative du couple moteur puis le couple indiqué total.

Plusieurs approches d'estimation du couple indiqué à base de modes glissants ont été développées /Drakunov et al., 1995/ /Wang et al, 1997/. Dans cette dernière, la représentation d'état de la dynamique du vilebrequin utilisée est :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha_1 T_i + f_1\left(x_1, x_2, \dot{x}_2\right) \end{cases} \tag{1.36}$$

telle que $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}$, et avec α_1 une constante et $f_1\left(x_1, x_2, \dot{x}_2\right)$ une fonction non linéaire en ses arguments. Un observateur à modes glissants permet alors d'estimer l'accélération angulaire $\dot{x}_2$ et à partir de là, le couple indiqué T_i. Pour cela, la surface de glissement choisie est donnée par : $s = \hat{x}_2 - x_2$, avec $\hat{x}_2$ l'estimée de x_2.

En posant $\hat{T}_i = v$, un filtre passe bas est pris en compte dans l'observateur de manière à atténuer les bruits haute fréquence. v la sortie du filtre est définie par l'expression (1.37) :

$$\tau.\dot{v} + v = -m\,\mathrm{sgn}\left(f\left(x_1\right)\left(\hat{x}_2 - x_2\right)\right)h\left(x_1\right) \tag{1.37}$$

avec τ la constante de temps du filtre choisi, f et h des fonctions non linéaires de la variable x_1. Les résultats obtenus sur banc d'essais moteur présentent des erreurs d'observation négligeables pour de grandes valeurs du couple et importantes pour de faibles valeurs. Néanmoins, l'utilisation de tels observateurs semble prometteuse pour réaliser des applications embarquées. La principale amélioration qui peut être apportée dans le cas présenté, concerne la prise en compte de modèles plus représentatifs des phénomènes mis en jeu.

Une troisième approche concerne l'utilisation d'un observateur à entrée inconnue et est donnée dans /Kim et al., 1999/. Ils utilisent un modèle linéaire de la dynamique du vilebrequin mis sous la forme de la représentation d'état (1.38) :

$$\begin{cases} \dot{x}\left(t\right) = Ax\left(t\right) + Bu\left(t\right) + Dd\left(t\right) \\ y = Cx\left(t\right) \end{cases} \tag{1.38}$$

où $u\left(t\right)$ représente le vecteur des entrées connues, $d\left(t\right)$ le vecteur des entrées inconnues à estimer et $y\left(t\right)$ le vecteur des sorties mesurables. Dans le cas de l'estimation du couple moteur, cela revient à considérer le modèle dynamique de rotation du vilebrequin comme un système à deux entrées et une seule sortie. Le schéma de principe de l'observateur appliqué au couple moteur est représenté figure 13.

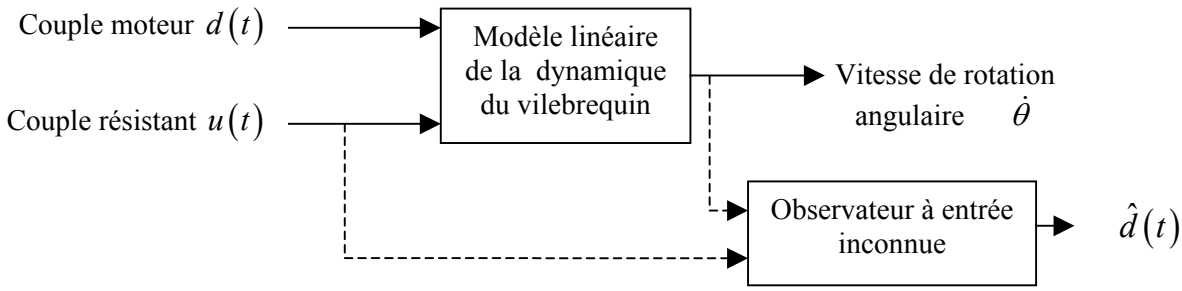

Figure 13 : observateur à entrée inconnue pour la dynamique du vilebrequin

Deux autres méthodes d'estimation du couple moteur utile sont exposées dans /Kim et al., 1999/. La première est basée sur une identification en ligne par la méthode des moindres carrés. La valeur instantanée du couple indiqué moyen est donnée par une fonction de la forme : $\hat{T}_i = F\left(\theta, \tilde{\dot{\theta}}, \ddot{\theta}\right)$ (1.39)

avec $\tilde{\dot{\theta}}$ la composante alternative de la vitesse, et $F\left(\theta, \tilde{\dot{\theta}}, \ddot{\theta}\right)$ une fonction non linéaire en ses variables. Les coefficients de la fonction $F(\bullet)$ sont obtenus en minimisant le critère défini par la racine carrée de la somme des erreurs d'estimation.

La deuxième méthode exposée dans le même article est basée sur une analyse fréquentielle. En effet, les signaux intervenants dans la modélisation du couple moteur sont des signaux périodiques, ce qui permet l'utilisation de la transformée de Fourrier. La dynamique du vilebrequin est alors vue comme un filtre linéaire du premier ordre, figure 14, dont l'entrée est le couple indiqué, la sortie est la vitesse de rotation, tous les deux étant des fonctions de l'angle du vilebrequin θ.

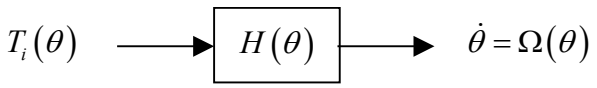

Figure 14 : dynamique simplifiée du vilebrequin

Le problème revient alors à identifier la réponse impulsionnelle $H(\theta)$, ensuite, le couple indiqué est calculé par la transformée de Fourrier inverse .

Dans les travaux de /Dupraz, 1998/, une équation paramétrique (1.40) est utilisée pour estimer le couple moteur.

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{2}J(\theta)\dot{\theta}^2\right)=P_d g(\theta)+P_c g(\theta-\pi)-C_r \tag{1.40}$$

où g est une fonction connue de θ et des caractéristiques du moteur. P_d, P_c et C_r sont des constantes par morceaux à estimer sur des intervalles de la forme $\left[n\pi,(n+1)\pi\right]$. Le couple indiqué instantané C_i est alors donné par la relation (1.41) et le couple moyen $\overline{C}_i$ par la relation (1.42):

$$C_i=P_d g(\theta)+P_c g(\theta-\pi) \tag{1.41}$$

$$\overline{C}_i=\frac{(P_d-P_c)}{\pi}\int_0^{\pi} g(\theta)\,d\theta \tag{1.42}$$

La formule (1.42) existe toujours car la primitive de g existe sur $\left[0,\pi\right]$. A partir de quatre mesures de vitesses instantanées dans quatre positions angulaires définies, il est possible d'identifier les paramètres du modèle (1.40). Cet estimateur est très sensible aux bruits de mesure et aux erreurs de modélisation, ce qui semble le rendre inutilisable en l'état pour une application temps réel.

Enfin, le dernier observateur que nous présentons dans cette partie provient de travaux récents de /Kiencke et Nielsen, 2000/. L'équation dynamique suivante est considérée :

$$J\ddot{\theta}+\frac{1}{2}\frac{dJ}{d\theta}\dot{\theta}^2=C_m-C_r-C_f \tag{1.43}$$

où C_f est le couple de friction. L'équation (1.43) est discrétisée, puis réécrite sous forme d'une représentation d'état linéaire et en utilisant un filtre de Kalman, le système d'équation devient :

$$\begin{cases} x(t+1)=A(t)x(t)+B(t)u(t) \\ y(t)=Cx(t) \end{cases} \tag{1.44}$$

avec le vecteur d'état $x(t)=\left(\dot{\theta}^2 \quad C_m(t)-C_l(t) \quad C_m(t+1)-C_l(t+1)\right)^T$, la matrice d'état $A(t)=\begin{bmatrix} 1-\frac{2f(t)\Delta\theta}{J(t)} & \frac{2\Delta\theta}{J(t)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -e^{-2\delta\Delta\theta} & -2e^{-\delta\Delta\theta} \end{bmatrix}$, le vecteur de commande $B(t)=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(1-e^{-\delta\Delta\theta}\right)^2 \end{bmatrix}$, la matrice de sortie $C(t)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $u(t)$ un bruit blanc. Le paramètre $\Delta\theta$ est la période

d'échantillonnage en angle vilebrequin (de l'ordre de 6°), et δ est choisi de manière à filtrer les bruits hautes fréquences. Le filtre de Kalman utilisé permet de reconstruire la variable $C_m(t) - C_l(t)$ à partir de la vitesse au carré. Pour dissocier les deux couples $C_m(t)$ et $C_l(t)$, la relation suivante est utilisée au point mort haut et au point mort bas :

$$\hat{x}_2 \approx -C_l \tag{1.45}$$

Le couple de charge $C_l(t)$ est calculé par interpolation des couples de charge calculés au point mort haut et au point mort bas (1.45), et le couple moteur $C_m(t)$ peut alors être calculé séparément. Cette méthode donne de bons résultats quant à l'estimation du couple moteur instantané et peut être utilisée par exemple pour détecter les ratés d'allumage lors de la combustion.

Divers travaux sur la modélisation, l'estimation et l'observation dans les moteurs à allumage commandé ont été présentés. L'objectif de ces études est souvent la mise en œuvre de lois de commande permettant d'améliorer les performances des moteurs, en particulier dans les phases transitoires.

4) Lois de commande pour moteur thermique

La commande globale du moteur sous-entend : la régulation de ralenti et/ou de régime, la régulation de richesse, la commande en couple et un étage de supervision permettant de gérer les différentes phases de fonctionnement et de gestion des pannes ou défauts (apparition de cliquetis, ratés d'allumage, etc…). La suite du paragraphe s'intéresse principalement aux régulations des variables classiques dans un moteur à combustion interne : régulation de ralenti, commande en régime, régulation de richesse, commande en couple et enfin quelques aspects de « supervision ».

Dans la plupart des articles concernant les diverses régulations de régime, de richesse ou de couple, les commandes obtenues sont des PID calculés à partir de modèles linéarisés. Cependant, de manière à améliorer les résultats par la prise en compte des caractéristiques non linéaires des modèles, des commandes non linéaires sont de plus en plus développées. Dans la suite, pour chaque régulation les commandes linéaires sont présentées en premier, les commandes non linéaires en deuxième.

4.1) Régulation de ralenti / Commande en régime

La régulation de ralenti et la commande en régime sont des problèmes très proches puisqu'ils concernent tous deux des problèmes de régulation de la vitesse du vilebrequin. Dans un cas, on souhaite maintenir le régime à une valeur fixe et rejeter d'éventuelles perturbations de couple de charge. Dans l'autre cas, le but est d'amener la vitesse à suivre une consigne avec la meilleure dynamique possible tout en rejetant des perturbations. La difficulté dans la régulation de ralenti provient du fait que la quantité d'air entrant dans les cylindres doit être faible pour que la quantité d'essence injectée soit faible. La sensibilité du papillon d'air frais est alors capitale, i.e. une petite variation de ce dernier peut entraîner une grande variation de la quantité d'air introduite.

Pour pallier ce problème, certains moteurs sont équipés d'une vanne de ralenti commandable permettant de régler plus finement la quantité d'air introduite dans le collecteur /Petridis et Shenton, 2003/. Un modèle NARMA est utilisé pour identifier un modèle non linéaire inverse du moteur à partir de données expérimentales. Le modèle obtenu donne la position de la vanne de ralenti en fonction de la vitesse de rotation. A ce modèle inverse qui est utilisé pour réaliser une compensation directe de la dynamique du système en régime, est ajouté un régulateur PID synthétisé de manière robuste permettant de compenser des erreurs de modélisation et de prendre en compte des perturbations de type changement de couple de charge. Les résultats obtenus sont satisfaisants mais le modèle utilisé est SISO, la quantité d'essence injectée étant supposée régulée indépendamment de manière à obtenir la richesse désirée.

/Buckland et Grizzle, 2000/ proposent plusieurs stratégies de commande suivant que l'actionneur principal pour la régulation de ralenti soit le papillon d'air frais ou la commande des injecteurs. De plus, différentes contraintes sont prises en compte telles que maintenir la richesse dans une certaine plage de variation et/ou réguler le taux d'EGR. Pour cela, un modèle non linéaire (1.46), à base de connaissances du moteur est réalisé, prenant en compte les dynamiques de la pression collecteur, de l'EGR et du régime moteur :

$$\begin{aligned}
\dot{P}_{col} &= \frac{RT_{col}}{V_{col}}\left(\dot{m}_{af} + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_{cyl}\right) \\
\dot{m}_{gb} &= F_e\left(t\right)\dot{m}_{egr} - F_i\left(t\right)\dot{m}_{cyl} \\
\ddot{\theta} &= \frac{1}{J}\left(C_m\left(t-d\right) + C_f\left(t\right) - C_l\left(t\right)\right)
\end{aligned} \tag{1.46}$$

où m_{gb} est la masse de gaz brûlés dans le collecteur d'admission, $F_i(t)$ et $F_e(t)$ sont les fractions de gaz brûlés, respectivement dans le collecteur d'admission et dans le collecteur d'échappement, et d est un retard correspondant à un tour de vilebrequin. Les relations (1.47) permettent de définir une représentation d'état non linéaire du système à trois états :

$$\begin{aligned} &d = \frac{60}{\dot{\theta}}; \quad \dot{m}_{cyl} = \alpha(\dot{\theta}) + \beta(\dot{\theta}) P_{col}; \quad C_m = a_0(\dot{\theta})(1 - F_i)\dot{m}_{cyl} + a_1(\dot{\theta})\dot{m}_{ess} \\ &C_f = f(P_{col}, \dot{\theta}); \quad F_i = \frac{m_{gb}}{m_g}; \quad m_g = \frac{V_{col}}{RT_{col}} P_{col} \end{aligned} \tag{1.47}$$

avec m_g la masse de gaz dans le collecteur, $\dot{m}_{ess}$ le débit massique d'essence dans les cylindres, et les fonctions α, β, a_0 et a_1 obtenues par identification sur banc d'essais moteur.

A partir du modèle défini par les équations (1.46) et (1.47), un premier régulateur utilisant comme variable de commande l'injection d'essence est calculé, puis une structure de commande supplémentaire est ajoutée pour réguler à la fois la richesse et le taux d'EGR, et enfin, une commande avec comme actionneur principal l'air frais est déterminée. Dans tous les cas, les variables de commande considérées sont directement les différents débits, et les régulateurs utilisés sont des PID, avec ou sans action dérivée. Le principal problème dans ces travaux est le fait que les dynamiques des actionneurs mis en jeu ne sont pas prises en compte dans le calcul des commandes.

/Kiencke et Nielsen, 2000/ utilisent un modèle basé sur des cartographies, notées $f_1(P_{col}, \dot{\theta})$ et $f_2(P_{col}, \dot{\theta})$, et sur les équations de la dynamique de la pression collecteur et du régime moteur. Une linéarisation autour d'un point de fonctionnement de ralenti $(\dot{m}_{af,0}, \dot{\theta}_0, P_{col,0})$ est utilisée, et le modèle linéarisé obtenu s'écrit :

$$p\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_{col}}{P_{col,0}} \\ \dfrac{\Delta\dot{\theta}}{\dot{\theta}_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{FP_1}{\tau_n}\dfrac{P_{col,0}}{\dot{m}_{af,0}} & -\dfrac{FN_1}{\tau_n}\dfrac{\dot{\theta}_0}{\dot{m}_{af,0}} \\ -\dfrac{FP_2}{T_J}\dfrac{P_{col,0}}{T_0} & -\dfrac{FP_2}{T_J}\dfrac{\dot{\theta}_0}{T_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_{col}}{P_{col,0}} \\ \dfrac{\Delta\dot{\theta}}{\dot{\theta}_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\tau_n} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\Delta U}{\dot{m}_{af,0}} \tag{1.48}$$

avec $\tau_n = \frac{P_{col,0}}{\dot{m}_{af,0}}\tau$ où τ est la constante de temps de la dynamique de la pression collecteur, $T_J = 2\pi\frac{J\dot{\theta}_0}{T_0}$ où T_0 est le couple nominal sur l'arbre vilebrequin au ralenti, et les fonctions FP_1, FN_1, FP_2, et FN_2 sont définies par :

$$FN_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \dot{\theta}}\right)_{\dot{\theta}=\dot{\theta}_0} ; FP_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial P_{col}}\right)_{P_{col}=P_{col,0}} ; FN_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial \dot{\theta}}\right)_{\dot{\theta}=\dot{\theta}_0} ; FP_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial P_{col}}\right)_{P_{col}=P_{col,0}} \tag{1.49}$$

La commande développée $\frac{\Delta U}{\dot{m}_{af,0}}$ est un retour d'état classique de la forme (1.50) :

$$\frac{\Delta U}{\dot{m}_{af,0}} = \begin{bmatrix} -K_P & -K_{\dot{\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_{col}}{P_{col,0}} \\ \frac{\Delta\dot{\theta}}{\dot{\theta}_0} \end{bmatrix} \tag{1.50}$$

avec les gains de commande K_P et $K_{\dot{\theta}}$ calculés par placement de pôles et ajustés sur le système réel de manière à prendre en compte des erreurs de modélisation. Comme dans le cas précédent, les dynamiques des actionneurs et des capteurs n'interviennent pas directement.

/Khalid Khan et Spurgeon, 2001/ utilisent un modèle dynamique non linéaire général basé sur les travaux de /Hendricks et al., 1996/. Ce modèle prend en compte l'admission d'air, l'admission d'essence et la dynamique du régime moteur. Il est mis sous forme de représentation d'état non linéaire (1.51), avec le vecteur d'état $x = \left(\dot{m}_{ess}, \dot{\theta}, P_{col}\right)^T$, le vecteur d'entrées $u = \left(\dot{m}_{inj}, a_v, \phi_{af}\right)^T$ où ϕ_{af} est la position du papillon d'air frais. Les sorties mesurées du modèle sont $\left(r_i^{-1}, \dot{\theta}, P_{col}\right)^T$.

$$\dot{x} = f + G\tilde{u} \tag{1.51}$$

avec $f = \begin{pmatrix} -\frac{x_1}{\tau_{ess}} + \frac{u_1}{\tau_{ess}} \\ -\frac{1}{Jx_2}\left(C_f + C_l\right) \\ -\frac{RT_{col}}{V_{col}}\dot{m}_{cyl} \end{pmatrix}$, $G = \begin{pmatrix} 1-c & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Jx_2}\gamma_1 x_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{RT_{col}}{V_{col}}\gamma_2\left(x_3\right) \end{pmatrix}$ et $\tilde{u} = \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ e^{-\frac{a_v^2}{2a_{v,m}^2}} \\ 1-\cos\left(\phi_{af} - \phi_{af,0}\right) \end{pmatrix}$

où γ_1, $a_{v,m}$ et $\phi_{af,0}$ sont des constantes et $\gamma_2\left(x_3\right)$ une fonction non linéaire de x_3.

La commande définie est une commande à modes glissants d'ordre un, avec les surfaces de glissement suivantes :

$$\begin{aligned} s_1 &= e_1 \\ s_2 &= a_2 e_2 + \dot{e}_2 \\ s_3 &= a_3 e_3 + \dot{e}_3 \end{aligned} \tag{1.52}$$

La condition de ralliement de la surface est donnée pour les trois surfaces par (1.53) :

$$\forall i \in \{1,2,3\}, \quad \dot{s}_i = -K_i s_i - k_{0i}\,\mathrm{sgn}(s_i) \tag{1.53}$$

La commande est alors calculée en égalant les dérivées des équations (1.52) et les équations (1.53). Les résultats présentés dans ces travaux montrent que le suivi de trajectoire sur les trois variables de sorties est parfait et que les commandes présentent peu de « chattering » et ce grâce au choix des surfaces de glissement. Les mêmes auteurs ont développé une commande robuste du régime, utilisant un algorithme de modes glissants d'ordre 2 (super twisting algorithm), qui permet de rejeter les perturbations de couple de charge et certaines erreurs paramétriques, tout en garantissant peu de chattering sur la commande /Khalid Khan et al., 2001/.

Un autre point essentiel de la commande d'un moteur à allumage commandé est la régulation de la richesse qui régit principalement les émissions de polluants.

4.2) Régulation de richesse

Dans les travaux précédents concernant la régulation de régime et/ou de ralenti, des contraintes de régulation de la richesse ont déjà été abordées dans /Buckland et Grizzle, 2000/ et /Khalid Khan et Spurgeon, 2001/. La richesse dépend des quantités d'air frais et d'essence entrant dans chaque cylindre. Or, ces dernières sont des quantités qui ne sont pas mesurables, la seule mesure accessible est celle qui est fournie par la sonde de richesse. En général, la sonde utilisée sur les véhicules de série est une sonde quasi binaire qui donne l'information de mélange riche ou pauvre.

/Guzzella et al., 1997/ proposent une linéarisation du modèle par retour de sortie dont le schéma de principe est présenté figure 15. Le correcteur $C(p)$ peut alors être calculé par les synthèses de commande robuste pour les modèles linéaires. La commande qui est présentée dans leur étude permet de réaliser un suivi d'une trajectoire de référence pour la

richesse. Les résultats sont corrects en simulation mais semblent très peu robustes aux bruits de mesures.

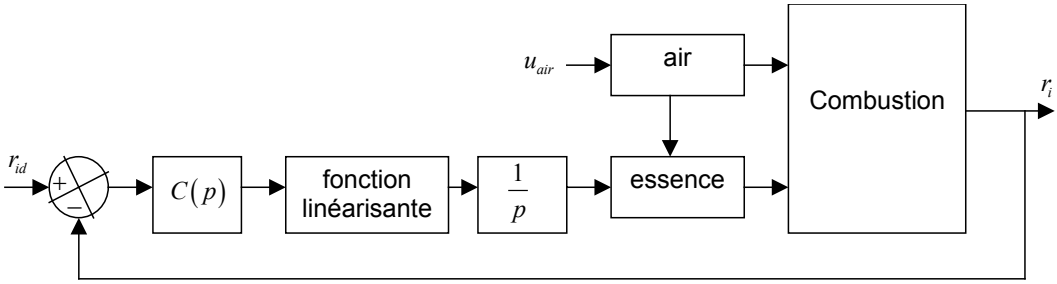

Figure 15 : régulation de richesse par commande linéarisante

/Kang et Grizzle, 1999/ utilisent un modèle non linéaire décrivant la dynamique de l'air et de l'essence qui permet de calculer la richesse et le couple du moteur à partir de la commande d'air frais et de la commande d'injection. Le contrôleur choisi dans ces travaux est basé sur la théorie des CLF (Constructive Lyapunov Function) et prend en compte les saturations des actionneurs. La commande ainsi calculée permet de suivre une trajectoire de référence en couple et d'assurer la régulation de la richesse à la valeur 1. Cette commande est comparée à la commande PI conventionnelle utilisée sur les véhicules de série et permet d'améliorer les résultats notamment en présence d'incertitudes de modélisation.

Dans tous les travaux présentés précédemment, le capteur de richesse n'est pas modélisé pour calculer les lois de commande. /Kiencke et Nielsen, 2000/ présentent une commande qui prend en compte le modèle dynamique non linéaire du capteur de richesse. Une première structure de type PI est calculée de manière à assurer que la richesse reste dans un voisinage de la valeur désirée à $\pm 3\%$ pour des points de fonctionnement fixes du moteur. En conséquence, pendant des transitoires non négligeables les émissions de polluants ne peuvent être réduits. Une deuxième commande basée sur un algorithme adaptatif permet alors de ramener rapidement la richesse à la valeur souhaitée pendant les phases transitoires.

Enfin, le dernier point délicat pour réaliser la synthèse d'une commande du moteur reste la commande en couple, puisque ce dernier n'est pas mesuré sur les véhicules de série.

4.3) Commande en couple

Lorsque la commande en couple est abordée, il s'agit d'une commande en couple moyen et non pas en couple instantané. Peu d'études portent sur la commande en couple du moteur thermique. La première raison déjà invoquée est l'absence de mesure sur les véhicules de série, la seconde est le peu d'intérêt de réaliser une commande précise sur cette variable, sachant qu'au bout de la chaîne de commande se trouve le conducteur qui sert de régulateur. Cependant, dans des applications particulières telles que le véhicule hybride (moteur thermique + moteur électrique) la régulation de cette variable peut se révéler capitale /Delprat 2002/. C'est le cas de la configuration appelée parallèle simple arbre où est réalisée la somme du couple du moteur thermique et de celui du moteur électrique /Delprat & al. 2003/. De plus, pour améliorer les performances globales du moteur et espérer passer les futures normes européennes de pollution tout en gardant un comportement acceptable de conduite pour le client, la maîtrise au plus juste du couple moteur sous diverses contraintes semble un point clé qui reste à développer pour les années à venir.

Des commandes robustes de type H_∞ se retrouvent dans les travaux récents de /Ingram et al., 2003a, 2003b/. Une loi de commande (régulateur H_∞) est calculée à partir d'un modèle linéaire nominal obtenu par une identification fréquentielle du système. La figure 16 représente le schéma de principe de leur structure de commande en couple.

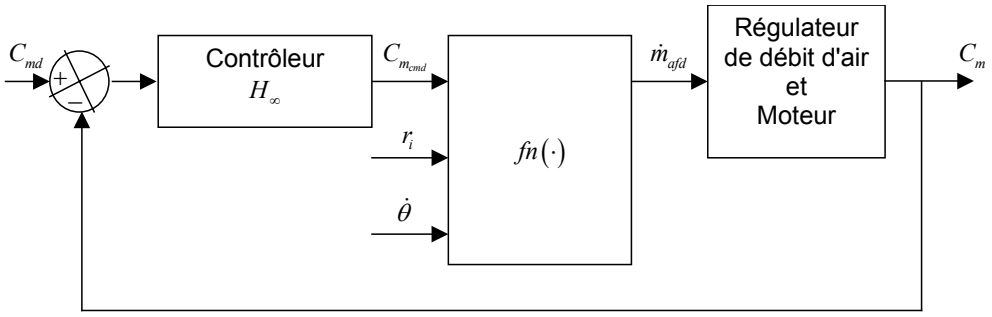

Figure 16 : structure de régulation de couple par contrôleur H_∞

La fonction $fn(\cdot)$ est une cartographie statique, identifiée sur banc d'essais, qui contient la plupart des non linéarités du moteur. Les entrées de cette fonction sont $C_{m_{cmd}}$, la commande provenant du régulateur H_∞, r_i la richesse mesurée, $\dot{\theta}$ le régime du moteur, et la sortie est $\dot{m}_{afd}$ qui est aussi la consigne de débit d'air frais. Le bloc « Régulateur de débit d'air et Moteur » est un modèle nominal du moteur prenant en entrée le débit d'air de consigne et

en sortie le couple moteur moyen mesuré par un dynamomètre. Ce bloc est alors identifié par une réponse fréquentielle.

Le contrôleur H_∞ est calculé pour respecter un cahier des charges qui spécifie les performances souhaitées pour le système bouclé en termes de dynamique et d'atténuation des erreurs paramétriques et des bruits de mesures. La synthèse du régulateur conduit à une fonction de transfert d'ordre 7. Les résultats obtenus sur banc d'essais moteur sont acceptables même si pendant les transitoires les performances restent à améliorer. Une façon de faire est d'augmenter l'ordre du contrôleur en spécifiant des pondérations supplémentaires.

/Stefanopoulou et al., 1994/ supposent le moteur équipé d'une seconde vanne commandable au niveau de chaque cylindre, ce qui ne change que peu de choses concernant la modélisation et la commande en couple du moteur. Un modèle non linéaire du moteur est développé, puis linéarisé autour d'un point de fonctionnement. Une loi de commande LQG/LTR est alors synthétisée à partir du modèle linéaire obtenu.

Enfin, toute une famille d'approches concerne la modélisation et la commande floue de type Takagi-Sugeno (dont les rappels sont effectués annexe 1). De nombreux travaux ont été réalisés, en particulier, sur les moteurs essence à injection directe /Bortolet, 1998/ /Passaquay, 2000/. Dans un premier temps, un modèle flou de type Takagi-Sugeno est obtenu par un algorithme d'identification. Le modèle se met sous la forme de r règles, par exemple (1.54) :

$\forall i \in \{1,\ldots,r\}$, Règle i :

Si $\left(a_v, r_i, P_{col}, \dot{\theta}\right)$ est Z_i alors $\left(C_m = c_1^i a_v + c_2^i r_i + c_3^i P_{col} + c_4^i \dot{\theta} + c_5^i\right)$ (1.54)

avec les variables de prémisses a_v, l'avance à l'allumage, r_i, la richesse du mélange, P_{col}, la pression dans le collecteur et $\dot{\theta}$, le régime du moteur, et la variable de sortie C_m, le couple moteur moyen. Les coefficients c_1^i, c_2^i, c_3^i, c_4^i, c_5^i, ainsi que les sous-ensembles flous Z_i, pour $i \in \{1,\ldots,r\}$, sont obtenus par identification.

La loi de commande en couple du moteur est alors calculée à partir du modèle flou défini par les règles (1.54), et correspond à un PID à gains programmés.

Enfin, une stratégie générale doit pouvoir contrôler l'ensemble des résultats des différentes régulations. Nous ne nous intéresserons dans la suite qu'aux problèmes liés à l'apparition de cliquetis et aux ratés d'allumage.

4.4) Problèmes de cliquetis et d'allumage

Le cliquetis est dû à l'auto-inflammation du mélange lors de la combustion et peut endommager rapidement le cylindre. Les ratés d'allumages provoquent des acyclismes de couple. Ils influent donc sur l'agrément de conduite et peuvent user prématurément les accouplements mécaniques.

4.4.1) Stratégie anti-cliquetis

Il est évidemment nécessaire de caractériser le phénomène de cliquetis. Pour cela, plusieurs approches sont possibles en utilisant différents capteurs :

- capteur de pression dans le cylindre : des oscillations rapides apparaissent sur la pression dans le cylindre lors du cliquetis (pas de capteur de série) ;
- capteur de vibrations placé sur les parois du moteur : détection de vibrations dues aux oscillations de pression cylindre, (sensible aux bruits) ;
- mesure du courant d'ionisation au niveau de la bougie d'allumage : le courant d'ionisation change en présence d'oscillations de pression cylindre, (mesure locale) ;
- mesure de l'intensité lumineuse de la combustion : l'intensité lumineuse de la combustion est fonction des oscillations de pression cylindre, (très sensibles aux variations même faibles).

Concernant la stratégie de commande anti-cliquetis, la variable de contrôle qui permet de prévenir ce phénomène est l'angle d'avance à l'allumage α_{av}, qui est dégradé (allumage plus loin du PMH que le coup précédent) lorsque le cliquetis apparaît. Les méthodes pour calculer la nouvelle avance à l'allumage utilisent des régulateurs qui prennent comme mesure une des quatre variables présentées ci-dessus /Demaya, 1994/ /Kiencke et Nielsen, 2000/.

4.4.2) Détection de ratés d'allumage

Il n'existe pas de capteur qui mesure directement les ratés d'allumage. Les méthodes employées /Kiencke, 1999/ /Rohal et al., 2002/ pour les détecter sont basées sur la mesure du régime et de l'angle moteur. Le couple moteur instantané ou la pression de chaque cylindre sont alors reconstruits afin de déterminer si la combustion s'est produite ou non.

5) Conclusion

Ce chapitre a présenté un état de l'art sur la modélisation et la commande des moteurs à allumage commandé. La modélisation a été axée sur des modèles dynamiques des différentes parties du moteur, classées suivant les catégories suivantes : admission d'air, admission d'essence, combustion et dynamique du système bielle-manivelle. Dans la deuxième partie de ce chapitre, des estimateurs et observateurs des variables nécessaires pour réaliser la commande du moteur ont été présentés. Ces différents modèles et observateurs, pour la plupart, ont été développés dans le but de réaliser des lois de commande, qui ont fait l'objet de la troisième partie du chapitre. Les lois de commande nécessaires à la régulation d'un moteur à allumage commandé ont été rapidement décrites : régulation de ralenti ou de régime, régulation de richesse, commande en couple et résolution de problèmes de cliquetis et d'allumage.

Il apparaît en synthèse de ce chapitre que les commandes développées sont le plus souvent basées sur des linéarisations de modèle autour de points de fonctionnement. Ce sont le plus souvent des cartographies statiques qui permettent d'intégrer les parties non linéaires dans les modèles. Pour améliorer les performances des commandes, il semble naturel d'utiliser des modèles permettant de simuler au mieux le comportement dynamique du moteur. Ces modèles existent, mais ils sont le plus souvent fortement non linéaires, à retards variables… Au vu des avancées récentes des synthèses de lois de commande non linéaires, il semble prometteur de tenter leur application sur ce type de modèles. La suite de ce mémoire est consacré à des mises en œuvre allant dans ce sens. Dans tous les chapitres suivants, les modèles que nous considérons sont commandables et observables sur leur domaine de fonctionnement.

Chapitre 2 : Commande de l'admission d'air

1) Introduction

La commande de l'admission d'air est un point crucial pour les moteurs à allumage commandé. En effet, la dynamique globale d'un moteur essence est de l'ordre de celle de l'admission d'air dans le collecteur, et par conséquent, la commande de l'admission d'air doit être particulièrement soignée pour ne pas pénaliser les performances globales du moteur. Le moteur considéré est un moteur essence à injection indirecte avec recirculation des gaz d'échappement (Exhaust Gaz Recirculation). Le principe de l'EGR est de réinjecter des gaz brûlés dans le collecteur, qui viennent se mélanger à l'air frais et permettent de diminuer la formation de certains polluants (en particulier les oxydes d'azote) en abaissant la température de combustion. De récentes études sur l'admission d'air dans les moteurs essence /Yoon et Ju, 2000/ /Bortolet, 1998/ et les moteurs diesel /Kolmanovsky et al., 2000/ /Van Nieuwstadt et al., 2000/ prenant en compte l'EGR ont été développées. La modélisation pour les deux carburations est assez similaire mis à part l'ajout d'un turbocompresseur pour les moteurs diesel. Les lois de commande non linéaires développées à partir de ces modèles sont diverses : commande floue de type Takagi-Sugeno /Bortolet, 1998/, commande par fonction de Lyapunov /Jankovic et al., 2001/,... Cette dernière garantit une certaine robustesse mais le réglage des dynamiques peut s'avérer délicat.

Deux types de commandes ont été testées sur l'admission d'air : une première basée sur une commande linéarisante /Lauber et al. 2002 a, b, c/ /Lauber et al. 2004/ et une deuxième basée sur les principes de la commande floue avec rejet de perturbations lentement variables dans le temps /Lauber et al., 2003 a, b/.

2) Commande de l'air basée sur une commande linéarisante

Nous nous plaçons dans un cadre de commande basée sur une linéarisation puis un placement de pôles permettant de garantir facilement des performances temporelles. Dans un premier temps, le modèle choisi pour l'admission d'air est rappelé : il s'agit d'un modèle de connaissance décrit par une équation différentielle non linéaire. Ensuite, deux commandes visant à effectuer des suivis de trajectoire sont développées : l'une qui prend en compte les actionneurs a posteriori par l'intermédiaire du placement de pôles et l'autre qui intègre les actionneurs dans le modèle et donc dans le calcul direct de la commande. De manière à

simplifier la formulation et à faire apparaître les variables dont dépendent les différents débits, les fonctions non linéaires suivantes f, g_{af}, g_{egr}, g_{cyl_i} sont définies :

$$\dot{P}_{\text{col}} = f\left(P_{\text{col}}, P_{\text{cyl}_1}, ..., P_{\text{cyl}_4}, \theta, \Phi_{\text{af}}, \Phi_{\text{egr}}\right) \tag{2.1}$$

$$\dot{m}_{\text{af}} = g_{\text{af}}\left(P_{\text{col}}, \Phi_{\text{af}}\right) \tag{2.2}$$

$$\dot{m}_{\text{egr}} = g_{\text{egr}}\left(P_{\text{col}}, \Phi_{\text{egr}}\right) \tag{2.3}$$

$$\dot{m}_{\text{cyl}_i} = g_{\text{cyl}_i}\left(P_{\text{col}}, P_{\text{cyl}_i}, \theta\right) \tag{2.4}$$

$$\Phi_{\text{af}} = \frac{k}{1+\tau_{\text{af}} p}\Phi_{\text{af_cmd}} \tag{2.5}$$

$$\Phi_{\text{egr}} = \frac{k}{1+\tau_{\text{egr}} p}\Phi_{\text{egr_cmd}} \tag{2.6}$$

Les équations (2.5) et (2.6) représentent les dynamiques des actionneurs, choisies comme des premiers ordres qui sont supposés régulés en position. Les variables de commande sont alors les consignes $\Phi_{\text{af_cmd}}$ (consigne du papillon d'air frais) et $\Phi_{\text{egr_cmd}}$ (consigne de la vanne EGR). Dans la suite, la sortie à commander est la pression collecteur P_{col}. Les pressions cylindres P_{cyl_i} et l'angle vilebrequin θ sont supposés connus, soit parce qu'ils sont mesurés, par exemple sur un banc moteur ou de série pour θ, soit parce qu'ils sont estimés à partir d'un observateur.

2.1) Commande de la pression collecteur

Un suivi de trajectoire de P_{col} est réalisé. Un premier cas de figure développé est le cas où les mesures des deux angles des actionneurs ne sont pas accessibles, la prise en compte des actionneurs s'effectue a posteriori. Dans un second cas, si les angles des actionneurs sont mesurés, les équations des actionneurs sont prises en compte en même temps que les équations du modèle.

2.1.1) Cas 1 : Suivi sans la dynamique des actionneurs

Le but est de réaliser un suivi de trajectoire sur la pression collecteur en utilisant les équations du modèle (2.1)-(2.4), et en tenant compte des actionneurs dans la détermination trajectoire de référence est notée $P_{\text{col_ref}}$. L'erreur $e_{P_{\text{col}}}$ entre la trajectoire réelle et la trajectoire désirée s'écrit :

$$e_{P_{\text{col}}} = P_{\text{col}} - P_{\text{col_ref}} \tag{2.7}$$

La sortie P_{col} est de degré relatif un (une dérivation de P_{col} par rapport au temps suffit pour faire apparaître les positions angulaires Φ_{af} et Φ_{egr}) :

$$\begin{aligned} \dot{e}_{P_{\text{col}}} &= \dot{P}_{\text{col}} - \dot{P}_{\text{col_ref}} \\ \dot{e}_{P_{\text{col}}} &= f\left(P_{\text{col}},...,\Phi_{\text{af}},\Phi_{\text{egr}}\right) - \dot{P}_{\text{col_ref}} \end{aligned} \tag{2.8}$$

avec : $f(.) = \frac{1}{C}\left(g_{\text{af}}(.) + g_{\text{egr}}(.) - \sum_{i=1}^{4} g_{\text{cyl}_i}(.)\right)$

La dérivée de l'erreur de suivi de trajectoire est fonction des deux positions Φ_{af} et Φ_{egr}. On définit $\alpha(t)$ comme la proportion instantanée d'EGR par rapport à l'air frais introduit dans le collecteur. On peut écrire :

$$\begin{aligned} & g_{\text{egr}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{egr}}\right) = \alpha(t)\, g_{\text{af}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{af}}\right) \\ & \text{avec } \alpha(t) \in [0,1] \end{aligned} \tag{2.9}$$

$\alpha(t)$ représente une variable de contrôle auxiliaire qui permet d'ajuster la quantité d'EGR introduite dans l'air. En utilisant l'équation (2.9), le problème de suivi de trajectoire devient :

$$\dot{e}_{P_{\text{col}}} = \frac{1+\alpha(t)}{C} g_{\text{af}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{af}}\right) - \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{4} g_{\text{cyl}_i}\left(P_{\text{col}},P_{\text{cyl}_i},\theta\right) - \dot{P}_{\text{col_ref}} \tag{2.10}$$

Les fonctions g_{af} et g_{egr} définies de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ dans un compact du type $[0,a]$ sont continues et admettent une réciproque continue (homéomorphismes). Deux nouvelles commandes sont alors introduites :

$$\begin{aligned} v_{\text{af}} &= g_{\text{af}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{af}}\right) \\ v_{\text{egr}} &= g_{\text{egr}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{egr}}\right) \end{aligned} \tag{2.11}$$

En injectant ces nouvelles commandes dans l'équation (2.10), le problème est résolu en utilisant un placement de pôles à structure proportionnelle et intégrale de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1+\alpha(t)}{C} v_{\text{af}} &= \dot{P} - k_P e_{P_{\text{col}}} - k_I \int_0^t e_{P_{\text{col}}}\, d\tau \\ v_{\text{egr}} &= \alpha(t)\, v_{\text{af}} \end{aligned} \tag{2.12}$$

avec : $\dot{P} = \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{4} g_{\text{cyl}_i}\left(P_{\text{col}},P_{\text{cyl}_i},\theta\right) + \dot{P}_{\text{col_ref}}$

Les gains de commande k_P et k_I sont déterminés afin de placer une paire de pôles correspondant à un second ordre avec un amortissement $\xi = 0,7$ et une pulsation naturelle ω_n assurant un temps de réponse de l'ordre de $0,6s$. Le passage des commandes v_{af} et v_{egr} aux

commandes réelles Φ_{af} et Φ_{egr} impose de placer des saturations sur v_{af} et v_{egr} de façon à ce que les fonctions réciproques de g_{af} et g_{egr} soient bien définies. Une fois les saturations réalisées, la commande $\Phi_{\text{af}} \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ est calculée :

$$\begin{aligned} &\text{Si } \frac{P_{\text{col}}}{P_{\text{a}}} > \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \Phi_{\text{af}} = \arccos\sqrt{\left(1-\alpha_{11}\left(P_{\text{col}}\right)v_{\text{af}}\right)} \\ &\text{Si } \frac{P_{\text{col}}}{P_{\text{a}}} \leq \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \Phi_{\text{af}} = \arccos\sqrt{\left(1-\alpha_{12}v_{\text{af}}\right)} \end{aligned} \tag{2.13}$$

avec :

$$\alpha_{11}\left(P_{\text{col}}\right) = \frac{\sqrt{RT_{\text{af}}}}{C_d P_{\text{af}} A_{\text{af}}}\left(\frac{P_{\text{col}}}{P_{\text{af}}}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{P_{\text{col}}}{P_{\text{af}}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \alpha_{12} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\sqrt{RT_{\text{af}}}}{C_d P_{\text{af}} A_{\text{af}}}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}}$$

Le calcul de la commande $\Phi_{\text{egr}} \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ s'effectue de façon analogue en remplaçant v_{af} par v_{egr}, T_{af} par T_{egr}, et P_{af} par P_{egr}.

Deux types d'essais ont été utilisés pour valider la loi de commande développée : un premier essai, avec une fonction $\alpha(t)$ constante (5 %), figures 17, et 18, puis un second avec une fonction $\alpha(t)$ variant de 5 à 10 %, figures 19, et 20.

Les résultats suivants ont été obtenus à l'aide du logiciel de simulation Matlab/Simulink. Le régime moteur considéré est de 1500 trs/min. Quatre figures sont présentées pour chaque résultat. La première présente le suivi de consigne de P_{col}, les deux suivantes concernent les papillons, commandes et positions, et la dernière l'évolution du taux d'EGR et de $\alpha(t)$. Les valeurs numériques utilisées pour les simulations sont les suivantes :

$C_d = 0{,}86$, $T_{\text{af}} = 293°K$, $P_{\text{af}} = 10^5 Pa$, $P_{\text{ech}} = 10^5 Pa$, $T_{\text{egr}} = 593°K$, $C = 84091000 Pa.s^{-1}$, $R = 287 J.Kg^{-1}.°K^{-1}$, $k = 1$, $\tau_{\text{af}} = 0{,}01s$, $\tau_{\text{egr}} = 0{,}01s$, $A_{\text{af}} = 2.10^{-3} m^3$, et $A_{\text{egr}} = 7{,}07.10^{-4} m^3$.

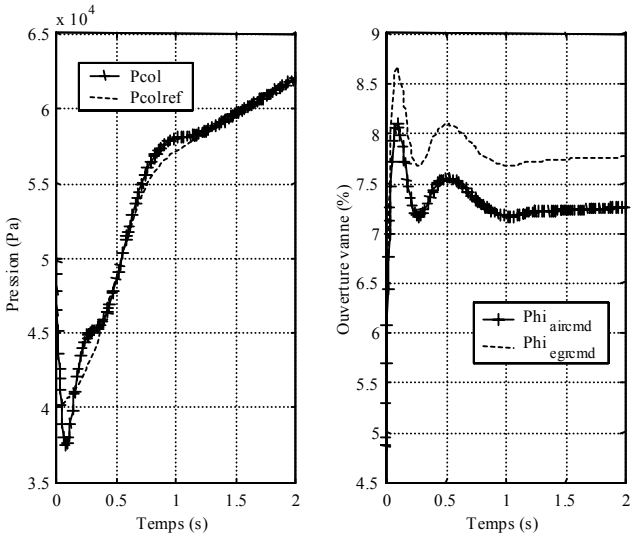

Figure 17 : Suivi de trajectoire et commandes associées $\left(\alpha\left(t\right)=0,05\right)$

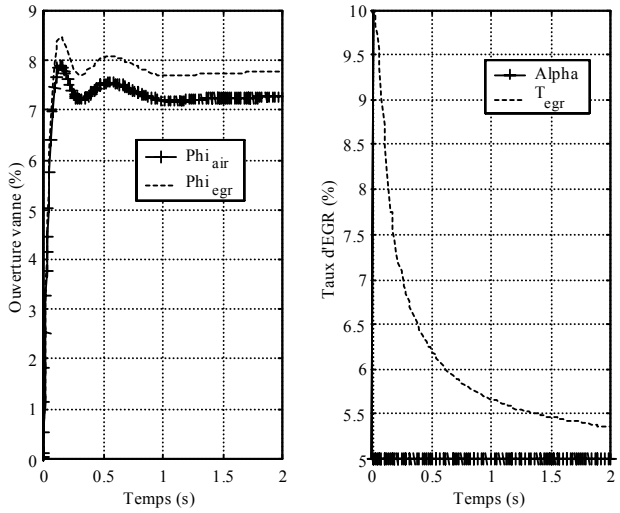

Figure 18 : Positions papillons et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha\left(t\right)$ **imposé**

$$\left(\alpha\left(t\right)=0,05\right)$$

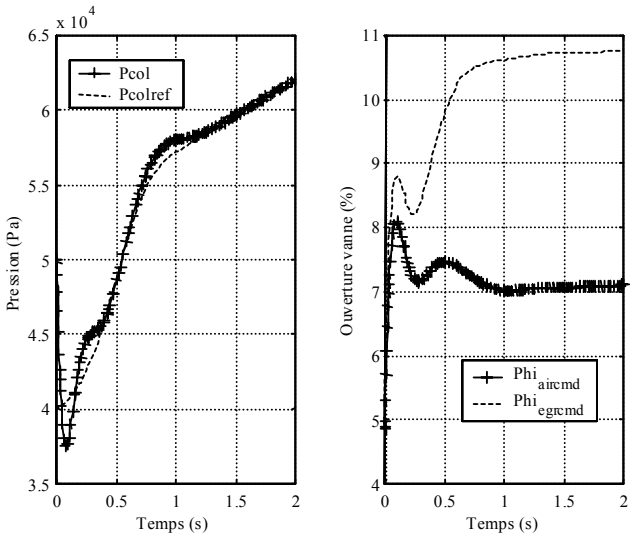

Figure 19 : Suivi de trajectoire et commandes associées $\left(\alpha(t)\text{ variable}\right)$

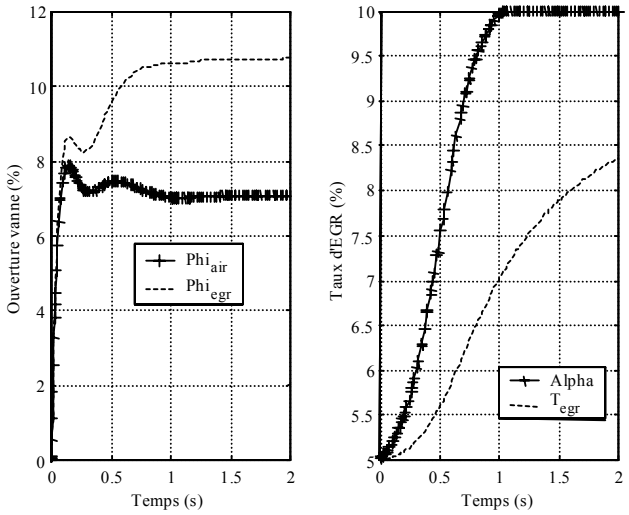

Figure 20 : Positions papillons et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha(t)$ **imposé**

$\left(\alpha(t)\text{ variable}\right)$

Dans les deux cas, $\alpha(t)$ constant ou variable, les suivis de trajectoire obtenus pour la pression collecteur P_{col} sont très proches, figures 17, et 19 . Le temps de ralliement observé est de $0,4s$ et le dépassement de 10%. De plus, pour un $\alpha(t)$ constant ou variable, figures 18, et 20, on s'aperçoit que la convergence du taux d'EGR vers la fonction $\alpha(t)$ est très lente (de plus de $4s$). Dans la suite, les dynamiques des actionneurs sont prises en compte de manière à améliorer les résultats.

2.1.2) Cas 2 : Suivi avec la dynamique des actionneurs

Le but est de réaliser le même suivi de trajectoire que précédemment en prenant en compte la dynamique des actionneurs, donc les équations (2.1)-(2.6). La sortie P_{col} est de degré relatif 2 par rapport aux commandes $\Phi_{\text{af_cmd}}$ et $\Phi_{\text{egr_cmd}}$. Deux dérivations de l'erreur définie en (2.7) sont nécessaires pour les faire apparaître. En introduisant le paramètre $\alpha(t)$ défini en (2.9), la dérivée seconde de l'erreur $e_{P_{\text{col}}}$ calculée à partir de l'équation (2.10) est donnée par :

$$\ddot{e}_{P_{\text{col}}} = \frac{\dot{\alpha}(t)}{C} g_{\text{af}}\left(P_{\text{col}}, \Phi_{\text{af}}\right) + \frac{1+\alpha(t)}{C} \dot{g}_{\text{af}}\left(P_{\text{col}}, \Phi_{\text{af}}\right) - \ddot{P} \tag{2.14}$$

avec : $\ddot{P} = \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{4} \dot{g}_{\text{cyl}_i}\left(P_{\text{col}}, P_{\text{cyl}_i}, \theta\right) + \ddot{P}_{\text{col_ref}}$

La commande $\Phi_{\text{af_cmd}}$ apparaît dans l'expression $\dot{g}_{\text{af}}\left(P_{\text{col}}, \Phi_{\text{af}}\right)$:

$$\begin{aligned} \dot{g}_{\text{af}}\left(P_{\text{col}}, \Phi_{\text{af}}\right) &= \frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial \Phi_{\text{af}}} \dot{\Phi}_{\text{af}} + \frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial P_{\text{col}}} \dot{P}_{\text{col}} \\ \dot{\Phi}_{\text{af}} &= \frac{1}{\tau_{\text{af}}}\left(k\Phi_{\text{af_cmd}} - \Phi_{\text{af}}\right) \end{aligned} \tag{2.15}$$

D'où, en réinjectant dans l'équation (2.14) et à l'aide de l'équation (2.10) :

$$\ddot{e}_{P_{\text{col}}} = \beta_1\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right)\Phi_{\text{af_cmd}} + \beta_2\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right) + \beta_3\left(\cdot\right)\left(\dot{e}_{P_{\text{col}}} + \dot{P}\right) \tag{2.16}$$

avec :

$$\beta_1\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right) = \left(\frac{1+\alpha(t)}{C}\right)\left(\frac{k}{\tau_{\text{af}}}\right)\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial \Phi_{\text{af}}}$$

$$\beta_2\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right) = \left(\frac{1+\alpha(t)}{C}\right)\left(-\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial \Phi_{\text{af}}}\left(\frac{1}{\tau_{\text{af}}}\right)\Phi_{\text{af}} + \frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial P_{\text{col}}}\dot{P}_{\text{col}}\right) - \ddot{P}$$

$$\beta_3\left(\cdot\right) = \frac{\dot{\alpha}(t)}{1+\alpha(t)}$$

La notation "·" dans les fonctions $\beta_1\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right)$, $\beta_2\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right)$ et $\beta_3\left(\cdot\right)$ signifie la dépendance en des variables temporelles qui sont secondaires pour la commande. La loi de commande suivante utilisant un placement de pôles à structure proportionnelle, dérivée et intégrale de la forme suivante permet de proposer une solution au problème :

$$\beta_1\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right)\Phi_{\text{af_cmd}} = -\beta_2\left(\Phi_{\text{af}}, \cdot\right) - \beta_3\left(\cdot\right)\dot{P} - \left(\beta_3\left(\cdot\right) + k_D\right)\dot{e}_{P_{\text{col}}} - k_P e_{P_{\text{col}}} - k_I \int_0^t e_{P_{\text{col}}} d\tau \tag{2.17}$$

Les gains de commande k_P, k_I et k_D sont déterminés afin de placer trois pôles correspondant à un troisième ordre de la forme $\left(p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n{}^2\right)\left(p+\frac{1}{\alpha}\right)$. Nous avons choisi un amortissement $\xi=0,7$, une pulsation naturelle $\omega_n=\frac{4,6}{\xi T_R}$ où T_R est le temps de réponse voulu pour le système ($T_R=0,3s$) et le troisième pôle $\frac{1}{\alpha}$ est choisi de l'ordre de $2\xi\omega_n$ qui correspond à un temps de réponse trois fois plus rapide que T_R. Le calcul de la commande $\Phi_{\text{egr_cmd}}$ se déduit de la commande $\Phi_{\text{af_cmd}}$ en dérivant la relation (2.9) et en utilisant successivement les relations :

$$\begin{aligned}
&\dot{g}_{\text{af}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{af}}\right)=\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial\Phi_{\text{af}}}\dot{\Phi}_{\text{af}}+\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial P_{\text{col}}}\dot{P}_{\text{col}}\\
&\dot{g}_{\text{egr}}\left(P_{\text{col}},\Phi_{\text{egr}}\right)=\frac{\partial g_{\text{egr}}}{\partial\Phi_{\text{egr}}}\dot{\Phi}_{\text{egr}}+\frac{\partial g_{\text{egr}}}{\partial P_{\text{col}}}\dot{P}_{\text{col}}\\
&\dot{\Phi}_{\text{af}}=\frac{1}{\tau_{\text{af}}}\left(k\Phi_{\text{af_cmd}}-\Phi_{\text{af}}\right)\\
&\dot{\Phi}_{\text{egr}}=\frac{1}{\tau_{\text{egr}}}\left(k\Phi_{\text{egr_cmd}}-\Phi_{\text{egr}}\right)
\end{aligned}\tag{2.18}$$

La commande $\Phi_{\text{egr_cmd}}$ résultante est :

$$\Phi_{\text{egr_cmd}}=\gamma_1\left(\Phi_{\text{af}},\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)\Phi_{\text{af_cmd}}+\gamma_2\left(\Phi_{\text{af}},\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)+\gamma_3\left(\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)\tag{2.19}$$

avec :

$$\gamma_0\left(\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)=\frac{\tau_{\text{egr}}}{k}\left(\frac{\partial g_{\text{egr}}}{\partial\Phi_{\text{egr}}}\right)^{-1},\quad \gamma_1\left(\Phi_{\text{af}},\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)=\alpha(t)\gamma_0(\cdot)\frac{k}{\tau_{\text{af}}}\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial\Phi_{\text{af}}}$$

$$\gamma_2\left(\Phi_{\text{af}},\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)=\gamma_0(\cdot)\left(\dot{\alpha}(t)g_{\text{af}}+\alpha(t)\left(\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial P_{\text{col}}}\dot{P}_{\text{col}}-\frac{\partial g_{\text{af}}}{\partial\Phi_{\text{af}}}\frac{1}{\tau_{\text{af}}}\Phi_{\text{af}}\right)\right)$$

$$\gamma_3\left(\Phi_{\text{egr}},\cdot\right)=\gamma_0(\cdot)\left(\frac{\partial g_{\text{egr}}}{\partial\Phi_{\text{egr}}}\frac{1}{\tau_{\text{egr}}}\Phi_{\text{egr}}-\frac{\partial g_{\text{egr}}}{\partial P_{\text{col}}}\dot{P}_{\text{col}}\right)$$

Les mêmes essais que pour la commande précédente ont été réalisés de manière à pouvoir comparer les résultats figures 21 à 24.

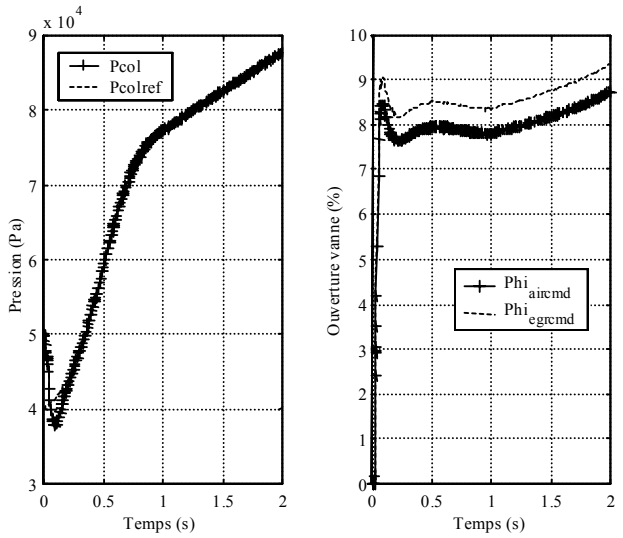

Figure 21 : Suivi de trajectoire et commandes associées $\left(\alpha\left(t\right)=0,05\right)$

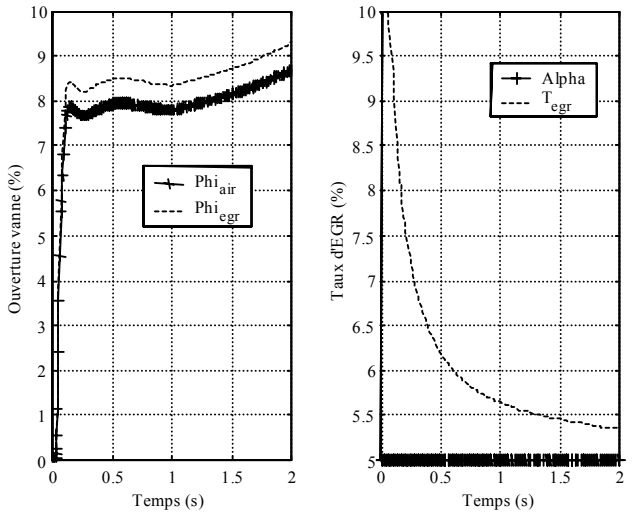

Figure 22 : Positions des actionneurs et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha\left(t\right)$ **imposé**

$$\left(\alpha\left(t\right)=0,05\right)$$

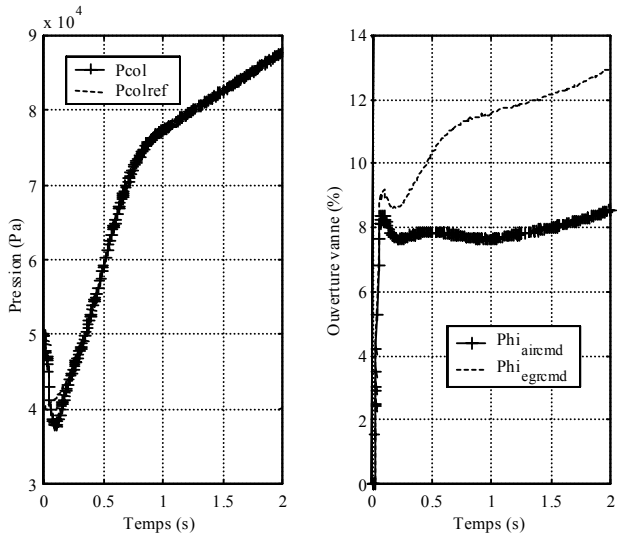

Figure 23 : Suivi de trajectoire et commandes associées $\left(\alpha(t) \text{ variable}\right)$

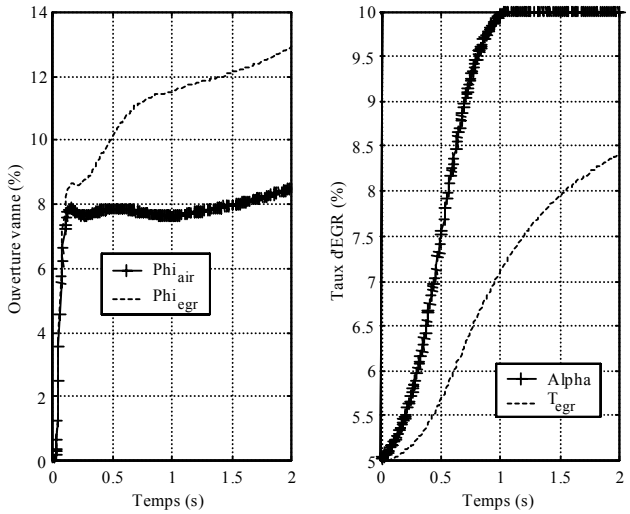

Figure 24 : Positions papillons et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha(t)$ **imposé**

$\left(\alpha(t) \text{ variable}\right)$

Dans les deux cas, $\alpha(t)$ constant ou variable, la même remarque que précédemment s'applique, à savoir que les suivis de trajectoire obtenus sont très proches, figures 21, et 23. Le temps de ralliement observé est de $0,25s$ et le dépassement de 10%. Le premier dépassement est donc sensiblement identique, par contre le temps de réponse est amélioré et il n'y a plus de décrochement une fois que la courbe de référence est atteinte. Enfin, les figures 22 et 24 montrent que la dynamique de ralliement du taux d'EGR vers la fonction $\alpha(t)$ n'a pas été modifiée.

2.2) Tests de robustesse paramétrique

Pour illustrer le comportement des lois de commande par rapport à certaines variations paramétriques du modèle, plusieurs essais ont été réalisés. Ils ne sont pas tous reportés ici, seuls les plus significatifs sont présentés. Les erreurs paramétriques considérées ont été ramenées à des erreurs sur les débits intervenant dans la dynamique de la pression collecteur. Dans un premier temps, une erreur de $+50\%$ est introduite sur le débit d'air frais, figures 25 à 28. Ensuite, des variations paramétriques sur tous les débits ont été testées, figures 29, et 30.

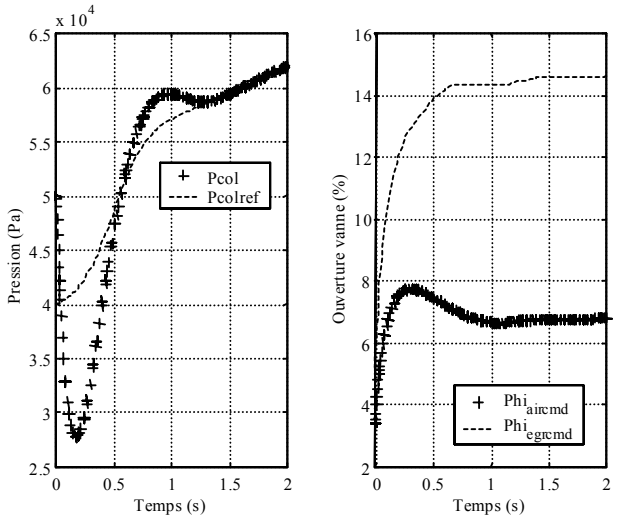

Figure 25 : Suivi de consigne et commandes associées avec erreur sur le débit d'air frais (commande 1)

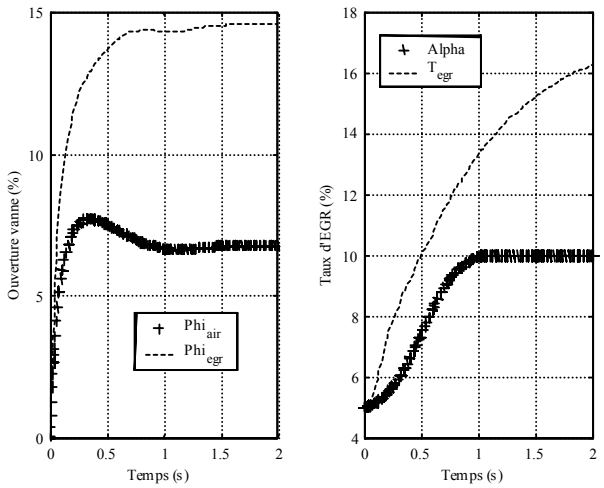

Figure 26 : Positions papillons et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha(t)$ variable, avec erreur sur le débit d'air frais (commande 1)

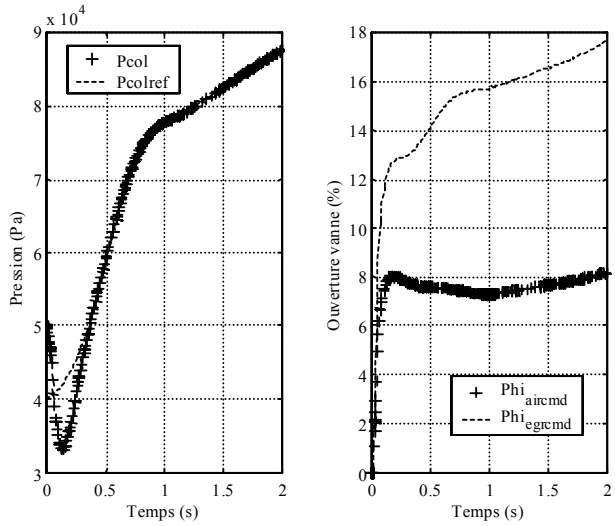

Figure 27 : Suivi de consigne et commandes associées avec erreur sur le débit d'air frais (commande 2)

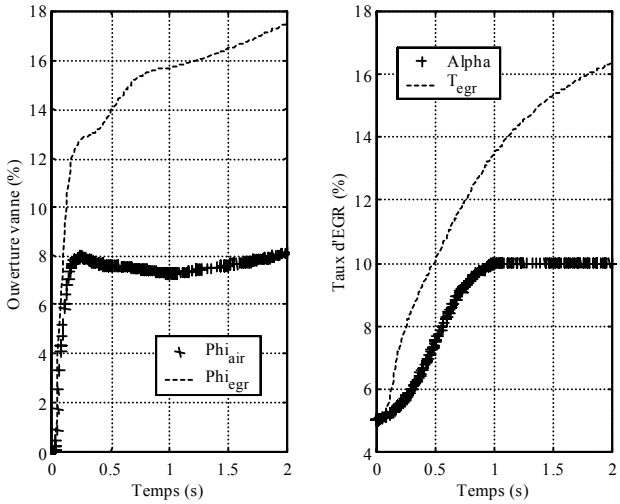

Figure 28 : Positions papillons et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha(t)$ variable, avec erreur sur le débit d'air frais (commande 2)

Les résultats de la première commande, figures 25 et 26 (à comparer aux figures 19 et 20) présentent des dépassements significatifs et un temps de réponse plus important. Ces effets sont largement atténués sur la deuxième commande, figures 27, et 28 (à comparer aux figures 23, et 24). On notera de façon évidente que le taux d'EGR ne converge pas vers la valeur désirée $\alpha(t)$. Ceci est dû aux variations paramétriques utilisées sur les débits.

L'introduction de variations paramétriques supplémentaires (sur le débit d'EGR et sur le débit global des cylindres) restant dans une proportion inférieure à 100% donne

globalement des résultats similaires. A titre d'illustration, les figures 29, et 30 présentent les résultats de la deuxième commande avec des variations paramétriques de $+50\%$ sur le débit d'air frais, -50% sur le débit d'EGR et de -20% sur le débit global des cylindres.

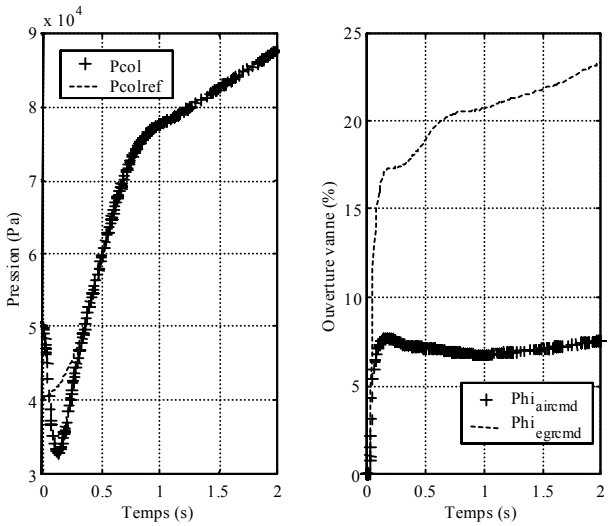

Figure 29 : Suivi de consigne et commandes associées avec erreur sur tous les débits (commande 2)

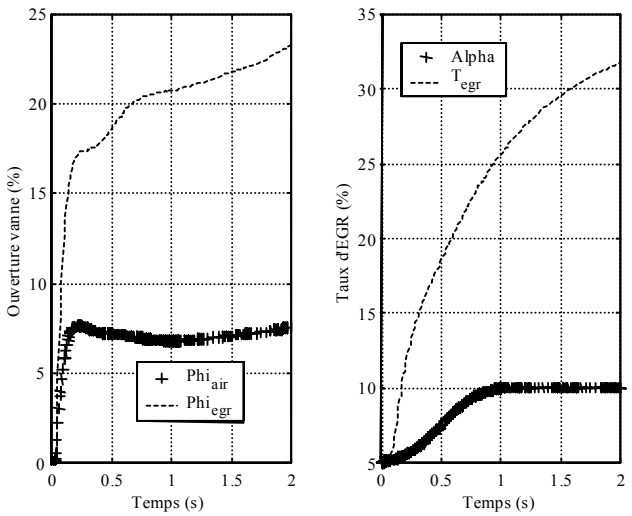

Figure 30 : Positions papillons et comparaison du Taux d'EGR et de $\alpha(t)$ variable, avec erreur sur tous les débits (commande 2)

L'approche proposée a consisté à réaliser des bouclages linéarisants avec ou sans modélisation de l'actionneur. Les résultats obtenus sont satisfaisants. La deuxième commande donne évidemment de meilleurs résultats que la première.

Remarque 3 : Les tests de robustesse réalisés concernent des erreurs sur les débits qui sont directement liés aux positions des actionneurs d'air et d'EGR. Dans le cas de la deuxième commande, la mesure de ces positions étant accessible, les résultats sont bien meilleurs.

Une autre approche envisageable pour commander la pression collecteur et le taux d'EGR se place dans l'espace d'état et utilise des modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS). Elle montre la méthodologie globale appliquée dans ce cas, i.e. le passage d'un modèle non linéaire à un modèle flou, stabilisation à l'aide d'une loi de commande par retour d'état avec observateur et rejet de perturbations. Cette méthodologie présente l'intérêt d'être systématique et assez « facile » à mettre en œuvre et sera reprise plusieurs fois dans la suite du mémoire.

3) Commande de l'air basée sur une commande floue avec rejet de perturbations

Les principes de base des modèles flou de type Takagi-Sugeno (TS) sont présentés annexe 1 ainsi que les développements usuels en commande et en observation. La première partie reprend de façon rapide les propriétés les plus importantes.

3.1) Notations et préliminaires sur les modèles flous TS

Dans la suite les notations suivantes seront utilisées, avec $Y \in \{A, B, C, H, P, ...\}$:

$Y_z = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) Y_i$, $Y_z^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) Y_i\right)^{-1}$ et $Y_{zz} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) h_j\left(z(t)\right) Y_{ij}$.

Lorsque l'on utilise un problème LMI (Linear Matrix Inequality), ce dernier est écrit $LMI\left(\text{variables}\right)$, ou « variables » représente l'ensemble des variables recherchées.

Un modèle flou TS s'écrit de la manière suivante /Tanaka et al. 1998/ /Guerra et Vermeiren 2003/.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\left(A_i x(t) + B_i u(t)\right) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) C_i x(t) \end{cases} \tag{2.20}$$

avec r le nombre de règles donc de sous-modèles, $z(t)$ le vecteur des variables de prémisses (dépendant linéairement ou non des variables d'état) et les $h_i\left(z(t)\right) \geq 0$ représentant les poids

de chaque sous-modèle et vérifiant la propriété de somme convexe : $\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)=1$. Avec les notations précédentes (2.20) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=A_z x(t)+B_z u(t) \\ y(t)=C_z x(t) \end{cases} \tag{2.21}$$

Les lois de commande utilisées sont appelées classiquement des PDC (Parallel Distributed Compensation) /Wang et al. 1996/ et sont de la forme :

$$u(t)=-F_z x(t) \tag{2.22}$$

Les résultats de stabilisation utilisent principalement une fonction de Lyapunov de type quadratique, avec $P=P^T>0$:

$$V(x)=x^T P x \tag{2.23}$$

Pour pouvoir résoudre de façon efficace les conditions obtenues, la mise sous forme d'un problème LMI (Linear Matrix Inequality) /Boyd et al. 1994/ est nécessaire. Le lecteur est renvoyé à l'annexe 1 pour les principaux résultats sur ces différents points.

Enfin, dans le cas où le vecteur d'état n'est pas entièrement mesurable, l'observateur basé sur un modèle TS s'écrit de façon générale /Tanaka et al. 1998/ :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(\hat{z}(t)\right)\left(A_i\hat{x}(t)+B_i u(t)+K_i\left(y(t)-\hat{y}(t)\right)\right) \\ y(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(\hat{z}(t)\right)C_i\hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.24}$$

Dans la suite, on se restreint au cas particulier des variables de prémisse mesurables, i.e. $\hat{z}(t)$ est remplacé par $z(t)$ et (2.24) par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t)=A_z\hat{x}(t)+B_z u(t)+K_z\left(y(t)-\hat{y}(t)\right) \\ y(t)=C_z\hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.25}$$

Effectivement, dans ce cas, un principe de séparation entre le calcul des gains de commande F_i, $i\in\{1,\ldots,r\}$ et ceux de l'observateur K_i, $i\in\{1,\ldots,r\}$ est disponible /Ma et al. 1998/ /Yoneyama et al. 2000/.

Dans la suite les conditions suivantes seront utilisées. Elles proviennent d'un schéma de relaxation dû à /Kim et Lee, 2000/. Pour $i,j\in\{1,\ldots,r\}$, avec $Q_{ij}=Q_{ij}^T$:

$$\forall i,\ \Upsilon_{ii}+Q_{ii}<0 \tag{2.26}$$

$$\forall i,j \quad i<j \quad \Upsilon_{ij}+\Upsilon_{ji}+2Q_{ij}<0 \tag{2.27}$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} & \cdots & Q_{1r} \\ Q_{12} & Q_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & Q_{(r-1)r} \\ Q_{1r} & \cdots & Q_{(r-1)r} & Q_r \end{bmatrix} > 0 \tag{2.28}$$

Par exemple, la stabilisation de (2.21) à partir de la loi PDC (2.22) et en utilisant la fonction de Lyapunov (2.23), aboutit au résultat classique suivant avec :

$$\Upsilon_{ij} = XA_i^T + A_iX - M_j^TB_i^T - B_iM_j \tag{2.29}$$

Théorème 2.1 /Kim et Lee 2000/ : *Soit le modèle flou TS (2.21), la loi PDC (2.22), et les* Υ_{ij} *définis en (2.29). La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable s'il existe des matrices* $X>0$, M_i, $Q_{ii}>0$, $Q_{ij}=Q_{ij}^T$, $i,j\in\{1,\ldots,r\}$, $i<j$ *telles que (2.26), (2.27) et (2.28) soient vérifiées. Les gains de retour d'état sont donnés par :* $F_i = M_iX^{-1}$.

Les travaux présentés dans cette partie /Lauber et al. 2003 a,b/ permettent de proposer pour le cas particulier des modèles flous de type Takagi-Sugeno continus, une loi de commande avec observateur permettant de rejeter des perturbations lentement variables dans le temps par rapport aux dynamiques du système. La stabilité de la boucle fermée globale est prouvée en utilisant une fonction de Lyapunov quadratique et en étendant le principe de séparation. Ensuite, la méthode proposée est appliquée la commande de la dynamique de l'air sur un moteur à combustion interne.

3.2) Principe du rejet de perturbations

Il est basé sur un observateur flou à état augmenté : $\bar{x}^T(t)=\begin{bmatrix} d(t) & x(t)\end{bmatrix}$, où $d(t)$ représente un vecteur de perturbations de dimension identique au vecteur de sorties. Le vecteur d'état estimé est noté : $\hat{\bar{x}}^T(t)=\begin{bmatrix}\hat{d}(t) & \hat{x}(t)\end{bmatrix}$, l'erreur de prédiction d'état $\tilde{x}(t)=\bar{x}(t)-\hat{\bar{x}}(t)$ et le vecteur d'état global de la boucle fermée $X^T(t)=\begin{bmatrix}\bar{x}(t) & \tilde{x}(t)\end{bmatrix}$. L'expression de l'observateur, avec prémisses mesurables $z(t)$, est alors :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\bar{x}}}(t) = \bar{A}_z \hat{\bar{x}}(t) + \bar{B}_z u(t) + \bar{K}_z \left(y(t) - \hat{y}(t) \right) \\ \hat{y}(t) = \bar{C}_z \hat{\bar{x}}(t) \end{cases} \tag{2.30}$$

avec $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_i & A_i \end{bmatrix}$, $\bar{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ B_i \end{bmatrix}$ et $\bar{C}_i = \begin{bmatrix} 0 & C_i \end{bmatrix}$.

La loi de commande utilisée a le formalisme d'une PDC et s'écrit :

$$u(t) = Gy_c(t) - \bar{F}_z \hat{\bar{x}}(t) = Gy_c(t) - \begin{bmatrix} f_z & F_z \end{bmatrix} \hat{\bar{x}}(t) \tag{2.31}$$

Après quelques manipulations, la boucle fermée avec observateur peut s'écrire :

$$\dot{X}(t) = H_{zz} X(t) + E_{zz} d(t) + \Gamma_z y_c(t) \tag{2.32}$$

avec : $H_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - B_i F_j & B_i \bar{F}_j \\ 0 & \bar{A}_i - \bar{K}_j \bar{C}_i \end{bmatrix}$, $E_{ij} = \begin{bmatrix} D_i - B_i f_j \\ 0 \end{bmatrix}$ et $\Gamma_i = \begin{bmatrix} B_i G \\ 0 \end{bmatrix}$.

On suppose qu'il existe une fonction candidate décroissante $V = x^T P x$, $P = P^T > 0$ le long des trajectoires de :

$$\dot{x}(t) = \left(A_z - B_z F_z \right) x(t) \tag{2.33}$$

En posant :

$$\Upsilon_{zz} = \left(A_z - B_z F_z \right)^T P + P \left(A_z - B_z F_z \right) \tag{2.34}$$

il existe donc une matrice $Q > 0$ telle que :

$$\dot{V} = x^T \Upsilon_{zz} x < -x^T Q x \tag{2.35}$$

On suppose qu'il existe une fonction candidate décroissante $\bar{V} = \bar{x}^T \bar{P} \bar{x}$, $\bar{P} = \bar{P}^T > 0$ le long des trajectoires de :

$$\dot{\bar{x}}(t) = \left(A_z - K_z C_z \right) \bar{x}(t) \tag{2.36}$$

En posant :

$$\bar{\Upsilon}_{zz} = \left(\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z \right)^T \bar{P} + \bar{P} \left(\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z \right) \tag{2.37}$$

il existe donc une matrice $\bar{Q} > 0$ telle que :

$$\dot{\bar{V}} = \bar{x}^T \bar{\Upsilon}_{zz} \bar{x} < -\bar{x}^T \bar{Q} \bar{x} \tag{2.38}$$

Théorème 2.2 : *Soit le modèle flou (2.21), la loi de commande (2.31) et l'observateur augmenté (2.30). S'il existe une matrice* $P > 0$ *(resp.* $\bar{P} > 0$*) telle que la condition* (2.35) *(resp.* (2.38)*) soit vérifiée, alors la boucle fermée avec observateur est globalement asymptotiquement stable.*

De plus, si $d(t)$ *est lentement variable dans le temps, les gains choisis équations* (2.49) *et* (2.50) *permettent un rejet asymptotique des perturbations.*

Preuve :

En suivant l'approche de (Yoneyama & al. 2000), nous allons montrer qu'il existe toujours un $\alpha > 0$ telle que la fonction de Lyapunov :

$$V\left(X(t)\right) = X^T(t)\Pi X(t) \tag{2.39}$$

avec : $\Pi = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \alpha\overline{P} \end{bmatrix}$ soit strictement décroissante le long des trajectoires de (2.32). Pour ce faire le lemme suivant /Anderson et Moore 1989/ est nécessaire :

Lemme 1 : Soit M une matrice symétrique de la forme $M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix}$, où M_{11} et M_{22} sont supposés inversibles. Alors $M > 0$ si et seulement si une des conditions suivantes est vérifiée : $M_{11} > 0$ et $M_{22} - M_{12}^T M_{11}^{-1} M_{12} > 0$ (2.40)

$$M_{22} > 0 \text{ et } M_{11} - M_{12}^T M_{22}^{-1} M_{12} > 0 \tag{2.41}$$

En considérant le modèle sans entrées, i.e. $d(t) = 0$ et $y_c(t) = 0$, la dérivée de la fonction de Lyapunov (2.39) s'écrit :

$$\dot{V}(X) = X^T(t)\left(H_{zz}^T P + P H_{zz}\right) X(t) \tag{2.42}$$

et : $H_{zz}^T \Pi + \Pi H_{zz} = \begin{bmatrix} \Upsilon_{zz} & PB_z\overline{F}_z \\ \overline{F}_z^T B_z^T P & \alpha\overline{\Upsilon}_{zz} \end{bmatrix}$. En utilisant les inégalités (2.35) et (2.38), $\dot{V}(X) < 0$,

si : $\begin{bmatrix} -Q & PB_z\overline{F}_z \\ \overline{F}_z^T B_z^T P & -\alpha\overline{Q} \end{bmatrix} < 0$ (2.43)

ou : $\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z) h_j(z) \begin{bmatrix} -Q & PB_i\overline{F}_j \\ \overline{F}_j^T B_i^T P & -\alpha\overline{Q} \end{bmatrix} < 0$ (2.44)

Sur chaque terme de (2.44) en utilisant la première condition du lemme 1, on peut écrire :

$$\forall i, j \;\; \alpha\overline{Q} > \overline{F}_j^T B_i^T P \cdot Q^{-1} \cdot PB_i\overline{F}_j \tag{2.45}$$

Notons que le terme à droite de l'inégalité (2.45) dépend seulement des conditions sur la commande, et que celui de gauche ne dépend que des conditions sur la convergence de l'erreur de prédiction. Il est donc toujours possible de choisir $\alpha > 0$ assez grand permettant de vérifier les conditions (2.45).

On considère alors les équations sans observateur et avec une entrée constante y_c :

$$\dot{x} = \left(A_z - B_z F_z\right)x + \left(D_z - B_z f_z\right)d + B_z G y_c \tag{2.46}$$

A l'équilibre, comme le vecteur des prémisses ne dépend que des variables mesurées on peut écrire : $z(t) = z_\infty = f(y_c)$. Comme la boucle fermée est stable, pour chaque z_∞, l'inverse de $A_{z\infty} - B_{z\infty}F_{z\infty}$ existe toujours. L'équation (2.46) est réécrite :

$$-\left(A_{z\infty} - B_{z\infty}F_{z\infty}\right)x_\infty = \left(D_{z\infty} - B_{z\infty}f_{z\infty}\right)d + B_{z\infty}Gy_c \tag{2.47}$$

d'où :

$$y_c = -C_{z\infty}\left(A_{z\infty} - B_{z\infty}F_{z\infty}\right)^{-1}\left\{\left(D_{z\infty} - B_{z\infty}f_{z\infty}\right)d + B_{z\infty}Gy_c\right\} \tag{2.48}$$

et on en déduit :

$$G = -\left(C_{z\infty}\left(A_{z\infty} - B_{z\infty}F_{z\infty}\right)^{-1}B_{z\infty}\right)^{-1} \tag{2.49}$$

et $\forall i \in \{1,\ldots,r\}$, $f_i = -GC_{z\infty}\left(A_{z\infty} - B_{z\infty}F_{z\infty}\right)^{-1}D_i$ (2.50)

Enfin on s'intéresse à la stabilisation autour d'un point de consigne $y_c(t) \neq 0$ et dans ce cas on utilise la notion d'ISS (Input to State Stability) /Sontag et Wang 1995/. Pour ce faire il faut déterminer deux fonctions α et θ de classe K^∞, telles que :

$$\dot{V}\left(x(t)\right) \leq \theta\left(\|u(t)\|\right) - \alpha\left(\|x(t)\|\right) \tag{2.51}$$

Considérons l'équation (2.46) avec $d(t) = 0$ (D_z étant bornée, le problème est similaire à celui traité pour $y_c(t)$). Soit la fonction de Lyapunov $V = x^T P x$ avec $P > 0$, le problème de stabilisation standard (sans observateur) permet d'écrire :

$$x^T \Upsilon_{zz} x < -x^T Q x \leq -\lambda_{\min Q}\|x\|^2 \tag{2.52}$$

avec $\lambda_{\min Q}$ la plus petite valeur propre de Q. Or,

$\dot{V}(x) = x^T \Upsilon_{zz} x + y_c^T G^T B_z^T P x + x^T P B_z G y_c$ d'où :

$$\dot{V}(x) \leq -\lambda_{\min Q}\|x\|^2 + 2\left\|G^T B_z^T P\right\|\|y_c\|\|x\| \tag{2.53}$$

Avec B_z bornée, on obtient :

$$\dot{V}(x) \leq -\lambda_{\min Q}\|x\|^2 + \delta\|y_c\|\|x\| \leq -\frac{\lambda_{\min Q}}{2}\|x\|^2 + \frac{\delta^2}{2\lambda_{\min Q}}\|y_c\|^2 \tag{2.54}$$

Donc en résolvant le problème LMI standard associé à (2.52), (2.54) assure que la propriété (2.51) est vraie, et donc l'ISS de (2.46) est garantie.

Remarque 1 : En conclusion, pour obtenir la loi de commande complète, il suffit de suivre les différentes étapes données ci-après. Les conditions étant seulement suffisantes, on distingue deux cas. Le premier correspond à la recherche d'une solution et revient à un problème de faisabilité, dans la suite $LMI\left(X, M_i\right)$ et $LMI\left(\overline{P}, \overline{N}_i\right)$. Le deuxième permet de spécifier des performances sur les différents sous-modèles et de n'assurer la stabilité qu'a posteriori, dans la suite $LMI\left(P\right)$ et $LMI\left(\overline{P}\right)$. Sur un problème donné il semble donc souhaitable d'exécuter en premier lieu le problème de faisabilité pour s'assurer de l'existence (ou non) d'une solution avant d'aller plus loin.

- Pour la partie commande :
  - $LMI\left(X, M_i\right)$: après congruence de Υ_{zz} par P^{-1} on utilise le changement de variables bijectif : $X = P^{-1}$ et $M_i = F_i P^{-1}$. On pose $\Upsilon_{ij} = XA_i^T + A_i X - M_j^T B_i^T - B_i M_j$, le problème s'écrit alors :

    $$\textit{Trouver } X > 0,\ M_i,\ Q_{ii} > 0,\ Q_{ij} = Q_{ij}^T,\ i, j \in \{1, \ldots, r\},\ i < j$$

    $$\textit{telles que (2.26), (2.27) et (2.28)}$$

    puis : $P = X^{-1}$ et $F_i = M_i P$
  - $LMI\left(P\right)$: dans ce cas, avec : $\Upsilon_{ij} = \left(A_i - B_i F_j\right)^T P + P\left(A_i - B_i F_j\right)$

    $$\textit{Trouver } P > 0,\ Q_{ii} > 0,\ Q_{ij} = Q_{ij}^T,\ i, j \in \{1, \ldots, r\},\ i < j$$

    $$\textit{telles que } (2.26),\ (2.27) \textit{ et } (2.28)$$
- Pour la partie observateur :
  - $LMI\left(\overline{P}, \overline{N}_i\right)$: on utilise le changement de variables bijectif : $\overline{N}_i = \overline{P}\overline{K}_i$ et on pose $\Upsilon_{ij} = \overline{A}_i^T \overline{P} + \overline{P}\overline{A}_i - \overline{C}_i^T \overline{N}_j^T - \overline{N}_j \overline{C}_i$. Le problème s'écrit alors :

    $$\textit{Trouver } \overline{P} > 0,\ \overline{N}_i,\ Q_{ii} > 0,\ Q_{ij} = Q_{ij}^T,\ i, j \in \{1, \ldots, r\},\ i < j$$

    $$\textit{telles que } (2.26),\ (2.27) \textit{ et } (2.28)$$

    puis : $\overline{K}_i = \overline{P}^{-1} \overline{N}_i$.
  - $LMI\left(\overline{P}\right)$: dans ce cas, avec : $\overline{\Upsilon}_{ij} = \left(\overline{A}_i - \overline{K}_j \overline{C}_i\right)^T \overline{P} + \overline{P}\left(\overline{A}_i - \overline{K}_j \overline{C}_i\right)$

    $$\textit{Trouver } \overline{P} > 0,\ Q_{ii} > 0,\ Q_{ij} = Q_{ij}^T,\ i, j \in \{1, \ldots, r\},\ i < j$$

    $$\textit{telles que } (2.26),\ (2.27) \textit{ et } (2.28)$$
- Enfin G et f_i calculés par (2.49) et (2.50).

Cette loi de commande est utilisée pour réaliser un suivi de consigne pour la pression dans le collecteur. Elle permet également de réguler le taux d'EGR.

3.3) Application à l'admission d'air

Le modèle dynamique du collecteur reprend les équations (2.1)~(2.6). La prise en compte de la dynamique de taux d'EGR R_{EGR} est obtenue en utilisant :

$$\dot{x}_{\mathrm{egr}} = \frac{\dot{m}_{\mathrm{egr}}}{\overline{m}_{\mathrm{af}}} - \frac{\dot{m}_{\mathrm{af}}}{\overline{m}_{\mathrm{af}}} x_{\mathrm{egr}} \tag{2.55}$$

avec $\overline{m}_{\mathrm{af}} = \int_t^{t+T} \dot{m}_{\mathrm{af}}(\tau)\, d\tau \quad (\neq 0)$ et $T = \dfrac{120}{\dot{\theta}}$, où $\dot{\theta}$ est la vitesse du vilebrequin (trs/mn).

Le modèle (2.1)~(2.6), (2.55) est écrit à l'aide de nouvelle fonctions f_1, f_{21}, f_{22} comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \\
\dot{x}_2 &= f_{21}(x_1, x_3, x_4) - f_{22}(x_1, x_3)\, x_2 \\
\dot{x}_3 &= a_3 x_3 + b_3 u_1 \\
\dot{x}_4 &= a_4 x_4 + b_4 u_2
\end{aligned} \tag{2.56}$$

avec :

$$x_1 = P_{\mathrm{col}},\ x_2 = x_{\mathrm{egr}},\ x_3 = \Phi_{\mathrm{af}},\ x_4 = \Phi_{\mathrm{egr}},\ u_1 = \Phi_{\mathrm{af_cmd}},\ u_2 = \Phi_{\mathrm{egr_cmd}},$$

$$a_3 = -\frac{1}{\tau_{\mathrm{af}}},\ a_4 = -\frac{1}{\tau_{\mathrm{egr}}},\ b_3 = \frac{k_{\mathrm{af}}}{\tau_{\mathrm{af}}},\ b_4 = \frac{k_{\mathrm{egr}}}{\tau_{\mathrm{egr}}}$$

Et les fonctions:

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{\dot{m}_{\mathrm{af}}(x_1, x_3) + \dot{m}_{\mathrm{egr}}(x_1, x_4) - \dot{m}_{\mathrm{cyl}}(x_1, x_2)}{C}$$

$$f_{21}(x_1, x_3, x_4) = \frac{g_{\mathrm{egr}}(x_1, x_4)}{\int_t^{t+T} g_{\mathrm{af}}(x_1, x_3)\, d\tau}$$

$$f_{22}(x_1, x_3) = \frac{g_{\mathrm{af}}(x_1, x_3)}{\int_t^{t+T} g_{\mathrm{af}}(x_1, x_3)\, d\tau}$$

Les équations (2.56) représentent les dynamiques du système où u_1 représente la commande de la position d'air frais et u_2 la commande de la position de la valve EGR. Les pressions cylindres P_{cyl_i}, l'angle vilebrequin θ, ainsi que la vitesse $\dot{\theta}$ sont supposés connus.

3.3.1) Obtention d'un modèle flou TS

L'étape préliminaire à l'utilisation du théorème 2 est la mise sous forme d'un modèle TS de (2.56). Pour plus de détails sur cette façon de procéder le lecteur peut se référer à

l'annexe 1 ou à /Morère 2001/. Cette « mise sous forme » d'un modèle flou TS n'est pas unique, mais elle doit privilégier un nombre de règles « minimal » et aboutir à des sous modèles observables et commandables. Le système (2.56) est alors réécrit sous la forme:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_{1d}x_1 + \lambda_1 x_3 \\
\dot{x}_2 &= f_{21d}x_1 - f_{22d}x_2 + \lambda_2 x_4 \\
\dot{x}_3 &= a_3 x_3 + b_3 u_1 \\
\dot{x}_4 &= a_4 x_4 + b_4 u_2
\end{aligned} \tag{2.57}$$

Les non-linéarités du modèle se trouvent dans les fonctions :

$$\begin{aligned}
f_{1d} &= \left(f_1\left(x_1, x_2, x_3, x_4\right) - \lambda_1 x_3\right)/x_1 \\
f_{21d} &= \left(f_{21}\left(x_1, x_3, x_4\right) - \lambda_2 x_4\right)/x_1 \\
f_{22d} &= \left(f_{22}\left(x_1, x_3\right)\right)/x_1
\end{aligned} \tag{2.58}$$

où $x_1 \neq 0$, et λ_1, λ_2 sont des paramètres libres permettant de garantir des modèles locaux contrôlables et observables. Ils restent « libres » et serviront de variables d'ajustement lors de la résolution des problèmes LMI. Le modèle flou TS obtenu est composé de huit règles. Avec le vecteur d'état : $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$, le modèle s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i\left(z(t)\right)\left(A_i x(t) + B_i u(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{2.59}$$

L'ensemble des termes, i.e. les h_i et les différentes matrices sont données annexe 3. A titre d'illustration celles correspondant au premier sous modèle sont :

$$A_1 = \begin{bmatrix} \min\left(f_{1d}\right) & 0 & \lambda_1 & 0 \\ \min\left(f_{21d}\right) & \min\left(f_{22d}\right) & 0 & \lambda_2 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_3 & 0 \\ 0 & b_4 \end{bmatrix} \text{ et } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

3.3.2) Calcul de l'observateur

Les variables mesurées sont x_1 et x_2. On considère le vecteur d'état augmenté : $\hat{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \hat{d}_1 & \hat{d}_2 & \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 & \hat{x}_4 \end{bmatrix}^T$ et la matrice de perturbation $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Le problème de faisabilité, i.e. $LMI\left(X, M_i\right)$ et $LMI\left(\bar{P}, \bar{N}_i\right)$ dans la remarque 1, ayant donné un résultat, une commande linéaire quadratique est calculée pour chaque sous modèle.

Elle permet de spécifier des performances et les problèmes $LMI(P)$ et $LMI(\overline{P})$ ont alors été résolus, permettant de prouver la stabilité de l'ensemble de la boucle.

Les résultats suivants ont été obtenus en simulation à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Pour toutes les simulations, c'est le modèle flou qui sert de base pour l'observateur flou et qui à calculer les gains de commande et, évidemment, c'est le modèle non linéaire qui est commandé. L'objectif est de faire suivre des trajectoires de référence à la pression collecteur et au taux d'EGR.

Deux types de simulation ont été réalisées tout en suivant les mêmes trajectoires de référence : un premier cas sans perturbations figures 31 et 32, et dans un deuxième, une perturbation est ajoutée sur chaque sortie figures 33 à 35. Les mesures sont considérées non bruitées et les paramètres λ_1 et λ_2 sont respectivement choisis égaux à 10^5 et $0{,}1$.

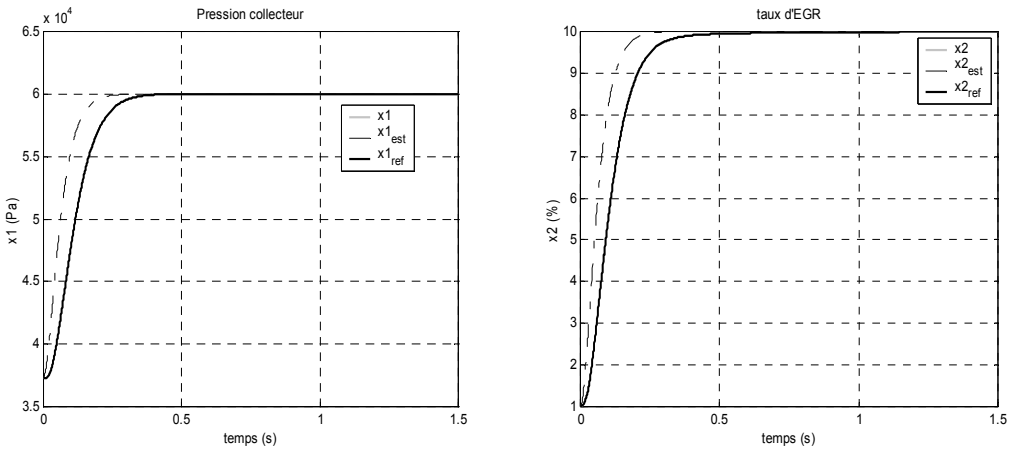

Figure 31 : Suivi de consigne pour la pression collecteur et le taux d'EGR sans perturbation

La dynamique choisie pour les références $x_{1\text{ref}}$ et $x_{2\text{ref}}$ a été choisie compatible avec les dynamiques du système. On s'aperçoit évidemment que l'estimation des variables d'état est parfaite puisque les conditions initiales de l'observateur flou et du modèle non linéaire sont identiques et qu'il n'y a pas de perturbation.

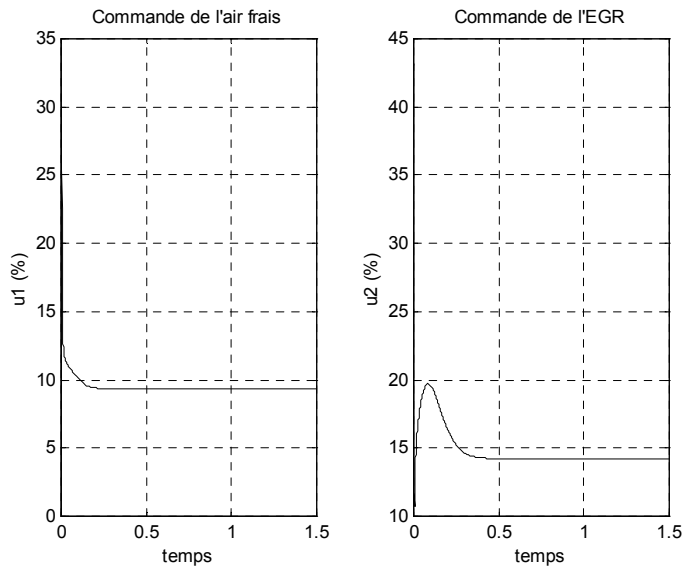

Figure 32 : Variations des commandes sans perturbation

Deux perturbations ont été ajoutées sur chaque sortie : à $0,3s$ sur la pression collecteur (de l'ordre de 20% sur la variable x_1) et une autre à $0,7s$ sur le taux d'EGR (de l'ordre de 10% sur la variable x_2). La figure 33 montre le rejet des perturbations, la figure 34 l'estimation faite pour ces dernières. Comme prévu, en partant de conditions initiales identiques, $\hat{d}_1$ l'estimation de d_1 ne commence qu'à $0,3s$ et $\hat{d}_2$ à $0,7s$.

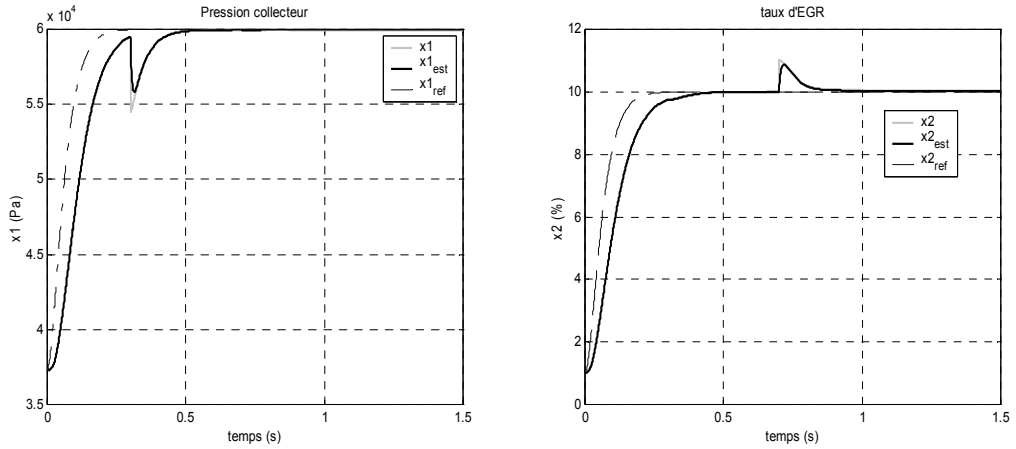

Figure 33 : Suivi de consigne pour la pression collecteur et le taux d'EGR avec perturbations

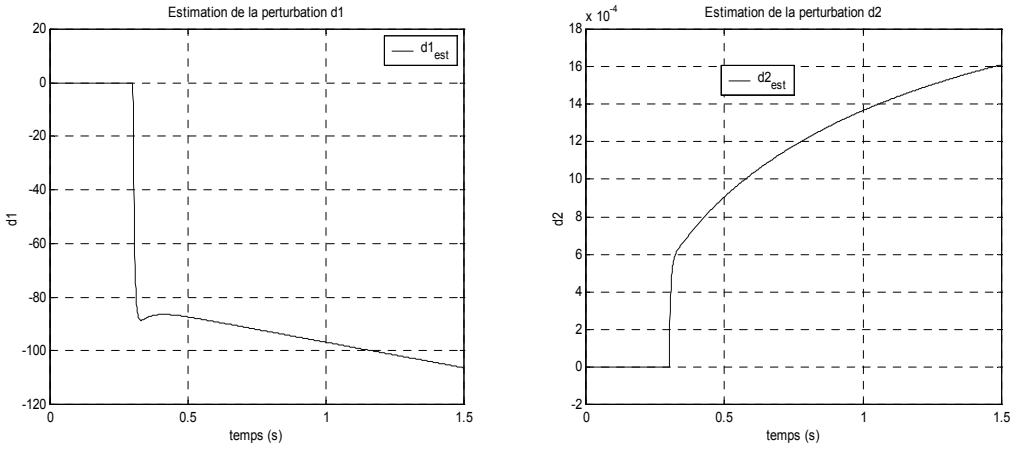

Figure 34 : Estimation des perturbations appliquées sur le système

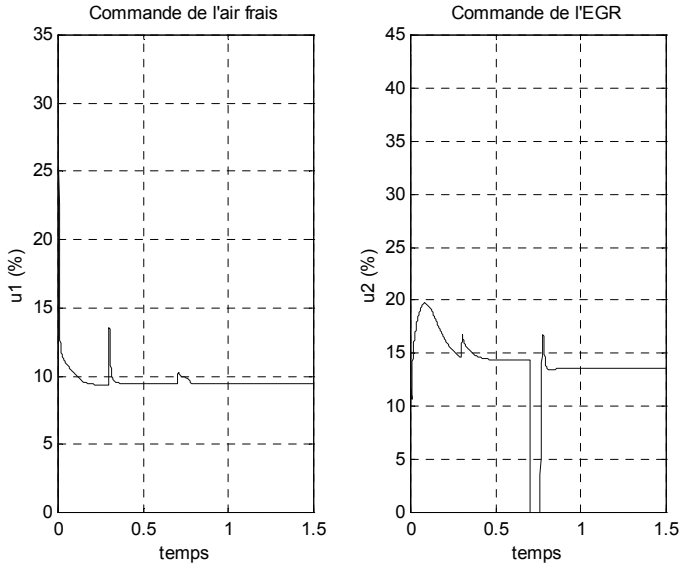

Figure 35 : Variations des commandes avec perturbations

Une méthode permettant un suivi de consigne et un rejet des perturbations lentement variables par rapport aux dynamiques du système considéré a été mise au point. Elle s'applique dans le cas d'un observateur flou utilisant des variables de prémisse mesurables. L'un de ses intérêts est de conserver dans ce cas, le principe de séparation entre la partie commande et l'observateur augmenté.

Cette méthode a été appliquée à la commande de la dynamique de l'air d'un moteur à allumage commandé et les résultats obtenus montrent la faisabilité de l'approche.

4) Conclusion

Ce chapitre a proposé deux types d'outils pouvant servir dans le contexte de la commande de l'admission de l'air. La première partie s'est intéressée à un bouclage linéarisant, la deuxième à une commande floue basée sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno.

L'intérêt de ce type de modèles est d'arriver à obtenir une méthodologie systématique d'obtention des lois de commande. Néanmoins, il reste plusieurs restrictions à ce type de méthodes. En premier lieu, si le nombre de règles est trop important, le fait d'utiliser une fonction de Lyapunov quadratique impose l'existence d'une matrice $P > 0$ unique pour $r(r+1)/2$ conditions et peut s'avérer très conservatif.

En second lieu, si les variables des prémisses de l'observateur ne sont pas mesurables, il n'existe pas de principe de séparation et dans ce cas les synthèses de la commande et de l'observateur sont réalisées séparément sans garantie pour le problème complet.

Enfin, il apparaît évidemment important de pouvoir traiter des problèmes d'incertitude de modélisation pour ce type de modèles.

Ces différents points font l'objet du chapitre suivant avant d'appliquer les résultats obtenus sur le moteur à allumage commandé dans le quatrième chapitre.

Chapitre 3 : Approches robustes pour la stabilisation de modèles flous TS

1) Introduction

Ce chapitre présente les outils théoriques développés dans le cadre de la commande des modèles flous de type Takagi-Sugeno. Ils l'ont été dans le souci de résoudre un certain nombre de problèmes rencontrés sur les modèles utilisés dans le cadre de la commande du moteur thermique. Les intérêts des modèles flous TS sont la prise en compte des non-linéarités du modèle de façon exacte et la possibilité de disposer d'outils systématiques de résolution.

La première étude qui a été menée, faisant l'objet du début du chapitre, concerne les modèles à retards sur l'état. Dans ce contexte, l'utilisation de nouvelles transformations matricielles a permis d'étendre les résultats existants /Cao et Frank 2001/.

Le reste du chapitre s'intéresse à la stabilisation des modèles TS avec incertitudes paramétriques bornées sans et avec observateur. La littérature dans ce domaine commence à être abondante, les résultats principaux sont donnés dans un contexte de commande principalement, i.e. sans observateur /Zhao et al. 1996/ /Lee et al. 2001/ /Tanaka et Wang 2001/. Lorsque la commande est considérée dans son ensemble, i.e. avec observateur et avec des incertitudes de modélisation, les résultats sont nettement moins nombreux, et le plus souvent très conservatifs /Tong et al. 2002/. Notons que le problème principal est la nécessité de devoir prendre en compte des prémisses mesurables pour l'observateur, cf chapitre 2 et annexe 1. Effectivement, dans le cas contraire, il semble impossible d'aboutir à des résultats exploitables, c'est à dire que l'on puisse, au moins partiellement, réduire à des problèmes LMI /Tanaka et al. 1998/ /Yoneyama et al. 2000/.

La deuxième partie du chapitre propose alors de nouvelles conditions de stabilisation sans observateur qui permettent d'étendre les résultats trouvés dans la littérature, toujours sur la base de nouvelles transformations matricielles. Enfin, une autre idée développée le long du chapitre est de considérer le découpage des prémisses non mesurables comme des incertitudes de modélisation et d'aboutir à un observateur ayant de « bonnes » propriétés. Cela permet en premier lieu de proposer des modèles flous TS avec un nombre de règles réduit /Taniguchi et al. 2001/. En second lieu, il est alors possible de proposer des conditions de stabilisation avec observateur. Celles-ci étant « faiblement » couplées entre les parties commande et

observateur, le problème peut se résoudre de façon séquentielle à l'aide de deux problèmes LMI.

2) Notations et préliminaires

On rappelle l'écriture utilisée au chapitre précédent pour

- le modèle flou (TS) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_z x(t) + B_z u(t) \\ y(t) = C_z x(t) \end{cases} \tag{3.1}$$

- la loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation) :

$$u(t) = -F_z x(t) \tag{3.2}$$

- la relaxation utilisée dans la suite. Pour $i, j \in \{1, \ldots, r\}$, avec $Q_{ij} = Q_{ij}^T$:

$$\forall i \ , \ \Upsilon_{ii} + Q_{ii} < 0 \tag{3.3}$$

$$\forall i, j \quad i < j \ \ \Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji} + 2Q_{ij} < 0 \tag{3.4}$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} & \cdots & Q_{1r} \\ Q_{12} & Q_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & Q_{(r-1)r} \\ Q_{1r} & \cdots & Q_{(r-1)r} & Q_r \end{bmatrix} > 0 \tag{3.5}$$

La fonction de Lyapunov est de type quadratique et correspond à celle définie précédemment. Elle sera utilisée avec un taux de décroissance $\alpha > 0$ (decay rate), i.e. avec $P = P^T > 0$:

$$V(x) = x^T P x \text{ et } \dot{V}(x) \leq -2\alpha V(x) \tag{3.6}$$

Pour une matrice X, la congruence avec une matrice Π de taille appropriée, est définie par la quantité : $\Pi X \Pi^T$.

Enfin, les différentes propriétés matricielles suivantes seront également utilisées.

Lemme 1 : Les matrices ayant des tailles appropriées, un scalaire $\tau > 0$, et une matrice $S = S^T > 0$ alors les deux propriétés suivantes sont vérifiées :

$$X^T Y + Y^T X \leq \tau X^T X + \tau^{-1} Y^T Y \tag{3.7}$$

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T S^{-1} X + Y^T S Y \tag{3.8}$$

Preuve :

Soit une matrice $S = S^T > 0$, alors $\left(X - YS\right) S^{-1} \left(X^T - S^T Y^T\right) \geq 0$ et en développant,

$XS^{-1}X^T - XY^T - YX^T + YSY^T \geq 0$.

Lemme 2 : Les matrices ayant des tailles appropriées, la propriété suivante est vérifiée :

$$\begin{array}{l}\text{Trouver } X > 0,\ \Phi,\ \Psi \text{ telles que :} \\ \begin{bmatrix} Y + A^T\Phi^T + \Phi A & -\Phi + A^T\Psi \\ -\Phi^T + \Psi^T A & X - \Psi - \Psi^T \end{bmatrix} < 0\end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l}\text{Trouver } X > 0 \text{ telle que :} \\ Y + A^T X A < 0\end{array} \tag{3.9}$$

Lemme 3 : Les matrices ayant des tailles appropriées, la propriété suivante est vérifiée :

$$\begin{array}{l}\text{Trouver } X > 0,\ \Phi,\ \Psi \text{ telles que :} \\ \begin{bmatrix} \Phi A^T + A\Phi^T + Y & X - \Phi + A\Psi \\ X - \Phi^T + \Psi^T A^T & -\Psi - \Psi^T \end{bmatrix} < 0\end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l}\text{Trouver } X > 0 \text{ telle que :} \\ XA^T + AX + Y < 0\end{array} \tag{3.10}$$

Preuve du lemme 3 (celle du lemme 2 suit le même raisonnement) :

$(\Rightarrow)$ est directe par congruence avec : $\begin{bmatrix} I & A \end{bmatrix}$.

$(\Leftarrow)$ comme $XA^T + AX + Y < 0$, $\exists \varepsilon^2$ tel que : $XA^T + AX + Y + \dfrac{\varepsilon^2}{2} A^T A < 0$ (3.11)

En utilisant le complément de Schur, (3.11) $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} XA^T + AX + Y & \varepsilon^2 A \\ \varepsilon^2 A^T & -2\varepsilon^2 I \end{bmatrix} < 0$. On peut donc choisir : $\Psi = \varepsilon^2 I$ et $\Phi = X$.

Remarque 1 : Notons qu'il doit être possible de prendre $\Psi = \varepsilon^2 I$ avec ε^2 petit.

Remarque 2 : Les lemmes 2 et 3 correspondent à des propriétés matricielles issues de /Peaucelle et al., 2000/ et légèrement modifiées. La propriété (3.10) a été utilisée dans /Guerra et al., 2003a/ pour la stabilisation de modèles flous continus.

La partie suivante s'intéresse à l'application de certaines de ces propriétés au cas des modèles flous à retards sur l'état. Certaines propriétés en stabilité et en stabilisation ont été étudiées par /Blanco 2001/ /Cao et Frank, 2001/ /Gu et al., 2001/.

3) Commande floue des systèmes à retards

3.1) Modèle TS avec retards sur l'état

La représentation du modèle flou en présence de retards variables sur l'état est donnée par (3.12) /Cao et Frank 2001/ :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\left[A_{1i}x(t) + A_{2i}x(t-\tau_i(t)) + B_i u(t)\right] \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\left[C_{1i}x(t) + C_{2i}x(t-\tau_i(t))\right] \end{cases} \tag{3.12}$$

avec pour tout $i \in \{1,\ldots,r\}$, $\tau_i(t) \le \tau$, et les matrices A_{1i}, A_{2i}, C_{1i}, C_{2i} et B_i de dimensions appropriées. La condition initiale du modèle est donnée par la fonction vectorielle ψ, telle que : $\forall t \in [-\tau, 0]$, $x(t) = \psi(t)$. On introduit pour les modèles à retards la notation supplémentaire suivante : $\overline{XY}\big|_z = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) X_i Y_i$ et $\overline{Yx_\tau}\big|_z = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) Y_i x(t-\tau_i(t))$. Alors, (3.12) s'écrit de façon plus compacte :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{1z}x(t) + \overline{A_2 x_\tau}\big|_z + B_z u(t) \\ y(t) = C_{1z}x(t) + \overline{C_2 x_\tau}\big|_z \end{cases} \tag{3.13}$$

En utilisant la fonction de Lyapunov (3.6), les conditions de stabilité du modèle flou sans entrées ($u(t) = 0$) sont données dans l'annexe 1. La stabilisation envisagée utilise une PDC classique, ce qui implique que l'on suppose ne pas connaître le retard. Dans le cas contraire on peut envisager d'utiliser des lois de commande faisant intervenir le retard /Blanco 2001/ :

$$u(t) = -F_z x(t) - \overline{F_2 x_\tau}\big|_z \tag{3.14}$$

Les conditions de stabilisation sont rappelées dans le théorème 3.1 et sont basées sur les travaux de /Cao et Frank 2001/. On a introduit simplement dans les conditions le taux de décroissance $\alpha > 0$ et la relaxation précédente.

On définit : $\Upsilon_{ij} = XA_{1i}^T + A_{1i}X - B_iM_j - M_j^TB_i^T + (1+2\alpha)X + A_{2i}S_iA_{2i}^T$ (3.15)

Théorème 3.1. *Soit le modèle TS avec retards* (3.12)*, la loi PDC* (2.22) *et les* Υ_{ij} *définis en* (3.15). *La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe des matrices* $X > 0$, $S_i > X$, M_i, $Q_{ii} > 0$, $Q_{ij} = Q_{ij}^T$, $i, j \in \{1,\ldots,r\}$, $i < j$ *telles que* (2.26), (2.27) *et* (2.28) *soient vérifiées. Les gains de retour d'état sont donnés par :* $F_i = M_iX^{-1}$.

3.2) Relaxation des conditions de stabilisation

3.2.1) Cas général

Soit : $\Upsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_jA_{1i}^T + A_{1i}\Phi_j^T - B_iM_j - M_j^TB_i^T + (1+2\alpha)X + A_{2i}S_iA_{2i}^T & (*) \\ X - \Phi_j^T + \Psi_j^TA_{1i}^T & -\Psi_j - \Psi_j^T \end{bmatrix}$ (3.16)

où $(*)$ est utilisé pour signifier la symétrie.

Théorème 3.2. *Soit le modèle TS avec retards* (3.12)*, la loi PDC* (2.22) *et les* Υ_{ij} *définis en* (3.16). *La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe des matrices* $X > 0$, $S_i > X$, M_i, Φ_i, Ψ_i, $Q_{ii} > 0$, $Q_{ij} = Q_{ij}^T$, $i, j \in \{1,\ldots,r\}$, $i < j$ *telles que* (2.26), (2.27) *et* (2.28) *soient vérifiées. Les gains de retour d'état sont donnés par :* $F_i = M_iX^{-1}$.

Preuve : On considère la fonction de Lyapunov (3.6). La loi de commande (2.22) introduite dans le modèle flou (3.13) donne : $\dot{x}(t) = (A_{1z} - B_zF_z)x(t) + \overline{A_2x_\tau}\big|_z$.

$\dot{V}(x) + 2\alpha V(x) < 0$ est alors équivalent à :

$$x^T(t)\left((A_{1z} - B_zF_z)^TP + P(A_{1z} - B_zF_z) + 2\alpha P\right)x(t) + x^T(t)P\overline{A_2x_\tau}\big|_z + \overline{x_\tau^TA_2^T}\big|_zPx(t) < 0 \quad (3.17)$$

En utilisant la propriété (3.8) sur chaque terme $x^T(t)PA_{2i}x(t-\tau_i(t)) + x^T(t-\tau_i(t))A_{2i}^TPx(t)$, la condition (3.17) devient :

$$x^T(t)\left(\left(A_{1z}-B_zF_z\right)^T P+P\left(A_{1z}-B_zF_z\right)+2\alpha P+P\overline{A_2SA_2^T}\Big|_z P\right)x(t)+\overline{x_\tau^T S^{-1}x_\tau}\Big|_z<0 \tag{3.18}$$

En choisissant $0<S_i^{-1}\le P$, le dernier terme de (3.18) peut être majoré par :

$$\overline{x_\tau^T S^{-1}x_\tau}\Big|_z=\sum_{i=1}^{r}h_i\left(z(t)\right)x^T\left(t-\tau_i(t)\right)S_i^{-1}x\left(t-\tau_i(t)\right)\le\sum_{i=1}^{r}h_i\left(z(t)\right)V\left(x\left(t-\tau_i(t)\right)\right) \tag{3.19}$$

Le théorème de Razumihkin concernant les systèmes à retards permet d'écrire que si V est une fonction de Lyapunov vérifiant : $\beta_1\|x(t)\|\le V\left(x(t)\right)\le\beta_2\|x(t)\|$ alors le système avec retard est asymptotiquement stable si $\forall\sigma\in\left[-\tau(t),0\right]$, $V\left(x(t+\sigma)\right)<p\left(V\left(x(t)\right)\right)$ avec $p(s)>s$ pour $s>0$.

En choisissant un réel $v>1$ tel que pour $i\in\{1,\dots,r\}$, $V\left(x\left(t-\tau_i(t)\right)\right)<vV\left(x(t)\right)$. En introduisant dans (3.18), on obtient :

$$\left(A_{1z}-B_zF_z\right)^T P+P\left(A_{1z}-B_zF_z\right)+\left(v+2\alpha\right)P+P\overline{A_2SA_2^T}\Big|_z P<0 \tag{3.20}$$

En posant $X=P^{-1}$ et $M_z=F_zP^{-1}$, (3.20) devient par congruence avec P^{-1},

$$XA_{1z}^T+A_{1z}X-B_zM_z-M_z^TB_z^T+\left(v+2\alpha\right)X+\overline{A_2SA_2^T}\Big|_z<0 \tag{3.21}$$

Le lemme 3 (3.10) appliqué à (3.21) donne :

$$\begin{bmatrix}\Phi_zA_{1z}^T+A_{1z}\Phi_z^T-B_zM_z-M_z^TB_z^T+\left(v+2\alpha\right)X+\overline{A_2SA_2^T}\Big|_z & (*)\\ X-\Phi_z^T+\Psi_z^TA_{1z}^T & -\Psi_z-\Psi_z^T\end{bmatrix}<0 \tag{3.22}$$

On retrouve (3.21) à partir de (3.22) par congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix}I & A_{1z}\end{bmatrix}$. Le terme v peut être choisi arbitrairement égal à 1, on retrouve alors les Υ_{ij} définis par l'équation (3.16). □

Exemple 1 : Soient les matrices suivantes pouvant correspondre à un modèle flou à 4 règles. Il s'agit simplement de montrer ici la relaxation des conditions de stabilisation.

$$A_{11}=\begin{bmatrix}-6,79 & 0,72\\ 2,39 & 2,23\end{bmatrix},\qquad A_{21}=\begin{bmatrix}-0,81 & -3,09\\ 1,01 & -3,3\end{bmatrix},\qquad B_1=\begin{bmatrix}5,4\\ 2,8\end{bmatrix}$$

$$A_{12}=\begin{bmatrix}-3,57 & -1,23\\ 0,19 & 0,14\end{bmatrix},\qquad A_{22}=\begin{bmatrix}0,09 & -2,47\\ 2,72 & -2,73\end{bmatrix},\qquad B_2=\begin{bmatrix}-0,95\\ 9,3\end{bmatrix}$$

$$A_{13}=\begin{bmatrix}-15,58 & 6,57\\ 0,39 & -19,21\end{bmatrix},\qquad A_{23}=\begin{bmatrix}2,51 & -0,6\\ 0,12 & -0,42\end{bmatrix},\qquad B_3=\begin{bmatrix}4,39\\ 7,34\end{bmatrix}$$

$$A_{14} = \begin{bmatrix} -4,19 & -5,98 \\ -4,28 & -26,37 \end{bmatrix}, \qquad A_{24} = \begin{bmatrix} -0,97 & -9,23 \\ 6,79 & -2,43 \end{bmatrix}, \qquad B_4 = \begin{bmatrix} 3,19 \\ 3,86 \end{bmatrix}$$

Cet exemple a été « construit » de manière à ce que seules les conditions du théorème 3.2 soient vérifiées par rapport au théorème 3.1. On obtient alors le résultat suivant : $P = \begin{bmatrix} -4,3205 & 2,1667 \\ 2,1667 & 16,748 \end{bmatrix}$ et les gains de commande : $F_1 = \begin{bmatrix} 0,3267 & 1,3641 \end{bmatrix}$ et $F_2 = \begin{bmatrix} 0,0772 & 0,6671 \end{bmatrix}$.

3.2.2) Cas particulier

Considérons le cas particulier où les retards sont communs pour tous les sous-modèles et égaux à un retard variable $\tau_i(t) = \tau(t)$, $i \in \{1, \ldots, r\}$. (3.17) s'écrit alors :

$$x^T(t)\Big(\left(A_{1z} - B_z F_z\right)^T P + P\left(A_{1z} - B_z F_z\right) + 2\alpha P\Big)x(t) + x^T(t) P A_{2z} x_\tau + x_\tau^T A_{2z}^T P x(t) < 0 \qquad (3.23)$$

En utilisant la propriété (3.8) sur les deux derniers termes, il vient en définissant $0 < S_i^{-1} \le P$:

$$x^T(t)\Big(\left(A_{1z} - B_z F_z\right)^T P + P\left(A_{1z} - B_z F_z\right) + 2\alpha P + P A_{2z} S_z A_{2z}^T P\Big)x(t) + x_\tau^T S_z^{-1} x_\tau < 0 \qquad (3.24)$$

On a alors : $x_\tau^T S_z^{-1} x_\tau \le x_\tau^T P x_\tau = V(x_\tau)$, d'où en introduisant le réel $v > 1$ comme précédemment, (3.24) est vérifiée si :

$$\left(A_{1z} - B_z F_z\right)^T P + P\left(A_{1z} - B_z F_z\right) + \left(v + 2\alpha\right)P + P A_{2z} S_z A_{2z}^T P < 0 \qquad (3.25)$$

En posant $X = P^{-1}$ et $M_z = F_z P^{-1}$, par congruence avec P^{-1}, il est alors possible d'appliquer les deux lemmes (3.9) et (3.10) sur (3.25), qui permettent d'obtenir :

$$\begin{bmatrix} Y_{zz} & (*) & (*) \\ X - \Phi_z^T + \Psi_z^T A_{1z}^T & -\Psi_z - \Psi_z^T & 0 \\ -\Phi a_z^T + \Psi a_z^T A_{2z}^T & 0 & S_z - \Psi a_z - \Psi a_z^T \end{bmatrix} < 0 \qquad (3.26)$$

avec $Y_{zz} = \Phi_z A_{1z}^T + A_{1z}\Phi_z^T - B_z M_z - M_z^T B_z^T + \left(1 + 2\alpha\right)X + A_{2z}\Phi a_z^T + \Phi a_z A_{2z}^T$.

(3.25) s'obtient à partir de (3.26) par congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & A_{1z} & A_{2z} \end{bmatrix}$. On pose alors :

$Y_{ij} = \Phi_j A_{1i}^T + A_{1i}\Phi_j^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T + \left(1 + 2\alpha\right)X + A_{2i}\Phi a_j^T + \Phi a_j A_{2i}^T$ et

$$\Upsilon_{ij} = \begin{bmatrix} Y_{ij} & (*) & (*) \\ X - \Phi_j^T + \Psi_j^T A_{1i}^T & -\Psi_j - \Psi_j^T & 0 \\ -\Phi a_j^T + \Psi a_j^T A_{2i}^T & 0 & S_j - \Psi a_j - \Psi a_j^T \end{bmatrix} \qquad (3.27)$$

et le théorème suivant peut-être énoncé.

Théorème 3.3. *Soit le modèle TS* (3.12) *avec tous les retards communs égaux à* $\tau(t)$ *, la loi PDC* ***(2.22)*** *et les* Υ_{ij} *définis en* (3.27). *La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe des matrices* $X>0$, M_i, $S_i>X$, Φ_i, Φa_i, Ψ_i, Ψa_i, $Q_{ii}>0$, $Q_{ij}=Q_{ij}^T$, $i,j\in\{1,\ldots,r\}$, $i<j$ *telles que* ***(2.26)***, ***(2.27)*** *et* ***(2.28)*** *soient vérifiées. Les gains de retour d'état sont donnés par :* $F_i=M_iX^{-1}$.

Exemple 2 : On considère le modèle non linéaire suivant avec la fonction $f(x)=\dfrac{\sin(x)}{x}$:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}-0,88f(x_1)-0,58 & 3,713\cdot\left(f(x_2)-0,945\right)\\ -2,62 & -0,36\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}\\ &+\begin{bmatrix}0,71 & 1,66\\ 3,95f(x_2)-3,74 & 3,17\delta_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t-\tau(t))\\ x_2(t-\tau(t))\end{bmatrix}\\ &-\begin{bmatrix}1,79\\ 3,4584\cdot\delta_1\delta_2\left(f(x_1)+0,659\right)\end{bmatrix}u(t)\end{aligned}\tag{3.28}$$

En utilisant : $f(x)=\dfrac{1-f(x)}{1-\rho}\cdot\rho+\dfrac{f(x)-\rho}{1-\rho}\cdot 1$, avec $\rho\approx-0,2172$ le minimum de la fonction $f(x)$ un modèle flou à 4 règles de la forme (3.12), avec $\tau_i(t)=\tau(t)$, $i\in\{1,\ldots,r\}$, est obtenu. On notera qu'il représente exactement le modèle non linéaire puisqu'il est valable $\forall x_1,x_2\in\mathbb{R}$. Pour illustrer l'apport des conditions du théorème 3.3 par rapport à celles du théorème 3.1 on trace leur domaine respectif de stabilisation en fonction des paramètres δ_1 et δ_2. Les résultats sont présentés figure 36 et on s'aperçoit que la conservativité des résultats est fortement réduite avec les conditions du théorème 3.3.

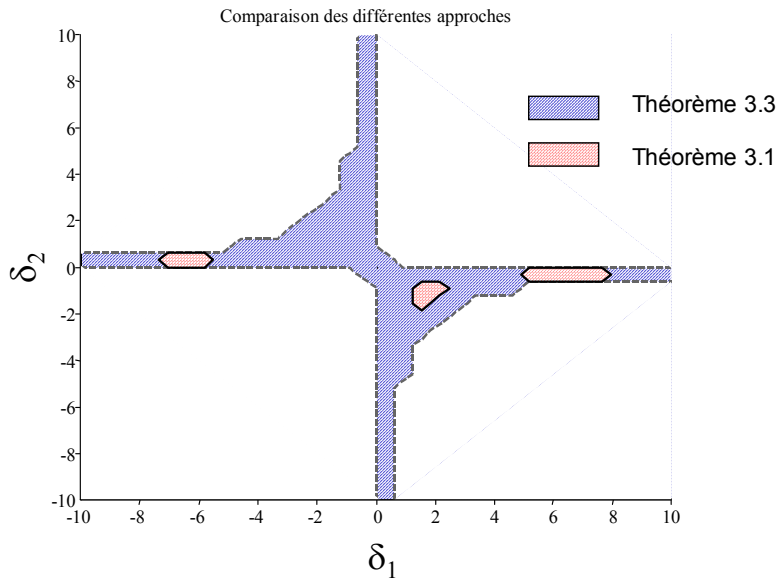

Figure 36 : domaines de stabilisation atteints par les deux approches (théorèmes 3.1 et 3.3) sur l'exemple 2 (3.28).

Si la stabilisation des modèles est un point crucial pour l'obtention de la loi de commande, il est évidemment impératif d'y associer des propriétés de robustesse. Plusieurs travaux se sont intéressés au traitement des incertitudes paramétriques /Tanaka et al. 1996/ /Lee et al. 2001/ /Tanaka et Wang, 2001/ /Tong et al. 2002/ avec des spécifications de type H_∞.

Dans la suite du chapitre on s'intéresse en premier lieu au traitement du modèle incertain (3.29) dans un contexte de commande seul. Les conditions obtenues améliorent celles classiquement rencontrées dans la littérature. Dans la deuxième partie on s'intéresse au problème complet, i.e. commande et observateur flou. On verra qu'il semble difficile d'aboutir à un principe de séparation.

4) Commande et observation floue robuste

4.1) Modèle TS avec incertitudes et réduction de règles

Le modèle incertain TS considéré est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_z + \Delta A_z)x(t) + (B_z + \Delta B_z)u(t) \\ y(t) = (C_z + \Delta C_z)x(t) \end{cases} \tag{3.29}$$

avec $\Delta A_z = Ha\Delta a_z(t)Ea_z$, $\Delta B_z = Hb\Delta b_z(t)Eb_z$, $\Delta C_z = Hc\Delta c_z(t)Ec_z$ où les matrices Ha, Hb, Hc, Ea_i, Eb_i et Ec_i sont constantes et où les incertitudes $\Delta a_z(t)$, $\Delta b_z(t)$ et $\Delta c_z(t)$ vérifient les conditions (3.30) :

$$\Delta a_z^T(t)\Delta a_z(t) \le I,\ \Delta b_z^T(t)\Delta b_z(t) \le I \text{ et } \Delta c_z^T(t)\Delta c_z(t) \le I \tag{3.30}$$

Nous proposons en fait ici d'utiliser les modèles incertains TS avec deux buts différents. Le premier but est évidemment la prise en compte des incertitudes de modélisation elles-mêmes et d'améliorer les résultats existants dans la littérature. Le deuxième, et peut-être le plus important, est d'utiliser les incertitudes pour réduire le nombre de règles du modèle. Rappelons qu'une grande partie de la conservativité des résultats est due au fait que, dans le cas d'une fonction de Lyapunov quadratique, une même matrice $P > 0$ intervient dans au moins $r(r+1)/2$ inégalités. On peut résumer l'idée en disant que trouver $P > 0$ avec « beaucoup » de règles et sans incertitudes ou, chercher $P > 0$ avec « peu » de règles (2 ou 4) et avec des incertitudes bornées sont des problèmes qui peuvent avoir des résultats similaires en terme de conservativité. Des essais dans ce sens peuvent être trouvés dans /Taniguchi et al. 2001/. Enfin, on rappelle qu'un théorème de séparation /Ma & al. 1998/ /Yoneyama 2000/ est disponible dans le cas où les variables de prémisse $z(t)$ sont mesurables. Dans ce cas, il est envisageable de privilégier le découpage suivant des variables mesurables et de traiter les non linéarités correspondant aux autres variables comme des incertitudes.

Dans /Taniguchi et al. 2001/ l'exemple suivant est proposé :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t)\cos(x_2(t)) - x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t)x_3(t) + (1 + \varepsilon\sin(x_3(t)))u(t) \end{cases} \tag{3.31}$$

En considérant que $x_1(t) \in [\underline{x}_1 \quad \overline{x}_1]$, $x_2(t) \in [\underline{x}_2 \quad \overline{x}_2]$, $x_3(t) \in [\underline{x}_3 \quad \overline{x}_3]$ ce modèle non linéaire se représente exactement par un modèle TS à 8 règles. Ce modèle est ensuite réduit à 4 règles. Les taux de décroissance d'une fonction de Lyapunov quadratique sont alors testés et se révèlent très proches ($\alpha = 1{,}18$ pour 8 règles, $\alpha = 1{,}16$ pour 4 règles). Notons que les propriétés de stabilisation qu'ils ont utilisées sont plus conservatives que celles présentées dans la suite du chapitre. Néanmoins, on s'aperçoit que réduire le nombre de règles peut se faire en « perdant » peu de choses.

Considérons l'exemple suivant qui servira de fil conducteur tout au long de ce chapitre.

Exemple 3 :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \left(\cos^2(x_2(t)) - \dfrac{1}{1+x_1^2(t)}\right)x_2(t) + \left(1+\dfrac{1}{1+x_1^2(t)}\right)u(t) \\ \dot{x}_2(t) = b\left(1+\dfrac{1}{1+x_1^2(t)}\right)\sin(x_2(t)) - 1,5x_1(t) - 3x_2(t) + \left(a\cos^2(x_2(t)) - 2\right)u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \tag{3.32}$$

Ce modèle non linéaire se découpe de façon exacte en 8 règles en considérant que : $x_1(t) \in \mathbb{R}$ et $x_2(t) \in \mathbb{R}$ et les fonctions :

$$\cos^2(x_2) = \left(1-\cos^2(x_2)\right)\cdot 0 + \cos^2(x_2)\cdot 1 = w_{10}\cdot 0 + w_{11}\cdot 1 \tag{3.33}$$

$$\frac{\sin(x_2)}{x_2} = \frac{1-\sin(x_2)/x_2}{1-\rho}\cdot\rho + \frac{\sin(x_2)/x_2 - \rho}{1-\rho}\cdot 1 = w_{20}\cdot\rho + w_{21}\cdot 1 \tag{3.34}$$

$\rho \approx -0,2172$ est le minimum de la fonction $\dfrac{\sin(x)}{x}$.

$$\frac{1}{1+x_1^2} = \left(1-\frac{1}{1+x_1^2}\right)\cdot 0 + \frac{1}{1+x_1^2}\cdot 1 = w_{30}\cdot 0 + w_{31}\cdot 1 \tag{3.35}$$

et avec $h_m = w_{1i}\cdot w_{2j}\cdot w_{3k}$ et $m = 4\left(2^i - 1\right) + 2\left(2^j - 1\right) + 2^k$ et la notation du modèle TS (3.1) :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1,5 & -3+\rho b \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1,5 & -3+2\rho b \end{bmatrix},\ A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1,5 & -3+b \end{bmatrix},\ A_4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1,5 & -3+2b \end{bmatrix},$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1,5 & -3+\rho b \end{bmatrix},\ A_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1,5 & -3+2\rho b \end{bmatrix},\ A_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1,5 & -3+b \end{bmatrix},\ A_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1,5 & -3+2b \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix},\ B_2 = B_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix},\ B_5 = B_7 = \begin{bmatrix} 1 \\ a-2 \end{bmatrix},\ B_6 = B_8 = \begin{bmatrix} 2 \\ a-2 \end{bmatrix} \text{ et } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dans la suite, deux cas différents seront traités : $(a,b) = (0,-0,5)$ et $(a,b) = (1,-0,5)$. En considérant des conditions de stabilisation classique /Tanaka et al. 1998/, on trouve une solution en commande avec un taux de décroissance de la fonction de Lyapunov jusqu'à : $\alpha_{a=0} = 8,11$ et $\alpha_{a=1} = 4,56$. A titre d'illustration dans le cas $(a,b) = (1,-0,5)$ plusieurs

trajectoires des variables d'état sont données ainsi que les équipotentielles de la fonction de Lyapunov associée sachant que : $P = \begin{bmatrix} 0,1819 & 0,1996 \\ 0,1996 & 0,8911 \end{bmatrix}$.

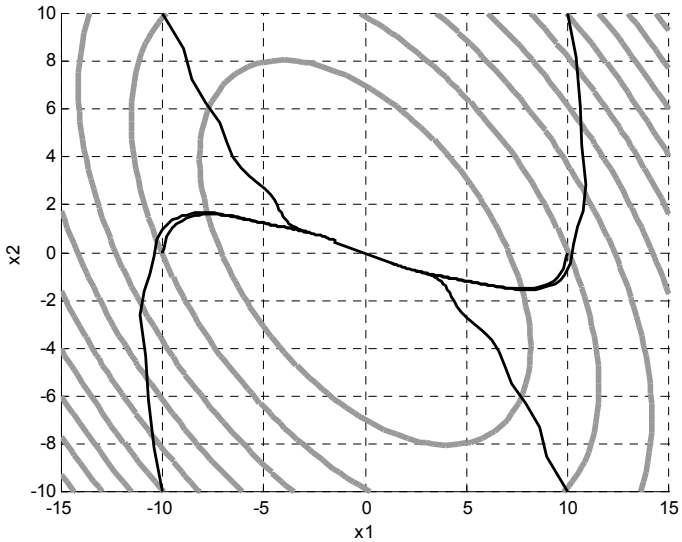

Figure 37 : équipotentielles de Lyapunov et trajectoires dans l'espace d'état

La réduction de règles se fait ici en considérant que seule la sortie x_1 étant mesurée, tous les découpages sur la variable x_2 seront pris en compte dans les incertitudes. On écrit alors : $\cos^2(x_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Delta_1(x_2)$ avec $|\Delta_1(x_1)| \le 1$ et $\frac{\sin(x_2)}{x_2} = \frac{1+\rho}{2} + \frac{1-\rho}{2}\Delta_2(x_2)$ avec $|\Delta_2(x_2)| \le 1$. (3.32) s'écrit alors sous la forme (3.29) avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1,5 & -3 + \frac{1+\rho}{2}b \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -0,5 \\ -1,5 & -3 + (1+\rho)b \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a}{2} - 2 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{a}{2} - 2 \end{bmatrix}.$$

$$Ha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ Ea_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ 0 & \frac{1-\rho}{2}|b| \end{bmatrix},\ Ea_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ 0 & (1-\rho)|b| \end{bmatrix},\ Hb = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ Eb_1 = Eb_2 = 0,5|a|.$$

Notons que les découpages ne sont pas uniques et que les résultats obtenus sur ce modèle ne sont pas généralisables à tous les modèles. On peut très bien trouver des cas où la réduction de règles se fait au prix d'un conservatisme accru. Il n'y a pas, à notre connaissance, de méthode systématique permettant de choisir le découpage « optimal » pour un modèle non linéaire donné.

4.2) Stabilisation des modèles TS avec incertitudes

Les conditions de stabilisation sont données dans le théorème 3.4, avec

$$Y_{ij} = \Phi_j A_i^T + A_i \Phi_j^T - M_j^T B_i^T - B_i M_j + 2\alpha X + Ha\Phi a_i^T + \Phi a_i Ha^T + Hb\Phi b_i^T + \Phi b_i Hb^T$$

$$\Upsilon_{ij} = \begin{bmatrix} Y_{ij} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ -\Phi a_i^T + \Psi a_i^T Ha^T & \tau a_i I - \Psi a_i - \Psi a_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Ea_i X & 0 & -\tau a_i I & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi b_i^T + \Psi b_i^T Hb^T & 0 & 0 & \tau b_i I - \Psi b_i - \Psi b_i^T & 0 & 0 \\ Eb_i M_j & 0 & 0 & 0 & -\tau b_i I & 0 \\ X - \Phi_j^T + \Psi_j^T A_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Psi_j - \Psi_j^T \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

Théorème 3.4 : *Soit le modèle TS incertain* (3.29) *et la loi PDC* **(2.22)**. *La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe des matrices* $X > 0$, M_i, Φ_i, Φa_i, Φb_i, Ψ_i, Ψa_i, Ψb_i, $Q_{ii} > 0$, $Q_{ij} = Q_{ij}^T$, *et des scalaires* $\tau a_i > 0$, $\tau b_i > 0$, $i, j \in \{1, \ldots, r\}$, $i < j$ *telles que* ***(2.26)***, ***(2.27)*** *et* ***(2.28)*** *soient vérifiées avec les* Υ_{ij} *définis en* (3.36). *Les gains de retour d'état sont donnés par :* $F_i = M_i X^{-1}$.

Preuve : On considère la fonction de Lyapunov (3.6). La loi de commande **(2.22)** introduite dans le modèle flou (3.29) :

$$\dot{x}(t) = (A_z - B_z F_z + \Delta A_z - \Delta B_z F_z) x(t)$$

$\dot{V}(x) + 2\alpha V(x) < 0$ est alors équivalent à :

$$2x^T \left\{ (A_z - B_z F_z + \Delta A_z - \Delta B_z F_z)^T P + \alpha P \right\} x < 0 \tag{3.37}$$

En posant $X = P^{-1}$ et en définissant $M_z = F_z P^{-1}$, (3.37) devient par congruence avec P^{-1} :

$$XA_z^T + A_z X - M_z^T B_z^T - B_z M_z + X\Delta A_z^T + \Delta A_z X - M_z^T \Delta B_z^T - \Delta B_z M_z + 2\alpha X < 0$$

En introduisant le découpage sur les incertitudes, la forme suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} &XA_z^T + A_z X - M_z^T B_z^T - B_z M_z + 2\alpha X \\ &\quad + XEa_z^T \Delta a_z^T Ha^T + Ha\Delta a_z Ea_z X - M_z^T Eb_z^T \Delta b_z^T Hb^T - Hb\Delta b_z Eb_z M_z < 0 \end{aligned}$$

En utilisant le lemme 1 (3.7), on obtient alors avec $\tau a_z > 0$ et $\tau b_z > 0$ (i.e. $\forall i \in \{1, \ldots, r\}$, $\tau a_i > 0$ et $\tau b_i > 0$) :

$$\begin{aligned} &XA_z^T + A_z X - M_z^T B_z^T - B_z M_z + 2\alpha X + \tau a_z^{-1} XEa_z^T \Delta a_z^T \Delta a_z Ea_z X \\ &\quad + \tau a_z HaHa^T + \tau b_z^{-1} M_z^T Eb_z^T \Delta b_z^T \Delta b_z Eb_z M_z + \tau b_z HbHb^T < 0 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Comme $\Delta a_z^T(t) \Delta a_z(t) \le I$ et $\Delta b_z^T(t) \Delta b_z(t) \le I$:

$$\begin{aligned} &XA_z^T + A_zX - M_z^TB_z^T - B_zM_z + 2\alpha X \\ &\qquad + \tau a_z^{-1}XEa_z^TEa_zX + \tau a_zHaHa^T + \tau b_z^{-1}M_z^TEb_z^TEb_zM_z + \tau b_zHbHb^T < 0 \end{aligned} \tag{3.39}$$

En utilisant le complément de Schur pour les termes : $XEa_z^TEa_zX$ et $M_z^TEb_z^TEb_zM_z$, la propriété (3.9) pour les termes τa_zHaHa^T et τb_zHbHb^T et la propriété (3.10), on obtient l'expression $\Upsilon_{zz} < 0$, avec :

$$\Upsilon_{zz} = \begin{bmatrix} Y_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ -\Phi a_z^T + \Psi a_z^T Ha^T & \tau a_zI - \Psi a_z - \Psi a_z^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Ea_zX & 0 & -\tau a_zI & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi b_z^T + \Psi b_z^T Hb^T & 0 & 0 & \tau b_zI - \Psi b_z - \Psi b_z^T & 0 & 0 \\ Eb_zM_z & 0 & 0 & 0 & -\tau b_zI & 0 \\ X - \Phi_z^T + \Psi_z^T A_z^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Psi_z - \Psi_z^T \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

On peut retrouver l'expression (3.39) à partir de (3.40) en utilisant la congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & Ha & \tau a_z^{-1}XEa_z^T & Hb & \tau b_z^{-1}M_z^TEb_z^T & A_z \end{bmatrix}$. De façon évidente cette expression est vérifiée si :

$$\sum_{i=1}^{r} h_i^2(z)\Upsilon_{ii} + \sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i(z)h_j(z)\left(\Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji}\right) < 0 \tag{3.41}$$

Avec les inégalités **(2.26)** et **(2.27)** il vient :

$$\sum_{i=1}^{r} h_i^2(z)Q_{ii} + 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i(z)h_j(z)Q_{ij} = \Xi(z) > 0 \tag{3.42}$$

Exemple 3 (suite) : Avec $a = 1$, en appliquant les conditions du théorème 3.4 au modèle à 2 règles avec incertitudes issu de (3.32), une solution en commande avec un taux de décroissance de la fonction de Lyapunov est obtenu jusqu'à : $\alpha_{a=1} = 2,36$, à comparer avec $\alpha_{a=1} = 4,56$ pour le modèle exact à 8 règles. Dans ce cas, les trajectoires des variables d'état, en partant des mêmes conditions initiales que précédemment, figure 1, sont données ainsi que les équipotentielles de la fonction de Lyapunov associée sachant que dans ce cas : $P = \begin{bmatrix} 1,1531 & -0,1412 \\ -0,1412 & 2,4493 \end{bmatrix}$.

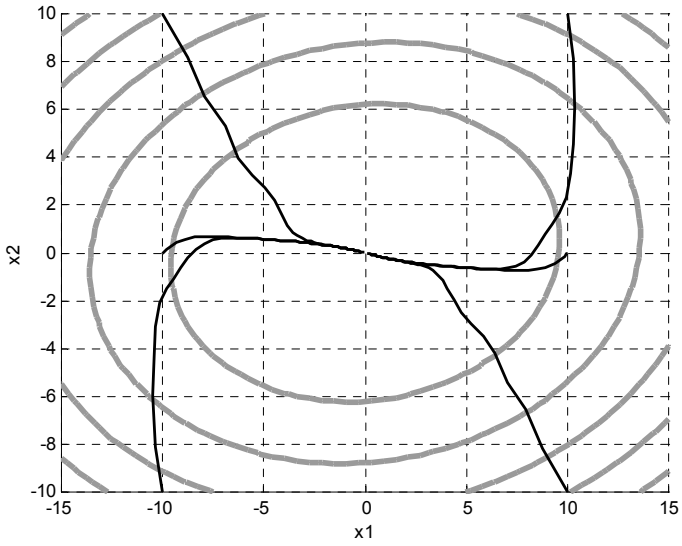

Figure 38 : équipotentielles de Lyapunov et trajectoires dans l'espace d'état

De la même manière, avec $a = 0$, on obtient $\alpha_{a=0} = 4,02$ à comparer avec $\alpha_{a=0} = 8,11$.

Dans le cas particulier où il n'y a pas d'incertitude sur les entrées, c'est à dire $\forall i \in \{1,\ldots,r\}$, $\Delta B_i = 0$. Soit :

$$Y_{ij} = \Phi_j A_i^T + A_i \Phi_j^T - M_j^T B_i^T - B_i M_j + 2\alpha X + Ha\Phi a_i^T + \Phi a_i Ha^T \tag{3.43}$$

$$\Upsilon_{ij} = \begin{bmatrix} Y_{ij} & (*) & (*) & (*) & (*) \\ -\Phi a_i^T + \Psi a_i^T Ha^T & \tau a_i I - \Psi a_i - \Psi a_i^T & 0 & 0 & 0 \\ Ea_i X & 0 & -\tau a_i I & 0 & 0 \\ X - \Phi_j^T + \Psi_j^T A_i^T & 0 & 0 & -\Psi_j - \Psi_j^T & 0 \\ -X + \mathrm{K} + \Omega^T M_j^T B_i^T & 0 & 0 & 0 & -\mathrm{K}\Omega - \Omega^T \mathrm{K}^T \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

alors le théorème suivant peut être énoncé :

Théorème 3.5 : *Soit le modèle TS incertain* (3.29) *avec* $\Delta B_z = 0$ *et la loi PDC* ***(2.22)****. La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe des matrices* $X > 0$, K, Ω, M_i, Φ_i, Φa_i, Ψ_i, Ψa_i, $Q_{ii} > 0$, $Q_{ij} = Q_{ij}^T$, *et des scalaires* $\tau a_i > 0$, $\tau b_i > 0$, $i, j \in \{1,\ldots,r\}$, $i < j$ *telles que* ***(2.26)****,* ***(2.27)*** *et* ***(2.28)*** *soient vérifiées avec les* Υ_{ij} *définis en* (3.44). *Les gains de retour d'état sont donnés par :* $F_i = M_i K^{-1}$.

Preuve : On considère la fonction de Lyapunov (3.6). Les calculs sont les mêmes que dans la preuve précédente jusqu'à l'expression (3.39) qui devient :

$$XA_z^T + A_zX - M_z^TB_z^T - B_zM_z + 2\alpha X + \tau a_z^{-1}XEa_z^TEa_zX + \tau a_zHaHa^T < 0 \tag{3.45}$$

En posant : $\Omega_{zz} = 2\alpha X + \tau a_z^{-1}XEa_z^TEa_zX + \tau a_zHaHa^T - B_zF_z\mathrm{K}_z^T - \mathrm{K}_zF_z^TB_z^T$,

$$\begin{bmatrix} \Phi_zA_z^T + A_z\Phi_z^T + \Omega_{zz} & (*) & (*) \\ X - \Phi_z^T + \Psi_z^TA_z^T & -\Psi_z - \Psi_z^T & 0 \\ -X + \mathrm{K}_z^T + \delta_z^TF_z^TB_z^T & 0 & -\delta_z - \delta_z^T \end{bmatrix} < 0 \tag{3.46}$$

et (3.46) implique (3.45) par congruence avec : $\begin{bmatrix} I & A_z & B_zF_z \end{bmatrix}$.

On voit apparaître les termes $F_z\mathrm{K}_z^T$ et $F_z\delta_z$ utilisant le même F_z. Le changement de variables choisi est réalisé avec : $\mathrm{K}_z^T = \delta_z\Omega^{-1} = \mathrm{K}$ et $M_z = F_z\mathrm{K}$. Notons que $\mathrm{K}_z^T = \delta_z$ n'est pas possible car δ_z doit pouvoir être rendu aussi petit que l'on veut, cf. remarque 1.

En utilisant en plus sur (3.46) le complément de Schur pour $XEa_z^TEa_zX$ et la propriété (3.9) pour le terme τa_zHaHa^T, on obtient :

$$\begin{bmatrix} Y_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) \\ -\Phi a_z^T + \Psi a_z^THa^T & \tau a_zI - \Psi a_z - \Psi a_z^T & 0 & 0 & 0 \\ Ea_zX & 0 & -\tau a_zI & 0 & 0 \\ X - \Phi_z^T + \Psi_z^TA_z^T & 0 & 0 & -\Psi_z - \Psi_z^T & 0 \\ -X + \mathrm{K} + \Omega^TM_z^TB_z^T & 0 & 0 & 0 & -\mathrm{K}\Omega - \Omega^T\mathrm{K}^T \end{bmatrix} < 0. \tag{3.47}$$

(3.45) est obtenu à partir de (3.47) en utilisant la congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & Ha & \tau a_z^{-1}XEa_z^T & A_z & B_zF_z \end{bmatrix}$. □

Notons que le problème obtenu est LMI pour un Ω fixé. Dans le cas contraire, il est BMI dû au produit des variables $\mathrm{K}\Omega$ et $M_z\Omega$. Une solution consiste à utiliser une relaxation avec deux problèmes LMI résolus de façon séquentielle comme dans /Guerra et al., 2003b/. Avec $\forall i \in \{1,\ldots,r\}$:

$$-Q_{ii} < \lambda I \tag{3.48}$$

$$-\begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} & \cdots & Q_{1r} \\ Q_{12} & Q_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & Q_{(r-1)r} \\ Q_{1r} & \cdots & Q_{(r-1)r} & Q_r \end{bmatrix} < \lambda I \tag{3.49}$$

On définit alors les deux problèmes de valeurs propres généralisées /Boyd et al., 1994/ suivants :

- Problème *LMI1* : Ω est fixé, $\Sigma_{LMI1}\left(X, K, \Phi_i, \Phi a_i, \Psi_i, \Psi a_i, M_i, Q_{ij}\right)$.

  min λ_{LMI1}

  $X > 0$, $Q_{ii} > 0$, (2.26), (2.27), (2.28), (3.48) et (3.49).

- Problème *LMI2* : K et M_i sont fixés, $\Sigma_{LMI2}\left(X, \Omega, \Phi_i, \Phi a_i, \Psi_i, \Psi a_i, Q_{ij}\right)$.

  min λ_{LMI2}

  $X > 0$, $Q_{ii} > 0$, (2.26), (2.27), (2.28), (3.48) et (3.49).

L'algorithme est alors le suivant :

1. Initialiser $\Omega = \varepsilon^2 I$ avec ε petit
2. Exécuter Σ_{LMI1}, si $\lambda_{LMI1} < 0$ arrêter (une solution est obtenue) sinon, garder les valeurs de K et M_i et aller à l'étape 3.
3. Exécuter Σ_{LMI2}, si $\lambda_{LMI2} < 0$ arrêter (une solution est obtenue) sinon, garder la valeur de Ω et retourner à l'étape 2.

L'algorithme est également arrêté si λ_{LMI1} et λ_{LMI2} ne décroissent pas assez entre deux essais.

Le problème de la robustesse en commande vient d'être exposé et des exemples donnés dans le cas de la réduction de règles. Une approche complète doit prendre en compte également la présence d'un observateur.

4.3) Commande avec observateur

Rappelons quelques résultats obtenus avec des commandes utilisant un observateur flou de type TS. Comme il a été dit dans le chapitre 2 et rappelé en annexe 1, dans un cas sans incertitude, lorsque les variables de prémisses sont supposées mesurables il existe un principe de séparation /Ma et al. 1998/ /Yoneyama et al. 2000/. Dans le cas contraire, l'apparition de triples sommes, i.e. $h_i\left(z(t)\right)h_j\left(z(t)\right)h_k\left(\hat{z}(t)\right)$, dans le modèle complet avec observateur, ne permet pas d'aboutir à des résultats exploitables. De telles conditions existent et sont données dans /Tanaka et al. 1998/ /Blanco 2001/ /Yoneyama et al. 2000/ mais, non seulement elles ne permettent pas de conclure sur un principe de séparation, mais en plus elles ne se mettent pas sous forme de problème LMI. Il semble même qu'un problème BMI que l'on puisse résoudre à la manière du cas précédent apparaît comme difficile et de toute manière très conservatif.

L'idée présentée précédemment apparaît alors intéressante de ce point de vue. Il s'agit de considérer que les non linéarités intervenant sur des termes non mesurés, i.e. $\hat{z}(t)$, sont pris en compte « comme » des incertitudes. On se retrouve donc à « mi-chemin » entre un principe de séparation et un problème qui semble difficile à résoudre. Notons qu'une approche similaire a été proposée par /Tong et al. 2002/ dans le cas d'incertitudes bornées mais avec des conditions BMI qui relâchées, semblent très conservatives et une autre dans le cas linéaire avec des incertitudes sur la matrice d'état seulement, i.e. $\Delta B = 0$ et $\Delta C = 0$

L'observateur flou utilisé sur le modèle incertain (3.29) est exprimé par la représentation floue TS de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_z\hat{x}(t) + B_z u(t) + K_z\left(y(t) - \hat{y}(t)\right) \\ \hat{y}(t) = C_z\hat{x}(t) \end{cases} \tag{3.50}$$

Les variables de prémisses sont supposées mesurables. En introduisant la dynamique de l'erreur de prédiction $\tilde{x} = x - \hat{x}$ et la loi de commande, alors la dynamique globale du système avec observateur est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_z + \Delta A_z - \left(B_z + \Delta B_z\right)F_z & \left(B_z + \Delta B_z\right)F_z \\ \Delta A_z + K_z\Delta C_z - \Delta B_z F_z & A_z - K_z C_z + \Delta B_z F_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{x}(t) \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

Les incertitudes sont décrites de la même façon que précédemment (3.30).

Théorème 3.6 : *Soient le modèle TS incertain* (3.29)*, la loi PDC* **(2.22)** *et l'observateur flou* (3.50)*. La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe des matrices* $P_c > 0$, F_i, $P_o > 0$, K_i *et des scalaires* $\varepsilon a_i > 0$, $\varepsilon b_i > 0$, $\varepsilon c_i > 0$, $\mu_i > 0$ *et* $\delta > 0$, $i \in \{1,\ldots,r\}$ *tels que :*

$$\begin{aligned}\left(A_z^T - F_z^T B_z^T\right)P_c + P_c\left(A_z - B_z F_z\right) + P_c\left(\frac{1}{\varepsilon a_z}HaHa^T + \frac{1}{\varepsilon b_z}HbHb^T + \frac{1}{\mu_z}I\right)P_c \\ +2\varepsilon a_z Ea_z^T Ea_z + \varepsilon b_z\left(1+\frac{1}{\delta}\right)F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z + \varepsilon c_z Ec_z^T Ec_z < 0\end{aligned} \tag{3.52}$$

$$\begin{aligned}\left(A_z^T - C_z^T K_z^T\right)P_o + P_o\left(A_z - K_z C_z\right) + F_z^T\left(\varepsilon b_z\left(1+\delta\right)Eb_z^T Eb_z + \mu_z B_z^T B_z\right)F_z \\ +P_o\left(\frac{1}{\varepsilon a_z}HaHa^T + \frac{1}{\varepsilon b_z}HbHb^T + \frac{1}{\varepsilon c_z}K_z HcHc^T K_z^T\right)P_o < 0\end{aligned} \tag{3.53}$$

Preuve : Le système complet (3.51) est réécrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{\tilde{x}}(t)\end{bmatrix} = \left(\overline{A}_{zz} + \overline{\Delta}_{zz}\right)\begin{bmatrix}x(t)\\ \tilde{x}(t)\end{bmatrix} \tag{3.54}$$

où $\overline{A}_{zz} = \begin{bmatrix}A_z - B_z F_z & B_z F_z\\ 0 & A_z - K_z C_z\end{bmatrix}$ et $\overline{\Delta}_{zz} = \begin{bmatrix}\Delta A_z - \Delta B_z F_z & \Delta B_z F_z\\ \Delta A_z + K_z \Delta C_z - \Delta B_z F_z & \Delta B_z F_z\end{bmatrix}$. $\overline{\Delta}_{zz}$ peut s'écrire :

$$\overline{\Delta}_{zz} = \begin{bmatrix}\Delta A_z & 0\\ \Delta A_z & 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta B_z\\ \Delta B_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-F_z & F_z\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ -K_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta C_z & 0\end{bmatrix} \tag{3.55}$$

Soit la fonction de Lyapunov $V\left(X\right) = X^T \overline{P} X$, avec $\overline{P} = \overline{P}^T > 0$ et $X\left(t\right) = \begin{bmatrix}x(t)\\ \tilde{x}(t)\end{bmatrix}$ alors :

$$\dot{V}\left(X\right) = X^T \left\{\begin{aligned}&\overline{A}_z^T \overline{P} + \overline{P}\overline{A}_z + \begin{bmatrix}\Delta A_z^T & \Delta A_z^T\\ 0 & 0\end{bmatrix}\overline{P} + \overline{P}\begin{bmatrix}\Delta A_z & 0\\ \Delta A_z & 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-F_z^T\\ F_z^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta B_z^T & \Delta B_z^T\end{bmatrix}\overline{P}\\ &+\overline{P}\begin{bmatrix}\Delta B_z\\ \Delta B_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-F_z & F_z\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta C_z^T\\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & -K_z^T\end{bmatrix}\overline{P} + \overline{P}\begin{bmatrix}0\\ -K_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta C_z & 0\end{bmatrix}\end{aligned}\right\} X \tag{3.56}$$

$$\dot{V} = X^T \left\{ \begin{array}{l} \overline{A}_z^T \overline{P} + \overline{PA}_z \\ + \begin{bmatrix} Ea_z^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_z^T & \Delta a_z^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ha^T & 0 \\ 0 & Ha^T \end{bmatrix} \overline{P} + \overline{P} \begin{bmatrix} Ha & 0 \\ 0 & Ha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_z & 0 \\ \Delta a_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ea_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} -F_z^T Eb_z^T \\ F_z^T Eb_z^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b_z^T & \Delta b_z^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Hb^T & 0 \\ 0 & Hb^T \end{bmatrix} \overline{P} + \overline{P} \begin{bmatrix} Hb & 0 \\ 0 & Hb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b_z \\ \Delta b_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Eb_z F_z & Eb_z F_z \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} Ec_z^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_z^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -Hc^T K_z^T \end{bmatrix} \overline{P} + \overline{P} \begin{bmatrix} 0 \\ -K_z Hc \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ec_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right\} X$$

$$= X^T \left\{ \overline{A}_z^T \overline{P} + \overline{PA}_z + Maj(\Delta A) + Maj(\Delta B) + Maj(\Delta C) \right\} X \tag{3.57}$$

Avec :

$$Maj(\Delta A) = \begin{bmatrix} Ea_z^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_z^T & \Delta a_z^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ha^T & 0 \\ 0 & Ha^T \end{bmatrix} \overline{P} + \overline{P} \begin{bmatrix} Ha & 0 \\ 0 & Ha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_z & 0 \\ \Delta a_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ea_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Maj(\Delta B) = \begin{bmatrix} -F_z^T Eb_z^T \\ F_z^T Eb_z^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b_z^T & \Delta b_z^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Hb^T & 0 \\ 0 & Hb^T \end{bmatrix} \overline{P} + \overline{P} \begin{bmatrix} Hb & 0 \\ 0 & Hb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b_z \\ \Delta b_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Eb_z F_z & Eb_z F_z \end{bmatrix}$$

$$Maj(\Delta C) = \begin{bmatrix} Ec_z^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_z^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -Hc^T K_z^T \end{bmatrix} \overline{P} + \overline{P} \begin{bmatrix} 0 \\ -K_z Hc \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ec_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En utilisant le lemme 1 (3.7), avec $\varepsilon a_z > 0$, $\varepsilon b_z > 0$ et $\varepsilon c_z > 0$ on obtient :

$$Maj(\Delta A) \le \varepsilon a_z \begin{bmatrix} 2Ea_z^T \Delta a_z^T \Delta a_z Ea_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon a_z} \overline{P} \begin{bmatrix} HaHa^T & 0 \\ 0 & HaHa^T \end{bmatrix} \overline{P}$$

$$Maj(\Delta B) \le \varepsilon b_z \begin{bmatrix} -F_z^T Eb_z^T \\ F_z^T Eb_z^T \end{bmatrix} \Delta b_z^T \Delta b_z \begin{bmatrix} -Eb_z F_z & Eb_z F_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon b_z} \overline{P} \begin{bmatrix} HbHb^T & 0 \\ 0 & HbHb^T \end{bmatrix} \overline{P}$$

$$Maj(\Delta C) \le \varepsilon c_z \begin{bmatrix} Ec_z^T \Delta c_z^T \Delta c_z Ec_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon c_z} \overline{P} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_z HcHc^T K_z^T \end{bmatrix} \overline{P}$$

alors $\dot{V}(X) < 0$ si :

$$\begin{aligned} & \overline{A}_z^T \overline{P} + \overline{PA}_z + \varepsilon a_z \begin{bmatrix} 2Ea_z^T Ea_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon a_z} \overline{P} \begin{bmatrix} HaHa^T & 0 \\ 0 & HaHa^T \end{bmatrix} \overline{P} \\ & + \varepsilon b_z \begin{bmatrix} F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z & -F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z \\ -F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z & F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon b_z} \overline{P} \begin{bmatrix} HbHb^T & 0 \\ 0 & HbHb^T \end{bmatrix} \overline{P} \\ & + \varepsilon c_z \begin{bmatrix} Ec_z^T Ec_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon c_z} \overline{P} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_z HcHc^T K_z^T \end{bmatrix} \overline{P} < 0 \end{aligned} \tag{3.58}$$

En posant $\overline{P} = \begin{bmatrix} P_c & 0 \\ 0 & P_o \end{bmatrix}$, on obtient, $\dot{V}(X) < 0$ si :

$$\begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Pi_{11} & (*) \\ F_z^T B_z^T P_c - \varepsilon b_z F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z & \Pi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} < 0 \tag{3.59}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= \left(A_z^T - F_z^T B_z^T\right) P_c + P_c \left(A_z - B_z F_z\right) \\ &+ 2\varepsilon a_z Ea_z^T Ea_z + \varepsilon b_z F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z + \varepsilon c_z Ec_z^T Ec_z + P_c \left(\frac{1}{\varepsilon a_z} HaHa^T + \frac{1}{\varepsilon b_z} HbHb^T \right) P_c \end{aligned} \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{22} &= \left(A_z^T - C_z^T K_z^T\right) P_o + P_o \left(A_z - K_z C_z\right) + \varepsilon b_z F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z \\ &+ P_o \left(\frac{1}{\varepsilon a_z} HaHa^T + \frac{1}{\varepsilon b_z} HbHb^T + \frac{1}{\varepsilon c_z} K_z HcHc^T K_z^T \right) P_o \end{aligned} \tag{3.61}$$

(3.59) est donc vérifiée si :

$$\begin{aligned} & x^T(t)\Pi_{11}x(t) + \tilde{x}^T(t)\Pi_{22}\tilde{x}(t) + \tilde{x}^T(t)F_z^T B_z^T P_c x(t) + x^T(t)P_c B_z F_z \tilde{x}(t) \\ & \quad -\varepsilon b_z \left(\tilde{x}^T(t) F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z x(t) + x^T(t) F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z \tilde{x}(t) \right) < 0 \end{aligned} \tag{3.62}$$

En utilisant le lemme 1 équation (3.7), avec $\mu_z > 0$, et $\delta > 0$, alors l'inégalité (3.62) est vérifiée si :

$$x^T(t)\left(\Pi_{11} + \frac{1}{\mu_z} P_c^2 + \frac{1}{\delta} \varepsilon b_z F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z \right) x(t) < 0 \tag{3.63}$$

$$\tilde{x}^T(t)\left(\Pi_{22} + \mu_z F_z^T B_z^T B_z F_z + \delta \cdot \varepsilon b_z F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z \right) \tilde{x}(t) < 0 \tag{3.64}$$

Ce qui correspond aux conditions du théorème 3.6, (3.52) et (3.53). □

Remarque 3 : Notons que dans ces conditions n'apparaît pas le taux de décroissance associé à la fonction de Lyapunov quadratique. Son introduction sur la partie commande se fait en rajoutant dans le terme de gauche de la condition (3.52) la quantité $2\alpha P_c$.

Les conditions obtenues ne sont pas LMI et leur traitement pour proposer une solution est donné dans le paragraphe suivant.

4.3.1) Algorithme de résolution

(a) Traitement de l'inégalité (3.52)

Elle s'écrit :

$$\begin{aligned}&\left(A_z^T - F_z^T B_z^T\right)P_c + P_c\left(A_z - B_z F_z\right) + P_c\left(\frac{1}{\varepsilon a_z}HaHa^T + \frac{1}{\varepsilon b_z}HbHb^T + \frac{1}{\mu_z}I\right)P_c \\ &\quad + 2\varepsilon a_z Ea_z^T Ea_z + \varepsilon b_z\left(1+\frac{1}{\delta}\right)F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z + \varepsilon c_z Ec_z^T Ec_z < 0\end{aligned} \tag{3.65}$$

Trois traitements différents de (3.65) sont présentés (l'explication sera donnée dans la suite) en fonction des transformations matricielles utilisées. Le premier correspond à un problème de faisabilité, il sera noté $LMIFc(\nu)$, avec ν les variables à rechercher. Les deux autres $LMIc1(\nu)$ et $LMIc2(\nu)$ seront utiles pour la partie commande + observateur.

- $LMIFc(\nu)$

Après congruence par $X_c = P_c^{-1}$ et en utilisant le changement de variables bijectif : $M_i = F_i P_c^{-1}$, $i \in \{1,\ldots,r\}$:

$$\begin{aligned}&X_c A_z^T + A_z X_c - M_z^T B_z^T - B_z M_z + \frac{1}{\varepsilon a_z}HaHa^T + \frac{1}{\varepsilon b_z}HbHb^T + \frac{1}{\mu_z}I \\ &\quad + 2\varepsilon a_z X_c Ea_z^T Ea_z X_c + \varepsilon c_z X_c Ec_z^T Ec_z X_c + \varepsilon b_z\left(1+\frac{1}{\delta}\right)M_z^T Eb_z^T Eb_z M_z < 0\end{aligned} \tag{3.66}$$

On pose :

$$YFc_{ij} = \Phi_j A_i^T + A_i \Phi_j^T - M_j^T B_i^T - B_i M_j + Ha\Phi a_i^T + \Phi a_i Ha^T + Hb\Phi b_i^T + \Phi b_i Hb^T + \frac{1}{\mu_j}I \tag{3.67}$$

En utilisant les transformations suivantes : le complément de Schur sur les termes $X_c Ea_z^T Ea_z X_c$, $X_c Ec_z^T Ec_z X_c$ et $M_z^T Eb_z^T Eb_z M_z$, la propriété (3.9) sur les termes $\frac{1}{\varepsilon a_z}HaHa^T$ et $\frac{1}{\varepsilon b_z}HbHb^T$ et la propriété (3.10), l'inégalité (3.66) est vérifiée si l'inégalité (3.68) l'est. On obtient l'inégalité (3.66) à l'aide de (3.68) en utilisant la congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & X_c Ea_z^T & X_c Ec_z^T & M_z^T Eb_z^T & Ha & Hb & A_z \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} YFc_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ Ea_zX_c & -\frac{\varepsilon a_z^{-1}}{2}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Ec_zX_c & 0 & -\varepsilon c_z^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Eb_zM_z & 0 & 0 & -\frac{\varepsilon b_z^{-1}\delta}{\delta+1}I & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi a_z^T+\Psi a_z^T Ha^T & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix}\varepsilon a_z^{-1}I- \\ \Psi a_z-\Psi a_z^T\end{pmatrix} & 0 & 0 \\ -\Phi b_z^T+\Psi b_z^T Hb^T & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix}\varepsilon b_z^{-1}I- \\ \Psi b_z-\Psi b_z^T\end{pmatrix} & 0 \\ X_c-\Phi_z^T+\Psi_z^T A_z^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Psi_z-\Psi_z^T \end{bmatrix} < 0 \tag{3.68}$$

On remarquera que le problème est LMI si on fixe la valeur de δ.

- $LMIc1(\nu)$

On réécrit (3.65) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} &A_z^T P_c + P_c A_z - F_z^T B_z^T P_c - P_c B_z F_z + \frac{1}{\varepsilon a_z} P_c HaHa^T P_c + \frac{1}{\varepsilon b_z} P_c HbHb^T P_c + \frac{1}{\mu_z} P_c^2 \\ &\quad + 2\varepsilon a_z Ea_z^T Ea_z + \varepsilon c_z Ec_z^T Ec_z + \varepsilon b_z \left(1+\frac{1}{\delta}\right) F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z < 0 \end{aligned} \tag{3.69}$$

On pose :

$$\begin{aligned} Yc1_{ij} &= A_i^T P_c + P_c A_i - \Phi_j^T P_c - P_c \Phi_j \\ &\quad + P_c Ha\Phi a_i^T + \Phi a_i Ha^T P_c + P_c Hb\Phi b_i^T + \Phi b_i Hb^T P_c + \frac{1}{\mu_j} P_c^2 \end{aligned} \tag{3.70}$$

(3.69) devient :

$$\begin{bmatrix} Yc1_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ Ea_z & -\frac{\varepsilon a_z^{-1}}{2}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Eb_zF_z & 0 & -\varepsilon b_z^{-1}\left(\frac{\delta}{\delta+1}\right)I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Ec_z & 0 & 0 & -\varepsilon c_z^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi a_z^T+\Psi a_z^T Ha^T P_c & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix}\varepsilon a_z^{-1}I- \\ \Psi a_z-\Psi a_z^T\end{pmatrix} & 0 & 0 \\ -\Phi b_z^T+\Psi b_z^T Hb^T P_c & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix}\varepsilon b_z^{-1}I- \\ \Psi b_z-\Psi b_z^T\end{pmatrix} & 0 \\ -B_zF_z+\Phi_z+\Psi_z^T P_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Psi_z-\Psi_z^T \end{bmatrix} < 0 \tag{3.71}$$

On a utilisé sur l'inégalité (3.69), le complément de Schur sur les termes $Ea_z^T Ea_z$, $Ec_z^T Ec_z$ et $F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z$, la propriété (3.9) sur les termes $\frac{1}{\varepsilon a_z} P_c HaHa^T P_c$ et $\frac{1}{\varepsilon b_z} P_c HbHb^T P_c$ et la propriété (3.10). (3.69) s'obtient alors à partir de (3.71) en utilisant la congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & Ea_z^T & F_z^T Eb_z^T & Ec_z^T & P_c Ha & P_c Hb & P_c \end{bmatrix}$. Le problème $LMIc1(\nu)$ est donc LMI si P_c et la valeur de δ sont fixés.

- $LMIc2(\nu)$

On garde l'écriture de (3.65) sous la forme (3.69). On pose :

$$Yc2_{ij} = \left(A_i^T - F_j^T B_i^T\right) P_c + P_c \left(A_i - B_i F_j\right) + Ea_i^T \Phi a_j^T + \Phi a_j Ea_i + Ec_i^T \Phi c_i^T + \Phi c_j Ec_i \tag{3.72}$$

On utilise alors sur l'inégalité (3.69) le complément de Schur sur les termes $\frac{1}{\varepsilon a_z} P_c HaHa^T P_c$, $\frac{1}{\varepsilon b_z} P_c HbHb^T P_c$ et $\frac{1}{\mu_z} P_c^2$ et $F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z$ et la propriété (3.9) sur les termes $Ea_z^T Ea_z$, $Ec_z^T Ec_z$. (3.69) s'obtient à partir de (3.73) en utilisant la congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & P_c Ha & P_c Hb & P_c & \varepsilon b_z F_z^T Eb_z^T & Ea_z^T & Ec_z^T \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} Yc2_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ Ha^T P_c & -\varepsilon a_z I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Hb^T P_c & 0 & -\varepsilon b_z I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_c & 0 & 0 & -\mu_z I & 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon b_z Eb_z F_z & 0 & 0 & 0 & \frac{-\varepsilon b_z \delta}{\delta + 1} I & 0 & 0 \\ -\Phi a_z^T + \Psi a_z^T Ea_z & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} 2\varepsilon a_z I - \\ \Psi a_z - \Psi a_z^T \end{pmatrix} & 0 \\ -\Phi c_z^T + \Psi c_z^T Ec_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon c_z I - \Psi c_z - \Psi c_z^T \end{bmatrix} < 0 \tag{3.73}$$

Le problème $LMIc2(\nu)$ est donc LMI si les F_i et la valeur de δ sont fixés.

(b) Traitement de l'équation (3.53)

Elle s'écrit avec le changement de variables $N_i = P_o K_i$, $i \in \{1,\ldots,r\}$:

$$\begin{aligned} & A_z^T P_o + P_o A_z - C_z^T N_z^T - N_z C_z + \frac{1}{\varepsilon a_z} P_o HaHa^T P_o + \frac{1}{\varepsilon b_z} P_o HbHb^T P_o + \frac{1}{\varepsilon c_z} N_z HcHc^T N_z^T \\ & \quad + \varepsilon b_z \left(1+\delta\right) F_z^T Eb_z^T Eb_z F_z + \mu_z F_z^T B_z^T B_z F_z < 0 \end{aligned} \tag{3.74}$$

Si on veut résoudre les conditions (3.74) en même temps que les conditions (3.68) (problème de faisabilité) le problème complet ne se met pas sous forme LMI. Effectivement, (3.68) est sous forme LMI, et dans (3.74) tous les termes peuvent être également traités pour une mise sous forme LMI. Cependant, si l'on cherche une mise sous forme LMI commune, les deux derniers termes de (3.74) impliquent la recherche des F_i, alors que pour le problème (3.68) il s'agit de rechercher les $M_i = F_i P_c^{-1}$. Une manière de proposer une solution à ce problème est de réaliser un algorithme séquentiel de résolution comme celui présenté dans le cas du théorème 3.5. Deux cas sont envisageables :

- résoudre le problème de faisabilité $LMIFc(\nu)$ issu de (3.68), fixer X_c et résoudre le problème $LMIc1(\nu)$ issu de (3.71) et le problème $LMIo1(\nu)$ issu de (3.74) et présenté dans la suite.
- résoudre le problème de faisabilité $LMIFc(\nu)$ issu de (3.68), fixer les F_i et résoudre le problème $LMIc2(\nu)$ issu de (3.73) LMI issues de (3.66) et le problème $LMIo2(\nu)$ issu de (3.74) et présenté dans la suite.

Deux traitements différents de (3.74) sont donc effectués en fonction des transformations matricielles utilisées.

- $LMIo1(\nu)$

$LMIo1(\nu)$ étant « relié » à $LMIc1(\nu)$, on suppose X_c (donc P_c) fixé et on recherche les gains F_i. On pose :

$$Yo1_{ij} = A_i^T \Phi o_j^T + \Phi o_j A_i - C_i^T N_j^T - N_j C_i \tag{3.75}$$

On utilise alors sur l'inégalité (3.74) le complément de Schur sur les 5 derniers termes et la propriété (3.10). On retrouve (3.74) à partir de (3.76) par congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & \varepsilon a_z^{-1} P_o Ha & \varepsilon b_z^{-1} P_o Hb & \varepsilon c_z^{-1} N_z Hc & F_z^T Eb_z^T & F_z^T B_z^T & A_z^T \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} Yo1_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ \varepsilon a_z^{-1} Ha^T P_o & -\varepsilon a_z^{-1} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon b_z^{-1} Hb^T P_o & 0 & -\varepsilon b_z^{-1} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon c_z^{-1} Hc^T N_z^T & 0 & 0 & -\varepsilon c_z^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ Eb_z F_z & 0 & 0 & 0 & \dfrac{-\varepsilon b_z^{-1}}{1+\delta} I & 0 & 0 \\ B_z F_z & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_z^{-1} I & 0 \\ P_o - \Phi_z^T + \Psi_z^T A_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Psi_z - \Psi_z^T \end{bmatrix} < 0 \tag{3.76}$$

Le problème $LMIo1(\nu)$ est donc LMI si les valeurs de δ, εa_i, εb_i, εc_i sont fixées.

- $LMIo2(\nu)$

$LMIo2(\nu)$ étant « relié » à $LMIc2(\nu)$, on suppose les gains F_i fixés et on recherche la matrice P_c. On pose :

$$Yo2_{ij} = A_i^T \Phi o_j^T + \Phi o_j A_i - C_i^T N_j^T - N_j C_i + F_j^T Eb_i^T \Phi b^T + F_j^T B_i^T \Phi f^T \tag{3.77}$$

On utilise alors sur l'inégalité (3.74) le complément de Schur sur les termes $P_o HaHa^T P$, $P_o HbHb^T P_o$ et $N_z HcHc^T N_z^T$, la propriété (3.9) sur les deux derniers termes et la propriété (3.10). On retrouve (3.74) à partir de (3.78) par congruence avec la matrice de rang plein en ligne : $\begin{bmatrix} I & P_o Ha & P_o Hb & N_z Hc & F_z^T Eb_z^T & F_z^T B_z^T & A_z^T \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} Yo2_{zz} & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ Ha^T P_o & -\varepsilon a_z I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Hb^T P_o & 0 & -\varepsilon b_z I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Hc^T N_z^T & 0 & 0 & -\varepsilon c_z I & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi b^T + \Psi b^T Eb_z F_z & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} \varepsilon b_z (1+\delta) I \\ -\Psi b - \Psi b^T \end{pmatrix} & 0 & 0 \\ -\Phi f^T + \Psi f^T B_z F_z & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_z I - \Psi f - \Psi f^T & 0 \\ P_o - \Phi o_z^T + \Psi o_z^T A_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Psi o_z - \Psi o_z^T \end{bmatrix} < 0$$

(3.78)

Le problème $LMIo2(\nu)$ est donc LMI si les F_i et la valeur de δ sont fixés.

(c) *Algorithme*

Les cinq problèmes LMI qui viennent d'être définis $i, j \in \{1,\ldots,r\}$ et $i < j$ sont rappelés. On notera que l'on conserve la relaxation correspondant aux conditions (2.26), (2.27) et (2.28) .

$$LMIFc(\nu_{Fc}), \qquad \nu_{Fc} = \{X_c, M_i, \Phi_i, \Phi a_i, \Phi b_i, \Psi_i, \Psi a_i, \Psi b_i, \varepsilon a_i^{-1}, \varepsilon b_i^{-1}, \varepsilon c_i^{-1}, \mu_i^{-1}, Q_{ij}\}$$

$$LMIc1(\nu_{c1}), \qquad \nu_{c1} = \{F_i, \Phi_i, \Phi a_i, \Phi b_i, \Psi_i, \Psi a_i, \Psi b_i, \varepsilon a_i^{-1}, \varepsilon b_i^{-1}, \varepsilon c_i^{-1}, \mu_i^{-1}, Q_{ij}\}$$

$$LMIc2(\nu_{c2}), \qquad \nu_{c2} = \{P_c, \Phi a_i, \Phi b_i, \Phi c_i, \Psi a_i, \Psi b_i, \Psi c_i, \varepsilon a_i, \varepsilon b_i, \varepsilon c_i, \mu_i, Q_{ij}\}$$

$$LMIo1(\nu_{o1}), \qquad \nu_{o1} = \{P_o, F_i, N_i, \Phi o_i, \Psi o_i, \mu_i^{-1}, Q_{ij}\}$$

$$LMIo2(\nu_{o2}), \qquad \nu_{o2} = \{P_o, N_i, \Phi o_i, \Phi b, \Phi f, \Psi o_i, \Psi b, \Psi f, \varepsilon a_i, \varepsilon b_i, \varepsilon c_i, \mu_i, Q_{ij}\}$$

La recherche d'une solution s'effectue alors de la manière suivante :

i. Problème de faisabilité : $LMIFc(\nu_{Fc})$. Si le problème n'a pas de solution, relâcher les bornes sur les incertitudes, sinon passer à (ii).

ii. Traiter les deux problèmes suivants :

Garder P_c, εa_i, εb_i et εc_i obtenus à partir de (i) : tester $LMIc1(\nu)$ et $LMIo1(\nu)$ avec $\nu = \nu_{c1} \cup \nu_{o1} - \{\varepsilon a_i^{-1}, \varepsilon b_i^{-1}, \varepsilon c_i^{-1}\}$.

Garder F_i obtenus à partir de (i) : tester $LMIc2(\nu)$ et $LMIo2(\nu)$ avec $\nu = \nu_{c2} \cup \nu_{o2}$.

4.3.2) Application à l'exemple 3

Exemple 3 (suite) : Avec $a = 1$, i.e. il y a des incertitudes sur les matrices de commande $\Delta B_i \neq 0$, l'algorithme trouve des solutions. Un exemple est donné pour un taux de décroissance de $0,2$. Dans ce cas, les trajectoires des variables d'état en partant des mêmes conditions initiales que précédemment, figures 37 et 38, sont données ainsi que les équipotentielles de la fonction de Lyapunov associée sachant que dans ce cas :

$$P_c = \begin{bmatrix} 0,1257 & 0,0123 \\ 0,0123 & 0,2264 \end{bmatrix}, \; P_o = \begin{bmatrix} 20,2868 & 0,0008 \\ 0,0008 & 0,1509 \end{bmatrix}.$$

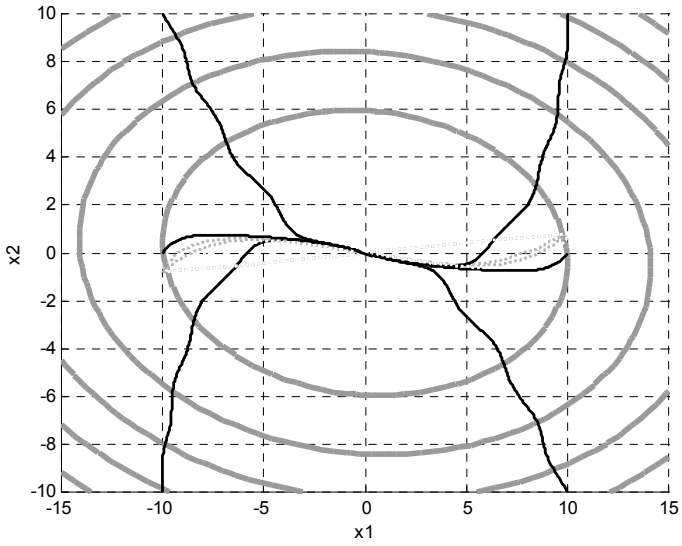

Figure 39 : équipotentielles de Lyapunov et trajectoires dans l'espace d'état

La figure 40 donne les courbes des états et des états estimés dans le cas où les conditions initiales sont : $x(0)^T = [1 \quad 1]$ et $\hat{x}(0)^T = [0 \quad 0]$. On peut noter que la convergence de l'erreur sur x_2 est lente, mais ceci est dû aux gains de l'observateur qui sont donnés par : $K_1 = [738 \quad 61,7]$ et $K_2 = [738 \quad -73,9]$.

On peut très bien les améliorer en les « équilibrant » mais le propos était ici simplement de montrer la faisabilité de l'approche.

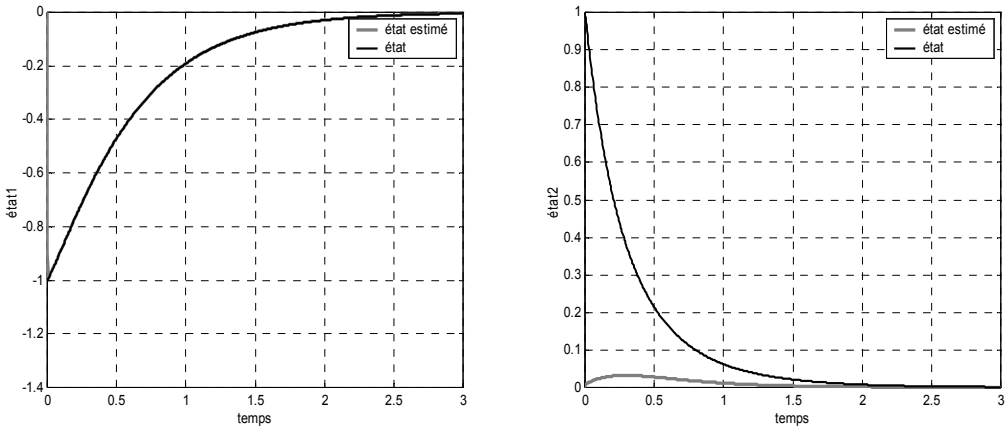

Figure 40 : représentation des états et de leurs estimés

5) Conclusion

Le chapitre a permis de présenter des résultats sur la stabilisation des modèles flous TS. Dans le contexte de commande sans observateur, ils améliorent ceux trouvés dans la littérature, que ce soit sur des modèles à retards sur l'état ou les modèles avec des incertitudes bornées. Les approches se sont principalement basées sur l'utilisation de nouvelles propriétés matricielles.

L'idée de réduire le nombre de règles en considérant les variables de prémisse non mesurées comme des incertitudes paramétriques permet de ne considérer que la famille des observateurs ayant des variables de prémisse mesurables. Dans ce contexte, il apparaît que des écritures de conditions de stabilisation avec observateurs sont possibles, même si on n'aboutit pas à un problème de type LMI.

Cette idée est reprise dans le chapitre suivant pour la commande en couple du moteur thermique.

Chapitre 4 : Applications au moteur à allumage commandé

1) Introduction

Ce chapitre présente l'application de lois de commande basées sur des outils du non linéaires à différentes parties d'un moteur à allumage commandé. Il s'agit principalement d'appliquer les aspects théoriques des chapitres précédents et de confronter les résultats avec d'autres lois de commande, par exemple de type modes glissants.

Plusieurs problèmes sont traités : le premier concerne la régulation de la richesse à partir de l'injection d'essence. Le second permet la reconstruction du couple instantané, et le dernier est consacré à la commande et à l'observation du couple moteur.

Dans le premier cas, les résultats obtenus sur les modèles TS à retard sont exploités et comparés à une commande à modes glissants d'ordre 1. Dans le deuxième cas, un observateur à modes glissants est utilisé, enfin c'est une partie de la robustesse des modèles TS décrite dans le chapitre 3 qui est exploitée.

2) Régulation de la richesse

L'approche considérée pour la commande de l'essence prend en compte le modèle classique de la dynamique de l'essence présenté chapitre 1 et rappelé dans la suite. La sortie mesurée pour réaliser la commande des injecteurs est la mesure de richesse provenant de la sonde lambda. Un moteur essence, contrairement à un moteur diesel, est piloté par la quantité d'air entrant dans le cylindre qui définit la quantité d'essence à fournir pour obtenir la richesse désirée. Dans le cas particulier d'un moteur à injection indirecte multipoint, les injecteurs sont placés dans chaque pipe d'admission des cylindres et sont pilotés en choisissant l'angle de début d'injection (en degré vilebrequin) et la durée d'injection (en degré vilebrequin ou en ms). Le temps d'injection t_{inj} définit la quantité d'essence fournie pendant que la soupape d'admission d'air est ouverte.

2.1) Modèle de l'injection d'essence

Le modèle utilisé est celui défini par la fonction de transfert du premier ordre (4.1) :

$$\frac{\dot{m}_{ess}}{\dot{m}_{inj}} = (1-c) + \frac{c}{1+\tau p} \tag{4.1}$$

avec c la fraction d'essence se déposant sur la paroi, et τ la constante de temps du phénomène de mouillage. Ces deux grandeurs sont variables dans le temps et dépendent

principalement du régime moteur. La synthèse des lois de commande robustes utilise des paramètres nominaux et leur variation est prise en compte comme des incertitudes de modélisation.

La mesure de la quantité d'essence injectée dans chaque cylindre n'est ni accessible sur un véhicule de série ni sur un banc d'essais moteur. La seule mesure disponible en rapport avec la quantité d'essence entrée dans le cylindre, est la mesure de la richesse provenant de la sonde lambda.

La sonde considérée dans notre étude est une sonde proportionnelle classique, modélisée par une dynamique du premier ordre avec un retard :

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{1}{\tau_\lambda}\left(\lambda_i\left(t - t_1\left(\dot{\theta}\right)\right) - \lambda(t)\right) \tag{4.2}$$

avec $\lambda(t)$ la mesure de la sonde, τ_λ la constante de temps de la sonde et $t_1\left(\dot{\theta}\right)$ un retard dû principalement au temps de parcours des gaz du cylindre à la sonde et qui est fonction du régime moteur $\dot{\theta}$ et $\lambda_i(t)$ l'inverse de la richesse, i.e. :

$$\lambda_i(t) = \frac{m_{af_cyl}}{\lambda_s \overline{m}_{ess}} \tag{4.3}$$

où λ_s représente le coefficient stœchiométrique, qui est choisi constant est égal à 14,66, m_{af_cyl} et $\overline{m}_{ess}$ sont respectivement les masses moyennes d'air frais et d'essence par cylindre et par cycle. La dynamique de $\lambda_i(t)$ est obtenue en dérivant l'inverse de l'expression de la richesse donnée par la relation (4.3) :

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\dot{m}_{af_cyl}}{\lambda_s \overline{m}_{ess}} - \frac{\dot{m}_{ess}}{\overline{m}_{ess}}\lambda_i \tag{4.4}$$

Le débit d'air frais entrant dans le cylindre $\dot{m}_{af_cyl}(t)$ est considéré dans la suite comme une perturbation extérieure. Le but est alors de développer une loi de commande à partir des équations du modèle (4.1)~(4.4) permettant de rejeter les perturbations induites par $\dot{m}_{af_cyl}(t)$. Dans cette optique, deux types de lois de commandes ont été développés : l'une basée sur la théorie des modes glissants et l'autre basée sur celle de la commande floue.

Le phénomène de mouillage correspondant à un modèle linéaire peut être facilement compensé en utilisant une régulation de type avance de phase. Celle-ci correspond à :

$$C_{a\varphi}(p) = \frac{1 + \tau_n p}{1 + (1 - c_n)\tau_n p} \tag{4.5}$$

Les valeurs nominales sont $\tau_n = 0{,}12\text{s}$, $c_n = 40\%$ qui correspondent respectivement à deux cycles moteur à $2000\,tr/mn$, et à 40% d'essence sur la paroi à chaque injection. La compensation n'étant pas parfaite, les équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_i = \dfrac{\dot{m}_{af_cyl}}{\lambda_s \overline{m}_{ess}} - \dfrac{\lambda_i}{\overline{m}_{ess}}\left(u(t) + \Delta u(t)\right) \\ \dot{\lambda}(t) = \dfrac{1}{\tau_\lambda}\left(\lambda_i\left(t - t_1(\dot{\theta})\right) - \lambda(t)\right) \end{cases} \tag{4.6}$$

avec la nouvelle commande $u(t) = \dot{m}_{ess}$ et une incertitude sur la commande $\Delta u(t)$ due à la compensation par un modèle inverse nominal du phénomène de mouillage.

2.2) Commande à modes glissants

Le but est de réaliser une commande de l'injection d'essence permettant de minimiser la consommation d'essence et d'assurer le maintien de la richesse à la valeur 1, en présence de perturbations.

2.2.1) Mode glissant d'ordre un

Dans un premier temps, on réalise la synthèse de la commande en négligeant le retard dans le système (4.6). Soit la surface de glissement $S = \{x \in U : s(x) = 0\}$ où U est un ouvert de $\mathbb{R}^n$, telle que : $e(t) = \lambda(t) - 1$,

$$s = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(v)\,dv + k_D \dot{e}(t) \tag{4.7}$$

La dérivée de la sortie définissant la surface est donnée par l'expression :

$$\dot{s} = k_P \dot{e}(t) + k_I e(t) + k_D \ddot{e}(t) \tag{4.8}$$

En introduisant l'équation (4.2) dans l'expression (4.8) :

$$\dot{s} = \left(\frac{k_P}{\tau_\lambda} - \frac{k_D}{\tau_\lambda^2}\right)\left(\lambda_i(t) - \lambda(t)\right) + k_I e(t) + k_D \frac{1}{\tau_\lambda}\left(\frac{\dot{m}_{af_cyl}}{\lambda_s \overline{m}_{ess}} - \frac{\lambda_i}{\overline{m}_{ess}}\left(u(t) + \Delta u(t)\right)\right) \tag{4.9}$$

Pour prendre en compte le retard variable, le retard maximal est introduit dans l'expression (4.9), c'est à dire $t_1(\dot{\theta}) = t_1 = 0{,}175s$:

$$\dot{s} = \Delta f(t) + k_D \frac{1}{\tau_\lambda} \frac{\lambda_i}{\overline{m}_{ess}} u(t) \tag{4.10}$$

avec :

$$\Delta f(t)=\left(\frac{k_P}{\tau_\lambda}-\frac{k_D}{\tau_\lambda^2}\right)\left(\lambda_i(t)-\lambda(t)\right)+k_I e(t)-k_D\frac{1}{\tau_\lambda}\left(\frac{\dot{m}_{af_cyl}(t)}{\lambda_s\overline{m}_{ess}(t)}-\frac{\lambda_i(t)}{\overline{m}_{ess}(t)}\Delta u(t)\right)$$

L'attractivité de la surface est assurée si les conditions (4.11) et (4.12) sont vérifiées :

$$k_D\frac{1}{\tau_\lambda}\frac{\lambda_i}{\overline{m}_{ess}}u(t)=-k\,\mathrm{sgn}(s) \tag{4.11}$$

$$k>\sup_{t\in\mathbb{R}^+}\left|\Delta f(t)\right| \tag{4.12}$$

La commande est alors donnée par l'expression suivante :

$$u(t)=k\frac{\tau_\lambda}{k_D}\frac{\overline{m}_{ess}(t)}{\lambda_i(t)}\mathrm{sgn}(s) \tag{4.13}$$

Or comme $\forall t,\quad 0<\frac{\tau_\lambda}{k_D}\frac{\overline{m}_{ess}(t)}{\lambda_i(t)}<\beta$, il est alors possible de simplifier la loi de commande (4.13), en introduisant le paramètre β :

$$\begin{aligned}&u(t)=k\beta\,\mathrm{sgn}(s)\\&k>\left|\Delta f(t)\right|\end{aligned} \tag{4.14}$$

Enfin de manière à limiter le phénomène de réticence (chattering), la loi de commande que nous avons choisi, utilise une fonction sgn modifiée de type sigmoïde.

Remarque 1 : Le choix des gains est réalisé de manière à vérifier les conditions de (4.14) et assurer de bonnes performances pour le système bouclée sur toute la plage de variation du retard $t_1(\dot{\theta})$. De plus, la loi de commande peut être améliorée en utilisant un gain variable à la place de la majoration de $\frac{\tau_\lambda}{k_D}\frac{\overline{m}_{ess}(t-t_1)}{\lambda_i(t-t_1)}$ par β. Nous supposons dans la suite que les paramètres de l'expression $\frac{\tau_\lambda}{k_D}\frac{\overline{m}_{ess}(t-t_1)}{\lambda_i(t-t_1)}$ ne sont pas connus.

2.2.2) Application à l'injection d'essence

La loi de commande (4.14) utilisée dans les simulations est :

$$u(t)=0,02\,\mathrm{sgn}(s) \tag{4.15}$$

et $k_P=1$, $k_I=0,5$, $k_D=0,01$. Le retard $t_1(\dot{\theta})$ est compris entre $0,025\,s$ et $0,175\,s$. La constante de temps de la sonde de richesse est : $\tau_\lambda=0,01s$.

Divers essais de régulation de la richesse à 1 ont été réalisés en utilisant la loi de commande (4.15). La synthèse de la loi de commande est effectuée pour couvrir toute la plage de variation du retard. Les résultats présentés se situent aux bornes de ce retard $0,025\,s$ et $0,175\,s$. Pour chaque valeur du retard il y a trois essais :

- Le premier correspond à une perturbation de $+50\%$ ajoutée sur le débit d'air à $10\,s$ puis une perturbation de -30% à $15\,s$. Cette perturbation correspond à un changement brutal de la position papillon d'air frais.
- Le deuxième correspond au même cas que le premier essai auquel se superpose une perturbation de type sinusoïdale. Cette perturbation simule un pompage sur la position papillon.
- Le troisième correspond à l'essai 2 sur lequel on a rajouté des bruits de mesure.

Les résultats de cette approche seront discutés en termes de comparaison après avoir donné les résultats liés à une deuxième approche.

Retard : $0,025\ s$

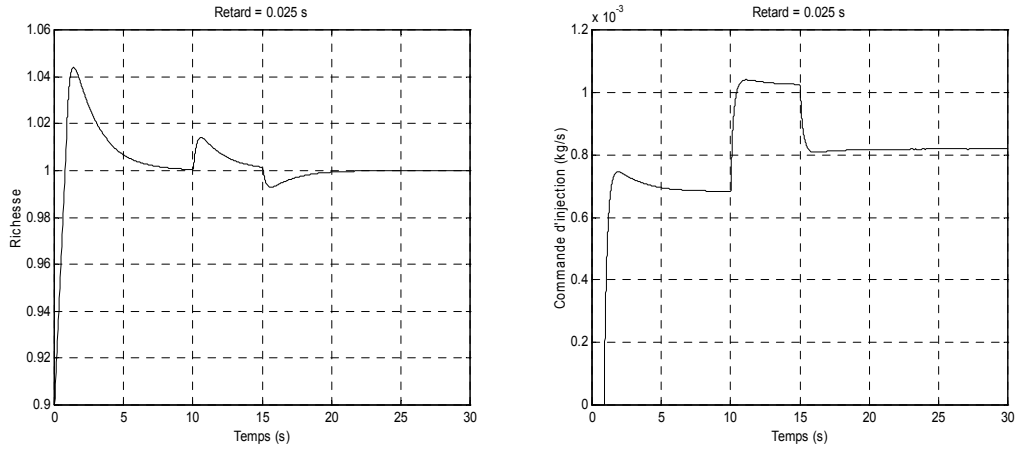

Figure 41 : régulation de richesse et commande associée (retard=0,025 s)

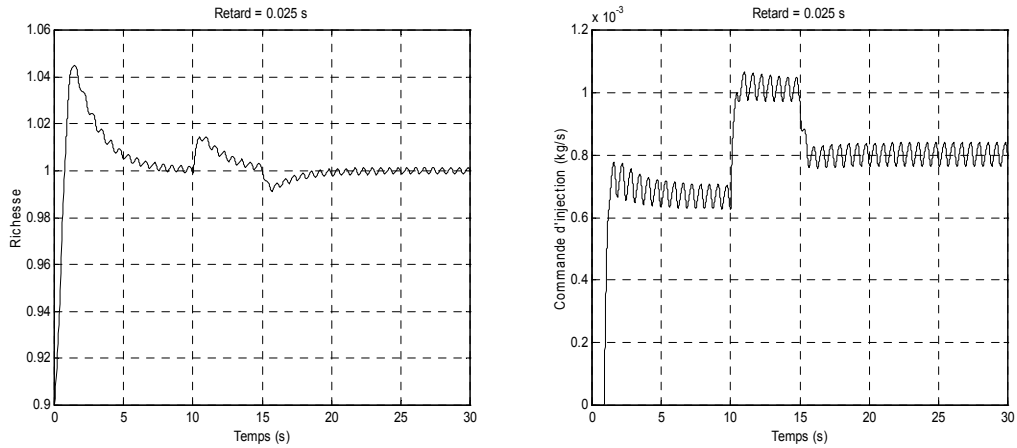

Figure 42 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations (retard=0,025 s)

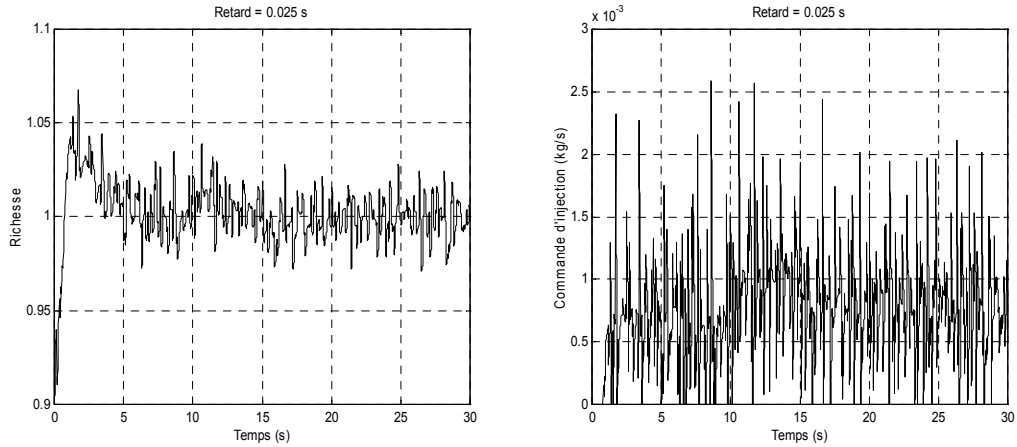

Figure 43 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations

et bruits de mesure (retard=0,025 s)

Retard : 0,175 *s*

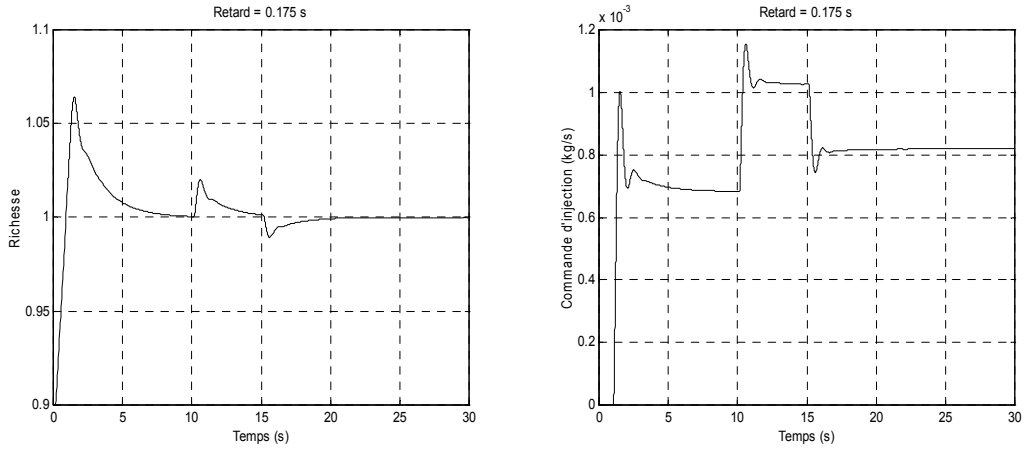

Figure 44 : régulation de richesse et commande associée (retard=0,175 s)

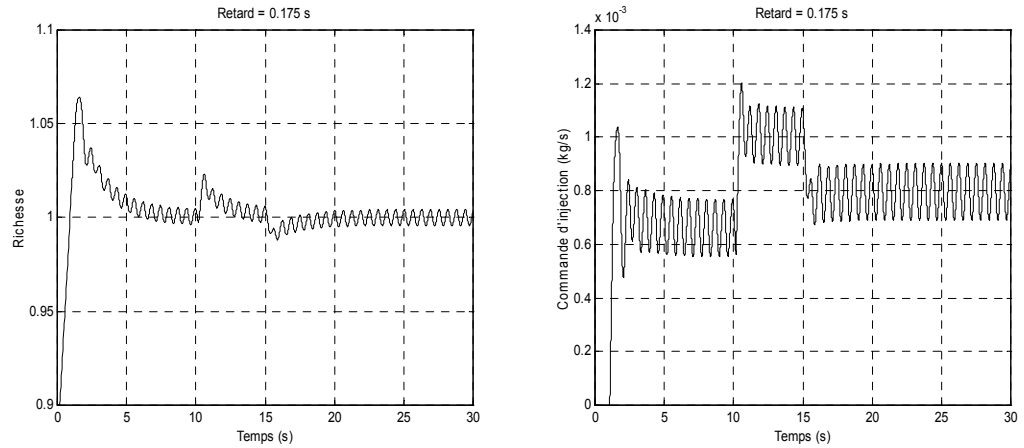

Figure 45 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations (retard=0,175 s)

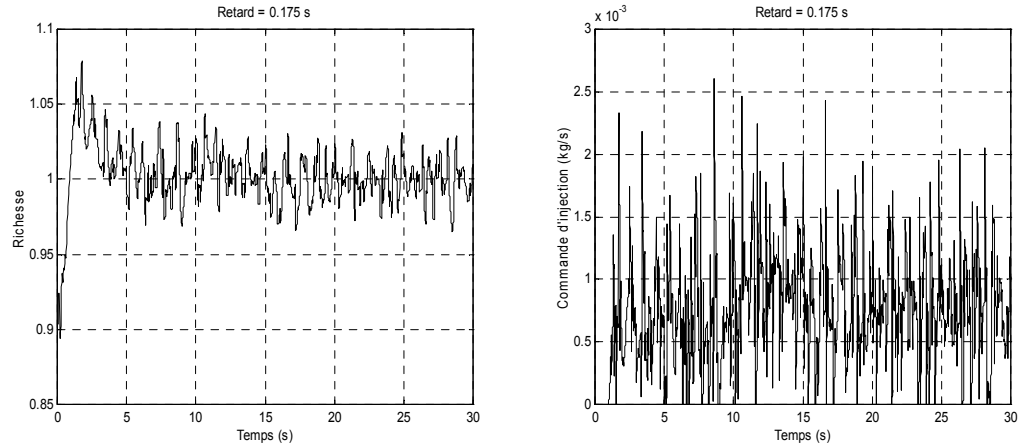

Figure 46 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations

et bruits de mesure (retard=0,175 s)

2.3) Commande floue de l'injection d'essence

2.3.1) Obtention d'un modèle flou TS à retards

Soit une fonction bornée $w(t)$ on rappelle que $w(t) \in [\underline{w}, \overline{w}]$. A partir du modèle (4.6), un modèle flou à quatre règles est obtenu en « découpant » les non-linéarités $w_1(t) = \frac{\lambda_i(t)}{\lambda_s} \frac{\dot{m}_{af_cyl}(t)}{\overline{m}_{ess}(t)}$ et $w_2(t) = \frac{\lambda_i(t)}{\overline{m}_{ess}(t)}$. Soit, avec : $w_1^1(t) = \frac{\overline{w}_1 - w_1(t)}{\overline{w}_1 - \underline{w}_1} = 1 - w_1^2(t)$ et $w_2^1(t) = \frac{\overline{w}_2 - w_2(t)}{\overline{w}_2 - \underline{w}_2} = 1 - w_2^2(t)$ et les fonctions : $h_1 = w_1^1 w_2^1$, $h_2 = w_1^1(1 - w_2^1)$, $h_3 = (1 - w_1^1) w_2^1$ et $h_4 = (1 - w_1^1)(1 - w_2^1)$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(z(t))\left(A_{1i}x(t) + A_{2i}x(t - \tau(t)) + B_i u(t)\right) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(z(t))\left(C_{1i}x(t) + C_{2i}x(t - \tau(t))\right) \end{cases} \tag{4.16}$$

avec le vecteur de commande $x(t) = \begin{bmatrix} \lambda_i(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix}$, la commande $u(t) = \dot{m}_{ess}(t)$, et la sortie $y(t) = \lambda(t)$. Les matrices d'état, d'état retardé, de commande, de sortie et de sortie retardée sont données respectivement par $A_{1i} = \begin{bmatrix} g_i & 0 \\ -\frac{\lambda_2}{\tau_\lambda} & \frac{\lambda_1 + \lambda_2 - 1}{\tau_\lambda} \end{bmatrix}$, $A_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1 - \lambda_1}{\tau_\lambda} & 0 \end{bmatrix}$, $B_i = \begin{bmatrix} -f_i \\ 0 \end{bmatrix}$, $C_{1i} = [0 \quad 1]$ et $C_{2i} = [0 \quad 0]$. Les constantes f_i et g_i valent pour $i \in \{1, \ldots, 4\}$: $f_1 = f_2 = \underline{w}_1$, $f_3 = f_4 = \overline{w}_1$, $g_1 = g_3 = \underline{w}_2$ et $g_2 = g_4 = \overline{w}_2$. Le paramètre λ_2 permet d'avoir des sous-modèles (A_{1i}, B_i, C_{1i}) observables et commandables. Le paramètre λ_1 permet de pondérer l'influence des matrices A_{2i} et donc du retard.

De manière à annuler les erreurs stationnaires, une structure intégrale est ajoutée au régulateur PDC classique, figure 47. L'étude de ce type de structure a été réalisée dans /Guerra et al., 1999b/.

Dans le cas particulier d'un système à retards de la forme (4.16), le modèle complet en boucle fermée devient :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\left(A'_{1i}X(t) + A'_{2i}X(t-\tau(t)) + B'_i u(t)\right) + By_c(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\left(C'_{1i}X(t) + C'_{2i}X(t-\tau(t))\right) \end{cases} \tag{4.17}$$

avec le vecteur d'état augmenté $X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix}$ et les matrices augmentées :

$A'_{1i} = \begin{bmatrix} A_{1i} & 0 \\ -C_{1i} & 0 \end{bmatrix}$, $A'_{2i} = \begin{bmatrix} A_{2i} & 0 \\ -C_{2i} & 0 \end{bmatrix}$, $B'_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$, $C'_{1i} = \begin{bmatrix} C_{1i} & 0 \end{bmatrix}$, $C'_{2i} = \begin{bmatrix} C_{2i} & 0 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, dans lesquelles, les matrices 0 et 1 ont les dimensions appropriées.

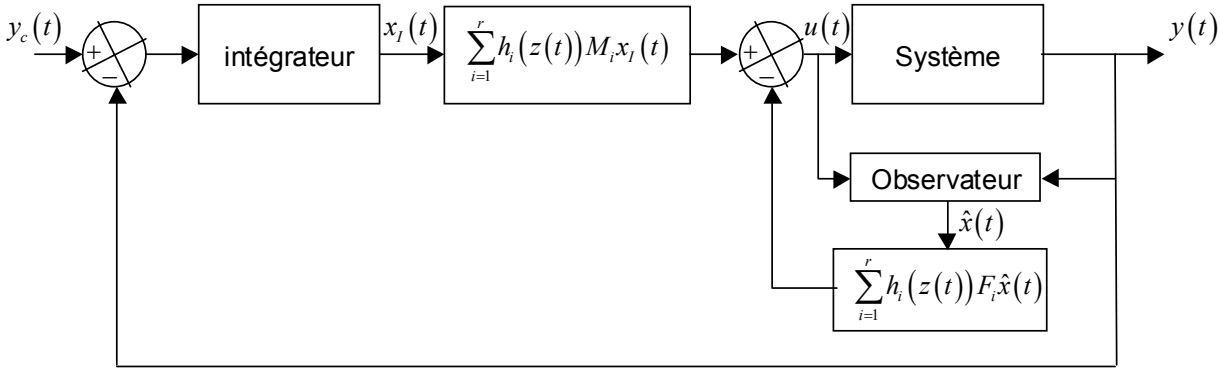

Figure 47 : annulation des erreurs stationnaires

La loi de commande peut s'écrire sous la forme d'une PDC où $F'_i = \begin{bmatrix} F_i & -M_i \end{bmatrix}$ est le gain augmenté du retour d'état :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n} h_i(z(t))F'_i X(t) \tag{4.18}$$

2.3.2) Application du théorème 3.3

Pour calculer les gains de commande, les conditions développées au chapitre 3 (théorème 3.3 cas particulier des retards communs) sont appliquées au système augmenté (4.17) avec la loi de commande (4.18). Un résultat est : $F'_1 = \begin{bmatrix} 5{,}8 & 4{,}5 & -4{,}6 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$,

$F'_2 = \begin{bmatrix} 6{,}5 & 4{,}6 & -4{,}7 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$, $F'_3 = \begin{bmatrix} 3{,}3 & 2{,}3 & -2{,}5 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$, $F'_4 = \begin{bmatrix} 3{,}7 & 2{,}3 & -2{,}5 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$ et $\lambda_2 = -0{,}1$.

Etant donné que la variable λ_i n'est pas mesurée, un observateur d'état est rajouté. Comme le retard est supposé inconnu, l'observateur a été calculé en considérant un modèle sans retard, i.e. $\lambda_1 = 1$. Notons que dans ce cas, on calcule de façon séparée l'observateur et la commande. Il n'y a donc pas de garantie de convergence globale a priori. De manière à

comparer les résultats obtenus avec la commande floue à ceux obtenus par la commande à modes glissants, les mêmes essais en simulation que précédemment sont réalisés.

Retard : $0,025\ s$

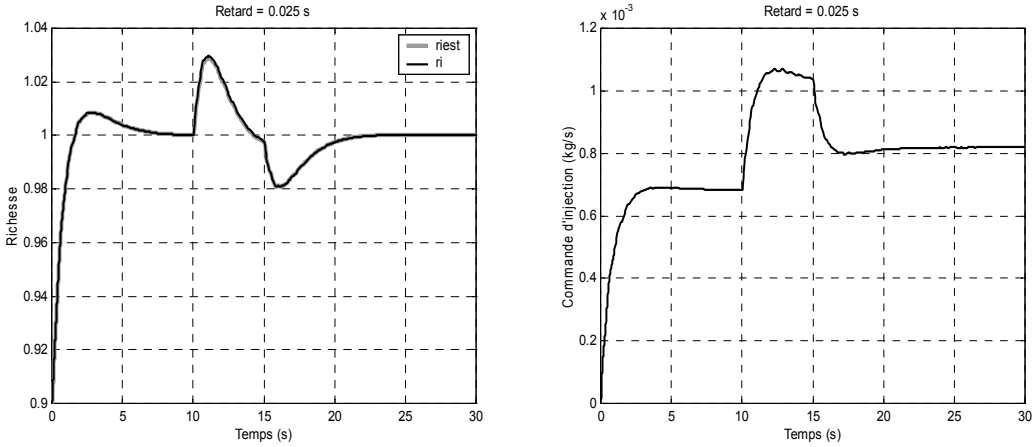

Figure 48 : régulation de richesse et commande associée (retard=0,025 s)

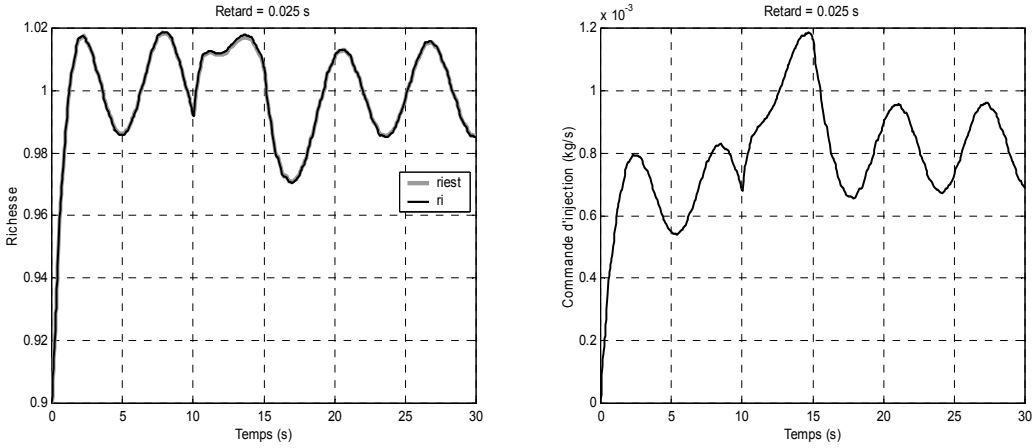

Figure 49 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations (retard=0,025 s)

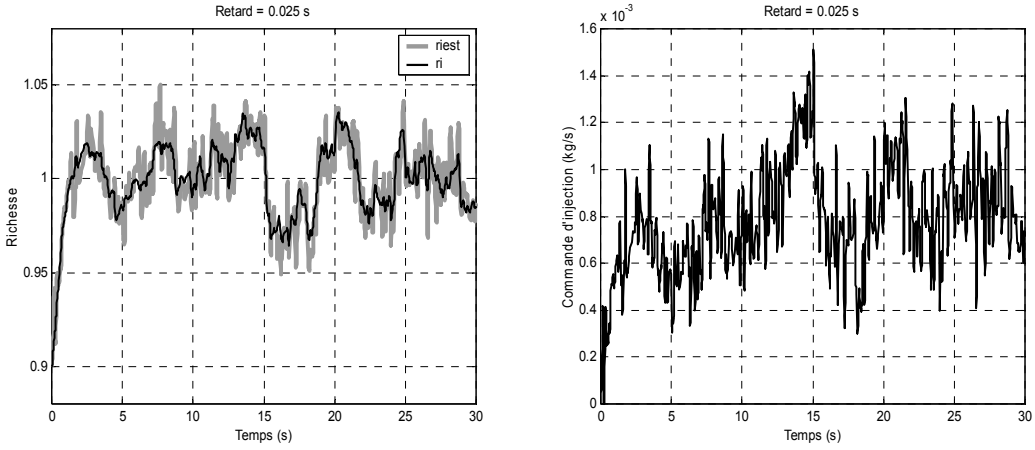

Figure 50 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations et bruits de mesure (retard=0,025 s)

Retard : 0,175 *s*

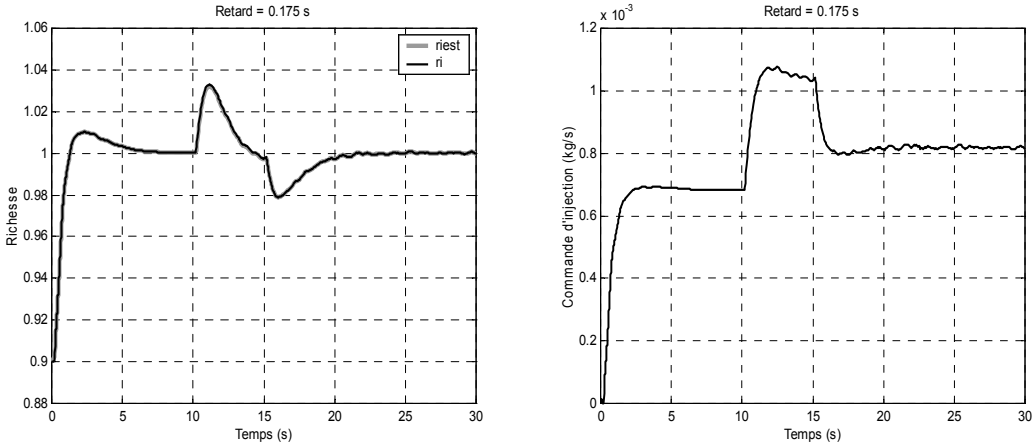

Figure 51 : régulation de richesse et commande associée (retard=0,175 s)

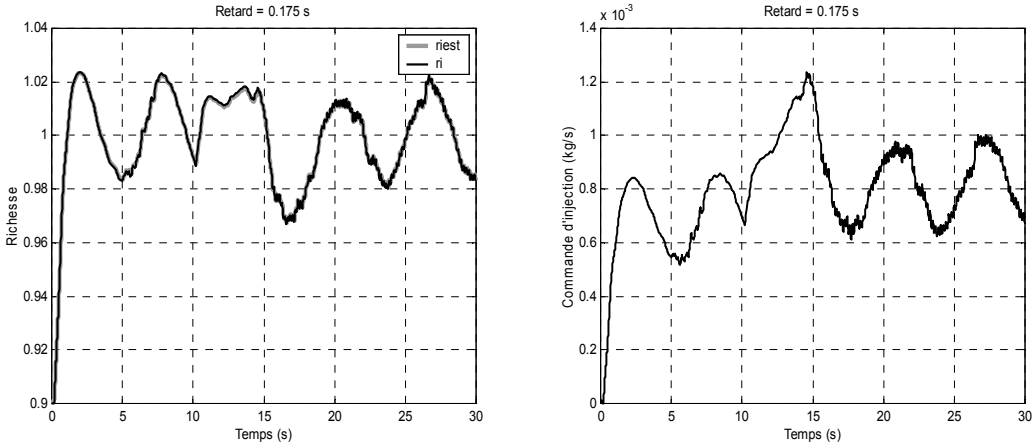

Figure 52 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations (retard=0,175 s)

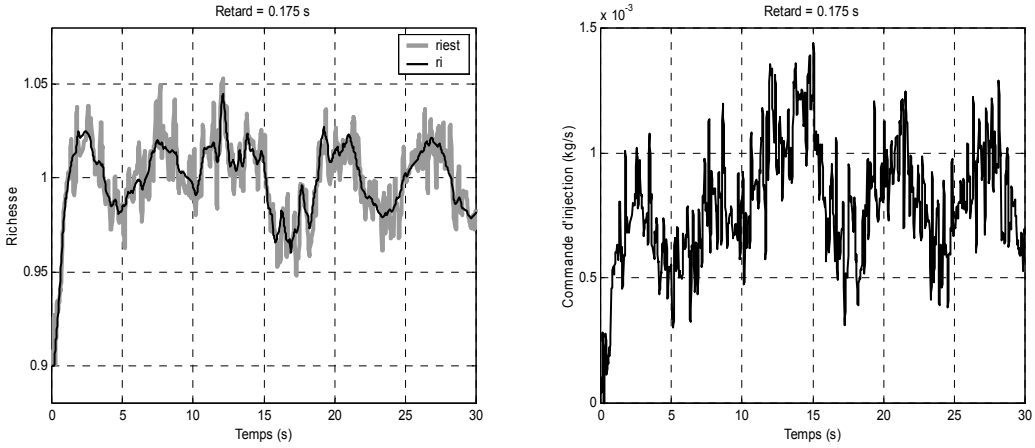

Figure 53 : régulation de richesse et commande associée avec pertubations et bruits de mesure (retard=0,175 s)

A titre d'exemple, les courbes de l'observateur sont données pour un retard de 0,175 s avec perturbation.

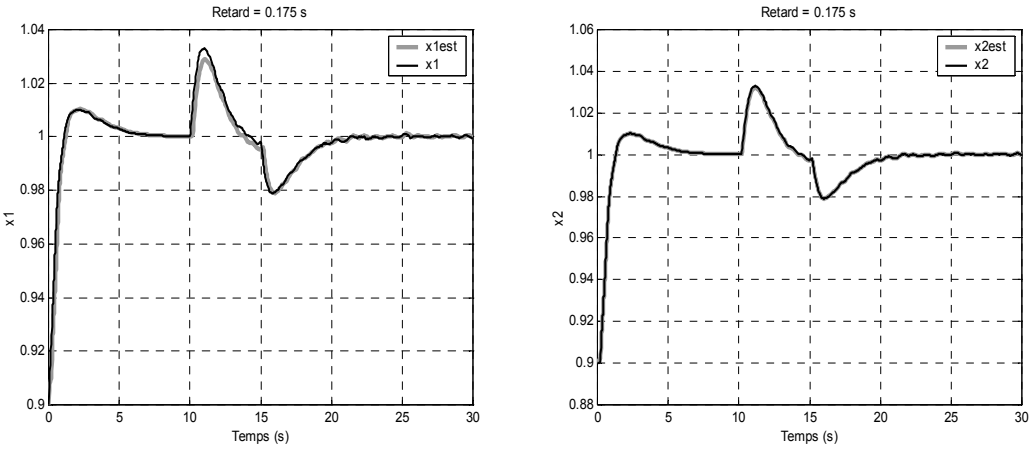

Figure 54 : Observateur flou calculé à partir du modèle sans retard

En termes de comparaison des résultats on s'aperçoit que la commande basée sur les modèles flous semble plus adaptée à la variation des retards que la commande à modes glissants. Cela ne veut pas dire qu'il n'existe pas une loi de ce type qui permette d'obtenir des résultats meilleurs, en utilisant un filtrage supplémentaire et/ou une fonction signe modifiée, voire un ordre supérieur. Néanmoins, cela implique de nouveaux réglages, une difficulté accrue alors que les conditions d'obtention de la loi de commande floue sont relativement aisées et systématiques.

Le point suivant de ce chapitre a trait à la reconstruction du couple instantané à l'aide d'un observateur à entrées inconnues. L'intérêt est d'une part d'obtenir indirectement une estimation du couple moyen et d'autre part il peut servir éventuellement à détecter des ratés d'allumage.

3) Estimation du couple instantané

Dans cette partie, un observateur à entrée inconnue basé sur la théorie des modes glissants est utilisé pour reconstruire le couple moteur instantané C_m issu des forces de pression, à partir des mesures de l'angle vilebrequin θ et du régime moteur $\dot{\theta}$. Le modèle dynamique est considéré sous la forme de la représentation d'état (4.19) :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{J}\left(C_m - C_r\right) \end{cases} \tag{4.19}$$

où $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$ et C_r est le couple résistant global (couple de charges + frottements + pertes). Le but est de réaliser une estimation en temps réel du couple moteur instantané qui soit utilisable sur véhicule de série. Or, sur ces derniers, aucun des deux couples mis en jeu, C_m et C_r, dans le système d'équations (4.19) n'est mesuré. Nous avons choisi de réaliser l'estimation en deux temps : tout d'abord, un observateur à entrée inconnue permet de reconstruire la différence entre les deux couples $C_m - C_r$, ensuite une interpolation entre points caractéristiques est utilisée pour obtenir les valeurs des deux couples séparément.

L'observateur à entrée inconnue basé sur la théorie des modes glissants choisi est réalisé sur la base de celui utilisé dans /Stotsky et Kolmanovsky, 2002/ :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = y + k\,\mathrm{sgn}(s) \\ \dot{s} = x - k\,\mathrm{sgn}(s) \end{cases} \tag{4.20}$$

avec $s = z - \hat{z}$, où z et y sont mesurées, $\hat{z}$ est l'estimée de z, et x est l'entrée inconnue. La condition de convergence en un temps fini $t_1 = \frac{2}{a_0}|s(0)|$ de l'erreur d'observation est donnée par : $k > \frac{a_0}{2} + b_0$, avec $\sup_t |x(t)| \le b_0$.

Une estimation $\hat{x}$ de x est alors obtenue par un filtrage de type passe-bas :

$$\dot{\hat{x}} = \frac{1}{\tau_0}\left(-\hat{x} + k\,\mathrm{sgn}(s)\right) \tag{4.21}$$

avec τ_0 constante de temps du filtre.

L'erreur d'estimation de x par $\hat{x}$ est alors bornée par :

$$|x(t) - \hat{x}(t)| \le \sqrt{\left(x(t) - \hat{x}(t)\right)^2 e^{-kt} + \tau_0^2 b_1^2} \tag{4.22}$$

avec $\sup_t |\dot{x}(t)| \le b_1$.

Dans notre problème, les variables sont $z = x_2(t)$, $y = 0$, $x = \frac{1}{J}\left(C_m(t) - C_r(t)\right)$ et la surface de glissement $s = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$. En appliquant l'observateur présenté précédemment, les équations deviennent :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_2(t) = k\,\mathrm{sgn}\left(s(t)\right) \\ \dot{s} = \frac{1}{J}\left(C_m(t) - C_r(t)\right) - k\,\mathrm{sgn}\left(s(t)\right) \end{cases} \tag{4.23}$$

La condition de convergence en un temps fini $t_1 = \frac{2}{a_0}\left|C_m(0) - C_r(0)\right|$ de l'erreur d'observation est donnée par : $k > \frac{a_0}{2} + b_0$, avec $\sup_t \left|\frac{1}{J}\left(C_m(t) - C_r(t)\right)\right| \leq b_0$. L'estimation de la différence des couples est alors :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \frac{1}{\tau_0}\left(-\hat{x}(t) + k\,\mathrm{sgn}\left(s(t)\right)\right) \tag{4.24}$$

Pour réaliser l'estimation des deux couples, il est possible d'utiliser la condition suivante :

$$\begin{aligned} &\hat{x}\left(t_{PMH}(k)\right) \approx -\frac{1}{J} C_r\left(t_{PMH}(k)\right) \\ &t_{PMH}(k) = t_{PMH}(k-1) + \frac{\pi}{2\dot{\theta}}, \quad k \geq 1 \\ &t_{PMH}(0) = t_{PMH_0} \end{aligned} \tag{4.25}$$

avec $t_{PMH}(k)$ l'instant correspondant à un des quatre cylindres au point mort haut (PMH) pendant la phase d'explosion-détente du cycle moteur (pour un moteur à quatre cylindres), et correspondant au k-ième PMH depuis l'instant du premier PMH t_{PMH_0}.

Remarque 2 : L'égalité parfaite $\hat{x}\left(t_{PMH}(k)\right) = -\frac{1}{J} C_r\left(t_{PMH}(k)\right)$ suppose d'une part quatre cylindres totalement identiques, et d'autre part que les phénomènes chimiques et mécaniques mis en jeu sont identiques. Ces hypothèses ne sont évidemment pas vérifiées dans la réalité ce qui explique l'expression (4.25) qui n'est qu'une approximation.

A partir de l'observateur défini par les équations (4.23) et (4.24), ainsi qu'à l'aide de l'approximation (4.25), les deux couples sont alors calculés de la manière suivante :

$$\begin{aligned} &\hat{C}_r(t) = \hat{C}_r\left(t_{PMH}(k)\right) \\ &\frac{1}{J}\hat{C}_m(t) = \hat{x}(t) + \frac{1}{J}\hat{C}_r(t) \end{aligned} \tag{4.26}$$

L'expression (4.26) exprime que le couple résistant global est supposé constant entre deux PMH. Ceci se justifie par le fait que le couple résistant global, dont la composante principale est le couple de charge, varie lentement par rapport au couple moteur efficace instantané.

Remarque 3 : L'estimation de $\hat{C}_m(t)$ nécessite de connaître précisément la valeur de l'inertie du moteur thermique.

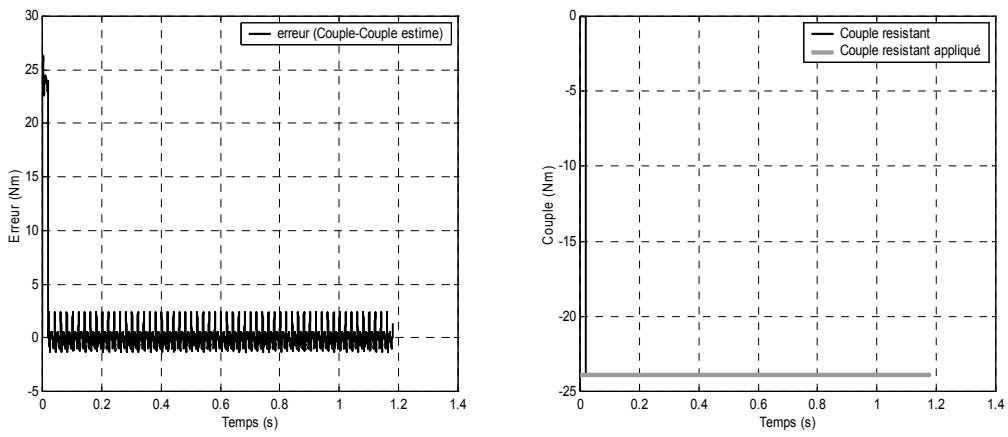

Figure 55 : Erreur sur l'estimation du couple moteur instantané et estimation du couple résistant

Les résultats obtenus en simulation sont donnés sur les courbes de la figure 55. Les valeurs numériques choisies sont : $J = 0{,}1\, kg \cdot m^2$, $\tau_0 = 10^{-4}\ s$ et le couple moteur est calculé à partir d'un modèle prenant en compte la dynamique bielle manivelle pour un moteur à 4 cylindres.

Pour l'essai présenté, le couple instantané maximum est de l'ordre de $50 Nm$, l'erreur d'estimation est de l'ordre de 5%. On peut réduire cette erreur en utilisant un filtre avec une constante de temps plus petite. Notons qu'avec $\tau_0 = 10^{-4}\ s$ une expérimentation en temps réel est déjà délicate. L'estimation du couple résistant est satisfaisante.

Dans la dernière partie de ce chapitre, les lois de commande développées dans le chapitre trois sont appliquées à la commande en couple d'un moteur thermique.

4) Commande du couple moteur

Dans un premier temps, le modèle flou utilisé pour calculer la loi de commande robuste est obtenu à partir des équations représentant la dynamique en couple du moteur. Ensuite, de manière à réaliser un suivi de consigne de couple, la commande floue robuste est appliquée au modèle flou augmenté avec structure intégrale /Lauber et al., 2003c/.

4.1) Modèle du moteur

Le modèle que nous avons utilisé pour représenter le comportement du couple moteur moyen C_m est un modèle que l'on retrouve dans divers travaux /Stefanopoulou et al. 1994/ /Kang et Grizzle 1999/. Ce modèle est basé sur la formulation empirique suivante :

$$C_m = \gamma_1 + \gamma_2 m_a + \gamma_3 r_i + \gamma_4 r_i^2 + \gamma_5 \alpha + \gamma_6 \alpha^2 + \gamma_7 \dot{\theta} + \gamma_8 \dot{\theta}^2 + \gamma_9 \dot{\theta}\alpha + \gamma_{10} \alpha m_a + \gamma_{11} \alpha^2 m_a + \gamma_{12} \alpha m_a \quad (4.27)$$

avec m_a la masse d'air entrant dans les cylindres par cycles ($g/cycle$), r_i la richesse du mélange air/essence, α l'angle d'avance à l'allumage en degré vilebrequin ($°V$), $\dot{\theta}$ le régime du moteur ($rad.s^{-1}$) et $\gamma_1,..., \gamma_{12}$ des paramètres constants à identifier pour un moteur donné. La masse d'air m_a est approchée par :

$$m_a = \frac{\pi \dot{m}_{\text{cyl}}}{\dot{\theta}} \quad (4.28)$$

avec $\dot{m}_{\text{cyl}}$ le débit global dans les cylindres exprimé par :

$$\dot{m}_{cyl} = c_1 + c_2 P_{col}\dot{\theta} + c_3 P_{col}^2 \dot{\theta} + c_4 \dot{\theta}^2 P_{col} \quad (4.29)$$

où c_1, c_2, c_3 et c_4 sont des constantes caractéristiques du moteur considéré. P_{col} (Pa) est la pression dans le collecteur donnée par la dynamique :

$$\dot{P}_{\text{col}} = \frac{1}{C}\left(\left(1 + x_{egr}\right)\dot{m}_{\text{af}} - \dot{m}_{\text{cyl}}\right) \quad (4.30)$$

avec $C = \dfrac{V_{col}}{RT_{col}}$, T_{col} température dans le collecteur ($°K$), V_{col} volume du collecteur (m^3), R constante molaire des gaz parfaits $\left(J.mol^{-1} \cdot °K^{-1}\right)$ et x_{egr} le taux d'EGR (supposé régulé) /Lauber et al. 2003a, 2003b/. Le débit d'air frais $\dot{m}_{\text{af}}$ est calculé à l'aide des formules de Barré-St Venant et il est contrôlé par un papillon motorisé, qui est commandé en position. Le modèle de l'actionneur commandé est équivalent à un premier ordre :

$$\dot{\Phi}_{af} = \frac{1}{\tau_a}\left(k\Phi_{afcmd} - \Phi_{af}\right) \quad (4.31)$$

Le modèle est alors synthétisé sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{1}{C}\left(\left(1 + x_{egr}\right)\dot{m}_{\text{af}}\left(x_1, x_2\right) - \dot{m}_{\text{cyl}}\left(x_1, \dot{\theta}\right)\right) \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{\tau_a}\left(ku_1 - x_2\right) \\ y = f_1\left(\alpha, x_{egr}\right)\dfrac{\pi}{\dot{\theta}}\dot{m}_{\text{cyl}}\left(x_1, \dot{\theta}\right) + f_2\left(\alpha, \dot{\theta}, r_i\right) \end{cases} \quad (4.32)$$

où $x_1 = P_{col}$, $x_2 = \Phi_{af}$, $u_1 = \Phi_{afcmd}$, $y = C_m$ et avec les fonctions :

$f_1\left(\alpha, x_{egr}\right) = a_1 + a_2\alpha + a_3\alpha^2 + a_4 x_{egr}\alpha$

$f_2\left(\alpha, \dot{\theta}, r_i\right) = b_1 + b_2 r_i + b_3 r_i^2 + b_4\alpha + b_5\alpha^2 + b_6\dot{\theta} + b_7\dot{\theta}^2 + b_8\dot{\theta}\alpha$ où $a_1, ..., a_4$ et $b_1, ..., b_8$ sont des constantes.

4.2) Obtention du modèle flou TS

Le modèle (4.32) est réécrit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \dfrac{1}{C}\left(-c_3\dot{\theta}(t)x_1^2(t) + \beta_1(t)x_2(t)\right) \\ \dot{x}_2(t) = \dfrac{1}{\tau_a}\left(ku_1(t) - x_2(t)\right) \\ y(t) = \left(\beta_2(t) + c_2\pi a_1\right)x_1(t) \end{cases} \tag{4.33}$$

avec les fonctions : $\beta_1(t) = \dfrac{\left(1 + x_{egr}\right)\dot{m}_{af}\left(x_1, x_2\right) - c_1 - c_2 x_1(t)\dot{\theta}(t) - c_4 x_1(t)\dot{\theta}^2(t)}{x_2(t)}$ et :

$$\beta_2(t) = \frac{1}{x_1(t)}\left(f_1\left(\alpha, x_{egr}\right)\frac{\pi}{\dot{\theta}(t)}\dot{m}_{cyl}\left(x_1, \dot{\theta}\right) + f_2\left(\alpha, \dot{\theta}, r_i\right)\right) - c_2\pi a_1$$

Notons que l'obtention d'un modèle de type TS n'est pas unique. Néanmoins, les résultats sont moins conservatifs si le nombre de règles est faible. Comme on l'a noté au troisième chapitre, il est possible d'obtenir une représentation exacte de (4.33) mais, cela se fera au détriment du nombre de règles et en utilisant des variables de prémisse non mesurables. Dans notre cas, un modèle TS à deux règles est alors obtenu en découpant la fonction $x_1(t)\dot{\theta}(t)$, les autres non linéarités, $\beta_1(t)$ et $\beta_2(t)$ interviendront en termes d'incertitudes. On notera que $x_1(t)$ correspond à la pression collecteur et $\dot{\theta}(t)$ au régime moteur et que ce sont deux variables mesurées. Ce découpage permet donc de se placer dans les conditions du chapitre 3. On utilise alors comme au chapitre 3 les écritures suivantes pour $\beta_1(t)$ et $\beta_2(t)$:

$\forall i \in \{1, 2\}$, $\beta_i(t) = \beta m_i + \beta r_i \beta_{fi}(t)$ avec $\beta m_i = \frac{1}{2}\left(\overline{\beta}_i + \underline{\beta}_i\right)$, et $\beta r_i = \frac{1}{2}\left(\overline{\beta}_i(t) - \underline{\beta}_i(t)\right)$, avec $\beta_{fi}(t) \in [-1, 1]$.

Ces différentes prises en compte des non linéarités de (4.33) permettent d'obtenir le modèle flou TS incertain à deux règles suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \left(A_z + \Delta A_z(t)\right)x(t) + \left(B_z + \Delta B_z(t)\right)u(t) \\ y(t) = \left(C_z + \Delta C_z(t)\right)x(t) \end{cases} \tag{4.34}$$

avec les matrices :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{c_3\alpha_1}{C} & \frac{\beta m_1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{\tau_a} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{c_3\alpha_2}{C} & \frac{\beta m_1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{\tau_a} \end{bmatrix}, \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{\tau_a} \end{bmatrix}, \quad C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} \beta m_2 + \pi a_1 c_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta r_1 \beta_{f1}(t)}{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \Delta B_1 = \Delta B_2 = 0, \text{ et } \Delta C_1 = \Delta C_2 = \begin{bmatrix} \beta r_2 \beta_{f2}(t) & 0 \end{bmatrix}.$$

Les incertitudes se décomposent alors sous la forme souhaitée :

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = Ha\Delta aEa, \quad \Delta C_1 = \Delta C_2 = Hc\Delta cEc, \quad \text{où} \quad Ha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Hc = 1, \quad Ea = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta r_1}{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Ec = \begin{bmatrix} \beta r_2 & 0 \end{bmatrix}, \ \Delta c = \beta_{f2}(t) \text{ et } \Delta a = \beta_{f1}(t).$$

4.3) Obtention de la commande floue basée sur le modèle TS

De manière à assurer un suivi de trajectoire en couple, une structure intégrale est ajoutée à la commande PDC. Le système (4.34) est alors augmenté, comme dans le cas de la régulation de la richesse, de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \left(\overline{A}_z + \Delta\overline{A}_z(t)\right)X(t) + \left(\overline{B}_z + \Delta\overline{B}_z(t)\right)u(t) \\ y(t) = \left(\overline{C}_z + \Delta\overline{C}_z(t)\right)X(t) \end{cases} \tag{4.35}$$

avec le vecteur d'état augmenté : $X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix}$, tel que $\dot{x}_I(t) = y_c(t) - y(t)$,

$\overline{A}_z = \begin{bmatrix} A_z & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix}$, $\overline{B}_z = \begin{bmatrix} B_z \\ 0 \end{bmatrix}$, $\overline{C}_z = \begin{bmatrix} B_z & 0 \end{bmatrix}$, et le même formalisme est utilisé pour les matrices d'incertitudes. La loi de commande est alors la PDC augmentée :

$$u(t) = M_z x_I(t) - F_z x(t) = -F_z' X(t) \tag{4.36}$$

La synthèse de la loi de commande consiste alors à déterminer les gains de commande augmentés $F_i' = \begin{bmatrix} F_i & -M_i \end{bmatrix}$. On se retrouve dans le cas particulier d'un modèle avec $\Delta\overline{B}_z(t) = 0$. Il est alors possible d'appliquer le théorème 3.5 avec l'algorithme de résolution des BMI sur le système incertain (4.35) soumis à la loi de commande (4.36).

4.4) Résultats

Les résultats présentés ci-dessous, ont été obtenus en simulation à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Les valeurs numériques utilisées pour les simulations sont :

$a_1 = 379,36$	$a_2 = 2,55$	$a_3 = -0,05$	$a_4 = 2,36$
$b_1 = -181,3$	$b_2 = 321,2$	$b_3 = -182,67$	$b_4 = 0,26$
$b_5 = -0,0028$	$b_6 = 0,027$	$b_7 = -0,000107$	$b_8 = 0,00048$
$c_1 = -0,366$	$c_2 = 0,08979$	$c_3 = -0,0337$	$c_4 = 0,0001$

Un résultat avec les conditions du théorème 3.5 est donné par :

$F_1' = \begin{bmatrix} -109,9 & -13,8 & 5,1 \end{bmatrix}$, $F_2' = \begin{bmatrix} -83 & -10,1 & 3,9 \end{bmatrix}$.

Beaucoup d'essais ont été réalisés. Dans la suite, seuls les suivants sont présentés :

- Le premier essai est un suivi de consigne en couple sans incertitude paramétrique. Le but est de suivre le couple de consigne présenté sur la figure 56 en présence d'une perturbation représentant une variation de couple résistant représentée sur les mêmes figures par la courbe tracée avec des '+'.
- Le deuxième essai, figure 57 considère le même suivi en présence d'erreurs : une erreur de +50% sur le débit entrant dans les cylindres $\dot{m}_{\text{cyl}}$ et de +50% sur la fonction $f_2(\alpha, \dot{\theta}, r_i)$ dont dépend le couple.
- Le troisième et dernier essai, figure 58, se place dans le cadre du premier suivi de consigne avec des bruits de mesure.

Les résultats obtenus, aussi bien sur les essais présentés que sur l'ensemble des essais réalisés sont tout à fait satisfaisants. On peut s'apercevoir que malgré des incertitudes paramétriques (si elles restent dans un domaine « admissible »), la loi de commande permet toujours d'assurer le suivi de la consigne avec une dégradation des performances acceptable.

Enfin, pour valider les résultats présentés pour la commande en couple deux étapes sont encore nécessaires. La première est, en supposant que l'on dispose d'une mesure de couple, d'adjoindre à la commande un observateur d'état. Celui-ci peut alors être calculé en utilisant les outils développés à la fin du chapitre 3, théorème 3.6 et l'algorithme de résolution associé. La deuxième étape est de se placer dans des conditions réelles d'utilisation, i.e. on ne dispose pas de mesure de couple sur un véhicule de série, et dans cas il est nécessaire de disposer d'un estimateur de couple indirect, par exemple obtenu à partir de la mesure du régime moteur. Dans ce dernier cas, il est difficile de proposer des outils théoriques permettant de démontrer des propriétés de stabilisation robuste pour la boucle fermée complète.

Les résultats qui ont été présentés ont considéré qu'il était possible de traiter les régulations de diverses variables du moteur à allumage commandé de façon indépendante. Les résultats obtenus sont encourageants, mais le but final est de réaliser la commande complète du moteur. Il faut donc tester l'ensemble des régulations dans un contexte global. Un premier essai dans ce sens est réalisé dans la partie suivante.

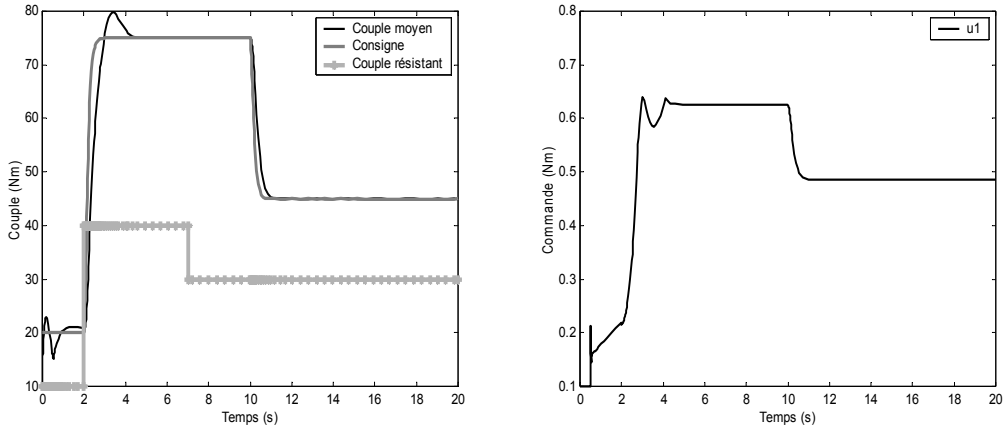

Figure 56 : suivi de consigne et commande associée

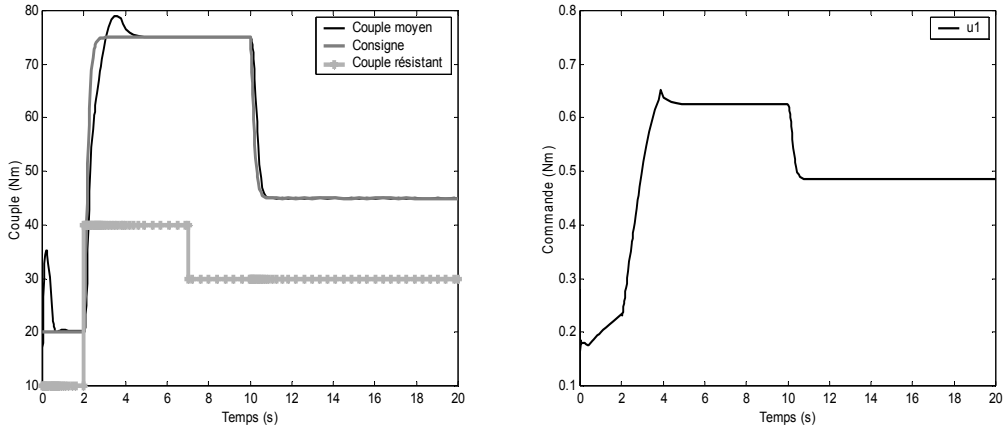

Figure 57 : suivi de consigne et commande associée avec des incertitudes

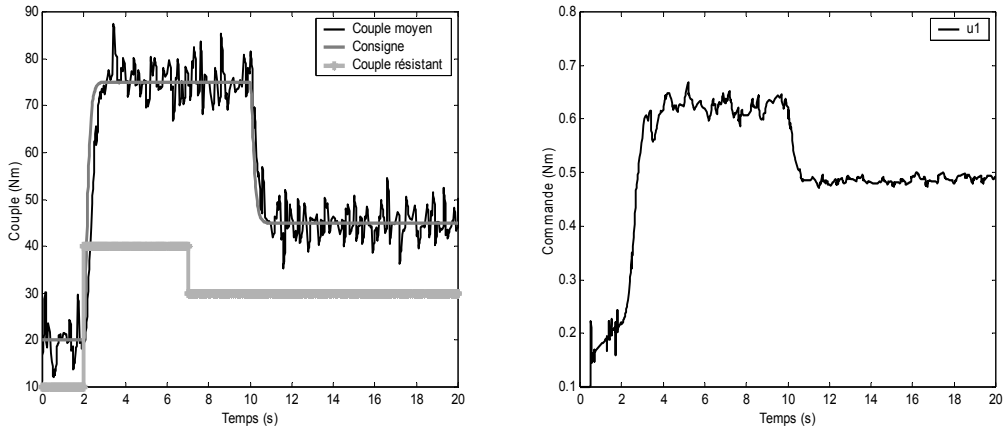

Figure 58 : suivi de consigne et commande associée en présence de bruits de mesure

5) Vers une commande globale du moteur

Les deux régulations floues présentées précédemment, de richesse et de couple, sont mises en œuvre simultanément. Les gains des régulateurs ont été calculés séparément bien qu'il existe des couplages entre les deux modèles. L'intérêt est de justifier l'utilisation d'une approche par sous système fonctionnel pour le calcul des lois de commande.

Dans cette optique, deux types de simulation sont réalisées : une première qui reprend le même suivi de consigne que dans le cas de la commande en couple tout en assurant la régulation de la richesse, et une deuxième dans laquelle des bruits de mesure sont ajoutés sur les deux variables à commander. Dans tous les cas, les simulations sont réalisées en choisissant la valeur maximale du retard sur la mesure de richesse, c'est à de dire $0{,}175s$.

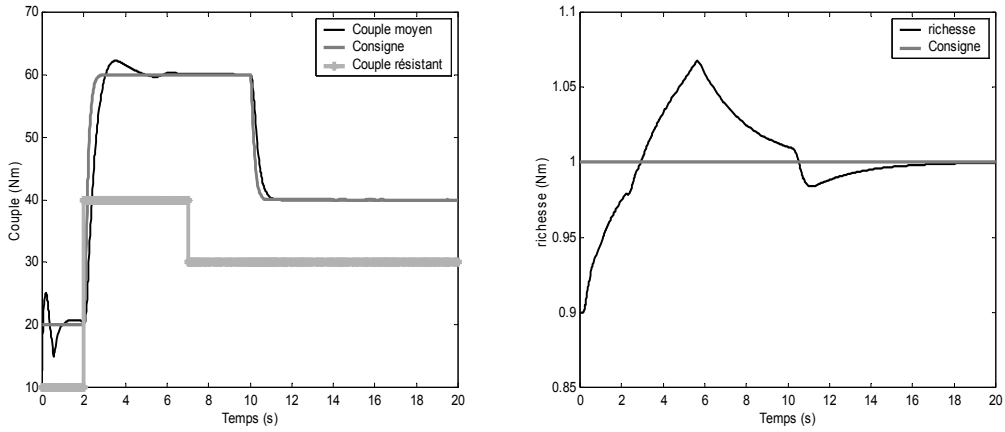

Figure 59 : suivi de consigne de couple et régulation de richesse

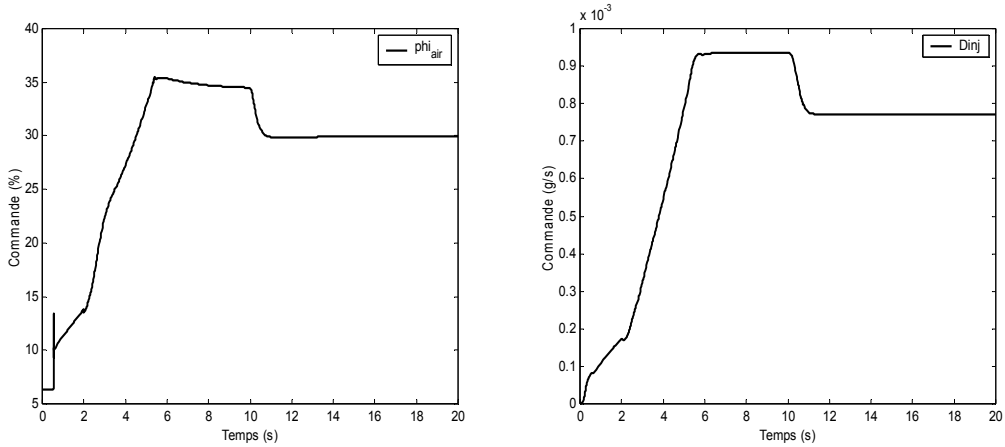

Figure 60 : commandes du papillon d'air frais et de l'injection d'essence

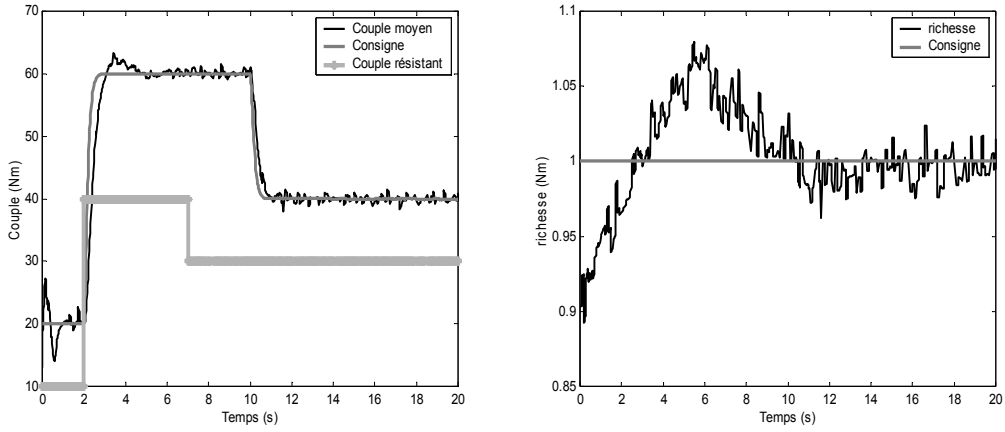

Figure 61 : suivi de consigne de couple et régulation de richesse en présence de bruits de mesure

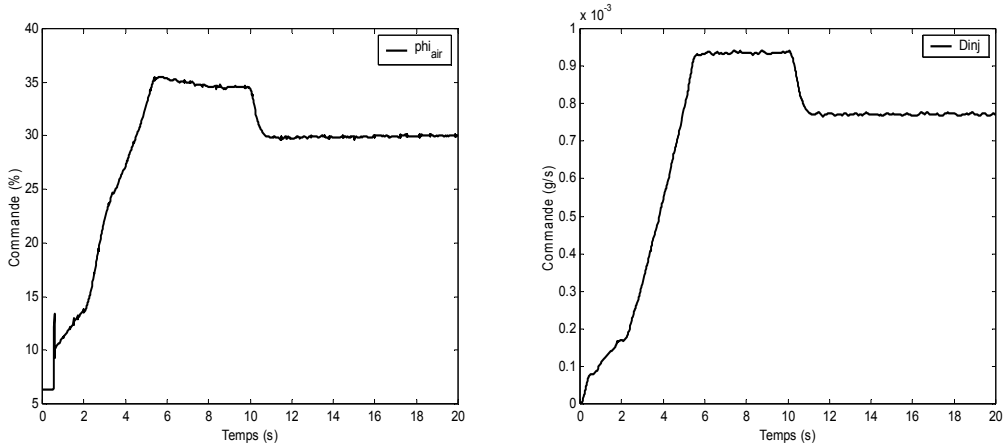

Figure 62 : commandes du papillon d'air frais et de l'injection d'essence en présence de bruits de mesure

Les résultats obtenus sans bruits, figures 59 et 60, ou avec des bruits de mesure, figures 61 et 62 confirment l'hypothèse faite sur l'étude découplée des lois de commande. Le couplage ne fait apparaître qu'une légère dégradation des performances sur la richesse alors que le couple ne semble pas être affecté.

6) Conclusion

Des lois de commande basées sur des outils du non linéaire ont été appliquées à différentes parties d'un moteur à allumage commandé.

Trois problèmes ont été principalement traités. Le premier en rapport avec la régulation de la richesse à partir de l'injection d'essence a montré que les avantages de la commande floue en comparaison avec la commande à modes glissants, dans le cas de la commande de ce système avec retard variable. Le second était en rapport avec les problèmes d'estimation du couple instantané du moteur. Le troisième a permis de dégager une loi de commande robuste basée sur les modèles flous TS pour le couple moteur moyen.

Enfin, de manière à tester l'ensemble des régulations dans un contexte global, les deux lois de commande floues développées dans ce chapitre ont été appliquées simultanément sur un modèle de la dynamique de la richesse et du couple moteur.

Conclusions et perspectives

L'objectif du travail était de réaliser des lois de commande pour un moteur à allumage commandé. L'un des aspects importants était de tenter de réduire le temps de développement des lois de commande d'un moteur par l'utilisation d'outils systématiques de commande. Il a donc été nécessaire d'utiliser des modèles non linéaires des différentes parties du moteur à allumage commandé.

Le premier chapitre reprend alors les différents aspects de modélisation couramment rencontrés dans la littérature. L'objectif étant de réaliser des lois de commande, ces modèles sont un compromis entre trop de simplicité (trop loin de la réalité) et trop de complexité (inutilisable en simulation). Ils sont pour la plupart non linéaires. La suite du chapitre s'est intéressée à la reconstruction de variables non mesurées, par exemple le couple sur les véhicules de série. Enfin quelques lois de commande existantes ont été proposées.

Parmi les différentes parties du moteur, les premiers essais effectués ont concerné l'admission d'air. Ils font l'objet du deuxième chapitre. A partir d'un modèle non linéaire classique de la pression collecteur, une première loi de commande linéarisante a été développée. L'utilisation du formalisme des modèles flous TS a permis de développer une deuxième loi de commande. Celle-ci utilise une classique loi PDC et un observateur à état augmenté permettant le rejet de perturbations lentement variables dans le temps. L'observateur utilisé rentre dans la classe particulière des observateurs flous dont les variables de prémisse sont mesurables. L'un des résultats obtenu a alors été l'extension du principe de séparation à cette loi de commande avec observateur.

L'idée principale de la suite de la thèse a été de se donner un cadre global d'étude. Le but était donc de pouvoir utiliser un traitement des modèles non linéaires qui puisse s'appliquer à l'ensemble de ceux rencontrés pour le moteur thermique. Un cadre fécond d'étude est l'utilisation des modèles flous de type Takagi-Sugeno, qui, rappelons-le, permettent de représenter de façon exacte des modèles non linéaires dans un espace compact des variables d'état. Le chapitre trois propose alors un certain nombre de résultats nouveaux autour de la commande de ces modèles. La première partie s'est intéressée aux modèles non linéaires à retards variables ou non sur l'état. De nouvelles propriétés matricielles ont alors été

appliquées à des résultats connus, et ont permis d'obtenir des conditions moins conservatives. La deuxième partie du chapitre s'est intéressée à la commande des modèles TS incertains. L'idée de départ est basée sur deux remarques. La première concerne la conservativité des résultats associée aux conditions de stabilisation. Elle peut se résumer à : plus le nombre de règles d'un modèle flou est important plus les résultats sont conservatifs. La deuxième remarque est basée sur le fait que si l'on associe une loi de commande PDC avec un observateur dont des variables de prémisse doivent être reconstruites, il est quasiment impossible de pouvoir prouver une stabilité à l'ensemble de la boucle. L'idée a alors été d'utiliser une réduction de règles pour « reporter » les non linéarités impliquant un découpage sur une variable à reconstruire dans les matrices d'incertitude paramétrique. Plusieurs résultats utilisant des propriétés matricielles moins conservatrices que le complément de Schur ont été donnés dans le cas de la commande seule. Enfin, un résultat pour la stabilité de l'ensemble de la boucle (modèle non linéaire, commande PDC et observateur flou) a également été donné, ainsi qu'un algorithme permettant de proposer une solution aux conditions mises en œuvre.

Enfin, le dernier chapitre présente la synthèse de diverses lois de commande concernant le moteur à allumage commandé. La première partie a trait à la régulation de richesse. Deux lois de commande ont été comparées. La première est basée sur un modèle TS et utilise les résultats du chapitre trois sur la commande des modèles TS à retards. La deuxième utilise une approche par modes glissants. La deuxième partie du chapitre est dédiée à l'estimation du couple moteur instantané en utilisant un observateur à entrées inconnues. Enfin, la dernière partie utilise les résultats de robustesse du chapitre trois pour la commande en couple moyen du moteur. Les résultats obtenus sont prometteurs quant à l'application des méthodes floues dans le cadre d'une application temps réel, dans un environnement bruité ou/et en présence d'incertitudes.

Le travail est loin d'être terminé et les perspectives nombreuses.

L'un des principaux points particulier à améliorer concerne la commande de couple moyen. Deux étapes sont encore nécessaires. L'introduction d'un observateur flou avec les conditions de stabilisation globale présentés dans le troisième chapitre. Ce point devrait être relativement aisé à résoudre. La deuxième étape est plus complexe, en tout cas d'un point de

vue théorique, puisqu'il s'agit d'intégrer en plus une reconstruction du couple à partir d'autres variables mesurées (vitesse par exemple).

Notons également que dans ce mémoire la variable de commande d'avance à l'allumage n'a pas était utilisée, elle a été fixée à une valeur réaliste. Il est donc nécessaire de prévoir son intégration dans les lois de commande futures. Une fois que ces différents points seront résolus, une « mise en commun » des différentes lois élaborées pour chaque sous-système pourra être envisagée, afin de proposer une régulation complète du moteur. A partir de cette « mise en commun », des tests plus poussés peuvent être réalisés pour éprouver la robustesse de l'ensemble (bruits de mesure, incertitudes paramétriques, perturbations…).

Evidemment, le point crucial et certainement le plus intéressant sera la confrontation avec le monde réel . Un banc d'essais est en cours de montage au sein du LAMIH, voir annexe IV, et devrait être opérationnel début 2004. Dans ce contexte, un niveau de supervision devra être ajouté pour détecter des ratés d'allumage et prévenir l'apparition de cliquetis. De plus, il faut prévoir l'intégration numérique des lois de commande dans un calculateur moteur. La façon de procéder n'est pas évidente : discrétisation des commande calculée en continu ou développement d'une commande synthétisée en discret (possibilité d'utiliser des fonctions de Lyapunov non quadratique) ?

De nouveaux développements théoriques sont aussi nécessaires pour aller plus avant dans la commande du moteur :
- commande floue avec observateur dans un cadre général,
- commande « optimale » floue. (par exemple pour prendre en compte la minimisation de la consommation d'essence, des émissions polluantes…)

Enfin, une perspective à long terme de ce travail est la mise en œuvre d'un outil permettant d'aller de l'identification de modèles TS du moteur jusqu'à la commande de ceux-ci. Cette procédure qui serait systématique, permettrait de réduire de façon significative le temps de développement de la commande d'un nouveau moteur, ainsi que les heures de mise au point sur bancs d'essais. Suivant les performances d'un tel outil, les coûts de développement d'un nouveau moteur seraient beaucoup plus faible qu'à l'heure actuelle.

Bibliographie

/Anderson, 1989/
Learning to control an inverted pendulum using neural networks
C.W. Anderson
IEEE Control Systems Magazine, vol. 9, p. 31-37, 1989.

/Anderson et Moore 1989/
Optimal Control
B.D.O. Anderson et J.B. Moore
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.

/Aquino, 1981/
Transient A/F control characteristics of the 5 liter central fuel injection engine
C.F. Aquino
SAE Paper 810494, 1981.

/Arsie et al., 2003/
An adaptive estimator of fuel film dynamics in the intake port of a spark ignition engine
Arsie, C. Pianese, G. Rizzo, V. Cioffi
Control Engineering Practice, vol. 11, p. 303-309, 2003.

/Barnes-Moss, 1975/
A designer's viewpoint
H.W. Barnes-moss
Passenger car engines,Conference proceedings, Instution of Mechanical Engineers, London, p. 133-147, 1975.

/Bastian, 1995/
Handling the nonlinearity of a fuzzy logic controller at the transition between rules
A. Bastian
Fuzzy Sets and Systems, vol. 71, p. 369-387, 1995.

/Benson et Whitehouse, 1979/
Internal combustion engines
R. S. Benson N. D. Whitehouse
Pergamon International Library 1979.

/Bidan, 1989/
Modélisation et commande d'un moteur à allumage commandé d'automobile
P. Bidan
Thèse préparée au LAAS, 1995.

/Blanco et al., 1999/
Stabilisation du modèle Takagi-Sugeno à l'aide de fonctions de Lyapunov floues
Y. Blanco, P. Borne, T.M. Guerra, W. Perruquetti
Rencontres LFA'99, Valenciennes, 1999.

/Blanco , 2001/
Stabilisation des modèles Takagi-Sugeno et leur usage pour la commande des systèmes non linéaires
Y. Blanco
Thèse de l'école Centrale de Lille, UST Lille, 2001.

/Borne et al., 1999/
Stabilité, stabilisation, régulation : approche par les normes vectorielles, Systèmes Non Linéaires, 2 : stabilité-stabilisation
P. Borne, J.P. Richard, N.E. Radhy
Masson Ed., 1993.

/Bortolet et al., 1999/
Fuzzy modeling and control an engine air inlet with exhaust gas recirculation
P. Bortolet, E. Merlet, S. Boverie
Control Engineering Practice, p 1269-1277, 1999.

/Bortolet, 1998/
Modélisation et commande mulivariables floues : application à la commande d'un moteur thermique
P. Bortolet
Thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées, Toulouse, 1998.

/Boyd et al., 1994/
Linear Matrix inequalities in system and control theory
S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan
SIAM, Philiadelphia, PA, 1994

/Braae et Rutherford, 1979/
Selection of parameters for a fuzzy logic controller
M. Braae, D.A. Rutherford
Fuzzy Sets and Systems, Vol. 2, p. 185-199, 1979.

/Boyd et al., 1994/
Linear Matrix Inequalities in systems and control theory
S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan
SIAM, Philadelphia, 1994.

/Buckland et Grizzle, 2000/
Idle speed control of a lean burn direct injection spark ignition engine
J. Buckland, J.W. Grizzle
AVEC 2000, Ann Arbor, MI, 2000.

/Cao et Frank, 2001/
Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models
Y.Y Cao, P.M. Frank
Fuzzy Sets and Systems, n°124, p. 213-229, 2001.

/Chaumerliac, 1995/
Commande multivariable d'un moteur à allumage commande : Amélioration du rendement sous différents contraintes
V. Chaumerliac
Thèse préparée au LAAS, 1995.

/Chen et Moskwa, 1997/
Application of nonlinear sliding-mode observers for cylinder pressure reconstruction
S. X. Chen, J. J. Moskwa
Control Engineering Practice, Vol. 5 N°8 pp 1115-1121,1997.

/Chung et Hauser, 1995/
Nonlinear Control of a Swinging Pendulum
C. C. Chung, J. Hauser
Automatica, Vol. 31, n°6, p. 851-862,1995.

/Dauron, 1991/
Modélisation et commande d'un moteur à combustion interne : application à la régulation de richesse
A. Dauron
Thèse de l'université Paris IX Dauphine, UER Mathématiques de la décision, 1991.

/Demaya, 1994/
Commande floue de systèmes à dynamiques complexes : Application à la commande d'un moteur thermique
B. Demaya
Thèse de l'université de l'INSA, LAAS, Toulouse, 1994.

/Delmotte, 2003/
Propriété d'approximation des systèmes flous
F. Delmotte
Dans Commande floue 2 : de la stabilisation à la supervision, IC2 Hermès, p. 21-36, 2003.

/Delprat, 2002/
Evaluation de stratégies de commande pour véhicules hybrides parallèles
S. Delprat
Thèse de l'université de Valenciennes, 2002.

/Delprat et al., 2003/
Control of a parallel hybrid powertrain : Optimal control
S. Delprat, J. Lauber, T.M. Guerra, J. Rimaux
IEEE Transaction on Vehicular Technology, à paraître 2003.

/Drakunov et al., 1995/
On-Line Estimation of indicated Torque in IC engines using nonlinear observers
S. Drakunov, G. Rizzoni, Y.Y. Wang
SAE International Congress and Exposition, Detroit, Michigan, February, 1995.

/Driankov et al., 1993/
An introduction to fuzzy control
D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfranck
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1993.

/Dupraz, 1998/
Modélisation et commande avancée d'un moteur diesel à injection directe
P. Dupraz
Thèse LAGrenoble, INPG, 1998.

/Dupraz et al. 1999/
Engine torque estimation for DI diesel engine
P. Dupraz, O. Sename, L. Dugard
European Control Conference, Karlsruhe, Germany, september, 1999.

/El Assoudi et Hammouri, 1993/
Commande d'un système mécanique "chariot-pendule"
A. El Assoudi, H. Hammouri
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1993.

/El Ghaoui et Scorletti, 1996/
Control of rational systems using linear-fractional representations and linear matrix inequalities
L. El Ghaoui, G. Scorletti
Automatica, Vol. 32, n°9, p. 1273-1284, 1996.

/El Ghaoui , 1997/
Approche LMI pour la commande : une introduction
L. El Ghaoui
Ecole d'été d'Automatique de Grenoble, identification et commande robustes : approche LMI, Septembre, 1997.

/Feng et al., 1997/
Design of fuzzy control systems with guaranteed stability
G. Feng, S.G. Cao, N.Y. Rees, C.K. Chak
Fuzzy Sets and Systems, n°2, p. 1-10, 1997.

/Feng et Wang, 2001/
Controller synthesis of fuzzy dynamic systems based on piecewise Lyapunov functions
G. Feng, L. Wang
Fuzzy IEEE'2001, Melbourne, Australie, 2001.

/Floquet, 2000/
Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieur
T. Floquet
Thèse de l'université de Lille, 2000.

/Gahinet et al., 1995/
LMI Control Toolbox
P. Gahinet, A. Nemirowski, A. Laub, M. Chilali
The MathWors Inc., Natick, MA,1995.

/Gasso , 2000/
Identification des systèmes dynamiques non-linéaire : approche multi-modèles
K. Gasso
Thèse de l'Université de Nancy, Décembre, 2000.

/Gu et al., 2001/
Fuzzy control of nonlinear time delay systems : stability and design issues
Y. Gu, H.O. Wang, K. Tanaka
American Control Conference, Arlington, VA, June 25-27, 2001.

/Guerra et al., 1999a/
Lois de commande pour systèmes flous continus Lois de commande pour systèmes flous continus
T.M. Guerra, L. Vermeiren, F. Delmotte, P. Borne
JESA, Vol. 33, n°4, p. 489-527, 1999.

/Guerra et al., 1999b/
Commande floue d'une machine électrique de traction automobile
T.M. Guerra, G. Paganelli, L. Vermeiren, W. Perruquetti
Rencontre LFA'99, Valenciennes, 1999.

/Guerra et Perruquetti, 2001/
Non quadratic stabilization of discrete Takagi Sugeno fuzzy models
T.M. Guerra, W. Perruquetti
Fuzzy IEEE'2001, Melbourne, Australie, 2001.

/Guerra et Vermeiren, 2001a/
Control laws for continuous fuzzy systems
T.M. Guerra, L. Vermeiren
Fuzzy Sets and Systems, Vol. 120, p. 95-108, 2001.

/Guerra et Vermeiren, 2001b/
Conditions for non quadratic stabilization of discrete fuzzy models
T.M. Guerra, L. Vermeiren
Advanced Fuzzy/Neural Control, IFACAFNC'01, Valencia, Spain, p. 15-20, 2001.

/Guerra et al., 2003a/
Some new relaxed conditions of quadratic stabilization for continuous Takagi-Sugeno fuzzy models
T.M. Guerra, M. Ksontini, F. Delmotte
IMACS/ IEEE CESA'2003, Lille, July, 2003.

/Guerra et al., 2003b/
Nouvelles conditions de stabilisation relâchées pour des descripteurs flous
T.M. Guerra, S. Delprat, S. Labiod
LFA'2003, Tours, Novembre, 2003.

/Guerra et Vermeiren, 2003/
Stabilité et stabilisation à partir de modèles flous
T.M. Guerra, L. Vermeiren
Dans Commande floue 1 : de la stabilisation à la supervision, IC2 Hermès, p.59-98, 2003.

/Guzzela et al., 1997/
Feedback linearizing air/fuel-ratio controller
L. Guzzela, M. Simons, H. P. Geering
Control Eng. Practive, Vol. 5 N°8, pp. 1101-1105,1997.

/Hendricks et al., 1996/
Modelling of intake manifold filling dynamics
E. Hendricks, A. Chevalier, M. Jensen, S.C. Sorenson, D. Trumpy, J. Asik
International congress and exposition, SAE, Detroit, Michigan,1996.

/Heywood, 1988/
Internal combustion engine fundamentals
J.B. Heywood
Mc Graw Hill, ISBN 0-07-028637-X, 1988.

/Ingram et al., 2003a/
Spark ignition engine mass air flow control for precise torque management
G.A. Ingram, M.A. Franchek, V. Balakrishnan
SAE World Congress, Detroit, MI, March 2003.

/Ingram et al., 2003b/
Spark ignition engine torque management
G.A. Ingram, M.A. Franchek, V. Balakrishnan
American Control Conference, Denver, CO, june, 2003.

/Jankovic et al., 2001/
Construtive lyapunov control design for turbocharged diesel engine
M. Jankovic, M. Jankovic, I. Kolmanovsky
IEEE Transaction on Control System Technology, vol. 8, p. 288-299, 2001.

/Jankovic et Magner, 2001/
Cylinder air-charge estimation for advance intake valve operation in variable cam timing engines
M. Jankovic, S.W. Magner
JSAE, vol. 22, p. 445-452, 2001.

/Johansson et al., 1999/
Piecewise quadratic stability of fuzzy systems
M. Johansson, A. Rantzer, K. Arzen
IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 7, p. 713-722, 1999.

/Kandel et al., 1993/
Fuzzy inference and its applicability to control systems
A. Kandel, L. Li, Z. Cao
Fuzzy Sets and Systems, vol. 48, p. 99-111, 1993.

/Kang et Grizzle, 1999/
Nonlinear control for joint air and fuel management in a SI engine
J.M. Kang, W. Grizzle
IEEE American Control Conference, 1999.

/Khalid Khan et al., 2001/
Application of output feedback based dynamic sliding mode control to speed control of an automotive engine
M. Khalid Khan, S.K Spurgeon, P.F. Puleston
European Control Conference , Porto, Portugal, september, 2001.

/Khalid Khan et Spurgeon, 2001/
Application of output feedback based dynamic sliding mode control to speed control of an automotive engine
M. Khalid Khan, S.K Spurgeon
Fourth Nonlinear Control Network Workshop , Sheffield, UK, June, 2001.

/Kiencke, 1999/
Engine misfires detection
U. Kiencke
Control engineering practice, vol 7, p. 203-208, 1999.

/Kiencke et Nielsen, 2000/
Automotive control systems
U. Kiencke, L. Nielsen
SAE, Springer-Verlag, 2000.

/Kim et al., 1995/
Stability analysis and stabilization of fuzzy state space models
W.C. Kim, S.C. Han, W.H. Kwon
Fuzzy Sets and Systems, vol. 71, p. 131-142, 1995.

/Kim et al., 1999/
Design of an IC engine torque estimator using unknown imput observer
Y.W. Kim, G. Rizzoni, Y.Y. Wang
Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, September 1999.

/Kim et Lee 2000/
New Approaches to Relaxed Quadratic Stability Condition of Fuzzy Control Systems
E. Kim, H. Lee
IEEE Transactions on Fuzzy Systems**,** vol. 8, p. 523-533, 2000.

/Kolmanovsky et al., 2000/
Charge control for direct injection spark ignition engines with EGR
I. Kolmanovsky, J. Sun, M. Druzhinina, M. Van Niewstadt
ACC chicago, Illillois, June 2000.

/Lauber et al., 2002a/
Moteur thermique : suivi de trajectoire pour un collecteur en présence d'EGR
J. Lauber, W. Perruquetti, T.M. Guerra
IEEE Congrès International Francophone d'Automatique, Nantes, 2002.

/Lauber et al., 2002b/
IC engine : tracking control for an inlet manifold with EGR
J. Lauber, T.M. Guerra, W. Perruquetti
Automotive and Transportation Technology congress, SAE, Paris, 2002.

/Lauber et al., 2002c/
IC engine : tracking control for an inlet manifold with EGR
J. Lauber, T.M. Guerra, W. Perruquetti
SAE Journal of Passengers Cars : Electronic and Electrical Systems , p. 913-918, 2002.

/Lauber et al., 2003a/
Stabilisation et rejet de perturbations à l'aide de modèles flous de type takagi-sugeno : application au moteur thermique
J. Lauber, T.M. Guerra, W. Perruquetti
Journées Doctorales d'Automatique, p. 131-136, Valenciennes, 2003.

/Lauber et al., 2003b/
Disturbance rejection using Takagi-Sugeno fuzzy model : application to an IC engine
J. Lauber, T.M. Guerra, W. Perruquetti
IEEE CESA, Lille, 2003.

/Lauber et al., 2003c/
Commande robuste floue en couple d'un moteur thermique
J. Lauber, T.M. Guerra, W. Perruquetti
Journées « Automatique et Automobile », Bordeaux, novembre 2003.

/Lauber et al., 2004/
Moteur thermique : suivi de trajectoire pour un collecteur en présence d'EGR
J. Lauber, W. Perruquetti, T.M. Guerra
Journal Européen des Systèmes Automatisés, à paraître 2004.

/Lee et al., 2001/
Robust fuzzy H_∞ control for uncertain nonlinear systems via state feedback : an LMI approach
K.R. Lee, E.T. Jeung, H.B. Park
Fuzzy Sets and Systems, vol. 120, p. 123-134, 2001.

/Lumsden et al., 1997/
Comparing lean burn and EGR
G. Lumsden, D. Eddleston et R. Strykes
Engines combustion, SAE, 1997.

/Ma et al., 1998/
Analysis and design of fussy controller and fuzzy observer
X.J. Ma, Z. Q. Sun, Y.Y. He
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 6, n°1, p. 41-50, 1998.

/Mianzo et Peng, 2000/
Modeling and control of a variable valve timing engine
L. Mianzo, H. Peing
American Control Conference, Chicago, Illinois, june 2000.

/Morère, 2001/
Mise en œuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno
Y. Morere
LAMIH-SF, Thèse, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2001.

/Passaquay, 2000/
Modélisation et commande de processus multivariables à base de logique floue – application à la commande de moteurs thermiques
D. Passaquay
LAAS, INSA, Toulouse, 2000.

/Peaucelle et al., 2000/
A new robust -stability condition for real convex polytopic uncertainty
D. Peaucelle, D. Arzelier, O. Bachelier, J. Bernussou
Systems and Control letters, 40 (1), p. 21-30, 2000.

/Perruquetti et Barbot, 2002/
Sliding mode control in engineering
W. Perruquetti, J.P. Barbot
Control Engineering Series, Marcel Dekker, Inc., New York, 2002.

/Petridis et Shenton, 2003/
Inverse NARMA : a robust control method applied to SI engine idle-speed regulation
A.P. Petridis, A.T. Shenton
Control engineering practice, vol. 11, p. 279-290, 2003.

/Petterson et Nielsen, 2003/
Diesel engine speed control with handling of driveline resonances
M. Petterson, L. Nielsen
Control engineering practice, vol. 11, p. 319-328, 2003.

/Raymond 1995/
Commande floue monovariable et multivariable selon l'expertise et par modélisation floue (méthodologie et application aux systèmes automobiles)
C. Raymond
LAAS, INSA, Toulouse, 1995.

/Rizzoni, 1989/
Estimation of indicated torque from Crankshaft speed fluctuations : a model for the dynamics of the IC engine
G. Rizzoni
IEEE transactions on vehicular technology, Vol. 38, N°3 August 1989.

/Rizzoni et Connolly, 1993/
Estimate of IC engine torque from measurement of crankshaft angular position
G. Rizzoni, F.T. Connolly
SAE Technical paper series 932410 international Off-Highway & Powerplant Congress & Exposition, Milwaukee,Wisconsin september 1993.

/Rohal et al., 2002/
Comparison of linear and nonlinear approach to engine misfires detection
M. Rohal Ova Ilkivova, B. Rohal Ilkiv, T. Neuschl
Control engineering practice, vol. 10, p. 1141-1146, 2002.

/Sontag et Wang, 1995/
On characterizations of the input-to-state statbility property
E.D. Sontag, Y. Wang
Systems and Control Letters, vol 24, p. 351-359, 1995.

/Stefanopoulou et al., 1994/
Engine air-fuel ratio and torque control using secondary throttles
A.G. Stefanopoulou, J.W. Grizzle, J.S. Freudenberg
IEEE Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, Florida, december, 1994.

/Storset et al., 2000/
Air charge estimation for turbocharged diesel engines
O.F. Storset, A. Stefanopoulou, R. Smith
American Control Conference, Chicago, Illinois, 2000.

/Stotsky et al., 1999/
Variable structure control of engine idle speed with estimation of unmeasurable disturbances
A. Stotsky, B. Egardt, S. Eriksson
38th Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona USA December 1999.

/Stotsky et Kolmanovski, 2002/
Application of input estimation techniques to charge estimation and control in automotive engines
A. Stotsky, I. Kolmanovski
Control Engineering Practice, vol. 10, p. 1371-1383, 2002.

/Sugeno et Kang, 1988/
Structure identification of fuzzy mode
M. Sugeno, G.T. Kang
Fuzzy Sets and Systems, vol. 28, p. 15-33, 1988.

/Swoboda, 1984/
Mécanique des moteurs alternatifs
B. Swoboda
Publications de l'Institut Français du Pétrole, Editions Technip, 1984.

/Takagi et al., 1998/
Transient exhaust gas improvement by adaptive neural network
S. Takagi, T. Sakamaki, S. Morita, T. Takiyama, M. Takigawa
JSAE Review 19 p15-19, 1998.

/Takagi et Sugeno, 1985/
Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control
T. Takagi, M. Sugeno
IEEE Transactions on SMC, vol. 15, n° 1, p. 116-132, 1985.

/Tan et Saif, 1997/
Neural-networks-based nonlinear dynamic modeling for automotive engine
Y. Tan, M. Saif
Neurocomputing, 129-142, 1997.

/Tanaka et al., 1996/
Robust stabilization of a class of uncertain non linear system via fuzzy control : Quadratic Stabilization, H^{∞} Control Theory, and Linear Matrix Inequalities
K. Tanaka, T. Ikeda, H.O. Wang
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 4, n°1, p. 1-13, 1996.
/Tanaka et al., 1998/
Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and LMI-based designs
K. Tanaka, T. Ikeda, H.O. Wang
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 6, n°2, p. 1-16, 1998.

/Tanaka et Wang, 2001/
Fuzzy control systems design and analysis : a linear matrix inequality approach
K. Tanaka, H.O. Wang
John Wiley & Son Eds, New York, Wiley-Interscience ISBN 0-471-32324-190000.

/Taniguchi et al., 2001/
Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems
T. Taniguchi, K. Tanaka, H. Ohtake, H.O. Wang
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 9, n°4, p. 525-537, 2001.

/Tong et al., 2002/
Fuzzy robust tracking control for uncertain nonlinear systems
S. Tong, T. Wang, H.X. Li
International Journal of Approximate Reasoning, vol. 30, p. 73-90, 2002.

/Torrédemé, 1994/
Analyse et modélisation de la pression cylindre pou le contrôle des moteurs à allumage commandé
S. Torrédémé
Thèse de l'Institut National de Polytechnique de Toulouse, 1994.

/Truquet, 1997/
Variations cycliques et dégagement de chaleur : Analyse et voies de contrôle
R. Truquet
Thèse de l'Institut National de Polytechnique de Toulouse, 1997.

/Utkin, 1977/
Variable structure systems with sliding modes
V.I. Utkin
IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 22, n°2, p.212-222, 1977.

/Van Nieuwstadt et al., 2000/
EGR-VGT control schemes : experimental comparison for a high-speed diesel engine
M.J. Van Nieuwstadt, I.V. Kolmanovsky, P.E. Moraal, A. Stefanopoulou, M. Jankovic
IEEE Control Systems Magazine, 2000.

/Wang et al., 1996/
An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems : Stability and Design Issues
H.O. Wang, K. Tanaka, M. Griffin
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 4, n°1, p. 14-23, 1996.

/Wang et al., 1997/
Event-based estimation of indicated torque for IC engines using sliding-mode observers
Y.Y. Wang, V. Krishnaswami, G. Rizzoni
Control engineering practice, vol. 5, N°8, p. 1123-1129, 1997.

/Wang et al., 1999/
Idle speed control : an old problem in a new engine design
Y.Y. Wang, A. Stefanopoulou, M. Levin
IEEE American Control Conference, 1999.

/Weeks et Moskwa, 1995/
Automotive engine modeling for real-time control using MATLAB/SIMULINK
R.W. Weeks, J.J. Moskwa
SAE International Congress and Exposition, Detroit, MI, 1995.

/Yoneyama et al., 2000/
Output stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy systems
J. Yoneyama, M. Nishikawa, H. Katayama, A. Ichikawa
Fuzzy Sets and System*s*, vol. 111, p. 253-266, 2000

/Yoon et Ju, 2000/
Air to fuel ratio control of a non-throttling engine using EVA
H. Yoon, J. Ju
SAE ISATA, Dublin, Ireland, 2000.

/Zhao et al., 1996/
Fuzzy controllers with guaranteed robustness and performance
J. Zhao, R. Gorez, V. Wertz
EUFIT'96, Aachen, p. 1886-1890, 1996.

ANNEXES

Annexe I : Outils de bases de la commande floue

Modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS)

Une approche extrêmement féconde concerne des systèmes flous de type Takagi-Sugeno (TS) /Takagi, 1985/ /Sugeno, 1988/. Ces systèmes sont constitués de règles dont la partie conclusion est mise sous la forme d'une représentation d'état. La plupart des travaux font appel, pour vérifier les conditions de stabilité, aux outils LMIs (Linear Matrix Inequalities) /Boyd et al., 1994/.

Avec les notations :

$i = 1,\ 2,\ \cdots,\ r$, r étant le nombre de règles "Si ... alors", F_j^i : $(j = 1,\ 2,\ \cdots,\ p)$ les sous-ensembles flous des prémisses, $x(t) \in R^n$ le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$ le vecteur des entrées, $y(t) \in R^q$ le vecteur des sorties, $A_i \in R^{n\times n}$, $B_i \in R^{n\times m}$, $C_i \in R^{q\times n}$ et $z_1(t),\ldots,z_p(t)$ les variables des prémisses (variables dépendant de l'état et/ou des entrées), les modèles flous TS peuvent se représenter sous la forme suivante,

Règle i du modèle :

$$\text{Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i \text{ et } \cdots \text{et } z_p(t) \text{ est } F_p^i \text{ alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1,\ 2,\ \cdots,\ r \tag{1.1}$$

A chaque règle i est attribué un poids $w_i(z(t))$ qui dépend de la valeur de vérité (ou degré d'appartenance) des $z_j(t)$ aux sous-ensembles flous F_j^i, notée $F_j^i(z_j(t))$, et du choix de la modélisation du connecteur (opérateur) "et" reliant les prémisses. Le connecteur "et" est souvent choisi comme étant le produit, d'où :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{p} F_j^i(z_j(t)) \ i = 1,\ 2,\ \cdots,\ r \text{ avec } w_i(z(t)) \geq 0 \text{, pour tout } t, \tag{1.2}$$

puisque les fonctions d'appartenance prennent leur valeur dans l'intervalle [0, 1].

À partir des poids attribués à chaque règle, les sorties finales des modèles flous sont inférées de la manière suivante, qui correspond à une « défuzzification » barycentrique :

$$\dot{x}(t)=\frac{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)\left(A_i x(t)+B_i u(t)\right)}{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)}\ ,\ y(t)=\frac{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)C_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)} \tag{1.3}$$

qui peuvent être réécrites :

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\left(A_i x(t)+B_i u(t)\right),\ y(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)C_i x(t) \tag{1.4}$$

avec : $h_i\left(z(t)\right)=\dfrac{w_i\left(z(t)\right)}{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)}$ vérifiant une propriété de somme convexe, i.e. :

$\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)=1$ et $w_i\left(z(t)\right)\geq 0$, pour tout t.

Passage d'un modèle non linéaire à un modèle flou TS

Plusieurs approches sont possibles pour obtenir des modèles écrits sous cette forme. Une première approche utilise la linéarisation autour de plusieurs points de fonctionnement /Tanaka et Wang, 1995/ /Ma et al., 1998/, une deuxième approche permet son obtention à partir d'un modèle mathématique non linéaire /Tanaka et al., 1998/ /Morère, 2001/. Nous ne nous intéressons qu'à la deuxième manière.

Lemme /Morère, 2001/ : Soit f une fonction quelconque bornée sur un intervalle I, alors il existe $\alpha\in\mathbb{R}$, $\beta\in\mathbb{R}$, $h_1(x)>0$, $h_2(x)>0$ et $h_1(x)+h_2(x)=1$, tels que : $\forall x\in I$, $f(x)\in\left[\underline{f},\overline{f}\right]$, $f(x)=\alpha h_1(x)+\beta h_2(x)$.

Preuve : Soit $\underline{f}=\inf_{x\in I} f(x)$ et $\overline{f}=\sup_{x\in I} f(x)$ pour alors directe en écrivant : $f(x)=\dfrac{\overline{f}-f(x)}{\overline{f}-\underline{f}}\cdot\underline{f}+\dfrac{f(x)-\underline{f}}{\overline{f}-\underline{f}}\cdot\overline{f}$, et en posant : $h_1(x)=\dfrac{\overline{f}-f(x)}{\overline{f}-\underline{f}}$ et $h_2(x)=\dfrac{f(x)-\underline{f}}{\overline{f}-\underline{f}}$ alors le lemme est vérifié. □

Remarque 1 : Dans le cas général, si on considère un modèle non linéaire :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \tag{1.5}$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $f(0) = 0$ et les champs de vecteurs f et g sont bornés sur $\mathbb{R}^n$, alors le modèle TS représente de façon exacte le modèle non linéaire (1.5) pour $x \in \mathbb{R}^n$. Dans le cas contraire, sous la condition f et g continues, alors l'équivalence n'est vraie que sur un compact de $\mathbb{R}^n$, c'est à dire : dans le cas où la démonstration de la stabilité fait appel à une fonction de Lyapunov, les résultats pour le système non linéaire sont valables dans la plus grande équipotentielle contenue dans ce compact.

Commande floue et conditions de stabilisation de base

La loi de commande la plus fréquemment utilisée est la loi dite PDC (Parallel Distributed Compensation) qui correspond à :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) F_i x(t) \tag{1.6}$$

avec les mêmes $h_i(z(t))$ que ceux du modèle flou.

Dans cette partie, on s'intéresse à la stabilisation quadratique des modèles flous TS, i.e., en utilisant la fonction de Lyapunov $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$ avec $P > 0$. Pour obtenir l'expression de la boucle fermée, il suffit d'introduire la commande (1.6) dans le modèle flou (1.1). Ainsi l'expression obtenue est la suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i F_j) x(t) \tag{1.7}$$

On pose : $\Upsilon_{ij} = A_i - B_i F_j$.

Théorème I.1. /Tanaka et Sugeno, 1992/. *L'équilibre du modèle flou continu* (1.7) *est asymptotiquement stable s'il existe une matrice* $P = P^T > 0$ *telle que :*

$$\Upsilon_{ii}^T P + P \Upsilon_{ii} < 0 \tag{1.8}$$

$$\left(\Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji}\right)^T P + P\left(\Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji}\right) < 0, \quad i < j \tag{1.9}$$

pour tout $i, j = 1, 2, \cdots, r$, *exceptées les paires* (i, j) *telles que* $h_i(z(t)) h_j(z(t)) = 0, \forall t$.

L'obtention du régulateur flou PDC consiste donc à déterminer les matrices de gains de retour d'état F_j $(j=1,\ 2,\ \cdots,\ r)$ satisfaisant les conditions du théorème I.1 pour une matrice P définie positive.

Ce problème se réduit donc à un problème de faisabilité et peut être résolu à l'aide des outils issus de l'optimisation convexe, et plus particulièrement des LMIs (Linear Matrix Inequalities) /El Ghaoui, 1997/. Pour ce faire on opère le changement de variables classique suivant : $X=P^{-1}$ et $F_i=M_iP^{-1}$, d'où après congruence avec $X=P^{-1}$ des inégalités (1.8) et (1.9) on obtient les expressions LMI suivantes par rapport aux variables X et M_i :

$$A_iX+XA_i^T-B_iM_i-M_i^TB_i^T<0$$

$$A_iX+XA_i^T+A_jX+XA_j^T-B_iM_j-M_j^TB_i^T-B_jM_i-M_i^TB_j^T<0$$

S'il existe une solution à ce problème alors il est possible d'envisager de calculer les gains de commande à part (cf. chapitre 2), puis de ne résoudre le problème LMI qu'avec l'inconnue $P>0$.

Commande floue avec observateur flou, conditions de base

Un observateur flou pour le modèle (1.4) s'écrit de façon générale comme suit :

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i\left(\hat{z}(t)\right)\left(A_i\hat{x}(t)+B_iu(t)+K_i\left(y(t)-\hat{y}(t)\right)\right)\\ \hat{y}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i\left(\hat{z}(t)\right)C_i\hat{x}(t)\end{cases} \tag{1.10}$$

sachant que $\hat{z}(t)=f\left(\hat{x}(t)\right)$, chaque règle de l'observateur est construite à partir de celle du modèle flou. Un cas particulier important est le cas où toutes les variables utilisées dans les prémisses sont mesurables, alors $z_i(t)=\hat{z}_i(t)$, et on peut remplacer $h_i\left(\hat{z}(t)\right)$ par $h_i\left(z(t)\right)$ dans (1.10).

En utilisant la loi PDC : $u(t)=-\sum_{i=1}^{r}h_i\left(z(t)\right)F_i\hat{x}(t)$ la boucle fermée complète s'écrit :

$$\begin{pmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{x}(t)-\dot{\hat{x}}(t)\end{pmatrix}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r}h_i\left(z(t)\right)h_j\left(z(t)\right)\begin{pmatrix}A_i-B_iF_j & B_iF_j\\ 0 & A_i-K_iC_j\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x(t)\\ x(t)-\hat{x}(t)\end{pmatrix} \tag{1.11}$$

Dans ce cas et dans ce cas seulement, il existe un principe de séparation /Ma et al., 1998/ /Yoneyama et al. 2000/. On peut donc déterminer les gains F_i à partir des conditions du théorème I.1, (1.8) et (1.9) et les gains K_i à partir des mêmes conditions appliquées au problème dual, i.e. avec $\Upsilon_{ij} = A_i^T - C_i^T K_j^T$.

Dans le cas contraire, l'écriture de la boucle fermée fait apparaître des triples sommes du type : $\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)h_j\left(z(t)\right)h_k\left(\hat{z}(t)\right)$. De façon générale, la matrice $P>0$ à rechercher est de dimension : $2n\times 2n$. Il devient alors impossible d'écrire un problème sous forme LMI permettant de déterminer, $P>0$, F_i et K_i simultanément. Il est alors nécessaire de séparer la procédure en deux. Trouver dans un premier temps les matrices F_i et K_i puis vérifier qu'une matrice commune $P>0$ existe. Il s'agit alors de procéder par essais successifs /Tanaka et al., 1988/ mais sans garantie aucune.

Commande floue des systèmes à retard

Ce paragraphe présente des résultats obtenus sur la commande et l'observation des systèmes à retards en utilisant le formalisme flou. Tout d'abord le modèle flou TS utilisé est présenté puis les résultats concernant la stabilisation de ce dernier avec et sans observateur sont présentés /Cao et Frank, 2001/.

Modèle TS avec retard

La représentation du modèle flou en présence de retards variables sur l'état, peut-être donnée par les règles (1.12) :

Si $z_1(t)$ est F_1^i et $\cdots$ et $z_p(t)$ est F_p^i

$$\text{alors}\ \begin{cases}\dot{x}(t) = A_{1i}x(t) + A_{2i}x\left(t-\tau_i(t)\right) + B_i u(t)\\ y(t) = C_{1i}x(t) + C_{2i}x\left(t-\tau_i(t)\right)\end{cases}\quad i = 1,\ 2,\ \cdots,\ r \tag{1.12}$$

avec $\tau_i(t) \le \tau$, et les matrices A_{1i}, A_{2i}, C_{1i}, C_{2i} et B_i de dimensions appropriées.

La condition initiale du modèle est donnée par la fonction vectorielle ψ, telle que : $\forall t \in [-\tau, 0],\quad x(t) = \psi(t)$.

La sortie finale du modèle flou, obtenue par défuzzyfication barycentrique est alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\left(A_{1i}x(t) + A_{2i}x(t-\tau_i(t)) + B_i u(t)\right) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\left(C_{1i}x(t) + C_{2i}x(t-\tau_i(t))\right) \end{cases} \tag{1.13}$$

Les conditions de stabilité du modèle flou sans entrées ($u(t)=0$) sont données par le théorème suivant.

Théorème I.2 /Cao et Frank, 2001/. *L'équilibre du modèle flou continu avec retards (1.13) sans entrées est asymptotiquement stable s'il existe une matrice* $P>0$ *et* r *matrices* $S_i>0$ *telle que :*

$$\begin{aligned} &A_{1i}^T P + PA_{1i} + P + PA_{2i}S_iA_{2i}^T P < 0, \\ &S_i^{-1} \le P, \quad i=1,\ldots,r \end{aligned} \tag{1.14}$$

Commande de modèles TS avec retard

La loi de commande utilisée est la loi PDC classique de la forme $u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))F_i x(t)$ où les r gains de commande F_i sont à déterminer. Les conditions de stabilité du système bouclé sont données dans le théorème I.3.

Théorème I.3 /Cao et Frank, 2001/. *L'équilibre en boucle fermée du modèle flou continu avec retards (1.13) soumis à la loi de commande (1.6) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice* $X>0$*,* r *matrices* $S_i>0$ *et* $M_i>0$ *telle que* $S_i \ge X$ *et :*

$$XA_{1i}^T + A_{1i}X - B_iM_i - M_i^T B_i^T + X + A_{2i}S_iA_{2i}^T < 0, \tag{1.15}$$

$$\begin{aligned} &XA_{1i}^T + A_{1i}X + XA_{1j}^T + A_{1j}X - B_iM_j - M_j^T B_i^T \\ &-B_jM_i - M_i^T B_j^T + 2X + A_{2i}S_iA_{2i}^T + A_{2j}S_jA_{2j}^T < 0, \quad i<j \end{aligned} \tag{1.16}$$

pour tout $i, j = 1, 2, \cdots, r$*, exceptées les paires* (i, j) *telles que* $h_i(z(t))h_j(z(t)) = 0, \forall t$.

Les gains de retour d'état sont alors construits de la manière suivante :

$$F_i = M_iX^{-1}, \quad i=1,\ldots,r \tag{1.17}$$

Remarque 2 : Les conditions LMI obtenues précédemment ne dépendent pas des retards $\tau_i(t)$ ou τ, ce qui signifie que la boucle fermée est stable quelque soit la valeur du retard lorsque les conditions sont vérifiées.

Commande avec observateur de modèles TS avec retard

L'observateur flou utilisé reprend les règles du modèle flou en supposant les retards parfaitement connus. Il s'écrit : et est donné par :

Règle R^i de l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))\left(A_{1i}\hat{x}(t) + A_{2i}\hat{x}(t-\tau_i(t)) + B_i u(t) + K_i\left(y(t) - \hat{y}(t)\right)\right) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))\left(C_{1i}\hat{x}(t) + C_{2i}\hat{x}(t-\tau_i(t))\right) \end{cases} \tag{1.18}$$

La sortie finale de l'observateur est :

Comme dans le cas de systèmes sans retards, il existe un principe de séparation de la commande et de l'observateur si les variables de prémisse sont mesurables, soit $\hat{z}(t) = z(t)$.

La boucle fermée du système complet avec observateur est représentée par le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\left(\left(A_{1i} - B_i F_j\right)x(t) + A_{2i}x(t-\tau_i(t)) + B_i F_j \tilde{x}(t)(t)\right) \\ \dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\left(\left(A_{1i} - K_i C_{1j}\right)\tilde{x}(t) + A_{2i}\tilde{x}(t)(t-\tau_i(t)) - K_i C_{2j}\tilde{x}(t)(t-\tau_i(t))\right) \end{cases} \tag{1.19}$$

Les conditions de stabilité du système complet avec observateur sont données par le théorème 2.4.

Théorème I.4 /Cao et Frank, 2001/. *L'équilibre en boucle fermée du modèle flou continu avec retards* (1.13) *soumis à la loi de commande* $u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))F_i\hat{x}(t)$ *avec observateur flou* (1.18) *est asymptotiquement stable s'il existe deux matrices* $X_1 > 0$ *et* $X_2 > 0$, *r matrices* $S_{1i} > 0$, $S_{2i} > 0$, M_i *et* R_i *telles que* $S_{1i} \geq X_1$, $S_{2i} \leq X_2$ *et :*

$$X_1 A_{1i}^T + A_{1i}X_1 - B_i M_i - M_i^T B_i^T + X_1 + A_{2i}S_{1i}A_{2i}^T < 0, \tag{1.20}$$

$$\begin{aligned} &X_1 A_{1i}^T + A_{1i}X_1 + X_1 A_{1j}^T + A_{1j}X_1 - B_i M_j - M_j^T B_i^T \\ &-B_j M_i - M_i^T B_j^T + 2X_1 + A_{2i}S_{1i}A_{2i}^T + A_{2j}S_{1j}A_{2j}^T < 0, \quad i < j, \end{aligned} \tag{1.21}$$

$$\begin{bmatrix} A_{1i}^T X_2 + X_2 A_{1i} - R_i C_{1i} - C_{1i}^T R_i^T + X_2 & X_2 A_{2i} - R_i C_{2i} \\ A_{2i}^T X_2 - C_{2i}^T R_i^T & -S_{2i} \end{bmatrix} < 0, \tag{1.22}$$

$$\begin{bmatrix} A_{1i}^T X_2 + X_2 A_{1i} - R_i C_{1i} - C_{1i}^T R_i^T + X_2 & (*) & (*) \\ A_{2i}^T X_2 - C_{2j}^T R_i^T & -S_{2i} & 0 \\ A_{2j}^T X_2 - C_{2i}^T R_j^T & 0 & -S_{2j} \end{bmatrix} < 0, \quad i < j \tag{1.23}$$

pour tout $i, j = 1, 2, \cdots, r$ *, exceptées les paires* (i, j) *telles que* $h_i(z(t))h_j(z(t)) = 0, \forall t$.

Les gains du retour d'état et de l'observateur sont alors calculés de la manière suivante :

$F_i = M_i X_1^{-1}, \quad K_i = X_2^{-1} R_i, \quad i = 1, \ldots, r$.

Toutes les conditions présentées dans les théorèmes I.2 à I.4 sont indépendantes de la valeur du retard, en contrepartie, elles sont relativement conservatives et donc il est difficile de trouver une solution au problème LMI associé. Une façon de les rendre moins conservatives est d'utiliser des conditions dites « relâchées » /Tanaka et al., 1998/, /Kim et Lee, 2000/. Une autre façon de faire est d'introduire la valeur des retards ou de leur bornes supérieures dans les conditions de stabilité.

Annexe II : La commande à modes glissants

La commande à modes glissants s'inscrit dans le cadre plus large de la théorie des systèmes à structure variable qui a émergée dans le milieu du 20ème siècle en URSS. La théorie des modes glissants a été formalisée par /Utkin, 1977/ : les lois de commandes par modes glissants sont réalisées de manière à conduire et contraindre l'état du système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation. Les principaux avantages de cette approche sont d'une part, la relative simplicité de mise en œuvre en commande et en observation, et d'autre part, la réponse du système bouclée est totalement insensible à une classe particulière d'incertitudes paramétriques et de perturbations (robustesse).

Les principes de base de la commande à modes glissants /Floquet, 2000/ /Perruquetti et Barbot, 2002/ sont exposés dans cet annexe.

Principe de la commande à modes glissants

Le principe de cette technique est de contraindre l'état à atteindre et rester sur une surface donnée $S = \{x \in U : s(x) = 0\}$ où U est un ouvert de $\mathbb{R}^n$.. La surface considérée s'appelle la surface de glissement ou de commutation. La réalisation s'effectue en deux temps : une surface est déterminée de façon à ce que le régime glissant ait les propriétés désirées, puis une loi de commande discontinue est synthétisée de façon à rendre la surface invariante et attractive en temps fini.

Dans la suite nous considérons le système non linéaire affine en la commande décrit par l'équation suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \tag{2.1}$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $f(0) = 0$ et les champs de vecteurs f et g sont bornés sur $\mathbb{R}^n$.

Condition d'invariance de la surface

Les conditions d'invariance de la surface S sont données par les équations :

$$\begin{aligned} &s = 0, \\ &\frac{\partial s}{\partial x}\left[f(x) + g(x) u_e \right] = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

La deuxième équation correspond à $\dot{s}=0$. u_e est appelé la commande équivalente et s'exprime de la façon suivante :

$$u_e(x)=-\left[\frac{\partial s}{\partial x}g(x)\right]^{-1}\frac{\partial s}{\partial x}f(x) \tag{2.3}$$

Remarque : la commande équivalente est bien définie si et seulement si $\frac{\partial s}{\partial x}g(x)\neq 0$ sur S.

Un exemple classique de commande pour le système (2.1) est le suivant :

$$u(x)=u_e(x)-K\left[\frac{\partial s}{\partial x}g(x)\right]^{-1}\operatorname{sgn} s \tag{2.4}$$

où K est une constante positive et sgn est la fonction signe classique non défini en zéro. Cette commande vérifie la condition $s\dot{s}=-K|s|<0$ et assure l'établissement d'un régime glissant $s=0$.

Dynamique en régime de glissement

D'après l'équation de la commande équivalente, il s'ensuit que le mouvement sur S est gouverné par l'équation $\dot{x}_e=f(x_e)+g(x_e)u_e$ ou encore :

$$\begin{cases}\dot{x}_e=\left[I-g(x_e)\left[\frac{\partial s}{\partial x_e}g(x_e)\right]^{-1}\frac{\partial s}{\partial x_e}\right]f(x_e)\\ s(t,x_e)=0\end{cases} \tag{2.5}$$

Propriétés de robustesse

Soit le système soumis à des perturbations p pouvant représenter des incertitudes paramétriques ou des perturbations externes indépendantes de l'état :

$$\dot{x}=f(x)+g(x)u+p \tag{2.6}$$

Le théorème suivant permet d'avoir une description des incertitudes auxquelles le régime glissant est insensible.

Théorème /Drazenovic, 1969/ : Un régime glissant sur S, du système perturbé (2.6), est indépendant du signal de perturbation p, si est seulement si

$$p\in \operatorname{Vect}\{g(x)\} \tag{2.7}$$

La condition (2.7) s'appelle la condition de recouvrement ou "matching condition".

Ordre des modes glissants

Modes glissants d'ordre 1

Dans la pratique, un régime glissant idéal n'existe pas puisqu'il impliquerait des commutations de la commande avec une fréquence infinie. Pour un système physique, il y a toujours des retards de commutations qui engendrent au voisinage de la surface, le phénomène de réticence (chattering). Ce dernier est caractérisé par de fortes oscillations autour de la surface de glissement. Les principaux inconvénients de ce phénomène sont :

- la possibilité d'exciter des modes à haute fréquence non pris en compte dans le modèle,
- l'usure rapide d'actionneur due aux importantes sollicitations (actionneurs mécaniques),
- des pertes énergétiques non négligeables.

De nombreux travaux ont été menés concernant la réduction ou l'élimination du chattering : soit en utilisant des fonctions signes modifiées (eq. (2.8)), soit en introduisant des commandes avec des gains décroissants (eq. (2.9)).

Un type classique de fonction signe modifiée est l'utilisation d'une approximation continue de type grand gain au voisinage de la surface, par exemple :

$$sat_{\varepsilon}(s) = \begin{cases} \dfrac{s}{\varepsilon} & \text{si } |s| \le \varepsilon \\ \operatorname{sgn}(s) & \text{si } |s| > \varepsilon \end{cases} \tag{2.8}$$

D'autres fonctions peuvent être utilisées, telles que celles de la famille des sigmoïdes : $\tanh(r)$, $\frac{2}{\pi}\arctan(r)$,… avec $r = \frac{x}{\varepsilon}$ et ε l'épaisseur du voisinage de la surface dans lequel les composantes haute fréquence sont filtrées.

Concernant les commandes à gain décroissant, le formalisme le plus souvent employé est le suivant :

$$u = -K|s|^{\alpha}\operatorname{sgn}(s) \tag{2.9}$$

Ces deux types de commande permettent effectivement d'atténuer le chattering, mais la précision, le temps de réponse, ainsi que la robustesse de la commande, donc les performances sont dégradées.

Une autre solution pour se débarrasser de ce phénomène, tout en conservant les propriétés de robustesse et de convergence en temps fini, est d'utiliser des commandes à modes glissants d'ordre supérieur.

Modes glissants d'ordre supérieur

Par définition, la loi de commande u est un algorithme glissant idéal d'ordre r par rapport à S si elle génère un mode glissant d'ordre r sur S, i.e.

$$s = \dot{s} = \ldots = s^{(r-1)} = 0 \tag{2.10}$$

En régime glissant, la dynamique équivalente est donnée par

$$\dot{x} = f\left(t, x, u_e\right) \tag{2.11}$$

où u_e est la commande équivalente, obtenue en résolvant l'équation (2.12), pour une fonction de glissement s de degré relatif $p \leq r$:

$$s^{(p)}\left(t, x, u_e\right) = 0 \tag{2.12}$$

Nous ne développons pas plus cette partie, divers algorithmes de commande à modes glissants d'ordre supérieur convergeant en temps fini peuvent être trouvés dans la littérature permettant d'aller jusqu'à l'ordre 3.

Observateurs à modes glissants

Le principal intérêt d'utiliser un observateur à modes glissants est la garantie d'une convergence de l'erreur de prédiction d'état en temps fini et non pas asymptotique. Tous les outils et les méthodes existantes pour calculer une commande à modes glissants sont transposables au problème d'observation. Des travaux sur les observateurs à modes glissants sont présentés dans /Perruquetti et Barbot, 2002/.

Annexe III : Modèle flou utilisé pour le rejet de perturbations

Le modèle flou utilisé dans le chapitre 2 pour réaliser la commande de la pression dans le collecteur et du taux d'EGR avec rejet des pertubations est présenté dans cette annexe.
Le modèle flou TS utilisé est de la forme classique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i\left(z(t)\right)\left(A_i x(t) + B_i u(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{3.1}$$

avec $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$

Les matrices utilisées dans le modèle flou (3.1) sont données ci-dessous :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 10^5 & 0 \\ -10^{-4} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 10^5 & 0 \\ 2\cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 10^5 & 0 \\ -10^{-4} & -40 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 10^5 & 0 \\ 2\cdot 10^{-4} & -40 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 10^5 & 0 \\ -10^{-4} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},\ A_6 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 10^5 & 0 \\ 2\cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 10^5 & 0 \\ -10^{-4} & -40 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},\ A_8 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 10^5 & 0 \\ 2\cdot 10^{-4} & -40 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix},$$

et les matrices communes $B_1 = \ldots = B_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 33,33 & 0 \\ 0 & 33,33 \end{bmatrix}$ et $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Les gains de la commande F_i et de l'observateur K_i sont alors obtenus en utilisant les étapes décrites dans le chapitre 2 et à l'aide des conditions LMI définies dans le théorème 2.2 :

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0,0002 & 0 & 0,17 & 0 \\ -0,0011 & 252,3 & -2,8541 & 0,26 \end{bmatrix},\ F_2 = \begin{bmatrix} 0,0002 & 0 & 0,17 & 0 \\ 0,0022 & 252,3 & 5,7081 & 0,26 \end{bmatrix},$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 0,0002 & 0 & 0,17 & 0 \\ 0 & 228,3 & -3,1533 & -0.94 \end{bmatrix},\ F_4 = \begin{bmatrix} 0,0002 & 0 & 0,17 & 0 \\ -0,0001 & 228,3 & 6,3066 & -0.94 \end{bmatrix},$$

$$F_5 = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0 & 0,62 & 0 \\ -0,0015 & 252,3 & -2,8541 & 0.26 \end{bmatrix},\ F_6 = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0 & 0,62 & 0 \\ 0,0031 & 252,3 & 5,7081 & 0.26 \end{bmatrix},$$

$$F_7 = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0 & 0,62 & 0 \\ -0,0004 & 228,3 & -3,1533 & -0.94 \end{bmatrix},\ F_8 = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0 & 0,62 & 0 \\ 0,0009 & 228,3 & 6,3066 & -0.94 \end{bmatrix}, \text{ et}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 168,2955 & 0 \\ 0 & 173,2628 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ K_2 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 168,2955 & 0,0001 \\ 0,0001 & 173,2628 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ K_3 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 168,2955 & 0 \\ 0 & 137,8201 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 168,2955 & 0,0001 \\ 0,0001 & 137,8201 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ K_5 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 183,5117 & -0,0001 \\ -0,0001 & 173,2628 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ K_6 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 183,5117 & 0,0001 \\ 0,0001 & 173,2628 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_6 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 183,5117 & 0,0001 \\ 0,0001 & 173,2628 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ K_8 = \begin{bmatrix} 3,1623 & 0 \\ 0 & 10 \\ 183,5117 & 0,0001 \\ 0,0001 & 137,8201 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Annexe IV : Présentation du banc d'essais moteur

Cette annexe présente le banc moteur en cours de développement au LAMIH sur lequel seront testés les différentes lois de commande mises en œuvre, figure 63. Ce banc d'essais est composé d'un moteur à allumage commandé qui est accouplé à un moteur asynchrone. Le moteur est un moteur quatre temps à deux cylindres, équipé d'un papillon motorisé et d'un système d'injection d'essence indirecte multi-point.

Figure 63 : Banc d'essais moteur du LAMIH

Généralement, les bancs sont équipés de freins moteur permettant de générer des couples de charge statique. Dans notre cas, c'est un moteur asynchrone qui est utilisé pour simuler divers types de transitoires de couple de charge.

Le système complet est en cours de montage et, pour le moment il est seulement possible de faire l'acquisition des variables instrumentées. A titre d'exemple, quelques acquisitions sont données sur la figure 64. La position papillon et la richesse ont été filtrées, et le régime du moteur ainsi que la pression cylindre sont des données brutes.

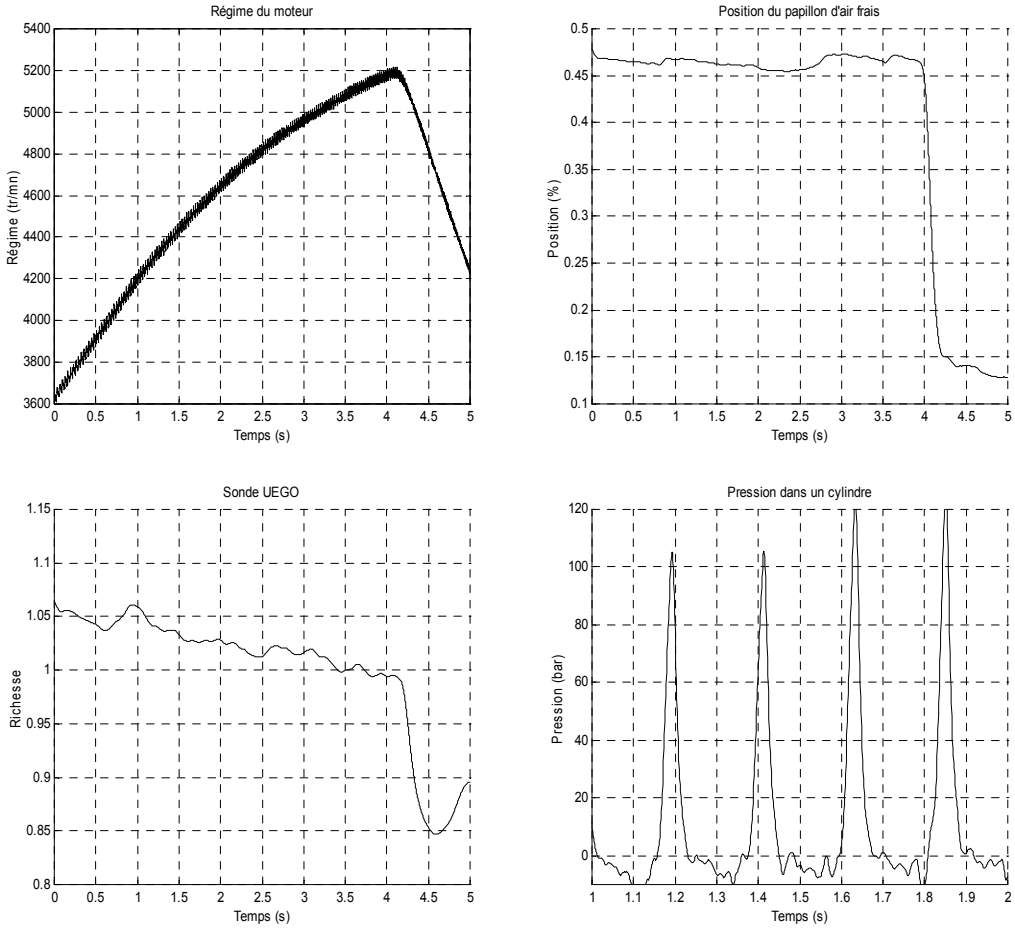

Figure 64 : mesures obtenues sur le banc d'essais moteur

Moteur à allumage commandé avec EGR : modélisation et commande non linéaires

Résumé : Ce mémoire a pour objet la modélisation et la commande d'un moteur à allumage commandé. Le premier chapitre propose alors un état de l'art sur la modélisation, l'estimation et la commande dans ces derniers.

Le second chapitre s'intéresse à la commande de l'admission d'air. Deux commandes y sont développées : la première est basée sur une commande linéarisante et la seconde fait appel aux outils de la commande basée sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno.

Parmi les modèles considérés, certains sont non linéaires et présentent des incertitudes de modélisation, et d'autres sont à retards variables. Le troisième chapitre présente alors un certain nombre de développements théoriques concernant deux classes de modèles flous : ceux à retards variables sur l'état, et ceux avec incertitudes. Des conditions de stabilisation sans et avec un observateur d'état sont également données.

Le quatrième chapitre traite alors de la commande et de l'observation par retour d'état basées sur des modèles flous de type Takagi-Sugeno et/ou par modes glissants, et de leur validation sur le modèle développé. Une régulation de richesse, une commande robuste du couple moteur moyen, un observateur à entrées inconnues du couple instantané, et des essais de commande globale sont présentés.

Mots clés : Moteurs à allumage commandé, modélisation floue de type Takagi-Sugeno, commande floue des systèmes à retards, commande floue robuste.

Spark ignition engine with EGR : non linear modeling and control

Abstract : This report deals with modeling and control of a spark ignition engine. The first chapter presents an overview about modeling, estimation and control in IC engine.

The second chapter is about inlet air control. Two control laws are developed : one based on a linearising control and another based on the tools of fuzzy control for Takagi-Sugeno's fuzzy model.

Among all the models considered, some are non linear and uncertain, and other with time varying delays. The third chapter shows some new theoretical results on two classes of Takagi-Sugeno's fuzzy model : those with state time-varying delay system, and those with uncertainties. Stability conditions are also given with and without a state observer.

The fourth chapter deals with the application of state feedback control and observer based on Takagi-Sugeno's fuzzy model and/or sliding mode control, to the model of the engine. An air/fuel ratio control, a robust control law of the average engine torque, an unknown input observer of the instantaneous torque, and a simulation of a global control are presented.

Keywords : Spark ignition IC engine, Takagi-Sugeno's fuzzy model, Fuzzy control of time delay systems, Robust fuzzy control.