



HAL
open science

Modélisation de vents et de jets relativistes

Zakaria Meliani

► **To cite this version:**

Zakaria Meliani. Modélisation de vents et de jets relativistes. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2004. Français. NNT: . tel-00008067

HAL Id: tel-00008067

<https://theses.hal.science/tel-00008067v1>

Submitted on 14 Jan 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris 7-Denis-Diderot
ECOLE DOCTORALE ASTRONOMIE & ASTROPHYSIQUE
D'ILE-DE-FRANCE

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de :

Docteur de l'Université de Paris VII

discipline : Astrophysique et méthodes associées

par

Zakaria Meliani

Modélisation de vents et de jets relativistes

Soutenue le 13 Décembre 2004 à l'Observatoire de Meudon
devant le jury composé de :

Pr. Marcello Fulchignoni	Président du jury
Pr. Attilio Ferrari	Rapporteur
Pr. Gilles Henri	Rapporteur
Pr. Jean Heyvaerts	Examineur
Pr. Kanaris Tsinganos	Examineur
Pr. Christophe Sauty	Directeur de Thèse

Table des matières

1	Introduction générale	1
1.1	Introduction	1
1.2	Les écoulements autour des AGN et les modèles dans la littérature	2
1.2.1	Caractéristiques des jets relativistes	2
1.2.2	Couronne	3
1.2.3	Formation d'une couronne autour d'un trou noir	4
1.2.4	Modèles hydrodynamiques à symétrie sphérique	6
1.2.5	Modèles hydrodynamiques d'écoulements axisymétrique	8
1.2.6	Modèles magnétohydrodynamiques	10
1.2.7	Modèles Radiatifs	19
1.3	Les mécanismes responsables de l'accélération et la collimation des jets	21
1.3.1	Accélération thermique	22
1.3.2	Accélération magnétique	22
1.3.3	Collimation thermique	24
1.3.4	Collimation Magnétique	25
1.4	Méthodes auto-similaires	26
1.4.1	Autosimilarité selon r	27
1.4.2	Autosimilarité selon θ	27
1.4.3	Autosimilarité selon z	28
1.5	Classification des NAGs	28
1.6	Plan des chapitres suivants	32
2	Les équations MHD	33
2.1	Introduction	33
2.2	Approche MHD	33
2.2.1	La validité de l'approche hydrodynamique	34
2.2.2	La validité de l'approche MHD	34
2.3	Les équations MHD décrivant un fluide	37
2.3.1	La métrique de Schwarzschild	37
2.4	Les équations magnétohydrodynamiques	38
2.4.1	Equation de conservation du nombre de particules	38
2.4.2	Conservation de l'énergie et de l'impulsion	39
2.5	Le formalisme 3+1 des équations MHD	41
2.5.1	Equation de conservation du nombre de particules en formalisme 3+1	42
2.5.2	Les équations de conservation d'énergie en formalisme 3+1	42
2.5.3	Les équations de conservation du moment cinétique en formalisme 3+1	43
2.5.4	L'équation d'Euler en formalisme 3+1	43
2.5.5	Les équations de Maxwell en formalisme 3+1	44
2.6	Equation de fermeture	45
2.7	Les équations MHD des écoulements stationnaires axisymétriques	46

2.7.1	Stationnarité	47
2.7.2	Axisymétrie	47
2.7.3	L'équation de la Transfield	50
2.7.4	Les composantes toroïdales des champs de vitesse et magnétique . . .	51
2.7.5	Surface d'Alfvén	52
3	Vents de Parker relativistes	55
3.1	Introduction	55
3.2	Du vent solaire aux vents d'objets compacts	55
3.2.1	Vent classique (Solaire)	55
3.2.2	Vent relativiste	57
3.3	Modèle	57
3.4	Les équations hydrodynamiques	58
3.4.1	Equation de fermeture	59
3.5	Limite classique et ultrarelativiste	61
3.6	Equations de conditions de passages	62
3.6.1	Vitesse du son	62
3.6.2	Normalisation des grandeurs du modèle	63
3.6.3	Equations de continuité et du mouvement normalisées	64
3.6.4	Condition sur la surface sonique	64
3.6.5	Tuyère de De Laval	67
3.7	Etude paramétrique	68
3.7.1	Effets du chauffage	69
3.7.2	Effet de la gravité	69
3.8	Comparaison avec les modèles polytropiques usuels	73
3.8.1	Comparaison avec le vent classique	73
3.8.2	Comparaison avec le vent à indice polytropique constant	75
3.9	Applications	77
3.10	Conclusion	80
4	Modèle analytique de jet relativiste en rotation faible	83
4.1	Introduction	83
4.2	Construction du modèle	84
4.2.1	Normalisation des grandeurs du modèle	85
4.2.2	Flux magnétique	86
4.2.3	Flux du moment cinétique et courant électrique axial	88
4.2.4	Vitesse angulaire	89
4.2.5	Le nombre d'Alfvén	90
4.2.6	La densité	90
4.2.7	Perte de masse	91
4.2.8	Moment cinétique	92
4.2.9	Energie	92
4.2.10	Equation de fermeture	92
4.2.11	Forme de la surface alfvénique	93

4.3	Cylindre de lumière	95
4.3.1	La surface du cylindre de lumière	95
4.3.2	Force de séparation de charge	97
4.4	Résumé du modèle	98
4.4.1	Résumé des hypothèses du modèle	98
4.4.2	Les paramètres libres du modèle	99
4.4.3	Champ magnétique et champ de vitesse	100
4.5	Equation de la dynamique dans le modèle	100
4.5.1	Séparation des variables dans l'équation d'Euler	100
4.5.2	L'intégrale de mouvement	103
4.5.3	La signification du paramètre ϵ	105
4.5.4	Les régions extrêmes	106
4.6	Surfaces critiques	108
4.6.1	Transition de la surface d'Alfvén	108
4.6.2	Surface magnétozonique lente	110
4.6.3	Intégration des équations du modèle	110
5	Etude du modèle de jet relativiste à rotation faible	111
5.1	Introduction	111
5.2	Etude paramétrique	111
5.2.1	L'effet du paramètre de la courbure de l'espace, μ	111
5.2.2	Effet du paramètre ν contrôlant le potentiel gravitationnel	112
5.2.3	L'effet du paramètre d'anisotropie de la densité δ	114
5.2.4	Effet du paramètre de variation transverse de la pression κ	115
5.2.5	Effet du paramètre de rotation, λ	115
5.3	La collimation et l'accélération dans le jet	117
5.3.1	L'accélération dans le jet	118
5.3.2	La collimation dans le jet	122
5.4	Comparaison avec le modèle classique	123
5.4.1	Jet ayant un rotateur magnétique inefficace	124
5.4.2	Jet ayant un rotateur magnétique efficace	126
5.4.3	Les effets du cylindre de lumière sur le jet	130
5.5	Classification des jets d'AGN	133
5.5.1	Méthodes d'estimation des paramètres du modèle	135
5.5.2	Température effective	138
5.6	Application I - Modèle de jet de FRI	139
5.6.1	Paramètres	139
5.6.2	Morphologie du jet	140
5.6.3	Cinématique du jet	140
5.6.4	Les énergies du jet	141
5.7	Applications II - Modèle de jet de FR II	142
5.7.1	Paramètres	142
5.7.2	La morphologie du jet	143
5.7.3	La cinématique du jet	143

5.7.4	Le cylindre de lumière	144
5.7.5	Les énergies dans le jet	144
5.8	Conclusion	145
6	Modèle analytique de jet avec une rotation relativiste	149
6.1	Introduction	149
6.2	Construction du modèle	149
6.2.1	Normalisation des grandeurs du modèle et choix de la fonction de flux magnétique	150
6.2.2	La surface d'Alfvén	151
6.2.3	La perte de moment cinétique et la vitesse angulaire	151
6.2.4	L'énergie de Bernoulli	152
6.2.5	Le flux de masse	152
6.2.6	La densité	153
6.2.7	L'équation de fermeture	153
6.3	Les champs de vitesse, magnétique et électrique dans le modèle	154
6.4	Equations de la dynamique	155
6.4.1	Les équations différentielles	155
6.4.2	Les familles de solution pour les écoulements méridionaux	156
6.5	Surfaces critiques	157
6.5.1	Surface d'Alfvén	157
6.6	Etude du modèle	159
6.7	Les forces	160
6.7.1	Accélération	161
6.7.2	Collimation	162
6.7.3	Régime asymptotique	163
6.8	Comparaison avec le modèle sans cylindre de lumière	163
6.9	Conclusion	164
7	Vers un code numérique GRMHD	167
7.1	Introduction	167
7.2	Méthodes spectrales	168
7.3	Méthode numérique	169
7.3.1	Positionnement du problème	169
7.3.2	Conditions initiales	170
7.3.3	Grille	172
7.3.4	Itérations	173
7.3.5	Résultats	176
7.4	Conclusion	176
8	Conclusions et Perspectives	177
8.1	Conclusions	177
8.2	Perspectives	180
A	Les effets du chauffage par conduction dans l'écoulement	183

B	Les forces	185
B.1	Les forces dans les différents référentiels dans le modèle	185
B.1.1	La gravité	186
B.1.2	La pression	186
B.1.3	Le pincement magnétique toroïdal	186
B.1.4	Le pincement magnétique poloïdal	187
B.1.5	La force centrifuge	187
B.1.6	La force de courbure des lignes d'écoulement poloïdales	187
B.1.7	La force de pression magnétique toroïdale	188
B.1.8	La force de pression magnétique poloïdale	188
B.1.9	L'accélération du fluide	189
B.1.10	La force de séparation de charge	189
B.1.11	La force qui résulte de la dissipation par effet Joule	190
C	Les forces GRMHD dans le modèle du chapitre 6	191
C.1	Expressions des fonctions $\beta_{i,r}(R)$ et $\beta_{i,\theta}(R)$	191
C.2	Les équations différentielles	193
A	Bibliographie	205

Liste des figures

Fig. 1.1	A gauche, le jet relativiste de Centaurus A, observé en X par Chandra. A droite, le jet de l'étoile jeune HH30, observé en optique par HST	2
Fig. 1.2	Les différentes phases dans les micro-quasars. La période Faible/Dure, correspond à la période de formation du jet. Pendant cette période le rayonnement émis est caractérisé par une augmentation de l'émission en X dur et une diminution de l'émission en X mou. D'autre part, le taux d'accrétion diminue (d'après Fender, 2002).	3
Fig. 1.3	Les domaines d'émission dans la période Faible/Dure des différents composants du micro-quasar (d'après Fender, 2002).	4
Fig. 1.4	La formation de la couronne par le mécanisme de CENBOL. r_s est le rayon de la surface du choc créé par le CENBOL. λ_d et \dot{M}_d sont respectivement le flux du moment cinétique et le flux de masse dans le disque képlérien. λ_h et \dot{M}_h sont respectivement le flux du moment cinétique et le flux de masse dans le disque subképlérien. \dot{M}_{out} est la perte de masse dans le vent (d'après Das & Chakrabarti, 2001).	5
Fig. 1.5	Formation de la couronne par le mécanisme d'instabilité plasma dans l'accrétion sphérique. La matière accrétée près de l'équateur est freinée dans le choc, puis accélérée pour former un vent près de l'axe polaire (selon Das, 1999).	6
Fig. 1.6	Modèle du double jet hydrodynamique collimaté par le milieu externe (d'après Blandford & Rees, 1974). R^* est la distance entre la région centrale et la région du goulot d'entrangement. R_0 est le rayon de la tuyère à la base du vent.	8
Fig. 1.7	Modèle de jet hydrodynamique pour SS433 d'après Ferrari et al. (1984).	10
Fig. 1.8	Accrétion du champ magnétique gelé dans un disque d'accrétion, caractérisé par une conductivité infinie.	11
Fig. 1.9	Modèle électrodynamique de Blandford-Znajek (1977) de la magnétosphère de trou noir de Kerr (d'après Komissarov, 2004). Dans la région près de l'équateur, un courant électrique j est induit par le fort champ électrique \vec{E}_\perp . Ce courant j est induit le long des lignes magnétiques poloidales et dirigé vers l'extérieur. Par contre, dans la région près de l'axe polaire, le courant électrique va dans le sens inverse pour fermer le circuit électrique.	13
Fig. 1.10	Modèle de jet de disque de Blandford & Payne (1982). Les lignes magnétiques en rotation solide avec le disque d'accrétion dans la région sub-alfvénique. Dans cette région, la densité d'énergie thermique et l'inertie du fluide sont très faibles par rapport à la densité d'énergie magnétique.	14
Fig. 1.11	Modèles MAES de formation du jet de disque (d'après Ferreira & Casse, 2000). Le champ magnétique est ancré dans un disque d'accrétion résistif en rotation. La région de propagation du jet est décrite par la magnétohydrodynamique idéale.	15

Fig. 1.12	Les lignes du champ magnétique poloïdale dans le modèle de Sakurai (1985) (a) structure initiale split monopole, (b) la redirection des lignes magnétiques poloïdale vers l'axe après les itération.	17
Fig. 1.13	Le mécanisme de "Compton Rocket". \vec{V} est la vitesse de l'élément fluide, \vec{V}_{th} est la vitesse d'agitation thermique.	20
Fig. 1.14	(a) Modèle de deux jets à deux composantes : la composante axiale constituée d'électron-positron, la composante de disque constituée de jet MHD, d'après Marcowith et al. (1995). (b) Mécanisme de "multi-stage-Compton Rocket" : le disque d'accrétion et les différentes sources secondaires qui sont plus petites, (d'après Fukue 2000).	21
Fig. 1.15	Accélération du vent soumis au gradient de pression cinétique dans le couronne et à la pression radiative.	22
Fig. 1.16	Accélération magnéto-centrifuge d'un anneau le long d'une tige en rotation solide Ω avec l'objet central. La projection de la force centrifuge sur l'axe de la tige donne la force d'accélération de l'anneau.	23
Fig. 1.17	Accélération par la pression de la composante toroïdale magnétique. Lorsque on s'éloigne du disque d'accrétion, la composante toroïdale du champ magnétique diminue et la distance entre les cercles formés par le champ magnétique augmente.	24
Fig. 1.18	La collimation par confinement externe, pression thermique et pression dynamique du vent de disque. Dans ce type de jet, l'écoulement se produit le long de l'axe de rotation.	25
Fig. 1.19	Collimation par pincement et pression magnétique.	26
Fig. 1.20	Collimation par pincement et pression magnétique	27
Fig. 1.21	Écoulement auto similaire (a) radial, (b) méridional (en latitude).	27
Fig. 1.22	Écoulement auto-similaire selon z , le plan (X, Y) , représente la surface de l'étoile (photosphère) ou du disque d'accrétion, Z l'axe vertical au plan, les surface d'Alfvén sont les plans verticale.	28
Fig. 1.23	Modèle d'unification des AGN, selon Urry & Padovani (1995).	29
Fig. 1.24	Modèle d'unification des AGN selon Urry & Padovani (1995). Les différents types d'AGN selon l'orientation de leur jet et selon les propriétés énergétiques de leur émission (d'après Sauty et al. 2001).	30
Fig. 2.1	Le schéma du formalisme 3+1. Σ_t et Σ_{t+dt} sont deux hypersurfaces de genre espace.	42
Fig. 2.2	Schéma des surfaces équipotentielles magnétiques A (le flux magnétique) dans le cas d'un écoulement avec une rotation différentielle $\Omega(A)$. Les lignes magnétiques et d'écoulement sont décalées les une par rapport aux autres, à cause du champ électrique perpendiculaire aux surfaces équipotentielles.	48
Fig. 3.1	Topologie du point sonique et tracé de la vitesse, normalisé à la vitesse du son, en fonction du rayon, normalisé au rayon sonique.	56

Fig. 3.2	Modèle de vent coronal. Une couronne sphérique entoure le trou noir et la région centrale du disque d'accrétion. Ce dernier alimente la couronne en matière et en énergie. Le vent thermique se forme à la surface de cette couronne chaude.	58
Fig. 3.3	(a) Variation de l'indice polytropique effectif dans un vent adiabatique. (b) Variations correspondantes de la température d'un fluide électron-positron, en pointillé, et de la température d'un fluide électron-proton dans le vent, trait plein.	63
Fig. 3.4	Domaine de l'espace des paramètres de gravité μ et de chauffage Γ dans lequel le vent supersonique se forme. Les isocontours représentent les facteurs de Lorentz γ dans les différents régions de l'espace des paramètres.	66
Fig. 3.5	Accélération du fluide dans un tube avec un goulot d'étranglement.	67
Fig. 3.6	Tracé du facteur de Lorentz en fonction de la distance normalisée au rayon de Schwarzschild pour $\mu = 0.1$ et différentes valeurs de Γ	69
Fig. 3.7	Pour trois solutions ayant le même $\Gamma = 1.2$ et avec des valeurs de μ différentes $\mu = 0.1, 0.2, 0.3$, le tracé (a) du facteur de Lorentz, (b) de l'indice polytropique effectif et (c) de la section d'ouverture de la tuyère de De Laval équivalente.	70
Fig. 3.8	Variation de la densité normalisée par la densité de la couronne en fonction de la distance normalisée au rayon de la couronne pour différentes valeur de $\mu = \{10^{-3}, 0.12, 0.14, 0.18, 0.3\}$	71
Fig. 3.9	Flux de particule à différentes altitudes, autour du trou noir. L'épaisseur de la coquille $v \delta\tau$ augmente lorsqu'on s'éloigne du trou noir à cause de la diminution de la courbure de l'espace $h_0 = \sqrt{1 - \frac{\mu}{R}}$. De ce fait, la coquille 2 qui se trouve à une distance $r_2 > r_1$ a une épaisseur plus grande que la coquille 1.	72
Fig. 3.10	Topologie du point sonique adiabatique $\Gamma = 5/3$, en (a) le cas classique $\mu \rightarrow 0$, en (b) le cas relativiste avec $\mu = 0.65$	74
Fig. 3.11	Comparaison entre le modèle de vent polytropique avec un indice constant avec le modèle avec indice variable pour deux types de chauffage : a) $\Gamma = 1.2$ quasi-isotherme et b) $\Gamma = 1.6$ quasi-adiabatique.	76
Fig. 3.12	a) Tracé du facteur de Lorentz, b) tracé de l'énergie thermique normalisée à l'énergie de masse en fonction de la distance normalisée au rayon de Schwarzschild r_G , pour un paramètre de courbure $\mu = 0.155$ et trois types de chauffage : $\Gamma = \{1.09, 1.4, 1.5\}$	78
Fig. 3.13	Trace de la température dans le vent b) proton-électron en fonction de la distance normalisée au rayon de Schwarzschild pour $\mu = 1.55$ et $\Gamma = 1.09, 1.4, 1.55$	79
Fig. 3.14	Tracé de la température dans le vent constitué en a) de positron-électron, en b) de proton-électron en fonction de la distance normalisé au rayon de Schwarzschild, pour $\mu = 1.55$ et $\Gamma = 1.09$	80

Fig. 4.1	Schéma de la formation d'un jet coronal qui montre le disque d'accrétion avec le tore près de la région centrale. De ce tore émerge le jet du disque interne. Le disque alimente aussi une couronne sphérique de laquelle émerge le jet axial. Les lignes d'écoulement sont tracées en lignes continues, elles sont décalées des lignes magnétiques (tracées en lignes discontinues) à cause de la rotation différentielle dans le jet.	84
Fig. 4.2	Représentation des vecteurs unitaires, parallèle \vec{e}_{\parallel} et perpendiculaire \vec{e}_{\perp} aux lignes magnétiques. χ est l'angle entre la ligne magnétique poloïdale et le vecteur de base radial \vec{e}_R	87
Fig. 4.3	Forme de la surface du cylindre de lumière en pointillé pour trois structures différentes de lignes magnétiques (a) dipolaires, (b) sphériques et (c) paraboloidales.	96
Fig. 4.4	Cassure d'une ligne magnétique lorsque la condition de passage de la surface d'Alfvén n'est pas vérifiée.	110
Fig. 5.1	En (a) variation de la vitesse normalisée à la vitesse de la lumière. En (b) variation de la densité en fonction de la distance pour différentes valeurs de μ . Les valeurs des autres paramètres libres du modèles sont $\nu = 1.185, \delta = 2.113, \kappa = 0.5, \lambda = 1.9995$	112
Fig. 5.2	Comparaison entre trois solutions avec $\nu = 0.8, 1.0, 1.5$. (a) Variation de la vitesse le long de l'axe du jet. (b) Variation de la densité le long de l'axe du jet. Les autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \delta = 1.0, \kappa = 0.5, \lambda = 1.0$	113
Fig. 5.3	Vitesse le long de l'axe de rotation, pour une solution avec $\nu = 0.05$. Les autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 10^{-5}, \delta = 0.6, \kappa = 0.5, \lambda = 0.5$	113
Fig. 5.4	Comparaison entre deux solutions de jets avec des valeurs de $\delta = \{1.0, 1.5\}$. En (a) expansion du jet G^2 . En (b) vitesse du jet le long de l'axe polaire. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 1.0, \kappa = 0.5, \lambda = 1.0$	114
Fig. 5.5	Comparaison entre deux solutions de jet pour des valeurs de $\kappa = 0.5, 0.8$. En (a) expansion du jet G^2 . En (b) vitesse du jet le long de l'axe polaire. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 1.0, \delta = 1.5, \lambda = 1.0$	115
Fig. 5.6	Comparaison entre deux solutions de jet pour $\lambda = 1.0$ et 1.5 . En (a) vitesse du jet le long de l'axe. En (b) densité de courant électrique normalisée le long de l'axe de rotation. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 0.6, \delta = 1.35$ et $\kappa = 0.3$	116

Fig. 5.7	<p>Morphologie dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement de deux solutions et de leur cylindre de lumière : (a) $\lambda = 1.0$ (b) $\lambda = 1.5$. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 0.6, \delta = 1.35, \kappa = 0.3$. Les cylindres de lumière sont représentés par les deux lignes qui entourent les deux jets. Les lignes tracées représentent la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$ (soit une erreur commise inférieure a 1%). Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$ (soit une erreur commise inférieure a 10%). Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$.</p>	117
Fig. 5.8	<p>Morphologie dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement des deux types de jet : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace. Les lignes tracées représentent la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$ (soit une erreur commise inférieure a 1%). Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$ (soit une erreur commise inférieure a 10%). Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$.</p>	118
Fig. 5.9	<p>Les forces longitudinales pour les deux types de jets de la Fig. 5.8 (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace. f_{v_φ} est la force centrifuge, f_{v_p} est la force d'advection due à la composante poloïdale de la vitesse, f_{P_r} est la force de pression, f_{B_φ} est la somme de la force de pincement et de la pression magnétique toroïdal.</p>	119
Fig. 5.10	<p>Variation de la pression sans dimension, Π, dans le jet : En (a) rotateur magnétique efficace, en (b) rotateur magnétique inefficace.</p>	120
Fig. 5.11	<p>Facteur de Lorentz le long de l'axe polaire pour les deux types de solutions : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace.</p>	121
Fig. 5.12	<p>Variation des flux d'énergies normalisés à l'énergie de masse, le long de la ligne d'écoulement extérieure de la région d'application de notre modèle, pour les deux types de solutions : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace.</p>	121
Fig. 5.13	<p>Les forces transverses pour les deux types de jet : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace. f_{v_φ} est la force centrifuge, f_{v_p} est la force d'advection due à la composante poloïdale de la vitesse, f_{P_r} est la force de pression, f_{B_φ} est la somme de la force de pincement et de la pression magnétique toroïdal, f_{B_p} est la force de pincement et de la pression magnétique poloïdale et $f_{\rho_e E}$ est la force de séparation de charge.</p>	122

Fig. 5.14	Morphologie du jet ayant un rotateur magnétique inefficace dans (a) le cas relativiste $\mu = 1e - 1$ et (b) le cas classique avec $\mu = 1e - 5$. La projection sur le plan poloïdal des lignes d'écoulement est représentées par des lignes continues pour $x_A^2 G_{\max}^2 < 10^{-2}$ et par des lignes en pointillé pour $x_A^2 G_{\max}^2 > 10^{-2}$	124
Fig. 5.15	(a) Les forces longitudinales et (b) les forces transverses le long d'une ligne d'écoulement de la solution classique $\mu = 10^{-5}$. Les autres paramètres sont les mêmes que dans la solution relativiste (Fig. 5.8b).	125
Fig. 5.16	Morphologie des deux types de jet relativiste $\mu = 0.1$ classique en (a) et $\mu = 10^{-5}$ en (b) . Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\nu = 1.45, \delta = 1.8, \kappa = 0.5, \lambda = 0.75$	126
Fig. 5.17	Le nombre d'Alfvén asymptotique en (a) et l'ouverture du jet asymptotique en fonction du \log_{10} du paramètre courbure μ (b) . Les valeurs des autres paramètres du modèle sont $\nu = 1.45, \delta = 1.8, \kappa = 0.5, \lambda = 0.75$	127
Fig. 5.18	La densité du courant électrique normalisé \bar{I}_z (Eq. 4.18), dans le jet classique et le jet relativiste.	128
Fig. 5.19	Energies dans le jet pour différentes valeurs de la courbure de l'espace : (a) $\mu = 10^{-1}$ cas de trou noir, (b) $\mu = 10^{-2}$ cas intermédiaire, (c) $\mu = 10^{-5}$ cas d'une étoile jeune. En (d) variation du rapport entre la vitesse asymptotique et la vitesse d'échappement à la surface de la couronne en fonction de $\log_{10}(1/\mu)$	129
Fig. 5.20	En (a) expansion du jet pour les cinq solutions, En (b) vitesse polaire des jets. Solution (1) 2 Eff Classique , solution classique avec $\mu = 10^{-5}$ et une pression asymptotique non nul. Les solutions (2), (3) et (4) sont relativistes $\mu = 0.1$. Solution (2) (2 Eff), la force électrique est négligée. Solution (3) (1 Eff) nous tenons compte de la force électrique. Dans les deux solutions (2) et (3) la pression asymptotique est non nulle. Dans la solution (4) (1 Eff , $\Pi_\infty = 0$), nous tenons compte de la force de séparation de charge et la force de pression asymptotique transverse est prise nulle.	131
Fig. 5.21	Deux solutions de jets collimatés de rotateur magnétique inefficace. La première est calculée avec la force de séparation de charge et, dans la deuxième, cette force est négligée. En (a) expansion du jet, en (b) la courbe de vitesse normalisée à la vitesse de la lumière et en (c) la pression le long de l'axe polaire du jet	132
Fig. 5.22	En (a) le nombre d'Alfvén M^2 et, en (b) , l'ouverture de la section du jet G^2 en fonction de la distance sont représentés pour quatre valeurs de ϵ/λ^2 $(-1, -10^{-2}, 10^{-2}, 1)$ avec $\kappa/\lambda^2 = 0.1$ du tableau 5.1.	134

Fig. 5.23	Morphologie de jet de FRI. En (a) projection sur le plan poloidale. Les lignes tracées représentent la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. En (b) morphologie du jet vue en 3 dimensions. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$. Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$. Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$	140
Fig. 5.24	La solution de jet de FRI. En (a) flux d'énergies dans le jet normalisées à l'énergie de masse. En (b) variation des facteurs de Lorentz le long de quatre lignes d'écoulement. La ligne continue donne la variation le long de l'axe polaire. La ligne en pointillé donne la variation le long de la dernière ligne d'écoulement qui émerge de la couronne.	141
Fig. 5.25	La solution de jet de FRI (a) La température (b) la densité normalisé à une densité n_0 de telle façon que la perte de masse $\dot{M} = n_0 10^{-6} M_{\text{Edd}}$	142
Fig. 5.26	Morphologie du jet de FRII. En (a) morphologie du jet en 2D. Le cylindre de lumière est représenté par les deux lignes qui entourent le jet. Les lignes tracées représentent, la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$. Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$. Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$. En (b) morphologie du jet en 3D. Les lignes d'écoulement sont tracées en ligne foncées, les lignes magnétique sont tracées avec des lignes plus claires.	143
Fig. 5.27	En (a) courbe des énergies dans le jet de l'application II. En (b) facteurs de Lorentz pour quatre lignes d'écoulement. Le tracé en ligne continue représente le facteur de Lorentz le long de l'axe de rotation. Le tracé en pointillé donne la variation du facteur de Lorentz le long de la dernière ligne ouverte qui émerge de la couronne sphérique. Les deux autres tracés donne la variation du facteur de Lorentz le long de lignes d'écoulement se trouvant entre la ligne extérieure et l'axe polaire.	144
Fig. 5.28	Propriétés des jets de l'application II : (a) température et (b) densité normalisée à n_0 . La perte de masse est $\dot{M} = n_0 10^{-6} M_{\text{Edd}}$	145
Fig. 6.1	En (a) morphologie du jet en 2D, les lignes en pointillés sont les régions où $v > c$, elles ne sont donc pas physiques. En (b) morphologie du jet en 3D. Les lignes foncées sont les lignes d'écoulement. Les lignes plus claires sont les lignes magnétiques.	159
Fig. 6.2	Variation des énergies dans le jet le long d'une ligne d'écoulement donnée : (a) $\alpha = 10^{-2}$, (b) $\alpha = 0.1$. $h_0 (\gamma_p - 1)$ est l'énergie cinétique dans le plan poloïdal et $h_0 (\gamma - 1)$ l'énergie cinétique totale.	160

Fig. 6.3	Représentation des forces le long de la ligne d'écoulement $\alpha = 10^{-2}$, la plus proche de l'axe de rotation où notre modèle est applicable. En (a) forces transverses, en (b) forces longitudinales. f_{V_φ} est la force centrifuge, f_{V_p} est la force d'advection due à la composante poloïdale de la vitesse, f_{Pr} est la force de pression, f_{B_φ} est la somme de la force de pincement et de la pression magnétique toroïdal, f_{B_p} est la force de pincement et de la pression magnétique poloïdale et $f_{\rho_e E}$ est la force de séparation de charge.	161
Fig. 6.4	Le graphe des vitesses normalisées à la vitesse de la lumière, le long de la ligne d'écoulement $\alpha = 10^{-2}$. En (a) les 3 composantes de la vitesse, en (b) les vitesses le long de 4 lignes d'écoulement. Le tracé en ligne continue représente la vitesse le long de la ligne d'écoulement la plus proche de l'axe de rotation où notre modèle est applicable, $\alpha = 10^{-2}$. Les trois autres tracés représentent la vitesse le long des lignes d'écoulement extérieures, pour des valeurs croissantes de α .	162
Fig. 6.5	Le graphe des vitesses normalisées à la vitesse de la lumière, le long de la ligne d'écoulement la plus proche de l'axe de rotation où notre modèle est applicable. En (a) les 3 composantes de la vitesse pour la solution $x_A^2 = 0.9$, $\lambda = 0.1$, $\mu = 0.1$, en (b) les 3 composantes de la vitesse pour la solution $x_A^2 = 0.9$, $\lambda = 0.2$, $\mu = 0.1$.	162
Fig. 6.6	Les morphologie du jet interne du Chapitre 4 (a) et du jet externe du modèle de ce chapitre (b) .	165
Fig. 7.1	La vitesse asymptotique dans la solution initiale (Eq. 7.15) pour $\mu = 0.3$.	171
Fig. 7.2	Les 5 domaines d'intégration sont un dans la région sub-sonique, et deux dans la région super-sonique, un domaine autour du point sonique dans lequel sont posées les conditions limites et le cinquième domaine est dans la région centrale autour du trou noir.	172
Fig. 7.3	La deuxième étape d'itération avec 3 domaines. Le premier est autour du trou noir. Le deuxième domaine est la région sub-sonique dans lequel nous n'avons pas intégré les équations hydrodynamiques dans la première étape. Le troisième domaine est la région intégré dans la première étape. Dans ce dernier domaine, nous n'intégrons pas les équations hydrodynamiques à nouveau dans cette étape, mais nous l'avons utilisé pour fixer les conditions limites.	173
Fig. 7.4	La vitesse du fluide, normalisée par la vitesse de la lumière, est représentée dans différentes itérations utilisées dans l'intégration des équations du vent : (a) la première itération, (b) deuxième partie de l'itération et (c) solution finale	174
Fig. 7.5	Nous avons représenté (a) la densité normalisée à la surface sonique, (b) la pression divisée par la densité d'énergie de masse à la surface sonique, en fonction de la distance normalisée au rayon sonique.	175

Liste des tableaux

Tableau 5.1 Rapport de la vitesse asymptotique sur la vitesse d'échappement à la surface de la couronne, en fonction des paramètres κ/λ^2 et ϵ/λ^2	134
--	-----

A Leila,

A Mohammed,

A Mokhtar.

Remerciements

Mon premier remerciement va à mon directeur de thèse Christophe Sauty qui a accepté de me diriger durant ce travail de thèse et qui m'a accordé soutien et confiance. Travailler avec lui a été un grand bonheur aussi bien sur le plan scientifique qu'humain. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère gratitude. J'adresse également mes plus vifs remerciements à Eric Gourgoulhon pour ses précieux conseils et son soutien.

Je suis reconnaissant envers Attilio Ferrari et Gilles Henri, de bien avoir voulu être les rapporteurs de mon travail. Je remercie Marcello Fulchignoni d'avoir accepté la présidence du jury et Jean Heyvaerts et Kanaris Tsinganos pour avoir accepté d'être mes examinateurs.

Je dois également un remerciement à Rachid Ouyed pour son invitation et son accueil chaleureux lors de mon séjours au laboratoire NORDITA à Copenhague pendant lequel il m'a initié à la MHD numérique.

J'exprime mon remerciement à Kanaris Tsinganos et Nektarios Vlahakis pour leur invitation et pour leur accueil chaleureux lors de mes séjours à Athènes. Je leur dois également plusieurs discussions stimulantes et précieuses sur la modélisation des jets relativistes. Je les remercie également pour leur soutien et leurs critiques constructives. Je remercie de même Edoardo Trussoni pour sa collaboration.

Une pensée spéciale va à mes professeurs de la faculté des sciences de Tlemcen qui m'ont beaucoup encouragé à aller dans le secteur de la recherche.

Cette thèse n'aurait pu s'écrire sans l'appui moral de ma famille, ma mère Leila et mon père Mokhtar, ma soeur Esmâ et mes frères Mohammed, Salim et Sofiane, de mes amis et collègues du LAM, Pierre, Moncef, Luc, Julien, Nicolas, Stéphane, Sébastien... et sans oublier la secrétaire du D.E.A. Jacqueline Plancy. Je les remercie tous et souhaite que la lecture qui s'offre à leur curiosité leur procure la satisfaction qu'ils espéraient.

Merci à tous

Résumé: Les vents et les jets sont un des phénomènes les plus répandus et spectaculaires en astrophysique des hautes énergies. En effet, une variété d'objets astrophysiques exhibent des écoulements aussi bien sous forme de vents que de jets fortement collimatés. Ils sont observés dans les étoiles jeunes, les noyaux actifs de galaxies (AGN), les étoiles à neutrons et les étoiles de la séquence principale. Cependant, malgré l'abondance des jets en astrophysique, le problème de la formation et de la collimation de ces écoulements reste ouvert. Différents modèles sont proposés pour résoudre ce problème. La plupart de ces modèles sont développés dans la limite newtonienne. Nous avons, dans cette thèse, élaboré des modèles hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques en relativité générale pour analyser les différents mécanismes d'accélération et de collimation des écoulements aussi bien relativistes que classiques. Nous avons étudié les solutions d'écoulements purement hydrodynamique sphérique avec une équation d'état polytropicque généralisée. Nous nous sommes intéressés aux effets de changement de l'état de la matière dans les écoulements sur l'accélération thermique, lorsqu'elle subit des grandes variations de température. Nous avons montré qu'avec notre nouvelle équation d'état, les effets de la gravité et thermique sont couplés, permettant une plus grande efficacité de l'accélération du vent. Nous avons aussi montré la nécessité de l'utilisation de ce nouveau polytrophe plus cohérent dans le traitement des écoulements relativistes polytropiques.

Dans la deuxième partie de la thèse, nous avons développé un modèle d'écoulement axial magnétisé 2.5D. La température élevée du plasma dans la couronne centrale due à la gravité élevée et la proximité de l'axe de rotation nous ont permis de négliger, dans un premier temps, les effets du cylindre de lumière comparativement aux effets thermiques. Dans ce cadre, nous avons montré que les effets relativistes favorisent l'accélération thermique au détriment de la collimation magnétique. Nous avons aussi montré l'importance de l'expansion initiale du jet sur l'efficacité de l'accélération du jet dans la partie basse. D'autre part, nous avons étudié les effets de la rotation relativiste sur la collimation du jet. Nous avons aussi utilisé le modèle pour déduire quelques différences entre les propriétés intrinsèques des jets d'AGN de type FRI et de FRII. Nous avons trouvé que les jets des FRI se caractérisent par une faible vitesse de rotation à la base et qu'asymptotiquement, ils sont confinés par le milieu ambiant. Par contre, les jets des FRII sont caractérisés par une vitesse de rotation à la base plus élevée que celle des jets de FRI, qui reste cependant sub-keplerienne. De plus, les jets des FRII s'auto-collimentent par leur propre champ magnétique.

Nous avons développé un troisième modèle de jet dans le cas des rotateurs relativistes. En premier lieu, ce modèle nous a permis de mieux traiter les jets accélérés par le flux de Poynting contrairement au modèle précédent. Nous avons aussi étudié les effets du cylindre de lumière sur la collimation du jet et confirmé qu'il tend à décollimater ce dernier. D'autre part, nous avons trouvé que, dans les solutions caractérisés par un cylindre de lumière proche

de la surface d'Alfvén, la rotation relativiste dans ces jets limite l'accélération de ces derniers. En effet, dans les solutions que nous avons étudiées, les vitesses poloïdales obtenues restent faibles, de l'ordre de $0.6c$.

Nous avons aussi amorcé un code de simulation numérique d'écoulements relativistes utilisant la bibliothèque LORENE. Dans la thèse nous avons commencé à tester le code dans le cas simple de vents purement hydrodynamiques sphériques.

Abstract: Winds and jets are one of most spectacular and enigmatic high energy phenomena in astrophysics. Such outflows are associated with objects ranging from newly born stars embedded in dense molecular clouds and binary systems in our galaxy to supermassive black holes in the center of active galactic nuclei. Nevertheless, despite the development of X-Ray and γ -Ray astronomy as the result of various spatial missions (ROSAT, ASCA, Chandra, XMM-Newton for X-Ray and INTEGRAL for γ Ray), the problems of formation and acceleration of jet have not been fully resolved.

In this thesis, we have study some dynamical mechanisms which can be responsible for the universality of the phenomenon and for the similarity of outflows that occur on vastly different scales. To this end, we used hydrodynamics and magnetohydrodynamics in general relativity to analyze as this is generally done in astrophysical plasmas characterised by large spatial and temporal scales.

Initially, we started by studying hydrodynamic spherical winds in which we neglected the magnetic effects. We generalized the model of Parker to general relativity by introducing a new polytropic equation of state with a variable effective polytropic index, appropriate to describe relativistic temperatures close to the central object and non relativistic ones further away. Relativistic effects introduced by the Schwarzschild metric and the presence of relativistic temperatures in the corona are compared with previous results for a constant effective polytropic index and also with results of the classical wind theory. We showed with our new equation of state, that the thermal and gravity effects are coupled allowing an increase of the acceleration efficiency of the thermal wind. We also showed the necessity to use this new polytrope to study relativistic winds, because of the consistent treatment of flows near compact objects.

Secondly, we worked on new analytical models of relativistic jets emitted by the central corona around a Schwarzschild black hole. The models were developed using meridional self-similar methods which are adequate in modelising the central jet. In, the first model we have neglected the light cylinder effects comparatively with thermal effects in the outflow. This allowed us to better appreciate the role of the thermal effects in the formation and acceleration of jets. We studied the evolution of solutions obtained with this model when gravity increases and found the application limits of this model. We have also check that the classification of the jets of active galactic nuclei proposed by Sauty et al. (2001) can be extended to the relativistic jets. In this classification the jet from FR II (active galaxies with a strong radio emission) are characterised by high luminosity with well collimated and powerful jets. These jets correspond in our model to solutions collimated by magnetic forces. Conversely, jets from FR I (active galaxies with a strong radio emission also and radio

lobes instead of hot spots) are characterised by collimated jet and a rich environment. The collimation of these jets seems to be induced by the external medium. In our models, there is a refocussing of the jet characterized by a strong collimation and deceleration of the jet. To study these two types of jets we developed a new method to estimate the free parameters of the model. In this method, we have related the properties of the jet in the asymptotic region with the properties of the jet on to the disk corona. We found that a weak decrease on the rotation speed of the accretion disk allow to change the properties of the jet from FRII type to FRI type. On the other hand, we also found that relativistic thermal outflows are formed when the rotation speed of the corona is sub-keplerian.

We developed also a second meridional self-similar model by taking into account effects of the light cylinder. To treat the problem of the light cylinder with the self-similar hypothesis, it is necessary to consider a jet which has a singularity on the polar axis and which is empty in the center. We started the study of this model for some specific solutions that are characterised by a light cylinder close to the Alfvén surface. This model allows us to examine the Poynting flux acceleration of jets, contrary to the previous model. We also studied the decollimation effects of the light cylinder on the jets. We found that the poloidal velocity in these jets remain weak, of the order of $0.6c$. This weak poloidal velocity is caused by the relativistic toroidal velocity in the jet which is of the order of $0.8c$. In fact, the proximity of the light cylinder to the Alfvén surface and the fast increase of the angular velocity towards the polar axis, induce the relativistic toroidal velocity near the polar axis where the acceleration is more efficient.

Lastly, we began the development of a numerical code to solve steady and time-dependent MHD equations. The numerical code is developed by using the library LORENE in C++ which is based on spectral methods. It enabled us, in a first step, to treat the spherical hydrodynamic winds and to recover our analytical 1D solution. The code showed its robustness to cross the sonic transition - which is a strong singularity - and to treat the elliptic and hyperbolic domains simultaneously. We developed an algorithm that allows the treatment of the strong variations of the density close to the black hole.

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Introduction

Les jets et les vents en astrophysique sont observés dans un grand nombre d'objets allant des Étoiles Jeunes aux Noyaux Actifs de Galaxie (AGN). Ils représentent un ingrédient de base dans l'évolution des étoiles et des galaxies. Le premier exemple de jet en astrophysique a été découvert par Heber Curtis en 1918 en optique au Lick Observatory dans la galaxie M87 de la constellation de la Vierge. Une ligne fine (jet) connectée avec le noyau a été détectée. La preuve de l'existence de jets fortement collimatés autour des AGN est arrivée au début des observations en radio. Deux lobes dans le continu de la galaxie radio Cygnus A ont été détectés (Jennison & Das Gupta 1953). L'association de leur émission avec celle de la galaxie a permis de déduire les dimensions gigantesques de ces jets, de l'ordre du Mega Parsec, et des énergies de l'ordre de 10^{47} ergs⁻¹, émises par un mécanisme non thermique synchrotron dans le continuum radio. Le développement de la sensibilité et de la résolution angulaire des observations en radio a permis de détecter la connection du noyau galactique et du lobe radio (voir Miley, 1980). L'évidence de l'existence de jets relativistes de plus petite échelle dans les systèmes stellaires binaires est, elle, plus récente. La détection par Margon et al. (1979) d'un grand décalage Doppler dans les raies optiques de SS433 ont permis de mesurer des vitesses relativistes dans le jet de $0.26 c$. Ces auteurs ont observé la précession de deux jets dans deux directions opposées, induisant un décalage vers le rouge et le bleu des raies (voir Margon (1984)). Ils se sont basés, pour ces observations, sur le modèle cinétique proposé par Fabian & Rees (1979). Parallèlement, l'observation des jets dans les étoiles jeunes a débuté par la détection du mouvement propre des objets HH (Herbig-Haro) (Cudworth & Herbig 1979). Par la suite, des jets continus ont été observés dans les étoiles jeunes (voir Lada 1984).

Maintenant, il est admis que les écoulements collimatés peuvent être formés dans différents environnements stellaires ayant un disque d'accrétion (Livio 1999). En effet, les jets sont observés autour des étoiles jeunes (Lada 1985; Reipurth & Bertout 1997), des nébuleuses planétaires (Lopez 1997), des naines blanches avec disque d'accrétion (Cowley et al. 1998). Les vitesses dans ces jets vont de 100 km/s à 1000 km/s et les dimensions de ces jets sont de l'ordre de quelques centaines d'unités astronomiques (AU). Par ailleurs, les jets observés dans les AGN ont des vitesses qui se rapprochent de la vitesse de la lumière (Begelman et al. 1984) et des dimensions qui peuvent atteindre le Mega Parsec. D'autre part, ces jets interagissent fortement avec leur milieu ambiant et affectent l'évolution de ces milieux. En effet, dans les Noyaux Actifs de Galaxies, le jet alimente le milieu interstellaire et intergalactique (Cavaliere et al. 2002) en énergie et en éléments lourds comme le fer, qu'il dépose dans ces milieux. Il induit alors dans ces milieux des perturbations qui peuvent, dans certains cas, conduire à la création de régions de formation d'étoiles. De ce fait, l'étude de la formation des

jets autour des objets stellaires et compacts permet non seulement de comprendre l'évolution de ces objets mais aussi de leur environnement.

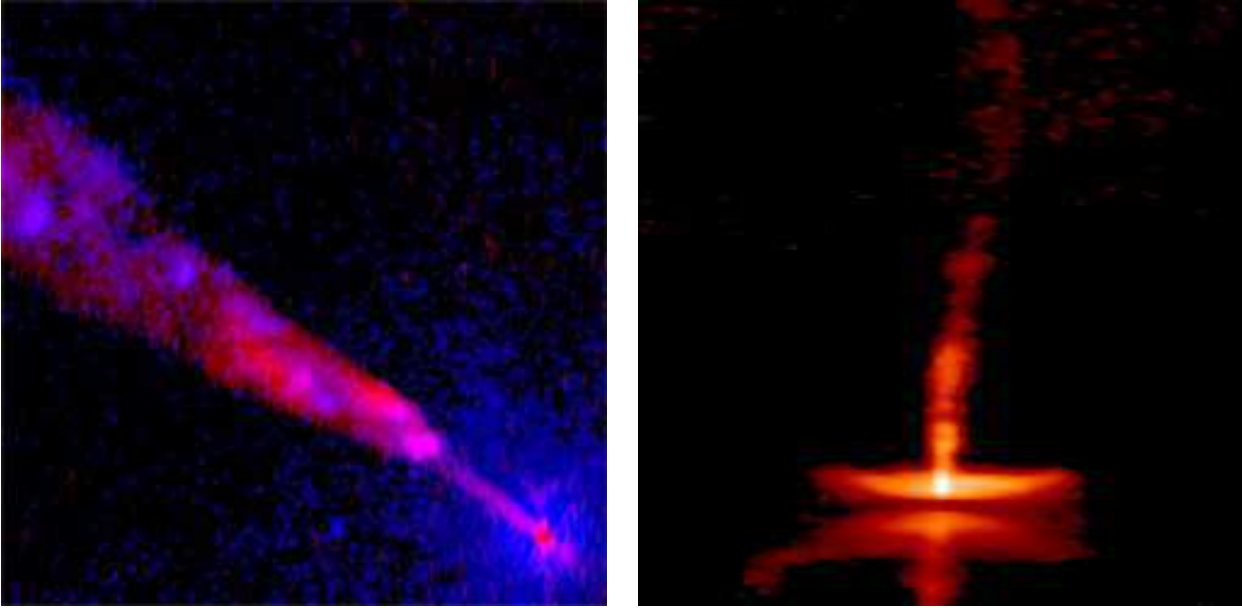


Fig. 1.1: A gauche, le jet relativiste de Centaurus A, observé en X par Chandra. A droite, le jet de l'étoile jeune HH30, observé en optique par HST

1.2 Les écoulements autour des AGN et les modèles dans la littérature

1.2.1 Caractéristiques des jets relativistes

Les jets de noyaux actifs de galaxies sont un des phénomènes les plus spectaculaires et énigmatiques dans l'univers. Ces phénomènes naturels sont liés à des processus de haute énergie. D'autre part, les jets d'AGN présentent un laboratoire unique pour étudier des conditions physiques extrêmes. Les conditions dans ces écoulements sont extrêmes de trois points de vue. Premièrement, ils se propagent avec des vitesses de l'ordre de la vitesse de lumière, avec des facteurs de Lorentz, γ , de l'ordre de 2 à 10 (Piner et al. 2003; Giovannini 2004), pour les jets d'AGNs on observe même des facteurs extrêmes de l'ordre de 100 à 1000 dans le cas des γ Ray-Bursts (GRB) (Meier 2003). Deuxièmement, la gravité est élevée à la base du jet. Au moins jusqu'à une distance de $10r_G$, les effets relativistes de la gravité dominent la dynamique dans l'écoulement. Cette forte gravité a des conséquences importantes sur la morphologie et l'accélération du jet. Troisièmement, conséquence directe du deuxième point, l'énergie interne du plasma, qui doit compenser la gravité, est de l'ordre de l'énergie de masse des particules qui le constituent. Cette énergie peut être sous forme d'énergie thermique, magnétique ou de rayonnement. Cette énergie peut être aussi, dans certains cas, emportée par les neutrinos. Elle augmente lorsque on se rapproche du trou noir central. Le résultat de cette énergie extrême dans les AGN se traduit par des émissions de rayonnement et de particules à haute énergie.

Dans cette section, nous allons parler des différents modèles de formation des écoulements relativistes autour des Noyaux Actifs de Galaxies (AGN). Avant, nous allons discuter de la formation de la couronne. En effet, certaines observations montrent une relation claire entre l'existence d'une couronne et la formation de jets autour des microquasars et des AGN. Nous allons commencer par une discussion sur les observations qui lient les jets à la couronne. Dans la deuxième partie, nous parlerons des modèles théoriques et numériques qui sont développés pour analyser les jets.

1.2.2 Couronne

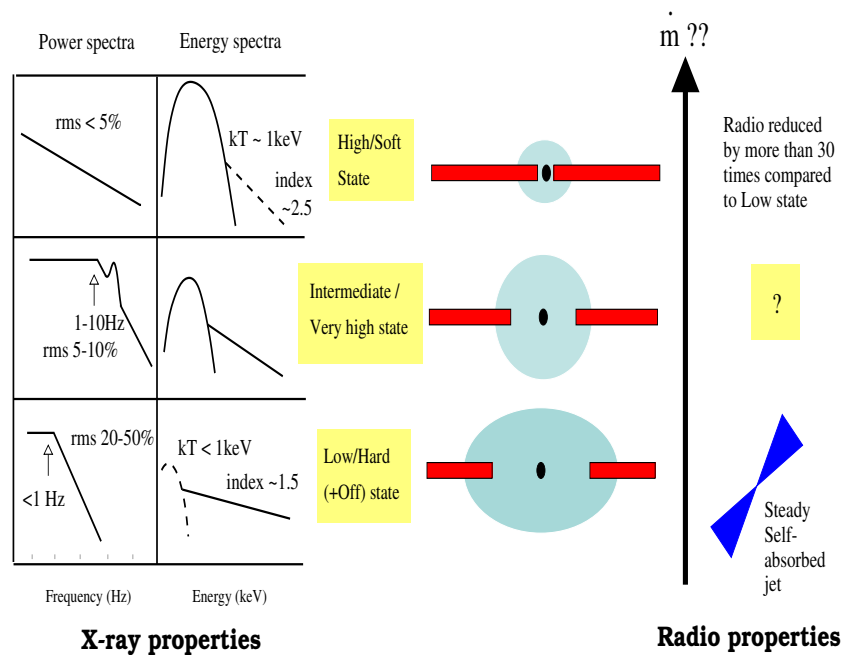


Fig. 1.2: Les différentes phases dans les micro-quasars. La période Faible/Dure, correspond à la période de formation du jet. Pendant cette période le rayonnement émis est caractérisé par une augmentation de l'émission en X dur et une diminution de l'émission en X mou. D'autre part, le taux d'accrétion diminue (d'après Fender, 2002).

La preuve est faite de l'association de couronnes aux jets surtout dans les microquasars. En effet, les jets autour des microquasars sont toujours associés avec la période appelée Faible/Dure. "Faible" correspond à la faible émission dans le domaine des X mous et "Dure" correspond à la domination de l'émission du rayonnement par le rayonnement non-thermique avec une loi de puissance qui atteint son maximum dans le domaine X dur ($\geq 50\text{ keV}$, Fig. 1.2, voir Fender, 2002). Le rayonnement X Dur est généralement interprété comme le résultat du processus de Compton et Compton inverse du rayonnement émis par le disque d'accrétion dans la couronne chaude qui l'entoure (Poutanen 1998; Corbel et al. 2003). Cette couronne est supposée être dans la région interne du disque (Narayan & Yi 1994). Cependant, dans cette étape Faible/Dure de l'évolution, les microquasars et les noyaux actifs de galaxies, leurs émissions contiennent aussi une composante en radio. Elle est liée à l'interaction du jet avec le milieu ambiant et aux émissions synchrotrons (Brocksopp et al. 1999; Corbel et al. 2000). D'un autre côté, dans certains microquasars comme XTE J118-480 (Remillard et al. 2000;

Malzac et al. 2004), on observe une forte corrélation dans la variabilité entre l’ultraviolet, l’optique et les X. Cette corrélation est généralement considérée comme le résultat du couplage du rayonnement X de la couronne et de l’émission du jet en radio et en optique. Les observations de XTE J118-480 montrent aussi que la période Faible/Dure est cohérente avec une région centrale chaude, quasi-sphérique, optiquement mince, à partir de laquelle le jet se forme (Meier 2001; Malzac et al. 2004), entourée d’un disque d’accrétion fin, optiquement épais et froid. Le faible refroidissement de la couronne par rayonnement et la domination dans l’énergie émise en X par le jet (Dove et al. 1997; Fender et al. 2003) ont une conséquence importante sur le jet. En effet, ils impliquent qu’une grande partie de l’énergie acheminée dans le disque d’accrétion vers la région centrale est éjectée dans le jet (Malzac et al. 2004).

D’autre part, certains modèles (Maccarone et al. 2003 ; Tigelaar et al. 2004), suggèrent une analogie entre les deux phases de l’évolution des microquasars (Faible/Dure et Forte/mou) et la classification des noyaux actifs de galaxies (Radio/Loud et Radio/quiet). En effet, dans cette analogie, la phase Faible/Dure des microquasars serait analogue aux AGN de type Fanaroff-Riley I (FRI) et la phase extrême Dur serait analogue aux AGN FR II. D’autre part, la phase Forte/Mou des microquasars est analogue aux AGN de type Seyfert. Les observations montrent aussi une analogie dans la variation des propriétés des jets du microquasar GRS 1915+105 entre (Faible/Dure et Forte/Mou) et des jets de l’AGN 3C120 (Seyfert I) entre la période active “jet relativiste” et la période de faible activité “jet faible” (Marscher et al. 2004; Turler et al. 2004).

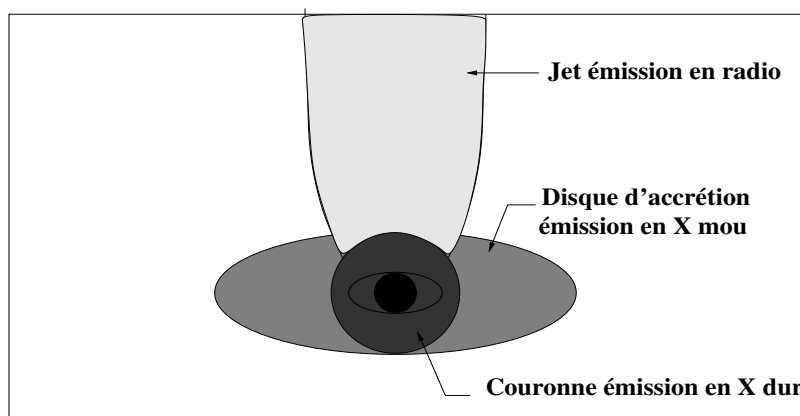


Fig. 1.3: Les domaines d’émission dans la période Faible/Dure des différents composants du microquasar (d’après Fender, 2002).

1.2.3 Formation d’une couronne autour d’un trou noir

Différents modèles ont été élaborés, dans les dernières années, pour étudier les écoulements hydrodynamiques relativistes autour des trous noirs. Contrairement, aux étoiles normales (étoiles de la séquence principale, étoiles jeunes, étoiles à neutrons), les trous noirs n’ont pas leur propre atmosphère de laquelle les vents puissent se former. Les écoulements autour des trous noirs doivent être générés à partir du disque d’accrétion, soit directement, soit par l’intermédiaire d’une couronne. Différents scénarios sont proposés pour expliquer la formation de la couronne autour des trous noirs dans la période Faible/Dure. Le plus connue consiste en

la formation d'une couronne par une barrière supportée par la pression centrifuge (Centrifugal Pressure Supported BOUNDary Layer "CENBOL", Chakrabarti, 1989). Cette barrière est formée par la matière accrétée et elle est répartie en deux composantes.

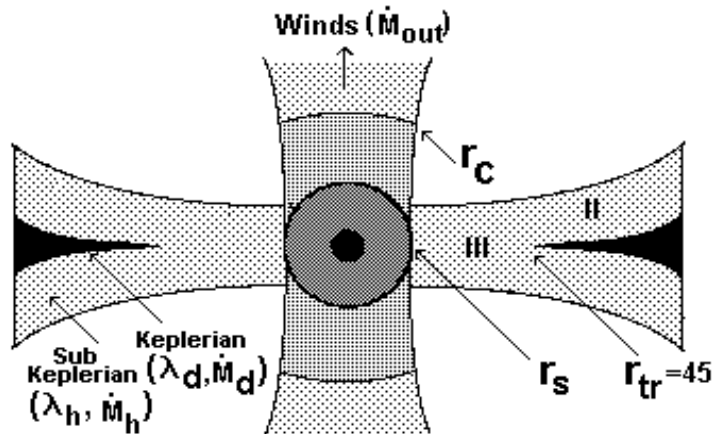


Fig. 1.4: La formation de la couronne par le mécanisme de CENBOL. r_s est le rayon de la surface du choc créé par le CENBOL. λ_d et \dot{M}_d sont respectivement le flux du moment cinétique et le flux de masse dans le disque képlérien. λ_h et \dot{M}_h sont respectivement le flux du moment cinétique et le flux de masse dans le disque subképlérien. \dot{M}_{out} est la perte de masse dans le vent (d'après Das & Chakrabarti, 2001).

Une composante est accrétée dans le plan équatorial du disque képlérien. La deuxième composante de la matière accrétée se trouve hors du plan équatorial dans un disque subképlérien (Fig. 1.4). Près du trou noir, la chute s'accélère. Ainsi les échelles de temps sur lesquelles la viscosité permet d'extraire du moment cinétique de la partie interne du disque vers l'extérieur, deviennent plus faibles que le temps dynamique de la chute de la matière dans le trou noir. Le moment cinétique dans le disque près du trou noir reste presque constant. Ainsi même le disque équatorial devient sub-képlérien et se mélange avec l'autre composante du disque d'accrétion. Ce mélange entre les deux composantes induit un chauffage du gaz et fait augmenter la pression dans le disque d'accrétion. Cette constance du moment cinétique et l'augmentation de la pression produisent une forte force centrifuge et un fort gradient de pression cinétique. Ces forces augmentent plus rapidement que la force gravitationnelle, lorsque la matière s'approche du trou noir, jusqu'à ce qu'elles deviennent comparables (centrifuge + pression avec gravité). Alors, un choc se forme et une partie du fluide supersonique qui chute est déviée avant d'atteindre le trou noir. La position de cette surface de choc dépend fortement de l'énergie thermique du fluide et du taux d'accrétion (Das 2002). Hawley et ses collaborateurs ont suggéré que cette surface se translate vers l'extérieur du disque, mais Chakrabati et ses collaborateurs ont montrés, au contraire, que cette surface est stable.

Cette surface est appelée CENBOL. Elle induit une décélération de l'écoulement qui devient subsonique en même temps que son énergie thermique et sa densité augmentent. Au delà de cette surface, la gravité devient plus importante et toute la matière qui la dépasse tombe dans le trou noir. Les simulations hydrodynamiques d'accrétion faites par Proga & Begelman (2003) ont montré qu'il y a formation d'un tore constitué de matière dense et chaude qui est freiné par le mécanisme de CENBOL. Ainsi, cette barrière constitue une atmosphère stellaire à partir de laquelle le vent peut se former, soit thermiquement soit par la force centrifuge. Le vent subsonique qui s'échappe du tore est accéléré et traverse la surface sonique pour devenir supersonique.

Dans le cas d'accrétion quasi sphérique autour de trou noir, lorsque la matière accrétée a un moment cinétique nul (accrétion de type Bondi, 1952), une couronne peut aussi se former. Elle est créée par un choc statique stable. Ce choc peut résulter d'instabilité plasma et de la non linéarité dans l'écoulement. Cette instabilité peuvent être induites par des faibles perturbations de la densité (Kazanas & Ellison 1986). Pour que ce choc puisse se former, il faut que le nombre de Mach de la matière accrétée atteigne des valeurs élevées $M \geq 4$ (Ellison & Eicher 1985). Ainsi, toute faible perturbation dans l'écoulement est amplifiée rapidement pour former le choc. Dans ce dernier, la densité croît rapidement et la vitesse redevient subsonique. Une fraction des particules est alors accélérée par un mécanisme de Fermi du premier ordre. Les protons accélérés par ce processus perdent leur énergie dans des collisions successives avant d'être capturés par le trou noir. Ainsi, leur pression devient suffisante pour que le choc existe et soit stable (Das 1999).

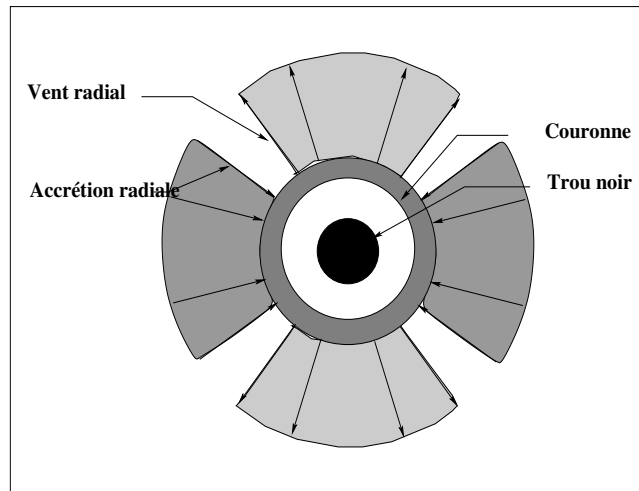


Fig. 1.5: Formation de la couronne par le mécanisme d'instabilité plasma dans l'accrétion sphérique. La matière accrétée près de l'équateur est freinée dans le choc, puis accélérée pour former un vent près de l'axe polaire (selon Das, 1999).

1.2.4 Modèles hydrodynamiques à symétrie sphérique

L'ingrédient de base nécessaire pour la formation de vent purement hydrodynamique près des objets compacts, comme dans le cas du vent solaire, est une couronne chaude. Cette couronne dans le cas d'un trou noir a besoin d'être alimentée par l'accrétion. L'accrétion peut

être sphérique, lorsque le moment cinétique de la matière accrétée est nul, ou bien, lorsque matière accrétée possède un moment cinétique initial, l'accrétion se produit dans le plan équatorial. La matière accrétée par un de ces mécanismes, chemine vers la région centrale près de l'objet compact sous l'action de la gravité dominée par la masse de l'objet central. Elle assure de ce fait, l'approvisionnement de la couronne en matière et en énergie, par la conversion d'énergie gravitationnelle en énergie thermique. L'accrétion de la matière assure aussi autour du trou noir l'établissement et le maintien de la couronne. Différents modèles purement hydrodynamique ont été élaborés, pour analyser les mécanismes thermiques dans l'accélération du vent sphérique.

Les modèles de vents hydrodynamiques, radiaux ou à symétrie sphérique, s'appliquent lorsque le moment cinétique de la matière accrétée est très faible. Michel (1972) est le premier à avoir résolu le problème d'un écoulement sphérique en relativité générale avec le formalisme $3 + 1$ (dans la métrique de Schwarzschild). Dans ce travail, Michel s'est intéressé principalement à l'accrétion sphérique autour d'un objet compact à l'aide d'une approche MHD à deux espèces (électron-proton) : un fluide d'électrons chauds avec une équation d'état ultra-relativiste (et un indice polytropique, $\Gamma = 4/3$) et un fluide de protons plus froids avec une équation d'état classique (et un indice polytropique, $\Gamma = 5/3$). D'autres travaux ont suivi sur l'analyse des propriétés du point critique sonique et du chauffage dans l'écoulement (Begelman 1978; Ray 1980).

Chakrabarti et al. (1996) et Das (2000) ont traité le problème du couplage entre l'accrétion et l'éjection hydrodynamique autour d'un trou noir de Schwarzschild. Dans le cadre de l'accrétion hydrodynamique, ces auteurs se sont intéressés à la formation de vents hydrodynamiques sphériques, avec une équation d'état polytropique ordinaire. La transition entre les deux phénomènes se produit par l'intermédiaire de la couronne qui se forme soit par le mécanisme de CENBOL (Chakrabarti et al. 1996), soit par l'augmentation de l'entropie dans l'accrétion sphérique (Das 2000), décrits au paragraphe 1.2.3. Tous deux ont utilisé des modèles hybrides accrétion-éjection + choc (Fig. 1.4) et (Fig. 1.5). Le choc et l'accrétion sont toujours supposés adiabatiques dans leurs modèles. Cependant, ils ont traité les deux cas extrêmes de vents isotherme et adiabatique ultrarelativiste. L'efficacité de la formation du vent par ce mécanisme dépend fortement des propriétés de l'accrétion et du choc. Elle dépend également du moment cinétique acheminé dans le disque d'accrétion et du taux d'accrétion. En effet, l'efficacité de formation du vent augmente lorsque le moment cinétique de la matière accrétée augmente. Elle dépend aussi de la puissance du choc qui est lié au taux d'accrétion. S'il est faible ou absent, le vent est négligeable. De la même façon, le vent est faible pour un taux d'accrétion élevé. En effet, dans ce cas la compression dans le choc diminue. Elle est due au refroidissement dans la région post-choc du fluide proton, par effet Compton inverse.

Cependant, ces différents modèles utilisent une équations d'état polytropique avec un indice polytropique constant, ce qui est inadapté à l'étude des vents relativistes. En effet, ce type d'équation d'état ne permet pas de traiter l'évolution du fluide, lorsque ce dernier subit de grandes variations de température. Mathews (1971) est le premier à avoir utilisé une équation d'état qui est fonction de la température, dans l'étude d'écoulements adiabatiques d'un

fluide perpendiculairement à un champ magnétique uniforme. Il a utilisé l'équation d'état de Synge (1957). Cette équation d'état a été utilisée ensuite par Blumenthal & Mathews (1976) dans l'étude de l'accrétion et des propriétés du point critique sonique, dans le cas des écoulements adiabatiques. C'est une généralisation de cette équation de Synge que nous allons aussi exploiter au chapitre (3). Nous l'utiliserons dans l'élaboration d'une équation d'état polytropicque généralisée, pour étudier le problème de formation de vent relativiste autour des objets compacts. L'équation d'état que nous allons présenter ne se limite pas au cas adiabatique ou isotherme. L'indice polytropicque de cette équation d'état, peut changer entre la valeur isotherme, 1, et la valeur de refroidissement maximum, 3.

1.2.5 Modèles hydrodynamiques d'écoulements axisymétrique

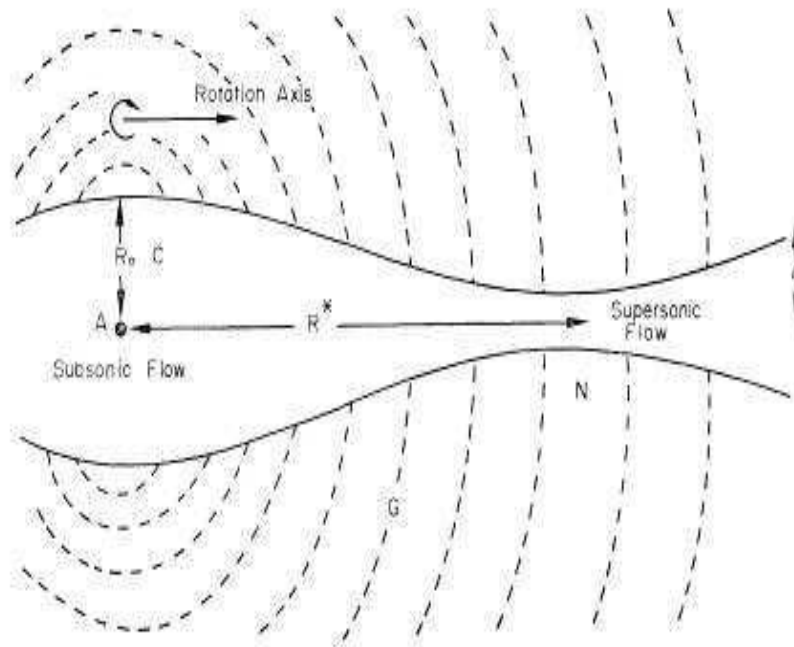


Fig. 1.6: Modèle du double jet hydrodynamique collimaté par le milieu externe (d'après Blandford & Rees, 1974). R^* est la distance entre la région centrale et la région du goulot d'entranglement. R_0 est le rayon de la tuyère à la base du vent.

Le premier modèle d'écoulement hydrodynamique axisymétrique est celui de Blandford & Rees (1974). Il est destiné à explorer la formation des jets collimatés dans les AGN. Les auteurs ont considéré un écoulement hydrodynamique 1-D non-isotrope de fluide de faible densité et loin de l'objet central. Ainsi, ils ont fait abstraction des effets de la gravité sur le vent. L'écoulement se produit parallèlement à l'axe de rotation dans une tuyère créée par le milieu intergalactique qui est plus dense (Fig. 1.6). Donc, contrairement au fluide dans le vent, ce milieu ambiant dense est soumis à la gravité et il est supposé en équilibre hydrostatique. La pression thermique du milieu est suffisante pour supporter le potentiel gravitationnel elliptique effectif auquel le milieu extérieur est soumis dans son référentiel en rotation. Ce potentiel résulte du potentiel gravitationnel des étoiles et du trou noir dans la

région centrale auquel s'ajoute le potentiel engendré par la force centrifuge. Ainsi, le fluide est accéléré adiabatiquement dans cette tuyère, puis entre en interaction avec le milieu extérieur pour former les deux "hot spots" (région d'interaction du jet avec le milieu intergalactique, cette région est caractérisée par une forte émission en radio). Dans ce choc, les protons et les électrons sont ré-accélérés par un processus de Fermi de deuxième ordre.

Ce modèle sur la formation d'écoulements hydrodynamiques, collimatés dans une tuyère, a été amélioré par Ferrari et al. (1984). Ils ont ajouté les effets de la gravité newtonienne puis celle de la relativité générale (Ferrari et al. 1986) pour étudier la formation des écoulements hydrodynamiques collimatés près de l'objet central. Dans ce modèle, l'écoulement est accéléré dans une tuyère de longueur comprise entre $0.1pc$ à $1pc$. Cette tuyère est supposée créée par le tore du disque d'accrétion (Fig. 1.7). Le tore est maintenu contre la gravité soit par la pression radiative soit par un mécanisme de type CENBOL. La pression radiative est efficace lorsque la densité dans le disque est élevée. Ainsi, le disque devient opaque au rayonnement. Le mécanisme CENBOL, comme nous l'avons déjà vu, devient efficace lorsque le taux d'accrétion est faible. La faible densité dans le disque induit une diminution de la perte d'énergie et du moment cinétique par la matière en chute libre. Elle permet alors de former le tore supporté par la pression thermique et centrifuge des ions (Rees 1982). Par contre, la contribution du fluide d'électron à la pression thermique est très faible. En effet, les électrons se refroidissent par rayonnement, plus rapidement que les protons.

L'écoulement alimenté par le disque d'accrétion se forme à l'intérieur de la tuyère, le long de l'axe de rotation. L'écoulement est supporté par sa température élevée et la pression radiative contre la gravité. L'accélération initiale se produit à l'intérieur du tore dont la section croît avec l'altitude. L'expansion de la section de la tuyère créée par le tore permet d'augmenter l'efficacité de l'accélération, comme dans le modèle de vent coronal de Kopp & Holzer (1976). En dehors de cette région, l'écoulement est supposé collimaté par confinement du milieu extérieur ou par pincement magnétique.

Des modèles d'écoulements hydrodynamiques à deux dimensions de jets coniques existent également (Tsinganos & Vlastou 1987; Tsinganos & Trussoni 1990; Lima & Priest 1993) dans les vents stellaires. Ces modèles sont tous des modèles auto-similaires méridionaux (voir paragraphe 1.4), analogues à ceux que nous allons étudier. Ils ont montré l'importance de la stratification du milieu ambiant et aussi de l'écoulement dans la formation de jets avec de faibles angles d'ouverture. Ils ont montré aussi l'incapacité des mécanismes purement hydrodynamique à collimater les jets cylindriquement.

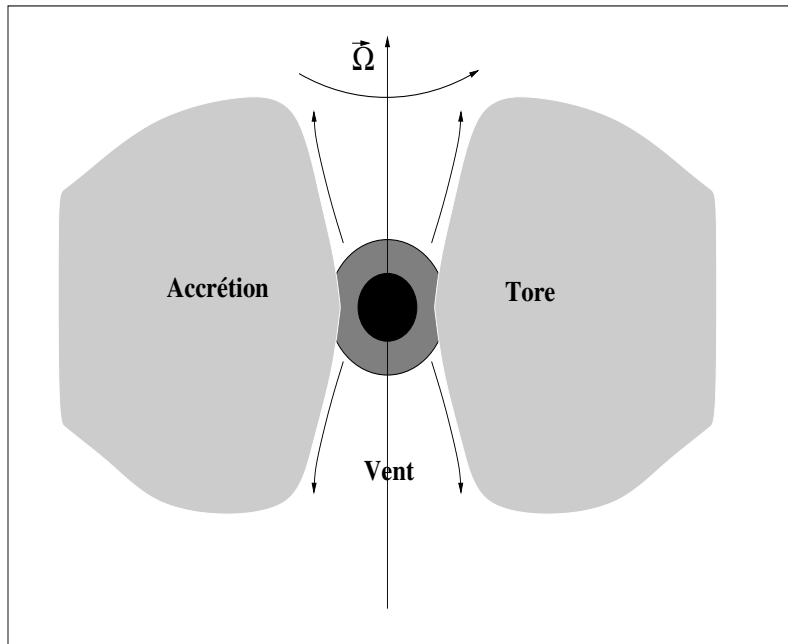


Fig. 1.7: Modèle de jet hydrodynamique pour SS433 d'après Ferrari et al. (1984).

1.2.6 Modèles magnétohydrodynamiques

L'inefficacité des processus purement hydrodynamiques à reproduire les vitesses et les morphologies des jets observés ont conduit les astrophysiciens à s'intéresser à la formation des jets par des processus magnétohydrodynamiques. Pour le moment, il n'existe pas de consensus sur l'importance des différents processus électrodynamiques et thermiques dans ce type d'écoulement. Néanmoins, les différents modèles théoriques, numériques et observationnels dans la littérature (Livio 1999; Königl & Pudritz 2000) montrent que la formation des jets nécessite des ingrédients de base qui sont :

1. Un objet central. Dans le cas des étoiles avec une atmosphère comme les étoiles de la séquence principale (soleil, Parker 1958), les étoiles jeunes (Sauty & Tsinganos 1994) et les étoiles à neutron (Michel 1972), un écoulement magnétohydrodynamique peut se former directement sur leur surface. Il intervient aussi dans la formation des jets de disque, en créant un puits de potentiel pour accréter de la matière.
2. Un disque d'accrétion. Il représente un réservoir de matière, d'énergie et de moment cinétique. En effet, le disque d'accrétion achemine de la matière vers la région centrale. Il transforme l'énergie gravitationnelle en énergie magnétique et en énergie thermique par l'intermédiaire de la viscosité et de la reconnexion magnétique. Une grande partie de l'énergie dans le disque est transformée en énergie thermique. Ceci permet au disque d'accrétion d'avoir un taux d'ionisation élevé et, par conséquent, une forte conductivité électrique. D'autre part, la matière accrétée dans le disque transporte avec elle du moment cinétique. De ce fait, le disque d'accrétion représente aussi un réservoir de moment cinétique. Une partie de ce moment cinétique va être transportée vers la région externe du disque d'accrétion par la viscosité, l'autre sera éjectée dans le vent
3. Un champ magnétique à grande échelle ancré dans le disque d'accrétion ou la couronne

en rotation. La forte conductivité dans le disque et la couronne font que le champ magnétique est gelé dans ces derniers. Dans le cas des jets de disque, la densité d'énergie de ce champ magnétique doit être plus petit que l'énergie cinétique de rotation du disque. Ainsi, la dynamique reste dominée par le disque. Ce champ magnétique à grande échelle joue un rôle important dans la formation des jets collimatés venant du disque et de la couronne. Il permet de guider la matière en rotation qui s'échappe du disque d'accrétion ou de la couronne. Il évacue ainsi une partie du moment cinétique du disque d'accrétion, ce qui permet l'établissement d'une accrétion stationnaire, sans que la vitesse angulaire du disque n'atteigne la vitesse de rupture. En effet, au delà de cette vitesse de rotation, le bord interne du disque s'éloigne de l'objet central sous l'effet de la force centrifuge et l'accrétion s'arrête (Blandford & Payne 1982; Königl 1989; Campbell 1999). Le champ magnétique à grande échelle est aussi considéré comme un ingrédient indispensable pour l'extraction du moment cinétique des étoiles, aussi bien pour les étoiles de la séquence principale comme le soleil (Weber & Davis 1967) que les étoiles à neutrons (Michel 1969) et il intervient aussi dans le freinage des trous noirs de Kerr (Blandford & Znajek 1977). Le champ magnétique présente aussi un ingrédient indispensable dans la formation des écoulements froids loin de l'axe de rotation. En effet, les lignes magnétiques gelées au disque d'accrétion en rotation, génèrent un flux de Poynting à la surface du disque et de la couronne. Ce flux de Poynting se transforme en énergie cinétique lorsque la matière est emportée le long des lignes magnétiques (Henriksen & Rayburn 1971), comme dans le modèle de vent magnétisé froid de pulsar (Michel 1969). Enfin, au delà de la surface d'Alfvén, la composante toroïdale du champ magnétique augmente sous l'effet de l'inertie du gaz qui devient dominante. Ainsi la torsion des lignes magnétique commencent à exercer une force de pincement vers l'axe et permet la collimation de l'écoulement (voir paragraphe 1.3.4).

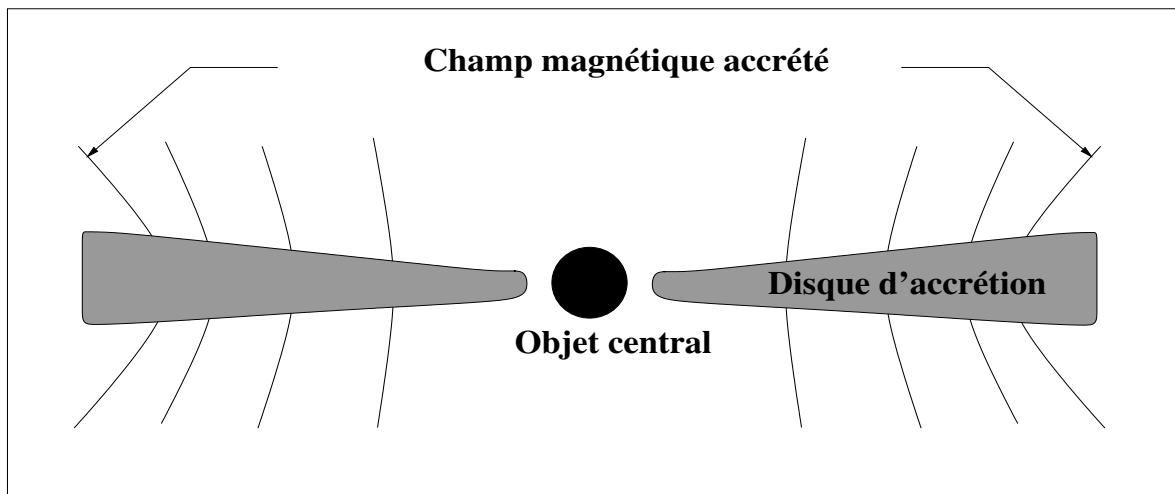


Fig. 1.8: Accrétion du champ magnétique gelé dans un disque d'accrétion, caractérisé par une conductivité infinie.

Deux scénarios sont avancés pour la formation du champ magnétique à grande échelle. Dans le premier, le champ magnétique du milieu ambiant est advecté par le disque d'accrétion vers la région centrale (Blandford & Payne 1982; Königl 1989; Fig. 1.8). Cependant, ce

mécanisme est très peu efficace, puisque le champ magnétique peut diffuser dans le disque dans un temps plus court que le temps advection radial (Heyvaerts et al., 1996). Dans le deuxième scénario, le champ magnétique à grande échelle est généré par la turbulence et les instabilités de cisaillement magnétique dans le disque -dynamo- (Balbus & Hawley 1998; Campbell 2003). Ce scénario est le plus souvent invoqué dans la formation et l'accélération des jets (Tout & Pringle, 1996, Turner et al., 1999, Heinz & Begelman, 2000, Li, 2002). Cependant, ce mécanisme seul, reste insuffisant pour former un champ magnétique à grande échelle. Les simulations numériques montrent que le mécanisme de dynamo dans le disque forme seulement des champs magnétiques à petites échelles. Ces échelles sont de l'ordre de la dimension verticale du disque (Armitage 1998). Il a été alors suggéré par Tout & Pringle (1996) (voir aussi Romanova et al. 1998) un passage par cascade du champ magnétique de petite à grande échelle. Ce passage peut se produire grâce à la rotation différentielle dans le disque et à la reconnection magnétique.

Ces trente dernières années, plusieurs travaux analytiques et numériques ont été entrepris dans l'étude de la formation et de la collimation des jets. Cela, dans le but de comprendre et d'approfondir nos connaissances sur leur accélération, leur collimation et leur comportement asymptotique (Königl & Pudritz 2000; Livio 2002; Heyvaerts & Norman 1996; Heyvaerts & Norman 2003c).

Tous les modèles analytiques élaborés pour l'étude des jets utilisent des méthodes approximatives. En effet, l'étude exacte de ces écoulements est impossible à cause de la complexité des équations magnétohydrodynamiques qui régissent la formation des écoulements en astrophysique. La forte non linéarité des équations MHD aux dérivées partielles - et le grand nombre de points critiques qu'elles peuvent admettre - rendent la résolution de ces équations possible seulement avec des hypothèses supplémentaires, en plus de l'axisymétrie et la stationnarité. Ces hypothèses sont soit de type auto-similaire soit de type force free. Dans les modèles dits auto-similaire, on utilise des hypothèses sur les symétries des lignes d'écoulement dans le jet pour séparer les variables. Ces méthodes auto-similaires permettent de passer d'équations aux dérivées partielles à des équations différentielles ordinaires. Dans les modèles force-free, les forces inertielles sont négligées dans l'équation de la dynamique. De ce fait, dans les modèles force-free les écoulements sont considérés comme purement électromagnétiques. Dans ce qui va suivre nous présenterons les différents modèles élaborés et les hypothèses posées dans ces modèles.

Le premier modèle de jet de trou noir a été élaboré par Blandford & Znajek (1977). Ce modèle repose sur l'extraction du moment cinétique du trou noir de Kerr par un champ magnétique à grande échelle. Le champ magnétique est supposé se former par le courant électrique toroïdal dans le disque fin qui entoure le trou noir. Dans la limite force free ($\vec{J}_e \parallel \vec{B}$) et dans l'approximation purement électromagnétique, l'énergie de rotation du trou noir est extraite sous forme de flux de Poynting (Fig. 1.9). Ce flux de Poynting est converti en énergie cinétique le long des lignes magnétiques. En effet, dans ce modèle, le trou noir fonctionne comme une pile électrique. Le champ magnétique et électrique sont très intenses près du trou noir dans la région de basse altitude (proche de l'équateur). Ils déclenchent une production d'électrons-positrons par cascade qui sont accélérés le long des lignes magnétiques jusqu'à la région où l'intensité du champ magnétique devient faible. Dans cette région, ces charges

électriques se déplacent vers la région de faible intensité du champ magnétique sur l'axe, créant alors un courant de retour. Ce mécanisme de Blandford-Znajek (1977) est similaire au processus d'extraction de l'énergie et du moment cinétique des étoiles à neutron suggéré par Goldreich & Julian (1969). Il a été aussi utilisé pour expliquer la formation de jet dans les noyaux actifs de galaxies (Begelman et al., 1984 ; Rees et al., 1982 ; Rawlings & Saunders, 1991 ; Blandford, 1993).

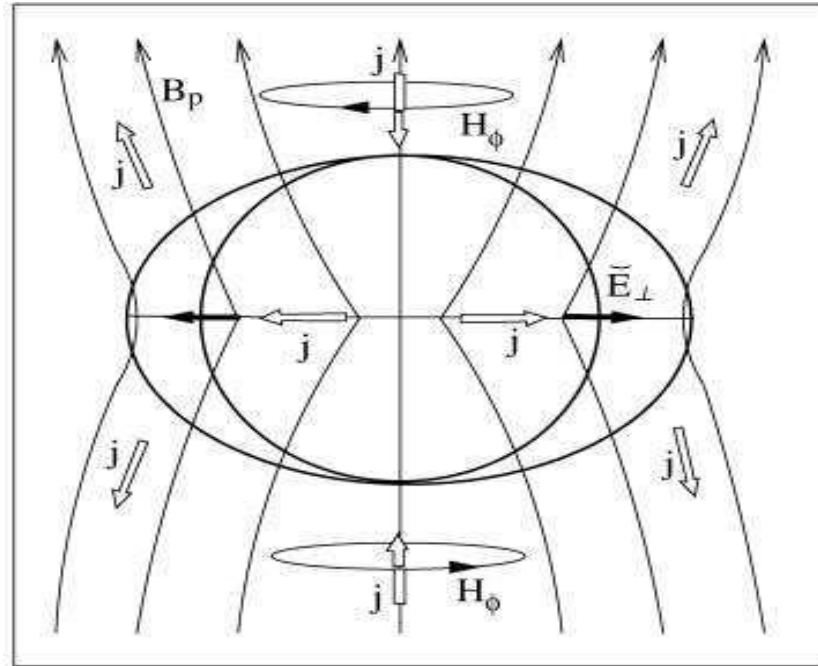


Fig. 1.9: Modèle électrodynamique de Blandford-Znajek (1977) de la magnétosphère de trou noir de Kerr (d'après Komissarov, 2004). Dans la région près de l'équateur, un courant électrique j est induit par le fort champ électrique \vec{E}_\perp . Ce courant j est induit le long des lignes magnétiques polaires et dirigé vers l'extérieur. Par contre, dans la région près de l'axe polaire, le courant électrique va dans le sens inverse pour fermer le circuit électrique.

Cependant, ce processus exotique ne peut être appliqué que dans le cas des objets compacts. En effet, c'est seulement près des objets compacts que la densité d'énergie électromagnétique est suffisamment importante pour permettre la production des paires électrons-positrons. Les mécanismes universels (Königl 1986; Livio 1999; Livio 2002) proposés pour la formation des jets, sont susceptibles d'être classés en deux familles.

La première famille, est formée des modèles de vents dominés par le flux de Poynting. Dans ces écoulements, l'énergie et le moment cinétique sont emportés à la base par le champ électromagnétique (Weber & Davis 1967; Michel 1969; Goldreich & Julien 1970; Contopoulos 1994). Il est converti en énergie cinétique asymptotiquement. La deuxième famille est formée des modèles de jets hydromagnétiques. Dans ces jets, l'énergie et le moment cinétique sont emportés aussi bien par le champ électromagnétique que par l'énergie thermique dans l'écoulement (Low & Tsinganos 1986a; Lovelace et al. 1991; Sauty & Tsinganos 1994). Nous allons dans la suite présenter quelques propriétés des modèles de ces deux familles.

Les pionniers dans l'étude des jets de disque autour des trous noirs sont Blandford & Payne (1982). Dans leur modèle, un champ magnétique de grande échelle est ancré dans un disque d'accrétion képlérien, infiniment fin et froid. L'énergie thermique et l'inertie du fluide hors du disque sont supposés faibles par rapport à l'énergie magnétique (Fig. 1.10). Ainsi, la dynamique dans la région subalfvénique est dominée par le champ magnétique. L'écoulement dans cette région est de type force-free. Le champ magnétique est en rotation rigide avec le disque et accélère l'écoulement par l'intermédiaire de la force magnéto-centrifuge. Blandford & Payne (1982) ont montré l'existence d'un angle minimal entre l'axe normal au disque et les lignes magnétique de 30° , au-delà duquel la force centrifuge devient inefficace. En effet, elle devient insuffisante pour vaincre la force gravitationnelle hors du plan équatorial. Ce modèle repose sur une hypothèse d'auto-similarité radiale. Cette méthode auto-similaire est une généralisation des modèles de vents magnétisés équatoriaux (Weber & Davis 1967; Michel 1969; Goldreich & Julian 1970). Elle a été mise en point pour la première fois par Bardeen & Berger (1978) pour l'étude des vents galactiques. Ils ont utilisé une similarité selon le rayon sphérique. Dans ces différents modèles, les effets thermiques sont négligés, ce qui se traduit par la disparition du point magnéto-sonique lent. Puisque, l'écoulement été supposé supersonique dès sa base. Ces modèles ont été étendue dans la suite aussi bien à l'auto-similarité en rayon cylindrique que sphérique (Chan & Henriksen 1980; Bicknell & Henriksen 1980; Königl 1989; Li et al. 1992; Ferreira & Pelletier 1995).

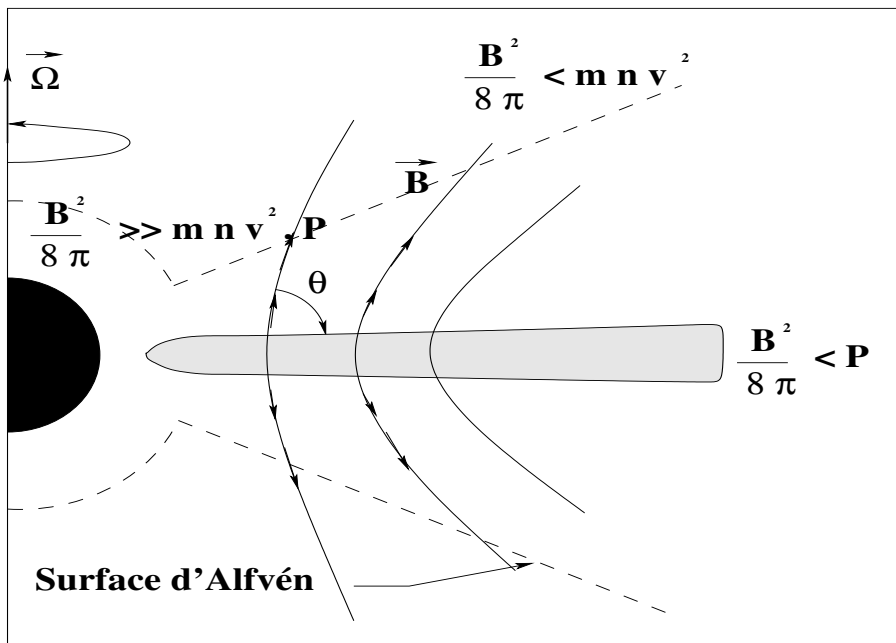


Fig. 1.10: Modèle de jet de disque de Blandford & Payne (1982). Les lignes magnétiques en rotation solide avec le disque d'accrétion dans la région sub-alfvénique. Dans cette région, la densité d'énergie thermique et l'inertie du fluide sont très faibles par rapport à la densité d'énergie magnétique.

Lovelace et al. (1991) ont introduit la gravité et les effets thermiques dans le modèle de jet auto-similaire de disque. Dans leur analyse, l'accélération thermique intervient dans la région basse du jet près du disque d'accrétion. Elle contribue surtout dans la région submagnéto-sonique lente. Dans les autres parties, l'accélération est surtout due à la pression

magnétique toroïdale (effet de ressort, voir section 1.3). Ce type d'accélération magnétique est dû à leur choix du champ magnétique, à la base du jet, dominé par la composante toroïdale. Dans le cas des modèles classique, une méthode de détermination systématique des solutions auto-similaires radiales a été développée par Vlahakis & Tsinganos (1998).

Le modèle a été généralisé pour l'étude des vents froids relativistes (relativité restreinte) par Li et al. (1992), Contopoulos & Lovelace (1994) et Contopoulos (1994). Les auteurs ont négligé la gravité pour permettre la séparation de variable en utilisant l'auto-similarité. Cette restriction est imposée par l'expression non linéaire du facteur de Lorentz en fonction de la vitesse $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$. En ce qui concerne la différence entre le modèle de Li et al. (1992) et de Contopoulos & Lovelace (1994), notons que le premier s'est intéressé à l'accélération centrifuge, alors que le second modèle s'est plutôt intéressé à l'accélération par la pression magnétique toroïdale.

Les effets thermiques ont été introduits dans les modèles relativistes par Vlahakis & Königl (2003) pour analyser la formation et l'accélération des écoulements relativistes de plasma chaud. Le but est d'étudier le phénomène d'éruption γ dans les Gamma Ray Bursts (GRBs) où l'énergie thermique est supposée jouer un rôle important. Dans ce modèle, l'énergie thermique du plasma à la base de l'écoulement est élevée. Elle permet alors une accélération initiale thermique contrairement aux précédents modèles d'écoulements froids où l'accélération est purement magnétique. Cependant, l'accélération thermique ne reste efficace que jusqu'à la surface magnéto-sonique lente. Au-delà de cette surface le jet est accéléré magnétiquement par conversion de l'énergie de Poynting en énergie cinétique, comme dans le modèle de Li et al. (1992).

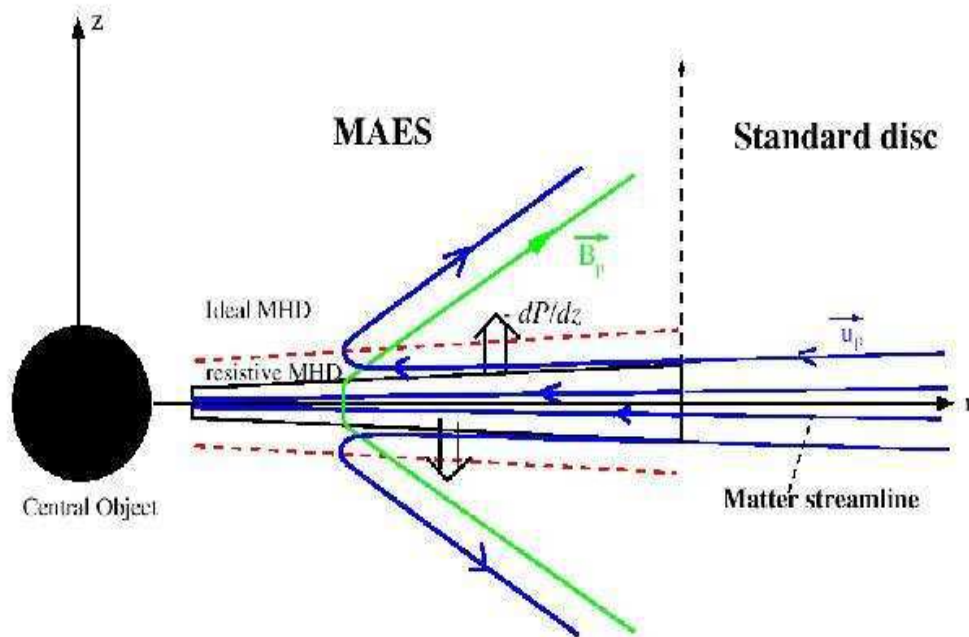


Fig. 1.11: Modèles MAES de formation du jet de disque (d'après Ferreira & Casse, 2000). Le champ magnétique est ancré dans un disque d'accrétion résistif en rotation. La région de propagation du jet est décrite par la magnétohydrodynamique idéale.

Dans le cas newtonien des jets de TTAURI et d'AGN, des modèles auto-similaires selon r sophistiqués ont été aussi élaborés. Ils traitent aussi bien l'accrétion que la formation des jets. Ces modèles sont appelés *Magnetised accretion-ejection structures* (MAES) (Fig. 1.11). Le disque et le jet sont traités en même temps mais différemment. Le disque d'accrétion képlérien est supposé fin et diffusif. Au contraire, l'écoulement dans le jet est supposé idéal (Königle, 1989 ; Ferreira & Pelletier, 1995 ; Ferreira, 1997 ; Casse & Ferreira, 2000a ; Casse & Ferreira 2000b ; Ferreira & Casse, 2004).

Ces modèles auto-similaires selon r sont cependant inadéquats pour analyser des écoulements formés à partir de couronnes sphériques près de l'axe de rotation. En effet, les modèles auto-similaires selon r présentent une singularité vers l'axe à cause du choix de la fonction de la vitesse angulaire. Elle est soit képlérienne soit quasi képlérienne et, de ce fait, elle diverge vers l'axe. De plus, l'autosimilarité selon r n'est pas valable pour décrire la structure des lignes magnétiques qui émergent d'une couronne sphérique. Les écoulements autour de l'axe rotation sont traités de façon plus convenable avec des modèles auto-similaires selon θ . Le premier modèle de ce type est celui de Tsinganos & low (1986a) pour l'étude du vent solaire. Dans ce premier modèle, les auteurs ont considéré un écoulement de fluide ionisé à travers un champ magnétique dont la géométrie est une combinaison linéaire de structures radiale et dipolaire. L'application de ce type de modèle dans le cas d'une géométrie d'écoulement plus générale a été élaboré pour l'étude des jets des étoiles jeunes (Tsinganos & Trussoni 1993 ; Sauty & Tsinganos 1994). Une des différences entre les modèles autosimilaires radiaux et méridionaux est l'utilisation, dans les deuxièmes, d'une équation d'état non-polytropic. En effet, dans les modèles auto-similaires méridionaux, les équations d'états sont imposées par la forme de la similarité qui caractérise la structure du jet. Dans la région centrale, contrairement aux jets de disque, l'énergie thermique à la base du jet peut être de même ordre de grandeur ou plus importante que l'énergie magnétique. Elle peut donc contribuer fortement à l'accélération de l'écoulement. Ce comportement de l'écoulement dans la région axiale résulte de la faible ouverture des lignes magnétiques dans la région centrale. Il résulte aussi de la diminution de la vitesse de rotation lorsque on s'approche de l'axe de rotation. Vlahakis & Tsinganos (1998) ont élaboré une méthode systématique de détermination de solutions auto-similaires méridionales. Cependant, jusqu'à maintenant aucun modèle n'a été développé en relativité générale dans le cas des écoulements méridionaux. Dans les chapitres (4) et (6), nous présenterons les deux premiers modèles auto-similaires méridionaux que nous avons construit au cours de cette thèse, en collaboration avec N. Vlahakis et K. Tsinganos.

Des modèles purement numériques ont été élaborées pour traiter les écoulements magnétohydrodynamiques stationnaires. Sakurai (1985) a fait une extension en 2D du modèle classique de vent solaire équatorial de Weber et Davis (1967) 1D. La méthode de Sakurai consiste à itérer sur les équations de la MHD à partir d'une configuration initiale du champ magnétique jusqu'à une configuration d'équilibre. Pour cela, il résout successivement l'équation de Bernoulli et l'équation transfield. L'équation de Bernoulli permet de calculer à chaque étape la densité, alors que les itérations sur l'équation transfield permettent de calculer le flux magnétique. Sakurai (1985) fait le calcul à partir d'une configuration initiale monopolaire avec $B_r \propto 1/r^2$, centrée sur l'étoile (Fig. 1.12 (a)). Sakurai (1987) itère en partant d'une

configuration initiale du champ magnétique monopolaire aussi, mais le monopole se trouve sous le plan du disque. Ainsi, il a éliminé la singularité qui apparaissait dans la solution de 1985 dans le plan équatorial. De ce fait, il a pu modéliser le jet venant de disque. Pour les deux configurations initiales du champ magnétique, il a montré que les lignes magnétiques à la fin des itérations convergent vers l'axe (Fig. 1.12 (b)). Ceci est induit par la force de pincement magnétique dirigée vers l'axe de la composante toroïdale du champ magnétique dans la région superalfvénique.

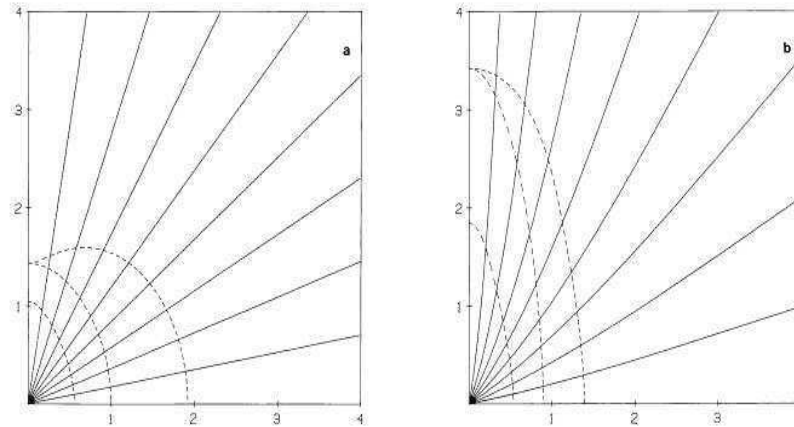


Fig. 1.12: Les lignes du champ magnétique poloidale dans le modèle de Sakurai (1985) (a) structure initiale split monopole, (b) la redirection des lignes magnétiques poloidale vers l'axe après les itération.

Le modèle de Weber et Davis (1967) de vent équatorial a aussi été généralisé en relativité restreinte et générale, dans une métrique de Schwarzschild, par Daigne & Drenkhan (2002). Le modèle est à une dimension, mais ils ont tenu compte aussi d'une expansion de l'écoulement perpendiculairement au plan du disque. Ils ont montré que l'accélération magnétique par la conversion du flux de Poynting en énergie cinétique dépend de l'expansion de l'écoulement. Elle est efficace dans les écoulements ultrarelativistes seulement lorsque l'expansion de l'écoulement devient important. En effet, dans le vent magnétisé en expansion radiale, après la surface du cylindre de lumière, l'accélération par la force de pression magnétique toroïdale est complètement annulée par la force de pincement magnétique (Michel 1969; Goldreich & Julian 1970). De ce fait, l'accélération du vent magnétique ne peut continuer après le cylindre de lumière que si l'expansion du vent est plus importante que l'expansion radiale. Ce mécanisme d'accélération est appelé "Tuyère magnétique" (Camenzind 1989; Begelman & Li 1994).

Camenzind et ces collaborateurs (1986b, 1987, 1990) ont élaboré une autre méthode numérique de résolution des équations GRMHD pour analyser la formation et la collimation des jets. Elle est basé aussi sur la résolution de l'équation de Bernoulli et de la transfield. Cependant, dans cette résolution, les forces d'inertie et thermiques, dans la direction perpendiculaire aux lignes magnétiques, sont supposées être négligeables. L'équation transfield intégrée est celle d'un écoulement force-free. Donc par intégration de cette équation, ils déterminent la forme initiale des surfaces magnétiques dans le jet. Ceci se fait par un choix approprié du courant électrique dans l'écoulement. Le nombre d'Alfvén et la vitesse sont

déduites a posteriori en résolvant l'équation de Bernoulli. Cependant, l'utilisation de l'hypothèse force-free, pour résoudre l'équation de la transfield, induit une singularité à la surface du cylindre de lumière. Elle est corrigée par un ajustement de la distribution du courant électrique, en ajoutant un courant à la surface du cylindre de lumière. Ils ajustent aussi les conditions limites entre la partie du jet à l'intérieur du cylindre de lumière et la partie extérieure (Fendt et al. 1995). Cette méthode a été généralisée aux jets autour de trou noir de Kerr (Fendt 1997). Tous ces modèles ont montré une collimation cylindrique du jet dans la région asymptotique, après le cylindre de lumière. Cependant, la méthode utilisée ne permet pas d'étudier les jets confinés par leur milieu ambiant. D'autre part, comme nous venons de le voir, cette méthode ne donne pas une résolution exacte des équations MHD qui régissent l'écoulement. En effet, elle ne traite pas du façon cohérente les équations MHD dans la direction perpendiculaire et dans la direction tangentielle aux lignes d'écoulement. Néanmoins, les solutions obtenues avec cette méthode peuvent être utilisées comme condition initiale dans un code numérique itératif (Chapitre 7).

Un autre type d'approche numérique a été développé pour analyser la formation et la collimation des jets en astrophysique. Elle consiste à faire des simulations numériques des écoulements dépendant du temps.

Des efforts considérables ont été mis dans la dernière décennie sur ce type de modèles en particulier sur les jets de disques en dynamique newtonienne. Les différents travaux peuvent être classés en deux familles. La première regroupe les simulations qui traitent des jets de disque dans lesquels le disque est considéré comme une condition limite. Plusieurs simulations ont été conçues pour suivre l'évolution des écoulements sur des périodes très longues et qui ont atteint des états quasi-stationnaires (Ustyugova et al., 1995; Ouyed & Pudritz, 1997a; Ouyed & Pudritz, 1997b; Romanova et al., 1997; Kudoh et al., 1998; Ouyed & Pudritz, 1999; Krasnopolsky et al., 1999; Ustyugova et al., 1999). Ces simulations sont aussi étendues au cas non-axisymétrique (Ouyed et al. 2003). Ces simulations à trois dimensions ont montré la stabilité du jet contre les perturbations non-axisymétriques. La seconde famille de simulations dépendant de temps est celle qui regroupe les simulations qui traitent au même temps le disque d'accrétion et le jet. Dans leurs simulations Uchida & Shibata (1985) et Shibata & Uchida (1986) se sont limités à l'évolution du jet pendant des périodes de l'ordre du temps dynamique, pour examiner les phénomènes transitoires observés dans les jets. Le temps court de ces simulations résulte de l'approche de MHD idéale dans le traitement aussi bien du jet que du disque. Des simulations plus stables ont été réalisées avec un disque d'accrétion résistif par Casse & Keppens (2002) et Casse & Keppens (2004).

Des modèles numériques ont aussi été développés en relativité restreinte (Bogovalov & Tsinganos, 1999; Tsinganos & Bogovalov, 2000; Tsinganos & Bogovalov, 2002) et en relativité générale (Koide et al., 2000; Nishikawa et al., 2000) pour étudier les jets autour des trous noirs galactiques et dans les noyaux actifs de galaxies.

1.2.7 Modèles Radiatifs

Les modèles radiatifs d'écoulement sont basés sur le transfert d'énergie et de moment par rayonnement. Le rayonnement émis dans la région basse de l'écoulement (la couronne chaude ou le disque d'accrétion) alimente la région haute de l'écoulement en énergie. Ces modèles représentent une manière plus cohérente de traiter l'équation d'énergie dans l'écoulement. Ces modèles peuvent être classés en deux familles.

La première englobe les modèles des écoulements accélérés par la pression des raies spectrales, i.e un rayonnement discontinu (Arav et al. 1994; Murray et al. 1995; Proga et al. 2000). Ils sont construits sur la base du mécanisme utilisé dans le modèle de Castor et al. (1975) de vent d'étoile chaude Of. Ce mécanisme résulte du processus d'absorption et de diffusion isotrope par les ions et les atomes de raies spectrales. A ce processus s'ajoute aussi les effets du gradient de vitesse dans le vent. En effet, la force d'accélération résulte de l'émission de raies par un mécanisme de diffusion isotrope, lors du retour de l'ion à son état d'équilibre après l'absorption de rayonnement (Castor 1974). Ainsi, à cause de la différence entre la direction d'émission et d'absorption du rayonnement, de la quantité de mouvement est transférée à l'ion dans la direction du rayonnement incident. Ceci induit une accélération de l'ion. D'autre part, le gradient de vitesse dans le vent induit un décalage dans le rouge du rayonnement incident. Il permet donc d'augmenter la bande de fréquence de rayonnement qui peut être absorbé par les ions (Sobolev 1960). Dorodnitsyn (2003) a ajouté aussi les effets du gradient de gravité élevé relativiste, ce qui fait croître le décalage vers le rouge du rayonnement incident pour l'ion.

Le mécanisme d'accélération par la pression des raies spectrales est efficace dans les régions de faible taux d'ionisation et donc de faible température. Dans le cas des écoulements autour des AGN, ce mécanisme est efficace dans les régions externes du disque d'accrétion. Dans cette région, ce mécanisme permet d'accélérer le vent jusqu'à des vitesses de l'ordre de $0.1c$. Dans la partie interne du disque l'intense rayonnement en X ionise fortement la matière dans le vent. Il rend alors la pression des raies spectrales inefficace à accélérer le jet. La vitesse maximale obtenue avec ce mécanisme, $0.1c$, est de l'ordre de grandeur des vitesses observés dans les jets des galaxies de Seyferts (Ulvestad et al. 1999). Cependant, elle reste très loin des vitesses observés dans les radio-galaxies comme les Blazars et les Quasars.

Dans la deuxième famille, le fluide dans l'écoulement est constitué de paires d'électrons-positrons, qui peuvent se former près des objets compacts, trous noirs galactiques et AGN. Ils sont formés près du disque interne à cause de la température élevée dans les réactions de création $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$ (Herterich 1974). L'accélération de l'écoulement résulte de la pression radiative induite par les photons de faible énergie. Ces photons sont produits dans le disque d'accrétion. Dans le cas d'un plasma froid, ce mécanisme est inefficace pour accélérer le plasma jusqu'à des vitesses relativistes. Ceci est dû à la diminution de l'anisotropie du rayonnement dans le repère propre du fluide. Cette diminution est induite par l'aberration relativiste. Elle rend ce mécanisme inefficace, même si le rayonnement incident est supposé fortement anisotrope comme c'est le cas pour un rayonnement confiné le long du jet collimaté (Lynden-Bell 1978; Sikora 1981).

Cependant, un autre mécanisme a été proposé, appelé "Compton Rocket" (O'Dell 1981),

dans lequel l'énergie d'agitation thermique relativiste ($T \sim 10^{12} K$) des particules électrons-positrons dans le jet favorise la diffusion du rayonnement incident dans la direction de la source (Fig. 1.13). En effet, dans le repère propre de l'élément de fluide, les particules, en mouvement d'agitation thermique, peuvent entrer en collision frontale avec les photons incidents. Elles diffusent les photons dans la direction de la source. Ainsi, dans ce choc, une partie de leur énergie d'agitation thermique se transforme en énergie cinétique (voir section 2.1 de la thèse de Heinz, 2000). Ce mécanisme fait augmenter ainsi l'efficacité de l'accélération radiative.

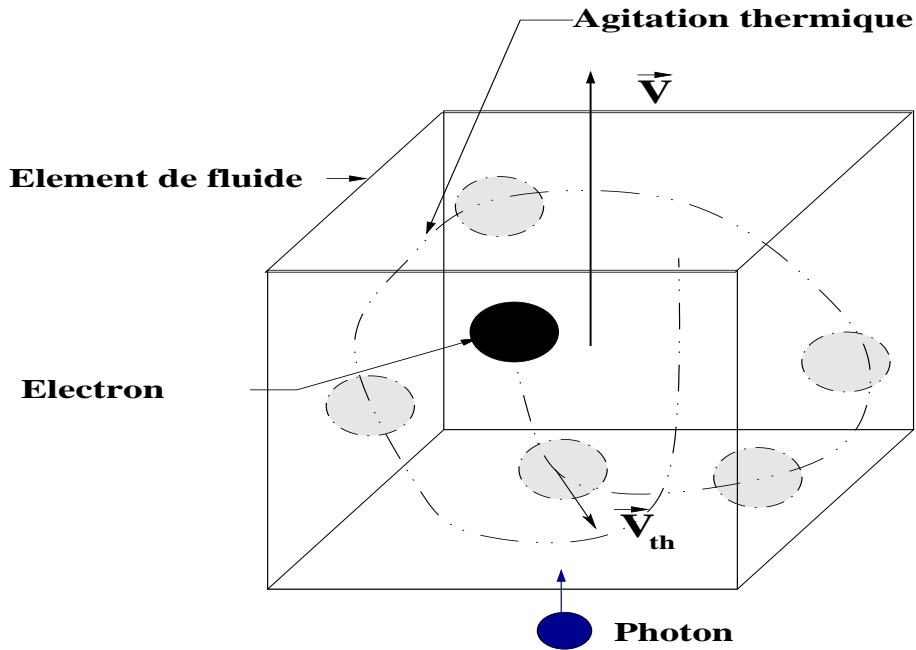


Fig. 1.13: Le mécanisme de “Compton Rocket”. \vec{V} est la vitesse de l'élément fluide, \vec{V}_{th} est la vitesse d'agitation thermique.

Cependant, le fait que ce mécanisme soit basé sur la conversion de l'énergie thermique en énergie cinétique est associé au refroidissement du fluide dans l'écoulement. Cela limite son efficacité pour accélérer le vent au-delà de facteurs de Lorentz de l'ordre de $\gamma \sim 3$. Par ailleurs, les effets d'aberrations relativistes rendent le rayonnement dans le repère propre de la particule isotrope ce qui amplifie ainsi cette inefficacité. En effet, cela augmente le refroidissement (Phinney 1982). Renaud & Henri (1998) ont proposé un chauffage du fluide électron-positron le long du jet par la turbulence, pour remédier au refroidissement induit par le mécanisme de “Compton Rocket”. Cette turbulence serait créée par l'interaction entre le jet interne et externe (Fig. 1.14 a), comme dans le modèle de jet à deux composantes (Sol et al. 1989). Ce processus de chauffage permet alors de compenser le refroidissement induit par le mécanisme “Compton Rocket”.

Fukue (2000) a proposé un autre mécanisme appelé “multi-stage-Compton Rocket” (Fig. 1.14 b). Il repose sur une accélération en plusieurs étapes pour atteindre des vitesses relativistes de l'ordre de $0.99c$. Dans ce modèle, les nuages d'électron-positron sont accélérés et chauffés par le rayonnement émis des sources qui se trouvent plus bas. Ces nuages eux même constituent une nouvelle source de rayonnement avec des dimensions plus petites que

les autres sources qui l'alimentent. Ainsi l'anisotropie du rayonnement qui est émis sera plus grande que celle du rayonnement qui est reçu.

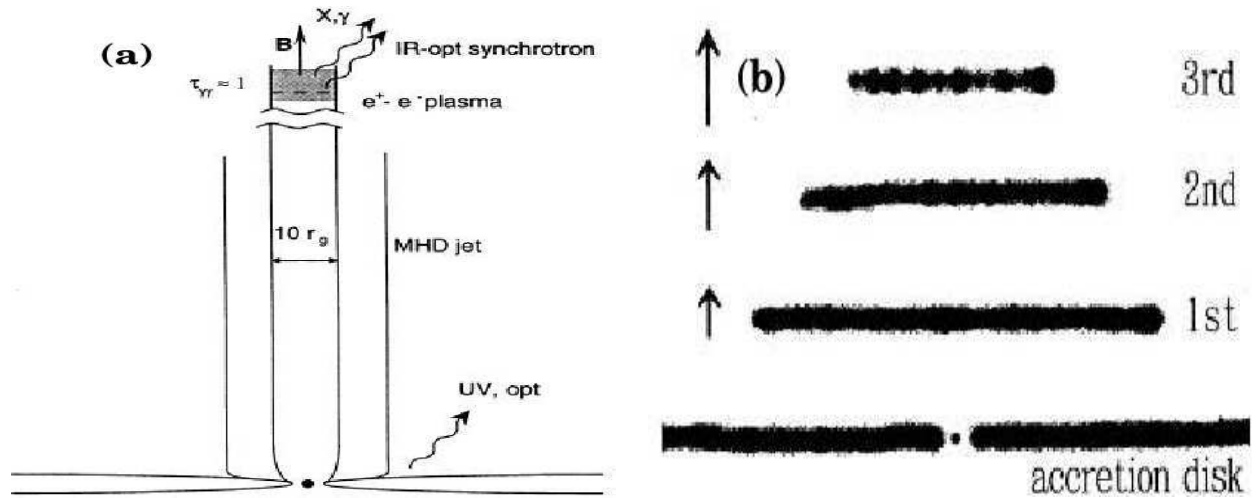


Fig. 1.14: (a) Modèle de deux jets à deux composantes : la composante axiale constituée d'électron-positron, la composante de disque constituée de jet MHD, d'après Marcowith et al. (1995). (b) Mécanisme de "multi-stage-Compton Rocket" : le disque d'accrétion et les différentes sources secondaires qui sont plus petites, (d'après Fukue 2000).

Ce mécanisme de "Compton Rocket", seul, n'induit aucune collimation de l'écoulement s'il n'y a pas d'acteur externe. En effet, le "Compton Rocket" produit simplement une accélération radiale de l'écoulement. La collimation peut être imposée par un disque géométriquement épais qui crée une tuyère et collime le rayonnement et l'écoulement, comme dans le modèle de Ferrari et al. (1984). La collimation peut aussi être produite par les forces magnétohydrodynamiques (confinement thermique ou magnétique). Sikora et al. (1996) et Beskin et al. (2004) ont traité le cas des jets magnétohydrodynamiques dont l'accélération est aussi bien due à des mécanismes MHD qu'au mécanisme "Compton Rocket".

1.3 Les mécanismes responsables de l'accélération et la collimation des jets

Les modèles de formation des jets en astrophysique, comme nous l'avons déjà vu dans la section précédente, sont en général indépendants du système astrophysique étudié. Les mêmes mécanismes sont proposés pour les jets d'étoiles jeunes (Spruit 1996) et pour les noyaux actifs de galaxies (Blandford 2000). Ces mécanismes sont magnétohydrodynamiques + radiatifs (Livio 1999; Sauty et al. 2001). Cependant, la contribution de ces différents mécanismes dans la formation et la collimation du jet dépend du système astrophysique. Dans la suite, nous allons essayer de présenter les principaux mécanismes qui peuvent contribuer à la formation et la collimation du jet.

1.3.1 Accélération thermique

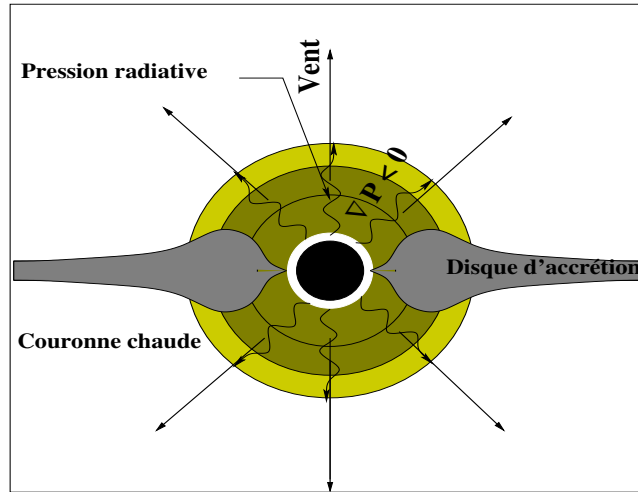


Fig. 1.15: Accélération du vent soumis au gradient de pression cinétique dans le couronne et à la pression radiative.

Les objets astrophysiques avec des couronnes chaudes sont associés à une perte de masse sous forme de vent thermique. La température élevée de la couronne peut être suffisante pour que l'énergie thermique du gaz puisse compenser la gravité. De plus, le gradient de pression dans la couronne permet de transformer l'énergie thermique du fluide en énergie cinétique. Ce mécanisme est la base du modèle de vent solaire de Parker (1958). Ce gradient de pression peut être maintenu par un chauffage par conduction dans l'écoulement. Dans ce cas, le vent est purement thermique. Cependant, les études des vents purement thermiques ont montré l'inefficacité d'un tel type de chauffage. En effet, ils ne permettent pas de reproduire les vitesses asymptotiques observées avec des températures de couronne réalistes. Ce problème est vite apparu dans le cas du vent solaire (Parker 1963) et dans le cas des vents des objets compacts (voir Chapitre 3). D'autres mécanismes, sont invoqués pour remédier à cette insuffisance du chauffage thermique. Ces mécanismes sont la dissipation des ondes magnétohydrodynamiques (ex. les ondes d'Alfvén) ou la pression radiative (paragraphe 1.2.7). Le chauffage peut être aussi induit par la dissipation d'énergie magnétique sous forme de reconnections des champs magnétiques de petites échelles, transportés dans l'écoulement (Heinz & Begelman 2000) ou bien par la turbulence (Renaud & Henri 1998).

Une tuyère à forte expansion est invoquée dans certains cas pour augmenter l'efficacité de l'accélération thermique de l'écoulement (Fig. 1.7). La tuyère dans laquelle le vent hydrodynamique est accéléré, peut être induite par les tubes de flux magnétiques (Kopp & Holzer 1976) ou par le milieu ambiant en rotation, en équilibre hydrostatique avec la gravité de l'objet central (Ferrari et al. 1984; Blandford & Rees 1974).

1.3.2 Accélération magnétique

Initialement, les mécanismes magnétiques étaient invoqués pour expliquer le freinage des étoiles par un champ magnétique à grande échelle ancré dans les étoiles en rotation (Schatzman 1962). Ils ont aussi permis de comprendre (Weber & Davis 1967), pour la première fois,

l'accélération des vents équatoriaux autour des étoiles de la séquence principale comme le soleil. Ces mécanismes ont été aussi utilisés dans l'étude des vents d'étoiles à neutrons (Michel 1969, Goldreich & Julian 1970). Le mécanisme responsable de l'accélération de ces écoulements équatoriaux est la force magnétocentrifuge (Fig. 1.16). Ce mécanisme contribue aussi, à la formation des jets de disque d'accrétion képlérien (Blandford & Payne 1982). Il est également invoqué dans l'extraction de l'énergie d'un trou noir de Kerr (Blandford & Znajek 1977). Ce mécanisme intervient dans l'accélération des fluides fortement ionisés, donc gelés dans le champ magnétique. Le fluide est accéléré le long des lignes magnétiques inclinées en rotation solide par la force centrifuge. Ainsi, les éléments fluides sont accélérés comme des anneaux le long d'une tige rigide en rotation inclinée (Fig. 1.16). Cette force est efficace tant que l'écoulement reste subalfvénique. En effet, dans cette région, le champ magnétique poloïdal domine la dynamique et impose la rotation solide du fluide. L'efficacité de cette force, comme nous l'avons déjà indiqué paragraphe 1.2.6, dépend aussi de l'angle d'inclinaison des lignes magnétiques poloïdales ancrées dans le disque d'accrétion ($\theta > 30^\circ$ voir Fig. 1.16).

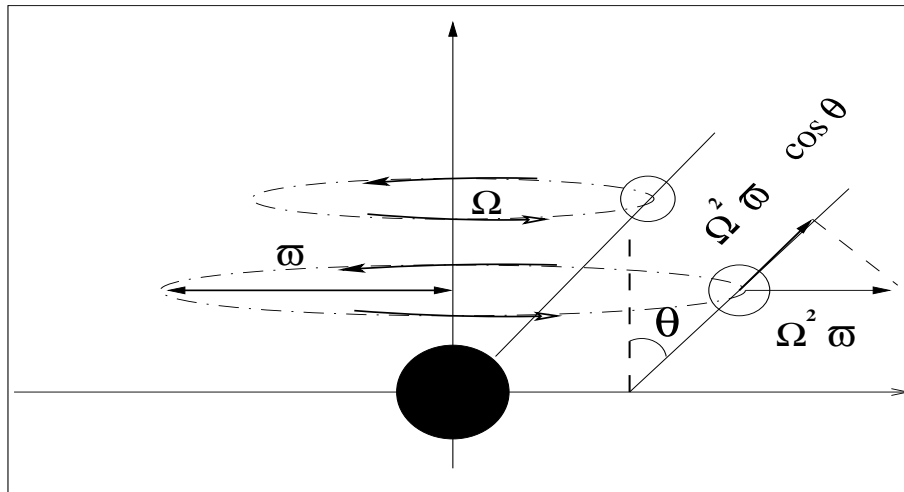


Fig. 1.16: Accélération magnéto-centrifuge d'un anneau le long d'une tige en rotation solide Ω avec l'objet central. La projection de la force centrifuge sur l'axe de la tige donne la force d'accélération de l'anneau.

Un autre mécanisme magnétique, qui est aussi invoqué dans l'accélération des fluides magnétisés, est le gradient de pression du champ magnétique toroïdal (Contopoulos 1994). Cette force est créée par la diminution de la composante toroïdale du champ magnétique dans l'écoulement. En effet, à la base du jet le champ magnétique est ancré dans le disque d'accrétion ou à l'étoile en rotation. Cela engendre une composante toroïdale du champ magnétique dirigée dans le sens inverse de rotation des lignes d'écoulement. Alors, dans l'écoulement, sous l'effet de l'inertie du fluide accéléré dans la direction poloïdale, la composante toroïdale des lignes magnétiques diminue (Fig. 1.17). Ainsi, les lignes magnétiques sont relaxées dans la direction poloïdale comme la relaxation d'un ressort compressé (Shibata & Uchida 1985; Contopoulos 1994). Ce mécanisme fonctionne lorsque le champ magnétique a une forte composante toroïdale, $B_\varphi > B_p$. L'indice p indique les composantes poloïdales et l'indice φ indique la composante toroïdale. Il devient le principal mécanisme d'accélération du jet dans la partie supralfvénique, lorsque l'inertie du fluide domine, $B^2 < \gamma^2 n w v^2$. En effet, dans

cette région la force centrifuge devient inefficace pour accélérer le jet et la relaxation dans la direction poloïdale des lignes magnétiques augmente.

Ces mécanismes d'accélération magnétique correspondent, du point de vue du flux d'énergie, à une conversion du flux de Poynting emporté dans le jet en énergie cinétique dans l'écoulement.

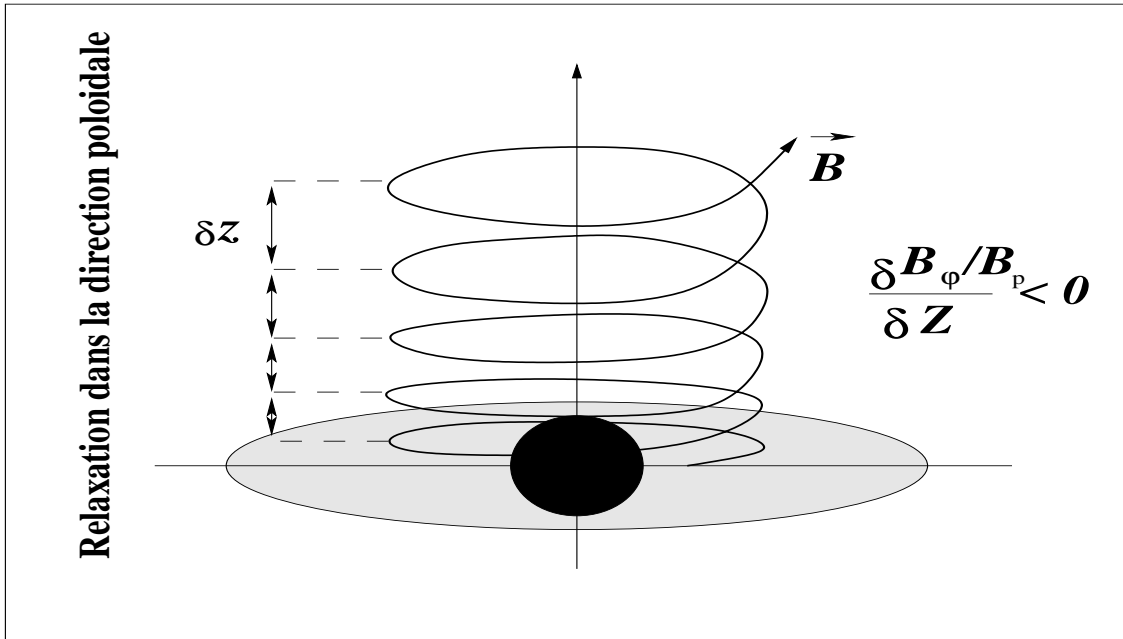


Fig. 1.17: Accélération par la pression de la composante toroïdale magnétique. Lorsque on s'éloigne du disque d'accrétion, la composante toroïdale du champ magnétique diminue et la distance entre les cercles formés par le champ magnétique augmente.

1.3.3 Collimation thermique

L'écoulement peut être thermiquement confiné si la pression du milieu extérieur est plus élevée que la pression dans l'écoulement. Ce type de jet est dit **souspressurisé**. Il se crée alors un gradient de pression transverse obligeant le vent à s'écouler suivant la direction de l'axe de rotation (Blandford & Rees 1974; Ferrari et al. 1984). Ce type de collimation peut se produire lorsque le jet entre en interaction avec un milieu extérieur dense. Le confinement thermique peut devenir dans certains types de jets magnétohydrodynamiques très important pour confiner l'écoulement, lorsque la force de Lorentz devient inefficace à collimater le jet (Sauty et al. 1999). Ceci peut se produire lorsque le flux de Poynting emporté à la base du jet est insuffisant pour créer le courant électrique nécessaire à la collimation du jet (Heyvaerts & Norman 2003c). Une autre possibilité de collimation de l'écoulement est la pression exercée par le vent du disque d'accrétion sur l'écoulement de la couronne interne (Fig. 1.18). En effet, dans les écoulements relativistes froids, lorsque la force de Lorentz devient inefficace à collimater le jet, les simulations numériques montrent que la pression exercée par le vent de disque peut collimater le jet (Bogovalov & Tsinganos 1999).

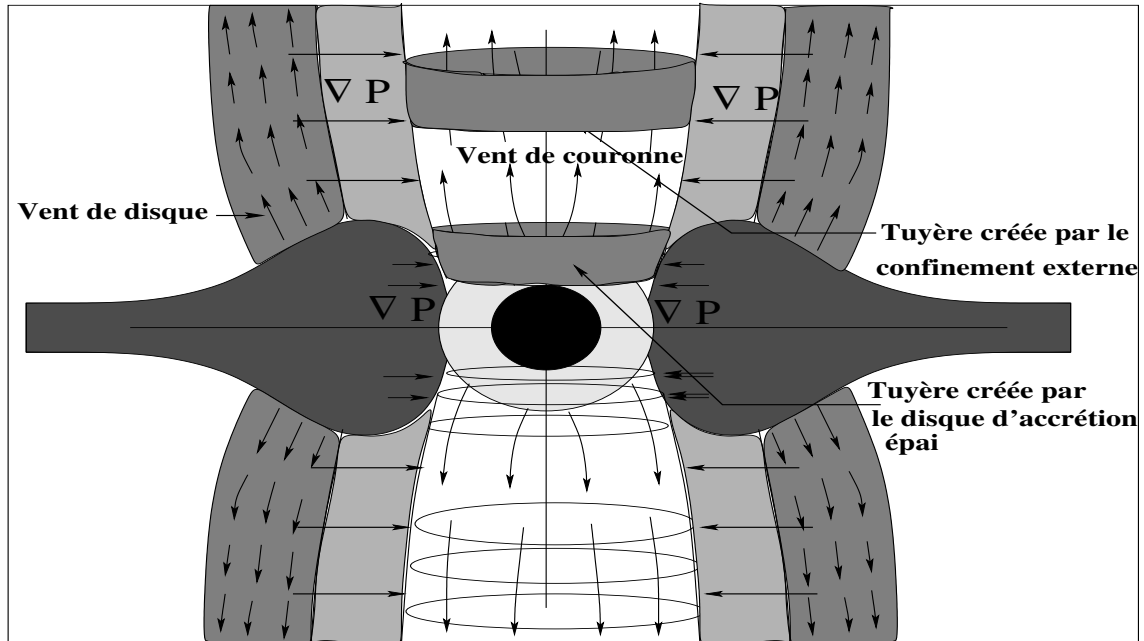


Fig. 1.18: La collimation par confinement externe, pression thermique et pression dynamique du vent de disque. Dans ce type de jet, l'écoulement se produit le long de l'axe de rotation.

1.3.4 Collimation Magnétique

Les mécanismes magnétiques peuvent collimer les jets aussi bien **sur-pressurisés** (la pression à l'intérieur du jet est plus élevée que la pression du milieu ambiant) que **sous-pressurisés** (la pression à l'intérieur du jet est plus faible que la pression du milieu ambiant). La collimation par pincement du champ magnétique toroïdal est la plus invoquée dans la collimation du jet après la surface d'Alfvén. En effet, ce mécanisme de collimation magnétique est utilisé dans différents modèles théoriques et simulations numériques (Suess & Nerney 1975; Sakurai 1985; Heyvaerts & Norman 1989; Appl & Camenzind 1993; Heyvaerts & Norman 2003c). Ce type de collimation est sans doute conforté par les observations qui montrent que les jets dans les TTauri et les AGN sont toujours associés à un champ magnétique toroïdal (Gabuzda et al. 2004; Asada et al. 2002). Ce champ magnétique toroïdal est induit par le courant électrique emporté dans le jet (Fig. 1.19).

La possibilité de la collimation par un champ magnétique à petite échelle à aussi été proposé pour la collimation des jets (Li 2002). L'avantage de ce mécanisme est d'avoir des échelles du champ magnétique toroïdal plus petites que l'échelle de la section du jet. De ce fait, ce type de mécanisme de collimation, ne nécessite pas la formation d'un champ magnétique à grande échelle. La collimation par la pression du champ magnétique poloïdale est une autre possibilité pour la collimation asymptotique du jet (Blandford 1993; Spruit 1994; Spruit 1996). Cependant, elle est inefficace à collimer l'écoulement au-delà de la surface alfvénique où l'inertie dans l'écoulement domine.

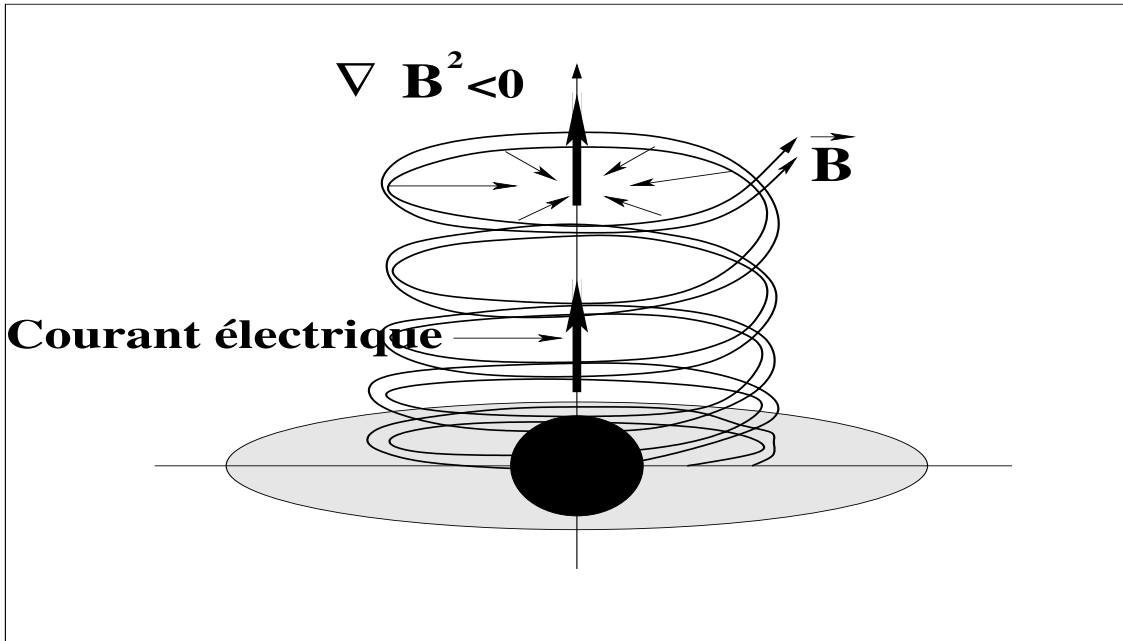


Fig. 1.19: Collimation par pincement et pression magnétique.

1.4 Méthodes auto-similaires

Malgré les simplifications induites par les hypothèses de stationnarité et de symétrie axiale, les équations MHD restent complexes. La résolution exacte de ces équations demande d'autres approximations. Les méthodes d'approximations les plus utilisées sont les méthodes dites auto-similaires. Ces méthodes permettent d'aller au-delà de l'approche à une dimension et représentent, d'une certaine manière, une extension de la symétrie axiale ou de la symétrie de translation par rapport à une des variables qui régissent l'écoulement 2D. Ces méthodes consistent à faire une séparation des variables et à prescrire la dépendance par rapport à l'une d'entre elle, sous forme d'une loi d'échelle. Cette variable est appelée la variable d'auto-similarité et son choix dépend du type d'écoulement et de ses caractéristiques. Cependant, l'utilisation de ces méthodes imposent certaines contraintes sur les propriétés de l'écoulement. La plus importante est la forme de la surface d'Alfvén qui doit être toujours parallèle à la direction d'auto-similarité. En effet, les ondes d'Alfvén et magnéto-soniques se propagent toujours perpendiculairement aux surfaces auto-similaires. De ce fait, les surfaces alfvéniques et magnéto-soniques critiques sont des surfaces d'auto-similarité dans l'écoulement (Vlahakis PhD 1998; Sauty mémoire d'habilitation 2002)

Nous pouvons classer les modèles auto-similaires en trois grands groupes. Les deux premiers, utilisent les coordonnées sphériques (r, θ, φ) et le troisième utilise les coordonnées cartésiennes (x, y, z) .

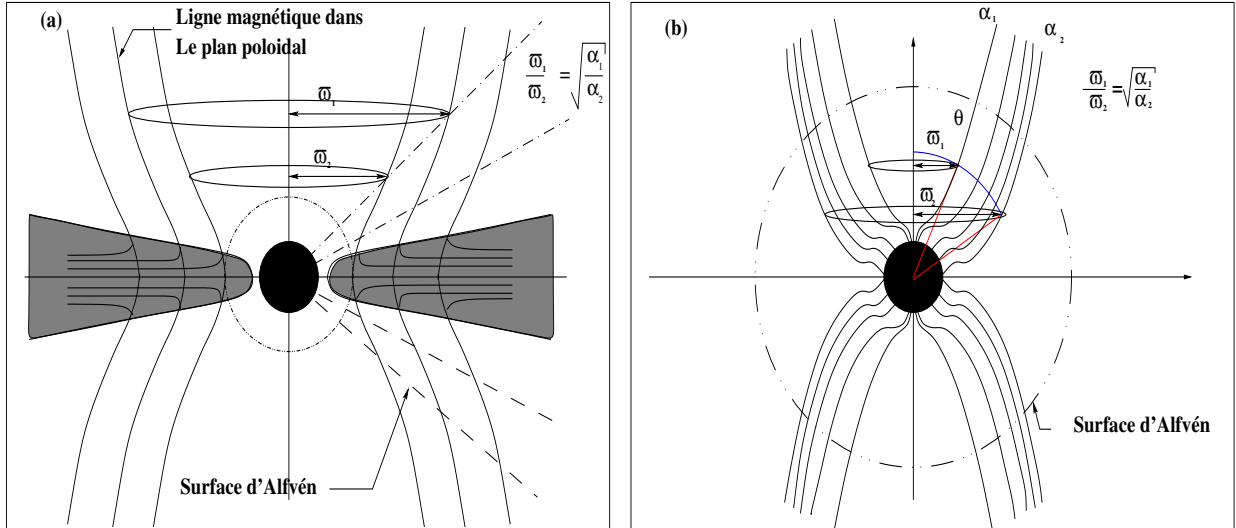


Fig. 1.21: Ecoulement auto similaire (a) radial, (b) méridional (en latitude).

1.4.1 Autosimilarité selon r

Ces modèles sont adaptés pour la modélisation des vents et des jets de disque. Les grandeurs physiques dans ces modèles se déduisent toujours de fonctions en θ multipliées par une fonction d'échelle en r , qui est une simple loi de puissance en r^n . Le flux magnétique dans le modèle de Blandford & Payne (1982) est de la forme $\int \int B dS \propto r^{3/4}$ et $\int \int B dS \propto r^x$ dans les modèles relativistes de Li (1992) et Contopolous (1994). Dans ces modèles, la surface d'Alfvén est de forme conique (Fig. 1.21 a). Ces modèles ont l'inconvénient de ne pas permettre l'étude de la partie axiale du jet. Ceci est induit par le choix de la fonction de rotation en $\Omega \propto 1/r$ qui diverge vers l'axe de rotation. D'un autre côté, dans les modèles auto-similaires radiaux, l'accélération est liée aux forces magnéto-centrifuges qui deviennent inefficaces près de l'axe de rotation. Très loin de l'axe de rotation ces modèles ne sont pas non plus applicables. En effet, la faible inclinaison des lignes magnétiques rend aussi la force magnétocentrifuge inefficace.

1.4.2 Autosimilarité selon θ

L'autosimilarité en latitude est adaptée pour la modélisation des vents et des jets axiaux émis par une couronne plus ou moins sphérique. Par exemple, les vents stellaires et la partie axiale des jets des AGN. Les grandeurs physiques se déduisent toujours de fonctions en r multipliées par une fonction d'échelle en θ qui est une fonction de simple polynômes en $\cos \theta$ et $\sin \theta$. Le flux magnétique dans le modèle de Sauty & Tsinganos (1994) est de la forme $\int \int B dS \propto \sin^2 \theta$. Dans ces modèles la surface alfvénique est sphérique (Fig. 1.21 b).

Dans la région axiale, l'accélération est dominée par le gradient de pression et par l'enthalpie. Par contre, les forces magnétocentrifuges ont une faible contribution dans l'accélération, mais elles continuent à contribuer à la collimation de l'écoulement.

1.4.3 Autosimilarité selon z

L'autosimilarité verticale consiste à supposer que l'écoulement est caractérisé par une symétrie de translation. Les surfaces alfvéniques sont des plans verticaux (Fig. 1.22). Les grandeurs physiques dans ces modèles se déduisent toujours de fonctions en x multipliées par une fonction d'échelle en z qui est une fonction de simple polynômes en $e^{-\frac{z}{H}}$, où H est l'échelle de hauteur (Ferreira & Pelletier 1995; Petrie et al. 2000). Ce type d'approche est adapté au traitement des écoulements près de la surface de l'étoile (à faible hauteur) où le potentiel gravitationnel peut être considéré comme vertical et non plus radial. Dans ces modèles, on considère une invariance par translation selon y .

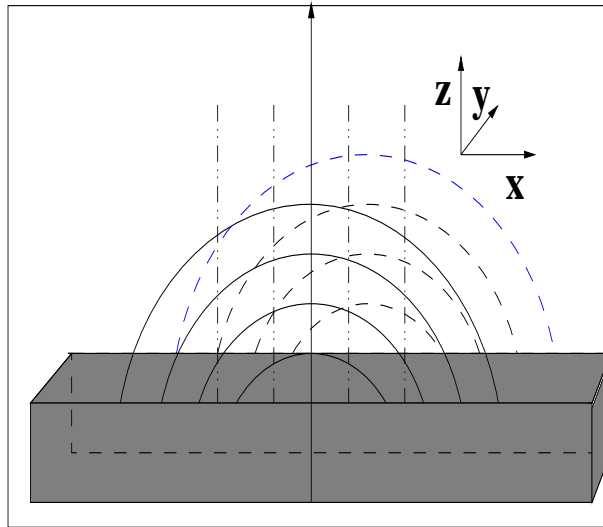


Fig. 1.22: Ecoulement auto-similaire selon z , le plan (X, Y) , représente la surface de l'étoile (photosphère) ou du disque d'accrétion, Z l'axe vertical au plan, les surface d'Alfvén sont les plans verticale.

Comme nous venons de voir les modèles auto-similaires ont des limitations sur l'espace d'application. Les modèles auto-similaires selon r ne sont pas valides près de l'axe de rotation ni très loin de celui-ci. Au contraire, les modèles auto-similaires selon θ ne sont applicables que près de l'axe de rotation. Les modèles auto-similaire selon z ne sont applicables que proche de la surface de formation de l'écoulement (étoile, disque). Cependant, dans leur régions d'applications, chacune de ces méthodes constituent une bonne approche assez générale.

1.5 Classification des NAGs

Le jet est un des ingrédients de base des AGN dans leur classification. Actuellement, la variété de classes d'AGN en astrophysique est interprétée comme une manifestation du même objet central avec différentes orientations (relativement à la ligne de visée) différentes énergies et aussi ayant des milieux ambiants différents (voir Antonucci, 1993). Il est postulé que les AGN sont alimentés en énergie par un trou noir central massif et un disque d'accrétion à la base d'un écoulement symétrique de deux jets perpendiculaires au disque d'accrétion (Fig. 1.23; Rees 1971). Ces jets déposent l'énergie emportée à la base plus loin

dans la région d'interaction avec le milieu interstellaire et intergalactique, dans le lobe radio (Blandford & Rees 1974) ou dans les "hot spot" terminaux. L'orientation du système jet-disque relativement à l'observateur donne la visibilité des composantes spectrales. En particulier, dans certaines galaxies actives qui constitue 10% des galaxies observées, le jet est complètement visible lorsque il est perpendiculaire à la ligne de visée de l'observateur. Ceci se produit dans le cas des galaxies radio-loud à émission radio étendue comme les deux classes de Fanaroff-Riley : FRI et FRII.

Cependant, la structure du jet n'est pas bien visible lorsqu'il est observé de face. L'émission radio de ces sources reste très importante. En effet, dans ce type de galaxies, les jets relativistes induisent un décalage en fréquence des rayonnements qu'ils émettent. D'autre part, les vitesses relativistes des jets induisent, aussi, une augmentation de l'intensité du rayonnement émis dans la direction de propagation du jet. Ceci se produit dans le cas de galaxies radio-loud à source radio compacte et les Blazars. Dans certaines de ces galaxies radio-loud, les jets sont caractérisés par des vitesses apparentes superluminiques. Ceci se produit lorsque l'angle entre la ligne de visée et l'axe du jet est faible comme c'est le cas des Blazars. Dans certains jets d'AGN, on observe des vitesses apparentes de l'ordre de $5c$ (Vermeulen & Cohen 1994; Kellerman et al. 2000).

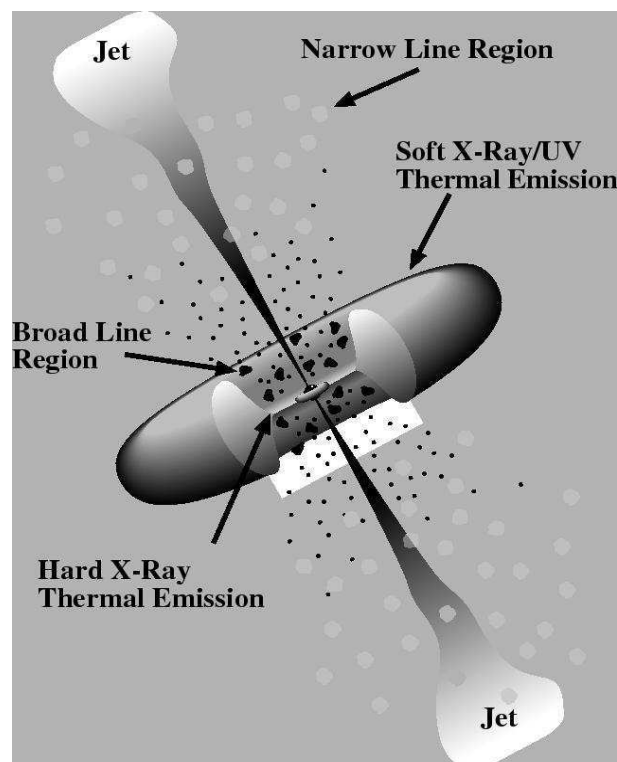


Fig. 1.23: Modèle d'unification des AGN, selon Urry & Padovani (1995).

Les AGN radio-quiet (à faible émission en radio) sont celles qui produisent un petit jet et faible qui est peu collimaté. Elles sont constituées des Seyfert 2 (jet perpendiculaire à la ligne de visée), des Seyfert 1 (avec un angle de visée plus petit) et des Broad Absorption Line QSO (avec un angle de visée nul), voir Fig. 1.24. D'autre part, le tore moléculaire du disque

d'accrétion affecte aussi la visibilité de la région centrale des AGN. En effet, le tore rend la région centrale invisible si la ligne de visée est proche du plan équatorial.

Deux séquences d'unification pour les radio-loud selon la puissance de leur jet ont été faites par Fanaroff & Riley (1974). La première est la séquence de galaxies radios avec un fort jet FRII \rightarrow quasar \rightarrow blazar. Cette première classe, constitue les galaxies les plus actives. Les émissions en radio de ces galaxies sont dominées par le lobe d'interaction de leur jet avec le milieu ambiant. La deuxième est la séquence de galaxie radio avec un faible jet FRI \rightarrow BL Lacs. Cette deuxième classe est caractérisée par une émission en radio dominée par les émissions de la région centrale. Dans chacune de ces séquences, les AGN sont classées selon l'orientation de leur jet par rapport à l'observateur. Lorsque nous passons des FRII aux blazars (respectivement des FRI aux BL Lacs) le jet est plus orienté vers l'observateur et donc le rayonnement est plus focalisé et la région centrale devient plus visible. La différence entre les deux classes (la classe des FRI et la classe des FRII) est due à la morphologies leur jet et à l'énergie qu'il emporte (Fig. 1.24).

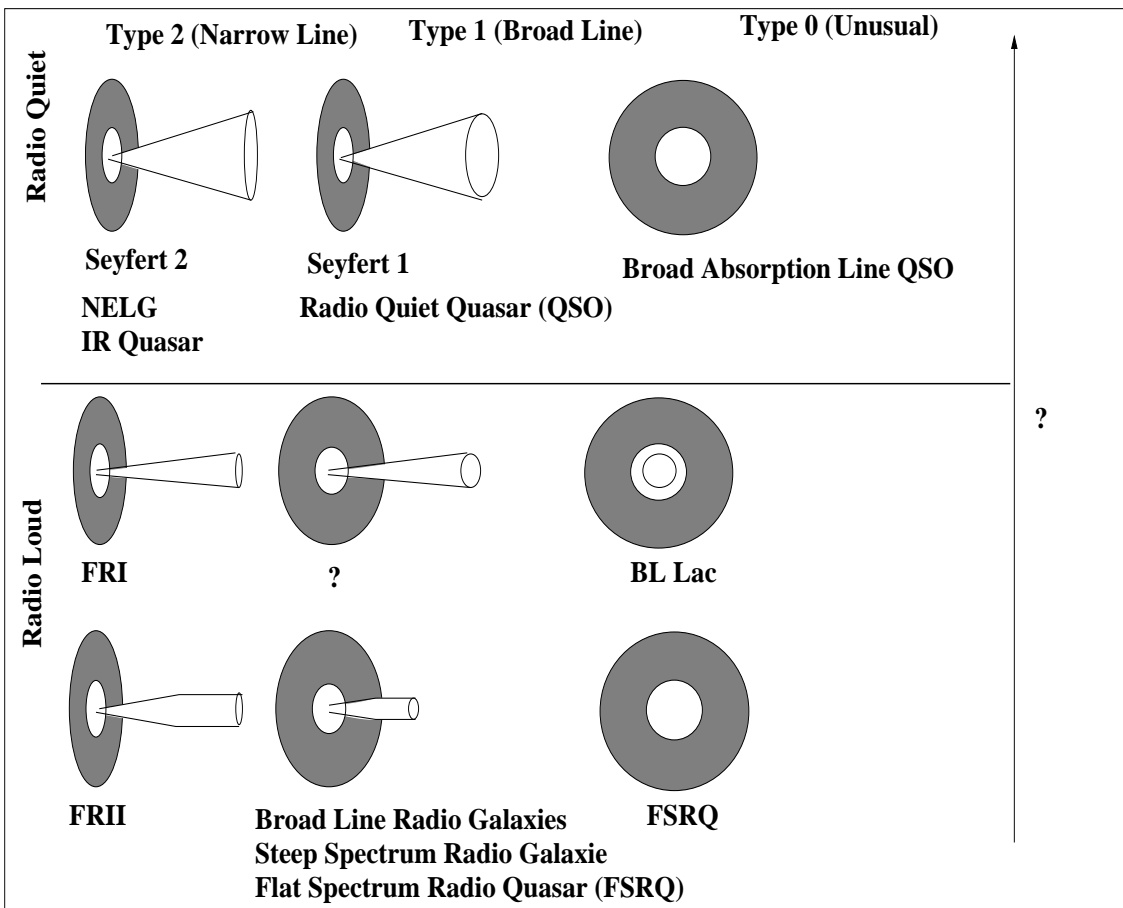


Fig. 1.24: Modèle d'unification des AGN selon Urry & Padovani (1995). Les différents types d'AGN selon l'orientation de leur jet et selon les propriétés énergétiques de leur émission (d'après Sauty et al. 2001).

Dans les FRII, on observe un jet fortement collimaté. le jet est principalement vu d'un seul coté, à cause de l'aberration relativiste. Les FRII sont aussi caractérisées par deux "hot spots" (région d'interaction du jet avec le milieu intergalactique, caractérisée par une

forte émission en radio). D'autre part, les FRII sont caractérisées par des émissions thermiques intenses du disque d'accrétion. Elles sont caractérisées aussi par des absorptions de rayonnement semblables à celles dues à un tore (Laing et al. 1999; Chiaberge et al. 2002). Au contraire, dans les FRI, on observe deux jets avec des vitesses plus faibles que celles des FRII. De plus dans les FRI, il n'existe pas de "hot spot". Les jets de FRI sont aussi caractérisés par une diminution de leur vitesse, lorsque on passe des échelles de pc au kpc (Laing et al. 1999). D'autre part, les FRI sont caractérisées par un disque d'accrétion dont l'émission thermique est faible. Généralement, la différence entre FRI et FRII est associée aux effets d'environnement dans les galaxies radios (Trussoni 1998). L'environnement dans les galaxies de FRII semblent peu dense (la pression et la densité du milieu ambiant est faible par rapport à celui des FRI). Les radio-galaxies FRII évoluent dans des amas de galaxies caractérisées par un milieu intergalactique dont la pression est plus faible que celle dans FRI. En effet, les émissions en X des amas de galaxies qui contiennent des radio-galaxies FRII sont faibles (Owen, 1993; Ledlow & Owen, 1996; Wan & Daly, 1996). L'environnement des FRI est plus dense (Prestage & Peacock, 1988; Zirbel, 1997; Trussoni, 1998). De ce fait, les jets dans les FRI apparaissent surpressurisés (Biretta, 1996). Cette différence entre les environnements des deux objets, certains modèles (Snellen & Best, 2003; Parma et al., 2002) la lient à la différence d'énergie dans la région centrale. En effet, la différence entre les jets de FRI et les jets de FRII peut être reliée aussi bien à des propriétés intrinsèques du jet (Junor et al., 1999; Giroletti et al., 2004; Giovannini, 2004) qu'aux propriétés du milieu ambiant (Giovannini et al., 2001). Ceci peut être dû également à des effets d'évolution de FRI vers FRII, pour plus de précision sur la classification des AGN, voir : Antonucci (1993), Urry & Padovani (1995) et Ferrari (1998).

Dans l'étude de la différence entre les jets de FRI et de FRII, des simulations numériques (Nakamura & Meier 2003; Rossi et al. 2004) ont été élaborés pour étudier la propagation des jets relativistes dans les milieux intergalactiques. Ils ont montré que le comportement du jet dans sa propagation dépend aussi bien des propriétés intrinsèques du jet que des propriétés du milieu ambiant avec lequel il interagit. Les propriétés intrinsèques sont liées à l'énergie injectée à la base du jet (Celotti 2003). Celle-ci dépend des propriétés de la région centrale dans laquelle le jet est formé. En effet, certains modèles (Begelman & Celotti 2004) suggèrent que l'énergie emportée dans le jet dépend du taux d'accrétion dans la région centrale. D'autre part, dans sa propagation le jet interagit avec le milieu ambiant. Dans le choc, en aval du jet, se produit un transfert de la quantité de mouvement du jet vers le milieu ambiant. Le jet subit aussi un confinement par le milieu externe. Cela induit des instabilités de type Kelvin-Helmholtz qui provoquent une décélération du jet. Rossi et al. (2004) ont montré que la décélération, dans les jets de FRI, peut être due à une faible énergie à la base du jet et donc par un nombre de Mach plus faible (puisque c'est une simulation purement hydrodynamique). D'autre part, ils ont montré que la décélération du jet est plus efficace lorsque la densité du milieu ambiant est plus élevée que celle dans le jet. Nous reviendrons dans le cadre des modèles développés sur ces aspects de décélération.

1.6 Plan des chapitres suivants

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés aux écoulements hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques. Nous avons étudié certains processus physiques qui peuvent intervenir dans la formation et la collimation des écoulements. Pour cela, nous avons, étape par étape, analysé les mécanismes hydrodynamiques puis magnétohydrodynamiques. Au chapitre 2, nous donnons une description des équations relativistes en GRMHD, du formalisme $3+1$ et des équations axisymétriques et stationnaires. Dans le chapitre 3, nous nous sommes limités à l'étude des écoulements sphériques purement hydrodynamiques. L'originalité dans ce chapitre est l'utilisation d'une nouvelle équation d'état polytropicque avec un indice polytropicque $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{dP}{dn}$ variable avec la température. Le chapitre 4 sera consacré à l'élaboration d'un modèle magnétohydrodynamique de jet coronal caractérisé par une faible vitesse de rotation. Ainsi, nous ne traiterons que les écoulements près de l'axe de rotation, dans la limite où les effets relativistes de la rotation sont négligeables. Dans le chapitre 5, nous utiliserons le modèle qui sera développé au chapitre 4, pour étudier les mécanismes MHD qui interviennent dans l'accélération et la collimation des jets. Nous allons aussi faire une comparaison entre les solutions de jets classiques et relativistes obtenue avec le modèle. Enfin, nous appliquerons ce modèle aux jets des FRI et FRII. Nous allons faire une analogie entre les propriétés du modèle GRMHD que nous avons élaboré et les propriétés des deux types de jets de FRI et FRII. Nous allons utiliser l'analogie entre la puissance et la morphologie des solutions de jet obtenues avec notre modèle et les différences observées entre FRI et FRII. Dans cette analogie, nous utiliserons, un paramètre libre du modèle qui contrôle l'efficacité de la collimation magnétique des solutions de jets. En effet, ce paramètre libre permet de distinguer entre les solutions de jets collimatés seulement par leur propre champ magnétique et les solutions de jets qui ne peuvent être collimatés que par compression du milieu ambiant. Dans le chapitre 6, nous allons nous intéresser aux jets caractérisés par des vitesses de rotation relativistes. Nous allons traiter les jets qui traversent le cylindre de lumière. La fonction de rotation de ce modèle sera choisie de telle manière qu'elle permette la traversée du cylindre de lumière. Dans la construction de ce modèle nous avons suivi la méthode de Vlahakis & Tsinganos (1998) de construction systématique de modèles auto-similaires méridionaux.

Enfin, dans le dernier chapitre 7 de cette thèse, nous introduirons un code purement numérique d'écoulement hydrodynamique relativiste que nous avons amorcé dans ma thèse. La méthode numérique que nous avons utilisé pour résoudre les équations hydrodynamiques stationnaires est basée sur une méthode de relaxation, en utilisant les méthodes spectrales qui sont implantées dans la Bibliothèque LORENE (Langage Objet pour la Relativité Numérique). Cette bibliothèque est développée au sein du L.U.Th dans le groupe de Cosmologie et de Gravitation Relativiste.

Chapitre 2

Les équations MHD

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons l'approche magnétohydrodynamique relativiste (GRMHD) dans laquelle nous introduirons la description tensorielle puis le formalisme 3+1. Dans la deuxième partie, nous utiliserons les propriétés de stationnarité et d'axisymétrie pour déduire certaines constantes du mouvement que nous allons utiliser dans la construction des modèles semi-analytiques de jets dans le chapitre 4 et le chapitre 6.

2.2 Approche MHD

Une description globale du problème de la perte de masse autour des objets astrophysiques nécessite dans la plupart des cas l'utilisation d'une approche magnétohydrodynamique (MHD). La complexité des mécanismes microscopiques et le nombre important de particules qui interviennent dans ce type de phénomènes rend cette approche macroscopique indispensable. La MHD présente un outil adapté pour modéliser les phénomènes de grandes échelles aussi bien d'un point de vue temporel que spatial. Elle s'applique lorsque les tailles caractéristiques des phénomènes étudiés sont grandes devant les longueurs décrivant les aspects microscopiques. En ce qui concerne les jets, la MHD donne des informations suffisantes sur les différentes quantités moyennes du fluide comme la température, la densité, la pression, le champ magnétique et le champ de vitesse. L'approche MHD est aussi la plus utilisée dans l'étude des jets relativistes en astrophysique (Mobarry & Lovelace 1986 ; Camenzind 1986b ; Contopoulos 1994 ; Daigne & Drenkhan 2002 ; Fendt et al. 1995 ; Ustyugova et al. 1999 ; Heyvaerts & Norman 2003b ; Hujer et al. 2003 ; Vlahakis & Königl 2003). Dans le cas des écoulements relativistes en astrophysiques, nous allons voir, dans la suite, que l'approche reste raisonnable.

Nous allons donc nous limiter dans cette thèse à une description MHD des écoulements. Pour cela, nous allons donner des ordres de grandeur des phénomènes microscopiques. Nous allons aussi les comparer aux grandeurs caractéristiques des écoulements, pour discuter et montrer la validité de la description MHD à grande échelle, par exemple la loi d'Ohm. Pour les propriétés caractéristiques des jets des AGN, nous allons prendre la longueur caractéristique égale au rayon d'ouverture du jet de l'ordre du rayon solaire $L \simeq 10^{12}$ cm. La densité caractéristique sera prise égale à 10^{10} cm⁻³ et la température caractéristique de l'ordre de la température de masse $T = \frac{m c^2}{k_B}$ (soit pour les électrons $T_e \simeq 10^9$ K et pour les protons $T_p \simeq 10^{12}$ K). La vitesse dans le jet sera prise de l'ordre de la vitesse de la lumière et le champ magnétique dans le jet de l'ordre de $B \simeq 10^4$ Gauss (Blandford, 1993).

2.2.1 La validité de l'approche hydrodynamique

L'approche hydrodynamique est valable lorsque le fluide est en équilibre thermique local et lorsque la séparation de charge est nulle, dans le fluide isolé (non soumis au champ magnétique).

- La longueur de thermalisation, ou libre parcours moyen d'une particule, permet de voir si nous pouvons considérer le fluide dans l'écoulement en équilibre thermique local :

$$l_{pm} \simeq 1.25 \times 10^{10} \frac{\left(\frac{T(\text{K})}{10^9}\right)^2}{\frac{n(\text{cm}^{-3})}{10^{10}} \ln \Lambda} \text{cm}. \quad (2.1)$$

où v est la vitesse thermique moyenne et n la densité. Dans le cas de l'hydrogène ionisé $\ln \Lambda \simeq 20$. Dans le cas des jets des AGN, la vitesse d'agitation thermique dans la région proche du trou noir est de l'ordre de la vitesse de lumière. Le libre parcours moyen est de 10^{10} cm ce qui reste faible devant le rayon cylindrique du jet qui est de 10^{12} cm. Dans ce cadre, l'hypothèse de l'équilibre thermique peut être considéré comme réaliste, même si nous sommes dans le cas relativiste.

- Le rayon de Debye est le rayon d'influence électrostatique d'une particule chargée au sein d'un plasma. Elle représente le rayon de la sphère d'électrons autour d'un ion qui voilent complètement son potentiel électrostatique. Le rayon de Debye est, donc, défini comme suit :

$$\lambda_D = 4.36 \left(\frac{\left(\frac{T(\text{K})}{10^9}\right)}{\frac{n(\text{cm}^{-3})}{10^{10}}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{cm}, \quad (2.2)$$

Le nombre de particules dans la sphère de Debye permet de connaître si l'approche plasma est réalisable ou non dans le cas d'un système isolé. Ce nombre est défini par le paramètre plasma Λ^* :

$$\Lambda^* = n_e \lambda_D^3 = 10^{12} \frac{\left(\frac{T(\text{K})}{10^9}\right)^{3/2}}{\left(\frac{n(\text{cm}^{-3})}{10^{10}}\right)^{1/2}}. \quad (2.3)$$

Dans le cas des jets des AGN, le rayon de Debye est de $\lambda_D \simeq 4.36$ cm et la longueur caractéristique d'un jet, le rayon cylindrique du jet, est de l'ordre de 10^{12} cm qui est le rayon du soleil, soit 10^{10} fois le rayon de Debye. D'un autre côté chaque sphère de Debye contient $\Lambda^* \sim 10^{12}$ particules. De ce fait, l'approche plasma est vérifié dans le cas d'écoulement de fluide non magnétisé que nous traiterons dans le chapitre (3).

2.2.2 La validité de l'approche MHD

- Le rayon de Larmor est défini comme suit :

$$r_L = \frac{\sqrt{k_B m_{\text{particule}} T}}{e B} \simeq 300 \sqrt{\frac{m_{\text{particule}}}{m_p}} \sqrt{\frac{T}{10^9 \text{ K}}} \frac{10^4}{B (\text{Gauss})} \text{cm}, \quad (2.4)$$

où B , est le champ magnétique et $m_{\text{particule}}$ la masse de la particule ionisée qui tourne autour de la ligne du champ magnétique. Dans le cas des jets d'objets compacts, la température est approximativement $T \sim 10^9 \text{K}$ et le champ magnétique $B \sim 10^4 \text{Gauss}$ (Blandford 1993). Dans le cas des électrons, le rayon de Larmor est de l'ordre de $r_{L,\text{electron}} \simeq 7 \text{cm}$ et dans le cas des protons le rayon de Larmor est de l'ordre de $r_{L,\text{electron}} \simeq 300 \text{cm}$. Ces deux rayons restent très faibles par rapport au rayon du jet $L \sim 10^{12} \text{cm}$. De ce fait, l'approche de champ magnétique gelé dans le plasma est raisonnable pour les jets d'AGN.

– Conductivité électrique

$$\sigma = \frac{m_e v^3}{\pi e^2} \simeq 3.38 \times 10^{12} \left(\frac{T(\text{K})}{10^9} \right)^{3/2} \quad (2.5)$$

Dans le cas des écoulements de fluide magnétisé autour des trous noirs, la conductivité est de $\sigma \simeq 10^{12} \text{s}^{-1}$, elle est de l'ordre de la conductivité des métaux. Elle est élevée et renforce l'hypothèse que le champ magnétique soit gelé dans le plasma.

Dans la région de formation des écoulements relativistes, la conductivité électrique peut être dans certains cas anormale. Ainsi, cette conductivité, provoquée par la turbulence dans l'écoulement, peut être responsable de la reconnection magnétique et donc de la dissipation de l'énergie magnétique qui permet de chauffer l'écoulement (Heinz & Begelman, 2000). De plus, la viscosité et la conductivité d'origine turbulente peuvent être importantes dans certains écoulements et contribuent au chauffage comme dans le modèle de jet de disque (Casse & Ferreira, 2000a).

Loi d'Ohm

La loi d'ohm sous sa forme générale est donnée par :

$$\begin{aligned} \vec{E} = & -\frac{1}{c} (\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{\vec{j}}{\sigma} + \frac{1}{e n_e c} \vec{j} \wedge \vec{B} - \frac{1}{e n_e} \vec{\nabla} P_e \\ & + \frac{m_e}{e^2 n_e} \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{v} \otimes \vec{j} + \vec{j} \otimes \vec{v} - \frac{\vec{j} \otimes \vec{j}}{e n_e} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

- Le terme $(\vec{v} \wedge \vec{B})$ représente le champ électrique généré par le mouvement du plasma induit par la présence du champ magnétique. Dans la suite, nous allons comparer tous les autres termes de l'Eq. (2.6) à ce terme d'induction.

- Le terme $\frac{\vec{j}}{\sigma}$ est le terme ohmique. Le rapport entre ce terme et le terme d'induction est :

$$\frac{\vec{j}}{\sigma (\vec{v} \wedge \vec{B})} = \frac{\left| c \vec{\nabla} \wedge \vec{B} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right|}{4 \pi \frac{\sigma}{c} \left| (\vec{v} \wedge \vec{B}) \right|} \simeq \frac{c^2}{4 \pi \sigma L v} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{1}{R_m} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (2.7)$$

où R_m est le nombre de Reynolds magnétique. L'équation (2.7) montre que même dans le cas relativiste où la vitesse est de l'ordre de la vitesse de la lumière $v \sim c$, le terme ohmique peut

être négligé dans les écoulements astrophysiques relativistes puisque le nombre de Reynolds magnétique est très grand. Dans le cas des jets d'AGN $R_m \gg 10^{10}$.

- Le terme $\frac{1}{e n_e} \vec{j} \wedge \vec{B}$ est le champ électrique induit par l'effet Hall.

$$\frac{|\vec{j} \wedge \vec{B}|}{e n_e |(\vec{v} \wedge \vec{B})|} \simeq \frac{c B}{4 \pi e n_e L v} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (2.8)$$

Dans le cas de jet, d'AGN, ce rapport est de l'ordre de 10^{-10} , donc l'effet hall est négligeable.

- Le terme $-\frac{1}{e n_e} \vec{\nabla} P_e$ représente le champ électrique dans le plasma qui équilibre le mouvement des électrons induit par la pression thermique.

$$\frac{c |\nabla P_e|}{e n_e |(\vec{v} \wedge \vec{B})|} \simeq 10^{-13} \left(\frac{T_e(\text{K})}{10^9}\right) \left(\frac{10^{12}}{L(\text{cm})}\right) \left(\frac{c}{v}\right) \left(\frac{10^4}{B(\text{Gauss})}\right). \quad (2.9)$$

Donc, le gradient de pression électronique est négligeable, puisque il n'est que 10^{-13} fois le champ électrique créé par induction.

- Le terme $\frac{m_e}{e^2 n_e} \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\vec{v} \otimes \vec{j} + \vec{j} \otimes \vec{v} - \frac{\vec{j} \otimes \vec{j}}{e n_e} \right) \right]$ représente le champ électrique induit par l'inertie du plasma. Ce terme est toujours négligeable à cause de la faible masse des électrons.

Maintenant, nous pouvons conclure que l'approche MHD reste valable dans le cas relativiste. La loi d'Ohm s'écrit dans ce cas comme suit :

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{c}. \quad (2.10)$$

Dans le paragraphe (2.2.1), nous avons démontré que la neutralité du plasma était valable lorsque le plasma est isolé. Cependant, nous allons montrer dans la suite que cette approximation n'est pas toujours valable lorsque la vitesse de rotation du plasma est très importante. Pour cela, nous allons considérer un écoulement de fluide en rotation autour des lignes d'un champ magnétique. Pour faire cette étude, nous utiliserons un référentiel cylindrique dans lequel l'axe z est parallèle au champ magnétique. Dans ce référentiel, le champ de vitesse s'écrit :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_{\perp} \\ v_{\varphi} \\ v_z \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

où v_{\perp} est la composante perpendiculaire à \vec{B} . v_{φ} est la vitesse de rotation des lignes d'écoulements autour des lignes magnétiques. Donc, nous pouvons écrire $v_{\varphi} = \varpi \Omega$. Ω est la vitesse angulaire et ϖ est le rayon cylindrique de l'écoulement.

Le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = B \begin{pmatrix} -\frac{\varpi \Omega}{c} \\ \frac{v_T}{c} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Dans le cas d'une symétrie axiale, la force exercée par le champ électrique dans la direction toroïdale (selon φ) doit être nulle. Il résulte de cette condition que $v_{\perp} = 0$ et, donc, dans la direction poloïdale, les lignes d'écoulement et les lignes magnétiques sont parallèles. Le champ électrique qui en résulte est donc :

$$\vec{E} = B \frac{\varpi \Omega}{c} e_{\perp}^{\vec{}} \quad (2.13)$$

La séparation de charge créée par le champ électrique \vec{E} est donnée au premier ordre par :

$$\rho_e = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{E}{L} = -\frac{B \varpi \Omega}{L c} e_T^{\vec{}}, \quad (2.14)$$

Avec L la longueur caractéristique du système. Pour le jet, elle représente le rayon transverse du jet et donc $L = \varpi$, alors la séparation de charge vaut :

$$\rho_e = -B \frac{\Omega}{c} e_{\perp}^{\vec{}}. \quad (2.15)$$

Des équations (2.13) et (2.14) nous pouvons déduire une condition nécessaire pour que l'approche de quasi-neutralité dans le fluide magnétisé soit valable : soit la vitesse angulaire de rotation des lignes d'écoulement autour des lignes magnétiques est faible devant la vitesse de la lumière, soit le champ magnétique est très faible dans le jet. Pour ces raisons, nous avons préféré de ne pas négliger, dans les modèles développés dans cette thèse, la séparation de charge dans le jet.

2.3 Les équations MHD décrivant un fluide

Nous avons adopté l'approche magnétohydrodynamique dans l'étude de la formation des vents et des jets relativistes. Nous avons considéré un écoulement stationnaire de fluide idéal. Nous nous sommes limités dans notre étude aux écoulements axisymétriques. Nous allons donc dans la suite introduire une à une les équations MHD qui régissent ces écoulements.

2.3.1 La métrique de Schwarzschild

Pour aborder plus facilement le problème des écoulements hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans le cadre de la relativité générale, nous avons utilisé une métrique de Schwarzschild. Nous avons aussi négligé l'auto-gravité du fluide. Ainsi, la gravité qui définit la courbure de l'espace autour de l'objet compact est seulement fonction de sa masse $\mathcal{M}_{\mathcal{BH}}$. L'élément de ligne est donc donné par :

$$ds^2 = -h_0^2 c^2 dt^2 + \frac{1}{h_0^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (2.16)$$

où

$$h_0 = \sqrt{1 - \frac{2\mathcal{G}\mathcal{M}_{BH}}{c^2 r}} = \sqrt{1 - \frac{r_G}{r}}, \quad (2.17)$$

est le facteur de décalage vers le rouge (redshift) induit par la gravité à une distance r de l'objet central. Ce facteur de courbure de l'espace peut être exprimé en fonction du rayon de Schwarzschild $r_G = 2\mathcal{G}\mathcal{M}_{BH}/c^2$:

$$h_0 = \sqrt{1 - \frac{r_G}{r}}, \quad (2.18)$$

Dans l'approximation newtonienne, quand la vitesse d'échappement devient négligeable devant la vitesse de la lumière, nous avons $\Phi = c^2 \ln h_0$. Cette limite est acceptable soit lorsque la masse de l'objet central est très faible, soit lorsque le point r est relativement loin de l'objet central. Ainsi, nous pouvons considérer l'espace comme plat (espace de Minkowski).

La métrique de Schwarzschild est décrite par les vecteurs orthogonaux de base suivants, en notation différentielle (Mobarry & Lovelace 1986) :

$$\vec{\epsilon}_t = c\tilde{\nabla}t = \frac{1}{h_0}\hat{t}, \quad \vec{\epsilon}_r = \tilde{\nabla}r = h_0\hat{r}, \quad (2.19)$$

$$\vec{\epsilon}_\theta = \tilde{\nabla}\theta = \frac{1}{r}\hat{\theta}, \quad \vec{\epsilon}_\varphi = \tilde{\nabla}\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\hat{\varphi}. \quad (2.20)$$

2.4 Les équations magnétohydrodynamiques

Après avoir présenté la métrique qui définit la courbure de l'espace-temps, nous passons à présent à la description de la matière qui emplit cet espace-temps. En adoptant le point de vue magnétohydrodynamique, la description de l'écoulement se fait par l'intermédiaire de trois grandeurs cardinales : le tenseur densité de courant, le tenseur énergie - impulsion et le tenseur électromagnétique. Le premier décrit le contenu numérique de la matière, le deuxième le contenu énergétique et d'impulsion et le troisième le contenu électromagnétique.

2.4.1 Equation de conservation du nombre de particules

La conservation du nombre de particules, est donnée par la conservation du flux de particules, lorsque les phénomènes de création et d'annihilation sont nuls. Il est défini donc comme la conservation du quadri-vecteur du flux de particule \vec{N} , avec \vec{N} donné par :

$$\vec{N} = n\vec{u}, \quad (2.21)$$

n est la densité propre. \vec{u} est le quadri-vecteur vitesse moyen de l'élément fluide.

L'équation différentielle qui donne la conservation de particules est donc tous simplement :

$$\left(\vec{N}\right)_{; } = 0. \quad (2.22)$$

où l'indice $;$ représente la dérivé covariante.

2.4.2 Conservation de l'énergie et de l'impulsion

L'équation de conservation de l'impulsion, appelée communément équation d'Euler dans la physique newtonienne, est remplacée en relativité, par une équation plus générale qui est celle de la conservation du tenseur d'énergie-impulsion. Cette équation donne aussi bien la conservation du moment que de l'énergie :

$$(T^{ab})_{;b} = (T^{ab}_f)_{;b} + (T^{ab}_{el})_{;b} = 0, \quad (2.23)$$

où T^{ab} représente le flux du moment selon l'axe a à travers la surface définie par b .

a et b prennent les valeurs $(0,1,2,3)$. D'après la définition que nous avons eu :

- T^{00} est le flux du moment 0 (énergie) dans le temps. C'est simplement la densité d'énergie.
- T^{0i} est le flux d'énergie à travers la surface x^i
- T^{i0} est le flux de moment dans la direction i .
- T^{ij} (respectivement T^{ji}) est le flux du moment i (resp. j) à travers la surface j (resp. i).

$$T^{ab} = \left(\begin{array}{c|c} \text{Densité d'énergie} & \text{flux d'énergie} \\ \hline \text{flux du moment} & \text{tenseur d'impulsion} \end{array} \right). \quad (2.24)$$

Si le système total est isolé, le tenseur T^{ab} donne une description globale du fluide magnétisé. En effet, il incorpore le tenseur d'énergie hydrodynamique et le tenseur électromagnétique. Donc, de l'équation de conservation de l'impulsion (2.23), nous pouvons déduire toutes les équations de conservation de l'impulsion-énergie. La projection de l'Eq. (2.23) sur l'axe du temps donne l'équation de conservation d'énergie. La projection sur la géodésique donne l'équation du premier principe de la thermodynamique. En projetant l'Eq. (2.23) sur les plans spatiaux, on obtient cette fois la véritable équation d'Euler.

Tenseur hydrodynamique

Les écoulements relativistes sont, dans la plupart des cas, examinés avec une approche dite de fluide parfait. Dans cette approche, le fluide est supposé sans viscosité, ni chauffage par conduction dans son repère propre. C'est une généralisation du *gaz idéal* de la thermodynamique classique. Les deux approximations simplifient le tenseur d'énergie. En effet, en négligeant le chauffage par conduction, nous nous limitons aux écoulements dans lesquels l'énergie (nw l'enthalpie) est emportée seulement par le fluide. En négligeant la viscosité, nous faisons abstraction des forces de frottement. Nous allons dans la suite traiter le cas du gaz idéal, sauf dans l'Annexe A. En effet, dans l'Annexe, nous allons traiter le cas d'un écoulement soumis à un chauffage par conduction.

Le tenseur d'énergie hydrodynamique T_f^{ab} est défini comme suit :

$$T_f^{ab} = \left(n \frac{w}{c^2}\right) u^a u^b + p g^{ab}, \quad (2.25)$$

où w est l'enthalpie spécifique de l'univers. Elle est la somme de l'énergie interne par particule e (incluant la masse propre $m c^2$) et la pression propre P divisée par n :

$$w = e + \frac{P}{n}, \quad (2.26)$$

w représente la somme de l'enthalpie du fluide et du milieu extérieur avec lequel le fluide échange de l'énergie sous ces différentes formes. L'enthalpie du fluide, seule, peut être donnée par :

$$W_{\text{fluide}} = w - \zeta, \quad (2.27)$$

où ζ est l'enthalpie échangée avec le milieu extérieur par le fluide. ζ est aussi à un signe près le chauffage spécifique du fluide Q :

$$\zeta = -Q. \quad (2.28)$$

En effet, l'Eq. (2.23) est une équation de conservation de l'impulsion-énergie du système total qui est toujours isolé. Ainsi, elle décrit le système global qui est en évolution adiabatique. Si nous voulons une description seulement du fluide, le tenseur du moment énergie du fluide T_{fluide}^{ab} doit vérifier la condition suivante :

$$T_{\text{fluide};b}^{ab} = (\zeta u^a u^b)_{;b}. \quad (2.29)$$

Cette relation donne la variation du tenseur impulsion-énergie en fonction de la variation des échanges d'énergie avec le milieu ambiant. Elle revient à séparer les deux systèmes, le fluide et le milieu ambiant. Cependant, pour écrire l'équation de conservation de l'impulsion énergie sous la forme (2.29), il faut prendre certaines précautions. En effet, les échanges d'énergies avec le milieu ambiant dans le terme de droite de l'équation ne doivent pas influencer la courbure de l'espace-temps. Cette condition est nécessaire pour que nous puissions traiter le problème de l'écoulement avec la métrique de Schwarzschild.

Tenseur électromagnétique

Le tenseur impulsion-énergie électromagnétique s'écrit en fonction du tenseur champ électromagnétique F^{ab} , sous une forme qui s'inspire de la forme du tenseur impulsion-énergie hydrodynamique (Eq. 2.25), dans laquelle les termes de pression électromagnétique et de flux d'énergie (flux de Poynting) sont séparés :

$$T_{\text{em}}^{ab} = \frac{1}{4\pi} \left(F^{ac} F_c^b + \frac{1}{4} g^{ab} F^2 \right). \quad (2.30)$$

$F^{\mu\nu}$ est le tenseur du champ électromagnétique

$$F^{0b} = F^{b0} = E^b, \quad (2.31)$$

$$F^{ab} = \epsilon^{abc} B_c. \quad (2.32)$$

L'écriture des équations de Maxwell qui découle du tenseur électromagnétique est plus élégante sous sa forme covariante. La première équation (2.33) relie le tenseur électromagnétique au courant électrique et la deuxième (2.34) traduit l'absence de charge magnétique

(Landau & Lifshitz 1959; Thorne et al. 1986; Mobarrry & Lovelace 1986)

$$F_{;b}^{ab} = \frac{4\pi}{c} J_e^a, \quad (2.33)$$

$$F_{[ab;b]} = 0, \quad (2.34)$$

où J_e^μ est le 4-vecteur de la charge électrique :

$$J_e^d = \rho_e \epsilon_t^d + j_e^d. \quad (2.35)$$

La composante temporelle ρ_e est la densité de charge et j_e^d la composante spatiale de la densité de courant. Dans l'approche de plasma idéal, la conductivité est infinie. Donc, le champ électrique vu dans le repère propre du plasma en mouvement est nul :

$$F_b^a u^b = 0. \quad (2.36)$$

2.5 Le formalisme 3+1 des équations MHD

L'intérêt du point de vue 3+1 (ADM des noms de ces inventeurs Arnowitt, Deser et Misner (1962)) de la physique relativiste est lié à la grande similitude avec les équations de la physique classique. En effet, en formalisme 3+1, le référentiel espace-temps (t, r, θ, φ) peut être séparé en hypersurfaces de type espace à 3-dimensions (r, θ, φ) auxquelles l'axe d'évolution temporelle t est perpendiculaire (Fig. 2.1). Les hypersurfaces sont caractérisées par t constant. Sur ces hypersurfaces, les valeurs de toutes les grandeurs (densité, charge, vitesse, champs électrique et magnétique) sont définies. Tandis que l'axe temporel donne l'évolution de ces grandeurs, la séparation entre la partie spatiale (l'espace absolue au sens galiléen) et la partie temporelle permet l'introduction d'un référentiel spatial cartésien local appelé FIDO "fidocial observers". FIDO est défini comme l'observateur local au repos dans le référentiel en chute libre autour du trou noir de Schwarzschild (Thorne et al. 1986). Il est défini en chaque point (r, θ, φ) par les vecteurs de bases orthogonaux $(\vec{\epsilon}_t, \vec{\epsilon}_r, \vec{\epsilon}_\theta, \vec{\epsilon}_\varphi)$, Eq. (2.19). Le temps dans le référentiel FIDO est le temps propre τ mesuré par l'horloge local du FIDO. Dans le FIDO, l'axe temporel est toujours perpendiculaire aux hypersurfaces spatiales. La relation entre le temps propre du FIDO, τ , et le temps universel, t , est :

$$\frac{d\tau}{dt} = h_0. \quad (2.37)$$

Le repère FIDO est ainsi déterminé complètement dans le formalisme 3+1 par les vecteurs de bases orthogonaux $(\vec{\epsilon}_t, \vec{\epsilon}_r, \vec{\epsilon}_\theta, \vec{\epsilon}_\varphi)$. La relation (2.37) nous permet de déduire une autre signification physique du facteur de courbure de l'espace h_0 . Il est le temps propre qui s'écoule dans FIDO lorsque il s'écoule une unité de temps du temps universel, t . Dans ce qui va suivre les grandeurs et les objets physiques vont être fixés dans le FIDO. C'est le référentiel propre au sens de la relativité générale et non au sens de la relativité restreinte. En effet, dans ce repère nous tenons compte des effets de la relativité restreinte. La variation temporelle des grandeurs physiques sera calculée par rapport au temps universel, t , puisque t est non local, donc indépendant de la courbure de l'espace. Cela nous facilitera le traitement du problème de l'écoulement du fluide dans un espace avec une courbure variable.

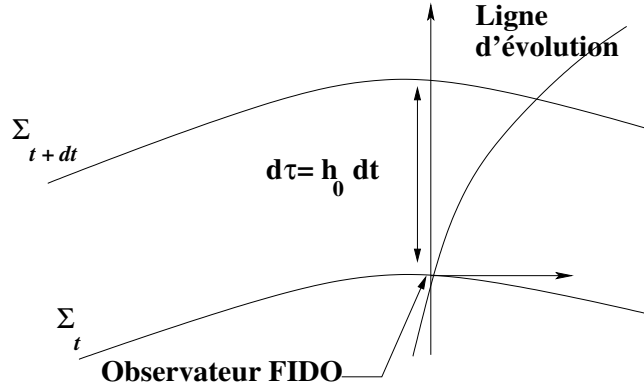


Fig. 2.1: Le schéma du formalisme 3+1. Σ_t et Σ_{t+dt} sont deux hypersurfaces de genre espace.

2.5.1 Equation de conservation du nombre de particules en formalisme 3+1

Dans le repère FIDO, l'élément fluide a une vitesse spatiale (v_1, v_2, v_3) telle que :

$$\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_2}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_3}{\sqrt{1-v^2}} \right), \quad (2.38)$$

donc, il suit :

$$\vec{N} = \left(\frac{n}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{n v_1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{n v_2}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{n v_3}{\sqrt{1-v^2}} \right), \quad (2.39)$$

Dans n'importe quel repère, la composante temporelle de \vec{N} représente la densité et les composantes spatiales représentent les flux de particules à travers les surfaces perpendiculaires à ces composantes.

$$\left(\vec{N} \right)_{; \nu} = (n \vec{u})_{; \nu} = 0. \quad (2.40)$$

Dans le cas d'une métrique de Schwarzschild, dans le formalisme 3+1, l'équation de conservation du nombre de particules peut y être écrite comme suit :

$$\frac{\partial \gamma n}{\partial t} + \frac{1}{h_0} \vec{\nabla} (h_0 \gamma n \vec{v}) = 0. \quad (2.41)$$

Le terme h_0 , qui apparaît dans le terme spatial du flux de particule, est induit par la différence entre le temps universel et le temps propre (Eq. 2.37). Plus précisément, il est induit par le fait que la vitesse et la densité sont calculés dans le FIDO alors que le flux est calculé par unité de temps universel (paragraphe 3.7.2)

2.5.2 Les équations de conservation d'énergie en formalisme 3+1

De l'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie, nous pouvons déduire le premier principe de la thermodynamique. Il s'obtient par la projection de l'équation (2.23)

sur le 4-vitesse \vec{w} du fluide. L'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie est donc :

$$dw = \frac{dP}{n} \Rightarrow dW_{\text{fluide}} = \frac{dP}{n} + dQ, \quad (2.42)$$

De cette équation ressort à nouveau le fait que l'Eq. (2.23) décrit le système total (fluide + milieu environnant) comme un système isolé adiabatique, puisque w est l'enthalpie du système total.

L'équation de conservation de l'énergie de Bernoulli dans l'écoulement est obtenue par la projection sur l'axe temporel de l'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie (Eq.2.23) $\vec{e}_t (T^{ab})_{;b} = 0$, (Thorne et al. 1986; Breitmoser & Camenzind 2000)

$$T_{,0}^{00} + \frac{1}{h_0^2} (h_0^2 T^{0i})_{;i} = 0, \quad (2.43)$$

Le deuxième terme est le flux d'énergie transporté dans le fluide comme dans le cas classique multiplié par le terme h_0^2 . Le terme h_0 à l'intérieur de la divergence, permet de tenir compte du redshift de l'énergie (Misner et al. 1973) et l'autre h_0 permet de passer du temps propre au temps universel (ceci est discuté avec plus de détail dans le chapitre 3). En effet, l'Eq. (2.43) montre que l'énergie transportée, et conservée dans l'écoulement, n'est pas celle qui est mesurée dans le repère FIDO mais plutôt celle calculée par un observateur à l'infini (Thorne et al. 1986). En formalisme 3+1, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit (Breitmoser & Camenzind 2000) :

$$\frac{\partial \gamma^2 n \left(w - \frac{P}{n} \right) + P v^2 + \frac{E^2 + B^2}{8\pi}}{\partial t} + \frac{1}{h_0^2} \vec{\nabla} \cdot (h_0 (\gamma^2 n w \vec{v} + \frac{1}{4\pi} \vec{E} \wedge \vec{B})) = 0. \quad (2.44)$$

2.5.3 Les équations de conservation du moment cinétique en formalisme 3+1

L'équation de conservation du moment cinétique est une conséquence des propriétés générales des systèmes ayant une coordonnée ignorable (Tsinganos 1982). Les vents et les jets en astrophysique sont, dans la plupart de cas, supposés axisymétriques. La coordonnée ignorable est alors φ et l'équation de conservation est obtenue par la projection de l'équation de conservation du tenseur d'impulsion-énergie dans la direction de φ :

$$T_{,0}^{30} + \frac{1}{h_0} (h_0 T^{3p})_{;p} = 0. \quad (2.45)$$

Avec $p = \{1, 2\}$, $h_0 T^{3p}$ est le moment cinétique transporté dans le fluide. Le terme h_0 comme pour l'énergie est dû au passage du temps propre τ au temps universel t .

2.5.4 L'équation d'Euler en formalisme 3+1

Comme nous l'avons déjà commenté auparavant, le formalisme 3+1 facilite le traitement des équations MHD relativiste. En effet, il nous permet de passer d'une description tensorielle

à une description vectorielle et donc aux équations habituelles de la magnétohydrodynamique newtonienne.

Pour obtenir l'équation d'Euler, il faut projeter l'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie sur le plan spatial qui est définie par $h^{ac} = u^a u^c + g^{ac}$. La forme finale est obtenue par substitution de la composante spatiale de l'équation obtenue, la composante temporelle de . Dans le cas stationnaire, nous obtenons (Mobarry & Lovelace 1986) :

$$\begin{aligned} \gamma^2 n \frac{w}{c^2} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} &= -\gamma^2 n w \vec{\nabla} \ln h_0 + \gamma^2 n w \frac{\vec{v}}{c} \left(\frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{\nabla} \ln h_0 \right) \\ &\quad - \vec{\nabla} P + \frac{1}{c} (\vec{j}_e \wedge \vec{B}) + \rho_e \vec{E} - \frac{\vec{v}}{c} \frac{1}{c} (\vec{E} \cdot \vec{j}_e). \end{aligned} \quad (2.46)$$

Cette équation représente l'équation d'Euler dans une métrique de Schwarzschild. Le lecteur remarquera que de nouveaux termes apparaissent dans l'équation d'Euler. Ces termes sont liés soit à la relativité restreinte, soit à la relativité générale. D'un point de vue de la relativité générale, la gravité est définie maintenant par la fonction de courbure d'espace h_0 . D'un point de vue de la relativité restreinte, il apparaît deux nouvelles forces, la force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ et la force liée à la dissipation de Joule $-\frac{\vec{v}}{c} \frac{1}{c} (\vec{E} \cdot \vec{j}_e)$. Ces deux forces sont connectées à la rotation relativiste dans le jet et donc à l'existence du cylindre de lumière. Près du cylindre de lumière, la rotation devient suffisamment élevée pour créer une séparation de charge non négligeable. En effet, dans le cas d'un fluide ionisé accéléré le long d'une ligne magnétique d'une intensité de 10^4 G (champ magnétique moyen près des AGN ; Blandford, 1993), le rayon de Larmor près du cylindre de lumière des électrons est de $r_{L,e} \simeq 7$ cm et pour les proton de $r_{L,p} \simeq 300$ cm. Cette séparation de charge permet de créer un champ électrique suffisamment intense pour que la force de séparation de charge et celle due à la dissipation de Joule deviennent comparables à la force de Lorentz. Il faut noter aussi que lorsque les effets du cylindre de lumière deviennent très importants dans le jet, le type d'écoulement change. Dans ce cas, l'écoulement devient dominé par les forces électromagnétiques.

2.5.5 Les équations de Maxwell en formalisme 3+1

Les équations de Maxwell dans le formalisme 3+1 sont déduites des équations tensorielles (2.33) et (2.34). Les équations de création des champs (électrique et magnétique) sont obtenues par la projection sur l'axe d'évolution. Donc, l'équation de Maxwell-Gauss et de conservation du flux magnétique sont obtenues par la projection respectivement de l'Eq. (2.33) et (2.34) sur l'axe temporel $\vec{\epsilon}_t$. Les équations de Maxwell-Ampère et de Maxwell-Faraday sont obtenues par projection respectivement des Eq. (2.33) et de l'Eq. (2.34) sur l'espace de propagation, donc sur les hypersurfaces $(\vec{\epsilon}_r, \vec{\epsilon}_\theta, \vec{\epsilon}_\varphi)$ (Thorne et al. 1986).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e, \quad (2.47)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.48)$$

$$\vec{\nabla} \wedge (h_0 \vec{E}) = \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (2.49)$$

$$\vec{\nabla} \wedge (h_0 \vec{B}) = \frac{4\pi h_0}{c} \vec{j}_e + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (2.50)$$

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{c}. \quad (2.51)$$

Les équations de Maxwell relativistes dans les coordonnées de Schwarzschild sont différentes des équations équivalentes en classique. Le facteur de courbure h_0 apparaît dans les équations de propagation des champs électrique et magnétique. Cette correction par le facteur de courbure résulte de la manière dont nous avons formulé les équations de Maxwell. En effet, les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} sont définis dans le référentiel FIDO. De ce fait, ils sont mesurés par unité de temps propre τ . Cependant, les différentiations temporelles sont faites par unité de temps universel t . Ainsi, comme pour le flux de particule et d'énergie, le passage entre ces deux temps induit une correction par le facteur de courbure.

2.6 Equation de fermeture

Nous avons donné maintenant toutes les équations de l'électromagnétisme, l'équation de continuité et l'équation d'Euler. L'équation de continuité donne la conservation du nombre de particules et l'équation d'Euler donne la conservation de la quantité de mouvement. Cependant, dans cette dernière, un terme d'énergie fait son apparition, le terme de pression. Ce terme est lié à la thermodynamique du fluide. Donc, la fermeture du système est conditionnée par la détermination d'une relation entre la pression et l'énergie interne (ou l'entropie) du fluide et la densité, $P(e, n)$. Cette relation ne peut être explicitée que s'il existe une description complète des échanges d'énergies entre le fluide et les milieux environnants. Il faut aussi avoir une description précise des phénomènes microscopiques. Ces derniers peuvent être établis par la théorie cinétique en tenant compte des différents phénomènes radiatifs, visqueux et dissipatifs qui peuvent se produire dans l'écoulement. Malheureusement, les processus microscopiques opérant sur le plasma, dans les écoulements astrophysiques, sont en général très mal connus. La détermination précise de ces processus reste complexe, voire impossible. Afin de remédier à ce problème, il est fréquent de supposer une équation d'état polytropique, reliant la pression P à la densité utilisant un indice polytropique constant (Parker 1960a; Weber & Davis 1967; Heyvaerts & Norman 1989; Chakrabarti et al. 1996; Das 1999; Breitmöser & Camenzind 2000). Dans ce cas la relation entre la pression et la densité et la relation entre l'enthalpie et la pression sont :

$$P = \kappa n^\Gamma, \quad w = \frac{\Gamma}{\Gamma - 1} n^{\Gamma-1}, \quad (2.52)$$

où κ est une constante qui dépend des conditions initiales du fluide. Γ est l'indice polytropique. Dans la modélisation des intérieurs stellaires, l'indice polytropique est utilisé pour étudier la dureté de l'état de la matière. Dans les applications aux écoulements de fluide en astrophysique, l'indice polytropique est adopté pour caractériser le chauffage dans le fluide (Bondi 1952; Parker 1960a). Dans le cas des écoulements astrophysiques, il varie en général entre 1 et 3. En effet, pour $\Gamma = 1$ le fluide a un comportement isotherme et l'augmentation de la valeur de Γ se manifeste par une diminution du chauffage dans le fluide jusqu'à $\Gamma = 5/3$ où le fluide devient adiabatique (dans le cas où la température est classique c'est-à-dire $T \ll \frac{m c^2}{k_B}$). Dans le cas où la température est relativiste (c'est-à-dire $T > \frac{m c^2}{k_B}$), le cas adiabatique correspond à $\Gamma = 4/3$. Au-delà de cette valeur (5/3 en classique et 4/3 en relativiste) le fluide commence à subir une perte d'énergie (refroidissement). En effet, le

chauffage dans le fluide est donné par $q = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} Q$ (Eq. 2.28). Le taux spécifique d'énergie thermique sera positif (négatif) s'il y a un effet net de chauffage (refroidissement). Du premier principe de la thermodynamique (Eq. 2.42) nous tirons :

$$\begin{aligned} q &= \vec{v} \left(\vec{\nabla} W_{\text{fluide}} - \frac{\vec{\nabla} P}{n} \right) = \vec{v} \left(\vec{\nabla} W_{\text{fluide}} - \vec{\nabla} w \right) \\ &= \left(\frac{5}{3} \kappa n^{\Gamma_{\text{adiabatique}}} - 2 - \Gamma \kappa n^{\Gamma-2} \right) \vec{v} \vec{\nabla} n. \end{aligned} \quad (2.53)$$

où $\Gamma_{\text{adiabatique}} = \frac{5}{3}$ dans le cas classique et $\Gamma_{\text{adiabatique}} = \frac{4}{3}$ dans le cas ultrarelativiste. Il a été montré par Parker (1960b) qu'un chauffage minimal est nécessaire pour la formation d'un vent purement thermique, dans le cas du vent solaire. Ce chauffage doit correspondre à $\Gamma \leq \frac{3}{2}$ (en régime classique). Ainsi, dans la plupart des travaux sur les vents hydrodynamiques, l'écoulement est considéré comme isotherme au moins jusqu'à ce qu'il traverse la surface sonique (voir Parker, 1965). Ce traitement est réaliste puisque dans la région basse du vent, le fluide est dense (optiquement épais). De ce fait, dans le cas du vent solaire, la conduction thermique et la dissipation des ondes hydrodynamiques et alfvéniques est plus efficace (Hu 1983; Sandbaek & Leer 1995). D'autre part, dans le cas des étoiles chaudes, les photons émis par la couronne chaude peuvent être absorbés par le fluide subsonique en expansion (Tarafdar 1988). Au contraire, dans la région asymptotique, le vent supersonique devient moins dense et optiquement mince. De ce fait, dans le vent solaire, la dissipation des ondes magnétohydrodynamique devient inefficace. Dans le cas des étoiles chaudes, le chauffage par le transfert de l'énergie par rayonnement devient inefficace et l'écoulement peut devenir adiabatique. Pour ces raisons, il a été suggéré par Parker (1960b) qu'une coupure dans le chauffage devrait être introduite, de sorte que le vent isotherme devienne adiabatique à plus grande échelle, une fois la vitesse asymptotique atteinte.

Dans le cas relativiste, le problème d'un chauffage minimal devient fonction de la masse de l'étoile massive (masse du trou noir, voir Begelman 1978 et chapitre 3). En effet, dans le cas relativiste, le vent peut se former même pour un chauffage thermique faible, $\Gamma > \frac{3}{2}$. Cela est dû aux effets de la gravité élevée près des objets compacts. Cette gravité élevée induit une augmentation de l'efficacité d'accélération thermique du vent.

2.7 Les équations MHD des écoulements stationnaires axisymétriques

La construction de modèles semi analytiques d'écoulement relativiste de fluide magnétisé, requiert des hypothèses sur les grandeurs physiques qui gèrent ces écoulements. D'autre part, ces hypothèses avec d'autres hypothèses que nous allons poser dans les chapitres suivants, permettent d'obtenir des solutions convenables pour les jets :

- La première est la condition de stationnarité, au moins à grande échelle. Cette condition est vérifiée lorsque le temps de variation dans les écoulements est très grand par rapport au temps caractéristique dans le jet. Ce temps caractéristique est donnée par les vitesses et les dimensions du jet.

– La deuxième hypothèse porte sur l'axisymétrie. Elle permet de diminuer le nombre de degrés de liberté dans le jet à deux : r (distance entre un point d'espace dans l'écoulement et l'objet central) et A (potentiel scalaire magnétique qui définit la surface de flux magnétique).

Dans la suite, nous allons développer chacune des hypothèses précédentes dans le but de déduire, les constantes du mouvement.

2.7.1 Stationnarité

La propriété de stationnarité permet de réduire le nombre de variables de l'écoulement aux variables spatiales (r, θ, φ) . Elle permet aussi de déduire des constantes du mouvement le long de chaque ligne d'écoulement dans le jet. En effet, les résultats de base de la stationnarité sont la conservation du nombre de particules, de l'énergie et l'absence de courant de déplacement. Donc à partir des équations (2.41), (2.46) et (2.47) à (2.50), les équations de la GRMHD dans le cas stationnaire sont :

$$\begin{aligned} \gamma^2 n \frac{w}{c^2} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} &= -\gamma^2 n w \vec{\nabla} \ln h_0 + \gamma^2 n w \frac{\vec{v}}{c} \left(\frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{\nabla} \ln h_0 \right) \\ &\quad - \vec{\nabla} P + \frac{1}{c} (\vec{j}_e \wedge \vec{B}) + \rho_e \vec{E} - \frac{\vec{v}}{c} \frac{1}{c} (\vec{E} \cdot \vec{j}_e), \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e, \quad (2.55)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.56)$$

$$\vec{\nabla} \wedge (h_0 \vec{E}) = 0, \quad (2.57)$$

$$\vec{\nabla} \wedge (h_0 \vec{B}) = \frac{4\pi h_0}{c} \vec{j}_e, \quad (2.58)$$

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{c} \quad (2.59)$$

$$\vec{\nabla} (h_0 \gamma n \vec{v}) = 0. \quad (2.60)$$

2.7.2 Axisymétrie

2.7.2.1 Invariance selon φ

L'axisymétrie nous permet de réduire le nombre de degrés de liberté dans les écoulements aux deux coordonnées sphériques (r, θ) et de diminuer le nombre d'équations différentielles. En effet, elles seront remplacées par des équations de conservation de certaines quantités transportées dans le jet. Ceci est une conséquence de l'existence de la coordonnée ignorable φ dans les écoulements (Tsinganos 1982).

Pour faciliter l'utilisation future de l'invariance selon φ , nous introduirons l'indexation " p " pour poloïdal et " φ " pour toroïdal. Ainsi, nous pouvons décomposer les champs de vecteurs en deux parties, l'une dans le plan poloïdal, \vec{B}_p, \vec{v}_p , et l'autre suivant la direction toroïdale (ou azimutale) $\vec{B}_\varphi, \vec{v}_\varphi$:

$$\vec{B} = \vec{B}_p + \vec{B}_\varphi, \quad \vec{v} = \vec{v}_p + \vec{v}_\varphi, \quad (2.61)$$

2.7.2.2 Conservation du flux de particule et du flux de masse

Il découle de l'invariance selon φ , des équations de conservation du nombre de particules (Eq. 2.41) et de la divergence nulle du champ magnétique (Eq. 2.48) que la composante du champ magnétique \vec{B}_p et que le flux de particule dans le plan poloïdal, $h_0 \gamma n \vec{v}_p$, se conservent :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_p = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot h_0 \gamma n \vec{v}_p = 0, \quad (2.62)$$

Nous pouvons maintenant introduire les fonctions de courant qui sont : A le flux magnétique qui définit les surfaces magnétiques ($\vec{B} \cdot \vec{\nabla} A = 0$) et Ψ le flux de particule qui définit les lignes d'écoulements $\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \Psi = 0$ (Fig. 2.2). Les deux quantités sont données par :

$$\vec{B}_p = \frac{1}{\varpi} \vec{\nabla} A \wedge \vec{e}_\varphi, \quad (2.63)$$

$$4 \pi h_0 \gamma n \vec{v}_p = \frac{1}{\varpi} \vec{\nabla} \Psi \wedge \vec{e}_\varphi, \quad (2.64)$$

où $\varpi = r \sin \theta$.

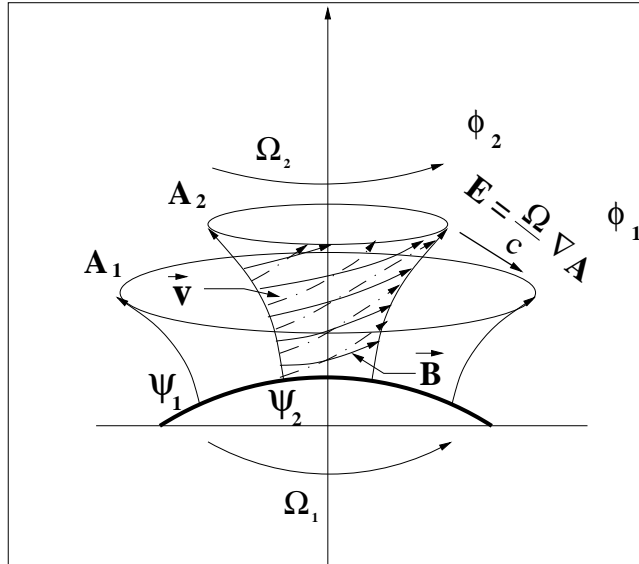


Fig. 2.2: Schéma des surfaces équipotentielles magnétiques A (le flux magnétique) dans le cas d'un écoulement avec une rotation différentielle $\Omega(A)$. Les lignes magnétiques et d'écoulement sont décalées les une par rapport aux autres, à cause du champ électrique perpendiculaire aux surfaces équipotentielles.

2.7.2.3 Loi d'isrotation

La condition d'axisymétrie impose des surfaces de potentiel électrique symétriques. Par conséquent, la composante toroïdale du champ électrique est nulle. De l'équation du champ gelé et de la condition d'axisymétrie, nous pouvons déduire que les lignes d'écoulement poloïdales et les lignes magnétiques poloïdales sont parallèles ($\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \Psi = 0$). De ce fait, les surfaces équipotentielles magnétiques et électriques se confondent ($\Phi = \Phi(A)$), puisque :

$$\vec{\nabla} A \wedge \vec{\nabla} \Psi = 0, \quad \vec{\nabla} A \wedge \vec{\nabla} \Phi = 0. \quad (2.65)$$

Par conséquent, les lignes d'écoulement et du champ magnétique restent sur une surface commune. Cependant, elles sont décalées les unes par rapport aux autres à cause du gradient du potentiel électrique c'est-à-dire le champ électrique. Le potentiel lui-même est constant sur cette surface (Fig. 2.2). Les composantes poloïdales de la vitesse et du champ magnétique sont donc parallèles, mais les vecteurs \vec{v} et \vec{B} sont décalés l'un de l'autre dans la direction azimutale " φ ". Le champ électrique induit une rotation des lignes d'écoulements par rapport aux lignes magnétiques avec une vitesse angulaire constante $\Omega = \Phi_A = \frac{d\Phi}{dA}$, (Fig. 2.2). Nous pouvons, donc, écrire :

$$\vec{v}_p = \frac{\Psi_A}{4\pi h_0 \gamma n} \vec{B}_p, \quad (2.66)$$

$$\vec{v}_\varphi = \frac{\Psi_A}{4\pi h_0 \gamma n} \vec{B}_\varphi + \frac{\varpi \Omega}{h_0} \vec{e}_\varphi, \quad (2.67)$$

avec $\Psi_A = \frac{d\Psi}{dA}$, donc,

$$\vec{v} = \frac{\Psi_A}{4\pi h_0 \gamma n} \vec{B} + \frac{\varpi \Omega}{h_0} \vec{e}_\varphi. \quad (2.68)$$

Cette loi est appelée habituellement loi d'isorotation. En effet, dans le référentiel en rotation avec une vitesse angulaire Ω , le champ électrique s'annule. Les lignes d'écoulements y deviennent parallèles aux lignes magnétiques. Ainsi, le plasma coule le long des lignes magnétiques. Cependant, dans ce référentiel le moment cinétique du fluide n'est pas obligatoirement nul. La vitesse angulaire, Ω , coïncide avec la vitesse de rotation du fluide autour de l'axe de rotation seulement lorsque il est découplé du champ magnétique. Proche de la couronne ou du disque central, la densité est très élevée, alors, $\Psi_A/4\pi h_0 \gamma n \ll 1$ et nous avons donc $v_\varphi \sim \frac{\varpi \Omega}{h_0}$. Ω représente approximativement la vitesse angulaire dans le jet à la base de la couronne. Le fait que, dans les modèles du chapitre 4 et 5, Ω soit une fonction du flux magnétique A induit que la rotation du jet est une rotation différentielle (Fig. 2.2).

Le champ électrique dans l'écoulement est :

$$\vec{E} = \frac{\Omega}{c} \vec{\nabla} A. \quad (2.69)$$

2.7.2.4 Moment cinétique

Une autre intégrale libre des écoulements axisymétriques stationnaires, est le moment cinétique généralisé L . Il représente le moment cinétique total advecté dans l'écoulement, une partie par le fluide et l'autre par la tension magnétique (Paatz & Camenzind 1996). Cette intégrale est obtenue à partir de l'équation dans le cas stationnaire de la projection de l'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie sur l'axe de la coordonnée ignorable φ , Eq. (2.45) :

$$L = \gamma \frac{w}{c^2} \varpi v_\varphi - h_0 \frac{B_\varphi}{\Psi_A} \varpi. \quad (2.70)$$

Le premier terme représente le moment cinétique ordinaire et le deuxième le couple magnétique.

2.7.2.5 Intégrale de Bernoulli généralisée

L'intégrale de Bernoulli généralisée peut être obtenue en projetant l'équation du mouvement (Eq. 2.54) le long des lignes d'écoulement (Vlahakis & Königl 2003). Elle peut être aussi déduite de l'équation de conservation de l'énergie (Eq. 2.44) dans le cas stationnaire et axisymétrique (Breitmoser & Camenzind 2000). En utilisant la relation d'isrotation (Eq. 2.68) et du champ magnétique gelé (2.51), nous obtenons alors :

$$\vec{\nabla} \cdot \left(h_0 \gamma n \vec{v}_p \left(h_0 \gamma w + \frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi \right) \right) = 0, \quad (2.71)$$

A l'aide de l'équation de conservation du nombre de particules (Eq. 2.60) nous obtenons :

$$E = h_0 \gamma w - h_0 \frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi. \quad (2.72)$$

E est l'énergie de Bernoulli généralisée. Elle inclut l'énergie de masse, $m c^2$, dans l'enthalpie w . La première partie, $h_0 \gamma w$, est l'énergie hydrodynamique, la seconde, $\frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi$, est le flux de Poynting. E est équivalent, dans le modèle classique de vent magnétisé (Sauty & Tsinganos 1994) à l'intégrale de Bernoulli généralisée $F(A)$. En effet, dans w de l'Eq. (2.72), le chauffage Q (Eq. 2.29) est déjà soustrait (2.27). w est l'enthalpie du système total (voir paragraphe 2.4.2). Elle représente la somme de l'enthalpie du fluide W_{fluide} et celle du milieu extérieur $-Q$. Elle donne donc l'enthalpie du système total isolé. Dans la limite newtonienne $h_0 \simeq 1 + \Phi_G/c^2$, $\gamma \simeq 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$, avec $w = m c^2 + \int dP/n$, l'équation (2.72) s'écrit :

$$(E - m c^2) = \frac{1}{2} m v^2 + \int \frac{dP}{n} + m \Phi_G - \frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi, \quad (2.73)$$

ce qui revient à l'équation de conservation d'énergie standard du régime classique (Sauty & Tsinganos 1994). L'équation de Bernoulli (2.72) peut être écrite sous d'autres formes pour faire apparaître la somme des différents termes énergétiques, comme dans le cas classique (Eq. 2.73). Cela permet d'analyser plus simplement la contribution des énergies thermiques et magnétiques dans l'écoulement. Nous pourrions, alors, distinguer entre les jets accélérés thermiquement et les jets accélérés magnétiquement. La séparation des termes énergétiques peut se faire dans le repère propre FIDO de l'écoulement. Dans ce repère, l'énergie cinétique est $E_c = m c^2 h_0 (\gamma - 1)$, le potentiel gravitationnel est $\Phi_G = m c^2 (h_0 - 1)$ et l'énergie thermique est $\gamma h_0 (w - m c^2)$. $w - m c^2$ est l'enthalpie spécifique du fluide sans l'énergie de masse. Le flux de Poynting reste le même, $E_{\text{poy}} = -\frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi$. D'où :

$$E = m c^2 + m c^2 h_0 (\gamma - 1) + m c^2 (h_0 - 1) + h_0 \gamma (w - m c^2) - \frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi. \quad (2.74)$$

2.7.3 L'équation de la Transfield

L'équation de Bernoulli permet d'étudier l'écoulement dans la direction parallèle aux lignes magnétiques. Cependant, la structure des lignes magnétiques résulte de l'équilibre des forces perpendiculaires aux lignes magnétiques poloïdales. Cette équation est appelée

équation Transfield. Dans le cas classique, on peut la trouver dans Sakurai (1985), Tsinganos (1982), Heyvaerts & Norman (1989) par exemple, dans le cas de la relativité restreinte dans Camenzind (1987) et dans le cas de la métrique de Schwarzschild dans Mobarry & Lovelace (1986) :

$$\begin{aligned}
 & \frac{h_0}{4 \pi \varpi r^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{h_0}{\sin \theta} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{h_0 r^2 \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) \right\} \\
 & - \frac{\gamma w \Psi_A}{4 \pi r^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Psi_A}{\gamma n \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial r} + \right. \\
 & \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\Psi_A}{h_0^2 \gamma n r^2 \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \theta} \right\} + \frac{n}{h_0 \gamma} \frac{dE}{dA} + \\
 & \left\{ \frac{1}{4 \pi} \frac{B_\varphi}{\varpi} \frac{\partial \varpi B_\varphi}{\partial A} - \frac{1}{2} \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{1}{\varpi^3} \frac{\partial \varpi v_\varphi}{\partial A} \right. \\
 & + \frac{B^2}{4 \pi} \frac{\partial \ln h_0}{\partial A} + \gamma^2 n \frac{w}{c^2} v^2 \frac{\partial \ln h_0}{\partial A} \\
 & \left. + \frac{n}{h_0 \gamma} \frac{\partial}{\partial A} \left[\frac{h_0 \varpi \Omega B_\varphi}{4 \pi \Psi_A} \right] \right\} = 0. \tag{2.75}
 \end{aligned}$$

2.7.4 Les composantes toroïdales des champs de vitesse et magnétique

Maintenant que nous avons établi l'existence des 5 constantes du mouvement admises par un fluide parfait axisymétrique stationnaire (Heyvaerts & Norman 2003c) A , Ψ_A , Ω , L , E , nous pouvons écrire sous forme algébrique le facteur de Lorentz, la vitesse et le champ magnétique toroïdaux. Avant, il est plus astucieux d'introduire le nombre alfvénique poloïdal M . M est défini comme le rapport entre la vitesse poloïdale, v_p , et la vitesse des ondes d'Alfvén du fluide magnétisé multipliée par le facteur de courbure h_0 (Camenzind 1986b). Le facteur de courbure h_0 est utilisé pour corriger, dans le nombre d'Alfvén, le comportement singulier de la vitesse poloïdale à la surface de Schwarzschild (Breitmoser & Camenzind 2000).

$$M^2 = h_0^2 \frac{v_p^2}{v_B^2} = \frac{4\pi h_0^2 n \gamma^2 \frac{w}{c^2} v_p^2}{B_p^2} = \frac{w/c^2 \Psi_A^2}{4\pi n}, \tag{2.76}$$

où v_B^2 est la vitesse d'Alfvén dans le fluide. Elle est définie comme la vitesse à laquelle se propage les ondes incompressibles dans le fluide magnétisé perpendiculairement aux lignes magnétiques poloïdales. Elle est égale, dans le cas relativiste, à :

$$v_B^2 = \frac{B_\varphi^2}{4 \pi \gamma^2 n w / c^2}. \tag{2.77}$$

Les composantes toroïdales sont donc :

$$v_\varphi = h_0 \frac{c^2}{\Omega \varpi} \left(\frac{M^2 x_A^2 - \left(\frac{\varpi \Omega}{c} \right)^2 (1 - x_A^2)}{M^2 - h_0^2 (1 - x_A^2)} \right), \tag{2.78}$$

$$B_\varphi = \frac{\Psi_A}{h_0 \Omega \varpi} E \left(\frac{h_0^2 x_A^2 - \left(\frac{\varpi \Omega}{c} \right)^2}{M^2 - h_0^2 + \left(\frac{\varpi \Omega}{c} \right)^2} \right), \tag{2.79}$$

$$\tag{2.80}$$

et le facteur de Lorentz :

$$h_0 \gamma = \frac{E}{w} \left(\frac{M^2 - h_0^2 (1 - x_A^2)}{M^2 - h_0^2 + \left(\frac{\varpi \Omega}{c}\right)^2} \right), \quad (2.81)$$

où :

$$x_A = \frac{\Omega L}{E}. \quad (2.82)$$

x_A est le taux d'énergie emporté par le rotateur magnétique dans l'écoulement par rapport à l'énergie totale éjectée à la base du jet (Breitmoser & Camenzind 2000). Il mesure donc la quantité d'énergie transportée par l'énergie magnétique dans l'écoulement. x_A permet de donner l'efficacité du rotateur magnétique à accélérer le fluide. Il atteint sa valeur maximale, $x_A = 1$, dans les écoulements froids où l'enthalpie à la base du jet est très faible par rapport à l'énergie électromagnétique comme dans les vents de pulsars (Michel 1969). Nous pouvons aussi avoir $x_A = 1$, dans les écoulements qui se forment loin de l'axe de rotation, où l'énergie emportée par le rotateur magnétique devient dominante. x_A est fonction seulement de la ligne d'écoulement A , puisque x_A est fonction que de constante de mouvement (2.82).

2.7.5 Surface d'Alfvén

Dans ce qui va suivre nous allons utiliser l'indice (\star) pour noter les quantités à la surface d'Alfvén

Les expressions algébriques du facteur de Lorentz (2.81) et des composantes toroïdales de la vitesse (2.78) et du champ magnétique (2.79) possèdent une singularité. En effet, leurs dénominateurs et leurs numérateurs s'annulent à la surface d'Alfvén critique, $M = M_\star$. Cette surface critique est décalée par rapport à la surface d'Alfvén classique, où la vitesse du fluide devient égale à la vitesse alfvénique v_\star . Ce décalage est créé par la courbure de l'espace h_0 et par l'influence du cylindre de lumière, $r_L = \frac{\varpi \Omega}{c}$. En effet, à la surface d'Alfvén critique :

$$M^2 = M_\star^2 = h_{0\star} (1 - x_A^2), \quad (2.83)$$

Au point d'Alfvén le long de l'axe de rotation, la relation entre la vitesse et le champ magnétique est :

$$v_\star^2 = \frac{B_\star^2}{4\pi \gamma_\star^2 n_\star w_\star / c^2}, \quad (2.84)$$

La traversée de la surface d'Alfvén impose que le numérateur du champ magnétique toroïdal s'annule :

$$x_A^2 = \left(\frac{\varpi_\star \Omega}{h_{0\star} c} \right)^2, \quad (2.85)$$

Cette équation donne une nouvelle signification à la fonction x_A^2 qui est l'influence du cylindre de lumière sur la rotation et la structure de l'écoulement. Des Eqs. (2.82) et (2.85), on déduit que le moment cinétique transporté le long d'une ligne magnétique A est :

$$L = \frac{E}{c^2 h_{0\star}^2} \varpi_\star^2 \Omega. \quad (2.86)$$

Contrairement aux écoulements de vents magnétisés classiques, dans les vents magnétisés relativistes, la position de la surface alfvénique critique le long de chaque ligne d'écoulement A est déterminée par trois constantes de mouvement. Ces constantes sont la distribution initiale du moment cinétique, de la rotation et de l'énergie de Bernoulli. Cette dernière, remplace l'énergie de masse dans les modèles de vent classique ($L = m \varpi_*^2 \Omega$). Lorsque l'énergie du fluide augmente à la base de l'écoulement, elle rapproche la surface d'Alfvén critique de l'objet central.

Camenzind (1986b) a montré que le cylindre de lumière ne constitue pas une surface critique. En effet, comme nous l'avons vu, la seule singularité dans les équations (2.78) à (2.81) est la surface d'Alfvén critique (voir aussi Vlahakis & Königl, 2003). D'autre part, la surface alfvénique se trouve toujours à l'intérieur du cylindre de lumière puisque $\Omega L \leq E \Rightarrow x_A < 1$. De ce fait, les effets du cylindre de lumière sur la dynamique sont faibles. En effet, après la surface d'Alfvén, la dynamique dans le fluide est dominée par l'inertie du fluide plus que par le champ magnétique.

Dans l'annexe A, nous allons traiter le cas plus général d'un écoulement de fluide non parfait, avec chauffage par conduction. Dans le cas où la composante poloïdale de ce chauffage est parallèle aux lignes d'écoulements, nous avons pu déduire l'expression de l'énergie de Bernoulli et du moment cinétique. Le facteur de Lorentz et les composantes toroïdale du champ magnétique et de vitesse s'expriment alors sous forme algébrique. Nous avons trouvé que ce type de chauffage contribue à augmenter l'inertie de la matière. D'autre part, la conduction thermique dans la direction toroïdale influence les composantes toroïdales du champ magnétique et de vitesse.

Chapitre 3

Vents de Parker relativistes

3.1 Introduction

Les vitesses asymptotiques observées dans les jets relativistes de noyaux actifs et de micro quasars sont de l'ordre des vitesses d'échappement près des objets centraux (Mirabel, 1999 ; Livio, 1999). Cette similitude entre les vitesses dans le jet et les vitesses d'échappement révèle que la région de formation des écoulements relativistes est la région centrale. Les observations de M87 renforcent cette idée sur la formation des jets près de la dernière orbite stable (Biretta et al., 2002).

Différents scénarios ont été proposés pour expliquer la production de ces écoulements relativistes. Ils se basent principalement sur des mécanismes magnétohydrodynamiques et hydrodynamiques (Königl & Pudritz, 2000 ; Livio, 2002 ; Das, 1999 ; voir section 1.2).

Dans ce chapitre, nous allons nous concentrer exclusivement sur les mécanismes d'accélération des vents relativistes sphériques purement hydrodynamiques. Nous négligerons les processus de collimation. L'état du plasma qui constitue le fluide dans l'écoulement sera traité par une équation d'état polytropique généralisée. L'écoulement est supposé se former dans une couronne sphérique qui entoure le trou noir central. Cette couronne peut être formée soit par le mécanisme CENBOL soit par des instabilités non-linéaires apparaissant dans le plasma accrété sphériquement (Das 1999 ; voir paragraphe 1.2.3). Les effets relativistes sur la température du fluide dans le vent seront traités dans une métrique de Schwarzschild avec une équation d'état polytropique dont l'indice polytropique effectif varie avec la température du fluide dans l'écoulement. Il permet de suivre l'évolution du fluide dans l'écoulement de façon plus naturel, lorsque sa température change de ultrarelativiste à classique. Nous entreprendrons dans ce chapitre une étude paramétrique pour analyser les effets relativistes de la gravité et les effets du chauffage sur l'efficacité d'accélération du vent thermique. Nous allons aussi comparer les résultats de notre modèle avec ceux de modèles de vents classiques et de vents relativistes traités avec une équation d'état polytropique à indice polytropique effectif constant.

3.2 Du vent solaire aux vents d'objets compacts

3.2.1 Vent classique (Solaire)

Le premier modèle pour expliquer la perte de masse du soleil, fut élaborer par Chapman en 1957. Il a considéré une atmosphère solaire étendue en équilibre hydrostatique avec un chauffage de l'atmosphère par conduction. Cependant, ce modèle donne une densité asymptotique trop grande et une pression à l'infini 105 fois plus forte que la pression du milieu

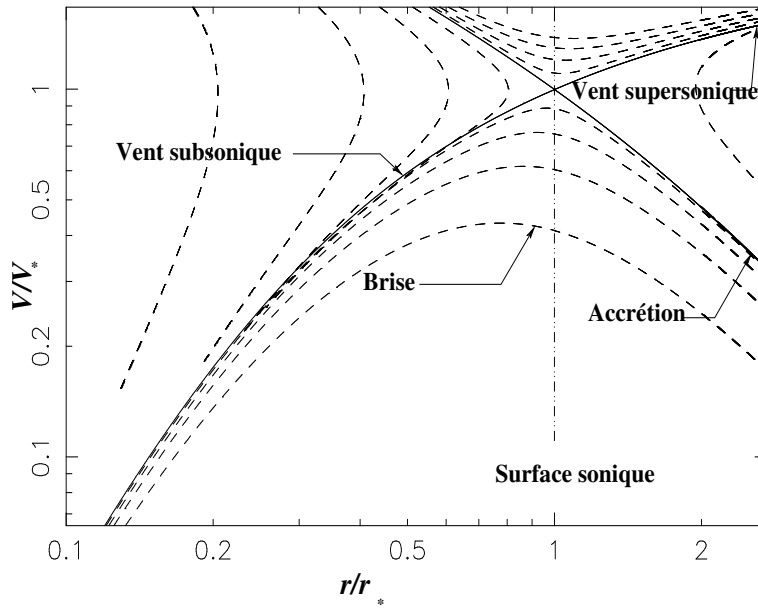


Fig. 3.1: Topologie du point sonique et tracé de la vitesse, normalisé à la vitesse du son, en fonction du rayon, normalisé au rayon sonique.

interstellaire. La solution à ce problème est venue de E. Parker en 1958. Il montra que la couronne ne pouvait être en équilibre statique et qu'elle devait être en expansion continue dans un vent supersonique (Fig. 3.1), le “vent solaire”, et expliqua ainsi la faible pression à l’infini. Cette théorie de vent solaire fut consolidée dès 1959 par les observations spatiales réalisées par les satellites Lunik III et Venus I.

La théorie du vent solaire a connu dans les décennies suivantes un développement rapide. Parker (Parker 1960a; Parker 1960b; Parker 1961) a clarifié les différentes subtilités de la théorie sur la transition entre le régime subsonique et supersonique (Fig. 3.1) et sur l’importance du chauffage dans les vents polytropiques. Puis, des études plus précises ont été entreprises pour comprendre certaines propriétés du vent solaire à 1 UA en particulier la vitesse. Les modèles d’écoulements polytropiques (équation d’état polytropique $P \sim n^\Gamma$, Eq. 2.52) ont montré la nécessité d’un chauffage ($\Gamma \sim 1$, quasi-isotherme) au moins jusqu’à la surface sonique dans l’écoulement pour la formation du vent supersonique avec des vitesses à 1 UA d’au moins 300km/s (Gringauz et al. 1960). La conduction thermique et la dissipation de l’énergie transportée dans les ondes hydrodynamiques ont été proposées pour chauffer le vent et ce particulièrement dans sa partie sub-sonique (Parker 1964a; Hartle & Sturrock 1968). Grâce à ces études, E.N. Parker établit un résultat fondamental sur le chauffage minimal (Parker 1960a) : pour qu’un vent puisse se former, il est nécessaire d’avoir l’indice polytropique inférieur à $\Gamma < 3/2$. Pour un chauffage plus faible, avec $\Gamma \geq 3/2$, les seules solutions d’écoulement sont des brises subsoniques. D’autre part, Leer & Holzer (1980) ont analysé de façon plus précise les effets du chauffage sur le vent. Ils ont établi que la perte de masse et la vitesse finale dépendent fortement de la région de l’écoulement (sub-sonique ou super-sonique) dans laquelle l’énergie (chauffage et moment) est déposé. La perte de masse est amplifiée par un chauffage dans la région sub-sonique, alors que la vitesse est amplifiée par un chauffage dans la région super-sonique.

Dans le cas des vents coronaux avec des géométries d'écoulements à fort évasement, c'est-à-dire plus rapide que les écoulements sphérique, Kopp & Holzer (1976) ont montré l'existence de nouveaux points critiques et une amélioration de l'efficacité dans l'accélération thermique du vent.

3.2.2 Vent relativiste

Michel (1972) fut le premier à aborder le problème de l'accrétion et du vent hydrodynamique dans le cadre de la relativité générale. Michel s'est principalement intéressé à l'accrétion et aux propriétés du point sonique, afin de généraliser le modèle de Bondi (1952). Le modèle a le mérite d'être pionnier dans l'étude des écoulements relativistes. Michel a étudié les écoulements adiabatiques polytropiques avec un indice polytropique constant ($\Gamma = 4/3$ en ultrarelativiste et $\Gamma = 5/3$ en classique) dans l'approximation du fluide parfait et dans une métrique de Schwarzschild. Les propriétés du point sonique, et son unicité, ont été traités avec plus de détails dans les travaux de Begelman (1978) et de Ray (1980). Ils ont montré l'existence d'un refroidissement maximal, $\Gamma = 3$, représentant la perte d'énergie maximale dans la région subsonique du vent (Eq. 2.53), au delà duquel le point sonique disparaît.

L'équation d'état polytropique utilisée dans ces différents travaux ne permet pas de modéliser les grandes variations de température du fluide. En effet, elle ne permet pas de traiter les écoulements caractérisés par un régime ultrarelativiste ($T \gg mc^2/k_B$) à la base, près du trou noir, et un état classique ($T \ll mc^2/k_B$) quand le gaz devient dilué loin du trou noir. Ce type d'équation impose un comportement partout classique ou partout relativiste. C'est pourquoi, pour étudier d'une manière plus appropriée la thermodynamique du fluide dans une accrétion adiabatique sphérique autour de trou noir de Schwarzschild, Blumenthal & Mathews (1976) ont utilisé l'équation de Synge (1959). L'équation d'état de Synge exprime la pression spécifique en fonction du rapport entre l'énergie interne et l'énergie de masse du fluide dans le cas adiabatique. Elle a le mérite, dans les écoulements adiabatiques, d'avoir une variation avec la température de la relation entre la pression spécifique et le rapport de l'énergie interne sur l'énergie de masse.

3.3 Modèle

Dans la suite, nous allons nous consacrer à l'étude d'un modèle à symétrie sphérique de vent couronaux (Fig. 3.2), dans le but de préparer le terrain aux modèles 2.5D magnétohydrodynamiques des chapitre suivants. Nous avons introduit une nouvelle équation d'état polytropique, qui permet une description plus cohérente du comportement thermique du fluide subissant de grandes variations de la température. Dans les vents d'objets compacts, la température évolue entre un régime ultrarelativiste, où elle est au moins de l'ordre de grandeur de l'énergie de masse, à un régime classique, où elle devient négligeable devant l'énergie de masse. Près de l'objet compact la température est assez élevée pour permettre au gaz de supporter la gravité et en même temps de former un vent thermique. Loin de l'objet central le gaz dans le vent se dilue et sa température chute. Ce changement est dû

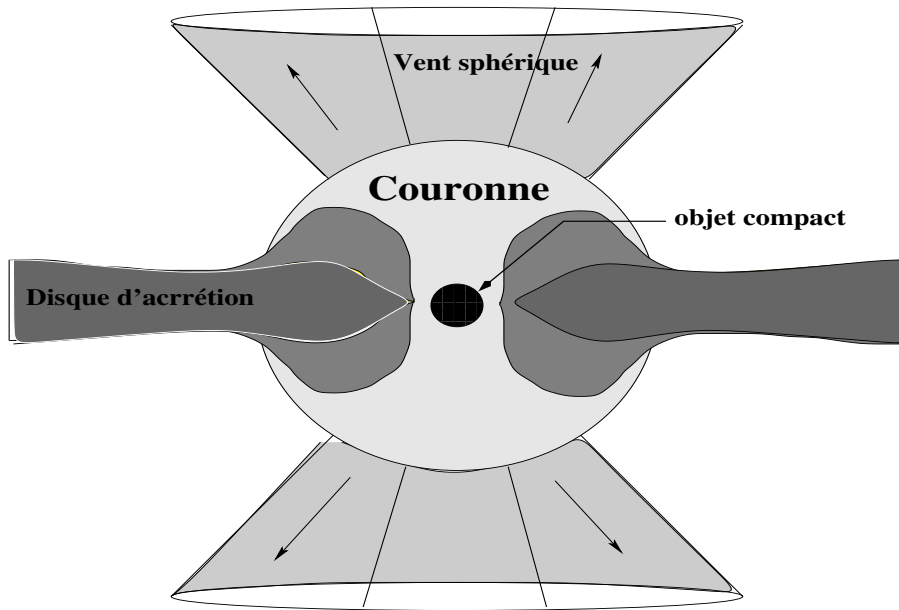


Fig. 3.2: Modèle de vent coronal. Une couronne sphérique entoure le trou noir et la région centrale du disque d'accrétion. Ce dernier alimente la couronne en matière et en énergie. Le vent thermique se forme à la surface de cette couronne chaude.

à la conversion de son énergie thermique complètement ou partiellement en énergie cinétique.

3.4 Les équations hydrodynamiques

Nous adopterons les équations hydrodynamiques stationnaires dans une métrique de Schwarzschild. Nous allons rappeler ici les équations qui décrivent le vent stationnaire et à la fin nous introduirons la nouvelle équation d'état qui ferme le système.

Equation de conservation du nombre de particules

Cette équation donne la conservation du flux de particule dans un écoulement sphérique stationnaire (Eq. 2.60) :

$$\frac{d}{dr} (h_0 \gamma n v r^2) = 0, \quad (3.1)$$

Equation d'Euler

Dans le cas d'un écoulement sphérique stationnaire, l'équation d'Euler se simplifie et s'écrit comme suit (Eq. 2.54) :

$$\frac{1}{2} \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{dv^2}{dr} = -n w \frac{dh_0}{dr} - \frac{dP}{dr}, \quad (3.2)$$

où w est l'enthalpie spécifique, n la densité propre, \vec{v} la vitesse et P la pression propre. Dans cette équation les termes magnétiques et de rotation sont négligés.

3.4.1 Equation de fermeture

Pour clore le système d'équations, il faut introduire une équation d'état. Cette équation doit lier la pression à la densité et à l'énergie interne. Elle permet, avec le premier principe de la thermodynamique, de fermer le système. L'équation de fermeture utilisée doit donner une description moyenne des différents échanges d'énergies entre le fluide et le milieu extérieur. Il faut aussi qu'elle donne une description moyenne des différents processus microscopiques dans le fluide. La difficulté pour obtenir une telle équation et de modéliser ces différents processus simultanément, oblige généralement à utiliser des hypothèses approximatives. Ces hypothèses dans la plupart des applications astrophysiques sont de type polytropiques, on suppose que $P \propto n^\Gamma$, où Γ est une constante appelée indice polytropique.

Les équations polytropiques sont très maniables. Elles permettent la résolution analytique des équations magnétohydrodynamiques (Michel 1972). Elles fournissent aussi la possibilité d'inclure du chauffage de manière implicite. En effet, en faisant varier l'indice polytropique Γ entre la valeur adiabatique $5/3$ (dans le cas monoatomique) et isotherme 1 , ont fait augmenter le chauffage dans le fluide. La valeur de l'indice polytropique dépend aussi de la température du milieu qui peut être classique (température de l'ordre de 10^3 K) ou ultrarelativiste (température de l'ordre de 10^{12} K pour les proton). En effet, la valeur de l'indice polytropique dépend du nombre de degré de liberté des particules qui constituent le fluide, et le chauffage qui opère dans le fluide. Par exemple, dans le cas adiabatique classique, on a $\Gamma = 5/3$ et, dans le cas adiabatique ultrarelativiste, $\Gamma = 4/3$. Cette différence entre les valeurs de l'indice polytropique dans les deux domaines réduit le champ d'application des équations polytropiques avec indice constant. Elles ne peuvent s'appliquer qu'aux écoulements entièrement ultrarelativistes ou aux écoulements entièrement classiques. Donc, l'application de l'équation polytropique avec indice constant se limite aux vents d'étoiles de faible masse comme le soleil. Dans le cas des vents autour des objets compacts, la grande variation de température dans ces vents rend l'utilisation de cette équation polytropique un peu plus délicate. Dans ces vents, il faut modéliser d'une manière distincte les deux régions, la région proche et la région lointaine de l'objet central.

Une étude précise des vents relativistes ne peut donc se faire sans une équation d'état polytropique dont l'indice polytropique effectif varie continûment avec la température. L'indice polytropique effectif (Weber 1970), est défini comme la variation relative du logarithme de pression par rapport à celui de densité, le long d'une ligne d'écoulement :

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{d \ln P}{d \ln n}. \quad (3.3)$$

Pour construire l'équation de fermeture, nous avons généralisé l'équation de Synge (Mathews 1971 ; Synge 1957). L'équation d'origine donne la relation entre la pression spécifique et le rapport entre l'énergie interne et l'énergie de masse, dans le cas adiabatique, pour un fluide caractérisé par une distribution Maxwellienne. Cette équation d'énergie s'applique aussi bien dans le cas de température classique que relativiste.

$$P = \frac{1}{3} n \epsilon_0 \left(\frac{e}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_0}{e} \right). \quad (3.4)$$

où e est l'énergie interne et $\epsilon_0 = m c^2$ l'énergie de masse.

En utilisant le premier principe de la thermodynamique (Eq. 2.42), nous pouvons déduire de l'Eq. (3.4), l'équation d'état dans le cas adiabatique

$$e^2 - \epsilon_0^2 = \kappa n^{\frac{2}{3}} = \kappa n^{\Gamma_{\text{ad}}-1}, \quad (3.5)$$

C'est l'équation d'état d'un fluide adiabatique monoatomique ($\Gamma_{\text{ad}} = \frac{5}{3}$).

La signification physique de l'indice polytropique Γ change selon les applications astrophysiques. Dans l'étude des intérieurs stellaires il représente la dureté de l'équation d'état de la matière. Dans le cas des écoulements astrophysiques, il caractérise le chauffage dans le fluide. Introduite par Bondi en 1951, l'équation polytropique ordinaire a servi dans l'étude de l'accrétion puis, par Parker en 1960, pour le vent solaire avec des valeurs de Γ entre $\Gamma = \frac{5}{3}$, adiabatique, et 1, isotherme. La variation de Γ entre ces deux extrémités permet d'augmenter le chauffage dans le fluide.

Dans notre étude du vent relativiste nous avons pris l'Eq. (3.5) et fait varier Γ dans un intervalle de valeurs entre 3 et 1. Cela sera fait dans le but d'étudier aussi bien les solutions des écoulements qui subissent des pertes d'énergies $\Gamma > \frac{5}{3}$ que les écoulements soumis à un chauffage, $\Gamma < \frac{5}{3}$. En effet, changer la valeur de Γ de sa valeur adiabatique est équivalent à inclure du chauffage dans l'énergie interne e . Suivant l'approche initiale de Parker pour le vent solaire, nous supposons aussi que l'enthalpie du système global w (paragraphe 2.4.2) vérifie toujours le premier principe de la thermodynamique pour un système isolé (Eq. 2.26). Cependant, nous considérons que la relation entre l'énergie interne et la densité est sous la forme suivante :

$$e^2 - \epsilon_0^2 = \kappa n^{\Gamma-1}, \quad (3.6)$$

Γ peut prendre n'importe quelle valeur entre "1" (isotherme) et "3" (refroidissement maximal au delà de laquelle le vent ne peut pas se former (Fig. 3.4 ; Begelman, 1978)). La quantité de chauffage déposée le long d'une ligne l'écoulement est égale à l'intégrale du flux de chaleur le long de cette ligne, $Q = \int q ds$. Ce flux est défini comme la différence entre l'énergie interne du fluide supposée isolée (adiabatique) donnée par l'Eq. (3.5) et l'énergie interne réelle du fluide (Eq. 3.6) :

$$Q = \sqrt{\epsilon_0^2 + \kappa n^{\Gamma-1}} - \sqrt{\epsilon_0^2 + \kappa n^{5/3-1}}, \quad (3.7)$$

Nous pouvons maintenant déduire l'enthalpie spécifique du fluide isolé du milieu extérieur

$$W_{\text{fluide}} = w - Q. \quad (3.8)$$

Q représente aussi l'enthalpie spécifique échangée avec le milieu extérieur ζ (Eq. 2.27).

Nous pouvons déduire ainsi l'équation d'état sous la forme habituelle, c'est-à-dire sous la forme d'une relation explicite entre la pression et la densité. Elle est obtenue dans le cas non-isotherme ($\Gamma \neq 1$) à partir du premier principe de la thermodynamique du système total isolé (Eq. 2.42) et de l'équation d'énergie polytropique (Eq. 3.6) :

$$P = \frac{\Gamma - 1}{2} \frac{\kappa n^\Gamma}{\sqrt{\epsilon_0^2 + \kappa n^{\Gamma-1}}}, \quad (3.9)$$

Contrairement au polytrophe classique, l'énergie de masse ϵ_0 apparaît explicitement. L'équation d'état polytropique (Eq. 3.9) nous permet, donc d'inclure les effets thermiques aussi bien classiques que relativistes. En effet, la relation entre la pression et la densité varie selon le rapport entre l'énergie thermique et l'énergie de masse. Nous allons voir cette propriété de cette équation d'état dans la suite.

Par ailleurs l'indice polytropique effectif dans ce modèle est calculé à partir des équations (3.3) et (3.9), on a :

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma - \frac{\Gamma - 1}{2} \frac{\rho}{1 + \rho}, \quad (3.10)$$

Contrairement à Γ qui ne dépend que du chauffage dans l'écoulement, Γ_{eff} dépend aussi de l'état de la matière. Γ_{eff} est fonction de l'énergie interne du fluide et de l'énergie de masse. Nous avons introduit ici un nouveau terme sans dimension ρ :

$$\rho = \frac{e^2 - \epsilon_0^2}{\epsilon_0^2} = \frac{\kappa n^{\Gamma-1}}{\epsilon_0^2}. \quad (3.11)$$

Le terme ρ représente à une constante près le rapport entre l'énergie thermique et l'énergie de masse. Ainsi, dans le régime ultrarelativiste $\rho \gg 0$, car l'énergie thermique devient plus importante que l'énergie de masse ($e \gg \epsilon_0$). Au contraire, dans le régime classique $\rho \mapsto 0$, puisque l'énergie thermique devient plus faible que l'énergie de masse ($e \ll \epsilon_0$). Ainsi, l'indice polytropique effectif Γ_{eff} (Eq. 3.10) n'est plus une constante. Il varie avec la variation du rapport entre l'énergie thermique et l'énergie de masse. Ce terme ρ , permet d'analyser le passage entre les deux régimes classique et ultrarelativiste dans l'écoulement.

3.5 Limite classique et ultrarelativiste

3.5.1 Limite classique

La limite classique est adaptée à l'étude des vents des étoiles de faible et de moyenne masse et les vents des disques d'accrétion (pour $r > 100 = r_G$) autour des objets compacts. Il peut aussi être utilisé pour l'analyse des parties asymptotiques des vents relativistes. Dans ces cas, la température varie entre $T \sim 10^6$ K (à la source) et $T \sim 10^3$ K asymptotiquement. Dans cet intervalle l'énergie thermique du fluide reste très faible par rapport à l'énergie de masse (l'énergie de masse pour un proton correspond à une température de $T \sim 10^{12}$ K, dans

le cas d'un fluide de protons - électrons). Pour $e \ll \epsilon_0$, en remplaçant dans Eq. (3.11) nous obtenons,

$$\rho \simeq 2 \frac{\epsilon_{th}}{\epsilon_0} \mapsto 0, \quad (3.12)$$

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma, \quad (3.13)$$

et la pression

$$P = \left[\frac{(\Gamma - 1) \kappa}{2 \epsilon_0} \right] n^\Gamma. \quad (3.14)$$

Donc, dans le cas adiabatique $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{5}{3}$.

3.5.2 Limite ultrarelativiste

La limite ultrarelativiste est adaptée à l'étude des vents formés près des objets compacts dans la région centrale où la température est de l'ordre de $T \sim 10^{12} K$ (pour un fluide constitué de protons et d'électrons) ou de $T \sim 10^9 K$ (pour un fluide constitué de positons-électrons). Pour ces températures élevées, l'énergie interne devient de l'ordre de l'énergie de masse ($e \sim \epsilon_0$) ou supérieure.

$$\rho \simeq \frac{\epsilon_{th}}{\epsilon_0}, \quad (3.15)$$

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{\Gamma + 1}{2}, \quad (3.16)$$

et la pression

$$P = \left[\frac{(\Gamma - 1) \kappa^{\frac{1}{2}}}{2} \right] n^{\frac{\Gamma+1}{2}}. \quad (3.17)$$

Donc, dans le cas adiabatique $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{4}{3}$.

Les variations de l'indice polytropique effectif et de la température dans le cas d'un vent adiabatique utilisant notre équation d'état généralisée sont tracées (Fig. 3.3). Deux régimes sont représentés, ultrarelativiste à la base près de l'objet compact et classique dans la région asymptotique.

3.6 Equations de conditions de passages

3.6.1 Vitesse du son

Par définition, la vitesse du son représente la vitesse avec laquelle se propage l'information dans le fluide. Dans le cas d'un fluide relativiste, la vitesse de son normalisée à la vitesse de la lumière, $\beta_s = \frac{v_s}{c}$, est définie comme suit :

$$\begin{aligned} \beta_s^2 &= \frac{v_s^2}{c^2} = \frac{1}{w} \frac{dP}{dn} \\ &= \frac{\Gamma - 1}{2} \left\{ 1 - \frac{2 + (3 - \Gamma)\rho}{(1 + \rho)[2 + (\Gamma + 1)\rho]} \right\}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

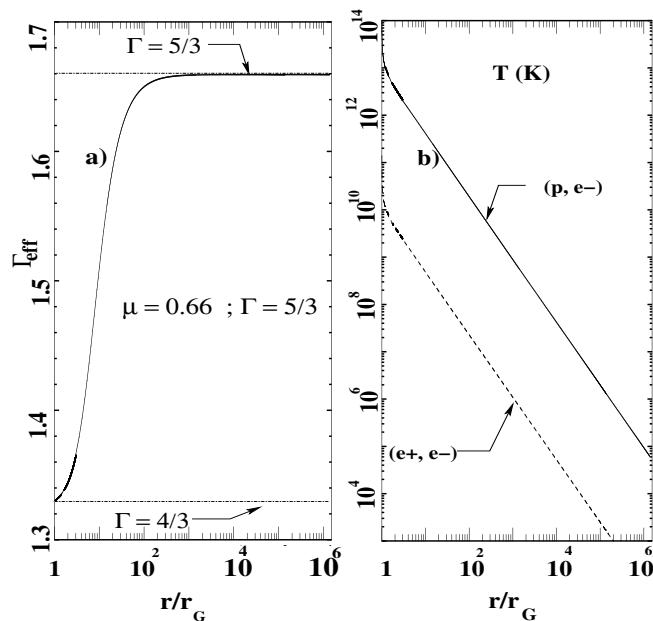


Fig. 3.3: (a) Variation de l'indice polytropique effectif dans un vent adiabatique. (b) Variations correspondantes de la température d'un fluide électron-positron, en pointillé, et de la température d'un fluide électron-proton dans le vent, trait plein.

La dérivées logarithmique de la vitesse du son par rapport à la densité généralisée ρ est :

$$\frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} = \frac{(\Gamma + 1)(3 - \Gamma)\rho^2 + 4(\Gamma + 1)\rho + 4\Gamma}{(\rho + 1)[2\Gamma + (\Gamma + 1)\rho][2 + (\Gamma + 1)\rho]}. \quad (3.19)$$

De l'équation (3.18) nous pouvons déduire facilement la limite maximale de la vitesse du son du fluide dont l'indice polytropique est Γ . En effet, la vitesse du son est une fonction croissante de l'énergie thermique dans le fluide. Elle atteint son maximum lorsque l'énergie thermique du fluide diverge $e_{\text{th}} \rightarrow \infty$. La valeur maximale de la vitesse du son dans le modèle correspond donc à $\rho \rightarrow \infty$ dans l'équation (3.18). D'où l'inégalité suivante :

$$\beta_s^2 < \frac{\Gamma - 1}{2}. \quad (3.20)$$

Pour retrouver cette condition nous avons supposé que $\Gamma < 3$. En effet, $\Gamma = 3$ représente le refroidissement maximal du fluide dans le modèle au delà duquel il n'y aucune solution possible de vent (Begelman 1978).

La condition (Eq. 3.20) représente une limite maximale pour la vitesse du son dans le fluide. Elle est imposée par l'équation d'état qui décrit le fluide. Par exemple, dans le cas adiabatique la valeur maximale pour la vitesse du son est $\beta_s^2 < \frac{1}{3}$. Cela correspond bien à la vitesse maximale du fluide dans le cas adiabatique ultrarelativiste, $e_{\text{th}} \gg \epsilon_0$ (Hoffmann & Teller, 1950 ; voir aussi chapitre XV de Landau & Lifshitz, 1959) .

3.6.2 Normalisation des grandeurs du modèle

Avant de résoudre les équations hydrodynamiques du vent relativiste, il est utile de normaliser les différentes grandeurs du modèle. Les vitesses sont normalisées par rapport à la

vitesse de la lumière en introduisant $\beta = \frac{v}{c}$. Les distances sont normalisées par rapport au rayon de la surface sonique r_* . Ce choix de normalisation des distances nous permettra de déduire plus facilement les conditions imposées sur la dynamique du vent par la traversée de la surface sonique.

Le rayon sans dimension est donc :

$$R = \frac{r}{r_*}, \quad (3.21)$$

Un nouveau paramètre du modèle apparaît dans cette normalisation :

$$\mu = \frac{r_G}{r_*} = \frac{v_{\text{esc}}^2}{c^2}. \quad (3.22)$$

C'est le carré de la vitesse d'échappement à la surface sonique normalisée par le carré de la vitesse de la lumière. C'est aussi le rapport entre le rayon gravitationnel et le rayon sonique. μ mesure l'intensité du champ gravitationnel dans l'écoulement sub-sonique. μ représente aussi une longueur caractéristique de la courbure de l'espace (rayon de Schwarzschild). D'un autre côté la valeur de μ définit une limite physique de la région de formation du vent. En effet, la formation du vent doit se produire à une distance r_0 plus grande que le rayon de Schwarzschild r_G . Donc, le vent doit se former à une distance $R_0 > \mu$.

3.6.3 Equations de continuité et du mouvement normalisées

A partir de l'équation d'Euler (Eq. 3.2) et de continuité (Eq. 3.1), nous pouvons déduire les équations différentielles de la vitesse normalisée β et de la densité généralisée ρ dans le modèle :

$$\frac{\beta^2 - \beta_s^2}{1 - \beta^2} \frac{d \ln \beta^2}{dR} = \frac{4\beta_s^2}{R} - \frac{1 - \beta_s^2}{R} \frac{\mu}{R - \mu}. \quad (3.23)$$

$$\frac{\beta^2 - \beta_s^2}{\beta^2} \frac{d \ln \rho}{dR} = (\Gamma - 1) \left[-\frac{2}{R} + \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \frac{1}{2R} \frac{\mu}{R - \mu} \right]. \quad (3.24)$$

3.6.4 Condition sur la surface sonique

Les deux équations (3.23) et (3.24) présentent une singularité à la surface sonique, $M^2 = \frac{\beta^2}{\beta_s^2} = 1$. Cette surface peut être appelée horizon hydrodynamique par analogie avec l'horizon du trou noir (Sauty et al. 2001). En effet, lorsque le fluide est dans la région sub-sonique, $\beta < \beta_s$, l'information dans le fluide se propage dans toutes les directions. Ainsi, si une perturbation est induite dans cette région, elle peut se propager vers la base du vent. Au contraire, dans la région supersonique, $\beta > \beta_s$, le fluide se propage plus rapidement que l'information. Dans ce cas une perturbation (choc) dans le vent est seulement advectée avec le fluide. L'information ne peut pas se propager dans le sens inverse.

A la transition de la surface sonique la condition de régularité impose que les termes de droite des équations (3.23) et (3.24) soient nuls. Cette condition oblige la vitesse de son à la

surface sonique à prendre la valeur suivante :

$$\beta_{s^*}^2 = \frac{\mu}{4 - 3\mu}. \quad (3.25)$$

On en déduit la valeur de ρ_* à partir de l'équation (3.18) à la surface sonique :

$$(\Gamma + 1)(2\beta_{s^*}^2 - (\Gamma - 1))\rho_*^2 + 2(\beta_{s^*}^2(\Gamma + 3) - \Gamma(\Gamma - 1))\rho_* + 4\beta_{s^*}^2 = 0. \quad (3.26)$$

ρ_* a une valeur positive si et seulement si $\Gamma < 3$. Cette condition impose la valeur maximale pour le refroidissement dans le vent que nous avons déjà mentionnée.

Une autre condition peut être déduite des équations (3.25) et (3.20) sur la distance minimale entre la surface sonique et la surface du trou noir. Cette distance minimale correspond à l'énergie thermique maximale du fluide qui est permise par l'équation d'état (3.9) et qui permet d'équilibrer la gravité dans l'écoulement :

$$\mu < \mu_{\max} = \frac{4(\Gamma - 1)}{3\Gamma - 1}. \quad (3.27)$$

Ensuite, nous en déduisons la dérivée de la vitesse et de la densité à la surface de sonique par la loi de l'Hôpital pour les Eqs. (3.23) et (3.24). Après quelques calculs nous obtenons pour la dérivée de l'accélération :

$$A \left[\frac{d\beta^2}{dR} \right]_{\star}^2 + B \frac{d\beta^2}{dR} \Big|_{\star} + C = 0, \quad (3.28)$$

$$A = 1 + (\Gamma - 1) \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \Big|_{\star} \frac{(4 - 3\mu)}{8(1 - \mu)}, \quad (3.29)$$

$$B = \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \Big|_{\star} (\Gamma - 1) \frac{\mu}{1 - \mu}, \quad (3.30)$$

$$C = \frac{-16\mu^2}{(4 - 3\mu)^3} \left(1 - \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \Big|_{\star} (\Gamma - 1) \frac{(4 - 3\mu)^2}{8(1 - \mu)} \right). \quad (3.31)$$

Nous nous sommes intéressés seulement aux solutions de type vent, c'est-à-dire aux écoulements qui deviennent supersoniques à la transition de la surface critique :

$$\frac{d\beta^2}{dR} \Big|_{\star} > 0. \quad (3.32)$$

Cette transition n'est possible pour un écoulement hydrodynamique soumis à un chauffage que lorsqu'il possède une énergie thermique suffisante pour compenser la gravité. Pour que cette condition soit réalisée, il faut que la surface sonique ne soit ni trop proche ni trop loin de la surface de Schwarzschild. En effet, si la surface sonique est trop proche de la surface de Schwarzschild, l'énergie thermique maximale du fluide devient insuffisante pour compenser l'énergie gravitationnelle. Si les deux surfaces sont trop éloignées l'une de l'autre, le fluide devient dilué et son énergie thermique insuffisante pour compenser l'énergie gravitationnelle.

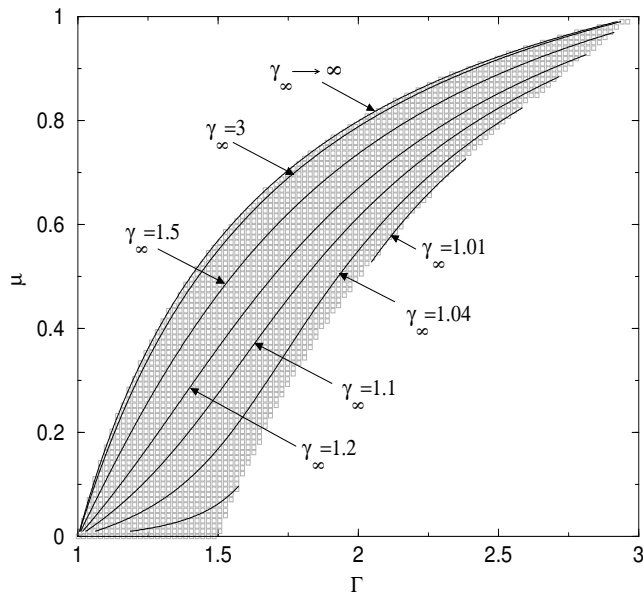


Fig. 3.4: Domaine de l'espace des paramètres de gravité μ et de chauffage Γ dans lequel le vent supersonique se forme. Les isocontours représentent les facteurs de Lorentz γ dans les différents régions de l'espace des paramètres.

En résumé, la formation de vent supersonique est donc assujettie à une condition sur la distance (c'est-à-dire sur μ) entre la surface sonique et le trou noir :

$$\mu_{\min} < \mu < \mu_{\max}. \quad (3.33)$$

- $\mu_{\max} = r_G/r_{\star \min}$: correspond à la distance minimale entre la surface sonique et le trou noir $r_{\star \min}$. En effet, l'énergie thermique dans le fluide à la surface sonique augmente de façon continue avec la gravité lorsque cette surface se rapproche du trou noir. Cependant, l'énergie thermique ne peut pas augmenter indéfiniment (Eq. 3.27). Sa limite maximale est imposée par l'équation d'état du fluide. Par exemple, dans le cas adiabatique ultrarelativiste, l'énergie thermique maximale du fluide correspond à la vitesse du son maximale dans le fluide $\frac{c}{\sqrt{3}}$.

- $\mu_{\min} = r_G/r_{\star \max}$: correspond à la distance minimale entre la surface sonique et le trou noir $r_{\star \max}$. Il est calculé pour chaque valeur de Γ à partir de l'équation (3.32). En effet, le gaz devient plus dilué lorsque la surface sonique s'éloigne du trou noir. Donc, il induit une diminution de l'énergie thermique avec la gravité. Cependant, l'énergie thermique peut diminuer plus rapidement que la gravité. Ceci peut se produire lorsque le chauffage dans la région subsonique n'est pas suffisant pour maintenir une énergie thermique élevée jusqu'à la surface sonique. Par exemple, dans le cas classique $\mu \sim 0$ le chauffage minimal pour former un vent correspond à la valeur $\Gamma = 3/2$.

En conclusion, la formation de vent à partir d'une couronne chaude autour d'objet compact est conditionnée par le chauffage et la dureté de l'équation d'état du fluide dans le vent. En effet, le vent ne peut se former que lorsque la surface sonique est relativement proche, $r_{\min} < r < r_{\max}$, du trou noir, de telle façon que le chauffage puisse maintenir une énergie thermique suffisamment élevée ($r < r_{\max}$) et que la gravité ne soit pas trop grande $r_{\min} < r$. Le vent peut alors se former pour un indice donné, Γ , tant qu'il existe un intervalle

$[r_{\min}, r_{\max}]$ dans lequel la transition subsonique-supersonique peut avoir lieu aussi bien dans le cas d'un chauffage de l'écoulement $\Gamma \leq \frac{5}{3}$ que de refroidissement $\Gamma \geq \frac{5}{3}$ (Fig. 3.4). Dans ce modèle comme dans Begelman (1978), il existe un refroidissement maximal au delà duquel le point sonique disparaît $\Gamma = 3$.

3.6.5 Tuyère de De Laval

Une façon simple pour comprendre les effets de la gravité sur la formation du vent consiste à utiliser l'analogie (Parker 1964a) qui existe entre l'expansion du vent et l'écoulement dans une tuyère de De Laval, c'est-à-dire d'un fluide soumis à une force de pression en amont d'un tube rigide de section variable, présentant un goulot d'étranglement (Fig. 3.5). Dans ce cas un ajustement de la pression en amont permet d'obtenir une transition subsonique/supersonique au niveau du goulot d'étranglement quand la section du tuyau est minimale. Dans le cas où la pression en amont est plus petite, la transition subsonique/supersonique ne peut pas se produire. L'écoulement reste subsonique avec un comportement de type brise, puisque le vent est décéléré dans la région d'échappement du tube. Dans le cas où la pression en amont est plus grande, la transition se produit avant étranglement aucun régime stationnaire ne peut s'établir. L'analogie été introduite pour la première fois par Parker (1964a) suivant les suggestions de Clauser (1961). Cette analogie a aussi été utilisée dans le cas d'écoulements dépendant du temps par Kopp (1980). Les variations dépendant du temps dans la densité à la base du vent solaire induisent des variations de la pression en amont de la tuyère. La position du point sonique se déplacé dans le temps par rapport au goulot d'étranglement correspondant à l'écoulement du vent solaire stationnaire (Fig. 3.5). Dans cette étude, Kopp a montré que l'état stationnaire ne pouvait se produire que lorsque le point sonique se trouve avant l'étranglement. Pour les solutions avec un point sonique qui se trouve en aval de l'étranglement, il apparaît un nouveau point critique de type d (point-focal) dans lequel le vent est décéléré et redevient subsonique.

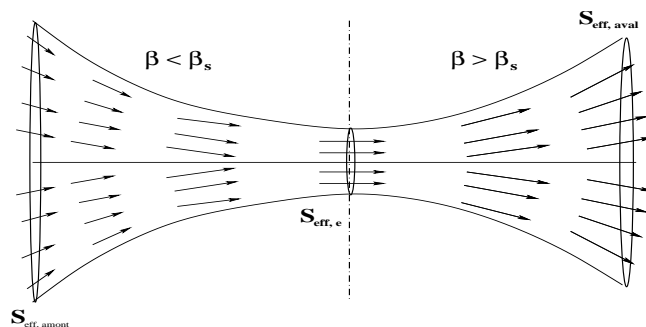


Fig. 3.5: Accélération du fluide dans un tube avec un goulot d'étranglement.

L'analogie entre le vent solaire et la tuyère de De Laval peut être décrite quantitativement comme suit :

On considère un cas stationnaire à une dimension soumis seulement à la force de pression dans le tube (Fig. 3.5). L'équation de conservation des particules s'écrit

$$\Psi = n \gamma V S_{\text{eff}}, \quad (3.34)$$

où S_{eff} est la surface effective dans la tuyère que traverse le fluide par unité de temps. Comme l'écoulement est seulement à une dimension, nous considérerons alors la surface comme fonction de R seulement.

Pour utiliser l'analogie avec la tuyère, il faut prendre l'équation d'Euler en l'absence de force externe (gravité dans ce cas), elle s'écrit :

$$\frac{1}{2} \gamma^2 n w \frac{d\beta^2}{dR} = - \frac{dP}{dR}, \quad (3.35)$$

Il nous reste maintenant à retrouver la relation entre la section S_{eff} de la tuyère et l'accélération dans le vent. Pour cela, il suffit de remplacer la force de pression dans l'Eq. (3.35) par son expression en fonction de la dérivée de la densité $dP/dr = w dn/dr \beta_s^2$. Puis, en utilisant les Eqs. (3.35) et (3.34) nous pouvons obtenir :

$$\frac{dS_{\text{eff}}}{dR} = \frac{1}{2} \frac{(\frac{\beta^2}{\beta_s^2} - 1)}{(1 - \beta^2)} \frac{d\beta^2}{dR}. \quad (3.36)$$

Cette simple équation donne la relation entre la variation de la section du tube de la tuyère et la variation de la vitesse en fonction des propriétés thermodynamiques du fluide. Dans la région subsonique, $\frac{\beta^2}{\beta_s^2} < 1$, l'accélération du fluide se produit s'il y a une décroissance de la section et vice versa dans la région supersonique, $\frac{\beta^2}{\beta_s^2} > 1$. L'équation (3.36) montre que l'efficacité de l'accélération dépend du taux de rétrécissement du tube à la surface sonique et de la variation de la section du tube avec la distance. En effet, plus la section varie vite, plus le rapport entre la section en aval et en amont du tube par rapport à la section dans l'étranglement est grande $\frac{S_{\text{eff,amont}}}{S_{\text{eff,e}}} \nearrow$, $\frac{S_{\text{eff,aval}}}{S_{\text{eff,e}}} \nearrow$ et plus la vitesse du fluide à la sortie de tube est élevée.

A partir des Eqs. (3.36) et (3.23), nous pouvons calculer la section effective de la tuyère analogue aux solutions étudiées. Il suffit pour une solution donnée d'intégrer l'équation suivante :

$$\frac{dS_{\text{eff}}}{dR} = \frac{1}{2} \frac{(\frac{\beta^2}{\beta_s^2} - 1)}{(1 - \beta^2)} \frac{1 - \beta^2}{1 - \frac{\beta_s^2}{\beta^2}} \left[\frac{4\beta_s^2}{R} - \frac{1 - \beta_s^2}{R} \frac{\mu}{R - \mu} \right]. \quad (3.37)$$

3.7 Etude paramétrique

Le nombre de paramètres libres dans le modèle est de deux, d'une part, l'indice polytropique Γ qui contrôle le chauffage dans l'écoulement et, d'autre part, l'indice de la courbure μ qui lui contrôle la gravité dans le vent. De ce fait, μ contrôle aussi l'état de la matière. Ces deux paramètres vont nous permettre de contrôler la gravité et l'énergie thermique du vent.

Après avoir choisi des valeurs de μ et Γ , nous intégrons les équations (3.23) et (3.24) à partir de la surface sonique en aval, dans la région supersonique, et en amont vers la couronne,

dans la région sub-sonique. Nous allons étudier dans la suite les effets du chauffage en faisant varier Γ et les effets de la gravité sur le vent en faisant varier μ .

3.7.1 Effets du chauffage

En diminuant la valeur de Γ pour un μ donné, nous augmentons le chauffage dans le vent. Comme dans le cas du vent classique, l'accélération du vent augmente lorsque le chauffage dans le vent croît (Fig. 3.6). En effet, la diminution de Γ se traduit par l'augmentation de l'énergie déposée (chauffage) dans l'écoulement. Cette énergie affecte l'écoulement surtout quand elle est déposée dans la région supersonique. En effet, dans cette région l'énergie est transformée plus efficacement en énergie cinétique par dissipation (Leer & Holzer 1980).

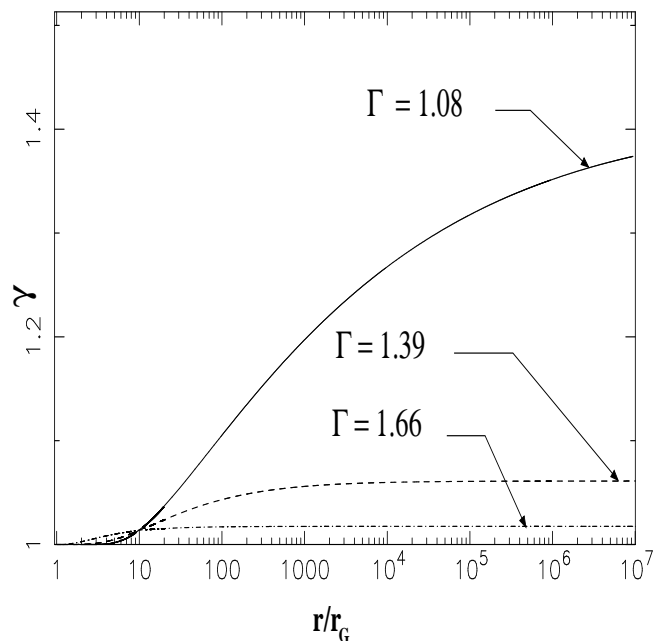


Fig. 3.6: Tracé du facteur de Lorentz en fonction de la distance normalisée au rayon de Schwarzschild pour $\mu = 0.1$ et différentes valeurs de Γ .

3.7.2 Effet de la gravité

Les vents autour des objets compacts se caractérisent, par rapport aux vents des étoiles peu massives, par une gravité intense dans la région de formation, où ils sont soumis à des effets relativistes. μ contrôle les effets de la courbure de l'espace. L'augmentation de la valeur de μ affecte l'efficacité de la formation des vents de trois façons :

1. L'augmentation de la valeur de μ se traduit par un rapprochement de la couronne du trou noir. Ceci augmente l'énergie thermique qui équilibre la gravité et l'excès d'énergie restante augmente aussi et accélère le vent. L'augmentation de l'énergie dans la région

basse du vent lorsque μ augmente est équivalente à une déposition d'énergie et de quantité de mouvement additionnel dans le vent. Cette énergie est déposée aussi bien dans la région sub-sonique que dans la région super-sonique basse (qui devient plus proche de la couronne, lorsque μ augmente). Ainsi, le flux d'énergie thermique dans la couronne va être dissipé plus facilement dans la région supersonique. Ceci induit une augmentation de la vitesse asymptotique (Leer & Holzer 1980), puisque dans cette région la conversion de l'énergie thermique en énergie cinétique est plus efficace.

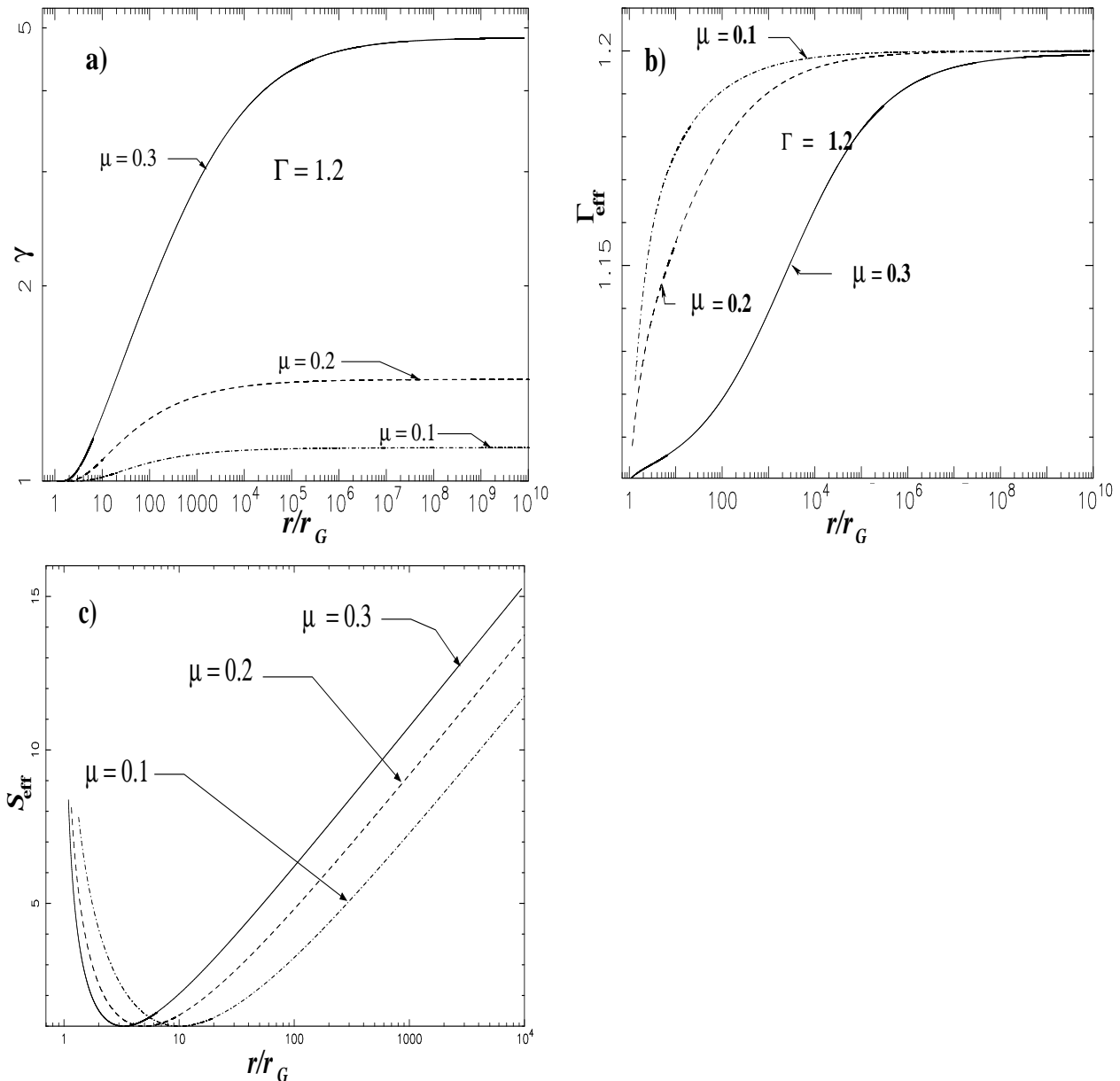


Fig. 3.7: Pour trois solutions ayant le même $\Gamma = 1.2$ et avec des valeurs de μ différentes $\mu = 0.1, 0.2, 0.3$, le tracé (a) du facteur de Lorentz, (b) de l'indice polytropique effectif et (c) de la section d'ouverture de la tuyère de De Laval équivalente.

2. L'accroissement de μ permet de changer l'état de la matière dans la région basse du vent près de la couronne où la gravité est intense. Dans cette région, l'état de la matière devient ultra-relativiste donnant plus d'efficacité à la conversion de l'énergie

thermique en énergie cinétique. Cependant, dans la région asymptotique la gravité est faible et l'état du fluide est classique. Ce changement d'état de la matière dans le vent du régime ultra-relativiste à la base au régime classique asymptotiquement est analogue au cas d'un vent purement classique ayant un chauffage variable dans lequel le chauffage diminue de la région basse à la région asymptotique. Dans le vent relativiste, la température et la densité sont élevée dans la région basse ce qui durcit l'état de la matière. Ceci se traduit par une diminution de l'indice polytropique effectif, Γ_{eff} , qui devient proche de 1. Par exemple dans les solutions de vent de la (Fig. 3.7b), l'indice polytropique effectif varie de 1.1 dans la région basse du vent à 1.2 dans la région asymptotique. Ce changement de l'état de la matière avec l'intensité de la gravité affecte la dynamique des vents relativistes. En effet, il induit une augmentation du gradient de pression radiale, ce qui permet de réhausser l'efficacité d'accélération du vent, et donc, d'augmenter le facteur de Lorentz asymptotique. De ce fait, plus la région du régime ultrarelativiste est étendue (Fig. 3.7b) ($\mu \nearrow$) plus le facteur de Lorentz asymptotique est grand (Fig. 3.7a).

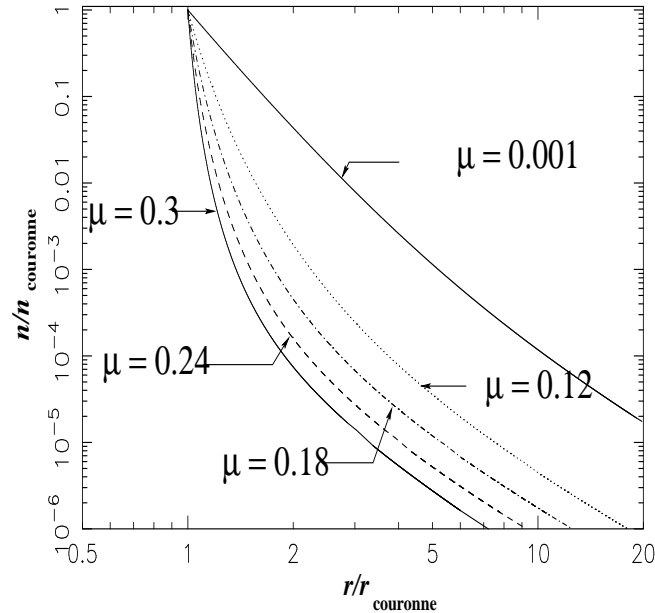


Fig. 3.8: Variation de la densité normalisée par la densité de la couronne en fonction de la distance normalisée au rayon de la couronne pour différentes valeur de $\mu = \{10^{-3}, 0.12, 0.14, 0.18, 0.3\}$.

3. Par définition, μ contrôle la courbure de l'espace dans le modèle. Cette courbure introduit une dilatation du temps universel t par rapport au temps propre τ dans le FIDO (Section 2.5) $\delta\tau = \sqrt{1 - \frac{\mu}{R}} \delta t$. Le flux de particules réel $\Psi \delta\tau$ (observé dans le référentiel propre FIDO) traversant une surface sphérique de rayon r dans un temps $\delta\tau$ est de $r^2 \gamma n \vec{v} \sqrt{1 - \frac{\mu}{R}} \delta t$. Ce flux est $\delta\tau/\delta t$ fois plus faible que le flux $\Psi \delta t = r^2 \gamma n \vec{v} \delta t$ (flux apparent dans le référentiel se trouvant à l'infini) qui traverse la même surface pendant la période de temps δt . En autres termes, il existe un déficit de flux de particules par unité de temps universel t dans le FIDO par rapport au flux dans le cas d'un écoulement dans un espace plat. Ce déficit est induit par la gravité élevée près du trou noir qui dilate le temps. Le déficit créé à la base du vent va être conservé à cause de la

conservation du nombre de particules et ce malgré la diminution de la différence entre le temps propre τ et le temps universel t . En effet, cette diminution sera compensée par une chute plus rapide de la densité propre n (Fig. 3.8). Cette diminution rapide de la densité dans le vent engendre une augmentation du gradient de pression. Il permet ainsi d'accélérer plus efficacement le vent.

Pour mieux comprendre la diminution rapide de la densité dans le vent relativiste (Fig. 3.8), nous allons revenir sur la définition du flux de particules dans un cas simple. Nous allons considérer un écoulement de fluide avec une vitesse radiale constante à travers des surfaces sphériques $S(r)$. Nous allons tenir compte aussi de la courbure selon r . Le flux de particules qui traverse $S(r)$ est le nombre de particules qui traversent dans le repère propre FIDO, pendant une unité de temps universel $\delta t = 1$, la surface $S(r)$. Les volumes (portion de sphère) dans la figure (Fig. 3.9) contiennent toutes les particules, $r^2 n \vec{v} \delta \tau(r)$, qui vont traverser $S(r)$ pendant une période $\delta t = 1$. Ces volumes sont fonction de r , leur côté s'allonge lorsque r augmente. En effet, l'intervalle du temps propre $\delta \tau(r) = \sqrt{1 - \frac{\mu}{r}}$ est une fonction croissante de r . La courbure a un effet sur le vent analogue à l'expansion rapide des tubes de flux dans le cas classique (vent solaire) sans courbure d'espace.

Kopp & Holzer (1976) ont montré que l'efficacité de l'accélération du vent augmente lorsque les tubes de flux ont une expansion plus rapide que le sphérique dans la partie sub-sonique. Ils ont considéré que cette forte expansion se produit dans une région de 1 à 2 rayon solaire. Ils ont montré que les vitesses asymptotiques dans ces vents sont plus grandes que celle du vent solaire sphérique normal.

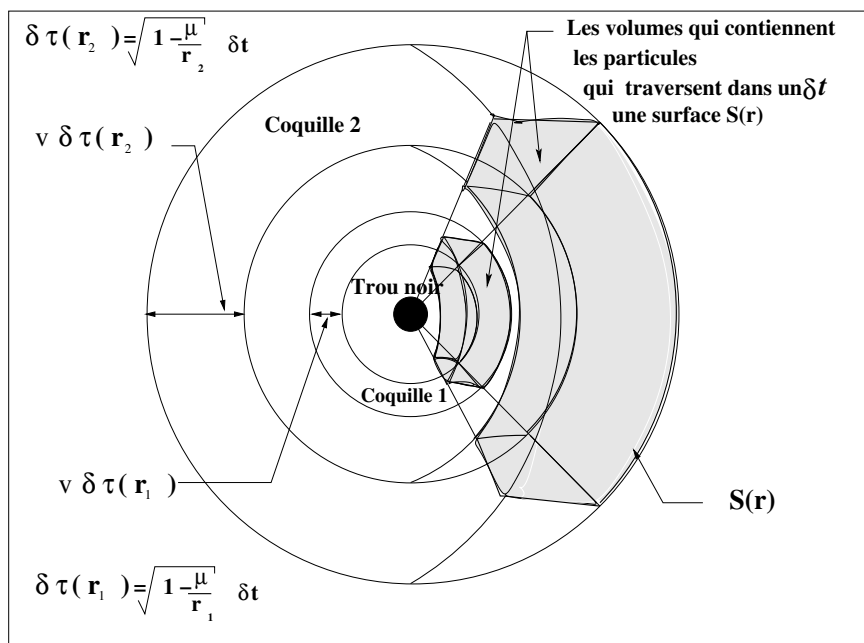


Fig. 3.9: Flux de particule à différentes altitudes, autour du trou noir. L'épaisseur de la coquille $v \delta \tau$ augmente lorsqu'on s'éloigne du trou noir à cause de la diminution de la courbure de l'espace $h_0 = \sqrt{1 - \frac{\mu}{R}}$. De ce fait, la coquille 2 qui se trouve à une distance $r_2 > r_1$ a une épaisseur plus grande que la coquille 1.

Une façon plus simple, pour expliquer l'effet de l'augmentation de μ sur l'efficacité de l'accélération du vent est d'utiliser l'analogie avec la tuyère de De Laval (Section 3.6.5). Le calcul de la section effective de la tuyère de De Laval correspondant à différentes valeurs de μ (Fig. 3.7c) montre une augmentation de l'ouverture de la section effective S_{eff} avec μ . La variation de la section S_{eff} est plus rapide lorsque μ augmente. Cet effet apparaît surtout dans la région sub-sonique où les effets relativistes de la gravité sont élevés.

3.8 Comparaison avec les modèles polytropiques usuels

3.8.1 Comparaison avec le vent classique

Dans la limite classique, la masse de l'objet central est faible et le rayon de Schwarzschild caractéristique devient négligeable devant le rayon de l'étoile ($r_G \ll r_{\text{étoile}}$), en conséquence, ($r_G \ll r_*$). De ce fait, il n'y a aucun effet de la relativité générale sur le vent autour des étoiles de faible masse ou de masse moyenne, puisque la courbure d'espace μ est nulle. Dans ce cas, la vitesse du son devient faible par rapport à la vitesse de la lumière, $v_s \ll c$, et elle vérifie la relation limite suivante :

$$\frac{\mu}{\beta_s^2} = \frac{v_{\text{esc}\star}^2}{v_s^2}, \quad (3.38)$$

où $v_{\text{esc}\star}$ est la vitesse d'échappement à la surface sonique et v_s^2 la vitesse de son définie comme suit :

$$v_s^2 = \frac{1}{m} \left. \frac{dP}{dn} \right|_s = \kappa_c \Gamma n^{\Gamma-1}, \quad (3.39)$$

A la surface sonique, la formation du vent supersonique impose une condition de continuité. Le terme de droite doit s'annuler dans l'équation de la dynamique (Eq. 3.23). D'un autre coté, en utilisant la relation limite ($\mu \rightarrow 0$) (Eq. 3.38) nous pouvons déduire l'expression de la vitesse du son à la surface sonique :

$$v_{s\star} = \frac{v_{\text{esc}\star}}{2}, \quad (3.40)$$

Cette relation est la limite classique de la condition de traversée de la surface sonique donnée par l'équation (3.25) dans le modèle relativiste.

Les équations qui régissent les écoulements hydrodynamiques sphériques (3.23 et 3.24) sont déduites dans le cas classique ($\mu \rightarrow 0$).

$$\frac{v^2 - v_s^2}{v^2} \frac{dv^2}{dR} = 4 v_s^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R^2} \frac{v_{s\star}^2}{v_s^2} \right), \quad (3.41)$$

$$\frac{v^2 - v_s^2}{v^2} \frac{d \ln \rho}{dR} = 2(\Gamma - 1) \left[-\frac{1}{R} + \frac{v_{s\star}^2}{v^2} \frac{1}{R^2} \right]. \quad (3.42)$$

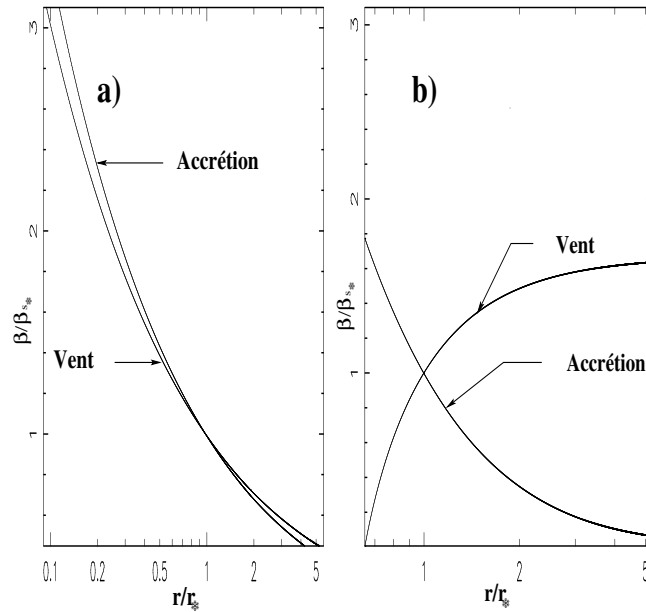


Fig. 3.10: Topologie du point sonique adiabatique $\Gamma = 5/3$, en (a) le cas classique $\mu \rightarrow 0$, en (b) le cas relativiste avec $\mu = 0.65$.

De la condition de continuité et des deux équations (3.41) et (3.42), il découle que la distance entre la surface de l'étoile et la surface sonique est seulement fonction de la vitesse du son à la surface sonique. Le comportement du vent classique (vent de Parker) est régi uniquement par le chauffage dans l'écoulement donné par l'indice polytropique Γ . Alors, la connaissance de la perte de masse dans l'écoulement et les propriétés du vent dans la région asymptotique permettent de calculer la densité dans le vent et la distance de la surface sonique à l'étoile. Donc, contrairement au vent relativiste, la distance entre la surface sonique et le rayon de l'étoile n'a aucun effet sur le comportement du vent. Une autre différence entre le vent classique et le vent relativiste est que, dans le cas classique, la formation du vent supersonique requiert un chauffage minimal. Ceci se traduit par la condition $\Gamma < 3/2$ trouvée par Parker (1960). Au delà de cette valeur de l'indice polytropique, l'énergie dans le vent n'est plus suffisante pour permettre d'équilibrer le potentiel gravitationnel de l'étoile et de former ainsi le vent. Au contraire, dans le vent relativiste, cette condition est remplacée par une condition plus générale (Eq. 3.27) représentée (Fig. 3.4). Elle dépend de l'intensité du potentiel gravitationnel dans l'écoulement, donnée par μ dans notre modèle. Les écoulements subsoniques qui se forment près des trous noirs (μ grand), peuvent devenir super-soniques même si $\Gamma > 3/2$ (Fig. 3.4). En effet, la gravité intense près des objets compacts fait augmenter l'énergie thermique dans le fluide et change l'état de la matière à la base du vent. Elle donne ainsi plus d'efficacité à l'accélération dans l'écoulement et à la formation du vent même si $\Gamma > 3/2$ (voir paragraphe 3.7.2). La différence entre le vent classique et relativiste est illustrée (Fig. 3.10) dans le cas adiabatique $\Gamma = 5/3$. Dans le cas classique (Fig. 3.10a) les deux solutions critiques sont des solutions d'accrétion, alors que dans le cas relativiste ($\mu = 0.65$, Fig. 3.10b) les deux solutions critiques, vent et accrétion, existent.

Nous allons effectuer maintenant un développement limité au premier ordre de l'équation de la dynamique (Eq. 3.23) dans la limite de faible valeur de μ , ($\mu \ll 1$). Ainsi, nous pouvons

isoler plus facilement les corrections, introduites par les effets relativistes sur le vent. Ainsi, nous pourrions comparer plus facilement les vents autour des étoiles de faible masse (vent classique) et les vents autour des objets compacts.

L'équation (3.23) s'écrit dans la limite $\mu \ll 1$, donc dans la limite d'un écoulement avec une faible énergie thermique (comparativement à l'énergie de masse) $\rho \sim 2 \frac{\epsilon_{\text{th}}}{\epsilon_0} \ll 1$:

$$\left[\frac{1}{2} \frac{(\beta/\beta_s)^2 - 1}{1 - \beta^2} \frac{d \ln \beta^2}{dR} = \frac{2}{R^2} \left(R - \frac{\beta_{s*}^2}{\beta_s^2} \right) \right] + \frac{3\mu}{2R^2} \frac{\beta_{s*}^2}{\beta_s^2} + \frac{\Gamma(\Gamma - 1)\rho}{R^2} \frac{\beta_{s*}^2}{\beta_s^2}. \quad (3.43)$$

Il apparaît deux nouveaux termes qui s'ajoutent aux forces dans le cas purement classique. Le premier terme, une force positive, est le gradient de pression additionnel créé par la courbure d'espace. Cette force, est induite par la chute de la densité dans le vent (Fig. 3.8). Le deuxième terme, une force positive aussi, est induit par l'état relativiste de la matière près du trou noir. Il représente l'influence de la température relativiste sur la dynamique. Ce terme montre l'accroissement de l'efficacité du transfert de l'énergie thermique en énergie cinétique avec la température. Ces deux forces positives additionnelles expliquent la possibilité de formation de vent même lorsque $\Gamma > 3/2$.

3.8.2 Comparaison avec le vent à indice polytropique constant

L'originalité de notre modèle est l'équation d'état avec l'indice polytropique effectif variable. La plupart des modèles de vents et de jets autour des objets compacts (Michel 1972; Chakrabarti et al. 1996; Chattopadhyay et al. 2004; Das 1999; Daigne & Drenkhahn 2002) utilisent une équation d'état avec un indice polytropique effectif constant. La comparaison entre les deux types d'équations d'états polytropiques est impératif pour mettre en évidence les changements induits par la nouvelle équation d'état sur l'écoulement. Cette comparaison montrera aussi l'importance d'utiliser cette nouvelle équation d'état dans l'étude des vents relativistes.

Pour le vent à indice polytropique constant, les équations de la dynamique et de conservation du nombre de particules sont les mêmes que les équations (3.23) et (3.24). Les paramètres libres sont aussi les mêmes : μ et Γ . La seule différence est que l'indice polytropique effectif est indépendant de la température du fluide. Cette différence se traduit par un changement des grandeurs thermodynamiques caractéristiques du fluide : la vitesse du son et l'équation de Bernoulli, qui s'écrivent :

$$\beta_{s\Gamma\text{const}}^2 = \Gamma \frac{(\Gamma - 1)\rho_c}{(\Gamma - 1) + \Gamma\rho_c}, \quad \rho_c \equiv \frac{P}{n\epsilon_0}, \quad (3.44)$$

$$E_{\Gamma\text{const}} = \alpha\gamma \left(1 + \frac{\Gamma}{\Gamma - 1}\rho_c \right) \epsilon_0. \quad (3.45)$$

Il existe une similitude dans le comportement des vents dans les deux modèles uniquement dans la région asymptotique de l'écoulement où $\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma$ (Eq. 3.10). Par contre, dans la partie basse du vent, la gravité forte fait diminuer la valeur de Γ_{eff} jusqu'à la limite ultrarelativiste $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{\Gamma+1}{2}$. La diminution de l'indice polytropique effectif dans le régime ultrarelativiste donne plus d'efficacité à l'accélération du vent à la base par rapport au vent

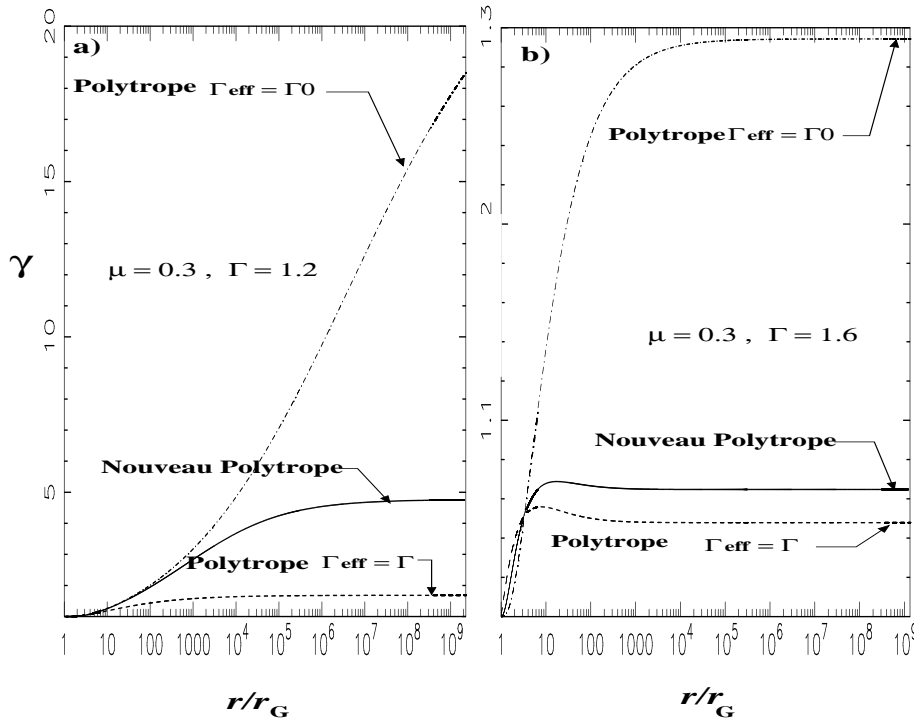


Fig. 3.11: Comparaison entre le modèle de vent polytropique avec un indice constant avec le modèle avec indice variable pour deux types de chauffage : a) $\Gamma = 1.2$ quasi-isotherme et b) $\Gamma = 1.6$ quasi-adiabatique.

classique avec Γ constante. Ainsi, le facteur de Lorentz asymptotique obtenu avec notre modèle est plus grand (Fig. 3.11). Au contraire, si nous comparons notre modèle avec un vent purement ultrarelativiste avec un indice polytropique constant $\frac{\Gamma+1}{2}$ le résultat s'inverse. En effet, dans ce dernier cas, l'efficacité de l'accélération est toujours plus élevée (dans tout le vent) que dans le vent classique, même dans la région asymptotique. Ainsi, le facteur de Lorentz asymptotique obtenu avec notre modèle reste plus faible. Ceci est illustré (Fig. 3.11).

Le choix d'un indice polytropique classique constant Γ sous estime la vitesse finale du vent. Cette différence diminue quand le chauffage diminue et s'approche de la valeur adiabatique (Γ augmentant). Au contraire, le choix d'un indice polytropique ultrarelativiste constant Γ surestime la vitesse finale du vent. Cette surestimation diminue aussi quand le chauffage diminue et s'approche de la valeur adiabatique. Cette disparité entre les vents purement classiques et ultrarelativistes avec le vent à indice polytropique effectif (Γ_{eff}) variable est plus marquée pour les vents purements ultrarelativistes (Fig. 3.11). L'effet de la gravité relativiste dans le vent à indice polytropique effectif variable est restreint à une petite région à la base du vent. Cette région à des dimensions de quelques 10 rayons de Schwarzschild. Au-delà de cette région, l'indice polytropique effectif atteint rapidement sa valeur classique et le vent adopte un comportement classique (Fig. 3.11).

Nous allons maintenant illustrer quantitativement, la comparaison que nous venons de faire entre les solutions de vents polytropiques avec Γ_{eff} constant et Γ_{eff} variable pour deux solutions avec des valeurs de Γ de 1.2 et 1.6 (Fig. 3.11). Pour cela, nous utiliserons une approche analytique dans la limite d'une gravité relativiste. Nous allons prendre la limite $\mu \rightarrow 1$. Dans

ce cas, dans la région sub-sonique, l'énergie thermique est de l'ordre de l'énergie de masse $\rho \rightarrow \infty$ (cas ultrarelativiste). La condition pour que l'accélération du vent polytropic avec Γ_{eff} constant soit plus efficace que celui avec Γ_{eff} variable est :

$$\left. \frac{d\beta^2}{dR} \right|_{\Gamma \text{ constant}} < \left. \frac{d\beta^2}{dR} \right|_{\Gamma \text{ variable}}, \quad (3.46)$$

Cette condition est réalisée à la surface sonique si :

$$2 - \frac{1 - \beta_s^2|_{\Gamma \text{ constant}}}{\beta_s^2|_{\Gamma \text{ constant}}} \frac{1}{2} \frac{\mu}{1 - \mu} > 2 - \frac{1 - \beta_s^2|_{\Gamma \text{ variable}}}{\beta_s^2|_{\Gamma \text{ variable}}} \frac{1}{2} \frac{\mu}{1 - \mu}, \quad (3.47)$$

ce qui est équivalent à :

$$\beta_s^2|_{\Gamma \text{ constant}} < \beta_s^2|_{\Gamma \text{ variable}}. \quad (3.48)$$

Cette condition est toujours satisfaite pour un vent purement classique si $\Gamma > 1$. Le modèle avec un indice polytropic variable est toujours plus efficace à accélérer le vent. Au contraire, pour un vent purement ultrarelativiste, la condition (Eq. 3.48) donne $\Gamma < 1$. De ce fait, dans le domaine d'application de l'équation polytropic (Eq. 3.9) $\Gamma \in [1, 3]$, le vent purement ultrarelativiste est plus efficace.

3.9 Applications

Nous ne prétendons pas ici faire une étude exhaustive des applications du modèle aux vents relativistes en astrophysique. Nous nous limiterons à une comparaison au niveau le plus simple possible entre les vents autour des objets compacts super massifs, comme les quasars de noyaux actifs des galaxies, et les objets compacts de masse stellaire, comme les micro quasars. Notre but est d'abord de montrer la possibilité d'appliquer des modèles d'écoulement sphérique thermique aux vents fortement accélérés ($\gamma > 2$) autour de ces objets compacts. Nous allons aussi analyser les effets de la masse centrale sur le vent. Dans le cas des quasars super massifs, les masses caractéristiques sont de l'ordre de $10^9 M_{\odot}$ (voir Wang & Zhang 2003). Les masses typiques des micro quasars sont de l'ordre de $10 M_{\odot}$ (voir Mirabel & Rodriguez 1998).

L'application du modèle à des vents relativistes réalistes nous impose des conditions limitant l'espace des paramètres libres du modèle. La température initiale dans le vent doit être au maximum de l'ordre de 10 fois la température de masse ($T = 10^{12}$ K pour les protons et $T = 10^9$ K pour les électrons). Cette condition impose une distance minimale entre la surface de Schwarzschild et la surface sonique de l'ordre de $6.5 r_G$ donc $\mu_{\text{min}} \sim 0.15$, pour un indice Γ entre 1 et $5/3$. Pour une distance plus petite, la température de la couronne devient irréaliste. En effet, elle dépasse largement 100 fois la température de masse. Ceci, rend impossible l'application de l'approximation hydrodynamique à un seul fluide dans laquelle les effets d'annihilation et de créations sont négligés. Pour choisir Γ dans le modèle et pour confiner le choix de μ , nous avons cherché à obtenir des facteurs de Lorentz asymptotiques caractéristiques des objets compacts ($\gamma \geq 5$) pour différentes valeurs de Γ pour $\mu = 0.155$. Le graphique (Fig. 3.12) montre que la valeur optimale de Γ est proche de la valeur isotherme ($\Gamma = 1.09$). La température initiale (Fig. 3.14) dans ce vent est de $T \approx 10^{12}$ K dans le cas

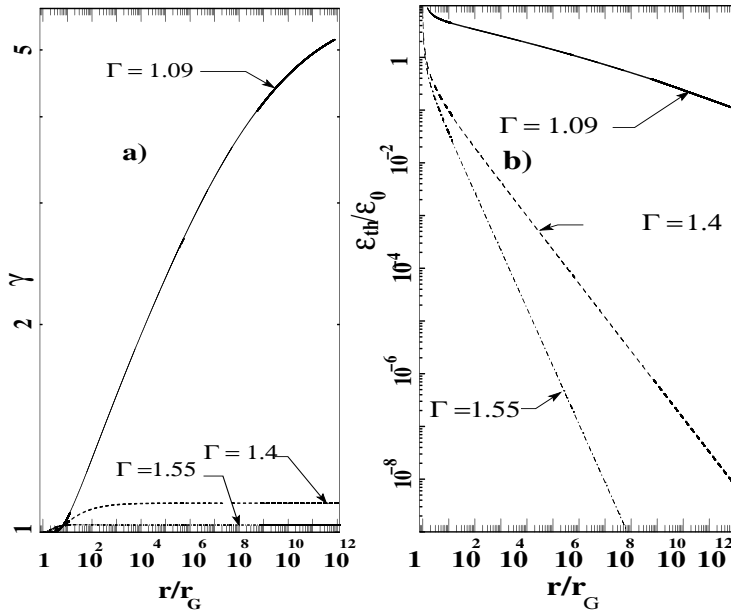


Fig. 3.12: a) Tracé du facteur de Lorentz, b) tracé de l'énergie thermique normalisée à l'énergie de masse en fonction de la distance normalisée au rayon de Schwarzschild r_G , pour un paramètre de courbure $\mu = 0.155$ et trois types de chauffage : $\Gamma = \{ 1.09, 1.4, 1.5 \}$.

d'un fluide de protons et de $T \approx 10^9$ K dans le cas de fluide de positrons-électrons. En effet, contrairement aux vents quasi-adiabatiques, l'énergie thermique dans les vents quasi-isothermes chute d'une manière monotone sans que sa valeur à la surface de la couronne ne soit trop élevée (Fig. 3.12). De cette façon, l'énergie déposée en continue dans le vent, même dans la région supersonique, donne plus d'efficacité dans l'accélération du vent avec des températures initiales réalistes (Fig. 3.13). Le comportement quasi-isotherme, peut se produire dans la région sub-sonique où le vent reste optiquement épais, puisque dans cette région l'intensité du rayonnement est assez élevée (Frank et al. 1995) et la densité forte. Donc, la partie sub-sonique du vent peut être chauffée par l'absorption du rayonnement émis à la base de la couronne qui se refroidit (Das 2000; Tarafdar 1988). Pour la partie supersonique, optiquement mince, le chauffage peut se produire par une dissipation de fragments du champ magnétique désordonné emporté dans le vent à partir la couronne (Heinz & Begelman 2000). En plus la conductivité dans certains cas peut devenir anormale dans l'écoulement et induire de la reconnection magnétique et donc de la dissipation de l'énergie magnétique qui permet de chauffer l'écoulement.

D'autre part, le chauffage du vent coronal peut être induit par la turbulence. Cette turbulence peut être créée par l'interaction entre ce vent de couronne et le vent de disque comme dans le modèle du chauffage de jet axial de Renaud & Henri (1998). Si dans la région de formation des écoulements relativistes, la viscosité est anormale, i.e d'origine turbulente, cela augmentera le degré de liberté dans l'écoulement et donc diminuera l'indice polytropique effectif, ce qui correspond donc à une augmentation du chauffage dans le jet (Roussev et al. 2003).

Cependant, le vent quasi-isotherme présente un problème. La température asymptotique dans le vent, de l'ordre de 5×10^{10} K, reste élevée (Fig. 3.13) par rapport aux températures

observées dans les vents relativistes qui est de l'ordre de 10^6 à 10^8 K. Ce problème est le même que pour le vent solaire (Parker 1960a) où le vent purement thermique est incapable à reproduire les vitesses observées à $1 UA$, sans que la température initiale ne soit trop élevée. La solution à ce problème peut être, comme dans les modèles de vent solaire, de prendre un chauffage variable dans le vent. En effet, nous pouvons considérer un écoulement quasi-isotherme à la base et proche du régime adiabatique dans la région asymptotique pour que la température puisse chuter rapidement dans la région asymptotique.

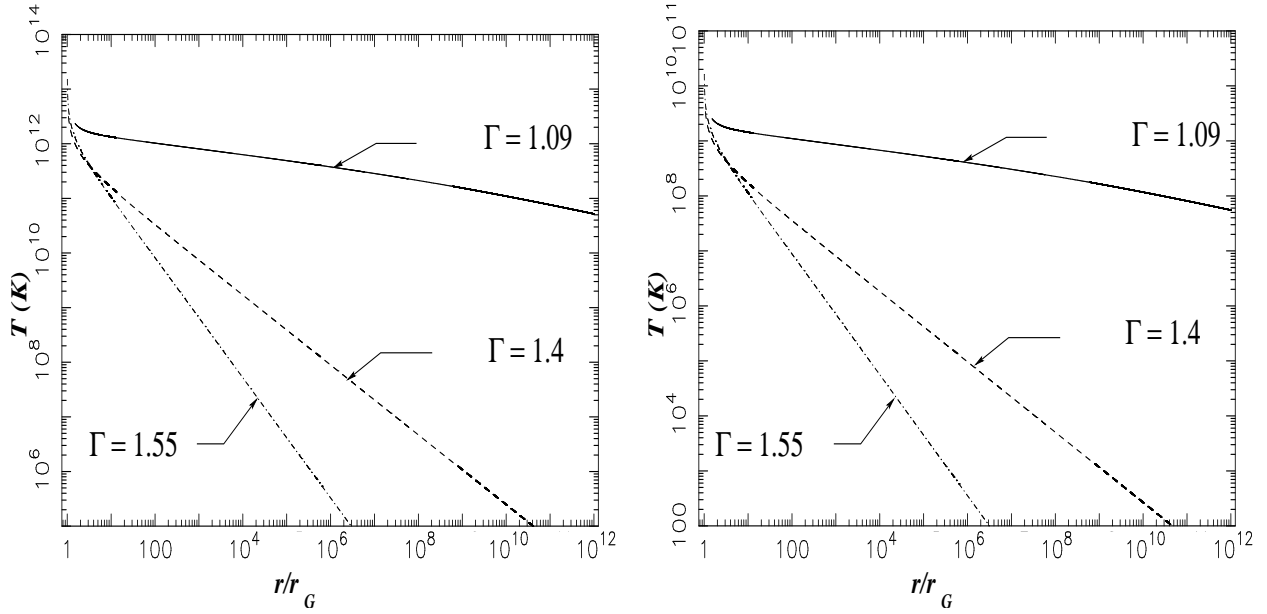


Fig. 3.13: Trace de la température dans le vent **b)** proton-électron en fonction de la distance normalisée au rayon de Schwarzschild pour $\mu = 1.55$ et $\Gamma = 1.09, 1.4, 1.55$.

Revenons maintenant à la comparaison entre les vents des objets compacts de type quasars et de type micro quasars. La différence entre ces objets réside essentiellement dans leur masse. Pour les deux objets, le facteur de Lorentz et l'énergie thermique spécifique par unité d'énergie de masse sont les mêmes (Fig. 3.12). En effet, ces deux grandeurs ne dépendent que du chauffage dans le vent (Γ) et de la distance relative entre le trou noir et la surface sonique $\mu = r_*/r_G$. Elle ne dépend ni de la masse de l'objet central ni du taux de perte de masse (Fig. 3.12). La seule différence entre les deux solutions, lorsque la masse de l'objet central et la perte de masse change, réside dans la densité et les échelles dans le vent. Pour analyser la différence entre les deux objets, nous avons tracé, (Fig. 3.14) la densité normalisée à une densité n_0 (n_0 est un paramètre libre). Le choix de la perte de masse dans le vent est pris pour que les densités normalisées initiales dans le vent des deux objets soient égales. En effet, nous supposons que la physique à la base du vent reste la même dans les deux objets.

Pour la solution de type quasar le taux de perte de masse est de $\dot{M}_{\text{quasar}} = 10^{-6} n_0 \dot{M}_{\text{Eddington}} = 1.41 \times 10^{-6} n_0 M_\odot/\text{yr}$, alors que pour le micro quasar $\dot{M}_{\mu\text{-quasar}} = 10^{-14} n_0 \dot{M}_{\text{Eddington}} = 1.41 \times 10^{-22} n_0 M_\odot/\text{yr}$. (Fig. 3.14). Nous pouvons remarquer que lorsque la masse de l'objet central change de $10^9 M_\odot$ à $10 M_\odot$, les échelles spatiales rétrécissent (Fig. 3.14) et provoquent un abaissement dans le taux de la perte de masse du vent. Ce résultat est cohérent avec l'idée qu'à l'ordre zéro le micro quasar est une variante à petite échelle des quasars (Mirabel 2003; Fender 2002).

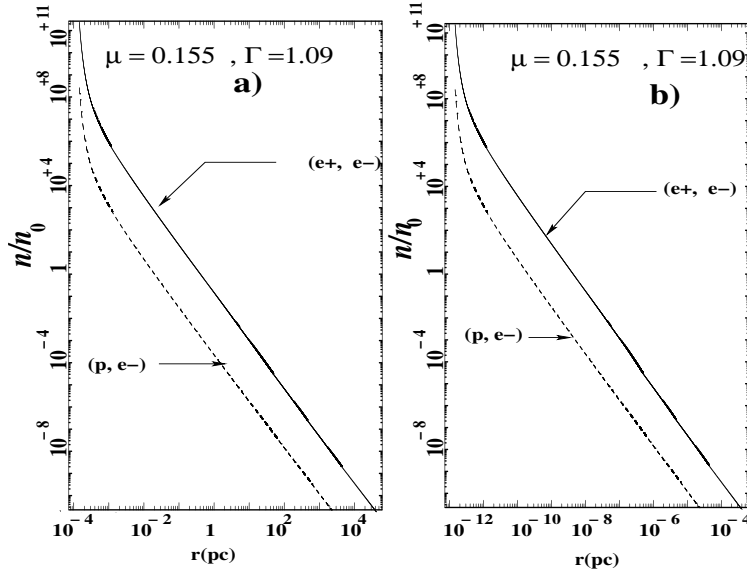


Fig. 3.14: Tracé de la température dans le vent constitué en **a)** de positron-électron, en **b)** de proton-électron en fonction de la distance normalisé au rayon de Schwarzschild, pour $\mu = 1.55$ et $\Gamma = 1.09$.

3.10 Conclusion

Nous venons de construire dans le présent chapitre, un modèle de vent relativiste adapté à l'étude des vents hydrodynamiques radiaux autour des objets compacts. Pour analyser les écoulements relativistes, nous avons élaboré un nouveau type d'équation d'état polytropique amélioré (Eq. 3.9) avec un indice polytropique effectif variable. Pour cela, nous avons utilisé l'équation d'état des fluides en évolution adiabatique donnée par Synge (1957) dans le cas général (classique et relativiste) et nous l'avons généralisée au cas d'écoulements polytropiques. L'indice polytropique effectif (Eq. 3.10) qui résulte de l'équation d'état que nous avons élaborée est fonction du rapport entre l'énergie thermique et l'énergie de masse. Il varie de façon continue entre le cas ultrarelativiste ($k_B T \gg \epsilon_0$) près de la couronne centrale et le cas classique ($k_B T \ll \epsilon_0$) dans la région asymptotique.

Nous avons utilisé dans ce modèle une équation d'état avec un indice polytropique effectif variable. Cela, nous a permis de mieux traiter l'effet relativiste de gravité près d'un trou noir de Schwarzschild sur la thermodynamique du fluide dans l'écoulement. Ainsi, cette équation d'état nous a permis d'analyser avec plus de détails les vents hydrodynamiques relativistes sphériques.

D'un point de vue des conditions sur la formation de vent, le modèle suggère que, pour un chauffage donné (valeur donnée de Γ), le vent se forme si et seulement si le rayon sonique se trouve dans l'intervalle :

$$\frac{1}{\mu_{\max}} < \frac{r_{\star}}{r_G} < \frac{1}{\mu_{\min}}. \quad (3.49)$$

Donc, la surface sonique doit être à une distance raisonnable du trou noir. Elle doit être suffisamment loin de la surface de Schwarzschild pour que la gravité à la surface sonique ne

soit pas trop élevée et que le point sonique puisse exister. En effet, trop proche de la surface de Schwarzschild la gravité est tellement élevée qu'il est impossible au fluide de s'échapper, même si la température devient infinie. D'un autre côté, la surface sonique ne doit pas être trop loin de la surface de Schwarzschild, pour que la couronne ne soit pas trop diluée, donc, pour que la température et la pression à la surface sonique ne soient pas trop faibles pour former le vent.

Ce modèle a montré aussi que pour tous les types de chauffage allant de l'isotherme ($\Gamma = 1$) à l'adiabatique ($\Gamma = 5/3$) et même au refroidissement jusqu'à ($\Gamma = 3$), la formation du vent sonique est possible à condition que la gravité à la surface de la couronne soit suffisamment élevée (Fig. 3.4). Un des résultats importants de ce modèle de vent relativiste est de montrer l'existence de vent même pour des indices polytropiques plus grand que l'indice typique du vent de Parker ($\Gamma > \frac{3}{2}$) (Parker 1960a). Ce résultat peut être expliqué de deux façons. La première, en utilisant la notion de tuyère de De Laval (Elle donne une description globale de l'efficacité de l'accélération). Nous pouvons montrer que l'efficacité dans l'accélération du vent augmente avec la gravité. La deuxième est plus précise, elle consiste à analyser les effets de la gravité sur les différents acteurs physiques qui entrent en jeu dans la formation du vent. En particulier, l'énergie thermique du fluide augmente avec la gravité pour permettre au fluide de s'échapper. Elle induit ainsi un changement de l'état de la matière caractérisé, dans le modèle, par l'indice polytropique effectif qui devient ultra-relativiste. Ce changement de l'état de la matière fait augmenter l'efficacité d'accélération du vent dans la région proche de la surface de Schwarzschild. L'accélération du vent est aussi induite par la chute plus rapide de la densité dans l'écoulement, ce qui est dû à la courbure d'espace créée par le trou noir dans la région de formation du vent.

Nous avons aussi fait, une comparaison entre notre modèle et les modèles de vents avec un indice polytropique constant. Nous avons trouvé que les modèles avec un indice polytropique constant sont incapables de reproduire les vitesses et les densités asymptotiques. Cette comparaison montre aussi que les modèles de vent à indice polytropique constant qui donnent des résultats les plus proches de notre modèle sont ceux avec un indice classique ($5/3$ dans le cas adiabatique). En effet, les effets relativistes de la gravité sur le vent se limitent à la région centrale $< 10 r_G$. De ce fait, la valeur de l'indice polytropique effectif de notre modèle, au-delà de cette distance $10 r_G$, devient égale à la valeur classique.

Nous avons enfin utilisé notre modèle pour comparer les vents des quasars et des micro-quasars. Le résultat obtenu conforte l'idée que les écoulements autour des micro-quasars puissent être une version à échelle plus petite des écoulements autour de leur grand frères quasars. Dans cette application, nous avons trouvé que les vents adiabatiques sont incapables de reproduire des facteurs de Lorentz asymptotiques élevés. En effet, les vents adiabatiques avec $\gamma_\infty > 2$ nécessitent des énergies internes du fluide dans la couronne d'au moins 100 fois l'énergie de masse. Au contraire, un vent quasi-isotherme permet de reproduire des vitesses asymptotiques élevées ($\gamma \sim 5$) avec des températures initiales relativement faibles (Fig. 3.13) $T \sim 10^{12}$ K. De ce fait, la formation de vent relativiste ($\gamma > 2$) nécessite d'inclure des mécanismes physiques qui peuvent permettre de déposer de l'énergie et de la quantité de mouvement en continu dans le vent, ce qui permet de s'approcher d'un écoulement iso-

therme. Le chauffage du vent peut être la dissipation des ondes MHD ou la dissipation de l'énergie magnétique par reconnection des fraguements du champ magnétique à petite échelle emporté dans le vent à la base (Heinz & Begelman 2000). Le chauffage peut aussi être par la déposition de la quantité de mouvement dans le vent à l'aide du rayonnement émis à la base. Le chauffage peut être, enfin, induit par les turbulences liées à l'interaction du vent de la couronne centrale et du vent de disque comme dans les modèle de jets à deux composantes (Renaud & Henri 1998).

Notons, cependant que dans les vents purement quasi-isothermes la chute de la température est faible. De ce fait, la température asymptotique reste élevée de l'ordre de 10^{10} K alors que les températures observées sont plutôt de l'ordre de 10^8 K.

La difficulté de modéliser les vents relativistes avec des modèles purement polytropiques thermiques est la même que dans le cas du vent solaire (voir Parker, 1969). Une solution possible qui peut résoudre une partie de ce problème, et qui été proposé pour le vent solaire, est d'utiliser un modèle hybride avec deux parties. Une partie sub-sonique ayant un comportement quasi-isotherme et une région supersonique ayant un comportement quasi-adiabatique. Cela permet au moins d'augmenter l'accélération dans la partie sub-sonique avec des températures initiales comme celle obtenue dans la solution ($\Gamma = 1.09$). Dans la région super-sonique, le comportement quasi-adiabatique implique que la température chute plus rapidement et s'approche des températures observées.

Ce modèle, purement thermique, ne peut pas modéliser complètement les vents relativistes où les mécanismes magnétiques contribue aussi à la formation de vent et à sa collimation. En effet, comme nous l'avons déjà vu les mécanismes magnétiques peuvent contribuer au chauffage de l'écoulement (Heinz & Begelman 2000). Ils contribuent aussi à l'accélération du vent de disque sur les échelles du parsec (Vlahakis & Königl 2004) ce qui est en accord avec les observations (Sudou et al. 2000). Ces mécanismes magnétiques peuvent contribuer aussi d'une façon indirecte à l'accélération du jet, par l'action du champ magnétique sur la morphologie du jet. Ainsi, le champ magnétique peut amplifier les effets de la tuyère de De laval sur l'accélération du vent (même si l'accélération est thermique). Ce dernier mécanisme favorise l'accélération des jets près de l'axe rotation. Dans cette région, les énergies thermiques peuvent être de l'ordre ou plus grandes que les énergies magnétiques. De ce fait, l'accélération peut être en grande partie thermique. Dans les chapitres suivants, nous allons nous intéresser aux jets relativistes magnétohydrodynamiques axiaux à deux dimensions autour des objets compacts. Ces modèles vont nous permettre de traiter aussi bien l'accélération thermique que magnétique dans le jet et de comparer leur contribution dans les différentes régions du jet.

Chapitre 4

Modèle analytique de jet relativiste en rotation faible

4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'établissement d'un modèle d'écoulements relativistes magnétohydrodynamiques (GRMHD) de fluide magnétisé en rotation faible. L'écoulement est, ici aussi, supposé se produire dans la magnétosphère d'un trou noir de Schwarzschild entouré d'un disque d'accrétion qui l'approvisionne en matière et en énergie (Fig. 4.1, voir paragraphe 1.2.3). Nous présentons, dans ce chapitre une extension relativiste du modèle classique auto-similaire selon θ de jet formé dans une couronne sphérique chaude. La méthode auto-similaire est appropriée pour résoudre de façon semi-analytique les équations GRMHD dans le cas des écoulements coronaux près de l'axe de rotation. En effet, dans ces écoulements, la structure des lignes magnétiques possède une symétrie (comme dans le cas quasi dipolaire) que l'on peut assimiler à une auto similarité selon θ . Dans l'élaboration de ce modèle, nous considérons que les effets relativistes liés à la rotation du trou noir et du plasma sont faibles. Nous négligerons donc les effets relativistes de la rotation par rapport à la gravité et aux effets thermiques.

La généralisation du modèle classique en GRMHD permet d'accroître son champ d'application. Il sera applicable aussi bien aux jets d'étoiles jeunes TTauri classiques avec des vitesses de l'ordre de 400km/s (Garcia et al. 2001; Pyo et al. 2002) qu'aux jets des Noyaux Actifs de Galaxies (AGN) relativistes avec des facteurs de Lorentz γ supérieures à 2 (Piner et al. 2003). La transition des jets classiques aux jets relativistes, dans notre modèle, résulte de la masse et des dimensions de l'objet central. En effet, l'augmentation de la masse ou la diminution des dimensions de l'objet central engendre une augmentation de la profondeur du potentiel gravitationnel dans la région de formation de l'écoulement. Parallèlement, l'énergie thermique de la couronne va augmenter pour compenser la gravité. D'autre part, la stratification de la pression et de l'énergie thermique vont être réhaussés par le gradient de la gravité. En conséquence, l'accélération du jet devient plus efficace et peut donner des vitesses relativistes quand la masse de l'objet central devient celle d'un objet compact.

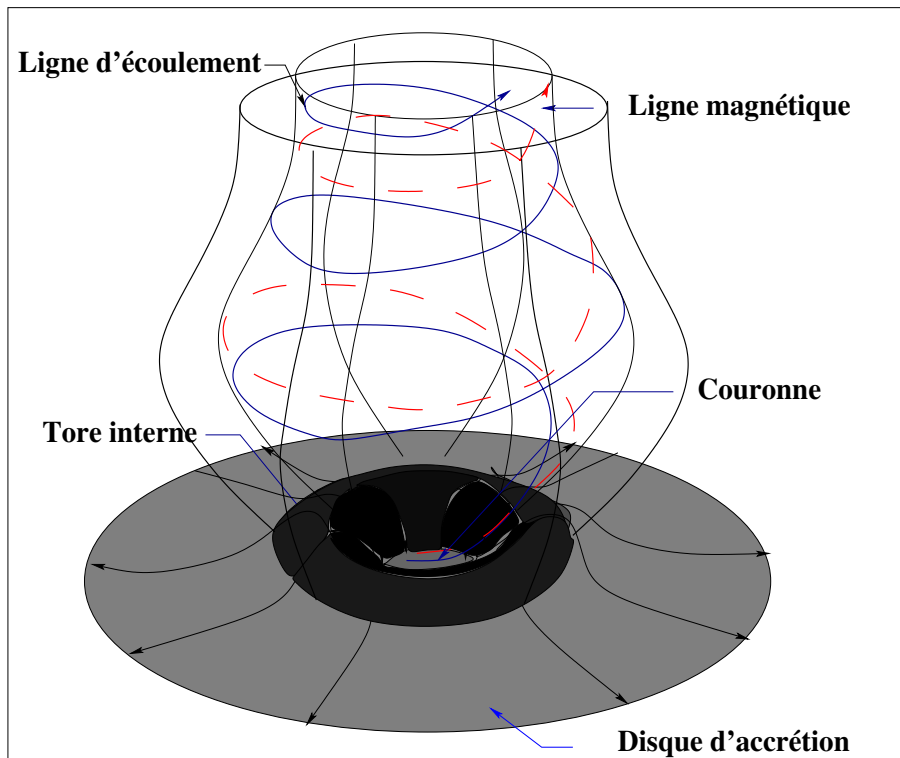


Fig. 4.1: Schéma de la formation d'un jet coronal qui montre le disque d'accrétion avec le tore près de la région centrale. De ce tore émerge le jet du disque interne. Le disque alimente aussi une couronne sphérique de laquelle émerge le jet axial. Les lignes d'écoulement sont tracées en lignes continues, elles sont décalées des lignes magnétiques (tracées en lignes discontinues) à cause de la rotation différentielle dans le jet.

4.2 Construction du modèle

Dans le chapitre 2, nous avons introduit les différentes grandeurs physiques qui gèrent les écoulements stationnaires et axisymétriques de fluide magnétisé en relativité générale. Malgré les simplifications engendrées par ces hypothèses de stationnarité et d'axisymétrie, les équations (2.54) à (2.60) qui régissent les écoulements restent fortement non linéaires et couplées. La construction d'un modèle semi analytique de jet, par la résolution exacte des équations GRMHD, requiert des hypothèses supplémentaires sur les propriétés de l'écoulement. Les hypothèses que nous utiliserons reviennent à un développement limité au premier ordre des grandeurs physiques par rapport à la coordonnée de la ligne d'écoulement A (Eq. 2.63) pour une distance radiale donnée r . Ces hypothèses restent raisonnables dans le cas des écoulements axiaux auxquels nous nous intéressons. En effet, le développement limité des grandeurs physiques se fait près de l'axe polaire où le flux magnétique A s'annule. Dans ce chapitre, nous ne modéliserons que la partie du jet proche de l'axe de rotation. Ceci nous permettra de négliger certains effets liés à la rotation relativiste qui deviennent faibles près de l'axe polaire.

4.2.1 Normalisation des grandeurs du modèle

En MHD, il est habituel de définir des grandeurs sans dimensions. L'utilisation des grandeurs et des échelles caractéristiques permet de mettre en évidence les paramètres physiques qui contrôlent le problème dans les différentes parties de l'écoulement. Elles permettent aussi de différencier les différents régimes dans le jet (ex. régime dans lequel l'énergie magnétique est importante $M^2 < 1$ et le régime dominé par l'inertie du plasma $M^2 > 1$). Nous allons introduire ici la normalisation des différentes grandeurs physiques dans l'écoulement de fluide magnétisé. Nous normaliserons les vitesses par la vitesse de la lumière. Toutes les autres grandeurs seront normalisées par leur valeurs à la surface d'Alfvén (marquées par un indice \star) le long de l'axe polaire. Ainsi, on définit un rayon, R , et un flux magnétique, α , sans dimension :

$$R = \frac{r}{r_\star}, \quad \alpha = \frac{A}{\frac{r_\star^2 B_\star}{2}}, \quad (4.1)$$

Nous introduirons aussi deux autres paramètres sans dimension qui décrivent l'intensité du potentiel gravitationnel dans le modèle. Le premier, ν , est le rapport de l'énergie gravitationnelle sur l'énergie cinétique à la surface d'Alfvén critique. Il est défini comme le rapport de la vitesse d'échappement par rapport à la vitesse du fluide à la surface d'Alfvén le long de l'axe polaire :

$$\nu = \frac{v_{\text{esc}}}{v_\star} = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}\mathcal{M}}{r_\star v_\star^2}}. \quad (4.2)$$

Le deuxième paramètre sans dimension, μ , mesure le potentiel gravitationnel dans l'écoulement. Il est défini comme le rapport au carré de la vitesse d'échappement à la surface d'Alfvén sur la vitesse de la lumière. C'est aussi le rapport du rayon de Schwarzschild sur le rayon d'Alfvén.

$$\mu = \left(\frac{v_{\text{esc}}}{c}\right)^2 = \frac{r_G}{r_\star} = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}\mathcal{M}}{r_\star c^2}}. \quad (4.3)$$

Ce paramètre contrôle les effets relativistes de la gravité sur le jet et, donc, sur la courbure de l'espace. C'est un paramètre supplémentaire par rapport au modèle classique. μ est induit par la présence de la longueur caractéristique de la courbure d'espace-temps (rayon de Schwarzschild). μ est identique au paramètre m dans le modèle de vent magnétisé équatorial relativiste de Daigne & Drenkhahn (2002). Dans la limite d'un espace plat (métrique de Minkowski) $\mu = 0$ et les effets de courbure sont nuls. Dans ce cas limite, nous retrouvons le modèle classique de Sauty & Tsinganos (1994).

L'introduction de ce nouveau paramètre, dans le modèle, induit de nouvelles contraintes. La distance entre la surface d'Alfvén et l'objet central est imposée par le choix de μ (Eq. 4.3). Elle n'est plus une grandeur libre comme dans le modèle classique. De même, la vitesse du fluide à la surface d'Alfvén est donnée par :

$$\frac{v_\star}{c} = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu}. \quad (4.4)$$

De cette relation, il découle une condition sur les deux paramètres libres du modèle pour que la vitesse reste inférieure à celle de la lumière :

$$\frac{\sqrt{\mu}}{\nu} < 1. \quad (4.5)$$

4.2.2 Flux magnétique

Dans la normalisation des paramètres du modèle, nous avons introduit le flux magnétique sans dimension α . L'hypothèse d'auto-similarité méridionale consiste à imposer une condition sur la structure des lignes magnétiques pour réduire le nombre de variables du modèle à la seule variable R . Ainsi, nous transformerons les équations d'Euler aux dérivées partielles en équations différentielles ordinaires. Pour cela, nous devons faire un développement formel de α en fonction de θ . La solution la plus physique et la plus raisonnable près de l'axe est de faire un développement multipolaire de α :

$$\alpha(R, \theta) = \sum_{n=1}^{n=\infty} f_n(R) \sin^{2n} \theta. \quad (4.6)$$

Près de l'axe, la partie dipolaire du développement domine le flux magnétique, nous pouvons supposer raisonnablement que :

$$\alpha(r, \theta) = f(R) \sin^2 \theta. \quad (4.7)$$

où $f(R)$ est une fonction en R , qui décrit la collimation du jet. f a été utilisé pour la première fois dans le modèle auto-similaire selon θ de Tsinganos & Low (1986a). Ils ont étudié le problème du vent solaire magnétisé avec une fonction f de la forme $f \propto 1 + 1/R$. Sous cette forme f donne la superposition linéaire de deux structures du champ magnétique, une partie radiale donnée par la constante et une partie dipolaire donnée par $1/R$.

Pour mieux comprendre la signification de f dans le modèle, nous pouvons calculer l'angle entre le champ magnétique poloïdal et la direction radiale donnée par le vecteur unitaire radial \vec{e}_r . Ceci, nous permet de déduire l'angle d'évasement χ (Fig. 4.2) des lignes magnétiques par rapport au cas purement radial. Le champ magnétique poloïdal est calculé à partir de l'équation (2.63) de conservation du flux magnétique poloïdal :

$$B_p = \frac{1}{\varpi} \vec{\nabla} A \wedge \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} B_\star \frac{f}{R^2} \cos \theta \\ -\frac{h_0}{R} B_\star \frac{d f}{d R} \sin \theta \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

où h_0 est la courbure de l'espace définie au chapitre 2, (Eq. 2.37).

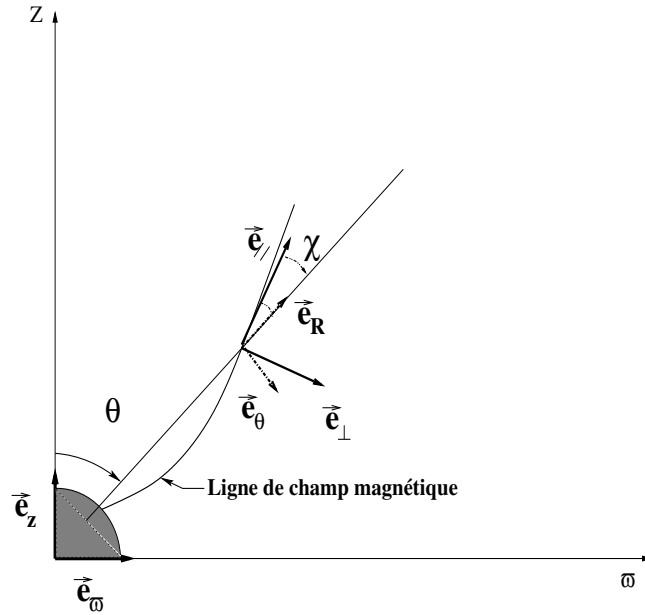


Fig. 4.2: Représentation des vecteurs unitaires, parallèle \vec{e}_\parallel et perpendiculaire \vec{e}_\perp aux lignes magnétiques. χ est l'angle entre la ligne magnétique poloïdale et le vecteur de base radial \vec{e}_R .

Donc, l'angle χ (Fig. 4.2) dans le référentiel FIDO entre le champ magnétique poloïdal \vec{B}_p et \vec{e}_r est :

$$\tan \chi = \frac{B_\theta}{B_r} = \frac{h_0}{2} F \tan \theta, \quad (4.9)$$

avec

$$F = \frac{d \ln f}{d \ln R} = \left. \frac{\partial \ln \alpha}{\partial \ln R} \right|_\theta. \quad (4.10)$$

Nous venons, d'introduire une nouvelle grandeur importante dans le modèle qui est une fonction de R . Elle permet de donner le taux de collimation du jet. Si $0 < h_0 F < 2$, le jet est dans un régime d'expansion moins rapide que l'expansion sphérique. Si $h_0 F = 2$, le jet est dans un régime cylindrique, tandis que pour $F < 0$ le jet est décollimaté. $F = 0$ correspond au régime radial. Enfin, lorsque $h_0 F > 2$, les lignes magnétiques dans le jet se referment sur l'axe de rotation.

Lorsque $h_0 \rightarrow 1$, les effets de la courbure deviennent négligeables. F est alors identique au F du modèle classique (Sauty & Tsinganos 1994). Il est aussi comparable dans la région asymptotique au paramètre n des modèles de Tsinganos & Low (1989), Tsinganos & Trussoni (1993).

Nous pouvons aussi introduire un paramètre supplémentaire, fonction de R , qui décrit l'expansion de l'écoulement plus facile à utiliser et à comprendre que f . $G = \frac{\varpi(\alpha)}{\varpi_*(\alpha)}$ est la variation du rayon cylindrique ϖ avec la distance à l'origine. Le paramètre G est le même que dans le modèle classique. Pour l'introduire, il suffit de faire un développement au premier ordre de la section du jet, $S = \pi \varpi^2$, en fonction de α , comme nous le faisons pour toutes les autres grandeurs du modèle :

$$S = \pi \varpi^2 = \pi r_*^2 \sin^2 \theta = \pi r_*^2 G^2(R) \alpha, \quad (4.11)$$

donc

$$G^2(R) = \frac{R^2}{f}, \quad (4.12)$$

d'où la relation entre F et G :

$$F = 2 \left(1 - \frac{d \ln G}{d \ln R} \right), \quad (4.13)$$

4.2.3 Flux du moment cinétique et courant électrique axial

Une autre grandeur importante dans ce modèle est $L \Psi_A$. Elle représente, à un facteur près, le moment cinétique transporté le long d'une ligne d'écoulement par unité de flux magnétique. Elle exprime aussi bien la perte de moment cinétique \dot{J} , que le courant électrique poloïdal I_z le long de l'axe de rotation (Macdonald & Thorne 1982),

$$\dot{J} = \int \int_S L h_0 \gamma n \vec{v}_p dS = \frac{B_\star r_\star^2}{4} \int_0^\alpha L \Psi_A d\alpha, \quad (4.14)$$

$$I_z = h_0 \frac{c}{2} \varpi B_\varphi = -\frac{c}{2} L \Psi_A \frac{\frac{h_0^2}{h_{0\star}^2} - G^2}{\frac{h_0^2}{h_{0\star}^2} - \frac{M^2}{h_{0\star}^2}}, \quad (4.15)$$

où M est le nombre d'Alfvén définie au chapitre 2, (Eq. 2.76).

Le flux du moment cinétique dans les écoulements est très important. Il nous renseigne sur l'efficacité du jet à extraire du moment cinétique de la couronne. La densité de courant électrique emportée dans le jet nous renseigne sur l'efficacité de la collimation par pincement magnétique du jet (Heyvaerts & Norman 1989; Paatz & Camenzind 1996; Heyvaerts & Norman 2003c). Donc, $L \Psi_A$ reflète dans l'écoulement aussi bien la force centrifuge que la force de pincement magnétique toroïdale. Le choix de l'expression de $L \Psi_A$ en fonction de α est imposé par les propriétés de l'écoulement et de l'équation Transfield (2.75). La condition sur l'écoulement se porte sur la perte du moment cinétique qui doit être nulle le long de l'axe de rotation, $L \Psi_A(0) = 0$. La séparation de variables dans l'équation Transfield impose une condition sur le développement fini du flux du moment cinétique en fonction de α . Il doit être développé au premier ordre en α , comme pour les autres grandeurs du modèle. Alors, la seule expression possible qui respecte ces deux conditions est : $L \Psi_A \propto \alpha$.

D'autre part, la présence au centre d'un trou noir de Schwarzschild impose une nouvelle condition inexistante dans les modèles classiques. Cette condition est liée au fait que nous avons supposé que le trou noir ne tourne pas. En conséquence, le moment cinétique doit diminuer dans la couronne et aussi à la surface d'Alfvén, lorsque ces surfaces se rapprochent du trou noir. En effet, la perte de moment cinétique doit diminuer lorsque $r_\star \rightarrow r_G$ et doit s'annuler dans le cas extrême où la couronne devient très proche de la surface de Schwarzschild. De ce fait, pour que nous puissions tenir compte de la singularité à la surface de Schwarzschild, la fonction de perte de moment cinétique, dans le modèle, doit être proportionnelle à la fonction de la courbure de l'espace à la surface d'Alfvén $h_{0\star}$:

$$L \Psi_A = h_{0\star} \lambda r_\star B_\star \alpha, \quad (4.16)$$

λ est une constante qui décrit l'importance du freinage magnétique de la couronne de l'étoile ou du disque en rotation.

Nous définirons, aussi, la densité de courant électrique, normalisée par $\frac{c}{2} r_* B_*$:

$$\bar{I}_z = h_0 R \sin \theta \frac{B_\varphi}{B_*} = -\lambda h_{0*} \frac{\frac{h_0^2}{h_{0*}^2} - G^2}{\frac{h_0^2}{h_{0*}^2} - \frac{M^2}{h_{0*}^2}} \alpha. \quad (4.17)$$

Cette forme de la densité de courant électrique normalisée permet de comparer des solutions de jets caractérisées par des dimensions différentes. En effet, dans l'équation d'Euler, les distances sont normalisées par rapport à r_* et le champ magnétique par B_* .

4.2.4 Vitesse angulaire

Le choix de la vitesse angulaire Ω de rotation des lignes d'écoulement autour des lignes magnétiques (Eq. 2.68) dépend du type de rotation à la base du jet dans la couronne ou dans le disque. Dans le cas des jets de disque, la rotation est de type képlérienne (Blandford & Payne, 1982; Li et al., 1992; Pelletier & Pudritz, 1992; Contopoulos & Lovelace, 1994; Fendt & Camenzind, 1996; Hujer et al., 2003; Hujer, 2004). Cette fonction de rotation est caractérisée par une singularité sur l'axe. Dans le cas des jets coronaux et des disques internes, le problème est différent. Cette divergence sur l'axe doit être évitée. D'un autre côté, la fonction de rotation de la couronne doit diminuer de l'équateur au pôle. En effet, la rotation de la couronne est imposée par la partie interne du disque d'accrétion, par l'intermédiaire des lignes magnétiques fermées. Ces dernières transportent le moment cinétique du disque vers la couronne et freine ainsi la rotation du disque.

Ce phénomène est l'inverse, d'un point de vue du transfert de moment cinétique, de ce qui est considéré dans certains modèles d'interaction entre le disque d'accrétion et l'étoile centrale dans les TTauris caractérisées par une grande vitesse de rotation. En effet, dans ces modèles, le couplage magnétique entre l'étoile et le disque d'accrétion permet le transfert du moment cinétique de l'étoile au disque d'accrétion. De ce fait, ce couplage empêche l'étoile d'atteindre la vitesse de rotation de rupture (Königl, 1991; Cameron & Campbell, 1993; Wang, 1995; Bouvier et al., 1997; Romanova et al., 2002). Dans les couronnes autour des trous noirs de Schwarzschild (un trou noir qui ne tourne pas) le problème s'inverse, puisque la rotation de la couronne ne peut être alimentée en moment cinétique que par le champ magnétique qui est ancré dans le disque.

Dans notre modèle, la disque d'accrétion alimente la couronne en matière par l'intermédiaire des lignes magnétique fermées. Ceci est équivalent aux modèles d'accrétion dans les TTauri (Camenzind, 1990; Shu et al., 1994; Li et al., 1996; Romanova et al., 2002). Pour ces raisons, la fonction de rotation que nous allons prendre est celle du modèle classique mais avec une correction relativiste. Cette correction est la même que pour la perte du moment cinétique (Eq. 4.16) :

$$\Omega = \lambda h_{0*} \frac{v_*/r_*}{\sqrt{1 + \delta\alpha}}, \quad (4.18)$$

4.2.5 Le nombre d'Alfvén

Nous allons maintenant faire une séparation de variable en (R, α) du nombre d'Alfvén. Pour déterminer la forme en α du nombre d'Alfvén, il suffit d'écrire son expression à la surface d'Alfvén critique. :

$$M_{\star}^2 = h_{0,\star}^2 (1 - x_A^2) , \quad (4.19)$$

où x_A^2 nous renseigne sur l'influence du cylindre de lumière sur l'écoulement à la surface d'Alfvén critique. L'expression de x_A est déterminée à partir de l'équation (2.85) en remplaçant la vitesse angulaire Ω par sa fonction (Eq. 4.18) nous obtenons :

$$x_A^2 = \left(\frac{\lambda v_{\star}}{c} \right)^2 \frac{\alpha}{1 + \delta \alpha} , \quad (4.20)$$

La partie en α du nombre d'Alfvén est liée à l'existence du cylindre de lumière $(1 - x_A^2)$. La relation (4.19) exprime la déviation de la surface d'Alfvén critique par rapport à la symétrie sphérique, sous l'influence du cylindre de lumière. Cette déviation devient importante dans le modèle, lorsque la vitesse de rotation dans le jet devient relativiste, $\frac{\lambda v_{\star}}{c} \gg 0$.

La séparation de variable que nous obtenons dans le modèle est donc pour l'instant :

$$M^2 = (1 - x_A^2) M^2(R) , \quad (4.21)$$

A la surface d'Alfvén, $R \rightarrow 1$, nous obtenons de l'Eq. (4.19), $M(R) = h_{0,\star}^2$.

Remarque : Nous serons amenés au paragraphe (4.2.11) à négliger totalement les effets du cylindre de lumière et à prendre finalement $M^2 = M^2(R)$ avec $x_A^2 \rightarrow 0$.

4.2.6 La densité

Le choix de la fonction de densité, est imposé par le développement au premier ordre en α des forces dans l'équation de la dynamique (Eq. 2.54). Suite au choix de la fonction de la vitesse angulaire (Eq. 4.18), la force centrifuge dans le modèle est $\frac{v_{\varphi}^2}{\varpi} \propto \Omega^2 \propto 1/(1 + \delta \alpha)$. Ceci oblige à prendre une fonction de la densité d'enthalpie sous la forme $n w = n(R) w_{\star} (1 + \delta \alpha)$. Nous utilisons la définition du nombre d'Alfvén (Eq. 2.76) et la condition de variables séparables sur (R, α) , pour trouver :

$$n = \frac{w_{\star}}{w} n_{\star} \frac{(1 + \delta \alpha)}{M^2(R)} . \quad (4.22)$$

Donc, le paramètre δ décrit la déviation de la symétrie sphérique de la densité. En particulier, si $\delta > 0$, la densité augmente lorsqu'on s'éloigne de l'axe de rotation et si $\delta < 0$, la densité décroît lorsqu'on s'éloigne de l'axe de rotation comme dans le modèle classique.

4.2.7 Perte de masse

Le taux de perte de masse dans le modèle peut être traité comme le flux magnétique puisque le flux de masse réel, Ψ , le long d'une ligne d'écoulement est fonction du flux magnétique A (Eq. 2.65). La seule fonction dont nous avons besoin pour déterminer la perte de masse dans le modèle est le flux de masse par unité de flux magnétique, Ψ_A . En effet, la perte de masse d'un jet de section S est donnée par :

$$\dot{M} = \int \int_S m h_0 \gamma n \vec{v}_p d\vec{S} = m \frac{\Psi(A_{\text{out}}) - \Psi(0)}{2}, \quad (4.23)$$

avec $\Psi(A) = \int_0^A \Psi_A dA$.

Le choix de la fonction de Ψ_A est déduite de l'équation (2.76) à partir de la fonction de la densité enthalpique et du nombre d'Alfvén :

$$\Psi_A = \frac{M^2 n}{4 \pi w/c^2} = h_{0,*} \sqrt{(1 - x_A^2)} \sqrt{\left(4\pi \frac{n_*}{w_*/c^2}\right) \sqrt{1 + \delta} \alpha}. \quad (4.24)$$

Il apparaît que Ψ_A diffère très peu de celui du modèle classique. La seule différence est induite par la déformation de la surface d'Alfvén critique sous l'effet du cylindre de lumière (x_A) et la courbure de l'espace h_0 . Cependant, dans la suite, nous négligerons l'effet du cylindre de lumière (rotation lente), donc, seule la courbure interviendra.

Après intégration de l'équation (Eq. 4.24) nous obtenons,

$$\psi_\alpha = h_{0,*} \sqrt{\left(4\pi \frac{n_*}{w_*/c^2}\right)} \frac{2}{3 \left(\delta - \frac{\lambda^2 v_*^2}{c^2}\right)} \left[\left(1 + \left(\delta - \frac{\lambda^2 v_*^2}{c^2}\right) \alpha\right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]. \quad (4.25)$$

Donc, la perte de masse dans le jet de section S dont la ligne d'écoulement extérieure est donnée par A_{out} est obtenue à partir des équations (4.24) et (4.23) et de la fonction de densité (Eq. 4.22)

$$\begin{aligned} \dot{M} &= 2 (4 \pi r_G^2) \frac{1}{3 \mu^{3/2} \nu \left(\delta - \frac{\lambda^2 v_*^2}{c^2}\right)} \sqrt{1 - \mu} \left[\left(1 + \left(\delta - \frac{\lambda^2 v_*^2}{c^2}\right) \alpha_{\text{out}}\right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right] \\ &M^2(R) \gamma_* \frac{w}{w_*} n m_{\text{part}}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

m_{part} est la masse des particules qui constituent le fluide. Dans le cas d'un fluide protons - électrons $m_{\text{part}} = m_{\text{proton}}$. Dans le cas d'un fluide de paires de positron - électron $m_{\text{part}} = m_{\text{electron}}$.

Dans l'équation (4.26), il apparaît que la perte de masse diminue lorsque le cylindre de lumière se rapproche de la surface d'Alfvén critique $x_A^2 \rightarrow 1$. En effet, lorsque $x_A^2 \rightarrow 1$, le régime du jet se rapproche d'un régime purment électromagnétique dans lequel le flux de la matière dans le jet devient faible. Cependant, du fait que nous allons négliger dans la suite les effets du cylindre de lumière sur l'écoulement, le terme en x_A^2 dans l'Eq. (4.26) sera aussi négligé.

4.2.8 Moment cinétique

Le moment cinétique transporté le long d'une ligne d'écoulement dans le jet est calculée à partir des Eqs. (4.16) et (4.24) :

$$L = \lambda r_* \gamma_* v_* \frac{w_*}{c^2} \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \delta \alpha}} \frac{1}{\sqrt{1 - x_A^2}}. \quad (4.27)$$

4.2.9 Energie

L'énergie est calculée à partir de l'équation de continuité à la surface d'Alfvén (2.86)

$$E = \frac{L}{\Omega \varpi_*^2} h_{0,*}^2 c^2 = h_{0,*} \gamma_* w_* \frac{1}{\sqrt{1 - x_A^2}}, \quad (4.28)$$

L'énergie de Bernoulli augmente vers l'extérieur du jet. Elle atteint son maximum pour les lignes d'écoulement dont le cylindre de lumière est très proche de la surface d'Alfvén ($x_A^2 \rightarrow 1$). Cette augmentation est due à la contribution du flux de Poynting, qui devient plus important lorsque on s'éloigne de l'axe de rotation et que l'on s'approche du cylindre de lumière. En effet, la position du cylindre de lumière dans le jet nous renseigne sur la contribution de l'énergie électromagnétique dans le jet par rapport à l'énergie thermique. Les écoulements caractérisés par $x_A^2 \simeq 1$ sont dans un régime purement électromagnétique.

La contribution de l'énergie thermique dans le modèle est obtenue à partir de l'équation (4.28) et de l'équation du facteur de Lorentz (2.81) :

$$h_0 \gamma w = h_{0,*} \gamma_* w_* \sqrt{1 - x_A^2} \left(\frac{M^2 - h_0^2}{M^2 (1 - x_A^2) - h_0^2 + h_{0,*}^2 G^2 x_A^2} \right), \quad (4.29)$$

Le flux de Poynting est obtenu à partir de l'équation (2.79) :

$$E_{\text{Poynting}} = -h_0 \frac{\varpi \Omega}{\Psi_A} B_\varphi = -x_A^2 h_{0,*} \gamma_* w_* \frac{1}{\sqrt{1 - x_A^2}} \left(\frac{h_0^2 - h_{0,*}^2 G^2}{M^2 (1 - x_A^2) - h_0^2 + h_{0,*}^2 G^2 x_A^2} \right). \quad (4.30)$$

Nous pouvons voir directement des Eqs. (4.29) et (4.30) que la contribution relative de l'énergie magnétique à l'énergie hydrodynamique (thermique) est proportionnelle à l'effet du cylindre de lumière x_A . Par conséquent, la contribution du flux de Poynting devient négligeable lorsque le cylindre de lumière s'éloigne à l'infini.

4.2.10 Equation de fermeture

A nouveau le problème de fermeture du système d'équations MHD se pose. Cette difficulté résulte de la complexité et de l'insuffisance des informations sur les échanges d'énergies dans les écoulements astrophysiques. La solution la plus répandue à ce problème est de prendre une équation d'état polytropic, $P \propto n^\Gamma$, avec un indice polytropic constant (Parker 1963; Michel 1972). Une autre solution possible est de prendre une équation d'état polytropic plus élaborée avec un indice polytropic effectif variable avec la température, comme celle que nous avons utilisée pour étudier les vents relativistes autour des objets compacts (Chapitre 3). Ces deux types d'équation d'état imposent un comportement thermique

(chauffage / refroidissement) constant le long de l'écoulement (isotherme $\Gamma = 1$ ou adiabatique $\Gamma_{\text{classique}} = 5/3$ et $\Gamma_{\text{relativiste}} = 4/3$). Elles sacrifient, ainsi, les informations sur les propriétés énergétiques de l'écoulement. D'autre part, nous avons montré dans le chapitre 3 que le modèle de vent thermique polytropique ne pouvait pas reproduire les vitesses asymptotiques observées dans les vents relativistes. En effet, nous avons trouvé que la formation des vents thermiques relativistes nécessite des températures initiales plus élevées que l'énergie de masse (Cf. aussi Parker 1963).

Dans ce chapitre, nous allons suivre une approche différente, le chauffage dans l'écoulement sera déterminé, non plus a priori comme dans les modèles précédents, mais a posteriori. Le taux du chauffage sera déterminé d'après la dynamique dans le jet et la structure des lignes d'écoulement du jet (Low & Tsinganos 1986a; Tsinganos & Trussoni 1990). En d'autres termes, nous utiliserons un chauffage avec une distribution adéquate dont la variation avec la latitude va permettre la séparation des variables en (r, α) . La variation du chauffage le long des lignes d'écoulement sera déduite après calcul des solutions du modèle. L'intérêt d'utiliser une équation d'état sous une forme générale est d'éliminer les contraintes imposées par la forme polytropique et d'avoir un chauffage différent d'une ligne d'écoulement à une autre.

La pression dans le modèle est, comme pour toutes les autres grandeurs physiques du modèle, développée au premier ordre :

$$P = \frac{1}{2} \gamma_*^2 n_* \frac{w_*}{c^2} v_*^2 \Pi(R) (1 + \kappa \alpha) + P_0. \quad (4.31)$$

où $\Pi(R)$ est la pression sans dimension fonction de R . Le paramètre κ est une constante du modèle, elle donne la variation de la pression dans la direction transverse aux lignes d'écoulement. P_0 est une constante arbitraire que l'on prendra égale à 0 le plus souvent.

Sous cette forme générale, l'équation (4.31) peut contenir différents processus de chauffage dans le fluide, thermique, radiatifs et aussi les mécanismes de chauffage par les ondes alfvéniques (Meliani D.E.A 2001) ou la turbulence (Roussev et al. 2003). La contribution de chacun de ces mécanismes dépend des besoins énergétique du jet. Dans le cas où nous supposons que la pression dans le modèle est seulement due à la pression cinétique, la température est donnée par la loi du gaz parfait :

$$T = \frac{P}{k_B n} = \frac{1}{2 k_B} \gamma_*^2 \frac{w_*}{c^2} M^2 \Pi \frac{1 + \kappa \alpha}{1 + \delta \alpha}. \quad (4.32)$$

Cependant, comme nous l'avons dit auparavant, la pression dans ce modèle ne se réduit pas à la pression cinétique. De ce fait, la température définie dans l'Eq. (4.32) représente plutôt une température effective du jet. Nous allons discuter de ce problème de façon plus détaillée dans le paragraphe (5.5.2).

4.2.11 Forme de la surface alfvénique

Maintenant que les expressions des différentes grandeurs physiques sont déterminées en fonction du flux magnétique α , il nous reste une dernière hypothèse fondamentale à poser pour finir la construction du modèle. L'hypothèse porte sur la forme de la surface d'Alfvén

que nous choisirons sphérique comme dans les modèles de jets auto-similaires en altitude (Vlahakis & Tsinganos 1998), afin de séparer les variables (R, θ) dans l'équation de la dynamique. Cette forme de la surface d'Alfvén est raisonnable près de l'axe polaire, car la gravité y est élevée et le vent s'échappe essentiellement thermiquement de la couronne, initialement sous forme de vent sphérique.

D'un autre côté, il a été démontré par Tsinganos et al. (1996), que les surfaces critiques dans les modèles auto-similaires sont toujours des surfaces d'auto-similarité (dans notre cas une fonction de R). Ceci, a d'abord été démontré dans le cas des modèles d'écoulements auto-similaires radiaux (Blandford & Payne 1982). En effet, dans ces écoulements, les seules ondes (Alfvén et magnéto-soniques) qui peuvent se propager dans le jet sont celles dont le vecteur d'onde est perpendiculaire aux surfaces d'auto-similarités (voir l'annexe C de Vlahakis & Königl, 2003). D'un autre côté, toutes les simulations montrent que près de l'axe de rotation, la surface alfvénique critique a une forme quasi sphérique (Sakurai, 1985; Bogovalov & Tsinganos, 1999; Ustyugova et al., 1999). Même dans le vent solaire, les données d'Ulysse suggèrent une surface sphérique (Lima et al.; 2004)

Le nombre d'Alfvén n'est alors qu'une fonction de R , $M^2(R)$. Ceci nous oblige à négliger les effets du cylindre de lumière dans le modèle. En effet, dans l'équation (2.83) la déformation selon α de la surface d'Alfvén critique est due à l'influence du cylindre de lumière x_A . Ceci revient à supposer que la rotation ne devient jamais relativiste dans le jet :

$$x_A = \frac{\Omega \varpi}{h_{0\star} c} = \frac{\lambda v_\star}{c} \sqrt{\frac{\alpha}{1 + \delta \alpha}} \rightarrow 0. \quad (4.33)$$

Le fait de négliger les effets du cylindre sur la partie du jet que nous modélisons, nous oblige à restreindre notre étude aux jets relativistes près de l'axe de rotation. Dans cette région, les énergies dominantes sont l'énergie gravitationnelle et l'énergie thermique. En effet, le rapport entre le flux de Poynting (Eq. 4.30) et l'énergie thermique (Eq. 4.29) dans l'équation de Bernoulli, est proportionnel à x_A^2 . De ce fait, lorsque nous approchons de l'axe de rotation la contribution du flux de Poynting dans l'accélération du jet devient négligeable.

Négliger les effets du cylindre de lumière n'affecte a priori pas le type de collimation dans le jet. En effet, la collimation peut résulter soit des forces magnétiques soit du gradient de pression. Cependant, lorsque nous négligeons près de l'axe de rotation les effets du cylindre de lumière, nous négligeons aussi la partie de la force de séparation de charge ($\rho_e \vec{E}$ créé par la rotation dans le jet) proportionnelle à x_A^2 . Comme cette force a une action de décollimation du jet, nous commettons une erreur de l'ordre de x_A^2 sur l'équilibre des forces perpendiculaire aux lignes magnétiques. Cependant, cette erreur tend vers zéro près de l'axe, ce qui rend l'utilisation de ce modèle pour modéliser la partie du jet près de l'axe de rotation raisonnable. Nous allons revenir dans les sections suivantes pour discuter avec plus de détails sur la contribution de cette force de séparation de charge dans la décollimation du jet, puisque la totalité de la force électrique ne peut être négligée en relativité.

4.3 Cylindre de lumière

4.3.1 La surface du cylindre de lumière

Comme, nous l'avons vu dans ce modèle, nous allons négliger les effets relativistes de la rotation sur les écoulements. En conséquence, nous allons restreindre notre étude aux écoulements qui restent toujours à l'intérieur du cylindre de lumière. En plus, nous considérerons que les effets du cylindre de lumière sur le jet sont négligeables. Nous considérerons soit que le cylindre de lumière est à l'infini, soit que le cylindre de lumière existe mais qu'il est suffisamment loin de la région centrale que nous modélisons. La surface du cylindre de lumière est définie par $\frac{\Omega \varpi}{h_{0\star} c} = 1$, donc, dans notre modèle, l'équation qui donne la forme de la surface du cylindre de lumière est déterminée à partir de l'Eq. (4.33) :

$$x_A^2 G^2 = 1 \Rightarrow \frac{\lambda^2 v_\star^2}{c^2} \frac{\alpha}{1 + \delta \alpha} G^2 = 1, \quad (4.34)$$

Les lignes d'écoulement dans le jet qui traversent la surface du cylindre de lumière à une distance radiale R sont celles qui vérifient la condition suivante :

$$\alpha = \frac{1}{\frac{\lambda^2 \mu}{\nu^2} G^2(R) - \delta}, \quad (4.35)$$

Nous avons représenté (Fig. 4.3), la forme de la surface du cylindre de lumière dans le cas d'une rotation solide et d'un jet force-free, en (a) pour des lignes magnétiques dipolaires, $G^2 \propto R^3$, en (b) pour des lignes en expansion sphérique, $G^2 \propto R^2$, et en (c) pour une expansion paraboloidale, $G^2 \propto R$. Nous remarquons que plus l'expansion des lignes magnétiques est importante plus les lignes traversent plus rapidement le cylindre de lumière. Pour ces exemples nous avons pris $\lambda = 1$, $\delta = 1$, $\mu = 0.1$ et $\nu = 1$. Ils ne s'agit pas de solutions exactes des équations mais simplement de différentes configurations géométriques qui illustrent notre propos.

La condition sur l'existence de la surface du cylindre de lumière pour une solution de jet donnée, est que l'expansion maximale G_{\max}^2 des lignes d'écoulement dans le jet vérifie l'inégalité suivante :

$$\frac{\lambda^2 \mu}{\nu^2} G_{\max}^2 > \delta. \quad (4.36)$$

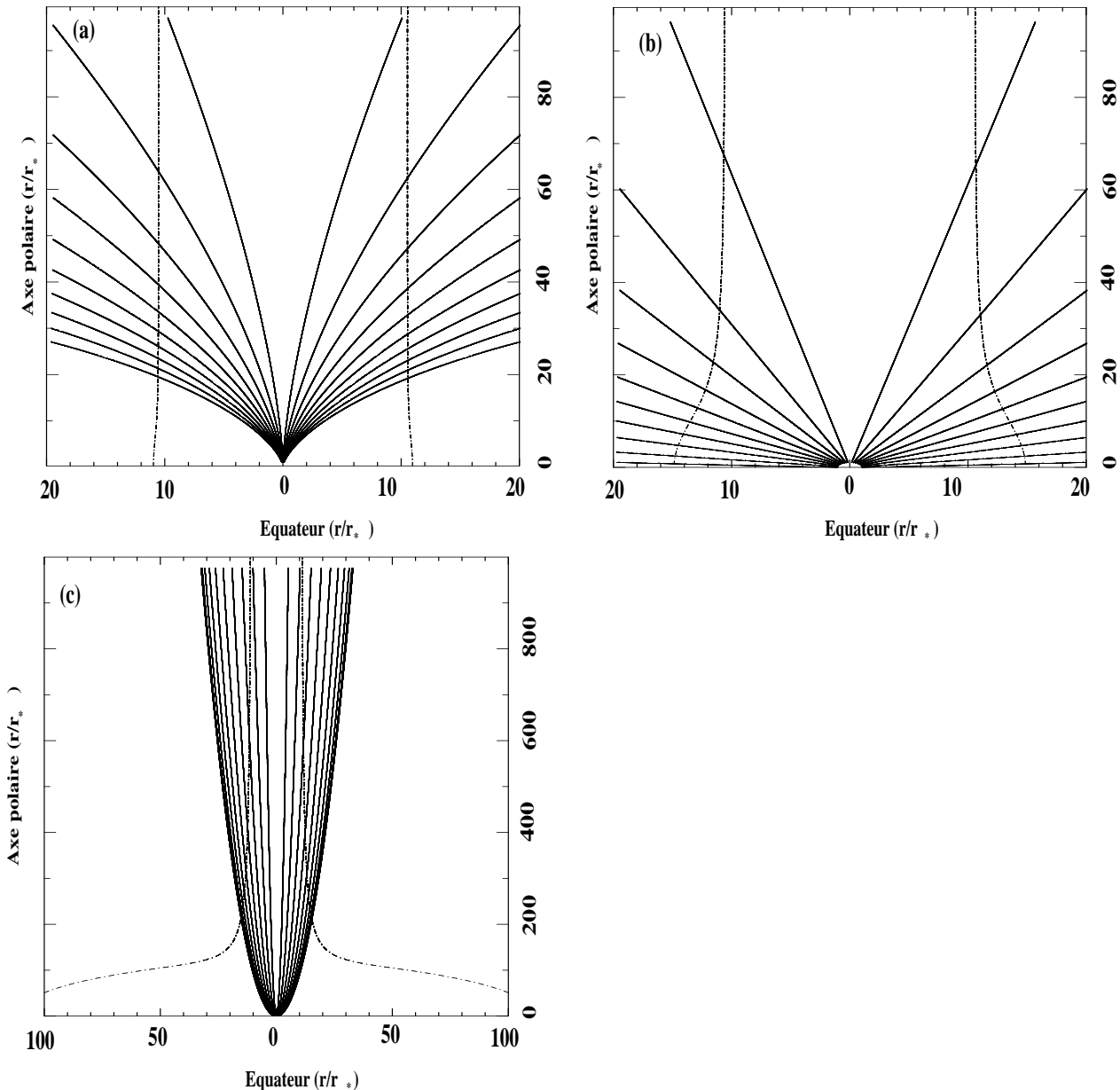


Fig. 4.3: Forme de la surface du cylindre de lumière en pointillé pour trois structures différentes de lignes magnétiques (a) dipolaires, (b) sphériques et (c) paraboloidales.

Les conséquences de cette condition sont :

1. Plus la rotation de jet est importante $\lambda \gg 0$, plus le cylindre de lumière est proche de l'axe de rotation, $G_{\max}^2 \propto 1/\lambda^2$, plus les lignes d'écoulement dans le jet vont le traverser plus rapidement. Les effets du cylindre de lumière ne peuvent pas être négligés dans le cas des jets à forte rotation, $\lambda \gg 0$.
2. Les jets caractérisés par une distribution sphérique de la densité $\delta = 0$, vérifient toujours, la condition (4.36), donc, le cylindre de lumière existe toujours pour ces solutions. Dans ces jets, il existe toujours des lignes α (Eq. 4.35) qui traversent le cylindre de lumière. Au contraire, les jets caractérisés par une forte augmentation de la densité transverse vers l'extérieur ont très peu de chance de traverser le cylindre de lumière. L'augmentation de la densité alourdit les lignes d'écoulement extérieures et, de ce fait, ralentit la rotation des lignes, lorsque on s'éloigne de l'axe de rotation

$\left(\Omega \propto \frac{1}{\sqrt{1 + \delta \alpha}} \right)$. Dans ce cas, le cylindre de lumière, s'éloigne de la région centrale.

3. Dans les écoulements où il y a expansion des tubes de flux asymptotiquement, $F_\infty < 2$, toutes les lignes d'écoulement traversent à un moment donné le cylindre de lumière. Cependant, la position du cylindre de lumière dépend des paramètres libres μ, ν, λ .
4. Dans le cas classique des jets d'étoiles jeunes $\mu \sim 10^{-5}$, le cylindre de lumière peut tendre vers l'infini. Cela dépend aussi de la rotation des lignes d'écoulement λ et du poids de la matière emportée le long des lignes d'écoulement externes.

4.3.2 Force de séparation de charge

Lorsque nous négligeons les effets du cylindre de lumière dans l'écoulement, nous pouvons négliger automatiquement la force électromagnétique liée à la dissipation de Joule dans le jet, $\frac{\vec{v}}{c} (\vec{j}_e \cdot \vec{E}) \ll 1$, (voir Annexe B) au moins pour les lignes d'écoulement près de l'axe de rotation.

Par contre, pour la force de séparation de charge, $\rho_e \vec{E}$, le problème est différent. Celle-ci a deux composantes dont les expressions sont :

$$f_{sep.charge}^R = \rho_e E_R = \left\{ \frac{B_\star^2}{4 \Pi G^4} \frac{h_{0,\star}^2}{h_0} \frac{F}{2} x_A^2 G^2 \sin^2 \theta \left[\frac{h_0^2}{4} \left(2 \frac{dF}{dR} + \frac{F^2}{R} + 2F - \frac{8}{h_0^2 R} \right) + \frac{1}{R(1 + \delta \alpha)} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \right] + \frac{B_\star^2}{4 \Pi G^4} \frac{h_{0,\star}}{h_0} \frac{F}{2} \lambda^2 \frac{v_\star^2}{c^2} R \sin^2 \theta \frac{2 + \delta \alpha}{(1 + \delta \alpha)^2} \right\}, \quad (4.37)$$

$$f_{sep.charge}^\theta = \rho_e E_\theta = \left\{ \frac{B_\star^2}{4 \Pi G^4} \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right)^2 x_A^2 G^2 \sin \theta \cos \theta \left[\frac{h_0^2}{4} \left(2 \frac{dF}{dR} + \frac{F^2}{R} + 2F - \frac{8}{h_0^2 R} \right) + \frac{1}{R(1 + \delta \alpha)} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \right] + \frac{B_\star^2}{4 \Pi G^4} \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right)^2 \lambda^2 \frac{v_\star^2}{c^2} \sin \theta \cos \theta \frac{2 + \delta \alpha}{(1 + \delta \alpha)^2} \right\}, \quad (4.38)$$

$\rho_e \vec{E}$ ne peut pas être négligé complètement, même pour les solutions dont les lignes d'écoulement sont loin du cylindre de lumière. En effet, cette force n'est pas négligeable près de l'axe. Ceci est induit par la dimension caractéristique transverse dans le jet qui est $L = \varpi$ et par la divergence du champ électrique qui est proportionnelle à la séparation de charge : $\rho_e \propto \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \propto \frac{\Omega \varpi}{c L} \propto \frac{\Omega}{c}$. Donc près de l'axe de rotation ρ_e ne s'annule pas, même si le cylindre de lumière est à l'infini, tant que la vitesse de rotation dans le jet reste importante. Dans la construction du modèle, nous avons pris en considération la partie de la force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ qui ne s'annule pas lorsque le cylindre de lumière tend vers l'infini $x_A \rightarrow 0$.

$$\rho_e E_R \simeq \frac{B_\star^2}{4 \pi G^4} \frac{h_{0,\star}}{h_0} \frac{F}{2} \lambda^2 \frac{v_\star^2}{c^2} R \sin^2 \theta \frac{2 + \delta \alpha}{(1 + \delta \alpha)^2}, \quad (4.39)$$

$$\rho_e E_\theta \simeq \frac{B_*^2}{4\pi G^4} \left(\frac{h_{0,*}}{h_0} \right)^2 \lambda^2 \frac{v_*^2}{c^2} \sin \theta \cos \theta \frac{2 + \delta\alpha}{(1 + \delta\alpha)^2}, \quad (4.40)$$

Ainsi écrite, cette force électrostatique n'est pas séparable en (R, α) . Cependant nous pouvons prendre le développement limité à l'ordre le plus bas de cette force en α , ce qui nous amène à considérer le cas où $\frac{2 + \delta\alpha}{(1 + \delta\alpha)^2}$ tend vers 2.

$$\rho_e E_R \simeq 2 \frac{B_*^2}{4\pi G^4} \frac{h_{0,*}}{h_0} \frac{F}{2} \lambda^2 \frac{v_*^2}{c^2} R \sin^2 \theta, \quad (4.41)$$

$$\rho_e E_\theta \simeq 2 \frac{B_*^2}{4\pi G^4} \left(\frac{h_{0,*}}{h_0} \right)^2 \lambda^2 \frac{v_*^2}{c^2} \sin \theta \cos \theta. \quad (4.42)$$

De ce fait, ce modèle ne sera applicable que pour les jets proches de l'axe de rotation, $\alpha \ll 1$. Cette possibilité restreint encore davantage l'application de notre modèle à la partie axial. Néanmoins, dans ce cas, nous sommes sûrs que le cylindre de lumière reste assez loin de la partie où notre modèle est applicable.

La deuxième possibilité est de ne considérer que les jets avec une faible déviation à la symétrie sphérique de la densité $\delta \rightarrow 0$. Cependant, cette solution limitera l'application du modèle aux solutions caractérisées par $\delta \ll 1$. En même temps, cette deuxième approche limite aussi l'application de notre modèle à la région interne du jet. En effet, pour $\delta \rightarrow 0$ la diminution de la vitesse angulaire Ω dans le jet devient lente, lorsqu'on s'éloigne de l'axe de rotation. Le cylindre de lumière s'approche alors plus de la région axiale. De ce fait, les termes des forces électriques, liées au cylindre de lumière ne peuvent pas être négligées.

4.4 Résumé du modèle

4.4.1 Résumé des hypothèses du modèle

En vue de modéliser les jets relativistes, nous avons introduit dans le présent chapitre les différentes grandeurs GRMHD régissant l'écoulement d'un fluide magnétisé stationnaire et axisymétrique. L'écoulement formé dans l'environnement d'un objet central massif non tournant, engendre un potentiel gravitationnel radial et une courbure de l'espace donnée par la métrique de Schwarzschild (Eq. 2.16). Ensuite, nous avons introduit les coordonnées $(R$ et α , distance radiale et flux magnétique normalisé) et séparer les variables dans les grandeurs physiques de l'écoulement. Nous avons alors fait un développement limité à l'ordre 1 en fonction du flux magnétique α pour modéliser l'anisotropie dans l'écoulement. Ceci nous a permis de traiter les écoulements à deux dimensions. Les hypothèses du modèle sont :

1. La partie en θ dans l'expression du flux magnétique est similaire à celle du flux magnétique d'un dipôle.
2. Nous avons supposé que les effets du cylindre de lumière sont négligeables. La surface d'Alfvén est sphérique. Le nombre d'Alfvén est donc seulement fonction du rayon : $M^2(R)$.
3. Le rayon cylindrique du jet est proportionnel à la racine du flux magnétique sans dimension α .

4. Le moment cinétique transporté par unité de flux magnétique, le long des lignes d'écoulement est proportionnel au flux magnétique sans dimension α .
5. La densité varie de façon linéaire avec α d'une ligne d'écoulement à une autre.
6. La rotation différentielle varie dans la direction transverse comme l'inverse de la densité.
7. La pression varie de façon linéaire d'une ligne d'écoulement à une autre.
8. Nous n'avons pris que l'ordre 1 du développement limité de la force de séparation de charge en α .

Les hypothèses du modèle sont donc :

$$\alpha = f \sin^2 \theta, \quad (4.43)$$

$$M^2 = M^2(R), \quad (4.44)$$

$$\varpi = G r_* \sqrt{\alpha}, \quad (4.45)$$

$$L \Psi_A = h_{0,*} \lambda r_* B_* \alpha, \quad (4.46)$$

$$\Omega = h_{0,*} \frac{\lambda V_*/r_*}{\sqrt{1 + \delta \alpha}}, \quad (4.47)$$

$$\gamma n = \frac{h_{0,*}^3}{h_0} \frac{\gamma_* n_*}{M^2(R)} (1 + \delta \alpha), \quad (4.48)$$

$$x_A = \frac{\lambda v_*}{c} \sqrt{\frac{\alpha}{1 + \delta \alpha}} \rightarrow 0, \quad (4.49)$$

$$\rho_e \vec{E} \simeq 2 \frac{B_*^2}{4\pi G^4} \left(\frac{h_{0,*}}{h_0} \right)^2 \lambda^2 \frac{v_*^2}{c^2} \begin{pmatrix} \frac{h_0}{h_{0,*}} \frac{F}{2} \sin^2 \theta \\ \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (4.50)$$

4.4.2 Les paramètres libres du modèle

Dans ce modèle nous avons introduit 5 paramètres libres, un de plus par rapport au modèle classique (Sauty & Tsinganos 1994). Les paramètres du modèle sont :

- ν la contribution du potentiel gravitationnel dans le modèle. ν est le rapport entre l'énergie gravitationnelle effective et l'énergie cinétique poloïdale à la surface d'Alfvén le long de l'axe polaire.
- μ l'échelle spatiale caractéristique autour du trou noir ; Ce nouveau paramètre μ , est identique au paramètre m du modèle de vent magnétisé équatorial de Daigne & Drenkhahn (2002). Il est induit par l'existence d'une longueur caractéristique (rayon de Schwarzschild). Cette longueur caractérise la courbure de l'espace autour d'un trou noir de Schwarzschild.
- λ la quantité normalisée du moment cinétique transporté le long des lignes magnétiques par unité de flux magnétique ;
- δ la déviation linéaire à la symétrie sphérique de la densité dans le jet ;
- κ la déviation linéaire à la symétrie sphérique de la pression dans le jet ;

4.4.3 Champ magnétique et champ de vitesse

Le champ magnétique et le champ de vitesse sont déduits à partir des équations (2.63), (2.78) et (2.79) dans l'hémisphère nord $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$:

$$B_r = B_\star \frac{1}{G^2} \cos \theta, \quad (4.51)$$

$$B_\theta = -h_0 \frac{B_\star F}{G^2} \frac{1}{2} \sin \theta, \quad (4.52)$$

$$B_\varphi = \frac{\lambda B_\star h_{0,\star}}{G^2} \frac{\frac{h_0^2}{h_{0,\star}^2} - G^2}{\frac{h_0^2}{h_{0,\star}^2} - \frac{h_0^2}{h_{0,\star}^2}} R \sin \theta, \quad (4.53)$$

$$v_r = v_\star \frac{M^2}{h_{0,\star}^2 G^2} \frac{\cos \theta}{\sqrt{(1 + \delta\alpha)}}, \quad (4.54)$$

$$v_\theta = -h_0 v_\star \frac{M^2 F}{h_{0,\star}^2 G^2} \frac{1}{2} \frac{\sin \theta}{\sqrt{(1 + \delta\alpha)}}, \quad (4.55)$$

$$v_\varphi = \frac{h_0}{h_{0,\star}} \frac{\lambda v_\star}{G^2} \frac{R \sin \theta}{\sqrt{1 + \delta\alpha}} \frac{\frac{M^2}{h_{0,\star}^2} - G^2}{\frac{h_0^2}{h_{0,\star}^2} - \left(\frac{h_0}{h_{0,\star}}\right)^2}. \quad (4.56)$$

Pour l'hémisphère sud $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$, il suffit de changer le signe de l'expression de B_θ et celle de v_r pour vérifier la condition de symétrie par rapport au plan du disque d'accrétion.

Pour alléger le formalisme, nous allons dans ce qui va suivre utiliser de nouvelles fonctions de R , N_B et N_V qui sont respectivement le numérateur de B_φ et de V_φ et aussi D qui est leur dénominateur commun. Ces trois nouvelles fonctions ont la particularité de s'annuler simultanément à la surface d'Alfvén pour assurer la continuité des champs vectoriels et scalaires :

$$N_V = \frac{M^2}{h_{0,\star}^2} - G^2, \quad (4.57)$$

$$N_B = \frac{h_0^2}{h_{0,\star}^2} - G^2, \quad (4.58)$$

$$D = \frac{M^2}{h_{0,\star}^2} - \frac{h_0^2}{h_{0,\star}^2}. \quad (4.59)$$

$$(4.60)$$

4.5 Equation de la dynamique dans le modèle

4.5.1 Séparation des variables dans l'équation d'Euler

A l'aide des expressions des forces GRMHD dans le modèle (Annexe B), nous pouvons déterminer les composantes radiales et méridionales de l'équation de mouvement (2.54). Les équations sont séparables en θ et R , elle s'écrivent sous la forme :

$$\mathcal{X}(R) + \mathcal{Y}(R) \sin^2(\theta) = 0, \quad (4.61)$$

$$2 \sin(\theta) \cos(\theta) \mathcal{Z}(R) = 0. \quad (4.62)$$

Pour que ces équations soient vérifiées quelque soit θ , il faut que $\mathcal{X}(R)$, $\mathcal{Y}(R)$, $\mathcal{Z}(R)$ soient nuls simultanément. Nous obtenons :

$$\mathcal{X}(R) = \frac{d\Pi}{dR} + \frac{2}{h_0^2} \frac{1}{G^4} \left(\frac{dM^2}{dR} + \frac{F-2}{R} M^2 \right) + \frac{h_{0*}^4}{h_0^4} \frac{\nu}{R^2 M^2} - \frac{\mu}{R^2} \frac{1}{h_0^4} \frac{M^2}{G^4} = 0, \quad (4.63)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}(R) = & \kappa R^2 \frac{d\Pi}{dR} + \frac{2}{G^2} \frac{dM^2}{dR} \left(\frac{1}{h_0} \right)^2 \left(-1 + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} \right) + \frac{h_0^2}{G^2} \frac{F}{2} \frac{dF}{dR} \\ & + \frac{2}{R} \left(\frac{1}{h_0} \right)^2 \frac{M^2}{G^2} \left(2 - \frac{F}{2} - h_0^2 \frac{F^2}{4} \right) \\ & + h_0^2 \frac{F}{2 G^2 R} \left\{ F^2 - \left(1 - \frac{\mu}{R h_0^2} \right) F - \frac{2}{h_0^2} - \frac{h_{0*}^2}{h_0^4} \frac{\lambda^2 \mu}{\nu^2} 4 R^2 \right\} + \frac{h_{0*}^2}{h_0^2} \frac{\nu}{M^2} \delta \\ & + \frac{h_{0*}^4}{h_0^4} \frac{\mu}{R^2} \frac{M^2}{G^2} + \pi \kappa R F - \frac{2 \lambda^2}{h_0^2} \frac{\mu}{G^2} \frac{N_B N_V}{D^3} \\ & + 2 \lambda^2 \frac{R}{G^2} \frac{h_{0*}^2}{h_0^2} \left\{ -\frac{1}{M^2} h_0^2 \frac{N_V^2}{D^2} + 2 \frac{N_B^2}{D^2} + \left(\frac{h_0}{h_{0*}} \right)^2 (F-2) \frac{N_B}{D^2} \right\} = 0, \quad (4.64) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}(R) = & \frac{D}{2} \frac{dF}{dR} - \frac{M^2}{R h_{0*}^2} \frac{F}{2} \left\{ \frac{F}{2} - 1 \right\} - \frac{F}{2 h_{0*}^2} \frac{dM^2}{dR} \\ & + \frac{1}{2R} \frac{h_0^2}{h_{0*}^2} \left\{ F^2 - F \left(1 - \frac{\mu}{R h_0^2} \right) - \frac{2}{h_0^2} - \frac{h_{0*}^2}{h_0^4} \frac{\lambda^2 \mu}{\nu^2} 4 R^2 \right\} + \frac{R}{h_{0*}^2} G^2 \pi \kappa \\ & + 2 \frac{\lambda^2 R}{h_{0*}^2} \left(\frac{h_{0*}^2}{h_0^2} \frac{N_B^2}{D^2} - \frac{h_{0*}^2}{2 M^2} \frac{N_V^2}{D^2} \right) = 0. \quad (4.65) \end{aligned}$$

Les trois équations que nous venons d'obtenir sont des fonctions indépendantes les unes des autres. Elles sont fonctions des quatre grandeurs physiques caractéristiques du modèle $\Pi(R)$, $M^2(R)$, $G(R)$, $F(R)$ et de leurs dérivées. La quatrième équation qui permet de fermer le système est celle qui relie $F(R)$ à $G(R)$ (Eq. 4.13)

$$F = 2 \left(1 - \frac{d \ln G}{d \ln R} \right), \quad (4.66)$$

Pour adapter les Eqs. (4.63 - 4.65) à la méthode d'intégration de Runge-Kutta, nous allons les réorganiser sous les formes suivantes :

Pour la pression :

$$\frac{d\Pi}{dR} = -\frac{2}{h_0^2} \frac{1}{G^4} \left(\frac{dM^2}{dR} + \frac{F-2}{R} M^2 \right) - \left(\frac{h_{0*}}{h_0} \right)^4 \frac{1}{R^2 M^2} \left(\nu - \mu \frac{M^4}{h_{0*}^4 G^4} \right). \quad (4.67)$$

Pour la dérivée du nombre d'Alfvén :

$$\frac{dM^2}{dR} = \frac{\mathcal{N}_M}{\mathcal{D}}, \quad (4.68)$$

Pour la dérivée de la fonction d'expansion :

$$\frac{dF}{dR} = \frac{\mathcal{N}_{\mathcal{F}}}{\mathcal{D}}. \quad (4.69)$$

où les expressions de $\mathcal{N}_{\mathcal{M}}$, $\mathcal{N}_{\mathcal{F}}$, \mathcal{D} sont les suivantes :

$$\mathcal{D} = - \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) D + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^2} + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{h_0^2 F^2}{4}, \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{\mathcal{M}} = & + \frac{1}{4h_{0\star}^2} \frac{M^4}{R} \left[8 \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) - 2F \left(1 + 2\kappa \frac{R^2}{G^2} \right) - h_0^2 F^2 \right] \\ & + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{M^2}{8R} \left(-16 \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) - 8F \frac{\lambda^2 \mu}{\nu^2} + 8F \kappa \frac{R^2}{G^2} \right. \\ & \left. + 2h_0^2 \left(1 + \frac{\mu}{Rh_0^2} \right) F^2 + h_0^2 F^3 \right) \\ & - \left(\frac{h_0^2}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{\mu}{4R^2} F - D \frac{\nu h_{0\star}^4}{2h_0^2} \frac{G^2}{M^2} (\delta - \kappa) + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{1}{2} \Pi \kappa R G^2 F M^2 \\ & - \frac{M^2}{2h_0^2} \frac{\mu}{R^2} \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) D + \lambda^2 \frac{N_B N_V}{D^2} \mu + \lambda^2 R h_{0\star}^2 \left\{ \frac{N_B^2}{D^2} - \frac{h_{0\star}^2}{2M^2} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{N_V^2}{D^2} \right\} \\ & \left\{ \frac{2}{h_{0\star}^2} M^2 + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 (F - 2) \right\} - \lambda^2 R h_0^2 (F - 2) \frac{N_B}{D}, \quad (4.71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{\mathcal{F}} = & - \frac{M^2 F}{R h_{0\star}^2} \left\{ \left(1 - \frac{F}{2} \right) \left(\left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} \right) + \frac{F}{2} \left(1 - h_0^2 \frac{F}{2} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{R} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left\{ - \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} + \frac{h_0^2}{4} F^2 \right\} \\ & \left\{ F^2 - F - \frac{2}{h_0^2} - \frac{h_{0\star}^2}{h_0^4} \frac{\lambda^2 \mu}{\nu^2} 4 R^2 \right\} \\ & - \frac{2R \Pi G^2 \kappa}{h_{0\star}^2} \left\{ - \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} + \frac{h_0^2}{4} F^2 \right\} - \frac{\nu G^2 h_{0\star}^2}{2M^2 h_0^2} F (\delta - \kappa) \\ & - \frac{\mu F}{R^2 h_0^2} \left[\frac{M^2}{2h_{0\star}^2} \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{h_0^2}{4} F^2 \right] + \frac{\lambda^2}{h_{0\star}^2} \left(\left(\frac{N_B}{D} \right)^2 - \frac{N_B}{D} \right) \frac{F}{D} \mu \\ & - \frac{\lambda^2 R h_0^2}{h_{0\star}^2} F (F - 2) \frac{N_B}{D^2} - \frac{4\lambda^2 R}{h_0^2} \left\{ \frac{N_B^2}{D^2} - \frac{1}{2M^2} \frac{h_0^2}{h_{0\star}^2} \frac{N_V^2}{D^2} \right\} \\ & \left\{ - \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} + \frac{h_0^2}{2} F \right\}. \quad (4.72) \end{aligned}$$

Dans la limite de la relativité restreinte, lorsque μ devient nul donc $h_0 = 1$, nous retrouvons les équations du modèle classique de Sauty & Tsinganos (1994). Il est remarquable que le modèle dans la limite sans courbure bien que relativiste donne les mêmes équations que le modèle classique.

4.5.2 L'intégrale de mouvement

La similitude entre le modèle classique et le modèle relativiste suggère l'existence, d'une intégrale du mouvement ϵ (Sauty & Tsinganos 1994). Cette intégrale a l'avantage d'être une constante d'énergie dans laquelle la contribution de l'énergie thermique est soustraite. Elle permet donc de déterminer la portion du flux de Poynting utilisée dans l'accélération initiale du jet.

L'expression de la pression dans le modèle en fonction de α , donne une variation linéaire de la densité d'enthalpie en α . En effet, la densité d'enthalpie le long des différentes lignes d'écoulement est la même à un facteur de proportionnalité près $(1 + \kappa\alpha)$. Cette propriété de la densité d'enthalpie permet de calculer la constante ϵ en soustrayant à l'excès de densité de flux d'énergie le long d'une ligne magnétique extérieure la densité de flux d'énergie le long de l'axe polaire multipliée par κ .

Pour obtenir la constante ϵ nous allons faire une projection de l'équation d'Euler le long de d'une ligne d'écoulement :

$$\vec{v} \left[\vec{\nabla} \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \vec{\nabla} \ln h_0 + \frac{\vec{\nabla} P}{\gamma^2 n w / c^2} - \frac{1}{h_0 \gamma w / c^2} \vec{\nabla} h_0 \frac{\varpi \Omega}{\Psi_A} B_\varphi + \frac{1}{\gamma^2 n w / c^2} \rho_e \vec{E} \right] = 0, \quad (4.73)$$

La force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ est toujours perpendiculaire aux lignes d'écoulement, à cause de la conductivité infinie dans le plasma : $\vec{E} = -\frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{c}$. De ce fait, cette force n'influence pas l'énergie emportée le long des lignes d'écoulement.

Dans la détermination de l'expression de ϵ , nous allons considérer que les effets du cylindre de lumière sont négligeables dans le jet. Ainsi, l'énergie dominante dans l'équation de Bernoulli est l'énergie hydrodynamique, $h_0 \gamma w$. En conséquence, la contribution et aussi la variation de flux de Poynting, $h_0 \frac{\varpi \Omega}{\Psi_A} B_\varphi$, le long du jet, restent très faible par rapport à celle de l'enthalpie. Donc dans l'avant dernier terme de l'équation (4.73), nous pouvons considérer, en première approximation, que l'énergie hydrodynamique dans le dénominateur reste constante dans l'écoulement. La nouvelle forme de l'intégrale de Bernoulli dans l'écoulement est donc :

$$E = \frac{v_\star^2}{2} \frac{\mathcal{E}(R)_0 + \mathcal{E}(R)_\alpha \alpha}{1 + \delta \alpha}, \quad (4.74)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(R)_0 &= \frac{M^4}{h_{0\star}^4 G^4} + \frac{\nu^2}{\mu} \ln(h_0^2) - \int_\infty^R \frac{\mu}{R^2 h_0^2} \frac{M^4}{h_{0\star}^4 G^4} dR \\ &+ \int_\infty^R \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{d\Pi}{dR} \frac{M^2}{h_{0\star}^2} dR, \end{aligned} \quad (4.75)$$

et

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(R)_\alpha &= \frac{M^4}{h_{0\star}^4 R^2 G^2} \left[\left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \right] + \frac{\lambda^2}{G^2} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 + 2 \lambda^2 \frac{N_B}{D} + \frac{\nu^2}{\mu} \ln(h_0^2) \delta \\
&- \int_\infty^R \frac{\mu}{R^2 h_0^2} \left[\frac{M^4}{h_{0\star}^4 R^2 G^2} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) + \frac{\lambda^2}{G^2} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] dR \\
&+ \kappa \int_\infty^R \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{d\Pi}{dR} \frac{M^2}{h_{0\star}^2} dR.
\end{aligned} \tag{4.76}$$

$\mathcal{E}(R)_0$ est le flux d'énergie le long de l'axe polaire. Ce terme énergétique est constitué de l'énergie cinétique, de l'énergie gravitationnelle, de l'intégrale de l'énergie thermique le long du jet, et finalement d'un nouveau terme, qui le différentie du modèle classique, induit par la courbure de l'espace près du trou noir. Ce nouveau terme est l'intégrale de l'énergie cinétique multipliée par la force de gravité. Il devient négligeable loin de l'objet central.

Pour mieux comprendre la signification physique des termes de l'énergie thermique dans le jet, nous allons les écrire sous une nouvelle forme. En effet, chaque terme s'écrit comme la somme de deux composantes : l'enthalpie échangée par le fluide le long du jet et le chauffage du jet de la couronne R_c jusqu'au point R .

$$\int_\infty^R \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{d\Pi}{dR} \frac{M^2}{h_{0\star}^2} dR = w_{0,\text{total}} + \int_{R_c}^R \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{d\Pi}{dR} \frac{M^2}{h_{0\star}^2} dR, \tag{4.77}$$

où

$$w_{0,\text{total}} = \int_\infty^{R_c} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{d\Pi}{dR} \frac{M^2}{h_{0\star}^2} dR, \tag{4.78}$$

Afin de donner une signification à $w_{0,\text{total}}$, il suffit de calculer l'énergie de Bernoulli sur l'axe polaire, dans les deux régions limites, près de l'objet central, $R \rightarrow R_c$, et asymptotiquement, $R \rightarrow \infty$.

$$\mathcal{E}(R)_{0,c} \simeq \frac{\nu^2}{\mu} \ln(h_0^2) + w_{0,\text{total}}, \tag{4.79}$$

$$\mathcal{E}(R)_{0,\infty} \simeq \frac{M_\infty^4}{h_{0\star}^4 G_\infty^4}, \tag{4.80}$$

A la base, l'énergie dominante est l'énergie gravitationnelle et l'énergie thermique, alors, que dans la région asymptotique, l'énergie est dominée par l'énergie cinétique (en effet, $v_\infty \propto \frac{M_\infty^2}{G_\infty^2}$). L'utilisation de la condition de conservation de l'énergie, le long de l'axe polaire, nous donne simplement le taux de conversion d'énergie thermique le long de l'axe en énergie cinétique :

$$-\frac{\nu^2}{\mu} \ln(h_0^2) + \frac{M_\infty^4}{h_{0\star}^4 G_\infty^4} = + w_{0,\text{total}}, \tag{4.81}$$

Donc, le long de l'axe, l'énergie thermique initiale dans l'écoulement permet, d'une part, au fluide de s'échapper de la gravité et, d'autre part, d'accélérer le jet.

Dans le cas $\delta = 0$, le terme $\mathcal{E}(R)_\alpha$, représente la déviation à la symétrie sphérique de l'énergie transportée dans le jet. $\mathcal{E}(R)_\alpha$ est constitué de quatre termes : un terme d'énergie cinétique, un terme de flux de Poynting, un terme d'énergie gravitationnelle, un terme d'énergie thermique et finalement un terme induit par la courbure de l'espace près du trou noir. Ce dernier terme est induit par la variation de la gravité le long la ligne d'écoulement α . Dans le cas où $\mathcal{E}(R)_\alpha$ est positif, le jet a un excès d'énergie dans la partie externe. Par contre, dans le cas où $\mathcal{E}(R)_\alpha$ est négatif le jet a un excès d'énergie le long de l'axe polaire.

Pour mieux comprendre ce terme d'énergie transporté en plus le long d'une ligne d'écoulement α du jet, nous allons donner les valeurs dans les deux régions limites : près de l'objet central $R \rightarrow R_c$ et asymptotiquement $R \rightarrow \infty$:

$$\mathcal{E}(R_0)_\alpha \simeq + \frac{\nu^2}{\mu} \ln(h_0^2) \delta + \kappa w_{\alpha, \text{total}} - \int_\infty^R \frac{\mu}{R^2 h_G^2} \left[\frac{M^4}{h_{0*}^4 R^2 G^2} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) + \frac{\lambda^2}{G^2} \left(\frac{h_0}{h_{0*}} \right)^2 \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] dR, \quad (4.82)$$

$$\mathcal{E}(R_\infty)_\alpha \simeq \frac{M_\infty^4}{h_{0*}^4 R_\infty^2 G_\infty^2} \left[\left(\frac{F_\infty^2}{4} - 1 \right) \right] + \frac{\lambda^2}{G_\infty^2} \left(\frac{1}{h_{0*}} \right)^2 \left(\frac{N_{V\infty}}{D_\infty} \right)^2 + 2 \lambda^2 \frac{N_{B\infty}}{D_\infty} \quad (4.83)$$

A la base du jet l'énergie dominante est l'énergie thermique avec une contribution du flux de Poynting. Dans notre modèle de jet axial, la contribution du flux Poynting reste faible dans l'accélération par rapport à celle de l'enthalpie. Dans $\mathcal{E}(R_\infty)_\alpha$, le terme de flux de Poynting qui reste représente la portion de ce flux qui peut contribuer à la collimation du jet.

Maintenant revenant à notre but initial, pour déterminer l'intégrale de mouvement ϵ , il faut éliminer dans les termes d'énergies $\mathcal{E}(R)_0$ (4.75) et $\mathcal{E}(R)_\alpha$ (4.76), les termes de chauffage qui sont identiques à un facteur κ près. La différence $\epsilon = \mathcal{E}(R)_\alpha - \kappa \mathcal{E}(R)_0$ est une constante du modèle.

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{M^4}{h_{0*}^4 R^2 G^2} \left[\left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) - \kappa \frac{R^2}{G^2} \right] + \frac{\lambda^2}{G^2} \left(\frac{h_0}{h_{0*}} \right)^2 \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 + 2 \lambda^2 \frac{N_B}{D} \\ & + \frac{\nu^2}{\mu} \ln(h_0^2) (\delta - \kappa) - \int_\infty^R \frac{\mu}{R^2 h_0^2} \left[\frac{M^4}{h_{0*}^4 R^2 G^2} \left(\left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \kappa \frac{R^2}{G^2} \right) + \frac{\lambda^2}{G^2} \left(\frac{h_0}{h_{0*}} \right)^2 \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] dR. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Il apparaît dans cette équation de ϵ , un nouveau terme intégral qui n'existe pas dans le cas classique. Ce nouveau terme est dû à l'existence d'une longueur caractéristique dans la métrique de Schwarzschild, donnée dans notre modèle par μ . Il s'annule lorsque les effets relativistes de la gravité deviennent faibles, $\mu \sim 0$.

4.5.3 La signification du paramètre ϵ

ϵ représente, dans le modèle, une forme d'intégrale qui caractérise la variation de l'énergie perpendiculairement aux lignes d'écoulement. En effet, il est défini comme la différence entre l'énergie emportée le long des lignes d'écoulement extérieures et l'énergie emportée le

long de l'axe de rotation. Il donne aussi la portion du flux Poynting utilisée à la base du jet pour équilibrer la gravité (Sauty et al. 2002). Ainsi, ϵ permet de déterminer l'excédent du flux de Poynting qui reste dans la région asymptotique du jet. En conséquence, il donne la densité du courant électrique I (4.15) dans le jet qui permet de collimater le jet par la force de pincement magnétique toroïdale. Dans le cas où $\epsilon < 0$, le flux de Poynting dans la région asymptotique du jet est très faible. De ce fait, le courant électrique qu'il induit reste insuffisant pour collimater le jet sans la contribution d'un confinement par le milieu ambiant. Par contre dans les jets caractérisés par $\epsilon \geq 0$, le flux de Poynting reste suffisant pour permettre au jet de s'auto-collimater par la force de pincement magnétique toroïdale.

Dans le chapitre suivant, nous allons utiliser ϵ pour classer les solutions de jet selon le type de collimation. En effet, nous séparerons en deux classes selon l'efficacité de la force de Lorentz à collimater le jet. La première classe, $\epsilon > 0$, correspond au cas des rotateurs magnétiques efficaces dans lesquels le rotateur magnétique est capable de collimater le jet, $\epsilon > 0$. La deuxième classe, $\epsilon < 0$, correspond aux rotateurs magnétiques inefficaces pour lesquels le rotateur magnétique n'est pas capable de collimater le jet. Dans ce cas la collimation du jet ne peut se produire que via le gradient de pression (voir Sauty et al., 1999).

4.5.4 Les régions extrêmes

Maintenant que le modèle est posé, nous allons faire une étude des propriétés du jet dans les deux régions limites. Cela nous permettra de donner l'influence des paramètres libres du modèle avec des méthodes analytiques. La partie asymptotique permet de déterminer les paramètres du modèle qui contrôlent la collimation du jet. La région de formation du jet permet de déduire les paramètres libres du modèle qui ont le plus d'impact dans l'accélération du jet.

4.5.4.1 La région asymptotique

Dans la région asymptotique lorsque le jet atteint sa vitesse asymptotique v_∞ et la morphologie du jet devient cylindrique, les forces dans la direction radiale deviennent nulles, puisqu'il n'y a plus d'accélération du jet. Au contraire, dans la direction transverse, trois forces co-existent et sont en équilibres entre elles. Ces forces sont le gradient de pression transverse, \vec{f}_P , la force de pincement et de pression de la composante toroïdale du champ magnétique, \vec{f}_B , et la force centrifuge, \vec{f}_C :

$$\vec{f}_C + \vec{f}_B + \vec{f}_P = 0, \quad (4.85)$$

Dans la région asymptotique $\theta \sim 0$, les forces (Annexe A) centrifuge f_C , magnétique f_B et de pression thermique sont données en coordonnées cylindriques par :

$$f_C = \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{v_\varphi^2}{\varpi} = \frac{B_\star^2}{4\pi G_\infty^4} \left\{ \frac{h_{0\star}^2 \lambda^2 \varpi}{M_\infty^2} \left(\frac{N_{V\infty}}{D_\infty} \right)^2 \right\}, \quad (4.86)$$

$$f_B = -\frac{1}{4\pi \varpi} \left\{ B_\varphi^2 \cos \theta + \frac{d B_\varphi}{d \varpi} \varpi \right\} = \frac{B_\star^2}{4\pi G_\infty^4} \left\{ -2 \lambda^2 \varpi \left(\frac{N_{B\infty}}{D_\infty} \right)^2 \right\}, \quad (4.87)$$

$$f_P = \frac{dP}{d\varpi} = \frac{B_\star^2}{4\pi G_\infty^4} \{-G_\infty^2 \Pi_\infty \kappa \varpi\}, \quad (4.88)$$

Il faut noter, que la force centrifuge a une action de décollimation du jet alors que la force de pincement et de pression magnétique sont des forces de collimation. Le rôle de la force de pression dépend de la valeur de la pression interne du jet Π_∞ et de la valeur de κ . En effet, dans le cas d'un jet sur-pressurisé, $\kappa > 0$, $\Pi_\infty > 0$ ou $\kappa < 0$, $\Pi_\infty < 0$, la pression augmente vers l'extérieur, alors la force de pression aide à la collimation du jet. Dans le cas sous-préssurisé, $\kappa < 0$, $\Pi_\infty > 0$ ou $\kappa > 0$, $\Pi_\infty < 0$, la pression diminue vers l'extérieur, alors la force de pression décollimate le jet.

Par combinaison des équations (4.85) et (4.86) à (4.88) nous obtenons :

$$\frac{\kappa}{2\lambda^2} \Pi_\infty = \frac{1}{2G^2} \left[\frac{h_{0\star}^2}{2M_\infty^2} \left(\frac{N_{V\infty}}{D_\infty} \right)^2 - \left(\frac{N_{B\infty}}{D_\infty} \right)^2 \right]. \quad (4.89)$$

La deuxième équation qui décrit l'équilibre dans la direction transverse dans le jet est celle de ϵ . En effet, elle donne la variation de l'énergie spécifique dans le jet entre les lignes d'écoulement. Dans la région asymptotique $R \rightarrow \infty$, pour les écoulements collimatés $F \rightarrow 2$ et $h_0 \rightarrow 1$, la constante de Bernoulli ϵ s'écrit :

$$\frac{\epsilon}{2\lambda^2} = -\frac{\kappa}{2\lambda^2} \frac{M_\infty^4}{h_{0\star}^4 G_\infty^4} + \frac{1}{2G_\infty^2} \left(\frac{N_{V\infty}}{D_\infty} \right)^2 + \left(\frac{N_{B\infty}}{D_\infty} \right)^2. \quad (4.90)$$

On remarque, que le comportement asymptotique du jet est décrit complètement par la pression asymptotique Π_∞ et les deux paramètres libre du modèle $\frac{\epsilon}{2\lambda^2}$ et $\frac{\kappa}{2\lambda^2}$. Ces deux équations (4.90) et (4.89) de ce modèle sont les mêmes que dans le modèle classique. La seule différence apparaît dans D , N_V et N_B dans lesquelles la courbure de l'espace à la surface d'Alfvén $h_{0\star}$ intervient.

4.5.4.2 Condition de formation du jet à la surface de la couronne

A la surface de la couronne le nombre d'Alfvén s'annule $M_c^2 \rightarrow 0$, si l'ouverture du jet est faible $G_c^2 \ll 1$. Nous pouvons utiliser ce critère comme définition de la surface de démarrage du vent dans la couronne. D'un autre côté, la dérivée du nombre d'Alfvén doit être continue sur cette surface. Pour déterminer cette condition, à partir de l'équation dans l'annexe A, nous allons prendre les termes les plus importants près de la couronne. Ces termes sont : le terme de la gravité et le terme de la force centrifuge à la surface de la couronne. On trouve :

$$\left. \frac{dM^2}{dR} \right|_c = \frac{\lambda^2 R_c G_c^2 h_{0c} h_{0\star}^3 \left(\frac{\nu^2 (\delta - \kappa)}{2\lambda^2} \frac{1}{R_c^2 h_{0\star}^2} - 1 \right)}{M_c^2 \left(\frac{h_{0c}}{h_{0\star}} \left(1 + \kappa \frac{R_c^2}{G_c^2} \right) - \lambda^2 R_c^2 \right)}, \quad (4.91)$$

A la surface de la couronne $M_c^2 \rightarrow 0$ dans le dénominateur, pour assurer la continuité de la dérivée $\left. \frac{dM^2}{dR} \right|_c$, le terme du numérateur doit s'annuler aussi. Donc la condition à la surface de la couronne est :

$$R_c^2 \rightarrow \frac{\nu^2 (\delta - \kappa)}{2\lambda^2 (1 - \mu)}, \quad (4.92)$$

Cette valeur du rayon de la couronne est une approximation du rayon réel. Il ressemble à la relation obtenue dans la limite classique par Sauty et al. (2002). L'équation (4.92) montre que la quantité $\frac{\nu^2 (\delta - \kappa)}{2 \lambda^2 (1 - \mu)}$ a un impact sur la formation et l'accélération initiale du jet. Plus la valeur de $\frac{\nu^2 (\delta - \kappa)}{2 \lambda^2 (1 - \mu)}$ est grande plus la région subalfvénique devient petite. Cela induit une diminution de l'accélération du jet, puisque la région d'accélération devient plus petite (Sauty et al. 2002). La condition pour que la couronne puisse exister est $\delta > \kappa$. En effet, les solutions de jet avec $\delta \leq \kappa$, sont caractérisées par une énergie thermique insuffisante pour équilibrer la gravité à la surface de la couronne. Dans ce cas, la couronne ne peut pas exister.

4.6 Surfaces critiques

Les surfaces critiques correspondent aux régions dans l'écoulement où la vitesse devient égale à une des vitesses caractéristiques du fluide à laquelle se propage l'information dans le fluide (vitesse de propagation des ondes dans le fluide). Dans les écoulements MHD, il existe deux types d'ondes, les ondes compressibles (ondes magnétosoniques rapides et lents) et les ondes incompressibles (ondes d'Alfvén). Les ondes d'Alfvén se propagent parallèlement aux lignes d'écoulement. Les autres se propagent perpendiculairement aux lignes magnétiques. Dans le modèle étudié dans le présent chapitre, il existe deux surfaces critiques pour $\kappa > 0$ comme dans le modèle classique (Tsinganos & Trussoni 1991; Sauty & Tsinganos 1994; Tsinganos et al. 1996). Ces surfaces sont la surface d'Alfvén et la surface magnétosonique lente. La surface magnétosonique rapide est rejetée à l'infinie comme dans le cas du modèle de Blandford & Payne (1982) voir aussi –Bardeen & Berger (1978)– des écoulements auto-similaires radiaux. Cette surface apparaît dans les équations lorsque $\kappa < 0$ (cf. Sauty et al., 2004)

4.6.1 Transition de la surface d'Alfvén

La surface d'Alfvén comme nous l'avons déjà remarqué correspond à la surface à laquelle la vitesse poloïdale de l'écoulement devient égale à la vitesse alfvénique. La propriété d'axi-symétrie dans l'écoulement induit une singularité dans les composantes toroïdales du champ magnétique et de vitesse. Cette singularité apparaît aussi dans les équations de la dynamique. À la surface d'Alfvén, deux conditions ressortent de continuité des composantes toroïdales : $G_\star^2 = 1$ et $M_\star^2 = h_{0\star}^2$. L'autre condition qui peut être déduite à l'aide de la loi de l'Hôpital à la surface d'Alfvén est :

$$\left. \frac{N_B}{D} \right|_\star = \frac{\left. \frac{dN_B}{dR} \right|_\star}{\left. \frac{dD}{dR} \right|_\star} = - \frac{F_\star - 2 + \frac{\mu}{h_{0\star}^2}}{\frac{1}{h_{0\star}^2} \left. \frac{dM^2}{dR} \right|_\star - \frac{\mu}{h_{0\star}^2}}, \quad (4.93)$$

En utilisant cette relation dans les équations de l'accélération (4.68) et (6.51), nous obtenons comme condition du passage de la surface d'Alfvén critique, une équation algébrique du

troisième degré de la dérivée du nombre d'Alfvén à cette surface :

$$A X^3 + \mathcal{B} X^2 + \mathcal{C} X + \mathcal{D} = 0, \quad (4.94)$$

$$X = \frac{dM^2}{h_{0*}^2 dR} \Big|_* - \frac{\mu}{h_{0*}^2}, \quad (4.95)$$

$$A = h_{0*}^2 \frac{F_*}{4}, \quad (4.96)$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{2} \lambda^2 - \left(\frac{h_{0*}^2}{8} F_*^2 + \frac{1}{2} (\Pi_* \kappa - 1) \right), \quad (4.97)$$

$$\mathcal{C} = \lambda^2 \left(F_* - 2 + \frac{\mu}{h_{0*}^2} \right), \quad (4.98)$$

$$\mathcal{D} = -\frac{\lambda^2}{2} \left(F_* - 2 + \frac{\mu}{h_{0*}^2} \right)^2. \quad (4.99)$$

$$(4.100)$$

Ainsi, nous pouvons déduire la dérivée de la pression sans dimension à la surface d'Alfvén :

$$\frac{d\Pi}{dR} \Big|_* = -2 \left[\frac{1}{h_{0*}^2} \frac{dM^2}{dR} \Big|_* + (F_* - 2) \right] - \frac{\nu - \mu}{h_{0*}^2}. \quad (4.101)$$

L'équation obtenue (4.94), aux corrections de la courbure d'espace près, est la même que celle du modèle classique (Sauty & Tsinganos 1994). C'est une équation cubique. D'un point de vue mathématique, la surface d'Alfvén est une singularité d'ordre supérieur et le point critique est un point-étoile. A la surface d'Alfvén, toutes les expansions possibles des lignes d'écoulement F sont permises, contrairement au cas de point critique "point- X " où seules deux solutions sont permises. Donc, la surface d'Alfvén n'est pas une surface critique dans le sens où elle n'impose pas de condition sur le choix des solutions d'écoulement qui la traversent (Weber & Davis 1967; Tsinganos & Trussoni 1991; Tsinganos et al. 1996).

Cependant, la condition de continuité à la surface d'Alfvén impose une condition de continuité de la dérivée de l'expansion du jet, F , (Eq. 4.69). En terme plus physique, la condition (4.94) impose que la courbure des lignes d'écoulement dans le jet soit finie (Heyvaerts & Norman 1989). Si cette condition n'est pas satisfaite, les lignes de champ magnétiques présentent une cassure susceptible de générer des instabilités (Fig. 4.4).

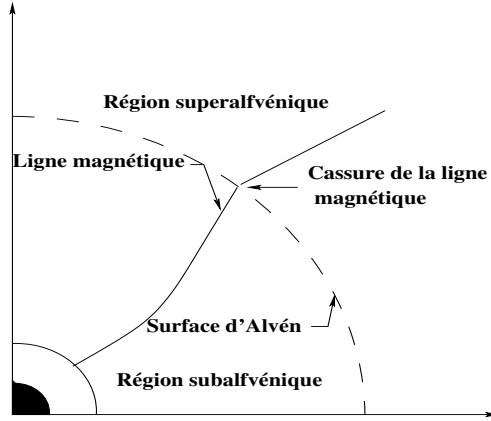


Fig. 4.4: Cassure d'une ligne magnétique lorsque la condition de passage de la surface d'Alfvén n'est pas vérifiée.

4.6.2 Surface magnéto-sonique lente

Le deuxième point critique apparaît dans la partie subalfvénique du jet, c'est un point critique de type X . Il correspond à l'annulation simultanée des numérateurs $\mathcal{N}_{\mathcal{F}}$, $\mathcal{N}_{\mathcal{M}}$ et du dénominateur \mathcal{D} dans les équations qui gouvernent l'expansion et la dynamique du jet (Eq. 4.69) et (Eq. 4.68). L'existence de ce point dans le modèle permet de sélectionner une solution unique qui est continue à la surface d'Alfvén et qui traverse la surface magnéto-sonique lente (Tsinganos & Trussoni 1991; Tsinganos et al. 1996). Elle nous permet donc de déterminer dans l'intégration du modèle le facteur d'expansion à la surface d'Alfvén F_{\star} .

4.6.3 Intégration des équations du modèle

Nous pouvons intégrer les équations de la dynamique du jet (4.67), (4.68) et (4.69) à partir de la surface d'Alfvén en donnant les conditions initiales suivantes :

$$R = 1, \quad (4.102)$$

$$G^2 = 1, \quad (4.103)$$

$$M^2 = 1. \quad (4.104)$$

$$(4.105)$$

Pour intégrer les équations, il faut également donner les paramètres libres : μ , ν , δ , κ , λ et aussi la pression sans dimension Π_{\star} à la surface d'Alfvén et le facteur d'expansion du jet, F_{\star} . Ce dernier, comme indiqué au paragraphe précédent, est déterminé par la condition du passage du point critique "point X " de la surface magnéto-sonique lente. l'intégration est effectuée en utilisant la méthode de Runge-Kutta et un sous programme de la bibliothèque NAG.

Chapitre 5

Etude du modèle de jet relativiste à rotation faible

5.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à l'exploration des solutions de jets magnétohydrodynamiques relativistes au moyen du modèle construit au chapitre 4. Dans la section (5.2), nous entreprenons une étude paramétrique. L'influence de chaque paramètre libre du modèle μ , ν , δ , κ , λ sur l'écoulement sera analysée. Cette étude est nécessaire pour contraindre le choix des paramètres libres du modèle que nous allons utiliser dans l'étude des jets. Nous analysons dans la section (5.3) les différentes forces et énergies magnétohydrodynamiques qui contribuent à la formation et à la collimation des jets relativistes. La comparaison entre les contributions des mécanismes magnétiques et thermiques dans la collimation s'est révélée fructueuse pour distinguer les différents régimes. Dans la section (5.4), nous allons faire une comparaison entre les jets classiques autour des Etoiles Jeunes et les jets relativistes de Noyaux Actifs de Galaxie obtenues avec ce modèle. A la fin, section (5.5), nous appliquerons notre modèle aux jets des AGN. Nous essayerons aussi de faire un classement des AGN d'après l'efficacité de la collimation magnétique.

5.2 Etude paramétrique

5.2.1 L'effet du paramètre de la courbure de l'espace, μ

Le paramètre μ contrôle les effets relativistes de la gravité dans le modèle (Eq. 4.3). C'est le rapport du rayon de Schwarzschild sur le rayon d'Alfvén. Il représente aussi la vitesse d'échappement à la surface d'Alfvén. Son rôle essentiel est de contrôler l'accélération de l'écoulement dans la région sub-alfvénique. Toutes les études faites sur le paramètre μ ont montré que plus la valeur de μ est élevée plus la vitesse asymptotique est grande (Fig. 5.1). Nous pouvons donner une interprétation physique simple de ce résultat : quand la surface d'Alfvén s'approche de la surface de Schwarzschild, la gravité dans la région sub-alfvénique, et donc dans la couronne croît. En conséquence, pour que la couronne puisse supporter la gravité ses énergies thermiques et magnétiques doivent augmenter. Cette accentuation de l'énergie surtout thermique dans la couronne va être en grande partie transformée en énergie cinétique dans le jet. Ainsi, le fluide traversera plus rapidement la surface d'Alfvén avec une vitesse plus importante. En effet, la forte accélération du fluide fait rapprocher la surface d'Alfvén de la couronne, puisque $R_c \propto \frac{1}{1-\mu}$ (Eq. 4.92). Dans la région super-alfvénique, l'accélération diffère très peu entre les solutions pour lesquelles $\mu \sim 0.1$ et celles

pour lesquelles μ est plus faible. En effet, au-delà d'une distance de $10r_G$, les effets relativistes, les effets de courbure plus exactement, induits par la gravité deviennent faibles. De ce fait, dans la région asymptotique, l'accélération du jet relativiste devient équivalente aux jets classiques.

D'un autre côté, comme cela a été démontré dans le modèle de vent sphérique, l'augmentation de μ engendre un accroissement de la courbure de l'espace. En conséquence, lorsque le fluide s'éloigne de l'objet central, le volume propre, qui contient les particules constituant le flux, augmente plus rapidement que le volume réel, qui est lui sphérique (Fig. 3.9). L'augmentation de μ revient à augmenter l'expansion du jet par rapport à son expansion réelle.

μ favorise les structures radiales, dans la partie sub-alfvénique où la gravité est la plus influente. En effet, plus la valeur de μ est importante plus la stratification de la densité est importante (Fig. 5.1b). Ainsi, le gradient de pression radial $\kappa \frac{d\Pi}{dR}$ augmente et favorise l'expansion sphérique. Ceci permet de rendre l'accélération du jet plus efficace.

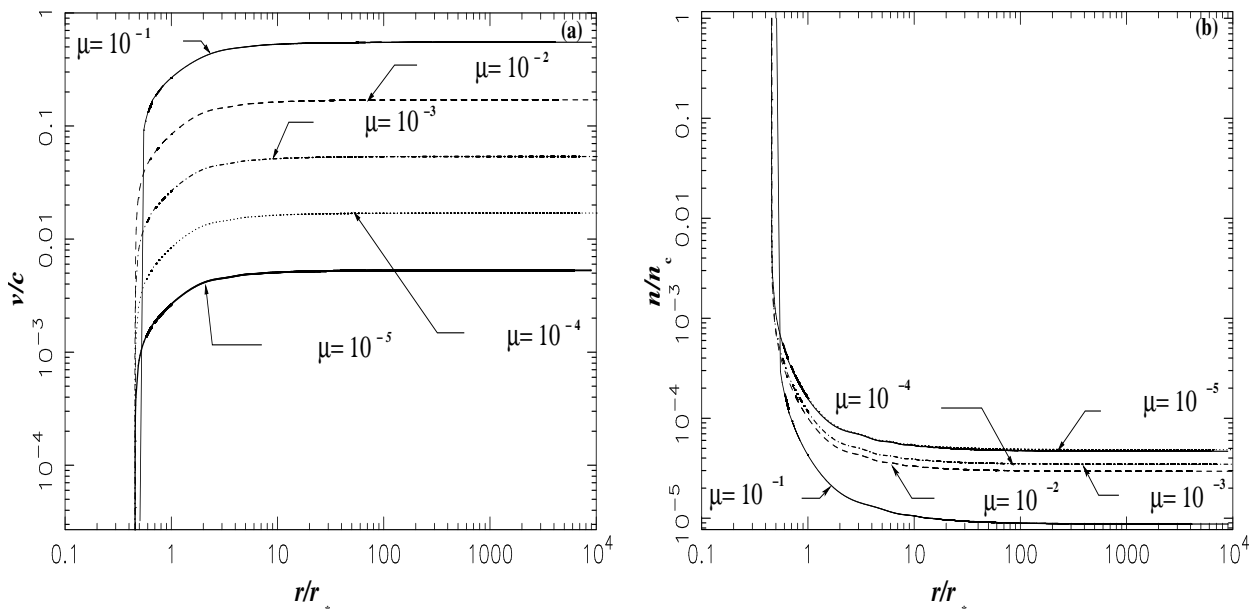


Fig. 5.1: En (a) variation de la vitesse normalisée à la vitesse de la lumière. En (b) variation de la densité en fonction de la distance pour différentes valeurs de μ . Les valeurs des autres paramètres libres du modèles sont $\nu = 1.185$, $\delta = 2.113$, $\kappa = 0.5$, $\lambda = 1.9995$.

5.2.2 Effet du paramètre ν contrôlant le potentiel gravitationnel

ν représente le rapport de l'énergie gravitationnelle sur l'énergie cinétique à la surface d'Alfvén. Plus la valeur de ν est élevée plus l'efficacité de conversion de l'énergie thermique $h_0\gamma(w - mc^2)$ en énergie cinétique $mc^2 h_0(\gamma - 1)$ dans la région sub-alfvénique est faible. Donc, contrairement à μ , ν a une influence plutôt négative sur la vitesse asymptotique (Fig. 5.2a). Plus la valeur de ν croît, plus la vitesse asymptotique décroît. En effet, la distance entre la surface de la couronne r_c et la surface d'Alfvén r_* est une fonction linéaire du carré de ν (Eq. 4.92). De ce fait, lorsque ν augmente la région sub-alfvénique devient plus petite

et le fluide atteint rapidement la surface alfvénique à cause de la diminution plus lente de la densité dans l'écoulement (Fig. 5.2b).

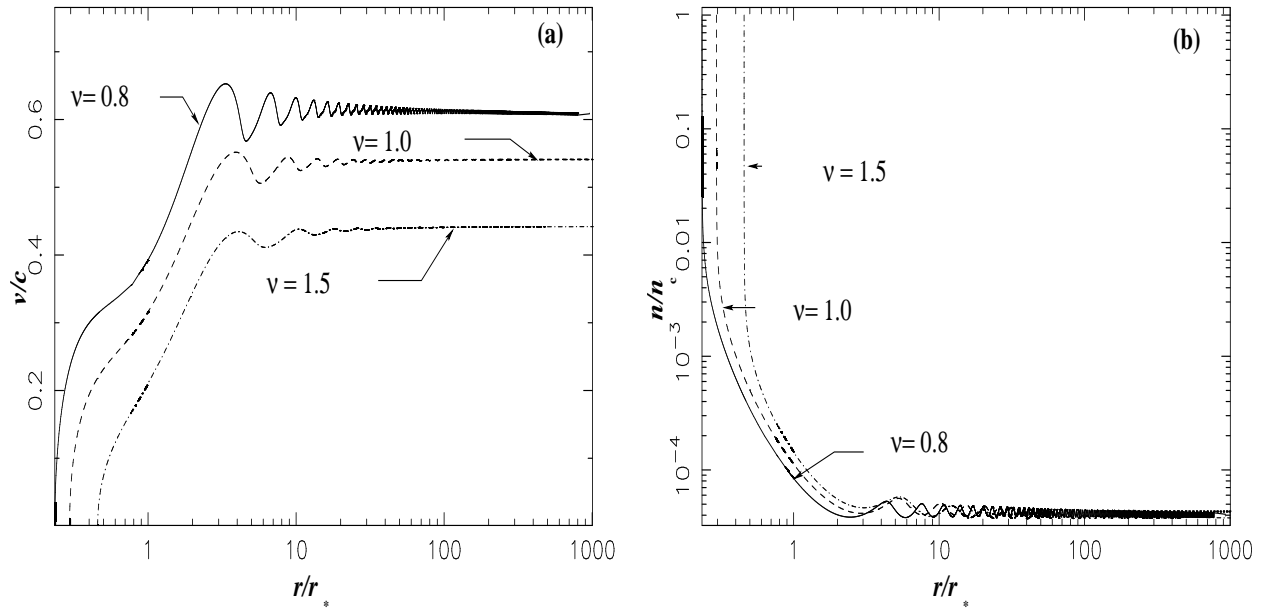


Fig. 5.2: Comparaison entre trois solutions avec $\nu = 0.8, 1.0, 1.5$. (a) Variation de la vitesse le long de l'axe du jet. (b) Variation de la densité le long de l'axe du jet. Les autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \delta = 1.0, \kappa = 0.5, \lambda = 1.0$.

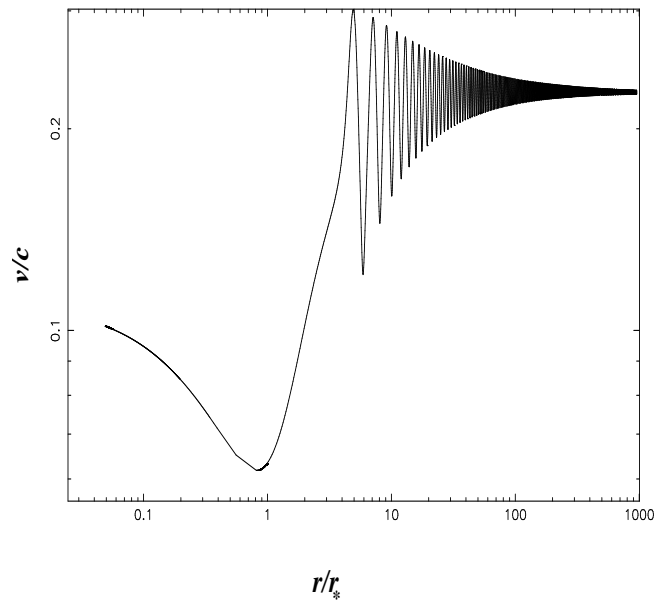


Fig. 5.3: Vitesse le long de l'axe de rotation, pour une solution avec $\nu = 0.05$. Les autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 10^{-5}, \delta = 0.6, \kappa = 0.5, \lambda = 0.5$.

Au contraire, lorsque ν diminue dans le modèle, la couronne se rapproche du trou noir. De ce fait, l'énergie thermique à la base de l'écoulement augmente pour lui permettre de

supporter la gravité. D'un autre côté, la région sub-alfvénique devient plus grande, ce qui donne plus d'efficacité à l'accélération du jet (voir paragraphe 1.3.1).

ν ne peut pas diminuer infiniment, puisque la couronne ne peut pas se former très proche du trou noir. Dans le cas où la couronne devient très proche du trou noir, l'énergie thermique devient insuffisante pour équilibrer la gravité et l'énergie cinétique à la base du jet augmente (Fig. 5.3). Cependant, ces solutions ne sont pas physiques car l'écoulement est décéléré à la base (Fig. 5.3).

5.2.3 L'effet du paramètre d'anisotropie de la densité δ

δ caractérise la déviation de la distribution de densité par rapport à une distribution à symétrie sphérique dans le jet. Il contrôle l'action de la force de gravité sur les lignes d'écoulement extérieures. Lorsque δ augmente, le potentiel gravitationnel, le long des lignes d'écoulement externes, augmente par rapport au potentiel le long de l'axe de rotation. Dans ce cas, le long de ces lignes d'écoulement externes, l'énergie thermique seule, devient insuffisante pour équilibrer la gravité. En conséquence à la base du jet, la contribution du flux de Poynting à l'accélération initiale augmente. De ce fait, sans la contribution du confinement extérieur, le courant électrique induit par le reste du flux de Poynting, devient insuffisante pour collimater le jet ce qui provoque un évasement du jet dans la région intermédiaire. Cet évasement permet une accélération thermique plus efficace (Fig. 5.4) le long de l'axe du jet.

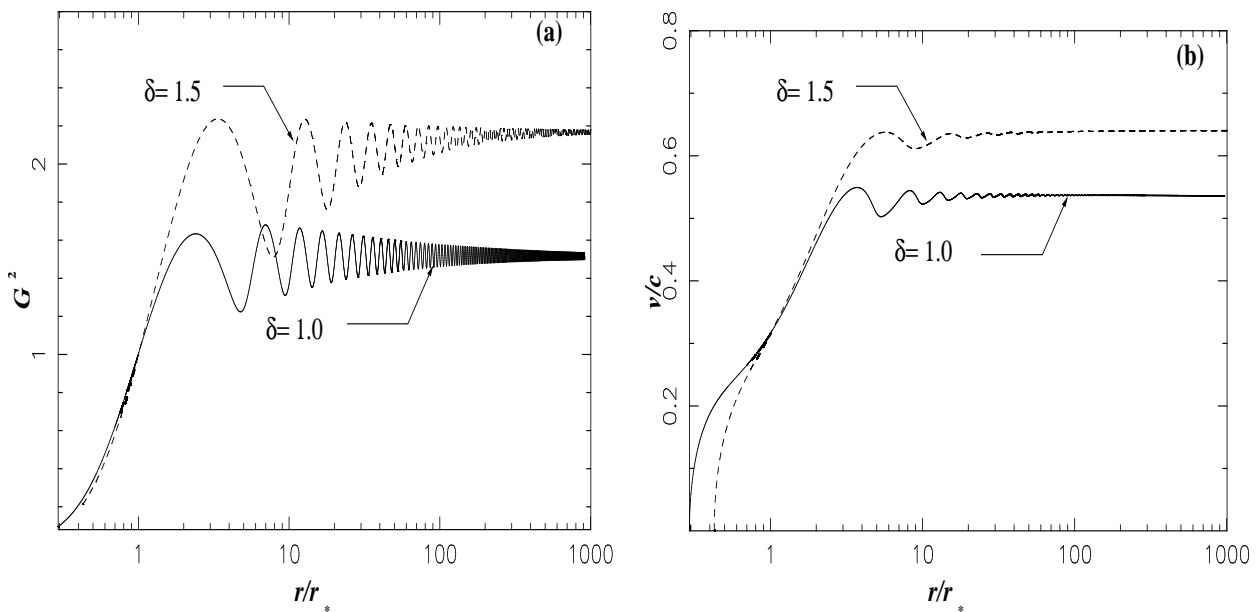


Fig. 5.4: Comparaison entre deux solutions de jets avec des valeurs de $\delta = \{1.0, 1.5\}$. En (a) expansion du jet G^2 . En (b) vitesse du jet le long de l'axe polaire. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 1.0, \kappa = 0.5, \lambda = 1.0$.

Conclusion, l'augmentation de δ se traduit par une accélération plus efficace le long de l'axe du jet.

5.2.4 Effet du paramètre de variation transverse de la pression κ

Le paramètre κ joue un rôle important sur la structure de l'écoulement et donc sur l'accélération. En effet, le paramètre κ influence la structure transverse des lignes d'écoulement près de la couronne de deux manières. La première est un effet de collimation du jet, qui résulte de l'augmentation de la pression selon θ dans le jet (pour $\kappa > 0$) dont la projection dans la direction transverse est proportionnelle à $-\Pi \kappa$. La deuxième est un effet de décollimation du jet. Elle est induite par le gradient de pression dans la direction radiale dont le terme le plus important projeté dans la direction transverse est proportionnel à $-\frac{d\Pi}{dR} \kappa F$. Cette dernière force est la plus importante près de la couronne, puisque elle est du même ordre de grandeur que la force de gravité. En plus, contrairement à la force de gravité, elle tend à rendre l'écoulement radial.

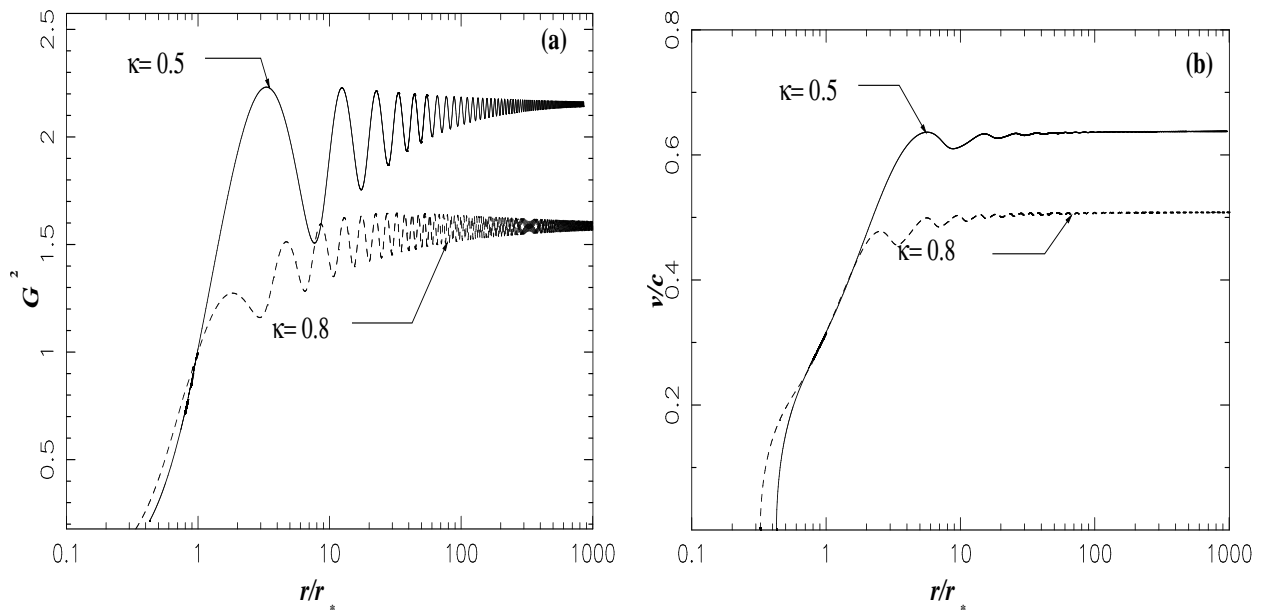


Fig. 5.5: Comparaison entre deux solutions de jet pour des valeurs de $\kappa = 0.5, 0.8$. En (a) expansion du jet G^2 . En (b) vitesse du jet le long de l'axe polaire. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 1.0, \delta = 1.5, \lambda = 1.0$.

L'impact de κ sur la structure initiale du jet est liée à la différence $\delta - \kappa$. Quand $\delta - \kappa$ diminue le comportement initial du jet est de type radial et quand $\delta - \kappa$ augmente l'expansion initiale du jet augmente (Fig. 5.5a) et, donc, l'accélération du jet augmente aussi (Fig. 5.5b)

Dans la région asymptotique, la partie de la force de pression qui domine est le gradient de pression dans la direction transverse qui est proportionnel à $\kappa \Pi$. Cette force, avec la force de Lorentz, équilibre la force centrifuge et la force de séparation de charge. La collimation par la pression devient dominante pour les jets creux qui sont caractérisés par $\delta > \kappa$. En effet, nous l'avons vu au paragraphe 4.5.3, dans ce type de jet $\epsilon < 0$ et la force de pincement magnétique devient inefficace pour collimater le jet.

5.2.5 Effet du paramètre de rotation, λ

Le paramètre λ affecte le jet par l'intermédiaire de deux types de forces, la force de Lorentz et la force centrifuge. La force de Lorentz contribue à la collimation du jet dans la

région asymptotique par pincement du champ magnétique toroïdal. En effet, λ représente le flux du moment cinétique sans dimension par unité de flux magnétique. Donc, λ donne, dans le modèle, le courant électrique dans le jet (Eq. 4.15) qui permet de collimater le jet dans la région asymptotique. La force centrifuge, elle, au contraire, dans la région asymptotique décollimate le jet.

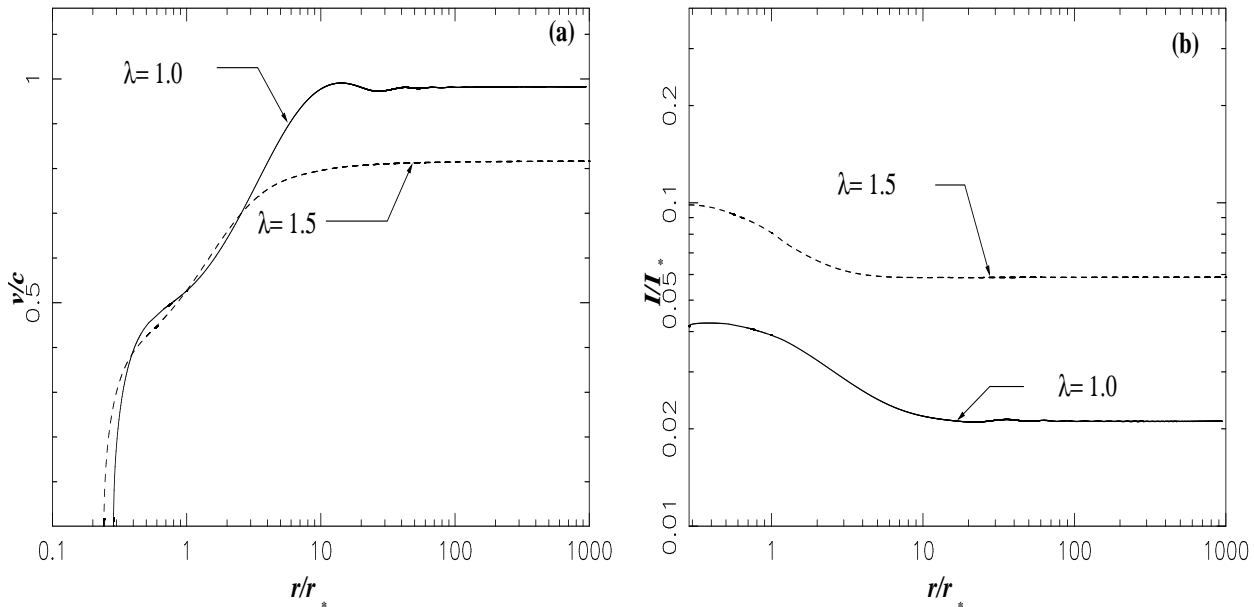


Fig. 5.6: Comparaison entre deux solutions de jet pour $\lambda = 1.0$ et 1.5 . En (a) vitesse du jet le long de l'axe. En (b) densité de courant électrique normalisée le long de l'axe de rotation. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1$, $\nu = 0.6$, $\delta = 1.35$ et $\kappa = 0.3$.

λ caractérise aussi la vitesse angulaire de rotation Ω des lignes d'écoulement autour des lignes magnétiques (Eq. 2.67 et Eq. 4.18). Ce paramètre reflète aussi le potentiel électrique Φ des surfaces magnétiques, qui sépare les lignes d'écoulement des lignes magnétiques. En conséquence, λ donne la séparation de charge créée par le champ électrique et la force qui l'induit ($\rho_e E \propto \frac{\varpi \Omega}{c} \propto \lambda$). Cette force devient importante lorsque la vitesse de rotation dans le jet devient relativiste ($\varpi \Omega \sim c$). Ainsi, lorsque λ augmente, les effets du cylindre de lumière deviennent plus importants. En effet, lorsque λ augmente le cylindre de lumière se rapproche du jet (Fig. 5.7).

Dans la région sub-alfvénique, λ affecte la position de la couronne (Eq. 4.92). En effet, plus λ augmente, plus la couronne se rapproche de l'objet central ($R_c \propto 1/\lambda^2$), puisque la force centrifuge va permettre à la couronne de supporter une gravité plus forte. Par ailleurs, λ favorise la collimation rapide du jet après la surface d'Alfvén par la force de pincement magnétique. De ce fait, la taille, de la région d'expansion du jet diminue (Fig. 5.7). Cela induit une diminution de l'accélération du jet (Fig. 5.6a).

Dans la région asymptotique, λ amplifie l'efficacité du rotateur magnétique dans la collimation du jet et les oscillations dans la région asymptotique diminuent (Fig. 5.6a). Les oscillations dans le jet sont plus importantes lorsque la collimation du jet est due au confinement extérieur. Dans ce cas, le jet subit une compression extérieure et des oscillations induites

par les effets thermiques créés par cette compression (Sauty et al. 2002). Cette compression peut causer une forte diminution de la section du jet dans la région asymptotique.

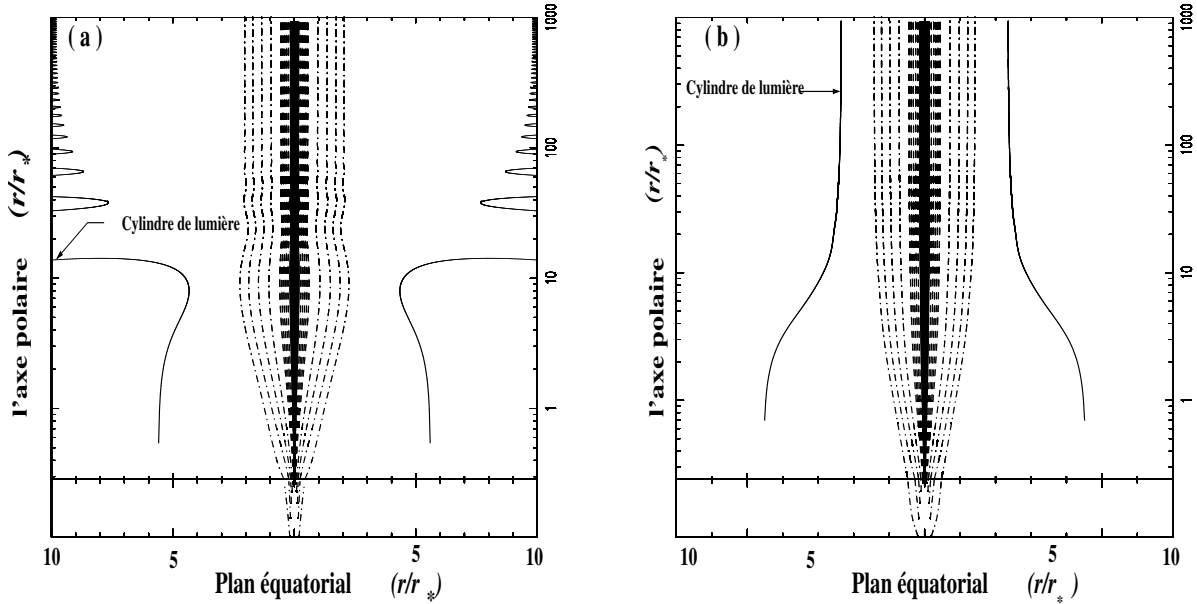


Fig. 5.7: Morphologie dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement de deux solutions et de leur cylindre de lumière : (a) $\lambda = 1.0$ (b) $\lambda = 1.5$. Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\mu = 0.1, \nu = 0.6, \delta = 1.35, \kappa = 0.3$. Les cylindres de lumière sont représentés par les deux lignes qui entourent les deux jets. Les lignes tracées représentent la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta \alpha}{(1+\delta \alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$ (soit une erreur commise inférieure à 1%). Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta \alpha}{(1+\delta \alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$ (soit une erreur commise inférieure à 10%). Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta \alpha}{(1+\delta \alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$.

5.3 La collimation et l'accélération dans le jet

Maintenant, que nous avons vu l'effet des paramètres libres du modèle sur les solutions du jet, nous allons, faire une étude des forces qui régissent les écoulements relativistes. Dans cette section, nous allons analyser les forces transverses et longitudinales pour deux jets types : un jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, $\epsilon > 0$, et un jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace, $\epsilon < 0$.

Le paramètre μ sera pris égal à 0.1. La surface d'Alfvén va se trouver à une distance de $10 r_G$.

- La solution avec rotateur magnétique efficace correspond à $\nu = 1.45, \delta = 1.8, \kappa = 0.5, \lambda = 0.75$ (Fig. 5.8a).

- La solution avec rotateur magnétique inefficace correspond à $\nu = 1.185, \delta = 2.113, \kappa = 0.5, \lambda = 1.99$ (Fig. 5.8b).

Nous analyserons les forces, dans les trois régions du jet : la région de formation près de la couronne, la région intermédiaire et la région asymptotique. Nous allons ainsi compléter

l'analyse des forces faite dans le chapitre précédent (paragraphe 4.5.4).

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser seulement aux solutions de jets sous pressurisés ($\kappa > 0$, Eq. 4.31), donc, les jets qui peuvent être confinés par le milieu ambiant. Comme dans le cas classique (voir Sauty et al., 2002 et 2004), les solutions collimatés surpressurisés ($\kappa < 0$) ont un comportement semblable y compris dans le régime relativiste.

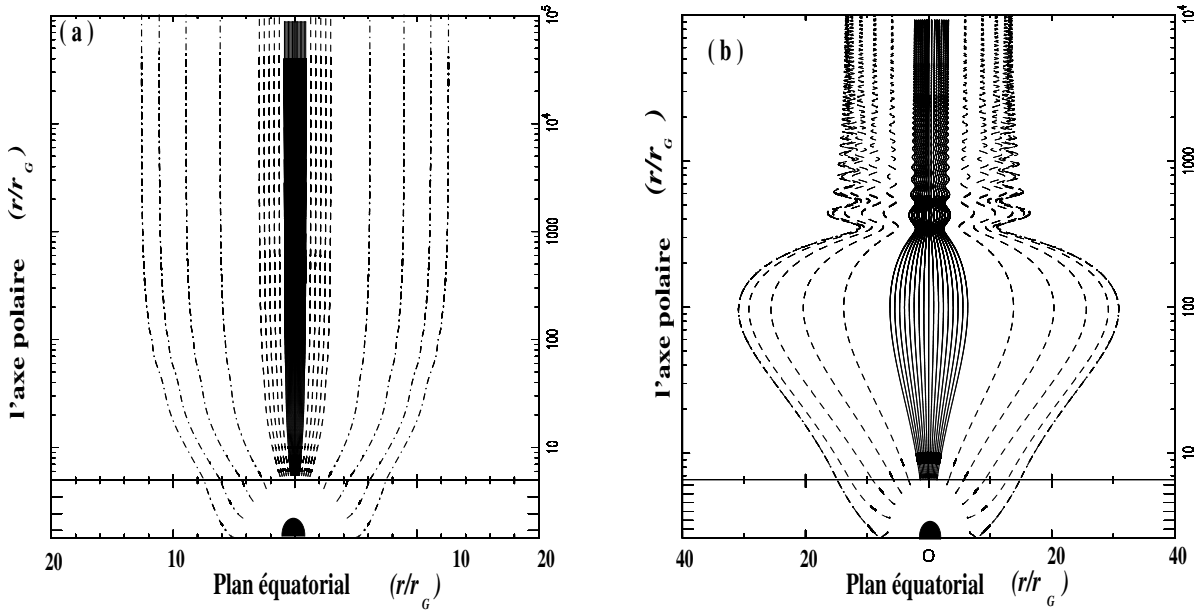


Fig. 5.8: Morphologie dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement des deux types de jet : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace. Les lignes tracées représentent la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$ (soit une erreur commise inférieure à 1%). Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$ (soit une erreur commise inférieure à 10%). Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$.

5.3.1 L'accélération dans le jet

Dans la construction de ce modèle, nous avons considéré dès le début que l'énergie dominante à la base du jet était l'énergie thermique. Dans cette hypothèse, nous nous sommes basés sur les scénarios de formation de couronne autour des trous noirs de Chakrabarti (1989), Das (1999) et Das (2000). En effet, ces modèles montrent une forte augmentation de l'énergie thermique dans la couronne, qui contribue au maintien d'une couronne stable (voir chapitre 1). D'autre part, le choix de la fonction de rotation, qui augmente lentement vers l'axe polaire, induit une diminution de la contribution de la force magnétocentrifuge à l'accélération du jet lorsque on s'approche de l'axe polaire.

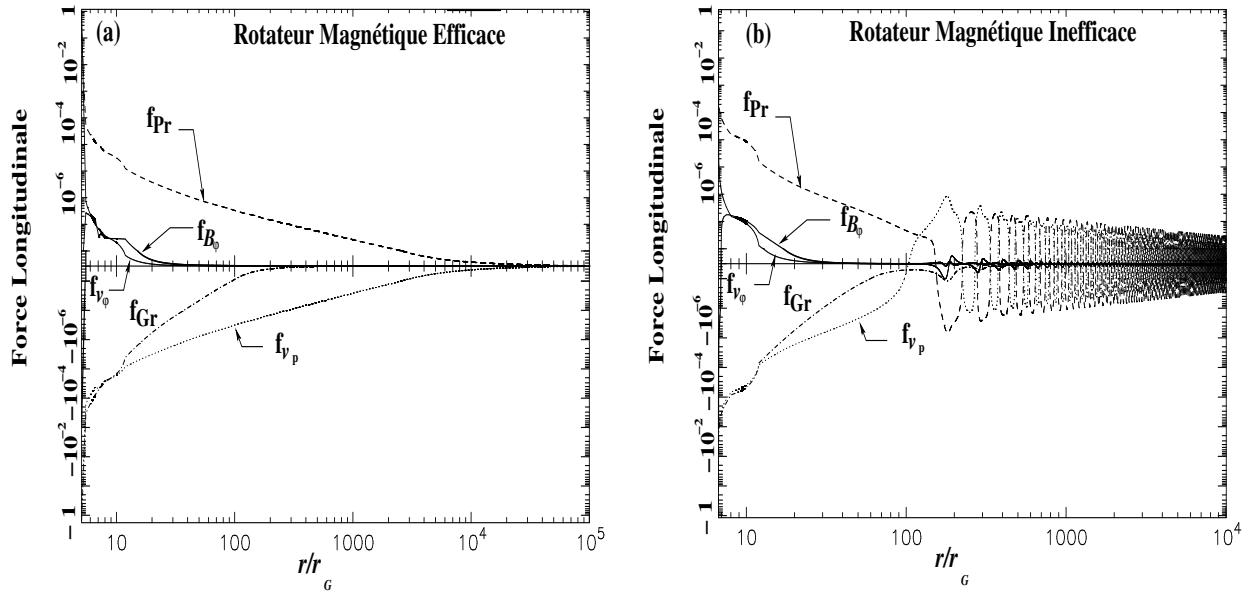


Fig. 5.9: Les forces longitudinales pour les deux types de jets de la Fig. 5.8 (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace. f_{v_φ} est la force centrifuge, f_{v_p} est la force d'advection due à la composante poloïdale de la vitesse, f_{Pr} est la force de pression, f_{B_φ} est la somme de la force de pincement et de la pression magnétique toroïdal.

Le long de l'axe polaire, l'accélération du jet est exclusivement due au gradient de pression. La contribution du champ magnétique à l'accélération le long de cet axe est indirecte et liée à l'effet tuyère, puisque le champ magnétique contribue à la collimation du jet. Le long des lignes d'écoulement extérieures du jet, l'accélération initiale reste essentiellement due au gradient de pression thermique avec une contribution de la pression du champ magnétique toroïdal et de la force centrifuge (Fig. 5.9). La force centrifuge contribue surtout dans la région de fort évasement des lignes d'écoulement à la base des deux jets de la Fig. 5.8. La force de pression du champ magnétique toroïdal reste toujours très faible par rapport à celle de la pression thermique. En effet, dans les deux solutions que nous étudions, la contribution de cette force ne dépasse pas 1% (Fig. 5.9). D'autre part, le jet est freiné dans son échappement par la force de gravité. Cette force a toujours une action négative sur l'accélération le long du jet.

De la région intermédiaire jusqu'à la région asymptotique, l'accélération du jet est toujours induite principalement par la force de pression. Cela est dû au plasma dans l'écoulement qui devient plus dilué, du fait de l'évasement du jet dans cette région (Fig. 5.8). Dans la solution avec un rotateur magnétique efficace (Fig. 5.8a), l'accélération du jet se produit de façon continue jusqu'à la région de collimation cylindrique finale. Par contre, pour la solution avec un rotateur magnétique inefficace (Fig. 5.8b), dans la région de recollimation par la pression thermique du milieu ambiant, une compression du jet se produit. La pression du jet augmente alors brusquement (Fig. 5.10), induisant un gradient de pression, $\vec{\nabla} P < 0$, qui freine l'écoulement (Fig. 5.9b). Les contributions à l'accélération de la force due à la composante poloïdale du champ magnétique et de la force de séparation de charge sont nulles, puisque toutes les deux ont une action perpendiculaire aux lignes d'écoulement.

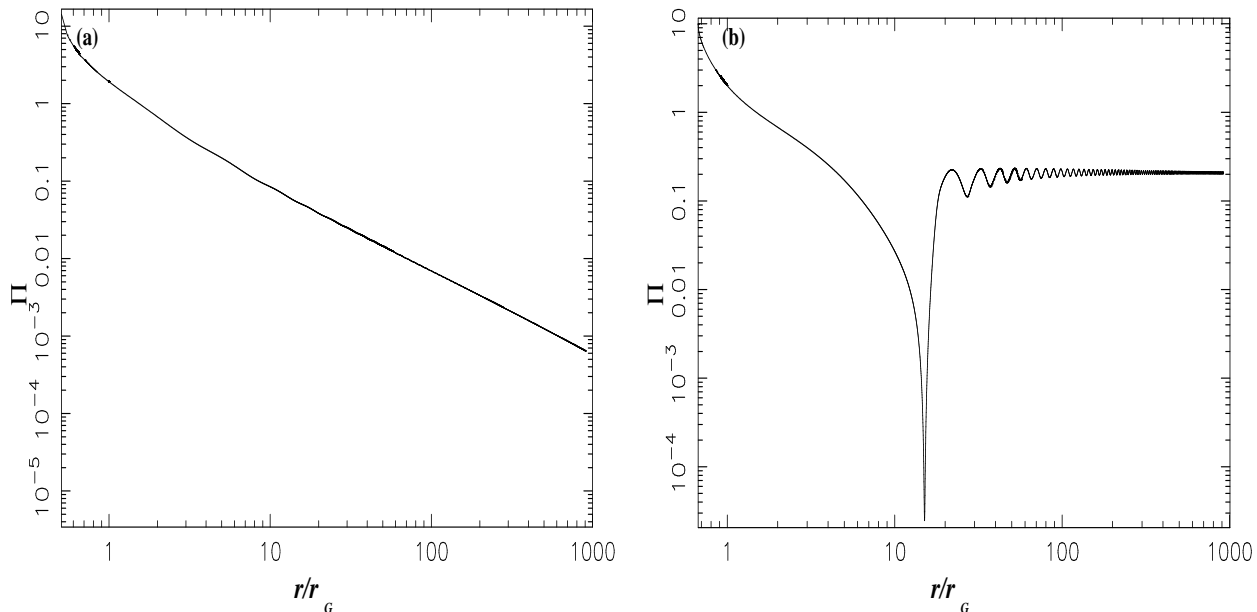


Fig. 5.10: Variation de la pression sans dimension, Π , dans le jet : En (a) rotateur magnétique efficace, en (b) rotateur magnétique inefficace.

L'accélération du jet est aussi susceptible d'être comprise en analysant les différentes énergies thermiques, gravitationnelles, cinétiques et magnétiques dans l'écoulement et leurs conversion le long des lignes d'écoulement. Dans les deux solutions de jet, l'énergie (Fig. 5.12) dominante à la base de l'écoulement est l'enthalpie. Le long des lignes d'écoulement dans le jet, une partie de cette énergie équilibre la gravité et le reste est converti en énergie cinétique dans la région d'évasement du jet. Cette conversion s'arrête dès que le jet devient collimaté cylindriquement (Fig. 5.8). En effet, dans l'évasement du jet, le fluide est dilué. Ceci induit une diminution de l'enthalpie et crée alors un gradient de pression ($\nabla P = n \nabla w$) qui accélère le jet. Le flux de Poynting dans les deux solutions (Fig. 5.8) est négligeable, il ne représente que 1% de l'enthalpie du fluide à la base. En effet, près de l'axe de rotation, le flux de Poynting devient très faible à cause de la faible vitesse de rotation.

Comme, nous pouvons le remarquer sur les graphiques (Fig. 5.12), la conversion de l'enthalpie en énergie cinétique est plus efficace dans la solution de jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace (Fig. 5.8b et Fig. 5.12b) que pour l'autre (Fig. 5.8a et Fig. 5.12a). Ceci résulte de la différence dans l'expansion des deux jets dans la région basse et la région intermédiaire. La solution (b) subit une forte expansion dans cette région jusqu'à une distance de 100 rayon d'Alfvén. Dans la solution (a), le jet commence à subir une collimation cylindrique vers une distance de 10 rayons d'Alfvén, ce qui induit une diminution de l'efficacité de la conversion d'énergie thermique en énergie cinétique. Nous retrouvons le résultat dans les modèles des vents coronaux solaires (Kopp & Holzer 1976) et aussi des écoulements hydrodynamiques le long des tuyères créées par un disque d'accrétion épais autour des objets compacts (Ferrari et al. 1984). Ces modèles montrent que l'accélération thermique est plus efficace pour les écoulements à forte expansion des tubes de flux.

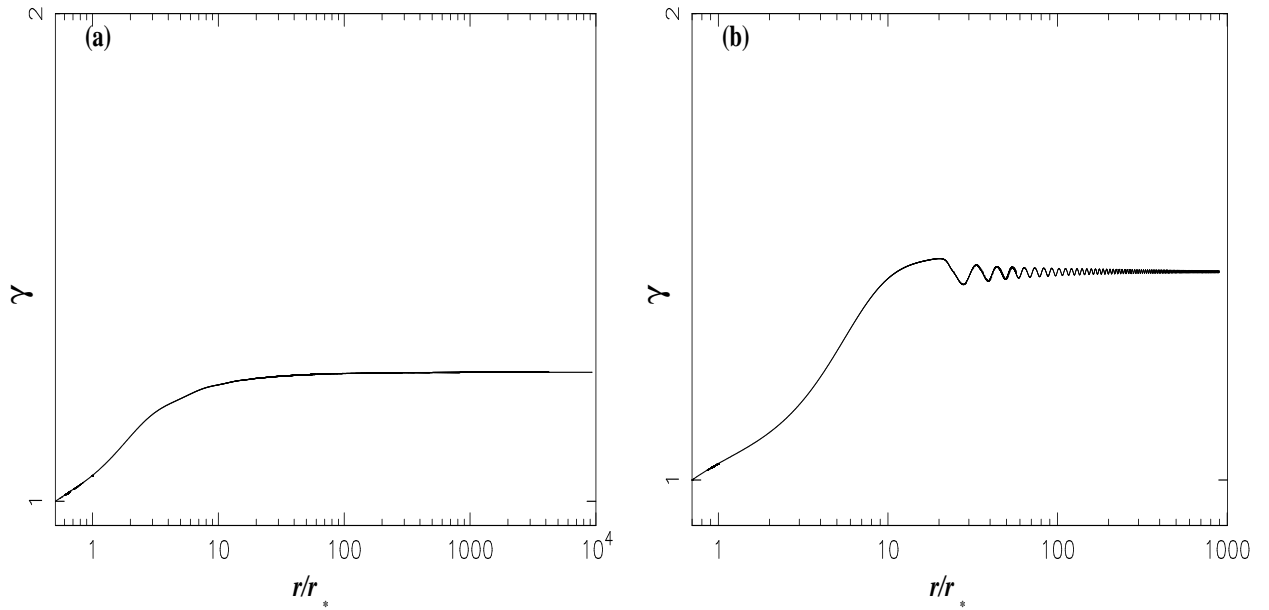


Fig. 5.11: Facteur de Lorentz le long de l'axe polaire pour les deux types de solutions : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace.

Dans la région de recollimation du jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace (Fig. 5.8b), la compression du jet induit une augmentation de l'enthalpie au détriment de l'énergie cinétique, ce qui explique la décélération.

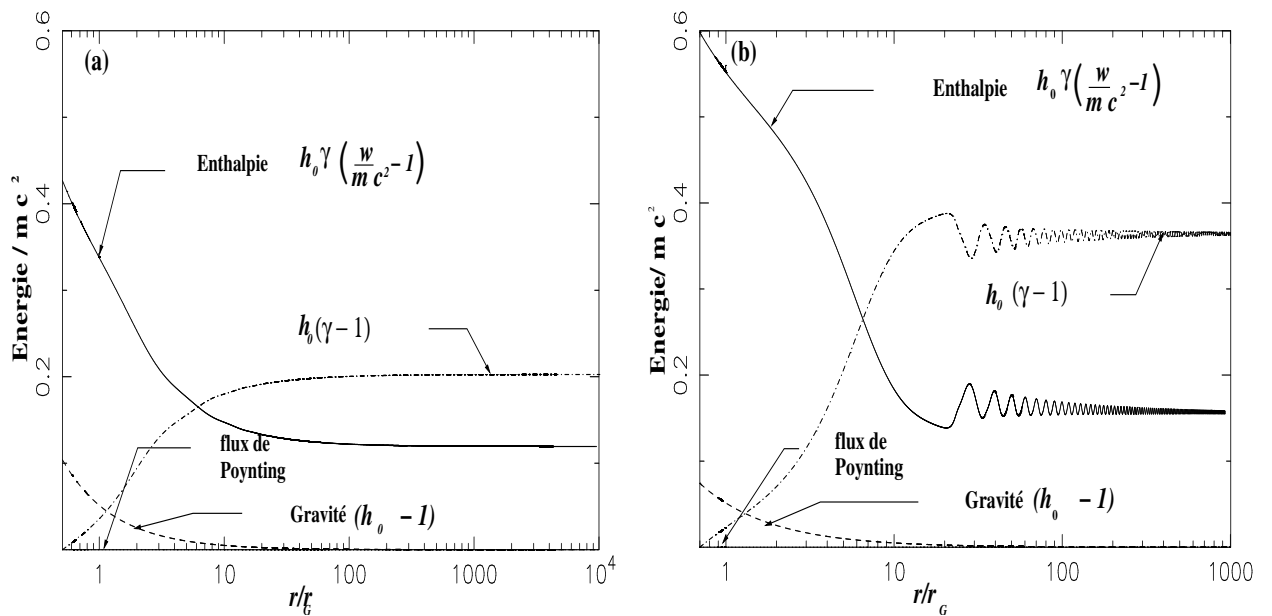


Fig. 5.12: Variation des flux d'énergies normalisés à l'énergie de masse, le long de la ligne d'écoulement extérieure de la région d'application de notre modèle, pour les deux types de solutions : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace.

5.3.2 La collimation dans le jet

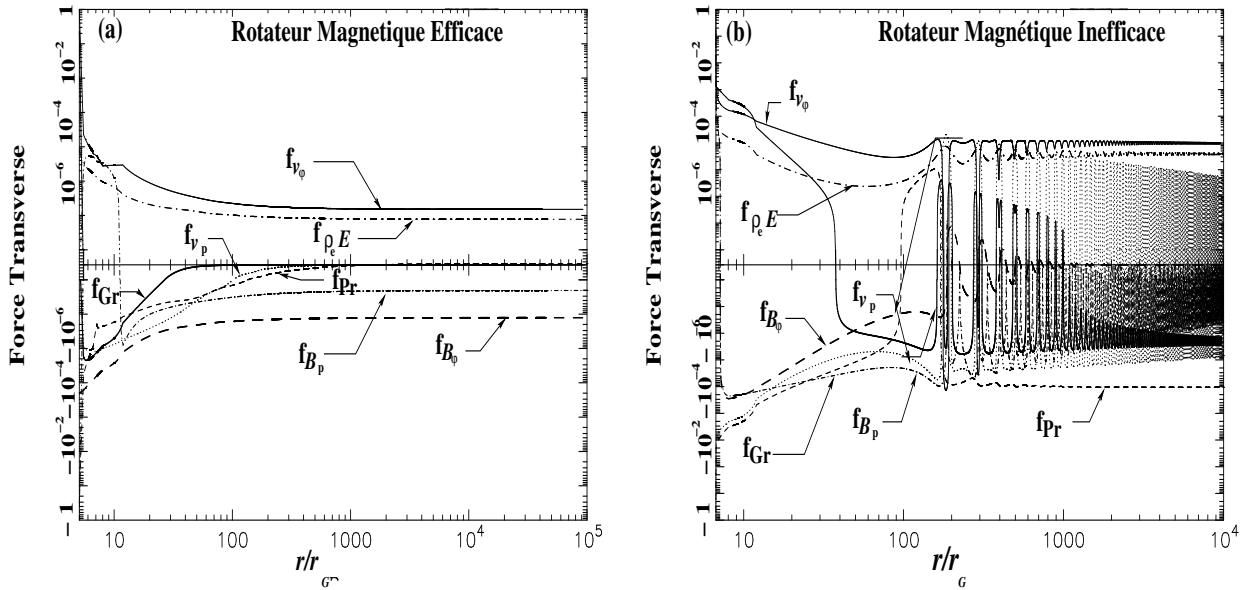


Fig. 5.13: Les forces transverses pour les deux types de jet : (a) jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace, (b) jet caractérisé par un rotateur magnétique inefficace. f_{v_ϕ} est la force centrifuge, f_{v_p} est la force d'advection due à la composante poloïdale de la vitesse, f_{pr} est la force de pression, f_{B_ϕ} est la somme de la force de pincement et de la pression magnétique toroïdal, f_{B_p} est la force de pincement et de la pression magnétique poloïdale et $f_{\rho_e E}$ est la force de séparation de charge.

L'analyse de la collimation du jet est plus compliquée que l'accélération. En effet, différents types de forces magnétohydrodynamiques interviennent dans la collimation. De plus, ces forces dépendent aussi de la morphologie des lignes d'écoulement et des lignes magnétiques.

La plus importante de ces forces (Fig. 5.13) est la force centrifuge (Eq. B.22). Elle est toujours positive et tend à décollimer le jet (Fig. 5.13). La force de pincement magnétique toroïdale (Eq. B.18) est toujours négative et tend, par contre, à collimer le jet. Enfin, la force de séparation de charge est toujours positive et tend à décollimer le jet. Cette force de séparation de charge est plus importante dans la solution du jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace. Pour les autres forces, le comportement varie selon la courbure des lignes d'écoulement (Fig. 5.13).

La force de tension magnétique poloïdale (Eq. B.20) contribue, dans la région basse du jet, à ouvrir les lignes d'écoulement, à cause de la forte expansion initiale de ces lignes qui est presque dipolaire (Fig. 5.13a). Dans la région intermédiaire, l'évasement des lignes devient moins rapide que radial. De ce fait, l'action de la force de tension magnétique poloïdale s'inverse et tend à collimer le jet. La gravité et la pression dominent l'écoulement à la base. La première favorise la déviation radiale de l'écoulement. Au contraire, la force de pression transverse favorise les structures radiales des lignes d'écoulement. Comme nous l'avons vu dans la discussion sur le paramètre κ , ceci est dû à la composante transverse du gradient de pression radial, $\kappa \frac{d\mathbb{H}}{dR}$ (Eq. B.16). En effet, dans la région de formation du jet,

la gravité élevée le long de l'axe de rotation engendre un important gradient de pression. Ainsi, à cause de l'anisotropie de la densité, δ , et de la pression, κ , dans le modèle, la gravité et la pression augmente (puisque dans les deux solutions $\kappa > 0$ et $\delta > 0$). Elles exercent une force $f_{\nabla_{\perp} P} + f_{\nabla_{\perp} \ln h_0} \propto \nu^2(\delta - \kappa)$ sur les lignes d'écoulement extérieures. Cette force donne la contribution du confinement thermique du jet dans la région d'évasement. Dans la solution avec un rotateur magnétique inefficace (b), ni la force de pression thermique ni la force de pincement magnétique ne sont efficaces pour recollimer le jet dans la région d'évasement. La recollimation de ce jet se produit lorsque la courbure des lignes magnétiques poloïdales devient importante. En effet, dans ce cas, la force de pincement magnétique poloïdale $f_{B_{\varphi}^2/(4\pi R_{cr})}$ ¹ devient importante et amorce la collimation de jet. Par contre, dans la solution du jet caractérisé par un rotateur magnétique efficace (a), la collimation du jet n'est dominée, dans la région d'évasement, que par la force de pincement magnétique toroïdale.

Dans la région asymptotique, la solution (a) est collimatée par la force de pincement magnétique toroïdale $f_{B_{\varphi}^2/(4\pi \varpi)}$, la force de pression est presque nulle $\Pi \rightarrow 0$. Dans la solution (a), la contribution du milieu ambiant à la collimation du jet est nulle. Dans la région asymptotique du jet (b), la force de gradient de pression méridional, $\kappa \Pi$, domine la collimation. Dans ce jet la force de pincement magnétique toroïdal $f_{B_{\varphi}^2/(4\pi \varpi)}$ n'est pas suffisante pour collimer le jet. Dans cette solution, le confinement par le milieu ambiant engendre des oscillations dans la région asymptotique du jet.

5.4 Comparaison avec le modèle classique

Un des objectifs de la construction de ce modèle en relativité générale est d'avoir un modèle applicable aux différents types d'écoulements en astrophysique. Ce modèle va nous permettre de comparer les jets classiques et jets relativistes. Dans cette section, nous allons examiner l'hypothèse que les jets des étoiles jeunes et les jets des noyaux actifs de galaxies puissent être formés et accélérés par les mêmes mécanismes physiques, en l'occurrence dans notre cas, des mécanismes MHD. Nous allons aussi examiner l'hypothèse selon laquelle la différence entre les jets de ces différents objets serait seulement un effet d'échelle sur les propriétés de l'écoulement (Livio 1999). Nous examinerons que cet effet d'échelle dépend exclusivement de la masse et des dimensions de l'objet central. D'un autre côté, nous analyserons les conséquences de l'augmentation de la gravité dans la région de formation du jet sur la dynamique et la contribution des différentes forces MHD.

Le fait, que ce modèle soit élaboré en relativité générale, nous permet de traiter aussi bien les jets classiques des étoiles jeunes que les jets relativistes de noyaux actifs de galaxies. La différence entre ces deux cas extrêmes est la profondeur du potentiel gravitationnel créé par l'objet central. Ce potentiel gravitationnel contrôle l'amplitude de la courbure de l'espace μ . Pour les deux solutions présentées :

$$\mu = \frac{r_G}{r_{\star}} = \frac{r_G}{r_c} \frac{r_c}{r_{\star}} \simeq 0.1 \frac{r_G}{r_c}. \quad (5.1)$$

où r_c est le rayon de la couronne.

¹ R_{cr} est le rayon de courbure des lignes magnétique poloïdale

Nous avons supposé dans ce calcul que la surface d'Alfvén se trouve à une distance de $10 r_c$ de l'objet central. Cette distance correspond au cas où l'étoile va perdre de façon efficace dans le vent tout le moment cinétique qu'elle a accréte (Livio 1999). Dans le cas des étoiles jeunes leur masse est de l'ordre d'une masse solaire (le rayon de Schwarzschild correspondant est de $r_G \simeq 3 \text{ km}$). Ainsi, la courbure de l'espace à la surface d'Alfvén est telle que $\mu \sim 1e-5$. Dans le cas des jets des noyaux actifs de galaxies $r_G = 10^4 R_\odot$. La courbure de l'espace à la surface d'Alfvén est alors $\mu \sim 1e-1$. D'un autre coté, ce modèle redonne le modèle classique lorsque la courbure de l'espace μ tend vers zéro. Dans la comparaison entre les deux jets, nous pouvons déjà donner une relation entre la cinématique dans le jet et μ à partir des propriétés du modèle. Cette relation est déduite de la définition de la vitesse à la surface d'Alfvén $v_* = \sqrt{\mu}/\nu$. Ainsi, l'augmentation de μ dans le modèle se traduit par une augmentation de la vitesse dans le jet.

Nous allons maintenant comparer les solutions classiques et relativistes pour les deux types de solutions utilisées précédemment dans l'étude des forces (Section 5.3) :

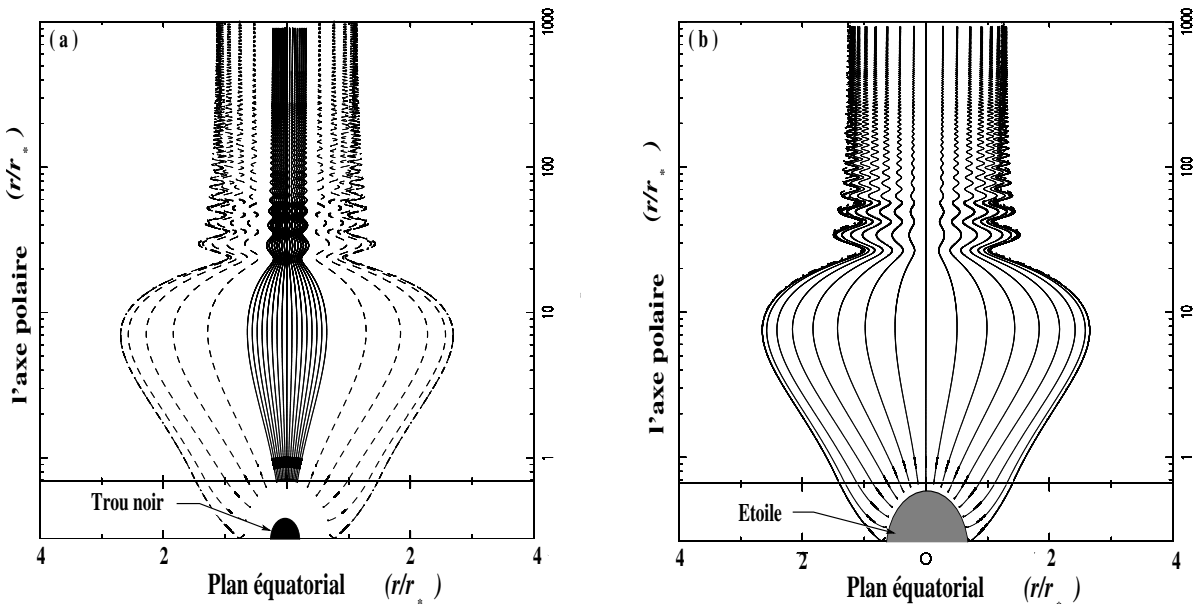


Fig. 5.14: Morphologie du jet ayant un rotateur magnétique inefficace dans (a) le cas relativiste $\mu = 1e-1$ et (b) le cas classique avec $\mu = 1e-5$. La projection sur le plan poloidal des lignes d'écoulement est représentées par des lignes continues pour $x_A^2 G_{\max}^2 < 10^{-2}$ et par des lignes en pointillé pour $x_A^2 G_{\max}^2 > 10^{-2}$.

5.4.1 Jet ayant un rotateur magnétique inefficace

Nous allons analyser la solution de jet avec rotateur magnétique inefficace (Fig. 5.12b). La morphologie des deux jets (classique et relativiste) montrent très peu de différences (Fig. 5.14). Dans le jet classique, comme dans le jet relativiste, la forte expansion initiale est due à l'inefficacité du rotateur magnétique à collimater le jet (Fig. 5.15). Le jet relativiste subit une expansion plus importante dans la région intermédiaire (Fig. 5.14a) que le jet classique. Cette expansion induit alors une augmentation de la force de pincement magnétique poloidale qui impose une plus forte recollimation à $20r_*$. Dans cette recollimation, la pression dans

le jet augmente. Ainsi, dans la région asymptotique, le jet relativiste subit une collimation cylindrique plus importante que le jet classique, contrairement à ce que l'on pourrait attendre. Dans la région asymptotique du jet relativiste, la force transverse de pincement magnétique toroïdale B_φ^2/ϖ est presque nulle, alors que, dans le cas classique cette force est du même ordre de grandeur que la force de pression transverse (Fig. 5.15). Cela traduit la diminution de l'efficacité du rotateur magnétique à collimater le jet relativiste. Nous pouvons donner une interprétation simple à ce comportement du jet, lorsque les effets relativistes augmentent. En effet, la forte accélération dans le jet relativiste fait augmenter la dynamique dans le jet dans la direction poloïdale. Il en résulte une diminution de la composante toroïdale du champ magnétique, $B_\varphi \simeq \frac{v_\varphi - \varpi \Omega}{v_p} B_p$ (dans la région super-alfvéenique). Dans la solution relativiste, une nouvelle force électrique apparaît, c'est la force de séparation de charge $\rho_e E$. Cependant, l'influence de cette force reste faible sur ce type d'écoulement avec un rotateur magnétique inefficace (voir 5.4.3).

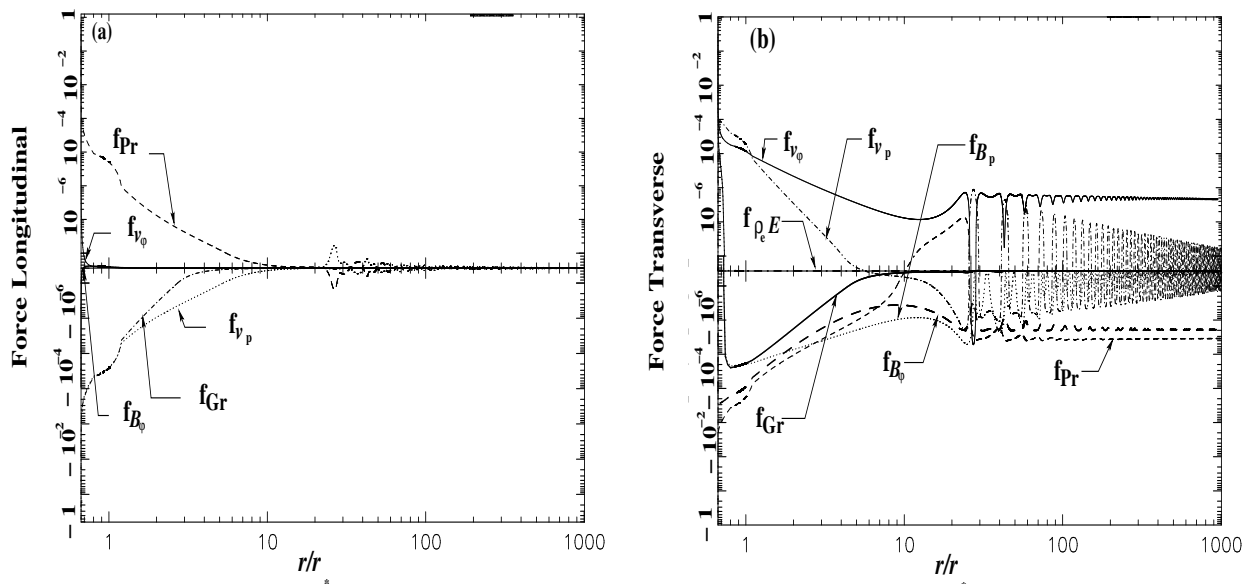


Fig. 5.15: (a) Les forces longitudinales et (b) les forces transverses le long d'une ligne d'écoulement de la solution classique $\mu = 10^{-5}$. Les autres paramètres sont les mêmes que dans la solution relativiste (Fig. 5.8b).

Enfin, l'accélération thermique dans le jet relativiste (Fig. 5.15a) devient plus efficace. Elle résulte de l'augmentation de l'enthalpie à la base de l'écoulement avec la gravité. Par contre, le flux de Poynting change très peu et sa contribution à l'accélération du jet reste faible. Cette différence entre l'évolution du flux Poynting et de l'enthalpie avec la gravité résulte de la vitesse de rotation des lignes d'écoulement près de l'axe qui reste classique $\Omega \varpi \ll c$. Donc le flux de Poynting reste faible, $E_{\text{poy}} \ll m c^2$, alors que, l'énergie thermique peut devenir relativiste $(w - m c^2) \simeq m c^2$ dans la couronne. D'un autre côté, la forte stratification de la pression, induit par la gravité élevée à la base du jet, permet d'améliorer la conversion de l'énergie thermique en énergie cinétique.

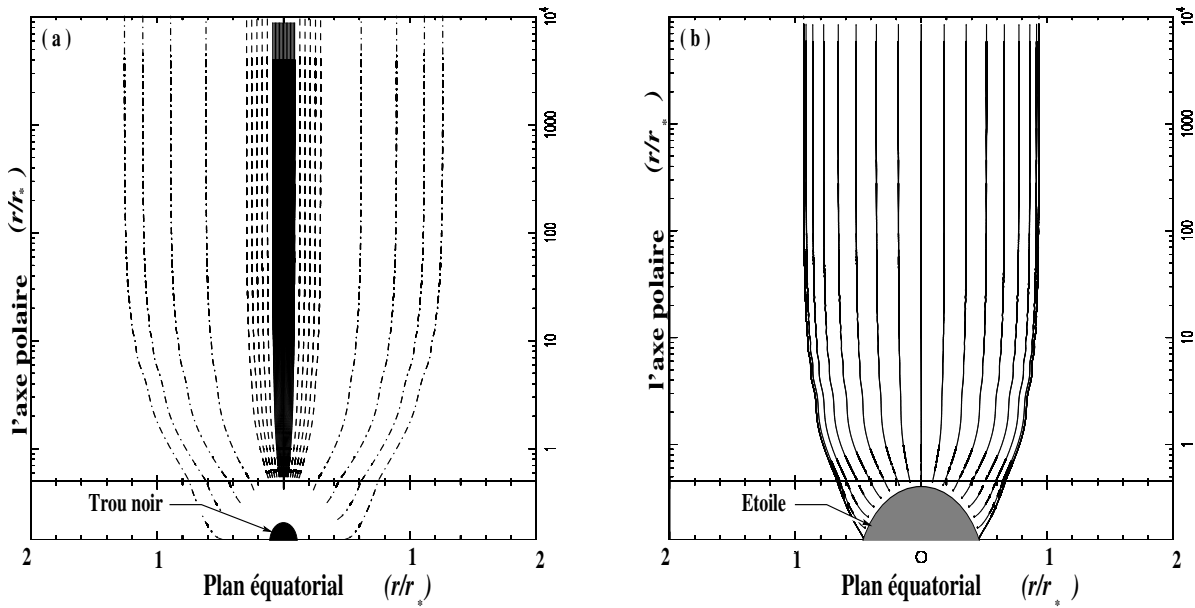


Fig. 5.16: Morphologie des deux types de jet relativiste $\mu = 0.1$ classique en (a) et $\mu = 10^{-5}$ en (b). Les valeurs des autres paramètres libres du modèle sont $\nu = 1.45$, $\delta = 1.8$, $\kappa = 0.5$, $\lambda = 0.75$.

5.4.2 Jet ayant un rotateur magnétique efficace

Dans les jets caractérisés par un rotateur magnétique efficace, la force de séparation de charge n'est plus négligeable (voir section 5.4.3). Ils sont caractérisés aussi par un confinement asymptotique au moyen de la force de pincement magnétique toroïdale. Donc, l'analyse de ces types de jets va nous permettre de mieux examiner l'évolution de *l'efficacité de la force de Lorentz à collimater les jets* lorsque les effets relativistes augmentent. Il nous sera aussi possible d'examiner *la contribution de la force de séparation de charge dans la décollimation* des jets relativistes.

La morphologie des jets ayant un rotateur magnétique efficace subit de grandes variations lorsque les effets relativistes augmentent. La section d'ouverture asymptotique devient plus grande dans le jet relativiste (Fig. 5.16). Cela est dû aussi bien à l'augmentation de l'inertie dans le jet et donc de la force centrifuge, qu'à la force de séparation de charge. Simultanément, l'efficacité de la force de Lorentz diminue, comme dans la solution avec rotateur magnétique inefficace. Cette diminution d'efficacité est induite par l'augmentation de l'effet dynamique dans le jet que nous pouvons constater dans l'augmentation du nombre d'Alfvén asymptotique du jet relativiste (Fig. 5.17a).

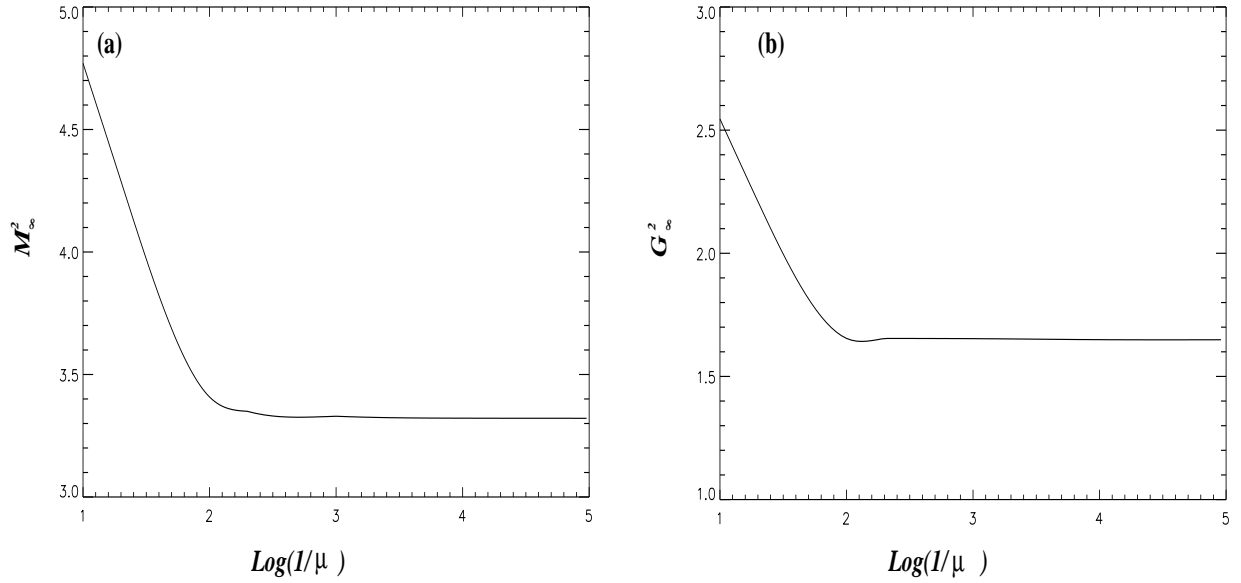


Fig. 5.17: Le nombre d'Alfvén asymptotique en (a) et l'ouverture du jet asymptotique en fonction du \log_{10} du paramètre courbure μ (b). Les valeurs des autres paramètres du modèle sont $\nu = 1.45$, $\delta = 1.8$, $\kappa = 0.5$, $\lambda = 0.75$.

L'accroissement de la dynamique dans le jet se traduit, aussi, par une diminution du courant électrique normalisé $\bar{I} = I/(c/2r_* B_*)$ (voir paragraphe 4.2.3). Fig. 5.18, le courant électrique \bar{I} est le courant électrique emporté dans une même section, $S = \pi \varpi^2$, pour les solutions classique et relativiste. Nous avons utilisé dans la comparaison entre les deux solutions classique et relativiste, le courant électrique normalisé \bar{I} à cause de la différence d'échelle spatiale qui rend la comparaison avec le courant électrique I inappropriée.

Dans le régime relativiste, l'efficacité de la collimation par la force de pincement magnétique diminue. Cela induit une augmentation de l'expansion du jet, $G^2 \nearrow$ (Fig. 5.17b). En effet, le caractère thermique des écoulements axiaux induit une diminution de la dynamique dans le jet lorsque on s'éloigne de l'axe de rotation. Donc la collimation magnétique des lignes d'écoulement ne peut se produire que si l'expansion des lignes d'écoulement augmente. En effet, dans la région super-alfvéenique, la force de pincement magnétique est inversement proportionnelle au nombre d'Alfvén à la puissance quatre $\left. \frac{B_\varphi^2}{\varpi} \right|_\infty \propto \frac{\varpi_\infty}{M_\infty^4}$ (Eq. B.18) et les forces centrifuge et de séparation de charge, elles par contre, diminuent lorsque l'expansion du jet augmente, $\left. \frac{v_\varphi^2}{\varpi} \right|_\infty \propto \frac{\varpi_\infty}{G_\infty^2}$ (Eq. B.22). Donc, l'équilibre entre ces forces, lorsque la dynamique dans le jet augmente, n'est possible que si l'expansion des lignes d'écoulement croît aussi (Fig. 5.17b).

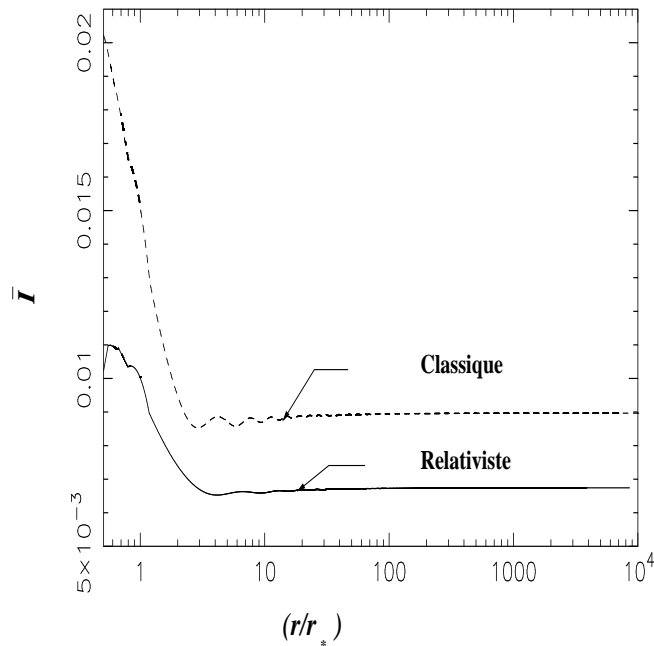


Fig. 5.18: La densité du courant électrique normalisé \bar{I}_z (Eq. 4.18), dans le jet classique et le jet relativiste.

Les effets relativistes sur la dynamique dans le jet deviennent appréciables seulement lorsque la distance entre la surface d'Alfvén et la surface de Schwarzschild est inférieure à 100 ($\mu > 0.01$) (Fig. 5.17). Pour $\mu < 0.01$, les effets relativistes sont négligeables. La différence entre les écoulements formés autour d'une étoile de la séquence principale de masse $1 M_\odot$ et ceux formés à une distance de $100 r_G$ d'un objet compact demeure simplement un effet d'échelle en μ (Fig. 5.19b et Fig. 5.19c). De même, la relation entre les énergies des deux types de jets reste une simple relation linéaire en μ . La différence entre ces jets est due à l'augmentation des dimensions de la région de formation de l'écoulement et l'augmentation linéaire du potentiel gravitationnel dans l'écoulement. Donc, nous avons simplement un effet d'échelle entre ces jets aussi bien sur leur dimensions que sur les énergies qu'ils transportent.

Au contraire, pour $\mu > 0.01$, lorsque le jet est formé à une distance inférieure à $100 r_G$, les effets relativistes (gravitationnels) sur la dynamique commencent à être appréciables. L'énergie thermique à la base du jet augmente et la conversion de l'énergie thermique en énergie cinétique devient plus efficace (Fig. 5.19). Cette efficacité est due à la forte expansion du jet dans la partie super-alfvénique. En effet, dans le cas relativiste, la collimation du jet commence à une distance de 50 rayons d'Alfvén, alors que, dans le cas classique, la collimation cylindrique se produit à une distance de 10 rayons d'Alfvén (Fig. 5.16). Un autre ingrédient de cette amélioration de l'accélération thermique est le fort gradient de pression induit par la gravité relativiste (voir le paragraphe 5.2.1).

Ce résultat est assez important, il montre que la relation entre la masse de l'objet central et les propriétés du jet (accélération, morphologie, énergie) n'est pas toujours une simple relation d'échelle contrairement à l'hypothèse de Livio (1999). Cette relation est linéaire seulement si les effets de la gravité ne sont pas relativistes. En effet, dans les jets relativistes

de nouvelles forces commencent à contribuer à la formation et à la collimation du jet, en particulier la force de séparation de charge. Les effets thermiques dans l'accélération augmentent à cause de la stratification radiale créée par la gravité relativiste. Parallèlement, l'efficacité des forces magnétiques à collimater l'écoulement diminue à cause de l'augmentation de la dynamique dans les jets relativistes.

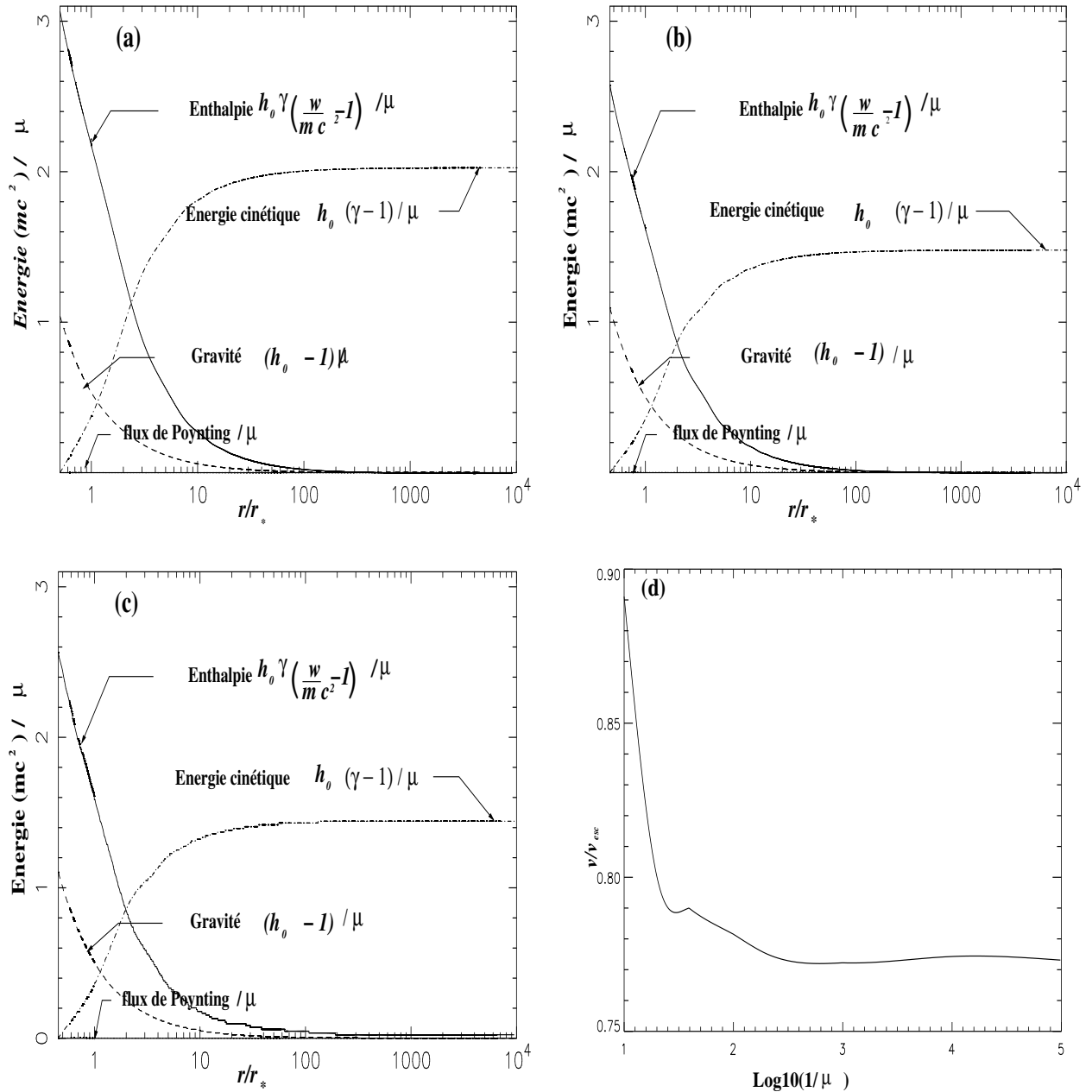


Fig. 5.19: Energies dans le jet pour différentes valeurs de la courbure de l'espace : (a) $\mu = 10^{-1}$ cas de trou noir, (b) $\mu = 10^{-2}$ cas intermédiaire, (c) $\mu = 10^{-5}$ cas d'une étoile jeune. En (d) variation du rapport entre la vitesse asymptotique et la vitesse d'échappement à la surface de la couronne en fonction de $\log_{10}(1/\mu)$.

5.4.3 Les effets du cylindre de lumière sur le jet

Les écoulements sont affectés par le cylindre de lumière lorsque leur vitesse de rotation devient relativiste. Les effets du cylindre de lumière vont de la déformation des surfaces critiques à l'amplification des mécanismes électromagnétiques. En effet, plus le cylindre de lumière est proche de la surface d'Alfvén plus l'écoulement est dominé par les mécanismes électromagnétiques.

Dans le cas où la vitesse de rotation des lignes d'écoulement autour des lignes magnétiques est relativiste, le champ électrique dans le jet devient important. Dans l'équation de la dynamique, les forces exercées par le champ électrique sur les lignes d'écoulement proche de l'axe ne peuvent pas être négligées. Ces forces sont la force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ et la force liée à l'effet Joule $-\frac{\vec{v}}{c} (\vec{j}_e \cdot \vec{E})$. La force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ est perpendiculaire aux lignes magnétiques. Elle a une action de décollimation du jet. La force $-\frac{\vec{v}}{c} (\vec{j}_e \cdot \vec{E})$ est tangente aux lignes magnétiques. Elle a une action de décélération du jet. Ces deux forces électriques affectent plus les lignes d'écoulement qui sont proches du cylindre de lumière. En effet, nous avons $\rho_e \vec{E} \propto x_A^2 + r_* \frac{x_A^2}{\varpi}$ et $-\frac{\vec{v}}{c} (\vec{j}_e \cdot \vec{E}) \propto x_A^2$. Dans la région axiale de l'écoulement, nous avons $\varpi \Omega \ll c$, les effets des forces électriques sont atténués.

Cependant, contrairement à la force liée à l'effet Joule qui ne dépend que de la position du cylindre de lumière, la force de séparation de charge n'est pas négligeable près de l'axe de rotation quelque soit le type de jet (voir le paragraphe 4.3.2). La force de séparation de charge, $\rho_e E \sim B^2 \frac{\Omega^2}{c^2} \varpi$, créée par une vitesse angulaire relativiste, ne peut être négligée près de l'axe de rotation dans les écoulements dont la collimation est dominée par les forces magnétiques (voir le paragraphe 2.2). En effet, ce type de jet est caractérisé par un rotateur magnétique efficace et, donc, la collimation est dominée par la force de pincement magnétique toroïdale $\frac{B_\phi^2}{4\pi\varpi}$. De plus, dans le cas des écoulements relativistes, la vitesse poloïdale devient de l'ordre de la vitesse de lumière. Alors, dans la région super-alfvéenique la contribution dans la direction transverse de la force de séparation de charge induite par le champ électrique, $E \simeq v_p B_\phi/c$, augmente. En conclusion, la contribution de cette force dans les jets caractérisés par un rotateur magnétique efficace est du même ordre de grandeur que la contribution de la force de pincement magnétique et la force centrifuge. Au contraire, dans le cas classique (ex. les jets de TTauri), la vitesse poloïdale classique, $v_p \ll c$ rend le champ électrique très faible ($E \rightarrow 0$). Le champ électrique n'influence alors pas la collimation du jet et la force de séparation de charge peut être négligée.

Nous pouvons illustrer le résultat précédent à partir des solutions de jets. Pour cela, nous allons comparer deux solutions de jet ayant un rotateur magnétique efficace. Les solutions sont prises avec les mêmes paramètres $\mu = 0.1$, $\nu = 1.45$, $\delta = 1.8$, $\kappa = 0.5$, $\lambda = 0.75$. La première solution (**1 Eff** Fig. 5.20b) est calculée en utilisant les équations (4.67) à (4.69) dans lesquelles nous avons tenu compte de la force de séparation de charge. Pour la deuxième solution (**2 Eff**), nous intégrons les équations (4.67) à (4.69) mais avec une force de séparation de charge supposée nulle $\rho_e E = 0$.

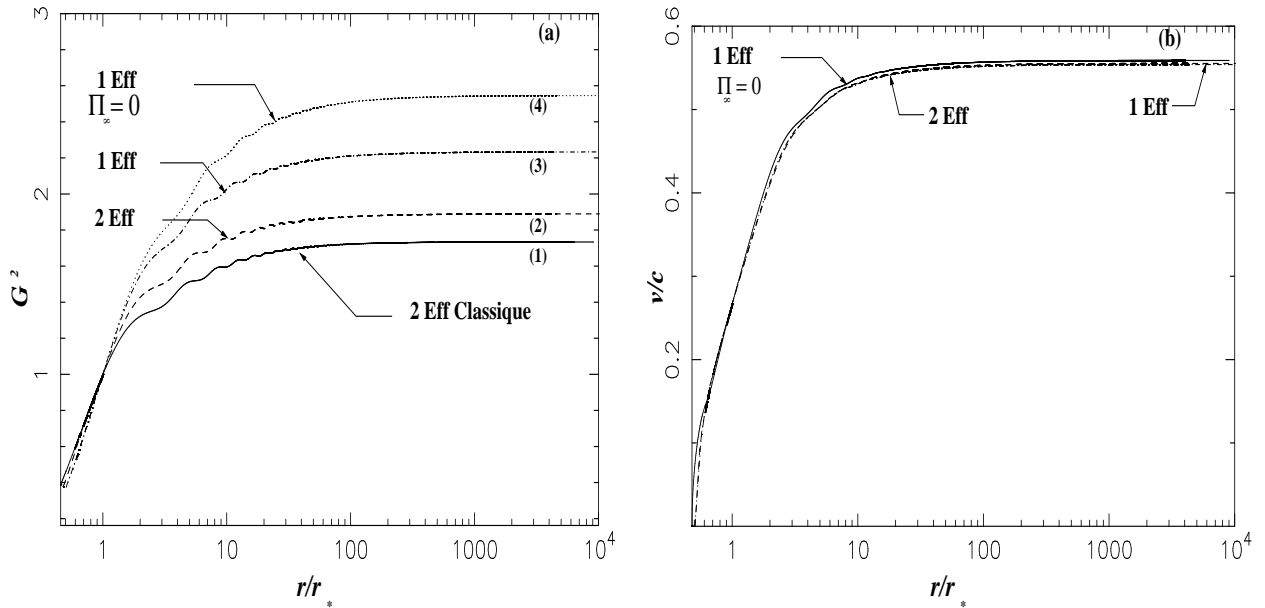


Fig. 5.20: En (a) expansion du jet pour les cinq solutions, En (b) vitesse polaire des jets. Solution (1) **2 Eff Classique**, solution classique avec $\mu = 10^{-5}$ et une pression asymptotique non nul. Les solutions (2), (3) et (4) sont relativistes $\mu = 0.1$. Solution (2) (**2 Eff**), la force électrique est négligée. Solution (3) (**1 Eff**) nous tenons compte de la force électrique. Dans les deux solutions (2) et (3) la pression asymptotique est non nulle. Dans la solution (4) (**1 Eff**, $\Pi_\infty = 0$), nous tenons compte de la force de séparation de charge et la force de pression asymptotique transverse est prise nulle.

Nous remarquons (Fig. 5.20a) que la différence de l'expansion du jet entre les deux solutions **1 Eff** et **2 Eff** est appréciable. En effet, elle est du même ordre de grandeur que la différence entre la solution classique (**2 Eff, Classique**) et relativiste **1 Eff**. L'augmentation de la pression dans la région asymptotique Π_∞ de la solution **1 Eff** par rapport à celle de la solution **2 Eff** reste insuffisante pour compenser la force de séparation de charge. Cela est dû au fort champ électrique dans les écoulements relativistes ayant un rotateur magnétique efficace.

La comparaison entre les solutions de jet qui subissent une collimation asymptotique purement magnétique permet de mieux distinguer l'évolution de l'efficacité de la force de Lorentz à collimater l'écoulement. De plus, elle permet de montrer l'importance de la contribution du confinement thermique dans la collimation des jets relativistes, en comparant ces solutions avec les solutions de jets caractérisés par une pression transverse asymptotique non nulle. Nous avons donc recalculé la solution **1 Eff** pour obtenir une solution avec une pression asymptotique nulle. La solution obtenue (**1 Eff**, $\Pi_\infty = 0$) montre une forte expansion du jet (Fig. 5.21a, **1 Eff**, $\Pi_\infty = 0$). La déviation par rapport à la solution **2 Eff** est deux fois plus grande que celle entre **1 Eff** et **2 Eff**. Cette différence est due à l'inefficacité de la force de pincement magnétique toroïdale à compenser la force de séparation de charge sans la contribution de la force de pression transverse. En effet, le confinement magnétique n'est possible que si la section G du jet augmente, puisque $\rho_e E \propto \frac{1}{G_\infty^4}$ et $\frac{v_e^2}{\omega} \propto \frac{1}{G_\infty^4}$.

Au contrario, les effets de la force de séparation de charge sur la cinématique du jet

sont très faibles (Fig. 5.21b). La correction introduite sur la vitesse asymptotique, lorsque nous ajoutons la force de séparation de charge est négligeable. En effet, même lorsque nous comparons entre les solutions avec une force transverse de pression asymptotique nulle, la correction reste inférieure de 1%. La séparation de charge dans le jet exerce seulement une force perpendiculaire aux lignes d'écoulement et, donc, elle n'affecte que la morphologie du jet.

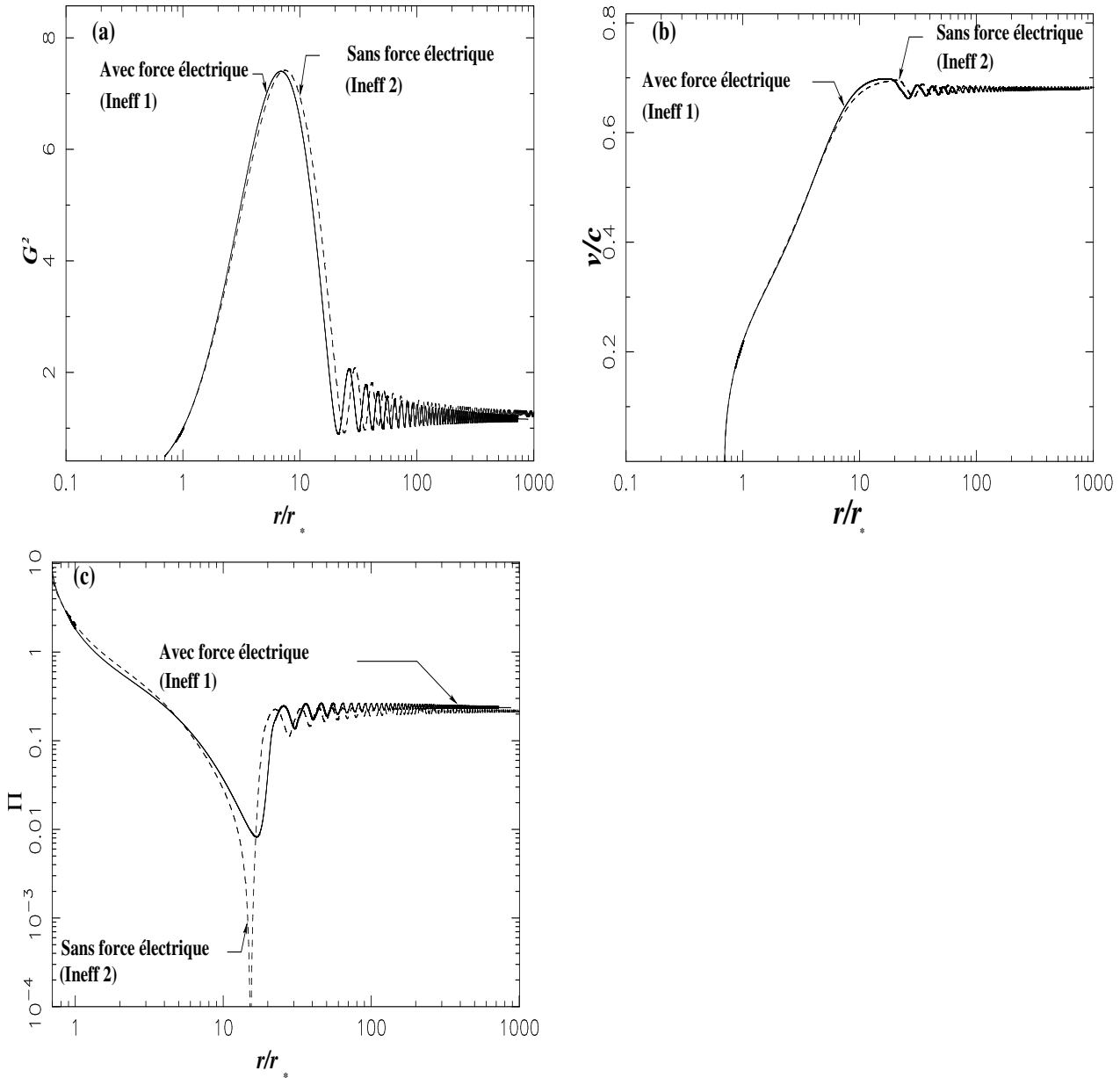


Fig. 5.21: Deux solutions de jets collimatés de rotateur magnétique inefficace. La première est calculée avec la force de séparation de charge et, dans la deuxième, cette force est négligée. En (a) expansion du jet, en (b) la courbe de vitesse normalisée à la vitesse de la lumière et en (c) la pression le long de l'axe polaire du jet

Les effets de la force de séparation de charge peuvent être négligeables dans certains types de jets ayant un rotateur magnétique inefficace. Ceci est possible pour les jets ayant une forte collimation asymptotique, $G_\infty^2 \sim 1$ (même dans le cas relativiste). Dans ces jets

le confinement asymptotique est dominé par le gradient de pression transverse. Dans ce cas, la contribution de la force de pincement magnétique à la collimation du jet est très faible (ou complètement nulle) $\frac{B_\varphi^2}{\varpi} \ll \frac{P}{\varpi} \Rightarrow \rho E \sim \frac{v_p^2 B_\varphi^2 / c^2}{\varpi} \ll \frac{P}{\varpi}$. Donc, dans ce type de solution le champ électrique devient très faible. Plus généralement, les effets de la force de séparation de charge peuvent être négligés dans la plupart des jets ayant un rotateur magnétique inefficace. Dans ces jets le confinement thermique par le milieu ambiant permet toujours d'équilibrer la force de séparation de charge (Fig. 5.13).

Nous pouvons retrouver ce résultat en faisant une comparaison entre deux solutions de jet ayant un rotateur magnétique inefficace, au moyen de la méthode utilisée pour étudier les jets de rotateur magnétique efficace. Nous appellerons la solution **Ineff 1** celle qui est intégrée de la même façon que **Eff 1** et **Ineff 2** celle qui est intégrée de la même façon que **Eff 2**.

Nous remarquons (Fig. 5.21c) que dans la première solution **Ineff 1**, la pression asymptotique dans le jet est plus élevée que celle dans la deuxième solution **Ineff 2**. Elle permet alors d'équilibrer les effets transverses de la force électrique dans la solution **Ineff 1**. Ainsi, les changements de morphologie (Fig. 5.21a) et de dynamique (Fig. 5.21b), lorsque nous passons d'une solution à l'autre, restent très faibles.

5.5 Classification des jets d'AGN

Dans cette section, nous allons examiner la classification de la section 1.5 des jets de noyaux actifs de galaxies en fonction de leur morphologie. Cela, nous permettra de faire une analogie entre cette classification des AGN et le comportement des solutions de notre modèle en fonction de ses paramètres libres, plus précisément en fonction de ϵ . Ce paramètre, comme nous l'avons montré dans le paragraphe (4.5.3) permet de classer les jets d'après l'efficacité de la force de Lorentz à collimater le jet, en d'autres termes par l'efficacité du rotateur magnétique à collimater le jet. Ce changement dans l'efficacité de la collimation magnétique se manifeste par des variations de la morphologie et de la cinématique du jet. En effet, pour les jets avec un rotateur magnétique efficace, $\epsilon > 0$, la collimation est cylindrique sans aucune oscillation ou peu. La vitesse dans ce type de jet augmente de façon continue pour atteindre sa valeur asymptotique. Au contraire, dans les jets caractérisés par un rotateur magnétique inefficace, $\epsilon < 0$, la densité de courant électrique emportée dans l'écoulement, $I \propto \varpi B_\varphi$ reste insuffisante pour que l'écoulement s'auto-collimate par la force de pincement magnétique. La seule possibilité de collimation de l'écoulement est, alors, le confinement thermique par le milieu ambiant. Les jets collimatés par confinement thermique présentent des oscillations dans la région asymptotique plus visibles. La vitesse dans ce type de jet n'augmente pas de manière continue, mais oscille également. Le plasma du jet est accéléré jusqu'à la fin de région intermédiaire où il atteint sa vitesse maximale, puis il décélère dans la région de recollimation du jet (Fig. 5.11b).

En résumé, la différence entre ces deux types de jets résulte de la compétition entre les forces magnétiques et thermiques dans la collimation du jet. Ces forces collimatent le jet en compensant la force centrifuge (Eq. B.22) et la force de séparation de charge (Eq. B.36) qui sont toutes les deux caractérisées par le paramètre libre λ^2 , qui mesure la quantité du moment

cinétique emportée le long des lignes d'écoulement. Cependant, le confinement magnétique dans le modèle est aussi caractérisé par le paramètre libre ϵ généralisé au cas relativiste. ϵ donne la portion du flux de Poynting dans l'écoulement qui peut contribuer à la collimation du jet (Section 4.5.3). Le confinement thermique est caractérisé, lui, par le paramètre libre κ , puisque κ donne la variation transverse de la pression.

Donc une manière appropriée de classer les différents type de jets selon la nature du confinement serait de les classer selon leur paramètres libres κ/λ^2 et ϵ/λ^2 (Sauty et al. 1999; Sauty et al. 2002; Sauty et al. 2004). L'efficacité de l'accélération dans les différents jet est alors donnée par le rapport entre la vitesse asymptotique dans le jet et la vitesse d'échappement à la surface l'étoile (Tableau 5.1).

$\frac{\kappa}{\lambda^2} / \frac{\epsilon}{\lambda^2}$	-1	-0.1	-10^{-2}	10^{-2}	-0.1	1
10^{-1}	3.4	1.76	1.59	1.3	1.07	0.847
10^{-2}	30	13	7.0	5.77	1.069	1.66
10^{-4}	90	75	65	60	10	1.023

Tableau 5.1 : Rapport de la vitesse asymptotique sur la vitesse d'échappement à la surface de la couronne, en fonction des paramètres κ/λ^2 et ϵ/λ^2 .

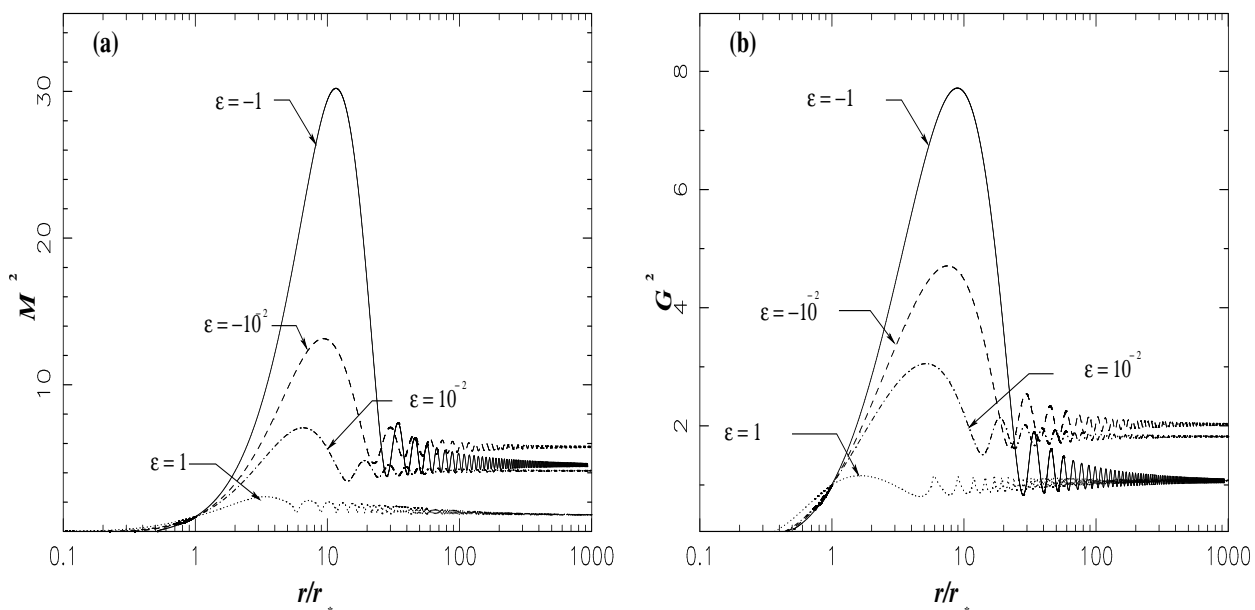


Fig. 5.22: En (a) le nombre d'Alfvén M^2 et, en (b), l'ouverture de la section du jet G^2 en fonction de la distance sont représentés pour quatre valeurs de ϵ/λ^2 ($-1, -10^{-2}, 10^{-2}, 1$) avec $\kappa/\lambda^2 = 0.1$ du tableau 5.1.

Le tableau (5.1) montre que les jets caractérisés par un rotateur magnétique inefficace sont plus performants dans la transformation de l'énergie thermique à la base en énergie cinétique asymptotiquement. Ce comportement a deux causes principales.

Tout d'abord, lorsque le rotateur magnétique est efficace, la force centrifuge à la base est assez importante. Elle permet donc à la couronne de se former plus proche du trou noir,

(Eq. 4.92) $R_c^2 \propto \nu^2 (\delta - \kappa) / \lambda^2 \sim \epsilon / (\lambda^2)$. Ce rapprochement du trou noir ne rehausse pas l'énergie thermique du fluide dans la couronne. Donc, une partie de l'énergie thermique va être utilisée pour que le fluide à la base puisse s'échapper de la gravité plus importante. Ainsi, la portion de l'énergie thermique qui peut être transformée en énergie cinétique diminue lorsque ϵ / λ^2 augmente.

La deuxième raison est liée à l'ouverture du jet (Fig. 5.22). En effet, lorsque l'efficacité du rotateur magnétique augmente, l'expansion initiale dans le jet diminue. Cela est induit par la force de pincement magnétique qui devient plus performante à collimater le jet rapidement, après la surface d'Alfvén. La conversion de l'énergie thermique en énergie cinétique dans le jet s'arrête rapidement lorsque l'écoulement devient cylindrique. L'effet de l'augmentation de l'accélération du jet avec l'expansion du jet apparaît aussi lorsque κ / λ^2 diminue.

Cette diminution de l'accélération dans les jets ayant un rotateur magnétique efficace peut sembler contradictoire. Il ne faut pas oublier que la contribution du flux de Poynting à l'accélération est faible dans notre modèle de jet axial. Ce comportement est différent des modèles de jets de disque. En effet, dans les jets de disques relativistes, l'accélération est dominée par le flux de Poynting (Li et al., 1992; Contopoulos, 1994; Vlahakis & Königl, 2003). Dans ces jets, le flux de Poynting est converti très efficacement en énergie cinétique dans le jet à cause de la forte inclinaison des lignes magnétiques. D'un autre côté, le flux de Poynting à la base de l'écoulement dans ces modèles de jets de disque est, dans la plupart des cas, plus important que l'énergie thermique. Ceci est dû à la vitesse de rotation à la base du jet de disque qui est pratiquement képlérienne.

Dans la suite, nous appliquerons notre modèle aux deux types de solutions de jet. Les solutions de jets ayant un rotateur magnétique efficace et inefficace, c'est-à-dire, aux jets qui sont soit collimatés par confinement magnétique (interne) soit par confinement thermique par le milieu externe. Nous allons introduire une méthode d'estimation des paramètres libres du modèle à partir des propriétés des jets de FRI et FR II. Ainsi, nous donnerons un exemple d'application du modèle à des objets spécifiques.

5.5.1 Méthodes d'estimation des paramètres du modèle

Dans cette section, nous allons présenter une méthode d'estimation des paramètres libres du modèle pour certains jets d'AGN. Nous nous limiterons aux jets des radio-galaxies de type FRI et FR II. Dans notre analyse les vents de Seyfert correspondraient plutôt à des vents non relativistes et non collimatés, qui peuvent être décrit par le modèle classique.

La méthode d'estimation consiste à contraindre les valeurs des paramètres libres à partir des propriétés des jets dans la région de formation et dans la région asymptotique. De la région de formation du jet, nous pouvons donner une estimation de la position de la couronne autour du trou noir $R_c \simeq \frac{1}{3}$. En effet, nous supposons que la base de la couronne se trouve sur la dernière orbite stable du trou noir de Schwarzschild. Nous allons aussi considérer une vitesse de rotation sub-képlérienne pour la dernière ligne d'écoulement ouverte qui émerge de la couronne. La dernière ligne d'écoulement dans le jet coronal correspond à la ligne ouverte la plus proche de l'équateur. Nous allons utiliser les contraintes observationnelles de la région asymptotique du jet, sur le facteur de Lorentz $\gamma > 2$ (Piner et al., 2003) et sur l'angle

d'ouverture du jet. Pour l'ouverture du jet nous allons prendre un angle d'ouverture plus petit que celui qui est observé, $\theta \simeq 6^\circ$ à 1 pc dans M87 (Biretta et al., 2002). En effet, l'angle que nous utiliserons dans la détermination des paramètres est de $\theta \simeq 1^\circ$ à 1 pc, puisque, nous ne modélisons que la région interne du jet. Dans cette région asymptotique, nous prendrons aussi une estimation de l'ordre de grandeur du nombre d'Alfvén habituelle, $M_\infty \simeq 5$. Nous utiliserons aussi le taux de perte de masse observé dans les jets pour contraindre la valeur du paramètre δ . Cependant, nous ne prendrons en considération qu'une fraction du taux de perte de masse observé de $10M_\odot/\text{ans}$ (Chartas et al., 2004) dans les jets des AGN, le modèle que nous avons développé ne permettant pas de modéliser tout le jet mais seulement la région interne, près de l'axe de rotation. Donc, la perte de masse que nous modélisons reste faible par rapport à la totalité emportée par le jet du disque interne qui est plus dense.

En résumé, les conditions que nous utiliserons dans l'estimation des paramètres libres du modèle sont :

1. Nous considérons que la surface alfvénique se trouve à $10 r_G$ du trou noir,

$$r_\star = 10 \times r_G \rightarrow \mu = 0.1, \quad (5.2)$$

2. Nous considérons une ouverture du jet de l'ordre de $\theta_\infty \simeq 1^\circ$ à une distance de $r_\infty \simeq 1 \text{ pc}$. Donc, à partir de l'expression du flux magnétique sans dimension α du modèle (Eq. 4.7) nous pouvons déduire la valeur de G asymptotique,

$$G_\infty = \frac{r_\infty}{r_\star \sqrt{\alpha_0}} \sin \theta, \quad (5.3)$$

α_0 est la dernière ligne ouverte dans le jet. Pour notre estimation, nous avons pris $\alpha_0 = 4$. En effet, pour des valeurs de α_0 plus petites, les valeurs de G_∞ deviennent trop importantes et donc irréalisables par notre modèle.

3. Le nombre d'Alfvén asymptotique sera pris de l'ordre de $M_\infty \sim 5$ et le facteur de Lorentz de l'ordre de $\gamma_\infty \sim 2$. Ainsi, à partir de l'expression de la vitesse asymptotique (Eq. 4.54) du jet sur l'axe de rotation dans modèle et de G_∞ (Eq. 5.3), nous pouvons déduire la valeur du paramètre ν^2 .

$$\nu^2 = \frac{\mu}{v_\infty^2} \left(\frac{M_\infty^2}{G_\infty^2} \right)^2, \quad (5.4)$$

4. Le paramètre qui donne la déviation à la symétrie sphérique de la densité dans le jet, δ , est déterminé par l'équation de perte de masse (Eq. 4.26). δ est solution d'une équation du quatrième ordre :

$$(1 + \alpha_0 \delta)^4 \times AA - (2AA^2 + 1) \times (1 + \alpha_0 \delta)^3 + (1 + \alpha_0 \delta)^2 \times AA \times (2 + AA) - 2 \times AA \times (1 + \alpha_0 \delta) + 1 = 0, \quad (5.5)$$

où

$$AA = \frac{\dot{M}}{\frac{8\pi r_G}{3} m_{\text{par}} \frac{\sqrt{1 - r_G/r_\infty}}{\mu^{(3/2)} \nu (1 - \mu)} \gamma_\infty n_\infty M_\infty^2 \alpha_0}. \quad (5.6)$$

\dot{M} est le taux de perte de masse dans le jet, α_0 est la dernière ligne ouverte dans le jet, n_∞ est la densité asymptotique et m_{par} est la masse moyenne des particules dans le jet. Nous considérons un fluide de protons-électrons, donc $m_{\text{par}} = m_{\text{proton}}$. Pour la perte de masse, nous prendrons $\dot{M} = 10^{-6} \dot{M}_{\text{Edd}}$. Elle correspond à la perte de masse que nous avons trouvé dans le cas du vent de Parker relativiste (Chapitre 3). \dot{M}_{Edd} est la perte de masse d'Eddington. La densité asymptotique est prise égale à $n_\infty = 10^8 \text{ cm}^{-3}$.

5. Nous supposons que la vitesse de rotation de la dernière ligne d'écoulement ouverte dans le jet est sub-képlérienne. Nous allons introduire un nouveau paramètre η . Ce paramètre donne la déviation de la fonction de rotation Ω à la rotation képlérienne :

$$\Omega = (1 - \eta) \sqrt{\frac{\mu}{2 R_c^3}} \frac{c}{r_\star}, \quad (5.7)$$

c est la vitesse de la lumière.

A partir de l'expression de Ω (Eq. 5.7) nous pouvons déduire le paramètre libre λ de la définition de la fonction de rotation Ω dans le modèle (Eq. 4.18) :

$$\lambda = (1 - \eta) \sqrt{\frac{r_G^3}{2 r_c^3 \mu}} \frac{\sqrt{1 + \delta \alpha_0}}{h_{0\star} \frac{v_\star}{c}} = (1 - \eta) \sqrt{\frac{1}{2 R_c^3}} \frac{\sqrt{1 + \delta \alpha_0}}{\sqrt{1 - \mu}} \nu, \quad (5.8)$$

6. La couronne est supposée se former au dessus de la dernière orbite stable, $r_c = 3 r_G$.

$$R_c = \frac{r_c}{r_\star} = 3 \mu, \quad (5.9)$$

Le paramètre κ est calculé à partir de l'expression approximative de la position de la base de la couronne (Eq. 4.92) :

$$\kappa = \delta - R_c^2 \frac{2 \lambda^2}{\nu^2} (1 - \mu). \quad (5.10)$$

Dans cette méthode, nous avons introduit un nouveau paramètre η que nous allons utiliser comme paramètre libre. La valeur de η va être choisie selon le type de jet que nous chercherons à modéliser. En effet, ce paramètre contrôle la rotation dans le jet. En conséquence, il permet de contrôler l'efficacité du rotateur magnétique dans la collimation du jet. Cette méthode constitue une manière indirecte de détermination des propriétés à la base de l'écoulement à partir des caractéristiques asymptotiques du jet. Dans le développement de cette méthode, nous considérons que la morphologie du jet, dans la région asymptotique, dépend aussi bien des propriétés du milieu ambiant que de l'énergie dans la région centrale des AGN où se forme le jet. En effet, nous nous sommes basés sur certaines observations (Maraschi & Tavecchio 2003; Giovannini 2004) et simulations numériques (Nakamura & Meier 2003; Rossi et al. 2004) qui suggèrent que la différence entre FRI et FRII peut être liée à des propriétés intrinsèques au jet.

Avant de faire l'application de notre modèle aux jets des FRI et FRII, nous allons introduire la notion de température effective que nous allons utiliser lors de l'étude des solutions.

5.5.2 Température effective

Dans le modèle de vent de Parker relativiste du chapitre (3), la température était clairement définie par l'équation du gaz parfait $P/n = k_B T$. P/n représente seulement la pression cinétique spécifique et e_{th} représente seulement l'énergie thermique spécifique du fluide. Ainsi, la connaissance de ces deux grandeurs et de la densité permettaient de décrire complètement les propriétés thermodynamiques du fluide (température T , enthalpie w et pression P).

En ce qui concerne la définition de la température dans le modèle auto-similaire, le problème est un peu plus délicat. En effet, comme indiqué dans le paragraphe (4.2.10), la pression dans notre modèle auto-similaire ne se limite pas à la pression cinétique du fluide. De la même façon, l'énergie interne spécifique dans le modèle, $e_{\text{th}} = (w - m c^2) - \frac{P}{n}$, ne représente pas que l'énergie thermique. Dans le modèle les deux grandeurs, pression et énergie interne spécifique, sont des grandeurs effectives. Elles tiennent compte des différents processus physiques qui peuvent intervenir dans le transport ou la dissipation d'énergie et de quantité de mouvement dans l'écoulement. Elles peuvent inclure la contribution des ondes magnétohydrodynamiques par exemple les ondes d'Alfvén et des mécanismes de viscosité et radiatifs (voir paragraphe 4.2.10). Les grandeurs P/n et e_{th} sont des énergies spécifiques imposées par la dynamique dans le jet.

Par ailleurs, la complexité et la variété des processus MHD, qui peuvent contribuer à l'énergie interne du fluide magnétisé, rendent la définition d'une température cinétique impossible. De ce fait, nous préférons définir de nouvelles grandeurs qui sont la température effective T_{eff} et l'énergie thermique spécifique effective $e_{\text{th,eff}}$. Ces deux nouvelles grandeurs vont nous permettre de décrire le comportement thermique globale dans le jet, sans déterminer la contribution de chacun des processus microscopiques à l'énergie. Cette manière de traiter la thermodynamique dans le modèle ne permettant pas, pour le moment, de calculer la température cinétique réelle dans le jet, nous discuterons des propriétés thermodynamique du fluide à l'aide de cette température effective et non de la température cinétique.

$$T_{\text{eff}} = \frac{P}{k_B n} = \frac{1}{2 k_B} \gamma_\star^2 w_\star M^2 \Pi \frac{1 + \kappa \alpha}{1 + \delta \alpha}, \quad (5.11)$$

$$e_{\text{th,eff}} = w - m c^2 - \frac{P}{n} = w - m c^2 - \frac{1}{2 k_B} \gamma_\star^2 \frac{w_\star}{c^2} M^2 \Pi \frac{1 + \kappa \alpha}{1 + \delta \alpha}, \quad (5.12)$$

Ainsi sur l'axe de rotation, l'énergie thermique spécifique effective est déduite de l'équation de Bernoulli le long de l'axe polaire (Eq. 4.28)

$$e_{\text{th,eff}} = w_\star \frac{h_{0,\star} \gamma}{h_0 \gamma_\star} - m c^2 - \frac{1}{2} \gamma_\star^2 w_\star M^2 \Pi, \quad (5.13)$$

Nous définissons aussi une nouvelle énergie dans le modèle : \mathcal{Q} . Elle représente la différence entre l'énergie interne réelle du fluide $e_{\text{th,eff}}$ et l'énergie interne du fluide, dans le cas d'un écoulement adiabatique. De ce fait, l'énergie \mathcal{Q} représente le chauffage qui est déposé dans le jet.

$$Q = e_{\text{th, eff}} - \sqrt{m c^2 + \kappa_{\text{pol}} n^{\frac{5}{3}-1}}. \quad (5.14)$$

où κ_{pol} est la constante polytropicque (dans le cas d'un écoulement adiabatique $\kappa_{\text{pol}} = \frac{P}{n^{\frac{5}{3}}}$). Elle est déterminée à partir des conditions limites dans l'écoulement sur la pression et la densité soit dans la région asymptotique, soit dans la région de formation du jet.

5.6 Application I - Modèle de jet de FRI

5.6.1 Paramètres

Nous allons nous intéresser tout d'abord, aux jets des radio-galaxies FRI. L'environnement de ces jets semble riche et constitué de gaz dense (voir section 1.5). En plus, les propriétés des jets des FRI à l'échelle du pc sont différentes de celles à l'échelle du kpc (Laing et al. 1999; Giovannini et al. 2001; Laing & Bridle 2002). En effet, dans la région proche du noyau (sur une échelle de quelques pc), les jets de FRI sont caractérisés par une forte expansion. Ils sont aussi accélérés jusqu'à des vitesses relativistes. Au-delà de cette région, les jets entre en interaction avec le milieu ambiant qui est plus dense. Cette interaction induit une décélération du jet que l'on peut raisonnablement supposer être confiné par la pression du milieu ambiant (De Young 1993; Rossi et al. 2004). Dans notre modèle, ce type de jets correspond aux solutions avec un rotateur magnétique inefficace. Nous prendrons $\eta = 0.90$ pour la ligne d'écoulement $\alpha_0 = 4$, ce qui correspond à un jet de ce type.

En résumé, dans ce cas, nous avons trouvé comme paramètres avec notre procédure et après itération, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mu &= 0.1, \\ \nu &= 0.69, \\ \lambda &= 0.85, \\ \delta &= 1.45, \\ \kappa &= 0.42, \\ \epsilon &= -0.8475. \end{aligned} \quad (5.15)$$

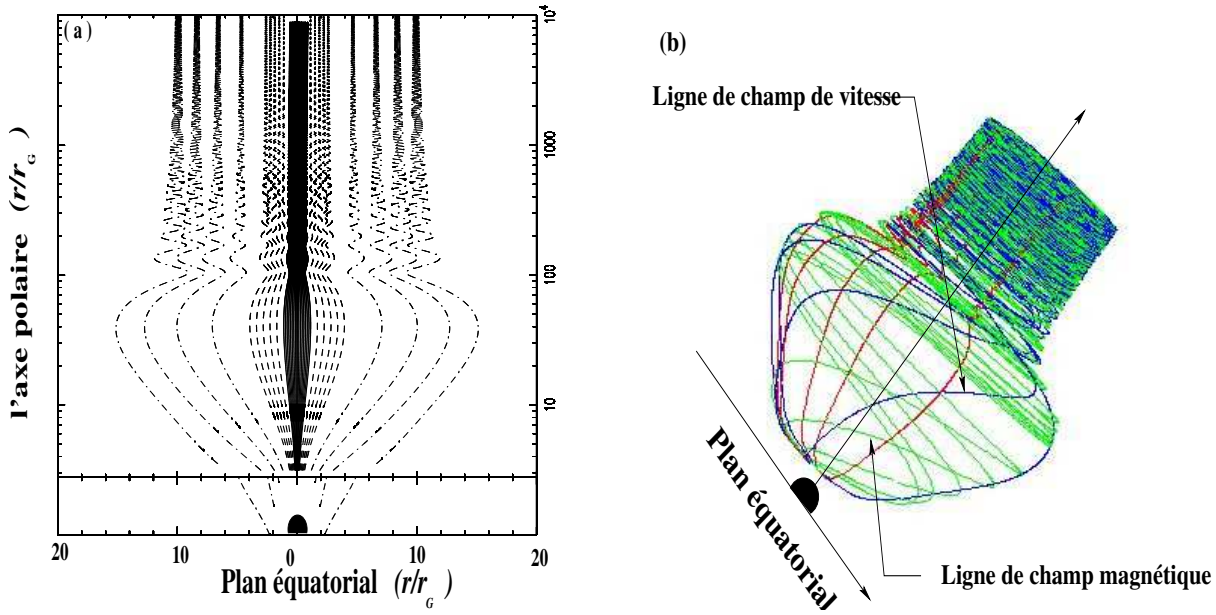


Fig. 5.23: Morphologie de jet de FRI. En (a) projection sur le plan polaire. Les lignes tracées représentent la projection dans le plan poloïdal des lignes d'écoulement. En (b) morphologie du jet vue en 3 dimensions. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$. Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$. Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$.

5.6.2 Morphologie du jet

Le jet (Fig. 5.23) montre une expansion initiale jusqu'à une distance de 100 rayons de Schwarzschild. L'évasement du jet est dû surtout à l'inertie de la matière emportée le long des lignes d'écoulement externes. Le jet devient collimaté lorsque il entre en interaction avec milieu ambiant qui compresse le jet. Cette compression, comme nous l'avons vue dans les solutions caractérisées par un rotateur magnétique inefficace de ce type, engendre des oscillations dans la région asymptotique. Cette solution de jet ayant un rotateur magnétique inefficace, le cylindre de lumière se trouve à l'infini.

5.6.3 Cinématique du jet

Le jet est accéléré en grande partie dans la région intermédiaire (5.6.2). En effet, dans cette région, la gravité devient faible, alors que l'évasement du jet engendre une chute de la pression. Dans la région de recollimation du jet, l'augmentation de la pression induit, au contraire une décélération du jet. En effet, le facteur de Lorentz diminue de $\gamma = 2.8$, avant la recollimation, à $\gamma = 2$, dans la région asymptotique. Ce comportement dans le jet magnétohydrodynamique après la surface d'Alfvén est équivalent à un effet de la tuyère de De laval en hydrodynamique, lorsque la section de l'écoulement diminue après la surface sonique.

La décélération dans ce jet se produit à 0.1pc du trou noir contrairement aux observations qui prédisent la transition du jet relativiste au jet sub-relativiste à 1pc (Laing et al., 1999).

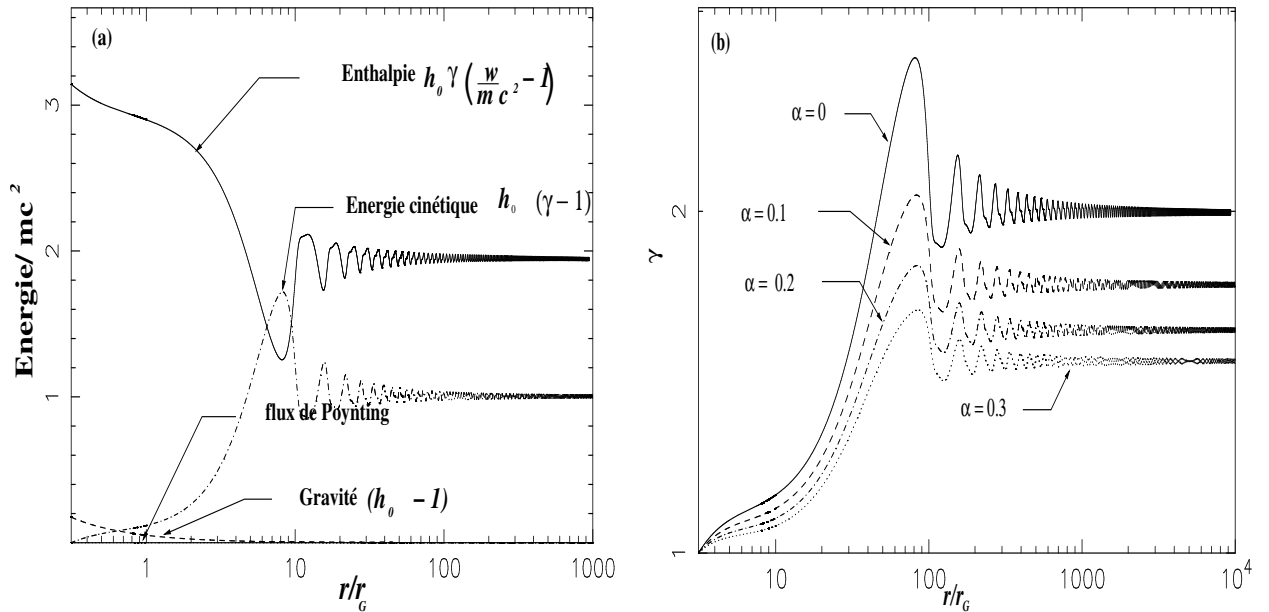


Fig. 5.24: La solution de jet de FRI. En (a) flux d'énergies dans le jet normalisés à l'énergie de masse. En (b) variation des facteurs de Lorentz le long de quatre lignes d'écoulement. La ligne continue donne la variation le long de l'axe polaire. La ligne en pointillé donne la variation le long de la dernière ligne d'écoulement qui émerge de la couronne.

En plus, la vitesse dans ce jet reste relativiste $\gamma = 2$. Cependant, le modèle utilisé ici est stationnaire et ne permet pas de tenir compte des instabilités qui peuvent se produire lors de la propagation du jet dans le milieu ambiant. En effet, une décélération plus réaliste du jet peut être obtenue si nous utilisons les résultats de cette solution comme conditions initiales d'un modèle de propagation du jet.

5.6.4 Les énergies du jet

La température passe par quatre régimes. Les trois premiers sont identiques à ceux que nous allons discuter dans le cas du jet de FRII. Dans la région asymptotique du jet de FRI, la température effective augmente jusqu'à $T_{\text{eff}} = 10^{13}\text{K}$ à cause de la compression du jet par le milieu ambiant dans la recollimation (Fig. 5.25b). Ceci induit une augmentation de la pression du jet. Cette température est élevée par rapport à la température observée dans les jets des AGN qui est de l'ordre de $T \sim 10^8\text{K}$. Cette grande différence peut être due à l'augmentation de la contribution des mécanismes non thermiques (ondes magnéto-sonique) à l'énergie thermique spécifique effective $e_{\text{th, eff}}$ dans cette région de compression. Rappelons que nous ne pouvons pas directement comparer cette température effective à la température cinétique ce qui est un inconvénient du modèle.

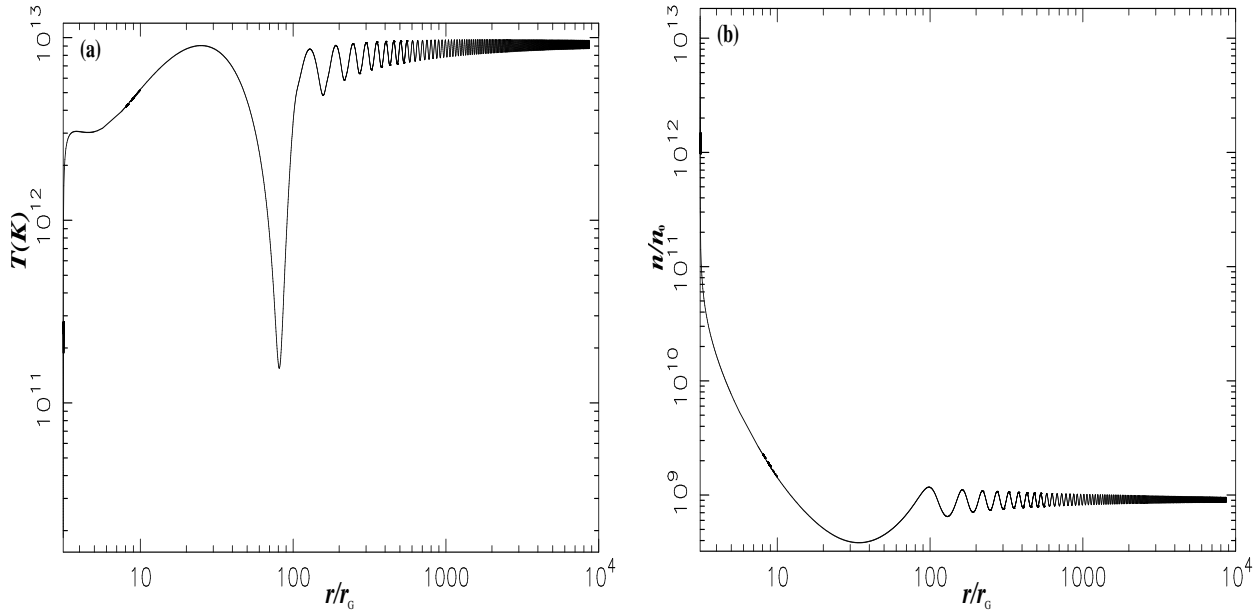


Fig. 5.25: La solution de jet de FRI (a) La température (b) la densité normalisé à une densité n_0 de telle façon que la perte de masse $\dot{M} = n_0 10^{-6} M_{\text{Edd}}$.

5.7 Applications II - Modèle de jet de FRII

5.7.1 Paramètres

Nous allons nous intéresser aux jets des radio-galaxies FRII. L'environnement dans ce type de radio-galaxies semble peu dense et pauvre. En conséquence, les jets de FRII dans leur propagation, interagissent faiblement avec le milieu ambiant. Les vitesses dans ces jets augmentent de façon continue jusqu'à la région asymptotique. En effet, contrairement aux jets des FRI, les vitesses des jet dans les FRII sont relativistes aussi bien à l'échelle du pc que du kpc . D'autre part, les jets de FRII sont caractérisés par une forme cylindrique dans la région asymptotique. Dans notre modèle, ce type de jet correspond aux solutions ayant un rotateur magnétique efficace. La valeur du paramètre libre η doit être plus petite que celle que nous avons choisie pour la solution de jet des FRI. Cela permet d'augmenter le flux de Poynting à la base du jet. Ainsi, le jet sera collimaté par pincement magnétique toroïdal et les oscillations dans la solution du jet disparaîtront. Nous avons pris ici $\eta = 0.86$ pour la ligne d'écoulement $\alpha_0 = 4$.

Les paramètres sont alors, en utilisant notre méthode d'estimation et après itération, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \mu &= 0.1, \\
 \nu &= 0.65, \\
 \lambda &= 1.051, \\
 \delta &= 1.35, \\
 \kappa &= 0.3, \\
 \epsilon &= 0.334.
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

5.7.2 La morphologie du jet

Le jet est caractérisé par une expansion initiale allant jusqu'à une distance de 100 rayon d'Alfvén. Cette évansion initiale est due à la forte pression magnétique à la base du jet et à la gravité, avec une contribution de la force de séparation de charge. Cependant, la collimation du jet dans la région asymptotique est exclusivement magnétique. Elle est induite par la force de pincement magnétique et la force de pression magnétique transverse. Ces deux forces permettent d'équilibrer la force de séparation de charge et la force centrifuge.

Les oscillations dans le jet sont très faibles. En effet, dans cette solution la contribution du confinement thermique par le milieu extérieur dans la collimation du jet est faible. En conséquence, le jet ne subit aucune compression du milieu extérieur qui peut induire des oscillations dans le jet.

L'angle d'ouverture du jet à une distance de $1 pc$ est plus faible que celui que nous avons supposé initialement. Ce modèle donne pour la dernière ligne magnétique ouverte, qui est ancré dans la couronne, un angle d'ouverture de $\theta = 0.1^\circ$ à $r = 1 pc$.

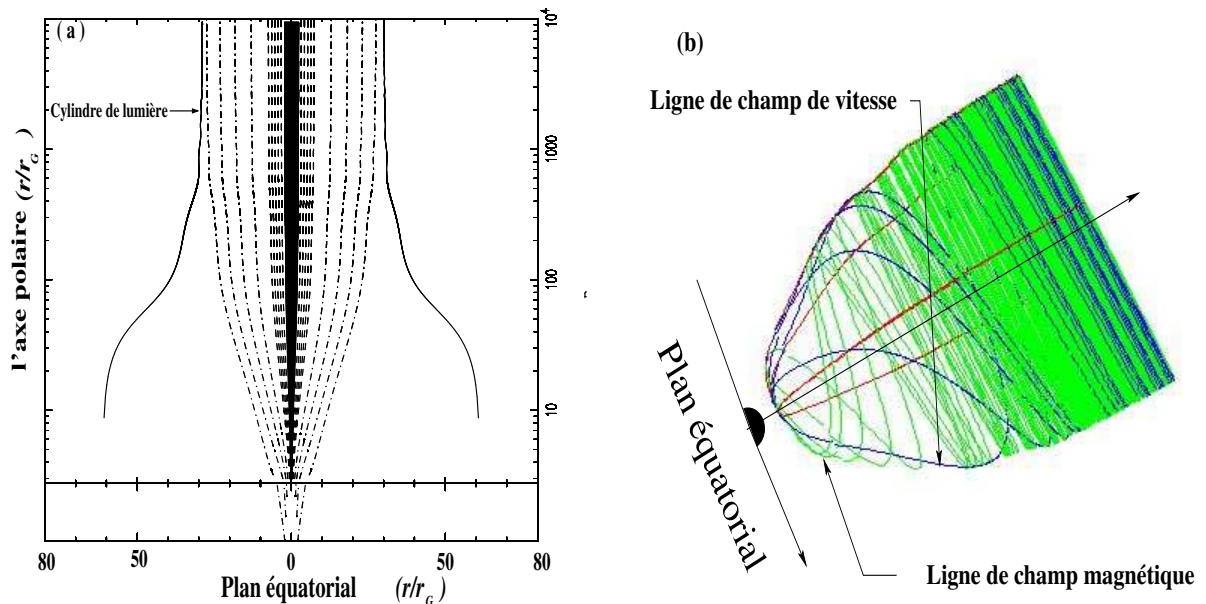


Fig. 5.26: Morphologie du jet de FR II. En (a) morphologie du jet en 2D. Le cylindre de lumière est représenté par les deux lignes qui entourent le jet. Les lignes tracées représentent, la projection dans le plan poloidal des lignes d'écoulement. Les lignes continues représentent les lignes d'écoulement qui vérifient la condition $x_A^2 G^2 < 10^{-2}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-2}$. Les lignes en pointillés représentent les lignes d'écoulement qui vérifient $x_A^2 G^2 < 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 < 10^{-1}$. Les lignes en pointillés-points représentent les lignes d'écoulement caractérisées par $x_A^2 G^2 > 10^{-1}$ et $\frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} - 2 > 10^{-1}$. En (b) morphologie du jet en 3D. Les lignes d'écoulement sont tracées en ligne foncées, les lignes magnétique sont tracées avec des lignes plus claires.

5.7.3 La cinématique du jet

L'accélération de cette solution se produit dans deux régions. Tout d'abord, il y a accélération dans la partie basse du jet près de la couronne. Dans cette région, l'énergie thermique élevée permet d'accélérer le fluide jusqu'à une vitesse de $0.4c$ sur une distance de $2r_G$. Le

deuxième partie de l'accélération du jet se produit dans la région intermédiaire entre la surface d'Alfvén et la région de collimation asymptotique du jet. Dans cette région, la forte expansion du jet induit une chute rapide de pression, qui devient presque nulle dans la région asymptotique. Ainsi, l'énergie thermique dans le jet est transformée en énergie cinétique plus efficacement. Dans cette région intermédiaire, la vitesse dans l'écoulement passe de $0.4c$ à $0.92c$ sur une distance de $200r_G$.

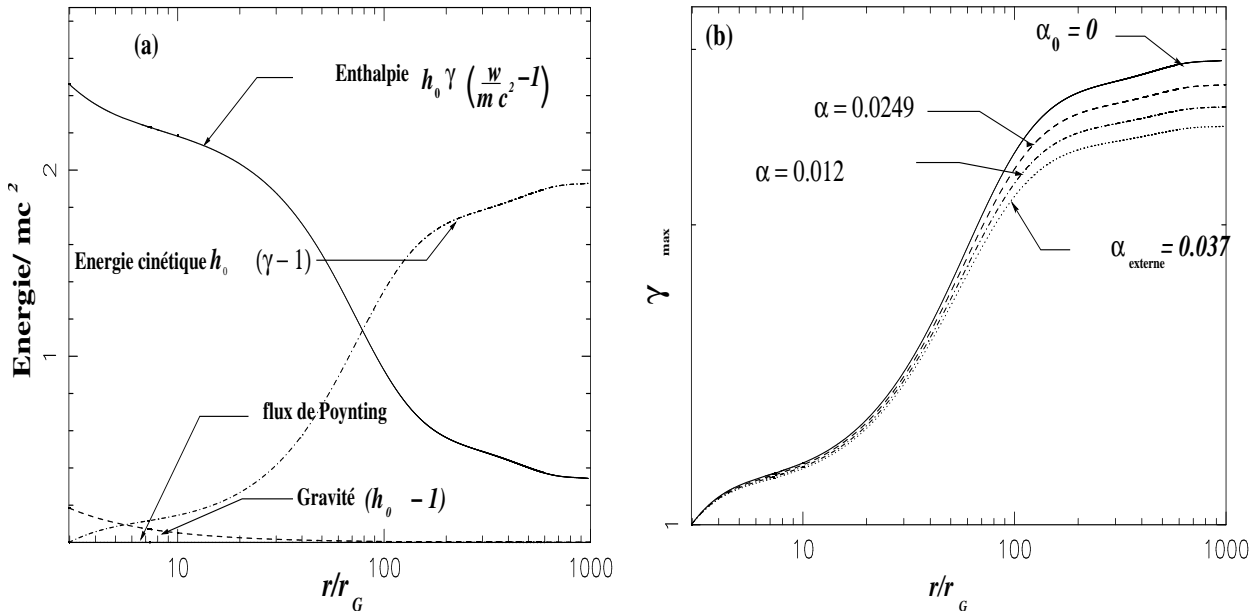


Fig. 5.27: En (a) courbe des énergies dans le jet de l'application II. En (b) facteurs de Lorentz pour quatre lignes d'écoulement. Le tracé en ligne continue représente le facteur de Lorentz le long de l'axe de rotation. Le tracé en pointillé donne la variation du facteur de Lorentz le long de la dernière ligne ouverte qui émerge de la couronne sphérique. Les deux autres tracés donne la variation du facteur de Lorentz le long de lignes d'écoulement se trouvant entre la ligne extérieure et l'axe polaire.

5.7.4 Le cylindre de lumière

Le cylindre de lumière dans la partie asymptotique du jet (Fig. 5.26) a une forme cylindrique. Il est aussi, parallèle aux lignes d'écoulement poloïdales du jet dans la région asymptotique. De ce fait, les lignes d'écoulement dans la partie interne de ce jet qui se trouve à l'intérieur du cylindre ne le traversent pas.

Cependant, dans cette solution le cylindre de lumière n'est pas à l'infini. Il est plutôt à une distance de $20r_G$ de l'axe de rotation. En conséquence, la région d'application de notre modèle devient plus petite que dans le jet de l'application I. Elle est restreinte à la région axiale qui ne constitue que 10% du jet.

5.7.5 Les énergies dans le jet

La température effective dans le jet passe par trois régimes. Il y a un premier régime, près de la couronne, où la température effective subit une forte augmentation (Fig. 5.28a). Dans cette partie, la température effective varie rapidement de 10^{12}K à la base de la couronne à une température effective de $2 \times 10^{12}\text{K}$. Elle est engendrée par le chauffage dans la couronne

en expansion. Grâce à ce chauffage, la densité diminue plus rapidement que la pression du fluide en expansion rapide. Dans la région intermédiaire, la température effective continue d'augmenter à cause de la chute de la densité dans le jet en expansion. Dans la région de transition entre la partie intermédiaire et la partie asymptotique, la température effective diminue pour atteindre 10^{12} K. Cette diminution est induite par la compression du jet par la force de pincement magnétique qui freine la chute de la densité (Fig. 5.28b).

Les températures effectives obtenues avec cette solution, sont élevées par rapport aux températures observés dans les jets (10^8 K dans la région asymptotique du jet). A nouveau cette grande différence indique que la contribution des mécanismes non thermiques à l'accélération du jet est importante et ne peut être négligées. Une étude plus fine du terme de pression devra être effectuée pour valider le modèle.

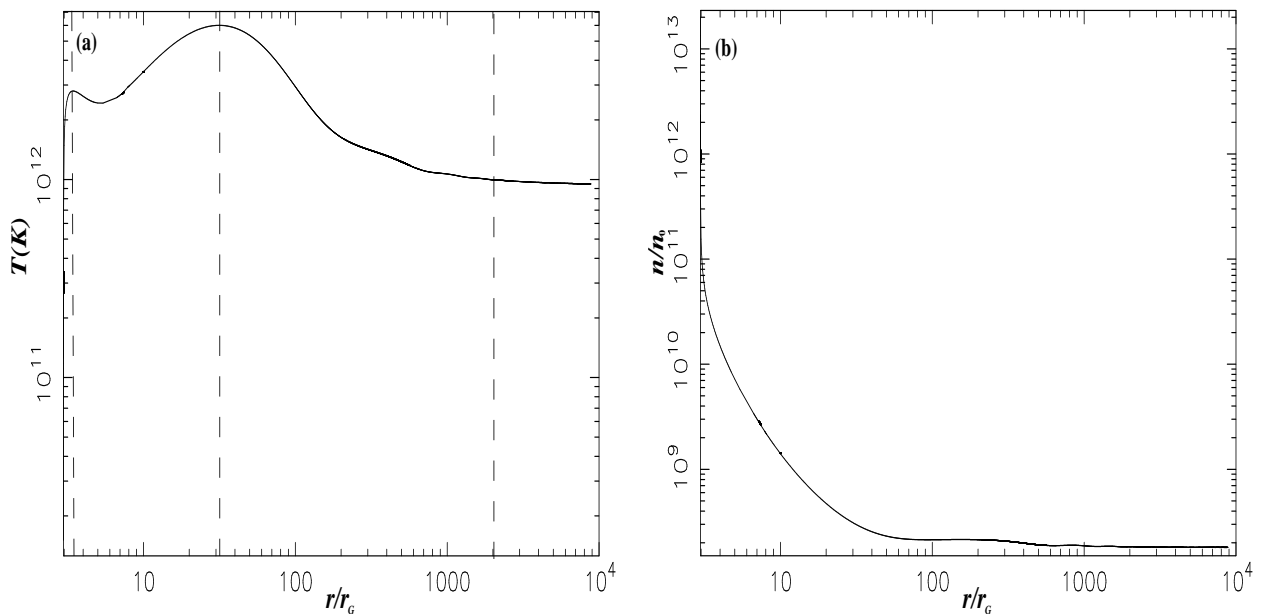


Fig. 5.28: Propriétés des jets de l'application II : (a) température et (b) densité normalisée à n_0 . La perte de masse est $\dot{M} = n_0 10^{-6} M_{\text{Edd}}$.

5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème de la formation et de la collimation des jets relativistes. Nous avons exploré ces problèmes au moyen du modèle semi-analytique du chapitre 4. Ce modèle semi-analytique est le premier modèle de jet relativiste auto-similaire méridional, incluant les effets de la relativité générale. Nous l'avons construit sur la base du modèle classique développé par Sauty & Tsinganos (1994) dans l'étude des jets d'étoiles jeunes. Nous avons fait une extension de ce modèle en relativité générale dans la limite d'un trou noir caractérisé par un faible moment cinétique $a = \frac{J}{GM^2/c} \ll 1$. De ce fait, nous avons traité le problème des écoulements GRMHD dans une métrique de Schwarzschild. D'autre part, nous nous sommes intéressés aux jets formés près de l'axe de rotation, caractérisés par une vitesse de rotation faible par rapport à la vitesse de la lumière, et nous avons négligé les effets du cylindre de lumière.

En conséquence, nous avons restreint notre étude sur les jets accélérés thermiquement près de l'axe de rotation et avec une faible contribution du flux Poynting. Cependant, dans la collimation du jet, nous avons tenu compte aussi bien des forces électriques que thermiques, qui ne sont pas négligeables, même lorsque les effets du cylindre de lumière sont très faibles. Nous avons tenu compte, aussi, de la collimation par la force magnétique et par la force de gradient de pression et de la décollimation par la séparation de charge.

Nous avons trouvé que les effets liés à la rotation relativiste dans le jet ne peuvent pas toujours être négligés, même lorsque, le cylindre de lumière se trouve à l'infini. En effet, la vitesse de rotation dans le jet, induit une force de séparation de charge qui est perpendiculaire aux lignes d'écoulement. Nous avons trouvé que l'influence de cette force sur le jet dépend du type de régime de collimation. Dans le cas des jets caractérisés par un rotateur magnétique efficace donc collimaté par la force de pincement magnétique toroïdale, la force de séparation de charge joue un rôle très important. Cette force dans ce type de jet est du même ordre de grandeur que la force de collimation magnétique. En conséquence, $\rho_e \vec{E}$ induit une expansion plus importante du jet relativiste où encore décollimate le jet. Par contre, dans les jets caractérisés par un rotateur magnétique inefficace, donc collimaté principalement par confinement thermique du milieu ambiant, l'influence de la force de séparation de charge est faible. Dans ce type de jet, la contribution de $\rho_e \vec{E}$ est complètement compensée par la pression du milieu ambiant qui augmente.

Ce modèle s'applique aussi bien aux écoulements autour des étoiles jeunes qu'aux écoulements autour des objets compacts. Nous avons donc utilisé le modèle pour comparer les jets classiques aux jets relativistes. Nous avons entrepris cette étude comparative à l'aide du paramètre libre μ . En effet, ce nouveau paramètre dans le modèle relativiste donne la courbure de l'espace qui est induite par la gravité près de l'objet central. Varier la valeur de μ dans le modèle revient à changer les effets relativistes dans le jet. μ permet de passer du cas classique de jet d'étoile jeune, $\mu \sim 10^{-5}$, aux jets relativistes autour de trou noir $\mu \sim 0.1$. Nous avons trouvé que la différence entre les deux types de jets est un simple effet d'échelle en μ tant que $\mu < 10^{-2}$. Dans ce cas, les dimensions spatiales et les énergies sont des fonctions linéaire de μ .

Pour $\mu > 10^{-2}$, les effets relativistes s'accroissent et induisent une augmentation de la dynamique dans le jet, grâce à la forte stratification de la pression dans l'écoulement créée par la gravité relativiste à la base du jet. Ainsi, le jet devient plus efficace à transformer l'énergie thermique, à la base, en énergie cinétique, asymptotiquement. Par contre, les effets relativistes ont un effet négatif sur la collimation magnétique du jet. L'augmentation de la dynamique dans le jet se traduit par une diminution de la densité du courant électrique emportée dans le jet. Lorsque les effets relativistes augmentent, le flux de l'énergie thermique à la base augmente plus que le flux de Poynting. En effet, à cause du rapprochement de la couronne du trou noir de Schwarzschild, le flux de moment cinétique (normalisé à $\frac{c}{2} r_* B_*$) diminue. D'autre part, l'augmentation de la dynamique dans le jet dans la direction poloidale fait diminuer la composante du champ magnétique toroïdale. Il induit alors, une diminution de l'efficacité de force de Lorentz à collimater le jet. Ainsi, par rapport aux jets classiques collimatés magnétiquement, les jets relativistes présentent une expansion plus importante.

Les autres paramètres du modèle, sont regroupés en deux ensembles :

Le premier regroupe $(\delta - \kappa)$, ν et λ . Ils donnent la position de la couronne par rapport à la surface d'Alfvén. Donc, ils donnent la taille de la région sub-alfvéenique, l'énergie thermique et l'énergie magnétique à la base du jet. D'autre part, ces paramètres, renseignent aussi bien sur la région intermédiaire, dans laquelle les effets de la gravité restent élevés, que sur la possibilité de la collimation magnétique ou thermique du jet. $(\delta - \kappa)$ représente les effets de l'inertie et les effets thermiques dans le jet, ν la gravité et λ les effets magnétique dans le jet. Plus $(\delta - \kappa)$ est grand, plus le jet est accéléré. Au contraire l'augmentation de ν diminue l'accélération. Enfin λ qui représente le flux de Poynting en augmentant, la collimation et diminue l'accélération.

Le deuxième groupe contient κ/λ^2 et ϵ/λ^2 . Ils représentent le compétition entre la collimation thermique et la collimation magnétique du jet, dans la région asymptotique (voir paragraphe 4.5.4). Pour les valeurs positives de ϵ/λ^2 , la collimation asymptotique du jet est due au pincement magnétique. Au contraire, pour $\epsilon/\lambda^2 < 0$, la force de Lorentz est inefficace à collimater toute seul le jet. Ainsi, la collimation du jet se produit seulement lorsqu'il entre en interaction avec un milieu extérieur suffisamment dense. Dans le cas $\kappa/\lambda^2 \ll 1$, la contribution du gradient de pression à l'échappement du fluide le long des lignes extérieures et dans la collimation du jet, dans la région intermédiaire, est très faible. Alors, même pour les jets avec $\epsilon \sim 0$, la collimation magnétique est inefficace.

Nous avons essayé de classer les AGN selon la morphologie de leur jets. En effet, nous avons relié la différence entre certaines classes des AGN aux propriétés de collimation du jet. Dans cette étude, nous avons utilisé notre modèle qui est développé en relativité générale pour valider la classification des AGN d'après les propriétés du modèle classique, proposé par Sauty et al. 2001. Nous avons proposé que les jets des FRI soient collimatés par leur milieu ambiant dense. Au contraire, nous avons proposé que les jets des FRII soient des jets collimatés par la force de pincement magnétique. Pour appliquer notre modèle à ce type de jet, nous avons élaboré un protocole de détermination des paramètres du modèle à partir des propriétés et de la morphologie des jets. Dans cette méthode, nous avons introduit un nouveau paramètre η . Ce paramètre donne la différence de la vitesse de rotation dans le jet par rapport à la vitesse de rotation képlérienne. Nous avons fait varier la valeur de η selon le type de jet que nous avons cherché à modéliser. Dans le cas des jets de FRII, la valeur optimale trouvée est de $\eta = 0.86$, ce qui a permis d'obtenir un facteur de Lorentz de $\gamma \simeq 3$. Dans le cas des jets de FRI, la valeur optimale trouvée est de $\eta = 0.90$. Cela a permis l'obtention d'un facteur de Lorentz de $\gamma = 2.8$ dans la région intermédiaire et qui diminue à $\gamma = 2$ dans la région asymptotique. Cette diminution est due à la compression thermique du jet dans la région asymptotique, par le milieu ambiant.

Le fait que η change très peu lorsqu'on passe de la solution de FRI à la solution de FRII, montre que les propriétés du jet dépendent fortement de la vitesse de rotation de la couronne du disque d'accrétion. D'un autre côté, le fait que dans les deux cas, η soit proche de 1 mais inférieur montre aussi que la région de formation du jet central doit être caractérisée par une rotation plus faible que la rotation képlérienne.

Dans la solution du jet de FRI, nous avons obtenu un facteur de Lorentz dans la région intermédiaire de l'ordre de $\gamma \sim 3$, qui diminue ensuite à $\gamma \sim 2$ dans la région asympto-

tique. Cependant, la décélération dans ce jet se produit à 0.1pc du trou noir contrairement aux observations qui prédisent la transition du jet relativiste au jet sub-relativiste à 1pc (Laing et al. 1999; Giovannini et al. 2001). En plus, la vitesse dans la région asymptotique du jet reste relativiste $\gamma \sim 2$. Cette différence avec les observations peut être expliquée par le fait que nous modélisons seulement la région axiale du jet et que nous ne traitons pas complètement l'interaction du jet avec le milieu ambiant. Dans cette solution de jet, l'énergie thermique de la région asymptotique reste importante et la pression dans le jet est plus faible que celle du milieu ambiant. De ce fait, la propagation du jet dans le milieu ambiant peut permettre la décélération et le jet peut devenir sub-relativiste (Rossi et al. 2004). D'autre part, pour obtenir une solution qui donne la bonne distance de décélération du jet il faut tenir compte aussi du jet qui émerge du disque d'accrétion. En effet, ce dernier interagit plus fortement avec le milieu ambiant. De plus, les facteurs de Lorentz observés seraient plutôt dus à la partie externe du jet et ceci si l'on suit l'hypothèse de jet à 2 composantes.

Par ailleurs, dans la solution de jet de FRI qui est collimaté thermiquement par le milieu ambiant, nous avons obtenu des oscillations dans la région asymptotique. Ces oscillations peuvent être dues à l'énergie thermique dans le jet qui reste importante dans la région asymptotique par rapport à l'énergie magnétique. En effet, la plupart des simulations numériques de propagation de jets montrent que les oscillations induites dans le jet sont plus importantes lorsque l'énergie thermique devient élevée (Meier 2003; Rossi et al. 2004).

Pour déterminer les paramètres libres du modèle, nous avons utilisé les observations des jets d'AGN. Nous avons obtenu un facteur de Lorentz asymptotique de l'ordre de $\gamma \simeq 3$ dans le cas des jets de FRII. Cela reste l'ordre de grandeur du facteur de Lorentz observé dans ces jets (Piner et al. 2003; Giovannini 2004) et même l'ordre de grandeur obtenu dans la simulation numérique de jet interne de Koide et al. (1998). En effet, dans cette simulation numérique le jet interne est aussi accéléré thermiquement comme dans notre modèle, ce qui peut expliquer cette similitude. Nous pourrions obtenir un facteur de Lorentz plus élevé en changeant les paramètres. Cependant, cela nous obligera à prendre une solution où la région d'application du modèle est plus petite et plus proche de l'axe polaire. En effet, lorsque nous cherchons à augmenter la vitesse dans le jet, le cylindre de lumière se rapproche de l'axe polaire. D'autre part, l'augmentation du facteur de Lorentz asymptotique nécessitera une température effective initiale plus élevée. Par conséquent, l'accélération des jets axiaux à des facteurs de Lorentz plus élevés nécessitera la contribution de mécanismes radiatifs (comme le "Compton Rocket") et de la turbulence pour améliorer l'efficacité de l'accélération thermique. Pour la perte de masse et la densité asymptotique, nous avons pu retrouver les valeurs que nous avons posées initialement $\dot{M} = 10^{-6} \dot{M}_{\text{Edd}}$ et $n_{\infty} = 10^8 \text{ cm}^{-3}$.

Chapitre 6

Modèle analytique de jet avec une rotation relativiste

6.1 Introduction

Ce chapitre sera consacré à l'étude des écoulements GRMHD caractérisés par une vitesse de rotation relativiste. L'écoulement est toujours supposé se former dans la magnétosphère de trou noir de Schwarzschild entouré d'un disque d'accrétion. Ce dernier permet l'approvisionnement en matière et en énergie, la région centrale de formation du jet. D'autre part, dans ce chapitre, nous allons tenir compte des effets du cylindre de lumière sur le jet.

Nous avons utilisé l'extension relativiste de la méthode de Vlahakis & Tsinganos (1998) de détermination systématique de modèles auto-similaires selon θ . Contrairement au modèle précédent, les effets relativistes, liés à la rotation du plasma dans le jet, sont ici pris en compte. C'est possible avec un choix approprié de la fonction de rotation des lignes d'écoulement autour des lignes magnétiques, $\Omega \varpi = \text{const}$, indépendant de la surface du flux magnétique. Ce choix de la fonction de rotation rend possible la séparation des variables, sans négliger les effets du cylindre de lumière dans le jet. Cependant, ce choix de la fonction de rotation, qui diverge sur l'axe, restreint l'application de ce modèle à la partie externe du jet coronal. Ce modèle ne s'applique pas à la région axiale du jet où les vitesses toroïdales et poloïdales dépassent la vitesse de la lumière.

Dans ce chapitre, après avoir construit et donné les limites d'application du modèle, nous étudierons une solution particulière. Puis, nous comparerons ce modèle et le modèle précédent dans lequel les effets du cylindre de lumière ont été négligés.

6.2 Construction du modèle

Pour construire le nouveau modèle avec les méthodes auto similaires selon θ , comme dans le modèle du chapitre 5, nous procéderons à des développements limités à l'ordre un, en fonction du flux magnétique A , des différentes grandeurs physiques du modèle. Le développement se fera autour de l'axe de rotation où le flux magnétique s'annule. A la différence du modèle précédent, nous avons utilisé la méthode systématique de détermination de classes de solutions MHD exactes développée par Vlahakis & Tsinganos (1998).

Dans ce chapitre nous allons introduire une nouvelle fonction qui est le flux spécifique de l'enthalpie \vec{V} . Il nous facilitera dans la suite la résolution analytique de ce modèle. \vec{V} est

définie comme suit :

$$\vec{V} = \gamma \frac{w}{c^2} \vec{v}. \quad (6.1)$$

Dans le cas classique \vec{V} est équivalent à l'impulsion $\vec{p} = m\vec{v}$, puisque en classique $\frac{w}{c^2}$ représente la masse des particules qui constituent le fluide au repos. Ainsi, l'équation d'Euler (Eq. 2.54) peut être écrite sous une autre forme équivalente à Goldreich & Julian (1970) (voir aussi Appl & Camenzind, 1993 ; Heyvaerts & Norman, 2003c) :

$$\frac{n}{w/c^2} \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} = -\gamma^2 n w \vec{\nabla} \ln h_0 - \vec{\nabla} P + \frac{1}{c} \left(\vec{j}_e \wedge \vec{B} \right) + \rho_e \vec{E}. \quad (6.2)$$

6.2.1 Normalisation des grandeurs du modèle et choix de la fonction de flux magnétique

Comme au chapitre 5, les vitesses seront normalisées à la vitesse de la lumière et les distances seront normalisées au rayon de la surface d'Alfvén critique “ \star ”. Nous allons aussi considérer que la section du jet, $S = \pi \varpi^2$, est simplement proportionnelle à $\alpha = f(R) \sin^2 \theta$, le flux magnétique sans dimension que nous avons introduit dans le modèle précédent. Ainsi, à la surface d'Alfvén critique $f = G^2 = R = 1$. Le rayon cylindrique d'ouverture ϖ_A d'une ligne d'écoulement A est donné par :

$$S = \pi \varpi^2 = \pi r_\star^2 G^2(R) \alpha \Rightarrow \frac{\varpi}{r_\star} = \sqrt{\alpha}, \quad (6.3)$$

G est le rayon cylindrique sans dimension. Les autres fonctions qui sont liées à la structure des lignes magnétiques restent les mêmes. $f = \frac{R^2}{G^2}$ (Eq. 4.12) donne le degré de collimation de l'écoulement et F (Eq. 4.13) est le facteur d'expansion de l'écoulement.

Contrairement au modèle précédent l'expression en α du flux magnétique A n'est pas choisie dès le début. En effet, nous allons chercher les différentes expressions $A(\alpha)$ qui permettent la séparation des variables en (R, α) dans l'équation de la dynamique. Nous introduisons donc une nouvelle fonction, le flux magnétique généralisé sans dimension $\mathcal{A}(\alpha)$, défini comme suit :

$$A = \frac{r_\star^2 B_\star}{2} \mathcal{A}(\alpha), \quad (6.4)$$

Le fait de normaliser les grandeurs physiques par rapport à la surface d'Alfvén nous permet d'introduire les deux paramètres libres du modèle ν et μ en écrivant :

$$\nu = \frac{v_{\text{esc}}}{v_\star} = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}\mathcal{M}}{r_\star v_\star^2}}, \quad (6.5)$$

$$\mu = \left(\frac{v_{\text{esc}}}{c} \right)^2 = \frac{r_G}{r_\star} = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}\mathcal{M}}{r_\star c^2}}. \quad (6.6)$$

ν est la racine carrée du rapport de l'énergie gravitationnelle à l'énergie cinétique à la surface d'Alfvén. μ est le paramètre de courbure de l'espace. Ces deux paramètres nous permettent de contrôler la gravité et sa profondeur dans la région de formation du jet.

6.2.2 La surface d'Alfvén

Dans ce modèle nous allons commencer avec le choix de la forme de la surface d'Alfvén. Nous supposons ici aussi que la surface d'Alfvén est sphérique, ce qui est plutôt une obligation qu'un choix due à l'auto-similarité selon θ employée dans ce modèle (voir section 4.2.11). Donc, le nombre d'Alfvén, $M^2(R, \alpha)$, ne doit dépendre que du rayon sphérique R et non pas de la ligne magnétique α :

$$M^2(R, \alpha) = M^2(R). \quad (6.7)$$

6.2.3 La perte de moment cinétique et la vitesse angulaire

Deux conditions sont engendrées par la séparation des variables (R, α) dans l'expression des forces centrifuge et de pincement magnétique toroïdale, la première sur l'expression du flux du moment cinétique en fonction de α , la deuxième sur les numérateurs de B_φ (Eq. 2.79) et de v_φ (Eq. 2.78) et le dénominateur commun qui doivent être tous les trois des fonctions de R seulement. D'un autre côté, comme nous tenons compte des effets du cylindre de lumière, le paramètre x_A ne doit pas s'annuler. Donc, ce paramètre dans le jet doit être indépendant de la ligne d'écoulement α pour permettre la séparation des variables de la force centrifuge et de pincement magnétique (Eq. 2.83). Cette condition nous oblige à prendre x_A comme une constante dans le jet :

$$x_A = \text{constante}, \quad (6.8)$$

1. L'expression en α du flux de moment cinétique par unité du flux magnétique, $L \Psi_A$, est imposée par la séparation en (R, α) des forces induites par les composantes toroïdales de la vitesse et du champ magnétique. En particulier, la force de pincement magnétique et la force centrifuge doivent être proportionnelles à $\propto \frac{\alpha}{\varpi} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}$.

$$L \Psi_A = h_{0,*} \lambda r_* B_* \alpha \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.9)$$

Le courant électrique qui résulte de ce flux de moment cinétique transporté dans le jet est :

$$I_z = h_0 \frac{c}{2} \varpi B_\varphi = -\frac{c}{2} \lambda r_* B_* \frac{\frac{h_0^2}{h_{0,*}^2} - G^2 x_A^2}{\frac{h_0^2}{h_{0,*}^2} - \frac{M^2}{h_{0,*}^2} - x_A^2} \alpha \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}. \quad (6.10)$$

2. Le profil de vitesse de rotation angulaire doit être choisi pour assurer que la condition de continuité à la surface d'Alfvén critique soit vérifiée (Eq. 2.86) et que les forces soient séparables (Eq. 6.8), nous obtenons donc :

$$\Omega = h_{0,*} \lambda \frac{V_*}{r_* \sqrt{\alpha}}. \quad (6.11)$$

Cette nouvelle fonction de rotation possède une singularité sur l'axe de rotation comme dans les modèles auto-similaires en r de jet de disque (exemple modèle de Vlahakis & Königl, 2003). Cependant, cette singularité n'apparaît pas dans les équations de la dynamique. D'un autre côté, un choix astucieux de la fonction de densité et de l'énergie

de Bernoulli dans le modèle est suffisant pour éliminer cette singularité des différentes grandeurs physiques de l'écoulement. Nous allons donc, dans la suite, considérer un jet creux (vide) à l'intérieur, c'est-à-dire avec une densité de la matière et une densité d'énergie qui diminuent vers l'intérieur du jet pour s'annuler sur l'axe de rotation. Ce modèle de jet est peut-être valable pour les jets coronaux de trou noir, car, la couronne est approvisionnée en matière à partir du disque d'accrétion. De ce fait, plus on s'approche de l'axe de rotation dans la région des lignes magnétiques ouvertes, plus la densité dans le couronne diminue.

6.2.4 L'énergie de Bernoulli

L'énergie de Bernoulli dans le jet est calculée à partir de la relation de continuité à la surface d'Alfvén (Eq. 2.86) et de l'expression du flux du moment cinétique dans le modèle normalisé par le flux magnétique (Eq. 6.9) :

$$E = h_{0,*} \gamma_* w_* \sqrt{\alpha} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \sqrt{\frac{4\pi n_* h_*^2}{\frac{w_*}{c^2} \Psi_A^2}}. \quad (6.12)$$

Contrairement aux chapitres 4 et 5, aucune condition n'est imposée sur la contribution du flux de Poynting par rapport à l'énergie thermique dans l'écoulement. L'accélération de l'écoulement peut être aussi bien thermique que magnétique.

6.2.5 Le flux de masse

Le choix de l'expression du flux de masse par unité du flux magnétique, Ψ_A , dans l'écoulement est contraint par la condition de jet creux sur l'axe. L'expression de Ψ_A en α doit être cohérente avec la condition sur l'énergie de Bernoulli (6.12) qui doit s'annuler sur l'axe. D'un autre côté, l'expression de Ψ_A est contrainte aussi par la fonction de densité dans le jet. Cette dernière doit avoir une valeur finie même dans le cas des écoulements froids, $x_A \rightarrow 1$ où l'énergie dominante est l'énergie magnétique ($B^2/4\pi \gg nw$). Donc, l'énergie thermique nw dans l'écoulement doit rester finie. En effet, l'écoulement $x_A \simeq 1$ est de type force-free, il correspond à la limite où l'inertie du fluide tend vers zéro $n \sim 0$. Dans ce type d'écoulement comme nous allons le voir, tout le flux d'énergie à la base du jet est emporté dans le flux de Poynting (pour plus de détail sur la limite force-free voir la section 2.5 de Heyvaerts & Norman 2003c). A partir de la définition du nombre d'Alfvén (Eq. 2.76) qui lie Ψ_A à la densité, nous pouvons déduire son expression :

$$\Psi_A = h_* \sqrt{\frac{4\pi n_*}{\frac{w_*}{c^2}}} \sqrt{(1 - x_A^2)} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \alpha^\zeta, \quad (6.13)$$

Le choix de $\Psi_A \propto \sqrt{1 - x_A^2}$ permet aussi au flux de masse de diminuer par rapport au flux magnétique, lorsque l'écoulement se rapproche du régime purement électromagnétique où $x_A \simeq 1$. ζ est un paramètre libre qui n'affecte pas la dynamique du modèle.

La condition de jet creux nous oblige à prendre $\zeta < 1/2$. En effet, $\zeta = 1/2$ correspond à un modèle avec une énergie de Bernoulli à symétrie sphérique comme dans le modèle du chapitre 4, où les effets du cylindre de lumière sont négligés. Cependant, cette solution donne

une énergie de Bernoulli et thermique non nulle sur l'axe. Donc, elle n'est pas cohérente avec l'hypothèse du modèle qui suppose que le jet soit creux. Par ailleurs, pour $\zeta > 1/2$ l'énergie diverge vers l'axe ce qui est exclu. Pour $\zeta < 1/2$, l'énergie s'annule alors sur l'axe, ce qui est cohérent avec notre modèle de jet creux. Maintenant, nous pouvons déterminer l'expression de la contribution de l'énergie hydrodynamique et du flux de Poynting à l'énergie de Bernoulli, en écrivant :

$$h_0 \gamma w = h_{0,\star} \gamma_\star w_\star \frac{1}{\sqrt{1-x_A^2}} \alpha^{\frac{1}{2}-\zeta} \left(\frac{M^2 - h_0^2 (1-x_A^2)}{M^2 - h_0^2 + h_{0,\star}^2 x_A^2 G^2} \right), \quad (6.14)$$

$$E_{\text{Poynting}} = -h_0 \frac{\varpi \Omega}{\Psi_A} B_\varphi = -x_A^2 h_{0,\star} \gamma_\star w_\star \frac{1}{\sqrt{1-x_A^2}} \alpha^{\frac{1}{2}-\zeta} \left(\frac{h_0^2 - h_{0,\star}^2 G^2}{M^2 - h_0^2 + h_{0,\star}^2 x_A^2 G^2} \right). \quad (6.15)$$

La contribution de chacune de ces deux énergies à la formation du jet dépend du régime "thermique" ou "électrodynamique" dans lequel l'écoulement évolue. Elle est pondérée par la position du cylindre de lumière par rapport à la surface d'Alfvén. En effet, plus les deux surfaces se rapprochent, $x_A^2 \rightarrow 1$, plus l'énergie dominante dans le jet est le flux de Poynting. Dans ce cas, le jet est accéléré essentiellement par la force magnéto-centrifuge.

6.2.6 La densité

L'hypothèse de surface d'Alfvén sphérique implique que le rapport entre la densité et l'énergie d'enthalpie $n/(w/c^2)$ ait une séparation de variable (R, α) du type :

$$\frac{n}{w/c^2} = \frac{n(R)}{w(R)/c^2} \frac{n(\alpha)_\star}{w(\alpha)_\star/c^2}, \quad (6.16)$$

La partie en α dans l'expression de $n/(w/c^2)$ est la même que dans l'expression de Ψ_A , puisque, le nombre d'Alfvén est une fonction radiale :

$$\frac{n}{w/c^2} = \frac{n_\star}{w_\star/c^2} \frac{(1-x_A^2)}{M^2} \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \alpha^{2\zeta}, \quad (6.17)$$

Donc pour $0 < \zeta < 1/2$, la densité diminue et s'annule sur l'axe. Ainsi, nous vérifions la condition de jet creux sur l'axe.

6.2.7 L'équation de fermeture

Le choix de l'expression de la pression dans les modèles auto-similaires méridionaux est fixé par la séparation de variable dans l'équation de la dynamique. En conséquence, la pression doit être définie sous la forme générale suivante (Vlahakis & Tsinganos 1998)

$$P = \frac{B_\star^2}{4\pi} (\Pi_0 + \Pi_1 g_1(\alpha) + \Pi_2 g_2(\alpha)) \quad (6.18)$$

Π_0, Π_1, Π_2 sont des pressions sans dimension fonctions de la distance radiale. $g_1(\alpha), g_2(\alpha)$ sont des fonctions de la ligne magnétique α . Ces deux fonctions contrôlent la variation de la pression perpendiculairement aux lignes magnétiques. Leur expressions en α seront déterminées comme pour le flux magnétique A , a posteriori, d'après la séparation de variables imposée par l'équation d'Euler (Eq. 6.2).

6.3 Les champs de vitesse, magnétique et électrique dans le modèle

Les composantes des champs de vitesse, magnétique et électrique sont obtenues à partir des équations (2.61) et (2.69). Elles sont fonctions de R et d'une fonction de α . Pour simplifier la notation, nous allons définir les notations suivantes :

$$N_V = \frac{M^2}{h_{0,\star}^2} - G^2 (1 - x_A^2), \quad (6.19)$$

$$N_B = \left(\frac{h_0}{h_{0,\star}} \right)^2 - G^2, \quad (6.20)$$

$$N_\gamma = \frac{M^2}{h_{0,\star}^2} - \left(\frac{h_0}{h_{0,\star}} \right)^2 (1 - x_A^2), \quad (6.21)$$

$$D = \left(\frac{h_0}{h_{0,\star}} \right)^2 - \frac{M^2}{h_{0,\star}^2} - G^2 x_A^2. \quad (6.22)$$

- Le champ magnétique dans le modèle vaut :

$$B_R = B_\star \frac{\cos \theta}{G^2} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.23)$$

$$B_\theta = -B_\star h_0 \frac{F \sin \theta}{2 G^2} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.24)$$

$$B_\varphi = B_\star \lambda \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right) \frac{R \sin \theta}{G^2} \left(\frac{N_B}{D} \right) \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.25)$$

- Le champ de vitesse généralisé (le flux d'enthalpie spécifique, Eq. 6.1) est :

$$V_R = B_\star \frac{M^2}{h_0 \Psi_A} \frac{\cos \theta}{G^2} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.26)$$

$$V_\theta = -B_\star \frac{M^2}{h_0 \Psi_A} h_0 \frac{F \sin \theta}{2 G^2} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.27)$$

$$V_\varphi = B_\star \frac{M^2}{h_0 \Psi_A} \lambda h_0 h_{0,\star} \frac{R \sin \theta}{M^2 G^2} \frac{N_V}{D} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.28)$$

- Le vrai champ de vitesse est obtenu à partir de la relation (6.1), de l'expression du facteur de Lorentz (2.81) et de l'expression de l'énergie (6.12) :

$$v_R = v_\star \frac{M^2}{h_{0,\star}^2 G R} \frac{D}{N_\gamma} \cot \theta, \quad (6.29)$$

$$v_\theta = -v_\star \frac{M^2}{h_{0,\star}^2 G R} h_0 \frac{F D}{2 N_\gamma}, \quad (6.30)$$

$$v_\varphi = -v_\star \lambda \left(\frac{h_0}{h_{0,\star}} \right) \frac{1}{G} \frac{N_V}{N_\gamma}, \quad (6.31)$$

La vitesse méridionale et azimutale sont toutes les deux fonctions de R uniquement. Elle sont indépendantes de la ligne magnétique α . La vitesse dans la direction radiale diverge sur

l'axe. Cependant, le jet étant creux, cette divergence de la vitesse v_r , n'apparaît pas dans l'équation de la dynamique.

- Le champ électrique est déduit de la condition de conductivité infinie du fluide :

$$E_R = -B_\star \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right) x_A \frac{h_0}{2} \frac{F}{G} \sin \theta \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.32)$$

$$E_\theta = -B_\star \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right) x_A \frac{1}{G} \cos \theta \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}, \quad (6.33)$$

$$E_\varphi = 0. \quad (6.34)$$

Le champ électrique azimuthal est nul à cause de l'axisymétrie.

- La séparation de charge créée par ce champ électrique est déduite de l'équation de Maxwell- Gauss, Eq. (2.55) :

$$\begin{aligned} \rho_e = & -\frac{x_A}{4\pi} \frac{h_{0,\star}}{h_0} \frac{B_\star}{G^2} \left\{ \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \left[\frac{h_0^2}{4} \left(2 \frac{dF}{dR} + \frac{F^2}{R} + 2F - \frac{8}{h_0^2 R} \right) \right] \right. \\ & \left. + \frac{d^2 \mathcal{A}}{d\alpha^2} \left[2 \frac{R}{G^2} \right] + \frac{d^2 \mathcal{A}}{d\alpha^2} \alpha \left[h_0^2 \frac{F^2}{2R} - \frac{2}{R} \right] + \left[\frac{R}{G^2} \right] \frac{1}{\alpha} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right\} \sin \theta. \end{aligned} \quad (6.35)$$

La séparation de charge (6.35) induite par un champ électrique (6.32) dans le fluide ionisé à conductivité infinie est fonction seulement de la vitesse angulaire Ω et du champ magnétique dans l'écoulement. Cette séparation de charge ne peut être négligée lorsque Ω est important, même lorsque le cylindre de lumière se trouve à l'infini $x_A = \frac{\varpi\Omega}{c} \rightarrow 0$. En effet, dans le cas $x_A = \frac{\varpi\Omega}{c} \rightarrow 0$, le terme $\frac{x_A}{\alpha} \frac{d\mathcal{A}}{d\alpha}$ dans ρ_e ne s'annule pas et devient dominant près de l'axe de rotation (cf. chapitre 4 et 5). Dans la suite, ce terme va être utilisé pour déterminer les solutions possibles qui permettent la traversée du cylindre de lumière.

Nous venons d'introduire cinq fonctions en R qui sont $M, G, \Pi_0, \Pi_1, \Pi_2$ et qu'il faut déterminer à partir de l'intégration de l'équation de la dynamique. Nous avons aussi introduit trois fonctions du flux magnétique α qui sont \mathcal{A} le flux magnétique sans dimension, g_1, g_2 le développement en fonction de α de la pression.

6.4 Equations de la dynamique

6.4.1 Les équations différentielles

Les équations du mouvement dans la direction radiale et dans la direction méridionale sont obtenues à partir de la projection de l'équation d'Euler (6.2) sur les axes sphériques. Les équations s'écrivent sous la forme générale, avec les variables α et R séparées :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \beta_{r0} + \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \alpha \beta_{r1} + \left(\frac{d^2 \mathcal{A}}{d\alpha^2} \right) \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) \alpha \beta_{r2} + \left(\frac{d^2 \mathcal{A}}{d\alpha^2} \right) \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) \alpha^2 \beta_{r3} \\ & + \beta_{4R} + \beta_{5R} g_1(\alpha) + \beta_{6R} g_2(\alpha) + \beta_{7R} \frac{dg_1}{d\alpha} \alpha + \beta_{8R} \frac{dg_2}{d\alpha} \alpha = 0, \end{aligned} \quad (6.36)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 [\beta_{\theta 0}] + \left(\frac{d^2 \mathcal{A}}{d\alpha^2} \right) \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) \beta_{\theta 1} + \left(\frac{d^2 \mathcal{A}}{d\alpha^2} \right) \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) \alpha \beta_{\theta 2} + \\ & \frac{1}{\alpha} \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \beta_{\theta 3} + \beta_{4\theta} \frac{dg_1(\alpha)}{d\alpha} + \beta_{5\theta} \frac{dg_2(\alpha)}{d\alpha} = 0, \end{aligned} \quad (6.37)$$

où β_{iR} et $\beta_{i\theta}$ sont des fonctions du rayon R (Annexe C)

6.4.2 Les familles de solution pour les écoulements méridionaux

Les équations de la dynamique (C.1) et (6.37) sont écrites sous la forme d'un développement limité en α , pondéré par des fonctions $\beta_{R,i}$, $\beta_{\theta,j}$. Il reste à déterminer les expressions de \mathcal{A} , g_1 , g_2 en fonction de α qui sont susceptibles de donner des relations linéairement indépendantes entre les fonctions de R , $\beta_{R,i}$ et $\beta_{\theta,j}$. Pour les équations (C.1) et (6.37), le nombre maximal d'équations en R linéairement indépendantes qui vérifient la condition de séparation des variables sont au nombre de cinq.

$$\left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) = \alpha^{\bar{\epsilon}}, \quad (6.38)$$

$$g_1(\alpha) = \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 = \alpha^{2\bar{\epsilon}}, \quad (6.39)$$

$$g_2(\alpha) = \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \alpha = \alpha^{(2\bar{\epsilon}+1)}. \quad (6.40)$$

et les solutions possibles sont :

Si $\bar{\epsilon} \neq -\frac{1}{2}$

$$\beta_{0r} + \bar{\epsilon}\beta_{2r} + \beta_{5r} + 2\bar{\epsilon}\beta_{7r} = 0, \quad (6.41)$$

$$\beta_{1r} + \bar{\epsilon}\beta_{3r} + \beta_{6r} + (2\bar{\epsilon} + 1)\beta_{8r} = 0, \quad (6.42)$$

$$\beta_{4r} = 0, \quad (6.43)$$

$$\beta_{0\theta} + \bar{\epsilon}\beta_{2\theta} + (2\bar{\epsilon} + 1)\beta_{5\theta} = 0, \quad (6.44)$$

$$\bar{\epsilon}\beta_{1\theta} + \beta_{3\theta} + 2\bar{\epsilon}\beta_{4\theta} = 0. \quad (6.45)$$

Si $\bar{\epsilon} = -\frac{1}{2}$

$$\beta_{0r} - \frac{1}{2}\beta_{2r} + \beta_{5r} - \beta_{7r} = 0, \quad (6.46)$$

$$\beta_{1r} - \frac{1}{2}\beta_{3r} + \beta_{4r} + \beta_{6r} = 0, \quad (6.47)$$

$$\beta_{0\theta} - \frac{1}{2}\beta_{2\theta} = 0, \quad (6.48)$$

$$\bar{\epsilon}\beta_{1\theta} + \beta_{3\theta} - \beta_{4\theta} = 0. \quad (6.49)$$

Le deuxième type de solution avec $\bar{\epsilon} = -\frac{1}{2}$ n'est pas valable dans le cas des jets avec une vitesse angulaire relativiste, car la force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ diverge sur l'axe de rotation. Les seules solutions acceptables physiquement sont en fait celles avec $\bar{\epsilon} > \frac{1}{4}$. En effet, si $\bar{\epsilon} \leq \frac{1}{4}$, le terme $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \sin\theta \cos\theta$ (voire Annexe C) devient infini sur l'axe de rotation.

De l'équation (6.43) nous pouvons déduire que la pression sans dimension Π_0 doit s'annuler. La pression le long de l'axe de rotation du jet doit être alors constante, le jet creux et l'axe vide de matière, $n \propto \alpha^\zeta$. La pression sur l'axe est égale à la pression exercée de façon uniforme sur le tube du jet par le milieu ambiant.

6.5 Surfaces critiques

Ce modèle possède 4 équations différentielles, plus une pour la pression sans dimension sur l'axe de rotation Π_0 , qui régissent l'écoulement, une de plus que dans le modèle du chapitre 4. Cette équation supplémentaire diminue le nombre de degré de liberté dans le nouveau modèle. De ce fait, la surface magnétosonique lente disparaît. La seule surface critique qui subsiste est la surface alfvénique. Il n'y a plus de contraintes sur l'expansion initiale du jet, F (voir discussion, section 4.6.1), car le point critique alfvénique est un point étoile (Tsinganos et al. 1996).

Dans la suite du modèle nous allons, lors de la résolution numérique, choisir la valeur de l'expansion des lignes d'écoulement à la surface d'Alfvén F_* de telle façon que le jet soit collimaté cylindriquement dans la région asymptotique.

La disparition de la surface magnétosonique lente peut être aussi remarquée dans les équations du modèle (C.22 à C.25) qui n'ont plus qu'une singularité à la surface d'Alfvén. Le cylindre de lumière ne représente en aucun cas une surface critique, puisque, l'écoulement n'est pas supposé froid. Au cylindre de lumière, la matière est déjà découplée du rotateur magnétique rigide à la surface d'Alfvén (Fendt & Camenzind 1996). Par contre, dans les écoulements froids électrodynamiques (Appl & Camenzind 1993; Tomimatsu & Tkahaski 2003) la seule surface critique est le cylindre de lumière, dans ce type d'écoulement la rotation reste solide jusqu'au cylindre de lumière.

6.5.1 Surface d'Alfvén

La surface d'Alfvén, impose trois conditions limites. Les deux premières sont $G^2 = 1$ et $M^2 = h_0^2 (1 - x_A^2)$. La troisième condition porte sur la relation entre le moment cinétique emporté le long des lignes d'écoulement, L , et l'ouverture de ces lignes à la surface d'Alfvén critique ϖ_* :

$$L = \frac{E}{c^2 h_{0*}^2} \varpi_*^2 \Omega. \quad (6.50)$$

Cette relation donne l'efficacité du rotateur magnétique à accélérer le jet.

Il y a aussi trois conditions de continuité des composantes toroïdales déduites à l'aide de la loi de l'Hôpital à la surface d'Alfvén :

$$\frac{N_B}{D} \Big|_* = \frac{\frac{\mu}{h_0^2} + (F_* - 2)}{\frac{\mu}{h_0^2} - \frac{dM^2}{h_0^2 dR} \Big|_* + (F_* - 2) x_A^2}, \quad (6.51)$$

$$\frac{N_V}{D} \Big|_* = \frac{\frac{dM^2}{h_0^2 dR} \Big|_* + (F_* - 2) (1 - x_A^2)}{\frac{\mu}{h_0^2} - \frac{dM^2}{h_0^2 dR} \Big|_* + (F_* - 2) x_A^2}, \quad (6.52)$$

$$\frac{N_\gamma}{D} \Big|_* = \frac{\frac{\mu}{h_0^2} (1 - x_A^2) - \frac{dM^2}{h_0^2 dR} \Big|_*}{\frac{\mu}{h_0^2} - \frac{dM^2}{h_0^2 dR} \Big|_* + (F_* - 2) x_A^2}. \quad (6.53)$$

La condition de continuité du facteur d'expansion du jet, F donne :

$$\Pi_{1,*} = -\frac{1}{2} + \frac{\bar{\epsilon} + 1}{2\bar{\epsilon}} x_A^2, \quad (6.54)$$

$$\left. \frac{dM^2}{dR} \right|_{\star} = h_{0,\star}^2 \left(\frac{\mu}{2(1-\mu)} \left[1 + \frac{x_A^2}{2\bar{\epsilon}} \right] + \frac{x_A^2}{2} (F_{\star} - 2) \left(1 - \frac{1}{2\bar{\epsilon}} \right) \right), \quad (6.55)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{2,\star} = & \frac{(1-\mu)}{2(2\bar{\epsilon}+1)} \left\{ \frac{F_{\star}}{2} \left. \frac{dM^2}{dR} \right|_{\star} - \frac{1}{2} \left[F_{\star}^2 (\bar{\epsilon}+1) + x_A^2 \left(\bar{\epsilon} + \frac{1}{2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - F_{\star} \left(1 - \frac{\mu}{1-\mu} + x_A^2 \right) - \frac{2}{1-\mu} \left((\bar{\epsilon}+1) - x_A^2 (\bar{\epsilon}+2) \right) \right] \right. \\ & \left. + (1-x_A^2) \frac{F_{\star}}{2} \left(\frac{F_{\star}}{2} - 1 \right) \right. \\ & \left. - \frac{2\lambda^2}{(1-\mu)} \left[\left. \frac{N_B}{D} \right|_{\star}^2 (\bar{\epsilon}+1) - \frac{1}{2(1-x_A^2)} \left. \frac{N_v}{D} \right|_{\star}^2 \right] \right\}. \quad (6.56) \end{aligned}$$

Le modèle est complètement construit et les conditions de traversée de la surface d'Alfvén ont été utilisées pour contraindre certains degrés de liberté du modèle. La pression sans dimension $\Pi_{2,\star}$ est déduite de l'Eq. (6.56) et $\Pi_{1,\star}$ de l'Eq. (6.54). Nous pouvons commencer à étudier numériquement le modèle. Les paramètres libres du modèles sont $x_A, \mu, \lambda, F_{\star}, \bar{\epsilon}$:

- x_A donne la position du cylindre de lumière dans le jet. Dans le cas $x_A = 1$, l'écoulement dans le jet devient force-free (Vlahakis & Königl 2003).
- La courbure de l'espace est donnée par μ .
- Le moment cinétique emporté le long des lignes d'écoulement par unité du flux magnétique est λ .
- L'expansion du jet à la surface d'Alfvén est F_{\star} . Elle est contrainte par la collimation cylindrique du jet dans la région asymptotique.
- Le nouveau paramètre est $\bar{\epsilon}$. Il donne l'auto-similarité selon θ dans le modèle. Pour $\bar{\epsilon} = 0$, on retrouve le modèle du chapitre 4 dans la limite $x_A \rightarrow 0$.
- ν n'est plus un paramètre libre du modèle, puisque il est lié aux autres paramètres du modèle via l'expression de la vitesse angulaire (Eq. 6.11) $\lambda = x_A \frac{\nu}{\sqrt{\mu}}$.

La vitesse étant inférieure à la vitesse de la lumière à la surface d'Alfvén, nous trouvons une relation d'inégalité entre μ et ν et donc entre λ et x_A :

$$v_{\star} < 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{\mu}}{\nu} < 1 \Rightarrow \lambda > x_A. \quad (6.57)$$

Cependant, même si la condition de passage à la surface d'Alfvén n'impose pas une valeur au facteur d'expansion des lignes de courant F_{\star} , nous pouvons utiliser des relations d'inégalité pour limiter les valeurs permises de F_{\star} . Ces inégalités sont déterminées à partir des conditions physiques. La première est donnée par la vitesse toroïdale : $v_{\varphi} < c$, à la surface d'Alfvén. Donc de l'expression de v_{φ} ((Eq. 6.31)), nous pouvons déduire une valeur limite minimale pour le facteur F_{\star} :

$$F_{\star} > F_{\star, \min, 1} = \frac{\mu}{1 - \mu \frac{x_A^2}{2} \left(1 + \frac{1}{2\bar{\epsilon}} \right) + x_A} \frac{x_A^2}{4\bar{\epsilon}} - \frac{1}{2} - x_A + 2. \quad (6.58)$$

La deuxième condition, sur la valeur de F_\star est imposée pour que l'écoulement soit trans-alfvénique $\left. \frac{dM^2}{dR} \right|_\star > 0$. Cette condition donne une autre limite minimale lorsque $\bar{\epsilon} > 1/2$ à l'expansion du jet à la surface d'Alfvén F_\star :

$$F_\star > F_{\star, \min, 2} = 2 - \frac{\mu}{x_A^2 (1 - \mu)} \frac{1 + \frac{x_A^2}{2\bar{\epsilon}}}{1 - \frac{1}{2\bar{\epsilon}}}. \quad (6.59)$$

Cette condition n'est intéressante que pour $\epsilon > 1/2$. En effet, pour $\epsilon < 1/2$, la condition (6.59) donne une valeur maximale pour $h_0 F_\star$ plus grande que 2, alors que les solutions que nous cherchons sont telles que $h_0 F_\star < 2$ (c'est-à-dire, les solutions qui ne convergent pas vers l'axe).

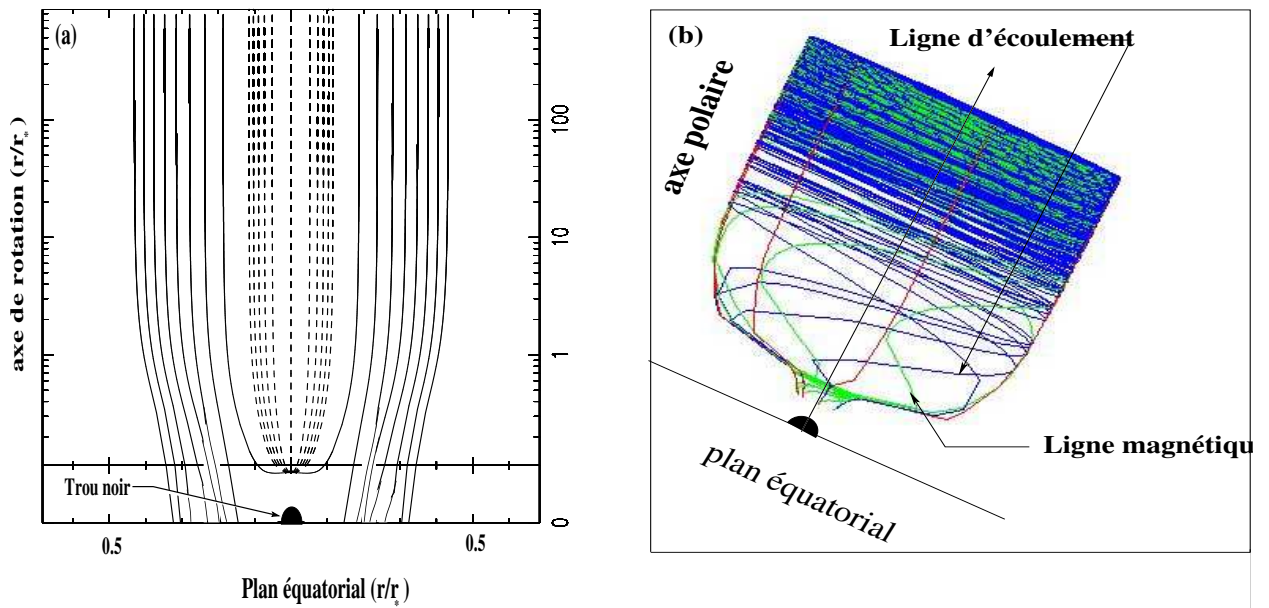


Fig. 6.1: En (a) morphologie du jet en 2D, les lignes en pointillés sont les régions où $v > c$, elles ne sont donc pas physiques. En (b) morphologie du jet en 3D. Les lignes foncées sont les lignes d'écoulement. Les lignes plus claires sont les lignes magnétiques.

6.6 Etude du modèle

Nous allons appliquer le modèle pour un ensemble de paramètres libres x_A , μ , λ , $\bar{\epsilon}$ pour lesquels la surface d'Alfvén est proche du cylindre de lumière. Nous pouvons voir ainsi les effets du cylindre de lumière aussi bien sur l'accélération que sur la collimation de l'écoulement. Nous avons choisi la solution suivante : $x_A^2 = 0.9$ et une courbure de l'espace relativiste $\mu = 0.1$. Nous avons aussi pris $\bar{\epsilon} = 1.0$ et $\lambda = 4.0$. Dans l'étude de ce modèle, nous nous sommes limités à une étude des forces qui régissent l'écoulement et à la contribution des différents énergies dans l'accélération.

Ce modèle de jet ne traite pas la région centrale dans laquelle la vitesse d'écoulement devient plus grande que la vitesse de la lumière. Cette région du jet est représentée avec des lignes en pointillés au centre du jet. Dans la région de validité de la solution, par contre, les lignes sont tracées en continu (Fig. 6.1a).

6.7 Les forces

Dans ce modèle, nous avons tenu compte de tous les effets de rotation relativiste dans le jet. De ce fait, nous n'avons négligé aucun des effets du cylindre de lumière ni de la force de séparation de charge, $\rho_e E \propto x_A^2$. Il est facile de démontrer que la force de séparation de charge n'est pas négligeable dans les jets caractérisés par une rotation relativiste. En effet, l'approche fluide neutre n'est pas applicable dans ce type de jet. Si la force de séparation de charge est supposée nulle dans le jet alors que $x_A^2 \gg 0$, cela crée une instabilité à la surface d'Alfvén critique. Elle se manifeste par une brisure des lignes d'écoulement à cette surface (Eq. C.24) $\left. \frac{dF}{dR} \right|_* \rightarrow \infty$.

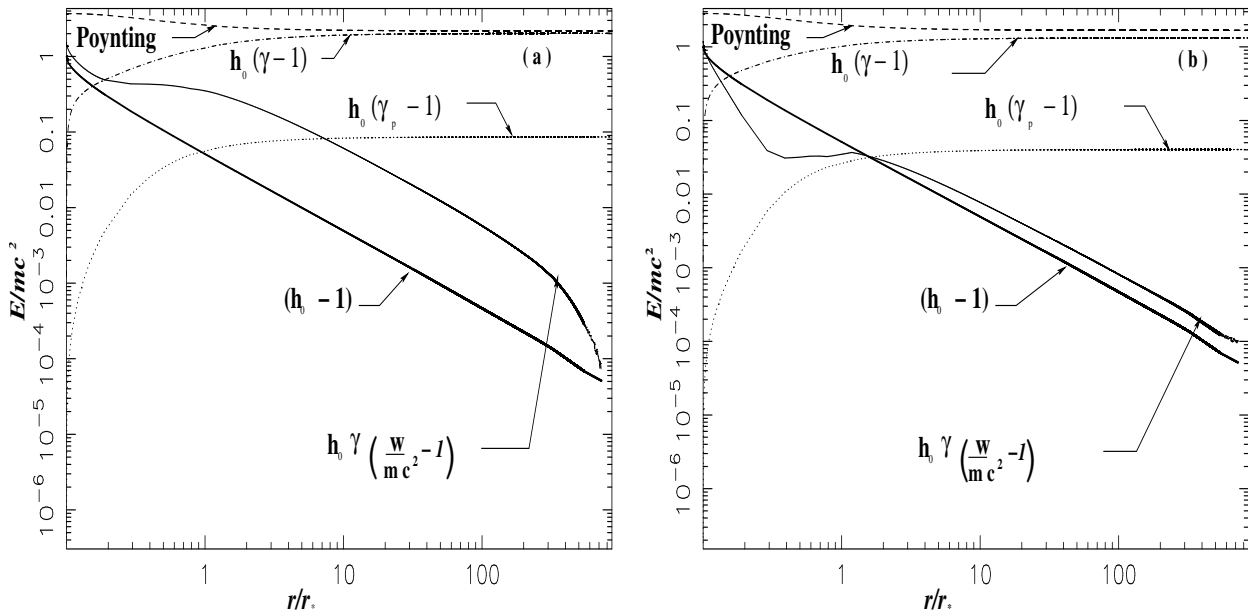


Fig. 6.2: Variation des énergies dans le jet le long d'une ligne d'écoulement donnée : (a) $\alpha = 10^{-2}$, (b) $\alpha = 0.1$. $h_0(\gamma_p - 1)$ est l'énergie cinétique dans le plan poloïdal et $h_0(\gamma - 1)$ l'énergie cinétique totale.

Dans la suite nous allons présenter une analyse de ces différentes forces et de leur contribution aussi bien dans l'accélération que dans la collimation, dans le cas de la solution que nous avons choisie.

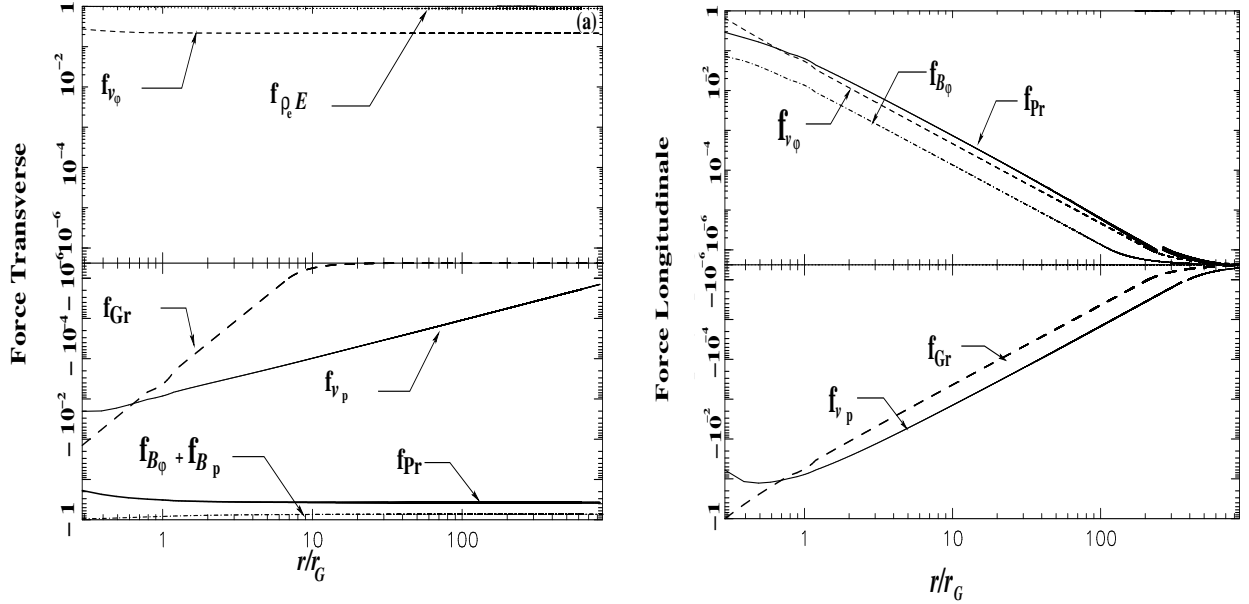


Fig. 6.3: Représentation des forces le long de la ligne d'écoulement $\alpha = 10^{-2}$, la plus proche de l'axe de rotation où notre modèle est applicable. En (a) forces transverses, en (b) forces longitudinales. f_{v_ϕ} est la force centrifuge, f_{v_p} est la force d'advection due à la composante poloïdale de la vitesse, f_{Pr} est la force de pression, f_{B_ϕ} est la somme de la force de pincement et de la pression magnétique toroïdal, f_{B_p} est la force de pincement et de la pression magnétique poloïdale et $f_{\rho_e E}$ est la force de séparation de charge.

6.7.1 Accélération

Les jets auxquels nous nous sommes intéressés avec ce modèle sont ceux formés dans la région interne du disque. Dans cette région, vitesse de rotation relativiste est quasi-képlérienne $\Omega \sim r^{-1}$ (Fig. 6.2) et relativiste. De ce fait, malgré la température élevée, $T \sim mc^2/k_B \sim 10^{12}$ K à la base du jet, l'accélération initiale du jet est essentiellement magnétocentrifuge, aussi bien dans la région interne qu'externe du jet. Le flux de Poynting à la base du jet est plus important que l'énergie thermique (Fig. 6.2). Il contribue alors fortement dans la région initiale d'expansion à l'accélération du jet (Fig. 6.3b). Dans la région intermédiaire, la contribution du gradient de pression et de la force centrifuge à l'accélération deviennent du même ordre de grandeur. Il y a aussi la force due à la pression dans la direction poloïdale du champ magnétique toroïdal qui est induite par la relaxation du champ magnétique dans la direction poloïdale. Dans la région interne, l'inclinaison des lignes magnétiques permet une conversion plus efficace du flux de Poynting et de l'énergie thermique en énergie cinétique dans le long des lignes magnétiques (Fig. 6.2a). Cette efficacité diminue vers l'extérieur à cause de la diminution de l'expansion du jet dans la région externe (Fig. 6.2b). Cela explique la diminution de la vitesse vers l'extérieur (Fig. 6.4). Cependant, l'accélération de ce jet est limitée. La vitesse poloïdale asymptotique obtenue est seulement de $v_p = 0.4c$. Cette faible accélération est due à la vitesse toroïdale dans le jet qui est de l'ordre de la vitesse de la lumière $v_\phi \sim 0.9c$. Elle freine alors l'augmentation de la vitesse poloïdale dans le jet, puisque la vitesse totale ne peut excéder la vitesse de la lumière. Ce comportement apparaît dans la plupart des solutions relativistes obtenues avec ce modèle

(Fig. 6.5) où $\mu \sim 0.1$.

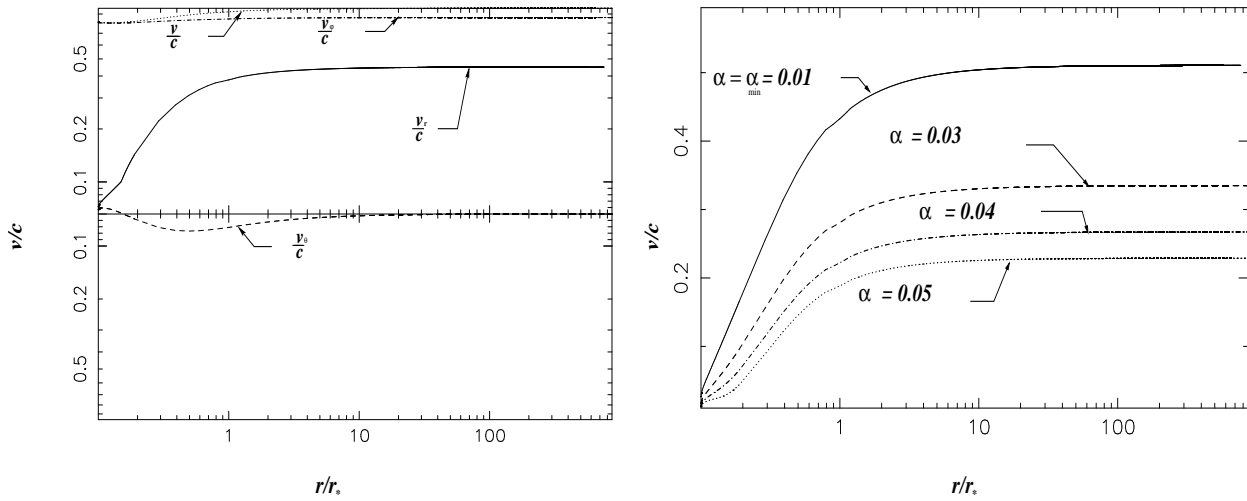


Fig. 6.4: Le graphe des vitesses normalisées à la vitesse de la lumière, le long de la ligne d'écoulement $\alpha = 10^{-2}$. En (a) les 3 composantes de la vitesse, en (b) les vitesses le long de 4 lignes d'écoulement. Le tracé en ligne continue représente la vitesse le long de la ligne d'écoulement la plus proche de l'axe de rotation où notre modèle est applicable, $\alpha = 10^{-2}$. Les trois autres tracés représentent la vitesse le long des lignes d'écoulement extérieures, pour des valeurs croissantes de α .

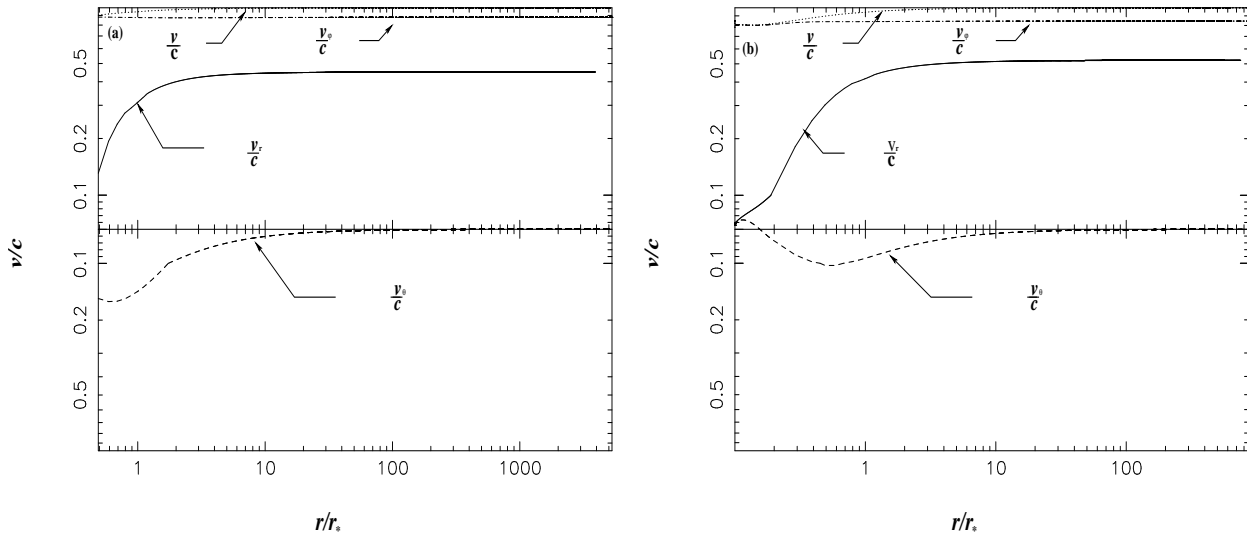


Fig. 6.5: Le graphe des vitesses normalisées à la vitesse de la lumière, le long de la ligne d'écoulement la plus proche de l'axe de rotation où notre modèle est applicable. En (a) les 3 composantes de la vitesse pour la solution $x_A^2 = 0.9$, $\lambda = 0.1$, $\mu = 0.1$, en (b) les 3 composantes de la vitesse pour la solution $x_A^2 = 0.9$, $\lambda = 0.2$, $\mu = 0.1$.

6.7.2 Collimation

La collimation du jet résulte principalement du pincement du champ magnétique toroïdal et du gradient de pression magnétique poloïdale, avec une contribution de la force de pression transverse (Fig. 6.3). Ces forces sont toujours négatives le long de l'écoulement. Cependant, la force de gravité aide aussi à collimater l'écoulement dans la partie d'expansion. Ces forces

équilibrent la force de séparation de charge. En effet, la solution est sous forte influence du cylindre de lumière qu'elle traverse à une distance de $14r_G$ du trou noir, juste après la surface d'Alfvén. La force centrifuge contribue aussi à l'expansion du jet.

Pour mieux voir la contribution de chacune de ces forces et l'équilibre qui s'établit entre elles dans la région asymptotique, nous allons dans la suite utiliser une approche analytique.

6.7.3 Régime asymptotique

Dans la région asymptotique lorsque le jet atteint une vitesse constante et que la morphologie du jet devient cylindrique, les forces dans la direction transverse sont les forces de pincement magnétique toroïdal, la pression magnétique toroïdale et poloïdale, le gradient de pression, la force centrifuge et aussi la force électrique. Cette force de séparation de charge comme nous l'avons vue (Fig. 6.3a) contribue fortement à l'ouverture du jet dans la région asymptotique. Ceci est dû à la forte influence du cylindre de lumière sur le jet dans la solution que nous avons traité.

$$\vec{f}_{B_\varphi} + \vec{f}_{\nabla B_\varphi^2} + \vec{f}_{\nabla B_p^2} + \vec{f}_{v_\varphi} + \vec{f}_E + \vec{f}_{\nabla P} = 0, \quad (6.60)$$

Dans la région asymptotique, notre choix de séparation des variables fait que la force centrifuge est équilibrée uniquement par la force de pincement, la pression magnétique toroïdale et la pression thermique, alors que la force de séparation de charge $\rho_e \vec{E}$ est équilibrée seulement par la force de pression magnétique poloïdale et par le confinement thermique extérieur. En effet, l'équation d'équilibre des forces asymptotiques s'écrit :

$$\vec{f}_{B_\varphi} + \vec{f}_{\nabla B_\varphi^2} + \vec{f}_{v_\varphi} + \vec{f}_{\nabla P,2} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{f}_{\nabla B_p^2} + \vec{f}_E + \vec{f}_{\nabla P,1} = 0, \quad (6.61)$$

Ainsi les deux équations qui régissent la collimation asymptotique cylindrique sont :

$$(\bar{\epsilon} + 1) \left(\frac{N_{B_\infty}}{D_\infty} \right)^2 - \frac{1}{2M_\infty^2} \left(\frac{N_{V_\infty}}{D_\infty} \right)^2 + G_\infty^2 \frac{\Pi_{2,\infty}}{\lambda^2 h_{0*}^2} (2\bar{\epsilon} + 1) = 0, \quad (6.62)$$

$$-(x_A G_\infty)^2 \left(\frac{1}{2\bar{\epsilon}} + 1 \right) + \frac{1}{h_{0*}^2} + \frac{2G_\infty^4 \Pi_{1,\infty}}{h_{0*}^2} = 0. \quad (6.63)$$

La deuxième équation (Eq. 6.63), montre que pour les fortes expansions, $G_\infty^2 \gg 1$, la collimation cylindrique du jet ne peut se produire que si le jet subit un confinement du milieu extérieur. Donc, dans le cas où la force de séparation de charge devient trop importante, la collimation du jet ne peut se produire que dans un milieu ambiant dense. D'un autre côté, la courbure de l'espace à la surface d'Alfvén, contribue à l'augmentation de l'efficacité de la collimation par la pression magnétique et par la pression thermique. Par contre, l'équation (6.62) est analogue à l'équation d'équilibre transverse (Eq. 4.89) obtenue dans le modèle du chapitre 4. Cette équation donne l'équilibre entre le confinement magnétique et thermique avec la force centrifuge. Le terme supplémentaire d'augmentation du flux magnétique $\bar{\epsilon}$ permet de rehausser l'efficacité de la collimation magnétique du jet.

6.8 Comparaison avec le modèle sans cylindre de lumière

La différence la plus importante avec le modèle du chapitre 4 est la possibilité de traverser la surface du cylindre de lumière avec ce modèle. Rappelons qu'il s'agit de la surface, $x_A^2 G^2 =$

1, sur laquelle la rotation des lignes d'écoulement autour des lignes magnétiques atteint la vitesse de lumière. Sur cette surface la force électrique de séparation de charge $\rho_e E \propto x_A^2 G^2$ devient dominante. Cette force de séparation de charge est équilibrée seulement par la force de pression thermique et de pression du champ magnétique poloïdal (cf. paragraphe 6.7.3). Cette dernière force magnétique peut être très importante dans certaines solutions (Fig. 6.3). Ce résultat est aussi une autre différence entre ce modèle et le modèle précédent où la collimation est engendrée seulement par la force de pression thermique et la force de pincement magnétique toroïdale. D'autre part, dans ce modèle, l'accélération du jet, se produit essentiellement dans la région qui se trouve à l'intérieur du cylindre de lumière. L'accélération du jet dans cette région est aussi bien thermique que magnétique. Au-delà, du cylindre de lumière, l'accélération s'arrête dans le jet à cause de la collimation cylindrique du jet qui se produit après la traversée du cylindre de lumière. La surface magnéto-sonique rapide se trouvant à l'infini, la conversion du flux Poynting en énergie cinétique est interrompue après la traversée du cylindre de lumière (Begelman & Li 1994; Vlahakis & Königl 2003). Le jet dans la région asymptotique reste dominé par le flux de Poynting (Fig. 6.2). Dans le modèle du Chapitre 4, l'accélération se produit aussi toujours à l'intérieur du cylindre de lumière. Cependant, l'accélération est purement thermique et dans la région asymptotique, le jet est dominé par l'énergie cinétique. En effet, dans les jets du Chapitre (4), le flux de Poynting est toujours très faible.

Une autre différence entre les deux modèles est le domaine spatial de validité des solutions. Le premier est adéquat pour la modélisation des écoulements près de l'axe de rotation et le deuxième pour les jets de disque interne. Dans la région axiale les effets thermiques dominent l'accélération. D'un autre côté, la rotation dans le jet diminue vers l'axe. De ce fait, la fonction de la vitesse angulaire Ω choisi dans le modèle du chapitre (4) est continue sur l'axe et les effets de cylindre de lumière ont été supposés faibles, $x_A^2 G^2 \rightarrow 0$. Par contre, loin de l'axe de rotation, dans la région interne du disque, le cylindre de lumière a une influence plus forte. De ce fait, le deuxième modèle est mieux adapté pour décrire un jet émis par le bord interne du disque, malgré les singularités sur l'axe. Ce dernier modèle n'est de fait applicable que pour les écoulements loin de l'axe.

6.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons construit sur la base du théorème de Vlahakis & Tsinganos (1998), un modèle de jet relativiste en rotation autour d'un trou noir de Schwarzschild. Nous avons construit le modèle dans le but de modéliser les jets de la couronne du disque interne. Le choix de la fonction de rotation a le mérite de permettre un traitement exact des effets de rotation relativiste dans le jet. Nous avons pu traiter aussi bien la traversée du cylindre de lumière que la contribution du flux de Poynting à la formation et du jet et à son accélération. D'autre part, avec ce modèle, nous avons démontré l'effet positif du rapprochement du cylindre de lumière et de la surface d'Alfvén sur la contribution du flux Poynting. Ici nous ne modélisons pas la partie interne du jet près de l'axe de rotation. En effet, dans cette région la vitesse d'écoulement devient très élevée ($v > c$).

Nous nous sommes limités à une étude préliminaire des propriétés de ce modèle et des forces responsables de la formation et de la collimation du jet. Néanmoins, nous avons pu montrer

que dans les solutions caractérisées par un cylindre de lumière proche de la surface d'Alfvén critique, la force de séparation de charge contribue fortement à la décollation du jet. Elle devient plus importante que la force centrifuge. La collimation de ces jets résulte en grande partie de la force de pincement magnétique toroïdale qu'équilibre la force centrifuge. La force de séparation de charge équilibre le gradient de pression transverse du confinement par le milieu extérieur et la force de pression magnétique poloïdale. L'accélération dans ce type de jet reste faible à cause de la grande vitesse de rotation, v_φ , qui s'approche de la vitesse de la lumière. Elle limite ainsi la possibilité d'accélération du jet. D'autre part, dans la région externe la faible inclinaison des lignes magnétiques rend l'accélération magnétique également inefficace. En effet, la conversion du flux de Poynting en énergie cinétique diminue de la région interne du jet à la région externe. Les solutions obtenues jusqu'à maintenant donne des accélérations dans la direction poloïdale de l'ordre de $0.6c$.

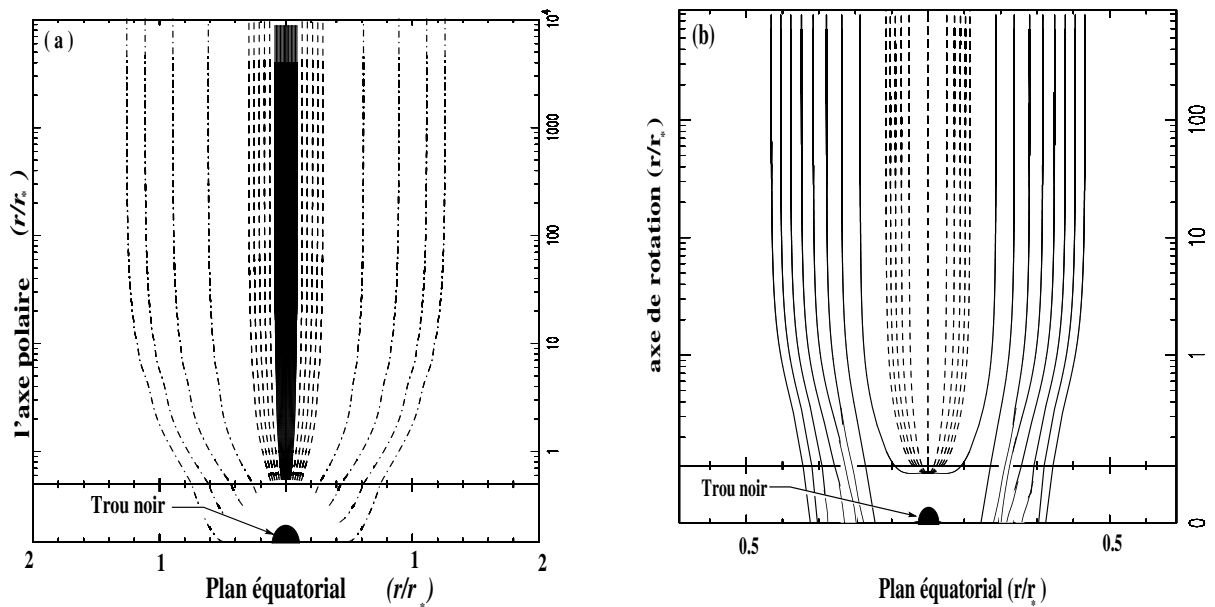


Fig. 6.6: Les morphologie du jet interne du Chapitre 4 (a) et du jet externe du modèle de ce chapitre (b) .

Les deux modèles de jets axisymétriques stationnaires présentés dans cette thèse peuvent être utilisés pour modéliser des jets à deux composantes (Fig. 6.6). La composante axiale serait modélisée avec le modèle du chapitre 4 et la composante externe du jet avec le modèle développé dans ce chapitre.

Chapitre 7

Vers un code numérique GRMHD

7.1 Introduction

Au cours des chapitres précédents, nous avons présenté trois modèles d'écoulements relativistes semi-analytiques. Les deux derniers, élaborés dans le but d'explorer les jets relativistes axisymétriques, ont montré leur limites dans les régimes et les régions d'applications. Elles résultent des hypothèses utilisées dans la construction de ces modèles.

Dans le premier modèle de jet axisymétrique, nous avons étudié seulement la région axiale des écoulements relativistes. En effet, nous avons été obligé pour des raisons analytiques, de négliger les effets de la rotation relativiste ($\Omega \varpi \ll c$) dans le jet. De ce fait, nous n'avons pris en considération que les régions du jet où les effets du cylindre de lumière sont négligeables. Dans le deuxième modèle, pour analyser les effets du cylindre de lumière sur le jet nous avons pris une fonction de rotation qui diverge vers l'axe polaire ($\Omega \propto \frac{1}{\varpi}$). L'application de ce modèle est restreinte aux jets coronaux externes.

Certes ces modèles semi-analytiques permettent une analyse et une compréhension approfondies des différents mécanismes physiques qui interviennent dans la formation et la collimation des écoulements. Ils nous ont permis de déduire quelques propriétés physiques des écoulements GRMHD. De plus, les solutions de jets obtenues avec ces modèles peuvent être utilisées comme des conditions initiales dans un modèle purement numérique d'écoulements stationnaires. Les solutions des modèles auto-similaires peuvent aussi être utilisées comme une condition initiale dans les simulations numériques d'écoulements dépendant du temps.

Nous avons amorcé l'élaboration d'un code purement numérique de résolution des équations de la MHD relativistes. Dans l'élaboration de ce code nous avons utilisé la bibliothèque LORENE (Langage Objet pour la RElativité NumériquE). Cette bibliothèque est développée au sein du L.U.Th dans le groupe de Cosmologie et de Gravitation Relativiste. Dans cette thèse, nous nous sommes limités à l'étude numérique des vents sphériques purement hydrodynamiques, cela dans le but de mettre en point les algorithmes de base. Dans ce chapitre nous présentons les algorithmes qui permettent de traiter le problème de grande variation de la densité et de la pression dans la région proche du trou noir. Le but est d'implanter, dans le futur, les équations MHD axisymétriques stationnaires, dans le code numérique, pour étudier les écoulements 2D. Ainsi, nous allons pouvoir comparer les solutions obtenues avec les modèles semi-analytiques.

Dans les applications MHD en astrophysique, différentes méthodes numériques existent. La majorité des modèles numériques est basée sur les méthodes de différences finies et d'éléments finis (ou volumes finis). Dans la méthode de différences finies, les systèmes physiques

sont représentés dans une grille spatio-temporelle discrétisée. Ainsi, les fonctions qui décrivent le système sont connues localement en chaque point de la grille. Le calcul de la dérivée d'une fonction f est alors donné par le développement en série de Taylor de la fonction sur la grille. Ces méthodes numériques de différences finies s'appliquent seulement dans le cas des écoulements dépendant du temps. En effet, dans le cas des écoulements stationnaires, la résolution des équations MHD stationnaires est rendue complexe avec ces méthodes, à cause de l'existence des points critiques qui imposent des conditions aux contours internes au fluide. En plus, les équations aux dérivées partielles changent du régime elliptique au régime hyperbolique.

Pour ces raisons, nous avons opté pour l'utilisation de méthodes spectrales implémentées dans la bibliothèque LORENE. En effet, cette méthode, comme nous allons le voir dans la section (7.3), donne une description globale des grandeurs physiques qui permet de traiter les surfaces critiques. D'autre part, la méthode spectrale permet l'utilisation d'un schéma itératif de relaxation pour résoudre des équations stationnaires de la MHD. La bibliothèque LORENE est implémentée d'algorithmes multi-domaines. Cela permet d'intégrer les différentes régions de l'écoulement qui ont des propriétés différentes, indépendamment les unes des autres. Par exemple, dans le cas du vent purement hydrodynamique que nous allons étudier, l'utilisation d'algorithmes multi-domaines permet de séparer la région sub-sonique et super-sonique.

Dans la suite, nous allons donner quelques notions sur méthodes spectrales (section 7.2). Dans la section 7.3, nous allons rappeler les éléments de base de l'écoulement de vent sphérique purement hydrodynamique. Puis nous présenterons l'algorithme que nous avons élaboré pour résoudre les équations qui régissent ce vent hydrodynamique.

7.2 Méthodes spectrales

La méthode est basée sur une description globale des fonctions du problème physique dans tout le domaine. Elle consiste à projeter une fonction f sur une base finie de fonctions orthogonales aux propriétés connues. Dans le cas d'une fonction f à une seule variable R (radiale), on a :

$$f(R) = \sum_{k=0}^N \hat{f}_k \Phi_k(R), \quad (7.1)$$

où \hat{f}_k sont des constantes, indépendantes de R , appelées coefficients du développement. Elles représentent les composantes de la projection de la fonction f sur la base des fonction Φ_k .

L'utilité du développement de la fonction f sur cette base de fonction Φ_k est de simplifier le problème numérique de la dérivée et de l'intégrale. En effet, ce développement permet de transformer le problème de la dérivée de f et de son intégrale en dérivées et les intégrales des fonctions connues usuelles Φ_k :

$$\frac{\partial f(R)}{\partial R} = \sum_{k=0}^N \hat{f}_k \dot{\Phi}_k(R), \quad (7.2)$$

$\dot{\Phi}_k$ est la dérivée des fonctions de la base par rapport à R , les fonction Φ_k étant connues de façon exacte. Dans ce qui va suivre, nous allons nous limiter aux fonctions de bases

orthogonales particulières que sont les polynômes de Chebyshev. En effet, ces fonctions sont choisies dans la bibliothèque LORENE pour la décomposition spectrale des fonctions radiales.

Polynômes de Chebyshev : Ils sont définis comme suit, le k^{ieme} polynôme de Chebyshev, T_k , est le polynôme de degré k tel que :

$$T_k(\cos \theta) = \cos(k \theta), \quad (7.3)$$

Les premiers polynômes sont donc : $T_0(R) = 1$, $T_1(R) = R$, $T_2(R) = 2R^2 - 1$. Les T_k sont solutions du problème de Sturm-Liouville singulier :

$$\sqrt{1-x^2} \frac{d}{dx} \left(\sqrt{1-x^2} \frac{dT_k}{dx} \right) + n^2 T_k = 0. \quad (7.4)$$

Les coefficients de projection de la fonction f sur la base des fonctions de Chebyshev sont :

$$\hat{f}_k = \frac{2}{\pi c_k} \int_{-1}^1 f(R) T_k(R) (1-R^2)^{-1/2} dR, \quad (7.5)$$

où $c_0 = 2$ et $c_{k \geq 1} = 1$.

Une des propriétés intéressante du développement des fonctions sur le polynôme connu est l'existence de relations algébriques entre les coefficients des fonctions f et de leur dérivés f' . Dans le cas des polynômes de Chebyshev, la relation entre les coefficients de la fonction f et de sa dérivée f' est :

$$2k \hat{f}_k = c_{k-1} \hat{f}'_{k-1} - \hat{f}'_{k+1}. \quad (7.6)$$

7.3 Méthode numérique

7.3.1 Positionnement du problème

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la résolution des équations hydrodynamiques relativistes sphériques avec la méthode spectrale, pour modéliser les vents supersoniques. Ainsi, nous avons repris le modèle de vent radial hydrodynamique que nous avons traité dans le chapitre 3. Rappelons que nous avons utilisé une équation polytropicque ayant un indice polytropicque variable avec la température :

$$P = \frac{\Gamma - 1}{2} \frac{\kappa n^\Gamma}{\sqrt{\epsilon_0^2 + \kappa n^{\Gamma-1}}}, \quad (7.7)$$

P est la pression et n la densité des particules.

Suivant le chapitre 3, les distances sont normalisées par rapport au rayon sonique, les vitesses par rapport à la vitesse de la lumière, $\beta = v/c$, et pour la densité nous utiliserons la densité généralisée $\rho = \frac{\kappa n^{\Gamma-1}}{\epsilon_0^2}$.

Les équations que nous allons résoudre numériquement avec la méthode spectrale sont l'équation d'Euler et l'équation de la dérivée de la densité généralisée ρ . Dans ce modèle

numérique, contrairement au chapitre 3, pour avoir un modèle le plus général possible, nous avons pris l'équation d'Euler sous sa forme générale. Ceci nous permettra, par la suite, de changer plus facilement l'équation d'état :

$$\frac{1}{2} \gamma^2 n w \frac{d\beta^2}{dR} = -n w \frac{dh_0}{dR} - \frac{dP}{dR}, \quad (7.8)$$

$$\frac{\beta^2 - \beta_s^2}{\beta^2} \frac{d \ln \rho}{dR} = (\Gamma - 1) \left[-\frac{2}{R} + \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \frac{1}{2R} \frac{\mu}{R - \mu} \right]. \quad (7.9)$$

où β_s est la vitesse du son (Eq. 3.19).

Nous allons dans la suite donner l'algorithme que nous avons suivi dans la résolution de ces deux équations avec la méthode spectrale.

7.3.2 Conditions initiales

Le principe de la résolution des équations hydrodynamiques stationnaires avec la méthode spectrale, est un principe itératif. De ce fait, nous avons besoin de construire une solution initiale (condition initiale). Dans cette solution initiale, nous devons définir toutes les grandeurs de l'écoulement (vitesse et densité) en fonction du rayon.

Nous avons pris comme condition initiale, une fonction exponentielle en $(-1/R)$ de la vitesse. Cette fonction exponentielle traverse le point sonique et vérifie en ce point les conditions de formation de vent supersonique, $\left. \frac{d\beta^2}{dR} \right|_{\star} > 0$. En ce point, la vitesse du fluide est prise égale à :

$$\beta_{\star}^2 = \beta_{s\star}^2 = \frac{\mu}{4 - 3\mu}, \quad (7.10)$$

autrement dit la condition imposée par le point critique (Eq. 3.25 chapitre 3).

La dérivée de la fonction initiale de la vitesse est calculée à partir de la pente de la solution du vent à la surface sonique, qui est donnée par la règle d'hôpital :

$$A \left[\left. \frac{d\beta^2}{dR} \right|_{\star} \right]^2 + B \left. \frac{d\beta^2}{dR} \right|_{\star} + C = 0, \quad (7.11)$$

avec

$$A = 1 + (\Gamma - 1) \left. \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \right|_{\star} \frac{(4 - 3\mu)}{8(1 - \mu)}, \quad B = \left. \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \right|_{\star} (\Gamma - 1) \frac{\mu}{1 - \mu}, \quad (7.12)$$

$$C = \frac{-16\mu^2}{(4 - 3\mu)^3} \left(1 - \left. \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \right|_{\star} (\Gamma - 1) \frac{(4 - 3\mu)^2}{8(1 - \mu)} \right), \quad (7.13)$$

$$\left. \frac{d \ln \beta_s^2}{d \ln \rho} \right|_{\star} = \frac{(\Gamma + 1)(3 - \Gamma)\rho^2 + 4(\Gamma + 1)\rho + 4\Gamma}{(\rho + 1)[2\Gamma + (\Gamma + 1)\rho][2 + (\Gamma + 1)\rho]}. \quad (7.14)$$

Le choix de la fonction exponentielle pour la vitesse (Eq. 7.15), nous permet d'obtenir une fonction de la vitesse toujours croissante en R et positive. Contrairement à une fonction linéaire en R , la fonction exponentielle permet d'obtenir dans tout le domaine d'intégration,

une vitesse toujours plus faible que la vitesse de la lumière ($\beta < 1$). Cela reste vrai pour des distances raisonnables entre la surface sonique et celle de Schwarzschild $\mu < 0.3$ (Fig. 7.1)

$$\beta^2 = \beta_\star^2 \exp\left(-\left(\frac{1}{R} - 1\right)b\right), \quad b = \frac{\left.\frac{d\beta^2}{dR}\right|_\star}{\beta_\star^2}. \quad (7.15)$$

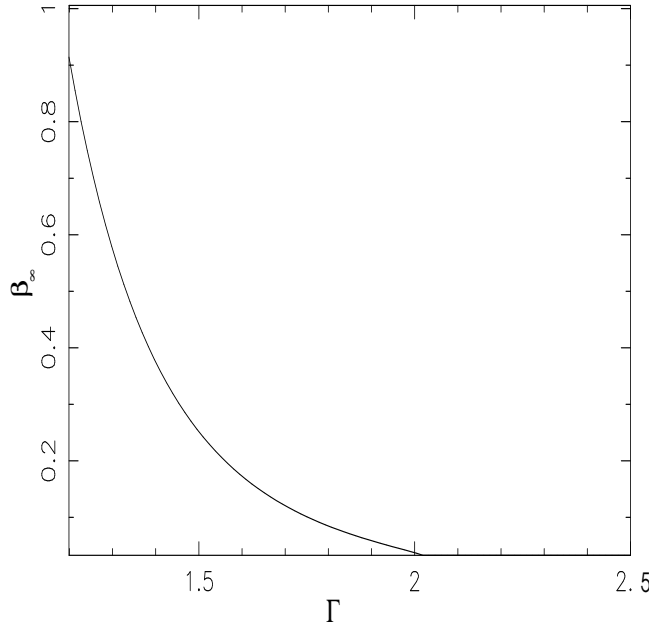


Fig. 7.1: La vitesse asymptotique dans la solution initiale (Eq. 7.15) pour $\mu = 0.3$.

La deuxième fonction que nous avons prise comme condition initiale est le nombre de Mach. Nous avons considéré un polynôme en R croissant et qui vérifie les conditions de formation de vent à la surface sonique. Ainsi, la solution initiale est une solution de vent qui passe du régime subsonique pour $R < 1$ au régime supersonique pour $R > 1$.

$$M^2 = a(R^\alpha - 1) + 1, \quad (7.16)$$

$$a = \alpha \frac{\left(\left.\frac{d\beta^2}{dR}\right|_\star - \frac{d\beta_s^2}{dR}\right|_\star)}{\beta_\star^2}. \quad (7.17)$$

Nous pouvons déduire la fonction initiale de la vitesse du son, $\beta_s^2 = \frac{\beta^2}{M^2}$, et donc de la densité généralisée ρ dans le vent à partir de l'équation suivante :

$$(\Gamma + 1)(2\beta_s^2 - (\Gamma - 1))\rho^2 + 2(\beta_s^2(\Gamma + 3) - \Gamma(\Gamma - 1))\rho + 4\beta_s^2 = 0. \quad (7.18)$$

Dans la construction de cette solution initiale, le domaine d'intégration est limité inférieurement dans la région subsonique lorsque la vitesse du son atteint sa valeur maximale permise.

En effet, la vitesse maximale permise par l'équation d'état polytropique que nous utilisons dans le modèle est :

$$\beta_s^2 < \frac{\Gamma - 1}{2}, \quad (7.19)$$

La solution ne peut être étendue en dessous du rayon en deçà duquel la vitesse du son est supérieure à cette limite.

Les autres fonctions de la pression et de l'énergie sont calculées directement à partir de la fonction de densité ρ . La valeur de α est choisie dans la plupart des cas inférieure à 1. En effet, α est choisi de telle façon que la vitesse du son initiale dans le vent reste une fonction décroissante dans tout le domaine d'intégration. Cependant, le choix de α affecte principalement le temps de convergence et non pas la convergence, elle-même.

7.3.3 Grille

Dans la construction de la grille d'intégration nous avons utilisé les classes Mg3d et Map_af de la bibliothèque LORENE. Mg3d permet de construire des domaines à partir des bornes des régions que nous intégrerons. Map_af permet de créer une discrétisation propre à chaque domaine.

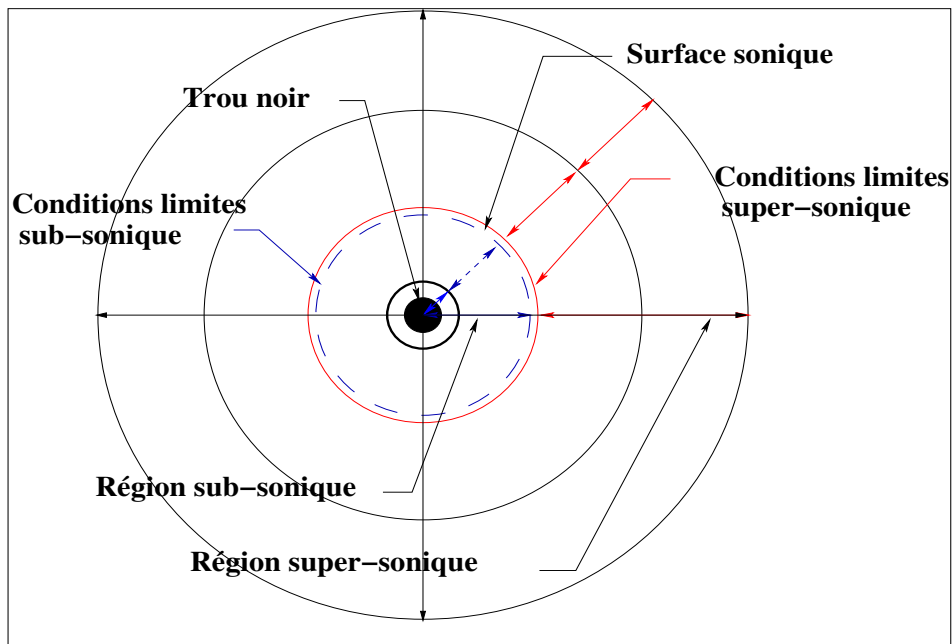


Fig. 7.2: Les 5 domaines d'intégration sont un dans la région sub-sonique, et deux dans la région super-sonique, un domaine autour du point sonique dans lequel sont posées les conditions limites et le cinquième domaine est dans la région centrale autour du trou noir.

Dans notre modèle, dans une première étape, nous avons utilisé 5 domaines (Fig. 7.2) avec une grille de 33 point par domaine initialement. Un domaine est dans la région subsonique et les deux autres dans la région supersonique. Le quatrième domaine entoure la surface sonique. Les valeurs des grandeurs physique dans ce domaine sont prisent comme conditions limites. En effet, dans ce domaine, les différentes fonctions du modèle et de leur dérivés vérifient les conditions de continuité (Eq. 7.12). Le cinquième domaine est pris dans la région centrale

autour du trou noir. Dans ce domaine les valeurs des grandeurs physiques sont nulles. La dimension de ce domaine central diminue au cours des différentes étapes d'itération pour que nous puissions intégrer le plus proche possible du trou noir. A la deuxième étape d'itération, le nombre de domaines diminue et devient égale à 3 (Fig. 7.3). Un premier domaine englobe la région que nous avons intégré dans la première étape (super-sonique + sub-sonique haut). Les valeurs des grandeurs physiques dans ce premier domaine sont considérées comme des conditions limites pour cette nouvelles étape d'itération. Le deuxième domaine est pris dans la région basse de la région subsonique dont la limite inférieure est la plus proche possible du trou noir. Le troisième domaine est la région centrale autour du trou noir.

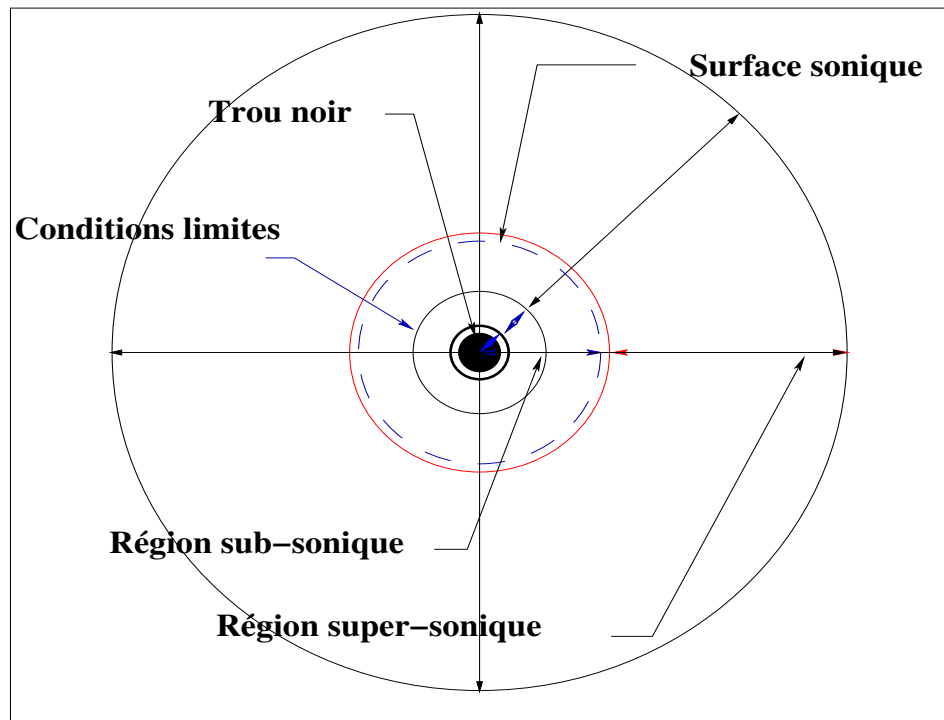


Fig. 7.3: La deuxième étape d'itération avec 3 domaines. Le premier est autour du trou noir. Le deuxième domaine est la région sub-sonique dans lequel nous n'avons pas intégré les équations hydrodynamiques dans la première étape. Le troisième domaine est la région intégrée dans la première étape. Dans ce dernier domaine, nous n'intégrons pas les équations hydrodynamiques à nouveau dans cette étape, mais nous l'avons utilisé pour fixer les conditions limites.

7.3.4 Itérations

La deuxième partie de notre algorithme d'intégration est construite sur un schéma itératif. Ce schéma numérique consiste à chercher à minimiser l'erreur commise à chaque étape d'intégration des équations (7.8) et (7.9). Nous commençons notre itération à partir de la solution initiale. A chaque étape de l'itération, nous calculons à partir des équations (7.8) et (7.9) les dérivées de la vitesse et de la densité. Puis, nous calculons les nouvelles valeurs de la vitesse et de la densité à partir des propriétés des fonctions de Chebychev (Eq. 7.6), sur lesquelles nous développons les dérivées de la vitesse et de la densité. Pour vérifier la convergence de l'intégration, nous vérifions que l'énergie de Bernoulli et du flux de parti-

cules calculés en chaque point des domaines d'intégration sont constants. En effet, cela nous permet de vérifier qu'il y a convergence vers la solution du vent.

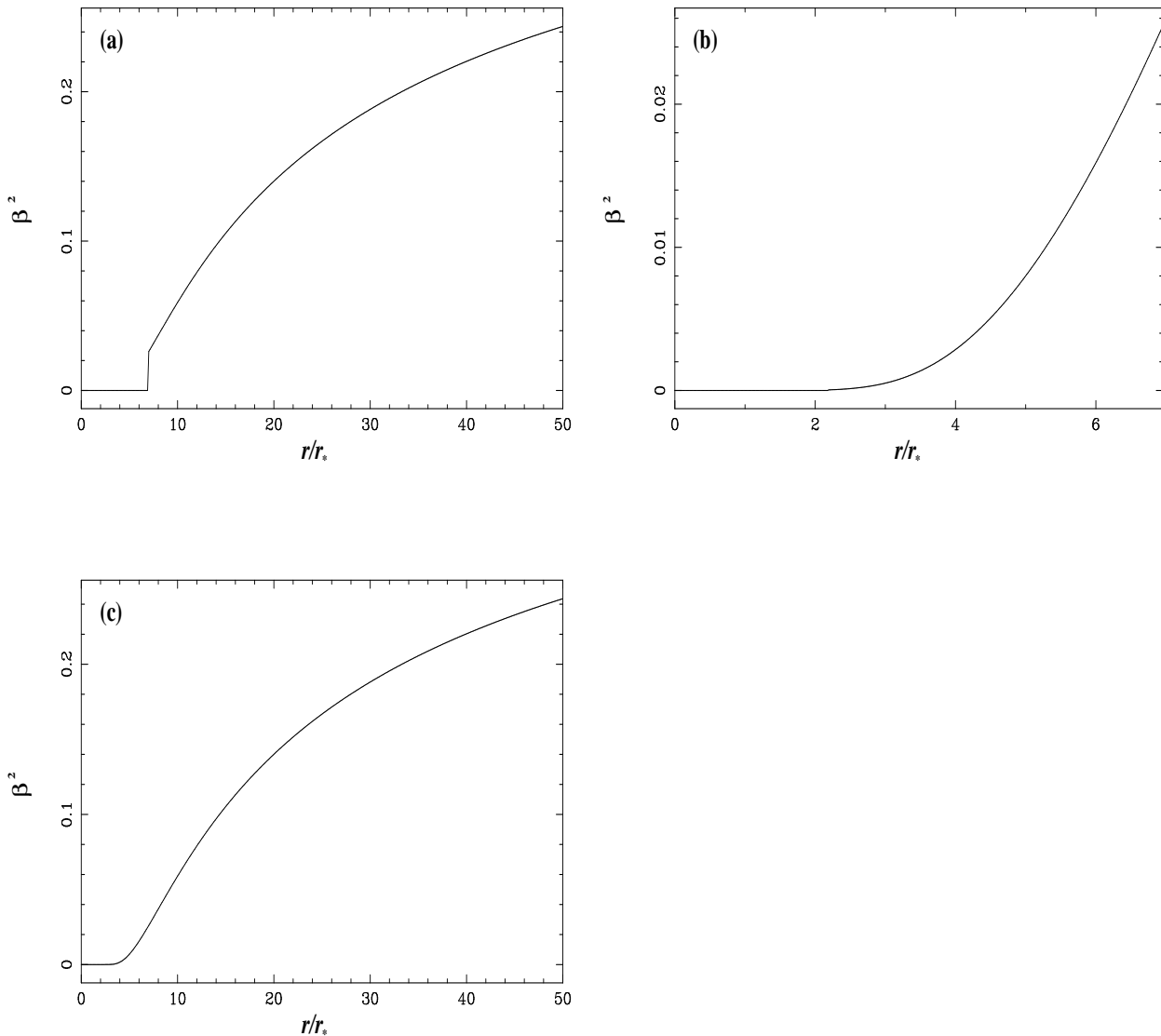


Fig. 7.4: La vitesse du fluide, normalisée par la vitesse de la lumière, est représentée dans différentes itérations utilisées dans l'intégration des équations du vent : **(a)** la première itération, **(b)** deuxième partie de l'itération et **(c)** solution finale

Dans notre algorithme pour résoudre les équations, la taille des domaines et leurs grilles sont variables. En effet, certaines extrémités des domaines sont variables et le nombre de points dans ces domaines peut augmenter au cours des itérations. Cela, nous permet de limiter les domaines d'intégration à chaque étape de l'itération dans la région où les conditions physiques sont vérifiées sur la vitesse de son, Eq. (7.19), la densité et la vitesse du fluide qui doivent restées positives. Nous utilisons aussi d'autres conditions sur la variation maximale de la pression et de la densité dans chaque domaine d'intégration. En effet, lorsque les variations deviennent trop importantes, elle peuvent engendrer des erreurs numériques lors

du développement de ces grandeurs sur la base des fonctions de Chebyshev. Ces grandes variations de densité apparaissent dans la région subsonique (Fig. 7.5) et donc nous oblige à diminuer la taille du domaine dans la région subsonique d'intégration (Fig. 7.4a).

Dans la région subsonique près du trou noir, le gradient de gravité est très important et il est amplifié par l'existence de la surface de Schwarzschild. En effet, sur cette surface le potentiel gravitationnel diverge. Il induit alors, une forte stratification de la pression et de la densité dans cette région. De ce fait, numériquement nous ne pouvons traiter cette région que si la taille des domaines utilisés pour intégrer les équations du vent sont très petites.

D'où, dans notre algorithme, nous intégrons dans la région subsonique sur plusieurs étapes. Dans la première étape nous intégrons la partie de la région subsonique qui est près de la surface sonique avec la région supersonique. Dans les étapes qui suivent nous itérons dans les régions du domaine subsonique délaissé auparavant (Fig. 7.4b). Lors des itérations, les conditions initiales sont les mêmes fonctions de la vitesse (Eq. 7.15) et du nombre sonique (Eq. 7.16) que celles utilisées dans la première itération. Les valeurs limites sont prises à partir des résultats obtenus à l'extrémité inférieure de la région que nous avons déjà intégrée. Lors des nouvelles itérations, les tailles des domaines sont pris plus petits pour améliorer l'échantillonnage, ainsi, nous améliorons le traitement des grandes variations de la densité près de l'objet compact.

Bien que cette méthode limite à chaque fois les domaines d'intégration, elle permet d'améliorer le temps de convergence de la méthode itérative. En effet, elle permet d'éliminer les parties des domaines qui subissent des erreurs numériques induites par la grande stratification de la densité près du trou noir.

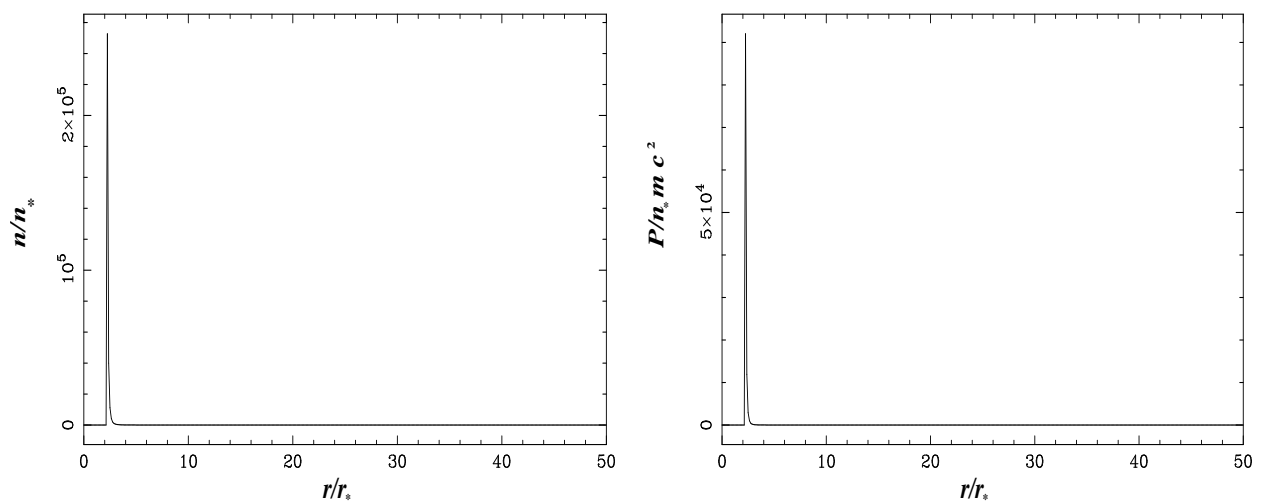


Fig. 7.5: Nous avons représenté (a) la densité normalisée à la surface sonique, (b) la pression divisée par la densité d'énergie de masse à la surface sonique, en fonction de la distance normalisée au rayon sonique.

7.3.5 Résultats

Le schéma itératif permet de retrouver la solution analytique avec une excellente précision (une erreur relative sur l'énergie de Bernoulli est de l'ordre de 10^{-7}) et un temps de calcul comparable à celui de la méthode de Runge-Kutta. D'autre part, les solutions intégrées ne présentent aucune discontinuité dans la densité ou la pression (Fig. 7.5) dans la région proche du trou noir. Cela montre que l'algorithme à plusieurs étapes utilisé dans ce code est précis.

7.4 Conclusion

Nous avons abordé l'élaboration d'un code purement numérique des écoulements hydrodynamique en astrophysique. Dans la construction du modèle numérique nous avons utilisé les méthodes spectrales implantées dans la bibliothèque LORENE. Pour traiter le problème des variations importantes de la densité près de l'objet compact, nous avons utilisé des schémas itératifs dans l'intégration, des tailles de domaine et de grille variables. Ceci nous a permis de traiter avec plus d'échantillonnage la région basse du vent dans laquelle les variations de la densité et de la pression sont importantes. Le premier test est concluant puisque nous avons pu reproduire la solution semi-analytique du chapitre 3 avec la même précision et la même temps de calcul.

Cette première étape constitue le début de la construction d'un code d'écoulement de fluide magnétisé stationnaire, puis dépendant du temps, dans le futur. Un des buts de développement de code purement numérique pour résoudre les équations de la MHD axisymétrique stationnaire est d'étudier les propriétés des surfaces critiques. En effet, contrairement aux modèles auto-similaires, le modèle numérique que nous allons développer n'impose aucune restriction sur la forme de la surface critique. D'autre part, le modèle purement numérique doit permettre de traiter aussi bien les jets de disques képlériens que les jets de couronnes. De ce fait, nous allons pouvoir étudier et comparer ces deux types de jets (chauffage, collimation).

Chapitre 8

Conclusions et Perspectives

8.1 Conclusions

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à l'étude de la physique des éjections relativistes aussi bien hydrodynamiques que magnétohydrodynamiques. Une bonne connaissance de ces écoulements permet de mieux comprendre l'évolution des étoiles et des objets compacts et de leur disque d'accrétion. D'autre part, elle permet aussi d'étudier l'évolution des milieux interstellaires et galactiques dans lesquelles ces objets évoluent. En effet, les jets et les vents en astrophysique se présentent comme un ingrédient de base dans l'évolution des étoiles, des trous noirs galactiques comme les microquasars et des trous noirs massifs des noyaux actifs. D'autre part, les jets affectent aussi l'évolution des milieux ambiants (le milieu interstellaire et le milieu intergalactique), en déposant de l'énergie et en les enrichissant en éléments lourds comme le fer. Ils peuvent ainsi exciter des régions de formation d'étoiles.

Plus particulièrement, nous avons porté notre attention sur la formation et la collimation de ces écoulements qui restent jusqu'à maintenant une énigme en astrophysique aussi bien d'un point de vue énergétique que d'un point de vue des échelles spatiales. L'élaboration de modèles en relativité générale est nécessaire pour analyser les différents types de vents et de jets en astrophysique. Nous nous sommes limités à l'étude des écoulements formés autour d'objets centraux (étoiles, trous noirs) caractérisés par un moment cinétique faible, $a = J/(\mathcal{G} M^2/c \rightarrow 0)$ (J : le moment cinétique et M : la masse de l'objet central). De ce fait, nous avons utilisé une métrique de Schwarzschild. L'essentiel de cette thèse a consisté dans l'utilisation de méthodes semi-analytiques. En effet, nous avons développé trois modèles semi-analytiques de vents et de jets. Dans la dernière partie de cette thèse nous avons commencé un code purement numérique de vent hydrodynamique. Nous allons dans la suite rappeler quelques résultats importants obtenus.

Au chapitre 3, nous avons étudié les vents sphériques hydrodynamiques. Dans ce modèle, nous nous sommes concentrés sur l'étude des mécanismes d'accélération purement thermiques des vents relativistes. L'originalité de ce modèle est l'élaboration d'une nouvelle équation d'état polytropique avec un indice polytropique effectif variable, $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{d \ln P}{d \ln n}$. Cette équation d'état est indispensable pour l'étude des écoulements dans des régions à fort gradient gravitationnel où la température subit des grandes variations. Dans le cas des vents autour des objets compacts, près de l'objet central, la température peut atteindre 10^{12} K alors que dans la région asymptotique elle atteint seulement 10^8 K. En effet, le fluide dans l'écoulement passe d'un régime ultrarelativiste, avec une énergie thermique plus importante que l'énergie de masse à un régime classique avec une énergie thermique faible. Ces variations se produisent sur des distances qui peuvent être de l'ordre de $10 r_G$ de l'objet central. De ce

fait, il est impossible d'étudier ces écoulements avec une équation d'état polytropicque ayant un indice polytropicque constant. L'utilisation de notre nouvelle équation d'état polytropicque nous a permis d'étudier plus précisément l'influence de la gravité sur la thermodynamique et l'accélération dans les vents hydrodynamiques. En effet, l'augmentation de la gravité près de l'objet central induit une augmentation de l'énergie thermique du fluide, et l'état de la matière dans le vent devient ultrarelativiste. D'autre part, le fort gradient de gravité autour des objets compacts engendre une variation rapide de la courbure de l'espace, ce qui engendre une chute plus rapide de la densité dans le vent. Par conséquent, l'accélération thermique dans les vents relativistes est plus efficace que dans les vents classiques. Nous avons montré l'existence de vents même pour des indices polytropicques plus grands que l'indice typique du vent de Parker ($\Gamma > \frac{3}{2}$) (Parker 1960a). Nous avons aussi fait une comparaison entre les vents autour des microquasars et des quasars. Nous avons trouvé que la différence entre les vents des deux objets est simplement un effet d'échelle. Ce résultat soutient l'idée que les écoulements autour de micro-quasars puissent être une version à échelle plus petite des écoulements autour des quasars (Mirabel 2003; Fender 2002).

Le quatrième chapitre a porté sur l'étude des écoulements, magnétohydrodynamiques axisymétriques à deux dimensions, près de l'axe de rotation. Pour réaliser cette étude, nous avons développé un modèle auto-similaire de jet méridional, le premier dans le cadre de la relativité. Nous avons supposé que le jet se forme à la surface d'une couronne sphérique qui entoure le trou noir de Schwarzschild et la région interne du disque d'accrétion. Dans ce modèle, nous avons supposé que la rotation dans le jet était faible. De ce fait, nous avons négligé les effets du cylindre de lumière sur le jet. L'originalité de ce modèle semi-analytique est d'être développé en relativité générale et de généraliser le modèle classique. Il permet donc d'étudier l'analogie entre les jets d'étoiles jeunes et les jets relativistes. Le passage d'un type de jet à un autre peut être réalisé simplement par l'augmentation de la gravité à la surface de la couronne. Dans l'étude comparative entre les jets classiques et relativistes, nous avons trouvé que la différence reste un simple effet d'échelle tant que la surface d'Alfvén se trouve à une distance supérieure à $100 r_G$, r_G étant le rayon de Schwarzschild de l'objet central. Par contre, lorsque la surface d'Alfvén se rapproche de la surface du trou noir, les effets gravitationnels deviennent plus intenses. Cela induit une augmentation de l'accélération du jet et une diminution de l'efficacité de la force de Lorentz à le collimater. En effet, l'augmentation de la gravité rend l'accélération thermique plus efficace dans la région basse du jet. Parallèlement, l'augmentation de la gravité, et donc de l'inertie dans la région basse du jet, fait augmenter la quantité du flux de Poynting utilisé dans l'accélération, le long des lignes d'écoulements extérieures. De ce fait, le courant électrique dans la région asymptotique induit par le reste du flux de Poynting, diminue. Nous avons aussi trouvé que dans les jets relativistes ayant un rotateur magnétique efficace, le taux de collimation diminue à cause de la force de séparation de charge. En effet, cette force qui a une action de décollimation du jet bien connue, est du même ordre de grandeur que la force de pincement magnétique toroïdale. Elle ne peut être négligée que dans les jets classiques où les vitesses sont faibles ou dans les jets relativistes ayant un rotateur magnétique inefficace. Les jets ayant un rotateur magnétique inefficace ne peuvent être collimatés que par le milieu ambiant dont la pression permet d'équilibrer la force de séparation de charge. Dans ce type de jets, la morphologie des jets relativistes change très peu de la morphologie des jets classiques.

Avec ce modèle, nous avons étudié aussi la différence entre les jets des radio-galaxies FRI et FRII. Dans cette étude, nous avons utilisé l'analogie qui existe entre les propriétés des FRI et des FRII avec le comportement des solutions de notre modèle en fonction du paramètre libre ϵ . Cela nous a permis de confirmer avec notre modèle relativiste, l'analogie suggérée par Sauty et al. (2001). La collimation des jets ayant un rotateur magnétique efficace, $\epsilon > 0$, est essentiellement magnétique. Les oscillations dans le jet sont alors très faibles. En plus, ces jets sont caractérisés par une vitesse qui augmente de façon continue jusqu'à la région asymptotique. De ce fait, nous avons utilisé une solution caractérisée par $\epsilon > 0$ pour modéliser les jets des FRII. Dans les FRII, le milieu ambiant est très peu dense et le jet interagit faiblement avec celui-ci. Par contre, dans les FRI, le milieu ambiant est plus riche. L'interaction entre les jets des FRI et leur milieu ambiant est très forte et le jet est au moins partiellement confiné par le milieu ambiant. Cela engendre des oscillations dans la région asymptotique du jet. D'autre part, la vitesse dans les jets des FRI diminue lorsqu'ils passent de l'échelle du pc au kpc . En conséquence, dans la modélisation des jets de FRI, nous avons utilisé une solution ayant un rotateur magnétique inefficace $\epsilon < 0$. Ce type de solutions est aussi caractérisé par un confinement thermique extérieur important et une diminution de la vitesse du jet dans la région de confinement.

Pour appliquer notre modèle à ces deux types de jets, nous avons élaboré une méthode d'estimation des paramètres libres à partir de quelques propriétés observées dans ces jets. Dans cette méthode, nous avons introduit un nouveau paramètre libre η qui donne la déviation de la rotation de la couronne du disque par rapport à la rotation képlérienne. η permet de contrôler la quantité de courant électrique à la base du jet que nous avons utilisé pour différencier les jets des FRI et FRII. Dans l'application du modèle aux jets des FRI, nous avons trouvé que la valeur optimale de η est de l'ordre de 0.90. Avec cette valeur nous avons obtenu un jet caractérisé par un facteur de Lorentz de l'ordre de 2.8 à $100r_G$ qui diminue à 2 dans la région asymptotique, qui peut qualitativement reproduire la décélération observée dans les FRI. Dans l'application du modèle aux jets des FRII, nous avons trouvé que la valeur optimale de η est de 0.86, valeur très proche de la précédente. Le jet obtenu est accéléré jusqu'à un facteur de Lorentz de 3 à une distance de $500r_G$ sans qu'il ne subisse aucune décélération dans la région asymptotique. La grande sensibilité de la solution au paramètre η montre également que les propriétés des jets dépendent fortement de la vitesse de rotation de la couronne du disque. En particulier, une faible variation de η permet de passer d'un type de jet à un autre. D'autre part, dans les deux types de jets nous avons trouvé que la valeur de η doit être proche de 1 (vitesse de rotation est plus faible que la vitesse de rotation képlérienne) pour permettre la formation de jet avec des vitesses relativistes. Pour η plus petit, le courant électrique deviendra très grand dans le jet et freinera l'expansion initiale du jet et diminuera l'efficacité de l'accélération.

Au sixième chapitre, nous avons construit un modèle de jets caractérisés par une vitesse de rotation relativiste. Nous nous sommes intéressés aux jets relativistes qui traversent le cylindre de lumière. Pour étudier ce type de jet nous avons utilisé la méthode systématique de détermination de solutions auto-similaires méridionales de jet de Vlahakis & Tsinganos (1998), en relativité générale. Les jets qui traversent le cylindre de lumière sont caractérisés

par une vitesse de rotation qui augmente vers l'axe de rotation comme $\Omega \propto \frac{1}{\varpi}$. De ce fait, dans l'étude de ce modèle, nous n'avons pas traité la partie du jet près de l'axe de rotation.

Nous avons trouvé que la contribution de l'accélération thermique, dans le jet de la couronne du disque interne, reste importante. Cependant, la contribution de la force magnéto-centrifuge augmente et devient du même ordre de grandeur que la force de pression. Dans ces jets, l'accélération s'arrête après la traversée du cylindre de lumière où le jet est collimaté cylindriquement. Les vitesses poloïdales obtenues avec ce modèle restent faibles de l'ordre de $v \sim 0.6 c$. Cette faible vitesse poloïdale dans la région asymptotique résulte de la vitesse dans direction toroïdale dans le jet qui est élevée de l'ordre de $0.9 c$. Ce résultat est général à toutes les solutions que nous avons étudié pour le moment. Il n'est cependant pas exclu que nous n'ayons pas exploré l'ensemble du spectre des paramètres.

Dans le septième chapitre, nous avons commencé le développement d'un code purement numériques pour les écoulements MHD relativistes. A cette fin, nous avons utilisé la bibliothèque LORENE qui est une bibliothèque orientée objets développée au L.U.Th. L'intérêt de l'utilisation de cette bibliothèque sont les méthodes spectrales qui y ont implémentées. Ces méthodes permettent de traiter aussi bien les écoulements dépendant du temps que les écoulements stationnaires. Nous avons reproduire avec succès les solutions de vents hydrodynamiques stationnaires à une dimension du chapitre 3. Nous avons développé des nouveaux algorithmes pour traiter les grandes variations de la densité dans le vent dans la région centrale près du trou noir.

8.2 Perspectives

Le travail exposé dans cette thèse possède plusieurs prolongements. Dans une première partie, il sera intéressant d'étudier les émissions synchrotrons à partir des solutions de jets obtenues dans les deux modèles magnétohydrodynamiques des chapitres (4) et (6). Nous aurions alors un outil permettant la comparaison entre les solutions de ces modèles et les observations en radio des jets des noyaux actifs de galaxies. Avec cette étude, nous améliorerons la méthode d'estimation des paramètres à partir des observations, que nous avons développé au chapitre 5.

En deuxième lieu, il sera intéressant d'inclure le chauffage par conduction dans le modèle du chapitre 4. Plus précisément, nous pouvons continuer le travail que nous avons commencé dans l'Annexe A. Il est intéressant de traiter le cas particulier du chauffage par conduction parallèle aux lignes d'écoulements. Avec ce modèle, nous pourrions améliorer notre étude du chauffage thermique de l'écoulement dans le jet. D'autre part, nous analyserions les effets du chauffage par conduction toroïdale sur les composantes toroïdales de la vitesse et du champ magnétique, cela dans le but d'analyser les effets de ce chauffage sur la collimation du jet.

Ensuite, il sera intéressant de développer un modèle de jets méridionaux autour de trous noirs de Kerr, lorsque le moment cinétique de ces derniers reste faible. Ainsi, nous pourrions utiliser des méthodes approximatives pour élaborer un modèle de même type que celui développé au chapitre 4. Un modèle développé dans la métrique de Kerr permet d'étudier les jets extrayant du moment cinétique du trou noir. Ce modèle, permettrait d'examiner les différences entre les jets des trous noirs de Kerr et les jets des trous noirs de Schwarzschild.

A plus long terme, il faut poursuivre le développement du code numérique d'écoulements relativistes avec la bibliothèque LORENE, dans le but d'étudier les écoulements hydrodynamiques stationnaires 2D, puis magnétohydrodynamiques stationnaires. Cela permet d'étudier de manière plus précise les propriétés des écoulements relativistes sans poser aucune hypothèse sur la structure ou la dynamique dans le jet. De plus, ces codes numériques d'écoulement stationnaires seront très intéressants pour l'étude des propriétés des surfaces critiques et des caractéristiques dans les jets magnétohydrodynamiques. En effet, contrairement aux modèles auto-similaires, le modèle purement numérique ne pose aucune contrainte sur la forme des surfaces critiques. Le développement de codes numériques permettra d'étudier plus précisément les effets du cylindre de lumière sur le jet. Ainsi, nous éliminerons les contraintes sur la région d'application du modèle et la vitesse dans la région asymptotique du jet.

Ce code numérique devrait permettre d'étudier aussi bien les jets de disque internes que les jets axiaux, comme ceux que nous avons modélisé dans cette thèse, et aussi d'étudier l'interaction entre ces deux types de jets (collimation, chauffage, accélération). Une autre extension du code serait aux écoulements dépendant du temps. Un code dépendant du temps permettrait d'étudier la stabilité des solutions de jet que nous avons obtenues avec les modèles stationnaires. En effet, nous utiliserons comme conditions initiales les solutions obtenues avec les modèles stationnaires. Cela, permettra d'étudier l'évolution de solution de jets plus élaborés de ce qui est fait actuellement. D'autre part, le code dépendant du temps permettra de mieux d'analyser l'interaction entre le jet de disque et le jet de l'étoile au cours de leur évolution avec une description cohérente de l'ensemble de la structure d'éjection. Un des buts du développement du code numérique est l'utilisation d'équations d'état plus réalistes. Nous analyserons d'une manière plus précise la contribution des effets non-thermiques (radiatifs, turbulence) au chauffage. Nous utiliserons aussi le code pour analyser l'évolution de jet à deux composantes (Sol et al., 1989), une composante interne constituée de positons-électrons accélérée principalement par des mécanismes thermiques et radiatifs en incluant le mécanisme de "Compton Rocket" et une composante externe constituée de protons-électrons, accélérée principalement par des mécanismes magnétohydrodynamiques. Ainsi, l'étude de l'interaction entre les deux composantes du jet permettra d'étudier la contribution de la turbulence au chauffage du jet (Renaud & Henri, 1998).

D'autre part, le code numérique dépendant du temps sera très utile pour étudier les instabilités qui peuvent se produire dans le jet lors de sa propagation dans le milieu ambiant. L'étude de cette interaction entre le jet et le milieu ambiant peut être très utile pour analyser les jets des radio-galaxies FRI. En effet, comme nous avons vu dans le chapitre 5, dans la modélisation du jet de FRI avec le modèle auto-similaire, il est nécessaire de développer un modèle de propagation du jet pour reproduire la décélération observée dans les jets de FRI. L'étude des instabilités, dans le cas des écoulements magnétohydrodynamiques, donnera la possibilité d'étudier la stabilité des solutions obtenues et aussi les instabilités hydrodynamiques (Kelvin-Helmholtz) ainsi que les instabilités magnétiques comme les instabilités de pincement magnétique. Elle permettra de déterminer leur contribution à la décélération et au chauffage du jet. A plus long terme, une étude du développement des instabilités non linéaires dans jet à 3 dimensions peut se faire pour se rapprocher des observations et les comparer aux autres études numériques que nous avons citées.

Annexe A

Les effets du chauffage par conduction dans l'écoulement

Le tenseur impulsion - énergie d'un fluide soumis à un chauffage par conduction est défini comme suit :

$$T^{ab} = \left(n \frac{w}{c^2}\right) u^a u^b + p g^{ab} + q^a u^b + u^a q^b + \frac{1}{4\pi} \left(F^{a\delta} F_\delta^b + \frac{1}{4} g^{ab} F^2 \right). \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas où le chauffage dans le jet dans la direction poloidale est parallèle aux lignes d'écoulement, $q_p \parallel v_p$, nous pouvons déduire, dans le cas stationnaire, une équation de conservation de l'énergie, équation de Bernoulli. Pour obtenir cette équation, il suffit de projeter l'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie (Eq. 2.23) sur l'axe temporel, \vec{e}_t . Dans le cas stationnaire, nous obtenons :

$$E = h_0 \gamma \left(w + \frac{|q_p|}{\gamma n |v_p|} c^2 \right) - h_0 \frac{\Omega \varpi}{\Psi_A} B_\varphi, \quad (\text{A.2})$$

L'équation de conservation du moment cinétique est une conséquence des propriétés générales des systèmes ayant une coordonnée ignorable (Tsinganos 1982). Les vents et les jets en astrophysique sont, dans la plupart de cas, supposé axisymétriques. La coordonnée ignorable est alors φ et l'équation de conservation est obtenue par projection de l'équation de conservation du tenseur d'impulsion-énergie (2.23). Dans la direction de φ , dans le cas stationnaire, nous obtenons :

$$L = \gamma \frac{\left(w + \frac{|q_p|}{\gamma n |v_p|} c^2 \right)}{c^2} \varpi v_\varphi - h_0 \frac{B_\varphi}{\Psi_A} \varpi + \frac{q_\varphi}{n} \varpi. \quad (\text{A.3})$$

A partir des équations (A.2), (A.3) et de l'équation d'isrotation (2.68), nous pouvons déduire les expressions de la vitesse toroïdal, du champ magnétique toroïdal et du facteur de Lorentz :

$$v_\varphi = h_0 \frac{\gamma \left(w + \frac{|q_p|}{\gamma n |v_p|} c^2 \right)}{\Omega \varpi} \left(\frac{M^2 - h_{0*}^2 G^2 (1 - x_A^2) - \frac{q_\varphi}{E c} \varpi \Omega^2 (M^2 + G^2 h_{0*}^2)}{M^2 - h_0^2 (1 - x_A^2) + h_0^2 \frac{q_\varphi}{n E} \varpi \Omega^2} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$B_\varphi = \frac{\Psi_A L}{h_0 \varpi} \left(\frac{h_0^2 - h_{0*}^2 G^2 - h_0^2 \frac{q_\varphi}{n L} \varpi \Omega}{M^2 - h_0^2 + G^2 h_{0*}^2 x_A^2} \right), \quad (\text{A.5})$$

$$h_0\gamma = \frac{E}{\left(w + \frac{|q_p|}{\gamma n |v_p|} c^2\right)} \left(\frac{M^2 - h_0^2 (1 - x_A^2) + h_0^2 \frac{q_\varphi}{n E} \varpi \Omega^2}{M^2 - h_0^2 + G^2 h_{0*}^2 x_A^2} \right). \quad (\text{A.6})$$

où M^2 est le nombre d'Alfvén, défini comme suit :

$$M^2 = h_0^2 \frac{v_p^2}{v_B^2} = \frac{4\pi h_0^2 n \gamma^2 \left(w + \frac{|q_p|}{\gamma n |v_p|} c^2\right) \frac{v_p^2}{c^2}}{B_p^2} = \frac{\left(w + \frac{|q_p|}{\gamma n |v_p|} c^2\right) \Psi_A^2}{4\pi n c^2}. \quad (\text{A.7})$$

A la surface d'Alfvén critique, le chauffage par conduction dans la direction toroïdale doit être nul $q_{\varphi*} = 0$, $q_{\varphi*}$ pour satisfaire la continuité à la surface d'Alfvén (Eq. A.5).

Un des effets du chauffage par conduction est d'augmenter l'inertie du fluide dans l'écoulement (Eq. A.7). Il influence aussi la vitesse et le champ magnétique toroïdal.

Annexe B

Les forces

B.1 Les forces dans les différents référentiels dans le modèle

Les forces GRMHD dans les directions transverses et longitudinales (\vec{e}_l, \vec{e}_t) aux lignes d'écoulement peuvent être déduites des forces en coordonnées sphérique ($\vec{e}_R, \vec{e}_\theta$). Nous pouvons aussi déduire les forces dans les directions perpendiculaires et parallèles à l'axe de rotation (\vec{e}_x, \vec{e}_z). Pour cela, il suffit utiliser les projections suivantes :

$$\vec{f}^l = (\vec{e}_R \cdot \vec{e}_l) \vec{f}^r + (\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_l) \vec{f}^\theta, \quad (\text{B.1})$$

$$\vec{f}^t = (\vec{e}_R \cdot \vec{e}_t) \vec{f}^r + (\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_t) \vec{f}^\theta, \quad (\text{B.2})$$

$$\vec{f}^x = (\vec{e}_R \cdot \vec{e}_x) \vec{f}^r + (\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_x) \vec{f}^\theta, \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{f}^y = (\vec{e}_r \cdot \vec{e}_y) \vec{f}^r + (\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_y) \vec{f}^\theta. \quad (\text{B.4})$$

$$(\text{B.5})$$

avec :

$$\vec{e}_R \cdot \vec{e}_l = \cos \chi(R, \theta), \quad (\text{B.6})$$

$$\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_l = \sin \chi(R, \theta), \quad (\text{B.7})$$

$$\vec{e}_R \cdot \vec{e}_t = -\sin \chi(R, \theta), \quad (\text{B.8})$$

$$\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_t = \cos \chi(R, \theta); \quad (\text{B.9})$$

$$\vec{e}_R \cdot \vec{e}_x = \sin \theta, \quad (\text{B.10})$$

$$\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_x = \cos \theta, \quad (\text{B.11})$$

$$\vec{e}_R \cdot \vec{e}_y = \cos \theta, \quad (\text{B.12})$$

$$\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_y = -\sin \theta. \quad (\text{B.13})$$

χ (Fig. 4.2) est l'angle entre les lignes du champ magnétique et la direction radiale. Si $\chi > 0$ les lignes d'écoulement s'élargissent plus rapidement que l'expansion sphérique. Par contre, si $\chi < 0$ les lignes d'écoulement s'élargissent moins vite que sphériquement. Cette angle est relié au facteur de l'expansion du modèle, F , et à l'angle polaire θ par la relation (Eq. 4.9).

Nous allons maintenant donner les composantes en coordonnées sphériques des différentes forces du modèle. Dans ce qui va suivre nous allons utilisé la relation à la surface d'Alfvén entre la vitesse du fluide et celle des ondes d'Alfvén le long de l'axe de rotation (2.84).

B.1.1 La gravité

En coordonnées sphériques

$$\begin{aligned} \vec{f}_{Gravite}^R &= -\gamma^2 n w \frac{dh_0}{dR} \left(1 - \left(\frac{v_r}{c}\right)^2\right) = -\frac{h_{0*}^4}{h_0^3} \frac{B_*^2}{4\pi R^2} \frac{1}{2M^2} \\ &\quad \left[\left(\nu^2 - \frac{M^4}{h_{0*}^4 G^4} \mu \right) + \left(\nu^2 \left(\frac{\delta R^2}{G^2} \right) + \frac{M^4}{h_{0*}^4 G^4} \mu \right) \sin^2 \theta \right] \vec{e}_R, \quad (\text{B.14}) \end{aligned}$$

$$\vec{f}_{Gravite}^\theta = \gamma^2 n \frac{w}{c^2} v_\theta v_r \frac{dh_0}{dR} = -\frac{1}{R} \frac{B_*^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{F}{2} \frac{\mu}{2R h_0^2} \sin \theta \cos \theta \vec{e}_\theta. \quad (\text{B.15})$$

Dans la direction longitudinale, la force de gravité est toujours négative, même si la contribution de la composante en θ est positive. La composante latitudinale reste faible par rapport à la composante radiale, puisque dans le modèle $\nu^2 > \mu$. Pour la collimation du jet, le signe de la force transverse varie selon la courbure des lignes d'écoulement. Elle exerce toujours une force qui amplifie tout éloignement à la direction radiale.

B.1.2 La pression

En coordonnées sphériques

$$\begin{aligned} \vec{f}_{Pression}^R &= -h_0 \frac{dP}{dR} = -\frac{1}{2} h_0 \frac{B_*^2}{4\pi G^4} \\ &\quad \left(\frac{d\Pi}{dR} G^4 \left(1 + \kappa \frac{R^2}{G^2} \sin^2 \theta\right) + \Pi F \kappa R G^2 \sin^2 \theta \right) \vec{e}_R, \quad (\text{B.16}) \end{aligned}$$

$$\vec{f}_{Pression}^\theta = -\frac{1}{R} \frac{dP}{d\theta} = -\frac{B_*^2}{4\pi G^4} R G^2 \Pi \kappa \sin \theta \cos \theta \vec{e}_\theta. \quad (\text{B.17})$$

Dans la direction longitudinale, le terme le plus important est le gradient de la pression radiale $\frac{d\Pi}{dR}$. Cela est dû à la forte stratification de la matière induite par la gravité dans la région proche de la couronne. Dans le cas d'une recollimation du jet loin de l'objet central (faible gravité), le gradient de pression devient négatif $\frac{d\Pi}{dR} < 0$. Il freine alors l'écoulement. La force transverse a deux composantes. Une composante due au gradient de pression radiale est toujours favorable à l'écoulement sphérique et équilibre la force de gravité. La deuxième composante est le gradient transverse aux lignes d'écoulements de la pression. Cette force a une action de collimation.

B.1.3 Le pincement magnétique toroïdal

En coordonnées sphériques

$$\begin{aligned} \vec{f}_{PincementB\varphi}^R &= \frac{1}{4\pi} B_\varphi^2 \frac{h_0}{R} = \frac{B_*^2}{4\pi G^4} \frac{h_0}{R} \\ &\quad \left[\frac{\lambda^2 h_{0*}^2}{h_0^2} \left(\frac{h_0}{h_{0*}} \right)^2 - G^2 \right]^2 R^2 \sin^2 \theta \vec{e}_R, \quad (\text{B.18}) \end{aligned}$$

$$\vec{f}_{PincementB\varphi}^\theta = \frac{1}{4\pi R} B_\varphi^2 \cot \theta = \frac{\lambda^2 B_*^2}{4\pi G^4} \frac{N_B^2}{D^2} \frac{h_{0*}^2}{h_0^2} R \sin \theta \cos \theta \vec{e}_\theta. \quad (\text{B.19})$$

La force de pincement magnétique toroïdal a une action de freinage du jet lorsque l'évasement des lignes d'écoulement est plus rapide que le cas sphérique. D'autre part, elle freine aussi l'écoulement le long des lignes qui se dirigent vers l'axe polaire, tant que $|\chi| < \theta$. Dans le cas inverse cette force accélère le jet. Dans la direction transverse, elle a une action de collimation.

B.1.4 Le pincement magnétique poloïdal

En coordonnées sphériques :

$$\vec{f}_{PincementBp}^R = \frac{1}{4\pi} B_\Theta^2 \left(\frac{h_0}{R} + \frac{dh_0}{dR} \right) - \frac{B_\theta}{4\pi R} \frac{dB_r}{d\theta} = \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} h_0^2 \frac{F^2}{4} \left(\frac{h_0}{R} + \frac{dh_0}{dR} \right) \sin^2 \theta - h_0 \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{F}{2R} \sin^2 \theta e_R^{\vec{r}}, \quad (\text{B.20})$$

$$\vec{f}_{PincementBp}^\theta = -\frac{1}{4\pi} B_r B_\theta \left(\frac{dh_0}{dR} + h_0 \right) = \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} F \frac{\mu}{2R^2} \sin \theta \cos \theta e_\theta^{\vec{r}}. \quad (\text{B.21})$$

Dans la direction tranverse aux lignes d'écoulement, la force de pincement magnétique toroïdal varie selon que l'évasement est plus rapide ou moins que le cas sphérique. Cette force a une tendance à favoriser les structures non radiales. Elle est importante dans la région sub-alfvénique $M^2 < 1$ (la région où la dynamique du fluide est dominée par les forces magnétiques). Dans cette région, elle favorise dans la base du jet la structure dipolaire.

B.1.5 La force centrifuge

En coordonnées sphériques :

$$\vec{f}_{Centrifuge}^R = -\gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{h_0}{R} v_\varphi^2 = -h_0 h_{0\star}^2 \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{\lambda^2 R}{M^2} \left(\frac{\frac{M^2}{h_{0\star}^2} - G^2}{\frac{M^2}{h_{0\star}^2} - \left(\frac{h_0}{h_{0\star}}\right)^2} \right)^2 \sin^2 \theta e_R^{\vec{r}}, \quad (\text{B.22})$$

$$\vec{f}_{Centrifuge}^\theta = -\gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{v_\varphi^2}{R} \cot \theta = -\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \lambda^2 R \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \sin \theta \cos \theta e_\theta^{\vec{r}}. \quad (\text{B.23})$$

Cette force agit dans la direction inverse de la force de pincement magnétique toroïdale. Dans la direction parallèle aux lignes d'écoulements, elle accélère l'écoulement lorsque $\chi > -\theta$ ce qui correspond aux cas des lignes d'écoulement qui convergent vers l'axe polaire $F > \frac{2}{h_0}$. Dans la direction transverse, elle décollimate le jet tant que $\chi < \frac{\pi}{2} - \theta$.

B.1.6 La force de courbure des lignes d'écoulement poloïdales

En coordonnées sphériques :

$$\vec{f}_{C.courant}^R = \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{v_\theta}{R} \frac{dv_r}{d\theta} - \frac{h_0}{R} v_\theta^2 = \frac{1}{h_0} \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{F}{2(1+\delta\alpha)} \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{R} + \frac{\delta \alpha \cos^2 \theta}{R(1+\delta\alpha)} \right\} - \frac{h_0}{R} \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{F^2}{4} \sin^2 \theta e_R^{\vec{r}}. \quad (\text{B.24})$$

$$\begin{aligned}
\vec{f}_{C.courant}^\theta &= \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \left(h_0 \frac{v_r v_\theta}{R} + h_0 v_r \frac{dv_\theta}{dR} \right) = -\frac{1}{R} \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{F}{2} \sin\theta \cos\theta \\
&\quad - \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{F}{2} \\
&\quad \left(\frac{\mu}{2R^2 h_0^2} + \frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dR} - \frac{2-F}{R} + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{F} \frac{dF}{dR} - \frac{\delta F \alpha}{R(1+\delta\alpha)} \right) \sin\theta \cos\theta \vec{e}_\theta. \tag{B.25}
\end{aligned}$$

Comme pour la force centrifuge et la force de pincement magnétique toroïdal, l'action de la force de courbure des lignes poloïdales est toujours l'inverse de la tension magnétique poloïdale. En effet, dans la direction transverse aux lignes, elle favorise l'évasement radial.

B.1.7 La force de pression magnétique toroïdale

En coordonnées sphériques :

$$\begin{aligned}
\vec{f}_{Pre.MagneT}^R &= \frac{h_0}{8\pi} \frac{dB_\varphi^2}{dR} = \frac{h_{0\star}^2}{h_0^2} \frac{\lambda^2 B_\star^2}{4\pi G^4} \left(\frac{\left(\frac{h_0}{h_{0\star}}\right)^2 - G^2}{\left(\frac{h_0}{h_{0\star}}\right)^2 - \frac{M^2}{h_{0\star}}} \right)^2 R^2 \sin^2\theta \\
&\quad \left(\frac{h_0}{R} - \frac{\mu}{2R^2 h_0} + h_0 \frac{F-2}{R} + h_0 \frac{\frac{\mu}{R^2 h_{0\star}^2} + \frac{G^2}{R}(F-2)}{\left(\frac{h_0}{h_{0\star}}\right)^2 - G^2} \right. \\
&\quad \left. - h_0 \frac{\frac{\mu}{R^2 h_{0\star}^2} - \frac{dM^2}{h_{0\star}^2 dR}}{\left(\frac{h_0}{h_{0\star}}\right)^2 - \frac{M^2}{h_{0\star}}} \right) \vec{e}_R, \tag{B.26}
\end{aligned}$$

$$\vec{f}_{Pre.MagneT}^\theta = \frac{1}{8\pi R} \frac{dB_\varphi^2}{d\theta} = \lambda^2 \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{N_B^2}{D^2} \left(\frac{h_{0\star}}{h_0} \right)^2 R \sin\theta \cos\theta \vec{e}_\theta. \tag{B.27}$$

La force exercée par la pression magnétique est équivalente à l'action d'un ressort qui se dilate ou se contracte. A la base du jet, les lignes magnétiques étant gelées dans la matière qui s'échappe, la composante toroïdale diminue par transfert du moment cinétique du champ magnétique au fluide dans la région sub-alfvénique (4.27). De ce fait, elle contribue à l'accélération du jet. Dans la région de collimation finale du jet, la compression du champ magnétique fait croître la composante du champ magnétique toroïdale. De ce fait, la force de pression magnétique toroïdale qui en résulte freine l'écoulement. Dans la direction transverse, elle a une action de collimation, puisque la composante toroïdale du champ diminue vers l'axe polaire.

B.1.8 La force de pression magnétique poloïdale

En coordonnées sphériques :

$$\vec{f}_{Pre.Magne}^R = \frac{h_0}{8\pi} \frac{dB_\Theta^2}{dR}$$

$$= h_0^2 \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{F^2}{4} \left(\frac{\mu}{R^2 h_0} + h_0 \left(\frac{1}{F} \frac{dF}{dR} + \frac{F-2}{R} \right) \right) \sin^2 \theta e_{\vec{R}}, \quad (\text{B.28})$$

$$\vec{f}_{Pre.Magne}^\theta = \frac{1}{8\pi R} \frac{dB_r^2}{d\theta} = -\frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{1}{R} \sin \theta \cos \theta e_{\vec{\theta}}. \quad (\text{B.29})$$

La pression magnétique a une action de décollimation du jet, car le champ magnétique poloïdal croît vers le centre.

B.1.9 L'accélération du fluide

En coordonnées sphériques :

$$\begin{aligned} \vec{f}_{acceleration}^R &= \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{h_0}{2} \frac{dv_r^2}{dR} \\ &= \frac{1}{h_0} \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{\cos^2 \theta}{1 + \delta \alpha} \left\{ \frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dR} - \frac{(2-F)}{R} - \frac{\delta F}{2R} \frac{\alpha}{1 + \delta \alpha} \right\} e_{\vec{R}} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

$$\begin{aligned} \vec{f}_{acceleration}^\theta &= \gamma^2 n \frac{w}{c^2} \frac{1}{2R} \frac{dv_\theta^2}{d\theta} \\ &= \frac{1}{R} \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} M^2 \frac{F^2}{4} \frac{1}{1 + \delta \alpha} \left(1 - \frac{\delta \alpha}{1 + \delta \alpha} \right) \sin \theta \cos \theta e_{\vec{\theta}}. \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

B.1.10 La force de séparation de charge

Le champ électrique dans le modèle est :

$$E_R = -B_\star \left(\frac{h_{0,\star}}{\alpha_G} \right) x_A \frac{h_0}{2} \frac{F}{G} \sin \theta, \quad (\text{B.32})$$

$$E_\theta = -B_\star \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right) x_A \frac{1}{G} \cos(\theta), \quad (\text{B.33})$$

$$(\text{B.34})$$

La séparation de charge vaut :

$$\begin{aligned} \rho_e &= -\frac{B_\star}{4\pi G^2} \frac{h_{0,\star}}{h_0} \sqrt{x_A^2 G^2} \sin \theta \left[\frac{h_0^2}{4} \left(2 \frac{dF}{dR} + \frac{F^2}{R} + 2F - \frac{8}{h_0^2 R} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{R(1 + \delta \alpha)} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \right] \\ &\quad - \frac{B_\star}{4\pi G^2} \frac{h_{0,\star}}{h_0} \lambda \frac{v_\star}{c} \frac{2 + \delta \alpha}{(1 + \delta \alpha)^{3/2}} e_{\vec{\theta}}. \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

Au chapitre 4 et 5, nous n'avons tenu compte que du dernier terme de séparation de charges ρ_e . En effet, contrairement aux autres termes, ce terme ne tend pas vers zero près de l'axe de rotation, et cela même si les effets du cylindre de lumière sont négligeables ($x_A G \ll 1$).

La force de séparation de charge est donc :

$$f_{sep.charge}^R = \rho_e E_R = \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{h_{0,\star}^2}{h_0} \frac{F}{2} x_A^2 G^2 \sin^2 \theta \left[\frac{h_0^2}{4} \left(2 \frac{dF}{dR} + \frac{F^2}{R} + 2F - \frac{8}{h_0^2 R} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{R(1+\delta\alpha)} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \Big] \\
& \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \frac{h_{0,\star}}{h_0} \frac{F}{2} \lambda^2 \frac{v_\star^2}{c^2} R \sin^2 \theta \frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} \vec{e}_R, \tag{B.36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{sep.charge}^\theta = \rho_e E_\theta & = \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right)^2 x_A^2 G^2 \sin \theta \cos \theta \left[\frac{h_0^2}{4} \left(2 \frac{dF}{dR} + \frac{F^2}{R} + 2F - \frac{8}{h_0^2 R} \right) \right. \\
& + \frac{1}{R(1+\delta\alpha)} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - 1 \right) \Big] \\
& \frac{B_\star^2}{4\pi G^4} \left(\frac{h_{0,\star}}{h_0} \right)^2 \lambda^2 \frac{v_\star^2}{c^2} \sin \theta \cos \theta \frac{2+\delta\alpha}{(1+\delta\alpha)^2} \vec{e}_\theta. \tag{B.37}
\end{aligned}$$

La composante longitudinale de la force de séparation de charge est nulle puisque $\vec{v} \cdot \vec{E} = 0$, à cause de la conductivité infinie dans le fluide. Dans la direction transverse, le terme dominant est le dernier. En effet, près de l'axe sa contribution peut être de l'ordre de la force centrifuge et de la force de pincement magnétique. Ce comportement est induit par le choix de la vitesse angulaire dans notre modèle qui augmente vers l'axe polaire.

B.1.11 La force qui résulte de la dissipation par effet Joule

Le courant dans le modèle est :

$$j_{e,R} = -\frac{\lambda B_\star}{G^2} \frac{h_{0,\star}}{R} \frac{N_B}{D} \cos \theta, \tag{B.38}$$

$$j_{e,\theta} = \frac{\lambda B_\star}{G^2} \frac{h_0 h_{0,\star}}{R} \frac{N_B}{D} \left[F + 1 + \frac{F - 2 + \frac{\mu}{R h_{0,\star}^2}}{N_B} - \frac{\frac{\mu}{R h_{0,\star}^2} - \frac{1}{h_{0,\star}^2} \frac{dM^2}{dR}}{D} \right] \sin \theta. \tag{B.39}$$

La force qui résulte de la dissipation par effet Joule dans l'écoulement est :

$$-\frac{\vec{v}}{c} \left(\vec{j}_e \cdot \vec{E} \right). \tag{B.40}$$

Les composantes de cette force, en coordonnées sphériques, sont :

$$\begin{aligned}
\vec{f}_{joule}^R & = \frac{B_\star^2}{4\pi G^2} \frac{1}{R} \frac{N_B}{D} \left[\frac{F}{2} - \frac{h_{0,\star}}{h_0} \left(F + 1 + \frac{F - 2 + \frac{\mu}{R h_{0,\star}^2}}{N_B} - \frac{\frac{\mu}{R h_{0,\star}^2} - \frac{1}{h_{0,\star}^2} \frac{dM^2}{dR}}{D} \right) \right] \\
& \sin \theta \cos^2 \theta x_a^2 G^2 \vec{e}_r, \tag{B.41}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{f}_{joule}^R & = \frac{B_\star^2}{4\pi G^2} \frac{h_0}{R} \frac{F N_B}{2 D} \left[\frac{F}{2} - \frac{h_{0,\star}}{h_0} \left(F + 1 + \frac{F - 2 + \frac{\mu}{R h_{0,\star}^2}}{N_B} - \frac{\frac{\mu}{R h_{0,\star}^2} - \frac{1}{h_{0,\star}^2} \frac{dM^2}{dR}}{D} \right) \right] \\
& \sin \theta \cos \theta \sin \theta x_a^2 G^2 \vec{e}_\theta. \tag{B.42}
\end{aligned}$$

Comme nous pouvons le remarquer cette force n'a pas de composante transverse. D'autre part, elle est négligeable dès que le cylindre de lumière tend vers l'infini.

Annexe C

Les forces GRMHD dans le modèle du chapitre 6

Pour obtenir les équations différentielles du modèle 6, il suffit de remplacer dans les équations (6.41) à (6.45) les fonctions $\beta_{i,r}(R)$ et $\beta_{i,\theta}(R)$ par leur expressions. Nous allons donner initialement les expressions de ces fonctions en R . Dans la deuxième partie, nous allons déduire l'expression des équations différentielles du nombre d'Alfvén, du facteur d'expansion et des pressions sans dimension P_1, P_2

C.1 Expressions des fonctions $\beta_{i,r}(R)$ et $\beta_{i,\theta}(R)$

Dans la direction radiale, l'équation de la dynamique est :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \beta_{r0} + \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right)^2 \alpha \beta_{r1} + \left(\frac{d^2\mathcal{A}}{d\alpha^2} \right) \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) \alpha \beta_{r2} + \left(\frac{d^2\mathcal{A}}{d\alpha^2} \right) \left(\frac{d\mathcal{A}}{d\alpha} \right) \alpha^2 \beta_{r3} \\ & + \beta_{4R} + \beta_{5R} g_1(\alpha) + \beta_{6R} g_2(\alpha) + \beta_{7R} \frac{dg_1}{d\alpha} \alpha + \beta_{8R} \frac{dg_2}{d\alpha} \alpha = 0, \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Les expressions des $\beta_{i,R}(R)$ sont :

$$\begin{aligned} \beta_{r0} &= \frac{1}{h_{0\star}^2} \frac{dM^2}{dR} + \frac{1}{h_{0\star}^2} \frac{M^2}{R} (F - 2) - \frac{\mu}{2R^2 h_0^2 h_{0\star}^2} M^2 - \frac{x_A^2 G^2 F}{2R} \\ \beta_{1R} &= \frac{G^2}{R^2} \\ & \left\{ \frac{1}{h_{0\star}^2} \frac{dM^2}{dR} \left(-1 + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} \right) + \frac{\lambda^2 \mu}{x_A^2} \frac{h_{0\star}^2 G^2}{2 h_0^2 M^2} \left(\frac{N\gamma}{D} \right)^2 \right. \\ & + h_0^2 \frac{F}{4} \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \right) \frac{dF}{dR} \\ & - \frac{1}{h_{0\star}^2} \frac{M^2}{R} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - \frac{F}{2} - 2 - \frac{\mu}{2R h_0^2} \right) \\ & + h_0^2 \frac{F}{4R} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left[F^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h_{0\star}}{h_0} \right)^2 x_A^2 G^2 \right) \right. \\ & - F \left(1 - \frac{\mu}{R h_0^2} + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 x_A^2 G^2 \right) \\ & \left. \left. - \frac{2}{h_0^2} \left(1 - 2 \left(\frac{h_{0\star}}{h_0} \right)^2 x_A^2 G^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$$\begin{aligned}
& +2 \lambda^2 R \left[\left(\frac{N_B}{D} \right)^2 - \frac{1}{2 \mathcal{M}^2} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] - \frac{\lambda^2 \mu}{h_0^2} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{N_B N_V}{D^3} \\
& + \lambda^2 R (F - 2) \frac{N_B}{D^2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \frac{N_B}{D} \right] \left. \right\} \quad (C.3)
\end{aligned}$$

$$\beta_{2R} = \frac{G^2}{R^2} F \frac{R}{G^2} \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \right) \quad (C.4)$$

$$(C.5)$$

$$\begin{aligned}
\beta_{3R} = \frac{G^2}{R^2} \left[h_0^2 \frac{F}{4R} \left(F^2 - \frac{4}{h_0^2} \right) \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \right) \right. \\
\left. + \lambda^2 R F \left(\frac{N_B}{D} \right)^2 \right] \quad (C.6)
\end{aligned}$$

$$(C.7)$$

$$\beta_{4R} = \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^4 \frac{d \Pi_0}{d R} \quad (C.8)$$

$$\beta_{5R} = \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^4 \kappa_1 \frac{d \Pi_1}{d R} \quad (C.9)$$

$$\beta_{6R} = \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^4 \frac{d \Pi_2}{d R} \quad (C.10)$$

$$\beta_{7R} = \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^4 \frac{F}{R} \Pi_1 \quad (C.11)$$

$$\beta_{8R} = \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^4 \frac{F}{R} \Pi_2 \quad (C.12)$$

$$(C.13)$$

Dans la direction θ , l'équation de la dynamique s'écrit :

$$\left\{ \left(\frac{d \bar{A}}{d \alpha} \right)^2 [\beta_{\theta 0}] + \left(\frac{d^2 \bar{A}}{d \alpha^2} \right) \left(\frac{d \bar{A}}{d \alpha} \right) \beta_{\theta 1} + \right. \\
\left. \left(\frac{d^2 \bar{A}}{d \alpha^2} \right) \left(\frac{d \bar{A}}{d \alpha} \right) \alpha \beta_{\theta 2} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{d \bar{A}}{d \alpha} \right)^2 \beta_{\theta 3} + \beta_{4\theta} \frac{d g_1(\alpha)}{d \alpha} + \beta_{5\theta} \frac{d g_2(\alpha)}{d \alpha} \right\} = 0 \quad (C.14)$$

Les expressions des $\beta_{i,\theta}(R)$ sont :

$$\begin{aligned}
\beta_{0\theta} = & -\frac{F}{2} \frac{1}{h_{0\star}^2} \frac{d M^2}{d R} + \\
& \frac{1}{2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - \frac{M^2}{h_{0\star}^2} - x_A^2 G^2 \right] \frac{d F}{d R}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2R} \left[F^2 \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - \frac{1}{2} x_A^2 G^2 \right) - F \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left(1 - \frac{\mu}{R h_0^2} \right) + x_A^2 G^2 \right) \right. \\
& \left. - \frac{2}{h_0^2} \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - 2 x_A^2 G^2 \right) \right] \\
& - \frac{M^2}{h_{0\star}^2} \frac{F}{2R} \left(\frac{F}{2} - 1 \right) \\
& + \frac{2 \lambda^2 R}{h_0^2} \left[\left(\frac{N_B}{D} \right)^2 - \frac{h_0^2}{2 M^2} \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] \tag{C.15}
\end{aligned}$$

$$\beta_{1\theta} = \frac{2R}{h_0^2 G^2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \right] \tag{C.16}$$

$$\tag{C.17}$$

$$\beta_{2\theta} = \frac{1}{R} \left(\frac{F^2}{2} - \frac{2}{h_0^2} \right) \left[\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \right] + \frac{2 \lambda^2 R}{h_0^2} \left(\frac{N_B}{D} \right)^2 \tag{C.18}$$

$$\beta_{3\theta} = - \frac{R x_A^2}{h_0^2} \tag{C.19}$$

$$\beta_{4\theta} = \frac{2 G^2 R}{h_{0\star}^2} \Pi_1 \tag{C.20}$$

$$\beta_{5\theta} = \frac{2 G^2 R}{h_{0\star}^2} \Pi_2 \tag{C.21}$$

C.2 Les équations différentielles

Les équations différentielles du modèle sont déduites à partir des combinaisons linéaires des fonctions en R (β_{iR} , $\beta_{i\theta}$) permises par la séparation de variable (R , α)

- équation algébrique pour la pression sans dimension Π_1

$$\Pi_1 = -\frac{1}{2G^4} + \frac{(\epsilon + \frac{1}{2})}{2\epsilon G^2} \left(\frac{h_{0\star}}{h_0} \right)^2 x_A^2 \tag{C.22}$$

- Equation différentielle au premier ordre pour le nombre d'Alfvén :

$$\frac{dM^2}{dR} + \frac{M^2}{R} \left(F - 2 - \frac{\mu}{2R h_0^2} \right) + h_0^2 G^4 \frac{d\Pi_1}{dR} = 0 \tag{C.23}$$

- Equation différentielle au premier ordre qui lie la dérivée du nombre d'Alfvén et la dérivée du facteur d'expansion

$$\begin{aligned}
& -\frac{F}{2h_{0\star}^2} \frac{dM^2}{dR} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - \frac{M^2}{h_{0\star}^2} - x_A^2 G^2 \right] \frac{dF}{dR} \\
& + \frac{1}{2R} \left[F^2 \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 (\epsilon + 1) - x_A^2 G^2 \left(\epsilon + \frac{1}{2} \right) \right) - F \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \left(1 - \frac{\mu}{R h_0^2} \right) + x_A^2 G^2 \right) \right. \\
& \left. - \frac{2}{h_0^2} \left((2\epsilon + 1) \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - 2 x_A^2 G^2 (\epsilon + 1) \right) \right] \\
& - \frac{M^2}{h_{0\star}^2} \frac{F}{2R} \left(\frac{F}{2} - 1 \right) \\
& + \frac{2\lambda^2 R}{h_0^2} \left[\left(\frac{N_B}{D} \right)^2 (\epsilon + 1) - \frac{h_0^2 h_{0\star}^2}{2M^2} \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] \\
& + \frac{2G^2 R}{h_{0\star}^2} \Pi_2 (2\epsilon + 1) = 0 \tag{C.24}
\end{aligned}$$

• Équation différentielle au premier ordre pour la pression sans dimension $P_2(R)$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^2 R^2 \frac{d\Pi_2}{dR} + \frac{1}{h_{0\star}^2} \frac{dM^2}{dR} \left(-1 + \lambda^2 R^2 \frac{N_B^2}{D^3} \right) + \frac{\lambda^2 \mu}{x_A^2} \frac{h_{0\star}^2}{2h_0^2} \frac{G^2}{M^2} \left(\frac{N\gamma}{D} \right)^2 \\
& + h_0^2 \frac{F}{4} \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \right) \frac{dF}{dR} \\
& - \frac{M^2}{h_{0\star}^2 R} \left(h_0^2 \frac{F^2}{4} - \frac{F}{2} - 2 - \frac{\mu}{2R h_0^2} \right) \\
& + h_0^2 \frac{F}{4R} \left[F^2 \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 (\epsilon + 1) - x_A^2 G^2 \left(\epsilon + \frac{1}{2} \right) \right) \right. \\
& \left. - \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 F \left(1 - \frac{\mu}{R h_0^2} - \left(\frac{h_{0\star}}{h_0} \right)^2 x_A^2 G^2 \right) \right. \\
& \left. - \frac{2}{h_0^2} \left(\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 (2\epsilon + 1) - 2(\epsilon + 1) x_A^2 G^2 \right) \right] \\
& + 2\lambda^2 R \left[\left(\frac{N_B}{D} \right)^2 - \frac{h_0^2 h_{0\star}^2}{2M^2} \left(\frac{N_V}{D} \right)^2 \right] \\
& - \frac{\lambda^2 \mu}{h_0^2} \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 \frac{N_B N_V}{D^3} \\
& + \lambda^2 R (F - 2) \frac{N_B}{D^2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 - x_A^2 G^2 \frac{N_B}{D} \right] \\
& + \epsilon \lambda^2 R F \left(\frac{N_B}{D} \right)^2 \\
& + (2\epsilon + 1) \left(\frac{h_0}{h_{0\star}} \right)^2 G^2 R^2 \frac{F}{R} \Pi_2 = 0 \tag{C.25}
\end{aligned}$$

Bibliographie

- Antonucci R., *Annu. Rev. Astrn. Astrophys.*, 1993, 31, 473
- Appl S., Camenzind M., 1993, *A&A*, 270, 71
- Arav N., Li Z. Y., Begelman M. C., 1994, *ApJ*, 432, 62
- Arnowitt R., Deser S., Misner C. W., *The Dynamics of General Relativity*, dans "Gravitation : An Introduction to Current Research", ed. L.Witten (Wiley, New York, 1962)
- Armitage P. J., 1998, *ApJ*, 501, L189
- Asada K. et al., 2002, *PASJ*, 54, L39
- Balbus S. A., Hawley J. F., *Rev. Mod Phys.*, 1998, 70, 1
- Bardeen J. M., Berger B., 1978, *ApJ*, 221, 105
- Begelman M. C., 1978, *A&A*, 70, 538
- Begelman M. C., Blandford R. D., Rees M. J., *Rev.Mod. Physics*, 1984, 56, 255
- Begelman M. C., Li Z. Y., 1994, *ApJ*, 426, 269
- Begelman M. C., Celotti A., 2004, *MNRAS*, 352, L45
- Beskin V. S., Zakamska N. L., Sol H., 2004, *MNRAS*, 347, 587
- Bicknell G. V., Henriksen R.N., *ApJ L*, 1980, 21, 89
- Biretta J. A., 1996, *Energy transport in radio galaxies and quasars* *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, V 100, *Proceedings of a workshop held in Tuscaloosa, Alabama, 19-23 September 1995, San Francisco : Astronomical Society of the Pacific (ASP), |c1996*, edited by Hardee, Philip E., Bridle Alan H., Zensus J. Anton, 187
- Biretta J. A., Junor W. & Livio M., 2002, *New Astron. Res.*, 46, 239
- Blandford R.D., Rees M.J., 1974, *MNRAS*, 169, 395
- Blandford R.D., Payne D.G., 1982, *MNRAS*, 199, 883
- Blandford R.D., Znajek R.L., 1977, *MNRAS*, 179, 433
- Blandford R.D., 1993, *ApJ*, ed. D. Burgarella, M. Livio, & C. P. O'Dea (Cambridge : Cambridge Univ. Press), 15
- Blandford R.D., 2000, *Magnetic activity in stars, discs and quasars. Papers of a Discussion Meeting held at The Royal Society. Roy. Soc. of London Phil Tr A*, 358, 811

- Blumenthal. G. R., Mathews, W. G., 1976, *ApJ*, 203, 714
- Bogovalov S., tsinganos K., 1999, *MNRAS*, 305, 211
- Bondi, H. 1952, *MNRAS*, 112, 195
- Bouvier J., Forestini M., Allain S., 1997, *A&A*, 326, 1023
- Breitmoser E., Camenzind M., *A&A*, 361, 207
- Brocksopp C., Fender R.P., Larionov V., Lyuty V. M., Tarasov A.E., Pooley G.G., Paciasas W.S., Roche P., 199, *MNRAS*, 309, 1063
- Camenzind M., 1986, *A&A*, 162, 32
- Camenzind M., 1987, *A&A*, 184, 341
- Camenzind M., Theory of Accretion Disks, Proceedings of a NATO Advanced Research Workshop, held in Garching, 1989, Dordrecht : Kluwer, 1989, edited by Friedrich Meyer. NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C, 290, 59
- Camenzind M., *Rev. Mod. Astron.*, 1990, 3, 234
- Cameron A. C., Campbell C. G., 1993, *A&A*, 274, 309
- Campbell C. G., *MNRAS*, 1999, 310, 1175
- Campbell C. G., *MNRAS*, 2003, 345, 123
- Chakrabarti S. K., 1989, *MNRAS*, 240, 7
- Chakrabarti S. K., Titarchuk L., Kazanus L., & Ebisawa K., 1996, *A&AS*, 120, 163
- Chan K. L., Henriksen R. N., *ApJ*, 1980, 241, 534
- Chartas G., Brandt N., Gallagher S., IAU Symposium 222, The Interplay Among Black Holes, Stars and ISM in Galactic Nuclei, 2004
- Casse F., Ferreira J., 2000a, *A&A*, 353, 1115
- Casse F., Ferreira J., 2000b, *A&A*, 361, 1178
- Casse F., Keppens R., 2002, *ApJ*, 581, 988
- Casse F., Keppens R., 2004, *ApJ*, 601, 90
- Castor J. I., 1974, *MNRAS*, 169, 279
- Castor J. I., Abbott D. C., Klein R. I., 1975, *ApJ*, 195, 157
- Chattopadhyay I., Das S., & Chakrabarti S. K., 2004, *MNRAS*, 348, 846
- Cavaliere A., Lapi A., Menci N., 2002, *ApJ*, 581, L1

- Celotti A., 2003, *Ap&SS*, 288, 175
- Chiaberge M., Capetti A., Celotti A., 2002, *A&A*, 394, 791
- Contopoulos J., Lovelace R. V. E., 1994, *ApJ*, 429, 139
- Contopoulos J., 1994, *ApJ*, 432, 508
- Corbel S., Fender R. P., Tzioumis A. K., Nowak M., McIntyre V., Durouchoux P., Sood R., 2000, *A&A*, 359, 251
- Corbel S., Nowak M., Fender R. P., Tzioumis A. K., Markoff S., 2003, *A&A*, 400, 1007
- Cowley A., Schmidtke P., Crampton D., Hutchings J., 1998, *ApJ*, 504, 854
- Cudworth K. M., Herbig G., 1979, *ApJ*, 84, 584
- Daigne F., Drenkhahn G., 2002, *A&A*, 381, 1066
- Das T. K., 1999, *MNRAS*, 308, 201
- Das T. K., 2000, *MNRAS*, 318, 294
- Das S., Chakrabarti S. K., 2001, *A&A*, 379, 683
- Das T. K., 2002, *APSS*, 276, 267
- De Young D. S., 1993, *ApJ*, L13
- Dorodnitsyn A. V., *MNRAS*, 2003, 339, 569
- Dove J. B., Wilms J., Begelman M. C., 1997b, *ApJ*, 487, 759
- Ellison D. C., Eichler D., 1985, *Physical Review Letters*, 55, 2735
- Fabian A. C., Ressler M. J., *MNRAS*, 1979, 187, 13
- Fender R., "Relativistic flows in Astrophysics", Springer Verlag Lecture Notes in Physics, Eds A.W. Guthmann, M. Georganopoulos, K. Manolakou and A. Marcowith, 2002, *Lect. Notes Phys.*, 589
- Fender R., Gallo E., Jonker P. G., 2003, *MNRAS*, 343, L99
- Fendt C., Camenzind M., Appl S., *A&A*, 1996, 300, 791
- Fendt C., Camenzind M., *A&A*, 1995, 313, 591
- Fendt C., *A&A*, 1997, 319, 1025
- Ferrari S. R., Habbal R., Rosner R., Tsinganos K., *ApJ*, 1984, L35
- Ferrari S. R., Trussoni E., Rosner R., Tsinganos K., *ApJ*, 1986, 300, 577
- Ferrari A., *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1998

- Ferreira J., Pelletier G., 1995, *A&A*, 295, 807
- Ferreira J., 1997, *A&A*, 319, 340
- Ferreira J., Casse F., 2004, *ApJ*, 601, L139
- Frank J., King A., Raine D., 1995, *ApJ*, *Accretion Power in Astrophysics* Cambridge Univ. Press, Cambridge
- Fukue J., *PASJ*, 2000, 52, 613
- Gabuzda D. C., Murray E., Cronin P., 2004, *MNRAS*, 351, L89
- Garcia P. J. V., Cabrit S., Ferreira J., Binette L., 2001, *A&A*, 377, 609
- Giovannini G., Cotton W. D., Feretti L., Lara L., Venturi T., 2001, *ApJ*, 552, 508
- Giovannini G., 2004, *A&SS*, 293, 1
- Giroletti M., Giovannini G., Feretti L., Cotton W. D., Edwards P. G., Lara L., Marscher A. P., Mattox J. R., Piner B. G., Venturi T., 2004, *ApJ*, 600, 127
- Goldreich P., Julian W. H., 1969, *ApJ*, 157, 869
- Goldreich P., Julian W. H., 1970, *ApJ*, 160, 971
- Gringauz K. I., Bezruvkikh V. V., Rybchinskii R. E., 1960, *Soviet Physics Doklady* 5, 361
- Hartle R. E., Sturrock P. A., *ApJ*, 1968, 151, 1155
- Heinz S., 2000, PhD M.S., University of Colorado
- Heinz S., Begelman M. C., 2000, *ApJ*, 535, 104
- Henriksen R. N., Rayburn D. R., *MNRAS*, 1971, 152, 323
- Heyvaerts J., Norman C., *ApJ*, 1989, 347, 1055
- Herterich K., 1974, *Nature*, 250, 311
- Heyvaerts J., Norman C., *ApJ*, 1989, 347, 1055
- Heyvaerts J., Priest E. R., Bardou A., *ApJ*, 1996, 473, 403
- Heyvaerts J., Norman C., *ApJ*, 2003, 596, 1240
- Hoffmann F., Teller E., *Phys. Rev.*, 1950, 80, 692
- Hujeirat A., Livio M., camenzind M., and Burkert A., *A&A*, 2003, 408, 415
- Hujeirat A., *A&A*, 2004, 416, 423
- Hu W., *ApSS*, 1983, 98, 171

- Jennison R. C., Das Gupta M. K., *Nature*, 1953, 172
- Junor W., Biretta J. A., Livio M., 1999, *Nature*, 401, 891
- Kazanas D., Ellison D. C., 1986, *ApJ*, 304, 178
- Kellermann K. I., Vermeulen R. C., Zensus J. A., Cohen M. H., *Astrophysical Phenomena Revealed by Space VLBI*, Proceedings of the VSOP Symposium, held at the Institute of Space and Astronautical Science, Sagamihara, Kanagawa, Japan, January 19 - 21, 2000, Eds. : H. Hirabayashi, P.G. Edwards, and D.W. Murphy, Published by the Institute of Space and Astronautical Science, 159-166.
- Koide S., Meier D. L., Shibata K., Kudoh T., 2000, *ApJ*, 536, 668
- Komissarov S. S., 2004, *MNRAS*, 350, 427
- Kopp R. A., Holzer T. E., 1976, *Sol. Phys.*, 49, 43
- Kopp R. A., *Solar Phys.*, 1980, 68, 307
- Königl A., Conference on Jets from Stars and Galaxies, Toronto, Canada, *Canadian Journal of Physics*, 1986, 64, 362
- Königl A., *ApJ*, 1991, 342, 208
- Königl A., *ApJ*, 1991, 370, L39
- Königl A., Pudritz R. E., *Protostars and Planets IV* (Book - Tucson : University of Arizona Press ; eds Mannings, V., Boss, A.P., Russell, S. S.), 759
- Krasnopolsky R., Li Z.-Y., Blandford R., *ApJ*, 1999, 526, 631
- Kudoh T., Matsumoto R., Shibata K., *ApJ*, 1998, 508, 186
- Lada C. J., *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1985, 23, 267
- Laing R. A., Parma P., de Ruiter H. R., Fanti R., 1999, *MNRAS*, 306, 513
- Laing R. A., Bridle A. H., 2002, *MNRAS*, 336, 1161
- Landau L. D., Lifshitz E. M., 1959, *Fluid Mechanics* (London : Pergamon)
- Landau L., Lifshitz E., 1971, *Mécanique des fluides*, Édition mire Moscou
- Ledlow M. J., Owen F. N., 1996, *AJ*, 112, 9
- Leer E., & Holzer T. E., 1980, *J. Geophys. Res.*, 85, 4681
- Li Z-Y, Chiueh T., Begelman M. C., 1992, *ApJ*, 394, 459
- Li J., Wickramasinghe D. T., Rügiger G., 1996, *ApJ*, 469, L25
- Li Z-Y, 2002, *ApJ*, 564, 108L

- Lima J. J. G., Priest E. R., 1993, 268, 641
- Livio M., 2002, *Nature*, 417, 125L
- Livio M., 1999, *Phys. Rep.*, 311, 225
- Lopez J. A., 1997, *Planetary Nebulae*, IAU Symposium No. 180, 197, eds. HJ Habing & HJGLM Lamer. Dordrecht : Kluwer
- Lovelace R. V. E., Berk H. L., Contopoulos J., 1991, *ApJ*, 696
- Tsinganos K. C., Low B. C., *ApJ*, 1986 , 302, 163
- Lynden-Bell D., 1978, *Phys. Scr.*, 17, 185
- Maccarone T. J., Gallo E., Fender R., 2003, 345, L19
- Macdonald D. A., Thorne K. S. 1982, *MNRAS*, 1982, 189, 345
- Malzac J., Merloni A., Fabian A. C., *MNRAS*, 2004, 351, 253
- Marcowith A., Henri G., Pelletier G., 1995, *MNRAS*, 277, 681
- Margon B., Stone R., Klemola A., Ford H., Katz J., et al., 1979, *ApJ*, 230, L41
- Margon B., *Ann. Ev. Astron. Astrophys.*, 1984, 22, 507
- Marscher A. P., Jorstad S. G., Gómez J. L., Aller M. F., Teräsranta H., Lister M. L., Stirling A., M., 2002, *Nature*, 417, 625
- Maraschi L., Tavecchio F., 2003, *A&A*, 593, 667
- Mathews W. G., 1971, *ApJ*, 165, 147
- Meier D. L., 2001, *ApJ*, 548, L9
- Meier D. L., 2003, *New Astro. Review*, 47, 6-7, 667
- Meliani Z., 2001, stage de D.E.A Paris 7 Astrphysique est méthodes associée
- Meliani Z., Sauty C., Tsinganos K., Vlahakis N., 2004, *A&A*, 425, 773
- Michel F. C., 1969, *ApJ*, 158, 727
- Michel F. C., 1972, *Ap&SS*, 15, 153
- Miley G. K., *Annu. Rv. Astron. Astrophys.*, 1980, 18, 165
- Mirabel I. F., & Rodriguez L. F. 1998, *Nature*, 392, 673
- Mirabel I. F., 1999, *ARA&A*, 37, 409
- Mirabel I. F., 2001, *ApSS*, 276, 153

- Mirabel I. F., 2003, *New Astronomy Rev.*, 47, 471
- Misner C. W., Thorne K.S., Wheeler J. A., 1973, *Gravitation* (Freeman, San Francisco)
- Mobarry C. M., Lovelace R. V. E., 1986, *ApJ*, 309, 455
- Murray N., Chiang J., Grossman S. A., Voit G. M., 1995, *ApJ*, 451, 498
- Nakamura M., Meier D. L., 2004, *PLASMAS IN THE LABORATORY AND IN THE UNIVERSE : New Insights and New Challenges*. AIP Conference Proceedings, 703, 308.
- Narayan R., Yi I., 1994, *ApJ*, 428, L13
- Nishikawa K.-I., Koide S., Shibata K., Kudoh T., Sol H., Hughes J. P., 2001, *AAS, 199th AAS Meeting, Bulletin of the American Astronomical Society*, 33, 1498
- O'Dell S. L., 1981, *ApJ*, 243, L147
- Ouyed R., Pudritz R. E., 1997a, *ApJ*, 482, 712
- Ouyed R., Pudritz R. E., 1997b, *ApJ*, 484, 794
- Ouyed R., Pudritz R. E., 1999, *MNRAS*, 309, 233
- Ouyed R., Clarke D. A., Pudritz R. E., 2003, *ApJ*, 582, 292
- Owen F. N., 1993, *Jets in Extragalactic Radio Sources*, Edited by H.-J. Roeser and K. Meisenheimer. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also *Lecture Notes in Physics*, 421, 273
- Paatz G., Camenzind M., 1996, *A&A*, 308, 77
- Parma P., Murgia M., de Ruiter H. R., Fanti R., 2002, *New Astro. Rev.*, 46, 313
- Parker E.N., 1958, *ApJ*, 123, 664
- Parker E.N., 1960, *ApJ*, 132, 175
- Parker E.N., 1960, *ApJ*, 132, 821
- Parker E.N., 1961, *ApJ*, 133, 1014
- *Interplanetary Dynamical Processes*, Interscience, New York.
- Parker E.N., 1964a, *ApJ*, 139, 72
- Parker E.N., 1965, *ApJ*, 141, 1086
- Parker E.N., 1969, *ApJ*, 139, 72
- Petrie G. J. D., Vlahakis N., Tsinganos K., 2000, *A&A*, 382, 1081
- Pelletier G., Pudritz R. E., 1992, *ApJ*, 394, 117

- Phinney E. R., 1982, *MNRAS*, 198
- Piner B. G., Unwin S. C., Wehrle A. E., Zook A. C., Urry C. M., Gilmore D. M., 2003, *ApJ*, 588, 716
- Piner B. G., Unwin S. C., Wehrle A. E., Zook A. C., Urry C. M., Gilmore D. M., 2003, *ApJ*, 588, 716
- Poutanen J., *Theory of Black Hole Accretion Disks*, edited by Marek A. Abramowicz, Gunnlaugur Bjornsson, and James E. Pringle. Cambridge University Press, 1998, 100
- Prestage R. M., Peacock J. A., 1988, *MNRAS*, 230, 131
- Proga D., Stone J. M., Kallman T. R., *ApJ*, 2000, 543, 686
- Proga D., Begelman M. C., *ApJ*, 2003, 592, 767
- Pyo T. S., Hayashi M., Kobayashi N., Tereda H., Goto M., Yamashita T., Tokunaga A. T., Itoh Y., 2002, *ApJ*, 570, 724
- Rawlings S., Saunders R., 1991, *Nature*, 349, 138
- Ray D., 1980, *A&A*, 82, 368.
- Rees M. J., *Nature*, 1971, 229, 312
- Rees M. J., in *IAU Symposium 97, Extragalactic Radio Sources*, ed. D. S. Heescher and C. M. Wade (Dordrecht : Reidel).
- Rees M. J., Begelman M. C., Blandford R. D., Phinney E. S., 1982, *Nature*, 285, 17
- Reipurth B., Bertout C., 1997, *Herbig-Haro Flows and the Birth stars*, IAU Symposium No. 182, Dordrecht : Kluwer.
- Remillard R., Morgan E., Smith D., Smith E., 2000, *IAU Circ*, 7389, 2
- Renaud N., Henri G., 1998, *MNRAS*, 300, 1047
- Romanova M. M., Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Chechetkin V. M., Lovelace R. V. E., *ApJ*, 1997, 482, 708
- Romanova M. M., Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Chechetkin V. M., Lovelace R. V. E., *ApJ*, 1998, 500, 703
- Romanova M. M., Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Chechetkin V. M., Lovelace R. V. E., *ApJ*, 2002, 578, 420
- Rossi P., Podo G., Massaglia S., Ferrari A., Mignone A., 2004, *A&SS*, 293, 149
- Rousseve I. I., Gombosi T. I., Sokolov I. V., Velli M., Manchester W. IV, DeZeeuw D. L., Liewer, P., Tóth G., Luhmann J., 2003, *AJ*, 595, L57

- Sakurai T., *A&A*, 1985, 152, 121
- Sakurai T., *ASJ*, 1987, 39, 821
- Sandbaek O., Leer E., *ApJ*, 1995, 454, 486
- Sauty C., Tsinganos K., 1994, *A&A*, 287, 893
- Sauty C., Tsinganos K., & Trussoni E. 1999, *A&A*, 348, 327
- Sauty C., Tsinganos K., Trussoni E., 2001, In : A. W. Guthmann et al. (eds.) “Relativistic flows in astrophysique”, *Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, Heidelberg, 589, 141
- Sauty C., Trussoni E., Tsinganos K., 2002, *A&A*, 389, 1068
- Sauty C., Trusson, E., Tsinganos K., 2004, *A&A*, 421, 797
- Sauty C., *Habilitation à diriger des recherches*, Université de Paris 7, 2002
- Schatzman E., 1962, *Ann. Astroph.*, 25, 18
- Shipata K., Uchida Y., 1985, *Astron. Soc. Jap.*, 37, 31
- Shipata K., Uchida Y., 1986, *Astron. Soc. Jap.*, 38, 631
- Shu F., et al., 1994, 429, 781
- Sikora M., 1981, 196, 257
- Sikora M., Sol H., Begelman M. C., Madejski G M., 1996, *MNRAS*, 280, 781
- Snellen I., Best P., 2003, *New Astr. Rev.*, 47, 225
- Sobolev V. V., *Moving envelopes of stars*, Harvard Univ., Press, Cambridge
- Sol H., Pelletier G., Asséo E., 1989, *MNRAS*, 327, 411
- Spruit H. C., Kluwer academic publishers. *Evolutionary processes in binary stars*, NATO ASI Series C., 477, 249
- Spruit H. C., Kluwer academic publishers. *Cosmical magnetism*, NATO ASI Series C., 422, 33
- Sudou et al. 2000, *PASJ*, 52, 989
- Suess S. T., Nerney S. F., 1975, *Solar Phys.*, 40, 487
- Synge J. L., 1957, *The Relativistic Gas* (New York : InterScience)
- Tarafdar S. F., 1988, *ApJ*, 331, 932
- Thorne K. S., Price R. H., Macdonald D. A., 1986, *Black holes : the membrane paradigm*, edited by, thorne K. S., Price R. H., Macdonald D. A.

- Tigelaar S. P., Fender R. P., Tilanus R. P. J. Gallo E., Pooley G. G., 2004, MNRAS, 352, 1015
- Tomimatsu A., Tkahaski M., ApJ, 2003, 592, 321
- Tout Christopher A., Pringle J. E., MNRAS, 1996, 281, 219
- Trussoni, E., Astrophysical Jets : Open Problems. Edited by Silvano Massaglia and Gianluigi Bodo. Amsterdam, The Netherlands : Gordon and Breach Science Publishers, 1998, 109
- Tsinganos K. C., 1982, ApJ, 252, 775
- Tsinganos K., Vlastou-Tsinganos G., A&A, 1988, 193, 125
- Tsinganos K. C., Low B. C., ApJ, 1989 , 342, 1028
- Tsinganos K., Trussoni E., A&A, 1990, 231, 270
- Tsinganos K., Trussoni E., A&A, 1991, 249, 156
- Tsinganos K., Trussoni E., A&A, 1993, 269, 589
- Tsinganos K., Sauty C., Surlantzis G., Trussoni E., J. Contopoulos, 1996, MNRAS, 283, 811
- Tsinganos K., Bogovalov S., 2000, A&A, 356, 989
- Tsinganos K., Bogovalov S., 2002, MNRAS, 337, 553
- Turner N. J., Bodenheimer P., Rózyczka M., 1999, ApJ, 524, 129
- Türler M., Courvoisier T. J.-L., Chaty S., Fuchs Y., 2004, A&A, 415, L35
- Uchida Y., Shibata K., PASJ, 37, 515
- Ulvestad J. S., Wrobel J. M., Roy A. L., Wilson A. S., Falcke H., Krichbaum T. P., 1999, ApJ, 517, L81
- Urry C. M., Padovani P., ASP, 1995, 107, 715
- Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Romanova M. M., Chechetkin V. M., Lovelace R. V. E., 1995, ApJ, 439L, 39
- Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Romanova M. M., Chechetkin V. M., Lovelace R. V. E., 1999, ApJ, 516, 221
- Vermeulen R. C., Cohen M. H., 1994, ApJ, 430, 467
- Vlahakis N., PHD Thesis, University of Grete Heraklion, 1998
- Vlahakis N., Königl A., 2004, ApJ, 605, 656

- Vlahakis N., Königl A., 2003, ApJ, 596, 1080
- Vlahakis N., Tsinganos K., 1998, MNRAS, 298, 777
- Vlahakis N., Tsinganos K., 1999, MNRAS, 307, 279
- Wan L., Daly R. A., 1996, ApJ, 467, 145
- Wang Y.-M., 1995, ApJ Letters, 449, L153
- Wang T.-G., & Zhang X.-G. 2003, MNRAS, 340, 793
- Weber E. J., 1970, Sol. Phys., 14, 480
- Weber E. J., Davis L. Jr., 1976, ApJ, 184, 217
- Zirbel E. L., 1997, ApJ, 476, 489