



Systèmes MIMO à porteuses multiples : étude et optimisation de la combinaison de codes temps-espace et des techniques MC-CDMA

Jean-Michel Auffray

► To cite this version:

Jean-Michel Auffray. Systèmes MIMO à porteuses multiples : étude et optimisation de la combinaison de codes temps-espace et des techniques MC-CDMA. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. INSA de Rennes, 2004. Français. NNT : . tel-00008453

HAL Id: tel-00008453

<https://theses.hal.science/tel-00008453>

Submitted on 11 Feb 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : D 04 – 06



Thèse

présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes

pour obtenir le titre de

Docteur

spécialité : *Électronique*

Systèmes MIMO à porteuses multiples : Etude et optimisation de la combinaison de codes temps-espace et des techniques MC-CDMA

par

Jean-Michel AUFFRAY

Soutenue le 30 juin 2004 devant la commission d'examen :

Président	M. Jacques CITERNE	Professeur à l'INSA de Rennes
Rapporteurs	M. Hikmet SARI	Professeur à Supélec de Gif-sur-Yvette
	M. Emmanuel BOUTILLON	Professeur à l'Université de Bretagne Sud
Examineurs	Mme Geneviève JOURDAIN	Professeur à l'INP de Grenoble
	Mme Maryline HELARD	Docteur-Ingénieur à France Télécom R&D
	M. Ramesh PYNDIAH	Directeur de Recherches à l'ENST Bretagne
	M. Jean-François HELARD	Professeur à l'INSA de Rennes

à mes parents

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Jacques CITERNE, Professeur à l'INSA de Rennes, de m'avoir accueilli au sein de la composante INSA de l'IETR. En outre, j'exprime également ma profonde reconnaissance à Jean-François HÉLARD, Professeur à l'INSA de Rennes, pour m'avoir accordé sa confiance en me proposant ce sujet de thèse et m'avoir toujours poussé à valoriser mes recherches.

J'exprime toute ma gratitude envers Hikmet SARI, Professeur à Supélec, et Emmanuel BOUTILLON, Professeur à l'Université de Bretagne Sud, pour l'attention qu'ils ont accordée à la lecture de ce mémoire et pour leur participation au jury en tant que rapporteurs. Je remercie également Geneviève JOURDAIN, Professeur à l'INPG de Grenoble, Ramesh PYN-DIAH, Directeur de Recherches à l'ENST Bretagne et Maryline HÉLARD, Docteur-ingénieur à France Télécom R&D, pour leur participation à ce jury en tant qu'examinateurs.

Même si la thèse est avant tout un travail personnel, il n'en reste pas moins qu'elle a été pour moi le fruit d'échanges techniques et scientifiques très enrichissants avec les autres membres du laboratoire. C'est pourquoi, je tiens ici à remercier sincèrement l'ensemble des doctorants anciens et présents qui, dans une ambiance « très chaleureuse », ont toujours accepté de partager leurs savoir-faire et leurs connaissances tout en sachant rester humbles. Ils m'ont ainsi permis de donner un sens à tous ces acronymes MIMO, OFDM, CDMA qui étaient pour moi si obscurs en début de thèse. Parmi les derniers co-habitants de feu la « Grotte Verte », je tiens à remercier en premier lieu Philippe GUGUEN qui, en l'absence d'IEEE Xplore, m'a été d'une aide très précieuse tout au long de la thèse. Je n'oublie pas non plus le pirate malouin Stéphane NOBILET, le bigouden « aux auriculaires crochus » Sébastien LE NOURS, Jean-Yves BAUDAIS, Julien GUILLET, Ronan COSQUER, notre grand maître à tous, Stéphane BOUGEARD, et enfin Sébastien MALLIER.

Je remercie également Matthieu CRUSSIÈRE dont le stage de fin d'études d'ingénieur et de DEA fait partie intégrante de cette thèse. Son encadrement s'est avéré être une expérience particulièrement enrichissante.

Par ailleurs, j'adresse ma sympathie aux permanents, doctorants et stagiaires qui ont partagé leur quotidien avec moi au sein du laboratoire. Je souhaite en particulier bon courage aux doctorants pour leur fin de thèse.

Ce travail ayant été en partie effectué en collaboration avec le laboratoire DMR/DDH de France Télécom de Rennes, j'adresse mes remerciements à Vincent LE NIR et Rodolphe LE GOUABLE pour les échanges techniques que nous avons eus.

Enfin, je terminerai pas un petit clin d'oeil à l'attention de M.C. Fonzy qui nous a montré ce que la recherche pouvait être. Nul ne l'aurait cru pourtant...

Table des matières

Introduction	1
1 Le canal de propagation radioélectrique	7
1.1 Introduction	7
1.2 La chaîne de communication numérique	7
1.3 Les phénomènes physiques de la propagation radioélectrique	8
1.3.1 Phénomènes à grande échelle	9
1.3.2 Phénomènes à petite échelle	10
1.3.3 Le bruit radioélectrique	10
1.4 Caractérisation stochastique du canal	11
1.4.1 Modèle ST-WSSUS	11
1.4.2 Autocorrélation et densité spectrale de puissance	12
1.4.3 Dispersion temporelle et cohérence fréquentielle	13
1.4.4 Dispersion fréquentielle et cohérence temporelle	14
1.4.5 Dispersion angulaire et cohérence spatiale	15
1.4.6 Caractérisation complète du canal	16
1.4.7 Influence du canal sur les communications numériques : notion de sélectivité	18
1.5 Représentation mathématique du canal MIMO	19
1.5.1 Représentation classique du canal MIMO	19
1.5.2 Représentation équivalente du canal MIMO : décomposition en « ca- naux propres »	20
1.5.2.1 Modes propres du canal	20
1.5.2.2 Passage du modèle classique au modèle équivalent	23
1.5.3 Modélisation de la corrélation spatiale	24
1.5.3.1 Définition du coefficient de corrélation	24
1.5.3.2 Scenarios de corrélation	26
1.5.3.3 Calcul du coefficient de corrélation	26
1.6 Modélisation des canaux de propagation	31
1.6.1 Méthodes de modélisation	31
1.6.1.1 Modèles déterministes	32
1.6.1.2 Modèles stochastiques	32
1.6.2 Modèles utilisés pour le canal de propagation SISO	33
1.6.2.1 Modèle de Rayleigh SISO théorique	33
1.6.2.2 Modèle statistique : application au cas du canal BRAN A	36
1.6.3 Modèles utilisés pour le canal de propagation MIMO	38

1.6.3.1	Modèle de Rayleigh MIMO théorique	38
1.6.3.2	Modèle statistique non-directionnel METRA	40
1.7	Conclusion	44
2	Panorama des techniques MIMO - Information d'état du canal unique- ment en réception	47
2.1	Introduction	47
2.2	Extension d'un système de communication SISO à la dimension spatiale . .	49
2.2.1	Mesures de performances des systèmes de communications	49
2.2.2	Techniques améliorant la diversité	51
2.2.2.1	Diversité temporelle	51
2.2.2.2	Diversité fréquentielle ou diversité de trajet	51
2.2.2.3	Diversité spatiale et/ou diversité de polarisation	52
2.2.3	Panorama des techniques temps-espace	56
2.2.3.1	Apports de l'utilisation d'antennes multiples	56
2.2.3.2	Techniques temps-espace	62
2.3	Capacité d'un canal MIMO - CSI en réception	65
2.3.1	Hypothèses de calcul	65
2.3.2	Cas déterministe	67
2.3.2.1	Expressions générales de la capacité d'un canal MIMO . .	67
2.3.2.2	Expressions des capacités pour des canaux SIMO, MISO et SISO - canal inconnu à l'émission	70
2.3.3	Cas aléatoire - canal à évanouissements rapides ou par blocs	71
2.3.4	Cas aléatoire - canal à évanouissements lents ou quasi-statiques . .	74
2.3.4.1	Définitions	74
2.3.4.2	Bornes des capacités	75
2.3.4.3	Présentation de quelques résultats	76
2.4	Borne supérieure de la probabilité d'erreur : borne de l'union - CSI en réception	80
2.4.1	Introduction	80
2.4.2	Expression générale de la borne supérieure de la probabilité d'erreur	82
2.4.2.1	Canal à évanouissements lents	84
2.4.2.2	Canal à évanouissements rapides	85
2.4.3	Critères du rang et du déterminant	86
2.4.4	Critères de la distance et du produit	91
2.4.5	Critère de la trace	92
2.5	Exploitation de la diversité spatiale avec la connaissance du canal unique- ment en réception	95
2.5.1	Panorama des techniques améliorant la capacité	96
2.5.1.1	Multiplexage et détection optimale	96
2.5.1.2	Systèmes BLAST	96
2.5.1.3	Les modulations codées à dispersion linéaire	98
2.5.2	Panorama des techniques améliorant la probabilité d'erreur	99
2.5.2.1	Technique à diversité par retard	99
2.5.2.2	Les modulations codées en treillis temps-espace	99
2.5.2.3	Les modulations codées en blocs	100
2.6	Systèmes MIMO en présence de sélectivité fréquentielle	101
2.6.1	Egalisation	101

2.6.2	Techniques MIMO-OFDM	102
2.7	Systèmes MIMO et techniques d'accès multiple	104
2.7.1	Techniques d'accès multiple	104
2.7.2	Techniques d'accès multiple combinées avec des techniques MIMO	105
2.8	Conclusion	106
3	Les modulations temps-espace codées en bloc : STBCM	109
3.1	Introduction	109
3.2	Principe général	110
3.2.1	Propriétés souhaitées pour les STBC	110
3.3	Etat de l'art des STBC	112
3.3.1	Constructions orthogonales à diversité spatiale maximale	112
3.3.1.1	Pour des constellations réelles quelconques	113
3.3.1.2	Pour des constellations complexes quelconques	117
3.3.1.3	Pour des constellations spécifiques	127
3.3.2	Construction à rendement unitaire	128
3.3.2.1	Constructions orthogonales non-linéaires	128
3.3.2.2	Constructions non-orthogonales linéaires	130
3.4	Décodage des OSTBCM	131
3.4.1	Règles de décodage	131
3.4.2	Nouvelle écriture de la méthode de décodage	134
3.4.2.1	Construction du vecteur des signaux reçus et de la matrice d'égalisation	134
3.4.2.2	Egalisation et combinaison des signaux reçus	135
3.5	Nouveaux codes OSTBCM proposés pour $N_t = 2, 3$ ou 4	136
3.5.1	Objectifs	136
3.5.2	Hypothèses prises pour la simulation des codes temps-espace	138
3.5.3	Codes OSTBCM de la littérature pour $N_t = 2, 3$ ou 4	138
3.5.4	Nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 2$	140
3.5.5	Nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 3$	143
3.5.5.1	Combinaison selon la dimension spatiale	143
3.5.5.2	Combinaison selon la dimension temporelle	144
3.5.5.3	Combinaison selon la dimension temporelle et concaténa- tion de codes	144
3.5.6	Nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 4$	145
3.5.6.1	Combinaison selon la dimension spatiale	145
3.5.6.2	Combinaison selon la dimension temporelle	146
3.5.6.3	Combinaison selon la dimension temporelle et concaténa- tion de codes	146
3.5.7	Résumé des performances obtenues	147
3.6	Applications des STBC dans les systèmes	147
3.6.1	Techniques de précodage	147
3.6.2	Concaténation avec du codage externe	148
3.6.3	STBC dans un contexte multi-utilisateur	149
3.6.4	STBC dans un milieu sélectif en fréquence	149
3.6.4.1	STBC et OFDM	149
3.6.4.2	Inversion temporelle des séquences émises	150

3.6.5	Limites des codes STBCM	151
3.7	Conclusion	151
4	Les modulations temps-espace codées en treillis : STTCM	155
4.1	Introduction	155
4.2	Rappels sur les modulations codées en treillis sur canal SISO	156
4.2.1	Les concepts de base des MCT	156
4.2.2	La méthode de construction de Ungerboeck	157
4.2.3	Etude des performances des modulations codées en treillis	162
4.2.3.1	Performances dans un canal Gaussien	162
4.2.3.2	Performances dans un canal à évanouissements	163
4.2.3.3	Critères d'optimisation des MCT	164
4.3	Application des modulations codées en treillis au canal MIMO	166
4.3.1	Principe général	166
4.3.2	La construction du treillis, cas $N_t = 2$	168
4.3.3	Structure du codeur convolutif temps-espace	169
4.3.4	Formalisme de représentation	171
4.4	Codes proposés dans la littérature	174
4.4.1	Evanouissements lents	174
4.4.2	Evanouissements rapides	183
4.5	Méthode de construction de modulations STTCM	186
4.5.1	Complexité exponentielle d'une recherche systématique et exhaustive	186
4.5.2	Règles de construction pour réduire la complexité	187
4.5.2.1	Condition d'équiprobabilité	187
4.5.2.2	Condition de non-catastrophie	190
4.5.2.3	Condition d'uniformité géométrique	192
4.5.2.4	Prise en compte du spectre de distance	193
4.5.3	Proposition de nouveaux codes à 4 et 16 états	195
4.6	Perspectives d'études	196
4.6.1	Limites des modulations STTCM	196
4.6.2	Concaténation avec du codage externe	198
4.6.3	ST-TCM multidimensionnelles : ST-MTCM	198
4.6.3.1	Les TCM multidimensionnelles sur canal SISO	198
4.6.3.2	Concept de base des ST-MTCM	199
4.6.4	Application des OSTBCM aux STTCM	201
4.7	Conclusion	201
5	Le choix d'une technique combinant les modulations à porteuses multiples et l'étalement de spectre : la technique MC-CDMA	205
5.1	Introduction	205
5.2	L'étalement de spectre et les modulations à porteuses multiples	206
5.2.1	L'étalement de spectre par séquence directe et l'accès multiple	206
5.2.1.1	Le principe de l'étalement de spectre par séquence directe	206
5.2.1.2	Le choix des codes d'étalement pour l'accès multiple	207
5.2.2	Les modulations à porteuses multiples	208
5.2.2.1	Principes de l'OFDM	208
5.2.2.2	Le signal OFDM	210

5.3	Description des techniques combinant les modulations à porteuses multiples	211
5.3.1	Les systèmes MC-DS-CDMA	211
5.3.2	Les systèmes MT-CDMA	212
5.3.3	Les systèmes MC-CDMA	212
5.3.4	Les systèmes SS-MC-MA	213
5.4	Etude des systèmes MC-CDMA	214
5.4.1	Expression du signal MC-CDMA émis	214
5.4.1.1	Le signal mono-utilisateur	214
5.4.1.2	Le signal multi-utilisateur synchrone	217
5.4.1.3	Choix des paramètres N_p et L_c	218
5.4.2	Expression du signal MC-CDMA reçu	219
5.5	Les techniques de détection dans les systèmes MC-CDMA	222
5.5.1	Les techniques de détection mono-utilisateurs	223
5.5.1.1	Expression générale du signal détecté après égalisation	223
5.5.1.2	L'égalisation en MC-CDMA : une étape obligatoire	225
5.5.1.3	Le récepteur optimal en contexte mono-utilisateur : le filtre adapté ou MRC	227
5.5.1.4	La combinaison à gain égal (EGC)	229
5.5.1.5	La combinaison à restauration d'orthogonalité (ORC)	229
5.5.1.6	La combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) par sous-porteuse	230
5.5.2	Techniques de détection multi-utilisateurs	232
5.5.2.1	La technique du maximum de vraisemblance (MLSE)	232
5.5.2.2	Les techniques à annulation d'interférences (IC)	233
5.5.2.3	La combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) par utilisateur	233
5.6	Evaluation des performances des systèmes MC-CDMA en voie descendante	237
5.6.1	Evaluation du rapport signal à bruit	237
5.6.1.1	Calcul général du rapport E_b/N_0	237
5.6.1.2	Calcul du rapport E_b/N_0 utilisé en simulation	238
5.6.2	Configurations du système	238
5.6.3	Performances des techniques de détection mono-utilisateurs	242
5.6.4	Performances des techniques de détection multi-utilisateurs	247
5.7	Intérêts du MC-CDMA pour les futurs réseaux cellulaires	249
5.7.1	Système MC-CDMA développé dans le cadre du projet MATRICE	249
5.7.2	Système MC-CDMA proposé par l'opérateur NTTDoCoMo	250
5.7.3	Système de transmission pour aéroport	250
5.8	Conclusion	251
6	Combinaison des techniques temps-espace et des systèmes MC-CDMA	253
6.1	Introduction	253
6.2	Combinaison des techniques temps-espace en blocs et des systèmes MC-CDMA	254
6.2.1	Expression du signal émis	254
6.2.2	Expression du signal reçu	256

6.3	Les techniques de détection mono-utilisateurs linéaires dans les cas MISO et MIMO	257
6.3.1	Expression générale du signal après égalisation	257
6.3.1.1	Construction du vecteur des signaux reçus et de la matrice d'égalisation	257
6.3.1.2	Egalisation et combinaison des signaux reçus	259
6.3.1.3	Désétalement et expression générale du signal détecté dans le cas du code d'Alamouti	259
6.3.2	Le récepteur optimal en contexte mono-utilisateur : le filtre adapté ou MRC	262
6.3.3	La combinaison à gain égal EGC	264
6.3.4	La combinaison à restauration d'orthogonalité ORC	264
6.3.4.1	ORC dans le cas MISO	265
6.3.4.2	ORC dans le cas MIMO	266
6.3.5	La combinaison à erreur quadratique moyenne minimale par sous-porteuse (MMSE SD)	267
6.3.5.1	MMSE SD dans le cas MISO	268
6.3.5.2	MMSE SD dans le cas MIMO	269
6.3.5.3	Expressions des techniques d'égalisation pour des systèmes SIMO	272
6.4	La technique de détection multi-utilisateur basée sur le critère MSE	273
6.4.1	MMSE MD dans le cas MISO	274
6.4.1.1	Critère de l'EQM appliqué aux signaux reçus	274
6.4.1.2	Critère EQM appliqué aux signaux en sortie du filtre adapté au canal	276
6.4.1.3	Critère EQM appliqué aux signaux en sortie du filtre adapté au signal	278
6.4.2	MMSE MD dans le cas MIMO	279
6.4.2.1	Réutilisation des techniques MMSE MD développés en MISO	279
6.4.2.2	Critère EQM appliqué à tous les signaux reçus	279
6.4.2.3	Critère EQM appliqué aux signaux en sortie du filtre adapté au canal	280
6.4.3	Synthèse	280
6.5	Performances des systèmes OSTBCM/MC-CDMA	281
6.5.1	Paramètres systèmes et canaux MIMO utilisés	281
6.5.1.1	Calcul du rapport E_b/N_0	282
6.5.1.2	Paramètres systèmes	282
6.5.1.3	Canal MIMO théorique	283
6.5.1.4	Canal MIMO utilisant le modèle METRA	283
6.5.2	Performances des techniques de détection mono-utilisateurs	284
6.5.2.1	Configuration avec $N_t = 2$ — Comparaison à des systèmes SIMO	284
6.5.2.2	Comparaison des techniques mono-utilisateurs MMSE et ORC	288
6.5.2.3	Configuration avec $N_t = 3$ et $N_t = 4$	290
6.5.3	Performances des techniques de détection multi-utilisateurs basées sur le critère MSE	293

6.5.3.1	Système à pleine charge	293
6.5.3.2	Système à demi-charge	294
6.5.3.3	Performances en fonction de la charge	295
6.5.4	Performances des techniques de détection sur le canal MIMO METRA	296
6.5.4.1	Estimation parfaite du canal	296
6.5.4.2	Estimation imparfaite du canal	298
6.6	Combinaison des techniques temps-espace en treillis et des systèmes MC- CDMA : les systèmes STTCM/MC-CDMA	300
6.6.1	Performances des systèmes STTCM/OFDM sur canal théorique . . .	301
6.6.2	Performances des systèmes STTCM/MC-CDMA sur canal théorique .	302
6.6.2.1	Evanouissements décorrélés pour chaque sous-porteuse . .	302
6.6.2.2	Evanouissements décorrélés par blocs de sous-porteuses .	303
6.7	Synthèse	304
6.8	Conclusion	307
Conclusion générale et perspectives		311
A Rappel sur le calcul des performances des codes temps-espace		317
A.1	Canal à évanouissements lents	317
A.2	Canal à évanouissements rapides	319
B Codes temps-espace : matrices génératrices pour les codes OSTBCM		323
B.1	Matrice génératrice proposée pour $N_t = 2$ et constellations complexes, matrice de canal équivalent et matrice d'égalisation	323
B.2	Matrice génératrice proposée pour $N_t = 3$, matrice de canal équivalent et matrice d'égalisation	324
B.3	Matrice génératrice proposée pour $N_t = 3$, matrice de canal équivalent et matrice d'égalisation	325
C Rappel sur le calcul des performances des modulations codées en treillis en SISO		327
C.1	Performances sur un canal gaussien	327
C.2	Performances sur un canal à évanouissements	328
D Codes temps-espace : polynômes générateurs pour les STTCM		331
Acronymes & abréviations		333
Notations mathématiques		335
Liste des tableaux		339
Liste des figures		341
Bibliographie		347
Publications, communications, brevet		361
Index		363

Introduction

Ces dernières années, le nombre des systèmes de communications numériques a littéralement explosé pour satisfaire le marché des télécommunications dans des domaines aussi variés que la radiodiffusion ou la télédiffusion numériques, les services multimédia ou les radiocommunications avec les mobiles. Une des caractéristiques essentielles de ces nouveaux systèmes est l'évolution vers des débits et des fréquences porteuses toujours plus élevés. En outre, la demande de mobilité pour l'utilisateur s'est affirmée de plus en plus, comme le démontre le développement extrêmement rapide des réseaux mobiles ces dernières années.

La migration des systèmes 2G vers un système mobile de troisième génération (3G) a déjà commencé, notamment au Japon où le premier service 3G a été lancé en 2001. Depuis novembre 2003, des services 3G sont opérationnels en Italie, Australie, Autriche, Suède et Royaume-Uni tandis que beaucoup d'autres pays européens et asiatiques sont en phase de tests commerciaux. En France, le déploiement commercial de l'UMTS (« *Universal Mobile Telecommunication System* »), plusieurs fois reporté est en effet aujourd'hui annoncé pour la fin 2004. On sait que les systèmes mobiles de troisième génération reposent sur les techniques d'accès multiple par le code ou CDMA (« *Code Division Multiple Access* ») : en Europe, elles ont été retenues à la fois pour le mode W-CDMA (« *Wideband CDMA* ») de l'UMTS utilisé en FDD (« *Frequency Domain Duplex* ») pour les bandes appairées mais aussi pour le mode TD/CDMA utilisé en TDD (« *Time Domain Duplex* ») pour les bandes non-appairées. Si la technique CDMA possède certaines qualités incontestables, notamment sa flexibilité dans l'utilisation et le partage des ressources radio, son efficacité spectrale est loin d'être optimale. En réalité, l'objectif annoncé de 2 Mbit/s pour un canal radio de 5 MHz de bande passante en mode FDD W-CDMA ne pourra être atteint, du moins durant la première phase, qu'à l'intérieur des bâtiments dans le cas de picocellules de 5 à 50 mètres de rayon. C'est pourquoi, d'ores et déjà, une évolution du standard destinée à améliorer les capacités de transmissions pour des services asymétriques par paquets à très haut débit est prévue dans la version 5 de la norme UMTS. Ce mode de transmission par paquets « *High Speed Downlink Packet Access* » (HSDPA) permettra, en adaptant la modulation et le rendement du codage en fonction du canal de transmission, d'atteindre un débit maximal de 10,8 Mbit/s.

En parallèle de ces services radio-mobiles, ces dernières années ont vu l'essor de nombreux types de standards de réseaux locaux sans fil fonctionnant dans la bande des 5 GHz aussi bien en Europe (HIPERLAN2), en Amérique du Nord (IEEE.802.11a)

qu'au Japon (MMAC). Reposant sur l'utilisation de la technique de modulation à porteuses multiples bien connue sous le sigle de OFDM (« *Orthogonal Frequency Division Multiplex* »), ces réseaux offrent, quant à eux, une mobilité réduite mais des débits élevés, typiquement plusieurs dizaines de Mbit/s. En outre, les techniques OFDM ont été également retenues en Europe pour notamment la radiodiffusion sonore numérique (« *Digital Audio Broadcasting* » : DAB) et la diffusion terrestre de la télévision numérique (« *Digital Video Broadcasting-Terrestrial* » : DVB-T) en raison de leur robustesse face à la sélectivité fréquentielle des canaux radiomobiles à trajets multiples et de leur capacité à transmettre des débits élevés dans ces canaux hostiles.

Aujourd'hui, de nombreux groupes de travail et projets se sont déjà mobilisés pour réfléchir aux futurs systèmes de 4^{ième} génération de réseaux cellulaires. Ainsi, l'évolution des débits et la recherche d'une efficacité spectrale toujours plus élevée s'accompagne pour ces systèmes dits 4G d'une augmentation des contraintes de transmission liées aux exigences de mobilité élevée et de diversité de services. Des débits de 20 Mbit/s en environnement véhiculaire et de 100 Mbit/s en environnement intérieur sont souvent pris comme hypothèses dans les différents groupes ou projets travaillant sur ce thème. Pour répondre à ces exigences, les techniques MC-CDMA (« *Multi-Carrier CDMA* »), reposant sur la combinaison des modulations à porteuses multiples de type OFDM et des techniques d'accès multiple par répartition de codes CDMA s'affirment de plus en plus comme des solutions à fort potentiel pour ces futures générations de réseaux cellulaires. Elles bénéficient, il est vrai, des propriétés distinctes et complémentaires des deux techniques : l'efficacité spectrale et la robustesse des modulations à porteuses multiples, qui ne sont plus à démontrer, et la souplesse dans le partage des ressources radio offerte par les techniques d'accès multiple par le code.

En parallèle, ces dernières années, les systèmes MIMO (« *Multiple Input Multiple Output* ») se sont affirmés comme une nouvelle voie très prometteuse permettant d'améliorer notablement l'efficacité spectrale et/ou l'efficacité en puissance des systèmes hertziens en exploitant la dimension spatiale. Le principe très général, consistant à « scinder » un flux de données à débit élevé en plusieurs flux à débits plus faibles qui sont ensuite transmis en parallèle sur plusieurs canaux spatiaux, est maintenant bien connu. Il existe différentes approches (formation de voies, multiplexage, codage temps-espace...) privilégiant soit la robustesse, soit l'efficacité spectrale et nécessitant ou non la connaissance du canal à l'émission et/ou à la réception.

Le travail présenté dans ce document de thèse porte principalement sur l'optimisation de systèmes MIMO/MC-CDMA pour la voie descendante des futurs réseaux cellulaires. Il a été mené au sein du groupe « Communications-Propagation-Radar » de l'Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR). Les solutions étudiées reposent sur des techniques de codage temps-espace en blocs ou en treillis. Celles-ci ont été privilégiées car elles ne nécessitent pas de connaître la réponse du canal à l'émission et offrent, on le verra, des gains substantiels en efficacité spectrale et/ou en efficacité en puissance. Ces travaux se sont principalement inscrits dans le cadre d'un contrat de

recherches entre France Telecom R&D et l'IETR. Ils ont également permis de contribuer au projet européen IST MATRICE (« *Multicarrier CDMA TRansmission techniques for Integrated broadband CEllular systems* »), dont l'objectif est de valider et d'optimiser les techniques de modulations à porteuses multiples et d'accès multiple par répartition de codes pour la 4^{ème} génération de réseaux cellulaires. Enfin, ces travaux correspondent aux problématiques identifiées par le projet régional PALMYRE de plate-forme de développement et d'évaluation de systèmes radioélectriques retenu dans le cadre du Contrat de Plan Etat-Région (CPER).

L'organisation de ce document repose sur six chapitres. Le premier de ces chapitres présente les caractéristiques essentielles du canal de propagation radioélectrique en prenant en compte la dimension spatiale. Les principaux phénomènes physiques de la propagation sont ici rappelés puis le sujet de la modélisation stochastique du canal est abordé. Les notions de dispersion, de cohérence et de sélectivité temporelle, fréquentielle et spatiale sont en particulier traitées. Ce chapitre se termine par la présentation des trois modèles de canaux qui seront utilisés dans cette thèse, à savoir le modèle de Rayleigh théorique, le modèle BRAN et le modèle METRA.

Le second chapitre a pour objectif de présenter un panorama des techniques MIMO, dans le cas où l'information sur l'état du canal n'est disponible qu'en réception. Après une description des diversités exploitables, les différentes techniques temps-espace sont passées en revue. Pour ces travaux, nous nous sommes délibérément placés dans le cas de la voie descendante en supposant que la station de base ne disposait pas d'information sur la réponse du canal. Le calcul de la capacité de canaux MIMO dans le cas d'une information du canal disponible uniquement en réception est alors présenté. De même, les critères de minimisation de la probabilité d'erreur qui serviront par la suite pour l'optimisation des codes temps-espace sont décrits. Enfin, ce chapitre se termine par une description plus précise des solutions MIMO qui exploitent la connaissance du canal uniquement en réception, en distinguant les solutions qui cherchent à maximiser la capacité de transmission de celles qui ont pour but la minimisation de la probabilité d'erreur.

Les codes temps-espace font partie des solutions qui cherchent à minimiser la probabilité d'erreur en optimisant le gain de diversité et si possible le gain de codage. Le chapitre 3 étudie les modulations codées en blocs temps-espace connues sous le sigle de STBC (« *Space-Time Block Code* »). Après une présentation générale, un état de l'art, que nous avons cherché à rendre relativement exhaustif, est tout d'abord effectué. On différencie ainsi les constructions orthogonales (« *Orthogonal STBC* » : OSTBC) pour des constellations réelles, complexes ou spécifiques, des constructions non-orthogonales. Puis ce chapitre décrit la méthode de décodage des OSTBC, qui seront par la suite combinés avec des systèmes MC-CDMA. Une nouvelle écriture de cette méthode est alors décrite. De plus, de nouveaux codes OSTBC, dont la construction repose sur la combinaison des colonnes (combinaison spatiale) ou des lignes (combinaison temporelle) des matrices de codes réels existants, sont proposés pour un nombre N_t d'antennes égal à 2, 3 ou 4, le code pour $N_t = 2$ correspondant toutefois à une réécriture d'un code déjà existant.

Le quatrième chapitre traite de la deuxième famille de codes temps-espace étudiée, à savoir les modulations codées en treillis temps-espace, plus communément appelées STTC

(« *Space-Time Trellis Code* »). Comme son nom l'indique, les STTC sont une extension à la dimension spatiale des modulations codées en trellis, ou TCM (« *Trellis Coded Modulation* »). Afin de montrer les analogies qui existent entre ces deux techniques, nous rappelons dans un premier temps le principe des modulations codées en treillis dans le cas de transmissions entre des systèmes à une seule antenne. Nous étendons ensuite ce concept au cas des codes temps-espace et étudions de façon plus approfondie leur construction, leurs performances et leurs limites. En particulier, dans le but de comparer les différents codes de la littérature, nous proposons une nouvelle écriture polynômiale afin d'uniformiser leur représentation. Les performances des principaux codes proposés dans la littérature sont alors comparées à la fois dans le cas d'évanouissements lents et rapides. Ces résultats sont comparés à ceux obtenus en interne à l'IETR lors des travaux de Stéphane Bougeard sur la recherche systématique de nouveaux codes performants, travaux qui font suite à l'étude sur les STTC présentée dans ce document.

Le cinquième chapitre présente la technique MC-CDMA en rappelant brièvement les principes de l'étalement de spectre de type DS-CDMA et de la modulation à porteuses multiples de type OFDM, qui sont les deux techniques la constituant. Un rapide état de l'art des différentes combinaisons de l'étalement de spectre et des modulations à porteuses multiples est ensuite effectué. Nous jugeons bon de rappeler dans ce chapitre l'ensemble des techniques de détection habituellement mises en œuvres au sein des récepteurs MC-CDMA utilisés dans ce chapitre dans une configuration SISO (« *Single Input Single Output* ») car on les retrouvera dans un contexte MIMO dans le dernier chapitre. Les performances du système sont finalement évaluées en voie descendante pour différentes techniques de détection, sur un canal théorique à évanouissements de Rayleigh puis sur le canal BRAN A en utilisant le modèle de canal METRA en SISO.

Le sixième chapitre décrit les systèmes reposant principalement sur la combinaison des OSTBC et des systèmes MC-CDMA. Pour cela, plusieurs techniques de détection mono-utilisateurs et multi-utilisateurs sont développées pour une configuration MISO ou MIMO, à partir de celles existantes en SISO. Plusieurs codes OSTBC sont utilisés pour un nombre d'antennes $N_t = 2, 3$ ou 4 . Leurs performances, présentées sur un canal théorique à évanouissements de Rayleigh, sont comparées à celles obtenues par des techniques SIMO et SISO. La nouvelle écriture de la méthode de décodage des OSTBC est appliquée aux systèmes OSTBC/MC-CDMA. Les résultats sont finalement présentés sur le modèle de canal METRA, utilisé en configuration MISO ou MIMO. En particulier, différents systèmes OSTBC/MC-CDMA reposant sur des techniques de détection mono et multi-utilisateurs minimisant l'erreur quadratique moyenne (« *Minimum Mean Square Error* » : MMSE) sont tout particulièrement étudiés. Le très bon comportement de ces systèmes MMSE OSTBC MC-CDMA déjà observé sur des canaux théoriques est ainsi confirmé sur le modèle réaliste de canal METRA. Enfin, la combinaison des STTC et des systèmes MC-CDMA est également abordée.

En résumé, de notre point de vue, les principales contributions originales de ce travail sont les suivantes :

- Etat de l’art relativement exhaustif et uniformisation de la formulation des techniques de codage temps-espace en blocs,
- Proposition, pour $N_t = 3$ ou 4, de nouveaux codes temps-espace en blocs orthogonaux, de rendement $1/2$, à diversité spatiale maximale, et optimaux pour deux d’entre eux vis-à-vis du retard de décodage,
- Etat de l’art relativement exhaustif et uniformisation des techniques de codage temps-espace en treillis,
- Comparaison des principaux codes temps-espace en treillis,
- Etude de la combinaison des codes temps-espace et des systèmes MC-CDMA,
- Optimisation de systèmes STBC/MC-CDMA reposant sur des techniques de détection mono et multi-utilisateurs
- Evaluation des performances de ces systèmes sur des canaux théoriques et réalistes.

Avis au lecteur : la longueur inhabituelle de ce document de thèse s’explique par la volonté de l’auteur de présenter de façon relativement exhaustive un état de l’art des différentes techniques abordées.

Chapitre 1

Le canal de propagation radioélectrique

Sommaire

1.1	Introduction	7
1.2	La chaîne de communication numérique	7
1.3	Les phénomènes physiques de la propagation radioélectrique	8
1.4	Caractérisation stochastique du canal	11
1.5	Représentation mathématique du canal MIMO	19
1.6	Modélisation des canaux de propagation	31
1.7	Conclusion	44

1.1 Introduction

P our commencer ce document, nous avons choisi de traiter en premier lieu des caractéristiques du canal de propagation radioélectrique afin de mettre en avant les principaux paramètres à prendre en compte lors du dimensionnement d'un système de communications numériques. Une attention tout particulière sera portée sur la dimension spatiale que nous avons cherchée avant tout à exploiter lors de la construction de nos systèmes. En effet, depuis une dizaine d'années, celle-ci fait l'objet d'un regain d'intérêt de la part de la communauté des concepteurs de systèmes. Finalement, les principaux modèles de canaux qui seront utilisés par la suite pour estimer les performances des systèmes étudiés sont présentés, à savoir le canal de Rayleigh théorique, le modèle de canal BRAN dans une configuration SISO (« *Single-Input Single-Output* ») puis le modèle de canal METRA pour une configuration MIMO (« *Multiple-Input Multiple-Output* »).

1.2 La chaîne de communication numérique

Toute chaîne de communication numérique peut être décomposée en trois blocs, à savoir l'émetteur, le milieu de transmission et le récepteur. Au cours d'une succession

d'opérations, l'émetteur associe au message numérique une grandeur physique, choisie selon les propriétés physiques du milieu de transmission, et qui permet de transmettre ce message. Dans le cas des radiocommunications avec les mobiles, le milieu de transmission qui représente le lien physique entre l'émetteur et le récepteur est constitué par l'espace libre où se propage l'onde électromagnétique porteuse de l'information à transmettre. Afin d'améliorer la conception et l'évaluation des systèmes de communications, il est nécessaire de caractériser et de définir les paramètres représentatifs de l'influence de l'environnement sur le signal transmis, pour établir un modèle suffisamment fiable et fidèle de ce milieu de transmission. Le récepteur, quant à lui, réalise l'opération inverse pour restituer le message avec une certaine fiabilité à partir du signal reçu perturbé par le milieu de transmission.

Le rôle du concepteur de systèmes est d'adapter et d'optimiser judicieusement la construction des blocs émetteur/récepteur en fonction du milieu de transmission et des contraintes matérielles auxquelles il doit faire face. Dans le cas des communications radio-mobiles où le canal varie dans le temps, le concepteur caractérise généralement le canal de façon statistique, ce qui lui permet de mieux dimensionner et optimiser le système en prenant en compte les principaux paramètres de ce canal.

La notation adoptée pour représenter les signaux et les canaux à travers l'ensemble du document s'appuie sur le modèle en **bande de base** (« *lowpass representation* » ou « *complex baseband representation* »). Ce modèle est effectivement plus simple à utiliser que celui en **bande passante**, fonction de la fréquence porteuse (« *bandpass representation* »), ce dernier étant néanmoins plus représentatif du processus physique de communication sur des fréquences radio. Par ailleurs, les fréquences porteuses disponibles pour transmettre les signaux étant élevées, la bande des signaux comparée à ces fréquences porteuses est faible : on parlera alors de **signaux à bande étroite**.

Du point de vue de la théorie des communications qui nous intéresse ici, le canal de transmission « vu » par le système comporte non seulement le milieu de transmission et le bruit mais aussi le filtre d'émission, les antennes d'émission, de réception et le filtre de réception. Cette représentation du canal de transmission adoptée tout au long du document, certes symbolique, nous permet toutefois de regrouper en un seul bloc l'ensemble des perturbations subies par le signal transmis au travers du canal [GJ96].

1.3 Les phénomènes physiques de la propagation radioélectrique

Avant d'atteindre l'antenne de réception, la puissance du signal fluctue, comme nous pouvons le voir figure 1.1 [Gug03], en fonction tout d'abord de la durée d'observation et/ou du déplacement. On parlera alors de fluctuations à grande ou petite échelle. D'autre part, la puissance du signal évolue également en fonction de la présence ou non d'obstacles selon que la propagation s'effectue hors espace libre ou en espace libre [Rap96].

1.3.1 Phénomènes à grande échelle

Les pertes à grande échelle correspondent aux fluctuations de la puissance moyenne mesurées sur un déplacement de plusieurs dizaines de longueurs d'onde. Les deux phénomènes à l'origine des variations à grande échelle sont les effets de masquage et les pertes en fonction de la distance séparant les antennes de la station de base (BS) de celles de la station mobile (MS). Les **pertes en fonction de la distance** (« *path loss* ») sont les seules pertes observables dans le cas d'une propagation en espace libre où les antennes d'émission et de réception sont en visibilité directe et où aucun obstacle ne perturbe la propagation. Ces pertes moyennes de puissance en espace libre sont proportionnelles au carré de la distance d séparant les antennes de l'émetteur de celles du récepteur.

En revanche, dans un canal radio-mobile où la présence de nombreux obstacles conduit à une propagation qui n'a plus lieu en espace libre, la puissance du signal décroît non plus avec le carré de la distance séparant les antennes mais avec cette même distance élevée à la puissance notée α . Cette variable α , de l'ordre de trois à cinq selon le milieu, dépend de l'environnement et peut être obtenue de façon empirique à partir de campagnes de mesures.

Par ailleurs, la présence d'obstacles provoque un **effet de masquage** (« *shadowing* ») et entraîne une variation lente de la puissance du signal reçu en plus de sa décroissance en fonction de la distance. Cette variation lente est appelée **évanouissement à grande-échelle** (« *large-scale fading* ») et peut être décrite par une distribution en log-normal. Le recours à des techniques de contrôle de puissance pour traiter les variations de la puissance reçue provoquées par l'éloignement du mobile ou par les effets de masquage ne sera pas étudié dans le cadre de cette thèse.

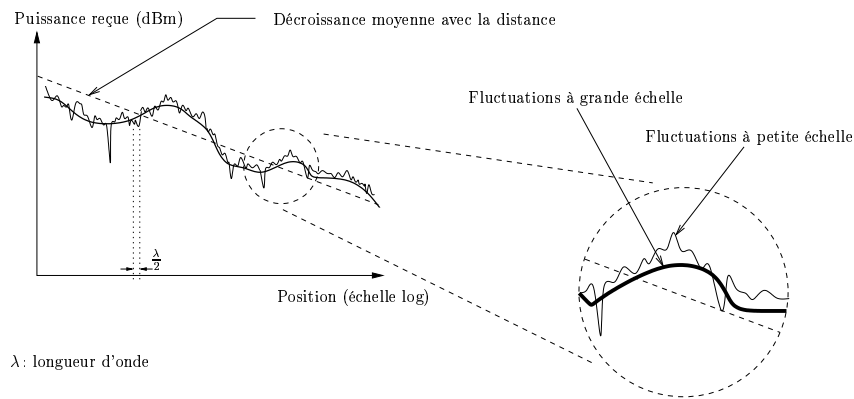


FIG. 1.1 – *Fluctuations de la réponse du canal à petite et à grande échelle et impact de l'éloignement de l'émetteur sur la puissance reçue*

1.3.2 Phénomènes à petite échelle

Les fluctuations à petite échelle sont observées sur un déplacement suffisamment petit pour que les évanouissements à grande échelle puissent être négligés. Dans les environnements radio-mobiles cellulaires ou pour les réseaux locaux sans fil (« *wireless local area networks* »), l'origine de ces pertes à petite échelle est la présence d'obstacles dans l'environnement de propagation qui atténuent, réfléchissent ou diffractent les ondes électromagnétiques porteuses des signaux. Ces phénomènes de diffraction, diffusion, réflexion et réfraction diffèrent selon le rapport entre la taille des obstacles et la longueur d'onde. Au niveau d'une antenne de réception, une multitude d'ondes arrivent en provenance de directions diverses avec des retards, atténuations et phases différentes dont la superposition constructive ou destructive entraîne des variations de phase et d'amplitude de l'onde résultante. Les variations en amplitude sont alors appelées **évanouissements à petite échelle** (« *small-scale fading* »). On parle de **propagation par trajets multiples** (« *multipath propagation* »). De fortes pertes de puissance à petite échelle peuvent être présentes même si à forte échelle le niveau de puissance est élevé.

Naturellement, la propagation par trajets multiples varie au cours du temps puisque la station réceptrice ainsi que les obstacles présents peuvent changer de position. Ainsi, même de faibles déplacements de l'ordre de la longueur d'onde peuvent engendrer une onde résultante totalement différente. Une description statistique du canal à trajets multiples est alors requise, toute description déterministe étant illusoire. Par conséquent, les modèles de canaux qui seront utilisés tout au long du document décriront le canal du point de vue des évanouissements à petite échelle.

1.3.3 Le bruit radioélectrique

Le bruit et les brouilleurs regroupent l'ensemble des signaux ne transportant pas d'information utile et venant perturber le signal désiré. Ils sont donc indépendants du signal émis. Il s'agit d'une perturbation aléatoire dont les origines sont le milieu de transmission (bruit externe), ou les dispositifs électroniques utilisés dans le récepteur (bruit interne) [GJ96].

Les sources de **bruits externes** se composent par exemple des rayonnements divers captés par l'antenne, des interférences éventuelles entre les utilisateurs du milieu de transmission ou encore des bruits d'origine industrielle. Le **bruit interne** a pour origine le mouvement brownien des électrons présents dans les composants électroniques du récepteur. Ces électrons étant présents dans la matière en très grand nombre et évoluant indépendamment les uns des autres tout en suivant une même loi, le bruit interne peut alors être modélisé, d'après le théorème de la limite centrale [Pro95], par un processus gaussien. Dans notre approche, toutes les contributions du bruit interne et externe seront prises en compte dans une source unique de bruit $n(t)$ modélisé par un **Bruit Blanc Additif Gaussien** (BBAG ou AWGN « *Additive White Gaussian Noise* ») et située en amont du récepteur. Néanmoins, le bruit interne est en général celui qui est prépondérant dans les systèmes de transmission. Par conséquent, lorsque des systèmes à antennes mul-

tiples sont étudiés, on peut judicieusement supposer que les bruits propres à chacune des antennes sont décorrélés d'une antenne à l'autre et au cours du temps.

Les bruits composant le bruit interne sont dits « blancs » car, par analogie au spectre chromatique, l'ensemble de leurs composantes fréquentielles sont d'égales amplitudes dans une gamme de fréquences s'étendant jusqu'à 10^{13} Hz. Le bruit modélisé par un processus aléatoire gaussien, à moyenne nulle, stationnaire a donc une densité spectrale de puissance (DSP) bilatérale $\gamma_n(f)$ uniforme qui est égale à :

$$\gamma_n(f) = \frac{N_0}{2} \quad \forall f \leq 10^{13} \text{ Hz} \quad (1.1)$$

où N_0 est la DSP monolatérale du bruit. Lors de l'étude des systèmes de communications numériques, l'influence du BBAG sur les performances du système sera prise en compte par l'intermédiaire de la mesure du rapport signal à bruit E_b/N_0 où E_b est l'énergie moyenne reçue par bit d'information.

1.4 Caractérisation stochastique du canal

Les causes de variations au cours du temps des canaux de propagation étant nombreuses et pas toujours connues, il est impossible de caractériser les canaux de manière déterministe. La caractérisation de leur évolution aléatoire requiert alors le calcul des moments statistiques ou, de manière équivalente, des densités de probabilité de l'ensemble des processus rentrant en compte, ce qui paraît difficilement envisageable en pratique. En revanche, en admettant certaines hypothèses sur le comportement gaussien des variations à petite échelle du canal, une analyse des moments du premier et second ordre, définis respectivement par la moyenne et les fonctions de corrélation, suffit pour appréhender le comportement énergétique du milieu. Cette restriction demeure acceptable pour les liaisons sans fil à courte distance, limitées en puissance, dans des environnements riches en diffuseurs qui conduisent à des processus gaussiens.

1.4.1 Modèle ST-WSSUS

Si l'on suppose que les évanouissements du canal restent constants sur de courtes durées ou de faibles distances, on peut alors assimiler le canal radio-mobile comme étant un processus aléatoire stationnaire au sens large (« *Wide-Sense Stationary* » : wss). Si l'on suppose par ailleurs que les diffuseurs présents dans le canal sont non-corrélés (« *Uncorrelated Scattering* » : us), le canal est alors défini comme étant un **processus wss-us**. Les diffuseurs peuvent être considérés comme décorrélés si deux réponses impulsionnelles $h(t, \tau_1)$ et $h(t, \tau_2)$ du canal pour deux retards τ_1 et τ_2 différents sont décorrélés en temps, ou si deux signaux ayant des directions d'incidences différentes puisque provenant de diffuseurs différents sont décorrélés en espace.

D'autre part, en supposant que les moyennes d'ensemble et les moyennes temporelles ou fréquentielles sont équivalentes, on peut dire que le canal radio-mobile constitue un

système ergodique. La propriété d'ergodisme du processus est importante puisqu'en pratique, n'ayant pas accès à l'axe des réalisations de tous les processus, les propriétés statistiques s'obtiennent selon les domaines des variables dites « naturelles ». On entend par **variables naturelles**, à savoir les variables temps, t , fréquence f et position $\vec{r}$, celles qui servent à décrire l'évolution des évanouissements selon un domaine particulier (temps, fréquence, espace) [Gui02].

Même si ces hypothèses sont largement utilisées, il est bon de rappeler que leur domaine de validité peut s'avérer parfois être difficile à vérifier en pratique. Cependant, à l'échelle des communications, nous supposons ces hypothèses comme valides [Kat97] [Ste01]. Si on fait l'hypothèse de stationnarité selon toutes les variables naturelles, *i.e.* dans les trois domaines (temps, fréquence, espace), le canal est alors défini comme étant un processus ST-WSSUS (« *Spatio-Temporal* wssus »). Cela implique que les propriétés statistiques à l'ordre deux du canal définies dans l'un des trois domaines ne changent pas lorsque l'évolution du canal est visualisée dans un autre des domaines.

Stationnarité d'un processus : un processus est stationnaire au sens strict si sa loi de probabilité est invariante par translation temporelle, *i.e.* deux réalisations du même processus à deux instants ont mêmes caractéristiques. Cette propriété implique que les moments d'ordre un, d'ordre deux et la matrice de corrélation de ce processus sont indépendants des instants de mesure. Lorsque seules ces conditions sont remplies, le processus est dit stationnaire au sens large.

Ergodicité d'un processus stationnaire : elle est présente lorsque l'égalité existe entre les moments statistiques, calculés sur l'ensemble des réalisations d'un processus aléatoire, et les moments déterministes, évalués sur une réalisation unique. Ainsi, en pratique, les réalisations du processus observées pendant une durée assez longue suffisent à calculer l'espérance, la variance et la fonction d'autocorrélation du processus. Le comportement du canal a tendance à devenir non-ergodique notamment lorsque la vitesse d'apparition des évanouissements est lente devant la durée du bloc d'information [Gal68a].

Domaine de validité des hypothèses de stationnarité et d'ergodicité

Kattenbach a montré en 1997 [Kat97], dans le cas de canaux radio indoor, que l'hypothèse WSSUS habituellement prise pouvait s'avérer être limite voire fausse dans certaines situations. Alors que les hypothèses WSSUS et d'ergodicité peuvent être considérées comme valides pour un grand nombre de canaux variant temporellement (comme dans le cas correspondant à un environnement « *indoor* » statique avec un récepteur mobile), il n'en pas va de même lorsque l'on considère ces mêmes canaux comme ne variant plus au cours du temps mais variant sur une certaine distance où ni l'hypothèse US, ni l'hypothèse WSS ne sont valides.

1.4.2 Autocorrélation et densité spectrale de puissance

Lorsque les processus stochastiques sont WSS, au moins localement, sur l'une des variables naturelles, les moments d'ordre un et deux sont alors invariants selon la variable en question. Ainsi, l'autocorrélation de ces processus devient indépendante des variables naturelles, notées u , qui peuvent correspondre à des instants, des fréquences ou des positions, et dépend uniquement de l'écart Δu entre ces échantillons : $\forall u \in \{t, f, \vec{r}\}$ $\Gamma_h(u_1, u_2) = \Gamma_h(\Delta u)$ où h est la réponse impulsionnelle du canal. Dans le domaine transformé, *i.e.* le domaine dual du domaine naturel, qui est fonction de la **variable transformée** v , cela se traduit par une décorrélation des variables transformées correspondantes.

Grâce au théorème de Wiener-Khintchine, le spectre du domaine dual peut être calculé à partir des fonctions d'autocorrélation par Transformée de Fourier (TF). Ainsi, pour connaître entièrement le comportement au second ordre d'un canal WSS, seule la connaissance de son autocorrélation ou de son spectre de puissance est nécessaire puisque par TF, la connaissance de l'une de ces fonctions permet de retrouver l'autre fonction (principe de dualité dans la modélisation du canal énoncé par Bello [Bel63]). On utilise la relation générique suivante :

$$\Gamma_h(\Delta u) = E[h(u)h^*(u + \Delta u)] \xrightarrow{\text{TF}\{\cdot\}} \gamma_h(v) = E[|H(v)|^2] \quad (1.2)$$

où H est la fonction de transfert du canal, u est la variable naturelle, v la variable transformée correspondante et $(\cdot)^*$ désigne l'opération complexe-conjugué. A noter que dans le cas particulier de la stationnarité spatiale selon le vecteur position $\vec{r}$, celle-ci doit être respectée simultanément selon les trois composantes r_x , r_y et r_z du vecteur $\vec{r}$.

1.4.3 Dispersion temporelle et cohérence fréquentielle

Les canaux de propagation se caractérisent en premier lieu par l'**étalement des retards** (« *maximum delay* ») noté τ_{max} qui correspond à la durée écoulée entre les arrivées, au niveau du récepteur, du premier et du dernier trajet issus d'une même impulsion à l'émission. Se pose alors le problème de définir à partir de quel instant les retards sont inexistantes ou du moins peuvent être considérés comme négligeables. Dans la suite, on supposera τ_{max} fini.

En tant que variable aléatoire, il est intéressant de caractériser le retard τ par ses moments d'ordre un et deux. Pour calculer ces moments, la densité de probabilité de cette variable aléatoire peut être obtenue à partir du profil instantané des retards $\gamma_h(t, \tau)$ ou moyen $\bar{\gamma}_h(t, \tau)$ à condition de normaliser ces spectres par respectivement $\int_0^{\tau_{max}} \gamma_h(\tau) d\tau$ ou $\int_0^{\tau_{max}} E[\gamma_h(\tau)] d\tau$ pour obtenir une densité de probabilité. La densité de probabilité instantanée $p_\tau(t, \tau)$ associée à la variable aléatoire τ s'écrit alors :

$$p_\tau(t, \tau) = \frac{\gamma_h(t, \tau)}{\int_0^{\tau_{max}} \gamma_h(t, \tau) d\tau} \quad (1.3)$$

L'égalité (1.3) est obtenue en supposant d'une part que le retard τ est positif si l'émetteur est pris comme référentiel temporel, et d'autre part que le retard maximal τ_{max} est fini. De même, la densité de probabilité moyenne $p_\tau(\tau)$ s'écrit :

$$p_\tau(\tau) = \frac{E[\gamma_h(t, \tau)]}{\int_0^{\tau_{max}} E[\gamma_h(t, \tau)] d\tau} = \frac{\gamma_h(\tau)}{\int_0^{\tau_{max}} \gamma_h(\tau) d\tau} \quad (1.4)$$

Le **retard moyen** (« *mean delay* ») noté $\bar{\tau}$ est mathématiquement le moment d'ordre un de la variable aléatoire τ :

$$E[\tau] = \bar{\tau} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau p_{\tau}(\tau) d\tau = \frac{\int_0^{\tau_{max}} \tau \gamma_h(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_{max}} \gamma_h(\tau) d\tau} \quad (1.5)$$

La **dispersion des retards** (« *delay spread* ») est donnée par l'écart-type σ_{τ} de la densité de probabilité $p_{\tau}(\tau)$ déduit du moment d'ordre deux centré σ_{τ}^2 :

$$\sigma_{\tau}^2 = E[(\tau - E[\tau])^2] = \overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2 = \frac{\int_0^{\tau_{max}} (\tau - \bar{\tau})^2 \gamma_h(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_{max}} \gamma_h(\tau) d\tau} \quad (1.6)$$

La dispersion temporelle dans le domaine des retards τ induit, dans le domaine fréquentiel dual, une corrélation des variations fréquentielles plus ou moins forte. On définit alors la **bande de cohérence** (« *coherence bandwidth* ») $(\Delta f)_c$ du canal radiomobile comme étant l'écart existant entre deux fréquences distinctes pour un certain degré de corrélation fréquentielle ϱ_f . Elle détermine ainsi l'espacement fréquentiel à imposer entre deux signaux émis pour qu'ils puissent être affectés d'évanouissements indépendants.

L'effet multitrajet plus prononcé, conduisant à une dispersion des retards plus importante, contribue à réduire la bande de cohérence $(\Delta f)_c$. La littérature fournit diverses formules empiriques mettant en relation ces deux grandeurs pour une valeur donnée de corrélation fréquentielle ϱ_f :

$$(\Delta f)_c \approx \frac{1}{5\sigma_{\tau}} \quad (\text{pour } \varrho_f = 0.5) \quad (\Delta f)_c \approx \frac{1}{50\sigma_{\tau}} \quad (\text{pour } \varrho_f = 0.9) \quad (1.7)$$

La somme de ces signaux retardés conduit à des interférences intra-symboles ou entre des symboles différents (**Interférence Entre Symboles** : IES) d'autant plus importantes que le débit augmente. Ces interférences qui engendrent une déformation du signal reçu conduisent à la génération d'éventuelles erreurs lors de la prise de décision.

1.4.4 Dispersion fréquentielle et cohérence temporelle

Dans le domaine des fréquences millimétriques et des micro-ondes, les dispersions fréquentielles sont liées principalement aux mouvements du récepteur ou/et de l'émetteur voire des obstacles présents dans le canal. Elles caractérisent entre autres l'évolution temporelle du canal. En effet, ces mouvements provoquent un décalage du spectre des signaux émis, nommé décalage Doppler. Ces décalages Doppler, notés f_D , sont d'autant plus importants que les vitesses de déplacements des mobiles et des obstacles sont élevées. Ainsi, si l'on suppose que les ondes se propagent dans un plan horizontal, un signal sinusoïdal émis à la fréquence f_0 sera reçu par un mobile se déplaçant à la vitesse v à la

fréquence $f_0 + f_D$ telle que :

$$f_D = \frac{vf_0}{c} \cos(\alpha_l) \quad \text{avec } f_{D\max} = \frac{vf_0}{c} \quad (1.8)$$

où c est la célérité de la lumière et α_l est l'angle d'arrivée entre l'onde incidente correspondant au $l^{\text{ième}}$ trajet et le vecteur vitesse du mobile. Ce décalage fréquentiel compris entre $\pm f_{D\max}$ entraîne une modification de la fréquence porteuse qui pose problème pour des modulations numériques où le récepteur, pour reconstituer la porteuse d'émission avec sa phase exacte, a besoin alors de solliciter fortement l'asservissement de phase du démodulateur.

La dispersion fréquentielle dans le domaine Doppler f_D induit, dans le domaine temporel dual, une corrélation plus ou moins forte des variations temporelles. On définit alors le **temps de cohérence** (« *coherence time* ») $(\Delta t)_c$ du canal, mesurée pour une fréquence donnée et pour une position fixe des antennes, comme étant la durée sur laquelle les caractéristiques de l'enveloppe des oscillations du canal (« *voltage envelope* ») peuvent être considérées comme invariantes. $(\Delta t)_c$ est inversement proportionnelle à la fréquence Doppler maximale. De même que pour la dispersion temporelle où des relations empiriques sont utilisées pour relier la bande de cohérence $(\Delta f)_c$ à l'écart type de la dispersion des retards σ_τ , la dispersion fréquentielle se caractérise aussi par des relations issues de campagnes de mesure qui relient la fréquence Doppler maximale $f_{D\max}$ au temps de cohérence $(\Delta t)_c$:

$$(\Delta t)_c \propto \frac{1}{f_{D\max}} \quad (1.9)$$

La mobilité accrue d'un mobile ou le mouvement d'obstacles dans l'environnement de propagation, induisant l'augmentation de la fréquence Doppler maximale, conduit à une réduction du temps de cohérence $(\Delta t)_c$.

1.4.5 Dispersion angulaire et cohérence spatiale

Alors que la cohérence fréquentielle est engendrée par les trajets multiples arrivant à des instants τ différents, la cohérence spatiale à l'émission/réception est engendrée par les trajets multiples partant/arrivant de différentes directions spatiales. Le vecteur d'onde, appelé aussi vecteur pulsation spatiale, noté $\vec{k} = k\hat{k}$, caractérise les directions spatiales par l'intermédiaire de $\hat{k} = dk_x dk_y dk_z$ et les variations de la pulsation spatiale en fonction de la longueur d'onde par l'intermédiaire de $k = 2\pi/\lambda$. On définit alors la **distance de cohérence** (« *coherence distance* ») $(\Delta \vec{r})_c$ du canal, mesurée à un instant donné pour une fréquence donnée, pour une position fixe du réseau d'antennes^{1 2}. Celle-ci est donnée par la relation suivante :

$$(\Delta r_x)_c \propto \frac{1}{\sigma_{k_x}} \quad (\Delta r_y)_c \propto \frac{1}{\sigma_{k_y}} \quad (\Delta r_z)_c \propto \frac{1}{\sigma_{k_z}} \quad (1.10)$$

1. Le réseau d'antennes peut être assimilé à un échantillonneur spatial.

2. Dans le cas d'un réseau linéaire, la cohérence spatiale est mesurée sur une seule dimension. Dans le cas d'un réseau volumique, la cohérence spatiale correspond à une unité volumique dans laquelle le canal est invariant selon les trois dimensions.

Que ce soit au niveau de l'émetteur ou du récepteur, l'étalement angulaire est d'autant plus important et la corrélation spatiale d'autant plus faible que les signaux sont éloignés les uns des autres. L'**étalement angulaire** des signaux est complètement décrit par la distribution de la densité de puissance angulaire de l'environnement (« *angular power density distribution* ») appelé aussi spectre de puissance azimuthal (« *Power Azimuth Spectrum* » : PAS). Il correspond à la puissance de chaque angle d'arrivée. Les expressions de la fonction de corrélation spatiale ont été calculées dans la littérature en supposant que le PAS suivait, selon les cas, un cosinus surélevé à un entier pair [Lee73], une fonction gaussienne [AFWP86], une fonction uniforme [SW94a] ou une fonction laplacienne [PAKM00].

Par ailleurs, la station de base (BS), qui se trouve la plupart du temps à des hauteurs plus élevées que celles de la station mobile (MS), présente des distances de cohérence supérieures à celles mesurées au niveau de la station MS. Cela nécessite de séparer les antennes de la station de base BS, par exemple d'une distance de 1.5λ , pour que les antennes subissent des évanouissements indépendants alors que les antennes de la station mobile MS, souvent entourées de diffuseurs, n'ont besoin d'être séparées que de $0.4\lambda - 0.6\lambda$ [SKF⁺01].

1.4.6 Caractérisation complète du canal

Pour une situation donnée, à savoir une position fixe pour l'émetteur et le récepteur, une fréquence et un instant donnés, on associe au canal un coefficient de transmission complexe. La fonction de transfert $h(t, f, \vec{r})$ décrit l'évolution de ce coefficient complexe selon le temps absolu t , la fréquence f et la position au niveau du récepteur $\vec{r}$. Ainsi, pour une description unifiée du canal de propagation, celui-ci peut être décrit selon les axes temps, fréquence, espace par la **fonction d'autocorrélation jointe**³ $\Gamma_h(\Delta t, \Delta f, \Delta \vec{r})$, définie par l'équation (1.11), ou selon les axes Doppler, retard, pulsation par le **spectre de puissance joint** $\gamma_h(f_D, \tau, \vec{k})$, appelé aussi **fonction de diffusion**, définie par l'équation (1.12) [Dur00]. Le spectre de puissance joint peut être obtenu par transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation jointe.

$$\Gamma_h(\Delta t, \Delta f, \Delta \vec{r}) = E[h(t, f, \vec{r})h^*(t + \Delta t, f + \Delta f, \vec{r} + \Delta \vec{r})] \quad (1.11)$$

$$\downarrow \text{TF}\{\cdot\}$$

$$\begin{aligned} \gamma_h(f_D, \tau, \vec{k}) &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_h(\Delta t, \Delta f, \Delta \vec{r}) \exp(i[-2\pi f_D \Delta t + 2\pi f \Delta \tau - \vec{k} \Delta \vec{r}]) d\Delta t d\Delta f d\Delta \vec{r} \\ &= E[|H(f_D, \tau, \vec{k})|^2] \end{aligned} \quad (1.12)$$

3. Pour prendre en compte simultanément un ensemble de dépendances aléatoires du canal, on définit les fonctions d'autocorrélation jointes (dites aussi globales) et les spectres de puissance joints par extension des fonctions d'autocorrélation et des spectre de puissance à une seule variable. Naturellement, pour que ces fonctions puissent exister, le canal doit être WSS selon l'ensemble de ces dépendances.

Ces fonctions permettent à elles seules d'obtenir tous les paramètres statistiques : la fonction de diffusion fournit ainsi les paramètres de dispersions tandis que de la fonction d'autocorrélation, on peut déduire les paramètres de cohérence (bande, distance, temps de cohérence).

Néanmoins, les relations effectives entre la densité spectrale de puissance jointe et l'autocorrélation jointe pouvant être difficiles à percevoir à partir de la représentation du modèle de canal temps-fréquence-espace, il est préférable en pratique et selon l'application envisagée d'éliminer certaines dépendances du canal puisque de toute façon le canal ne dépend pas forcément des trois dimensions à la fois. Ainsi, le canal peut être étudié par exemple seulement dans le plan temps-fréquence ($\Delta\vec{r} = 0$), ce qui définit entièrement la fonction de corrélation si le récepteur dispose d'une seule antenne qui est fixe ou dans le plan espace-fréquence ($\Delta t = 0$), ce qui définirait entièrement la fonction de corrélation si le canal était statique.

Le canal peut donc être étudié selon certaines variables naturelles ou transformées. Dans le contexte de la simulation de systèmes, on utilisera soit la réponse impulsionnelle du canal $h(\tau; t, \vec{r})$ appelée aussi fonction d'étalement des retards dont τ est la variable transformée, soit la fonction de transfert $H(f; t, \vec{r})$. Pour caractériser la propagation sans fil, l'ITU (« *International Telecommunications Union* ») définit le canal radio en fonction des variables $(\vec{k}; f, t)$. Pour représenter l'étalement des trajets multiples dans toutes les dimensions (Doppler, retard, pulsation spatiale), on analyse la fonction d'étalement $D(f_D, \tau, \vec{k})$ (extension de la fonction étalement retard-Doppler), appelée aussi fonction de diffusion, qui correspond à la TF du canal exprimé selon les variables naturelles $(t, f, \vec{r})$. Cette représentation est très utilisée dans le contexte de la caractérisation et de la modélisation du canal.

Pour résumer, nous venons de voir que les phénomènes physiques, à savoir les mouvements des émetteurs/récepteurs, l'arrivée de trajets multiples retardés, et l'arrivée de trajets multiples en provenance de directions distinctes engendrent des **dispersions** respectivement dans les domaines Doppler, des retards, et des vecteurs d'onde. Ces phénomènes de dispersions conduisent à créer une **cohérence** dans les domaines duals (temps, fréquence, espace), appelés domaines naturels, engendrant des évanouissements de l'enveloppe du signal dans ces différents domaines. Le concept de cohérence du canal est le concept le plus important pour décrire le canal hertzien puisqu'il permet de dimensionner le système de telle manière que la communication puisse être efficace. La cohérence du canal selon chaque axe est caractérisée par une fonction d'autocorrélation. La transformée de Fourier des fonctions d'autocorrélation (temps, fréquence, espace) produit un spectre de puissance ou densité spectrale de puissance pour chaque domaine dual (Doppler, retard, vecteur d'onde) dont la largeur mesure l'écart type des dispersions (« *Root mean square spectral width* ») comme l'indique le tableau 1.1.

En conclusion, *les effets du canal de propagation sur le signal transmis peuvent être représentés dans deux domaines duaux l'un de l'autre : les évanouissements sélectifs qui affectent le signal dans les domaines temps, fréquence, espace et la dispersion du signal dans les domaines des Dopplers, retards, vecteurs d'onde.*

TAB. 1.1 – *Caractérisation du comportement du canal*

Domaine naturel	Temps t	Fréquence f	Position $\vec{r}$
<i>Fenêtre de cohérence</i>	<i>Temps de cohérence</i> $(\Delta t)_c$	<i>Bande de cohérence</i> $(\Delta f)_c$	<i>Distance de cohérence</i> $(\Delta \vec{r})_c$
Domaine de dispersion (spectral)	Doppler f_D	Retard τ	Vecteur d'onde $\vec{k}/\ \vec{k}\ $
<i>Largeur de dispersion</i>	<i>Dispersion Doppler</i> σ_{f_D}	<i>Dispersion des retards</i> σ_τ	<i>Dispersion du nombre d'onde</i> $\sigma_{\vec{k}}$
Dom. naturel $\xrightarrow{\text{TF}}$ Dom. spectral	$\int_{-\infty}^{\infty} \{\} \exp(-i2\pi f_D t) dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \{\} \exp(i2\pi \tau f) df$	$\int_{-\infty}^{\infty} \{\} \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) d\vec{r}$
Dom. spectral $\xrightarrow{\text{TF}^{-1}}$ Dom. naturel	$\int_{-\infty}^{\infty} \{\} \exp(i2\pi f_D t) df_D$	$\int_{-\infty}^{\infty} \{\} \exp(-i2\pi \tau f) d\tau$	$\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \{\} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) d\vec{k}$

1.4.7 Influence du canal sur les communications numériques : notion de sélectivité

Jusqu'à présent, nous avons cherché à caractériser uniquement le canal. Au paragraphe précédent, nous avons ainsi rappelé que le canal de propagation se caractérisait par une cohérence $((\Delta t)_c, (\Delta f)_c, (\Delta \vec{r})_c)$ selon les axes naturels temps, fréquence, et espace qui était due à la dispersion du canal respectivement selon les axes $(f_D, \tau, \vec{k})$. Nous allons maintenant voir l'influence de la bande de cohérence, de la durée de cohérence, et de la distance de cohérence sur un signal émis de durée T_s et de largeur de bande $B = \frac{1}{T_s}$.

La cohérence du canal dans l'un des domaines naturels conduit à créer une sélectivité sur le signal selon ce domaine. Ainsi, *la sélectivité selon l'un des domaines naturels $(t, f, \vec{r})$ est d'autant plus importante que la cohérence selon ce domaine est faible*, i.e. *d'autant plus importante que la dispersion selon le domaine transformé $(f_D, \tau, \vec{k})$ est grande*. On définit en général trois cas de sélectivité correspondant aux trois dispersions possibles du canal :

Dispersion temporelle : sélectivité en fréquence

Le canal est dit **sélectif en fréquence** (« *frequency selective* ») si la largeur de bande B du signal est plus grande que la bande de cohérence $(\Delta f)_c$ du canal. Dans le cas contraire, le canal est dit non-sélectif en fréquence ou à évanouissement plat (« *flat fading* »).

Dispersion Doppler : sélectivité en temps

Le canal est dit **sélectif en temps** (« *time selective* ») ou à **évanouissements rapides** (« *fast fading* ») si la durée T_s des symboles transmis est plus grande que la durée de cohérence $(\Delta t)_c$. Si ce n'est pas le cas, le canal est dit non-sélectif en temps ou à évanouissements lents (« *slow fading* ») ce qui correspond par exemple au cas de transmissions en environnement indoor. Pour transmettre de manière fiable des signaux

sur un canal variant temporellement, il faut éviter de transmettre les symboles à la même vitesse que les variations du canal : le taux de transmission doit être beaucoup plus élevé que la fréquence de variation du canal.

Dispersion angulaire : sélectivité en espace

Le canal est dit **sélectif en espace** (« *spatial selective* ») si la distance parcourue par le récepteur est supérieure à la distance de cohérence $(\Delta\vec{r})_c$. Dans le cas contraire, le canal est dit à évanouissement petite échelle (« *small-scale fading* »).

1.5 Représentation mathématique du canal MIMO

1.5.1 Représentation classique du canal MIMO

Considérons maintenant le modèle de canal MIMO présenté figure 1.2 créé par l'utilisation d'antennes multiples à la fois à l'émission et en réception. Ce canal comporte N_t entrées et N_r sorties, *i.e.* l'émetteur, noté Tx, dispose de N_t éléments d'antennes et le récepteur, noté Rx, dispose de N_r éléments d'antennes. Dans la suite du document, on parlera d'antenne au lieu d'éléments d'antenne puisque les antennes seront supposées être à une seule polarité. En effet, dans le cas des systèmes à diversité de polarisation non-étudiés ici, chaque antenne est constituée de plusieurs éléments correspondant chacun à une polarité. D'autre part, de même que dans le cas SISO, la largeur de bande du signal transmis est supposée suffisamment étroite pour que la réponse en fréquence puisse être considérée comme plate : on considère donc ici des canaux à bande étroite avec des évanouissements plats. On parlera alors de canal sans mémoire.

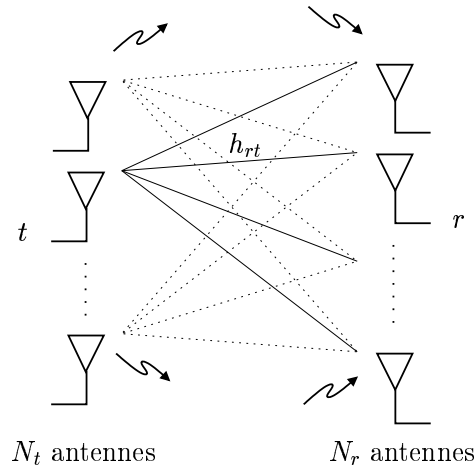


FIG. 1.2 – *Modèle du canal MIMO*

Le concept de communications MIMO a été tout d'abord introduit par J. Winters en 1987 pour deux systèmes de communications basiques [Win87]. Le premier concernait

la communication entre plusieurs mobiles et une station de base avec plusieurs antennes. Le second celle entre deux mobiles, chacun disposant de plusieurs antennes.

Au maximum, $N_t N_r$ canaux sont disponibles si tous ces canaux ont des variations décorréliées. Soient $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t}$, le vecteur des signaux émis sur les N_t antennes, $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{N_r}$, le vecteur des signaux reçus sur les N_r antennes, et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r}$, le vecteur des termes de bruit additif présents sur les N_r antennes. Si l'on suppose que le signal reçu sur chacune des antennes est la somme de tous les signaux transmis (aucune perte de signaux), la relation linéaire d'entrée/sortie s'écrit alors :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1.13)$$

où $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ est la matrice représentant une réalisation instantanée du canal à bande étroite, avec h_{rt} l'atténuation du canal sous forme complexe reliant l'antenne d'émission d'indice t à l'antenne de réception d'indice r :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & \dots & \dots & h_{1N_t} \\ \vdots & \dots & h_{rt} & \dots & \vdots \\ h_{N_r 1} & \dots & \dots & \dots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

L'expression (1.13) considère que le signal est reçu sur une durée-symbole. A partir de cette expression, on peut en déduire les expressions du signal reçu dans une configuration MISO (« *Multiple Input Single Input* ») ou SISO (« *Single Input Single Input* »), *i.e.* dans des configurations avec une seule antenne en réception et une ou plusieurs antennes à l'émission. Le tableau 1.2 présente ainsi les équations à utiliser selon la configuration du système : nombre d'antennes d'émission, de réception, temps de cohérence égale ou non à la durée de la trame émise. La durée LT_x de la trame correspond à l'émission successive de L symboles de durée T_x . Nous constatons alors que pour exprimer le signal reçu sur L durées symboles ($L > 1$), deux formules peuvent être utilisées selon que la matrice du canal est constante ($LT_x = (\Delta t)_c$) ou non sur ces L durées symboles. Lorsque la matrice du canal varie à chaque durée symbole ($T_x = (\Delta t)_c$), l'équation peut être exprimée sous forme vectorielle ou matricielle.

1.5.2 Représentation équivalente du canal MIMO : décomposition en « canaux propres »

1.5.2.1 Modes propres du canal

Le modèle de canal présenté ci-dessus (figure 1.2) ne fait pas apparaître les canaux réellement disponibles lorsque les canaux sont corrélés entre eux. La matrice du canal étant de nature complexe, la théorie des matrices complexes peut être appliquée pour obtenir un système équivalent faisant apparaître les sous-canaux, appelés aussi **modes propres**, effectivement disponibles et exploitables par le système de transmission. L'analyse des modes propres permet d'étudier les performances du système, comme nous le verrons par la suite, en terme de capacité, probabilité d'erreur, gain de diversité... L'analyse des

TAB. 1.2 – *Expressions des signaux reçus selon la configuration du système : nombre d'antennes d'émission $1 \leq t \leq N_t$, de réception $1 \leq r \leq N_r$, nombre de symboles reçus $1 \leq l \leq L$, temps de cohérence du canal $(\Delta t)_c = L$*

Système	Signal reçu	Dimensions
SISO	$r = hx + n$	$r_r^l, h_{rt}^l, x_t^l, n_r^l \in \mathbb{C}$
MISO	$r_r^l = \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}^l x_t^l + n_r^l$	$r_r^l, h_{rt}^l, x_t^l, n_r^l \in \mathbb{C}$
MIMO $L = 1$	$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$	$\mathbf{r}, \mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r}, \mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t}, \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$
MIMO $L > 1$ $LT_x = (\Delta t)_c$	$\mathbf{R} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N}$	$\mathbf{R}, \mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N_r \times L}, \mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_t \times L}, \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$
MIMO $L > 1$ $T_x = (\Delta t)_c$	$\text{vec}\{\mathbf{R}\} = \text{diag}[\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_L] \text{vec}\{\mathbf{X}\} + \text{vec}\{\mathbf{N}\}$ $\mathcal{R} = \mathcal{H}\mathcal{X} + \mathcal{N}$ (forme vectorielle) $\mathbf{R} = [\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_L] \odot \mathbf{X} + \mathbf{N}$ (forme matricielle)	$\mathcal{R}, \mathcal{N} \in \mathbb{C}^{N_r L}, \mathcal{X} \in \mathbb{C}^{N_t L}, \mathcal{H} \in \mathbb{C}^{N_r L \times N_t L}$

où $\odot$ correspond au produit de Schur-Hadamard, i.e. à l'opération de multiplication élément par élément appliquée ici sur des blocs

valeurs propres du canal MIMO selon la dimension temporelle ou selon leur CDF (« *cumulative distribution function* ») est une bonne mesure des performances d'un système MIMO [And00b] [KSM00].

Le nombre N_m de sous-canaux ou modes propres de la matrice du canal qui est en général rectangulaire ($N_t \neq N_r$) peut être estimé soit à partir de la décomposition en valeurs singulières (« *singular value decomposition* » : SVD) de la matrice $\mathbf{H}$, soit à partir de la décomposition en valeurs propres (« *eigenvalue decomposition* » : EVD) de la matrice de corrélation instantanée $\Gamma_{\mathbf{H}}$ qui est définie par $\Gamma_{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (si $N_r < N_t$) ou $\Gamma_{\mathbf{H}} = \mathbf{H}^H\mathbf{H}$ (si $N_r \geq N_t$) [And00b] [Tel95]. Ces deux méthodes sont résumées dans le tableau 1.3 ci-dessous où $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont des matrices unitaires ($\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_{N_r}$ et $\mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}_{N_t}$) contenant respectivement les vecteurs propres $\mathbf{u}$ de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ et les vecteurs propres $\mathbf{v}$ de $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Les matrices $\mathbf{D}_s$ et $\mathbf{D}_e$ sont des matrices diagonales contenant respectivement les racines carrées non-négatives⁴ des valeurs singulières λ_m^s de $\mathbf{H}$ et les valeurs propres λ_m^e de $\Gamma_{\mathbf{H}}$. La $m^{\text{ième}}$ valeur singulière λ_m^s réelle et non-négative et la $m^{\text{ième}}$ valeur propre λ_m^e sont reliées entre elles par la relation : $(\lambda_m^s)^2 = \lambda_m^e$. La valeur propre λ_m^e correspond à la puissance instantanée reçue sur le mode propre m , la valeur singulière λ_m^s étant l'amplitude de l'enveloppe du signal (« *receive voltage* »).

Les N_m valeurs propres λ_m^e de la matrice de covariance instantanée $\Gamma_{\mathbf{H}}$ sont associées à chacun des N_m vecteurs propres $\mathbf{u}_m$ et sont définies comme étant le résultat de la multiplication de la matrice de covariance par l'un des vecteurs propres. En effet, si on

4. Les valeurs singulières ne sont pas complexes.

TAB. 1.3 – Méthodes de calcul des modes propres

SVD	EVD
$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}_s\mathbf{V}^H$ avec $\mathbf{D}_s = \text{diag}(\lambda_1^s, \dots, \lambda_{N_m}^s)$ $\lambda_1^s \geq \lambda_2^s \geq \dots \geq \lambda_{N_m}^s \geq 0$	$\Gamma_{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{U}\mathbf{D}_e\mathbf{U}^H$ si $N_r < N_t$ $\Gamma_{\mathbf{H}} = \mathbf{H}^H\mathbf{H} = \mathbf{V}\mathbf{D}_e\mathbf{V}^H$ si $N_r \geq N_t$ avec $\mathbf{D}_e = \text{diag}(\lambda_1^e, \dots, \lambda_{N_m}^e)$ $\lambda_1^e \geq \lambda_2^e \geq \dots \geq \lambda_{N_m}^e \geq 0$
$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N_r}] \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$	$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N_t}] \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$

multiplie $\Gamma_{\mathbf{H}}$ par $\mathbf{u}_m$, on obtient le vecteur $\mathbf{u}_m$ pondéré par sa valeur propre λ_m^e :

$$\Gamma_{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{u}_m = \lambda_m^e \mathbf{u}_m \quad \text{soit} \quad (\lambda_m^e \mathbf{I}_{N_m} - \Gamma_{\mathbf{H}}) \cdot \mathbf{u}_m = 0 \quad \text{si} \quad \mathbf{u}_m \neq \mathbf{0} \quad (1.15)$$

Ainsi, λ_m^e est une valeur propre de $\Gamma_{\mathbf{H}}$ si la matrice $(\lambda_m^e \mathbf{I}_{N_m} - \Gamma_{\mathbf{H}})$ est non-singulière, *i.e.* si son déterminant est non nul. Les N_m valeurs propres de $\Gamma_{\mathbf{H}}$ correspondront aux N_m racines de l'équation $\det(\lambda_m^e \mathbf{I}_{N_m} - \Gamma_{\mathbf{H}})$

Au lieu de λ_m^e , la valeur propre η_m normalisée par la puissance moyenne des $N_t N_r$ canaux peut être utilisée :

$$\eta_m = \frac{\lambda_m^e}{E \left[\frac{1}{N_t N_r} \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} |h_{rt}|^2 \right]} \quad (1.16)$$

Tandis que chaque coefficient η_m correspond au gain de puissance apporté par le $m^{\text{ième}}$ mode propre, les vecteurs $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ peuvent être interprétés comme étant des vecteurs de pondération des antennes.

Le nombre N_m de modes propres indépendants ou nombre de valeurs singulières non-nulles présentes dans le canal correspond au rang de la matrice de canal $\mathbf{H}$ qui est de taille $N_r \times N_t$:

$$N_m = \text{rg}(\Gamma_{\mathbf{H}}) \leq \min(N_t, N_r) \quad (1.17)$$

Le nombre de sous-canaux indépendants sur lesquels l'information peut être transmise est au plus égal au nombre le plus élevé d'antennes de transmission ou de réception. Autrement dit, le rang correspond au nombre d'équations indépendantes offertes par le système linéaire.

Rappelons maintenant les différences entre les techniques SVD ou EVD. Pour obtenir les vecteurs de poids $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$, il est numériquement plus efficace d'utiliser la SVD de $\mathbf{H}$ tandis que pour obtenir les valeurs propres et donc les gains de puissance fournis par chaque mode propre, il est plus facile d'utiliser l'EVD [KSM00]. Cependant l'EVD ne peut

être utilisée que dans le cas où le canal est connu à l'émetteur et au récepteur afin de pouvoir calculer et appliquer de chaque côté les matrices $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$.

Ainsi, pour accéder aux modes propres du canal, *i.e.* pour diagonaliser la matrice du canal afin de faire apparaître (ou d'exciter) les modes orthogonaux où chaque mode est caractérisé par son gain de puissance correspondant à sa valeur singulière, l'émetteur applique un vecteur singulier $\mathbf{v}_m$ (ou facteur de pondération à l'émission) [And00b] :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{v}_1 &= \mathbf{U}\mathbf{D}_s\mathbf{V}^H\mathbf{v}_1 = \lambda_1^s \mathbf{u}_1 \\ \vdots & \\ \mathbf{H}\mathbf{v}_m &= \dots = \lambda_m^s \mathbf{u}_m \\ \vdots & \\ \mathbf{H}\mathbf{v}_{N_m} &= \dots = \lambda_{N_m}^s \mathbf{u}_{N_m} \end{aligned}$$

Au niveau du récepteur, celui-ci applique les facteurs de pondération de réception correspondant aux vecteurs singuliers $\mathbf{u}_m$:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^H \mathbf{u}_1 \lambda_1^s &= \lambda_1^s \\ \vdots & \\ \mathbf{u}_m^H \mathbf{u}_m \lambda_m^s &= \lambda_m^s \\ \vdots & \\ \mathbf{u}_{N_m}^H \mathbf{u}_{N_m} \lambda_{N_m}^s &= \lambda_{N_m}^s \end{aligned}$$

1.5.2.2 Passage du modèle classique au modèle équivalent

Nous allons maintenant voir comment on peut passer de la représentation classique du canal MIMO de la figure 1.2, exprimée par l'équation (1.13) (rappelée à l'équation (1.18) ci-dessous), au modèle de canal équivalent faisant apparaître les valeurs singulières et les modes propres du canal, exprimé par l'équation (1.21) et représenté figure 1.3.

Ainsi, à partir de l'équation (1.18), après avoir appliqué la SVD sur la matrice $\mathbf{H}$ du canal, nous obtenons l'équation (1.19). En postmultipliant le vecteur $\mathbf{r}$ des signaux reçus par la matrice $\mathbf{U}$ des vecteurs propres, nous obtenons le modèle équivalent du canal MIMO exprimé par l'équation (1.21).

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad \text{modèle initial} \quad (1.18)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{D}_s\mathbf{V}^H\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad \text{SVD} \quad (1.19)$$

$$\mathbf{U}^H\mathbf{r} = \mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{D}_s\mathbf{V}^H\mathbf{x} + \mathbf{U}^H\mathbf{n} \quad \text{postmultiplication} \quad (1.20)$$

$$\mathbf{r}' = \mathbf{D}_s\mathbf{x}' + \mathbf{n}' \quad \text{modèle équivalent} \quad (1.21)$$

La multiplication des vecteurs $\mathbf{r}$, $\mathbf{x}$ et $\mathbf{n}$ par les matrices unitaires a seulement un effet de « *scaling* », *i.e.* les vecteurs $\mathbf{r}'$, $\mathbf{x}'$ et $\mathbf{n}'$ résultants ont la même distribution que les vecteurs $\mathbf{r}$, $\mathbf{x}$ et $\mathbf{n}$ initiaux et ont la même matrice de covariance. Par exemple, $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}'} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}$. Ainsi, $\mathbf{n}'$ est un vecteur de variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle avec les

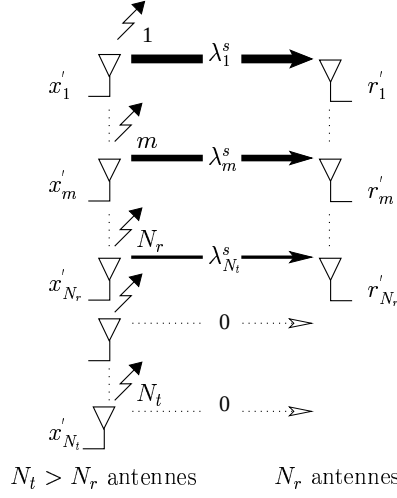


FIG. 1.3 – *Modèle du canal MIMO équivalent pour $N_t > N_r$*

parties réelles et imaginaires *i.i.d.* . Le canal MIMO peut donc être décomposé de manière équivalente en N_m canaux SISO parallèles dont la puissance du signal transmis sur chaque mode propre est donnée par chacune des N_m valeurs propres λ_m^e .

Si le canal est de rang N_m , $(N_r - N_m)$ signaux reçus sont indépendants du signal transmis et ne sont donc pas utiles dans le processus de détection comme nous l'indique la figure 1.3. Cette représentation du canal MIMO nous permet de mettre en avant la perte de puissance qui a lieu lorsque le canal est inconnu au niveau de l'émetteur. Exprimée sous forme scalaire, l'équation (1.21) devient :

$$r'_r = \lambda_r^s x'_r + n'_r \quad 1 \leq r \leq N_m \quad (1.22)$$

$$r'_r = n'_r \quad (N_m + 1) \leq r \leq N_r \quad (1.23)$$

1.5.3 Modélisation de la corrélation spatiale

1.5.3.1 Définition du coefficient de corrélation

Jusqu'à présent, nous avons considéré une décorrélation parfaite entre les canaux, ce qui permet d'obtenir les performances optimales comme nous le verrons au chapitre 2. Les coefficients de corrélation habituellement utilisés dans le document ont pour définition statistique [KSM00] :

$$\varrho = \langle a, b \rangle = \frac{E[ab^*] - E[a]E[b^*]}{\sqrt{(E[|a|^2] - |E[a]|^2)(E[|b|^2] - |E[b]|^2)}} \quad (1.24)$$

où $\langle a, b \rangle$ est l'opération de corrélation entre les deux nombre a et b . La corrélation peut être calculée de trois façons différentes selon l'information portée par les signaux que l'on souhaite étudier. Elle peut être calculée soit par rapport aux signaux complexes (vis-à-vis

de l'enveloppe et de la phase des signaux), aux enveloppes des signaux ou encore par rapport à la puissance de ceux-ci.

Soient les deux variables complexes z et z' , les trois coefficients de corrélation possibles sont donc :

- corrélation complexe : $\varrho_{\text{cplx}} = \langle z, z' \rangle$
- corrélation d'enveloppe : $\varrho_{\text{env}} = \langle |z|, |z'| \rangle$
- corrélation de puissance : $\varrho_{\text{pow}} = \langle |z|^2, |z'|^2 \rangle$ avec $\varrho_{\text{pow}} \in [-1, 1]$

Dans le contexte de la modélisation, le coefficient de corrélation complexe a l'avantage de tenir compte de toute l'information requise (amplitude - phase) pour modéliser correctement le canal radio. Bien que le concept de corrélation complexe fût décrit théoriquement à la fin des années 50 et au début des années 60 [McF56] [PS60], il ne fût en revanche pas utilisé lors de campagnes de mesures effectuées lors des années 70, 80 pour cause de limites techniques des appareils de mesure qui ne pouvaient pas mesurer la phase. D'ailleurs, les coefficients de corrélation de puissance sont plus faciles à mesurer que les coefficients de corrélation d'enveloppe. Dans le cas de signaux suivant une distribution de Rayleigh et dont la phase est uniforme sur $[0, 2\pi[$, les coefficients de corrélation de puissance et de corrélation complexes sont reliés par la relation : $\varrho_{\text{pow}} = |\varrho_{\text{cplx}}|^2$ avec $\varrho_{\text{pow}} \in [0, 1]$ [PS60]. Dans le cas d'une distribution de Rice, la relation entre ces coefficients de corrélation est donnée dans [McF56]. En prenant la valeur absolue du coefficient de corrélation de puissance, celui-ci peut être étudié uniquement sur l'intervalle $[0, 1]$ puisque une corrélation de -1 revient à étudier un signal totalement corrélé avec un autre signal déphasé de π .

Par contre, lorsque les coefficients de corrélation de puissance ou d'enveloppe sont perturbés par du BBAG, la valeur de la corrélation mesurée est biaisée pour des valeurs du rapport signal sur bruit (RSB) inférieures à 20 dB puisque le bruit rend la corrélation plus forte [Egg96]. Un facteur de correction de l'amplitude doit alors être appliqué. Par exemple, lorsque le RSB est compris entre 10 et 20 dB, la valeur de ce facteur est de 0.05.

Pour étudier la corrélation d'un canal MIMO, l'hypothèse souvent prise dans la littérature est l'indépendance de la corrélation des antennes de réception vis-à-vis des antennes d'émission et de l'indépendance de la corrélation des antennes d'émission vis-à-vis des antennes de réception. Ceci peut être justifié par le fait que seuls les diffuseurs situés dans l'environnement proche du réseau d'antennes engendrent la corrélation entre les antennes de ce réseau.

L'étude de l'évolution temporelle des valeurs propres η_m permet tout d'abord de révéler le niveau de corrélation des canaux. Ainsi dans le cas d'un environnement corrélé (faible étalement angulaire à la station de base), un seul mode propre se dégage correspondant au cas où la valeur propre la plus élevée η_1 est très au-dessus des autres [KSM00].

1.5.3.2 Scenarios de corrélation

Trois scenarios présentant des degrés divers de corrélation peuvent être distingués selon la répartition des diffuseurs dans l'environnement et selon la présence ou non de trajets directs :

A - Signaux décorrélés

Ce scenario correspond au cas le plus favorable où l'environnement est riche en diffuseurs entraînant une décorrélation spatiale entre les canaux (cas « *indoor* »). Si la décorrélation est totale, le canal est de rang plein : le nombre maximal de valeurs propres est alors atteint.

B - Signaux corrélés

En présence de trajet direct (LOS) ou d'un faible étalement angulaire à l'une des extrémités du canal, les canaux présentent entre eux une certaine corrélation. Ceci s'exprime par un faible rang du canal fournissant un faible nombre de valeurs propres. Il s'agit naturellement du cas le plus défavorable pour les systèmes MIMO. Ainsi les coefficients de corrélation au niveau des stations de base présentent souvent de fortes valeurs même pour des séparations d'antennes élevées puisque les stations de base, positionnées en hauteur par rapport au milieu, présentent de faibles étalements angulaires.

C - Signaux décorrélés - rang unitaire

Même si ce cas n'est pas étudié par la suite, nous avons quand même choisi d'en parler parce qu'il montre que malgré la présence de signaux décorrélés de part et d'autre du canal, le canal peut quand même exhiber un rang unitaire et ne pas assurer ainsi une haute efficacité spectrale. Ce phénomène, dénommé « *pin-hole* » [GBGP00b] ou « *keyhole* » [CFV00], correspondrait à la propagation d'une onde qui serait interrompue par une plaque métallique plate de dimension infinie présentant un trou en son milieu. Cependant selon ces mêmes auteurs, un tel phénomène s'avère être rare en pratique : en « *outdoor* », cela pourrait correspondre au cas d'une transmission où l'émetteur et le récepteur seraient situés de part et d'autre d'une montagne et où l'onde passerait au travers d'un tunnel, ou en « *indoor* » au cas où la transmission s'effectuerait de part et d'autre d'un long couloir (figure 1.4 [Gug03]). De toute façon, l'effet de « *pin-hole* » a été considéré pour des distances entre émetteur et récepteur très grandes, une situation pour laquelle la faible valeur de RSB qui serait obtenue impliquerait à elle seule une perte en capacité comme nous le verrons au chapitre 2.

1.5.3.3 Calcul du coefficient de corrélation

La corrélation spatiale du canal dépend du degré de corrélation en émission d'une part et en réception d'autre part. Elle est fonction de facteurs tels que l'espacement entre les antennes, les angles d'arrivée, les diagrammes de rayonnements des antennes, et l'étalement angulaire des signaux intimement reliés à la distribution des obstacles dans le

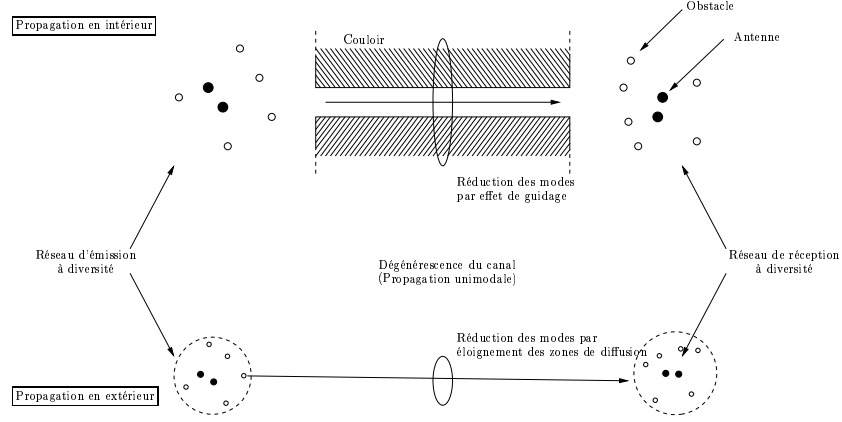


FIG. 1.4 – Scénarii menant à la formation d’un goulot d’étranglement dans le canal de propagation

canal de propagation. Nous ne souhaitons pas ici faire une étude complète de la corrélation spatiale dont le problème s’avère relativement complexe à traiter. C’est pourquoi nous nous limiterons au développement effectué à l’origine dans [VY03] en distinguant les cas de présence ou d’absence de trajets directs.

Considérons un canal MIMO constitué en entrée et en sortie de réseaux linéaires d’antennes omnidirectionnelles régulièrement espacées avec un angle d’orientation de $\pi/2$. Soient d_t et d_r les distances séparant respectivement les antennes du réseau d’émission et celles du réseau de réception. Par ailleurs, la distance d séparant le réseau d’émission de celui de réception est supposée beaucoup plus grande que d_t et d_r . Les ondes arrivant au récepteur sous une direction d’arrivée α peuvent alors être considérées comme planes.

En supposant l’indépendance des coefficients de corrélation des réseaux d’émission avec ceux du réseau de réception, on calcule alors la corrélation entre les antennes r et r' du réseau de réception pour une antenne t du réseau d’émission et réciproquement pour le calcul de la corrélation en réception. Les coefficients de corrélation entre deux antennes d’émission t et t' et deux antennes de réception r et r' sont égaux à :

$$\varrho_{rr'} = E[h_{rt}^* h_{r't}] \quad \varrho_{tt'} = E[h_{rt}^* h_{r't'}] \quad (1.25)$$

A - Milieu LOS sans diffuseur

Dans le cas d’une propagation LOS sans diffuseurs schématisée figure 1.5, les éléments de la matrice $\mathbf{H}$ du canal, notés h_{rt} , sont donnés par :

$$h_{rt} = e^{-j2\pi \frac{d_{rt}}{\lambda}} \quad 1 \leq r \leq N_r \quad 1 \leq t \leq N_t \quad (1.26)$$

avec d_{rt} la distance séparant l’antenne t du réseau d’émission de l’antenne r du réseau de réception et où l’amplitude des coefficients est normalisée ($|h_{rt}| = 1$).

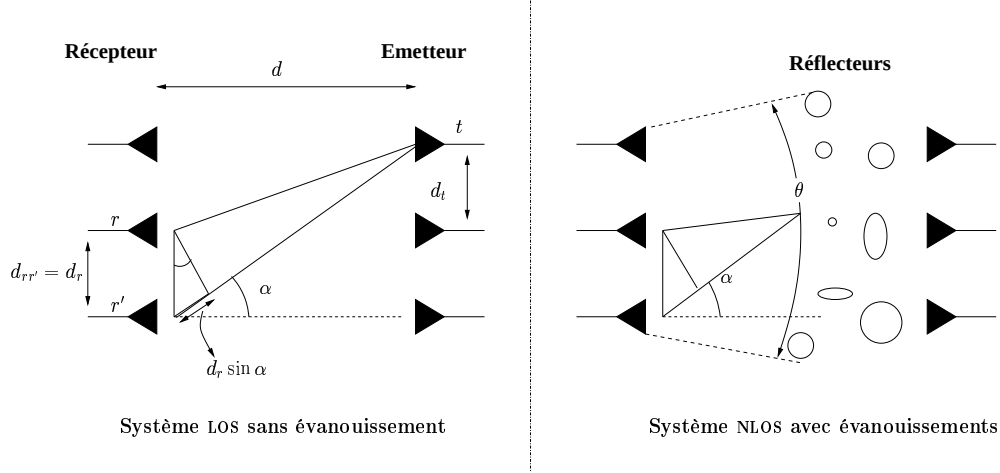


FIG. 1.5 – *Modèle de propagation pour un système MIMO en présence ou non d'évanouissements*

Le coefficient de corrélation entre deux antennes de réception par exemple pour une antenne d'émission t fixe est donc donné par :

$$\rho_{rr'} = E[e^{-j2\pi \frac{d_{rt} - d_{r't}}{\lambda}}] = E[e^{-j2\pi \frac{d_{rr'} \sin(\alpha)}{\lambda}}] \quad (1.27)$$

puisque pour des valeurs de d_{rt} et $d_{r't}$ élevées :

$$d_{rt} - d_{r't} = d_{rr'} \sin(\alpha) \quad (1.28)$$

où α correspond à la direction d'arrivée du plan d'onde (« *Direction Of Arrival* » : DOA).

Par conséquent, pour un réseau de réception avec un angle d'orientation de $\pi/2$ très éloigné du réseau émetteur, le coefficient de corrélation (1.27) peut être approximé par :

$$\rho_{rr'} = \begin{cases} e^{-j2\pi \frac{d_{rr'} \sin(\alpha)}{\lambda}} & r \neq r' \\ 1 & r = r' \end{cases}$$

Comme nous pouvons le constater, le coefficient de corrélation dépend de la séparation $d_{rr'}$ entre les antennes de réception. Si cette séparation entre les antennes est faible comparée à la longueur d'onde ou si la direction d'arrivée α est petite ($\alpha \simeq 0$), tous les coefficients de corrélation seront les mêmes et égaux à 1.

B - Milieu NLOS - évanouissements de Rayleigh

Nous nous plaçons maintenant dans le cas où le réseau en réception est environné par des diffuseurs ou réflecteurs (figure 1.5). Les ondes transmises sont alors réfléchies par ces diffuseurs. Chaque onde émise arrive avec un angle α , appelé angle d'arrivée ou d'incidence, qui lui est propre. L'ensemble de ces ondes décrit un spectre angulaire $p(\alpha)$ et un angle θ qui définit l'étalement angulaire reçu.

Dans le cas des évanouissements NLOS, l'amplitude des évanouissements n'est plus égale à 1. En revanche, les coefficients du canal sont de puissance normalisée : $E|h_{rt}|^2 = 1$. En appliquant cette hypothèse, le coefficient de corrélation entre deux antennes de réception pour une antenne d'émission t fixe devient :

$$\varrho_{rr'} = E[e^{-j2\pi \frac{d_{rt} - d_{r't}}{\lambda}}] = E[e^{-j2\pi \frac{d_{rr'} \sin(\alpha)}{\lambda}}] \quad (1.29)$$

On retrouve le coefficient de corrélation du cas LOS.

Le coefficient de corrélation des signaux reçus par deux antennes de réception r et r' séparées de la distance $d_{rr'}$ est :

$$\varrho_{rr'} = \begin{cases} \int_{-\theta/2}^{\theta/2} e^{-j2\pi \frac{d_{rr'} \sin(\alpha)}{\lambda}} p(\alpha) d\alpha & r \neq r' \\ 1 & r = r' \end{cases}$$

Pour des trajets incidents uniformément répartis autour du récepteur (distribution uniforme des directions d'arrivée : $p(\alpha) = \frac{1}{2\pi}$, $\alpha \in [0, 2\pi[$), le coefficient de corrélation correspond à la fonction de Bessel d'ordre 0 :

$$\varrho_{rr'} = J_0(2\pi \frac{d_{rr'}}{\lambda}) \quad r \neq r' \quad (1.30)$$

Ainsi, pour atteindre un coefficient de corrélation nul ($J_0(\pi) \simeq 0$), les antennes doivent être espacées de $\lambda/2$.

Les antennes des stations de base qui sont généralement positionnées en hauteur et au-dessus des diffuseurs, font face à un étalement angulaire relativement faible. C'est pourquoi le coefficient de corrélation s'avère élevé même pour des séparations d'antennes importante. Il fût montré que l'étalement angulaire au niveau des stations de base pour des cellules de rayons 1 km est d'environ 2 degrés [VY03].

Les coefficients de corrélation pour une distribution uniforme des angles d'arrivée et pour différents étalements angulaires sont montrés figure 1.6. Obtenir de faibles corrélations pour de faibles étalements angulaires θ requiert des séparations d'antennes très importantes. En revanche, si l'étalement angulaire est suffisamment important, (*e.g.* 15°), de faibles corrélations (< 0.2) peuvent être obtenues pour des espacements d'antennes ne dépassant pas deux fois la longueur d'onde. Pour de faibles séparations d'antennes ($\lambda/2$), le coefficient de corrélation est élevé (> 0.5) même pour des étalements angulaires relativement importants de l'ordre de 30° .

Pour des rayons ayant un spectre angulaire gaussien (distribution gaussienne des directions d'arrivée), les coefficients de corrélation décroissent de façon monotone avec la séparation des antennes.

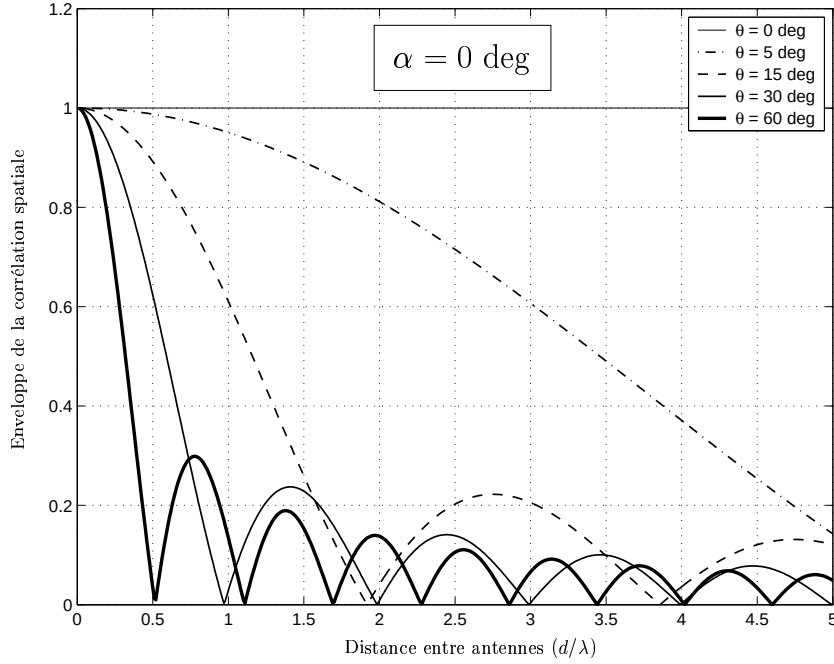


FIG. 1.6 – *Corrélation spatiale en fonction de l'espacement entre antennes pour différentes valeurs d'étalement angulaire θ et pour un angle d'incidence α nul. Les angles d'arrivée sont supposés être uniformément distribués*

C - Matrice de corrélation

On peut étendre le calcul de corrélation à l'ensemble du canal en appliquant la matrice de corrélation à la matrice du canal. Pour calculer la matrice de corrélation, cherchons tout d'abord à exprimer la matrice du canal $\mathbf{H}$ sous forme vectorielle. Celle-ci peut s'exprimer sous la forme :

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_r, \dots, \mathbf{h}_{N_r}]^T \quad (1.31)$$

où le vecteur ligne $\mathbf{h}_r$ rassemble les N_t coefficients des canaux reliant les N_t antennes d'émission à la $r^{\text{ième}}$ antenne de réception, soit :

$$\mathbf{h}_r = [h_{r1}, \dots, h_{rt}, \dots, h_{rN_t}]^T \quad (1.32)$$

Nous définissons maintenant le vecteur $\mathbf{h}$, qui est constitué des N_r vecteurs lignes $\mathbf{h}_r$, par l'expression suivante :

$$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{N_r}] \quad (1.33)$$

A partir de l'expression vectorielle $\mathbf{h}$ de la matrice du canal $\mathbf{H}$, nous pouvons définir la matrice de corrélation $\mathbf{\Gamma}_h$ de taille $N_r N_t \times N_r N_t$ comme suit :

$$\mathbf{\Gamma}_h = E[\mathbf{h}^H \mathbf{h}] \quad (1.34)$$

Pour simplifier l'analyse de la corrélation spatiale, il est souvent supposé dans la littérature que la corrélation entre les antennes du réseau de réception est indépendante des antennes du réseau d'émission et réciproquement. Cette hypothèse que nous avons aussi choisie de prendre peut être justifiée par le fait que seul l'environnement proche des antennes engendre la corrélation entre elles et n'interagit pas sur la corrélation qui peut être observée de l'autre côté du canal [MBB⁺00] [CRFLL00].

Soient les matrices de corrélation $\mathbf{\Gamma}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{K}_r^H$ et $\mathbf{\Gamma}_t = \mathbf{K}_t \mathbf{K}_t^H$ du réseau de réception et d'émission auxquelles la décomposition de Cholesky a été appliquée. On obtient ainsi les matrices triangulaires inférieures $\mathbf{K}_t$ et $\mathbf{K}_r$ de tailles respectives $N_t \times N_t$ et $N_r \times N_r$. Afin d'obtenir la matrice $\mathbf{H}_{\text{cor}}$ du canal MIMO corrélé, on applique ces deux matrices à la matrice du canal $\mathbf{H}$ qui est constituée d'éléments gaussiens complexes non-corrélés :

$$\mathbf{H}_{\text{cor}} = \mathbf{K}_r \mathbf{H} \mathbf{K}_t \quad (1.35)$$

Distance de corrélation et distance d'échantillonnage spatial

Il est important de rappeler ici la différence entre distance de corrélation et distance d'échantillonnage qui sont parfois abusivement confondues. La **distance de corrélation** indique l'espacement minimal inter-éléments nécessaire pour que les signaux reçus puissent être considérés comme décorrelés. Elle est fonction de la longueur d'onde et de l'environnement et sert à établir la distinction entre réseau à diversité et réseau phasé.^a La **distance d'échantillonnage spatial** est égale, d'après le théorème d'échantillonnage spatial, à la demi-longueur d'onde et est indépendante du milieu. Néanmoins, lorsque la répartition angulaire des trajets incidents est uniforme, ces deux distances sont identiques.

^a appelé aussi réseau à formation de voies

1.6 Modélisation des canaux de propagation

1.6.1 Méthodes de modélisation

Pour reproduire le plus fidèlement possible la réalité et mesurer ainsi les performances des systèmes de façon plus précise, il est nécessaire de développer des modèles de canal SISO et MIMO plus réalistes que le modèle théorique présenté ci-dessus, en prenant notamment en compte les propriétés de corrélation du canal dans le cas des canaux MIMO. En effet, la plupart des études concernant des systèmes multi-antennes ont été conduites en supposant soit des canaux complètement décorrelés ou complètement corrélés. Même si ces hypothèses nous permettent d'obtenir les performances limites des systèmes, des canaux partiellement corrélés constituent toutefois un meilleur reflet de la réalité. Traditionnellement, que ce soit pour les configurations SISO ou MIMO, il existe principalement deux familles de modèles à savoir les modèles déterministes et les modèles statistiques (figure 1.7). Dans les deux cas, ces modèles peuvent utiliser des résultats empiriques.

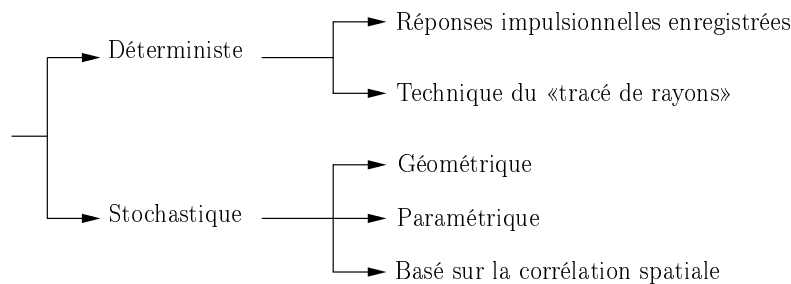


FIG. 1.7 – *Classification des modèles de canaux SISO et MIMO*

1.6.1.1 Modèles déterministes

Ces modèles reposent sur la description précise de l'environnement de propagation, *i.e.* en cherchant à reproduire le processus réel de propagation des ondes physiques. On peut à nouveau distinguer deux approches.

La première consiste à utiliser une base de données contenant des **réponses impulsionnelles mesurées** propres à un environnement. Néanmoins, les ressources mémoires importantes alors requises limitent l'utilisation de cette méthode.

La seconde approche décrit la réponse du canal par une **méthode géométrique de type « lancé de rayons » ou « tracé de rayons »** (« *ray-tracing technique* ») en considérant une propagation spéculaire de l'onde. La description géométrique précise de l'environnement et la connaissance de ses propriétés électromagnétiques permettent de prédire la propagation des trajets multiples en s'appuyant sur la théorie uniforme de la diffraction. L'inconvénient majeur de ce modèle est leur manque de flexibilité puisqu'il est nécessaire de décrire précisément la géométrie du système pour chaque environnement à modéliser. Ces approches « rayons » sont jusqu'à ce jour encore peu utilisées pour les systèmes MIMO comparativement aux modèles stochastiques.

1.6.1.2 Modèles stochastiques

Le premier type de modèle stochastique correspond aux **modèles stochastiques géométriques**. Ils décrivent de façon statistique la position des diffuseurs. Les coefficients de transmission qui caractérisent la propagation entre une antenne d'émission et une antenne de réception se définissent comme la somme des contributions des rayons provenant des différents diffuseurs. De nombreux modèles stochastiques géométriques sont décrits dans la littérature : le modèle à un anneau et le modèle à deux anneaux pour décrire la présence de diffuseurs locaux autour des émetteurs/récepteurs, le modèle à diffuseurs distribués pour décrire les canaux MIMO en extérieur et le modèle de Saleh-Valenzuela étendu aux systèmes MIMO qui regroupe les diffuseurs par groupes ou « *clusters* » pour

simuler l'arrivée des échos par paquets [Gug03]. Citons aussi le modèle standardisé par le 3GPP [GPP01] pour les canaux MIMO qui décrit la modélisation entre un mobile et une station de base à partir des nombreuses caractéristiques du canal : amplitude et retards des trajets, vitesse du mobile, distances entre les antennes, angles d'arrivée et de départ ...

L'autre type de modèle stochastique repose sur l'identification des paramètres caractéristiques de la matrice de transfert du canal et sur l'attribution d'une distribution statistique à chacun des paramètres. On parle alors de **modèle stochastique paramétrique**. Pour une grande validité du modèle, ces distributions doivent être issues d'une campagne de mesure. Si les coefficients du canal MIMO suivent une distribution gaussienne complexe, les moments du premier et du second ordre suffisent pour caractériser complètement le comportement statistique du canal [KSM00].

1.6.2 Modèles utilisés pour le canal de propagation SISO

1.6.2.1 Modèle de Rayleigh SISO théorique

Après avoir identifié les paramètres clés du canal radio-mobile, il convient de représenter le canal de propagation par un modèle mathématique qui permet de tester la robustesse de la chaîne de communication.

Les phénomènes de propagation étant généralement linéaires pour des ondes planes et variant au cours du temps, le canal est modélisé sous la forme d'un filtre linéaire fonction du temps, de réponse impulsionnelle $h(t, \tau)$ et de fonction de transfert $H(f, t)$ définie comme étant la transformée de Fourier de $h(t, \tau)$. La réponse impulsionnelle $h(t, \tau)$ représente, à l'instant t , la réponse du canal à une impulsion appliquée à son entrée à l'instant précédent $t - \tau$. Ainsi, si l'on suppose que le système est capable de discrétiser L trajets qui ne correspondent d'ailleurs pas forcément au nombre de trajets présents réellement dans le canal, où chaque trajet retardé de τ_l a une position fixe et une amplitude $\rho_l(t)$ et une phase $\theta_l(t)$ variant au cours du temps, le canal pourra alors être modélisé par une réponse impulsionnelle en bande de base égale à :

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l(t) e^{i\theta_l(t)} \delta(\tau - \tau_l) \quad (1.36)$$

Cette représentation du canal sous forme d'impulsions de Dirac est cependant peu réaliste puisqu'elle suppose que le canal n'est pas à bande limitée [Pro95]. En réalité, un système à bande finie B peut séparer ou résoudre uniquement les trajets espacés de plus de $1/B$. Ce modèle spéculaire peut quand même être utilisé, chaque trajet étant alors composé en réalité de multiples micro-trajets, originaires de diffuseurs différents, qui ont le même angle et retard moyens.

L'influence du canal sur le signal émis est étudiée à travers le signal reçu, exprimé en bande de base selon l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 r(t) = (h * x)(t) + n(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) s(t - \tau) d\tau + n(t) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{l=0}^{L-1} \rho_l(t) e^{i\theta_l(t)} \delta(\tau - \tau_l) \right] s(t - \tau) d\tau + n(t) \\
 &= \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l(t) e^{i\theta_l(t)} s(t - \tau_l) + n(t)
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

où la réponse impulsionnelle h du canal de propagation varie au cours du temps afin de prendre en compte aussi bien le mouvement de l'émetteur et/ou du récepteur que l'évolution temporelle du canal due aux mouvements éventuels des obstacles présents dans l'environnement de propagation. On suppose ici que la position et le nombre de trajets L ne varient pas au cours du temps.

A - Loi de probabilité

Plusieurs distributions de probabilité peuvent être utilisées pour tenter de modéliser les statistiques du processus d'évanouissement. Dans notre approche nous supposons la présence dans le canal d'un grand nombre d'interférents (« *scatterers* ») générateurs de trajets multiples où chaque trajet est supposé être constitué d'une somme de trajets indépendants affectés par des variations statistiquement identiques. Dans ce cas, par application du théorème de la limite centrale, on peut modéliser l'effet des évanouissements par un processus Gaussien complexe. L'amplitude $\rho(t)$ de chaque trajet résultant suit donc une distribution de Rayleigh, tandis que le carré de l'amplitude suit une distribution du χ^2 centrée à deux degrés de liberté.

La densité de probabilité associée à la variable aléatoire $\rho = |h|$ est donnée par [Pro95] :

$$p_\rho(\rho) = \begin{cases} \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\rho^2/(2\sigma^2)} & \rho \geq 0 \\ 0 & \rho < 0 \end{cases} \tag{1.38}$$

avec

$$E[\rho] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma^2 \tag{1.39}$$

$$E[\rho^2] = \sigma_\rho^2 = 2\sigma^2 \tag{1.40}$$

$$\text{var}[\rho] = (2 - \frac{\pi}{2}) \sigma^2 \tag{1.41}$$

$$\tag{1.42}$$

où σ^2 est la variance d'une variable aléatoire gaussienne centrée. La phase θ suit quant à elle une loi équirépartie dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

Autrement dit, la variable aléatoire $h = h_x + ih_y$ est une variable aléatoire gaussienne complexe et circulairement symétrique où h_x et h_y sont des gaussiennes réelles *i.i.d* telles que $h_x, h_y \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Ce **canal à évanouissements de Rayleigh**, appelé canal de Rayleigh, permet tout d'abord de tester efficacement, malgré sa simplicité, la robustesse et les performances d'un système par simulation avant de l'étudier sur un canal plus réaliste. De plus, grâce à son utilisation largement répandue, les résultats obtenus peuvent être comparés aux performances d'autres systèmes présentés dans la littérature. Ce modèle supposant l'absence de trajet direct (NLOS) ou du moins l'absence de composante dominante, les coefficients h du canal sont de moyenne nulle.

Dans le cas où l'on souhaite prendre en compte, dans le modèle, la présence de trajet direct (LOS), comme c'est le cas avec une communication fixe à diffuseurs fixes ou en visibilité directe, l'amplitude des retards est modélisée par un processus de Rice. Leur puissance suit alors une distribution du χ^2 à deux degrés de liberté non-centrée (**canal à évanouissements de Rice**).

Une autre approche plus empirique que les deux modèles précédents consiste à utiliser une **distribution centrée du χ^2 dite de Nakagami-m** où le facteur m permet de modéliser des conditions d'évanouissements plus ou moins sévères que celles modélisées par la distribution de Rayleigh [Pro95].

B - Relation entrée/sortie en SISO

Pour des canaux à une seule entrée et une seule sortie (SISO), dans le cas où la largeur de bande du signal est suffisamment étroite pour que le canal puisse être considéré comme approximativement constant en fréquence (canal plat en fréquence ou non-sélectif), par définition, la relation instantanée d'entrée/sortie du canal s'écrit comme suit :

$$r(t) = h(t)s(t) + n(t) \quad (1.43)$$

avec, $h(t)$ le coefficient d'atténuation complexe que l'on suppose normalisé ($E[|h|^2] = 1$) puisque l'on suppose l'atténuation de puissance due aux évanouissements à grande échelle parfaitement corrigée par les amplificateurs de puissance. $n(t)$ correspond au bruit blanc additif gaussien complexe centré de variance $\sigma_n^2 = N_0$, *i.e.* de variance $N_0/2$ sur chacune des deux dimensions. Cette relation instantanée correspond à une réalisation du canal.

Dans la suite du document, par souci de concision, la dépendance explicite en temps (t) est omise, et le signal reçu est écrit :

$$r = hs + n \quad (1.44)$$

1.6.2.2 Modèle statistique : application au cas du canal BRAN A

A - Modélisation utilisée

La simulation des systèmes de communications numériques sur ces canaux théoriques ne permet pas à elle seule d'évaluer complètement leur robustesse. Ainsi, le recours à des modèles statistiques temporels des canaux de propagation dont les paramètres sont issus de campagnes de mesures s'avère être nécessaire.

Le modèle que nous avons choisi d'étudier en SISO appartient à la famille des modèles larges bandes empiriques (ou modèles synthétiques). En utilisant une représentation du canal dérivée du modèle de Bello (hypothèses WSSUS), le canal est alors décrit sous la forme d'un filtre transverse, sélectif en temps et en fréquence.

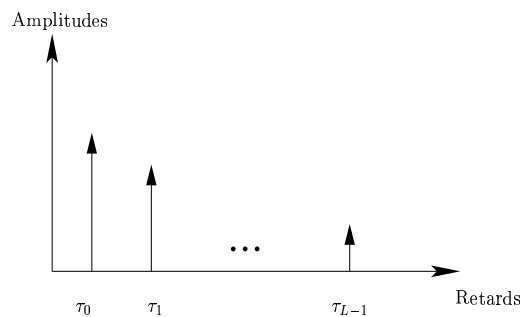


FIG. 1.8 – *Profil des retards utilisé lors de la modélisation d'un canal synthétique*

Les coefficients de ce filtre sont représentatifs d'un scénario de propagation donné : un nombre limité d'échos est défini sur le profil de puissance moyen du canal (figure 1.8) tel que chaque écho est décrit par son atténuation ρ_l qui suit une loi statistique de Rayleigh (NLOS) ou de Rice-Nakagami (présence d'un trajet direct), un retard τ_l et un spectre Doppler. Cette représentation suppose donc que le canal est décrit sur une bande de fréquence infinie et vérifie l'hypothèse WSSUS. Un des inconvénients de ces modèles est que la forme du profil de puissance dépend fortement de la bande d'analyse définie par le nombre limité de trajets. Si les retards sont décorrélés, la décorrélation est vérifiée dans le cas où la bande d'analyse du système est supérieure à la bande de cohérence du canal de propagation.

Le principe de la simulation d'un canal synthétique SISO est représenté sur la figure 1.9. Pour chaque retard τ_l , un signal aléatoire gaussien est tout d'abord filtré à l'aide d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie caractéristique d'une forme de spectre Doppler. Pour simuler un canal NLOS, dans le cas d'une application mobile où les directions d'arrivée sont considérées uniformément réparties, ce spectre est supposé de type Jakes ou Clarke (forme en « U ») lorsque on analyse en 2-D les signaux arrivant autour de l'antenne ou de type plat uniforme, lorsque l'analyse est effectuée du point de vue 3-D. Lorsque le mobile est à faible mobilité, le spectre Doppler est du type Gaussien puisque la dispersion Doppler est surtout importante autour de la valeur moyenne du Doppler provoquée par les diffuseurs

ayant une vitesse comparable à celle du mobile. Pour un canal LOS, la loi de Rice est simulée en ajoutant un Dirac sur le spectre Doppler de type Jakes. Passé en argument, ce spectre Doppler ainsi que les atténuations ρ_l multiplient ensuite chacun des L échos de retard τ_l créés à partir du signal d'entrée $x(t)$. Si l'on souhaite simuler des évanouissements de Rayleigh, les coefficients atténuations ρ_l doivent suivre une distribution de Rayleigh. Le signal $r(t)$ en sortie du filtre, *i.e.* en sortie du canal, résulte de la sommation des L signaux générés. Notons que ce modèle suppose que les retards caractérisant les différentes réflexions sont décorrélés. Pour coller au plus près de la réalité, les valeurs de τ_l et de ρ_l qui caractérisent le modèle synthétique du canal sont déterminées à partir de résultats de mesures larges bandes spécifiques à l'environnement.

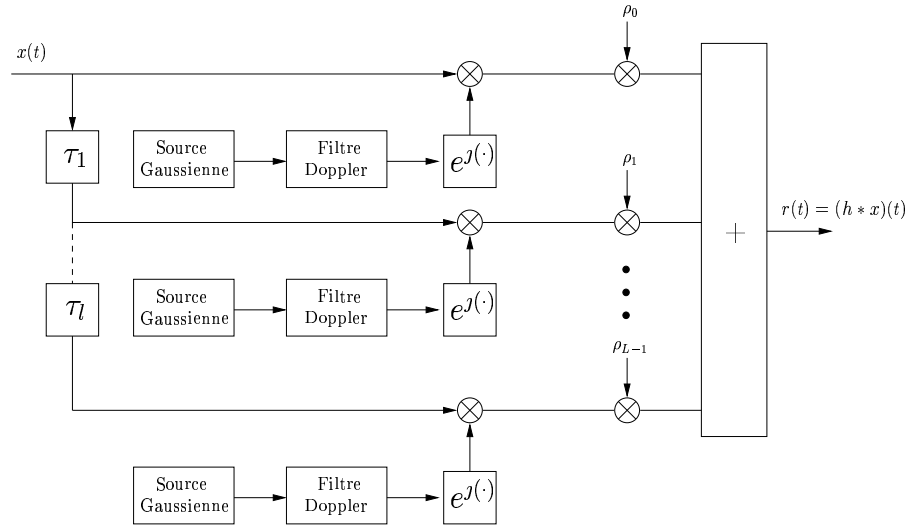


FIG. 1.9 – Principe de simulation d'un canal SISO via un modèle de canal synthétique

B - Application du modèle au cas du canal BRAN A

Le modèle que nous avons retenu permet une modélisation générique du canal de propagation à partir notamment du profil de puissance des retards, de sorte qu'il peut être appliqué à différents types de canaux reposant sur une telle approche. Ce modèle a été développé au sein du laboratoire par Stéphane Nobilet [Nob03]. Vis-à-vis de notre application radiomobile, on aurait pu reprendre les scénarii de propagation utilisés pour le standard GSM qui comportent 12 trajets indépendants ou ceux du standard UMTS qui en comporte 6. Néanmoins, dans le cadre de la quatrième génération de systèmes cellulaires qui nous intéresse plus particulièrement, la fréquence porteuse qui est régulièrement pressentie est de 5.2 GHz. C'est pourquoi nous avons restreint notre étude aux scénarii caractéristiques des propagations à cette fréquence et donc tout naturellement aux spécifications associées aux modèles BRAN.

Les modèles de canaux BRAN (« *Broadband Radio Access Networks* ») ont été développés dans le but de faciliter et de préciser le développement des couches physiques du standard de réseau local sans fil haut débit HIPERLAN/2 [ETS99] [ETS01]. La définition de ce standard repose sur l'utilisation d'une largeur de bande de 20 MHz allouée dans la

bande des 5.2 GHz. Cinq scénarios de propagation sont alors distingués allant d'environnements situés à l'intérieur de bâtiments jusqu'à des environnements en zones ouvertes tels que des halls d'aéroports.

Ainsi, le canal BRAN A représente la transmission du type intérieur de bureau entre un émetteur et un récepteur distants de 40 à 50 m dans un milieu NLOS. C'est ce scénario de propagation que nous avons choisi par la suite pour tester les systèmes développés. Les modèles sont tous composés de 18 trajets dont l'amplitude des retards suit une décroissance exponentielle, typique de la présence d'un seul groupe (« *cluster* ») de rayons, comme nous pouvons le constater dans le tableau 1.4 pour le modèle BRAN A. Ainsi, pour ce modèle, le retard maximal est égal à 390 ns et la dispersion moyenne est quant à elle égale à 50 ns. Ces valeurs ont permis d'en déduire les valeurs des retards et des amplitudes à introduire dans le modèle générique de canal. Les coefficients d'atténuations suivent une distribution de Rayleigh. En ce qui concerne le spectre Doppler, nous avons choisi d'utiliser un spectre de Jakes de façon analogue à l'hypothèse prise dans [Gou01] [Nob03]. Toutefois, du point de vue de la modélisation du canal lors d'une transmission indoor à faible mobilité, un spectre uniforme refléterait plus fidèlement l'arrivée dans les trois dimensions des signaux autour de l'antenne du mobile. En ce qui concerne l'aspect système qui nous intéresse ici, on peut judicieusement supposer que le diagramme de rayonnement de l'antenne du mobile ne permet pas de recevoir les signaux dans les trois dimensions. C'est pourquoi le choix du spectre de Jakes reste valide.

TAB. 1.4 – *Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN A*

Retards (ns)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Amplitudes (dB)	0	-0.9	-1.7	-2.6	-3.5	-4.3	-5.2	-6.1	-6.9
Retards (ns)	90	110	140	170	200	240	290	340	390
Amplitudes (dB)	-7.8	-4.7	-7.3	-9.9	-12.5	-13.7	-18	-22.4	-26.7

1.6.3 Modèles utilisés pour le canal de propagation MIMO

1.6.3.1 Modèle de Rayleigh MIMO théorique

Reprenons l'équation (1.13) exprimant la relation linéaire d'entrée/sortie pour un canal MIMO. Nous supposons maintenant que les modules des coefficients h_{rt} , reliant l'antenne d'émission d'indice t à l'antenne de réception d'indice r , suivent une distribution de Rayleigh :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1.45)$$

où $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{N_r}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t}$, $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r}$ et $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ telle que :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & \dots & \dots & h_{1N_t} \\ \vdots & \dots & h_{rt} & \dots & \vdots \\ h_{N_r 1} & \dots & \dots & \dots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

Au maximum, $N_t N_r$ canaux sont disponibles si tous ces canaux ont des variations indépendantes. De même que dans le cas d'un canal SISO à évanouissements de Rayleigh, le carré de l'amplitude $|h_{rt}|^2 = \rho^2 = \rho_1^2 + \rho_2^2$ est une variable aléatoire du χ^2 à deux degrés de liberté, notée χ_2^2 (deux gaussiennes ρ_1 et ρ_2 en quadrature). De manière générale, si N est égal à N_t (MISO), à N_r (SIMO) ou à $N_t N_r$ (MIMO), la variable $\sum_{k=1}^N |h_k|^2$ est une variable du χ^2 à $2N$ degrés de liberté, notée χ_{2N}^2 . La densité de probabilité d'une variable du χ^2 constituée de N variables aléatoires i.i.d. gaussiennes statistiquement indépendantes est :

$$p(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma^2 2^{n/2} \Gamma(\frac{n}{2})} u^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{u}{2\sigma^2}} & u \geq 0 \\ 0 & u < 0 \end{cases}$$

où $\Gamma(p)$ est la fonction gamma.

Le bruit présent sur les N_r antennes de réception est représenté par le vecteur $\mathbf{n}$ où les N_r coefficients sont représentés par des variables gaussiennes complexes de moyenne nulle, de puissance identique égale à σ_n^2 et naturellement statistiquement indépendantes en temps et en espace (bruit blanc en temps et en espace) puisque le BBAG représentant principalement le bruit d'origine électronique est propre à chacune des antennes :

$$\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2) \quad E[n_r(t) n_{r'}(t')] = N_0 \delta(t - t') \delta(r - r') \quad (1.47)$$

Afin que la puissance P_r reçue par chacune des N_r antennes de réception soit égale à la puissance totale P transmise par les N_t antennes, on impose que chaque sous-canal soit normalisé, *i.e.* que la puissance de chaque coefficient h_{rt} soit unitaire : $E[|h_{rt}|^2] = 1$ si h_{rt} est aléatoire, $|h_{rt}|^2 = 1$ si h_{rt} est déterministe. Par ailleurs, cette puissance totale P émise est constante quel que soit N_t . En effet, pour un système réel, la puissance totale qu'il peut transmettre est limitée. Cette contrainte de puissance limitée à l'émission sera exprimée sous l'une de ces deux formes :

$$E[\mathbf{x}^H \mathbf{x}] \leq P \quad (1.48)$$

$$\text{ou } \text{tr}(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}) \leq P \quad (1.49)$$

Ces deux formes sont équivalentes puisque d'une part $\mathbf{x}^H \mathbf{x} = \text{tr}(\mathbf{x} \mathbf{x}^H)$, et que d'autre part $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}} = E[\mathbf{x} \mathbf{x}^H]$. Sachant que l'espérance et la trace commutent en tant qu'opérateurs linéaires, nous obtenons l'équivalence entre les équations (1.48) et (1.49). La forme (1.49) de contrainte de puissance sera la plus utilisée notamment dans les calculs de capacité. A noter que si le signal $\mathbf{x}$ satisfait la condition ci-dessus, alors le signal centré $\mathbf{x} - E[\mathbf{x}]$ la satisfait aussi. Dans la suite, on restreindra alors l'étude aux signaux de moyenne nulle.

De plus, sachant que nous nous plaçons, dans cette thèse, dans le cas où le canal n'est pas connu à l'émission, on suppose que la puissance est transmise uniformément entre les antennes, chacune émettant une même puissance égale à P_t/N_t .

1.6.3.2 Modèle statistique non-directionnel METRA

A - Principe

Nous avons vu précédemment que les modèles de canaux MIMO pouvaient se répartir, de la même façon que les modèles SISO, entre modèles déterministes et modèles stochastiques. Toutefois, une classification des modèles multi-canaux, peut-être plus appropriée à l'évaluation des performances des systèmes MIMO, repose sur la prise en compte ou non des directions d'arrivée (de départ) des signaux au niveau du récepteur (émetteur). On parle alors de modèles directionnels ou non-directionnels.

La plupart des modèles développés dans la littérature utilise l'information DOA. Pour les systèmes que nous avons choisis d'étudier, nous verrons qu'ils ne cherchent pas à exploiter l'information de DOA. Or le seul modèle de canal MIMO, à notre connaissance, qui ne tient pas compte de l'information DOA correspond au modèle METRA [Met]. Ce modèle de canal MIMO stochastique a été développé dans le cadre du projet de recherche IST européen appelé METRA (« *Multi Element Transmit Receive Antennas* ») [Met].

Comparé aux autres modèles mentionnés auparavant, le modèle METRA est relativement plus simple à implémenter. Il repose sur l'utilisation de matrices de corrélation mesurées de part et d'autre de la liaison point-à-point. Il tire parti de nombreux résultats obtenus lors de l'étude de canaux SIMO, et essaie d'extrapoler ses résultats pour construire un modèle de canal MIMO stochastique large bande. Ce modèle a été développé sous un bloc primitif COSSAP et permet la simulation, au niveau de la couche physique, de techniques de diversité d'émission et/ou de réception sous des conditions réalistes de propagation [SKF⁺01]. Il prend ainsi en compte la corrélation partielle éventuelle entre les trajets d'un canal MIMO, ainsi que les évanouissements rapides et les dispersions temporelles.

B - Description du modèle

La description fonctionnelle de ce bloc représentée figure 1.10 inclue comme brique de base un filtre à réponse impulsionnelle finie (« *Finite Impulse Response* » : FIR) SISO dont les trajets sont calculés pour simuler la dispersion temporelle et les évanouissements. L'émetteur correspond ici à la station de base (« *Base Station* » : BS) et le récepteur à la station mobile (« *Mobile Station* » : MS). Pour simuler des canaux radio MIMO, ce filtre FIR doit être précédé d'un convertisseur parallèle-série (P/S) qui convertit les N_t signaux transmis de l'émetteur en un seul signal de longueur N_t . De même, au récepteur, le signal complexe en sortie est converti (S/P) en N_r signaux pour être transmis au récepteur.

Le modèle permet à l'utilisateur d'imposer l'enveloppe de la réponse impulsionnelle en utilisant des profils de retards et de puissance synthétiques ou issus de campagnes de mesures [SKF⁺01]. Dans notre cas, nous utiliserons les paramètres BRAN A habituellement employés pour une configuration SISO en supposant que les signaux arrivent tout autour du mobile ce qui correspond au cas idéal, comme nous le verrons par la suite, pour les systèmes MIMO que nous avons étudiés.

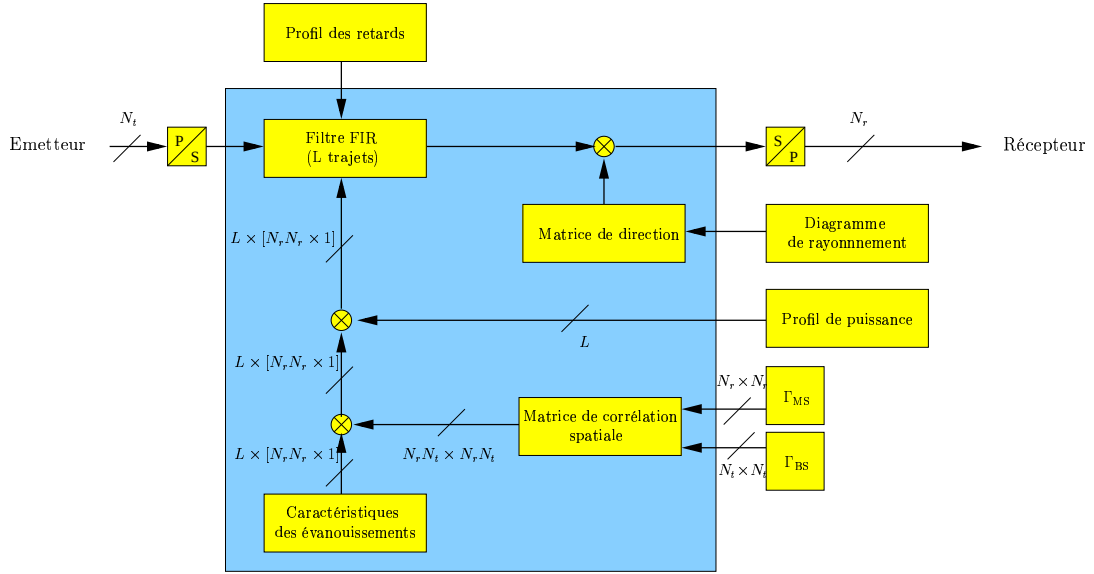


FIG. 1.10 – Modèle de canal MIMO : modèle METRA

En ce qui concerne les caractéristiques des évanouissements, ceux-ci sont définis par la forme du spectre Doppler suréchantillonné dans le domaine fréquence-espace. La transformée de Fourier inverse du spectre Doppler définit les coefficients d'évanouissements aléatoires complexes dans le domaine spatial. En prenant en compte la vitesse du mobile, les évanouissements sont convertis dans le domaine temporel. Tous les coefficients d'évanouissements, soit $N_t N_r L$ coefficients si L est le nombre de trajets, sont donc obtenus à partir d'un seul et même vecteur Doppler. Afin de garantir l'hypothèse de décorrélation des échantillons d'évanouissements, la lecture de ces coefficients est effectuée par bloc de longueur très supérieure à la longueur d'onde. De plus, pour éviter une forte corrélation, leur lecture ne doit pas être effectuée de façon régulière.

Par ailleurs, les corrélations entre deux antennes séparées spatialement sont calculées à partir des matrices de corrélation symétriques Γ_{BS} et Γ_{MS} à travers des fichiers externes. Ces matrices symétriques de taille $N \times N$ ($N = N_t$ pour BS ou $N = N_r$ pour MS) définissent la corrélation présente entre les N antennes présentes sur le même site. Ainsi, la colonne d'indice n (ou la ligne de même indice obtenue par transposition de cette colonne) définit la corrélation présente entre la $n^{\text{ième}}$ antenne et les autres $N - 1$ antennes. Finalement, une matrice de « *steering* » est ensuite appliquée pour tenir compte des directions d'arrivée.

Les matrices de corrélation sont calculées à partir de la puissance des évanouissements. La phase des évanouissements n'est ainsi pas prise en compte dans la première version du modèle puisque le système de mesure des concepteurs du modèle ne le permettait pas au départ. La prise en compte de la description complexe des évanouissements sera finalement réalisée dans la deuxième version du modèle dans le cadre du projet I-METRA [Ime] [KSM00]. De plus, elles ont été obtenues dans le cas de la voie remontante. En supposant comme valide la propriété de réciprocité du canal, ces mêmes matrices peuvent

être utilisées pour le cas de la voie descendante. La fréquence porteuse qui a été utilisée lors du calcul de ces matrices correspondait généralement à la fréquence porteuse de l'UMTS, soit $f_0 = 2.05$ GHz. Ces coefficients de corrélation qui dépendent de l'espacement entre antennes peuvent être utilisés pour une fréquence porteuse $f_0 = 5.2$ GHz du moment que l'espacement entre antennes, exprimé en longueur d'onde λ pour être indépendant de la fréquence porteuse utilisé, reste le même. Quels que soient les retards du canal, la même matrice de corrélation est appliquée comme le suggère 3GPP01 [GPP01].

Pour générer les coefficients d'évanouissements corrélés, la seule connaissance des fonctions de corrélation entre les antennes de la station de base d'une part, et celles du terminal mobile d'autre part n'est pas suffisante. La corrélation entre les canaux reliant les antennes émettrices et celles réceptrices reste à déterminer. Le modèle METRA repose ainsi sur les hypothèses que d'une part, les propriétés de corrélation à l'un des sites ne dépendent pas des propriétés de corrélation de l'autre site et que d'autre part, la corrélation entre ces canaux est approximativement égale au produit des corrélations calculées de part et d'autre du canal. Ces hypothèses se justifient par le fait que tout d'abord la corrélation entre deux antennes séparées spatialement et polarisées différemment est donnée par le produit des coefficients de corrélation de polarisation et ceux de corrélation spatiale. Ensuite, l'indépendance de la corrélation de l'émetteur vis-à-vis de celle du récepteur est valide puisque l'on suppose que tous les éléments d'antennes sur un même site subissent le même spectre de puissance azimuthal. La matrice de corrélation spatiale du canal MIMO est finalement obtenue en effectant le produit de Kronecker des deux matrices de corrélation Γ_{BS} et Γ_{MS} telle que :

$$\Gamma_{MIMO} = \Gamma_{MS} \otimes \Gamma_{BS} \quad (1.50)$$

où $\otimes$ correspond au produit de Kronecker. La matrice de corrélation Γ_{MIMO} est alors de taille $N_t N_r \times N_t N_r$.

Dans le cas d'un environnement « *indoor* », la station de base et la station mobile sont situées dans des environnements assez similaires impliquant une certaine symétrie des phénomènes. Ainsi, les signaux présentant de part et d'autre du canal de forts étalements angulaires, la corrélation spatiale est relativement faible sur les deux sites. En « *outdoor* » en revanche, la station de base se trouvant placée généralement au-dessus des réflecteurs, ces derniers sont surtout situés dans l'environnement proche du terminal mobile. L'étalement angulaire des signaux est donc plus important au niveau de la station mobile qu'au niveau de la station de base, impliquant du coup une corrélation spatiale plus faible.

C - Choix des paramètres de simulation

Après avoir étudié tous ces aspects théoriques du modèle, s'est alors posé pour nous le problème du réemploi, pour l'étude de nos systèmes, de matrices de corrélation obtenues sous certaines conditions dans le cadre du projet METRA. Les systèmes MIMO que nous avons choisis de tester à l'aide du modèle de canal METRA correspondent à des systèmes 2×2 . Or les seules matrices de corrélation disponibles s'appliquaient à des systèmes pour 4 antennes. Pour construire, à partir de telles matrices, des matrices de corrélation de taille 2×2 , nous pouvons moyenner les coefficients de corrélation présents sur les dia-

gonales secondaires. Pour que ce calcul soit valide, ces matrices de corrélation doivent vérifier plusieurs conditions :

- ces matrices doivent être constituées de coefficients de corrélation qui ne sont pas constants le long des diagonales secondaires. En effet, si les termes de la diagonale sont constants, la matrice a alors été obtenue analytiquement sans prendre en compte le diagramme de rayonnement des antennes. Or dans notre cas, la corrélation doit inclure celle due aux antennes et celle due au canal.
- les coefficients de corrélation non-constants, présents sur la même diagonale secondaire, ne doivent pas présenter de trop fortes disparités dans leurs valeurs. Dans le cas contraire, ces coefficients ne peuvent pas être moyennés.

Nous indiquons maintenant les matrices de corrélation d'enveloppe que nous avons utilisées pour des configurations 2×2 :

$$\Gamma_{BS} = \begin{bmatrix} 1 & 0.2628 & 0.2550 & 0.1216 \\ 0.2628 & 1 & 0.2417 & 0.2143 \\ 0.2550 & 0.2417 & 1 & 0.2896 \\ 0.1216 & 0.2143 & 0.2896 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \Gamma_{BS} = \begin{bmatrix} 1 & 0.265 \\ 0.265 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{MS} = \begin{bmatrix} 1 & 0.3394 & 0.0856 & 0.01615 \\ 0.3394 & 1 & 0.2947 & 0.1379 \\ 0.0856 & 0.2947 & 1 & 0.2499 \\ 0.01615 & 0.1379 & 0.2499 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \Gamma_{MS} = \begin{bmatrix} 1 & 0.294 \\ 0.294 & 1 \end{bmatrix}$$

Ces matrices de corrélation 4×4 ont été obtenues pour des réseaux de quatre antennes uniformément espacées [TSG01]. L'espacement entre les antennes était respectivement de 0.4λ pour le système représentant le terminal mobile et de 1.5λ pour la station de base. La fréquence porteuse utilisée valait 1.910 GHz et la vitesse des utilisateurs était fixée à 3 km/h (spectre Doppler de Jakes). Le profil des puissances-retard fût généré en suivant les formes obtenues dans les cas « Indoor A+B » et « Pedestrian A+B ». Nous vérifions bien que pour cette configuration indoor, les corrélations de la station de base et du terminal mobile sont voisines. Par ailleurs, nous supposons que les rayons arrivent perpendiculairement à l'antenne (angle θ d'élévation moyen égal à $\pi/2$), avec un angle d'incidence nul (la direction moyenne des angles d'arrivée est prise égale à 0).

D - Limites du système

Les limitations de ce modèle sont liées d'une part au fait que toutes les antennes situées au niveau de l'émetteur sont co-localisées et ont le même diagramme de rayonnement et que d'autre part la puissance moyenne des coefficients de transmission est identique pour un retard donné. De plus, les matrices de corrélation ne sont pas calculées à partir des diagrammes de rayonnement des antennes : ce modèle peut être utilisé uniquement pour des techniques indépendantes du diagramme de rayonnement des antennes. Par ailleurs, le spectre Doppler qui caractérise la relation entre le déplacement du mobile par rapport à la station de base devrait servir idéalement à la génération des matrices de corrélation

ce qui n'est pas le cas pour le modèle METRA. Ce modèle se prête donc plutôt pour le cas d'une liaison fixe à fixe ou pour un mobile ayant une très faible vitesse de l'ordre de 3 km/h par exemple. L'une des hypothèses prises par le modèle stochastique est la condition WSS des processus. Or, d'après les mesures effectuées dans le cadre du projet METRA, cette hypothèse peut ne pas se vérifier dans certains cas : le terminal mobile peut ainsi passer d'une situation LOS, où les signaux reçus sont à forte puissance et à forte corrélation, à une situation NLOS, où les signaux reçus sont à faible puissance et à faible corrélation [SKF⁺01]. Enfin, un paramètre important à prendre en compte lorsque les systèmes MIMO sont étudiés est le phénomène de couplage entre antennes (« *mean Branch Power Ratio* »). Ce phénomène qui n'a pas été pris en compte dans le modèle METRA mais dans celui d'I-METRA [Ime] provient de la partie de l'énergie rayonnée par une des antennes qui est captée par l'autre antenne. Il se traduit par une augmentation de la corrélation entre les antennes.

1.7 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons tout d'abord cherché à rappeler les principaux phénomènes caractérisant le canal de propagation radio-électrique. Ainsi, la présence de trajets multiples et de mouvements dans le canal engendrent des dispersions ou étalements du canal dans les domaines transformés Doppler-retard-vecteur d'onde $(f_D, \tau, \vec{k})$ qui créent une cohérence $(\Delta t, \Delta f, \Delta \vec{r})$ dans les domaines naturels temps-fréquence-espace $(t, f, \vec{r})$. Cette cohérence conduit à créer une sélectivité sur le signal selon ce domaine naturel. Cette sélectivité est d'autant plus importante que la cohérence selon ce domaine est faible, *i.e.* d'autant plus importante que la dispersion selon ce domaine transformé est grande.

La prise en compte de la dimension spatiale de part et d'autre du canal a conduit tout naturellement au développement d'un nouveau modèle de canal de propagation : le modèle de canal MIMO. Celui-ci a été présenté au départ dans le cadre d'un canal multi-antennes sans privilégier la distribution des évanouissements. Toutefois, le concept MIMO peut être étendu au domaine fréquentiel, des polarisations... La représentation classique de ce modèle ne permettant pas de faire apparaître les canaux réellement disponibles dans le cas de canaux corrélés, un modèle équivalent est utilisé. Celui-ci met en valeur les modes propres effectivement disponibles et exploitables par le système de transmission dont le nombre $N_m = \min\{N_t, N_r\}$. Par ailleurs, on supposera que les évanouissements sont non-sélectifs en fréquence et que les antennes sont à une seule polarité.

Finalement, nous avons présenté les différents modèles de canaux qui vont être utilisés par la suite pour analyser les performances des systèmes étudiés. Nous avons notamment décrit l'extension, au cas MIMO, du modèle de canal à évanouissement de Rayleigh, modélisant la propagation dans un milieu riche en diffuseurs. Son utilisation largement répandue permet de reproduire facilement les performances d'un système et sera utilisé tout le long du document en supposant une décorrélation parfaite entre les canaux et une répartition de la puissance identique entre les antennes. Toutefois, pour tester nos systèmes sur des canaux MIMO plus représentatifs de la réalité, le modèle stochastique non-directionnel

METRA a été analysé. Celui-ci permet en particulier de prendre en compte la corrélation spatiale, par l'introduction de matrices de corrélation, et les corrélations temporelles et fréquentielles, par l'utilisation d'un filtre à réponse impulsionnelle finie utilisant des profils de retards et de puissance. Dans le cadre de cette thèse, les paramètres du filtre correspondront aux paramètres du modèle BRAN A.

Chapitre 2

Panorama des techniques MIMO - Information d'état du canal uniquement en réception

Sommaire

2.1	Introduction	47
2.2	Extension d'un système de communication SISO à la dimension spatiale	49
2.3	Capacité d'un canal MIMO - CSI en réception	65
2.4	Borne supérieure de la probabilité d'erreur : borne de l'union - CSI en réception	80
2.5	Exploitation de la diversité spatiale avec la connaissance du canal uniquement en réception	95
2.6	Systèmes MIMO en présence de sélectivité fréquentielle	101
2.7	Systèmes MIMO et techniques d'accès multiple	104
2.8	Conclusion	106

2.1 Introduction

Lors de l'établissement d'une chaîne de communication, le concepteur de systèmes cherche généralement à transmettre le débit le plus élevé possible et ce, avec une grande robustesse. Le **débit**, représenté par le nombre de symboles indépendants transmis, est traditionnellement associé à la capacité du canal. La **robustesse**, ou **fiabilité de la transmission**, est associée à la probabilité d'erreur qui est, entre autres, inversement proportionnelle au rapport signal à bruit en réception. Pour améliorer simultanément le débit et la robustesse des applications aux ressources spectrales limitées, une première solution consiste à augmenter la puissance d'émission au risque du même coup d'augmenter la puissance des interférences dans un contexte multi-utilisateur. De toute façon, du point de vue système, la puissance pouvant être émise est limitée. Une solution plus séduisante

revient à accroître l'ordre de diversité et le nombre de degrés de liberté de la transmission pour améliorer respectivement la probabilité d'erreur et la capacité comme nous allons le voir dans ce chapitre.

Il faudra attendre une cinquantaine d'années après les travaux de Shannon sur les calculs de la capacité d'un canal SISO pour voir apparaître dans la littérature les premiers calculs de capacité d'un canal MIMO. Ces derniers ont été effectués en parallèle par Foschini et Telatar dans le cadre d'une liaison point-à-point *i.e.* en dehors d'un contexte multi-utilisateur. Les résultats de ces calculs promettent des gains considérables de capacité. Les systèmes MIMO permettent aussi de combiner les signaux grâce aux antennes multiples de telle façon que la qualité de la transmission et/ou le débit de la communication sont améliorés tout en évitant d'augmenter la puissance émise. Ces systèmes reposent sur l'utilisation de techniques spatio-temporelles de traitement du signal pour lesquelles la dimension temporelle, qui est avec la fréquence une dimension naturelle des signaux, est complétée par la dimension spatiale apportée par les antennes. Ainsi, les architectures MIMO peuvent être utilisées soit pour combiner la diversité de transmission et la diversité de réception, soit pour transmettre des données en parallèle dans le cas du multiplexage spatial.

L'application initiale des techniques MIMO était envisagée pour les réseaux locaux sans fil en indoor (« *Wireless Local Area Networks* » : WLAN), et les réseaux d'accès sans fil (« *fixed wireless access networks* », « *wireless local loop* », « *building-to-building wireless communications* »). Plus tard, d'autres applications ont été proposées telles que les réseaux sans fil métropolitains pour la voix et les données (UMTS, EDGE et réseaux de 4^{ème} génération), les réseaux sans fil mobiles ou fixes à très haut débit (point-multipoint), et les communications acoustiques.

Les systèmes MIMO peuvent être vus comme une extension des antennes « intelligentes » (« *smart antennas* »), une technologie inventée dans les années 70 pour améliorer les transmissions sans fil. Néanmoins, les performances annoncées avec la technologie MIMO vont au-delà de celles obtenues avec les systèmes classiques d'antennes intelligentes. La propriété des systèmes MIMO la plus surprenante réside peut être dans sa capacité à exploiter, au-delà de toute technique existante, la sélectivité engendrée par la propagation par trajets multiples, qui était jusqu'alors l'inconvénient majeur des transmissions sans fil.

Les architectures classiques exploitent uniquement les dimensions temporelles et/ou fréquentielles pour améliorer pleinement la diversité et/ou la capacité de transmission. D'où la nécessité de développer aussi bien de nouvelles techniques de codage et de modulation que des critères de constructions prenant en compte la dimension spatiale.

Ainsi, après avoir montré l'intérêt de la diversité spatiale vis-à-vis des autres formes de diversité, un panorama des techniques MIMO est présenté dans ce chapitre selon la présence ou non, à l'émission et en réception, d'information sur l'état du canal. Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes placés dans le cas de la voie descendante en supposant que la station de base ne disposait pas d'information sur la réponse du canal. Dans ce cas, nous distinguons les solutions qui cherchent à maximiser la capacité de transmission de celles qui

sont construites pour minimiser la probabilité d'erreur. Nous présentons alors les calculs de la capacité des canaux MIMO et les critères de minimisation de la probabilité d'erreur qui serviront par la suite à construire les techniques temps-espace lorsque l'information du canal est disponible uniquement en réception. Les premiers critères de construction des codes temps-espace ont été initialement présentés par Tarokh et utilisés sur des codes temps-espace en treillis. Cependant, ces critères s'appliquent de façon plus large à tout mot de code temps-espace émis sur N_t antennes pendant L durées symboles. C'est pour cette raison que nous avons choisi délibérément de les présenter dans ce chapitre. Finalement, nous décrivons de façon plus précise les solutions MIMO qui exploitent l'information du canal uniquement en réception. Ceci nous permet de situer, parmi la multiplicité des techniques MIMO existantes, les deux familles des codes temps-espace que nous avons choisi d'étudier de façon plus approfondie dans les prochains chapitres, à savoir les codes temps-espace en blocs et les codes temps-espace en treillis.

2.2 Extension d'un système de communication SISO à la dimension spatiale

2.2.1 Mesures de performances des systèmes de communications

Nous allons tout d'abord rappeler les mesures de performances qui sont habituellement utilisées pour évaluer un système de communication.

Le **rapport signal à bruit** (RSB) par antenne de réception correspond au rapport entre la puissance utile, porteuse d'information, et la puissance du bruit mesurées sur chacune des antennes en réception. En cas de présence d'interférences non-assimilées à du bruit, on utilise le **rapport signal à bruit plus interférences** (RSBI). Dans la suite de la thèse, ces interférences sont supposées suivre une distribution gaussienne. Même si chaque signal interférent ne suit pas une distribution gaussienne, cette hypothèse, d'après le théorème de la limite centrale, reste une approximation raisonnable, sous certaines conditions, si le nombre de signaux interférents est suffisant grand. Si on appelle R_c le rendement du code qui correspond au rapport entre le nombre N_b de bits non-codés à l'entrée du codeur et le nombre N_c de bits codés à sa sortie, on peut exprimer le rapport E_b/N_0 , où E_b est l'énergie moyenne reçue par bit utile et N_0 est la densité spectrale du bruit en réception, de la façon suivante :

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{dB}} = \left(\frac{E_x}{N_0}\right)_{\text{dB}} - 10 \log_{10} R_c N_c \quad (2.1)$$

où E_x est l'énergie moyenne reçue par symbole de modulation x comportant N_c bits codés.

Le débit de la transmission est prédit par la **capacité d'un canal** définie comme le débit maximal d'information qui peut être transmis, en utilisant un bloc de transmission qui est, entre autres, suffisamment long pour atteindre une faible probabilité d'erreur.

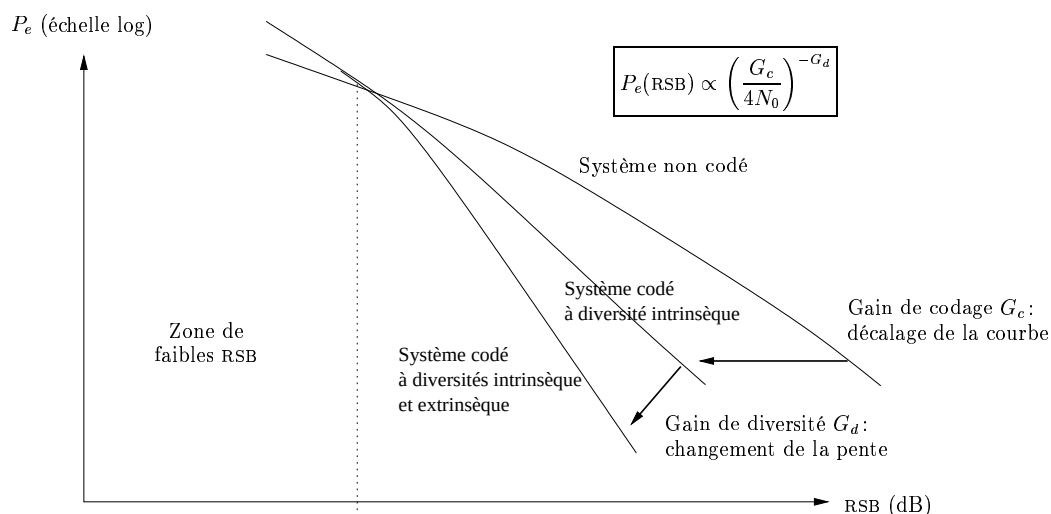


FIG. 2.1 – Gains de diversité et de codage – Influence sur la probabilité d'erreur

La qualité de la transmission est évaluée généralement par la **probabilité d'erreur** P_e exprimée en fonction du rapport signal à bruit RSB . Pour un système monoporteuse de facteur de retombée nul, ce rapport RSB est égal à E_x/N_0 . La probabilité d'erreur est gouvernée par deux critères, à savoir le gain de codage et le gain de diversité, que l'on cherche à optimiser. Dans le cas de notre application, où notamment la puissance émise est limitée, nous cherchons à faire tendre la probabilité d'erreur obtenue sur un canal à évanouissements vers les performances obtenues par un système testé sur un canal gaussien. Dans notre étude, puisque l'on cherche avant tout à optimiser la partie non-codée d'une chaîne de communication, la courbe prise en référence correspond aux performances obtenues sur un canal Gaussien par des modulations non-codées, *e.g.* QPSK (« *Quadrature Phase Shift Keying* ») ou 16-QAM (« *Quadrature Amplitude Modulation* »). En pratique, la probabilité est mesurée via un taux d'erreur binaire (TEB), taux d'erreur par symbole (TES) ou par un taux d'erreur par trame (TET) à partir de la méthode de Monte-Carlo.

Dans les systèmes de communications hertziens, la **diversité du canal** est la propriété la plus couramment exploitée pour combattre les évanouissements induits par la présence de trajets multiples. La diversité consiste à fournir au récepteur plusieurs répliques du même signal d'information atténuées de façon indépendante par le canal. Ainsi, en réception, la probabilité que l'ensemble de ces répliques soient toutes fortement affectées par des évanouissements est d'autant plus faible que le nombre de répliques du signal émis est important. Le **gain de diversité** G_d correspond au décalage de $P_e(RSB)$ en ordonnée, *i.e.* vers des valeurs de P_e plus faibles, pour un RSB fixé (figure 2.1). Ce gain de diversité détermine donc directement la pente de la caractéristique à fort RSB . Le **gain de codage** G_c est quant à lui engendré par la redondance introduite par le codage de canal et exploitée par le décodeur de canal pour détecter ou corriger les erreurs introduites lors de la transmission. Il correspond au décalage de $P_e(RSB)$ en abscisse, vers de plus faibles valeurs de RSB pour une P_e fixée. Puisque le gain de diversité apparaît comme exposant

du RSB alors que le gain de codage est en facteur du RSB, le gain de diversité est donc avant tout privilégié lorsque le RSB est suffisamment grand.

2.2.2 Techniques améliorant la diversité

Pour que les répliques puissent être affectées de façon indépendante, il est donc nécessaire de transmettre ces répliques au-delà de la période de cohérence du canal. Les principales formes de diversité exploitées dans les systèmes de communications sans fil sont les diversités temporelle, fréquentielle et spatiale. Exploiter la diversité du canal selon l'un de ces trois domaines requiert que le canal soit sélectif selon ce domaine pour que les répliques du même signal subissent des évanouissements indépendants. Lorsque cela est possible, les systèmes doivent être construits de telle sorte qu'ils puissent exploiter toutes les formes de diversité disponibles. Cependant, nous allons voir que celles-ci ne sont pas forcément exploitables simultanément.

2.2.2.1 Diversité temporelle

Lorsque les canaux sont sélectifs en temps, la diversité temporelle peut être exploitée en transmettant les répliques temporelles d'un signal sur plusieurs intervalles temporels séparés d'une durée au moins égale au temps de cohérence $(\Delta t)_c$ du canal, durée minimale séparant deux évanouissements selon un certain degré de décorrélation. Elle est généralement exploitée par l'utilisation conjointe d'entrelacement temporel et de code correcteurs d'erreurs (« *forward error correction technique* » : FEC) appelé aussi codage de canal. Bien que très efficace sur des canaux à évanouissements rapides, elle offre cependant peu de protection sur des canaux à évanouissements lents si la profondeur de l'entrelacement n'est pas suffisante. Par ailleurs, une telle technique s'avère être coûteuse en terme de débit et de retard de décodage. Si L est la longueur de la trame émise et T_x la durée d'un symbole, la **diversité temporelle** F_{dt} s'exprime alors selon la relation :

$$F_{dt} \simeq \frac{LT_x}{(\Delta t)_c} \simeq LT_x f_{D_{\max}} \quad (2.2)$$

selon l'expression (1.9) du temps de cohérence $(\Delta t)_c$.

2.2.2.2 Diversité fréquentielle ou diversité de trajet

La diversité fréquentielle est utilisée en présence de canaux sélectifs en fréquence en transmettant le signal sur plusieurs fréquences porteuses espacées d'un écart fréquentiel au moins égal à la bande de cohérence $(\Delta f)_c$ du canal, écart fréquentiel minimal séparant deux évanouissements indépendants. Les systèmes GSM (« *global system for mobile communications* ») utilisent ainsi le saut de fréquence (« *frequency hopping* ») pour fournir de la diversité fréquentielle. On peut citer par exemple les techniques d'étalement de spectre ou les techniques C-OFDM (« *Coded-Orthogonal Frequency Division Multiplex* ») qui reposent sur l'association de codes correcteurs d'erreurs et des modulations multi-porteuses.

Initialement utilisée pour des applications militaires, la technique d'étalement de spectre consiste à employer un signal large bande pour transmettre l'information. En raison de la dualité temps-fréquence, un signal large bande présente une résolution temporelle élevée, et ce d'autant plus que la bande du signal est large. Cette propriété permet de séparer dans le domaine temporel les trajets (diversité de trajet). Les techniques d'étalement les plus répandues dans le monde des communications numériques sont l'étalement par séquence directe et l'étalement par saut de fréquence. Cependant, lorsque l'étalement des retards est faible, la bande de cohérence du canal devient trop importante, relativement à la bande B du signal, pour que la diversité fréquentielle ou la diversité de trajet puisse être exploitable comme c'est le cas pour des transmissions indoor. La **diversité fréquentielle** s'exprime par la relation suivante :

$$F_{df} = \frac{B}{(\Delta f)_c} = B\sigma_\tau \quad (2.3)$$

où la bande de cohérence $(\Delta f)_c$ est définie par l'expression (1.7). Rappelons ici qu'il y a équivalence en terme de diversité entre les domaines temporel et fréquentiel [Bau01]. Dans le cas particulier où les trajets ont la même puissance et sont décorrélés, l'ordre de diversité mesuré dans le domaine temporel correspond au nombre de trajets.

2.2.2.3 Diversité spatiale et/ou diversité de polarisation

En exploitant la dimension spatiale, il est possible de bénéficier d'une diversité sans aucune pénalité du point de vue de l'efficacité spectrale. Nous allons voir tout d'abord qu'un réseau d'antennes peut être employé pour exploiter la diversité spatiale à l'émission et/ou en réception afin d'améliorer la transmission des données d'un utilisateur en maximisant le rapport signal-à-bruit. Pour être exploitable, cette diversité requiert d'une part que les antennes soient espacées d'au moins la distance de cohérence, distance minimale assurant l'indépendance des évanouissements et d'autre part que le milieu favorise la présence de signaux décorrélés, en présentant notamment de forts étalements angulaires comme dans le cas de milieu NLOS. Ainsi, un système disposant de $N_t N_r$ antennes générera au maximum $N_t N_r$ branches spatiales décorrélées. On définit alors l'ordre de **diversité spatiale** du système comme étant le nombre de ces branches spatiales. Lorsque ce nombre de branches spatiales combinées augmente, la propagation sur canal à trajets multiples peut être assimilée à une propagation sur un canal équivalent gaussien.

A - En réception : systèmes SIMO

Traditionnellement, la diversité spatiale est exploitée en réception dans le cadre d'un système SIMO afin de réduire les effets des évanouissements. Ces antennes, combinées à un module de post-traitement génèrent plusieurs faisceaux en direction des différents trajets reçus exploitant la diversité de trajet et maximisant ainsi le RSB [Jak74]. En effet, comme l'a démontré L.R. Kahn en 1954 [SBS66], celui-ci est maximisé par l'addition de façon constructive des signaux reçus sur chacune des antennes puis combinés par la technique MRC (« *Maximum Ratio Combining* ») tout en maintenant le bruit blanc et en conservant sa nature gaussienne. Une autre méthode pour améliorer la qualité du signal reçu consiste à sélectionner les signaux et à commuter vers les antennes présentant le plus

fort RSB. Le RSB résultant après combinaison correspond alors à la somme des RSB au niveau de chacune des branches de diversité.

Un autre avantage des techniques à diversité spatiale en réception, et que l'on retrouvera au niveau de certaines techniques à diversité spatiale d'émission, est le fait que lorsque la diversité vient à disparaître, le signal peut quand même être détecté avec, toutefois, une qualité moindre. Ceci est appelé communément « *soft failure* » [Ala98].

Soit le symbole x_n émis à partir de l'antenne t , les signaux reçus à l'antenne r , à un instant donné, sont :

$$r_r = h_{rt}x_n + n_r \quad 1 \leq r \leq N_r \quad (2.4)$$

Soit g_{rt} le coefficient d'égalisation utilisé au niveau de chacune des antennes de réception. Après égalisation, le signal combiné à partir des N_r antennes est donné par :

$$y_n = \sum_{r=1}^{N_r} g_{rt}r_r = \sum_{r=1}^{N_r} g_{rt}h_{rt}x_n + \sum_{r=1}^{N_r} g_{rt}n_r \quad (2.5)$$

Soit le RSB donné par $\gamma = P_s/P_b$. $P_s = E[|\sum_{r=1}^{N_r} g_{rt}h_{rt}x_n|^2] = |\sum_{r=1}^{N_r} g_{rt}h_{rt}|^2$ si h_{rt} et g_{rt} sont supposés déterministes et $E[|x|^2] = 1$. $P_b = E[|\sum_{r=1}^{N_r} g_{rt}n_r|^2] = \sum_{r=1}^{N_r} |g_{rt}|^2 \sigma_n^2$ car les processus gaussiens sont indépendants et de moyenne nulle, et où σ_n^2 est la puissance du bruit sur l'antenne r . Nous supposons par la suite que les puissances de bruit sont identiques sur chaque branche de diversité et égales à σ_n^2 . En utilisant l'inégalité de Schwarz, le RSB est donc maximal si $g_{rt} = \alpha h_{rt}^*$ où α est une constante prise égale à 1. Le RSB devient donc égal à :

$$\text{RSB} = \frac{\sum_{r=1}^{N_r} |h_{rt}|^2}{\sigma_n^2} = \sum_{r=1}^{N_r} \gamma_r \rightarrow E[\text{RSB}] = NE[\gamma_r] \quad (2.6)$$

où γ_r est le RSB par antenne de réception qui est supposé indépendant de l'antenne r et où $\sum_{t=1}^{N_r} |h_{rt}|^2 \xrightarrow[N_r \rightarrow \infty]{} E[|h_{rt}|^2] = 2\sigma^2$ si $|h_{rt}|^2$ suit une variable du χ_2^2 à deux degrés de liberté. Le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit augmente avec le nombre de branches de diversité N qui est ici égal au nombre de canaux indépendants : par exemple, un ordre de diversité double apporte un gain de 3dB sur le RSB même si la puissance du bruit est elle aussi augmentée. Ceci s'explique par le fait que les bruits sur les branches de diversité sont indépendants alors que les signaux ne le sont pas : la puissance totale du bruit est la somme des puissances des bruits, mais la puissance totale du signal est supérieure à la somme des puissances des signaux sur chaque branche.

Néanmoins, pour certaines applications, la diversité spatiale en réception peut s'avérer être difficilement exploitable. Par exemple, dans le cadre d'une application radio-mobile qui nous intéresse ici, le nombre d'antennes est limité au niveau du terminal mobile en raison du coût prohibitif de l'utilisation de multiples chaînes RF et surtout du risque de recevoir des signaux corrélés par un trop faible écart entre les antennes et par un couplage éventuel (interactions électromagnétiques entre les antennes). L'implantation d'un nombre d'antennes peut être facilité si l'effet « trajets multiples »¹ est accru ou si la fréquence porteuse est augmentée afin d'autoriser une distance plus faible entre les antennes. Sinon, l'autre solution consiste à créer et à exploiter la diversité spatiale plutôt au niveau de la station de base dans le cadre d'une application radio-mobile, pour améliorer la détection en réception au niveau du terminal mobile.

1. Les trajets doivent toutefois arriver de toutes les directions.

Toutefois, la technique MRC de traitement de la diversité spatiale en réception est à diversité spatiale maximale lorsque les canaux sont décorrélés entre eux. Elle va donc nous servir de référence par la suite pour évaluer le gain de diversité spatiale obtenu par les techniques à diversité spatiale d'émission. Rappelons toutefois qu'à la différence des techniques de traitement de la diversité à l'émission où la puissance émise est bornée, les techniques de traitement de la diversité en réception apporte non seulement un gain de diversité spatial de réception, mais aussi un gain de puissance.

B - A l'émission : systèmes MISO

Lorsque la diversité spatiale n'est pas exploitable en réception pour des raisons physiques ou de coût, l'autre solution consiste à l'exploiter au niveau de l'émetteur au travers d'un système MISO. Ainsi, dans le cas des communications radio-mobiles, il est plus rentable pour les concepteurs de systèmes et plus pratique pour les utilisateurs de construire des terminaux mobiles petits et bons marché en reportant l'utilisation d'antennes multiples du terminal mobile au niveau de la station de base. Un système disposant de N_t antennes émettrices générera au maximum N_t branches spatiales décorrélées. A la différence de la diversité spatiale de réception qui n'exigeait qu'une combinaison cohérente des signaux reçus, la diversité spatiale d'émission est moins bien connue et requiert le développement de nouvelles techniques de traitements des signaux plus élaborées que celles utilisées pour la diversité spatiale de réception. En effet, dans le cas MISO, même si on transmet la même donnée sur toutes les antennes, si on n'utilise pas de techniques spécifiques pour transmettre sur la même bande de fréquences, aucun gain de diversité ne peut être obtenu puisqu'il est impossible au récepteur, avec une seule antenne, de séparer les signaux transmis sur le même canal sachant que l'égalisation de N_t canaux à chaque instant est dans ce cas impossible. Par ailleurs, avec une telle technique, le signal reçu tendrait en moyenne vers un signal nul pour des valeurs de N_t suffisamment importantes si l'on suppose que les canaux suivent des processus à moyenne nulle :

$$r_r = \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}x + n_r \quad \text{où} \quad \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt} \xrightarrow{N_t \rightarrow \infty} E[h_{rt}] = 0 \quad (2.7)$$

Afin que la diversité de transmission puisse être constructive en réception, les premières techniques à diversité d'émission proposées au début des années 90 ont reposé sur l'orthogonalité des impulsions émises [Wit91] — on parle alors de **diversité de modulation** — ou sur l'orthogonalité des séquences d'étalement assignées à chacune des antennes dans un contexte CDMA (« *Code Division Multiple Access* »). Cette orthogonalité permet en effet au récepteur de détecter séparément les signaux émis en combinant, par une technique de type MRC, les signaux reçus. En revanche, ces approches ont l'inconvénient majeur de se traduire par une diminution de l'efficacité spectrale. Pour contrecarrer cette perte, une autre solution consiste à transmettre la même forme d'impulsion sur les antennes en reportant l'orthogonalité sur les modules de préfiltrage FIR (« *finite impulse response* ») des signaux avant transmission [Wit93]. Ce préfiltrage introduit de l'IES transformant le canal en un canal à évanouissements sélectifs en fréquence. Le gain de diversité est alors fourni par un égaliseur. La forme la plus simple de cette technique consiste à transmettre le même symbole sur chaque antenne t avec un retard de $(t - 1)T_x$. Cette même idée

fût proposée par Seshadri et Winters sous le nom de **diversité par retard** (« *delay diversity* ») [SW94b]. Du point de vue du codage de canal, la technique à diversité par retard peut être vue comme un code à répétition de rendement $1/N_t$ dont les symboles sont retardés puis transmis à partir de chacune des antennes. Un code de rendement $1/2$ pour $N_t = 2$ est ainsi représenté figure 2.2. Il n'y a aucune perte en terme de bande passante due à l'utilisation d'un code à répétition, excepté en début et en fin de trame, puisque N_t symboles sont transmis en sortie à chaque intervalle de temps. La matrice $\mathbf{X}$ correspondant à la sortie du codeur-modulateur est donc la suivante :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^L \\ x_2^0 & x_2^1 & \dots & x_2^{L-1} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

De même que Wittneben, Seshadri et Winters ont montré dans [SW94b] que ce schéma de transmission avait pour effet de transformer un canal de propagation MISO non-sélectif en fréquence en un canal SIMO avec N_t antennes de réception, sélectif en fréquence due à l'IES créée par la transmission retardée du même symbole. Un récepteur reposant par exemple sur le critère MV (Maximum de Vraisemblance) est alors capable de parfaitement exploiter la diversité créée en émission pour retrouver l'information transmise. Même si cette technique à diversité spatiale maximale existe quelle que soit la valeur prise par N_t , il paraît alors naturel de se demander s'il existe un codeur de canal plus performant que le simple code à répétition de rendement $1/2$ mentionné ci-dessus. Ces premières techniques arrivant à leur limite, il a été nécessaire de développer de nouveaux critères de constructions, adaptés à l'utilisation d'antennes multiples et à l'évolution des séquences émises au cours du temps. A la différence des premiers schémas de diversité d'émission qui n'utilisaient que du traitement d'antennes, ces nouvelles techniques, appelées **codage temps-espace**, appliquent la théorie de l'information au traitement d'antennes. Les techniques classiquement utilisées en SISO ne peuvent donc plus être réemployées.

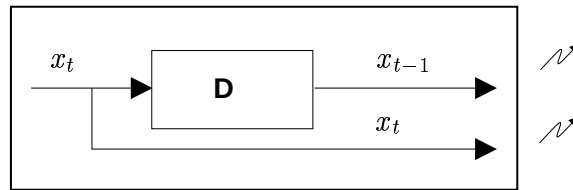


FIG. 2.2 – Codeur/modulateur temps-espace à diversité par retard

C - En réception et à l'émission : systèmes MIMO

Pour un système disposant de N_t antennes d'émission et de N_r antennes en réception, au maximum $N_t N_r$ branches décorréées peuvent être disponibles, soit un ordre de diversité spatiale maximal égal à $N_t N_r$. Un tel système est donc équivalent, du point de vue de la diversité, à un système SIMO disposant de $N_t N_r$ antennes réceptrices. Idéalement, la technique temps-espace doit être construite en tenant compte des $N_t N_r$ branches de diversité ou des $N = \{N_t, N_r\}$ canaux indépendants disponibles. Toutefois, dans une

configuration MIMO, on peut très bien utiliser une technique temps-espace MISO associée à une technique de traitement de la diversité spatiale présente en réception.

Le concept MIMO : applicable pas uniquement à la dimension spatiale

Le concept MIMO n'est pas nouveau. Certains systèmes largement employés de nos jours reposent sur les mêmes idées. On peut citer par exemple la technique de transmission des signaux suivant les deux polarisations d'onde, appelées polarisations « H » et « V » (polarisations croisées), qui est couramment utilisée. On parle alors de **diversité de polarisation**. De façon plus simple, l'utilisation des voies I et Q dans la formation des signaux de constellation peut être aussi perçue comme une transmission particulière. On parle dans ce cas de **diversité de constellation**. Dans ces deux exemples, on montre que la capacité des systèmes est doublée, et ceci grâce à l'orthogonalité qui existe entre les répliques. En effet, par définition, les deux polarisations « H » et « V » sont orthogonales, tout comme les deux voies I et Q, appelées voies en quadrature. Le principe d'orthogonalité est fondamental pour pouvoir profiter au maximum de la diversité. L'intérêt de la technique basée sur la diversité de polarisation réside dans l'absence de contrainte sur l'écartement relatif des deux antennes au contraire de la diversité spatiale. Toutefois, les réalisations du canal sur les deux voies doivent être différentes pour que la diversité de polarisation puisse exister.

2.2.3 Panorama des techniques temps-espace

2.2.3.1 Apports de l'utilisation d'antennes multiples

A - Gain de diversité

Rappelons ici l'ensemble des bénéfices que peut apporter l'usage de systèmes multi-antennes. Nous avons vu précédemment que la **diversité spatiale** de transmission est plus difficile à exploiter que la diversité de réception puisqu'elle fait appel à de nouvelles techniques de codage et de modulation, alors que la diversité de réception exige seulement que les antennes de réception subissent des évanouissements indépendants sans avoir recours à des techniques de codage et de modulation spécifique. Le gain de diversité maximal pour un système MIMO est égal au produit $N_t N_r$ sous la condition d'une parfaite décorrélation des $N_t N_r$ canaux reliant les antennes d'émission aux antennes de réception. Par ailleurs, que ce soit pour la diversité de réception ou pour la diversité de transmission, la CSI du canal est nécessaire uniquement en réception.

B - Gain de puissance - gain de réseau

Généralement, on considère que la puissance émise est limitée. Ainsi, quel que soit le nombre d'antennes à l'émission, celles-ci n'apportent pas de **gain de puissance**, appelé aussi **gain de réseau** (« *array gain* ») si l'on suppose que la CSI n'est pas disponible au niveau de l'émetteur. En revanche, en réception si N_r antennes sont utilisées, la puissance reçue est naturellement augmentée d'un facteur égal à $E\|\mathbf{h}\|^2 = E[\sum_{r=1}^{N_r} |h_r|^2] = N_r$ si $E[|h_r|^2] = 1$. Ainsi, le RSB est indépendant du nombre d'antennes d'émission mais dépend du nombre d'antennes de réception. Plus exactement, le RSB en réception est égal à la somme des RSB mesurés au niveau de chacune des antennes si le bruit est blanc.

Face à la demande croissante d'accès au spectre limité en fréquence, la présence d'interférences co-canal est nécessairement inévitable. Pour traiter ces interférences, une première solution consiste à assimiler ces interférences à du bruit gaussien et à utiliser un codage de canal performant pour réduire leurs effets. Néanmoins, cette solution est loin d'être optimale puisque le décodeur utilise une métrique non-adaptée. En effet, l'interférence est souvent due à quelques utilisateurs dominants partageant le même canal, et ne peut donc pas être assimilée à du BBAG. Une autre solution pour supprimer l'interférence fait appel aux techniques de traitement d'antennes adaptatif en réception ou à l'émission. Le **gain de réseau** (« *array gain* ») à l'émetteur est exploité par de la **formation de voie** (« *beamforming* ») appelée aussi filtrage spatial. Grâce à un module de post-traitement, il consiste à combiner de façon cohérente² les signaux reçus pour former un faisceau d'antennes en direction du plus fort signal émis par un utilisateur donné ou un groupe d'utilisateurs donné permettant ainsi de maximiser les rapports signal-à-bruit et signal-à-interférents. Par ailleurs, à l'inverse des techniques à diversité qui requièrent une séparation suffisante des antennes sur le même site pour la capture de signaux décorrelés, la technique de formation de voies suppose quant à elle un rapprochement suffisant des antennes, typiquement $\lambda/2$, pour pouvoir créer un lobe. Par ailleurs, elle nécessite de disposer d'une certaine connaissance du canal, *e.g.* la direction des angles d'arrivée des signaux, sur le site où est utilisée la formation de voies. On notera que le gain de formation de voies, obtenu dans le cas de scénarios à faibles étalements angulaires, correspond à la combinaison de copies du même signal pour une réalisation spécifique du canal alors que le gain de diversité est en relation avec les statistiques du canal.

C - Gain de multiplexage

Alors que les gains de formation de voies et de diversité peuvent être obtenus lorsque les antennes multiples sont présentes soit à l'émission soit à la réception, le **gain de multiplexage** qui correspond à l'augmentation du débit obtenu sans consommation supplémentaire de puissance ou de ressources spectrales requiert l'utilisation d'antennes de part et d'autre du canal. Le multiplexage spatial consiste alors à exploiter les sous-canaux parallèles, appelés modes propres, obtenus lorsque des antennes multiples sont présentes à l'émission et en réception afin de transmettre simultanément des symboles différents et accroître ainsi la capacité. Le gain de multiplexage est alors égal à $\min\{N_t, N_r\}$ ce qui correspond au nombre de modes propres disponibles dans le canal. Ainsi, le multiplexage est impossible dans une configuration MISO.

2. le système dispose donc d'une certaine information sur le canal.

TAB. 2.1 – *Apports d'un système multi-antenne*

	Configuration requise	Corrélation	Connaissance du canal	Valeur optimale
Diversité spatiale	$\forall N_t, N_r > 1$	Faible à Tx ou/et à Rx	CSI à Rx	$N_t N_r$
Gain de puissance	SIMO	$\forall$ corrélation	$\forall$ CSI	à Rx : $10 \log_{10}(N_r)$
Gain de réseau	$\forall N_t, N_r > 1$	Forte à Tx et à Rx	CSI à Tx ou/et à Rx	$N_t - 1$ ou $N_r - 1$ interférences supprimées
Gain de multiplexage	MIMO	Faible à Tx et à Rx	CSI à Rx, idéal : CSI à Tx et à Rx	$N = \min\{N_t, N_r\}$

D - Synthèse

Les différents gains attendus des systèmes MIMO selon les caractéristiques du canal sont résumés dans le tableau 2.1. Ainsi, nous devons retenir que la diversité spatiale, est exploitable aussi bien à l'émission qu'à la réception du moment que la corrélation spatiale, qui est liée à l'étalement angulaire des signaux reçus [And98], à la distance entre les antennes, à l'angle moyen d'arrivée... , est faible. Elle requiert la connaissance du canal uniquement en réception. Le gain de réseau en revanche, peut être atteint à l'émission et/ou en réception seulement si la corrélation spatiale est forte et si la CSI est disponible à l'endroit où l'on cherche à obtenir ce gain. Le gain de puissance quant à lui est obtenu uniquement en réception, quelle que soit la corrélation, en présence ou non de CSI. Finalement, le gain de multiplexage est celui qui est le plus contraignant vis-à-vis de la configuration des antennes. Il existe seulement si plusieurs antennes, présentant une faible corrélation spatiale, sont présentes de part et d'autre du canal. Il peut être obtenu même si la CSI n'est présente qu'en réception. Le gain de multiplexage est obtenu en exploitant un jeu de valeurs singulières pour établir plusieurs liaisons en parallèle alors que le gain maximal de formation de voies d'un canal MIMO est obtenu en exploitant seulement la plus forte des valeurs singulières pour établir une seule liaison.

E - Compromis entre diversité et multiplexage

Nous verrons à la fin du chapitre suivant qu'actuellement, la plupart des recherches se focalisent sur la construction de techniques cherchant à extraire le maximum du gain de diversité **ou** de gain de multiplexage spatial. Or nous allons voir ici que ces deux gains peuvent être simultanément obtenus à condition que le compromis entre ces deux gains soit correctement réalisé. Dans [ZT02], les auteurs ont montré que le gain de diversité optimal est une fonction inversement proportionnelle au gain de multiplexage ce qui est intuitif : *accroître le gain de diversité conduit à réduire le gain de multiplexage* (figure 2.3).

Dans l'article, les auteurs montrent que les gains de diversité et de multiplexage peuvent être obtenus simultanément. Le compromis optimal sur un canal de Rayleigh non-sélectif en fréquence et statique par bloc de L symboles ($L \geq N_t + N_r - 1$) et à fort RSB, répond à l'équation :

$$F_{d_s} = (N_t - r_{\mathbf{H}})(N_r - r_{\mathbf{H}}) \quad \text{gain de diversité spatiale} \quad (2.9)$$

$$1 \leq r_{\mathbf{H}} \leq \min\{N_t, N_r\} \quad \text{gain de multiplexage} \quad (2.10)$$

où $r_{\mathbf{H}}$ est le rang de la matrice $\mathbf{H}$ du canal. Ainsi, le compromis idéal revient à réserver pour le multiplexage $r_{\mathbf{H}}$ antennes des réseaux d'émission et de réception, les antennes restantes à savoir $(N_t - r_{\mathbf{H}})(N_r - r_{\mathbf{H}})$ fournissant la diversité spatiale. Nous verrons au paragraphe 2.4 que la borne de l'union, à la différence des courbes de compromis, n'est pas faite pour optimiser les systèmes à la fois par rapport à la diversité et au multiplexage. Les courbes de compromis optimal entre diversité et multiplexage, schématisées figure 2.3, peuvent servir de références pour étudier et comparer des techniques de modulations temps-espace. Naturellement, si l'émission est effectuée sur L trames subissant des évanouissements *i.i.d.*, le facteur de diversité sera multiplié par un facteur L . Dans le cas de canaux non-ergodiques, l'article [ZT02] montre que des résultats similaires peuvent

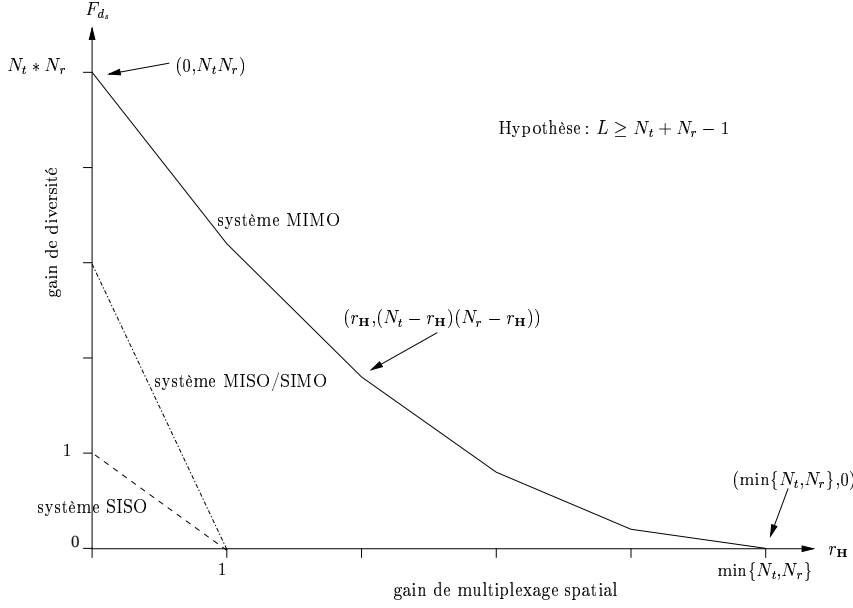


FIG. 2.3 – *Compromis entre diversité et multiplexage sur un canal MIMO à évanouissements de Rayleigh*

être obtenus. Il montre aussi que dès que la longueur de la trame $L \geq N_t + N_r - 1$, les gains de performances obtenus pour des longueurs de bloc infinies sont déjà atteints puisque la courbe de compromis $F_{d_s}(r_H)$ devient indépendante de la longueur de la trame. On ne peut donc pas obtenir un gain de diversité spatiale plus important lorsque la longueur de la trame excède $N_t + N_r - 1$. Lorsque $L \leq N_t + N_r - 1$, des asymptotes aux courbes de compromis sont alors calculées toujours dans l'article [ZT02].

Pour une matrice de canal à évanouissements plats (constants sur L durées symbole) composée de processus gaussiens complexes *i.i.d.*, les techniques de diversité spatiale à rendement fixé (gain de multiplexage nul) peuvent atteindre un ordre de diversité maximal égal au produit $N_t N_r$ des branches présentes. Ceci correspond au nombre maximum de variables aléatoires indépendantes que la technique peut moyenner. En revanche, le gain de multiplexage atteint par les techniques de multiplexage est égal au plus à $\min\{N_t, N_r\}$ *i.e.* au nombre de degrés de liberté présents dans le canal, et est inférieur à ce nombre lorsque des récepteurs sous-optimaux sont utilisés. Cependant les transmissions par diversité spatiale ne permettent pas toujours d'atteindre les gains de capacité attendus, puisque pour satisfaire au critère de robustesse, elles sacrifient le débit. L'ajout d'une antenne à l'émission ou en réception conduit à accroître le gain de multiplexage spatial d'un facteur égal à un, tout en maintenant le même niveau de diversité spatiale (l'ensemble de la courbe de compromis est alors décalée vers la droite, figure 2.3).

Les résultats précédents montrent que la dimension spatiale permet d'améliorer la diversité et le multiplexage selon le niveau de sélectivité du canal. Ainsi, selon la diversité spatiale présente et le nombre de degrés de liberté existants, les réseaux d'émission et de

réception doivent être judicieusement dimensionnés pour pouvoir répondre aux besoins de l'application. À partir du rang du canal $r_{\mathbf{H}}$, qui détermine le nombre de modes propres présents et l'ordre de diversité spatiale F_{d_s} [Gug03], trois scénarios peuvent être identifiés :

1. $r_{\mathbf{H}} > 1$: le canal de propagation offre plusieurs modes de propagation, autorisant ainsi la transmission en parallèle de plusieurs flux d'information. Un système MIMO à multiplexage spatial est alors possible.
2. $r_{\mathbf{H}} = 1$ et $F_{d_s} > 1$: le canal présente un seul mode avec un gain de diversité non-nul, *e.g.* dans le cas des systèmes MISO et SIMO d'une part ou dans le cas MIMO en présence du phénomène de « *Keyhole* ». Tout multiplexage est alors impossible, seule la diversité peut être exploitée par un réseau d'antennes placé soit à l'émission soit à la réception suivant l'endroit où se trouve cette diversité.
3. $r_{\mathbf{H}} = 1$ et $F_{d_s} = 1$: le canal ne possède qu'un unique mode propre dépourvu de diversité spatiale. Ceci correspond naturellement au cas d'un système SISO disposant d'une seule antenne de part et d'autre du canal. Cela peut aussi correspondre au cas d'un système constitué de réseaux d'antennes à l'émission et en réception phasés qui se comportent en définitive comme une seule antenne. On parle alors de systèmes SISO à filtrage spatial ou à formation de voie.

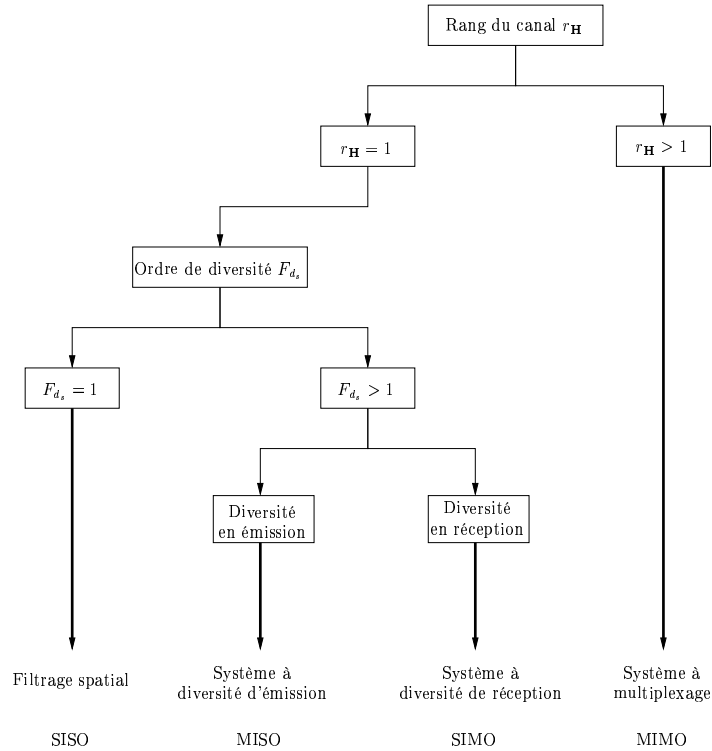


FIG. 2.4 – *Stratégies d'exploitation de la dimension spatiale – multiplexage, diversité et filtrage*

Les deux techniques de traitement d'antennes, diversité spatiale et formation de voies ne sont pas applicables simultanément *a priori* puisque reposant sur un environnement des antennes différent. Toutefois, certains concepteurs de systèmes envisagent de combiner ces deux techniques en mettant en œuvre des réseaux d'antennes qui chercheraient à exploiter la corrélation des signaux au niveau de chaque réseau et leur décorrélation entre deux réseaux. Les réseaux d'antennes qui permettent la formation dynamique (active) de lobes sont dénommés antennes intelligentes ou adaptatives (« *smart antennas* »). Même si l'exploitation de la diversité spatiale d'émission, que nous allons voir maintenant, fait appel à des techniques sophistiquées de traitement du signal, le qualificatif « *smart antennas* » ne leur est pas habituellement attribuées.

2.2.3.2 Techniques temps-espace

Suite à l'attrait considérable porté depuis quelques années par les concepteurs de systèmes de communications numériques aux systèmes MIMO, il n'est pas simple d'aborder la littérature foisonnante traitant du sujet sans essayer de chercher, dans un premier temps, des critères de classification. Pour cela, différents critères peuvent être retenus. Nous choisissons ici de répertorier tout d'abord ces techniques selon la connaissance ou non du canal (« *Channel State Information* » : CSI ou « *No Channel State Information* » : NOCSI) dont elles disposent de part et d'autre du canal. En effet, la connaissance ou non de l'état du canal détermine en premier lieu la conception d'un système. La classification présentée ici a été précédemment proposée dans [Gug03]. Nous ne rappelons ici que les principales techniques. Une analyse plus complète concernant le développement des critères de construction de ces techniques selon l'endroit où la CSI est disponible peut aussi être trouvée dans [Gug03].

A - NOCSI à Tx - NOCSI à Rx

La structure des signaux approchant la capacité, pour une longueur de trame égale à L et un RSB suffisamment grands, se caractérisent par la répartition uniforme de l'énergie sur les antennes et par l'orthogonalité temporelle des signaux transmis par les différents éléments rayonnants [MH99]. Citons ici les principales techniques développées dans la littérature :

- **Modulations unitaires temps-espace :** (USTM - « *Unitary Space Time Modulation* ») ces modulations se caractérisent par l'orthogonalité temporelle des signaux transmis par les différentes antennes [MH99]. Le récepteur optimal, la borne supérieure à la probabilité d'erreur et les critères de construction ont été dérivés par Hochwald [HM00]. Ainsi, la géométrie de la constellation est construite de sorte à minimiser la probabilité d'erreur. Pour faire face à la difficulté de construire et de mémoriser des modulations unitaires en raison de la taille considérable qu'elles peuvent atteindre et de la complexité de leur optimisation, Hochwald propose une construction systématique qui permet, à partir d'une matrice unitaire, de générer tous les points par rotations successives sans modification des distances [HM00].

Il propose ainsi deux exemples de synthèse systématique, basée soit à partir d'une transformée de Fourier, soit à partir d'une approche algébrique [HMRS99].

- **Techniques différentielles :** elles constituent une extension à la dimension spatiale des modulations différentielles standards, telles que la DPSK (« *Differential Phase Shift Keying* ») depuis longtemps utilisées en SISO qui peut être démodulée avec ou sans l'information du canal en réception. Tout d'abord proposé pour des modulations codées en bloc orthogonales [TJ00] puis étendu aux modulations orthogonales généralisées [Jaf01], leur concept a été généralisé par Hughes [Hug00] et Hochwald et Sweldens [HM00] à un nombre quelconque d'antennes à l'émission et à la réception, ainsi qu'à des constellations linéaires quelconques.
- **Techniques aveugles :** la stratégie envisagée ici consiste à égaliser de façon aveugle (« *blind schemes* ») le canal ou à estimer directement le signal transmis pour éventuellement ensuite employer les codes temps-espace développés dans le cas où la CSI est supposée disponible en réception [LT98]. Deux grandes familles d'algorithmes qui cherchent à exploiter les structures du canal et de la source pour remonter à la séquence transmise peuvent ainsi être distinguées : les algorithmes exploitant les moments statistiques des signaux et les algorithmes à maximum de vraisemblance reposant sur les fonctions de probabilité.

B - CSI à Tx - CSI à Rx

Un système disposant de la réponse du canal de part et d'autre du canal doit être en mesure théoriquement de transmettre l'information sur les modes propres du canal (« *schemes with feedback* ») sans aucune perte, que ce soit à l'émission ou à la réception. Ainsi, pour une transmission limitée en puissance, l'information est maximisée par une répartition équilibrée de la puissance disponible sur les modes propres du canal, sachant que le système optimal résulte de la concaténation d'un code gaussien blanc et d'un filtre spatial éclaté entre l'émission et la réception défini par deux matrices constituées des vecteurs propres issus de la EVD de la matrice du canal. La distinction entre les techniques présentées dans la littérature n'est pas toujours très évidente. Nous adoptons ici le classement et notamment la dénomination proposés dans [Gug03].

- **Préfiltrage - préégalisation :** L'approche optimale consiste alors à appliquer la EVD du canal MIMO afin d'accéder aux modes propres du canal. Pour améliorer *a priori* les performances, l'idée ici est de profiter de la CSI disponible à l'émission pour y transférer une partie voire l'ensemble du processus d'égalisation du canal. L'égalisation est toutefois effectuée sans relation avec le processus de codage en amont. Néanmoins, le filtre de réception qui est constitué, comme le filtre d'émission, des vecteurs propres du canal modifie la matrice de corrélation du bruit. La nature du bruit n'est toutefois pas affectée. Sur chacun des modes propres, on peut utiliser des codes correcteurs SISO combinés à de l'allocation de puissance optimale ou de l'allocation de bit [GCB99]. De plus, ces filtres doivent être calculés au cas par cas puisqu'ils sont spécifiques à l'alphabet de modulation des symboles transmis. Pour contourner ce problème, Scaglione reformule les critères de construction des matrices de préfiltrage [SSB⁺01].

- **Précodage :** les techniques de préfiltrage ou de préégalisation, bien que disposant de la CSI à l'émission, sont sous-optimales en pratique puisque construites indépendamment du codage de canal. Il est en effet possible d'approcher la capacité de tout canal linéaire gaussien, particulièrement à forts RSB comme le montre Price [Pri72], en combinant l'égalisation avec un codage pour canal gaussien. L'unique fonction résultante est alors appelée précodage. Développé à l'origine pour des transmissions SISO construites à partir de modulation d'amplitude non-codées [Tom71] [HM72], ou codées en treillis [EF92], le précodage a été récemment étendu au domaine des systèmes MIMO [GC01] [YC01].

C - NOCSI à Tx - CSI à Rx

Dans ce cas, sous la condition d'une puissance émise limitée, les signaux capables d'atteindre la capacité doivent avoir des composantes indépendantes et identiquement distribuées, pour exploiter de manière équitable les modes propres, selon une loi gaussienne.

Lorsque l'état du canal est connu uniquement en réception (« *schemes with feedforward* » ou « *schemes with training information* »), on distingue généralement les techniques à diversité spatiale de celles à multiplexage spatial. Les techniques à **diversité spatiale** correspondent aux techniques qui tente d'étaler l'information au travers des antennes d'émission pour permettre des transmissions robustes en présence d'évanouissements. Ces techniques sont utilisables avec seulement une antenne en réception et sont aussi appelées **techniques à diversité de transmission**. Parmi ces techniques, on distingue celles qui exploitent uniquement la diversité spatiale, *e.g.* STBCM (« *Space-Time Block Coded Modulation* »), de celles qui apportent en plus de la diversité spatiale un gain de codage, *e.g.* STTCM (« *Space-Time Trellis Coded Modulation* »). Les techniques de **multiplexage spatial** font référence à une forme de modulation spatiale qui divise le flot de données d'entrée en multiples sous-flots et transmet chaque sous-flot à partir d'une antenne différente. Un récepteur spécifique est requis afin de pouvoir mixer les effets du canal et démultiplexer le flot de données. Une différence clé entre la transmission par diversité et celle par multiplexage réside au niveau du modulateur de symboles. Le multiplexage tente d'atteindre des débits élevés en envoyant des flots de symboles indépendants en utilisant des constellations avec peu de points. La diversité spatiale assure quant à elle une réception efficace en imposant, par un codage des symboles en temps et en espace, l'émission de chaque symbole à partir de chacune des antennes.

En ce qui concerne les techniques disposant de la CSI uniquement en réception, on distingue celles qui cherchent à optimiser la capacité de celles qui sont construites dans l'optique d'améliorer la probabilité d'erreur :

- **Techniques cherchant à maximiser la capacité :** les codes temps-espace LDCM (« *Linear Dispersion Code Modulation* ») ou les techniques BLAST (« *LAYered Space-Time architecture* »). Les techniques BLAST, popularisées par les chercheurs Foschini et Gans du laboratoire américain Lucent, cherchent à exploiter les canaux spatiaux indépendants à partir de techniques à élimination d'interférences.

- **Techniques cherchant à minimiser la probabilité d'erreur :** les techniques de codage temps-espace présentées à l'origine par les chercheurs du laboratoire AT&T Research cherchent à exploiter la diversité via un codage de canal réalisé entre les antennes et au cours du temps.
- **Techniques maximisant le rapport signal à bruit plus interférent :** les techniques de formation de voies employées uniquement en réception.

Parmi les nombreuses techniques MIMO existantes dans la littérature, nous nous sommes particulièrement intéressés, dans le contexte de la voie descendante, aux techniques temps-espace qui supposent le canal inconnu à l'émission et estimable en réception. Nous venons de voir que certaines de ces techniques cherchent à maximiser la capacité de transmission et d'autres à minimiser la probabilité d'erreur. Le sous-chapitre 2.3 suivant présente donc le calcul de la capacité de canaux MIMO dans le cas NOCSI à l'émission et CSI en réception. Les critères de construction des codes temps-espace pour optimiser la probabilité d'erreur sont décrits dans le sous-chapitre 2.4. Les techniques étudiées dans ce contexte seront présentées quant à elles de façon plus détaillée dans le sous-chapitre 2.5.

2.3 Capacité d'un canal MIMO - CSI en réception

2.3.1 Hypothèses de calcul

Les premiers résultats de capacité qui ont mis en évidence l'intérêt des systèmes MIMO ont été obtenus de manière indépendante par deux chercheurs des Bell Lab's, à savoir E. Telatar [Tel95] et J. Foschini [FG98]. L'analyse des systèmes MIMO du point de vue théorie de l'information donne des limites très utiles bien qu'idéalistes sur la capacité d'un canal à transmettre l'information et la manière dont la modélisation du canal ou la configuration des antennes peuvent influencer le débit de transmission.

La capacité d'un canal est définie comme étant le débit de transmission maximum atteignable tel que la probabilité d'erreur soit arbitrairement faible sans aucune contrainte sur le code ou la complexité du signal. Nous allons voir que la capacité est étroitement liée au nombre de **degrés de liberté** présents. De même que l'on distingue diversité intrinsèque et diversité extrinsèque, on parle de degrés de liberté intrinsèque ou extrinsèque. Les **degrés de liberté intrinsèque** font référence au nombre de dimensions du signal transmis, *i.e.* au nombre de symboles d'information indépendants présents simultanément en réception. Les **degrés de liberté extrinsèque** représentent le nombre de dimensions du canal accessibles.

L'expression de la capacité varie selon les caractéristiques statistiques de la matrice du canal $\mathbf{H}$, à savoir si elle est déterministe ou aléatoire, et lorsqu'elle est aléatoire, selon la fréquence de variation des réalisations du canal. Les trames de données transmises sont supposées être assez longues pour que la théorie de l'information puisse être appliquée, et assez courtes pour supposer que les coefficients du canal ne changent pas au cours

d'une trame [FG98]. Nous allons voir que les systèmes MIMO, sous certaines conditions, permettent d'accroître considérablement l'efficacité spectrale de la transmission de façon très intéressante puisque ce gain de capacité n'impose pas l'utilisation de largeurs de bandes de fréquence supplémentaires ou de puissances plus importantes.

Pour les calculs des capacités, les hypothèses suivantes ont été prises :

1. Les expressions de capacité rappelées dans ce chapitre correspondent au cas d'une transmission mono-utilisateur dans le cadre d'une communication point-à-point. Ainsi la seule interférence présente est celle engendrée par les signaux transmis par l'unique émetteur multi-antennes. Le calcul de la capacité dans le cas plus général d'une transmission multi-utilisateur est abordé dans la référence [GJJV03]. Néanmoins, le calcul de la capacité MIMO est beaucoup plus difficile à développer dans le cas multi-utilisateur que dans le cas mono-utilisateur. De même, les performances de capacité pour des systèmes cellulaires MIMO prenant en compte les effets des interférences ne sont pas traitées ici mais elles ont été étudiées dans la littérature soit du point de vue théorie de l'information [BWS01] [Blu03] soit du point de vue traitement du signal et efficacité du système [CDG01] [DMP03].

2. La capacité est ici donnée en bit/s/Hz.

3. La largeur de bande du signal transmis est supposée suffisamment étroite pour que la réponse en fréquence puisse être considérée comme plate : on considère donc des canaux à bande étroite³ avec des évanouissements plats dont la fonction de transfert en bande de base sera modélisée par un scalaire complexe. Le cas large bande où le canal est sélectif en fréquence apportera un gain de diversité fréquentiel supplémentaire. Nous nous intéresserons au cas particulier où pour des antennes suffisamment espacées ($> \lambda/2$), le modèle de canal est de type Rayleigh, *i.e.* les éléments de la matrice $\mathbf{H}$ sont des variables aléatoires complexes, de moyenne nulle, de variance unitaire, identiquement et indépendamment distribuées. Par ailleurs, les expressions de la capacité dans le cas où le canal est parfaitement estimé en réception et est inconnu à l'émission sont obtenues à partir des expressions de la capacité dans le cas où le canal est parfaitement connu de part et d'autre du canal. Des premiers résultats peuvent être trouvés dans [MH99] [ZT00]. Pour disposer d'évanouissements indépendants et identiquement distribués, on supposera le milieu riche en diffuseurs équirépartis, soit un milieu NLOS.

4. Le bruit en réception est un BBAG qui a la même puissance sur chacune des antennes et qui est indépendant d'une antenne à l'autre.

5. La puissance totale transmise est supposée indépendante du nombre N_t d'antennes d'émission.

3. Sur la bande passante utilisée, le canal peut être considéré à bande étroite.

2.3.2 Cas déterministe

Les expressions obtenues par maximisation de l'information mutuelle entre l'entrée et la sortie du canal, correspondent au cas particulier où l'on ne prend en compte qu'une seule réalisation du canal pendant la durée d'observation. On parle alors de **contexte déterministe** ou de « **capacité instantanée** ».

Pour un système MIMO symétrique où $N_t = N_r = N$, Winters a montré en 1987 [Win87] que la capacité théorique d'un tel système est beaucoup plus grande que celle d'un système SISO puisque N canaux indépendants peuvent être établis, chaque canal contenant le même débit de transmission qu'un seul canal SISO. Les capacités des N sous-canaux peuvent ainsi s'ajouter. Nous allons maintenant montrer comment l'expression de la capacité, dans le cas où le canal est inconnu à l'émission, peut être déduite de celle obtenue lorsque le canal est connu à l'émission.

2.3.2.1 Expressions générales de la capacité d'un canal MIMO

A - Canal connu à l'émission

Foschini [FG98] et Telatar [Tel95] [Tel99] se sont penchés sur le calcul de la **capacité du canal MIMO** en abordant le problème, à la différence de Winters, d'un point de vue théorie de l'information comme l'avait fait Shannon. Dans le cas déterministe, en assurant une puissance totale transmise P égale au cas SISO, Telatar est arrivé à l'expression générale suivante, pour un canal non-sélectif en fréquence :

$$C_{\mathbf{H}} = \log_2 [\det (\mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{H}\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^H)] \quad \text{avec } \text{tr}(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}) \leq P \quad (2.11)$$

où $\mathbf{H}$ est la matrice du canal obtenue pour une réalisation du canal, avec la contrainte que la trace de la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}$ du signal émis soit inférieure à la puissance totale P du signal émis. Nous supposons, comme Telatar [Tel99], que P correspond aussi au RSB par antenne de réception si la puissance du bruit est unitaire. Cette formule supposant que l'émetteur possède une certaine connaissance sur le canal, la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}$ optimale n'est pas proportionnelle à la matrice identité mais elle est construite à partir de la technique de « *water-filling* » qui attribue des puissances différentes selon les modes.

Relation entre modes propres et capacité

Pour mettre en évidence la relation entre capacité et nombre de sous-canaux parallèles appelés aussi modes propres du canal, l'expression (2.11) de la capacité peut être réécrite en exprimant, selon l'approche EVD, la matrice de covariance du canal selon ses $N_m = \min\{N_t, N_r\}$ valeurs propres non-nulles [Tel95] :

$$\text{modèle équivalent EVD} \quad C = \sum_{m=1}^{N_m} \log_2(1 + \zeta_m) \quad \text{où} \quad \zeta_m = \frac{\eta_m P_m}{\sigma_n^2} \quad (2.12)$$

où ζ_m est le RSB, en réception, pour le $m^{\text{ième}}$ mode propre. Le RSB ζ_m correspond au rapport entre la puissance utile reçue et la puissance du bruit σ_n^2 . La puissance utile reçue est égale au produit de la puissance P_m assignée par l'émetteur à ce mode propre m et de la puissance normalisée η_m (expression (1.16)) fournie par ce mode propre. Les capacités des N_m sous-canaux parallèles peuvent ainsi s'ajouter : on obtient alors un **gain de multiplexage spatial** correspondant au nombre de sous-canaux parallèles présents. *La capacité s'accroît de manière linéaire avec le nombre de modes propres.* Notons que le multiplexage spatial requiert l'utilisation d'antennes multiples de part et d'autre de la chaîne de communication alors que la diversité spatiale est exploitable même si des antennes multiples sont présentes que d'un seul côté de la chaîne de communication. Ainsi la puissance totale P transmise peut être distribuée de manière différente entre les sous-canaux selon la méthode d'allocation de puissance utilisée.

La puissance est allouée de manière différente selon les modes propres afin d'attribuer le plus de puissance aux modes propres présentant un fort RSB, *i.e.* des valeurs propres élevées. Cette technique est la technique du « *water-filling* ». Ainsi, pour maximiser l'information mutuelle, chaque signal émis x'_m (équation (1.22)) doit être choisi pour avoir des parties réelles et imaginaires Gaussiennes indépendantes, de moyennes nulles et de variance $E[|x'_m|^2]$ correspondant à la la puissance P_m assignée au mode m : $P_m = (\mu - \frac{\sigma_n^2}{s_m})^+ = E[|x'_m|^2]$ avec $1 \leq m \leq N_m$ où $(a)^+ = \max(a, 0)$ et μ est déterminé tel que la puissance totale émise répartie sur les N_m modes propres soit limitée : $\sum_{m=1}^{N_m} P_m = P$, $\frac{1}{\lambda_1^e} + P_1 = \dots = \frac{1}{\lambda_m^e} + P_m$.

B - Canal inconnu à l'émission

Lorsque le canal est inconnu de l'émetteur, la solution optimale est de transmettre N_t signaux statistiquement indépendants (gain d'antenne à l'émission non-réalisé), de puissance égale sans de « *water-filling* », et en assurant une puissance totale transmise P égale au cas SISO, ce qui correspond à une matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_x = (P/N_t)\mathbf{I}_{N_t}$. La formule (2.11) devient alors, toujours pour un canal non-sélectif :

$$C_H = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] \text{ avec } \mathbf{\Gamma}_x = (P/N_t) \mathbf{I}_{N_t} \quad (2.13)$$

Puisque $\det(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H) = \det(\mathbf{I}_{N_t} + \frac{P}{N_t} \mathbf{H}^H \mathbf{H})$, on peut exprimer la capacité en fonction de la matrice de covariance du canal, même si celle-ci est généralement étudiée dans le cas aléatoire. A noter que dans le cas déterministe, la matrice de covariance de la matrice du canal déterministe revient à effectuer le produit de cette matrice avec sa transposée-conjuguée (absence de l'espérance mathématique). L'expression de la capacité en fonction de la matrice de covariance devient alors :

$$C_H = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t} \mathbf{\Gamma}_H \right) \right] \quad (2.14)$$

$$\mathbf{\Gamma}_H = \begin{cases} \mathbf{H} \mathbf{H}^H & \text{si } N_r < N_t \\ \mathbf{H}^H \mathbf{H} & \text{si } N_r \geq N_t \end{cases}$$

où $\Gamma_{\mathbf{H}}$ de taille $N_m \times N_m$, avec $N_m = \min\{N_r, N_t\}$, est la matrice de corrélation du canal normalisée (matrice de covariance)⁴.

Relation entre modes propres et capacité

La puissance totale à émettre est répartie uniformément entre les N_m modes propres : $P_m = \frac{P}{N_t}$. L'expression 2.12 de la capacité en fonction des modes propres devient s'écrit alors :

$$\text{modèle équivalent EVD} \quad C = \sum_{m=1}^{N_m} \log_2(1 + \zeta_m) \quad \text{où} \quad \zeta_m = \frac{\eta_m P}{\sigma_n^2 N_t} \quad (2.15)$$

C - Signal optimisant la capacité

Lorsque la puissance moyenne émise est limitée à P et que le canal est inconnu de l'émetteur, la capacité d'un canal MIMO à évanouissements de Rayleigh est atteinte lorsque le signal d'entrée est « spécial gaussien », *i.e.* Gaussien complexe symétrique circulairement [Tel95].

En pratique, les codes gaussiens ne sont pas réalisables. Les signaux utilisés sont issus de modulations à nombre fini d'états, *i.e.* à valeurs discrètes. Dans la thèse de C. Lamy [Lam00], il est montré qu'utiliser des modulations tournées, *e.g.* des matrices d'Hadamard ou de type Hadamard, sur un canal à évanouissements de Rayleigh permet d'augmenter la capacité puisqu'elles permettent d'augmenter la diversité sur le canal en répartissant l'information sur plusieurs canaux à transmettre, *i.e.* en les « rendant gaussiens ». Plus la dimension de la rotation augmente, meilleure est la capacité obtenue, tendant vers la capacité obtenue pour une distribution gaussienne [Lee90]. Toutefois, il n'existe pas de relation directe entre la diversité d'une modulation et sa capacité. Les techniques de précodage qui transmettent une combinaison linéaire de symboles indépendants sur chacune des antennes constituent des techniques pour maximiser la capacité.

D - Capacité d'un canal à entrées discrètes

Notons que les résultats de capacité donnés jusqu'ici considèrent des sources gaussiennes. Dans le cas où l'entrée du canal n'est pas gaussienne mais à entrée discrète $\mathbf{x}$ appartenant à une constellation $\mathcal{A}$ et à sortie $\mathbf{r}$ continue, l'expression de la capacité devient [Lam00] [CA01] :

$$C_{|\mathbf{H}, \mathcal{A}} = \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}} \int_{\mathbf{r}} p(\mathbf{x}) p(\mathbf{r}|\mathbf{x}) \log_2 \left[\frac{p(\mathbf{r}|\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}} p(\mathbf{x}) p(\mathbf{r}|\mathbf{x})} \right] d\mathbf{r} \quad (2.16)$$

⁴ Cette équation tient compte du fait que la matrice du canal est normalisée telle que $\sum_{r,t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2 = N_t$.

Réciprocité de la capacité sur canaux déterministes

Nous avons vu que l'information mutuelle, et de façon équivalente la capacité, étaient liées au nombre de valeurs propres non-nulles présentes. Puisque les valeurs propres de $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ sont les mêmes que celles de $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$, les capacités des canaux correspondants à $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ et $\mathbf{H}^H \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$ sont les mêmes [Tel95]. Par conséquent, dans le cas d'un canal déterministe, *i.e.* à fonction de transfert fixée, nous avons la réciprocité de la capacité :

$$C(N_t, N_r, P) = C(N_r, N_t, P) \quad (2.17)$$

Par exemple, un système constitué de deux antennes à la station de base BS et d'une antenne au terminal mobile MS doit pouvoir fournir la même capacité qu'un système constitué d'une antenne à la station de base BS et de deux antennes au terminal MS, en supposant les conditions idéales d'espacement entre les antennes présentes sur les deux sites.

2.3.2.2 Expressions des capacités pour des canaux SIMO, MISO et SISO - canal inconnu à l'émission

TAB. 2.2 – Expressions des capacités pour des canaux SIMO, MISO et SISO - Canal inconnu à l'émission

MIMO — Canal déterministe inconnu à l'émission $C = \log_2 \left[\det \left(I_{N_r} + \frac{P}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right]$ expression (2.13) $C = \sum_{m=1}^M \log_2(1 + \zeta_m)$ où $\zeta_m = \frac{\eta_m P}{\sigma_n^2 N_t}$ expression (2.15)			
	Canal déterministe	Canal de Rayleigh $ h = \chi_2^2$	Canal gaussien $h = 1$
SIMO	$C = \log_2(1 + P \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt} ^2)$	$C = \log_2(1 + P \chi_{2N_r}^2)$	$C = \log_2(1 + P N_r)$
MISO	$C = \log_2(1 + \frac{P}{N_t} \sum_{r=1}^{N_t} h_{rt} ^2)$	$C = \log_2(1 + \frac{P}{N_t} \chi_{2N_t}^2)$	$C = \log_2(1 + P)$
SISO	$C = \log_2(1 + P h ^2)$	$C = \log_2(1 + P \chi_2^2)$	$C = \log_2(1 + P)$

A partir de l'expression de la capacité d'un canal MIMO (2.13), dans le cas où le canal est inconnu à l'émission, les expressions des capacités des systèmes SIMO, MISO et SISO peuvent être retrouvées en prenant comme expressions du canal respectivement $\mathbf{H} = [h_{11} \dots h_{N_r 1}]^T$, $\mathbf{H} = [h_{11} \dots h_{1 N_t}]$ ou $\mathbf{H} = h$. Elles sont regroupées dans le tableau 2.2. Si l'on suppose que les amplitudes des évanouissements, à réalisations indépendantes, suivent une loi de Rayleigh, *i.e.* que leur module carré $|h|^2$ suivent une loi du χ^2 à deux degrés de liberté, alors on obtient : $\sum_{i=1}^N |h|^2 = \sum_{i=1}^N \chi_{i2}^2 = \chi_{2N}^2$ si N est le nombre d'antennes utilisées soit à l'émission, soit en réception. Ainsi, dans le cas SIMO, le rapport

signal à bruit P^5 est augmenté d'un facteur correspondant à une variable du χ^2 à N_r degrés de liberté alors que dans le cas MISO, celui-ci est multiplié par une variable du χ^2 à N_t degrés de liberté. Comparée au système SISO, l'amélioration de la capacité dans le cas MISO est moins évidente à déceler puisque P est divisé par N_t (tableau 2.2) due à la répartition uniforme de la puissance totale émise sur l'ensemble des N_t antennes et au besoin de maintenir une puissance indépendante de N_t . Cependant, comme nous le verrons plus tard, la mesure de la capacité démontre que celle-ci est effectivement supérieure pour des systèmes MISO comparativement à celle obtenue avec des systèmes SISO.

Ainsi, *que la diversité soit exploitée à l'émission ou en réception, la capacité n'augmente que de façon logarithmique avec le nombre d'antennes utilisées* [FG98]. En revanche, dans le cas MISO, le gain de puissance du réseau est constant puisque la puissance transmise est toujours égale à P quel que soit le nombre N_t d'antennes d'émission, contrairement au cas SIMO où les signaux peuvent être combinés par exemple de façon cohérente.

A partir des formules de capacité du cas déterministe, nous retrouvons les expressions des capacités de canaux gaussiens (SIMO, MISO et SISO) en remplaçant les coefficients h_{rt} par 1. Ainsi dans le cas SISO, la formule générale donnée par Shannon pour calculer la **capacité du canal SISO** pour une source gaussienne est retrouvée. On remarque l'*augmentation de la capacité du canal SISO de façon logarithmique avec le rapport signal à bruit* : pour de forts RSB, lorsque le RSB croît de 3 dB, la transmission d'un bit supplémentaire par seconde et par Hertz est possible.

2.3.3 Cas aléatoire - canal à évanouissements rapides ou par blocs

Dans les cas aléatoires rencontrés avec des évanouissements rapides ou par blocs⁶, la capacité qui est fonction de la variable aléatoire représentée par la matrice du canal devient elle-même une variable aléatoire dont la distribution est déterminée par la distribution de $\mathbf{H}$. Dans le cas des évanouissements rapides, les éléments de $\mathbf{H}$ changent aléatoirement à chaque durée symbole. Dans le cas des évanouissements par blocs, ces éléments restent constants durant un nombre fixé de durées symboles qui est plus court que la durée totale de la transmission.

Pour calculer la capacité du canal dans le cas de canaux à évanouissements par blocs, on peut utiliser les expressions obtenues dans le cas des évanouissements rapides dès lors que le nombre de réalisations de la capacité est suffisant.

5. Nous rappelons qu'ici la puissance transmise correspond au RSB par antenne de réception en supposant que la variance du bruit est unitaire.

6. La fréquence des variations des évanouissements est relative à la durée symbole.

Pour obtenir l'expression de la capacité dans le cas aléatoire, on prend les espérances mathématiques des formules de capacité du cas déterministe, données dans le tableau 2.2, à savoir $E_{\mathbf{H}}$, E_h ou E_{λ^e} selon la variable aléatoire dont dépend la formule de capacité. Ainsi, la capacité d'un système MIMO devient dans le cas où le canal est inconnu à l'émission :

$$C = E_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] \right] \quad (2.18)$$

où le terme P , lui-même aléatoire, est maintenant le RSB moyen au niveau de chacune des antennes de réception.

Pour une valeur de N_r fixée, en appliquant la loi des grands nombres, $\frac{1}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H$ converge presque sûrement, lorsque N_t tend vers de grandes valeurs, vers l'espérance mathématique de $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$, qui correspond à la matrice de covariance du canal. Celle-ci est égale à la matrice identité lorsque les canaux sont décorrélés. Alors, lorsque $N_t \rightarrow \infty$, la capacité tend vers la valeur limite :

$$C = N_r \log_2(1 + \text{RSB}) \quad (2.19)$$

Pour le cas SISO ($N_t = N_r = 1$), la capacité peut être facilement évaluée à partir des expressions des capacités ci-dessus. En revanche, pour des valeurs de N_t et N_r plus élevées qui nous intéressent plus, le calcul de l'espérance devient assez complexe et requiert l'utilisation des polynômes de Laguerre [Tel99].

Les figures 2.5, 2.6 et 2.7 donnent les valeurs de la capacité, en fonction du nombre d'antennes et du RSB, respectivement pour un système SIMO, MISO ou MIMO dans un canal de Rayleigh. Comme précédemment, elles sont obtenues en prenant l'espérance mathématique des expressions présentées dans le tableau 2.2 dans le cas déterministe du canal de Rayleigh. Pour un nombre d'antennes suffisamment grand, nous constatons que dans le cas SIMO, la capacité croît logarithmiquement avec le produit $N_r \text{RSB}$. En revanche, dans le cas MISO, si la puissance émise est normalisée, la capacité croît logarithmiquement uniquement avec le RSB. Dans le cas MIMO, la capacité croît linéairement avec $N = N_t = N_r$. En particulier, pour un même nombre d'antennes (égal ici à 4), il est plus avantageux en terme de capacité de répartir ces antennes de part et d'autre du canal (système 2×2) que de les concentrer sur un seul site (système 1×4).

Non-réciprocité de la capacité sur des canaux à évanouissements rapides

La réciprocité de la capacité qui fût observée pour des matrices de canal $\mathbf{H}$ déterministes n'est plus observable dans le cas de matrices de canal aléatoires [Tel99]. En effet, dans le cas SIMO, la capacité augmente sans limite lorsque N_r augmente alors que dans le cas MISO, où la matrice du canal est la transposée de la matrice du canal du cas SIMO, l'augmentation de la capacité est limitée.

$$C(N_t, N_r, P N_r) = C(N_r, N_t, P N_t) \quad (2.20)$$

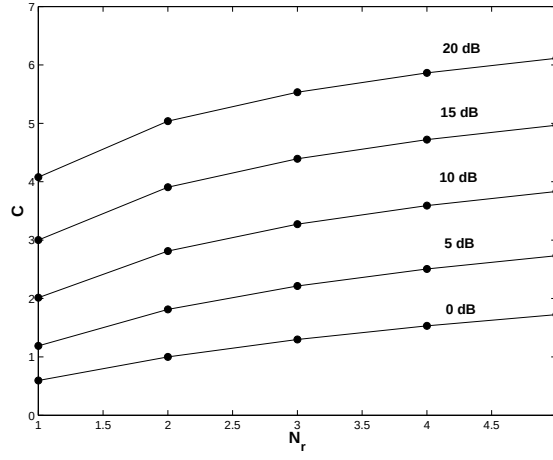


FIG. 2.5 – Capacité d'un canal SIMO ergodique en fonction de N_r et du RSB : $N_r \rightarrow \infty$: $C \rightarrow \log_2(1 + \text{RSB}N_r)$

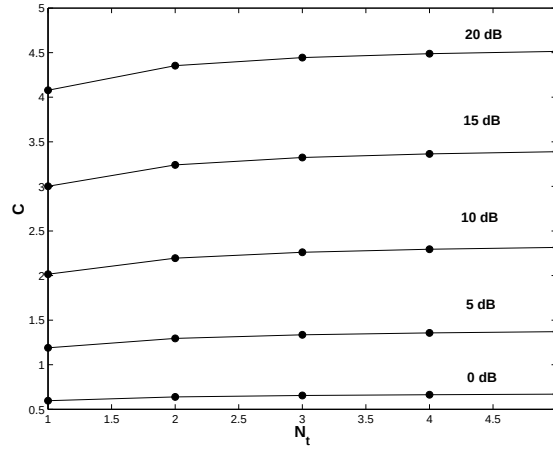


FIG. 2.6 – Capacité d'un canal MISO ergodique en fonction de N_t et du RSB : $N_t \rightarrow \infty$: $C \rightarrow \log_2(1 + \text{RSB})$

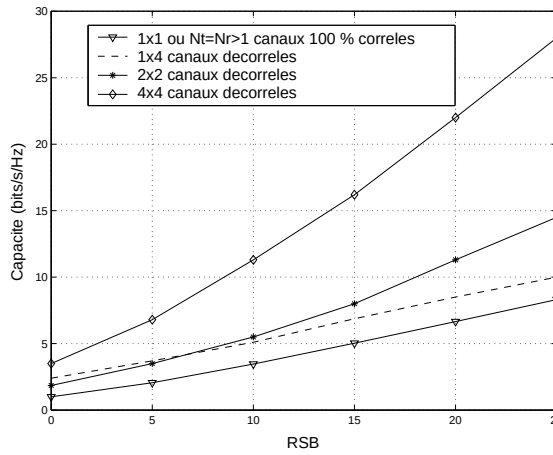


FIG. 2.7 – Capacité d'un canal MIMO ergodique en fonction de N_r , N_t et du RSB : si $N_r = N_t = N$, $N_t \rightarrow \infty$: $C \rightarrow N \log_2(1 + \text{RSB})$

2.3.4 Cas aléatoire - canal à évanouissements lents ou quasi-statiques

2.3.4.1 Définitions

La matrice du canal est aléatoire mais son temps de cohérence temporelle est très grand devant la durée d'un symbole. Citons par exemple le cas des systèmes sans fil HIPERLAN/2 où un évanouissement peut durer plus d'un million de symboles.

A - Ergodicité ou non-ergodicité

Parmi les hypothèses à prendre en compte pour calculer la capacité d'un canal donné, il y a l'hypothèse d'ergodicité du canal. Par définition, si un canal vérifie la propriété d'**ergodicité**, alors les moyennes statistiques sont équivalentes aux moyennes temporelles. Cela signifie que la moyenne d'une réalisation donnée du canal dans le temps est équivalente à la moyenne des différentes réalisations possibles à un instant donné. Cette hypothèse est acceptable si le temps d'observation du canal est pris suffisamment long devant le temps de cohérence du canal. Or, dans le cas d'une transmission par blocs, il arrive souvent que la durée de la transmission soit faible devant le temps de cohérence. De ce fait, la condition d'ergodicité n'est plus vérifiée. La capacité au sens strict de Shannon ne peut donc plus être utilisée.

Dans ce cas de **non-ergodicité** du canal à la transmission, la capacité doit être considérée comme une variable aléatoire que l'on étudie en fonction d'une probabilité d'échec ou de coupure notée P_{out} . La capacité n'est plus calculée par l'espérance sur plusieurs réalisations du canal mais elle est calculée sur une seule réalisation du canal. Cette probabilité est définie comme la probabilité que les paramètres instantanés du canal ne permettent pas de transmettre les données considérées sans erreur : on parle d'échec ou de coupure de la transmission. Ainsi cette capacité peut être nulle puisqu'il existe une probabilité non-nulle qu'une réalisation particulière de $\mathbf{H}$ soit incapable d'assurer une transmission sans erreur quelle que soit la longueur du code correcteur utilisé et donc quel que soit son pouvoir de correction. La capacité est donc donnée avec une certaine probabilité, généralement exprimée en pourcentage. Elle est donc particulièrement intéressante à calculer pour des systèmes qui fonctionnent à débit constant, *i.e.* ne cherchant pas à adapter leur débit selon la profondeur des évanouissements.

B - Probabilité de coupure

La formulation de la **probabilité de coupure** a été proposée dans [OSW94] pour des canaux à évanouissements et dans [Tel95] pour des canaux multi-antennes. La probabilité que l'information mutuelle par symbole tombe en-dessous du débit souhaité R , sous la contrainte de minimiser la distribution d'entrée, est donnée par :

$$P_{\text{out}} = \min_{\substack{\text{tr}(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}) \leq P \\ \text{tr}(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}) \geq 0}} P[\log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}) < R] \quad (2.21)$$

où si l'on suppose la distribution d'entrée Gaussienne, la minimisation est faite sur la matrice de covariance de la distribution Gaussienne.

Ainsi la probabilité de coupure P_{out} (« *outage capacity probability* ») spécifie la probabilité de ne pas atteindre un certain niveau de capacité $C_{P_{\text{out}}}$ tandis que $P_c = 1 - P_{\text{out}}$ indique la probabilité qu'un niveau de capacité spécifique C_{P_c} soit atteint, *i.e.* elle correspond au débit maximum qui peut être transmis sans erreur dans P_c pourcent des cas.

Dans la littérature, on représente soit la probabilité que la capacité soit supérieure à un seuil de capacité figurant en abscisse (probabilité de transmettre un certain nombre de bits sans erreur, « *Complementary Cumulative Distribution Function* », CCDF, représentée par exemple figure 2.8), soit la probabilité que la capacité soit inférieure à ce seuil (« *Cumulative Distribution Function* », CDF). Dans la représentation des CCDF choisie ici, la probabilité de réussite P_c apparaît directement sur l'axe des ordonnées.

On regardera en général la capacité pour des probabilités de coupure de $P_{\text{out}} = 0.1$ soit une fiabilité de transmission de 90%. Ainsi, les courbes présentées figure 2.9 et construites à partir des résultats de Foschini et Gans [FG98] donnent la capacité de coupure à 0.1% en fonction du RSB pour différents systèmes MIMO. Par exemple, on peut lire qu'à 13 dB, un système MIMO 2×2 peut atteindre une capacité de 5,2 bit/s/Hz avec 90% de réussite. Autrement dit, il y a 10% de chance pour que la transmission de 5,2 bits/s/Hz échoue à 13 dB.

C - Capacité moyenne et de coupure

L'analyse des fonctions de répartition complémentaires nous renseigne notamment sur deux capacités aléatoires qui sont intéressantes à calculer [GA02] :

Capacité moyenne C_a ou $C_{0.5}$ (« *average capacity* ») : obtenue par moyennage des réalisations de capacité, elle donne une information précieuse sur le débit moyen atteint pendant la communication ($P_{\text{out}} = 0.5$).

Capacité de coupure C_o (« *outage capacity* ») : elle est définie comme étant le débit garanti avec une très grande certitude tout en ayant une bonne qualité de transmission : $P(C \leq C_o) = 99.99\%$.

Nous verrons par la suite que les systèmes MIMO, comparativement aux techniques multi-antennes traditionnelles, modifient les capacités C_a et C_o d'une autre façon. Notamment il n'y a que les systèmes MIMO à accroître de façon significative à la fois les capacités C_a et C_o [GA00].

2.3.4.2 Bornes des capacités

Pour obtenir l'estimation des capacités, on utilise les expressions données dans le tableau 2.2 en appliquant la définition de la probabilité de coupure donnée en exemple pour une configuration MIMO par l'équation (2.21).

Pour un nombre d'antennes d'émission et de réception important $N_t = N_r = N$, la capacité moyenne tend vers :

$$C_a = N \log_2(1 + \text{RSB}) \quad (2.22)$$

Le terme $\min\{N_t, N_r\} = N$ se trouvant en dehors de la fonction logarithmique, la capacité augmente alors linéairement avec N . En conclusion, dans le cas de canaux aléatoires, la théorie nous prédit des capacités sans limite pour une puissance émise illimitée. En revanche, en pratique, ces performances seront dictées par la puissance maximale pouvant être émise, par le nombre d'antennes et de chaînes RF physiquement implantables, par les algorithmes de transmission choisis et par les caractéristiques physiques du canal.

Enfin, pour les systèmes à diversités d'émission et de réception, $N_t \geq N_r > 1$, les auteurs proposent une borne supérieure et inférieure pour la capacité [FG98]. La borne supérieure est obtenue en considérant le cas artificiel où les N_t antennes d'émission émettent en même temps et où chaque signal transmis est reçu par un groupe de N_r antennes, sans interférence avec les autres signaux émis. Ce cas particulier est équivalent à un système à N_t antennes d'émissions et $N_t N_r$ antennes de réception. La borne inférieure, quant à elle, est calculée en décomposant le système à N_t antennes d'émission et N_r antennes de réception en N_r sous-systèmes à diversité d'émission indépendants et en sommant les capacités obtenues pour chacun d'entre eux. Finalement, la capacité d'un système MIMO ($N_t \times N_r$), avec $N_t \geq N_r$, est telle que :

$$\sum_{t=N_t-N_r+1}^{N_t} \log_2 \left[1 + \frac{\text{RSB}}{N_t} \chi_{2t}^2 \right] < C < \sum_{t=1}^{N_t} \log_2 \left[1 + \frac{\text{RSB}}{N_t} (\chi_{2N_r}^2)_t \right] \quad (2.23)$$

où $(\chi_{2N_r}^2)_t$ ($1 \leq t \leq N_t$) est la $t^{\text{ième}}$ variable d'une famille de N_t variables aléatoires indépendantes du χ^2 à $2N_r$ degrés de liberté, correspondant à la $t^{\text{ième}}$ antenne émettrice.

Pour un réseau symétrique $N_t = N_r = N$ et N suffisamment élevé, on calcule analytiquement la borne inférieure à la capacité normalisée [FG98] :

$$\frac{C}{N} > \left(1 + \frac{1}{\text{RSB}} \right) \log_2 (1 + \text{RSB}) - \log_2 e + \varepsilon \quad (2.24)$$

où ε est une variable aléatoire de distribution Gaussienne. Cette expression peut être utilisée pour des estimations précises de la capacité.

2.3.4.3 Présentation de quelques résultats

A - Capacités de systèmes SIMO, MISO et MIMO

Sur la figure 2.8, nous voyons que dans le cas SIMO, la capacité de coupure et la capacité moyenne sont toutes les deux améliorées soit, dans le cas de la capacité de coupure, par la diversité spatiale de réception qui permet de réduire les évanouissements, soit, dans le cas de la capacité moyenne, par le RSB plus élevé obtenu grâce aux signaux combinés. Néanmoins cette amélioration de la capacité est limitée puisque d'une part le gain maximal

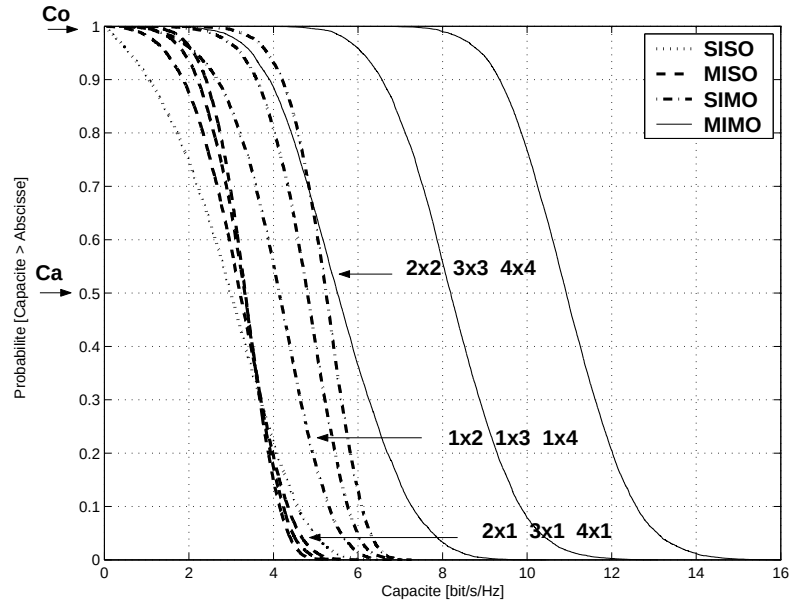
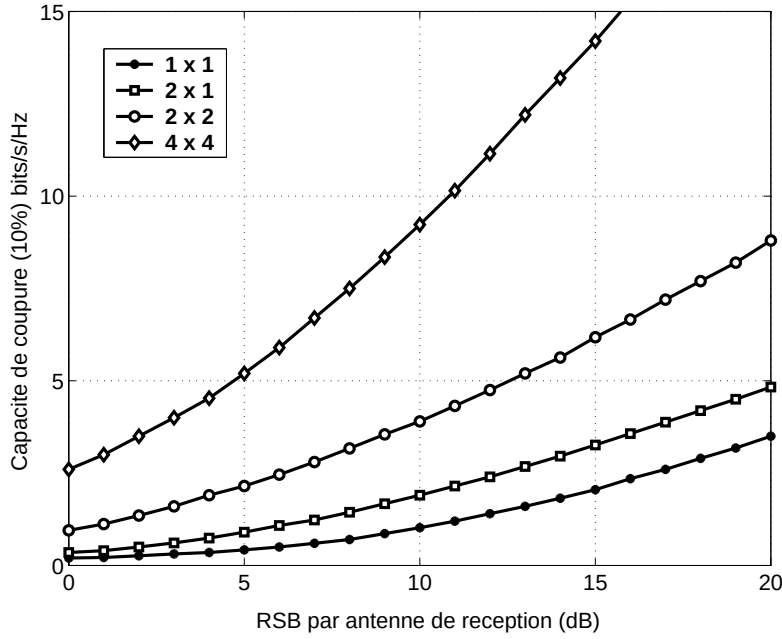


FIG. 2.8 – Capacité de canaux de Rayleigh *i.i.d.* pour différents systèmes $N_t \times N_r$ et un RSB de 10 dB

apporté par la diversité spatiale est rapidement atteint et d'autre part l'augmentation du RSB est logarithmique.

Au contraire du cas SIMO, la capacité de coupure C_o et la capacité moyenne C_a du canal MISO ne sont pas toutes les deux augmentées lorsque le nombre d'antennes croît. En effet, dans le cas où l'émetteur ne connaît pas le canal à l'avance, seule la capacité de coupure est améliorée grâce à la diversité spatiale à l'émission qui permet de réduire les évanouissements. En revanche, le RSB n'étant pas amélioré, la puissance émise est identique quel que soit N_t et la formation de voies est impossible sans connaissance du canal à l'émission, la capacité moyenne ne peut être améliorée. En conclusion, quelle que soit la configuration du système (SIMO ou MISO), ces systèmes permettent d'améliorer la capacité de coupure jusqu'à une certaine limite liée au nombre d'antennes. Dans le cas MISO, l'amélioration de la capacité est ici moins évidente à déceler puisque le rapport signal à bruit est divisé par N_t . En effet, la puissance totale est répartie sur l'ensemble des N_t antennes à l'émission pour que la puissance reste constante quel que soit le nombre d'antennes émettrices. Cependant, la mesure de la capacité démontre que celle-ci est effectivement supérieure pour des systèmes MISO que SISO.

Sur la figure 2.8, on constate que les gains des systèmes MIMO sont significatifs à la fois en terme de capacité de coupure et en terme de capacité moyenne : l'utilisation de réseaux d'antennes de part et d'autre accroît considérablement la capacité. Cette augmentation est due à l'existence de canaux parallèles qui ne sont pas présents dans les cas SIMO et MISO. Dans ces derniers cas, l'ajout d'antennes produit uniquement un décalage parallèle de la courbe de capacité mais cette pente asymptotique reste constante puisque le $\min\{N_t, N_r\}$ n'est pas augmenté. Ces estimations de capacité données pour un RSB égal à 10 dB sont

FIG. 2.9 – Capacité de coupure (10 %) pour différents systèmes $N_t \times N_r$

représentées figure 2.9 en fonction du RSB pour une probabilité de coupure égale à 10 %. Nous retrouvons la croissance linéaire de la capacité des systèmes MIMO en fonction du nombre de modes propres présents dans le canal.

B - Capacités d'un système MIMO en fonction de la puissance transmise

La figure 2.10 représente, pour un canal SISO et un canal MIMO 2×2 décorrélé à évanouissements de Rayleigh, les courbes de capacité en fonction de la puissance transmise ou de façon équivalente en fonction du RSB moyen reçu au niveau de chacune des antennes. On constate qu'à fort RSB, alors que la capacité du canal SISO augmente de 1 bit pour 3 dB d'augmentation du RSB, la capacité d'un système MIMO $N \times N$ s'accroît de N bits pour 3 dB d'augmentation du RSB, soit dans notre exemple $N = 2$ bits.

C - Capacité de systèmes MIMO en fonction du nombre d'antennes et de la corrélation

La figure 2.11 représente, pour un RSB de 10 dB, les courbes de capacité pour des canaux MIMO complètement corrélés ou non et ayant le même nombre d'antennes $N = N_t = N_r$ de part et d'autre. Comme le prédisait l'équation (2.22), lorsque les canaux sont complètement décorrélés en espace, en théorie, la capacité croît linéairement sans limite avec le nombre d'antennes N , si on ne tient pas compte de la limite de puissance intrinsèque à tout système. En revanche, lorsque ces canaux deviennent complètement corrélés, chaque réalisation de la matrice $\mathbf{H}$ du canal est constituée du même coefficient d'évanouissement h_{rt} qui varie cependant d'une trame à l'autre. On a donc une corrélation en espace mais pas en temps. La croissance de la capacité n'est plus linéaire avec N et semble

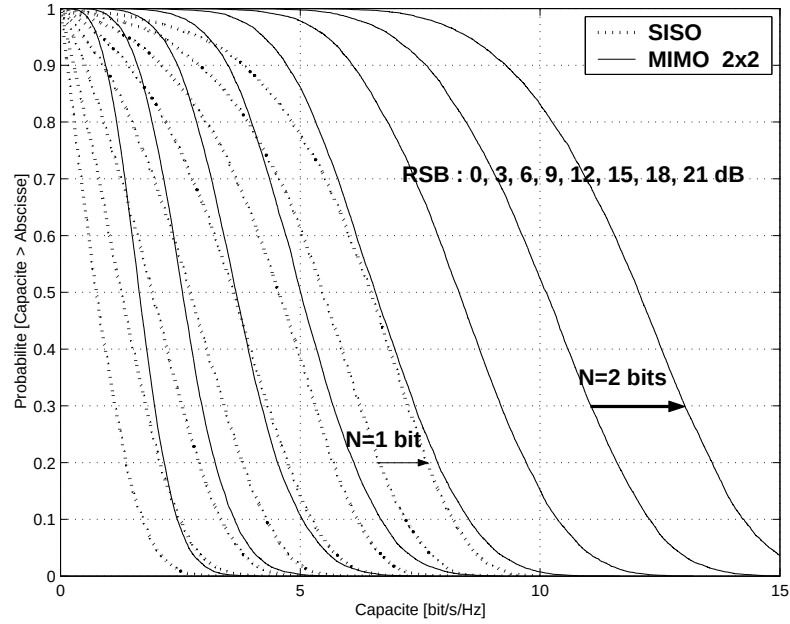


FIG. 2.10 – Capacité en fonction de la puissance transmise pour un système SISO et un système MIMO 2×2

limitée avec la valeur du nombre N d'antennes. En effet, lorsque les canaux deviennent complètement corrélés, l'énorme gain de capacité offert par des canaux décorrélés disparaît. Cette différence de capacité selon le degré de corrélation des canaux s'explique par le fait que lorsque les canaux deviennent corrélés, les N canaux parallèles présents dans le cas décorrélés ne forment plus qu'un seul canal dans le cas de la corrélation totale. Il ne reste plus qu'un gain de formation de voie.

D - Capacité MIMO en fonction de la connaissance du canal à l'émission et de la sélectivité fréquentielle du canal

Nous rappelons ici d'autres résultats de la littérature, qui ont été obtenus dans [Ha00]. En ce qui concerne l'influence de la connaissance du canal sur les valeurs de la capacité, il est montré dans [Ha00] que sur des canaux fortement décorrélés, il y a équivalence en terme de capacité entre une technique qui peut distribuer la puissance entre les antennes de façon optimale grâce à la CSI dont elle dispose à l'émission et une technique qui alloue la puissance de façon uniforme (« *uniform power allocation scheme* »). En revanche, en présence de canaux fortement corrélés, les techniques du type « *water-filling* » prennent nettement l'avantage. La complexité additionnelle d'une technique d'allocation de puissance optimale sur une technique d'allocation uniforme est justifiée uniquement si les évanouissements sont fortement corrélés. Par ailleurs en ce qui concerne les techniques SIMO et MISO, lorsque le canal est inconnu à l'émission, il y a équivalence entre ces techniques que le canal soit complètement corrélé ou non.

En présence de sélectivité fréquentielle, il est montré, toujours dans [Ha00], que l'augmentation de la diversité fréquentielle accroît la pente de la courbe sans la décaler en

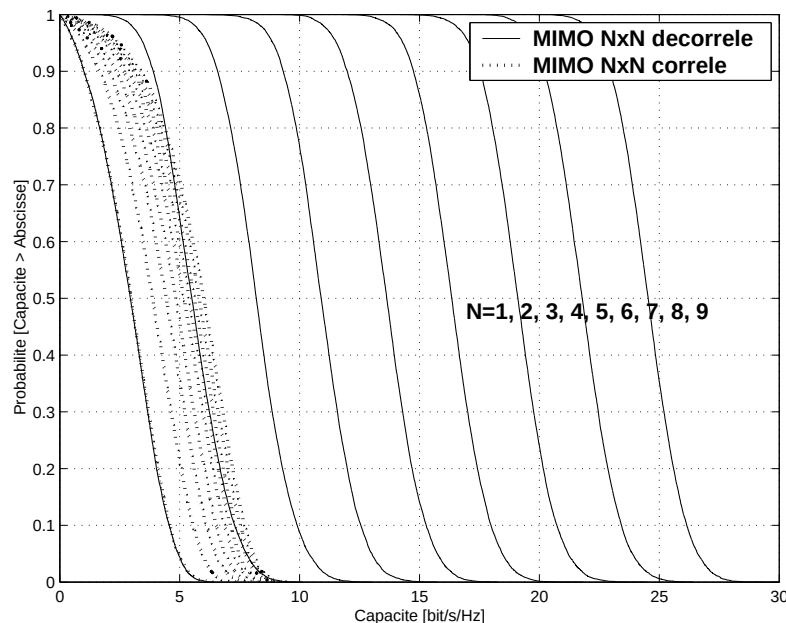


FIG. 2.11 – *Capacité de canaux MIMO symétriques en fonction du nombre d'antennes ($RSB = 10$ dB)*

améliorant ainsi la capacité pour de faibles probabilités de coupure. Dans le cas d'un canal à diversité fréquentielle infinie, la courbe de capacité approche une fonction « marche » ce qui correspond à une valeur déterministe de la capacité comme pour le cas de canaux sans évanouissements.

2.4 Borne supérieure de la probabilité d'erreur : borne de l'union - CSI en réception

2.4.1 Introduction

Avant de présenter les techniques MIMO qui cherchent avant tout à minimiser la probabilité d'erreur, ce sous-chapitre présente donc le calcul de la borne supérieure de la probabilité d'erreur et les critères de construction des techniques de modulations codées temps-espace. Notons que les critères développés ici ne sont qu'un point de départ dans la recherche de nouveaux codes et qu'ils ne constituent en aucun cas un calcul exact.

Dans le cas des systèmes MIMO, les auteurs travaillent la plupart du temps directement sur les symboles complexes en bande de base. C'est pourquoi, les techniques MIMO ainsi construites seront dénommée sous le nom générique de **techniques de modulation codées temps-espace**. Leurs critères de construction, proposés notamment par Tarokh, sont donc une extension à la dimension spatiale des critères de construction des modula-

tions codées en treillis, codes SISO construits aussi à partir de symboles de modulation, comme nous le verrons au chapitre 4.

L'enjeu consiste donc ici à rechercher la meilleure façon de coder et de répartir l'information dans le temps et dans l'espace. On comprend rapidement que l'optimisation des codes temps-espace va dépendre des caractéristiques de la modulation utilisée sur chacune des antennes. Il s'agit alors de construire de façon optimale la matrice des symboles complexes ou **mot de code temps-espace** (« *space-time codeword* ») qui s'écrit comme suit :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^L \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^L \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ x_{N_t}^1 & x_{N_t}^2 & \dots & x_{N_t}^L \end{bmatrix} = [\mathbf{x}^1 \dots \mathbf{x}^l \dots \mathbf{x}^L] \quad (2.25)$$

où $\mathbf{x}^l$ est le vecteur des signaux transmis à partir des N_t antennes à l'instant l . Chaque ligne de $\mathbf{X}$ notée $\mathbf{x}_t$ est un **symbole temps-espace** transmis pendant L durées symbole à partir d'une antenne t .

Ce mot de code temps-espace peut être écrit sous forme vectorielle [TSC98] :

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [(\mathbf{x}^1)^T \dots (\mathbf{x}^l)^T \dots (\mathbf{x}^L)^T] \\ &= [x_1^1 x_2^1 \dots x_{N_t}^1 x_1^2 x_2^2 \dots x_{N_t}^2 \dots x_1^L x_2^L \dots x_{N_t}^L] \end{aligned} \quad (2.26)$$

Chaque symbole x_t^l est sélectionné par les N_b bits le constituant à partir d'une constellation $\mathcal{A}$ de 2^{N_b} signaux. On définit alors le **débit symbole** $R_x = N_x/L$, comme étant le nombre N_x de symboles complexes différents transmis dans la trame de longueur L . Dans le cas des codes temps-espace qui sont construits à partir de symboles complexes, on assimile le débit symbole au rendement R_c du codeur temps-espace. Le passage entre l'écriture vectorielle et l'écriture matricielle permet de voir le codage temps-espace comme un code correcteur d'erreur comportant N_x symboles à l'entrée et $N_t L$ symboles en sortie suivi d'une transformation ligne-matrice, *i.e.* d'une conversion série parallèle (S/P) pour générer N_t séquences de longueur L . Notons que la recherche de matrices constituées de symboles complexes est un axe de recherche à part entière.

Nous nous plaçons dans une configuration générale à plusieurs antennes à l'émission et à la réception, le signal transmis de l'antenne t vers l'antenne r étant affecté d'un coefficient h_{rt} . De plus, on considère sur chaque antenne de réception, l'addition d'un bruit blanc gaussien centré n_r , de variance $N_0/2$ par dimension. Les échantillons de ce bruit additif sont supposés indépendants entre les antennes de réception et au cours du temps.

Nous allons traiter deux cas :

- Le cas des **canaux à évanouissements lents**, pour lesquels l'atténuation apportée par le canal reste constante sur toute la longueur L d'une trame de symboles et varie d'une trame à une autre. On suppose donc ici que le temps de cohérence est égal à la durée trame LT_x . Selon la modélisation utilisée pour les évanouissements présentée aux paragraphes 1.5 et 1.6.3.1, le signal reçu s'écrit ⁷ :

$$\mathbf{R} = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (2.27)$$

avec $\mathbf{R}$ et $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N_r \times L}$, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_t \times L}$ et $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$.

- Le cas des **canaux à évanouissements rapides** qui apportent une atténuation différente pendant chaque durée symbole. Le signal reçu s'écrit :

$$\mathbf{R} = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H} \odot \mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (\text{forme matricielle}) \quad (2.28)$$

$$\text{ou } \mathbf{r} = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (\text{forme vectorielle}) \quad (2.29)$$

où $\mathbf{R}$ et $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N_r \times L}$, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_t \times L}$ telle que $\mathbf{X} = [\mathbf{x}^1 \dots \mathbf{x}^L]$, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times LN_t}$ telle que $\mathbf{H} = [\mathbf{H}^1 \dots \mathbf{H}^L]$ et $\odot$ est le produit bloc à bloc pour chaque produit de blocs $\mathbf{H}^l \mathbf{x}^l$ avec $1 \leq l \leq L$. Dans le cas de la notation vectorielle, $\mathbf{r}$ et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r L}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t L}$, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r L \times N_t L}$ telle que $\mathbf{H} = \text{diag}\{\mathbf{H}^1 \dots \mathbf{H}^L\}$. On préfère utiliser cette dernière notation dans les calculs de la probabilité d'erreur dans le cas des évanouissements rapides puisque le produit bloc à bloc est difficilement utilisable dans le développement de la norme de Frobenius ⁸.

2.4.2 Expression générale de la borne supérieure de la probabilité d'erreur

Dans le cas des évanouissements lents, le récepteur optimal, qui est le détecteur à maximum de vraisemblance *a posteriori* (MV ou ML, « *Maximum Likelihood* »), recherche de façon exhaustive, parmi l'ensemble $\{\mathbf{X}\}$ des signaux possibles, le signal $\mathbf{X}$ qui minimise la probabilité d'erreur en maximisant la probabilité $P(\mathbf{X}|\mathbf{R}, \mathbf{H})$. En supposant l'équiprobabilité des signaux émis, ceci revient à maximiser la densité de probabilité de l'observation $\mathbf{R}$ conditionnellement à l'émission de $\mathbf{X}$ et à la connaissance de $\mathbf{H}$. Or comme le bruit $\mathbf{n}$ est un vecteur complexe circulaire et gaussien de matrice de covariance $N_0 \mathbf{I}_{N_r \times N_r}$,

7. Dans les calculs de probabilité d'erreur, le signal émis est multiplié par un facteur $\sqrt{\frac{E_x}{N_t}}$ afin de normaliser la puissance émise par le nombre d'antennes émettrices ($\frac{1}{N_t}$) et assurer une énergie moyenne de la constellation égale à E_x . Dans la littérature, cette normalisation n'est pas toujours adoptée dans le calcul de la probabilité d'erreur même si elle est prise en compte lors des simulations : soit qu'elle n'est pas du tout effectuée, soit qu'elle est réalisée uniquement pour assurer une énergie moyenne de la constellation égale à 1 sans prendre en compte le gain de puissance à l'émission.

8. Dans le cas des évanouissements rapides, on remplacera dans les équations les matrices $\mathbf{R}$ et $\mathbf{X}$ par les vecteurs $\mathbf{r}$ et $\mathbf{x}$, et la norme $\|\cdot\|_F^2$ par la norme $\|\cdot\|_2^2$.

cette densité s'exprime comme suit :

$$p(\mathbf{R}|\mathbf{X},\mathbf{H}) = (\pi N_0)^{-LN_r} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{R} - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2}{N_0} \right) \quad (2.30)$$

Dès lors, maximiser cette densité de probabilité par rapport au signal émis revient à minimiser la norme de Frobenius, $\|\mathbf{R} - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2$ (évanouissements lents), ou la norme euclidienne, $\|\mathbf{r} - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2$ (évanouissements rapides). Le critère de décision associé est appelé critère du maximum de vraisemblance et le signal résultant est solution de :

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \{\mathbf{X}\}} \|\mathbf{R} - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 \quad (2.31)$$

Le calcul de la probabilité d'erreur totale étant généralement trop complexe, on peut alors avoir recours à l'analyse de la probabilité d'erreur entre paires de signaux $\{\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}\}$, laquelle nous donne une indication sur la probabilité d'erreur totale par l'intermédiaire de la **borne de l'union**⁹. La plupart des auteurs ont choisi d'utiliser cette **probabilité d'erreur par paire moyenne** (PEP) pour obtenir une estimation des performances des codes temps-espace. Cette probabilité d'erreur, notée $P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}})$, correspond à la probabilité que le récepteur MV décide en faveur d'une séquence de symboles $\hat{\mathbf{X}}$ alors qu'en réalité la séquence qui a été émise est la séquence $\mathbf{X}$ sous les hypothèses que le canal soit parfaitement connu au récepteur et que le bruit soit BBAG. Elle est égale à :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) = E_{\mathbf{H}}[P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{H})] \quad (2.32)$$

En développant la norme de Frobenius¹⁰, on obtient :

$$\|\mathbf{R} - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 = \sum_{l=1}^L \sum_{r=1}^{N_r} |r_r^l - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}^l x_t^l|^2 \quad (2.33)$$

En supposant une connaissance parfaite du canal au récepteur, la **probabilité d'erreur par paire instantanée**, *i.e.* conditionnellement à une réalisation donnée de la matrice $\mathbf{H}$ des évanouissements aléatoires [TSC98], dépend du carré de la distance euclidienne entre les mots de codes à l'entrée du récepteur. Elle s'écrit :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{H}) = Q \left(\sqrt{\frac{E_x}{N_t} \frac{\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}{4\sigma_n^2}} \right) \quad (2.34)$$

où $\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est la **distance euclidienne** au carré entre les séquences de signaux après transmission. Son expression dépendra de la fréquence des variations des évanouissements du canal.

9. La borne de l'union stipule que la probabilité d'erreur totale est bornée par la probabilité d'erreur moyenne entre une paire de mots de codes aléatoires multipliée par le nombre de mots de codes.

10. Si $\mathbf{A}$ est une matrice de taille $N_l \times N_c$ composée d'éléments a_{lc} , alors $\|\mathbf{A}\|_F^2 \triangleq \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H) = \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) = \sum_{l=1}^{N_l} \sum_{c=1}^{N_c} |a_{lc}|^2$.

En appliquant la borne $Q(x) \leq e^{-x^2/2}$ $x \geq 0$, avec $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2}$, la relation précédente se trouve bornée par :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{H}) \leq \exp \left(-\frac{E_x}{N_t N_0} \frac{\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}{4} \right) \quad (2.35)$$

Afin d'obtenir la probabilité d'erreur par paire moyenne pour les deux types de canaux, il reste finalement à moyenner la probabilité d'erreur par paire instantanée sur la statistique des évanouissements du canal. De manière générale dans ce qui suit, on cherchera à optimiser en priorité le gain de diversité. En effet, comme nous avons vu au paragraphe 2.2.1, ce terme est dominant puisqu'il intervient à l'exposant de la borne supérieure de la probabilité. Ce gain de diversité qui correspond à la pente de l'asymptote à la courbe de probabilité d'erreur à fort RSB peut être aussi obtenu à partir d'une technique SIMO-MRC en ne prenant pas en compte le gain de puissance apporté par les antennes multiples en réception. Cette dernière technique nous permet donc de vérifier si le gain de diversité spatial attendu a bien été obtenu par le code temps-espace.

2.4.2.1 Canal à évanouissements lents

Dans notre cas, un canal est dit non-sélectif en temps lorsque les coefficients d'atténuation du canal sont constants sur une trame de longueur L et varient d'une trame à l'autre. Le codage spatio-temporel est donc introduit à l'intérieur de chaque trame sans introduire de corrélation entre les trames. Les atténuations h_{rt} ne dépendent pas de l'indice temporel l et l'expression de la distance euclidienne au carré entre deux séquences de signaux après transmission devient alors ¹¹ :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \frac{E_x}{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left| \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}(x_t^l - \hat{x}_t^l) \right|^2 \quad (2.36)$$

Notons l'absence des termes de bruit dans cette expression.

Soit la matrice $\mathbf{A}$ de taille $N_t \times N_t$ définie entre toutes les paires de mots de codes $(\{\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}\})$ possibles telle que $\mathbf{A} = (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H = \mathbf{B}\mathbf{B}^H$. La matrice $\mathbf{A}$ est alors appelée **matrice des distances** alors que la matrice $\mathbf{B}$ est appelée la **matrice des différences**, ou des erreurs commises entre les séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$. Les N_t éléments de sa diagonale, égaux à $\sum_{l=1}^L |x_t^l - \hat{x}_t^l|^2$ ($1 \leq t \leq N_t$), peuvent être vus comme étant l'autocorrélation des erreurs commises sur les séquences émises sur chacune des antennes. Les termes en dehors de la diagonale correspondent à l'intercorrélacion entre deux séquences erronées émises à partir d'antennes différentes. Par conséquent, lorsque cette matrice est diagonale, les séquences erronées sont orthogonales entre elles. Notons $r_{\mathbf{A}}$ le rang de cette matrice. On peut alors affirmer que $\mathbf{A}$ possède exactement $N_t - r_{\mathbf{A}}$ valeurs propres λ_m^e nulles. D'après

11. Si on ne prend pas en compte, dans les calculs, l'énergie des signaux émis, *i.e.* le signal reçu étant égal à $\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ alors l'expression de la distance euclidienne devient : $\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left| \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}(x_t^l - \hat{x}_t^l) \right|^2$.

le développement rappelé en annexe A.1, la borne à la probabilité d'erreur devient alors pour de forts RSB :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \underbrace{\left(\prod_{m=1}^{r_{\mathbf{A}}} \lambda_m^e \right)^{\frac{1}{r_{\mathbf{A}}}}}_{\text{gain de codage}} \underbrace{\frac{E_x}{4N_t N_0}}_{\text{gain de diversité} = -r_{\mathbf{A}} N_r} \quad (2.37)$$

On repère tout d'abord le **gain de diversité** total du système qui est égal à $r_{\mathbf{A}} N_r$ dans le cas des évanouissements lents. On peut remarquer que la matrice $\mathbf{B} = (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ est de même rang $r_{\mathbf{A}}$ que la matrice $\mathbf{A}$, *i.e.* qu'elle possède $r_{\mathbf{A}}$ colonnes linéairement indépendantes. Par ailleurs, le **gain de codage** (indépendant du RSB) qui est ici déterminé par la racine d'ordre $r_{\mathbf{A}}$ du produit des valeurs propres λ_m^e de $\mathbf{A}$ correspond de manière équivalente à la moyenne géométrique des valeurs propres. Le produit des valeurs propres non-nulles $\prod_{m=1}^{r_{\mathbf{A}}} \lambda_m^e$ est aussi égal au déterminant de la matrice $\mathbf{A}$ pour une séquence donnée $\hat{\mathbf{X}}$ d'erreurs.

La borne de la probabilité d'erreur par trame ou par bit peut être obtenue en étendant la borne précédente en une borne de l'union basée sur la distribution de poids des codes. Les probabilités d'erreur par trame ou par bit sont toutes les deux dominées par l'erreur correspondante à la matrice des distances de code ayant le rang minimum et le produit minimal des valeurs propres.

2.4.2.2 Canal à évanouissements rapides

Dans le cas des canaux sélectifs en temps, sachant que les atténuations h_{rt} du canal varient pour chaque durée symbole, la distance euclidienne $\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ s'écrit alors pour de forts RSB :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \sqrt{\frac{E_x}{N_0}} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left| \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}^l (x_t^l - \hat{x}_t^l) \right|^2 \quad (2.38)$$

Soit $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ la **distance de Hamming** entre les séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ de L symboles définis sur un alphabet à N_t dimensions. Autrement dit, $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est le nombre de durées symboles sur lesquelles ces deux mots de codes diffèrent, *i.e.* telles que $|\mathbf{x}^l - \hat{\mathbf{x}}^l| \neq 0$. Par ailleurs, notons la **distance produit** $d_P^{(N_t)^2}$ comme étant le produit des distances euclidiennes entre les symboles temps-espace à N_t dimensions de deux séquences de longueur L lorsque ces symboles sont différents. La distance produit s'écrit donc :

$$d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \prod_{\substack{l=1 \\ \mathbf{x}^l \neq \hat{\mathbf{x}}^l}}^L \left(\sum_{t=1}^{N_t} |x_t^l - \hat{x}_t^l|^2 \right) \quad (2.39)$$

D'après l'annexe A.2, on obtient alors l'inégalité suivante pour de fortes valeurs de RSB :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left[\underbrace{\left(d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right)^{1/d_H^{(N_t)}}}_{\text{gain de codage}} \frac{E_x}{4N_t N_0} \right]^{- \underbrace{d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) N_r}_{\text{gain de diversité}}} \quad (2.40)$$

Le terme $N_r \cdot d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ présent à l'exposant correspond au **gain de diversité** du système obtenu sur des canaux à évanouissements de Rayleigh rapides. Il détermine la pente de l'asymptote à la courbe de probabilité d'erreur en échelle logarithmique à fort RSB. Il mesure approximativement le gain apporté par la diversité spatiale pour un système donné. Le **gain de codage** (indépendant du RSB) est quant à lui déterminé par la racine d'ordre $d_H^{(N_t)}$ de la distance produit $d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$. Il définit le décalage en abscisse de l'asymptote à la courbe de probabilité d'erreur en échelle logarithmique à fort RSB. Il mesure donc le gain d'un système codé par rapport à un système non-codé ayant le même gain de diversité.

Il faut utiliser les résultats des calculs effectués jusqu'alors avec précaution puisque nous ne considérons ici que la borne supérieure de la probabilité d'erreur par paire (PEP) calculée sur les événements d'erreur dits prépondérants. On suppose ainsi ne prendre en compte que les paires de séquences dont les paramètres r_A et $\prod_{i=1}^{r_A} \lambda_i$ (évanouissements lents) ou $d_H^{(N_t)}$ et $d_P^{(N_t)^2}$ (évanouissements rapides) sont minimaux. Les autres paires de séquences, dites secondaires, sont négligées. Ainsi, le calcul de cette borne est un bon moyen pour obtenir les paramètres importants dans l'optimisation des performances, mais il ne s'agit en aucun cas d'un calcul exact. En réalité, la probabilité d'événements d'erreur s'écrit comme la somme des probabilités d'erreur par paire pour **toutes** les paires de séquences possibles. Le gain de codage, par exemple, ne peut pas être utilisé tel quel, car on ne considère ici que la probabilité d'erreur pour la seule paire de séquences prépondérantes. Dans [dRS00], cet aspect des calculs est développé et l'auteur a au contraire cherché à affiner le calcul en considérant un maximum de paires de séquences possibles et prenant en compte les événements d'erreurs d'ordres supérieurs. Ces résultats théoriques concordent alors mieux avec les résultats de simulation. Dans tous les cas, comme pour les codes convolutifs SISO, on peut définir un spectre de distance qui permet d'évaluer le poids des différents événements d'erreurs relativement au terme prépondérant. Il est alors possible de sélectionner les paires de séquences qui conditionnent le plus les performances du code choisi [KZH⁺02].

2.4.3 Critères du rang et du déterminant

Suite aux calculs de taux d'erreur présentés dans [TSC98], Tarokh *et al.* propose d'optimiser la probabilité d'erreur dans un **canal à évanouissements lents** en énonçant deux critères : le critère du rang et le critère du déterminant. Avant de livrer ses résultats, reprenons la démarche suivie dans [TSC98]. Rappelons que ces critères furent démontrés en 1996 par Guey *et al.* [GFBK96] pour des canaux stationnaires non-dispersifs pour un simple code en bloc.

Le premier critère a pour but de maximiser le facteur de diversité. D'après ce que nous avons dit au paragraphe 2.4.2.1, dans le cas des évanouissements lents, celui-ci correspond

au produit $r_{\mathbf{A}} N_r$. Pour maximiser le facteur de diversité, il faut donc imposer $r_{\mathbf{A}} = N_t$, *i.e.* imposer à $\mathbf{A}$ d'être de rang plein.

Nous avons vu au paragraphe 2.4 que le rang $r_{\mathbf{A}}$ de la matrice $\mathbf{A}$ est aussi le rang de la matrice des différences $\mathbf{B} = (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$, *i.e.* qu'elle possède $r_{\mathbf{A}}$ colonnes linéairement indépendantes. Autrement dit, N_t séquences erronées émises sur les antennes sont orthogonales entre elles. Notons $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}) = (\mathbf{x}^1 - \hat{\mathbf{x}}^1, \dots, \mathbf{x}^L - \hat{\mathbf{x}}^L)$ où $\mathbf{x}^l$ est le vecteur correspondant aux symboles à N_t dimensions émis à chaque instant l à partir des N_t antennes d'émission, et $\hat{\mathbf{x}}^l$ représente les symboles à N_t dimensions détectés à chaque instant l . Dans ce cas, imposer que $r_{\mathbf{A}}$ colonnes soient non nulles revient à imposer que les symboles $\mathbf{x}^l$ et $\hat{\mathbf{x}}^l$ diffèrent sur $r_{\mathbf{A}}$ durées symboles. Par conséquent, imposer à $\mathbf{A}$ d'être de rang plein est équivalent à s'assurer que l'ensemble des séquences de symboles ait une distance de Hamming au moins égale à N_t : $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \geq N_t$.

Donnons maintenant une explication intuitive au fait que le rang de la matrice des différences $\mathbf{B}$ doit être maximisé. La réception sur une antenne des mots de codes transmis à travers le canal au cours du temps peut être vu du point de vue mathématique comme une combinaison linéaire de ces mots de codes. Par exemple, pour $N_t = 3$, le signal reçu s'écrit : $\mathbf{r}_r = h_1 \mathbf{x}_1 + h_2 \mathbf{x}_2 + h_3 \mathbf{x}_3$ où $\mathbf{x}_t$ correspond aux symboles émis par l'antenne t pendant L durées symboles. Si la matrice n'est pas de rang plein, par exemple si les mots de codes $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$ sont linéairement dépendants, alors il existe des coefficients qui rendent leur combinaison linéaire nulle. Pour peu que ces coefficients correspondent aux canaux h_1 et h_2 , alors même sans bruit il devient impossible au récepteur de décoder correctement les mots de codes émis.

En second lieu, il convient de maximiser le gain de codage qui est la racine $r_{\mathbf{A}}^{\text{ième}}$ du produit des valeurs propres de $\mathbf{A}$. Sachant que l'on suppose que $\mathbf{A}$ est de rang plein, le produit de ses valeurs propres est alors équivalent à son déterminant¹². En d'autres termes, une fois la diversité maximale atteinte, maximiser le gain de codage revient à maximiser le plus petit déterminant de $\mathbf{A}$ sur l'ensemble des séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ possibles.

Les critères de Tarokh pour des canaux à évanouissements lents s'énoncent donc comme suit :

- **Critère du rang :** la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ doit être de rang plein pour toutes les séquences possibles de symboles $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$. Dans ce cas, une diversité maximale de $N_t N_r$ est atteinte. Une condition nécessaire mais pas suffisante pour atteindre une diversité maximale est que chaque symbole soit émis sur chacune des N_t antennes.
- **Critère du déterminant :** pour un code à diversité maximale, le plus petit déterminant de la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ pris sur l'ensemble des séquences possibles de symboles $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ doit être maximisé. Notons $\det_{\min}[\mathbf{A}]$ ce paramètre.

Pour des canaux à évanouissements lents, d'après le développement rappelé en annexe A.1, la probabilité d'erreur est donc majorée par :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left[\left(\det_{\min}[\mathbf{A}] \right)^{\frac{1}{N_t}} \frac{E_x}{4N_t N_0} \right]^{-N_t N_r} \quad (2.41)$$

12. On note que la somme des valeurs propres de $\mathbf{A}$ quant à elle correspond à la trace de la matrice.

Critère du rang dans le domaine binaire

Les gains de codage et de diversité des codes temps-espace sont définis dans le corps des complexes alors que traditionnellement, dans le cas SISO, les constructions des codes sont définies dans le corps de Galois, *i.e.* dans le domaine binaire. Par exemple, pour le critère du rang habituellement employé pour construire les codes temps-espace, le signe de la différence entre les symboles complexes joue un rôle primordial. De même, l'opération de conjugaison complexe qui est essentielle pour les constructions des codes temps-espace peut ne pas avoir de représentation algébrique discrète. Comment peut-on alors transférer ces informations dans le domaine binaire? Par ailleurs, puisque les symboles codés ne sont pas linéaires dans le plan complexe, il n'est pas facile d'assurer que la matrice des différences soit de rang plein. En revanche, la plupart des codes sont linéaires dans le domaine binaire. Il est donc possible d'exploiter cette propriété afin de donner des conditions suffisantes et simples applicables sur les bits qui assure la diversité maximale.

Hammons et El Gamal ont alors proposé dans [HG00] un critère du rang applicable cette fois-ci sur des éléments binaires pour des modulations BPSK et QPSK afin d'assurer une diversité spatiale maximale. Il permet d'obtenir pour la première fois des constructions, mise à part les techniques à diversité par retard, qui atteignent la diversité spatiale maximale quelle que soit la valeur de N_t . Le critère du rang binaire pour des modulations BPSK est généralisé dans [LFT02] à des constellations à plus grand nombre d'états ($2^{2k}\text{QAM } \forall k \in \mathbb{N}^*$) pour des canaux à évanouissements de Rayleigh quasi-statiques. Les conditions suffisantes fournies qui portent sur les mots de codes (les matrices génératrices des codes) et non pas sur chaque paire de mot de code permettent ainsi de construire des codes temps-espace à diversité spatiale maximale en simplifiant grandement leur construction lorsque ceux-ci sont linéaires. De plus, grâce à ce critère du rang binaire, les codes traditionnellement utilisés en SISO, *e.g.* les codes convolutifs, les turbo-codes, *etc.* peuvent servir à construire des codes temps-espace plus simplement.

Construction de matrices à rang maximal : technique du « Zéro symétrie »

Parmi les auteurs qui ont cherché à construire des codes temps-espace à partir de ces critères d'optimisation, Grimm propose, au travers d'une technique de construction appelée « Zéro symétrie » [GFK98], d'explicitier la forme de la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ à utiliser afin de respecter le critère du rang dans les canaux à évanouissements lents. Le but est, rappelons-le, de faire en sorte que la matrice $\mathbf{B}$ soit de rang plein. Grimm prouve qu'une matrice telle que celle présentée en (2.42) est effectivement de rang plein. Dans cette matrice, les éléments notés $x(k) \in \mathbb{C}$ peuvent être nuls, alors que les $x'(k) \in \mathbb{C}$ sont obligatoirement non nuls pour ne pas obtenir de lignes nulles et assurer l'obtention d'un rang plein.

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \begin{bmatrix} x'(1) & x(2) & \dots & x(5) & x(8) & 0 & 0 \\ 0 & x'(2) & x(3) & \dots & x(6) & x'(3) & 0 \\ 0 & 0 & x(1) & x(4) & \dots & x(7) & x'(4) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

La matrice présentée ici pour une émission sur $N_t = 3$ antennes a la particularité de posséder des éléments nuls répartis de façon symétrique par rapport à la diagonale, d'où

le nom que Grimm donne à cette structure : « Zéro symétrie ». Imposer à la matrice $\mathbf{B}$ de posséder une telle structure est une **condition suffisante** mais non nécessaire pour qu'elle soit de rang plein.

Le critère de Grimm pour assurer un facteur de diversité maximal pour des canaux à évanouissements lents est donc le suivant :

- **Critère du « Zéro symétrie »** : une condition suffisante pour maximiser le facteur de diversité est d'imposer à la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ d'être triangulaire¹³ supérieure et inférieure pour l'ensemble des couples de séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ possibles. Ce genre de matrice est aussi appelé matrice bande. Le facteur de diversité vaut alors $N_t N_r$.

Critère de construction en présence de corrélation des évanouissements

Jusqu'à présent, les critères du rang et du déterminant supposent une décorrélation parfaite entre les évanouissements. Tarokh a cherché à développer, toujours dans [TSC98], les critères de construction des codes temps-espace dans le cas où les évanouissements sont corrélés.

En construisant une matrice diagonale $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ de taille $N_r N_t \times N_r N_t$ où chaque terme de la diagonale correspond à la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ et en réécrivant la matrice canal $\mathbf{H}$ sous la forme $\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{N_r}]$ où $\mathbf{h}_r$ est le vecteur ligne de taille N_t constitué du jeu de coefficients d'évanouissements présents dans le système MISO vus par l'antenne de réception d'indice r , Tarokh montre dans [TSC98] que la borne supérieure à la probabilité d'erreur peut s'écrire :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}} | \mathbf{H}) \leq \exp \left(-\tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \tilde{\mathbf{H}}^H \frac{E_x}{4N_0 N_t} \right) \quad (2.43)$$

Soit $\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}} = E[\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}}]$ la matrice de corrélation de $\tilde{\mathbf{H}}$ de N_r systèmes MISO. Si l'on suppose que $\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}}$ est de rang plein, on suppose alors que les lignes ou colonnes de $\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}}$, qui mesurent la corrélation entre un système MISO donné et les $N_r - 1$ autres systèmes MISO, sont décorrélées les unes des autres. Autrement dit, on suppose une parfaite décorrélation entre les N_r coefficients de corrélation mesurés pour les N_r systèmes MISO.

Tarokh montre que minimiser la borne supérieure à la probabilité d'erreur donnée ci-dessus revient à maximiser d'une part :

$$\text{rg}[\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})] = N_r \mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \quad (2.44)$$

et à maximiser d'autre part :

$$\det[\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}}] \det[\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})] = \det[\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}}] (\det[\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})])^{N_r} \quad (2.45)$$

13. Le terme triangulaire supérieur qui est généralement associé aux éléments non-nuls d'une matrice est ici associé aux éléments nuls.

Ainsi, il apparaît que le critère du rang et celui du déterminant qui sont les critères à optimiser dans le cas des évanouissements indépendants restent valides dans le cas d'évanouissements corrélés.

Cherchons maintenant à quantifier la perte en gain de codage due à la présence de corrélation entre les coefficients d'évanouissements. En comparant l'expression du déterminant (2.45) obtenue ci-dessus et celle obtenue dans le cas d'évanouissements indépendants, cette perte peut être évaluée selon l'expression :

$$(10/N_t N_r) \log_{10}(\det[\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}}]) \quad (2.46)$$

où $\det[\Gamma_{\tilde{\mathbf{H}}}]$ est réel positif.

Critère de construction en présence de canaux de Rice

Pour des canaux dont les évanouissements suivent une distribution de Rice, *e.g.* dans le cas d'une transmission en présence d'un trajet direct, en utilisant le même type d'argumentation, Tarokh montre dans [TSC98] que le critère du rang est toujours valable pour ce type de canaux. Ainsi, des codes optimisés selon le critère du rang pour le canal de Rayleigh le seront également pour un canal de Rice même si les coefficients h_{rt} sont corrélés. En revanche, pour obtenir le critère du gain de codage, on doit appliquer celui développé par Tarokh dans le cas des coefficients indépendants suivant une distribution de Rice. Ceci conduit à des calculs nettement plus fastidieux que ceux réalisés dans le cas des canaux de Rayleigh. C'est l'une des raisons pour lesquelles les auteurs préfèrent en général se limiter au cas des évanouissements de Rayleigh. Notons aussi que les systèmes MIMO perdent de leur intérêt dans une configuration LOS.

Critère de construction en l'absence d'une CSI parfaite en réception

Les critères de construction de codes temps-espace pour des évanouissements lents de Rayleigh non-sélectifs en fréquence supposent une parfaite connaissance du canal en réception. Tarokh dans [TNSC99] a cherché à savoir si les critères de construction qu'il avait développés précédemment restaient encore valides pour des constellations à énergie constante dans le cas où les coefficients du canal ne sont pas parfaitement estimés. Son analyse montre que les critères sont valides, que l'information disponible sur le canal en réception soit parfaite ou non, et ce quelle que soit la technique d'estimation utilisée. Toutefois, le nombre d'antennes d'émission ne doit pas être trop élevé afin d'éviter une trop forte augmentation de la sensibilité du système aux erreurs d'estimation. Il donne d'ailleurs la métrique optimale à appliquer en présence d'erreur d'estimation du canal en supposant que le récepteur peut estimer d'une part le RSB et d'autre part le coefficient de corrélation entre l'estimée du canal et les vrais coefficients d'évanouissements.

Critère de construction en présence de sélectivité fréquentielle

Toujours dans [TNSC99], Tarokh *et al.* ont montré que ni la présence de trajets multiples qui se traduit pas une sélectivité fréquentielle, ni la vitesse des variations des évanouissements n'entraînent une perte de l'ordre de diversité promis par les critères de constructions. Toutefois, le problème est de pouvoir exploiter la structure du canal. Ceci ouvre alors la voie à la combinaison des codes temps-espace avec de nouvelles techniques d'estimation et d'égalisation.

2.4.4 Critères de la distance et du produit

Dans le cas des **canaux à évanouissements rapides**, Tarokh avance deux critères d'optimisation de la probabilité d'erreur à partir de l'expression (2.40) [TSC98]. Il s'agit des critères de la distance et du produit.

Comme nous l'avons déjà détaillé, le facteur de diversité dans le cas des canaux à évanouissements rapides correspond au produit du nombre d'antennes en réception par la distance de Hamming $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ entre les séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$. Il faut donc maximiser cette distance pour l'ensemble des séquences possibles $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ afin de maximiser le facteur de diversité. Par ailleurs, l'autre gain à maximiser est le gain de codage qui est déterminé par la distance produit $d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$.

Ainsi s'énoncent donc les critères de Tarokh pour des canaux à évanouissements rapides :

- **Critère de la distance :** la plus petite distance de Hamming $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ entre deux séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ quelconques de symboles doit être maximisée. Notons $d_{H_{\min}}^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ cette distance, le facteur de diversité vaut alors : $N_r \cdot d_{H_{\min}}^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$.
- **Critère du produit :** la plus petite distance produit $d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ entre deux séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ quelconques de symboles doit être maximisée. Notons $d_{P_{\min}}^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ cette distance produit.

La probabilité d'erreur par paire s'écrit alors :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left[\underbrace{\left(d_{P_{\min}}^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right)^{1/d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}}_{\text{gain de codage}} \frac{E_x}{4N_0N_t} \right]^{-\underbrace{N_r d_{H_{\min}}^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}_{\text{gain de diversité}}} \quad (2.47)$$

Le fait d'augmenter uniquement le nombre N_r d'antennes de réception entraîne une diminution de la probabilité d'erreur. Il s'agit du gain apporté par la mise en oeuvre de la diversité spatiale de réception.

2.4.5 Critère de la trace

Le critère qui nous intéresse maintenant, prend comme point de départ la réécriture de l'expression (2.36) de la distance euclidienne entre deux séquences de signaux non-bruités pour un canal à évanouissements lents. On remarque [CA01] en effet que l'on peut écrire :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \sum_{l=1}^L \text{tr} \left(\mathbf{H}^l \mathbf{C}^l (\mathbf{H}^l)^H \right) \quad (2.48)$$

avec $\text{tr}(\cdot)$ représentant la trace d'une matrice et $\mathbf{C}^l$ matrice de taille $N_t \times N_t$ donnée en annexe A.2. Cette matrice correspond à la matrice $\mathbf{A}$ dans le cas particulier où $L = 1$.

En décomposant $\mathbf{C}^l$, qui correspond à la matrice $\mathbf{A}$ dans le cas particulier où $L = 1$, telle que $\mathbf{C}^l = \mathbf{E}^l (\mathbf{E}^l)^H$ on peut alors écrire :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \sum_{l=1}^L \text{tr} \left((\mathbf{E}^l)^H (\mathbf{H}^l)^H \mathbf{H}^l \mathbf{E}^l \right) \quad (2.49)$$

Soit $\mathbf{F}^l = \frac{1}{N_r} (\mathbf{H}^l)^H \mathbf{H}^l$. Le théorème de la limite centrale nous permet de poser, pour chaque élément f_{ji} de $\mathbf{F}^l$, que :

$$\lim_{N_r \rightarrow \infty} \frac{1}{N_r} \sum_{r=1}^{N_r} E \left[(h_{ri}^l)^* h_{jr}^l \right] \xrightarrow{N_r \rightarrow \infty} \delta_{ji} \quad (2.50)$$

avec δ_{ji} le symbole de Kroenecker.

On peut donc dire que $\frac{1}{N_r} (\mathbf{H}^l)^H \mathbf{H}^l \rightarrow \mathbf{I}_{N_r}$ quand N_r devient grand, d'où :

$$\frac{\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}{N_r} \rightarrow \sum_{l=1}^L \text{tr}(\mathbf{C}^l) \quad (2.51)$$

De plus, cette limite est d'autant plus rapidement atteinte que le nombre d'antennes en émission, qui correspond au nombre de lignes ou de colonnes de $\mathbf{C}^l$, est élevé.

En remarquant maintenant que la trace de la matrice $\mathbf{C}^l$ est égale au $l^{\text{ième}}$ élément de la diagonale de la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$, on a $\sum_{l=1}^L \text{tr}(\mathbf{C}^l) = \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}))$. D'où la réécriture de la probabilité d'erreur par paire :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \exp \left(-N_r \frac{E_x}{4N_t N_0} \cdot \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})) \right) \quad (2.52)$$

Dans [ZWZC01], Zhou arrive au même résultat en utilisant non pas la loi des grands nombres mais en utilisant l'inégalité de Chebyshev.

Il est intéressant de noter que la trace de la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ correspond en fait à la distance euclidienne entre les séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$, *i.e.* la distance euclidienne entre deux mots de codes à N_t dimensions de longueur L ¹⁴. En effet :

$$\text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})) = \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{l=1}^L |\hat{x}_t^l - x_t^l|^2 = d_E^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \quad (2.53)$$

où $d_E^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est la **distance euclidienne à l'entrée du canal**.

D'où, finalement :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \exp \left(-N_r \frac{E_x}{4N_t N_0} d_E^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right) \quad (2.54)$$

Le critère de la trace s'énonce donc de la façon suivante :

- **Critère de la trace** : pour un nombre d'antennes suffisamment grand, typiquement $N_t N_r > 3$, la probabilité d'erreur est dominée par la distance euclidienne minimale calculée entre $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ pour toutes les séquences possibles¹⁵. Cette distance euclidienne minimale, égale à la trace minimale de la matrice $\mathbf{A}$, est notée $d_{E_{\min}}^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$.

On s'aperçoit ici que l'un des paramètres clés utilisé dans le cas MIMO sur canal à évanouissements lorsque le nombre d'antennes, *i.e.* le nombre de canaux indépendants, est suffisamment grand est la distance euclidienne minimale entre les séquences codées, paramètre appelé aussi **distance libre**. Dans le cas SISO, celui-ci est un critère déterminant pour l'optimisation des performances sur canal gaussien comme nous le verrons dans le chapitre 4. Ceci s'explique très bien en rappelant que la somme d'un nombre suffisamment grand de lois décorréliées du même type tend en moyenne vers une loi gaussienne (théorème de la limite centrale). Ainsi, lorsque le nombre de canaux décorréliés est important, *i.e.* pour un grand nombre de branches de diversité, le canal tend à converger vers un canal gaussien. On retombe alors en MIMO sur les critères de performances valables sur canal gaussien SISO. Finalement, le critère de la trace est une généralisation du critère de la distance libre utilisé dans le cas SISO (paragraphe 4.2.3.3). La distance libre pour des séquences de symboles à N_t dimensions est notée $d_{\text{lib}}^{(N_t)^2}$ ou $d_{E_{\min}}^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$.

14. On ne confondra pas la distance euclidienne $d_E^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ (2.53), indépendante des coefficients du canal, qui représente la distance euclidienne entre deux mots de codes temps-espace à l'entrée du canal, avec la distance euclidienne $\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ (2.36), dépendante des coefficients du canal, qui représente la distance euclidienne entre deux mots de codes temps-espace non-bruités en sortie du canal.

15. On suppose ici que la diversité maximale est atteinte, $r_{\mathbf{A}} = N_t$.

Avantages du critère de la trace

Ce critère ne dépend pas du type de canal, à savoir à évanouissements lents ou rapides, puisque les hypothèses utilisées ont permis l'élimination des coefficients d'atténuation (théorème de la limite centrale). De même, ce critère est plus simple à manipuler que les critères précédemment établis puisque l'optimisation de la distance euclidienne entre les symboles ne va pas dépendre du canal (paramètre intrinsèque au code). Notons que même si le calcul de la borne supérieure à la probabilité d'erreur en fonction de la trace a recours à la loi des grands nombres, on constate de façon empirique (chapitre 4) que le critère de la trace est vérifié et applicable pour une valeur du produit $N_t N_r$ relativement faible, typiquement supérieure à 3. Notons aussi que le terme $\sum_{t=1}^{N_t} |\hat{x}_t^l - x_t^l|^2$ présent dans l'expression de la trace (2.53) se retrouve aussi dans la formule de la distance produit (2.39). On peut alors présager que des codes ayant une bonne trace auront aussi une bonne distance produit et présenteront par conséquent de bonnes performances sur des canaux à évanouissements rapides.

Maximisation du critère de la trace : critère EVD

Ce nouveau critère appelé critère des valeurs singulières égales (« *Equal Singular Value* ») a été introduit par les travaux de Ionescu [Ion99] et repose sur une optimisation du gain de codage sur des canaux à évanouissements lents. Il correspond à une généralisation du critère de la trace et permet une recherche de codes plus affinée. Nous avons vu au paragraphe 2.4.2.1 que le gain de codage était déterminé par le produit des valeurs propres de la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$, notées λ_m^e ($1 \leq m \leq N_m$). L'inégalité des moyennes géométrique et arithmétique permet d'écrire, en supposant que la diversité maximale est atteinte ($r_{\mathbf{A}} = N_t$) et que l'on dispose de N_t valeurs propres :

$$\det(\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})) = \prod_{m=1}^{N_t} \lambda_m^e \leq \left(\frac{\sum_{m=1}^{N_t} \lambda_m^e}{N_t} \right)^{N_t} \quad (2.55)$$

La somme des valeurs propres de $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est égale à sa trace, et l'on a montré au paragraphe 2.4.5 que la trace de $\mathbf{A}$ correspondait à la distance euclidienne entre les séquences de symboles à l'émission (formule 2.53). D'où la réécriture de (2.55) :

$$\det(\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})) \leq \left(\frac{d_E^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}{N_t} \right)^{N_t} \quad (2.56)$$

L'égalité est atteinte si et seulement si les valeurs propres λ_m^e de $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ sont égales. Donc, le gain de codage pour la probabilité d'erreur par paire est maximal si et seulement si les valeurs singulières λ_m^s de la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ sont égales. On rappelle en effet que si une matrice complexe carrée $\mathbf{Q}$ est définie telle que $\mathbf{Q} = \mathbf{P}\mathbf{P}^H$, avec $\mathbf{P}$ matrice complexe rectangulaire, alors les valeurs propres de $\mathbf{Q}$ sont égales au carré des valeurs singulières de $\mathbf{P}$. Finalement, lorsque les valeurs singulières sont égales, la borne supérieure de (2.56) est atteinte et le gain de codage est entièrement déterminé par la distance euclidienne minimale $d_{\text{lib}}^{(N_t)^2}$ entre les séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ quelconques. La condition nécessaire et suffisante pour que les valeurs propres de $\mathbf{A}$ soient égales est que la matrice $\mathbf{B}$ se comporte comme une matrice unitaire, *i.e.* que $\mathbf{B}\mathbf{B}^H = \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{B}^H/N_t)\mathbf{I}_{N_t}$. En conséquence, la matrice $\mathbf{A}$ est diagonale.

Ainsi, le critère des valeurs singulières égales peut être exprimé comme suit [Ion99]:

- **Critère des valeurs singulières égales :** la borne supérieure de la probabilité d'erreur par paire peut être rendue aussi petite que possible si et seulement si la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est rendue diagonale pour toutes les paires de séquences possibles avec tous les éléments diagonaux égaux. La distance libre $d_{\text{lib}}^{(N_t)^2}$ doit alors être maximisée.

On note immédiatement que le critère du rang est obligatoirement vérifié si les conditions précédentes sont appliquées, car la matrice $\mathbf{A}$ alors diagonale est naturellement de rang plein si ses éléments sont nuls. La diversité maximale est donc atteinte.

La borne de la probabilité d'erreur par paire pour des canaux à évanouissements lents peut donc s'écrire :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left[\left(d_{\text{lib}}^{(N_t)^2} \right)^{\frac{1}{N_t}} \frac{E_x}{4N_t N_0} \right]^{-N_t N_r} \quad (2.57)$$

Par ailleurs, un **critère sous-optimal** au critère des valeurs singulières égales consiste à rechercher des codes pour lesquels les matrices $\mathbf{A}$ sont « quasi-diagonales », *i.e.* qui ont des éléments diagonaux les plus proches possibles¹⁶ et dont la somme des éléments non-diagonaux est la plus petite possible.

Ce critère sous-optimal rejoint en quelque sorte le critère développé par Grimm [GFK98] qui consiste à rendre la matrice $\mathbf{A}$ triangulaire supérieure et inférieure (structure « Zéro symétrie », cf paragraphe 2.4.3).

2.5 Exploitation de la diversité spatiale avec la connaissance du canal uniquement en réception

Le sous-chapitre 2.2.3.2 présentait de façon générale les différentes techniques temps-espace existantes pour tous les cas CSI ou non à l'émission et à la réception. Nous allons maintenant nous intéresser aux techniques temps-espace qui utilisent la CSI uniquement en réception. Dans un tel cas, deux approches sont possibles pour exploiter le potentiel des canaux MIMO. Si l'on souhaite accroître d'un facteur N la capacité d'un canal SISO, on se tournera vers des techniques de multiplexage forcément utilisées dans un cadre MIMO avec $\min\{N_t, N_r\} = N$ et qui cherchent à transmettre simultanément N flux de données indépendants. En revanche si l'on souhaite privilégier le facteur de diversité spatiale égal au maximum à $N_t N_r$, on choisira des techniques à diversité spatiale qui, bien que fonctionnant avec une seule antenne réceptrice, peuvent être améliorées en augmentant le nombre d'antennes en réception. En résumé suivant le choix de la technique, sera privilégié soit le débit de transmission soit la qualité de la transmission.

De même que dans le cas SISO, on retrouve en MISO la notion de codage interne et de codage externe. Le codage interne peut correspondre aux techniques temps-espace qui

16. Ces éléments tendent donc vers $(1/N_t) \text{tr}(\mathbf{A})$.

apportent de la diversité spatiale et éventuellement un gain de codage ou exploitant le multiplexage. Le codage interne fait donc appel à de nouvelles techniques de codage, voire peut correspondre à certaines techniques existantes en SISO et étendues à la dimension spatiale. A ce codage interne, on peut concaténer un codage externe dont le rôle est d'apporter un gain de codage et qui, contrairement au codage interne, autorise la réutilisation des codes de canal utilisés habituellement en SISO. Le rôle du codage interne est d'amener le codage de canal à son point de fonctionnement qui se trouve à faibles RSB.

2.5.1 Panorama des techniques améliorant la capacité

Le flot de données à transmettre est converti série/parallèle en N_t flots de données de débit plus faible qui sont transmis simultanément à partir des N_t antennes. En raison de la propagation par trajets multiples, chaque antenne génère une signature spatiale différente au récepteur. Le récepteur exploite ces différentes signatures pour séparer chaque flux, puis les multiplexe afin de reconstituer le flux original de données. L'étape de séparation détermine la complexité du récepteur en terme de calculs.

2.5.1.1 Multiplexage et détection optimale

Nous avons vu précédemment que le gain de multiplexage spatial est disponible si des antennes multiples sont présentes de part et d'autre du canal. Les premières techniques envisagées pour récupérer les N_t flux de données indépendantes sont basées sur des techniques de détection. La technique optimale pour séparer les flux en réception correspond au détecteur non-linéaire ML. Dans le cas de modulation M -aire, il doit ainsi choisir, à chaque durée symbole, le symbole le plus probable parmi M^{N_t} signaux [BP99]. On comprend bien alors que ce type de récepteur a un usage limité en pratique puisque sa complexité croît de manière exponentielle avec le nombre N_t d'antennes d'émission. Même si le décodage ML peut être d'un intérêt pratique pour $N_t = 2$ et des constellations de petites tailles typiquement $M = 16$ [HP00], pour de plus grandes valeurs, des récepteurs sous-optimaux avec une complexité plus faible sont généralement préférés tels les récepteurs linéaires à base de techniques ZF (« *Zero-Forcing* ») ou MMSE (« *Minimum Mean Square Error* ») [BP99] ou des récepteurs non-linéaires en « couches » comme nous allons le voir maintenant.

2.5.1.2 Systèmes BLAST

Une solution sous-optimale au détecteur ML a été proposée par Foschini, chercheur au Bell Labs, en 1996 sous le nom de BLAST (« *Bell labs LAYered Space-Time architecture* ») [Fos96]. Sous la contrainte d'un spectre de fréquence limité, cette architecture vise à atteindre les performances prédites par la théorie de l'information, en éliminant successivement les interférences.

Il a proposé deux architectures connues sous le nom de Vertical BLAST (VBLAST) [WFGV98] et Diagonal BLAST (DBLAST). Dans le système BLAST, le flot de données est divisé en sous-blocs appelés couches (« *layer* ») qui sont distribués entre les antennes de transmission. La différence entre les deux types d'architectures BLAST réside justement dans la façon dont les blocs de données sont distribués entre les antennes. Dans la technique VBLAST, les blocs de données sont répartis séquentiellement entre des antennes consécutives, l'antenne d'émission t étant assignée au sous-bloc t , alors que dans le cas DBLAST, ces blocs sont permutés circulairement entre les antennes. Ainsi en contre-partie d'une surconsommation de puissance, DBLAST permet de faire circuler les blocs entre les antennes afin d'éviter que le même flux soit transmis sur le même canal comme dans le cas de VBLAST. En réception, à chaque étape du décodage, seul le signal émis à partir d'une antenne est détecté alors que les autres signaux transmis sont soit soustraits à partir des signaux précédemment détectés, soit éliminés à l'aide d'une technique ZF ou MMSE avec le risque de propager les erreurs de détection durant la phase de détection itérative.

Prenons l'exemple de la technique VBLAST. Celle-ci peut être assimilée en quelque sorte à une technique de formation de voies. En effet, pour détecter le bloc 1 transmis de l'antenne 1, tous les autres signaux qui ont été transmis simultanément à partir des $N_t - 1$ antennes sont assimilés à des interférences et éliminés par une technique ZF ou MMSE. Le signal résultant est désentrelacé et transmis au décodeur de la couche 1. Après la suppression des $N_t - 1$ signaux, cela revient à voir, pour le décodeur, un canal équivalent à 1 antenne d'émission et $N_r - (N_t - 1)$ antennes de réception. Ce processus itératif est ensuite poursuivi pour détecter chaque bloc émis. Sachant que le nombre de signaux interférents diminue à chaque étape, le degré de liberté, qui correspond à la diversité spatiale de réception virtuelle égale à $N_r - (N_t - N)$ où N est le nombre de signaux précédemment détectés, s'accroît à la détection d'un nouveau bloc. Les débits annoncés notamment pour la technique VBLAST dans le cadre d'une propagation indoor vont de 0.5 Mbit/s à 1 Mb/s pour une largeur de bande 30 kHz. En comparaison, les techniques sans fil traditionnelles atteignent des débits allant de 1-5 bits/s/Hz pour les systèmes cellulaires à 10-12 bit/s/Hz pour des systèmes point-à-point fixe micro-onde atteignant seulement 50 kbit/s pour la même largeur de bande.

Diverses améliorations peuvent être ajoutées aux techniques BLAST pour améliorer leur robustesse. Pour réduire le risque de propager des erreurs, les premiers blocs entrés dans le processus peuvent être choisis de telle manière qu'ils ne détériorent pas trop le RSB après détection [WFGV98]. Par ailleurs, les techniques BLAST peuvent aussi être concaténées avec du codage de canal en appliquant celui-ci séparément sur chaque sous-bloc, qui sont ensuite entrelacés puis transmis simultanément.

Néanmoins les techniques BLAST, de façon analogue au détecteur ML, requièrent que $N_r \geq N_t$ pour qu'il y ait autant de modes propres que d'antennes d'émission, *i.e.* $r_{\mathbf{H}} = N_t$. Ceci peut notamment poser problème dans le cas de la voie descendante des systèmes radio-cellulaires où l'on souhaite limiter le nombre d'antennes au niveau du terminal mobile ou dans le cas où le milieu n'est pas suffisamment riche en diffuseurs ou l'espacement entre les antennes est trop faible. Dans ces deux derniers cas, la matrice du canal devient déficiente.

2.5.1.3 Les modulations codées à dispersion linéaire

Malgré ses bonnes performances en terme de débits de transmissions tout en utilisant des techniques de codage/décodage simples, les techniques VBLAST souffrent d'une part du besoin de disposer d'un plus grand nombre d'antennes en réception qu'à l'émission et d'autre part de leur manque de robustesse en raison de l'absence de codage par la technique elle-même entre les flots de données transmis indépendamment entre les antennes. Les modulations codées à dispersion linéaire (LDCM - « *Linear Dispersion Coded Modulation* »), proposées à l'origine par Hassibi [HHSS00], sont construites pour optimiser l'information mutuelle entre les signaux émis et ceux reçus, pour un nombre d'antennes d'émission et de réception donné où N_r peut être inférieur à N_t . Elles peuvent être décodées par une techniques d'annulation ou de suppression successives d'interférences déjà utilisées dans VBLAST ou par un décodage par sphère, en supposant dans les deux cas la CSI disponible en réception. Les LDCM comportent d'ailleurs comme cas particulier la technique VBLAST et les modulations codées en blocs que nous allons voir un peu plus loin.

Ainsi, selon la définition d'Hassibi, un code LDCM réparti en temps et en espace, par l'intermédiaire de l'ensemble $\{\mathbf{A}_q, \mathbf{B}_q \in \mathbb{C}^{N_t \times L}\}_q^{N_x}$ des matrices de dispersion, les N_x symboles complexes présents à son entrée et qui sont issus d'une constellation linéaire du type QAM ou PSK. La matrice représentant le code LDCM sera décrite selon le schéma :

$$\mathbf{X} = \sum_{q=1}^{N_x} [\text{Re}(\mathbf{x}_q) \mathbf{A}_q + \text{Im}(\mathbf{x}_q) \mathbf{B}_q] \quad (2.58)$$

Remarquons que les composantes réelle et imaginaire de chaque symbole sont étalées par des matrices distinctes. Les LDCM offrent une très grande souplesse dans le choix des paramètres, facilitant la recherche d'un compromis entre débit utile et robustesse. Ainsi, pour optimiser la capacité ergodique sous la contrainte d'une puissance d'émission limitée, Hassibi [HHSS00] propose une méthode d'optimisation numérique basée sur le gradient qui recherche des modulations tendant à ressembler à des signaux blancs gaussiens. Ces modulations ne satisfaisant plus nécessairement aux critères de performances en terme de probabilité d'erreur établis par Tarokh, Sandhu [SP01a] complète les travaux d'Hassibi en proposant des conditions analytiques suffisantes sur la structure du signal pour garantir à la fois robustesse et débit. En imposant auparavant qu'elles soient unitaires, elle arrive alors à la conclusion que les matrices de modulation les plus robustes sont mutuellement hermitiennes anti-symétriques.

Une autre solution qui cherche, comme la technique DBLAST, à transmettre en moyenne sur le même canal tous les flux de données indépendants est la technique appelée « *multistratum space-time coding* » [WT01]. Ici les flots de données codés indépendamment sont superposés par l'intermédiaire d'une transformation orthogonale puis transmis à partir des N_t antennes.

2.5.2 Panorama des techniques améliorant la probabilité d'erreur

L'alternative aux techniques employant plusieurs antennes en réception est de s'orienter vers des techniques n'exigeant qu'une seule antenne pour fonctionner. L'ajout d'antennes en réception ne sert alors qu'à améliorer les performances en exploitant la diversité de réception. Cependant, une telle contrainte interdit l'usage des techniques précédemment décrites.

2.5.2.1 Technique à diversité par retard

Nous avons vu au paragraphe 2.2.2.3 que la diversité par retard sur un canal MIMO pouvait être vue comme un code à répétition utilisé sur un canal SIMO sélectif en fréquence. Puisque la pente asymptotique de la courbe de capacité d'un canal MIMO est aussi limitée sur les canaux sélectifs en fréquence par $\min\{N_t, N_r\}$, la capacité de coupure d'un canal MIMO ne peut donc jamais être atteinte par la diversité spatiale par retard si la diversité d'antennes en réception est utilisée ($\forall N_r > 1$). En effet, puisqu'on transmet la même information sur toutes les antennes, les signaux transmis ne sont pas indépendants.

2.5.2.2 Les modulations codées en treillis temps-espace

Deux familles codes temps-espace ont été retenus pour notre étude, à savoir les STBC (« *Space-Time Block Code* ») et STTC (« *Space-Time Trellis Code* ») que nous préférons appeler STBCM (« *Space-Time Block Coded Modulation* ») et STTCM (« *Space-Time Trellis Coded Modulation* »). En effet, elles sont toutes les deux construites à partir de symboles de modulation, les STTCM étant notamment une extension à l'espace, au cas MISO, des TCM du cas SISO. Par ailleurs, on différencie les STBCM orthogonaux (OSTBCM) des non-orthogonaux (NOSTBCM). Ces deux techniques de modulations codées sont tout d'abord, avec les techniques BLAST, les premières techniques de codage temps-espace en tant que telles décrites dans la littérature. Ces codes ayant tous fait l'objet d'une littérature importante, il est paru nécessaire, dans un premier temps, d'uniformiser la construction de ces codes comme nous le verrons au chapitre 3 pour les STBCM et au chapitre 4 pour les STTCM.

Les STTCM ont été introduites en premier par Tarokh *et al.* [TSC98] comme un nouveau moyen de fournir de la diversité d'émission pour des canaux à antennes multiples sujets à des évanouissements. Elles ont servi notamment à l'origine à présenter les critères de construction des codes temps-espace. En ce qui nous concerne, nous avons choisi de présenter ces critères de construction dans le chapitre 2 puisqu'ils s'appliquent à tout code temps-espace, qu'il soit en bloc ou en treillis. Les STTCM offrent à la fois un gain de diversité qui peut être maximal et un gain de codage défini entre autres par le nombre de bascules contenu dans le codeur. Leur rendement est unitaire puisque les symboles transmis simultanément à partir de plusieurs antennes ont été construits à partir des mêmes bits d'information présents à l'entrée d'un codeur non-systématique, *i.e.* sans rajout de bits de redondance. Les bits d'information sont donc codés en temps et en espace. Le co-

dage à diversité par retard constitue d'ailleurs un cas particulier des STTCM pour $N_t = 2$ et représente la modulation STTCM la plus simple à réaliser [GFK98]. Comme pour ce code, les STTCM reviennent à transformer le canal MIMO à évanouissements plats en un canal SIMO à évanouissements sélectifs en fréquence.

Les premières STTCM proposées approchent à 2.5 dB près la borne de la capacité de coupure. Etant une extension des MCT (modulations codées en treillis) SISO à la dimension spatiale, leur complexité réside essentiellement au niveau du récepteur puisque celui-ci est basé sur un décodage ML, *e.g.* de Viterbi, MAP ou log-MAP, qui ne nécessite qu'une seule antenne en réception.

2.5.2.3 Les modulations codées en blocs

Les STTCM souffrant d'une complexité de décodage accrue lorsque le débit de la transmission et la profondeur de codage augmentent due notamment à sa non-linéarité, Alamouti [Ala98] a découvert une technique remarquable de transmission utilisant deux antennes d'émission, beaucoup moins complexe que les STTCM, que Tarokh a généralisée l'année suivante à un plus grand nombre d'antennes sous le nom de STBC [TJAC99a] et que nous appelons STBCM. Cette technique ne requiert aussi qu'une seule antenne pour être décodée et grâce à sa linéarité issue de son orthogonalité sur les symboles complexes, chaque symbole peut être décodé de façon indépendante des autres symboles avec des performances similaires à une technique ML. Néanmoins, malgré le terme de codage qui peut prêter à confusion, cette technique ne présente aucun gain de codage. En réalité, il s'agit uniquement d'une technique de diversité qui exploite, pour la plupart des STBCM, la diversité spatiale maximale offerte par le canal. Nous la classons, comme il est d'usage, parmi les techniques de codage temps-espace puisqu'elle fait appel à la théorie des constructions orthogonales de symboles complexes comme nous le verrons au chapitre 3. Par ailleurs, puisque le récepteur n'a pas besoin de connaître le nombre d'antennes fonctionnant effectivement, cette technique a la propriété intéressante, appelée « *soft failure* », lui permettant de fonctionner même si l'une des antennes à l'émission n'est pas utilisée. Dans le cas du code d'Alamouti [Ala98], on retrouve ainsi les performances d'un système avec une antenne d'émission sans dégradation. Cette propriété permet notamment d'introduire la diversité d'émission dans les systèmes sans fil actuels. Cette technique revient, après le décodage consistant en une combinaison MRC linéaire, à transformer le canal MIMO en un canal SISO du χ^2 dont le nombre de degrés de liberté correspond à $2N_tN_r$.

En utilisant le modèle de canal SISO équivalent au canal obtenu après combinaison linéaire STBCM, la capacité d'une modulation STBCM de rendement R_x est donnée par [Bau99] :

$$C = R_x \log_2 \left(1 + \frac{E_x \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} |h_{rt}|^2}{N_t N_0} \right) \quad (2.59)$$

Pour $R_x = 1$ et $N_r = 1$, la capacité d'une modulation STBCM est équivalente à la capacité d'un canal MISO. Dans ce cas, en plus de fournir la diversité spatiale maximale, cette modulation STBCM atteint la capacité maximale possible. Le code d'Alamouti constitue d'ailleurs un cas particulier des codes LDCM. En revanche, lorsque $N_r > 1$, la courbe

de capacité est seulement translatée d'un facteur égal à $RSB \times N_r$ puisque la somme, $\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} |h_{rt}|^2$, qui est une variable aléatoire du χ^2 à $2N_r N_t$ degrés de liberté, tend en moyenne vers $N_t N_r$ si $E[|h|^2] = 1$. Ainsi, comme pour la technique à diversité par retard ou les STTCM la capacité d'un canal MIMO ne pourra jamais être atteinte par une modulation STBCM lorsque $N_r > 1$. En outre, pour $N_t > 2$, sachant que le rendement des OSTBCM R_x est inférieur à 1 comme nous le verrons au chapitre 3, la perte encourue par l'accroissement du nombre d'antennes de réception s'accompagne d'une perte de la capacité provoquée par la diminution du rendement des codes. Notons toutefois que pour des valeurs de RSB voisines de 10 dB, les STBC ne perdent pas beaucoup en terme de capacité de coupure même avec plusieurs antennes de réception. Les modulations OSTBCM pour $N_t \geq 2$ seront tout particulièrement étudiées dans le chapitre 3.

2.6 Systèmes MIMO en présence de sélectivité fréquentielle

Même si les codes temps-espace exploitent la diversité spatiale et éventuellement la diversité temporelle, ils ne peuvent pas exploiter la diversité fréquentielle. Ainsi, la plupart des codes temps-espace existants sont conçus pour des canaux à évanouissements non-sélectifs en fréquence, *i.e.* plats. Dans le cas de systèmes de communications sans fil large-bande, l'étalement des retards induits par la présence de trajets multiples engendre de l'IES qui se traduit par une sélectivité fréquentielle qui peut fortement dégrader les performances. Une utilisation de codes temps-espace sur de tels canaux requiert leur combinaison avec des techniques adaptées à la sélectivité fréquentielle des canaux.

Par ailleurs, le formalisme vectoriel représentant la transmission doit tenir compte de l'étalement de la réponse impulsionnelle caractérisé par le nombre d'échos discernables par le système. Ainsi, la matrice du canal exhibe une structure de Toeplitz par bloc caractéristique de la sélectivité fréquentielle [RC98]. L'IES et la statistique temporelle des évanouissements rendant ardue la dérivation directe de la probabilité d'erreur moyenne par paire, la transposition du calcul dans le domaine fréquentiel permet sa simplification puisque l'influence du canal s'y résume en une perturbation multiplicative du spectre du signal. Par ailleurs, cette transposition est simplifiée en supposant que l'on insère en début de chaque symbole un intervalle de garde utilisé pour absorber l'IES, qui est constitué d'une extension cyclique d'un bloc puisque la matrice canal devient alors circulaire par bloc [Gug03].

2.6.1 Egalisation

Dans [GSP01], l'auteur montre, après avoir développé les critères de construction de codes sur des canaux sélectifs en fréquence, que le codage temps-espace par retard classique n'exploite pas la diversité spatio-temporelle maximale. Pour remédier à ce problème, il propose une généralisation du code par retard qui adapte le retard du code à l'étalement des retards pour exploiter l'ordre de diversité maximale offert par le canal. Lorsque l'étalement des retards est relativement faible, les critères de construction des codes temps-espace développés à l'origine pour des canaux à évanouissements plats quasi-statiques

restent valides sur des canaux à évanouissements dispersifs en temps non-égalisés [GL00]. En particulier, en présence de trajets multiples, il est montré que le gain de diversité n'est pas diminué à l'opposé du gain de codage. Ainsi, pour maintenir les performances des codes temps-espace, il est souhaitable de combiner les codes temps-espace avec de l'égalisation adaptative ou une technique multiporteuse.

L'égaliseur acquiert la réponse du canal grâce à une séquence d'entraînement transmise par l'émetteur. Celle-ci s'avère plus complexe à définir dans le cas MIMO par comparaison au cas SISO puisqu'elle doit comporter une information supplémentaire complète sur le canal pour permettre au récepteur d'estimer tous les modes de propagation. C'est peut être la raison pour laquelle l'extension au cas MIMO de l'égalisation très bien connue en SISO ne s'est faite que récemment.

L'un des facteurs les plus décisifs lors de la construction d'un système de communication radio-mobile concerne le coût de l'égalisation dans le domaine temporel qui croît de façon exponentielle avec le débit binaire [Pro95]. Pour des applications à hauts débits, il devient alors souhaitable d'effectuer l'égalisation dans le domaine fréquentiel. L'une des possibilités correspond à la technique SC/FDE (« *Single Carrier system with Frequency Domain Equalization* ») [WHK⁺02]. Pour éviter la présence d'interférence entre blocs, des préfixes cycliques sont insérés entre les blocs transmis successivement. Les critères d'égalisation pouvant être appliqués sont le critère ZF (« *Zero Forcing* »), MMSE (« *Minimum Mean Square Error* ») ou MMSE-DFE (« *Decision Feedback Equalizer* »). Une combinaison de cette technique avec le code d'Alamouti est proposé dans [WSR⁺03] et avec une modulation STTCM à 8 états dans [NLY⁺02] où la détection jointe est utilisée pour réduire la présence des interférences non plus issues de la MAI (« *Multiple Access Interference* ») mais engendrées par la présence d'IES et de signaux multi-antennes. Grâce au bénéfice tiré de la diversité multitrajet, les performances des modulations STBCM et STTCM sont ainsi améliorées.

2.6.2 Techniques MIMO-OFDM

Lorsque le canal présente sur la bande du signal une sélectivité fréquentielle marquée, le recours aux techniques d'égalisation classiques se révèle être difficile à mettre en oeuvre. Dans le but de faciliter le traitement en réception, une solution élégante consiste à rajouter à l'émission un module de mise en forme du signal. Le flot de données est divisé en flots de débits plus faibles afin d'être réparti et transmis en parallèle sur une base de formes d'ondes. Celles-ci sont rendues orthogonales par un espacement entre sous-porteuses judicieusement choisi et où les sous-porteuses sont autorisées à se chevaucher afin de gagner en efficacité spectrale. L'orthogonalité non altérée en réception permet de réduire la sélectivité fréquentielle à un simple facteur multiplicatif sur chaque fonction facilitant alors l'égalisation. Cette technique permet alors d'atténuer l'effet multitrajet en réduisant le débit effectivement « vu » par le canal. La technique la plus répandue est certainement l'OFDM (« *Orthogonal Frequency Division Multiplex* »). Cette technique est d'ailleurs particulièrement intéressante sur des canaux présentant de forts étalements temporels, *i.e.* présentant une faible cohérence fréquentielle et localement invariants.

Dans [LSY99a], la combinaison de l'OFDM avec de la diversité d'antennes en réception est proposée. La combinaison de la diversité réalisée par des techniques MRC (« *Maximal Ratio Combining* »), EGC (« *Equal Gain Combining* »), ou SC (« *Selection Combining* ») peut être effectuée sur des porteuses individuelles (combinaison bande étroite) ou sur l'ensemble des porteuses (combinaison large bande).

Dans [SK99], les auteurs cherchent à combiner l'OFDM avec du codage de canal SISO dans le cadre une architecture temps-espace multicouche. Néanmoins, le gain en complexité atteint en évitant d'utiliser du codage temps-espace ne compense pas la complexité du filtrage spatial en réception qui est nécessaire en présence de sélectivité fréquentielle importante. Par ailleurs, cette technique requiert $N_r \geq N_t$.

Les toutes premières techniques fréquence-espace (« *Space-Frequency code* » : codes SF) ont été proposées dans [ATN⁺98] [RC98] où les codes temps-espace sont utilisés dans le domaine fréquentiel au lieu du domaine temporel. Néanmoins, puisque les codes temps-espace ont été à l'origine construits et optimisés pour des canaux à bande étroite, ils ne sont pas assurés d'atteindre la diversité spatiale et fréquentielle maximale sur des canaux MIMO sélectifs en fréquence. Ils obtiennent les mêmes performances car exploitant pleinement la diversité spatiale mais en revanche ils n'exploitent pas de façon optimale la diversité fréquentielle disponible. Les codes temps-espace construits notamment pour des canaux à évanouissements rapides peuvent ainsi être réutilisés puisqu'ils sont censés exploiter une partie de la diversité fréquentielle. Ainsi, dans [LCS99a], les combinaisons de l'OFDM avec du codage temps-espace STTCM, avec un code à diversité par retard, avec une matrice de permutation ou avec une technique de formation de voies, sont proposées pour une configuration 2×2 , et aussi 4×4 dans [SBML04]. Cette comparaison est complétée dans [Kai00b] en étendant la combinaison à la diversité de phase appliquée entre les antennes d'émission pour accroître artificiellement les sélectivités fréquentielle et temporelle en réception. Les techniques proposées peuvent ainsi être implémentées dans des systèmes déjà existants sans changer les standards ni les récepteurs.

Il faudra attendre les articles de [BP00] et [LW00e] pour voir les premiers critères de performances des systèmes MIMO-OFDM ainsi que le calcul de l'ordre de diversité maximal atteignable. Il y est montré notamment que ces critères sont assez éloignés de ceux développés pour des canaux à bande étroite à évanouissements rapides ou lents. Pour construire des codes SF qui atteignent la diversité maximale disponible sur des canaux MIMO à évanouissements sélectifs en fréquence, Su [SSOL03] montre que ceux-ci peuvent être construits notamment à partir de codes ST à diversité maximale sur canaux à évanouissements plats quasi-statiques. Il montre par ailleurs que la relation entre les codes ST et SF se caractérise par un simple mapping indépendant des propriétés particulières du code ST. Dans [GL01], on mentionne pour la première fois le concept de codes STF (« *Space-Time-Frequency codes* »). Pour contourner la complexité d'un décodeur temps-espace ML qui serait à envisager selon une approche temporelle, les auteurs montrent à leur tour l'intérêt de l'approche OFDM afin de réduire la complexité du récepteur et proposent des codes SF issus d'une construction algébrique.

Grâce aux formes d'ondes orthogonales, tout se passe alors comme si le canal était décomposé en une somme de sous-canaux MIMO indépendants et plats. Ainsi, grâce à la non-

sélectivité en fréquence obtenue par construction, les techniques temps-espace peuvent être employées sur un canal sélectif en fréquence en leur permettant d'atteindre leur performances théoriques atteignables par hypothèse sur un canal non-sélectif en fréquence.

Dans [MG02] [GS03], la combinaison OFDM avec une technique de précodage linéaire est envisagée. Celle-ci consiste à multiplier le vecteur de N_x symboles complexes d'information par une matrice de Vandermonde. Ainsi, une combinaison linéaire différente des N_x symboles est émise sans diminution du rendement sur chacune des antennes et permet d'obtenir une diversité spatiale maximale pour chaque symbole. Celle-ci ne requiert pas la CSI au niveau de l'émetteur et l'exploitation de la diversité est bénéfique jusqu'à ce que toute la diversité offerte par le canal soit exploitée puis atteint une saturation. En revanche, elle requiert en réception l'application du détecteur ML ou d'un détecteur sous-optimal basé sur le critère MSE (« *Mean Square Error* »).

D'autres auteurs ont cherché à combiner la technique OFDM non pas avec du codage temps-espace mais avec des techniques de multiplexage spatial afin d'accroître le débit de la transmission, le codage de canal étant assuré par un code SISO [vZvNA00b]. En supposant la CSI disponible à l'émission, la combinaison OFDM avec du codage et des modulations adaptatives est proposée dans [GL00] en contrepartie d'une complexité accrue.

Malgré sa robustesse, les systèmes basés sur l'OFDM sont sensibles aux offsets fréquentiels entre les oscillateurs des émetteurs et des récepteurs et aux variations Doppler. La synchronisation temporelle et fréquentielle nécessitent un intérêt tout particulier, surtout en MIMO [MG99].

2.7 Systèmes MIMO et techniques d'accès multiple

2.7.1 Techniques d'accès multiple

Pour exploiter de manière efficace les ressources disponibles et faire face à la demande toujours croissante d'utilisation des systèmes de communications, les usagers sont amenés à cohabiter. Cette cohabitation, encore appelée « accès multiple », nécessite de développer des techniques permettant d'organiser l'accès d'un nombre important d'utilisateurs à une ressource commune qui, de plus est limitée. Traditionnellement, quatre techniques d'accès multiple sont utilisées, à savoir la technique à accès multiple par répartition en temps (ou **TDMA** pour « *Time Division Multiple Access* »), la technique à accès multiple par répartition en fréquence (ou **FDMA** pour « *Frequency Division Multiple Access* »), la technique à accès multiple par répartition de codes (ou **CDMA** pour « *Code Division Multiple Access* ») et la technique à accès multiple par division spatiale (ou **SDMA** pour « *Spatial Division Multiple Access* »).

Les techniques d'accès multiple FDMA et TDMA présentent l'inconvénient majeur d'utiliser que partiellement les ressources fréquentielles. La technique FDMA attribue ainsi en permanence une petite partie de la bande à un usager tandis que la technique TDMA lui attribue, certes toute la bande, mais de façon limitée dans le temps. En revanche,

en ce qui concerne la technique **CDMA**, toute la bande est attribuée de façon permanente à chaque utilisateur souhaitant s'y connecter. Pour y parvenir, les signaux émis par les usagers doivent posséder certaines propriétés pour pouvoir être dissociés. Pour cela, chaque usager se voit attribuer un code spécifique pour la durée de la communication. En conséquence, contrairement aux TDMA et FDMA où la capacité en nombre d'utilisateurs est limitée respectivement par les ressources temporelle et fréquentielle, le nombre d'utilisateurs en CDMA est fixé par les propriétés des codes d'étalement employés. Le CDMA constitue donc une alternative aux TDMA et FDMA permettant d'augmenter la capacité des systèmes [GV97].

Les systèmes étudiés jusqu'ici concernent une transmission point-à-point, *i.e.* la transmission entre un émetteur et un récepteur disposant chacun de plusieurs antennes. En revanche, la technique **SDMA** correspond à une transmission point-à-multipoints. Elle concerne la transmission simultanée entre plusieurs utilisateurs, chacun disposant d'une antenne, et la station de base où les antennes multiples sont uniquement déployées. Contrairement à la technique SDMA qui a besoin de la CSI du canal à l'émission pour accroître la capacité du réseau cellulaire, *i.e.* au niveau de la couche MAC « *Media Access Layer* », les systèmes MIMO ne requièrent pas cette information au niveau de l'émetteur pour accroître le débit. Les techniques de formation de voies, premières applications des antennes adaptatives et employées dans la technique SDMA, consistent à former, à partir de la combinaison linéaire des signaux captés par les antennes, des lobes qui pointent vers un signal désiré et éventuellement rejettent ou annulent les signaux interférents [MM80]. En permettant de concentrer l'énergie du signal émis ou reçu selon une direction désirée, les techniques à formation de voies jouent un rôle important dans l'amélioration des performances aussi bien en voie descendante qu'en voie ascendante.

Ces techniques peuvent par ailleurs être combinées en donnant ainsi naissance à des techniques hybrides. Citons par exemple le cas du concept UTRA (« *UMTS Terrestrial Radio Access* ») développé par l'ETSI qui combine d'une part le W-CDMA (« *Wideband cdma* ») en FDD (« *Frequency Division Duplex* ») pour les bandes UMTS appairées et d'autre part le mode TD/CDMA (« *Time Division CDMA* ») en TDD (« *Time Division Duplex* ») pour les bandes UMTS non-appairées.

2.7.2 Techniques d'accès multiple combinées avec des techniques MIMO

Dans les systèmes TDMA en SISO, la diversité fréquentielle est obtenue en utilisant des égaliseurs non-linéaires lorsque les retards multitrajets sont assez significatifs vis-à-vis de la durée symbole. Dans [NTSC98], les auteurs proposent pour la voie descendante, de combiner des modulations STTCM à 16 ou 32 états pour $N_t = 2$, avec une technique TDMA. L'architecture **TDMA-MIMO** proposée est assez similaire à celle du standard cellulaire américain IS-136. Ainsi, chacune des deux antennes transmet un burst comportant d'une part des séquences d'apprentissage en début et en fin pour la synchronisation temporelle et fréquentielle du récepteur, et d'autre part des séquences de données entre lesquelles des séquences pilotes sont insérées dont la longueur doit être au moins égale à N_t afin que le récepteur puisse estimer les canaux reliant chacune des antennes d'émission à l'antenne de réception. Les séquences d'entraînement et d'estimation doivent être orthogonales puisque

les signaux reçus sont une superposition de tous les signaux transmis. Les modulations STTCM sont ici concaténées avec des codes en blocs de Reed-Solomon (codes RS) dont la dimension est choisie pour avoir un nombre entier de mots de codes RS par slot TDMA et éviter d'atteindre les autres bursts pour décoder et estimer le canal. Pour l'estimation du canal, celui est supposé constant sur la durée de la séquence d'apprentissage et égal à la valeur du canal au milieu de la séquence. La longueur des trames de symboles est prise égale à 130. Nous verrons au chapitre 4 qu'il s'agit d'une longueur de trame qui est couramment prise pour estimer le TET des codes temps-espace sur évanouissements lents. Ainsi, à la différence des STBCM pour lesquelles l'orthogonalité est perdue dans les canaux sélectifs en fréquence, les STTCM se prêtent bien aux systèmes TDMA.

Les codes temps-espace sont à l'origine présentés sur des canaux à évanouissements, à bande étroite, modélisés par des processus de Rayleigh et donc NLOS. Ils peuvent facilement être appliqués à une technique OFDM puisque celle-ci est construite pour que chaque sous-porteuse soit affectée par des évanouissements non-sélectifs. On parle alors de combinaison **FDMA-MIMO** ou **OFDMA-MIMO**.

Dans les systèmes DS-CDMA en SISO, les récepteurs « *rake* » sont utilisés pour tirer parti de la diversité fréquentielle. Ils peuvent être combinés à des codes temps-espace afin d'exploiter en plus la diversité spatiale. On parle alors de combinaison **CDMA-MIMO**. Dans [UG00a], les auteurs étudient la combinaison CDMA et codes temps-espace sur des canaux à évanouissements rapides. Dans Ganesan [GS00a], une technique reposant sur du DS-CDMA modifié, est proposée pour transformer un canal SISO en un canal MIMO virtuel sur lequel les codes temps-espace peuvent être employés. Une version modifiée de la modulation STBC proposé par Alamouti a déjà été retenue comme technique de diversité d'émission en boucle ouverte, *i.e.* sans connaissance du canal à l'émission (« *open-loop transmit diversity scheme* »), pour la 3^{ème} génération de systèmes de communications sans fil (« *wideband CDMA* ») standardisé par 3GPP (« *3rd Generation Partnership Project* »). La construction orthogonale complexe est appliquée avant l'utilisation, sur chacune des antennes, des codes d'étalement. Le décodage par combinaison linéaire est ensuite appliqué au niveau de chaque branche de diversité du récepteur « *rake* ». La diversité maximale atteinte est alors égale à $N_t N_r N_F$ où N_F est le nombre de branches de diversité du récepteur « *rake* ». Les symboles conjugués sont ici émis sur la même antenne pour que, lorsque cette antenne est éteinte, ce système soit compatible avec les autres systèmes dépourvus de STBCM.

2.8 Conclusion

Pour des canaux où ni la diversité temporelle, ni la diversité fréquentielle ne peuvent être exploitées, ce qui est le cas respectivement pour des canaux à évanouissements lents ou à faible étalement des retards, l'extension du système à la dimension spatiale s'avère être particulièrement intéressante pour non plus combattre mais exploiter les évanouissements induits par la présence de trajets multiples. Ainsi, les systèmes MIMO proposés jusqu'à présent dans la littérature promettent de formidables gains de performances en terme de capacité et de probabilité d'erreur tout en évitant d'accroître la puissance émise

ou d'utiliser des ressources spectrales supplémentaires. Typiquement, un système MIMO $N_t \times N_r$ doit être capable de fournir un ordre de diversité spatiale de $N_t N_r$ et une croissance linéaire de la capacité fonction de $\min\{N_t, N_r\}$ en présence de canaux parfaitement décorrélés. L'ensemble des techniques évoquées dans ce chapitre est résumé sous forme graphique par la figure 2.12 qui fût présentée à l'origine dans [Gug03].

L'enjeu consiste alors à rechercher la meilleure façon de coder et de répartir l'information dans le temps et l'espace. Dans le contexte de la voie descendante qui nous intéresse ici, nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux techniques disposant de la connaissance du canal uniquement en réception, contraintes d'émettre une puissance limitée et requérant l'utilisation d'un faible nombre d'antennes au niveau du terminal mobile. Dans ces conditions, selon la théorie de l'information, seuls les signaux Gaussiens complexes symétriques circulairement sont maximisateurs d'entropie et atteignent la capacité. En pratique, la plupart des techniques temps-espace proposées jusqu'à maintenant reposent sur la répartition de symboles de modulation complexes et atteignent donc difficilement les valeurs optimales de capacité.

C'est pourquoi, les codes temps-espace sont construits avant tout pour améliorer la probabilité d'erreur en cherchant à optimiser les différents critères servant à améliorer leur gain de diversité et leur gain de codage. Ainsi, selon le temps de cohérence des évanouissements, on cherchera à améliorer le critère du rang et du déterminant pour des canaux à évanouissements lents, le critère de la distance de Hamming et du produit pour des canaux à évanouissements rapides, ou le critère de la trace qui est lui indépendant du type d'évanouissement et est donc plus simple à manipuler. Notons toutefois que ces critères ont été obtenus à partir de la borne supérieure à la probabilité d'erreur en ne prenant en compte que les événements d'erreurs prépondérants. Ils doivent donc être utilisés avec précaution.

Parmi l'ensemble des techniques temps-espace exigeant la connaissance du canal en réception, les deux familles de codes temps-espace que nous avons choisies d'étudier de façon plus approfondie, à savoir les STBCM (chapitre 3) et les STTCM (chapitre 4), ne nécessitent qu'une seule antenne au récepteur pour être décodés. Ces deux techniques font d'ailleurs partie des toutes premières techniques de modulations codées temps-espace présentées dans la littérature. Les STTCM ont servi notamment à l'origine à présenter les premiers critères de construction des codes temps-espace.

Exploitant principalement la dimension spatiale, les codes temps-espace peuvent être concaténés à du codage de canal pour exploiter en plus la dimension temporelle et/ou à des techniques multiporteuses du type OFDM pour exploiter la dimension fréquentielle. De même, ces codes temps-espace, optimisés dans un contexte mono-utilisateur, peuvent être étendus au contexte multi-utilisateur en les combinant à des techniques d'accès multiple, en particulier à la technique CDMA qui présente l'avantage d'attribuer de façon permanente à chaque utilisateur l'ensemble de la bande. Il apparaît alors particulièrement intéressant de chercher à combiner codage temps-espace, technique multiporteuse et technique CDMA afin de chercher à exploiter au mieux l'ensemble des dimensions offertes par le canal.

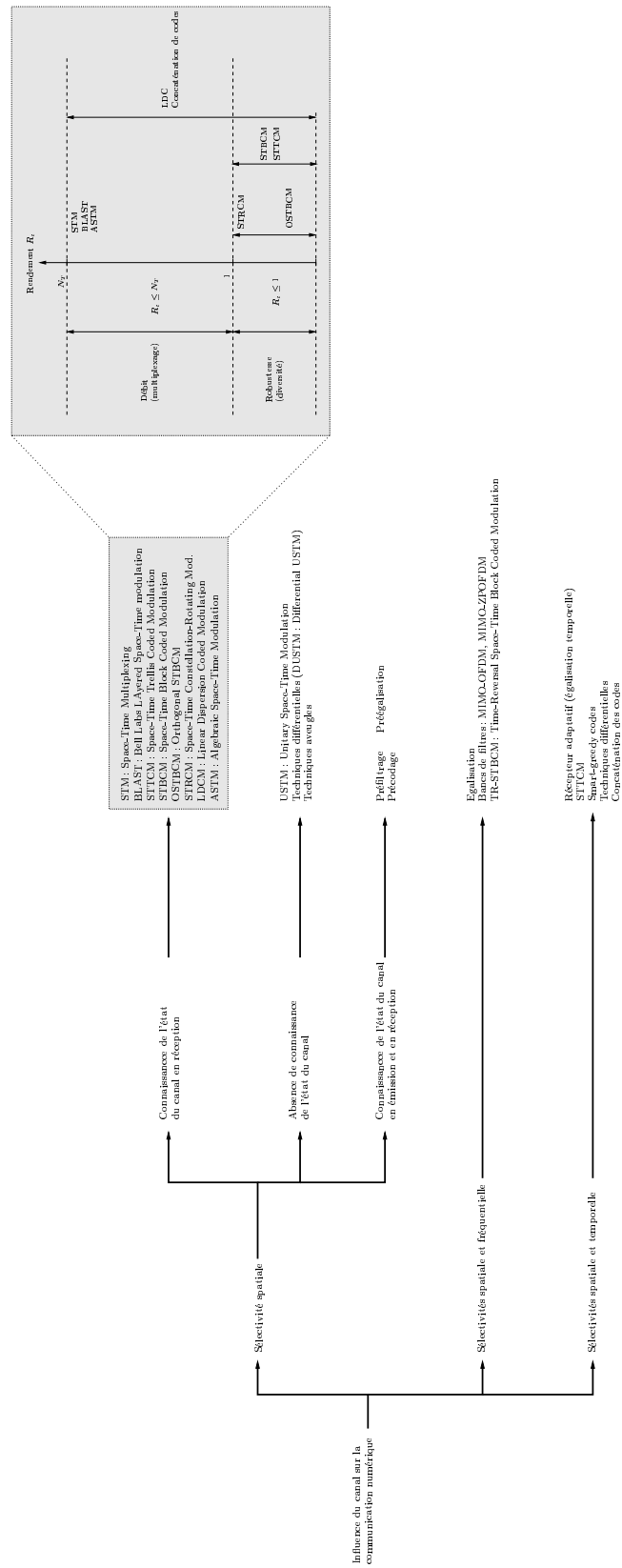


FIG. 2.12 – *Organigramme des techniques MIMO abordées*

Chapitre 3

Les modulations temps-espace codées en bloc : STBCM

Sommaire

3.1	Introduction	109
3.2	Principe général	110
3.3	Etat de l'art des STBC	112
3.4	Décodage des OSTBCM	131
3.5	Nouveaux codes OSTBCM proposés pour $N_t = 2, 3$ ou 4	136
3.6	Applications des STBC dans les systèmes	147
3.7	Conclusion	151

3.1 Introduction

Parmi les nombreuses techniques MIMO existantes dans la littérature, nous nous sommes particulièrement intéressés, dans le contexte de la voie descendante, aux techniques temps-espace qui supposent le canal inconnu à l'émission et estimable en réception. Après avoir étudié le calcul de la capacité de canaux MIMO et les critères de construction des codes temps-espace dans une telle configuration, nous allons maintenant étudier de façon plus approfondie les techniques de codage temps-espace en blocs. Même si le terme « codage » est présent, nous verrons que cette technique ne présente aucun gain de codage et qu'elle cherche avant tout à exploiter la diversité spatiale. Elle fait donc partie des techniques à diversité de transmission.

Dans un premier temps, nous allons inventorier l'ensemble des propriétés requises pour un code temps-espace ainsi que les conditions sur la matrice du code qui en découlent. Nous verrons que le code d'Alamouti remplit toutes ces propriétés pour un nombre N_t d'antennes d'émission égal à 2. Dans le but d'identifier pour un nombre d'antennes N_t supérieur à 2 des codes offrant certaines de ces propriétés, un état de l'art des STBC que nous avons cherché à rendre relativement exhaustif est ensuite présenté. Les propriétés des STBC orthogonaux étant particulièrement intéressantes, nous avons restreint ensuite

l'étude à ces codes. Nous décrivons alors une nouvelle écriture de la méthode de décodage qui est plus simple que l'approche classique car elle exploite la forme de la matrice des signaux émis. De nouveaux codes OSTBC, pour différents nombres d'antennes d'émission N_t et différentes longueurs L de trame sont ensuite proposés. Les performances obtenues sont identiques à celles atteintes par les codes de la littérature mais avec des contraintes plus faibles sur la stationnarité du canal ou sur le nombre d'antennes utilisées.

3.2 Principe général

3.2.1 Propriétés souhaitées pour les STBC

Face à la complexité de décodage des STTCM que nous verrons plus en détail au chapitre 4, Alamouti a découvert une remarquable technique de transmission pour $N_t = 2$ qui repose sur un algorithme de décodage très simple [Ala98]. Cette technique, appelée STBC (« *Space-Time Block Coding* ») que nous préférons appeler OSTBCM (« *Orthogonal Space-Time Block Coding Modulation* ») repose sur la construction, à partir de symboles complexes, de matrices orthogonales. Grâce à l'orthogonalité de la matrice de transmission, le décodage correspond à un algorithme de décodage ML simplifié, basé sur la décomposition de la métrique générale de décision ML en une somme de métriques de décisions propres à chaque symbole émis. Il ne nécessite d'ailleurs qu'une seule antenne de réception. De plus, le code proposé par Alamouti a les propriétés intéressantes d'être à diversité spatiale maximale et d'avoir un rendement de codage $R_c = 1$ et égal au débit symbole R_x . Cette technique a été généralisée par Tarokh à un nombre arbitraire d'antennes d'émission [TJAC99a]. Néanmoins les codes obtenus, bien qu'à diversité maximale, perdent en rendement.

A chaque opération de codage, un bloc de $N_x N_b$ bits d'information est transféré au codeur bit à symbole pour sélectionner N_x symboles de modulation x_n parmi les 2^{N_b} symboles possibles, chaque symbole étant sélectionné par N_b bits d'information. Ces N_x symboles de modulation sont codés par la technique STBCM pour générer N_t séquences de signaux parallèles, chacune de longueur L . Ces séquences sont transmises simultanément à partir de N_t antennes. Soit $\mathcal{G}_2^c$ la matrice d'émission pour le code d'Alamouti, pour $N_t = 2$, construite à partir des symboles complexes x_1 et x_2 . Son expression est la suivante :

$$\mathcal{G}_2^c = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où la $l^{\text{ième}}$ ligne de $\mathcal{G}_{N_t}^c$ représente les symboles transmis à l'instant l tandis que la $t^{\text{ième}}$ colonne de $\mathcal{G}_{N_t}^c$ représente les symboles transmis à partir de l'antenne t . Nous prenons ici l'écriture adoptée par Tarokh dans [TJAC99a].

Sachant que N_x symboles d'information présents à l'entrée du codeur temps-espace sont transmis pendant L durées symboles, le **rendement du code** est alors égal à $R_c = N_x/L$, soit une efficacité spectrale de $N_x N_b/L$ si l'on suppose que les bits d'entrée sont non-codés. Pour une modulation STBCM à diversité de transmission maximale,

on verra que le rendement R_c reste inférieur ou égal à 1 pour un nombre d'antennes N_t d'antennes supérieur ou égal à 2. Ainsi, pour obtenir des systèmes d'efficacité spectrale égale à 2 bps/Hz par exemple, le code $\mathcal{G}_2^c$ de rendement 1 sera utilisé conjointement avec une constellation QPSK alors que les codes $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ de rendement 1/2 pourront être utilisés avec une constellation 16QAM.

Rappelons maintenant les principales propriétés souhaitées pour un code temps-espace en bloc, correspondant à une matrice $\mathcal{G}_{N_t}^c$ de taille $L \times N_t$, et les solutions correspondantes :

1. Le code doit avoir une faible complexité de décodage et n'avoir besoin que d'une seule antenne en réception.
 $\Rightarrow$ Le décodage ML peut être simplifié si en réception les interférences spatiales ont été supprimées : pour cela, les séquences transmises doivent être orthogonales entre elles, ou autrement dit, les colonnes de la matrice de transmission $\mathcal{G}_{N_t}^c$ doivent être orthogonales entre elles quelle que soit la constellation complexe utilisée. Si les symboles émis ont tous la même énergie, $\mathcal{G}_{N_t}^c$ doit être unitaire, *i.e.* $(\mathcal{G}_{N_t}^c)^H \mathcal{G}_{N_t}^c$ doit être une matrice diagonale.
2. La diversité d'émission maximale doit être atteinte, pour N_t donné, sous la condition d'une parfaite décorrélation entre les canaux.
 $\Rightarrow$ Les répliques du même symbole x_n doivent être émises sur les N_t antennes pour que durant les L durées symboles, au moins l'une des répliques de x_n ait été émise sur chacun des canaux, *i.e.* $(\mathcal{G}_{N_t}^c)^H \mathcal{G}_{N_t}^c = (\sum_{n=1}^{N_x} |x_n|^2) \mathbf{I}_{N_t}$ ¹ où les N_x termes $|x_n|^2$ apparaissant sur chacune des N_t lignes de la matrice identité $\mathbf{I}_{N_t}$ indiquent que ces N_x symboles sont reçus avec une diversité de transmission maximale égale à N_t . L'orthogonalité permet donc d'atteindre la diversité d'émission maximale quel que soit N_t : pour que l'ordre de diversité d'émission qui correspond au rang de la matrice des différences $\mathbf{B}$ soit maximal, le rang doit être plein et égal à N_t .
3. Le rendement du codeur² $R_c = N_x/L$ doit si possible être égal à 1 pour éviter une expansion de la largeur de bande de $1/R_c$.
 $\Rightarrow$ Le nombre N_x de symboles d'information à l'entrée du codeur doit être égal à la longueur L de la trame émise.
4. La longueur L de la trame émise doit être minimale pour que le retard de décodage soit lui aussi minimal. De plus, pour que la technique soit linéairement décodable, L doit être supérieur ou égal à N_t .
 $\Rightarrow$ La matrice de transmission $\mathcal{G}_{N_t}^c$ doit être carrée, *i.e.* $N_t = L$ dans le cas idéal, ou du moins avoir le nombre de lignes L minimal pour les valeurs de N_t , R_c fixées.³
5. La puissance transmise doit être la même sur chacune des antennes et au cours du temps pour éviter de trop fortes contraintes sur les linéarités des amplificateurs de puissance.

1. Si les lignes des matrices de transmission représentent les antennes d'émission, l'équation d'orthogonalité à employer sera $\mathcal{G}_{N_t}^c \cdot (\mathcal{G}_{N_t}^c)^H = (\sum_{n=1}^{N_x} |x_n|^2) \mathbf{I}_{N_t}$.

2. Le rendement du code R_c temps-espace correspond à un taux de modulation et non pas à un rendement du code au sens du codage de canal classique. Ainsi, un code de rendement $R_c < 1$ ne conduit pas à l'existence d'un gain de codage ni à une augmentation de la distance euclidienne. Cela permet seulement de mesurer l'efficacité de l'utilisation des antennes.

3. Une matrice sera dite « *delay optimal* » si le nombre L de ses lignes correspond à la longueur de transmission minimale pour la valeur de N_t donnée.

⇒ La présence, dans la matrice d'émission, de 0 correspondant à des antennes éteintes ou de signaux d'amplitudes différentes doit être évitée sachant que ces fluctuations de puissance sont amplifiées lorsque des constellations à modulation d'amplitude, *e.g.* M-QAM, sont utilisées.

6. Le code doit posséder la propriété de « *soft failure* » : de même que les techniques à diversité de réception, le code doit pouvoir être détecté, au prix d'une qualité moindre, même si certaines antennes sont éteintes. Son décodage ne doit jamais nécessiter plus d'une seule antenne en réception.

⇒ La matrice du code doit rester orthogonale même si on supprime la colonne correspond à l'antenne éteinte. D'autre part, les N_x symboles possibles doivent être transmis sur chacune des antennes.

Ainsi, le code d'Alamouti orthogonal en espace (colonnes) et en temps (lignes) a les propriétés intéressantes d'être à diversité spatiale maximale, d'assurer un décodage ML linéaire des symboles, et d'être de rendement plein pour une constellation complexe quelconque. Les auteurs ont alors cherché à retrouver les propriétés intéressantes du code d'Alamouti pour des valeurs de N_t plus élevées.

3.3 Etat de l'art des STBC

Le même nom STBC englobe, dans la littérature, des codes qui ont en réalité parfois des propriétés différentes comme l'existence ou non de l'orthogonalité, le rendement de codage unitaire ou non, l'utilisation de constellations réelles ou complexes quelconques ou particulières ... Nous allons donc chercher ici à différencier et à classer ces codes. L'objectif principal est de retrouver, pour un nombre d'antennes plus élevé, les propriétés intéressantes du code d'Alamouti, en particulier l'orthogonalité de la construction qui assure un gain de diversité spatial maximal sous la condition d'une parfaite décorrélation des canaux. Nous nous intéressons plus particulièrement à la construction de STBC pour des constellations complexes. Ils sont certes plus difficiles à construire que ceux construits pour des constellations réelles mais ils fournissent une plus grande efficacité spectrale.

Nous allons par ailleurs constater qu'en partant d'approches différentes, les recherches de nouveaux codes aboutissent toutes en partie sur des codes identiques.

3.3.1 Constructions orthogonales à diversité spatiale maximale

L'objectif est de pouvoir construire des matrices à diversité spatiale maximale, de rendement égal à 1, orthogonales en espace (selon les colonnes) et si possible « *delay optimal* » (matrice carrée ou du moins que L soit minimal pour N_t donné) et ce, quelle que soit la constellation utilisée, si possible complexe. Les OSTBCM peuvent être classées en constructions orthogonales réelles, *i.e.* utilisant des constellations réelles telles que PAM (« *Pulse Amplitude Modulation* »), et en constructions orthogonales complexes, *i.e.* utilisant des constellations complexes telles que PSK ou QAM. Pour des valeurs de R_c et N_t données, on définit par $A^r(R_c, r_A)$ (cas réel) ou $A^c(R_c, r_A)$ (cas complexe) la valeur

minimale de la longueur L des trames telle qu'il existe une construction orthogonale, *i.e.* de rang plein ($r_{\mathbf{A}} = N_t$), de taille $L \times N_t$ qui atteigne un rendement de codage de R_c . Notons que le rang de cette matrice correspond aussi à la distance de Hamming minimale de ce code. Les caractéristiques de ces codes ainsi que les principaux résultats les concernant sont résumés sous forme de tableaux (tableau 3.1 pour les constellations réelles, tableau 3.2 pour les constellations complexes) en fin de paragraphe.

L'intérêt de fournir de la diversité de transmission via des constructions orthogonales est d'une part, de ne pas avoir de pertes de largeur de bande puisque les constructions orthogonales fournissent le débit de transmission maximal possible à diversité maximale, et d'autre part que l'algorithme de décodage ML soit très simple grâce à l'orthogonalité des séquences émises sur chacune des antennes.

Calcul du déterminant de matrices orthogonales

Soit $\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T$ la matrice des distances pour des mots de codes réels orthogonaux. Si la matrice des différences $\mathbf{B}$ de taille $N_t \times N_t$ est orthogonale, alors $\det[\mathbf{B}^T] = \det[\mathbf{B}]$ et nous avons :

$$\det[\mathbf{B}\mathbf{B}^T] = \det[\mathbf{B}]\det[\mathbf{B}^T] = (\det[\mathbf{B}])^2 \quad (3.2)$$

alors :

$$\det[\mathbf{B}] = (\det[\mathbf{B}]\det[\mathbf{B}^T])^{1/2} = \left[\sum_n |\hat{x} - x|^2 \right]^{N_t/2} \neq 0 \quad (3.3)$$

Le déterminant étant non nul, la matrice $\mathbf{B}$ est donc non-singulière et le gain maximal de diversité $N_t N_r$ est atteint.

Pour des matrices complexes de taille $N_t \times N_t$, Hadamard a montré en 1893 que, pour toute matrice complexe de taille $N_t \times N_t$ dont les composantes ont des amplitudes inférieures à l'unité, comme c'est le cas pour des symboles PSK, le déterminant satisfait la relation suivante :

$$|\det \mathbf{B}| \leq N_t^{N_t/2} \quad (3.4)$$

L'égalité est atteinte pour des matrices de Vandermonde construites à partir des N_t racines de l'unité. Une matrice ayant un tel déterminant maximal correspond à une matrice d'Hadamard [Bre65]. Pour des matrices réelles, la limite d'Hadamard est donnée par :

$$|\det \mathbf{B}| \leq \frac{(N_t + 1)^{(N_t + 1)/2}}{2^{N_t}} \quad (3.5)$$

3.3.1.1 Pour des constellations réelles quelconques

A - Théorie des constructions orthogonales réelles

Les premières STBCM recherchées pour maximiser le rendement, minimiser le retard de décodage tout en assurant une diversité spatiale d'émission maximale pour $N_t > 2$ s'appliquaient à des constellations réelles. L'existence de constructions orthogonales réelles carrées, pour différentes valeurs de N_t , réalisées à partir des permutations des symboles $\pm x_n$ est connu en mathématique sous le nom de problème de Hurwitz-Radon. Ils montrèrent que ces constructions orthogonales réelles (« *Real Orthogonal Design* » : ROD) existent, avec $N_t = L$, si et seulement si $N_t = 2, 4, 8$. Ces constructions, données ci-

dessous, appartiennent à la famille des matrices Hurwitz-Radon.

$$\mathcal{G}_2^r = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 \\ s_2 & s_1 \end{bmatrix}^T \quad \mathcal{G}_4^r = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix}^T \quad (3.6)$$

$$\mathcal{G}_8^r = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & -s_5 & -s_6 & -s_7 & -s_8 \\ s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 & -s_6 & s_5 & s_8 & -s_7 \\ s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 & -s_7 & -s_8 & s_5 & s_6 \\ s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 & -s_8 & s_7 & -s_6 & s_5 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_6 & -s_5 & s_8 & -s_7 & s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_7 & -s_8 & -s_5 & s_6 & s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_8 & s_7 & -s_6 & -s_5 & s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix}^T \quad (3.7)$$

Remarquons que pour ces matrices, la partie triangulaire inférieure est l'opposée de la partie triangulaire supérieure. La famille Hurwitz-Radon de taille N_x correspond à l'ensemble $\{\mathcal{G}_1^r, \dots, \mathcal{G}_{N_x}^r\}$ des matrices réelles de taille $N_t \times N_t$ telle que :

$$\begin{aligned} & (\mathcal{G}_n^r)^T \mathcal{G}_n^r = \mathcal{I} \\ \text{et } & (\mathcal{G}_n^r)^T = -\mathcal{G}_n^r \quad n = 1, \dots, N_x \end{aligned}$$

$$\mathcal{G}_n^r \mathcal{G}_m^r = -\mathcal{G}_m^r \mathcal{G}_n^r \quad 1 \leq n < m \leq N_x$$

Par ailleurs, généraliser ces constructions orthogonales réelles carrées à des matrices composées de combinaisons linéaires des symboles x_n (« *Real Linear Processing Orthogonal Design* » : RLPOD) ne permet pas d'accroître les valeurs de N_t pour lesquelles ces constructions orthogonales existent et ne fait que rajouter de la complexité à l'émission. Le tableau 3.1 répertorie ces différentes constructions en précisant la composition générale de ces matrices, leur propriété d'orthogonalité ainsi que les résultats fondamentaux les concernant. Ainsi, la forme diagonale de $(\mathcal{G}_{N_t}^r)^T \mathcal{G}_{N_t}^r$ garantit que les colonnes de $\mathcal{G}_{N_t}^r$ soient orthogonales l'une de l'autre, assurant ainsi une détection de chaque symbole indépendamment des autres symboles, ce qui permet alors d'obtenir un décodage ML rapide.

Afin d'obtenir des OSTBCM pour des constellations réelles pour d'autres valeurs de N_t , il est nécessaire de développer d'autres constructions appelées GROD (« *Generalized Real Orthogonal Design* ») qui ne sont plus carrées ($L > N_t$), mais dont l'ordre de diversité est encore maximal, *i.e.* égal à $N_t N_r$ avec N_r le nombre d'antennes de réception. Le théorème de Hurwitz-Radon ne s'applique plus. Tarokh a alors montré que $R_c \leq 1$ [TJAC99a]. Les coefficients α_n^t utilisés pour les combinaisons linéaires des énergies des symboles doivent être strictement positifs, *i.e.* non-nuls, pour que la matrice soit de rang plein et que la diversité maximale soit ainsi atteignable.

TAB. 3.1 – *Constructions orthogonales pour des constellations réelles*

Matrice carrée $N_t \times N_t$ avec $R_c = 1$ ($N_x = L$)	Matrice rectangulaire $L \times N_t$ avec $R_c = 1$ ($N_x = L$)
• <i>Real orthogonal designs</i> (ROD)	• <i>Generalized real orthogonal designs</i> (GROD)
permutations de $N_x = N_t$ symboles $\pm x_n$ $(\mathbf{g}_{N_t}^r)^T \mathbf{g}_{N_t}^r = (\sum_{n=1}^{N_x} x_n^2) \mathbf{I}_{N_t}$ → existe ssi $N_t = 2, 4, 8$ (problème de Hurwitz-Radon) → proposées pour $N_t = 2, 4, 8$ [TJAC99a]	combinaison linéaire de 0 et de N_x symboles $\pm x_n$ $(\mathbf{g}_{N_t}^r)^T \mathbf{g}_{N_t}^r = \mathbf{D}_{N_t} \text{ avec } D_{tt} = \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_n^t x_n^2 \text{ et } \alpha_n^t \in \mathbb{N}^{+*}$ → $\forall R_c : A^r(R_c, N_t) < \infty$ → $A(1, N_t) = \min_{(c,d) \in \mathcal{U}} 2^{4c+d}$ avec $\mathcal{U} = \{(c,d) : 0 \leq c, 0 \leq d \leq 4, 8c + 2^d \geq N_t\}$ Cas particulier : proposées pour $A^r(1,3) = 4, A^r(1, N_t) = 8$ pour $5 \leq N_t \leq 7$ [TJAC99a] proposées pour $A^r(1,2) = 2, A^r(1,4) = 4, A^r(1,8) = 8$ (ROD)
• <i>Real linear processing orthogonal designs</i> (RLPOD)	• <i>Generalized real linear processing orthogonal designs</i> (GRLPOD)
combinaison linéaire de $N_x = N_t$ symboles x_n $(\mathbf{g}_{N_t}^r)^T \mathbf{g}_{N_t}^r = \mathbf{D}_{N_t} \text{ avec } D_{tt} = \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_n^t x_n^2 \text{ et } \alpha_n^t \in \mathbb{N}^{+*}$ → existe ssi $N_t = 2, 4, 8$	constructions non-étudiées, à notre connaissance, dans la littérature

La question fondamentale de la théorie des constructions orthogonales généralisées est de trouver les valeurs minimales de L (les codes « *delay optimal* ») pour lesquelles il existe une construction orthogonale généralisée de taille $L \times N_t$ avec un rendement R_c égal à 1. Ces valeurs minimales sont notées $A^r(R_c, N_t)$: lorsqu'elles existent, $A^r(R_c, N_t) < \infty$ et le code est dit « *delay optimal* », dans le cas contraire $A^r(R_c, N_t) = \infty$. Naturellement le cas le plus intéressant consiste à trouver $A^r(1, N_t)$ ce qui correspond à des codes de rendement 1. Il est montré dans l'article de Tarokh [TJAC99a] que pour un rendement R_c quelconque, il existe des constructions orthogonales applicables à des constellations réelles (constructions GROD) pour un nombre d'antennes d'émission N_t quelconque ($A^r(R_c, N_t) < \infty$). En particulier, on peut construire des codes temps-espace de rendement $R_c = 1$ pour des constellations réelles pour n'importe quel nombre N_t d'antennes d'émission. Leur longueur L de trame est définie par le minimum de 2^{4c+d} où les valeurs c et d respectent certaines conditions rappelées dans le tableau tableau 3.1. Pour les valeurs uniques de $N_t = 2, 4$ ou 8 , on retrouve les matrices de transmission carrées ($N_t = L$) des constructions ROD. En utilisant la construction de codes basée sur la famille de matrices Hurtwitz-Radon, des constructions orthogonales de rendement 1 sont explicitement obtenues pour $N_t = 3, 5, 6$ ou 7 à partir de constructions orthogonales réelles de dimensions supérieures. En effet, celles-ci sont obtenues à partir de celles existantes pour $N_t = 4$ ou 8 en supprimant une colonne ou plus ce qui correspond à éteindre une antenne. On a donc un retard minimal de décodage qui augmente exponentiellement avec N_t telle que $L = 16^{\lfloor (N_t-1)/8 \rfloor} 2^{\lceil \log_2(1+(N_t-1) \bmod 8) \rceil}$ [TH02]. Nous donnons ci-dessous la matrice réelle pour $N_t = 6$ construite à partir de la matrice réelle pour $N_t = 8$.

$$\mathbf{G}_6^r = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & -s_5 & -s_6 & -s_7 & -s_8 \\ s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 & -s_6 & s_5 & s_8 & -s_7 \\ s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 & -s_7 & -s_8 & s_5 & s_6 \\ s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 & -s_8 & s_7 & -s_6 & s_5 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_6 & -s_5 & s_8 & -s_7 & s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \end{bmatrix}^T \quad (3.8)$$

B - « *Amicable design theory* » - cas réel

Ganesan a suivi une approche différente de celle prise par Tarokh. Dans le cas de la transmission simultanée⁴ de N_x symboles, Ganesan [GS00b] a modélisé la diversité spatio-temporelle par N_x matrices $\mathbf{G}^r$ dites de formation de voies qui sont appliquées à l'émission sur chaque symbole présent à l'entrée du codeur. En se plaçant dans le cas où le canal est inconnu de l'émetteur, ces matrices ont alors la forme suivante : $\mathbf{G}^{rH} \mathbf{G}^r = \mathbf{I}_{N_t}$ ce qui implique que $L \geq N_t$ et que les antennes émettent la même puissance sur chacune des antennes. Ganesan a ensuite cherché à trouver la structure de ces N_x matrices $\mathbf{G}^r$ telles qu'elles maximisent tout d'abord le RSB, qu'elles permettent ensuite de détecter en parallèle les N_x symboles x_n sans interférence en provenance des autres symboles et qu'enfin le rendement R_c soit égal à 1. Soit la sortie du $n^{\text{ième}}$ filtre adapté à utiliser pour

4. Pour éviter la réduction du rendement.

détecter le symbole d'indice n :

$$\begin{aligned} y_n &= \text{tr}(\mathbf{G}_n^r \mathbf{H}^H \mathbf{R}) \\ &= \text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{G}_n^r \mathbf{G}_n^r \mathbf{H}) x_n + \sum_{m=1, m \neq n}^{N_x} \underbrace{\text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{G}_m^r \mathbf{G}_n^r \mathbf{H})}_{\text{IES}} x_m + \underbrace{\text{tr}(\mathbf{G}_n^r \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{H})}_{\text{bruit}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

où le terme IES correspond aux termes d'interférences. Dans le cas de symboles réels, le symbole transmis au détecteur correspond à la partie réelle de y_n .

Dans le cas de la recherche de constructions qui maximisent le RSB et sont à retard de décodage minimal ($L = N_t$), Ganesan montre que le problème de la maximisation de la métrique ci-dessus en supprimant les termes d'interférences revient à trouver l'ensemble des matrices de taille $N_t \times N_t$ telles que :

$$\mathbf{G}_m^r \mathbf{G}_n^r \mathbf{H}^H = \begin{cases} \mathbf{I} & \text{si } n = m \text{ (1)} \\ -\mathbf{G}_n^r \mathbf{G}_m^r \mathbf{H}^H & \text{autrement (2)} \end{cases} \quad (3.10)$$

La condition (2) pour $n \neq m$ permet d'obtenir des termes interférents qui sont imaginaires et qui n'interfèrent donc pas dans la détection de la partie réelle de y_n . Comme l'a montré Geramita en 1979 [GS79], l'existence de telles matrices est liée à la théorie des constructions orthogonales (« *orthogonal designs theory* »). Cette théorie fournit un ensemble de matrices carrées, qui correspond à nouveau à la famille des matrices d'Hurwitz-Radon, et qui permet de construire des matrices $\mathbf{G}_n^r$ orthogonales et optimales selon le retard de décodage. On peut restreindre cette famille à celle (famille de Hurwitz-Radon entière) dont les matrices sont composées exclusivement d'éléments pris de l'ensemble $\{1, 0, -1\}$ ce qui permet d'éviter l'utilisation de multiplication à l'émission. Cette famille correspond à la famille de Hurwitz-Radon entière. Néanmoins ces matrices de rendement plein et « *delay optimal* » n'existent que pour $N_t = 2, 4$ et 8 . Dans le cas de la recherche de constructions rectangulaires ($L > N_t$), Ganesan retrouve notamment la matrice proposée par Tarokh pour $N_t = 3$ et $L = 4$.

3.3.1.2 Pour des constellations complexes quelconques

A - Théorie des constructions orthogonales (« *Orthogonal design theory* »)

Au contraire des constructions réelles qui sont maintenant bien connues, les constructions complexes souffrent d'un manque de connaissance. Tarokh montre que ces constructions orthogonales complexes (« *Complex Orthogonal Design* » : COD) à *diversité spatiale maximale* ($F_{d_s} = N_t$), *pour des constellations complexes quelconques, existent pour des rendements pleins* ($R_c = 1$) *si et seulement si* $N_t = 2$, *ce qui correspond au cas particulier du code d'Alamouti*. Par ailleurs, généraliser ces constructions orthogonales complexes carrées à des matrices composées de combinaisons linéaires (« *Complex Linear Processing Orthogonal Design* » : CLPOD) des symboles x_n ne permet pas, similairement aux RLPOD, d'accroître les valeurs de N_t pour lesquelles ces constructions orthogonales existent. Les CLPOD ont néanmoins l'avantage d'éviter la présence de 0 pour éliminer ainsi tout pro-

blème de variation de puissance. Le tableau 3.2 répertorie ces différentes constructions en précisant la composition générale de ces matrices, leur propriété d'orthogonalité ainsi que les résultats fondamentaux les concernant. Ainsi, la forme diagonale de $(\mathcal{G}_{N_t}^c)^H \mathcal{G}_{N_t}^c$ garantit que les colonnes de $\mathcal{G}_{N_t}^c$ soient orthogonales l'une de l'autre, assurant ainsi une détection de chaque symbole indépendamment des autres symboles ce qui permet à nouveau d'obtenir un décodage ML rapide.

Constructions orthogonales : une condition suffisante mais pas nécessaire

Nous allons voir que la structure orthogonale des matrices des codes STBC est suffisante mais pas nécessaire pour construire des codes temps-espace ayant un décodage ML rapide et atteignant une diversité maximale [SX03a]. En effet, s'il existe des matrices $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_{N_x}$ définies semi-positives de taille $N_t \times N_t$ telles que :

$$\mathcal{G}^{cH} \mathcal{G}^c = |x_1|^2 \mathbf{D}_1 + |x_2|^2 \mathbf{D}_2 + \dots |x_{N_x}|^2 \mathbf{D}_{N_x} \quad (3.11)$$

Alors la matrice des différences $\mathbf{B} = \mathcal{G}^c - \tilde{\mathcal{G}}^c$ satisfait la relation suivante :

$$(\mathcal{G}^c - \tilde{\mathcal{G}}^c)^H (\mathcal{G}^c - \tilde{\mathcal{G}}^c) = |x_1 - \hat{x}_1|^2 \mathbf{D}_1 + |x_2 - \hat{x}_2|^2 \mathbf{D}_2 + \dots |x_{N_x} - \hat{x}_{N_x}|^2 \mathbf{D}_{N_x} \quad (3.12)$$

Ainsi, le fait que les matrices $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_{N_x}$ soient définies positives garantit que la matrice des différences de deux mots de codes distincts soit de rang plein. D'autre part, l'absence de termes fonction de $x_i x_j, x_i x_j^*, x_i^* x_j^* \ i \neq j$ dans (3.11) implique que la métrique de décision ML peut être minimisée séparément selon chaque x_i . Les OSTBC construits à partir de constructions orthogonales peuvent être considérées comme un cas particulier de (3.11) où les matrices $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_{N_x}$ sont diagonales.

Pour étendre les OSTBCM à d'autres valeurs de N_t dans le cas de constellations complexes, de nouvelles constructions appelées GCOD (« *Generalized Complex Orthogonal Design* ») sont définies de manière analogue aux constructions GROD. Leur décodage ML est similaire à celui employé pour les constructions COD. Les OSTBCM à diversité maximale peuvent aussi être obtenues à partir de constructions rectangulaires. Les coefficients α_n^t utilisés pour les combinaisons linéaires des énergies des symboles complexes doivent être strictement positifs pour que la matrice soit de rang plein et à diversité maximale. Ces combinaisons linéaires sont notées D_{tt} (tableau 3.2). Cette construction permet alors de construire des OSTBCM pour une valeur quelconque de N_t mais, au contraire des GROD, uniquement pour $R_c \leq 1/2$. Pour des valeurs particulières de N_t , des OSTBCM de rendement $R_c > 1/2$ peuvent être construites. Pour des GCOD rectangulaires sans traitement linéaire, Wang *et al.* ont montré, dans [WX02], que pour $N_t > 2$, le rendement maximal ne pouvait pas être plus grand que $4/5$ ($R_c \leq 4/5$). Pour des COD, ils ont montré que celui-ci était borné par la valeur $3/4$.

B - « *Rate-halving codes* »

Pour $R_c = 1/2$, Tarokh propose deux codes sous le nom de $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$, décrits ci-dessous. Ces deux codes sont construits à partir d'une construction orthogonale réelle carrée de rendement 1, respectivement à partir de $\mathcal{G}_3^r$ et $\mathcal{G}_4^r$, où les symboles réels sont remplacés par des symboles complexes, qui est concaténée avec la même construction orthogonale appliquée sur les mêmes symboles complexes mais cette fois-ci conjugués. Cette opération engendre donc une structure orthogonale, de diversité maximale mais dont le rendement est divisé par deux. On parle alors de « *rate-halving codes* ». Par ailleurs, on remarque

que $\mathcal{G}_3^c$ correspond aux trois premières lignes de $\mathcal{G}_4^c$.

$$\mathcal{G}_3^c = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & x_1^* & -x_2^* & -x_3^* & -x_4^* \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_2^* & x_1^* & x_4^* & -x_3^* \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

$$\mathcal{G}_4^c = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & x_1^* & -x_2^* & -x_3^* & -x_4^* \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_2^* & x_1^* & x_4^* & -x_3^* \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \\ x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_4^* & x_3^* & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix}^T \quad (3.14)$$

La technique de construction de codes « *rate-halving* » conduit donc à générer des codes ayant un retard minimal de décodage qui augmente exponentiellement avec N_t tel que $L = 2 * 16^{\lfloor (N_t-1)/8 \rfloor 2^{\lceil \log_2(1+(N_t-1) \bmod 8) \rceil}}$ [TH02], soit deux fois le retard de décodage obtenu dans le cas de constellations réelles. Puisque pour les constellations réelles, il existe des codes avec $R_c = 1 \forall N_t \geq 2$, on peut donc obtenir avec cette méthode des COD de rendement $1/2 \forall N_t$.

C - « *Generalized Complex Linear Processing Orthogonal Design* »

En autorisant des traitements linéaires sur les signaux émis (« *Generalized Complex Linear Processing Orthogonal Design* » : GCLPOD), des modulations OSTBCM de rendement $R_c = 3/4$ existent et sont proposées notamment dans [TJAC99b] sous le nom de $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$. Elles sont rappelées ci-dessous. Le code $\mathcal{H}_3^c$ correspond aux trois premières lignes de $\mathcal{H}_4^c$.

$$\mathcal{H}_3^c = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ x_2 & x_1^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1-x_1^*+x_2-x_2^*)}{2} & \frac{(x_2+x_2^*+x_1-x_1^*)}{2} \end{bmatrix}^T \quad (3.15)$$

$$\mathcal{H}_4^c = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ x_2 & x_1^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1-x_1^*+x_2-x_2^*)}{2} & \frac{(x_2+x_2^*+x_1-x_1^*)}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_2-x_2^*+x_1-x_1^*)}{2} & -\frac{(x_1+x_1^*+x_2-x_2^*)}{2} \end{bmatrix}^T \quad (3.16)$$

Notons que pour $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$, les combinaisons linéaires de symboles émises à partir de l'antenne 3 sont équivalentes à transmettre simultanément sur cette antenne, la partie réelle d'un symbole et la partie imaginaire d'un autre symbole. Par exemple, $\frac{(-x_1-x_1^*+x_2-x_2^*)}{2}$ revient à transmettre $-\text{Re}(x_1) + \text{Im}(x_2)$.

Néanmoins la construction COD pour $R_c > 1/2$ n'est pas encore bien connue. En conclusion, pour $N_t > 2$, la diversité d'émission maximale est possible uniquement si on augmente L , autrement dit, si on cherche à construire des matrices rectangulaires, *i.e.* si

$R_c < 1$. Liang et Xia ont récemment montré que pour des constructions GCLPOD (carrées ou rectangulaires), un rendement $R_c = 1$ n'est pas atteignable pour $N_t > 2$: ils ont en effet montré que $R_c \leq (L - 1)/L < 1$ [LX01] au contraire des constructions GRLPOD (carrées ou rectangulaires), pour lesquelles un rendement de 1 peut être obtenu pour toute valeur de N_t . Pour les GCLPOD, Wang *et al.* [WX02] ont montré que $R_c \leq 4/5$ pour $N_t > 2$ voire que pour certaines constructions GCLPOD, cette borne devenait $R_c \leq 3/4$. De plus, au contraire des constructions GCOD, le traitement linéaire sur les symboles autorisé pour les constructions GCLPOD autorise que chaque variable x_n apparaisse plusieurs fois sur la même ligne de $\mathcal{G}_{N_t}^c$. Plusieurs répliques du même symbole émis peuvent être émises en même temps sur plusieurs antennes. Enfin, il fût prouvé, dans [TJAC99a], que s'il existait une construction GCOD de taille $L \times N_t$ à partir des variables $x_1, \dots, x_{N_x}$ ($N_x < N_t$) telle que $\alpha_1^t = \dots = \alpha_{N_x}^t$ pour chaque t , alors il existait une construction GCLPOD de même taille avec les mêmes variables x_n .

Notons que le code d'Alamouti se retrouve dans les codes $\mathcal{G}_3^c$, $\mathcal{G}_4^c$, $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$. Par ailleurs, les 4 premières lignes de $\mathcal{G}_3^c$ (cas complexe) correspondent au code entier $\mathcal{G}_4^r$ (cas réel) tandis que ses 4 dernières lignes sont les conjuguées de ses 4 premières lignes. $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{H}_3^c$ sont d'ailleurs respectivement contenues dans $\mathcal{G}_4^c$ et $\mathcal{H}_4^c$.

D - Structure récursive

Dans [SX03b] et [SX03a], Su *et al.* ont montré, pour $N_t = 2^L$ antennes d'émission, $L \geq 0$, qu'une construction orthogonale complexe carrée de taille $2^L \times 2^L$ peut être construite de façon recursive telle que :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1^c(x_1) &= x_1 \mathbf{I}_1 \\ \mathcal{G}_{2^L}^c(x_1, \dots, x_{L+1}) &= \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{G}_{2^{L-1}}^c(x_1, \dots, x_L) & x_{L+1} \mathbf{I}_{2^{L-1}} \\ \hline -x_{L+1}^* \mathbf{I}_{2^{L-1}} & \mathcal{G}_{2^{L-1}}^{cH}(x_1, \dots, x_L) \end{array} \right] \end{aligned}$$

Nous pouvons vérifier que le rendement $R_c = (L + 1)/2^L$, $L \geq 0$, et que la construction est orthogonale :

$$(\mathcal{G}_{2^L}^c(x_1, \dots, x_{L+1}))^H \mathcal{G}_{2^L}^c(x_1, \dots, x_{L+1}) = (|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_{L+1}|^2) \mathbf{I}_{2^L} \quad (3.17)$$

Dans [SX03a], des exemples de constructions sont proposées pour $N_t = 2$ ($R_c = 1$), 4 ($R_c = 3/4$), ou 8 ($R_c = 1/2$). Notamment, on peut voir que le code d'Alamouti vérifie cette construction :

$$\mathcal{G}_2^c(x_2) = \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{G}_1^c(x_1) & x_2 \\ \hline -x_2^* & \mathcal{G}_1^{cH}(x_1) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline -x_2^* & x_1^* \end{array} \right] \quad (3.18)$$

A partir de ces constructions, en supprimant ou en rajoutant des lignes, ils ont obtenu notamment deux GCOD pour des OSTBCM de rendement 7/11 et 3/5 pour respectivement $N_t = 5$ et $N_t = 6$.

TAB. 3.2 – *Constructions orthogonales pour des constellations complexes*

Matrice carrée $N_t \times N_t$	Matrice rectangulaire $L \times N_t$ avec $R_c \leq 1$ ($N_x \leq L$)
• <i>Complex orthogonal designs</i> (COD) permutations de $N_x = N_t$ symboles $\pm x_n, \pm x_n^*, \pm jx_n, \pm jx_n^*$ $(\mathcal{G}_{N_t}^c)^H \mathcal{G}_{N_t}^c = (\sum_{n=1}^{N_x} x_n ^2) \mathbf{I}_{N_t}$ $\rightarrow R_c = 1$ ($N_x = L$) : existe ssi $N_t = 2$ (code d'Alamouti) $\rightarrow R_c = 1/2$: existe $\forall N_t$ (« <i>rate halving-code</i> ») [TJAC99b] $\rightarrow N_t > 2 : R_c \leq 3/4$ [WX02]	• <i>Generalized complex orthogonal designs</i> (GCOD) combinaison linéaire de 0 et de N_x symboles $\pm x_n, \pm x_n^*, \pm jx_n, \pm jx_n^*$ $(\mathcal{G}_{N_t}^c)^H \mathcal{G}_{N_t}^c = \mathbf{D}_{N_t}$ avec $D_{tt} = \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_n^t x_n ^2$ et $\alpha_n^t \in \mathbb{N}^{+*}$ $\rightarrow$ existe $\forall N_t$ seulement pour $R_c \leq 1/2$ $\rightarrow R_c = 1/2 : A^c(1/2, 3) = 8, A^c(1/2, 4) = 8$ ($\mathcal{G}_3^c, \mathcal{G}_4^c$ [TJAC99b]) $\rightarrow R_c > 1/2 : A^c(7/11, 5) = 11, A^c(3/5, 6) = 30$ [SX03b] $\rightarrow$ pour $N_t = 3$ ou $N_t = 4 : R_c = 3/4$ [SX03a] $\rightarrow N_t > 2 : R_c \leq 4/5$ [WX02]
• <i>Complex linear processing orthogonal designs</i> (CLPOD) combinaison linéaire de $N_x = N_t$ symboles x_n, x_n^* $\rightarrow$ existe ssi $N_t = 2$	• <i>Generalized complex linear processing orthogonal designs</i> (GCLPOD) combinaison linéaire de $N_x < N_t$ symboles $\pm x_n, \pm x_n^*$ ou de 0 $\rightarrow$ existe pour $R_c > 1/2$ $\rightarrow N_t \geq 3 : R_c < 1$ [LX01] proposée pour $A^c(3/4, 3) = 4, A^c(3/4, 4) = 4$ ($\mathcal{H}_3^c, \mathcal{H}_4^c$ [TJAC99b])

E - « Amicable design theory » - cas complexe

Dans le cas de symboles complexes, Ganesan propose tout d'abord d'utiliser les matrices de transmission développées dans le cas de symboles réels pour transmettre les parties réelles et imaginaires de chaque symbole complexe tout en faisant remarquer que cette méthode conduirait à diviser le débit par deux puisque les N_x symboles complexes seraient ainsi transmis durant $2N_x$ durées symboles. L'autre solution qu'il propose consiste à construire des matrices complexes de formation de voies notées $\mathbf{g}_n^{\text{Re}}$ et $\mathbf{g}_n^{\text{Im}}$, chaque matrice respectant les conditions décrites dans l'équation (3.10), respectivement pour la partie réelle et imaginaire de chaque symbole complexe x_n . Au récepteur, celles-ci sont détectées séparément telles que :

$$y_n^{\text{Re}} = \text{Re}\{\text{tr}((\mathbf{g}_n^{\text{Re}})^H \mathbf{H}^H \mathbf{R})\} \quad (3.19)$$

$$y_n^{\text{Im}} = \text{Re}\{\text{tr}((j\mathbf{g}_n^{\text{Im}})^H \mathbf{H}^H \mathbf{R})\} \quad (3.20)$$

Dans le cas de la recherche de matrices de rendement unitaire et optimales vis-à-vis du retard ($L = N_t$), le problème revient à trouver un ensemble de N_t matrices de taille $N_t \times N_t$ qui satisfont les conditions suivantes :

$$\mathbf{g}_n^{\text{Re}}(\mathbf{g}_n^{\text{Re}})^H = \begin{cases} \mathbf{I}_{N_t} & \text{si } n = m \\ -\mathbf{g}_n^{\text{Re}}(\mathbf{g}_m^{\text{Re}})^H & \text{autrement} \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{g}_m^{\text{Re}}(\mathbf{g}_n^{\text{Im}})^H = \mathbf{g}_m^{\text{Im}}(\mathbf{g}_n^{\text{Re}})^H \quad \forall n, m \quad (3.22)$$

Notons que $\mathbf{g}_m^{\text{Im}}$ doit aussi remplir les conditions (3.21) et (3.22). Ce problème est lié à la théorie appelée « *Amicable orthogonal designs* » [GS79]. Les conditions (3.21) et (3.22) correspondent à celles devant être vérifiées par les matrices $\mathbf{g}_n^r$ pour des symboles réels ou comme ici pour les composantes réelles des symboles complexes. Dans le cas de constellations complexes, Ganesan montre qu'une construction de rendement unitaire et optimale vis-à-vis du retard n'existe que pour $N_t = 2$ ce qui correspond au code proposé par Alamouti. Alors qu'Alamouti a construit son code du point de vue de la diversité spatiale et de la simplification du décodage ML, Ganesan montre que ce code est aussi optimal en terme de RSB d'après la théorie « *Amicable orthogonal designs* ». Ces matrices sont donc :

$$\mathbf{g}_1^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}_1^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}_2^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}_2^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

En étendant ces constructions à des matrices rectangulaires, Ganesan construit des matrices de rendement $3/4$ pour $N_t = 3$ ou 4 antennes qui correspondent aux codes $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$ proposés à l'origine par Tarokh. Ces codes présentent donc un rendement supérieur à celui obtenu par les matrices construites dans le cas de constellations réelles et utilisées sur des symboles complexes, ces dernières atteignant en effet un rendement de $1/2$ [GS01] [GS00b].

F - Structure algébrique des STBC (Algèbre de Clifford) et « *Square-matrix embeddable* STBC »

Dans [TH02], Tirkkonen *et al.* résument sous forme matricielle les propriétés essentielles requises pour construire des OSTBCM, à savoir l'orthogonalité de la matrice complexe (structure unitaire) et sa linéarité vis-à-vis des symboles complexes.

- **Linéarité** vis-à-vis des symboles complexes x_n : la matrice des codes peut alors être décomposée sous la forme

$$\mathbf{g}_{N_t}^c = \sum_n^{N_x} (x_n \mathbf{g}_n^- + x_n^* \mathbf{g}_n^+) = \sum_n^{N_x} (\text{Re}(x_n) \mathbf{g}_{2n-2} + \text{Im}(x_n) \mathbf{g}_{2n-1}) \quad (3.23)$$

où $\{\mathbf{g}_n\}_{n=0}^{2N_x-1}$ est un ensemble de $2N_x$ matrices de taille $L \times N_t$ composées d'éléments complexes. $\text{Re}(x_n)$ et $\text{Im}(x_n)$ sont respectivement les parties réelles et imaginaires des symboles complexes x_n . Les matrices $\mathbf{g}_n^\pm$ sont les combinaisons linéaires de $\mathbf{g}_n$ telles que :

$$\mathbf{g}_n^\pm = \frac{1}{2}(\mathbf{g}_{2n-2} \pm j\mathbf{g}_{2n-1}) \quad (3.24)$$

- **Structure unitaire** (orthogonale-complexe) : soit la matrice carrée Hermitienne de $\mathbf{g}_{N_t}^c$:

$$(\mathbf{g}_{N_t}^c)^H \mathbf{g}_{N_t}^c = \sum_n^{N_x} \mathbf{g}_n^H \mathbf{g}_n + \sum_{m < n} (\mathbf{g}_m^H \mathbf{g}_n + \mathbf{g}_n^H \mathbf{g}_m) \quad (3.25)$$

La structure unitaire de cette matrice conduit à construire :

$$\mathbf{g}_n^H \mathbf{g}_n = |x_n|^2 \mathbf{I}_{N_t} \quad \forall n \quad (3.26)$$

$$\mathbf{g}_m^H \mathbf{g}_n + \mathbf{g}_n^H \mathbf{g}_m = 0 \quad \forall (m \neq n) \quad (3.27)$$

La condition (3.26) requiert que chaque symbole soit codé par une matrice unitaire tandis que la condition (3.27) combinée à la linéarité de $\mathbf{g}_n$, conduit aux équations de Radon-Hurwitz et à la contrainte sur le débit. Chaque composante de la matrice diagonale est donc proportionnelle à la somme des modules carrés des N_x symboles complexes transmis.

En combinant les critères de structure unitaire et celui de linéarité, nous obtenons la restriction algébrique suivante sur les matrices de coefficients $\mathbf{g}_n$:

$$\mathbf{g}_m^H \mathbf{g}_n + \mathbf{g}_n^H \mathbf{g}_m = 2\delta_{mn} \mathbf{I}_{N_t} \quad (3.28)$$

Ainsi, toute solution à ces équations correspondra à un code OSTBCM unitaire, de rendement N_x/L et à diversité maximale grâce aux propriétés (3.23) et (3.24). Notons que la version réelle de cette équation fût utilisée dans [TJAC99a] pour trouver des constructions orthogonales dans le cas de constellation réelles. De plus, la propriété (3.28) garantit un décodage ML linéaire des codes selon une technique MRC. En l'absence de trajets multiple et d'interférences entre symboles, dans le cas où le canal est parfaitement connu en

réception et pas à l'émission, ces propriétés permettent de construire des STBC qui sont des solutions optimales selon le débit et le nombre d'antennes autorisés par la structure algébrique.

Les OSTBCM : des codes temps-espace vérifiant le critère du déterminant ?

Nous avons vu précédemment que les OSTBCM sont de rang maximal et vérifiaient donc le critère du rang énoncé par Tarokh. Dans [TH02] et [TH00], Tirkkonen avance que le critère assurant l'orthogonalité-complexe (la construction unitaire) des STBC combiné à celui assurant leur linéarité garantissait que ces codes étaient optimisés selon les critères du rang, du déterminant et de la trace. En effet, grâce à leur linéarité, la propriété d'orthogonalité-complexe des matrices des codes est reportée sur la matrice $\mathbf{B}$ des différences de mots de code. La matrice $\mathbf{B}$ unitaire est donc de rang plein et la diversité maximale égale à $N_t \leq L$ est atteint. La matrice des distances $\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{B}^H$ est alors une matrice diagonale où le même terme $\sum_n^{N_x} |\hat{x}_n - x_n|^2$ apparaît sur la diagonale. Son déterminant est alors égal à ^a :

$$\det[\mathbf{B}^H \mathbf{B}] = \sum_n^{N_x} |\hat{x}_n - x_n|^{2N_t} \quad (3.29)$$

Pour une puissance transmise fixée et des valeurs de N_x et L données, le déterminant maximal est ainsi atteint. Tirkkonen affirme que les OSTBCM vérifiant ces conditions vérifient alors le critère du déterminant. Or celui-ci est utilisé pour optimiser le gain de codage des codes temps-espace. En ce qui concerne les OSTBCM, nous savons bien qu'elles n'apportent aucun gain de codage. En effet, à un instant l donné, les symboles sont transmis de façon indépendante sur chacune des antennes puis décodés en réception aussi de façon indépendante. Par conséquent, les couples de symboles transmis peuvent très bien être constitués de symboles annulant le déterminant du code au contraire des STTCM où les mots de codes, transmis sur les N_t antennes, diffèrent entre deux durées symboles, d'au moins 1 symbole, grâce au codage en treillis. En conclusion, nous ne pouvons pas appliquer le critère du déterminant ni celui de la trace sur les OSTBCM pour améliorer leur gain de codage. En revanche, lorsque les OSTBCM sont associées à des techniques de précodage basées sur des rotations de la constellation, ces critères peuvent être utilisés pour optimiser l'angle de rotation et améliorer du coup la diversité [Dal02].

$$^a \det[\sum_n^N |a_n|^2 \mathbf{I}] = \sum_n^N \det[|a_n|^2 \mathbf{I}] = \sum_n^N |a_n|^{2N}$$

En se basant sur les propriétés de linéarité et de structure unitaire, Tirkkonen *et al.* [TH02] ont proposé en 2002 des OSTBCM pour des constellations complexes, sous le nom de « *square-matrix embeddable space-time block codes* », tels qu'ils maximisent le débit N_x/L et minimisent le retard ($L \geq N_t$) tout en assurant une diversité maximale $N_t N_r$. Quel que soit le nombre N_x de symboles à transmettre, il existe une dimension minimale N_t correspondante pour la matrice de code (tableau 3.3). Les auteurs se sont donc intéressés principalement aux matrices carrées ou pouvant être construites à partir de matrices carrées en supprimant certaines colonnes. Ils ont d'ailleurs montré que pour $N_t = 3$ ou 4, un rendement de 3/4 était le maximum atteignable pour ces codes.

Contrairement aux codes « *rate-having* », pour lesquels le rendement est fixé à 0.5 et la longueur de la trame minimale (ou retard de décodage) augmente exponentiellement avec N_t , les codes OSTBCM proposées par Tirkkonen ont une longueur de code minimale et un rendement maximal qui n'est pas fixe mais qui diminue exponentiellement avec N_t . Le rendement est ainsi égal à : $(\lceil \log_2 N_t \rceil + 1)/2^{\lceil \log_2 N_t \rceil}$. Les codes de Tirkkonen sont donc optimaux vis-à-vis du retard (« *delay optimal* »). Les formes les plus simples de ces codes sont composées des constructions unitaires (orthogonales complexes), *i.e.* des

TAB. 3.3 – Rendement maximal atteignable pour des OSTBCM linéaires à diversité spatiale maximale construits à partir de matrices carrées.

Antennes (N_t)	Retard (L)	Symboles (N_x)	Rendement (R_c)
1	1	1	1
2	2	2	1
3 à 4	4	3	3/4
5 à 8	8	4	1/2
9 à 16	16	5	5/16
$2^{N_x-2} + 1$ à 2^{N_x-1}	2^{N_x-1}	N_x	$N_x/2^{N_x-1}$

matrices carrées composées de 0 ou de symboles complexes $\pm x_n, \pm x_n^*$. Voici un exemple de codes « *square-matrix embeddable space-time block codes* », de rendement 3/4 proposé par Tirkkonen pour $N_t = 4$ antennes :

$$\mathcal{G}_4^{\text{SMESTBC}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & -x_3^* & 0 \\ x_2 & x_1^* & 0 & x_3^* \\ x_3 & 0 & x_1^* & -x_2^* \\ 0 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{bmatrix}^T \quad (3.30)$$

A partir des constructions carrées ci-dessus, des constructions orthogonales complexes rectangulaires peuvent être construites en éliminant certaines lignes. Ainsi, un code de rendement 3/4 pour $N_t = 3$ antennes se déduit directement de cette matrice en prenant les trois premières colonnes. De même, à partir de cette matrice $\mathcal{G}_4^{\text{SMESTBC}}$, Su *et al.* proposent deux codes pour $N_t = 5$ ou $N_t = 6$ respectivement de rendement 7/11 et 3/5 [SX03b]. Notons que pour ces codes, certains symboles sont transmis plusieurs fois sur la même antenne. Ainsi, la valeur de D_{tt} n'est pas la même selon l'indice d'antenne t (tableau 3.2). A partir de la matrice $\mathcal{G}_5^c$ obtenue, ils en déduisent une matrice pour $N_t = 4$ de rendement 4/7 et d'une longueur de trame $L = 7$ (en prenant $N_x = 4$). Néanmoins, la méthode utilisée ne permet pas d'obtenir de façon simple d'autres constructions de rendement supérieur à 1/2. Par ailleurs, ils proposent [SX03b], à partir d'une même matrice 8×8 , de construire des GCOD de rendement 1/2 et de longueur de trame $L = 8$ pour respectivement $N_t = 5, 6, 7$, ou 8 en prenant les N_t premières colonnes. En comparant, pour des valeurs de N_t identiques, avec les codes COD de Tarokh de même rendement construits à partir de la méthode « *rate-halving code* », ces nouveaux codes proposés permettent de réduire le retard de décodage au prix d'une puissance émise non-uniforme puisqu'incluant des valeurs nulles.

G - « *Multilevel complex modulation* »

Les constructions issues des « *amicable orthogonal design* » sont réalisées afin que chaque symbole à l'entrée du codeur ne soit émis qu'une seule fois à partir de chacune des antennes. Ainsi, les matrices $\mathcal{G}^c$, dites de formation de voies, qui sont multipliées par l'un des symboles à transmettre, sont construites de telle manière qu'un seul coefficient ± 1 apparaisse sur chacune des lignes et chacune des colonnes. Toutefois, ce type de constructions contient un grand nombre de zéros correspondant à des durées symboles où aucune

information utile n'est transmise. Ainsi, pour $N_t = 8$, ce nombre atteint même 50% du nombre total de durées symboles disponibles, à savoir $N_t \times L$. Pour remédier à ce problème, dans [TSW⁺04], les auteurs proposent 2 nouvelles constructions STBCM pour $N_t = 8$ et $L = 8$ pour lesquelles certains symboles sont répliqués, limitant ainsi le nombre de durées symboles non-utilisées. Pour exploiter cette diversité spatiale créée entre les antennes⁵, ces codes sont associés à des modulations multiples (« *multilevel complex modulation* » : MCM-STBC) afin d'attribuer un plus grand nombre de bits d'information aux symboles les plus répliqués. Ainsi, la diversité créée peut permettre d'améliorer non pas les performances en terme de TEB mais le rendement du code. Par rapport aux précédents codes de rendement 0.5 construits pour $N_t = 8$, les auteurs proposent des codes de rendement 5/8, 3/4 ou 9/16 selon la perte en terme de RSB acceptée.

TAB. 3.4 – *Principales caractéristiques des OSTBCM construites pour des constellations complexes quelconques*

Technique de construction	Nombre d'antennes N_t	Nombre de symboles d'entrée N_x	Longueur de la trame L	Rendement de codage R_c	Auteurs
COD ($\mathcal{G}_2^c$)	2	2	2	1	[Ala98]
GCOD ($\mathcal{G}_3^c$)	3	4	8	1/2	[TJAC99b]
GCLPOD ($\mathcal{H}_3^c$)	3	3	4	3/4	[TJAC99b]
GCOD ($\mathcal{G}_4^c$)	4	4	8	1/2	[TJAC99b]
GCLPOD ($\mathcal{H}_4^c$)	4	3	4	3/4	[TJAC99b]
SMESTBC	4	3	4	3/4	[TH02]
REC-GCOD	4	3	4	3/4	[SX03a]
GCOD ($\mathcal{G}_4^c$)	4	4	7	4/7	[SX03b]
GCOD ($\mathcal{G}_5^c$)	5	7	11	7/11	[SX03b]
GCOD ($\mathcal{G}_6^c$)	6	5	3	3/5	[SX03b]
SME-STBC	8	4	8	1/2	[TH02]
SME-STBC	8	8	16	1/2	[SX03a]
REC-GCOD	8	4	8	1/2	[SX03a]
MCM-STBCM	8	5	8	5/8	[TSW ⁺ 04]
MCM-STBCM	8	6	8	3/4	[TSW ⁺ 04]
MCM-STBCM	8	9	16	9/16	[TSW ⁺ 04]

Les valeurs en gras correspondent aux valeurs optimales atteintes par les codes.

5. A nouveau, la diversité temporelle ne peut être exploitée puisque le canal est supposé constant sur la longueur de la trame afin de pouvoir être décodé.

H - Synthèse

Le tableau 3.4 regroupe les principales caractéristiques des OSTBCM construites pour des constellations complexes et mentionnées dans cet état de l'art ainsi que les références correspondantes pour des systèmes allant de 2 à 8 antennes et des rendements de codage variant de 1 à 1/2.

Malgré ces résultats obtenus, il reste encore beaucoup de problèmes à résoudre [SX03a]. Ainsi, parmi les questions qui n'ont toujours pas de réponse, on peut citer les 3 suivantes :

1. Quel est le rendement R_c maximal d'un GCOD avec ou sans traitement linéaire pour un nombre donné ($N_t > 2$) d'antennes d'émission et comment construire le code correspondant ?
2. Existe-t-il des GCLPOD qui ont un rendement plus élevé que le rendement maximal atteignable par les GCOD pour le même nombre d'antennes N_t ?
3. Comment construire des GCOD avec ou sans traitement linéaire pour le même nombre d'antennes N_t ?

3.3.1.3 Pour des constellations spécifiques

Nous avons vu précédemment que, selon le théorème de Hurtwitz-Radon, les OSTBCM complexes optimales vis-à-vis du retard de décodage ne peuvent pas atteindre une diversité maximale et un rendement unitaire simultanément, excepté pour $N_t = 2$. Cependant, ce résultat ne prend pas en compte les codes non-linéaires ou des ensembles de constellations spécifiques. En effet, la plupart des auteurs cherchent à construire des codes qui soient utilisables pour toutes les constellations possibles. Pourtant, en pratique, les systèmes emploient des constellations prédéfinies et en nombre limité. Ainsi, on peut très bien chercher à construire des codes qui conjuguent plusieurs propriétés intéressantes, telles qu'une diversité maximale, un rendement de codage unitaire et l'orthogonalité des séquences transmises, tout en utilisant des constellations particulières. Par exemple, dans [HG00], Hammons construit une modulation OSTBCM de rendement 1 pour $N_t = 3$ qui atteint la diversité maximale mais uniquement pour des constellations BPSK et QPSK.

STBC obtenus à partir de l'extension du domaine des rationnels

En travaillant sur les extensions de domaines cyclotomiques du domaine des rationnels $\mathbb{Q}$ (« *field extensions embedded in matrix rings* »), Sethuraman [SR02a] construit des STBCM de taille $N_t \times N_t$ qui sont à la fois de rang plein, de rendement plein et à retard de décodage minimal pour $N_t \geq 2$. Ces codes sont proposés pour un jeu de constellations M -PSK pour des valeurs arbitraires de M et pour un grand nombre d'antennes N_t mais restreint sous la condition qu'il existe un nombre premier qui ne divise pas N_t ni M . Ces codes optimaux selon le rendement ne le sont pas forcément vis-à-vis du gain de codage et ne peuvent pas être développés selon la théorie des constructions orthogonales. Les constellations choisies correspondent à des constellations où les M symboles sont également répartis sur le cercle unité. Ces symboles correspondent donc aux M racines de l'unité. Les polynômes $x^{N_t} - \omega_M^L$ doivent être irréductibles sur $\mathbb{Q}(\omega_M)$ où $\omega_M^L = e^{2\pi j L/M}$.

Ainsi, pour des constellations particulières QPSK, 3-PSK, et 6-PSK, Sethuraman propose l'ensemble des réalisations possibles de codes pour $N_t = 2$ ou $N_t = 3$ [SR02a].

Dans [SR02b], ces constructions sont étendues pour des valeurs arbitraires de N_t en utilisant des extensions de $\mathbb{Q}$ non-cyclotomiques ou transcendentales. Les codes proposés sont linéairement décodables puisque le nombre de comparaisons nécessaires pour le décodage est de l'ordre de $O(M)$ où M est la taille de la constellation en comparaison des M^{N_t} comparaisons nécessaires par une technique ML. Le canal est supposé être à évanouissements plats quasi-statiques et parfaitement estimés en réception.

3.3.2 Construction à rendement unitaire

3.3.2.1 Constructions orthogonales non-linéaires

Les constructions orthogonales réelles ou complexes considèrent uniquement les codes linéaires construits pour être utilisés quelle que soit la constellation employée. Etudions maintenant le cas de codes non-linéaires. Définissons alors deux classes de codes orthogonaux complexes non-linéaires telles que la non-linéarité éventuelle est présente entre les symboles constituant la matrice d'émission (constructions de classe I) ou entre l'énergie des symboles (constructions de classe II). Soit la matrice de transmission $\mathcal{G}^c$ de taille $L \times N_t$ composée de N_x symboles x_n ou x_n^* telle que $\mathcal{G}^{cH} \mathcal{G}^c = \mathbf{D}_{N_t}$ où $\mathbf{D}_{N_t}$ est une matrice diagonale. On distingue les deux cas suivants [Dal02] :

- constructions de classe I : la matrice $\mathcal{G}^c$ est constituée de fonctions linéaires ou non-linéaires des N_x symboles x_n, x_n^* . Les éléments de la diagonale de $\mathbf{D}_{N_t}$ sont des combinaisons linéaires des énergies de symboles $|x_n|^2$.
- constructions de classe II : la matrice $\mathcal{G}^c$ est constituée de combinaisons linéaires des N_x symboles x_n, x_n^* . Les éléments de la diagonale de $\mathbf{D}_{N_t}$ sont des fonctions linéaires ou non-linéaires des énergies de symboles $|x_n|^2$.

Ces définitions ne garantissent pas une diversité maximale ni un traitement linéaire en réception mais permettent d'obtenir plus de flexibilité dans la construction des codes. Notons que les codes orthogonaux linéaires sont un cas particulier des codes orthogonaux non-linéaires.

A - Constructions de classe I : constructions linéaires ou non des symboles émis

Dalton a cherché ici à construire des codes orthogonaux carrés, *i.e.* optimaux selon le retard de décodage, basés non pas sur les hypothèses d'un traitement linéaire en réception et d'une diversité maximale mais sur celle d'un code de rendement unitaire ($N_x = L$).

Après avoir spécifié, dans chacun des cas $N_t = 2$ et $N_t = 4$, la forme la plus générale pour un code temps-espace où la matrice $\mathcal{G}^c$ est constituée de symboles complexes a_{tr} ($1 \leq t \leq N_t, 1 \leq r \leq N_r$), Dalton recherche les conditions sur les symboles a_{tr} pour que $(\mathcal{G}^c)^H \mathcal{G}^c$ soit diagonale. Elle obtient ainsi la formule générale de code orthogonaux

pour $N_t = 2$ et $N_t = 4$ dont les éléments sont constitués de fonctions non-linéaires des symboles. En donnant des expressions particulières pour ces symboles a_{tr} , Dalton retrouve pour $N_t = 2$ le code d'Alamouti et pour $N_t = 4$ le code proposé à l'origine par Jalloul (STTD-OTD code) [JRK99]. Celui-ci est constitué du schéma d'Alamouti qui est appliqué et répété sur chaque couple de symboles. Le schéma d'Alamouti est noté $\mathbf{A}$ lorsqu'il est appliqué sur le couple (x_1, x_2) , ou $\mathbf{B}$ lorsqu'il est appliqué sur le couple (x_3, x_4) . $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont ensuite transformées en utilisant une matrice de Walsh-Hadamard telle que :

$$\mathcal{G}^c = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{A} & -\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Si on calcule $(\mathcal{G}^c)^H \mathcal{G}^c$, on vérifie que $\mathcal{G}^c$ est orthogonale. On a donc un code pour $N_t = 4$ qui est orthogonal, « *delay optimal* », de rendement unitaire mais de diversité spatiale non-maximale puisqu'elle est égale à $F_{d_s} = 2$. En effet, pour supprimer l'IES, chaque coefficient h du canal doit être constant sur la longueur de la trame $L = 4$: il n'y a donc pas de diversité temporelle possible qui aurait pu sinon compenser la diversité spatiale non-maximale.

En proposant d'autres expressions pour les symboles a_{tr} , Dalton donne une autre expression pour $\mathcal{G}^c$ pour $N_t = 4$ qui est non-linéaire selon les symboles émis :

$$\mathcal{G}^c = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} - l\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

où $l = \frac{\text{Re}(x_1 x_3^* + x_2 x_4^*)}{E} = \cos(\angle x_1 - \angle x_3) + \cos(\angle x_2 - \angle x_4)$ qui est le facteur de non-linéarité avec $\angle x_n$ la phase du symbole x_n . Cette matrice est orthogonale. Néanmoins le récepteur optimal à utiliser est généralement non-linéaire et ne peut pas découpler les symboles puisque la matrice est non-linéaire.

Dans le cas particulier où la linéarité est restaurée en prenant $l = 0$, *i.e.* les symboles x_1 et x_2 sont strictement réels et les symboles x_3 et x_4 sont strictement imaginaires, nous obtenons *une construction pour $N_t = 4$ qui est orthogonale complexe et carrée (« delay optimal »), de rendement plein, à diversité maximale, seulement dans le cas où une constellation BPSK à rotation est utilisée.* Notons que la rotation de la constellation a permis d'accroître la diversité.

B - Constructions de classe II : constructions linéaires ou non des énergies de symboles

Pour améliorer la diversité, les éléments de la matrice (3.31) sont remplacés par une combinaison linéaire de symboles afin que chaque symbole puisse être émis à partir de chacune des antennes. Cette méthode conduit à des constructions qui sont non-linéaires en terme d'énergies des symboles. Par conséquent, même si le code est orthogonal au sens que $(\mathcal{G}^c)^H \mathcal{G}^c$ est diagonale, il n'en est pas moins quasi-orthogonal en terme de complexité du récepteur puisque les symboles doivent être décodés par paire. Pour atteindre une diversité maximale, la combinaison des signaux émis doit alors être judicieusement choisie. A partir de cette méthode, à nouveau *des constructions pour $N_t = 4$, orthogonales complexes et*

carrées (« *delay optimal* »), de rendement plein, à diversité maximale sont construites dans le cas où une constellation M -PAM est utilisée.

3.3.2.2 Constructions non-orthogonales linéaires

L'objectif ici est toujours, dans un premier temps, de construire des STBC de rendement plein « *delay optimal* » en réduisant cependant dans un premier temps l'orthogonalité des codes et donc la diversité. On parle alors de codes quasi-orthogonaux qui sont à diversité non-maximale puisque les lignes de la matrice ne sont pas toutes orthogonales entre elles. Le rang minimal de la matrice est égal à deux. Naturellement, il n'y a aucun intérêt à utiliser des codes quasi-orthogonaux pour des constellations réelles puisque pour ces types de constellation, il existe des codes orthogonaux de rendement 1 qui sont aussi à diversité maximale. Afin d'éviter la réduction du rendement du code lorsque N_t augmente, plusieurs auteurs proposent de concaténer en temps et en espace le code d'Alamouti qui est de rendement de 1 en l'appliquant sur deux couples de symboles différents. Ils obtiennent ainsi une construction carrée ($N_t = L$) qui conserve le rendement du code d'Alamouti, construction présentée dans l'équation (3.31).

L'orthogonalité étant réduite, les techniques de traitement des signaux en réception deviennent plus complexes puisque les symboles ne peuvent plus être détectés individuellement, mais doivent être traités par paire de symboles. Ces paires appartiennent au même sous-espace formé par les lignes de $\mathcal{G}^c$ qui ne sont pas orthogonales entre elles. Ainsi, la métrique de décodage ML à minimiser ne peut pas être décomposée en $N_x = 4$ métriques indépendantes mais uniquement en deux métriques à minimiser indépendamment fournissant chacune l'un des deux couples de symboles émis. La complexité du décodage ML est donc réduite sans sacrifier les performances mais cette complexité de décodage est quand même plus importante que la complexité atteinte avec un code orthogonal [Jaf01]. La complexité de codage est, quant à elle, la même pour les codes orthogonaux ou non. Jafarkhani propose ainsi 4 exemples de constructions carrées (« *delay optimal* ») de rendement unitaire pour $N_t = 4$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B}^* & \mathbf{A}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & -\mathbf{A}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^* & -\mathbf{A}^* \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Des résultats de simulations menées sur un canal de Rayleigh décorrélié et parfaitement estimé en réception montrent qu'à même efficacité spectrale un code de rendement unitaire et à diversité non-maximale présente de meilleures performances en terme de TEB, pour de faibles RSB, qu'un code à diversité maximale et de rendement non-unitaire. *Le choix d'un code à rendement unitaire et à diversité non-maximale est donc plus important pour de faibles RSB et de forts TEB alors que le choix d'un code à diversité maximale est primordial pour de forts RSB et de faibles TEB* [Jaf01]. En effet, puisque la pente de la courbe $\text{TEB} = f(\text{RSB})$ dépend de la diversité, un code à diversité maximale tire tout le profit de la diversité pour de fortes valeurs de RSB.

Il existe d'autres façons de générer des codes à rendement maximal, non-orthogonaux qui fournissent toutefois une diversité maximale. Les codes « *Generalized algebraic space-time codes* » GAST [DCB00] utilisent pour cela des constellations tournées combinées à une transformée de Hadamard. Les codes « *unitary constellation rotating precoders* » [XWG00a] [XWG00b], quant à eux, transmettent, sur une antenne, à un instant donné, une combinaison linéaire de symboles à phase tournée en laissant les autres antennes inactives.

La non-orthogonalité de ces constructions peut être corrigée si une connaissance parfaite du canal est disponible à l'émission et en réception. L'IES engendrée par la non-orthogonalité est alors éliminée et un code à diversité maximale, de rendement plein, rendu orthogonal pour $N_t = 4$ est ainsi construit [RMG02].

Pour augmenter la diversité, nous venons de voir que les NOSTBC sont généralement associés à des rotations de la constellation. Dans [?], Tirkkonen propose des critères pour construire des NOSTBC tels que la distance euclidienne entre un symbole et son plus proche voisin ne change pas après la rotation utilisée pour augmenter la diversité. Il montre notamment, en calculant la trace de la matrice des distances, que la partie non-orthogonale de la matrice des distances doit être de trace nulle (code « *traceless* »). Ainsi, pour $N_t = 3$, Özbek dans [ORB03] propose un code NOSTBC de rendement 1 qui est construit à partir du code NOSTBC de rendement 1 de Papadidas [Pap01] et qui est « *traceless* ».

3.4 Décodage des OSTBCM

3.4.1 Règles de décodage

Pour un OSTBCM quelconque, le décodage ML peut être effectué en réalisant au préalable, dans le récepteur, une combinaison linéaire des signaux reçus. Lors de la combinaison, le canal est supposé constant sur la longueur L de la trame émise. La métrique générale de détection est donnée par :

$$\sum_{r=1}^{N_r} \left(\sum_{l=1}^L |r_r^l - \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}^l \cdot (\pm x_n^{(*)})|^2 \right) \quad (3.34)$$

où r_r^l correspond au signal reçu par l'antenne r à l'instant l , et h_{rt}^l représente le coefficient du canal reliant, à l'instant l , l'antenne d'émission t à l'antenne de réception r . Par exemple, dans le cas du code d'Alamouti, le vecteur des signaux reçus aux instants $l = 1$ et $l = 2$ s'écrit d'après l'équation (3.1) de la matrice d'émission $\mathcal{G}_2^x$:

$$\begin{bmatrix} r_r^1 & r_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{r1} & h_{r2} \end{bmatrix} (\mathcal{G}_2^x)^T + \begin{bmatrix} n_r^1 & n_r^2 \end{bmatrix} \text{ avec } 1 \leq r \leq N_r \quad (3.35)$$

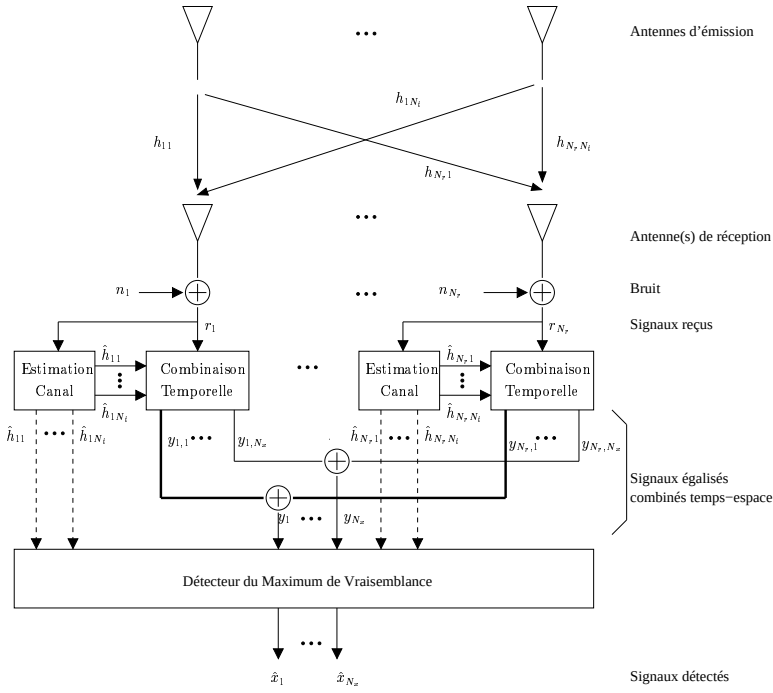


FIG. 3.1 – Technique de combinaison spatio-temporelle des signaux reçus pour le décodage des OSTBCM avec plusieurs antennes en réception

Dans ce cas, le détecteur ML cherche à minimiser, sur l'ensemble des valeurs possibles de x_1 et x_2 , la métrique de décision suivante [Ala98]:

$$\sum_{r=1}^{N_r} \left(\underbrace{|r_r^1 - (h_{r1}x_1 + h_{r2}x_2)|^2}_{l=1} + \underbrace{|r_r^2 - (h_{r1}(-x_2^*) + h_{r2}x_1^*)|^2}_{l=2} \right) \quad (3.36)$$

Les symboles $\hat{x}_1$ et $\hat{x}_2$ minimisant cette métrique seront les symboles détectés. Après avoir développé cette métrique ($|a - b|^2 = (a - b)(a - b)^*$), si l'on supprime les termes indépendants des symboles x_1 et x_2 , on s'aperçoit que la métrique ci-dessus se décompose en deux métriques dépendant chacune uniquement de l'un des deux symboles émis. Ainsi, la minimisation de (3.36) revient à minimiser séparément, sans aucune perte de performance, chacune des deux métriques ci-dessous :

$$\text{pour détecter } x_1 : \left| \underbrace{\sum_{r=1}^{N_r} (h_{r1}^* r_r^1 + h_{r2} r_r^2)^*}_{y_{r,1}} - x_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2) |x_1|^2 \quad (3.37)$$

$$\text{pour détecter } x_2 : \left| \underbrace{\sum_{r=1}^{N_r} (h_{r2}^* r_r^1 - h_{r1} r_r^2)^*}_{y_{r,2}} - x_2 \right|^2 + (-1 + \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2) |x_2|^2 \quad (3.38)$$

Si les symboles utilisés sont issus d'une constellation à énergie constante, *e.g.* MDP, les métriques de décision ci-dessus peuvent se simplifier en négligeant les termes fonction

de $|x_n|^2$ $n \in \{1,2\}$. Le calcul de ces métriques fait apparaître la technique de combinaison à appliquer sur les signaux reçus pour construire les deux signaux y_1 et y_2 à envoyer au détecteur afin d'estimer respectivement $\hat{x}_1$ et $\hat{x}_2$.

En remplaçant r_r^1 et r_r^2 par leurs expressions respectives, les signaux y_1 et y_2 sont donnés par :

$$y_1 = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2 x_1 + \sum_{r=1}^{N_r} (h_{r1}^* n_r^1 + h_{r2} (n_r^2)^*) \quad (3.39)$$

$$y_2 = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2 x_2 + \sum_{r=1}^{N_r} (h_{r2}^* n_r^1 - h_{r1} (n_r^2)^*) \quad (3.40)$$

Comparée à l'expression (2.5) avec un même ordre de diversité spatiale $F_{d_s} = N_t N_r$, la seule différence réside dans la rotation de phase qui ne perturbe pas le RSB. En conséquence, l'ordre de diversité résultant de la technique de diversité MISO est égal à celui obtenu avec la technique SIMO. On aperçoit donc ici tout l'intérêt des techniques MISO à diversité de transmission, notamment dans le cas de la voie descendante, où les antennes multiples, au lieu d'être utilisées au niveau du terminal MS, sont utilisées au niveau de la station de base BS pour un même gain de diversité spatiale, le coût et la complexité en moins au niveau du terminal MS.

Dans [TJAC99a], Tarokh donne les formules générales de combinaison des signaux reçus qui permettent de construire les variables de décision. Il les applique dans [TJAC99b] pour chaque symbole émis à quatre OSTBCM à savoir $\mathcal{G}_3^c$, $\mathcal{G}_4^c$, $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$.

Pour des constellations complexes, le signal combiné y_n obtenu pour détecter le symbole x_n est donné par :

$$y_n = \sum_{l \in \text{lin}} \sum_{r=1}^{N_r} \text{sgn}^l \cdot \tilde{g}_{r \text{ col}^l} \cdot \tilde{r}_r^l \quad 1 \leq n \leq N_x \quad (3.41)$$

où col^l est l'indice de la colonne où se trouve le symbole x_n positionné dans la ligne d'indice l , sgn^l est le signe de x_n dans la ligne d'indice l , lin correspond à l'ensemble des indices lignes où apparaît le symbole x_n , *e.g.* pour $\mathcal{G}_2^c$ et les symboles x_1 et x_2 : $\text{lin} = \{1,2\}$. De plus, $\tilde{r}_r^l$ et $\tilde{g}_{r \text{ col}^l}$, qui correspond au filtre adapté (« *matched filter* »), sont donnés par les expressions ci-dessous :

$$\tilde{r}_r^l = \begin{cases} r_r^l & \text{si } x_n \text{ appartient à la } l^{\text{ième}} \text{ ligne de } \mathcal{G}_{N_t}^c \\ (r_r^l)^* & \text{si } x_n^* \text{ appartient à la } l^{\text{ième}} \text{ ligne de } \mathcal{G}_{N_t}^c \end{cases}$$

et

$$\tilde{g}_{r \text{ col}^l} = \begin{cases} h_{r \text{ col}^l(n)}^* & \text{si } x_n \text{ appartient à la } l^{\text{ième}} \text{ ligne de } \mathcal{G}_{N_t}^c \\ h_{r \text{ col}^l(n)} & \text{si } x_n^* \text{ appartient à la } l^{\text{ième}} \text{ ligne de } \mathcal{G}_{N_t}^c \end{cases}$$

Dans le cas de constellations de signaux réels, l'expression générale (3.41) peut encore être utilisée et se réduit au cas de symboles réels x_n transmis. Si les matrices de trans-

mission sont carrées, l'indice « col » correspond alors à l'ensemble des nombres allant de 1 à N_t .

3.4.2 Nouvelle écriture de la méthode de décodage

La méthode de décodage que nous venons de voir ne nous permet pas de construire immédiatement la matrice d'égalisation et le vecteur des signaux reçus. Ceux-ci sont obtenus seulement après une recherche fastidieuse, dans la matrice $\mathcal{G}_{N_t}^x$, des signes $(-,*)$ et des différentes positions prises par les répliques du symbole x_n que l'on cherche à détecter.

La nouvelle écriture de la méthode de décodage que nous proposons permet de simplifier l'écriture et de donner plus rapidement le résultat sans changer le principe de la méthode. Cette nouvelle écriture consiste à utiliser, en réception, la forme de la matrice de transmission pour construire, d'une part, le vecteur des signaux reçus sur L durées symboles, et d'autre part la matrice des coefficients d'égalisation. La forme de la matrice de transmission $\mathcal{G}_{N_t}^c$ est appelée matrice génératrice puisqu'elle peut être utilisée pour construire aussi bien la matrice de transmission $\mathcal{G}_{N_t}^x$ que la matrice d'égalisation $\mathcal{G}_{N_t}^{grt}$. La matrice d'égalisation sera ensuite appliquée sur le vecteur des signaux reçus pour égaliser et combiner les signaux reçus afin de retrouver les symboles émis.

3.4.2.1 Construction du vecteur des signaux reçus et de la matrice d'égalisation

Pour chacune des N_r antennes réceptrices, la première étape du décodage OSTBCM consiste à appliquer au vecteur $\mathbf{r}_r$ des échantillons reçus, la première colonne $\mathcal{G}_{N_t}^{1st\,col}$ de la matrice de transmission $\mathcal{G}_{N_t}^c$ utilisée à l'émission, afin d'obtenir le vecteur $\mathcal{G}_{N_t}^{r\,1st\,col}$ avec $N_t = 2, 3$ ou 4 . Dans un second temps, la transposée de cette même matrice génératrice $\mathcal{G}_{N_t}^c$ est appliquée aux coefficients d'égalisation g_{rt} utilisés pour égaliser chaque canal h_{rt} reliant l'antenne r à l'antenne t ($t \in \{1,2,3,4\}$, $r \in \{1,2\}$). On obtient ainsi la matrice $\mathcal{G}_{N_t}^{grt}$ de taille $N_x \times L$.

Par exemple, en utilisant $\mathcal{G}_2^c$ (équation (3.1)) pour laquelle $N_t = 2$, nous avons :

$$\mathcal{G}_2^{r\,1st\,col} = \begin{bmatrix} r_r^1 \\ -(r_r^2)^* \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\mathcal{G}_2^{grt} = \begin{bmatrix} g_{r1} & -g_{r2}^* \\ g_{r2} & g_{r1}^* \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Le choix de $\mathcal{G}_2^{grt}$ pour retrouver $\mathcal{G}_2^x$ s'explique de la manière suivante. Afin de retrouver par exemple le symbole x_1 transmis au travers de 2 canaux, le signal r_r^1 reçu à l'instant $l = 1$ doit être égalisé par g_{r1} puisque x_1 a été transmis à l'instant $l = 1$ de l'antenne $t = 1$, tandis que $-(r_r^2)^*$, reçu à l'instant $l = 2$, doit être égalisé par $-g_{r2}^*$, car x_1^* a été transmis à l'instant $l = 2$ de l'antenne $t = 2$.

Toutefois, la matrice d'égalisation $\mathcal{G}_{N_t}^{g_{rt}}$ est de la même forme que la matrice génératrice $\mathcal{G}_{N_t}^c$ uniquement lorsque $N_x = N_t$, *i.e.* lorsque les N_x symboles ou leurs répliques sont transmis au même instant, comme dans le cas de $\mathcal{G}_2^x$ et $\mathcal{G}_4^x$.

$$\mathcal{G}_2^{g_{rt}} = \begin{bmatrix} g_{r1} & -g_{r2}^* \\ g_{r2} & g_{r1}^* \end{bmatrix} \quad \mathcal{G}_4^{g_{rt}} = \begin{bmatrix} g_{r1} & -g_{r2} & -g_{r3} & -g_{r4} & g_{r1}^* & -g_{r2}^* & -g_{r3}^* & -g_{r4}^* \\ g_{r2} & g_{r1} & g_{r4} & -g_{r3} & g_{r2}^* & g_{r1}^* & g_{r4}^* & -g_{r3}^* \\ g_{r3} & -g_{r4} & g_{r1} & g_{r2} & g_{r3}^* & -g_{r4}^* & g_{r1}^* & g_{r2}^* \\ g_{r4} & g_{r3} & -g_{r2} & g_{r1} & g_{r4}^* & g_{r3}^* & -g_{r2}^* & g_{r1}^* \end{bmatrix}$$

En revanche, lorsque $N_x > N_t$ comme dans le cas de $\mathcal{G}_3^x$, les N_x symboles ou leurs répliques ne peuvent pas être transmis au même instant, on applique alors la matrice génératrice en plaçant un 0 à la $n^{\text{ième}}$ ligne et $l^{\text{ième}}$ colonne de $\mathcal{G}_{N_t}^{g_{rt}}$ lorsque le symbole x_n n'a pas été transmis à l'instant l .

$$\mathcal{G}_3^{g_{rt}} = \begin{bmatrix} g_{r1} & -g_{r2} & -g_{r3} & 0 & g_{r1}^* & -g_{r2}^* & -g_{r3}^* & 0 \\ g_{r2} & g_{r1} & 0 & -g_{r3} & g_{r2}^* & g_{r1}^* & 0 & -g_{r3}^* \\ g_{r3} & 0 & g_{r1} & g_{r2} & g_{r3}^* & 0 & g_{r1}^* & g_{r2}^* \\ 0 & g_{r3} & -g_{r2} & g_{r1} & 0 & g_{r3}^* & -g_{r2}^* & g_{r1}^* \end{bmatrix}$$

3.4.2.2 Egalisation et combinaison des signaux reçus

Afin d'égaliser et combiner les L signaux reçus, la matrice $\mathcal{G}_{N_t}^{g_{rt}}$ est multipliée par $\mathcal{G}_{N_t}^{r_l^{\text{1st col}}}$. Les signaux égalisés et combinés au niveau de chacune des antennes sont ensuite additionnés en sortie des N_r antennes. La technique de combinaison avec N_r antennes est identique à celle utilisée avec une seule antenne en réception. Le signal obtenu $\mathcal{Y} = [y_1 \dots y_{N_x}]^T$ est égal à :

$$\mathcal{Y} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathcal{G}_{N_t}^{g_{rt}} \mathcal{G}_{N_t}^{r_l^{\text{1st col}}} \quad (3.44)$$

Par exemple, pour $N_t = 2$, nous avons :

$$\mathcal{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathcal{G}_2^{g_{rt}} \mathcal{G}_2^{r_l^{\text{1st row}}} = \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} g_{r1} & -g_{r2}^* \\ g_{r2} & g_{r1}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_r^1 \\ -(r_r^2)^* \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

En utilisant la technique d'égalisation MRC avec $g_{rt} = h_{rt}^*$, on retrouve la technique de combinaison déduite des métriques de décision :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} h_{r1}^* & -h_{r2} \\ h_{r2}^* & h_{r1} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} h_{r1} & h_{r2} \\ -h_{r2}^* & h_{r1}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_r^1 \\ -(n_r^2)^* \end{bmatrix} \right\} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2 & 0 \\ 0 & \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt}|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} h_{r1} & h_{r2} \\ -h_{r2}^* & h_{r1}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_r^1 \\ -(n_r^2)^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Cette écriture révèle, d'une part, l'ordre de diversité spatiale ($F_{ds} = N_r \times N_t$ avec ici $N_t = 2$) fourni par le OSTBCM à chaque symbole x_n et, d'autre part, l'absence d'interférences entre les symboles x_n grâce à l'orthogonalité du code.

Afin d'estimer les N_x symboles émis, les N_x signaux obtenus y_n sont ensuite transmis au bloc de détection. L'orthogonalité du codage OSTBCM permet la détection distincte des différents symboles x_n . Ainsi, en supprimant les termes indépendants des symboles x_n , la détection du maximum de vraisemblance du symbole x_n revient à minimiser la métrique de décision suivante sur l'ensemble $\{x_n\}$ des symboles ayant pu être transmis :

$$\hat{x}_n = \arg \min_{x_n \in \mathcal{A}} |y_n - x_n|^2 + (-1 + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} g_{tr} h_{tr}) |x_n|^2 \quad (3.47)$$

Dans le cas de constellations où les symboles sont à énergie constante, *e.g.* PSK, la métrique ci-dessus devient indépendante des termes facteurs de l'amplitude des signaux, *i.e.* de $|x_n|^2$.

3.5 Nouveaux codes OSTBCM proposés pour $N_t = 2, 3$ ou 4

3.5.1 Objectifs

Nous avons cherché ici à construire de nouvelles modulations STBCM contenant des symboles de modulations complexes issus d'une constellation quelconque, qui sont soit orthogonales et de rendement non-unitaire, soit non-orthogonales et de rendement unitaire pour un nombre limité d'antennes d'émission tout en autorisant un décodage ML relativement simple. En effet, comme nous l'avons rappelé précédemment, le code d'Alamouti est la seule modulation STBCM qui soit à la fois orthogonale et de rendement unitaire quelle que soit la constellation complexe utilisée.

Sachant que tout symbole complexe peut être vu comme deux symboles réels en quadrature, pour construire des séquences de symboles complexes qui soient orthogonales entre elles, on peut chercher à les obtenir à partir de séquences de symboles réels qui sont

orthogonales entre elles. Pour cela, on regroupe les séquences deux à deux et on attribue l'une des séquences pour la partie réelle des symboles complexes et l'autre pour leur partie imaginaire. Ainsi, pour construire de nouvelles modulations OSTBCM pour symboles complexes, la méthode de construction que nous proposons consiste à combiner des modulations OSTBCM réelles existantes. Comme nous l'avons vu au paragraphe 3.3.1.1, il existe deux types de OSTBCM réelles de rendement $R_c = 1$ qui sont à « retard optimal » (« *delay-optimal* »), *i.e.* optimaux vis-à-vis de la durée de décodage pour le nombre N_t d'antennes donné. Tout d'abord, celles issues des constructions ROD définies par Hurtwitz-Radon qui correspondent à des matrices carrées (le nombre N_t d'antennes est égal à la longueur L de la trame émise) qui sont orthogonales suivant les colonnes (la dimension spatiale suivant notre convention) et suivant les lignes (la dimension temporelle), mais qui n'existent que pour $N_t = 2, 4, 8$. En revanche, d'autres modulations OSTBCM réelles de rendement $R_c = 1$ existent pour $N_t \neq L$ qui sont issues des constructions GROD proposées par Tarokh. Ces matrices sont ainsi rectangulaires et orthogonales seulement suivant la dimension spatiale, *i.e.* entre les colonnes. En effet, la matrice étant rectangulaire, l'ensemble des symboles possibles peut n'avoir pas pu être émis à chaque instant. En conséquence, l'orthogonalité en temps peut alors ne pas être respectée.

La méthode consiste à combiner deux à deux les lignes ou les colonnes des matrices réelles en attribuant les lignes ou les colonnes d'indice impair à la partie réelle (Re) des symboles complexes et celles d'indice pair à la partie imaginaire (Im) de ces mêmes symboles. Lorsque les colonnes des matrices réelles seront combinées, on parlera de **combinaison spatiale**. En revanche lorsqu'il s'agira des lignes, on parlera de **combinaison temporelle**. Cette méthode qui repose sur la combinaison par deux des colonnes ou des lignes des matrices réelles se limite donc aux matrices réelles contenant un nombre pair de colonnes ou de lignes. De plus, elle exige naturellement que ces lignes ou ces colonnes de symboles réels soient orthogonales entre elles. Nous avons ici limité notre étude aux matrices réelles $\mathcal{G}_4^r$, $\mathcal{G}_6^r$ et $\mathcal{G}_8^r$ pour construire de nouvelles modulations complexes OSTBCM pour respectivement $N_t = 2, 3$ ou 4 antennes d'émission. Toutefois, la méthode peut facilement être étendue à toute matrice orthogonale réelle comportant un nombre pair de colonnes ou de lignes orthogonales. De plus, nous présentons uniquement les codes obtenus par combinaison de colonnes ou de lignes conjointes. Or, cette méthode peut être appliquée à toute combinaison de 2 colonnes (ou de 2 lignes) orthogonales prises parmi les N_t colonnes (ou L lignes) dans la matrice réelle de départ. Plus généralement, pour chaque combinaison temporelle ou spatiale, nous avons donc 6 codes possibles pour la matrice $\mathcal{G}_4^r$, 15 codes possibles pour $\mathcal{G}_6^r$, et pour $\mathcal{G}_8^r$, 28 possibilités. Ainsi, pour chaque matrice réelle de taille $L \times L$, nous avons $L!/(2!(L-2)!)$ codes possibles.

L'idée de construire des modulations OSTBCM complexes à partir de modulations OSTBCM réelles de rendement 1 existants a déjà été utilisée par Tarokh pour la construction de ses premières modulations OSTBCM complexes. Toutefois, sa façon de procéder est différente de celle que nous avons adoptée. Ainsi, les codes qu'il propose pour 3 et 4 antennes, à savoir $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ ont été construits respectivement à partir des modulations OSTBCM réelles $\mathcal{G}_3^r$ et $\mathcal{G}_4^r$ en concaténant à la matrice réelle (où les symboles réels ont été remplacés par des symboles complexes) la même matrice complexe-conjuguée. La matrice complexe obtenue est toujours orthogonale en espace, cependant le rendement a été divisé par 2 puisque la longueur de la trame a été multipliée par 2. Dans [TJAC99b], il

indique quand même que les matrices réelles $\mathcal{G}_2^r$ d'une part, $\mathcal{G}_3^r$ et $\mathcal{G}_4^r$ d'autre part peuvent être identifiées respectivement avec le nombre complexe $x_1 + x_2i$ et le nombre quaternion $x_1 + x_2i + x_3j + x_4k$. Dans [GS00b], l'auteur indique que tout symbole complexe peut être émis en transmettant séparément ses parties réelle et imaginaire en utilisant des techniques pour symboles réels mais que cela conduirait à une réduction par 2 du débit puisque N_x symboles complexes devraient être transmis sur $2N_x$ durées symboles. Or nous proposons ici d'appliquer cette méthode pour créer des codes « *delay optimal* ».

3.5.2 Hypothèses prises pour la simulation des codes temps-espace

Les hypothèses principales prises pour les codes temps-espace en blocs et qui seront aussi valables pour les codes temps-espace en treillis sont :

1. évanouissements de Rayleigh quasi-statiques par blocs de L symboles : le canal ne change pas à la fois durant l'estimation et la trame de transmission de longueur L ,
2. évanouissements de Rayleigh plats et indépendants : absence d'IES et d'étalement des retards,
3. estimation parfaite du canal en réception,
4. parfaite décorrélation des canaux pour atteindre la diversité spatiale maximale,
5. normalisation de la puissance uniquement à l'émission, pas en réception, de façon analogue aux résultats présentés dans la littérature,
6. pour des canaux à évanouissements quasi-statiques, la longueur du code $L \geq N_t$. En effet, si $L < N_t$, $r_{\mathbf{A}} = L$, alors $N_t - L$ antennes d'émission sont inefficaces puisqu'elles n'exploitent pas la diversité spatiale maximale possible et égale à N_t .

Pour ces deux familles de codes, leur construction dépend du nombre N_t d'antennes d'émission et non pas du nombre d'antennes de réception.

3.5.3 Codes OSTBCM de la littérature pour $N_t = 2, 3$ ou 4

Puisque nous proposons de nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 2, 3$ ou 4 antennes d'émission, nous allons rappeler, dans un premier temps, les performances en terme de TEB obtenues par les principales modulations OSTBCM existantes dans la littérature pour les mêmes valeurs de N_t . Ainsi, pour $N_t = 2$, les performances du code d'Alamouti $\mathcal{G}_2^c$, de rendement $R_c = 1$, sont représentées sur la figure 3.2. De même, pour $N_t = 3$ ou 4 , sont données sur cette même figure les performances obtenues par les codes de Tarokh qui sont soit de rendement $R_c = 0.5$ pour $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$, soit de rendement $R_c = 0.75$ pour $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$.

Selon le rendement du code, la constellation qui lui est associée est judicieusement choisie afin de comparer les codes pour une même efficacité spectrale η . Ainsi, pour $\eta = 1 \text{ bit/s/Hz}$, la figure 3.2 présente les performances obtenues avec les codes $\mathcal{G}_2^c$ ($R_c = 1$ - BPSK), $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ ($R_c = 0.5$ - QPSK).

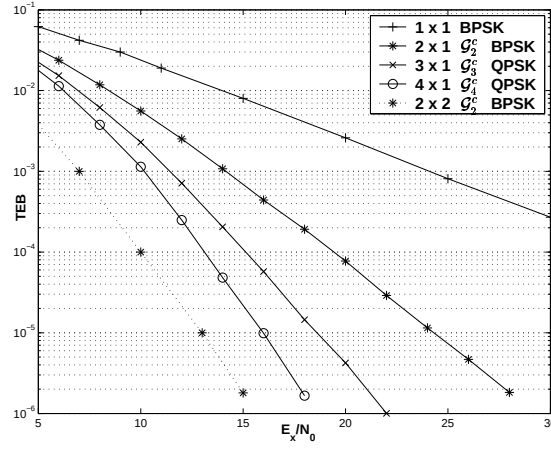


FIG. 3.2 – Performances des OSTBCM d'efficacité spectrale 1 bit/s/Hz - Canal de Rayleigh

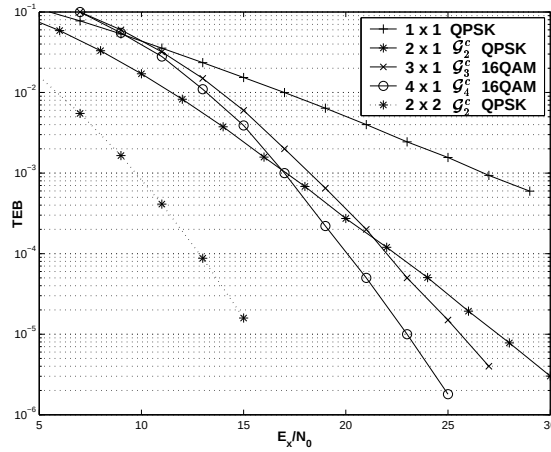


FIG. 3.3 – Performances des OSTBCM d'efficacité spectrale 2 bit/s/Hz - Canal de Rayleigh

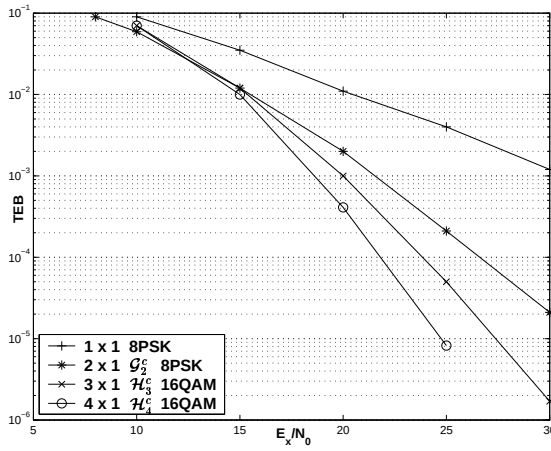


FIG. 3.4 – Performances des OSTBCM d'efficacité spectrale 3 bit/s/Hz - Canal de Rayleigh

Les performances de ces mêmes codes sont représentées figure 3.3 pour une même efficacité spectrale de $\eta = 2$ bit/s/Hz en utilisant une constellation QPSK et 16-QAM. De même, sont données sur la figure 3.4 les performances des systèmes offrant une efficacité de $\eta = 3$ bit/s/Hz, avec toujours le code $\mathcal{G}_2^c$ ($R_c = 1$) associé à une 8-PSK et les codes $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$ ($R_c = 3/4$) associés à une constellation 16-QAM.

De façon analogue aux résultats présentés dans la littérature, les performances sont représentées en fonction du RSB mesuré par antenne de réception, la puissance totale émise restant identique quel que soit le nombre N_t d'antennes à l'émission. Plus précisément, le rapport E_x/N_0 est calculé non pas par rapport à la puissance totale reçue mais par rapport à la puissance reçue par antenne de réception qui est égale à P dans le cas de canaux normalisés en puissance. Ainsi, pour une comparaison équitable des différents systèmes étudiés, à puissance reçue identique, on décalera les résultats de $+10 \log_{10}(N_r)$ dB pour ne pas faire intervenir le gain de puissance apporté par les N_r antennes réceptrices. Pour ne pas faire intervenir le gain de codage ni la constellation employée, les courbes seront décalées de $-10 \log_{10}(R_x N_b)$ dB pour exprimer les résultats en fonction du rapport E_b/N_0 .

Le code $\mathcal{G}_2^c$ étant de rendement plein et à diversité spatiale maximale, les performances obtenues avec ce code utilisé avec $N_r = 1$ ou $N_r = 2$ antennes en réception sont identiques à celles obtenues avec la technique SIMO-MRC respectivement avec $N_r = 2$ ou $N_r = 4$ pour un même facteur de diversité spatiale et une même prise en compte du gain de puissance apporté par les antennes d'émission et de réception. En réalité, ces deux techniques présentent le même facteur de diversité spatial (même pente des courbes) mais un avantage du gain de puissance en réception pour la technique SIMO-MRC. Ces résultats sont généralisables quelle que soit la valeur prise par N_r : le code d'Alamouti utilisé avec N_r antennes en réception fournit les mêmes performances que la technique SIMO-MRC avec $2N_r$ antennes de réception à condition de ne pas prendre en compte le gain de puissance égal à $10 \log_{10}(2N_r)$ apporté par la technique SIMO-MRC qui est le double de celui apporté par le code d'Alamouti avec N_r antennes en réception.

Les résultats de ces simulations montrent les gains significatifs en terme de TEB qui peuvent être atteints en augmentant le nombre d'antennes d'émission au prix d'une légère complexité de décodage. Nous allons maintenant comparer ces performances à celles obtenues par les nouveaux codes que nous proposons.

3.5.4 Nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 2$

Le premier code que nous proposons correspond de la matrice complexe $\mathcal{G}_2^{rc}$, pour $N_t = 2$ antennes de transmission, qui est construite à partir de la matrice réelle $\mathcal{G}_4^r$ en regroupant ses colonnes par deux (regroupement spatial) : l'une des colonnes est attribuée à la partie réelle (Re) du symbole complexe, l'autre à sa partie imaginaire (Im) comme nous le décrivons en annexe B. Cette matrice a pour forme :

$$\mathcal{G}_2^{rc} = \begin{bmatrix} x_1 & jx_1 & -x_2^* & -jx_2^* \\ x_2 & jx_2 & x_1^* & jx_1^* \end{bmatrix}^T \quad (3.48)$$

On transmet 4 symboles réels pendant $L = 4$ durées symboles : on a donc un rendement réel $R_r = 1$ et un rendement complexe $R_c = 0.5$. Pour vérifier l'orthogonalité des colonnes de cette matrice et l'ordre de diversité atteint, nous calculons $(\mathcal{G}_2^{rc})^H \mathcal{G}_2^{rc}$:

$$(\mathcal{G}_2^{rc})^H \mathcal{G}_2^{rc} = 2 \sum_{n=1}^2 |x_n|^2 \mathbf{I}_2 = 2 \sum_{n=1}^2 (x_{nr}^2 + x_{ni}^2) \mathbf{I}_2 \quad \text{avec} \quad x_n = x_{nr} + jx_{ni} \quad (3.49)$$

Cette matrice est diagonale et le même terme y apparait : on a bien l'orthogonalité entre les colonnes de $\mathcal{G}_2^{rc}$, *i.e.* entre les séquences émises à partir de chacune des antennes. De plus, ce code génère une diversité temporelle de 2, et une diversité spatiale de 2 si les évanouissements sont bien décorrélés en temps et en espace : chaque symbole est en effet transmis sur les 2 canaux pendant deux durées symboles et ne requiert pas la constance du canal sur $L = 4$ durées symboles pour être décodé. On reconnaît d'ailleurs dans cette matrice le codage d'Alamouti. Ce code de rendement $R_c = 0.5$ pour $N_t = 2$ revient à employer le codage d'Alamouti successivement sur le même couple de symboles en multipliant la deuxième fois l'ensemble de la matrice par j , *i.e.* en appliquant une rotation de $\pi/2$ sur tous les symboles (figure 3.5). Selon que les symboles $x = a + jb$ utilisés sont à partie imaginaire nulle ($b = 0$) ou à parties réelle et imaginaire égales ($a = b$), certains symboles de la matrice deviennent égaux.

La figure 3.6 présente les performances des nouvelles constructions OSTBCM proposées dans le cas de systèmes offrant une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz. Le code $\mathcal{G}_2^{rc}$ permet d'obtenir, avec $N_t = 2$ antennes d'émission, les mêmes performances que celles obtenues avec le code $\mathcal{G}_4^c$ de rendement $R = 0.5$ qui exige 4 antennes à l'émission et une constance du canal sur 8 durées symboles. En effet, le code $\mathcal{G}_2^{rc}$ bénéficie de la réduction du rendement du code d'Alamouti, qui se traduit par une augmentation de sa diversité temporelle. Ces résultats sont équivalents à ceux obtenus avec une BPSK et exprimés en E_x/N_0 (ou de manière équivalent en E_b/N_0) comme nous pouvons le constater en les comparant avec ceux présentés sur la figure 3.2.

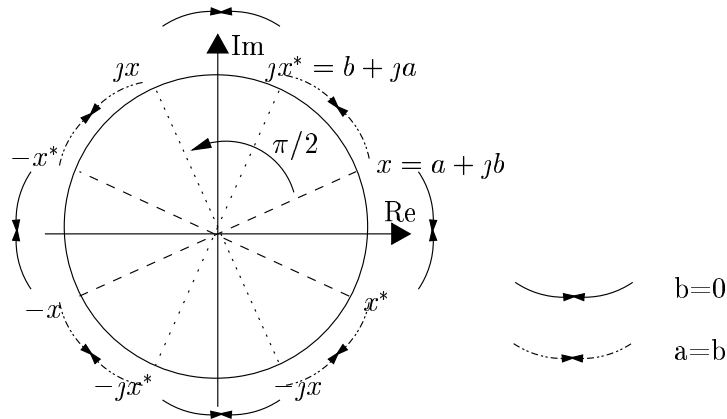


FIG. 3.5 – Notations équivalentes de symboles complexes

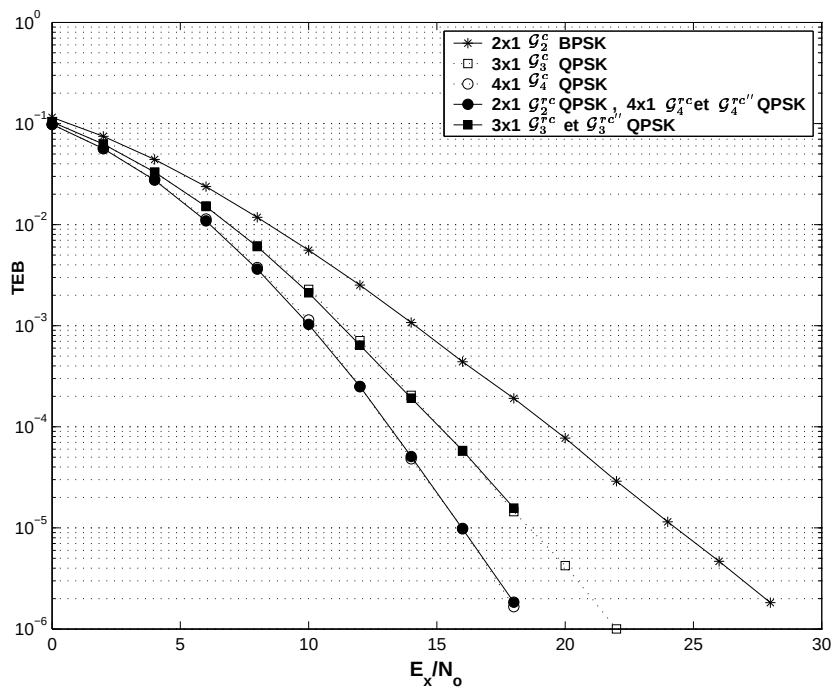


FIG. 3.6 – Performances des nouvelles constructions OSTBCM proposées; comparaison avec les OSTBCM existantes pour des systèmes d'efficacité spectrale 1 bit/s/Hz — Canal de Rayleigh sans mémoire

3.5.5 Nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 3$

3.5.5.1 Combinaison selon la dimension spatiale

Même si le code obtenu précédemment revient à appliquer le code d'Alamouti successivement sur le même couple de symboles, ces résultats intéressants nous confortent dans la recherche de nouveaux codes pour un nombre d'antennes d'émission plus élevé. Ainsi, à partir de la matrice réelle $\mathcal{G}_6^r$ (3.8), si l'on regroupe ses colonnes par deux (regroupement spatial), nous obtenons la matrice complexe $\mathcal{G}_3^{rc}$ pour $N_t = 3$ antennes de transmission :

$$\mathcal{G}_3^{rc} = \begin{bmatrix} x_1 & jx_1 & -x_2 & jx_2 & -x_3 & jx_3 & -x_4^* & -jx_4^* \\ x_2 & -jx_2 & x_1 & jx_1 & -x_4 & jx_4 & x_3^* & jx_3^* \\ x_3 & -jx_3 & x_4 & -jx_4 & x_1 & jx_1 & -x_2^* & -jx_2^* \end{bmatrix}^T \quad (3.50)$$

On transmet cette fois-ci 4 symboles complexes pendant $L = 8$ durées symboles : on a donc à nouveau un code de rendement réel $R_r = 1$ et de rendement complexe $R_c = 0.5$. Nous vérifions encore que l'orthogonalité spatiale entre les séquences émises (entre les colonnes de $\mathcal{G}_3^{rc}$) est respectée puisque le même terme apparaît sur la diagonale :

$$(\mathcal{G}_3^{rc})^H \mathcal{G}_3^{rc} = 2 \sum_{n=1}^4 |x_n|^2 \mathbf{I}_3 = 2 \sum_{n=1}^4 (x_{nr}^2 + x_{ni}^2) \mathbf{I}_3 \quad \text{avec} \quad x_n = x_{nr} + jx_{ni} \quad (3.51)$$

On a donc bien l'orthogonalité entre les antennes. Il n'y a pas d'interférences puisque les répliques d'un même symbole ne sont pas émises au même moment. De plus, ce code peut exploiter une diversité temporelle d'ordre 2 (facteur multiplicatif dans équation (3.51)) et une diversité spatiale d'ordre 3 (chaque symbole apparaît trois fois sur la diagonale) si les évanouissements sont bien décorrélés en temps et en espace : chaque symbole est en effet transmis sur les 3 canaux pendant deux durées symboles successives. Malheureusement, la suppression des interférences requiert la constance du canal sur toute la longueur de la trame émise, soit $L = 8$: la diversité temporelle ne peut pas être exploitée.

Nous constatons sur la figure 3.6 que ce nouveau code obtient les mêmes performances que celles obtenues avec le code $\mathcal{G}_3^c$ de rendement $R_c = 0.5$. Notons que ce code a été obtenu par une combinaison de colonnes conjointes de $\mathcal{G}_6^r$ mais que d'autres codes peuvent être construits de façon similaire en combinant deux colonnes quelconques prises parmi les 6 disponibles. On peut ainsi obtenir au total 15 nouveaux codes de rendement $R_c = 0.5$ pour $N_t = 3$ présentant les mêmes performances que le code $\mathcal{G}_3^c$ et exigeant un retard de décodage égal à $L = 8$.

Puisque la diversité temporelle ne peut être exploitée, on peut chercher alors à réduire la longueur de la trame émise afin d'augmenter le rendement. Pour cela, on pourrait supprimer certaines lignes de la matrice $\mathcal{G}_3^c$ pour éviter d'émettre plusieurs fois le même symbole, à partir de la même antenne, à des instants successifs. Néanmoins, cette étude serait vouée à l'échec puisque toute construction carrée orthogonale avec $R_c = 1$ pour des constellations complexes est impossible pour $N_t > 2$ [TJAC99a]. Pour sélectionner des lignes telles que l'orthogonalité soit respectée entre les colonnes, *i.e.* entre les antennes, il

faut que les répliques du même symbole émises aux instants successifs à partir d'antennes différentes soient complexes conjuguées l'une de l'autre, ce qui est le cas pour 2 couples de 2 lignes prises parmi les 4 dernières lignes de $\mathcal{G}_3^c$, mais ce qui n'est pas possible pour les 4 premières lignes.

3.5.5.2 Combinaison selon la dimension temporelle

Pour réduire ce retard de décodage, l'autre solution consiste à combiner la matrice réelle non pas selon la dimension spatiale mais selon la dimension temporelle. Cette dernière combinaison est possible puisque les matrices réelles issues de la théorie ROD sont orthogonales selon les colonnes et les lignes. La matrice de codage correspondante est alors :

$$\mathcal{G}_3^{rc'} = \begin{bmatrix} s_1 + j(-s_2) & s_2 + js_1 & s_3 + j(-s_4) \\ -s_3 + j(-s_4) & s_4 + (-js_3) & s_1 + j(s_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^* & jx_1^* & x_2^* \\ -x_2 & -jx_2 & x_1 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

On transmet 4 symboles réels pendant $L = 2$ durées symboles : on a donc un rendement réel $R_r = 2$ et un rendement complexe $R_c = 1$.

En revanche, l'orthogonalité entre les colonnes de la matrice n'est pas respectée comme nous pouvons le constater ci-dessous :

$$(\mathcal{G}_3^{rc'})^H \mathcal{G}_3^{rc'} = \begin{bmatrix} |x_1|^2 + |x_2|^2 & 0 & j(|x_1|^2 + |x_2|^2) \\ 0 & |x_1|^2 + |x_2|^2 & 0 \\ -j(|x_1|^2 + |x_2|^2) & 0 & |x_1|^2 + |x_2|^2 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Le code $\mathcal{G}_3^{rc'}$ n'est donc plus orthogonal en espace mais en temps puisque les lignes de sa matrice sont orthogonales : $(\mathcal{G}_3^{rc'})^H (\mathcal{G}_3^{rc'}) = 2 \sum_{n=1}^{N_x=4} x_n^2 \mathbf{I}_3$. Les interférences sont présentes entre les séquences transmises par les antennes 1 et 2 d'une part et entre les séquences transmises par les antennes 3 et 4 d'autre part. Elles proviennent des répliques du même symbole qui sont transmises en même temps. En conclusion, la stricte combinaison temporelle des symboles d'une matrice OSTBCM réelle, qui correspond à la combinaison des lignes de cette matrice en autorisant un rendement $R_c = 1$, ne permet pas d'obtenir des modulations OSTBCM complexes orthogonales en espace.

3.5.5.3 Combinaison selon la dimension temporelle et concaténation de codes

Pour contrecarrer la perte d'orthogonalité résultante, l'idée ici est de concaténer ce code avec le même code en remplaçant les symboles complexes par leur complexes-conjugués, de façon analogue à la méthode proposée par Tarokh dans la théorie GCOD. Le rendement n'est donc plus unitaire mais égal à $R_c = 0.5$. Alors que le code précédent cherchait à transmettre 4 symboles différents durant $L = 8$ durées symboles, nous

cherchons ici à transmettre deux symboles différents durant $L = 4$ durées symboles.

$$\mathbf{g}_3^{rc''} = \begin{bmatrix} x_1^* & jx_1^* & x_2^* \\ -x_2 & -jx_2 & x_1 \\ x_1 & -jx_1 & x_2 \\ -x_2^* & jx_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Si l'on calcule $(\mathbf{g}_3^{rc''})^H (\mathbf{g}_3^{rc''})$, nous pouvons vérifier que nous venons de construire une modulation OSTBCM qui est donc orthogonale en espace, de rendement $R_c = 0.5$ et qui requiert un retard de décodage égal à $L = 4$, *i.e.* deux fois plus faible que $\mathbf{g}_3^{rc}$ et que le code $\mathbf{G}_3^c$ de Tarokh. Ces trois codes présentent donc les mêmes performances (figure 3.6). Son retard de décodage est donc égal au retard de décodage du code $\mathbf{H}_3^c$ de Tarokh, mais le code que nous proposons présente l'avantage d'émettre la même puissance au cours du temps sur chacune des antennes.

3.5.6 Nouvelles modulations OSTBCM pour $N_t = 4$

3.5.6.1 Combinaison selon la dimension spatiale

Les résultats obtenus pour $N_t = 3$ nous ont conduit à réitérer la méthode pour $N_t = 4$. La matrice complexe $\mathbf{g}_4^{rc}$ est construite à partir de la la matrice réelle $\mathbf{g}_8^r$ en regroupant ses colonnes par deux (regroupement spatial) : l'une des colonnes pour la partie Re, l'autre pour la partie Im (Annexe B) :

$$\mathbf{g}_4^{rc} = \begin{bmatrix} x_1 & ix_1 & -x_2 & ix_2 & -x_3 & ix_3 & -x_4^* & -ix_4^* \\ x_2 & -ix_2 & x_1 & ix_1 & -x_4 & ix_4 & x_3^* & ix_3^* \\ x_3 & -ix_3 & x_4 & -ix_4 & x_1 & ix_1 & -x_2^* & -ix_2^* \\ x_4 & ix_4 & -x_3 & -ix_3 & x_2 & ix_2 & x_1^* & ix_1^* \end{bmatrix}^T \quad (3.55)$$

On transmet 4 symboles réels pendant $L = 8$ durées symboles : on a donc un rendement réel $R_r = 1$ et un rendement complexe $R_c = 0.5$.

$$(\mathbf{g}_4^{rc})^H \mathbf{g}_4^{rc} = 2 \sum_{n=1}^4 |x_n|^2 \mathbf{I}_4 = 2 \sum_{n=1}^4 (x_{nr}^2 + x_{ni}^2) \mathbf{I}_4 \quad \text{avec } x_n = x_{nr} + ix_{ni} \quad (3.56)$$

Le même terme apparait sur la diagonale : on a bien l'orthogonalité entre les antennes, *i.e.* entre les lignes de $\mathbf{g}_4^{rc}$. En effet, il n'y a pas d'interférences puisque les mêmes symboles ne sont pas émis au même moment. Malgré la présence du facteur 2 dans l'équation (3.56), la diversité temporelle ne peut être exploitée par ce code puisque pour être décodé, il exige la contance du canal sur 4 durées symboles.

3.5.6.2 Combinaison selon la dimension temporelle

Pour réduire ce retard de décodage, l'autre solution consiste à combiner la matrice réelle non pas selon la dimension spatiale mais selon la dimension temporelle. Cette dernière combinaison est possible puisque les matrices réelles issues de la théorie ROD sont orthogonales selon les colonnes et les lignes. La matrice de codage correspondante est alors :

$$\mathbf{g}_4^{rc'} = \begin{bmatrix} s_1 + j(-s_2) & s_2 + js_1 & s_3 + j(-s_4) & s_4 + j(s_3) \\ -s_3 + j(-s_4) & s_4 + (-js_3) & s_1 + j(s_2) & (-s_2) + j(s_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^* & jx_1^* & x_2^* & jx_2^* \\ -x_2 - jx_2 & x_1 & jx_1 & \end{bmatrix}$$

On transmet 4 symboles réels pendant $L = 2$ durées symboles : on a donc un rendement réel $R_r = 2$ et un rendement complexe $R_c = 1$.

En revanche, l'orthogonalité entre les colonnes de la matrice n'est pas respectée comme nous pouvons le constater ci-dessous :

$$(\mathbf{g}_4^{rc'})^H \mathbf{g}_4^{rc'} = \begin{bmatrix} |x_1|^2 + |x_2|^2 & j(|x_1|^2 + |x_2|^2) & 0 & 0 \\ -j(|x_1|^2 + |x_2|^2) & |x_1|^2 + |x_2|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |x_1|^2 + |x_2|^2 & j(|x_1|^2 + |x_2|^2) \\ 0 & 0 & -j(|x_1|^2 + |x_2|^2) & |x_1|^2 + |x_2|^2 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Le code $\mathbf{g}_4^{rc'}$ n'est donc plus orthogonal en espace mais en temps puisque les lignes de sa matrice sont orthogonales : $(\mathbf{g}_4^{rc'}) (\mathbf{g}_4^{rc'})^H = 2 \sum_{n=1}^{N_x=4} x_n^2 \mathbf{I}_4$. A nouveau les interférences sont présentes entre les séquences transmises par les antennes 1 et 2 d'une part et entre les séquences transmises par les antennes 3 et 4 d'autre part. Elles proviennent des répliques du même symbole qui sont transmises en même temps.

3.5.6.3 Combinaison selon la dimension temporelle et concaténation de codes

Pour contrecarrer la perte d'orthogonalité, nous pouvons à nouveau concaténer ce code avec le même code en remplaçant les symboles complexes par leur complexes-conjugués, de façon analogue à la méthode proposée par Tarokh dans la théorie GCOD. Le rendement n'est donc plus unitaire mais égal à $R_c = 0.5$.

$$\mathbf{g}_4^{rc''} = \begin{bmatrix} x_1^* & jx_1^* & x_2^* & jx_2^* \\ -x_2 & -jx_2 & x_1 & jx_1 \\ x_1 & -jx_1 & x_2 & -jx_2 \\ -x_2^* & jx_2^* & x_1^* & -jx_1^* \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Une autre méthode consiste à appliquer le code d'Alamouti sur les blocs de symboles de taille 2×2 . A nouveau nous obtenons un code orthogonal de rendement 0.5.

$$\mathbf{G}_4^{rc''} = \begin{bmatrix} x_1^* & jx_1^* & x_2^* & jx_2^* \\ -x_2 & -jx_2 & x_1 & jx_1 \\ -x_2 & jx_2 & x_1 & -jx_1 \\ -x_1^* & jx_1^* & -x_2^* & jx_2^* \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

On peut par ailleurs vérifier que si dans les matrices réelles, on remplace les symboles réels par des symboles complexes et le couple de symboles $\{s_3, s_4\}$ par le couple $\{s_1, s_2\}$, on ne peut pas obtenir de codes de rendement $R_c = 0.5$ orthogonal.

3.5.7 Résumé des performances obtenues

Pour les systèmes à trois antennes ($N_t = 3$), le nouveau code $\mathbf{G}_3^{rc}$ à diversité spatiale maximale offre les mêmes performances que le code $\mathbf{G}_3^c$ de Tarokh avec les mêmes contraintes sur la cohérence temporelle du canal ($L = 8$) et le même rendement $R_c = 0.5$. Par ailleurs, de façon analogue au code $\mathbf{G}_3^c$, il peut être décodé par un décodage linéaire atteignant les performances d'un décodeur ML. De même, dans le cas d'un système à 4 antennes ($N_t = 4$), les performances du code $\mathbf{G}_4^{rc}$ sont strictement équivalentes à celles obtenues avec le code $\mathbf{G}_4^c$ de Tarokh. En revanche, les codes $\mathbf{G}_3^{rc''}$ et $\mathbf{G}_4^{rc''}$ qui obtiennent aussi les mêmes performances que ces codes, respectivement pour $N_t = 3$ et $N_t = 4$ antennes, requièrent un retard de décodage deux fois moindre et permettent d'émettre des symboles de même puissance au cours du temps sur chacune des antennes. Notons que la technique que nous proposons ne permet pas *a priori* de retrouver les codes de Tarokh.

Pour les systèmes à deux antennes, le code $\mathbf{G}_2^{rc}$ proposé revient à appliquer le code d'Alamouti $\mathbf{G}_2^c$ consécutivement sur le même couple de symboles. Le rendement de codage est donc égal à 0.5. On constate que ses performances sont équivalentes, avec seulement deux antennes, à celles obtenues avec le code $\mathbf{G}_4^c$ de Tarokh de même rendement. En effet, le code $\mathbf{G}_2^{rc}$ exploite une diversité spatiale de deux et une diversité temporelle de deux offertes par le canal. La diminution de son rendement permet d'accroître le gain total de diversité du système.

3.6 Applications des STBC dans les systèmes

3.6.1 Techniques de précodage

Nous avons vu précédemment que la recherche de STBCM de rendement supérieur à $1/2$ pour $N_t > 2$ conduisait à la construction de matrices dont les éléments n'avaient pas la même amplitude voire pouvaient être nul. Dans de tels cas, ceci conduit à émettre des puissances différentes entre les antennes et au cours du temps même si la modulation utilisée est à enveloppe constante. Pour éviter d'accroître les contraintes sur les linéarités

des amplificateurs de puissance, Tirkkonen [TH00] propose de changer la distribution de puissance des codes en employant des transformations unitaires sur les STBCM non-optimisées en puissance :

$$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{U}\mathbf{G}\mathbf{V} \quad (3.60)$$

où $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont respectivement des matrices unitaires de taille $L \times L$ et $N_t \times N_t$ telles que $L \geq N_t$.

Prenons l'exemple de la matrice suivante :

$$\mathbf{G}_4^{\text{SMESTBC}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & -x_3^* & 0 \\ x_2 & x_1^* & 0 & x_3^* \\ x_3 & 0 & x_1^* & -x_2^* \\ 0 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{bmatrix}^T \quad (3.61)$$

Dans [TH00], Tirkkonen montre que l'application de la transformation (3.60) sur $\mathbf{G}_4^{\text{SMESTBC}}$, en choisissant des matrices unitaires particulières, permet notamment d'éviter d'émettre des 0 et de réduire ainsi le rapport de puissance entre la puissance moyenne et la puissance minimale. La prémultiplication du code par une matrice d'Hadamard permet d'obtenir le plus faible rapport entre la puissance moyenne et la puissance minimale transmise.

3.6.2 Concaténation avec du codage externe

Comme nous l'avons vu précédemment, les modulations STBCM généralement à diversité spatiale maximale n'apportent cependant pas de gain de codage. Pour compenser cette faiblesse, on peut chercher à combiner les codes temps-espace, qui sont alors utilisés comme codage interne, avec des codes externes, *i.e.* du codage de canal. La redondance étant mieux exploitée par du codage de canal que par des codes temps-espace, les modulations STBCM doivent être de rendement un. De plus, en utilisant des OSTBCM, après décodage, chaque symbole transmis n'est plus affecté par des coefficients d'évanouissements sous forme complexe mais est pondéré par une somme de modules carrés des coefficients d'évanouissements. Ainsi, les blocs codeur/décodeur temps-espace ont transformé le canal à évanouissements de Rayleigh en un canal équivalent du χ_N^2 à $N = N_t \times N_r$ degrés de liberté. Ce canal équivalent affecte chaque symbole de façon constante, sans rotation de phase, mais ne peut pas être assimilé à un canal gaussien comme les auteurs le considèrent souvent dans la littérature.

La première possibilité consiste pour $N_t = 2$, à combiner le code d'Alamouti avec des MCT SISO sur évanouissements lents [ATP98]. Dans [YS99], l'auteur propose ainsi de combiner le code d'Alamouti avec des MCT avec ou sans transitions parallèles. Il montre que les MCT qui présentent les meilleures performances sont celles sans transitions parallèles, *i.e.* celles qui ont une distance euclidienne plus petite et sont donc plus efficaces sur des canaux à évanouissements. En conclusion, le codage/décodage d'Alamouti ne permet pas de transformer le canal de Rayleigh en un canal gaussien. Par ailleurs, il apparaît que la modulation OSTBCM concaténée avec des MCT, avec ou sans entrelacement, présente de

meilleures performances que la modulation STTCM pour une même efficacité spectrale, une même complexité de treillis et une même constellation. Dans [YFV00], le code d'Alamouti est combiné avec des MTCM SISO (« *multidimensional* TCM ») sur évanouissements lents ou rapides.

Les métriques de décision données précédemment pour les OSTBCM utilisées comme codage interne peuvent être utilisées comme métriques de branches des codes en treillis employés comme codage externe. Cela donne de meilleures performances au prix d'une plus grande complexité [TJAC99b] [ATP98].

3.6.3 STBC dans un contexte multi-utilisateur

Dans un contexte multi-utilisateur en présence d'interférences, Naguib et Seshadri ont montré dans [NSTA98] qu'il est possible de supprimer l'interférence en provenance d'un autre utilisateur en exploitant la structure spéciale d'un STBC et en utilisant deux antennes en réception et une technique à annulation d'interférence type MMSE sans connaissance *a priori* sur l'interférence. Lorsque la puissance du signal interférent est la même que le signal désiré, cette technique permet d'obtenir les mêmes performances qu'une modulation STBC avec une antenne en réception.

3.6.4 STBC dans un milieu sélectif en fréquence

3.6.4.1 STBC et OFDM

En ce qui concerne les codes temps-espace reposant sur l'orthogonalité des symboles émis, *e.g.* OSTBCM, un étalement important des retards présent sur des canaux sélectifs en fréquence conduit à détruire l'orthogonalité de ces codes limitant leur utilisation à des canaux à évanouissements plats, *i.e.* à faibles étalements des retards comme c'est le cas des applications indoor, et pour des systèmes à faibles débits. En revanche, la combinaison de l'OFDM avec ces codes permet d'étendre leur utilisation à des applications outdoor, *i.e.* présentant de forts étalements des retards. Notons par ailleurs qu'il est peut être plus intéressant de chercher à exploiter la dimension spatiale dans le cas d'applications à faibles étalements des retards pour compenser le faible ordre de diversité fréquentielle observable. Ainsi, la combinaison STBC-OFDM permet d'obtenir les mêmes performances que des codes STBC [LW00d].

Dans [LW00a], en appliquant le codage STBC non plus en temps-espace mais en fréquence-espace comme l'avait déjà suggéré Alamouti dans [Ala98], la combinaison SFBC-OFDM permet d'obtenir les mêmes performances que la combinaison STBC-OFDM pour des environnements à évanouissements lents, mais démontre de meilleures performances sur des canaux à évanouissements rapides. Par ailleurs, en obtenant simultanément diversité spatiale ($F_{d_s} = 2$) et diversité fréquentielle ($F_{d_f} = 2$), cette technique utilisée avec le code d'Alamouti et $N_t = 2$ permet d'obtenir la même diversité qu'avec un code STBC utilisé avec $N_t = 4$ exploitant seulement la diversité spatiale. Par ailleurs, pour réduire le retard

de décodage inhérent à toute STBCM de longueur L , on peut envoyer simultanément, sur différentes porteuses, les répliques habituellement transmises au cours du temps. Naturellement, pour que le décodage puisse être effectué, ces porteuses doivent subir le même évanouissement.

En autorisant une CSI partielle à l'émission, la combinaison STBC-OFDM et formation de voies est proposée dans [LI00] pour un contexte indoor où la faible dispersion angulaire des trajets observée favorise la formation de voies. Celle-ci, en concentrant l'énergie émise par rapport à des diagrammes de rayonnement omnidirectionnels, permet de réduire la puissance émise et du même coup les interférences. Les paires de symboles STBC sont appliquées aux sous-porteuses de même indice entre chaque voie.

Les codes temps-espace que nous avons particulièrement étudiés supposent une connaissance du canal en réception acquise par séquences d'entraînement et souvent supposée parfaite. Néanmoins, l'acquisition de l'information portant sur les canaux dans un contexte MIMO requiert l'usage de N_t séquences d'entraînement indépendamment de la valeur de N_r et conduit donc à une diminution de l'efficacité spectrale, qui plus est sur des canaux à évanouissements rapides, pour lesquels la fréquence de rafraîchissement des séquences d'estimation doit être plus élevée. Il peut être alors intéressant de chercher à utiliser ces codes temps-espace avec un algorithme d'estimation aveugle. Dans le cas où le canal est inconnu en réception, en supposant les symboles émis de module constant, une technique de précodage est combinée au système STBC-OFDM afin d'estimer de façon aveugle le canal en réception, par un algorithme « *constant-modulus* » qui exploite la structure des codes STBC.

3.6.4.2 Inversion temporelle des séquences émises

Les codes en blocs orthogonaux développés pour un canal plat sont généralisables à un canal sélectif en fréquence. Pour cela, les matrices des codes sont transformées pour permettre, en réception, la détection séparée des symboles malgré la présence d'IES.

Par exemple, pour appliquer le schéma d'Alamouti sur des canaux sélectifs en fréquence, Zhou [ZWZC01] puis Larsson [LSLL02] proposent d'utiliser une application linéaire $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{N_x \times N_x}$ qui est une matrice anti-diagonale qui transforme un bloc de N_x symboles transmis par une antenne afin de supprimer les termes non-linéaires apparaissant dans le calcul de la métrique ML :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{T}\mathbf{x}_2^* \\ \mathbf{x}_2^* & \mathbf{T}\mathbf{x}_1^* \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Chaque séquence $\mathbf{T}\mathbf{x}_i^*$ correspond ainsi au vecteur $\mathbf{x}_i^*$ renversé dans le temps d'où le nom de TR-STBCM (« *Time Reversal* STBCM »). Dans [ZWZC01], il est montré d'une part qu'en l'absence de codage, la technique STBC monoporteuse avec intervalle de garde vide (« *zero padded* ») et qui exploite la diversité de trajet présente de meilleures performances que la technique ST-OFDM et que d'autre part, les différences de performances entre une

technique ZF linéaire et une technique d'égalisation de décodage par sphère proche de l'optimal s'atténuent lorsque la diversité spatiale s'accroît.

3.6.5 Limites des codes STBCM

Dans le cas où les canaux sont corrélés entre eux, les méthodes de codage et de décodage ne changent pas. Même si ces canaux sont corrélés, les termes d'interférences sont bien supprimés grâce à l'orthogonalité des codes, à condition d'une parfaite estimation du canal en réception. En revanche, en présence de canaux corrélés, la diversité spatiale maximale est réduite, entraînant une dégradation des performances.

Les constructions STBC requièrent habituellement une connaissance parfaite du canal en réception. Dans [TAP98], il fut montré que la détection non-cohérente des STBCM est possible à condition d'appliquer une technique de précodage différentielle à l'émetteur. Néanmoins, de façon analogue aux systèmes SISO étudiés dans un pareil cas, les STBCM non-cohérentes présentent une perte de 3 dB en comparaison aux STBCM cohérentes. Par ailleurs, l'estimation des canaux décorrélés dans un contexte MISO est beaucoup plus contraignante que dans un contexte SIMO. En effet, alors que le nombre de canaux à estimer est identique dans les deux configurations, N_t symboles pilotes sont toutefois nécessaires en MISO alors qu'un seul suffit habituellement en SIMO pour estimer tous les canaux. De ce fait, un système MIMO ne requiert pas plus de symboles pilotes qu'un système MISO. Ainsi, en plus des problèmes d'estimation habituellement rencontrés en SISO tels que les problèmes d'interpolation, les effets de quantification ou de variation trop rapide du canal, vient s'ajouter le problème de l'estimation simultanée de plusieurs canaux. Les solutions existantes consistent alors à estimer indépendamment chaque canal en émettant alternativement sur chacune des antennes ou à utiliser des symboles pilotes orthogonaux, tels les OSTBCM, pour éviter d'éteindre les antennes.

3.7 Conclusion

Dans le contexte de la voie descendante où l'on suppose le canal inconnu à l'émission mais estimable en réception, la première famille de codes temps-espace que nous avons choisi d'étudier correspond au codage temps-espace en bloc (STBC). Dans la littérature, le mot STBC rassemble en réalité plusieurs techniques aux propriétés parfois très différentes, leur seul point commun étant qu'elles n'apportent pas de gain de codage. En ce sens, nous préférons plutôt les qualifier de constructions à diversité spatiale.

Face à la très grande diversité des codes temps-espace en blocs, nous avons dans un premier temps inventorié l'ensemble des propriétés souhaitées pour un code temps-espace, afin d'en dégager les propriétés les plus importantes qui nous ont servi, par la suite, à classer les STBC. Ainsi, nous distinguons les STBC qui sont construits pour exploiter la diversité spatiale maximale disponible au détriment généralement du rendement, de ceux qui privilégient, au contraire, le rendement. La contrainte « diversité spatiale d'émission maximale » associée à celle d'absence d'interférences entre symboles émis permettant un

décodage ML simplifié nous conduisent à la recherche de constructions orthogonales. Cette recherche peut être menée pour des constellations réelles ou complexes quelconques, ou des constellations spécifiques. A cela viennent se greffer d'autres contraintes : la recherche d'un code au rendement R_c maximal et à la longueur L de trame minimale pour les valeurs de N_t et R_c choisies (code « *delay optimal* »), un code pour lequel les symboles de la matrice sont d'égale puissance lorsque des constellations à énergie constante sont utilisées, un code qui peut encore être partiellement détecté même si des antennes d'émission viennent à ne plus émettre (possédant la propriété de « *soft failure* »). Pour construire des codes comportant certaines de ces propriétés, plusieurs approches ont été menées conduisant la plupart du temps aux mêmes constructions. La figure 3.7 présente une classification des techniques temps-espace en blocs abordées dans ce chapitre. Citons par exemple la théorie des constructions orthogonales (« *orthogonal design theory* »), celle cherchant à construire des codes qui maximisent le RSB en réception (« *amicable design theory* ») ou encore l'approche algébrique des STBC (« *square-matrix embeddable STBC* ») ...

Nous avons vu que le problème de la construction de OSTBCM de rendement 1 et à diversité maximale a été complètement résolu par Tarokh *et al.* [TJAC99a] au travers de la théorie des constructions orthogonales (« *orthogonal design theory* »). Ainsi, pour des constellations réelles quelconques, ils ont montré que ces OSTBC existent quel que soit N_t , mais ont été proposés pour $N_t = 2, 4$ ou 8 . En revanche, pour des constellations complexes quelconques, ces OSTBCM existent seulement pour $N_t = 2$ ce qui correspond au code d'Alamouti. Le code d'Alamouti est donc à la fois à diversité spatiale maximale et de rendement unitaire pour une constellation complexe quelconque. De plus, il est optimal du point de vue retard de décodage et permet d'assurer un décodage ML linéaire des symboles.

En ce qui concerne les OSTBCM, nous avons vu que leur décodage peut atteindre les performances d'un détecteur ML tout en autorisant une complexité moindre. En effet, grâce à l'orthogonalité des signaux émis, ceux-ci peuvent être détectés indépendamment les uns des autres. Les formules générales de décodage des OSTBCM étant relativement contraignantes à utiliser, nous proposons une nouvelle écriture de la méthode de décodage. Celle-ci consiste à utiliser la forme de la matrice de transmission pour en déduire aussi bien le vecteur des signaux reçus que la matrice des coefficients d'égalisation. La multiplication de cette matrice par le vecteur donne l'expression du signal à envoyer au détecteur.

En nous focalisant sur la construction de nouvelles modulations STBCM, nous avons cherché à construire des STBCM, orthogonales ou non, pour $N_t > 2$ et applicables à une constellation complexe quelconque. L'idée consiste à attribuer, aux composantes réelles et imaginaires des symboles complexes, les symboles réels pris dans deux lignes ou deux colonnes d'une matrice réelle qui est orthogonale selon ces lignes ou ces colonnes. En nous limitant aux matrices réelles existantes pour $N_t = 4, 6$ ou 8 , nous avons construit des modulations OSTBCM pour respectivement $N_t = 2, 3$ ou 4 , toutes de rendement $R_c = 0.5$. Le code construit pour $N_t = 2$ correspond au code d'Alamouti qui serait employé successivement sur le même couple de symboles tout en fournissant une diversité de 4 (diversité spatiale de 2 et diversité temporelle de 2). Les codes proposés pour $N_t = 3$ ou 4 ont soit une longueur de trame égale à 8 durées symboles (codes $\mathcal{G}_3^{rc}$ et $\mathcal{G}_4^{rc}$) ou à 4 durées symboles (codes $\mathcal{G}_3^{rc''}$ et $\mathcal{G}_4^{rc''}$). Comparés respectivement aux codes $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ de

Tarokh de longueur de trame $L = 8$, ils ont rigoureusement les mêmes performances en permettant toutefois, pour ce qui concerne les codes $\mathcal{G}_3^{rc''}$ et $\mathcal{G}_4^{rc''}$, un retard L de décodage et un temps de cohérence du canal deux fois moindre. Comparés maintenant aux codes $\mathcal{H}_3^c$ et $\mathcal{H}_4^c$ de rendement $3/4$ qui ont une même longueur de trame $L = 4$, ces nouveaux codes évitent la variation de la puissance émise entre les antennes au cours du temps. Ces résultats sont résumés dans le tableau 4.2. En résumé, les codes $\mathcal{G}_3^{rc'}$ et $\mathcal{G}_4^{rc'}$ sont les seuls à être « *delay-optimal* » avec une puissance équirépartie si la constellation utilisée est à symboles d'amplitude constante.

TAB. 3.5 – Paramètres caractéristiques des nouvelles OSTBCM et des OSTBCM de Tarokh et d'Alamouti

N_t	L		R_c	« <i>delay optimal</i> »	Puissance équirépartie ✓
2	4	$\mathcal{G}_2^c$	1/2		✓
		$\mathcal{G}_2^{rc}$			✓
3	8	$\mathcal{G}_3^c$	1/2		✓
		$\mathcal{G}_3^{rc}$			✓
	4	$\mathcal{H}_3^c$	3/4	✓	
		$\mathcal{G}_3^{rc'}$	1/2	✓	✓
4	8	$\mathcal{G}_4^c$	1/2		✓
		$\mathcal{G}_4^{rc}$			✓
	4	$\mathcal{H}_4^c$	3/4	✓	
		$\mathcal{G}_4^{rc'}$	1/2	✓	✓

Finalement, nous pouvons dire que les modulations codées en blocs, notamment lorsqu'elles sont orthogonales, constituent une technique de codage intéressante pour des canaux à plusieurs antennes émettrices puisqu'elles permettent d'exploiter au maximum la diversité spatiale offerte par le système lorsque la CSI est disponible uniquement en réception. L'étude de la combinaison de ces techniques de codage temps-espace en blocs avec des systèmes MC-CDMA fera l'objet du chapitre 6 de ce document de thèse.

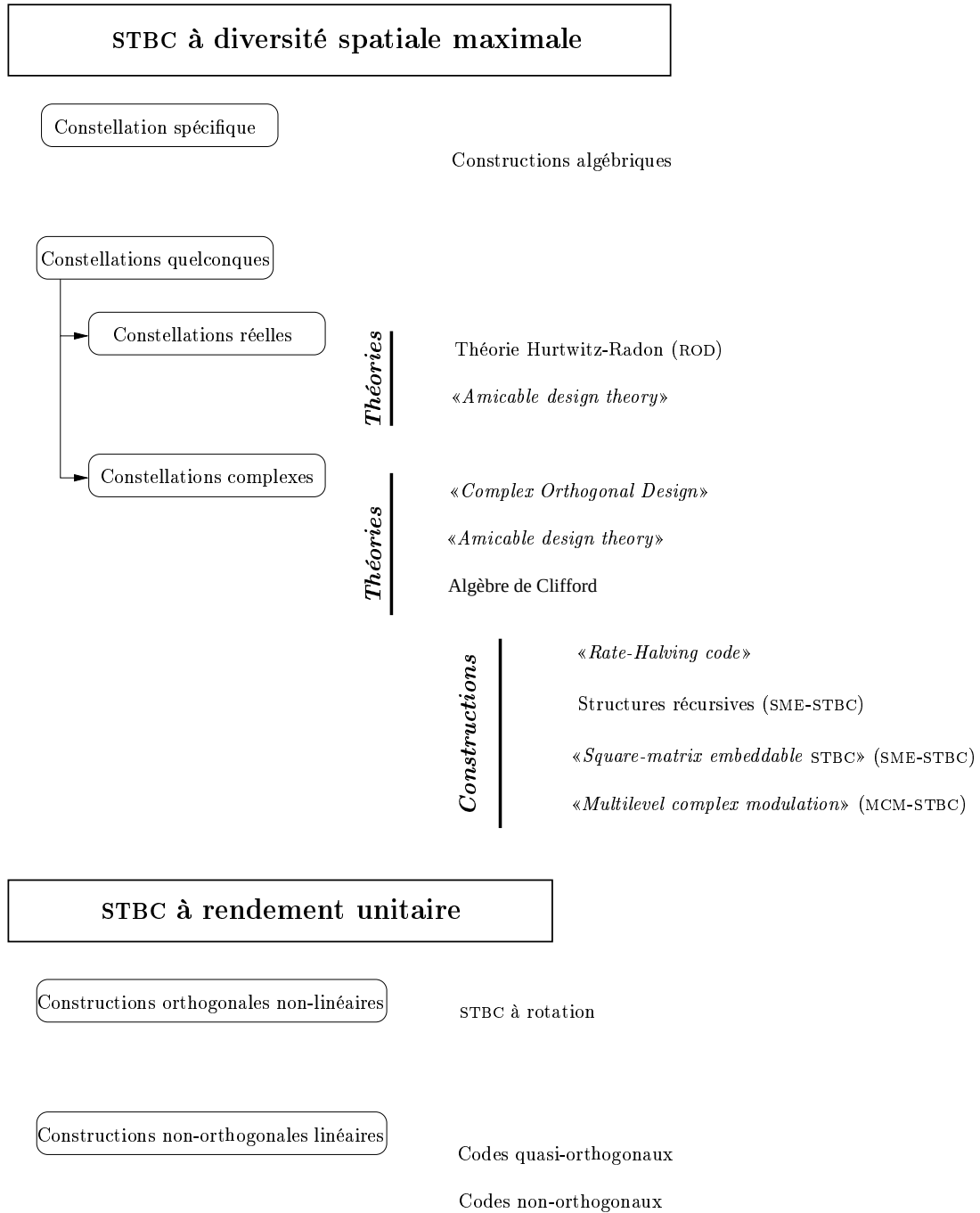


FIG. 3.7 – *Panorama des techniques temps-espace en blocs*

Chapitre 4

Les modulations temps-espace codées en treillis : STTCM

Sommaire

4.1	Introduction	155
4.2	Rappels sur les modulations codées en treillis sur canal SISO	156
4.3	Application des modulations codées en treillis au canal MIMO	166
4.4	Codes proposés dans la littérature	174
4.5	Méthode de construction de modulations STTCM	186
4.6	Perspectives d'études	196
4.7	Conclusion	201

4.1 Introduction

Après avoir vu au chapitre précédent la mise en oeuvre du codage en blocs sur des modulations codées temps-espace, nous nous intéressons maintenant à l'utilisation d'un code convolutif conjointement à la modulation. Cette technique appelée STTCM (« *Space-Time Trellis Coded Modulation* ») qui apporte à la fois un gain de diversité et un gain de codage est particulièrement intéressante à étudier puisqu'elle a servi à présenter à l'origine les critères de construction des codes temps-espace. Comme son nom l'indique, elle correspond à l'extension des modulations codées en treillis SISO (« *Trellis Coded Modulation* » ou TCM) à la dimension spatiale. C'est pourquoi nous rappelons dans un premier temps le principe des modulations codées en treillis dans le cas de transmissions sur un canal SISO afin de montrer les analogies qui existent entre ces deux techniques. Nous étendons ensuite ce concept au cas des codes temps-espace et étudions de façon plus approfondie leur construction, leurs performances et leurs limites. En particulier, dans le but de comparer les différents codes de la littérature, nous avons cherché à uniformiser leur représentation en utilisant une écriture polynômiale. Les performances des principaux codes proposés dans la littérature sont alors comparées à la fois dans le cas de canaux à évanouissements lents ou rapides.

4.2 Rappels sur les modulations codées en treillis sur canal SISO

4.2.1 Les concepts de base des MCT

Par rapport aux systèmes classiques de communication, le concept des Modulations Codées en Treillis (MCT) repose sur une nouvelle façon de mettre en oeuvre les fonctions de modulation et de codage. En effet, avant leur apparition en 1982 suite aux travaux de Ungerboeck [Ung87], les opérations de modulation et de codage étaient toujours considérées comme deux entités bien séparées. Le principe des MCT consiste au contraire à regrouper ces deux fonctions en une seule et unique opération. Ainsi, au niveau du récepteur, le signal n'est plus démodulé puis décodé mais démodulé et décodé en une seule étape. Afin de minimiser le risque d'erreur au niveau du récepteur, cette technique cherche à différencier au mieux les symboles successivement émis en augmentant la « distance » entre les séquences de symboles de la constellation choisie. La métrique adéquate est alors la distance euclidienne d_E , contrairement aux systèmes classiques de codage algébrique qui traitent des séquences binaires et utilisent donc la distance de Hamming d_H .

L'interdépendance entre les symboles

La première idée est d'introduire une corrélation, ou interdépendance, entre les symboles émis de la constellation de manière à augmenter la distance euclidienne entre les différentes séquences de symboles possibles. Le procédé utilisé pour cela est un codage convolutif qui fournit des mots de code de N_c symboles binaires à partir de messages d'information composés de N_b symboles binaires. Chaque mot de code ainsi fabriqué permet de sélectionner le signal à émettre parmi les 2^{N_c} symboles de la constellation. Le décodage de ces séquences peut être effectué grâce à un décodeur à maximum de vraisemblance comme le décodeur de Viterbi. Son principe est de rechercher parmi toutes les séquences possibles $\mathbf{x} = [x^1, x^2, \dots, x^L]$ de symboles émis sur L durées symboles, la séquence la plus proche de la séquence reçue en terme de distance euclidienne. Le signal est ainsi démodulé et décodé en une seule étape. Sachant que les erreurs les plus probables faites par le décodeur optimal surviennent entre les séquences émises $\mathbf{x}$ et celles décodées $\hat{\mathbf{x}}$ les plus proches en termes de distance euclidienne, on comprend que plus les différentes séquences possibles sont distantes les unes des autres et plus la probabilité d'erreur est faible. C'est pourquoi, lors de la construction des MCT, on cherche à maximiser la distance libre d_{lib} , *i.e.* la distance euclidienne entre les symboles.

La contrainte de l'efficacité spectrale

L'inconvénient majeur des systèmes classiques mettant en oeuvre un codage de canal est la diminution de l'efficacité spectrale. Une amélioration des performances est en effet obtenue au dépend d'un élargissement de la bande utilisée par l'ajout d'une information redondante dans le train binaire. Avec les MCT, le but est de disposer d'un système offrant

un gain de codage donné pour une largeur de bande identique, *i.e.* sans diminuer l'efficacité spectrale. Pour cela, on utilise une constellation plus étendue que celle choisie pour la modulation non-codée prise en référence. On définit alors le gain asymptotique obtenu par la mise en oeuvre d'une modulation codée par rapport à la modulation non-codée de référence par :

$$G_{\text{dB}} = 10 \log \left(\frac{d_{\text{lib}}^2}{\Delta_0^2} \frac{P_{nc}}{P_c} \right) \quad (4.1)$$

- Δ_0^2 est la distance euclidienne minimale entre deux points de la modulation non-codée de référence,
- P_{nc} et P_c sont respectivement les puissances moyennes de la modulation non-codée et de la MCT.

Il faut en effet tenir compte de l'augmentation possible de la puissance moyenne de P_{nc} à P_c lors de l'extension de la constellation. Le gain asymptotique de codage est fortement pondéré par l'accroissement de la puissance moyenne $\frac{P_c}{P_{nc}}$ nécessaire pour accroître la taille de la constellation.

Méthode de partitionnement de la constellation (« *set partitioning method* »)

En outre, le concept des MCT repose sur un partitionnement de la constellation encore appelé « *set partitioning method* » par Ungerboeck [Ung87]. Ce procédé consiste effectivement à partitionner la constellation en plusieurs sous-ensembles de même taille dont les éléments sont de plus en plus éloignés en terme de distance euclidienne. Comme le montre le schéma de la figure 4.1, pour transmettre $N_b = N_{b1} + N_{b2}$ bits d'information, les N_{bc} bits sortant du codeur convolutif, résultant du codage de N_{b1} des bits d'entrée, sélectionnent l'un des sous-ensembles de la partition, puis les N_{b2} bits non-codés sélectionnent le symbole à transmettre à l'intérieur de ce sous-ensemble. Le paragraphe 4.2.2 présente en détail le principe de mise en oeuvre de cette méthode. Il apparaît clairement d'après la figure 4.1 que chaque symbole x^l émis dépend des $N_{bc} + N_{b2}$ bits qui le sélectionnent. Autrement dit, si N_ν est la profondeur de la mémoire du codeur convolutif, le symbole émis dépend alors des $(N_\nu N_{b1})$ bits contenus dans la mémoire du codeur et des $N_b = N_{b1} + N_{b2}$ bits d'entrée.

Nous allons, au cours du paragraphe suivant, aborder la méthode à adopter pour le partitionnement des constellations, comme l'a proposée Ungerboeck [Ung87], ainsi que les règles de construction des treillis afin d'obtenir les meilleurs gains asymptotiques.

4.2.2 La méthode de construction de Ungerboeck

D'après les concepts développés précédemment, la construction d'une MCT doit se faire dans le sens d'une conservation de l'efficacité spectrale par rapport à la modulation non-codée de référence, et d'une maximisation de la distance euclidienne entre les symboles de la constellation afin de minimiser la probabilité d'erreur au décodage. La première

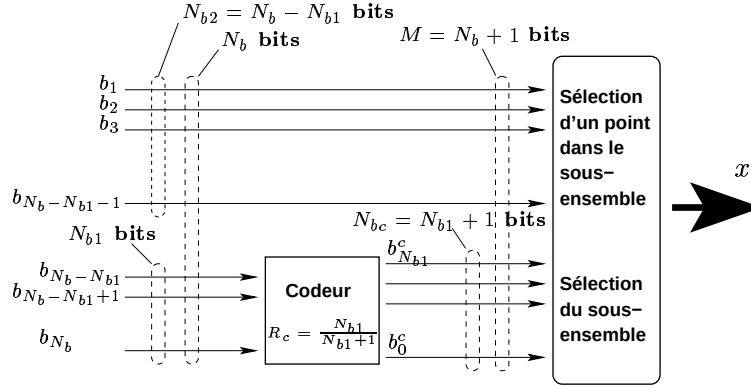


FIG. 4.1 – Schéma synoptique d'un codeur pour une MCT du type Ungerboeck

étape consiste alors à déterminer le rendement de codage conjointement à la taille de la constellation codée, la seconde étant la mise en place d'un partitionnement particulier de cette constellation et de conditions sur le passage d'un symbole à un autre (règles de treillis).

Rendement de codage et taille de la constellation

On peut alors se poser ici la question suivante : « Quelle taille de constellation faut-il choisir pour pouvoir bénéficier d'un gain de codage important tout en bénéficiant de la même efficacité spectrale que celle offerte par la modulation de référence sans pour autant trop augmenter la complexité ? ». En calculant la capacité d'un canal gaussien pour différentes modulations [Ung87], Ungerboeck en a conclu qu'il était suffisant de choisir une modulation codée ayant deux fois plus d'états que la modulation non-codée de même efficacité spectrale, sans qu'il soit nécessaire de faire appel à des constellations d'ordre supérieur. C'est pourquoi les MCT sont généralement construites à partir d'un code convolutif de rendement $\frac{N_{b1}}{N_{b1}+1}$ comme le montre la figure 4.1. L'ajout d'un bit de redondance fait ainsi doubler la taille de la constellation qui comporte alors 2^{N_b+1} symboles.

En résumé :

- Pour transmettre N_b bits d'information par symbole, on utilise une constellation à 2^{N_b+1} points,
- Le rendement du codeur à utiliser est de la forme $\frac{N_{b1}}{N_{b1}+1}$,
- Les $N_{b1} + 1$ bits sortant du codeur à chaque instant l sélectionnent un sous-ensemble parmi les $2^{N_{b1}+1}$ sous-ensembles de la partition,
- Les $N_b - N_{b1}$ bits non-codés restants déterminent le point choisi parmi les $2^{N_b - N_{b1}}$ points du sous-ensemble sélectionné.

Partitionnement des constellations et construction du treillis

La constellation étant fixée, l'objectif est à présent d'explicitier une méthode de partitionnement et de donner des règles de construction du treillis permettant de maximiser la distance libre. La représentation des MCT par un diagramme en treillis est en effet naturelle pour décrire l'évolution du codeur et des symboles x^l émis au cours du temps. Les noeuds du treillis correspondent aux états du codeur et à chaque transition est associé un signal x^l à émettre. Si N_ν est le nombre de blocs mémoire du codeur et que chaque bloc a une capacité de N_{b1} bits alors le nombre de noeuds possibles à chaque instant l est égal à $2^{N_\nu N_{b1}}$. Le nombre de branches en partance de chaque noeud s'élève à 2^{N_b} , puisqu'il y a 2^{N_b} combinaisons possibles de N_b éléments binaires à transmettre pour chaque état du codeur. Par ailleurs, cette représentation tient aussi compte du fonctionnement périodique du codeur puisque quel que soit l'état initial du codeur, le motif du treillis se répète une fois atteinte la **longueur de contrainte**¹, soit après $L_{\text{ctr}} = N_\nu + 1$ décalages.

Le treillis à 4 états de la 8-PSK à 1 bit codé est représenté à titre d'exemple figure 4.2. Ici, on cherche à transmettre 2 bits d'information et 1 bit de redondance par symbole. Un seul des 2 bits d'information entre dans le codeur. Son rendement est donc $R_c = 1/2$. On vérifie que 4 branches partent de chaque noeud, correspondant aux 2^2 symboles possibles pouvant être générés pour chaque état du codeur. A chaque transition d'un état du codeur à un autre, un symbole x^l appartenant aux $2^3 = 8$ symboles de la constellation est généré. Deux chemins ont été tracés pour illustrer l'émission de séquences différentes de 3 symboles.

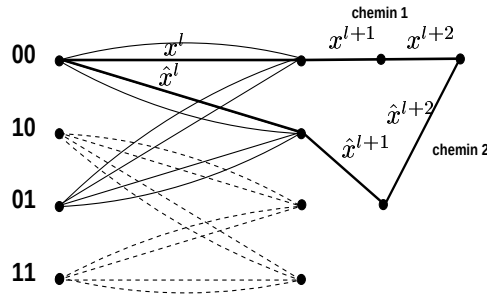


FIG. 4.2 – Exemple de treillis pour une MCT-8PSK à 1 bit codé

Dans cet exemple, on met en évidence l'existence dans le treillis de **branches parallèles**, *i.e.* partant d'un même état du codeur à l'instant l et arrivant à un même état à l'instant $l + 1$. On doit leur présence au fait que l'un des deux bits d'information ne passe pas par le codeur convolutif, ce qui implique qu'il n'intervient pas dans l'évolution de l'état du codeur. Dans le cas général, on comprend que pour une MCT donnée, si sur les N_b bits d'information à transmettre, seuls N_{b1} bits participent au codage convolutif, alors il existe $2^{N_b - N_{b1}}$ branches parallèles dans le treillis pour chaque passage d'un état à un autre du

1. La longueur de contrainte L_{ctr} correspond en fait au nombre N_ν de blocs mémoire du codeur plus le bloc d'entrée.

codeur. Ainsi, sur la figure 4.2, 2^{2-1} branches parallèles existent. Ces branches parallèles disparaissent donc lorsque tous les bits en entrée du modulateur MCT sont codés.

Cherchons maintenant à associer, à chaque transition, un symbole de la constellation de manière à maximiser la distance euclidienne minimale d_{lib}^2 entre deux chemins quelconques distincts du treillis. La distance euclidienne entre deux séquences $\mathbf{x} = [x^1, x^2, \dots, x^L]$ et $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}^1, \hat{x}^2, \dots, \hat{x}^L]$ divergeant à l'instant $l = 1$ ($x^0 = \hat{x}^0$ et $x^1 \neq \hat{x}^1$) et convergeant à l'instant $l = L + 1$ ($x^L \neq \hat{x}^L$ et $x^{L+1} = \hat{x}^{L+1}$) est la somme des distances euclidiennes entre chaque symbole x^l et $\hat{x}^l$, $1 \leq l \leq L$. Il s'agit par exemple des chemins 1 et 2 de la figure 4.2 avec $1 \leq l \leq 3$. De façon générale, elle s'écrit :

$$d_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{l=1}^L d_E^2(x^l, \hat{x}^l) \quad (4.2)$$

Pour maximiser cette distance $d_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ pour toutes les paires de chemins possibles, Ungerboeck a élaboré une méthode de partitionnement des constellations (« *set partitioning method* ») couplée à des règles de construction du treillis [Ung87]. La figure 4.3 est une illustration du partitionnement de la modulation 8-PSK selon la méthode d'Ungerboeck. La technique consiste en fait à découper successivement la constellation M -aire en 2, 4, 8... sous-ensembles de sorte que les $M/2$, $M/4$, $M/8$... éléments de chaque sous-ensemble soient de plus en plus éloignés en termes de distance euclidienne.

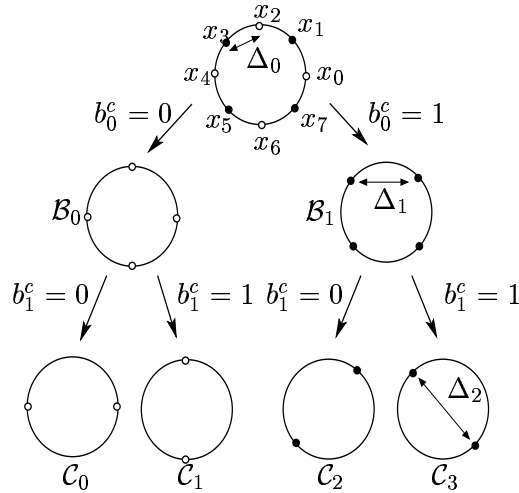


FIG. 4.3 – « *Set partitioning method* » appliquée à la 8-PSK

Comme le présente l'exemple de la figure 4.3, le sous-ensemble à utiliser à chaque instant l est déterminé par les bits b_i^c , $0 \leq i \leq N_{b1}$ en sortie du codeur (cf. figure 4.1). On vérifie bien que les distances minimales, Δ_i , entre les éléments de chaque sous-ensemble augmentent avec le niveau de partitionnement comme le veut la méthode.

En résumé, les règles à imposer au treillis proposées par Ungerboeck sont alors les suivantes [Ung87] :

- Tous les signaux sont utilisés avec la même probabilité (règle de symétrie du treillis),
- Les branches parallèles sont associées à des signaux appartenant au même sous-ensemble de plus petite taille où la distance euclidienne minimale entre les symboles est maximale, noté $\mathcal{C}_i$ figure 4.3,
- Les branches partant ou arrivant à un même état sont associées à des signaux appartenant au même sous-ensemble de niveau de partitionnement juste supérieur, noté $\mathcal{B}_i$ figure 4.3.

En appliquant l'ensemble de ces règles, on obtient les meilleures constructions pour des MCT. On peut alors compléter le treillis de la figure 4.2 pour finalement obtenir le treillis présenté figure 4.4. A gauche du treillis sont indiqués les symboles pouvant être émis de chaque noeud de départ. Le premier symbole dans chaque accolade $\{\dots\}$ est à associer à la première branche supérieure partant du noeud correspondant.

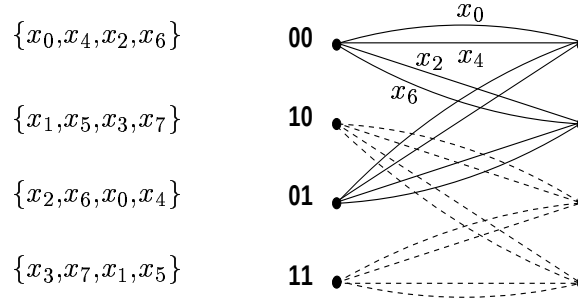


FIG. 4.4 – Treillis à 4 états de la MCT-8PSK

D'après le partitionnement effectué figure 4.3 et les différentes distances $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2$, on détermine facilement la distance libre d_{lib}^2 de la modulation codée. En effet, on vérifie que la distance euclidienne minimale entre deux chemins distincts quelconques correspond, dans ce cas, à la distance séparant deux chemins liés à deux branches parallèles (les deux branches associées aux signaux x_0 et x_4 par exemple). Par définition, cette distance est donc la distance libre de la modulation codée. Elle vaut :

$$d_{\text{lib}}^2 = d_E^2(x_0, x_4) = \Delta_2$$

Puisque nous avons affaire ici à une modulation de phase, l'extension de la constellation ne nécessite aucune augmentation de la puissance moyenne. Donc, $P_c = P_{nc}$ et le gain asymptotique par rapport à la modulation 4-PSK non-codée de référence de distance euclidienne minimale Δ_1 est égal à :

$$10 \log(\Delta_2^2 / \Delta_1^2) = 10 \log(2\Delta_1^2 / \Delta_1^2) = 3 \text{ dB}$$

Il est intéressant de noter que dans cet exemple, la distance libre d_{lib}^2 est inférieure à la distance séparant tous les couples de chemins de longueur $L > 1$ (qui ne correspondent donc pas à des branches parallèles). En effet, prenons le cas de deux chemins dans le treillis divergeant du noeud $[00]$ à l'instant $l = 1$ et reconvergeant en ce même noeud à un instant $l > 2$. On voit facilement que la distance séparant ces deux chemins est bornée par :

$$d_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) > d_E^2(x_0, x_2) + d_E^2(x_0, x_6) = 2\Delta_1^2$$

Finalement, on comprend qu'en supprimant les transitions parallèles, on augmente la distance libre d_{lib}^2 de la modulation codée.

Représentation et structure du codeur convolutif associé à une MCT

Classiquement, l'opération de codage convolutif est réalisée grâce à une structure composée de registres à décalage placés en cascade. Les N_{b1} bits à coder sont placés en entrée du codeur, et il y a autant de sorties que de bits b_i^c nécessaires à la sélection d'un sous-ensemble. Habituellement deux types de représentations sont utilisées, à savoir la représentation analytique ou polynômiale. Dans la suite de l'étude, nous utiliserons systématiquement cette dernière.

Les codeurs convolutifs peuvent être construits selon différentes structures. On distingue tout d'abord les **codes systématiques**, notés CS, qui recopient les bits d'entrée sur la sortie et ajoutent des bits de redondance, puis les **codes non-systématiques**, notés CNS, et enfin les **codes récursifs systématiques**, notés CRS, qui possèdent une boucle de rétroaction. Il peut parfois être intéressant de passer d'une structure de codeur non-systématique à une structure systématique qui est nécessairement récursive [Thi93]. Les structures CNS offrent de meilleures performances que les structures CS sauf pour de faibles RSB. Ceci s'explique par le fait que dans le cas d'un codeur systématique, les bits d'entrée sont inchangés à la sortie du codeur. En conséquence, un codeur CS ne peut générer un code catastrophique, car un nombre fini de données erronées à l'entrée du décodeur de Viterbi, ne produira jamais un nombre infini d'erreurs de décodage.

La structure CNS qui présente de meilleures performances à fort RSB est la structure de codeur qui est employée dans le cas des modulations codées temps-espace comme nous allons le voir dans la suite.

4.2.3 Etude des performances des modulations codées en treillis

4.2.3.1 Performances dans un canal Gaussien

D'après les calculs de performances des MCT rappelés en annexe C, à fort RSB, la probabilité d'erreur peut alors s'écrire :

$$P_e(\hat{x}) \approx \frac{N_{d_{\text{lib}}}}{2} \text{erfc} \left(\frac{d_{\text{lib}}}{\sqrt{8} \sigma_n} \right) \quad (4.3)$$

Il est supposé ici que lorsque le RSB est suffisamment élevé, la seconde distance est considérée suffisamment grande devant d_{lib} pour pouvoir ne prendre en compte que le premier terme de la série : la fonction erfc étant fortement décroissante, les termes d'ordre supérieur peuvent être négligés. Il apparaît alors clairement que la maximisation de la distance libre d_{lib} entre deux séquences quelconques du code minimise la probabilité $P_e(\hat{x})$. Ceci nous conduit donc à construire des MCT dont la distance libre est la plus grande possible.

4.2.3.2 Performances dans un canal à évanouissements

Notons $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ la **distance de Hamming** entre les séquences de symboles $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$, *i.e.* le nombre de durées symboles pendant lesquelles $|x^l - \hat{x}^l| \neq 0$ (voir figure C.1, Annexe C.2). On a alors :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \left(\prod_{\substack{l=1 \\ x^l \neq \hat{x}^l}}^L |x^l - \hat{x}^l|^2 \right)^{-1} \left(\frac{\text{RSB}}{4} \right)^{-d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \quad (4.4)$$

On définit alors la **distance produit** $d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ comme le produit du carré des distances euclidiennes entre les symboles différents de deux séquences, soit (voir figure C.1) :

$$d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \prod_{\substack{l=1 \\ x^l \neq \hat{x}^l}}^L |x^l - \hat{x}^l|^2 \quad (4.5)$$

La probabilité d'erreur par paire s'écrit finalement comme suit :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq (d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}))^{-1} \left(\frac{\text{RSB}}{4} \right)^{-d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \quad (4.6)$$

Les MCT SISO : un cas particulier des STTCM

Si l'on compare ces résultats avec ceux obtenus avec des codes temps-espace dans le cas MIMO, on retrouve ces mêmes paramètres de « facteur de diversité » et de « distance produit » au nombre près de dimensions des symboles. En effet, la distance produit définie par l'équation (2.39) dans le cas MIMO se réduit, dans le cas SISO, à :

$$d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \prod_{\substack{l=1 \\ x^l \neq \hat{x}^l}}^L (|x^l - \hat{x}^l|^2) = d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \quad \text{quand } N_t = 1 \quad (4.7)$$

et le facteur $N_r \cdot d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ se réduit à $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ lorsque $N_t = N_r = 1$ sachant que le mot de code temps-espace représenté par la matrice $\mathbf{X}$ de taille $N_t \times L$ se réduit, dans le cas SISO, à un mot de code représenté par un vecteur ligne de taille L .

Les résultats exposés au chapitre 2 sont donc une généralisation de ce qui a été fait en SISO. On constate l'amélioration en termes de distance produit et de facteur de diversité que peut apporter une technique MIMO.

A partir de ce résultat, nous allons rappeler les critères de choix pour les codes en treillis dans un canal de type Rayleigh. On remarque que la distance libre d_{lib} n'apparaît plus dans l'équation, ce qui implique que les critères d'optimisation des performances vont reposer sur d'autres paramètres, comme le laisse déjà supposer la forme de l'équation (4.6).

4.2.3.3 Critères d'optimisation des MCT

Optimisation sur canal gaussien

D'après les calculs de la probabilité d'évènement d'erreur, on en déduit le résultat suivant :

- Sur **canal gaussien**, l'optimisation consiste à **maximiser la distance libre** d_{lib} , *i.e.* la distance euclidienne minimale du code.

On s'aperçoit ici que l'un des paramètres-clés utilisé pour l'optimisation des performances sur canal gaussien dans le cas SISO est la distance euclidienne minimale entre les séquences codées, paramètre que l'on appelle distance libre d_{lib}^2 . Le rapprochement que l'on peut faire avec l'étude des modulations codées MIMO est immédiat. Nous avons vu qu'en MIMO, sur canal à évanouissements lorsque le nombre d'antennes, *i.e.* le nombre de canaux indépendants, est suffisamment grand, la distance euclidienne minimale entre les séquences codées est aussi un critère déterminant pour l'optimisation des codes temps-espace. Finalement, le critère de la trace présenté au paragraphe 2.4.5 est une généralisation du critère de la distance libre utilisé dans le cas SISO. La distance libre pour des séquences de symboles à N_t dimensions est notée $d_{\text{lib}}^{(N_t)^2}$.

Optimisation sur canal de Rayleigh

D'après l'étude sur le treillis qui a été faite au paragraphe 4.2.2, nous savons que les évènements d'erreurs peuvent correspondre à des séquences de longueur $L = 1$, c'est le cas des transitions parallèles, ou des séquences de longueur $L > 1$. Ainsi, la probabilité $P_e(\hat{x})$ décrite en annexe C.2 par l'équation (C.10) peut être approximée par l'expression [Hel92] :

$$P_e(\hat{x}) \approx N_C P_C + N_I P_I \quad (4.8)$$

avec

- P_C , terme dominant de la probabilité $P_e(\hat{x})$ pour les évènements d'erreurs de longueur $L = 1$ (transitions parallèles),
- P_I , terme dominant de la probabilité $P_e(\hat{x})$ pour les évènements d'erreurs de longueur $L > 1$ (transitions non-parallèles),
- N_C, N_I , nombre moyen de couples de chemins qui conduisent à une probabilité $P_e(\hat{x})$ égale respectivement à P_C et P_I .

Le terme dominant dans chaque cas correspond à la plus grande probabilité d'erreur par paire définie pour des séquences d'erreur de longueur $L = 1$ et $L > 1$, *i.e.* pour laquelle

la distance de Hamming et la distance produit sont minimales. Dans le cas des transitions parallèles, la distance de Hamming vaut naturellement 1, puisqu'un seul symbole entre les 2 séquences est différent, et la distance produit minimale est égale à $\Delta = |x^l - \hat{x}^l|$. Cette dernière correspond à la distance euclidienne minimale $d_{E_{\min}}$ entre les branches parallèles du treillis. On a alors :

$$P_C \approx \frac{4}{\text{RSB} \cdot d_{E_{\min}}^2} \quad (4.9)$$

Pour $L > 1$, définissons $d_{E_{\min}}$ comme la plus petite distance euclidienne sur l'ensemble des séquences d'erreur de longueur $L > 1$ et $d_{P_{\min}}^2$ comme la distance produit entre les deux séquences de distance de Hamming $d_{H_{\min}}$. On a alors :

$$P_I \approx \frac{\left(\frac{\text{RSB}}{4}\right)^{-d_{H_{\min}}}}{d_{P_{\min}}^2} \quad (4.10)$$

Finalement, la probabilité d'évènement d'erreur va s'écrire :

$$P_e(\hat{x}) \approx N_C \frac{4}{\text{RSB} \cdot d_{E_{\min}}^2} + N_I \frac{\left(\frac{\text{RSB}}{4}\right)^{-d_{H_{\min}}}}{d_{P_{\min}}^2} \quad (4.11)$$

où

- N_C est le nombre moyen de branches parallèles ayant la plus petite distance euclidienne $d_{E_{\min}}^2$
- N_I est le nombre moyen de couples de chemins dont la distance de Hamming $d_{H_{\min}}$ est la plus courte et la distance produit $d_{P_{\min}}^2$ la plus faible

On vérifie bien que la formule (4.11) constitue un cas particulier de l'expression (2.47) en prenant $N_t = N_r = 1$. En effet, au contraire des autres codes qui sont construits dans le domaine binaire, les MCT sont construites, de façon analogue aux codes temps-espace à partir de symboles de modulation.

La distance de Hamming minimale $d_{H_{\min}}$ est encore appelée **longueur effective** du code, ou, plus couramment, **facteur de diversité** F_d en raison de sa contribution à l'exposant dans l'expression (4.10), qui détermine ainsi en échelle logarithmique, la pente de l'asymptote à fort RSB de la courbe de taux d'erreur, soit encore la diversité offerte par le système. On peut montrer [Hel92] que cette valeur possède une borne supérieure telle que :

$$F_{d_{\max}} = \left\lfloor \frac{N_\rho}{N_{b1}} \right\rfloor + 1 \quad (4.12)$$

où, N_ρ est le nombre de registres² à décalage du codeur, N_{b1} le nombre de bits d'information à coder et $\lfloor \cdot \rfloor$ représente la partie entière inférieure. La distance produit, quant

2. Un registre est un ensemble de blocs mémoires comportant chacun N_{b1} bits d'information.

à elle, correspond au gain de codage car elle provoque un décalage en abscisse en échelle logarithmique.

Correspondance entre le facteur de diversité d'une MCT et son treillis

Le facteur de diversité F_d correspond au nombre minimal de symboles différents générés par deux chemins différents entre l'instant où ils divergent et l'instant où ils convergent. Il est borné par le facteur de diversité maximale $F_{d_{\max}}$, qui est égal au nombre de branches de la plus petite maille du treillis, *i.e.* le nombre minimal de durées symboles pendant lesquelles deux chemins divergent. On remarque que lorsque le nombre de bits à coder augmente, le nombre de branches partant de chaque noeud augmente, ce qui entraîne une fermeture plus rapide de la maille et donc une diversité plus faible. Quel que soit le noeud de départ, on a besoin de $\lceil \frac{N_p}{N_{b1}} \rceil + 1$ durées symboles pour converger vers l'état de référence (chemin nul).

On en déduit alors immédiatement les conditions de construction d'une MCT optimisée pour minimiser la probabilité d'erreur sur un canal de Rayleigh :

- le treillis ne doit pas comporter de branches parallèles, donc tous les bits en entrée doivent être codés (dans ce cas $N_C = 0$),
- la distance de Hamming minimale du code $d_{H_{\min}}$, ou facteur de diversité F_d , doit être prise la plus grande possible, car le terme $\left(\frac{R_{SB}}{4}\right)^{-d_{H_{\min}}}$ décroît exponentiellement avec $d_{H_{\min}}$. On cherchera donc à maximiser $F_{d_{\max}}$. Pour une complexité donnée, caractérisée par une valeur de N_p fixée, cela revient à minimiser N_{b1} . Autrement dit, la plus petite maille du treillis doit être la plus grande possible, ce qui signifie que sa fermeture doit être réalisée le plus tard possible.
- Dans un second temps, la distance produit $d_{P_{\min}}^2$ doit être maximisée, car la probabilité d'erreur est inversement proportionnelle à ce terme. On note que ce point rejoint l'idée de maximisation de la distance libre.

Cependant, il faut souligner que ces conclusions ne sont valables que si la seconde distance produit est suffisamment grande devant d_P^2 . En effet, les approximations faites ne prennent en considération dans les calculs que les termes dits « prépondérants ». Ceci suppose donc que les termes intervenants au second ordre ont une influence limitée sur le résultat final, ce qui n'est pas toujours le cas.

4.3 Application des modulations codées en treillis au canal MIMO

4.3.1 Principe général

Dans [TSC98], Tarokh propose la construction de modulations codées en treillis temps-espace qui permettent d'exploiter notamment la diversité spatiale offerte par un système MIMO $N_t \times N_r$. Le système qu'il décrit est une simple extension à N_t dimensions (N_t antennes d'émission) des systèmes classiques de modulations codées en treillis : chaque antenne émet à un instant donné un symbole de modulation qui dépend à la fois des

symboles précédents émis sur la même antenne et des symboles émis sur les $N_t - 1$ autres antennes. On a donc une corrélation entre symboles qui s'opère dans l'espace et le temps. De plus, l'opération de décodage des STTCM ne nécessite qu'une seule antenne en réception.

On procède alors, comme pour tout codage convolutif SISO, à l'élaboration d'un diagramme en treillis pour représenter l'évolution dans le temps de l'état du codeur et des signaux émis en fonction des bits à transmettre. Les noeuds du treillis correspondent aux différents états pris par le codeur convolutif et les branches sont associées aux différents symboles à émettre. De manière générale, le nombre de branches arrivant ou partant d'un état du codeur est associé au nombre de bits d'information à transmettre. Soit N_b ce nombre de bits, on aura 2^{N_b} branches au départ et à l'arrivée de chaque noeud. Le nombre d'états et donc de noeuds du treillis dépend quant à lui de la taille de mémoire N_ν du codeur et du nombre N_{b1} de bits en entrée du codeur, tout comme dans le cas des codeurs SISO : le nombre de noeuds à chaque instant l est de $2^{N_\nu N_{b1}}$. Or dans le cas des STTCM, tous les bits d'information sont codés ($N_b = N_{b1}$) sans introduire de bits de redondance sur chacune des antennes : à notre connaissance, le rendement des modulations STTCM, aujourd'hui publiées, est donc unitaire du fait que le nombre N_b d'éléments binaires entrant dans le codeur à chaque durée symbole est égal au nombre d'éléments binaires transmis par chaque symbole de modulation. Enfin, le nombre de symboles par branche est N_t , puisque 1 symbole est émis au niveau de chacune des N_t antennes de transmission. Ainsi, à chaque transition du treillis sont associés N_t symboles émis par les N_t antennes.

Un exemple de treillis est donné figure 4.5 pour une STTCM à $N_t = 2$ antennes d'émission utilisant une constellation QPSK et transmettant $N_b = 2$ bits d'information par durée symbole. On vérifie que l'on a bien $2^{N_b} = 4$ branches au départ de chaque noeud, et 2 symboles associés à chaque branche (1 symbole par antenne). Les différents symboles associés à chaque branche sont en effet indiqués sur la gauche du treillis. Pour chaque noeud, le premier couple de symboles correspond aux symboles à émettre associés à la première transition en partant du haut, le second couple est associé à la transition juste inférieure, etc. Pour chaque couple, le premier symbole est émis par l'antenne 1, le second par l'antenne 2. Par exemple, le passage du noeud [00] au noeud [10] entraînera l'émission des symboles x_0 sur l'antenne 1, et x_2 sur l'antenne 2. Les symboles x_i sont ceux de la constellation QPSK présentée sur cette même figure.

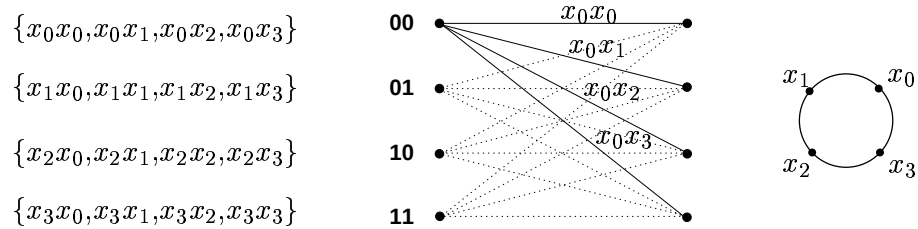


FIG. 4.5 – Exemple de treillis d'une STTCM QPSK à 4 états, 2 bits/s/Hz

En outre, Tarokh propose l'appellation $r_{\mathbf{A}}$ -STTCM pour désigner une modulation codée en treillis temps-espace dont le rang de la matrice $\mathbf{A}$ des distances est $r_{\mathbf{A}}$ (chapitre 2). Ainsi, une modulation conçue pour une transmission sur N_t antennes dont le critère du rang est vérifié sera appelée N_t -STTCM.

4.3.2 La construction du treillis, cas $N_t = 2$

Dans [TSC98], Tarokh propose une méthode d'association entre les symboles à émettre et les branches du treillis pour l'obtention d'un facteur de diversité maximal dans le cas des **canaux à évanouissements lents** et pour des transmissions sur deux antennes. Autrement dit, cette méthode permet de respecter le critère du rang pour $N_t = 2$. Pour comprendre la démarche, il suffit de rappeler que pour $N_t = 2$ antennes d'émission, sur des canaux à évanouissements lents, le rang de la matrice $\mathbf{B}$ doit être plein, *i.e.* égal à $N_t = 2$, quelle que soit la paire de séquences de symboles $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$. En d'autres termes, si au moins 2 colonnes de $\mathbf{B}$ sont non nulles et linéairement indépendantes, alors $\mathbf{B}$ est de rang plein. La matrice $\mathbf{B}$ s'écrit comme suit :

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^1 - x_1^1 & \hat{x}_1^2 - x_1^2 & \dots & \dots & \hat{x}_1^L - x_1^L \\ \hat{x}_2^1 - x_2^1 & \hat{x}_2^2 - x_2^2 & \dots & \dots & \hat{x}_2^L - x_2^L \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Prenons deux chemins dans le treillis correspondant à des séquences de symboles $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ qui divergent au temps l_1 et convergent à $l_2 + 1 \neq l_1$. On peut affirmer que les vecteurs $(\hat{\mathbf{x}}^{l_1} - \mathbf{x}^{l_1})$ et $(\hat{\mathbf{x}}^{l_2} - \mathbf{x}^{l_2})$ sont non nuls. Imposer à $\mathbf{B}$ un rang de 2, revient alors à imposer à ces vecteurs d'être linéairement indépendants, puisqu'ils représentent deux colonnes de $\mathbf{B}$. Ceci est vérifié en particulier si $\hat{x}_1^{l_1} - x_1^{l_1} = \hat{x}_2^{l_2} - x_2^{l_2} = 0$, $\hat{x}_2^{l_1} - x_2^{l_1} \neq 0$ et $\hat{x}_1^{l_2} - x_1^{l_2} \neq 0$.

De ces remarques, on déduit alors les règles qu'il faut appliquer au treillis pour assurer une diversité maximale dans le cas de 2 antennes d'émission :

- Les branches **partant** d'un même état doivent être associées à des **symboles différents** pour la **deuxième antenne**,
- Les branches **arrivant** à un même état doivent être associées à des **symboles différents** pour la **première antenne**.

L'exemple du treillis présenté figure 4.5 vérifie ce critère. On remarque en effet que pour l'état de départ du codeur [00], tous les symboles associés à la deuxième antenne pour chaque branche sont différents : $x_0\underline{x}_0, x_0\underline{x}_1, x_0\underline{x}_2, x_0\underline{x}_3$. A l'inverse, les branches arrivant à ce même noeud diffèrent pour le premier symbole : $\underline{x}_0x_0, \underline{x}_1x_0, \underline{x}_2x_0, \underline{x}_3x_0$.

Dans [GFK98], Grimm montre, à l'aide de contre-exemples, que ces règles de construction sont une condition nécessaire mais non-suffisante pour l'obtention d'une matrice $\mathbf{B}$ de rang plein. Il complète alors les règles :

- Les branches **partant** d'un même état doivent être associées à des **symboles différents** pour la **deuxième antenne** et des **symboles égaux** pour la **première antenne**,

- Les branches **arrivant** à un même état doivent être associées à des **symboles différents** pour la **première antenne** et des **symboles égaux** pour la **deuxième**.

A nouveau le treillis de la figure 4.5, proposé à l'origine par Tarokh, vérifie les critères ci-dessus même si ces derniers n'ont pas été clairement explicités par lui. Un raisonnement identique peut être envisagé pour un nombre supérieur d'antennes d'émission, mais l'analyse devient rapidement très complexe. Il faut par ailleurs noter que cette méthode de construction ne traite aucunement du problème de l'optimisation du gain de codage. C'est pourquoi nous verrons que les auteurs se sont très vite tournés vers des algorithmes de recherches systématiques de codes.

L'absence de branches parallèles dans les treillis des STTCM

Il est à noter que les branches parallèles, présentes lorsqu'une partie seulement des bits d'entrée sont codés, ne sont pas autorisées pour la construction des treillis temps-espace tels qu'ils sont présentés ici. En effet, si le treillis possède ce type de transitions, alors cela signifie que deux chemins différent pour une seule durée symbole ce qui implique que la matrice $\mathbf{B}$ peut posséder une seule colonne non nulle. La conclusion est rapide : le rang de $\mathbf{B}$ n'est pas maximal et la diversité n'est pas optimisée. Il faut donc éviter la formation de ces branches, et faire participer tous les bits d'information au codage. Ceci est valable pour les deux types de canaux puisque le nombre de colonnes de $\mathbf{B}$ non nulles est équivalent à la distance de Hamming $d_H^{(2)}$ ($N_t = 2$) entre deux séquences et que cette distance conditionne la diversité dans les deux cas.

4.3.3 Structure du codeur convolutif temps-espace

De même que pour le codage convolutif classique, le système à mettre en place pour réaliser l'opération de codage en temps et en espace est basé sur l'utilisation de registres à décalage à l'entrée desquels les bits d'information à coder sont présentés. Le nombre de sorties du codeur est bien sûr plus important que pour un codeur SISO, puisqu'il faut maintenant fournir autant de symboles qu'il y a d'antennes d'émission.

Un codeur convolutif temps-espace général est donné figure 4.6 pour la génération, en parallèle, de N_t symboles de modulation. Les paramètres multiplicatifs g_t^q permettent de pondérer chaque branche. L'indice t permet de repérer le numéro de l'antenne, tandis que l'indice q correspond à la bascule concernée. Cet indice q varie de 0 à $N_b(N_\nu + 1) - 1$, avec N_b le nombre de bits en entrée du codeur et N_ν le nombre de blocs mémoire de celui-ci. Si la constellation utilisée est de taille 2^M , alors les coefficients g_t^q sont définis sur un corps algébrique fini de taille 2^M (ou ensemble $\mathbb{Z}_{2^M}$). La somme effectuée sur chaque sortie est donc définie *modulo* 2^M .

Il est possible d'exprimer les signaux générés en sortie du codeur sous forme d'une équation faisant intervenir ces coefficients g_t^q . La forme générale de l'équation donnant le symbole x_t^l émis sur la $t^{\text{ième}}$ antenne au temps l , en référence au codeur de la figure 4.6, est la suivante :

$$x_t^l = \sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{u=0}^{N_\nu} b_i^{l-u} \cdot g_t^q \mid_{q=N_b u+i} \quad (4.14)$$

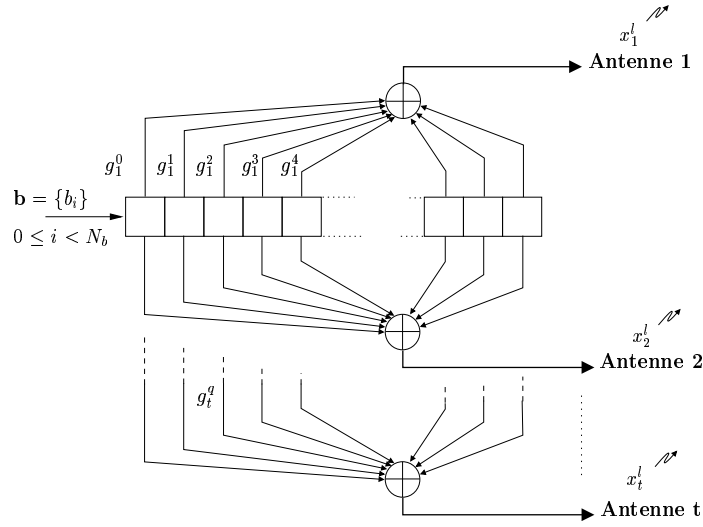


FIG. 4.6 – Codeur temps-espace convolutif général

De manière globale, l'ensemble des symboles générés à chaque durée symbole peut être regroupé en une seule équation :

$$\begin{pmatrix} x_1^l \\ x_2^l \\ \vdots \\ x_{N_t}^l \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{u=0}^{N_\nu} b_i^{l-u} \cdot \begin{pmatrix} g_1^q \\ g_2^q \\ \vdots \\ g_{N_t}^q \end{pmatrix}_{q=N_b u+i} \quad (4.15)$$

Le problème ici est de pouvoir extraire cette équation à partir d'un treillis donné. Pour cela, on utilise l'algorithme de Mazo-Calderbank [CM87] proposé à l'origine pour les MCT en SISO, qui permet à partir de la description complète du diagramme en treillis de déduire les équations algébriques du type (4.14).

A ce stade, il est intéressant de faire le parallèle entre la complexité du codeur et la distance de Hamming minimale $d_{H_{\min}}^{(N_t)}$ entre deux séquences de symboles. Comme dans le cas des codeurs SISO, cette distance est égale au nombre minimal de symboles générés différents pour deux chemins quelconques du treillis qui divergent à un instant l_1 et reconvergent à l'instant l_2 . Par extension au cas SISO, elle est donc inférieure au nombre minimum de branches de la plus petite maille du treillis, appelé **facteur de diversité maximum d'une STTCM** $F_{d_{\max}}$ (cf. paragraphe 4.2.3.3). On comprend que ce facteur ne dépend aucunement du nombre d'antennes. Il est au contraire directement lié à la complexité du codeur et vaut, comme dans le cas SISO :

$$F_{d_{\max}} = \left\lfloor \frac{N_\rho}{N_b} \right\rfloor + 1 \leq \left\lfloor \frac{N_\rho}{2} \right\rfloor + 1 \quad (4.16)$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ représente la partie entière inférieure, N_ρ le nombre de registres du codeur, $N_b = N_{b1}$ ($N_{b2} = 0$) puisque tous les bits d'information sont codés pour éviter les branches parallèles.

Il est alors immédiat que, pour respecter le critère du rang dans le cas d'une modulation à N_t antennes d'émission, *i.e.* imposer $d_{H_{\min}}^{(N_t)} \geq N_t$, il faut assurer une certaine taille au codeur. Par exemple, le codeur à 2 bits d'entrée correspondant à une 4-STTCM (diversité de 4) devra comporter au minimum $N_\rho = 6$ registres, soit $N_\nu = \frac{N_\rho}{N_b} = 3$ blocs mémoire si on associe un bloc mémoire à chaque groupe de N_b bits. De manière générale, le codeur d'une N_t -STTCM doit comporter au minimum $(N_t - 1)$ blocs mémoire.

De même, puisque le rang $r_{\mathbf{A}}$ maximal est égal à $\min\{N_t, F_{d_{\max}}\}$, on peut exprimer le rang maximum atteignable en fonction de la longueur effective du code ou facteur de diversité maximal :

$$r_{\mathbf{A}} \leq \min\{N_t, \lfloor \frac{N_\rho}{2} \rfloor + 1\} \quad (4.17)$$

Ainsi, obtenir un rang maximal n'est pas toujours possible à cause de la structure en treillis. Comme l'indique le tableau 4.1, les modulations STTCM atteignant la diversité spatiale maximale quel que soit le nombre d'états du codeur ne sont possibles que pour $N_t = 2$.

TAB. 4.1 – Valeurs maximales atteintes par le rang des STTCM pour un nombre d'états donné

Nombre d'états	$N_t = 2$	$N_t = 3$	$N_t = 4$	$N_t = 5$	$N_t \geq 6$
4	2	2	2	2	2
8	2	2	2	2	2
16	2	3	3	3	3
32	2	3	3	3	3
64	2	3	4	4	4

4.3.4 Formalisme de représentation

De plus en plus souvent, les auteurs donnent directement les équations algébriques pour les modulations codées qu'ils utilisent, mais le formalisme change d'un auteur à l'autre ce qui peut entraîner un certain nombre de confusions et d'erreurs. Une de nos contributions dans ce travail a consisté à chercher à uniformiser les représentations des différents codes. C'est pourquoi nous nous proposons maintenant d'explicitier clairement le formalisme que nous avons choisi d'adopter et qui repose sur la notation polynômiale. Nous allons utiliser cette notation par la suite pour décrire la structure des codeurs temps-espace de la même manière qu'elle est utilisée dans le cadre des MCT SISO. Cette uniformisation sous forme polynômiale des représentations des modulations STTCM, la construction de la chaîne de communication numérique nécessaire à leur simulation et l'évaluation des performances des STTCM existant jusqu'alors dans la littérature ont fait l'objet du stage de fin d'étude de Matthieu Crussière, étudiant à l'INSA de Rennes encadré par moi-même et Jean-François Héliard [Cru02]. Les résultats obtenus ont par la suite donné lieu à une communication internationale [CAH03].

Donnons un exemple de modulation codée temps-espace proposée à l'origine par Tarokh dans [TSC98]. Il s'agit d'une 2-STTCM-QPSK à 32 états. Tarokh donne le treillis de cette modulation codée accompagné directement de **l'équation analytique** correspondante [TSC98]. Il s'agit de l'équation suivante dont on rappelle que l'addition est définie *modulo* $2^2 = 4$:

$$\begin{pmatrix} x_1^l \\ x_2^l \end{pmatrix} = b_1^{l-3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + b_0^{l-2} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + b_1^{l-2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + b_0^{l-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + b_1^{l-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b_0^l \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + b_1^l \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Le schéma du codeur convolutif temps-espace correspondant à cette équation est représenté figure 4.7. Il comporte naturellement 2 signaux de sortie qui peuvent prendre les valeurs $\{0,1,2,3\}$ permettant de sélectionner les symboles $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$. La séquence de bits $b = \{b_i\}$ est introduite dans le codeur, le bit de poids fort b_{N_b-1} en tête. Cet exemple de codeur met en évidence que le nombre d'états du codeur est calculé à partir des bits présents en mémoire **et** intervenant dans la génération des symboles en sortie. Ainsi, le bit de poids faible b_0^{l-3} n'intervient pas dans l'état du codeur comme on peut le constater sur la figure 4.7 à travers l'absence de branche reliant le bloc mémoire le contenant et les symboles générés. Seuls 5 bits en mémoire au maximum interviennent avec les deux bits d'entrée dans la génération des symboles en sortie. L'état du codeur est donc égal à $2^5 = 32$ états. Le nombre d'états effectifs est donc inférieur au nombre d'états possibles qui est égal à $2^{N_\nu N_b}$. D'après l'expression générale (4.14) des symboles émis, l'expression du symbole x_1^l émis par l'antenne 1 à l'instant l est donnée par :

$$x_1^l = b_0^{l-1} g_1^2 + b_1^{l-1} g_1^3 + b_0^{l-2} g_1^4 + b_1^{l-2} g_1^5 + b_1^{l-3} g_1^7 \quad (4.19)$$

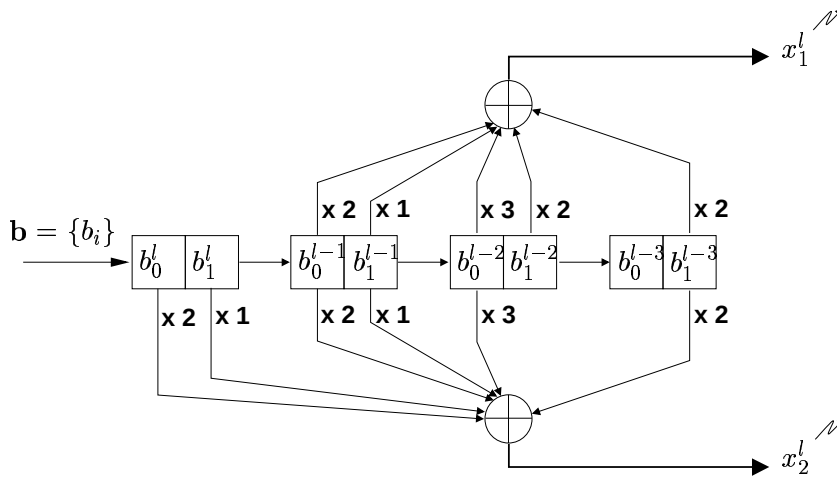


FIG. 4.7 – Exemple de codeur temps-espace convolutif à 32 états

Certains auteurs préfèrent une **représentation matricielle** à l'équation analytique. Les conventions sur la construction de ces matrices ne sont pas fixées si bien que l'on trouve différentes notations pour un même codeur selon les articles. Un exemple de matrice pour le codeur ci-dessus est le suivant :

$$G = \left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc} 2 & 0 & 2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right] \begin{array}{l} \rightarrow x_1^l \\ \rightarrow x_2^l \end{array} \quad (4.20)$$

$$\begin{array}{cccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ l-3 & l-2 & l-1 & l \end{array}$$

Dans cette représentation matricielle, les coefficients sont rangés de l'indice $(l-3)$ à l'indice (l) en partant de la gauche vers la droite, en alternant respectivement les bits b_1 et b_0 . Chaque ligne correspond à une antenne d'émission. On peut trouver bon nombre de variantes à cette représentation dans la littérature et il n'existe pas de convention établie. Dans [GW00], Gozali propose d'appliquer l'algorithme de Calderbank-Mazo aux STTCM pour générer leur représentation analytique à partir de leur treillis et d'utiliser ces représentations analytiques pour générer ensuite leurs matrices génératrices.

Pour notre part, nous allons étendre le principe utilisé pour le codage convolutif classique et représenter la structure du codeur sous forme de polynômes écrits en base octale (**représentation polynômiale**). On utilisera un polynôme pour décrire l'emplacement des branches du codeur pour chaque type de branche (branche "×2", "×3" ...) et pour chaque antenne. Par exemple, pour le codeur représenté figure 4.7, le polynôme correspondant aux branches "×2" est le suivant pour l'antenne 1 :

$$g^{\times 2} = [00100101]_{\text{binaire}} = 45_{\text{octale}} \quad (4.21)$$

Finalement le codeur complet aura donc pour polynômes :

$$\begin{array}{lll} \text{Antenne 1} & g^{\times 1} = 20 & g^{\times 2} = 45 & g^{\times 3} = 10 \\ \text{Antenne 2} & g^{\times 1} = 120 & g^{\times 2} = 241 & g^{\times 3} = 10 \end{array} \quad (4.22)$$

Ces polynômes devront être calculés selon la technique de modulation utilisée,³ le nombre d'états de la constellation, et le nombre d'états du codeur utilisé. Puisqu'ils sont assignés à chacune des antennes de transmission et sont donc indépendants d'une antenne à l'autre, les symboles transmis sont corrélés en temps sur la longueur de la trame L par l'intermédiaire des bits présents en mémoire et à l'entrée du codeur alors qu'ils sont corrélés en espace uniquement par les bits présents à l'entrée du codeur. Notons aussi qu'il est possible de décoder toute modulation STTCM par un simple décodeur MCT SISO à condition de transmettre sur l'une des antennes le mot de code 0 et d'appliquer dans le décodeur le polynôme générateur utilisé sur l'autre antenne. Les polynômes des différentes modulations STTCM étudiées sont présentés en annexe D.

3. L'addition est définie pour cet exemple modulo 4 ou modulo M , de façon plus générale, dans le cas d'une utilisation de constellation à M points.

4.4 Codes proposés dans la littérature

4.4.1 Evanouissements lents

La première partie des simulations, visant à valider le fonctionnement de nos algorithmes, a porté sur le taux d'erreur trame (TET) obtenu avec quatre des codes proposés par Tarokh dans [TSC98] sur un canal de Rayleigh à évanouissements lents. Celui-ci correspond à un canal qui est constant sur la longueur de la trame émise et varie d'une trame à l'autre. En effet, la littérature propose presque uniquement des résultats de simulation de taux d'erreur trame pour des canaux à évanouissements lents. Une trame de symboles QPSK sera considérée comme fautive si au moins 1 bit est erroné. La longueur L de la trame est fixée égale à 130 symboles ce qui correspond à la longueur prise à l'origine par Naguib et Tarokh [NTSC98] dans le cadre du standard cellulaire américain IS-136. Nous rappelons que le codage spatio-temporel est introduit à l'intérieur de chaque trame sans introduire de corrélation entre les trames ce qui explique que les courbes de résultats sont présentées en terme de TET. Pour avoir une décorrélation entre les trames, le codeur doit se trouver dans l'état 0 en début et en fin de chaque trame : des séquences de 0 sont transmises entre chaque trame pour ramener le codeur vers l'état 0. De façon analogue aux résultats présentés dans la littérature, nous rappelons que les résultats de simulation sont présentés, sauf mention contraire, en fonction du RSB par antenne de réception ou rapport E_x/N_0 , *i.e.* qu'ils prennent en compte notamment le gain de puissance apporté par l'utilisation d'antennes multiples en réception sachant que la puissance émise est quant à elle normalisée selon le nombre d'antennes à l'émission. Ce gain de puissance apporté par les antennes de réception est surtout visible sur les courbes de TEB à faible RSB où l'on voit un décalage des courbes en 2×2 comparativement à celles de 2×1 et 1×1 .

Les codes proposés par Tarokh ont été conçus pour des 2-STTCM-QPSK dont la notation polynômiale est disponible dans le tableau D.1 en annexe. Les résultats pour ces codes sont présentés figure 4.8 pour 1 et 2 antennes en réception. Les modulations codées proposées par Tarokh sont essentiellement conçues pour respecter le critère du rang et celui du déterminant, *i.e.* optimiser respectivement le gain de diversité et le gain de codage sur des canaux à évanouissements lents. On vérifie bien que le facteur de diversité, *i.e.* la pente des courbes à fort RSB, est optimal (critère du rang rempli), qu'il double lorsque l'on passe du système 2×1 au système 2×2 , et qu'il reste identique pour les différents codeurs d'un même système. Le gain de codage, lui, augmente avec la complexité du codeur (nombre d'états). Afin de constater le gain apporté par l'utilisation de plusieurs antennes en émission, nous avons ajouté les résultats, sur canal à évanouissements lents, d'une modulation codée SISO à 4 états. Il apparaît de façon très nette que la pente de la courbe correspondante à la MCT est la même que celle du système 1×1 non codé, soit 1. Le gain constaté est alors évident. D'autre part, nous avons reporté les résultats du code d'Alamouti, et l'on s'aperçoit que les performances de celui-ci sont comparables voire légèrement meilleures à celles du codeur à 4 états de Tarokh. Par contre, lorsque le nombre d'états augmente, les codes de Tarokh prennent largement l'avantage puisque le code d'Alamouti, au contraire des STTCM à grand nombre d'états, n'apporte pas de gain de codage.

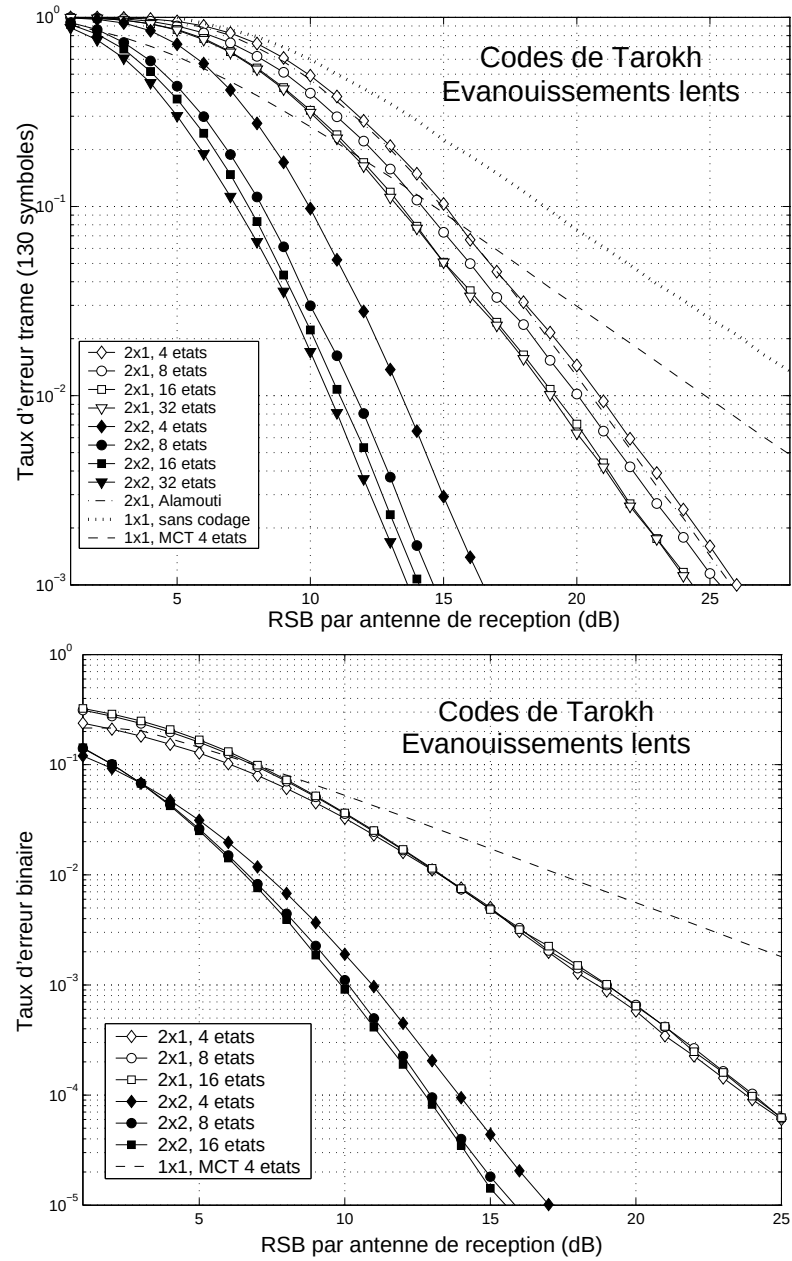


FIG. 4.8 – Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Tarokh sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2

La deuxième étape des simulations consiste à tester les performances des codes en taux d'erreur binaire (TEB) même si les codes sont optimisés vis-à-vis de critères obtenus à partir de la borne supérieure de la probabilité par paire et non pas à partir de celle de la probabilité d'erreur binaire. Nous avons choisi de mener les tests sur l'ensemble des codes précédents pour des systèmes 2×1 et 2×2 . Les performances sont présentées sur la figure 4.8. On vérifie bien que le passage du taux d'erreur trame au taux d'erreur binaire ne peut pas être décrit par une relation de proportionnalité au contraire d'une

modulation MDP2 sans codage, pour laquelle on peut déduire le taux d'erreur trame à partir des résultats en taux d'erreur binaire en multipliant par la longueur des trames. Aucune relation directe ne peut être dégagée entre les performances en TET et celles obtenues en TEB puisque les erreurs ne sont pas uniformément réparties dans le flot de données⁴. Les courbes de taux d'erreur binaire sur canaux à évanouissements lents pour un système SISO sans codage et une modulation codée en treillis à 4 états ont été ajoutées afin de constater à la fois le gain de diversité et de codage que nous apportent les codes de Tarokh à fort RSB. Cependant, il est très important de noter que pour les systèmes 2×1 , les performances en TEB ne sont pas améliorées lorsque l'on augmente la taille du codeur. Pourtant, les performances en taux d'erreur trame avaient montré que le gain de codage s'accroissait avec le nombre d'états du codeur. Le comportement des codes est donc totalement différent selon que l'on exprime les résultats en TET ou en TEB. Par ailleurs, à faible RSB, on constate que les performances en TEB se dégradent, pour un système donné, lorsque le nombre d'états du codeur augmente. En effet, puisque la corrélation introduite par le codeur augmente, celui-ci est plus sensible aux erreurs de décodage lorsqu'elles apparaissent et notamment à faible RSB.

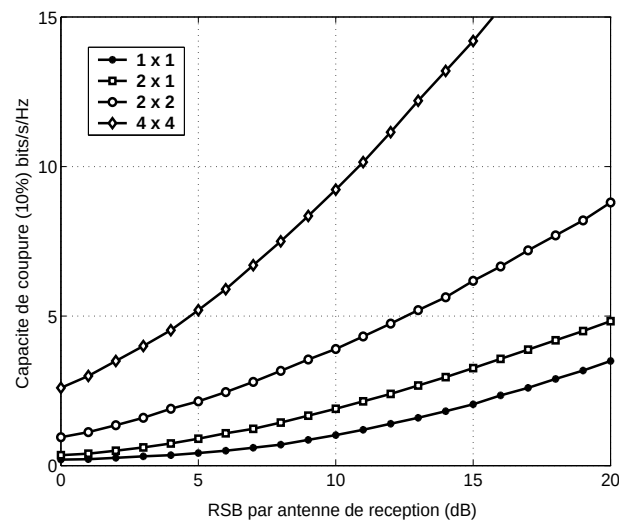


FIG. 4.9 – *Capacité de coupure à 10 % de différents canaux MIMO*

Il est intéressant de comparer les performances obtenues avec ces modulations STTCM à la limite prévue par le calcul de la capacité MIMO. Nous sommes dans un cas de non-ergodicité du canal puisque le temps d'observation, soit la trame, est inférieur au temps de cohérence du canal. Les courbes de capacité à prendre en considération sont donc les courbes de capacité de coupure présentées figure 4.9 où la puissance émise est identique quel que soit le nombre d'antennes d'émission. Elles sont données pour une probabilité de 90%. On peut y lire que, la transmission à 2 bits/s/Hz échoue à 10% à un rapport signal à bruit de 4.5 dB pour un système 2×2 , et de 10.5 dB pour un système 2×1 . Les courbes représentées sur la figure 4.8 nous donnent un taux d'erreur trame de 10% à

4. En effet, lorsque le décodeur se « trompe », toute la séquence décodée est fautive. Les erreurs interviennent par « paquets » à cause de la mémoire introduite par le codage convolutif.

7.75 dB pour le système 2×2 à 16 états et à 13.5 dB pour le système 2×1 à 16 états. Nous nous situons donc respectivement à 3.25 dB et 3 dB de la limite de la capacité prévue par Foschini [FG98]. On note que la capacité de coupure prévue pour les canaux SISO donne une efficacité spectrale de 2 bits/s/Hz pour un RSB de 14.5 dB à une probabilité de 10%, soit un décalage de 4 dB par rapport au système 2×1 et de 10 dB par rapport au système 2×2 . On en conclut que l'efficacité spectrale est largement augmentée par l'utilisation des modulations codées sur plusieurs antennes d'émission, ce qui va dans le sens de l'amélioration de la transmission en voie descendante.

Un grand nombre d'auteurs se sont alors penchés sur la recherche de codes qui possèdent des gains de codage supérieurs à ceux des codes de Tarokh, en respectant en premier lieu le critère du rang. L'un des premiers à proposer de nouveaux codes est **Grimm** [GFK98]. Celui-ci s'intéresse au critère du « Zéro symétrie » (*cf.* paragraphe 2.4.3). En basant son étude sur une représentation matricielle particulière du codeur temps-espace, Grimm montre que la structure « Zéro symétrie » qui concerne la matrice $\mathbf{A}$ se retrouve dans la matrice génératrice du code. Autrement dit, il prouve que si la matrice génératrice du code est de type « Zéro symétrie », alors le critère du rang est vérifié (condition suffisante). À partir de ce résultat, Grimm oriente sa recherche systématique et obtient des codes donnant de meilleurs résultats que ceux de Tarokh. En 2000, **Barö** [BBH00] engage à son tour une recherche systématique de codes temps-espace. À l'aide d'un algorithme basé sur le calcul du gain de codage, Barö présente un certain nombre de nouveaux codes dont les performances dépassent celles obtenues par Tarokh. Les modulations 2-STTCM-QPSK, proposées par Barö [BBH00], sont données en annexe D en notation polynômiale et leurs performances présentées figure 4.10.

Blum [Blu00], quant à lui, étudie de plus près le calcul du gain de codage pour des codes qui atteignent le gain de diversité maximal, et en déduit un encadrement de celui-ci par une borne supérieure et inférieure. Ces bornes, beaucoup plus simples et rapides à calculer que la valeur exacte du gain de codage, permettent d'accélérer et d'affiner la recherche systématique des codes. C'est ainsi que les codes de Blum (figure 4.11) dépassent les performances annoncées par Barö en proposant des codes plus performants, sur canal à évanouissements lents. Les polynômes des modulations 2-STTCM-QPSK sont également donnés en annexe D.

En 2001, **Chen** [CYV01] puis **Zhou** [ZWZC01] conduisent une recherche de codes à partir du critère de la trace sur des canaux à évanouissements lents (*cf.* paragraphe 2.4.5). Ils montrent, comme le prévoit le critère, qu'à partir d'un nombre suffisant d'antennes en émission et en réception ($N_t N_r > 3$), la trace de la matrice $\mathbf{A}$ devient prépondérante devant le déterminant. Typiquement, pour des codes à 4 états par exemple, il propose des codes pour lesquels la trace de $\mathbf{A}$ est supérieure à celle des codes de Tarokh et Barö, mais dont le déterminant est plus faible. Les résultats de simulations de ces codes, représentés figure 4.12, montrent [CA01] qu'ils sont meilleurs que ceux de Tarokh et Barö pour $N_t = 2$ et $N_r > 1$ ce qui prouve dans le cas présent que la trace de $\mathbf{A}$ est prépondérante pour l'optimisation des codes résultants. De plus, on rappelle que le critère de la trace ne dépend pas du type de canal. Ainsi, *a priori*, les codes de Chen sont optimaux aussi bien sur les canaux à évanouissements lents que rapides comme nous allons le vérifier par la suite.

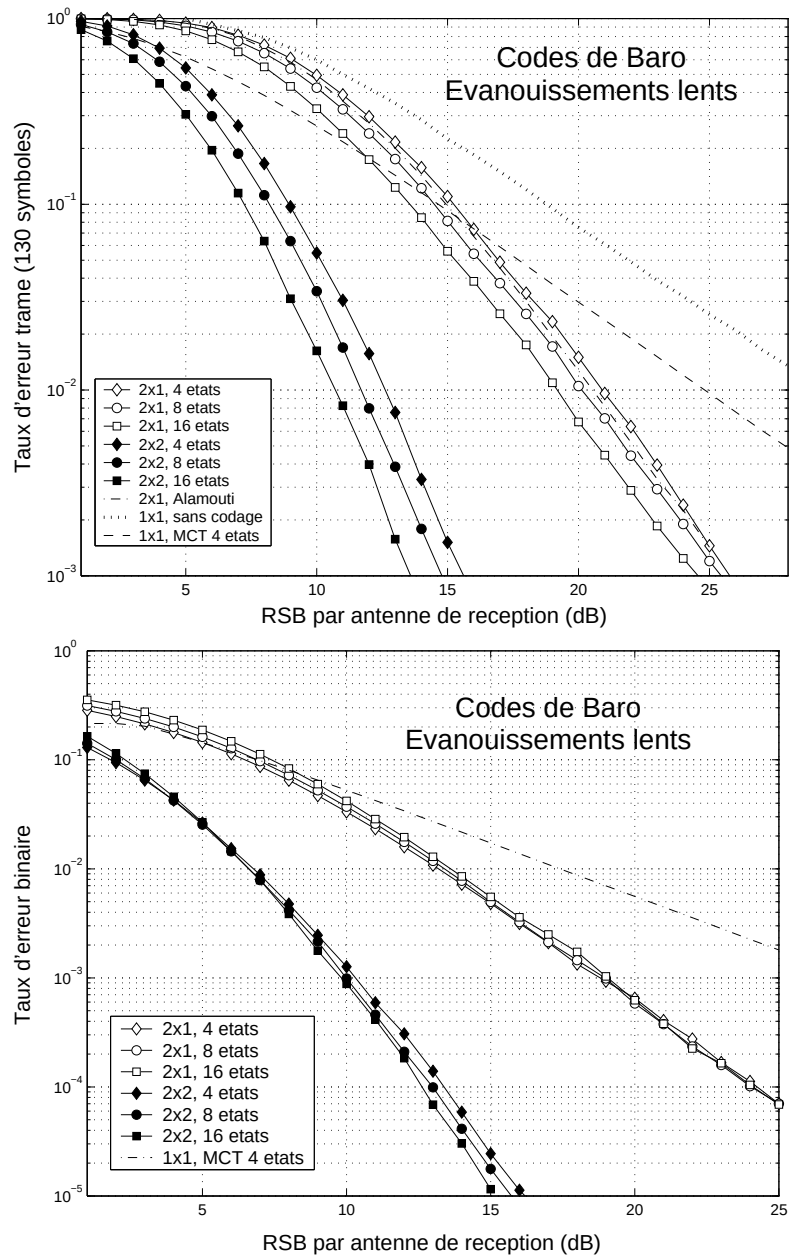


FIG. 4.10 – Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Barö sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2

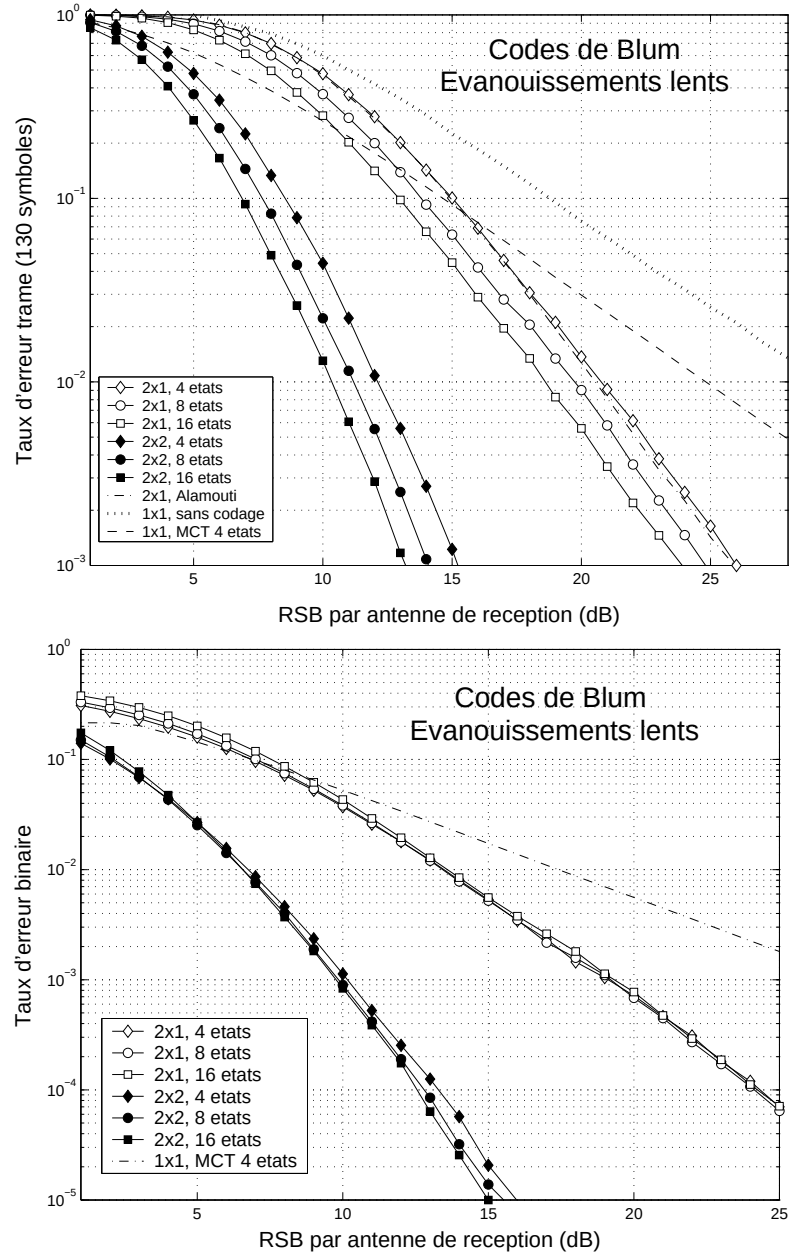


FIG. 4.11 – Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Blum sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2

Les figures 4.13 et 4.14 permettent quant à elles de comparer les résultats des différents auteurs pour les codes à 4 états. Le RSB de ces courbes est maintenant calculé de telle sorte que la puissance reçue est normalisée par N_r afin de comparer la diversité spatiale obtenue par une modulation STTCM avec celle obtenue par la technique MRC en SIMO. Pour un système 2×1 on se rend compte que les performances sont à peu de choses près identiques pour l'ensemble des codes, alors que pour un système 2×2 , on note bien la progression en performances des codes de Baro, Blum et Chen par rapport à ceux de

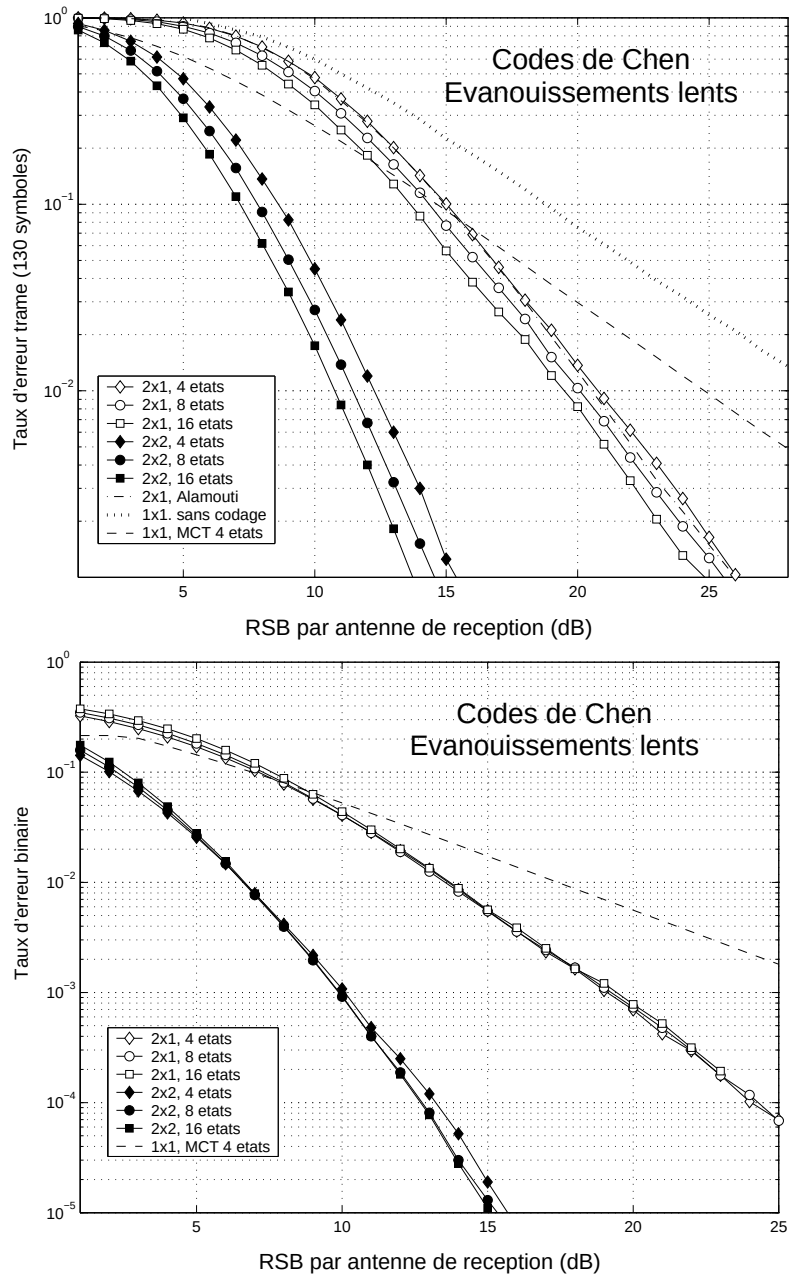
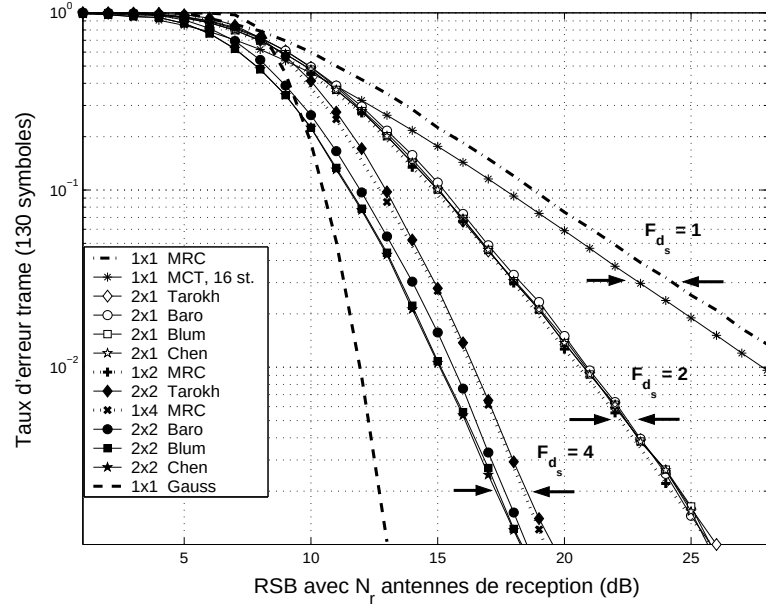


FIG. 4.12 – Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Chen sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2

TAB. 4.2 – Valeurs minimales obtenues par les critères pour des 2-STTCM-QPSK, de rang maximal égal à 2, pour 4, 8 et 16 états

Auteurs	4 états					8 états					16 états				
	$\det_{\min}$	$\text{tr}_{\min}$	$d_{E_{\min}}^{(N_t)^2}$	$d_{H_{\min}}^{(N_t)}$	$d_{P_{\min}}^{(N_t)^2}$	$\det_{\min}$	$\text{tr}_{\min}$	$d_{E_{\min}}^{(N_t)^2}$	$d_{H_{\min}}^{(N_t)}$	$d_{P_{\min}}^{(N_t)^2}$	$\det_{\min}$	$\text{tr}_{\min}$	$d_{E_{\min}}^{(N_t)^2}$	$d_{H_{\min}}^{(N_t)}$	$d_{P_{\min}}^{(N_t)^2}$
[TSC98]	4	4		2	4	12	8				12	8		3	16
[BBH00]	8	6		2	8	12	8				20	12		3	48
[Blu00]	1.37	8		2	16						32	12		3	64
[CYV01]	4	10		2	24	8	12				8	16		3	128
[FVY00]	0.69	10		2	24						20	14		3	64
[ZWZC01]	16		8		24										
[Bou03]	8	8		2	16						8	14		3	96

Tarokh. Si l'on regarde le tableau 4.2⁵, on constate que le code de Blum présente en effet un déterminant plus faible mais une trace supérieure à celui de Tarokh. De même, le code de Chen [CYV01], qui est construit sur le critère de la trace et dont la trace égale à 10 est la plus élevée de celles présentées dans le tableau 4.2, présente des performances similaires à celles du code de Blum [Blu00] qui obtient une trace de 8. Le critère de la trace permet donc bien de maximiser le gain de codage lorsque le nombre de canaux $N_t N_r$ est élevé. On vérifie en outre que les pentes des courbes correspondent bien au facteur de diversité, $F_{d_s} = N_t N_r$, pour chaque système.

FIG. 4.13 – Performances en TET des différentes 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2

5. Les valeurs en italique correspondent aux valeurs non-fournies dans la littérature et qui ont été obtenues par une recherche systématique dans [Bou03].

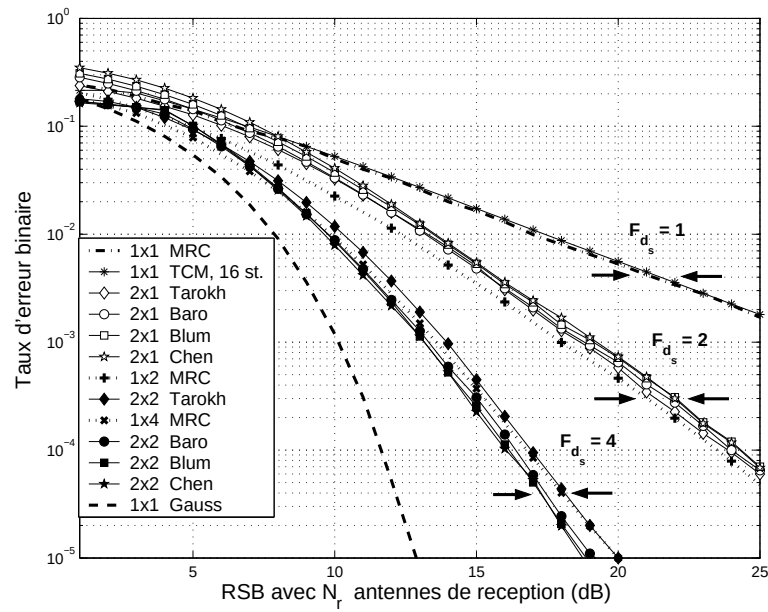


FIG. 4.14 – Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2

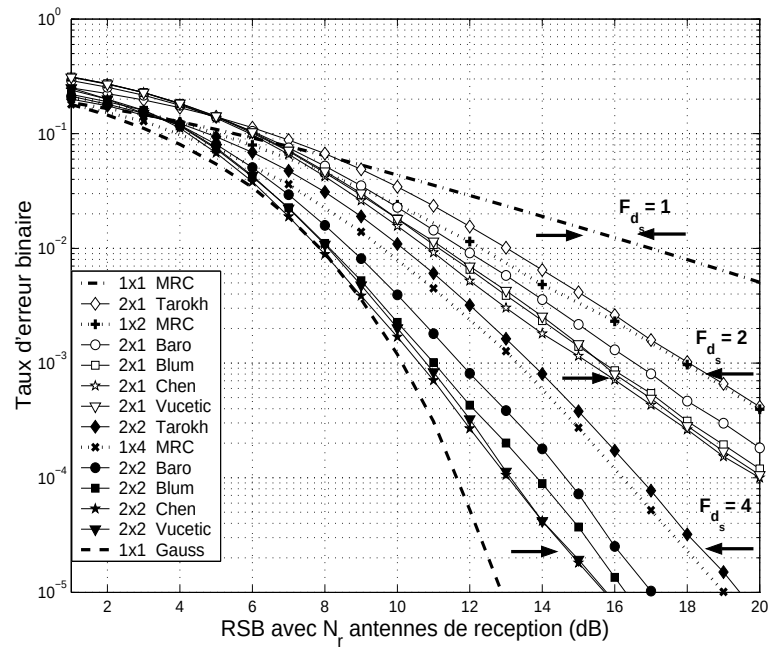


FIG. 4.15 – Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2

4.4.2 Évanouissements rapides

Nous avons voulu tester les performances des codes étudiés jusqu'alors, en prenant l'hypothèse d'un canal sans mémoire puisque ces résultats ne sont que rarement présentés dans la littérature. Parmi les codes précédents, seul le code de Chen est censé être également optimal pour ce type de canal. Nous avons effectué les simulations pour les codes de Tarokh, Baro, Blum et Chen à 4 états, figure 4.15, et à 16 états, figure 4.18. Ces résultats sont présentés uniquement en TEB puisque le TET n'a pas vraiment d'intérêt sur ce type de canaux. De plus, nous avons testé les performances des codes de Firmanto et de Vucetic [FVY00] issus d'une recherche systématique selon les critères de la distance et du produit qui sont les critères de construction des codes pour des canaux à évanouissements rapides.

On remarque sur la figure 4.15 que les codes de Firmanto, optimisés pour les canaux à évanouissements rapides, présentent naturellement les meilleurs résultats. D'autre part, on remarque que les codes de Chen à 4 états donnent des performances comparables au code à 4 états proposé par Firmanto et Vucetic. Le code de Chen est donc un code optimal sur canal sans mémoire, ce que l'on avait déjà affirmé (*cf.* paragraphe 2.4.5). Si l'on regarde maintenant le tableau 4.2, les paramètres $d_{P_{\min}}^{(N_t)^2}$ et $d_{H_{\min}}^{(N_t)}$ qui conditionnent les performances sur canaux sans mémoire sont particulièrement médiocres pour les codes de Tarokh et Barö. En revanche, le code de Firmanto présente la distance produit la plus élevée. En ce qui concerne le code de Chen, il a les mêmes valeurs de trace et de distance produit que le code de Firmanto-Vucetic. Ces codes ont donc de bonnes performances lorsque le nombre d'antennes de réception est élevé, mais également sur les canaux à évanouissements rapides indépendamment du nombre d'antennes de réception. Il est donc surprenant que Chen n'ait pas cherché à tester ses codes aussi sur des canaux de Rayleigh à évanouissements rapides. Ceux-ci dans [CYV01] s'avèrent en réalité être les plus performants sur ce genre de canaux puisque le critère de la trace est lié indirectement à celui de la distance produit.

On note figure 4.17 que pour le code de Vucetic-Firmanto qui est optimisé pour les canaux à évanouissements rapides, l'amélioration des performances est importante lorsque l'on augmente le nombre d'états du codeur. Comparativement au cas des canaux à évanouissements lents, le gain observé ici est bien plus accentué. Ceci est dû aux variations rapides du canal : en effet, on comprend qu'en augmentant l'interdépendance entre les symboles dans le temps, les performances seront d'autant meilleures que ces symboles subissent des atténuations décorréées dans le temps. Notons que pour faciliter la lecture des courbes, nous n'avons pas normalisé la puissance reçue par N_r .

Il est intéressant à présent de comparer les pentes des courbes de performances pour le code de Vucetic à 16 états pour un système 2×1 et le code de Tarokh à 4 états pour une système 2×2 . Rappelons que le gain de puissance en réception n'est pas normalisé par N_r sur cette figure et que l'on suppose une parfaite décorrélation des processus de Rayleigh en temps et en espace. On remarque en effet que ces pentes sont identiques, ce qui revient à dire que l'ordre de diversité est le même. Dans le cas du code de Tarokh, on sait que la diversité est de $N_t N_r = 4$. Pour le code de Vucetic, on peut alors dire que la distance de

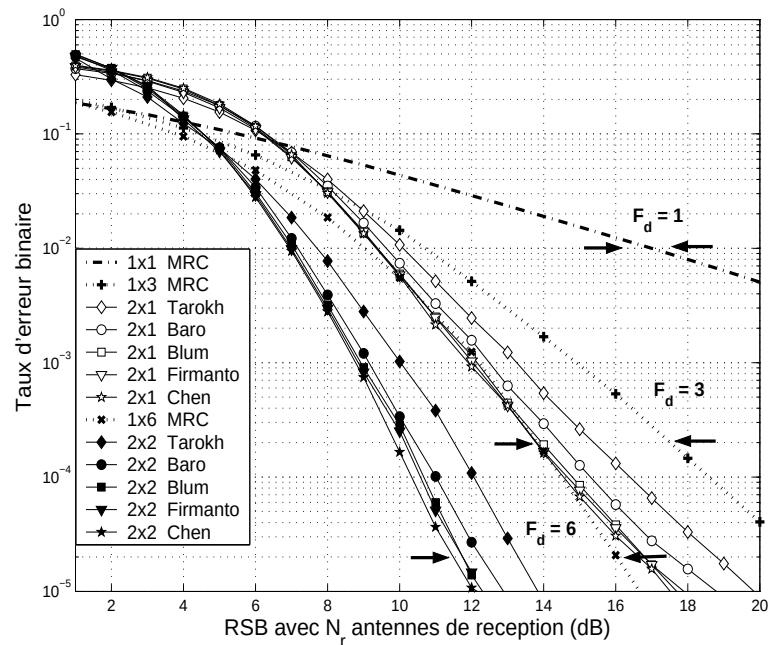


FIG. 4.16 – Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 16 états sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2

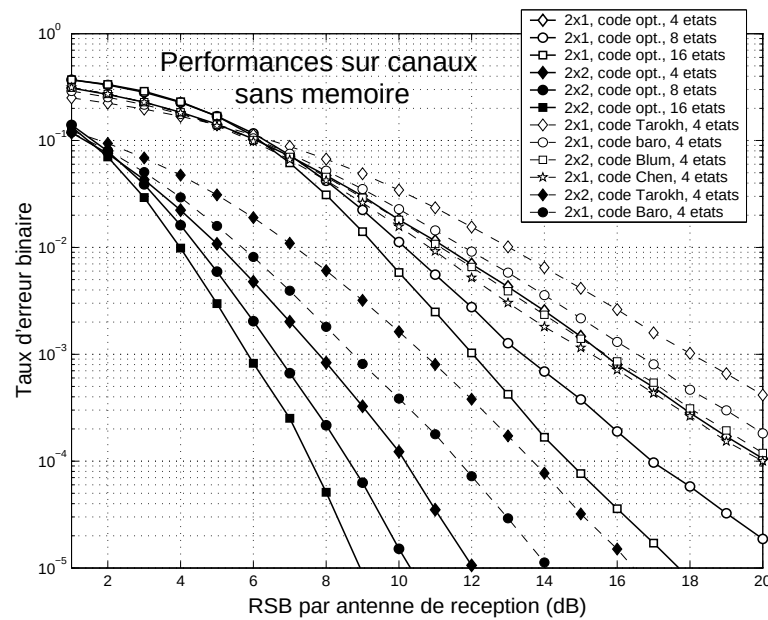


FIG. 4.17 – Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK, à 4, 8 ou 16 états sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2

Hamming est égale à 4, puisque le terme de diversité vaut $N_r d_H^{(N_t)} = 4$, avec $N_r = 1$. Ce résultat est tout à fait normal puisque le codeur possède $N_p = 6$ bascules à retard et que le nombre de bits en entrée du codeur vaut $N_b = 2$. Ainsi $d_H^{(N_t)} = F_{d_{\max}} = \frac{N_p}{N_b} + 1 = 4$. Cette remarque nous permet de noter que les performances ne dépendent ici que du nombre d'états du codeur et non du nombre d'antennes à l'émission.

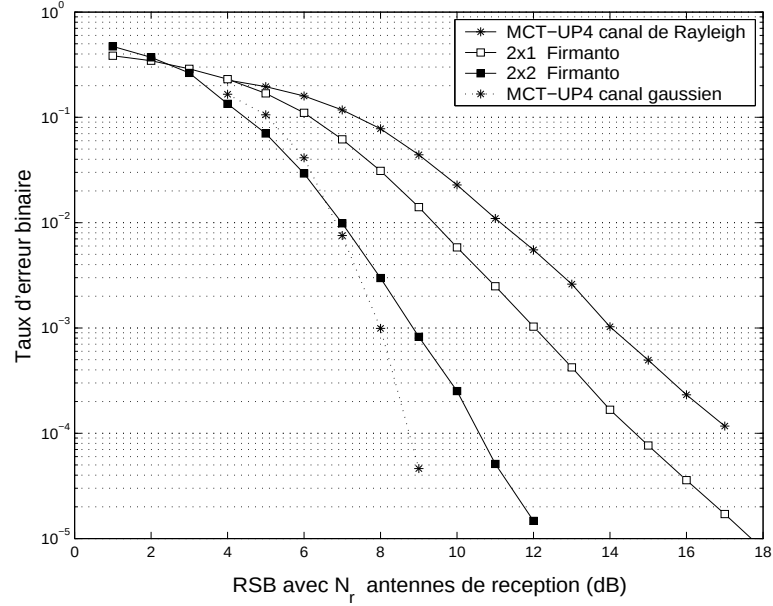


FIG. 4.18 – Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 16 états de Firmanto sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2 , et de la MCT UP4 d'Ungerboeck

A titre indicatif, il est intéressant ici de comparer, sur la figure 4.18, les performances du code temps-espace à 16 états de Firmanto-Vucetic avec celles d'une MCT-8PSK à 16 états de rendement $2/3$, données à l'origine par Ungerboeck [Ung82] dont les polynômes générateurs $H_i(D)$ de contrôle de parité exprimés en octal sont : $H_0 = 23$, $H_1(D) = 04$, $H_2(D) = 16$. Cette MCT dont tous les bits d'information sont codés est un code optimal pour un canal gaussien mais pas pour des canaux à évanouissements puisqu'il présente une très bonne distance euclidienne mais un faible facteur de diversité. En effet, pour la MCT-SISO, on relève un taux d'erreur binaire de 10^{-4} à 9 dB pour la transmission de 2 bits utiles par seconde et par Hertz sur canal gaussien, et on note le même TEB à 10.5 dB pour la STTCM en système 2×2 , qui permet elle aussi la transmission de 2 bits utiles sur canal de Rayleigh. Ainsi, on s'aperçoit que l'on se rapproche des performances gaussiennes en utilisant plusieurs antennes en émission et en réception.

4.5 Méthode de construction de modulations STTCM

Après avoir présenté le principe général des modulations codées en treillis temps-espace et les codes optimaux de la littérature, nous allons maintenant nous attarder sur une méthode permettant de construire une base de données contenant des modulations STTCM ainsi que les valeurs prises par les différents critères d'optimisation, à savoir la distance de Hamming, la distance produit, le rang, le déterminant et la trace. Ces codes sont proposés pour des systèmes à $N_t = 2$ antennes dont les codeurs sont à 4 ou à 16 états et génèrent des symboles QPSK. Ils sont notés sous la forme [4-PSK]-[$N_t = 2$]-[2^{N_ν}] avec $N_\nu = 2$ ou 4. Cette méthode ainsi que la recherche qui a suivi ont été proposées à l'origine par Stéphane Bougeard dans le cadre de son post-doctorat au sein de l'IETR [Bou03]. Il a ainsi pu retrouver des codes optimaux précédemment publiés dans la littérature et proposer de nouveaux codes aux performances similaires voire meilleures. Ce travail est ici brièvement décrit car il est directement lié aux études que nous venons de présenter. En particulier, il utilise la notation polynômiale que nous avons proposée.

4.5.1 Complexité exponentielle d'une recherche systématique et exhaustive

La méthode de construction mise en oeuvre peut être décomposée en deux étapes distinctes. Dans un premier temps, nous effectuons une recherche systématique et informatique de toutes les modulations STTCM possibles sans tenir compte des critères d'optimisation. Dans un second temps, nous calculons l'ensemble des critères d'optimisation sur la base de données obtenues à l'étape précédente.

D'après la structure polynômiale du codeur temps-espace adoptée au paragraphe 4.3.3, l'étape de recherche systématique et exhaustive consiste à déterminer les N_t vecteurs $\mathbf{g}_t$ de coefficients multiplicateurs associés à chaque antenne d'émission. Essayons maintenant d'évaluer la complexité d'une telle recherche. Prenons l'exemple d'un code utilisé avec une constellation QPSK pour $N_t = 2$ antennes d'émission et à 4 états, noté sous forme concise [QPSK]-[$N_t = 2$]-[2^2]. Les $N_t = 2$ vecteurs des polynômes générateurs auront donc comme forme générale :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1^0 & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 \\ g_2^0 & g_2^1 & g_2^2 & g_2^3 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

où tous les coefficients g_t^q prennent leurs valeurs dans l'ensemble $\mathbb{Z}_4 = \{0, 1, 2, 3\}$.

Une recherche aveugle de tous les codes [QPSK]-[$N_t = 2$]-[2^2] conduirait à $(4^4)^2 = 65536$ combinaisons possibles. En généralisant ce nombre de combinaisons possibles aux codes [2^{N_b} -PSK]-[N_t]-[2^{N_ν}], on obtient alors à :

$$[(2^{N_b})^{N_\nu+M}]^{N_t} \text{ combinaisons possibles} \quad (4.24)$$

Le nombre de combinaisons possibles dépend donc de façon exponentielle du nombre d'antennes d'émission, du nombre de blocs mémoires et de leur taille. Ainsi, dans le cas

d'un code $[4\text{-PSK}]-[N_t = 2]-[2^{N_\nu}]$, le simple fait de passer de 4 états ($N_\nu = 2$) à 16 états ($N_\nu = 4$) conduit à une augmentation du nombre de combinaisons possibles de 65536 à $(65536)^{3/2} = 16777216$. Cependant, parmi toutes ces combinaisons, on trouvera, par exemple, un code ayant tous ses coefficients à 0 et qui n'est pas à proprement parler une modulation STTCM. Etant donné l'augmentation exponentielle du nombre de combinaisons, on comprend alors qu'il est important de définir des règles de construction afin de diriger la recherche systématique de codes et ainsi éviter les combinaisons inutiles.

Dans [TSC98], au vu de ses premiers résultats, Tarokh avance que la complexité du treillis réalisé est directement liée au compromis qui existe entre la taille de la constellation, l'ordre de diversité et le taux de transmission.

Notons que les codes proposés par Tarokh pour $N_t = 2$, soit à 4 états utilisés avec une modulation QPSK, soit celui à 8 états utilisé avec une modulation 8-PSK, atteignent la borne supérieure du taux de transmission, *i.e.* respectivement 2 et 3 bit/s/Hz. Ces codes et tous ceux qui ont été obtenus ultérieurement avec les mêmes paramètres mais un gain de codage supérieur constituent donc le meilleur compromis entre taux de transmission, diversité, complexité du treillis et taille de la constellation [TSC98].

Peu d'auteurs ont pourtant proposé des méthodes pour réduire la complexité de calcul. Notons toutefois qu'il peut être parfois plus rapide d'appliquer directement les critères d'optimisation des codes que de chercher à construire des méthodes qui s'avèrent au final difficilement programmables. C'est pourquoi en pratique on cherche plutôt à simplifier les algorithmes qui construisent les codes à partir des matrices génératrices ou des polynômes que ceux qui les construisent à partir des matrices de différences ou des matrices de distance.

4.5.2 Règles de construction pour réduire la complexité

4.5.2.1 Condition d'équiprobabilité

Une première solution pour limiter le nombre de combinaisons consiste à imposer que les symboles MISO $\{x_1 \dots x_{N_t}\}$ émis, correspondant à des couples de symboles SISO $\{x_t\}$ $1 \leq t \leq N_t$ émis chacun sur une antenne, soient équiprobables. Si l'on reprend la notation polynômiale des symboles temps-espace adoptée au paragraphe 4.3.3, chaque symbole SISO x_t émis sur la $t^{\text{ième}}$ antenne s'exprime sous la forme :

$$x_t = \mathbf{g}_t \mathbf{b}^T \pmod{M} \quad (4.25)$$

où $\mathbf{b}$ représente le vecteur des bits en entrée et en mémoire du codeur. L'opérateur $\pmod{M}$ nous rappelle ici que les résultats sont obtenus dans $\mathbb{Z}_M$ pour une modulation M-PSK.

Nous allons voir maintenant comment la condition d'équiprobabilité sur les symboles MISO permet de restreindre l'ensemble des vecteurs $\mathbf{g}_t$ de coefficients du codeur temps-espace aux vecteurs générant uniquement des symboles équiprobables. Reprenons l'exemple du code $[QPSK]-[N_t = 2]-[2^2]$. Les symboles SISO émis à partir de chacune des

antennes étant des symboles QPSK appartiennent tous à l'alphabet $\mathbb{Z}_4 = \{0, 1, 2, 3\}$. Le codeur dispose donc de 2 bits en mémoire et de 2 bits en entrée qui sont rassemblés dans le vecteur $\mathbf{b} = [b_0, b_1, b_2, b_3]$. Les vecteurs $\mathbf{b}$ composés de 4 bits forment donc un ensemble $\mathcal{B}$ contenant les 2^4 réalisations possibles de $\mathbf{b}$. Ces 16 vecteurs binaires de $\mathcal{B}$ combinés au vecteur de coefficients $\mathbf{g}_t$ génèrent également 16 symboles SISO x_t appartenant à $\mathbb{Z}_4$. Dans le cas présent où $N_t = 2$, nous obtenons un ensemble $\mathcal{S}$ composé de 16 symboles MISO correspondant au couple $\{x_1 x_2\}$ et défini par :

$$\mathcal{S} = \{x_1 x_2 \quad \forall \mathbf{b} \in \mathcal{B}\} \quad (4.26)$$

- **Condition de validité sur les polynômes :** un couple de combinaisons de polynômes $\{\mathbf{g}_1 \dots \mathbf{g}_{N_t}\}$ sera considéré comme valide si tous les symboles MISO possibles selon la constellation utilisée sont équiprobables.

Selon l'exemple adopté, le couple de combinaisons $(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2)$ sera considéré comme valide si les 2^4 symboles MIMO $\{x_1, x_2\}$ générés par les 2^4 réalisations de $\mathbf{b}$ et composant l'ensemble $\mathcal{S}$ sont équiprobables. Sachant que tout l'alphabet $\mathbb{Z}_4 = \{0,1,2,3\}$ de la modulation QPSK doit être utilisé, cette condition peut s'écrire :

$$(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2) \text{ est valide si } \mathcal{S} = \mathbb{Z}_4^2 \quad (4.27)$$

Intuitivement, cette condition d'équiprobabilité sur les symboles MISO $\{x_1 x_2\}$ implique l'équiprobabilité de chaque symbole SISO x_1 et x_2 . Décomposons l'ensemble $\mathcal{B}$ des 2^4 réalisations possibles du vecteur $\mathbf{b}$ en plusieurs sous-ensembles $\mathcal{B}_k$ tels que chacun de ces sous-ensembles contient les réalisations du vecteur binaire $\mathbf{b}$ qui, combinés au vecteur de coefficients $\mathbf{g}_t$, permettent d'obtenir un symbole x_t égal à $k \in \mathbb{Z}_4$:

$$\mathcal{B} = \{\mathcal{B}_k\}_{k \in \{0,1,2,3\}} \quad | \quad \mathbf{b} \in \mathcal{B}_k \Rightarrow x_t = k \quad (4.28)$$

Ainsi la condition d'équiprobabilité des 2^4 symboles SISO x_t permet de simplifier la condition (4.27) et d'écrire :

$$\mathbf{g}_t \text{ est valide si } \text{card}(\mathcal{B}_k) = \text{card}(\mathcal{B}_l) \quad \forall k \neq l \quad (4.29)$$

En conclusion, afin de limiter la complexité d'une recherche exhaustive, la condition d'équiprobabilité imposée sur les symboles MISO émis par le codeur temps-espace permet de restreindre la recherche de polynômes générateurs à ceux qui vérifient la condition (4.29). Notons que bien que cette condition soit nécessaire, elle n'est cependant pas suffisante.

A - Contrainte sur les coefficients polynômiaux

Cherchons maintenant à reporter la condition (4.29) de l'équiprobabilité des symboles émis sur la construction des vecteurs $\mathbf{g}_t$ de coefficients polynômiaux.

Définissons tout d'abord un symbole SISO x_t par la relation : $x_t = g_t^0 \cdot b_0 \oplus g_t^1 \cdot b_1$ où $\oplus$ correspond à l'addition modulo 4. L'ensemble des symboles x_t possibles générés par les 4 réalisations du couple $\{b_0, b_1\}$ sont :

b_0	b_1	$x_t = g_t^0 \cdot b_0 \oplus g_t^1 \cdot b_1$
0	0	0
0	1	g_t^1
1	0	g_t^0
1	1	$g_t^1 \oplus g_t^0$

Déterminons les contraintes sur g_t^0 et g_t^1 afin que l'ensemble généré $\{0, g_t^1, g_t^0, g_t^1 \oplus g_t^0\}$ soit égal à $\mathbb{Z}_4$ pour que les symboles x_t soient équiprobables, *i.e.* pour que les réalisations de x_t soient distinctes l'une de l'autre et n'apparaissent qu'une seule fois. Dans [Bou03], l'auteur arrive à la conclusion que seuls les jeux de coefficients $[1 \ 2]$ et $[3 \ 2]$, permettent, quel que soit l'ordonnancement de ces coefficients, de générer l'ensemble $\mathbb{Z}_4$ dans sa totalité et sans multiplicité de l'un de ses éléments.

De la même façon, en cherchant les contraintes sur g_t^2 et g_t^3 telles que les réalisations de $x_t = 1 \cdot b_0 \oplus 2 \cdot b_1 \oplus g_t^2 \cdot b_2 \oplus g_t^3 \cdot b_3$ soient uniques, l'auteur montre que l'ensemble $\{x_t\}_{\mathcal{B}}$ des 2^4 valeurs de x_t obtenues peut se décomposer en quatre sous-ensembles tous identiques à $\mathbb{Z}_4$ quelles que soient les valeurs des deux coefficients $g_t^2, g_t^3 \in \mathbb{Z}_4$.

La condition **nécessaire et suffisante** pour vérifier (4.29) consiste donc à choisir des vecteurs de coefficients $\mathbf{g}_t$ comprenant au moins les couples de coefficients $[1 \ 2]$ ou $[3 \ 2]$, les autres coefficients pouvant prendre n'importe quelle valeur dans $\mathbb{Z}_4$. Cette méthode de construction des polynômes générateurs $\mathbf{g}_t$ peut être appliquée à des vecteurs de dimension quelconque, *i.e.* pour n'importe quel nombre d'états du codeur.

B - Gain en nombre d'opérations

Appliquée à l'algorithme de recherche de codes, la condition précédente permet, dans le cas $[4\text{-PSK}]-[N_t = 2]-[2^2]$, de ne construire que 160 combinaisons $\mathbf{g}_t$ au lieu des 256 possibles au départ, soit $(160)^2 = 25600$ couples de combinaisons $(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2)$ au lieu des 65536 possibles. De plus, en utilisant la propriété que l'ordonnancement des différents coefficients g_t^q au sein du vecteur $\mathbf{g}_t$ ne modifie aucunement la condition d'équiprobabilité à partir du moment où deux coefficients sont égaux à $[1 \ 2]$ ou $[3 \ 2]$, l'algorithme de recherche de codes proposé dans [Bou03] ne construit pas directement les 160 combinaisons valides mais uniquement 16 combinaisons de référence qui, par permutations, permettent de régénérer les 160 combinaisons recherchées. Ainsi, l'algorithme teste 1336 couples de combinaisons $(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2)$ au lieu des 65536 possibles. Les codes retenus sont alors développés par permutation. Ceci représente un gain de traitement d'environ 50 par rapport à une recherche non dirigée.

4.5.2.2 Condition de non-catastrophicité

De même que pour les systèmes SISO, il existe pour les systèmes MIMO des codes appelés « catastrophiques » pour lesquels un nombre fini d'erreurs dans le canal de transmission peut engendrer un nombre infini d'erreurs en sortie du décodeur. Pour ces codes, il existe au moins une séquence binaire d'information $u(D)$ de poids infini qui engendre une séquence binaire $c(D)$ de poids fini en sortie du codeur. Autrement dit, un code est catastrophique lorsque deux séquences binaires à l'entrée du codeur, présentant une distance de Hamming infinie (ex : 00000... et 11111...), engendrent en sortie du codeur deux séquences séparées d'une distance de Hamming finie (ex : 000000... et 0101000...). Ainsi, bien que les séquences en entrée aient la capacité de distinction maximale en ayant une distance de Hamming infinie (cas idéal), les codes catastrophiques engendrent en sortie des séquences très faiblement discernables. De cette remarque il s'en suit que les codes systématiques ne sont jamais catastrophiques, ce qui n'est pas le cas des codes non-systématiques que nous utilisons dans le cas des modulations temps-espace codées en treillis. Afin d'économiser du temps de calcul, il est donc nécessaire d'être en mesure de détecter les codes MIMO dont le comportement est catastrophique en étendant le principe de détection de catastrophicité des codes SISO aux codes MIMO.

- **critère de détection des codes catastrophiques MISO :** de façon analogue au cas SISO, une modulation STTCM est dit non-catastrophique si le PGDC (Plus Grand Diviseur Commun) de chacune des lignes de la matrice génératrice du code MIMO est de la forme D^l afin qu'une séquence binaire $u(D)$ de poids infini n'engendre pas une séquence codée de poids fini. Au lieu de calculer le PGCD pour chacune des lignes, il suffit de vérifier que le PGCD des déterminants ou des mineurs de la matrice génératrice $G(D)$ du code MISO est de la forme D^l avec $l \leq 0$.

Le critère de non-catastrophicité d'un code MISO est équivalent au critère de non-catastrophicité d'un code SISO de rendement $R_c = N_b/L$ avec $N_b > 1$. Nous rappelons en effet que dans le cas SISO [LC83] :

- Pour un code de rendement $R_c = 1/L$: un code est non-catastrophique si le PGCD de ses polynômes générateurs est de la forme D^l avec $l \geq 0$.
- Pour un code de rendement $R_c = N_b/L$: un code est non-catastrophique si le PGCD des déterminants de toutes ses $N_b \times N_b$ sous-matrices (mineurs pleins) des polynômes générateurs est de la forme D^l avec $l \geq 0$.

A - Exemple de codes non-catastrophiques

Afin d'exposer le principe de détection de catastrophicité des codes MIMO proposés dans [Bou03], prenons l'exemple du code de Chen à 16 états qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} & b_1^l & b_2^l & b_1^{l-1} & b_2^{l-1} & b_1^{l-2} & b_2^{l-2} \\ \text{Antenne 1 :} & 0 & 2 & 2 & 3 & 0 & 2 \\ \text{Antenne 2 :} & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

où les deux lignes de la matrice représentent les coefficients multiplicateurs associés respectivement à la première et à la deuxième antenne d'émission.

Nous pouvons également représenter ce code par sa matrice génératrice $G(D)$:

$$G(D) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} & \text{Antenne 1} & & & \text{Antenne 2} & \\ & \times 1 & \times 2 & \times 3 & \times 1 & \times 2 & \times 3 \\ b_1 : & 0 & D & 0 & 0 & (1 + D + D^2) & 0 \\ b_2 : & 0 & 1 + D^2 & D & 1 + D & 0 & D^2 \end{array} \right] \quad (4.31)$$

Il est également possible d'intégrer les coefficients aux polynômes afin d'obtenir une forme plus compacte de la matrice génératrice du code MIMO :

$$G(D) = \left[\begin{array}{c|c} 2D & 2(1 + D + D^2) \\ 2 + 3D + 2D^2 & 1 + D + 3D^2 \end{array} \right] \quad (4.32)$$

Nous constatons alors que dans le cas du code de Chen, le PGCD des mineurs de taille 2×2 de (4.31) est égal à l'unité. Ce code n'est donc pas catastrophique. Notons qu'une condition suffisante pour construire un code non-catastrophique est de construire une matrice $G(D)$ comportant des 0 au niveau de chacune des colonnes pour que le PGCD soit égal à 1.

B - Exemple de codes catastrophiques

Prenons l'exemple d'un code qui présente les mêmes critères minimaux ainsi que le même spectre de distance que le code de Chen. Ce code qui devrait permettre théoriquement d'atteindre les mêmes performances que celles du code de Chen, présente en simulation des taux d'erreurs binaires supérieurs à 10^{-1} . Les coefficients de ce code sont les suivants :

$$\left[\begin{array}{cccccc} & b_1^l & b_2^l & b_1^{l-1} & b_2^{l-1} & b_1^{l-2} & b_2^{l-2} \\ \text{Antenne 1 :} & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ \text{Antenne 2 :} & 2 & 3 & 2 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right] \quad (4.33)$$

Nous pouvons également représenter ce code par sa matrice génératrice $G(D)$:

$$G(D) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} & \text{Antenne 1} & & & \text{Antenne 1} & \\ & \times 1 & \times 2 & \times 3 & \times 1 & \times 2 & \times 3 \\ b_1 : & 0 & D + D^2 & 0 & 0 & 1 + D & 0 \\ b_2 : & D + D^2 & 1 & 0 & D & D^2 & 0 \end{array} \right] \quad (4.34)$$

Cette matrice peut également être représentée sous une forme plus compacte :

$$G(D) = \left[\begin{array}{c|c} 2D(1 + D) & 2(1 + D) \\ 2 + D + D^2 & 3 + D + 2D^2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} G_1(D) \\ G_2(D) \end{array} \right] \quad (4.35)$$

Nous constatons que le PGCD de la première ligne de $G(D)$ est égal à $(1 + D \neq D^l)$. Ce code est donc catastrophique.

TAB. 4.3 – *Spectre de distance du code de Chen à 16 états*

δ_H	d_p^2								
$\delta_H = 3$	128	144	144						
$\delta_H = 4$	192	192	192	192	256	432	432	432	432

En effet, si la séquence de symboles MIMO émis $S(D) = [S_1(D) \ S_2(D)]$ est obtenue en appliquant la relation suivante :

$$S(D) = [S_1(D)S_2(D)] = [G_1(D)G_2(D)][u_1(D)u_2(D)]^T = c_1(D) + c_2(D) \quad (4.36)$$

où $S_1(D)$ et $S_2(D)$ sont les polynômes correspondant aux symboles émis respectivement sur les antennes 1 et 2.

Nous constatons qu'une séquence binaire de poids infini $u_1(D) = 1/(1+D)$ des bits b_1 à l'entrée du codeur va conduire à une séquence codée $c_1(D) = u_1(D)G_1(D)$ de poids fini :

$$c_1(D) = \frac{1}{1+D} [2D(1+D) | 2(1+D)] = [2D | 2] \quad (4.37)$$

Par ailleurs si $u_2(D) = 0$ alors $c_2(D) = [0 \ 0]$, la séquence de symboles MIMO émise est alors $S(D) = [2D \ 2]$. Ainsi, la séquence de symboles MIMO sera $\{S_1 S_2\} = \{02 \ 20 \ 00 \ 00 \ 00 \dots\}$. Ainsi, deux erreurs commises sur les deux premiers symboles MIMO de cette séquence émise peuvent engendrer un nombre infini d'erreurs : ambiguïté entre les séquences binaires décodées $\{00 \ 00 \ 00 \dots\}$ et $\{10 \ 10 \ 10 \dots\}$. Ce code est donc bien catastrophique même s'il est construit à partir de deux codes SISO non-catastrophiques.

L'étude menée dans [Bou03] a montré que combiner deux codes SISO qui sont non-catastrophiques est une condition nécessaire mais non-suffisante pour obtenir un code MIMO qui ne soit pas catastrophique.

Ce principe de détection a donc été appliqué à l'ensemble des codes MIMO générés afin de ne pas dépenser inutilement du temps de calcul pour la recherche de critères d'optimisation sur des codes qui s'avéreraient catastrophiques lors des simulations numériques.

4.5.2.3 Condition d'uniformité géométrique

Une autre condition qui évite la recherche inutile de codes non-exploitable a posteriori est la condition d'uniformité géométrique. Cette propriété décrite dans [For91] relativement aux structures algébriques permet notamment, lorsqu'elle est appliquée à un code en treillis, de déterminer le profil global des distances de ce code, *i.e.* l'ensemble de toutes les distances d'un chemin du treillis relativement aux autres chemins. Si en plus le spectre de distance est uniforme, alors le chemin de référence peut être quelconque. Il correspond généralement au chemin nul.

Du point de vue algébrique, afin de détecter si un code est géométriquement uniforme, il faut déterminer s'il existe un groupe de symétries tel qu'il permette de reconstruire

TAB. 4.4 – Spectre de distance du code N1 de S. Bougeard à 16 états

δ_H	d_p^2								
$\delta_H = 3$	96	144	216						
$\delta_H = 4$	128	144	192	192	288	384	384	576	576

l'ensemble des mots du code à partir de n'importe quel mot de code initial, tout en laissant le code invariant. Du point de vue expérimental, en fixant un chemin de référence, si l'on retrouve par simulation des résultats proches de ceux obtenus en théorie par le calcul du spectre de distance, alors on pourra conclure que les performances du code ne dépendent pas du chemin de référence et que le code est géométriquement uniforme.

4.5.2.4 Prise en compte du spectre de distance

Dans [Bou03], l'auteur montre que *même si plusieurs codes présentent les mêmes valeurs optimales des critères, ils ne conduisent pas à des performances identiques comme cela a pu être vérifié par simulation*. Ceci est expliqué par le fait que les calculs de performances présentés au chapitre 3 reposent sur l'hypothèse que ce sont les séquences pour lesquelles le critère d'optimisation est minimal qui régissent les performances du code en négligeant l'impact sur les performances des critères secondaires liés à la présence des séquences secondaires. Ces derniers sont d'autant plus importants que le nombre d'états du codeur est élevé puisque, dans un tel cas, le nombre de séquences divergeant de la séquence de référence à l'instant l et le nombre de plus petites mailles s'accroissent.

Par ailleurs, [Bou03] montre que le spectre de distance permet aussi de détecter de nouveaux codes très performants qui au départ ne semblaient pas l'être au regard des seuls critères minimaux d'optimisation. Ainsi, en prenant en compte les distances secondaires, il propose des codes dont les critères minimaux n'atteignent pas les valeurs optimales mais qui s'avèrent en simulation aussi performants voire meilleurs que les meilleurs codes présentés dans la littérature (*e.g.* code 16 états du tableau 4.2). Cette approche originale par rapport aux études jusqu'alors effectuées dans la littérature démontre que *les critères d'optimisation habituellement utilisés ne sont pas suffisants en tant que tels. Ils constituent une base de départ pour une recherche systématique mais utilisés seuls, ils peuvent conduire à écarter de la recherche des codes n'atteignant pas les valeurs maximales des critères d'optimisation mais présentant néanmoins des performances optimales*.

Afin de détecter les meilleurs codes parmi un ensemble de codes présentant les mêmes critères minimaux d'optimisation, il est donc nécessaire d'évaluer l'impact des critères d'optimisation secondaires sur les performances d'un code. Cela requiert le calcul du spectre de distance des codes. Cette phase de calcul a permis à [Bou03] de classer les codes à 16 états de la base de données non plus sur le seul critère des distances minimales mais également sur le critère des différentes distances secondaires. Cette connaissance des distances produits secondaires nous permet en outre de déterminer, grâce à la borne de l'union, une approximation des probabilités d'erreur binaire sur les canaux à évanouisse-

TAB. 4.5 – P_{eb} et T_{eb} obtenus sur un canal de Rayleigh à évanouissements rapides pour le code de Chen

N_r	P_{eb}	RSB	T_{eb}	RSB
1	1.0e-04	14.1	1.559e-04	14.0
2	1.0e-04	6.7	1.696e-04	7.0

TAB. 4.6 – P_{eb} et T_{eb} obtenus sur un canal de Rayleigh à évanouissements rapides pour le code N1 de S. Bougeard

N_r	P_{eb}	RSB	T_{eb}	RSB
1	1.0e-04	14.1	1.543e-04	14.0
2	1.0e-04	6.8	1.616e-04	7.0

ments rapides qui est donnée par :

$$P_{eb} = \sum_i (d_{p_i}^2)^{-N_r} \left(\frac{E_x}{4N_0} \right)^{-N_r \delta_{H_i}} \quad (4.38)$$

où i est l'indice d'un chemin à la distance de Hamming δ_{H_i} du chemin de référence. La probabilité d'erreur est donc décomposée d'une part selon les poids de Hamming apportés par chacune des séquences divergeant de la séquence de référence sur un nombre de durées symboles correspondant au poids de Hamming et d'autre part selon les distances produits apportées par chacune de ces séquences pour toutes les combinaisons de symboles possibles.

Ainsi, l'approximation de la probabilité d'erreur obtenue par le calcul du spectre de distance et comparée avec la mesure de TEB permet de révéler, dans le cas d'une forte disparité des valeurs, soit que le code est non-géométriquement uniforme et que la séquence de référence est mal choisie, soit qu'il est catastrophique ou soit que les distances secondaires calculées sont insuffisantes et qu'elles doivent être calculées sur un plus grand nombre de durées symboles.

Cette expression de la P_{eb} est utilisée pour le calcul du E_x/N_0 théorique pour une valeur fixée de P_{eb} . On constate, tableaux 4.5 et 4.6, la bonne adéquation entre les résultats obtenus en simulation et ceux théoriques issus du calcul du spectre de distance pour un faible nombre de distances secondaires. Ceci confirme que ces codes ne sont pas catastrophiques.

En regardant la décomposition de la probabilité d'erreur selon le spectre de distance (4.38), on constate que les distances secondaires jouent un rôle d'autant plus important pour la plus faible distance de Hamming lorsque de fortes disparités existent entre les distances produits, ou pour des distances de Hamming d'un ordre plus élevé. Dans ce dernier cas, le nombre de durées symboles pendant lesquelles les séquences divergent de la séquence de référence étant plus important, il est d'autant plus probable que certaines séquences ont des symboles émis identiques pendant la même durée symbole réduisant alors la valeur de la distance de Hamming théorique. Par exemple, on peut très bien imaginer deux séquences qui divergent sur 4 durées symboles de la séquence de référence et qui renferment le même couple de symboles émis sur la même durée symbole. La distance de Hamming n'est donc pas égale à 4 mais à 3 dans ce cas. Ainsi, en se contentant de calculer le spectre de distance sur trois durées symboles, l'influence de ces séquences sur la probabilité d'erreur aurait été omise.

4.5.3 Proposition de nouveaux codes à 4 et 16 états

L'algorithme décrit précédemment a été appliqué à la recherche de modulations STTCM à 4 états et 16 états reposant sur une modulation 4-PSK et utilisant 2 antennes à l'émission. Dans le cas de codes à 16 états, l'algorithme de recherche de codes permet de construire un nombre de couples de combinaisons $(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2)$ égal à $(3304)^2 = 10916416$ au lieu des 17777216 possibles.

Dans le cas 4 états, [Bou03] propose notamment trois nouveaux codes dénommés C1, C2 et C3. Les codes C1 et C2 font partie d'un ensemble de codes qui présentent exactement les mêmes propriétés que les codes de Firmanto et de Chen bien qu'ayant des polynômes différents. L'étude des performances de ces codes lui a permis de vérifier que les taux d'erreur binaire obtenus sur les différents canaux sont rigoureusement les mêmes que ceux obtenus respectivement avec les codes de Firmanto et de Chen. En revanche, en ce qui concerne le code C3, il présente une combinaison de critères qui n'a pas encore été proposée dans la littérature. Son déterminant égal à 8 est maximal et sa trace égale aussi à 8 prend la deuxième valeur possible parmi les codes étudiés. Ainsi, sur canaux à évanouissements lents, pour $N_r = 1$, les taux d'erreur binaire obtenus avec le code C3 sont quasiment identiques aux meilleurs taux d'erreur publiés jusqu'alors et obtenus avec le code de Tarokh. Pour $N_r = 2$, le code C3 permet également d'atteindre les meilleures performances publiées et obtenues cette fois-ci avec le code de Chen. Le code C3 permet donc d'obtenir les meilleures performances sur canal à évanouissements lents pour $N_r = 1$, ou 2.

Dans le cas 16 états, [Bou03] retrouve également les différents codes optimaux et sous-optimaux de la littérature. Il montre notamment que seuls les codes à trace maximale, égale à 16 dans le cas 16 états, peuvent présenter un critère de distance produit maximal, égal à 144 dans le cas 16 états. Néanmoins, ces nouveaux codes prometteurs se sont avérés être tous catastrophiques. En revanche, comme nous l'avons dit précédemment, [Bou03] propose de nouveaux codes pour 16 états, comme le code N1, révélés par le calcul du spectre de distance qui ne sont certes pas optimaux vis-à-vis des critères minimaux d'optimisation mais qui s'avèrent aussi performants voire meilleurs que les meilleurs codes présentés dans la littérature tels celui de Chen.

En résumé, même si les conditions proposées permettraient en théorie d'éviter la recherche de codes inexploitable, leur programmation peut s'avérer parfois difficile. Il peut être plus rapide, notamment pour un nombre d'états élevé, de calculer directement le spectre de distance [Bou03].

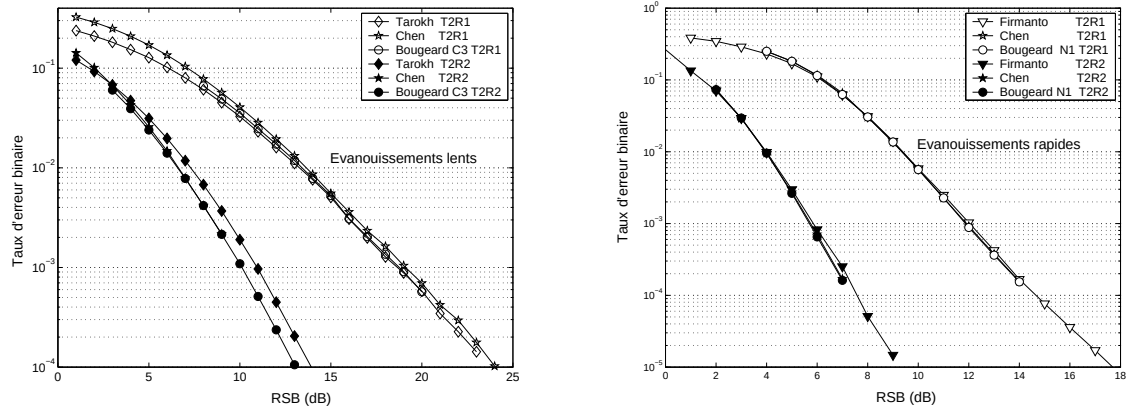


FIG. 4.19 – Performances en TEB des 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements lents ou à 16 états sur canaux à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2

4.6 Perspectives d'études

4.6.1 Limites des modulations STTCM

L'une des conditions majeures requises pour que les STTCM atteignent de bonnes performances est la parfaite décorrélation des canaux. On est alors en droit de se demander quel est le **niveau de corrélation toléré** avant que les performances atteintes par les STTCM ne se ramènent à celles d'une technique SISO. D'après les résultats de la littérature, *une corrélation de 50% peut être acceptée soit au niveau de l'émetteur, soit au niveau du récepteur*. Ainsi, dans [NTSC98], les auteurs montrent que pour une modulation STTCM à 32 états pour $N_t = 2$ et $N_r = \{1, 2\}$, les performances dans les deux cas sont dégradées de moins d'1 dB même si les canaux sont corrélés jusqu'à 75%.

Dans [TNSC99] et dans [NTSC98], les auteurs prouvent que *l'ordre de diversité des modulations STTCM garanti par les critères de construction ne décroît pas en l'absence d'une parfaite connaissance du canal en réception, de la présence de sélectivité fréquentielle ou d'évanouissements rapides*. Par exemple pour un système 2×2 et des codes à 4 et 16 états, Tarokh note une perte de 1 dB par rapport au cas idéal d'une parfaite connaissance du canal, soit seulement à 4.5 dB de la limite théorique calculée par Foschini et Gans [FG98]. Pour un code à 32 états, Naguib montre que les performances se dégradent de moins de 0.5 dB pour un système 2×1 , et de moins de 1 dB pour un système 2×2 pour des canaux TU (« *Typical Urban* ») pour lesquels l'étalement des retards peut aller jusqu'à 5 μs et où le canal ne peut plus être considéré comme non-sélectif en fréquence. En revanche, dans un milieu du type HT (« *Hilly Terrain* ») où l'étalement des retards peut atteindre 17 μs ($\geq T_x/4$), l'IES engendrée devient trop importante entraînant une très forte dégradation des performances et requérant alors l'utilisation de techniques d'égalisation multicanaux ou de techniques OFDM pour maintenir les bonnes performances des codes temps-espace.

Lorsque le nombre d'antennes émettrices est élevé ($N_t = 4 - 8$), la **complexité du décodage du treillis** devenant trop importante, il peut être intéressant, du point de vue réduction de la complexité du décodage, de construire des codes temps-espace avec une structure à niveaux multiples (« *multilevel structure* ») et à étages multiples de décodage (« *multistage* ») au prix d'une perte de performances. Cette technique de constructions de codes multicouches fut présentée à l'origine par Imai et Hirakawa [IH78] dans le cas SISO. Ainsi dans [TSC98], Tarokh propose une technique multicouche à $N_t = 3$ antennes, utilisant une constellation 8-PSK pour un débit de 5 bit/s/Hz et fournissant un gain de diversité de deux. Les 5 bits d'information, groupés par paquets, sont codés par des codes SISO puis décodés par paquet en utilisant des treillis à faible nombre d'états. Ainsi, le nombre total de branches parcourues pendant le décodage multicouche est deux fois moins important que le décodage temps-espace à 32 états.

Les STTCM proposées jusqu'à présent et que nous avons étudiées sont construits pour $N_t = 2$. Peu d'auteurs proposent des **codes pour un nombre d'antennes plus élevé** puisque comme nous l'avons dit précédemment, la complexité du décodage augmente avec le nombre d'antennes à l'émission. De plus, les STTCM sont de rendement plein quel que soit le nombre d'états uniquement pour $N_t = 2$. Citons néanmoins l'article de Chen *et al.* [CVYL01] qui propose des codes pour $N_t = 3$ ou 4 sur évanouissements lents et celui de Abdool-Rassool *et al.* [ARHR⁺02] qui construit des codes pour $N_t = 5$ ou 6 toujours pour des canaux à évanouissements lents.

Une autre voie intéressante à approfondir est le **calcul d'une borne plus précise de la probabilité d'erreur** puisque c'est à partir d'elle que les codes temps-espace sont construits. Ainsi, pour des STTCM testées sur des canaux à évanouissements rapides de Rayleigh et de Rice, Gozali [GW01] a proposé une borne supérieure à la P_{eb} construite à partir de la borne de Chernoff appliquée à la PEP et de la représentation des modulations STTCM sous forme de fonction de transfert, *i.e.* de façon analogue à ce qui fût utilisé pour analyser les performances des codes convolutifs et des MCT dans le cas SISO. Cette borne restant peu précise, il faut attendre les travaux présentés dans [UG00a] [TB02] pour obtenir le calcul exact de la PEP des STTCM sur des canaux à évanouissements de Rayleigh rapides qui n'est cependant pas applicable à la fonction de transfert des STTCM pour évaluer la borne de l'union de ces codes. Les travaux de Shin [SL02] permettent pour la première fois d'obtenir le calcul exact de la PEP des codes temps-espace sur des canaux à évanouissements rapides applicable à la fonction de transfert des codes temps-espace pour calculer la borne de l'union exacte. Ce calcul a été obtenu à partir de l'expression de Craig de la fonction-Q Gaussienne.

Généralement dans la littérature, les auteurs cherchent à optimiser les performances des codes temps-espace pour un type d'évanouissements, lents ou rapides, tout en permettant d'accroître le débit de transmission par rapport aux systèmes actuels. Néanmoins, on peut chercher à construire des codes qui d'une part n'augmentent pas forcément le débit de transmission mais qui permettent de transmettre de façon plus fiable, à de plus faibles RSB, en exploitant la diversité additionnelle apportée par les variations temporelles éventuelles du canal. Ces codes, construits et optimisés à la fois pour les canaux à évanouissements rapides ou lents ont été appelés « *smart-greedy space-time code* » par Tarokh. Les critères de construction de ces codes à faible rendement, proposés dans [TSC98],

combinent les critères donnés pour les canaux à évanouissements lents ou rapides. Sous l'appellation « *smart-greedy space-time code* », on trouve :

- les codes STTCM combinés avec du codage de canal, *e.g.* Reed-Solomon codes
- les codes temps-espace construits à partir des MTCM (« *Multiple Trellis Coded Modulation* ») : ST-MTCM

4.6.2 Concaténation avec du codage externe

Afin de corriger les erreurs résiduelles issues du décodage des modulations STTCM, engendrées notamment par la divergence au niveau de la remontée du treillis, on peut concaténer ceux-ci avec du codage de canal comme le montre la figure 4.20. Il existe plusieurs façons de concaténer les modulations STTCM avec du codage de canal, qui peut d'ailleurs être lui même issu d'une concaténation d'un code interne et d'un code externe. Dans la littérature, les codes utilisés sont les codes BCH, les codes convolutifs, les codes en blocs de Reed-Solomon [TSC98] [NTSC98] et les turbo-codes.

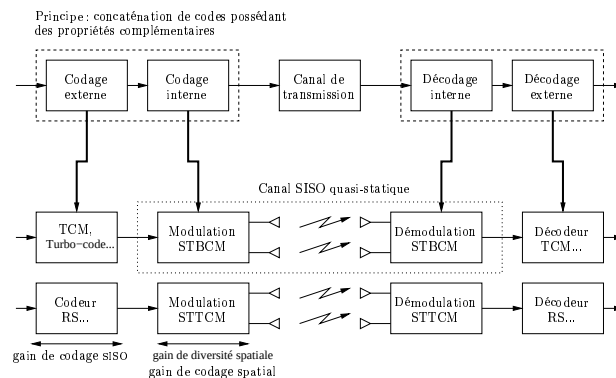


FIG. 4.20 – Schéma d'une chaîne de communications numériques

4.6.3 ST-TCM multidimensionnelles : ST-MTCM

Avant d'aborder la construction des modulations ST-MTCM, nous allons rappeler dans un premier temps le principe des modulations MTCM dans le cas SISO. Nous allons voir que de façon analogue aux STTCM, chaque transition du treillis d'une MTCM est associée à plusieurs symboles.

4.6.3.1 Les TCM multidimensionnelles sur canal SISO

Dans le cas SISO, les modulations codées qui ont été présentées au paragraphe 4.2 sont appelées « modulation codées mono- et bidimensionnelles » car elles utilisent des constellations à une ou deux dimensions, comme par exemple les constellations MDA et MDP ou

MAQ, la deuxième dimension étant apportée par la voie en quadrature. Nous avons vu (*cf.* paragraphe 4.2.1) que l'un des trois principes des MCT était de garantir une efficacité spectrale inchangée par rapport au système non codé au prix d'une perte du gain asymptotique occasionné par l'ajout d'un bit de redondance. Les MCT multidimensionnelles permettent de réduire cette perte et d'offrir un meilleur compromis performances/complexité que les MCT à deux dimensions.

Par ailleurs, l'utilisation de constellations multidimensionnelles permet de simplifier la construction de **MCT invariantes aux rotations de phases**, *i.e.* insensibles à l'ambiguïté de phase introduite par les systèmes de récupération de porteuse. Ainsi, pour toute séquence codée correspondant à un chemin dans le treillis, la séquence obtenue après rotation de phase doit également correspondre à un chemin possible du treillis. En outre, l'information décodée lors de la remontée de ces deux chemins doit être identique : c'est la condition de transparence.

De manière générale, un symbole à $2N$ dimensions est obtenu en concaténant N symboles appartenant à une constellation à 2 dimensions, qui correspond au cas particulier où $N = 1$. Une telle constellation, notée $\mathcal{A}_0^{(2N)}$, peut donc être représentée comme N fois le produit cartésien d'une constellation de référence $\mathcal{A}_0^{(2)}$ à deux dimensions par elle-même. Le seul bit de redondance est alors réparti sur un bloc de N symboles. Le facteur d'expansion de la constellation est alors de la forme $2^{1/N}$.

De même que pour les MCT 2-D classiques, on représente l'évolution de l'état du codeur associé aux signaux émis par un diagramme en treillis. Cependant, le nombre de branches partant de chaque noeud est plus important dans le cas $2N$ -D puisque la transition d'un état du codeur à l'autre est associée à l'émission de N signaux consécutifs, au lieu d'un seul dans le cas monodimensionnel. Ainsi, si l'on désire transmettre N_b éléments binaires d'information par temps symbole T_x , à l'aide d'une modulation codée à $2N$ dimensions, on aura $2^{2N N_b}$ branches en partance de chaque noeud du treillis, et chacune d'elles correspondra à l'émission d'un symbole de la constellation $\mathcal{A}_0^{(2N)}$ ou encore de N symboles consécutifs de la constellation de base $\mathcal{A}_0^{(2)}$.

4.6.3.2 Concept de base des ST-MTCM

La propriété d'invariance aux rotations de phase, étendue aux modulations codées temps-espace, peut s'avérer être très utile en pratique. En effet, jusqu'à présent les codes temps-espace sont construits à partir de symboles complexes dont la phase joue un rôle primordial. Qu'advierait-il si, dans un système réel, les antennes introduisaient des rotations de phase des symboles, notamment à l'émission ? Pour des modulations OSTBCM par exemple, cela signifierait la perte de l'orthogonalité et l'impossibilité de recouvrer les symboles transmis. Il peut être intéressant de chercher à construire des codes invariants à des rotations de phase.

Tout comme pour les MTCM dans le cas SISO, les ST-MTCM sont basées sur le principe de l'extension de la constellation dans le domaine temporel : au lieu de transmettre 1 sym-

bole d'une constellation $\mathcal{A}_0^{(2)}$ par durée symbole, on transmet 1 symbole de la constellation $\mathcal{A}_0^{(2N)}$ pendant une période de N durées symboles. Tarokh avait déjà montré l'intérêt que pouvait apporter ce type de modulations pour des canaux à évanouissements rapides en proposant ses « *smart and greedy space-time Codes* » [TSC98].

On peut montrer par ailleurs qu'il est possible de répondre au critère du rang, même si le treillis possède des transitions parallèles, à condition que la dimension N de la constellation soit égale ou excède le nombre N_t d'antennes d'émission [LB00b]. En effet, la présence de branches parallèles dans le treillis signifie que deux chemins du treillis peuvent ne différer que pour une seule branche. Etant donné que dans le cas des STTCM classiques, à un instant donné, on émet plusieurs symboles par branche mais un seul par antenne, alors il est possible d'avoir une matrice $\mathbf{B}$ qui ne possède qu'une seule colonne non nulle. Elle est donc systématiquement de rang 1, quel que soit le nombre d'antennes d'émission. Le critère du rang n'est de ce fait pas respecté. Au contraire, en ce qui concerne les ST-MTCM, une branche est associée à l'émission d'une séquence de N symboles par antenne, soit N colonnes consécutives de la matrice $\mathbf{X}$ ou $\hat{\mathbf{X}}$. Donc, si deux chemins dans le treillis ne diffèrent que pour une branche, alors au maximum N colonnes consécutives de $\mathbf{B}$ peuvent être linéairement indépendantes. Or, pour vérifier le critère du rang, il faut au minimum N_t colonnes indépendantes si on utilise N_t antennes de transmission : on comprend alors immédiatement qu'en utilisant des constellations à N dimensions avec $N \geq N_t$, il est possible de vérifier le critère du rang en présence de branches parallèles si l'on prend soin de choisir correctement les symboles à associer à ces branches de manière à ce que les colonnes de $\mathbf{B}$ engendrées par la différence de ces symboles soient libres. Dans la suite, nous allons retrouver cette idée en nous intéressant à la construction de ces modulations codées temps-espace multidimensionnelles à partir du critère des valeurs singulières égales.

Le critère des valeurs singulières égales (« EVD »), introduit par Ionescu [Ion99], donne la possibilité d'atteindre le plus grand gain de codage possible tout en garantissant un facteur de diversité maximal (cf. 2.4.5).

Une étude complète de construction est menée dans [Muk00] pour une transmission sur $N_t = 2$ antennes avec une constellation de base $\mathcal{A}_0^{(2)} = \text{QPSK}$ et un treillis à 8 états. Il est montré dans [Muk00] que les performances obtenues sur canal à évanouissements lents sont les meilleures obtenues jusqu'alors.

D'autre part, des auteurs comme Ionescu [IMYL01] et Blum [LB00b] ont mené des recherches systématiques de codes adaptés pour les ST-MTCM et ont montré que les performances sur canal à évanouissements lents étaient parmi les meilleures de la littérature et ceux obtenus sur canal à évanouissements rapides étaient quant à elles dignes d'intérêt. Ainsi, bien qu'étant conçu pour minimiser la probabilité d'erreur pour des canaux à évanouissements lents, le critère des valeurs singulières égales, qui implique le recours à des constellations multidimensionnelles, semble offrir de bons résultats sur les deux types de canaux et encourage alors la poursuite de l'étude des modulations codées temps-espace multidimensionnelles. En outre, Tarokh avait avancé dans [TSC98] un exemple de codes, appelés « *smart greedy space-time codes* », construits par concaténation de modulations codées multidimensionnelles SISO, optimisées sur les canaux sans mémoire, avec des modulations codées temps-espace optimisées sur les canaux à évanouissements lents. Ces codes

donnent de bonnes performances dans les deux types de canaux. Dans [BMA01], cette idée a été reprise dans le détail et il ressort que les performances obtenues sont intéressantes.

4.6.4 Application des OSTBCM aux STTCM

Nous avons vu que les STTCM n'avaient pas toujours un gain de diversité maximal mais présentaient un gain de codage supérieur aux modulations STBCM qui constituent généralement des schémas de diversité spatiale optimaux. L'idée présentée ici et proposée à l'origine dans [JS03] est de combiner les avantages de ces deux techniques, diversité optimale pour les OSTBCM et gain de codage pour les STTCM, pour obtenir un nouveau type de codes : les codes SOSTTC (*super orthogonal space-time trellis codes*). Ce type de code permet d'améliorer sensiblement les performances des modulations STTCM puisque des gains de 1 à 2 dB peuvent être observés. En général, les STTCM sont construites pour optimiser en premier lieu la diversité spatiale puis dans un second temps le gain de codage. Néanmoins, à partir d'une telle technique, on ne peut pas envisager de construire des STTCM à diversité non-maximale qui présenteraient un plus fort gain de codage que des codes à diversité maximale et dont la diversité serait améliorée par la modulation STBCM. En effet, appliquant la modulation STBCM, on modifierait du même coup le gain de codage.

La construction de ces codes est basée sur une règle de partitionnement de la constellation initiale en sous-constellations d'une manière analogue à celle employée par Ungerboeck pour les MCT-SISO, dans le but bien évidemment de maximiser la distance entre les sous-constellations. Le critère de partitionnement utilisé est basé sur le calcul du déterminant de la matrice des différences de mots de code. Les sous-constellations ainsi définies sont affectées à des codes STBC différents qui vont permettre de définir les nouveaux états du treillis. La construction de ces codes est donc assez semblable à celle des MTCM.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la construction d'un autre type de codage temps-espace combinant l'utilisation d'un code convolutif conjointement à la modulation à savoir les modulations codées en treillis temps-espace (« *Space-Time Trellis Coded Modulation* » ou STTCM).

Nous avons d'abord vu que les STTCM constituent une généralisation des MCT à la dimension spatiale. Les critères de construction des MCT représentent ainsi un cas particulier, en prenant $N_t = N_r = 1$, des critères de construction des codes temps-espace présentés au chapitre 2. Même si les critères de construction des codes temps-espace sont souvent présentés de façon spécifique pour les STTCM, il n'en reste pas moins qu'ils sont applicables à toute technique construite à partir de symboles complexes, celles-ci étant certes plus fréquentes en MIMO qu'en SISO. Comparées aux STBCM, les STTCM apportent à la fois un gain de diversité et un gain de codage correspondant au nombre de blocs mémoires au sein du codeur non-systématique. Elles ne requièrent qu'une seule antenne en

réception pour être décodées, l'ajout d'antennes supplémentaires en réception ne faisant qu'améliorer le gain de diversité spatiale en réception. Leur rendement est unitaire et elles peuvent ainsi constituer le meilleur compromis théorique entre gain de diversité, débit de transmission, taille de la constellation et complexité du treillis.

Face à la grande diversité existante dans la représentation des STTCM adoptée par les auteurs (équation analytique, représentation matricielle, écriture polynômiale ...) qui rendait leur étude difficile, une de nos contributions dans ce travail a consisté à chercher à uniformiser les représentations des différents codes. Le formalisme qui a été adopté repose sur la notation polynômiale par extension.

Les codes que nous avons étudiés sont tous construits pour $N_t = 2$ et sont donc de diversité optimale. En revanche, puisqu'ils ont été optimisés à partir de critères différents, leur gain de codage n'est pas forcément optimal. Comme nous l'avions déjà présagé au chapitre 2, pour un nombre suffisamment grand de canaux indépendants, les codes optimisés selon le critère de la trace présentent les meilleures performances aussi bien sur canaux à évanouissements lents que rapides même si à l'origine, ces codes n'étaient étudiés dans la littérature que sur des évanouissements lents.

La méthode proposée par Tarokh pour construire des treillis vérifiant les critères s'avère difficilement envisageable pour un nombre élevé d'antennes d'émission et ne traite aucunement du problème de l'optimisation du gain de codage. Les auteurs se sont alors très vite tournés vers des recherches systématiques de codes en élaborant des algorithmes de recherche informatisés. Nous avons présenté ici une méthode de construction de STTCM récemment proposée par Stéphane Bougeard, au sein de l'IETR, qui a permis de retrouver des codes optimaux de la littérature et de proposer de nouveaux codes aux performances similaires voire meilleures. Pour limiter la complexité d'une recherche systématique et exhaustive, l'auteur propose différents tests sur les codes : condition d'équiprobabilité, condition de non-catastrophie, condition d'uniformité géométrique. Notons toutefois qu'en pratique, il peut être parfois plus rapide d'appliquer directement les critères d'optimisation des codes que de chercher à construire des méthodes qui s'avèrent au final difficilement programmables. Par ailleurs, il arrive à la conclusion intéressante que même si plusieurs codes présentent les mêmes valeurs optimales des critères, ils ne conduisent pas forcément à des performances identiques comme cela a pu être vérifié par simulation. Le recours au calcul du spectre de distance des codes devient alors une étape primordiale pour détecter de nouveaux codes très performants qui au départ ne semblaient pas l'être au regard des seuls critères de performances. En effet, celui-ci permet de prendre en compte l'impact, sur les performances, des critères liés à la présence des séquences secondaires. Leur influence qui a été abusivement négligée lors du calcul, au chapitre 2, des performances théoriques des codes et de critères de construction découlant, est d'autant plus important que le nombre d'états du codeur, *i.e.* le nombre de séquences divergeant de la séquence de référence est élevé.

Les résultats présentés dans ce chapitre permettent de donner les performances optimales de ces codes en supposant des conditions idéales de propagation pour des codes temps-espace : décorrélation spatiale, évanouissements non-sélectifs... Même si certains résultats ont pu être avancés concernant leur comportement en présence de conditions

non-idéales, il n'en reste pas moins qu'une étude plus approfondie doit être poursuivie notamment pour un nombre d'antennes d'émission plus élevé. Une autre voie à poursuivre concerne l'exploitation de la diversité temporelle additionnelle par la concaténation des STTCM avec du codage de canal ou par des codes temps-espace construits à partir de MTCM.

Les résultats présentés dans ce chapitre concernant l'uniformisation des STTCM sous forme polynômiale et l'évaluation de leurs performances sur canaux à évanouissements lents ou rapides ont fait l'objet d'une communication lors d'une conférence internationale [CAH03].

Chapitre 5

Le choix d'une technique combinant les modulations à porteuses multiples et l'étalement de spectre : la technique MC-CDMA

Sommaire

5.1	Introduction	205
5.2	L'étalement de spectre et les modulations à porteuses multiples	206
5.3	Description des techniques combinant les modulations à porteuses multiples	211
5.4	Etude des systèmes MC-CDMA	214
5.5	Les techniques de détection dans les systèmes MC-CDMA . . .	222
5.6	Evaluation des performances des systèmes MC-CDMA en voie descendante	237
5.7	Intérêts du MC-CDMA pour les futurs réseaux cellulaires . . .	249
5.8	Conclusion	251

5.1 Introduction

Avant de présenter au chapitre 6 la combinaison de la technique MC-CDMA avec les codes temps-espace retenus, nous allons ici rappeler les raisons qui nous ont motivées à choisir la technique MC-CDMA. Celle-ci combine deux techniques aux propriétés particulièrement intéressantes et complémentaires, à savoir l'étalement de spectre du type DS-SS et la modulation à porteuses multiples du type OFDM. L'étalement de spectre offre notamment la capacité d'accès multiple par répartition de codes, la confidentialité des informations transmises, ainsi qu'une faible densité spectrale de puissance du signal émis. Pour les modulations à porteuses multiples du type OFDM, on retiendra surtout

leur excellente efficacité spectrale et leur grande aptitude à lutter efficacement contre les évanouissements.

L'idée de la combinaison de ces deux techniques a germé en 1993, quasiment au même moment, au sein de différentes équipes de chercheurs donnant ainsi naissance à diverses techniques se différenciant notamment par la façon dont l'étalement des données est réalisé. Ainsi naquit la technique OFDM/CDMA plus connue par la suite sous le nom de MC-CDMA ou de technique d'accès multiple à répartition de codes (AMRC) et à porteuses multiples.

Cette technique a déjà fait l'objet de travaux au sein du laboratoire, et les performances ont été obtenues sur le canal de Rayleigh durant la thèse de Jean-Yves Baudais [Bau01] et sur les canaux BRAN durant la thèse de Stéphane Nobilet [Nob03]. Néanmoins, nous jugeons bon de rappeler dans ce chapitre l'ensemble des techniques de détection habituellement mises en œuvres au sein des récepteurs MC-CDMA utilisés dans ce chapitre dans une configuration SISO. En effet, comme nous le verrons dans le chapitre 6, nous avons cherché à étendre l'utilisation de ces techniques à la dimension spatiale.

5.2 L'étalement de spectre et les modulations à porteuses multiples

5.2.1 L'étalement de spectre par séquence directe et l'accès multiple

5.2.1.1 Le principe de l'étalement de spectre par séquence directe

Apparues dans les années 40 grâce à la théorie de l'information développée successivement par N. Wiener et C.E. Shannon, les techniques d'étalement de spectre étaient tout d'abord destinées aux communications numériques sécurisées telles que les télécommunications militaires. Avec l'essor des systèmes de radiocommunications mobiles, les techniques d'étalement de spectre sont devenues d'un grand intérêt pour des applications publiques et ont été retenues dans différents standards tels que IS-95, UMTS, IEEE 802.11.

Le principe de **l'étalement de spectre** repose sur l'utilisation d'une largeur de bande supérieure à celle du signal utile. En effet, comme le montre la relation de C.E. Shannon ci-dessous, pour transmettre sans erreur une quantité d'information maximale C donnée sur un canal perturbé uniquement par un bruit additif gaussien, la solution qui évite d'accroître la puissance émise P_x consiste à utiliser une bande de signal W plus large :

$$C = W \cdot \log \left(1 + \frac{P_x}{P_n} \right) \quad (5.1)$$

où C est la capacité maximale du canal en bit/s, W est la bande occupée par le signal émis en Hertz (Hz), P_x est la puissance du signal émis en Watt (W) et P_n est la puissance du bruit (W).

Parmi l'ensemble des techniques utilisables pour réaliser l'étalement de spectre, nous retenons ici **l'étalement de spectre par séquence directe** (« *Direct Sequence Spread Spectrum* » : DS-SS) ou DS-CDMA qui est beaucoup utilisée. Elle repose sur la multiplication du signal utile de largeur de bande $1/T_x$, où T_x est la durée d'un symbole après l'opération CBS, par un code d'étalement de largeur de bande $1/T_c > 1/T_x$, dont les éléments appelés par la suite des chips sont de durée T_c . Le débit numérique du signal émis est alors supérieur à celui du signal à transmettre. Le rapport T_x/T_c entre ces largeurs de bande définit ce qu'on appelle le gain d'étalement.

Cette technique se démarque par les nombreux avantages qu'elle recèle, dus notamment à la faible DSP du signal émis. Les systèmes utilisant l'étalement de spectre possèdent par ailleurs une faible probabilité d'interception puisque noyés dans le bruit, seuls les utilisateurs possédant une réplique synchrone du code d'étalement utilisé à l'émission peuvent intercepter la communication. Citons encore leur grande robustesse vis-à-vis des brouilleurs à bande étroite puisqu'en réception, tout signal interférant à faible bande se retrouve étalé. Mais la propriété la plus intéressante qui nous intéresse ici pour notre contexte cellulaire, est sans nul doute la possibilité de mettre en oeuvre des techniques d'accès multiple par répartition de codes (AMRC ou CDMA pour « *Code Division Multiple Access* »). Ainsi, plusieurs utilisateurs disposant chacun d'un code spécifique peuvent émettre simultanément dans les mêmes bandes de fréquences (*cf* chapitre 2). Toutefois, n'oublions pas que l'étalement présente le désagrément d'émettre sur une largeur de bande bien supérieure à celle initialement requise.

À la réception d'un signal étalé, deux types de récepteurs sont distingués, selon qu'ils privilégient le traitement de diversité ou le traitement des interférences induites par les autres utilisateurs appelées aussi interférences d'accès multiples (IAM ou MAI pour « *Multiple Access Interference* »). Les récepteurs tirant parti de la diversité, *e.g.* les structures dites « *Rake* », cherchent à combiner ou à sélectionner l'énergie reçue selon les différents domaines de diversité possibles (espace, trajets, fréquences) mais voient leurs performances se dégrader rapidement en présence d'IAM dans un contexte de transmissions multi-utilisateurs. Des détecteurs optimaux vis-à-vis du critère du maximum de vraisemblance qui minimisent la probabilité d'erreur ou sous-optimaux à structure linéaire doivent alors être employés afin de minimiser conjointement l'IAM et l'amplification du BBAG.

5.2.1.2 Le choix des codes d'étalement pour l'accès multiple

Dans les systèmes CDMA, afin de restituer correctement les informations numériques relatives à chaque utilisateur, les signaux des différents usagers doivent être rendus les plus décorrélés les uns des autres. Le choix des codes d'étalement constitue entre autres une solution pour obtenir cette décorrélation. Ainsi, en présence d'une communication synchrone sur un canal BBAG non-sélectif, les performances optimales peuvent être obtenues par l'utilisation de codes orthogonaux¹, tels que les codes de type OVSF (« *Orthogonal Variable Spreading Factor* ») ou ceux de Walsh-Hadamard (code W-H). Par ailleurs, d'autres

1. Appliqué aux codes, le terme d'orthogonalité définit une décorrélation parfaite entre deux codes non-décclés.

critères doivent être pris en compte tels que le facteur de crête ou encore l'interférence d'accès multiple [Nob03] qui peuvent conduire au choix de codes non-orthogonaux, comme les codes de Gold, les codes de Kasami, les codes de Zadoff-Chu . . .

Nous avons retenu pour notre système MC-CDMA les codes de Walsh-Hadamard qui ont été choisis pour leur propriété d'orthogonalité et leur facilité de mise en œuvre.

5.2.2 Les modulations à porteuses multiples

5.2.2.1 Principes de l'OFDM

Si la technique d'étalement de spectre trouve son application dans le développement des futurs réseaux cellulaires de 3^{ième} génération, les nouvelles générations de réseaux locaux sans fil hauts débits, HIPERLAN/2 en Europe, IEEE 802.11A en Amérique du Nord ou MMAC (« *Multimedia Mobile Access Communications* ») au Japon pour ne citer qu'eux, reposent, quant à elles, principalement sur l'utilisation des modulations à porteuses multiples associées à du codage correcteur d'erreurs. Le système européen de télédiffusion numérique DVB-T ou le standard ITU-T pour la transmission de données sur les lignes téléphoniques selon la technique ADSL (« *Asymmetric Digital Subscriber Loop* ») constituent deux autres exemples d'applications de modulations à porteuses multiples.

La transmission de débits toujours plus élevés sur des canaux sélectifs en fréquence reste encore de nos jours une véritable gageure. Les **modulations à porteuses multiples** constitue néanmoins un bon moyen d'atteindre les débits souhaités sur ce type de canaux. Basées sur l'émission simultanée des données utiles sur un ensemble de sous-porteuses modulées à bas débit (multiplexage fréquentiel ou « *Frequency Division Multiplex* » : FDM), elles permettent, en augmentant pour chacune des porteuses la durée des symboles au-delà de l'étalement maximal de la réponse impulsionnelle du canal, de minimiser l'IES. Le canal sélectif en fréquences peut être considéré ainsi comme non-sélectif vis-à-vis de chacune de ces sous-porteuses.

Reste alors le problème de l'optimisation de l'occupation spectrale. Pour réduire la bande de fréquences occupée, les spectres des sous-porteuses doivent se recouvrir tout en essayant de réduire ou d'annuler l'interférence entre sous-porteuses résultante (« *Inter Carrier Interference* » : ICI). La solution consiste alors à générer un recouvrement tel que les sous-porteuses vérifient les conditions d'orthogonalité. Ceci peut être obtenu en utilisant des fonctions modulées $g(t)$ issues d'une base de fonctions orthogonales, *e.g.* la fonction porte $\Pi(t)$ égale à 1 sur $[0, T_s[$ et à 0 autrement. L'écart minimal entre porteuses, dépendant fortement du choix de la forme d'onde $g(t)$, est typiquement égal à $1/T_s$ dans le cas de la fonction porte. L'utilisation de cette base de fonctions définit un multiplex fréquentiel de sous-porteuses orthogonales, le plus souvent désigné sous l'abréviation **OFDM** (« *Orthogonal Frequency Division Multiplex* »).

Néanmoins, ces seuls critères ne permettent pas de maintenir l'orthogonalité entre sous-porteuses lors de la propagation sur un canal à trajets multiples où de l'IES apparaît en réception. Pour éliminer cette interférence sans toutefois augmenter la durée symbole

T_s , ou de manière équivalente le nombre de sous-porteuses, une solution consiste à sacrifier délibérément une partie de l'énergie émise en faisant précéder chaque symbole d'un **intervalle de garde** Δ de durée T_Δ choisie supérieur ou égale à l'étalement $\tau_{\max}$ de la réponse impulsionnelle du canal. De cette façon, la partie utile de durée T_s de chaque symbole OFDM ne se trouve pas affectée en réception d'IES puisque celle-ci est absorbée par l'intervalle de garde. Cet intervalle de garde consiste en la recopie de la fin du symbole OFDM qu'il précède. Notons que comme l'intervalle entre les sous-porteuses est toujours égal à $1/T_s$ alors que la durée d'un symbole OFDM est maintenant égale à $T_s + T_\Delta$, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est perdue par l'insertion de l'intervalle de garde Δ . Celle-ci sera restaurée en réception après la suppression de Δ . Cette insertion induit une perte de puissance égale à $10 \log_{10}(T_s/(T_s + T_\Delta))$ et une perte en efficacité spectrale égale à $T_s/(T_s + T_\Delta)$. Pour ne pas avoir recours à l'intervalle de garde tout en limitant l'IES, des fonctions différentes de la fonction porte, *e.g.* la fonction IOTA (« *Isotropic Orthogonal Transform Algorithm* »), ont été étudiées. Celles-ci doivent d'une part être bien localisées en temps et en fréquence, et d'autre part elles doivent être orthogonales.

Toutefois, pour bénéficier pleinement avec la technique OFDM des diversités temporelle et fréquentielle offertes par le canal, il est nécessaire de lui adjoindre un codage correcteur d'erreur conjointement avec des techniques d'entrelacement. L'association résultante est alors appelée C-OFDM (« *Coded-OFDM* »). Dès lors, les informations transmises sur des porteuses éloignées sur les axes fréquentiel ou temporel sont liées entre elles par un codage introduisant une redondance et assurant au récepteur la possibilité de reconstituer les informations perdues lors de la transmission. En outre, pour le bon fonctionnement du codage de canal, celui-ci est associé à des procédés d'entrelacement des données selon ces deux axes afin d'assurer une indépendance statistique entre les processus affectant les échantillons successifs présentés à l'entrée du décodeur. Naturellement la profondeur de ces entrelacements dépendra des propriétés statistiques du canal de propagation.

Une approche qui permet de simplifier les calculs et de modéliser plus facilement le filtre par un filtre numérique consiste à modéliser le canal dans le domaine fréquentiel. Sachant que les processus temporels sont des processus de Rayleigh, les processus fréquentiels peuvent aussi être modélisés par des processus de Rayleigh puisque la fonction gaussienne est un invariant par transformation de Fourier. De façon équivalente, pour modéliser le bruit blanc additif gaussien dans le domaine fréquentiel, le même raisonnement peut être appliqué. En supposant que l'intervalle de garde soit plus long que l'étalement des retards et que l'invariance temporelle du canal sur un symbole OFDM soit garanti, les évanouissements du canal dans le domaine fréquentiel sont modélisés par :

$$h_k = \rho_k e^{j\theta_k} \quad (5.2)$$

sachant qu'un symbole transmis sur la porteuse k , à l'instant l , subit de la part du canal une atténuation ρ_k et une variation de phase θ_k . Ainsi, pour l'utilisation de techniques multiporteuses, chaque porteuse occupant une bande étroite n'est affectée que par un facteur multiplicatif.

5.2.2.2 Le signal OFDM

A partir des critères d'orthogonalité introduits, le signal modulé en fonction des données x_k de débit $1/T_x$ appliquées en entrée de la modulation OFDM aura pour expression :

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} \text{Re}\{x_k \Pi(t) e^{j2\pi f_k t}\} \quad (5.3)$$

où N_p correspond au nombre de sous-porteuses utilisées, tandis que f_k désigne la fréquence relative à chacune d'entre elles telle que $f_k = f_0 + k/T_s$. Le débit de données $1/T_x$ est donc bien réparti sur N_p sous-porteuses, chacune de débit $1/T_s = 1/(N_p T_x)$. Le facteur $1/\sqrt{N_p}$ permet de normaliser l'énergie du signal puisque nous supposons que celle-ci n'est pas modifiée par l'opération de modulation OFDM.

En posant f_c la fréquence centrale du signal telle que $f_c = f_0 + N_p/2T_s$, on obtient comme nouvelle expression de $s(t)$:

$$s(t) = \text{Re}\{X(t)\Pi(t)e^{j2\pi f_c t}\} \quad (5.4)$$

où $X(t)$ désigne l'enveloppe complexe du signal $s(t)$. L'expression de $X(t)$ est donnée par :

$$X(t) = \sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{j2\pi(k-N_p/2)\frac{t}{T_s}} \quad (5.5)$$

Ce spectre étant compris dans l'intervalle $[-N_p/2T_s, N_p/2T_s[$, le signal $X(t)$ peut alors être échantillonné à une fréquence N_p/T_s d'après le théorème de Shannon sur l'échantillonnage. Les échantillons délivrés ont pour expression :

$$X(nT_s/N_p) = \sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{j2\pi n \frac{k-N_p/2}{N_p}} \quad (5.6)$$

$$= (-1)^n \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{j2\pi n \frac{k}{N_p}}}_{\text{TFD}^{-1}} \quad (5.7)$$

Cette expression met en évidence que le signal OFDM peut être facilement généré en utilisant une transformée de Fourier discrète inverse TFD^{-1} , elle même mise en oeuvre à l'aide d'un algorithme de transformée de Fourier rapide inverse (IFFT pour « *Inverse Fast Fourier Transform* »). En réception, la démodulation du signal peut, de la même façon, être réalisée par une transformée de Fourier directe.

Le signal OFDM étant constitué de la superposition de N_p sous-porteuses indépendantes modulées, sa densité spectrale est la somme des densités spectrales des N_p sous-porteuses,

soit :

$$|S(f)|^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{k=0}^{N_p-1} \left| x_k \frac{\sin(\pi(f - f_k)T_s)}{\pi(f - f_k)} \right|^2 \quad (5.8)$$

Cette densité spectrale des signaux OFDM à la forme très caractéristique devient pratiquement plate dans la bande $B = N_p/T_s$ dès lors que le nombre N_p de sous-porteuses est élevé. Le spectre obtenu étant à bande infinie à cause de la fonction porte, celui-ci devra être filtré ce qui se traduira par un étalement de la fonction porte et l'apparition d'IES restant toutefois nettement plus faible que celle produite par les trajets multiples du canal. Par ailleurs, en pratique, il est nécessaire de limiter le nombre de sous-porteuses effectivement émises à une valeur inférieure au nombre de points sur lequel est effectué la transformée de Fourier. Les sous-porteuses sur le bord du spectre sont ainsi éteintes ce qui limite, entre autres, les interférences dues au filtrage.

5.3 Description des techniques combinant les modulations à porteuses multiples et l'étalement de spectre

L'émergence des techniques basées sur les modulations à porteuses multiples ont conduit à de nombreux travaux visant à appliquer leurs principes au cas des futurs réseaux cellulaires. Rappelons que la ou les techniques de modulations retenues pour la future génération de systèmes de radiocommunications devront offrir à la fois une grande robustesse vis-à-vis des trajets multiples, du bruit et des brouilleurs, ainsi qu'une grande efficacité spectrale. Une solution combinant les propriétés des techniques d'étalement de spectre et de modulation à porteuses multiples devrait alors permettre la convergence souhaitée des réseaux radiomobiles et des réseaux locaux sans fil à haut débit.

5.3.1 Les systèmes MC-DS-CDMA

Cette technique (« *Multi Carrier Direct Sequence Code Division Multiple Access* »), proche de l'étalement de spectre par séquence directe, a été proposée pour la première fois en octobre 1993 par S. Kondo et L.B. Milstein [KM93]. Son principe consiste à étaler les données dans le domaine temporel avec un code attribué à chaque utilisateur puis à transmettre ces données étalées sur plusieurs sous-porteuses orthogonales (figure 5.1)². On obtient ainsi un système qui est robuste face aux trajets multiples et qui permet de supprimer les interférences à bande étroite. Au même moment V. Da Silva et E.S. Sousa travaillaient sur les systèmes DS-CDMA quasi-synchrones en voie montante. Dans le but de faciliter la synchronisation des systèmes DS-CDMA, ils eurent l'idée d'utiliser les modulations à porteuses multiples pour augmenter la durée symbole du signal transmis tout en transmettant le même débit utile [DS93]. Depuis, les systèmes MC-DS-CDMA ont été analysés pour les liaisons descendantes mais aussi pour les liaisons montantes. En réalisant l'association de l'étalement de spectre aux modulations à porteuses multiples au niveau de

2. La majorité des schémas présentés dans ce chapitre est issue de la thèse de Stéphane Nobilet [Nob03]

chacune des sous-porteuses, cette combinaison ne permet pas d'exploiter la diversité fréquentielle du canal à moins que la même donnée soit transmise sur plusieurs sous-porteuses ou de mettre en oeuvre des techniques de codage de canal associées à de l'entrelacement. Les travaux exposés dans [AASA00] ont montré les performances moindres de cette combinaison par rapport à la technique MC-CDMA dans le cas d'une liaison descendante.

5.3.2 Les systèmes MT-CDMA

Le concept MT-CDMA (« *Multi-tone* » CDMA) fût présenté pour la première fois par L. Vanderdorpe en octobre 1993 [Van93]. A l'origine des principales études menées sur cette technique, L. Vanderdorpe proposait un système dédié plus particulièrement à des applications en voie montante. Comme dans le cas des systèmes MC-DS-CDMA, l'opération d'étalement de spectre est réalisée dans le domaine temporel. Néanmoins, la multiplication par le code d'étalement est mise en oeuvre après la modulation à porteuses multiples. L'intérêt principal de cette approche est, pour un gain de traitement³ donné, *i.e.* tout en conservant une même occupation spectrale et un même débit utile, d'utiliser des codes d'étalement plus longs que ceux employés pour un système DS-CDMA à porteuse unique. En bénéficiant ainsi des bonnes propriétés d'autocorrélation et surtout d'intercorrélation de longs codes, les interférences entre utilisateurs peuvent être mieux rejetées.

5.3.3 Les systèmes MC-CDMA

Parmi les techniques combinant les modulations à porteuses multiples et l'étalement de spectre, le système MC-CDMA est de loin le plus étudié. Depuis son apparition en 1993, le MC-CDMA a tout d'abord fait l'objet de nombreuses comparaisons avec des systèmes utilisant la technique DS-CDMA [Kai95] [HP97]. Ces comparaisons ont largement démontré la supériorité des systèmes MC-CDMA vis-à-vis des systèmes DS-CDMA.

La technique MC-CDMA est basée sur la concaténation de l'étalement de spectre et de la modulation à porteuses multiples OFDM. Le modulateur MC-CDMA étale ou plutôt recopie⁴ les données de chaque utilisateur dans le domaine fréquentiel. Ainsi, pour chaque utilisateur, les répliques de la même donnée sont transmises simultanément sur un jeu de sous-porteuses afin d'exploiter la diversité fréquentielle disponible. L'attribution aux utilisateurs de codes orthogonaux permet quant à elle l'accès multiple, dit « par répartition de codes », à la même bande de fréquences. Les données des utilisateurs peuvent donc exploiter simultanément la même diversité fréquentielle. Pour garantir après étalement l'orthogonalité entre les sous-porteuses du spectre OFDM, l'espacement entre deux sous-porteuses adjacentes est proportionnel à l'inverse de la durée T_c d'un chip du code

3. Le gain de traitement est défini par le rapport des bandes occupées entre le signal initial et le signal émis.

4. Dans le cas notamment des systèmes MC-CDMA, l'opération d'étalement n'est pas à proprement parler une opération d'étalement de spectre. En effet, le spectre du signal correspond au spectre d'un signal OFDM. L'opération dit d'étalement permet surtout d'exploiter de la diversité fréquentielle tout en permettant l'accès multiple.

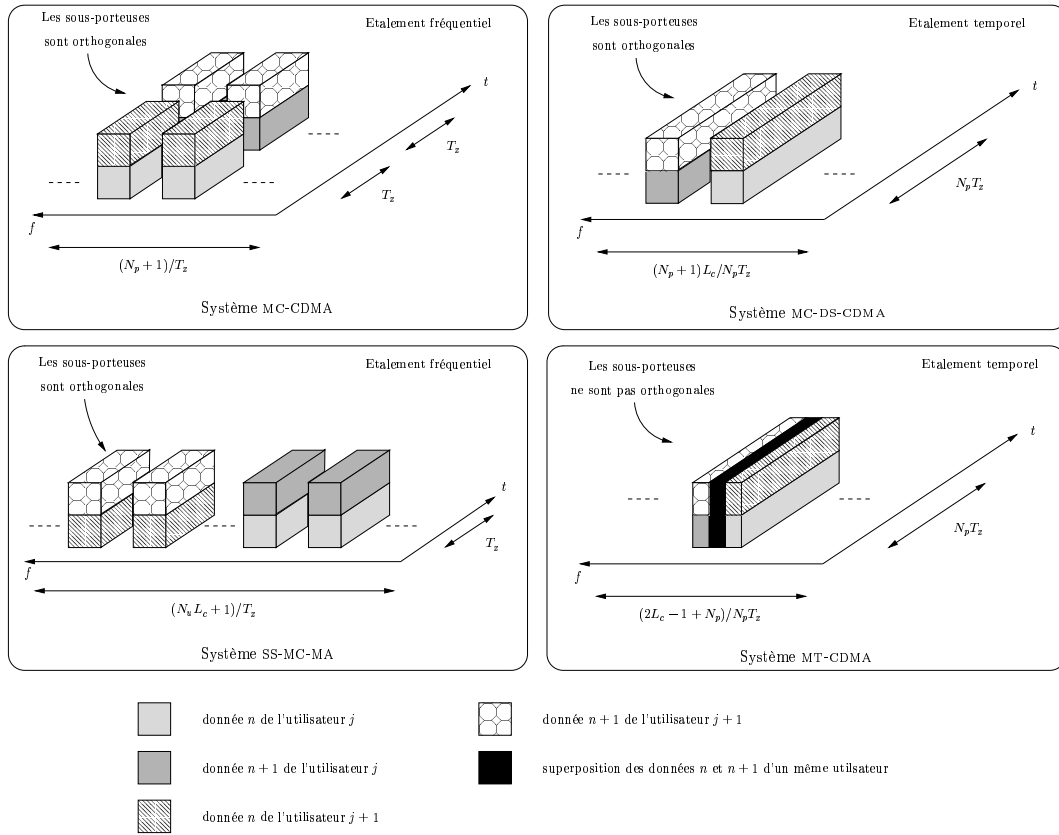


FIG. 5.1 – Représentation du signal émis pour les quatre types de modulations à porteuses multiples et à accès multiple

d'étalement. Basée sur une modulation OFDM, la modulation MC-CDMA (réciproquement sa démodulation) peut facilement être réalisée à partir d'une IFFT (et d'une FFT).

Lorsqu'elle est utilisée en voie montante, la technique MC-CDMA implique nécessairement une plus grande complexité au niveau du récepteur pour estimer les canaux. En effet, dans un système MC-CDMA, chacune des porteuses est utilisée par l'ensemble des utilisateurs actifs. De ce fait, le signal véhiculé par une sous-porteuse et reçu au niveau de la station de base, subit différentes distorsions provoquées par chacun des canaux reliant les N_u utilisateurs actifs à la station de base. Que ce soit pour récupérer les données des N_u utilisateurs ou celles d'un seul utilisateur, le récepteur de la station de base doit nécessairement estimer ces N_u canaux.

5.3.4 Les systèmes SS-MC-MA

Une autre possibilité de combinaison de l'étalement de spectre et des modulations à porteuses multiples est la technique SS-MC-MA (« *Spread Spectrum Multi-Carrier Multiple Access* »). Cette technique, dérivée des systèmes MC-CDMA, fût présentée à l'origine par S. Kaiser et K. Fazel dans [KF97]. Elle associe cette fois-ci l'accès multiple par répartition

de codes (CDMA) à l'accès multiple par répartition de fréquence (FDMA). Chaque utilisateur profite de l'accès multiple offert par les codes d'étalement pour transmettre ses propres données sur un sous-ensemble spécifique de sous-porteuses. Ainsi, contrairement au MC-CDMA, le multiplexage des signaux des différents utilisateurs ne se fait plus dans le domaine des codes mais dans celui des fréquences.

Dérivé du MC-CDMA, le système SS-MC-MA présente certes quelques similitudes avec ce dernier, comme la possibilité d'insérer un intervalle de garde pour éviter l'apparition d'IES. Toutefois, ces deux techniques présentent aussi des différences majeures comme le fait que dans un système SS-MC-MA, les interférences entre utilisateurs sont en théorie inexistantes puisque seules les données d'un même utilisateur partagent le même sous-ensemble de sous-porteuses. L'interférence présente est donc une interférence entre données d'un même utilisateur et doit être traitée de la même manière que le terme d'interférences entre les données des utilisateurs d'un système MC-CDMA. Une autre différence entre ces deux techniques est la complexité à estimer les canaux de la voie montante au niveau du récepteur. Pour la technique SS-MC-MA, que ce soit en voie montante ou en voie descendante, chacune des sous-porteuses n'est pas utilisée par les N_u utilisateurs comme dans le cas MC-CDMA mais par un seul utilisateur. Le signal reçu et véhiculé par une sous-porteuse n'a donc subi que les distorsions provoquées par le canal d'un seul utilisateur. De ce fait, l'estimation de canal de la voie montante est bien moins complexe pour les systèmes SS-MC-MA que pour les systèmes MC-CDMA. Ce dernier point est le principal intérêt du SS-MC-MA et lui permet d'obtenir de bonnes performances en voie montante [Kai98] [KK99] [KKF99].

5.4 Etude des systèmes MC-CDMA

5.4.1 Expression du signal MC-CDMA émis

5.4.1.1 Le signal mono-utilisateur

Le signal MC-CDMA est issu de la concaténation des opérations d'étalement de spectre par séquence directe et de modulation à porteuses multiples. Pour chaque utilisateur i , ses symboles de modulation x_i sont multipliés un à un par le code d'étalement $\mathbf{c}_i = [c_{i,0}, \dots, c_{i,L_c-1}]^T$ qui a été auparavant assigné à cet utilisateur i . Les L_c répliques $c_{i,k}x_i$ ($0 \leq k \leq L_c - 1$) du même symbole x_i sont ensuite appliquées une à une à chacune des L_c sous-porteuses du spectre OFDM. L'étalement a donc été réalisé dans le domaine fréquentiel. Par la suite, pour simplifier les écritures, nous considérons que le nombre N_p de sous-porteuses est égal à la longueur L_c des codes d'étalement ($N_p = L_c$) mais ceci n'est absolument pas obligatoire. Dans ce cas, la durée T_s d'un symbole MC-CDMA sur chaque sous-porteuse est alors égale à $T_s = T_x = T_c$.

Afin de garantir l'orthogonalité entre les sous-porteuses après la fonction d'étalement, l'espacement Δf entre deux sous-porteuses adjacentes est proportionnel à l'inverse de la durée T_c d'un chip de code d'étalement. Lorsque $N_p = L_c$, l'espacement entre sous-

porteuses est égal à :

$$\Delta f = \frac{1}{T_c} = \frac{1}{T_x} = \frac{1}{T_s} \quad (5.9)$$

Toujours dans le cas où $L_c = N_p$, l'expression du signal MC-CDMA $s_i(t)$ émis par l'utilisateur i sur l'intervalle de temps $[0, T_s[$, en sortie du modulateur, s'écrit :

$$s'_i(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} \text{Re}\{c_{i,k} x_i \Pi(t) e^{j2\pi f_k t}\} \text{ avec } f_k = f_0 + \frac{k}{T_s} \quad (5.10)$$

avec $\Pi(\cdot)$ la fonction porte, nulle à l'extérieur de l'intervalle $[0, T_s[$. Nous reconnaissons l'expression d'un signal OFDM où la donnée x_k transmise sur la sous-porteuse k est remplacée par la donnée x_i — la même donnée est cette fois-ci transmise sur les N_p sous-porteuses par l'utilisateur i — et pondérée par le chip $c_{i,k}$ du code propre à cet utilisateur et attribué à cette sous-porteuse k .

La bande de fréquences W occupée par les lobes principaux des sous-porteuses est égale à :

$$W = \frac{(N_p + 1)}{T_s} = \frac{(N_p + 1)}{T_x} \quad (5.11)$$

L'équivalent en bande de base $s_i(t)$ du signal $s'_i(t)$ à la sortie du modulateur MC-CDMA aura pour expression :

$$s_i(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} \{c_{i,k} x_i \Pi(t) e^{j2\pi(k-N_p/2)t/T_s}\} \quad (5.12)$$

L'enveloppe complexe X_i du signal MC-CDMA $s_i(t)$ échantillonné au rythme T_s/N_p est égale à :

$$X_i(nT_s/N_p) = (-1)^n x_j \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{c_{i,k}}{\sqrt{N_p}} e^{j2\pi n k/N_p}}_{\text{TFD}^{-1}\{\frac{c_{i,k}}{\sqrt{N_p}}\}} \quad (5.13)$$

De cette dernière équation, il apparaît donc que, comme pour tout signal construit à partir d'un signal OFDM, le signal MC-CDMA peut être généré par le biais d'une Transformée de Fourier Discrète Inverse (TFDI) effectuée sur les L_c chips du code d'étalement. En pratique cette transformation est réalisée avec des algorithmes rapides, la IFFT (« *Inverse Fast Fourier Transform* »). Cette observation met en avant l'influence déterminante des codes d'étalement sur les variations de l'enveloppe complexe du signal MC-CDMA. Ainsi, pour limiter ces variations à l'entrée de l'amplificateur RF, les codes d'étalement devront être judicieusement choisis [Nob03]. Le modulateur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur est représenté sur la figure 5.2. Le spectre des sous-porteuses de ce signal est représenté sur la figure 5.3.

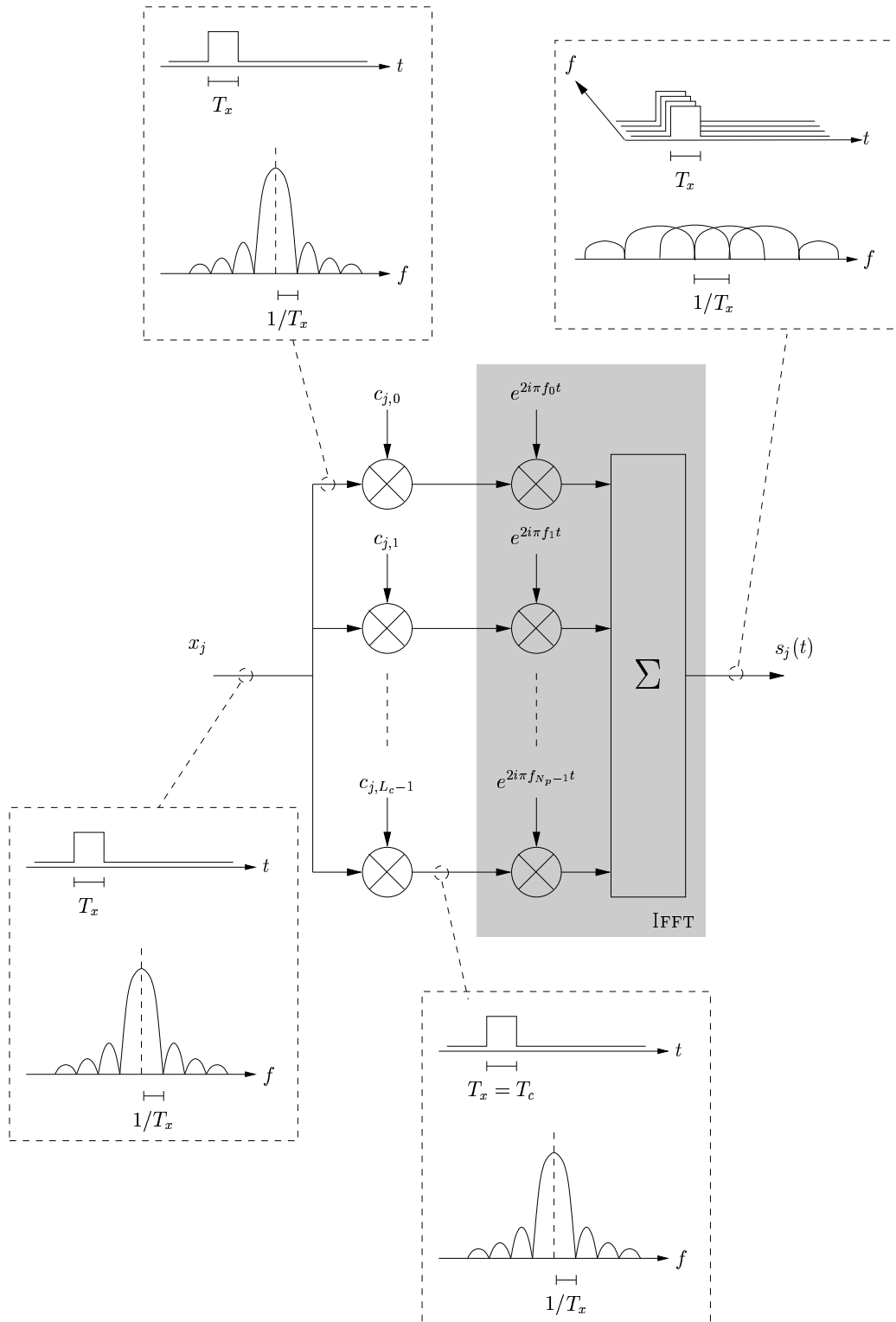


FIG. 5.2 – Modulateur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur avec $L_c = N_p$

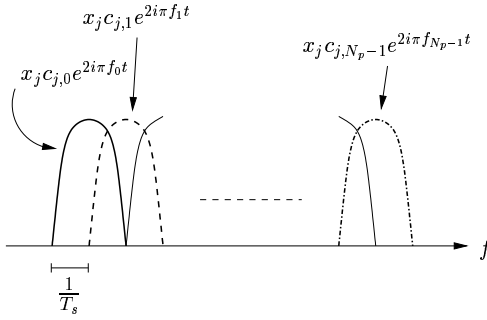


FIG. 5.3 – Spectre des sous-porteuses du signal MC-CDMA pour le $j^{\text{ième}}$ utilisateur

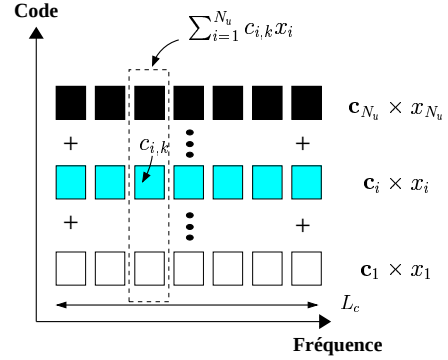


FIG. 5.4 – Répartition des données des N_u utilisateurs pour le système MC-CDMA

5.4.1.2 Le signal multi-utilisateur synchrone

Dans le cas d'une communication synchrone utilisée en voie descendante, *i.e.* de la station de base vers les terminaux, l'expression du signal multi-utilisateur se déduit assez simplement des expressions du signal mono-utilisateur puisqu'il correspond à la somme des signaux mono-utilisateurs portés par les sous-porteuses. Ainsi, pour un symbole multi-utilisateur, l'équivalent en bande de base du signal émis pendant l'intervalle de temps $[0, T_s[$ s'écrit :

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N_u-1} s_i(t) \quad (5.14)$$

Dans la suite du document, nous utiliserons de préférence une notation matricielle des signaux MC-CDMA avant l'ajout de l'intervalle de garde en considérant que les fonctions de base sont les fonctions exponentielles des sous-porteuses. Ainsi, en supposant $N_p = L_c$, l'opération d'étalement à l'émission correspond au produit de la matrice $\mathbf{C}$ des codes d'étalement par le vecteur de données $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \mathbf{C} \mathbf{x} \quad \forall k \in [0, \dots, N_p-1[\quad (5.15)$$

Ainsi chaque symbole est transmis en parallèle sur L_c sous-porteuses modulées QPSK dans notre étude. Le spectre du signal MC-CDMA et la répartition des données des N_u utilisateurs sont respectivement représentés sur les figures 5.3 et 5.4.

Comme pour le signal OFDM, l'insertion d'un intervalle de garde de durée supérieure à l'étalement $\tau_{\max}$ de la réponse impulsionnelle du canal garantit l'absence d'interférences entre symboles en réception.

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, l'intérêt majeur de cette technique est qu'elle permet un accès multiple à répartition de codes (CDMA) tout en ayant un signal émis présentant toutes les caractéristiques et les avantages d'un signal OFDM.

En outre, la diversité fréquentielle du canal est pleinement exploitée, chaque symbole complexe x_i étant transmis sur l'ensemble des sous-porteuses disponibles.

5.4.1.3 Choix des paramètres N_p et L_c

La description du modulateur MC-CDMA adoptée ici repose sur l'hypothèse d'une longueur d'étalement L_c égale au nombre de sous-porteuses N_p . En attribuant un code d'étalement par utilisateur, le nombre maximal d'utilisateur $N_{u_{\max}}$ pouvant cohabiter est alors égal au nombre maximal N_{seq} de séquences existantes au sein d'une même famille. Ainsi, en supposant que les codes d'étalement utilisés sont les codes orthogonaux de Walsh-Hadamard, on obtient :

$$N_p = L_c = N_{\text{seq}} = N_{u_{\max}} \quad (5.16)$$

Cependant, afin de mieux adapter le signal MC-CDMA aux caractéristiques du canal de propagation, il peut être nécessaire d'apporter des modifications à la structure représentée sur la figure 5.2 [Kai98]. Les paramètres variables sont principalement la longueur L_c des codes et le nombre N_p de sous-porteuses. Notamment, en pratique, certaines sous-porteuses du modulateur OFDM nécessitent d'être annulées afin de limiter les interférences possibles introduites par le filtrage d'émission.

La première modification possible consiste à augmenter N_p tout en conservant L_c et $N_{u_{\max}}$. Dans ce cas, la durée T_s du symbole MC-CDMA transmis augmente ce qui permet de réduire la perte d'efficacité spectrale due à l'insertion d'un intervalle de garde. Toutefois, la valeur de N_p résulte du compromis entre la capacité du système à absorber un étalement donné de la réponse impulsionnelle du canal et la nécessité de l'invariance du canal sur une durée symbole MC-CDMA. Chaque utilisateur exploite N_p sous-porteuses pour transmettre non plus une donnée mais N_p/L_c données par symbole MC-CDMA. Afin que chaque donnée bénéficie de l'indépendance en fréquence liée à la bande totale, il peut, dans ce cas, être préférable de multiplexer en fréquence les différents « jeux » de sous-porteuses portant des données étalées différentes.

La seconde modification possible consiste à réduire la complexité des récepteurs en diminuant la longueur des codes d'étalement tout en conservant le nombre $N_{u_{\max}}$ maximal d'utilisateurs et le nombre N_p de sous-porteuses adapté aux caractéristiques du canal. Les utilisateurs sont répartis en N_p/L_c groupes et chaque groupe, composé de L_c utilisateurs, constitue un système MC-CDMA de base. Un code d'étalement n'est donc plus attribué à un seul utilisateur mais à N_p/L_c utilisateurs. Là aussi il est nécessaire d'utiliser un dispositif de multiplexage fréquentiel pour que chaque utilisateur exploite pleinement la diversité fréquentielle offerte par le canal. En conséquence, avec cette modification, l'accès multiple entre chaque groupe d'utilisateurs est à répartition de fréquence. Celui entre utilisateurs d'un même groupe est à répartition par codes.

5.4.2 Expression du signal MC-CDMA reçu

La figure 5.5 représente le récepteur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur. Sur ce schéma, où le traitement de l'accès multiple est dissocié du traitement de la diversité et de l'égalisation du canal, la séparation des utilisateurs se fait dans le domaine fréquentiel puisque le code d'étalement et d'accès multiple est appliqué dans ce domaine.

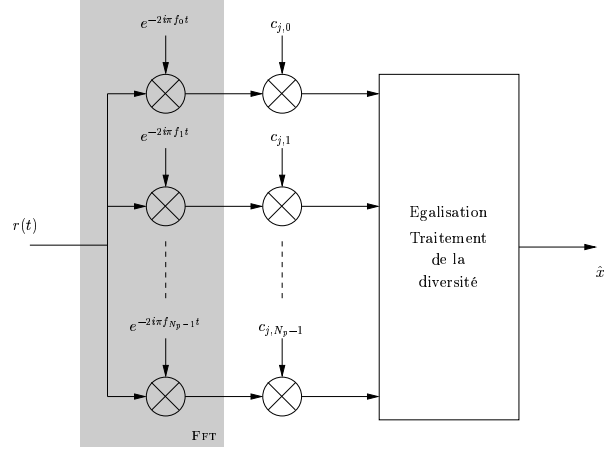


FIG. 5.5 – Récepteur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur

Lorsque N_u utilisateurs sont actifs, le signal MC-CDMA multi-utilisateur reçu en voie descendante à l'entrée du récepteur, noté $r'(t)$, est donné par l'expression suivante :

$$r'(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \text{Re} \left\{ (\rho_l(t) e^{j\theta_l(t)}) x_i c_{i,k} \Pi(t - \tau_l) e^{j2\pi(f_0 + k/T_s)(t - \tau_l)} \right\} + n(t) \quad (5.17)$$

où τ_l est le retard de trajet d'indice l et L est le nombre de trajets.

En posant $f_c = f_0 + N_p/2T_s$, nous obtenons :

$$r'(t) = \text{Re} \left\{ \Pi(t - \tau_l) r(t) e^{j2\pi f_c t} \right\} \quad (5.18)$$

où $r(t)$ représente l'enveloppe complexe du signal reçu $r'(t)$ et est donné par l'expression suivante :

$$r(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \left\{ (\rho_l(t) e^{j\theta_l(t)}) x_i c_{i,k} \Pi(t - \tau_l) e^{j2\pi(k - N_p/2)(t - \tau_l)/T_s} \right\} + n(t) \quad (5.19)$$

Cette expression du signal reçu en bande de base peut être retrouvée à partir de l'expression du signal MC-CDMA multi-utilisateur $s(t)$, équation (5.14), et de l'expression de la réponse impulsionnelle du canal de propagation $h(t, \tau)$, équation (1.36), au travers de l'équation :

$$r(t) = (h * s)(t) + n(t) \quad (5.20)$$

Afin de modéliser les effets du canal dans le domaine fréquentiel, nous rappelons les hypothèses couramment utilisées pour dimensionner correctement une modulation OFDM. Ainsi, le canal est supposé *non-sélectif en fréquence sur chaque sous-porteuse* et *invariant pendant la durée d'un symbole* MC-CDMA de durée $T_s + T_\Delta$. L'absence d'ISI et d'ICI est assurée par l'insertion d'un intervalle de garde adapté au canal de telle manière que sa durée soit supérieure à l'étalement des retards de la réponse impulsionnelle du canal. Sachant que la diversité fréquentielle maximale est atteinte, au niveau de chaque symbole MC-CDMA, lorsque les sous-porteuses du signal multiporteuse sont affectées de processus aléatoires indépendants, la matrice d'entrelacement temporel et fréquentiel est supposée idéale. Avec ces hypothèses, le canal peut être modélisé dans le domaine fréquentiel par des coefficients complexes $h_k = \rho_k e^{i\theta_k}$ indépendants, propres à chaque sous-porteuse et constants sur la durée d'un symbole MC-CDMA où ρ_k et θ_k représentent respectivement les distorsions d'amplitude et de phase subies par la sous-porteuse k .

Après les opérations de filtrage, de transposition en bande de base, d'échantillonnage et de suppression de l'intervalle de garde, l'enveloppe complexe du signal reçu en sortie de la FFT (démodulateur OFDM) et après désentrelacement peut s'exprimer sous forme vectorielle, avec comme base orthonormée les fonctions exponentielles correspondant aux fréquences des sous-porteuses. C'est cette notation qui sera utilisée dans la suite du document. Pour alléger les écritures, nous supposons que $1 \leq k \leq N_p$ et $1 \leq i \leq N_u$. Par ailleurs, le facteur de normalisation $1/\sqrt{N_p}$ n'est pas pris en compte dans les calculs. Ainsi, tout signal MC-CDMA multi-utilisateur à porteuses multiples s'écrit sous forme vectorielle :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (5.21)$$

où

- $\mathbf{r}$ est le vecteur constitué des N_p valeurs reçues sur les N_p sous-porteuses :

$$\mathbf{r} = [r_1 \cdots r_{N_p}]^T \in \mathbb{C}^{N_p} \quad (5.22)$$

- $\mathbf{H}$ représente la matrice des coefficients complexes h_k du canal. En supposant une synchronisation parfaite du système à porteuses multiples et un décalage Doppler négligeable, l'interférence entre les sous-porteuses est inexistante. Par conséquent, la matrice $\mathbf{H}$ peut être considérée comme diagonale :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{N_p} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_p \times N_p} \quad (5.23)$$

En réception, la matrice $\mathbf{H}$ et tous les coefficients qui la composent seront considérés comme parfaitement connus.

- la matrice $\mathbf{C}$ est constituée des N_u codes d'étalement $\mathbf{c}_i$ propres à chaque utilisateur i :

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \cdots \mathbf{c}_{N_u}] = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{N_u,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1,L_c} & \cdots & c_{N_u,L_c} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{L_c \times N_u} \quad (5.24)$$

Les codes d'étalement choisis sont les codes de Walsh-Hadamard ou les codes de Golay à séquences complémentaires dont les éléments prennent pour valeur : $c_{i,k} = \pm \frac{1}{\sqrt{L_c}}$. Ces codes d'étalement sont réels : $\mathbf{C}^* = \mathbf{C}$. Par souci de simplification des calculs, nous fixons sauf mention contraire : $c_{i,k}^2 = 1$. Ces codes ont leur autocorrélation égale à 1 ($i = j$) et leur intercorrélacion nulle, *i.e.* ces codes sont orthogonaux deux à deux ($i \neq j$). Autrement dit, la somme des produits chip à chip est nulle :

$$\mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j = \sum_{k=1}^{L_c} c_{i,k} c_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Lorsque $N_u = L_c$, cette condition étendue à la dimension matricielle s'exprime par la relation suivante : $\mathbf{C}\mathbf{C}^T = \mathbf{C}^T\mathbf{C} = \mathbf{I}_{N_u}$. Nous supposons que la même matrice d'étalement est utilisée pour tous les symboles à transmettre. Ces codes d'étalement sont considérés déterministes. En simulation, nous ne les avons pas choisis aléatoirement. Pour simuler la transmission de N_u utilisateurs, nous avons toujours choisi les mêmes N_u premiers codes de la matrice d'Hadamard.

- $\mathbf{x}$ est le vecteur des symboles transmis par les N_u utilisateurs actifs :

$$\mathbf{x} = [x_1 \cdots x_{N_u}]^T \in \mathbb{C}^{N_u} \quad (5.25)$$

Lorsque les codes de Walsh-Hadamard ou ceux de Golay à séquences complémentaires sont utilisés, le nombre maximal d'utilisateurs actifs est égal à la longueur L_c des codes d'étalement. Lorsque $N_u = L_c$, le système est dit à pleine charge. Si l'utilisateur i n'est pas actif, alors $x_i = 0$. Nous supposons que les symboles sont indépendants au cours du temps pour un même utilisateur ($E[x^n x^{n+1}] = E[x^n]E[x^{n+1}]$) et entre utilisateurs ($E[x_i x_j] = E[x_i]E[x_j]$), qu'ils sont équiprobables et de constellation centrée ($E[x] = 0$), et qu'ils ont la même énergie au cours du temps ($E[|x^n|^2] = E[|x^{n+1}|^2] = E_x$), ou entre deux utilisateurs ($E[|x_i|^2] = E[|x_j|^2]$). La matrice de corrélation des N_u symboles émis est donc diagonale : $\Gamma_{\mathbf{x}} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = E_x \mathbf{A}$ avec $\mathbf{A}$ une matrice diagonale de coefficients a_{jj} ($a_{jj} = 0$ si l'utilisateur j est inactif ou 1 sinon).

- le vecteur $\mathbf{n}$ rassemble les N_p composantes n_k du bruit affectant chaque sous-porteuse d'indice k :

$$\mathbf{n} = [n_1 \cdots n_{N_p}]^T \in \mathbb{C}^{N_p} \quad (5.26)$$

Ce bruit est modélisé par un processus blanc additif gaussien centré. Sa matrice de covariance est donc diagonale : $\Gamma_{\mathbf{n}} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_p}$. Autrement dit, les bruits additifs sur chaque sous-porteuse ont même variance et sont indépendants.

Si au lieu de s'intéresser au spectre des N_p sous-porteuses reçues, nous portons notre attention sur une sous-porteuse particulière, l'expression (5.21) devient :

$$r_k = h_k \left(\sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_i \right) + n_k \quad 1 \leq k \leq N_p \quad (5.27)$$

Cette équation nous permet de constater que chaque sous-porteuse porte la somme des symboles de chaque utilisateur pondérés par le chip du code assigné à cette sous-porteuse par chaque utilisateur.

5.5 Les techniques de détection dans les systèmes MC-CDMA

Les récepteurs MC-CDMA sont habituellement classés selon différents critères qui peuvent être la structure du récepteur (série, parallèle, à retour de décision ...), la technique d'égalisation employée, la connaissance *a priori* ou non d'informations sur les utilisateurs émettant sur le canal de transmission, ...

Le premier critère que nous prenons en compte concerne la connaissance *a priori* d'informations sur chacun des utilisateurs. Cette information peut correspondre à la connaissance partielle ou totale de la matrice des codes d'étalement. Ainsi, un **détecteur** est qualifié de **mono-utilisateur** lorsque seul le code d'étalement de l'utilisateur dont l'on cherche à retrouver les données est connu du récepteur. Les interférences d'accès multiple provenant des autres utilisateurs sont alors considérées comme des brouilleurs et non-porteuses d'information utile. En revanche, les **détecteurs** sont dits **multi-utilisateurs** lorsqu'ils s'appuient sur la connaissance d'information sur les différents utilisateurs. Dans certains cas, ils peuvent chercher à retrouver la séquence émise par un certain nombre d'entre eux pour améliorer la détection des données d'un utilisateur particulier. Les interférences d'accès multiple ne sont plus ici considérées comme des signaux aléatoires mais comme des signaux déterministes.

Dans ce document, nous assimilerons abusivement les opérations d'égalisation et de détection à la même opération. En réalité, l'**égalisation** vise seulement à compenser les distorsions introduites par le canal. Elle ne permet pas à elle seule de retrouver les données transmises par un symbole MC-CDMA. Toutefois, comme nous allons le voir par la suite, son utilisation reste primordiale dans le cadre d'un système MC-CDMA. Ainsi, l'opération de **détection** inclura aussi bien les étapes d'égalisation, de désétalement que celle de démodulation. Puisque les techniques de détection mono-utilisateurs ne se distinguent que par leur étage d'égalisation, nous parlerons de techniques de détection.

Nous allons tout d'abord présenter les techniques de détection mono-utilisateurs qui sont d'une part les plus simples et dont les remarques faites sur leur technique d'égalisation restent valables pour les techniques multi-utilisateurs.

5.5.1 Les techniques de détection mono-utilisateurs

5.5.1.1 Expression générale du signal détecté après égalisation

Comme nous l'avons précisé au paragraphe précédent, les détecteurs mono-utilisateurs considèrent que seul le signal d'un utilisateur particulier est le signal utile. Les signaux des autres utilisateurs sont assimilés finalement à des brouilleurs venant perturber le signal utile. La figure 5.5 représente le récepteur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur. Sur ce schéma, où le traitement de l'accès multiple est dissocié du traitement de la diversité et de l'égalisation du canal, la séparation des utilisateurs se fait dans le domaine fréquentiel puisque le code d'étalement et d'accès multiple est appliqué dans ce domaine. La figure 5.6, quant à elle, représente l'ensemble de la chaîne de radiocommunications utilisant la technique MC-CDMA.

Puisque le signal MC-CDMA est à porteuses multiples, les égaliseurs que nous avons étudiés sont ceux habituellement utilisés pour ces modulations⁵. L'égalisation est alors réalisée sous-porteuse par sous-porteuse à l'aide d'un simple coefficient multiplicatif g_k . En utilisant la notation matricielle, l'ensemble des N_p coefficients d'égalisation g_k correspondant respectivement aux N_p coefficients du canal h_k peut s'exprimer à son tour par une matrice diagonale grâce aux hypothèses faites sur le canal :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_{N_p} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_p \times N_p} \quad (5.28)$$

Après l'opération d'égalisation, l'expression du signal $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_p}$ est donnée sous forme vectorielle par l'expression :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{r} \quad (5.29)$$

$$= \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{n} \quad (5.30)$$

ou sous forme scalaire par l'expression :

$$y_k = g_k h_k \left(\sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_i \right) + g_k n_k \quad (5.31)$$

Après désétalement et la détection seuil, le symbole de donnée de l'utilisateur $\hat{x}_j$ détecté correspond au signe du produit scalaire réalisé entre le vecteur des signaux reçus

5. En ce qui concerne les modulations à porteuses multiples utilisées sans la dimension CDMA, les techniques de détection se résument à une simple technique d'égalisation. Ainsi, les termes détection et égalisation peuvent être confondus.

égalisés, $\mathbf{y}$, et le code d'étalement propre à l'utilisateur j , $\mathbf{c}_j^T$, soit :

$$\hat{x}_j = \langle \mathbf{c}_j^T, \mathbf{y} \rangle = \sum_{k=1}^{N_p} c_{j,k} y_k \quad (5.32)$$

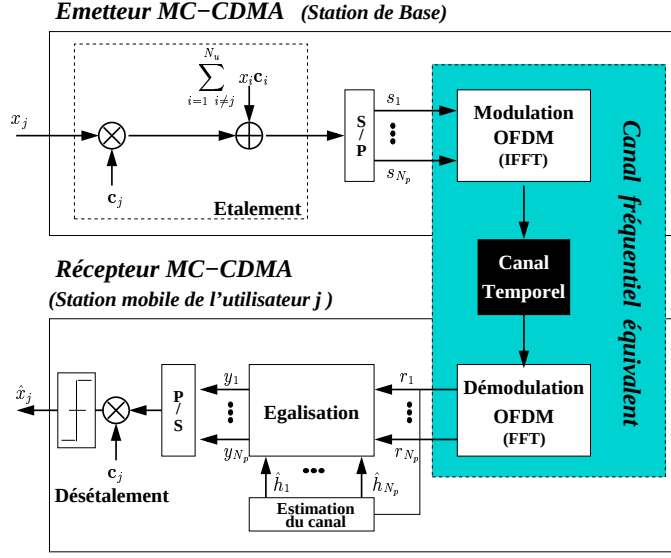


FIG. 5.6 – Représentation d'une chaîne de radiocommunications utilisant la technique MC-CDMA

En substituant l'équation (5.31) dans (5.32), l'expression générale du symbole détecté pour l'utilisateur j est donnée par :

$$\hat{x}_j = \underbrace{\sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k}^2 g_k h_k x_j}_{\mathcal{U}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} \sum_{k=1}^{N_p} c_{j,k} c_{i,k} g_k h_k x_i}_{\mathcal{M}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k} g_k n_k}_{\mathcal{N}} \quad (5.33)$$

Dans l'expression ci-dessus, nous pouvons distinguer trois termes : le signal utile qui correspond au symbole de l'utilisateur considéré ($\mathcal{U}$), les interférences d'accès multiple (IAM notées $\mathcal{M}$) correspondant aux signaux à destination (en voie descendante⁶) des autres utilisateurs, et enfin le bruit blanc additif gaussien pondéré par les coefficients d'égalisation et les chips du code d'étalement de l'utilisateur considéré ($\mathcal{N}$).

En supposant que les données des utilisateurs proviennent de sources indépendantes et que les coefficients du canal h_k pondérés par les coefficients d'égalisation g_k sont indépendants selon l'indice k , le terme d'IAM $\mathcal{M}$ est considéré, après application du théorème de la limite centrale, comme une variable gaussienne sous la condition de valeurs de N_u et L_c suffisamment élevées [Bau01].

6. En voie remontante, puisque chaque utilisateur transmet sur son propre canal, les symboles x_i du terme $\mathcal{M}$ sont multipliés par des coefficients h_k dépendant de chaque utilisateur.

Ainsi, grâce aux N_p répliques x_j (terme $\mathcal{U}$) dont dispose le récepteur, la détection de chaque symbole $\hat{x}_j$ peut être améliorée sous la condition que le terme interférent (terme $\mathcal{M}$) et le terme de bruit ne soient pas trop importants. Pour améliorer alors la robustesse de la détection, il s'agit de choisir les coefficients d'égalisation g_k adéquats qui permettent de réduire voire d'éliminer le terme interférent $\mathcal{M}$ sans pour autant amplifier le terme de bruit $\mathcal{N}$. Pour éliminer l'IAM $\mathcal{M}$, il s'agit de rendre le terme $g_k h_k$ indépendant de k pour retrouver l'orthogonalité des signaux émis, *i.e.* $\sum_{k=1}^{N_p} c_{j,k} c_{i,k} x_i = 0$. Nous appellerons le terme $g_k h_k$, noté $h_{\text{eg},k}$, le coefficient de canal égalisé pour détecter le symbole x_j .

5.5.1.2 L'égalisation en MC-CDMA : une étape obligatoire

Nous allons chercher à voir ici quels sont les effets sur la probabilité d'erreur binaire, d'une part de ne pas égaliser et d'autre part d'accroître la longueur L_c des codes d'étalement.

Plaçons nous dans le cas où un seul utilisateur est actif ($\mathcal{M} = 0$) et où l'étape d'égalisation n'est pas réalisée ($\mathbf{G} = \mathbf{I}_{N_p}$). D'après l'expression (5.33), le signal après désétalement est donné par :

$$\hat{x}_j = \sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k}^2 h_k x_j + \sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k} n_k = \mathcal{U} + \mathcal{N} \quad (5.34)$$

Dans le cas d'une modulation QPSK, en supposant une équiprobabilité des éléments binaires à l'émission, un seuil de décision égal à 0 et un comportement identique entre la voie en phase et la voie en quadrature, la probabilité d'erreur binaire s'écrit [Bau01] :

$$P_e = P_r \{U < 0 | \text{Re}(x) = +\sqrt{E_x}\} \quad (5.35)$$

$$= \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\frac{E\{U\}}{\sqrt{2\text{var}\{U\}}} \right) \quad (5.36)$$

avec U la variable de décision égale à $\text{Re}(\hat{x})$ pour une valeur de x donnée.

La moyenne $E\{U\}$ de la variable de décision conditionnellement à h_k s'écrit alors $(N_p = L_c)^7$:

$$E\{U\} = \text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k}^2 h_k \right\} \sqrt{E_x} = \sqrt{E_x} \frac{1}{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \text{Re}\{h_k\} \xrightarrow{L_c \rightarrow \infty} 0 \quad (5.37)$$

et la variance de la variable de décision s'écrit :

$$\text{var}\{U\} = \frac{1}{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \frac{E\{n_k^2\}}{2} \xrightarrow{L_c \rightarrow \infty} N_0 \quad (5.38)$$

7. Pour une longueur des codes L_c suffisamment grande, la moyenne arithmétique tend vers l'espérance mathématique. Pour le besoin du calcul, nous reposons $c_{i,k}^2 = 1/L_c$.

La limite de la probabilité d'erreur par élément binaire s'exprime :

$$P_e \xrightarrow{L_c \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{0}{\sqrt{2N_0}} \right) = \frac{1}{2} \quad (5.39)$$

Il apparait alors que même en l'absence d'IAM, il est indispensable dans l'étape de détection d'un signal MC-CDMA, d'appliquer une technique d'égalisation totale ou partielle avant de désétalement le signal reçu si l'on veut éviter une probabilité d'erreur catastrophique.

Cherchons maintenant à calculer la variation du RSB d'un signal MC-CDMA après désétalement en fonction de la longueur L_c des codes d'étalement.

La puissance P_U de la composante $\mathcal{U}$ porteuse d'information s'écrit alors :

$$P_U = E_x[\mathcal{U}\mathcal{U}^*] = \frac{\sum_{k=1}^{L_c} |h_k|^2}{L_c^2} \sigma_x^2 \quad (5.40)$$

La puissance P_N de la composante de bruit du signal est quant à elle donnée par :

$$P_U = E_x[\mathcal{N}\mathcal{N}^*] = \frac{1}{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sigma_{n_k}^2 = \sigma_n^2 \quad (5.41)$$

puisque tous les échantillons n_k ont la même variance σ_n^2 .

Le RSB après désétalement est alors donné par l'expression suivante :

$$\frac{P_U}{P_N} = \frac{\sum_{k=1}^{L_c} |h_k|^2}{L_c^2} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} \quad (5.42)$$

Estimons l'espérance du RSB selon la distribution des h_k . En supposant toujours que les $|h_k|$, variables aléatoires indépendantes, suivent une distribution de Rayleigh, alors la variable aléatoire $\sum_{k=1}^{L_c} |h_k|^2$ est une variable aléatoire du χ^2 à $2L_c$ degrés de liberté telle que :

$$E \left\{ \sum_{k=1}^{L_c} |h_k|^2 \right\} = 2L_c \sigma^2 \quad (5.43)$$

$$E \left\{ \sum_{k=1}^{L_c} |h_k|^4 \right\} = 4L_c(L_c + 1) \sigma^4 \quad (5.44)$$

où σ^2 est la variance d'une variable aléatoire gaussienne.

Nous pouvons alors écrire que :

$$E \left\{ \frac{P_U}{P_N} \right\} = E_h \left\{ \frac{\sum_{k=1}^{L_c} |h_k|^2}{L_c^2} \right\} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} = \frac{1}{L_c} 2\sigma^2 \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} \quad (5.45)$$

Par conséquent, lorsque le canal est modélisé par des évanouissements indépendants qui suivent une distribution de Rayleigh, le RSB moyen après désétalement et sans égalisation est inversement proportionnel à la longueur L_c du code d'étalement utilisé.

5.5.1.3 Le récepteur optimal en contexte mono-utilisateur : le filtre adapté ou MRC

Dans un contexte mono-utilisateur, le récepteur optimal vis-à-vis de la probabilité d'erreur sous certaines conditions correspond au **détecteur à maximum de vraisemblance** (ML). Il consiste à comparer le signal reçu, dans notre cas le signal MC-CDMA à L_c sous-porteuses, par rapport à l'ensemble des signaux possibles émis par l'utilisateur j et transmis par le même canal à évanouissements en l'absence de BBAG, en considérant les signaux des $N_u - 1$ autres utilisateurs comme du bruit. Sa complexité croît donc notamment exponentiellement avec la longueur L_c des codes utilisés. Ce type de détecteur atteint ses performances optimales lorsqu'il a la connaissance des codes d'étalement de tous les utilisateurs, *i.e.* dans un contexte multi-utilisateur. Dans un tel cas, il est alors capable de comparer le signal MC-CDMA reçu à l'ensemble des signaux MC-CDMA possibles émis par les N_u utilisateurs. Sachant qu'ici nous supposons que les symboles transmis sont équiprobables, l'estimateur basé sur le critère ML et celui basé sur le critère du MAP (« *Maximum A Posteriori* ») sont équivalents [Kai98] [Pro95].

Pour réduire la complexité du détecteur tout en maintenant les mêmes performances dans un contexte mono-utilisateur⁸, l'autre solution consiste à appliquer le **filtre adapté** suivi d'un simple démodulateur linéaire. En l'absence d'interférences d'accès multiple, *i.e.* lorsqu'un seul utilisateur est actif ($N_u = 1$), le filtre adapté est le récepteur optimal selon le RSB et fournit ainsi les meilleurs résultats en terme de taux d'erreur binaire. Notons que dans le cas du filtre adapté, la détection est appliquée après égalisation MRC alors que dans le cas du détecteur ML, celle-ci est appliquée directement sur les signaux reçus sans qu'ils aient été modifiés par une étape d'égalisation.

La technique à gain maximal que nous noterons MRC (« *Maximum Ratio Combining* ») est considérée optimale vis-à-vis du bruit additif lorsque la même information est transmise simultanément sur plusieurs branches de diversité. Ce traitement optimal de la diversité consiste à multiplier chaque sous-porteuse par la valeur conjuguée du coefficient du canal propre à cette sous-porteuse :

$$g_k = h_k^* \quad (5.46)$$

Ainsi seule la distorsion de phase introduite par le canal est corrigée. Comme nous pouvons le vérifier dans le tableau 5.1, cette technique exploite bien la diversité fréquentielle présente puisque N_p répliques du symbole x_j , pondérées par des coefficients $|h_k|^2$, sont présentes dans la partie utile $\mathcal{U}$.

8. Dans le cas MC-CDMA, la détection peut être appliquée sur les signaux reçus ou après égalisation puisque les codes sont orthogonaux. Le bruit est un BBAG, et les opérations étalement/désétalement sont linéaires. Ces différentes opérations ne modifient pas la statistique des erreurs. C'est pourquoi, lorsque $N_u = 1$, le filtre adapté et le détecteur ML offrent les mêmes performances.

TAB. 5.1 – *Techniques mono-utilisateurs SISO étudiées*

Critères	g_k	$\mathcal{U}$	$h_{\text{eg},k}$	Propriétés
MRC	h_k^*	$\sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k}^2 h_k ^2 x_j$	$ h_k ^2$	Si $N_u = 1$: optimale selon le RSB ($\mathcal{M} = 0$) Si $N_u > 1$: amplification de l'IAM
EGC	$\frac{h_k^*}{ h_k } = e^{-i\theta_k}$	$\sum_{k=1}^{N_p} c_{i,k}^2 h_k x_j$	$ h_k $	Distorsion d'amplitude non-corrigée : $\mathcal{M} \neq 0$
ORC	$\frac{1}{h_k} = \frac{h_k^*}{ h_k ^2}$	x_j	1	Orthogonalité restituée : $\mathcal{M} = 0$ Si $h_k \rightarrow 0$: amplifie le bruit
MMSE	$\frac{h_k^*}{ h_k ^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}}$	$\sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{i,k}^2 h_k ^2 x_j}{ h_k ^2 + 1/\gamma_k}$	$\frac{ h_k ^2}{ h_k ^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}}$	Si $\gamma_k \rightarrow 0$: bruit non-amplifié Si $\gamma_k \rightarrow \infty$: orthogonalité restituée ($\mathcal{M} \rightarrow 0$)

Lorsqu'un seul utilisateur est actif, la probabilité d'erreur par élément binaire obtenue, égale à celle du filtre adapté, est donnée par l'expression [Bau01] :

$$P_e = \left(1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{F_d + E_b/N_0}}\right)^{F_d} \sum_{m=0}^{F_d-1} C_{F_d-1+m}^m \left(\frac{1}{2}\right)^{F_d+m} \left(1 + \sqrt{\frac{E_b/N_0}{F_d + E_b/N_0}}\right)^m \quad (5.47)$$

où la modulation utilisée est une MDP-2 ou une MDP-4 en supposant que le canal est normalisé en puissance ($E[|h_k|^2] = 1$). La figure 5.7 donne les courbes de probabilité d'erreur par élément binaire en fonction du nombre de sous-porteuses décorréélées, *i.e.* en fonction du facteur de diversité F_d . Nous constatons alors que lorsque le facteur de diversité F_d augmente, la probabilité d'erreur tend vers une probabilité d'erreur obtenue sur canal gaussien. Pour $F_d = 64$, la différence entre ces courbes est négligeable. Notons le très fort gain (supérieur à 10 dB pour un TEB= 10^{-3}) obtenu avec seulement un facteur de diversité $F_d = 4$. Le gain diminue progressivement lorsque F_d augmente. Cette diversité peut être obtenue en fréquence, en temps ou en espace. Ces performances théoriques sont égales aux TEB obtenus en simulation. Pour $N_p = 1$, la probabilité d'erreur par élément binaire de la détection MRC est donnée par :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{1 + N_0/E_b}} \quad (5.48)$$

La probabilité d'erreur de la technique MRC à porteuse unique correspond à celle atteinte par une modulation OFDM lorsqu'il n'y a pas de codage de canal ni traitement de diversité.

Dans un contexte multi-utilisateur, l'orthogonalité entre les signaux multi-utilisateurs détruite lors de la propagation du symbole MC-CDMA à travers le canal n'est pas restaurée par la technique MRC puisque celle-ci ne permet pas de corriger la distorsion d'amplitude affectant le produit chip-à-chip du terme interférent. L'IAM est donc non-seulement conservée lors du processus de détection ($\mathcal{M} \neq 0$) mais elle est de plus amplifiée par l'étagé de réception (tableau 5.1). Les sous-porteuses, pour leur part, restent orthogonales grâce à la structure OFDM. La limite du filtre adapté est alors une limite inférieure théorique des

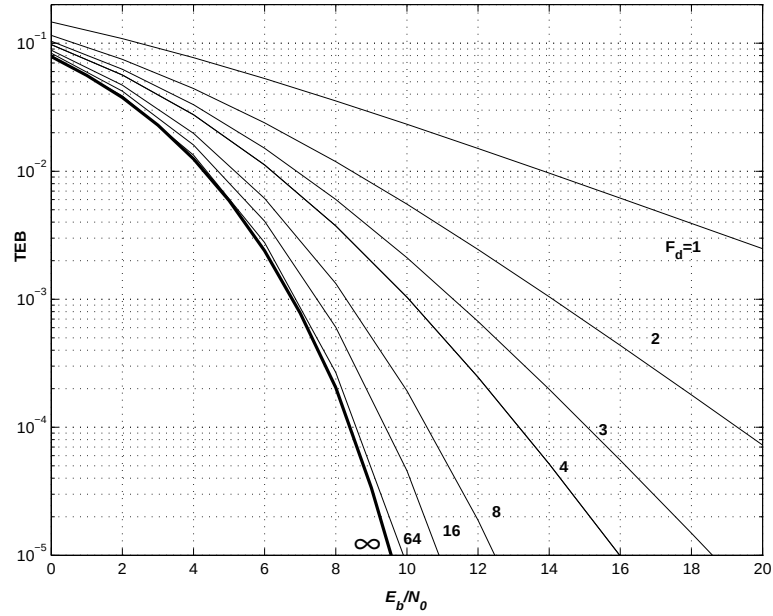


FIG. 5.7 – Limites du filtre adapté pour un nombre variable de sous-porteuses décorréélées. En référence, les performances d'une modulation QPSK non-codée sur canal gaussien sont indiquées en gras (diversité ∞)

performances en terme de TEB quel que soit le détecteur utilisé et servira donc par la suite de référence.

5.5.1.4 La combinaison à gain égal (EGC)

De même que la technique MRC, la technique à combinaison à gain égal EGC (« *Equal Gain Combining* ») corrige la distorsion de phase introduite par le canal en évitant cette fois-ci d'amplifier l'IAM ($h_{eg,k} = |h_k|$ tableau 5.1). Le coefficient d'égalisation à appliquer sur chaque sous-porteuse est égal à :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|} \quad (5.49)$$

Cette technique exploite donc comme la technique MRC la diversité fréquentielle présente puisque N_p répliques du symbole x_j , pondérées par des coefficients $|h_k|$, sont présentes dans la partie utile $\mathcal{U}$ (tableau 5.1).

5.5.1.5 La combinaison à restauration d'orthogonalité (ORC)

Afin d'annuler complètement les distorsions de phase et d'amplitude apportées par le canal, la technique ORC (« *Orthogonal Ratio Combining* ») appelée aussi ZF (« *Zero* »

Forcing ») peut être employée :

$$g_k = \frac{1}{h_k} = \frac{h_k^*}{|h_k|^2} \quad (5.50)$$

Dans ce cas, le coefficient $h_{\text{eg},k}$ du canal égalisé pour détecter le symbole x_j est égal à 1. Le produit chip à chip $\sum_{k=1}^{N_p} c_{j,k} c_{i,k}$ ($\forall i \neq j$) devient indépendant des distorsions du canal affectant chaque sous-porteuse. Si les codes d'étalement utilisés au niveau de l'émetteur sont orthogonaux, ce produit est nul et le terme d'IAM est annulé ($\mathcal{M} = 0$ tableau 5.1). Par conséquent, dans la mesure où les codes d'étalement sont orthogonaux, les performances obtenues avec cette technique sont indépendantes du nombre N_u d'utilisateurs actifs.

Par ailleurs, en rendant le canal plat en fréquence par la correction parfaite des distorsions de phase et d'amplitude engendrées par le canal, on peut dire que la technique ORC n'exploite pas la diversité fréquentielle proposée par la technique MC-CDMA puisque $\mathcal{U} = x_j$: le récepteur ne dispose pas de plusieurs répliques du même symbole avant de prendre sa décision mais celle qu'il possède n'est pas affectée par les évanouissements. De plus, pour $N_p = 1$, il est montré dans [Bau01] que la technique ORC est équivalente à la technique MRC en terme de probabilité d'erreur binaire.

En revanche, en présence d'évanouissements profonds correspondant à de faibles valeurs de h_k , les termes de bruit n_k facteurs de ces coefficients sont fortement amplifiés. Ainsi, si le terme global $\mathcal{N}$ du bruit résultant après égalisation est fortement amplifié, les performances se dégradent sensiblement.

« *Threshold orthogonality Restoring Combining* » : TORC

Pour résoudre ce problème d'amplification du bruit, une technique proche de la technique ORC peut être employée. Dénommée TORC ou aussi « *Controlled Equalisation* » (CE), cette technique consiste à appliquer la technique ORC lorsque la valeur de $|h_k|$ est suffisamment forte, *i.e.* au-dessus d'un certain seuil α pour que le bruit ne soit finalement pas trop amplifié après égalisation. Dans le cas contraire, le coefficient d'égalisation g_k est fixé à une autre valeur ϵ qui peut être fixe ou dépendante de h_k :

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{h_k} & \text{si } |h_k| \geq \alpha \\ \epsilon & \text{si } |h_k| < \alpha \end{cases} \quad (5.51)$$

5.5.1.6 La combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) par sous-porteuse

Un compromis entre la minimisation du terme IAM et la maximisation du RSB est obtenu avec la technique MMSE (« *Minimum Mean Square Error* ») qui résulte de l'application du filtrage de Wiener. Ainsi, comme son nom l'indique, le coefficient d'égalisation MMSE est calculé, pour chaque sous-porteuse, afin de minimiser la valeur de l'erreur quadratique moyenne entre le signal émis s_k ($s_k = \sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_i$) et le signal y_k ($y_k = g_k r_k$)

obtenu après égalisation, soit :

$$E[|e_k|^2] = E[|s_k - g_k r_k|^2] \quad (5.52)$$

Si l'on applique le principe de l'orthogonalité entre l'erreur e_k et le signal r_k^* reçu sur une sous-porteuse, le coefficient d'égalisation g_k sera choisi de telle sorte que [Gou01] :

$$E[e_k r_k^*] = 0 \quad (5.53)$$

En considérant que le bruit est d'une part indépendant de s_k , g_k et de h_k (e.g. $E[s_k n_k] = E[s_k]E[n_k]$) et qu'il est d'autre part blanc et centré ($E[n_k] = 0$), on obtient à partir de l'équation (5.53) l'expression du coefficient g_k pour lequel l'erreur quadratique moyenne entre le signal émis s_k et le signal égalisé $g_k r_k$ est minimale :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{E[|n_k|^2]}{E[|s_k|^2]}} \quad (5.54)$$

où nous avons supposé à juste titre que les coefficients g_k et h_k , obtenus après estimation parfaite du canal, sont déterministes.

Cherchons maintenant à exprimer ce coefficient g_k en fonction du rapport signal à bruit moyen par sous-porteuse mesuré à l'entrée du récepteur avant l'addition du BBAG. Celui-ci est défini par :

$$\gamma_k = \frac{E[|h_k s_k|^2]}{E[|n_k|^2]} \quad (5.55)$$

En supposant cette fois-ci que le signal s_k est indépendant de h_k et que le canal est normalisé en puissance ($E[|h_k|^2] = 1$), l'expression (5.55) de γ_k devient égale à :

$$\gamma_k = \frac{E[|s_k|^2]}{E[|n_k|^2]} \Big|_{E[|h_k|^2]=1} \quad (5.56)$$

Pour un canal normalisé en puissance, les coefficients d'égalisation optimaux selon le critère de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne par sous-porteuse deviennent égaux à :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} \Big|_{E[|h_k|^2]=1} \quad (5.57)$$

Pour de faibles valeurs de h_k , γ_k étant faible, le coefficient d'égalisation MMSE résultant évite une amplification excessive du bruit sans supprimer toutefois l'IAM. La diversité fréquentielle est quant à elle exploitée dans la partie utile $\mathcal{U}$. En revanche, pour les fortes valeurs de h_k , le coefficient d'égalisation MMSE g_k devient inversement proportionnel à h_k de façon analogue au coefficient d'égalisation ORC. Il permet du coup de restituer l'orthogonalité entre les signaux des différents utilisateurs et de supprimer l'IAM ($\mathcal{M} \rightarrow 0$ tableau 5.1).

L'inconvénient majeur de la technique MMSE réside dans le fait que le RSB moyen par sous-porteuse γ_k doit être estimé autant de fois que le nombre de sous-porteuses utilisées. Toutefois, en supposant que sur les L_c sous-porteuses, la même puissance est émise et que les mêmes variances de bruit et les mêmes variances du canal sont présentes d'une porteuse à l'autre, une seule estimation de γ_k est nécessaire pour les L_c sous-porteuses utilisées. Celle-ci reste applicable sur plusieurs durées symboles MC-CDMA tant que les hypothèses prises sur les puissances restent valides.

La technique MMSE sous-optimale

Pour éviter une complexité supplémentaire au niveau du récepteur due à cette estimation, une technique MMSE sous-optimale est possible en remplaçant l'estimation du RSB par sous-porteuse par une constante Λ . Celle-ci est choisie de telle sorte que le TEB soit minimisé pour le rapport signal à bruit γ'_k correspondant au point limite de fonctionnement du système. Dans ce cas et toujours sous l'hypothèse d'un canal normalisé en puissance, la constante Λ est prise égale à $1/\gamma'_k$. L'équation (5.57) devient alors égale à :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \Lambda} \Big|_{E[|h_k|^2]=1} \quad (5.58)$$

5.5.2 Techniques de détection multi-utilisateurs

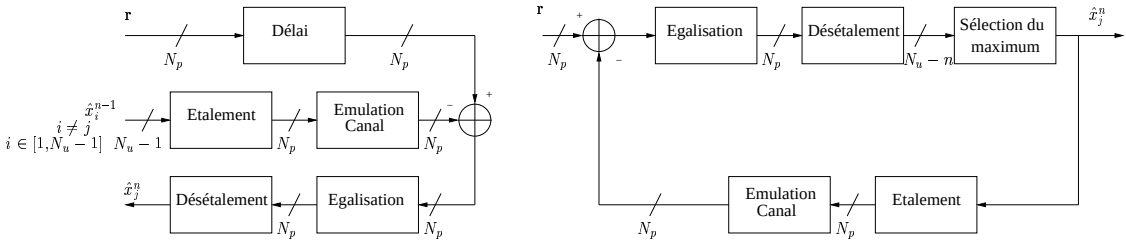
Grâce à la connaissance des codes d'étalement attribués aux différents utilisateurs, le détecteur multi-utilisateur va chercher à estimer l'IAM afin de mieux détecter le signal de l'utilisateur considéré.

5.5.2.1 La technique du maximum de vraisemblance (MLSE)

La technique MLSE (« *Maximum likelihood sequence estimation* ») repose sur l'application du détecteur à maximum de vraisemblance (« *Maximum Likelihood Detector* » : MLD). Celui-ci cherche à déterminer, pour chaque symbole MC-CDMA, le vecteur $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1 \cdots \hat{x}_{N_u}]^T$ de données des N_u utilisateurs le plus vraisemblable parmi l'ensemble des $2^{N_b N_u}$ vecteurs émis possibles où N_b est le nombre de bits par symbole [Kai98].

Chercher à minimiser la probabilité d'erreur d'une séquence revient à maximiser la probabilité d'erreur conditionnelle qu'un vecteur $\mathbf{x}^n$ ($1 \leq n \leq 2^{N_b N_u}$) ait été transmis sachant que le vecteur $\mathbf{r}$ a été reçu. En appliquant la loi de Bayes sur les probabilités conditionnelles et en supposant une indépendance statistique entre les signaux r_k [Kai98], maximiser cette probabilité conditionnelle revient à trouver le vecteur de données $\hat{\mathbf{x}}$ qui minimise le carré de la distance euclidienne entre le signal reçu et toutes les séquences émises possibles, soit :

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{x}^n\|^2 \text{ avec } 1 \leq n \leq 2^{N_b N_u} \quad (5.59)$$



compromis entre la minimisation du terme d'IAM et la maximisation du rapport signal à bruit. Toutefois, l'objectif ici est de construire l'étage d'égalisation de telle manière qu'il permette de minimiser l'erreur quadratique moyenne, non pas entre la sous-porteuse s_k émise et celle détectée en réception, notée $\hat{s}_k$, comme au paragraphe 5.5.1.6, mais entre le symbole x_j transmis par l'utilisateur considéré et celui détecté, noté $\hat{x}_j$. C'est pourquoi cette technique multi-utilisateur peut être qualifiée de façon plus judicieuse de combinaison **MMSE par utilisateur** ou MMSE MD (« *Multi-user Detection* ») alors que la technique mono-utilisateur décrite au paragraphe 5.5.1.6 peut être désignée par analogie comme technique **MMSE par sous-porteuse** ou MMSE SD (« *Single-user Detection* »). Présentée pour la première fois en 1999 pour la technique MC-CDMA [BHC99], la technique GMMSE a fait l'objet d'un dépôt de brevet [BH99].

Soit e_j l'erreur commise sur la détection du symbole x_j émis par l'utilisateur considéré j . L'expression de l'erreur quadratique moyenne (EQM) s'écrit :

$$E[|e_j|^2] = E[|x_j - \hat{x}_j|^2] \quad (5.60)$$

où $\hat{x}_j$ est le symbole détecté.

L'EQM est minimale lorsque l'estimée $\hat{x}_j$ est optimale et notée $\hat{x}_{j,\text{opt}}$. Celle-ci est obtenue lorsque le signal $\mathbf{r}$ reçu sur N_p sous-porteuses est pondéré par le filtre de Wiener, noté $\mathbf{w}_j$ qui est optimal vis-à-vis du RSB parmi les détecteurs linéaires pour la détection du symbole de l'utilisateur j considéré. L'expression de $\hat{x}_{j,\text{opt}}$ est alors donnée par :

$$\hat{x}_{j,\text{opt}} = \mathbf{w}_j^H \mathbf{r} \quad (5.61)$$

L'expression du vecteur de pondération est quant à elle donnée par :

$$\mathbf{w}_j^T = \Gamma_{\mathbf{r},x_j}^T \Gamma_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^{-T} \quad (5.62)$$

où $\Gamma_{\mathbf{r},x_j}$ est le vecteur d'intercorrélacion entre le vecteur reçu $\mathbf{r}$ et le symbole x_j à détecter et $\Gamma_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^{-T}$ est la transposée de l'inverse de la matrice de covariance des signaux reçus.

L'expression finale du vecteur de pondération donné dans l'équation (5.62) devient après simplification :

$$\mathbf{w}_j^T = E_x \mathbf{c}_j^T \mathbf{H}^* (\mathbf{H} \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x},\mathbf{x}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}^* + \Gamma_{\mathbf{n},\mathbf{n}})^{-1} \quad (5.63)$$

Nous remarquons dans l'expression ci-dessus la présence de la séquence d'étalement $\mathbf{c}_j$ propre à l'utilisateur j .

Calcul du vecteur de pondération $\mathbf{w}$

Soit le signal reçu par une antenne sur N_p sous-porteuses :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$

Si nous supposons que la matrice $\mathbf{H}$, parfaitement estimée en réception et $\mathbf{C}$ sont déterministes, la matrice de covariance de taille $N_p \times N_p$ est donnée par :

$$\Gamma_{\mathbf{r},\mathbf{r}} = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H] = \mathbf{H}\mathbf{C}E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]\mathbf{C}^H\mathbf{H}^H + E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \mathbf{H}\mathbf{C}\Gamma_{\mathbf{x},\mathbf{x}}\mathbf{C}^H\mathbf{H}^H + \Gamma_{\mathbf{n},\mathbf{n}}$$

où $\mathbf{C}^H = \mathbf{C}^T$ si les codes d'étalement sont réels. $\Gamma_{\mathbf{x},\mathbf{x}}$ et $\Gamma_{\mathbf{n},\mathbf{n}}$ sont respectivement les matrices de covariance des N_u signaux émis et des N_p termes de bruit. Ces matrices de covariance ainsi que la matrice du canal $\mathbf{H}$ sont diagonales si nous supposons auparavant l'indépendance des N_p termes de bruit, des N_p coefficients du canal et des symboles des N_u utilisateurs.

En ce qui concerne le vecteur d'intercorrélation de taille N_p , il est donné par :

$$\Gamma_{\mathbf{r},x_j} = E[\mathbf{r}\mathbf{x}_j^*] = \mathbf{H}\mathbf{C}E[\mathbf{x}\mathbf{x}_j^*]$$

où l'on suppose le vecteur bruit $\mathbf{n}$ indépendant du symbole émis x_j et centré ($E[\mathbf{n}\mathbf{x}_j] = 0$). De plus, les symboles étant supposés indépendants entre utilisateurs et équirépartis (le terme $E[x_j\mathbf{x}_i^*] = E_s$ si $i=j$ ou est nul sinon), alors $E[\mathbf{x}\mathbf{x}_j] = [E[x_jx_1] \cdots E[x_j]^2 \cdots E[x_jx_{N_u}]]^T = [0 \dots E_s \dots 0]^T$.

Le vecteur de pondération optimal est alors donné par :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_j^T &= \Gamma_{\mathbf{r},x_j}^T \Gamma_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^{-T} \\ &= E_x \mathbf{c}_j^T \mathbf{H}^* (\mathbf{H}\mathbf{C}\Gamma_{\mathbf{x},\mathbf{x}}\mathbf{C}^T \mathbf{H}^* + \Gamma_{\mathbf{n},\mathbf{n}})^{-1} \end{aligned} \quad (5.64)$$

On peut alors chercher à différencier, durant le filtrage de Wiener représenté par le vecteur $\mathbf{w}_j^T$, l'étape de désétalement de celle d'égalisation. Ainsi, par identification, la matrice des coefficients d'égalisation à appliquer pour retrouver les données transmises par l'utilisateur j est donnée par :

$$\mathbf{G} = E_x \mathbf{H}^* (\mathbf{H}\mathbf{C}\Gamma_{\mathbf{x},\mathbf{x}}\mathbf{C}^T \mathbf{H}^* + \Gamma_{\mathbf{n},\mathbf{n}})^{-1} \quad (5.65)$$

Le principal inconvénient de cette technique réside dans l'inversion d'une matrice de taille $L_c \times L_c$. Pour remédier à ce problème, il est possible d'utiliser des méthodes d'égalisation adaptative avec des algorithmes tels que celui du gradient stochastique (« *Least Mean Square* » : LMS) ou l'algorithme des moindres carrés (« *Recursive Least Square* » : RLS) [Bau01]. D'autres solutions sous-optimales sont proposées dans [MHCB01]. De toute façon, puisqu'il n'est pas toujours possible de disposer d'un ordre de diversité élevé sachant que celui-ci est limité d'une part par l'ordre de diversité fréquentielle du canal et d'autre part, par la dimension maximale des matrices d'entrelacement que la communication peut supporter, une longueur de codes $L_c = N_c = 16$ semble un bon compromis entre les performances obtenues et la complexité à traiter des diversités plus importantes [Bau01].

Une condition nécessaire pour que la matrice soit inversible est un vecteur de bruit non-nul [Bau01]. Cette condition semble réaliste puisque l'étage d'entrée des récepteurs est toujours soumis au bruit. Cependant, lors de la numérisation et pour des niveaux du signal élevés, il est possible que la valeur du bruit soit numériquement nulle. Sous ces conditions, la matrice résultante n'est pas toujours inversible. Il est alors possible d'utiliser

le calcul des pseudo-inverses (techniques utilisées en traitement d'antennes) ou de basculer sur une autre technique d'égalisation comme le forçage à zéro. Il est aussi envisageable de maintenir une valeur de seuil du bruit permettant d'effectuer l'inversion matricielle sans faire apparaître de matrices singulières.

La technique MMSE par sous-porteuse : un cas particulier de la technique MMSE par utilisateur

Pour un système fonctionnant à pleine charge ($N_u = L_c$), si tous les utilisateurs émettent à la même puissance ($\Gamma_{\mathbf{x},\mathbf{x}} = E_x \mathbf{I}_{N_u}$) et si les codes d'étalement utilisés correspondent aux codes d'étalement de Walsh-Hadamard, les équations (5.57) et (5.65) deviennent alors équivalentes. Ceci s'explique par le fait que, grâce aux propriétés de la matrice de Walsh-Hadamard $\mathbf{C}$ de taille $L_c \times N_u$, la matrice $\mathbf{C}\mathbf{C}^T$ est égale à la matrice identité. *Les techniques MMSE par utilisateur (GMMSE) et MMSE par sous-porteuse offrent donc les mêmes performances à pleine charge.*

Dans le cas non-pleine charge notamment lorsque N_u tend vers 1, la technique MMSE par sous-porteuse n'étant pas optimale vis-à-vis du critère de l'EQM, ses performances ne convergent donc pas vers la limite du filtre adapté à la différence de la technique MMSE par utilisateur (GMMSE). Il est cependant possible de faire converger ses performances vers cette limite en utilisant un coefficient pondérant le facteur $1/\gamma_k$ présent dans le coefficient d'égalisation g_k [Bau01].

Jusqu'à présent, nous avons toujours considéré que les coefficients du canal étaient parfaitement estimés. Qu'advientrait-il de leurs performances dans le cas contraire? Dans [Bau01], des premiers éléments de réponse peuvent être trouvés. Dans le cas non-pleine charge, il est montré que la sensibilité en phase de ces deux détecteurs est identique mais pas en amplitude. Ainsi, le détecteur GMMSE est moins sensible que le détecteur MMSE lorsque l'amplitude de l'estimée des coefficients du canal est supérieure à l'amplitude réelle.

En outre, en supposant l'absence d'interférences entre les sous-porteuses, nous avons toujours considéré que la matrice $\mathbf{H}$ des coefficients du canal était diagonale, l'égalisation revenant alors à faire simplement une pondération porteuse par porteuse. Néanmoins en pratique, lorsque le décalage Doppler n'est pas complètement absorbé par le récepteur, cette condition de non interférences n'est pas toujours vérifiée et la matrice $\mathbf{H}$ n'est alors plus diagonale. Dans un pareil cas, pour que l'algorithme MMSE par utilisateur reste optimal au sens des moindres carrés, une matrice $\mathbf{H}$ non-diagonale doit être utilisée dans l'équation (5.65) [Bau01].

5.6 Evaluation des performances des systèmes MC-CDMA en voie descendante

Nous allons maintenant présenter une évaluation des performances de systèmes MC-CDMA étudiés dans une configuration SISO dont les récepteurs emploient différentes techniques de détection mono-utilisateurs ou multi-utilisateurs. Ces performances ont été évaluées à partir de simulation basées sur la méthode de Monte-Carlo à l'aide des logiciels COSSAP[©] puis COCENTRIC[©].

Ces systèmes ont été étudiés successivement sur le canal théorique de Rayleigh et sur le canal BRAN A. Les résultats présentés sur ces canaux que nous avons retrouvés ont été obtenus au sein du laboratoire à l'origine durant la thèse de Jean-Yves Baudais [Bau01] pour ce qui concerne le canal de Rayleigh et au cours de celle de Stéphane Nobilet [Nob03] pour ce qui est des résultats obtenus sur le canal BRAN A. D'autres résultats complémentaires obtenus sur ces canaux ou sur d'autres canaux sont disponibles dans la littérature [Gou01] [Kai98] [Iko02] [Akh98b]. Ces résultats obtenus dans une configuration SISO (système 1×1) des systèmes MC-CDMA vont nous servir de référence au chapitre 6 lors de l'étude de ces systèmes sur des canaux MIMO théoriques ou BRAN. Nous allons notamment comparer dans ce chapitre les performances SISO obtenues avec le modèle METRA habituellement étudié en MIMO utilisant les paramètres BRAN A par rapport à celles qui avaient été obtenues avec le modèle de canal BRAN A développé par Stéphane Nobilet.

5.6.1 Evaluation du rapport signal à bruit

5.6.1.1 Calcul général du rapport E_b/N_0

Les performances de ces systèmes moyennées sur l'ensemble des utilisateurs actifs sont données en terme de taux d'erreur binaire (TEB) en fonction du rapport E_b/N_0 , où E_b est l'énergie par bit d'information utile et N_0 la densité spectrale monolatérale du bruit. Ainsi les valeurs de TEB données correspondent à des TEB moyennés sur les N_u utilisateurs actifs présents au sein de la cellule. Ce rapport est donné par :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_r}{P_n} \frac{T_s + T_\Delta}{T_s} \frac{N_{\text{FFT}}}{N_p} \frac{1}{N_b R_c} \frac{1}{P_{\text{Pilotes}}} \frac{N_p}{N_d N_u} \quad (5.66)$$

où :

- P_r/P_n désigne le rapport entre la puissance moyenne du signal et la puissance moyenne du bruit mesuré en sortie du canal.
- $(T_s + T_\Delta)/T_s$ correspond à la perte de puissance due à l'insertion d'un intervalle de garde de durée T_Δ .
- N_{FFT}/N_p représente la perte de puissance relative au nombre de sous-porteuses annulées dans le spectre OFDM, où N_{FFT} correspond à la taille de la FFT. Pour notre étude, aucune sous-porteuse étant mise à zéro, $N_p = N_{\text{FFT}}$.

- N_b est le nombre de bits transmis par symbole. Dans ce chapitre, la modulation utilisée étant une QPSK, $N_b = 2$.
- R_c est le rendement du codeur de canal. Dans ce chapitre, les systèmes MC-CDMA étant étudiés en l'absence de codage de canal, $R_c = 1$. Dans le chapitre 6, ces systèmes seront combinés à du codage temps-espace, le rendement du codage de canal correspondra alors au rendement du code temps-espace.
- $1/P_{\text{Pilotes}}$ représente la perte de puissance due à l'insertion de porteuses pilotes servant à estimer le canal de propagation. Nous considérerons dans ce chapitre une estimation parfaite du canal et le signal émis ne comporte pas de porteuses pilotes, *i.e.* $P_{\text{Pilotes}} = 1$.
- N_d désigne le nombre de données différentes transmises par chaque utilisateur sur un même symbole MC-CDMA tel que $N_p = N_x L_c$. Au cours de cette étude, nous considérons que chaque utilisateur transmet une seule donnée par symbole MC-CDMA : $N_d = 1$ et $N_p = L_c$. Chaque utilisateur utilise donc l'ensemble du spectre OFDM pour transmettre chacune de ses données. Notons qu'à pleine charge, $N_p/(N_d N_u) = 1$.

5.6.1.2 Calcul du rapport E_b/N_0 utilisé en simulation

Sur un canal de Rayleigh pour lequel il n'y a pas d'insertion d'intervalle de garde, le rapport E_b/N_0 utilisé sera alors égal à :

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left[\frac{E[|h_k|^2] E[|x|^2]}{E[|n_k|^2]} \frac{1}{N_b R_c} \right] \quad (5.67)$$

où $E[|h_k|^2] = 1$ si le canal est normalisé en puissance et $E[|x|^2]$ est l'énergie d'un symbole de modulation d'un utilisateur. Les symboles des différents utilisateurs ont ici la même énergie et celle-ci est conservée après étalement. L'énergie d'un symbole de modulation est égale à l'énergie de ce symbole après étalement sur L_c sous-porteuses.

Sur le canal BRAN A, le rapport E_b/N_0 sera égal à

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left[\frac{E[|h_k|^2] E[|x|^2]}{E[|n_k|^2]} \frac{1}{N_b R_c} \frac{T_s + T_\Delta}{T_s} \right] \quad (5.68)$$

Généralement, ce type de canal n'est pas normalisé en puissance et requiert l'insertion d'un intervalle de garde pour compenser l'étalement des retards ce qui doit être pris en compte dans le calcul du rapport $\frac{E_b}{N_0}$.

5.6.2 Configurations du système

A - Paramètres système

Ces systèmes mono-utilisateurs ou multi-utilisateurs sont testés en l'absence de codage de canal et pour une liaison synchrone, ce type de liaison correspondant au cas de la voie descendante des systèmes cellulaires. Dans tous les cas, les codes d'étalement sont

les codes orthogonaux de Walsh-Hadamard⁹, la modulation utilisée est la modulation QPSK, et l'estimation des canaux est supposée parfaite. Aucun contrôle de puissance n'est effectué à l'émission ce qui conduirait dans le cas contraire à des performances sur canal de Rayleigh identiques à celles obtenues sur un canal gaussien puisque le contrôle optimal de puissance effectué à l'émission compenserait les atténuations du canal pour chaque sous-porteuse. Toutefois, cette façon de procéder s'avère difficilement applicable pour un signal OFDM. Le nombre $N_p = 64$ de sous-porteuses est égal à la longueur L_c des codes d'étalement. A pleine charge, le nombre N_u d'utilisateurs actifs est égal à la longueur des codes d'étalement. En références, seront représentées les performances sur canal gaussien d'une modulation QPSK non-codée ainsi que celles obtenue par le filtre adapté, *i.e.* par la technique MC-CDMA/MRC avec $N_u = 1$ et $L_c = 64$ (ou 16), sur un canal de Rayleigh à diversité fréquentielle maximale ($F_{df} = 64$ ou 16). Pour comparer à même efficacité spectrale, *i.e.* à pleine charge ($N_u = L_c$), les performances de la technique MC-CDMA avec la modulation OFDM¹⁰, nous rajoutons sur ces courbes les performances obtenues par la technique monoporteuse MRC ($N_p = 1$, $N_u = 1$) puisque celles-ci correspondent aux performances de la modulation OFDM lorsque les sous-porteuses sont affectées de processus indépendants.

B - Canal de Rayleigh

En premier lieu, ces techniques ont été évaluées sur le canal de Rayleigh présenté au chapitre 1. Les caractéristiques temporelles de ce modèle théorique sont représentées par l'équation (1.36). Ce modèle permet, malgré sa simplicité, de tester efficacement par simulation la robustesse et les performances d'un système. De plus, son utilisation étant largement répandue, les résultats obtenus pourront être facilement comparés aux performances d'autres systèmes. Ce canal est modélisé dans le domaine fréquentiel par N_p sous-canaux correspondant aux sous-porteuses du multiplex OFDM affectées par des processus de Rayleigh indépendants. On suppose alors que le système MC-CDMA est dimensionné de façon à pouvoir utiliser son équivalent fréquentiel, *i.e.* dans le cas de l'absence d'interférences entre porteuses et entre symboles ainsi que dans le cas d'évanouissements décorrélés en temps et en fréquence.

C - Canal BRAN A

La simulation des systèmes de communications numériques sur les canaux théoriques de Rayleigh ne permet pas à elle seule d'évaluer complètement leur robustesse. Ainsi, le recours à des modèles statistiques temporels des canaux de propagation dont les paramètres sont issus de campagnes de mesure s'avère être nécessaire. Le second modèle de canal ainsi étudié correspond au canal BRAN A. Celui-ci fait partie de modèles de canaux qui ont été normalisés par l'institut des télécommunications de normalisation européenne (ETSI) dans le cadre du projet BRAN [ETS99] [ETS01] dont le but était de définir les couches physiques et de contrôle des systèmes HIPERLAN/2, réseau local sans fil à haut débit. Bien que la technique de modulation retenue pour ces systèmes corresponde à la

9. Des performances identiques seraient obtenus avec des codes de Golay orthogonaux [Bau01].

10. Les N_u symboles sont répartis sur $N_u = N_p$ sous-porteuses du spectre OFDM sans exploiter certes la diversité fréquentielle mais en évitant toutefois la création de l'IAM.

technique C-OFDM, le comportement de la technique MC-CDMA a été évalué sur ces mêmes canaux dans [Gou01] [Nob03].

Ces modèles représentent différents scénarios de transmission notamment du type intérieur de bureau pour le canal BRAN A. Celui-ci représente la transmission entre un émetteur et un récepteur distants de 40 à 50 m dans un milieu NLOS (Rayleigh). Les modèles sont tous composés de 18 trajets dont l'amplitude des retards suit une décroissance exponentielle comme nous pouvons le constater dans le tableau 1.4 pour le modèle BRAN A. Une largeur de bande de 20 MHz a été allouée dans la bande des 5.2 GHz pour la mise en oeuvre de ces réseaux locaux. Les paramètres du système MC-CDMA et du canal BRAN A sont inventoriés dans le tableau 5.2.

La taille de la FFT, égale au nombre N_p de sous-porteuses du spectre OFDM et à la longueur L_c des codes d'étalement, est prise suffisamment grande (ici $N_{\text{FFT}} = 64$) pour que la perte de puissance due à l'insertion de l'intervalle de garde ne soit pas trop préjudiciable tout en s'assurant que le signal soit invariant temporellement pendant la durée $T_s + T_\Delta$ d'un symbole MC-CDMA. Le signal étant échantillonné à la fréquence F_e égale à 20 MHz, la durée T_s d'un symbole MC-CDMA est donc égale à $N_{\text{FFT}} \cdot 1/F_e$, *i.e.* à $3.2 \mu\text{s}$ et est donc très inférieure à la durée de cohérence $(\Delta t)_c = 57.7 \text{ ms}$ du canal. En prenant une taille de l'intervalle de garde Δ égale à 500 ns et supérieure à l'étalement maximal τ_{max} des retards, l'IES est totalement absorbée. La perte de puissance résultante est égale à 0.6 dB. La bande de cohérence mesurée à 50% du maximum de la fonction d'autocorrélation prend pour valeur 5.81 MHz pour le canal METRA et 5.31 MHz pour le modèle de canal développé dans [Nob03]. En théorie, celle-ci vaut 3.18 MHz lorsqu'elle est calculée pour un étalement des retards de 50 ns à partir de l'approximation de Jakes [Gou01]. Ainsi, bien que disposant des mêmes paramètres systèmes et canal, ces systèmes présenteront des performances différentes de part leur modélisation.

A nouveau nous supposons une estimation parfaite des canaux en réception. Dans ce cas, le décalage fréquentiel dû à l'effet Doppler est parfaitement corrigé et les performances présentées sont indépendantes de la vitesse jusqu'à une certaine vitesse toutefois.

Chaque retard des 18 trajets est un multiple de 10 nanosecondes. Pour pouvoir appliquer à chaque écho le retard qui lui est associé, le principe de modélisation retenu nous oblige à échantillonner le signal émis à la même fréquence que celle employée pour le canal, *i.e.* à 100 MHz. Sachant que le signal dispose d'une largeur de bande de 20 MHz correspondant à une durée de chaque échantillon égale à 50 ns, avant l'émission un sur-échantillonnage préalable du signal de communication d'un facteur 5 est donc réalisée suivi d'une interpolation par un filtre en cosinus surélevé où le facteur de retombée (« *roll-off* ») est égal à 0.35. La puissance moyenne du canal sur la durée totale d'observation n'étant généralement pas unitaire puisque sa réponse impulsionnelle n'est pas normalisée, le rapport signal à bruit moyen E_x/N_0 effectif doit naturellement être mesuré en sortie du canal afin de réajuster les résultats en fin de simulation le cas échéant. Par ailleurs, toute mesure de TEB requiert une période dite « d'initialisation », fonction de la vitesse, pendant laquelle le TEB n'est pas mesuré mais qui permet d'obtenir, une fois que celle-ci est terminée, une puissance moyenne en sortie du canal approximativement constante.

En réception, le canal est parfaitement estimé par l'émission d'impulsions de Dirac qui permettent de retrouver, en sortie du canal, les réponses impulsionnelles du canal.

TAB. 5.2 – Paramètres de dimensionnement du système MC-CDMA étudié sur le canal BRAN A

Paramètres du canal	Modèle BRAN A	Paramètres du système	Valeurs utilisées
v : vitesse	1 ms^{-1}	$N_p (= N_{\text{FFT}})$: Nombre de sous-porteuses	64
$B_s (= F_c)$: bande occupée par le signal	20 MHz	f_0 : fréquence centrale du signal émis	5.2 GHz
B_c : bande de cohérence mesurée (Modèle [Nob03] / Modèle METRA)	5.31 / 5.81 MHz	T_s : durée « utile » du symbole MC-CDMA	$3.2 \mu\text{s}$
F_{df} : diversité fréquentielle (Modèle [Nob03] / Modèle METRA)	$\approx 4 / 3.5$	T_Δ : durée de l'intervalle de garde	500 ns
$f_{d_{\text{max}}}$: fréquence Doppler maximale	17.33 Hz	Δf : Espacement entre sous-porteuses	312.5 KHz

Sur ce type de canaux, les évanouissements étant corrélés en temps et en fréquence, la mise en oeuvre des techniques multiporteuses requiert l'emploi d'entrelaceurs fréquentiels et/ou temporels afin d'exploiter au mieux les deux diversités offertes par le canal. Notons qu'ici, en l'absence de codage canal et puisque les différentes répliques du même symbole sont réparties en fréquence et non en temps, la cohérence fréquentielle jouera un plus grand rôle que la cohérence temporelle du canal.

D - Conditions de simulations

Nous avons vu précédemment que les canaux à évanouissements corrélés tels que les canaux BRAN sont utilisés parce qu'ils illustrent bien la réalité. Néanmoins, les temps de simulation requis sont beaucoup plus importants sur ce type de canaux à évanouissements corrélés que sur des canaux théoriques puisque la durée de leur observation doit être suffisante pour obtenir une statistique des erreurs de propagation significative. Ainsi, une observation du canal sur un parcours équivalent à 25λ semble constituer un bon compromis [Gou01]. Le nombre N_{sim} d'échantillons à simuler est donné par :

$$N_{\text{sim}} \approx \frac{25\lambda f_e}{v} \quad (5.69)$$

où v est la vitesse de déplacement du mobile exprimé en ms^{-1} et f_e est la fréquence d'échantillonnage exprimée en Hz.

Ce nombre d'échantillons à simuler dépend non seulement des variations du canal mais il dépend aussi de la valeur du TEB que l'on souhaite mesurer et de la précision ϵ (%) à laquelle on souhaite parvenir. En supposant que les bits erronés sont indépendants et suivent une loi de Bernouilli, cette précision sur le TEB mesuré est donnée par la relation

suivante [Gou01] :

$$N_{\text{sim}} > \frac{1}{\text{TEB } \epsilon^2} \quad (5.70)$$

Par exemple, pour obtenir un TEB égal à 1.10^{-4} avec une précision de 5%, le nombre minimal d'échantillons à simuler est alors égal à 4.10^6 . En revanche, pour une vitesse de 1 ms^{-1} , le nombre de points requis pour obtenir une statistique des erreurs suffisante est de $28,8.10^6$. Ce sera donc ce nombre minimal d'échantillons qui sera retenu pour cette simulation.

5.6.3 Performances des techniques de détection mono-utilisateurs

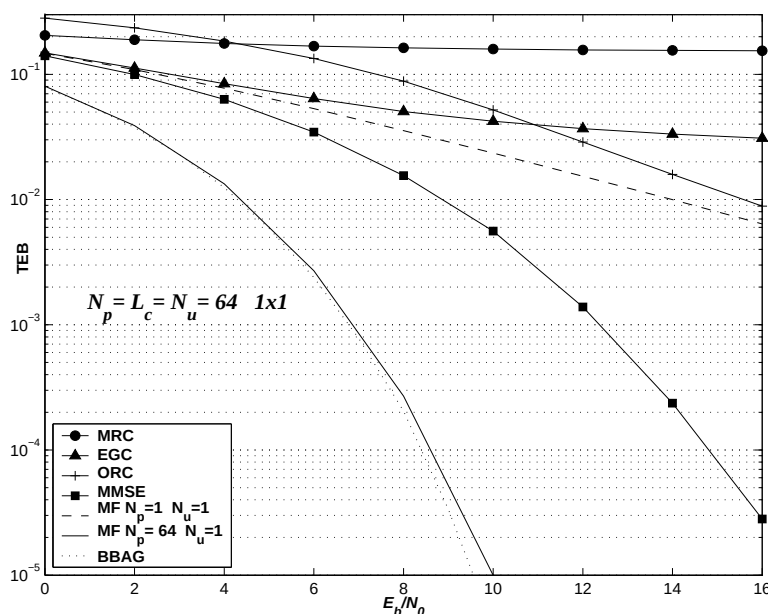


FIG. 5.9 – Performances des techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal de Rayleigh à pleine charge pour $N_p = L_c = 64$

Les figures 5.9 et 5.10 présentent les performances des 4 principales techniques de détection mono-utilisateurs sans codage de canal pour un système MC-CDMA étudié en voie descendante sur le canal de Rayleigh dans une configuration SISO (1×1). Ces systèmes sont étudiés à pleine charge tels que $L_c = N_p = N_u = 64$, figure 5.9, et $L_c = N_p = N_u = 16$, figure 5.10. Les performances les plus mauvaises sont obtenues avec la technique MRC qui accentue les interférences entre utilisateurs lorsque $N_u > 1$. La technique EGC, bien que limitant l'amplification du bruit, ne permet pas d'éliminer les interférences d'accès multiple qui influencent essentiellement les performances lorsque le bruit devient moins prépondérant, *i.e.* à fort RSB. Ce phénomène se traduit sur la courbe par l'apparition d'un palier pour les fortes valeurs du rapport E_b/N_0 . C'est pourquoi, pour des valeurs de RSB élevées, la technique ORC présente de meilleures performances que la technique EGC puisqu'elle supprime les interférences d'accès multiple en restaurant l'orthogonalité entre

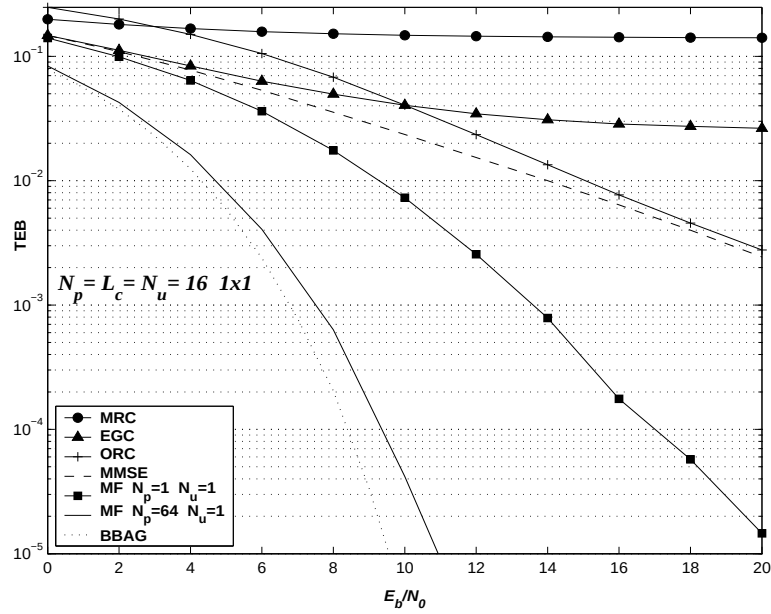


FIG. 5.10 – Performances des techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal de Rayleigh à pleine charge pour $N_p = L_c = 16$

les signaux des différents utilisateurs. En revanche, pour de faibles RSB, elle se révèle être la plus mauvaise des techniques puisqu'elle accentue l'amplification du bruit. De toutes les techniques de détection mono-utilisateurs, la détection selon le critère de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) offre les meilleurs résultats puisqu'elle évite une amplification excessive du bruit à faible RSB et supprime l'IAM à fort RSB. Notons aussi que le système MC-CDMA utilisant la technique MMSE par sous-porteuse est le seul système dans un contexte mono-utilisateur SISO qui présente de meilleures performances en terme de TEB qu'une modulation OFDM « théorique » avec $N_p = 1$ et $N_u = 1$ correspondant à la courbe du filtre adapté (MF, $N_p = 1$, $N_u = 1$).

En ce qui concerne la technique de détection ORC ou ZF, nous avons vu précédemment que ces performances étaient indépendantes de la charge N_u du système. Qu'en est-il lorsque le nombre de sous-porteuse N_p égal au facteur de diversité fréquentielle F_{df} augmente? A première vue, on pourrait penser que ces performances ne varient pas puisque la technique ORC, en égalisant parfaitement le canal, ne permet pas d'exploiter la diversité fréquentielle. En réalité, il n'en est rien. Comme nous pouvons le constater sur la figure 5.11, à faible RSB, les performances de la technique ORC se dégradent lorsque $N_p = F_{df}$ augmente. Un rapport $E_b/N_0 \geq 18$ dB est alors nécessaire pour que ces performances ne s'éloignent pas de celle obtenue pour $N_p = 1$ par la technique ORC ou de manière équivalente par la technique MRC. Ceci s'explique par le fait que lorsque N_p augmente, le nombre de termes de bruit n_k est plus important. On a donc d'autant plus de chance d'obtenir une faible valeur de h_k entraînant une amplification du bruit, en particulier à faible RSB.

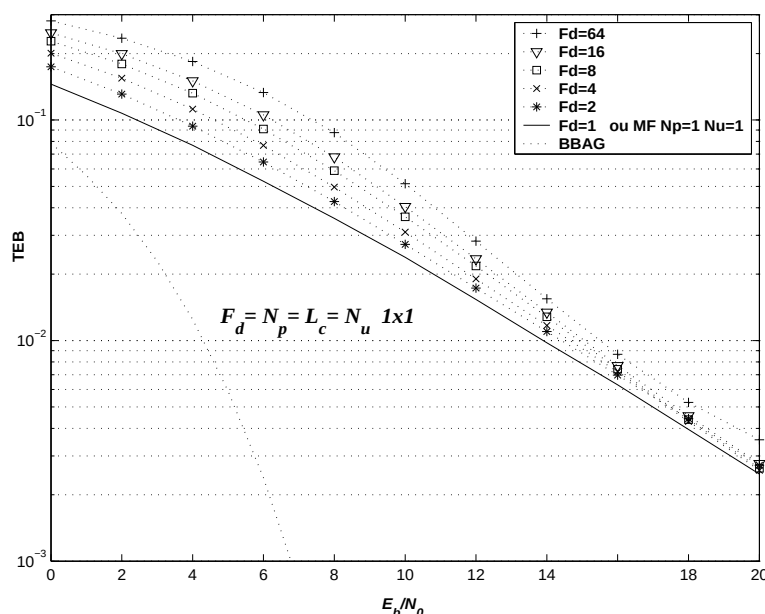


FIG. 5.11 – Performances de la technique ORC avec $N_p = L_c = F_{df}$. En référence, les performances sur canal de Rayleigh de la technique MRC pour $N_p = 1$ et sur canal gaussien

Dans le cas où $L_c = N_p = N_u = 64$, les performances de ces techniques sont aussi évaluées sur le canal BRAN A. Ces performances, représentées figure 5.12, tiennent compte de la perte de puissance égale à 0.6 dB due à l'insertion de l'intervalle de garde. Nous constatons que sur ce type de canal les performances relatives des différentes techniques de détection mono-utilisateurs évoluent de la même manière que sur le canal de Rayleigh en présentant toutefois une dégradation due à la réduction de la diversité fréquentielle. En effet, celle-ci n'est plus égale à 64 mais se situe aux environs de 3 d'après la mesure de la bande de cohérence. Nous pouvons d'ailleurs le vérifier, toujours sur la figure 5.12, grâce à la pente atteinte par le filtre adapté, *i.e.* par la technique MRC avec $N_u = 1$, qui suit celle obtenue par la technique MRC étudiée sur un canal de Rayleigh avec $F_{df} = 3$.

Cherchons maintenant à comparer les performances d'une technique de détection en fonction de la nature du canal présent. Nous constatons sur les figures 5.13 et 5.14 que pour un même nombre N_u d'utilisateurs actifs, ici égal à $N_{u_{\max}} = 64$, les techniques MRC et EGC présentent de meilleures performances sur le canal BRAN A que sur le canal théorique de Rayleigh alors que ce dernier offre une diversité fréquentielle plus élevée. En effet, cette diversité qui bénéficie à la partie utile $\mathcal{U}$ permet du même coup d'augmenter, sur le canal Rayleigh, l'IAM qui n'est pas supprimée par ces techniques. En revanche, en ce qui concerne les techniques ORC (5.15) et MMSE (5.16), leurs performances sont améliorées, en particulier à fort RSB, lorsque l'ordre de diversité fréquentiel augmente. En conclusion, les performances sur un canal de Rayleigh ne peuvent servir de bornes limites de performances pour les autres résultats obtenus sur d'autres modèles de canaux que lorsque l'IAM est éliminée ou absente, *e.g.* dans les cas du filtre adapté (MF), de la technique ORC ou de la technique MMSE à fort RSB.

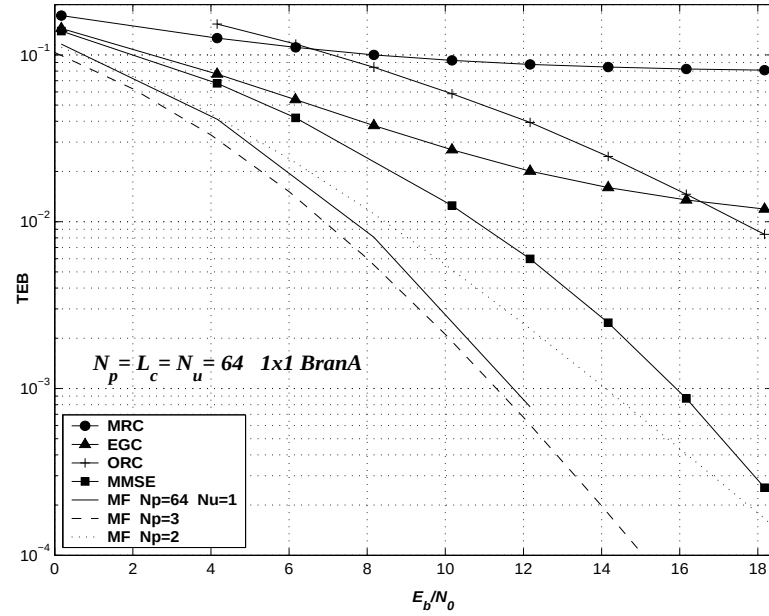


FIG. 5.12 – Performances des techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal BRAN A à pleine charge pour $N_p = L_c = 64$, en tenant compte de la perte due à l'insertion de l'intervalle de garde. En références, les limites du filtre adapté ($N_u = 1$) pour $N_p = 64$, 3 ou 2

Dans [Nob03], les performances de ces techniques testées sur le canal BRAN A sont comparées à celles obtenues sur le canal BRAN E, qui présente le même nombre de trajets que BRAN A. Bien que disposant du même nombre de trajets et nécessitant d'un intervalle de garde plus long, les performances atteintes sur le canal BRAN E sont meilleures que celles obtenues sur le canal BRAN A pour les techniques ORC et MMSE. En effet, les derniers trajets du canal BRAN E ont une plus forte puissance que ceux du modèle BRAN A et offrent de ce fait plus de diversité. Dans [Gou01], ces techniques mono-utilisateurs sont utilisées sur le canal BRAN D qui est un canal LOS. Les performances des quatre techniques de détection sont améliorées par rapport à celles obtenues sur le canal de Rayleigh puisque sur un canal LOS, le terme d'IAM est moins important et que ce canal, bien que présentant une diversité plus faible, possède surtout un trajet direct.

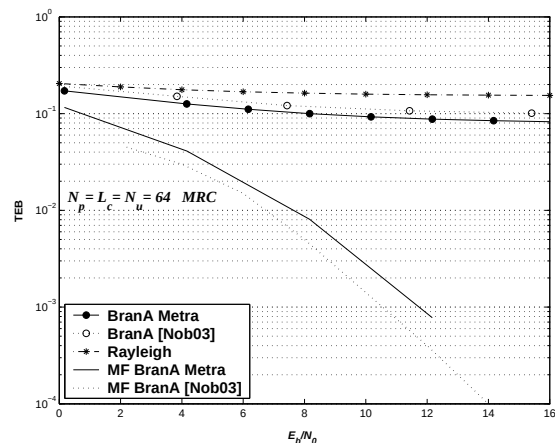


FIG. 5.13 – Comparaison des performances obtenues par la technique MRC

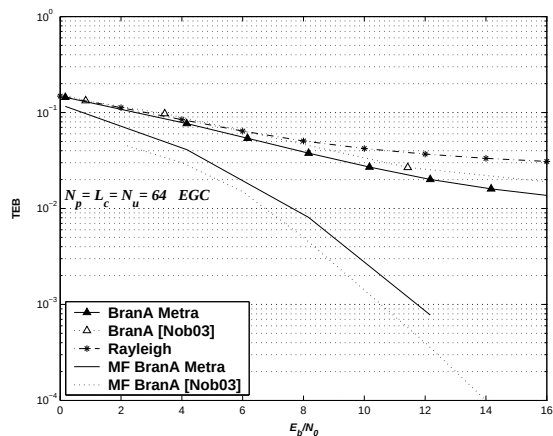


FIG. 5.14 – Comparaison des performances obtenues par la technique EGC

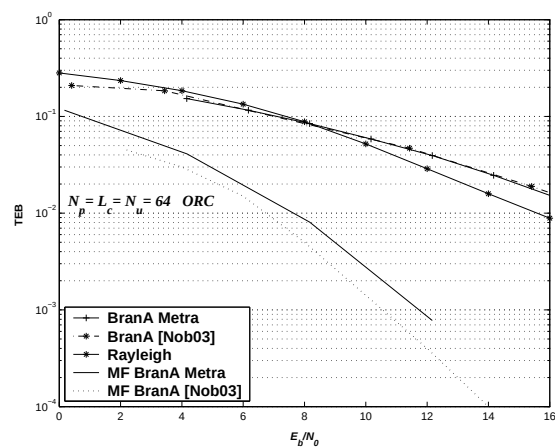


FIG. 5.15 – Comparaison des performances obtenues par la technique ORC

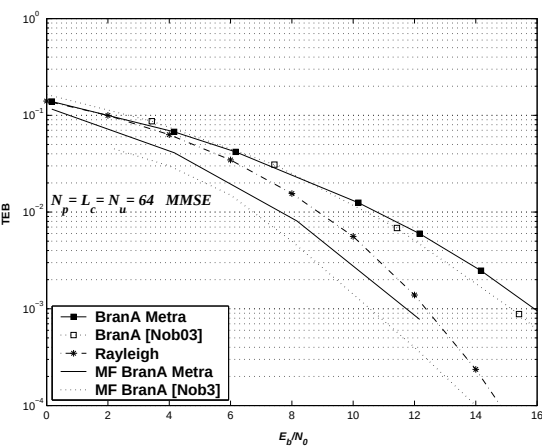


FIG. 5.16 – Comparaison des performances obtenues par la technique MMSE

FIG. 5.17 – Performances des 4 techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal de Rayleigh et sur le canal BRAN A étudié selon le modèle METRA ou selon le modèle [Nob03]. Ces performances tiennent compte de la perte due à l'insertion de l'intervalle de garde

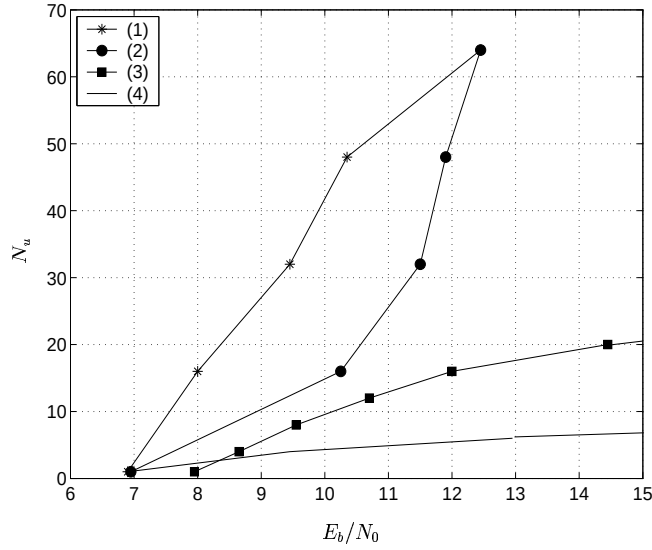


FIG. 5.18 – Capacité d'un système MC-CDMA pour différentes techniques de détection étudiées sur le canal de Rayleigh avec $N_p = L_c = 64$. Récepteur GMMSE (1), MMSE (2), EGC (3), MRC (4)

5.6.4 Performances des techniques de détection multi-utilisateurs

Bien que la technique GMMSE fasse partie des techniques de détection multi-utilisateurs parce qu'elle nécessite la connaissance des codes de tous les utilisateurs, elle n'effectue pas la détection de chaque utilisateur. Les performances de cette technique linéaire sont comparées à celles obtenues par les techniques mono-utilisateurs aussi linéaires. La figure 5.18 représente la capacité d'accès multiple des techniques MRC, EGC, MMSE et GMMSE en fonction du rapport E_b/N_0 nécessaire pour garantir un TEB égal à 10^{-3} . Les performances atteintes par la technique ORC ne sont pas ici représentées car il faut un rapport E_b/N_0 égal au moins à 24 dB pour atteindre un TEB de 10^{-3} , et ce quel que soit le nombre d'utilisateurs actifs puisque cette technique, en éliminant l'IAM, est indépendante de la charge du système. Ses performances sont donc représentées par une droite parallèle à l'axe des ordonnées. Ces résultats ont été obtenus sur le canal de Rayleigh pour un système MC-CDMA en voie descendante avec $N_p = L_c = 64$. Des résultats similaires obtenus pour $N_p = L_c = 16$ sont représentés sur la figure 5.19.

Nous constatons sur la figure 5.18 que les performances des techniques MRC et EGC se dégradent très vite dès lors que le nombre N_u d'utilisateurs actifs s'accroît puisque l'IAM est alors d'autant plus importante. A pleine charge, *i.e.* pour $N_u = L_c = 64$, les performances des techniques MMSE et GMMSE sont strictement identiques comme nous l'avons déjà remarqué à travers les équations (5.57) et (5.65). En revanche, lorsque le nombre d'utilisateurs varie de 16 à 48, le rapport E_b/N_0 nécessaire pour garantir un TEB de 10^{-3} pour la technique GMMSE est entre 1.8 et 2.2 dB plus faible que celui requis pour la technique MMSE pour atteindre la même valeur de TEB. Par exemple, pour un rapport E_b/N_0 égal à 10.3 dB, la technique GMMSE permettra à 48 utilisateurs de communiquer,

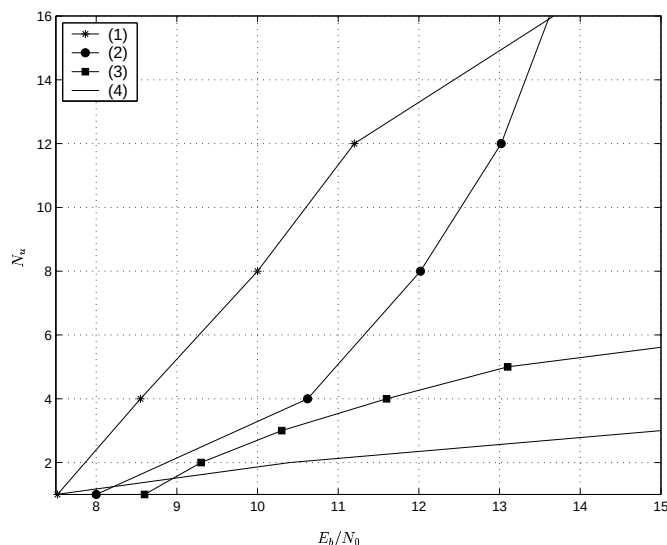


FIG. 5.19 – Capacité d'un système MC-CDMA pour différentes techniques de détection étudiées sur le canal de Rayleigh avec $N_p = L_c = 16$. Récepteur GMMSE (1), MMSE (2), EGC (3), MRC (4)

alors que la technique MMSE n'en autorise que 16. Nous pouvons par ailleurs vérifier que pour $N_u = 1$, les performances de la technique GMMSE correspondent aux performances obtenues par la technique MRC, *i.e.* dans ce cas à la limite du filtre adapté. Nous pouvons aussi constater la présence de « paliers » à quart de charge, demi-charge et trois-quart de charge. En réalité, ces paliers sont dus au fait que la sélection des codes d'étalement n'est pas aléatoire. Lors de la simulation de N_u utilisateurs, nous prenons en réalité dans la matrice d'Hadamard toujours les mêmes N_u premiers codes d'étalement.

Sur la figure 5.20, nous pouvons à nouveau vérifier que les techniques MMSE par porteuse ou MMSE par utilisateur (GMMSE) sont équivalentes uniquement à pleine charge (ici pour $N_u = L_c = 64$). En revanche, à non-pleine charge, la technique GMMSE présente de meilleures performances.

Nous venons de constater que parmi l'ensemble des techniques de détection linéaires, le critère de l'EQM permettait d'offrir les meilleures performances en terme de TEB. Pour améliorer les performances de récepteurs utilisant ce critère soit par sous-porteuse soit par utilisateur, nous pouvons insérer cette technique de détection dans une structure à annulation d'interférences parallèle ou série. La capacité de différents systèmes utilisant ce critère en fonction du rapport E_b/N_0 permettant d'obtenir un TEB de 10^{-3} est représentée sur la figure 5.21. Nous constatons que le récepteur PIC à deux étages combinant la technique GMMSE à chaque étage présente les meilleurs résultats. Les trois récepteurs PIC-MMSE, SIC-MMSE et SIC-GMMSE, quant à eux, offrent des résultats comparables quelle que soit la charge du système, puisque les écarts entre les rapports E_b/N_0 restent inférieurs à 0.5 dB.

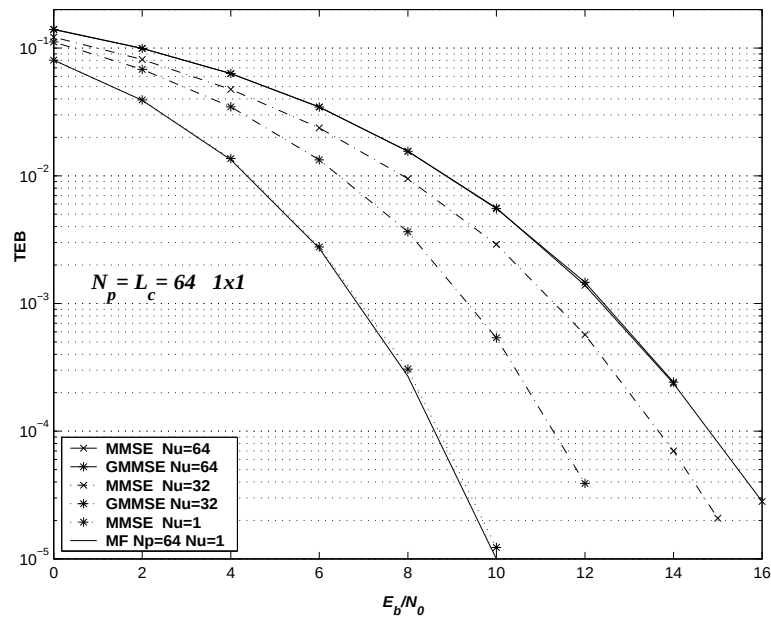


FIG. 5.20 – Performance d'un système MC-CDMA utilisant la technique MMSE par porteuse ou par utilisateur GMMSE sur le canal de Rayleigh avec $N_p = L_c = 64$, à pleine charge ou demi-charge

5.7 Intérêts du MC-CDMA pour les futurs réseaux cellulaires

Les bonnes performances des systèmes MC-CDMA pour les liaisons descendantes de réseaux sans fil de communications multimédia a conduit les industriels, les opérateurs de télécommunications ainsi que les universitaires à développer des projets d'études en vue de leur normalisation. Nous citons ici trois exemples de systèmes proposés incluant la technique MC-CDMA dont les paramètres caractéristiques du dimensionnement retenu sont répertoriés au sein du tableau 5.3. Nous allons ainsi voir les nombreuses possibilités d'adaptation des systèmes MC-CDMA aux contraintes inhérentes au canal de propagation et aux débits souhaités.

5.7.1 Système MC-CDMA développé dans le cadre du projet MATRICE

Initié en 2001 sous l'impulsion de différents partenaires industriels (France Telecom R&D, Mitsubishi ITE, ST Microelectronics, Nokia et le CEA LETI) et universitaires (Université de Madrid, de Surrey, d'Aveiro et l'IETR), le projet européen MATRICE (« *Multicarrier CDMA TRansmission techniques for Integrated broadband CELLular systems* ») vise en particulier à définir une interface physique de transmissions basée sur la technique MC-CDMA pour les futurs systèmes cellulaires. Notre étude s'est située en partie dans le cadre des développements liés à ce projet. Celui-ci vise à définir un système à haut débit et à grande mobilité. Typiquement, des débits pouvant atteindre 100 Mbit/s, pour une

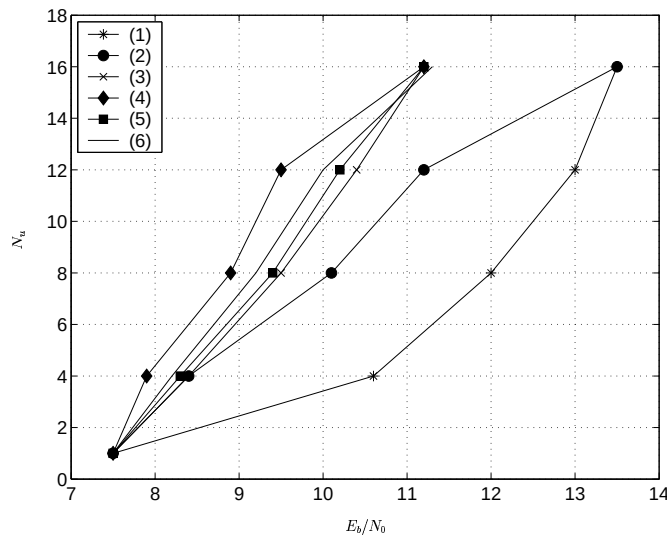


FIG. 5.21 – Capacité d'un système MC-CDMA pour différentes structures de récepteurs utilisant le critère de l'erreur quadratique moyenne avec $N_p = L_c = 16$ sur le canal de Rayleigh. Récepteur MMSE (1), GMMSE (2), PIC-MMSE (3), SIC-MMSE (4), PIC-GMMSE (5), SIC-GMMSE (6)

mobilité de 3 km/h, et 10 Mbit/s, pour une mobilité de 300 km/h, sont ainsi envisagés. Les paramètres regroupés dans le tableau 5.3 ont été choisis pour des applications « *outdoor* » en environnement urbain, typiquement à 60 km/h.

5.7.2 Système MC-CDMA proposé par l'opérateur NTTDoCoMo

L'opérateur japonais NTTDoCoMo a récemment introduit un dimensionnement possible d'un système de communications en liaison descendante basé sur la technique MC-CDMA. Selon le dimensionnement proposé, le débit total maximal atteint pour une modulation 64-QAM et un codage de canal de rendement 3/4 est de l'ordre de 300 Mbit/s. La liaison montante étudiée repose quant à elle sur la technique MC-DS-CDMA en comprenant deux sous-porteuses espacées de 20 MHz.

5.7.3 Système de transmission pour aéroport

Généralement la technique MC-CDMA était envisagée pour définir notamment les futurs réseaux à haut débit et à grande mobilité de 4^{ième} génération. L'application de cette technique au cas de transmissions dans les aéroports a aussi été étudiée par le laboratoire DLR en Allemagne. Notons que le dimensionnement considéré constitue une modification du schéma classique de modulation MC-CDMA dans la mesure où le nombre d'utilisateurs, qui peut varier de 8 à 128, dépasse la longueur des codes d'étalement. Le débit binaire alors offert par utilisateur, pour une modulation QPSK sans codage canal, évolue alors

de 128 kbit/s jusqu'à 2,048 Mbits/s. Cette étude a notamment conduit à la première réalisation d'un démonstrateur matériel basé sur la technique MC-CDMA.

5.8 Conclusion

Après avoir présenté dans ce chapitre quatre techniques combinant l'accès multiple par répartition de codes et les modulations à porteuses multiples, à savoir les techniques MC-DS-CDMA, MT-CDMA, MC-CDMA et SS-MC-MA, nous avons constaté la supériorité des systèmes MC-CDMA en terme de compromis performances/complexité devant les autres systèmes. Nous avons alors rappelé les techniques mono-utilisateurs et multi-utilisateurs habituellement mises en oeuvre dans les récepteurs MC-CDMA. Les résultats obtenus tant sur le canal de Rayleigh que sur le canal BRAN A montrent que les détecteurs basés sur le critère de l'erreur quadratique moyenne offrent les meilleures performances quelle que soit la structure linéaire ou non-linéaire du récepteur.

TAB. 5.3 – Paramètres caractéristiques de systèmes basés sur la technique MC-CDMA

Grandeurs caractéristiques	Projet MATRICE	N ^{TT} DoCoMo	DLR
Fréquence d'échantillonnage (MHz)	57.6	135	8.192
Nombre de sous-porteuses	1024 / 736	1024 / 768	2048
Bande occupée (MHz)	41.46	101.25	-
Durée de l'intervalle de garde (μs /échantillons)	3.75 / 216	1.674 / 226	10 / 80
Longueur des codes d'étalement L_c	paramétrable selon la charge du réseau 2^n ($0 \leq n \leq 5$)	paramétrable de 1 à 256	paramétrable de 1 à 8
Format de trame	30 symboles MC-CDMA par trame précédés de 6 symboles pilotes	54 symboles MC-CDMA par trame	entête de synchronisation sur deux symboles, puis insertion de porteuses pilotes

Chapitre 6

Combinaison des techniques temps-espace et des systèmes MC-CDMA

Sommaire

6.1	Introduction	253
6.2	Combinaison des techniques temps-espace en blocs et des systèmes MC-CDMA	254
6.3	Les techniques de détection mono-utilisateurs linéaires dans les cas MISO et MIMO	257
6.4	La technique de détection multi-utilisateur basée sur le critère MSE	273
6.5	Performances des systèmes OSTBCM/MC-CDMA	281
6.6	Combinaison des techniques temps-espace en treillis et des systèmes MC-CDMA : les systèmes STTCM/MC-CDMA	300
6.7	Synthèse	304
6.8	Conclusion	307

6.1 Introduction

Nous venons de voir au chapitre 5 que la technique MC-CDMA offre à la fois la capacité d'accès multiple par répartition de codes, une excellente efficacité spectrale et une grande aptitude à lutter efficacement contre les évanouissements. Les codes temps-espace que nous avons étudiés permettent quant à eux d'améliorer sensiblement les performances en exploitant la dimension spatiale à l'émission et éventuellement en réception sans avoir besoin de connaître l'état du canal à l'émission. L'idée ici est donc de combiner ces deux techniques pour exploiter les dimensions temporelles, fréquentielles et spatiales ainsi que celle des codes. Nous avons étudié essentiellement la combinaison des codes temps-espace en blocs orthogonaux avec les systèmes MC-CDMA dans une configuration MISO ou MIMO.

Nous verrons que les propriétés particulièrement intéressantes des modulations OSTBCM sont encore conservées après combinaison.

Malgré les avantages, *a priori*, de la combinaison des codes temps-espace aux techniques MC-CDMA, cette association a toutefois fait l'objet de peu de publications dans la littérature, en comparaison de l'association des codes temps-espace à la technique OFDM. Ainsi, pour ce qui concerne la combinaison des systèmes OSTBCM aux techniques MC-CDMA, nous pouvons citer l'article de Cai et Akansu [CA00] qui étudie leur combinaison dans une configuration 2×1 en utilisant certaines techniques de détection. Toutefois, les résultats ne peuvent être reproduits puisqu'ils sont donnés sur un canal multitrajets pour lequel les profils de puissance et de retard ne sont pas fournis. Ce système est étudié dans [LG01] en étant associé avec une technique de précodage toujours dans une configuration 2×1 . Lorsque le canal est inconnu en réception [YLW01], le récepteur peut utiliser des détecteurs multi-utilisateurs construits à partir d'une approche de Bayes. Mise à part les codes temps-espace, les systèmes MC-CDMA peuvent exploiter la dimension spatiale en étant associés à des techniques de diversité spatiale assez simple (diversité par retard, de phase ...) ou de formation de voies [SSGM03] [Akh98b] à condition, dans ce cas, de disposer à l'émission d'une certaine connaissance sur l'état du canal (angles d'arrivée ...). Pour ce qui est de l'association STTCM/MC-CDMA, elle n'a fait l'objet, à notre connaissance, d'aucune publication ou communication mise à part le document de Linnartz [Lin].

Parmi les techniques mono-utilisateurs et multi-utilisateurs habituellement mises en oeuvre dans les récepteurs MC-CDMA et qui ont été présentées précédemment, les détecteurs basés sur le critère de l'erreur quadratique moyenne offrent les meilleures performances, que la structure du récepteur soit linéaire ou non. Nous avons donc cherché dans ce chapitre à développer des techniques de détection linéaires, mono-utilisateurs ou multi-utilisateurs, adaptées aux systèmes OSTBCM-MC-CDMA en mettant l'accent sur celles basées sur le critère MSE. Leurs performances sont ensuite évaluées, en MISO et en MIMO, sur le canal théorique à évanouissements de Rayleigh puis avec le modèle METRA en utilisant les paramètres BRAN A. Les performances obtenues pour différents nombres d'antennes d'émission sont alors comparées à celles atteintes par chacune des techniques et qui ont été présentées au chapitre 4 pour les OSTBCM et au chapitre 5 pour la technique MC-CDMA. Elles sont aussi comparées aux performances atteintes par la technique MC-CDMA étudiée dans une configuration SIMO.

6.2 Combinaison des techniques temps-espace en blocs et des systèmes MC-CDMA : les systèmes OSTBCM/MC-CDMA

6.2.1 Expression du signal émis

Nous nous plaçons toujours dans le cas d'une communication synchrone utilisée en voie descendante. Nous supposons que N_x symboles d'information $x_{i,n}$ sont transmis à destination de chacun des N_u utilisateurs actifs d'indice i et présents au sein de la même cellule. Au niveau de la station de base, ces N_x symboles d'information $x_{i,n}$ correspondent

à la matrice, dite « multi-utilisateur », notée $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_n \dots \mathbf{x}_{N_u}]$. Le vecteur multi-utilisateur de longueur N_u , $\mathbf{x}_n = [x_{1,n} \dots x_{i,n} \dots x_{N_u,n}]^T$, représente la $n^{\text{ième}}$ donnée $x_{i,n}$ ($1 \leq i \leq N_u$) transmise par les N_u utilisateurs.

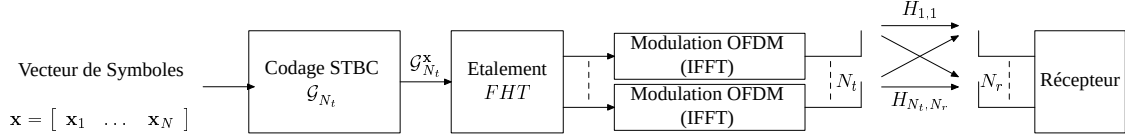


FIG. 6.1 – *Synoptique général d'un émetteur STBC MC-CDMA*

Les opérations effectuées par les techniques OSTBCM et MC-CDMA étant linéaires, les blocs OSTBCM et étalement peuvent être intervertis sans incidence sur les performances du système global. Sur ce schéma, pour chaque utilisateur, le symbole en sortie du codeur temps-espace est recopié sur L_c sous-porteuses. Ainsi, N_t fonctions d'étalement sont effectuées en parallèle et mises en œuvre avec une transformée d'Hadamard rapide (« *Fast Hadamard Transform* » : FHT) de taille L_c . La construction des symboles MC-CDMA est ensuite réalisée pour chacune des N_t antennes en utilisant N_t IFFT en parallèle. L'autre solution, plus économe en nombre d'opérations, consiste à réaliser une seule opération d'étalement pour les N_t antennes, toujours en utilisant une transformée d'Hadamard rapide, mais dans ce cas avant la fonction de codage temps-espace qui est alors effectuée sur les données étalées et non plus sur les symboles d'information d'entrée.

A partir des codes temps-espace en blocs $\mathcal{G}_2^c$, $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ proposés par Alamouti [Ala98] et Tarokh [TJAC99b] pour respectivement $N_t = 2, 3$ et 4 antennes, nous construisons les matrices génératrices orthogonales complexes correspondantes, en remplaçant les symboles complexes par des vecteurs multi-utilisateurs. Nous obtenons, pour respectivement $N_t = 2, 3$ et 4, les matrices de dimension $N_t N_u \times L$ définies par :

$$\mathcal{G}_2^x = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{x}_2^* \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_1^* \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$\mathcal{G}_3^x = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{x}_2 & -\mathbf{x}_3 & -\mathbf{x}_4 & \mathbf{x}_1^* & -\mathbf{x}_2^* & -\mathbf{x}_3^* & -\mathbf{x}_4^* \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_4 & -\mathbf{x}_3 & \mathbf{x}_2^* & \mathbf{x}_1^* & \mathbf{x}_4^* & -\mathbf{x}_3^* \\ \mathbf{x}_3 & -\mathbf{x}_4 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3^* & -\mathbf{x}_4^* & \mathbf{x}_1^* & \mathbf{x}_2^* \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\mathcal{G}_4^x = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{x}_2 & -\mathbf{x}_3 & -\mathbf{x}_4 & \mathbf{x}_1^* & -\mathbf{x}_2^* & -\mathbf{x}_3^* & -\mathbf{x}_4^* \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_4 & -\mathbf{x}_3 & \mathbf{x}_2^* & \mathbf{x}_1^* & \mathbf{x}_4^* & -\mathbf{x}_3^* \\ \mathbf{x}_3 & -\mathbf{x}_4 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3^* & -\mathbf{x}_4^* & \mathbf{x}_1^* & \mathbf{x}_2^* \\ \mathbf{x}_4 & \mathbf{x}_3 & -\mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_4^* & \mathbf{x}_3^* & -\mathbf{x}_2^* & \mathbf{x}_1^* \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

où $[\cdot]^*$ représente l'opération conjuguée.

Sachant que N_x symboles d'information sont transmis sur L durées symboles OFDM, le rendement du système OSTBCM/MC-CDMA est alors égal à celui du code temps-espace soit à $R_c = N_x/L$. Ainsi, pour obtenir des systèmes d'efficacité spectrale égale à 2 bps/Hz,

le code $\mathcal{G}_2^c$ de rendement 1 sera utilisé conjointement avec une constellation QPSK et les codes $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ de rendement 1/2 avec une constellation 16-QAM. La $l^{\text{ième}}$ colonne de $\mathcal{G}_{N_t}^x$ représente les symboles MC-CDMA transmis à l'instant l sur les N_t antennes tandis que le $t^{\text{ième}}$ bloc de N_u lignes de $\mathcal{G}_{N_t}^x$ et de longueur L représente les symboles MC-CDMA transmis à partir de l'antenne t pendant L durées symboles.

Après codage OSTBCM, la séquence codée multi-utilisateur $\mathcal{G}_{N_t}^x$ est multipliée par une Transformée d'Hadamard puis transmise par le multiplex de sous-porteuses OFDM. La longueur L_c des codes d'étalement est ici choisie égale au nombre N_p de sous-porteuses. Ces signaux sont tous émis avec la même puissance et de façon synchrone par la station de base.

6.2.2 Expression du signal reçu

Pour l'étude des systèmes OSTBCM/MC-CDMA, nous reprenons les hypothèses qui avaient été prises lors de l'étude des modulations OSTBCM (paragraphe 3.5.2) et des systèmes MC-CDMA (paragraphe 5.4.2). Ainsi, en supposant une synchronisation parfaite du système à porteuses multiples et un décalage Doppler négligeable, l'interférence entre les sous-porteuses est inexistante. D'autre part, les fonctions d'entrelacement sont supposées idéales et les différents canaux reliant les antennes d'émission aux antennes de réception sont supposés, dans un premier temps, parfaitement décorrélés. La réponse fréquentielle pour chaque sous-porteuse k et pour chaque canal de transmission reliant l'antenne d'émission t à l'antenne de réception r peut être modélisée par un seul coefficient complexe $h_{rt,k}$. La matrice $\mathbf{H}_{rt}$, de taille $L_c \times L_c$, qui représente la matrice des coefficients complexes de ce canal est alors diagonale avec $h_{rt,k}$ le $k^{\text{ième}}$ élément. De plus, pour la première partie de cette étude sur ce canal théorique, nous supposons que le canal est invariant durant L durées symboles afin que le décodage des codes temps-espace en blocs puisse être réalisé dans les conditions nominales.

Comme le codage OSTBCM est effectué sur L symboles OFDM consécutifs, le récepteur doit traiter en même temps L symboles MC-CDMA reçus successivement. Après la démodulation OFDM, on obtient pour l'antenne r la matrice $\mathcal{R}_r = [\mathbf{r}_r^1 \dots \mathbf{r}_r^l \dots \mathbf{r}_r^L]$, de taille $L_c \times L$ contenant L signaux reçus $\mathbf{r}_r^l$, avec $\mathbf{r}_r^l$ le vecteur des L_c échantillons obtenus à l'instant l . La matrice $\mathcal{R}_r$ est obtenue à partir de l'expression :

$$\mathcal{R}_r = \mathcal{J} \mathcal{D}_r \mathcal{C} \mathcal{G}_{N_t}^x + \mathcal{N}_r \quad (6.4)$$

où $\mathcal{J} = \mathbf{1}_{1 \times N_t} \otimes \mathbf{I}_{L_c}$ est une matrice de taille $L_c \times N_t L_c$ construite avec N_t matrices identités, sachant que $\mathbf{1}_{1 \times N_t}$ est un vecteur contenant N_t fois la valeur « 1 ». Elle correspond à la sommation, au niveau de la $r^{\text{ième}}$ antenne, des signaux en provenance des N_t antennes.

La matrice canal $\mathcal{D}_r$ de taille $N_t L_c \times N_t L_c$ est diagonale :

$$\mathcal{D}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{0} & \dots & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \mathbf{H}_{rt} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{rN_t} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$\mathcal{C} = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}$ est de taille $N_t L_c \times N_t N_u$, où $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 \dots \mathbf{c}_{N_u}]$ est la matrice de taille $L_c \times N_u$ des codes d'étalement propres à chaque utilisateur j . $\mathcal{G}_{N_t}^{\mathbf{x}}$ est la matrice de taille $N_t N_u \times L$ des séquences multi-utilisateurs codées présentée précédemment. Enfin, $\mathcal{N}_r$ est la matrice $L_c \times L$ des L vecteurs de bruit $\mathbf{n}_r^l$ incluant les termes de bruit affectant les N_p sous-porteuses à l'instant l .

Prenons l'exemple du code d'Alamouti pour $N_t = 2$ antennes d'émission et une antenne de réception d'indice r . L'équation (6.4) devient :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{r}_r^1 & \mathbf{r}_r^2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_r} = \underbrace{[\mathbf{I}_{L_c} \ \mathbf{I}_{L_c}]}_{\mathcal{J}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{r2} \end{bmatrix}}_{\mathcal{D}_r} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{x}_2^* \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_1^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{N_t}^{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{n}_r^1 & \mathbf{n}_r^2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_r} \quad (6.6)$$

En adoptant la notation prise dans le paragraphe 3.4.2, les signaux reçus aux instants $l = 1$ et $l = 2$ s'écrivent donc :

$$\mathbf{r}_r^1 = \mathbf{H}_{r1} \mathbf{C} \mathbf{x}_1 + \mathbf{H}_{r2} \mathbf{C} \mathbf{x}_2 + \mathbf{n}_r^1 \quad (6.7)$$

$$-(\mathbf{r}_r^2)^* = \mathbf{H}_{r1}^* \mathbf{C} \mathbf{x}_2 - \mathbf{H}_{r2}^* \mathbf{C} \mathbf{x}_1^* - \mathbf{n}_r^2 \quad (6.8)$$

que nous pouvons réécrire sous forme vectorielle :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{r}_r^1 \\ -(\mathbf{r}_r^2)^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_r} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{H}_{r2} \\ -\mathbf{H}_{r2}^* & \mathbf{H}_{r1}^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_r} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{n}_r^1 \\ -(\mathbf{n}_r^2)^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_r} \quad (6.9)$$

6.3 Les techniques de détection mono-utilisateurs linéaires dans les cas MISO et MIMO

6.3.1 Expression générale du signal après égalisation

6.3.1.1 Construction du vecteur des signaux reçus et de la matrice d'égalisation

Pour décoder le signal multi-utilisateur reçu dont le synoptique est représenté figure 6.2, nous avons cherché à appliquer la méthode de décodage des OSTBCM que nous

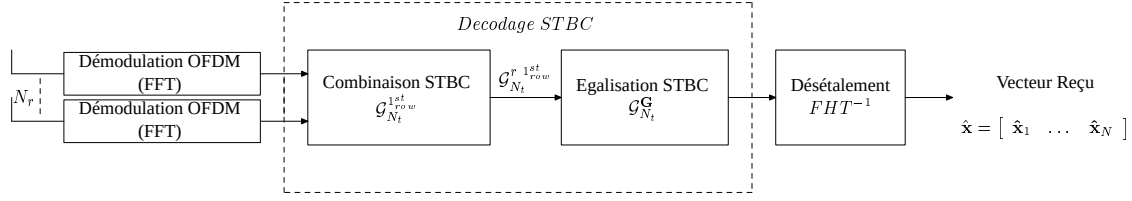


FIG. 6.2 – Synoptique général d'un récepteur STBC MC-CDMA

avons proposée au chapitre 3 et qui évite un calcul trop laborieux. Pour chacune des N_r antennes réceptrices, la première étape du décodage OSTBCM consiste à appliquer à la matrice $\mathbf{R}_r$ des échantillons reçus sur l'antenne r (équation (6.4)), la forme de la première colonne $\mathbf{g}_{N_t}^{1^{st} \text{ col}}$ de la matrice de transmission $\mathbf{g}_{N_t}^c$ utilisée à l'émission, afin d'obtenir le vecteur $\mathbf{g}_{N_t}^{r1^{st} \text{ col}}$ avec $N_t = 2, 3$ ou 4 . Dans un second temps, la transposée de cette même matrice génératrice $\mathbf{g}_{N_t}^c$ est appliquée aux matrices diagonales $\mathbf{G}_{rt}$ utilisées pour égaliser les matrices $\mathbf{H}_{rt}$ respectives. Ces matrices $\mathbf{G}_{rt}$ contiennent les coefficients d'égalisation $g_{rt,k}$ pour chaque canal reliant l'antenne d'émission d'indice t ($t \in \{1,2,3,4\}$) à l'antenne de réception d'indice r ($r \in \{1,2\}$). On obtient ainsi la matrice $\mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{G}_r}$ de taille $N_x L_c \times LL_c$. Comme pour un système MC-CDMA « classique » utilisant une technique de détection mono-utilisateur, l'égalisation consiste à multiplier par un coefficient complexe l'échantillon porté par chaque sous-porteuse [HGHB01].

Par exemple, en utilisant $\mathbf{g}_2^c$ (équation (3.1)) pour laquelle $N_t = 2$, nous avons :

$$\mathbf{g}_2^{r1^{st} \text{ col}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_r^1 \\ -(\mathbf{r}_r^2)^* \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\mathbf{g}_2^{\mathbf{G}_r} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{r1} & -\mathbf{G}_{r2}^* \\ \mathbf{G}_{r2} & \mathbf{G}_{r1}^* \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Le choix de $\mathbf{g}_2^{\mathbf{G}_r}$ pour retrouver $\mathbf{g}_2^x$ s'explique de la manière suivante. Afin de retrouver par exemple le symbole $\mathbf{x}_1$ transmis au travers de 2 canaux, le signal $\mathbf{r}_r^1$ reçu à l'instant $l = 1$ doit être égalisé par $\mathbf{G}_{r1}$ puisque $\mathbf{x}_1$ a été transmis à l'instant $l = 1$ de l'antenne $t = 1$, tandis que $-(\mathbf{r}_r^2)^*$, reçu à l'instant $l = 2$, doit être égalisé par $-\mathbf{G}_{r2}^*$, car $\mathbf{x}_1^*$ a été transmis à l'instant $l = 2$ de l'antenne $t = 2$. Dans ces équations, nous retrouvons donc le vecteur et la matrice du chapitre 3 utilisés pour décoder le code d'Alamouti où les scalaires correspondant soit aux signaux reçus et soit aux coefficients d'égalisation ont été remplacés respectivement par des vecteurs et par des matrices.

Toutefois, la matrice d'égalisation $\mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{G}_r}$ sera de la même forme que la matrice génératrice $\mathbf{g}_{N_t}^c$ uniquement lorsque $N_x = N_t$, *i.e.* lorsque les N_x symboles ou leurs répliques sont transmises au même instant, comme dans le cas de $\mathbf{g}_2^x$ et $\mathbf{g}_4^x$. En revanche, lorsque $N_x > N_t$ comme dans le cas de $\mathbf{g}_3^x$, si le symbole MC-CDMA $\mathbf{x}_n$ n'a pas été transmis à l'instant l , on applique la matrice génératrice en remplaçant la matrice d'égalisation $\mathbf{G}_{rt}$ se trouvant à la $n^{\text{ième}}$ ligne et $l^{\text{ième}}$ colonne de $\mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{G}_r}$ par une matrice nulle de taille $L_c \times L_c$.

6.3.1.2 Egalisation et combinaison des signaux reçus

Afin d'égaliser et de combiner les L signaux reçus, la matrice $\mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{G}_r}$ est multipliée par $\mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{r}^{1\text{st col}}}$. Les signaux égalisés et combinés au niveau de chacune des antennes sont ensuite additionnés en sortie des N_r antennes. Le signal obtenu $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T \dots \mathbf{y}_{N_x}^T]^T$ est égal à :

$$\mathbf{y} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{G}_r} \mathbf{g}_{N_t}^{\mathbf{r}^{1\text{st col}}} \quad (6.12)$$

Par exemple, pour $N_t = 2$, nous avons :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathbf{g}_2^{\mathbf{G}_r} \mathbf{g}_2^{\mathbf{r}^{1\text{st col}}} = \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{r1} \mathbf{r}_r + \mathbf{G}_{r2}^* (\mathbf{r}_r^2)^* \\ \mathbf{G}_{r2} \mathbf{r}_r - \mathbf{G}_{r1}^* (\mathbf{r}_r^2)^* \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Pour la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse, nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \end{bmatrix} = \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} g_{r1,k} r_{r,k}^1 + g_{r2,k}^* (r_{r,k}^2)^* \\ g_{r2,k} r_{r,k}^1 - g_{r1,k}^* (r_{r,k}^2)^* \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

6.3.1.3 Désétalement et expression générale du signal détecté dans le cas du code d'Alamouti

Afin d'estimer les N_x symboles émis par l'utilisateur désiré j , le signal $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T \dots \mathbf{y}_n^T \dots \mathbf{y}_{N_x}^T]^T$ obtenu après égalisation et recombinaison est envoyé au bloc de désétalement. Celui-ci réalise le produit scalaire entre le code d'étalement $\mathbf{c}_j^T = [c_{j,1} \dots c_{j,L_c}]^T$ spécifique à l'utilisateur j et chaque vecteur $\mathbf{y}_n$ de taille L_c :

$$[\hat{x}_{j,1} \dots \hat{x}_{j,n} \dots \hat{x}_{j,N_x}]^T = (\mathbf{I}_{N_x} \otimes \mathbf{c}_j^T) \mathbf{y} \quad (6.15)$$

avec $N_x = 2$ dans le cas du code d'Alamouti. L'ensemble de la chaîne OSTBCM/MC-CDMA lorsque le code d'Alamouti est utilisé dans une configuration 2×2 est représenté figure 6.3.

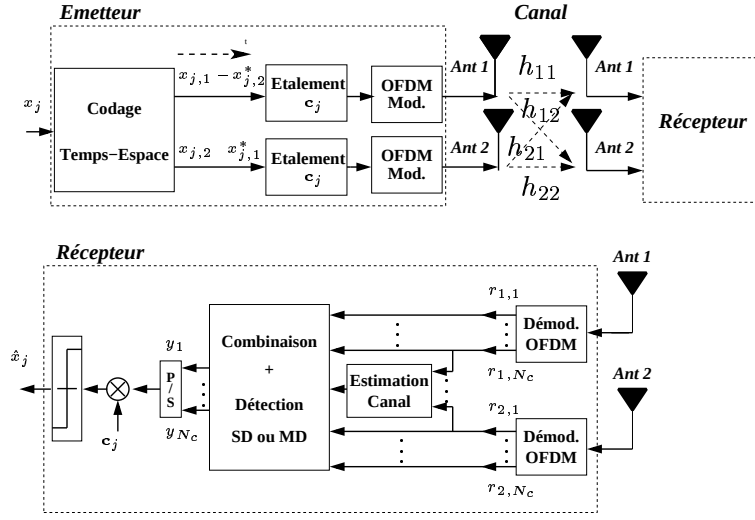


FIG. 6.3 – Synoptique d'un émetteur et récepteur OSTBCM/MC-CDMA dans le cas du code d'Alamouti dans une configuration 2×2

Dans le cas d'un code d'Alamouti, en remplaçant les résultats de l'équation (6.14) dans l'équation (6.15) et après simplification, nous obtenons comme expression générale pour l'un des deux symboles transmis par l'utilisateur j :

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{j,1} = \text{sign} & \left[\underbrace{\sum_{k=1}^{N_p} h_{\text{eg},k}^1 c_{j,k}^2 x_{j,1}}_{\mathcal{U} : \text{partie utile}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} \sum_{k=1}^{N_p} h_{\text{eg},k}^1 c_{i,k} c_{j,k} x_{i,1}}_{\mathcal{M}^1 : \text{IAM}} \right. \\
 & + \underbrace{\sum_{k=1}^{N_p} h_{\text{eg},k}^2 c_{j,k}^2 x_{j,2}}_{\mathcal{I}^2 : \text{IES}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} \sum_{k=1}^{N_p} h_{\text{eg},k}^2 c_{i,k} c_{j,k} x_{i,2}}_{\mathcal{M}^2 : \text{IAM}} \\
 & \left. + \underbrace{\sum_{k=1}^{N_p} \sum_{r=1}^{N_r} c_{j,k} [g_{r1,k} n_{r,k}^1 + g_{r2,k}^* (n_{r,k}^2)^*]}_{\mathcal{N} : \text{BBAG}} \right] \quad (6.16)
 \end{aligned}$$

où par simplification nous posons $c_{j,k}^2 = 1$. Le terme $h_{\text{eg},k}^1 = \sum_{r=1}^{N_r} [g_{r1,k} h_{r1,k} + g_{r2,k}^* h_{r2,k}^*]$ représente les coefficients des canaux égalisés pour détecter le symbole $x_{j,1}$ tandis que le terme $h_{\text{eg},k}^2 = \sum_{r=1}^{N_r} [g_{r1,k} h_{r2,k} - g_{r2,k}^* h_{r1,k}^*]$ représente les coefficients des canaux égalisés pour détecter le symbole $x_{j,2}$. Pour obtenir $\hat{x}_{j,2}$, $g_{r1,k}$ doit être remplacé par $g_{r2,k}$ et $g_{r2,k}^*$ par $-g_{r1,k}^*$. Les termes $\mathcal{M}^1$ et $\mathcal{M}^2$ correspondent aux termes d'interférence d'accès multiple engendrés respectivement par les symboles $x_{i,1}$ et $x_{i,2}$ des $N_u - 1$ autres utilisateurs actifs. Le terme $\mathcal{I}^2$ correspond à l'interférence entre symboles engendrée par le symbole $x_{j,2}$ transmis en même temps que le symbole $x_{j,1}$.

Notons que contrairement à l'équation (5.33) correspondant à l'expression générale d'un symbole détecté à partir d'un symbole MC-CDMA transmis sur un canal SISO, l'expression du symbole détecté en MIMO comporte certes plus de répliques de ce symbole dans sa partie utile mais elle renferme aussi plus de termes de bruit et d'IAM. Afin d'améliorer la robustesse de la détection, les termes d'interférences $\mathcal{M}^1$, $\mathcal{I}^2$ et $\mathcal{M}^2$ doivent être minimisés sans accroître le terme de bruit $\mathcal{N}$. Pour combattre les évanouissements du canal et donc l'IAM qui en découle, les techniques de détection doivent être judicieusement choisies afin de permettre la détection des symboles de l'utilisateur désiré tout en réduisant les interférences des autres utilisateurs.

Nous avons vu au chapitre 3 que l'orthogonalité des modulations OSTBCM permettait la détection distincte des différents symboles x_n . Ainsi, en supprimant les termes indépendants des symboles x_n , la détection selon le critère du maximum de vraisemblance du symbole x_n revient à minimiser de façon assez simple la métrique de décision suivante sur l'ensemble $\{x_n\}$ des symboles ayant pu être transmis :

$$\hat{x}_n = \arg \min_{x_n \in \mathcal{A}} |y_n - x_n|^2 + (-1 + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} g_{tr} h_{tr}) |x_n|^2 \quad (6.17)$$

Dans le cas d'un système OSTBCM/MC-CDMA, les signaux obtenus après égalisation sont donnés par $\sum_{k=1}^{L_c} c_{j,k} y_{n,k}$. L'expression de la métrique de décision dans le cas d'un système OSTBCM/MC-CDMA est alors donnée par :

$$\left| \sum_{k=1}^{L_c} c_{j,k} y_{n,k} - x_n \right|^2 + (-1 + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} g_{rt,k} h_{rt,k}) |x_n|^2 \quad (6.18)$$

Dans le cas spécifique où les symboles de la constellation ont la même énergie, la métrique de décision (6.18) se réduit alors à :

$$\left| \sum_{k=1}^{L_c} c_{j,k} y_{n,k} - x_n \right|^2 \quad (6.19)$$

Pour toutes les techniques de détection mono-utilisateurs, la matrice $\mathbf{G}_{rt}$ ($t, r \in \{1, 2\}$) est diagonale. Ainsi, la séquence des signaux reçus est égalisée pour compenser les distorsions de phase et d'amplitude engendrées par le canal radio-mobile en utilisant pour cela un banc de L_c égaliseurs adaptatifs à un seul coefficient. L'opération d'égalisation est alors de faible complexité puisque cet égaliseur correspond à une simple multiplication par sous-porteuse. De plus, aucune connaissance des codes d'étalement des autres utilisateurs actifs est requise. Nous allons donc maintenant étendre l'utilisation des techniques mono-utilisateurs étudiées au chapitre 5 à la dimension spatiale. Ces techniques d'égalisation correspondent à nouveau aux techniques MRC, EGC, ORC et MMSE.

|| Pour l'étude de ces différentes techniques d'égalisation, les équations seront présentées dans le cas du code d'Alamouti pour simplifier la présentation. Néanmoins, pour le décodage en général des systèmes OSTBCM/MC-CDMA pour un nombre $N_t > 2$, les mêmes principes de décodage peuvent être utilisés.

6.3.2 Le récepteur optimal en contexte mono-utilisateur : le filtre adapté ou MRC

La technique MRC, consiste comme en SISO, à multiplier chaque sous-porteuse par le conjugué-complexe du coefficient de canal affectant cette sous-porteuse, soit :

$$g_{rt,k} = h_{rt,k}^* \quad (6.20)$$

Dans le cas particulier du code d'Alamouti, cela revient à multiplier le vecteur $\mathbf{R}_r$ des deux vecteurs de signaux reçus (équation (6.9)) par la matrice Hermitienne du canal :

$$\mathbf{G}_r = \mathbf{H}_r^H = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{H}_{r2} \\ -\mathbf{H}_{r2}^* & \mathbf{H}_{r1}^* \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1}^* & -\mathbf{H}_{r2} \\ \mathbf{H}_{r2}^* & \mathbf{H}_{r1} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Comme $\mathbf{H}_{rt}$ est diagonale, $\mathbf{H}_{rt}^H = \mathbf{H}_{rt}^*$.

A nouveau, nous pouvons vérifier dans le tableau 6.1 qu'en MIMO cette technique exploite, comme en SISO, la diversité fréquentielle du canal ainsi que la diversité spatiale puisque $N_t N_p$ ($N_t = 2$ pour le code d'Alamouti) répliques du symbole x_j^1 , pondérées par des coefficients $|h_{rt,k}|^2$ ($h_{eg,k}^1 = \sum_{r=1}^{N_r} [|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2]$), sont présentes sur chacune des N_r antennes en réception soit un total de $N_t N_r N_p$ répliques présentes à l'entrée du détecteur.

Par ailleurs, pour détecter le symbole $x_{j,1}$ de l'utilisateur j , nous constatons que les coefficients des canaux qui portent le symbole $x_{j,2}$ de l'utilisateur j ainsi que les symboles $x_{i,2}$ des $N_u - 1$ autres utilisateurs ont bien été annulés par la technique MRC : $h_{eg,k}^2 = 0$ d'où $\mathcal{I}^2 = 0$ et $\mathcal{M}^2 = 0$.

Dans le cas où un seul utilisateur est actif ($N_u = 1$), la technique MRC correspond en MIMO, comme en SISO, à la technique de combinaison optimale selon le RSB : $\mathcal{M}^1 = 0$, $\mathcal{M}^2 = 0$ et $\mathcal{I}^2 = 0$. Lorsque $N_u > 1$, même si cette technique élimine les interférences engendrées par les symboles $x_{j,2}$ pour $1 \leq j \leq N_u$ ($\mathcal{I}^2 = 0$ et $\mathcal{M}^2 = 0$), elle ne permet pas en revanche de restaurer l'orthogonalité entre les signaux et de supprimer l'IAM présente en réception ($\mathcal{M}^1 \neq 0$).

TAB. 6.1 – Techniques mono-utilisateurs MIMO étudiées – Application au décodage du symbole $x_{j,1}$ ($N_t=2$, code d'Alamouti)

Critères	$\mathbf{g}_{rt,k}$	$\mathbf{h}_{eg,k}^1$	$\mathbf{h}_{eg,k}^2$	Propriétés
MRC	$h_{rt,k}^*$	$\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2$	0	ssi $N_u = 1 : \mathcal{M}^1 = 0$
EGC	$\frac{h_{rt,k}^*}{ h_{rt,k} } = e^{-i\theta_{rt,k}}$	$\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} $	$\sum_{r=1}^{N_r} [\frac{h_{r1,k}^* h_{r2,k}}{ h_{r1,k} } - \frac{h_{r2,k}^* h_{r1,k}}{ h_{r2,k} }] \neq 0$	$\mathcal{M}^1 \neq 0, \mathcal{I}^2 \neq 0, \mathcal{M}^2 \neq 0$
ORC (1)	$h_{rt,k}^* / [\sum_{t=1}^{N_t} h_{rt,k} ^2]$	N_r	0	Orthogonalité restituée : $\mathcal{M}^1 = 0$ Terme de bruit divisé par 2 réponses du canal
ORC (2)	$h_{rt,k}^* / [\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2]$	1	0	Orthogonalité restituée : $\mathcal{M}^1 = 0$ Terme de bruit divisé par 4 réponses du canal
MMSE (1)	$h_{rt,k}^* / [\sum_{t=1}^{N_t} h_{rt,k} ^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}]$	$\frac{\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2}{\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}}$ $\gamma_{r,k} \nearrow \rightarrow 1$ $\gamma_{r,k} \searrow \rightarrow 0$	0	Si $\gamma_{r,k} \rightarrow 0$: bruit non-amplifié Si $\gamma_{r,k} \rightarrow \infty$: $\mathcal{M}^1 \rightarrow 0$
MMSE (2)	$h_{rt,k}^* / [\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}]$	$\frac{\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2}{\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} h_{rt,k} ^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}}$ $\gamma_{r,k} \nearrow \rightarrow 1$ $\gamma_{r,k} \searrow \rightarrow 0$	0	Terme de bruit divisé par 4 réponses du canal

6.3.3 La combinaison à gain égal EGC

La technique EGC utilisée revient elle-aussi à réemployer la technique SISO. Elle consiste donc à multiplier chaque sous-porteuse par le coefficient d'égalisation donné par l'expression suivante :

$$g_{rt,k} = \frac{h_{rt,k}^*}{|h_{rt,k}|} = e^{-j\theta_{rt,k}} \quad (6.22)$$

Nous pouvons vérifier dans le tableau 6.1 que cette technique exploite en MIMO, comme la technique MRC, les diversités fréquentielle et spatiale du canal existantes puisque $N_r N_t N_p$ répliques du symbole x_j , pondérées par des coefficients $|h_k|$, sont présentes dans la partie utile $\mathcal{U}$. Par exemple, pour détecter le symbole $x_{j,1}$, $h_{eg,k}^1 = \sum_{r=1}^{N_r} [|h_{1r,k}| + |h_{2r,k}|]$.

En revanche, lors de la détection du symbole $x_{j,1}$ de l'utilisateur j , contrairement à la technique MRC, elle évite l'amplification de l'IAM (terme $\mathcal{M}^1$) engendrée par les symboles $x_{i,1}$ transmis par les $N_u - 1$ autres utilisateurs. Toutefois, le bénéfice procuré par la diversité acquise et l'IAM non-amplifiée est perdu par la présence d'interférence entre symboles ($\mathcal{I}^2 \neq 0$) et d'IAM ($\mathcal{M}^2 \neq 0$) engendrées par les symboles $x_{i,2}$ des N_u utilisateurs et qui n'ont pas pu être éliminées par la technique EGC ($h_{eg,k}^2 = \sum_{r=1}^{N_r} [\frac{h_{r1,k}^*}{|h_{r1,k}|} h_{r2,k} - \frac{h_{r2,k}}{|h_{r2,k}|} h_{r1,k}^*] \neq 0$). A vrai dire, la technique EGC est la seule des techniques mono-utilisateurs étudiées à ne pas pouvoir éliminer les termes d'interférences entre symboles et d'accès multiple générés par les autres $N_x - 1$ symboles transmis.

En conclusion, avec cette technique où seule la phase est corrigée, l'orthogonalité des signaux n'est pas restituée. De plus, exploiter la diversité de transmission avec les OSTBCM ne permet pas d'améliorer *a priori* les performances avec la technique EGC puisque le codage introduit de nouveaux termes d'interférences qui n'existaient ni en SISO ni avec la technique MRC employée en MIMO. Néanmoins, la contribution des termes d'interférences présents avec la technique EGC reste plus faible qu'avec la technique MRC. En effet, comparé au terme d'interférence $\mathcal{M}^1$ présent avec la technique MRC, le terme $\mathcal{M}^1$ généré par la technique EGC est constitué des modules des coefficients du canal et non pas des modules carrés. Quant aux termes d'interférences $\mathcal{M}^2$ et $\mathcal{I}^2$, ils sont construits à partir d'une différence de termes.

6.3.4 La combinaison à restauration d'orthogonalité ORC

Jusqu'à présent, nous avons vu que les techniques MRC et EGC employées en MIMO n'étaient qu'une réutilisation des coefficients appliqués en SISO. En ce qui concerne les techniques ORC et MMSE que nous allons maintenant étudier, l'approche est différente : les coefficients ORC et MMSE développés en SISO ne sont pas réemployables en MIMO.

Pour chacune de ces deux techniques, il existe deux approches pour obtenir les coefficients d'égalisation à employer en MIMO. La première consiste à réemployer, sur chacune des N_r antennes réceptrices, les coefficients obtenus en SISO. L'autre en revanche cherche à égaliser sur chacune des antennes en prenant aussi en compte les signaux reçus par

les autres antennes. Cette dernière approche qui peut paraître étonnante au départ tient compte en réalité de la combinaison des signaux qui sera effectuée après l'égalisation. Nous verrons par la suite que cette méthode consiste à appliquer au départ le filtre adapté, *i.e.* la technique MRC, sur les signaux reçus sur les N_r antennes.

6.3.4.1 ORC dans le cas MISO

La première méthode ORC, dénommée ORC (1), permet d'obtenir les coefficients d'égalisation à employer dans le cadre d'une configuration MISO.

Le coefficient d'égalisation qui multiplie chaque sous-porteuse k reçue, au niveau de chacune des antennes en réception est donné par :

$$g_{rt,k} = \frac{h_{rt,k}^*}{|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2} \quad (6.23)$$

où nous supposons que $|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2 \neq 0 \quad \forall k$, *i.e.* $\mathbf{G}_{rt}$ n'est pas singulière.

Grâce à cette technique, l'orthogonalité entre les signaux des utilisateurs qui avait été perdue lors de la transmission sur le canal à évanouissements de Rayleigh sélectif en fréquence est maintenant restituée. L'IAM est donc complètement éliminée ($\mathcal{M}^1 = 0$). En ce qui concerne l'IES et l'IAM engendrées par les répliques des $N_u - 1$ symboles transmis en même temps que le symbole désiré, elles aussi sont annulées ($\mathcal{I}^2 = 0$, $\mathcal{M}^2 = 0$).

Le signal après égalisation et désétalement devient donc :

$$\hat{x}_{j,1} = \underbrace{\sum_{k=1}^{L_c} h_{\text{eg},k}^1 c_{j,k}^2 x_{j,1}}_{\mathcal{U}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} \sum_{k=1}^{L_c} h_{\text{eg},k}^1 c_{i,k} c_{j,k} x_{i,1}}_{\mathcal{M}^1=0} + \underbrace{\sum_{k=1}^{L_c} \sum_{r=1}^{N_r} c_{j,k} [g_{r1,k}^* n_{r,k}^1 + g_{r2,k} (n_{r,k}^2)^*]}_{\mathcal{N}}$$

où $h_{\text{eg},k}^1 = N_r = 2$ and $h_{\text{eg},k}^2 = 0$. Pour chaque utilisateur j , le terme $\sum_{k=1}^{L_c} c_{i,k} c_{j,k} = 0$ lorsque $i \neq j$.

Néanmoins, la technique ORC présente l'inconvénient majeur d'amplifier le bruit en particulier lorsque les réponses fréquentielles des canaux pour une sous-porteuse ($|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2$) donnée sont faibles. Remarquons que cette amplification du bruit est moins probable en MISO qu'en SISO où une seule réponse du canal est présente au dénominateur de chaque coefficient d'égalisation.

6.3.4.2 ORC dans le cas MIMO

A - Réutilisation des techniques ORC développées en MISO

Dans une configuration MIMO, le système est ici décomposé en plusieurs systèmes MISO pour lesquels on utilise les coefficients d'égalisation ORC développés dans le cas MISO. Cette technique ORC dans le cas MIMO est notée ORC (1). Cette approche ne tient pas compte de la recombinaison des signaux qui sera effectuée pendant le décodage des OSTBCM. Nous verrons qu'elle présente des performances sous-optimales.

B - Critère de la restauration d'orthogonalité appliqué à tous les signaux reçus

La deuxième approche de l'ORC, appelée ORC (2), fournit d'autres coefficients d'égalisation utilisables dans une configuration MIMO. Cette méthode consiste à égaliser sur chacune des antennes en prenant aussi en compte tous les canaux reçus par les autres antennes. Ainsi, au contraire de la technique ORC (1), cette dernière approche de l'ORC tient compte de la combinaison des signaux qui sera effectuée après l'égalisation.

Le coefficient d'égalisation qui multiplie chaque sous-porteuse k reçue, au niveau de chacune des antennes en réception, est donné par :

$$g_{rt,k} = \frac{h_{rt,k}^*}{\sum_{r=1}^{N_r} [|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2]} \quad (6.24)$$

où nous supposons que $\sum_{r=1}^{N_r} [|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2] \neq 0 \quad \forall k$.

De façon analogue à la technique de détection ORC (1), l'orthogonalité entre les signaux des utilisateurs est restituée et les différentes interférences sont complètement éliminées lorsque la technique ORC (2) est utilisée : $\mathcal{M}^1 = 0$, $\mathcal{M}^2 = 0$, $\mathcal{I}^2 = 0$. La partie utile $\mathcal{U}$ ne contient plus plusieurs répliques du symbole désiré. En revanche, celle qui est disponible au récepteur est indépendante des distorsions de phase et d'amplitude du canal.

L'atout majeur de l'ORC (2) comparée à ORC (1) provient de la présence, au dénominateur du coefficient d'égalisation d'une sous-porteuse donnée, de tous les modules carrés des réponses fréquentielles affectant un symbole donné. L'amplification du bruit qui était l'inconvénient majeur de la technique ORC devient donc nettement moins probable avec cette deuxième version.

Lorsque la technique de détection ORC est choisie, le terme A de la métrique de décision (3.47) s'annule quelle que soit la modulation utilisée :

$$-1 + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} g_{rt,k} h_{rt,k} = -1 + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{h_{rt,k}^*}{\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{N_r} |h_{rt,k}|^2} h_{rt,k} = 0 \quad (6.25)$$

Ainsi, comme dans le cas spécifique où les symboles de la constellation ont la même énergie, cette métrique de décision se réduit alors à :

$$\left| \sum_{k=1}^{L_c} c_{j,k} y_{n,k} - x_n \right|^2 \quad (6.26)$$

Représentation équivalente de la technique ORC (2)

Une autre façon de présenter cette technique ORC (2) est de considérer que l'on applique tout d'abord le filtre adapté ($g_{rt,k} = h_{rt,k}^*$) sur les signaux reçus à partir des N_r antennes. On sait que le filtre adapté ne permet pas de restituer l'orthogonalité des signaux lorsque $N_u > 1$ puisque le terme $\mathcal{M}^1$ est fonction des $|h_{rt,k}|^2$ contenus dans le terme $h_{eg,k}^1$, égal dans ce cas à $h_{eg,k}^1 = \sum_{r=1}^{N_r} [|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2]$, ce qui correspond aux canaux égalisés par la technique MRC pour détecter le symbole $x_{j,1}$. L'orthogonalité entre les signaux doit ensuite être restaurée en multipliant le signal en sortie du filtre adapté par $1/h_{eg,k}^1$. Le signal détecté a alors pour expression :

$$\hat{x}_{j,1} = \frac{1}{h_{eg,k}^1} \left\{ \underbrace{\sum_{k=1}^{L_c} h_{eg,k}^1 c_{j,k}^2 x_{j,1}}_{\mathcal{U} : \text{partie utile}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} \sum_{k=1}^{L_c} h_{eg,k}^1 c_{i,k} c_{j,k} x_{i,1}}_{\mathcal{M}^1 : \text{IAM}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{L_c} \sum_{r=1}^{N_r} c_{j,k} [h_{r1,k} n_{r,k}^1 + h_{r2,k} (n_{r,k}^2)^*]}_{\mathcal{N} : \text{BBAG}} \right\}$$

En développant les calculs, nous constatons que les termes $\mathcal{U}$ et $\mathcal{M}^1$ deviennent indépendants de $h_{eg,k}^1$ ce qui permet ainsi de supprimer l'IAM.

6.3.5 La combinaison à erreur quadratique moyenne minimale par sous-porteuse (MMSE SD)

Nous avons vu au chapitre 5 que parmi l'ensemble des techniques mono-utilisateurs, la technique MMSE permettait d'obtenir les meilleures performances en évitant une amplification du bruit à faible RSB et en supprimant l'IAM à fort RSB.

En conséquence, nous avons cherché à nouveau à appliquer le critère MSE sur les signaux reçus dans une configuration MISO puis MIMO où une construction OSTBCM est employée. De même que la technique ORC, l'égalisation MMSE peut être obtenue de deux façons différentes, selon que le critère MSE est appliqué sur les signaux reçus (MMSE (1)) ou après le filtre adapté (MMSE (2)). Nous allons pour l'instant chercher à développer le calcul lorsque le critère MSE est appliqué sur les signaux reçus, par sous-porteuse. Le récepteur MMSE recherche donc à retrouver le signal contenant les données des N_u utilisateurs et portées sur chacune des sous-porteuses, en utilisant la connaissance du code d'un seul utilisateur. On parlera par la suite de technique MMSE SD pour « MMSE *Single-user Detection* ».

6.3.5.1 MMSE SD dans le cas MISO

Le coefficient d'égalisation MMSE (1) par sous-porteuse est calculé, pour chaque sous-porteuse k et pour chaque symbole d'indice n , afin de minimiser la valeur de l'erreur quadratique moyenne $e_{k,n}$ entre le signal $s_{k,n}$ ($s_{k,n} = \sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_{i,n}$) émis sur la sous-porteuse correspondante et le signal résultant $y_{k,n}$ en sortie des blocs égalisation et combinaison des signaux. Par exemple, dans le cas du code d'Alamouti, l'expression de $E[|e_{k,1}|^2]$ à minimiser pour détecter le symbole $x_{j,1}$ est donné par :

$$E \left[\left| \sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_{i,1} - \underbrace{[g_{r1,k} \quad g_{r2,k}^*][r_{r,k}^1 \quad (r_{r,k}^2)^*]^T}_{y_{k,1}} \right|^2 \right] \quad (6.27)$$

Pour calculer de façon indépendante les coefficients d'égalisation $g_{r1,k}$ et $g_{r2,k}$ qui seront appliqués sur les signaux reçus respectivement aux instants $l = 1$ et $l = 2$, nous appliquons à nouveau le principe d'orthogonalité entre l'erreur d'estimation et l'observation, *i.e.* entre l'erreur $e_{k,1}$ et le signal reçu à chaque instant sur une sous-porteuse. Ainsi, les coefficients $g_{r1,k}$ et $g_{r2,k}$ seront obtenus après avoir résolu respectivement ces deux équations :

$$E[e_{k,1}(r_{r,k}^1)^*] = 0 \quad (6.28)$$

$$E[e_{k,1}(r_{r,k}^2)^*] = 0 \quad (6.29)$$

Nous considérons comme au chapitre 5, lors du calcul des coefficients MMSE SISO, que chaque terme de bruit est indépendant des sous-porteuses émises $s_{k,n}$, des coefficients d'égalisation $g_{rt,k}$, et des coefficients des canaux $h_{rt,k}$. Nous supposons par ailleurs qu'il est centré et blanc spatialement et temporellement. Cette hypothèse avait déjà été prise au chapitre 1 lors de la présentation des systèmes MIMO. Le BBAG étant principalement d'origine électronique donc propre à chacune des antennes, cette hypothèse paraît toute naturelle¹. Nous faisons aussi l'hypothèse que les sous-porteuses de même indice k sont émises à la même puissance sur deux durées symboles et sur les deux antennes ($E[|s_{k,1}|^2] = E[|s_{k,2}|^2] = E[|s_k|^2]$).

A partir des équations (6.28), le coefficient d'égalisation qui multiplie chaque sous-porteuse k reçue, au niveau de chacune des antennes en réception, est donné par :

$$g_{rt,k} = \frac{h_{rt,k}^*}{|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2 + \frac{E[|n_k|^2]}{E[|x_k|^2]}} \quad (6.30)$$

où nous supposons que les coefficients d'égalisation $g_{rt,k}$ et du canal $h_{rt,k}$, obtenus après estimation parfaite du canal, sont déterministes (*e.g.* $E[h_k] = h_k$).

1. Toutefois, pour des systèmes qui utiliseraient des commutateurs en réception et une seule chaîne RF, l'hypothèse sur la décorrélation spatiale du BBAG demande à être vérifiée.

Si nous posons $\gamma_{r,k}$ comme étant le RSB par antenne de réception et par sous-porteuse à l'entrée du récepteur, *i.e.* avant l'ajout du BBAG, tel que :

$$\gamma_{r,k} = \frac{E[|h_{rt,k}|^2]E[|s_{k,n}|^2]}{E[|n_{rt,k}|^2]} = \frac{E[|s_{k,n}|^2]}{E[|n_{rt,k}|^2]} \Bigg|_{E[|h_{rt,k}|^2]=1} \quad (6.31)$$

où $E[|s_{k,n}|^2]$ tient compte de la normalisation de puissance entre les antennes d'émission. Nous supposons que le canal est normalisé en puissance.

Les coefficients d'égalisation optimaux selon le critère de la minimisation de l'EQM appliqués sur les signaux reçus deviennent alors égaux à :

$$g_{rt,k} = \frac{h_{rt,k}^*}{|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}} \quad (6.32)$$

où nous supposons que $|h_{r1,k}|^2 + |h_{r2,k}|^2 + 1/\gamma_{r,k} \neq 0 \quad \forall k$. Pour une modulation QPSK, $\gamma_{r,k}$ est égal à $\gamma_{r,k} = N_u 2E_b / (N_0 N_c)$. Nous supposons toujours que les coefficients des canaux sont constants durant deux durées symboles afin d'assurer, dans des conditions nominales, la recombinaison des signaux lors du décodage des OSTBCM.

Pour de faibles valeurs de $\gamma_{r,k}$, le coefficient d'égalisation MMSE $g_{rt,k}$ résultant présentant une faible valeur évite une amplification excessive du bruit sans supprimer l'IAM sauf si $g_{rt,k}$ prend une valeur voisine de zéro. La diversité fréquentielle est par ailleurs exploitée dans la partie utile $\mathcal{U}$. Lorsque $\gamma_{r,k}$ prend de fortes valeurs, ce coefficient MMSE (1) tend à devenir égal au coefficient ORC (1). Du coup, l'orthogonalité entre les signaux est restaurée et l'IAM est supprimée. A fort RSB, les performances de la techniques MMSE (1) tendent vers celles de la technique ORC (1). En ce qui concerne l'IES et l'IAM engendrées par les symboles transmis en même temps que le symbole désiré, elles aussi sont annulées ($\mathcal{I}^2 = 0$, $\mathcal{M}^2 = 0$).

Dans le cas d'une configuration MIMO, nous pouvons décomposer le système en plusieurs systèmes MISO et appliquer au niveau de chacune des antennes réceptrices les coefficients MMSE (1) correspondants. Néanmoins, comme nous allons le voir maintenant cette version du MMSE par sous-porteuse reste sous-optimale puisque le critère MSE est employé trop tôt au récepteur.

6.3.5.2 MMSE SD dans le cas MIMO

A - Réutilisation des techniques MMSE SD développées en MISO

De façon analogue à la technique ORC, dans une configuration MIMO, le système peut être décomposé en plusieurs systèmes MISO pour lesquels on utilise les coefficients d'égalisation MMSE développés dans le cas MISO. Cette technique MMSE SD dans le cas MIMO est notée MMSE (1). Cette approche ne tient pas compte de la recombinaison des signaux qui sera effectuée pendant le décodage des OSTBCM. Nous verrons qu'elle présente elle-aussi des performances sous-optimales.

B - Critère de l'EQM appliqué à tous les signaux reçus

La deuxième approche du MMSE, appelée MMSE (2) va fournir les coefficients d'égalisation optimaux vis-à-vis du critère MSE lorsqu'il est appliqué porteuse par porteuse dans une configuration MIMO.

Le coefficient d'égalisation MMSE (2) par sous-porteuse est calculé, pour chaque sous-porteuse k et pour chaque symbole d'indice n , afin de minimiser la valeur de l'erreur quadratique moyenne $e_{k,n}$ entre le signal $s_{k,n}$ émis sur la sous-porteuse correspondante ($s_{k,n} = \sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_{i,n}$) et le signal résultant $y_{k,n}$ obtenu après égalisation et combinaison spatiale et temporelle des $N_r L$ signaux reçus, *i.e.* obtenu non plus après combinaison des signaux sur une seule antenne réceptrice comme cela était effectué avec la technique MMSE (1) mais après combinaison des signaux sur N_r antennes. Par exemple, dans le cas du code d'Alamouti, la valeur de $E[|e_{k,1}|^2]$ à minimiser pour détecter le symbole $x_{j,1}$ est donné par :

$$E \left[\left| \sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_{i,1} - \underbrace{[g_{1,k} \cdots g_{r,k} \cdots g_{N_r,k}] [y_{1,k,1} \cdots y_{r,k,1} \cdots y_{N_r,k,1}]^T}_{y_{k,1}} \right|^2 \right] \quad (6.33)$$

où les signaux $y_{1,k,1} \cdots y_{r,k,1} \cdots y_{N_r,k,1}$ sont les signaux obtenus en sortie de chacune des N_r antennes, après la combinaison temporelle des signaux égalisés, pour détecter le symbole $x_{j,1}$.

Nous rappelons que pour détecter x_1 , lorsque $N_r = 2$, les signaux $y_{1,k,1}$ et $y_{2,k,1}$ en sortie respectivement du bloc égalisation-combinaison des antennes 1 et 2 sont donnés par :

$$r = 1 : \quad y_{1,k,1} = h_{11,k}^* r_{1,k}^1 + h_{12,k} (r_{1,k}^2)^* \quad (6.34)$$

$$= (|h_{11,k}|^2 + |h_{12,k}|^2) \left(\sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_{i,1} \right) + h_{11,k}^* n_{1,k}^1 + h_{12,k}^* n_{1,k}^2 \quad (6.35)$$

$$r = 2 : \quad y_{2,k,1} = h_{21,k}^* r_{2,k}^1 + h_{22,k} (r_{2,k}^2)^* \quad (6.36)$$

$$= (|h_{21,k}|^2 + |h_{22,k}|^2) \left(\sum_{i=1}^{N_u} c_{i,k} x_{i,1} \right) + h_{21,k}^* n_{2,k}^1 + h_{22,k}^* n_{2,k}^2 \quad (6.37)$$

Pour calculer de façon indépendante les coefficients d'égalisation $g_{1,k}$ et $g_{2,k}$ qui seront appliqués sur les signaux en sortie du filtre adapté respectivement pour les antennes $r = 1$ et $r = 2$, nous appliquons à nouveau le principe d'orthogonalité entre l'erreur d'estimation et l'observation, *i.e.* entre l'erreur $e_{k,1}$ et le signal $y_{r,k,1}$ en sortie de chaque filtre adapté sur une sous-porteuse. Ainsi, pour détecter le symbole $x_{i,1}$, les coefficients $g_{1,k}$ et $g_{2,k}$

seront obtenus après avoir résolu respectivement ces deux équations :

$$E[e_{k,1}(y_{1,k,1})^*] = 0 \quad (6.38)$$

$$E[e_{k,1}(y_{2,k,1})^*] = 0 \quad (6.39)$$

De la même manière que la technique ORC (2), la technique MMSE (2) tient compte de la combinaison des signaux qui sera effectuée après l'égalisation. Ainsi, au contraire de la technique MMSE (1) où le critère de l'EQM était appliqué sur les signaux reçus au niveau de chacune des antennes réceptrices, les coefficients de la technique MMSE (2) sont obtenus après avoir appliqué le critère de l'EQM sur les signaux en sortie du filtre adapté.

Le coefficient d'égalisation qui multiplie chaque sous-porteuse k reçue, au niveau de chacune des antennes en réception est donné par :

$$g_{rt,k} = \frac{h_{rt,k}^*}{\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt,k}|^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}} \quad (6.40)$$

où nous supposons que $(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt,k}|^2 + 1/\gamma_{r,k}) \neq 0 \quad \forall k$ avec comme expression de $\gamma_{r,k}$ celle donnée par l'équation (6.31).

Pour de faibles valeurs de $\gamma_{r,k}$, le coefficient d'égalisation MMSE $g_{r,k}$ résultant présentant une faible valeur évite une amplification excessive du bruit sans supprimer l'IAM sauf si $g_{r,k}$ prend une valeur voisine de zéro. La diversité fréquentielle est par ailleurs exploitée dans la partie utile $\mathcal{U}$. Lorsque $\gamma_{r,k}$ prend de fortes valeurs, ce coefficient MMSE (2) tend à devenir égal au coefficient ORC (2). Du coup, l'orthogonalité entre les signaux est restaurée et l'IAM est supprimée. A fort RSB, les performances de la techniques MMSE (2) devraient donc tendre vers celles de la technique ORC (2). En ce qui concerne l'IES et l'IAM engendrées par les autres $N_u - 1$ symboles transmis, elles aussi sont annulées ($\mathcal{I}^2 = 0$, $\mathcal{M}^2 = 0$).

L'atout majeur de la technique MMSE (2) comparée à la technique MMSE (1) provient de la présence, au dénominateur du coefficient d'égalisation d'une sous-porteuse donnée, de toutes les réponses fréquentielles affectant cette sous-porteuse. L'amplification du bruit qui pouvait néanmoins exister avec la technique MMSE (1) devient donc nettement moins probable avec cette deuxième version. Comparée à la technique ORC (2) qui dispose elle-aussi des $N_t N_r$ coefficients du canal au dénominateur des coefficients d'égalisation, on peut alors se demander judicieusement si la présence du coefficient $\gamma_{r,k}$ se justifie encore. Autrement dit, ne vaut-il pas mieux utiliser la technique ORC (2) à la place de la technique MMSE (2) ?

Représentation équivalente de la technique MMSE (2)

De la même façon que la technique ORC (2), la technique MMSE (2) peut être décomposée en deux opérations successives. En considérant ainsi que le filtre adapté est tout d'abord appliqué ($g_{rt,k} = h_{rt,k}^*$) sur les signaux reçus à partir des N_r antennes, le signal en sortie du filtre adapté est ensuite multiplié par $1/\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} [|h_{rt,k}|^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}]$ afin de restituer l'orthogonalité des signaux à fort RSB. Le signal détecté a donc pour expression :

$$\hat{x}_{j,1} = \frac{1}{\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} [|h_{rt,k}|^2 + \frac{1}{\gamma_{r,k}}]} \left\{ \underbrace{\sum_{k=1}^{L_c} h_{eg,k}^1 c_{j,k}^2 x_{j,1}}_{\mathcal{U} : \text{partie utile}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} \sum_{k=1}^{L_c} h_{eg,k}^1 c_{i,k} c_{j,k} x_{i,1}}_{\mathcal{M}^1 : \text{IAM}} + \mathcal{N} \right\}$$

où $h_{eg,k}^1 = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{rt,k}|^2$ correspond aux canaux égalisés par la technique MRC pour détecter le symbole $x_{j,1}$. En développant les calculs, nous constatons que les termes $\mathcal{U}$ et $\mathcal{M}^1$ deviennent indépendants de $h_{eg,k}^1$ à fort RSB ce qui permet alors de supprimer l'IAM. Cette façon de présenter la technique MMSE (2) en faisant apparaître le filtre adapté sera reprise au paragraphe 6.4.1.3 lors de l'étude des techniques multi-utilisateurs.

Les résultats intéressants obtenus avec ces deux versions du MMSE lorsque le critère du MSE est appliqué sur les sous-porteuses nous encouragent à poursuivre l'étude sur la technique MMSE en appliquant le critère MSE non-plus porteuse par porteuse mais sur le symbole recherché pour un utilisateur.

6.3.5.3 Expressions des techniques d'égalisation pour des systèmes SIMO

Dans la suite du document, pour vérifier que les diversités spatiale et fréquentielle disponibles sont bien exploitées par le système OSTBCM/MC-CDMA, nous allons comparer les performances obtenues à celles atteintes par un système MC-CDMA étudié dans une configuration SIMO pour un même ordre de diversité et pour une même technique de détection. Dans le cas SIMO, les coefficients d'égalisation qui sont utilisés correspondent aux coefficients d'égalisation MIMO présentés précédemment en posant $N_t = 1$. Dans les cas ORC et MMSE, les coefficients SIMO sont calculés en tenant compte des N_r canaux reçus. Les coefficients SIMO correspondent donc aux techniques ORC (2) et MMSE (2).

6.4 La technique de détection multi-utilisateur basée sur le critère MSE dans les cas MISO et MIMO (MMSE MD)

Puisque le détecteur ML est trop complexe lorsqu'en particulier N_u , N_t ou N_r augmentent, nous considérons ici une technique de détection linéaire sous-optimale MMSE MD qui est néanmoins optimale selon le critère EQM et qui est appliquée ici, pour la première fois à notre connaissance, aux systèmes OSTBCM/MC-CDMA. Nous nous intéresserons plus particulièrement au décodage du code d'Alamouti associé à la technique MC-CDMA dans une configuration 2×1 et 2×2 .

Ainsi, nous avons cherché à appliquer le critère MSE afin de retrouver non plus L_c sous-porteuses mais la donnée d'un utilisateur transmise sur ces L_c sous-porteuses. Nous suivons donc le raisonnement qui fût mené en SISO et rappelé au chapitre 5 pour proposer de nouvelles techniques multi-utilisateurs en MISO et MIMO basées sur le critère EQM. En effet, la technique GMMSE développée en SISO n'est pas réutilisable en MISO sauf si une seule antenne émet.

Contrairement à la technique MMSE SD, la technique MMSE MD, pour « *Multi-user Detection* », est développée, de façon analogue à la technique GMMSE du cas SISO, en exploitant la connaissance des séquences d'étalement $\mathbf{c}_i$ de tous les utilisateurs actifs, *i.e.* de l'utilisateur j désiré et des $N_u - 1$ autres utilisateurs dont les données interfèrent avec celles du destinataire. C'est pourquoi nous qualifions cette technique de technique « multi-utilisateur » même si nous ne cherchons ici qu'à détecter non pas tous les symboles transmis mais seulement celui destiné à un utilisateur particulier. De même, elle suit une approche matricielle où les matrices d'égalisation obtenues ne se réduisent pas, sauf cas particulier, à des matrices diagonales comme dans le cas MMSE SD. Nous verrons par ailleurs que pour chacune des configurations MISO et MIMO, il existe deux approches pour obtenir les matrices d'égalisation. La première consiste à appliquer le critère MSE sur les signaux reçus. L'autre, en revanche, l'applique sur les signaux obtenus en sortie du filtre adapté. Ces deux approches correspondent en réalité dans le cas pleine charge aux techniques MMSE SD (1) et (2) que nous avons précédemment étudiées. A la différence des techniques MMSE SD (1) et (2), les techniques MMSE MD développées sont toutes de performances identiques puisque toutes optimales selon le critère MSE. Seul le calcul de la matrice d'égalisation est différent.

Dans les deux cas, les techniques MMSE MD cherchent à minimiser, à l'entrée du détecteur à seuil, l'erreur quadratique moyenne entre le symbole $x_{j,n}$ transmis pour l'utilisateur j et celui estimé $\hat{x}_{j,n}$. Dans le cas du décodage du code d'Alamouti, cette technique doit permettre de retrouver les deux symboles $x_{j,1}$ et $x_{j,2}$ qui lui sont destinés. Si $e_{j,n}$ correspond à l'erreur commise sur la détection du symbole $x_{j,n}$ transmis pour le $j^{\text{ième}}$ utilisateur considéré, les expressions des deux erreurs quadratiques moyennes à minimiser s'écrivent :

$$E[|e_{j,1}|^2] = E[|x_{j,1} - \hat{x}_{j,1}|^2] \quad E[|e_{j,2}|^2] = E[|x_{j,2} - \hat{x}_{j,2}|^2] \quad (6.42)$$

L'EQM sera minimale lorsque l'estimée $\hat{x}_{j,n}$ est optimale et notée $\hat{x}_{j,n}^{\text{opt}}$.

6.4.1 MMSE MD dans le cas MISO

6.4.1.1 Critère de l'EQM appliqué aux signaux reçus

Nous avons tout d'abord cherché à appliquer le critère MSE dans le cas d'une configuration MISO, où le filtrage de Wiener qui est optimal pour la détection des deux symboles de l'utilisateur j considéré est appliqué dans un premier temps sur le vecteur des signaux reçus sur une seule antenne. Dans le cas du décodage du code d'Alamouti, le filtrage de Wiener doit traiter les signaux reçus sur l'antenne r pendant deux durées symboles consécutives, *i.e.* le vecteur $\mathbf{R}_r = [(\mathbf{r}_r^1)^T \quad -(\mathbf{r}_r^2)^H]^T$ de taille $2L_c \times 1$:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{j,1}^{\text{opt}} \\ \hat{x}_{j,2}^{\text{opt}} \end{bmatrix} = (\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H \mathbf{R}_r \quad (6.43)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{j,1}^{\text{opt}H} \\ \mathbf{w}_{j,2}^{\text{opt}H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_r^1 \\ -\mathbf{r}_r^{2*} \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

où $\mathbf{W}_j^{\text{opt}H}$ est la matrice de pondération optimale de taille $2 \times 2L_c$ qui minimise, selon le filtrage de Wiener, l'EQM $E[|\mathbf{W}_j^H \mathbf{R}_r - [x_{j,1} x_{j,2}]^T|^2]$. Puisque qu'aucune corrélation n'est introduite par le codeur OSTBCM sur les symboles complexes présents à son l'entrée, les symboles $x_{j,1}$ et $x_{j,2}$ dans le cas du codage d'Alamouti peuvent être décodés séparément. Le filtrage de Wiener se décompose donc en deux filtrage de Wiener propres à chaque symbole. Les vecteurs de pondération $\mathbf{w}_{j,1}^{\text{opt}}$ et $\mathbf{w}_{j,2}^{\text{opt}}$ de taille $2L_c \times 1$ pour décoder respectivement les symboles $x_{j,1}$ et $x_{j,2}$ sont égaux à :

$$\mathbf{w}_{j,1}^{\text{opt}} = \Gamma_{\mathbf{R}_r, \mathbf{R}_r}^{-1} \Gamma_{\mathbf{R}_r, x_{j,1}} \quad \mathbf{w}_{j,2}^{\text{opt}} = \Gamma_{\mathbf{R}_r, \mathbf{R}_r}^{-1} \Gamma_{\mathbf{R}_r, x_{j,2}} \quad (6.45)$$

où $\Gamma_{\mathbf{R}_r, \mathbf{R}_r}$ correspond à la matrice de corrélation du vecteur $\mathbf{R}_r$ des signaux reçus, tandis que $\Gamma_{\mathbf{R}_r, x_{j,1}}$ et $\Gamma_{\mathbf{R}_r, x_{j,2}}$ sont les vecteurs d'inter-corrélation entre le vecteur $\mathbf{R}_r$ des signaux reçus et respectivement les symboles $x_{j,1}$ and $x_{j,2}$ recherchés.

La matrice de pondération optimale est alors donnée par :

$$(\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H = E_x(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{c}_j^T) \mathbf{H}_r^H \left(\mathbf{H}_r \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{X}, \mathbf{X}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_r^H + \Gamma_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r} \right)^{-1} \quad (6.46)$$

où $E_x = E[|x_j|^2]$, $\Gamma_{\mathbf{X}, \mathbf{X}}$ est la matrice d'autocorrélation des vecteurs $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T$ des deux symboles transmis par chacun des N_u utilisateurs. $\Gamma_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r}$ est la matrice d'autocorrélation des vecteurs de bruit $\mathbf{N}_r = [\mathbf{n}_r^{1T} \quad -\mathbf{n}_r^{2H}]^T$.

Démonstration

Soit $\mathbf{r}_r = [(\mathbf{r}_r^1)^T \dots (\mathbf{r}_r^{L_c})^T]^T$, dont l'expression complète est donnée par l'expression (6.9), le vecteur des L_c sous-porteuses reçues sur l'antenne r durant deux durées symboles. Sa matrice de corrélation $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_r}$ de taille $2L_c \times 2L_c$ est donnée par :

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_r} = \mathbf{H}_r \mathbf{C} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_r^H + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r} \quad (6.47)$$

où ^a

- la matrice de corrélation du bruit : $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r} = E[\mathbf{N}_r \mathbf{N}_r^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2L_c}$ si les bruits reçus à deux instants successifs sont indépendants, centrés et de même variance.
- la matrice de corrélation des signaux émis :

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} = E[\mathbf{x} \mathbf{x}^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \end{bmatrix} \text{ avec } \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} = E_x \mathbf{A}$$

Les vecteurs d'intercorrélation de taille $2L_c$ entre le vecteur des signaux reçus et l'un des deux symboles émis par l'utilisateur j sont donnés par :

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, x_{j,1}} = E[\mathbf{r}_r x_{j,1}^*] = \mathbf{H}_r \mathbf{C} E[\mathbf{x} x_{j,1}^*] = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1} E_x \mathbf{c}_j \\ \mathbf{H}_{r2} E_x \mathbf{c}_j \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, x_{j,2}} = E[\mathbf{r}_r x_{j,2}^*] = \mathbf{H}_r \mathbf{C} E[\mathbf{x} x_{j,2}^*] = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r2} E_x \mathbf{c}_j \\ -\mathbf{H}_{r1}^* E_x \mathbf{c}_j \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

D'où l'expression finale pour la matrice du filtre Wiener :

$$(\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, x_{j,1}}^T & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_r}^{-T} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, x_{j,2}}^T & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_r}^{-T} \end{bmatrix} = E_x (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{c}_j^T) \mathbf{H}_r^H \left(\mathbf{H}_r \mathbf{C} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_r^H + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r} \right)^{-1} \quad (6.50)$$

$$^a \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^H & \mathbf{C}^H \\ \mathbf{B}^H & \mathbf{D}^H \end{bmatrix}$$

A partir de l'expression (6.46) de la matrice du filtrage de Wiener, nous pouvons en déduire par identification l'expression de la matrice $\mathbf{G}_r$ d'égalisation du canal MISO utilisée à l'antenne r :

$$\mathbf{G}_r = \mathbf{H}_r^H \left(\mathbf{H}_r \mathbf{C} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_r^H + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r} \right)^{-1} \quad (6.51)$$

Dans le cas pleine charge ($N_u = L_c$) et seulement dans ce cas, les quatre matrices d'égalisation $\mathbf{G}_{rt}$ incluses dans la matrice $\mathbf{G}_r$ deviennent diagonales. Le coefficient d'égalisation de la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse est alors égal au coefficient de même indice qui avait été obtenu par la technique MMSE SD (1). Les techniques MMSE MD (1) et MMSE SD (1) présentent donc, selon toute vraisemblance, des performances similaires à pleine charge. En revanche, dans le cas non-pleine charge ($N_u < L_c$), la matrice $\mathbf{G}_{rt}$ n'est plus diagonale. Dans ce cas, de façon analogue au cas SISO, l'algorithme MMSE MD doit *a priori* atteindre de meilleures performances que celles obtenues par la technique MMSE SD puisque la technique multi-utilisateur minimise l'erreur de décision en tenant compte du processus de désétalement au lieu de minimiser l'erreur de façon indépendante sur chaque sous-porteuse.

$$(\mathbf{H}_r \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_r^H + \Gamma_{\mathbf{N}_r, \mathbf{N}_r})^{-1} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

$$\begin{aligned} A &= \mathbf{H}_{r1} \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_{r1}^* + \mathbf{H}_{r2} \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_{r2}^* + \sigma_{n_r}^2 \mathbf{I} \\ B &= \mathbf{H}_{r1} \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_{r2} + \mathbf{H}_{r2} \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \mathbf{C}^T (-\mathbf{H}_{r1}) = 0 \text{ à pleine charge} \\ C &= \mathbf{H}_{r2}^* \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_{r1}^* + (-\mathbf{H}_{r1}^*) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_{r2}^* = 0 \text{ à pleine charge} \\ &= -B^* \text{ si } \Gamma_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} = \Gamma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \text{ sinon } C = B^H \\ D &= \mathbf{H}_{r2}^* \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1} \mathbf{C}^T \mathbf{H}_{r2} + (-\mathbf{H}_{r1}^*) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \mathbf{C}^T (-\mathbf{H}_{r1}) + \sigma_{n_r}^2 \mathbf{I} = A^H = A^* \end{aligned} \quad (6.53)$$

Toutefois, la technique MMSE MD (1) requiert l'inversion d'une matrice de taille $LL_c \times LL_c$ (équation (6.46), pour le code d'Alamouti : $L = 2$) quel que soit le nombre N_u d'utilisateurs actifs, soit une matrice de taille deux fois grande que celle qui doit être inversée dans le cas SISO. Pour réduire la taille de la matrice à inverser dans le cas MIMO, nous proposons une autre formulation de la technique MMSE MD qui reste encore optimale selon le critère MSE tout en présentant les mêmes performances.

6.4.1.2 Critère EQM appliqué aux signaux en sortie du filtre adapté au canal

Cette deuxième version de la technique MMSE MD, notée MMSE MD (2), consiste tout d'abord à appliquer le filtre adapté sur le vecteur $\mathbf{R}_r$ des signaux reçus de façon analogue à la technique MMSE SD (2) [Ver93]. Le filtre adapté concerne ici le canal MISO. Il correspond à la technique MRC appliquée sur la matrice du canal. Ce premier filtrage ne conduit à aucune perte d'information sur les signaux reçus. Le vecteur $\mathbf{Y}$ de taille $2L_c \times 1$ généré en sortie du filtre adapté est défini par :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}^H \mathbf{R} \quad (6.54)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1}^* & -\mathbf{H}_{r2} \\ \mathbf{H}_{r2}^* & \mathbf{H}_{r1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_r^1 \\ -\mathbf{r}_r^{2*} \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

Pour détecter les deux symboles $x_{j,1}$ et $x_{j,2}$ transmis par l'utilisateur j , le filtre de Wiener est appliqué sur le vecteur des signaux en sortie du filtre adapté MRC :

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{j,1}^{\text{opt}} \\ \hat{x}_{j,2}^{\text{opt}} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{j,\text{opt}}^H \mathbf{Y} \quad (6.56)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{j,1}^{\text{opt}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{w}_{j,2}^{\text{opt}} \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

avec $\mathbf{w}_{j,1}^{\text{opt}}$ et $\mathbf{w}_{j,2}^{\text{opt}}$ des vecteurs de L_c composantes :

$$\mathbf{w}_{j,1}^{\text{opt}} = \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1}^{-1} \Gamma_{\mathbf{y}_1, x_{j,1}} \quad \mathbf{w}_{j,2}^{\text{opt}} = \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2}^{-1} \Gamma_{\mathbf{y}_2, x_{j,2}}$$

La matrice correspondant au filtre de Wiener est alors donnée par :

$$(\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H = \begin{bmatrix} \Gamma_{\mathbf{y}_1, x_{j,1}}^H & \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1}^{-H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma_{\mathbf{y}_2, x_{j,2}}^H & \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2}^{-H} \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

où les matrices d'autocorrélation de taille $L_c \times L_c$ sont données par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1} &= (|\mathbf{H}_{r1}|^2 + |\mathbf{H}_{r2}|^2) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1} \mathbf{C}^T (|\mathbf{H}_{r1}|^2 + |\mathbf{H}_{r2}|^2) + \mathbf{H}_{r1}^* \Gamma_{\mathbf{n}_r^1, \mathbf{n}_r^1} \mathbf{H}_{r1}^T + \mathbf{H}_{r2} \Gamma_{\mathbf{n}_r^2, \mathbf{n}_r^2}^* \mathbf{H}_{r2}^* \\ \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2} &= (|\mathbf{H}_{r1}|^2 + |\mathbf{H}_{r2}|^2) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2} \mathbf{C}^T (|\mathbf{H}_{r1}|^2 + |\mathbf{H}_{r2}|^2) + \mathbf{H}_{r2}^* \Gamma_{\mathbf{n}_r^1, \mathbf{n}_r^1} \mathbf{H}_{r2}^T + \mathbf{H}_{r1} \Gamma_{\mathbf{n}_r^2, \mathbf{n}_r^2}^* \mathbf{H}_{r1}^* \end{aligned}$$

et les vecteurs d'intercorrrelation de taille L_c par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{y}_1, x_{j,1}} &= (|\mathbf{H}_{r1}|^2 + |\mathbf{H}_{r2}|^2) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_1, x_{j,1}}^* \\ \Gamma_{\mathbf{y}_2, x_{j,2}} &= (|\mathbf{H}_{r1}|^2 + |\mathbf{H}_{r2}|^2) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_2, x_{j,2}}^* \end{aligned}$$

De la même façon que la technique MMSE MD (1) devient équivalente à la technique MMSE SD (1) à pleine charge, la technique MMSE MD (2) est semblable à la technique MMSE SD (2) uniquement dans le cas où $N_u = L_c$.

Nous constatons qu'avec la technique MMSE MD (2) du cas MISO, nous n'avons plus une matrice de taille $2L_c \times 2L_c$ à inverser, comme dans le cas de la technique MMSE MD (1), mais deux matrices de taille $L_c \times L_c$, *i.e.* deux matrices de même taille que celle qui devait être inversée en SISO. Nous pouvons encore réduire la taille de la matrice à inverser en appliquant le filtre adapté en tenant compte de la matrice du canal et de la matrice des codes d'étalement. Nous appellerons cette troisième version MMSE MD (3).

Application à la configuration SISO

Cherchons à appliquer cette version du MMSE MD à la configuration SISO. Après le filtre adapté, le signal reçu sur une antenne et sur L_c sous-porteuses s'écrit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}^* \mathbf{r} = \mathbf{H}^* \mathbf{H} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{H}^* \mathbf{n}$$

Pour détecter le symbole x_j de l'utilisateur j , l'expression du symbole détecté de façon optimale s'écrit :

$$\hat{x}_j^{\text{opt}} = (\mathbf{w}_j^{\text{opt}})^H \mathbf{y} \quad (6.59)$$

Le filtre optimal est alors donné par l'expression :

$$\mathbf{w}_{j, \text{opt}} = \Gamma_{\mathbf{y}, \mathbf{y}}^{-1} \Gamma_{\mathbf{y}, x_j}$$

où la matrice d'autocorrélation de taille $L_c \times L_c$ est obtenue par :

$$\Gamma_{\mathbf{y}, \mathbf{y}} = |\mathbf{H}|^2 \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^{2T} + \mathbf{H}^* \Gamma_{\mathbf{n}, \mathbf{n}} \mathbf{H}^T$$

et où le vecteur d'intercorrrelation de taille L_c s'écrit :

$$\Gamma_{\hat{\mathbf{x}}, x_j} = |\mathbf{H}|^2 \sigma_j^2 \mathbf{c}_j$$

Le filtre de Wiener est donné par :

$$\mathbf{w}_j^{\text{opt}} = (|\mathbf{H}|^2 \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^{2T} + \mathbf{H}^* \Gamma_{\mathbf{n}, \mathbf{n}} \mathbf{H}^T)^{-1} |\mathbf{H}|^2 \sigma_j^2 \mathbf{c}_j$$

La matrice à inverser est donc de taille $L_c \times L_c$.

6.4.1.3 Critère EQM appliqué aux signaux en sortie du filtre adapté au signal

Cette troisième version du MMSE MD consiste tout d'abord à appliquer le filtre adapté sur le vecteur $\mathbf{R}$ des signaux reçus en prenant le processus de désétalement. On peut ici parler réellement de filtre « adapté » au signal émis. Ce premier filtrage ne conduit à aucune perte d'information sur les signaux reçus. Le vecteur $\mathbf{z}$ de taille $2N_u \times 1$ généré en sortie du filtre adapté est défini par :

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{R} \quad (6.60)$$

Nous remarquons que le filtre adapté correspond dans ce cas à l'opération MRC suivi de l'opération de désétalement. Le signal reçu est donc projeté sur l'espace des utilisateurs.

Nous appliquons ensuite le critère MSE au vecteur $\mathbf{z}$ pour obtenir les deux symboles détectés $\hat{x}_{j,1}^{\text{opt}}$ et $\hat{x}_{j,2}^{\text{opt}}$ pour l'utilisateur j :

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{j,1}^{\text{opt}} & \hat{x}_{j,2}^{\text{opt}} \end{bmatrix}^T = (\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H \mathbf{z} = (\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{R} \quad (6.61)$$

avec

$$(\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H = E_x(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{c}_j^T) \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} \left(\mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \Gamma_{\mathbf{N}, \mathbf{N}} \mathbf{H} \mathbf{C} \right)^{-1}$$

Nous obtenons ainsi une troisième version pour la technique MMSE MD qui conduit cette fois-ci à inverser une matrice de taille $N_x N_u \times N_x N_u$ (dans le cas du code d'Alamouti : $N_x = 2$) au lieu de la matrice de taille $LL_c \times LL_c$ pour la technique MMSE MD (1), et des deux matrices de taille $L_c \times L_c$ de la technique MMSE MD (2). Dans le cas du code d'Alamouti, la technique MMSE MD (3) semble donc intéressante du point de vue complexité de calcul, dans le cas non-pleine charge si on la compare avec la technique MMSE MD (1), et pour un nombre N_u d'utilisateurs actifs inférieur à la moitié de la charge soit $N_u < L_c/2$ si on la compare à la technique MMSE MD (2).

Néanmoins pour un nombre N_u d'utilisateurs important, cette inversion de matrice peut être encore coûteuse en terme de temps et de complexité de calcul. Une solution alternative bien connue consiste à utiliser une procédure itérative basée sur les algorithmes « *Least-Mean-Square* » ou « *Recursive-Least Square* » [KSP98].

Application à la configuration SISO

Cherchons à appliquer cette version du MMSE MD à la configuration SISO. Après le filtre adapté, le signal reçu sur une antenne et sur L_c sous-porteuses s'écrit :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{C}^T \mathbf{H}^* \mathbf{r} = \mathbf{C}^T \mathbf{H}^* \mathbf{H} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{C}^T \mathbf{H}^* \mathbf{n}$$

Pour détecter le symbole x_j de l'utilisateur j , l'expression du symbole détecté de façon optimale s'écrit :

$$\hat{x}_j^{\text{opt}} = (\mathbf{w}_j^{\text{opt}})^H \hat{\mathbf{x}} \quad (6.62)$$

Le filtre optimal est alors donné par l'expression :

$$\mathbf{w}_j^{\text{opt}} = \Gamma_{\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Gamma_{\hat{\mathbf{x}}, x_j}$$

où la matrice d'autocorrélation de taille $L_c \times L_c$ est obtenue par :

$$\Gamma_{\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^2 \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^{2T} \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{H}^* \Gamma_{\mathbf{n}, \mathbf{n}} \mathbf{H}^T \mathbf{C}$$

et où le vecteur d'intercorrélations de taille L_c s'écrit :

$$\Gamma_{\mathbf{y}, x_j} = \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^2 E_x \mathbf{c}_j$$

Le filtre de Wiener est donné par :

$$\mathbf{w}_j^{\text{opt}} = (\mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^2 \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^2 \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{H}^* \Gamma_{\mathbf{n}, \mathbf{n}} \mathbf{H}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T |\mathbf{H}|^2 E_x \mathbf{c}_j$$

La matrice à inverser est donc de taille $N_u \times N_u$

Nous allons maintenant chercher à appliquer la technique MMSE MD à une configuration MIMO, en supposant toujours que le code d'Alamouti est employé.

6.4.2 MMSE MD dans le cas MIMO

6.4.2.1 Réutilisation des techniques MMSE MD développés en MISO

La première approche serait d'appliquer au niveau de chacune des antennes réceptrices les techniques MMSE MD précédemment étudiées en MISO, selon le principe de la technique MMSE SD (1). Toutefois, nous avons vu que cette approche n'était pas optimale du point de vue performances puisqu'elle ne prenait pas compte la combinaison de *tous* les signaux reçus qui est effectuée lors du décodage d'une modulation OSTBCM.

6.4.2.2 Critère EQM appliqué à tous les signaux reçus

La deuxième méthode pour employer le critère MSE dans un contexte multi-utilisateur consiste à l'appliquer sur les signaux reçus par les N_r antennes pendant L durées symboles ce qui revient à étendre la technique MMSE MD (1) du cas MISO au cas MIMO. Le vecteur $\mathbf{R}$ est donc de taille $4L_c \times 1$. Cependant, le développement des calculs du filtrage de Wiener dans ce contexte s'est avéré trop complexe et conduirait de toute façon à inverser une matrice de taille $LN_r L_c \times LN_r L_c$, où $L = 2$ dans le cas du code d'Alamouti et N_r est pris égal à 2, valeur minimale dans un contexte MIMO.

6.4.2.3 Critère EQM appliqué aux signaux en sortie du filtre adapté au canal

Cette troisième version de la technique MMSE MD consiste tout d'abord à appliquer le filtre adapté sur les N_r vecteurs $\mathbf{R}_r$ des signaux reçus, de façon analogue à la technique MMSE SD (2). Le filtre adapté concerne ici le canal MISO. Il correspond à la technique MRC appliquée sur la matrice du canal. Ce premier filtrage ne conduit à aucune perte d'information sur les signaux reçus. Le vecteur $\mathbf{y}$ de taille $2L_c \times 1$ généré en sortie du filtre adapté est défini par :

$$\mathbf{y} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathbf{H}_r^H \mathbf{R}_r \quad (6.63)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \sum_{r=1}^{N_r} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r1}^* & -\mathbf{H}_{r2} \\ \mathbf{H}_{r2}^* & \mathbf{H}_{r1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_r^1 \\ -\mathbf{r}_r^{2*} \end{bmatrix} \quad (6.64)$$

La matrice correspondant au filtre de Wiener est alors donnée par :

$$(\mathbf{W}_j^{\text{opt}})^H = \begin{bmatrix} \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{x}_{j,1}}^H & \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1}^{-H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{x}_{j,2}}^H & \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2}^{-H} \end{bmatrix} \quad (6.65)$$

où les matrices d'autocorrélation de taille $L_c \times L_c$ sont données par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1} &= \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |\mathbf{H}_{rt}|^2 \right) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1} \mathbf{C}^T + \sum_{r=1}^{N_r} (\mathbf{H}_{r1}^* \Gamma_{\mathbf{n}_r^1, \mathbf{n}_r^1} \mathbf{H}_{r1}^T + \mathbf{H}_{r2} \Gamma_{\mathbf{n}_r^2, \mathbf{n}_r^2} \mathbf{H}_{r2}^*) \\ \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2} &= \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |\mathbf{H}_{rt}|^2 \right) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_2} \mathbf{C}^T + \sum_{r=1}^{N_r} (\mathbf{H}_{r2}^* \Gamma_{\mathbf{n}_r^1, \mathbf{n}_r^1} \mathbf{H}_{r2}^T + \mathbf{H}_{r1} \Gamma_{\mathbf{n}_r^2, \mathbf{n}_r^2} \mathbf{H}_{r1}^*) \end{aligned}$$

et les vecteurs d'intercorrélation de taille L_c par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{y}_1, \mathbf{x}_{j,1}} &= \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |\mathbf{H}_{rt}|^2 \right) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_{j,1}}^* \\ \Gamma_{\mathbf{y}_2, \mathbf{x}_{j,2}} &= \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |\mathbf{H}_{rt}|^2 \right) \mathbf{C} \Gamma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_{j,2}}^* \end{aligned}$$

Avec cette troisième version de la technique MMSE MD, nous obtenons à inverser deux matrices de taille $L_c \times L_c$.

6.4.3 Synthèse

Nous avons ici développé les différentes façons d'appliquer le critère MSE pour des configurations MISO et MIMO. Nous obtenons ainsi plusieurs techniques MMSE MD. Dans tous les cas, les techniques MMSE MD cherchent à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre le symbole $x_{j,n}$ transmis pour l'utilisateur j et celui estimé $\hat{x}_{j,n}$. Cette estimée est obtenue en appliquant, selon le cas, le filtre de Wiener sur les signaux reçus (version 1),

sur les signaux en sortie du filtre adapté au canal (version 2) ou sur les signaux en sortie du filtre adapté au signal (version 3).

Pour une configuration MISO, trois techniques MMSE MD sont ainsi développées. Elles présentent toutes les mêmes performances. Toutefois, et d'une manière générale, la taille de la matrice ou des matrices à inverser peut être réduite selon la version choisie : 1 matrice de taille $LL_c \times LL_c$ (version 1), 2 matrices de taille $L_c \times L_c$ (version 2) ou 1 matrice de taille $N_x N_u \times N_x N_u$ (version 3). Pour le code d'Alamouti ($N_x = L = 2$), cette dernière version est donc particulièrement intéressante dans le cas non-pleine charge, lorsque $N_u < L_c/2$. Notons que dans le cas pleine charge, la technique MD revient à effectuer la technique SD développée en MISO.

Pour une configuration MIMO, deux approches sont possibles. La première consiste à décomposer le système MIMO en plusieurs systèmes MISO puis à réutiliser, sur chacune des antennes, les techniques MMSE MD développées dans le cas MISO. Cette approche s'avère être, toutefois, sous-optimale puisqu'elle ne tient pas compte, lors du calcul des coefficients d'égalisation, de tous les signaux reçus. Dans le cas pleine charge, cette technique revient à effectuer la technique MMSE SD (1) obtenue en MIMO. La seconde approche revient, quant à elle, à redévelopper les calculs tout en tenant compte de la combinaison des signaux effectuée lors du décodage des OSTBCM. A nouveau, trois versions de la technique MMSE MD peuvent être obtenues selon que le filtre de Wiener est appliqué sur les signaux reçus, sur les signaux en sortie du filtre adapté au canal ou sur les signaux en sortie du filtre adapté au signal. Nous avons choisi ici de présenter que les développements dans le cas où le filtre est appliqué sur les signaux en sortie du filtre adapté au canal. Dans ce cas, deux matrices de taille $L_c \times L_c$ sont à inverser. Ces trois versions présentent les mêmes performances. Dans le cas pleine charge, ils reviennent à effectuer la technique MMSE SD (2) obtenues en MIMO.

6.5 Performances des systèmes OSTBCM/MC-CDMA

6.5.1 Paramètres systèmes et canaux MIMO utilisés

A nouveau les résultats sont comparés en terme de performance en TEB en fonction du rapport E_b/N_o qui est moyenné sur l'ensemble des N_u utilisateurs actifs. Les hypothèses prises pour l'étude des systèmes MC-CDMA/OSTBCM correspondent à celles qui avaient été prises respectivement pour chacune de ces deux techniques et présentées dans le paragraphe 3.5.2 pour les modulations OSTBCM, et dans le paragraphe 5.6.2 pour les systèmes MC-CDMA. Toutefois, pour une configuration MIMO, nous avons choisi de normaliser la puissance émise et la puissance reçue afin d'évaluer uniquement le gain apporté par les diversités fréquentielle et spatiale.

6.5.1.1 Calcul du rapport E_b/N_0

Sur un canal de Rayleigh, le rapport E_b/N_0 utilisé sera alors égal à :

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left[\frac{E[|h_k|^2]E[|x|^2]}{E[|n_k|^2]} \frac{1}{N_b R_c} \frac{1}{N_t N_r} \right] \quad (6.66)$$

où $E[|h_k|^2] = 1$ si le canal est normalisé en puissance et $E[|x|^2]$ est l'énergie d'un symbole de modulation d'un utilisateur. N_b est le nombre de bits transmis par symbole de modulation x . On suppose donc que les symboles des différents utilisateurs ont la même énergie et que celle-ci est conservée après étalement. L'énergie d'un symbole de modulation est égale à l'énergie de ce symbole après étalement sur L_c sous-porteuses. R_c correspond ici au rendement du code temps-espace utilisé ou au produit du rendement du code temps-espace avec celui du turbo-code lorsque ce dernier sera utilisé en codage de canal.

Les résultats sont présentés ici après avoir normalisé la puissance totale émise qui est égale à P quel que soit le nombre d'antennes N_t à l'émission, chacune émettant une puissance P/N_t . Par ailleurs, contrairement aux résultats du chapitre 3 et 4, le rapport E_b/N_0 est calculé en considérant une puissance reçue égale à $N_r P$. Autrement dit, afin d'étudier uniquement l'impact des diversités fréquentielle et spatiale sur les performances, le gain de puissance apporté par l'utilisation de plusieurs antennes en réception ne sera pas représenté sur les figures.

Sur le canal BRAN A, le rapport E_b/N_0 sera égal à

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left[\frac{E[|h_k|^2]E[|x|^2]}{E[|n_k|^2]} \frac{1}{N_b R_c} \frac{T_x + T_\Delta}{T_x} \frac{1}{N_t N_r} \right] \quad (6.67)$$

Généralement, ce type de canal n'est pas normalisé en puissance et requiert l'insertion d'un intervalle de garde pour compenser l'étalement des retards ce qui doit être pris en compte dans le calcul du rapport $\frac{E_b}{N_0}$.

6.5.1.2 Paramètres systèmes

Ces systèmes mono-utilisateurs ou multi-utilisateurs sont testés en l'absence de codage de canal – sauf mention contraire – et pour une liaison synchrone, ce type de liaison correspondant au cas de la voie descendante des systèmes cellulaires. Dans tous les cas, les codes d'étalement sont les codes orthogonaux de Walsh-Hadamard où nous attribuons le même code à chaque utilisateur sur les $N_t N_r$ antennes, la modulation utilisée est la modulation QPSK ou 16 QAM, et l'estimation des canaux est supposée parfaite sauf mention contraire. Aucun contrôle de puissance n'est effectué à l'émission. Le nombre de sous-porteuses est égal à la longueur L_c des codes d'étalement : $N_p = 64$ ou 16. De même à pleine charge, le nombre N_u d'utilisateurs actifs est égal à la longueur des codes d'étalement.

En références, seront représentées les performances sur canal gaussien d'une modulation QPSK non-codée ainsi que celles obtenue par le filtre adapté, *i.e.* par la technique MC-CDMA/MRC avec $N_u = 1$ et $L_c = 64$ (ou $L_c = 16$), sur un canal de Rayleigh à diversité

fréquentielle maximale ($F_{d_f} = 64$ ou 16). Pour comparer à même efficacité spectrale, *i.e.* à pleine charge ($N_u = L_c$), les performances de la technique MC-CDMA avec la modulation OFDM², nous rajoutons sur ces courbes les performances obtenues par la technique mono-porteuse MRC ($N_p = 1$, $N_u = 1$) puisque celles-ci correspondent aux performances de la modulation OFDM lorsque les sous-porteuses sont affectées de processus indépendants. De même, nous comparons les performances des systèmes utilisant le codage temps-espace à un système sans codage temps-espace étudié dans une configuration SIMO pour un même ordre de diversité spatiale.

6.5.1.3 Canal MIMO théorique

En premier lieu, ces techniques ont été évaluées sur le canal de Rayleigh à trajets multiples. On suppose alors que le système OSTBCM/MC-CDMA est dimensionné de façon à pouvoir utiliser son équivalent fréquentiel, *i.e.* dans le cas de l'absence d'interférences entre porteuses et entre symboles. Les évanouissements sont supposés décorrélés en fréquence et en espace. Dans le domaine temporel, lorsqu'un codage OSTBCM est utilisé, les évanouissements sont supposés constants sur la longueur L de la trame du code temps-espace afin de pouvoir recombinaison de façon nominale les signaux reçus. Cela signifie que par exemple, pour le code d'Alamouti de longueur $L = 2$, on suppose que la réponse du canal théorique est constante sur une durée de 2 symboles consécutifs. La plupart des résultats sont présentés en l'absence de codage externe afin de mettre en valeur uniquement l'impact des codes temps-espace sur les performances du système.

En utilisant ces hypothèses, les coefficients d'évanouissements du canal sont représentés par des nombres complexes dont l'amplitude suit une distribution de Rayleigh, parfaitement estimés, considérés décorrélés entre chacune des sous-porteuses k et entre les canaux reliant chacune des antennes d'émission à chacune des antennes en réception. Par ailleurs, grâce à la structure OFDM du signal, chaque sous-porteuse subit donc des évanouissements non-sélectifs en fréquence. Ces hypothèses nous permettent d'atteindre les performances asymptotiques des systèmes étudiés et pourront donc par la suite servir de références aux résultats obtenus sur des canaux plus réalistes.

6.5.1.4 Canal MIMO utilisant le modèle METRA

La simulation des systèmes de communications numériques sur ces canaux théoriques ne permet pas à elle seule d'évaluer complètement leur robustesse en particulier lorsqu'ils sont étudiés dans une configuration MIMO où l'on souhaite se rapprocher au plus près de la réalité. Le second modèle de canal ainsi étudié correspond au canal BRAN A étudié par le biais du modèle METRA et décrit dans le paragraphe 1.6.3.2 du chapitre 1.

Nous rappelons que les différents paramètres du modèle de canal BRAN A ont été regroupés dans le tableau 5.2. Tous les résultats obtenus sur ce canal sont présentés en

2. Les N_u symboles sont répartis sur $N_u = N_p$ sous-porteuses du spectre OFDM sans exploiter certes la diversité fréquentielle mais en évitant toutefois la création de l'IAM.

supposant à nouveau la puissance reçue normalisée par N_t et N_r et seront comparés à ceux obtenus en SISO avec le même modèle METRA utilisant les paramètres BRAN A.

La vitesse du terminal est comprise entre 3.6 km/h et 25.2 km/h ce qui correspond à une fréquence Doppler respectivement comprise entre 17.3 Hz et 121.1 Hz. Nous supposons le plus souvent une estimation parfaite des canaux en réception. Dans ce cas, l'effet Doppler est parfaitement corrigé et les performances présentées sont indépendantes de la vitesse.

Lors de l'utilisation du modèle METRA, nous supposons par ailleurs un profil omnidirectionnel des antennes puisque l'émetteur ne disposant pas de la connaissance du canal, la technique optimale consiste à répartir uniformément entre les antennes la puissance émise, sans privilégier une direction particulière.

Afin d'étudier l'impact sur les performances de la présence de corrélation en puissance entre les signaux émis d'une part et entre les signaux reçus d'autre part, nous considérons, à la station de base BS et au terminal mobile MS, un réseau de deux antennes espacées respectivement de 1.5λ et 0.4λ ce qui correspond à 8.6 et 2.3 cm lorsque la fréquence porteuse est égale à 5.2 GHz. Nous notons que l'espacement entre les antennes situées à la station de base est plus important que celui existant au niveau du terminal mobile. En effet, ce dernier se trouvant généralement au milieu des diffuseurs, l'étalement angulaire des signaux incidents y est donc plus important, ce qui permet entre autres une plus grande décorrélation de ces signaux.

Les coefficients de corrélation de puissance que nous prenons sont donc :

$$\mathbf{\Gamma}_{\text{BS}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.265 \\ 0.265 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma}_{\text{MS}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.294 \\ 0.294 & 1 \end{bmatrix}$$

Ces coefficients ont été dérivés, au paragraphe 1.6.3.2, de matrices de corrélation 4×4 obtenues à travers des mesures expérimentales effectuées dans un environnement indoor [TSG01]. Dans le cas décorrélé, ces matrices correspondent à des matrices diagonales.

6.5.2 Performances des techniques de détection mono-utilisateurs

6.5.2.1 Configuration avec $N_t = 2$ — Comparaison à des systèmes SIMO

Nous présentons tout d'abord les performances d'un système MC-CDMA à $N_t = 2$ antennes de transmission qui est associé au code d'Alamouti. Celui-ci est employé sur des symboles de modulation QPSK, pour un système à pleine charge, *i.e.* où le nombre d'utilisateurs actifs est égal à la longueur des codes d'étalement étudiés soit $N_u = N_p = L_c = 64$. Quatre techniques de détection mono-utilisateurs sont étudiées sur un canal de Rayleigh. En référence, nous indiquons les performances d'une QPSK non-codée qui sont équivalentes, pour un ordre de diversité $F_{d_f} = 64$, aux performances du filtre adapté. Dans tous les cas, nous supposons une décorrélation parfaite entre les $N_t N_r$ branches de diversités présentes. L'ordre de diversité spatiale atteint est alors égal à $F_{d_s} = N_t N_r$.

Pour vérifier que l'ordre de diversité total disponible est bien exploité, nous comparons ces performances à celles atteintes par le système MC-CDMA sans codage temps-espace utilisant $F_{d_s} = N_t N_r$ antennes de réception, *i.e.* à ordre de diversité spatiale théorique identique. Pour évaluer uniquement l'apport des diversités spatiale et fréquentielle, nous normalisons par N_r le gain de puissance qui est naturellement présent en réception lorsque plusieurs antennes réceptrices sont utilisées.

Dans un contexte 2×1 , nous constatons, au regard des résultats présentés figure 6.4, que la technique MMSE SD offre, comme on le pressentait, les meilleurs résultats parmi les quatre techniques mono-utilisateurs. Celle-ci est en effet la seule, avec la technique ORC, à restaurer l'orthogonalité des signaux à fort RSB, *i.e.* à supprimer l'IAM. Elle évite toutefois, à faible RSB, l'amplification du bruit qui est par contre engendrée par la technique ORC. Par rapport à la configuration SISO (figure 5.9), nous constatons notamment que l'écart entre les performances des techniques MMSE et ORC s'est amenuisé : pour un TEB de 10^{-3} , l'écart n'est plus que de 1 dB. Nous vérifions en comparant les résultats des deux figures que les performances des systèmes SD sont améliorées en MISO excepté pour la technique EGC. En effet, pour cette dernière, nous avons constaté, lors du calcul de l'expression du symbole détecté après l'égalisation EGC, que les termes d'interférences entre les deux symboles d'un même utilisateur ($\mathcal{I}^2 \neq 0$) et entre les symboles des $N_u - 1$ autres utilisateurs n'étaient pas supprimés ($\mathcal{M}^1 \neq 0$ et $\mathcal{M}^2 \neq 0$). Ces termes d'interférences $\mathcal{I}^2$ et $\mathcal{M}^2$, générés par le code d'Alamouti et non supprimés par la technique EGC, ne sont pas présents dans l'expression du signal détecté lorsque la technique EGC est utilisée dans une configuration SIMO. C'est pourquoi, la technique EGC en SIMO, où un code OSTBCM n'est pas utilisé, présente de meilleures performances qu'en MISO comme nous pouvons le vérifier sur la figure 6.4. Nous constatons par ailleurs que la technique MRC, qui est optimale lorsqu'un seul utilisateur est actif ($N_u = 1$), présente toujours les plus mauvaises performances, aussi bien en MISO qu'en SIMO.

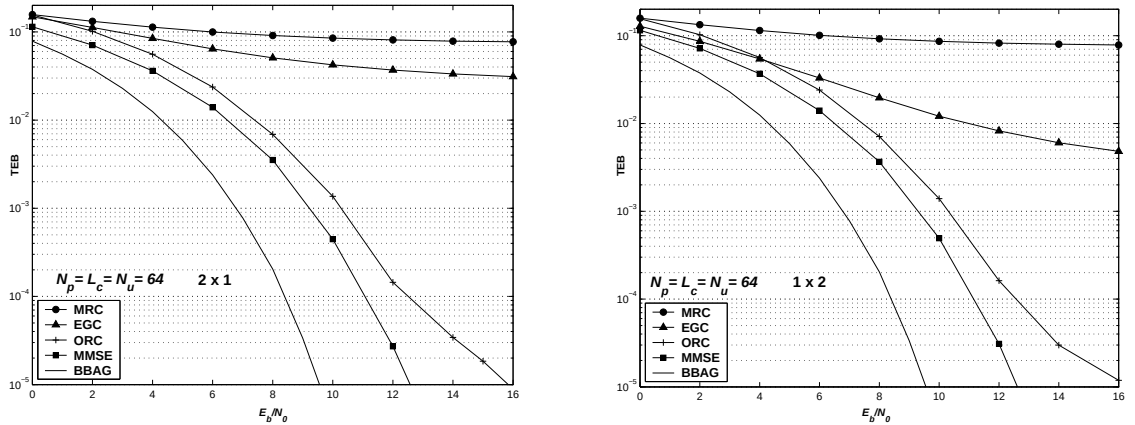


FIG. 6.4 – Performances sur un canal à évanouissements de Rayleigh de 4 techniques de détection mono-utilisateurs à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$) pour un système 2×1 ou 1×2

Dans un contexte 2×2 , nous constatons figure 6.5 que la technique SD basée sur le critère MSE offre à nouveau les meilleurs résultats parmi les quatre techniques mono-

utilisateurs. Par rapport à la configuration MISO (figure 6.4), nous constatons encore que l'écart entre les performances des techniques MMSE et ORC est le même soit 1dB pour un TEB de 10^{-3} . La technique EGC présente toujours de meilleures performances lorsqu'elle est utilisée en SIMO que lorsqu'elle est utilisée en MIMO. Lorsque nous comparons les résultats de la technique MMSE selon que la diversité spatiale est présente à l'émission ou en réception, nous constatons que la technique MMSE (1) en MIMO n'exploite pas toute la diversité spatiale et fréquentielle offerte puisqu'elle n'atteint pas les performances de la technique MMSE étudiée dans une configuration SIMO. Une conclusion identique peut être faite en ce qui concerne la technique ORC (1).

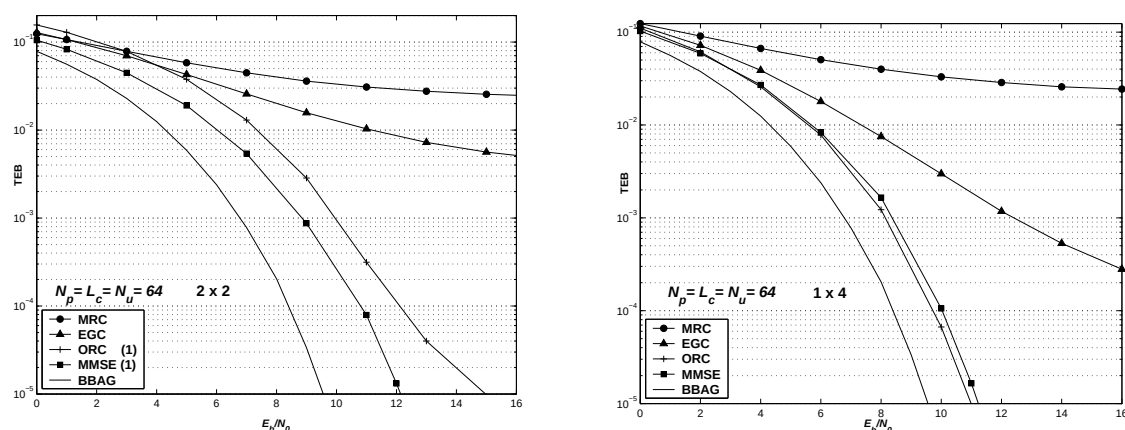


FIG. 6.5 – Performances sur un canal à évanouissements de Rayleigh des 4 techniques de détection mono-utilisateurs à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$) pour un système 2×2 ou 1×4

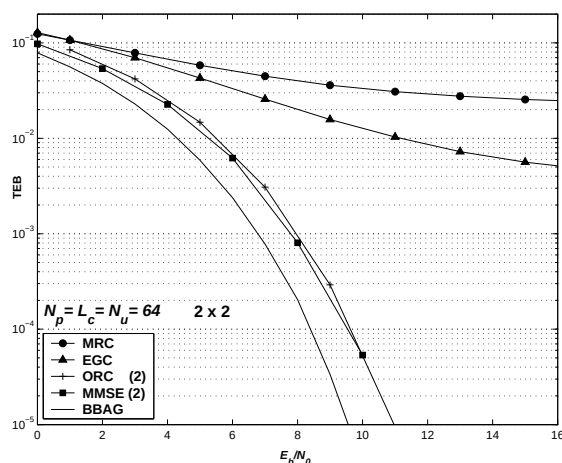


FIG. 6.6 – Performances sur un canal à évanouissements de Rayleigh des 4 techniques de détection mono-utilisateurs à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$) pour un système 2×2 optimal

Les techniques MMSE SD (1) et ORC (1) n'étant pas optimales dans la configuration 2×2 , nous étudions les deuxièmes versions de MMSE et d'ORC existantes pour des confi-

gurations MIMO dont les résultats sont représentés figure 6.6. Comparées aux systèmes SIMO, ces versions de MMSE et ORC s'avèrent être les versions qui exploitent le mieux la diversité spatiale disponible pour une configuration MIMO. Par ailleurs, nous pouvons apprécier la faible différence existante entre ces deux techniques. Ainsi, comme pour les coefficients SIMO, la présence des $N_t N_r$ coefficients des canaux au dénominateur de ces coefficients d'égalisation suffit à éviter l'amplification du bruit rendant peu utile l'estimation du RSB qui est nécessaire lorsque la technique MMSE est employée. Notons que leurs premières versions n'utilisaient que N_t coefficients des canaux. Nous retiendrons par la suite ces versions optimales des techniques MMSE et ORC. Même si l'ordre de diversité total présent est égal à $N_t N_r L_c$ soit $4 * 64$ dans notre cas, les performances de ces deux derniers systèmes sont encore à 1dB de la limite gaussienne ou de façon équivalente de la limite du filtre adapté avec un ordre de diversité fréquentielle égal à 64.

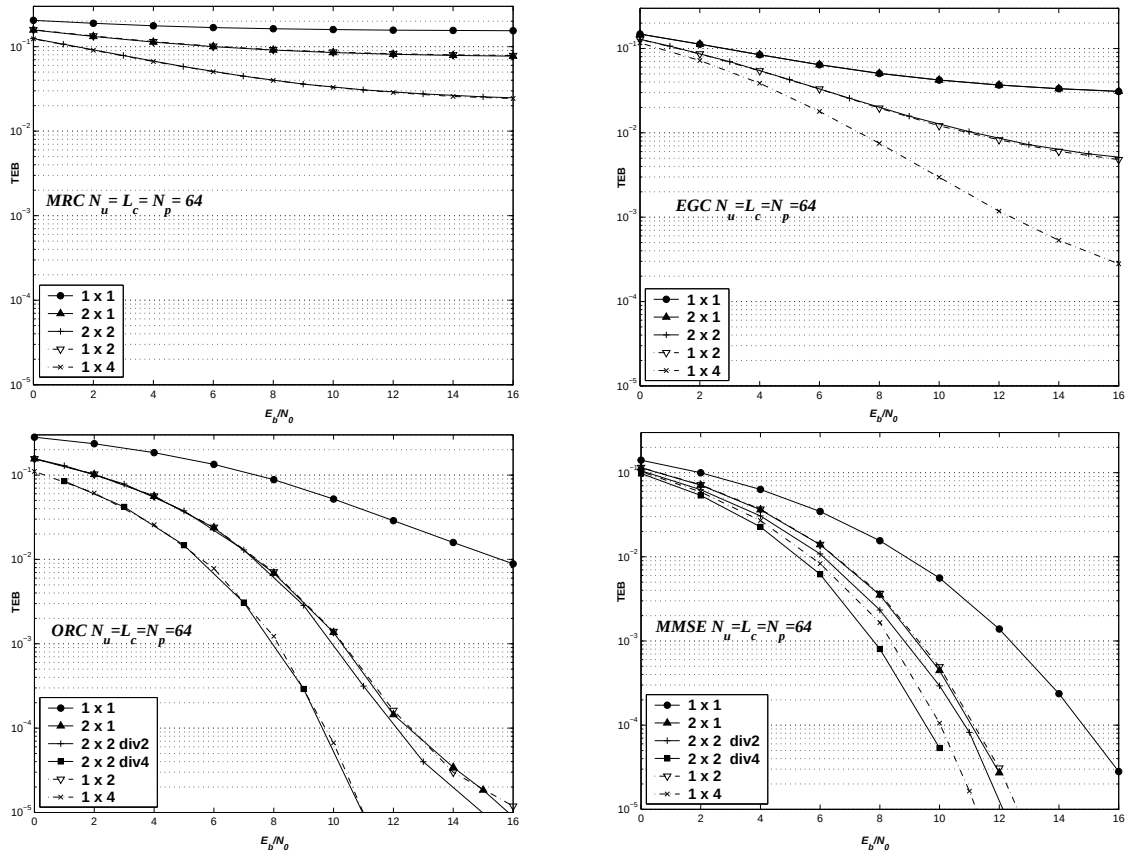


FIG. 6.7 – Comparaison des performances atteintes par chacune des techniques de détection mono-utilisateurs, sur un canal à évanouissements de Rayleigh, à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$), pour des systèmes SISO, MISO, SIMO et MIMO

Ces performances atteintes par chacune des techniques de détection mono-utilisateurs que nous venons de présenter sont maintenant comparées sur les figures 6.7 pour différents systèmes SISO, MISO, SIMO et MIMO. Nous constatons tout d'abord que la technique OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique MRC atteint son gain de diversités spatiale et fréquentielle attendu lorsque l'on compare ses performances à celles d'un système SIMO à

diversité équivalente. Néanmoins, l'apport de la diversité spatiale est très faible puisque celle-ci amplifie non-seulement la partie utile du signal détecté mais aussi les termes d'IAM et de bruit. En ce qui concerne la technique EGC, nous constatons que ses performances ne sont pas améliorées avec le code d'Alamouti en raison de la présence dans la métrique de décision de termes d'interférences engendrés par le fait que l'orthogonalité du code OSTBCM n'est pas restaurée. C'est pourquoi, nous vérifions à nouveau que ce système n'atteint pas les performances d'un système SIMO à diversité équivalente. En revanche, pour ce qui est des techniques ORC et MMSE optimales (deuxième version), elles atteignent bien les performances de leurs systèmes SIMO équivalents. Elles exploitent donc bien, chacune à leur manière, la diversité totale présente.

6.5.2.2 Comparaison des techniques mono-utilisateurs MMSE et ORC

Nous allons maintenant nous intéresser plus particulièrement aux deux techniques mono-utilisateurs qui présentent les meilleures performances, à savoir les techniques MMSE et ORC. La figure 6.8 représente les performances obtenues avec ces techniques lorsque la modulation OSTBCM $\mathcal{G}_2^c$ est utilisée, avec $N_r = 1$ ou 2 antennes de réception, et dans le cas pleine charge ($N_u = L_c = N_p = 64$). Pour ces résultats, afin de faire varier la diversité fréquentielle du canal, le processus de Rayleigh est appliqué sur des blocs de sous-porteuses dont la taille varie entre $N_p = 1$ sous-porteuse (conduisant à une diversité fréquentielle maximale F_{d_f} de 64) et $N_p = 64$ (conduisant à une diversité fréquentielle minimale F_{d_f} de 1). Dans tous les cas, la diversité spatiale est maximale et égale à $F_{d_s} = N_t N_r$, *i.e.* à 2 ou 4.

Dans le cas d'un système OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique ORC, nous constatons que les performances de ce système sont directement liées à la valeur de F_{d_f} même si la technique ORC, en égalisant parfaitement le canal, ne tire pas bénéfice de la diversité fréquentielle au niveau de la partie utile $\mathcal{U}$ du symbole détecté, ni au niveau du terme d'IAM ($\mathcal{M}^1 = 0$). En réalité, pour ce système, la diversité fréquentielle apporte un gain en rapport signal à bruit puisqu'elle évite une amplification trop importante du bruit grâce à la présence au dénominateur des coefficients d'égalisation de tous les coefficients du canal³. Ainsi, on observe, notamment pour les systèmes 2×1 ORC, une rupture de la pente des différentes courbes en particulier pour $F_{d_f} = 64$. Par conséquent, à fort E_b/N_0 , la pente et donc la diversité observée pour les systèmes ORC en 2×1 correspond uniquement à la diversité spatiale qui est dans ce cas égale à 2, et ce quelle soit la diversité fréquentielle F_{d_f} du canal. Le décalage en abscisse par rapport la limite du filtre adapté, obtenue pour $N_u = 1$ et $L_c = 2$ dans le cas d'un système 1×1 ou pour $L_c = 1$ dans le cas d'un système 2×1 , correspond au gain en rapport signal à bruit.

Dans le cas d'un système OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique MMSE, dans un contexte mono-utilisateur, ce système présente des performances similaires à celles du filtre adapté pour $F_d = F_{d_s} F_{d_f}$. Dans un contexte multi-utilisateur, ce système présente

3. Dans le cas de la technique ORC, nous parlons encore de diversité fréquentielle pour ce qui concerne la présence de plusieurs coefficients du canal au dénominateur des coefficients d'égalisation. Toutefois, au sens strict du terme, la diversité correspond à la présence de plusieurs répliques du même symbole affectées d'évanouissements décorrélés.

toujours le même gain de diversité intrinsèque mais ses performances sont dégradées en raison de la présence d'IAM.

Ces canaux à diversité fréquentielle maximale représentent donc un cas de transmission idéale pour les systèmes OSTBCM/MC-CDMA. En effet, les techniques de détection mono-utilisateur MMSE ou ORC exploitent, toutes les deux, la diversité fréquentielle mais de manière différente. Ainsi, la technique ORC n'exploite pas la diversité disponible pour améliorer la partie utile $\mathcal{U}$ du signal détecté puisque le canal est parfaitement égalisé ($h_{eg,k}^1 = 2$), mais pour éviter l'amplification excessive du terme de bruit $\mathcal{N}$. En revanche, la technique MMSE exploite toute la diversité présente, aussi bien pour améliorer le terme $\mathcal{U}$ que pour éviter l'amplification du terme $\mathcal{N}$. Dans le cas MMSE toutefois, l'IAM n'est supprimée qu'à fort RSB.

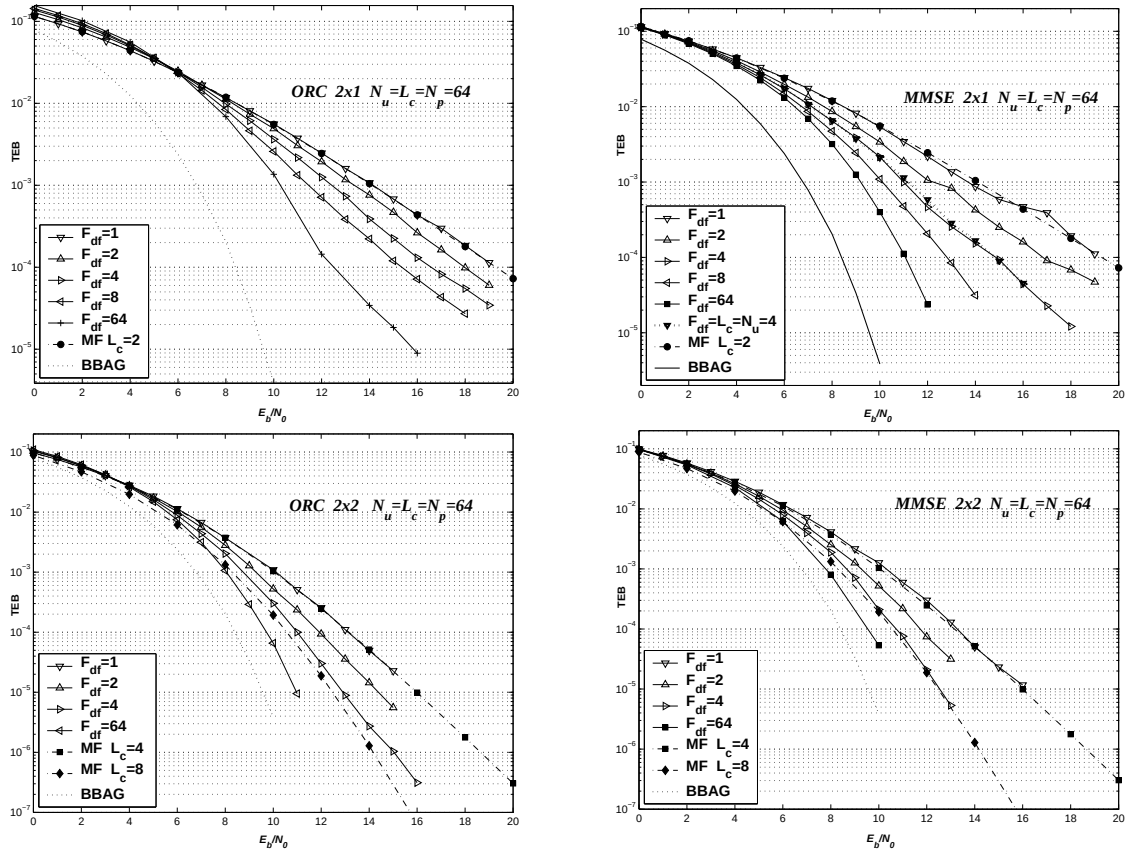


FIG. 6.8 – Performances en contexte multi-utilisateurs ($N_u = 64$) des systèmes $\mathcal{G}_2^c \times 1$ MC-CDMA et $\mathcal{G}_2^c \times 2$ MC-CDMA sur des canaux sélectifs par blocs de sous-porteuses pour différentes diversités fréquentielles F_{df} du canal

6.5.2.3 Configuration avec $N_t = 3$ et $N_t = 4$

Ces résultats intéressants obtenus avec le code d'Alamouti, de rendement $R_c = 1$ pour $N_t = 2$, nous incitent à étendre l'étude pour un nombre d'antennes d'émission plus élevé, typiquement pour $N_t = 3$ ou 4. Les OSTBCM que nous choisissons d'étudier pour ces nombres d'antennes correspondent respectivement aux codes $\mathcal{G}_3^c$ et $\mathcal{G}_4^c$ de Tarokh, de rendement $R_c = 0.5$, que nous avons présentés au chapitre 3. Les deux techniques de détection mono-utilisateurs les plus performantes, *i.e.* les deuxièmes versions des techniques ORC et MMSE, sont ici les seules étudiées. Ces systèmes sont ensuite étudiés en association avec un turbo-code convolutif duo-binaire de rendement 1/2. Ces différents résultats ont notamment fait l'objet d'une communication [ANH⁺03] en collaboration avec le laboratoire DMR/DDH de France Telecom R&D.

TAB. 6.2 – Principaux paramètres des différents systèmes offrant sans codage de canal une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz

Efficacité	$\eta = 1 \text{ bit/s/Hz}$	
Code	Rendement	Constellation
1×1	-	BPSK
$\mathcal{G}_2^c \times 1$	$R_c = 1$	BPSK
$\mathcal{G}_2^c \times 2$	$R_c = 1$	BPSK
$\mathcal{G}_3^c \times 1$	$R_c = 0.5$	QPSK
$\mathcal{G}_4^c \times 1$	$R_c = 0.5$	QPSK

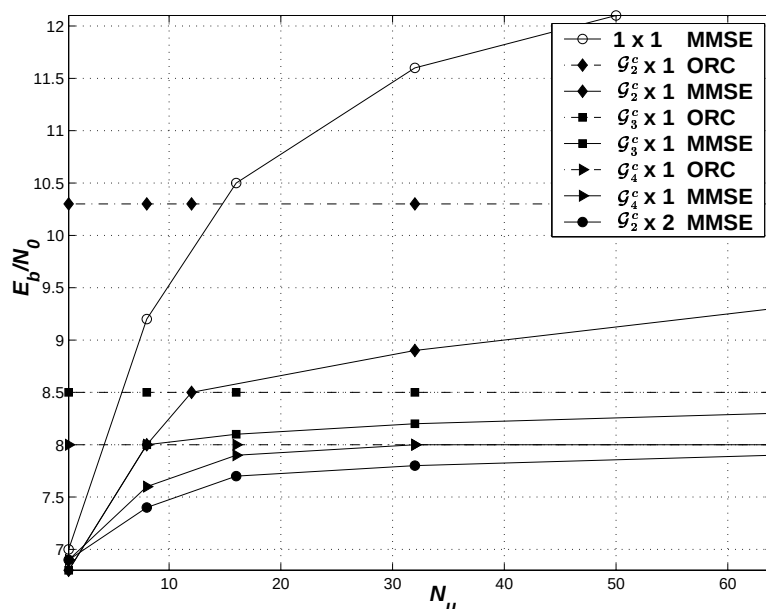


FIG. 6.9 – Rapport E_b/N_0 nécessaire pour obtenir sans codage de canal un $TEB=10^{-3}$ en fonction de N_u ; $N_p = L_c = 64$, $\eta = 1 \text{ bit/s/Hz}$

La figure 6.9 donne le rapport E_b/N_0 requis en fonction du nombre N_u d'utilisateurs actifs pour obtenir, sans codage de canal et sur canal de Rayleigh, un $\text{TEB}=10^{-3}$ pour différents systèmes offrant une efficacité spectrale $\eta = 1 \text{ bit/s/Hz}$. Le nombre d'utilisateurs actifs N_u est inférieur ou égal à la longueur des codes d'étalement ($L_c = 64$) et au nombre de sous-porteuses ($N_p = 64$). Pour cela, les systèmes $\mathcal{G}_2^c \times 1$ et $\mathcal{G}_2^c \times 2$ utilisent une modulation BPSK et les systèmes $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ une modulation QPSK (tableau 6.2). La technique ORC restaurant totalement l'orthogonalité, les performances des systèmes $\mathcal{G}_2^c \times 1$, $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ employant la technique ORC sont indépendantes du nombre d'utilisateurs : le rapport E_b/N_0 requis pour un $\text{TEB}=10^{-3}$ est constant quel que soit la charge. Par ailleurs, la technique MMSE permet d'obtenir des performances légèrement meilleures que la technique ORC en particulier pour les systèmes à charge réduite et ce, quel que soit le code OSTBCM étudié. Lorsque le nombre total $N_t N_r$ de canaux présents augmente, les performances de la technique ORC se rapprochent de celles obtenues avec la technique MMSE puisque l'amplification du bruit devient de moins en moins probable. De plus, nous pouvons remarquer qu'à diversité spatiale équivalente $F_{d_s} = 4$, le système $\mathcal{G}_2^c \times 2$ présente de meilleures performances que le système $\mathcal{G}_4^c \times 1$.

Les performances de ces différents systèmes OSTBCM MC-CDMA sont maintenant représentées figure 6.10 pour une efficacité spectrale $\eta = 2 \text{ bit/s/Hz}$, à pleine charge ($N_u = L_c = N_p = 64$) et toujours sans codage de canal. Les constellations utilisées par les différentes modulations OSTBCM sont représentées dans le tableau 6.3. Nous vérifions, sur la figure 6.10, que pour un système MC-CDMA étudié dans une configuration SISO, la technique MMSE offre de bien meilleures performances que la technique ORC car elle évite une amplification excessive du bruit dans des canaux fortement sélectifs en fréquence, tout en restaurant l'orthogonalité entre les différents signaux des utilisateurs. En revanche, dans le cas d'un système $\mathcal{G}_2^c \times 2$ ($R_c = 1$ - QPSK) pour $N_t = 2$ et $N_r = 2$, cet écart de performance diminue fortement entre les techniques ORC et MMSE. De même pour les systèmes $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ ($R_c = 1/2$ - 16QAM) avec $N_t = 3$ et 4, les performances de la technique ORC sont très proches de celles de la technique MMSE. Ce résultat est particulièrement intéressant car la technique MMSE, contrairement à la technique ORC, nécessite d'estimer le rapport signal à bruit $\gamma_{r,k}$ de chaque sous-porteuse k . Par ailleurs, la comparaison des résultats obtenus pour les systèmes $\mathcal{G}_3^c \times 1$, $\mathcal{G}_4^c \times 1$ et $\mathcal{G}_2^c \times 2$ montre que ces derniers sont de loin les plus performants.

TAB. 6.3 – Principaux paramètres des différents systèmes offrant sans codage de canal une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz

Efficacité	$\eta = 2 \text{ bit/s/Hz}$	
Code	Rendement	Constellation
1×1	-	QPSK
$\mathcal{G}_2^c \times 2$	$R_c = 1$	QPSK
$\mathcal{G}_3^c \times 1$	$R_c = 0.5$	16QAM
$\mathcal{G}_4^c \times 1$	$R_c = 0.5$	16QAM

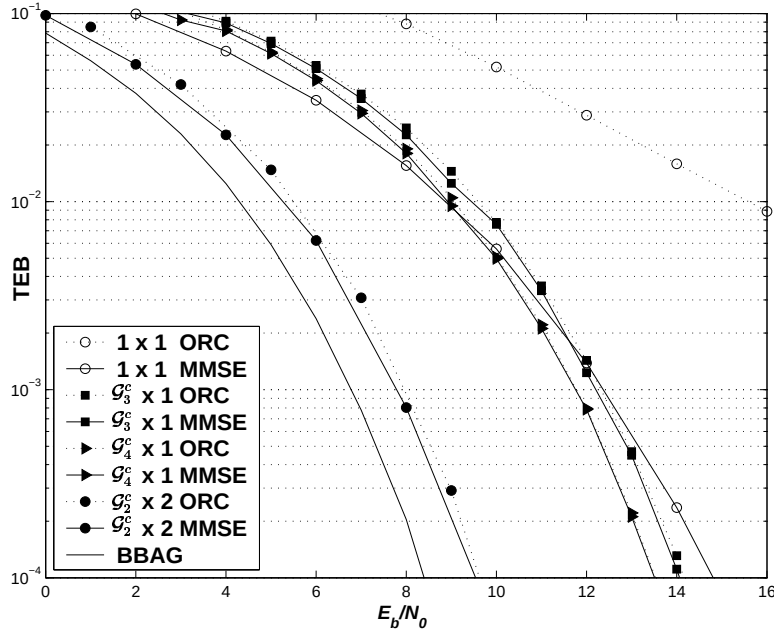


FIG. 6.10 – Performances sans codage de canal sur canal de Rayleigh de différents systèmes OSTBCM/MC-CDMA avec 1, 2, 3 ou 4 antennes d'émission offrant la même efficacité spectrale de $\eta = 2$ bit/s/Hz, $N_u = L_c = N_p = 64$

Enfin, la figure 6.11 regroupe les performances de ces mêmes systèmes avec cette fois un turbo-code convolutif duo-binaire de rendement $1/2$. L'efficacité spectrale résultante est donc maintenant égale à 1 bit/s/Hz. Les constellations utilisées par les différentes modulations OSTBCM sont représentées dans le tableau 6.3. A nouveau, les performances du système $\mathcal{G}_2^c \times 2$ reposant sur la modulation OSTBCM d'Alamouti ($R_c = 1$ - QPSK) sont meilleures que celles des autres systèmes $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ ($R_c = 1/2$ - 16QAM). Les résultats présentés sur cette figure ont été obtenus par Vincent Le Nir du laboratoire DMR/DDH de France Telecom R&D et publiés dans la communication commune [ANH⁺03]. D'autres résultats complémentaires sur les systèmes OSTBCM/MC-CDMA associés à du turbo-codage peuvent être trouvés dans [NHG03].

Les très bonnes performances du système OSTBCM/MC-CDMA $\mathcal{G}_2^c \times 2$ obtenues sans codage de canal sont ici confirmées avec le turbo-code. En particulier, le schéma $\mathcal{G}_2^c \times 2$ avec une QPSK est bien plus performant que les schémas $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ avec une 16QAM tout en offrant la même efficacité spectrale. Par ailleurs, quelle que soit la modulation utilisée offrant une efficacité spectrale de N_b bit/s/Hz, un système $\mathcal{G}_2^c \times 2$ associé à un turbo-code de rendement $1/2$ sera toujours plus performant qu'un autre système utilisant le code temps-espace $\mathcal{G}_4^c \times 1$ de rendement $1/2$ et sans codage canal, ces deux systèmes offrant pourtant la même efficacité spectrale de $N_b/2$ bit/s/Hz. En ce sens, on peut dire que la redondance sera toujours mieux exploitée par un codage de canal comme un turbo-code que par le code temps-espace. Ceci confirme encore tout l'intérêt d'utiliser des codes temps-espace de rendement unitaire, comme le code d'Alamouti, voire supérieur.

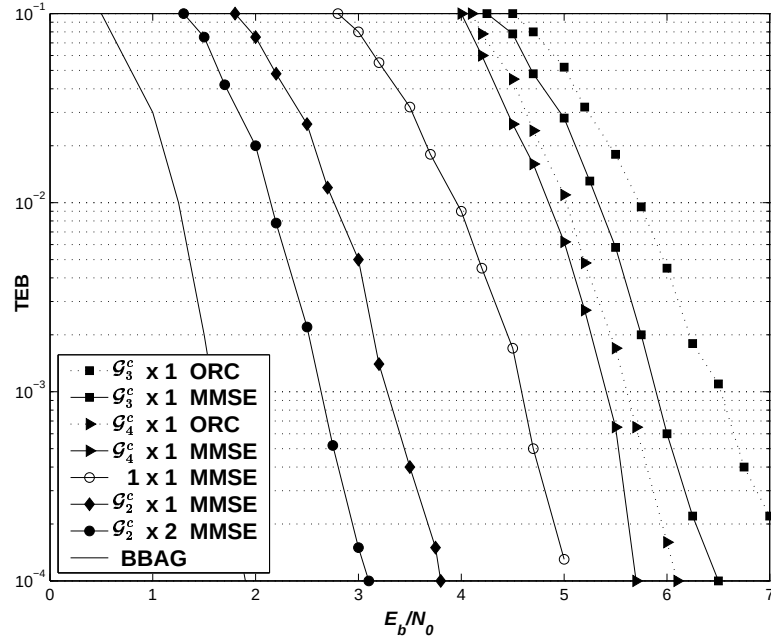


FIG. 6.11 – Performances avec un Turbo Code de rendement 1/2 de systèmes OSTBCM/MC-CDMA avec $N_t = 1, 2, 3$ ou 4 ; $N_u = L_c = N_p = 64$, $\eta = 1$ bit/s/Hz

6.5.3 Performances des techniques de détection multi-utilisateurs basées sur le critère MSE

Toutes les performances des techniques MMSE MD ont été obtenues, dans le cas 2×1 , en appliquant le critère de l'EQM sur les signaux reçus (équation 6.51), et dans le cas 2×2 , en appliquant le critère de l'EQM sur les signaux après le filtre adapté au canal (équation 6.65). Nous avons par ailleurs vérifié par simulation que les mêmes performances étaient obtenues avec les autres versions de MMSE MD dans les MISO et MIMO.

6.5.3.1 Système à pleine charge

La figure 6.12 présente les performances de la technique MMSE MD et MMSE SD avec ou sans diversité spatiale de transmission et de réception, pour des systèmes à pleine charge tels que $L_c = N_p = N_u = 16$. Pour les deux techniques, nous vérifions que les performances sont améliorées de façon importante lorsque le code $\mathcal{G}_2^c$ est utilisé pour exploiter la diversité de transmission et lorsque plusieurs antennes en réception sont utilisées pour exploiter la diversité de réception.

Par ailleurs, dans le cas pleine charge, les techniques MMSE MD et MMSE SD offrent les mêmes performances que ce soit pour une configuration MISO (2×1) ou MIMO (2×2). En effet, dans ce cas, les matrices $\mathbf{G}_{rt}$ des coefficients d'égalisation sont diagonales où le $k^{\text{ième}}$ coefficient d'égalisation est égal au coefficient d'égalisation MMSE SD par sous-porteuse.

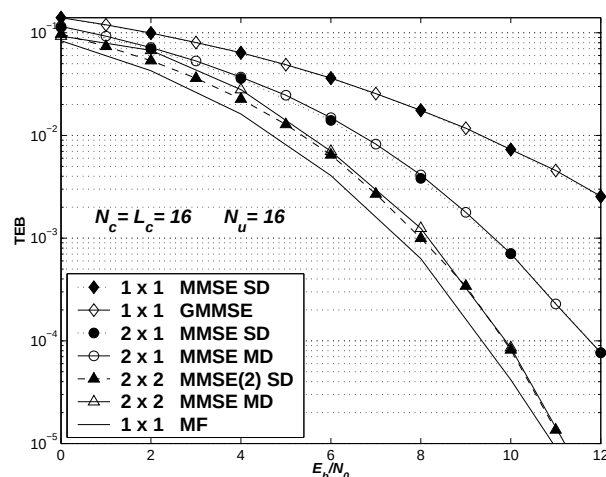


FIG. 6.12 – Performances des techniques MMSE MD et SD pour des canaux à évanouissements de Rayleigh pour des systèmes SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) avec $N_p = L_c = 16$ et $N_u = 16$ (pleine charge)

Par conséquent, à pleine charge, les techniques MMSE SD offrent un très bon compromis performance/complexité en particulier en 2×2 . Notons toutefois que bien que la diversité exploitée soit égale à $F_{d_s} F_{d_f} = 2 \times 2 \times 16 = 64$, les performances de la technique MMSE SD tendent seulement vers celles atteintes par le filtre adapté pour un facteur de diversité $F_{d_f} = 16$.

6.5.3.2 Système à demi-charge

Les performances des techniques MMSE MD et MMSE SD, avec ou sans diversité spatiale de transmission et de réception, pour des systèmes à demi-charge tels que $L_c = N_p = 16$ et $N_u = 8$, sont présentées figure 6.13. Dans le cas non-pleine charge, de façon analogue au cas SISO, les techniques MMSE MD présentent de meilleures performances que les techniques MMSE SD. Ainsi, pour un système 2×1 , la technique MMSE MD permet d'obtenir, à fort RSB, un gain d'environ 1 dB comparé à la technique MMSE SD. De même, pour un système 2×2 , la technique MMSE MD offre, à fort RSB, un gain d'environ 1 dB comparé à la technique MMSE SD. Notons que le gain offert par la technique MMSE MD dans une configuration 2×2 par rapport à la technique MMSE SD étudiée dans une configuration 2×1 est maintenant plus faible dans le cas non-pleine charge que dans le cas pleine charge.

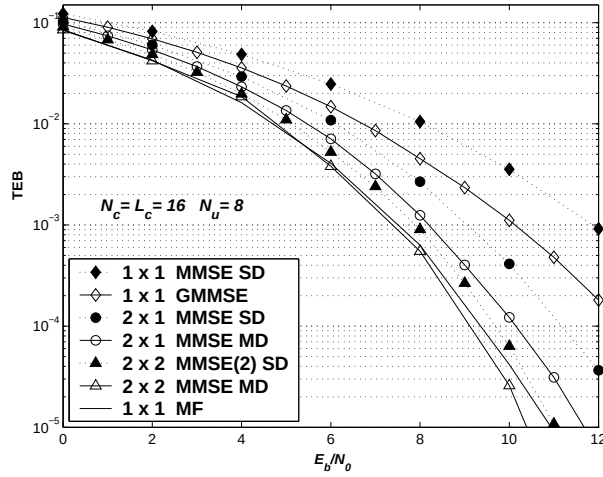


FIG. 6.13 – Performances des techniques MMSE MD et MMSE SD sur des canaux à évanouissements de Rayleigh pour des systèmes SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) avec $N_p = L_c = 16$ et $N_u = 8$ (demi-charge)

6.5.3.3 Performances en fonction de la charge

Finalement, la figure 6.14 représente les performances des techniques MMSE SD (1) et (2) et MMSE MD, étudiées dans une configuration MIMO, comparativement à ces mêmes techniques évaluées dans une configuration MISO ou SISO. Le nombre maximum N_u d'utilisateurs actifs possible selon le rapport E_b/N_0 requis pour atteindre un $TEB=10^{-3}$ est donné pour $L_c = N_p = 16$, en supposant des signaux de puissance moyenne égale.

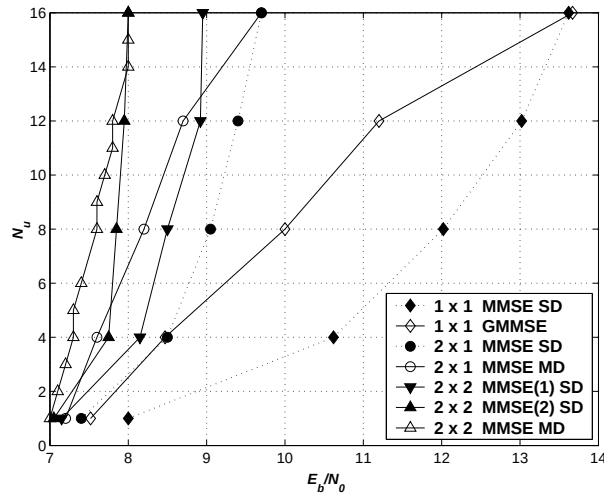


FIG. 6.14 – Nombre N_u d'utilisateurs actifs en fonction du rapport E_b/N_0 pour atteindre un $TEB=10^{-3}$ pour des techniques MMSE MD et SD sur des canaux à évanouissements de Rayleigh pour des systèmes SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2); $N_p = L_c = 16$

Pour des systèmes à non-pleine charge, le gain de la technique MMSE MD comparé à la technique MMSE SD, qui est approximativement égal à 2 dB pour des systèmes SISO, décroît à moins de 1 dB pour des systèmes MISO. En outre, le résultat le plus important est que, quel que soit la charge, la technique MMSE SD (2) dans une configuration MIMO présente de meilleures performances que tous les systèmes MD et SD étudiés dans une configuration MISO ou SISO. Notons aussi la faible dégradation de performances vis-à-vis de celles obtenues par la technique MMSE MD (2). De plus, le gain de diversité spatiale est d'autant plus important que le nombre N_u d'utilisateurs actifs est élevé.

Des résultats similaires à ceux que nous venons de présenter ont été obtenus sur des canaux à évanouissements de Rayleigh avec $N_p = L_c = 64$, et pour des nombres N_u variés d'utilisateurs actifs. Ils conduisent aux mêmes conclusions concernant les performances relatives des différents algorithmes.

6.5.4 Performances des techniques de détection sur le canal MIMO ME-TRA

6.5.4.1 Estimation parfaite du canal

Nous allons maintenant comparer les performances des techniques MMSE SD et ORC, avec ou sans diversité d'émission et de réception, dans un environnement « *indoor* ». La figure 6.15 représente les performances des systèmes à pleine charge ($L_c = N_p = 64$ et $N_u = 64$). La perte due à l'insertion de l'intervalle de garde est prise en compte. Les $N_t \times N_r$ branches de diversité sont parfaitement estimées et supposées ici parfaitement décorréliées. Nous constatons que même dans ce milieu à faible diversité fréquentielle, l'écart entre les performances atteintes par les techniques ORC et MMSE peut être réduit par l'introduction de diversité spatiale à l'émission et en réception. Ainsi, avec seulement deux antennes à l'émission et en réception, les performances de ces techniques se chevauchent.

Les performances des techniques MMSE MD et MMSE SD sont maintenant évaluées, avec ou sans diversité d'émission et de réception, dans ce même environnement « *indoor* ». Les figures 6.16 et 6.17 représentent respectivement les performances des systèmes à demi-charge ($L_c = N_p = 64$ et $N_u = 32$) ou à pleine charge ($L_c = N_p = 64$ et $N_u = 64$).

Pour des systèmes à demi-charge, la technique MMSE MD offre, dans le cas SISO et de façon analogue au canal à évanouissements de Rayleigh, un gain d'environ 2 dB (pour un $\text{TEB}=10^{-3}$) par rapport aux performances atteintes par la technique MMSE SD. Dans les cas MISO (2×1) et MIMO (2×2), les bonnes performances de la technique MMSE SD, de la technique MMSE SD (2) en particulier, mesurées sur canal de Rayleigh sont à nouveau confirmées lorsque les canaux sont parfaitement décorréliés. De plus, dans le cas réaliste correspondant aux canaux corrélés avec une séparation respective de 1.5λ et 0.4λ entre les deux antennes d'émission et de réception, la perte de performances comparativement au cas parfaitement décorrélié est moins de 1 dB pour un $\text{TEB}=10^{-3}$.

Pour des systèmes à pleine charge (figure 6.17), les techniques MMSE MD offrent les mêmes performances que les techniques MMSE SD que ce soit pour les configurations

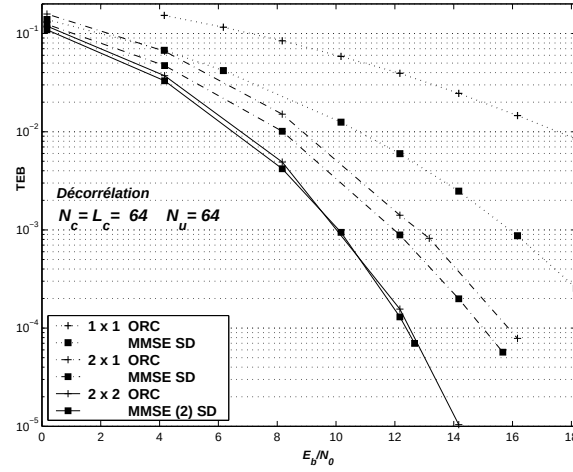


FIG. 6.15 – Performances, à pleine charge, des systèmes MMSE SD et ORC avec le modèle de canal METRA pour des configurations SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 64$

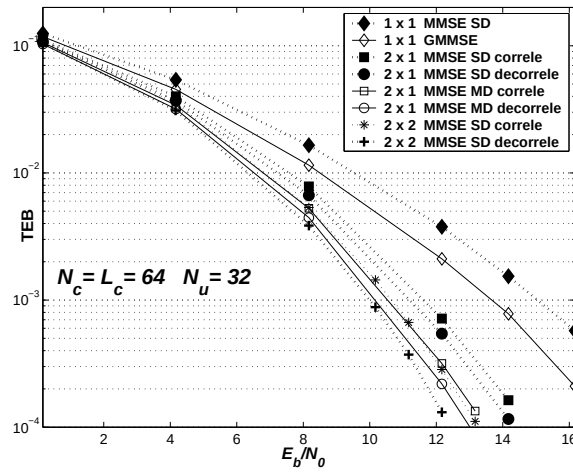


FIG. 6.16 – Performances, à demi-charge, des systèmes MMSE MD et MMSE SD avec le modèle de canal METRA pour des configurations SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$

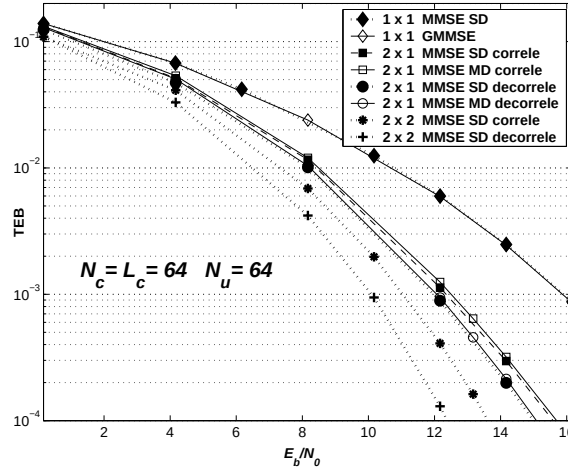


FIG. 6.17 – Performances, à pleine charge, des systèmes MMSE MD et MMSE SD avec le modèle de canal METRA pour des configurations SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 64$

SISO, MISO ou MIMO, que les canaux soient décorrélés ou non. Comme dans le cas demi-charge, la perte de performances due à la corrélation est inférieure à 0.5 dB pour un $TEB=10^{-3}$. Ces différents résultats montrent que, *pour des scénarios « indoor » où les diversités fréquentielles et temporelles sont limitées* (typiquement, le facteur de diversité fréquentiel mesuré $F_{df} = 3.5$ avec les paramètres BRAN A), *exploiter la diversité spatiale améliore de façon significative les performances*. Ainsi, les systèmes OSTBCM/MC-CDMA tirent pleinement parti des diversités fréquentielles et spatiales.

6.5.4.2 Estimation imparfaite du canal

Jusqu'à présent, nous avons supposé le cas idéal où les canaux étaient parfaitement estimés en réception. Pour un tel cas, l'effet Doppler est parfaitement corrigé et les performances que nous avons présentées sur le canal METRA sont indépendantes de la vitesse. Toutefois, pour mesurer l'impact sur les performances de l'effet Doppler, nous allons maintenant étudier ces techniques lorsque le canal n'est pas parfaitement estimé. La méthode retenue consiste à estimer parfaitement les N_p coefficients d'évanouissements à partir d'un premier symbole pilote de référence placé en début de trame (figure 6.18). L'estimation parfaite du canal alors obtenue est ensuite utilisée pour calculer les coefficients d'égalisation appliqués aux 99 symboles complétant la trame. Ainsi, en supposant les canaux parfaitement estimés lors du premier symbole multiporteuse, cela nous permet d'étudier uniquement l'impact de l'effet Doppler, sans prendre en compte une dégradation supplémentaire éventuelle due à la méthode d'estimation.

Les performances à demi-charge ($N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$) des systèmes GMMSE, MMSE SD et ORC, obtenues avec le modèle de canal METRA pour une configuration SISO (1×1) sont représentées figure 6.19 sans codage de canal. Nous constatons tout d'abord que pour une vitesse de 1 ms^{-1} , les performances des trois systèmes sont invariantes

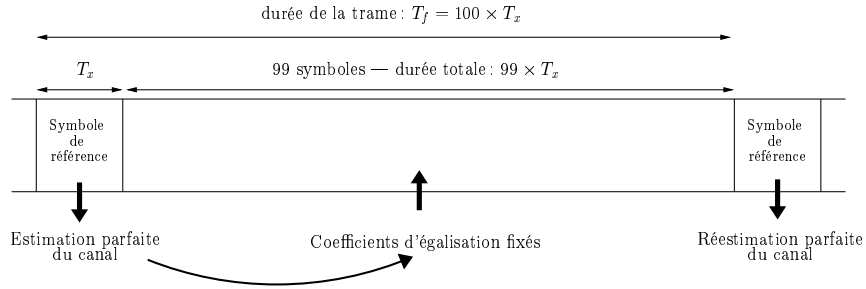


FIG. 6.18 – Représentation d'une trame contenant les coefficients d'égalisation estimés non-parfaitement à chaque durée symbole

que l'estimation des coefficients d'égalisation soit parfaite ou non. En revanche, pour une vitesse de 7 ms^{-1} , chacune des techniques présente une détérioration des performances due à l'estimation imparfaite des canaux. En effet, pour une fréquence porteuse $f_0 = 5,2 \text{ GHz}$, la fréquence Doppler maximale $f_{D_{\max}}$ égale à $f_0 \times v/c$ varie de 17.33 Hz pour 1 ms^{-1} à 121.31 Hz pour 7 ms^{-1} . Traditionnellement, la robustesse d'un système OFDM, vis-à-vis de la non-cohérence temporelle du canal, est mesurée par le produit $\beta = T_s f_{D_{\max}}$ avec T_s la durée totale d'un symbole MC-CDMA soit $3,7 \mu\text{s}$. Ici, le canal n'étant estimé qu'une fois par trame de durée T_f , le paramètre à prendre en compte est le produit $T_f \times f_{D_{\max}}$ qui varie de $6,41 \times 10^{-3}$ pour $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ à $44,8 \times 10^{-3}$ pour $v = 7 \text{ ms}^{-1}$.

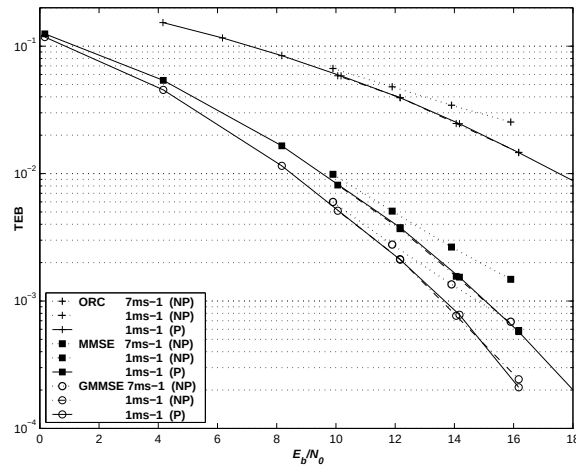


FIG. 6.19 – Performances, à demi-charge, des systèmes GMMSE, MMSE SD et ORC avec le modèle de canal METRA pour une configuration SISO (1×1) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$, et pour des vitesses $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ ou $v = 7 \text{ ms}^{-1}$. L'estimation est parfaite (P) ou non-parfaite (NP).

Les résultats obtenus montrent que la dégradation des performances en fonction de la vitesse est similaire pour les trois techniques de détection. En particulier, la technique multi-utilisateur GMMSE ne résiste pas mieux que les autres techniques à une trop faible fréquence de rafraîchissement des estimées des coefficients du canal. Cette dégradation des

performances lorsque la vitesse devient importante est confirmée pour une configuration 2×1 (figure 6.20), pour des canaux décorrelés ou non.

Comme précédemment, il n'y a pas de dégradation des performances pour un produit $T_f \times f_{D_{\max}} = 6,41 \times 10^{-3}$ correspondant à une vitesse de $v = 1 \text{ ms}^{-1}$. En revanche, on observe une dégradation du même type qu'en SISO avec la technique MMSE MD pour une vitesse de $v = 7 \text{ ms}^{-1}$. Ces premiers résultats peuvent être utilisés pour dimensionner la trame d'un système, mais doivent être bien évidemment complétés par l'évaluation des performances en présence de codage de canal et en prenant en compte des fonctions imparfaites d'estimation de canal.

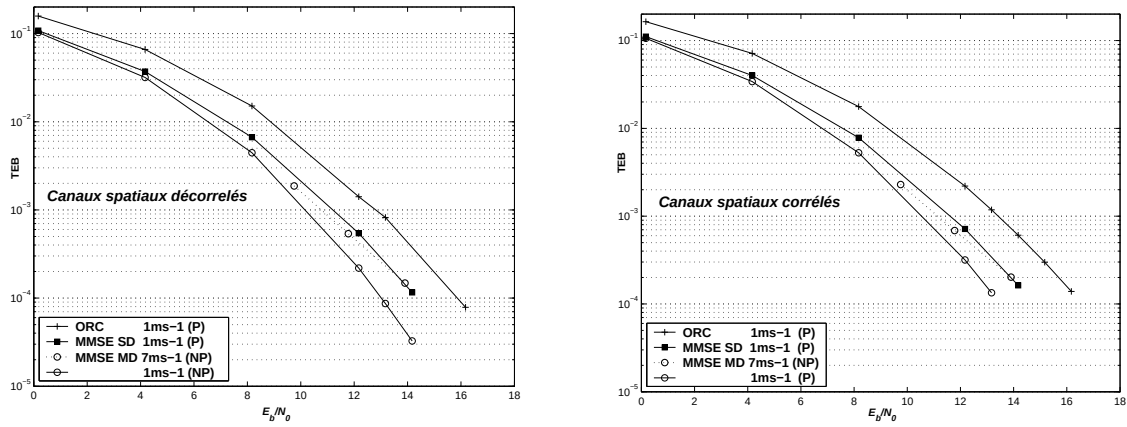


FIG. 6.20 – Performances, à demi-charge, des systèmes MMSE MD, MMSE SD et ORC avec le modèle de canal METRA pour une configuration MISO (2×1) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$, et pour des vitesses $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ ou $v = 7 \text{ ms}^{-1}$. L'estimation est parfaite (P) ou non-parfaite (NP). Les canaux sont décorrelés ou non en espace.

6.6 Combinaison des techniques temps-espace en treillis et des systèmes MC-CDMA : les systèmes STTCM/MC-CDMA

Après avoir étudié la combinaison des codes temps-espace en blocs orthogonaux et des systèmes MC-CDMA, nous allons maintenant nous intéresser à la combinaison des codes temps-espace en treillis aux systèmes MC-CDMA. Cette étude a été réalisée en collaboration avec Stéphane Bougeard dans le cadre de son post-doctorat au sein de l'IETR [BH04].

A notre connaissance, aucun résultat concernant la combinaison de ces deux techniques n'a fait l'objet d'une communication ou d'une publication. Les travaux existants correspondent à ceux réalisés par Linnartz mais n'ont pas été publiés [Lin]. En revanche, comme nous l'avons déjà mentionné au paragraphe 2.6.2 du chapitre 3, certains auteurs ont cherché à combiner les modulations STTCM à des modulations multiporteuses du type OFDM, sans la recherche d'accès multiple par répartition de codes.

6.6.1 Performances des systèmes STTCM/OFDM sur canal théorique

Nous allons tout d'abord évaluer les performances d'un système STTCM/OFDM sur des canaux à évanouissements rapides. Dans ce cas, comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre 2, les performances et les critères de construction des codes pour ce type de systèmes sont équivalents à ceux précédemment définis pour un système monoporteuse sur un canal de Rayleigh à évanouissements rapides. La modulation STTCM choisie correspond au code de Chen à 16 états qui est optimisé en particulier pour des canaux à évanouissements rapides, puisque celui-ci est construit à partir du critère de la trace. Le code de Chen a une distance de Hamming minimale qui vaut $\delta_{H_{\min}} = 3$.

Sur la figure 6.21, sont données les performances du système $\mathcal{G}_2^c \times 1/\text{OFDM}$ utilisant une QPSK et celles du système STTCM/OFDM. Pour les deux systèmes, la seule diversité exploitée est la diversité spatiale prenant une valeur égale à 2. Ainsi, à fort RSB, le système STTCM/OFDM présente de meilleures performances. On retrouve alors, pour le système $\mathcal{G}_2^c \times 1/\text{OFDM}$, les performances de la modulation codée $\mathcal{G}_2^c$ représentée en fonction du rapport E_x/N_0 figure 3.3 dans le chapitre 3, tandis que pour le système STTCM/OFDM, nous retrouvons les performances du code de Chen présentées figure 4.18 dans le chapitre 4 et exprimées en fonction du RSB, *i.e.* du rapport E_x/N_0 .

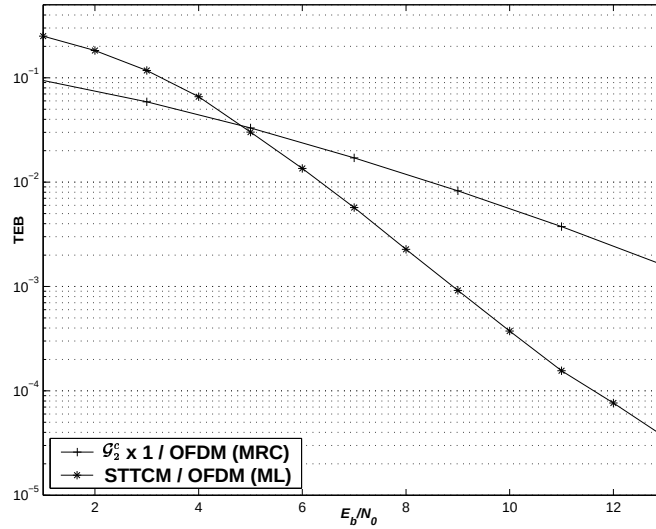


FIG. 6.21 – Performances du système STTCM/OFDM dans le cas d'évanouissements de Rayleigh indépendants sur chaque sous-porteuse

En résumé, les performances sur canal théorique des systèmes STTCM/OFDM sont donc strictement identiques aux performances des systèmes STTCM. Effectivement, le fait de répartir l'information sur N_p canaux en parallèles avec les systèmes multiporteuses ne change en rien les performances sur un canal de Rayleigh.

6.6.2 Performances des systèmes STTCM/MC-CDMA sur canal théorique

Dans le cadre de l'étude de la combinaison des techniques STTCM et MC-CDMA, nous allons considérer deux types de canaux théoriques affectant les symboles étalés.

- **Étalement des données sur des sous-porteuses affectées par des évanouissements décorrélés** : pour cela, nous supposons que les N_p sous-porteuses qui portent le symbole étalé sont affectées de façon totalement indépendante par des évanouissements qui suivent une loi de Rayleigh. Ce cas théorique se rapproche du cas pratique lorsque l'on cherche à obtenir une diversité fréquentielle maximale en répartissant toutes les sous-porteuses sur toute la bande disponible.
- **Étalement des données sur des sous-porteuses affectées par des évanouissements corrélés** : nous nous intéressons ici au cas où des blocs de sous-porteuses adjacentes sont affectées par des évanouissements suivant une distribution de Rayleigh de façon totalement dépendante et où les blocs sont affectés de façon indépendante.

6.6.2.1 Évanouissements décorrélés pour chaque sous-porteuse

Dans ce cas particulier, il est alors indispensable d'effectuer une égalisation dans la phase de détection des signaux. En effet, nous avons vu au paragraphe 5.5.1.2 du chapitre 5 que dans un tel contexte, l'étape d'égalisation est une étape obligatoire pour les systèmes MC-CDMA avant l'opération de désétalement. Par ailleurs, nous avons vu que même dans un contexte mono-utilisateur, le RSB moyen après désétalement et sans égalisation est inversement proportionnel à la longueur L_c du code d'étalement utilisé.

Le signal reçu sur une antenne donnée étant une combinaison des différents signaux émis et perturbés par des canaux spatiaux distincts, il n'est pas aisé d'égaliser simplement ce signal. En effet, au contraire des modulations OSTBCM qui autorisent la détection séparée des symboles émis, les modulations STTCM reposent sur l'émission de couples de symboles émis sur des antennes distinctes qui ne doivent pas être détectés séparément si l'on souhaite bénéficier de la dimension spatiale.

Dans ce contexte mono-utilisateur, la solution optimale consiste à appliquer le critère du maximum de vraisemblance sur le signal reçu sur L_c sous-porteuses portant la même donnée étalée. Ainsi, au niveau du détecteur ML, pour chacune des branches du treillis, le symbole MC-CDMA reçu est donc comparé à l'ensemble des symboles MC-CDMA possibles émis par l'utilisateur désiré et affectés par les canaux parfaitement estimés. Dans ce cas particulier, un système (N_t, N_r, L_c) à N_t antennes d'émission, N_r antennes de réception et utilisant un code d'étalement de longueur L_c , équivaut en terme de performances et de complexité de décodage, à un système $(N_t, L_c N_r, 1)$. En revanche, appliquer le critère du maximum de vraisemblance en contexte multi-utilisateurs consisterait à décoder tous les utilisateurs en même temps, ce qui n'est pas envisageable d'un point de vue complexité puisque le symbole MC-CDMA reçu devrait être comparé à tous les symboles MC-CDMA ayant pu être émis en prenant en compte toutes les combinaisons de symboles possibles.

Il devient donc nécessaire d'envisager une phase de détection des signaux en amont du décodeur STTCM.

Dans [BH04], quelques techniques d'égalisation sous-optimales dérivées du cas SISO sont proposées. Ces différentes techniques permettent donc en contexte mono-utilisateur d'égaliser partiellement les signaux reçus avant leur désétalement. Elles atténuent ainsi plus ou moins fortement la perte en rapport signal-à-bruit à laquelle conduirait une phase de détection sans égalisation préalable. Cette limitation des dégradations de performances est cependant observée dans un contexte mono-utilisateur. En effet, l'égalisation effectuée étant partielle, les performances se dégradent en contexte multi-utilisateurs en raison de l'apparition d'un terme d'interférence d'accès multiple. Ainsi, lorsque la diversité fréquentielle offerte par le canal est égale au nombre de sous-porteuses du système, les phases de détection et de décodage nécessiteraient d'être effectuées conjointement. Ce surcroît de complexité ne rend pas envisageable de façon pratique la réalisation d'un tel système. Ainsi, *dans un contexte de transmission où les symboles étalés subissent des évanouissements décorrélés entre les sous-porteuses, il ne fait pas de doute que les schémas de type OSTBCM/MC-CDMA offrent un rapport complexité/performance bien plus intéressant.*

Alors que dans un contexte mono-utilisateur, les performances obtenues par le système STTCM/MC-CDMA utilisant la détection ML sont très bonnes, nous pouvons constater sur la figure 6.22, que les dégradations apportées par la présence d'utilisateurs interférents ne font pas de ce système une solution viable en contexte multi-utilisateur lorsque la détection ML est toujours appliquée pour retrouver la donnée d'un seul utilisateur. Nous voyons notamment que les performances atteintes par le système STTCM/MC-CDMA en présence de $N_u = 4$ utilisateurs et $L_c = 16$ sont moins bonnes que celles atteintes par la technique OSTBCM/MC-CDMA ORC dans une configuration $\mathcal{G}_2^c \times 1$ avec $L_c = N_u = 64$.

6.6.2.2 Evanouissements décorrélés par blocs de sous-porteuses

Nous nous sommes ensuite intéressés à la combinaison STTCM/MC-CDMA dans le cas d'une transmission sur un canal plat par blocs de sous-porteuses. Dans ce cas particulier, la longueur des codes d'étalement n'est plus choisie égale au nombre total de sous-porteuses mais au nombre de sous-porteuses adjacentes affectées du même évanouissement fréquentiel. On peut remarquer que ce cas n'est pas uniquement théorique et peut correspondre à beaucoup de cas pratiques lorsque le canal n'est pas trop sélectif en fréquence. Ainsi, nous pouvons nous affranchir de l'égalisation au sein de la phase d'étalement puisque la corrélation totale des coefficients du canal sur les L_c sous-porteuses ayant servi à étaler les données permet de conserver l'orthogonalité des codes d'étalement. De plus, les performances d'un tel système ne varient pas en fonction de la charge. En entrelaçant judicieusement d'un symbole MC-CDMA à l'autre les différents groupes d'utilisateurs, nous obtenons alors les performances des STTCM mono-porteuse sur des canaux à évanouissements rapides.

Les performances en 2×1 et 2×2 des systèmes STTCM/MC-CDMA et OSTBCM/MC-CDMA, ces derniers utilisant une technique ORC ou MMSE, sont représentées figure 6.23. Les systèmes sont chacun étudiés dans leur configuration optimale. Ainsi, le système

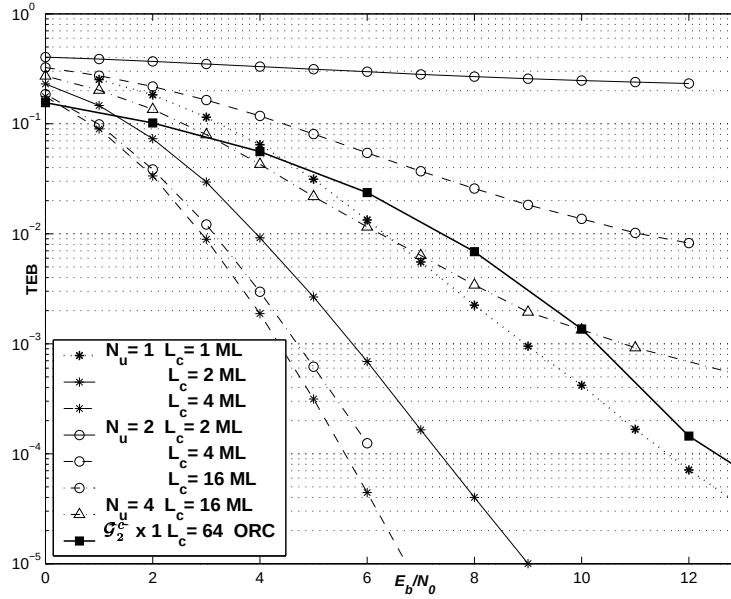


FIG. 6.22 – Performances du système STTCM/MC-CDMA en contexte mono-utilisateur et multi-utilisateur avec une détection ML

STTCM/MC-CDMA ($L_c = 16$) est étudié sur un canal sélectif par blocs de 16 sous-porteuses tandis que le système OSTBCM/MC-CDMA est évalué sur un canal sélectif par sous-porteuse. Sous ces différentes hypothèses, les performances des systèmes OSTBCM/MC-CDMA dans le cas d'une technique ORC et des systèmes STTCM/MC-CDMA ne dépendent pas de la charge. Elles sont donc ici données pour $N_u = 64$, correspondant à la pleine charge.

Il est alors possible de montrer que les performances du système STTCM/MC-CDMA, contrairement aux systèmes OSTBCM/MC-CDMA utilisant une technique MMSE ou ORC, ne sont pas altérées lorsque la diversité fréquentielle offerte par le canal est faible [BH04]. Ainsi, sur ce type de canaux, *l'écart de performances entre les systèmes STTCM/MC-CDMA et OSTBCM/MC-CDMA s'accroît lorsque la diversité fréquentielle diminue, et cette fois-ci à l'avantage du système STTCM/MC-CDMA*. Les systèmes comparés ne sont cependant pas équivalents en terme de complexité et le comparatif final en terme de rapport complexité/performance ne sera fondé qu'une fois que les techniques de codage externe seront choisies.

6.7 Synthèse

Nous allons maintenant comparer, dans le tableau 6.4, les principales caractéristiques des systèmes STTCM/MC-CDMA et des systèmes OSTBCM/MC-CDMA, ces derniers utilisant soit la technique de détection MMSE ou ORC, pour un même nombre N_p de sous-porteuses et un même nombre N_u d'utilisateurs actifs. Ces systèmes sont étudiés dans une même

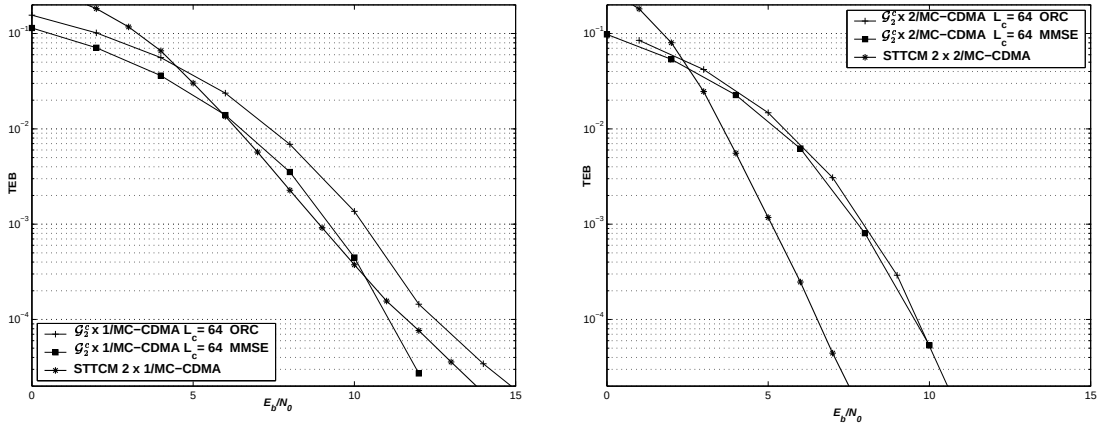


FIG. 6.23 – Performances en contexte multi-utilisateur ($N_u = N_p = 64$) du système STTCM/MC-CDMA ($L_c = 16$) sur canal sélectif par blocs de 16 sous-porteuses et des systèmes OSTBCM/MC-CDMA sur canal sélectif par sous-porteuse ($L_c = 64$)

configuration MISO ou MIMO. La diversité totale présente n'est toutefois pas la même selon les systèmes étudiés. Ainsi, dans le cas des systèmes STTCM/MC-CDMA étudiés sur des canaux à évanouissements rapides, la diversité spatio-temporelle est égale à $\delta_{H_{\min}} N_r$ alors que pour des systèmes OSTBCM/MC-CDMA étudiés sur des canaux à évanouissements lents, elle est égale à $N_t N_r$. Pour les STTCM de Chen que nous avons simulés, $\delta_{H_{\min}} = 3$.

L'ensemble des conclusions auxquelles nous sommes parvenues et que nous allons présenter maintenant sont déduites des résultats de simulation. Elles demandent toutefois à être confirmées par des calculs théoriques.

Nous constatons tout d'abord que la diversité fréquentielle n'est pas exploitée par les systèmes STTCM/MC-CDMA mais uniquement pas les systèmes OSTBCM/MC-CDMA. Sachant que la probabilité d'erreur peut s'écrire sous la forme générale, $P_e = [\beta \cdot f(E_x/N_0)]^{-\beta_d}$, où β_d le gain en diversité décrit la décroissance exponentielle et β le gain en rapport signal-à-bruit décrit la translation en abscisse de la probabilité, nous pouvons en conclure que les systèmes OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique MMSE exploite la diversité fréquentielle pour améliorer le gain de diversité ($64 \rightarrow \beta_d$) mais pas pour améliorer le RSB ($1 \rightarrow \beta$). En effet, même si cette technique évite l'amplification du bruit, elle ne permet pas de supprimer l'IAM sauf à très fort RSB. La technique ORC, quant à elle, en égalisant parfaitement le canal, ne permet pas d'exploiter la diversité fréquentielle au niveau de la partie utile du signal détecté, mais supprime l'IAM et évite l'amplification du bruit. Cette diversité fréquentielle profite donc au gain de RSB ($64 \rightarrow \beta$). En conclusion, le gain de RSB exprimé en dB est positif pour les systèmes OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique ORC puisque les performances obtenues sont meilleures que celles atteintes par ce système étudié sans diversité fréquentielle. Pour les systèmes OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique MMSE, ce gain est négatif puisque les performances atteintes par le système sont moins bonnes que celles attendues pour un facteur de diversité égal à $N_t N_r L_c$. Pour les

systèmes STTCM/MC-CDMA, le gain en RSB correspond au gain de codage β_c apporté par la modulation STTCM.

En ce qui concerne la diversité temporelle, celle-ci est uniquement exploitée par les systèmes STTCM/MC-CDMA, via la distance de Hamming, et non par les systèmes OSTBCM/MC-CDMA puisque ceux-ci supposent que le canal est constant sur la longueur L de la trame pour que les signaux puissent être décodés. Pour ce qui est de la diversité spatiale, elle est exploitée par ces deux systèmes, uniquement en réception toutefois pour ce qui concerne les systèmes STTCM/MC-CDMA.

Dans le cas d'un système OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique ORC, le gain de diversité est indépendant de la diversité fréquentielle : $\beta_d = N_t N_r$. Cependant, comme nous pouvons le constater figure 6.8, les performances de ce système sont directement liées à la valeur de D_f . Pour ce système, la diversité fréquentielle apporte un gain en rapport signal-à-bruit $\beta > 1$. Ainsi, tout comme le système OSTBCM/MC-CDMA utilisant la technique MMSE, ce système exploite la diversité fréquentielle.

Les performances des deux systèmes OSTBCM/MC-CDMA étant optimales lorsque D_f est maximale ($D_f = N_p$), ces systèmes sont donc tributaires de la diversité fréquentielle offerte par le canal de transmission. Ce n'est pas le cas du système STTCM/MC-CDMA qui présente des performances optimales lorsque la diversité offerte par le canal n'est pas maximale, et qui n'utilise en aucune façon la diversité fréquentielle.

	MC-CDMA					
Codage	STTCM		OSTBCM			
Egalisation	–		MMSE optimal		ORC optimal	
$N_t \times N_r$	2×1	2×2	2×1	2×2	2×1	2×2
N_p	64		64		64	
N_u	64		64		64	
L_c	N_p/F_{d_f}		64		64	
Diversité spatio temporelle ($F_{d_{st}}$)	3	6	2	4	2	4
	$\delta_{Hmin}N_r$		N_tN_r		N_tN_r	
Diversité fréquentielle (F_{d_f})	$1 \leq F_{d_f} \leq 32$		64			
Diversité fréquentielle exploitée	1		$64 \rightarrow \beta_d$ $1 \rightarrow \beta$		$1 \rightarrow \beta_d$ $64 \rightarrow \beta$	
Gain en diversité (β_d)	3	6	128	256	2	4
Gain en rapport signal-à-bruit (β)	$\beta = \beta_c$		$\beta \leq 1$		$\beta \geq 1$	

TAB. 6.4 – Récapitulatif des caractéristiques des systèmes STTCM et OSTBCM dont les performances ont été comparées figure 6.22 pour un nombre de sous-porteuses $N_p = 64$

6.8 Conclusion

Nous avons tout d'abord vu dans ce chapitre que la combinaison des techniques MC-CDMA et des modulations OSTBCM permettait de tirer parti des avantages de chacune de ces techniques. Ainsi, tout en gardant la capacité d'accès multiple par répartition de codes et l'excellente efficacité spectrale de la technique MC-CDMA, cette combinaison profite notamment de la diversité spatiale maximale atteignable par la modulation OSTBCM et de la possibilité d'obtenir un décodage relativement simple grâce à l'orthogonalité des OSTBCM. Ainsi, cette combinaison permet d'améliorer sensiblement les performances en exploitant aussi bien la dimension fréquentielle que la dimension spatiale à l'émission et éventuellement en réception sans avoir besoin de connaître l'état du canal à l'émission. Cette combinaison est donc particulièrement intéressante dans le cas de la voie descendante des futurs systèmes cellulaires de communications hertziennes. Elle peut être notamment intéressante lorsque l'une des dimensions vient à ne plus être exploitable.

Après avoir présenté les différentes étapes de la chaîne OSTBCM/MC-CDMA où nous avons notamment appliqué la nouvelle écriture de la méthode de décodage des OSTBCM proposée au chapitre 3, nous avons ensuite étendu, à la dimension spatiale, quatre techniques de détection mono-utilisateurs du cas SISO qui furent rappelées au chapitre 5. Les techniques MRC et EGC sont similaires à celles du cas SISO tandis que les techniques ORC et MMSE sont spécifiques aux configurations MISO et MIMO et doivent être développées en tenant compte de l'ensemble des signaux reçus en espace et en temps sur une longueur de trame L . Les résultats obtenus montrent que quelle que soit la technique utilisée, mise à part la technique EGC, les performances de la technique MC-CDMA du cas SISO sont améliorées par sa combinaison avec la modulation OSTBCM. En normalisant la puissance reçue par le nombre d'antennes de réception, nous avons montré, en comparant ces résultats avec ceux obtenus par la technique MC-CDMA étudiée dans une configuration SIMO, que la plupart de ces techniques exploitaient le gain de diversité spatiale maximal disponible. Comme dans le cas SISO, la technique MMSE présente les meilleures performances parmi les techniques mono-utilisateurs étudiées, néanmoins son gain de performance par rapport à la technique ORC tend à s'amenuiser lorsque l'ordre de diversité totale (spatiale et fréquentielle) disponible augmente. En effet, même si la technique ORC n'exploite que la diversité spatiale au contraire de la technique MMSE qui exploite toute la diversité disponible, elle tend, comme la technique MMSE, à éviter toutefois une amplification du bruit qui, combinée à la suppression de l'IAM, conduit à un gain en rapport signal-à-bruit. Ce résultat est particulièrement intéressant car la technique ORC évite l'estimation du rapport signal à bruit requise par la technique MMSE.

Après avoir été étudiées avec le code d'Alamouti pour $N_t = 2$, les deux meilleures techniques mono-utilisateurs, ORC et MMSE, sont ensuite appliquées aux modulations OSTBCM de rendement 0.5, proposées par Tarokh pour $N_t = 3$ ou 4. Ces systèmes sont ensuite étudiés en association avec un turbo-code convolutif duo binaire de rendement 1/2. Les très bonnes performances obtenues, sans codage de canal, par le système OSTBCM/MC-CDMA utilisant le code d'Alamouti avec deux antennes de réception, sont ici confirmées avec le turbo-code. En particulier, ce schéma $\mathcal{G}_2^c \times 2$ avec une QPSK est bien plus performant que les schémas $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ avec une 16-QAM tout en offrant la même efficacité

spectrale. On peut donc dire que la redondance sera toujours mieux exploitée par un codage de canal comme un turbo-code que par le code temps-espace. Ceci confirme encore tout l'intérêt d'utiliser des codes temps-espace de rendement unitaire, comme le code d'Alamouti, voire supérieur.

Pour construire des techniques multi-utilisateurs linéaires, le critère de l'erreur quadratique moyenne a ensuite été réappliqué en tenant compte, cette fois-ci, de la connaissance en réception des codes de l'ensemble des utilisateurs actifs. L'approche ici est donc matricielle au contraire des techniques de détection mono-utilisateurs précédemment étudiées. A nouveau les techniques développées sont spécifiques à la configuration MISO ou MIMO étudiées. Ainsi, on ne peut pas réutiliser en MIMO, sur chacune des antennes de réception, les techniques développées en MISO. Pour chacune de ces configurations, plusieurs techniques MMSE MD ont été obtenues, selon que le filtre de Wiener est appliqué sur les signaux reçus, sur les signaux en sortie du filtre adapté au canal ou sur ceux en sortie du filtre adapté au signal. Dans tous les cas, les performances atteintes sont les mêmes sauf que la taille de la matrice à inverser pour calculer la matrice d'égalisation peut être réduite si le filtre adapté au signal est appliqué avant le filtrage de Wiener. De façon analogue au cas SISO, les techniques MMSE MD et MMSE SD présentent les mêmes performances lorsque le système est à pleine charge. Dans le cas contraire, les techniques MMSE MD présentent les meilleures performances. Toutefois, notons que le gain de performances entre les techniques MMSE MD d'une part, et MMSE SD et ORC d'autre part, tend à s'amenuiser notamment lorsque la diversité spatiale présente augmente.

Pour évaluer complètement la robustesse de ces techniques en prenant notamment en compte la corrélation spatiale et fréquentielle et la non-constance du canal sur la longueur L de la trame émise, nous avons étudié ces différentes techniques en utilisant le modèle de canal METRA associé aux paramètres BRAN A. Que ce soit dans les configurations MISO ou MIMO, les bonnes performances de la technique MMSE SD, de la technique MMSE SD (2) en particulier, mesurées sur canal de Rayleigh sont à nouveau confirmées lorsque les canaux sont parfaitement estimés et parfaitement décorrélés. Dans le cas réaliste correspondant aux canaux corrélés avec une séparation respective de 1.5λ et 0.4λ entre les antennes d'émission et de réception, la perte de performances comparativement au cas parfaitement décorrélé est inférieure à 1 dB pour un $\text{TEB}=10^{-3}$. A pleine charge, quelles que soient les configurations spatiales (nombre d'antenne, corrélation spatiale), les techniques MMSE MD et SD présentent les mêmes performances à pleine charge. Par ailleurs, lorsque l'ordre de diversité spatiale augmente, les performances atteintes par la technique ORC tendent, comme sur le canal de Rayleigh, vers celles de la technique MMSE SD. Ces techniques ont ensuite été étudiées lorsque le canal n'est pas parfaitement estimé afin de mettre en avant la dégradation des performances qui est engendrée lorsque la vitesse augmente.

Alors que les systèmes OSTBCM/MC-CDMA sont utilisables sur des canaux à évènements décorrélés par sous-porteuse ou par bloc de sous-porteuses, les systèmes STTCM/MC-CDMA seront performants si et seulement si chaque donnée est étalée sur un bloc de sous-porteuses affectées par le même évènement. Dans ce cas, l'opération de désétalement peut être effectuée sans aucune étape antérieure d'égalisation. L'opération de décodage correspond alors à celle réalisée en l'absence de modulation multiporteuse.

Les performances des systèmes STTCM/MC-CDMA sont donc équivalentes à celles d'une modulation STTCM, et ce quelle que soit la charge du système puisqu'il n'y a pas d'IAM. Ainsi, sur ce type de canaux, *l'écart de performances entre les systèmes STTCM/MC-CDMA et OSTBCM/MC-CDMA s'accroît lorsque la diversité fréquentielle diminue, et cette fois-ci à l'avantage des systèmes STTCM/MC-CDMA*. Les systèmes comparés ne sont cependant pas équivalents en terme de complexité et le comparatif final en terme de rapport complexité/performance ne sera fondé qu'une fois les techniques de codage externe choisies.

Les résultats présentés dans ce chapitre concernant la combinaison des systèmes MC-CDMA avec le codage d'Alamouti pour des configurations MISO et MIMO, où des techniques de détection mono-utilisateurs sont utilisés, ont fait l'objet de deux communications [AH02] [HBA02]. L'extension de cette combinaison à d'autres OSTBCM, en proposant notamment une nouvelle écriture de la méthode de décodage des OSTBCM, a donné lieu, elle-aussi, à deux communications [ABH03] [NAH⁺03]. Finalement, l'étude de techniques multi-utilisateurs basées sur le critère de l'erreur quadratique moyenne ainsi que l'évaluation de leurs performances sur le canal MIMO en présence ou non de corrélation spatiale a fait l'objet d'une communication [ABH03] et d'une publication dans la revue « *European Transactions on Telecommunications* » [ABH04]. L'étude de la combinaison STTCM/MC-CDMA a, quant à elle, donné lieu à une publication soumise dans la revue « *Electronics letters* » [BH04].

Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse a porté sur l'étude et l'optimisation de l'association de deux techniques actuellement très prometteuses, à savoir les systèmes à modulation à porteuses multiples et à accès multiple par répartition de code, et les techniques de codage temps-espace pour des configurations MIMO. La première est ainsi fortement pressentie pour la réalisation de la couche physique des futurs réseaux sans fil de quatrième génération. La seconde, quant à elle, promet de révolutionner les communications notamment pour les réseaux locaux sans fil en « *indoor* », les réseaux d'accès sans fil, ainsi que pour les réseaux sans fil métropolitains pour la voix et les données.

Les principaux phénomènes caractérisant le canal de propagation radio-électrique ont tout d'abord été rappelés au chapitre 1. Une attention toute particulière a été accordée à la description du canal selon la dimension spatiale conduisant tout naturellement à la notion de canal MIMO. Les caractéristiques des canaux MIMO théorique et réaliste, en particulier du canal à évanouissements de Rayleigh et du modèle de canal stochastique non-directionnel METRA, sont finalement présentées.

Nous avons ensuite vu au chapitre 2 qu'exploiter la diversité spatiale pouvait être particulièrement intéressant pour combattre les évanouissements induits par la présence de trajets multiples, dans le cas de canaux où ni la diversité temporelle, ni la diversité fréquentielle ne peuvent être exploitées. Un panorama rapide des techniques MIMO existantes a alors été présenté, selon la connaissance ou non, à l'émission et en réception, d'information d'état du canal. Par la suite, en nous plaçant dans le contexte de la voie descendante, nous avons restreint notre étude au cas où la connaissance du canal était disponible uniquement en réception, *i.e.* au niveau du terminal mobile. Sous cette hypothèse, nous distinguons les solutions qui cherchent à maximiser la capacité de transmission de celles qui sont construites pour minimiser la probabilité d'erreur. Les calculs de la capacité des canaux MIMO et les critères de minimisation de la probabilité d'erreur sont ensuite décrits. Ils permettent de construire les techniques temps-espace disposant de l'information du canal uniquement en réception. Ainsi, parmi la multiplicité des techniques MIMO, deux familles de codes temps-espace construits pour optimiser en priorité la probabilité d'erreur sont retenues : les codes temps-espace en blocs (STBC) et les codes temps-espace en treillis (STTC).

Le chapitre 3 présente tout d'abord un état de l'art des codes STBC que nous avons cherché à rendre relativement exhaustif. Nous distinguons les STBC qui privilégient l'exploitation de la diversité spatiale de ceux qui privilégient le rendement du code. Nous

nous sommes tout particulièrement intéressés aux constructions orthogonales OSTBCM qui ont les remarquables propriétés d'offrir une diversité spatiale d'émission maximale et l'absence d'interférence qui permet un décodage ML simplifié. Dans un tel cas, il est rappelé que ces constructions ne sont de rendement 1 et à longueur L de trame minimale uniquement pour un nombre d'antenne d'émission $N_t = 2$, ce qui correspond au code d'Alamouti. Les formules générales de décodage des OSTBCM étant relativement contraignantes à utiliser, nous proposons tout d'abord une nouvelle écriture de la méthode de décodage. Puis, pour $N_t = 3$ et $N_t = 4$, nous proposons quatre nouvelles modulations OSTBCM de rendement 0,5 construites à partir de constructions orthogonales réelles et offrant les mêmes performances, mais un retard de décodage plus faible, que des OSTBCM déjà existantes. En particulier, deux d'entre elles sont optimales vis-à-vis de ce retard de décodage pour la valeur de N_t donnée et sont à puissance équirépartie si la constellation utilisée est à symboles d'amplitude constante. Finalement, nous pouvons dire que les modulations codées en blocs, notamment lorsqu'elles sont orthogonales, constituent une technique de codage intéressante pour des canaux à plusieurs antennes émettrices puisqu'elles permettent d'exploiter au maximum la diversité spatiale offerte par le système lorsque la CSI est disponible uniquement en réception.

Dans le chapitre 4, nous nous sommes intéressés à la construction et aux performances des modulations codées STTCM. Comparées aux OSTBCM, les STTCM apportent à la fois un gain de diversité spatial qui peut être maximal et un gain de codage. Comme les OSTBCM, elles sont de rendement unitaire et ne requièrent qu'une seule antenne en réception pour être décodées, l'ajout d'antennes supplémentaires en réception ne faisant qu'améliorer le gain de diversité spatiale en réception. Après un état de l'art relativement complet, une de nos contributions dans ce travail a consisté tout d'abord à chercher à uniformiser les représentations des différents codes afin de faciliter leur comparaison. Pour cela, le formalisme adopté repose sur une notation polynômiale. Les différents codes existants dans la littérature pour $N_t = 2$ ont ainsi pu être testés et comparés sur canaux à évanouissements lents ou rapides. Ces résultats nous ont notamment permis de valider les algorithmes de codage et de décodage des modulations STTCM développés au sein du laboratoire. Cette étude a montré en particulier que les codes optimisés selon le critère de la trace présentaient les meilleures performances aussi bien sur canaux à évanouissements lents que rapides même si habituellement, ces codes ne sont étudiés dans la littérature que sur des évanouissements lents. Ces travaux ont ensuite été poursuivis au sein du laboratoire par la recherche systématique de nouveaux codes temps-espace en treillis. Celle-ci a permis d'une part de trouver de nouveaux codes aux performances similaires voire meilleures que ceux présentés dans la littérature, et d'autre part de proposer de nouveaux critères de sélection des modulations STTCM.

Après avoir vu que les techniques de codage temps-espace exploitaient efficacement les trajets multiples, nous avons ensuite rappelé au chapitre 5 les principes d'une autre technique qui lutte efficacement contre les évanouissements, à savoir la technique MC-CDMA. De même que les techniques MC-DS-CDMA, MT-CDMA, et SS-MC-MA, la technique MC-CDMA repose sur la combinaison de l'accès multiple par répartition de codes et des modulations à porteuses multiples, *i.e.* de l'OFDM. La technique MC-CDMA offre notamment un excellent rapport performance/complexité tout en atteignant de bonnes efficacités spectrales. Pour cette raison, la suite de ce mémoire de thèse a été consacrée à l'optimi-

sation des systèmes MC-CDMA, en voie descendante, par l'exploitation de la dimension spatiale à l'émission et éventuellement en réception. Après avoir rappelé les techniques mono-utilisateurs et multi-utilisateurs habituellement mises en oeuvre dans les récepteurs MC-CDMA, les résultats que nous avons retrouvés tant sur le canal de Rayleigh que sur le canal BRAN A ont montré que les détecteurs basés sur le critère de l'erreur quadratique moyenne offrent les meilleures performances quelle que soit la structure linéaire ou non-linéaire du récepteur. Ces différents résultats obtenus pour une configuration SISO ont servi, par la suite, de référence pour les performances des systèmes MC-CDMA étudiés dans une configuration MIMO.

Exploitant principalement la dimension spatiale, les codes temps-espace peuvent être notamment concaténés à des techniques multiporteuses du type OFDM pour exploiter la dimension fréquentielle. De même, ces codes temps-espace, optimisés dans un contexte mono-utilisateur, peuvent être étendus au contexte multi-utilisateur en les combinant à des techniques d'accès multiples, en particulier à la technique CDMA. Il apparaît alors particulièrement intéressant de chercher à combiner codage temps-espace, technique multiporteuse et technique CDMA afin de chercher à exploiter au mieux l'ensemble des dimensions offertes par le canal.

Ainsi, dans le chapitre 6, nous avons cherché à combiner respectivement les modulations OSTBCM et STTCM aux techniques MC-CDMA. Cette combinaison allie la capacité d'accès multiple par répartition de codes et l'excellente efficacité spectrale de la techniques MC-CDMA, à la diversité spatiale maximale et au décodage relativement simple fournis par la modulation OSTBCM. Ainsi, cette combinaison permet d'améliorer sensiblement les performances en exploitant aussi bien la dimension fréquentielle que la dimension spatiale à l'émission et éventuellement en réception sans connaissance de l'état du canal à l'émission. Les systèmes OSTBCM/MC-CDMA sont donc particulièrement intéressants dans le cas de la voie descendante des futurs systèmes cellulaires de communications hertziennes, notamment lorsque l'une des dimensions vient à ne plus être exploitable.

La chaîne OSTBCM/MC-CDMA a tout d'abord été présentée en appliquant la nouvelle écriture de la méthode de décodage des OSTBCM proposée au chapitre 3. Les quatre techniques de détection mono-utilisateurs pour une configuration SISO qui furent rappelées au chapitre 5 sont ensuite étendues à la dimension spatiale. Il est montré que les techniques MRC et EGC utilisent les mêmes coefficients d'égalisation que ceux du cas SISO, tandis que les coefficients des techniques ORC et MMSE sont spécifiques aux configurations MISO et MIMO et doivent être développés en tenant compte de l'ensemble des signaux reçus en espace et en temps sur une longueur L de trame. Par ailleurs, quelle que soit la technique utilisée mise à part la technique EGC, la technique MC-CDMA obtient de meilleures performances lorsqu'elle est combinée avec la modulation OSTBCM. En particulier, parmi les techniques mono-utilisateurs étudiées, la technique MMSE présente, comme dans le cas SISO, les meilleures performances. Néanmoins, son gain de performance par rapport à la technique ORC tend à s'amenuiser lorsque l'ordre de diversité totale (spatial et fréquen-

tiel) disponible augmente. Ce résultat est particulièrement intéressant car la technique ORC évite l'estimation du rapport signal à bruit requise par la technique MMSE.

Les deux meilleures techniques mono-utilisateurs, ORC et MMSE, appliquées aux systèmes OSTBCM/MC-CDMA pour $N_t = 2, 3$ ou 4 sont comparées en association ou non avec un turbo-code convolutif duo-binaire de rendement $1/2$. Il est notamment montré que le schéma $\mathcal{G}_2^c \times 2$ avec une QPSK est bien plus performant que les schémas $\mathcal{G}_3^c \times 1$ et $\mathcal{G}_4^c \times 1$ avec une 16-QAM tout en offrant une même efficacité spectrale. Par ailleurs, les très bonnes performances obtenues, sans codage de canal, par le système OSTBCM/MC-CDMA utilisant le code d'Alamouti avec deux antennes de réception, sont ici confirmées avec le turbo-code. Il apparaît en particulier que la redondance est mieux exploitée par un codage de canal, comme un turbo-code, que par le code temps-espace. Pour toutes ces raisons, l'utilisation de codes temps-espace de rendement unitaire, comme le code d'Alamouti, voire supérieur doit être privilégiée.

La technique mono-utilisateur MMSE SD est ensuite comparée à des techniques multi-utilisateurs linéaires MMSE MD que nous avons développées. Ces dernières tiennent compte de la connaissance en réception de l'ensemble des codes des utilisateurs actifs. A nouveau les techniques développées sont spécifiques à la configuration MISO ou MIMO étudiée. Pour chacune de ces configurations, plusieurs techniques MMSE MD ont été obtenues, selon que le filtre de Wiener est appliqué sur les signaux reçus, sur les signaux en sortie du filtre adapté au canal ou sur ceux en sortie du filtre adapté au signal. Les performances atteintes sont les mêmes sauf que la taille de la matrice à inverser pour calculer la matrice d'égalisation peut être réduite si le filtre adapté au signal est appliqué avant le filtrage de Wiener. De façon analogue au cas SISO, les techniques MMSE MD et MMSE SD présentent les mêmes performances lorsque le système est à pleine charge, tandis qu'à mi-charge, les techniques MMSE MD offrent, sur canal théorique, un gain d'environ 1 dB en MISO et moins de 0,5 dB en MIMO, pour un $\text{TEB}=10^{-3}$ et sans codage de canal. Toutefois, ce gain est plus faible qu'en SISO.

Ces études sur canaux théoriques sont complétées par l'évaluation des performances de ces systèmes en utilisant le modèle de canal METRA associé aux paramètres BRAN A. Les nouveaux résultats obtenus prennent ainsi en compte la corrélation fréquentielle, la présence ou non de corrélation spatiale, la non-constance du canal sur la longueur L de la trame émise, ainsi que l'influence d'une estimation imparfaite des canaux lorsque la vitesse augmente. Que ce soit dans les configurations MISO ou MIMO, les bonnes performances de la technique MMSE SD, en particulier de la technique MMSE SD (2), mesurées sur canal de Rayleigh, sont à nouveau confirmées lorsque les canaux sont parfaitement estimés et parfaitement décorrélés. A pleine charge, quelles que soient les configurations spatiales (nombre d'antenne, corrélation spatiale), les techniques MMSE MD et SD présentent les mêmes performances à pleine charge. Par ailleurs, lorsque l'ordre de diversité spatiale augmente, les performances atteintes par la technique ORC tendent, comme sur le canal de Rayleigh, vers celles de la technique MMSE SD.

Après avoir obtenus de très bons résultats avec la combinaison OSTBCM/MC-CDMA, nous avons poursuivi l'étude de la combinaison des techniques MC-CDMA avec les modulations STTCM, qui offrent quant à elles, un gain de codage, comme nous l'avons vu

au chapitre 4. Dans le cas où les évanouissements affectant les différentes sous-porteuses sont parfaitement décorrélés, la seule solution qui offre de bonnes performances avec les systèmes STTCM/MC-CDMA est d'appliquer le critère du maximum de vraisemblance en contexte multi-utilisateurs afin de décoder tous les utilisateurs en même temps, ce qui n'est pas envisageable pour des raisons de complexité. En revanche, sur des canaux à évanouissements décorrélés par blocs de sous-porteuses, où l'opération de désétalement peut être effectuée sans aucune étape antérieure d'égalisation, l'opération de décodage correspond alors à celle réalisée en l'absence de modulation multiporteuse. Les performances du système STTCM/MC-CDMA sont alors équivalentes à celles d'une modulation STTCM, et ce quelle que soit la charge du système puisqu'il n'y a pas d'IAM. Ainsi, sur ce type de canaux, l'écart de performances entre les systèmes STTCM/MC-CDMA et OSTBCM/MC-CDMA s'accroît lorsque la diversité fréquentielle diminue, et cette fois-ci à l'avantage du système STTCM/MC-CDMA.

Ces travaux ont donné lieu à l'écriture, en tant qu'auteur principal ou co-auteur, de deux communications nationales, cinq communications internationales, d'une publication dans la revue « *European Transactions on Telecommunications* » et d'une publication soumise à la revue « *Electronics Letters* ».

En outre, ce travail a été mené dans le cadre d'une étroite collaboration avec le laboratoire FT R&D et a permis de contribuer au projet européen MATRICE.

Par ailleurs, un brevet, dont je suis co-auteur et intitulé « Procédé d'émission d'un signal dans un système multi-antennes, signal et procédé d'estimation d'au moins un canal de transmission correspondants », est en cours de dépôt par FT R&D dans le cadre de cette collaboration. Il porte sur un procédé original d'estimation du canal MIMO.

Perspectives

A l'issue des travaux menés dans le cadre de cette thèse, les différents axes d'étude abordés conduisent à des perspectives nombreuses et variées.

Un premier axe d'étude consiste à rechercher des schémas de codage temps-espace offrant des rendements supérieurs, afin de privilégier les débits des futurs systèmes proposés en voie descendante pour les réseaux cellulaires de 4^{ième} génération. Effectivement, nous avons vu que les codes de rendement 1, orthogonaux quelle que soit la constellation complexe utilisée, n'existent que pour $N_t = 2$. Il est possible de construire des schémas à partir de codes à dispersion linéaire LD offrant des rendements plus élevés mais au prix de la perte de l'orthogonalité. Dans ce cas, un accent particulier doit être mis sur la recherche du meilleur compromis performance/complexité afin d'éviter l'utilisation d'un décodage ML trop complexe. Une autre façon d'augmenter les débits est de chercher à combiner les systèmes de multiplexage, *e.g.* de type BLAST et de codes temps-espace en blocs. Enfin, il est possible de combiner les systèmes de précodage linéaire et les techniques de codage temps-espace en blocs. Dans tous ces cas, les techniques de décodage devront être op-

timisés. En particulier, on peut imaginer des schémas itératifs de décodage permettant d'optimiser les performances.

Les différents schémas étudiés ont été testés en considérant une estimation parfaite du canal MIMO. Une évaluation finale des performances des schémas MIMO/MC-CDMA doit prendre en compte les fonctions d'estimation du canal MIMO dans un contexte multi-utilisateur. Généralement, dans les systèmes multiporteuses ces techniques s'appuient sur l'insertion de porteuses de référence insérées dans le peigne de sous-porteuses. En voie descendante, le même jeu de sous-porteuses peut être utilisé par les N_u utilisateurs. Une optimisation de la répartition selon les caractéristiques du canal devra être recherchée en prenant bien évidemment en compte la dimension spatiale. Des techniques d'estimation du canal offrant les meilleurs compromis performance/complexité devront être étudiées.

Aujourd'hui, on peut dire que les techniques MIMO/MC-CDMA s'affirment comme des solutions candidates à très fort potentiel pour la voie descendante des futurs systèmes de 4^{ème} génération de réseaux cellulaires. Elles font actuellement l'objet de propositions au sein de différents projets européens, *e.g.* MATRICE et 4MORE, et de discussions au sein de différentes instances telles que WWRF (« *Wireless World Research Forum* »). Qui plus est, elles sont fortement pressenties au Japon et sont notamment proposées par NTT DoCoMo.

En revanche, en voie montante, l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance des solutions MC-CDMA classiquement proposées sont fortement diminuées par l'insertion nécessaire, dans le peigne de sous-porteuses, d'un très grand nombre de symboles de référence afin d'estimer la réponse des N_u canaux reliant les N_u utilisateurs à la station de base, chaque utilisateur utilisant un jeu spécifique de porteuses de référence. Des travaux supplémentaires sont donc nécessaires pour rechercher la solution combinant les techniques MIMO/OFDM/CDMA qui offrira le meilleur compromis complexité/performance. Notamment, des systèmes reposant sur l'utilisation des techniques MC-SS-MA, pour lesquelles les données étalées de chaque usager sont portées par un jeu spécifique de sous-porteuses, permettraient de faciliter la mise en œuvre des fonctions d'estimation de canal et de synchronisation temporelle et fréquentielle.

Annexe A

Rappel sur le calcul des performances des codes temps-espace

A.1 Canal à évanouissements lents

Effectuons le calcul de la probabilité d'erreur par paire dans le cas des canaux à évanouissements lents [TSC98]¹. Les coefficients d'atténuation du canal sont constants sur une trame et varient d'une trame à l'autre. Sachant que les atténuations h_{rt} ne dépendent donc pas de l'indice temporel l , l'expression de la distance Euclidienne entre deux codes temps-espace en réception devient alors :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left| \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt} (x_t^l - \hat{x}_t^l) \right|^2 \quad (\text{A.1})$$

Définissons la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ comme étant la **matrice différence des mots de codes** entre les matrices $\hat{\mathbf{X}}$ et $\mathbf{X}$ de taille $N_t \times L$ qui correspondent respectivement aux signaux détectés et à ceux transmis par les N_t antennes pendant L durées symboles. La matrice des différences s'écrit :

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^1 - x_1^1 & \hat{x}_1^2 - x_1^2 & \dots & \dots & \hat{x}_1^L - x_1^L \\ \hat{x}_2^1 - x_2^1 & \hat{x}_2^2 - x_2^2 & \dots & \dots & \hat{x}_2^L - x_2^L \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \hat{x}_{N_t}^1 - x_{N_t}^1 & \hat{x}_{N_t}^2 - x_{N_t}^2 & \dots & \dots & \hat{x}_{N_t}^L - x_{N_t}^L \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

1. Des développements plus détaillés de ces calculs peuvent être trouvés notamment dans [Lam00].

Appelons $\mathbf{A}$ la **matrice des distances des codes**, matrice carrée de dimension $N_t \times N_t$, résultant du produit de $\mathbf{B}$ par $\mathbf{B}$ transposée conjuguée, notée $\mathbf{B}^H$, c'est à dire :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{B}\mathbf{B}^H \quad (\text{A.3})$$

Notons $\mathbf{h}_r = [h_{r1} h_{r2} \cdots h_{rN_t}]$ la $r^{\text{ième}}$ ligne de la matrice de transfert $\mathbf{H}$, *i.e.* les N_t canaux vus par la l'antenne d'indice r . On transforme alors la borne supérieure à la probabilité d'erreur (2.35) pour obtenir la relation [TSC98] :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{H}) \leq \prod_{r=1}^{N_r} \exp \left(-\mathbf{h}_r \mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \mathbf{h}_r^H \frac{E_x}{4N_0 N_t} \right) \quad (\text{A.4})$$

On peut montrer que la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est hermitienne [TSC98], ce qui permet de la diagonaliser grâce à une décomposition en valeurs propres réelles. On a donc :

$$\mathbf{V}\mathbf{A}\mathbf{V}^H = \mathbf{D} \quad (\text{A.5})$$

avec, $\mathbf{V}$ matrice $N_t \times N_t$ des vecteurs propres de $\mathbf{A}$, et $\mathbf{D}$ matrice diagonale $N_t \times N_t$ composée des valeurs propres réelles λ_m^e de $\mathbf{A}$. En posant $\mathbf{h}_r \mathbf{V}^H = [\beta_{r1} \beta_{r2} \cdots \beta_{rN_t}]$, on a finalement [TSC98] :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{H}) \leq \prod_{r=1}^{N_r} \exp \left(-\frac{E_x}{4N_0 N_t} \sum_{t=1}^{N_t} \lambda_t^e |\beta_{rt}|^2 \right) \quad (\text{A.6})$$

On peut alors montrer [TSC98] que les échantillons $|\beta_{rt}|$ suivent une loi de Rayleigh. On calcule l'espérance de (A.6) pour obtenir la borne supérieure de la probabilité d'erreur :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left(\frac{1}{\prod_{t=1}^{N_t} \left(1 + \lambda_t^e \frac{E_x}{4N_0 N_t} \right)} \right)^{N_r} \quad (\text{A.7})$$

Notons $r_{\mathbf{A}}$ le rang de la matrice $\mathbf{A}$. On peut alors affirmer que $\mathbf{A}$ possède exactement $N_t - r_{\mathbf{A}}$ valeurs propres nulles, et donc (A.7) peut finalement s'écrire pour de *forts RSB*, de *faibles valeurs* $r_{\mathbf{A}} N_r$ et pour des signaux M-PSK :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left[\underbrace{\left(\prod_{m=1}^{r_{\mathbf{A}}} \lambda_m^e \right)^{\frac{1}{r_{\mathbf{A}}}}}_{\text{gain de codage}} \frac{E_x}{4N_0 N_t} \right]^{\underbrace{-r_{\mathbf{A}} N_r}_{\text{gain de diversité}}} \quad (\text{A.8})$$

Dans le cas des évanouissements lents, la probabilité d'erreur par paire peut être écrite aussi sous forme matricielle [BTT01] :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) = E_{\mathbf{H}} \left[Q \left(\frac{\|\mathbf{H}(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})\|}{\sqrt{2N_0}} \right) \right] \leq E_{\mathbf{H}} \left[\exp(-\|\mathbf{H}(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})\|^2 / 4N_0N_t) \right] \quad (\text{A.9})$$

Puisque $\|\mathbf{H}(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})\|^2 = \text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{H}(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H)$, la borne de la probabilité d'erreur par paire s'écrit :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \det \left[\mathbf{I}_{N_t} + (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H / 4N_tN_0 \right]^{-1} \quad (\text{A.10})$$

A.2 Canal à évanouissements rapides

Supposons maintenant que les atténuations du canal varient d'une durée symbole à l'autre. Sachant que les atténuations h_{rt} du canal varient dans le temps et dépendent donc de l'indice temporel l , la distance euclidienne $\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ s'écrit alors :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left| \sum_{t=1}^{N_t} h_{rt}^l (x_t^l - \hat{x}_t^l) \right|^2 \quad (\text{A.11})$$

En notant $\mathbf{h}_r^l = [h_{r1}^l h_{r2}^l \cdots h_{rN_t}^l]$ la $r^{\text{ième}}$ ligne de la matrice de transfert $\mathbf{H}$ à l'instant l , *i.e.* le vecteur de l'ensemble des évanouissements reliant les N_t antennes d'émission à la $r^{\text{ième}}$ antenne de réception, et en définissant la matrice carrée $\mathbf{C}^l$ de taille $N_t \times N_t$ comme étant égale à :

$$\mathbf{C}^l = \begin{bmatrix} (x_1^l - \hat{x}_1^l)(x_1^l - \hat{x}_1^l)^* & \cdots & \cdots & (x_1^l - \hat{x}_1^l)(x_{N_t}^l - \hat{x}_{N_t}^l)^* \\ (x_2^l - \hat{x}_2^l)(x_1^l - \hat{x}_1^l)^* & \cdots & \cdots & (x_2^l - \hat{x}_2^l)(x_{N_t}^l - \hat{x}_{N_t}^l)^* \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ (x_{N_t}^l - \hat{x}_{N_t}^l)(x_1^l - \hat{x}_1^l)^* & \cdots & \cdots & (x_{N_t}^l - \hat{x}_{N_t}^l)(x_{N_t}^l - \hat{x}_{N_t}^l)^* \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

où $(\cdot)^*$ désigne la conjugaison complexe. Notons que cette matrice $\mathbf{C}^l$ correspond à la matrice $\mathbf{A}$ dans le cas particulier où $L = 1$.

L'expression de la borne supérieure à la probabilité d'erreur (2.35) se réécrit [TSC98], avec $[\cdot]^H$ pour désigner l'opération transposée conjuguée :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{H}) \leq \exp \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L -\mathbf{h}_r^l \mathbf{C}^l (\mathbf{h}_r^l)^H \frac{E_x}{4N_0N_t} \right) \quad (\text{A.13})$$

On montre [TSC98] qu'il existe une matrice unitaire $\mathbf{V}^l$ et une matrice diagonale $\mathbf{D}^l$ telles que l'on puisse écrire $\mathbf{C}^l = \mathbf{V}^l \mathbf{D}^l (\mathbf{V}^l)^H$. Les éléments diagonaux de $\mathbf{D}^l$ sont les valeurs propres réelles de $\mathbf{C}^l$ notés $(\lambda_m^e)^l$. Posons alors $\mathbf{h}_r^l \mathbf{V}^l = [\beta_{r1}^l \beta_{r2}^l \cdots \beta_{rN_t}^l]$. Les échantillons $|\beta_{rt}^l|$ suivent une loi de Rayleigh, ce qui permet de moyenner (A.13) conformément

à la distribution de Rayleigh (1.38). On trouve le résultat suivant [TSC98] :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \prod_{m,l} \left(1 + (\lambda_m^e)^l \frac{E_x}{4N_0 N_t} \right)^{-N_r} \quad (\text{A.14})$$

Notons $\mathbf{x}^l$ le symbole à N_t dimensions émis à chaque instant l par les N_t antennes d'émission, ce qui correspond à la $l^{\text{ième}}$ colonne de $\mathbf{X}$, c'est à dire :

$$\mathbf{x}^l = [x_1^l x_2^l \cdots x_{N_t}^l]^T \quad (\text{A.15})$$

En examinant la structure de $\mathbf{C}^l$, on se rend compte [TSC98] que $\mathbf{C}^l$ est composée de colonnes qui sont des multiples du même vecteur $(\mathbf{x}^l - \hat{\mathbf{x}}^l)$. Cette matrice a donc un rang de 1. Une seule des valeurs propres $(\lambda_m^e)^l$ est alors non nulle et vaut $(\lambda_m^e)^l = |\mathbf{x}^l - \hat{\mathbf{x}}^l|^2$. On en conclut que :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \prod_{l=1}^L \left(1 + |\mathbf{x}^l - \hat{\mathbf{x}}^l|^2 \frac{E_x}{4N_0 N_t} \right)^{-N_r} \quad (\text{A.16})$$

Notons $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ la **distance de Hamming** entre les séquences $\mathbf{X}$ et $\hat{\mathbf{X}}$ de L symboles définis sur un alphabet à N_t dimensions. Autrement dit, $d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ est le nombre de durées symboles sur lesquelles ces deux mots de codes diffèrent, *i.e.* telles que $|\mathbf{x}^l - \hat{\mathbf{x}}^l| \neq \mathbf{0}$. On a finalement :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left(\prod_{\substack{l=1 \\ \mathbf{x}^l \neq \hat{\mathbf{x}}^l}}^L |\mathbf{x}^l - \hat{\mathbf{x}}^l|^2 \right)^{-N_r} \left(\frac{E_x}{4N_0 N_t} \right)^{-N_r d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})} \quad (\text{A.17})$$

Définissons alors la **distance produit** $d_P^{(N_t)^2}$ comme étant le produit des distances euclidiennes entre les symboles temps-espace à N_t dimensions de deux séquences de longueur L lorsque ces symboles sont différents. La distance produit s'écrit donc :

$$d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \prod_{\substack{l=1 \\ \mathbf{x}^l \neq \hat{\mathbf{x}}^l}}^L \left(\sum_{t=1}^{N_t} |x_t^l - \hat{x}_t^l|^2 \right) \quad (\text{A.18})$$

L'équation (A.17) se réduit donc à l'inégalité suivante pour de *faibles valeurs* du facteur $N_r \cdot d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ et de *fortes valeurs* de RSB :

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \leq \left[\underbrace{\left(d_P^{(N_t)^2}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right)^{1/d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}}_{\text{gain de codage}} \frac{E_x}{4N_0N_t} \right]^{- \underbrace{N_r \cdot d_H^{(N_t)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})}_{\text{gain de diversité}}} \quad (\text{A.19})$$

Annexe B

Codes temps-espace : matrices génératrices pour les codes OSTBCM

B.1 Matrice génératrice proposée pour $N_t = 2$ et constellations complexes, matrice de canal équivalent et matrice d'égalisation

$$\begin{aligned}\mathbf{g}_2^{rc} &= \begin{bmatrix} s_1 + js_2 & -s_2 + js_1 & -s_3 + j(s_4) & -s_4 + j(-s_3) \\ s_3 + js_4 & -s_4 + js_3 & s_1 + j(-s_2) & s_2 + j(s_1) \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} x_1 & jx_1 & -x_2^* & -jx_2^* \\ x_2 & jx_2 & x_1^* & jx_1^* \end{bmatrix}^T\end{aligned}\tag{B.1}$$

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3^* \\ r_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ jh_1 & jh_2 \\ h_2^* & -h_1^* \\ -jh_2^* & jh_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\tag{B.2}$$

$$\mathbf{H}^H = \begin{bmatrix} h_1^* & -jh_1^* & h_2 & jh_2 \\ h_2^* & -jh_2^* & -h_1 & -jh_1 \end{bmatrix}\tag{B.3}$$

B.2 Matrice génératrice proposée pour $N_t = 3$, matrice de canal équivalent et matrice d'égalisation

$$\mathcal{G}_3^{rc} = \begin{bmatrix} s_1 + js_2 & -s_2 + js_1 & -s_3 + j(-s_4) & -s_4 + js_3 & \dots \\ s_3 + js_4 & s_4 + j(-s_3) & s_1 + js_2 & -s_2 + js_1 & \dots \\ s_5 + js_6 & s_6 + j(-s_5) & s_7 + js_8 & s_8 + j(-s_7) & \dots \\ \dots - s_5 + j(-s_6) & -s_6 + js_5 & -s_7 + js_8 & -s_8 + j(-s_7) & \\ \dots s_7 + j(-s_8) & -s_8 + js_7 & s_5 + j(-s_6) & s_6 + js_5 & \\ \dots - s_1 + js_2 & -s_2 + js_1 & -s_3 + js_4 & -s_4 + j(-s_3) & \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7^* \\ r_8^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & 0 \\ jh_1 & -jh_2 & -jh_3 & 0 \\ h_2 & -h_1 & 0 & h_3 \\ jh_2 & jh_1 & 0 & -jh_3 \\ h_3 & 0 & -h_1 & -h_2 \\ jh_3 & 0 & jh_3 & jh_2 \\ 0 & -h_3^* & h_2^* & -h_1^* \\ 0 & jh_3^* & -jh_2^* & jh_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{H}^H = \begin{bmatrix} h_1^* & -jh_1^* & h_2^* & -jh_2^* & h_3^* & -jh_3^* & 0 & 0 \\ h_2^* & jh_2^* & -h_1^* & -jh_1^* & 0 & 0 & -h_3 & -jh_3 \\ h_3^* & jh_3^* & 0 & 0 & -h_1^* & -jh_1^* & h_2 & jh_2 \\ 0 & 0 & h_3^* & jh_3^* & -h_2^* & -h_2^* & -h_1 & -jh_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

B.3 Matrice génératrice proposée pour $N_t = 3$, matrice de canal équivalent et matrice d'égalisation

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_4^{rc} &= \begin{bmatrix} s_1 + js_2 & s_3 + js_4 & s_5 + js_6 & s_7 + js_8 \\ -s_2 + js_1 & s_4 + j(-s_3) & s_6 + j(-s_5) & -s_8 + js_7 \\ -s_3 + j(-s_4) & s_1 + j(s_2) & s_7 + j(s_8) & -s_5 + j(-s_6) \\ -s_4 + js_3 & -s_2 + js_1 & s_8 + j(-s_7) & s_6 + j(-s_5) \\ -s_5 + j(-s_6) & -s_7 + j(-s_8) & s_1 + js_2 & s_3 + js_4 \\ -s_6 + js_5 & -s_8 + js_7 & -s_2 + js_1 & -s_4 + js_3 \\ -s_7 + js_8 & s_5 + j(-s_6) & -s_3 + js_4 & s_1 + j(-s_2) \\ -s_8 + j(-s_7) & s_6 + js_5 & -s_4 + j(-s_3) & s_2 + js_1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ jx_1 & -jx_2 & -jx_3 & jx_4 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 \\ jx_2 & jx_1 & -jx_4 & -jx_3 \\ -x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 \\ jx_3 & jx_4 & jx_1 & jx_2 \\ -x_4^* & x_3^* & -x_2^* & x_1^* \\ -jx_4^* & jx_3^* & -jx_2^* & jx_1^* \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7^* \\ r_8^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ jh_1 & -jh_2 & -jh_3 & jh_4 \\ h_2 & -h_1 & -h_4 & h_3 \\ jh_2 & jh_1 & -jh_4 & -jh_3 \\ h_3 & h_4 & -h_1 & -h_2 \\ jh_3 & jh_4 & jh_1 & jh_2 \\ h_4^* & -h_3^* & h_2^* & -h_1^* \\ -jh_4^* & jh_3^* & -jh_2^* & jh_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{H}^H = \begin{bmatrix} h_1^* & -jh_1^* & h_2^* & -jh_2^* & h_3^* & -jh_3^* & h_4 & jh_4 \\ h_2^* & jh_2^* & -h_1^* & -jh_1^* & h_4^* & -jh_4^* & -h_3 & -jh_3 \\ h_3^* & jh_3^* & -h_4^* & jh_4^* & -h_1^* & -jh_1^* & h_2 & jh_2 \\ h_4^* & -jh_4^* & h_3^* & jh_3^* & -h_2^* & -jh_2^* & -h_1 & -jh_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Annexe C

Rappel sur le calcul des performances des modulations codées en treillis en SISO

Nous allons dans cette partie nous intéresser à l'évaluation des performances des MCT en fonction du canal de propagation, *i.e.* sur le canal gaussien et sur le canal de Rayleigh.

C.1 Performances sur un canal gaussien

L'évaluation des performances passe par le calcul de la probabilité que le décodeur à maximum de vraisemblance décode une séquence différente de celle qui a été émise. Cette probabilité est appelée probabilité d'évènement d'erreur $P_e(\hat{x})$. Les erreurs les plus probables faites par le décodeur optimal surviennent entre les séquences émises, $\mathbf{x}$, et celles décodées, $\hat{\mathbf{x}}$, les plus proches en termes de distance euclidienne. On introduit alors la notion de **distance libre** d_{lib} d'une MCT, qui représente par définition la distance euclidienne minimale entre deux séquences quelconques et distinctes de signaux pouvant être émis. Elle s'exprime sous la forme :

$$d_{\text{lib}}^2 = d_{E_{\min}}^2 = \min_{\substack{l \\ \mathbf{x} \neq \hat{\mathbf{x}}}} \sum_{l=1}^L |x^l - \hat{x}^l|^2 \quad (\text{C.1})$$

où $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$ appartiennent à l'ensemble des séquences possibles de longueur L .

Le calcul de cette probabilité $P_e(\hat{x})$ peut se faire en sachant que toute séquence se trouvant à une distance $d_k \geq d_l$ ne sera pas correctement décodée par le récepteur. Soit P_k la probabilité de décoder une séquence à la distance d_k de la séquence de référence, et soit N_k le nombre de séquences voisines situées à une distance d_k de la séquence de référence. En supposant que les séquences sont indépendantes les unes des autres, on peut

alors sommer les probabilités d'indice k et donc majorer $P_e(\hat{x})$ par :

$$P_e(\hat{x}) \leq \sum_{d_k=d_{\text{lib}}}^{+\infty} N_k P_k = \sum_{d_k=d_{\text{lib}}}^{+\infty} N_k \left(\frac{1}{2} \text{erfc} \frac{d_k}{\sqrt{8} \sigma_n} \right) \quad (\text{C.2})$$

où σ_n^2 est la variance de chaque composante des échantillons de bruit. L'inégalité (C.2) suppose que le code vérifie la propriété de distance uniforme, *i.e.* que l'ensemble des mots de codes sont uniformément espacés les uns des autres, ce qui permet de considérer une séquence de référence quelconque.

A fort RSB, l'inégalité (C.2) peut alors s'écrire [Hel92] :

$$P_e(\hat{x}) \approx \frac{N_{d_{\text{lib}}}}{2} \text{erfc} \left(\frac{d_{\text{lib}}}{\sqrt{8} \sigma_n} \right) \quad (\text{C.3})$$

C.2 Performances sur un canal à évanouissements

Réécrivons tout d'abord la probabilité d'erreur comme la somme des probabilités d'erreur par paire $P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})$ pour toutes les longueurs possibles de séquences émises :

$$P_e(\hat{x}) \leq \sum_L N_L P_L \quad (\text{C.4})$$

avec N_L le nombre moyen de couples de chemins de longueur L qui conduisent à une probabilité $P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})$ donnée notée P_L .

Afin d'évaluer $P_e(\hat{x})$, cherchons tout d'abord à calculer la probabilité d'erreur par paire pour deux séquences $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$ de longueur L donnée.

Il est montré dans [CA01] qu'en prenant les hypothèses que le récepteur à maximum de vraisemblance ait une estimation parfaite de la réponse du canal à chaque instant l , et que les atténuations affectées à chacune des composantes x^l d'une séquence suivent une distribution de Rayleigh et interviennent de façon indépendante, alors la probabilité de décoder une séquence erronée $\hat{\mathbf{x}}$ sachant que la séquence $\mathbf{x}$ a été émise est bornée par :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}|h) \leq \frac{1}{2} \exp \left(-\tilde{d}_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \frac{\text{RSB}}{4} \right) \quad (\text{C.5})$$

avec, $\tilde{d}_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ ¹ la distance euclidienne entre les séquences $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$ reçues non-bruitées qui vaut :

$$\tilde{d}_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{l=1}^L |h^l (x^l - \hat{x}^l)|^2 \quad (\text{C.6})$$

1. On distingue la distance euclidienne entre les séquences $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$ à l'entrée du récepteur, notée $\tilde{d}_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$, qui est indépendante du bruit, de celle qui est calculée entre le signal reçu bruité et l'ensemble des signaux émis possibles non-bruités régénérés par le récepteur qui est notée $d_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$.

En calculant l'espérance de $P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}|h)$ conformément à la distribution de Rayleigh donnée à l'équation (1.38), on obtient [CA01] :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \prod_{t=1}^L \left(\frac{1}{1 + \frac{\text{RSB}}{4} |x^t - \hat{x}^t|^2} \right) \quad (\text{C.7})$$

Le terme à l'intérieur du produit est couramment appelé borne de Chernoff entre les séquences $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$ [SC89]. Notons $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ la **distance de Hamming** entre les séquences de symboles $\mathbf{x}$ et $\hat{\mathbf{x}}$, *i.e.* le nombre de durées symbole pendant lesquelles $|x^l - \hat{x}^l| \neq 0$ (voir figure C.1). On a alors :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \left(\prod_{\substack{l=1 \\ x^l \neq \hat{x}^l}}^L |x^l - \hat{x}^l|^2 \right)^{-1} \left(\frac{\text{RSB}}{4} \right)^{-d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \quad (\text{C.8})$$

On définit alors la **distance produit** $d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ comme le produit du carré des distances euclidiennes entre les symboles différents de deux séquences, soit (voir figure C.1) :

$$d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \prod_{\substack{l=1 \\ x^l \neq \hat{x}^l}}^L |x^l - \hat{x}^l|^2 \quad (\text{C.9})$$

La probabilité d'erreur par paire s'écrit finalement comme suit :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq (d_P^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}))^{-1} \left(\frac{\text{RSB}}{4} \right)^{-d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \quad (\text{C.10})$$

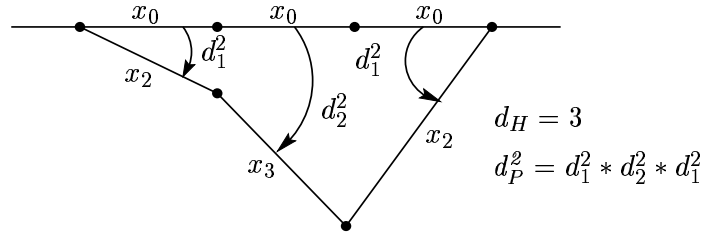


FIG. C.1 – Illustration du facteur de diversité et de la distance produit

Annexe D

Codes temps-espace : polynômes générateurs pour les STTCM

Codes de Tarokh :

		$g^{\times 1}$	$g^{\times 2}$	$g^{\times 3}$
4 états	Antenne 1	1	2	0
	Antenne 2	4	10	0
8 états	Antenne 1	4	11	0
	Antenne 2	20	41	0
16 états	Antenne 1	4	11	0
	Antenne 2	20	46	0
32 états	Antenne 1	20	45	10
	Antenne 2	120	241	10

(D.1)

Codes de Barö :

		$g^{\times 1}$	$g^{\times 2}$	$g^{\times 3}$
4 états	Antenne 1	2	10	1
	Antenne 2	1	14	0
8 états	Antenne 1	4	51	0
	Antenne 2	20	41	0
16 états	Antenne 1	40	31	0
	Antenne 2	10	46	0

(D.2)

Codes de Blum :

		$g^{\times 1}$	$g^{\times 2}$	$g^{\times 3}$
4 états	Antenne 1	1	16	0
	Antenne 2	2	11	0
8 états	Antenne 1	4	11	0
	Antenne 2	10	23	0
16 états	Antenne 1	14	22	0
	Antenne 2	10	65	0
32 états	Antenne 1	10	45	20
	Antenne 2	24	113	0

(D.3)

Codes de Chen :

		$g^{\times 1}$	$g^{\times 2}$	$g^{\times 3}$
4 états	Antenne 1	1	12	0
	Antenne 2	0	5	10
8 états	Antenne 1	10	64	0
	Antenne 2	4	32	0
16 états	Antenne 1	24	52	1
	Antenne 2	0	31	4
32 états	Antenne 1	44	232	0
	Antenne 2	0	344	30

(D.4)

Codes de Vucetic :

		$g^{\times 1}$	$g^{\times 2}$	$g^{\times 3}$
4 états	Antenne 1	0	11	4
	Antenne 2	5	12	0
8 états	Antenne 1	14	41	0
	Antenne 2	0	70	4
16 états	Antenne 1	10	41	0
	Antenne 2	4	33	0
32 états	Antenne 1	40	216	0
	Antenne 2	4	360	10

(D.5)

Acronymes & abréviations

AWGN	Additive White Gaussian Noise
BBAG	Bruit Blanc Additif Gaussien
BLAST	Bell labs LAYered Space-Time
BRAN	Broadband Radio Access Networks
BS	Base Station
CBS	Conversion Binaire à Symbole
CCDF	Complementary Cumulative Distribution Function
CDF	Cumulative Distribution Function
CDMA	Code Division Multiple Access
CLPOD	Complex Linear Processing Orthogonal Design
COD	Complex Orthogonal Design
CSI	Channel State Information
DOA	Direction Of Arrival
DS-CDMA	Direct Sequence Code Division Multiple Access
DSP	Densité Spectrale de Puissance
EGC	Equal Gain Combining
EQM	Erreur Quadratique Minimale
EVD	Eigenvalue Decomposition
FFT/IFFT	Fast Fourier Transform, Inverse Fast Fourier transform
FIR	Finite Impulse Response
GCOD	Generalized Complex Orthogonal Design
GMMSE	Global Minimum Mean Square Error
GROD	Generalized Real Orthogonal Design
IAM	Interférence d'Accès Multiple
IC	Interference Cancellation
ICI	Inter-Carrier Interference
<i>i.e.</i>	<i>Id est</i>
IES	Interférence Entre Symboles
<i>i.i.d.</i>	Indépendant et identiquement distribué
ISI	Inter Symbol Interference
LDCM	Linear Dispersion Coded Modulation
LMS	Least Mean Square
LOS	Line-Of-Sight
MAI	Multiple Access Interference
MATRICE	Multicarrier CDMA TRansmission techniques for Integrated

	broadband Cellular systems
MC-CDMA	Multi-Carrier Code Division Multiple Access
MC-DS-CDMA	Multi-Carrier Direct Sequence Code Division Multiple Access
MCT	Modulation Codée en Treillis
MDP	Modulation de Phase
MDP2, MDP4	Modulation de Phase à 2 ou 4 états
METRA	Multi Element Transmit Receive Antennas
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MISO	Multiple-Input Single-Output
ML	Maximum Likelihood
MMSE	Minimum Mean Square Error
MRC	Maximum Ratio Combining
MS	Mobile Station
MT-CDMA	Multi-Tone Code Division Multiple Access
MV	Maximum de Vraisemblance
NLOS	Non Line-Of-Sight
NOCSI	No Channel State Information
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplex
OSTBCM	Orthogonal Space-Time Block Coded Modulation
PAS	Power Azimuth Spectrum
PEP	Probabilité d'Erreur par Paire
PIC	Parallel Interference Cancellation
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
RLPOD	Real Linear Processing Orthogonal Design
ROD	Real Orthogonal Design
RSB	Rapport Signal à Bruit
S/P	Série/Parallèle
SIC	Successive Interference Cancellation
SIMO	Single-Input Multiple-Output
SISO	Single-Input Single-Output
SS-MC-MA	Spread Spectrum Multi-Carrier Multiple Access
STBCM	Space-Time Block Coded Modulation
STTCM	Space-Time Trellis Coded Modulation
ST-WSSUS	Spatio-Temporal Wide Sense Stationnary Uncorrelated Scattering
SVD	Singular Value Decomposition
TCM	Trellis Coded Modulation
TEB	Taux d'Erreur Binaire
TES	Taux d'Erreur Symbole
TET	Taux d'Erreur Trame
TF, TFD	Transformée de Fourier, Transformée de Fourier Discrète
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
USTM	Unitary Space-Time Modulation
W-H	Walsh-Hadamard
WSSUS	Wide Sense Stationnary Uncorrelated Scattering
ZF	Zero Forcing

Notations mathématiques

Seules les principales notations employées dans le document sont ici regroupées. En ce qui concerne les indices, certains ont pu être réemployés de manière ponctuelle pour d'autres représentations.

NOMENCLATURE

x	scalaire
$\mathbf{x}$	vecteur
$\mathbf{X}$	matrice
$\mathcal{X}$	matrice constituée de vecteurs ou de matrices
$\mathbf{I}_L$	matrice identité de taille $L \times L$
$\mathbf{D}_L$	matrice diagonale de taille $L \times L$ dont D_{ll} est le $l^{\text{ième}}$ élément
$\mathbf{0}$	matrice ou vecteur composés de 0
$\delta(t)$	distribution de Dirac (notée de façon abusive comme une fonction)
δ_{ij}	symbole de Kronecker $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$

OPÉRATEURS MATHÉMATIQUES

$(\cdot)^T$	transposé
$(\cdot)^*$	complexe conjugué
$(\cdot)^H$	Hermitien (vecteur ou matrice complexe transposé conjugué)
$\otimes$	produit de Kronecker
$\odot$	produit de Schur-Hadamard (opération de multiplication élément par élément appliquée ici sur des blocs)
$< \cdot, \cdot >$	produit scalaire
$ \cdot $	module
$\ \cdot\ _2$	norme euclidienne
$\ \cdot\ _F$	norme de Frobenius d'une matrice
d_E (d_E^2)	distance euclidienne (au carrée) entre des mots de codes émis
$\tilde{d}_E^2$	distance euclidienne au carrée entre des mots de codes reçus non bruités
$d_E^{(N_t)^2}$	distance euclidienne à N_t dimensions entre les mots de codes émis
d_H	distance de Hamming
$d_H^{(N_t)}$	distance de Hamming à N_t dimensions
d_{lib}^2	distance libre au carré ou distance euclidienne minimale
d_P^2	distance produit
$d_P^{(N_t)^2}$	distance produit à N_t dimensions au carrée
$d_{\min}^2$	distance minimale (euclidienne, Hamming, Produit ...)

$\det(\cdot)$	déterminant — $\det_+(\cdot)$: produit des valeurs propres positives non nulles
$\text{diag}(\cdot)$	- $\text{diag}(\mathbf{X})$: éléments de la diagonale de la matrice $\mathbf{X}$, $\text{diag}(\mathbf{x})$: matrice diagonale construite à partir des éléments du vecteur $\mathbf{x}$
$\text{rg}(\cdot), r_{\mathbf{A}}$	rang d'une matrice, rang de la matrice $\mathbf{A}$
$\text{tr}(\cdot)$	trace d'une matrice
$\text{vec}\{\mathbf{X}\}$	vectorisation d'une matrice (empilement des colonnes)
$\succ 0, \succeq 0$	matrice définie positive et définie semi-positive
$\lfloor \cdot \rfloor$	partie entière inférieure
$\lceil \cdot \rceil$	partie entière supérieure
$(\cdot)_+$	$= \max(\cdot, 0)$
$\text{Re}(\cdot)$	partie réelle
$\text{Im}(\cdot)$	partie imaginaire
j	$j = \sqrt{-1}$

ANALYSE

$\mathbb{N}$	ensemble des naturels
$\mathbb{N}^{+*}$	ensemble des entiers naturels strictement positifs (0 exclu)
$\mathbb{Z}$	anneau des entiers relatifs
$\mathbb{Q}$	corps des nombres rationnels
$\mathbb{R}$	corps des nombres réels
$\mathbb{C}$	corps des nombres complexes

PROBABILITÉ

$P(\cdot)$	probabilité discrète
$p(\cdot)$	densité de probabilité
$P(\cdot \cdot)$	probabilité conditionnelle
$E_x[\cdot]$	espérance mathématique par rapport à la variable aléatoire x
$E[x^n] = \overline{x^n}$	moment d'ordre n de la variable aléatoire x
$H(\cdot)$	entropie
$I(\cdot)$	information mutuelle
$\mathcal{N}(\mu, \sigma)$	distribution gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2
$\mathcal{CN}(\mu, \sigma)$	distribution gaussienne complexe à symétrie circulaire
σ_x^2	variance du signal aléatoire x
$\Gamma_{\mathbf{x}}$	matrice de covariance du vecteur x ou matrice de corrélation si celui-ci est centré
$\varrho_{xx'}$	coefficient de corrélation entre les variables x et x'

DIMENSIONS

$\mathcal{A}$	alphabet de modulation
$(\Delta f)_c$	bande de cohérence
$(\Delta \vec{r})_c$	distance de cohérence
$(\Delta t)_c$	temps de cohérence
η	efficacité spectrale
E_b	énergie par bit d'information
F_d	facteur de diversité des MCT
F_{df}	facteur (ordre) de diversité fréquentielle

F_{d_s}	facteur de diversité spatiale
F_{d_t}	facteur de diversité temporelle
$\gamma_{r,k}$	rapport signal à bruit par sous-porteuse k et par antenne de réception r
L	longueur de la trame émise et retard de décodage en réception (ou nombre de trajets)
L_c	longueur des codes d'étalement
M	nombre d'états de la constellation
N	nombre d'antennes à l'émission ou en réception (système symétrique)
N_b	nombre de bits d'information
N_c	nombre de symboles binaires en sortie du codeur
N_m	nombre de modes propres
N_p	nombre de sous-porteuses
N_t	nombre d'antennes à la transmission
N_r	nombre d'antennes à la réception
N_u	nombre d'utilisateurs actifs
N_x	nombre de symboles d'information à l'entrée du codeur temps-espace
N_ν	nombre de blocs mémoire du codeur en treillis
N_ρ	nombre de registres du codeur en treillis (profondeur de la mémoire)
P	puissance totale émise
R_c	rendement du codeur
R_x	débit symbole ou taux de modulation
T_c	durée d'un chip
T_Δ	durée de l'intervalle de garde Δ
T_s	durée d'un symbole OFDM
T_x	durée d'un symbole x

INDICES

i	indice d'un utilisateur i quelconque
j	indice de l'utilisateur j désiré
k	indice de la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse
l	indice temporel
m	indice mode propre
n	indice de symbole d'information
t	indice de la $t^{\text{ième}}$ antenne de transmission
r	indice de la $r^{\text{ième}}$ antenne de réception

SYMBOLES DE LA CHAÎNE DE COMMUNICATION

Tx	transmetteur
Rx	récepteur
$\{x, \mathbf{x}, \mathbf{X}, \mathcal{X}\}$	signal à transmettre (scalaire, vecteur, matrice, matrice composée de matrices ou de vecteurs)
$\{c, \mathbf{c}, \mathbf{C}, \mathcal{C}\}$	chip, code d'étalement de Walsh-Hadamard (W-H), matrice d'Hadamard, matrice diagonale composée de matrices W-H

$\{h, \mathbf{h}, \mathbf{H}, \mathcal{H}\}$	coefficient complexe du canal (SISO), vecteur canal MISO ou SIMO, matrice canal MIMO (ou SISO et multiporteuse), matrice composée de matrices
$\{r, \mathbf{r}, \mathcal{R}\}$	signal bruité reçu sur une antenne, sur N_r antennes, sur N_r antennes pendant L durées symboles
$\{n, \mathbf{n}, \mathcal{N}\}$	bruit additif sur une antenne, sur N_r antennes, sur N_r antennes pendant L durées symboles
$\{g, \mathbf{g}, \mathbf{G}, \mathcal{G}\}$	coefficients d'égalisation respectivement par rapport à $\{h, \mathbf{h}, \mathbf{H}, \mathcal{H}\}$
$\{y, \mathbf{y}, \mathbf{Y}, \mathcal{Y}\}$	signal obtenu après égalisation
$\{\hat{x}, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathcal{X}}\}$	signal détecté respectivement par rapport à $\{x, \mathbf{x}, \mathbf{X}, \mathcal{X}\}$
λ_m^e	$m^{\text{ième}}$ valeur propre (« <i>eigenvalue</i> ») de $\Gamma_{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H$
λ_m^s	$m^{\text{ième}}$ valeur singulière (« <i>singular value</i> ») de $\mathbf{H}$
$\mathcal{I}$	terme d'interférence entre symbole
$\mathcal{M}$	termes d'interférences d'accès multiple en SISO
$\mathcal{M}^1, \mathcal{M}^2$	termes d'interférences d'accès multiple dus respectivement aux symboles x_1 et x_2 lorsque le code d'Alamouti est utilisé
$\mathcal{N}$	terme de bruit

Liste des tableaux

1.1	Caractérisation du comportement du canal	18
1.2	Expressions des signaux reçus selon la configuration du système: nombre d'antennes d'émission $1 \leq t \leq N_t$, de réception $1 \leq r \leq N_r$, nombre de symboles reçus $1 \leq l \leq L$, temps de cohérence du canal $(\Delta t)_c = L$	21
1.3	Méthodes de calcul des modes propres	22
1.4	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN A	38
2.1	Apports d'un système multi-antenne	58
2.2	Expressions des capacités pour des canaux SIMO, MISO et SISO - Canal inconnu à l'émission	70
3.1	Constructions orthogonales pour des constellations réelles	115
3.2	Constructions orthogonales pour des constellations complexes	121
3.3	Rendement maximal atteignable pour des OSTBCM linéaires à diversité spatiale maximale construits à partir de matrices carrées.	125
3.4	Principales caractéristiques des OSTBCM construites pour des constellations complexes quelconques	126
3.5	Paramètres caractéristiques des nouvelles OSTBCM et des OSTBCM de Tarokh et d'Alamouti	153
4.1	Valeurs maximales atteintes par le rang des STTCM pour un nombre d'états donné	171
4.2	Valeurs minimales obtenues par les critères pour des 2-STTCM-QPSK, de rang maximal égal à 2, pour 4, 8 et 16 états	181
4.3	Spectre de distance du code de Chen à 16 états	192
4.4	Spectre de distance du code N1 de S. Bougeard à 16 états	193
4.5	P_{eb} et T_{eb} obtenus sur un canal de Rayleigh à évanouissements rapides pour le code de Chen	194
4.6	P_{eb} et T_{eb} obtenus sur un canal de Rayleigh à évanouissements rapides pour le code N1 de S. Bougeard	194
5.1	Techniques mono-utilisateurs SISO étudiées	228
5.2	Paramètres de dimensionnement du système MC-CDMA étudié sur le canal BRAN A	241
5.3	Paramètres caractéristiques de systèmes basés sur la technique MC-CDMA .	252

6.1	Techniques mono-utilisateurs MIMO étudiées – Application au décodage du symbole $x_{j,1}$ ($N_t=2$, code d’Alamouti)	263
6.2	Principaux paramètres des différents systèmes offrant sans codage de canal une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz	290
6.3	Principaux paramètres des différents systèmes offrant sans codage de canal une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz	291
6.4	Récapitulatif des caractéristiques des systèmes STTCM et OSTBCM dont les performances ont été comparées figure 6.22 pour un nombre de sous-porteuses $N_p = 64$	306

Liste des figures

1.1	Fluctuations de la réponse du canal à petite et à grande échelle et impact de l'éloignement de l'émetteur sur la puissance reçue	9
1.2	Modèle du canal MIMO	19
1.3	Modèle du canal MIMO équivalent pour $N_t > N_r$	24
1.4	Scénarii menant à la formation d'un goulot d'étranglement dans le canal de propagation	27
1.5	Modèle de propagation pour un système MIMO en présence ou non d'évanouissements	28
1.6	Corrélation spatiale en fonction de l'espacement entre antennes pour différentes valeurs d'étalement angulaire θ et pour un angle d'incidence α nul. Les angles d'arrivée sont supposés être uniformément distribués	30
1.7	Classification des modèles de canaux SISO et MIMO	32
1.8	Profil des retards utilisé lors de la modélisation d'un canal synthétique . .	36
1.9	Principe de simulation d'un canal SISO via un modèle de canal synthétique	37
1.10	Modèle de canal MIMO : modèle METRA	41
2.1	Gains de diversité et de codage – Influence sur la probabilité d'erreur . . .	50
2.2	Codeur/modulateur temps-espace à diversité par retard	55
2.3	Compromis entre diversité et multiplexage sur un canal MIMO à évanouissements de Rayleigh	60
2.4	Stratégies d'exploitation de la dimension spatiale – multiplexage, diversité et filtrage	61
2.5	Capacité d'un canal SIMO ergodique en fonction de N_r et du RSB : $N_r \rightarrow \infty : C \rightarrow \log_2(1 + \text{RSB}N_r)$	73
2.6	Capacité d'un canal MISO ergodique en fonction de N_t et du RSB : $N_t \rightarrow \infty : C \rightarrow \log_2(1 + \text{RSB})$	73
2.7	Capacité d'un canal MIMO ergodique en fonction de N_r, N_t et du RSB : si $N_r = N_t = N, N_t \rightarrow \infty : C \rightarrow N \log_2(1 + \text{RSB})$	73
2.8	Capacité de canaux de Rayleigh i.i.d. pour différents systèmes $N_t \times N_r$ et un RSB de 10 dB	77
2.9	Capacité de coupure (10 %) pour différents systèmes $N_t \times N_r$	78
2.10	Capacité en fonction de la puissance transmise pour un système SISO et un système MIMO 2×2	79
2.11	Capacité de canaux MIMO symétriques en fonction du nombre d'antennes (RSB = 10 dB)	80

2.12	Organigramme des techniques MIMO abordées	108
3.1	Technique de combinaison spatio-temporelle des signaux reçus pour le décodage des OSTBCM avec plusieurs antennes en réception	132
3.2	Performances des OSTBCM d'efficacité spectrale 1 bit/s/Hz - Canal de Rayleigh	139
3.3	Performances des OSTBCM d'efficacité spectrale 2 bit/s/Hz - Canal de Rayleigh	139
3.4	Performances des OSTBCM d'efficacité spectrale 3 bit/s/Hz - Canal de Rayleigh	139
3.5	Notations équivalentes de symboles complexes	141
3.6	Performances des nouvelles constructions OSTBCM proposées; comparaison avec les OSTBCM existantes pour des systèmes d'efficacité spectrale 1 bit/s/Hz — Canal de Rayleigh sans mémoire	142
3.7	Panorama des techniques temps-espace en blocs	154
4.1	Schéma synoptique d'un codeur pour une MCT du type Ungerboeck	158
4.2	Exemple de treillis pour une MCT-8PSK à 1 bit codé	159
4.3	« <i>Set partitioning method</i> » appliquée à la 8-PSK	160
4.4	Treillis à 4 états de la MCT-8PSK	161
4.5	Exemple de treillis d'une STTCM QPSK à 4 états, 2 bits/s/Hz	167
4.6	Codeur temps-espace convolutif général	170
4.7	Exemple de codeur temps-espace convolutif à 32 états	172
4.8	Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Tarokh sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2	175
4.9	Capacité de coupure à 10 % de différents canaux MIMO	176
4.10	Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Barö sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2	178
4.11	Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Blum sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2	179
4.12	Performances en TET et TEB des 2-STTCM-QPSK de Chen sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2	180
4.13	Performances en TET des différentes 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2	181
4.14	Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements lents, systèmes 2×1 et 2×2	182
4.15	Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2	182
4.16	Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 16 états sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2	184
4.17	Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK, à 4, 8 ou 16 états sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2	184
4.18	Performances en TEB des différentes 2-STTCM-QPSK à 16 états de Firmanto sur canal à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2 , et de la MCT UP4 d'Ungerboeck	185

4.19	Performances en TEB des 2-STTCM-QPSK à 4 états sur canal à évanouissements lents ou à 16 états sur canaux à évanouissements rapides, systèmes 2×1 et 2×2	196
4.20	Schéma d'une chaîne de communications numériques	198
5.1	Représentation du signal émis pour les quatre types de modulations à porteuses multiples et à accès multiple	213
5.2	Modulateur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur avec $L_c = N_p$	216
5.3	Spectre des sous-porteuses du signal MC-CDMA pour le $j^{\text{ième}}$ utilisateur	217
5.4	Répartition des données des N_u utilisateurs pour le système MC-CDMA	217
5.5	Récepteur MC-CDMA du $j^{\text{ième}}$ utilisateur	219
5.6	Représentation d'une chaîne de radiocommunications utilisant la technique MC-CDMA	224
5.7	Limites du filtre adapté pour un nombre variable de sous-porteuses décorréélées. En référence, les performances d'une modulation QPSK non-codée sur canal gaussien sont indiquées en gras (diversité ∞)	229
5.8	$n^{\text{ième}}$ étage d'un récepteur PIC ou SIC	233
5.9	Performances des techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal de Rayleigh à pleine charge pour $N_p = L_c = 64$	242
5.10	Performances des techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal de Rayleigh à pleine charge pour $N_p = L_c = 16$	243
5.11	Performances de la technique ORC avec $N_p = L_c = F_{df}$. En référence, les performances sur canal de Rayleigh de la technique MRC pour $N_p = 1$ et sur canal gaussien	244
5.12	Performances des techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal BRAN A à pleine charge pour $N_p = L_c = 64$, en tenant compte de la perte due à l'insertion de l'intervalle de garde. En références, les limites du filtre adapté ($N_u = 1$) pour $N_p = 64, 3$ ou 2	245
5.13	Comparaison des performances obtenues par la technique MRC	246
5.14	Comparaison des performances obtenues par la technique EGC	246
5.15	Comparaison des performances obtenues par la technique ORC	246
5.16	Comparaison des performances obtenues par la technique MMSE	246
5.17	Performances des 4 techniques de détection mono-utilisateurs sur le canal de Rayleigh et sur le canal BRAN A étudié selon le modèle METRA ou selon le modèle [Nob03]. Ces performances tiennent compte de la perte due à l'insertion de l'intervalle de garde	246
5.18	Capacité d'un système MC-CDMA pour différentes techniques de détection étudiées sur le canal de Rayleigh avec $N_p = L_c = 64$. Récepteur GMMSE (1), MMSE (2), EGC (3), MRC (4)	247
5.19	Capacité d'un système MC-CDMA pour différentes techniques de détection étudiées sur le canal de Rayleigh avec $N_p = L_c = 16$. Récepteur GMMSE (1), MMSE (2), EGC (3), MRC (4)	248
5.20	Performance d'un système MC-CDMA utilisant la technique MMSE par porteuse ou par utilisateur GMMSE sur le canal de Rayleigh avec $N_p = L_c = 64$, à pleine charge ou demi-charge	249

5.21	Capacité d'un système MC-CDMA pour différentes structures de récepteurs utilisant le critère de l'erreur quadratique moyenne avec $N_p = L_c = 16$ sur le canal de Rayleigh. Récepteur MMSE (1), GMMSE (2), PIC-MMSE (3), SIC-MMSE (4), PIC-GMMSE (5), SIC-GMMSE (6)	250
6.1	Synoptique général d'un émetteur STBC MC-CDMA	255
6.2	Synoptique général d'un récepteur STBC MC-CDMA	258
6.3	Synoptique d'un émetteur et récepteur OSTBCM/MC-CDMA dans le cas du code d'Alamouti dans une configuration 2×2	260
6.4	Performances sur un canal à évanouissements de Rayleigh de 4 techniques de détection mono-utilisateurs à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$) pour un système 2×1 ou 1×2	285
6.5	Performances sur un canal à évanouissements de Rayleigh des 4 techniques de détection mono-utilisateurs à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$) pour un système 2×2 ou 1×4	286
6.6	Performances sur un canal à évanouissements de Rayleigh des 4 techniques de détection mono-utilisateurs à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$) pour un système 2×2 optimal	286
6.7	Comparaison des performances atteintes par chacune des techniques de détection mono-utilisateurs, sur un canal à évanouissements de Rayleigh, à pleine charge ($N_u = N_p = L_c = 64$), pour des systèmes SISO, MISO, SIMO et MIMO	287
6.8	Performances en contexte multi-utilisateurs ($N_u = 64$) des systèmes $\mathcal{G}_2^c \times 1$ MC-CDMA et $\mathcal{G}_2^c \times 2$ MC-CDMA sur des canaux sélectifs par blocs de sous-porteuses pour différentes diversités fréquentielles F_{df} du canal	289
6.9	Rapport E_b/N_0 nécessaire pour obtenir sans codage de canal un TEB= 10^{-3} en fonction de N_u ; $N_p = L_c = 64$, $\eta = 1$ bit/s/Hz	290
6.10	Performances sans codage de canal sur canal de Rayleigh de différents systèmes OSTBCM/MC-CDMA avec 1, 2, 3 ou 4 antennes d'émission offrant la même efficacité spectrale de $\eta = 2$ bit/s/Hz, $N_u = L_c = N_p = 64$	292
6.11	Performances avec un Turbo Code de rendement 1/2 de systèmes OSTBCM/MC-CDMA avec $N_t = 1, 2, 3$ ou 4 ; $N_u = L_c = N_p = 64$, $\eta = 1$ bit/s/Hz	293
6.12	Performances des techniques MMSE MD et SD pour des canaux à évanouissements de Rayleigh pour des systèmes SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) avec $N_p = L_c = 16$ et $N_u = 16$ (pleine charge)	294
6.13	Performances des techniques MMSE MD et MMSE SD sur des canaux à évanouissements de Rayleigh pour des systèmes SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) avec $N_p = L_c = 16$ et $N_u = 8$ (demi-charge)	295
6.14	Nombre N_u d'utilisateurs actifs en fonction du rapport E_b/N_0 pour atteindre un TEB= 10^{-3} pour des techniques MMSE MD et SD sur des canaux à évanouissements de Rayleigh pour des systèmes SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2); $N_p = L_c = 16$	295
6.15	Performances, à pleine charge, des systèmes MMSE SD et ORC avec le modèle de canal METRA pour des configurations SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 64$	297

6.16	Performances, à demi-charge, des systèmes MMSE MD et MMSE SD avec le modèle de canal METRA pour des configurations SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$	297
6.17	Performances, à pleine charge, des systèmes MMSE MD et MMSE SD avec le modèle de canal METRA pour des configurations SISO (1×1), MISO (2×1) et MIMO (2×2) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 64$	298
6.18	Représentation d'une trame contenant les coefficients d'égalisation estimés non-parfaitement à chaque durée symbole	299
6.19	Performances, à demi-charge, des systèmes GMMSE, MMSE SD et ORC avec le modèle de canal METRA pour une configuration SISO (1×1) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$, et pour des vitesses $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ ou $v = 7 \text{ ms}^{-1}$. L'estimation est parfaite (P) ou non-parfaite (NP).	299
6.20	Performances, à demi-charge, des systèmes MMSE MD, MMSE SD et ORC avec le modèle de canal METRA pour une configuration MISO (2×1) tels que $N_p = L_c = 64$ et $N_u = 32$, et pour des vitesses $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ ou $v = 7 \text{ ms}^{-1}$. L'estimation est parfaite (P) ou non-parfaite (NP). Les canaux sont décorrélés ou non en espace.	300
6.21	Performances du système STTCM/OFDM dans le cas d'évanouissements de Rayleigh indépendants sur chaque sous-porteuse	301
6.22	Performances du système STTCM/MC-CDMA en contexte mono-utilisateur et multi-utilisateur avec une détection ML	304
6.23	Performances en contexte multi-utilisateur ($N_u = N_p = 64$) du système STTCM/MC-CDMA ($L_c = 16$) sur canal sélectif par blocs de 16 sous-porteuses et des systèmes OSTBCM/MC-CDMA sur canal sélectif par sous-porteuse ($L_c = 64$)	305
C.1	Illustration du facteur de diversité et de la distance produit	329

Bibliographie

- [AASA00] S. Abeta, H. Atarashi, M. Sawahashi, and F. Adachi. "Coherent multicarrier DS-CDMA and MC-CDMA for broadband packet wireless access". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Oct. 2000.
- [ABH03] J.-M. Auffray, J.-Y. Baudais, and J.-F. Hélard. "Performance of MMSE STBC MC-CDMA over Rayleigh and MIMO METRA channels". In *Multicarrier Spread-Spectrum (MCSS)*, Sept. 2003.
- [ABH04] J.-M. Auffray, J.-Y. Baudais, and J.-F. Hélard. STBC MC-CDMA systems: comparison of MMSE single-user and multiple-user detection schemes over rayleigh and MIMO METRA channels. *European Transactions on Telecommunications*, May/June 2004.
- [AFWP86] F. Adachi, M.T. Feeney, A.G. Williamson, and J.D. Parsons. "Crosscorrelation between the envelopes of 900 Mhz signals received at a mobile radio base station site". *IEE proceedings*, 133(6):506–512, Oct. 1986.
- [AH02] J.-M. Auffray and J.-F. Hélard. "Performance of multicarrier CDMA technique combined with space-time block coding over Rayleigh channel". In *IEEE Int. Symp. on Spread-Spectrum Tech. & Appl. (ISSSTA)*, Sept. 2002.
- [Akh98b] M. S. Akhter. "Signal processing for MC-CDMA". Master's thesis, Faculty on Information Technology, School of Physics and Electronic Systems Engineering, Mars 1998.
- [Ala98] S.M. Alamouti. "A simple transmitter diversity scheme for wireless communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1451–1458, Oct. 1998.
- [And98] J. Bach Andersen. "Intelligent antennas in a scattering environment- an overview". In *Globecom*, volume 6, pages 3199–3203, Sydney, Nov. 1998.
- [And00b] J.B. Andersen. "Array gain and capacity for known random channels with multiple elements at both ends". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 2172–2178, Nov. 2000.
- [ANH⁺03] J.-M. Auffray, V. Le Nir, M. Hélard, J.-F. Hélard, and R. Le Gouable. "Codage temps-espace en blocs combiné avec un système multiporteuse    étalement de spectre de type MC-CDMA". In *Colloque GRETSI*, Sept. 2003.
- [ARHR⁺02] B. Abdool-Rassool, F. Heliot, L. Revelly, R. Nakhai, and H. Aghvami. "4-PSK space-time trellis codes with five and six transmit antennas for slow Rayleigh fading channels". *Electronics Letters*, Dec. 2002.

- [ATN⁺98] D. Agrawal, V. Tarokh, A. Naguib, N.Seshadri, and R. Calderbank. "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criteria and code construction". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 744–765, March 1998.
- [ATP98] S.M. Alamouti, V. Tarokh, and P. Poon. "Trellis coded modulation and transmit diversity: design criteria and performance evaluation". In *IEEE ICUPC*, pages 703–707, Italie, Oct. 1998.
- [Bau99] G. Bauch. "Concatenation of space-time block codes and turbo-TCM". In *Proceedings IEEE International Conference on Communications*, pages 1202–1206, 1999.
- [Bau01] J.-Y. Baudais. *Etude des modulations à porteuses multiples et à spectre étalé: analyse et optimisation*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Rennes, Mai 2001.
- [BBH00] S. Baro, G. Bauch, and A. Hansmann. "Improved codes for space-time trellis-coded modulation". *IEEE Communication Letters*, pages 20–22, Jan. 2000.
- [Bel63] P.A. Bello. "Characterization of randomly time-variant linear channel". *IEEE Transaction on Communications*, pages 360–393, Dec. 1963.
- [BH99] J.-Y. Baudais and J.-F. Héland. "Procédé d'égalisation dans les récepteurs utilisant une combinaison des techniques de modulations à porteuses multiples et à accès multiples par répartition de codes", Déc. 1999. Brevet français n°99/11689 déposé le 14 Septembre 1999 et n°99/15919 du 9 Décembre 1999.
- [BH04] S. Bougeard and J.-F. Héland. Combinaison ST-TCM et MC-CDMA. Technical report, IETR, Avril 2004.
- [BHC99] J.-Y. Baudais, J.-F. Héland, and J. Citerne. "Multi-carrier CDMA using interference cancellation". In *Workshop on Multi-Carrier Spread-Spectrum (MCSS) and Related Topics*, pages 251–258, Sept. 1999.
- [BHC00] J.-Y. Baudais, J.-F. Héland, and J. Citerne. "An improved linear MMSE detection technique for multi-carrier CDMA system: comparison and combination with interference cancellation schemes". *European Transaction on Telecommunications*, 11(5):547–554, Nov./Dec. 2000.
- [Blu00] R.S. Blum. "New analytical tools for designing space-time convolutional codes". In *Conf. on Information Sciences and Systems, Princeton, NJ*, March 2000.
- [Blu03] R. Blum. "MIMO capacity with interference". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, June 2003.
- [BMA01] M.J. Borran, M. Memarzadeh, and B. Aazhang. "Design of coded modulation schemes for orthogonal transmit diversity". *IEEE Transaction on Communications*, May 2001.
- [Bou03] S. Bougeard. "Développement de nouveaux systèmes hertziens reposant sur la combinaison des techniques MIMO et OFDM". Technical report, Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes, 2003.
- [BP99] B. A. Bjerke and J.G. Proakis. "Multiple-antenna diversity techniques for transmission over fading channels". In *Wireless Communications and Networking Conference*, pages 1038–1042, Sept. 1999.

- [BP00] H. Bölcskei and A. J. Paulraj. "Space-frequency coded broadband OFDM systems". In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, volume 1, pages 1–6, Sept. 2000.
- [Bre65] *The Hadamard maximum determinant problem*. Amer. Math. Monthly, San Francisco, 1965.
- [BTT01] E. Biglieri, G. Taricco, and A. Tulino. "Coding and signal processing for multiple-antenna transmission systems: a review". In *International Workshop on Digital Signal Processing Techniques for Space Communications*, 2001.
- [BWS01] R. Blum, J. Winters, and N. Sollenberger. "On the capacity of cellular systems with MIMO". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Atlantic City, Oct. 2001.
- [CA00] X. Cai and A. N. Akansu. "Multicarrier CDMA systems with transmit diversity". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, volume 6, pages 2817–2821, 2000.
- [CA01] K. Cavalec-Amis. "*Optimisation des Turbo Codes pour les systèmes à grande efficacité spectrale*". PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Télécommunications de Bretagne - Département Signal et Communications, 2001.
- [CAH03] M. Crussière, J.-M. Auffray, and J.-F. Hélard. "Comparison of STTCM over slow and fast Rayleigh fading channels". In SPAWC, June 2003.
- [CDG01] S. Catreux, P.F. Driessen, and L.J. Greenstein. "Attainable throughput of an interference-limited multiple-input multiple-output cellular system". *IEEE Transaction on Communications*, 48:137–1311, Aug. 2001.
- [CFV00] D. Chizhik, G.J. Foschini, and R.A. Valenzuela. "Capacities of multi-element transmit and receive antennas: correlations and keyholes". *Electronics Letters*, 36(13):1099–1100, June 2000.
- [CM87] R. Calderbank and J. Mazo. "A new description of trellis codes". *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. IT-30, Nov. 1987.
- [CRFLL00] D. Chizhik, F. Rashid-Farrokh, J. Ling, and A. Lozano. "Effect of antenna separation on the capacity of BLAST in correlated channels". *IEEE Communications Letters*, 4(11):337–339, Nov. 2000.
- [Cru02] M. Crussière. "Modulations codées en treillis appliquées aux codes temps-espace". Master's thesis, INSA Rennes, June 2002.
- [CVYL01] Z. Chen, B. Vucetic, J. Yuan, and K.L. Lo. "Space-time trellis codes for 4-PSK with three and four antennas in quasi-static flat fading channels". *IEEE Communications Letters*, 6(2):67–69, Feb. 2001.
- [CYV01] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic. "An improved space-time trellis coded modulation scheme on slow Rayleigh fading channels". In *Proc. of the IEEE ICC, Helsinki, Finland*, 2001.
- [Dal02] L.A. Dalton. "New orthogonal space-time block codes with full diversity". Master's thesis, Texas A&M University, Dec. 2002.
- [DCB00] O. Damen, A. Chkeif, and J.-C. Belfiore. "Lattice code decoder for space-time codes". *IEEE Communication Letters*, May 2000.
- [DMP03] H. Dai, A. Molish, and H.V. Poor. "Downlink capacity of interference limited MIMO systems with joint detection". *submitted to IEEE Trans. Wireless Comm.*, 2003.

- [dRS00] A.P. des Rosiers and P.H. Siegel. "On performance bounds for space-time coded modulation on fading channels". In *International Symposium on Information Theory and Its Applications*, Nov. 2000.
- [DS93] V. M. Dasilva and E. S. Sousa. "Performance of orthogonal CDMA codes for quasi-synchronous systems". In *IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, pages 995–999, Oct. 1993.
- [Dur00] G. D. Durgin. *Theory of stochastic local area channel modeling for wireless communications*. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Dec. 2000.
- [EF92] M.V. Eyuboglu and G.D. Forney. "Trellis precoding: combined coding, precoding and shaping for intersymbol interference channels". *IEEE Transaction on Information Theory*, 38:301–314, Mar. 1992.
- [Egg96] P.C.F. Eggers. "Envelope correlation coefficients of Rayleigh fading signals corrupted by additive Gaussian noise". Technical report, COST 231 TD (96), Belfort, Jan 1996.
- [ETS99] "Broadband radio access networks (BRAN); High Performance Radio Local Area Network (HIPERLAN) Type2; Requirements and architectures for wireless broadband access". Technical report, ETSI, Jan. 1999.
- [ETS01] "Broadband Radio Access Networks (BRAN); HIPERLAN Type 2; Physical layer". Technical report, ETSI, Dec. 2001.
- [FG98] G.J. Foschini and M.J. Gans. "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas". *Wireless Personal Multimedia Communications*, pages 311–335, June 1998.
- [For91] G. D. Forney. "Geometrical uniform codes". *IEEE Transaction on Information Theory*, 37:1241–1260, Sept. 1991.
- [Fos96] G. J. Foschini. "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas". *Bell Labs Technical Journal*, pages 41–59, Autumn 1996.
- [FVY00] W. Firmanto, B. Vucetic, and J. Yuan. "Space-time coded modulation for fast fading channels". In *International Symposium on information theory and its applications*, Nov. 2000.
- [GA00] D. Gesbert and J. Akhtar. "Breaking the barriers of Shannon's capacity: an overview of MIMO wireless systems". *Telenor's journal: Elektronik*, 2000.
- [GA02] D. Gesbert and J. Akhtar. "Breaking the barriers of Shannon's capacity: An overview of MIMO wireless system". In *Elektronikk Telenor Journal*. Jan. 2002.
- [Gal68a] R. Gallager. *Elements of information*. Wiley, 1968.
- [GBGP00b] D. Gesbert, H. Bölcskei, D. Gore, and A. Paulraj. "MIMO wireless channels: capacity and performance prediction". In *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2000.
- [GC01] G. Ginis and J.M. Cioffi. "A multi-user precoding scheme achieving crosstalk cancellation with application to DSL systems". 2001.
- [GCB99] G. Taricco G. Caire and E. Biglieri. "Capacity of multi-antenna block-fading channels". In *proceedings of ICC '99*, Vancouver, June 1999.

- [GFBK96] J.-C. Guey, M.P. Fitz, M.R. Bell, and W.Y. Kuo. "Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over Rayleigh fading channel". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 136–140, 1996.
- [GFK98] J. Grimm, M.P. Fitz, and J.V. Krogmeier. "Further results in space-time coding for Rayleigh fading". In *Proc. Allerton*, 1998.
- [GJ96] A. Glavieux and M. Joindot. *Communications Numériques – Introduction*. Edition Masson, ISBN 2-225-85194-8 edition, 1996.
- [GJJV03] A. Goldsmith, S. Jafar, N. Jindal, and S. Vishwanath. "Fundamental capacity of MIMO channels". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, June 2003.
- [GL00] Y. Gong and K. B. Letaief. "Performance evaluation and analysis of space-time coding in unequalized multipath fading links". *IEEE Transaction on Communications*, 48(11), Nov. 2000.
- [GL01] Y. Gong and K.B. Letaief. "Space-frequency-time codes OFDM for broadband wireless communications". In *IEEE Globecom*, San Antonio, Nov. 2001.
- [Gou01] R. Le Gouable. *Association de modulations multiporteuses et de techniques d'accès multiple : applications aux transmissions sans fil à haut débit*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Rennes, Mars 2001.
- [GPP01] "Discussion on the MIMO channel model". TSG r1-01-0702, Nokia, Espoo, Finland, June 2001.
- [GS79] A.V. Geramita and J. Seberry. *Orthogonal designs, quadratic forms and Hadamard matrices*. Marcel Dekker, New York-Basel, 1979.
- [GS00a] A. Ganesan and A. M. Sayeed. "Bandwidth-efficient exploitation of the degrees of freedom in a multipath fading channel". In *Proc. of IEEE Symposium on Information Theory*, page 161, June 2000.
- [GS00b] G. Ganesan and P. Stoica. "Space-time diversity using orthogonal and amicable orthogonal designs". In *ICASSP*, 2000.
- [GS01] G. Ganesan and P. Stoica. "Space-time block codes: a maximum SNR approach". *IEEE Transaction on Information Theory*, 47(4):1650–1656, 2001.
- [GS03] M. Guillaud and D. T.M. Slock. "Influence du compromis entre exploitation de la diversité et gain de codage dans les systèmes OFDM multi-entrées multi-sorties". In *9th GRETSI Symposium on Signal and Image Processing (GRETSI '03)*, Paris, September 8-11 2003.
- [GSP01] D. Gore, S. Sandhu, and A. Paulraj. "Delay diversity code for frequency selective channels". *Electronics Letter*, 37(20):1230–1231, Sept. 2001.
- [Gug03] P. Guguen. *Techniques multi-antennes émission-réception - Applications aux réseaux domestiques sans fil*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Rennes, Jan. 2003.
- [Gui02] J. Guillet. "Caractérisation spatio-temporelle des canaux linéaires de propagation sans fil - contexte MIMO". In *4e journées d'étude Propagation électromagnétique dans l'atmosphère du décimétrique à l'angström*, Rennes, Mars 2002.
- [GV97] S. Glisic and B. Vucetic. *Spread spectrum CDMA systems for wireless communications*. ISBN 0-89006-858-5. Artech House, 1997.

- [GW00] R. Gozali and B.D. Woerner. "Applying the Calderbank-Mazo algorithm to space-time trellis coding". In *Proc., IEEE Southeast Conf. 2000*, pages 309 – 314, 2000.
- [GW01] R. Gozali and B.D. Woerner. "Upper bounds on the bit-error probability of space-time codes using generating function techniques". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 1318–1323, Greece, Spring 2001.
- [Ha00] M.J. Heikkilä and alls. "D3.2 review and selection of relevant algorithms". Technical report, IST-1999-11729 METRA, June 2000.
- [HBA02] J.-F. Hélard, J.-Y. Baudais, and J.-M. Auffray. "Multicarrier CDMA: a very promising multiple access scheme for future wideband wireless networks (invited paper)". In European Workshop on integrated radio-communication systems, May 2002.
- [HBC00] J.-F. Hélard, J.-Y. Baudais, and J. Citerne. "Linear MMSE detection technique for MC-CDMA". *Electronics Letters*, 36(7):665–666, 2000.
- [Hel92] J-F Helard. *Modulations codées en treillis associées à un multiplex de porteuses orthogonales en présence de canaux affectés de multitrajets*. PhD thesis, Structure et Propriétés de la Matière, 1992.
- [HG00] A.R. Hammons and H. El Gamal. "On the theory of space-time codes for PSK modulation". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 524–542, Mars 2000.
- [HGHB01] M. Hélard, R. Le Gouable, J.-F. Hélard, and J.-Y. Baudais. "Multicarrier CDMA techniques for future wideband wireless networks". *Annals of Telecommunications, UMTS technology advances*, 56(5-6):260–274, May-June 2001.
- [HHSS00] B. Hassibi, B.M. Hochwald, A. Shokrollahi, and W. Sweldens. "Representation theory for high-rate multiple-antenna code design". Technical report, Bell Labs, 2000.
- [HM72] H. Harashima and H. Miyakawa. "A method of code conversion for a digital communication channel with intersymbol interference". *IEEE Transaction on Communications*, pages 774–780, Aug. 1972.
- [HM00] B.M. Hochwald and T.L. Marzetta. "Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 543–564, Mar. 2000.
- [HMRS99] B.M. Hochwald, T.L. Marzetta, T.L. Richardson, and W. Swelden. "Systematic design of unitary space-time constellations". Technical report, Bell Labs, 1999.
- [HP97] S. Hara and R. Prasad. "Overview of multicarrier CDMA". *IEEE Communications Magazine*, pages 126–133, Dec. 1997.
- [HP00] R. W. Heath and A. Paulraj. "Switching between spatial multiplexing and transmit diversity based on constellation distance". In *Proc. of Allerton Conf. on Comm. Cont. and Comp.*, Oct. 2000.
- [Hug00] B.L. Hughes. "Differential space-time modulation". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 2567–2578, Nov. 2000.
- [IH78] A. Imai and S. Hirakawa. "A new multilevel coding method using error control codes". *IEEE Transaction on Information Theory*, IT-24:264–268, 1978.

- [Iko02] D. Ikonomou. “*Equalising receiver techniques for MC-CDMA schemes*”. PhD thesis, Université catholique de Louvain, June 2002.
- [Ime] <http://www.ist-imetra.org>.
- [IMYL01] D.M. Ionescu, K.K. Mukkavilli, Z. Yan, and J. Lilleberg. “Improved 8 and 16-state space-time codes for 4-PSK with two transmit antennas”. *IEEE Communications Letters*, 2001.
- [Ion99] D.M. Ionescu. “New results on space-time code design criteria”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1999.
- [Jaf01] H. Jafarkhani. “A quasi-orthogonal space-time block code”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 1–4, Jan. 2001.
- [Jak74] W.C. Jakes. *Microwave mobile communications*. IEEE Press, 1974.
- [JRKC99] L.M.A. Jalloul, K. Rohani, K. Kuchi, and J. Chen. “Performance analysis of CDMA transmit diversity methods”. In *Proc. IEEE VTC*, volume 3, pages 1326–1330, Amsterdam, Netherlands, Oct. 1999.
- [JS03] H. Jafarkhani and N. Seshadri. “Super-orthogonal space-time trellis codes”. *IEEE Transaction on Information Theory*, 49(4):937–950, April 2003.
- [Kai95] S. Kaiser. “OFDM-CDMA versus DS-CDMA: performance evaluation for fading channels”. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 1722–1726, June 1995.
- [Kai98] S. Kaiser. “*Analysis and optimization of detection, decoding and channel estimation*”. PhD thesis, Vdi Verlag GmbH, Düsseldorf, 1998.
- [Kai00b] S. Kaiser. “Spatial transmit diversity techniques for broadband OFDM systems”. In *Proc. IEEE GLOBECOM 2000*, pages 1824–1828, San Francisco, USA, Nov./Dec. 2000.
- [Kat97] R. Kattenbach. “Consideration about the validity of WSSUS for indoor radio channel”. Technical report, COST 259 TD (97) 70, Sept. 1997.
- [KF97] S. Kaiser and K. Fazel. “A spread spectrum multi-carrier multiple access system for mobile communications”. In *Workshop on multi-carrier spread-spectrum (MC-SS and related topics)*, pages 49–56, Sept. 1997.
- [KK99] S. Kaiser and W.A. Krzymien. “Performance effects of the uplink asynchronism in a spread spectrum multi-carrier multiple access system”. *ETT*, 10(4):399–406, Jul.-Aug. 1999.
- [KKF99] S. Kaiser, W.A. Krzymien, and K. Fazel. “Performance tradeoffs in asynchronous spread spectrum multi-carrier multiple access”. In *Workshop on multi-carrier spread-spectrum (MC-SS and related topics)*, pages 35–42, Sept. 1999.
- [KM93] S. Kondo and L.B. Milstein. “On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems”. In *Military Communications Conference*, pages 52–56, Oct. 1993.
- [KSM00] J. P. Kermoal, L. Schumacher, and P. Mogensen. “I-METRA channel characterisation”. Technical Report IST-2000-30148 D2, I-METRA, 2000.
- [KSP98] D.N. Kalofonos, M. Stojanovic, and J.G. Proakis. “On the performance of adaptative MMSE detectors for a MC-CDMA system in fast fading rayleigh channel”. In *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, pages 1309–1313, Sept. 1998.

- [KZH⁺02] G. Kang, P. Zhang, H. Haas, , and E. Schulz. “Good space-time trellis codes in terms of distance spectrum”. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 252–255, Vancouver, Canada, Sept. 2002.
- [Lam00] C. Lamy. *Communications à grande efficacité spectrale sur le canal à évanouissements*. PhD thesis, ENST Paris, 2000.
- [LB00b] X. Lin and R.S. Blum. “On the design of space-time codes employing multiple trellis coded modulation”. In *Conference on Information Sciences Systems*, Princeton University, March 2000.
- [LC83] S. Lin and D.J. Costello. *Error control coding: fundamentals and applications*. Prentice-Hall computer and applications in electrical engineering series, 1983.
- [LCS99a] Y. Li, J. C. Chuang, and N. R. Sollenberger. “Transmitter diversity for OFDM systems and its impact on high-rate data wireless network”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 17(7):1233–1243, July 1999.
- [Lee73] W.C.Y. Lee. “Effects on correlation between two mobile radio base-station antennas”. *IEEE Transaction on Communications*, 21:1214–1224, 1973.
- [Lee90] W.C.-Y. Lee. “Estimate of channel capacity in rayleigh fading environment”. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 39:187–189, Aug. 1990.
- [LFT02] Y. Liu, M. P. Fitz, and O. Y. Takeshita. “A rank criterion for QAM space-time codes”. *IEEE Transaction on Information Theory*, 48:3062–3079, Déc. 2002.
- [LG01] Z. Liu and G. B. Giannakis. “Space-time block coded multiple access through frequency selective fading channels”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1033–1044, June 2001.
- [LI00] K. Li and M. A. Ingram. “Space-time-block-coded OFDM systems with transmit beamformers for high-speed indoor wireless communications”. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Boston, Sept. 2000.
- [Lin] <http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/>.
- [LSLL02] E.G. Larsson, P. Stoica, E. Lindskog, and J. Li. “Space-time block coding for frequency-selective channels. In ICASSP, 2002.
- [LSY99a] D. Lee, G. J. Saulnier, and Z. Ye. “Antenna diversity for an OFDM system in a fading channel”. In *Proceeding of IEEE MILCOM*, Atlantic City, Sept. 1999.
- [LT98] R. Liu and L. Tong. “Special issue on blind system identification and estimation”. *Proceedings of IEEE*, Oct. 1998.
- [LW00a] K. F. Lee and D. B. Williams. “A space-frequency transmitter diversity technique for OFDM systems”. In *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, San Francisco, Nov. 2000.
- [LW00d] K. F. Lee and D. B. Williams. A space-time coded transmitter diversity technique for frequency selective fading channels. In *Proc. IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, pages 149–152, Cambridge, Mars 2000.
- [LW00e] B. Lu and X. Wang. “Space-time code design in OFDM design. In *Globecom*, 2000.
- [LX01] X.B. Liang and X.G. Xia. “Nonexistence of rate one space-time block codes from generalized complex linear processing orthogonal designs for more than

- two transmit antennas". In *International Symposium on information theory* ISIT 01, Washington D.C., June 2001.
- [MBB⁺00] A. Moustakas, H. Baranger, L. Balents, A. Sengupta, and S. Simon. "Communication through a diffusive medium: coherence and capacity". *Science*, 287:287–290, Jan 2000.
- [McF56] J.A. McFadden. "The correlation function of a sine wave plus noise after extreme clippings". *IEEE Transaction on Information Theory*, June 1956.
- [Met] <http://www.ist-metra.org>.
- [MG99] E. Marinis and O. Gasparini. "Report of the use of MIMO in conjunction with OFDM and HIPERLAN II standard: symbol synchronization". Technical report, IST-SATURN, 1999.
- [MG02] D. T.M. Slock M. Guillaud. Multi-stream coding for MIMO-OFDM systems with space-time-frequency spreading. In *Appeared at the 5th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC '2002)*, Honolulu, 2002.
- [MH99] T.L. Marzetta and B.M. Hochwald. "Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 139–157, Jan. 1999.
- [MHCB01] D. Mottier, J.-F. Héland, D. Castelain, and J.-Y. Baudais. "Optimum and suboptimum linear MMSE multi-user detection for MC-CDMA transmission systems". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Oct. 2001.
- [MM80] R.A. Monzingo and T.W. Miller. *Introduction to adaptive arrays*. Wiley, New-York, 1980.
- [Muk00] K.K. Mukkavilli. "Transmitter diversity and coding schemes". Master's thesis, Rice University, April 2000.
- [NAH⁺03] V. Le Nir, J.-M. Auffray, M. Héland, J.-F. Héland, and R. Le Gouable. "Combination of space-time block coding with MC-CDMA technique for MIMO systems with two, three and four transmit antennas". In *IST Mobile Communications Summit*, June 2003.
- [NHG03] V. Le Nir, M. Héland, and R. Le Gouable. "Space-time block coding applied to turbo-coded multicarrier CDMA". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, 2003.
- [NLY⁺02] S.X. Ng, T.H. Liew, B L. Yeap, E.L. Kuan, and L. Hanzo. Single-carrier space-time trellis and space-time block coding for dispersive rayleigh fading channels. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 1902–1906, Vancouver, Canada, Fall 2002.
- [Nob03] S. Nobilet. *Etude et optimisation des techniques MC-CDMA pour les futures générations de systèmes de communications hertziennes*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Octobre 2003.
- [NSTA98] A.F. Naguib, N. Seshadri, V. Tarokh, and S. Alamouti. "Combined interference cancellation and ML decoding of block space-time coding". In *IEEE Global Telecommunication Conf.*, pages 7–15, Sydney, Australia, Nov. 1998.
- [NTSC98] A. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri, and A.R. Calderbank. "Space-time coding modem for high data rate wireless communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1459–1478, Oct. 1998.

- [ORB03] B. Ozbek, D. Le Ruyet, and M. Bellanger. “Non-orthogonal space-time block coding design for 3 antennas”. In *GRETSI 03*, Paris, Sept. 2003.
- [OSW94] L.H. Ozarow, S. S. Shitz, and A.D Wyner. “Information-theoretic considerations for cellular mobile radio”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 359–378, May 1994.
- [PAKM00] K.I. Pedersen, J.B. Andersen, J.P. Kermoal, and P. Mogensen. “A stochastic multiple-input multiple-output radio channel model for evaluation of space-time coding algorithms”. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 893–897, 2000.
- [Pap01] C. Papadias. “A space-time coding approach for systems employing four transmit antennas”. In *ICASSP*, 2001.
- [Pri72] R. Price. “Nonlinearly feedback-equalized PAM versus capacity for noisy filter channels”. In *Proceedings IEEE International Conference on Communications*, pages 22.12–22.17, 1972.
- [Pro95] J. G. Proakis. *Digital communications – Third Edition*. McGraw-Hill International Editions, 1995.
- [PS60] J.N. Pierce and S. Stein. “Multiple diversity with nonindependent fading”. In *Proceedings of the IRE*, pages 89–104, Jan. 1960.
- [Rap96] T.S. Rappaport. *Wireless communications: principles and practice*. Prentice Hall, 1996.
- [RC98] G.G. Raleigh and J.M. Cioffi. “Spatio-temporal coding for wireless communication”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 357–366, Mar. 1998.
- [RMG02] S. Rouquette, S. Mériegeault, and K. Gosse. “Orthogonal full diversity space-time block coding based on transmit channel state information for 4 tx antennas”. In *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC)*, volume 1, pages 558–562, New-York City, April 2002.
- [SBML04] G. Stüber, J. Barry, MCLAughlin, and Y. Li. “Broadband MIMO-OFDM wireless communications”. *Proceedings of the IEEE*, 92(2):271–294, Fév. 2004.
- [SBS66] M. Schwartz, W.R. Bennet, and S. Stein. *Communications Systems and Techniques*. McGraw-Hill, 1966.
- [SC89] C. Schlegel and D. Costello. “Bandwidth efficient coding for fading channels: Code construction and performance analysis”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 7(9), Déc. 1989.
- [SK99] D.-S. Shiu and J.M. Kahn. “Design of high-throughput codes for multiple-antenna wireless systems”. *IEEE Transaction on Information Theory*, 1999.
- [SKF⁺01] L. Schumacher, J.P. Kermoal, F. Frederiksen, K.I. Pedersen, A. Algans, and P.E. Mogensen. “MIMO channel characterisation”. METRA Deliverable 2 IST-1999-11729, IST-Project, Feb. 2001. <http://www.ist-metra.org>.
- [SL02] H. Shin and J. H. Lee. “Upper bound on the error probability for space-time codes in fast fading channels”. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Autumn 2002.
- [SP01a] S. Sandhu and A. Paulraj. “Unified design of linear space-time codes”. In *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2001.

- [SR02a] B.A. Sethuraman and B.S. Rajan. "Optimal STBC over PSK signal sets from cyclotomic field extensions. In *Proc. IEEE International Conference on Communications*, volume 3, pages 1783–1787, New York City, April 2002.
- [SR02b] B.A. Sethuraman and B.S. Rajan. "STBC from field extensions of the rational field". In *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory*, page 274, Lausanne, Switzerland, June 2002.
- [SSB⁺01] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G.B. Giannakis, and H. Sampath. "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders". *IEEE Transaction on Signal Processing*, Aug. 2001.
- [SSGM03] T. Sälzer, A. Silva, A. Gameiro, and D. Mottier. "Pre-filtering using antenna arrays for multiple access interference mitigation in multi-carrier CDMA downlink". In *IST Mobile Communications Summit*, June 2003.
- [SSOL03] W. Su, Z. Safar, M. Olfat, and K.J. R. Liu. "Obtaining full diversity space-frequency codes from space-time codes via mapping". *IEEE Transaction on Signal Processing*, 51(11), Nov. 2003.
- [Ste01] M. Steinbauer. *The radio propagation channel - A non-directional, directional, and double-directional point of view*. PhD thesis, Technische Universität Wien, Nov. 2001.
- [SW94a] J. Salz and J.H. Winters. "Effect of fading correlation on adaptive arrays in digital mobile radio". *IEEE Transactions on vehicular technology*, 43(4):1049–1057, Nov. 1994.
- [SW94b] N. Seshadri and J.H. Winters. "Two signaling schemes for improving the error performance of FDD transmission systems using transmitter antenna diversity". *Int. Journal on Wireless Information Networks*, 1994.
- [SX03a] W. Su and X.G. Xia. "On space-time block codes from complex orthogonal designs". *Wireless personal communications*, 25(1):1–26, April 2003.
- [SX03b] W. Su and X.G. Xia. "Two generalized complex orthogonal space-time block codes of rate 7/11 and 3/5 for 5 and 6 transmit antennas". *IEEE Transaction on Information Theory*, 49(1), Jan. 2003.
- [TAP98] V. Tarokh, S. Alamouti, and P. Poon. "New detection schemes for transmit diversity with no channel estimation". In *Universal Personal Communications Conference*, volume 2, pages 970–979, Oct. 1998.
- [TB02] G. Taricco and E. Biglieri. "Exact pairwise error probability of space-time codes". *IEEE Transaction on Information Theory*, 48(2):510–513, Feb. 2002.
- [Tel95] I.E. Telatar. "Capacity of multi-antenna gaussian channels". *ATT Bell Labs tech. memo.*, June 1995.
- [Tel99] I.E. Telatar. "Capacity of multi-antenna Gaussian channels". *European Transaction on Telecommunications*, Nov. 1999.
- [TH00] O. Tirkkonen and A. Hottinen. "Complex space-time block codes for four Tx antennas". In *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2000.
- [TH02] O. Tirkkonen and A. Hottinen. "Square-matrix embeddable space-time block codes for complex signal constellations". *IEEE Transaction on Information Theory*, 48(2), Feb. 2002.

- [Thi93] Thitimajshima. “*Les codes convolutifs récurrents systématiques et leur application à la concaténation parallèle*”. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Déc. 1993.
- [TJ00] V. Tarokh and H. Jafarkhani. “A differential detection scheme for transmit diversity”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Jul. 2000.
- [TJAC99a] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A.R.-Calderbank. “Space-time block codes from orthogonal design”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 1456–1467, July 1999.
- [TJAC99b] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A.R.-Calderbank. “Space-time block coding for wireless communications: performance results”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 451–460, 1999.
- [TNSC99] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A.R. Calderbank. “Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility and multiple paths”. *IEEE Transaction on Communications*, 47:199–207, Feb. 1999.
- [Tom71] M. Tomlinson. “New automatic equalizer employing modulo arithmetic”. *Elec. Letters*, pages 138–139, Mar. 1971.
- [TSC98] V. Tarokh, N. Seshadri, and A.R. Calderbank. “Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 744–765, 1998.
- [TSG01] “METRA project results: link-level simulation results for standard-friendly MIMO techniques in the TDD mode of UTRA”. Technical report, Nokia, Las Vegas, Feb.-Mar. 2001.
- [TSW⁺04] Le Chung Tran, J. Seberry, Yejing Wang, B.J. Wysocki, T.A. Wysocki, Tianbing Xia, and Ying Zhao. “Two complex orthogonal space-time codes for eight transmit antennas”. *EL*, 40(1), Jan. 2004.
- [UG00a] M. Uysal and C. N. Georgiades. “Error performance analysis of space-time codes over Rayleigh fading channels”. *J. Commun. Networks*, 2(4):344–350, Dec. 2000.
- [Ung82] Ungerboeck. “Channel coding with multilevel/phase coding”. *IEEE Transaction on Information Theory*, IT-28(1):55–67, Jan. 1982.
- [Ung87] G. Ungerboeck. “Trellis-coded modulation with redundant signal sets”. *IEEE Communications Magazine*, 25(2), Feb. 1987.
- [Van93] L. Vandendorpe. “Multitone direct sequence CDMA system in an indoor wireless environment”. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Oct. 1993.
- [Ver93] S. Verdù. *Advances in Statistical Signal Processing*, volume 2, chapter Multiuser detection, pages 369–409. 1993.
- [VY03] B. Vucetic and J. Yuan. *Space - Time Coding*. 0470847573. Wiley and Sons, May 2003.
- [vZvNA00b] A. van Zelst, R. van Nee, and G.A. Awater. “Space division multiplexing (SDM) for OFDM systems”. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 1070–1074, May 2000.
- [WFGV98] P.W. Wolniansky, G. J. Foschini, G.D. Golden, and R.A. Valenzuela. “v-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-

- scattering wireless channel". In *International symposium on advanced radio technologies*, Sept. 1998.
- [WHK⁺02] H. Witschning, M. Huemer, A. Koppler, A. Springer, and R. Weigel. "A comparison of an OFDM system and a single carrier system using frequency domain equalization". *European Transaction on Telecommunications*, 13(5), Sept. 2002.
- [Win87] J.H. Winters. "On the capacity of radio communication systems with diversity in Rayleigh fading environment". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 871–878, June 1987.
- [Wit91] A. Wittneben. "Base station modulation diversity for digital SIMULCAST". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 848–853, 1991.
- [Wit93] A. Wittneben. "A new bandwidth efficient transmit antenna modulation diversity scheme for linear digital modulation". In *ICC*, pages 1630–1634, May 1993.
- [WSR⁺03] H. Witschning, G. Strasser, K. Reich, R. Weigel, and A. Springer. "Antenna diversity techniques for SC/DFE - a system analysis". In *Multi-Carrier Spread Spectrum workshop*, Allemagne, Sept. 2003.
- [WT01] U. Wachsmann and J. Thielecke. "Exploiting the data-rate potential of MIMO channel: multi-stratum space-time coding". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Sept. 2001.
- [WX02] H. Wang and X.-G. Xia. "Upper bounds of rates of complex orthogonal space-time block codes". In *Proceedings of the international symposium on information theory ISIT'02*, Lausanne, Switzerland, June 2002.
- [XWG00a] Y. Xin, Z. Wang, and G.B. Giannakis. "Linear unitary precoders for maximum diversity gains with multiple transmit and receive antennas". In *Proc. of the 34th Asilomar Conf. on Signal, Systems and Computers*, 2000.
- [XWG00b] Y. Xin, Z. Wang, and G.B. Giannakis. "Space-time diversity systems based on unitary constellation-rotating precoders". 2000.
- [YC01] W. Yu and J.M. Cioffi. "Trellis precoding for the broadcast channel". In *Globecom*, 2001.
- [YFV00] J. Yuan, W. Firmanto, and B. Vucetic. "Trellis coded 2xMPSK modulation with transmit diversity". In *Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC00)*, Nouvelles-Orléans, June 2000.
- [YLW01] Z. Yang, B. Lu, and X. Wang. "Bayesian Monte Carlo multiuser receiver for space-time coded multicarrier CDMA systems". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1625–1637, Aug. 2001.
- [YS99] A. Yongacoglu and M. Siala. "Space-time codes for fading channels". In *IEEE Vehicular Technology Conference*, 1999.
- [ZT00] L. Zheng and D. Tse. "Sphere packing in the Grassman manifold: a geometric approach to the noncoherent multi-antenna channel". In *IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, Sorrento, Italie, June 2000.
- [ZT02] L. Zheng and D. Tse. "Diversity and multiplexing: A fundamental tradeoff in multiple antenna channels". *IEEE Transaction on Information Theory*, 2002. soumis à publication.

- [ZWZC01] G. Zhou, Y. Wang, Z. Zhang, and K.M. Chugg. “On space-time convolutional codes for PSK modulation”. In *Conference on Communications Theory and Radio Communication*, 2001.

Publications, communications, brevet

Publications

- [1] J.-M. Auffray, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « STBC MC-CDMA systems: comparison of MMSE single-user and multiple-user detection schemes over Rayleigh and MIMO METRA channels ». *European Transactions on Telecommunications*, may/june 2004.
- [2] S. Bougeard, J.-M. Auffray, J.-F. Hélard, « On the combination of STTC with orthogonal frequency code division multiplexing transmission systems ». Soumis    *Electronics letters*.

Communications en tant qu'auteur principal

- [3] J.-M. Auffray et J.-F. Hélard, « Performance of Multicarrier CDMA Technique Combined with Space-Time Block Coding over Rayleigh Channel ». *IEEE Int. Symp. on Spread-Spectrum Tech. & Appl. (ISSSTA)*, Sept. 2002.
- [4] J.-M. Auffray, J.-Y. Baudais et J.-F. Helard, « Performance of MMSE STBC MC-CDMA over Rayleigh and MIMO METRA channels ». *Multicarrier Spread-Spectrum (MCSS)*, Sept. 2003.
- [5] J.-M. Auffray, V. Le Nir, M. Hélard, J.-F. Hélard et R. Le Gouable, « Codage temps-espace en blocs combiné avec un système multiporteuse    étalement de spectre de type MC-CDMA ». *Colloque GRETSI*, Sept. 2003.

Communications en tant que co-auteur

- [6] J.-F. Hélard, J.-Y. Baudais et J.-M. Auffray, « Multicarrier CDMA: a very promising multiple access scheme for future wideband wireless networks ». Invited paper to the *IEEE European Workshop on integrated radio-communication systems*, May 2002.
- [7] V. Le Nir, J.-M. Auffray, M. Hélard, J.-F. Hélard et R. Le Gouable, « Combination of Space-Time Block Coding with MC-CDMA Technique for MIMO systems with two,

- three and four transmit antennas ». *IST Mobile Communications Summit*, June 2003.
- [8] M. Crussière, J.-M. Auffray, J.-F. Hélard, « Comparison of STTCM over Slow and Fast Rayleigh Fading Channels ». *SPAWC*, June 2003.
- [9] F. Portier, J.-F. Hélard, J.-M. Auffray et J.-Y. Baudais, « STBC MC-CDMA systems for indoor and outdoor scenarios ». *IEEE Int. Symp. on Spread-Spectrum Tech. & Appl. (ISSSTA)*, Sept. 2004.

Brevet

- [10] R. Le Gouable, V. Le Nir, M. Hélard, J.-M. Auffray et J.-F. Hélard, « Procédé d'émission d'un signal dans un système multi-antennes, signal et procédé d'estimation d'au moins un canal de transmission correspondants ». Brevet d'invention n° FR 04 364 035.8 déposé le 23 avril 2004.

Index

A

accès multiple.....104
amicable design theory
 cas complexe 122
 cas réel.....116
 annulation d'interférences 233
array gain 56
 AWGN.....10

B

bande
 de base 8
 de cohérence 14
 passante 8
 BBAG 10
beamforming 57
 BLAST.....64, 96
blind schemes 63
 borne de l'union 83
 branches parallèles 159

C

canal
 à évanouissements de Rayleigh .. 35,
 209, 239, 283
 à évanouissements de Rice 35
 BRAN A 239
 MIMO 19
 MISO 20
 SISO 20
 BRAN.....37
 sans mémoire 19
 BRAN A.....283
 capacité
 d'un canal 49
 déterministe 67
 de coupure.....75
 moyenne.....75
 CCDF 75

CDF.....75
 CDMA 1, 104, 207
 CDMA-MIMO 106
 W-CDMA 1
 codes
 catastrophiques MIMO 190
 non-systématiques 162
 systématiques 162
 systématiques récursifs.....162
 temps-espace 55
 Walsh-Hadamard 207
 coefficient de corrélation 24
 cohérence 17
 combinaison
 spatiale.....137
 temporelle.....137
 complexité des STTCM 186
 condition
 d'équiprobabilité.....187
 d'uniformité géométrique 192
 de non-catastrophicité 190
 de simulation sur canaux réalistes 241
 constructions
 orthogonales complexes 117, 121
 orthogonales réelles 113, 115
controlled equalisation 230
 critère
 MSE 104
 d'optimisation des MCT en SISO. 164
 de détection de codes catastrophiques
 190
 de la distance 91
 de la trace 93, 177
 des valeurs singulières égales 95, 200
 du « Zéro symétrie » 89, 177
 du MAP.....227
 du déterminant 87
 du produit 91
 du rang.....87

D

débit
 symbole 81

détecteur
 à maximum de vraisemblance ... 82,
 227, 232
 mono-utilisateur 222
 multi-utilisateur 222

degrés de liberté 65

delay optimal 111

DFE 102

dispersion 17
 des retard 14

distance
 d'échantillonnage spatial 31
 de cohérence 15
 de corrélation spatial 31
 de Hamming en MISO 85, 320
 de Hamming en SISO 163, 329
 euclidienne à l'entrée du canal ... 93
 libre 93, 156
 libre SISO 327
 produit en MISO 85, 320
 produit en SISO 163, 329

distribution
 de Nakagami-m 35
 de Rayleigh 34
 du χ^2 34

diversité
 de constellation 56
 de modulation 54
 de polarisation 56
 du canal 50
 fréquentielle 52
 par retard 55, 99
 spatiale 52, 56, 64
 temporelle 51

Doppler 14

DS-CDMA 207

E

effet de masquage 9

EGC
 EGC MIMO 264
 EGC SISO 229

ergodicité 12, 74

étalement

de spectre 206
 de spectre par séquence directe . 207
 des retards 13

évanouissements

à grande-échelle 9
 à petite échelle 10
 lents 82
 rapides 82

EVD 21

F

facteur de diversité

d'une MCT 165
 d'une STTCM 170

fading

fast 18
flat 18
slow 18
large-scale 9
small-scale 10

FDMA 104

FDMA-MIMO 106

FHT 255

filtrage de Wiener 230

filtre

adapté 227

fonction

d'autocorrélation jointe 16
 de diffusion 16

HSDPA 1

G

gain

d'étalement 207
 de codage 50
 de diversité 50
 de formation de voie 57
 de multiplexage 57
 de multiplexage spatial 68
 de puissance 56
 de réseau 56

gain de codage

en évanouissements lents (MIMO) . 85
 en évanouissements rapides (MIMO)
 86

gain de diversité

en évanouissements lents (MIMO) . 85

- en évanouissements rapides (MIMO)
86
- I**
- IES 14
- interférences
entre symbole 14
- invariance aux rotations de phase ... 199
- K**
- keyhole* 26
- L**
- lancé de rayons 32
- LDCM 64, 98
- longueur
de contrainte des MCT 159
effective d'une MCT 165
- M**
- matrice
canal MIMO 20
des codes d'étalement 221
des différences 84
des différences des mots de codes 317
des distances 84
des distances des codes temps-espace
318
- MATRICE 3, 249
- maximum ratio combining* 52, 227
- MC-CDMA 2
expression du signal reçu 220
principe 212
signal mono-utilisateur 214
signal multi-utilisateur 217
- MC-DS-CDMA 211
- MCT 156
- MIMO 2
- ML 96
- MLSE 232
- MMSE
GMMSE 233, 273
MMSE MD 234, 273
MMSE MD (2) 276
MMSE MD (3) 277
MMSE SD 234, 267
MMSE SD (1) 273
MMSE SD (2) 273
- MMSE SD MIMO 269
- MMSE SD MISO 268
- MMSE (1) 268
- MMSE (2) 270
- MMSE SISO 230
- par sous-porteuse 234
- par utilisateur 233
- modèle
METRA 40
de Rayleigh MIMO théorique 38
stochastique géométrique 32
stochastique paramétrique 33
- modes propres 20
- modulation
à porteuses multiples 208
codée en treillis 156
unitaire temps-espace 62
- mot de code temps-espace 81
- MRC
MRC MIMO 262
MRC SISO 227
- MT-CDMA 212
- multilevel complex modulation* 125
- multilevel structure* 197
- multiple trellis coded modulation* 198
- multiplexage
spatial 64
- N**
- non-ergodicité 74
- O**
- OFDM 2, 208, 210
C-OFDM 209
MIMO-OFDM 102
OFDMA-MIMO 106
- ORC
ORC MIMO 266
TORC 230
ORC SISO 229
- OSTBCM/MC-CDMA
expression du symbole détecté .. 260
- P**
- PALMYRE 3
- PAS 16
- path loss* 9

pertes à grande échelle 9
 PIC 233
pin-hole 26
 préégalisation 63
 précodage 63
 préfiltrage 63
 probabilité
 de coupure 74
 probabilité d'erreur 50
 par paire instantanée 83
 par paire moyenne 83
 processus
 de Rayleigh 34

R

réciprocité de la capacité 70, 72
 réseaux locaux sans fil 208
 rapport signal à bruit 49
 rapport signal à bruit plus interférences
 49
rate-halving codes 118
 recherche
 systématique 186
 rendement d'un code temps-espace . 110,
 111
 représentation
 analytique des STTCM 172
 matricielle des STTCM 173
 polynômiale des STTCM 173
 retard moyen 14

S

sélectivité
 du canal 18
 en espace 19
 en fréquence 18
 en temps 18
scatterers 34
 SC/FDE 102
 SDMA 104
set partitioning method 157, 160
shadowing 9
 SIC 233
smart-greedy space-time code 197
smart antennas 62
soft failure 53, 100, 112
space-frequency code 103

space-time-frequency code 103
 spectre
 de distance des STTCM 194
 de puissance joint 16
square-matrix embeddable STBC 123
 SS-MC-MA 213
 stationnarité 12
 STBC 99
 NOSTBCM 99
 OSTBC 99
 STBCM 99
 structure
 algébrique 123
 d'annulation des interférences... 233
 récursive 120
 STTC 4, 99
 STTCM 99
 multidimensionnelles 198
 ST-WSSUS 12
square-matrix embeddable STBC 124
 SVD 21
 symbole temps-espace 81

T

TDMA 104
 TDMA-MIMO 105
 techniques
 aveugles 63
 différentielles 63
 temps de cohérence 15
 tracé de rayons 32
 trajets multiples 10
 transformée
 d'Hadamard rapide 255
 transmission
 point-à-multipoints 105
 point-à-point 105
 treillis
 MIMO 167
 SISO 159

U

UMTS 1
 UTRA 105

V

variable

du χ^2 à $2N$ degrés de liberté.....	39
naturelle.....	12
transformée.....	12

W

<i>water-filling</i>	68
WSS-US.....	11

Z

ZF.....	229

Résumé

Dans la recherche de modulations adaptées à la voie descendante des réseaux cellulaires 4G, *i.e.* permettant le transfert de données à haut débit tout en garantissant une grande mobilité aux utilisateurs, les systèmes MC-CDMA s'affirment aujourd'hui comme des solutions à fort potentiel. Ces techniques reposent sur la combinaison des modulations à porteuses multiples et l'étalement de spectre qui permet l'accès multiple par répartition de code. En parallèle, les systèmes MIMO constituent une nouvelle voie très prometteuse améliorant notablement l'efficacité spectrale des systèmes hertziens via la dimension spatiale. Cette thèse porte sur l'optimisation de systèmes MIMO/MC-CDMA par l'étude des codes temps-espace en blocs (STBC) ou en treillis (STTC).

Après un état de l'art relativement exhaustif des systèmes MIMO en général et des codes temps-espace en particulier, nous proposons de nouveaux codes STBC orthogonaux, puis une représentation des STTC basée sur une représentation polynômiale permettant la comparaison des codes STTC existants. La combinaison STBC/MC-CDMA étudiée ensuite améliore sensiblement les performances d'un système MC-CDMA SISO tout en autorisant un décodage relativement simple. Leur optimisation repose sur des techniques de détection mono-utilisateurs ou multi-utilisateurs. Leurs performances sont évaluées dans des configurations MISO ou MIMO, aussi bien sur des canaux théoriques que sur des canaux réalistes. Enfin, la combinaison STTC/MC-CDMA est étudiée.

Mots clés : systèmes MIMO, codes temps-espace (STTC, STBC), MC-CDMA, OFDM, techniques de détection mono/multi-utilisateurs

Abstract

The 4th Generation mobile radio systems require the research of new modulation schemes to reply to increasing needs in terms of data rates and mobility. The MC-CDMA scheme has recently emerged as one of the most promising candidates for future networks physical layer. This modulation combines orthogonal frequency division multiplex modulation (OFDM) with spread spectrum technique which allows the code division multiple access. On the other hand, MIMO systems inherit space diversity to mitigate fading effects and improve dramatically the spectrum efficiency. This thesis deals with the optimisation of MIMO/MC-CDMA systems through the use of space-time block coding (STBC) or trellis coding (STTC).

We propose new orthogonal STBC and a new representation of STTC based on a polynomial notation. The studied STBC/MC-CDMA systems improve the performance of a MC-CDMA SISO system with a low complex decoding. Their optimisation is based on single-user and multiple-user detection schemes. Their performance are evaluated on theoretical and realistic channels. Finally, the STTC/MC-CDMA combination is studied.

Keywords : Multiple-Input Multiple-Output systems, space-time coding (STTC, STBC), MC-CDMA, OFDM, single-user/multi-user detection schemes