



HAL
open science

Etude de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres monomodes standard. Application aux capteurs de température et de pression

Sébastien Le Floch

► **To cite this version:**

Sébastien Le Floch. Etude de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres monomodes standard. Application aux capteurs de température et de pression. Physique [physics]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2001. Français. NNT: . tel-00008526

HAL Id: tel-00008526

<https://theses.hal.science/tel-00008526>

Submitted on 17 Feb 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention : *Opto-Electronique*

par

Sébastien LE FLOCH

Etude de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques monomodes standard. Application aux capteurs de température et de pression.

soutenue le 3 décembre 2001 devant la commission d'examen :

Composition du Jury :

Rapporteurs : Luc Thévenaz, MER EPFL Lausanne
Christian Boisrobert, Pr Université de Nantes

Examineurs : Fabienne Riou, Thalès Systèmes aéroportés Brest
Jack Cariou, Pr UBO Brest
Jean Lotrian, Pr UBO Brest
Walter Scandale, CERN Genève

Invités : Pierre Cambon, ISEB Brest
Yvon Le Guen, IFREMER Brest

"Dès l'enfance, les hommes sont naturellement enclins à imiter, et tous les hommes trouvent du plaisir aux imitations" Aristote (384-324 av. JC)

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au département d'opto-électronique de l'Institut Supérieur d'Electronique de Bretagne (ISEB) à Brest, et avec le soutien de la Région Bretagne. Monsieur Pierre Cambon, responsable du département, trouvera ici la marque de toute mon amitié pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et par la suite encadré.

Madame Fabienne Riou, enseignant-chercheur à l'ISEB puis chercheur chez Thalès Systèmes aéroportés à Brest, a encadré cette thèse dans sa majeure partie, avec talent et obstination. La richesse de son encadrement m'a fait profiter de son expérience en recherche ainsi que de ses qualités humaines. Je lui joins ma plus grande sympathie.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur Jack Cariou, responsable scientifique de cette thèse et professeur au laboratoire de spectrométrie optique de l'Université de Bretagne Occidentale (UBO) à Brest, pour l'intérêt et la grande disponibilité apportés durant mes travaux.

Mes sincères remerciements à Monsieur Luc Thévenaz, maître d'enseignement et de recherche au laboratoire de métrologie à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), pour sa riche collaboration et sa participation au jury en tant que rapporteur.

Je remercie également Monsieur Jean Lotrian, professeur responsable du laboratoire de spectrométrie optique de l'UBO, pour sa participation au jury de thèse ainsi que Monsieur Boisrobert, professeur et responsable du laboratoire LPIO de l'université de Nantes, pour avoir accepté de juger cette étude comme rapporteur.

Ce travail n'aurait pu aboutir sans Monsieur Walter Scandale, professeur au Centre Européen pour la Recherche Nucléaire à Genève, qui m'a donné la possibilité avec toute son équipe de réaliser des mesures aux températures cryogéniques au sein du CERN. Je le remercie pour toute son attention et sa présence parmi le jury. Je remercie également Monsieur Yvon Le Guen, ingénieur à l'Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer (IFREMER) à Brest, pour les mesures en pression réalisées à l'IFREMER. Beaucoup d'imagination de sa part ainsi que son équipe auront permis de mener à bien les expériences.

Ce travail doit beaucoup à l'enthousiasme et à la volonté que j'ai pu trouver dans la jeune équipe du laboratoire d'opto-électronique de l'ISEB, même dans des moments difficiles. Un grand merci à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la continuité de ce projet.

A mes parents

Table des matières

Remerciements	iii
Introduction	1
1 La diffusion Brillouin et les principaux effets non-linéaires dans les fibres optiques	4
1.1 Effets non-linéaires	4
1.1.1 Origine de la non-linéarité	4
1.1.2 Phénomènes non-linéaires dans les fibres optiques	5
1.2 Les diffusions inélastiques	6
1.2.1 Origine de la diffusion	6
1.2.2 Diffusion Raman	7
1.2.3 Diffusion Brillouin Spontanée	9
1.3 Propagation Brillouin dans les fibres optiques	12
1.3.1 La pression électrostrictive	12
1.3.2 Equations différentielles couplées	13
1.3.3 Approximation des enveloppes lentement variables	14
2 Génération de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques	17
2.1 Principe de la génération de la diffusion Brillouin stimulée	17
2.1.1 Initiation de la diffusion Brillouin-Bruit Langevin	17
2.1.2 Stimulation de la diffusion Brillouin	19
2.2 Théorie semi-classique de la diffusion Brillouin stimulée	19
2.2.1 Equation d'évolution spatiale de la transformée de Fourier des champs Stokes et anti-Stokes à pompe constante/Gain Brillouin	19
2.2.2 Spectres Stokes et anti-Stokes	23
2.2.3 Longueur et surface effectives d'une fibre	25
2.2.4 Intensité rétrodiffusée	27
2.2.5 Puissance de seuil	30

3	Amplification de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques	33
3.1	Théorie classique de la diffusion Brillouin stimulée	33
3.1.1	Equations couplées Brillouin-modèle cohérent	33
3.1.2	Solution à l'état stationnaire	35
3.1.3	Saturation du gain-Réflexivité	37
3.1.4	Distribution d'intensité	39
3.1.5	Diffusion anti-Stokes stimulée	42
3.2	Dépendance en polarisation du gain Brillouin	42
3.2.1	Efficacité de mélange à deux ondes-formalisme de Stokes	42
3.2.2	Interférence entre les signaux pompe et sonde	44
3.2.3	Influence de la biréfringence	46
4	Dispositif expérimental de mesure de la courbe de gain Brillouin dans les fibres optiques	49
4.1	Techniques de mesure de la courbe de gain Brillouin	49
4.2	Dispositif expérimental	51
4.2.1	Génération de l'onde sonde à partir d'un modulateur électro-optique en LiNbO_3	51
4.2.2	Utilisation d'une seule source laser	55
4.2.3	Interaction pompe-sonde	57
4.3	Conditions expérimentales de mesure-Performances	59
4.3.1	Appauvrissement de la pompe	59
4.3.2	Influence des largeurs de raie laser	59
4.3.3	Facteur de gain Brillouin et polarisation	63
5	Etude expérimentale de mesure de la courbe de gain Brillouin avec la température et la pression	64
5.1	Théorie générale des états localisés dans $a - \text{SiO}_2$	64
5.1.1	Structure de la silice	65
5.1.2	Modèle du système à deux niveaux	65
5.2	Etude de la courbe de gain Brillouin avec la température	68
5.2.1	Polarisation et Electrostriction	70
5.2.2	Fréquence Brillouin et température	72
5.2.3	Largeur Brillouin/Maximum d'absorption	74
5.2.4	Etude théorique de la friction interne dans la silice	77
5.3	Etude de la courbe de gain Brillouin avec la pression hydrostatique	78
5.3.1	Fréquence Brillouin et pression	79
5.3.2	Largeur spectrale et pression	80

Conclusion	81
A Annexe	83
A.1 Equation de Langevin-Lien entre fluctuations et dissipation	83
A.2 Résolution des équations de Maxwell-Bloch par la méthode de la transformée de Laplace	84
A.3 Densité spectrale d'intensité Stokes tenant compte de la largeur des raies lasers dans le cas de l'amplification de la diffusion Brillouin stimulée	87
A.3.1 Expression du champ Stokes	87
A.3.2 Largeurs spectrales lasers	88
A.3.3 Auto-corrélation	88
A.3.4 Intensité Stokes	90

Introduction

Léon Brillouin (1889-1969) propose en 1922, suite à ses travaux de thèse sur la théorie des solides et des quanta [1], une explication à ce qu'on appelle aujourd'hui l'"effet Brillouin" : il suppose qu'une onde lumineuse réfléchiée par un cristal est accompagnée, à cause de l'agitation thermique, de deux raies monochromatiques centrées sur la fréquence de l'onde principale. Mandelstam publia plus tard, en 1926, le résultat de ses travaux théoriques, sur la diffusion de la lumière par les fluctuations adiabatiques du milieu, débutés en 1918. C'est pourquoi on trouve parfois son nom associé au processus de diffusion dans la littérature, principalement soviétique (Landau et Lifchitz parlent ainsi du doublet Mandelstam-Brillouin [2]). Mais ce n'est qu'en 1930 que le "doublet Brillouin" fut vérifié expérimentalement.

Si les premières expériences de spectroscopie Brillouin étaient destinées d'abord à l'analyse des propriétés acoustiques des matériaux, l'apparition du laser en 1959 a permis grâce à sa puissance l'étude de la non-linéarité de la réponse des matériaux. Ainsi, la diffusion Brillouin en régime stimulé fut-elle mise en évidence en 1964 par Chiao et al. [3] avec une lumière laser d'un cristal de quartz et de saphire. Depuis lors, elle a été étudiée sous diverses conditions dans nombres de matériaux liquides et solides. Parallèlement, l'étude théorique de la diffusion Brillouin stimulée fut développée aussi bien d'un point de vue classique [4] que quantique [5].

L'apparition dans les années 1970 des fibres optiques donna lieu à des expériences montrant le coté extrêmement néfaste de l'effet Brillouin pour les télécommunications grandes distances, comme elle limite de manière drastique la puissance optique que l'on peut transmettre dans une fibre optique [6]. Dans le même temps, la potentialité d'utilisation de la fibre optique, immunisée contre les champs électro-magnétiques, comme capteur connut un engouement qui retomba dans les années 1980, seuls quelques applications connaissant le succès industriel. Il fallut attendre la fin des années 1980 pour voir enfin les premières applications de la diffusion Brillouin aux capteurs fibrés, avec la découverte de la sensibilité de la fréquence Brillouin avec la température et la contrainte [7], [8]. Les premières techniques de mesure distribuée étaient basées sur la réflectométrie optique (OTDR Optical Time Domain Reflectometry), mais l'émergence de nouveaux lasers puissants tels que les lasers à semi-conducteurs ou solides et fins spectralement a permis la réalisation expérimentale des techniques "pompe-sonde" ou OTDA (Optical Time Domain Analysis), utilisant d'abord deux sources lasers, puis une seule source grâce à un modulateur électro-optique [9]. Cette technique a permis une résolution spatiale de l'ordre du mètre pour une longueur de fibre de plusieurs kilomètres. Plus récemment, l'emploi des techniques de corrélation des signaux optiques a donné des résolutions spatiales réduite au centimètre, la longueur d'interaction étant d'une dizaine de mètres [10].

D'autres applications utilisant la fibre optique ont également été développées, telles que les gyromètres, les générateurs micro-onde, les amplificateurs optiques à bande étroite, les lasers très cohérents... Mais les capteurs Brillouin ne se limitent pas aux fibres optiques : les premières mesures de température et de salinité dans l'eau de mer, à partir de la rétrodiffusion Brillouin d'une onde optique pulsée et de longueur d'onde correspondant à la fenêtre de transparence de l'eau de mer, sont dues à Hirschberg et al. en 1975 [11]. Depuis, des progrès conséquents ont été effectués à la fois pour ces LIDAR Brillouin océanographiques (détection d'objets flottants et la bathymétrie) et également les LIDAR Brillouin atmosphériques [12].

Cette liste non exhaustive montre bien la diversité des applications capteurs Brillouin dans des domaines très variés et d'une manière générale, ce travail de thèse contribue à démontrer que bien d'autres champs applications existent. Il participe également d'une manière théorique à une meilleure connaissance de la diffusion Brillouin dans les fibres optiques.

Organisation du mémoire

Ce mémoire est organisé de la façon suivante :

Dans le **chapitre I** figure une introduction aux effets non-linéaires observés dans les fibres optiques lors de la propagation d'une onde optique. Les diffusions inélastiques spontanées Raman et Brillouin, dues respectivement à des mouvements individuels et collectifs des molécules constitutives du milieu, sont présentées. Les équations de propagation Brillouin optiques et acoustique sont établies à partir du phénomène d'électrostriction.

Le **chapitre II** décrit la génération de la DBS à partir d'une source Langevin. Les expressions des intensités Stokes et anti-Stokes, tenant compte de l'atténuation, sont établies, ainsi qu'une nouvelle expression de la puissance de seuil dans les fibres optiques, au-delà de laquelle l'effet Brillouin agit comme un miroir.

L'amplification de la DBS, ou technique pompe-sonde, est décrite théoriquement dans le **chapitre III**. Une solution approchée aux équations couplées Brillouin à l'état stationnaire est proposée. L'influence des polarisations des champs pompe et sonde est présentée en fonction de la biréfringence des fibres.

Le **chapitre IV** présente, après un bref historique des techniques de mesure, le dispositif expérimental de mesure de la courbe de gain Brillouin, basée sur la technique pompe-sonde. Une seule source laser est employée, grâce à un modulateur électro-optique. L'interaction entre une onde pompe et une onde sonde "petit signal" est étudiée. Les effets d'appauvrissement de pompe sur la courbe de gain Brillouin sont évalués expérimentalement, ainsi que la dépendance en polarisation du gain. L'influence des largeurs de raie laser (pompe et sonde) sur le spectre de gain Brillouin est estimée théoriquement.

Le **chapitre V** présente les résultats de mesure de la courbe de gain Brillouin dans les fibres optiques monomodes standard en fonction de la température et de la pression. Les mesures pour des températures allant de 1K à température ambiante montrent la dépendance non-linéaire de la fréquence Brillouin aux températures cryogéniques. La largeur spectrale Brillouin est également mesurée et un modèle théorique de la friction interne, en accord avec les mesures, est proposé. La dépendance de la fréquence Brillouin avec la pression est démontrée.

Références de l'introduction

- [1] L. Brillouin, "Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent et homogène", Thèse (Paris 1920), annales de Physique
- [2] L. Landau et E. Lifchitz "Electrodynamique des milieux continus", MIR 1969
- [3] R.Y Chiao, C.H. Townes et B.P. Stoicheff "Stimulated Brillouin scattering and coherent generation of intense hypersonic waves", Phys. Rev. Lett. vol. 12, 21 p 592 1964
- [4] C.L. Tang "Saturation and spectral characteristics of the Stokes emission in the stimulated Brillouin process", Journ. of Appl. Phys. vol. 37, 8 pp 2945-2955 1966
- [5] Y.R. Shen et N. Bloembergen "Theory of stimulated Brillouin and Raman scattering" Phys. Rev. vol. 137, 6A 1965
- [6] R.G. Smith "Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering", Appl. Opt. vol. 11 p 2489 1972
- [7] T. Kurashima, T. Horigushi et M. Tateda "Thermal effects of Brillouin gain spectra in single-mode fibers" Photonics Tech. Lett. vol. 2, 10 pp 718-720 1990
- [8] T. Horigushi, T. Kurashima et M. Tateda "Tensile strain dependance of Brillouin frequency shift in silica optical fibers" Photonics Tech. Lett. vol. 1 p 107 1989
- [9] M. Niklès, L. Thévenaz et P. Robert "Simple distributed fiber sensor based on Brillouin gain spectrum analysis" Optics letters vol. 21, 10 pp 758-760 1996
- [10] K. Hotate et T. Hasegawa "A correlation-based continuous-wave technique for measuring Brillouin gain spectrum distribution along an optical fiber with centimeter-order spatial resolution" SPIE 14th international conference on Optical Fiber Sensors pp 651-661 2000
- [11] D.J. Collins, J.A. Bell et R. Zanoni "Recent progress in the measurement of temperature and salinity by optical scattering" SPIE Ocean Optics VII pp 247-269 1984
- [12] R.S. Alvarez, L.M. Caldwell, P.G. Wolyn, D.A. Kueger, T.B. Mc Kee et C.Y. She "Profiling temperature, pressure and aerosol properties using high spectral resolution lidar employing atomic blocking filters" J. Atm. Ocean. Tech. vol. 10 pp 546-556 1993

La diffusion Brillouin et les principaux effets non-linéaires dans les fibres optiques

L'objet de ce chapitre est de mettre en évidence les différents phénomènes non-linéaires existant dans les fibres optiques lors de la propagation d'une onde électro-magnétique. L'étude des principales diffusions de la lumière dans de tels milieux est également abordée, dont la diffusion Brillouin, qui sera traitée plus spécifiquement. Un modèle théorique classique établit les équations couplées de la diffusion Brillouin stimulée.

1.1 Effets non-linéaires

1.1.1 Origine de la non-linéarité

Le champ électrique \tilde{E} d'une onde lumineuse se propageant dans la matière induit des déplacements élémentaires des charges au niveau de l'atome. Les moments dipolaires induits créent une polarisation \tilde{P} du milieu à l'échelle macroscopique.

Tant que ces mouvements n'ont pas de grande amplitude, c'est à dire tant que l'interaction champ électromagnétique-matière est faible, on peut considérer que les particules se déplacent dans un *potentiel harmonique* : c'est le modèle de Lorentz et la polarisation résultante est alors proportionnelle au champ électrique de l'onde incidente :

$$\tilde{P}_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \tilde{E} \quad (1.1)$$

où $\chi^{(1)}$ est la susceptibilité diélectrique linéaire. Pour des mouvements de plus grande amplitude des particules, sous l'action d'un champ électro-magnétique intense, il faut considérer l'*anharmonicité* du potentiel (voir la figure 1.1) et l'équation différentielle régissant le mouvement des particules devient non-linéaire [1].

La polarisation induite peut s'écrire comme la somme d'une partie linéaire et d'une partie non-linéaire en relation avec le champ électrique : $\tilde{P} = \tilde{P}_L + \tilde{P}_{NL}$

Considérant le milieu sans accumulation de charges et non magnétique, l'équation de propagation du champ électrique s'écrit, d'après les équations de Maxwell [2] :

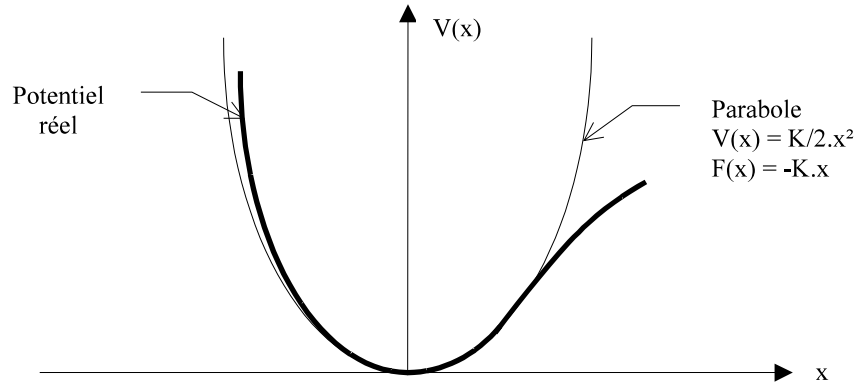


Figure 1.1 —
Représentation schématique de l'énergie potentielle d'une particule plongée dans un milieu non centro-symétrique.

$$\Delta \tilde{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

la perméabilité μ_0 est reliée à la permittivité du vide ε_0 par la relation : $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$. L'introduction de la nouvelle expression de la polarisation donne :

$$\Delta \tilde{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \tilde{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

Les non-linéarités optiques étant petites, la polarisation non-linéaire peut s'écrire comme une série en puissance du champ électrique [1] :

$$\tilde{P}_{NL} = \varepsilon_0 \left(\chi^{(2)} : \tilde{E}\tilde{E} + \chi^{(3)} : \tilde{E}\tilde{E}\tilde{E} + \dots \right) = \tilde{P}^{(2)} + \tilde{P}^{(3)} + \dots \quad (1.4)$$

$\chi^{(i)}$ est la susceptibilité d'ordre i . Afin de tenir compte des effets de la polarisation de la lumière, c'est un tenseur de rang $i+1$.

Les principaux effets non-linéaires observés viennent des susceptibilités du deuxième et troisième ordre.

1.1.2 Phénomènes non-linéaires dans les fibres optiques

Les fibres optiques étant pour la plupart constituées de silice, matériau amorphe, on a une isotropie macroscopique : c'est un milieu *centro-symétrique*. La susceptibilité d'ordre 2 est nulle : en effet, l'existence d'un centre d'inversion implique que, dans l'approximation dipolaire-électrique, les propriétés du milieu restent invariantes lors d'une inversion (passage d'une coordonnée \vec{r} à $-\vec{r}$), $\tilde{P}_{NL}^{(2)}(\tilde{E}) = -\tilde{P}_{NL}^{(2)}(-\tilde{E})$, ce qui entraîne $\chi^{(2)} = 0$.

On ne peut observer en principe d'effets non-linéaires du deuxième ordre dans les fibres optiques. En réalité, la présence de moments quadrupolaire-électrique et dipolaire-magnétique peut engendrer des effets tels que la génération de seconde harmonique [3].

La susceptibilité d'ordre trois est responsable de phénomènes élastiques (c'est à dire sans échange d'énergie entre le champ électro-magnétique et le milieu diélectrique) tels que la

génération de troisième harmonique, le mélange à quatre ondes et la réfraction non-linéaire. Cependant, les processus non-linéaires responsables de la génération de nouvelles fréquences sont peu efficaces dans les fibres optiques, l'accord de phase étant difficilement réalisable; c'est pourquoi une grande part des effets non-linéaires viennent de la réfraction non-linéaire. L'indice de réfraction de la fibre devient : $n = n_0 + n_2 I$ où I est l'intensité du champ incident (en W/m^2), n_0 la partie linéaire et n_2 la partie non-linéaire de l'indice de réfraction. Citons principalement deux effets très étudiés :

L'auto-modulation de phase : La phase d'un champ optique de vecteur d'onde k_0 varie durant sa propagation sur une longueur L comme $nk_0L = (n_0 + n_2 I)k_0L$. Ce phénomène peut créer de l'élargissement spectral pour des impulsions très courtes. Il est aussi à l'origine des solitons optiques dans les fibres.

La modulation de phase croisée : Cette fois, la variation non-linéaire de la phase d'un champ optique 1 est induite par la présence d'un autre champ co-propagatif 2 de longueur d'onde différente. La variation totale est : $\phi_{NL} = n_2 k_0 L (I_1 + 2I_2)$. Le deuxième terme de droite correspond à cet effet et peut provoquer un élargissement spectral asymétrique d'impulsions optiques co-propagatives.

Tous ces phénomènes, comme on l'a vu, sont dus à des non-linéarités locales reflétant la réponse non-linéaire d'atomes ou molécules au champ électrique, les dipôles induits oscillant à la même fréquence que ces derniers. Il existe un deuxième type de processus non-linéaire du troisième ordre-*la diffusion inélastique*-qu'on ne peut plus décrire par la susceptibilité locale $\chi^{(3)}$, car il implique un échange énergétique entre le champ électromagnétique et le milieu [3] : les diffusions Raman et Brillouin en sont les plus importantes et résultent de modes vibrationnels d'excitation dans la silice.

1.2 Les diffusions inélastiques

1.2.1 Origine de la diffusion

La diffusion de la lumière par un milieu de propagation dans une direction donnée est la somme des amplitudes diffusées par chacun des éléments de volume dans cette même direction. Cette somme est nulle si le milieu est parfaitement *homogène*. En effet, considérons la figure (1.2) :

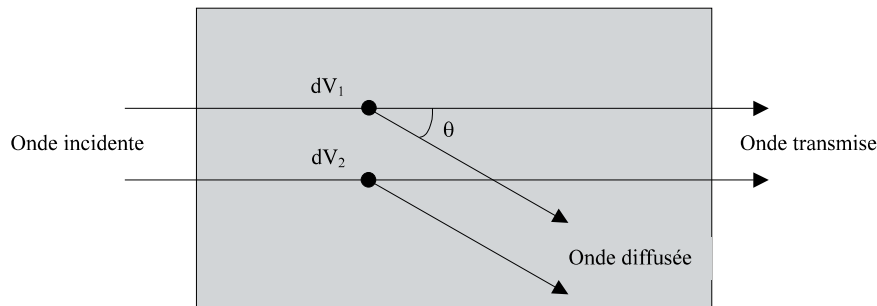


Figure 1.2 —

Diffusion de la lumière dans la direction θ par deux éléments de volume (dV_1 et dV_2).

Si on suppose qu'un élément de volume dV_1 diffuse la lumière dans une direction θ , il existe forcément un autre élément de volume dV_2 , diffusant la lumière dans la même direction et situé à une distance telle que l'interférence entre les deux lumières diffusées soit destructive. Ainsi,

il n'y a pas de lumière diffusée, sauf pour $\theta = 0$ (propagation du faisceau). Ce sont donc les *inhomogénéités*, créant des fluctuations de densité, qui sont responsables des différents types de diffusion, dont la plus connue est la *diffusion Rayleigh* [4] qui est une diffusion élastique : à cause des fluctuations, l'indice de réfraction subit des variations rapides et aléatoires, ce qui entraîne la diffusion de la lumière dans toutes les directions ; les centres diffuseurs étant fixes dans la matière, elle se produit sans changement de fréquence, bien que l'on observe un élargissement du spectre. D'autres types de diffusion, inélastiques, sont dus aux vibrations des particules constitutives de la matière : quand ces vibrations sont indépendantes les unes des autres, on parle d'*effet Raman*. Quand au contraire elles sont couplées entre elles on parle d'*effet Brillouin* [4]. Ces interactions ont des fréquences proches de l'onde incidente, mais non égales, ce qui fait que ce sont bien des phénomènes non-linéaires. Le décalage en fréquence peut être négatif ou positif : on parle alors d'onde *Stokes* et *anti-Stokes* respectivement (figure 1.3).

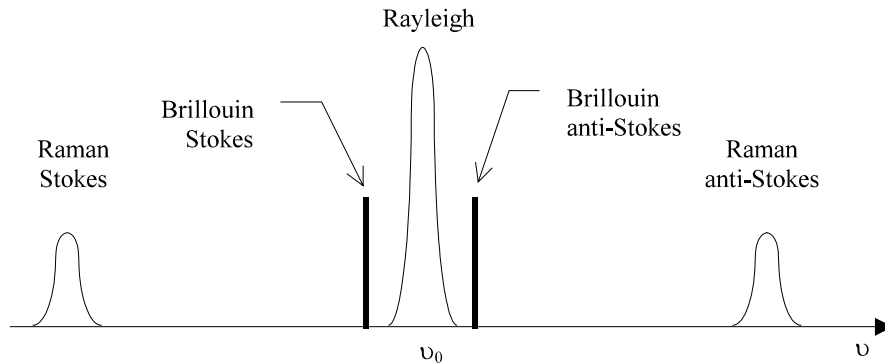


Figure 1.3 —
Représentation fréquentielle typique de la lumière diffusée spontanée dans un milieu diffusant.

1.2.2 Diffusion Raman

La diffusion Raman est une interaction entre une molécule possédant des niveaux vibrationnels d'énergie discrets E_i et un champ incident d'énergie $h\nu$, petite devant l'énergie d'ionisation (diffusion inélastique basse fréquence) [5]. La molécule subit une double transition-figure (1.4) :

Un phonon optique est absorbé sur un niveau d'énergie supérieur E' , non-stationnaire. La molécule relaxe alors très vite en réémettant un photon. si elle relaxe sur le niveau initial E_i , le photon émis a la même fréquence (diffusion Rayleigh). Elle peut cependant relaxer sur un niveau excité E_n et le photon émis aura alors une fréquence ν_s plus petite que celle du photon incident : $h\nu - E_n = h\nu_s$ (raie Stokes). De manière symétrique, si la molécule se trouve sur un état excité E_n elle relaxera soit sur le même état (Rayleigh), soit sur le niveau fondamental E_i en émettant un photon de fréquence ν_{as} plus élevé : $h\nu + E_n = h\nu_{as}$ (raie anti-Stokes). D'après la loi de Maxwell-Boltzmann, à l'équilibre thermodynamique, les états excités sont moins peuplés que le niveau fondamental ; les raies Stokes sont donc plus intenses que les raies anti-Stokes, produites à partir d'états excités. Leur décalage en fréquence ne dépend pas de la longueur d'onde du faisceau incident mais des caractéristiques moléculaires du milieu diffusant.

Dans ce type d'interaction à un photon, le photon est émis dans une direction quelconque :

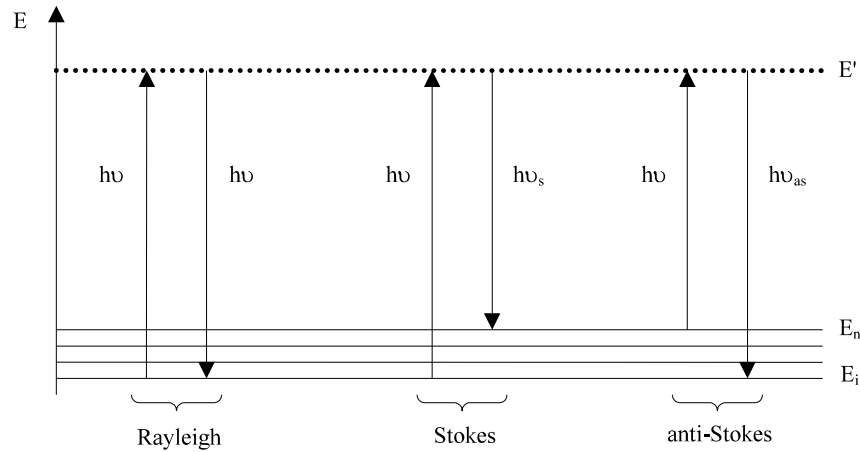


Figure 1.4 —
Diagramme en énergie et transitions Raman spontanées Stokes et anti-Stokes. Les niveaux E_n sont les niveaux vibrationnels.

c'est un effet *spontané*. Il existe également une autre interaction possible, l'interaction à deux photons-figure (1.5) :

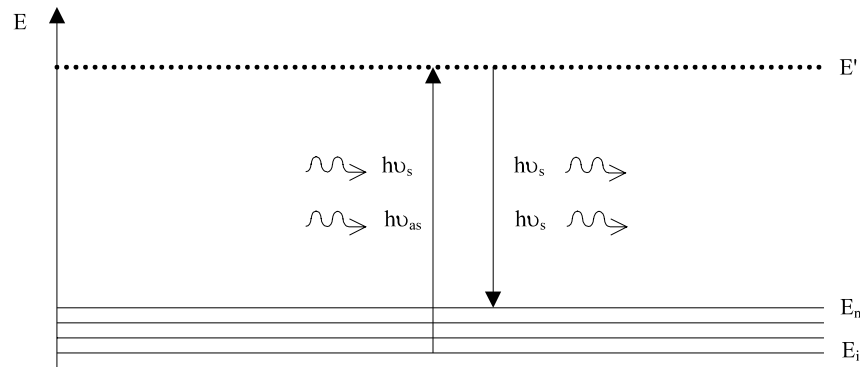


Figure 1.5 —
Représentation schématique des diffusions Raman stimulées Stokes et anti-Stokes.

Supposons que la molécule à l'état fondamental interagisse avec deux photons de fréquences ν_s et ν_{as} . Le photon de plus haute fréquence ν_{as} est annihilé et un nouveau photon de fréquence ν_s est émis, avec les mêmes caractéristiques que le photon incident ν_s : on a donc amplification du signal à cette fréquence ; c'est l'*effet stimulé*.

Dans les fibres en silice et contrairement à la plupart des milieux, le spectre Raman est très large (jusqu'à 1000cm^{-1}) : ceci est dû à la nature non-cristalline, amorphe du verre et les molécules possèdent alors des énergies vibrationnelles différentes. Il présente un maximum décalé en nombre d'onde de 440cm^{-1} environ par rapport au faisceau incident. La figure 1.6 montre la diffusion Raman spontanée dans une fibre en fonction du nombre d'onde [6].

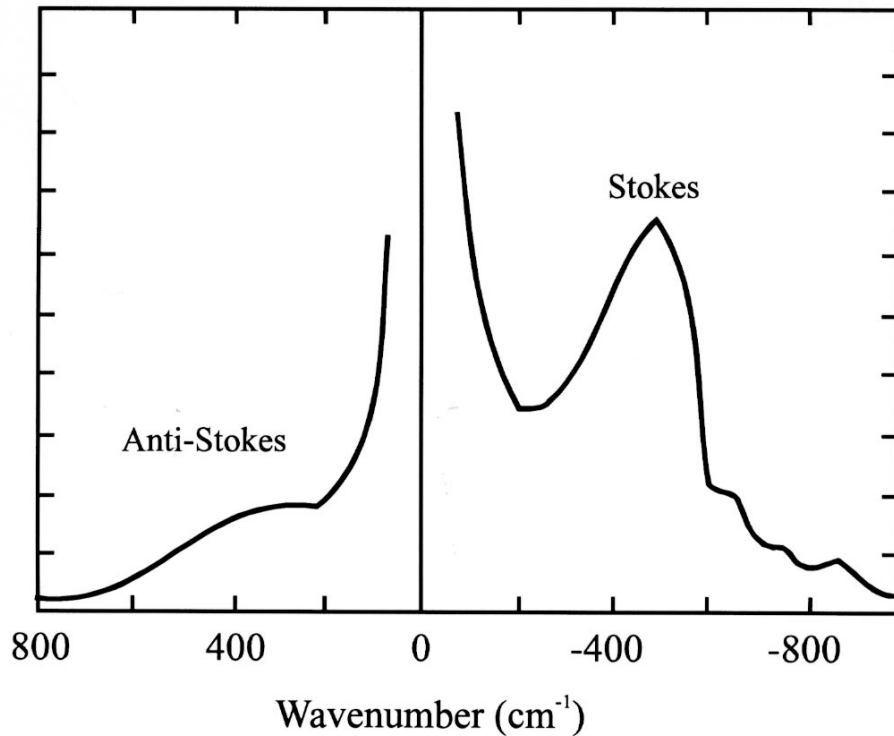


Figure 1.6 —
Diffusions Raman Stokes et anti-Stokes, en fonction du nombre d'onde, dans les fibres optiques [6].

1.2.3 Diffusion Brillouin Spontanée

Classiquement, sous l'effet de la température, les molécules du milieu diffusant effectuent de petits déplacements autour de leur position d'équilibre. Ces mouvements se couplent entre eux et créent des *ondes acoustiques* se propageant en tous sens dans le milieu. Or la présence d'une onde acoustique modifie la pression ainsi que la densité de ce milieu. L'interaction de ce type d'onde avec une onde électromagnétique est appelée *diffusion Brillouin*.

Reprenons le même raisonnement que celui pris pour montrer qu'un milieu parfaitement homogène ne diffuse pas la lumière-figure (1.7) :

Soit une onde acoustique dont les fronts d'onde, de compression maximale, sont séparés d'une distance λ_a , longueur d'onde de l'onde acoustique. L'interférence constructive, au premier ordre, entre les ondes diffusées est maximale quand leur différence de marche sur le réseau acoustique est égale à leur longueur d'onde λ_L , soit en utilisant la relation de Bragg :

$$\lambda_L = 2\lambda_a \sin(\theta_i) \quad (1.5)$$

Ainsi, pour une onde acoustique de longueur d'onde et direction de propagation données, il n'existe qu'une seule direction de propagation de l'onde optique incidente au premier ordre faisant apparaître l'effet Brillouin. La fréquence de l'onde acoustique étant très inférieure aux fréquences optiques, les vecteurs d'onde optiques des champs incidents \vec{k}_L et diffusés \vec{k}_S sont quasiment égaux : $\vec{k}_L \simeq \vec{k}_S$, ce qui revient à considérer que les ondes optiques ont la même longueur d'onde. On déduit alors que l'angle de diffusion entre les faisceaux optiques

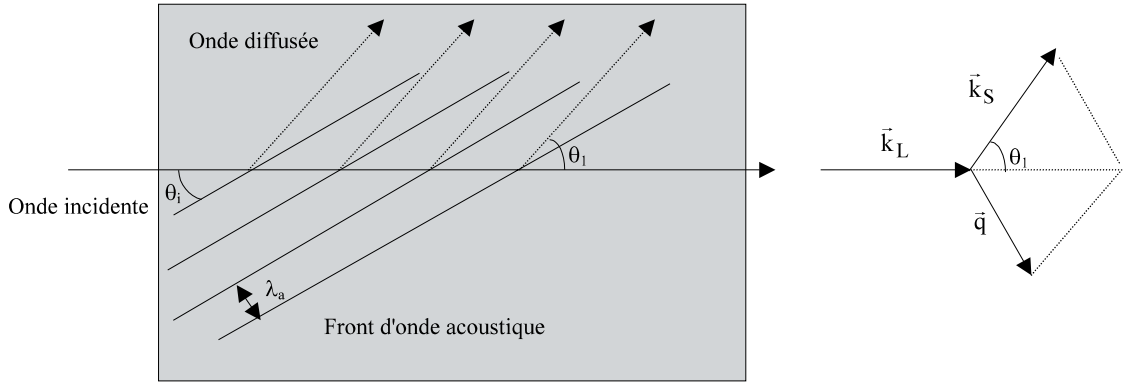


Figure 1.7 —
 Diffusion Brillouin spontanée, génération d'onde Stokes. Représentation des vecteurs d'onde.

est deux fois l'angle d'incidence : $\theta_1 = 2\theta_i$. La relation de Bragg s'écrit, sachant que $k_L = \frac{2\pi}{\lambda_L}$ et $q = \frac{2\pi}{\lambda_a}$:

$$q = 2k_L \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad (1.6)$$

Par ailleurs, les relations de dispersion pour les ondes optiques et l'onde acoustique s'écrivent :

$$k_L = \frac{\omega_L n}{c}, k_S = \frac{\omega_S n}{c}, q = \frac{\Omega}{v_a} \quad (1.7)$$

où Ω et v_a sont respectivement la fréquence angulaire et la vitesse de l'onde acoustique. En utilisant cette dernière relation, on déduit l'expression du *décalage Brillouin*, exprimé en fréquence et par rapport à longueur d'onde dans le vide de la lumière incidente λ_0 :

$$v_B = \frac{\Omega}{2\pi} \frac{2nv_a}{\lambda_0} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad (1.8)$$

Comme le front d'onde se déplace à la vitesse acoustique v_a , la lumière diffusée est décalée par effet Doppler d'une fréquence $\pm v_B$ par rapport à la lumière incidente [7]. Le signe moins correspond à l'onde Stokes (fréquence $\nu_L - \nu_B$) telle que les vecteurs d'ondes vérifient la conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{k}_L = \vec{k}_S + \vec{q} \quad (1.9)$$

Cette situation correspond à la figure précédente. Le signe plus correspond à l'onde anti-Stokes de fréquence $\nu_L + \nu_B$ -figure (1.8) :

Les vecteurs d'onde vérifient la relation :

$$\vec{k}_L = \vec{k}_{AS} - \vec{q} \quad (1.10)$$

Cette diffusion spontanée émet donc deux raies Stokes et anti-Stokes de part et d'autre, en fréquence, de la lumière émise. Leur intensité dépend de la température, l'agitation thermique étant à l'origine de la propagation des ondes acoustiques. Elle est généralement de deux ordres

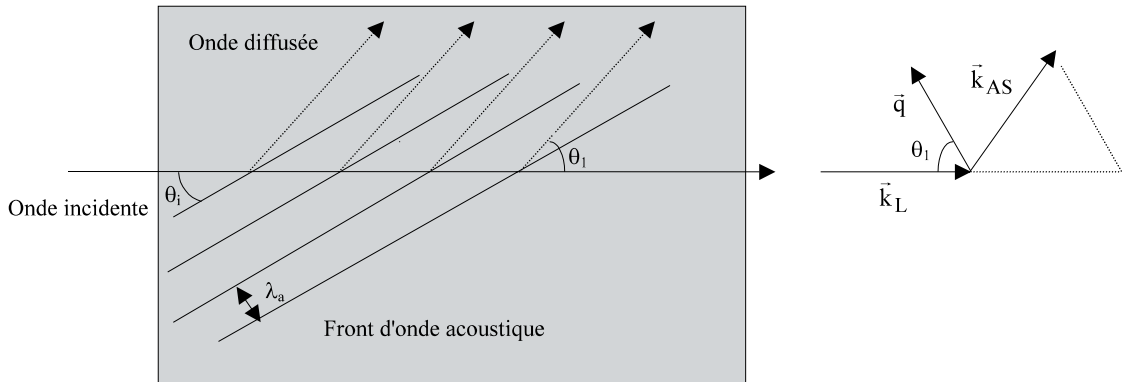


Figure 1.8 —
Diffusion Brillouin spontanée, génération d'onde anti-Stokes. Représentation des vecteurs d'onde.

de grandeurs inférieure à la diffusion Rayleigh, mais un ordre au-dessus de celle provenant de l'effet Raman. Ces deux raies ont la même *largeur spectrale* : les ondes acoustiques sont amorties sur de courtes distances lors de leur propagation et leur amplitude décroît au cours du temps comme $e^{-\frac{\Gamma_B t}{2}}$, Γ_B étant le coefficient d'amortissement. La transformée de Fourier d'un tel signal est une lorentzienne de largeur spectrale à mi-hauteur :

$$\Delta\nu_B = \frac{\Gamma_B}{2\pi} \quad (1.11)$$

D'un point de vue quantique, la particule associée à l'onde acoustique est appelée *phonon* acoustique, de même qu'au photon correspond son onde optique. Il est alors naturel de parler de *durée de vie* T_B , définie comme l'inverse du coefficient d'amortissement Γ_B . Dans les fibres optiques, elle est de quelques dizaines de nanosecondes tout au plus.

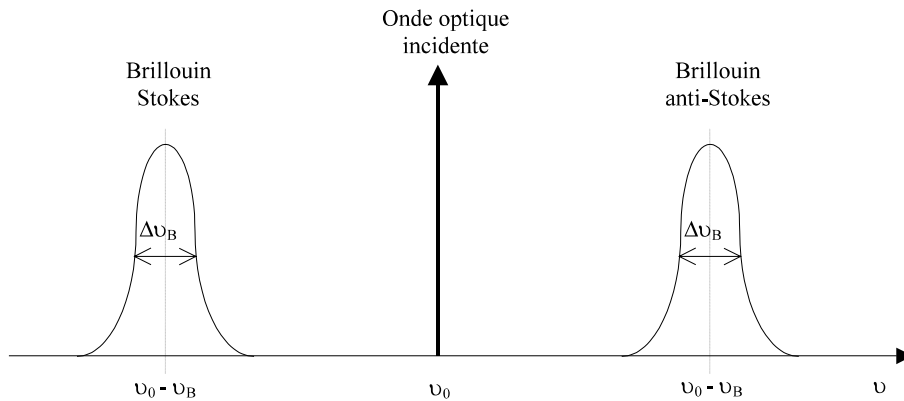


Figure 1.9 —
Représentation fréquentielle de la diffusion Brillouin spontanée dans un milieu diffusant.

Dans les fibres optiques, la propagation de la lumière étant guidée, la diffusion ne peut se faire qu'en avant ou en arrière. Cependant, d'après l'expression du décalage Brillouin, une diffusion à $\theta_1 = 0$ correspond à une fréquence nulle : seule la diffusion à $\theta_1 = 180^\circ$ appelée *rétrodiffusion* est observable. Le décalage Brillouin est alors maximum :

$$v_B = \frac{2nv_a}{\lambda_0} \quad (1.12)$$

Les caractéristiques typiques de la rétrodiffusion Brillouin dans la silice sont résumées dans le tableau (1.1) :

Indice de réfraction	n	1.45
Vitesse acoustique	v _a	6000 m/s
Fréquence Brillouin	υ _B	10,8 GHz
Largeur spectrale	Δυ _B	30 MHz

Tableau 1.1 —

Caractéristiques typiques de la diffusion Brillouin dans la silice à la longueur d'onde 1,55 μm.

On montrera, dans le prochain chapitre, qu'en *régime stimulé* le spectre Brillouin présente généralement une allure différente : l'onde Stokes peut être amplifiée de manière exponentielle, l'onde anti-Stokes s'appauvrissant de la même façon.

1.3 Propagation Brillouin dans les fibres optiques

Nous allons développer ici les équations différentielles décrivant la diffusion Brillouin dans les fibres optiques. L'étude de l'interaction entre une onde laser incidente \tilde{E}_L , une onde Stokes rétrodiffusée \tilde{E}_S et une perturbation acoustique, représentée par la variation $\tilde{\rho}$ de la densité autour de sa valeur moyenne ρ_0 , peut être décrite par des *équations différentielles couplées* qui suffisent à décrire la plupart des processus de diffusion Brillouin.

1.3.1 La pression électrostrictive

L'*électrostriction* est une propriété générale des matériaux se manifestant par l'existence d'une pression hydrostatique due à la présence d'un champ électrique.

Au niveau microscopique, chaque molécule a tendance à s'orienter dans la direction du champ, le moment dipolaire s'écrivant $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ où α est la polarisabilité de la molécule. L'énergie emmagasinée est :

$$U = - \int_0^{\vec{E}} \vec{p} \cdot d\vec{E}' = -\frac{1}{2} \alpha E^2 \quad (1.13)$$

La force agissant sur la molécule est alors : $\vec{F} = -\nabla U = \frac{1}{2} \alpha \nabla (E)^2$. Ainsi, chaque molécule est entraînée vers la région où le champ électrique est plus intense. La variation locale $\tilde{\rho}$ de la densité implique également une variation $\Delta \tilde{\varepsilon}$ de la constante diélectrique telle que :

$$\Delta \tilde{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \tilde{\rho} \quad (1.14)$$

La polarisation non-linéaire résultant de ces changements s'écrit :

$$\tilde{P}_{NL} = \Delta\tilde{\varepsilon} \cdot \tilde{E} = \frac{\gamma}{\rho_0} \tilde{E} \cdot \tilde{\rho} \quad (1.15)$$

où γ représente la *constante électrostrictive* du matériau, définie par [8] :

$$\gamma = \rho_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \quad (1.16)$$

Le travail de la force par unité de volume $\Delta\tilde{w}$ de compression du matériau est proportionnel à la pression électrostrictive p_{st} suivant la relation :

$$\Delta\tilde{w} = -p_{st} \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \quad (1.17)$$

En prenant l'hypothèse d'adiabaticité, ce travail correspond au changement de la densité d'énergie $\Delta\tilde{u}$ du champ, dépendant de la constante diélectrique :

$$\Delta\tilde{u} = \frac{E^2}{8\pi} \Delta\tilde{\varepsilon} \quad (1.18)$$

Finalement, l'égalité $\Delta\tilde{w} = \Delta\tilde{u}$ montre la dépendance de la pression électrostrictive au champ électrique [8] :

$$p_{st} = -\gamma \frac{E^2}{8\pi} \quad (1.19)$$

Le signe négatif indique une pression totale moindre dans les régions de fort champ électrique, provoquant le mouvement des molécules responsable de l'augmentation de densité dans ces régions. Le fait que cette pression électrostrictive, responsable du couplage entre les ondes optiques, dépende du carré du champ électrique montre bien que l'électrostriction est un phénomène non-linéaire.

1.3.2 Equations différentielles couplées

Dans les fibres optiques monomodes, les ondes acoustiques sont principalement des *oscillations longitudinales* se propageant le long de l'axe, noté z par convention. Elles sont représentées par les variations de la densité du milieu autour de sa valeur moyenne ρ_0 :

$$\tilde{\rho}(z, t) = \frac{1}{2} \rho(z, t) e^{i(qz - \Omega t)} + cc \quad (1.20)$$

où $\rho(z, t)$ est l'amplitude complexe (cc signifiant complexe conjugué). Supposons que deux ondes électromagnétiques de même direction de polarisation se propagent dans la fibre, mais en sens inverse l'une de l'autre :

$$\tilde{E}_{tot} = \tilde{E}_L + \tilde{E}_S \quad (1.21)$$

c'est la somme d'une onde laser se propageant dans la direction croissante des z et d'une onde Stokes rétrodiffusée par l'onde acoustique-figure (1.10) :

$$\tilde{E}_L(z, t) = \frac{1}{2} E_L(z, t) e^{i(k_L z - \omega_L t)} + cc \quad (1.22)$$

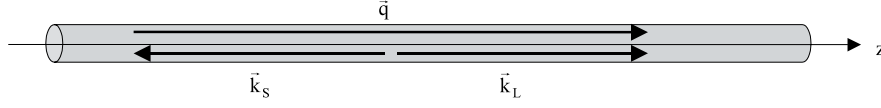


Figure 1.10 —

Vecteurs d'ondes participant à la rétrodiffusion Stokes dans les fibres optiques monomodes.

$$\tilde{E}_S(z, t) = \frac{1}{2} E_S(z, t) e^{i(-k_S z - \omega_S t)} + cc \quad (1.23)$$

Les variations transverses des champs sont ignorées, ce qui constitue une bonne approximation pour la propagation guidée dans les fibres optiques monomodes.

L'équation de propagation (1.3) devient ($i = L, S$) :

$$\Delta \tilde{E}_i - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_i}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 [\tilde{P}_{NL}]_i}{\partial t^2} \quad (1.24)$$

La présence des champs électriques induit de l'électrostriction. La polarisation non-linéaire s'exprime alors, d'après l'équation (1.15), comme :

$$[\tilde{P}_{NL}]_i = \frac{\gamma}{\rho_0} [\tilde{E}(z, t) \tilde{\rho}(z, t)]_i \quad (1.25)$$

L'évolution spatio-temporelle des deux ondes optiques est ainsi décrite par deux équations différentielles couplées. La propagation de l'onde acoustique est décrite par l'équation d'onde acoustique [9] :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho}(z, t)}{\partial t^2} - \frac{\Gamma}{q^2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 \tilde{\rho}(z, t)}{\partial z^2} - v_a^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}(z, t)}{\partial z^2} = -\text{div } \vec{f} \quad (1.26)$$

où on a tenu compte de la force électrostrictive (par unité de volume) \vec{f} reliée à la pression électrostrictive par la relation $f = \nabla p_{st}$. L'expression (1.19) donne alors l'équation de propagation de l'onde acoustique en fonction du champ total électrique :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho}(z, t)}{\partial t^2} - \frac{\Gamma}{q^2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 \tilde{\rho}(z, t)}{\partial z^2} - v_a^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}(z, t)}{\partial z^2} = -\frac{\gamma}{8\pi} \frac{\partial^2 \tilde{E}_{tot}^2}{\partial z^2} \quad (1.27)$$

1.3.3 Approximation des enveloppes lentement variables

Dans la plupart des cas, l'interaction entre les ondes est faible : les variations spatio-temporelles des amplitudes complexes ont lieu sur des distances et des temps beaucoup plus grands que la longueur d'onde optique et la période d'oscillation respectivement.

$$\left| \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_i \frac{\partial E_i}{\partial z} \right| \quad \text{et} \quad \left| \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} \right| \ll \left| \omega_i \frac{\partial E_i}{\partial t} \right| \quad (1.28)$$

En appliquant cette hypothèse simplificatrice appelée *approximation des enveloppes lentement variables* ainsi que l'identification des termes de même fréquence spatiale, les termes de gauche de l'équation différentielle (1.24) pour la pompe ($i=L$) deviennent :

$$\Delta \tilde{E}_L(z, t) = \left\{ -\frac{1}{2} E_L(z, t) k_L^2 + ik_L E_L(z, t) \right\} e^{i(k_L z - \omega_L t)} + cc \quad (1.29)$$

$$\frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_L(z, t)}{\partial t^2} = -\frac{n^2}{c^2} \frac{1}{2} \left\{ 2i\omega_L \frac{\partial E_L(z, t)}{\partial t} + \omega_L^2 E_L(z, t) \right\} e^{i(k_L z - \omega_L t)} + cc \quad (1.30)$$

Seuls les termes de phase en $\pm i(\omega_S + \Omega)$ interviennent alors dans l'expression de la polarisation non-linéaire :

$$\left[\tilde{P}_{NL}(z, t) \right]_L = \varepsilon_0 \frac{\gamma}{\rho_0} \frac{1}{4} \left\{ E_S(z, t) e^{i(-k_S z - \omega_S t)} \right\} \left\{ \rho(z, t) e^{i(qz - \Omega t)} \right\} + cc \quad (1.31)$$

Le terme de gauche de l'équation 1.24 s'écrit :

$$\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \left[\tilde{P}_{NL}(z, t) \right]_L}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\omega_L^2 \gamma \varepsilon_0}{4 \rho_0} E_S(z, t) \rho(z, t) e^{i(k_L z - \omega_L t)} + cc \quad (1.32)$$

Finalement, et en prenant la même démarche pour l'onde Stokes, on obtient deux équations différentielles couplées pour les ondes optiques :

$$\frac{\partial E_L}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_L}{\partial t} + \frac{\alpha}{2} E_L = ig_E \rho E_S \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial E_S}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial E_S}{\partial t} - \frac{\alpha}{2} E_S = -ig_E \rho^* E_L \quad (1.34)$$

avec $g_E = \frac{\gamma \omega_L}{4 \rho_0 n c}$. On a tenu compte de l'atténuation linéique de la fibre α .

En prenant les termes proches de la résonance Brillouin, le terme de droite de l'équation de propagation (1.27) devient : $\frac{\gamma q^2}{16\pi} \{ E_L(z, t) E_S^*(z, t) e^{i(qz - \Omega t)} + cc \}$

En utilisant de la même manière que pour les ondes optiques l'approximation des enveloppes lentement variables l'équation d'onde acoustique s'écrit :

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} + v \frac{\partial \rho(z, t)}{\partial z} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, t) = i \frac{\gamma q^2}{16\pi} E_L(z, t) E_S^*(z, t) \quad (1.35)$$

Le deuxième terme de gauche décrit les effets de la propagation des phonons. Cependant, leur distance de propagation étant petite par rapport à la longueur correspondant à une variation importante des ondes optiques, ce terme est négligé et l'équation de propagation de l'onde acoustique devient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\Gamma}{2} \rho = ig_A E_L E_S^* \quad (1.36)$$

avec $g_A = \frac{\gamma q^2}{16\pi \Omega}$.

Les phénomènes dus à l'auto-modulation de phase et la modulation de phase croisée des ondes optiques sont négligés [10] : la puissance des ondes lasers est généralement peu importante (moins de 1 Watt) et l'indice de réfraction non-linéaire relativement faible dans les fibres de silice [3].

Les équations (1.33) et (1.36) sont le point de départ de l'étude théorique classique de la diffusion Brillouin stimulée à partir de l'électrostriction. Elles ne tiennent cependant pas compte de l'agitation thermique (ou quantique) des ondes acoustiques, à l'origine de l'émission spontanée : elle est représentée par une source de bruit Langevin, notée F , ajoutée au terme de droite de l'équation d'onde acoustique ; ses caractéristiques seront décrites dans le prochain chapitre.

Génération de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques

Les phénomènes non-linéaires dans les fibres optiques sont essentiellement du troisième ordre. La diffusion Brillouin en fait également partie, les composantes Stokes et anti-Stokes se présentant dans le spectre comme deux raies situées de part et d'autre de la raie incidente et très proches en fréquence. L'électrostriction est la cause du couplage entre ces ondes optiques, et donc de l'émission stimulée : la diffusion spontanée, générée par une source de bruit dit de Langevin, voit son intensité croître au fur et à mesure qu'elle progresse dans la fibre. C'est la *génération* de la diffusion Brillouin stimulée. Une résolution théorique des équations couplées tenant compte de l'atténuation des ondes optiques dans la fibre est proposée dans ce chapitre, ainsi qu'une nouvelle estimation de la puissance de seuil.

2.1 Principe de la génération de la diffusion Brillouin stimulée

2.1.1 Initiation de la diffusion Brillouin-Bruit Langevin

Le système d'équations différentielles à la fin du premier chapitre a été obtenu en introduisant artificiellement une onde Stokes se contre-propageant dans la fibre : cette situation correspond à l'*amplification Brillouin* où l'onde Stokes, appelée également dans ce cas *sonde*, est injectée à l'autre extrémité de la fibre avec une fréquence optique telle qu'elle doit être décalée d'une quantité très proche de ν_B par rapport à la pompe. Cependant, dans le cas de l'émission spontanée, cette onde n'existe pas *a priori*, mais est générée à partir de la force de l'agitation thermique : en l'absence d'électrostriction, les ondes acoustiques résultent seulement de mouvements couplés des molécules constitutives du milieu propagatif et diffractent l'onde laser incidente qui se retrouve ainsi rétrodiffusée-figure (2.1).

Ces mouvements amortis avec un taux $\Gamma/2$ et fluctuants à cause des collisions possèdent un mouvement de type brownien : c'est un phénomène analogue à celui d'une particule plongée dans un fluide constitué de particules plus légères avec lesquelles elle subit des collisions. Il est alors naturel d'introduire la *force de Langevin*, dont la fonction d'auto-corrélation est une fonction delta du temps et de l'espace, et de coefficient de diffusion Q :

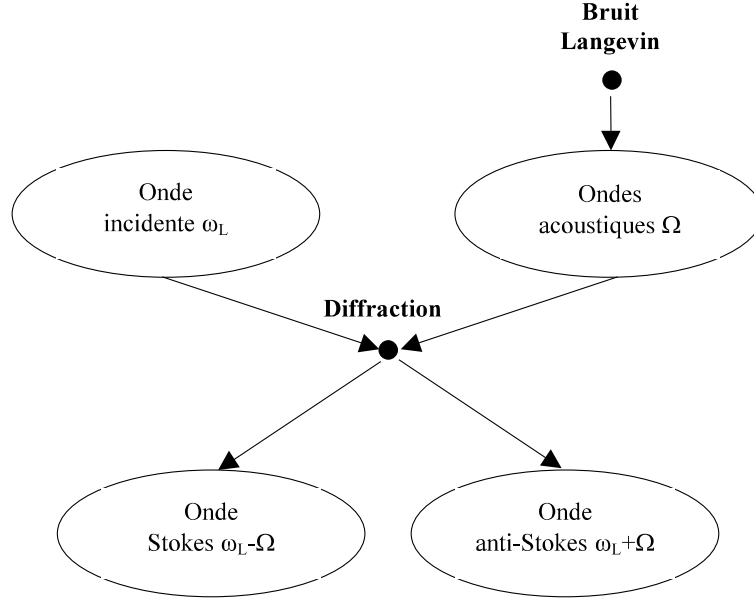


Figure 2.1 —
 Représentation schématique de la diffusion Brillouin spontanée à partir d'une source de bruit.

$$\langle f(z, t) \rangle = 0 \quad (2.1)$$

$$\langle f(z, t) f^*(z', t') \rangle = Q \delta(z - z') \delta(t - t') \quad (2.2)$$

Pour étudier les propriétés statistiques de cette force, subdivisons la région d'interaction en sous-régions i de longueur Δz . L'amplitude moyenne de la perturbation acoustique dans la région i est noté ρ_i . L'équation d'onde acoustique (1.36) est l'équation de Langevin :

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \frac{\Gamma}{2}\rho_i = f_i(t) \quad (2.3)$$

où $f_i(t)$ est une variable aléatoire de valeur moyenne nulle et vérifie :

$$\langle f_i(t) f_j^*(t') \rangle = \tilde{Q} \delta_{ij} \delta(t - t') \quad (2.4)$$

L'amplitude de la force \tilde{Q} est calculée à partir de la fonction de corrélation de ρ (voir Annexe) :

$$\langle \rho_i(t) \rho_j^*(t) \rangle = \frac{\tilde{Q}}{\Gamma} \quad (2.5)$$

La densité d'énergie d'une onde acoustique est donnée par [11] :

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2}\rho_0 \langle V^2 \rangle + \frac{1}{2}v_a^2 \langle \tilde{\rho}^2 \rangle / \rho_0 \quad (2.6)$$

V représente la *vitesse du fluide* ou vitesse de la particule. Le premier terme de droite est la *densité d'énergie cinétique acoustique*, le deuxième la *densité d'énergie potentielle acoustique*. Dans la sous-région i de volume $A_{eff}\Delta z$ l'énergie correspondante est :

$$E_i = \left[\frac{1}{2} \rho_0 \langle V^2 \rangle + \frac{1}{2} v_a^2 \langle \tilde{\rho}_i^2 \rangle / \rho_0 \right] A_{eff} \Delta z \quad (2.7)$$

Dans le cas d'ondes planes et à l'équilibre thermodynamique, les énergies potentielle et cinétique sont égales. Si l'agitation thermique est la source d'énergie, elles valent chacune $\frac{1}{2}kT$. On déduit alors :

$$\langle \rho_i(t) \rho_i^*(t) \rangle = \frac{2kT \rho_0}{v_a^2 A_{eff} \Delta z} \quad (2.8)$$

Finalement, en reprenant les équations (2.4), (2.5) et (2.8) le bruit de Langevin obéit aux relations [9] :

$$\langle f(z, t) \rangle = 0 \quad (2.9)$$

$$\langle f(z, t) f^*(z', t') \rangle = Q \delta(z - z') \delta(t - t') \quad (2.10)$$

avec $Q = \tilde{Q} \Delta z = \frac{2kT \rho_0 \Gamma}{v_a^2 A_{eff}}$. La formule équivalente en mécanique quantique consiste simplement à remplacer kT par $\hbar \Omega (\bar{n} + 1)$ où $\bar{n} = (e^{\hbar \Omega / kT} - 1)^{-1}$ est le nombre moyen de phonons acoustiques par mode (loi de Bose-Einstein). Cependant, en considérant une fréquence Brillouin de l'ordre de $10GHz$ caractéristique dans les fibres optiques et pour des températures supérieures à $100K$, le nombre moyen de phonons acoustiques par mode est très supérieur à 1 : l'approximation classique est justifiée et on peut considérer dans ce cas que l'agitation thermique est à la base de l'émission spontanée Brillouin.

2.1.2 Stimulation de la diffusion Brillouin

L'apparition dans la zone d'interaction d'une onde Stokes spontanée rétrodiffusée, en plus de l'onde incidente, donne naissance à un signal de battement dont la fréquence d'oscillation correspond au décalage entre ces deux ondes, c'est à dire à la fréquence Brillouin. La densité d'énergie électrique associée à ce signal entraîne l'existence d'une pression électrostrictive qui vient amplifier la force des ondes acoustiques d'origine thermique, figure (2.2).

Le renforcement de ces ondes acoustiques provoque en retour une diffraction plus grande de la pompe sur le réseau acoustique, donc une amplification de la diffusion Stokes et ainsi de suite : le processus se répète tout au long de la propagation du signal Stokes dans la fibre. A la limite, le signal de pompe peut subir un appauvrissement spectaculaire au bénéfice du signal Stokes, jusqu'à ce que ce dernier soit à son tour rétrodiffusé en un signal Stokes d'ordre deux (fréquence angulaire $\omega_L - 2\Omega$).

La figure (2.3) représente schématiquement les différents types d'interactions rencontrés lors de la génération de la diffusion Brillouin Stokes stimulée.

2.2 Théorie semi-classique de la diffusion Brillouin stimulée

2.2.1 Equation d'évolution spatiale de la transformée de Fourier des champs Stokes et anti-Stokes à pompe constante/Gain Brillouin

Les équations (2.9), (1.33) et (1.36) décrivent complètement le processus de génération d'émission Brillouin stimulée. Ce modèle, proposé par Boyd et al. [9] et décrivant également

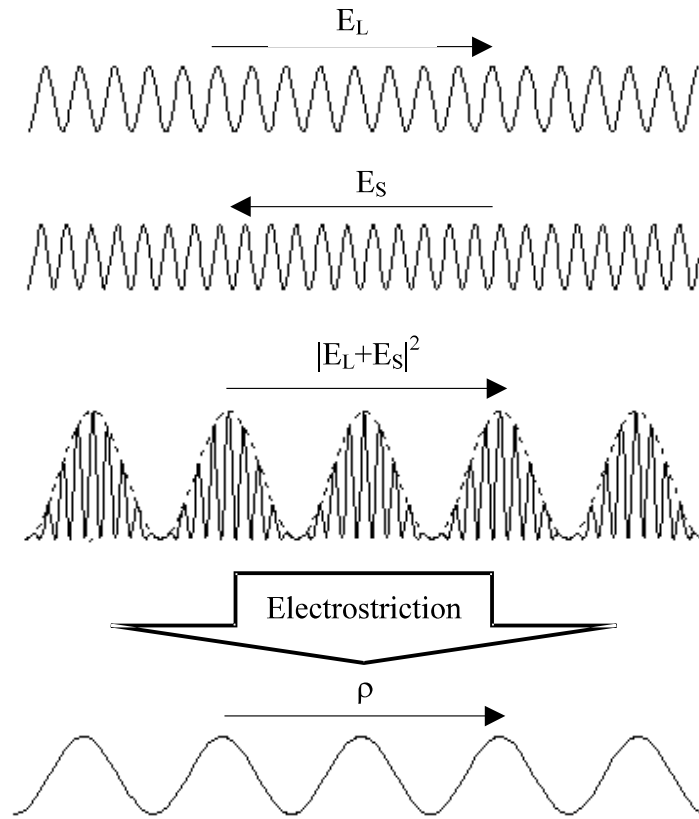


Figure 2.2 —

La présence des ondes incidente et Stokes rétrodiffusée spontanément provoque un signal de battement, dont les variations de densité d'énergie électrique associées provoquent le renforcement de l'onde acoustique par électrostriction [12].

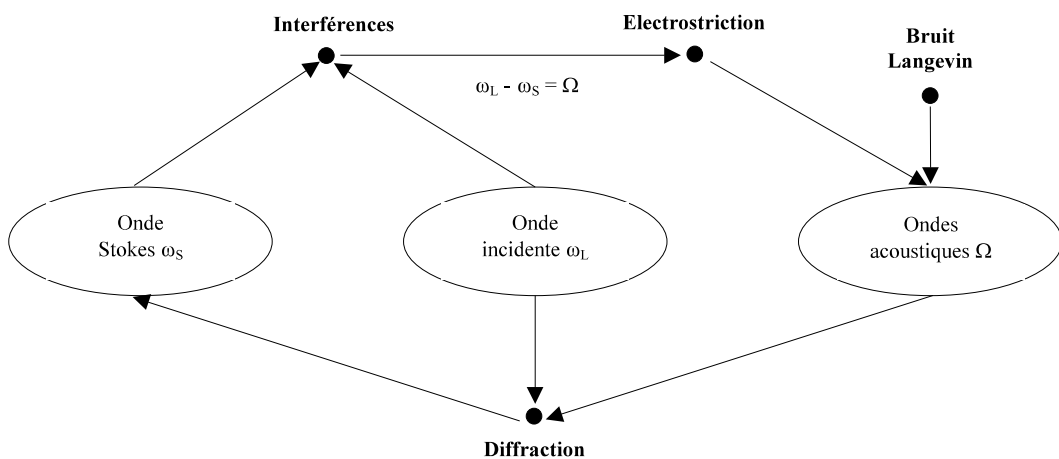


Figure 2.3 —

Stimulation de la diffusion Brillouin Stokes. L'électrostriction est à l'origine du renforcement de l'onde acoustique.

la génération de la diffusion Raman, est appelé *modèle d'une source non-localisée fluctuante*.

Une résolution analytique complète de ces équations différentielles est évidemment impossible, mais plusieurs hypothèses raisonnables peuvent être effectuées :

1. la puissance de l'onde optique incidente étant généralement très supérieure à celle des ondes rétrodiffusées, on peut considérer que le transfert entre les ondes optiques est faible : l'amplitude E_L n'est dépendante que de l'atténuation dans la fibre lors de sa propagation : c'est l'hypothèse de *non appauvrissement* de l'onde incidente ;
2. la largeur de raie laser est considérée comme étant très inférieure à la largeur de la courbe de gain Brillouin $\Delta\nu_L \ll \Delta\nu_B$; mathématiquement, cela revient à considérer une onde laser monochromatique.
3. le temps d'interaction τ est grand devant la durée de vie $1/\Gamma$ des phonons acoustiques ($\Gamma\tau \gg 1$) : on se place dans le régime stationnaire.

Toutes ces hypothèses permettent pour la première fois à notre connaissance de tenir compte de l'atténuation des ondes optiques, contrairement à Boyd et al. [9] qui emploient la technique de transformée de Laplace (par ailleurs donnée en annexe). Nous considérerons ici une longueur de fibre L entre les ondes optiques, l'onde rétrodiffusée Stokes prenant naissance à l'extrémité de la fibre : $E_S(L) = 0$ -figure (2.4) :

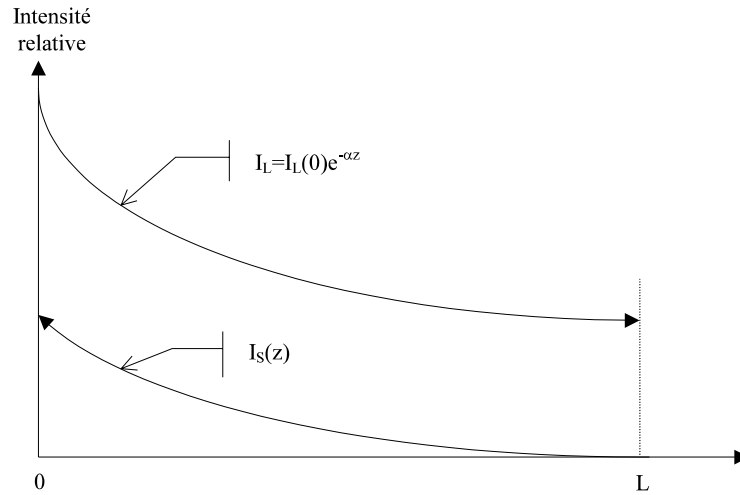


Figure 2.4 —
Représentation schématique de la rétrodiffusion Brillouin Stokes dans les fibres optiques.

Le système d'équations différentielles, à partir de ces considérations, se réduit alors à deux équations appelées *équations de Maxwell-Bloch* :

$$\frac{\partial E_S(z, \tau)}{\partial z} = -ig_E \rho^*(z, \tau) E_L(0) e^{-\alpha z/2} + \frac{\alpha}{2} E_S(z, \tau) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \rho(z, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, \tau) = ig_A E_S^*(z, \tau) E_L(0) e^{-\alpha z/2} + F(z, \tau) \quad (2.12)$$

On a introduit le changement de variable $\tau = t + zn/c$. Boyd a proposé une résolution de ces équations par transformée de Laplace, à condition de ne pas tenir compte de l'atténuation α [9]. Nous allons cependant montrer qu'il est possible de résoudre ce genre de système à

l'état stationnaire par l'emploi de la transformée de Fourier : $TF[E_S(z, \tau), \omega] = \tilde{E}_S(z, \omega)$, $TF[F(z, \tau), \omega] = \tilde{F}(z, \omega)$, $TF[\rho(z, \tau), \omega] = \tilde{\rho}(z, \omega)$. On obtient :

$$\frac{\partial \tilde{E}_S(z, \omega)}{\partial z} = -ig_E \tilde{\rho}^*(z, \omega) E_L(0) e^{-\alpha z/2} + \frac{\alpha}{2} \tilde{E}_S(z, \omega) \quad (2.13)$$

$$\tilde{\rho}(z, \omega) = \frac{1}{\Gamma/2 - i\omega} \left[ig_A \tilde{E}_S^*(z, \omega) E_L(0) e^{-\alpha z/2} + \tilde{F}(z, \omega) \right] \quad (2.14)$$

Le système se réduit alors à une équation différentielle du premier ordre :

$$\frac{\partial \tilde{E}_S(z, \omega)}{\partial z} = -\frac{g_{AGE} |E_L(0)|^2 e^{-\alpha z}}{\Gamma/2 + i\omega} \tilde{E}_S(z, \omega) - \frac{ig_E E_L(0) e^{-\alpha z/2}}{\Gamma/2 + i\omega} \tilde{F}^*(z, \omega) + \frac{\alpha}{2} \tilde{E}_S(z, \omega) \quad (2.15)$$

Le coefficient de gain Brillouin g_0 est défini tel que : $g_{AGE} |E_L(0)|^2 = \Gamma g_0 I_L(0) / 4$ où l'intensité laser est :

$$I_L(0) = \frac{nc}{8\pi} |E_L(0)|^2 \quad (2.16)$$

Son expression est alors en explicitant g_A et g_E [9] :

$$g_0 = \frac{\gamma^2 \omega_L^2}{\rho_0 n c^3 v \Gamma} \quad (2.17)$$

Dans la littérature, il est généralement exprimé en fonction de la fréquence Brillouin $\Delta\nu_B$, du coefficient élasto-optique longitudinal p_{12} et de la longueur d'onde de la pompe dans le vide λ_L [3] :

$$g_0 = \frac{2\pi n^7 p_{12}^2}{c \lambda_L^2 \rho_0 v \Delta\nu_B} \quad (2.18)$$

où $\gamma = n^4 p_{12}$. L'équation différentielle du champ Stokes s'écrit alors plus simplement :

$$\frac{\partial \tilde{E}_S(z, \omega)}{\partial z} = -g_0 I_L(0) \frac{\Gamma/4}{\Gamma/2 + i\omega} e^{-\alpha z} \tilde{E}_S(z, \omega) - \frac{ig_E E_L(0) e^{-\alpha z/2}}{\Gamma/2 + i\omega} \tilde{F}^*(z, \omega) + \frac{\alpha}{2} \tilde{E}_S(z, \omega) \quad (2.19)$$

Le premier terme à droite de l'égalité représente l'amplification Brillouin par électrostriction à partir de la source F (deuxième terme). Le dernier inclue les pertes de signal Stokes dues à l'atténuation dans la fibre optique.

La résolution pour le champ anti-Stokes est identique; dans ce cas les équations différentielles couplées s'écrivent :

$$\frac{\partial E_{AS}(z, \tau)}{\partial z} = -ig_E \rho(z, \tau) E_L(0) e^{-\alpha z/2} + \frac{\alpha}{2} E_{AS}(z, \tau) \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \rho(z, \tau)}{\partial t} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, \tau) = ig_A E_L^*(0) e^{-\alpha z/2} E_{AS}(z, \tau) + F(z, \tau) \quad (2.21)$$

L'équation d'évolution du champ anti-Stokes est alors :

$$\frac{\partial \tilde{E}_{AS}(z, \omega)}{\partial z} = g_0 I_L(0) \frac{\Gamma/4}{\Gamma/2 - i\omega} e^{-\alpha z} \tilde{E}_{AS}(z, \omega) - \frac{ig_E E_L(0) e^{-\alpha z/2}}{\Gamma/2 - i\omega} \tilde{F}(z, \omega) + \frac{\alpha}{2} \tilde{E}_{AS}(z, \omega) \quad (2.22)$$

2.2.2 Spectres Stokes et anti-Stokes

La solution de l'équation différentielle (2.19) est obtenue avec la condition initiale de champ Stokes nul à l'extrémité de la fibre ($E_S(L) = 0$) :

$$\tilde{E}_S(z, \omega) = \frac{ig_E E_L(0) e^{\alpha z/2}}{\Gamma/2 + i\omega} \int_z^L dz' e^{-\alpha z'} \tilde{F}^*(z', \omega) \exp \left\{ g_0 I_L(0) \frac{\Gamma/4}{\Gamma/2 + i\omega} \left(\frac{e^{-\alpha z} - e^{-\alpha z'}}{\alpha} \right) \right\} \quad (2.23)$$

En considérant les propriétés de la source distribuée et fluctuante F (cf équation (2.9)) :

$$\langle \tilde{F}(z, \omega) \tilde{F}^*(z', \omega) \rangle = Q \delta(z - z') \quad (2.24)$$

La densité spectrale d'intensité Stokes en entrée de fibre ($z=0$) est obtenue simplement en prenant le module au carré du champ Stokes :

$$I_S(0, \omega) = \frac{kT\omega_S}{A_{eff}\Omega} \left[\exp \left\{ g_0 I_L(0) \frac{(\Gamma/2)^2}{\omega^2 + (\Gamma/2)^2} L_{eff} \right\} (e^{-\alpha L} + 1/G_\alpha) - (1 + 1/G_\alpha) \right] \quad (2.25)$$

où on a défini la longueur effective L_{eff} telle que $L_{eff} = \frac{1-e^{-\alpha L}}{\alpha}$ et $G_\alpha = g_0 I_L(0) \frac{1}{\alpha}$: ce dernier terme est négligeable si la relation $g_0 \frac{P_P(0)}{A_{eff}} \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha L} \gg 1$ est vérifiée. La figure (2.6) représente la puissance de pompe minimale nécessaire en entrée de fibre, en fonction de la longueur de fibre, et telle que l'approximation précédente soit vraie à 5 pour cent près. L'estimation est réalisée en prenant des valeurs caractéristiques dans les fibres optiques (voir le tableau (2.1)). Pratiquement, la condition est réalisée pour une puissance de pompe supérieure à 5 mW et une longueur de fibre inférieure à 10 km, en considérant une atténuation typique de 0,2 dB/km à 1,55 μm . Dans ce cas, la relation (2.25) s'écrit plus simplement :

$$I_S(0, \omega) = \frac{kT\omega_S}{A_{eff}\Omega} e^{-\alpha L} \left[\exp \left\{ g_0 I_L(0) \frac{(\Gamma/2)^2}{\omega^2 + (\Gamma/2)^2} L_{eff} \right\} - 1 \right] \quad (2.26)$$

C'est l'expression obtenue par Boyd et al. [9] en ne considérant pas l'atténuation ($\alpha = 0$). Il convient également de remarquer que l'expression de Boyd et al. comporte une petite erreur : il n'y a pas le terme d'amortissement Γ au dénominateur.

Il est utile ici de définir le *facteur de gain* G de l'amplification Brillouin : $G = g_0 I_L(0) L_{eff}$. Dans le cas d'une faible amplification ($G \ll 1$), le spectre Stokes est proportionnel à la puissance de pompe :

Coefficient de gain Brillouin	g_B	2.10^{-11} m/W
Largeur spectrale Brillouin	$\Gamma/2\pi$	30 MHz
Fréquence Brillouin	$\Omega/2\pi$	11 GHz
Atténuation (1,55 μm)	α	0,2 dB/km
Aire effective	A_{eff}	$\pi(4,5 \mu\text{m})^2$

Figure 2.5 —
Caractéristiques typiques de la diffusion Brillouin dans les fibres optiques standard.

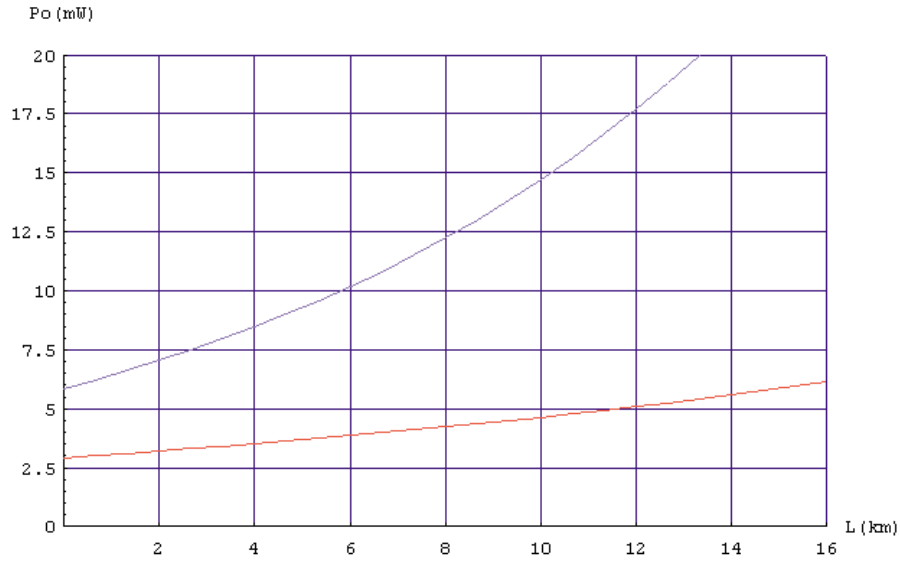


Figure 2.6 —
Domaine de validité de la relation (2.26). La courbe inférieure correspond à une atténuation optique de 0,2 dB/km et la courbe supérieure à 0,4 dB/km.

$$I_S(0, \omega) = \frac{kT\omega_S}{A_{\text{eff}}\Omega} e^{-\alpha L} g_0 I_L(0) \frac{(\Gamma/2)^2}{\omega^2 + (\Gamma/2)^2} L_{\text{eff}} \quad (2.27)$$

Le spectre Stokes est une Lorentzienne de largeur Γ , typique de la diffusion Brillouin spontanée. Dans le cas contraire d'une forte amplification ($G \gg 1$), l'équation (2.26) devient :

$$I_S(0, \omega) = \frac{kT\omega_S}{A_{\text{eff}}\Omega} \exp\{g_0 I_L(0) L_{\text{eff}} - \alpha L\} \exp\left\{-g_0 I_L(0) L_{\text{eff}} \frac{4\omega^2}{\Gamma^2}\right\} \quad (2.28)$$

qui est une gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\omega = \Gamma (\ln 2/G)^{1/2}$, typique du régime fortement stimulé : la largeur spectrale Stokes est environ 20 fois inférieure à l'amortissement des ondes acoustiques Γ pour un facteur de gain égal à 7. La figure (2.7) représente le spectre Stokes pour différentes valeurs de G .

La solution de l'équation différentielle du champ anti-Stokes (2.22) est de la même manière :

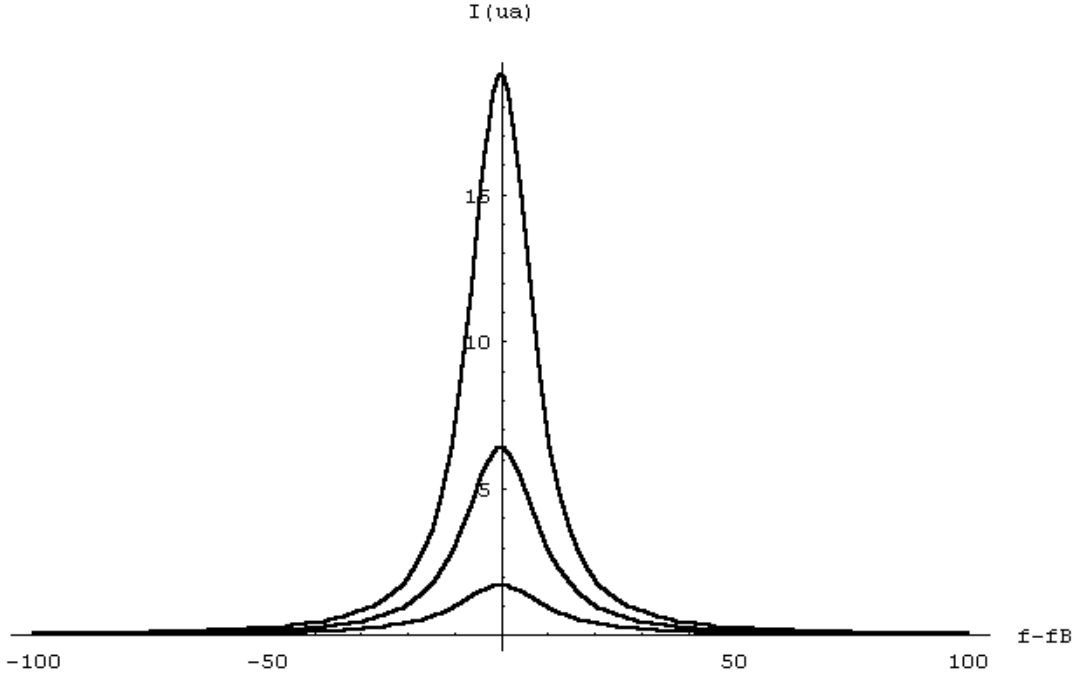


Figure 2.7 —
 Spectre Stokes rétrodiffusé calculé théoriquement à partir de 2.26 et pour $G = 1, 2, 3$.

$$\tilde{E}_{AS}(z, \omega) = -\frac{ig_E E_L(0)}{\Gamma/2 - i\omega} e^{\alpha z/2} \int_z^L dz' e^{-\alpha z'} \tilde{F}(z', \omega) \exp \left\{ -g_0 I_L(0) \frac{\Gamma/4}{\Gamma/2 - i\omega} \left(\frac{e^{-\alpha z} - e^{-\alpha z'}}{\alpha} \right) \right\} \quad (2.29)$$

Le spectre anti-Stokes en entrée de fibre est :

$$I_{AS}(0, \omega) = \frac{kT\omega_{AS}}{A_{eff}\Omega} \left[\left(1 - 1/G\alpha \right) - \exp \left\{ -g_0 I_L(0) \frac{(\Gamma/2)^2}{(\Gamma/2)^2 + \omega^2} L_{eff} \right\} \left(e^{-\alpha L} - 1/G\alpha \right) \right] \quad (2.30)$$

En faisant les mêmes approximations que pour le spectre Stokes, le spectre anti-Stokes est [13] :

$$I_{AS}(0, \omega) = \frac{kT\omega_{AS}}{A_{eff}\Omega} e^{-\alpha L} \left[1 - \exp \left\{ -g_0 I_L(0) \frac{(\Gamma/2)^2}{(\Gamma/2)^2 + \omega^2} L_{eff} \right\} \right] \quad (2.31)$$

La figure (2.8) montre les rétrodiffusions Stokes et anti-Stokes en régime stimulé.

2.2.3 Longueur et surface effectives d'une fibre

Lors de l'étude de la force de Langevin, nous avons calculé l'énergie acoustique dans un volume $A_{eff}\Delta z$ (équation (2.7)), où A_{eff} est appelée *aire effective* de la fibre : elle dépend de grandeurs physiques comme la différence d'indice de réfraction entre le rayon du coeur

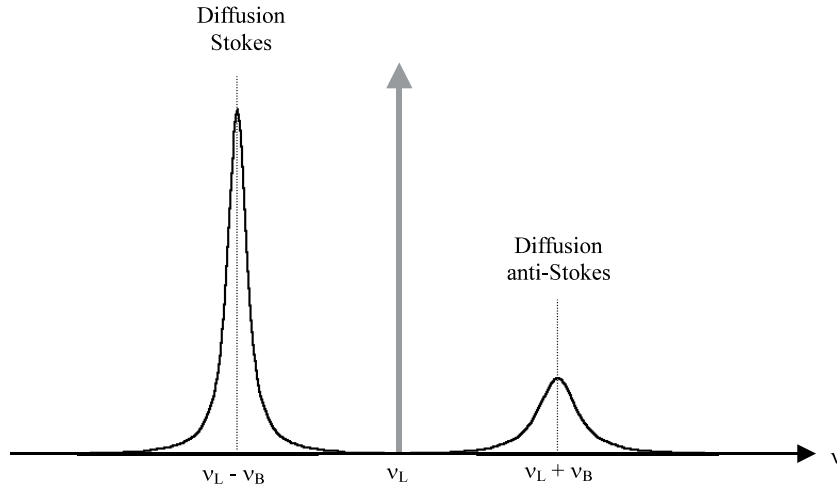


Figure 2.8 —
Représentation fréquentielle de la rétrodiffusion Brillouin stimulée à partir d'une onde laser de fréquence ν_L .

de la fibre et le revêtement du coeur. Si le mode fondamental est considéré en première approximation comme une gaussienne, ce qui est proche de la réalité pour des fibres à profil d'indice rectangulaire et si la longueur d'onde optique est proche de la fréquence de coupure [3], la distribution radiale du champ est du type :

$$E(r) = E_0 e^{-\frac{r^2}{\omega^2}} \quad (2.32)$$

L'aire effective peut alors se mettre sous la forme [3] : $A_{eff} = \pi\omega^2$, où ω est le rayon du mode : la distribution d'intensité est considérée comme constante sur la surface (figure (2.9)). Il est important toutefois de noter que l'approximation gaussienne des champs n'est plus valable pour des profils d'indice différents. Dans ce cas, d'autres définitions de la taille du mode ont été proposées, chacune étant liée à une technique particulière de mesure [14].

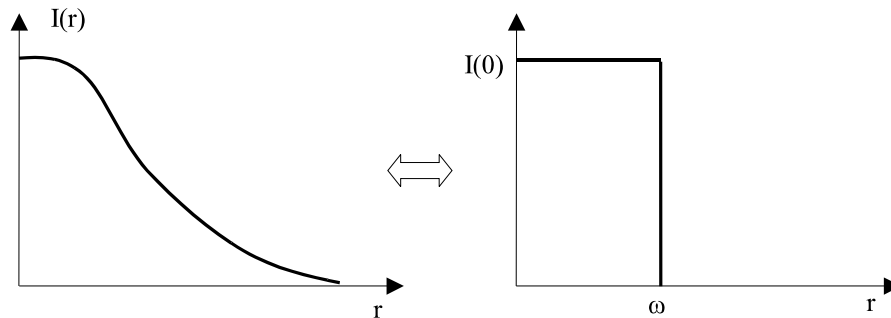


Figure 2.9 —
Distribution radiale d'intensité optique et surface effective d'une fibre optique.

La *longueur effective* suit le même principe : plutôt que de considérer la variation d'intensité due à l'atténuation sur une longueur L de l'axe de la fibre, l'intensité est prise constante sur une longueur L_{eff} , ce qui mathématiquement s'écrit :

$$\int_0^L I(0) e^{-\alpha z} dz = I(0) \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} = I(0) L_{eff} \quad (2.33)$$

C'est l'expression rencontrée au paragraphe précédent (cf équation (2.25)). Pour de grandes longueurs de fibre, elle tend vers la valeur $1/\alpha$, soit environ 20 km pour une atténuation de $0,2 \text{ dB/km}$ à $1,55 \mu\text{m}$.

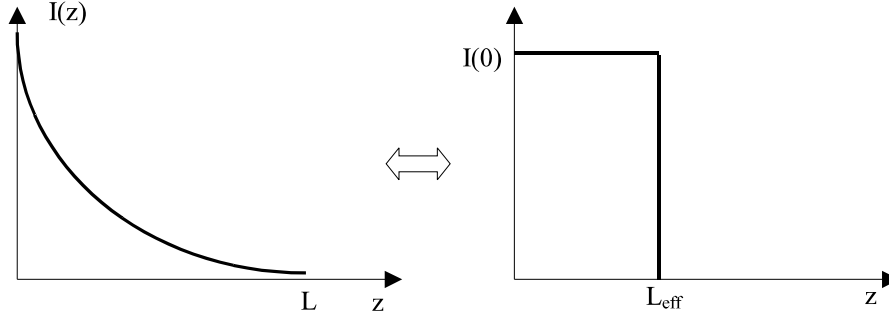


Figure 2.10 —
 Distribution axiale d'intensité optique et longueur effective d'une fibre optique.

2.2.4 Intensité rétrodiffusée

Les expressions des densités spectrales (2.26) et (2.31) intégrées sur le spectre ne sont pas calculables sous cette forme. Il est cependant possible d'employer la méthode de la transformée de Laplace aux équations de Bloch, à condition de ne pas considérer l'atténuation des ondes optiques ($\alpha = 0$). On remplacera, d'après l'approximation faite plus haut, L par L_{eff} et l'intensité $I_L(0)$ par $I_L(0)e^{-\alpha L}$. Les équations de Bloch s'écrivent ainsi pour le champ Stokes :

$$\frac{\partial E_S(z, \tau)}{\partial z} = -ig_E \rho^*(z, \tau) E_L(\tau) \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \rho(z, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, \tau) = ig_A E_L^*(\tau) E_S(z, \tau) + F(z, \tau) \quad (2.35)$$

En raison de la longueur et de complexité de la résolution de ces équations, le détail en a été reporté en annexe. Le champ Stokes solution des équations de Bloch est :

$$E_S(z, \tau) = ig_E E_L(\tau) \int_0^\tau d\tau' \int_L^z dz' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} F^*(z', \tau') I_0 \left\{ \left[\frac{G\Gamma}{L} (z' - z) (\tau - \tau') \right]^{1/2} \right\} \quad (2.36)$$

Le facteur de gain G s'exprimant en fonction de la longueur d'interaction L : $G = g_0 I_L(0)L$. $I_n(x)$ est une fonction de Bessel modifiée d'ordre n . Le module au carré du champ en $z = 0$ peut alors être formellement calculé pour des temps longs ($\tau \rightarrow \infty$) et en utilisant les propriétés de la force de Langevin :

$$\langle |E_S(0)|^2 \rangle = g_E^2 |E_L|^2 Q \int_0^{+\infty} d\tau' \int_0^L dz' e^{-\Gamma\tau'} I_0^2 \left\{ [G\Gamma z'\tau'/L]^{1/2} \right\} \quad (2.37)$$

L'intensité rétrodiffusée Stokes est, en tenant compte de l'atténuation linéique dans la fibre optique ($G = g_0 I_L(0) L_{eff}$) :

$$I_S(0) \simeq \frac{kT\omega_S\Gamma}{4A_{eff}\Omega} e^{-\alpha L} G e^{G/2} [I_0(G/2) - I_1(G/2)] \quad (2.38)$$

Pour une rétrodiffusion d'origine spontanée, l'électrostriction est négligeable, ce qui revient à considérer un gain faible ($G \ll 1$). En définissant la réflectivité comme $R = \langle |E_S(0)|^2 \rangle / \langle |E_L|^2 \rangle$ et en utilisant les propriétés $I_0(x) \simeq 1$ et $I_1(x) \simeq x/2$ pour $x \ll 1$:

$$R_{sp} = g_0 kT \frac{\omega_L \Gamma L}{4\Omega A_{eff}} e^{-\alpha L} = \sigma L e^{-\alpha L} \quad (2.39)$$

En prenant les valeurs caractéristiques dans les fibres optiques standards monomodes (tableau (2.1)), la réflectivité en régime spontané et par unité de longueur σ est de l'ordre de $10^{-10} m^{-1}$ à température ambiante (300 K).

Coefficient de gain Brillouin	g_B	2.10^{-11} m/W
Largeur spectrale Brillouin	$\Gamma/2\pi$	30 MHz
Fréquence Brillouin	$\Omega/2\pi$	11 GHz
Atténuation (1,55 μm)	α	0,2 dB/km
Aire effective	A_{eff}	$\pi(4,5 \mu\text{m})^2$

Tableau 2.1 —

Grandeurs caractéristiques Brillouin dans les fibres optiques à la longueur d'onde 1,55 μm

Le même raisonnement peut être appliqué au champ anti-Stokes (voir annexe) :

$$E_{AS}(z, \tau) = i g_E E_L(\tau) \int_0^\tau d\tau' \int_L^z dz' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} F^*(z', \tau') J_0 \left\{ [G\Gamma(z'-z)(\tau-\tau')/L]^{1/2} \right\} \quad (2.40)$$

$J_n(x)$ est une fonction de Bessel d'ordre n. Le module au carré du champ anti-Stokes est :

$$\langle |E_{AS}(0)|^2 \rangle = g_E^2 |E_L|^2 Q \int_0^{+\infty} d\tau' \int_0^L dz' e^{-\Gamma\tau'} J_0^2 \left\{ [G\Gamma z'\tau'/L]^{1/2} \right\} \quad (2.41)$$

L'intensité anti-Stokes rétrodiffusée s'exprime en fonction du facteur de gain (expression analogue à [13]) :

$$I_{AS}(0) \simeq \frac{kT\omega_S\Gamma}{4A_{eff}\Omega} e^{-\alpha L} G e^{-G/2} [I_0(G/2) + I_1(G/2)] \quad (2.42)$$

La figure (2.12) représente les variations de la rétrodiffusion Brillouin avec le facteur de gain G.

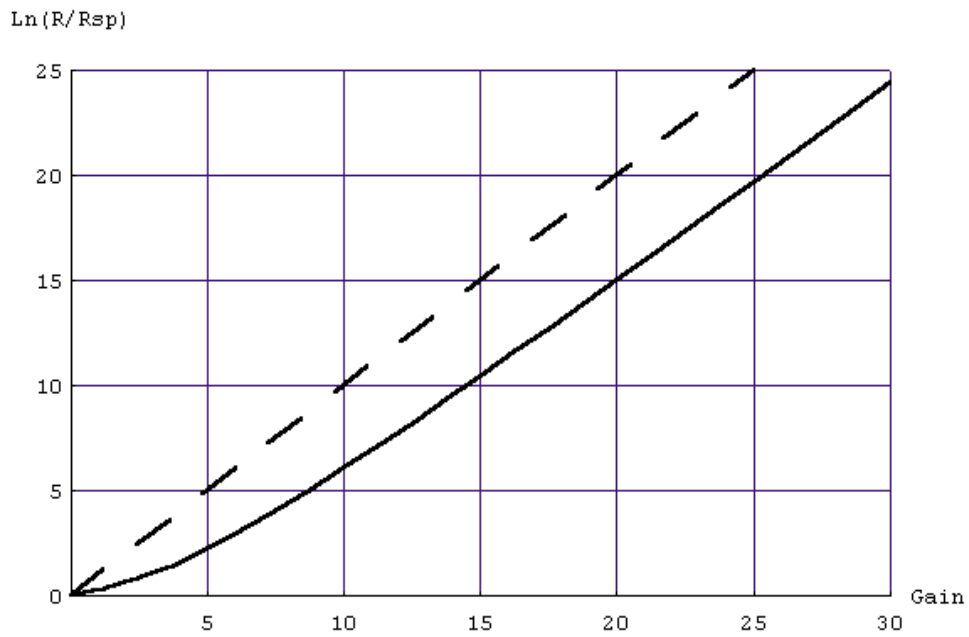


Figure 2.11 — Réflectivité Brillouin Stokes en fonction du gain (modèle d'une source non-localisée et fluctuante). La courbe en pointillés correspond au modèle d'une source localisée non fluctuante (cf chapitre 3).

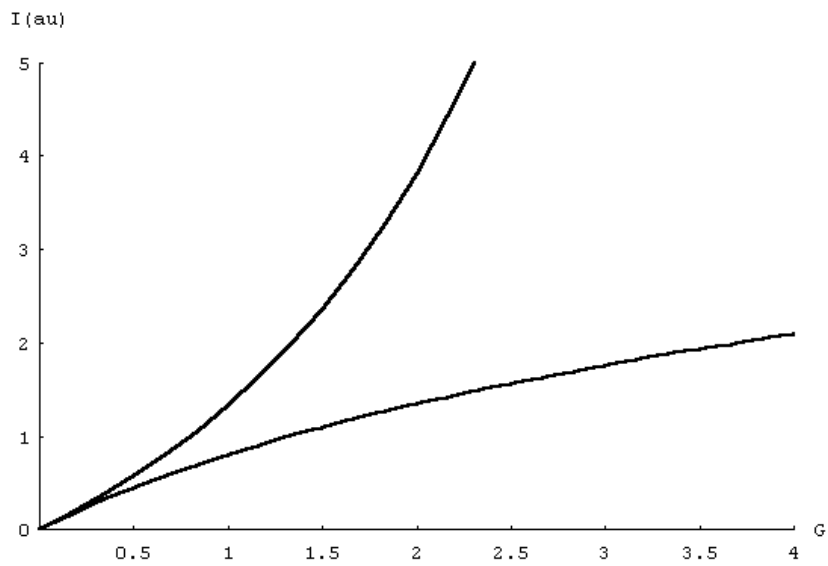


Figure 2.12 — Intensités Stokes (courbe supérieure) et anti-Stokes en fonction du facteur de gain G.

D'un point de vue quantique, les variations d'intensités (ou de population de photons) Stokes et anti-Stokes peuvent être comprises de la manière suivante : la création d'un photon Stokes va de pair avec la génération d'un phonon acoustique se propageant dans le même sens que l'onde laser, ce qui renforce le processus de diffusion. Au contraire, la création d'un photon anti-Stokes résulte de l'annihilation d'un photon incident et d'un phonon acoustique se propageant dans le sens inverse de l'onde laser : ainsi, la destruction de ces phonons acoustiques entraîne une réduction de l'efficacité de diffusion ; c'est pourquoi la diffusion Stokes stimulée est bien plus importante que la diffusion anti-Stokes.

2.2.5 Puissance de seuil

Pour un gain G élevé, dépendant à la fois de la longueur de propagation et de la puissance laser injectée, l'intensité Stokes croît rapidement lors de sa propagation, la pression électrostrictive étant proportionnelle au carré du module du champ optique : c'est le régime d'émission stimulée. Cet effet est le principal facteur limitant des transmissions "longue distance" dans les fibres optiques, l'onde laser pouvant être rétrodiffusée en quantité très importante à partir d'une certaine puissance optique injectée, appelée généralement *puissance de seuil*. L'estimation de cette rétrodiffusion est donc d'un intérêt crucial. Bien que pour des gains importants, l'appauvrissement de la pompe ne soit plus négligeable, il est possible d'estimer cette puissance de seuil : elle est définie comme étant la puissance de pompe injectée générant une rétrodiffusion Stokes de même puissance en entrée de fibre [15]. La réflectivité est alors égale à 1 et la puissance de seuil est généralement estimée en fonction de la longueur de la fibre par l'expression [15] :

$$P_{th} \simeq \frac{21A_{eff}}{g_0L_{eff}} \quad (2.43)$$

Cependant, une estimation plus précise est possible à partir de (2.39) et (2.38) : dans la limite de gain fort ($G \gg 1$), la réflectivité Stokes s'écrit plus simplement :

$$R = R_{sp}e^{G/2} [I_0(G/2) - I_1(G/2)] \quad (2.44)$$

$$R = \frac{R_{sp}}{\pi^{1/2}} \frac{e^G}{G^{3/2}} \quad (2.45)$$

Le terme e^G varie très vite par rapport à $G^{3/2}$. L'expression du gain au seuil se simplifie alors de la manière suivante :

$$G_{th} = Ln\left(\frac{\pi^{1/2}}{R_{sp}} \overline{G}^{3/2}\right) \quad (2.46)$$

où le gain moyen \overline{G} peut être estimé sans faire d'erreur significative par l'expression de Smith : $\overline{G} \simeq 21$ Finalement, en exprimant la longueur de la fibre en kilomètre, le gain vérifie :

$$G_{th} = \frac{g_0}{A_{eff}} P_{th}(0) 10^3 L_{eff} = G_0 - Ln(L_{eff}) \quad (2.47)$$

G_0 est le gain au seuil pour une longueur effective de un kilomètre :

$$G_0 = Ln \left(\frac{\pi^{1/2} \overline{G}^{3/2}}{\sigma} \right) - Ln(1000) \simeq 20 \quad (2.48)$$

Le terme d'atténuation αL étant généralement petit pour des longueurs de fibre inférieures à quelques kilomètres, il est ici négligé. La figure (2.13) montre la dépendance linéaire de G avec le logarithme de L_{eff} . Les valeurs prises sont celles du tableau précédent et la réflectivité spontanée calculée précédemment.

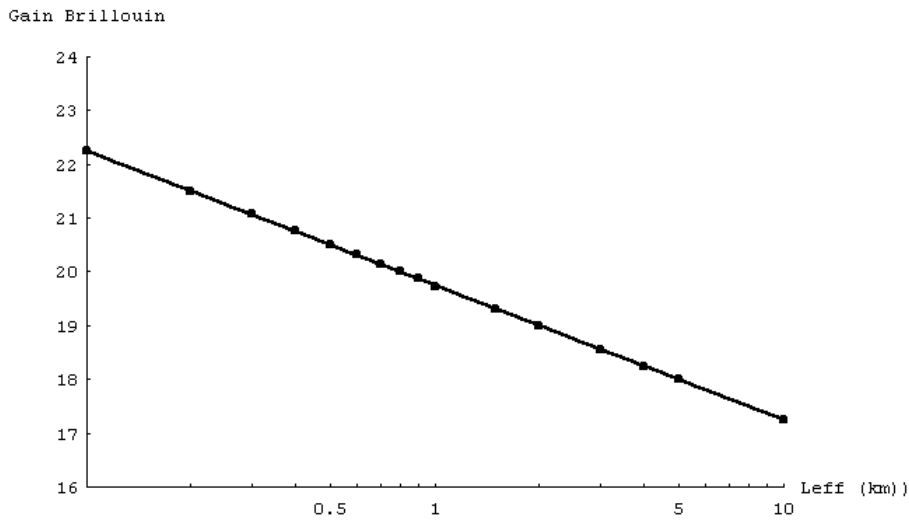


Figure 2.13 —

Gain au seuil en fonction de la longueur effective. Les points sont calculés à partir de (2.45) avec $R = 1$; la droite correspond à l'approximation (2.47) avec $\overline{G} = 20$.

La puissance de seuil correspondante devient alors :

$$P_{th}(0) = [G_0 - Ln(L_{eff})] \frac{A_{eff}}{g_0 10^3 L_{eff}} \quad (2.49)$$

Cette nouvelle formulation de la puissance de seuil est à comparer avec la relation (2.43) communément donnée dans la littérature. La figure (2.14) montre la dépendance de la puissance de seuil avec la longueur effective.

Il semble plus juste de définir le seuil pour une réflectivité de quelques pour cents, c'est à dire à la limite d'appauvrissement de l'onde laser dont le modèle ne tient pas compte. L'expression (2.44) de la réflectivité peut être résolue numériquement et avec les mêmes valeurs spécifiques dans les fibres optiques monomodes, le gain correspondant à une réflectivité de un pour cent est de l'ordre de 15 pour une longueur de fibre de un kilomètre.

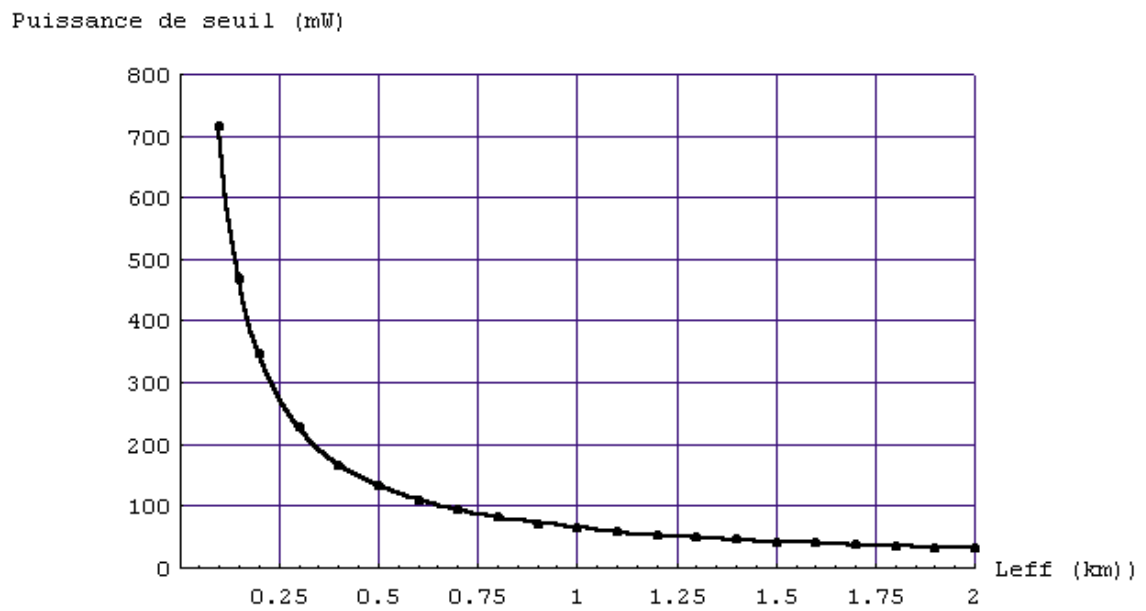


Figure 2.14 —

Puissance de seuil en fonction de la longueur effective. Les points sont calculés à partir de (2.45) avec $R = 1$; la courbe pleine correspond à l'approximation (2.49) avec $\bar{G} = 20$.

Amplification de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques

La rétrodiffusion Brillouin dans les fibres optiques prend naissance à partir de la force d'agitation des molécules constitutives du milieu propagatif. L'intensité Stokes générée en entrée de fibre est d'autant plus importante que le facteur de gain, proportionnel à la puissance laser et à la longueur effective de propagation, est grand. Il existe une autre configuration de la diffusion Brillouin stimulée consistant en l'introduction d'une deuxième onde laser, appelée *sonde*, à l'extrémité de la fibre et dont le décalage en fréquence avec l'onde laser incidente est très proche de la fréquence acoustique. On parle d'*amplification* de la diffusion Brillouin stimulée. Dans ce chapitre, une solution analytique approchée aux équations Brillouin traditionnelles à l'état stationnaire est proposée pour la première fois. L'influence des états de polarisation des ondes optiques contre-propagatives pompe et sonde sur le gain Brillouin est également reportée.

3.1 Théorie classique de la diffusion Brillouin stimulée

3.1.1 Equations couplées Brillouin-modèle cohérent

Supposons qu'une onde laser injectée à l'extrémité de la fibre se contre-propage dans la fibre optique-figure (3.1) et que sa fréquence angulaire soit décalée d'une quantité voisine de Ω par rapport à l'onde laser incidente : c'est la configuration dite "pompe-sonde" ; On notera cette fois la fréquence angulaire du laser pompe ω_P (au lieu de la notation ω_L dans le cas de la rétrodiffusion Brillouin) et celle de la sonde ω_S . Le désaccord de phase entre les ondes optiques est : $\Delta\omega = \omega_S + \Omega - \omega_P$.

Les équations des ondes lasers s'écrivent :

$$\frac{\partial E_P(z,t)}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_P(z,t)}{\partial t} = ig_{EP} \rho(z,t) E_S(z,t) e^{-i\Delta\omega t} - \frac{\alpha}{2} E_P(z,t) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial E_S(z,t)}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial E_S(z,t)}{\partial t} = -ig_{EP} \rho^*(z,t) E_P(z,t) e^{i\Delta\omega t} + \frac{\alpha}{2} E_S(z,t) \quad (3.2)$$

L'intensité Brillouin d'origine spontanée étant négligeable devant l'intensité de la sonde

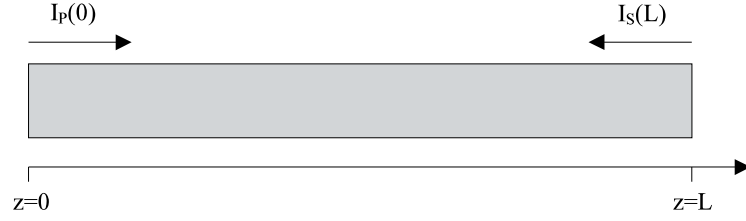


Figure 3.1 —

Représentation schématique de la technique pompe-sonde de l'effet Brillouin dans les fibres optiques.

injectée en $z = L$, la force de Langevin n'est plus considérée dans l'équation d'onde acoustique :

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, t) = ig_A E_P^*(z, t) E_S(z, t) e^{i\Delta\omega t} \quad (3.3)$$

L'amplitude des ondes acoustiques générées par électrostriction, après intégration sur le temps, s'écrit :

$$\rho(z, t) = ig_A \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{\Gamma}{2}(t-t')} E_P^*(z, t') E_S(z, t') e^{i\Delta\omega t'} \quad (3.4)$$

La contribution principale à l'intégrale correspond à un temps tel que $0 \leq (t - t') \leq 2/\Gamma$. Dans la silice, il est de l'ordre de la dizaine de nanosecondes et correspond à une distance optique de quelques mètres. En faisant alors l'hypothèse que les ondes lasers pompe et sonde sont quasi-stationnaires pendant le temps d'intégration (régime d'interaction faible) et en laissant tendre la borne inférieure d'intégration vers $-\infty$ pour des raisons de simplification mathématique, l'intégration se réduit à :

$$\rho(z, t) = ig_A E_P^*(z, t) E_S(z, t) \frac{e^{i\Delta\omega t}}{i\Delta\omega + \Gamma/2} \quad (3.5)$$

En remplaçant l'amplitude de l'onde acoustique par son expression (3.5) dans les équations (3.1) et (3.2), on obtient les équations spatio-temporelles couplées Brillouin pour les champs optiques :

$$\frac{\partial E_P(z, t)}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_P(z, t)}{\partial t} = -\frac{g_A g_E}{i\Delta\omega + \Gamma/2} |E_S(z, t)|^2 E_P(z, t) - \frac{\alpha}{2} E_P(z, t) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial E_S(z, t)}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial E_S(z, t)}{\partial t} = -\frac{g_A g_E}{-i\Delta\omega + \Gamma/2} |E_P(z, t)|^2 E_S(z, t) + \frac{\alpha}{2} E_S(z, t) \quad (3.7)$$

En terme d'intensité définie comme dans le chapitre précédent $I(z, t) = \frac{nc}{8\pi} E(z, t) E^*(z, t)$, les équations traditionnelles Brillouin s'écrivent :

$$\frac{\partial I_P(z, t)}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial I_P(z, t)}{\partial t} = -g_B I_S(z, t) I_P(z, t) - \alpha I_P(z, t) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial I_S(z, t)}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial I_S(z, t)}{\partial t} = -g_B I_S(z, t) I_P(z, t) + \alpha I_S(z, t) \quad (3.9)$$

La courbe de gain Brillouin est (cf chapitre 2) :

$$g_B = g_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\Gamma/2)^2 + (\omega_P - \omega_S - \Omega)^2} \text{ et } g_0 = \frac{n^7 p_{12}^2}{c \lambda_P^2 \rho_0 v \Gamma} \quad (3.10)$$

Plus la différence entre les fréquences optiques des ondes de sonde et de pompe se rapproche de la fréquence acoustique Ω , plus le transfert d'intensité optique est important : une partie de l'intensité de la pompe se trouve réfléchiée sur la sonde qui voit ainsi son intensité augmenter.

3.1.2 Solution à l'état stationnaire

La résolution numérique des équations spatio-temporelles Brillouin précédentes montre que l'intensité Stokes n'atteint pas l'état stationnaire de manière monotone au cours du temps, mais présente des oscillations de relaxation de période $2Tr$, où $Tr = nL/c$ est le temps de transit [16] : une augmentation rapide de l'intensité Stokes à l'entrée de la fibre provoque un appauvrissement de la pompe. Le gain est alors réduit jusqu'à ce que la section appauvrie de la pompe sorte de la fibre. Le gain s'accroît de nouveau et le processus se répète ainsi selon des oscillations amorties tendant vers l'état stationnaire.

L'analyse de la diffusion Brillouin à l'état stationnaire permet de rendre compte de phénomènes tels que l'appauvrissement de la pompe et la saturation du gain. Dans ce cas, les équations couplées s'écrivent :

$$\frac{\partial I_P}{\partial z} = -g_B I_S I_P - \alpha I_P \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial I_S}{\partial z} = -g_B I_S I_P + \alpha I_P \quad (3.12)$$

Supposons que la sonde injectée ait une intensité très inférieure à la pompe. Tant que le transfert d'énergie entre les ondes optiques reste faible, la variation d'intensité de la pompe le long de la fibre est essentiellement due à l'atténuation de la fibre optique (hypothèse de non-appauvrissement de la pompe). Le premier terme à droite de l'équation (3.11) est négligé et l'intensité du signal test après une propagation sur une longueur L de fibre est :

$$I_S(0) = I_S(L) e^{-\alpha L} \exp\{g_B I_P(0) L_{eff}\} \quad (3.13)$$

La sonde est amplifiée de manière exponentielle et l'efficacité du processus dépend de la puissance de pompe injectée ainsi que de la longueur effective d'interaction L_{eff} . En réalité, quand les puissances des signaux pompe et test deviennent comparables, c'est à dire quand le facteur de gain $G = g_0 I_P(0) L_{eff}$ est très grand devant un, les effets d'appauvrissement de la pompe ne sont plus négligeables et il faut résoudre les équations (3.11) et (3.12). Le mieux est alors d'effectuer les transformations suivantes : $\Sigma = \left(\frac{I_P + I_S}{2}\right)$, $\Delta = \left(\frac{I_P - I_S}{2}\right)$, $X = I_P I_S$ et $Y = I_P / I_S$.

Elles vérifient les équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial \Delta}{\partial z} = -\alpha \Sigma \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial z} = -\alpha \Delta - 2g_B X \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \text{Ln} X}{\partial z} = -g_B \Sigma \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \text{Ln} Y}{\partial z} = -2\alpha + g_B \Delta \quad (3.17)$$

Des équations (3.14) et (3.16) on déduit :

$$\frac{\partial \text{Ln} X}{\partial z} = g_B / \alpha \frac{\partial \Delta}{\partial z} \quad (3.18)$$

En intégrant, on déduit la relation de conservation de l'énergie [17] :

$$X = X_0 \exp \{g_B / \alpha [\Delta - \Delta_0]\} \quad (3.19)$$

avec $X_0 = I_P(0) I_S(0)$ et $\Delta_0 = I_P(0) - I_S(0)$.

A ce stade du calcul, il convient de faire une approximation, aucune solution analytique n'ayant jusqu'à présent été trouvée aux équations Brillouin couplées : réécrivons l'équation (3.12) sous la forme :

$$\frac{\partial \text{Ln} I_S}{\partial z} = -g_B I_P + \alpha \quad (3.20)$$

Pourvu que la puissance de pompe soit suffisamment importante (quelques milliwatts dans les fibres monomodes pour un coefficient de gain Brillouin de l'ordre de 2.10^{-11} m/W) le terme d'atténuation est négligeable dans l'expression de la dérivée : $\alpha \ll g I_P(z)$. En lui rajoutant un signe "-" (c'est à dire en considérant une propagation vers les z croissants de l'onde Stokes, ce qui correspond à l'effet Raman), l'erreur est minime et mène à l'approximation suivante d'après (3.14) [18] :

$$\Delta \simeq \Delta_0 e^{-\alpha z} \quad (3.21)$$

C'est l'équation de conservation de l'effet Raman dans les fibres optiques [3], qui est un phénomène de diffusion vers l'avant de la lumière.

A l'aide de l'approximation (3.21), l'équation (3.17) peut être résolue :

$$Y \simeq Y_0 e^{-2\alpha z} \exp \{g_B \Delta_0 z_{eff}\} \quad (3.22)$$

Cette dernière équation couplée avec (3.19) constitue une solution analytique approchée des équations Brillouin à l'état stationnaire. En termes des intensités de pompe et de sonde elles s'écrivent :

$$I_P(z) I_S(z) = I_P(0) I_S(0) \exp \{g_B / \alpha [I_P(z) - I_S(z) - I_P(0) + I_S(0)]\} \quad (3.23)$$

$$\frac{I_P(z)}{I_S(z)} \simeq \frac{I_P(0)}{I_S(0)} e^{-2\alpha z} \exp \{g_B [I_P(0) - I_S(0)] z_{eff}\} \quad (3.24)$$

Les figures (3.2) et (3.3) montrent les relations entre respectivement l'intensité Stokes en entrée de fibre et l'intensité de la pompe transmise en fonction de l'intensité de pompe injectée. La longueur de la fibre, l'atténuation linéique et l'intensité de la sonde injectée ont été prises pour les valeurs : $L = 2km$, $\alpha = 0.5dB/km$ et $I_S(L) = 1\mu W$. Le rapport entre le coefficient de gain linéique Brillouin et l'aire effective de la fibre est : $g_B/A_{eff} = 0.14(Wm)^{-1}$.

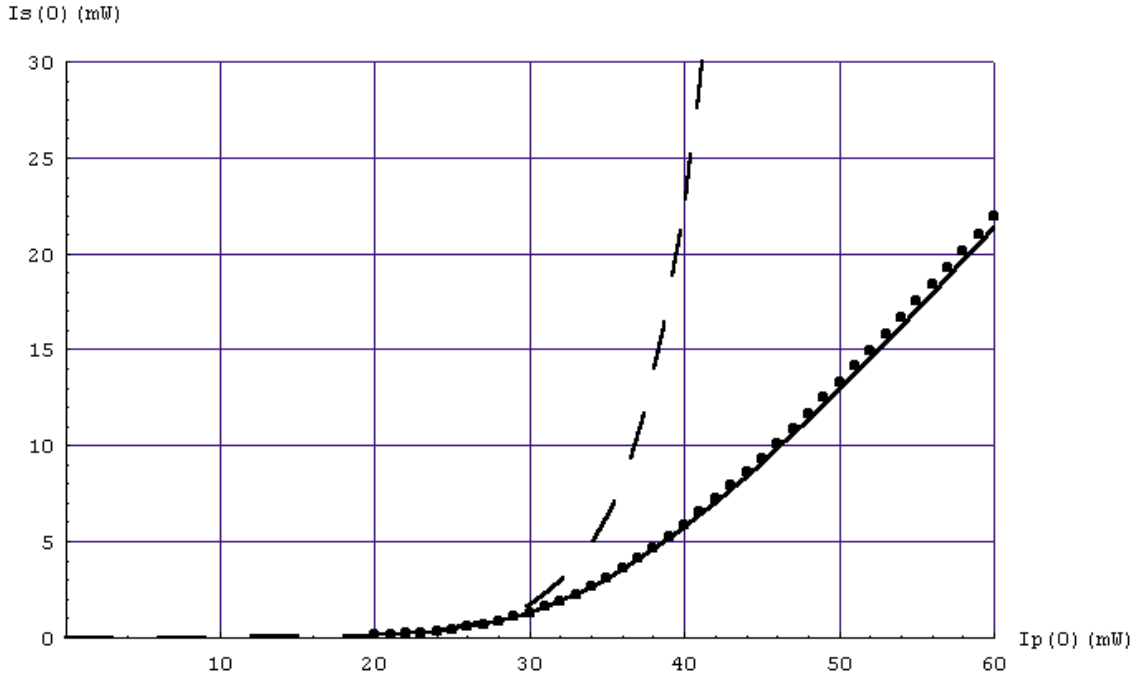


Figure 3.2 —

Intensité Stokes en fonction de l'intensité de pompe en entrée de fibre. Courbe pleine : résolution numérique des équations Brillouin couplées. Courbe en pointillés : modèle de non-appauvrissement de la pompe. Points : Equations (3.23) et (3.24).

La courbe pleine représente la solution exacte des équations différentielles couplées, la courbe en pointillés et les points correspondant respectivement aux modèles de non-appauvrissement de la pompe et de "conservation Raman". Les équations (3.23) et (3.24) mènent à une petite surestimation de $I_S(0)$ et à une sous-estimation de $I_P(z)$ pour les grandes valeurs de $I_P(0)$: en effet, l'approximation (3.21) considère l'atténuation de la sonde dans le sens des z croissants, ce qui a tendance à légèrement "amplifier" l'évaluation de l'intensité Stokes vers l'entrée de la fibre ($z = 0$). Excepté ce petit désaccord, cette nouvelle solution analytique approchée des équations Brillouin couplées décrit très correctement les phénomènes tels que la saturation du gain et l'appauvrissement de la pompe.

3.1.3 Saturation du gain-Réfectivité

Considérant les figures précédentes (3.2) (3.3), on constate qu'à partir d'une puissance de pompe injectée supérieure à $30mW$, le gain sature : l'intensité Stokes en $z = 0$ devient alors proportionnelle à l'intensité de pompe injectée. Ce phénomène est du à l'appauvrisse-

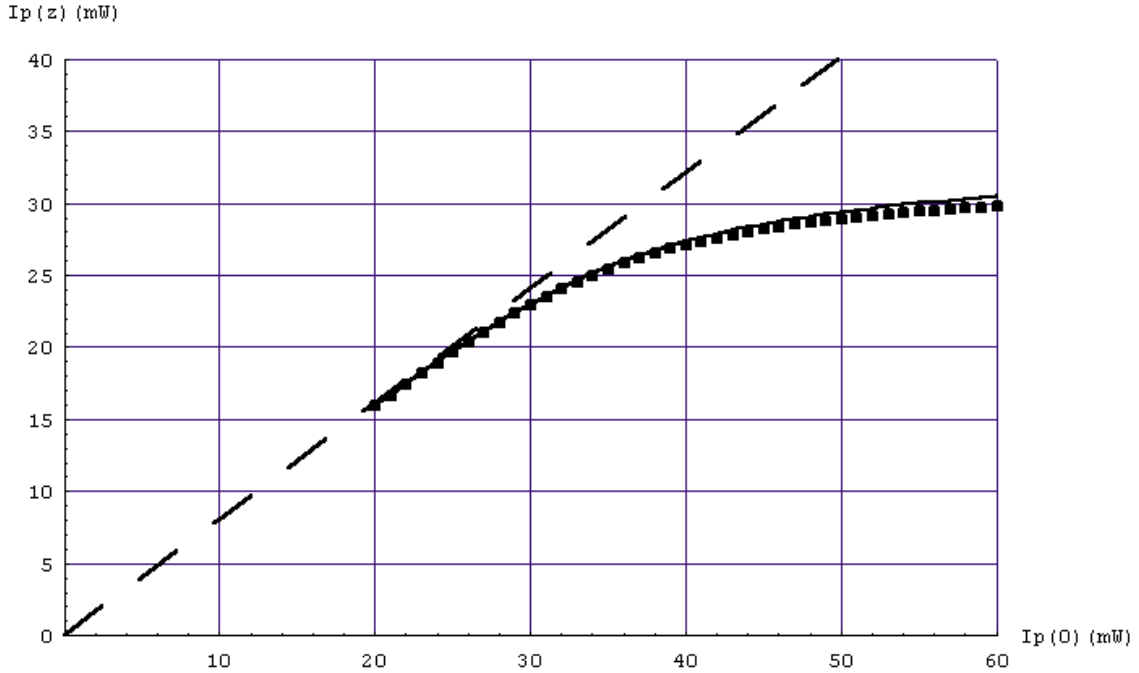


Figure 3.3 — Puissance de pompe transmise en fonction de la puissance injectée. Même notation que pour la figure (3.2).

ment de la pompe qui devient conséquente pour des puissances de pompe injectée également supérieures à 30mW . A la limite, la puissance transmise n'augmente plus pour des grandes puissances de pompe injectée, qui se retrouvent réfléchies dans la direction de la diffusion Brillouin : la fibre se comporte alors comme un miroir.

La relation (3.22) peut également s'écrire sous la forme :

$$G = \frac{\text{Ln}(R) - \text{Ln}\left(\frac{I_S(L)}{I_P(L)}\right) + 2\alpha L}{1 - R} \quad (3.25)$$

A partir de cette expression, il est possible de représenter la réflectivité $R = I_S(0)/I_P(0)$ en fonction du facteur de gain $G = g_B I_P(0) L_{eff}$ -figure (3.4). Dès que la réflectivité atteint environ 10 pour cent, les effets d'appauvrissement de la pompe mènent à la saturation du gain.

Dans la réalité, dès que la puissance Stokes devient comparable à la puissance de pompe injectée, la génération d'une onde Brillouin Stokes du deuxième ordre dans la direction de la pompe n'est plus négligeable : la puissance Stokes est à son tour appauvrie. Dès lors, les transferts d'énergie ne peuvent plus être décrits simplement par les deux équations couplées Brillouin.

Les équations couplées (3.11) et (3.12) sont parfois également utilisées comme point de départ à la modélisation de la génération de la diffusion Brillouin stimulée [19]. L'onde Stokes introduite à l'extrémité de la fibre ($z = L$) constitue ainsi l'émission Brillouin spontanée (modèle d'une source localisée non-fluctuante). En réalité, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'onde Stokes n'existe pas *a priori* en $z = L$ mais est générée à partir de l'interaction entre l'onde laser et les mouvements collectifs des molécules du milieu. Bien

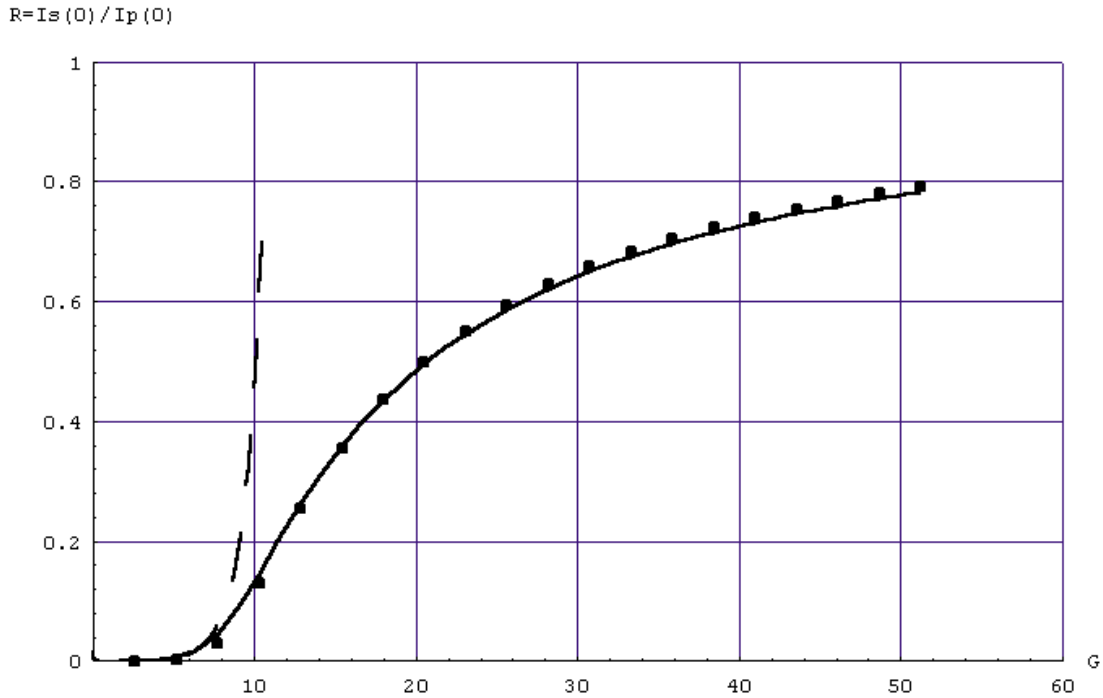


Figure 3.4 — Réflectivité en fonction du facteur de gain. Les points ont été obtenus à partir de (3.24) en prenant $-\ln[I_S(L)/I_P(L)] = 10, 5$.

que ce modèle puisse donner une idée de la saturation du gain, il suppose une initiation de la diffusion Brillouin stimulée selon un processus purement exponentiel, comme le suggère la relation (3.26), ce qui conduit à une surestimation de l'amplification Brillouin-voir la figure (2.11) du chapitre deux. La figure (3.5) montre qu'en réalité l'onde Stokes croît moins rapidement avec le facteur de gain G .

3.1.4 Distribution d'intensité

Les figures (3.6) et (3.7) représentent respectivement les puissance Stokes et pompe le long de l'axe de la fibre optique pour une puissance de pompe injectée de $30mW$, soit en-dessous des phénomènes d'appauvrissement et de saturation. L'onde Stokes croît de manière exponentielle vers $z = 0$ alors que la pompe se propage en s'atténuant principalement à cause de l'atténuation dans le milieu propagatif.

La figure (3.8) représente une nouvelle fois $I_S(z)$ et $I_P(z)$ mais avec une puissance de pompe injectée de $60 mW$: le transfert d'intensité de la pompe vers la sonde s'effectue principalement du côté de la fibre optique où est injectée la pompe, soit environ 20 pour cent de la longueur de fibre. Dans cette région, la pompe est fortement affaiblie au profit de la sonde. La différence d'intensité entre les deux ondes optiques y est malgré tout maximale à l'entrée de la fibre, comme le suggère l'expression (3.14) : ceci est du à l'atténuation des signaux optiques lors de leur propagation.

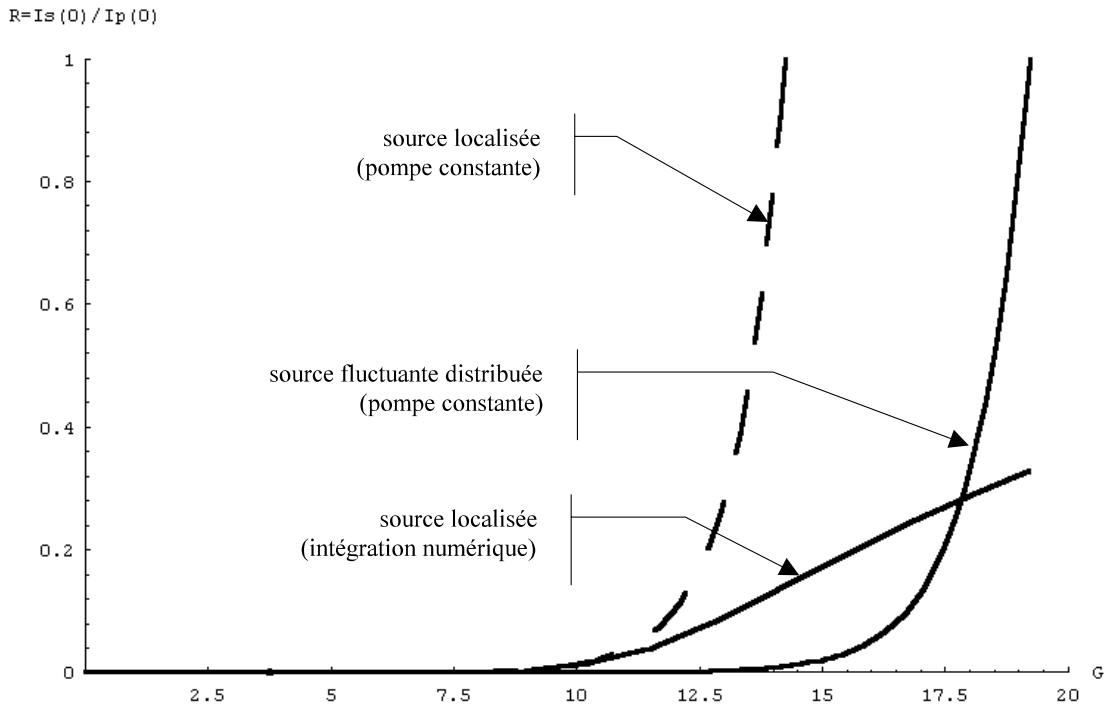


Figure 3.5 — Réflectivité Brillouin en fonction du coefficient de gain G . Les paramètres de calcul sont les mêmes que précédemment. Pour le modèle d'une source localisée, $I_S(L)$ est pris d'après la relation (2.39).

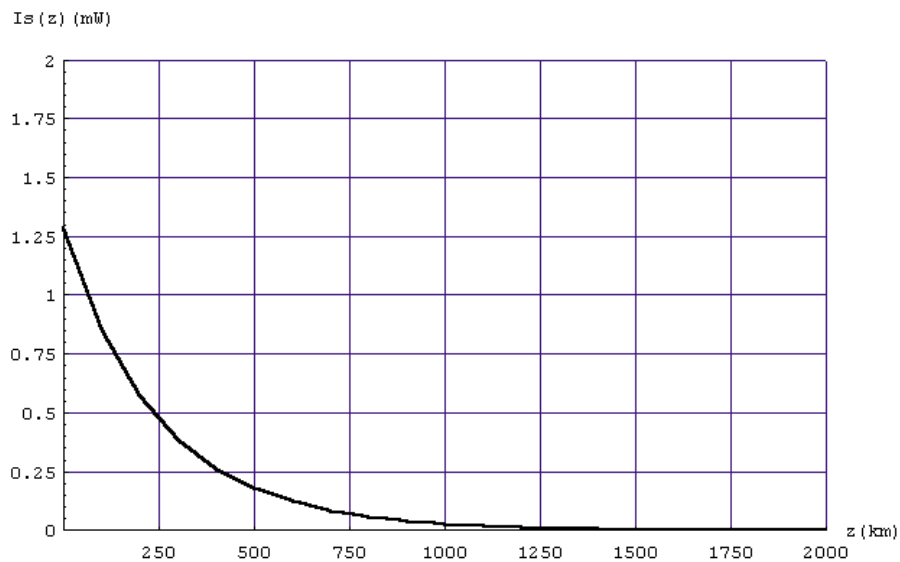


Figure 3.6 — Distribution de la puissance Stokes suivant l'axe z pour une puissance de pompe injectée de 30mW.

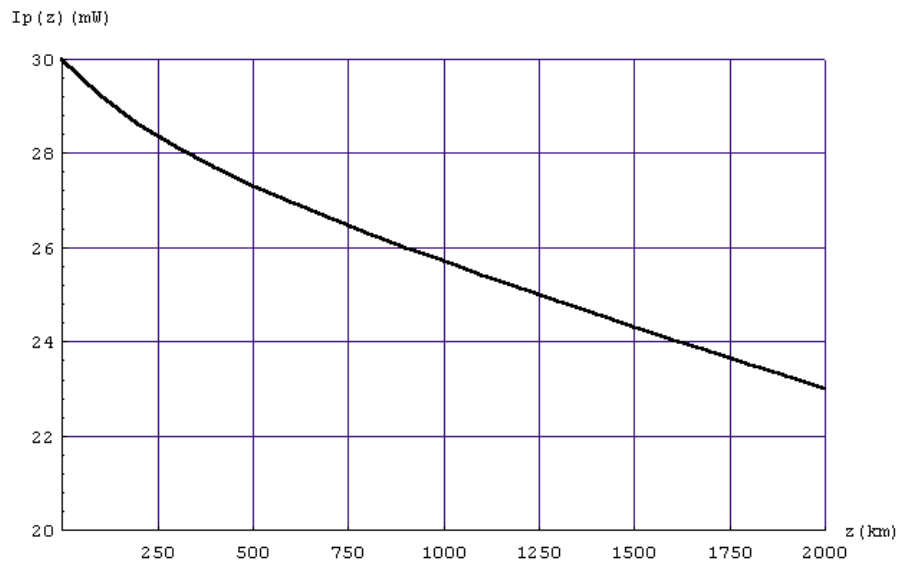


Figure 3.7 —

Distribution de la puissance de pompe suivant l'axe z pour une puissance injectée de $30mW$.

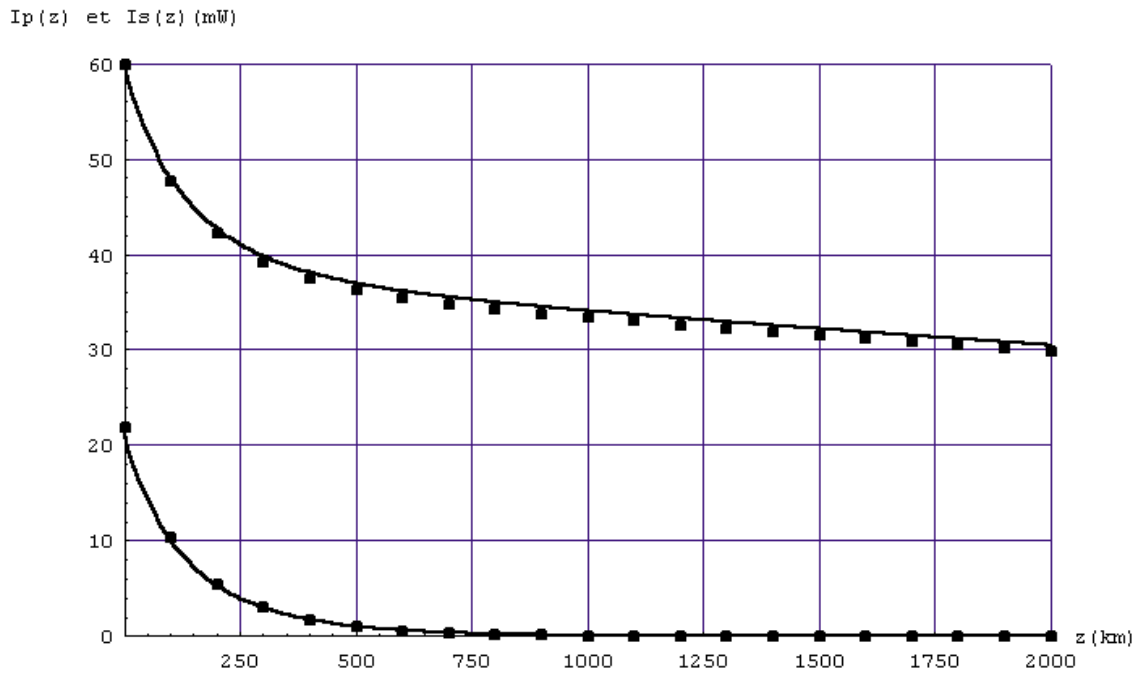


Figure 3.8 —

Distribution des puissances Stokes et pompe suivant l'axe z pour une puissance de pompe injectée de $60mW$. - Courbe pleine : résolution numérique des équations Brillouin couplées.
- Points : Equations (3.23) et (3.24).

3.1.5 Diffusion anti-Stokes stimulée

Supposons qu'une onde laser sonde de fréquence proche de la diffusion anti-Stokes ($\omega_S \simeq \omega_P + \Omega$) se propage en sens inverse de l'onde de pompe : dans ce cas, à l'état stationnaire et en négligeant l'appauvrissement de la pompe, l'intensité de la sonde est :

$$I_{AS}(0) = I_{AS}(L) e^{-\alpha L} \exp\{-g_B I_P(0) L_{eff}\} \quad (3.26)$$

Quand la sonde réalise l'accord de phase exacte, elle se retrouve très vite appauvrie lors de sa propagation dans la fibre, pourvu que le régime soit suffisamment stimulé : à la limite de gain fort, le signal disparaît complètement au profit de l'onde de pompe. Ceci peut être expliqué par le fait que la diffusion anti-Stokes correspond à l'annihilation des phonons acoustiques, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent.

3.2 Dépendance en polarisation du gain Brillouin

Les équations (3.8) et (3.9) supposent que les ondes pompe et sonde se propageant en sens inverse l'une de l'autre sont polarisés linéairement dans la même direction et qu'elles conservent cet état de polarisation lors de la propagation dans la fibre. La première étude des propriétés en polarisation de l'interaction pompe-sonde a été réalisée par Stolen [20] sur une fibre à maintien de polarisation : il montra que pour une polarisation linéaire de la pompe et suivant un des axes de la fibre, l'amplification de la sonde est maximale si cette dernière est polarisée linéaire parallèle, et nulle si polarisée linéaire orthogonale. D'autre part, une polarisation de la pompe telle qu'elle soit linéaire à 45° par rapport aux axes de la fibre entraîne un gain égal à la moitié de sa valeur maximale, et ce, quelle que soit l'état de polarisation de la sonde. Ce résultat a été, à tort, étendu aux fibres standards (présentant une faible biréfringence) [21] et on a ainsi longtemps considéré qu'il n'y avait pas de corrélation entre les polarisations des signaux lasers pompe et sonde, le gain Brillouin dans les fibres optiques étant toujours affecté d'un facteur $1/2$. Dans la réalité, des fluctuations importantes du facteur de gain Brillouin ont été observées par Horigushi et al. [22], fluctuations qui ont été bien expliquées par les travaux de Deventer et al. [23] sur l'efficacité de mélange à deux ondes.

3.2.1 Efficacité de mélange à deux ondes-formalisme de Stokes

Considérons deux ondes optiques planes et monochromatiques de fréquences ω_1 et ω_2 et se propageant suivant un axe z . Elles possèdent une polarisation définie dans le plan perpendiculaire à l'axe de propagation (Oxy) par les vecteurs de Jones (respectivement \vec{J}_1 et \vec{J}_2).

$$\vec{J}_1 = \begin{pmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{J}_2 = \begin{pmatrix} u_{2x} \\ u_{2y} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Le champ total s'écrit :

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = A_1 \vec{J}_1 e^{-j\omega_1 t} + A_2 \vec{J}_2 e^{-j\omega_2 t} \quad (3.28)$$

L'intensité totale étant proportionnelle au module au carré de la somme des champs, on déduit qu'elle est la somme des intensités de chaque onde plus un terme de battement, dont la fréquence correspond à la différence des fréquences optiques ($\omega_1 - \omega_2$) :

$$I_{tot} = \frac{nc}{8\pi} \left| \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right|^2 = \frac{nc}{8\pi} (|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2Re \{ \vec{E}_1 \vec{E}_2^* \}) \quad (3.29)$$

$$= \frac{nc}{8\pi} (|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2Re \{ A_1 A_2^* e^{-j(\omega_1 - \omega_2)t} \vec{J}_1^t \vec{J}_2^* \}) \quad (3.30)$$

$$= I_1 + I_2 + \text{terme de battement} \quad (3.31)$$

L'amplitude du battement dépend des polarisations relatives des deux ondes optiques : si les polarisations sont parfaitement parallèles, les vecteurs de Jones sont égaux ($\vec{J}_1 = \vec{J}_2$) et l'intensité est maximale ; si au contraire les polarisations sont orthogonales, le produit des vecteurs de Jones est nul ($\vec{J}_1^t \cdot \vec{J}_2^* = 0$) et le battement disparaît : l'intensité totale est minimale et vaut simplement la somme des intensités optiques $I_1 + I_2$. Il est alors naturel d'introduire un coefficient de recouvrement des polarisations ou efficacité de mélange (en anglais "mixing efficiency"), défini par le module au carré du produit scalaire des vecteurs de Jones associés aux deux ondes optiques :

$$\eta = \left| \vec{J}_1 \vec{J}_2^* \right|^2, 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.32)$$

Formalisme de Stokes

Les grandeurs mises en jeu étant relatives à des intensités (somme des intensités et combinaison d'intensités), il est habituel d'employer le formalisme de Stokes.

Soit une onde plane monochromatique dont le champ s'écrit dans le formalisme de Jones :

$$\vec{E} = A_0 \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} e^{-j\omega t} \quad (3.33)$$

Sa représentation en fonction des paramètres Stokes est :

$$S_0 = |A_0 u_x|^2 + |A_0 u_y|^2 \quad (3.34)$$

$$S_1 = |A_0 u_x|^2 - |A_0 u_y|^2 \quad (3.35)$$

$$S_2 = 2Re \{ A_0^2 u_x u_y^* \} \quad (3.36)$$

$$S_3 = 2Im \{ A_0^2 u_x u_y^* \} \quad (3.37)$$

Ces quatre expressions donnent la correspondance entre les formalismes de Jones et Stokes et ont une signification physique bien précise : on remarque tout d'abord qu'elles ne sont pas indépendantes l'une de l'autre et qu'elles vérifient l'égalité :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (3.38)$$

Notons toutefois que cette égalité n'est vérifiée que pour des ondes totalement polarisées, ce qui est automatiquement le cas pour des ondes monochromatiques. Ce n'est plus vrai pour des sources de largeur spectrale finie [24].

Le paramètre S_0 représente l'intensité totale de l'onde optique, alors que S_1 est la différence d'intensité entre les composantes rectilignes suivant Ox et Oy : $S_1 = I_x - I_y$. Les paramètres S_2 et S_3 sont la différence entre les intensités détectées à la traversée respectivement d'un polariseur linéaire orienté à $+45^\circ$ et -45° des axes Ox et Oy et d'un polariseur successivement circulaire gauche et droite, figure (3.9) :

$$S_0 = I_0 \quad (3.39)$$

$$S_1 = I_x - I_y \quad (3.40)$$

$$S_2 = I_{+45^\circ} - I_{-45^\circ} \quad (3.41)$$

$$S_3 = I_G - I_D \quad (3.42)$$

L'expression (3.32) de l'efficacité de mélange à deux ondes devient alors dans le formalisme de Stokes :

$$\eta = \frac{S_{01}S_{02} + S_{11}S_{12} + S_{21}S_{22} + S_{31}S_{32}}{2S_{01}S_{02}} = \frac{\vec{S}_1 \vec{S}_2}{2S_{01}S_{02}} \quad (3.43)$$

<i>ETAT DE POLARISATION</i>	<i>VECTEUR DE JONES</i>	<i>VECTEUR DE STOKES</i>
<i>Rectiligne suivant Ox</i>	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
<i>Rectiligne suivant Oy</i>	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
<i>Rectiligne à $\pm 45^\circ$</i>	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
<i>Circulaire gauche</i>	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ +1 \end{pmatrix}$
<i>Circulaire droite</i>	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Figure 3.9 —
Représentations vectorielles de Jones et Stokes pour les principaux états de polarisation.

3.2.2 Interférence entre les signaux pompe et sonde

Le processus de diffusion Brillouin stimulée peut être interprété comme étant la réflexion de l'onde de pompe en une onde Stokes à partir du réseau acoustique. Dès lors, le sens de

propagation est inversé, la gauche devenant la droite et vice-versa. Or, le sens de rotation est défini par rapport au sens de propagation (vers les z croissants, par convention). Ainsi, un renversement du sens de propagation entraîne une inversion du sens de rotation : une onde polarisée circulaire gauche devient droite et vice-versa. Dans ce cas, les paramètres Stokes deviennent :

$$S_0 = |A_0 u_x|^2 + |A_0 u_y|^2 \quad (3.44)$$

$$S_1 = |A_0 u_x|^2 - |A_0 u_y|^2 \quad (3.45)$$

$$S_2 = 2Re \{ A_0^2 u_x^* u_y \} = 2Re \{ A_0^2 u_x u_y^* \} \quad (3.46)$$

$$S_3 = 2Im \{ A_0^2 u_x^* u_y \} = -2Im \{ A_0^2 u_x u_y^* \} \quad (3.47)$$

Par comparaison avec l'expression (3.34), on remarque qu'une inversion du sens de propagation revient à un changement de signe du paramètre S_3 . L'efficacité de mélange entre pompe et sonde s'écrit alors [23] :

$$\eta_{\rightleftharpoons} = \frac{S_{0p}S_{0s} + S_{1p}S_{1s} + S_{2p}S_{2s} - S_{3p}S_{3s}}{2S_{0p}S_{0s}} \quad (3.48)$$

En normalisant les paramètres Stokes ($S_0 = 1$), l'expression se simplifie :

$$\eta_{\rightleftharpoons} = \frac{1}{2} (1 + s_{1p}s_{1s} + s_{2p}s_{2s} - s_{3p}s_{3s}) \quad (3.49)$$

Si l'orientation, l'ellipticité et le sens de rotation de la polarisation sont les mêmes pour les deux ondes, vues dans *une direction donnée*, la pompe et la sonde possèdent des états de polarisation parallèles. Leur vecteurs de Jones étant égaux ($\vec{J}_p = \vec{J}_s$), leur représentation par les vecteurs de Stokes est identique. L'interaction est alors maximale [20] et le coefficient de recouvrement des polarisations s'écrit, en utilisant l'expression (3.38) :

$$\eta_{\rightleftharpoons}^{\parallel} = \frac{1}{2} (1 + s_1^2 + s_2^2 - s_3^2) = 1 - s_3^2 \quad (3.50)$$

Le couplage entre les signaux est maximum pour des polarisations parallèles rectilignes et nul pour des polarisations parallèles circulaires.

La situation est différente quand les deux polarisations sont orthogonales, vues également dans la même direction : dans ce cas, les vecteurs de Jones vérifient $\vec{J}_p^t \cdot \vec{J}_s^* = 0$, et le vecteur Stokes de la sonde s'exprime en fonction des paramètres Stokes de la pompe :

$$\vec{S}_s = \begin{pmatrix} 1 \\ -s_1 \\ -s_2 \\ -s_3 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

Le coefficient de recouvrement dépend alors simplement du paramètre s_3 suivant la relation :

$$\eta_{\rightleftharpoons}^{\perp} = \frac{1}{2} (1 - s_1^2 - s_2^2 + s_3^2) = s_3^2 \quad (3.52)$$

Il suit que seuls les états de polarisation orthogonaux linéaires suppriment le couplage entre les ondes optiques alors que des états de polarisation circulaires entraînent une efficacité de mélange maximale.

3.2.3 Influence de la biréfringence

Comme l'étude du coefficient de recouvrement de polarisation le montre, le couplage entre la pompe et la sonde dépend de l'évolution spatio-temporelle des polarisations des deux ondes lors de la propagation dans la fibre. Les équations couplées Brillouin à l'état stationnaire deviennent en tenant compte du phénomène :

$$\frac{\partial I_P}{\partial z} = -\eta g_B I_S I_P - \alpha I_P \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial I_S}{\partial z} = -\eta g_B I_S I_P + \alpha I_P \quad (3.54)$$

Une fibre monomode ne guide à priori qu'un seul mode transversal (le mode LP_{01}), mais dans la réalité, deux modes de polarisation orthogonaux se propagent. Si la silice est idéalement un milieu isotrope et le coeur cylindrique, la constante de propagation des deux modes est la même et aucun couplage n'existe entre eux (modes dégénérés). En réalité, il existe toujours une anisotropie locale du milieu, modifiant la constante de propagation β suivant les directions de polarisation x et y (levée de la dégénérescence) : c'est la *biréfringence modale*, notée B. Par définition, c'est la différence d'indice entre les modes polarisés orthogonalement suivant x et y [3] et pour une longueur d'onde donnée λ_0 :

$$B = |\beta_x - \beta_y| \frac{\lambda_0}{2\pi} = |n_x - n_y| \quad (3.55)$$

A cette biréfringence est associée la *longueur de battement*, correspondant à la période d'échange d'énergie entre les modes lors de la propagation dans la fibre.

$$L_B = \frac{2\pi}{|\beta_x - \beta_y|} = \frac{\lambda_0}{B} \quad (3.56)$$

L'axe possédant l'indice de réfraction le plus bas est appelé axe rapide, l'axe d'indice plus élevé étant l'axe lent.

Les fibres à maintien de polarisation possèdent une forte biréfringence, de manière à réduire au maximum le couplage entre les modes. Typiquement, les fibres "PANDA" possèdent une biréfringence de l'ordre de 10^{-3} , correspondant à une longueur de battement de quelques millimètres pour des longueurs d'onde optiques. Une onde polarisée introduite suivant l'un des axes de la fibre se propage alors sans modification de l'état de polarisation. Le coefficient de recouvrement des ondes pompe et sonde est alors maximum ($s_3 = 0$) pour des polarisations parallèles et nul pour des polarisations orthogonales :

$$\eta_{\parallel} = 1 \quad (3.57)$$

$$\eta_{\perp} = 0 \quad (3.58)$$

Les fibres standard, la biréfringence est faible (de l'ordre de 10^{-6} , ce qui produit une longueur de battement de quelques mètres aux longueurs d'onde optiques) et surtout variable en quantité le long de la fibre à cause de l'anisotropie induite par contrainte et des irrégularités du coeur. Il en résulte qu'une onde polarisée introduite dans la fibre atteint très vite des états de polarisation aléatoires, phénomène assimilable à un mouvement brownien [25]. Les paramètres de Stokes sont alors équiprobables, étant indépendants les uns des autres. La relation (3.38) normalisée $s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1$ conduit alors à une probabilité pour chaque terme égale à $1/3$. Le coefficient de recouvrement pour des polarisations parallèles et orthogonales devient :

$$\eta_{\rightleftharpoons}^{\parallel} = \frac{2}{3} \tag{3.59}$$

$$\eta_{\rightleftharpoons}^{\perp} = \frac{1}{3} \tag{3.60}$$

La figure (3.10) montre la dépendance du gain Brillouin suivant que les états de polarisation de la pompe et de la sonde soient parallèles ou orthogonales à l'injection. Si dans la première situation le couplage existe quand les polarisations sont linéaires à un endroit de la fibre, seuls des états circulaires permettent le transfert d'intensité quand les ondes de pompe et sonde sont orthogonales.

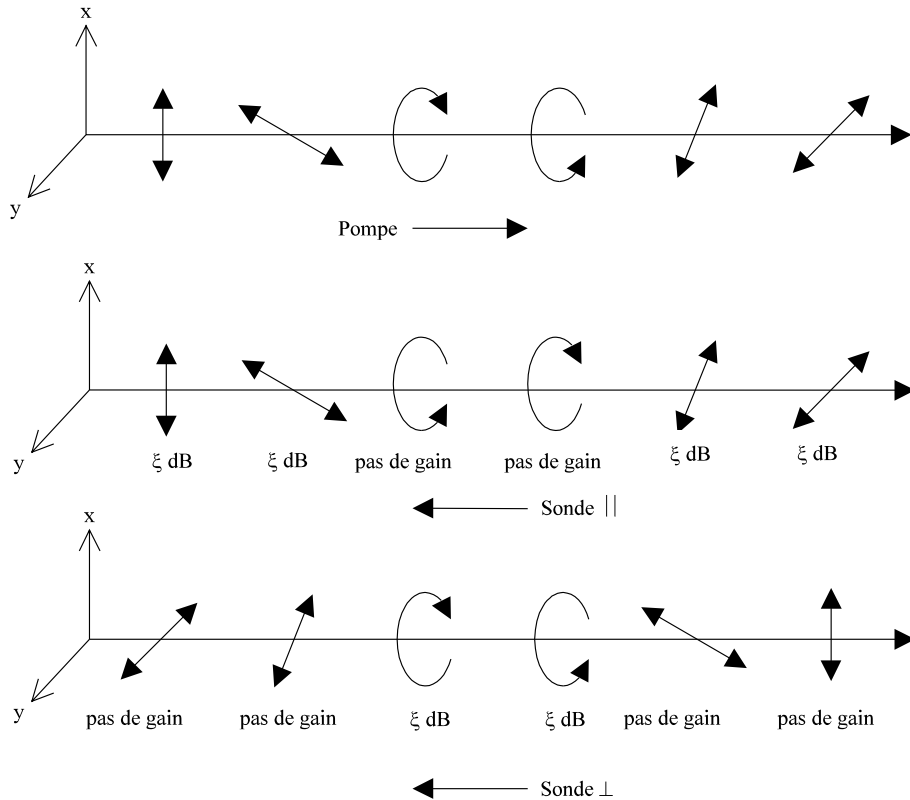


Figure 3.10 —
Dépendance du gain Brillouin envers la polarisation dans les fibres faiblement biréfringentes. Les états de polarisation parallèles et croisés sont représentés.

Ainsi, pourvu que la longueur d'interaction des deux ondes soit plus grande que la longueur

de battement, la détermination du couplage dans ces deux configurations permet la mesure du coefficient de gain Brillouin dans les fibres standard, comme Niklès et al. l'ont montré [26].

Dispositif expérimental de mesure de la courbe de gain Brillouin dans les fibres optiques

La diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques est caractérisée complètement à partir de l'analyse de sa courbe de gain $g_B(\nu)$. Comme on l'a vu dans les chapitres précédents, cette dernière est dans l'espace des fréquences une distribution de type lorentzien. A une longueur d'onde donnée de l'onde de pompe, elle est définie par trois paramètres : la fréquence acoustique ν_B , la largeur de raie $\Delta\nu_B$ et le coefficient de gain Brillouin g_0 . Ce chapitre présente le dispositif expérimental de mesure de la courbe de gain Brillouin, l'influence des largeurs de raie laser sur cette dernière étant pour la première fois évaluée.

4.1 Techniques de mesure de la courbe de gain Brillouin

Les premières observations de la diffusion Brillouin dans les fibres optiques datent de 1972 et sont dues à Ippen et Stolen [27] : à partir d'une source laser xenon de longueur d'onde $5.35\mu m$, ils ont montré que le processus de *génération* de l'émission stimulée apparaît pour des puissances injectées largement inférieures au watt ; ils ont également mesuré à partir d'un spectromètre de type Fabry-Perot la largeur de raie Brillouin rétrodiffusée spontanément ainsi que son décalage fréquentiel.

D'autres mesures ont été réalisées à la suite de ces travaux et avec cette même technique de réflectométrie [21] [28]. En 1986, le premier schéma de détection hétérodyne à un seul laser est employé avec succès par Tkach et al. [29] pour la mesure de la concentration de germanium dans les fibres à partir de la fréquence Brillouin. L'année suivante, Shibata et al. [30] emploient pour la première fois la technique des ondes contre-propagatives (ou technique "pompe-sonde") générées à partir de deux sources lasers, dont une accordable en fréquence, situées aux extrémités de la fibre. L'écart en fréquence entre la sonde et la pompe est situé aux alentours de la fréquence acoustique, un des deux signaux effectuant un balayage fréquentiel grâce à un laser accordable. La détection de l'*amplification* de l'intensité de la sonde à différentes fréquences permet la reconstitution de la courbe de gain Brillouin. La résolution spectrale (à condition que les lasers possèdent une largeur de raie très inférieure à celle de la courbe de gain Brillouin) ainsi que le rapport signal à bruit sont améliorés par cette méthode [31]. C'est dans cette configuration que, deux ans plus tard, fut démontrée la sensibilité des spectres Brillouin avec la température et la contrainte [32] [33].

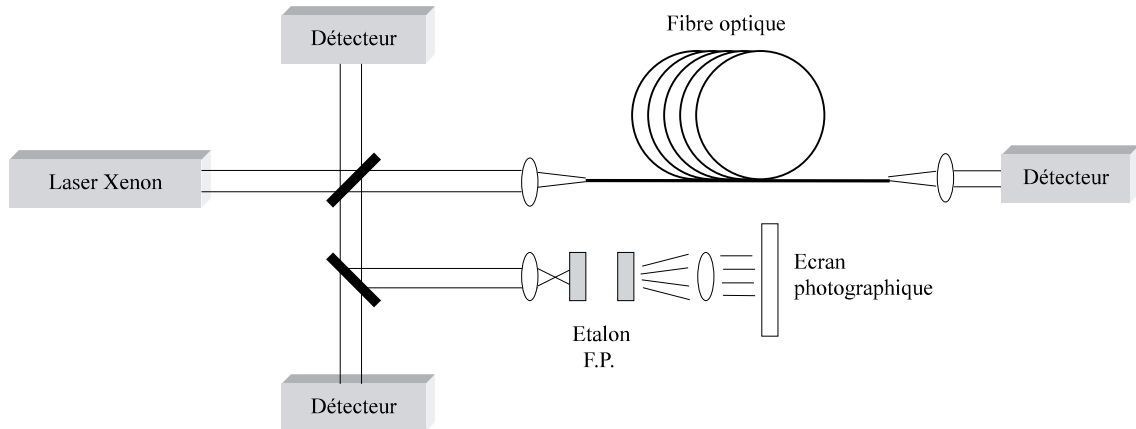


Figure 4.1 — Dispositif expérimental d'observation de la rétrodiffusion Brillouin stimulée [27].

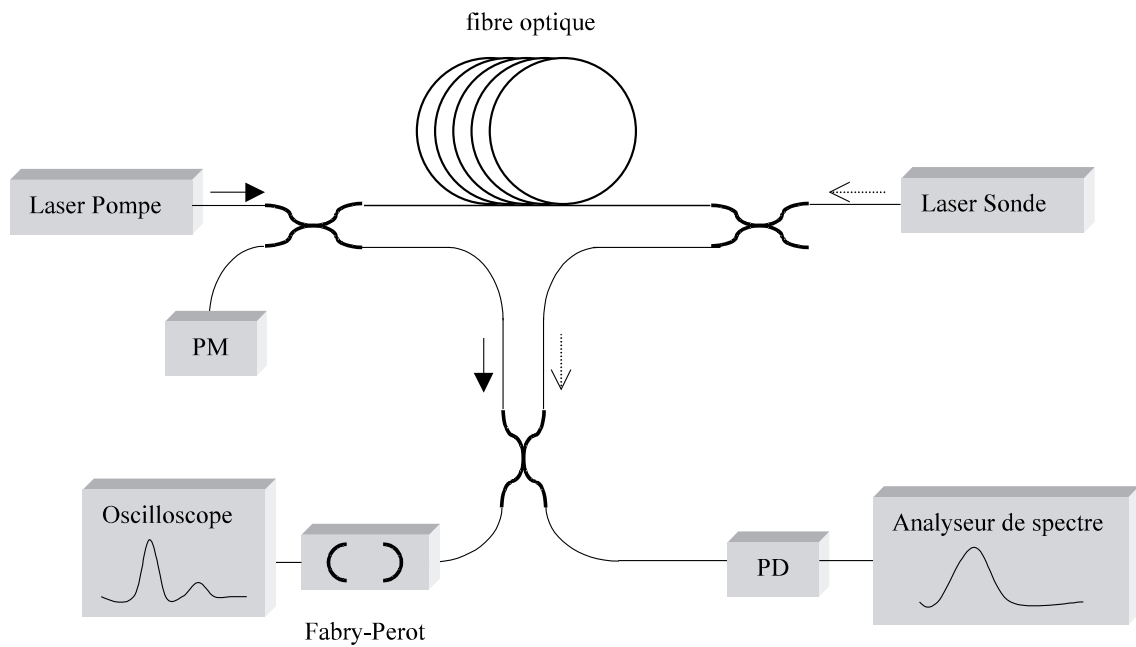


Figure 4.2 — Configuration laser pompe-sonde pour la mesure de la largeur Brillouin [34].

Cependant, l'inconvénient principal d'un tel dispositif (hormis son coût) est la difficulté de stabilisation de l'écart en fréquence entre les deux sources lasers. L'idée de contrôler ces dérives fréquentielles grâce à l'emploi d'une seule source laser apparaît en 1993 par Niklès et al. [35] : la sonde est générée à partir de la même source laser que pour la pompe, mais est modulée à une fréquence proche de la fréquence Brillouin par un modulateur électro-optique. A ce jour, cette technique reste inégalée en terme de résolution spectrale et c'est celle naturellement choisie pour la réalisation des travaux de mesure de la courbe de gain Brillouin dans cette thèse.

4.2 Dispositif expérimental

4.2.1 Génération de l'onde sonde à partir d'un modulateur électro-optique en LiNbO₃

Le modulateur électro-optique est l'élément-clef de tout le dispositif expérimental. C'est pourquoi, et afin de décrire son utilisation, il convient de rappeler quelques notions sur l'effet électro-optique.

Effet électro-optique

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, l'action d'un champ électrique sur un matériau entraîne des modifications des propriétés optiques de ce dernier : la variation de la polarisation induite par le champ électrique implique un changement du tenseur de permittivité et par suite des modifications de l'ellipsoïde des indices du matériau [24]. Celle-ci peut s'écrire dans un repère quelconque comme :

$$\frac{x^2}{n_{xx}^2} + \frac{y^2}{n_{yy}^2} + \frac{z^2}{n_{zz}^2} + \frac{2xy}{n_{xy}^2} + \frac{2yz}{n_{yz}^2} + \frac{2xz}{n_{xz}^2} = 1 \quad (4.1)$$

Ces effets étant généralement faibles, l'ellipsoïde est peu déformée et les variations d'indice sont peu importantes :

$$\frac{1}{n_{ij}^{\prime 2}} = \frac{1}{n_{ij}^2} + \Delta \left[\frac{1}{n_{ij}^2} \right] \quad (4.2)$$

où on a considéré des indices n_{ij} se transformant sous l'effet du champ électrique en n_{ij}^{\prime} , les coefficients i et j variant de 1 à 3 (et s'identifiant aux directions x , y et z). Δ est une fonction du champ électrique sur laquelle on effectue, de la même manière que pour la polarisation induite (voir l'expression (1.4) du premier chapitre), un développement limité en puissances du champ électrique.

$$\Delta \left[\frac{1}{n_{ij}^2} \right] = \sum_{k=1}^3 r_{ijk} E_k + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 S_{ijkl} E_k E_l \quad (4.3)$$

Les coefficients r_{ijk} sont les composantes du tenseur électro-optique linéaire $[r]$ exprimant l'effet Pockels, les coefficients S_{ijkl} étant les composantes du tenseur électro-optique quadratique $[S]$ représentatif de l'effet Kerr. Le tenseur $[r]$ a *a priori* 27 composantes, mais certaines d'entre elles sont égales : si on considère l'équation de l'ellipsoïde des indices (4.1), on constate

que $n_{ij} = n_{ji}$. C'est pourquoi la notation matricielle dite de Voigt est généralement utilisée dans la littérature, et la table de correspondance s'écrit alors par convention :

$$\begin{array}{llll} (1, 1) & \rightarrow & 1 & (2, 3) \text{ ou } (3, 2) & \rightarrow & 4 \\ (2, 2) & \rightarrow & 2 & (1, 3) \text{ ou } (3, 1) & \rightarrow & 5 \\ (3, 3) & \rightarrow & 3 & (1, 2) \text{ ou } (2, 1) & \rightarrow & 6 \end{array} \quad (4.4)$$

En prenant la convention de sommation d'Einstein sur les indices répétés, les variations d'indice de réfraction dues à l'action du champ électrique s'écrivent, en ne tenant compte que de l'effet Pockels :

$$\Delta \left[\frac{1}{n_i^2} \right] = \sum_{k=1}^3 r_{ij} E_j \quad (4.5)$$

Si on considère le cas du néobate de lithium $LiNbO_3$, cristal anisotrope uniaxe appartenant au groupe de symétrie $3m$ et très utilisé dans les applications à cause de l'importance de son effet Pockels, la notation matricielle de son tenseur électro-optique est [24] :

$$(r) = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Etant uniaxe (pris par convention suivant Oz), le néobate de lithium a son ellipsoïde des indices qui s'exprime dans son repère propre et sans application de champ électrique :

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (4.7)$$

où n_o et n_e sont respectivement les indices ordinaire et extraordinaire principal. Supposons que l'on applique un champ électrique suivant l'axe optique du cristal : $\vec{E} = E \cdot \vec{z}$. La relation (4.5) devient :

$$\frac{1}{n_x^2} = \frac{1}{n_y^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13} E \quad (4.8)$$

$$\frac{1}{n_z^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33} E \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{n_i^2} = 0 \text{ pour } i > 3 \quad (4.10)$$

Les axes de l'ellipsoïde restent inchangés par l'action du champ électrique mais la biréfringence est modifiée; l'expression des nouveaux indices de réfraction en fonction du champ est, en considérant une interaction faible :

$$n_x = n_y = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E \quad (4.11)$$

$$n_z = n_e - \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E \quad (4.12)$$

Maintenant, si une onde optique se propage suivant un axe du cristal (par exemple x), le champ électrique est la somme de deux composantes E_y et E_z se propageant à des vitesses différentes (respectivement c/n_y et c/n_z , c étant la vitesse de la lumière dans le vide). L'évolution des phases lors de la propagation dans le cristal devient :

$$\Phi_y = \frac{2\pi}{\lambda} L \left[n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} \frac{V}{d} \right] \quad (4.13)$$

$$\Phi_z = \frac{2\pi}{\lambda} L \left[n_e - \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} \frac{V}{d} \right] \quad (4.14)$$

où d est la distance entre les électrodes, L leur longueur et V la différence de potentielle entre les électrodes. Le déphasage entre les deux composantes est appelé retard électro-optique :

$$\Phi = \Phi_z - \Phi_y \quad (4.15)$$

Ainsi, en variant la tension sur le composant électro-optique, il est possible d'introduire un retard entre les deux composantes égal à $\pi/2$ (dispositif équivalent à une lame quart d'onde) ou encore égal à π (lame demi-onde). Jusqu'à il y a quelques années, la tension nécessaire à un déphasage de π atteignait dans ce type de matériau plusieurs centaines de volts. Les dispositifs optiques étant maintenant intégrés (les dimensions transversales du guidage sont de quelques micromètres), la tension est seulement de quelques volts [24].

Modulateur d'intensité

Il est possible d'utiliser l'effet électro-optique pour la réalisation d'un modulateur d'intensité. Il suffit pour cela d'insérer deux électrodes sur un des bras d'un interféromètre de type Mach-Zender, comme le montre la figure (4.3).

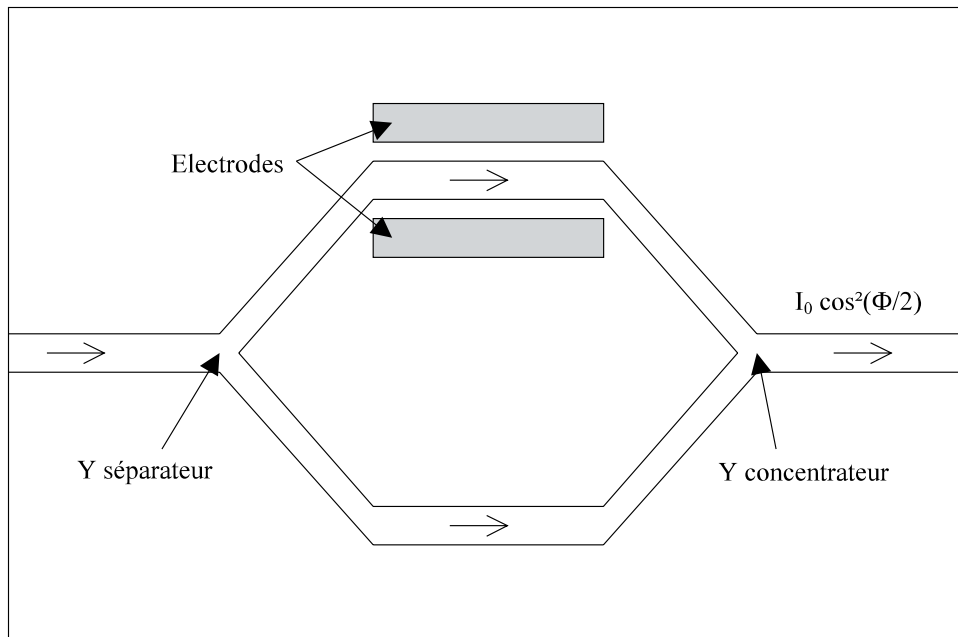


Figure 4.3 —

Modulateur électro-optique d'intensité en optique guidée. Interféromètre Mach-Zender.

Supposons que le modulateur ne propage qu'un seul mode (par exemple celle parallèle à l'axe optique du cristal) : si la tension appliquée sur les électrodes est nulle, l'interférence entre les deux ondes à la sortie du concentrateur est maximale et l'intensité de sortie est égale à I_0 . Si maintenant une tension V continue est appliquée sur un des bras, une variation de phase ϕ est introduite et l'intensité en sortie devient $I_0 \cos^2(\phi/2)$. Si cette tension est ajustée de façon à obtenir un déphasage de π (on l'appelle alors tension V_π), l'interférence entre les ondes est théoriquement complètement destructive et l'intensité en sortie du modulateur est nulle.

Fonctionnement du modulateur à la tension V_π

Supposons maintenant, à ce point de fonctionnement $V = V_\pi$, qu'à l'aide d'un générateur micro-ondes une tension perturbatrice du type sinusoïdal $V_0 \sin(\Omega t)$ soit superposée. Le champ électrique en sortie du modulateur s'écrit :

$$E = \frac{E_0}{2} \cos(\omega t) + \frac{E_0}{2} \cos[\omega t + \pi + m \sin(\Omega t)] \quad (4.16)$$

où m est l'indice de modulation ($m \ll 1$) :

$$m = \frac{\pi L n_e^3 r_{33}}{\lambda d} V_0 \quad (4.17)$$

Le terme de droite peut être décomposé en utilisant les relations mathématiques suivantes :

$$\cos[z \sin \theta] = J_0(z) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z) \cos(2k\theta) \quad (4.18)$$

$$\sin[z \sin \theta] = 2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(z) \sin[(2k+1)\theta] \quad (4.19)$$

La modulation introduit des bandes latérales autour de la fréquence centrale ω :

$$E = \frac{E_0}{2} \{ [1 - J_0(m)] \cos[\omega t] - J_1(m) \cos[(\omega + \Omega)t] + J_1(m) \cos[(\omega - \Omega)t] \quad (4.20)$$

$$- J_2(m) \cos[(\omega + 2\Omega)t] - J_2(m) \cos[(\omega - 2\Omega)t] \quad (4.21)$$

$$- J_3(m) \cos[(\omega + 3\Omega)t] + J_3(m) \cos[(\omega - 3\Omega)t] + \dots \} \quad (4.22)$$

La modulation étant faible ($m \ll 1$), les fonctions de Bessel sont alors au deuxième ordre telles que $J_0(m) = 1 - m^2/4$, $J_1(m) = m/2$ et $J_2(m) = m^2/8$. L'expression du champ électrique devient :

$$E = \frac{E_0}{2} \frac{m}{2} \{ \cos[(\omega - \Omega)t] - \cos[(\omega + \Omega)t] \} + \frac{E_0}{2} \frac{m^2}{4} \cos(\omega t) \quad (4.23)$$

$$- \frac{E_0}{2} \frac{m^2}{8} \{ \cos[(\omega - 2\Omega)t] + \cos[(\omega + 2\Omega)t] \} \quad (4.24)$$

La modulation fait apparaître principalement au premier ordre deux raies latérales, autour de la fréquence principale ν_0 , aux fréquences $\nu_0 - f_m$ et $\nu_0 + f_m$, comme le montre la figure

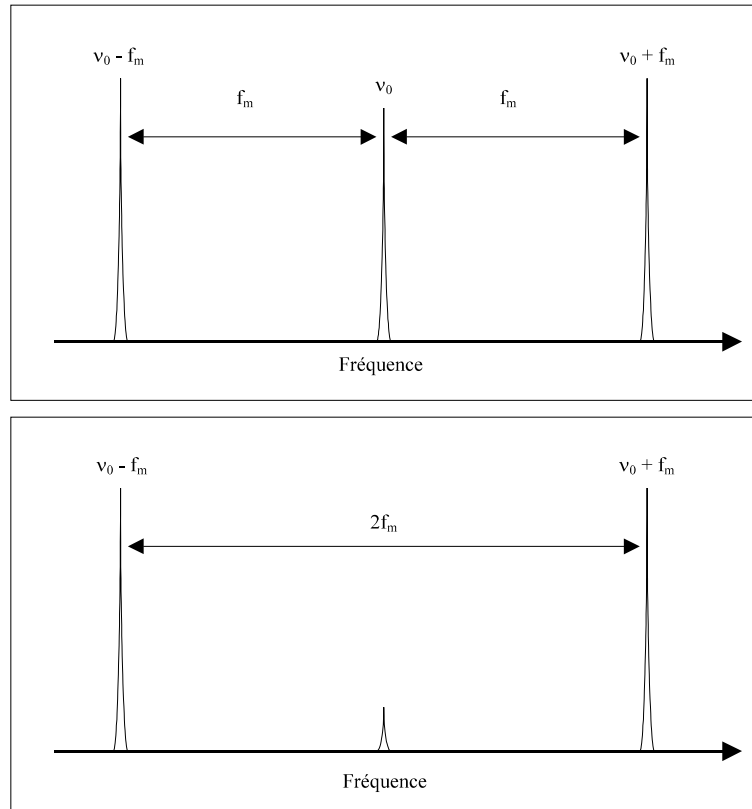


Figure 4.4 —

Représentation fréquentielle d'un signal optique modulé à une fréquence f_m par un modulateur électro- optique. Cas 1 : déphasage statique proche de π ; cas 2 : déphasage statique de π .

(4.4). A l'ordre supérieur on trouve la fréquence de la porteuse ainsi que la génération de deuxième harmonique, mais leur intensité reste faible comparée aux deux raies latérales. Ainsi, cette technique génère à la fois une onde Stokes et une onde anti-Stokes, pourvu que la fréquence de modulation f_m coïncide avec la fréquence Brillouin ν_B . Dans le paragraphe suivant, on verra comment il est possible de générer à partir d'une même source laser l'onde de pompe et la sonde.

4.2.2 Utilisation d'une seule source laser

Le dispositif expérimental de mesure de la courbe de gain Brillouin est représenté sur la figure (4.5) et est similaire à celui réalisé par Niklès et al [26]. La source laser est un laser à semi-conducteur type InGaAsP constitué d'un puits quantique. Sa puissance maximale est de 30 mW et sa longueur d'onde d'émission $1,55 \mu m$, correspondant à la région de minimum d'atténuation des signaux optiques dans les fibres optiques standard (typiquement 0,2 dB/km). La largeur de son spectre d'émission est très proche de 1 MHz, ce qui est inférieur à la largeur de raie Brillouin, mais non négligeable pour la mesure de cette dernière. On verra cependant plus loin qu'il est possible d'évaluer la courbe de gain en tenant compte des largeurs de raie des signaux optiques. Le faisceau laser est séparé en deux parties par un coupleur à trois voies : 10 pour cent sont utilisés pour la génération du signal de sonde à partir du modulateur d'intensité électro-optique (MEO), dans la configuration détaillée à la section précédente.

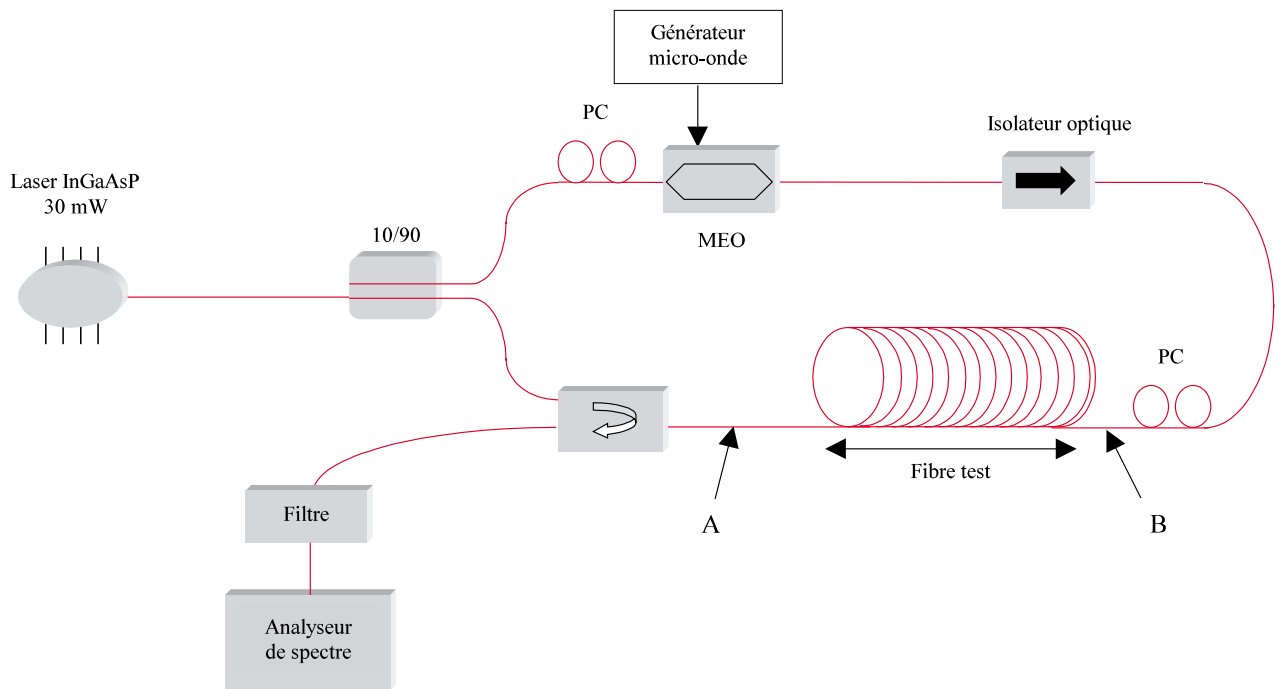


Figure 4.5 —

Dispositif expérimental de mesure de la courbe de gain Brillouin dans les fibres optiques.
 PC : contrôleur de polarisation ; MEO : modulateur électro-optique.

Le modulateur est monté sur un dispositif Peltier, afin d'éviter la dérive de la tension V_π avec les variations de température ambiante. D'autre part, un contrôleur de polarisation (PC) est disposé en amont du modulateur de façon à propager le faisceau laser suivant l'axe optique du néobate de lithium et ainsi de supprimer complètement la porteuse par des interférences destructives entre les deux bras de l'interféromètre Mach-Zender. Le signal de sortie, constituant la sonde, possède la même largeur spectrale (1 MHz) que la source, le générateur micro-onde délivrant un signal stable et quasi monochromatique. Le signal de pompe (90 pour cent) est dirigé vers la fibre optique test dans la direction opposée au signal de sonde, de manière à créer l'interaction Brillouin entre les deux faisceaux. Cette élégante technique permet ainsi de compenser automatiquement les dérives de la source d'émission laser (principalement les petites oscillations à 50 Hz autour du point de fonctionnement du laser, dues à l'alimentation secteur et non-filtrées entièrement par l'alimentation de la source laser). Un isolateur optique est disposé en sortie du modulateur, de manière à éviter que celui-ci soit perturbé par le signal de pompe émergeant de la fibre optique. D'autre part, un deuxième contrôleur de polarisation est utilisé afin de contrôler les polarisations relatives des deux faisceaux contre-propagatifs, celles-ci ayant une grande influence sur le gain Brillouin (cf chapitre précédent).

Le circulateur optique permet de ne propager vers le détecteur que les signaux qui émergent de la fibre dans le sens B vers A, c'est à dire la sonde et la rétrodiffusion Rayleigh du signal de pompe. La détection du signal de sonde est réalisée par un analyseur de spectre optique, possédant un filtre accordable de résolution maximale 0,07 nm, ce qui correspond à une largeur fréquentielle inférieure à 10 GHz, suffisante pour filtrer entièrement la composante à $\nu_0 + f_m$ de la sonde et une grande partie de la rétrodiffusion Rayleigh de la pompe à travers la fibre.

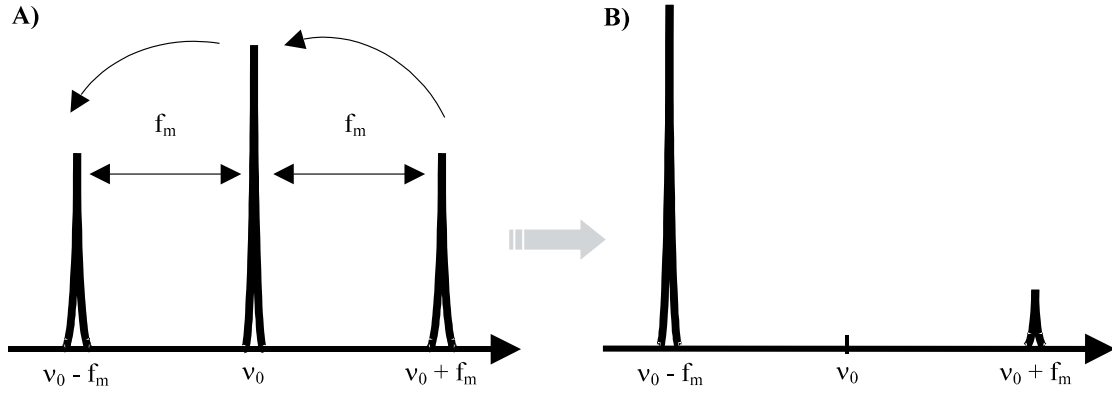


Figure 4.6 —

Représentation schématique du transfert d'énergie entre les signaux contre-propagatifs de sonde et de pompe. A : Sens du transfert d'énergie après croisement des ondes. B : Signal détecté après interaction le long de la fibre.

4.2.3 Interaction pompe-sonde

La courbe de gain Brillouin s'obtient simplement par l'acquisition de l'intensité du signal test pour chaque fréquence de modulation f_m . Quand cette dernière est proche de la fréquence Brillouin, on observe l'interaction entre les signaux contre-propagatifs de sonde (avec ses deux composantes que l'on notera I_+ et I_- situées à $\nu_0 \pm f_m$) et de pompe, telle qu'elle est représentée schématiquement sur la figure (4.6).

Cette interaction à trois ondes optiques peut être décrite par le système d'équations couplées suivant :

$$\frac{dI_{S+}}{dz} = g_B(\nu) I_{S+} I_P + \alpha I_{S+} \quad (4.25)$$

$$\frac{dI_{S-}}{dz} = -g_B(\nu) I_{S-} I_P + \alpha I_{S-} \quad (4.26)$$

$$\frac{dI_P}{dz} = -g_B(\nu) I_P (I_{S-} - I_{S+}) - \alpha I_{S+} \quad (4.27)$$

En considérant un régime d'interaction faible (la puissance de pompe dépend principalement de l'atténuation), l'intensité des raies latérales en fonction de la fréquence de modulation devient (voir chapitre précédent) :

$$I_{S-}^A = I_{S-}^B \exp \{ g_B(\nu) I_P^A L_{eff} - \alpha L \} \quad (4.28)$$

$$I_{S+}^A = I_{S+}^B \exp \{ -g_B(\nu) I_P^A L_{eff} - \alpha L \} \quad (4.29)$$

La figure (4.7) montre des mesures expérimentales sur les deux raies en variant la fréquence de modulation autour de la fréquence Brillouin. A la résonance exacte ($f_m = \nu_B$), la raie latérale supérieure voit son intensité diminuer (transfert d'énergie vers la pompe) alors que la raie supérieure est fortement amplifiée suivant la relation (4.28).

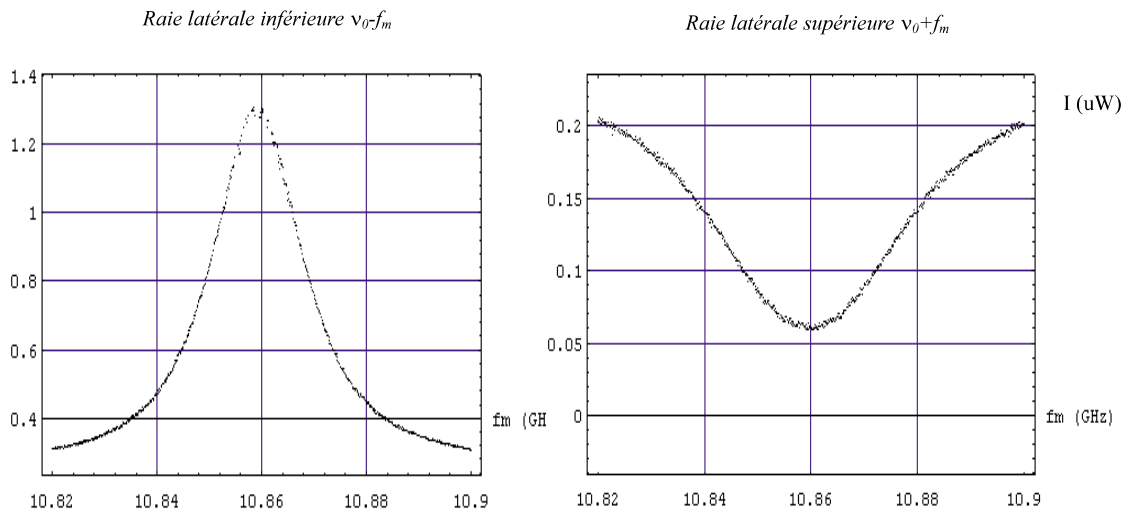


Figure 4.7 —
Spectre d'intensité des raies latérales supérieure et inférieure en fonction de la fréquence de modulation f_m .

La figure (4.8) représente une courbe expérimentale de gain Brillouin, obtenue en prenant simplement le logarithme de l'intensité du signal détecté-figure (4.7A). La courbe pleine est une lorentzienne, à partir de l'équation (4.28), montrant l'accord parfait entre théorie et expérimentation.

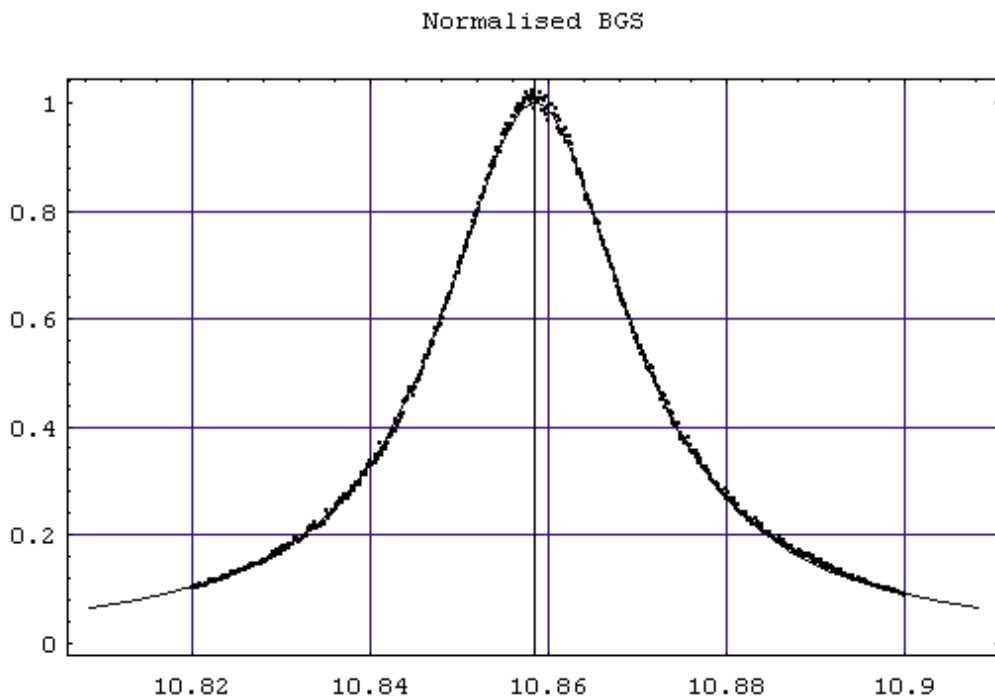


Figure 4.8 —
Mesure expérimentale de la courbe de gain Brillouin d'une fibre optique standard à une température de 40°C . Fréquence Brillouin : 10,8585 GHz. Largeur Spectrale : 26 MHz.

4.3 Conditions expérimentales de mesure-Performances

La puissance de la source laser étant limitée à 30 mW, la puissance de la pompe $P_p(0)$ après traversée du coupleur 10/90 et du circulateur optique est au maximum de 20 mW. Or, pour obtenir des courbes de gain Brillouin exploitables, il faut que le signal de sonde soit amplifié un minimum au cours de son trajet dans la fibre test. Il est possible de se faire une idée de la longueur de fibre optique nécessaire à cette mesure en considérant qu'il faut un facteur de gain au moins égal à 1 ($G = 1$) : dans ce cas, la longueur de fibre doit vérifier la relation :

$$g_0 \frac{P_p(0)}{A_{eff}} L_{eff} \geq 1 \quad (4.30)$$

En prenant des valeurs usuelles dans les fibres optiques monomodes du coefficient de gain Brillouin $g_0 = 2 \times 10^{-11}$ m/W, de l'aire effective $A_{eff} = \pi(4,5\mu m)^2$ et du coefficient de mélange à deux ondes $\eta \approx 1/2$, on déduit une longueur minimale d'amplification de l'ordre de 300 mètres. Ce n'est cependant pas la seule contrainte pour la mesure du spectre Brillouin, d'autres facteurs comme l'intensité de la sonde et la largeur spectrale des raies lasers entrant en ligne de compte.

4.3.1 Appauvrissement de la pompe

Les équations (4.28) et (4.29) ont été établies en prenant l'hypothèse de non-appauvrissement de la pompe et servent de modèles à l'exploitation des résultats. Il convient donc de travailler avec une puissance de sonde suffisamment élevée pour avoir un bon rapport signal sur bruit, mais également située en-dessous d'un certain seuil après lequel la pompe subit un appauvrissement non négligeable. La figure (4.9) montre que la puissance de sonde ne doit pas dépasser $10\mu W$ pour une fibre optique standard de longueur 750 m et une puissance de pompe de 20 mW.

La dégradation de la mesure de la largeur spectrale Brillouin pour des puissances de sonde supérieures à $10\mu W$ peut être comprise comme suit : quand la fréquence de modulation f_m de la sonde est assez loin de la fréquence centrale ν_B ($|f_m - \nu_B| \geq \Delta\nu_B/2$), l'amplification du signal sonde est peu importante et la courbe de gain Brillouin est peu dégradée ; au contraire, quand la fréquence de modulation est proche de la fréquence centrale ν_B ($|f_m - \nu_B| < \Delta\nu_B/2$), l'amplification de la sonde est importante et l'appauvrissement de la pompe ne peut plus être négligé : à ces fréquences, le gain commence à saturer et la mesure de la largeur spectrale Brillouin est surestimée.

4.3.2 Influence des largeurs de raie laser

Le principal avantage de ce système de mesure est l'utilisation d'une seule source laser, ce qui garantit une grande stabilité en résolution fréquentielle de la courbe de gain Brillouin. Ainsi, le principal facteur limitant du système réside *a priori* dans l'emploi d'une source de largeur de raie de 1 MHz.

Il est cependant possible d'estimer l'influence des largeurs spectrales lasers sur la mesure de la courbe de gain Brillouin, ce qui jusqu'à présent n'avait jamais été évalué théoriquement ; il faut pour cela revenir aux équations de Maxwell-Bloch optiques :

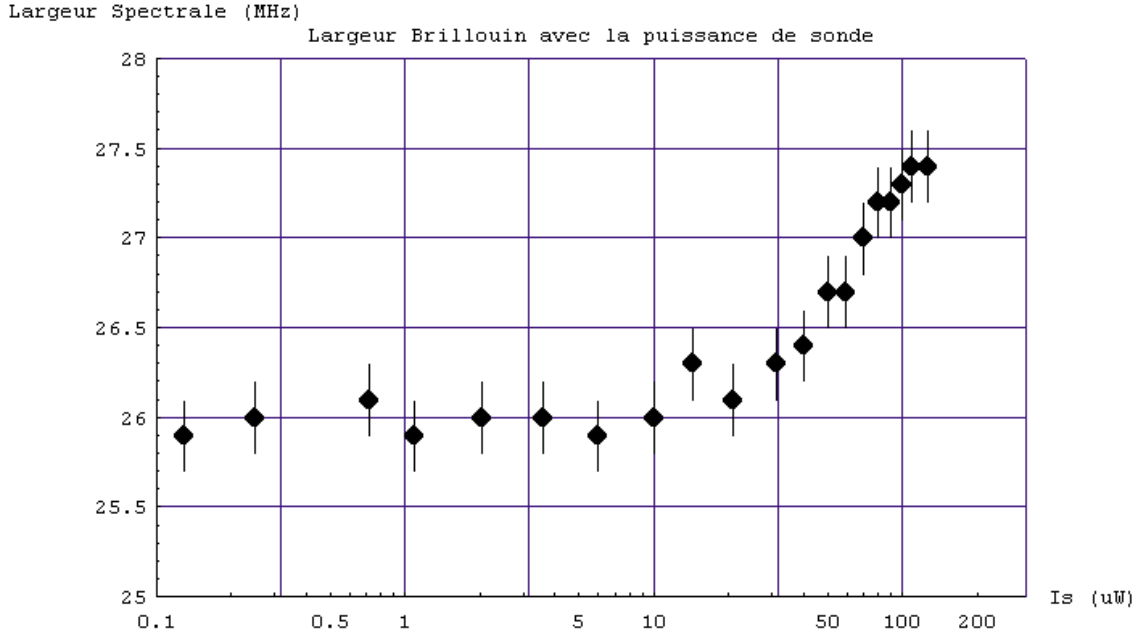


Figure 4.9 —

Largueur de raie Brillouin mesurée en fonction de la puissance de sonde injectée dans une fibre de 750 mètres et pour une puissance de pompe de 20 mW.

$$\frac{\partial E_S(z, \tau)}{\partial z} = ig_E \rho^*(z, \tau) E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \rho(z, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, \tau) + ig_A E_P^*(\tau) E_S(z, \tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (4.32)$$

où le désaccord de phase $\Delta\omega = \omega_S + \Omega - \omega_P$ entre les ondes optiques et acoustique a été introduit. Le sens de propagation de la sonde est pris vers les z croissants, de manière à pouvoir utiliser la technique de la transformée de Laplace. L'atténuation est négligée ainsi que l'appauvrissement de la pompe. La résolution de ce système d'équations par transformation de Laplace, étant donnée sa difficulté, figure en annexe ; elle mène à l'expression suivante du champ de la sonde :

$$E_S(z, \tau) = E_S(0, \tau) + [g_A g_E z]^{1/2} E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} E_P^*(\tau') E_S(0, \tau') e^{-i\Delta\omega\tau'} \times \frac{I_1 \left\{ \left[4g_A g_E |E_P|^2 z (\tau - \tau') \right]^{1/2} \right\}}{|E_P| (\tau - \tau')^{1/2}} \quad (4.33)$$

En prenant le modèle de diffusion de phase, considérant la phase des champs optiques comme une variable aléatoire fluctuante [36], la fonction d'auto-corrélation du champ de la pompe s'écrit :

$$\langle E_P(\tau) E_P(\tau') \rangle = |E_P|^2 e^{-\frac{\Gamma_P}{2} |\tau - \tau'|} \quad (4.34)$$

où Γ_P est la largeur de raie à mi-hauteur du signal de pompe. La fonction d'auto-corrélation de la sonde injectée en $z = 0$ s'écrit de même :

$$\langle E_S(0, \tau) E_S(0, \tau') \rangle = |E_S(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma_S}{2} |\tau - \tau'|} \quad (4.35)$$

En introduisant ces relations dans l'expression du champ sonde, puis en calculant la fonction d'auto-corrélation et enfin en effectuant la transformée de Fourier, on déduit la densité spectrale d'intensité de la sonde (cf annexe) :

$$S(\omega) = |E_S(0)|^2 \frac{\Gamma_S}{\omega^2 + (\Gamma_S/2)^2} \exp \left\{ g_0 I_P z \frac{\Gamma/2 (\Gamma + \Gamma_P)/2}{(\omega + \Delta\omega)^2 + [(\Gamma + \Gamma_P)/2]^2} \right\} \quad (4.36)$$

L'intensité vue par le détecteur en fonction de l'écart en fréquence $\Delta\omega/2\pi = \nu_P - \nu_S - \nu_B$ est :

$$I_S(z, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{\Gamma_S/2\pi}{(\omega + \Delta\omega)^2 + (\Gamma_S/2)^2} I_S(0) \exp \left\{ g_0 I_P z \frac{\Gamma/2 (\Gamma + \Gamma_P)/2}{\omega^2 + [(\Gamma + \Gamma_P)/2]^2} \right\} \quad (4.37)$$

Finalement, en reprenant la convention d'une propagation du signal de pompe dans le sens des z croissants et en considérant l'atténuation des deux signaux optiques, l'intensité de la sonde suivant la fréquence de balayage est décrite par la nouvelle expression :

$$I_S(0, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{\Gamma_S/2\pi}{(\omega + \Delta\omega)^2 + (\Gamma_S/2)^2} I_S(L) e^{-\alpha L} \exp \left\{ g_0 I_P L_{eff} \frac{\Gamma/2 (\Gamma + \Gamma_P)/2}{\omega^2 + [(\Gamma + \Gamma_P)/2]^2} \right\} \quad (4.38)$$

L'intensité du signal de sonde après amplification est simplement l'intégrale de recouvrement en fréquence entre le signal de sonde à l'entrée de la fibre et la courbe de gain Brillouin tenant compte de la largeur spectrale du laser de pompe, comme le montre la figure (4.10).

L'équation (4.38) n'ayant pas de solution formelle, il est toutefois possible de l'approcher par la relation :

$$I_S(0, \Delta\omega) \simeq I_S(L) e^{-\alpha L} \exp \left\{ g_0 \frac{\Gamma}{\Gamma + \Gamma_P + \Gamma_S} I_P L_{eff} \frac{(\Gamma/2 + \Gamma_P/2 + \Gamma_S/2)^2}{\Delta\omega^2 + (\Gamma/2 + \Gamma_P/2 + \Gamma_S/2)^2} \right\} \quad (4.39)$$

Pourvu que le facteur de gain Brillouin $G = g_0 I_P(0) L_{eff}$ soit inférieur à deux (amplification maximale du signal test inférieure à environ 7), l'intégrale peut être approchée par la relation ci-dessus, comme le montre la figure (4.11). Cette expression montre que la courbe de gain peut toujours être considérée comme une lorentzienne de largeur corrigée : $\Gamma + \Gamma_P + \Gamma_S$ et de facteur de gain modifié par le terme $\frac{\Gamma}{\Gamma + \Gamma_P + \Gamma_S}$. Pour des facteurs de gain plus grands, la courbe de gain Brillouin n'est plus du type lorentzien et il devient difficile d'obtenir avec précision ses paramètres. La figure (4.12) montre l'allure (théorique) de la courbe de gain suivant la valeur du facteur de gain.

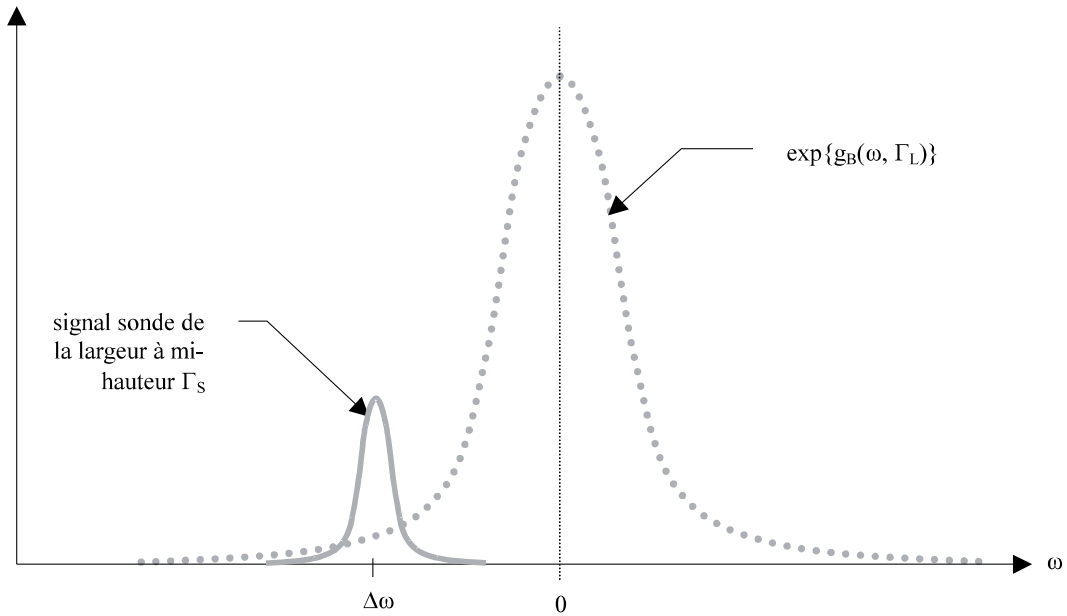


Figure 4.10 —
Représentation schématique fréquentielle de l'interaction entre le signal de sonde et la courbe de gain Brillouin.

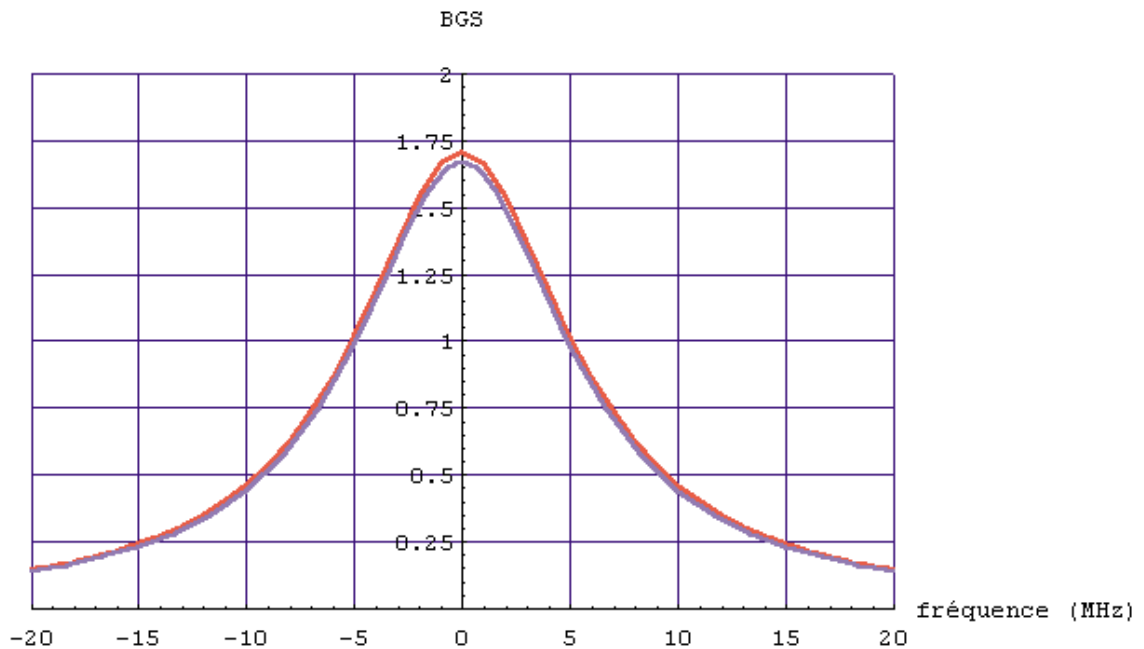


Figure 4.11 —
Calcul théorique de la courbe de gain Brillouin ($G = 2$, $\Delta\nu_B = 10$ MHz et $\Gamma_P = \Gamma_S = 1$ MHz). Courbe en rouge : Intégrale (4.38). Courbe en bleu : Approximation (4.39).

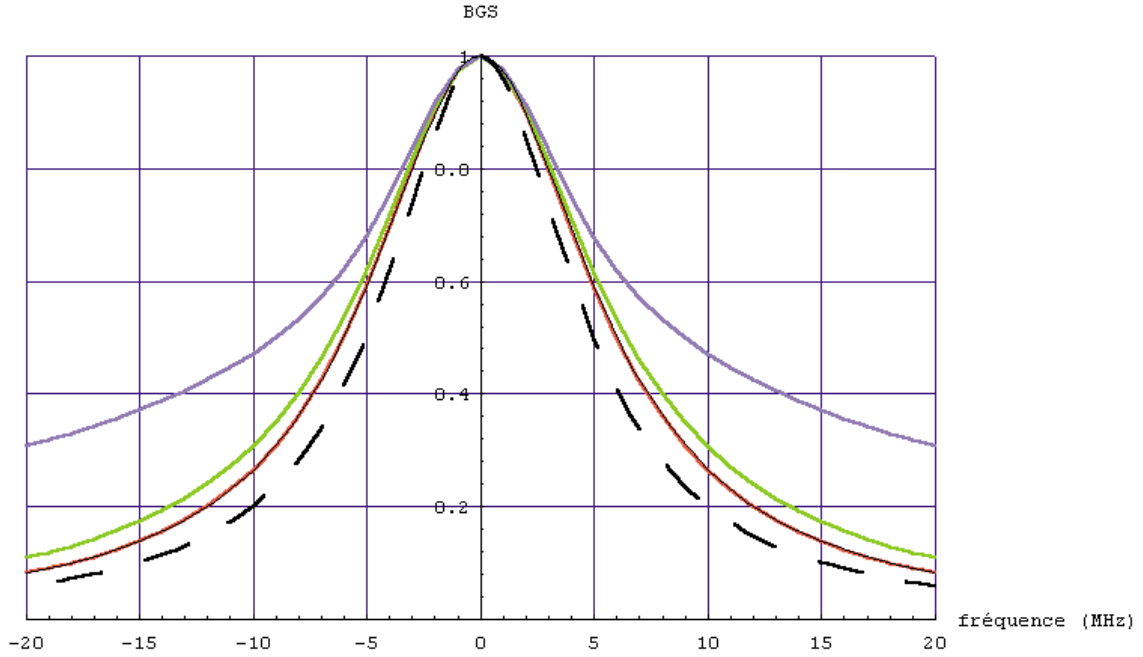


Figure 4.12 —

Courbe de gain Brillouin d'après (4.38). Courbe en pointillés : $\Gamma_P = \Gamma_S = 0$ et $G = 1$.
 Courbe en rouge : $\Gamma_P = \Gamma_S = 1$ MHz et $G = 1$. Courbe en vert : $\Gamma_P = \Gamma_S = 1$ MHz et
 $G = 5$. Courbe en bleu : $\Gamma_P = \Gamma_S = 1$ MHz et $G = 10$.

4.3.3 Facteur de gain Brillouin et polarisation

Le chapitre précédent a montré que le facteur de gain G dépend des polarisations relatives des ondes de pompe et de sonde. Il est possible de le déterminer à partir de deux mesures, l'une pour des polarisations croisées (correspondant à une amplification minimale) et l'une pour des polarisations parallèles (amplification maximale). Pour ces deux configurations, l'équation (4.28) s'écrit successivement :

$$I_{S-}^{A MIN} = I_{S-}^B \exp \{ \eta_{\perp} g_B(\nu) I_P^A L_{eff} - \alpha L \} \quad (4.40)$$

$$I_{S-}^{A MAX} = I_{S-}^B \exp \{ \eta_{\parallel} g_B(\nu) I_P^A L_{eff} - \alpha L \} \quad (4.41)$$

Les coefficients de mélange vérifiant la relation : $\eta_{\parallel} + \eta_{\perp} = 1$, le facteur de gain Brillouin est simplement obtenu en effectuant une sommation du logarithme des relations (4.40) et (4.41) :

$$\text{Ln} \left(\frac{I_{S-}^{A MAX}}{I_{S-}^B e^{-\alpha L}} \right) + \text{Ln} \left(\frac{I_{S-}^{A MIN}}{I_{S-}^B e^{-\alpha L}} \right) = g_B(\nu) I_P^A L_{eff} \quad (4.42)$$

Cette technique sera notamment utilisée dans le chapitre cinq pour l'observation de la dépendance du phénomène d'électrostriction avec la température et la pression.

Etude expérimentale de mesure de la courbe de gain Brillouin avec la température et la pression

L'intérêt pour la diffusion Brillouin dans les fibres optiques s'est accru considérablement à partir de 1989, date à laquelle la sensibilité de la fréquence Brillouin avec la température et la contrainte fut démontrée [33], [32]. Depuis lors, les techniques de réalisation de capteurs distribués n'ont cessé de s'améliorer, en particulier en terme de résolution spatiale [35],[37]. Cependant, jusqu'ici, aucune étude de la courbe de gain à basse température n'a été menée. Le but de ce chapitre est de montrer que la réalisation d'un capteur à fibre optique de très basses températures est possible. Le comportement de la diffusion Brillouin stimulée avec la pression hydrostatique est également étudié pour la première fois.

5.1 Théorie générale des états localisés dans $a - SiO_2$

Le matériau de base pour la construction des fibres optiques standard est la silice amorphe ($a - SiO_2$) ou appelée encore "silice fondue" ou plus simplement silice. Sa propriété remarquable, être très peu absorbante dans le domaine de l'optique, est due en majorité à deux phénomènes : le silicium et l'oxygène ont une grande affinité électronique, ce qui supprime grandement la présence d'électrons dans la silice ; le matériau se présentant sous une forme amorphe d'autre part, la lumière peut s'y propager sans rencontrer de désagrégation du matériau. Dans ces conditions, l'atténuation est due principalement à la diffusion Rayleigh et à l'excitation des vibrations des molécules de silice et des impuretés OH, comme le montre la figure (5.1).

Les propriétés du verre étant principalement intrinsèques, les éventuelles impuretés présentes dans le matériau n'impliquent des changements de caractéristiques qu'à cause d'une éventuelle modification de la structure générale du verre [39]. On peut donc s'attendre *a priori* à ce que le comportement acoustique soit le même dans une fibre optique et dans un échantillon de silice, seule la structure de guidage étant modifiée.

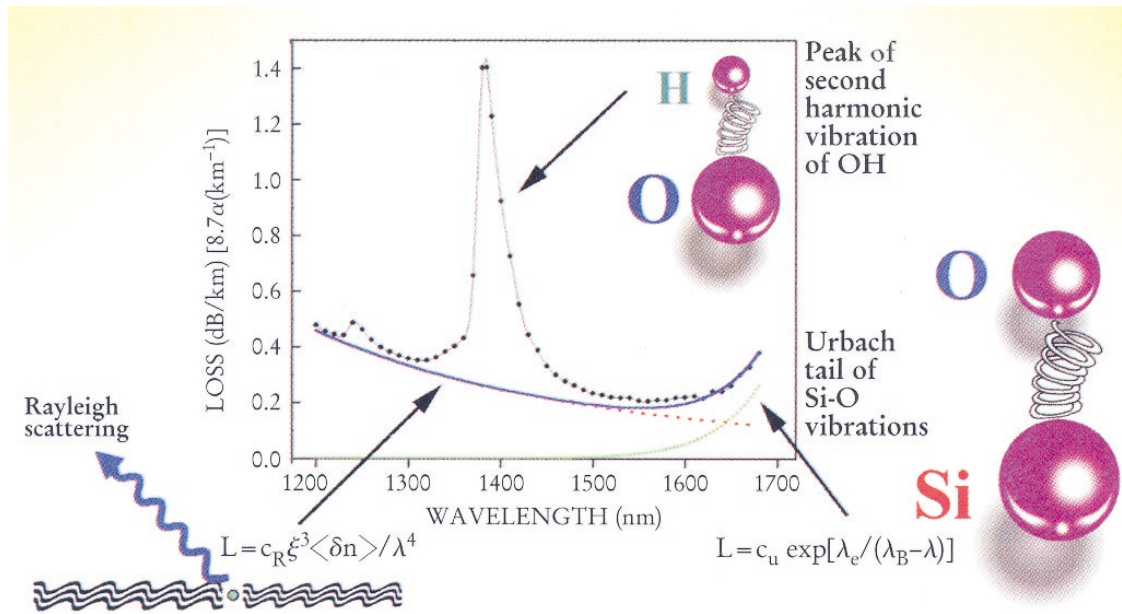


Figure 5.1 — Absorption de la silice en fonction de la longueur d'onde [38]. L'atténuation est minimale à $1,55\mu\text{m}$.

5.1.1 Structure de la silice

Afin d'expliquer les propriétés acoustiques particulières du verre SiO_2 , plusieurs modèles ont été proposés depuis ces cinquante dernières années [40], [41], [42]. Ces différentes modélisations ont ceci en commun qu'elles impliquent des *défauts structuraux localisés* dans la structure du verre, représentés sur la figure (5.2).

Anderson et Bömmel [40] ont considéré les premiers la possibilité pour une partie des atomes d'oxygène de se mouvoir entre deux sites dans le réseau aléatoire du verre, transversalement aux liaisons des atomes de silicium (défaut 1 sur la figure). La position de l'atome d'oxygène dans l'un de ces sites, correspondant à des minima de puits de potentiel, représente les deux états du défaut. Une autre possibilité est le glissement de l'atome d'oxygène entre deux sites situés dans la direction des liaisons des atomes de silicium (défaut 2) [43]. Enfin, une rotation suivant un angle faible de la molécule SiO_2 est envisageable dans un double puits quantique (défaut 3) [44]. L'approche conventionnelle actuelle est le modèle proposé par Anderson et al. [45], qui suppose qu'il existe des systèmes à deux niveaux (two-level systems TLS) associés à des états atomiques dont les transitions sont possibles dans le double-puits quantique par effets tunnel ou par agitation thermique. Les expériences menées jusqu'à présent confirment la validité du modèle [39].

5.1.2 Modèle du système à deux niveaux

Le modèle du double-puits quantique, représenté sur la figure (5.3), suppose que pour un atome (ou un groupe d'atomes) d'oxygène de masse m , deux sites séparés par une barrière d'énergie V et distants d'une longueur d sont accessibles par effet tunnel ou agitation thermique ; les puits sont supposés uni-dimensionnels, harmoniques et identiques pour tous les systèmes. Le déplacement de tels atomes peut être décrit comme une oscillation autour de

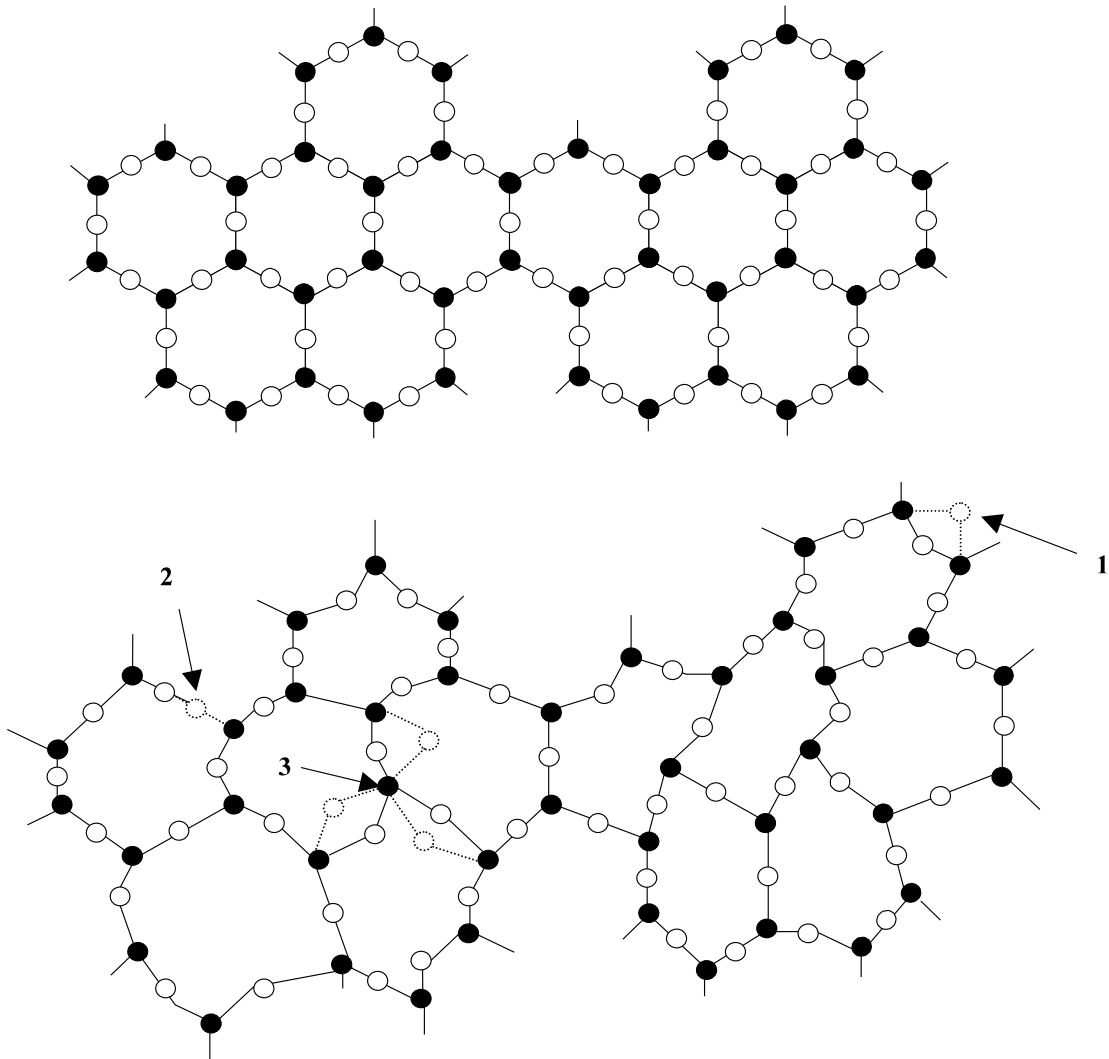


Figure 5.2 —
Représentation bi-dimensionnelle schématique de la structure SiO_2 en phase (a) cristalline (quartz) et (b) amorphe (silice fondue). o : atome d'oxygène ; • : atome de silicium.

l'un des minima du double-puits, ce dernier étant caractérisé essentiellement par deux paramètres : l'asymétrie Δ du potentiel et le paramètre d'effet tunnel λ (en anglais tunneling parameter), qui caractérise en quelque sorte la "force" de la barrière :

$$\lambda = \frac{d}{2\hbar} \sqrt{2mV} \quad (5.1)$$

L'effet tunnel est d'autant plus probable que λ est inférieur à l'unité, le terme $(\sqrt{2mV}/2\hbar)^{-1}$ définissant la "portée" de l'onde évanescence associée à la particule dans la barrière [46]. La force de la barrière Δ_0 est due au recouvrement des fonctions d'onde des oscillateurs localisés, donnant lieu à l'effet tunnel d'un site à un autre. Elle peut être estimée par la relation [47] :

$$\Delta_0 \simeq \frac{2E_0}{\pi} e^{-\lambda} \quad (5.2)$$

où E_0 est l'énergie fondamentale de la particule dans le puits le plus profond. Les paramètres du système sont supposés être distribués uniformément à cause de la structure aléatoire du verre, ce que l'on peut écrire comme :

$$P(\Delta, \lambda)d\Delta.d\lambda = \bar{P}d\Delta.d\lambda \quad (5.3)$$

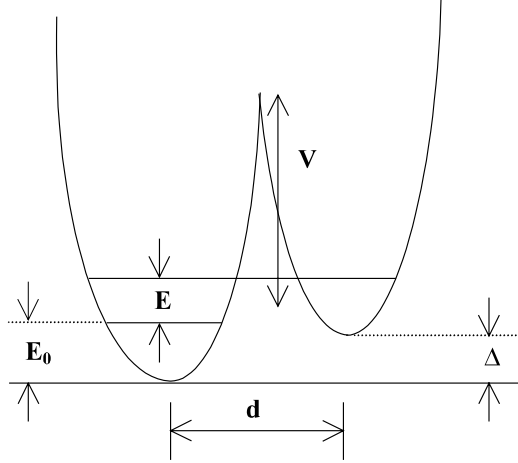


Figure 5.3 —
Modèle du double puits de potentiel pour un atome d'oxygène. Les deux niveaux les plus bas séparés en énergie de E sont représentés.

L'écart entre les niveaux fondamentaux est proche de l'énergie d'asymétrie Δ , mais non-égale à cause de la force de la barrière Δ_0 tenant compte de l'effet tunnel. D'un point de vue quantique, les propriétés du système à deux niveaux sont déterminées par l'hamiltonien :

$$H_0 = \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

L'écart E entre les niveaux fondamentaux de chacun des puits est déterminé par le calcul des valeurs propres du systèmes :

$$E = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2} \quad (5.5)$$

Pour qu'un ensemble de systèmes à deux niveaux localisés puisse répondre à une perturbation extérieure, un mécanisme doit exister pour que la transition entre les états propres soit possible. Classiquement, ce mécanisme est fourni par couplage avec les déplacements d'origine thermique des atomes constitutifs du verre, à l'origine des ondes acoustiques. Ces déplacements créent un champ de contrainte e qui déforme les double-puits quantiques. Une perturbation H' vient s'ajouter à l'hamiltonien du système non-perturbé :

$$H' = \begin{pmatrix} D & M \\ M & -D \end{pmatrix} e \quad (5.6)$$

Ce couplage entre les doubles puits-quantiques et le champ de contrainte est généralement exprimé par le potentiel de déformation D (noté aussi γ mais il risquerait ici d'être confondu avec le coefficient électrostrictif) élément diagonal de la matrice de l'hamiltonien. En négligeant la nature tensorielle du potentiel de déformation, il s'écrit comme :

$$D = \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta}{\partial e} \quad (5.7)$$

M représente l'énergie de couplage responsable des transitions phonons-induites entre les états propres du défaut.

L'équilibre thermique dans l'ensemble des systèmes à deux niveaux est atteint par des transitions incluant l'émission et l'absorption de phonons associés à l'onde acoustique. Ce processus de *relaxation* peut être simplement décrit comme un transport d'énergie de phonons à partir des "atomes chauds" vers les "atomes froids" [41].

Les équations de mécanique quantique régissant l'évolution temporelle des systèmes à deux niveaux sont équivalentes au problème du spin 1/2 : l'hamiltonien propre est modifié en un hamiltonien d'un spin avec $S = 1/2$ et la perturbation causée par le champ de contrainte e est remplacée par un champ magnétique oscillant [48]. La résolution de ce problème mène aux expressions de la *friction interne* Q^{-1} [41], définie comme le rapport de la largeur de raie des ondes acoustiques et de la fréquence acoustique, soit dans le cas de la diffusion Brillouin $Q^{-1} = \Gamma/\Omega = \Delta\nu_B/\nu_B$.

$$Q^{-1} = \frac{D^2}{\rho v_a^2} \left(\frac{\Delta}{E} \right)^2 \frac{1}{k_B T} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{E}{2k_B T} \right) \frac{\Omega \tau_i}{1 + \Omega^2 \tau_i^2} \quad (5.8)$$

On a tenu compte de la densité ρ et du temps de relaxation τ_i du système à deux niveaux. Une première approximation peut être faite si on considère que l'asymétrie Δ du potentiel est approximativement égale à la différence en énergie E entre les deux niveaux fondamentaux [39]. Maintenant, en considérant tous les défauts du verre, une sommation statistique doit être réalisée, en considérant une distribution à la fois de l'énergie d'asymétrie Δ et de la hauteur V de la barrière entre les puits, propres à chaque système [49] :

$$Q^{-1} = \frac{D^2}{\rho v_a^2} \int_0^\infty d\Delta \int_0^\infty dV P(\Delta, V) \frac{1}{k_B T} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\Delta}{2k_B T} \right) \frac{\Omega \tau}{1 + \Omega^2 \tau^2} \quad (5.9)$$

L'expression correspondante pour la variation de la vitesse acoustique est :

$$\frac{\delta v_a}{v_a} = -\frac{D^2}{2\rho v_a^2} \int_0^\infty d\Delta \int_0^\infty dV P(\Delta, V) \frac{1}{k_B T} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\Delta}{2k_B T} \right) \frac{1}{1 + \Omega^2 \tau^2} \quad (5.10)$$

Ces relations constituent le point de départ théorique de l'étude de la dépendance de la courbe de gain Brillouin avec la température et la pression dans la silice en phase amorphe $a - SiO_2$.

5.2 Etude de la courbe de gain Brillouin avec la température

Les mesures de la courbe de gain avec la température ont été effectuées en deux temps. Dans un premier temps elles se sont déroulées au laboratoire d'opto-électronique de l'Institut Supérieur d'Electronique de Bretagne : un premier test dans un four (de $0^\circ C$ à $100^\circ C$) a permis la mesure des fréquences et largeurs Brillouin d'une fibre optique standard monomode de 750 mètres, ainsi qu'une évaluation de la dépendance de l'électrostriction avec la température.

Afin de poursuivre les mesures à des températures plus basses, la fibre fut ensuite plongée dans une bonbonne baignant dans de l'azote liquide ($77K$), un bouchon disposé sur le haut de la bonbonne empêchait la vapeur d'eau dégagée lors du transfert d'azote liquide de se déposer sous forme de glace dans le fond de la bonbonne, de manière à éviter ainsi d'éventuelles contraintes sur la fibre risquant d'atténuer de manière dramatique les faisceaux lasers. Une sonde de température, plongée à la même profondeur que la bobine de fibre optique prenait la remontée de température au cours du temps (moins de $0,5^\circ$ par heure). L'acquisition des mesures est effectuée sur PC à partir du logiciel Labview, qui pilote à la fois le générateur de fréquence (balayage fréquentiel de la sonde) et l'analyseur de spectre (détection pour chaque fréquence de modulation de l'intensité de l'onde Stokes, partie inférieure en fréquence du signal sonde, après traversée de la fibre).

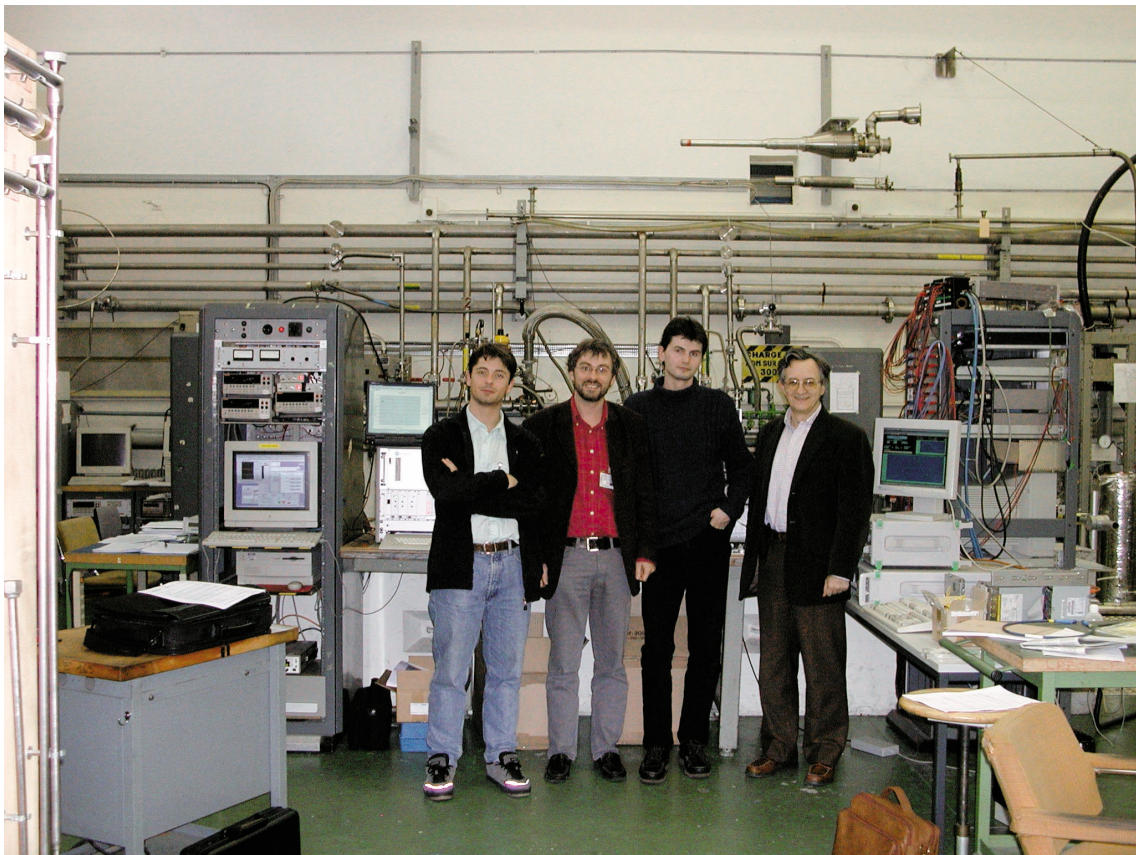


Figure 5.4 —
De gauche à droite : M. Facchini et L. Thévenaz (EPFL), S. Le Floch (ISEB) et W. Scandale (LHC/MMS, CERN).

Une deuxième série de mesures s'est déroulée à Genève au CERN (Centre Européen de Recherche Nucléaire) : 300 mètres d'une fibre optique également standard et monomode ont été enroulés autour d'un plateau circulaire en cuivre de diamètre 50 centimètres et placés dans une grande enceinte cryogénique remplie d'hélium liquide ($4,2K$). Afin d'éviter d'éventuels problèmes mécaniques dus à des températures cryogéniques, la fibre était disposée de manière à ce que le rayon de courbure soit maximum. Le plateau était équipé de thermomètres et de résistances de chauffage également répartis sur la surface, permettant la stabilisation en température avec une précision de $0,2K$. Les mesures effectuées à très basses températures (sous $4,2K$ et jusqu'à $1,4K$) ont été rendues possibles grâce à une descente en pression dans

l'enceinte cryogénique (figure 5.5).

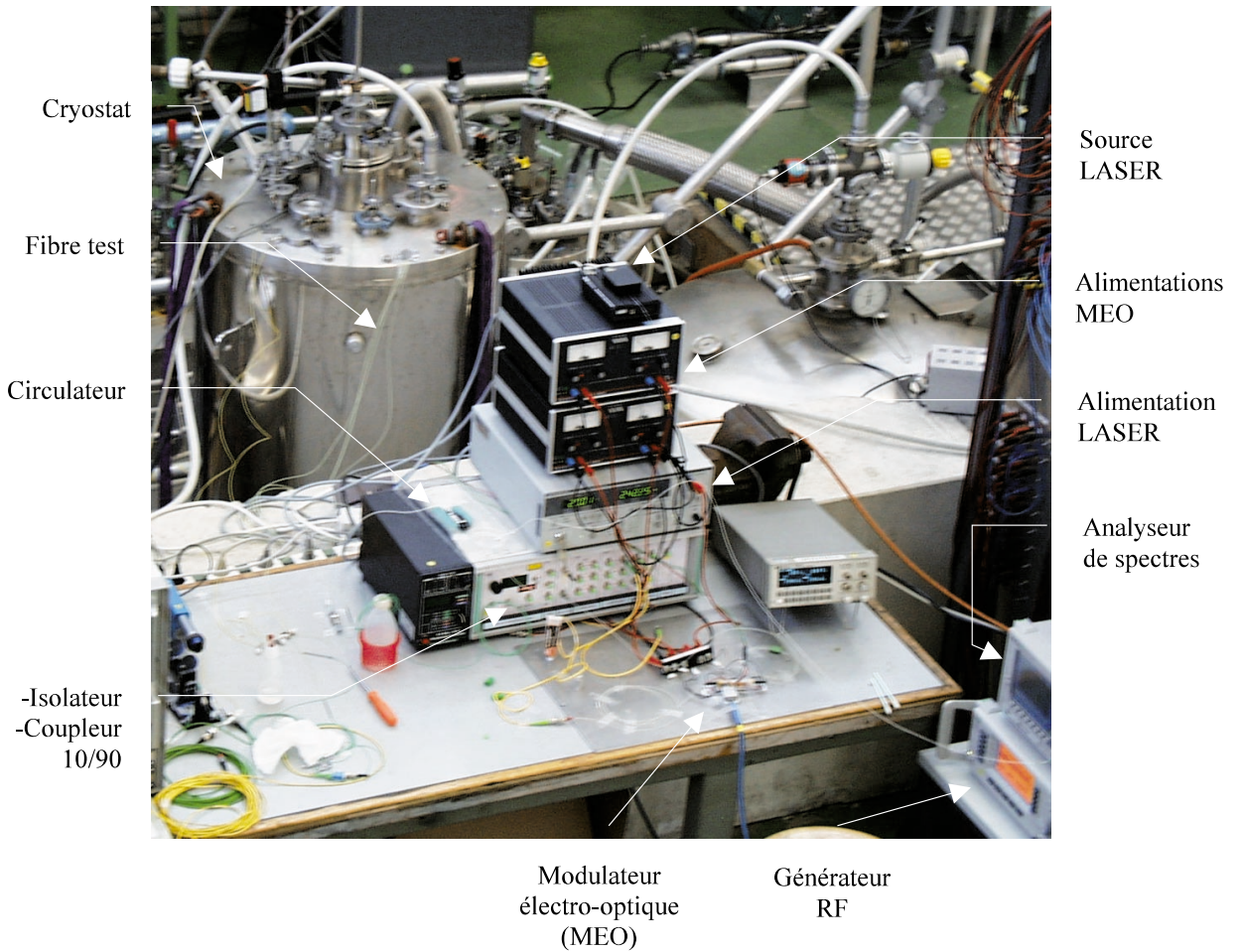


Figure 5.5 —
Système de mesure de la courbe de gain Brillouin. Photographie prise au CERN.

5.2.1 Polarisation et Electrostriction

Aux basses températures, les diffusions Raman et Brillouin spontanées sont *a priori* quasi-inexistantes, le bruit d'origine quantique étant trop faible : par comparaison avec le nombre moyen de phonons acoustiques par mode à température ambiante où l'expression classique s'écrit : $N_{ph} = kT/h\nu_B \approx 600$, à des températures telles que $30K$, leur nombre est déjà 10 fois inférieurs, voir proche de l'unité à partir de $5K$ en utilisant la formule quantique de Bose-Einstein déjà rencontrée au début du deuxième chapitre :

$$N_{ph} = h\nu_B \frac{1}{e^{h\nu_B/kT} - 1} \quad (5.11)$$

Contrairement à ces processus de rétrodiffusion, l'amplification de la diffusion Brillouin stimulée, qui suppose l'introduction artificielle d'une onde Stokes dans le milieu propagatif, est peu modifiée même à des températures proches du zéro absolu : le phénomène d'électrostriction, responsable du couplage entre la pompe et la sonde, doit donc être

indépendant de la température. Afin de vérifier cette hypothèse, des mesures du gain Brillouin ont été réalisées, entre 0 et 100°C, à partir de deux mesures successives de la courbe de gain Brillouin pour un coefficient de mélange à deux ondes minimum et maximum et une puissance de pompe constante, figure (5.6).

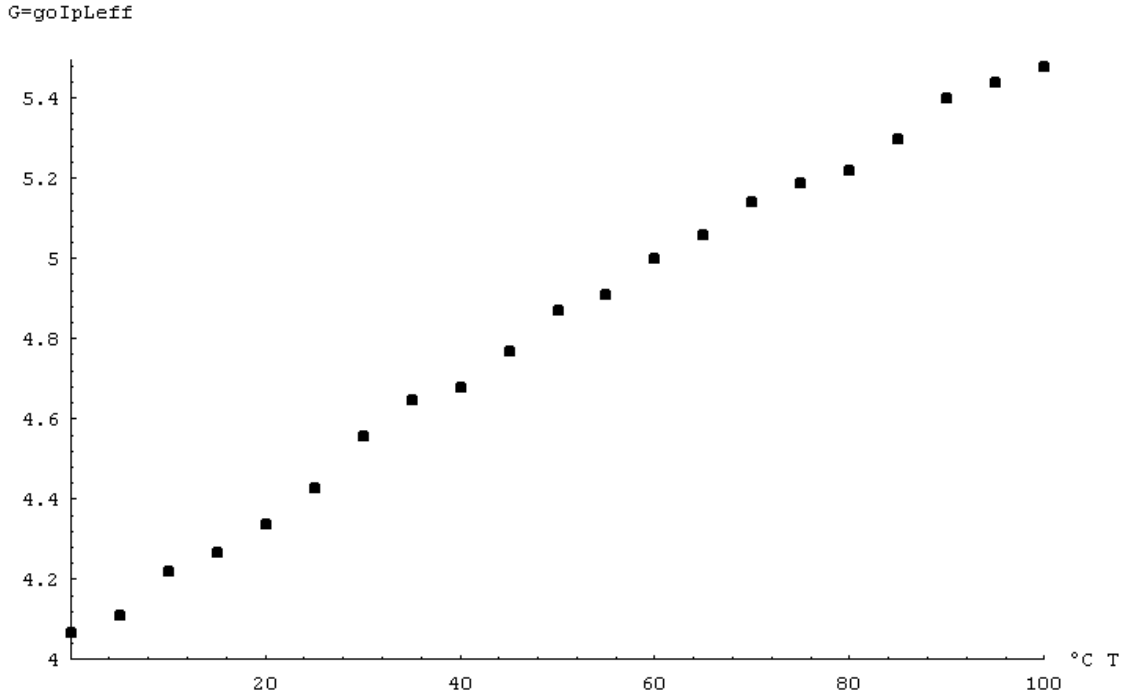


Figure 5.6 — Gain Brillouin évalué à partir de mesures effectuées pour un facteur de gain maximum et minimum. La puissance de la pompe est gardée constante.

D'un point de vue théorique, l'expression du coefficient de gain Brillouin établie dans le second chapitre (2.17) montre que si le coefficient électrostrictif γ est indépendant de la température, le produit coefficient de gain Brillouin largeur spectrale Brillouin $g_0\Gamma$ doit être aussi indépendant de la température :

$$g_0\Gamma = \frac{\gamma^2\omega_L^2}{\rho_0nc^3v} \quad (5.12)$$

La variation de la vitesse acoustique avec la température pouvant être négligée au premier ordre. Le résultat de l'expérience, figure (céléctroélectro), vient confirmer ce qui avait été déjà précédemment observé par Niklès et al [26] et laisse également envisager, contrairement à l'hypothèse énoncée plus haut, une rétrodiffusion Brillouin non-négligeable dès lors que la largeur spectrale Brillouin est faible, et ce même à très basse température où les phonons acoustiques sont peu nombreux. Suite à une discussion avec Fellay et Thévenaz de l'EPFL, cette rétrodiffusion Brillouin semble bien avoir été observée dans les fibres optiques, son amplitude pouvant même perturber la mesure "pompe-sonde". Nous verrons plus loin qu'effectivement, à ces températures cryogéniques, la largeur spectrale Brillouin est de quelques mégahertz tout au plus, à comparer aux 30 MHz environ à température ambiante.

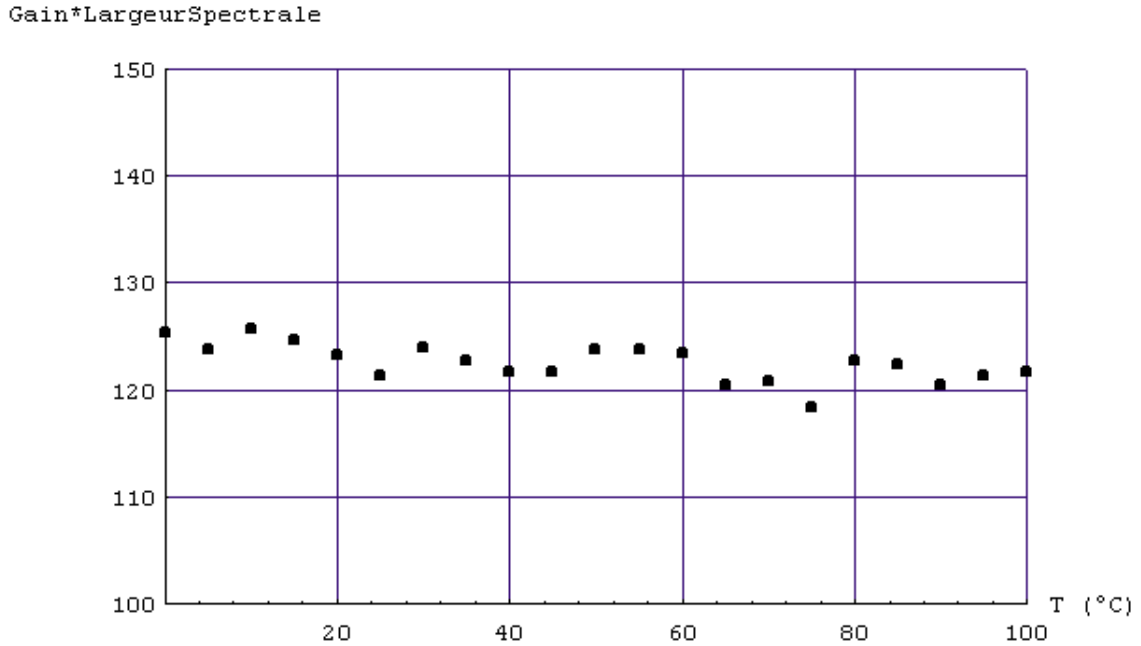


Figure 5.7 —
Le produit gain Brillouin-largeur spectrale en fonction de la température est constant, montrant l'indépendance du phénomène d'électrostriction dans la région 0 – 100°C.

5.2.2 Fréquence Brillouin et température

La première série de mesures dans l'enceinte à température contrôlée ($\pm 0,1^\circ C$) a permis de vérifier qu'aux températures proches de la température ambiante, la variation de la fréquence Brillouin était parfaitement linéaire, comme le montre la figure (5.8) :

Le coefficient thermique de la fibre optique standard monomode est pour une longueur d'onde optique $1,55\mu m$:

$$C_T = 1,084 MHz/^\circ C \tag{5.13}$$

Ce résultat remarquable, observé pour la première fois par Kurashima et al [33] et régulièrement reporté depuis dans les publications, n'a pas véritablement d'explication phénoménologique. D'après Kul'bitskaya [50], le fait que le coefficient thermique soit positif est dû à des inhomogénéités de taille microscopique présentes dans les verres. Des mesures dans différents types de fibres optiques permettent tout juste d'affirmer que ce coefficient thermique dépend à la fois de la structure de la fibre (effets de gaine enrobant la silice introduisant un décalage supplémentaire, concentration de dopants...) ainsi que de la longueur d'onde optique [12].

Il est intéressant de noter que la variation de la fréquence acoustique est similaire à la variation de la vitesse des ondes acoustiques (reportée dans les publications de physique des solides non-cristallins), si on considère que l'indice de réfraction de la silice est quasi-indépendant de la température ($+1,4 \times 10^{-5} K^{-1}$ pour des températures supérieures à la température ambiante [51]) :

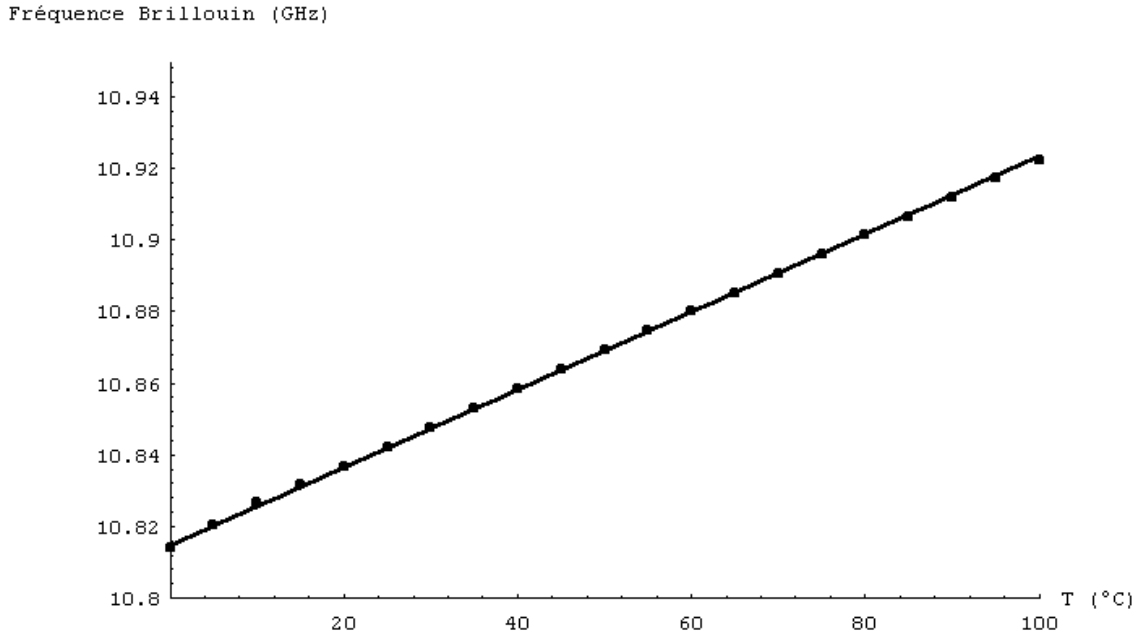


Figure 5.8 — Variations de la fréquence Brillouin pour des températures proches de la température ambiante.

$$\delta\nu_B = \frac{2n}{\lambda_0} \delta v_a \quad (5.14)$$

La figure (5.9) représente la variation de la fréquence Brillouin avec la température de 1,4K jusqu'à température ambiante. Pour la première fois dans une fibre optique, la non-linéarité du décalage Brillouin est observée pour des températures inférieures à 150 Kelvins [52]. A partir de cet ordre de température, la fréquence des ondes acoustiques décroît, puis passe par un minimum très proche de 56 K, supposé indépendant de la fréquence des ondes acoustiques [53] et remonte à nouveau jusqu'à 5 K environ. Vukceovich [44] a émis l'hypothèse que ce changement de pente est dû aux liaisons $Si-O-Si$ qui auraient des angles préférentiels correspondants à des modifications à basse et haute températures des amorphes, une transition continue s'effectuant entre ces deux phases.

A très basses températures, figure (5.10), un comportement similaire à différents amorphes tels que $a-GeO_2$ et $a-B_2O_3$ est observé. L'accroissement de la fréquence acoustique à partir de quelques dixièmes de kelvin, vérifié par le modèle de l'effet tunnel (en anglais tunneling model) [54], se poursuit jusqu'à un maximum très légèrement supérieur à 5K puis la fréquence redescend.

Ces montées et redescentes de la fréquence acoustique dans la région de température allant de 1K à 150K montrent qu'à une mesure de la fréquence Brillouin correspond au moins deux températures "possibles" de la fibre. Une discrimination à partir de la largeur spectrale semble donc nécessaire.

Il est très intéressant de constater la précision des mesures, environ 10 fois inférieure à la largeur des raies laser (1 MHz) et qui est due à la fois à une grande stabilité en température du cryostat ainsi qu'à la reconstruction lors du fit de la lorentzienne Brillouin. Cette haute

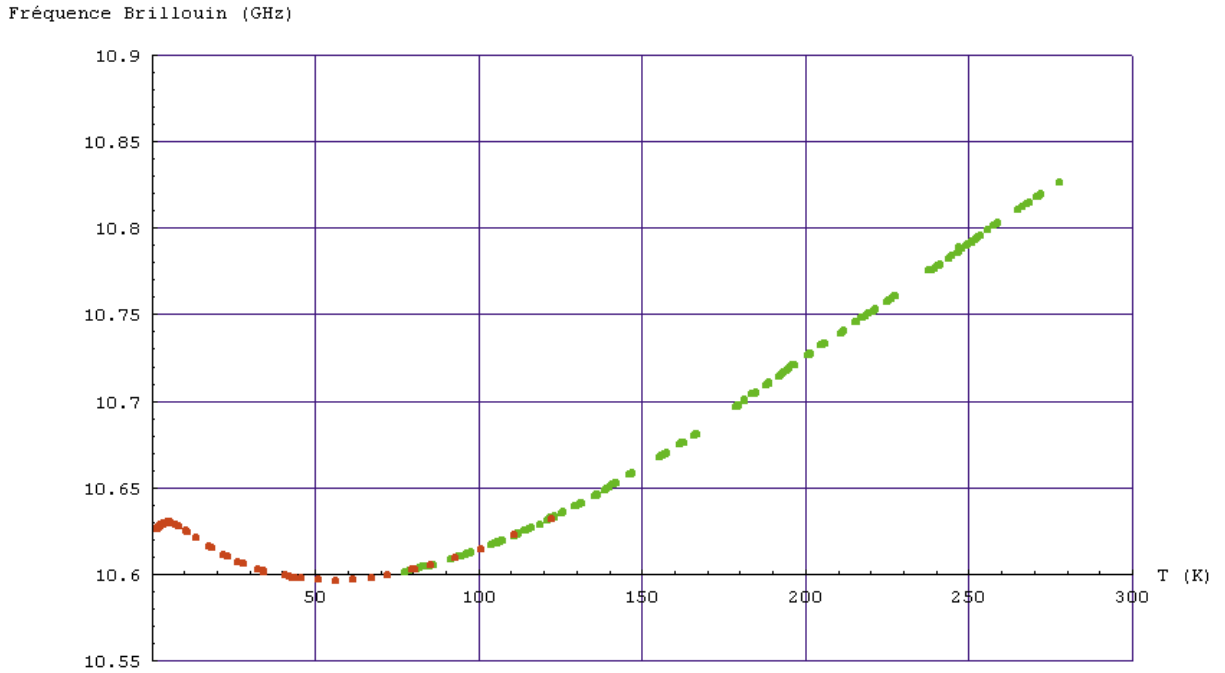


Figure 5.9 —

Fréquence Brillouin en fonction de la température dans une fibre optique monomode standard. Points en vert : mesures effectuées dans l’azote liquide. Points en rouge : mesures effectuées dans de l’hélium liquide.

résolution montre à quel point l’amplification de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques standard est sensible même à très basse température.

5.2.3 Largeur Brillouin/Maximum d’absorption

La figure (5.11) montre l’évolution de la largeur spectrale $\Delta\nu_B$ de la courbe de gain Brillouin sur une grande gamme de température allant de 1,4K jusqu’aux températures ambiantes (100°C). La largeur de raie Brillouin est directement liée à la propagation des ondes acoustiques : leur coefficient d’amortissement s’exprime comme $\Gamma_B = 2\pi\Delta\nu_B$ et la durée de vie T_B est simplement l’inverse de ce coefficient d’amortissement. Clairement, un pic d’absorption vers 110K est observé avec une assez grande précision. Ce résultat est à comparer aux précédentes mesures effectuées dans la silice par spectroscopie Brillouin [55], [53] : dans ces expérimentations où à chaque fois un laser argon ($0,488\mu m$) fut employé, la fréquence Brillouin était d’environ 35GHz, correspondant à un pic d’absorption vers 130K.

Pour expliquer ce décalage, il faut revenir au modèle du double-puits quantique asymétrique : si le passage d’un site à un autre du défaut structural s’effectue par l’intermédiaire de l’énergie d’activation thermique, le temps de relaxation τ du système peut être décrit par l’équation d’Arrhenius [54] :

$$\tau = \tau_0 e^{V/kT} \quad (5.15)$$

où τ_0^{-1} représente la fréquence de vibration du défaut dans un des puits. Dans la région de

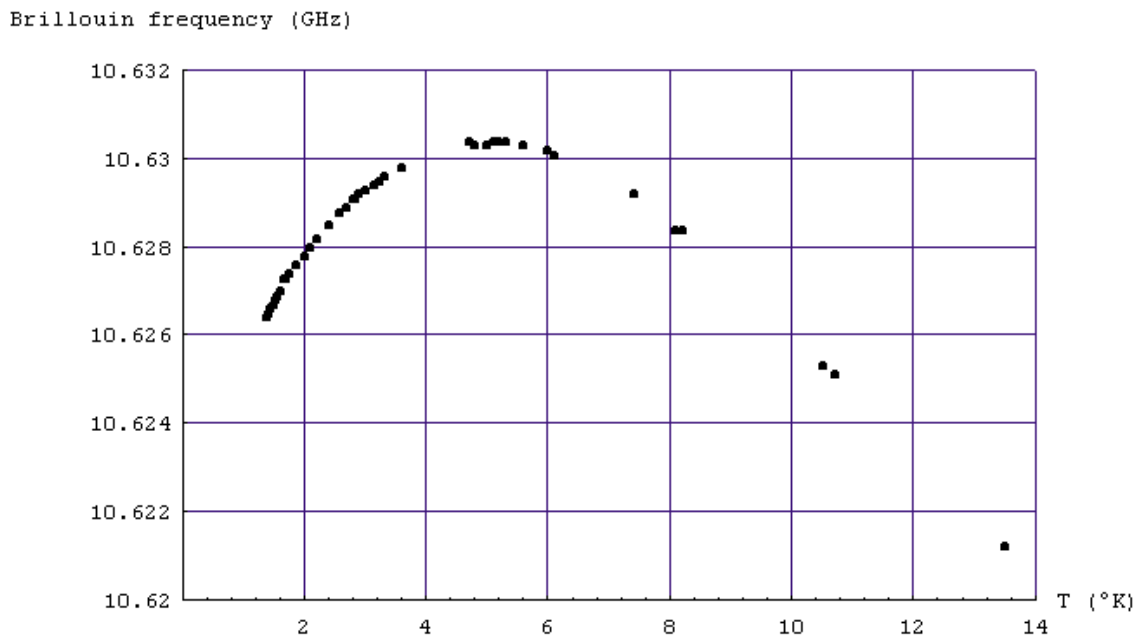


Figure 5.10 —
Variation de la fréquence Brillouin à très basse température (de 1,4K à 15K).

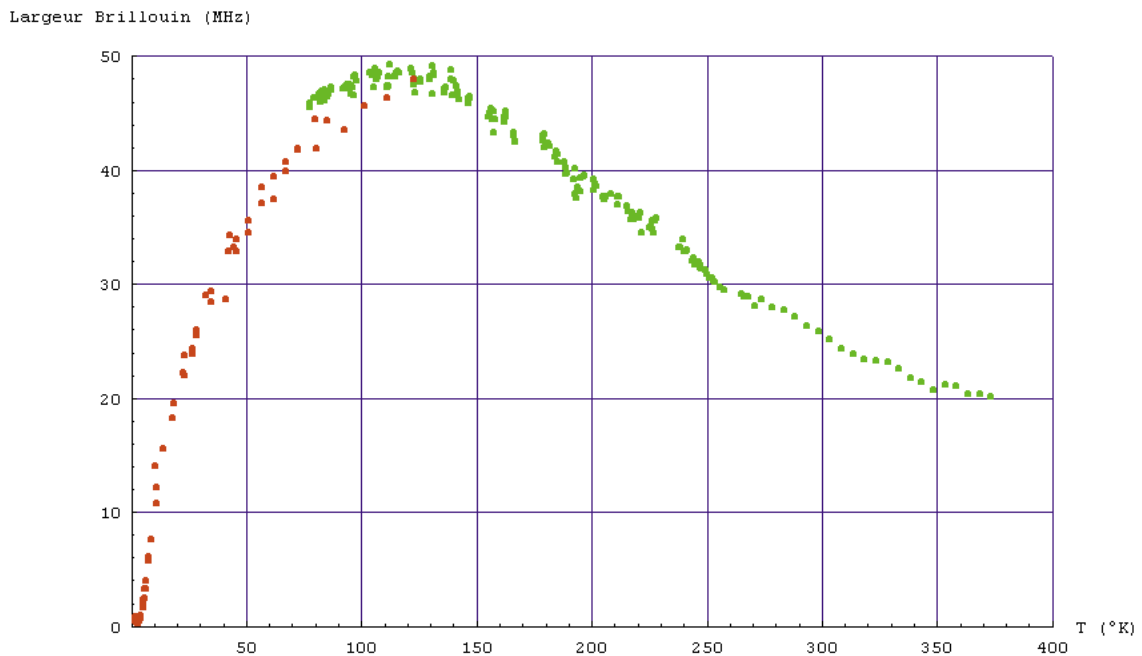


Figure 5.11 —
Largeur spectrale Brillouin en fonction de la température. Points en vert : mesures dans l'azote liquide ; points en rouge : mesures dans l'hélium liquide.

maximum d'absorption, la principale contribution vient des systèmes remplissant la condition $\omega\tau \approx 1$, comme on peut s'en convaincre en considérant dans l'expression (5.9) de la friction interne le terme $\frac{\Omega\tau}{1+\Omega^2\tau^2}$ [42].

A un maximum d'absorption doit correspondre une limite supérieure V_0 de la fonction de distribution des hauteurs de barrière V [55]. Suivant les travaux de Hertling et al [49] dans le germanium amorphe ($a-GeO_2$), les quantités τ_0 et V_0 , paramètre de distribution des hauteurs de barrière entre les puits, sont déduites à partir des conditions définies ci-dessus que l'on peut réécrire sous la forme :

$$Ln(\Omega) = Ln(\tau_0^{-1}) - \frac{V_0}{k} T_{max}^{-1} \quad (5.16)$$

La figure (5.12) représente différentes mesures dans la silice amorphe pour différentes fréquences acoustiques trouvées dans la littérature plus nos mesures dans une fibre optique standard. On observe le déplacement du pic d'absorption vers les basses températures pour des ondes acoustiques de moindre fréquence. De la droite, on déduit les paramètres $V_0/k = 585K$ et $\tau_0 = 4 \times 10^{-14}$ sec [52]. Ce dernier est légèrement inférieur à ceux habituellement utilisés pour la modélisation de la friction interne [55], [56].

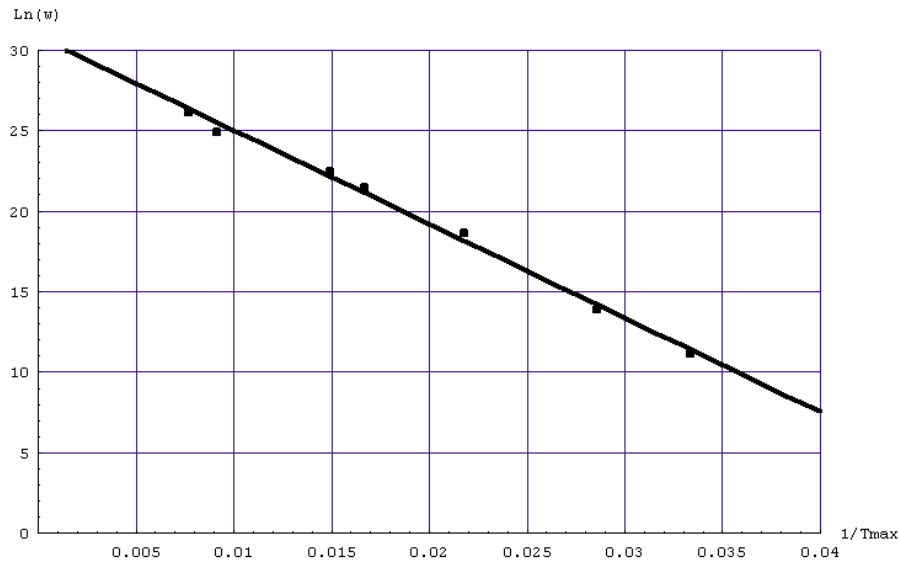


Figure 5.12 —
 Courbe d'Arrhenius du pic d'absorption dans $a-SiO_2$ d'après les mesures [55], [57], [42] plus nos travaux. La droite correspond à la modélisation (5.16).

Aux températures inférieures à T_{max} , on observe une décroissance de l'absorption jusqu'à 4K : dans la région allant de 1,4K à 4K un plateau est atteint où la largeur spectrale devrait être proche de 0,5MHz, figure (5.13). La légère remontée aux environs de 2K semble due à un gain trop élevé des mesures (malgré l'utilisation d'un atténuateur optique pour la puissance de pompe), entraînant une surestimation de la largeur spectrale Brillouin à partir de la formule approchée (4.39) calculée au chapitre précédent. Ce gain élevé, associé à une largeur spectrale inférieure au mégahertz, et observé généralement dans cette gamme de température montre bien que l'électrostriction ne devrait pas dépendre de la température. Des mesures à gain Brillouin maximum et minimum devraient confirmer ce fait.

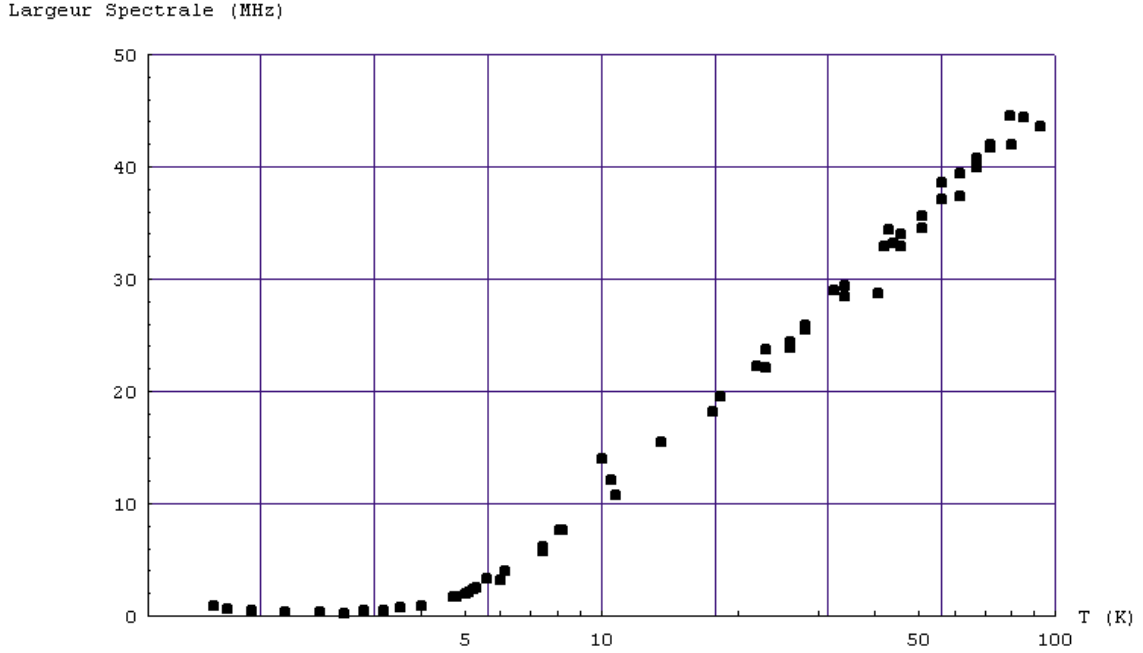


Figure 5.13 —
Largeur spectrale Brillouin aux très basses températures (mesures effectuées au CERN).
Un plateau se présente de 1,4K à 4K.

5.2.4 Etude théorique de la friction interne dans la silice

Afin d'évaluer l'expression générale de la friction interne (5.9), il reste à modéliser la distribution des hauteurs V de barrière et de l'énergie d'asymétrie Δ dans la silice. Cette dernière est généralement prise comme constante [55] : $P(\Delta) = \bar{P}$. La plupart des publications considèrent qu'une distribution de type gaussien V donnent de bons résultats dans la modélisation de la friction interne pour des températures inférieures à T_{max} correspondant au maximum d'absorption [49], [55]. Nous avons cependant pris une distribution de type exponentielle décroissante en conservant la valeur maximale V_0 déduite des mesures précédentes [52] :

$$P(\Delta, V) = \frac{\bar{P}}{V_0} \exp\left\{-\frac{V}{V_0}\right\} \quad (5.17)$$

Cette simple relation permet d'évaluer simplement la double intégrale contenue dans l'expression de la friction interne :

$$\int_0^{+\infty} d\Delta \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{\Delta}{2kT}\right) = 2kT \quad (5.18)$$

$$\int_0^{+\infty} dV \cdot e^{-V/V_0} \frac{\Omega\tau_0 e^{V/kT}}{1 + \Omega\tau_0 e^{2V/kT}} = \frac{kT \cdot V_0}{(kT + V_0) \Omega\tau_0} \times {}_2F_1\left[1, \frac{1}{2} + \frac{kT}{2V_0}; \frac{3}{2} + \frac{kT}{2V_0}; -(\Omega\tau_0)^{-2}\right] \quad (5.19)$$

où la fonction ${}_2F_1 [a, b; c; z]$ est une fonction hypergéométrique définie par [58] :

$${}_2F_1 [a, b; c; z] = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{a \cdot b \cdot z^k}{c \cdot k!} \quad (5.20)$$

Finalement, l'expression de la friction interne devient [52] :

$$Q^{-1} = C \frac{2kT}{(kT + V_0)} \frac{1}{\Omega\tau_0} \times {}_2F_1 \left[1, \frac{1}{2} + \frac{kT}{2V_0}; \frac{3}{2} + \frac{kT}{2V_0}; -(\Omega\tau_0)^{-2} \right] \quad (5.21)$$

avec $C = \frac{D^2 \bar{P}}{\rho v^2}$. La figure (5.14) représente à la fois les points expérimentaux de mesure et le fit théorique, où seule la constante C est ajustée ($C = 3,8 \times 10^{-5}$). L'accord est remarquable pour les températures supérieures à 80K, bien qu'un petit décalage se présente entre les mesures effectuées dans l'hélium (en rouge) et l'azote liquides (en vert) ; ceci est peut-être du à une composition légèrement différente entre les deux fibres standard utilisées.

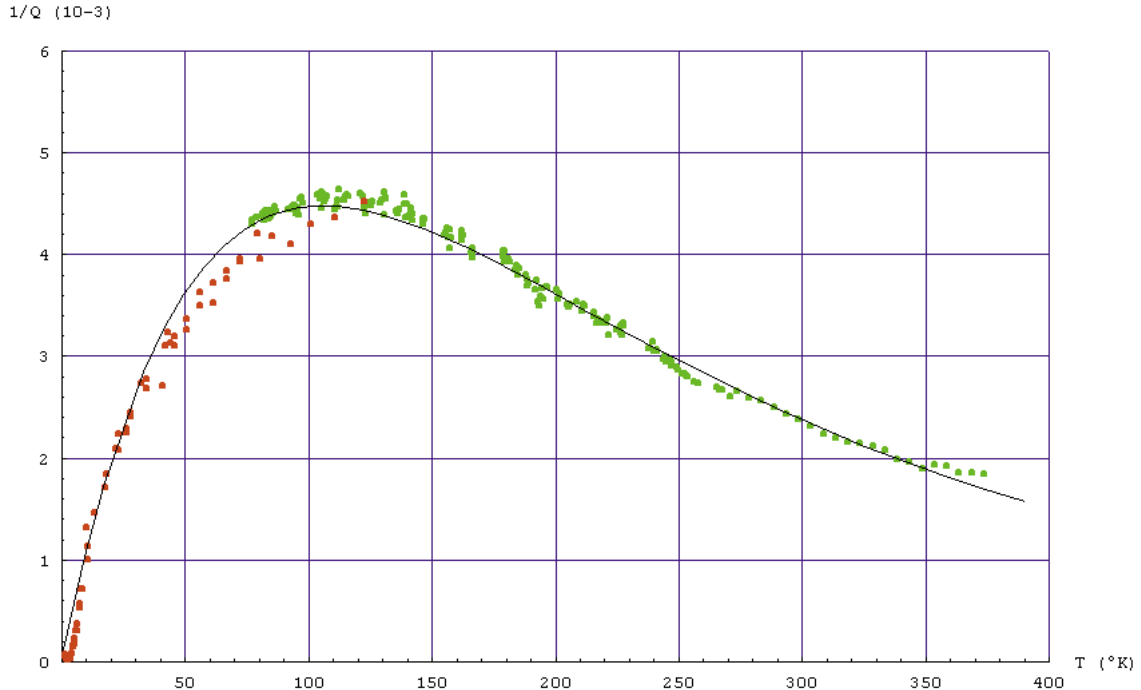


Figure 5.14 —

Friction interne $Q^{-1} = \Delta\nu_B/\nu_B$ en fonction de la température. Points : idem largeur spectrale. La courbe représente le fit théorique (5.21).

5.3 Etude de la courbe de gain Brillouin avec la pression hydrostatique

L'analyse de la courbe de gain Brillouin avec la pression hydrostatique a été réalisée à l'institut français de recherche en mer (IFREMER) situé à Brest. Un petit caisson hyperbares simulait l'immersion de la fibre optique, le passage milieu extérieur/caisson s'effectuant à travers un bouchon étanche comprenant deux tubes de diamètre 0,4 mm où la fibre était

collée grâce à de la résine. Les mesures ont pu se faire jusqu'à 250 bars, la résine s'étant détériorée pour des pressions supérieures.

La montée en pression provoquant un léger échauffement de l'eau présente à l'intérieur du caisson, un thermomètre permettait de mesurer la température.

5.3.1 Fréquence Brillouin et pression

La figure (5.15) montre la dépendance parfaitement linéaire de la fréquence Brillouin avec la pression hydrostatique. La diminution de la fréquence Brillouin en fonction de la pression, calculé suivant la pente, vaut :

$$C_P = -0,091 \text{ MHz/bar} \quad (5.22)$$

1 bar correspond à la pression atmosphérique. Sa conversion en Pascal est : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$. Des mesures effectuées dans la silice amorphe [55] montre cette dépendance linéaire jusqu'à 2 GPa, puis à partir de cette pression, correspondant exactement à la transition du cristal de quartz $c - \text{SiO}_2$ vers la coesite [59], une remontée de la vitesse des ondes acoustiques, à cause de la transition de $a - \text{SiO}_2$.

A partir de la relation entre vitesse acoustique et fréquence Brillouin (5.14), on déduit pour la fibre un coefficient de décalage de la vitesse acoustique de $-0,049 \text{ m/s par bar}$. Ce résultat est à comparer à $-0,041 \text{ m/s}$ trouvé dans la silice amorphe [55].

Cette décroissance de la vitesse acoustique à pression croissante est peut-être due à une rotation des tétraèdres SiO_4 [49].

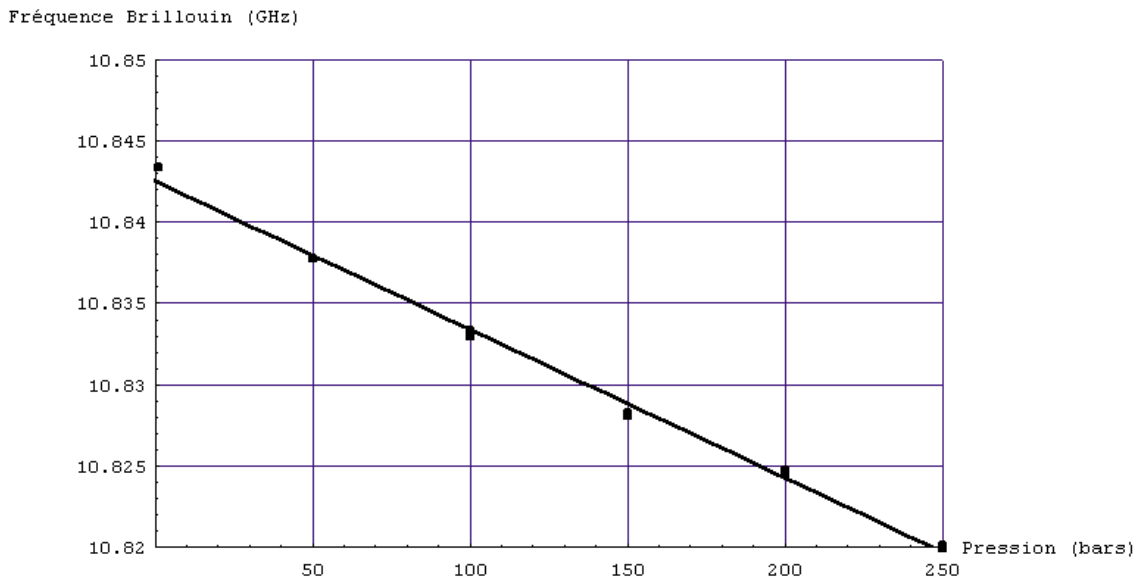


Figure 5.15 —
Fréquence Brillouin en fonction de la pression. Les points expérimentaux tiennent compte des variations de température lors de la montée en pression du caisson hyper-bars.

5.3.2 Largeur spectrale et pression

Les mesures réalisées sur la largeur spectrale Brillouin semblent montrer une indépendance de l'absorption acoustique, au moins jusqu'à 250 bars, figure (5.16) . Des mesures poussées jusqu'à au moins 1000 bars devraient présenter une légère augmentation de l'absorption, comme les tests dans la silice l'ont montré [55]. Il semblerait par conséquent que la distribution des hauteurs d'énergie V dans les systèmes à double-puits quantiques soit relativement constante à ces pressions.

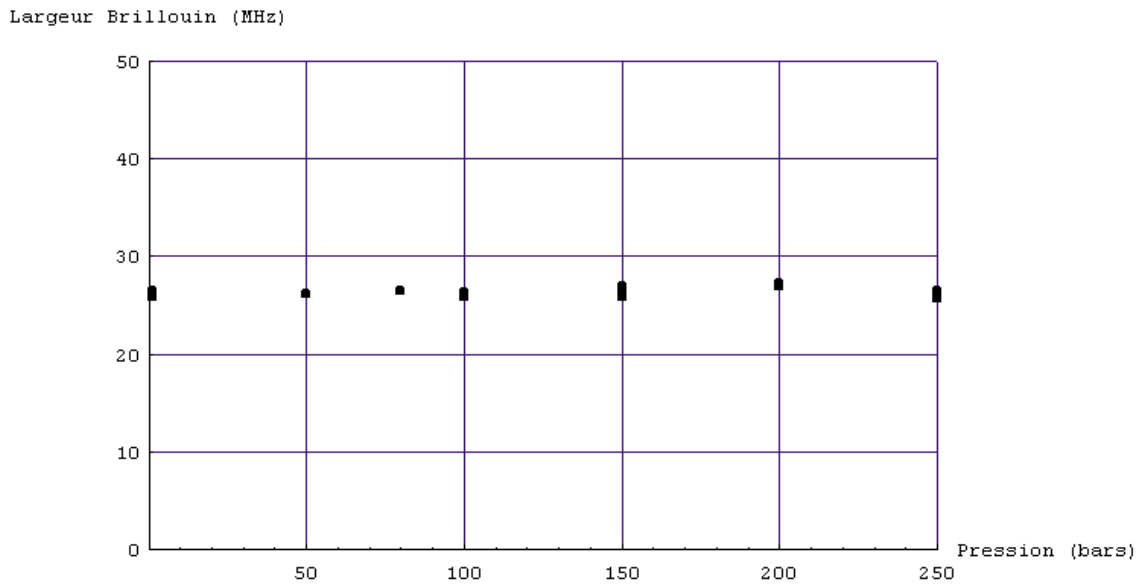


Figure 5.16 —
 Largeur spectrale Brillouin en fonction de la pression exercée sur la fibre optique.

Conclusion

Depuis une dizaine d'années maintenant, l'étude de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques est en pleine expansion. Elle est due à principalement deux facteurs.

Les télécommunications à grande distance à partir des fibres optiques se trouvent actuellement en plein développement. Or, la génération de la diffusion Brillouin stimulée, capable de rétrodiffuser une grande partie d'un signal optique lors de sa propagation sur plusieurs kilomètres, constitue un obstacle majeur à leurs performances : le but principal de la première partie de ce présent travail de thèse était précisément de pouvoir quantifier cette puissance Brillouin rétrodiffusée en fonction de la puissance optique injectée et de la distance de propagation.

Parallèlement, la découverte de la sensibilité de la fréquence Brillouin à contrainte et la température a développé de nouvelles recherches sur l'emploi des fibres optiques comme capteurs [33], [32]. La diffusion Brillouin est un effet non-linéaire un ordre au-dessus de la diffusion Raman, ce qui autorise des puissances optiques relativement peu importantes, de l'ordre de la dizaine de milliwatts. D'autre part, les développements récents des sources laser (lasers à semi-conducteurs ou solides) à la fois de puissance plus importante et de grande pureté spectrale, ainsi que des composants optiques "large-bande" tels que les modulateurs électro-optiques, ont permis la réalisation de dispositifs, basés sur la corrélation de signaux de pompe et de sonde continus, capables de mesurer localement la courbe de gain Brillouin avec une précision atteignant le centimètre [37] et ce pour des fibres d'une dizaine de mètres. Grâce à cette technique, une résolution spatiale théorique inférieure au millimètre, correspondant à la distance de propagation des phonons acoustiques, est attendue [60].

Les dispositifs de mesures distribuées de la diffusion Brillouin dans les fibres optiques ayant ainsi atteint un degré très élaboré de "technicité", il nous a semblé intéressant de chercher de nouveaux domaines où la diffusion Brillouin est susceptible d'être sensible et d'être par conséquent employée pour la réalisation de capteurs, à partir de fibres optiques. Les travaux réalisés à basse température et en hautes pressions constituent les principaux champs d'investigation de cette thèse.

Capteurs de basses températures et de pression

Le caractère "distribué" du capteur nous intéressait moins dans le cadre de cette thèse que la potentialité d'une éventuelle sensibilité de l'effet Brillouin avec la pression hydrostatique ou les basses températures, c'est tout naturellement que notre choix s'est porté sur ce dispositif "pompe-sonde" utilisant une seule source laser continue et un modulateur électro-optique, les avantages de cette technique étant l'excellente résolution fréquentielle de la mesure de la courbe de gain Brillouin associée à un coût relativement peu élevé.

Comme le laissaient présager les études spectroscopiques dans la silice amorphe [55], la

fréquence Brillouin est sensible également à basse température dans les fibres optiques standard, leur constitution générale étant la même : si dans la région des températures supérieures à environ 150 K, la relation de parfaite linéarité fréquence Brillouin-température permet une calibration immédiate du capteur, le comportement non-linéaire de la fréquence Brillouin aux environs de 60 K, puis autour de 5 K, suggère une levée d'ambiguïté sur la température à partir de la mesure de la largeur spectrale Brillouin. Des précisions de mesure inférieures au kelvin sont ainsi envisageables dans les fibres optiques monomodes, à partir d'un simple relevé de la courbe de gain Brillouin, sur une gamme de température allant de quelques dixièmes de kelvin aux températures classiques.

Ce résultat est sans équivalent à notre connaissance dans le domaine des capteurs de température à fibre optique, la diffusion Raman et les réseaux de Bragg, pour ne citer que les principales autres techniques de mesure, se révélant inefficaces aux températures cryogéniques. De telles performances ouvrent le champ à de nouvelles applications dans le domaine de la cryogénie, grâce aux qualités intrinsèques des fibres optiques, telles que l'immunité aux champs électro-magnétiques et leur faible coût. D'autre part, la possibilité d'interroger le capteur sur une grande variété de longueur de fibre allant du mètre jusqu'à plusieurs kilomètres en fait un instrument pouvant s'adapter à beaucoup de situations physiques. Une installation de fibres optiques dans le nouvel accélérateur de particules actuellement en construction au CERN à Genève est d'ailleurs envisagée.

La sensibilité du décalage Brillouin avec la pression hydrostatique est également démontrée à notre connaissance pour la première fois dans les fibres optiques, la relation étant parfaitement linéaire jusqu'à 250 bars. Des mesures spectroscopiques dans la silice amorphe ont même montré que cette relation de linéarité était vérifiée jusqu'à des pressions atteignant 2 GPa [55]. Ceci ouvre des perspectives potentielles en océanographie, par exemple pour des mesures de profondeur à partir d'une fibre optique.

Pour conclure, le présent travail de thèse confirme généralement la grande variété d'utilisation potentielle des fibres optiques comme capteurs, les techniques devenant de plus en plus performantes alors que leur coût diminue grâce au développement industriel des composants telecoms. L'avenir de la diffusion Brillouin comme technique de mesure des basses températures aussi bien que de la pression est déjà réalité, son application industrielle étant en cours de lancement.

A.1 Equation de Langevin-Lien entre fluctuations et dissipation

L'équation décrivant le mouvement brownien d'une particule dans la théorie classique est [46] :

$$\frac{d}{dt}p(t) = -\gamma p(t) + f(t) \quad (\text{A.1})$$

L'impulsion de la particule est noté $p(t)$. Le premier terme de droite décrit l'effet des collisions successives : c'est une force de *dissipation*. Le deuxième terme est l'amplitude de la force de Langevin, *fluctuant* autour d'une valeur moyenne nulle et de coefficient de diffusion D :

$$\langle f(t) \rangle = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\langle f(t)f(t') \rangle = 2D\delta(t-t') \quad (\text{A.3})$$

Soit $p(t_0) = p_0$ la valeur initiale de l'impulsion. La solution par intégration de l'équation de Langevin est :

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma(t-t_0)} + \int_{t_0}^t dt' f(t') e^{-\gamma(t-t')} \quad (\text{A.4})$$

Soit en valeur moyenne :

$$\langle p(t) \rangle = p_0 e^{-\gamma(t-t_0)} \quad (\text{A.5})$$

L'expression de la variance est alors :

$$\sigma_p^2(t) = \langle [p(t) - \langle p(t) \rangle]^2 \rangle = \int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^t dt'' \langle f(t')f(t'') \rangle e^{-\gamma(t-t')} e^{-\gamma(t-t'')} \quad (\text{A.6})$$

En utilisant la définition du bruit Langevin, l'évolution de la variance au cours du temps est :

$$\sigma_p^2(t) = 2D \int_{t_0}^t dt' e^{-2\gamma(t-t')} = \frac{D}{\gamma} \left[1 - e^{-2\gamma(t-t_0)} \right] \quad (\text{A.7})$$

Pour des temps longs ($t - t_0 \gg \gamma^{-1}$), la variance tend vers D/γ et ne dépend plus du temps, la valeur moyenne de l'impulsion tendant elle vers zéro. On déduit alors :

$$\langle p(t)^2 \rangle = \frac{D}{\gamma} \quad (\text{A.8})$$

Si le système est à l'équilibre thermodynamique, l'énergie cinétique de la particule est égale à $kT/2$ et le lien entre le coefficient de diffusion D et l'amortissement γ s'écrit (relation d'Einstein) :

$$D = MkT\gamma \quad (\text{A.9})$$

où M est la masse de la particule.

A.2 Résolution des équations de Maxwell-Bloch par la méthode de la transformée de Laplace

Dans le cas de la diffusion Brillouin Stokes, les équations différentielles des champs optique et acoustiques s'écrivent, en considérant que l'onde Stokes se propage vers les z croissants et que l'onde de pompe est constante (non appauvrissement) et ne dépend que du temps :

$$\frac{\partial E_S(z, t)}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_S(z, t)}{\partial t} = ig_E \rho^*(z, t) E_L(t) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, t) = ig_A E_L(t) E_S^*(z, t) + F(z, t) \quad (\text{A.11})$$

En faisant le changement de variable $\tau = t + zn/c$, les équations deviennent :

$$\frac{\partial E_S(z, \tau)}{\partial z} = ig_E \rho^*(z, \tau) E_L(\tau) \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial \rho(z, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, \tau) = ig_A E_L(\tau) E_S^*(z, \tau) + F(z, \tau) \quad (\text{A.13})$$

Afin de résoudre le système, on emploie la technique de la transformée de Laplace :

$$e(s, \tau) = TL[E_S(z, \tau)] = \int_0^\infty e^{-sz} E_S(z, \tau) dz \quad (\text{A.14})$$

$$q(s, \tau) = TL[\rho(z, \tau)] = \int_0^\infty e^{-sz} \rho(z, \tau) dz \quad (\text{A.15})$$

$$f(s, \tau) = TL[F(z, \tau)] = \int_0^{\infty} e^{-sz} F(z, \tau) dz \quad (\text{A.16})$$

L'équation (A.12) devient alors :

$$e(s, \tau) = \frac{1}{s} [E_S(0, \tau) + ig_E q^*(s, \tau) E_L(\tau)] \quad (\text{A.17})$$

En utilisant cette dernière équation, (A.13) devient :

$$\frac{\partial q(s, \tau)}{\partial \tau} = \left[-\frac{\Gamma}{2} + \frac{1}{s} g_{AGE} |E_L|^2 \right] q(s, \tau) + \frac{i}{s} g_A E_L(\tau) E_S^*(0, \tau) + f(s, \tau) \quad (\text{A.18})$$

qui a pour solution en intégrant :

$$q(s, \tau) = q(s, 0) e^{[-\frac{\Gamma}{2} + \frac{1}{s} g_{AGE} |E_L|^2] \tau} + \int_0^{\tau} d\tau' e^{[-\frac{\Gamma}{2} + \frac{1}{s} g_{AGE} |E_L|^2] (\tau - \tau')} \left[\frac{i}{s} g_A E_L(\tau') E_S^*(0, \tau') + f(s, \tau') \right] \quad (\text{A.19})$$

En substituant cette solution dans l'équation (A.17) on a :

$$\begin{aligned} e(s, \tau) &= \frac{E_S(0, \tau)}{s} + \frac{i}{s} g_E E_L q^*(s, 0) e^{[-\frac{\Gamma}{2} + \frac{1}{s} g_{AGE} |E_L|^2] \tau} \\ &+ E_L(\tau) \int_0^{\tau} d\tau' e^{[-\frac{\Gamma}{2} + \frac{1}{s} g_{AGE} |E_L|^2] (\tau - \tau')} \\ &\times \left[\frac{1}{s^2} g_{AGE} E_L^*(\tau') E_S(0, \tau') + \frac{i}{s} g_E f^*(s, \tau') \right] \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Il reste à prendre la transformée de Laplace inverse en utilisant la relation :

$$TL \left[\left(\frac{z}{a} \right)^{n/2} I_n \left[(4az)^{1/2} \right] \right] = \frac{1}{s^{n+1}} e^{a/s} \quad (\text{A.21})$$

La solution des équations de Maxwell-Bloch est alors [36] :

$$\begin{aligned} E_S(z, \tau) &= E_S(0, \tau) + ig_E E_L(\tau) \int_0^{\tau} d\tau' \int_0^z dz' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau - \tau')} F^*(z', \tau') \times \\ &I_0 \left\{ \left[4(z - z') g_{AGE} |E_L|^2 (\tau - \tau') \right]^{1/2} \right\} \\ &+ (g_{AGE} z)^{1/2} \frac{E_L(\tau)}{|E_L|} \int_0^{\tau} d\tau' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau - \tau')} \frac{E_S(0, \tau') E_L^*(\tau')}{(\tau - \tau')^{1/2}} \times \\ &I_1 \left\{ \left[4z g_{AGE} |E_L|^2 (\tau - \tau') \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

En considérant maintenant une propagation inversée des champs Stokes et laser sur une longueur L :

$$\begin{aligned}
E_S(z, \tau) &= E_S(L, \tau) + ig_E E_L(\tau) \int_0^\tau d\tau' \int_L^z dz' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} F^*(z', \tau') \times \\
&I_0 \left\{ [G\Gamma(z' - z)(\tau - \tau')/L]^{1/2} \right\} \\
&+ \left(\frac{G\Gamma(L - z)}{4L} \right)^{1/2} \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma+\Gamma_L}{2}(\tau-\tau')} \frac{E_S(L, \tau')}{(\tau - \tau')^{1/2}} \times \\
&I_1 \left\{ [G\Gamma(L - z)(\tau - \tau')/L]^{1/2} \right\}
\end{aligned} \tag{A.23}$$

où on a tenu compte de la largeur spectrale laser à mi-hauteur suivant la formule $\langle\langle E_L(\tau) E_L^*(\tau') \rangle\rangle = |E_L|^2 e^{-\Gamma L/2(\tau-\tau')}$ et en utilisant l'égalité $\Gamma G/4 = 4g_{AgE} |E_L|^2$.

En considérant maintenant l'interaction de l'onde laser avec les ondes contre-propagatives anti-Stokes et acoustique :

$$\tilde{E}_{AS}(z, t) = \frac{1}{2} E_{AS}(z, t) \exp[i(-k_{AS}z - \omega_{AS}t)] + C.C. \tag{A.24}$$

$$\tilde{\rho}(z, t) = \frac{1}{2} \rho(z, t) \exp[i(-qz - \Omega t)] + C.C. \tag{A.25}$$

avec la fréquence acoustique $\Omega = \omega_{AS} - \omega_L$. Les équations de Bloch deviennent :

$$\frac{\partial E_{AS}(z, t)}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial E_{AS}(z, t)}{\partial t} = -ig_E \rho(z, t) E_L(t) \tag{A.26}$$

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \Gamma(z, t) = ig_A E_L^*(t) E_{AS}(z, t) + F(z, t) \tag{A.27}$$

La méthode de résolution est identique au paragraphe précédent et le champ anti-Stokes est :

$$\begin{aligned}
E_{AS}(z, \tau) &= E_{AS}(L, \tau) + ig_E E_L(\tau) \int_0^\tau d\tau' \int_L^z dz' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} F^*(z', \tau') \times \\
&J_0 \left\{ [G\Gamma(z' - z)(\tau - \tau')/L]^{1/2} \right\} \\
&+ \left(\frac{\Gamma G(L - z)}{4L} \right)^{1/2} \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma+\Gamma_L}{2}(\tau-\tau')} \frac{E_{AS}(L, \tau')}{(\tau - \tau')^{1/2}} \times \\
&J_1 \left\{ [G\Gamma(L - z)(\tau - \tau')/L]^{1/2} \right\}
\end{aligned} \tag{A.28}$$

A.3 Densité spectrale d'intensité Stokes tenant compte de la largeur des raies lasers dans le cas de l'amplification de la diffusion Brillouin stimulée

A.3.1 Expression du champ Stokes

Dans le cas de l'amplification de la diffusion Brillouin stimulée, le terme source F est négligeable comme on introduit artificiellement une onde sonde proche de la fréquence Brillouin (avec un désaccord $\Delta\omega$). Dans l'hypothèse de non-appauvrissement de la pompe ($|E_P(z)| = cste$) et sans considérer l'atténuation dans le milieu de propagation, les équations de Maxwell-Bloch s'écrivent :

$$\frac{\partial E_S(z, \tau)}{\partial z} = ig_E \rho^*(z, \tau) E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial \rho(z, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\Gamma}{2} \rho(z, \tau) + ig_A E_P^*(\tau) E_S(z, \tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (\text{A.30})$$

où le désaccord de phase $\Delta\omega = \omega_S + \Omega - \omega_P$ a été introduit. On a considéré, comme dans l'annexe B, une propagation de la sonde E_S vers les z croissants.

Le système d'équations est résoluble par la transformée de Laplace. En notant $TL[E_S(z, \tau)] = e_S(s, \tau)$ et $TL[\rho(z, \tau)] = q(s, \tau)$, les équations d'évolution deviennent :

$$s e_S(s, \tau) - E_S(0, \tau) = ig_E q^*(s, \tau) E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (\text{A.31})$$

$$\frac{\partial q(s, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\Gamma}{2} q(s, \tau) + ig_A E_P^*(\tau) e_S(s, \tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (\text{A.32})$$

On en déduit :

$$e_S(s, \tau) = \frac{E_S(z, \tau)}{s} + \frac{i}{s} g_E q^*(s, \tau) E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{\partial q(s, \tau)}{\partial \tau} = \left[-\frac{\Gamma}{2} + \frac{1}{s} g_A g_E |E_P|^2 \right] q(s, \tau) + \frac{i}{s} g_A E_P(\tau) e_S^*(s, \tau) e^{i\Delta\omega\tau} \quad (\text{A.34})$$

Cette dernière expression a pour solution :

$$q(s, \tau) = \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} \exp \left\{ \frac{1}{s} g_A g_E |E_P|^2 (\tau - \tau') \right\} \frac{i}{s} g_A E_P(\tau') E_S^*(0, \tau') e^{i\Delta\omega\tau'} \quad (\text{A.35})$$

L'équation (A.33) devient :

$$e_S(s, \tau) = \frac{E_S(0, \tau)}{s} + \frac{1}{s^2} g_A g_E E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} \exp \left\{ \frac{1}{s} g_A g_E |E_P|^2 (\tau - \tau') \right\} \times E_P^*(\tau') E_S(0, \tau') e^{-i\Delta\omega\tau'} \quad (\text{A.36})$$

Il reste à prendre la transformée de Laplace inverse du même type que dans l'annexe B :

$$E_S(z, \tau) = E_S(0, \tau) + [g_{AGE} z]^{1/2} E_P(\tau) e^{i\Delta\omega\tau} \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} E_P^*(\tau') E_S(0, \tau') e^{-i\Delta\omega\tau'} \times$$

$$\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 z (\tau - \tau') \right]^{1/2} \right\}}{|E_P| (\tau - \tau')^{1/2}} \quad (\text{A.37})$$

A.3.2 Largeurs spectrales lasers

En considérant que la phase des champs optiques est une variable aléatoire fluctuante (fluctuations delta-corrélées) d'après le modèle de fluctuation de phase, la fonction d'auto-corrélation du champ pompe s'écrit sous la forme :

$$\langle E_P(\tau) E_P(\tau') \rangle = |E_P|^2 e^{-\frac{\Gamma_P}{2} |\tau - \tau'|} \quad (\text{A.38})$$

De la même manière pour la sonde injectée en $z = 0$:

$$\langle E_S(0, \tau) E_S(0, \tau') \rangle = |E_S(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma_S}{2} |\tau - \tau'|} \quad (\text{A.39})$$

A partir de ces considérations, la nouvelle expression du champ Stokes est :

$$\langle E_S(z, \tau) \rangle = E_S(0, \tau) + [g_{AGE} z]^{1/2} |E_P| e^{i\Delta\omega\tau} \int_0^\tau d\tau' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau')} e^{-\frac{\Gamma_P}{2} |\tau' - \tau|} E_S(0, \tau') \times$$

$$e^{-i\Delta\omega\tau'} \frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 z (\tau - \tau') \right]^{1/2} \right\}}{(\tau - \tau')^{1/2}} \quad (\text{A.40})$$

A.3.3 Auto-corrélation

Le calcul de la fonction d'auto-corrélation du champ Stokes donne :

$$\begin{aligned}
\langle E_S(z, \tau + \tau') E_S^*(z, \tau) \rangle &= |E_S(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|\tau'|} + |E_S(0)|^2 [g_{AGE}z]^{1/2} |E_P| e^{-i\Delta\omega\tau} \times \\
&\int_0^\tau d\tau'' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau'')} e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|\tau+\tau'-\tau''|} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}|\tau''-\tau|} e^{i\Delta\omega\tau''} \times \\
&\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 z (\tau - \tau'') \right]^{1/2} \right\}}{(\tau - \tau'')^{1/2}} + \\
&|E_S(0)|^2 [g_{AGE}z]^{1/2} |E_P| e^{i\Delta\omega(\tau+\tau')} \times \\
&\int_0^{\tau+\tau'} d\tau''' e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau+\tau'-\tau''')} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}|\tau+\tau'-\tau'''|} e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|\tau'''-\tau|} \times \\
&e^{-i\Delta\omega\tau'''} \frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 z (\tau + \tau' - \tau''') \right]^{1/2} \right\}}{(\tau + \tau' - \tau''')^{1/2}} + \\
&|E_S(0)|^2 [g_{AGE}z] |E_P|^2 e^{i\Delta\omega\tau'} \int_0^\tau d\tau'' \int_0^{\tau+\tau'} d\tau''' \times \\
&e^{-\frac{\Gamma}{2}(\tau-\tau'')} e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|\tau'''-\tau''|} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}|\tau''-\tau|} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}|\tau+\tau'-\tau'''}| e^{i\Delta\omega(\tau''-\tau''')} \times \\
&\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 z (\tau - \tau'') \right]^{1/2} \right\}}{(\tau - \tau'')^{1/2}} \times \\
&\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 z (\tau + \tau' - \tau''') \right]^{1/2} \right\}}{(\tau + \tau' - \tau''')^{1/2}}
\end{aligned} \tag{A.41}$$

En prenant les changements de variables : $l = \tau - \tau''$ et $t = \tau + \tau' - \tau'''$ et Pour des temps longs par rapport au temps de relaxation moléculaire $\Gamma\tau \gg 1$, la limite supérieure d'intégration tend vers l'infini :

$$\begin{aligned}
\langle E_S(z, \tau + \tau') E_S^*(z, \tau) \rangle &= |E_S(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|\tau'|} + |E_S(0)|^2 [g_{AGEz}]^{1/2} |E_P| \times \\
&\int_0^\infty dl e^{-\frac{\Gamma}{2}l} e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|l+\tau'|} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}l} e^{-i\Delta\omega l} \frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 zl \right]^{1/2} \right\}}{l^{1/2}} + \\
&|E_S(0)|^2 [g_{AGEz}]^{1/2} |E_P| \int_0^\infty dt e^{-\frac{\Gamma}{2}t} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}t} e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|t+\tau'|} e^{i\Delta\omega t} \times \\
&\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 zt \right]^{1/2} \right\}}{t^{1/2}} + |E_S(0)|^2 [g_{AGEz}] |E_P|^2 \int_0^\infty dl \int_0^\infty dt \times \\
&e^{-\frac{\Gamma}{2}(l+t)} e^{-\frac{\Gamma_S}{2}|l+\tau'-t|} e^{-\frac{\Gamma_P}{2}(l+t)} e^{i\Delta\omega(t-l-\tau')} \times \\
&\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 zl \right]^{1/2} \right\}}{l^{1/2}} \frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 zt \right]^{1/2} \right\}}{t^{1/2}} \quad (A.42)
\end{aligned}$$

A.3.4 Intensité Stokes

En prenant la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation : $S(\omega) = \int_0^\infty d\tau' e^{-i\omega\tau'} \langle E_S(z, \tau + \tau') E_S^*(z, \tau) \rangle$ On déduit la densité spectrale d'intensité Stokes :

$$\begin{aligned}
S(\omega) &= |E_S(0)|^2 \frac{\Gamma_S}{\omega^2 + (\Gamma_S/2)^2} + |E_S(0)|^2 [g_{AGEz}]^{1/2} |E_P| \times \\
&\int_0^\infty dl \frac{\Gamma_S}{\omega^2 + (\Gamma_S/2)^2} e^{-\left(\frac{\Gamma}{2} + \frac{\Gamma_P}{2}\right)l} e^{i(\omega - \Delta\omega)l} \frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 zl \right]^{1/2} \right\}}{l^{1/2}} + CC + \\
&|E_S(0)|^2 [g_{AGEz}]^{1/2} |E_P| \int_0^\infty dl \frac{\Gamma_S}{\omega^2 + (\Gamma_S/2)^2} e^{-\left(\frac{\Gamma}{2} + \frac{\Gamma_P}{2}\right)l} e^{i(\omega - \Delta\omega)l} \times \\
&\frac{I_1 \left\{ \left[4g_{AGE} |E_P|^2 zl \right]^{1/2} \right\}}{l^{1/2}} \times CC \quad (A.43)
\end{aligned}$$

Les intégrales sont du type :

$$\int_0^\infty dx e^{-ax} \frac{I_1 \left\{ [bx]^{1/2} \right\}}{x^{1/2}} = \frac{2}{\sqrt{b}} \left[e^{b/4a} - 1 \right] \quad (A.44)$$

avec $\text{Re}[a] > 0$. L'équation (A.43) se simplifie sous la forme :

$$S(\omega) = |E_S(0)|^2 \frac{\Gamma_S}{\omega^2 + (\Gamma_S/2)^2} \exp \left\{ g_0 I_P z \frac{\Gamma/2(\Gamma + \Gamma_P)/2}{(\omega + \Delta\omega)^2 + [(\Gamma + \Gamma_P)/2]^2} \right\} \quad (A.45)$$

Finalement, l'intensité Stokes en fonction du désaccord de fréquence entre les ondes et vue par le détecteur est :

$$I_S(z, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{\Gamma_S/2\pi}{(\omega + \Delta\omega)^2 + (\Gamma_S/2)^2} I_S(0) \exp \left\{ g_0 I_P z \frac{\Gamma/2 (\Gamma + \Gamma_P)/2}{\omega^2 + [(\Gamma + \Gamma_P)/2]^2} \right\} \quad (\text{A.46})$$

L'intensité Stokes, en considérant une propagation vers les z décroissants de la sonde et sur une longueur L , est en $z = 0$:

$$I_S(0, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{\Gamma_S/2\pi}{(\omega + \Delta\omega)^2 + (\Gamma_S/2)^2} I_S(L) e^{-\alpha L} \exp \left\{ g_0 I_P L_{eff} \frac{\Gamma/2 (\Gamma + \Gamma_P)/2}{\omega^2 + [(\Gamma + \Gamma_P)/2]^2} \right\} \quad (\text{A.47})$$

où on a tenu compte de l'atténuation dans la fibre optique.

Bibliographie

- [1] N. BLOEMBERGEN, *Nonlinear Optics*, WA Benjamin, 1965.
- [2] A. YARIV, *Quantum Electronics*, Wiley, 1989.
- [3] G. AGRAWAL, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, second édition, 1995.
- [4] G. CHARTIER, *Manuel d'optique*, Hermes, 1997.
- [5] O. LENGYEL, *Introduction à la physique du laser*, Eyrolles, 1968.
- [6] J. DAKIN, *Distributed optical fiber sensors*, SPIE Distributed and multiplexed fiber optic sensors, vol. 1797, pp. 76–108, 1992.
- [7] P. MORSE et K. INGARD, *Theoretical Acoustics*, Princetown University Press, 1968.
- [8] R. BOYD, *Nonlinear Optics*, Academic Press, 1992.
- [9] R. BOYD et K. RZAZEWSKI, *Noise initiation of stimulated brillouin scattering*, Physical Review A, vol. 42, no. 9, pp. 5514–5521, 1990.
- [10] Y. IMAI et H. ASO, *Chaos in fiber-optic stimulated brillouin scattering dependant on pump power, non-linear refractive index, feedback power and fiber length*, Optical Review, vol. 4, no. 4, pp. 476–480, 1997.
- [11] A. PIERCE, *Acoustics*, American Institute of Physics, 1989.
- [12] M. NIKLÈS, *La diffusion Brillouin dans les fibres optiques : étude et application aux capteurs distribués*, Thèse de doctorat, EPFL, 1997.
- [13] R. FECED, T. PARKER, V. FARHADIROUSHAN, V. HANDEREK et A. ROGERS, *Power measurement of noise-initiated brillouin scattreing in optical fibers for sensing applications*, Optics Letters, vol. 23, no. 1, pp. 79–81, 1998.
- [14] W. ANDERSON, V. SHAH, L. CURTIS, A. JOHNSON et J. KILMER, *Mode field diameter measurements for single-mode fibers with non-gaussian field profiles*, IEEE Journal of lightwave Technology, vol. 5, p. 211, 1987.
- [15] R. SMITH, *Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated raman and brillouin scattering*, Applied Optics, vol. 11, p. 2489, 1972.
- [16] JOHNSON et MARBURGER, Physical Review A, vol. 4, p. 1175, 1971.
- [17] L. SHEN et X. BAO, *Analytical and numerical solutions for steady state stimulated brillouin scattering in a single-mode fiber*, Optics Communications, vol. 152, pp. 65–70, 1998.
- [18] S. LEFLOCH, F. RIOU et P. CAMBON, *Description of the evolution of the brillouin gain linewidth with temperature*, 14th International Confernce on Optical Fiber Sensors, (pp. 858–859), 2000.

- [19] B. ZEL'DOVITCH, N. PILIPETSKII et V. SHKUNOV, *Principles of phase conjugation*, springer-verlag, berlin édition, 1985.
- [20] R. STOLEN, *Polarisation effects in fiber raman and brillouin lasers*, IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-15, no. 10, pp. 1157–1161, 1979.
- [21] D. COTTER, *Stimulated brillouin scattering in monomode optical fiber*, J. Opt. Communications, vol. 4, no. 1, pp. 10–19, 1983.
- [22] T. HORIGUSHI, M. TATEDA, N. SHIBATA et Y. AZUMA, *Brillouin gain variations due to a polarisation- state change of the pump or stokes field in standard single-mode fibers*, Optics Letters, vol. 14, no. 6, pp. 329–331, 1989.
- [23] O. DEVENTER et J. BOOT, *Polarisation properties of stimulated brillouin scattering in single-mode fibers*, J. Lightwave Technol., vol. LT-12, pp. 585–590, 1994.
- [24] P. HUARD, *Polarisation de la lumière*, masson édition, 1994.
- [25] G. FOSCHINI et C. POOLE, *Theory of polarisation dispersion in single-mode fibers*, J. Lightwave Technology, vol. 9, no. 11, pp. 1439–1456, 1991.
- [26] M. NIKLÈS, L. THÉVENAZ et P. ROBERT, *Brillouin gain spectrum characterisation in single-mode fibers*, J. Lightwave Technology, vol. 15, no. 10, pp. 1842–1851, 1997.
- [27] E. IPPEN et R. STOLEN, *Stimulated brillouin scattering in optical fibers*, Appl. Phys. Lett., vol. 21, no. 11, pp. 539–540, 1972.
- [28] N. ROWELL, P. THOMAS, H. VAN DRIEL et G. STEGEMAN, *Brillouin spectrum of single-mode optical fibers*, Appl. Phys. Lett., vol. 34, p. 139, 1979.
- [29] R. TKACH, A. CHRAPLYVY et R. DEROSIER, *Spontaneous brillouin scattering for single-mode fiber characterisation*, Electron. Lett., vol. 22, p. 1011, 1986.
- [30] N. SHIBATA, R. WAARTS et R. BRAUN, *Brillouin-gain for single-mode fibers having pure-silica ge_2 -doped, and p_2o_5 -doped cores*, Optics Lett., vol. 12, p. 269, 1987.
- [31] T. HORIGUSHI, K. SHIMIZU, T. KURASHIMA, M. TATEDA et Y. KOYAMADA, *Development of a distributed sensing technique using brillouin scattering*, Journal of Lightwave Tech., vol. 13, no. 7, pp. 1296–1302, 1995.
- [32] T. HORIGUSHI, T. KURASHIMA et M. TATEDA, *Tensile strain dependance of brillouin frequency shift in silica optical fibers*, Photonics Tech. Lett., vol. 1, p. 107, 1989.
- [33] T. KURASHIMA, T. HORIGUSHI et M. TATEDA, *Thermal effects of brillouin gain spectra in single-mode fibers*, Photonics Tech. Lett., vol. 2, no. 10, pp. 718–720, 1990.
- [34] D. GARUS, K. KREBBER et R. HERETH, *Distributed fibre optical sensors using brillouin scattering*, SPIE, vol. 2510, pp. 172–181, 1995.
- [35] M. NIKLÈS, L. THÉVENAZ et P. ROBERT, *Brillouin-gain spectrum measurements using a single-laser source*, Proceedings of the Conference on non-linear guided-wave phenomena.
- [36] G. RAYMER et J. MOSTOWSKI, *Stimulated raman scattering : unified treatment of spontaneous initiation and spatial propagation*, Physical Review A, vol. 24, no. 4, pp. 1980–1992, 1981.
- [37] K. HOTATE et M. TANAKA, *Distributed fiber strain sensing with 1 cm spatial resolution by correlation-based continous wave technique*, SPIE 14th international conference on Optical Fiber Sensors, (pp. 647–650), october 2000.
- [38] *Physics Today*, vol. 53 de 9, American Institute of Physics, september 2000.

- [39] Y. GALPERIN, V. KARPOV et V. KOZUB, *Localised states in glasses*, Advances in Physics, vol. 38, no. 6, pp. 669–737, 1989.
- [40] O. ANDERSON et H. BÖMMEL, *Ultrasonic absorption in fused silica at low temperatures and high frequencies*, Journal of the Am. Ceramic Society, vol. 38, no. 4, pp. 125–131, 1955.
- [41] J. JÄCKLE, *On the ultrasonic attenuation in glasses at low temperatures*, Z. Physik, vol. 257, pp. 213–223, 1972.
- [42] A. PINE, *Brillouin scattering study of acoustic attenuation in fused quartz*, Physical Review, vol. 185, p. 1187, 1969.
- [43] R. STRAKNA, Physical Review, vol. 123, p. 2020, 1961.
- [44] M. VUKCEVICH, J. Non-Crystalline Solids, vol. 11, p. 25, 1972.
- [45] P. ANDERSON, B. HALPERIN et C. VARMA, Phil. Mag., vol. 25, p. 1, 1972.
- [46] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC et G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, InterEditions/Editions du CNRS, 1988.
- [47] D. TIELBÜRGER, R. MERZ, R. EHRENFELS et S. HUNKLINGER, *Thermally activated relaxation processes in vitreous silica : An investigation by brillouin scattering*, The American Physical Society, vol. 45, no. 6, pp. 2750–2760, 1992.
- [48] J. JÄCKLE, L. PICHÉ, W. ARNOLD et S. HUNKLINGER, *Elastic effects of structural relaxation in glasses at low temperatures*, Journal of Non-Crystalline Solids, (pp. 365–391), 1976.
- [49] J. HERTLING, S. BAESSLER, S. RAU, G. KASPER et S. HUNKLINGER, *Internal friction and hypersonic velocity in vitreous germania under high pressure*, Journal of Non-Crystalline Solids, vol. 226, pp. 129–137, 1998.
- [50] M. KUL'BITSKAYA et V. SHUTILOV, Sovietic Physical Acoustic, vol. 22, p. 451, 1976.
- [51] O. MAZURIN, M. STRELTSINA et T. SHVAIKO-SHVAIKOVSKAYA, *Prod'homme in Handbook of Glass Data B*, Elsevier, Amsterdam, 1985.
- [52] S. L. FLOCH, F. RIOU et P. CAMBON, *Experimental and theoretical study of the brillouin linewidth and frequency at low temperature in standard single-mode optical fibres.*, IPO Journal of Optics A : Pure and Applied Optics, vol. 3, pp. 12–15, 2001.
- [53] R. VACHER, J. PELOUS, F. PLICQUE et A. ZAREMBOVITCH, *Ultrasonic and brillouin scattering study of the elastic properties of vitreous silica between 10 and 300 k*, Journal of Non-Crystalline solids, vol. 45, pp. 397–409, 1981.
- [54] S. RAU, C. ENSS et S. HUNKLINGER, *Acoustic properties of oxide glasses at low temperatures*, Physical Review B, vol. 52, pp. 7179–7194, 1995.
- [55] D. TIELBÜRGER, R. MERZ, R. EHRENFELS et S. HUNKLINGER, *Thermally activated relaxation processes in vitreous silica : an investigation by brillouin scattering at high pressure*, Physical Review B, vol. 45, no. 6, pp. 2750–2760, 1992.
- [56] J. BONNET, *On the thermally activated structural relaxation in glasses*, Journal of Non-Crystalline Solids, vol. 127, pp. 227–231, 1991.
- [57] R. KEIL, G. KASPER et S. HUNKLINGER, *Distribution of barrier heights in a – sio₂ and a – se*, Journal of non-Crystalline Solids, vol. 13, pp. 1296–1302, 1993.
- [58] I. GRADSHTEYN et I. RYZHIK, *Table of integrals, series and products*, Academic Press, 1994.
- [59] S. BOHLEN et A. BOETTCHER, J. Geophys. Res., (p. 7073), 1982.

-
- [60] K. HOTATE et T. HASEGAWA, *A correlation-based continuous-wave technique for measuring brillouin gain spectrum distribution along an optical fiber with centimeter-order spatial resolution*, SPIE 14th international conference on Optical Fiber Sensors, (pp. 651–661), october 2000.
- [61] I. GRADSHTEYN et I. RYZHIK, *Table of integrals, series and products*, Academic Press, 1994.
- [62] M. ABRAMOVITZ et I. STEGUN, *Handbook of mathematical functions*, U.S. GPO, Washington, D.C., 1964.
- [63] C. TANG, *Saturation and spectral characteristics of the stokes emission in the stimulated brillouin process*, J. of Applied Physics, vol. 37, no. 8, pp. 2945–2955, 1966.
- [64] A. BROWN, M. DEMERCHANT, X. BAO et T. BREMNER, *Spatial resolution enhancement of a brillouin-distributed sensor using a novel signal processing method*, Journal of Lightwave Technology, vol. 17, no. 7, pp. 1179–1183, 1999.
- [65] N. O. ET J.P. VAN DER ZIEL, *Fibre brillouin amplifier with electronically controlled bandwidth*, Electronics Letters, vol. 22, no. 9, pp. 488–490, 1986.

Publications

[1] S. Le Floch, F. Riou et P. Cambon "Description of the evolution of Brillouin gain linewidth with temperature" IEEE 14th International Conference on Optical Fiber sensors OFS 2000, Venice octobre 2000.

[2] S. Le Floch, F. Riou et P. cambon "Experimental and theoretical study of the Brillouin linewidth and frequency at low temperatures in standard single-mode optical fibers" IOP Journal of Optics A : Pure and Applied Optics, Vol 3 pp 12-15, mars 2001.

[3] A. Fellay, S. Le Floch, M. Facchini, L. Thévenaz, W. Scandale et P. Robert "Brillouin gain curve measurements in fibres at cryogenic temperatures" 6th Optical Fiber Measurement Conference OFMC'01, Cambridge septembre 2001.