



Propagation des rayons cosmiques dans un modele de diffusion : une nouvelle estimation des parametres de diffusion et du flux d'antiprotons secondaires

David Maurin

► To cite this version:

David Maurin. Propagation des rayons cosmiques dans un modele de diffusion : une nouvelle estimation des parametres de diffusion et du flux d'antiprotons secondaires. Astrophysique [astro-ph]. Université de Savoie, 2001. Français. NNT : . tel-00008773

HAL Id: tel-00008773

<https://theses.hal.science/tel-00008773>

Submitted on 14 Mar 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE DE SAVOIE
U.F.R. S.F.A.**

THESE
présentée pour obtenir
**Le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DE SAVOIE**
Spécialité: Physique Théorique

par
David MAURIN

SUJET :
**Propagation des rayons cosmiques dans un modèle de diffusion :
une nouvelle estimation des paramètres de diffusion
et du flux d'antiprotons secondaires.**

Soutenue le 5 février 2001 devant la commission d'examen

Monsieur Michel Buénerd
Monsieur Philippe Ferrando

**rapporteur
rapporteur**

Monsieur Pascal Chardonnet
Monsieur Jean-Claude Le Guillou
Madame Charling Tao
Monsieur Jean-Pierre Vialle

**co-directeur de thèse
président
directeur de thèse**

I – CONSTANTES ASTROPHYSIQUES

Quantité	Symbole	Valeur (SI)
Vitesse de la lumière	c	$299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$
Distance soleil-centre galactique	$R_{\odot}$	8 kpc
Unité astronomique	AU	$1.496 \times 10^{11}\text{ m}$
Parsec	pc	$3.0857 \times 10^{16}\text{ m}$

Facteurs de conversions

1 mb	=	10^{-27} cm^2
1 uma	=	$931.48 \times 10^{-3}\text{ GeV}$
1 s	=	$3.1688 \times 10^{-8}\text{ yr}$
1 km s ⁻¹	=	$1.0226 \times 10^{-3}\text{ kpc Myr}^{-1}$

II – QUELQUES ORDRES DE GRANDEURS

	Quantité	Valeur
Géométrie de la galaxie	Extension radiale	$R \approx 20\text{ kpc}$
	Epaisseur du disque de matière	$h \approx 0.1\text{ kpc}$
	Hauteur du halo diffusif	$L \sim 1 - 15\text{ kpc}$
	Densité de matière	$n_{\text{ISM}} \approx 1\text{ cm}^{-3}$
Paramètres nucléaires	Sections efficaces totales	$\sigma^{tot} \sim 200 - 2000\text{ mb}$
	Sections efficaces de production	$\sigma^{frag} \sim 1 - 100\text{ mb}$
	Radioactifs β à longue période	$t_{1/2} \sim \text{Myr}$
Paramètres de propagation	Temps moyen de diffusion	$\tau_{esc} \sim 20\text{ Myr}$
	Coefficient de diffusion	$K \sim 0.02\text{ kpc}^2\text{ Myr}^{-1}$
	Vent de convection	$V_c \sim 10\text{ km s}^{-1}$
	Réaccélération (gain total d'énergie)	$\Delta T_{\text{gain}} \sim 200\text{ MeV/n}$
	Abondances ss et CR	H : He : CNO : Fe $\sim 10 : 1 : 0.1 : 0.01$
	Abondance dans les CR	$\bar{p}/p \sim 10^{-4}$

III – RELATIONS UTILES

Quantité	Formule (c=1)	Unité la plus adaptée
Taux de réaction	$\Gamma = n.v.\sigma$	Myr^{-1}
Rigidité	$\mathcal{R} = p/Z$	MV ou GV
Facteur de Lorentz	$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} = E/m$ $\beta = v/c = p/E$	
Energie totale	$E = \sqrt{p^2 + m^2}$	GeV
Energie cinétique par nucléon	$E_{c/A} = T = (E - m)/A$	MeV/n ou GeV/n
Flux/intensité différentiel	$\Phi^j = N^j v / 4\pi$	Flux en $(\text{cm}^2\text{ sr s MeV/n})^{-1}$

Prétexte

Je suis un grain de sable parmi la poussière, vivant sur un atome de boue. Chaque grain est minuscule, infime et insignifiant. Nous sommes le temps et l'instrument du temps. L'univers est le sablier, et chaque vie est un grain qui passe. Ramenons le débat théologique à sa dimension topologique : le sablier est-il bouteille de Klein, f(r)a(c)taliste ou simple jouet pour amuser les dieux ? La question du sens relève de la métaphysique, et par construction la métaphysique est la physique qui englobe la physique. Chaque grain de sable peut ainsi apprendre à compter les grains autour de lui. La plage est la noosphère ou n'est rien. L'ensemble des consciences forme soi-disant un tout supérieur à l'ensemble de ses parties. La conscience n'est pas l'individu. Une foule est souvent plus stupide et aveugle qu'un seul homme. Tout cela relève du sens. Une personne de bon sens n'a pas à chercher de sens. Pourtant, chacun est libre de chercher, chacun est libre de se tromper, et chacun est libre de vivre dans l'illusion qui est ou qui n'est pas. Chaque individu est un échantillon du présent révolu ou à venir. La sentence "le monde n'a pas de sens" se range au choix dans la catégorie de la Lapalissade, de l'hérésie, du solipsisme, . . . et sa démonstration est laissée à qui prouvera que la proposition n'est pas indécidable.

Qu'importe. Chaque grain de sable a sa couleur, sa forme, ses caractéristiques et sa disposition d'esprit. Quand bien même nous n'aurions pas choisi de jouer, nous sommes et nous perpétons le jeu. A chacun d'imprégner de sa saveur les quelques étapes de sa vie, qu'il soit pion, main, ou roi. . . Cette thèse est *ma* thèse, et que cela plaise ou non, elle renferme une partie de moi. La physique se doit d'être impersonnelle, mais le physicien n'est pas inhumain. De fait, toute science porte en elle les germes d'une certaine folie destructive, liée à la part de folie de l'humanité. Il faut donc prendre parti, à tort ou à raison, car la *raison* n'est peut-être qu'une autre façon de désigner la *voix* de celui qui gagne.

Science sans conscience n'est que science, rien de plus, rien de moins. Je dédie l'emballage de cette thèse à tous ceux qui savent voir au-delà de leurs préjugés et qui ont le courage de faire face à la réalité, même quand elle n'est pas glorieuse.

Notre terre

Ce texte a 125 ans et fut écrit par le grand chef Saathl (Seattle) de la tribu Duwanish de l'état de Washington. Il fut adressé au président des Etats-Unis en 1855 en réponse à une demande d'achat de terres indiennes en échange...de réserves.

“Comment pouvez-vous nous acheter ou vendre le ciel, la chaleur de la terre? L'idée est étrange pour mon peuple. Si nous ne possédons pas la fraîcheur de l'air et le reflet de l'eau, comment pourrions-nous vous les vendre? Chaque parcelle de terre nous est sacrée. Chaque aiguille de pin, chaque grève de sable, chaque rosée dans les bois, chaque clairière et ses insectes est sacrée dans la mémoire et l'expérience de mon peuple. La sève qui court dans les arbres est imprégnée des souvenirs de mes pères. Les morts de l'homme blanc oublient les terres d'où ils viennent quand ils partent pour la grande marche dans les étoiles. Nos morts n'oublient jamais la terre, car elle est la mère de tout homme rouge. Nous sommes partis de la terre, elle est partie de nous. Les fleurs odorantes sont nos sœurs, le chevreuil, le cheval, le grand aigle sont nos frères. Les pics rocheux, les ruisseaux des vallées, la chaleur du corps du poney et l'homme sont tous de la même famille.

Donc quand le Grand Chef Blanc à Washington dit qu'il souhaite acheter de nous nos terres, il nous demande beaucoup. Le Grand Chef nous fait parvenir par le même message une *offre de réserve*, où nous pourrions vivre entre nous. Il sera notre père et nous deviendrons ses enfants. Nous allons donc la considérer, votre offre d'acheter notre terre. Mais cela ne sera pas facile. Cette terre, je le répète est *sacrée*. L'eau cristalline qui court dans les fleuves et les rivières n'est pas seulement de l'eau, elle est aussi le sang de nos ancêtres. Si jamais nous vous vendons cette terre, vous devrez vous souvenir qu'elle est sacrée et vous devrez enseigner à vos enfants qu'elle l'est et que chaque trou noir dans un lac cache les événements qui ont marqués l'histoire de mon peuple. Le bruit de l'eau est le murmure du père de mon père. Les rivières sont nos sœurs, elles rassasient nos soifs, elles portent nos canoés et nourrissent nos enfants. Si nous vous vendons nos terres, souvenez vous aussi que les rivières sont également nos sœurs et que vous devez leur donner la même affection que vous donnez à vos propres sœurs.

Nous savons que l'Homme Blanc ne connaît pas nos coutumes. Une partie de la terre, pour lui, en vaut bien un autre, car il est l'étranger qui vient la nuit et prend de la terre ce dont il a besoin sans la respecter. La terre n'est pas sa sœur mais son ennemie et quand il en fait la conquête, il continue son chemin. Il laisse la tombe de son père derrière et ne s'en soucie plus. Il prive ses pareils de la terre et cela ne le dérange pas. La tombe du père et la relève des enfants le laisse indifférent. Il traite père, mère, famille, ciel et arbre comme des choses qui se marchandent, comme des colliers ou de la laine. Son appétit dévorera la terre et derrière il ne restera qu'un désert. Je ne sais pas vos manières et nos coutumes ne sont pas les vôtres. La vue de vos villes blesse les yeux de l'homme rouge. Peut-être que l'homme rouge est un *sauvage* et ne comprend pas. Il n'y a pas de place pour le silence et le calme dans vos villes. Nulle part où écouter la chute des feuilles et leur froissement sous le vent d'automne. Peut-être suis-je incapable de comprendre, pourtant, le bruit n'est-il pas une insulte pour l'oreille? Que nous reste-t-il de la vie s'il ne nous reste même plus la possibilité d'entendre le cri de la chouette, la dispute des grenouilles sur l'étang au crépuscule? Je suis un homme rouge et je ne vous comprends pas. L'indien, lui, préfère le doux murmure du vent et les odeurs qu'il porte; les odeurs merveilleuses que l'eau de la pluie rafraîchit et purifie et que le sous-bois rend enivante. L'air nous est très précieux car nous respirons tous le même: animaux, arbres, humains, sont tous de même souffle. L'homme blanc ne semble pas conscient de l'air qu'il respire. Comme celui qui meurt lentement, il est amorphe en dedans. Si jamais nous vous vendons nos terres vous devrez donc vous souvenir que l'air est précieux à mon peuple et qu'il le partage avec les esprits, comme tout ce qui vit. Le vent qui nous a donné à mon grand-père son premier souffle fut le même qui lui a permis le dernier. Si nous nous décidons à vendre, vous devrez tout faire pour le garder pur, le rendre accessible à tous. Vous devrez lui garder un coin, un jardin, une âme...

Nous allons la considérer, cette offre, et si nous acceptons, il y aura une condition. L'homme blanc devra traiter les animaux comme ses frères. Je vous répète, je suis sauvage et ne comprends pas vos manières. Pourtant j'ai vu des milliers de bisons pourris dans les prairies, là même où l'homme s'exerçant au tir les avait abandonnés...Je comprends mal comment le cheval qui crache de la fumée peut-être plus important que le bison que j'ai toujours tué pour me nourrir. Qu'advient-il de l'homme sans les animaux? Car s'ils venaient à partir, l'homme mourrait d'une grande tristesse de cœur. Car ce qui arrive aujourd'hui aux animaux arrivera demain aux humains. Toutes les choses sont *une*. Vous devrez faire comprendre à vos enfants que le sol qu'ils foulent est celui-là même qui est issu des cendres de nos ancêtres. Ainsi ils apprendront à respecter les lieux. Dites-leur que la vie qu'ils y trouvent est celle-là même de mes ancêtres. Appliquez à vos enfants ce que nous enseignons aux nôtres, que la terre est mère de toutes choses, et que ce que nous faisons nous sera rendu, en bien ou en mal...

Nous savons que la terre n'appartient pas aux hommes, que les hommes appartiennent à la terre! Aussi nous

savons que toutes les choses sont interdépendantes comme les vaisseaux sanguins d'un même corps. L'homme n'a pas créé la vie, il a été créé par elle. Il n'est que grain de sable, ce qu'il fait à ce qui vit, il se le fait à lui même. [...] Il est sans grande importance où nous passerons le reste de nos jours, ils sont déjà comptés en tant que nous sommes concernés. Quelques heures, quelques hivers de plus et aucun des enfants des grandes tribus qui ont peuplé cette terre et habité ses plus belles régions ne survivra. Personne ne restera pour porter le deuil d'un peuple qui fut un jour aussi grand que le vôtre. Même l'homme blanc, dont le dieu marche avec lui à côté ne pourra un jour être exempté de cette destinée commune. [...] Les blancs périront aussi peut-être un peu plus vite qu'ils n'osent le croire. Contaminez vos lits et vous y mourrez étouffés. Mais dans votre mort vous brillerez, allumés par la flamme du Dieu qui a permis votre dominance sur l'homme rouge, ce qui est sans doute votre destinée dans ce passage. Le destin demeure un mystère pour nous car nous ne comprenons pas pourquoi les bisons sont massacrés, les chevaux domptés, les bois plein de cris, même dans les coins les plus reculés.

D'ailleurs, où sont passés nos fourrés ? Où vont les grands aigles blancs ? Allez savoir . . ."

Le triptyque nouille-yorkais

Hommage à un style autobiographique certain en guise de placebo pour faire passer la pilule.

Songe en bleu

Le remerciement est un exercice complexe. Faut-il être hypocrite, faut-il être sincère ? Je suis toujours abasourdi à la lecture d’autres thèses (ceci consiste à lire les remerciements, ne nous emballons pas) ! Tentant d’être cartésien – contrairement à Descartes qui ne l’était même pas, paraît-il –, je suis forcé de conclure à un dysfonctionnement œil-oreille chez ma petite personne. Las, me voilà bien embêté : *quid* de la localisation du sens défectueux. L’absconsité de la situation n’aura échappé à personne, et en langage plébétif nous résumerions par “m’enfin, qu’est-ce qu’il raconte ?”

Nonobstant le caractère ludique et quelque peu amusant lié à l’alignement de séquences de phonèmes et de quelques fausses diphtongues dans un désordre alphabétique, permettons-nous d’insister : “la carte n’est pas le territoire”¹. Sur ces considérations, notons que tout le monde est toujours gentil, etc (c’est mon œil qui me l’a appris), mais la situation de l’impétrant est généralement passablement non exaltante (étant entendu que le sifflement singulier – situé à hauteur d’oreille – ouï lors du passage de certains VIP en présence des sus-dits impétrés n’est pas dû à un acouphène persistant !).

Ainsi, vous partîtes (notez que partâtes n’est pas non plus accepté par l’académiséniliscente autorité) un certain nombre, mais par un prompt moment de lucidité, vous vous retrouvâtes aussi un certain nombre (quoi que plus réduit) après les six premiers mois de thèse. Après tout l’organisme monocellulaire et hydrocéphale en charge d’occuper les sans QI a bien droit lui aussi à 0.4% de pertes ; qui cela devrait-il choquer ? Que le lecteur se rassure (ou prenne peur), je serais monomaniac au moins pendant ces quelques lignes et mon TOC sera la blase des thésards. Gardons-nous de toute généralisation : j’ai au moins connu quelques pathologies associées à d’heureux personnages pouvant se targuer d’un épanouissement certain. Plus que jamais, il est difficile de construire une bijection entre la carte et le territoire. . .

Ceci dit, il est maintenant temps pour toi de trembler, ô lecteur. Feras-tu partie des méchants ou des gentils ? Après cette entrée en matière certes tapageuse, ceux et celles que je vais maintenant remercier préféreront sans doute de toute façon que je m’abstienne de les nommer ! Par ordre chrono-rétrologique, je remercie Daniel Decamp, qui en DEUG m’a donné goût à la physique ; Jean-Claude Le Guillou, qui m’a laissé une chance en DEA, alors que j’avais pratiquement fait une croix sur la physique ; et Marie-Noëlle Minard qui s’est inquiétée de mon sort alors que j’avais pris la décision d’arrêter ma thèse après les six premiers mois.

Pour des remerciements plus d’actualité en rapport avec l’écriture de ce mémoire de thèse, il me reste trois personnes à ajouter : tout d’abord Fiorenza Donato pour son soutien et ses commentaires critiques ; mais surtout Richard Taillet qui a relu de bout en bout le bidule et qui de fait a grandement contribué à son amélioration. Même si ça n’a pas toujours été facile de rester sérieux, j’ai eu grand plaisir à collaborer avec eux entre deux rigolades. La dernière personne qui mérite sa place ici restera masquée dans les voiles du mystère. . . Tu m’as donné bien plus que tu ne peux l’imaginer.

Bigre, bigre ! Voilà toute l’affaire ! Bien sûr, la liste est maigre et forcément traîtresse, mais elle est un poil hypocrite². Lecteur (-trice), si je t’ai oublié(e) (ce qui est fort possible), alors je te laisse le bénéfice du doute, et pour ne pas que tu te sentes spolié(e) – tu es aussi potentiellement important pour la suite de ma carrière –, tu peux mettre ton nom dans la petite case qui suit (case réservée aux oublis majeurs) : “Last but Least”, je remercie , sans qui je n’aurais su comment rêver le songe d’une thèse achevée.

¹La citation d’un éminent personnage (laissé à la divination du lecteur) est le gage supplémentaire en faveur de l’anthologique vanité pédantesque du scripteur.

²Il est normal de penser à sa reconversion, et au soutien qu’il est souhaitable d’espérer des personnes bien placées dans la commission W26.

Psychotrope en boîte

Bleu a atterri au troisième étage. Bleu est seul, mais il se doit de remercier Vert qui devait le diriger dans sa thèse. Plus tard, Bleu doit déménager, mais ça ne suffit pas. Passer de bureau en bureau, de terminal en terminal constitue le programme de recherche de Bleu. Mauve est portugais, et il travaille pour Vert. Bleu et Mauve s'entendent bien, et ils partagent entre autres points communs de se demander régulièrement pourquoi ils sont là. Cependant Mauve est un pro, et il peut se permettre de voir au-delà de la désillusion quotidienne. Une fois sa mission remplie, Mauve partira. Heureusement, il y a aussi Jaune. Elle s'appelle Jaune parce que sa bonne humeur rayonne autour d'elle. Elle travaille d'ailleurs aussi pour Vert à ce moment là. A la longue Bleu se lasse et refuse même d'aller voir les fusées à la NASA : il ne veut pas se retrouver comme Blanc pâle, Blanc clair, Blanc foncé, ... Tous ont choisi de travailler pour Vert pendant au moins quelques temps. Cependant les motivations des Blancs sont parfois trop faciles à percer.

C'est Orange qui empêche Bleu de partir. Orange a un caractère spécial. Comme beaucoup d'habitants de laboland, elle ouvre rarement la bouche lorsqu'on la croise, mais cette froideur apparente cache un grand cœur. Finalement Bleu travaille avec Violet. Les premiers temps se passent bien, et Bleu devient même plus social. La liste des amis de Bleu s'allonge : il y a Indigo qui est la maman de laboland (aux dires de Bleu clair et Bleu turquoise), il y a Cyan qui détient les clefs de la connaissance (et qui accessoirement corrige les fautes d'orthographe de Bleu), Pourpre qui pille la bibliothèque de Bleu, mais aussi Bleu arc-en-ciel (qui commença avec Violet, pour finir avec Pourpre). Il y a encore Vermeille du monde de l'au-delà, et Gris dans le rôle de l'optimiste parfois béat (qui lui réservera d'ailleurs encore quelques surprises...).

Cela ne pouvait durer. Quelques temps plus tard, Bleu voit Rouge qui en voit de toutes les couleurs. La mauvaise foi et la fatuité de Rouge sont telles que Bleu est de nouveau prêt à partir. D'aucuns reprocheront aussi à Bleu sa mauvaise foi, mais ce que Bleu n'accepte pas, c'est d'être pris pour un imbécile dans le but de préserver l'égo de Vert et Rouge. Après quelques échanges houleux, Magenta recueille Bleu à labolandth. Bleu est toujours seul, mais il est en tout cas redevable à Magenta, Violet et Carmin (qui devient le second responsable direct de Bleu) d'avoir fourni une solution au problème de Rouge. Bleu a encore quelques surprises : par exemple lorsque Gris lui apprend que Carmin quitte Labolandth pour un an (absence qui durera finalement deux ans) ou encore lorsque Rouge donne de nouvelles preuves de son étroitesse d'esprit.

Finalement, Bleu aura travaillé seul pendant plus de deux ans. On dit parfois que la thèse est dure ; on dit aussi que la fin est particulièrement difficile. Pour Bleu, c'est le contraire qui se produit : plus le temps passe et plus il devient simple d'accepter de ne plus rien attendre de personne. Une bonne histoire se doit d'avoir un dénouement heureux. Cette dernière année, Bleu est heureux. Le travail qu'il a commencé seul a abouti. Merci à Gris et à Vermeille. Même Violet a apporté sa contribution. Dans cette nouvelle perspective, les couleurs ont pris un autre sens. Bleu se doute cependant bien qu'il y aura bientôt une fin. Tant pis de toute façon, car la fin justifie le début.

Catalepsie naissante

Il est bon d'avoir l'opinion de son courage,
ou à défaut, le courage de ses responsabilités.
Anonyme

Il est certain qu'il faut remercier par ordre alphabétique l'ensemble des personnes susceptibles afin de ne fâcher personne. Il sied donc de commencer par *a*, qui joue en général un rôle conséquent (les *a* sont très importants dans la vie). N'oublions pas *b*, *c*, et ainsi de suite jusqu'à *z*. Les *r* disséquent généralement le bidule à des fins de validation et les *j* se perdent en de multiples ramifications et transforment l'exercice protocolaire en une cérémonie à caractère officiel. Les *d* sont dotés de super-pouvoirs et sont les gardiens de l'ordre. *y* est une lettre particulière, et il est d'usage de ne pas la remercier. Les amis de *y* pourraient arguer dans une justification Nietzschienne que ce que *y* n'a pas détruit, elle l'a rendu plus fort ; cependant, ce serait donner là à *y* plus d'importance que ce qu'elle a. Le *z* se retrouve alors dans une position peu confortable et semble tutoyer *y*. Ce n'est pas le cas, et le rapprochement est totalement fortuit. Bonne nuit les petits.

Information is not knowledge, knowledge is not wisdom,
wisdom is not truth, truth is not beauty, beauty is
not love, love is not music. Music is the best.
Frank Zappa, *Joe's Garage*

Réclame

Salut consommateur (nous sommes tous des consommateurs)! Réjouis-toi : si la lecture de ces quelques pages t'a déjà donné mal à la tête, tu peux en plus saturer ton cerveau par le canal auditif. Pour cela, il te suffit de télécharger les extraits musicaux de NIL à l'adresse suivante [http ://www.chez.com/nil/](http://www.chez.com/nil/). Les produits dérivés NIL (SYRINX, BABA-YAGA, THORK) seront aussi disponibles très prochainement.

Préambule

Le travail qui va être exposé a commencé en octobre 1997 au LAPP (Laboratoire d'Annecy-le-Vieux de Physique des Particules) dans l'expérience AMS (directeur de thèse Jean Pierre Vialle). Vers mars-avril 1998, une étude plus théorique a été engagée et celle-ci s'est poursuivie à partir de novembre 1998 dans le groupe astro-particules du LAPTH (co-directeur de thèse Pascal Chardonnet).

TABLE DES MATIÈRES

I	Introduction et motivations	1
1	Pourquoi ?	3
1.1	La problématique des antiprotons	3
1.2	Articulation du travail présenté	4
2	Un rapide survol sur les flux des noyaux	5
2.1	Spectre en énergie	5
2.2	Composition	7
2.3	La cavité solaire	9
2.3.1	Les différentes composantes à basse énergie	9
2.3.2	La modulation solaire [8]	11
2.4	L'influence de la terre et des astres malins... [10]	12
	RÉFÉRENCES	13
II	L'environnement astrophysique	15
3	Description de notre galaxie	17
3.1	La matière	17
3.1.1	Le disque [1]	17
3.1.2	Le halo [2]	18
3.1.3	Connection disque-halo : le disque large [3]	19
3.1.4	Le milieu interstellaire local (LISM) [4]	19
3.2	Le champ magnétique [5]	20
3.3	Quelques informations pertinentes pour la suite	21
3.3.1	La position du système solaire [6]	21
3.3.2	Distribution radiale des sources [7]	22
4	Processus du milieu interstellaire	22
4.1	Considérations générales	23
4.1.1	Pertes d'énergie et réaccélération dans le cadre des modèles d'accélération stochastique [8]	23
4.1.2	Illustration sur les spectres γ , e^- et e^+	25
4.2	Le cas spécifique des noyaux	26
4.2.1	Les pertes d'énergie [9]	27
4.2.2	L'attachement et l'arrachement d'électron	28

III Un peu de physique nucléaire 33

5 Description des noyaux [1][2] 35

5.1	Les fantômes... [3]	35
5.1.1	...pour les noyaux stables	36
5.1.2	...pour les noyaux radioactifs	39
5.2	Description des noyaux radioactifs [4]	39
5.2.1	Généralités	40
5.2.2	Tables et propriétés	40
5.2.3	Les noyaux ^{54}Mn et ^{56}Ni ... et ce que l'on a caché sous le paillason	41
5.3	Au-delà du strict nécessaire!	43
5.3.1	Un zeste de théorie [7]	43
5.3.2	Difficultés expérimentales	43
5.3.3	Le point final sur les noyaux radio-actifs	44

6 Sections efficaces 45

6.1	Section efficace inélastique totale	46
6.1.1	Formules semi-empiriques de Letaw & al [12]	46
6.1.2	Paramétrage universel de Tripathi & al [13]	47
6.1.3	Données expérimentales et précision [14]	47
6.2	Section efficace inélastique de fragmentation	47
6.2.1	La production d'un noyau [16]	48
6.2.2	Approches <i>microscopiques</i> [17]	49
6.2.3	Approche semi-empirique [18]	50
6.2.4	Formules empiriques [19]	50
6.2.5	Effets particuliers [22][23][24]	51
6.2.6	Compilation de données, compatibilité et précisions [25]	52
6.2.7	Conclusion : le code de fragmentation choisi	53

IV La propagation 59

7 Résolution brutale de l'équation de propagation 61

7.1	Forme de l'équation	61
7.2	La boîte qui a le nez qui coule ("Leaky box model")	62
7.2.1	Détermination de $\tilde{\lambda}_{esc} = \bar{n}v\tau_{esc}$ [cm^{-2}]	63
7.2.2	Détermination de la densité de matière moyenne du modèle $\bar{n}$ [cm^{-3}]	63

7.2.3	Détermination des abondances sources $\bar{q}^j$	64
7.2.4	Limitation du modèle	64
7.3	Modèle de diffusion	64
8	Technique des tranches pondérées “Weighted Slab”	65
8.1	Approche physique par le modèle de la tranche (“Slab Model”)	65
8.2	Justification mathématique du “Weighted Slab” (ws)	67
8.2.1	Définition de la technique	68
8.2.2	Distribution des grammages (PLD) pour quelques géométries du modèle de diffusion [4]	69
8.2.3	En résumé...retour à l’interprétation physique	71
8.3	Comparaison des PLD de divers modèles	71
8.3.1	La boîte qui fuit	71
8.3.2	Le modèle de diffusion	72
8.3.3	Equivalence LB – diffusion [5]	72
8.3.4	Traitement particulier : les radioactifs [5]	73
8.3.5	Conclusions	75
8.4	Oui, mais...le ws n’est qu’une approximation! [6]	75
8.4.1	Effets de rigidité	76
8.4.2	Effets des pertes d’énergie : le cas où la procédure classique marche	76
8.4.3	Modification à apporter au ws pour le rendre exact	77
8.5	Pour en finir avec le ws	78
9	Troisième approche : fonction génératrice des moments $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$,... [7]	78
9.1	Fonction de Green pour un primaire : lien avec la formulation ws	78
9.2	Généralisation à l’ensemble des noyaux	79
9.2.1	Grammage moyen $\langle x \rangle$	80
9.2.2	Exemple d’application	80
9.3	Extension au domaine de basse énergie	81
10	Quelques directions pour la résolution numérique	81
10.1	Partie nucléaire [9]	81
10.2	Partie diffusion	82
11	Les modèles dont nous n’avons pas parlé : que faut-il retenir ?	82
11.1	LB <i>versus</i> DM...	83
11.2	Raffinements possibles	83
11.3	En guise de conclusion	84
	RÉFÉRENCES	85
12	Réaccélération	88

12.1	Un rapide tout d'horizon	88
12.2	Prise en compte dans l'équation de diffusion	89
12.2.1	Qu'est-ce qu'une onde de Alfvén?	89
12.2.2	Développement de Fokker-Planck	89
12.2.3	Lien entre D_{EE} et V_a	90
13	Vent galactique	92
13.1	Fondements théoriques	92
13.2	Prise en compte dans l'équation de diffusion [4]	93
13.2.1	Première estimation	93
13.2.2	Où le LB, tel le phoenix renaît de ses cendres	93
13.2.3	Vent galactique dans le modèle du disque mince	94
13.2.4	V_c dans notre modèle	96
13.3	Contraintes sur V_c	97
13.3.1	Ajustement à l'aide des mesures sur les noyaux [9]	97
13.3.2	Limitations de l'approche précédente	97
	RÉFÉRENCES	99
V	Ce que les noyaux essaient de nous dire!	101
14	Importance des noyaux et isotopes stables	103
14.1	Les trois groupes secondaire/primaire	103
14.1.1	Le quartet ^1H , ^2H , ^3He , ^4He [3]	104
14.1.2	Le rapport B/C et sub-Fe/Fe [4]	104
14.2	Les sources non conventionnelles [6]	105
14.3	Les noyaux lourds [7]	106
15	De ce que les noyaux radio-actifs nous apprennent... [8]	107
15.1	Approche qualitative	107
15.1.1	Les chronomètres de l'espace [10]	107
15.1.2	Les noyaux β à courte durée de vie ($t_{1/2} \sim \text{kyr}$)	108
15.1.3	Contraintes de la vie réelle	108
15.2	Nos amis les β	109
15.2.1	Temps de propagation [10]	109
15.2.2	Inhomogénéité <i>globale</i> et locale [15]	109
15.3	EC : la situation se complique [16]	110
15.3.1	Discussion informelle	110
15.3.2	Temps entre la nucléosynthèse et l'accélération [17]	111
15.3.3	Taux de réaccélération durant la propagation [18]	112

15.3.4	Inhomogénéités de l'ISM	114
15.3.5	Conclusion	114
15.4	En résumé.	114
15.4.1	Etat actuel des connaissances	115
15.4.2	Que faire avec notre modèle	116
16	Justification <i>a posteriori</i> des effets liés aux instables EC	117
16.1	Simplification du problème	117
16.1.1	Comparaison des temps caractéristiques d'attachement et d'arrachement	117
16.1.2	Fraction des noyaux ayant capturé un e^- à l'équilibre	118
16.1.3	Comparaison du temps d'équilibre R^* et des temps caractéristiques associés aux CR . . .	120
16.1.4	Conséquences de l'ouverture de la voie EC pour des noyaux réels	122
16.2	Conséquences sur la propagation	122
16.2.1	Obtention de deux cas limites correspondant à $\tau_{EC} \gg \text{kyr}$ et $\tau_{EC} \ll \text{kyr}$	123
16.2.2	Où nous réalisons que l'approche suivie est inadaptée, mais qu'elle donne les bons résultats	124
16.2.3	Intégration dans le modèle de diffusion	125
	RÉFÉRENCES	127
VI	Equations et solutions du modèle de diffusion	131
17	Limite de haute énergie	134
17.1	Construction des équations	134
17.1.1	Point de départ	134
17.1.2	Développement sur la base de Bessel	135
17.1.3	Cas particuliers	135
17.2	Solution pour les primaires (stables ou instables β)	136
17.3	Solution pour les secondaires	137
17.3.1	Parent non-radioactif	137
17.3.2	Parent radioactif β	138
17.4	Noyaux à capture électronique : solutions exactes	139
17.4.1	Cas d'un noyau instable sous EC	140
17.4.2	Cas d'un noyau ayant un parent radioactif EC	141
18	Limite de basse énergie	142
18.1	Prise en compte des pertes d'énergie	142
18.1.1	Primaire ou secondaire avec des parents stables ou instables β	142
18.1.2	Les instables EC	144
18.2	La réaccélération	145

VII Résultats

147

20 Cosmic Rays below $Z = 30$ in a diffusion model...

150

20.1	Introduction	150
20.2	The diffusion model	150
20.3	The parameters of the model	152
20.3.1	Geometry of the Galaxy	152
20.3.2	Cross sections	152
20.3.3	Nuclear parameters	153
20.3.4	Diffusion coefficient	154
20.3.5	Sources	154
20.3.6	Galactic wind, energy loss, reacceleration	155
20.4	Data Analysis	157
20.4.1	Solar modulation	157
20.4.2	The dataset we used	158
20.5	Results	158
20.5.1	Results of B/C and sub-Fe/Fe analysis for $\delta = 0.6$	158
20.5.2	Variation of the diffusion coefficient spectral index	159
20.6	Discussion and conclusion	159

VIII Retour aux antiprotons

173

21 Extension du modèle de diffusion aux $\bar{p}$

175

21.1	Equations et solutions pour le <i>fond</i> non soustractible	175
21.1.1	Limite de haute énergie	175
21.1.2	Le terme source	176
21.1.3	Solution générale pour les secondaires	177
21.1.4	Solution générale pour le fond (secondaire <i>plus</i> tertiaire)	178
21.2	Paramètres d’entrée du calcul	179
21.2.1	Partie nucléaire [2]	179
21.2.2	Spectre d’hydrogène et d’hélium [6]	182
21.3	Sources dans le halo	183
21.3.1	Equations et solutions	183
21.3.2	Les antiprotons supersymétriques [7]	184
21.3.3	$\bar{p}$ PBH [9]	186

22 Résultats préliminaires pour le *fond* d’antiprotons

187

RÉFÉRENCES	188
------------	-----

IX Voici venu, le temps, des rires et des chants, . . . [†]	191
---	-----

X Appendice mathématique 195

1 Equations différentielles et fonctions de Green [1] 197

1.1	Discussion générale	197
1.2	Equation différentielle ordinaire	198
1.2.1	Construction d'une solution particulière à l'aide de la fonction de Green du problème . .	198
1.2.2	Solution générale de l'équation homogène	198
1.2.3	Solution générale pour des conditions initiales (IC) quelconques	199
1.2.4	Solution générale pour des conditions au bord Dirichlet (DBC) homogènes	199
1.2.5	Cas particulier avec DBC homogène : L est hermitien	200
1.3	Equations aux dérivées partielles (PDE)	200
1.3.1	Généralités	201
1.3.2	Equation de diffusion	201
1.3.3	Solution de la diffusion sous IC : $\psi(\mathbf{r}, t_0) = a(\mathbf{r})$	202
1.3.4	Solution BC du problème de la diffusion	203
1.3.5	Cas particulier avec DBC homogène : expansion de $-\nabla$ (hermitien) sur les vecteurs propres	203
1.3.6	L'équation de Poisson	203

2 Méthode des caractéristiques [2] 204

2.1	Equation aux dérivées partielles d'ordre un	204
2.2	Equation aux dérivées partielles d'ordre deux	205

3 Laplacien en coordonnées cylindriques : fonctions de Bessel [3] 205

3.1	Equation de Laplace	206
3.2	Base en coordonnées polaires	206
3.2.1	Les fonctions de Bessel de première espèce	206
3.2.2	Les fonctions de Bessel de seconde et troisième espèce	207
3.2.3	Comportement asymptotique	208
3.2.4	Cas particulier des fonctions de Bessel $J_0(\rho)$ pour $0 \leq \rho \leq 1$	208

RÉFÉRENCES	209
XI Solutions du modèle de diffusion	211
XII Description du programme de propagation	215
Glossaire	218

Première partie

Introduction et motivations

Quand le sage montre la lune du
doigt, l'imbécile regarde le doigt.

Lao Tseu

1 POURQUOI ?

Le point de départ de ce travail de thèse est la recherche de matière noire dans notre univers. Cette matière est appelée *noire* car elle n'est pas visible. Pourquoi alors est-il nécessaire de l'introduire ? L'indice principal en faveur de son existence est l'observation de courbes de rotation plates des galaxies. C'est à dire que la mesure des vitesses d'objets visibles dans une galaxie donne une valeur constante lorsque l'on s'éloigne de son centre. Le problème survient lorsque l'on mesure l'ensemble de la masse visible de manière indépendante et que l'on réalise qu'il n'y en a absolument pas assez pour expliquer la cinématique des étoiles. Il y a alors deux possibilités : ou bien les lois de la gravitation Newtonienne ne s'appliquent pas à l'échelle de la galaxie, ou bien il existe de la matière sombre autour de notre galaxie, et celle-ci doit être suffisamment massive pour contribuer à un potentiel gravitationnel, mais doit interagir suffisamment peu avec la matière ordinaire pour rester invisible. Tout ceci n'est pas anodin, car il semblerait que plus de 90% de notre univers soit constitué de cette matière noire. Ceci est confirmé par des observations effectuées jusqu'aux plus grandes échelles (galaxie, amas de galaxie) et en particulier par des mesures cosmologiques. Les données les plus récentes (supernovæ à grand décalage vers le rouge et rayonnement de fond cosmologique) favorisent un univers plat à grande échelle $\Omega = 1$, alors que le contenu en matière est seulement de $\Omega_M \sim 0.3$. Diverses pistes ont d'ores et déjà été explorées allant de l'astrophysique (étoiles ratées, nuages de gaz froid) à la physique des particules (masse des neutrinos) et il semble que ces hypothèses ne peuvent rendre compte que d'une faible fraction de la matière noire. Une autre hypothèse qui semble soutenue par l'expérience suppose l'existence d'une constante cosmologique $\Omega_\Lambda \sim 0.7$ qui peut être par exemple le fameux champ de quintessence âprement discuté dans la littérature. Les implications d'un point de vue cosmologique et du point de vue de la physique des particules d'un tel champ scalaire ne sont pas du tout évidentes, et il est encore un peu tôt pour tirer des conclusions à son propos. Une troisième possibilité – et nous nous arrêterons là pour cette liste (bien qu'elle ne soit pas exhaustive) – est connectée à l'existence hypothétique de particules appelées supersymétriques : ce sont elles qui ont motivé ce travail de thèse, même si cela ne sera pas forcément transparent à la lecture de ce tapuscrit.

Ma première tâche a été d'étudier la formation dans la galaxie d'antiprotons par des processus *classiques* $p + p \rightarrow \bar{p} + X$. Le but de cette étude était d'estimer les incertitudes sur ce flux, lequel constitue un *fond* non soustraitable pour l'éventuel signal d'annihilation de deux neutralinos (particules supersymétriques les plus légères) $\chi + \chi \rightarrow \bar{p} + X$. Petit à petit, nous nous sommes aperçus que la source principale d'erreur provenait des paramètres de propagation dans la galaxie. J'ai alors décidé d'étudier les noyaux dans le même modèle de diffusion afin de pouvoir tirer un ensemble de paramètres applicables aux $\bar{p}$. Ce programme a été mené à bien et une partie des résultats déjà obtenus sera regroupée dans les derniers chapitres de cette thèse. Par ailleurs une exploitation plus approfondie du code développé durant ces trois années est toujours en cours. Le second but que je m'étais fixé était la réalisation d'un programme de simulation très modulaire et très maniable pouvant servir de base à l'interprétation des données pour de futures expériences ; en particulier pour les noyaux qui seront mesurés par l'expérience AMS (sur la station spatiale internationale) à partir de 2003. Ce point a aussi été en partie achevé. Plus encore, j'ai réalisé au cours de mon travail que cette expérience n'était pas seulement importante pour les aspects de matière noire, mais qu'elle pouvait être très riche dans bien des phénomènes astrophysiques. J'espère que le travail présenté ici soulignera cet aspect qui est parfois oublié dans AMS. Pour terminer, notons encore qu'une collaboration avec l'équipe AMS de l'ISN Grenoble a débuté afin d'utiliser le code réalisé pour effectuer des simulations du détecteur. Cette collaboration est importante car elle pourrait montrer comment les trois ans de prises de données influenceront notre connaissance de la propagation des rayons cosmiques. Ce travail est quelque peu similaire à l'analyse systématique des paramètres de diffusion, que nous avons réalisé sur l'ensemble des noyaux en tenant compte des meilleures données existantes à ce jour (celles-ci, il faut le souligner, datent de la fin des années 70!).

1.1 LA PROBLÉMATIQUE DES ANTIPROTONS

Une extension naturelle du modèle standard des particules est le modèle supersymétrique. Dans celui-ci, si un certain nombre quantique est conservé (R-parité), il existe une particule supersymétrique stable, et c'est la plus légère (LSP). Si ces particules constituent la masse cachée de l'univers, elles apparaissent en particulier dans notre galaxie sous la forme d'un halo plus ou moins sphérique allant bien au-delà de l'extension visible du disque. Ces particules sont activement recherchées en accélérateur, mais aussi de manière passive dans des détecteurs souterrains. Alors que dans le premier cas, on cherche à les produire dans des collisions, dans le second, on se contente d'*attendre* qu'une de ces particules interagisse avec un bloc de matière instrumenté. Une troisième méthode prend le nom générique de recherche indirecte : elle consiste à regarder toutes les particules *standard* qui peuvent être produites par annihilation de ces LSP là où elles sont supposées être en grand nombre.

En particulier, des signatures en photons, muons, électrons, antiprotons et antideutérons sont attendues dans une grande variété d'objets. Dans la suite, nous chercherons les signaux en $\bar{p}$ et en $\bar{d}$.

Ces LSP sont soumises à la loi de gravitation et ont tendance à se regrouper dans les objets lumineux eux-mêmes massifs. Savoir qui de la matière sombre ou de la matière visible a formé les structures est un autre problème, mais ce que nous pouvons dire c'est qu'elles sont attendues à toutes les échelles (la terre, les étoiles, les amas globulaires, les galaxies, et les amas de galaxies). Au sein de chacun de ces objets, la densité locale de LSP est plus élevée ce qui favorise les rencontres et les possibilités d'annihilation en une particule standard. Au niveau de la galaxie, les neutralinos (nous supposons que la LSP est un neutralino) forment en particulier des $\bar{p}$ et des $\bar{d}$. Le signal est intéressant, car il est potentiellement plus élevé que le flux associé à une création *standard*. Cependant la situation a semblé devenir de moins en moins favorable à la présence d'un signal SUSY au fil des années. En effet, si les premières mesures de $\bar{p}$ étaient en total désaccord avec ce que l'on comprenait des mécanismes traditionnels de propagation [Lagage & Cesarsky 85], la littérature fournit en abondance depuis des conclusions allant soit dans le sens d'un signal à basse énergie ($\sim$ quelques centaines de MeV), soit excluant toute possibilité de signal. Pour comprendre ce phénomène intrigant, il faut séparer deux tendances : la première est relative à l'amélioration des données de $\bar{p}$ (qui excluent les premières mesures). A l'heure actuelle, près de 800 antiprotons [Maeno & al 00] ont été observés par l'expérience BESS, ce qui commence à devenir contraignant du point de vue des modèles ; deuxièmement, la compréhension théorique de la production et de la propagation des $\bar{p}$ a permis une série de ré-estimations du flux (les effets agissent pour la plupart aux basses énergies $\lesssim 1$ GeV, là où les neutralinos peuvent intervenir). Les améliorations successives ont été [1]

- La prise en compte de la section efficace inélastique non-annihilante par [Tan & Ng 83].
- L'introduction des réactions $He + p \rightarrow \bar{p}$ par un simple facteur géométrique [Gaisser & Schaefer 92].
- La prise en compte de la réaccélération [Simon & Heinbach 96].
- La modélisation de la propagation dans un modèle de diffusion à deux zones [Chardonnet & al 96].
- Une ré-estimation de la contribution $(p, He) + (pHe)_{\text{ISM}} \rightarrow \bar{p}$ [Simon & al 98].
- Un traitement cohérent des antiprotons en même temps que les noyaux et les γ [Strong & Reimer 98].
- Une réestimation du traitement des pertes d'énergie et de $\sigma^{\text{non-ann}}$ [Bergström & al 99].

Ce qu'il faut préciser, c'est qu'aucun des modèles ci-dessus n'inclut toutes ces améliorations en même temps (excepté peut-être celui de [Strong 98]). Malheureusement, ce qui n'a pas été beaucoup amélioré depuis toutes ces années, et qui reste la source majeure des incertitudes dans les prédictions théoriques, c'est l'ensemble des paramètres du modèle de diffusion/convection/réaccélération. Ceci justifie la raison pour laquelle cette thèse est dédiée en grande partie à l'étude de la propagation des noyaux $Z = 1 - 30$.

1.2 ARTICULATION DU TRAVAIL PRÉSENTÉ

Une grande partie de cette thèse est descriptive. Ainsi les parties II et III seront consacrées respectivement à la présentation générale de notre galaxie et à l'ensemble des paramètres nucléaires qui interviennent dans la propagation. La partie IV sera assez technique et permettra de faire un tour d'horizon des modèles utilisés par le passé. Elle permettra surtout de comprendre en détail les limitations intrinsèques des modèles de type "Leaky-box", et elle justifiera en quelque sorte le choix de l'utilisation d'un modèle de diffusion. La partie suivante V reviendra à un niveau descriptif afin de préciser les informations que les noyaux peuvent nous donner sur les différentes étapes de la propagation. Les paragraphes restants VI, VII et VIII correspondront aux parties *originales*³ de ce travail de thèse.

Quand j'ai écrit ce tapuscrit, j'avais trois objectifs en tête : (i) comprendre en détail et expliquer des points qui n'apparaissent pas forcément de façon claire dans la littérature, (ii) dresser une bibliographie aussi complète que possible afin que le lecteur sache immédiatement où et quoi chercher, et (iii) espérer autant que faire se peut que l'ensemble qui se trouve devant vos yeux puisse servir aussi de référence aux personnes travaillant dans l'expérience AMS. Que je sois arrivé ou non à mes fins est laissé à l'appréciation du lecteur, mais en ce qui concerne le premier point, j'ai au moins pu me rassurer sur l'étendue de mon ignorance.

Avant de terminer ces remarques introductives, j'aimerais justifier le choix du regroupement bibliographique qui semble pour le moins inhabituel par rapport aux présentations canoniques. Mon souci a été de fournir un ensemble de références groupées par sujet ; ce qui a été rendu possible par le fait que la physique des cosmiques fait intervenir de nombreux domaines. En contrepartie, certains articles se retrouvent parfois cités plusieurs fois dans les différents chapitres. J'espère seulement que ce désagrément sera faible comparé à l'avantage que cette présentation procure. En dernier lieu, pour les parties techniques, j'ai regroupé les points importants dans des

³Je dis original, mais j'ai bien conscience de n'avoir fait que du neuf à partir du vieux. Toutes les pistes étaient déjà présentes dans la littérature.

définitions et des *propriétés*. Ainsi, une fois la première lecture achevée, le lecteur peut s'y référer en oubliant les justifications.

2 UN RAPIDE SURVOL SUR LES FLUX DES NOYAUX

Tout notre travail sera concentré autour de la gamme d'énergie allant de la centaine de MeV/n (énergie par nucléon) à quelques centaines de GeV/n. D'ailleurs, dans la suite de cette thèse, lorsque nous parlerons de *haute* énergie, nous aurons à l'esprit le domaine au-delà de quelques GeV/n, alors que l'appellation *basse* énergie sera réservée aux énergies aux alentours de la centaine de MeV/n. Mais oublions cette convention au moins pour cette introduction. Il est important de se rendre compte que cet intervalle ne représente qu'une infime portion des énergies pour lesquelles des événements de rayons cosmiques ont été mesurés. Ce qui caractérise ces flux est d'une part la pente des spectres et d'autre part leur composition. Ces deux paramètres sont intimement liés à l'origine des sources et aux processus d'accélération. Ils évoluent par ailleurs dans l'intervalle d'énergie allant de quelques keV/n jusqu'au zeV/n et sont le reflet de phénomènes associés à des tailles de cavité accélératrice de plus en plus grande (solaire, galactique, extragalactique).

Nous présenterons tout d'abord quelques caractéristiques associées au rayonnement de haute énergie, car celui-ci est susceptible de nous apporter des indications sur de la nouvelle physique. Ensuite, nous donnerons les abondances relatives des éléments et insisterons sur les liens entre les différents noyaux dans la gamme d'énergie qui nous intéresse. Enfin, nous terminerons par les cosmiques d'origine solaire (SCR) afin de voir leur importance par rapport aux rayons cosmiques galactiques (GCR). Dans ce cadre, nous introduirons tout naturellement le phénomène de la modulation solaire qui est responsable d'effets énergétiques appréciables sur les GCR. Ainsi, dans cette partie, plus nous avancerons, plus nous décrirons des ingrédients se rapportant à notre étude.

2.1 SPECTRE EN ÉNERGIE

Il est intéressant de noter que le spectre du rayonnement cosmique au-delà de quelques GeV/n se ramène à une simple loi de puissance en énergie,

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma} \quad (1)$$

où γ est l'indice spectral qui prend trois valeurs pour les trois régimes différents observés (voir figure 1). Ce flux différentiel est exprimé en unité de $\text{m}^2 \text{ str s GeV/n}^{-1}$. Pour toute la gamme d'énergie, nous avons (ce qui correspond au rayonnement solaire n'est pas représenté sur la figure qui suit)

- $E_{c/n} \sim 10^{-3} \text{ MeV/n} - 0.1 \text{ GeV/n}$: les particules solaires dominent (flux $\sim 1 \text{ particule mm}^{-2} \text{ s}^{-1}$). Ceci a deux conséquences majeures, à savoir
 1. les GCR de très basse énergie ne sont pas observables⁵,
 2. le plasma qui constitue le vent solaire *modifie* le spectre des cosmiques jusqu'à quelques GeV/n (modulation solaire). Ce phénomène est assez bien modélisé, mais il rajoute une incertitude là où il nous intéresse d'avoir une très bonne mesure de $\bar{p}$.
- $0.1 \text{ GeV/n} - 10 \text{ TeV/n}$: les modèles d'explosion de supernovae expliquent bien le spectre observé en $\gamma \sim -2.7$ pour tous les noyaux et ces cosmiques proviennent certainement de notre galaxie (flux $\sim 1 \text{ particule m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ à 100 GeV/n).
- $10^{16} - 10^{18} \text{ eV}$ [2] : d'après les mesures les plus récentes [Arqueros 00], il y a un changement dans l'indice spectral γ qui passe de ~ 2.72 à ~ 3.22 autour de $\sim 1 \text{ PeV}$ ($1 \text{ PeV} = 10^{15} \text{ eV}$). Ceci indique qu'un mécanisme d'accélération différent entre en jeu, soit au niveau galactique, soit au niveau d'un processus extra-galactique. L'objectif actuel du point de vue expérimental est de mesurer à la fois la position précise de ce coude, mais aussi la composition *après* le coude. Comme seuls les détecteurs de type atmosphérique font ces mesures (flux $\sim 1 \text{ particule m}^{-2} \text{ an}^{-1}$ à 10^{16} GeV), il est difficile de reconstruire la

⁴Il faut parfois faire face à une subtilité supplémentaire qui consiste à exprimer l'énergie qui est à l'intérieur de la puissance en GeV ou en GeV/n. Ceci peut conduire à des facteurs de normalisation surprenants d'un papier à l'autre pour peu que l'on n'y prenne pas garde.

⁵Selon les estimations, les satellites Voyager devraient rentrer cette année dans l'onde de choc entre la cavité solaire et le milieu interstellaire (ISM), et puis un peu plus tard, ils devraient être en mesure de fournir pour la première fois des données sur les GCR de basse énergie – W.R.Webber, Space Sci.Rev. **81**, 107 (1997).

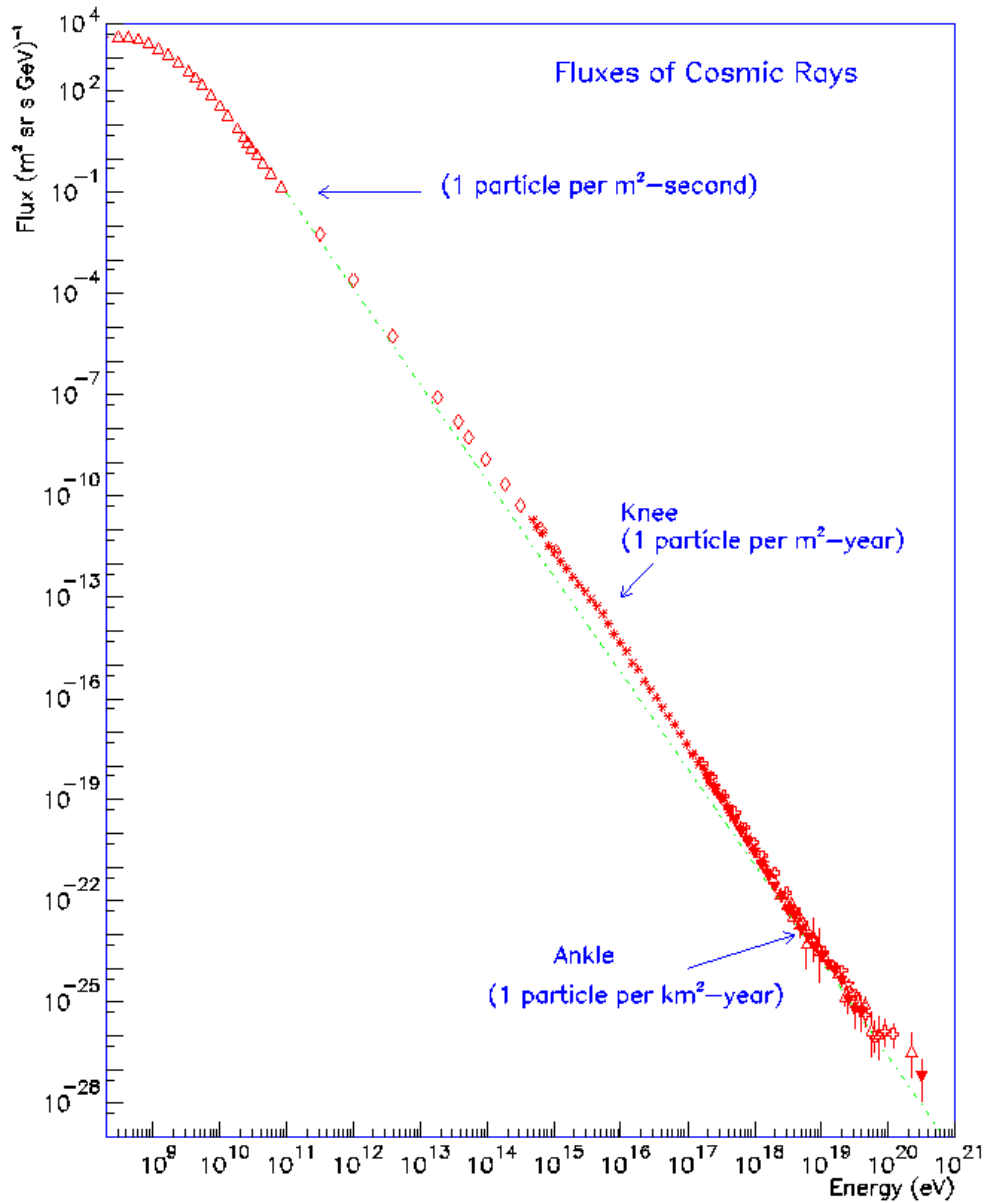


FIG. 1 – Les trois régimes en énergie pour la propagation des noyaux (tiré de Bhattacharjee & Sigl 00).

masse [Wdowczyk 94], [Swordy & Kieda 00]. Les données favorisent un enrichissement graduel des CR en éléments lourds, mais les barres d'erreur ne permettent pas d'exclure une composition similaire à celle des CR classiques. Du point de vue théorique, il semble que ce changement soit dû au fait que les mécanismes d'accélération traditionnels par les SN deviennent inefficaces; cependant, ceci pourrait aussi correspondre, de manière totalement fortuite, à la mise en route d'autres types de sources [Cheng & Chi 96]. De bonnes mesures sont donc cruciales pour distinguer les différents modèles.

- Au-delà de 10^{18} eV [3] : c'est le deuxième coude du spectre, et les événements observés sont quelque peu problématiques (flux ~ 1 particule $\text{km}^{-2} \text{an}^{-1}$). Pour expliquer ces énergies ~ 10 EeV hors de portée de mécanismes à l'œuvre dans les SN, deux classes d'hypothèses sont en concurrence;

1. Pas de nouvelle physique : accélération dans des objets exotiques de type noyaux actifs de galaxie (AGN). Allant contre cette hypothèse, il faut noter que ces objets sont assez éloignés et qu'il existe alors un effet appelé coupure GZK (perte d'énergie de ces noyaux par photoproduction de pions sur les photons du rayonnement de fond cosmologique à 3 K) qui limite à quelques $\sim \text{Mpc}$ l'origine de ces sources. La critique souvent faite à ces modèles est qu'il faut pousser jusqu'à leur extrême limite l'ensemble des paramètres intervenant dans le processus d'accélération.

2. Une nouvelle physique : pour éviter l'effet GZK, l'autre hypothèse est de faire appel à la désintégration de particules ultra-lourdes ($m_X \gg 10^{20}$ eV) situées dans le halo de notre galaxie (solutions cosmologiques de type défauts topologiques [Bhattacharjee 98] ou particules reliques métastables).

Quoi qu'il en soit, à l'heure actuelle, personne ne sait vraiment ce que sont exactement ces événements détectés (noyaux, photons, etc...). Si les caractéristiques de la gerbe permettent en principe de discriminer entre un hadron et un photon, cette séparation est à la limite du pouvoir de résolution des instruments [Battacharjee & Sigl 00]. Ceci limite d'autant plus les analyses du rayonnement UHECR.

2.2 COMPOSITION

Oublions maintenant les très grandes énergies, et discutons de la composition des flux de noyaux observés. La figure 2 montre les charges les plus courantes du rayonnement cosmique galactique (GCR). Nous retrouvons

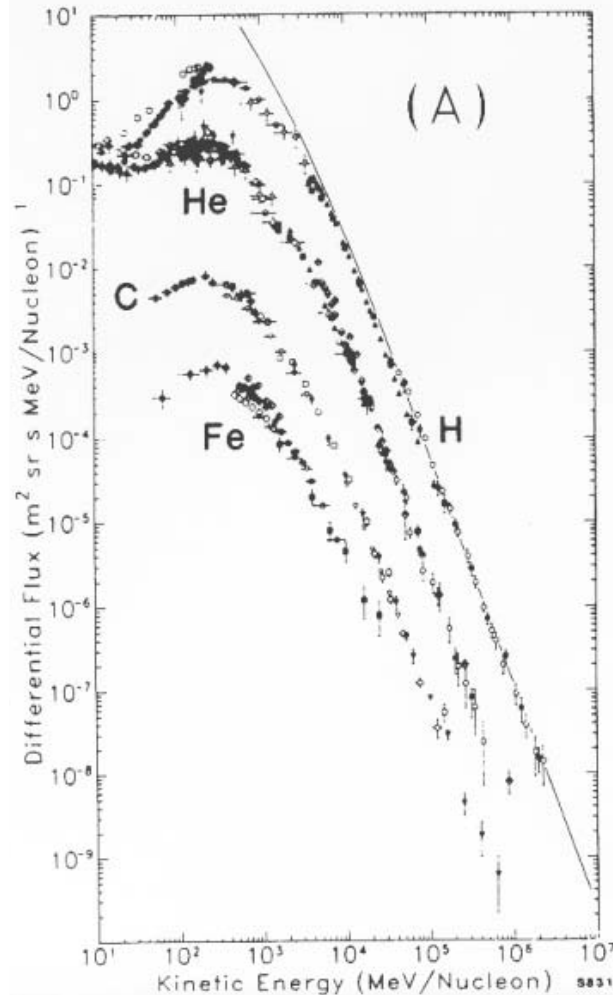


FIG. 2 – Spectre des principaux constituants des rayons cosmiques dans la gamme du GeV/n (tiré de J.A.Simpson, Ann.Rev.Nucl.Particle Sci. **33**, 323 (1983)).

ces compositions présentes tout aussi bien au niveau du système solaire que dans le milieu interstellaire (ISM) et dans la galaxie en général – H : He : C : Fe = 10 : 1 : 0.1 : 0.01. Nous verrons plus loin comment passer des abondances ISM aux abondances sources qui sont propagées dans la galaxie. Pour caractériser quelques points essentiels de cette propagation, regardons de plus près la figure 3 (le modèle de propagation choisi est un simple “Leaky-Box” sans pertes d’énergie – cf 7.2).

Les abondances sources : en hachuré, nous avons représenté les abondances sources déduites des mesures du satellite ULYSSE (M.A.DuVernois & M.R.Thayer, ApJ **465**, 982 (1996)) normalisées arbitrairement à 100 pour le silicium. Nous pouvons déjà voir l’importance relative de tous les éléments jusqu’à $Z = 30$.

Contribution primaire : les abondances sources sont propagées (traits parallèles) avec un coefficient d'échappement ayant une forme canonique tirée de la littérature (cf 14.1). La première conclusion que nous pouvons tirer est que la propagation a un effet beaucoup plus sévère sur les éléments lourds ($Fe_{prop} \sim Fe_{source}/4$) que sur les éléments légers ($CNO_{prop} \sim CNO_{source}/2$). Nous verrons que ceci est un effet des sections efficaces de *destruction* (interactions sur l'ISM durant la propagation qui sont plus importantes pour les éléments lourds).

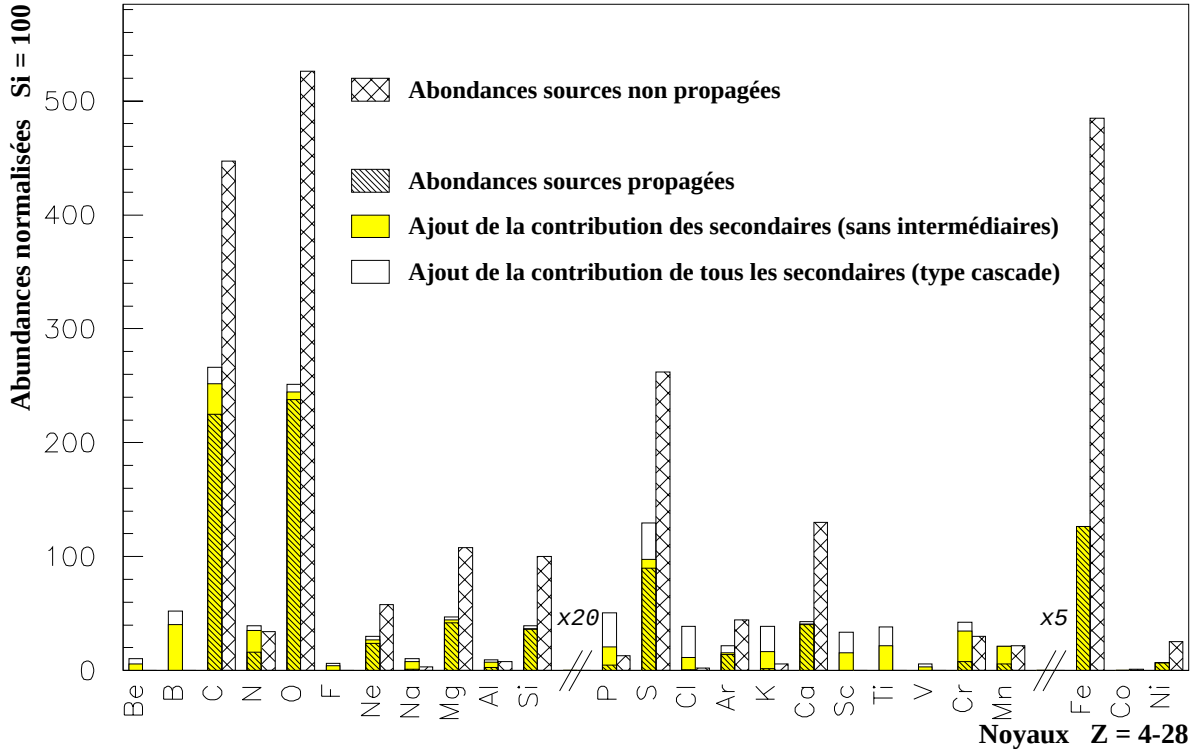


FIG. 3 – Propagation des noyaux et importance des contributions secondaires et du traitement du type *cascade* à une énergie donnée (voir dans le texte pour le détail). L'échelle a été multipliée par 20 pour les noyaux allant de P à Mn, et par 5 pour les noyaux suivants.

Contribution secondaire : les deux abondances restantes correspondent à la prise en compte des contributions des noyaux plus lourds que l'élément propagé. Par exemple, pour obtenir B, nous avons propagé l'abondance source associée, plus la contribution de C qui donne B par spallation sur le milieu interstellaire, puis $N \rightarrow B$, $O \rightarrow B$, etc. . . ceci jusqu'à $Z = 30$.

1. La deuxième conclusion à laquelle nous arrivons est qu'il existe dans les CR des espèces purement *primaires* (O-Ca-Fe) – contribution des abondances sources dominantes (traits parallèles) ; et d'autres qui sont purement *secondaires* (BeB-Sc-Ti-V) – pour lesquels la contribution par spallation des noyaux plus lourds domine (grisé ou blanc). En fait, nous verrons même que seuls les éléments plus légers que Si contribuent à BeB, ce qui nous permettra de *déconnecter* le problème des noyaux légers des noyaux plus lourds.
2. La différence entre la barre grisée et la barre vide, est que dans le second cas, nous n'avons pas seulement $C \rightarrow B + N \rightarrow B + O \rightarrow B + \dots$ mais $C \rightarrow B + (N \rightarrow B + N \rightarrow C \rightarrow B) + \dots$ c'est-à-dire que nous passons par toutes les étapes. La troisième conclusion qui ressort alors de cette figure est que la résolution doit être faite en partant du noyau le plus lourd, puis en déroulant le calcul jusqu'au noyau choisi (nous reviendrons aussi sur ce point plus tard).

Il ne faut pas perdre de vue que ce calcul est purement illustratif. En effet, les compositions isotopiques de chaque élément n'ont pas été prises en compte ni l'effet des pertes d'énergie. Cependant, les conclusions précédentes ne sauraient radicalement changer sous ces modifications. Le tableau 4 élargit la classification précédente entre primaires et secondaires à l'ensemble des isotopes entre $Z = 3$ et 30.

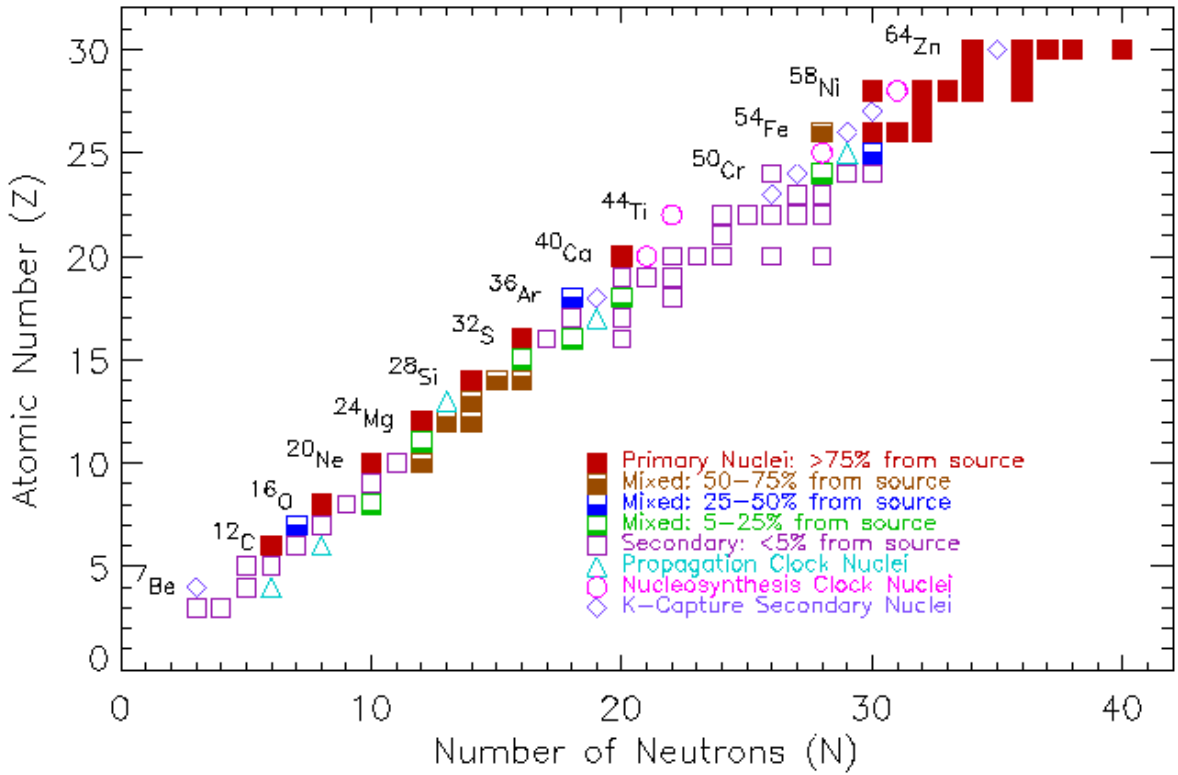


FIG. 4 – Classification primaire-secondaire pour l'ensemble des isotopes $Z = 3 - 30$ (tiré de [7]).

2.3 LA CAVITÉ SOLAIRE

Nous arrivons maintenant à des énergies cinétiques par nucléon (nous expliquerons ce choix plus tard) inférieures au GeV/n. Le flux en provenance du soleil est encore complètement négligeable devant celui des GCR, mais le soleil lui-même a un effet bien visible sur ces derniers : c'est ce qu'on appelle la *modulation solaire*. Aux énergies encore plus basses, il existe différents types de flux (issus principalement du soleil) qui sont distinguables par leur composition, leur spectre et leur degré d'ionisation. Certains prennent le pas sur le flux des GCR en deçà de la cinquantaine de MeV/n (la situation est résumée par la figure 5).

2.3.1 Les différentes composantes à basse énergie

Il n'est pas toujours facile de distinguer les flux en provenance de l'espace galactique (GCR et AC), ceux venant du soleil (SEP) mais aussi ceux venant de notre magnétosphère. Le dernier point est réglé si nous nous plaçons dans l'espace. De manière générale, les contributions des différentes planètes restent très localisées spatialement. Ainsi les flux issus de ces planètes n'entrent pas en compte ailleurs que dans leur voisinage immédiat. Pour le reste, des différences apparaissent notamment dans les spectres, les états de charge, et aussi à travers la dépendance héliocentrique (voir [Dutta & al 93] et [Geiss & al 94]).

Événements épisodiques Les particules émises représentent un échantillon du matériel solaire et servent à étudier les mouvements les plus énergétiques du soleil ainsi que sa composition atmosphérique. Elles sont éjectées par des éruptions qui correspondent à un relâchement de l'énergie stockée dans le champ magnétique situé au niveau des tâches solaires (elles sont d'abord chauffées jusqu'à des dizaines de milliers de degrés puis sont violemment accélérées jusqu'à quelques MeV). Nous pouvons distinguer deux types d'éruptions :

- Les éruptions impulsives sont très courtes ($\sim$ quelques minutes à quelques heures, ~ 1000 /an durant les maxima solaires) et leur composition indique que le matériel éjecté provient des tâches solaires.
- Les éruptions graduelles sont plus longues ($\sim$ quelques jours principalement autour des pôles, ~ 100 /an) et leur état d'ionisation reflète une provenance de la couronne solaire.

Ces deux catégories représentent les SEP [4] (“Solar Energetic Particles”) dont la composition de base reste celle de la chromosphère (région située juste en dessous de la couronne solaire).

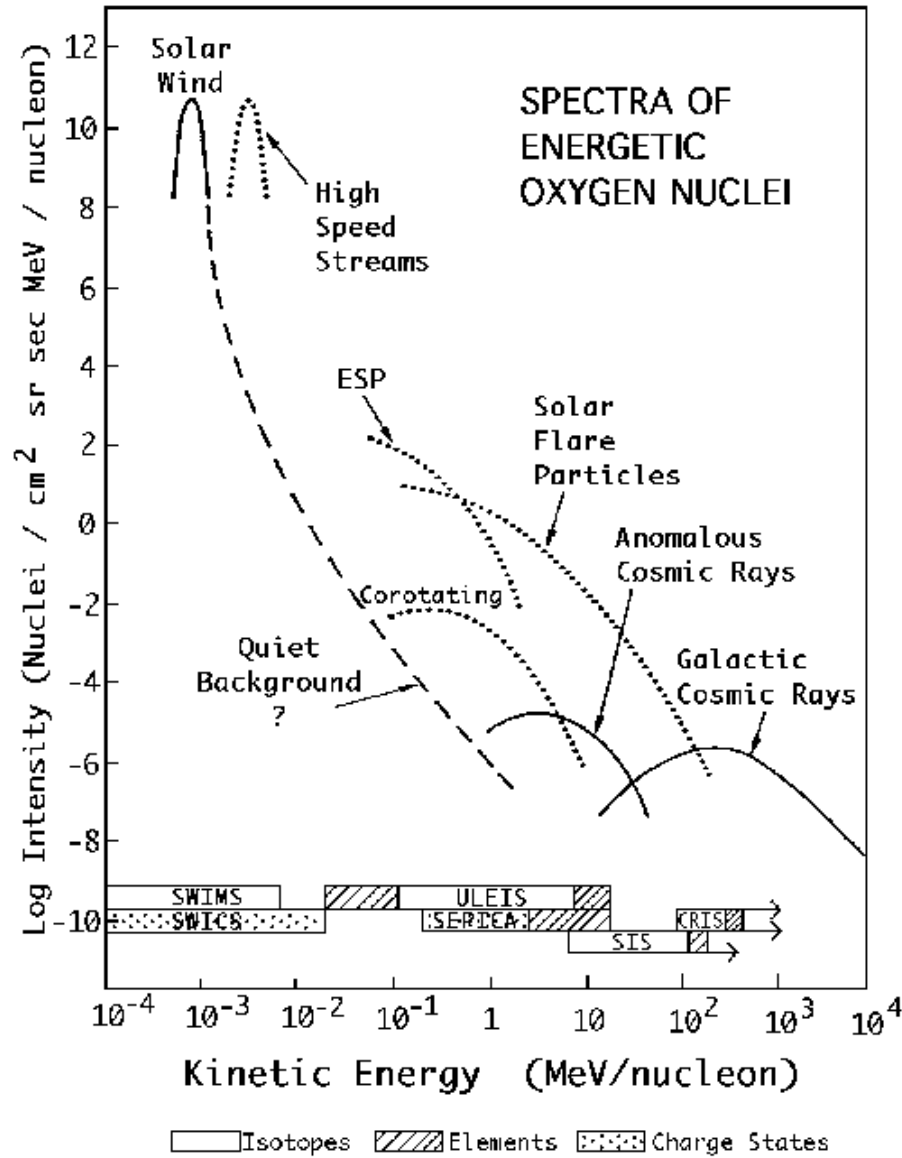


FIG. 5 – Représentation des différentes composantes de flux détecté au niveau de la terre et gammes d’énergies pour lesquelles les différents modules embarqués sur ACE prennent des mesures (tiré de [6]).

Composante anormale (AC) [5] Dans les années 70, un flux anormalement élevé est mesuré pour les espèces He, C, N, O, Ne, Ar, S entre 1 et 300 MeV/n (en énergie cinétique). Dans le modèle de [Fisk & al 74], cette AC est issue d’atomes neutres interstellaires qui (i) dérivent lentement dans l’héliosphère puis (ii) sont ionisés par le vent solaire et/ou les photons UV. A partir de là comme ils ont une charge, (iii) ils subissent l’action du vent solaire qui les repousse jusqu’à la limite de l’héliosphère et (iv) l’onde de choc terminale du vent solaire les accélère et les renvoie à des énergies de quelques MeV/n. En particulier, si c’est bien ce mécanisme qui a lieu, le flux détecté doit être dans un état de charge bien particulier, correspondant à une ionisation simple (différent par cela des GCR – complètement ionisés – et des SEP). La deuxième propriété que doit avoir ces noyaux est d’avoir la même composition que l’ISM. Tout cela a été vérifié par différentes expériences (voir par exemple [Klecker & al 95]). Il faut remarquer un dernier point : la composante anormale de l’hydrogène est plus difficile à détecter car elle a la même charge dans les AC et les GCR (voir par exemple [Seo & McDonald 95]). Sa mesure a quand même été rendue possible en tenant compte de sa dépendance dans le rayon héliosphérique (sondes

2.3.2 La modulation solaire [8]

Nous venons de voir qu’au-dessus de quelques centaines de MeV/n, les différents flux émis par le soleil étaient totalement négligeables par rapport au flux des rayons cosmiques galactiques. Cependant, ils ont une influence indirecte par le biais du champ magnétique qu’ils transportent : c’est le *vent solaire*. Celui-ci est constitué d’un plasma complètement ionisé se déplaçant approximativement à $\sim 400 \text{ km s}^{-1}$ suivant la direction radiale. Comme c’est le cas dans la plupart des situations astrophysiques, les équations magnéto-hydrodynamiques décrivant ce fluide impliquent que le champ magnétique est *gelé* et qu’il suit donc la matière éjectée. Le soleil étant en rotation, nous obtenons une géométrie en spirales de Parker pour ce champ [Parker 58,65]. Nous nous retrouvons donc ici avec un problème totalement similaire au problème de la propagation des rayons cosmiques dans la galaxie, mais avec une géométrie différente : lorsqu’ils rentrent dans la cavité solaire, les rayons cosmiques diffusent sous l’action du champ magnétique. Comme nous verrons plus loin, ceci peut être décrit par une équation de Fokker-Plank. Il faut aussi tenir compte de l’expansion adiabatique du vent solaire. Tout ceci implique une redistribution des énergies que nous repréciserons dans un instant. Le problème a une symétrie radiale, et si nous supposons que le coefficient de diffusion est isotrope, nous obtenons [Parker 65] en régime stationnaire l’équation⁶

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_s f) - \frac{1}{3} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_s) \right] \left[\frac{\partial}{\partial E_c} (\alpha E_c f) \right] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial f}{\partial r} \right) \quad (2)$$

où $f(r, E_c)$ est la densité de CR par intervalle d’énergie cinétique E_c , $\kappa(r)$ est le coefficient de diffusion radial, $V_c(r)$ la vitesse de convection radiale et α est défini par

$$\alpha \equiv \frac{E_c + 2E_c^0}{E_c + E_c^0} \quad (3)$$

où E_c^0 est l’énergie cinétique au repos de la particule considérée. Il est possible aussi de partir de l’équation de Boltzmann avec un opérateur de collision correspondant à une diffusion isotrope [Gleeson & Axford 67]. Ceci permet d’obtenir deux équations sur la densité de particules f et la densité de courant S , qui permettent de retrouver l’équation (2) [Gleeson & Axford 67]. L’intérêt de cette approche est qu’elle permet de se rendre compte sous une approximation simple que le problème de la diffusion dans la cavité solaire se ramène formellement à une équation de Boltzmann sans collision dans un champ électrique radial. Ainsi, il semble que la modulation solaire peut s’exprimer en fonction d’un simple paramètre qui peut être interprété comme le potentiel électrique au niveau de la terre correspondant à un hypothétique champ électrique héliocentrique. Ainsi, deux approches sont possibles dans le problème de la modulation : résoudre l’équation (2) sans approximation par des méthodes numériques [Fisk 71] ou obtenir les solutions *via* l’approximation du *champ de force* (“Force-Field Approximation”) [Gleeson & Axford 68].

Résolution du champ de force (“Force-Field”) Dans l’approximation du champ de force, l’équation d’évolution de la densité de particules dans la cavité solaire s’écrit

$$\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{VP}{3\kappa} \frac{\partial f}{\partial P} = 0 \quad (4)$$

où f est la fonction de distribution des particules, P la rigidité, r la position héliocentrique, V la composante radiale du vent solaire et κ le coefficient de diffusion. Cette équation est résolue par la méthode des caractéristiques (cf Appendice 2) qui donne la courbe sur laquelle la densité de particules est constante

$$\frac{dP}{dr} = \frac{VP}{3\kappa} \quad (5)$$

Comme nous connaissons le flux en dehors de la cavité solaire j_{IS} et que nous voulons le flux j_{TOA} à la position $r = r_{\oplus}$, il suffit de préciser la forme du coefficient de diffusion pour trouver le lien entre les deux. La relation

⁶[Parker 65] conclut aussi que les mécanismes de Fermi pour accélérer les GCR durant leur voyage interplanétaire n’est pas un phénomène important car il n’est pas observé. Il peut donc être négligé.

$j = f.P^2$ donnant l'intensité différentielle (reliée au flux par la relation $\phi = 4vj/\pi$) permet d'obtenir en utilisant $f_{\text{IS}} = f_{\text{TOA}}$ (T est l'énergie cinétique par nucléon)

$$j_r(T_r) = j_{\text{IS}}(T_{\text{IS}}) \frac{T_r^2 + 2T_r}{T_{\text{IS}}^2 + 2T_{\text{IS}}} \quad (6)$$

Il ne reste plus qu'à préciser (à l'aide des courbes caractéristiques) le lien entre T_r et T_{IS} . Cette relation prend deux formes qui sont déterminées par les deux régimes que suit le coefficient de diffusion κ (E est l'énergie totale)

$$\kappa = A_0 \beta P_c \quad \text{pour} \quad P < P_c \Rightarrow E_{\text{IS}} = P_c \ln \frac{P_r + E_r}{P_c + E_c} + E_c + \frac{(R-r)V}{3A_0} \quad (7)$$

$$\kappa = A_0 \beta P \quad \text{pour} \quad P > P_c \Rightarrow E_{\text{IS}} = E_r + \frac{(R-r)V}{3A_0} \quad (8)$$

Quelles sont les valeurs des différents paramètres [Perko 87], [Boella & al 98] ?

- A_0 dépend de la période solaire.
- $R = 100$ u.a, est l'extension estimée de la cavité solaire.
- $V \simeq 400 \text{ km s}^{-1}$ est la vitesse radiale du vent solaire qui est indépendante de r .
- $P_c \simeq 1 \text{ GV}$,
- $\Phi \equiv (R-r)V/3A_0$ est la modulation solaire qui peut varier entre $\Phi = 250 \text{ MV}$ (modulation minimum) et $\Phi = 750 \text{ MV}$ (modulation moyenne) sur une période de 11 ans (cycles solaires). Elle est souvent décrite à l'aide de la quantité équivalente ϕ telle que $\Phi = |Z|\phi/A \sim \phi/2$ (pour les protons $\Phi = \phi$).

Ce dernier paramètre correspond en particulier à l'énergie moyenne perdue lors de la modulation. En effet, d'après l'équation ci-dessus, nous voyons que pour $P > P_c$, nous avons $E_{\text{IS}} - E_r = \Phi$. Notons enfin que l'approximation du champ de force ne doit pas être utilisée pour des énergies $T \leq 100 \text{ MV}$ [Perko 87].

Conclusion Dans cette thèse, nous avons utilisé une procédure analytique pour moduler les spectres interstellaires que fournit notre programme. Le problème principal lors de la modulation est la détermination du paramètre Φ (les antiprotons sont aussi discutés dans les références [9]). Il existe des modèles plus raffinés [Duldig 00], mais nous n'avons pas eu le temps de nous plonger plus profondément sur la question, donc nous n'en parlerons pas. Cependant, ceux-ci devront vraisemblablement être pris en compte dans les expériences à venir, car le problème de la modulation est en passe de devenir la plus grosse source d'erreur à basse énergie.

2.4 L'INFLUENCE DE LA TERRE ET DES ASTRES MALINS. . . [10]

Une fois que le noyau chargé a traversé tout l'espace intersidéral, qu'il a roulé sa bosse au quatre coins du vide galactique et qu'il a failli se brûler les ailes près de notre soleil, il doit encore passer un dernier obstacle afin de terminer sa course dans le détecteur : il doit franchir le champ magnétique terrestre. Ce dernier est globalement dipolaire avec une orientation légèrement décalée par rapport à l'axe de rotation. A une altitude donnée, le champ magnétique est d'autant plus fort que l'on se trouve près de l'équateur, et d'autant plus faible que l'on se rapproche des pôles. Lorsqu'une particule chargée arrive près de la terre, si son énergie n'est pas suffisamment élevée, elle va spiraler autour des lignes de champ pour tomber vers un des pôles où elle donnera lieu aux aurores boréales. En particulier, une particule en-dessous de la rigidité critique R_c (déterminée en fonction de la position, et de l'angle d'arrivée de la particule) n'atteindra jamais le détecteur. Cette image certes poétique est trop simpliste, et les particules chargées plongées dans la magnétosphère terrestre suivent des trajectoires beaucoup plus complexes. Leur comportement a été étudié en détail par [Störmer 55] pour un champ complètement dipolaire. Récemment, les mesures de AMS phase-I [Derome & al 00] ont remis en avant l'importance de cet effet. En tenant compte d'une forme de champ magnétique plus réaliste, des simulations numériques ont permis de reproduire le flux de protons observé sous la rigidité critique. Ceci semble en désaccord avec ce que nous avons dit plus haut sur l'impossibilité de pénétrer la magnétosphère au-dessous de R_c , mais ces noyaux ont été en réalité produits principalement par des interactions atmosphériques à partir de protons d'origine galactique (GCR) de rigidité $R > R_c$. Un autre point souligné dans ce papier est l'importance que pourrait avoir cette population dans la production des neutrinos atmosphériques, mais aussi les problèmes qui peuvent être liés à la reconstruction du flux d'antiprotons dans les expériences de type BALLON.

Bibliographie

Propagation des antiprotons

- [1] L.C.Tan & L.K.Ng, J.Phys.G : Nucl.Phys. **9**, 227 (1983)
P.O.Lagage & C.J.Cesarsky, A&A **147**, 127 (1985)
M.Simon & U.Heinbach, ApJ **456**, 519 (1996)
P.Chardonnet & al, Phys.Lett.B **384**, 161 (1996)
M.Simon & al, ApJ **499**, 250 (1998)
A.W.Strong & O.Reimer, A&A **338**, 75 (1998)
L.Berström & al, ApJ **526**, 215 (1999)
T.Maeno & al, astro-ph 0010381 (2000)

Dépendance spectrale du flux

- [2] **PeV, le coude**
V.S.Ptuskin & al, A&A **268**, 726 (1993)
J.Wdowczyk, J.Phys.G :Nucl.Part.Phys. **20**, 1001 (1994)
K.S.Cheng & X.Chi, A&A **306**, 326 (1995)
K.Boothby & al, ApJ **491**, L35 (1997)
K.Bernlöhr & al, Astropart.Phys. **8**, 253 (1998)
E.G.Boos & al, Astropart.Phys. **9**, 311 (1998)
F.Arqueros, A&A **359**, 682 (2000)
S.P.Swordy & D.B.Kieda, Astropart.Phys. **13**, 137 (2000)
- [3] **EeV, le genou**⁷
F.Halzen, MADPH-97-990 (1997)
P.Battacharjee, astro-ph-9803029 (1998)
L.A.Anchordoqui, astro-ph-9903145 v2 (1999)
G.Sigl & al, Astropart.Phys. **10**, 1999 (141)
J.N.Bahcall & E.Waxman, ApJ **542**, 543 (2000)
P.Battacharjee & G.Sigl, Phys.Rept. **327**, 109 (2000)

Les types de flux

- [4] **Les SEP de l'espace**
R.E.McGuire, Rev.Geophys.& Spac.Sci. **21**, 305 (1983)
M.A.Shea, Rev.Geophys. **25**, 641 (1987)
G.M.Mason, Rev.Geophys. **25**, 685 (1987)
T.L.Garrard & E.C.Stone, Adv.Space Res. **14**, 589 (1994)
A.J.Tylka & al, ApJ **444**, L109 (1995)
R.A.Leske & al, ApJ **452**, L149 (1995)
G.M.Mason & al, ApJ **452**, 901 (1995)
- [5] **AC**
L.A.Fisk & al, ApJ **190**, L35 (1974)
J.H.Adams & al, ApJ **375**, L45 (1991-a)
J.H.Adams & al, ApJ **377**, 292 (1991-b)
A.Dutta & al, ApJ **411**, 418 (1993)
Geiss & al, A&A **282**, 924 (1994)
B.Klecker & al, ApJ **442**, L69 (1995)

⁷...et FLIP-FLOP la girafe.

F.B.McDonald & al, ApJ **446**, L101 (1995)
 E.R.Christian & al, ApJ **446**, L105 (1995)
 E.S.Seo & F.B.McDonald, ApJ **451**, L33 (1995)
 T.Takashima & al, ApJ **477**, L111 (1997)
 D.C.Ellison & al, ApJ **512**, 403 (1999)
 ...et voir aussi les derniers résultats de ACE à
http://www.srl.caltech.edu/ACE/ACENews/ACENews_Archives.html

- [6] http://helios.gsfc.nasa.gov/ace/ace_science.html
- [7] <http://www.srl.caltech.edu/ACE/CRISIS/cris.html>

La modulation solaire

- [8] E.N.Parker, ApJ **128**, 664 (1958)
 E.N.Parker, Planet.Space Sci. **13**, 9 (1965)
 L.J.Gleeson & W.I.Axford, ApJ **149**, L115 (1967)
 L.J.Gleeson & W.I.Axford, ApJ **154**, 1011 (1968)
 J.R.Jokipii, Rev.Geophys.Spac.Sci. **9**, 27 (1971)
 L.A.Fisk, J.Geophys.Res. **76**, 221 (1971)
Solar system Plasma Physics (§1.2.2), L.A.Fisk (North-Holland – 1979)
 M.L.Duldig, astro-ph 0010147 (2000)
- [9] **...appliquée aux antiprotons**
 J.S.Perko, A&A **184**, 119 (1987)
 J.S.Perko, ApJ **397**, 153 (1992)
 A.E.Labrador & R.A.Mewaldt, ApJ **480**, 371 (1997)
 G.Boella & al, Astropart.Phys. **9**, 261 (1998)
 J.W.Bieber & al, Phys.Rev.Lett. **83**, 674 (1999)

La coupure géomagnétique

- [10] *The polar Aurora*, C.Störmer (Clarendon Press – 1955)
 M.S.Vallarta, Handbuch der Phys. **46**, 88 (1958)
Cosmic Radiation and High Energy Interactions, V.D.Hopper (Logos Press – 1964)
 L.Derome & al, Phys.Lett. B **489**, 1 (2000)

Deuxième partie

L'environnement astrophysique

[...]

– Elle a encore augmenté d'intensité, annonça Bill Gaynor qui venait d'entrer. Je ne me suis pas couché, j'ai attendu son lever à l'est, il y a une heure.

– Elle ressemble à quoi, maintenant ?

– De l'ordre de -8 à mon avis.

Il y eut un sifflement dans la salle commune.

– Ça a plus l'air d'un foutu quasar que d'une supernova, murmura quelqu'un.

Un long silence suivit, interrompu par Almond :

– Ce qui expliquerait quelque chose qui me tourmentait diablement.

– Quoi donc, Dr. Almond ? demanda Gaynor, les yeux rougis par le manque de sommeil

– La raison pour laquelle la position de la chose coïncide exactement avec le centre galactique. Evident, n'est-ce-pas ? Le centre de la galaxie a explosé.

Inferno, Fred et Geoffrey Hoyle

Lorsque nous parlons d'un modèle de propagation, nous devons choisir l'environnement astrophysique qui l'accompagne. En effet, le milieu interstellaire (ISM, cf 3.1) comme le milieu interstellaire local (LISM, cf 3.1.4) peut avoir une grande influence sur le flux mesuré des cosmiques, et en particulier sur les flux de noyaux. Dans cette thèse, nous nous sommes concentrés sur un modèle dans lequel la répartition de matière est simpliste (disque mince), et il faut être en mesure d'estimer à quel point cette simplification est raisonnable. Le but de ce chapitre est donc de préciser (i) la structure *globale* de la galaxie, ceci incluant la répartition de matière mais aussi la forme du champ magnétique; et (ii) la structure plus *locale* constituée par la région située à quelques centaines de parsecs autour du système solaire. Comme nous le mentionnerons dans la section 15 dédiée aux noyaux radioactifs, la composition du LISM peut avoir un impact considérable sur la production des noyaux à courte durée de vie. Dans un deuxième temps, nous décrirons les paramètres relatifs à la géométrie de la galaxie qui seront utilisés dans notre code de propagation, puis pour finir nous parlerons des interactions entre les cosmiques et *la galaxie*. Ce faisant, nous en profiterons pour justifier l'utilisation de notre équation de propagation, et nous décrirons en détail les pertes d'énergie *continues* subies par les noyaux (ainsi que les processus d'attachement et d'arrachement d'électrons). En définitive, ce chapitre restera plutôt descriptif. Cependant, répétons-le, il nous permettra de jeter un œil plus *critique* sur le modèle utilisé dans cette thèse, et permettra de replacer dans un contexte plus large l'étude des rayons cosmiques.

3 DESCRIPTION DE NOTRE GALAXIE

Nous vivons dans une galaxie de type spirale barrée qui n'est pas spécialement différente de nombreuses autres galaxies observées dans l'univers. L'avantage principal pour son étude est que nous sommes en son intérieur, ce qui facilite l'observation avec des instruments couvrant toute la gamme du spectre électromagnétique. Le plus gros désavantage est que nous sommes en son intérieur...et alors l'absorption de la lumière par la matière interdit l'exploration de près d'un quart de la galaxie située dans la direction du centre galactique. Par ailleurs, comme nous sommes situés dans le plan galactique, il est plus difficile de se représenter la forme et le nombre exact de bras spiraux. Les études les plus récentes semblent indiquer quatre bras [Vallée 95], et la largeur de ces derniers est de plusieurs centaines de parsecs.

3.1 LA MATIÈRE

Nous nous référons ici à la matière *visible* par opposition à la matière *noire* introduite pour reproduire les courbes de rotation plates de la galaxie.

3.1.1 Le disque [1]

Le milieu interstellaire est caractérisé par un large éventail de conditions physiques et comme étant très loin d'être stationnaire. De fréquentes explosions de supernovæ réchauffent l'ISM et les nuages qu'il contient. L'évaporation d'une fraction de ces nuages produit le milieu inter-nuage (IC), mais l'effet dynamique des SN ne s'arrête pas là, puisqu'il est supposé en particulier être responsable de l'accélération des rayons cosmiques. Du point de vue de la composition, l'ISM contient :

Hydrogène et Hélium neutre La raie à 21.11 cm permet de cartographier ce qui est appelé *régions HI*.

Elles ont typiquement une demi-hauteur de ~ 250 pc autour du soleil et cette épaisseur va en augmentant lorsque l'on s'éloigne du centre galactique. La densité est d'environ 1 atome par cm^{-3} et il semble que plus de 90% de la masse du milieu interstellaire soit sous forme d'hydrogène et d'hélium neutre. Ce gaz a tendance à se regrouper en *nuages* comme le montre la distribution des dispersions radiales des vitesses.

Hydrogène moléculaire H_2 Les lignes d'absorption semblent indiquer que plus des deux tiers de l'hydrogène peut se trouver sous forme moléculaire dans les nuages très opaques. Certains peuvent même l'être complètement et de fait sont difficiles à analyser.

Poussières Ce sont des grains avec des rayons inférieurs à 10^{-4} cm qui absorbent et diffusent la lumière à toutes les longueurs d'onde. Ces poussières constituent une partie de ces nuages interstellaires. Comme la section efficace de ces processus augmente lorsque la longueur d'onde diminue, la couleur des étoiles qui passent dans ces grains est altérée, et l'*excès* de couleur permet de déterminer leur densité de colonne. L'observation de $m_{\text{gaz}}/m_{\text{grains}} \sim 160$ confirme l'idée que les atomes les plus lourds se sont condensés en grains avec environ 1/3 de CNO. Ceci peut jouer un rôle important lors des processus d'accélération.

Nous avons donc dit que le gaz avait tendance à se regrouper sous forme de nuages. Leur étude indique qu'ils sont présents à toutes les échelles, allant même jusqu'à quelques kiloparsecs. Typiquement, on peut distinguer

- les nuages diffus, qui sont transparents à la lumière, et qui produisent de nombreuses lignes atomiques ($n \sim 10 - 1000 \text{ cm}^{-3}$);
- les nuages sombres qui sont opaques dans le visible, et qui par conséquent sont observés dans le radio, par le biais des raies moléculaires OH et H₂O. Ces raies se caractérisent par une grande variabilité et une grande polarisation généralement attribuées à une amplification maser ($n \sim 10^3 - 10^6 \text{ cm}^{-3}$).

Le gaz coronal produit par les supernovæ remplit probablement la plus grande partie du volume entre les nuages interstellaires. Ces régions HII peuvent s'étendre jusqu'à plusieurs kiloparsecs de part et d'autre du plan galactique, mais ne contribuent pas à plus de 10^{-3} de la masse du milieu interstellaire (pour une épaisseur fixée à 100 pc). La répartition de poussières par rapport au gaz dans ces régions est de l'ordre de 1/100, ce qui est à peu près similaire à ce qui est observé dans les régions HI. Il y a deux types de gaz ionisé :

Gaz photo-ionisé Il se trouve fréquemment autour des étoiles de type O, B qui sont alors appelées *régions* HII. Les raies radio permettent de déduire $n_e \sim 0.005 - 0.015 \text{ cm}^{-3}$ (compatible avec ce qui est déduit de la dispersion des signaux des pulsars par les e^-). La température du gaz photo-ionisé se situe entre 7000 et 10 000 K. La fraction de masse sous cette forme est estimée à 0.01 pour l'ensemble de la galaxie.

Gaz ionisé par collision Lorsqu'une étoile envoie du gaz à une vitesse supérieure à 1000 km s^{-1} , un choc se produit qui chauffe le milieu interstellaire jusqu'à des températures allant au-delà de 10^6 degrés. Ceci ionise H, He mais aussi des noyaux plus lourds, ce qui produit des rayons X. Du gaz à plus basse température est aussi observé dans l'ultraviolet (raies d'absorption de OVI) et l'absence d'autres lignes proches permet d'obtenir une température entre 10^5 et 10^6 degré. L'hydrogène n'est pas observé, mais en supposant que la répartition des éléments est de type ss, il est possible d'en déduire $n_{\text{HII}} \sim 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$.

En résumé, si nous voulions obtenir une modélisation succincte de la distribution de matière dans le disque mince [Berezinskii 90], nous aurions (i) le gaz chaud ($n \sim 3.10^{-3} \text{ cm}^{-3}$, $T \sim 10^6 \text{ K}$) qui occupe une fraction $f \sim 0.2 - 0.8$ du volume, (ii) le milieu inter-nuage thermalisé ($n \sim 0.1 \text{ cm}^{-3}$, $T \sim 10^4 \text{ K}$, $f \sim 0.2 - 0.8$), (iii) les nuages d'hydrogène atomique ($n \sim 40 \text{ cm}^{-3}$, $T \sim 100 \text{ K}$, $f \sim 0.03$) et (iv) les nuages moléculaires ($n \sim 200 \text{ cm}^{-3}$, $T \sim 10 \text{ K}$, $f \sim 3.10^{-3}$). A cela il faudrait rajouter la distribution en z et en r , mais pour appliquer ceci à notre modèle, il suffit de savoir que la densité moyenne dans le disque est de $\sim 1 \text{ cm}^{-3}$.

3.1.2 Le halo [2]

Un halo est généralement défini comme un volume quasi-sphérique plus ou moins aplati autour du disque de matière d'une galaxie spirale. Il existe différents types de halo : halo stellaire, halo de gaz, halo de rayons

TAB. 1 – Estimations de l'étendue du halo de rayons cosmiques (adapté de [Dogiel 91]).

1- Observations	Evidence pour un halo	Hauteur L
2- Emission radio diffuse	Oui	$> 5 \text{ kpc}$
3- Existence de frontières pour les galaxies	Oui (pour certaines)	$1 - 5 \text{ kpc}$
4- Composition chimique	modèle-dépendant (oui si combinée aux données radio)	-
5- Anisotropie des UHECR	Il semble que oui	$\gtrsim 3 \text{ kpc}$
6- Gradient de rayons cosmique		
a- données SAS-2	Oui	$\sim 3 \text{ kpc}$
b- données COS-B	Oui	$\sim 15 \text{ kpc}$
7- Excès de γ à haute latitude		
a- $p + p$	Oui	$\gtrsim 1 \text{ kpc}$
b- Compton-inverse	Oui	$\sim 10 \text{ kpc}$

cosmiques, halo magnétique, halo γ , et même un halo de matière noire. Le lien entre eux n'est pas toujours clair. Nous ne nous étendrons pas des heures sur la taille du halo de diffusion, car dans notre modèle, c'est un paramètre libre. Simplement, comme l'indique le tableau 1, il y a de nombreuses observations qui abondent dans le sens de son existence. Dogiel concluait en 1991 que l'existence d'un halo ne pouvait être mis en doute, autant expérimentalement que théoriquement (voir la discussion sur les instabilités dans la section 13). Pour les noyaux stables, il estimait même que le halo s'étendait jusqu'à plus de 10 kpc.

3.1.3 Connection disque-halo : le disque large [3]

La séparation entre le disque et le halo n'est pas aussi simple qu'il y paraît. Il existe en réalité une sorte d'équilibre dynamique entre la pression de la matière, la pression des rayons cosmiques et la pression du champ magnétique. Nous reparlerons plus loin (cf 13) de la difficulté à maintenir un halo statique, et en tout cas les observations semblent confirmer l'existence d'un disque *large* qui réaliserait une sorte d'interface entre les deux zones pré-citées. Donnons quelques indications en sa faveur qui sont issues des observations de différentes composantes.

Cinématique du gaz [Lockman 91] : Dans certaines directions, le halo semble rempli par de larges nuages animés de vitesses particulières alors que dans d'autres directions, les nuages semblent en corotation avec le disque (même vitesse de rotation que le disque). Au-dessus du plan galactique, on peut même distinguer plusieurs populations de gaz neutre par leur cinématique, leur distribution et leurs abondances (déplétion)⁸. Dans la direction radiale, le fait qu'il n'y ait pas de halo pour $R < 2.5$ kpc semble indiquer qu'il y a un vent soufflant depuis le cœur de la galaxie, mais ceci est un autre problème. Suivant z , la couche principale de HI a une extension de ~ 200 pc, et le gaz ionisé s'étend jusqu'à $|z| \sim 1.5$ kpc. Les relations entre les différentes populations de gaz sont mal connues, et si à certains endroits l'énergie cinétique de la turbulence est suffisante pour soutenir les couches de HI contre la gravité, ailleurs, ce n'est pas le cas.

Le gaz chaud ionisé [Reynolds 91] : Les mesures sur l'extinction des pulsars et les mesures de dispersion, ainsi que les mesures optiques d'émission diffuse permettent d'établir l'existence d'un milieu chaud et ionisé ($\sim 10^4$ K) appelé aussi H^+ . La majeure partie est localisée en dehors du disque mince de la galaxie. Environ 70% du H^+ se trouve à $|z| > 300$ pc (et 50% à $|z| > 600$ pc). Au-delà de $|z| > 700$ pc, la matière est principalement dans un état chaud et ionisé. Tout le problème est de savoir comment cette composante est réchauffée. Seules les étoiles O et les SN ont assez de puissance pour contrebalancer le refroidissement du gaz, mais elles ne sont pas forcément présentes pour les grands z . Une des questions est donc de savoir si le H^+ à haute latitude est la partie ionisée du gaz neutre HI, ou si elle a une origine totalement différente.

Cinématique des étoiles [Wyse & Gilmore 91] : Le modèle canonique de galaxie des années 70 consiste en deux composantes stellaires, l'une est à (i) faible métallicité, faible moment angulaire, haute dispersion de vitesse dans le halo sphérique et l'autre à (ii) grande métallicité, basse dispersion, et grand moment angulaire dans le disque mince. Sans entrer plus dans les détails, il semble qu'il existe une troisième population intermédiaire, distribuée dans un disque plus large.

Pour terminer, insistons sur la question plus problématique des nuages à grand z . Ces derniers ont une vitesse perpendiculaire très élevée, qui peut être positive ou négative. Plusieurs hypothèses ont été envisagées faisant intervenir des processus se déroulant dans le disque (en particulier, il est possible d'envisager que ces nuages proviennent de gaz extragalactique ou de résidu de halo) :

Fontaine galactique [Savage 91] : modèle dans lequel le gaz chaud s'éloigne du disque mince pour former des nuages qui en refroidissant retombent vers le disque.

Cheminées : régions où plusieurs SN explosent créant des superbules qui guident la matière chaude vers le halo *via* les cheminées ainsi formées.

En plus de fournir une explication pour le gaz qui globalement est expulsé du disque, ceci explique le retour du gaz après cette première phase. Même si ces deux modèles deviennent rapidement compliqués en présence d'un disque large [Cox 91], d'autres structures comme les trous galactiques qui ont été observés semblent indiquer un gradient vertical de gaz.

Trous galactiques [Koo & al 91] : structures verticales correspondant à une déplétion en gaz HI. Ces trous sont surtout situés dans la partie interne de la galaxie. et ils sont observés en infrarouge et en radio (ce sont les murs entourant les superbules).

3.1.4 Le milieu interstellaire local (LISM) [4]

Le LISM est la région située dans une sphère centrée autour du système solaire et de rayon ~ 200 pc. L'image communément acceptée (voir figure 6) est que le soleil est situé à la frontière d'un *nuagelet* chaud ayant une densité d'hydrogène $n_{HI} \sim 0.1 \text{ cm}^{-3}$ et une température $T \sim 10^4$ K [Welsh & al 84] ; cette zone est appelée le *moutonnement* local ("Local fluff" ou encore "Local Interstellar Cloud" – LIC). Autour de celle-ci,

⁸La plupart du HI galactique est en corotation, mais pour une partie dans le halo, ce n'est clairement pas le cas (entre 100 pc et 400 pc au-dessus du plan, il existe une zone de très grande vitesse), ce qui indique peut-être la présence d'une fontaine galactique en activité (voir la définition plus loin).

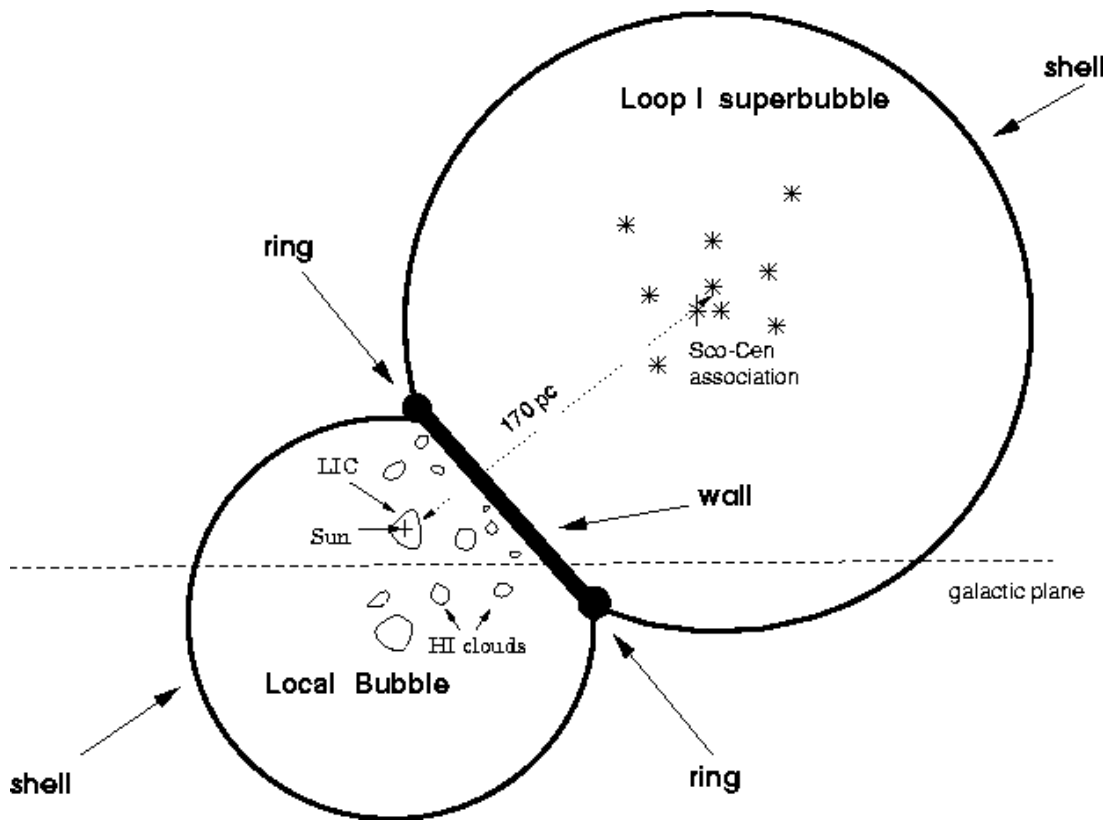


FIG. 6 – Représentation schématique du LISM autour du système solaire, tiré de [Breitschwerdt 00].

il existe probablement de nombreux autres petits nuages, mais le tout est plongé dans une région de densité anormalement basse par rapport au reste de l'ISM : c'est la *bulle locale* ($n_{\text{HI}} < 0.01 \text{ cm}^{-3}$ et $T > 10^5 \text{ K}$) dont la dimension est au moins de 50 pc autour du soleil. Cette image est cohérente avec des simulations obtenues en faisant exploser une SN il y a moins de 10 000 ans [Ferlet 98]. Cette bulle est elle-même en contact avec une autre superbulle bien connue (Loop I). Une explication alternative propose que le vide de la bulle locale et en particulier sa frontière coïncide avec les surfaces de rencontres de superbulles tout autour [Heiles 98].

Il est bien sûr possible ensuite de raffiner cette description du LISM (mouvement du soleil dans le LIC, dans la bulle locale, champs magnétiques, composition, etc. . .). Ce que nous voudrions souligner, c'est que la géométrie présentée ci-dessus joue un rôle important pour les noyaux radioactifs. A l'aide d'ordres de grandeur sur le coefficient de diffusion, il est simple d'estimer la sphère explorée par un noyau radioactif (cet exercice sera refait plus loin dans cette thèse). Pour le carbone 14, $l \sim 20 \text{ pc}$, et pour les radioactifs classiques (béryllium, aluminium, chlore et manganèse), $l \sim 100 - 200 \text{ pc}$. Nous voyons que pour le premier ceci correspond à la zone du LIC, alors que pour les autres, c'est la bulle locale qui est explorée. Or cette dernière étant sous-dense, ceci affecte la production locale des radioactifs (voir page 109).

3.2 LE CHAMP MAGNÉTIQUE [5]

L'origine du champ magnétique des galaxies reste une question ouverte [Beck 91], [Sofue 91]. Il y a trois modèles en concurrence : (i) existence d'un champ protogalactique qui s'est ensuite distordu lors de la rotation différentielle de la galaxie; (ii) origine locale, où le champ est éjecté par les étoiles et les SN, puis distordu par la rotation différentielle; (iii) modèles de type dynamo. A chacune de ces hypothèses sont associés des comportements spécifiques sur les plans temporels et spatiaux, qui nécessitent donc de bonnes observations sur la structure actuelle afin de pouvoir démêler le problème. Le comportement du gaz et du champ magnétique étant très reliés – l'énergie dans le champ magnétique est de l'ordre de celle du gaz –, les équations magnéto-hydrodynamiques régissant leur évolution ne sont pas simples. Ainsi, les travaux les plus récents passent bien souvent par le biais de la simulation numérique (voir par exemple [Ferrière & Schmidt 00]). Par ailleurs, il existe parfois des ponts entre les phénomènes du soleil (qui ont été longuement étudiés) et ceux de la galaxie.

Il existe deux composantes du champ (une fluctuante et une régulière) qui sont connues depuis les mesures de rotation Faraday sur les pulsars et autres sources extragalactiques [Manchester 74]. L'angle de polarisation de la lumière est reliée à $\langle n_e B_{||} \rangle$ le long de la ligne de visée, alors que la dispersion des mesures donne $\langle n_e \rangle$ (n_e est la densité d'électrons). On observe une valeur moyenne $\langle B_{||} \rangle \approx 2.2 \mu\text{G}$, parallèle au plan galactique. Un autre moyen de mesurer ce champ passe par l'effet Zeeman sur la raie à 21 cm dans les nuages HI ayant une densité $n > 100 \text{ cm}^{-3}$ – les valeurs de $B_{||}$ obtenues vont jusqu'à $7 \cdot 10^{-5} \text{ G}$. Ceci est similaire à ce qui est obtenu par mesure de polarisation de la lumière d'étoiles par les grains alignés dans le champ magnétique. Mentionnons une dernière méthode basée sur le rayonnement synchrotron des électrons relativistes, et qui donne une valeur de B d'au moins 10^{-5} G .

Toutes ces déterminations s'accordent pour indiquer que le champ magnétique a une composante fluctuante sur toutes les échelles et une intensité comparable au champ moyen. L'échelle des inhomogénéités est typiquement de quelques centaines de parsecs. Quoi qu'il en soit, la structure du champ magnétique est tourmentée et contient de nombreuses anomalies caractérisées par une inversion dans certaines régions. Si le détail de tout cela n'acquiert pas une importance capitale pour notre modèle, ce n'est pas pour autant qu'elle n'en a pas dans des modèles plus complexes. Ainsi, certaines simulations récentes s'intéressent au rôle de la structure spirale du champ sur la propagation (cf IV). Ceci est relié à la composante régulière et confinante, mais aussi à la structure chaotique qui est responsable de la diffusion et de la réaccélération (voir ce qui suit) ; les valeurs de celles-ci ont de fortes chances d'être différentes dans les bras spiraux ou dans le milieu *inter-bras* et le halo.

3.3 QUELQUES INFORMATIONS PERTINENTES POUR LA SUITE

Dans la description de notre modèle de propagation, nous avons besoin de deux renseignements particuliers : la position du système solaire dans la galaxie, et la distribution des sources. Pour la propagation des noyaux, ces deux éléments n'ont pas une importance primordiale, puisque nous faisons la mesure à un seul endroit et que la répartition des cosmiques est relativement homogène spatialement. Ainsi faire une erreur sur $R_{\odot}$ ou sur $q(r)$ n'influencera pas les résultats présentés dans la section VII. Néanmoins, dès que l'on sort du disque ces paramètres deviennent cruciaux.

3.3.1 La position du système solaire [6]

Le soleil est situé dans le disque, et comme nous travaillons dans le cadre du disque infiniment mince, nous prendrons $z_{\odot} = 0$. Donnons quelques éléments tirés de la revue de [Reid 93]

Pourquoi il est important de bien connaître $R_{\odot}$? Cette distance a un impact très grand sur l'astronomie, l'astrophysique et très indirectement sur la cosmologie. En particulier toutes les distances déterminées par l'observation des vitesses radiales associées au problème de la matière noire sont directement proportionnelles à $R_{\odot}$ (il faut aussi introduire un modèle de rotation).

Comment est déterminé $R_{\odot}$? Il y a principalement trois types de mesures,

1. mesures primaires (sans recalibration) : observation du mouvement propre des masers H_2O ou OH ;
2. mesures secondaires (nécessitant recalibration à cause d'extinction lumineuse) : estimation du centroïde de distribution des amas globulaires, des RR Lyræ variables et d'étoiles géantes et MIRAS (très lumineuses dans l'infrarouge) ;
3. mesures indirectes tirées de modèles de rotation pour la galaxie ou encore liées à la fonction de luminosité des nébuleuses planétaires.

Le tableau 2 récapitule les mesures de $R_{\odot}$. La mesure de parallaxe pour de nombreuses étoiles avec HIPPARCOS a permis de faire des réels progrès, et pas seulement dans la mesure de $R_{\odot}$. La valeur que nous avons prise dans cette thèse est

$$R_{\odot} = 8 \text{ kpc} \tag{9}$$

qui correspond à la prescription du PDG 2000 [Groom & al 00] : $R_{\odot} = 8.0 (0.5) \text{ kpc}$.

TAB. 2 – Estimation de la distance du système solaire au centre galactique.

$R_{\odot} \pm (\dots)$ [kpc]	Méthode	Réf.
8.0 (0.5)	Moyenne pondérée des mesures de 1974 à 1986	[Rei93]
8.3 (1.0)	RRLyræ	[Car95]
8.5 (0.5)	Céphéides mesurées avec HIPPARCOS	[Fea97]
7.0 (1.0)	Mesure indirecte de l'aplatissement du halo	[Oll98]
7.66 (0.8)	Céphéides	[Met98]
8.2 (0.3)	Géantes rouges triangulées par HIPPARCOS (bande I)	[Pac98] et [Sta98]
8.0 (0.9)	Dynamique stellaire	[Gen00]
7.9 (?)	Centroïde de distribution d'étoiles	[Lóp00]
8.24 (0.42)	Géantes rouges d'HIPPARCOS (bande K)	[Alv00]

3.3.2 Distribution radiale des sources [7]

L'acquisition de données γ dans les années 70 par l'expérience SAS-2 a permis de reconsidérer l'étude très controversée du halo de la galaxie. Dans un modèle de diffusion similaire à celui utilisé dans cette thèse, [Stecker & Jones] ont calculé le flux de γ étant donné un spectre source. En effet, pour obtenir le flux γ , il faut passer par la distribution spatiale des rayons cosmiques, et donc il faut faire des hypothèses sur la distribution des sources CR. Ce que montre ce papier, c'est d'une part que le meilleur ajustement est obtenu pour un halo $L \sim 3$ kpc, mais aussi que la distribution spatiale qui reproduit le mieux les données est la distribution de supernovæ de [Kodaira 74] (qui suit d'ailleurs de près la distribution des pulsars)...ce qui est bien cohérent avec l'image actuelle des SN comme source d'accélération des CR. Dans notre modèle, nous ne prenons pas en compte la dépendance angulaire, mais il a été montré que la distribution de gaz et celles des SN étaient regroupées dans les bras spiraux [Leahy 89], [Bartunov 94].

Pour conclure, la distribution source a subi bien des modifications depuis [Kodaira 74]. Elle a été améliorée par l'augmentation du nombre de SN et pulsars découverts (distribution SN modifiée de [Lyne & al 85] utilisée en particulier par [Webber & al 92] et [Salati & al 96]), et aussi en reconsidérant une meilleure valeur pour $R_{\odot}$ de 8.5 kpc [Case & al 96] plutôt que les 10 kpc des études précédentes. Dernièrement, une forme plus aplatie a été obtenue pour cette distribution avec les mêmes données en utilisant de meilleurs résultats des courbes de rotation [Case & al 98]. Il est à noter que cet aplatissement va dans le sens de la forme obtenue phénoménologiquement par [Strong 98] pour reproduire les observations γ . Dans notre programme, bien que ce paramètre ne soit pas très important tant que l'on ne calcule pas des flux hors du disque, nous pouvons choisir indifféremment

1. Distribution de type SN-modifié proposée par [Stecker & Jones 77], [Webber & al 92] évaluée à $R_{\odot} = 10$ kpc

$$f(\rho = r/R) = \rho^{0.6} \exp^{-3\rho} \quad (10)$$

2. Evaluation similaire, mais à $R_{\odot} = 8.5$ kpc [Case & al 96]

$$f(\rho) = \rho^{1.69} \exp^{-3.33(\rho-1)} \quad (11)$$

ou encore, plus récemment [Case & al 98]

$$f(\rho) = \rho^{2.} \exp^{-3.53(\rho-1)} \quad \sim \quad f(r) = 1.96 \sin(\pi\rho + 0.08) \exp^{-0.13r} \quad (12)$$

3. Forme pour reproduire les observations γ dans le modèle numérique de [Strong 98]

$$f(\rho) = \rho^{0.5} \exp^{-1.(\rho-1)} \quad (13)$$

Pour les erreurs sur les paramètres, le lecteur peut consulter les papiers sources.

4 PROCESSUS DU MILIEU INTERSTELLAIRE

L'étude du rayonnement cosmique ne se limite pas au seul problème de la propagation des noyaux, et toutes les espèces (γ , ν , e^- , e^+ , $\bar{p}$, noyau) interagissent avec le contenu de notre galaxie (gaz ou radiation). Dans cette partie, nous laisserons de côté le problème de l'origine des cosmiques pour nous focaliser sur l'ensemble des transformations subies durant leur voyage dans l'ISM et le halo. Nous donnerons aussi un exemple de spectre de fond diffus γ produit par les interactions des électrons et des protons.

4.1 CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

La figure 7 illustre le rôle des phénomènes énergétiques sur l'environnement astrophysique. Ce schéma est adaptable à différentes échelles ; par exemple il s'applique aussi bien à un sous-système isolé que constitue une SN qu'à la galaxie dans son ensemble. Cette figure ne se veut pas exhaustive, mais indicative. La première étape est

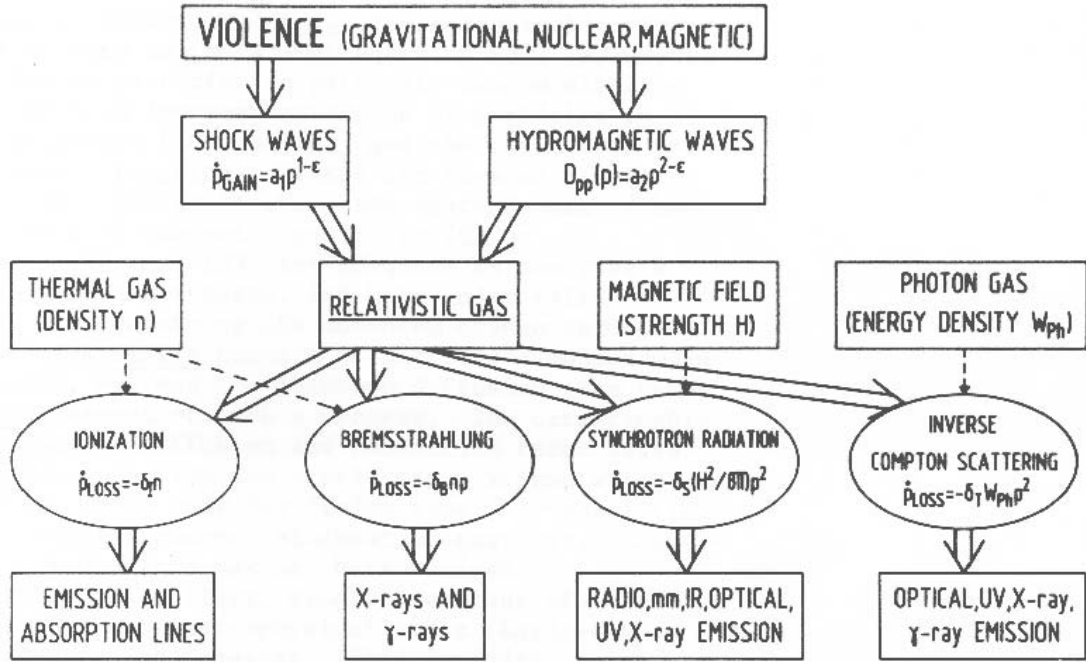


FIG. 7 – Schéma indicatif des processus dans l'ISM qui conduisent au rayonnement électromagnétique observé dans de nombreuses longueurs d'ondes (tiré de [Schlickeiser 85]).

l'accélération des particules *via* le processus de Fermi de premier ordre, ou encore par des processus stochastiques du second ordre. Ensuite le gaz relativiste perd de l'énergie par ionisation, bremsstrahlung, radiation, spallation lors des interactions avec la matière et le champ de radiation. Dans cette première section, nous voulons insister sur le fait que l'équation de diffusion incluant les termes de perte et gain d'énergie conduit à des formes de spectre qui ont été observées dans de nombreux sites astrophysiques.

4.1.1 Pertes d'énergie et réaccélération dans le cadre des modèles d'accélération stochastique [8]

Les particules chargées gagnent de l'énergie lorsqu'elles rentrent en résonance avec les ondes magnéto-hydrodynamiques. Cette diffusion dans l'espace des impulsions peut être étudiée en utilisant une équation de Boltzmann sans collision développée au second ordre dans les quantités perturbées (les irrégularités du champ magnétique). En théorie quasi-linéaire, les effets sont moyennés sur l'ensemble des propriétés statistiques du plasma. Il est alors possible de trouver l'équation d'évolution de la distribution des particules, et en particulier, dans le cas des ondes de Alfvén qui nous intéressent, la forme en est

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial z} \left[K_{||} \frac{\partial f}{\partial z} \right] + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[K_{pp} p^2 \frac{\partial f}{\partial p} \right] + Q(\vec{r}, p, t) \quad (14)$$

Avant de préciser ces quantités, notons que si le plasma dans lequel évoluent les particules a lui aussi un mouvement d'ensemble (que nous appellerons V_g par commodité), nous obtenons une équation qui contient deux termes additionnels dus à la convection et à la décélération adiabatique.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial z} - \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_g p \frac{\partial f}{\partial p} \left[K_{||} \frac{\partial f}{\partial z} \right] + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[K_{pp} p^2 \frac{\partial f}{\partial p} \right] + Q(\vec{r}, p, t) \quad (15)$$

Les paramètres $K_{||}$ et K_{pp} sont respectivement le coefficient de diffusion spatiale et le terme de réaccélération stochastique. Ils peuvent aussi être calculés dans le cadre de la théorie quasi-linéaire, mais leur forme exacte nous importe peu. Par contre, si nous introduisons les deux temps caractéristiques associés à ces processus

- $\tau_K = L^2/K_{||}$ qui est le temps caractéristique pour diffuser sur une longueur L le long du champ magnétique ordonné,
- $\tau_F = p^2/K_{pp}$ qui est le temps caractéristique de l'accélération stochastique;

il est possible de montrer qu'il existe une relation entre les deux (V_a est la vitesse de Alfvén liée à la propagation des perturbations, voir page 89)

$$\tau_K \cdot \tau_F = \left(\frac{3L}{V_a} \right)^2 \quad (16)$$

Ainsi, la marche aléatoire due à la diffusion le long des lignes de champ magnétique et l'accélération stochastique due à la diffusion résonante sont des processus liés. Une fois le temps caractéristique de l'un connu, celui de l'autre peut être calculé immédiatement, et son importance peut être ainsi rapidement estimée.

Nous reconnaissons dans l'équation précédente les équations que nous avons utilisées dans notre modèle de diffusion. Ce n'est bien sûr pas un hasard, car ces dernières découlent en réalité de la théorie qui vient d'être présentée; en particulier, V_g représentera le terme de vent galactique que nous introduirons dans la section 13. Ceci justifie donc leur utilisation tout au long de cette thèse. Il est possible que la *vraie* théorie soit plus complexe et fasse intervenir des termes non-linéaires ou d'ordre supérieur⁹, mais nous n'avons ni la place ni les compétences pour en discuter. Une dernière relation très importante peut être tirée de la théorie quasi-linéaire

$$K_{pp} = \frac{V_a^2}{9K_{||}(p)} p^2 \quad (17)$$

qui lie le coefficient de diffusion spatiale au coefficient de diffusion dans l'espace des énergies. Terminons en insistant sur le fait que replacé dans le contexte des rayons cosmiques, le temps de diffusion obtenu par l'analyse des radioactifs donne $\tau_K \sim 20$ Myr, ce qui conduit à un temps typique $\tau_F \sim 5$ Myr pour qu'un cosmique double son énergie. Ceci indique que l'accélération stochastique peut jouer un rôle important même pour les noyaux (cf 12).

Spectre à l'équilibre La situation précédente peut être encore complétée en rajoutant les processus agissant à l'ordre un en énergie pour obtenir

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot [K \vec{\nabla} f] - \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_g p \frac{\partial f}{\partial p} + L_p f + Q(\vec{r}, p, t) \quad (18)$$

où l'opérateur L_p est déterminé par (le point désigne la dérivée temporelle)

$$L_p \equiv \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[K_{pp} p^2 \frac{\partial f}{\partial p} \right] - \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 [\dot{p}_{\text{gain}} + \dot{p}_{\text{pertes}}] f) \quad (19)$$

Pertes d'énergie Nous donnerons plus loin les formes exactes des pertes par ionisation et des pertes Coulombiennes qui sont importantes pour les noyaux. Les autres processus impliqués sont

- Les pertes radiatives : il y a le rayonnement synchrotron (dans un champ magnétique de module H_0) et l'effet Compton inverse (w_{Ph} est la densité d'énergie à basse fréquence)

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_{\text{rad}} = -\delta_{\text{rad}} p^2 \left(w_{Ph} + \frac{H_0^2}{8\pi} \right) p^2$$

- Les pertes non-radiatives : les quatres termes qui suivent sont respectivement le bremsstrahlung dans la matière neutre, dans la matière ionisée, et l'ionisation du milieu IS pour des particules relativistes, puis non-relativistes

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_{\text{matière}} = -\delta_{B_1} n_{\text{ISM}_{\text{neutre}}} p - \delta_{B_2} n_{\text{ISM}_{\text{ion}}} \ln(p/p_B) - \delta_{I_R} n_{\text{ISM}} - \delta_{I_{NR}} n_{\text{ISM}} p^{-2}$$

⁹En ce qui concerne cette deuxième hypothèse, nous pouvons répondre par la négative. Le développement aux ordres supérieurs des variations d'énergie conduit au développement de Kramers-Moyal qui est une généralisation du développement à l'ordre deux de Fokker-Planck. Il est possible de montrer (théorème de Pawula) que si le coefficient $K^{(2n)}$ est nul, alors automatiquement tous les coefficients suivants le sont aussi. Or pour le cas de diffusion de type force de Langevin (tel que l'on peut avoir dans notre cas), $K^{(3)}$ est nul. Ainsi, l'approximation de ne prendre que les termes jusqu'à l'ordre deux est justifiée [Risken 96].

Toutes les quantités non définies sont des constantes. Ces formules qui ne sont que des approximations de formules plus complexes permettent de résoudre exactement l'équation (18) sous différentes conditions, lorsque les pertes catastrophiques sont négligées (spallation, décroissance radioactive).

Gain d'énergie Il faut aussi tenir compte du terme d'accélération. Ce dernier peut être écrit avec une loi de puissance (toujours grâce aux hypothèses de départ).

$$\dot{p}_{\text{gain}} \propto \frac{p}{K}$$

Conclusion Avec tous ces ingrédients, pour des K en loi de puissance $K(p) \propto p^n$, [Schlickeiser 82] déduit l'ensemble des solutions sous certaines conditions pour le terme source. Notre but n'est pas de reproduire ses résultats ici, mais plutôt d'insister sur le fait que les différentes formes de source observées au niveau astrophysique s'expliquent naturellement par l'équation (15) une fois inclus les mécanismes d'accélération et de pertes. En particulier, selon qu'il y ait des pertes d'énergie ou pas, selon que l'accélération soit négligeable, etc... les formes obtenues peuvent suivre

- un spectre mono-énergétique avec une queue de basse énergie,
- une loi de puissance (n'importe quel puissance entre -1 et $-\infty$) avec un “cutoff” exponentiel,
- une loi de puissance plus compliquée (double exponentielle, ...) donnée par des cas limites de fonctions de Bessel,
- une distribution Maxwellienne.

Chacune de ces formes a été observée à un endroit ou à un autre de la galaxie pour différentes échelles (solaire, stellaire, galactique). Ceci n'implique pas forcément que la théorie vaguement esquissée plus haut soit la bonne, mais ses résultats sont assez convaincants pour l'appliquer au problème de la propagation des rayons cosmiques.

4.1.2 Illustration sur les spectres γ , e^- et e^+

Puisque nous n'en parlons nulle part ailleurs dans cette thèse, nous allons parler brièvement des flux obtenus pour les spectres γ , positrons et électrons, car ils constituent un autre aspect très important de la propagation des cosmiques et sont plus particulièrement liés à la compréhension des phénomènes galactiques dans le halo.

Les photons (figure 8) Passer en revue tous les processus impliqués sur toute la gamme d'énergie du rayonnement électromagnétique observé nécessiterait plusieurs livres! A titre indicatif, mentionnons quelques uns des processus impliqués dans la production de ce rayonnement :

- Ondes radio : transitions rotationnelles de molécules, recombinaisons, effet maser (OH–18 cm et H₂O–1.35 cm), bremsstrahlung par des électrons à température ambiante.
- Optique : recombinaison électron-proton, raies d'émission et d'absorption de H, He, noyaux et molécules, diffusion par des grains.
- Rayons X : bremsstrahlung par des électrons relativistes.
- Rayons gammas : raies nucléaires, interactions p+p inélastiques, rayonnement synchrotron des e^- .

Ce n'est bien sûr qu'une classification *approximative*. L'ensemble des processus de basse énergie est traité en détail dans [Spitzer 78]. Les processus X et gamma sont quant à eux particulièrement intéressants, car ce sont des *sous-produits* de la propagation des électrons et des protons.

Electrons et positrons (figure 9) Il y a tout d'abord les électrons thermiques qui peuplent le milieu interstellaire et qui sont responsables (i) d'un spectre radio de bremsstrahlung continu, et aussi (ii) de la scintillation des pulsars (modification de l'indice de réfraction qui change la vitesse de phase). A plus haute énergie, les électrons sont primaires au sens où ils sont accélérés dans des sources. Leur spectre est plus pentu à cause des pertes d'énergie plus importantes. Les positrons sont secondaires et sont produits lors des collisions $p + p$ via un π^+ . Pour toute discussion sur les e^- et e^+ , voir par exemple le livre de [Berezinskii & al 90], ou encore les nombreux articles récents sur le sujet.

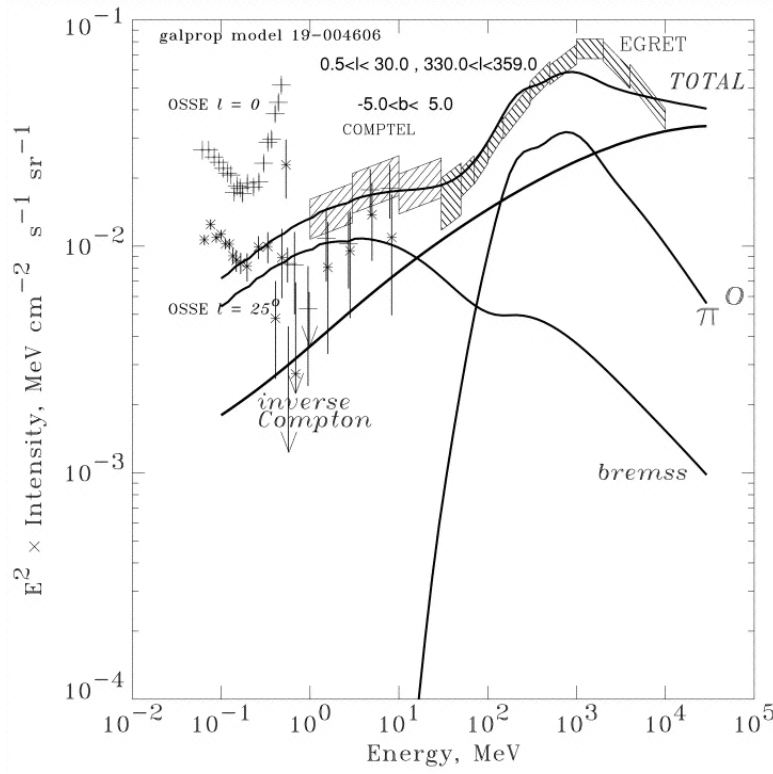


FIG. 8 – Flux de gamma observé et prédiction pour un modèle spécifique (tiré de A.W.Strong & al, ApJ **537**, 763 (2000)). Voir le papier source pour le détail des courbes.

4.2 LE CAS SPÉCIFIQUE DES NOYAUX

Nous pourrions avoir l'impression que les noyaux, qui sont après tout des particules chargées, ont un comportement similaire aux électrons et aux positrons. Cette impression est fautive, car il y a une différence de taille – et donc aussi de masse – entre les deux ! Les interactions électromagnétiques ponctuelles (radiation synchrotron, Compton inverse, bremsstrahlung) dépendent pour un électron de la section efficace Thomson

$$\sigma_{Thomson} = 8\pi r_e^2 / 3 \quad (20)$$

avec r_e le rayon classique de l'électron

$$r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2 \quad (21)$$

Si nous prenons maintenant un noyau chargé de masse $M = Am_p$ et de charge Z , la section efficace correspondante sera proportionnelle au carré du rayon du noyau, soit $R_0 = (Ze)^2 / 4\pi\epsilon_0 Am_p c^2 = (Z^2/A)(m_e/m_p)r_e$. La section efficace Thomson pour un noyau est alors donnée par

$$\sigma_N = (Z^4/A^2)(m_e/m_p)^2 \sigma_{Thomson} \sim 10^{-7} (Z^4/A^2) \sigma_{Thomson} \quad (22)$$

La conclusion immédiate est que pour des noyaux ou électrons ayant le même facteur de Lorentz, les interactions électromagnétiques ponctuelles faisant intervenir les noyaux seront négligeables dans pratiquement toutes les situations astrophysiques. Dans le cas particulier du rayonnement cosmique, nous avons $e^-/p^+ \sim 10\%$, ce qui ne suffit pas, et de loin, à rattraper le facteur 10^{-7} ci-dessus. Ce point simplifie grandement la situation, et c'est cet argument qui nous permet en quelque sorte de *déconnecter* le problème des noyaux de celui des autres espèces.

Schématiquement, nous pouvons séparer les interactions en deux catégories :

- Interactions sur la matière du milieu interstellaire (principalement hydrogène, hydrogène ionisé, hélium et électrons).

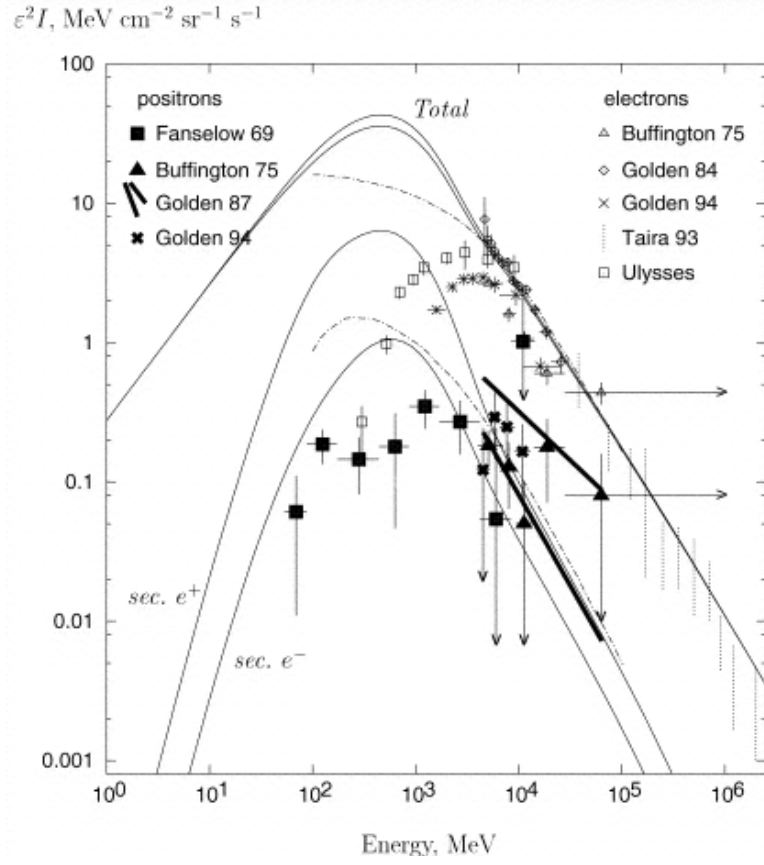


FIG. 9 – Flux d’électrons et de positrons et prédiction pour différents modèles (tiré de I.V.Moskalenko & A.W.Strong, ApJ **493**, 694 (1998)). Voir le papier source pour le détail des courbes.

– Interactions sur les champs magnétiques galactiques (composante régulière et irrégulière).

La répartition de matière et la forme du champ magnétique ont été discutées dans la section précédente. Cependant, l’approximation que nous retiendrons dans la suite de ce tapuscrit, c’est que la matière est plutôt située dans le disque alors que la diffusion agit en plus dans tout le halo. Ceci nous permettra en particulier bien des simplifications dans la résolution des équations de la propagation (cf VI). Nous allons ici présenter les formules qui sont utilisées dans notre programme. La question des interactions sur le champ magnétique a déjà été discutée brièvement (diffusion spatiale et dans l’espace des énergies) et nous y reviendrons plus loin pour préciser l’importance de la réaccélération pour les noyaux (cf 12). Le cas spécifique des interactions *catastrophiques* (spallation) sera traité explicitement dans la section 6, et nous nous concentrerons donc ici sur les interactions qui provoquent un simple décalage des énergies.

4.2.1 Les pertes d’énergie [9]

Lorsque les noyaux se propagent dans le disque, ils subissent des interactions avec le milieu ambiant (HI, HII et He). Ces pertes n’influent le spectre qu’à basse énergie (en deçà de ~ 1 GeV/n) et sont de deux sortes : (i) interactions Coulombiennes sur un plasma ionisé et (ii) pertes par ionisation sur la matière interstellaire neutre (H et He).

Pertes Coulombiennes Dans un plasma totalement ionisé, les interactions coulombiennes sont dominées par la diffusion sur les électrons thermalisés. Les pertes d’énergie correspondantes sont :

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{Coul}} \approx -4\pi r_e^2 m_e c^2 Z^2 n_e \ln \Lambda \frac{\beta^2}{x_m^3 + \beta^3} \quad (23)$$

$$x_m \equiv (3\sqrt{\pi}/4)^{1/3} \sqrt{2kT_e/m_e c^2} \quad (24)$$

$$\ln \Lambda \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{m_e^2 c^4}{\pi r_e \hbar^2 c^2 n_e} \cdot \frac{M \gamma^2 \beta^4}{M + 2\gamma m_e} \right) \quad (25)$$

où

- $r_e \equiv e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2 = 2.81810^{-15}$ m et $m_e = 0.511$ MeV/ c^2 correspondent au rayon classique et la masse au repos de l'électron (PDG),
- $< n_e > \sim 0.033 \text{cm}^{-3}$ et $T_e \sim 10^4$ K sont respectivement la densité et la température des e^- interstellaire [Nordgren 92],
- Z et M sont respectivement la charge et la masse du nucléon *projectile*,
- $\ln \Lambda$ est le logarithme Coulombien dont la valeur se trouve dans notre cas particulier entre $\sim 40 - 50$.

Pertes par ionisation Pour les ionisations, nous utilisons la formule relativiste qui est appropriée pour le cas des cosmiques aux énergies considérées :

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{Ion}} (\beta \geq \beta_0) \approx -2\pi r_e^2 c m_e c^2 Z^2 \frac{1}{\beta} \sum_{s=H, He} n_s B_s \quad (26)$$

$$B_s \equiv \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 Q_{max}}{\tilde{I}_s^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (27)$$

$$Q_{max} \equiv \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + [2\gamma_e/M]} \quad (28)$$

où

- $\beta_0 = 1.4e^2/\hbar c = 0.01$ est la vitesse caractéristique des électrons dans l'hydrogène (dans notre cas le β sera toujours plus grand que cette valeur),
- Q_{max} est le transfert d'énergie maximum de la particule incidente à l'électron atomique,
- $\tilde{I}_s$ est la moyenne géométrique de tous les potentiels d'ionisation et d'excitation de l'atome ($\tilde{I}_H = 19$ eV et $\tilde{I}_{He} = 44$ eV),
- $M \gg m_e$ est la masse du nucléon *projectile*,
- n_s est la densité correspondante dans l'ISM de l'espèce "s".

4.2.2 L'attachement et l'arrachement d'électron

Ce processus est très particulier : nous aurions pu l'insérer dans la partie traitant de la spallation puisque qu'elle va contribuer à des réactions *catastrophiques* pour les noyaux instables sous capture électronique. Les sections efficaces d'attachement et d'arrachement souffrent quelque part du même problème que les sections efficaces de production ; à savoir qu'étudier celles-ci à des énergies de l'ordre du GeV/n n'apporte pas d'information *fondamentale* pour la compréhension des processus atomiques. Ce sont donc une fois de plus les physiciens des rayons cosmiques qui se sont attelés à étendre les formules existantes pour quelques KeV [10] aux énergies qui nous concernent. Les résultats qui vont suivre ont été formulés dans les années 70 et n'ont pas donné lieu à d'études plus récentes (en tout cas, à ma connaissance).

Section efficace d'attachement Un noyau peut arracher un électron à un autre noyau du milieu interstellaire de deux façons :

1. Processus radiatif : l'électron est considéré comme libre et un photon est émis pour conserver l'énergie et l'impulsion.
2. Processus non-radiatif : c'est le recul du noyau cible qui conserve l'énergie-impulsion.

Le processus non-radiatif est un problème de mécanique quantique à trois corps, où un électron est transféré d'un noyau à un autre. Le traitement non-relativiste dans l'approximation de Born-Oppenheimer [11] peut être utilisé moyennant quelques modifications à *haute* énergie (autour du GeV/n). Cette capture se fait pour un noyau de type hydrogène pour la couche K. Lorsque la vitesse du projectile est très élevée par rapport à la vitesse de giration de l'électron, Oppenheimer a montré qu'un électron de la couche n contribuait pour $1/n^3$ dans la section efficace. A l'inverse de la photo-ionisation, la capture radiative est un problème à deux corps dans lequel un e^- qui est *libre* s'attache à un noyau qui émet un photon qui conserve l'énergie. Dans ce contexte, *libre* signifie que la vitesse des e^- du milieu due à leur mouvement orbital dans l'atome est petite devant la

vitesse des projectiles. De même que précédemment, l'approximation de Oppenheimer en $1/n^3$ est valide pour la capture radiative. Nous aurons donc, indifféremment pour la capture radiative ou non radiative d'un électron

$$\sigma^{nrad, rad} = \sigma_{ls}^{nrad, rad} \sum_1^{\infty} n^{-3} = 1.202 \sigma_{ls}^{nrad, rad} \quad (29)$$

Aux énergies de l'ordre de la centaine de MeV/n, c'est la capture radiative qui domine dans l'hydrogène, mais la capture non-radiative évolue en Z_t^5 et donc est très sensible à la quantité de gaz plus lourd du milieu IS.

$$\sigma_{rad}^{attach} = \frac{3}{2} Z_p Z_t \sigma_{Thomson} \beta \gamma (\gamma - 1)^{-3} a^{4+2\zeta} \exp[-2(a/\beta) \cos^{-1}(a)] \{ \mathcal{M}(\beta) [1 + \mathcal{R}(a)] + \pi a \mathcal{N}(\beta) \} \quad (30)$$

avec $\beta = v/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, Z_p et Z_t sont respectivement les charges du projectile (le noyau qui capture un e^-) et de la cible (le noyau de l'ISM qui "donne" son e^-), et $\sigma_{Thomson} = 8\pi r_e^2/3$ (où r_e est le rayon classique de l' e^-) est la section efficace Thomson. Les autres paramètres valent¹⁰

$$\begin{aligned} a &\equiv \alpha Z_p \quad \text{où } \alpha \text{ est la constante de structure fine;} \\ \zeta &\equiv (1 - a^2)^{1/2} - 1 \\ \mathcal{M}(\beta) &= \frac{4}{3} + \frac{\gamma(\gamma - 2)}{(\gamma + 1)} \left[1 - \frac{1}{2\beta\gamma^2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \right] \\ \mathcal{N}(\beta) &= \frac{1}{15\beta^3} (-4\gamma + 34 - 63\gamma^{-1} + 25\gamma^{-2} 8\gamma^{-3}) - \frac{(\gamma - 2)}{2\beta^2\gamma(\gamma + 1)} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \\ \mathcal{R}(a) &= -\exp(-8.4a^2 + 14a - 8.28) \end{aligned}$$

Il faut noter que le facteur $\mathcal{R}(a)$ peut être ignoré en première approximation pour $Z_p < 29$ (erreur inférieure à une fraction de %).

La section efficace d'attachement non-radiatif est donnée par :

$$\sigma_{non-rad}^{attach} = \frac{\pi}{5} 2^{18} (a_0 \gamma)^2 (Z_p Z_t)^5 S^8 [S^2 + (Z_p + Z_t)^2]^{-5} [S^2 + (Z_p - Z_t)^2]^{-5} \quad (31)$$

avec $a_0 = r_e/\alpha^2$ (rayon de Bohr), et $S = \beta\gamma/\alpha$. Seules quelques mesures existent pour la gamme d'énergie autour du GeV/n, et le comportement asymptotique est sujet à caution. Quoi qu'il en soit, ces mesures [Raisbeck 78] suggèrent que cette contribution est inférieure à 1% pour des énergies aussi basses que ~ 300 MeV/n¹¹. Toutes ces considérations nous amènent à la formule suivante qui sera utilisée dans notre analyse :

$$\sigma_{tot}^{attach} = 1.202 \sigma_{rad}^{attach} \quad (32)$$

Notons pour finir que ces formules sont valables que le milieu soit ionisé ou non [Raisbeck 78] : il suffit donc de prendre la densité d'hydrogène pour le taux d'attachement¹²

$$\Gamma_{tot}^{attach} = n_{ISM} \cdot v \cdot \sigma_{tot}^{attach} \quad (33)$$

Section efficace d'arrachement La section efficace d'arrachement s'exprime de manière beaucoup plus simple. Elle est tirée de la section efficace relativiste d'ionisation et s'écrit

$$\sigma^{strip} = 4\pi a_0^2 \left(\frac{\alpha}{Z_p \beta} \right)^2 (Z_t^2 + Z_t) C_1 \left(\ln \frac{4\beta^2 \gamma^2}{C_2 \alpha^2 Z_p^2} - \beta^2 \right) \quad (34)$$

¹⁰Dans l'article de [Letaw & al 84], il y a une erreur dans la formule de $\mathcal{N}(\beta)$, et il faut rajouter $+25\gamma^{-2}$ [Wilson 78]. Notons que cet ajout n'a pas une grande incidence sur le résultat.

¹¹De toute façon, nous ne retrouvons les courbes de [Letaw & al 84] seulement si nous négligeons σ_{rad}^{attach} . Ce n'est pas vraiment un argument très fort, mais comme ce sont eux qui ont le plus travaillé sur le sujet...

¹²Nous le redirons plus loin, mais les sections efficaces de désintégration par capture électronique sont évaluées sur terre où le noyau dispose de deux électrons orbitaux dans la couche K. Dans l'espace, d'une part personne ne vous entend crier, mais en plus les noyaux n'attachent qu'un seul e^- ce qui divise le taux de désintégration par deux. Comme ce processus est lié à la désintégration et non à l'attachement, nous ne l'incluons pas dans la formule qui suit.

Les constantes valent respectivement $C_1 = 0.285$, $C_2 = 0.048$ et le taux d'arrachement devient

$$\Gamma^{strip} = n_{\text{ISM}}.v.\sigma^{strip} \tag{35}$$

Bibliographie

La composition de l'ISM

La matière et le champ magnétique

[1] **Disque**

- Physical Processes in the Interstellar Medium*, Lyman SPITZER (John Wiley & Sons – 1978)
Astrophysics of Cosmic Rays (§II), V.S.Berezinskii & al (North-Holland – 1990)
T.E.Nordgren & al, *Astron.J* **104**, 1465 (1992)
J.S.Arabadjis & J.N.Bregman, *ApJ* **510**, 806 (1999)

[2] **Halo**

- A.Webster, *MNRAS* **171**, 243 (1975)
A.Webster, *MNRAS* **185**, 507 (1978)
V.A.Dogiel, *I.A.U Symposium* **144**, 175 (1991)

[3] **Connection disque-halo**

- A.N.Hall, *MNRAS* **199**, 355 (1982)
K.Beuermann & al, *A&A* **153**, 17 (1985)
The interstellar disk-halo connection in galaxies, 144th I.A.U Symposium (Ed. by H.Bloemen – 1991)
- F.J.Lockman, p15-24, *The neutral halo in the inner galaxy*.
- R.J.Reynolds, p67-76, *Ionized disk-halo gas...*
- R.F.G.Wyse & G.Gilmore, p97-108, *The stellar disk-halo connection*.
- B.D.Savage, p131-141, *UV absorption and emission lines from highly ionized gas in the galactic halo*.
- D.P.Cox, p143-148, *Hot gaz in the disk, halo, and disk-halo interaction*.
- B.-C.Koo & al, p165-168, *Galactic worms*.
M.-M.Mac Low, *astro-ph*, 9811008 (1998)
M.Normandeau & S.Basu, *astro-ph*, 9811238 (1998)

[4] **LISM**

- D.P.Cox & R.J.Reynolds, *Ann.Rev.A&A* **25**, 303 (1987)
B.Y.Welsh & al, *ApJ* **437**, 638 (1994)
A.Fruscione & al, *ApJSS* **94**, 127 (1994)
R.Ferlet, *astro-ph*, 9902258 (1998)
C.Heiles, *ApJ* **498**, 689 (1998)
D.M.Sfeir & al, *A&A* **346**, 785 (1999)
J.L.Leroy, *A&A* **346**, 955 (1999)
J.L.Linsky & al, *ApJ* **528**, 756 (2000)
D.Breitschwerdt & al, *A&A* **361**, 303 (2000)

[5] **Champ magnétique**

- R.N.Manchester, *ApJ* **188**, 637 (1974)
The interstellar disk-halo connection in galaxies, 144th I.A.U Symposium (Ed. by H.Bloemen – 1991)
- R.Beck, p267-280, *Magnetic fields in disks and halos of spiral galaxies*.
- Y.Sofue, p169-174, *Magnetic fields in the disk-halo interface*.
R.Wielebinsky & F.Krause, *A&A Rev.* **4**, 449 (1993)
J.L.Han & G.J.Qiao, *A&A* **288**, 759 (1994)
J.P.Vallée, *ApJ* **454**, 119 (1995)
J.P.Vallée, *A&A* **308**, 433 (1996)
K.Ferrière & D.Schmidt, *A&A* **358**, 125 (2000)

Deux paramètres de notre modèle

- [6] **Mesure de $R_{\odot}$**
M.J.Reid, Annu.Rev.Astron.Astrophys. **31**, 345 (1993)
B.W.Carney & al, Astron.J **110**, 1674 (1995)
M.Feast & P.Whitelock, MNRAS **291**, 683 (1997)
R.P.Olling & M.R.Merrifield, astro-ph, 9710224 (1998)
M.R.Metzger & al, Astron.J **115**, 635 (1998)
B.Paczynski & K.Z.Stanek, ApJ **494**, L219 (1998)
K.Z.Stanek & P.M.Garnavich, ApJ **503**, L131 (1998)
D.E.Groom & al, Europ.Phys.J **C15**, 1 (2000)
R.Genzel & al, MNRAS **317**, 348 (2000)
M.López-Corredoira & al, MNRAS **313**, 392 (2000)
D.R.Alves, ApJ **539**, 732 (2000)
- [7] **Distribution radiale des sources $q(r)$**
K.Kodaïre, Publ.Astron.Soc.Japan **26**, 255 (1974)
F.W.Stecker & F.C.Jones, ApJ **217**, 843 (1977)
A.G.Lyne & al, MNRAS **213**, 613 (1985)
D.A.Leahy, PASP **101**, 607 (1989)
Z.Li & al, ApJ **378**, 93 (1991)
W.R.Webber & al, ApJ **390**, 96 (1992)
A.D.Gray, MNRAS **270**, 861 (1994)
O.S.Bartunov & al, PASP **106**, 1276 (1994)
G.Case & D.Bhattacharya, A&ASS **120**, 437 (1996)
Salati & al, A&A **313**, 1 (1996)
G.Case & D.Bhattacharya, ApJ **504**, 761 (1998)
A.W. Strong & I.V. Moskalenko, ApJ **509**, 212 (1998)

Les processus de l'ISM

- [8] R.Kulsrud & W.P.Pearce, ApJ **156**, 445 (1969)
Stochastic particle acceleration in CR, R.Schlickeiser (Ed.Shapiro, C.Rad. in Contemporary Astro. – 1986)
The Fokker-Planck Equation (Second Edition), H.Risken (Springer – 1996)

Les pertes d'énergie

- [9] *Radiative processes in astrophysics*, G.B.Rybicki & A.P.Lightman (Jonh Wiley & Sons – 1979)
K.Mannheim & R.Schlickeiser, A&A **286**, 983 (1994)
A.W.Strong & al, ApJ **509**, 212 (1998)

La capture électronique

- [10] **EC à basse énergie < MeV/n**
D.W.Rule & K.Omidvar, ApJ **289**, 1198 (1979)
E.E.Janev & al, Atom.data & Nuc.data tables **55**, 201 (1993)
C.Harel & al, Atom.data & Nuc.data tables **68**, 279 (1998)
- [11] **Approximation quantique**
Theoretical Nuclear Physics Volume 1, A.DeShalit & H.Feshbach (Wiley Classics Library – 1974)
- [12] **Formules autour de 1 GeV/n**
G.M.Raisbeck & al, ICRC **15**, 67 (1978)
L.W.Wilson, ICRC **15**, 274 (1978)
J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 (1984)

Troisième partie

Un peu de physique nucléaire

...au début du siècle, environ 90% des victimes de guerre étaient des soldats, aujourd'hui, ces mêmes 90% sont des civils.

Un monde nouveau, Federico Mayor

Dans cette partie, nous allons nous focaliser sur l'ensemble des processus d'origine nucléaire. Ces derniers sont indispensables dans tout modèle de propagation des cosmiques. En premier lieu, nous nous attacherons aux propriétés *intrinsèques* de l'ensemble des isotopes propagés, puis nous nous attarderons sur les instables. Une attention particulière sera portée sur les noyaux servant d'*intermédiaires* réactionnels. Dans une seconde partie, nous parlerons des sections efficaces. En particulier, nous préciserons les modélisations utilisées dans le code de propagation, correspondant aux sections efficaces de *destruction* d'un noyau, ainsi qu'aux sections efficaces de transformation d'un noyau parent N^k en un noyau fils N^j . Pour ce dernier point, la connaissance des intermédiaires réactionnels prend toute son importance.

5 DESCRIPTION DES NOYAUX [1][2]

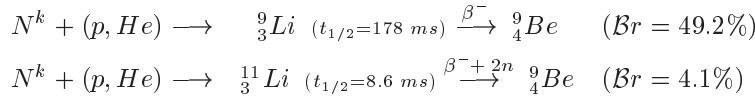
Pour prédire la production d'un isotope particulier N^j observé dans le rayonnement cosmique, la production *directe* par un noyau plus lourd suivant la réaction $N^k \rightarrow N^j$ ne décrit pas l'ensemble des possibilités. Il existe en réalité, une famille de noyaux $\{N^i\}$ à très courte durée de vie ($\sim$ ms) se désintégrant spontanément (β^+ , β^- , α , émission d'un proton, etc. . .) en N^j . Ceux-ci doivent logiquement être ajoutés au calcul de la production de N^j par le biais des réactions en deux étapes $N^k \rightarrow \{N^i\} \rightarrow N^j$. Dès lors, les questions que nous devons résoudre dans ce paragraphe sont les suivantes :

- Quels sont ces noyaux intermédiaires (nous les appellerons noyaux fantômes par la suite) ?
- Jusqu'à quelle limite pouvons-nous considérer ces *nouveaux* noyaux comme de simples intermédiaires de réactions, plutôt que comme des noyaux à inclure à part entière dans la propagation ?

Nous allons répondre à ces questions dans la première partie, puis nous profiterons de ce paragraphe réservé aux noyaux pour présenter l'ensemble des propriétés qui nous seront utiles par la suite.

5.1 LES FANTÔMES. . . [3]

Comme illustration de ce qui précède, considérons la production du noyau ${}^9_4\text{Be}$. Il faut tout d'abord sommer toutes les contributions des noyaux plus lourds dans ce noyau, mais il faut aussi inclure les réactions



Ainsi les noyaux ${}^9_3\text{Li}$ et ${}^{11}_3\text{Li}$ sont ce que j'ai décidé d'appeler des *noyaux fantômes*. Ils contribuent au flux de ${}^9_4\text{Be}$ mais ne sont pas pris en compte dans la propagation. Ce sera le cas pour tous les noyaux qui ont des durées de vie inférieures à la centaine d'années et supérieures à la ms. Les temps proposés ici répondent à la deuxième question posée en introduction mais il faut maintenant les justifier.

Borne supérieure ($\tau^{\text{fantôme}} \leq \text{kyr}$) Elle vient du fait qu'un cosmique qui se propage dans toute la galaxie met environ ~ 20 Myr avant d'être détecté, et qu'alors, un noyau à courte durée de vie se désintégrera en son noyau fils en des temps négligeables par rapport au temps de diffusion. Il ne sera jamais observé, et il est donc inutile de le propager : à la place, il suffira de considérer la section efficace effective de production du noyau N^j

$$\sigma_{i \rightarrow j}^{\text{effective}} = \sigma_{ij} + \sum_{\text{fantômes } X}^{\text{noyaux}} \sigma_{i \rightarrow X} Br(X \rightarrow j) \quad (36)$$

Dans la suite, à chaque fois que nous parlerons d'une section efficace de production, ce sera sous-entendu la section efficace *effective*¹³. Précisons le choix de la valeur de 1 kyr : ce chiffre est bien négligeable devant le temps de propagation, et sa valeur précise a une faible incidence sur la sélection des fantômes. Si nous avions choisi de prendre un chiffre 1000 fois plus petit ou 10 fois plus grand, le résultat aurait été similaire car il n'existe de toute façon aucun noyau dans cet intervalle de durée de vie.

¹³Ainsi dans l'exemple précédent, on aura

$$\sigma_{i \rightarrow {}^9_4\text{Be}}^{\text{effective}} = \sigma_{i \rightarrow {}^9_4\text{Be}} + 49.2\% \sigma_{i \rightarrow {}^9_3\text{Li}} + 4.1\% \sigma_{i \rightarrow {}^{11}_3\text{Li}} \quad (37)$$

que l'on renommara aussitôt $\sigma_{i \rightarrow {}^9_4\text{Be}}$ pour éviter d'alourdir les notations.

Borne inférieure ($\tau^{fant\grave{o}me} \geq ms$) La limite inférieure, quant à elle, provient des mesures de fragmentation : les noyaux qui ont des durées de vie $\lesssim ms$, et ce malgré la dilatation de Lorentz, ne parviennent pas jusqu’aux détecteurs et se transforment avant. Les ajustements paramétriques prennent donc en compte implicitement le fait que d’autres noyaux *intermédiaires* (qui se désintègrent immédiatement) sont créés. Il n’y a pas lieu de se soucier de ces réactions dans nos sections efficaces *effectives* (les sections efficaces inélastiques totales (cf 6.1) ne connaissent évidemment pas ce genre de questionnement métaphysique).

5.1.1 ...pour les noyaux stables

Arrivé à ce point, le lecteur attentif serait en droit d’attendre une présentation des noyaux fantômes utilisés ici. Pour ne pas sortir des ornières battues et ne pas perturber l’ordre cosmique, c’est ce que je vais effectivement faire (cf table 3). Avant ceci, j’aimerais insister sur la difficulté que j’ai rencontrée dans la construction de ce tableau. Il faut savoir tout d’abord que parmi les équipes travaillant sur le problème de la propagation, certaines le font depuis si longtemps qu’il n’est pas aisé de savoir quelles sont les *entrées* de leur modèle (nous parlons en particulier de ces fantômes sur lesquels porte la présente discussion). Le problème de ces noyaux est une question qui n’apparaît quasiment jamais dans la littérature. Les *chaînes* de désintégration¹⁴ ont donc été reconstruites à partir des données les plus récentes de [Audi & al 97]. Ceci a été comparé à une table présentée dans [Letaw & al 84] afin de voir à quel point la découverte de nouveaux isotopes à la durée de vie très courte influençait la production des noyaux propagés.

La conclusion à laquelle nous arrivons est que, même si pour certains éléments le nombre de noyaux fantômes *nouveaux* peut être grand – ou simplement le rapport de branchement modifié –, les nouvelles contributions sont négligeables sur l’ensemble. Cela s’explique aisément *a posteriori* : les noyaux qui sont découverts sont ceux qui sont loin de la vallée de stabilité et qui ont des temps de vie très courts. Comme nous le dirons dans le paragraphe 6, la section efficace de production d’un élément est d’autant plus basse que celui-ci est éloigné de cette vallée de stabilité. Nous pouvons donc considérer la liste des noyaux fantômes comme une entrée *stable* qui sera insensible aux nouvelles mises à jour.

TAB. 3 – Noyaux stables (ou ayant $t_{1/2} > 1$ Gyr).

Z	Noyau*	Noyaux <i>fantômes</i> et contribution reconstruite (%) - classement par contribution décroissante**
1	^1_1H ^2_1H	n (100.) —
2	^4_2He ^3_2He	^8_3Li (100.) ^8_5B (100.) ^9_6C (100.) ^8_2He (84.) ^9_3Li (50.8) $^{12}_7\text{N}$ (3.5) $^{11}_3\text{Li}$ (1.9) $^{12}_5\text{B}$ (1.6) $^{12}_4\text{Be}$ (1.59) $^{14}_4\text{Be}$ (0.08) ^3_1H (100.)
3	^6_3Li ^7_3Li	^6_2He (100.) $^{11}_3\text{Li}$ (1.) ^8_2He (16.) $^{11}_4\text{Be}$ (2.95) $^{11}_3\text{Li}$ (0.234)
4	^9_4Be	^9_3Li (49.2) $^{11}_3\text{Li}$ (4.1)
5	$^{10}_5\text{B}$ $^{11}_5\text{B}$	$^{10}_6\text{C}$ (100.) $^{11}_6\text{C}$ (100.) $^{11}_4\text{Be}$ (97.1) $^{11}_3\text{Li}$ (7.84) $^{12}_4\text{Be}$ (0.52)
6	$^{12}_6\text{C}$ $^{13}_6\text{C}$	$^{12}_5\text{B}$ (98.4) $^{12}_4\text{Be}$ (97.89) $^{12}_7\text{N}$ (96.5) $^{13}_8\text{O}$ (10.9) $^{14}_4\text{Be}$ (5.15) $^{13}_5\text{B}$ (0.28) $^{13}_7\text{N}$ (100.) $^{13}_5\text{B}$ (99.72) $^{13}_8\text{O}$ (89.1) $^{14}_4\text{Be}$ (81.62) $^{14}_5\text{B}$ (6.04) $^{17}_{10}\text{Ne}$ (2.7) $^{15}_5\text{B}$ (0.4) $^{17}_5\text{B}$ (0.4)

* Les isotopes les plus abondants sont en gras.

** Seuls les noyaux ayant $Z \leq 30$ sont donnés.

¹⁴La description à un intermédiaire reste simple puisqu’il n’y a que deux voies possibles : la production directe et la production en deux étapes. Cependant, dans la plupart des cas, il existe des dizaines d’intermédiaires qui se désintègrent les uns dans les autres. Dans le processus de reconstruction, il faut donc re-sommer pour chaque intermédiaire les contributions d’autres intermédiaires. Ceci est fait afin de fournir dans le programme la liste de ces noyaux comme si chacun redonnait directement le noyau final.

Z	Noyau*	Noyaux <i>fantômes</i> et contribution reconstruite (%) - classement par contribution décroissante** ... (suite)
7	$^{14}_7\text{N}$ $^{15}_7\text{N}$	$^{14}_6\text{O}$ (100.) $^{15}_6\text{C}$, $^{15}_8\text{O}$ (100.) $^{16}_6\text{C}$ (97.9) $^{17}_5\text{B}$ (72.68) $^{15}_5\text{B}$ (6.)
8	$^{16}_8\text{O}$ $^{17}_8\text{O}$ $^{18}_8\text{O}$	$^{16}_7\text{N}$ (100.) $^{17}_{10}\text{Ne}$ (96.) $^{17}_7\text{N}$ (95.) $^{18}_6\text{C}$ (29.925) $^{17}_6\text{C}$ (29.08) $^{20}_{11}\text{Na}$ (25.) $^{20}_{12}\text{Mg}$ (24.25) $^{17}_5\text{B}$ (22.76) $^{19}_6\text{C}$ (6.65) $^{16}_6\text{C}$ (2.1) $^{17}_9\text{F}$ (100.) $^{18}_7\text{N}$ (10.9) $^{18}_6\text{C}$ (9.04) $^{19}_6\text{C}$ (5.47) $^{17}_7\text{N}$ (5.) $^{17}_6\text{C}$ (3.58) $^{17}_{10}\text{Ne}$ (1.3) $^{17}_5\text{B}$ (0.79) $^{21}_{12}\text{Mg}$ (0.5) $^{22}_{14}\text{Si}$ (0.16) $^{18}_9\text{F}$, $^{18}_{10}\text{Ne}$, $^{19}_{11}\text{Na}$ (100.) $^{18}_7\text{N}$ (76.9) $^{19}_6\text{B}$ (61.26) $^{19}_7\text{N}$ (54.6) $^{18}_6\text{C}$ (52.68) $^{20}_6\text{C}$ (39.31)
9	$^{19}_9\text{F}$	$^{19}_6\text{O}$, $^{19}_{10}\text{Ne}$ (100.) $^{20}_7\text{N}$ (57.) $^{20}_6\text{C}$ (48.65) $^{19}_7\text{N}$ (45.4) $^{19}_6\text{C}$ (20.88) $^{20}_{12}\text{Mg}$ (3.)
10	$^{20}_{10}\text{Ne}$ $^{21}_{10}\text{Ne}$ $^{22}_{10}\text{Ne}$	$^{20}_8\text{O}$, $^{20}_9\text{F}$ (100.) $^{21}_{11}\text{Na}$ (80.) $^{20}_{11}\text{Na}$ (75.) $^{20}_{12}\text{Mg}$ (72.75) $^{20}_7\text{N}$ (43.) $^{21}_{12}\text{Mg}$ (32.6) $^{22}_{14}\text{Si}$ (12.13) $^{20}_6\text{C}$ (12.04) $^{22}_{13}\text{Al}$ (2.5) $^{21}_9\text{F}$, $^{21}_8\text{O}$, $^{21}_{11}\text{Na}$ (100.) $^{21}_{12}\text{Mg}$ (66.9) $^{22}_7\text{N}$ (54.88) $^{22}_8\text{O}$ (30.88) $^{22}_{14}\text{Si}$ (21.95) $^{21}_7\text{N}$ (20.) $^{22}_9\text{F}$ (11.) $^{23}_8\text{O}$ (3.41) $^{22}_{13}\text{Al}$ (0.8) $^{22}_{11}\text{Na}$, $^{22}_{12}\text{Mg}$ (100.) $^{22}_{13}\text{Al}$ (96.7) $^{22}_9\text{F}$ (89.) $^{22}_8\text{O}$ (69.42) $^{22}_{14}\text{Si}$ (65.76) $^{22}_7\text{N}$ (45.12) $^{23}_8\text{O}$ (37.25) $^{23}_9\text{F}$ (14.) $^{24}_8\text{O}$, $^{23}_{13}\text{Al}$ (8.)
11	$^{23}_{11}\text{Na}$	$^{23}_{10}\text{Ne}$, $^{23}_{12}\text{Mg}$ (100.) $^{23}_{13}\text{Al}$ (92.) $^{23}_9\text{F}$ (86.) $^{23}_6\text{O}$ (59.34) $^{24}_6\text{O}$ (52.36) $^{24}_{14}\text{Si}$ (8.) $^{24}_9\text{F}$ (5.9)
12	$^{24}_{12}\text{Mg}$ $^{25}_{12}\text{Mg}$ $^{26}_{12}\text{Mg}$	$^{24}_{10}\text{Ne}$, $^{24}_{11}\text{Na}$ (100.) $^{24}_{13}\text{Al}$ (99.96) $^{24}_9\text{F}$ (94.1) $^{24}_{14}\text{Si}$ (91.97) $^{24}_6\text{O}$ (39.52) $^{25}_{14}\text{Si}$ (36.81) $^{25}_9\text{F}$ (24.) $^{26}_9\text{F}$ (1.) $^{25}_{10}\text{Ne}$, $^{25}_{11}\text{Na}$, $^{25}_{13}\text{Al}$ (100.) $^{25}_9\text{F}$ (76.) $^{25}_{14}\text{Si}$ (63.19) $^{26}_9\text{F}$ (32.09) $^{27}_{16}\text{S}$ (2.) $^{26}_{15}\text{P}$ (0.9) $^{26}_{10}\text{Ne}$ (0.13) $^{26}_{11}\text{Na}$ (100.) $^{26}_{10}\text{Ne}$ (99.87) $^{26}_9\text{F}$ (67.91) $^{27}_{10}\text{Ne}$ (2.13) $^{27}_{11}\text{Si}$ (0.13) $^{28}_{10}\text{Ne}$ (0.03)
13	$^{27}_{13}\text{Al}$	$^{27}_{12}\text{Mg}$ (100.) $^{27}_{14}\text{Si}$ (100.) $^{27}_{15}\text{P}$ (99.93) $^{27}_{11}\text{Na}$ (99.87) $^{27}_{16}\text{S}$ (97.93) $^{27}_{10}\text{Ne}$ (97.87) $^{28}_{10}\text{Ne}$ (22.42) $^{28}_{16}\text{S}$ (20.7) $^{28}_{11}\text{Na}$ (0.58)
14	$^{28}_{14}\text{Si}$ $^{29}_{14}\text{Si}$ $^{30}_{14}\text{Si}$	$^{28}_{12}\text{Mg}$, $^{28}_{13}\text{Al}$, $^{28}_{15}\text{P}$ (100.) $^{28}_{11}\text{Na}$ (99.42) $^{28}_{16}\text{S}$ (79.3) $^{28}_{10}\text{Ne}$ (77.65) $^{29}_{16}\text{S}$ (46.4) $^{29}_{10}\text{Ne}$ (25.9) $^{29}_{11}\text{Na}$ (25.9) $^{30}_{11}\text{Na}$ (1.17) $^{31}_{18}\text{Ar}$ (2.1) $^{32}_{17}\text{Cl}$ (0.054) $^{32}_{18}\text{Ar}$ (0.031) $^{29}_{12}\text{Mg}$, $^{29}_{13}\text{Al}$, $^{29}_{15}\text{P}$ (100.) $^{29}_{10}\text{Ne}$ (74.1) $^{29}_{11}\text{Na}$ (74.1) $^{29}_{16}\text{S}$ (53.6) $^{30}_{11}\text{Na}$ (30.) $^{31}_{18}\text{Ar}$ (2.48) $^{31}_{11}\text{Na}$ (0.9) $^{30}_{13}\text{Al}$, $^{30}_{15}\text{P}$, $^{30}_{18}\text{S}$ (100.) $^{30}_{12}\text{Mg}$ (99.94) $^{30}_{11}\text{Na}$ (68.79.) $^{31}_{18}\text{Ar}$ (55.29) $^{31}_{11}\text{Na}$ (39.) $^{32}_{11}\text{Na}$ (10.41) $^{31}_{12}\text{Mg}$ (3.27) $^{31}_{13}\text{Al}$ (1.6) $^{33}_{17}\text{Cl}$ (0.7) $^{33}_{11}\text{Na}$ (0.393) $^{32}_{12}\text{Mg}$ (0.038) $^{34}_{11}\text{Na}$ (0.019)
15	$^{31}_{15}\text{P}$	$^{31}_{14}\text{Si}$, $^{31}_{16}\text{S}$ (100.) $^{31}_{17}\text{Cl}$ (99.3) $^{31}_{13}\text{Al}$ (98.4) $^{31}_{12}\text{Mg}$ (93.73) $^{31}_{11}\text{Na}$ (60.02) $^{32}_{18}\text{Ar}$ (43.01) $^{31}_{18}\text{Ar}$ (40.14) $^{32}_{11}\text{Na}$ (25.28) $^{33}_{11}\text{Na}$ (13.23) $^{32}_{12}\text{Mg}$ (3.04) $^{34}_{11}\text{Na}$ (1.54) $^{32}_{13}\text{Al}$ (0.7) $^{32}_{17}\text{Cl}$ (0.026) $^{33}_{12}\text{Mg}$ (0.012)
16	$^{32}_{16}\text{S}$ $^{33}_{16}\text{S}$ $^{34}_{16}\text{S}$ $^{36}_{16}\text{S}$	$^{32}_{14}\text{Si}$, $^{32}_{15}\text{P}$ (100.) $^{32}_{17}\text{Cl}$ (99.92) $^{32}_{13}\text{Al}$ (99.3) $^{32}_{12}\text{Mg}$ (96.92) $^{32}_{11}\text{Na}$ (65.81) $^{32}_{18}\text{Ar}$ (56.95) $^{34}_{11}\text{Na}$ (52.04) $^{33}_{11}\text{Na}$ (50.) $^{33}_{18}\text{Ar}$ (38.7) $^{33}_{12}\text{Mg}$ (23.88) $^{33}_{14}\text{Si}$, $^{33}_{15}\text{P}$, $^{33}_{17}\text{Cl}$ (100.) $^{33}_{13}\text{Al}$ (91.5) $^{33}_{12}\text{Mg}$ (75.945) $^{33}_{18}\text{Ar}$ (61.3) $^{33}_{11}\text{Na}$ (27.34) $^{34}_{11}\text{Na}$ (15.77) $^{34}_{12}\text{Mg}$ (12.5) $^{34}_{13}\text{Al}$ (12.5) $^{35}_{11}\text{Na}$ (6.5) $^{35}_{12}\text{Mg}$ (6.5) $^{34}_{14}\text{Si}$, $^{34}_{15}\text{P}$, $^{34}_{18}\text{Ar}$ (100.) $^{34}_{17}\text{Cl}$ (99.92) $^{34}_{12}\text{Mg}$ (87.5) $^{34}_{13}\text{Al}$ (87.5) $^{35}_{11}\text{Na}$ (59.85) $^{35}_{12}\text{Mg}$ (59.85) $^{36}_{13}\text{Al}$ (31.) $^{34}_{11}\text{Na}$ (30.625) $^{35}_{13}\text{Al}$ (29.89) $^{35}_{14}\text{Si}$ (5.26) $^{35}_{19}\text{K}$ (0.37) $^{35}_{20}\text{Ca}$ (0.37)
17	$^{35}_{17}\text{Cl}$ $^{37}_{17}\text{Cl}$	$^{35}_{15}\text{P}$, $^{35}_{16}\text{S}$, $^{35}_{18}\text{Ar}$ (100.) $^{35}_{19}\text{K}$ (99.63) $^{35}_{20}\text{Ca}$ (99.63) $^{35}_{14}\text{Si}$ (94.74) $^{35}_{13}\text{Al}$ (70.11) $^{36}_{20}\text{Ca}$ (56.82) $^{35}_{11}\text{Na}$ (33.65) $^{35}_{12}\text{Mg}$ (33.65) $^{36}_{13}\text{Al}$ (37.21) $^{36}_{14}\text{Si}$ (11.37) $^{37}_{15}\text{P}$ (100.) $^{37}_{16}\text{S}$ (100.) $^{37}_{14}\text{Si}$ (83.) $^{38}_{15}\text{P}$ (12.)
18	$^{36}_{18}\text{Ar}$ $^{38}_{18}\text{Ar}$	$^{36}_{19}\text{K}$ (99.95) $^{37}_{20}\text{Ca}$ (74.7.) $^{36}_{20}\text{Ca}$ (43.18.) $^{40}_{21}\text{Sc}$ (0.017) $^{40}_{22}\text{Ti}$ (0.01) $^{38}_{16}\text{S}$, $^{38}_{17}\text{Cl}$, $^{38}_{19}\text{K}$, $^{38}_{20}\text{Ca}$, $^{39}_{21}\text{Sc}$, $^{39}_{22}\text{Ti}$ (100.) $^{38}_{15}\text{P}$ (88.) $^{39}_{15}\text{P}$ (26.)
19	$^{40}_{19}\text{K}$ $^{41}_{19}\text{K}$ $^{41}_{19}\text{K}$	$^{40}_{16}\text{S}$, $^{40}_{17}\text{Cl}$ (100.) $^{40}_{15}\text{P}$ (70.) $^{41}_{15}\text{P}$ (30.) $^{39}_{16}\text{S}$, $^{39}_{17}\text{Cl}$, $^{39}_{18}\text{Ar}$, $^{39}_{20}\text{Ca}$ (100.) $^{39}_{15}\text{P}$ (74.) $^{40}_{15}\text{P}$ (30.) $^{40}_{21}\text{Sc}$ (0.44) $^{40}_{22}\text{Ti}$ (0.25) — $^{41}_{16}\text{S}$, $^{41}_{17}\text{Cl}$, $^{41}_{18}\text{Ar}$ (100.) $^{41}_{15}\text{P}$ (70.) $^{42}_{15}\text{P}$ (52.) $^{42}_{16}\text{P}$ (4.) $^{43}_{15}\text{P}$ (2.)

* Les isotopes les plus abondants sont en gras.

** Seuls les noyaux ayant $Z \leq 30$ sont donnés.

Z	Noyau*	Noyaux <i>fantômes</i> et contribution reconstruite (%) - classement par contribution décroissante** ... (suite et fin)
20	⁴⁰Ca ⁴² Ca ⁴³ Ca ⁴⁴ Ca ⁴⁶ Ca ⁴⁸ Ca	⁴¹ Ti (100.) ⁴⁰ Sc (99.54) ⁴⁰ Ti (56.74) ⁴² Cl, ⁴² Ar, ⁴² K, ⁴² Sc, ⁴² Ti (100.) ⁴² S (96.) ⁴³ P (96.) ⁴² P (48.) ⁴³ Ti (40.) ⁴³ Cr (23.) ⁴³ Cl, ⁴³ Ar, ⁴³ K, ⁴³ Sc, ⁴³ Ti (100.) ⁴³ S (60.) ⁴⁴ S (24.56) ⁴⁴ Cl (8.) ⁴⁴ Cr (7.) ⁴⁵ S (4.32) ⁴⁴ Ar, ⁴⁴ K, ⁴⁴ Sc (100.) ⁴⁴ Cl (92.) ⁴⁴ S (75.44) ⁴⁵ S (60.72) ⁴⁵ Cl (24.) ⁴⁶ Ar, ⁴⁶ K (100.) ⁴⁶ Cl (40.) ⁴⁷ Cl (3.97) ⁴⁷ Ar (1.) ⁴⁸ K (98.86) ⁴⁹ Sc (86.)
21	⁴⁵Sc	⁴⁵ Ar, ⁴⁵ K, ⁴⁵ Ca, ⁴⁵ Ti, ⁴⁵ V (100.) ⁴⁵ Cl (76.) ⁴⁵ Cr (73.) ⁴⁶ Cl (60.) ⁴⁵ S (34.96) ⁴⁶ Mn (22.) ⁴⁶ Fe (22.)
22	⁴⁶ Ti ⁴⁷ Ti ⁴⁸Ti ⁴⁹ Ti ⁵⁰ Ti	⁴⁶ Sc, ⁴⁶ V, ⁴⁶ Cr (100.) ⁴⁶ Mn (78.) ⁴⁷ Mn (3.4) ⁴⁷ K, ⁴⁷ Ca, ⁴⁷ Sc, ⁴⁷ V, ⁴⁷ Cr (100.) ⁴⁷ Ar (99.) ⁴⁷ Mn, ⁴⁷ Fe (96.6) ⁴⁷ Cl (16.) ⁴⁸ Fe (3.75) ⁴⁸ K (1.14) ⁴⁸ Mn (0.3) ⁴⁸ Sc, ⁴⁸ V (100.) ⁴⁹ Ca, ⁴⁹ Ti, ⁴⁹ V (100.) ⁵⁰ K (29.) ⁴⁹ K (14.) ⁵⁰ Ca (100.) ⁵⁰ Sc (100.) ⁵⁰ K (71.) ⁵¹ K (47.) ⁵² K (21.)
23	⁵⁰ V ⁵¹V	— ⁵¹ Ca, ⁵¹ Sc, ⁵¹ Ti (100.) ⁵² K (64.3) ⁵¹ K (53.) ⁵³ K (18.34) ⁵² Ca (2.)
24	⁵⁰ Cr ⁵²Cr ⁵³ Cr ⁵⁴ Cr	⁵⁰ Mn, ⁵⁰ Fe (100.) ⁵⁰ Co (46.) ⁵² Sc, ⁵² Ti, ⁵² V, ⁵² Mn, ⁵² Fe, ⁵² Co (100.) ⁵² Ca (98.) ⁵² Ni (83.) ⁵³ K (70.46) ⁵³ Ni (45.) ⁵³ Ca (30.) ⁵² K (14.7) ⁵³ Sc, ⁵³ Ti, ⁵³ V (100.) ⁵³ Ca (70.) ⁵³ K (11.2) ⁵⁴ Sc, ⁵⁴ Ti, ⁵⁴ V (100.)
25	⁵⁵Mn	⁵⁵ Sc, ⁵⁵ Ti, ⁵⁵ V, ⁵⁵ Cr (100.)
26	⁵⁴ Fe ⁵⁶Fe ⁵⁷ Fe ⁵⁸ Fe	⁵⁴ Co, ⁵⁴ Ni (100.) ⁵⁶ Ti, ⁵⁶ V, ⁵⁶ Cr, ⁵⁶ Mn, ⁵⁶ Co (100.) ⁵⁷ Ti, ⁵⁷ V, ⁵⁷ Cr, ⁵⁷ Mn, ⁵⁷ Co (100.) ⁵⁸ V, ⁵⁸ Cr, ⁵⁸ Mn, ⁵⁸ Co (100.)
27	⁵⁹Co	⁵⁹ V, ⁵⁹ Mn, ⁵⁹ Fe (100.) ⁵⁹ Cr (40.)
28	⁵⁸Ni ⁶⁰ Ni ⁶¹ Ni ⁶² Ni ⁶⁴ Ni	⁵⁸ Cu (100.) ⁵⁸ Zn (40.) ⁵⁹ Zn (0.1) ⁶⁰ Co, ⁶⁰ Cu, ⁶⁰ Zn (100.) ⁶¹ Cr, ⁶¹ Mn, ⁶¹ Fe, ⁶¹ Co, ⁶¹ Cu, ⁶¹ Zn (100.) ⁶² Cr, ⁶² Mn, ⁶² Fe, ⁶² Co, ⁶² Cu, ⁶² Zn (100.) ⁶² Mn, ⁶² Fe, ⁶⁴ Co (100.) ⁶⁴ Cu (61.)
29	⁶³Cu ⁶⁵ Cu	⁶³ Cr, ⁶³ Mn, ⁶³ Fe, ⁶³ Co, ⁶³ Ni, ⁶³ Zn (100.) ⁶⁵ Mn, ⁶⁵ Fe, ⁶⁵ Co, ⁶⁵ Ni, ⁶⁵ Zn (100.)
30	⁶⁴Zn ⁶⁶ Zn ⁶⁷ Zn ⁶⁸ Zn ⁷⁰ Zn	⁶⁴ Cu (39.) ⁶⁶ Mn, ⁶⁶ Fe, ⁶⁶ Co, ⁶⁶ Ni, ⁶⁶ Cu (100.) ⁶⁷ Fe, ⁶⁷ Co, ⁶⁷ Ni, ⁶⁷ Cu (100.) ⁶⁸ Fe, ⁶⁸ Co, ⁶⁸ Ni, ⁶⁸ Cu (100.) ⁷⁰ Cu (100.)

* Les isotopes les plus abondants sont en gras.

** Seuls les noyaux ayant $Z \leq 30$ sont donnés.

5.1.2 ...pour les noyaux radioactifs

Pour être complet, il convient de décrire la liste des noyaux équivalents pour l'ensemble des noyaux radioactifs. Ces noyaux qu'il faut traiter de manière particulière méritent quelques explications supplémentaires.

TAB. 4 – Noyaux instables β ($\gtrsim 10$ kyr) ou EC (tous).

Z	Noyau rad.	Noyaux <i>fantômes</i> et contribution reconstruite (%) - classement par contribution décroissante*
4	Instables β $^{10}_4\text{Be}$	$^{11}_3\text{Li}$ (84.9)
6	$^{14}_6\text{C}$	$^{14}_5\text{B}$ (93.96) $^{15}_5\text{B}$ (93.6) $^{14}_4\text{Be}$ (13.15) $^{17}_7\text{N}$ (12.2) $^{18}_6\text{C}$ (8.36) $^{19}_6\text{C}$ (5.73) $^{17}_5\text{B}$ (3.5)
26	$^{60}_{26}\text{Fe}$	$^{60}_{23}\text{V}$ (100.) $^{60}_{24}\text{Cr}$ (100.) $^{60}_{25}\text{Mn}$ (100.)
4	Instables EC ^7_4Be	-
18	$^{37}_{18}\text{Ar}$	$^{37}_{19}\text{K}$ (100.) $^{37}_{20}\text{Ca}$ (25.5)
20	$^{41}_{20}\text{Ca}$	$^{41}_{21}\text{Sc}$ (100.) $^{43}_{24}\text{Cr}$ (6.)
22	$^{44}_{22}\text{Ti}$	$^{44}_{23}\text{V}$ (100.) $^{44}_{24}\text{Cr}$ (93.) $^{45}_{24}\text{Cr}$ (27.)
23	$^{49}_{23}\text{V}$	$^{49}_{24}\text{Cr}$ (100.) $^{49}_{25}\text{Mn}$ (100.) $^{50}_{27}\text{Co}$ (54.) $^{49}_{26}\text{Fe}$ (48.)
24	$^{51}_{24}\text{Cr}$	$^{51}_{25}\text{Mn}$ (100.) $^{51}_{26}\text{Fe}$ (100.) $^{52}_{28}\text{Ni}$ (17.)
25	$^{53}_{25}\text{Mn}$	$^{53}_{26}\text{Fe}$ (100.) $^{53}_{27}\text{Co}$ (100.) $^{53}_{28}\text{Ni}$ (55.)
26	$^{55}_{26}\text{Fe}$	$^{55}_{27}\text{Co}$ (100.) , $^{55}_{28}\text{Ni}$ (100.)
27	$^{57}_{27}\text{Co}$	$^{57}_{28}\text{Ni}$ (100.) $^{57}_{29}\text{Cu}$ (100.) $^{58}_{30}\text{Zn}$ (60.) $^{57}_{30}\text{Zn}$ (35.)
28	$^{59}_{28}\text{Ni}$	$^{59}_{29}\text{Cu}$ (100.) $^{59}_{30}\text{Zn}$ (99.9)
13	Instables β et EC $^{26}_{13}\text{Al}$	$^{26}_{14}\text{Si}$ (100.) $^{26}_{15}\text{P}$ (98.1) $^{27}_{15}\text{P}$ (0.07) $^{27}_{16}$ (0.07)
17	$^{36}_{17}\text{Cl}$	—
25	$^{54}_{25}\text{Mn}$	—
28	$^{56}_{28}\text{Ni}$	$^{57}_{30}\text{Zn}$ (65.)

*Seuls les noyaux ayant $Z \leq 30$ sont donnés.

5.2 DESCRIPTION DES NOYAUX RADIOACTIFS [4]

Obtenir une base de noyaux radioactifs est aussi une tâche difficile. Par exemple dans [Audi & al 97], la distinction entre décroissance β^+ et décroissance par capture électronique (notée EC par la suite) n'est pas faite¹⁵. Or cette dernière est cruciale dans un environnement interstellaire *pauvre* en électron où le canal de désintégration par capture électronique reste fermé. Il peut alors y avoir confusion lorsque l'on reconstruit les cascades de désintégration : un noyau instable par capture électronique, même si sa durée de vie n'excède pas la ms doit être propagé comme un noyau normal (cf section 15.3)! Cette objection est de principe lorsque les deux canaux ont une faible durée de vie, car ce noyau se comporte alors comme s'il avait une seule voie de désintégration (β). Néanmoins, lorsque $t_{1/2}^\beta$ est grand, comme il est impossible de créer en laboratoire un milieu sans électron (indispensable si l'on veut bloquer la voie EC), il faut pour séparer un mode $t_{1/2}^{EC} \sim \text{s}$ et $t_{1/2}^{\beta^+} \sim \text{Myr}$ passer par des études indirectes (nous détaillerons dans quelques lignes). Les tables qui seront données dans la suite seront donc issues de plusieurs compilations [2] [3] ainsi que de papiers plus récents pour certains noyaux

¹⁵Attention, il ne s'agit pas de confondre les deux processus distincts que sont (i) l'attachement d'un e^- interstellaire par un noyau (régi par une section efficace d'attachement et d'arrachement) et (ii) l'existence d'une transformation d'un proton en neutron dans le noyau par capture d'un électron orbital (régi par un temps de vie typique τ^{EC}). Lorsque dans la suite, nous parlerons de EC, nous nous référerons en général au second processus.

particuliers [4]. D'autre part, le thème des noyaux radioactifs comme chronomètres de tous poils sera abordé sous tous les angles dans le paragraphe 15.

5.2.1 Généralités

Précisons brièvement les conditions qui conduisent à la décroissance, et rappelons quelques relations simples entre le temps de vie, le temps de demi-vie et le taux de désintégration.

Les processus de désintégration Dans le cas de transitions β et EC, le mécanisme intervenant est un processus électrofaible. Les temps de vie correspondants sont compris entre 10^{-16} s et 10^{16} années pour ces réactions nucléaires. Pour que la transition soit envisageable, il faut que le noyau initial soit plus lourd que le noyau final.

1. Si $M_{(A,Z)} > M_{(A,Z+1)} + 2m_e$, une désintégration β^- (émission d'un e^-) peut se produire.

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (38)$$

2. Si $M_{(A,Z)} > M_{(A,Z-1)}$, il y a deux possibilités :
 – une désintégration β^+ (émission d'un e^+) peut se produire lorsque $M_{(A,Z)} > M_{(A,Z-1)} + 2m_e$

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e \quad (39)$$

- une désintégration EC peut se produire dès que $M_{(A,Z)} > M_{(A,Z-1)}$

$$(A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e \quad (40)$$

La particularité de la transition EC est qu'elle produit un neutrino monoénergétique. Le noyau final est le même que pour une réaction β^+ mais les processus ne sont pas équivalents : il faut que la différence de masses soit au moins de deux fois la masse de l'électron pour les réactions β .

Temps de vie et de demi-vie La probabilité pour un noyau de se désintégrer en un temps dt est donnée par $P(\Delta t) = \Gamma \Delta t$, et en conséquences le nombre N de particules restantes au bout d'un temps t est $N = N_0 \exp(-\Gamma t)$. La durée de vie τ est le temps moyen de survie d'un noyau radioactif

$$\tau = \frac{\int t dN}{\int dN} = \frac{1}{\Gamma} \quad (41)$$

La période $t_{1/2}$ d'une désintégration radioactive est le temps au bout duquel le nombre initial de noyaux est réduit de moitié $N(t_{1/2}) = N_0/2$. Le temps de vie τ et le temps de demi-vie $t_{1/2}$ étant définis, ils sont liés par

$$t_{1/2} = \tau \ln(2) \quad (42)$$

Lorsqu'il y a plusieurs processus de désintégration pour un seul noyau, en notant Γ_1 et Γ_2 les deux constantes de désintégration, on obtient

Constante totale	Rapport d'embranchement	Période expérimentale	
$\Gamma_{tot} = \Gamma_1 + \Gamma_2$	$\Gamma_1/\Gamma_{tot}, \Gamma_2/\Gamma_{tot}$	$\ln(2)/\Gamma_{tot}$	(43)

Enfin, il faut avoir en tête que du fait de la propagation à des énergies relativistes, les temps subissent une dilatation de Lorentz, ce qui introduit un facteur γ_L devant le temps de vie.

5.2.2 Tables et propriétés

Tous les noyaux ne valent pas la peine d'être propagés, mais qu'en est-il des noyaux EC à faible durée de vie ? Aux énergies qui nous intéressent, un noyau est complètement ionisé, et sa section efficace d'attachement d'un électron dans le milieu interstellaire est faible, et par suite son taux de disparition est faible. Dès lors, les instables EC peuvent être considérés comme métastables comparés au temps caractéristique de diffusion, et à cette condition doivent être intégrés dans le modèle. En ce qui concerne la décroissance β , pour des raisons que nous avons déjà expliquées en début de paragraphe, il faut prendre en compte les noyaux qui ont une durée de vie supérieure au millier d'années. Dans le cas des noyaux à deux canaux de désintégration, il faut que la

condition sur $t_{1/2}^{\beta}$ soit remplie. Dans le cas contraire, étant donné le temps de capture électronique (de l'ordre du temps de propagation), seule la voie β est autorisée et si celle-ci est trop courte, ce noyau est un *fantôme*. Nous pourrions arguer en définitive qu'il serait plus simple d'inclure tous les noyaux instables dans le calcul, quelles que soient les durées de vie. Ceci aurait néanmoins deux inconvénients majeurs :

1. une augmentation des sections efficaces à calculer et donc du temps de calcul,
2. un risque d'instabilité numérique dû à des termes provenant des très faibles durées de vie.

Bref, des trucs pas rigolos pour ne rien gagner de plus et qui ne seraient pas très pertinents du point de vue *physique*. Pour accompagner les tableaux 5–6–7 des propriétés des instables, anticipons en trois mots sur la partie 15.

Décroissance β (table 5) Les noyaux qui ont cet *unique* canal de désintégration ont un temps de vie bien mesuré et servent de chronomètre au temps moyen de propagation à travers notre galaxie.

TAB. 5 – Isotopes radio-actifs (un seul mode de désintégration : β^-) avec $1 \text{ kyr} < t_{1/2} < 100 \text{ Myr}$.

Z	Noyau rad.	Noyau fils	$t_{1/2}^{unit.}$ (erreur)
4	${}^{10}_4Be$	${}^{10}_5B$	1.51 Myr (0.06)
6	${}^{14}_6C$	${}^{14}_7N$	5.73 kyr (0.04)
26	${}^{60}_{26}Fe$	$({}^{60}_{27}Co \xrightarrow{\beta^-}) {}^{60}_{28}Ni$	1.5 Myr (0.3)

Capture électronique (table 6) Si le gap en masse entre deux noyaux est trop faible, il ne peut y avoir de conversion interne permise, et le seul mode accessible est la désintégration après l'attachement d'un électron du milieu interstellaire. Ces noyaux jouent un rôle de chronomètre pour évaluer le temps passé entre la synthèse et l'accélération des cosmiques ou pour estimer le taux de réaccélération durant la propagation.

Radioactifs à deux modes de désintégration β et EC (table 7) Ils sont très étudiés, car dans ces derniers se trouvent des noyaux du groupe du fer (au-dessous de $Z=26$) qui peuvent servir de chronomètre de propagation dudit groupe, au même titre que les noyaux légers pour CNO et faisant du β seul.

Du point de vue expérimental, la mesure de temps de vie est délicate. Les difficultés sont généralement de deux types (i) la préparation d'une source, (ii) comprendre et diminuer si possible les bruits de fond. Les transitions sont ensuite signées par l'émission d'un électron (ou un positron) et de raies γ de désexcitation nucléaire. La partie 5.3.2 s'attardera sur ces mesures pour un noyau particulier.

5.2.3 Les noyaux ${}^{54}Mn$ et ${}^{56}Ni$... et ce que l'on a caché sous le paillason

Dans le paragraphe qui précède, nous nous sommes contentés de donner quelques considérations générales sur les noyaux instables. Les trois tables résument les chiffres que nous avons retenus dans le programme de propagation. Il est instructif de les comparer aux tables 2, 3, 4, 5 et 6 de [Letaw & al 84] afin d'expliquer certains de nos choix. Dans ce qui a changé :

1. β seul : la demi-vie de ${}^{60}Fe$ passe de $3 \cdot 10^5$ à $1.5 \cdot 10^6$ ans dans notre tableau.
2. EC seul : les noyaux ${}^{59}Ni$ et ${}^{48}Cr$ dans notre tableau 6 sont classés ailleurs dans [Letaw & al 84].
 - (a) ${}^{59}Ni$ a deux modes de désintégration, mais comme le canal β a une demi-vie de $5 \cdot 10^{11}$ ans, on peut le négliger totalement. Dans ce même tableau, on peut trouver ${}^{40}K$ dont la demi-vie β (resp. EC) est de $\sim 10^9$ ans (resp. $\sim 10^{10}$ ans) : ces temps de vie sont suffisamment longs pour que nous ayons considéré ce noyau stable dans notre propagation.
 - (b) ${}^{48}Cr$ est instable sous EC et il fait partie des noyaux dont la transition β est permise, mais non-observée. Contrairement aux noyaux ${}^{54}Mn$ et ${}^{56}Ni$, aucune étude ne semble avoir été faite pour poser des limites sur cette période. En conséquence, nous avons ignoré cette voie, et avons considéré ce noyau instable par EC uniquement.
3. β et EC : en considérant les remarques ci-dessus, il nous reste les noyaux ${}^{26}Al$ et ${}^{36}Cl$ plus les noyaux ${}^{54}Mn$ et ${}^{56}Ni$ dont les limites sur les modes β ont été mesurées. Les deux premiers noyaux sont traditionnellement utilisés comme chronomètres radioactifs et il est rarement fait mention d'un canal EC. Cette approximation

TAB. 6 – Isotopes instables par capture électronique uniquement.

Z	Instable par EC	Noyau fils	$t_{1/2}^{unit.}$ (erreur)
4	7_4Be	7_3Li	53.29^d (0.07)
18	${}^{37}_{18}Ar$	${}^{37}_{17}Cl$	35.04^d (0.04)
20	${}^{41}_{20}Ca$	${}^{41}_{19}K$	103^{kyr} (4)
22	${}^{44}_{22}Ti$	$({}^{44}_{21}Sc \xrightarrow{\beta^+}) {}^{44}_{20}Ca$	49^{yr} (3)
23	${}^{49}_{23}V$	${}^{49}_{22}Ti$	330^d (15)
24	${}^{48}_{24}Cr^\dagger$	$({}^{48}_{23}V \xrightarrow{\beta^+}) {}^{48}_{22}Ti$	21.56^h (0.03) [‡]
24	${}^{51}_{24}Cr$	${}^{51}_{23}V$	27.702^d (0.004)
25	${}^{53}_{25}Mn$	${}^{53}_{24}Cr$	3.74^{Myr} (0.04)
26	${}^{55}_{26}Fe$	${}^{55}_{25}Mn$	2.73^{yr} (0.03)
27	${}^{57}_{27}Co$	${}^{57}_{26}Fe$	271.79^d (0.09)
28	${}^{59}_{28}Ni^\S$	${}^{59}_{27}Co$	80^{kyr} (11)

[†] Ce noyau a une transition permise vers une décroissance β , mais qui n'a pas été observée. Comme aucun papier récent ne le mentionne (contrairement à ${}^{54}Mn$ et ${}^{56}Ni$, cf tableau 7), on suppose qu'il n'a que ce mode de désintégration.

[‡] Par capture électronique, le temps de demi-vie de ${}^{48}Cr \rightarrow {}^{48}V$ est de 21.56^h (0.03), mais elle est suivie immédiatement d'une transition ${}^{48}V \xrightarrow{\beta^+} {}^{48}Ti$ en 15.9735^d (0.0025). Comme ces deux temps sont faibles par rapport à la diffusion, bien qu'il soit logique de prendre en compte le deuxième temps qui est le plus long, ce qui nous intéresse, c'est la durée réelle de la décroissance par EC (le 1er temps). Une fois la première étape réalisée, la seconde peut être considérée comme immédiate.

[§] Ce noyau peut subir une désintégration β , mais dans des temps > 100 Gyr (très grand devant le temps de diffusion), et il est largement suffisant de ne considérer qu'un seul mode de désintégration.

TAB. 7 – Isotopes radio-actifs à deux modes de désintégration.

Z	Noyau rad.	Noyau fils (EC)	$t_{1/2}^{unit.}$ (erreur)	Noyau fils (β)	$t_{1/2}^{unit.}$ (erreur)
13	${}^{26}_{13}Al^*$	${}^{26}_{12}Mg$	4.08^{Myr} (0.15)	${}^{26}_{12}Mg$	0.91^{Myr} (0.04)
17	${}^{36}_{17}Cl$	${}^{36}_{16}S$	15.84^{Myr} (0.11)	${}^{36}_{18}Ar$	0.307^{Myr} (0.002)
25	${}^{54}_{25}Mn^\dagger$	${}^{54}_{24}Cr$	312.3^d (0.4)	${}^{54}_{26}Fe$	0.494^{Myr} (0.006)
28	${}^{56}_{28}Ni^\ddagger$	${}^{56}_{27}Co \xrightarrow{\beta^+} {}^{56}_{26}Fe$	6.075^d (0.020)	${}^{56}_{27}Co \xrightarrow{\beta^+} {}^{56}_{26}Fe$	0.051^{Myr} (0.022)

* Martínez-Pinedo & Vogel, Phys.Rev.Lett 81, 281 (voir la note en bas de page).

[†] β pris de [Martínez-Pinedo & Vogel 98], travail le plus récent. Une valeur plus grande est envisageable.

[‡] [Fisker & al 99].

[§] ${}^{56}_{27}Co$ décroît en fait par EC (80%) et β^+ (20%), mais comme la durée de vie est de l'ordre de deux mois, on peut considérer que le noyau disparaît immédiatement sous la décroissance β . Ce résultat est tiré de *American Institute...* [3] et est différent de ce que l'on peut trouver dans d'autres bases de données – plus récentes, mais contradictoires – (soit pur EC, soit pur β^+ !).

est justifiée comme on peut le voir sur les temps de vie : la décroissance EC est ~ 5 fois plus grande pour l'aluminium et 50 fois plus grande pour le chlore. En plus de ce temps de décroissance, il faut tenir compte du temps moyen pendant lequel le noyau a un électron attaché – qui est faible par rapport à ces durées de vie – (cf section 16.2.2) d'où la prépondérance du canal β . Nous avons choisi néanmoins de garder les deux canaux en considérant de garder tous les temps de vie plus petits ou de l'ordre du temps de propagation. Ce choix n'a pas une grande incidence sur le résultat, mais il a d'une part le mérite de garder la transparence sur la propriété de ces deux noyaux et d'autre part, il ne complique ni n'augmente le calcul¹⁶.

¹⁶Curieusement, il semble toujours y avoir un petit souci pour le noyau de ${}^{26}Al$. Que ce soit dû à des erreurs de frappe ou à des chiffres qui ont traversé l'histoire, on pourra trouver en vrac $t_{1/2} = 0.878$ Myr [Letaw & al 84] – 0.87 Myr [Duvernois 97] – 0.74 Myr [Longair 99, *High Energy Astrophysics*, vol. 2] – 0.71 Myr [Binns & al 99, ICRC 26]). Le 0.74 se retrouve aussi dans les tables

5.3 AU-DELÀ DU STRICT NÉCESSAIRE !

La philosophie générale étant donnée, nous allons aller un peu au-delà de ce strict nécessaire, prétextant un peu de curiosité pour s'étendre sur un sujet qui est présent dans de nombreux domaines d'astrophysique.

5.3.1 Un zeste de théorie [7]

Pour calculer les désintégrations entre un noyau parent et son noyau fils, il y a des règles de sélection entre l'état nucléaire initial et l'état nucléaire final. Lors du calcul de ces transitions en mécanique quantique, le développement à l'ordre 0 en perturbations donne les transitions permises alors que les transitions interdites sont obtenues lorsque ce développement est poussé aux ordres plus élevés. Pour les désintégrations radioactives, les deux transitions permises sont celles qui conservent la parité π et changent le spin J de 0 (si le spin du noyau est différent de 0) ou d'une unité sur un nucléon. Elles sont appelées

- Transition de Fermi : $\Delta J^\pi = 0^+$
- Transition de Gamow-Teller : $\Delta J^\pi = 1^+$

Celles-ci peuvent être calculées dans des modèles sur lesquels nous ne nous attarderons pas. Expérimentalement, dans les conditions normales, les durées de vie sont en général bien mesurées, mais en l'occurrence, ces *conditions normales* ne représentent pas vraiment les milieux astrophysiques existants.

A l'heure actuelle pour les durées de vies courtes (< 1 s), les estimations sont bonnes (mieux qu'un facteur 10) pour β^+ , β^- , EC. Les erreurs augmentent avec la durée de vie des nucléides. L'explication vient de ce que ces derniers sont vraisemblablement dominés par des transitions interdites. En ne tenant compte dans un premier temps que des transitions *simplement* interdites (correspondant à $\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2$ et p et n avec une parité opposée), les longs temps de vie sont assez bien reproduits. Incidemment, des contributions de transitions interdites non-unique existent et peuvent être dominantes pour certains noyaux. D'autres effets sont encore à considérer : ainsi, les noyaux proches de la vallée de stabilité et les noyaux magiques ont des durées de vie plus longues que celles estimées.

5.3.2 Difficultés expérimentales

^{56}Ni [5] : c'est un noyau doublement magique produit en grande abondance dans les supernovæ (SN). En particulier dans les SN de type II correspondant à des étoiles de masse initiale $\geq 10 M_\odot$, ceci se produit lorsque le silicium est brûlé lors de l'effondrement final (les SN I produisent aussi du ^{56}Ni mais par des réactions totalement différentes). La lumière émise par une supernovæ provient principalement de cet élément et de son noyau fils ^{56}Co . La mise en évidence expérimentale dans un environnement *terrestre* du canal β n'est pas aisée : le premier point est la préparation d'une source de ^{56}Ni , chose suffisamment complexe pour que nous ne rentrions pas dans les détails. Pour mesurer ensuite le temps de vie, le meilleur moyen est la détection des γ dans les énergies attendues aux transitions correspondantes. Ce signal est *pollué* par la décroissance de ^{56}Co (noyau fils) qui augmente au cours de la mesure (l'expérience dure une vingtaine de jours). La non-observation de certaines transitions permet de poser des limites sur le temps de vie par décroissance. Ces expériences ne donnent qu'une limite inférieure. Un article récent [Lund Fisker & al 99] se basant sur une approche théorique estime ce temps entre $t_{1/2} \sim 4 \cdot 10^4$ ans et $7.3 \cdot 10^4$ ans. Ceci est un peu court pour faire un bon chronomètre, mais nous reviendrons sur ce point dans un autre chapitre !

^{54}Mn [6] : c'est un noyau impair-impair. Une décroissance β est autorisée par la seconde transition interdite unique vers ^{54}Fe . Contrairement au noyau précédent, celui-ci a les deux canaux β^+ et β^- ouverts. Le second a un temps de vie ~ 500 fois plus petit, mais étonnamment, la transition β^+ qui est alors beaucoup plus faible est beaucoup plus facile à détecter grâce à deux photons γ opposés en coïncidence à 511 keV. La voie β^- quant à elle est couverte par le spectre γ de EC. Sur la figure 10, les trois transitions sont représentées. Une fois mesurée la période β^+ , étant donné que les processus β^+ et β^- sont *formellement* équivalents, il *suffit* d'extraire le paramètre ajustable du modèle afin d'estimer β^- . Cette méthode a le défaut d'être indirecte et *modèle-dépendante*. Malheureusement, la sensibilité des expériences directes est largement en-deçà des précédentes. Par exemple, [Kibédi & al 97] utilise la détection d' e^- autour de 400 keV (ailleurs, les fonds sont dominants) à l'aide d'un spectromètre magnétique pour obtenir une limite directe $t_{1/2}^{\text{direct}} \geq 2.2 \cdot 10^4$ ans. Ceci est grand comparé

proposées sur le ouëbe, d'où une conclusion simple : les gens ont tendance à *s'embrouiller*. Comme dans la plupart des tables, il est rarement fait la distinction entre β^+ et EC, c'est par défaut le temps total qui apparaît. Si l'on part des temps donnés dans nos tableaux, par l'application de la formule (43), nous retrouvons magiquement le chiffre 0.74 !

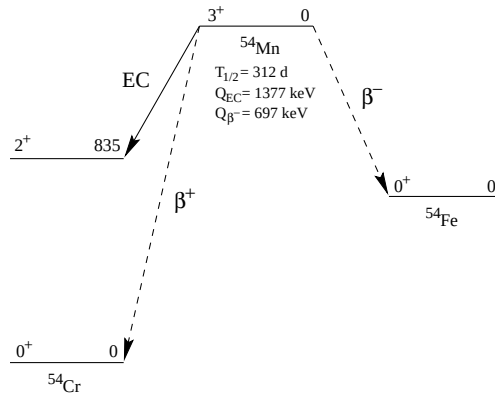


FIG. 10 – Schéma de désintégration de ^{54}Mn (tiré de Martínez-Pinedo & al [1998]).

à $t_{1/2}^{\text{indirect}} \sim 7.6 \cdot 10^5$ ans. Une deuxième voie indirecte est de mesurer dans les rayons cosmiques le rapport isotopique $^{54}\text{Mn}/^{56}\text{Fe}$ et de déduire la durée de vie nécessaire au manganèse pour reproduire les données. Seulement, il faut faire l'hypothèse forte que le temps de propagation de cette espèce est similaire à ce qui est mesuré grâce aux autres chronomètres radioactifs à durée de vie bien établie. Tout ceci sans compter les incertitudes inhérentes au modèle de propagation, et à la contribution du mode de capture électronique de ^{54}Mn .

Si toutes les méthodes indirectes semblent converger vers des résultats compatibles les uns avec les autres ($t_{1/2} \sim \text{Myr}$), nous voyons que la méthode directe, bien que prometteuse, ne donne que des limites peu contraignantes. Il faudra donc un peu plus de travail à la fois théorique et expérimental pour obtenir un temps de vie précis à quelques % qui puisse être utilisé pour caractériser la propagation des noyaux du groupe du Fe.

5.3.3 Le point final sur les noyaux radio-actifs

Nous nous sommes étendus dans cette fin de paragraphe sur les mécanismes de décroissance des noyaux instables afin de donner au lecteur une idée de la physique mise en jeu. Au-delà des noyaux qui ont un intérêt pour l'étude des rayons cosmiques, il est important de connaître et de comprendre l'influence du milieu sur les transitions des nucléides. Par exemple, le calcul du facteur de transition Gamow-Teller GM_+ (qui correspond à la transformation d'un proton en un neutron) pour le groupe du fer dans les supernovæ est fondamental [8] pour comprendre la capture électronique qui déclenche l'effondrement dans les étoiles au-delà de la masse de Chandrasekhar¹⁷. La difficulté des calculs tient au fait qu'il faut se placer à température non-nulle et intégrer les effets fins de structure nucléaire dans le secteur électrofaible. Cette étape de nucléosynthèse explosive, comme nous avons déjà pu l'expliquer, produit l'ensemble des noyaux $Z > 2$ présents dans le milieu interstellaire (ceux-ci vont par la suite éventuellement être accélérés puis vont diffuser dans toute la galaxie). Ceci est *a fortiori* vrai pour les noyaux lourds. L'extension du programme de propagation à ces derniers nécessiterait un peu de travail. En effet, il faut garder en tête qu'au-delà du Fe, l'énergie de liaison diminue et de plus, par l'action d'une stabilisation *via* l'augmentation du nombre de neutrons, le nombre d'isotopes méta-stables augmente. Ainsi, pour étendre le code à $Z > 30$, nous aurions d'une part à fournir un tableau étendu des fantômes, et d'autre part à regrouper l'ensemble des noyaux radioactifs parmi les UHCR (voir par exemple les tables de [Letaw & al 84] pour avoir une idée du degré de complication).

Afin de replacer les noyaux radioactifs dans un contexte plus large et surtout pour placer des restrictions sur l'utilisation des tables présentées dans cette partie, il faut souligner le rôle de ces noyaux dans un autre processus de grande importance : la nucléosynthèse stellaire. Dans ce cas l'évolution du système se déroule en un temps caractéristique typique de quelques jours (à comparer aux quelques millions d'années de la propagation). Ce temps modifie radicalement le choix des noyaux qui sont *importants* et ceux qui ne le sont pas ! Dans ce cas, tout est inversé par rapport à l'étude des rayons cosmiques et en particulier tous les instables sous EC ne sont plus protégés de la décroissance, car le milieu de la SN est riche en e^- . Par ailleurs, tous nos chronomètres

¹⁷Cette décroissance β est plus forte qu'en laboratoire, car le milieu étant plus chaud et plus dense, la population d'états excités est alors bien plus nombreuse. Ceci a pour effet d'augmenter les combinaisons de transitions possibles entre le noyau parent et le noyau fils.

radioactifs deviennent stables vis-à-vis du temps caractéristique de la SN. L'ensemble des tables présenté dans ce chapitre n'est donc pas forcément transposable *tel quel* dans un autre contexte.

6 SECTIONS EFFICACES

La connaissance des sections efficaces inélastiques totales et partielles intervient aussi dans de nombreux domaines des sciences. La première décrit le taux de disparition d'un élément donné par interaction sur l'ISM, alors que la seconde caractérise les lois de transformation sur ce même milieu interstellaire d'un noyau parent N^k dans l'ensemble des noyaux N^j plus légers que lui. Ces deux processus s'échelonnent sur une grande gamme d'énergie et pouvons schématiquement distinguer trois régimes :

1. $E_k \lesssim \text{GeV/n} \rightarrow$ très forte dépendance en l'énergie cinétique par nucléon.
 - A très basse énergie ($< \text{MeV/n}$), c'est le domaine de l'astrophysique, et des réactions nucléaires dans les supernovæ. Plus que la *fragmentation*, c'est la fusion et la *fission* qui dominent alors pour les réactions stellaires.
 - La gamme intermédiaire allant jusqu'à quelques centaines de MeV/n est très importante d'un point de vue géophysique (création de radionucléides et divers isotopes sur les différents corps composant le système solaire) et biologique (étude de l'absorption des cosmiques par des blindages pour minimiser leur impact sur les tissus humains). En effet, le soleil dissémine principalement des protons dans le milieu interstellaire et leur flux domine dans cette gamme d'énergie les autres flux existants.
 - Au-delà de 100 MeV/n , le flux est dominé par les rayons cosmiques galactiques (GCR). Si ceux-ci ont encore quelque importance du point de vue cosmogénique¹⁸, nous sommes plutôt intéressés par le rôle des sections efficaces totales inélastiques pour la propagation des rayons cosmiques dans l'ensemble de notre galaxie. Nous verrons plus loin que cette portion où la dépendance en l'énergie est encore forte, joue un rôle contribue à la détermination des rapports isotopiques de GCR.
2. $\text{GeV/n} \gtrsim E_k \gtrsim \text{TeV/n} \rightarrow$ les sections efficaces sont pratiquement constantes.
3. Du TeV jusqu'aux énergies extrêmes ($\sim 10^{20} \text{ eV}$), les sections efficaces augmentent doucement avec E . On doit se contenter d'extrapoler pour atteindre les plus hautes énergies, où il n'existe pas de données expérimentales. Parler de fragmentation en d'autres noyaux à ces énergies a une signification en terme de QCD, sans parler du fait que ce n'est que les sections efficaces totales qui sont observées. Les seules indications de ces processus proviennent des détecteurs de gerbes dans les expériences de type Čerenkov atmosphérique. Les problèmes que ceci peut induire sont discutés par exemple dans [10].

Nous pouvons constater la *richesse* de la problématique qui relève de la physique nucléaire à très basse énergie jusqu'à QCD à haute énergie. Dans l'étude que nous menons, le domaine d'énergie cinétique par nucléon sera borné entre 100 MeV/n et 1 TeV/n . Nous n'insisterons donc pas plus sur les problèmes rencontrés sur les deux extrémités de cet intervalle.

Que ce soit pour les sections efficaces inélastiques totales ou les sections efficaces de fragmentation, plusieurs approches sont utilisées. Nous ferons dans la suite une description sommaire des différents groupes travaillant sur la question et des résultats qu'ils ont obtenus. Que la méthode soit microscopique, expérimentale ou basée sur une argumentation semi-empirique, nous rappelons que la finalité de telles modélisations est la précision¹⁹. Avant de rentrer dans le vif du sujet, apportons une dernière précision : les sections efficaces inélastiques totales sont beaucoup plus aisées à obtenir que les sections efficaces partielles de fragmentation. Cette affirmation, qui ne vous convainc peut-être pas, est parfaitement illustrée par l'état actuel des données et des modèles existants pour l'un ou l'autre des processus.

¹⁸Ceci correspond à l'étude de la composition en isotopes de matériaux extrasolaires qui ont subi pendant des millions d'années le bombardement incessant des rayons cosmiques. Ces derniers, selon leur énergie, induisent des transformations variables fonction de leur longueur d'interaction dans le sol (les noyaux projectiles sont des protons). Cette profondeur permet ainsi de séparer l'influence du rayonnement solaire de celui des GCR. La lune qui n'est pas protégée contre ce rayonnement permet par l'analyse isotopique des météorites lunaires d'étudier jusqu'à quel degré ce rayonnement est resté constant durant ces millions d'années.

¹⁹Nous demandons aussi que le paramétrage soit suffisamment simple pour donner rapidement le résultat. A cet égard les approches microscopiques sont encore très complexes et très coûteuses en temps. Notre code de propagation étant basé sur la description d'une centaine de noyaux et isotopes, sans compter l'ensemble des noyaux fantômes, il requiert la connaissance des sections efficaces de production pour environ 100 000 réactions pour tout l'intervalle d'énergie considéré. Nous avons généré ces réactions une seule fois pour stocker le résultat dans un fichier. Ceci élimine d'emblée les fantômes et ramène le fichier à une taille raisonnable de $\sim 100 * 100/2$ fois le nombre de pas d'énergie et qui est rapidement chargé lors de l'initialisation du programme.

6.1 SECTION EFFICACE INÉLASTIQUE TOTALE

La grandeur importante dans notre étude est la section efficace totale inélastique, appelée aussi section efficace de réaction

$$\sigma_R = \sigma^{tot} - \sigma_{elastic}^{tot} \quad (44)$$

Par abus de langage, on retrouve souvent dans la littérature σ_R comme la *section efficace totale* (au lieu de section efficace totale de réaction). Comme nous l'avons déjà mentionné en introduction, une bonne compréhension des sections efficaces de réaction est souhaitée dans plusieurs domaines de recherche, incluant les applications médicales, la physique nucléaire, des simulations pour la physique des particules (par exemple l'inclusion dans la simulation GÉANT [12]), et bien évidemment la propagation des cosmiques en ce qui nous concerne.

Dans le modèle *le plus simple possible*, on s'attend à ce que la section efficace de réaction soit proportionnelle à l'aire géométrique du noyau (πR^2 , où R est la somme des rayons des noyaux interagissants). Comme le rayon d'un noyau est en première approximation proportionnel à $A^{1/3}$, on obtient $\sigma_R \propto (A_{proj}^{1/3} + A_{cible}^{1/3})^2$. En 1950, Bradt & Peters [12] ont proposé une première correction pour tenir compte du recouvrement des deux noyaux.

$$\sigma_R = \pi r_o^2 (A_{proj}^{1/3} + A_{cible}^{1/3} - b_0)^2 \quad (45)$$

où r_o est le rayon *effectif* du noyau, et b_0 est le paramètre de recouvrement (ou encore la transparence). Dans ce travail, les auteurs introduisaient une dépendance en énergie *via* les paramètres b_0 et r_o . A partir de cette forme simple, différentes modifications ont été essayées, et deux paramétrages sont disponibles actuellement. Avant de les décrire, indiquons qu'un autre type d'approche est possible. Par exemple, dans [11], l'équation de Schrödinger est résolue dans l'approximation de l'eikonale avec une *normalisation* tirée des expériences. Un très bon accord avec les données est alors obtenu pour les réactions noyau-noyau.

6.1.1 Formules semi-empiriques de Letaw & al [12]

Dans les années quatre-vingt, [Letaw & al 83] proposent une forme simple pour les réactions p+A. Leur approche est basée empiriquement sur un ajustement des données existantes à cette époque. Dans ce qui suit, nous les donnons sous leur forme initiale, car elles sont toujours très utilisées :

- A Haute Énergie, régime asymptotique $\rightarrow \sigma_R = cte$
 $\sigma_R^{HE} = 45 A^{0.7} [1 + 0.016 \sin(5.3 - 2.63 \ln A)] \text{ (mb)} \quad (46)$

- A Basse Énergie, de manière générale, la section efficace diminue autour de 200 MeV/n avant de remonter brusquement jusqu'à ~ 20 MeV/n. Une bonne connaissance de ce *creux* est d'ailleurs importante dans la forme de certains rapports de cosmiques.

avec $\sigma_R(E_k) = \sigma_R^{HE} [1 - 0.62 \exp(-E_k/200) \sin(10.9 E_k^{-0.28})] \text{ (mb)} \quad (47)$
 où E_k , l'énergie cinétique par nucléon en MeV/n.

De manière générale, il y a des corrections à faire pour les noyaux légers (la structure nucléaire est assez différente, surtout dans le cas du Li qui est un noyau à halo), et il est possible d'obtenir des fonctions similaires pour les réactions He+A (un simple facteur correctif de 0.8 qui paraît fortement douteux est proposé dans ce même papier...). Webber qui produit une majeure partie des résultats sur les formes de grammage utilise ces sections efficaces. Pour ce qui est de la précision (pour $2 < Z < 30$), les auteurs l'estiment $< 2\%$ pour $E > 300$ MeV/n et $< 5\%$ pour $100 \text{ MeV/n} < E < 300 \text{ MeV/n}$.

En 1993, [Sihver & al 93] proposent une formulation plus proche de ce qui a été décrit en introduction (cf eq. (45)), étendue aux réactions A+A, avec une multiplication de cas particuliers pour décrire la dépendance en énergie. Ceci est rendu possible grâce à de nouvelles données expérimentales. Finalement, ces dernières formules sont encore améliorées par l'introduction de nouvelles fonctions dans le travail de [Wellish & Axen 96], ce qui permet de décrire l'ensemble des données à 2% près (1400 points de 6.8 MeV/n à 1 GeV/n et de 5 GeV/n à 9 GeV/n... mais seules les données avec une erreur statistique *inférieure* à 4% sont considérées).

Récemment (1997 et 1999), un groupe de chercheurs de la NASA [13] a proposé un paramétrage universel des sections efficaces inélastiques totales pour tout type de réaction. Dans [Silberberg & al 98], les 4 paramétrages mentionnés plus haut sont comparés, et les auteurs concluent que les sections efficaces proposées par [Tripathi & al 97] collent plutôt bien aux données, et qu'elles sont valables jusqu'au seuil de réaction car elles prennent en compte la barrière coulombienne. Ce point particulier n'est pas la raison décisive de notre choix, mais comme cette approche est celle qui sera utilisée dans notre code, nous allons en dire deux mots dès à présent.

6.1.2 Paramétrage universel de Tripathi & al [13]

Les auteurs partent de l'équation (45). A basse énergie, l'interaction Coulombienne devient importante et modifie σ_R . Dans le cas des collisions neutron-noyau, il n'y a bien sûr pas de répulsion électrostatique, mais la section efficace est modifiée par la partie imaginaire du potentiel optique. Dans les réactions qui nous étudions, seules les réactions p+A et A+A entrent en jeu, mais il est bon de préciser que le modèle proposé par [Tripathi & al 97] est valable – et surtout prend la même forme – pour l'ensemble des réactions n+A, p+A, A+A.

$$\sigma_R = \pi r_0^2 \left(A_{proj}^{1/3} + A_{cible}^{1/3} + \delta_E \right)^2 \left(1 - R_c \frac{B}{E_{cm}} \right) X_m \quad (48)$$

Détaillons un peu plus chacun des paramètres :

- $r_0 = 1$ fm, et E_{cm} est l'énergie cinétique par nucléon dans le référentiel du centre de masse.
- $\delta_E = 1.85S + \frac{0.16S}{E_{cm}^{1/3}} - C_E + \frac{0.91(A_c - 2Z_c)Z_p}{A_c A_p}$ code plusieurs effets : (49)

- $S = \frac{A_p^{1/3} A_c^{1/3}}{(A_p^{1/3} + A_c^{1/3})}$ (50)

est le terme d'asymétrie de masse qui est relié au volume de recouvrement du système en collision.

- $C_E = D \left[1 - \exp \left(-\frac{E}{T_1} \right) \right] - 0.292 \exp \left(-\frac{E}{792} \right) \cos(0.229E^{0.453})$ (51)

modélise la dépendance aux énergies intermédiaires et au-delà, principalement par la transparence et le blocage de Pauli (E est l'énergie cinétique par nucléon de collision en MeV/n)²⁰.

Le dernier terme de l'équation est là pour tenir compte de la dépendance isotopique.

- $B = \frac{1.44Z_p Z_c}{R}$ et $R = r_p + r_c + \frac{1.2 (A_p^{1/3} + A_c^{1/3})}{E_{cm}^{1/3}}$ (52)

où B est la barrière d'interaction Coulombienne qui dépend de l'énergie, R le rayon pour évaluer la hauteur de cette barrière. Le paramètre r_i est le rayon équivalent de la sphère dure, et est relié à $r_{rms,i}$ par la relation $r_i = 1.29r_{rms,i}$ ²¹.

- R_C est un multiplicateur *coulombien* nécessaire pour le cas des systèmes légers, afin de garder le même formalisme, et enfin, $X_m = 1$ pour toutes les réactions p+A, A+A.

6.1.3 Données expérimentales et précision [14]

En réalité, les mesures ne sont pas si nombreuses. Une compilation récente permet de mieux se rendre compte de l'état actuel du domaine. Typiquement, aucune nouvelle mesure n'a été réalisée depuis 1985 pour les noyaux légers (excepté pour les noyaux exotiques). La situation n'est pas critique, mais bon nombre d'isotopes n'ont jamais été mesurés. Ce faisant, il paraît raisonnable de penser que le paramétrage *universel* proposé par [Tripathi & al 98] – puisqu'il rend compte de toutes les mesures existantes dans leur grande variété – doit être capable de donner les sections efficaces non-mesurées avec une presque aussi bonne précision. Un exemple de ces sections efficaces est donné figure 11. Ce qui ressort de manière évidente, c'est que la remarque faite pour les réactions p+A (peu de mesures) est encore plus vraie pour les réactions He+A. Dernière remarque que je voudrais ajouter : la section efficace d'un noyau aussi important que ^7Be , qui contribue à plus de 50% du flux de Be mesuré au niveau de la terre n'a jamais été mesurée! Considérant que lorsque les données existent, celles-ci sont précises à quelques % près, nous partirons par défaut du principe que les formules utilisées sont valides pour tous les noyaux à 2-5% près pour les réactions sur proton et à 10-20% sur l'hélium.

6.2 SECTION EFFICACE INÉLASTIQUE DE FRAGMENTATION

Les rayons cosmiques interagissent avec le milieu interstellaire, les différents corps composant le système solaire, l'atmosphère terrestre et aussi le corps humain! Nous avons précédemment décrit le comportement des

²⁰D est relié à la densité du système, et de même que T_1 , il est ajusté de manière assez générale pour les systèmes *lourds* et nécessite un traitement plus fin pour les systèmes légers ($A \leq 4$).

²¹Cette dernière quantité est obtenue directement par l'expérience [DeVries & al 87]. La valeur de $r_{rms,i}$ choisie lorsqu'elle n'était pas donnée est une interpolation entre ses plus proches *voisins*. De toute façon, il a été vérifié que la section efficace totale n'était pas très sensible à cet effet.

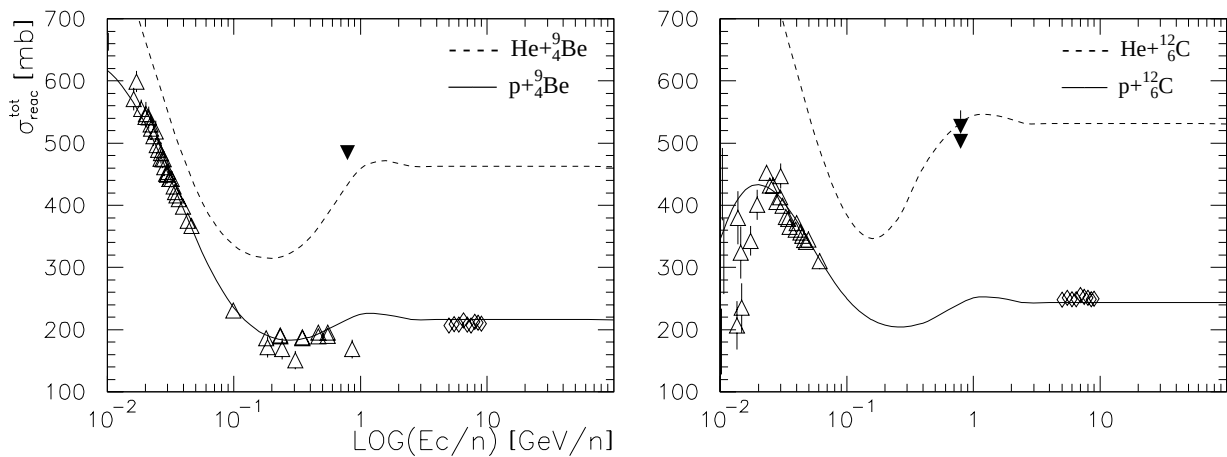


FIG. 11 – Section efficace inélastique totale : les triangles vides sont tirés de [Bauhoff 86] et [Carlson 96], les triangles pleins de [Tanihata 85], et les losanges de [Bobchenko 79].

sections efficaces *de destruction*. Insistons maintenant plus sur la partie *production* par spallation qui constitue la source principale de nombreux noyaux.

Les rayons cosmiques solaires (SCR) sont principalement des protons ($\sim 98\%$) avec une énergie typique inférieure à 200 MeV/n et qui pénètrent seulement 1–2 cm des objets extra-terrestres (cf section 2.1). Ces mêmes cosmiques sont ceux qui sont à la fois dangereux pour les cochons dans l’espace et aussi pour l’instrumentation embarquée dans les satellites (lors des violents orages solaires – “Solar Energetic Particle” – en particulier). Les cosmiques galactiques (GCR) sont composés à $\sim 87\%$ de protons, avec un flux piqué autour du GeV/n et des lois de puissance jusqu’à $\sim 10^{20}$ eV. Ces derniers pénètrent plusieurs mètres dans les matériaux extraterrestres, et sont responsables des neutrinos atmosphériques lorsqu’ils interagissent dans l’atmosphère. Les GCR, SCR et neutrons secondaires produisent des nucléides cosmogéniques [15] qui permettent de déterminer l’histoire du flux moyen de proton dans le dernier million d’années. Ceci permet de savoir si l’approximation du régime stationnaire est valable pour la propagation – cf R.C.Reedy & al, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. **33**, 505 (1983). Enfin, aux énergies intermédiaires, les primaires créés dans les supernovæ se fragmentent sur le milieu interstellaire. Pour étudier la population des noyaux et en tirer des conséquences sur les modèles de propagation, il faut connaître parfaitement les processus du type

$$\left[(p, He) + N_1 \longrightarrow N_2 \right] \iff \sigma_{12}^{p, He} \quad (53)$$

Quand nous notons (p, He) , en toute rigueur, il faudrait parler aussi de CNO et du reste, mais comme les données sont peu nombreuses et la contribution sûrement faible relativement aux deux autres, nous n’en parlerons plus dès maintenant. Une fois de plus, divers modèles co-existent pour décrire ces sections efficaces de production. Comme ces dernières constituent le nœud central du problème, nous sommes obligés d’entrer dans des détails techniques. Dans un premier temps, nous dresserons un petit récapitulatif des processus physiques mis en œuvre, puis nous décrirons succinctement les différents types d’approche (semi-empirique, expérimentale et microscopique). Nous présenterons ensuite les tentatives faites pour relâcher certaines approximations et leurs conséquences sur la propagation. Enfin, nous terminerons par quelques mots sur les données expérimentales existantes, leur compatibilité, la précision atteinte par les modélisations et les possibilités d’amélioration pour le futur.

6.2.1 La production d’un noyau [16]

Il n’est pas forcément aisé de décrire une collision noyau-noyau (dans ce qui suit, on indicera par i le noyau initial et par f le noyau final). C’est en effet généralement un processus hors équilibre qui nécessite un traitement dynamique. Nous pouvons estimer qualitativement l’évolution ultérieure d’un système composite, chaud²² et

²²La température définie n’a en vérité de sens que dans l’ensemble statistique dans lequel on se place pour résoudre le problème et a vraiment un sens à la limite d’un système de taille infinie.

comprimé, formé à l'issue du recouvrement des deux noyaux en collision. Ce système correspond à un gaz de fermi proche de la densité de saturation de la matière nucléaire ($\rho_0 \sim 0.15 \text{ fm}^{-3}$). En tant que tel, à une température non nulle, il a une probabilité non nulle d'occuper n'importe quel niveau d'énergie. Un tel système est par nature métastable, et si l'on attend suffisamment longtemps, il va émettre des particules. Aux énergies de l'ordre de quelques MeV/n, deux processus sont associés à des échelles de temps similaires et entrent donc en compétition pour la désexcitation des noyaux chauds :

- l'évaporation, qui est un processus *calme* dans lequel des nucléons et tout particulièrement des neutrons sont émis avec un temps caractéristique τ_n qui dépend fortement de la température. En émettant des nucléons, le noyau chaud se refroidit et peut à terme atteindre un état stable, s'il n'a pas d'ici là fissionné.
- La fission est un processus lent et collectif de déformation du noyau qui s'allonge de plus en plus. Passé une certaine déformation le noyau va inexorablement évoluer vers une cassure en deux fragments.

A plus haute énergie ($\sim 100 \text{ MeV/n}$), la température du système et sa densité deviennent plus élevées et son évolution va s'accélérer. Le temps d'émission de neutrons diminue et le mécanisme de compression-dilatation devient prépondérant. Le système se dilate violemment et la densité peut atteindre des valeurs extrêmes de l'ordre de la moitié de la valeur de saturation ($\rho_0/2$). Dans cette région, l'équation d'état de la matière nucléaire a des propriétés de très grande instabilité mécanique ; c'est la région *spinodale*. Au lieu d'être amortie, une

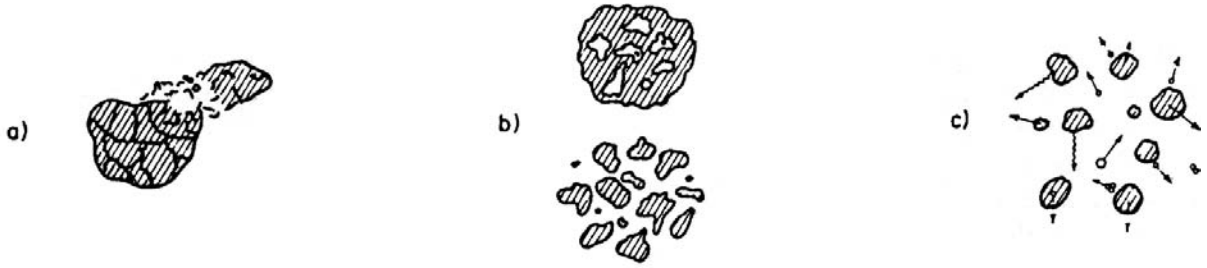


FIG. 12 – Vue schématique du processus de fragmentation : (a) formation d'un système hautement excité avec ses fluctuations initiales ; (b) formation de fragments pendant la période d'expansion ; (c) propagation et désexcitation des fragments après la fragmentation du système composite (tiré de Bondorf & al [16]).

petite perturbation va être amplifiée et va conduire à une perturbation d'une taille comparable à celle du système lui-même. A la place de matière homogène, on se retrouve donc avec plusieurs noyaux plus petits – c'est la multifragmentation. La nature de cette dernière n'est pas encore connue avec exactitude. De nouvelles expériences à l'aide de détecteurs 4π permettront de distinguer fragmentation séquentielle ou fragmentation simultanée. D'autres réactions plus spécifiques co-existent aussi sous certaines conditions : nous pouvons citer en particulier l'évaporation et les réactions périphériques ("single/double nucleon removal"). L'arrachage d'un ou de deux nucléons est la réaction principale pour de nombreux cosmiques, et nous y reviendrons donc un peu plus loin. Aux énergies de l'ordre de quelques GeV/n, le système se vaporise sous forme de nucléons. Ce domaine peut être décrit plus facilement comme un processus statistique au sens où le nombre de fragments formés ne dépend pas de l'énergie, mais simplement des noyaux mis en jeu. Enfin, autour de 10 GeV/n , de plus en plus de résonances sont excitées, et finalement au-delà de 100 GeV/n les processus sont purement hadroniques (fragmentation de quarks). Ceci donne lieu à une émission multiple de noyaux.

6.2.2 Approches *microscopiques* [17]

Par delà son importance pour l'étude du rayonnement cosmique, la physique nucléaire, et en particulier la multifragmentation constitue un domaine d'étude très vivant. Parmi les approches microscopiques, on pourrait citer les modèles probabilistes (SMF="statistical multi-fragmentation"), dynamiques (QMD="quantum molecular dynamics"), cinétiques (BUU et VUU = Boltzmann/(Vlasov)-Uehling-Uhlenbeck), d'évaporation séquentielle ou de fission, modèles hybrides et d'ablation-abrasion, etc... Le but ici n'est pas de donner en détail les avantages et inconvénients de chacun de ces modèles, et encore moins de les décrire. Nous nous contenterons de savoir qu'aucun d'eux n'est capable pour l'instant de reproduire les données expérimentales dans la gamme d'énergie qui nous intéresse avec, à la fois une bonne précision et un temps de calcul raisonnable. Cette approche est néanmoins prometteuse et des codes et simulations Monte-Carlo existent dans la littérature. Gageons que d'ici 10-20 ans, la compréhension des mécanismes nucléaires sous-jacents à la multi-fragmentation sera telle que

ces modèles seront plus précis et plus généraux que les approches semi-empiriques que nous allons maintenant discuter.

6.2.3 Approche semi-empirique [18]

Les sections efficaces $\sigma_{ij}^{p,He}$ ont des régularités qui permettent une formulation semi-empirique. Ces régularités sont liées principalement à la différence de masse entre la cible et le noyau produit ($\Delta A \equiv A_{\text{cible}} - A_{\text{produit}}$), et au rapport entre le nombre de neutrons et le nombre de protons du noyau produit. [Silberberg & Tsao 73, 77...99] ont construit une équation semi-empirique avec des paramètres ajustables selon les régions des noyaux produits et des cibles (le projectile est un proton lorsque l'on ne précise pas)

$$\sigma^{p+\dots}(Z_i, A_i | Z_f, A_f ; E) = \sigma_0 f(A_f) f(E_{k/n}) e^{-P\Delta A} \exp(-R|Z_f - SA_f + TA_f^2|^\nu) \Omega \eta \zeta \quad (54)$$

Dans l'équation, σ_0 est un paramètre de normalisation, $f(A)$ et $f(E)$ sont des corrections qui ne s'appliquent qu'à $Z_{\text{cible}} > 30$. Le facteur $\exp(-P\Delta A)$ décrit la diminution de la section efficace avec l'augmentation de la différence de masse entre le produit final et la cible, et l'exponentielle suivante (avec $\nu \sim \frac{3}{2}$) tient compte de la production des différents isotopes d'un même élément Z. Enfin, Ω est relié à la structure nucléaire et au nombre de niveaux stables d'un produit donné, le facteur η dépend de l'appariement d'un neutron et d'un proton dans le noyau produit et ζ est introduit pour représenter l'augmentation des produits d'évaporation légers. Dans ce modèle, l'extension de la production d'un noyau N_f par des réactions A+A est faite *via* une loi d'échelle sur A+p

$$\sigma^{N_p+N_c \rightarrow N_f}(Z_{\text{proj}}, A_{\text{proj}} ; Z_{\text{cible}}, A_{\text{cible}} ; E_{\text{proj}}) = S_C \epsilon_L \epsilon_\Delta \epsilon_1 \sigma^{N_p+p \rightarrow N_f}(Z_{\text{proj}}, A_{\text{proj}} | p ; E_p) \quad (55)$$

où S_C est un facteur d'échelle qui ne dépend que du projectile et du fragment, ϵ_L est un facteur d'augmentation pour les produits les plus légers (Li, Be et B), ϵ_Δ est un facteur d'augmentation pour les réactions avec ΔA grand, et ϵ_1 tient compte de l'arrachement d'un seul nucléon, causé par des résonances. La dernière amélioration de ce code (réalisée en 2000) est disponible sur le ouèbe [21].

6.2.4 Formules empiriques [19]

[Webber & al 90, 98] ont développé dans les années 90 un paramétrage basé sur les régularités observées dans les produits de spallation. Ce choix était dicté par (i) l'obtention de nouvelles mesures sur les produits de fragmentation issus de diverses cibles et (ii) la constatation que la précision des formules semi-empiriques décrites précédemment n'était que de $\sim \pm 35\%$ pour ces nouvelles mesures. Dans leur procédure, le modèle a été ajusté à une énergie donnée (raccourci que nous utiliserons dans tout le paragraphe pour parler de l'énergie cinétique par nucléon), puis a été étendu à d'autres énergies en constatant que la production d'un même Z pour des A différents avait la même dépendance en E.

$$\sigma^{p+N_i}(Z_i, A_i ; Z_f, A_f ; E) = \sigma_0(Z_f, Z_i) f_1(Z_f, A_f, Z_i, A_i) f_2(E, Z_f, Z_i) \quad (\text{mb}) \quad (56)$$

1. Le premier terme décrit la dépendance selon la charge du fragment

$$\sigma_0(Z_f, Z_i) = \sigma_{Z_f} \exp \frac{-(Z_i - Z_f)}{\Delta_{Z_f}} \exp \frac{|N_{Z_i} - N_{Z_f}^0|}{8.5} \quad (57)$$

Les paramètres σ_{Z_f} et Δ_{Z_f} sont les valeurs d'ajustement. Dans le code de Webber & al (version 1993) disponible sur le ouèbe [21], ces paramètres sont reproduits dans la table I du papier 1990-d. Néanmoins, une version plus à jour est présentée dans la table V du papier 1998-c, et c'est celle-ci qui sera utilisée. Pour le reste, $N = A - 2Z$ est l'excès de neutrons, et N_0 définit la ligne de stabilité β pour un noyau donné. La dernière exponentielle exprime le fait intuitif que la production d'un noyau est maximale lorsqu'à la fois le parent et le fragment sont proches de la vallée de stabilité (il reste une dépendance implicite dans le nombre de masse du noyau...).

2. Le second terme décrit la distribution isotopique des sections efficaces pour un élément donné

$$f_1(Z_f, A_f, Z_i, A_i) = \frac{1}{\delta_{Z_f} \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(N - N_{Z_f})^2}{2\delta_{Z_f}^2} \quad (58)$$

où N_{Z_f} est le centroïde de la distribution des masses pour un noyau donné et δ_{Z_f} (paramétrée par $0.32 Z_f^{0.39}$) est la largeur caractéristique de cette distribution de masse. Notons que cette indépendance vis-à-vis de l'énergie n'est plus vraie lorsque l'on se trouve très loin de la vallée de stabilité ou encore pour des énergies plus basse que quelques centaines de MeV/n.

3. Le troisième terme représente la dépendance en énergie qui ne dépend que des charges mises en jeu

$$\begin{aligned}
f_2(E, Z_i, \Delta_Z = Z_i - Z_f) = & 1 + m(\Delta_Z) \left(\frac{Z_i}{26} \right)^{2.5} \exp \frac{-(E - E_m)^2}{\Delta E_m} \\
& + n(\Delta_Z) \left(\frac{Z_i}{26} \right)^{1.4} \exp \frac{-(E - E_n)^2}{\Delta E_n} \\
& + o(\Delta_Z) \left(\frac{Z_i}{26} \right)^{0.4} \exp \frac{-(E - E_o)^2}{\Delta E_o} \\
& + p(\Delta_Z) \frac{Z_i}{26} \frac{(E - 2000 \text{ MeV/n})}{2000}
\end{aligned} \tag{59}$$

Chacun des quatre termes de la somme décrit un comportement à une certaine énergie jusqu'à atteindre la limite asymptotique au-delà de quelques GeV/n. Les valeurs de $m, n, o(\Delta_Z)$, $E_{m,n,o}$ et $\Delta E_{m,n,o}$ sont ajustées, et une expression différente est utilisée pour $Z_f = 4$.

En plus de ces trois termes, il faut tenir compte des réactions particulières d'arrachement d'un ou deux nucléons. Les sections efficaces correspondantes sont aussi ajustées sur les mesures existantes. Contrairement au modèle précédent, ce dernier n'est pas étendu à l'ensemble des noyaux, mais juste aux réactions de spallation sur de l'hélium. Ceci est fait en remarquant que le rapport σ_{He}/σ_H ne dépend que des charges initiales et finales [Ferrando & al 88]

$$\frac{\sigma_{He}}{\sigma_p}(Z_i, Z_f, E) = \exp [\mu(E) |(Z_i - Z_f) - f(Z_i)\delta_{Fe}(E)|^\nu] \tag{60}$$

où $\mu(E)$, $\delta_{Fe}(E)$ sont des interpolations linéaires du meilleur ajustement fait à trois énergies, et $f(Z_i)$ une interpolation du meilleur ajustement pour trois Z_i . Le paramètre ν vaut 1.43²³

6.2.5 Effets particuliers [22][23][24]

- Les sections efficaces d'interaction qui conduisent à l'arrachement d'un seul ou de deux nucléons sont prépondérantes dans la propagation de certains cosmiques. Pour cette raison, une attention particulière leur a été portée. Plutôt que de s'intéresser à une formule empirique, Norbury & al [22] ont développé un paramétrage *physique* prenant en compte les processus d'interaction forte, mais surtout les interactions électromagnétique qui sont dominantes pour l'arrachement d'un ou deux nucléons (fragmentation coulombienne). Cette démarche est similaire aux approches *microscopiques* brièvement discutées plus haut.
- Les réactions mettant en jeu la production des isotopes de H et He nécessitent un traitement particulier car les deux codes présentés plus haut ne s'y appliquent pas. Ceci est dû en partie aux propriétés particulières du noyau d'hélium. De plus, il ne faut pas oublier la production de ²H par le processus faible p+p. On pourra consulter [23] pour une discussion sur les paramétrages existants.
- Implicitement, dans toutes les approches semi-empiriques, les auteurs font l'approximation que l'énergie par nucléon est conservée lors d'un processus de fragmentation. En pratique, cela revient à dire que chaque fragment emporte avec lui une énergie par nucléon qui est la même que l'énergie par nucléon du système initial : c'est l'approximation "straight-ahead". Si cette approximation semble bien justifiée à haute énergie (≥ 2 GeV/n), les données existantes suggèrent à basse énergie un élargissement des pics de distribution des impulsions et de fait, une influence sur la production – donc l'observation – des secondaires. Mathématiquement, ceci revient à écrire, dans le cas du "straight-ahead" l'équivalence suivante pour la production d'un noyau N^j à l'énergie T par un noyau N^k (ici T signifie l'énergie par nucléon)

$$\int_0^\infty n_H c \beta' N^k(T') \sigma^{kj}(T, T') dT' = \int_0^\infty n_H c \beta' N^k(T') \sigma^{kj}(T) \delta(T - T') dT' = n_H c \beta N^k(T) \sigma^{kj}(T) \tag{61}$$

qui est le cas idéal. Aller au-delà de cette approximation revient à utiliser la *bonne* forme pour $\sigma^{kj}(T, T')$. Les données de fragmentation semblent indiquer une distribution gaussienne des énergies dont la variance dépend de la masse du fragment. Tsao & al [24] ont développé une approche microscopique pour tenir compte de cet effet, et l'analyse montre qu'il est négligeable pour les rapports primaire/primaire (pour des Z proches) ou secondaire/secondeire (rapports isotopiques). Par contre, il conduit à une diminution de l'ordre de $\sim 5\% - 6\%$ autour du pic à ~ 1 GeV/n, même en tenant compte de la modulation solaire, pour des rapports secondaires/primaires (cf figure 13). Ceci n'est pas négligeable, sachant que certaines mesures

²³En réalité, dans le code de Webber que nous avons utilisé, la valeur de ν est fixée à 1.23 car la production à basse énergie et à grand Δ_Z pose problème. Il faut noter qu'un paramétrage légèrement différent a été utilisé dans cette région spécifique (Ferrando, communication privée).

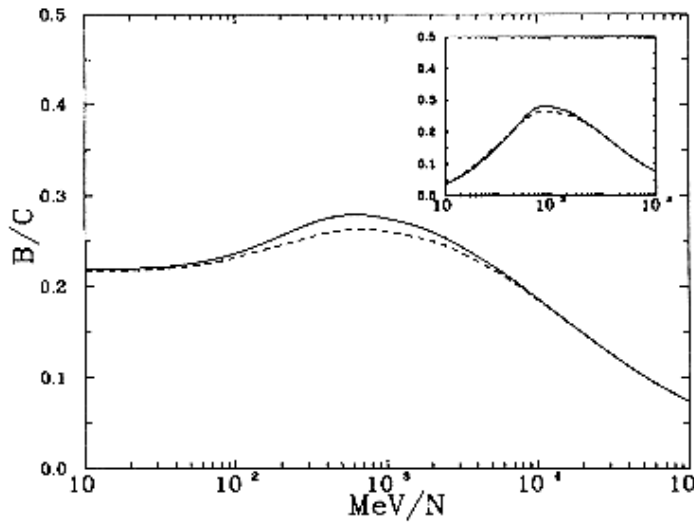


FIG. 13 – B/C à 1 UA (le cadre correspond au rapport interstellaire). Le trait plein représente le rapport en utilisant l'approximation du “straight-ahead”, et les pointillés représentent le même rapport en tenant compte des pertes d'énergie dans les collisions nucléaires (adapté de Tsao & al [24]).

atteignent dès à présent cette précision. D'un autre côté, les prédictions actuelles de sections efficaces sont fiables à $\sim 5\% - 10\%$, voir 20% près. Il semble donc que cet effet soit suffisamment important pour jouer un rôle dans les modèles de propagation, sachant que ce sont les rapports secondaire/primaire qui permettent en particulier l'ajustement du coefficient de diffusion ; cependant il est encore raisonnable de ne pas en tenir compte.

6.2.6 Compilation de données, compatibilité et précisions [25]

Une des premières compilation de données est celle de [Read & Viola 84] qui présente les fonctions d'excitation de CNO sur H et He. Les processus présentés sont néanmoins très limités et incomplets en ce qui concerne la production isotopique, et les résultats sont plutôt répartis en production isobarique (à un A donné). Depuis les années 90 différents groupes ont exploré systématiquement les produits de spallation en commençant par les noyaux légers jusqu'aux noyaux lourds ($Z=26$). Ceci a permis une réelle amélioration des modèles paramétriques et semi-empiriques. Il est estimé qu'aujourd'hui $\sim 95\%$ des réactions nécessaires à la compréhension de la propagation des cosmiques sont maintenant mesurées à au moins une énergie.

Les tableaux 8 et 9 nous donnent deux informations complémentaires. Dans le premier tableau, le noyau de départ est fixé (ici ^{12}C), et les produits de spallation d'icelui sont observés. La grande valeur des sections efficaces dans les noyaux ^{11}C et ^{11}B illustre l'importance des processus où un seul nucléon est arraché, comme nous l'avons indiqué plus haut. L'importance des processus à deux nucléons est moindre, mais cependant observable dans ce tableau. Le pendant de ces réactions est la production de 1H et 2H . Notons encore un petit pic de production pour les noyaux autour du 6Li qui est exactement *la moitié* du noyau initial. La dernière information que l'on peut tirer de cette table est que nous sommes bien en présence d'un processus générant *plusieurs* fragments, sinon nous aurions des égalités entre la production de $^{11}C + ^{11}B$ et celle de 1H . En accord avec la description théorique que nous avons esquissée dans la partie 6.2.1, lorsque le noyau est excité, les noyaux légers ont tendance à être produits par *évaporation* (voir en particulier 4He dans le tableau). Une autre alternative est la production de multiples fragments, mais les détails sont ici sans importance. . .

Le second tableau représente la production des éléments Be et B et l'importance relative des noyaux parents lors de ce processus (nous avons pondéré le résultat obtenu pour chaque parent par leur abondance source). Il a en quelque sorte plus de signification que le précédent en tant qu'indicateur des noyaux vraiment *importants* dans la fabrication des divers isotopes. Les sections efficaces seules sont effectivement trompeuses au sens où elles ne rendent pas compte de la *vraie* quantité produite par les abondances présentes. Ce que nous pouvons remarquer en particulier, c'est que pour la famille B et Be, les noyaux parents sont à peu près les mêmes, *i.e.* ^{16}O

TAB. 8 – (à gauche) section efficace de production isotopique pour la fragmentation de ^{12}C sur une cible de proton à une énergie de 3.66 GeV/n (adapté de [Korejwo & al 99]).

Réaction $^{12}\text{C} + p \rightarrow \dots$	$\sigma_{prod} \pm \Delta\sigma_{prod}$ (mb)
^{11}C	29.2 ± 2.5
^{10}C	3.6 ± 0.5
^9C	0.24 ± 0.05
^{12}B	0.12 ± 0.05
^{11}B	27.7 ± 0.7
^{10}B	12.3 ± 3.0
^8B	0.44 ± 0.04
^{10}Be	4.2 ± 0.6
^9Be	6.7 ± 0.9
^7Be	10.1 ± 1.3
^9Li	0.25 ± 0.06
^8Li	1.47 ± 0.23
^7Li	12.5 ± 1.8
^6Li	19.8 ± 2.7
^6He	0.87 ± 0.31
^4He	$159 \pm 21.$
^3He	24.8 ± 3.2
^3H	$88. \pm 31.$
^2H	$138 \pm 41.$
^1H	$143. \pm 42.$

$\rightarrow \dots$ (%) (p, He) +	^{11}B	^{10}Be	^{10}B	^9Be	^7Be
^{28}Si	-	1.7	-	1.9	1.9
^{24}Mg	2.3	2.7	2.5	3.0	3.1
^{20}Ne	2.1	2.6	2.2	2.8	3.0
^{16}O	20.3	20.0	23.0	21.7	22.7
^{15}N	3.2	5.5	1.1	4.2	2.9
^{14}N	5.4	5.0	5.6	5.5	5.7
^{13}C	4.2	1.2	1.2	2.9	1.9
^{12}C	56.9	22.8	44.8	26.5	27.9
^{11}B	-	30.6	16.1	15.6	9.5
^{10}Be	-	-	-	1.6	1.2
^{10}B	-	-	-	7.3	7.0
^9Be	-	-	-	-	6.9
Total	94.4%	92.1%	96.5%	93.0%	93.7%

TAB. 9 – (à droite) pourcentage, lorsque la proportion est supérieure à 1.%, des isotopes contribuant à la formation des éléments B et Be. Le calcul est réalisé à 1.8 GeV/n de la manière suivante : chaque noyau est propagé dans le programme, et les solutions obtenues (pour un des modèles qui ajuste B/C) sont utilisées pour pondérer les rapports de branchement des sections efficaces dans les différents noyaux. Dit autrement % (parent $\rightarrow$ fils) = $\Phi_p \times \sigma^{p \rightarrow f} / \sum_{\forall p} \Phi_p \times \sigma^{p \rightarrow f}$. Ceci permet d'obtenir les *réelles* contributions des différents isotopes et de voir quelles sections efficaces il est important de bien connaître.

et ^{12}C qui sont les noyaux les plus abondants. Cette table justifie *en quelque sorte* que nous puissions tronquer la cascade pour les noyaux légers en choisissant comme noyau primaire un élément situé peu avant ^{28}Si . Si dans ce tableau, seule une petite partie des noyaux apparaît, nombreux sont ceux qui ont une contribution inférieure à 1%. Il faut dès lors se méfier de conclusions hâtives sur l'importance réelle de chacun des noyaux restants, car par le biais d'effets *cumulatifs* dans le calcul, la somme des ces contributions dépasse 5% pour la plupart des noyaux.

En bref... La précision des mesures s'étale de 2 – 3% à $\sim 20\%$ selon les fragments produits. Dans [Vonach & al 97], les auteurs concluent que les vieilles mesures d'activation sont en grande partie inutilisables et ne doivent pas être utilisées pour comparer avec les prédictions théoriques. Pour ce qui est des mesures récentes (fin des années 80), il semble que les différentes expériences soient plus ou moins compatibles entre elles, mais que néanmoins, certains produits de fragmentation mériteraient une *re-mesure* afin de confirmer leur basse section efficace de production. Très récemment, [Flesh & al 99] ont obtenu des résultats sensiblement différents de ceux de [Webber & al 90] pour entre autres, la fragmentation de Fe et Si (déviations systématiques observées).

6.2.7 Conclusion : le code de fragmentation choisi

L'éventail de codes présentés ici résume bien la situation. Comme nous l'avions laissé entendre en début de paragraphe, cette état de fait traduit la complexité du phénomène à l'œuvre. Toute la difficulté revient à choisir la bonne description! Ceci serait évidemment aisé si l'une des approches surpassait les autres... mais ce n'est pas le cas. [Zeitlin & al 97] comparent dans leur papier pour des noyaux autour de $Z = 26$ les modèles microscopiques et les paramétrages semi-empiriques. Aucun des modèles n'est vraiment bon, mais aucun n'est vraiment mauvais non plus, et chacun a des problèmes pour des noyaux différents en général. Commençons par

ce que nous n'utiliserons pas par la suite :

- Les isotopes d'H et d'He ne sont pas générés dans la première version de notre programme. Nous reparlerons plus tard de ce choix, et mentionnons que cette extension peut être réalisée simplement à l'aide des formules de [23].
- Les noyaux ultra-lourds ($Z > 30$) contribuent peu à la production de noyaux légers ($Z < 30$) à cause de leur faible abondance. Si l'on est justement intéressé par ces noyaux-là (voir par exemple J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 [1984]) le mieux est d'utiliser [18] qui est le mieux adapté pour les réactions non-mesurées²⁴. Des paramétrages particuliers peuvent aussi être trouvés dans [20]. Le paramétrage de [Silberberg & al 98] doit aussi être utilisé pour la fragmentation sur des noyaux plus lourds que l'hélium. Pour les cosmiques, il semble cependant raisonnable de ne pas prendre en compte ces noyaux dans la constitution du milieu interstellaire (C,O,Ne,Si...).
- Les approches microscopiques [17] sont encore trop complexes pour l'utilisation que nous voulons en faire. Rappelons cependant que les modèles semi-empiriques sont ajustés mesure après mesure alors que l'on peut espérer que les précédents seront de plus en plus précis et prédictifs également pour les réactions non-mesurées. L'accord entre les deux n'est déjà pas loin d'être obtenu. De toute façon, les modèles ajustés ont atteint leur limite d'amélioration [Webber & al 98-c], et entre compliquer au possible chaque réaction ou décrire le véritable processus physique, la question ne se pose pas. A mon avis, seules ces approches permettront d'atteindre une précision inférieure à quelques % pour l'ensemble des noyaux dans le futur.

Vous aurez deviné que le programme que nous avons utilisé est celui de [Webber & al 90] récupéré sur le ouèbe avec la mise à jour de [Webber & al 98]. A cela deux raisons : (i) ces sections efficaces de production semblent être les plus précises – [Silberberg & al 98] notent par exemple que l'ajustement paramétrique de [Webber & al 98] fournit une dispersion de 10% sur l'ensemble des mesures alors que leur propre paramétrage a une dispersion de 20% – (ii) une grande partie des papiers sur la propagation des cosmiques depuis 30 ans est signée Webber, ce qui, pour éviter d'utiliser l'argument d'autorité, présente l'avantage de pouvoir comparer plus facilement les résultats obtenus dans notre modèle. Le paramétrage pour les réactions sur He est tiré de [Ferrando & al 88] par une loi d'échelle des formules de [Webber & al 90] sur p (la précision peut être estimée à $\sim 20\%$). Le paramétrage de l'arrachement d'un ou de deux nucléons [22] ainsi que l'approximation au-delà du “straight-ahead” [24] n'ont pas été retenus. Ces corrections semblent nécessaires à intégrer dans le futur lorsque la précision des prédictions sera meilleure que 10%. Les marges d'erreurs restent peut-être sous-estimées, car il n'est pas exclu que certaines mesures contiennent des erreurs systématiques. D'un autre côté, toutes les sections efficaces n'ont pas les mêmes incertitudes, et comme certains noyaux sont *relativement* plus importants que d'autres pour la production d'un isotope donné, il n'est pas évident d'estimer froidement l'influence globale de ces erreurs sur les rapports de GCR. Nous aurons l'occasion de nous étendre plus sur ce point lorsque nous reviendrons sur le rapport B/C .

Ce qui ressort des dernières mesures effectuées [Webber & al 98], c'est que pour obtenir un paramétrage précis à mieux que 10%, il faut modifier celui existant de manière compliquée : effet d'isospin et effet pair-impair (suspecté d'être dû à l'appariement de protons), neutron et proton “stripping” (dominé par la répulsion Coulombienne). Au final, ceci nécessiterait un ajustement noyau par noyau ! Cependant, la nécessité de cette amélioration se fait moins pressante étant donné qu'environ 98% des interactions avec $Z \leq 28$ ont maintenant été mesurées. En conclusion, les formules paramétriques que nous utilisons sont précises à 15% près pour les moins bonnes (fragmentation de noyaux lourds). Cependant, étant donné que les mesures n'existent bien souvent que pour un seul point d'énergie, il n'est pas facile d'estimer jusqu'à quel point nous pouvons faire confiance à ces barres d'erreur. Pour les noyaux légers sur lesquels nous avons ajusté B/C , nous prendrons une incertitude de l'ordre de 5 – 10% pour les réactions sur p et de 10 – 20% pour les réactions sur He.

²⁴L'extension de notre programme à ces noyaux n'est alors pas aussi simple : il faut décrire tous les noyaux lourds et leurs propriétés (comme ce qui est fait pour $Z < 30$) et prendre en compte le fait que ces derniers sont souvent très instables. Ils risquent en particulier de compliquer les relations entre les différents noyaux à tel point que les formules développées dans la partie 17 ne décrivent pas tous les cas. Cela reste quand même réalisable avec un peu d'huile de coude pour peu que l'on soit convaincu de l'intérêt de la démarche.

Bibliographie

Propriété des noyaux

- [1] *The 1995 update to the atomic mass evaluation*, G.Audi & A.H.Wapstra, Nucl.Phys. **A595**, 409-480 (1995)
- [2] <http://sutekh.nd.rl.ac.uk/CoN/>
<http://nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/>

Cascades de désintégration

- [3] *American Institute of Physics Handbook (§8)*, D.T.Goldman (third edition – 1982)
J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 (1984)
M.Garcia-Munoz & al, ApJSS **64**, 269 (1987)
The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties, G.Audi & al, Nucl.Phys. **A624**, 1-124 (1997)

Noyaux radioactifs

- [4] La plupart des chiffres sont tirés des compilations [2][3] plus les références suivantes...
- [5] **⁵⁶Ni**
M.Cassé & A.Soutoul, ApJL **200**, L75 (1975) : $t_{1/2} \sim 2 \cdot 10^5$ yr
E.B.Norman & al, ICRC **21**, (1989) : $t_{1/2} \geq 2.3 \cdot 10^4$ yr
B.Sur & al, Phys.Rev.C **42**, 573 (1990) : $2.9 \cdot 10^4$ yr $\leq t_{1/2} \leq 5.4 \cdot 10^6$ yr
D.K.Nadyozhin, ApJSS **92**, 527 (1994) : rappel des propriétés de la cascade $^{56}\text{Ni} \rightarrow ^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$
J.Lund Fisker & al, Eur.Phys.J.A **5**, 229 (1999) : $t_{1/2} \sim 4 \cdot 10^4$ yr ($< 7.3 \cdot 10^4$ yr)
- [6] **⁵⁴Mn**
L.Koch & al, A&A Lett. **102**, L9 (1981) : Ajustement sur CR $t_{1/2} \sim 1 - 2 \cdot 10^6$ yr
B.Sur & al, Phys.Rev.C **39**, 1511 (1989) : limite indirecte (mesure β^+) $t_{1/2} \geq 4 \cdot 10^4$ yr
M.T.F da Cruz & al, Phys.Rev.C **48**, 3110 (1993) : limite indirecte (mesure β^+) $t_{1/2} \geq 2.95 \cdot 10^5$ yr
T.Kibédi & al, ICRC **25**, 1208 (1995) : limite directe $t_{1/2} \geq 3 \cdot 10^4$ yr
M.A.DuVernois, Phys.Rev.C **54**, 2134 (1996) : Ajustement sur CR $t_{1/2} \sim 1 - 2 \cdot 10^6$ yr
A.Lukasiak & al, ApJ **488**, 454 (1997) : Ajustement sur CR $t_{1/2} \sim (1 \pm 0.6) \cdot 10^6$ yr
T.Kibédi & al, ApJ **489**, 951 (1997) : limite directe $t_{1/2} \geq 2.2 \cdot 10^4$ yr
K.Zaerpoor & al, Phys.Rev.Lett **79**, 4306 (1997) : limite indirecte (mesure β^+) $t_{1/2} \sim 7.6 \cdot 10^5$ yr
A.H.Wuosmaa & al, Phys.Rev.Lett **80**, 2085 (1998) : limite indirecte $t_{1/2} = (6.3 \pm 1.3[\text{stat}] \pm 1.1[\text{th}]) \cdot 10^5$ yr
G.Martínez-Pinedo & al, Phys.Rev.Lett **81**, 281 (1998) : réinterprétation de Wuosmaa $t_{1/2} = (4.94 \pm 0.06) \cdot 10^5$ yr
- [7] **Un peu de théorie...**
M.Cassé, ApJ **180**, 623 (1973)
Theoretical Nuclear Physics Volume 1 (§IX), A.DeShalit & H.Feshbach (Wiley Classics Library – 1974)
H.Homma & al, Phys.Rev.C **54**, 2972 (1996)
- [8] **La capture électronique dans les supernovæ**
D.J.Dean & al, Phys.Rev.C **58**, 536 (1998)
E.Caurier & al, Nuc.Phys.A **653**, 439 (1999)
K.Langanke & G.Martínez-Pinedo, Nuc.Phys.A **463**, 481 (2000)
A.Heger & al, astro-ph, 0007412 (2000)

Sections efficaces

- [9] *Theoretical Nuclear Physics*, Vol.1, DeShalit & Feshbach **p 10**, Wiley Classics Library, 2nd ed. (1990)
Physique des collisions nucléaires, Eric Suraud **p 15**, Hermann Editeurs (1998)

Très haute énergie

- [10] J.S.Baa & A.Pantziris, Phys.Rev.D **53**, 1224 (1996)
A.F.Martini & M.J.Menon, Phys.Rev.D **56**, 4338 (1997) et références.
T.Wibig & D.Sobczynska, J.Phys.G **24**, 2037 (1998)

I - Sections efficaces de réaction

- [11] R.K.Tripathi & al, NASA, Technical Paper **208438**, (1998)
- [12] H.L.Bradt & B.Peters, Phys.Rev. **77**, 54 (1950)
S.Barshay & al, Phys.Lett **51B**, 5 (1974)
J.R.Letaw & al, ApJSS **51**, 271 (1983)
R.Silberberg & C.H Tsao, Phys.Rep. **191**, 351 (1990)
L.Sihver & al, Phys.Rev.C **47**, 1225 (1993)
H.P.Wellish & D.Axen, Phys.Rev.C **54**, 1329 (1996)
R.Silberberg & al, ApJ **501**, 911 (1998)
C.H.Tsao & al, ApJ **501**, 920 (1998)
- [13] H.DeVries & al, Atom.Data & Nuc.Data Tables **36**, 495 (1987)
R.K.Tripathi & al, NASA, Technical Paper **3621**, (1997)
R.K.Tripathi & al, NASA, Technical Paper **3656**, (1997)
R.K.Tripathi & al, NASA, Technical Paper **209726**, (1999)

*Données expérimentales*²⁵

- [14] B.M.Bobchenko, Sov.J.Nucl.Phys. **30**, 805 (1979)
I.Tanihata & al, Phys.Lett.B **160**, 380 (1985)
W.Bauhoff, Atom.Data & Nuc.Data Tables **35**, 429 (1986)
R.F.Carlson, Atom.Data & Nuc.Data Tables **63**, 93 (1996)
et voir Tripathi & al pour l'ensemble des références.

II - Sections efficaces de production

- [15] J.M.Sisterson & al, Meteoritics **30**, 579 (1995)
J.M.Sisterson & al, Annual Lunar & Planet.Sci.Conf. **30**, 1283 (1999)
J.M.Sisterson & al, Annual Lunar & Planet.Sci.Conf. **31**, 1432 (2000)
et références dans ces papiers.
- [16] J.P.Bondorf & al, Phys.Rep. **257**, 133 (1995)
La matière nucléaire, Eric Suraud , Hermann Editeurs (1998)

Approches microscopiques

- [17] L.W.Townsend & al, NASA, Technical Paper **3310**, (1993)
F.A.Cucinotta, NASA, Technical Paper **3354**, (1993)
J.P.Bondorf & al, Phys.Rep. **257**, 133 (1995)
J.W.Wilson & al, NASA, Technical Paper **3533**, (1995)
F.A.Cucinotta & al, NASA, Technical Paper **3594**, (1996)
C.R.Ramsey & al, Phys.Rev.C **57**, 982 (1998)

²⁵ Les expériences ne sont pas si nombreuses, et même les compilation récentes ne sont pas *complètes*.

- [18] R.Silberberg & C.H.Tsao, ApJSS **25**, 315 (1973)
R.Silberberg & C.H.Tsao, ApJSS **35**, 129 (1977)
R.Silberberg & C.H.Tsao, ApJSS **35**, 137 (1977)
R.Silberberg & al, ApJSS **58**, 877 (1985)
R.Silberberg & C.H Tsao, Phys.Rep. **191**, 351 (1990)
L.Sihver & al, Phys.Rev.C **47**, 1225 (1993)
C.H.Tsao & al, Phys.Rev.C **47**, 1257 (1993)
C.J.Waddington, ApJ **470**, 1218 (1996)
R.Silberberg & al, ApJ **501**, 911 (1998)
C.H.Tsao & al, ApJ **501**, 920 (1998)
C.H.Tsao & al, ICRC **26**, HE.1.1.04 (1999)
- [19] P.Ferrando & al, Phys.Rev.C **37**, 1490 (1988)
W.R.Webber, J.C.Kish, D.A.Schrier, Phys.Rev.C **41**, 566 (1990-d)
W.R.Webber & al, ApJ **508**, 940 (1998-a)
W.R.Webber & al, ApJ **508**, 949 (1998-b)
W.R.Webber & al, Phys.Rev.C **58**, 3539 (1998-c)
- [20] J.R.Cummings & al, Phys.Rev.C **42**, 2508 (1990-a)
J.R.Cummings & al, Phys.Rev.C **42**, 2530 (1990-b)
B.S.Nilsen & al, Phys.Rev.C **52**, 3277 (1995)
pour les noyaux lourds ($Z \geq 30$)
- [21] http://spdsch.phys.lsu.edu/SPDSCH_Pages/Software_Pages/Cross_Section_Calcs/CrossSectionCalcs.html

Traitements particuliers

- [22] J.W.Norbury & L.W.Townsend, ApJSS **86**, 307 (1993) et références.
J.W.Norbury & C.M.Mueller, ApJSS **90**, 115 (1994)
J.Barrette & al, Phys.Rev.C **51**, 865 (1995)
- [23] F.A.Cuccinotta, NASA Technical Paper **3354**, (1993)
O.Reimer & al, ApJ **496**, 490 (1998)
- [24] F.Khan & al, Phys.Rev.C **48**, 513 (1993)
C.H.Tsao & al, ApJ **451**, 275 (1995) et références.

Compilation de données

- [25] S.M.Read & V.E.Viola, Atom.Data & Nuc.Data Tables **31**, 359 (1984)
C.Brechtmann & W.Heinrich, Phys.Rev.C **39**, 2222 (1989) et références.
- LBL Bevalac**
P.Ferrando & al, Phys.Rev.C **37**, 1490 (1988)
W.R.Webber, J.C.Kish, D.A.Schrier, Phys.Rev.C **41**, 520 (1990-a)
W.R.Webber, J.C.Kish, D.A.Schrier, Phys.Rev.C **41**, 533 (1990-b)
W.R.Webber, J.C.Kish, D.A.Schrier, Phys.Rev.C **41**, 547 (1990-c)
- Saturne**
W.R.Webber & al, ApJ **508**, 940 (1998-a)
W.R.Webber & al, ApJ **508**, 949 (1998-b)
W.R.Webber & al, Phys.Rev.C **58**, 3539 (1998-c)
- The Transport Collaboration**
C-X.Chen & al, Phys.Rev.C **49**, 3200 (1994)
C.N.Knott & al, Phys.Rev.C **53**, 347 (1996)
C-X.Chen & al, ApJ **479**, 504 (1997)
C.N.Knott & al, Phys.Rev.C **56**, 398 (1997)
C.Tuvè & al, Phys.Rev.C **56**, 1057 (1997)
C-X.Chen & al, Phys.Rev.C **56**, 1536 (1997)
- Autres**
T.N.Taddeucci & al, Phys.Rev.C **55**, 1551 (1997)
H.Vonach & al, Phys.Rev.C **55**, 2458 (1997)
C.Zeitlin & al, Phys.Rev.C **56**, 388 (1997)

F.Flesh & al, ICRC **25**, (1997) - F.Flesh & al, ICRC **26**, HE.1.1.08 (1999)
A.Korejwo & al, ICRC **26**, OG 3.2.22 (1999)

Quatrième partie

La propagation

Simplexe, complexe, multiplexe.

La ballade de Béta 2, Samuel Delany

Dans ce chapitre, nous allons dresser un état des lieux sur les travaux théoriques concernant la propagation des noyaux dans notre galaxie. Il sera très important que le lecteur ne fasse aucune confusion entre les deux aspects distincts que sont (i) les modèles d’une part et d’autre part (ii) les techniques pour résoudre un modèle particulier. Ces deux notions seront souvent intriquées dans une même partie, c’est pourquoi nous insistons d’emblée sur cette subtilité. Le découpage suit de près les trois grandes techniques de résolution des équations de propagation, à savoir

1. la résolution directe,
2. la méthode des tranches pondérées (souvent appelée injustement “Weighted slab model”, d’où les possibilités de confusion),
3. la méthode de la fonction génératrice des moments $\langle x \rangle, \langle x^2 \rangle \dots$

Chacune de ces techniques présente des avantages et des inconvénients. La méthode directe est celle qui permet d’arriver le plus rapidement au résultat mais en contrepartie, chaque solution doit généralement être recalculée dès que le modèle est modifié. La technique ws (“Weighted Slab”) est quant à elle formidable pour la comparaison des différents modèles. Son étude constituera d’ailleurs le cœur de ce chapitre. Nous y verrons en particulier pourquoi les modèles de type diffusion diffèrent de ceux de type “Leaky Box”. La description de la troisième méthode sera beaucoup plus courte. Elle a été introduite, car dans ce formalisme le temps moyen de propagation est facilement *extractible*. Dans un second temps, nous parlerons tout d’abord un peu de physique (à un niveau très général), puis nous discuterons rapidement les méthodes numériques que nous avons utilisées dans cette thèse.

Soyons franc : ce que nous désirons montrer dans ce chapitre, c’est que le modèle de diffusion est non seulement plus *physique* que le LB pour étudier la propagation des cosmiques, mais surtout que ce dernier est intrinsèquement limité pour décrire l’ensemble des noyaux. Cette affirmation n’a rien d’original et a été répétée avec force pendant de nombreuses années par plusieurs auteurs (voir [Ginzgurg & al 80]). Un des meilleurs moyen pour comprendre ceci est de passer par la technique du ws.

7 RÉSOLUTION BRUTALE DE L’ÉQUATION DE PROPAGATION

Pour commencer, nous allons rappeler la forme la plus générale que prend l’équation de diffusion. Nous serons bref, car une discussion détaillée est donnée dans la section VI. Nous ferons cependant quelques commentaires d’ordre général sur la complexité de celle-ci. Les solutions seront données pour deux modèles : la boîte qui fuit (“Leaky Box”, noté LBM dans la suite) et le modèle de diffusion (noté DM) avec la géométrie particulière adoptée dans cette thèse. Remarquons qu’il n’existe qu’un seul LBM et donc une seule solution, alors que pour le DM, chaque géométrie correspond à un type de solution.

7.1 FORME DE L’ÉQUATION

L’équation générale de diffusion s’écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial N^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla N^j - V_c N^j) - \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\nabla \cdot V_c}{3} E_k \left(\frac{2m + E_k}{m + E_k} \right) N^j \right) + \frac{\partial}{\partial E} (b^j N^j) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial E^2} (d^j N^j) + nv\sigma^j N^j \quad (62) \\ = q^j + \sum_{k=j+1}^{n_{max}} nv\sigma^{kj} N^k \end{aligned}$$

où nous avons utilisé, pour éviter d’alourdir les notations

- σ^j et σ^{kj} qui sont respectivement la section efficace de disparition du noyau N^j et la section efficace de création du noyau N^j par le noyau N^k (cf 6),
- $\sum_{k=j+1}^{n_{max}}$ qui est la somme sur les noyaux N^k plus lourds que N^j (il y en a $n_{max} - j$).

Parmi les autres termes, nous reconnaissons les contributions de la diffusion, la convection, les pertes d’énergie (dont le terme en $\nabla \cdot V_c$ dû à l’expansion adiabatique) et la réaccélération. Nous avons omis les contributions des noyaux radioactifs²⁶, et nous allons aussi dans tout ce paragraphe nous empresser de négliger la convection

²⁶Si dans certains modèles que nous préciserons, la forme des solutions reste inchangée lors de l’ajout de ces contributions, dans d’autres cas il faudra se faire un peu plus mal pour y arriver...

et les pertes d'énergie (ceci revient à se placer à un régime de *haute* énergie). L'équation résultante que nous obtenons et sur laquelle nous allons travailler est²⁷

$$\frac{\partial N^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla N^j) + n v \sigma^j N^j = q^j + \sum_{k=j+1}^{n_{max}} n v \sigma^{kj} N^k \quad (63)$$

Quelques commentaires L'équation que nous devons résoudre est complexe. Elle lie chacun des noyaux N^j à l'ensemble des noyaux plus lourds $N^k (k > j)$. Si la forme des solutions est connue, l'évaluation des noyaux $k = n_{max}, \dots, j+1$ permet d'obtenir automatiquement la valeur pour le noyau j . Incidemment, ceci n'est possible que si nous partons du noyau le plus lourd $N^{n_{max}}$ qui ne reçoit pas de contribution d'autres N^k . La solution pour n_{max} est alors réinjectée dans le noyau suivant, et cette procédure est itérée jusqu'au noyau le plus léger. Ce que nous venons de décrire est l'approche *piétonne*. Une alternative à cette formulation est l'écriture matricielle

$$[N^i] = L^{ij} [N^j]. \quad (64)$$

Avec la description précédente, il est facile de se rendre compte que L^{ij} est une matrice triangulaire (supérieure ou inférieure selon la convention prise pour les indices). Lorsque nous la diagonalisons, les équations sur les vecteurs propres dans la nouvelle base sont découplées : c'est le point de départ de la méthode des fonctions génératrices (cf 9). Laissons pour l'instant de côté cette discussion. Dans les résolutions qui vont suivre, nous restreindrons le système à une équation pour une espèce *primaire* et une pour une espèce *secondaire* (ces notions seront définies page 136), et éventuellement un noyau radioactif. Nous faisons ce choix car nous voulons rester qualitatif. Considérer tous les noyaux n'apporterait rien de plus aux explications, sauf de les rendre plus confuses. Pour le modèle de diffusion et le modèle pas étanche, nous adopterons le régime stationnaire

$$\partial/\partial t = 0.$$

Dans le cas du DM, nous choisirons une géométrie patatoïde de révolution, en accord avec l'observation d'une propagation confinée par le champ magnétique galactique.

7.2 LA BOÎTE QUI A LE NEZ QUI COULE (“LEAKY BOX MODEL”)

Nous présentons ici un modèle introduit dans les années 60 et qui est sans doute un des plus utilisés dans la communauté des cosmiciens²⁸. Ceci parce qu'il est d'une part très simple, et d'autre part parce qu'il est à certains égards plus proche du DM (cf 8) que nous pourrions l'imaginer. En effet, ces deux modèles sont équivalents dans la limite où les processus de diffusion sont extrêmement rapides : la distribution est alors homogène dans la boîte (*i.e.* la galaxie), et en contrepartie, pour assurer un minimum de contenu physique, il faut confiner ces noyaux dans un volume, mais en permettant qu'ils s'échappent avec un certain temps caractéristique²⁹.

Définition *Nous appellerons modèle de la boîte qui fuit, le modèle homogène (impliquant $V_c = 0$) obtenu à partir des équations (62) plus la substitution*

$$-\nabla \cdot (K^j \nabla N^j) \leftrightarrow N^j / \tau_{esc} \quad (65)$$

τ_{esc} est le temps caractéristique d'échappement de la boîte (commun à toutes les espèces) et toutes les quantités sont moyennées

$$n \longleftrightarrow \bar{n} \quad , \quad q_i \longleftrightarrow \bar{q}_i \quad (66)$$

En particulier, N^j est le même en tout point de la boîte.

²⁷ Dans la suite de ce chapitre, nous serons amenés parfois à utiliser les mêmes notations pour des objets qui n'ont pas exactement les mêmes unités. Ceci par exemple parce que nous voulons toujours appeler un terme source q , que cette source soit stationnaire ou non. Cette mise en garde étant faite, nous laissons au lecteur le soin de reconnaître selon le contexte l'unité de cet objet.

²⁸ Comme dit l'adage, “qui se sent morveux mouche son Leaky Box”.

²⁹ Si nous voulons oublier toute justification physique, notre modèle est une boîte où les particules se propagent en ligne droite dans un milieu uniforme, avec des sources uniformes, et qui ont une certaine probabilité de rebondir sur les bords. En particulier, si rien ne peut s'échapper, nous nous trouvons dans ce qui est appelé le modèle de la boîte fermée (“closed model”). Ce dernier a parfois été invoqué pour les $\bar{p}$, lorsque les premières observations indiquaient un flux beaucoup plus élevé que celui prédit par les modèles qui fuient (voir S.A.Stephens & R.L.Golden, A&A **202**, 1 (1988) pour un bref historique).

Sous ces conditions, le système réduit (63) prend la forme :

$$N^j / \tau_{esc} + \bar{n} v \sigma^j N^j = \bar{q}^j + \sum_{k>j} \bar{n} v \sigma^{kj} N^k \quad (67)$$

Les solutions sont purement algébriques, et nous pouvons en conséquence les exprimer itérativement $N^j = f(\bar{q}^j, \sigma^j, \sigma^{kj} N^{k,k>j})$ en commençant par le noyau le plus lourd $N^{n_{max}}$ qui s'écrit

$$N^{n_{max}} = \frac{\bar{q}^{n_{max}}}{(1/\tau_{esc} + \bar{n} v \sigma^{n_{max}})} \quad (68)$$

L'autre possibilité est d'écrire $N^j = f(\bar{q}^j, \sigma^j, \sigma^{kj} ; k = j \dots n_{max})$ après diagonalisation de la matrice définie par les équations (67). Il nous importe peu ici de donner l'expression complète, elle peut être trouvée dans [Ginzburg & al 64]. Les points remarquables de ce modèle apparaissent à travers la forme de (67).

1. Le traitement de la décroissance β est immédiat : il faut ajouter un terme de destruction $-\Gamma_{rad}^j N^j$ pour un noyau qui est radioactif et la contribution $+\Gamma_{rad}^{kj} N^k$ du noyau N^k qui se désintègre en N^j .
2. Le traitement de la capture électronique est similaire au traitement de la décroissance β pour peu que l'on soit capable de déterminer le temps de vie effectif associé à ce processus (voir la partie 15.3, page 125).
3. Dans ce modèle homogène, parler d'un temps caractéristique ou d'un grammage caractéristique (quantité de matière x traversée) est totalement équivalent à des facteurs numériques près.

Le temps caractéristique d'échappement τ_{esc} est en principe déterminé par l'expérience et est purement phénoménologique à ce point de la discussion. Ce que nous voulons dire, c'est que tous les processus physiques sont cachés dans ce paramètre. C'est ce qui explique à la fois la simplicité et la limitation du LB : un seul paramètre, c'est bien, mais ça ne nous renseigne pas beaucoup sur la réalité. De plus, il reste à savoir si le programme ambitieux de décrire l'ensemble des stables par un seul paramètre est possible ! Voyons maintenant comment déduire des observations les quantités τ_{esc} , $\bar{n}$ et les abondances sources $\bar{q}^j$.

7.2.1 Détermination de $\tilde{\lambda}_{esc} = \bar{n} v \tau_{esc}$ [cm⁻²]

Considérons un primaire P_1 (second terme du membre de droite de l'équation (67) nul), et un secondaire S_1 issu de P_1 ($q^{S_1} = 0$, source spallative $\bar{n} v \sigma^{ps} P_1$). Le rapport S_1/P_1 ne dépend que du paramètre $\tilde{\lambda}_{esc}$!³⁰

$$\frac{S_1}{P_1} = \frac{\sigma^{ps}}{\sigma^s + 1/\tilde{\lambda}_{esc}} \quad (69)$$

L'inversion de cette relation combinée à l'observation expérimentale du rapport S_1/P_1 – en général le rapport B/C – fixe la quantité $\tilde{\lambda}_{esc}$ de manière univoque. Comme le rapport B/C observé dépend de l'énergie et que les sections efficaces sont constantes au-delà de quelques centaines de MeV/n (voir partie 6), la première constatation est que $\tilde{\lambda}_{esc}$ dépend de l'énergie (le rapport B/C indique même une pente $\tilde{\lambda}_{esc} \sim R^{-0.6}$). Incidemment, nous voyons par contre que le temps d'échappement τ_{esc} n'est pas connu puisqu'il y a indétermination sur $\bar{n}$.

7.2.2 Détermination de la densité de matière moyenne du modèle $\bar{n}$ [cm⁻³]

Considérons maintenant deux isotopes S_{I_1} et S_{I_2} qui sont secondaires et issus du même parent primaire P . Pour simplifier, nous nous tiendrons à l'approximation $\sigma^{pI_1} = \sigma^{pI_2} \equiv \sigma^{ps}$ et $\sigma^{I_1} = \sigma^{I_2} \equiv \sigma^s$. Si l'isotope I_1 est un instable β , nous devons faire la substitution qui suit dans le dénominateur de l'équation (69) :

$$\left[\sigma^s + 1/\tilde{\lambda}_{esc} \right] \longleftrightarrow \left[\sigma^s + 1/\tilde{\lambda}_{esc} + 1/(\gamma \tau_{I_1}^\beta \cdot \bar{n} v) \right] \quad (70)$$

³⁰Nous utilisons la notation $\tilde{\lambda}_{esc}$ pour ne pas confondre avec λ_{esc} qui est utilisé dans la littérature et qui est lui exprimé en g cm⁻². Nous verrons qu'une telle dimension correspond à ce qui est appelé un *grammage*. La relation entre le lambda avec ou sans tilde est

$$\lambda_{esc} = \bar{m} \tilde{\lambda}_{esc}$$

où $\bar{m}$ est censé être la masse moyenne du milieu interstellaire, mais qui dans ce cas précis est la masse moyenne de la matière contenue dans la boîte.

Le rapport de deux isotopes secondaires dont l'un est radioactif est donné par

$$\frac{S_{I_1}}{S_{I_2}} = \frac{\sigma^s + 1/\tilde{\lambda}_{esc}}{\sigma^s + 1/\tilde{\lambda}_{esc} + 1/(\gamma\tau_{I_i}^\beta \cdot \bar{n}v)} \quad (71)$$

Avec la valeur de $\tilde{\lambda}_{esc}$ déterminée par B/C, et l'observation de $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$ (^{10}Be est l'isotope radioactif), il est en principe immédiat d'évaluer $\bar{n}$ en inversant la relation (71). Nous voyons que plus $\bar{n}$ diminue, plus la fraction S_{I_1}/S_{I_2} diminue. Le temps d'échappement de la boîte est relié à $\tilde{\lambda}$ par un facteur numérique faisant intervenir la densité moyenne de matière :

$$\tau_{esc} = \bar{n}v\tilde{\lambda}_{esc} \quad (72)$$

Pour mémoire, avec le noyau de béryllium, les valeurs obtenues (cf tableau 15 page 115) sont $\bar{n} \sim 0.3 \text{ cm}^{-3}$ et $\tau_{esc} \sim 20 \text{ Myr}$ autour de la centaine de MeV/n.

7.2.3 Détermination des abondances sources $\bar{q}^j$

Un seul rapport secondaire sur primaire et un seul rapport radioactif secondaire sur secondaire nous ont permis de déterminer à la fois $\tilde{\lambda}_{esc}$ et $\bar{n}$. Nous n'avons encore nulle part fait intervenir les abondances sources. L'équation (67) nous indique que l'ensemble de q^j peut être extrait itérativement par une comparaison aux flux des noyaux mesurés après propagation.

7.2.4 Limitation du modèle

Qu'est-ce qui cloche avec ce modèle ? A la lumière de ce qui précède, tout est déterminé. Le problème, c'est qu'il n'est pas possible de réconcilier l'ensemble des mesures avec cette vision simple (dans la réalité, il faut de plus prendre en compte les phénomènes énergétiques, car les formules précédentes ne sont valables qu'à la limite de haute énergie). Néanmoins, la cohérence est au moins assurée pour l'ensemble des noyaux stables, ce qui est déjà quelque chose. L'argument allant contre le LB est le suivant :

- La densité moyenne de matière donnée par les noyaux radioactifs est de l'ordre de $\bar{n} \sim 0.3 \text{ cm}^{-3}$ alors que les observations du disque galactique donnent $\sim 1 \text{ cm}^{-3}$. Ceci est habituellement interprété comme la preuve de l'existence d'un halo diffusif vide de matière. La spallation est dans ce cas bloquée hors du disque, mais rien n'empêche la désintégration β .

Pour conclure, nous voyons que ce modèle simple permet une analyse directe des mesures de flux en fonction de trois paramètres (le temps d'échappement, la densité moyenne de matière et les abondances sources) et rend assez bien compte de plusieurs observations. En fait, nous allons voir que le DM est toujours au moins aussi bon que le LB, et permet même d'aller au-delà. Il présente en plus l'avantage de faire apparaître les processus physiques de façon explicite, ce qui permettra notamment d'interpréter les résultats de futures expériences à *grande* statistique comme AMS dans un contexte plus réaliste.

7.3 MODÈLE DE DIFFUSION

Ce modèle est décrit en détail dans la partie 17. Le lecteur peut se reporter à l'appendice XI pour le tableau de toutes les solutions. Plutôt que de comparer ce modèle avec le précédent en étudiant le résultat final, nous allons examiner les équations de base. Ré-écrivons pour cela la première formule de ce chapitre en incluant les contributions radioactives :

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (K^j \nabla N^j - V_c N^j) + 2h\delta(z) \left(q^j(r, 0) + \sum_{k=1}^{j-1} \tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{inel} N^k(r, 0) - \tilde{\Gamma}_{tot}^{N^j} N^j(r, 0) \right) \\ + \sum_{k=1}^{j-1} \Gamma_{rad}^{N^k \rightarrow N^j} N^k(r, z) - \Gamma_{rad}^{N^j} N^j(r, z) = 0 \end{aligned} \quad (73)$$

Dans cette thèse, nous avons fait l'hypothèse supplémentaire que le coefficient de diffusion ne dépendait pas du point considéré $K(E, \mathbf{r}) = K_0 K(E)$. Cette équation décrit un modèle à deux zones. Dans l'une de ces zones

(le disque infiniment mince) il y a diffusion, convection, désintégration... , alors que dans la deuxième zone (le halo), la spallation et les sources sont interdites car il n’y a pas de matière. En définitive, les termes sources ne sont présents que dans une zone très limitée du volume total. Dès lors, il n’est pas étonnant que le modèle de la boîte tel qu’exposé plus haut, ne soit pas compatible avec icelui. En particulier, les processus de spallation et de désintégration y sont mis sur un pied d’égalité, d’où le problème rencontré avec les instables. Il existe une alternative pour interpréter ces deux zones dans le LB. Il faut pour cela considérer la superposition de deux boîtes ayant des temps d’échappement et des densités de matière différentes. En prenant une densité $\bar{n} \sim 0$ dans l’une de ces boîtes [Simon 77] et [Simon & al 79], l’effet du halo diffusif est simulé.

Après avoir poussé aussi loin que possible l’analogie entre les deux modèles, il est temps maintenant de faire appel à un subtil mélange d’intuition physique plus un zeste de traitement mathématique pour mettre en évidence un lien quantitatif.

8 TECHNIQUE DES TRANCHES PONDÉRÉES “WEIGHTED SLAB”

Nous l’avons dit en introduction : ce qui va suivre est une *méthode* de résolution des équations de propagation. Ce qui peut être perturbant, c’est que celle-ci va nous fournir de plus une interprétation physique pleine de bon sens. Ceci est à l’origine de la confusion entre d’une part les modèles qu’il est possible de générer *via* cette technique (nous verrons comment dans la suite) et d’autre part la technique elle-même. Le lecteur serait en droit de penser que la présentation qui va suivre entretient la confusion, mais nous espérons qu’avec toutes nos mises en garde, il s’y retrouvera. En effet, nous avons tout d’abord voulu discuter une approche purement intuitive par le biais du modèle de la tranche (“Slab Model”). Historiquement, il a été l’un des premiers invoqué, et bien que les observations l’aient très rapidement invalidé, il constitue un moyen d’introduire *à la main* la technique des tranches pondérées (WST). Dans une deuxième partie, nous justifierons cette construction, et à partir de ce moment, nous l’utiliserons pour faire le pont entre le modèle de diffusion et le modèle de la boîte qui fuit.

8.1 APPROCHE PHYSIQUE PAR LE MODÈLE DE LA TRANCHE (“SLAB MODEL”)

Oublions pendant un moment l’équation (63). Nous savons que les rayons cosmiques sont produits dans les supernovae. Le détail de l’accélération et des abondances précises pour chacune des espèces ne nous intéresse pas. De même, imaginons un instant que la connaissance de la géométrie de notre galaxie, des processus réels de propagation, etc... soit trop incertaine pour être prise en compte. La seule chose que nous savons avec certitude, c’est qu’une fois que les noyaux sont produits avec un certain spectre en énergie, ils vont traverser une certaine quantité de matière et subir des spallations. Ces interactions vont altérer leur composition source par la production de secondaires en quantité d’autant plus importante que l’épaisseur de matière traversée est grande. L’observation d’un rapport secondaire/primaire permet donc de déterminer cette épaisseur. Ce modèle de la tranche impose implicitement que tous les noyaux aient rencontré la même épaisseur de matière durant leur voyage, puisqu’ils ont tous été générés au même temps t_0 (la distribution de l’ISM est prise homogène, et donc parler de temps de propagation ou de matière traversée est équivalent).

Définition *Nous appellerons x le grammage traversé par un noyau lors de sa propagation. Dit autrement, c’est la quantité de matière rencontrée depuis la création du noyau jusqu’à sa détection. La variable x (exprimée en général en g/cm^2) est relié au temps de propagation τ par*

$$x = \bar{m} n v \tau \quad (74)$$

Les équations du modèle de la tranche “Slab Model” sont alors données par (on oublie les contributions radioactives)

$$\begin{cases} \frac{dN^j(x)}{dx} + \frac{\sigma^j}{\bar{m}} N^j(x) = \sum_{k=j+i}^{n_{max}} \frac{\sigma^{kj}}{\bar{m}} N^k(x) \\ N^j(0) = q^j \end{cases} \quad (75)$$

Considérons le cas d’un seul noyau primaire N^p et d’un seul secondaire N^s produit par N^p . Nous avons (éq (75))

deux équations différentielles simples qui expriment respectivement le taux de disparition (création) de N^p (N^s) en fonction du grammage traversé. Avec les conditions initiales $N_p(0) = q^p$ et $N_s(0) = 0$, la résolution est immédiate et conduit à

$$\begin{cases} N^p(x) = q^p e^{-(x\sigma^p/\bar{m})} \\ N^s(x) = \frac{\sigma^p}{(\sigma^p - \sigma^s)} N_p(x) \left(1 - e^{-(x\sigma^s/\bar{m} - x\sigma^p/\bar{m})}\right) \end{cases} \quad (76)$$

Ceci donne un rapport secondaire sur primaire qui ne dépend plus de l'abondance source de N^p , mais seulement du grammage traversé et des sections efficaces d'interaction

$$N_s(x)/N_p(x) = \frac{\sigma^p}{(\sigma^p - \sigma^s)} \left(1 - e^{-(x\sigma^s/\bar{m} - x\sigma^p/\bar{m})}\right) \quad (77)$$

On peut déjà remarquer que cette relation n'est pas du tout linéaire en x . Certains rapports (ceux pour lesquels les σ sont grands, comme les noyaux proches du fer) sont plus sensibles que d'autres aux faibles grammages. Pour comparer au rapport observé LiBeB/CNO, le calcul est un peu plus compliqué car il y a plusieurs primaires (CNO) qui donnent un ensemble de secondaires (LiBeB). Après pondération sur les abondances sources, la forme reste globalement la même ce qui nous permet de comprendre le résultat que nous allons énoncer : le rapport observé LiBeB/CNO ~ 0.28 (expé) nous donne par inversion de la formule (77) $x \sim 4.8 \text{ g cm}^{-2}$. Ce grammage appliqué à un deuxième rapport primaire/secondaire donne (sub-Fe)/Fe ~ 8.7 , et ô surprise, la mesure donne plutôt (sub-Fe)/Fe ~ 1.5 (expé). Une conclusion s'impose : le modèle de la tranche ne permet pas d'expliquer simultanément les observations du groupe du CNO et celles du groupe du Fe.

Introduction au concept de la distribution des grammages Il existe une alternative pour réconcilier les deux résultats. Il faut pour cela diminuer l'effet des spallations sur le fer, sans trop modifier celles sur CNO. Ceci est possible car ces noyaux ne sont pas sensibles aux mêmes grammages. Supposons qu'un tiers des noyaux traversent 10 g cm^{-2} , et les deux tiers restants seulement un très faible grammage. Ceci suffit à reproduire les observations de LiBeB/CNO et (sub-Fe)/Fe (voir Longair, p312). Si nous étendons cette procédure en chaque x nous obtenons une certaine distribution des grammages qui correspond au fait que l'ensemble des noyaux traverse non pas une simple épaisseur x , mais toutes les épaisseurs avec un certain poids.

Définition *Nous appellerons $G(x)$ la distribution des grammages (ou "Path Length Distribution"). Ce paramètre donne la probabilité pour un noyau de traverser l'épaisseur x pendant sa propagation. Cette probabilité est normalisée*

$$\int_0^\infty G(x) dx = 1 \quad (78)$$

Plusieurs modèles de propagation construits sur les bases du modèle de la tranche sont alors obtenus en considérant des sources stationnaires et en convoluant le modèle résultant avec une certaine distribution de grammage $G(x)$

$$\begin{cases} \frac{dN^j(x)}{dx} + \frac{\sigma^j}{\bar{m}} N^j(x) = \frac{q_p}{nv\bar{m}} + \sum_{k=j+i}^{n_{max}} \frac{\sigma^{kj}}{\bar{m}} N^k(x) \\ N^j = \int_0^\infty N^j(x) G(x) dx \end{cases} \quad (79)$$

Avec ces définitions, le grammage moyen traversé par un noyau est obtenu par la relation

$$\bar{x} \equiv \langle x \rangle = \int_0^\infty x G(x) dx = 1 \quad (80)$$

Nous voyons que cette reformulation est plus générale que le simple modèle de la tranche. Si ce dernier détermine les équations d'évolution de $N(x)$ (partie interactions nucléaires), la fonction $G(x)$ reste pour l'ins-

tant complètement libre. Notons quelques-unes de ses formes particulières et des grammages moyens qui y sont associés

1. $G(x) = \delta(x - x_0)$ et source non-stationnaire; nous retrouvons le modèle de la tranche avec une épaisseur moyenne de $\langle x \rangle = x_0$.
2. $G(x) = 1$; les équations (79) constituent une méthode de résolution alternative au modèle stationnaire pour lequel $\partial/\partial x = 0$. L'épaisseur moyenne traversée n'a pas vraiment de sens.
3. $G(x) = (1/\lambda_{esc}) \exp(-x/\lambda_{esc})$; nous verrons que dans la section 8.3.1 que ceci donne le LB (et $\langle x \rangle = \lambda_{esc}$). A ce propos, il est possible de résoudre le LB avec des équations modifiées telles que $G(x) = 1$!³¹.

Nous verrons dans la prochaine partie que cette formulation est très générale et que la fonction $G(x)$ est liée à la géométrie du problème et aux conditions de propagation choisies. Cette procédure accomplit une complète séparation des processus nucléaires et des processus *astrophysiques*, ce qui explique sa popularité. Avant de la justifier pleinement, revenons quelques instants sur le modèle de la tranche.

Pourquoi le modèle de la tranche ne peut pas marcher Si nous comparons les équations du “Slab Model” au système (63) (en gardant à l'esprit que notre paramètre x est relié à un temps caractéristique, cf (74)), cela revient à négliger la diffusion (terme $\nabla \cdot (K \nabla N)$) et à prendre un terme source *ponctuel* dans le temps (q^p à $t = 0$ et rien après). La solution du “Slab” correspond donc à l'évolution de cette source jusqu'à un temps t (ou de manière équivalente, jusqu'à un grammage x) auquel nous l'observons. D'un point de vue observationnel, outre les problèmes des rapports secondaires sur primaires, il y a plusieurs autres raisons qui font du “Slab” un modèle peu physique

1. Le grammage moyen obtenu pour les modèles de propagation correspond à un temps caractéristique $\tau \sim \text{Myr}$. Or le taux d'explosion de SN dans notre galaxie est de quelques événements par siècle. L'image d'une seule source à $t = 0$ n'est pas très réaliste.
2. Expérimentalement, le flux des cosmiques est constant au cours du temps, donc les équations doivent être celles du régime stationnaire³².
3. Ce modèle suppose une *même* épaisseur de matière traversée par tous les rayons cosmiques quelle que soit leur direction, ce qui au vu de la répartition de matière dans la galaxie suppose une très forte dépendance des résultats selon l'axe de direction. Or, l'isotropie observée à basse énergie plaide en faveur d'une diffusion dans le champ magnétique après la production.

Ces conclusions sont évidentes *a posteriori*, puisque nous avons aujourd'hui des bonnes connaissances de l'astrophysique galactique. Nous avons cependant fait ces quelques remarques pour rappeler la nécessité d'utiliser des modèles parfois sophistiqués.

8.2 JUSTIFICATION MATHÉMATIQUE DU “WEIGHTED SLAB” (WS)

Nous avons établi dans la partie précédente la possibilité de reformuler le problème de la diffusion *via* une convolution du “Slab Model” par une fonction $G(x)$ (cf (79)). Nous allons maintenant lever le mystère sur cette dernière par un traitement plus rigoureux. Repartons pour cela du système d'équations où nous ne tenons pas compte des pertes d'énergie

$$\frac{\partial N^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla N^j) + nv\sigma^j N^j = q^j + \sum_{k>j} nv\sigma^{kj} N^k \quad (81)$$

Dans l'absolu, cette équation peut être résolue par l'utilisation des fonctions de Green. Toutefois, une telle procédure serait complexe à mettre en pratique parce qu'il faudrait extraire pour chaque noyau une fonction de Green différente. . . La manière de contourner cet obstacle sera discutée plus loin (cf 9). Qui plus est, ce que nous voulons, c'est trouver une formulation incluant cette notion de PLD. En faisant cela, nous allons aussi faire la lumière sur certains comportements mystérieux notés depuis le début de ce chapitre. Une petite récapitulation de ces derniers n'est pas inutile :

³¹En effet, il est parfois remarqué, que dans le cas du LB [Protheroe 81, Heinbach 95], la solution avec un PLD en exponentiel peut être ramené à une solution avec $G(x)=1$ s'il est rajouté un terme N^j/λ_{esc} dans la partie nucléaire des équations. Par un long calcul, [Heinbach 95] remonte sans le voir l'équivalence entre la résolution d'une équation directe (dans leur cas le LB) et la résolution en régime non-stationnaire par intégration (dans le cas de bons comportements à l'infini) sur l'ensemble des temps.

³²Ceci même si les solutions peuvent être réexprimées sous certaines conditions par intégration sur tous les temps du problème dépendant du temps associé (voir la note précédente).

1. Le “Leaky Box” permet d’avoir très facilement et très rapidement toutes les inconnues du problème, mais il n’est qu’une approximation qui ne nous donne aucune indication sur les nombreux processus physiques mis en jeu.

⇒ *Pourquoi donne-t-il de si bons résultats malgré tout, et quel est le lien avec le modèle de diffusion ?*

2. Le modèle de la tranche est très intuitif et physique, mais il ne marche pas. Par extension, il donne cependant une formulation qui passe par le choix d’une fonction $G(x)$ représentant la *distribution des grammages* (PLD).

⇒ *Comment choisir le PLD, ou plus concrètement, comment obtenir le PLD à partir des équations (81) ?*

Toutes ces questions auront une réponse dans quelques instants. Mais pour cela, il faut chercher les solutions de l’équation (81) sous une forme assez particulière.

8.2.1 Définition de la technique

Pour plus de simplicité, nous supposons que le coefficient de diffusion ne dépend ni de l’espèce considérée, ni du point où l’on se trouve. Nous supposons enfin que les sources ont toutes la même dépendance spectrale en énergie et la même distribution spatiale, à un coefficient de normalisation près :

$$\frac{\partial N^j}{\partial t} - K \Delta N^j + nv\sigma^j N^j = q^j + \sum_{k>j} nv\sigma^{kj} N^k \quad (82)$$

$$q^j = \tilde{q}^j(E)Q(\mathbf{r}) \quad (83)$$

Bien que la méthode que nous allons décrire reste valide pour extraire les solutions dépendantes du temps, nous supposons l’équilibre stationnaire. D’une part, ceci est parfaitement justifié (nous l’avons suffisamment expliqué), et d’autre part cela nous évitera les confusions éventuelles entre le temps t et la variable τ qui a les dimensions d’un temps et qui est lié au grammage x . Cherchons donc des solutions sous la forme

$$N^j(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(\tau)G(\mathbf{r}, \tau)d\tau \quad (84)$$

Nous procédons alors à plusieurs manipulations :

1. Réinjecter la relation (84) dans l’équation précédente en régime stationnaire,
2. ajouter ‘0’ dans l’équation en utilisant l’identité

$$\frac{dN^j(\mathbf{r})}{d\tau} = 0 = \int_0^\infty \frac{d\tilde{N}^j(\tau)}{d\tau}G(\mathbf{r}, \tau)d\tau + \int_0^\infty \tilde{N}^j(\tau)\frac{\partial G(\mathbf{r}, \tau)}{\partial \tau}d\tau \quad (85)$$

3. Comme nous voulons que τ ou plutôt x ait une interprétation physique en terme de grammage, nous choisissons

$$\begin{cases} \tilde{N}^j(\tau = x = 0) = \tilde{q}^j(E) \\ G(\mathbf{r}, \tau = x = 0) = Q(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (86)$$

ce qui nous permet de ré-écrire q^j sous la forme

$$q^j = \int_0^\infty \tilde{N}^j(\tau)G(\mathbf{r}, \tau)\delta(\tau)d\tau \quad (87)$$

Remarquons que le lien entre les fonctions $G(\tau)$ et $G(x)$ peut être très complexe. Ces fonctions coïncident seulement dans le cas où la distribution de matière est homogène, et par exemple un simple modèle à deux zones donne des relations non triviales.

Nous obtenons alors l’équation

$$\int_0^\infty d\tau \left(-K \Delta G(\mathbf{r}, \tau) + \frac{\partial G(\mathbf{r}, \tau)}{\partial \tau} \right) \tilde{N}^j(\tau) + \left(\frac{d\tilde{N}^j(\tau)}{d\tau} + nv\sigma^j \tilde{N}^j(\tau) \right) G(\mathbf{r}, \tau) = \quad (88)$$

$$\int_0^\infty d\tau \tilde{N}^j(\tau)G(\mathbf{r}, \tau)\delta(\tau) + \sum_{k>j} nv\sigma^{kj} \tilde{N}^k(\tau)G(\mathbf{r}, \tau) \quad (89)$$

Nous voyons que ceci est vérifié si les deux équations en $\tilde{N}^k(\tau)$ d’une part et en $G(\mathbf{r}, \tau)$ sont vérifiées séparément. Le terme en $\delta(\tau)$ peut être indifféremment inclus dans ces deux parties. Le choix de regroupement est dicté par

le fait que nous voulons séparer ce qui ne dépend que de l'interaction, de ce qui ne dépend que de la propagation. L'idée de la technique du modèle en tranche est donc d'introduire une quantité non-observable $\tilde{N}^j(\tau)$ qui permette de découpler les équations. Il est d'usage commun d'utiliser le grammage x à la place de τ , et ce que nous obtenons alors est similaire à des constantes près (voir la remarque plus haut).

Définition *La technique des tranches pondérées (WST) est définie par les équations*

$$\left\{ \begin{array}{l} N^j(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(x) G(\mathbf{r}, x) dx \\ \frac{d\tilde{N}^j(x)}{dx} + \frac{\sigma^j}{\bar{m}} \tilde{N}^j(x) = \sum_{k>j} \frac{\sigma^{kj}}{\bar{m}} \tilde{N}^k(x) \end{array} \right. \quad (90)$$

où $\tilde{N}^j(x)$ est le flux de cosmiques lorsque ces derniers ont traversé une tranche de matière d'épaisseur x (partie nucléaire pure avec la condition initiale $\tilde{N}^j(0) = \tilde{q}^j(E)$). La fonction $G(\mathbf{r}, x)$ est la distribution des grammages extraite de la seule partie astrophysique, et elle a les mêmes conditions aux limites que $N^j(\mathbf{r})$. Son équation d'évolution est

$$\left(-K\Delta + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) G(\mathbf{r}, \tau) = Q(\mathbf{r})\delta(\tau) \quad (91)$$

A la limite de haute énergie et pour des coefficients de diffusion qui ne dépendent pas de l'espèce considérée, la résolution de ces équations est strictement équivalente à la résolution directe.

8.2.2 Distribution des grammages (PLD) pour quelques géométries du modèle de diffusion [4]

Pour déterminer la distribution des grammages, il est nécessaire de spécifier les conditions au bord sur G : ce sont les mêmes que celles pour la densité de cosmiques $n(\mathbf{r})$ sur les mêmes bords³³. Puisque la densité de rayons cosmiques est beaucoup plus grande à l'intérieur de la galaxie qu'à l'extérieur, il convient de considérer l'échappement libre ($n = 0$ sur les bords). L'équation sur les grammages est donc elle-même une équation de diffusion pure avec source³⁴. En tant que telle, elle se résout avec les fonctions de Green (voir 1). Comme dans une géométrie donnée, seule la forme des sources change, le problème revient à trouver l'unique fonction de Green qui suit l'équation

$$\frac{\partial \mathcal{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, \tau)}{\partial t} - K\Delta \mathcal{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, \tau) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(\tau) \quad (92)$$

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0) = 0 \quad \text{pour } r \text{ sur les bords} \quad (93)$$

Explicitons trois solutions des fonctions de Green pour trois géométries différentes [4]. Ces dernières ont été choisies car ce sont celles qui ont *a priori* le plus de chances de représenter la *réalité*, tout en restant suffisamment simples. La méthode utilisée est donnée dans l'appendice A (page 200). Rappelons que l'opérateur Δ est hermitique et qu'il se développe sur une base de fonctions propres tel que

$$-\Delta \phi_n = \lambda_n \phi_n \quad (94)$$

Dans ce cas précis, la fonction de Green est donnée par (cf A.1.2.5 et A.1.3.5)

$$\mathcal{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, \tau) = \theta(\tau) \sum_{j=1}^{\infty} \exp(-\lambda_n K \tau) \cdot \phi_j(\mathbf{r}) \phi_j(\mathbf{r}_0) \quad (95)$$

³³Rappelons ce qui a été déjà dit dans la section 1. Etant donnée la même équation de diffusion, les solutions peuvent être très différentes selon que l'on se place dans un volume ouvert ou fermé (voir par exemple [Jokipii & al 68]). Ainsi, la gaussienne donnée dans [Balasubrahmanyam & al 65] correspond à une solution pour un volume ouvert, alors que [Owens 75] se place dans un volume fermé.

³⁴Comme nous allons utiliser abondamment les fonctions de Green dans ce qui suit, et comme la notation consacrée pour ces dernières est malencontreusement la même que pour notre distribution de grammage, nous utiliserons la lettre calligraphiée $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \tau)$ pour les fonctions de Green et nous garderons pour le grammage la lettre capitale $G(\mathbf{r}, \tau)$.

Forme de la fonction de Green

1. **Le disque mince** [Owens 76] : Ce modèle fait l'approximation que les rayons cosmiques sont confinés dans un disque dont le rayon est très supérieur à la hauteur, de sorte que les variations de densité selon z sont beaucoup plus importantes que celles selon r (on rappelle que la densité est contrainte de s'annuler au bord). Ainsi, nous pouvons nous ramener à un problème unidimensionnel selon la composante z . Nous avons pour l'équation et la fonction de Green associée

$$\frac{\partial G(z, \tau)}{\partial \tau} - K \frac{\partial^2 G(z, \tau)}{\partial z^2} = q(z, \tau) \quad (96)$$

$$G(z = \pm L) = 0 \quad (97)$$

$$\mathcal{G}^{(1)}(z - z_0, \tau) = \frac{\theta(\tau)}{L} \sum_{j=1}^{\infty} \exp\left(-K j^2 \pi^2 \frac{\tau}{4L^2}\right) \times \sin\left[j\pi \frac{|z| + L}{2L}\right] \sin\left[j\pi \frac{|z_0| + L}{2L}\right] \quad (98)$$

2. **Le halo sphérique** [Owens 76] : Pour ce modèle, nous supposons que le volume de confinement est une sphère de rayon R , correspondant à un *halo* englobant la galaxie visible.

$$\frac{\partial G(r, \tau)}{\partial \tau} - \frac{K}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial G(r, \tau)}{\partial r} \right) = q(r, \tau) \quad (99)$$

$$G(r = R) = 0 \quad (100)$$

$$\mathcal{G}^{(2)}(r - r_0, \tau) = \frac{\theta(\tau)}{2\pi R r r_0} \sum_{j=1}^{\infty} \exp\left(-K j^2 \pi^2 \frac{\tau}{R^2}\right) \times \sin\left[j\pi \frac{r}{R}\right] \sin\left[j\pi \frac{r_0}{R}\right] \quad (101)$$

3. **Disque + halo cylindrique** : Ceci décrit la géométrie cylindrique que nous avons utilisée dans cette thèse (cf 17). La fonction de Green est plus complexe et doit être exprimée à l'aide des fonctions de Bessel.

$$\frac{\partial G(r, z, \tau)}{\partial \tau} - \frac{K}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial G(r, z, \tau)}{\partial r} \right) - K \frac{\partial^2 G(r, z, \tau)}{\partial z^2} = q(r, \tau) \quad (102)$$

$$G(r = R) = 0 \text{ et } G(z = \pm L) = 0 \quad (103)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{(3)}(r - r_0, z - z_0, \tau) &= \frac{\theta(\tau)}{2\pi L} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(-K \left(\frac{\zeta_j^2}{R^2} + \frac{k^2 \pi^2}{4L^2} \right) \tau\right) \\ &\times \frac{2}{R^2 J_1^2(\zeta_i)} J_0\left(\zeta_j \frac{r}{R}\right) J_0\left(\zeta_j \frac{r_0}{R}\right) \times \sin\left[k\pi \frac{|z| + L}{2L}\right] \sin\left[k\pi \frac{|z_0| + L}{2L}\right] \end{aligned} \quad (104)$$

Forme du PLD et grammage moyen Alors que la fonction de Green $\mathcal{G}$ ne dépend que de la géométrie du volume de diffusion, la forme du PLD dépend en plus de la géométrie des sources.

$$G(\mathbf{r}, t, x) = \int_V \int_0^\infty q(\mathbf{r}_0, t_0) \mathcal{G}(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0) d\mathbf{r}_0 dt_0 \quad (105)$$

Si nous considérons par exemple dans le modèle 2 une source située dans tout le disque, stationnaire et uniforme $q(z, t) = N\theta(t)$, nous obtenons en intégrant sur z_0 de $-L$ à L (nous posons $\tau = t$ pour $t_0 = 0$)

$$G_{q \text{ homog.}}^{(1)}(z, \tau) = \frac{4N}{\pi} \sum_{j \text{ impair}}^{\infty} \frac{1}{j} \exp\left(-K j^2 \pi^2 \tau / 4L^2\right) \cdot \sin\left[j\pi \frac{|z| + L}{2L}\right] \quad (106)$$

Toutes les solutions pour tous les types de sources peuvent donc être générées très facilement à partir des fonctions de Green. C'est là toute la force du formalisme du PLD associé aux fonctions de Green. Pour finir, donnons le lien entre le grammage et le grammage moyen traversé par les cosmiques dans un modèle inhomogène (dans la cas d'un modèle homogène comme le LB, le grammage ne dépend pas des coordonnées spatiales, cf éq. (80)). Celui-ci est défini à partir de la distribution de grammage au niveau de la terre

$$G(\tau) \propto G(\mathbf{r}_\odot, \tau) \quad \text{tel que} \quad \int_0^\infty G(\tau) d\tau = 1 \quad (107)$$

Nous retrouvons alors l'*âge moyen* comme dans les modèles homogènes, par la relation

$$\langle \tau \rangle = \int_0^\infty \tau G(\tau) d\tau \quad (108)$$

8.2.3 En résumé...retour à l'interprétation physique

Nous venons de voir que les solutions du problème de propagation pour les noyaux se ré-exprimaient sous la forme

$$N^j(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(\tau) G(\mathbf{r}, \tau) d\tau \quad (109)$$

Ce procédé permet de ramener dans un seul paramètre $G(\mathbf{r}, \tau)$ la géométrie du volume diffusif et des sources (nous avons vu quelques exemples précédemment). $\tilde{N}^j$ étant le même quel que soit le modèle de propagation choisi, la comparaison entre modèles est ramenée à la comparaison des seules fonctions $G(x)$. Incidemment, ceci explique que dans la littérature, seul le PLD soit discuté. La signification du WS peut se résumer dans les points suivants

1. A $x = 0$, les noyaux *présents* correspondent à l'abondance source $\tilde{N}^j(0) = \tilde{q}^j(E)$. Cette quantité diminue par spallation (ou augmente pour les secondaires) lorsque de la matière est traversée. L'équation (90) nous indique la quantité exacte de $\tilde{N}^j(x)$ restant après avoir traversé l'épaisseur x de matière.
2. Toutes les épaisseurs de matière n'ont pas la même probabilité d'être traversées. Cette probabilité est exactement donnée par la distribution des grammages tirée de l'équation (91). Cette dernière ne dépend que de la géométrie du problème et de la distribution spatiale des sources.

La philosophie du modèle en tranche est donc très satisfaisante pour l'intuition physique, puisqu'elle fait appel aux concepts exposés dans la partie 8.1. Elle nous a permis de répondre clairement à la seconde question posée au début de cette partie (forme de G)³⁵. Nous allons maintenant répondre à l'autre question relative à la possibilité de passer du LB au DM pour les noyaux stables.

8.3 COMPARAISON DES PLD DE DIVERS MODÈLES

Nous appliquerons dans un premier temps la technique WS au LB afin que le PLD tiré de ce modèle nous serve de référence dans les discussions sur les modèles de diffusion.

8.3.1 La boîte qui fuit

Dans le formalisme des grammages, l'équation du LB (cf éq (67)) nous donne (ce modèle est homogène et nous supposons la distribution de grammages normalisée à un) :

Propriété *Le modèle du Leaky Box défini par*

$$N^j / \tau_{esc} + \bar{n} v \sigma^j N^j = \bar{q}^j + \sum_{k>j} \bar{n} v \sigma^{kj} N^k \quad (110)$$

correspond à une distribution des grammages exponentielle :

$$G(x) = \frac{1}{\lambda_{esc}} \exp\left(\frac{-x}{\lambda_{esc}}\right) \quad (111)$$

Une des conséquences de ce modèle est la relation simple entre le grammage moyen et le coefficient d'échappement

$$\langle x \rangle = \lambda_{esc} \quad (112)$$

Le PLD sous cette forme est encore beaucoup utilisé aujourd'hui. Il a cependant donné lieu à beaucoup de variantes [3]. Ceci semble maintenant réglé, mais comme la plupart des papiers font mention de ce problème, nous citerons pour mémoire les termes

– PLD tronqué

³⁵ En pratique, il est toujours possible de prendre *n'importe* quelle distribution de grammage, ou disons de modifier légèrement celles existantes afin de reproduire les données. La limitation de cette procédure est qu'elle ne nous dit pas grand chose sur la physique puisque c'est une démarche empirique. Elle peut être néanmoins un outil puissant pour tester des configurations diverses de répartitions de sources (voir [Webber 93]).

– Double “Leaky Box” ou “Nested LB”

Les formes correspondantes sont données par exemple dans [Letaw & al 84, Margolis 86], et le modèle en double exponentielle (correspondant à deux zones aux propriétés distinctes) est discuté dans [Simon 77] et [Simon & al 79] (ces auteurs montrent d’ailleurs que la forme de double exponentielle tirée d’un LB à deux zones conduit à des formes de PLD similaires aux formes tronquées qui sont introduites de façon *ad hoc*). La troncation et le lien avec la distribution des sources ont été étudiés en détail par [Lezniak & Webber 79] (calcul explicite de G dans divers modèles) et par [Webber 93a-b] (formes *ad hoc* pour G). Au fur et à mesure des nouvelles expériences, cette nécessité a semblé diminuer ([DuVernois & al 96a-b]) pour disparaître récemment grâce aux mesures de sections efficaces de spallation pour les noyaux lourds [Webber 98]. Notons enfin que cette discussion est aussi caduque dans le cadre de notre modèle de diffusion, puisque les rapports de B/C et sub-Fe/Fe sont parfaitement compatibles, et ce pour de nombreux jeux de paramètres (en ce qui concerne les modèles utilisés dans cette thèse, il n’y a pas matière à discussion, car le PLD d’un DM est fixé et ne peut être modifié!).

8.3.2 Le modèle de diffusion

Nous avons déjà écrit un certain nombre de fonctions de Green dans une précédente section (cf 8.2.2). Comme les modèles de diffusion ne sont pas homogènes, il faut convoluer ces distributions avec la répartition des sources, et se placer en un point particulier décrivant notre position privilégiée. Ce faisant, nous obtenons le PLD en $\mathbf{r}_\odot$ (voir formule (107)) qui peut alors être comparé à ce qui est obtenu dans le LB. Le point important à remarquer est que quels que soient les modèles de diffusion utilisés, il apparaît toujours dans $\mathcal{G}$ et donc dans le PLD une série infinie en $\exp(-\tau \times \dots)$ (cf formules (98), (101) et (104)). Afin d’être concret, nous allons donner la forme dans le cas particulier d’un modèle unidimensionnel (modèle 1, $\mathcal{G}^{(1)}$), mais avec une source (i) uniforme dans une région $0 \leq z \leq h$, et (ii) nulle dans une région comprise entre $h \leq z \leq L$. Concrètement, il ne faut pas oublier que ce modèle est valide lorsque la dimension caractéristique de z est négligeable devant la distance radiale. Dit autrement, ce cas précis décrit le cas limite de notre modèle de diffusion à deux zones dans lequel la valeur de R tendrait vers l’infini. On obtient alors [Lerche & al 85-a]...

Propriété *Le modèle de diffusion unidimensionnel à deux zones correspond à une distribution des grammages (normalisée) en somme infinie d’exponentielles :*

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(z, y)}{\partial y} - K \frac{\partial^2 G(z, y)}{\partial z^2} &= \theta(|z| - h) \\ \rightarrow G(z, y) &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{-1^j}{2j+1} \exp\left(-K(2j+1)^2 \pi^2 \frac{y}{4L^2}\right) \\ &\cdot \left[\cos(\pi(2j+1) \frac{L+z-h}{2L}) - \cos(\pi(2j+1) \frac{L+z+h}{2L}) \right] \\ &\cdot \begin{cases} \frac{4K}{\pi(2hL-h^2-z^2)} & \text{si } |z| \leq h \\ \frac{2K}{\pi h(L-|z|)} & \text{si } h \leq |z| \leq L \end{cases} \end{aligned} \quad (113)$$

Le grammage moyen n’est alors pas seulement relié au coefficient de diffusion, mais il dépend de la géométrie. Il peut être calculé en tout z , mais pour le système solaire qui est situé à $z \sim 0$, il vaut

$$\langle y_\odot \rangle \equiv \int_0^\infty dy y G(0, y) = \frac{L^2}{3K} \left(1 + \frac{h}{2L} - \left(\frac{h}{2L} \right)^2 \right) \quad (114)$$

8.3.3 Equivalence LB – diffusion [5]

Après tout ce chemin, et en comparant les résultats trouvés dans les deux derniers paragraphes, nous ne devrions plus être surpris que le modèle du LB donne d’aussi bons résultats. Si nous ré-écrivons la fonction $G(0, y)$ sous la forme

$$G(0, y) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{c_j}{\lambda_{esc}^j} \exp(-y/\lambda_{esc}^j) \quad (115)$$

où $\lambda_{esc}^j = K(2j+1)^2\pi^2/(4L^2)$ dans le DM unidimensionnel (c_j est une fonction compliquée de L , h , K , et qui est différente pour chaque indice j). La formule (115) nous indique clairement que le modèle de diffusion est une somme infinie de LB avec des temps d'échappement différents qui interviennent avec différents *poids* (les c_j). Répétons encore que cette décomposition est possible pour toutes les géométries fermées du moment qu'il existe une base de fonctions propres de l'opérateur Δ (cf 1.3.5), ce qui inclut en particulier le modèle utilisé dans cette thèse.

Le fait que des modèles simples de LB à un seul temps d'échappement donnent de bons résultats est dû au fait que *le premier terme* $j = 0$ de la somme infinie *domine* tous les autres. Ceci est possible car l'argument de l'exponentielle $\exp(-K(2j+1)^2\pi^2\frac{y}{4L^2})$ décroît avec l'indice j ; ce qui est aussi visible directement dans la formule (115) de $G(0, y)$. A la limite $h \ll L$, nous obtenons à l'ordre 0 (et avec une normalisation choisie telle que $\int_0^\infty G_{j=0}^{(0)}(0, y) = 1$ pour $j = 0$)

$$G^{(0)}(0, y) \sim \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\pi^2 K}{4L^2} \exp\left(-K(2j+1)^2\pi^2\frac{y}{4L^2}\right) \quad (116)$$

La condition de correspondance avec un LB s'écrit (premier terme dominant par rapport au second)

$$\exp(-K\pi^2\frac{y}{4L^2}) / \exp(-9K\pi^2\frac{y}{4L^2}) = \exp(2K\pi^2\frac{y}{L^2}) \gg 1$$

Ce rapport excède 10^2 dès que $y \gtrsim 0.23L^2/K \sim 10Myr$ pour des valeurs raisonnables du coefficient de diffusion et de L . Ceci est à comparer au grammage moyen obtenu dans ce modèle toujours à l'approximation $h \ll L$

$$\langle y_{\odot}^{(0)} \rangle \equiv \int_0^\infty dy y G(0, y) = \frac{L^2}{3K} \quad (117)$$

Le grammage moyen traversé est situé dans la zone où l'approximation de la simple exponentielle est vérifiée.

Limitations d'une telle analogie A bas grammage, le PLD du DM s'éloigne de celui du LB. La quantification de cet écart n'est pas évidente puisque nous devons traiter la série avec tous ses termes. L'effet net est une augmentation du PLD à bas grammage pour le DM. Cela a-t-il des conséquences? Comme la densité d'une espèce N^i est obtenue en convoluant cette PLD avec $N^i(x)$, cette modification à bas x va plus affecter les primaires (pour lesquels $N^p(x=0) = q \neq 0$) que les secondaires ($N^p(x=0) = 0$). Cela est particulièrement vrai pour le groupe du Fe qui, à cause de sections efficaces très grandes, est très sensible aux faibles grammages (alors que LiBeBCNO est plutôt sensible à des grammages *moyens* $\sim 5 \text{ g/cm}^2$). Le problème dans notre estimation, c'est qu'elle est faite à l'approximation $R \gg L$ pour un modèle unidimensionnel, ce qui ne donne pas exactement la même condition que pour le modèle bi-dimensionnel de cette thèse. Un traitement détaillé (voir par exemple [Berezinskii & al 90], p54) donne un τ limite plus bas pour la convergence vers une exponentielle pure³⁶.

Conclusion Bien qu'il y ait une analogie très forte entre le LB et le modèle de diffusion, les liens entre eux ne sont pas toujours évidents à extraire. L'introduction de convection, ou de coefficients de diffusion différents selon les zones rend la tâche encore plus ardue, mais ne modifie pas les conclusions. A *contrario*, la prise en compte des radioactifs fait disparaître cette corrélation dans un certain nombre de cas. Nous allons voir pourquoi immédiatement.

8.3.4 Traitement particulier : les radioactifs [5]

Après avoir indiqué dans la section 7.3 la différence de forme des équations du LB et du DM pour les radioactifs, nous aimerions maintenant quantifier de manière plus précise leur impact sur les connections dérivées un peu plus haut. Rappelons que c'est l'extension à tout le volume diffusif de la désintégration (alors que les spallations sont confinées dans le disque) qui fait toute la différence. Dans cette partie, nous garderons toujours à l'esprit le lien entre les deux modèles. Cependant, sachant de quelle façon ils doivent être reliés, il est plus simple de

³⁶Ajoutons encore que ceci est vrai pour une distribution de source uniforme. Dans le cas d'une distribution centrée autour de l'origine r le résultat s'éloigne d'une exponentielle pour des τ beaucoup plus grand !

raisonner directement au niveau des solutions. Nous reprendrons ici la description donnée par [Prishchep & al 75] ou encore par [Ginzburg & al 80]³⁷.

Solutions pour les stables Si nous considérons l'espèce N^s , secondaire stable issu du primaire N^p , les équations décrivant le rapport N^s/N^p peuvent être tirées directement des équations du LB ou du DM (nous utilisons ici le modèle unidimensionnel) par la résolution brutale. Moyennant quelques suppositions concernant les paramètres du DM, et en particulier

$$(1) \quad \frac{h}{L} \ll 1 \quad (2) \quad \frac{n_{\text{halo}}}{n_{\text{disque}}} \ll 3 \frac{h}{L} \quad (3) \quad \sigma^j \lambda_{esc} \ll \frac{6L/h}{|1 - 2n_{\text{halo}}L^2/n_{\text{disque}}h^2|} \quad (118)$$

nous obtenons (la troisième condition est quasiment toujours vérifiée et la deuxième l'est immédiatement si l'on choisit $n_{\text{halo}} = 0 \text{ cm}^{-3}$)

$$\frac{N^s}{N^p} = \begin{cases} \frac{\sigma^{ps}}{\bar{m}/\lambda_{esc} + \sigma^s} & (\text{LB}) \\ \frac{\sigma^{ps}}{K/nvLh + \sigma^s} & (\text{DM}) \end{cases} \quad (119)$$

L'analogie entre les deux cas est immédiate et conduit à l'identification (qu'on redériviera formule (148))

$$\lambda_{esc} = \frac{\bar{m}nvL}{K} \quad (120)$$

Solution pour les radioactifs β : les trois régimes du DM Pour un secondaire N^r radioactif, il faut comparer la formule du LB aux formules limites obtenues dans le modèle de diffusion. Elles vont dépendre de la durée de vie du noyau instable impliqué (nous omettrons le facteur de Lorentz qui est présent dans les deux modèles). Dans le LB qui est homogène, le terme de désintégration se traite comme les autres termes de disparition, et la solution s'écrit

$$\left. \frac{N^r}{N^p} \right|_{LB} = \frac{\sigma^{pr}}{\bar{m}/\lambda_{esc} + \sigma^r + 1/\bar{n}c\tau} \quad (121)$$

Dans le modèle de diffusion, il y a trois comportements possibles selon la valeur du temps de décroissance τ :

1. Si $\tau \gg L^2/K$: le noyau décroît doucement lors de la traversée du volume diffusif :

$$\left. \frac{N^r}{N^p} \right|_{DM}^{(1)} = \frac{\sigma^{pr}}{\bar{m}/\lambda_{esc} + \sigma^r + 1/3(h/L)\bar{n}c\tau} \quad (122)$$

Il y a encore équivalence LB-DM, si

$$\lambda_{esc} = \frac{\bar{m}nvL}{K} \quad \bar{n} = 3(h/L)n \quad (123)$$

Notons que le temps d'échappement est le même que pour les noyaux stables.

2. Si $L^2/K \gg \tau \gg h^2/K$: avant la décroissance, le noyau a la possibilité de sortir du disque, mais n'a pas le temps d'atteindre le bord du halo :

$$\left. \frac{N^r}{N^p} \right|_{DM}^{(2)} = \frac{\sigma^{pr}}{\sigma^r + \frac{1}{nc}\sqrt{\frac{K}{h^2\tau}}} \quad (124)$$

Formellement, il n'est plus possible de se ramener au LB, mais si nous forçons sa réalisation *via* la relation habituelle λ_{esc} , nous obtenons les relations *hybrides*

$$\lambda_{esc} = \frac{\bar{m}nvL}{K} \quad \bar{n}(E) = \frac{hn}{\sqrt{K(E)\tau} - K(E)\tau/L} \quad (125)$$

Même si pour une énergie fixée, il est possible d'obtenir un $\bar{n}$ satisfaisant, cette densité moyenne reste une fonction de l'énergie, et donc dans ce cas, aucun LB *habituel* ne peut reproduire son comportement. En réalité, ce modèle sera d'autant plus proche d'un LB, que le dénominateur de l'expression dépendra peu de l'énergie.

³⁷La *démonstration* sera beaucoup moins générale que la précédente, et ne sera applicable qu'au cas particulier du modèle unidimensionnel qui est utilisé...Ce n'est pas une restriction incontournable en soi puisque pour d'autres modèles, le principe restera le même.

3. Si $\tau \ll h^2/K$: le noyau n'a pas le temps de se désintégrer avant de traverser le disque et la diffusion est inefficace :

$$\left. \frac{N^r}{N^p} \right|_{DM}^{(3)} = \frac{\sigma^{pr}}{\sigma^r + 1/n\tau} \quad (126)$$

Une fois encore, il est possible de *relier* les deux au sens donné dans le point 2 ;

$$\lambda_{esc} = \frac{\bar{n}nvhL}{K} \quad \bar{n}(E) = \frac{n}{1 - K(E)\tau/hL} \quad (127)$$

En résumé, le modèle de diffusion ne se ramène naturellement au LB que dans le cas 1. Cette analyse est limitée au modèle unidimensionnel, *valide* jusqu'à des valeurs $L/R \lesssim 0.1$. La formulation bidimensionnelle fait apparaître des sommes *infinies* sur les $J_0(\zeta_i R_\odot/R)$ qu'il est difficile de réduire en une forme élégante³⁸.

Où se classent les noyaux $\tau \sim 10^6$ yr ? Les instables regroupés dans les tableaux 5 et 7 (page 42) ont des durées de vie de l'ordre du million d'années (ou moins). Avec $n \sim 1 \text{ cm}^{-3}$, $h = 0.1 \text{ kpc}$ et pour des coefficients de diffusion raisonnables $K \sim 0.02 - 0.06 \text{ kpc}^2 \text{ Myr}^{-1}$, nous obtenons (en prenant $L \sim 1 - 2 \text{ kpc}$)

$$h^2/K \sim 0.17 - 0.5 \text{ Myr}$$

$$L^2/K \sim 16.5 - 200 \text{ Myr}$$

Ce petit exercice nous montre que pour ces noyaux qui correspondent au cas 2 (ou au cas 3 pour un petit nombre), le modèle de diffusion ne se ramène jamais à un LB.

8.3.5 Conclusions

Nous avons rappelé dans cette partie les ingrédients de la technique du modèle des tranches pondérées. Cette technique est standard et exacte dans l'approximation de haute énergie et pour des coefficients de diffusion fonctions de l'énergie cinétique par nucléon. Elle s'applique *a priori* pour toutes les modélisations géométriques de notre galaxie et pour toutes les répartitions spatiales de sources. Ce "*toutes*" est à pondérer par la constatation de la difficulté croissante pour extraire le PLD dès que l'on sort des schémas simples (cf 8.2.2). De fait, cette méthode n'est pas forcément la mieux adaptée pour trouver des solutions explicites (comparer la formule (104) – qui n'est qu'une étape intermédiaire – aux solutions correspondantes du problème de diffusion exposé dans la section 17). Par contre, elle conduit à une interprétation physique très intuitive (cf 8.1 et 8.2.3). Ce long développement nous a finalement permis de comprendre la correspondance entre les différents types de modèles. Cette comparaison qui s'est effectuée sur la fonction de distribution des grammages est à associer au contenu *nucléaire* qui est commun à l'ensemble (à la restriction des noyaux non radioactifs et n'ayant pas de parents par la voie radioactive).

8.4 OUI, MAIS... LE WS N'EST QU'UNE APPROXIMATION ! [6]

La partie précédente s'intéressait au concept du modèle des tranches pondérées à l'approximation de haute énergie, c'est-à-dire dans un régime où les pertes pouvaient être négligées. Comment maintenant en tenir compte ? Passer par la technique WS peut paraître un choix discutable alors que dans le cas du LB, la résolution brutale semble parfaitement appropriée. En effet, le LB fait intervenir dans ce cas le seul opérateur différentiel $\partial/\partial E$, et la solution résultante peut être extraite à l'aide des fonctions de Green sur l'énergie (voir par exemple [Gloecker 69] ou [Westergaard 79], références [2]). Une fois de plus, c'est l'utilisation par beaucoup d'équipes de la technique WS basée sur un LB modifié qui nous incite à regarder d'un œil plus attentif les conséquences de la variation d'énergie sur le schéma de résolution. Répétons que la résolution du problème pour n'importe quel PLD est un atout non négligeable si nous n'avons pas d'*a priori* sur sa forme. Il y a tellement de modèles, que la résolution *brutale* de chacun d'eux s'avérerait beaucoup plus complexe que l'essai de différentes formes de distribution des grammages (voir par exemple [Jones & al 90] pour une discussion sur la pertinence de l'utilisation des modèles simples).

³⁸En réalité, une convergence est atteinte pour certaines valeurs du nombre de termes, et si la série devient stable à partir de $i = 100$, la somme des neuf premiers termes est suffisante pour reproduire les résultats à moins de un pourcent près. Mais 9 termes ou 100 termes, c'est du pareil au même pour la présente discussion.

8.4.1 Effets de rigidité

Le premier pas vers l'extension du concept du WS aux basses énergies est dû à [Lezniak 79]. Cependant, avant même de considérer cette complication, il faut voir que la procédure WS décrite plus avant n'est déjà elle-même qu'une approximation ! Nous allons le montrer pour le LB par souci de simplicité, mais ces remarques sont applicables à l'ensemble des modèles de diffusion.

Rappelons que l'équation de diffusion correspond à une énergie par nucléon donnée. En effet, dans les collisions et donc lors de la fragmentation de noyaux plus lourds, c'est cette quantité qui est conservée et qui permet d'écrire les sources spallatives simplement. Bien sûr cela n'est vrai que dans l'approximation "straight-ahead" discutée dans la section 6.2.5, page 51, mais celle-ci est suffisamment bonne pour que l'on ne la remette pas en question dans cette section. En contrepartie, lorsque nous écrivons

$$N^j(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(\tau) G(\mathbf{r}, \tau) d\tau, \quad (128)$$

nous supposons que les équations sur $\tilde{N}^j(\tau)$ et sur $G(\mathbf{r}, \tau)$ ne dépendent pas de l'énergie par nucléon, ce qui revient à considérer E_c/n comme un simple paramètre *muet*. Or, si ceci est vrai pour $\tilde{N}^j(\tau)$, ça ne l'est pour $G(\mathbf{r}, \tau)$ que dans le cas où le coefficient de diffusion est une fonction de l'énergie cinétique par nucléon :

$$\left(\frac{1}{\lambda_{esc}} + \frac{\partial}{\partial x} \right) G(x) = \delta(x) \quad (129)$$

Or, on observe expérimentalement que λ_{esc} dépend de la *rigidité* (d'un point de vue théorique, la diffusion des rayons cosmiques par les irrégularités du champ magnétique produit une dépendance naturelle en $\mathcal{R} = p/Z$), et l'espoir d'obtenir une distribution de grammage indépendante de la partie nucléaire est une chimère. Quand bien même, nombre de papiers utilisent cette fonction unique. Where is the bug?³⁹

Revenons au cas simplissime d'un primaire N^p qui conduit à un secondaire N^s . Nous avons écrit la solution dans la partie 7.2 (équation (69)). Pour la résolution des équations du LB, nous obtenons à partir de l'équation du secondaire (nous rappelons que nous avons défini $\lambda_{esc} = \bar{m} [\text{g}] \tilde{\lambda}_{esc} [\text{cm}^{-2}]$) :

$$\frac{N^s}{\tilde{\lambda}_{esc}^s} + \sigma_s N^s = \sigma^{ps} N^p \quad \longrightarrow \quad \frac{N^s}{N^p} \Big|_{\text{LB : sol. exacte}} = \frac{\sigma^{ps}}{\sigma^s + 1/\tilde{\lambda}_{esc}^s} \quad (130)$$

Les équations correspondantes par l'application du WS standard avec un $\tilde{\lambda}_{esc}$ unique sont données par les équations (76) qu'il faut convoluer au PLD du LB. L'intégration est immédiate, et si l'on reprend les bonnes variables, le résultat final s'exprime en fonction du LB *exact* par la relation

$$\left(\frac{N^s}{N^p} \right)_{\text{LB : sol. exacte}} = \left(\frac{N^s}{N^p} \right)_{\text{LB : WS approx.}} \times \left(\frac{1 + 1/\sigma^p \tilde{\lambda}_{esc}^s}{1 + 1/\sigma^p \tilde{\lambda}_{esc}^p} \right) \quad (131)$$

Cet effet est maximal pour les noyaux légers, puisque pour les noyaux lourds, l'écart relatif entre les primaires et secondaires diminue. On peut noter qu'à basse énergie, l'ajustement de B/C donne un $\tilde{\lambda}$ constant : l'expression approchée du rapport devient alors *exacte* ($\tilde{\lambda}_{esc}^{s_2} = \tilde{\lambda}_{esc}^{p_1}$). Malheureusement, dans ce régime les pertes d'énergie ne sont plus négligeables... et la procédure WS devient inexacte pour une autre raison.

8.4.2 Effets des pertes d'énergie : le cas où la procédure classique marche

Nous n'allons pas ici développer tout le formalisme pour traiter ce cas. Les calculs détaillés, ainsi que les calculs du paragraphe précédent sont très bien expliqués dans [Ptuskin & al 96]. Nous désignerons ici par ϵ l'énergie cinétique par nucléon et nous avons $\rho = \bar{m}n$. L'équation de diffusion (voir équation (62)) avec les pertes d'énergie en régime non stationnaire et sans convection s'écrit (considérer ou non le terme de réaccélération ne change rien au raisonnement)

$$\frac{1}{\rho(\mathbf{r})v} \frac{\partial N^j}{\partial t} - \frac{1}{\rho(\mathbf{r})} \nabla \cdot \frac{K^j(\mathbf{r}, \epsilon)}{v} \nabla N^j + \frac{\partial}{\partial \epsilon} [w^j(\mathbf{r}, \epsilon) N^j] + \frac{\sigma^j}{\bar{m}} N^j = \frac{Q^j(t, \mathbf{r}, \epsilon)}{\rho(\mathbf{r})} + \sum_{k>j} \frac{\sigma^{kj}}{\bar{m}} N^k \quad (132)$$

³⁹ Où est la punaise ? The writer would like to thank the non-anonymous corrector for this pertinent non-(es)sential commentary (Riri-corrector™ is a "terroir" trademark).

Définition La technique du “Weighted Slab Model” à basse énergie $N^j(\mathbf{r}, t, \epsilon) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(x, \epsilon) G(\mathbf{r}, t, x) dx$ est donnée par le système d’équations (les prescriptions sont les mêmes que dans la limite de haute énergie)

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{N}^j(x, \epsilon)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \epsilon} [w^j(\epsilon) \tilde{N}^j(x, \epsilon)] + \frac{\sigma^j}{\bar{m}} \tilde{N}^j(x, \epsilon) = \sum_{k>j} \frac{\sigma^{kj}}{\bar{m}} \tilde{N}^k(x, \epsilon) \\ \frac{\partial G(\mathbf{r}, t, x)}{\partial x} + \frac{1}{\rho(\mathbf{r})v} \frac{\partial G(\mathbf{r}, t, x)}{\partial t} - \frac{1}{\rho(\mathbf{r})} \nabla \cdot \frac{K(\mathbf{r}, \epsilon)}{v} \nabla G(\mathbf{r}, t, x) = \frac{Q(\mathbf{r})}{\rho(\mathbf{r})} \delta(x) \end{cases} \quad (133)$$

Dans la plupart des cas, le résultat obtenu n’est alors qu’une approximation du modèle initial.

Pour que la séparation $N^j(\mathbf{r}, t, \epsilon) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(\tau) G(\mathbf{r}, t, \tau) d\tau$ soit exacte, il ne peut y avoir plus d’un paramètre en commun entre N et G (dans le cas contraire [Jones 91] a montré que les deux équations obtenues sur N et G étaient mutuellement contradictoires en général). Malheureusement, les sections efficaces dépendent de l’énergie, ainsi que le coefficient de diffusion ce qui fait deux paramètres communs en comptant x . Ceci explique que lorsque w^j est important (terme en $\partial/\partial\epsilon$), le ws *classique* tel que décrit ci-dessus ne marche plus. Néanmoins, ce modèle reste exact sous les conditions :

1. limite de haute énergie ($v \rightarrow c$) et le coefficient de diffusion est une fonction de l’énergie par nucléon ϵ ,
2. régime stationnaire ($\partial/\partial t = 0$) et
 - si régime relativiste : $K = f(\epsilon)$,
 - si régime non-relativiste : $K = \beta f(\epsilon)$.

Le problème posé par le terme non stationnaire est quelque peu académique puisque nous considérons toujours que l’équilibre est atteint pour notre problème de propagation. D’autre part, à haute énergie, le problème vient de ce que λ_{esc} dépend de la rigidité et non de ϵ (voir 8.4.1).

8.4.3 Modification à apporter au ws pour le rendre exact

L’idée principale à retenir, c’est qu’il est possible (dans certains cas particuliers) de se ramener sans approximations à un formalisme équivalent au ws, moyennant un changement de variable. Cette technique est appelée ws *modifiée* et va au-delà de l’approximation proposée par Jones [91] (qui donnait une prescription sur les équations du ws afin d’obtenir une meilleure solution, mais qui restait quand même une approximation).

Propriété L’extension du domaine de validité de la technique du “Weighted Slab Model” est possible en régime stationnaire lorsque le coefficient de diffusion est séparable sous la forme

$$K^j = \frac{1}{3} v \lambda_{l_{pm}}^j(\mathbf{r}, \epsilon) \quad \text{avec} \quad \lambda_{l_{pm}}^j(\mathbf{r}, \epsilon) = a^j(\epsilon) l(\mathbf{r}) \quad (134)$$

La séparation $N^j(\mathbf{r}, t, \epsilon) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(y, \epsilon) P(\mathbf{r}, t, y) dy$ est alors obtenue à partir de l’équation (132) divisée par $a^j(\epsilon)$ et le système d’équations à résoudre est alors (les prescriptions sont les mêmes que dans le cas ws classique)

$$\begin{cases} a^j(\epsilon) \frac{\partial \tilde{N}^j(y, \epsilon)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \epsilon} [w^j(\epsilon) \tilde{N}^j(y, \epsilon)] + \frac{\sigma^j}{\bar{m}} \tilde{N}^j(y, \epsilon) = \sum_{k>j} \frac{\sigma^{kj}}{\bar{m}} \tilde{N}^k(y, \epsilon) \\ \rho(\mathbf{r}) \frac{\partial P(\mathbf{r}, y)}{\partial y} - \nabla \cdot \frac{l(\mathbf{r})}{3} \nabla P(\mathbf{r}, y) = \frac{Q(\mathbf{r})}{\delta} \delta(y) \end{cases} \quad (135)$$

Cette approche fournit des solutions exactes à l’équation de diffusion.

Cette alternative fournie par [Ptuskin & al 96] permet de garder le même formalisme avec des modifications mineures, mais elle évite des erreurs qui pouvaient être importantes. Celles-ci sont quantifiées dans leur papier, mais ce qui nous intéresse, c’est de savoir que la bonne formulation va dans le sens où il n’est pas nécessaire de

tronquer le PLD à bas grammage. Ainsi, à basse énergie (~ 100 MeV/n), le ws non modifié sous-estime le rapport des secondaires les plus légers du Fe jusqu'à 20 %. Une étude plus qualitative a été menée par [Stephens & al 98], afin de regarder les *réelles* erreurs produites lors de la résolution en tenant compte de tous les noyaux intervenant dans la propagation. Au total, ces corrections ne sont sans doute pas toujours extrêmement importantes, mais l'amélioration future de la précision des données les rend indispensables.

8.5 POUR EN FINIR AVEC LE WS

La description de la technique du ws a pu paraître déplacée pour certains. Effectivement, nous n'y avons jamais recours dans cette thèse, que ce soit au travers de notre modèle de diffusion ou bien au travers de la version LB (la résolution est toujours *explicite*, voir section VI). Néanmoins, il m'a paru intéressant d'exposer en détail cette approche puisque

- elle nous a permis de comprendre pourquoi le modèle simpliste du LB était équivalent au modèle de diffusion pour les noyaux stables. Notamment, si dans ce dernier cas, la résolution est plus simple, il faut garder à l'esprit que les processus *physiques* y sont plus ou moins lissés *via* le paramètre phénoménologique $\lambda_{esc}(\mathcal{R})$ selon les termes que l'on met ou l'on ne met pas,
- cette approche est de loin la plus utilisée, et comme l'indique clairement le papier de [Ptuskin & al 96], elle a été utilisée de manière inexacte jusqu'à récemment (pour peu que chacun ait implémenté cette correction!). Ceci est un point supplémentaire en faveur de l'approche directe utilisée dans cette thèse.

En définitive, cette méthode du ws reste très puissante, puisque dans sa version *étendue*, elle fournit une solution exacte en gardant l'avantage de la séparation des parties nucléaire et astrophysique. La limitation imposée par la condition sur le libre parcours moyen est peu sévère puisqu'en pratique, la forme demandée semble correspondre aux observations. Les problèmes peuvent éventuellement survenir lorsque le coefficient de diffusion n'est pas séparable spatialement et en énergie. Dans ce cas, il existe de toute façon peu de solutions simples, même par résolution directe. L'autre restriction provient de l'impossibilité d'appliquer ce schéma si l'on introduit de la convection. Une fois encore, ce n'est pas grave puisque ceci peut être *inclus* phénoménologiquement dans le λ_{esc} [Jones & al 99].

9 TROISIÈME APPROCHE : FONCTION GÉNÉRATRICE DES MOMENTS $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle, \dots$ [7]

La procédure décrite ici est plus particulièrement adaptée à la résolution du modèle de diffusion. Son principe est de considérer un opérateur de diffusion *élargi* qui inclut le terme de section efficace totale. Cette technique nous donnera un compromis entre la méthode ws et la résolution brutale par l'extraction de la fonction de Green pour chaque noyau. Son intérêt est de fournir beaucoup plus rapidement l'expression du grammage moyen dans des modèles tels que celui utilisé dans cette thèse.

9.1 FONCTION DE GREEN POUR UN PRIMAIRE : LIEN AVEC LA FORMULATION WS

Partons de l'équation de diffusion sans convection pour des noyaux non radioactifs en négligeant les pertes d'énergie et la réaccélération. Pour l'espèce la plus lourde qui est primaire, nous avons⁴⁰

$$\frac{\partial F^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla F^j) + nv\sigma^j F^j = Q(\mathbf{r}, t, E) \quad (136)$$

La fonction de Green qui solutionne le problème est la fonction $\mathcal{F}^j(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0)$ qui permet une ré-écriture sous la forme

$$\begin{cases} F^j(\mathbf{r}, t) = \int Q(\mathbf{r}_0, t_0, E) \mathcal{F}^j(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0) d\mathbf{r}_0 dt_0 \\ \frac{\partial \mathcal{F}^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla \mathcal{F}^j) + nv\sigma^j \mathcal{F}^j = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(t - t_0) \end{cases} \quad (137)$$

⁴⁰ Pour la source, nous pouvons toujours normaliser les fonctions F^j par l'abondance source tel que ce terme soit finalement *indépendant* de l'espèce. Remarquons encore que dans le cas d'un noyau instable β , l'équation serait formellement la même (pour un modèle à une seule zone) avec une section efficace effective : $nv\sigma_{eff}^j = (nv\sigma^j + 1/\gamma\tau_{1/2})$.

Il est intéressant de comparer ce résultat avec la forme donnée par la technique du WS pour la même équation (cf page 69 et formule (105))

$$\left\{ \begin{array}{l} F^j = \int_0^\infty \tilde{N}^j(w) G(\mathbf{r}, t, w) dw = \int_0^\infty \tilde{N}^j(w) \left[\int Q(\mathbf{r}_0, t_0, E) \mathcal{G}(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0 ; w) d\mathbf{r}_0 dt_0 \right] dw \\ (\partial/\partial w + \partial/\partial t - K \Delta) G(\mathbf{r}, t, w) = Q(\mathbf{r}_0, t_0, E) \delta(w) \\ \frac{d\tilde{N}^j(w)}{dw} = -\sigma^j \tilde{N}^j(w) \end{array} \right. \quad (138)$$

Soulignons que la fonction $\mathcal{G}$ présentée ici est la fonction de Green de la distribution des grammages G

$$G(\mathbf{r}, t, x) = \int Q(\mathbf{r}_0, t_0, E) \mathcal{G}(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0) d\mathbf{r}_0 dt_0 \quad (139)$$

La solution de la troisième équation du WS est triviale et donne $\tilde{N}^j(w) = \exp(-\sigma^j w)$. Ce résultat injecté dans la première équation, après inversion des intégrales nous donne un lien entre les fonctions de Green $\mathcal{F}$ des primaires et la fonction de Green $\mathcal{G}$ de la distribution des grammages pour ces mêmes primaires.

$$\mathcal{F}^j(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0) = \int_0^\infty \exp(-\sigma^j w) \mathcal{G}(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0 ; w) dw \quad (140)$$

Nous voyons qu'il y a aussi une relation plus directe entre la solution F^j et la distribution de grammage : il faut pour cela utiliser la relation intégrale liant G et $\mathcal{G}$ (relation (139)).

Propriété *Pour des noyaux primaires, radioactifs ou non dont l'équation est*

$$\frac{\partial F^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla F^j) + n v \sigma^j F^j = Q(\mathbf{r}, t, E), \quad (141)$$

la solution se met sous la forme

$$F^j(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty G^j(\mathbf{r}, t, w) \exp(-\sigma_{eff}^j w) dw. \quad (142)$$

G est la distribution des grammages dont nous rappelons l'équation

$$\left(\frac{\partial}{\partial w} + \frac{\partial}{\partial t} - \nabla \cdot K^j \nabla \right) G(\mathbf{r}, t, w) = Q(\mathbf{r}_0, t_0, E) \delta(w) \quad (143)$$

Cette procédure nous fournit une alternative pour résoudre le problème des primaires. Nous allons justifier l'application de cette démarche à l'ensemble des noyaux dans un instant. Une autre information ressort du lien entre F et G : la première est la transformée de Laplace suivant le paramètre σ^j de la seconde. Ceci fournit une seconde possibilité pour extraire le grammage moyen $\langle w \rangle$ d'un modèle (pour des formes explicites de la fonction F par transformée de G , pour de nombreuses distributions de grammage et en particulier ceux utilisés dans ce chapitre, voir [Margolis 86]).

9.2 GÉNÉRALISATION À L'ENSEMBLE DES NOYAUX

Nous savons pertinemment que les cosmiques ne sont pas constitués que de primaires. Cependant, nous avons mentionné que les équations pour l'ensemble des noyaux avaient une forme matricielle (cf éq. (64)), et surtout qu'elles pouvaient être diagonalisées. Si nous appelons les vecteurs propres F^j , il ressort que les équations sur ces quantités sont exactement données par la formule (136), qui a alors effectivement la forme d'une équation pour un primaire. Le passage des $\{N^j\}_{j=1\dots n}$ aux $\{F^j\}_{j=1\dots n}$ (et inversement) peut être exprimé sous forme algébrique (voir l'expression des coefficients dans [Ginzburg & al 64] pp 293-296).

9.2.1 Grammage moyen $\langle x \rangle$

Propriété *Le système d'équations sur les noyaux $\{N^j\}_{j=1\dots n}$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire*

$$N^j(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=1}^j a_{ik} F^k(\mathbf{r}, t) \quad (144)$$

où les a_{ik} s'expriment à l'aide des σ^{kj} et des q^j . Les $\{F^j\}_{j=1\dots n}$ sont les vecteurs propres qui vérifient les équations

$$\frac{\partial F^j}{\partial t} - \nabla \cdot (K^j \nabla F^j) + nv\sigma_{eff}^j F^j = Q(\mathbf{r}, t, E) \quad (145)$$

et dont les solutions s'écrivent (G est la distribution des grammages obtenue par la technique ws)

$$F^j(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty G^j(\mathbf{r}, t, w) \exp(-\sigma_{eff}^j w) dw \quad (146)$$

Ces fonctions ont alors une caractéristique très intéressante :

Propriété *La fonction F est la fonctionnelle génératrice de la suite des moments $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, ... grâce à son lien avec la distribution des grammages.*

$$\langle x \rangle = \frac{\int_0^\infty x G(x) dx}{\int_0^\infty G(x) dx} = - \left(\frac{1}{F^j} \frac{dF^j}{d\sigma^j} \right) \Big|_{\sigma^j=0} = - \left(\frac{d}{d\sigma^j} \ln F^j \right) \Big|_{\sigma^j=0} \quad (147)$$

9.2.2 Exemple d'application

Le résultat ci-dessus, qui semble plutôt anecdotique, se révèle très puissant lorsque les expressions du grammage G sont compliquées (puisque l'intégration sur x est rarement triviale). Passer par la transformée de Laplace de G (c'est-à-dire F) ou mieux encore, évaluer directement F permet d'éviter le passage vers la technique ws.

Propriété *Pour le modèle de diffusion à deux zones unidimensionnel, la fonction génératrice des moments et le grammage moyen sont donnés, si $h/L \ll 1$ et $\sigma^j \ll K/(nvL^2)$, par (voir par exemple [Beresinskii & al 90])*

$$F^j(z=0) \approx \frac{hL}{K} \frac{1}{1 + nvhL\sigma_k/K} \longrightarrow \langle x \rangle = \frac{nvhL}{K} \quad (148)$$

Cette dernière équation donne le lien entre ce modèle et le LB associé défini par $\tilde{\lambda}_{esc} = \langle x \rangle$.

A titre d'exemple simpliste, pour le modèle du LB (cf éq. (68))

$$F^j = \frac{1}{1/\tilde{\lambda}_{esc} + \sigma^j}$$

ce qui redonne le résultat bien connu

$$(-d \ln F^j / d\sigma^j) \Big|_{\sigma^j=0} \rightarrow \langle x \rangle = \lambda_{esc}$$

C'est tout le contraire de la plume de canard pour écrabouiller une armée de trolls⁴¹ ! Cette méthode sera de fait d'autant plus pertinente que les systèmes étudiés seront complexes.

⁴¹Il s'agirait en réalité de gobelins – A.Arbey, communication privée et voir aussi <http://www.pastis.org/joann/Donjon2.html>.

Il n'y a pas de difficulté de principe. La fonction de Green peut être extraite en tenant compte d'un opérateur différentiel sur l'énergie. Ce point est discuté dans [Lezniak 79], [Ginzburg & al 64]. Par contre techniquement, la complication pour évaluer explicitement les solutions peut être énorme [Jones 70]. Cet auteur traite en particulier le cas de l'accélération de Fermi ainsi que le terme de diffusion de second ordre dans l'espace des énergies. Il montre que cet ajout n'altère pas les conclusions de l'approximation du temps d'échappement (c'est-à-dire l'approximation LB), ou en d'autres termes que le premier mode de l'expansion de G est bien dominant (cf 8.3.3). Mentionnons que ce papier est appliqué tout particulièrement au spectre des électrons et qu'il jette un œil très critique sur les conclusions tirées par d'autres auteurs. De fait, il inclut aussi les pertes synchrotron et Compton inverse et montre alors que tous les modes contribuent (dans ce cas particulier, le résultat classique d'un changement de une unité de l'indice spectral des e^- est bien retrouvée à haute énergie). Plus encore, le spectre obtenu est principalement lié à la distribution spatiale des sources. Sachant que ces deux derniers effets sont complètement négligeables pour les noyaux (cf 4.1.2), nous pouvons conclure que les discussions sur l'équivalence LB/DM pour les noyaux stables ne sont pas radicalement changées par l'ajonction des processus modifiant l'énergie. Nous laisserons au lecteur courageux, le soin de méditer sur le sens profond de cette affirmation par une immersion prolongée dans [Jones 70]!

10 QUELQUES DIRECTIONS POUR LA RÉOLUTION NUMÉRIQUE

En fin de compte, quelle que soit la méthode envisagée pour résoudre le problème de la diffusion, il faut faire appel à des techniques numériques. L'augmentation de la puissance de calcul permet ainsi de résoudre de façon purement numérique des équations aux dérivées partielles à deux variables pour peu que l'on sache quelles conditions aux limites appliquer. Les deux approches qui sont généralement utilisées sont divisées en deux familles : la résolution numérique explicite du système d'équations, ou la simulation du processus de diffusion par Monte-Carlo. Les explications seront brèves, car le but n'est pas de décrire en détail ces méthodes⁴², mais plutôt d'insister sur le mérite relatif de l'une ou de l'autre. Nous renverrons à chaque fois le lecteur à des articles où ces méthodes sont employées.

10.1 PARTIE NUCLÉAIRE [9]

Tout d'abord, indépendamment de la méthode de résolution choisie, il faut faire face au problème du couplage de chacun des noyaux avec l'ensemble des noyaux plus lourds (terme $\sum_{k=j+1}^{n_{max}} nv\sigma^{kj}N^k$). Attention ! Ceci n'a rien à voir avec la résolution de l'équation de diffusion pour un noyau donné. Il y a trois façons d'aborder la question :

1. Méthode de la *cascade* [cette thèse] : le noyau le plus lourd est un primaire pour lequel le terme mentionné plus haut disparaît. Une fois la solution extraite pour ce premier noyau, chaque N^k est tour à tour calculé et peut être réinjecté comme terme source du noyau suivant.
 - En pratique, il faut vérifier que le choix du premier primaire (le noyau n_{max} dans les équations) n'influe pas sur le résultat final, ce qui pourrait vouloir dire que nous avons oublié certaines contributions. Cette approche n'est pas forcément la plus rapide (encore que), mais c'est la plus générale et qui assure que toutes les contributions sont incluses. La propagation des erreurs peut ensuite être testée selon la procédure proposée par [DuVernois 97].
2. Méthode itérative [Strong & al 98] : la propagation est faite à *l'ordre zéro*, ce qui signifie que le calcul pour un noyau donné s'écrit (exemple sur trois noyaux, l'écriture est symbolique) $N_1^{(0)} = \Gamma^{31}N_3^{(0)} + \Gamma^{32}N_2^{(0)}$, avec $Nj^{(0)} = q_j$ (abondances sources). Ce faisant, la contribution à N_1 de $N_3 \rightarrow N_2$ est oubliée. L'ordre suivant du calcul est obtenu en réinjectant un nouveau terme source d'ordre un $N_2^{(1)} = N_2^{(0)} + \Gamma^{32}N_3^{(0)}$. Quand il y a beaucoup de noyaux impliqués, ces nouvelles contributions sont évaluées de manière itérative jusqu'à convergence.
 - La procédure itérative *élimine* d'emblée les contributions qui ont peu de poids. [Strong & al 98] affirment que seul 3 ou 4 itérations sont nécessaires. A mon sens cette méthode est préférée ici à cause de la gourmandise en CPU de leur résolution de l'équation de diffusion bidimensionnelle de manière purement numérique.

⁴²Pour les détails de la méthode implicite de Crank-Nicholson ou de la résolution par Runge-Kutta, on peut par exemple se référer à l'ouvrage [8] qui décrit en outre de nombreuses méthodes numériques et les problèmes d'instabilité souvent associés à la résolution d'équations différentielles. La méthode Monte-Carlo est plus simple dans un sens, puisque c'est un générateur d'événements. Toute la difficulté revient à coder correctement le processus physique...mais nous y reviendrons.

3. Méthode matricielle [Letaw & al 84, Margolis 86] : elle revient à considérer l'ensemble des équations couplées comme une matrice des noyaux $\{N^j\}_{j=1\dots n_{max}}$ s'exprimant par la convolution d'une matrice de transformation multipliée par une matrice de source $\{q^j\}_{j=1\dots n_{max}}$ (il faut comme toujours choisir un primaire).

→ Cette méthode est idéale pour extraire les abondances sources à partir des données. Pour cela, il suffit d'inverser la matrice de transformation. Ce procédé est particulièrement adapté à la technique ws. Malheureusement, cette formulation ne marche plus lorsque les variations d'énergie ne sont plus négligeables.

10.2 PARTIE DIFFUSION

Runge-Kutta et Crank-Nicholson Que nous adoptons le modèle de diffusion ou celui de la boîte qui fuit, que nous passions par la technique du ws ou par toute autre technique de résolution, nous serons confrontés à un moment ou à un autre à la résolution d'équations différentielles partielles d'ordre deux à une ou plusieurs variables (grammage, énergie, coordonnées spatiales...). Les méthodes numériques les plus adaptées sont

1. Runge-Kutta : c'est le plus simple à utiliser pour des équations du premier ordre. Un exemple récent peut être trouvé dans [Stephens & al 1998].
2. Crank-Nicholson : cette méthode est un peu plus sophistiquée et repose sur des inversions matricielles. Elle est très performante dans la résolution d'équations partielles à plusieurs variables d'ordre un ou deux. L'exemple le plus récent (où le schéma de résolution est donné en détail) adapté à l'équation de diffusion est l'article de [Strong & al 98]. Ceci est aussi utilisé pour le problème de la modulation solaire qui se modélise aussi, soit dit en passant, par une équation de diffusion. La procédure adaptée à ce cas est développée dans [Beatty & al 93].

Les deux techniques ont été mises en œuvre dans cette thèse. Dans notre cas, l'équation différentielle à résoudre portait sur E . Dans le cas de pertes d'énergie seules (voir par exemple l'équation (264)), c'est une équation du premier ordre qui a d'abord été résolue par Runge-Kutta (RK). Pour tenir compte de la réaccélération, la situation s'est compliquée et il a fallu traiter une équation du second ordre. Une méthode RK est toujours possible, mais devient quelque peu hasardeuse⁴³, à cause (i) d'une très faible convergence en terme de nombre de points nécessaires ainsi que (ii) d'une très grande instabilité : il faut alors impérativement passer par la méthode implicite de Crank-Nicholson. Celle-ci marche d'ailleurs tout aussi bien pour le premier ordre!⁴⁴.

Simulations Monte-Carlo [11] Ce type d'approche est idéal pour obtenir une confirmation des résultats de manière indépendante de ce qui est obtenu par des résolutions *directes*. Cette méthode est discutée dans de nombreux ouvrages (voir en particulier [Review of Particle Physics 98]), où des *recettes* sont données pour générer par exemple un spectre de puissance $E^{-\gamma}$ (c'est ce qui nous intéresse ici). La difficulté réside ensuite dans la simulation des processus physiques. Heureusement, il est connu depuis [Chandrasekhar 43] qu'une diffusion peut être représentée par une marche aléatoire sujette aux mêmes conditions aux bords. Dès lors, tous les ingrédients sont réunis pour faire évoluer à différentes énergies (réparties suivant le spectre source) un grand nombre de particules (pour chaque espèce) suivant cette marche aléatoire. Le comptage des noyaux restants après propagation (après suffisamment de pas) nous donne les flux à l'équilibre. Une des premières utilisations systématiques pour la propagation des cosmiques peut être trouvée dans [Owens 75]. Par la suite, quelques auteurs ont utilisé cette technique, et un travail récent de [Webber & al 97] la met à profit pour propager indifféremment des électrons ou des noyaux.

11 LES MODÈLES DONT NOUS N'AVONS PAS PARLÉ : QUE FAUT-IL RETENIR ?

Dans les précédentes sections, nous avons principalement discuté des techniques de résolution et la conclusion pourrait être : toutes les approches se valent, bien qu'elles apportent des informations complémentaires. Ainsi, certaines constatations qu'il est difficile d'atteindre par un formalisme peuvent sembler évidentes dans un autre. Nous voulons maintenant pousser un peu plus loin l'inspection des modèles. Nous nous sommes en effet restreints

⁴³En l'occurrence, ces premières limitations sont apparues suite à l'étude du spectre des antiprotons. En effet, ce dernier suit des équations très similaires à celles qui décrivent les noyaux (cf 21.1).

⁴⁴Une troisième méthode basée sur le calcul sans pertes, puis par l'itération successive de corrections *via* le terme $\partial/\partial E$ a aussi échoué. La raison est évidente *a posteriori* : ces corrections ne peuvent pas être traitées perturbativement, ce qui signifie qu'elles sont grandes, c'est-à-dire que les effets d'ionisation et de réaccélération sont importants.

à des LB et DM à une ou deux zones, mais pour lesquels chacune des zones prises séparément était homogène. De même pour ce dernier, une symétrie radiale a toujours été postulée.

Il est impossible de dresser une liste exhaustive des modèles pouvant être envisagés. Cependant, après avoir rappelé la spécificité de ceux déjà discutés, nous introduirons brièvement quelques variantes qui sont tout aussi plausibles, et même parfois plus réalistes. Le problème de ces modèles est leur complication, et surtout le manque de données suffisamment précises qui permettraient d'exclure les moins sophistiqués. Les processus particuliers de réaccélération et de vent galactique, qui sont en quelque sorte plus *d'actualité* seront discutés dans une section séparée (cf 12 et 13).

11.1 LB *versus* DM. . .

Pour l'instant, seul le "Slab Model" a été exclu. Etant donné qu'il n'y a pas eu de nouvelles données sur une large gamme d'énergie et pour de nombreux éléments depuis HEAO-3 (expérience qui a eu lieu en 79-80 [Engelmann & al 90]), aucune conclusion ferme ne peut être donnée sur le *bon* modèle physique. Pour ce qui est des noyaux stables, seule l'observation à notre position est possible. Dans ce cas, un modèle homogène de type LB est suffisant. Avec les radioactifs, la situation se complique : quand nous avons précisé que le LB ne marchait pas, c'était sous-entendu qu'il ne redonnait pas un paramètre réaliste pour n_{ISM} . Malgré cela, comme nous l'avons montré dans la section 8.3.4, il est toujours possible d'ajuster un LB à une énergie donnée. Comme les mesures étaient restreintes jusqu'à très récemment à une gamme très limitée en énergie, le LB était suffisant. Les mesures récentes de SMILI (S.P.Ahlen & al, ApJ **534**, 757 (2000)) pour les isotopes de Be, de 100 MeV/n à 1.7 GeV/n (ou celles à venir d'ISOMAX – G.A.de Nolfo & al, ICRC **26**, OG 1.1.09 (1999)) permettront sans nul doute de tester le comportement du modèle de diffusion. Il sera peut-être ainsi permis pour la première fois de rejeter le LB et/ou la forme simple du DM utilisé dans cette thèse (Donato & al, en préparation).

En plus des observations directes des flux de noyaux, de nombreuses observations indirectes peuvent contraindre la distribution spatiale des cosmiques (e^+ , e^- , γ . . .), et un bon modèle se devra de les expliquer. Cette distribution spatiale intervient dans plusieurs problèmes astrophysiques. Par exemple, certaines limites actuelles sur les quantités de matière noire sous forme de gaz froid située dans notre galaxie font intervenir la distribution de cosmiques le long de la ligne de visée (Salati & al, A&A **313**, 1 (1996)). Les γ observés sont produits par spallation du flux de protons sur ce gaz, et le résultat dépend fortement de la géométrie. L'utilisation d'un modèle de diffusion qui se targue de décrire spatialement la distribution des cosmiques peut conduire à des conclusions erronées pour peu que les dimensions du volume de diffusion, par exemple, soient mal estimées. Ceci est vrai aussi pour la contribution SUSY. Comme les sources sont dans tout un halo, la présence de convection, de réaccélération, etc. . . peut changer l'analyse (cf 21.1). Pour l'ensemble de ces problèmes, une description en terme de LB n'a aucun intérêt, et n'autorise aucune estimation. Voyons maintenant comment nous pourrions aller au-delà du DM utilisé dans cette thèse.

11.2 RAFFINEMENTS POSSIBLES

Il y a deux façons d'aborder la question : (i) obtenir des modèles où il est possible d'aller assez loin analytiquement, et (ii) sortir le boulier et faire du tout numérique.

Modèles solubles analytiquement La première modification qui vient à l'esprit est l'introduction d'un coefficient de diffusion différent pour le disque mince et pour le halo. Il n'y a en effet aucune raison particulière pour que les deux soient strictement égaux, étant donné que la turbulence dans le halo n'est pas forcément aussi forte que dans le disque. Néanmoins, cette modification est visible seulement sur la taille du halo, et ne change pas de manière drastique la répartition spatiale des cosmiques. En étant encore plus radical, nous pourrions imaginer un coefficient de diffusion dépendant de l'espace, mais il faudrait alors dire adieu aux simplifications analytiques. Il faut dire que la structure exacte de ce coefficient, c'est-à-dire la structure de la composante turbulente du champ magnétique n'est pas ce qui est le plus connu. Doux euphémisme pour rappeler qu'il y a encore beaucoup à faire pour extraire ce dernier par une approche théorique.

Un compromis entre une description précise de la galaxie (voir point suivant) et un modèle un peu plus réaliste que les précédents est fourni par le modèle "cloudy interstellar medium" [13]. Dans celui-ci, l'influence de nuages moléculaires géants ($R \sim 20$ pc, $n_{\text{clouds}} \sim 200 \text{ cm}^{-3}$) sur la propagation des cosmiques est étudiée. Ce modèle – qui est une extension naturelle du modèle de diffusion à deux zones – a les caractéristiques suivantes :

les nuages remplissent une certaine fraction du disque mince ($f \sim 3 \cdot 10^{-3}$), et le coefficient de diffusion n'est pas le même en leur sein que dans le reste de l'espace (disque et halo). Enfin, les sources peuvent être en partie situées dans ces mêmes nuages. Les solutions sont obtenues en moyenne sur l'ensemble des nuages existants. Ce qu'il faut retenir, c'est que les deux paramètres importants sont la fraction de sources et la fraction de masse dans les nuages. Dans les deux cas limites où les nuages sont très transparents ou très opaques (probabilité de pénétrer infinie ou nulle), nous retrouvons le modèle de diffusion classique à deux zones homogènes, et donc le LB. Il existe par contre une variété de situations typiques de ce modèle qui prédit en particulier des surabondances de secondaires. En terme de PLD, ce modèle va vers une augmentation des bas grammages dans certaines configurations.

Simulations numériques L'autre point sur lequel il y aurait à redire est la distribution exacte des ingrédients liés au problème de la propagation (matière ISM, champ magnétique,...). Récemment, en s'intéressant à la configuration spatiale de la composante régulière du champ magnétique, Brunetti & al [12] ont montré que le temps moyen de propagation des protons dépend beaucoup de la géométrie choisie (circulaire, elliptique ou spirale), mais peu de l'intensité du champ (pour des valeurs de $3 - 6 \mu\text{G}$). Ces simulations sont à placer sur le même plan que le travail de [Strong & al 98] : à savoir, tenir compte autant que faire se peut des particularités de notre galaxie (Strong utilise en particulier l'information des distributions de gaz perpendiculaires au disque). Ce qui limite ce genre d'étude est principalement le temps de calcul puisque l'approche est numérique de a à z . Il ne faut cependant pas les négliger, et leur raffinement amènera sans nul doute à une meilleure compréhension de la structure tridimensionnelle à la fois des cosmiques mais aussi de l'ensemble de la matière (et les champs magnétiques) de la galaxie.

11.3 EN GUISE DE CONCLUSION

En définitive, puisque nous utilisons un modèle de diffusion homogène, il faut se poser à un moment donné la question de l'homogénéité de l'espace qui nous entoure. Premièrement, à quel point le système solaire est représentatif de l'ensemble de notre galaxie? La réponse donnée par [Berezinskii & al 90] (p85-91) est celle qui suit⁴⁵ :

“Such quantities as the density of secondary nuclei and its fluctuations and also the age distribution fonction of the particles [...] on the local conditions, are typical for the Galaxy as a whole.[...] The fact that the density fluctuations of cosmic rays are small justifies the approximation of a source distribution which is continuous in space.”

Deuxièmement, si l'ensemble est assez homogène, quel est exactement le degré d'anisotropie? Une discussion est encore donnée dans [Berezinskii & al 90]. Disons qu'aux énergies qui nous concernent, cette anisotropie est quasi-nulle, mais qu'elle augmente avec l'énergie. Le point important, c'est que celle-ci est issue du coefficient de diffusion et au cas où ce dernier ait la même forme à toutes les énergies, les anisotropies à 10^{12} GeV ($\delta \sim 0.5 - 1.0 \times 10^{-3}$) mettraient de sévères contraintes sur sa pente (en l'occurrence, une valeur de $\sim K^{0.3}$ semble préférée).

Nous voyons qu'il y a un peu de marge entre des modèles totalement homogènes et ceux qui induiraient une trop grande anisotropie. Nous avons mentionné ce point, car en plus de l'observation directe des noyaux stables et des radioactifs, il ne faudra jamais oublier qu'un bon modèle a de nombreux examens à passer avant d'être validé.

⁴⁵Voir aussi le papier M.A.Lee, ApJ **229**, 424 (1979) pour une introduction sur les façons de calculer les fonctions de corrélation spatiales et temporelles.

Bibliographie

- [1] *The origin of cosmic rays* (§IV), V.L.Ginzburg & S.I.Syrovatskii (Pergamon Press – 1964)
V.L.Ginzburg & V.S.Ptuskin, Rev.Mod.Physics **48**, 161 (1976)
Astrophysics of Cosmic Rays (§III), V.S.Berezinskii & al (North-Holland – 1990)
Cosmic Rays and Particle Physics (§9), T.K.Gaisser (Cambridge University Press – 1992)
High Energy Astrophysics - vol 2 (§20), M.S.Longair (Cambridge University Press – 2000)

Premiers modèles

- [2] V.K.Balasubrahmanian & al, Phys.Rev.B **140**, 1157 (1965)
R.Cowsik & al, Phys.Rev **158**, 1238 (1966)
J.R.Jokipii & P.Meyer, Phys.Rev.Letters **20**, 752 (1968)
G.Gloeckler & J.R.Jokipii, Phys.Rev.Letters **22**, 1448 (1969)
G.M.Comstock, ApJ **155**, 619 (1969) et papiers associés
M.Garcia-Munoz & al, ApJ **217**, 859 (1977)
W.R.Webber & al, Astrophys. Letters **18**, 125 (1977)
J.Ormes & P.Freier, ApJ **222**, 471 (1978)
N.J.Westergaard, ApJ **233**, 374 (1979)

→ Le papier de *Comstock* est sans doute le premier à explorer de manière *systématique* les formes de PLD : exponentiel, gaussien et en $\delta(x)$. Avec les données de l'époque, il n'est pas possible de conclure. . . Plus tard, *Garcia-Munoz*, pose clairement la question de la géométrie du volume diffusif à la lumière de nouvelles données sur ^{10}Be . Malgré tout, *Ormes* montre que le modèle du LB semble reproduire à la fois les noyaux et les e^- .

- [3] **Modifications de la forme du PLD**⁴⁶
M.Simon, A&A **61**, 833 (1977)
M.Simon & al, A&A **75**, 114 (1979)
*J.A.Lezniak & W.R.Webber, Astrophys. & Space Science **63**, 35 (1979)
R.J.Protheroe & al, ApJ **247**, 362 (1981)
J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 (1984)
M.Garcia-Munoz & al, ApJ **280**, L13 (1984)
S.H.Margolis, ApJ **300**, 20 (1986)
M.Garcia-Munoz & al, ApJSS **64**, 269 (1987)
W.R.Webber, ApJ **402**, 185 (1993-a)
W.R.Webber, ApJ **402**, 188 (1993-b)
M.A.DuVernois & al, ApJ **466**, 457 (1996)
M.A.DuVernois & al, A&A **316**, 555 (1996)
*W.R.Webber & al, ApJ **508**, 940 (1998)

→ Le papier le plus complet sur la question et qui fait le tour d'un peu toutes les façons de modifier le PLD est celui de *Lezniak*. Par contre, dans un article récent, *Webber* semble clore la discussion sur ce problème!

Développements plus théoriques⁴⁷

- [4] J.A.De Freitas Pacheco, A&A **13**, 58 (1971)

⁴⁶Comme le sujet semble clos, pour avoir une idée des modifications possibles et de leur signification physique et pour avoir les arguments qui permettent de conclure, il suffit de lire les articles précédés d'un *.

⁴⁷Les articles sont parfois difficiles d'accès et axés sur des problèmes très particuliers. Les références qui m'ont paru les plus éclairantes ont donc été repérées par des astérisques **, afin de permettre au lecteur d'aller directement aux points essentiels.

F.Le Guet & J.A.De Freitas Pacheco, A&A **23**, 337 (1973)
 F.Le Guet & M.Stanton, A&A **35**, 165 (1974)
 F.W.Stecker & F.C.Jones, ApJ **217**, 843 (1977)
 E.C.Stone & M.E.Wiedenbeck, ApJ **231**, 606 (1979)
 J.M.Wallace, Astrophys. & Space Science **68**, 27 (1980)
 J.M.Wallace, ApJ **245**, 753 (1981)
 I.Lerche & R.Schlickeiser, A&A **151**, 408 (1985-b)

[5] **Pourquoi le LB marche si bien...sauf pour les radioactifs ?**

F.C.Jones, Phys.Rev.D **12, 2787 (1970)
 V.L.Prishchep & V.S.Ptuskin, Astrophys. & Space Science **32, 265 (1975)
 A.J.Owens, Astrophys. & Space Science **40, 357 (1976-a)
 V.L.Ginzburg & al, Astrophys. & Space Science **68**, 295 (1980)
 R.Schlickeiser & I.Lerche, ICRC **19, 3, 54 (1985)
 I.Lerche & R.Schlickeiser, ICRC **19, 3, 222 (1985-a)
 F.C.Jones & al, ICRC **21**, OG-8.2.1, 333 (1990)

→ Le papier de [Jones 70] explique cette équivalence dans le cas le plus général, mais cette évidence semble cachée par la complexité du papier. Il faut attendre beaucoup plus longtemps pour que des auteurs redonnent ce résultat dans le cas largement plus simple de la limite des hautes énergies.

[6] **Limitations de la WST**

J.A.Lezniak, Astrophys. & Space Science **63, 279 (1979)
 F.C.Jones, ICRC **22**, OG-8.2.9, 268 (1991)
 V.S.Ptuskin & al, ApJ **465, 972 (1996)
 V.S.Ptuskin & al, Adv.Space Res. **19**, 787 (1997)
 S.A.Stephens & R.E.Streitmatter, ApJ **505**, 266 (1998)

→ Ce dernier papier de *Stephens* est la vérification par des méthodes purement numériques des résultats avancés par *Ptuskin*.

[7] **Fonction génératrice des moments**

A.J.Owens, Astrophys. & Space Science **44**, 35 (1976-b)
 J.A.Lezniak, Astrophys. & Space Science **63, 279 (1979)
 V.L.Ginzburg & al, Astrophys. & Space Science **68**, 295 (1980)
 ***Astrophysics of Cosmic Rays*, pp 46–47 (V.S.Berezinskii & al – 1990)

Approche numérique du problème

[8] **Numerical Recipes in C**, W.H.Press & al (Cambridge University Press – 1992)

<http://www.nr.com/> ou <http://lib-www.lanl.gov/numerical/index.html>

[9] **Découplage de la partie nucléaire**

The origin of cosmic rays, pp 293–296 (V.L.Ginzburg & S.I.Syrovatskii – 1964)
 J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 (1984)
 S.H.Margolis, ApJ **300**, 20 (1986)
 M.A.DuVernois, ApJ **481**, 241 (1997)
 A.W.Strong & I.V.Moskalenko, ApJ **509**, 212 (1998)

[10] **Runge-Kutta et Crank-Nicholson**

J.J.Beatty & al, ApJ **413**, 268 (1993)
 U.Heinbach & M.Simon, ApJ **441**, 209 (1995)
 S.A.Stephens & R.E.Streitmatter, ApJ **505**, 266 (1998)
 A.W.Strong & I.V.Moskalenko, ApJ **509**, 212 (1998)

[11] **Simulations Monte-Carlo**

S.Chandrasekhar, Rev.Mod.Phys. **15**, 1 (1943)
 A.J.Owens, Astrophys. & Space Science **40**, 357 (1976-a)
 M.Simon, A&A **61**, 833 (1977)
 M.Simon & al, A&A **75**, 114 (1979)
 M.Simon & al, ApJ **300**, 32 (1986)
 W.R.Webber, ApJ **402**, 185 (1993-a)
 W.R.Webber, ApJ **402**, 188 (1993-b)

Les autres modèles

- [12] A.Codino & H.Vocca, ICRC **26**, OG-3.1.07, 3.2.42 (1999)
M.T.Brunetti & A.Codino, ApJ **528**, 789 (2000)
- [13] G.E.Morfill & al, ApJ **296**, 670 (1985)
J.L.Osborne & V.S.Ptuskin, Pis'ma Astron.Zh. **13**, 980 (1987)
V.S.Ptuskin & A.Soutoul, A&A **237**, 445 (1990)
V.S.Ptuskin & al, Adv.Space Res. **19**, 787 (1997)

12 RÉACCÉLÉRATION

Nous avons jusqu'à maintenant considéré des modèles de diffusion *assez* simples. Il est possible que la propagation soit en un peu plus complexe et fasse intervenir de la réaccélération. Il y a au moins deux arguments pour étayer cette hypothèse. Le premier, plutôt fondamental, est lié aux inhomogénéités du champ magnétique déjà responsable de la diffusion. Nous avons insisté sur le fait que l'existence de la diffusion impliquait (au moins pour certains modèles) l'existence de la réaccélération (voir section 4.1.1). Vu différemment, nous pouvons dire que dans un milieu aussi agité que le milieu interstellaire, l'excitation des ondes de Alfvén (voir plus loin) et l'existence d'ondes de chocs conduit naturellement à la prédiction de gains en énergie (nous ne parlerons pas ici des pertes d'énergie qui sont décrites dans la section 4). Le deuxième argument est d'ordre plus expérimental : l'observation de rapports problématiques dans le cadre des modèles *standards* et l'information unique apportée par les noyaux instables sous EC (voir 15.3) semblent favoriser une réaccélération faible. Si le premier argument a beaucoup plus de force que le second, la méconnaissance de la structure détaillée des inhomogénéités rend quasiment impossible l'extraction de la valeur du taux de réaccélération. C'est donc l'observation qui peut permettre de trancher.

Il y a principalement deux manières de décrire cette réaccélération (voir aussi [Giler & al 89]) :

Réaccélération sporadique [2] (“distributed reacceleration”) : une supernovae explose environ tous les 30 ans dans notre galaxie. De fait, une rencontre entre l'onde de choc et un cosmique produit une accélération brutale. Il y a un moyen terme à trouver entre les rencontres avec les ondes de compression à très grandes vitesses, mais qui sont localisées dans une faible fraction du volume de la galaxie, et la réaccélération par de vieilles SN dont les ondes de choc sont trop diluées pour contribuer à un gain appréciable (voir par exemple [Simon & al 86]).

Réaccélération continue [3] *via* les processus diffusifs : les théories basées sur les instabilités du champ magnétique conduisent à la description des trajectoires des rayons cosmiques en terme de coefficient de diffusion spatial dont la puissance est reliée au spectre de puissance des fluctuations. Tout naturellement, ce même spectre produit un coefficient de diffusion en énergie qui est relié au coefficient spatial (voir par exemple [Lerche & Schlickeiser 85]). Ainsi, si nous acceptons la validité du processus de diffusion, nous sommes contraint d'accepter aussi la diffusion dans l'espace des énergies. La question de l'efficacité de ce processus est une autre histoire... et nous essayerons de la quantifier dans cette thèse.

Ces deux approches sont en quelque sorte reliées puisque le spectre de turbulence est relié à l'existence des SN. Néanmoins, la différence principale est que dans le premier cas, le gain en énergie est traité comme un processus *discret* alors que le second est un processus *continu*. Ce dernier est très adapté à une description en terme d'équation de Fokker-Planck (voir ce qui suit). Le choix de l'une ou l'autre de ces approches est surtout relié au type de résolution pour lequel nous voulons opter (la réaccélération sporadique est soluble analytiquement alors qu'il faut généralement passer par une résolution numérique pour la réaccélération continue). L'approche que nous avons gardée dans la suite est celle de Fokker-Planck. Avant d'en parler plus en détail, présentons brièvement les publications sur le sujet.

12.1 UN RAPIDE TOUT D'HORIZON

Le comportement du spectre des e^- dans les restes de SN peut s'expliquer très naturellement par une équation de diffusion incluant une diffusion énergétique (réaccélération) [Cowsik 79]. Mis à part cet effet observé pour une situation très particulière dans un volume très limité, la réaccélération dans le rayonnement cosmique est plus difficile à mettre en évidence. Au début des années 80, plusieurs études excluaient la possibilité de réaccélération. Ces conclusions étaient basées sur le fait que les modèles de réaccélération prédisaient un comportement logarithmique pour les rapports secondaires sur primaires à haute énergie [Eichler 80], [Cowsik 80], [Fransson & Epstein 80]; comportement qui n'est pas du tout observé dans les données. [Lerche & Schlickeiser 85] montreront que ces conclusions sont fausses car elles découlent d'hypothèses simplificatrices inadéquates.

Donnons quelques exemples de traitement : la manière la plus brutale et sans doute la plus simple a été proposée par [Silberberg & al 83]. Ces auteurs supposent que la réaccélération se fait après que la plupart des réactions nucléaires aient eu lieu. Un gain d'un facteur 5 en énergie permet de résoudre certaines contradictions entre les abondances des certains isotopes comparées aux abondances ss. Intuitivement, il est impossible d'avoir un tel gain à toutes les énergies, puisque comme le rappelait déjà [Fermi 49], le temps passé en moyenne dans la galaxie varie en fonction de l'énergie du cosmique. Ce modèle est pourtant suffisant lorsqu'il est appliqué à un domaine restreint d'énergie. Ce traitement est repris aussi dans [Simon & al 86], mais par un modèle

Monte-Carlo. [Cowsik 86] montre que le modèle sporadique conduit à haute énergie a un faible gain, ce qui permet de retrouver le bon comportement asymptotique. Ce modèle est plus général car il tient compte des processus d'échappement de la galaxie et de la spallation. Le taux de rencontres avec les centres diffuseurs est estimé d'après les paramètres astrophysiques et le gain en énergie pour ce modèle doit être inférieur à 2 (lorsque l'énergie augmente le taux de rencontre devient faible car le taux d'échappement est grand). Ce type d'approche est celui qui a été le plus utilisé [2]. Les études les plus récentes semblent indiquer que la réaccélération reproduit mieux les données, sans introduction d'un coefficient de diffusion *ad hoc*. Ceci autant dans la précédente approche – *e.g.* [Letaw & al 93] – que dans le traitement en Fokker-Planck dans l'espace des énergies – *e.g.* [Seo & Ptuskin 94].

12.2 PRISE EN COMPTE DANS L'ÉQUATION DE DIFFUSION

Nous allons dans cette section nous focaliser sur le traitement diffusif qui est lié au développement en Fokker-Planck dans l'espace des impulsions ou de l'énergie (voir 4.1.1 page 23). Cette diffusion peut alors être modélisée comme un ensemble de chocs entre les particules et des centres diffuseurs animés d'une vitesse V_a (vitesse de Alfvén).

12.2.1 Qu'est-ce qu'une onde de Alfvén ?

Pour la quasi-totalité des situations astrophysiques, les équations qui décrivent l'évolution de la matière sont les équations magnéto-hydrodynamiques. Ces équations sont construites à partir des équations de Maxwell (en considérant une conductivité infinie), de l'équation de continuité, et de l'équation hydrodynamique (on considère en général un fluide incompressible). Dans un plasma (supposé incompressible) en équilibre, il existe des solutions d'ondes planes stationnaires pour les quantités perturbées. En développant le champ magnétique et la vitesse en une composante uniforme plus une perturbation ($H \equiv \langle H \rangle + \delta H$ et $v \equiv \langle v \rangle + \delta v$) à l'ordre un, nous arrivons au système d'équations suivant (en supposant $\langle \vec{H} \rangle \parallel \vec{Oz}$)

$$\frac{\partial^2 \delta \vec{v}}{\partial t^2} = \frac{\langle H \rangle^2}{4\pi\rho} \frac{\partial^2 \delta \vec{H}}{\partial z^2} \qquad \frac{\partial^2 \delta \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{\langle H \rangle^2}{4\pi\rho} \frac{\partial^2 \delta \vec{v}}{\partial z^2} \quad (149)$$

Une perturbation peut donc se déplacer à une vitesse V_a le long des lignes de champ. V_a est la vitesse de Alfvén, et est défini par

$$V_a = \sqrt{\frac{\langle H \rangle^2}{4\pi\rho}} \quad (150)$$

où ρ est la densité du plasma.

Ayant montré que de telles ondes *existent*, nous pouvons désormais tirer de l'équation de continuité une propriété très intéressante. En recherchant dans celle-ci une solution dans l'espace de Fourier, nous avons

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \langle \rho \rangle \vec{\nabla} \cdot \delta \vec{v} = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \leftrightarrow -i\omega \\ \vec{\nabla} \leftrightarrow i\vec{k} \end{cases} \implies \delta \rho = -\frac{\langle \rho \rangle}{\omega} (\vec{k} \cdot \delta \vec{v})$$

Ainsi, nous pouvons en conclure que

- les ondes longitudinales ($\vec{k} \cdot \delta \vec{v} = k \cdot \delta v$) sont compressives, *i.e.* $\delta \rho \neq 0$;
- les ondes transverses ne le sont pas, et donc à la différence de la vitesse du son qui nécessite un milieu compressible, seul un champ magnétique est nécessaire pour transporter les ondes de Alfvén (ce qui ne veut pas dire les ondes de Alfvén ne se propagent que transversalement !).

12.2.2 Développement de Fokker-Planck

Il faut pour cela faire l'approximation que le processus de réaccélération est *continu*. Dit autrement, cela veut dire que quand un cosmique perd ou gagne de l'énergie, le ΔE échangé reste petit devant l'énergie du

cosmique. Ce constat nous permet de lier la fonction de distribution à un temps $t + \delta t$ (et donc une énergie $E + \delta E$) à la même fonction au temps t (et donc à l'énergie E) :

$$f(E, x + v\Delta t, t + \Delta t) = \int d\Delta E \psi(E - \Delta E, \Delta E) f(E - \Delta E, x, t) \quad (151)$$

$\psi(E - \Delta E, \Delta E)$ est la probabilité qu'un cosmique d'énergie $E - \Delta E$ gagne l'énergie ΔE pendant le temps δt , $\int d\Delta E \psi(E, \Delta E) \equiv 1$. Un développement jusqu'à l'ordre deux nous donne (voir par exemple [Blandford & Eichler 87] ou [Ostrowski 94])

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial E} \left(- \left\langle \frac{\Delta E}{dt} \right\rangle f + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial E} \left(\left\langle \frac{(\Delta E)^2}{dt} \right\rangle f \right) \right) \quad (152)$$

$$\left\langle \frac{\Delta E}{dt} \right\rangle \equiv \frac{1}{\Delta t} \int d\Delta E \Delta E \psi(E, \Delta E) \quad (153)$$

$$\left\langle \frac{(\Delta E)^2}{dt} \right\rangle \equiv \frac{1}{\Delta t} \int d\Delta E (\Delta E)^2 \psi(E, \Delta E) \quad (154)$$

Avant de conclure, il faut encore faire quelques simplifications. Si le recul des centres diffuseurs est négligé, le processus est réversible (exceptées pour certaines géométries des centres diffuseurs [Ostrowski & Siemienieć-Oziębło 97]) et donc

$$\psi(E, -\Delta E) = \psi(E + \Delta E, \Delta E) \quad (155)$$

Après développement et intégration par partie, nous obtenons l'égalité

$$\left\langle \frac{\Delta E}{dt} \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial E} \left\langle \frac{(\Delta E)^2}{dt} \right\rangle \quad (156)$$

et si nous réinjectons ceci dans le développement précédent, il vient

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial E} \left(D_{EE} \frac{\partial f}{\partial E} \right) \quad (157)$$

$$D_{EE} \equiv \frac{1}{2} \left\langle \frac{(\Delta E)^2}{dt} \right\rangle \quad (158)$$

Ces deux dernières équations nous indiquent comment le terme de réaccélération intervient dans l'équation de diffusion (c'est le terme de droite), et le coefficient de diffusion en énergie D_{EE} quantifie cet effet. Pour le détail de l'intégration dans le formalisme du modèle du diffusion, le lecteur peut se reporter à la section VII.

12.2.3 Lien entre D_{EE} et V_a

Dans le champ magnétique galactique, nous avons vu que des ondes planes pouvaient se propager. Les rayons cosmiques diffusent sur ces ondes, provoquant une diffusion en énergie. [Fermi 49] fut le premier à penser à ce mécanisme pour l'accélération des cosmiques. Malheureusement, comme nous allons le voir dans un instant, ce processus n'est pas très efficace, car il est du second ordre (processus de Fermi du second ordre) et pour l'accélération des cosmiques, il faut faire intervenir le processus de Fermi du premier ordre. Mais là n'est pas la question. Ce qu'il est intéressant de souligner c'est qu'il est possible de modéliser l'interaction sur le champ magnétique par l'approximation des sphères dures; *i.e* un cosmique arrive sur un centre diffuseur supposé infiniment lourd et rebondit élastiquement. Le calcul montre alors qu'en moyenne, il y a un gain d'énergie.

Gain en énergie

- Soient $\mathcal{R}$ le référentiel de l'observateur, $\vec{v}$ la vitesse des particules dans $\mathcal{R}$ et $\vec{V}_a$ la vitesse des centres diffuseurs.
- Soient $\mathcal{R}^*$ le référentiel de lié au centre diffuseur.

Centre diffuseur dans (R)

Centre diffuseur au repos dans (R*)

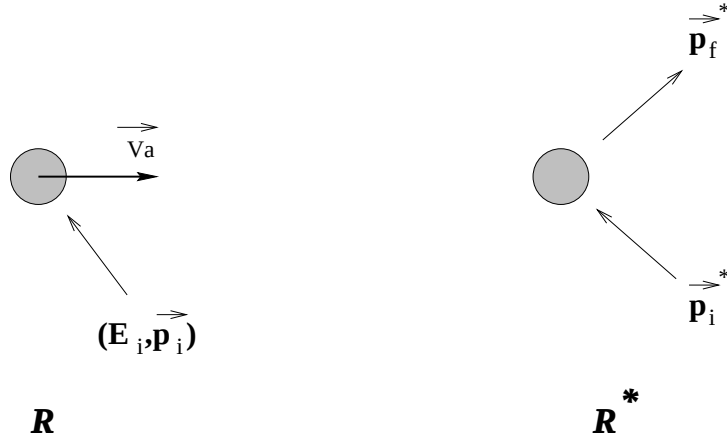


FIG. 14 – Modélisation du choc d'un cosmique sur un centre diffuseur

Le calcul à effectuer est alors très simple

$$(E_i, \vec{p}_i) \rightarrow (E_i^*, \vec{p}_i^*) \rightarrow (E_f^*, \vec{p}_f^*) \rightarrow (E_f, \vec{p}_f)$$

Ceci donne en posant $\beta = V_a/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ et en projetant $\vec{p}$ suivant V_a (en $p_{\parallel}$ et $p_{\perp}$)

– Avant le choc, dans $\mathcal{R}^*$

$$\begin{cases} p_{i\perp}^* = p_{i\perp} \\ p_{i\parallel}^* = \gamma(p_{i\parallel} - \beta E_i) \\ E_i^* = \gamma(E_i - \beta p_{i\parallel}) \end{cases} \quad (159)$$

– Après le choc (élastique) dans $\mathcal{R}^*$

$$\begin{cases} p_{f\perp}^* = p_{i\perp}^* \\ p_{f\parallel}^* = -p_{i\parallel}^* \\ E_f^* = E_i^* \end{cases} \quad (160)$$

– Après le choc dans $\mathcal{R}$

$$\begin{cases} p_{i\perp}^* = p_{i\perp} \\ p_{f\parallel} = \gamma(p_{f\parallel}^* + \beta E_f^*) \\ E_f = \gamma(E_f^* + \beta p_{f\parallel}^*) \end{cases} \quad (161)$$

Après un peu d'algèbre, nous obtenons (sans approximation)

$$\begin{cases} p_{f\perp} = p_{i\perp} \\ p_{f\parallel} = -\gamma^2 p_{i\parallel} (1 + \beta^2 - 2 \frac{\vec{v} \cdot \vec{V}_a}{v^2}) \\ E_f = \gamma^2 E_i (1 + \beta^2 - 2 \frac{\vec{v} \cdot \vec{V}_a}{c^2}) \end{cases} \quad (162)$$

De là, nous pouvons faire plusieurs approximations pour calculer le gain (ou la perte d'énergie)

– $V_a \ll c$ qui donne à l'ordre deux⁴⁸

$$\Delta E \sim 2E_i(\beta^2 - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{\beta}) \quad (163)$$

– $V_a \ll v$ qui donne au premier ordre (pour mémoire, $\beta \sim 0.87$ à 1 GeV/n - 0.74 à 500 MeV/n - 0.64 à 300 MeV/n et 0.41 à 100 MeV/n. . .)

$$\Delta E \sim -2 \frac{\vec{p}_i \cdot \vec{V}_a}{v^2} \quad (164)$$

Dans cette dernière équation, on remarque que, en accord avec l'intuition que l'on peut avoir, une particule qui va dans la direction opposée aux centres diffuseurs subit un gain d'énergie alors qu'elle subit une perte dans le cas contraire.

Gain moyen Pour avoir une idée de l'efficacité du processus, il faut connaître la section efficace d'interaction. Le gain d'énergie par unité de temps s'exprime comme un taux de collision multiplié par le gain à chaque

⁴⁸L'hypothèse de centres diffuseurs non-relativistes est très bien vérifiée, puisque les ondes de Alfvén se propagent à une vitesse de l'ordre de 30 km s⁻¹.

collision (c'est le ΔE que nous venons de calculer)

$$\frac{dE}{dt} = \tau \Delta E \quad \tau = n\sigma |\vec{v} - \vec{V}_a| \quad (165)$$

n est la densité de centre diffuseur et σ est la section efficace d'interaction. La longueur caractéristique de diffusion en énergie est reliée aux deux précédents paramètres

$$l = (n\sigma)^{-1} \quad (166)$$

mais c'est aussi la longueur de diffusion, reliée au coefficient de diffusion par

$$K(E) = \frac{1}{3}lv \quad (167)$$

Un dernier petit calcul est nécessaire pour obtenir K_{EE} . Il faut moyenner spatialement sur l'ensemble des collisions ($\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin\theta}{4\pi} \dots d\theta d\phi$) en supposant que l'orientation des centres diffuseurs est isotrope. C'est ici que le nom d'accélération de Fermi du second ordre prend tout son sens. En effet, si nous ne gardons que les termes du premier ordre, le résultat après intégration sur $\cos\theta$ est nul. Le calcul, poussé jusqu'à l'ordre deux, nous donne la valeur de K_{EE} que nous avons utilisé dans cette thèse

$$K_{EE} = \frac{2}{9} V_a^2 \frac{E^2 \beta^4}{K(E)} \quad (168)$$

Le paramètre à déterminer dans cette approximation est la vitesse de Alfvén (voir aussi la discussion dans la section VII).

13 VENT GALACTIQUE

La question du vent galactique n'est pas aussi simple qu'elle peut paraître. Toute la difficulté vient du fait que les rayons cosmiques ne sont ni découplés du champ magnétique, ni découplés de la matière. Il faut donc en toute rigueur résoudre un problème de magnéto-hydrodynamique complexe.

13.1 FONDEMENTS THÉORIQUES

[Parker 65,66] est le premier à avoir réalisé qu'un disque de matière n'était pas une structure stable (équilibre entre la pression du champ magnétique, le gaz chaud et les CR). En prenant un modèle simple unidimensionnel, il montre que les instabilités sont amplifiées sous la pression dynamique des rayons cosmiques. Ceci le conduit à postuler l'existence d'un halo, lequel a d'ailleurs lui aussi peu de chances d'être dans une configuration statique. Cette étude a été par la suite affinée en considérant des valeurs plus réalistes pour chacune des composantes du problème [Ko & al 91], ou par résolution numérique dans des configurations spécifiques [Hanasz & Lesch 00], mais la conclusion est restée la même : le halo doit être dynamique, et en particulier, il existe un vent de convection.

Types de vents Basiquement, il y a deux types de vent galactique possibles :

1. "temperature driven galactic wind" [Jonhson & Axford 71]
2. "CR driven galactic wind" [Ipavitch 75]

La première solution suppose en particulier une température du gaz très élevée pour permettre la création d'un gradient qui domine sur la gravité. Ce modèle a d'abord été construit par analogie avec le vent solaire avec la différence majeure que pour le soleil, toute la masse est située au centre et peut être considérée comme ponctuelle. Dans la galaxie, ce type de vent pourrait être généré par le réchauffement dû à l'explosion de SN. Malheureusement, pour qu'il existe effectivement, il faudrait au moins une température de $\sim 3 \times 10^6$ K, alors que les mesures de température dans le plasma du disque indiquent $T \sim 10^5$ K (voir les références dans [Fichtner & al 91]). Dernièrement, des simulations numériques plus réalistes ont montré que ce type de vent pouvait

contribuer à une fraction du vent total (et il y a aussi une partie due au champ magnétique) [Zirakashvili & al 96].

La première étude détaillée du vent causé par les rayons cosmiques réalisée par [Ipavitch 75] montre qu'il existe une grande variété de vents galactiques. Le point essentiel de ce travail est que ceux-ci peuvent exister même quand le gaz est à température nulle. Dans ce modèle, le fait que des rayons cosmiques se propagent à des vitesses beaucoup plus grandes que la vitesse de Alfvén moyenne du plasma permet l'amplification d'ondes magnéto-hydrodynamiques par un couplage avec le gaz thermalisé du milieu. Ainsi les rayons cosmiques qui ont tendance à s'éloigner de la galaxie attirent le gaz et produisent ce qui est appelé un *vent galactique*. Le cas de température nulle correspond au cas où ce gaz perd immédiatement par radiation (x-ray thermal) toute l'énergie acquise.

Observations en faveur d'un vent galactique La convection implique un changement du spectre des électrons qui se traduit par un coude dans le spectre radio (à ~ 1 GHz) des e^- dans le halo, qui n'est pas prédit ni par un modèle de diffusion pure (halo statique), ni par un modèle de convection pure. La difficulté d'interprétation en terme de convection ou d'un autre phénomène est soulignée dans [Bloemen 91], mais un tel comportement semble néanmoins avoir été observé dans d'autres galaxies [Lerche & Schlickeiser 82-a]. Ceci reste plus difficile à mettre en évidence dans notre galaxie [Pohl & Schlickeiser 90-a,b].

13.2 PRISE EN COMPTE DANS L'ÉQUATION DE DIFFUSION [4]

Nous nous sommes largement étendus dans la section 8 sur la technique du ws qui permettait de séparer la partie nucléaire de la partie *astrophysique* (propagation, géométrie du modèle et des sources). Nous avons dit que cette technique était seulement approchée (cf 8.4) et nous avons précisé la procédure pour la rendre exacte (cf 8.4.3). Nous n'utiliserons pas cette dernière dans ce chapitre. Le schéma *classique* défini page 69 sera largement suffisant pour une discussion qualitative. De nouveau, nous n'allons pas passer par la résolution directe, mais par la formulation en terme de distribution des grammages, le PLD (un simple coup d'œil sur les solutions dans notre modèle – cf appendice XI – doit suffire à nous convaincre... que nous ne pouvons pas dire grand chose directement). En présence de vent galactique et en gardant l'hypothèse que K est indépendant de la position, cette fonction vérifie

$$\left(-K \Delta_{\vec{r}} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \vec{V}_c + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) G(\vec{r}, \tau) = Q(\vec{r}) \delta(\tau) \quad (169)$$

Cette équation est à comparer à (91). Il apparaît en plus du courant de diffusion un courant de convection V_c (voir éq (219)).

13.2.1 Première estimation

Raisonnons tout d'abord sur les ordres de grandeur : si L est la taille caractéristique sur laquelle le noyau se propage, nous devons comparer dans l'équation (169)

$$K/L^2 \quad (\text{diffusion}) \quad \text{et} \quad V_c/L \quad (\text{convection}) \quad (170)$$

Nous obtenons alors deux cas limites

- $V_c L/K \gg 1 \Rightarrow$ la convection domine,
- $V_c L/K \ll 1 \Rightarrow$ la diffusion domine.

Comme le coefficient de diffusion dépend de l'énergie, les deux régimes peuvent coexister, avec une convection dominante à basse énergie (K décroît avec la rigidité). Pour aller plus loin, nous allons revenir en arrière pour quelques instants.

13.2.2 Où le LB, tel le phœnix renaît de ses cendres

Nous avons longuement insisté sur les limitations du modèle LB puisqu'en particulier, l'extraction phénoménologique du coefficient de diffusion ne nous apporte aucune information sur la réalité physique sous-jacente. Qui plus est, nous avons insisté sur le fait que dans le cadre d'un modèle homogène, parler de convection n'a

pas de sens. Seulement, en partant du modèle de diffusion et en utilisant le formalisme du ws (ou un autre) nous allons voir qu'il est possible de générer dans le formalisme du LB, des λ_{esc} ayant quand même un contenu physique. N'oubliez pas là qu'il y a contradiction; simplement, ce qu'il est impossible de faire dans un sens (LB $\Rightarrow$ interprétation physique) devient possible dans l'autre (processus physiques $\Rightarrow$ LB associé). Ce lien sera plus explicite en s'intéressant au paramètre τ_{esc} . Rappelons en quelques points ce qui nous permet d'arriver à cette conclusion :

1. Le modèle qui contient un sens physique est le modèle de diffusion. Pour celui-ci, il est possible de calculer la distribution des grammages; c'est la fonction $G(x)$.
2. Pour ces modèles, la fonction $G(x)$ s'exprime comme une somme infinie d'exponentielles $\sum_j \exp(-K j^2 \dots)$.
3. Dans de nombreux cas, seul le premier terme de l'exponentielle contribue, ce qui donne une forme du PLD strictement équivalente à celle obtenue dans le LB.
4. Dans le modèle du LB, le grammage moyen et le temps d'échappement sont égaux, $\langle x \rangle^{LB} = \lambda_{esc}^{LB}$.
5. Grâce à l'équivalence précédente, le calcul du grammage moyen dans un modèle de diffusion $\langle x \rangle^{DM}$ (qu'il contienne de la diffusion, de la convection, etc..) peut se reformuler en terme de LB à la condition de prendre pour ce dernier
$$\lambda_{esc}^{LB} = \langle x \rangle^{DM} \quad (171)$$

Que le résultat soit bien clair : ceci ne change en aucun point les conclusions tirées de l'analyse de la section 8.3.4, le LB n'est jamais équivalent au DM pour les noyaux radioactifs (ceci pour des jeux de paramètres communément admis). Par contre pour les stables, il peut être avantageux d'utiliser la procédure précédente, c'est-à-dire (i) de calculer le grammage moyen pour une géométrie et des processus donnés dans le cadre d'un DM, (ii) et ensuite effectuer les calculs dans le cadre du LB associé par le biais de la relation (171). L'astuce que nous venons de décrire joue le rôle d'*ansatz* pour étudier qualitativement les comportements du modèle sans rentrer dans la résolution complexe, mais tout en donnant des résultats fiables pour les stables.

13.2.3 Vent galactique dans le modèle du disque mince

Nous allons suivre ici l'approche de [Jones & al 00] qui est encore plus simple que celle qui consiste à calculer le grammage moyen du modèle. Ceci n'est possible que dans le cadre du modèle du disque mince utilisé page 70. Pour ne pas alourdir la procédure nous considérerons un noyau primaire avec un terme source, et nous commençons par le cas de la diffusion pure pour que le résultat nous serve de référence quand nous ajouterons la convection⁴⁹.

Diffusion pure⁽¹⁾ Nous avons déjà traité ce cas précédemment mais répétons-le encore une fois pour introduire le schéma de résolution utilisé dans cette partie.

$$-K \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{\mu v \sigma_{tot}}{m} \delta(z) f + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \frac{\mu b_{ion}(p)}{m} \delta(z) f \right] = q_0(p) \delta(z) \quad (172)$$

Nous avons pris les conventions usuelles : q désigne les sources, b_{ion} le terme de pertes par ionisation, $K(p)$ le coefficient de diffusion, h la demi-hauteur du disque fin, L la taille du halo et m la masse moyenne du milieu interstellaire. Le paramètre μ désigne la densité de masse de surface [g cm^{-2}].

Pour résoudre cette équation, nous allons mettre à profit la procédure qui sera décrite et largement utilisée dans la section VI. Nous désignerons la solution en $z = 0$ par $f_0 \equiv f(0)$.

1. Solution dans le halo

$$f = f_0 \frac{L - |z|}{L} \quad (173)$$

2. Intégration sur le disque mince

$$-2K \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=0} + \frac{\mu v \sigma_{tot}}{m} f_{z=0} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \frac{\mu b_{ion}(p)}{m} f_{z=0} \right] = q_0(p) \quad (174)$$

3. Raccordement disque-halo par injection de la solution (173) dans (174)

$$\frac{2K f_0}{\mu v L} + \frac{\sigma_{tot}}{m} f_0 + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \frac{b_{ion}(p)}{m v} f_0 \right] = \frac{q_0(p)}{\mu v} \quad (175)$$

⁴⁹Nous raisonnons ici sur la fonction de distribution $f(z, p)$ (où p est l'impulsion) normalisée à $N = 4\pi \int dp p^2 f$ où N est la densité totale de cosmiques. Le lien avec l'intensité est $I(E_c) dE_c = v f(p) p^2 dp$.

En terme de l'intensité $I_0(E_c) \propto p^2 f_0$, nous obtenons

$$\frac{I_0}{\mu v L / 2K} + \frac{d}{dE_c} \left[\left(\frac{dE_c}{dx} \right) I_0 \right] + \frac{\sigma_{tot}}{m} I_0 = Q \quad (176)$$

Ainsi pour ce modèle, la reformulation en terme de LB est évidente

$$\begin{cases} \lambda_{esc}^{(1)LB} \equiv \frac{\mu v L}{2K} \\ Q^{(1)LB} \equiv \frac{q_0^{DM}(p) p^2 A}{\mu v} \end{cases} \quad (177)$$

où A est le numéro atomique du noyau considéré.

Diffusion/convection⁽²⁾ Il faut rajouter dans l'expression (172), le terme de convection V_c . Un vent galactique constant suivant z est suffisant en première approximation, car nous ne savons de toute façon pas quelle doit être la forme exacte

$$-K \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + V_c \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\mu v \sigma_{tot}}{m} \delta(z) f + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \frac{\mu b_{ion}(p)}{m} \delta(z) f \right] = q_0(p) \delta(z) \quad (178)$$

Si nous suivons point par point la procédure précédente, nous obtenons⁵⁰

$$\begin{cases} f = f_0 \frac{1 - \exp(-V_c(L - |z|)/K)}{1 - \exp(-V_c L/K)} & \text{1. Solution halo} \\ -2K \frac{\partial f}{\partial z} \Big|_{z=0} + 2V_c f_{z=0} + \frac{\mu v \sigma_{tot}}{m} f_{z=0} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \frac{\mu b_{ion}(p)}{m} f_{z=0} \right] = q_0(p) & \text{2. Continuité} \\ \frac{2V_c f_0}{\mu v [1 - \exp(-V_c L/K)]} + \frac{\sigma_{tot}}{m} f_0 + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 \frac{b_{ion}(p)}{m v} f_0 \right] = \frac{q_0(p)}{\mu v} & \text{3. Raccordement} \end{cases} \quad (179)$$

En terme de l'intensité $I_0(E_c) \propto p^2 f_0$, nous obtenons cette fois-ci l'équation

$$\frac{2V_c I_0}{\mu v [1 - \exp(-V_c L/K)]} + \frac{d}{dE_c} \left[\left(\frac{dE_c}{dx} \right) I_0 \right] + \frac{\sigma_{tot}}{m} I_0 = Q \quad (180)$$

La reformulation en terme de LB est obtenue *via* un nouveau temps d'échappement

$$\begin{cases} \lambda_{esc}^{(2)LB} \equiv \frac{\mu v}{2V_c} [1 - \exp(-V_c L/K)] \\ Q^{(2)LB} = Q^{(1)LB} \equiv \frac{q_0^{DM}(p) p^2 A}{\mu v} \end{cases} \quad (181)$$

où A est toujours le numéro atomique du noyau considéré. Nous retrouvons les deux régimes pressentis par notre raisonnement simple, sauf que nous sommes maintenant en mesure de spécifier les comportements correspondants.

– Dominé par la diffusion si $V_c L/K \ll 1$ (nous retrouvons la relation (177))

$$\lambda_{esc}^{(2)LB} \sim \frac{\mu v L}{2K} \equiv \lambda_{esc}^{(1)LB} \quad (182)$$

– Dominé par la convection si $V_c L/K \gg 1$

$$\lambda_{esc}^{(2)LB} \sim \frac{\mu v L}{2V_c} \quad (183)$$

⁵⁰Il faut anticiper sur la remarque faite à propos de l'intégration de distributions (voir section 17.2 et note page 136). Dans la version astro-ph de [Jones & al 00], bien que les résultats soient justes, le second terme de la seconde équation a été oublié (sans compter les nombreuses inversions de signe).

Ce résultat est sensiblement différent de celui présenté par [Jokipii 76] et [Jones 79]. Tout d’abord parce que ces derniers restreignent la convection à n’agir que dans le halo, mais surtout parce qu’ils raisonnent sur le temps moyen d’échappement. Nous insistons encore sur le fait que dans un modèle à deux zones, la relation pour passer de l’un à l’autre n’est pas triviale, et nous allons en avoir tout de suite une illustration. Ainsi, si le paramètre critique pour passer d’une diffusion pure à la domination de la convection reste le même $V_c L/K$, les formules asymptotiques du temps moyen sont données par

$$\langle \tau \rangle_{z=0} \approx \frac{L^2}{3K} \quad \text{pour} \quad V_c L/K \ll 1 \quad (184)$$

$$\langle \tau \rangle_{z=0} \approx \frac{K}{V_c^2} \quad \text{pour} \quad V_c L/K \gg 1 \quad (185)$$

Notons que dans la première expression qui correspond au cas de diffusion pure, nous pouvons reconnaître (117) qui a été obtenue dans la section 8.3.3. Nous pouvons donner une explication simple à ce comportement.

Interprétation La première formulation en terme de grammage moyen s’avère dans le cas présent plus fructueuse. Rappelons que la forme phénoménologique tirée de l’ajustement de B/C conduit à un terme d’échappement de⁵¹

$$\begin{cases} \lambda_{esc} = 15.61\beta & \text{si } R < 3.6 \text{ GeV/n} \\ \lambda_{esc} = 15.61\beta (R/3.6)^{-0.7} & \text{si } R > 3.6 \text{ GeV/n} \end{cases} \quad (186)$$

Ce résultat ne doit pas nous laisser indifférent à la lumière de la discussion sur le vent galactique. Si nous mettons côte-à-côte les expressions (182), (183) et (186), nous voyons qu’un modèle de diffusion-convection génère automatiquement la forme *phénoménologique* qui reproduit les données. Jusqu’à quelques GeV/n, c’est la convection qui impose un grammage constant, puis lorsque la diffusion reprend le dessus, une décroissance en loi de puissance est produite.

Les conclusions sont les mêmes, que le vent convectif soit constant ou linéaire [Bloemen & al 93]. De plus, ces auteurs montrent que le vent galactique ne modifie pas seulement le grammage à basse énergie, mais aussi qu’il influe sur les spectres des noyaux. Ce résultat est important si l’on veut considérer le flux de cosmiques hors du disque.

13.2.4 V_c dans notre modèle

Le raisonnement précédent était possible grâce à la reformulation en terme de LB. Dans le cadre du modèle de diffusion utilisé dans cette thèse, la complication inhérente à la structure à deux dimensions (r et z) du modèle tue l’espoir d’accéder à une formulation aussi simple. Il y a en effet une somme infinie sur les fonctions de Bessel $J_0(\zeta_i r/R)$, ainsi qu’une dépendance compliquée dans le terme A_i (c’est lui qui joue le rôle de λ_{esc}) qui ne peut être factorisée (cf VI). Souvenons-nous par contre que la limite $L \ll R$ (hauteur très petite devant l’extension radiale) redonne le modèle à une dimension décrit plus haut. Ainsi même si nous ne pouvons pas explicitement confirmer l’effet de V_c , par le truchement du modèle unidimensionnel nous avons de bonnes raisons de croire que le comportement sera similaire. Ce qui est par contre visible dans la forme des solutions compilées dans l’appendice XI, c’est que le vent galactique a pour effet d’augmenter le flux des cosmiques lorsque l’on s’éloigne du disque (par rapport au cas $V_c = 0$). Ceci est conforme à l’intuition : la présence de convection rend plus difficile le retour vers $z = 0$ des noyaux qui se sont aventurés hors du disque.

Le concept de la probabilité rétrodictive Poussons un peu plus loin l’idée de cette difficulté à revenir vers le disque. Dans son papier, [Jones 78] rappelle la technique de renversement dans le temps des équations de la diffusion, afin de déterminer la probabilité qu’a un cosmique de provenir de différents endroits du halo s’il est observé dans le disque. Ainsi, un noyau observé à un instant t dans le disque a très peu de chances de provenir des bords du halo, puisqu’il est repoussé par le vent galactique. En particulier, le volume *causal* des noyaux du disque est limité à une extension *effective* de la taille du halo correspondante à $L_{\text{eff}} = K/V_c \leq L$. L’auteur concluait qu’un modèle de diffusion-convection était équivalent à de la diffusion pure dans un volume

⁵¹Seule la forme compte pour notre raisonnement, et même si les valeurs sont tirées de Webber & al, ApJ **508**, 940 (1998), un grand nombre d’auteurs a utilisé cette forme de paramétrage ces vingt dernières années.

effectif, pour peu que K ne dépende pas de l'énergie. Etant entendu que ça n'est pas le cas, il n'est pas besoin de discourir plus longtemps sur ce papier. Quoi qu'il en soit, cette technique de rétrodiffusion fournit une image éclairante pour sentir conceptuellement ce qu'il se passe. L'image est reprise dans [Ptuskin & Soutoul 98-b] en accord avec l'interprétation donnée plus haut : à basse rigidité $R < R_c$ le coefficient de diffusion est constant (la convection domine), et le modèle de diffusion-convection est strictement équivalent à un modèle de diffusion pure avec une taille de halo effective $L_{\text{eff}}(E) \sim K/V_c$. Au-dessus de R_c , la diffusion domine, et nous retrouvons le modèle de diffusion pure pour $L_{\text{eff}} = L$.

13.3 CONTRAINTES SUR V_c

Nous allons maintenant essayer de préciser quantitativement la valeur de la vitesse de convection, et en particulier celle dérivée de précédentes études. Cependant, pour ne pas perdre de vue que l'existence d'un vent V_c n'est qu'une restriction particulièrement simple du problème général de l'équilibre du disque, nous mentionnerons les études plus complètes. Ceci nous permettra de plus d'avoir un regard critique sur le modèle de cette thèse.

13.3.1 Ajustement à l'aide des mesures sur les noyaux [9]

La première étude exhaustive pour contraindre la convection avec des données est due à [Owens & Jokipii 77]. En ajustant des données autour du GeV/n dans le cadre d'un modèle unidimensionnel, elle pose le premier ordre de grandeur pour V_c par la considération du rapport LiBeB/CNO et du radioactif ^{10}Be . Une des conclusions de ces auteurs est que l'âge moyen $\langle\tau\rangle$ des rayons cosmiques dans leur modèle à une dimension est loin d'une exponentielle (*i.e.* ne se ramène pas à un LB). Par contre, si l'on considère l'âge moyen passé dans le disque, la forme exponentielle est retrouvée. Ceci correspond une fois de plus avec ce qui a été dit précédemment : le temps moyen dans le disque correspond au grammage moyen, et alors nous avons montré que pour cette variable, nous ramenions à une formulation LB (tout ceci avait déjà été noté par [Jones 1979]). Dans un autre ordre d'idée, le rôle de la convection sur l'augmentation des anisotropies est aussi discuté dans [Jones 1979], mais cela au-delà de ce que nous voulons présenter dans cette partie. Le tableau 10 compile l'ensemble des efforts fait en vue d'ajuster les données. Non reportée dans ce tableau, la valeur $q \equiv V_c L/K$ – qui est le paramètre critique pour passer du régime de convection au régime de diffusion – est estimée à $1 \lesssim q \lesssim 3$ dans [Kóta & Owens 80]. Le papier de [Freedman & al 80] est très technique et extrait analytiquement toutes les données observables ($\langle x \rangle$, $\langle \tau \rangle$, etc...). Ces auteurs posent en particulier la question de l'utilisation de modèles plus complexes.

TAB. 10 – Contraintes obtenues pour le vent de convection galactique dans différents modèles utilisés dans la littérature.

$V_c [\text{kms}^{-1}]$	Dépendance en z	Modèle	Résolution	Données	Réf.
$\lesssim 60$	constant (V_c)	disque mince+halo (1D)	Monte-Carlo	$B/C, {}^{10}\text{Be}/{}^9\text{Be}$	[Owe77]
~ 8	linéaire ($2V_c z$)	-	analytique	-	[Jon79]
~ 20	-	-	numérique	-	[Kót80]
~ 16	constant (V_c)	-	analytique	-	[Fre80]
~ 20	-	disque mince+halo (2D)	-	-	[Web92]
~ 15	linéaire ($3V_c z$)	-	-	-	[Blo93]
~ 20	constant (V_c)	-	-	-	[Luk94]
~ 20	-	-	-	${}^{10}\text{Be}$	[Web98]

13.3.2 Limitations de l'approche précédente

Comme il a été souligné dans [Lerche & Schlickeiser 82-b], les études considérant un disque mince + un halo avec des vitesses de convection constantes (où mêmes linéaires) ne sont pas très réalistes puisqu'elles éliminent d'emblée un certain nombre de complications pourtant physiques (distribution de matière simplifiée, coefficient de diffusion constant spatialement, pas de réaccélération dans le halo, etc...). En particulier, le couplage entre les CR, la matière et le champ magnétique n'est absolument pas pris en compte. De fait, toutes ces complications

ne nous intéressent pas ici. En effet, ce que nous voulions obtenir c'est la description spatiale *moyenne* des noyaux dans la galaxie. Grâce à ces simplifications, nous avons obtenu des jeux de paramètres permettant de reproduire les données sur les noyaux avec une bonne signifiante (cf VII). Il est important de rappeler que ce modèle sera celui utilisé pour évaluer les antiprotons. Ces derniers étant stables, il paraît sensé de croire que leur comportement est similaire à celui des noyaux plus lourds. Néanmoins, nous devons garder à l'esprit que la réalité est très complexe. Si les premières approches analytiques [Lerche & Schlickeiser 82-a] considèrent les rayons cosmiques découplés de la matière et du champ magnétique, pour aller au-delà il faut utiliser des modèles hydrodynamiques [Jokipii 76] [Zank 89], ou magnéto-hydrodynamiques [Schlickeiser & Lerche 85] (modèles qui restent solubles analytiquement, mais avec des configurations idéalisées). Ces dernières ont maintenant laissé la place à des simulations numériques hydrodynamiques [Fichtner & al 91,93] et magnéto-hydrodynamiques [Breitschwerdt & al 93]⁵² de plus en plus sophistiquées [Zirakashvili & al 96]⁵³.

Le travail le plus complet réalisé à ce jour qui traite de la propagation des noyaux dans un contexte MHD réaliste est donné par [Ptuskin & al 97]. Ceci donne un vent constant jusqu'à $Z < 15$ kpc qui augmente quadratiquement au-delà. Cette limite dépend de l'énergie, mais l'autre résultat de ce modèle est que le coefficient de diffusion est constant à basse énergie et diminue en $R^{-0.55}$ à haute énergie. En particulier, leur modèle implique qu'il n'y a pas de réaccélération dans le halo sans pour autant être exclue dans le disque. En définitive après maints détours et complications, les résultats les plus réalistes semblent montrer que notre modèle est une très bonne approximation !

⁵²Ces auteurs remarquent d'ailleurs que les solutions de vent galactique dynamiques sont beaucoup plus diverses que celles pour les vents galactiques stationnaires.

⁵³En particulier, la rotation de la galaxie est prise en compte, mais si cette simulation change quantitativement les résultats sur la perte de masse des galaxies (par la convection hors du disque $\sim 4M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$) elle ne change pas les conclusions à propos de l'existence d'un vent galactique en partie dirigé par les CR, et à un moindre niveau par le champ magnétique et le gaz thermalisé.

Bibliographie

Réaccélération

Fondements théoriques

- [1] E.Fermi, Phys.Rev. **75**, 1169 (1949)
E.Fermi, ApJ **119**, 1 (1954)
R.Blandford & D.Eichler, Phys.Rep. **154**, 1 (1987)
P.Schneider, A&A **278**, 315 (1993)
M.Ostrowski, A&A **283**, 344 (1994)
M.Ostrowski & G.Siemienieć-Oziębło, Astropart.Phys. **6**, 271 (1997)

Prise en compte dans les modèles

- [2] **Réaccélération sporadique**
R.Cowsik, ApJ **227**, 856 (1979)
D.Eichler, ApJ **237**, 809 (1980)
R.Cowsik, ApJ **241**, 1195 (1980)
C.Fransson & R.I.Epstein, ApJ **242**, 411 (1980)
R.Silberberg & al, Phys.Rev.Lett. **51**, 1217 (1983)
R.Cowsik, A&A **155**, 344 (1986)
A.Wandel & al, ApJ **316**, 676 (1987)
M.Giler & al, A&A **196**, 44 (1988)
M.Giler & al, A&A **217**, 311 (1989)
J.R.Letaw & al, ApJ **414**, 601 (1993)
- [3] **Réaccélération diffusive**
I.Lerche & R.Schlickeiser, A&A **151**, 408 (1985)
M.Simon & al, ApJ **300**, 32 (1986)
E.S.Seo & V.S.Ptuskin, ApJ **431**, 705 (1994)
U.Heinbach & M.Simon, ApJ **441**, 209 (1995)
A.W.Strong & I.V.Moskalenko, ApJ **509**, 212 (1998)

Vent galactique

Traitement dans le modèle de diffusion

- [4] J.R.Jokipii, ApJ **208**, 900 (1976)
F.C.Jones, ApJ **222**, 1097 (1978)
I.Lerche & R.Schlickeiser, A&A **107**, 148 (1982-a)
I.Lerche & R.Schlickeiser, MNRAS **201**, 1041 (1982-b)
I.Lerche & R.Schlickeiser, A&A **116**, 10 (1982-c)
M.Pohl & R.Schlickeiser, A&A **234**, 147 (1990-a)
M.Pohl & R.Schlickeiser, A&A **239**, 239 (1990-b)
H.Bloemen, PASP **A92**, 27 (1991)
V.S.Ptuskin & A.Soutoul, Space Sci.Rev. **86**, 225 (1998-b)
A.Soutoul & V.S.Ptuskin, ICRC **26**, OG-3.1.16 (1999)

Cadre plus général

- [5] **Instabilités**
 E.N.Parker, ApJ **142**, 584 (1965)
 E.N.Parker, ApJ **145**, 811 (1966)
 C.M.Ko & al, A&A **241**, 62 (1991)
 D.Breitschwerdt & al, A&A **269**, 54 (1993)
 E.N.Parker, ApJ **536**, 331 (2000)
 M.Hanasz & H.Lesch, ApJ **543**, 235 (2000)
- [6] **Traitement hydrodynamique**
 H.E.Jonhson & W.I.Axford, ApJ **165**, 381 (1971)
 J.Skilling, ApJ **170**, 265 (1971)
 F.M.Ipavitch, ApJ **196**, 107 (1975)
 G.P.Zank, A&A **225**, 37 (1989)
 H.Fichtner & al, ApJ **371**, 98 (1991)
- [7] **Traitement magnéto-hydrodynamique**
 R.Schlickeiser & I.Lerche, A&A **151**, 151 (1985)
 D.Breitschwerdt & al, A&A **245**, 79 (1991)
 V.A.Dogiel & al, A&A **268**, 356 (1993)
 D.Breitschwerdt & al, A&A **269**, 54 (1993)
 V.A.Dogiel & al, A&A **281**, 937 (1994)
 V.N.Zirakashvili & al, A&A **311**, 113 (1996)
 V.S.Ptuskin & al, A&A **321**, 434 (1997)
 E.A.Dorfi & D.Breitschwerdt, ICRC **26**, OG-3.2.13 (1999)

Estimations de V_c

- [8] **Observations dans d'autres galaxies**
 I.Lerche & R.Schlickeiser, A&A **107**, 148 (1982-a)
 P.Reich & W.Reich, A&A **196**, 211 (1988)
 W.Werner, A&A **201**, 1 (1988)
- [9] **Modèles simplifiés ajustés sur les données (noyaux)**
 A.J.Owens & J.R.Jokipii, ApJ **215**, 677 (1977-a)
 A.J.Owens & J.R.Jokipii, ApJ **215**, 685 (1977-b)
 F.C.Jones, ApJ **229**, 747 (1979)
 J.Kóta & A.J.Owens, ApJ **237**, 814 (1980)
 I.Freedman & al, A&A **82**, 110 (1980)
 V.A.Dogel & al, Pis'ma Astron.Zh. **6**, 696 (1980)
 J.F.Ormes & R.J.Protheroe, ApJ **272**, 756 (1983)
 W.R.Webber & al, ApJ **390**, 96 (1992)
 J.B.G.M.Bloemen & al, A&A **267**, 372 (1993)
 A.Lukasiak & al, ApJ **423**, 426 (1994)
 W.R.Webber & A.Soutoul, ApJ **506**, 335 (1998)
 F.C.Jones & al, astro-ph **0007**, 293 (2000)

Cinquième partie

Ce que les noyaux essaient de nous dire !

[...]

– Y compris les instants passés au laboratoire ?

– C'étaient là quelques-uns des meilleurs instants, me répondit-il. Des instants de travail sur le papier, des instants où l'on tripotait des dispositifs expérimentaux, des instants de discussion et de raisonnement. Tout l'ensemble était de la poésie idyllique pure, comme un fragment de Théocrite ou de Virgile. Quatre jeunes docteurs jouant le rôle d'apprentis chevlriers, avec Henry dans celui du patriarche, apprenant aux jouvenceaux les ficelles de son métier, laissant tomber des perles de sagesse, faisant des récits interminables sur le nouveau panthéon de la physique théorique. Il pinçait sa lyre et chantait des rhapsodies au sujet de la métamorphose de la masse, pesante et attachée à la terre, en énergie céleste. Il chantait les amours sans espoir de l'électron pour son noyau. Il disait, sur ses pipeaux, les quanta, et laissait vaguement entendre les mystères de l'indétermination. C'était idyllique. C'était l'époque, souvenez-vous-en, où l'on pouvait être physicien sans éprouver un sentiment de culpabilité [...]

Le génie et la déesse, Aldous Huxley

Parmi la foultitude de noyaux mesurés dans le rayonnement cosmique, tous ne donnent pas les mêmes informations physiques. En particulier, les questions que nous pouvons nous poser dans le problème de la propagation sont :

- Quelles sont les abondances produites par la nucléosynthèse stellaire?
- Comment changent ces abondances pendant l'accélération initiale?
- Quels sont les flux après propagation?

Comme nous l'avons vu pour un simple LB dans la section IV, (i) les rapports secondaires sur primaires permettent de fixer le grammage moyen traversé par les noyaux, (ii) les secondaires radioactifs permettent de déterminer l'âge moyen des rayons cosmiques, et (iii) une fois ces deux quantités connues, nous pouvons remonter aux abondances sources.

La nucléosynthèse constitue quelque part une question séparée sur laquelle nous ne nous attarderons pas. A ce niveau nous pouvons faire deux choix : s'intéresser seulement aux paramètres de propagation d'un modèle donné, ou bien aller plus loin et tenter d'interpréter les résultats sur les CR pour remonter aux abondances sources (reliées aux phases précédant la diffusion, et aux abondances produites lors de la nucléosynthèse). Dans cette thèse, nous ne dépasserons guère le premier stade, en donnant toutefois quelques pistes pour aller plus loin. Il nous faut distinguer les noyaux stables et noyaux instables : nous avons déjà réalisé qu'ils donnaient des informations complémentaires sur la propagation, mais pour le reste, alors que les premiers nous renseignent sur les types de source, les seconds indiquent en particulier le temps écoulé entre la nucléosynthèse et l'accélération.

14 IMPORTANCE DES NOYAUX ET ISOTOPES STABLES

Jusqu'à $Z \leq 30$, il n'y a pas moins de 77 isotopes. Nous ne serons pas sadiques (quoi qu'à ce niveau, ça relèverait plutôt du masochisme) au point de les énumérer un par un ! Fort heureusement, il est possible de les regrouper en trois familles non exclusives. Si nous regroupons tous les isotopes correspondant à un Z donné

- dans des rapports secondaires sur leurs progéniteurs primaires,

et nous pouvons aussi nous intéresser à la composition isotopique. On distingue :

- les isotopes qui sont non compatibles avec les abondances “Solar System” (ss),
- les isotopes qui sont compatibles avec les abondances ss.

Par *compatible*, nous entendons que l'abondance source tirée des GCR est similaire à celle observée dans le système solaire, après convolution par une fonction liée aux mécanismes d'accélération. Si la plupart des espèces proviennent de matériel interstellaire accéléré par les ondes de choc rémanentes de SN et entrent dans cette catégorie, certaines nécessitent la prise en compte de sources *exotiques*.

14.1 LES TROIS GROUPES SECONDAIRE/PRIMAIRE

Rappelons que le paramètre fondamental pour la propagation des cosmiques dans le cadre d'un LB est λ_{esc} , le grammage d'échappement. Pour les modèles plus complexes comme le nôtre, le nombre de paramètres augmente, mais comme nous le verrons dans la partie VII, le rapport B/C qui est le mieux mesuré à l'heure actuelle permet d'obtenir des limites sur la forme du coefficient de diffusion, la vitesse de convection et le taux de réaccélération. Nous pouvons comprendre ceci intuitivement en se rappelant que pour des secondaires, le flux produit par spallation dépend très fortement de la propagation. C'est aussi le cas pour les primaires, mais les effets ne sont pas les mêmes puisqu'ils n'ont pas la même forme spectrale. Ainsi, non seulement ces effets ne se compensent pas lorsque l'on quotiente secondaire/primaire, mais de plus, pour peu que ce rapport soit judicieusement choisi, l'inconnue q^p représentant l'abondance du primaire n'intervient pas : pour cela, la seule condition est de prendre des noyaux parents-fils.

Chacune des trois familles que nous allons présenter teste des histoires de propagation différentes : rappelons que basiquement, le terme de disparition d'un noyau est lié à la convolution de la distribution des grammages et d'une exponentielle décroissante impliquant la section efficace. Comme dans un LB, cette distribution est une exponentielle, nous obtenons

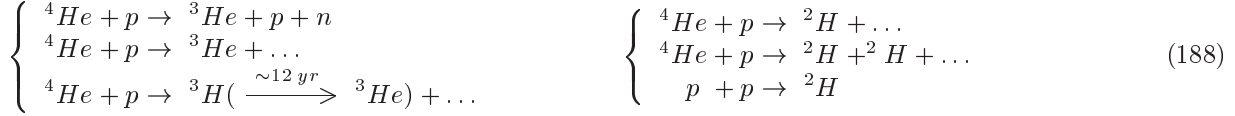
$$N \propto \int_0^\infty \exp \left[-x \left(\frac{1}{\lambda_{esc}(x)} + \frac{1}{\lambda_{nuclear}(x)} \right) \right] dx \quad (187)$$

Or, le terme nucléaire est de plus en plus dominant pour les noyaux lourds, car les sections efficaces augmentent avec Z . Ainsi (i) la famille H/He disparaît principalement par le terme d'échappement et teste les grands

grammages (voir signification dans le formalisme du ws), (ii) CNO se situe dans la zone où les deux termes se valent et (iii) sub-Fe/Fe est dominé par la spallation et teste donc les petits grammages. Ainsi, si notre modèle de propagation décrit bien la réalité, il se doit d'expliquer simultanément ces données complémentaires.

14.1.1 Le quartet ^1H , ^2H , ^3He , ^4He [3]

Les isotopes ^2H et ^3He sont facilement détruits dans le milieu stellaire à haute température : par rapport à H et He, ils sont en fraction inférieure à 10^{-4} dans plusieurs objets astronomiques. Ils sont donc purement secondaires ($^2\text{H}/^1\text{H} \sim 0.03$, $^3\text{He}/^4\text{He} \sim 0.2$ à environ 1 GeV/n) et doivent être produits par les cosmiques plus lourds. Notons que c'est le rapport $^2\text{H}/^4\text{He} \sim 0.3$ qui est en général calculé, afin de minimiser l'effet de la modulation solaire (les deux éléments ont alors le même Z/A). Les réactions principales mises en jeu [Beatty 86] sont



A 100 MeV/n, environ 30% de ^2H est produit par les réactions $p + (H, He)_{\text{ISM}}$. Cette quantité passe à 50% à plus basse énergie (p sur He négligeable au-delà de ~ 150 MeV/n [Webber & al 83]). Il y a aussi bien sûr une faible contribution de $^4\text{He} + ^4\text{He}$, et les réactions avec CNO deviennent surtout importantes à haute énergie (contribution $\sim 30\%$). Pour terminer, remarquons qu'il y a une façon très particulière de former ^2H : c'est la fusion pionique $p + p \rightarrow ^2\text{H} + \pi$. Cette réaction a un seuil à 289 MeV correspondant à la masse du pion ($p + p \rightarrow d + e + \nu$ est autorisée avec un seuil beaucoup plus bas, mais c'est un processus faible) et qui atteint son maximum à ~ 600 MeV avant de retomber vers zéro. Cette production est responsable d'une *bosse* dans le spectre de ^2H .

Dans la littérature, il existe deux types de papiers en fonction de leur date,

Avant 1986 : les mesures semblaient indiquer des rapports correspondant à des grammages traversés deux fois plus élevés que ce qui était obtenu pour B/C et sub-Fe/Fe. Ceci impliquait que l'*histoire* de propagation de ces noyaux était différente de celle des autres, et cette observation allait dans le sens d'un flux d'antiprotons élevé, en accord avec les premières expériences (celles-ci ne furent d'ailleurs pas confirmées par la suite – voir VIII).

Après 1986 : [Beatty 86] éclaircit la situation en expliquant pourquoi il n'y a pas d'incohérence. En effet, certaines expériences tentaient d'interpréter leurs résultats en tant que GCR alors qu'elles mesuraient une composante de plus basse énergie (cf 2.3.1). En définitive, le grammage moyen déduit des nouvelles mesures est bien similaire à celui observé pour les autres noyaux (voir aussi [Mewaldt 86] et [Webber & al 87]).

Les données les plus récentes sont en accord avec un LB standard (SMILI [Beatty & al 93], VOYAGER [Seo & al 94], BESS [Seo & al 97] et IMAX [Reimer & al 98]). L'article de [Reimer 98] est intéressant à bien des égards, puisqu'il passe en revue les paramètres responsables des plus grosses incertitudes... and ze ouineur is λ_{esc} ! La seconde limitation à l'interprétation provient ensuite des sections efficaces de production $^4\text{He} \rightarrow ^3\text{He}$ (voir [Reimer 98] pour les références les plus récentes sur ces réactions), mais citons une de leurs conclusions qui va dans le sens du travail réalisé pour cette thèse

"A significant reduction in the uncertainty in λ_{esc} would require an effort by the various research groups to compare their input parameters and the predictions of their leaky box propagation calculations for the B/C ratio. This would result in a better understanding of the reasons for the differences between the predictions, and hopefully a reduction in those differences would follow."

L'extension du programme développé dans cette thèse à ce groupe de noyaux est en cours, et elle permettra alors de vérifier la cohérence des résultats déjà obtenus pour B/C et sub-Fe/Fe. Cette amélioration dans le traitement de la propagation pourrait permettre de confirmer la pertinence de notre modèle sur les données à haute énergie de [Hatano & al 95] (autour de ~ 10 GeV/n) et celles à venir de AMS (mesures prévues jusqu'à ~ 20 GeV/n pour $A < 4$) et de BESS,... à plus basse énergie.

14.1.2 Le rapport B/C et sub-Fe/Fe [4]

Nous parlerons ici des deux autres grandes familles qui permettent de tester la distribution des grammages. Pour les courbes, et le détail du traitement dans notre modèle, le lecteur se référera à la partie VII.

B/C : Ce rapport est le plus utilisé dans la littérature pour l’ajustement des paramètres de propagation. Il y a pour cela deux raisons d’ordre expérimental :

- Le flux de carbone est le plus abondant après celui de l’hydrogène et d’hélium ($H : He : C \sim 10 : 1 : 0.1$).
- B/C peut être évalué sans avoir besoin de faire de la séparation isotopique, ce qui pour le quartet est d’autant plus difficile que les expériences ayant lieu en ballon, il faut tenir compte de l’atmosphère résiduelle qui génère un grand nombre d’événements *de fond*. A ce titre, précisons que la fragmentation sur l’atmosphère – qui constitue une épaisseur de matière $\sim 9 \text{ g cm}^{-2}$ – est similaire au grammage moyen qui a été vu par les cosmiques durant toute leur propagation (soit 20 Myr).

Ce rapport rentre dans la catégorie secondaire sur primaire. En effet, les éléments LiBeB sont très fragiles et complètement détruits dans les étoiles. La fraction observée dans le rayonnement cosmique est donc de nature totalement secondaire, le progéniteur le plus important étant le ^{12}C (cf table 9, page 53). La plupart des analyses ajustent le B/C et les améliorations apportées par notre modèle [Maurin & al, soumis au J.M⁵⁴] sont :

1. Utilisation des résultats les plus récents pour les *entrées* du programme (propriétés nucléaires et sections efficaces).
2. Prise en compte de la contribution de $^{10}\text{Be} \rightarrow ^{10}\text{B}$ ($\sim 10\%$) dans un modèle de diffusion (un LB ne traite jamais correctement les contributions radioactives).
3. Traitement simultané du vent galactique et de la réaccélération, et résolution suffisamment rapide pour tester des millions de configurations de l’espace des paramètres.

Cette étude nous aura permis en particulier de montrer l’intérêt de notre modélisation pour une interprétation plus *physique* des données et de fait, si elle s’avère juste, elle sera parfaitement adaptée aux futures expériences de type AMS ; et dans le cas contraire, tous les ingrédients sont là, le programme étant suffisamment modulaire pour s’adapter à une autre description.

Le groupe du fer : Les noyaux regroupés dans la dénomination sub-Fe font référence en général aux charges $Z = 21 - 23^{55}$. Il y a deux raisons qui font que ces noyaux sont plus difficiles à interpréter que B/C

- Les données sont entachées de grandes barres d’erreurs, liées au flux plus faible ($\text{Fe}/\text{C} \sim 0.1$) et à la difficulté croissante dans l’identification des charges pour ces noyaux (ce qui explique que Sc, Ti et V soient regroupés car ils ont un flux encore plus faible).
- Les sections efficaces de *transformation* de ces noyaux sont moins bien connues que celles pour les noyaux plus légers.

Pour ces raisons, les mesures actuelles de sub-Fe/Fe ne permettent pas vraiment de contraindre les paramètres de propagation, en tout cas au sens défini dans la section VII. Néanmoins, il permet de vérifier la compatibilité avec ce qui est tiré de B/C. Plus encore, la nécessité de tronquer le PLD à bas grammage (voir page 71) n’apparaît plus aujourd’hui, et en particulier notre modèle donne de bons résultats à la fois pour B/C et sub-Fe/Fe.

14.2 LES SOURCES NON CONVENTIONNELLES [6]

Une fois que nous avons utilisé l’information donnée par les noyaux précédents, nous sommes capables de déduire les abondances sources des flux observés. Pour ce faire, il faut obligatoirement disposer de mesures sur les isotopes. Ces mesures ne sont pas très nombreuses, et restreintes en général à un seul point en énergie. Leur précision diminue quand la charge augmente car la séparation relative en masse entre les isotopes diminue. Peu importe : si nous sommes convaincus que les autres rapports ont déterminé les paramètres du modèle, un seul point suffit ! Une fois les abondances sources obtenues pour chacun des isotopes, il suffit de comparer le résultat à l’abondance mesurée dans le système solaire. En effet, la matière présente dans les différents objets du ss doit être le reflet de ce qui apparaît dans le rayonnement cosmique (... à une modification près, car nous l’avons déjà répété, le mécanisme d’accélération n’agit pas de la même façon sur tous les noyaux), car le système solaire a été formé à partir de poussières elles-aussi issues des SN. Pour la plupart des noyaux, ces deux grandeurs sont compatibles. Ce cas-là ne nous intéressera pas vraiment, puisque mis à part la confirmation de l’origine interstellaire des rayons cosmiques, il ne nous apporte pas de nouvelle interprétation. Par contre, pour certains isotopes l’abondance ISM est plus grande ou plus petite que celle tirée du rayonnement cosmique. Cela peut avoir deux significations : (i) l’hypothèse utilisée pour expliquer le passage de l’ISM au spectre accéléré est fausse (FIP *versus* volatilité), et/ou (ii) il existe d’autres sources *exotiques* apportant une contribution non négligeable

⁵⁴Note Du Tapuscreur : Journal of Mickey.

⁵⁵Dans cette somme, les noyaux $Z = 24 - 25$ (Cr et Mn) sont parfois introduits, mais l’interprétation est alors rendue plus difficile puisque ces deux charges regroupent des isotopes instables β et EC ou des isotopes qui ne sont pas totalement secondaires.

pour certains isotopes (supermétallicité *versus* Wolf-Rayet). Nous ne rentrerons pas en détail sur les différences entre tous ces modèles : contentons-nous de donner les conclusions partielles tirées de la littérature...

Dans le cadre du leaky-box avec un PLD fixe par B/C, les abondances ss sont compatibles avec les données au moins de $Z = 9$ à 16 [DuVernois & al 96] avec

- Les éléments à bas FIP (< 10 eV) ont une composition source similaire à la composition ss.
- Les éléments à haut FIP (> 10 eV) ont des compositions différentes de celle du ss, et ceci s'explique par :
 1. Effet de la convolution du FIP pour tenir compte des processus préférentiels d'accélération pour certaines espèces (mais qui n'explique pas les abondances pour ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{22}\text{Ne}$ et ${}^{32}\text{S}$).
 2. Biais possible dû au fait que ce n'est peut-être pas le FIP le bon paramètre, mais la volatilité (il faut prendre aussi en compte les différences dues aux processus r et s pour les noyaux plus lourds).
 3. Conversion de ${}^{14}\text{N}$ en ${}^{22}\text{Ne}$ lors de la combustion de l'hélium dans les étoiles géantes ou Wolf-Rayet [Gupta & Webber 89].

Pour ce qui est des contributions d'étoiles WR, voici les prédictions et les observations obtenues [Webber 97] : (i) augmentation de ${}^{26}\text{Mg}/{}^{24}\text{Mg}$ d'un facteur 1.5 – non observé, (ii) pas d'augmentation de ${}^{30}\text{Si}/{}^{28}\text{Si}$ – en accord avec les observations, ce qui exclut les modèles de supermétallicité, (iii) augmentation de ${}^{12}\text{C}$ et donc diminution de ${}^{13}\text{C}/{}^{12}\text{C}$ – en accord avec les observations, (iv) ${}^{18}\text{O}/{}^{16}\text{O}$ est ajustable selon les modèles WR et donc l'observation n'est pas contraignante, (v) augmentation de ${}^{22}\text{Ne}$ – en accord avec les observations et (vii) excès de ${}^{57-58}\text{Fe}$ non exclu.

14.3 LES NOYAUX LOURDS [7]

Au-delà de $Z = 30$, il y a toute une zoologie de noyaux regroupés selon la dénomination VH (très lourd – $30 \leq Z \lesssim 60$), VH (ultra lourd – $60 \leq Z \leq 88$) et enfin les très très lourds représentés par les actinides ($Z \geq 89$). Pour ces noyaux, le nombre d'isotopes instables augmente, et donc la description de la propagation n'en est que plus compliquée. De plus (i) il y a très peu de données ($(Z > 30) : \text{Fe} \sim 10^{-2}$), (ii) les sections efficaces sont très mal connues et (iii) la quantité de ces éléments produite lors de la nucléosynthèse reste assez peu connue... De même que pour les noyaux plus légers, la mesure des flux dans les CR permet de remonter aux abondances sources. Ceci pourrait permettre alors de faire le lien avec les abondances de la nucléosynthèse. Nous ne nous sommes point aventurés du côté des ultra-lourds, car c'est en soi une étude riche et complexe à part entière qu'il faut mener. Tout au long de notre exposé, nous avons fait quelques remarques relatives au traitement de ces noyaux. Nous en rappelons ici les tenants et aboutissants :

Propriétés : depuis le paragraphe 5, nous savons qu'au-delà de $Z = 30$, une grande quantité de noyaux deviennent instables sous capture électronique, ce qui a une influence notable et sur la synthèse, et sur la propagation.

Synthèse des UHCR : elle passe par le biais de la nucléosynthèse explosive et des processus *r* et *s* dont les contributions respectives sont encore mal évaluées.

Propagation : Les attachements multiples ne peuvent plus être négligés (cf 16.1.2) et l'effet de la désintégration EC devient prépondérant pour nombre de noyaux. Comme la plupart d'entre eux ont de très courts temps de vie, ils sont limités par le temps de capture (voir formule (215) page 125). Comme la section efficace d'attachement dépend fortement de l'énergie et de la charge (voir figure 17 page 118), nous observons pour $Z = 40 - 50$ une désintégration totale en dessous de 500 MeV/n, alors que pour les actinides cette désintégration n'est empêchée qu'au-dessus de 5 GeV/n.

En conclusion, ces noyaux ultra-lourds nous éclairent essentiellement sur trois points astrophysiques : (i) la compréhension des fractions du processus *s* par rapport au *r* lors de la nucléosynthèse explosive et donc l'extraction des abondances sources fournit un test supplémentaire pour la modélisation de la mort des étoiles ; (ii) l'extrême sensibilité des UHCR à la EC les rend particulièrement adaptés pour estimer le taux de réaccélération ; (iii) la mesure des rapports des différents éléments nous renseigne sur l'histoire de la propagation, et en conséquence sur les différences potentielles entre la manière de diffuser de ces noyaux et des noyaux plus légers. Les résultats actuels semblent indiquer des abondances proches de celles du système solaire et récemment, [Font & al 99] ont obtenu environ ~ 2500 UH avec l'expérience UHCRE (en six années de prises de données avec un satellite orbitant autour de la terre). Pour les actinides l'expérience TREK a observé 3 thorium et un uranium [Waddington 99]. Ces résultats ne sont pas suffisants pour conclure, mais constituent un pas de plus dans l'étude de ces noyaux extrêmes.

Dans la littérature, il est habituel de distinguer trois temps correspondant à trois processus :

- T_{tot} est le temps total écoulé depuis la synthèse d'un noyau (nucléosynthèse) jusqu'à sa détection.
- T_a est la durée évaluée entre la phase de nucléosynthèse et la phase d'accélération.
- T_p est le temps moyen de propagation ou dit autrement le temps qu'un noyau met pour diffuser depuis son accélération.

Nous avons bien évidemment, $T_{tot} = T_a + T_p$ si tous les processus sont confinés à notre galaxie. Ce temps total reflète la caractéristique du noyau qui se propage : galactique ou extragalactique. La compréhension actuelle de la propagation penche en faveur de la première hypothèse. Des mesures sur les actinides (U/Th, Pu/U et Cm/U) pourraient éventuellement indiquer la fraction extragalactique car ils incluent des isotopes à très longue durée de vie. Les proportions de matériel *jeune* $\sim 10^7 - 10^8$ ans ou plus ancien $\sim 10^7 - 10^{10}$ ans ([Silberberg & al 90] et références) pourraient être séparées.

Le problème du temps T_a mis pour que les noyaux soient accélérés est déconnecté du problème de la propagation. L'ajustement du flux de cosmiques observé permet de remonter aux abondances sources, mais il faut le souligner, ce sont les abondances sources après la phase d'accélération. Il est alors possible de les comparer avec un modèle prédisant la synthèse des éléments jusqu'à leur accélération. Les supernovæ (SN) sont probablement les sources d'énergie accélérant les cosmiques, mais savoir si l'accélération a lieu de suite, ou *via* les ondes de choc sur le milieu interstellaire n'est pas une question totalement résolue. Ce temps est important, car dans un cas les abondances sources des cosmiques correspondraient au matériel fraîchement synthétisé dans les SN, alors que dans le second cas (temps longs), les abondances incluraient des noyaux synthétisés par spallation depuis l'origine de la galaxie. Nous verrons dans la suite comment déterminer ce temps à l'aide de noyaux instables par capture électronique. Pour finir, le temps T_p – appelé τ_{esc} dans les modèles de “Leaky-box” – est directement relié au processus de diffusion (cf section IV).

Si chaque groupe de noyaux stables et ses isotopes nous a apporté une information différente sur la composition des sources (ce qui *cache* tous les processus allant de la nucléosynthèse aux mécanismes d'accélération), les noyaux radioactifs, eux, nous apportent une tout autre information : temps de propagation, délai d'accélération, taux de réaccélération, etc... Nous séparerons les noyaux à désintégration β^- ou β^+ des noyaux à capture électronique. En effet, ces deux types de noyaux, d'une part, ne se traitent pas du tout de la même façon dans le modèle de propagation, et d'autre part testent des phénomènes différents. Le découpage de ce chapitre sera le suivant : tout d'abord, nous discuterons de l'utilité générale des instables sans faire la distinction entre β et EC. Dans un deuxième temps, nous approfondirons les spécificités de ces deux modes de désintégration. Si les conclusions sont assez directes et conformes à l'intuition pour les β , nous verrons qu'il en va tout autrement pour la capture électronique. Pour éviter d'alourdir la partie y étant consacrée, nous avons pris le parti de regrouper dans une autre section (cf section 16) toutes les justifications concernant ces noyaux. Le lecteur peu familier avec cet aspect des cosmiques pourra être gêné par des conclusions parfois parachutées, mais une seconde lecture le convaincra j'espère qu'il était plus judicieux de séparer la partie technique.

15.1 APPROCHE QUALITATIVE

Nous allons commencer par dégager quelques généralités, puis nous entrerons dans les détails en nous intéressant plus particulièrement aux canaux β et EC.

15.1.1 Les chronomètres de l'espace [10]

L'idée d'utiliser les noyaux radioactifs β à longue durée de vie pour estimer l'âge moyen des rayons cosmiques a été proposée dès la fin des années 50 avec le noyau ^{10}Be . En 1970, Reames [10] propose d'utiliser l'isotope ^{53}Mn plutôt que le précédent. Cet isotope du manganèse se désintègre par capture électronique en ~ 3.7 Myr. On pensait alors que la section efficace de production de ^{10}Be serait tellement faible, que ce noyau aurait été noyé sous le signal de ses isotopes. Par ailleurs en 1974, Cassé [14] propose d'utiliser l'élément ^{54}Mn qui est à la fois instable par β^- (temps de vie estimé à ~ 2 Myr dans le papier original) mais aussi par capture électronique (~ 300 jours). Ces trois exemples sont significatifs, puisqu'ils représentent les trois types de chronomètres pour mesurer le temps de propagation T_p des cosmiques :

- Les β *purs* avec $t_{1/2}^\beta \sim \text{Myr}$ ⁵⁶

⁵⁶Pour les étourdis, rappelons que le temps de propagation est de l'ordre de 20 Myr, ce qui explique l'ordre de grandeur choisi

- Les EC *purs* avec $t_{1/2}^{EC}$ quelconque
- Les *mixtes* β et EC avec $t_{1/2}^{\beta}$ de l'ordre du Myr et $t_{1/2}^{EC}$ quelconque

Les instables par désintégration β sont les plus simples à comprendre. Le noyau qui se propage a une certaine durée de vie et plus le temps de propagation est long, plus celui-ci a tendance à disparaître. Il ne faut pas oublier le facteur de dilatation de Lorentz qui fait passer ces noyaux relativistes d'instables à *stables* lorsque l'énergie est suffisamment grande (typiquement au-delà d'une dizaine de GeV/n).

Les instables par désintégration EC *pure* : la disparition du noyau est atténuée du fait qu'il est complètement ionisé à haute énergie (dans cet état sa désintégration devient impossible). Ceci l'empêche alors de se désintégrer. En sus de la dilatation de Lorentz, ce noyau a un temps de vie effectif au moins égal au temps d'attachement d'un e^- (qu'il ne faut pas confondre avec le temps de désintégration EC). Nous démontrerons clairement dans le prochain paragraphe pourquoi c'est ce temps précisément qui intervient, mais en particulier ceci limite son utilité en tant que chronomètre aux basses énergies, (là où l'attachement est encore possible – au maximum $\sim$ GeV/n pour $Z = 20-30$). Si l'on rajoute à cela l'effet de la modulation solaire, il semble que cet effet dépende de trop de paramètres pour être le meilleur indicateur du temps de propagation. Néanmoins, nous verrons dans la section suivante qu'il peut donner d'autres informations toutes aussi importantes.

Désintégration mixte : ce dernier cas est une simple combinaison linéaire des deux premiers. A suffisamment haute énergie, un tel noyau va se comporter exactement comme un pur β , ce qui le rendra parfait pour une utilisation de chronomètre. A plus basse énergie, les effets spécifiques de la capture électronique vont entrer en jeu, et il sera plus délicat de tirer des conclusions.

15.1.2 Les noyaux β à courte durée de vie ($t_{1/2} \sim \text{kyr}$)

Lorsque la durée de vie d'un noyau devient très inférieure au temps de propagation, celui-ci a tout le temps de se désintégrer avant d'être détecté sur terre si rien ne modifie ses propriétés. C'est le cas des instables par désintégration β , dont le flux est alors très réduit. Nous pourrions imaginer d'utiliser un tel noyau pour déterminer le temps passé entre la nucléosynthèse et l'accélération : en effet, s'il est produit en tant que primaire *au repos* en attente d'accélération, il se désintègre jusqu'à ce qu'il soit accéléré à des facteurs de Lorentz prévenant cette voie. Malheureusement, T_a étant estimé à $\sim 10^5$ yr, le seul instable β dont le temps de vie est suffisamment court pour que cet effet puisse jouer est le ^{14}C qui est loin d'être un primaire pur. Ceci explique que ce rôle échoit aux noyaux EC (nous y reviendrons dans un moment).

D'autre part, il a été proposé d'utiliser les β secondaires afin de tester l'homogénéité du milieu qui nous entoure. Encore une fois, à basse énergie, le noyau a un certain temps de vie effectif dû à son facteur de Lorentz. Le volume qu'il *sonde* est donc lié à ce temps de vie. La distance parcourue peut être estimée à l'aide de la relation entre $l \sim \sqrt{Kt} \sim 10$ pc pour $t_{1/2} \sim \text{kyr}$ et une valeur typique de $K \sim 10^{28} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (valable pour Ec/n $\sim$ GeV/n).

15.1.3 Contraintes de la vie réelle

D'un point de vue pratique, chaque espèce instable doit être vue comme un couple isobare noyau père (N^p) – noyau fils (N^f). Il y a alors la possibilité d'observer les effets spécifiques des désintégrations soit par le biais du parent ou par le biais du fils. L'effet maximal est obtenu évidemment pour N^p/N^f . Cependant, d'un point de vue expérimental, les mesures isotopiques sont délicates et souvent limitées aux basses énergies ($\sim 100 \text{ MeV/n}$ modulé). Il faut alors parfois se contenter de rapports d'espèces où l'effet recherché est noyé sous les contributions d'autres isotopes stables (dans le rapport Be/B, la contribution à Be de ^{10}Be est à peine de quelques %). La plupart des noyaux radioactifs, excepté ceux au-delà du Fe, sont en général secondaires ou mixtes (au sens mi-primaire-mi-secondaire)⁵⁷. Nous essayerons de classer à la fin de ce chapitre l'ensemble des noyaux radioactifs et la façon de les utiliser, mais d'ici là, nous allons être plus précis sur les propriétés de décroissance β et EC.

pour les chronomètres.

⁵⁷ Ajoutons un point plus subtil : l'existence des noyaux N^* ayant un e^- attaché pourrait simuler dans le détecteur l'isobare de charge $Z - 1$ associé à N. Bien que les fractions N^*/N^0 soient faibles (voir ce qui suit), il faudra vérifier que $\frac{A}{Z}N^*$ est négligeable devant $\frac{A}{Z-1}N^0$. Dans le cas contraire, cela signifierait que nous aurions un *fond* non soustractible, et que les interprétations habituelles tirées de tels noyaux seraient fausses. Les charges pour lesquelles ceci a une chance d'arriver sont plutôt situées au-delà de $Z = 20$, car leur population N^* est plus élevée.

15.2 NOS AMIS LES β

Un noyau instable sous β n'a essentiellement qu'un moyen de se protéger contre la désintégration : c'est d'augmenter son facteur de Lorentz. Prenant en compte la durée de vie des noyaux utilisés et le temps de propagation nous arrivons à la conclusion que ceci se produit pour des énergies telles que $\gamma \lesssim \ln(2)\tau_{esc}/t_{1/2}$. Avec des noyaux instables ayant une durée de vie maximale de 1.5 Myr, et sachant que le temps de diffusion (grâce à ces mêmes noyaux) est estimé à ~ 20 Myr, le facteur de dilatation correspondant est $\gamma \sim 10$. Ceci nous donne que l'effet de disparition du noyau est visible jusqu'à ~ 10 GeV/n. Bien sûr ce temps de confinement dépend de l'énergie à laquelle nous nous plaçons, mais c'est une estimation grossière qui nous permet de nous rendre compte que ce processus sera facilement observable.

15.2.1 Temps de propagation [10]

Les β purs montrent que l'âge des rayons cosmiques se situe autour de 10 – 20 Myr. Les CR sont donc constitués par du matériau jeune comparé au reste du système solaire qui s'est formé il y a environ $\sim 4.6 \cdot 10^9$ ans. Un exemple de β pur est donné par le ^{10}Be . Son fils est le noyau de ^{10}B qui occupe une place essentielle dans la physique des cosmiques (à travers le rapport B/C). Cependant, pour ce dernier rapport, la variation due à la désintégration de ^{10}Be est de l'ordre de 10%, ce qui est trop délicat à interpréter en terme de temps de propagation.

Les noyaux particuliers ^{54}Mn [14] et ^{56}Ni qui ont deux modes de désintégration ne se comportent pas tellement différemment des β purs, excepté qu'ils ont un processus *supplémentaire* à un peu plus basse énergie augmentant leur déplétion. De même, ^{26}Al [12] a une position particulière : lorsque le mode EC est bloqué, sa durée de vie est de l'ordre du Myr, et nous pourrions penser que si nous autorisions en plus le canal EC sa durée de vie diminuerait de $\sim 20\%$. En réalité, ce n'est pas le cas, puisque le vrai temps de désintégration doit tenir compte des sections efficaces d'attachement et d'arrachement (cf section 4.2.2). A basse énergie, il est donc essentiel de traiter correctement ce processus et de ne pas faire l'erreur de l'amalgamer directement à β (par contre, pour le ^{36}Cl [13], cette correction est négligeable). L'aluminium est quelque part unique puisque la détection directe de son émission γ par EC à 1.809 MeV rend possible un suivi de son abondance dans toute la galaxie⁵⁸.

TAB. 11 – Tableau des β instables pour estimer le temps de diffusion et l'inhomogénéité de l'ISM.

Z	Noyau	β	EC	Noyau fils
4	^{10}Be	1.51^{Myr}	-	^{10}B
6	^{14}C	5.73^{kyr}	-	^{14}N
13	^{26}Al	0.91^{Myr}	4.08^{Myr}	^{26}Mg
17	^{36}Cl	0.307^{Myr}	-	^{36}S
25	^{54}Mn	0.494^{Myr}	312.3^d	^{54}Fe
26	^{60}Fe	1.5^{Myr}	-	^{60}Ni
28	^{56}Ni	0.051^{Myr}	6.075^d	^{56}Fe

15.2.2 Inhomogénéité *globale* et *locale* [15]

Les noyaux qui ont des temps de vie différents sondent des volumes d'espace différents. ... Il y a une grosse différence entre la densité de matière, et l'homogénéité de cette densité. En ce qui concerne le premier point, le LB qui suppose une répartition de matière totalement homogène dans tout le volume de confinement nécessite une densité moyenne de l'ordre de $\bar{n}_{\text{ISM}} \sim 0.3 \text{ cm}^{-3}$ pour reproduire les données. Or les observations donnent pour le disque de matière $n_{\text{ISM}} \sim 1 \text{ cm}^{-3}$. Cela confirme l'existence d'un large halo de diffusion où le noyau passe une grande partie de son temps, et assied l'hypothèse du modèle à deux zones.

La question de l'homogénéité locale est plus ambiguë⁵⁹. Néanmoins, pour un noyau à courte durée de vie, seule la composante ayant diffusée dans un voisinage local du système solaire contribuera au flux mesuré (le

⁵⁸Faisons un peu de prospective. En réalité, il y a deux contributions : d'une part une contribution des sites de nucléosynthèse, et d'autre part de la synthèse spallative dans les cosmiques. Cette raie pourrait être à la portée de la prochaine génération de détecteurs.

⁵⁹Les observations semblent indiquer que le soleil est dans une structure appelée *moutonnement local* avec un diamètre de quelques

reste s'étant désintégré). En principe, des noyaux ayant des durées de vie différentes (et en particulier le ^{14}C) doivent nous donner des informations. Une des conséquences pourrait être que si l'espace est très inhomogène autour de nous (comme les observations semblent l'indiquer), alors le modèle de diffusion ne devrait pas être capable de prédire des bons rapports pour tous les radioactifs à la fois. Pour un coefficient de diffusion typique $K \sim 10^{28} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, en utilisant encore la relation $l \sim (K\tau_{decay})^{1/2}$, nous trouvons $l_{Be} \sim 275 \text{ pc}$, $l_{Cl} \sim 120 \text{ pc}$ et $l_C \sim 17 \text{ pc}$. Il suffirait en principe de modifier la densité n_{ISM} et ainsi obtenir une estimation de la sur- ou sous-densité. La mesure de ^{14}C autour de la centaine de MeV/n devrait être disponible dans quelques années grâce au détecteur embarqué sur ACE, mais aussi par l'expérience AMS qui devrait être lancée en 2003.

15.3 EC : LA SITUATION SE COMPLIQUE [16]

Certains noyaux sont instables par le processus de capture électronique (cf 5.2.2). Un tel noyau se désintègre lorsqu'il dispose d'un électron orbital

$$(Z, A) + e^- \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e \quad (189)$$

où Z désigne la charge du noyau et A son nombre de masse. En laboratoire, ces noyaux sont bien sûr très instables, car l'environnement terrestre est riche en électrons et pour certains, la durée de vie est seulement de quelques jours. Dans le milieu interstellaire, nous allons voir que ces mêmes radioactifs peuvent avoir des temps de vie comparables au temps de propagation. En effet, la désintégration EC est bloquée quand une des trois conditions suivantes est remplie.

- Le facteur de Lorentz est grand, ce qui augmente le temps de vie $\rightarrow$ c'est aussi ce qui est à l'origine de la *stabilité* des β .
- Les noyaux sont complètement ionisés $\rightarrow$ c'est le cas aux énergies relativistes où ils se propagent. La section efficace d'arrachement est plus efficace que la section efficace d'attachement, d'où des noyaux naturellement ionisés.
- Le milieu interstellaire est pauvre en électrons $\rightarrow$ c'est aussi le cas avec une densité d'électrons très faible de l'ordre de $n_e \sim 1 \text{ cm}^{-3}$ (valeur dans le disque mince). Pour le halo, il n'y a effectivement aucun e^- et donc stabilité totale vis-à-vis de ce processus.

Au bout du compte, la durée de vie effective dépend des paramètres suivants

- τ_{EC} , le temps de désintégration suivant le canal EC,
- σ_{att} , la section efficace d'attachement d'un e^- ,
- σ_{arr} , la section efficace d'arrachement d'un e^- ,
- n_e , la densité d'électron du disque mince.

Les tableaux 6 et 7 (page 42) compilent les valeurs de τ_{EC} , alors que les formules pour σ_{att} et σ_{arr} sont présentées dans la section 4.2.2. La densité n_e est prise égale à la densité n_{ISM} , car les processus d'attachement et d'arrachement sont transparents au fait que les e^- soient libres ou orbitant autour d'un atome d'hydrogène interstellaire. Les paramètres cruciaux dans toute notre discussion seront l'énergie et la charge des noyaux.

15.3.1 Discussion informelle

L'histoire d'un cosmique vue sous l'angle énergétique – pour peu que l'on ne s'intéresse pas aux détails – reste simple. Les noyaux sont tout d'abord synthétisés durant la vie et la mort des étoiles. Il faut ensuite trouver un mécanisme d'accélération capable de produire les spectres de pente $\sim E^{-2.2}$ pour tous les noyaux. A partir de ce moment, nonobstant la diffusion, deux processus peuvent modifier ce spectre à basse énergie : les pertes par ionisation (cf 4.2.1) et la réaccélération diffusive (cf 12). Nous ne parlerons pas ici de la modulation solaire (cf 2.3.2) puisqu'elle intervient en *bout de chaîne* en décalant le spectre vers les basses énergies. Sachant que la composition des noyaux à EC sera altérée, si et seulement si ces derniers passent suffisamment de temps à basse énergie, il est important de reconnaître les différentes étapes énergétiques. N'oublions pas le troisième facteur : la densité électronique. En correspondance avec les phases ci-dessus, nous avons

Synthèse-accélération Le milieu de l'étoile ou de la SN est riche en électrons. Le temps de vie d'un isotope à capture électronique se trouve à ce moment grossièrement identique à celui mesuré sur terre en laboratoire (Cassé & Soutoul [17]).

parsecs, qui est elle-même dans une cavité sous-dense (la bulle locale). Cette structure est séparée d'une autre bulle de gaz chaud par un *mur* d'hydrogène. La taille de cet ensemble est de l'ordre de 300 pc (voir V.S.Ptuskun & A.Soutoul, A&A **337**, 859 (1998) et références, ainsi que la section 3.1).

Propagation/Modulation Le milieu est assez peu dense et le temps de vie est modifié par les processus d'attachement et d'arrachement d'électrons. Ce temps dépend très fortement de la charge et de l'énergie, et il est de l'ordre du Myr à quelques centaines de MeV/n pour $Z \sim 20$ (voir figure 17 page 118).

Avant d'aller plus loin, nous allons écarter deux processus énergétiques qui ne jouent aucun rôle.

1. Durant la propagation, le mécanisme de perte d'énergie est négligeable devant l'effet de la réaccélération. . . De plus, l'ionisation décale les énergies vers le bas, et la réaccélération fait le contraire. Le premier cas implique qu'à une énergie donnée le noyau observé provient d'une énergie plus élevée où il a eu moins de chance de se désintégrer : le flux est augmenté par rapport au calcul qui aurait été fait sans ces pertes. Pour la réaccélération, c'est exactement le contraire qui se produit.
2. Lorsque nous rentrons dans la cavité solaire, le flux est modulé. Seulement, le temps de passage lors de cette étape est très faible comparé au temps d'attachement ($\gtrsim 10^5$ ans). Même si les noyaux se retrouvent à plus basse énergie, ils n'ont en moyenne pas le temps d'attacher un e^- et donc, ils n'ont pas de transition à ce moment⁶⁰.

Résumons : la plus grande partie de la propagation se fait à énergie constante et l'espoir d'observer la signature de la EC est limité par l'énergie à laquelle ce phénomène a lieu : un effet sera éventuellement visible pour des énergies au plus du GeV/n interstellaire pour les noyaux de charge supérieure à vingt⁶¹. En tenant compte des effets susmentionnés, nous obtenons deux signatures supplémentaires : (i) lorsque les éléments ont été initialement *au repos* la désintégration EC est autorisée, et la normalisation du spectre résultant est diminué par rapport au cas stable, (ii) lorsqu'ils ont une énergie en fin de propagation légèrement supérieure à celle du début de propagation, les noyaux EC seront sous-représentés par rapport à l'analyse sans réaccélération. Le premier processus étant intuitivement plus facile à comprendre, c'est par celui-ci que nous allons commencer.

15.3.2 Temps entre la nucléosynthèse et l'accélération [17]

Lors de la nucléosynthèse stellaire, les éléments en bout de chaîne sont issus du groupe du fer (Ni, Co, Fe). A la fin de leur vie, certaines étoiles massives passent par une phase supernova. En particulier ces étoiles brillent par le biais de la désintégration de ^{56}Ni et de son noyau fils ^{56}Co qui se désintègre lui-même en ^{56}Fe (ces deux désintégrations produisent des raies γ à 0.847 et à 1.238 MeV et ont été observées lors de la supernovæ SN 1987A dans le nuage de Magellan). Passée l'explosion initiale, il s'écoule du temps avant que l'accélération ne distribue le spectre à des énergies auxquelles la capture électronique est inefficace. Il faut alors distinguer les abondances produites en sortie d'étoile que nous nommerons $q_{\text{SN}}^{(-1)}$ aux abondances $q_{\text{CR}}^{(0)}$ obtenues en fin de processus d'accélération et avant propagation. Ce sont elles qu'il faut propager pour comparer à ce qui est mesuré sur terre. Inversement, partant des rapports trouvés au niveau de la terre, il est tout aussi possible de remonter aux abondances $q_{\text{CR}}^{(0)}$ et de les comparer aux $q_{\text{SN}}^{(-1)}$ prédits par les modèles de supernovæ. Le rapport $q^{(0)}/q^{(-1)}$ nous donne alors le temps qu'il s'est produit entre la nucléosynthèse et l'accélération.

$$q_{\text{CR}}^{(0)} = q_{\text{SN}}^{(-1)} \exp(-\Gamma_{\text{EC}} T_a) \quad (190)$$

où $\Gamma_{\text{EC}} = \ln(2)/t_{1/2}^{EC}$ est le taux de décroissance par capture électronique du noyau traceur considéré, et T_a est le temps écoulé jusqu'à l'accélération.

Avant de conclure, il faut être certain que d'autres phénomènes ne pourront pas simuler le même effet. Pour minimiser le biais introduit par des noyaux par trop différents, nous prendrons la triade Fe-Co-Ni : ces noyaux ont environ la même section efficace d'attachement d'un électron, le même potentiel d'ionisation⁶², et des charges assez similaires. Ainsi, si un mécanisme de *ségrégation* existait pour accélérer préférentiellement certaines espèces, son rôle serait minimisé par le présent choix. Le tableau 12 qui suit fait le point sur les noyaux pouvant être utilisés pour estimer T_a . Nous pourrions nous étonner de ne trouver que des noyaux plus lourds que le fer (excepté ^{44}Ti) dans la table 12, mais cela vient du fait que ce sont les seuls noyaux EC primaires pour $Z \leq 30$. Cela est une condition nécessaire pour que l'effet que nous voulons mettre en évidence soit observable : effectivement, pour les noyaux dominés par la production spallative, l'effet de disparition des

⁶⁰Cet effet doit exister à plus basse énergie, mais pour celles-ci les cosmiques ne peuvent plus pénétrer dans la cavité solaire (ils sont balayés par le vent solaire). En conséquence, si effet observable il y a, ce sera sur les noyaux du rayonnement solaire (scr).

⁶¹Nous verrons dans la suite que le temps de désintégration est de l'ordre du temps de capture, et la figure 17 (page 118) nous donne les énergies et les charges pour lequel l'effet est important ou non. Tout ceci s'éclaircira par la suite. . .

⁶²Que nous parlions de FIP par habitude ne doit pas masquer le fait que le responsable de l'accélération est plus certainement la volatilité comme semble le penser plusieurs auteurs. Quoi qu'il en soit, l'un ou l'autre a la particularité d'être responsable de l'efficacité d'accélération pour des noyaux de propriétés différentes. Pour les noyaux considérés dans cette thèse, il est suffisant de ne considérer que le FIP (voir la discussion dans VII).

TAB. 12 – Tableau des radioactifs possibles pour mesurer δt entre nucléosynthèse et accélération.

Z	Noyau	$t_{1/2}^{EC}$	Noyau fils
20	$^{41}\text{Ca}^\dagger$	103^{kyr}	^{41}K
22	^{44}Ti	49^yr	^{44}Ca
26	^{55}Fe	2.73^yr	^{55}Mn
27	^{57}Co	271.8^d	^{57}Fe
28	$^{56}\text{Ni}^\ddagger$	6.075^d	^{56}Fe
28	^{59}Ni	80^{kyr}	^{59}Co

[†] Ce noyau est produit dans les SNIa (K.Iwamoto & al, ApJSS **125**, 439 (1999)), mais pas dans les SNIi (R.D.Hoffman & al, ApJ **521**, 735 (1999)). Savoir si ce noyau a une contribution primaire suffisamment importante n'est pas aisé. Par exemple A.Lukasiak & al, ApJ **488**, 454 (1997) qui mesure $^{40...44}\text{Ca}$ concluent que ^{40}Ca est primaire, et $^{42,43,44}\text{Ca}$ sont secondaires..., mais aucune interprétation sur ^{41}Ca . En attendant d'en savoir plus sur la contribution source exacte, ce noyau peut-être envisagé pour mettre une limite supérieure sur T_a si son flux sur terre correspond à ce qui a été créé dans les sources (*modulo* la contribution secondaire).

[‡] Ce noyau, contrairement aux autres a deux modes de désintégration. La transition β autorisée est estimée à $\sim 5 \cdot 10^5$ ans ce qui laisse deux possibilités : si ce chiffre surestime la vraie valeur, alors ce noyau a eu le temps de disparaître complètement à basse énergie. Dans le cas contraire, ce noyau pourrait servir de chronomètre.

sources sera beaucoup moins visible, voir nul (par définition) pour un secondaire pur. Si nous faisons un rapide tour des tables 6 et 7 (page 42), nous pouvons conclure que ^7Be et $Z = 22 - 25$ ne sont pas intéressants : l'un est le secondaire de CNO et les autres sont les secondaires de Fe. Il reste ^{37}Ar , mais avec une durée de vie de quelques jours, il est rapidement totalement désintégré. Les couples isobares que nous étudierons seront donc $^{63}_{55}\text{Fe} - ^{55}_{55}\text{Mn}$, $^{56}_{56}\text{Ni} - ^{56}_{26}\text{Fe}$, $^{57}_{27}\text{Co} - ^{57}_{26}\text{Fe}$ et $^{59}_{28}\text{Ni} - ^{59}_{28}\text{Co}$. Pour tester les temps entre $1 < T_a < 10^4$ ans, un autre noyau dont nous n'avons pas encore parlé peut être envisagé, le radioactif ^{44}Ti . Clairement, ce noyau n'est plus un primaire *pur*, puisqu'il est plus léger que le Fe. Néanmoins, il est probable que la contribution primaire soit du même ordre de grandeur que la contribution spallative secondaire. Selon que T_a soit plus grand ou plus petit que la durée de vie, le flux à l'arrivée est soit totalement secondaire, soit mixte... Avec les temps de vie qui s'échelonnent sur plusieurs ordres de grandeur, nous avons finalement la chance de pouvoir tester des T_a sur une large gamme. La figure 15, en application directe de la formule (190) illustre l'effet du temps d'accélération sur les abondances Ni-Co-Fe.

Notons finalement que les changements dans les abondances dont nous parlons affectent tout le spectre. Ceci revêt une grande importance quand nous savons que des effets supplémentaires peuvent distordre le spectre à basse énergie. Pour ces noyaux particuliers, il est donc recommandé de regarder les rapports au-delà de quelques GeV/n. Le fait que les mesures isotopiques soient pour l'instant limitées à quelques centaines de MeV/n pose un problème et complique l'interprétation, mais c'est déjà quelque chose !

15.3.3 Taux de réaccélération durant la propagation [18]

Une fois accélérés, les noyaux se propagent en diffusant. Ils subissent également des pertes d'énergie et de la réaccélération. Il se trouve que les noyaux instables par CE peuvent fournir des informations sur ce dernier effet. Sans entrer dans les détails, le processus physique qui en est à l'origine est appelé *processus de Fermi du second ordre*, et consiste en une diffusion sur des centres animés d'une vitesse V_a appelée vitesse d'Alfvén. La diffusion spatiale est accompagnée d'une diffusion en énergie, qu'on appelle réaccélération, et les deux types de diffusion sont intimement liés (cf section 12).

Schématiquement, un noyau observé à une énergie E a passé en réalité une grande partie de son temps à une autre énergie $E' < E$: dit autrement, ce que nous voyons n'est pas exactement ce qui a été propagé. L'effet de la capture électronique qui a une forte dépendance en E_c/n a un intérêt évident. Pour l'observer, il faut tenir compte des contraintes suivantes

- L'effet de la réaccélération décroît lorsque l'énergie augmente,

⁶³ D'autres réactions très importantes peuvent avoir lieu durant la nucléosynthèse explosive, telles $^{55}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$, $^{57}\text{Ni} \rightarrow ^{57}\text{Co}$ et $^{59}\text{Cu} \rightarrow ^{56}\text{Ni}$. Ces dernières ne sont néanmoins pas comptées dans les processus décrits plus haut, car ces réactions ont les canaux EC et β ouverts avec des temps de demi-vie inférieurs à quelques jours. Etant donné que les études donnent au moins un temps minimum de quelques milliers d'années avant d'entrer dans la phase d'accélération, les noyaux cités ont eu largement le temps de disparaître (si ce n'est pendant l'accélération, ceci arrive pendant la propagation). Ces réactions entreront en considération lorsque l'on voudra évoluer les abondances des noyaux accélérés à partir des abondances synthétisées dans les SN.

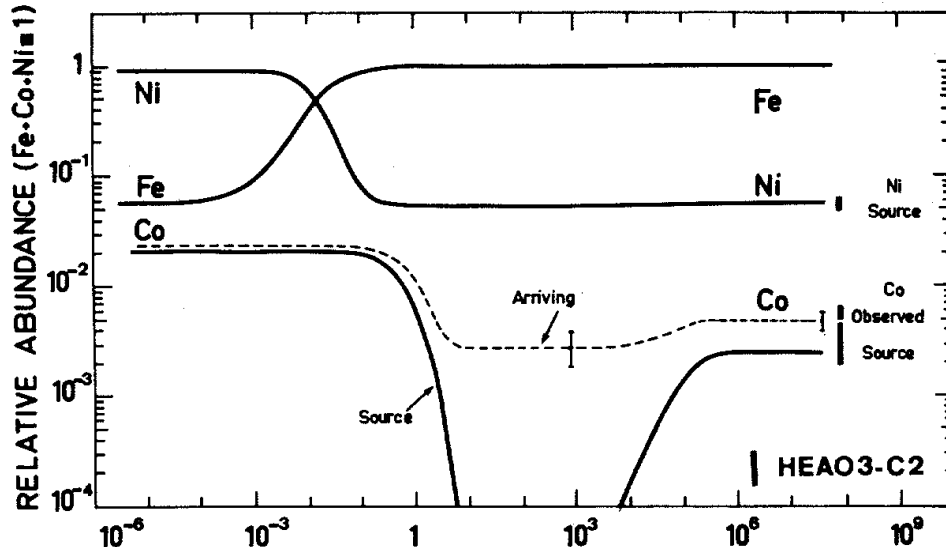


FIG. 15 – Les abondances de Fe, Co, Ni produites dans les SN et leur évolution au cours du temps sont comparées aux abondances rétro-propagées de HEAO-3 (barres verticales). En pointillé est aussi donné le Co après propagation du Co source (tiré de Koch-Miramond [17]). L'axe des abscisses représente le temps écoulé entre la nucléosynthèse et l'accélération en années. Le comportement de Co s'explique d'une part par la désintégration de ^{57}Co (271.8^d) et plus tardivement par le repeuplement par la désintégration de ^{59}Ni (80^{kyr}).

- La section efficace d'attachement d'un électron décroît lorsque l'énergie augmente et croît lorsque la charge augmente,
- La modulation solaire tue les cosmiques de trop basse énergie.

Nous ne voulons pas entrer ici dans des détails techniques qui seront expliqués dans la prochaine partie. Précisons seulement que la fenêtre optimale se situe dans l'intervalle $[50 \text{ MeV/n} - 1 \text{ GeV/n}]$ (énergie modulée), et que l'effet est maximum pour les noyaux les plus lourds. Il reste finalement à considérer les deux points suivants :

1. Les noyaux à courte durée de vie EC semblent plus prometteurs que ceux avec $t_{1/2} \sim \text{Myr}$. Effectivement, les premiers correspondront à des temps de vie effectif de l'ordre de Γ_{att} , alors que les seconds $\Gamma_{EC} \times \Gamma_{att}/\Gamma_{arr}$ (voir la section 16.2.2 pour la démonstration et les explications). Ceci écarte définitivement ^{26}Al , ^{36}Cl et ^{53}Mn (les deux premiers pouvant être utilisés comme chronomètres de T_{esc} grâce à leur mode β) et dans une moindre mesure ^{41}Ca , ^{59}Ni et ^{44}Ti .
2. Si l'espèce est primaire, il va être dur de démêler l'effet lié au temps d'accélération T_a et celui au taux de réaccélération. Le premier effet, ainsi que nous l'avons fait remarqué plus haut va agir sur tout le spectre, alors que le second n'agit qu'à basse énergie. Dans un monde merveilleux où des mesures existeraient au-delà du GeV/n pour les isotopes, il serait alors possible de séparer les deux effets. En attendant ce monde de rêve, il faut se rabattre sur les secondaires, ce qui élimine parmi les noyaux restant ^{56}Ni , ^{57}Co et ^{55}Fe .

TAB. 13 – Tableau des radioactifs à faibles durées de vie les plus utiles pour la mesure du taux de réaccélération.

Z	Noyau	$t_{1/2}^{EC}$	Noyau fils
18	^{37}Ar	35.04^d	^{37}Cl
23	^{49}V	330^d	^{49}Ti
24	^{48}Cr	21.56^h	^{48}Ti
24	^{51}Cr	27.7^d	^{51}V

Le nombre de noyaux testables n'est en définitive pas immense. Accessoirement, le ^{54}Mn qui se comporte comme un chronomètre β – mais dont la durée de vie est mal connue – peut aussi être écarté pour l'instant. Les noyaux restants sont regroupés dans le tableau 13.

15.3.4 Inhomogénéités de l'ISM

Notons tout d'abord que ces noyaux ont peu d'intérêt en tant que chronomètres. Par exemple, un des premiers noyaux que nous avons mentionné en introduction, le ^{53}Mn , avait une durée de vie de l'ordre du Myr, et de fait nous semblait parfait pour estimer le temps de propagation. Seulement, nous savons maintenant que tous ces noyaux qui ont des durées de vie longues, ont en réalité des durées de vie effectives *très* longues. Leur utilité n'est donc pas clairement établie tant cet effet sera masqué par de multiples autres. Cependant, les temps

TAB. 14 – Tableau des instables par EC à l'utilité incertaine. . .

Z	Noyau	$t_{1/2}^{EC}$	Noyau fils
25	^{53}Mn	3.74^{Myr}	^{53}Cr
20	^{41}Ca	103^{kyr}	^{41}K

de vie effectif de ces noyaux est lié à la section efficace d'attachement, et donc à la densité de matière. Ceci fait que le nombre des noyaux EC est très dépendant de l'homogénéité de l'ISM. Un raisonnement avec les mains à l'aide de la figure 19 page 121 permet de comprendre cela :

- lorsque la densité est très faible, le temps de vie est dominé par le temps de décroissance *réel* – formule (200) ;
- lorsque la densité est très élevée, ce temps de vie est dominé par la section efficace d'attachement – formule (199).

Il faut tenir compte dans le raisonnement qu'il y a peu de capture dans le milieu ténu, et que dans le milieu dense, la section efficace d'arrachement devient importante et limite l'attachement. Au total, un calcul rigoureux dans le cadre du LB de [Letaw & al 85] montre que lorsque les inhomogénéités de l'ISM augmentent, la fraction survivante d'un noyau à EC est plus élevée, et qui plus est, dépend de τ_{EC} .

15.3.5 Conclusion

Les intérêts des éléments instables sous capture électronique sont multiples. Le moins utile, sans aucun doute est l'utilisation comme chronomètre. Effectivement, la concurrence des noyaux β -instables sur ce terrain est sans équivoque : l'effet est plus important et s'étend sur une plus large gamme d'énergie. Pour le reste, nous pouvons résumer ce que nous avons dit plus haut

- Il y a au plus cinq noyaux marqueurs du temps d'accélération. L'effet doit être regardé si possible à haute énergie (sous la condition que pendant le temps passé à être accéléré l'environnement est bien tel qu'il permette de poser la condition que $t_{1/2}$ similaire à ce qui a lieu sur terre). Les noyaux utilisés ont une longue durée de vie et sont primaires ou mixtes.
- Pour la réaccélération et les inhomogénéités du milieu, il faut regarder *tous* les secondaires, quelles que soient leurs durées de vie (l'effet est de plus en plus faible pour les $t_{1/2} \gtrsim$ kyr et l'effet doit être cherché au-dessous du GeV/n).

Encore une fois, pour certains noyaux, plusieurs effets vont entrer en compte, et il est difficile de dire exactement où est la frontière. Nous espérons néanmoins avoir dégagé les deux grandes familles qui correspondent schématiquement à (i) $t_{1/2}^{EC} \gtrsim$ kyr pour mesurer T_a si le noyau a une grande composante primaire, et (ii) $t_{1/2}^{EC} \lesssim$ kyr pour mesurer le taux de réaccélération. Nous allons maintenant justifier ce qui a été avancé dans cette partie. Ce faisant, nous préparerons le terrain pour la section VI lorsqu'il sera question d'introduire la EC dans les solutions. Nous avons fait le choix de ne pas parler des noyaux $Z > 30$, car même si le nombre d'éléments instables sous EC augmente incroyablement avec Z , ils ne jouent aucun rôle pour les éléments qui nous concernent⁶⁴.

15.4 EN RÉSUMÉ. . .

Nous n'avons pas mentionné ce point, mais les sections efficaces par spallation sont extrêmement importantes pour tous les noyaux instables secondaires. Si par exemple la production d'un isotope est noyé par ses proches

⁶⁴Pour ceux qui chercheraient le noyau de ^7Be , ce dernier est totalement *hors-jeu* ! Comme nous le verrons dans quelques lignes, la section efficace d'attachement évolue en Z^5 . Par rapport à un noyau comme ^{37}Ar qui présente les mêmes propriétés, si effet il y a, ce sera avec un facteur $(18/4)^5 \sim 2000$, ce qui le renvoie dans les vestiaires.

voisins, il sera difficile expérimentalement de le séparer en masse. Pour les primaires, la conclusion est similaire, excepté que c'est l'abondance source qui joue un rôle important. Comme la plupart des noyaux dont nous avons parlé se trouvent à des masses élevées, $\Delta m/m$ est de plus en plus faible, ce qui explique pourquoi les données sont si rares – d'autant plus que lorsque l'on monte en énergie, il y a un facteur de suppression en $E^{-2.8}$ dans le spectre détecté.

15.4.1 Etat actuel des connaissances

La majeure partie des résultats existants sont issus d'analyses dans le cadre du "Leaky-box". Le coefficient de diffusion est ajusté pour reproduire les données de B/C, et la densité moyenne de matière dans la boîte correspond à 0.3 atomes par cm^{-3} .

Les chronomètres du temps de confinement [table 15] Nous donnons ici un tableau qui résume les temps de confinement T_{esc} extraits des expériences ayant les meilleures statistiques (vols satellites). Les mesures sont compatibles entre elles compte tenu de leurs barres d'erreurs. Les résultats de ISEE-3 s'expliquent par l'utilisation de sections efficaces très différentes qui ont été améliorées par la suite. Le satellite ACE devrait

TAB. 15 – Interprétations les plus récentes des mesures satellites de radioactifs β dans le cadre du modèle du LB.

Chrono.	Expérience [réf]	$\tau_{esc}^{Myr} (err.stat.)^\dagger$
^{10}Be	ACE/CRIS [Yan99]	21.0 (+2.4,-1.9)
	ULYSSE [Con98]	26.0 (+4.0,-5.0)
	VOYAGER* 1,2 [Luk94]	27.1 (+18.9,-9.0)
	ISEE-3 & IMP 7,8 [Sim88]	15.0 (+7.0,-4.0)
	ISEE-3 [Wie80]	8.4 (+4.0,-5.0)
^{26}Al	ACE/CRIS [Yan99]	22.3 (+1.6,-1.5)
	ULYSSE [Sim98]	19.0 (+3.0,-3.0)
	VOYAGER 1,2 [Luk97]	13.5 (+8.5,-4.5)
	ISEE-3 [Wie83]	9.0 (+20.0,-6.5)
^{36}Cl	ACE/CRIS [Yan99]	25.0 (+4.2,-3.4)
	ULYSSE [Con98]	18.0 (+10.0,-6.0)
	ISEE-3 [Wie85]	>1.
$^{54}\text{Mn}^\ddagger$	ACE/CRIS [Yan99]	29.6 (+2.2,-3.4)
	ULYSSE [DuV97]	14.0 (+6.0,-4.0)
	ISEE-3 [Les93]	>2.

* Il existe des données plus récentes de VOYAGER, mais exprimées en fonction de la fraction survivante de Be ($0.185^{+0.071}_{-0.069}$ dans [Luk94], mais il existe une valeur plus récente dans [Luk97]).

† Les temps de vie utilisés pour ces estimations sont $t_{1/2} = 0.63$ Myr [ACE], $t_{1/2} = 1$ Myr [ULYSSE] et $t_{1/2} = 2$ Myr [ISEE-3]. Dans l'expérience VOYAGER, les mesures de ^{54}Mn sont utilisées pour estimer le temps de vie de ce noyau en supposant le temps de confinement similaire aux autres radioactifs.

‡ En toute rigueur, ce temps dépend bien sûr de l'énergie à laquelle on se place et donc les valeurs données correspondent en pratique à des énergies de l'ordre de quelques centaines de MeV/n.

parvenir dans quelques années à une très bonne statistique. Par ailleurs, le ballon ISOMAX (version de IMAX améliorée) qui a déjà volé fin 1998 devrait produire la valeur de $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$ de 1.1 à 1.7 GeV/n. Un second vol est prévu pour 2000 [De Nolfo & al 99]. Ceci est très important, car le défaut majeur de toutes les mesures existantes actuellement est d'être limité aux basses énergies (~ 100 MeV/n). L'avantage d'être autour du GeV est de vérifier le bon comportement du spectre, et de s'abstraire des phénomènes de basses énergies qui faussent peut-être les conclusions. Très récemment, l'expérience SMILI [Ahlen & al 00] a publié des données pour les isotopes du béryllium de 100 MeV/n à 1.7 GeV/n. De son côté, AMS prévoit d'identifier le ^{10}Be jusqu'à $\sim 12 - 13$ GeV/n [Bouchet & al 00].

Les inhomogénéités Aucune conclusion n'est permise pour l'instant [Ptuskin & Soutoul 98-a,b], dû en partie à des données expérimentales trop peu précises. La solution pourrait provenir de CRIS (ACE), qui devrait être

capable de détecter $\sim 30 \text{ }^{14}\text{C}$ en deux ans [Stone 98]. Ceci bien sûr, si la densité moyenne rencontrée est similaire à celle des autres chronomètres [Yanasak 99]. Quel que soit le résultat, il nous donnera de toute façon des indications sur le degré d'homogénéité de l'ISM *local*. En complément des radioactifs β , quelques éclaircissements peuvent être attendus des noyaux à EC. En particulier [Letaw & al 85] espéraient de nouvelles expériences s'étendant jusqu'à $Z = 42$, mais il faut avouer qu'il n'y a pas grand chose de nouveau de ce côté.

Chronomètre du temps d'accélération [table 16] T_a fluctue énormément au cours du temps ! La table 16 résume assez bien son évolution : à savoir que le *bazar* a régné pendant quelques temps, et que maintenant il semble que tout le monde converge vers des temps de l'ordre d'au moins 10^5 ans. Il est néanmoins très important de garder à l'esprit que ceci est *valide* dans le cadre d'une accélération en une étape. Nous pourrions en effet imaginer une première accélération qui protégerait de la capture EC, suivie beaucoup plus tard par une seconde accélération. Cette construction est quelque peu grossière et certainement irréaliste, mais elle a au moins le mérite de nous faire comprendre que le temps qui est extrait des données est à la fois dépendant du modèle de propagation donné, mais aussi dans une certaine limite des suppositions qui sont faites quant à l'accélération. Les

TAB. 16 – Limites obtenues pour δt écoulé entre la nucléosynthèse et l'accélération.

T_a	Rapport utilisé	[Réf]
> 1 an	Co/Ni	[Sha75]
> qqes semaines	$Co/Fe, Ni/Fe$	[Sou78]
> 2 ans	Co/Fe	[Tue79]
$\gtrsim 10^5$ ans	$Co/(Fe + Ni)$	[Dwy85]
> 30 jours	^{56}Ni	[Mew89]
$3 < T_a < 3 \cdot 10^4$ ans*	Co/Ni	[Web90]
$\gtrsim 10^5$ ans [†]	$^{59}Co/^{57}Co$	[Les92], [Les93]
> 24 jours	$^{56}Ni/^{58}Ni$	[Wes96]
> $3 \cdot 10^4$ ans	$^{59}Co/Ni$	[Luk97]
> $7.6 \cdot 10^4$ ans [‡]	$^{57}Co/^{60}Ni, ^{59}Ni/^{60}Ni,$	[Wie99]

* Utilisation d'anciennes mesures, mais réinterprétées grâce à de nouvelles sections efficaces.

[†] Contestes les conclusions de [Web90] car ces auteurs utilisent en fin de compte de *mauvais* rapports Co/Ni (vieilles mesures déficientes).

[‡] Cette mesure est la plus récente (ACE) et est compatible avec une contribution secondaire pure de ^{57}Co (correspond à $\delta t > \text{qqes}$ années pour qu'il soit complètement désintégré). C'est le ^{59}Co qui permet d'imposer des contraintes plus sévères

conclusions les plus récentes sont tirées de la figure 16. Il faut noter que pour les noyaux utilisés, la contribution secondaire de ^{59}Ni et de ^{59}Co provient de la fragmentation de ^{60}Ni . Pour ce dernier, la section efficace n'est pas mesurée et doit être extrapolée à partir de ^{56}Fe et de ^{52}Cr qui ont en commun d'avoir aussi 4 neutrons de plus comparé au nombre de protons (ils ont été mesurés par [Webber & al 98], voir section 6). Les limites obtenues tiennent compte d'une incertitude de 25% sur ces sections efficaces.

Estimation du taux de réaccélération [table 17] Les études portant sur ce point particulier sont beaucoup moins nombreuses et surtout moins récentes que celles portant sur le temps d'accélération. L'explication est simple : la triade Ni-Co-Fe utilisée pour le temps d'accélération n'a pas besoin d'être séparée isotopiquement (car les effets de la décroissance électronique se *conjuguent* sur ces primaires pour altérer la somme des isotopes), alors qu'elle est indispensable pour la réaccélération. En effet, soit les noyaux sont secondaires et pas forcément dominants par rapport à leurs isotopes, soit l'effet est observé par le biais seul du noyau parent. Il faut donc réaliser la séparation isotopique, et ce n'est pas chose aisée pour les noyaux lourds. Enfin, l'interprétation est surtout assez difficile... En particulier, beaucoup d'anciennes conclusions ne sont pas forcément valides sur les noyaux, car les sections efficaces jouent un rôle très important et ont beaucoup changé en 10 ans... il ne faut pas donc forcément chercher à comprendre pourquoi les conclusions font du saute-mouton.

15.4.2 Que faire avec notre modèle

Nous avons parlé des instables par capture EC qui pouvaient tester la réaccélération. Il se trouve que le simple rapport B/C en impose déjà un minimum. Une étude est en cours [Donato & al, en préparation] pour tester à la

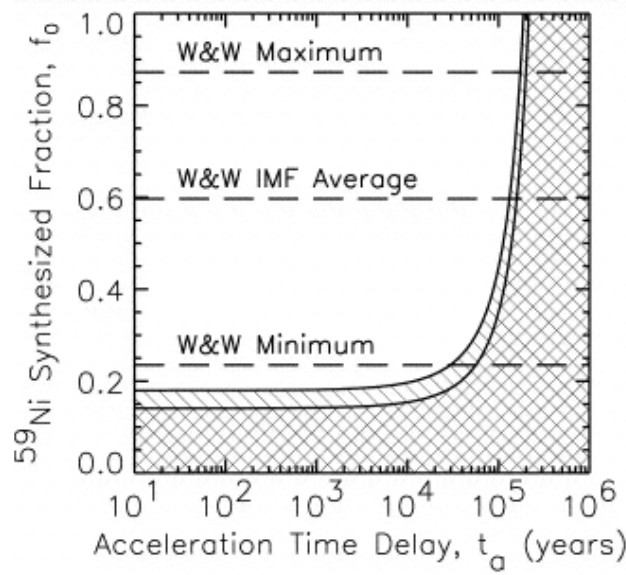


FIG. 16 – Fraction de ^{59}Ni synthétisée en fonction du temps écoulé entre la nucléosynthèse et l'accélération. Les tirets représentent la fraction $f_{\text{SN}}^{(-1)}$ de masse 59 synthétisée sous forme de ^{59}Ni dans les SN (prédictions de Woosley & Weaver, ApJSS **101**, 181 (1995)), et la partie hachurée la même fraction $f_{\text{SN}}^{(-1)}$ reconstruite en fonction de T_a (voir éq. (190)), à partir des observations de $f_{\text{CR}}^{\text{source}}$ de CRIS. Les deux sont compatibles pour $T_a \gtrsim 7.6 \cdot 10^4$ yr (tiré de [Wiendenbeck 99]).

TAB. 17 – Limites obtenues le taux de réaccélération.

ΔE_{reac}	Noyaux utilisés	[Réf]
non nécessaire	$^{51}\text{Cr} - ^{49}\text{V}$	[Les93]
~ 100 MeV/n à $E_c = 500$ MeV/n	$^{51}\text{Cr} - ^{49}\text{V}$	[Sou98]
$\sim 100 - 200$ MeV/n à $E_c = 300$ MeV/n	$^{49}\text{Ti} - ^{49}\text{V} - ^{51}\text{V} - ^{51}\text{Cr}$	[Con99]

fois les prédictions du modèle de diffusion pour les radioactifs β (à la lumière des données de [Ahlen & al 00]), mais aussi pour vérifier la compatibilité du taux de réaccélération déduit de B/C avec les observations d'éléments comme ^{49}Ti , ^{49}V , ^{51}V et ^{51}Cr .

16 JUSTIFICATION *a posteriori* DES EFFETS LIÉS AUX INSTABLES EC

Nous allons utiliser les formules de la partie 4.2.2 pour trouver le comportement des noyaux instables sous capture électronique. Il nous faudra faire plusieurs détours parfois tortueux pour conclure quant à la forme requise pour le terme de l'équation de diffusion. En plus de cela, les ordres de grandeur donnés dans la section précédente prennent tout leur sens à la lumière des temps de vie effectifs écrit à la fin de cette partie.

16.1 SIMPLIFICATION DU PROBLÈME

Le but de cette section est de repérer les comportements spécifiques qui peuvent amener à divers degrés de simplification. Nous allons donc être forcés d'être un petit peu technique. À des fins de cohérence, les notations qui seront utilisées dans cette section le seront aussi dans la section 17.4 (voir en particulier page 139).

16.1.1 Comparaison des temps caractéristiques d'attachement et d'arrachement

Dans cette première étape, nous allons appliquer bêtement les formules de 4.2.2 pour différents Z et à différentes énergies. Nous obtiendrons ainsi des comportements de référence qui nous permettront de justifier

certaines approximations dans la suite.

Propriété 1 *Quels que soient les noyaux et à toutes les énergies le temps caractéristique de l'attachement d'un e^- est toujours beaucoup plus grand que le temps caractéristique d'arrachement ($\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \gg \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}$).*

Cette propriété est évidente si l'on regarde la figure 17. Ceci aura des conséquences assez importantes sur l'évolution des noyaux. Par ailleurs, le fait que la section efficace d'attachement évolue en $\sim Z_N^5$ alors que la section efficace d'arrachement est en $\sim Z_N^{-2}$ implique que plus le noyau est chargé, plus l'attachement est favorisé (comportement opposé pour l'arrachement). Enfin, il faut noter encore que le taux d'attachement décroît assez rapidement avec l'énergie. Toute ce que nous allons faire maintenant découle de ces simples observations.

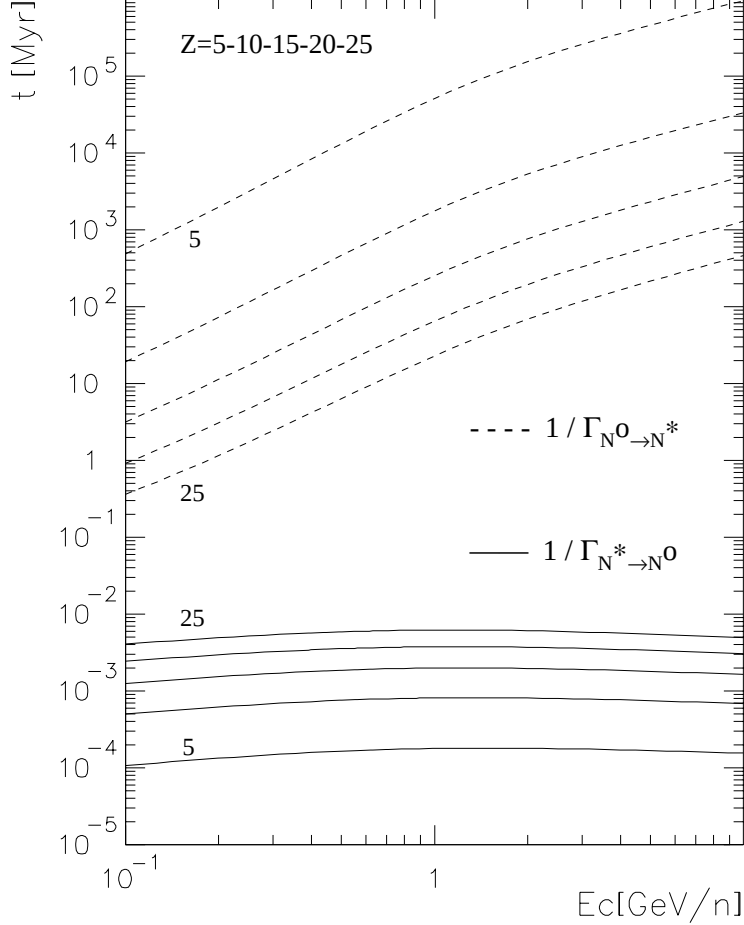


FIG. 17 – Dépendance selon l'énergie et pour différentes charges de τ_{att} et τ_{arr} .

16.1.2 Fraction des noyaux ayant capturé un e^- à l'équilibre

L'ensemble des instables par capture électronique constitue environ 1/3 de tous les noyaux se propageant dans la galaxie. La plupart sont des noyaux ultra-lourds ($Z > 30$) peu abondants, qui sont quantités négligeables pour les noyaux que nous propageons. Le traitement sera similaire à Letaw & al [16]. Nous commençons par supposer un milieu complètement homogène, composé d'hydrogène neutre, et ayant une densité n_H . Dans ce milieu, nous allons calculer la densité d'un noyau N complètement ionisé – noté N^0 – instable par capture électronique (et éventuellement par désintégration β) et du même noyau mais qui a un électron attaché – noté

N^* – (cf page 141). Le système que l'on doit résoudre est le suivant

$$\begin{cases} \frac{dN^0}{dt} = -\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} N^0 + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} N^* - \Gamma_{\beta} N^0 \\ \frac{dN^*}{dt} = \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} N^0 - \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} N^* - \Gamma_{\beta+EC} N^* \end{cases} \quad (191)$$

Dans le système d'équation ci-dessus, nous reconnaissons :

- $\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} = n_H \sigma_{N^0 \rightarrow N^*}^H v$ qui est la section efficace d'attachement d'un électron⁶⁵,
- $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} = n_H \sigma_{N^* \rightarrow N^0}^H v$ qui est la section efficace d'arrachement d'un électron sur l'hydrogène interstellaire,
- $\Gamma_{\beta} = 1/\gamma \tau_{1/2}^{\beta}$ qui est le temps de vie pour la désintégration β , et $\Gamma_{\beta+EC} = \Gamma_{\beta} + \Gamma_{EC}$.

Il est important de se rappeler que les mesures de temps de décroissance sont faites sur terre où deux électrons de la couche K sont toujours disponibles. Pour nos cosmiques, un seul électron est attaché, et ainsi le taux de capture est deux fois plus faible que celui prescrit dans les tables 6 et 7. Le premier postulat que nous avons implicitement appliqué pour écrire le système (191) est le suivant :

Postulat 1 *Pour $Z \leq 30$, il n'est pas nécessaire de suivre tous les états de charge. Les noyaux sont, soit totalement ionisés, soit avec un seul électron. La probabilité d'avoir deux e^- attachés ou même plus est négligeable.*

Corrolaire *La fraction N^*/N^0 étant toujours inférieure à 1% pour $Z < 30$, le fait que les N^* aient une rigidité différente de N^0 (et donc diffusent différemment) constitue un effet négligeable. Tous les stables sous EC peuvent donc être propagés comme s'ils étaient des N purs.*

Nous allons vérifier cette assertion en évaluant N^*/N^0 à l'équilibre. Pour cela, il faut résoudre (191), avec les conditions initiales (pas de source de N^*)

$$\begin{cases} N^0(t=0) = S_0 \\ N^*(t=0) = 0 \end{cases} \quad (192)$$

Nous obtenons

$$\begin{cases} N^0 = \frac{S_0}{2R^*} e^{(-\tilde{\Gamma}t/2)} \left\{ (\tilde{R}^* + R^*) e^{-\frac{R^*}{2}t} + (-\tilde{R}^* + R^*) e^{\frac{R^*}{2}t} \right\} \\ N^* = \frac{S_0}{2R^* 2\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} e^{(-\tilde{\Gamma}t/2)} (\tilde{R}^* + R^*) \left\{ (\tilde{R}^* - R^*) e^{-\frac{R^*}{2}t} + (-\tilde{R}^* + R^*) e^{\frac{R^*}{2}t} \right\} \end{cases} \quad (193)$$

où nous avons posé

$$\tilde{R}^* \equiv -(\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} - \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} + \Gamma_{EC}) \quad (194)$$

$$R^* \equiv [(\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} - \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} + \Gamma_{EC})^2 + 4\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \Gamma_{N^* \rightarrow N^0}]^{1/2} \quad (195)$$

$$\tilde{\Gamma} \equiv \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{EC} + 2\Gamma_{\beta} \quad (196)$$

L'équilibre est atteint pour un temps suffisamment long (nous préciserons plus loin ce que cela veut dire...). Comme R^* est positif, la première exponentielle dans la parenthèse est *tuée* et la fraction des noyaux ayant un e^- est donnée directement par le rapport N^*/N^0

$$\left(\frac{N^*}{N^0} \right)_{\text{éq}} = \frac{R^* + \tilde{R}^*}{2\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \quad (197)$$

⁶⁵Comme pour les sections efficaces, la *bonne* quantité est

$$\tilde{\Gamma}_{N^0 \rightarrow N^*} = \sum_{ISM} n_{ISM} \sigma_{N^0 \rightarrow N^*}^{ISM} v$$

Il faudra s'en souvenir dans le calcul complet, mais néanmoins, raisonner avec de l'hydrogène seul ne modifie ni le raisonnement ni la conclusion.

Pour obtenir une limite supérieure de la fraction d'ionisation, on se place à $\tau_{\text{EC}} = \infty$, ce qui après simplification donne le résultat (qui est bien connu dans le cadre d'un système à deux niveaux)

$$\left(\frac{N^*}{N^0}\right)_{\text{eq}}^{\tau_{\text{EC}}=\infty} = \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \quad (198)$$

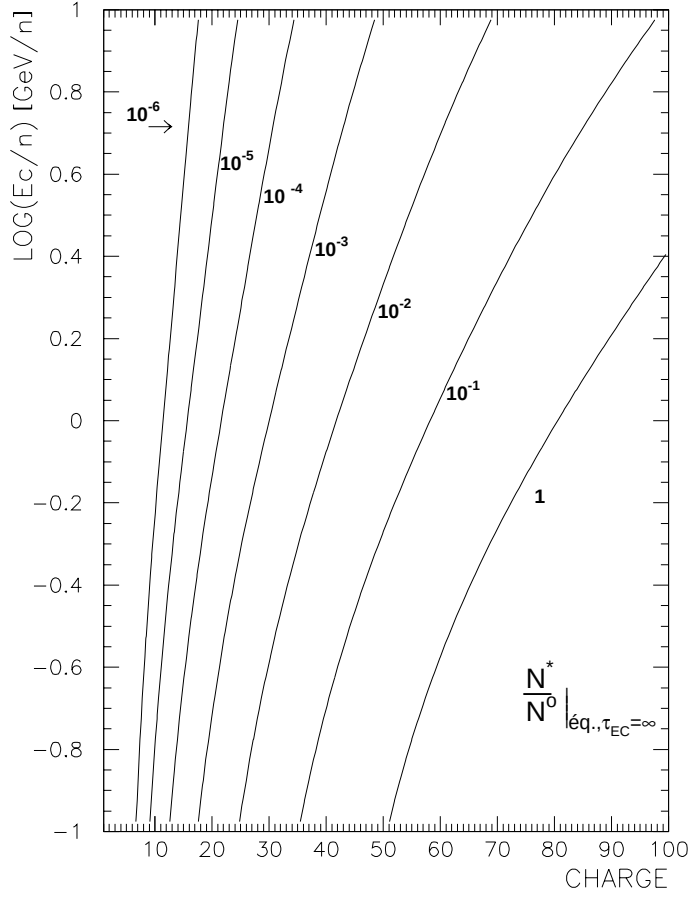


FIG. 18 – Fraction N^*/N^0 de noyaux ayant un e^- attaché à l'équilibre ($n_{\text{ISM}} = 1 \text{ cm}^{-3}$).

Sur la figure 18, les isocourbes $N^*/N^0 = \text{cte}$ en fonction de la charge et de l'énergie sont représentées. Quel que soit $Z \leq 30$, $N^*/N^0 < 0.1$ ce qui indique qu'à l'équilibre, seul 1% des noyaux ont attaché un e^- . Ce chiffre est encore plus bas lorsque l'énergie augmente, donc négliger les attachements multiples est une bonne approximation⁶⁶.

16.1.3 Comparaison du temps d'équilibre R^* et des temps caractéristiques associés aux CR

Postulat 2 *Quels que soient la densité du milieu interstellaire et le temps de décroissance par capture électronique, l'équilibre est toujours atteint en des temps négligeables par rapport aux temps caractéristiques de fragmentation et de propagation*

⁶⁶Le postulat tombe lorsque les noyaux plus lourds sont étudiés. Les multiples attachements sont monnaie courante et la décroissance EC joue alors un rôle de plus en plus important, qui complique la détermination des abondances sources, et l'obtention par exemple du taux de processus s et r lors de la nucléosynthèse explosive. D'un point de vue technique, il suffit de considérer les noyaux avec des e^- attachés comme un ensemble d'éléments supplémentaires à propager, chacun ayant une certaine loi d'équilibre.

La figure 19 illustre la validité de cette approximation. Dans l'expression (193), $1/R^*$ nous donne l'échelle de temps caractéristique pour lequel nous pouvons considérer que le système a atteint un équilibre dynamique et que la solution (197) est valide. Deux comportements sont à remarquer

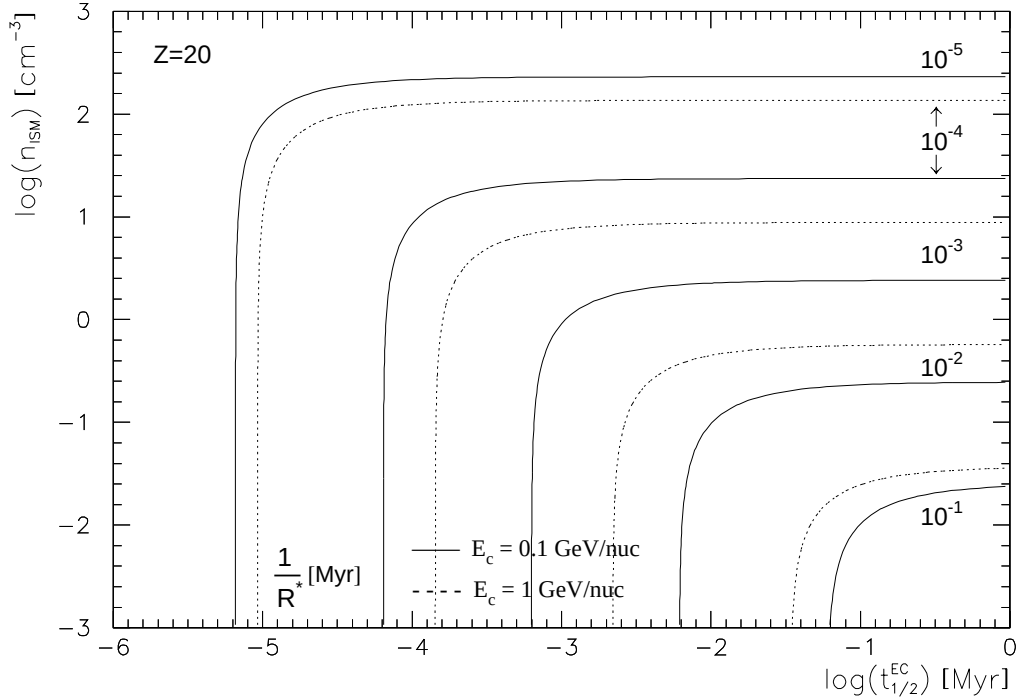


FIG. 19 – Isocourbes dans le plan τ_{EC} - n_{ISM} du temps moyen $1/R^*$ mis pour atteindre l'équilibre (cas $Z=20$).

- Si le temps de désintégration est négligeable : les branches horizontales correspondent à (voir équation (195)) $(R^*)^{-1} \sim (\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*})^{-1}$ et comme nous pouvons le constater sur la figure 19, le taux d'arrachement domine largement le taux de capture, ce qui donne

$$(R^*)^{-1} \sim (\Gamma_{N^* \rightarrow N^0})^{-1} \propto n_{ISM} \quad (199)$$

- Si le temps de désintégration domine : la densité du milieu interstellaire ne joue plus aucun rôle et les branches verticales correspondent à

$$(R^*)^{-1} \sim \gamma t_{1/2} / \ln(2) \quad (200)$$

Clairement, quelles que soient les durées de vie par désintégration EC et quelle que soit la densité du milieu interstellaire, les temps mis pour atteindre l'équilibre sont toujours très rapides par rapport au temps de propagation $T_p \sim 20$ Myr. Deux cas particuliers correspondant aux situations physiques du modèle de diffusion nécessitent quelques commentaires. Ces précisions sont liées à la structure du disque et du halo⁶⁷

1. Lorsque la densité tend vers zéro, il n'y a plus ni attachement ni arrachement. Les noyaux à l'équilibre dans le disque qui se propagent dans le halo sont figés, à cela près qu'ils peuvent maintenant se désintégrer dans le canal EC s'ils avaient attaché un e^- dans le disque.
2. Dans le cas où la densité augmente, l'équilibre est encore plus rapidement atteint. La conséquence est encore plus évidente pour N^*/N^0 : plus n_{ISM} augmente, plus ce rapport augmente. Cette remarque est importante si l'on considère les modèles inhomogènes de disque, où des bouffées de noyaux peuvent être produits dans les gros nuages (attention, pour une estimation précise, il ne faut pas oublier de convoluer ce mécanisme avec le taux de rencontre de tels nuages). Certains auteurs proposent ainsi de tester la structure grumeleuse du disque par les noyaux à capture électronique.

Toutes ces constatations permettent de vérifier la première partie du postulat deux, à savoir $T_{eq} \ll T_p$. Le deuxième temps mis en jeu est le temps de fragmentation. En effet, si des pertes *catastrophiques* interviennent avant l'obtention de l'équilibre, les équations que nous étudions ne sont plus valides, et nos arguments ne sont plus valables. Rappelons que la section efficace totale est, pour tout $Z < 30$, inférieure à 2000 mb. Pour un

⁶⁷Dans ce dernier, en valeur moyenne, la densité est de $n_{halo} \sim 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ (dans notre modèle, nous avons pris zéro), mais les gros nuages moléculaires du disque peuvent atteindre des densités de l'ordre de $n_{nuages} \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$ (dans notre modèle, nous considérons le disque homogène avec $n_{disque} \sim 1 \text{ cm}^{-3}$)

noyau à des énergies de l'ordre de la centaine de MeV/n et de masse 60 ($\beta \sim 0.4$) dans l'ISM (1 cm^{-3}), ceci correspond à un taux de réaction caractéristique de

$$\Gamma_{frag} = n_H \sigma v \sim 0.8 \text{ Myr}^{-1} \quad (201)$$

Ce temps $1/\Gamma_{frag}$ est de plusieurs ordres de grandeur plus grand que le temps $1/R^*$, ce qui finit de montrer le postulat 2.

16.1.4 Conséquences de l'ouverture de la voie EC pour des noyaux réels

Dans cette partie, nous nous concentrons sur des noyaux *réels* propagés dans notre modèle afin d'illustrer de manière plus parlante les points précédents. La figure 20 met en évidence le rôle du temps de vie par capture électronique sur l'équilibre. Les courbes en trait plein illustrent le fait déjà mentionné que plus la charge est élevée, plus N^*/N^0 augmente. D'autre part, l'ouverture du mode EC dépeuple la population N^* d'autant plus

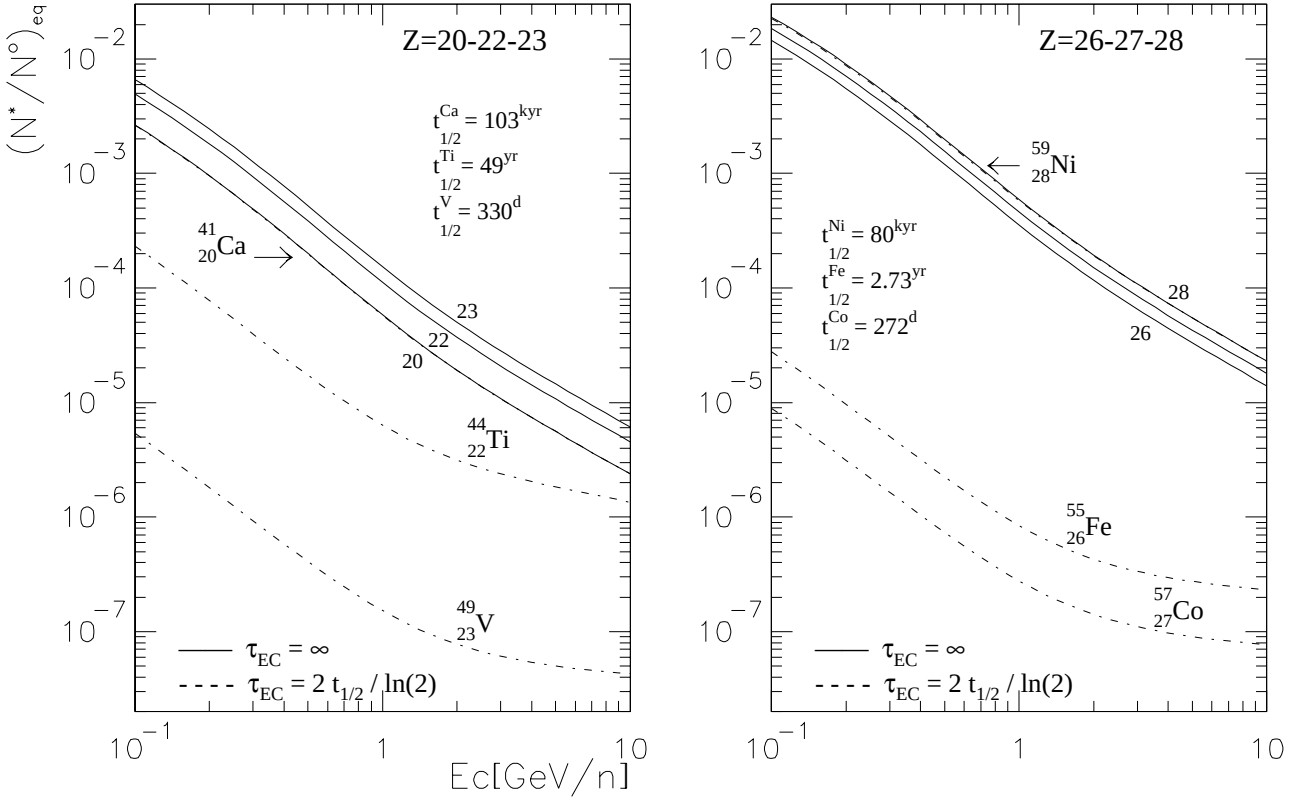


FIG. 20 – N^*/N^0 à l'équilibre : désintégration EC bloquée ou non ($n_{\text{ISM}} = 1 \text{ cm}^{-3}$). Comme seul un e^- est disponible par rapport aux durées de vie mesurées sur terre, un facteur deux apparaît dans τ_{EC} .

que la durée de vie est courte. Ceci s'explique en terme de comparaison des temps d'attachement, d'arrachement et de décroissance. Pour les noyaux à courte durée de vie, la décroissance est beaucoup plus importante que l'attachement ce qui déplace l'équilibre vers la réaction la plus rapide. Dans le cas de temps de vie longs, l'équilibre reste dominé par les temps d'attachement et d'arrachement qui sont plus courts que le temps de décroissance.

16.2 CONSÉQUENCES SUR LA PROPAGATION

Nous avons étudié dans les deux parties précédentes l'influence de l'attachement des e^- sur un système à deux niveaux. Il faut se méfier des généralisations hâtives que nous serions tentés de faire lors de l'inclusion de ces processus dans le modèle de diffusion. Ce qui nous intéresse, somme toute, n'est pas spécialement la fraction

N^*/N^0 mais l'influence de l'ouverture d'un nouveau mode de désintégration (par le biais de N^*) sur N^0 , et sur la production de l'élément N_f (suivant $N^* \rightarrow N_f$). L'étape intermédiaire n'a en définitive aucune espèce d'importance puisque nous avons vu que N^* était négligeable devant N^0 .

16.2.1 Obtention de deux cas limites correspondant à $\tau_{EC} \gg \text{kyr}$ et $\tau_{EC} \ll \text{kyr}$

Le fait important, c'est de savoir en quelles quantités sont représentées N^0 et N^* lorsqu'a lieu la fragmentation et les autres processus. Le *postulat 2* nous indique justement que les populations sont à l'équilibre depuis longtemps avec des solutions

$$\begin{cases} N^0 = \frac{S_0}{2R^*}(-\tilde{R}^* + R^*)e^{(-\tilde{\Gamma} + R^*)t/2} \\ N^* = \frac{S_0}{2R^*2\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}}(\tilde{R}^* + R^*)(-\tilde{R}^* + R^*)e^{(-\tilde{\Gamma} + R^*)t/2} \end{cases} \quad (202)$$

Ceci nous dit que l'évolution du noyau N_f ($N^* \xrightarrow{EC} N_f$) peut toujours être décrite en fonction du noyau N^0 pour des temps suffisamment longs (mais bien plus petits que les temps des autres processus physiques)

$$\frac{dN_f}{dt} = (\Gamma_{EC} + \Gamma_\beta)N^* + \Gamma_\beta N^0 = \left[\Gamma_\beta + (\Gamma_{EC} + \Gamma_\beta) \frac{(\tilde{R}^* + R^*)}{2\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \right] N^0 \quad (203)$$

Sous ces conditions, le noyau N^* est un état intermédiaire qui n'a pas besoin d'apparaître explicitement dans le traitement, sauf bien sûr si l'on est intéressé à connaître la fraction ionisée des noyaux...

La propriété 1 ($\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \gg \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}$) permet quelques simplifications. A l'ordre 0 et à l'ordre 1 en $\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}$, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} R_0^* &= (\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{EC}) \\ R_1^* &= \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} + \Gamma_{EC} - 2 \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \Gamma_{EC}}{\Gamma_{EC} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \end{aligned}$$

d'où

$$(-\tilde{R}^* + R^*) = 2 R_0^* \quad \text{ordre 0} \quad (204)$$

$$(\tilde{R}^* + R^*) = 2 \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \Gamma_{N^* \rightarrow N^0}}{(\Gamma_{EC} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0})} \quad \text{ordre 1} \quad (205)$$

$$(\tilde{\Gamma} - R^*)/2 = \Gamma_\beta + \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \Gamma_{EC}}{(\Gamma_{EC} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0})} \quad \text{ordre 1} \quad (206)$$

La formule (197) se simplifie alors en

$$\left(\frac{N^*}{N^0} \right)_{\text{eq.}} = \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{EC}} \quad (207)$$

et si nous ré-écrivons maintenant la solution pour N^0 et le comportement pour N_f , nous obtenons

$$\begin{cases} N^0 = S_0 e^{-\Gamma_\beta^{\text{equiv}} t} \\ \frac{dN_f}{dt} = \Gamma_\beta^{\text{equiv}} N^0 \end{cases} \quad (208)$$

avec

$$\Gamma_\beta^{\text{equiv}} \equiv \Gamma_\beta + (\Gamma_\beta + \Gamma_{EC}) \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{(\Gamma_{EC} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0})} \quad (209)$$

Les équations (208) nous indiquent que le noyau N se comporte exactement comme s'il était instable sous désintégration β , avec un temps de vie *équivalent* correspondant au taux de disparition *classique* Γ_β , plus un

terme supplémentaire valant $(\Gamma_\beta + \Gamma_{EC})\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} / (\Gamma_{EC} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0})$. Pour sa part, le noyau fils a un nouveau terme source avec un taux de production correspondant au taux de disparition de N , à savoir Γ_β^{equiv} . En définitive, l'ensemble du système à trois états couplés, se comporte exactement dans notre situation comme un système à deux états découplés : ce système réduit comprend un parent (N), un fils (N_f) et un taux de réaction associé à la décroissance de N en N_f (Γ_β^{equiv})⁶⁸.

Conclusion Pour terminer cette étude, nous allons voir ce que vaut Γ_β^{equiv} dans deux cas limites qui couvrent l'ensemble des paramètres explorés par les noyaux existants. Les simplifications sont bien évidemment liées au temps de vie par capture électronique.

- $\Gamma_{EC} \gg \Gamma_{N^* \rightarrow N^0}$: nous pouvons classer dans cette catégorie tous les noyaux ayant des temps de demi-vie inférieurs à celui de ^{44}Ti . Pour toutes les énergies et toutes les charges, nous avons dans le cas le plus défavorable (^{44}Ti), $\Gamma_{EC} \sim 1.4 \cdot 10^4 \text{ Myr}^{-1}$ et $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \sim 5 \cdot 10^2 \text{ Myr}^{-1}$. L'approximation est donc valable pour tous les noyaux avec $t_{1/2} < 50 \text{ yr}$, et dans ce cas

$$\Gamma_\beta^{equiv} \sim \Gamma_\beta + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \quad (210)$$

- $\Gamma_{EC} \ll \Gamma_{N^* \rightarrow N^0}$: tous les noyaux avec des durées de demi-vie supérieures à 80 kyr (^{59}Ni) ont dans le cas le plus défavorable un taux de désintégration $\Gamma_{EC} \lesssim 12.5 \text{ Myr}^{-1}$ et un taux d'arrachement $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \gtrsim 200 \text{ Myr}^{-1}$. Dans cette seconde limite, nous avons alors

$$\Gamma_\beta^{equiv} \sim \Gamma_\beta + (\Gamma_\beta + \Gamma_{EC}) \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \quad (211)$$

16.2.2 Où nous réalisons que l'approche suivie est inadaptée, mais qu'elle donne les bons résultats

Le raisonnement que nous avons tenu jusqu'à maintenant est valable pour un équilibre *dynamique* de N^*/N^0 . Nous insistons sur la distinction entre équilibre dynamique et équilibre stationnaire. Le premier se rapporte à un équilibre de N^*/N^0 (N^0 et N^* évoluent par contre dans le temps et décroissent) alors que le second décrit les solutions stationnaires qui ne dépendent pas du temps. Dans un tel système, les différents éléments décroissent au cours du temps après avoir placé à $t = 0$ une quantité initiale $\mathcal{S}_0$ de N^0 . Cette approche que nous avons suivie et qui a été introduite par [Letaw & al 85] conduit aux bons résultats; pourtant elle n'est pas du tout adaptée à la propagation des rayons cosmiques. Pour s'en rendre compte, il suffit de considérer dans notre galaxie le taux d'explosion de SN. Il est de l'ordre de un par siècle, soit un temps caractéristique de $T_{SN} \sim 10^{-4} \text{ Myr}$. Or, le temps mis par N^*/N^0 pour relaxer vers l'équilibre dynamique dans le système précédent est, nous l'avons vu (équation (202) et figure 20) $T_{Eq.dyn.} \sim 10^{-3} \text{ Myr}$ ou moins. Ainsi, avant que le système puisse atteindre la relaxation, il est de nouveau excité par une explosion de SN. Le vrai problème consiste donc *a priori* à résoudre le système stationnaire $d/dt \equiv 0$ avec un terme de source stationnaire.

Solution stationnaire du système à deux niveaux Dans un système couplé, il y a plusieurs façons de voir la solution stationnaire :

1. Intégrer les solutions dynamiques (202) de N^0 et N^* obtenues pour un *flash* à $t = 0$ sur tous les temps de zéro à l'infini. Ceci revient à dire que la solution stationnaire s'obtient en sommant à chaque instant les solutions dynamiques.
2. Rajouter un terme de source stationnaire $\mathcal{S}_0$ à N^0 dans le système (191), et résoudre pour $dN^0/dt = dN^*/dt = 0$.

$$\begin{cases} 0 = -\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} N^0 + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} N^* - \Gamma_\beta N^0 + q^N \\ 0 = \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} N^0 - \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} N^* - \Gamma_{\beta+EC} N^* \end{cases} \quad (212)$$

Ces deux méthodes conduisent au même résultat, à savoir

$$\left(\frac{N^*}{N^0} \right)_{stat.} = \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_\beta + \Gamma_{EC}} \quad (213)$$

⁶⁸ Attention, dans ce taux équivalent, le terme *classique* Γ_β est présent, si et seulement si la désintégration est de type β^+ , ce pour assurer que les noyaux fils produits par les modes EC et β soient bien les mêmes. Le seul noyau qui a une désintégration mixte associée à un mode β^- est le ^{36}Cl . Pour ce dernier, il faut simplement considérer que le taux de production du N_f ne contient pas le terme en Γ_β pourtant présent dans le terme de destruction de N ...et dans l'absolu, nous avons montré que pour ce noyau particulier, la voie EC pouvait être négligée.

Nous voyons que mis à part le terme Γ_β , nous obtenons exactement la même forme qu’avec le modèle dynamique (cf équation (207)). Pour être complète, cette équation doit tenir compte des processus de spallation, diffusion, etc. . . , et il est immédiat en appliquant la méthode deux de voir que ces termes s’ajoutent au dénominateur.

$$\left(\frac{N^*}{N^0}\right)_{stat.}^{exact} = \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{EC} + \Gamma_\beta + \dots} \quad (214)$$

où la signification de “...” est “ $\Gamma_{frag} + \Gamma_{diff} + \dots$ ”.

Ce dernier cas correspond d’ailleurs exactement à la façon dont nous avons procédé pour notre modèle de diffusion lorsque les pertes d’énergie peuvent être négligées (cf 211). Nous venons juste de montrer que nous savions résoudre un système découplé. Pour le lecteur qui aurait perdu de vue l’objectif initial de toute cette étude, rappelons que les équations ne se découplent plus lorsque nous rajoutons la dépendance en l’énergie. Dans ce cas, si nous voulons éviter de résoudre numériquement le système (ce qui est assez lourd), il faut trouver des astuces pour découpler les équations : c’est ce que nous essayons de faire depuis le début de ce chapitre. Pour arriver aux conclusions que nous avons obtenues avec le modèle dynamique, il faudrait pouvoir montrer que même en présence de sources stationnaires, l’équilibre est atteint rapidement. La résolution du système conduit alors grossièrement aux mêmes types de solutions que (202), avec deux termes en $\exp(R^*t/2)$ et $\exp(-R^*t/2)$ plus un nouveau terme constant qui correspond à la solution stationnaire. Ainsi l’équilibre dynamique avec des sources stationnaires est atteint pour des temps plus grands que $[(\tilde{\Gamma} - R^*)/2]^{-1}$, ce qui dans l’approximation $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \gg \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}$ donne (formule (206))

$$t_{stat.}^{eq} \sim \left[\Gamma_\beta + \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \Gamma_{EC}}{(\Gamma_{EC} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0})} \right]^{-1}$$

Bref, nous retrouvons toutes les bonnes conditions pour que ce que nous avons montré dans la partie précédente s’applique.

Conclusions Etant donné que le système évolue de cette manière depuis au moins un milliard d’années, nous savons que l’équilibre est atteint. La fraction à l’équilibre est donc atteinte. Prendre en régime permanent un système à deux niveaux, ou le même système avec la spallation, la diffusion, etc. . . nous conduit à un rapport à l’équilibre stationnaire de

$$\left(\frac{N^*}{N^0}\right)_{stat.}^{equiv.} \sim \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} + \Gamma_{EC} + \dots}$$

En définitive, ce qui nous permet d’utiliser une approximation, c’est que $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}$ est toujours beaucoup plus grand que les termes inclus dans “...”. Dit autrement, rajouter de la spallation, de la diffusion ou n’importe quel autre processus qui a un temps caractéristique beaucoup plus grand que le temps d’arrachement ne déplace pas l’équilibre stationnaire. Le temps d’arrachement qui est court assure à chaque instant que la distribution de N^* suive de très près celle de N^0 . Cette formule nous permet d’obtenir un résultat totalement analogue à la formule (209) et aux deux cas limites des taux de désintégration effectifs pour passer de N^0 à N_{fils} sans passer par le noyau intermédiaire N^*

$$\Gamma_{EC} \gg \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \implies \Gamma_\beta^{equiv} \sim \Gamma_\beta + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \quad (215)$$

$$\Gamma_{EC} \ll \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \implies \Gamma_\beta^{equiv} \sim \Gamma_\beta + (\Gamma_\beta + \Gamma_{EC}) \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \quad (216)$$

16.2.3 Intégration dans le modèle de diffusion

A la lumière des observations faites dans cette partie, qu’il y ait diffusion en énergie (pertes et réaccélération) ou non, les formules que nous avons données ci-dessus pour le traitement de la capture électronique sont valides (car le temps caractéristique $T_{réac.}$ est long). Ce résultat nous évitera la résolution pénible du système couplé. Cependant, les formules ci-dessus ne sont pas intégrées telles quelles dans notre modèle à deux zones. . . justement parce qu’il y a deux zones. La distinction qu’il faut faire entre les instables EC^{69} ayant un court temps de vie

⁶⁹N’oublions pas pour ce canal EC le facteur deux par rapport au temps de désintégration mesuré sur terre (ces temps sont donnés dans les tables 6 et 7 pages 42 et 42).

et ceux ayant un long temps de vie part d'un constat simple : étant donné que la formule (215) correspond à un attachement dans le disque suivi d'une désintégration immédiate, il est plus judicieux d'associer ce terme à une section efficace de spallation effective (pour N^0) ou à une source effective (pour N^*). Le second cas reste inchangé, puisqu'il correspond bien à un terme de destruction (ou de source pour N^* dans tout le halo).

$$\Gamma_{\text{EC}} \gg \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \implies \Gamma_{tot}^{effective} \text{ (disque)} \sim \Gamma_{tot} + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \quad (217)$$

$$\Gamma_{\text{EC}} \ll \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \implies \Gamma_{\beta+EC}^{effective} \text{ (halo)} \sim \Gamma_{\beta} + (\Gamma_{\beta} + \Gamma_{\text{EC}}) \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}} \quad (218)$$

Bibliographie

Noyaux stables⁷⁰

Articles de revue

- [1] L.Koch-Miramond, ICRC **17**, 12, 21 (1981)
M.E.Wiedenbeck, Adv.Space Res. **4**, 15 (1984)
C.J.Waddington, AIP Conf.Proc. **183**, 124 (1989)
R.Silberberg & C.H.Tsao, Phys.Reports **191**, 351 (1990)
T.Shibata, ICRR **24**, Report-343-95-9 (1995)
W.R.Webber, Space Sci.Rev. **81**, 107 (1997)

Couples secondaire/primaire

- [2] W.R.Webber & al, ICRC **26**, OG-3.2.09 (1999)
V.S.Ptuskin & al, ICRC **26**, OG-3.2.32 (1999)
- [3] **Quartet ^1H , ^2H , ^3He , ^4He**
G.M.Comstock & al, ApJ **173**, 691 (1972); H.W.Leech & J.J.O’Gallagher, ApJ **221**, 1110 (1978);
S.P.Jordan & P.Meyer, phys.Rev.Lett. **53**, 505 (1984); S.P.Jordan, ApJ **291**, 207 (1985); J.J.Beatty &
al, ApJ **294**, 455 (1985); R.Kroeger, ApJ **303**, 816 (1986); J.J.Beatty, ApJ **311**, 425 (1986) et références;
R.A.Mewaldt, ApJ **311**, 979 (1986); N.Durgaprasad & P.K.Kunte, A&A **189**, 51 (1988); W.R.Webber &
al, ApJ **312**, 178 (1987); W.R.Webber & al, ApJ **380**, 230 (1991); J.J.Beatty & al, ApJ **413**, 268 (1993);
E.S.Seo & al, ApJ **432**, 656 (1994); Y.Hatano & al, Phys.Rev.D **52**, 6219 (1995); O.Reimer & al, ApJ
496, 490 (1998)
- [4] **B/C et sub – Fe/Fe**
S.Behrnetz & al, A&A **52**, 327 (1976)
J.F.Ormes & R.J.Protheroe, ApJ **272**, 756 (1983)
M.Garcia-Munoz & al, ApJ **280**, L13 (1984)
J.J.Engelmann & al, A&A **148**, 12 (1985)
M.Garcia-Munoz & al, ApJSS **64**, 269 (1987)
M.Gupta & W.R.Webber, ApJ **340**, 1124 (1989)
P.Ferrando & al, A&A **247**, 163 (1991)
W.R.Webber & al, ApJ **429**, 764 (1994)
W.R.Webber & al, ApJ **457**, 435 (1996)
M.A.DuVernois & al, A&A **316**, 555 (1996)
A.Lukasiak & al, ApJ **488**, 454 (1997)

Les noyaux stables

- [5] **Les “Mr tout le monde”**
G.M.Comstock, ApJ **155**, 619 (1969); G.M.Mason, ApJ **171**, 139 (1972); L.H.Smith & al, ApJ **180**, 987
(1973); E.Júliusson, ApJ **191**, 331 (1974); M.Gracia-Munoz & al, ApJ **197**, 489 (1975); W.K.H.Schmidt
& al, A&A **46**, 49 (1976); G.A.Simpson & al, Astrop.Letters **19**, 3 (1977); J.H.Caldwell, ApJ **218**, 269
(1977); J.A.Lezniak & W.R.Webber, ApJ **223**, 676 (1978); C.D.Orth & al, ApJ **226**, 1147 (1978); C.Bjarle,

⁷⁰Dans *Les noyaux stables* a été regroupé l’ensemble des mesures publiées dans l’intervalle [100 MeV/n – 1 TeV/n]. Nous n’avons pas fait la différence entre les satellites, les ballons, ou celles qui distinguaient les charges ou les isotopes, parce que nous voulions simplement faire la différence entre les isotopes qui nécessitent des sources non conventionnelles et les autres. De même, bien que la plupart des papiers qui observent les noyaux ajustent un PLD, nous avons préféré restreindre les références aux articles qui en font leur point central.

Z.Physik A **291**, 383 (1979); J.S.Young & al, ICRC **16**, 1-442 (1979); J.Tueller & al, ApJ **228**, 582 (1979); R.A.Mewaldt & al, ApJ **236**, L121 (1980); M.Simon & al, ApJ **239**, 712 (1980); G.Minagawa, ApJ **248**, 847 (1981); J.H.Chappell & W.R.Webber, ICRC **17**, 2-59 (1981); J.H.Crane & al, Astrophysics & Space Science **94**, 211 (1983); Y.Sato & al, ICRC **19**, 2-36 (1985); R.Dwyer & P.Meyer, ApJ **294**, 441 (1985); R.Dwyer & P.Meyer, ApJ **322**, 981 (1987); W.R.Binns & al, ApJ **324**, 1106 (1988); J.M.Grunsfeld & al, ApJ **327**, L31 (1988); J.J.Engelmann & al, A&A **233**, 96 (1990); T.H.Burnett & al, ApJ **349**, L25 (1990); S.P.Swordy & al, ApJ **349**, 625 (1990); J.A.esposito & al, ApJ **351**, 459 (1990); D.Müller & al, ApJ **374**, 356 (1991); R.A.Leske & al, ApJ **390**, L99 (1992); W.R.Webber & al, ApJ **392**, L91 (1992); J.A.esposito & al, Astropart.Physics **1**, 33 (1992); M.Ichimura & al, Phys.Rev.D **48**, 1949 (1993); S.P.Swordy & al, ApJ **403**, 658 (1993); W.R.Webber & al, ApJ **435**, 464 (1994); J.Buckley & al, ApJ **429**, 736 (1994); M.A.DuVernois & M.R.Thayer, ApJ **465**, 982 (1996); M.R.Thayer & M.R.Thayer, ApJ **482**, 792 (1997); E.Kamioka & al, Astropart.Physics **6**, 155 (1997); M.Lijowski & al, ICRC **26**, OG-1.1.02 (1999)

[6] **Noyaux nécessitant des sources *non conventionnelles***

R.C.Maehl & al, ApJ **202**, L119 (1975); A.J.Fisher & al, ApJ **205**, 938 (1976); R.Dwyer & P.Meyer, ApJ **216**, 646 (1977); R.Dwyer, ApJ **224**, 691 (1978); M.Garcia-Munoz & al, ApJ **232**, L95 (1979); R.A.Mewaldt & al, ApJ **235**, L95 (1980); P.S.Freier & al, ApJ **240**, L53 (1980); P.S.Freier & al, ApJ **246**, 1014 (1981); M.E.Wiedenbeck & D.E.Greiner, Phys.Rev.Letters **46**, 682 (1981); M.E.Wiedenbeck & D.E.Greiner, ApJ **247**, L119 (1981); R.A.Mewaldt & al, ApJ **251**, L27 (1981); T.G.Guzik, ApJ **244**, 695 (1981); W.R.Webber, ApJ **252**, 386 (1982); W.R.Webber, ApJ **255**, 329 (1982); W.R.Webber & al, ICRC **19**, 2-88 (1985); P.Ferrando & al, A&A **193**, 69 (1988); K.E.Krombel & M.E.Wiedenbeck, ApJ **328**, 940 (1988); M.Gupta & W.R.Webber, ApJ **340**, 1124 (1989); W.R.Webber & A.Soutoul, A&A **215**, 128 (1989); W.R.Webber & al, ApJ **348**, 611 (1990); R.Silberberg & C.H.Tsao, ApJ **352**, L49 (1990); R.Silberberg & al, ApJ **363**, 265 (1990); P.S.Gibner & al, ApJ **391**, L89 (1992); A.Lukasiak & al, ApJ **426**, 366 (1994); A.Hesse & al, A&A **314**, 785 (1996); M.A.DuVernois & al, ApJ **466**, 457 (1996); W.R.Webber & al, ApJ **476**, 766 (1997)

Les noyaux lourds

- [7] E.Juliusson & P.Meyer, ApJ **201**, 76 (1975); J.B.Blake & al, ApJ **221**, 684 (1978) et références; W.R.Binns & al, ApJ **247**, L115 (1981); J.B.Blake & S.H.Margolis, ApJ **251**, 402 (1981); W.R.Binns & al, ApJ **261**, L117 (1982); N.R.Brewster & al, ApJ **264**, 324 (1983); W.R.Binns & al, ApJ **267**, L93 (1983); J.R.Letaw & al, ApJ **279**, 144 (1984-a); J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 (1984-b); J.R.Letaw & al, Astrophys.& Space Science **114**, 366 (1985); N.R.Brewster & al, ApJ **294**, 419 (1985); W.R.Binns & al, ApJ **297**, 111 (1985); S.H.Margolis & J.B.Blake, ApJ **239**, 334 (1985); P.H.Fowler & al, ApJ **314**, 739 (1987); W.R.Binns & al, ApJ **346**, 997 (1989); R.R.Clinton & C.J.Waddington, ApJ **403**, 644 (1993); K.Sakurai, Adv.Space Res. **15**, (6)59 (1995); C.J.Waddington, ICRC **26**, OG-3.2.* (1999); J.Font & al, ICRC **26**, OG-3.2.49 (1999)

Noyaux instables

Articles de revue

- [8] M.M.Shapiro & R.Silberberg, ICRC **15**, 2, 538 (1975)
 J.A.Simpson, Ann.Rev.Nucl.Particle Sci. **33**, 323 (1983) *-(p 347)*
 R.A.Mewaldt, AIP conf.proceedings **183**, 124 (1989) *-(pp 126-127 et 137-138)*
 R.Silberberg & C.H.Tsao, Phys.Rep. **191**, 351 (1990) *-(pp 383-387)*
 W.R.Binns & al, ASP Conf.Series **171**, 96 (1999)
- [9] **Modèles spécifiques**
 voir références dans IV.

Les chronomètres⁷¹

- [10] D.V.Reames, ApJ **162**, 837 (1970)
 J.Drach & M.H.Salamon, ApJ **319**, 237 (1987) . . .pour les UHCR
 J.A.Simpson & M.Garcia-Munoz, Space Sci.Rev. **46**, 205 (1988)
Radioactive isotopes in the cosmic rays, M.A.Duvernois , Ecole d'été d'Erice (07/1998)
 E.C.Stone & al, Sci.Space Review **86**, 285 (1998)
 W.R.Webber & A.Soutoul, ApJ **506**, 335 (1998)
 N.E.Yanasak & al, ICRC **26**, OG-1.1.03 (1999)
 W.R.Binns & al, ICRC **26**, OG-1.1.06 (1999) [CRIS 97→98]
 V.S.Ptuskin & al, ICRC **26**, OG-3.2.02 (1999)
 R.E.Streitmatter & S.A.Stephens, ICRC **26**, OG-3.2.03 (1999)
 M.Simon & A.Molnar, ICRC **26**, OG-3.2.06 (1999)
 A.W.Strong & I.V.Moskalenko, ICRC **26**, OG-3.2.18 (1999)
- [11] ¹⁰Be
 W.R.Webber & al, Astrophys. Letters **18**, 125 (1977) [BALLON 72+74]
 F.A.Hagen & al, ApJ **212**, 262 (1977) [BALLON 73]
 M.Garcia-Munoz & al, ApJ **217**, 859 (1977) [IMP-7/8 73→75]
 A.Buffington & al, ApJ **226**, 355 (1978) [BALLON 77]
 M.E.Wiedenbeck & D.E.Greiner, ApJ **239**, L139 (1980) [HKH 78→79]
 R.A.Mewaldt & al, ApJ **251**, L27 (1981) [HIST 78→79]
 T.G.Guzik & al, ICRC **19**, 2, 76 (1985)
 P.Ferrando & al, ICRC **22**, 1, 588 (1991) [VOYAGER-1/2 86→88]
 A.Lukasiak & al, ApJ **423**, 426 (1994) [VOYAGER-1/2 →91]
 J.J.Connell, ApJ **501**, L59 (1998) [ULYSSE 90→96]
 G.A.de Nolfo, ICRC **26**, OG 1.1.09 (1999)
 A.Lukasiak & al, ICRC **26**, OG 1.1.12 (1999) [VOYAGER-1/2 77→98]
 A.Bouchet & al, AMS internal note (2000)
 S.P.Ahlen & al, ApJ **534**, 757 (2000) [SMILI 1991]
- [12] ²⁶Al
 P.S.Freier & al, ApJ **240**, L53 (1980) [BALLON 77]
 W.R.Webber, ApJ **252**, 386 (1982) [BALLON 76+77]
 M.E.Wiedenbeck, ICRC **18** **9**, 147 (1983) [ISEE-3 78 →81]
 W.R.Webber & al, ICRC **19** **2**, 88 (1985) [BALLON 84]
 A.Lukasiak & al, ApJ **430**, L69 (1994) [VOYAGER-1/2 77→91]
 J.A.Simpson & J.J.Connell, ApJ **497**, L85 (1998) [ULYSSE 90→96]
- [13] ³⁶Cl
 M.Cassé & al, ICRC **14**, 2, 544 et 12, 4413 (1975)
 M.E.Wiedenbeck, ICRC **19**, 2, 84 (1985) [ISEE-3 78→81]
 J.J.Connell & al, ApJ **509**, L97 (1998) [ULYSSE 90→96]

⁷¹N.B : les publications présentant des résultats d'expériences sont spécifiées par le rajout en [entre crochets] du nom du détecteur (si c'est un satellite) et des années du ou des vols. Les autres articles sont basés sur des compilations de données déjà existantes.

- [14] ⁵⁴Mn
M.Cassé, ApJ **180**, 623 (1973)
G.Tarlé & al, ApJ **230**, 607 (1979)
L.Koch & al, A&A Lett. **102**, L9 (1981) [HEAO-3 79→80]
R.A.Leske, ApJ **405**, 567 (1993) [ISEE3 78→81]
M.A.DuVernois, Phys.Rev.C **54**, 2134 (1996) [ULYSSE 90→95]
J.J.Connell & J.A.Simpson, ApJ **475**, L61 (1997) [ULYSSE 90→95]
M.A.DuVernois, ApJ **481**, 241 (1997) [ULYSSE 90→95]
A.Lukasiak & al, ApJ **488**, 454 (1997) [VOYAGER-1/2 77→95]
- [15] **...et l'inhomogénéité de l'ISM**
V.S.Ptuskin & al, Adv.Space Res. **19**, 787 (1997)
V.S.Ptuskin & A.Soutoul, A&A **337**, 859 (1998-a)
V.S.Ptuskin & A.Soutoul, Space Sci.Rev. **86**, 225 (1998-b)
N.E.Yanasak & al, ICRC **26**, OG 1.1.03 (1999) [CRIS 97→98]
- Propriétés des cosmiques à EC*
- [16] **Revue**
J.R.Letaw & al, ApJSS **56**, 369 (1984)
J.R.Letaw & al, Astrophys.& Space Science **114**, 366 (1985)
- [17] **δt nucléosynthèse—accélération**
M.Cassé & A.Soutoul, ApJ **200**, 75 (1975)
A.Soutoul & al, ApJ **219**, 753 (1978)
J.Tueller & al, ApJ **228**, 582 (1979) [BALLON 75+76]
L.Koch-Miramond, ICRC **17**, 12, 21 (1981)
J.S.Young & al, ApJ **246**, 1014 (1981) [BALLON 77]
R.Dweyer & P.Meyer, ApJ **294**, 441 (1985) [BALLON 73+74+75]
W.R.Webber & M.Gupta, ApJ **348**, 608 (1990)
J.E.Grove & al, ApJ **377**, 680 (1991)
R.A.Leske & al, ApJ **390**, L99 (1992) [ISEE-3 78→81]
R.A.Leske, ApJ **405**, 567 (1993) [ISEE-3 78→81]
A.J.Westphal & al, ApJ **468**, 679 (1996) [TREK 91→92]
A.Lukasiak & al, Adv.Space Res. **19**, 747 (1997) [VOYAGER 77→96]
M.E.Wiedenbeck & al, ApJ **523**, L61 (1999) [CRIS 97→98]
- [18] **Marqueurs de la réaccélération**
R.A.Leske, ApJ **405**, 567 (1993) [ISEE-3 78→81]
A.Soutoul & al, A&A **336**, 61 (1998)
S.E.Mahan & al, ICRC **26**, OG 1.1.05 (1999)
J.J.Connell & J.A.Simpson, ICRC **26**, OG 1.1.10 (1999) [ULYSSE 90→97]
R.A.Mewaldt & al, ICRC **26**, OG 1.1.13 (1999)
- [19] **Instables EC pour l'inhomogénéité de l'ISM**
J.R.Letaw & al, Astrophys.& Space Science **114**, 366 (1985)

Sixième partie

Equations et solutions du modèle de diffusion

Admettons un monde de concurrence à la Walras-Debreu, un monde d'*abrutis-rationnels* comme dit Amartya Sen (prix Nobel 1998), un monde de *petits paysans qui ne font que des échanges occasionnels* (T.Koopmans, prix Nobel 1995), un monde d'égoïstes primaires, d'ahuris, débiles, bornés, occupés à regarder leur nombril et leurs dilemmes coûts-avantages, n'ayant aucune finesse, intelligence, psychologie, émotion, relation d'amitié, de complicité, de ruse, de séduction, d'amour ou de haine avec autrui, ne cherchant jamais à savoir ce que pensent les autres, ignorant tout, les habitudes, les coutumes, les politesses, absolument tout de ce qui les entoure sauf des signaux – les prix –, réagissant encore plus mécaniquement que les chiens de Pavlov et complètement crétins comme des calculettes ou robotisés comme des économistes mathématiciens. Un monde où les individus ont la liberté des *rouages dans la mécanique de l'horloge* [...] Un monde de gens prédéterminés par l'équilibre; déjà à l'équilibre. Et nombreux.[...] Debreu a dit : "Si la loi de l'offre et de la demande se présente bien, le problème de Walras est cohérent. Il a une solution". Mais Walras espérait beaucoup plus. Walras espérait que les marchés (encore une fois la *loi de l'offre et de la demande* ou la *main invisible*) conduisaient, guidaient vers l'équilibre. L'harmonie sociale. La paix civile de Montesquieu.[...] Pourquoi les économistes s'épuisent-ils, en vain, les uns après les autres, à montrer que la *loi de l'offre et de la demande*, la *main invisible* animée malgré eux par des individus égoïstes et indépendants, conduisait à l'équilibre? La réponse est lumineuse : *parce que le marché ne conduit pas naturellement à l'équilibre*.

Lettre ouverte aux gourous de l'économie qui nous prennent pour des imbéciles, Bernard Maris

Cette partie contient les équations décrivant le modèle de diffusion. Nous discuterons peu de physique afin de nous concentrer sur l'extraction des solutions. Ce qu'il est important de spécifier pour résoudre ce problème est sa géométrie ainsi que ses conditions initiales. Ces dernières correspondent à une annulation de la distribution des noyaux sur les bords du volume. Ceci représente le fait que dès que les noyaux ne sont plus confinés, ils s'éparpillent dans tout l'espace ce qui revient à prendre un flux nul. La géométrie que nous utiliserons pour modéliser la forme de notre galaxie comprend deux zones suivant z et présente une symétrie de révolution autour de l'axe Oz (cf figure 21). Une galaxie *idéale* étant symétrique par rapport au plan $z = 0$, l'étude sera ramenée au demi-plan supérieur ($z > 0$). En partant de l'origine nous rencontrons une première zone s'étendant jusqu'à $z = h$ puis une seconde zone s'étendant jusqu'à $z = L$. Dans notre étude, nous utiliserons l'approximation du disque mince ($h \ll L$) : celui-ci modélise le milieu interstellaire (ISM=H, He...) du disque galactique et par extension tous les processus qui y sont liés – sources des CR, spallation, pertes d'énergie, réaccélération et diffusion. L'espace situé au-delà de $z = h$ est ce que l'on appelle le halo diffusif de la galaxie : son existence découle de manière naturelle des observations d'un rayonnement synchrotron (dû aux e^-) bien au-delà de la zone où est confinée la matière ($0 \leq z \leq h$). La cause en est le champ magnétique galactique qui donne naissance au processus de diffusion. Même si ce n'est pas tout à fait le cas, nous supposons toujours que la densité de matière interstellaire est nulle dans cette zone (cf *Astrophysics of Cosmic Rays* (p47), V.S.Berezinskii & al (North-Holland – 1990)). Ce halo *diffusif* ne doit pas être confondu avec d'autres types de halos qui sont couramment discutés dans la littérature (par exemple le halo de matière noire). L'extension radiale du disque de matière ainsi que du halo est donnée par $R = 20$ kpc, la hauteur totale du volume diffusif par $L \sim 2 - 10$ kpc et la hauteur du disque mince est fixée à $h = 100$ pc. Les conditions aux bords seront appliquées en $r = R$ et $z = \pm L$. Enfin, dernier point, le système solaire est situé en $z = 0$ à une distance de $R_\odot \sim 8$ kpc du centre de la galaxie.

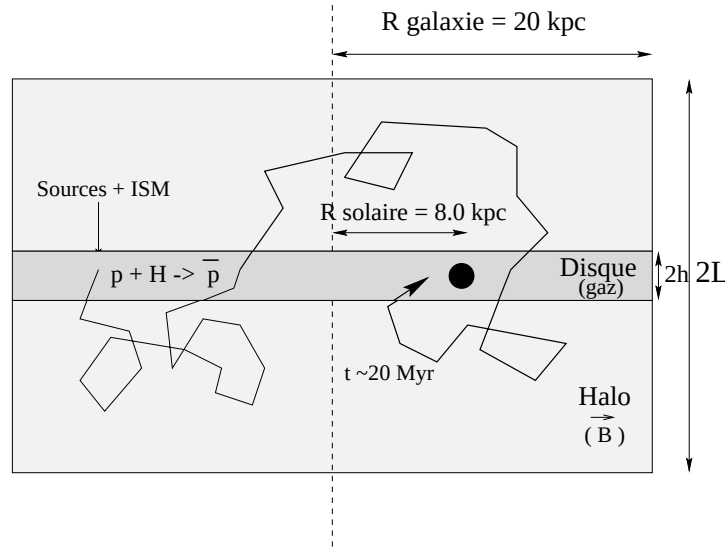


FIG. 21 – Représentation du volume diffusif et propagation pour un $\bar{p}$

La géométrie étant précisée, donnons un aperçu du comportement dynamique des noyaux (cf figure 21). Leur histoire commence par leur production dans les supernovae (*modulo* la contribution d'objets plus exotiques) à l'intérieur du disque de notre galaxie. Après une période d'accélération initiale qui les conduit à des énergies distribuées selon une loi de puissance, ces noyaux diffusent dans les deux zones. Lorsqu'ils traversent le disque de matière (ISM $\sim 90\%$ d'hydrogène (dont moins de 10% ionisé) et $\sim 10\%$ d'hélium), ils subissent des interactions : spallation, fragmentation, pertes coulombiennes et par ionisation, et éventuellement ré-accélération. Avant de pénétrer plus avant dans les équations, une fois n'est pas coutume, je vais expliquer quelques-uns des choix stylistiques de cette partie. Ainsi,

- les solutions qui correspondent à la dernière étape du calcul sont encadrées par une boîte ombrée,
 - les quantités apparaissant dans ces solutions en tant que définitions sont dans une double boîte,
 - les équations de départ et le développement sur la base de Bessel des fonctions importantes sont encadrés.
- Enfin, pour améliorer le suivi des termes importants lors des étapes de calculs, j'ai choisi l'écriture **en gras**.

17 LIMITE DE HAUTE ÉNERGIE

Dans cette partie, nous allons dériver les équations régissant l'évolution de tous les noyaux de $Z = 1 - 30$. Les solutions seront données en négligeant tous les phénomènes liés aux pertes et gains d'énergie.

17.1 CONSTRUCTION DES ÉQUATIONS

Comme les termes que nous allons introduire ici sont assez généraux, nous allons les détailler une bonne fois pour toutes afin de ne pas les re-discuter lorsque nous considérerons le cas de basse énergie.

17.1.1 Point de départ

Une méthode générale est de partir de l'équation de continuité et d'un courant.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial N(r, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{continuité}) \quad \vec{j} = \vec{j}_d + \vec{j}_c \quad \begin{cases} \vec{j}_d = -K \vec{\nabla} N(r, t) & (\text{diffusion}) \\ \vec{j}_c = N(r, t) \vec{V}_c & (\text{convection}) \end{cases} \quad (219)$$

où $N(E, \vec{r}, t)$ est le spectre différentiel en énergie (GeV cm s^{-1}) et K est le coefficient de diffusion ($\text{kpc}^2 \text{ Myr}^{-1}$). Pour arriver jusqu'à l'équation de diffusion avec tous ses ingrédients, il faut procéder comme suit :

- insérer la forme du courant dans l'équation de continuité – équations (219),
- rajouter les termes sources, termes de création et de disparition, . . .
- diminuer la complexité du modèle par les 3 approximations suivantes :

1. $\partial N / \partial t = 0$ ⁷²
2. $K(r, z, E) = K_0 K(E)$
3. $\vec{V}_c = V_c \vec{e}_z$ avec $V_c = \text{cte}$,

- . . . et surtout se placer en coordonnées cylindriques.

Lorsque tout est pris en compte, l'équation résultante est donnée par ⁷³

$$\mathcal{L} N^j(r, z) + \sum_{k=j+1}^{j_{max}} \Gamma_{\text{rad}}^{N^k \rightarrow N^j} N^k - \Gamma_{\text{rad}}^{N^j} N^j + 2h\delta(z) \left[q^j(r, 0) + \sum_{k=j+1}^{j_{max}} \tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} N^k(r, 0) - \tilde{\Gamma}_{\text{inel}}^{N^j} N^j(r, 0) \right] = 0 \quad (220)$$

où $\mathcal{L}$ est un opérateur différentiel linéaire, défini par

$$\mathcal{L} \equiv -V_c \frac{\partial}{\partial z} + K \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right) \quad (221)$$

Dans la formule (220) apparaissent les processus qui n'ont lieu que dans le disque mince ⁷⁴ ainsi que ceux – moins nombreux – agissant dans tout le volume diffusif. Nous avons respectivement pour les deux zones

1. Disque mince
 - $+q^j(r, z)$ est le spectre source pour le noyau N^j donné.
 - $+\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} N^k(r, z)$ correspond à un noyau N^k qui se transforme par spallation sur le milieu interstellaire en un noyau N^j plus léger. Il est indispensable de sommer sur l'ensemble noyaux plus lourds.
 - $-\tilde{\Gamma}_{\text{inel}}^{N^j} N^j(r, z)$ correspond à la destruction du noyau N^j sur les noyaux de l'ISM.

⁷²Cela semble une bonne hypothèse, car d'après les études météoritiques, la densité de cosmiques est restée stable à un facteur 2 près ces 10^9 dernières années – R.C.Reedy & al, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. **33**, 505 (1983).

⁷³La somme sur les indices k définit la somme sur les noyaux plus lourds. Dans le programme, nous avons classé ces derniers par masse croissante tel que l'indice du noyau le plus léger soit 1 et que l'indice du noyau le plus lourd soit j_{max} .

⁷⁴En considérant un disque infiniment mince ($h \rightarrow 0$) nous pouvons supposer les quantités constantes sur l'épaisseur du disque et dans une écriture plus condensée, nous obtenons (le raisonnement serait le même pour les interactions sur l'ISM) :

$$q(r, z) = \begin{cases} 0 & \text{si } |z| > h \\ q(r, z) & \text{si } |z| < h \end{cases} \iff q(r, z) = 2hq(r, 0)\delta(z).$$

2. Halo

- $+\sum_{k=1}^{j-1} \Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{rad} N^k(r, z)$ est la production dans tout le volume diffusif du noyau N^j par désintégration d'un noyau N^k plus lourd. Une fois de plus, il est nécessaire de sommer sur tous les noyaux plus lourds!⁷⁵
- $-\Gamma_{N^j}^{rad} N^j(r, z)$ représente la désintégration dans le halo lorsque N^j est radioactif.

Notation Le $\sim$ sur Γ^{spal} et Γ^{inel} indique qu'il faut sommer sur toutes les composantes de l'ISM. En pratique, on ne considère que H et He ce qui donne :

$$\boxed{\tilde{\Gamma}_{N^k}^{inel} \equiv \sum_{N_{ISM}=H, He} n_{N_{ISM}} \cdot v_{N^k} \cdot \sigma_{N^k+N_{ISM}}^{inel}} \quad \boxed{\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} \equiv \sum_{N_{ISM}=H, He} n_{N_{ISM}} \cdot v_{N^k} \cdot \sigma_{N^k+N_{ISM} \rightarrow N^j}^{spal}} \quad (222)$$

Avant de construire les solutions pas-à-pas pour des cas particuliers, puis pour le cas général, nous allons donner dans la section qui suit quelques résultats qui nous seront utiles pour ce problème à symétrie cylindrique.

17.1.2 Développement sur la base de Bessel

En coordonnées cylindriques, les fonctions de Bessel forment une base sur laquelle toute fonction peut être développée (cf appendice 3). Ce résultat important va nous permettre de résoudre l'équation de diffusion. La recherche de la solution va passer par l'expansion des N^j sur la base des $J_\nu(\zeta_{\nu,i} \frac{r}{R})$, où $\zeta_{\nu,i}$ représente le zéro d'ordre i de la fonction de Bessel d'ordre ν . Ce choix a l'avantage de satisfaire immédiatement une des conditions limites $N^j(r = R) = 0$. L'utilisation des fonctions de Bessel d'ordre $\nu = 0$ (et nous poserons $\zeta_i \equiv \zeta_{0,i}$) est la plus judicieuse car elle conduit par simple application des formules de l'appendice 3.2.1 à

$$- \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial J_0(\zeta_i \frac{r}{R})}{\partial r} \right) = -\frac{\zeta_i^2}{R^2} J_0(\zeta_i \frac{r}{R}) \quad (223)$$

$$- \quad \boxed{N^k(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} N_i^k(z) J_0(\zeta_i \frac{r}{R})} \quad (224)$$

$$- \quad \boxed{2hq^j(r, z=0, E) = q_0^j Q_{tot}^j(E) \sum_{i=1}^{\infty} q_i J_0(\zeta_i \frac{r}{R})} \quad \text{avec} \quad \boxed{q_i = \frac{1}{\pi R^2 J_1^2(\zeta_i)} \frac{\int_0^1 \rho q(\rho) J_0(\zeta_i \rho) d\rho}{\int_0^1 \rho q(\rho) d\rho}} \quad (225)$$

où $q(\rho) \equiv q(\frac{r}{R})$ est la distribution spatiale des sources⁷⁶, q_0^j l'abondance source⁷⁷ (généralement normalisée à un élément donné) et $Q_{tot}^j(E)$ le spectre en énergie ($\sim E^{-2.2}$).

Dans la suite nous définirons $\boxed{\hat{q}_i^j \equiv q_0^j \cdot Q_{tot}^j(E) \cdot q_i}$ (226)

En particulier, grâce à cette procédure, toute la dépendance en r est contenue dans les seules fonctions de Bessel. De fait, pour un noyau j , les $\{N_i^j\}^{i=1 \dots \infty}$ associés sont fonctions de z uniquement (et de E bien sûr, mais ceci de manière *implicite*, car c'est un simple paramètre dans le cas de haute énergie).

17.1.3 Cas particuliers

Nous avons maintenant tous les outils nécessaires à l'obtention des solutions de l'équation de diffusion. La résolution de l'équation principale (220) se simplifie lorsque certains termes sont négligés. Nous pouvons distinguer quatre cas qui conduisent à des formes de solutions différentes.

1. Terme source seul (noyaux dits *primaires*) : $2h\delta(z)q^j$.
2. Terme de spallation d'un noyau plus lourd (noyaux dits *secondaires*) : $\delta(z)\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} N^k(r, z)$.

⁷⁵En pratique, il est impossible pour les noyaux de cette thèse d'avoir plus d'un parent radioactif (cf 5.2.2), donc la somme se restreint à un seul terme qui est l'isobare dont la charge est $Z+1$ ou $Z-1$ selon le processus β considéré.

⁷⁶F.W.Stecker & F.C.Jones, ApJ **217**, 843 (1979) ; W.R.Webber & al, ApJ **390**, 96 (1992) ; G.Case & D.Bhattacharia, A&ASS **120**, 437 (1996) ; A.W. Strong, I.V. Moskalenko, ApJ **509**, 212 (1998) ; G.Case & D.Bhattacharya, ApJ **504**, 761 (1998)

⁷⁷M.A. DuVernois, M.R.Thayer, ApJ **465**, 982 (1996) ; J.J. Engelmann & al, A&A **233**, 96 (90).

3. Contribution d'un parent radioactif : $\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{rad} N^k(r, z)$.

4. Noyau instable par capture électronique...

Avant de nous lancer, précisons un point de vocabulaire qui a déjà été beaucoup utilisé dans cette thèse. Les définitions que nous allons donner s'appliqueront tout aussi bien au cas de l'opérateur de diffusion $\mathcal{L}$ qu'à des opérateurs de type LB.

Définition *Est appelée primaire une espèce correspondant au cas limite où la seule contribution au flux interstellaire mesuré provient de la propagation du terme source de ce même noyau. L'équation de propagation associée est donnée par*

$$\mathcal{L}N^j(r, z) - \Gamma_{rad}^{N^j}N^j(r, z) - 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{inel}^{N^j}N^j(r, 0) + 2\mathbf{h}\delta(\mathbf{z})\mathbf{q}^j(\mathbf{r}) = 0 \quad (227)$$

Est appelée secondaire une espèce correspondant au cas limite où la seule contribution au flux interstellaire mesuré provient de la spallation de noyaux plus lourds en cette espèce. L'équation de propagation associée est donnée par

$$\begin{aligned} \mathcal{L}N^j(r, z) - \Gamma_{rad}^{N^j}N^j(r, z) - 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{inel}^{N^j}N^j(r, 0) \\ + \Gamma_{rad}^{N^k \rightarrow N^j}N^k(\mathbf{r}, \mathbf{z}) + 2\mathbf{h}\delta(\mathbf{z})\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal}N^k(\mathbf{r}, \mathbf{0}) = 0 \end{aligned} \quad (228)$$

A chaque fois, $\mathcal{L}$ est un opérateur différentiel défini par l'expression (221) dans le cas de haute énergie.

17.2 SOLUTION POUR LES PRIMAIRES (STABLES OU INSTABLES β)

Le fait qu'un primaire puisse être instable β change très peu la forme de la solution. A ce point, nous utilisons les résultats de la section précédente pour les développements de Fourier-Bessel. Comme les $J_0(\zeta_i \frac{r}{R})$ sont orthogonaux entre eux, la relation doit être vraie ordre par ordre en i . Nous sommes alors ramenés à une équation sur les $N_i(z)$ ($\hat{q}_i$ a été défini en (226)).

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{rad}^{N^j}}{K} \right) \right] N_i^j(z) = \left(-\frac{\hat{\mathbf{q}}_i^j}{K} + 2hN_i^j(0) \frac{\tilde{\Gamma}_{N^j}^{inel}}{K} \right) \delta(z) \quad (229)$$

La résolution se fait en trois étapes :

1. **Solution dans le halo** en implémentant la condition $N_i^j(z = L) = 0$, P_i est une constante

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) P_i \sinh \left[\sqrt{\frac{V_c^2}{K^2} + 4 \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{rad}^{N^j}}{K} \right)} \times \frac{(L - z)}{2} \right] \quad (230)$$

2. **Intégration sur le disque mince** entre $z = -h$ et $z = h$ avec $h \rightarrow 0$ pour obtenir l'équation⁷⁸

$$2N_i^j(z)|_{z=0} - 2N_i^j(0) \frac{V_c}{K} - 2hN_i^j(0) \frac{\tilde{\Gamma}_{N^j}^{inel}}{K} + \frac{\hat{\mathbf{q}}_i^j}{K} = 0 \quad (231)$$

3. **Raccordement** en reportant la solution du halo (230) dans (231), ce qui nous conduit au résultat final.

⁷⁸ Il faut faire attention lors de l'intégration, car si la continuité de $N_i^j(z)$ entraîne $\int_{-h}^{+h} N_i^j(z) dz \xrightarrow{h \rightarrow 0} 0$, il faut voir que cette équation a une signification au sens des distributions et qu'il faut dès lors se méfier.

Nous rappelons les résultats ;

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial z} \{ \mathcal{F}(z) \} &= \left\{ \frac{\partial \mathcal{F}(z)}{\partial z} \right\} + \sigma_0 \delta(z) \\ -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \{ \mathcal{F}(z) \} &= \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{F}(z)}{\partial z^2} \right\} + \sigma_1 \delta(z) + \sigma_0 \frac{\partial \delta(z)}{\partial z} \end{aligned}$$

où σ_0 et σ_1 sont respectivement les discontinuités d'ordre 0 et 1 de la fonction $\mathcal{F}(z)$, et les distributions sont notées entre $\{ \}$.

Dans notre cas $N_i^j(z)$ est continue donc $\sigma_0 = 0$, mais la conservation du courant (équation (219)) implique une discontinuité de la dérivée première dans le cas d'un courant de convection :

$$\sigma_1 \equiv \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\frac{dN_i^j(z)}{dz} \right]_{-\epsilon}^{+\epsilon} = 2N_i^j(0) \frac{V_c}{K}$$

Enfin, en notant que $N_i^j(z)$ est une fonction paire et donc que la dérivée est impaire, nous obtenons

$$\left[\frac{d^2 N_i^j(z)}{dz^2} \right]_{-h}^{+h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} 2N_i^j(z)|_{z=0}$$

La solution de l'équation de diffusion pour les primaires est donnée par

$$N_{prim}^j(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\hat{q}_i^j}{A_i^j} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (232)$$

avec

$$S_i^j \equiv \left(\frac{V_c^2}{K^2} + 4 \frac{\zeta_i^2}{R^2} + 4 \frac{\Gamma_{rad}^{N^j}}{K} \right)^{1/2} \quad (233)$$

$$A_i^j \equiv 2h\tilde{\Gamma}_{N^j}^{inel} + V_c + K S_i^j \coth\left(\frac{S_i^j L}{2}\right) \quad (234)$$

Cette solution est valable que le noyau N^j considéré soit radioactif ou non. La seule modification est alors un terme $\Gamma_{rad}^{N^j}$ dans S_i (formule (233)) qui est présent ou non.

17.3 SOLUTION POUR LES SECONDAIRES

Dans la réalité, un noyau est le plus souvent *mixte*, c'est-à-dire qu'il s'écrit comme une contribution d'une partie purement primaire (section précédente) plus une partie purement secondaire (cette section). Pour alléger les formules, nous ne garderons de l'équation (228) qu'un seul parent (la généralisation à n parents est simple). Il faut alors distinguer deux cas selon que le parent est radioactif ou non. En effet, il faut voir que dans ce dernier le terme source est localisé dans tout le halo, alors qu'un parent stable donne une contribution restreinte au disque.

17.3.1 Parent non-radioactif

L'équation de diffusion (220) ne contient qu'un terme de spallation du noyau N^k , et le processus est localisé dans le disque

$$\mathcal{L}N^j(r, z) - \Gamma_{rad}^{N^j} N^j(r, z) - 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{N^j}^{inel} N^j(r, 0) + 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} N^k(\mathbf{r}, 0) = 0 \quad (235)$$

Comme dans le cas des primaires (équation (229)), lorsque nous développons sur la base des fonctions de Bessel, nous obtenons une équation sur les i

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{rad}^{N^j}}{K} \right) \right] N_i^j(z) = \left(-2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} \frac{N_i^k(0)}{K} + 2hN_i^j(0) \frac{\tilde{\Gamma}_{N^j}^{inel}}{K} \right) \delta(z) \quad (236)$$

Les équations (229) et (236) sont formellement équivalentes par l'échange

$$\hat{q}_i^j \longleftrightarrow 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} N_i^k(z=0)$$

Dans le cas idéal d'un noyau secondaire ayant un seul parent stable N^k , la solution est donc donnée par⁷⁹

$$N_{Sec, N_{stable}^k}^j(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} \frac{N_i^k(0)}{A_i^j} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (237)$$

où S_i^j et A_i^j sont définis par (233) et (234), fonctions communes pour les primaires et secondaires.

⁷⁹ Si le noyau k est un primaire, alors l'équation (232) donne simplement $N_i^k(z=0) = \hat{q}_i^j/A_i^j$. Nous pourrions réinjecter ce résultat dans la solution pour les secondaires (voir par exemple [Webber, Lee & Gupta 92]), mais ceci irait à l'encontre de notre démarche. En effet, peu nous chaut d'avoir le résultat en fonction des $\{q_i^k\}^{k>j+1}$. Dans le formalisme de la cascade, la valeur de $N^k(0)$ est estimée au pas précédent, et c'est donc cette quantité qui est *pertinente* (voir la discussion de la section 10).

17.3.2 Parent radioactif β

Nous considérons ici le cas où le noyau N^j peut être obtenu par décroissance radioactive d'un parent N^k instable. En définitive, nous devons résoudre (235) dans laquelle est ajouté un nouveau terme qui agit dans tout le volume diffusif.

$$\mathcal{L}N^j(r, z) - \Gamma_{\text{rad}}^{N^j} N^j(r, z) - 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} N^j(r, 0) + 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} N^k(\mathbf{r}, 0) + \Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}} N^k(\mathbf{r}, z) = 0 \quad (238)$$

Son développement sur les i s'écrit (comparer à (236))

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{\text{rad}}^{N^j}}{K} \right) \right] N_i^j(z) = \left(-2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} \frac{N_i^k(0)}{K} + 2hN_i^j(0) \frac{\tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}}}{K} \right) \delta(z) - \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K} N_i^k(z) \quad (239)$$

Il suffit alors de suivre pas-à-pas la résolution utilisée pour les primaires à quelques complications près

1. Equation et solution dans le halo⁸⁰

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K^j} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{\text{rad}}^{N^j}}{K^j} \right) \right] N_i^j(z) = -\frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j} N_i^k(z) \quad (240)$$

La solution de cette équation est la somme de la solution homogène sans 2^{nd} membre plus une solution particulière $N_i^j(z) \equiv N_i^j(z)^{\text{Hom}} + N_i^j(z)^{\text{Part}}$ (où a et a_i sont donnés respectivement par (246) et (247))

$$\begin{aligned} - \text{Solution homogène} \quad N_i^j(z)^{\text{Hom}} &= \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \left(C_1^j \sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right] + C_2^j \cosh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right] \right) \\ - \text{Solution particulière}^{81} \quad N_i^j(z)^{\text{Part}} &= -\frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \left[aN_i^k(z) + a_i N_i^k(0) \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) \frac{\cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \right] \end{aligned}$$

La première condition $N_i^j(z=L) = 0$ fixe la constante C_2^j ⁸².

$$\begin{aligned} N_{i_{\text{sec}, N^k}^{\text{rad}}}^j &= \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \left(C_1^j \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} - \alpha a_i \frac{N_i^k(0) \Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \frac{\cosh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \right) \\ &\quad + \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \left[aN_i^k(z) + a_i N_i^k(0) \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) \frac{\cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \right] \end{aligned} \quad (241)$$

2. Intégration sur le disque mince de l'équation (239), qui donne

$$2N_i^j(z)|_{z=0} - 2N_i^j(0) \frac{V_c}{K^j} - 2hN_i^j(0) \frac{\tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}}}{K^j} = -2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} \frac{N_i^k(0)}{K^j} \quad (242)$$

3. Raccordement en réinjectant dans la dernière condition la solution du halo. Ceci permet de fixer C_i^1

$$C_i^1 = 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} \frac{N_i^k(0)}{A_i^j} + \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j A_i^j(a_i^2 - a^2)} \frac{N_i^k(0)}{\sinh\left(\frac{S_i^k L}{2}\right)} \left\{ \begin{aligned} &\alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \left(V_c + 2h\tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} + K^j S_i^j \tanh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \right) \\ &+ \sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left[a \left(\frac{V_c K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} \right) - a_i K^j S_i^k \right] \\ &+ \cosh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left[a_i \left(\frac{V_c K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} \right) - a K^j S_i^k \right] \end{aligned} \right\} \quad (243)$$

⁸⁰ Le parent radioactif est supposé ne pas avoir lui-même de parents radioactifs, ce qui est vérifié pour tous les noyaux que nous étudions. Ce noyau prend donc la forme simple

$$N_i^k(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) N_i^k(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]}$$

Notons que nous avons rajouté un indice se rapportant à l'espèce N^k pour le coefficient de diffusion. Ceci n'est pas fortuit : l'ensemble des équations que nous traitons se fait à une énergie par nucléon donnée. Ceci implique que des noyaux qui ont des Z différents auront pour la même $E_{c/nuc}$ une rigidité différente, et de suite un coefficient de diffusion différent. Ce point n'avait pas été souligné auparavant, car les termes A_i et S_i étaient déjà explicitement différents pour des espèces différentes simplement parce qu'ils n'avaient pas les mêmes propriétés.

⁸¹ Celle-ci est obtenue en cherchant (pour ce noyau j) une solution de la forme

$$N_i^j(z)^{\text{Part}} = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) \left(p_i^1 \sinh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right] + p_i^2 \cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right] \right)$$

En réinjectant ceci dans l'équation avec second membre et en remarquant que l'égalité doit être vérifiée séparément pour $\sinh$ et $\cosh$, les constantes p_i^1 et p_i^2 sont immédiatement déterminées.

⁸² Nous redéfinissons dans l'expression qui va suivre $C_i^1 \leftrightarrow C_i^1 / \sinh[S_i^j L/2]$ (qui dépend aussi de l'indice de Bessel) car la condition $N_i^j(z=L) = 0$ qui fixe C_2 ne fait pas intervenir C_1 .

La solution obtenue est réarrangée pour pouvoir retrouver la forme du terme *classique* (obtenu dans le cas d'un parent stable, formule (237)) plus un terme spécifique qui décrit la contribution d'un instable source dans tout le halo⁸³.

Dans le cas idéal d'un noyau secondaire ayant un seul parent N^k instable β , la solution est donnée par

$$N_{Sec, N_{rad}^k}^j(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \sum_{i=0}^{\infty} 2h \tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{spal}} \frac{N_i^k(0)}{A_i^j} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) + \sum_{i=0}^{\infty} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (244)$$

$$\times \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \frac{N_i^k(0)}{\sinh\left(\frac{S_i^k L}{2}\right)} \left\{ -\alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right] e^{\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right)} + \left(a \sinh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right] + a_i \cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right] \right) e^{\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right)} \right\}$$

$$+ \frac{e^{\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right)}}{A_i^j} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} \left\{ \begin{aligned} & \left[\alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \left(V_c + 2h \tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} + K^j S_i^j \tanh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \right) \right] \\ & + \sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \left[a \left(\frac{V_c K^j}{K^k} - 2V_c - 2h \tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} \right) - a_i K^j S_i^k \right] \\ & + \cosh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left[a_i \left(\frac{V_c K^j}{K^k} - 2V_c - 2h \tilde{\Gamma}_{N^j}^{\text{inel}} \right) - a K^j S_i^k \right] \end{aligned} \right\}$$

où S_i^j et A_i^j sont toujours définis par (233) et (234) et

$$\alpha \equiv \exp\left(\frac{V_c L}{2} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j}\right)\right) \quad (245)$$

$$a \equiv \frac{V_c^2}{2K^k} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j}\right) + \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^k} - \frac{\Gamma_{\text{rad}}^{N^j}}{K^j} \quad (246)$$

$$a_i \equiv \frac{S_i^k V_c}{2} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j}\right) \quad (247)$$

Terminons par une remarque : pour un parent stable, nous avons $\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}} \equiv 0$, et nous retrouvons la formule simplifiée (237). A ce moment de la compétition, nous sommes en droit de nous demander jusqu'à quel point une telle complication des équations est nécessaire. Alors que pour certains isotopes ce canal de production est dominant, pour d'autres il apporte une contribution faible mais qui ne peut s'estimer qu'au cas par cas. Par exemple, dans le rapport B/C, tenir compte ou pas de ce terme revient à faire une erreur de 10% (ceci est légèrement variable selon la taille du halo, et donc selon la quantité de $^{10}\text{Be} \rightarrow ^{10}\text{B}$ désintégrée). Cette estimation nous fournit une moitié de réponse, à savoir qu'il faut tenir compte de ces termes. Rappelons-nous maintenant que la complication de la formule vient d'un terme de désintégration dans tout le halo. Quelle erreur ferions-nous en restreignant ce terme au disque mince ? Là encore, la réponse ne peut être globale. La différence entre le cas exact et la restriction au disque pour B/C est *a posteriori* $\sim 3\%$. Bien que ce nombre soit petit, il reste suffisamment important pour que nous le prenions en compte.

17.4 NOYAUX À CAPTURE ÉLECTRONIQUE : SOLUTIONS EXACTES

Dans un autre paragraphe (voir 15.3) ont été développées des approximations pour résoudre dans le cas général le problème des noyaux instables sous EC. Dans le cas de haute énergie, les équations liant les différents états d'ionisation d'un même noyau se découplent, et une solution exacte est obtenue. Le calcul peut être réalisé avec autant d'états d'ionisation qu'il est souhaité. Cependant, ceci serait de peu d'intérêt puisque pour les noyaux $Z \leq 30$, le double attachement (deux e^-) est *toujours* négligeable comparativement à l'attachement simple. La notation que nous utiliserons tout au long de cette section sera :

- $N_i^0(\mathbf{z})$ pour la composante i selon le développement de Bessel du noyau totalement ionisé,
- $N_i^*(\mathbf{z})$ pour la composante i du même noyau avec un seul électron orbital.

⁸³Nous rappelons pour les étourdis que le noyau k se met sous la forme $N_i^k(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) N_i^k(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]}$

17.4.1 Cas d'un noyau instable sous EC

Considérons l'espèce N^0 qui se transforme en N^* lorsqu'elle capture un e^- . Les quantités associées à ces deux états sont :

- $\Gamma_{\text{rad}} \equiv$ décroissance β associée à N^0 (et donc aussi à N^*),
- $\Gamma_{EC}^* \equiv$ décroissance EC associée à N^* ,
- $\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \equiv$ attachement d'un électron,
- $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \equiv$ arrachement d'un électron,
- $\Gamma_{\text{inel}} \equiv$ taux de disparition (similaire pour N^0 et N^*),
- $\mathcal{Q}^{N^0} = \dot{q}_i^0 + 2h \sum_{M_k > M_j} \hat{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^0}^{\text{spal}} N^k \equiv$ terme source le plus général pour N^0 .

A la différence de N^0 , N^* n'est jamais directement produit par spallation sur l'ISM et encore moins dans les sources. Sa seule contribution provient du noyau N^0 qui peut attacher un électron lorsqu'il traverse le disque. Ces remarques préliminaires nous permettent d'écrire les équations d'évolution des deux espèces⁸⁴. Nous supposons que le développement sur les bases de Bessel a déjà été fait, ce qui nous donne directement

$$\begin{cases} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{\text{rad}}}{K} \right) \right] N_i^0(z) = -\frac{\mathcal{Q}^{N^0}}{K} \delta(z) + 2h \left(\Gamma_{\text{inel}} \frac{N_i^0(z)}{K} + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \frac{N_i^0(z)}{K} - \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \frac{N_i^*(z)}{K} \right) \delta(z) \\ \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{\text{rad}}}{K} + \frac{\Gamma_{EC}^*}{K} \right) \right] N_i^*(z) = 2h \left(\Gamma_{\text{inel}} \frac{N_i^*(z)}{K} - \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \frac{N_i^0(z)}{K} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \frac{N_i^*(z)}{K} \right) \delta(z) \end{cases} \quad (248)$$

Suivant la procédure habituelle, nous avons successivement

1. **Solution dans le halo** $\rightarrow$ les équations se découpent pour donner les solutions *classiques*.

$$\begin{cases} N_i^0(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) N_i^0(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^0(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^0 L}{2}\right]} \\ N_i^*(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) N_i^*(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^*(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^* L}{2}\right]} \end{cases} \quad (249)$$

avec S_i^0 qui correspond au S_i de l'équation (233) et avec l'apparition dans S_i^* d'un nouveau terme en Γ_{EC}^* . Profitons-en pour introduire les définitions de A_i^* et A_i^0 qui sont formellement équivalentes à la définition de A_i (formule (234))

$$S_i^* \equiv \left(\frac{V_c^2}{K^2} + 4 \frac{\zeta_i^2}{R^2} + 4 \frac{\Gamma_{\text{rad}}}{K} + 4 \frac{\Gamma_{EC}^*}{K} \right)^{1/2} \quad (250)$$

$$A_i^{0/*} \equiv V_c + K S_i^{0/*} \coth\left(\frac{S_i^{0/*} L}{2}\right) + 2h \Gamma_{\text{inel}} \quad (251)$$

2. **Intégration sur le disque mince** $\rightarrow$ obtention d'une équation similaire à (231).
3. **Raccordement** $\rightarrow$ assure la continuité entre les deux zones, et fournit après réarrangement les deux équations couplées

$$\begin{cases} A_i N_i^0(0) = \mathcal{Q}^{N^0} - 2h \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} N_i^0(0) + 2h \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} N_i^*(0) \\ A_i^* N_i^*(0) = 2h \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} N_i^0(0) - 2h \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} N_i^*(0) \end{cases} \quad (252)$$

Ce système est très facilement soluble dans l'eau, ce qui nous permet d'obtenir le résultat final

$$N^0(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\mathcal{Q}^{N^0} \times (A_i^* + 2h \Gamma_{N^* \rightarrow N^0})}{A_i^0 A_i^* + 2h \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} A_i^0 + 2h \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} A_i^*} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^0(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^0 L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (253)$$

$$N^*(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\mathcal{Q}^{N^0} \times 2h \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{A_i^0 A_i^* + 2h \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} A_i^0 + 2h \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} A_i^*} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^*(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^* L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (254)$$

$$N(r, z) = N^0(r, z) + N^*(r, z) \quad (255)$$

⁸⁴En toute rigueur, la rigidité du noyau avec un e^- attaché est différente de celle du noyau totalement ionisé. Cependant, il faut noter que : (i) le temps passé dans l'état ' $*$ ' est très faible par rapport au temps total de propagation, et ce temps est d'autant plus petit que la charge est faible ; d'autre part (ii) lorsque la charge augmente, l'erreur relative faite en supposant la même rigidité diminue et devient même négligeable. Grâce à ces deux propriétés établies dans la section 15.3, nous pouvons utiliser pour ces deux espèces le même coefficient de diffusion K . Les fonction S_i^0 et S_i^* (resp. A_i^0 et A_i^*) sont alors différentes parce que les deux états n'ont pas les mêmes propriétés de décroissance.

Dans le cas limite où $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} = \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \sim 0$, nous retrouvons bien le cas classique $N_i(0) = \frac{Q_i^{N^0}}{A_i}$ où il ne se passe rien. En réalité, bien sûr, cette capture a toujours lieu, et donc pour les noyaux stables sous EC, nous avons l'égalité $A_i = A_i^*$, et $N_i = N_i^0 + N_i^*$ redonne alors bien le résultat attendu, c'est à dire Q^{N^0}/A_i .

17.4.2 Cas d'un noyau ayant un parent radioactif EC

De même que nous avons traité la contribution d'un parent N^k par la voie radioactive β ($N^k \xrightarrow{\beta} N^j$), nous allons maintenant estimer la contribution de N^* , parent par la voie instable EC. Froidement, nous pourrions considérer que tout le formalisme nécessaire a déjà été développé (cf 17.3.2) pour tenir compte d'une source – ici $N^*(z)$ – qui est étendue dans tout le volume diffusif. Cette constatation est en partie vraie, mais nous allons de plus obtenir certaines simplifications pour les durées de vie τ_{EC} très courtes. En se référant aux caractéristiques des temps de désintégration par capture électronique présentées dans les tableaux 6 et 7, nous voyons que les temps de vie s'étendent sur une large échelle (de la seconde au Myr). Les courtes durées de vie correspondent à des noyaux *fantômes*. Ne perdons pas de vue que, dans les équations proposées ci-dessus, les espèces N^0 et N^* sont deux noyaux *distincts* au même titre que des isotopes. Ils sont donc propagés séparément et c'est la très faible durée de vie de N^* qui fait de lui un noyau fantôme. Il faut alors distinguer deux régimes différents :

- Si τ_{EC} est suffisamment petit ; lorsqu'un électron est capturé par N^0 , le *nouveau* noyau N^* se désintègre immédiatement en N_{fils} par le canal EC. N^* est négligeable et nous avons $N \sim N^0$. La modélisation *physique* de ce processus est :
 - *Rajout pour le noyau fils N^j d'une source située dans le disque*, car l'attachement qui a eu lieu dans le disque (et qui limite le taux de disparition) implique une désintégration au même endroit⁸⁵. Il faut rajouter le terme qui suit dans l'équation (235)

$$\dots + 2h\delta(z)\Gamma_{N \rightarrow N^*}N(r, 0)$$
 - *Propagation du noyau parent N^k comme un primaire ou secondaire classique* (équation (227) ou (235)) avec un terme de disparition supplémentaire

$$\dots - 2h\delta(z)\Gamma_{N \rightarrow N^*}N(r, 0)$$
- Si τ_{EC} est suffisamment grand, alors le problème est effectivement similaire aux cas des β -radioactifs. La nouvelle contribution est la somme des contributions de N^0 (par spallation et β si le noyau est instable β) et de N^* (par les mêmes canaux que N^0 plus la contribution spécifique EC). Explicitement, pour N^* , la solution est donnée par (244) où nous remplaçons les $N_i^k(0), A_i^k, S_i^k$ et K^k par les $N_i^*(0), A_i^*, \dots$ correspondants. En particulier

$$N_i^*(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^p}\right) Q_i^N \frac{2h\Gamma_{N \rightarrow N^*}}{A_i A_i^* + 2h\Gamma_{N^* \rightarrow N} A_i + 2h\Gamma_{N \rightarrow N^*} A_i^*} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^*(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^* L}{2}\right]} \quad (256)$$

Il faut donc créer dans le programme un espace supplémentaire dédié à cette source. La distribution finale du noyau parent quant à elle est simplement $N_i^0 + N_i^*$ qui cette fois-ci est sensiblement différent de Q^{N^0}/A_i . Dans ce qui précède, *suffisamment grand* (resp. *petit*) signifie plus grand (petit) que le temps t mis pour traverser le disque. La distance moyenne parcourue par une particule diffusante étant de l'ordre de $l \sim \sqrt{Kt}$ (avec typiquement $l \sim 100$ pc et $K \sim 10^{28} \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ à ~ 1 GeV/n), ce temps vaut $t \sim 300$ kyr. Nous fixerons donc la limite arbitrairement⁸⁶ pour ce qui nous concerne à $t \sim$ kyr. En pratique, cette limite est variable dans le programme, afin de vérifier la pertinence de l'approximation. D'autre part, le calcul présenté ici n'est plus valide dans le régime de basse énergie. Les équations dans le disque (252) ne se découplent plus. Il est alors nécessaire de recourir à une analyse plus détaillée des approximations réalisables. Ceci a été présenté dans la partie 15.3. En définitive, les résultats sont proches de ce qui a été conclu pour les τ_{EC} faibles – raison pour laquelle nous avons insisté dessus.

⁸⁵Il n'est donc pas nécessaire d'introduire l'état intermédiaire N^* qui a peu de *signification* physique et qui est comme nous l'avions annoncé *fantôme* pour ce processus. Le noyau fils se comporte donc comme s'il voyait un parent N^k non-radioactif ayant un terme de production par spallation légèrement modifié.

⁸⁶Afin de tester la justesse de l'approximation faite, le temps limite qui détermine la transition entre les deux régimes – décroissance immédiate et désintégration dans le halo – est pris comme un paramètre *libre* du programme. Techniquement, pour des durées de vie courtes, il y a des explosions numériques à cause de termes en $\coth(x \gg 1)$. Nous utilisons alors un développement limité pour pallier ce problème.

18 LIMITE DE BASSE ÉNERGIE

Précédemment, les solutions ont été décrites pour un régime où nous pouvions négliger les changements énergétiques. Ceci n'est plus possible à basse énergie⁸⁷. Tout d'abord, il y a les pertes qui interviennent comme une dérivée première en l'énergie et à ceci s'ajoute encore dans le cas de la réaccélération une dérivée seconde. Nous allons nous rendre compte dans ce qui va suivre, que les solutions ne pourront plus s'exprimer sous forme analytique simple, et qu'il faudra recourir à des méthodes numériques⁸⁸.

18.1 PRISE EN COMPTE DES PERTES D'ÉNERGIE

Lorsque les noyaux se propagent dans le disque, ils subissent des interactions avec le milieu ambiant (HI, HII et He). Ces pertes n'influent le spectre qu'à basse énergie (en deçà de ~ 1 GeV/n) et sont de deux sortes : (i) *interactions coulombiennes* sur un plasma ionisé (processus complètement dominé par la diffusion sur les e^-), et (ii) *pertes par ionisation* sur la matière interstellaire neutre (H et He). Pour tenir compte de ces nouveaux termes dans les solutions dérivées plus haut, il faut en premier lieu ré-écrire l'équation (220). Celle-ci peut être reformulée de nouveau à partir de l'équation de continuité (219), mais en considérant l'ensemble du quadri-vecteur courant

$$\partial_\mu J^\mu + \frac{\partial N(r, t)}{\partial t} = 0 \quad \text{avec} \quad \partial_\mu J^\mu \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial E} (b_E(E) N(r, t)) \quad (257)$$

Le terme $b_E(E)$ représente la variation d'énergie incluant les deux termes de pertes mentionnés plus haut. La forme en est discutée dans la section 4.2.1. Remarquons que ce terme dépend évidemment de l'énergie mais aussi du noyau considéré (en particulier de sa charge). La nouvelle équation à résoudre est⁸⁹

$$\boxed{\mathcal{L} N^j + 2h\delta(z) \left[q^j + \sum_{k=1}^{j-1} \tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} N^k - \tilde{\Gamma}_{inel}^{N^j} N^j \right] = \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\nabla \cdot V_c}{3} E_k \left(\frac{2m + E_k}{m + E_k} \right) N^j \right) - 2h\delta(z) \frac{\partial}{\partial E} (b_E^j N^j)} \quad (258)$$

La dépendance dans l'énergie est cette fois explicite (E_k est l'énergie cinétique, à ne pas confondre avec l'énergie cinétique par nucléon), et les membres de droite sont les nouveaux termes provenant des pertes d'énergie. Notons la forme particulière en $\nabla \cdot V_c / 3$ qui provient des pertes par expansion adiabatique des rayons cosmiques dans la galaxie. N'utilisant que des vitesses de convection constantes, le gradient est nul, et de fait nous ne parlerons pratiquement plus de ce terme dans le reste de l'exposé. Le point le plus important pour cette équation est que les processus restent localisés dans le disque mince, ce qui va simplifier la résolution. Il nous faut résoudre ceci en faisant la distinction entre un parent radioactif et un parent non-radioactif. Le cas spécifique des noyaux EC sera discuté dans un paragraphe séparé. Comme précédemment, nous supposons le développement sur les fonctions de Bessel réalisé.

18.1.1 Primaire ou secondaire avec des parents stables ou instables β

Levons d'emblée le suspense ! Nous allons voir dans quelques instants que la solution est formellement la même pour $N_i^j(0)$. Ceci sera suffisant pour les études restreintes au disque, mais lorsque nous voudrions passer à $N_i^j(z)$, la procédure sera différente dans un cas ou dans l'autre. Les étapes pour résoudre l'équation (258) vont suivre exactement la séquence utilisée page 136 et 138. Avant de nous lancer, reprenons la notation déjà utilisée page 140 pour le terme source le plus général

$$\boxed{Q^{N_i^j} \equiv \hat{q}_i^j + 2h \sum_{M_k > M_j} \tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{spal} N^k} \quad (259)$$

⁸⁷ Haute et basse énergies sont des notions *relatives*. Il n'y a pas de limite stricte, mais plutôt une transition douce entre ces deux régimes.

⁸⁸ Celles-ci partent du principe que les résultats doivent tendre vers ceux obtenus dans limite de haute énergie. En pratique, ceci est vérifié en changeant la borne de haute énergie dans le programme. La procédure est alors considérée valable si cette borne n'a aucune influence sur le résultat – ce qui est en général le cas dès 100 GeV/n.

⁸⁹ Nous n'incluons pas ici les termes radioactifs par souci de clarté, voir pour cela l'équation (220). L'opérateur $\mathcal{L}$ est défini par l'équation (221) et n'est pas modifié par l'ajout des pertes.

1. Le nouveau terme étant localisé dans le disque, la solution dans le halo (230) ne change pas. A une constante multiplicative près, nous avons donc

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) N_i^j(0) \sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right] / \sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \quad (260)$$

2. L'intégration sur le disque mince avec $h \rightarrow 0$ devient (comparer avec (231))

$$2N_i^j(z)|_{z=0} - 2N_i^j(0) \frac{V_c}{K} - 2hN_i^j(0) \frac{\Gamma_{N^j}^{inel}}{K} + \frac{Q_{N^j}^i}{K} = \frac{2h}{K} \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left[\left(\mathbf{b}_E^j(\mathbf{E}) - \frac{V_c}{3h} \mathbf{E}_k \left(\frac{2m+E_k}{m+E_k} \right) \right) \mathbf{N}_i^j(\mathbf{0}) \right] \quad (261)$$

Le second terme dans le membre de droite provient de la condition de continuité (à la traversée du disque) dans le terme $\nabla \cdot V_c/3$ de l'équation (258)⁹⁰. Il faut bien réaliser que même si ce terme d'expansion adiabatique ne joue aucun rôle dans le halo (V_c est constant dans notre modèle), il entre dans l'équation de continuité et donne une contribution qui est telle que l'on obtient finalement de manière formelle

$$\begin{aligned} b_{\text{loss}} &\equiv b_E + b_{\text{adiab}} & (262) \\ b_{\text{adiab}} &\equiv -\frac{V_c}{3h} E_k \left(\frac{2m+E_k}{m+E_k} \right) & (263) \end{aligned}$$

3. ...et le raccordement disque-halo nous donne finalement l'équation à résoudre.

$$N_i^j(0) = \hat{N}_i^j(0) - \frac{2h}{A_i^j} \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left[\mathbf{b}_{\text{loss}}^j(\mathbf{E}) \mathbf{N}_i^j(\mathbf{0}) \right] \quad (264)$$

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) N_i^j(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} \quad (265)$$

$$N^k(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} N_i^k(z) J_0(\zeta_i r/R) \quad (266)$$

Sans le dernier terme, nous retrouvons les solutions (232) et (237) sous la forme $N_i^j(0)_{\text{haute énergie}} = \hat{N}_i^j(0) \equiv Q_{N^j}^{N^i}/A_i^j$. Une expression analytique ne peut pas être extraite, étant données les dépendances complexes en énergie des différents termes de (264). Nous avons utilisé plusieurs techniques de résolution pour cette équation. En particulier, une approche itérative a été essayée. Malheureusement, celle-ci ne converge pas, car le terme de perte est trop grand. Nous avons donc utilisé une résolution par des méthodes numériques *classiques*. Nous pensons ici à Runge-Kutta et Crank-Nicholson. Nous n'en dirons pas plus. Pour des références, le lecteur peut se reporter à la section 10 où nous avons discuté quelques considérations générales ayant trait aux méthodes numériques.

Cas particulier d'un parent radioactif β

Pour ce qui est de la procédure à proprement parler et du résultat, il n'y a pas de différence fondamentale par rapport à ce qui précède. La seule difficulté supplémentaire est purement algébrique. Pour la solution du halo, il y a deux constantes C_i^1 et $C_i^2(z)$. A quelques redéfinitions près de certaines constantes, nous obtenons

$$N_{i_{N^k}^{\text{rad}}}^j = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) C_i^1 \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} + C_i^2(z) \quad (267)$$

Dans le cas d'un parent radioactif, c'est la constante C_i^1 et *elle seule* qui va changer sous l'action des pertes d'énergie⁹¹. L'équation de raccordement (261), après développement, sera du type

$$C_i^1 = \dots - \frac{2h}{A_i^j} \frac{\partial}{\partial E} [b_{\text{loss}}^j(E) N_i^j(0)] \quad (268)$$

⁹⁰Je tiens à remercier Aimé Soutoul qui m'a fait remarquer que ce terme manquait (dans une version antérieure du tapuscrit).

⁹¹Il n'est pas très important pour la discussion qui va suivre d'avoir le détail de ces constantes, mais pour être complet donnons leur expression ici

$$C_i^1 = \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j A_i^j (a_i^2 - a^2)} \frac{N_i^k(0)}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \left\{ \begin{aligned} & \alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \left(V_c + 2h\Gamma_{inel}^j + K^j S_i^j \tanh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \right) \\ & + \sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left(a \left[V_c \frac{K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\Gamma_{inel}^j \right] - a_i K^j S_i^k \right) \\ & + \cosh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left(a_i \left[V_c \frac{K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\Gamma_{inel}^j \right] - a K^j S_i^k \right) \end{aligned} \right\}$$

où les “...” représentent le terme source à la limite de *haute énergie* associé au cas étudié. La similitude avec la formule (264) apparaît lorsque que la constante $C_2(z)$ est ajoutée des deux côtés de l'équation. La somme de ce dernier terme et de l'autre partie donne alors exactement $N_i^j(0)$. $\hat{N}_i^j(0)$ sera comme précédemment la solution obtenue dans le régime de haute énergie pour la classe de noyaux correspondante (cf équation (244) en $z = 0$).

$$N_i^j(0) = \hat{N}_i^j(0) - \frac{2\mathbf{h}}{\mathbf{A}_i^j} \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left[\mathbf{b}_{\text{loss}}^j(\mathbf{E}) \mathbf{N}_i^j(0) \right] \quad (269)$$

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \left(N_i^j(0) - C_i^2(0) \right) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} + C_i^2(z) \quad (270)$$

$$N^k(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} N_i^k(z) J_0(\zeta_i r / R) \quad (271)$$

Si nous voulons obtenir la solution dans le halo, nous voyons que l'équation (265) doit être remplacée par (270).

18.1.2 Les instables EC

Pour ces noyaux, la description est compliquée du fait de l'attachement possible d'un e^- . Nous rappelons qu'en particulier l'attachement multiple est toujours négligeable pour les noyaux considérés ici. Ceci introduit dans le problème un nouveau noyau intermédiaire noté N^* dans 17.4. Celui-ci peut-il être considéré comme un fantôme? Si oui, quelles formules faut-il modifier pour le prendre en compte correctement?

Solutions pour un noyau instable par EC Nous appliquons encore et toujours la résolution en trois points sur les équations (248) plus les pertes d'énergie

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{\text{rad}}}{K} \right) \right] N_i^0(z) = 2h\delta(z) \left(-\frac{\mathbf{Q}_{N^0}^0}{2hK} + \Gamma_{\text{inel}} \frac{N_i^0(z)}{K} + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \frac{N_i^0(z)}{K} - \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \frac{N_i^*(z)}{K} \right) + 2\mathbf{h}\delta(z) \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} (\mathbf{b}_i^0 \mathbf{N}^0) \\ \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{\text{rad}} + \Gamma_{EC}}{K} \right) \right] N_i^*(z) = 2h\delta(z) \left(\Gamma_{\text{inel}} \frac{N_i^*(z)}{K} - \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \frac{N_i^0(z)}{K} + \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \frac{N_i^*(z)}{K} \right) + 2\mathbf{h}\delta(z) \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} (\mathbf{b}_i^* \mathbf{N}^*) \end{array} \right. \quad (272)$$

Dans le halo, les équations sont découplées et la solution est simple. L'intégration sur le disque mince et la ré-injection des solutions du halo conduisent malheureusement à des équations couplées pour N^0 et N^* . Nous pourrions utiliser une résolution numérique pour arriver au résultat, mais il est plus judicieux de considérer N^* comme un noyau fantôme. Insistons sur le fait que ce dernier est fantôme dans un sens légèrement différent de celui présenté dans la section 5.1. Ici, ce n'est pas tellement que le noyau a une courte durée de vie, mais c'est surtout qu'il est en quantité négligeable devant N^0 . Nous ne discuterons pas les détails de comment ceci arrive puisque tout a déjà été fait dans la section 16.2.2. Le résultat à retenir est tiré des équations (217) et (218) qui correspondent respectivement à une désintégration limitée par le temps de décroissance EC (effective dans tout le halo après attachement de l' e^- dans le disque) et à une désintégration limitée par l'attachement (dans le disque seul après désintégration immédiate, une fois l' e^- attaché dans le disque).

$$\Gamma_{EC} \gg \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \implies \Gamma_{\text{inel}}^{\text{effectif}} \text{ (disque)} \sim \Gamma_{\text{inel}} + \Gamma_{N \rightarrow N^*} \quad (273)$$

$$\Gamma_{EC} \ll \Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \implies \Gamma_{\beta+EC}^{\text{effectif}} \text{ (halo)} \sim \Gamma_{\beta} + (\Gamma_{\beta} + \Gamma_{EC}) \frac{\Gamma_{N \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N}} \quad (274)$$

Ces équations signifient que ces noyaux sont traités comme des radioactifs classiques avec : (i) une section efficace effective de disparition – cf (273) – lorsque le noyau est *limité par l'attachement* et (ii) un temps de vie β *effectif* lorsque le noyau est *limité par EC* – cf (274). Le temps *critique* où nous passons d'un régime à l'autre est le temps d'arrachement $\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} \sim 10^3 \text{ Myr}^{-1}$.

$$C_i^2(z) = -\alpha a_i \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \frac{N_i^k(0) \Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \frac{\cosh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} + \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{\text{rad}}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \left[a N_i^k(z) + a_i N_i^k(0) \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) \frac{\cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \right]$$

Solutions pour un noyau ayant un parent instable EC Nous avons en main tous les éléments pour donner la solution en huit lignes! La partie précédente nous a montré que vis-à-vis de la décroissance EC, les noyaux considérés se comportaient

- soit comme des stables avec un terme de section efficace de disparition effective $\Gamma_{inel}^{effectif}$ – cf (273),
- soit comme des radioactifs β avec un taux de désintégration effectif $\Gamma_{\beta+EC}^{effectif}$ – cf (274).

La méthode à appliquer pour tenir compte d'un tel parent correspond dans le premier cas aux solutions (264), (265) et (266) plus un terme source effectif, alors que le second cas correspond aux équations (269), (270) et (271) avec un parent par le canal β effectif.

18.2 LA RÉACCÉLÉRATION

Lorsque les GCR se propagent dans le champ magnétique galactique, ils sont diffusés par un spectre de turbulence, et *a priori* deux effets sont observables :

- Un coefficient de diffusion spatial dû aux irrégularités du champ.
- Une diffusion dans l'espace des énergies qui peut être modélisée par des chocs entre les CR et des centres diffuseurs infiniment lourds animés d'une vitesse v_A (vitesse de Alfvén).

Ainsi, la question n'est pas tant de savoir s'il y a de la réaccélération – puisque nous venons de dire qu'il y en a forcément dès qu'il y a de la diffusion – mais plutôt d'estimer l'importance de cet effet. Pour plus de détails, le lecteur se reportera à la partie 12. Ce qu'il faut retenir, c'est qu'il apparaît alors non seulement un terme du premier ordre qui s'ajoute au $b_{loss}^j(E)$ défini dans le paragraphe précédent, mais il y a aussi un terme du second ordre, ce qui modifie les équations. Il n'y a aucune difficulté de principe, et tout ce qui a été dit pour les pertes d'énergie est valable à un nouveau terme près dans le cas présent. Nous ne rediscuterons donc pas le moyen pour arriver à ce résultat, mais donnerons directement la formule à utiliser

$$N_i^j(0) = \hat{N}_i^j(0) - \frac{2h}{A_i^j} \frac{\partial}{\partial E} \left[\tilde{b}^j(E) N_i^j(0) \right] + \frac{h}{A_i^j} \frac{\partial^2}{\partial E^2} \left[d^j(E) N_i^j(0) \right] \quad (275)$$

où $\tilde{b}^j(0)$ est le terme $b^j(0)$ des pertes d'énergie plus la contribution du premier ordre de la réaccélération, et $d^j(E)$ est le terme d'ordre deux. Tout ce qui a été dit au paragraphe précédent pour les noyaux EC est applicable sans modification lors de l'ajout de la réaccélération⁹².

19 REFORMULATION DU “LEAKY-BOX”

Gardons-nous un petit espace pour présenter la forme des solutions dans un LB. Evidemment, il n'y aura pas de série infinie sur les fonctions de Bessel, mais nous obtiendrons néanmoins une équation similaire à (275) à une redéfinition des variables près. Cette équivalence nous a été utile pour construire dans le programme deux modules séparés et interchangeables permettant de passer du modèle de diffusion au LB, à des fins de comparaison. Ce modèle est détaillé dans la section 7.2, mais nous reprendrons ici les principaux éléments. Il faut considérer une boîte totalement homogène avec une densité de matière moyenne. La diffusion est remplacée par un temps de résidence “moyen” dans la boîte qui traduit la probabilité d'échappement vers de nouveaux horizons (les noyaux rejoignent parfois le cimetière des particules). Notons qu'il n'y a pas de vent galactique. Traduit mathématiquement à partir de l'équation (220) il faut faire la modification :

$$K(E) \nabla N^j \longleftrightarrow \tilde{N}^j / T_{esc}(E)$$

L'équation à résoudre (les variables $\bar{x}$ correspondent à des quantités moyennes) est :

$$\frac{\tilde{N}^j}{T_{esc}(E)} + \frac{\partial}{\partial E} \left(b_{loss}^j(E) \tilde{N}^j \right) \bar{n} v \sigma_{inel}^j \tilde{N}^j + \frac{\tilde{N}^j}{\tau^j} = \bar{q}^j + \sum_{m>j} \bar{n} v \sigma_{N^m \rightarrow N^j} \tilde{N}^m + \frac{\tilde{N}^k}{\tau^{k \rightarrow j}} \quad (276)$$

Toutes les quantités ont donc été moyennées sur l'ensemble de la boîte ($\bar{n}$, $\bar{q}^j$, $\tilde{N}^j$). Ces équations sont beaucoup plus simples que dans le cas du modèle de diffusion : ce sont des équations sans dérivées spatiales, et dans le

⁹²Dans l'équation ci-dessus, rappelons que le premier terme du membre de droite s'écrit $\hat{N}_i^j(0) \equiv Q_i^{N_i^0} / A_i^j$ dans le cas d'un noyau qui n'a pas de parent radioactif, et prend une forme beaucoup plus complexe dans le cas contraire – équation (244).

cas particulier d'un parent radioactif, le terme source associé est similaire à un terme de spallation. En gardant à l'esprit que le temps d'échappement est relié à l'épaisseur de matière traversée $\tilde{\lambda}_{esc} = \bar{n}vT_{esc}$ (en cm^{-2})⁹³, si nous posons

$$A_{LB}^j \equiv \left(\frac{\bar{m}\bar{n}v}{\lambda_{esc}} + \bar{n}v\sigma_{inel}^j + 1/\tau^j \right) \quad (277)$$

$$\mathcal{Q}_{LB}^{j_{source}} \equiv \bar{q}^j + \sum_{m>j} \bar{n}v\sigma_{N^m \rightarrow N^j} \bar{N}^m + \frac{\bar{N}^k}{\tau^{k \rightarrow j}} \quad (278)$$

Les solutions obtenues, valables pour tous les types de noyaux – qu'ils aient un parent radioactif ou non – sont formellement équivalentes aux solutions des primaires et secondaires du modèle de diffusion (232) et (237) (qui s'appliquaient dans ce cas aux $N_i^j(0)$). Cette solution n'a bien évidemment pas à être resommée sur les fonctions de Bessel et elle est valable dans toute la boîte par définition. L'extension au domaine des basses énergies nous donne une équation similaire à (264) à des facteurs h près

$$\bar{N}^j = \frac{\mathcal{Q}_{LB}^{j_{source}}}{A_{LB}^j} - \frac{1}{A_{LB}^j} \frac{d}{dE} \left(\tilde{b}^j(e) \bar{N}^j \right) + \frac{1}{2A_{LB}^j} \frac{d^2}{dE^2} (d^j(E) \bar{N}^j) \quad (279)$$

Insistons encore sur le fait que contrairement au modèle de diffusion, cette équation est valable pour l'ensemble des noyaux, qu'ils aient un parent radioactif ou non.

Noyaux instables par EC Il reste à traiter le cas particulier d'un noyau qui peut subir la capture électronique. Comme pour le cas de la diffusion, nous obtenons des équations qui seront celles d'une espèce radioactive β avec un nouveau taux effectif de désintégration donné par les formules (273) et (274) selon le temps de vie EC du noyau considéré (nous n'allons pas les écrire ici). En définitive, comme dans ce modèle tout se ramène à une formulation unique, la résolution est beaucoup plus simple et agréable...

⁹³ Attention, la quantité définie ici est légèrement différente de ce qu'on définit habituellement sous le nom de grammage en g cm^{-2} , $\lambda_{esc} = \bar{m}\tilde{\lambda}_{esc}$.

Septième partie

Résultats

Sur ce dont on ne peut parler, il faut garder le silence.

Tractacus-logico-philosophicus, Ludwig Wittgenstein

Cosmic Rays below $Z = 30$ in a diffusion model : new constraints on propagation parameters.

D. Maurin^a ⁹⁴, F. Donato^a, R. Taillet^{a,b}, P. Salati^{a,b}

a) Laboratoire de Physique Théorique LAPTH,
BP110, F-74941 Annecy-le-Vieux Cedex, France.

b) Université de Savoie, BP1104 73011 Chambéry Cedex, France.

astro-ph/0101231, accepté dans Astrophysical Journal

LAPTH 817/00

Abstract

Cosmic ray nuclei fluxes are expected to be measured with high precision in the near future. For instance, high quality data on the antiproton component could give important clues about the nature of the astronomical dark matter. A very good understanding of the different aspects of cosmic ray propagation is therefore necessary. In this paper, we use cosmic ray nuclei data to give constraints on the diffusion parameters. Propagation is studied with semi-analytical solutions of a diffusion model, and we give new analytical solutions for radioactively produced species. Our model includes convection and reacceleration as well as the standard energy losses. We perform a χ^2 analysis over B/C data for a large number of configurations obtained by varying the relevant parameters of the diffusion model. A very good agreement with B/C data arises for a number of configurations, all of which are compatible with sub-Fe/Fe data. Different source spectra $Q(E)$ and diffusion coefficients $K(E)$ have been tried, but for both parameters only one form gives a good fit. Another important result is that models without convection or without reacceleration are excluded. We find that the various parameters, *i.e.* the diffusion coefficient normalisation K_0 and spectral index δ , the halo thickness L , the Alfvén velocity V_a , and the convection velocity V_c are strongly correlated. We obtain limits on the spectral index δ of the diffusion coefficient, and in particular we exclude a Kolmogorov spectrum ($\delta = 1/3$).

⁹⁴E-mail : maurin@lapp.in2p3.fr, donato@to.infn.it, salati@lapp.in2p3.fr, taillet@lapp.in2p3.fr

20.1 INTRODUCTION

Understanding the composition and spectral features of cosmic rays has always been an astrophysical challenge. On one hand, the observational data have long been scarce and suffered from large uncertainties. On the other hand, the theoretical predictions to which these data should be compared to have also suffered from several drawbacks. Composition and spectra arise from the nuclear interaction of an initial distribution of energetic particles with interstellar matter (*spallations*) and their electromagnetic interactions with galactic magnetic fields (*acceleration* and *diffusive reacceleration*). First, the nuclear cross sections to be used were not very well known until recently. Second, our knowledge of the galactic magnetic field is far from complete. Cosmic rays are sensitive to its scale inhomogeneities (*diffusion*) which are not well observed. They are also sensitive to the presence of plasma shock-waves (acceleration in localized sources and diffusive reacceleration). Third, composition and spectra are altered as the cosmic rays enter the solar magnetic field, so that some more modelling has to be done in order to infer interstellar spectra from observations.

However, despite these sources of uncertainty, some gross features of the cosmic ray properties are well established. First, the study of secondary-to-primary ratio shows that a cosmic ray has crossed an average of about $x = 9 \text{ g cm}^{-2}$ of interstellar matter between its acceleration and its detection. Second, the isotopic ratio of radioactive species shows that it took about $\tau = 20 \text{ Myr}$ between the same events. As cosmic rays have a velocity close to c , we can infer the average density of the medium to be $n = x/(\tau c m_H) \approx 0.3 \text{ cm}^{-3}$. As the disk density is about 1 cm^{-3} , the cosmic rays must spend a fraction of time in an empty region, called the *diffusion halo*. Cosmic rays are produced and destroyed in the galactic disk, they diffuse in a larger zone whose characteristics are not well known, and eventually they can escape from this zone. To have a good modelling of cosmic ray propagation, we should know the geometry and size of the diffusion zone, the characteristics of the galactic magnetic field, and the sources.

In this paper, we use the existing data on nuclei, gathered by balloon-borne and space experiments during the last thirty years, to put constraints on the parameters describing the propagation of cosmic ray nuclei. One consequence is that many of the large uncertainties affecting the calculation of the antiproton flux could be strongly reduced (F. Donato & al., in preparation). This is of utmost relevance for the study of exotic sources of antiprotons and antideuterons.

20.2 THE DIFFUSION MODEL

It has been recognized for a long time that the relevant physical propagation model to be used is the diffusion model (Berezinskii & al. 1990; Ginzburg & Syrovatskii 1964), though the so-called leaky box model has been widely preferred for decades because of its simplicity.

The steady-state differential density $N^j(E, \vec{r})$ of the nucleus j as a function of energy E and position $\vec{r}$ in the Galaxy, is given by (see for instance Berezinskii & al. 1990)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (K^j \nabla N^j - V_c N^j) - \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\nabla \cdot V_c}{3} E_k \left(\frac{2m + E_k}{m + E_k} \right) N^j \right) + \frac{\partial}{\partial E} (b^j N^j) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial E^2} (d^j N^j) + \tilde{\Gamma}^j N^j \\ = q^j + \sum_{m_k > m_j} \tilde{\Gamma}^{kj} N^k \end{aligned} \quad (280)$$

The first terms represent diffusion (K^j is the diffusion coefficient) and convection (V_c is the convection velocity). The divergence of this velocity, expressed in the next term gives rise to an energy loss term connected with the adiabatic expansion of cosmic rays. Further, we have to take into account ionization and coulombian losses (the energy loss coefficients are specified below), plus a reacceleration term in first order derivative (all included in b^j) and finally a second order derivative in E for the associated second order term in reacceleration (d^j is the energy diffusion coefficient). These stand for the continuous losses. The last term of the l.h.s. takes care of the disappearance of the nucleus j ($\tilde{\Gamma}^j$ for short) due to its collisions with interstellar matter (ISM). In the r.h.s., the source term q^j takes into account the primary production and acceleration of nuclei described by an injection spectrum (for the sake of clarity, we have not written down the terms describing the contribution of radioactive species). Finally, the last term is for the secondary j sources, namely spallation contribution⁹⁵ $\tilde{\Gamma}^{kj}$

⁹⁵We use here the so-called straight-ahead approximation which implies the conservation of kinetic energy per nucleon during a

from all other heavier nuclei. We use here the notation E for total energy and E_k for kinetic energy.

One needs to solve a complete triangular-like set of coupled equations since only heaviest nuclei contribute to a given nucleus. Quantities in this equation are functions of spatial coordinates (not time, steady-state being assumed) and of energy. Unless stated otherwise, the word *energy* will stand for *kinetic energy per nucleon* (T), since this is the appropriate parameter to be used, as it is conserved in spallation reactions (see footnote 95).

The other very popular model is the leaky box, in which all the quantities are spatially averaged (so that convection has no meaning), and the diffusion term is then replaced by an escape term

$$-\nabla \cdot (K^j \nabla N^j) \longleftrightarrow \bar{N}^j / \tau_{esc}$$

which has the meaning of a residence time τ_{esc} (Myr) in the confinement volume. Note that in this case, the mean time $\langle \tau \rangle$ spent in the box and the mean column density $\langle x \rangle$ (in units of g cm^{-2}) of crossed matter are treated on the same footing since the model is homogeneous. This is not true for multi-zone models and especially for the diffusion model where cosmic rays spend most of their time in the diffusion halo which has a zero matter density. It may seem very surprising that this simplified model is able to reproduce many observations on stable nuclei. Actually, it can be shown that leaky box models are often equivalent to diffusion models, as far as stable species are concerned (for a generic discussion on the “leakage-lifetime” approximation in cosmic ray diffusion, see Jones 70). This is not obvious from the equations, but it can be seen more readily if we solve them in a formalism called the weighted slab technique. Basically, it consists in writing a general solution under the form (see for example Berezhinskii et al. 1990; Ginzburg & Syrovatskii 1964)

$$N^j(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \tilde{N}^j(x) G(\mathbf{r}, x) dx \quad (282)$$

Thus, (280) decouples into two independent equations. The first one involves $G(\mathbf{r}, x)$. It depends only on the geometry of the problem and on the chosen diffusion scheme (or the leaky box parameters), but not on the particular species j . The other one involves $\tilde{N}^j(x)$ and contains the nuclear physics aspects of the propagation. Different models (diffusion or leaky box) correspond to different $G(\mathbf{r}, x)$, but the equations on $\tilde{N}^j(x)$ are the same. G is the path length distribution and is interpreted as the distribution of probability that a nucleus j goes through a column density x before reaching Earth. The global solution is then obtained by a convolution of the surviving quantity $\tilde{N}^j(x)$ under nuclear processes after $x \text{ g cm}^{-2}$, with the weighted probability associated.

In a leaky box model, it can be shown that the normalized path length distribution function is given by

$$G(x) = \frac{1}{\lambda_{esc}} \exp\left(\frac{-x}{\lambda_{esc}}\right) \quad (283)$$

where the average quantity of matter crossed by a cosmic ray is given by

$$\langle x \rangle = \int_0^\infty x G(x) dx = \lambda_{esc} \quad (284)$$

In the diffusion model, it has been shown (Owens 1976) that for a wide class of geometries, the function G is given by an infinite series of exponentials involving the diffusion coefficient. Moreover, the physical parameters are such that for sufficiently large grammage x , only the first exponential contributes so that we recover a leaky box model (Jones 1970; Ginzburg, Khazan & Ptuskin 1980; Schlickeiser & Lerche 1985; Lerche & Schlickeiser 1985). For the model used in this paper, it can be shown that $\lambda_{esc} = \bar{m} n v h L / K$ in the limit $L \ll R$. However, this is no longer true for lower x , and then the leaky box model fails. This may explain, in conjunction with poorly known cross sections for heavy nuclei, why for many years cosmic ray physicists had to use modifications (Lezniak & Webber 1979; Garcia-Munoz & al. 1987; Webber & al. 1998b) of the leaky box path length distribution at small grammage to reconcile observations of B/C with those of sub-Fe/Fe. Even worst, this approximate equivalence between leaky box and diffusion model breaks down for radioactive species (Prishchep & Ptuskin 1975).

This motivates us to choose the diffusion model and solve the corresponding equation (280). From a more general point of view, note also that the weighted slab technique mentioned above should be used carefully.

spallation process

$$\int_0^\infty n_H v' N^k(T') \sigma^{kj}(T, T') dT' = \int_0^\infty n_H v' N^k(T') \sigma^{kj}(T) \delta(T - T') dT' = n_H v N^k(T) \sigma^{kj}(T) \quad (281)$$

Actually, it was recently realized (Ptuskin, Jones & Ormes 1996) that pre-1996 estimations of cosmic ray parameters with this technique were not exact. First, at fixed energy per nucleon, the rigidity and therefore the propagation features depend on the nuclear species, whatever the energy. This prevents the above-mentioned decoupling. Second, energy losses that strongly depend on A and Z also take place at low energy. Ptuskin et al. 1996 presented a modification of this formalism which is correct in both the highly and non-relativistic regimes. These fundamental findings were confirmed by a more complete numerical treatment (Stephens & Streitmatter 1998) and give rise to differences of as much as 20%.

For the nuclear part, we adopted the direct approach of the shower technique. This means that the flux is first evaluated for the heavier primary cosmic ray, for which the diffusion equation is simple and does not couple to any other species. Then, the flux of the next nucleus is computed, with a spallation term depending only on the heavier nucleus, whose flux is known from the previous step. This procedure is repeated for all the nuclei down to the lightest one. We started at $Z = 30$, the heavier non negligible primary found in cosmic radiation (Binns & al. 1989), since $(Z > 30) \leq 10^{-3}$ Fe. For all light nuclei, we checked that it is sufficient to start from $Z = 16$ (S). For the detail of solutions, the reader is referred to Appendix 20.6. The next section is devoted to the inputs of the model.

20.3 THE PARAMETERS OF THE MODEL

20.3.1 Geometry of the Galaxy

The geometry of the problem used here is a classical cylindrical box (see for example Webber et al. 1992) whose radial extension is R , with a disk of thickness $2h$ and a halo of half-height L . Only L is not fixed (see §20.5) and $R = 20$ kpc, $h = 100$ pc. Sources and interactions with matter are confined to the thin disk and diffusion which occurs throughout disc and halo with the same strength is independent of space coordinates. The solar system is located in the galactic disc ($z = 0$) and at a centrogalactic distance $R_{\odot} = 8$ kpc (Stanek & Garnavich 1998; Alves 2000).

20.3.2 Cross sections

Cross sections play a crucial role in propagating the cosmic rays throughout the Galaxy. We have to distinguish between the total inelastic cross section and the spallation cross section.

Total inelastic cross section The total inelastic cross section, which is actually a reaction cross section, is defined by

$$\sigma_{inel}^{tot} = \sigma^{tot} - \sigma_{elastic}^{tot} \quad (285)$$

Various empirical modifications of the original (Bradt & Peters 1950) geometrical approach have been used to parameterize this total cross section. Letaw, Silberberg & Tsao (1983) and Silberberg & Tsao (1990) produced the basic energy dependent equations further refined in Sihver & al. (1993) and in Wellish & Axen (1996). Recently Tripathi, Cucinotta & Wilson (1997a, 1997b, 1999) proposed a universal parameterization which is valid for all nucleus-nucleus reactions, including neutron induced reaction. All of these approaches have been compared in Silberberg, Tsao & Barghouty (1998), where the preference were given to Tripathi et al. (1997a, 1997b, 1999). For this reason, we adopted the latter parameterization throughout this study. The precision can be estimated to be about 5%.

Spallation cross section The fragmentation cross sections are somewhat more complicated. Basically, we can separate three distinct approaches : (i) microscopical description (Bondorf & al. 1995; Ramsey & al. 1998) (ii) semi-empirical formulae (Silberberg et al. 1998; Tsao, Silberberg & Barghouty, 1998; Tsao et al. 1999) and (iii) empirical formulae (Webber, Kish & Schrier 1990d). The first one takes into account the fundamental nuclear physics but is very computer time consuming and has not reached a precision as good as the two other approaches. The second method takes into account more phenomenological inputs, and is better designed for the unmeasured fragmentation cross sections which correspond mainly to the ultra heavy ($Z \geq 30$) nuclei. The third one breaks down in this region, but can be used for $3 \leq Z \leq 30$ because it is adapted to fit measurements.

Consequently, we used the code of Webber et al. (1990d) available on the web ⁹⁶ updated with new parameters (table V of Webber & al. 1998a). This parameterization takes advantage of the fact that about 98% of all the reaction involved in cosmic ray propagation have now at least one point of energy measured. This set of formulae gives a precision of about 10% but can not be further refined (Webber et al. 1998a). The code is extended for spallation on He with the parameterization given in Ferrando et al. (1988)⁹⁷.

To go further than this treatment, one should keep in mind the following points. First, the process of single or double nucleon removal is an important channel for the production of numerous nuclei. It has been parameterized in detail in Norbury & Townsend (1993) and in Norbury & Mueller (1994), although in the following we will consider Webber's approach sufficient for our purpose. Second, most of the parameterizations make use of the straight-ahead approximation (see footnote 95). Tsao & al. (1995) relaxed this condition and find a 5% effect around the 1 GeV peak of B/C (note that this effect is negligible for primary to primary and secondary to secondary ratios). Finally, it was found that all the measurements are not always consistent and systematic effects are likely to be present (Taddeucci & al. 1997; Vonach & al. 1997; Zeitlin & al. 1997; Flesh & al. 1999; Korejwo & al. 1999).

To summarize, we consider that Webber's code is very well suited for modelling spallation cross sections, thanks to the many experiments developed these last years (Webber, Kish & Schrier 1990a, 1990b, 1990c; Webber et al. 1998b, 1998c; Chen et al. 1997). The overall precision can be roughly estimated to be better than 10% on H, and better than 20% on He.

20.3.3 Nuclear parameters

Apart from the stable species, we can distinguish two categories of nuclei to be propagated, depending on whether they live long enough to be observed or they decay quickly into other nuclei.

Ghost nuclei Ghost nuclei are defined as those having a half-lifetime larger than ~ 1 ms (so that they are detected in cross section measurements) and less than few hundred years (so that we can consider that disintegration is fast on a propagation timescale). Several reaction channels may yield a given nucleus. This means that for this nucleus, we have to add to the direct production the contributions of all the short lived parent nuclei

$$\sigma_{k \rightarrow j}^{effective} = \sigma_{kj} + \sum_{nuclei \ X}^{ghost} \sigma_{k \rightarrow X} Br(X \rightarrow j) \quad (286)$$

where $Br(X \rightarrow j)$ is the branching ratio of the corresponding channel⁹⁸. A table of all the disintegration chains can be found in Letaw & al. 1984. To see the effect of the recent discovery of new intermediate short-lived nuclei and of the changes in branching ratio, we reconstructed from a recent compilation of nuclear properties (Audi et al. 1997) all the ghost nuclei and compared them with the Letaw table. We found that the net effect is negligible. This is because the discovered radioelements are very far from the valley of stability and their production is suppressed (as it can be observed experimentally). Such reaction chains should accordingly be taken as a fixed input for the future.

Radioactive nuclei Radioactive nuclei can be separated into three groups : unstable under β decay, unstable under electronic capture and unstable under both reactions. All the physical effects related to these nuclei will be analysed in detail in a separate paper (F. Donato & al., in preparation).

⁹⁶http://spdsch.phys.lsu.edu/SPDSCH_Pages/Software/Pages/Cross_Section_Calcs/CrossSectionCalcs.html

⁹⁷The parameterization given in this paper should be modified at low energy and for large ΔZ (P. Ferrando 2001, private communication).

⁹⁸To give an example, such a reaction reads for ${}^9_4\text{Be}$

$$\sigma_{k \rightarrow {}^9_4\text{Be}}^{effective} = \sigma_{i \rightarrow {}^9_4\text{Be}} + 49.2\% \sigma_{k \rightarrow {}^9_3\text{Li}} + 4.1\% \sigma_{k \rightarrow {}^{11}_3\text{Li}} \quad (287)$$

20.3.4 Diffusion coefficient

Physically, diffusion arises because charged particles interact with the galactic magnetic field inhomogeneities. This is an energy-dependent process because higher energy particles are sensitive to larger spatial scales. As a result, the diffusion coefficient is related to the power spectrum of these inhomogeneities, which is poorly known. Several analytical forms of this energy dependence have been assumed in the literature. In particular, leaky box models give a purely phenomenological form

$$\begin{cases} \lambda_{\text{esc}} = \lambda_0 \beta & \text{if } \mathcal{R} < \mathcal{R}_c \text{ in GV} \\ \lambda_{\text{esc}} = \lambda_0 \beta (\mathcal{R}/\mathcal{R}_c)^{-\delta} & \text{if } \mathcal{R} > \mathcal{R}_c \text{ in GV} \end{cases}$$

where $\mathcal{R} = p/Z$ stands for the particle rigidity. A more fundamental origin may be found for the previous expression, as one can show in a one-dimensional diffusion model with convection (Jones & al. 2001). All the effects that led to that phenomenological form are explicitly taken into account in our treatment and we may therefore consider a more natural form for $K(E)$, inferred from magnetohydrodynamics considerations (Ptuskin et al. 1997) :

$$K(E) = K_0 \beta \times \mathcal{R}^\delta \quad (288)$$

where the normalisation K_0 is expressed in $\text{kpc}^2 \text{ Myr}^{-1}$. Nevertheless, we have also tested leaky box inspired forms, but these never give good fits to the data (see next section).

20.3.5 Sources

A charged particle is called a cosmic ray when it has been accelerated to an energy greater than 100 MeV/n as far as our study is concerned. Several physical processes may be responsible for this energy gain; they all involve an interaction of the particle with a plasma shockwave front. This is responsible for the power-law energy dependence (see below). The term *source* refers to the place where the charged particles have been promoted to cosmic rays. We present here the various hypotheses about their spatial and spectral distributions and their compositions.

Spatial distribution First, as explained above, we assumed that the Galaxy has a cylindrical symmetry and that the sources are located in the galactic disc. So we only have to specify a radial distribution. We have used the Case & Bhattacharya (1996, 1998) distributions, but the results presented below are not sensitive to this particular choice.

Spectral distribution The source spectral distributions can be split in two terms

$$q^j(E) = q_0^j Q^j(E) \quad (289)$$

where q_0^j represent the composition and $Q^j(E)$ the energy dependence. Several spectra have been used in the past (Engelmann & al. 1985),

$$\begin{aligned} Q^j(E) &\propto p^{-\alpha_j} \\ Q^j(E) &\propto \beta E_{kin}^{-\alpha_j} \\ Q^j(E) &\propto E_{tot}^{-\alpha_j} \end{aligned} \quad (290)$$

where p is the momentum and where the spectral index α_j may depend on the species j considered. These forms are equivalent at high energies but we focused on the first one only (equivalent to a power-law in rigidity) as the others do not yield good fits to the data. The sum $\delta + \alpha_j$ gives the overall power-law index of each species at high energy ($\approx 1 \text{ TeV}/n$) : this is because the measured flux at these energy is proportional to $Q^j(E)/K(E) \propto \mathcal{R}^{\delta+\alpha_j}$. In other words, at sufficiently high energy, energetic redistribution and spallation reactions do not affect propagation. Consequently, measured spectral indexes enter as a fixed input, and we took them in Wiebel-Sooth, Biermann & Meyer (1998). For consistency, we required that whatever δ , the parameters α_j are adjusted so as to reproduce the above-mentioned values. This ensures that the spectra we compute agree with data at high energy.

Composition The composition q_0^j is usually inferred from a comparison between leaky box calculations and data. Alternatively, a more fundamental approach can be used. It may be taken either as the solar system composition convoluted with the FIP (First Ionisation Potential), or convoluted with the volatility. As pointed out in Webber (1997), the two alternatives are not so different. In this work, the isotopic composition of each element was taken from Anders & Grevesse (1989) and Grevesse & Sauval (1998), and the q_0 dependence of the FIP has been taken from Binns et al. (1989). Then the primary cosmic ray elemental composition has been adjusted to fit the HEAO-3 data at 10.6 GeV/n, while keeping constant the relative isotopic abundances.

20.3.6 Galactic wind, energy loss, reacceleration

Once we have chosen a generic model, we have to include effects which affect the spectra at low energies. A first step is the inclusion of energetic losses. Then a most complete treatment must take into account reacceleration and convection.

Energy losses There are two types of energy losses which are relevant for nuclei : ionization losses in the ISM neutral matter (90% H and 10% He), and Coulomb energy losses in a completely ionized plasma, dominated by scattering off the thermal electrons. We will use $\langle n_e \rangle \sim 0.033 \text{ cm}^{-3}$, and $T_e \sim 10^4 \text{ K}$ (Nordgren 1992). Complete formulae for these two effects are compiled, for example, in Strong & Moskalenko (1998) or in Mannheim & Schlickeiser (1994). There is also a third type of loss related to the existence of a galactic wind. We recall that in equation (280), there is a term proportional to $\nabla \cdot V_c$. As we choose a constant wind velocity in the z direction (see farther), we could conclude at a first glance that this term vanishes. Actually, this is the case everywhere in the Galaxy except at $z = 0$ where a discontinuity occurs, due to the opposite sign of the wind velocity above and below the galactic plane. One gets a term that can be expressed in the same form as ionization and coulombian losses with an effective term

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_{Adiab} = -E_k \left(\frac{2m + E_k}{m + E_k} \right) \frac{V_c}{3h} \quad (291)$$

E_k stands for the total kinetic energy and it should not be confused with the kinetic energy per nucleus frequently used in this paper. Finally, because of these effects the propagation equation must be solved numerically.

Reacceleration As the fractional energy changes in a single collision are small, we can treat Fermi acceleration (Fermi 1949; 1954) using the Fokker-Planck formalism (Blandford & Eichler 1987). In one dimension

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial p} \left[- \left\langle \frac{\Delta p}{\Delta t} \right\rangle f + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p} \left(\left\langle \frac{(\Delta p)^2}{\Delta t} \right\rangle f \right) \right] \quad (292)$$

where $\langle \Delta p / \Delta t \rangle$ and $\langle (\Delta p)^2 / \Delta t \rangle$ are expressed in terms of the probability for changing the momentum p to $p + \Delta p$ during time Δt . A simplification occurs when the recoil of the scatterer can be ignored. In general, the principle of detailed balance ensures that the probability for a gain is equal to that for a loss. This implies

$$\left\langle \frac{\Delta p}{\Delta t} \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p} \left\langle \frac{(\Delta p)^2}{\Delta t} \right\rangle \quad (293)$$

which reduces the equation into

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial p} K_{pp} \frac{\partial}{\partial p} (f) \quad (294)$$

where

$$K_{pp} \equiv \frac{1}{2} \left\langle \frac{(\Delta p)^2}{\Delta t} \right\rangle \quad (295)$$

From another point of view, we can start with a collisionless Boltzmann equation and expand it up to second order in perturbed quantities (magnetic irregularities). It gives the full diffusion equation in quasi-linear theory

(Schlickeiser 1986; Kulsrud & Pearce 1969). Assuming a constant flow of magnetic irregularities (corresponding to a constant galactic wind) in the z direction, we find

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -V_c \nabla f + \nabla(K \nabla f) + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[K_{pp} p^2 \frac{\partial f}{\partial p} \right] + Q(r, p, t) \quad (296)$$

which is the propagation equation we used in Appendix 20.6 (up to several nuclear terms, cf eq. (304)). In this theory, the momentum diffusion coefficient K_{pp} is naturally connected to the space diffusion coefficient K by the relation

$$K_{pp} = \frac{V_a^2}{9K} p^2 \quad (297)$$

where V_a is the Alfvén speed of the scattering centers.

We emphasize that expressions (294) and (296) are just simplifications of the full Fokker–Planck equations. As pointed out by Ostrowski & Siemienieć-Oziębło (1997), if this simplification is natural in the kinetic description of a gas of scattering particles, this is no longer the case for particles scattered off external ‘heavy’ scattering centers. Nevertheless, this approximation which arises in a number of astrophysical cases is sufficient for our purpose. We thus have to treat a simple energy diffusion coefficient, which we evaluated in the no–recoil hard sphere scattering centers approximation as

$$K_{EE} \equiv \frac{1}{2} \left\langle \frac{(\Delta E)^2}{\Delta t} \right\rangle = \frac{2}{3} V_a^2 \frac{\sigma_K n_K}{c} E^2 \beta^3 \quad (298)$$

where $\sigma_K n_K$ describes the rate of collisions with scatterers which is related to the mean free path by $\lambda_K = 1/\sigma_K n_K$. As $K(E) = (1/3)\lambda_K v$, the previous relation gives the final coefficient to be used in our calculation

$$K_{EE} = \frac{2}{9} V_a^2 \frac{E^2 \beta^4}{K(E)} \quad (299)$$

Our approach is basically similar to that of Heinbach & Simon (1995). The meaning of the Alfvénic speed derived in their analysis is not very clear, since the numerical factor in front of expression (299) may vary according to the hypotheses made for the scattering process. The assumption that reacceleration occurs only in the thin disc is supported by recent complete magnetohydrodynamics simulations (Ptuskin et al. 1997) describing the evolution of the hot gas, cosmic rays and magnetic field.

Integration into equation We define

$$b_{loss}^j(E) = \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_{Ion} + \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_{Coul} + \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_{Adiab} \quad (300)$$

and with $K_{EE}^j(E)$ given by (299), one obtains (see Appendix)

$$A_i^j N_i^j(0) = \bar{Q}^j - 2h \frac{\partial}{\partial E} \left\{ b_{loss}^j(E) N_i^j(0) - K_{EE}^j(E) \frac{\partial}{\partial E} N_i^j(0) \right\} \quad (301)$$

This is a second order equation which is solved for each order i of the Bessel decomposition. A_i^j is given by (313) and $\bar{Q}^j$ (308) is a generic source term (see Appendix 20.6 for details). Relation (301) has been developed on our energy array so as to be transformed into a matrix equation that is directly inverted. Two boundary conditions need to be implemented. The effects of energy losses and diffusive reacceleration have been assumed to be negligible at the high energy tip (100 GeV/n) of the spectrum. We have furthermore imposed a vanishing curvature ($\partial^2 N_i^j / \partial E^2 = 0$) at the lowest energy point.

Galactic wind It has been recognized for a long time that a thin disc configuration would be disrupted by cosmic ray pressure (Parker 1965, 1966; Ko, Dougherty & McKenzie 1991). It can be stabilized by the presence

of a halo, but further considerations imply that this halo would not be static either (presence of a convective wind). Consequences of a wind has been firstly investigated by Ipavitch (1975) and since then it has been observed in other galaxies (Lerche & Schlickeiser 1982a, 1982b; Reich & Reich 1988; Werner 1988). In our own, its effects on nuclei have been investigated in various models (Jones 1979; Kóta & Owens 1980; Freedman & al. 1980; Bloemen & al. 1993), and in this work we adopted a very simple and tractable form for V_c throughout the diffusive volume ($dV_c/dz = 0$), following Webber, Lee & Gupta (1992). A constant wind with free escape boundary is a reasonable approximation to a more sophisticated variable–wind model (see also conclusions from magnetohydrodynamics simulations (Ptuskin et al. 1997)).

Comparison with other works Our semi–analytical two–dimensional model lies, in some sense, between the complete numerical resolution of Strong & Moskalenko (1998) and the recent study of Jones et al. (2001). As compared to the first one, we have a simplified description of the matter distribution, for which the full analysis of the parameter space does not require too much CPU time. The second approach can be considered as the limiting case for our two–dimension model when the radial extension is much larger than the halo size ($R \gg L$). Note that a similar analysis was performed by Letaw, Silberberg & Tsao (1993) in the framework of a leaky box model or Seo & Ptuskin (1994) in a one–dimensional diffusion model but their less systematic approach does not allow a full exploration of parameter space.

20.4 DATA ANALYSIS

For the aim of our analysis, we can consider different classes of flux ratios : primary–to–primary (*e.g.* C/O), secondary–to–primary (*e.g.* B/C or sub–Fe/Fe), secondary–to–secondary (*e.g.* Li/B or Be/B), ratio of isotopes either stable (*e.g.* $^{10}\text{B}/^{11}\text{B}$) or unstable (*e.g.* $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$). Each of these may be an indicator of some dominant physical phenomenon and be particularly sensitive to the corresponding diffusion parameters. The ratio of two primaries is practically insensitive to changes in all the parameters, since they have the same origin and undergo the same physical processes. So, it can be a very useful tool to fix their source abundances. We will return to this subject. Similar conclusions, even if less strong, may be drawn for the ratio of two isotopes of the same species, such as $^{10}\text{B}/^{11}\text{B}$. Indeed, at very low energy values this quantity is slightly affected by changes in the injection spectra, but the effect is too weak to constrain free parameters.

The most sensitive quantity is B/C, as B is purely secondary and its main progenitor C is primary. The shape of this ratio is seriously modified by changes in the diffusion coefficient, in the height of the diffusion halo, in the convective and alfvénic velocities. Moreover, it is also the quantity measured with the best accuracy, so that it is ideal to test models. Indeed, being the ratio of two nuclei having similar Z , it is less sensitive to systematic errors than single fluxes or other ratios of nuclei with more distant Z . For the same reasons, the sub–Fe/Fe may also be useful. Unfortunately, since existing data are still affected by sizeable experimental errors, we can only use them to cross–check the validity of B/C but not to further constrain the parameters under scrutiny. Another particularly interesting quantity is the ratio $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$. Since ^{10}Be is a radioactive element, it is very sensitive to the processes which can occur in the halo. Therefore, we could use this ratio in particular to bracket the size of the halo (F. Donato & al., in preparation).

20.4.1 Solar modulation

We have estimated the effect of the solar wind on the energies and intensities of cosmic–rays following the prescriptions of the force field approximation (Perko 1987). The modification in the total interstellar energies of a nucleus with charge Z and atomic number A , corresponds to the shift $Z\phi$ (we set the electronic charge equal to unity) :

$$E^{\text{TOA}}/A = E^{\text{IS}}/A - |Z|\phi/A. \quad (302)$$

Here E^{TOA} and E^{IS} correspond to the top–of–atmosphere (modulated) and interstellar total energy, respectively. The solar modulation parameter ϕ has the dimension of a rigidity (or an electric potential), and its value varies according the 11–years solar cycle, being greater for a period of maximal solar activity. Often people refer to the equivalent quantity $\Phi = |Z|\phi/A \simeq \frac{1}{2}\phi$. Once the momenta at the Earth p^{TOA} and at the boundaries of the heliosphere p^{IS} are determined, the interstellar flux of the considered nucleus is related to the TOA flux

according to the simple rule :

$$\frac{\Phi^{\text{TOA}}(E^{\text{TOA}})}{\Phi^{\text{IS}}(E^{\text{IS}})} = \left\{ \frac{p^{\text{TOA}}}{p^{\text{IS}}} \right\}^2 \quad (303)$$

The determination of the modulation parameter Φ is totally phenomenological and suffers from some uncertainty. As explained in the following, we will deal with data taken around period of minimal solar activity, for which we fixed $\Phi = 250$ MV.

20.4.2 The dataset we used

In order to test our diffusion model we have widely employed the data taken by the experiment which was launched on board the NASA HEAO-3 satellite (Engelmann et al. 1990). The relative abundances of elements, with charge from 4 to 28 and for energy ranging from 0.6 to 35 GeV/n, have been measured with unprecedented accuracy. Data have been taken in 1979–80, around a solar minimal activity. For the case of B/C, HEAO-3 quoted errors are 2–3%. To perform the analysis, we also included data from balloons (Dwyer & Meyer 1987) and from the ISEE-3 experiment (Krombel & Wiedenbeck 1988), even if the relevant error bars are wider. The first one collected data in 1973–75 for energies spanning from around 1.7 to 7 GeV/n. The second experiment was operating during 1979–81 on board a spacecraft, in the energy range 100–200 MeV/n. In some of the figures presented below, we also plot – for purely illustrative goals – the data point from IMP-8 (García-Munoz et al. 1987) and the VOYAGER experiments (Lukasiak, McDonald & Webber 1999) (we did not include Ulysse data point (DuVernois & al. 1996), since it corresponds to a period of maximal solar activity). They were not included in the χ^2 analysis since they are the most sensitive to solar modulation. Nevertheless, we have checked that the best χ^2 values were not significantly modified when these points were added.

As regards the sub-Fe(Sc+V+Ti)/Fe ratio, we used data from HEAO-3 (Engelmann et al. 1990) and from balloons (Dwyer & Meyer 1987). In both cases the error bars, around 10%, are significantly larger than for B/C.

20.5 RESULTS

We varied the relevant parameters K_0 , L , V_c , V_a , and δ of the diffusion model described above. The constraints are much simpler to express with the combinations L , K_0/L , V_c and $V_a/\sqrt{K_0}$ (this last expression appears naturally in $K_{EE}(E)$ describing reacceleration). As for the primaries, we have adjusted the source abundance for nitrogen which is not a pure secondary. We calculated the χ^2 over the 26 experimental points listed in 20.4.2, for each possible combination obtained varying the free parameters in the whole parameter space. In the following, we will focus on B/C and we cross-check the compatibility of the obtained parameters when applied to other fluxes.

20.5.1 Results of B/C and sub-Fe/Fe analysis for $\delta = 0.6$

In a first step, the power δ of rigidity in the expression for the diffusion coefficient (see Eq. (288)) has been fixed to 0.6. This will be the reference value for the bulk of our analysis. We only show models giving a χ^2 less than 40. The best models have $\chi^2 \approx 28$. Some of these configurations have a very small halo size in which case the condition $h \ll L$ is no longer valid. Thus we also required $L > 1$ kpc in the whole analysis.

The first result is that only the source spectrum $q^j(E) = q_0^j p^{-\alpha_j}$ gives a good fit to the data. It will be used all the way long. For each L and K_0/L , we vary $V_a/\sqrt{K_0}$ and V_c and the best χ^2 are shown in Fig. 22. All the good models are located in a narrow strip in the plane $L - K_0/L$, showing a strong correlation between these two parameters. However, there is still a degeneracy. It should be lifted with further specific analysis of radioactive nuclei (F. Donato & al., in preparation). Conversely, for each $V_a/\sqrt{K_0}$ and V_c we varied L and K_0/L and the best values for the χ^2 are depicted in Fig. 23. We see that they are gathered in a narrow range, namely : $8.5 \lesssim V_c \lesssim 12$ km sec⁻¹ and $410 \lesssim V_a/\sqrt{K_0} \lesssim 530$ km s⁻¹/ Mpc Myr^{-1/2}. We do not find any model having a good χ^2 without convection ($V_c = 0$) or without reacceleration ($V_a = 0$). We emphasize the fact that these four parameters are strongly correlated so that, when one of them is determined (for example L with radioactive nuclei), the allowed ranges for the others will be narrower than what could naively appear from the above two figures.

The observed sub-Fe/Fe flux ratio does not give very powerful constraints. Nevertheless, all the models which give a good fit to B/C data are consistent with sub-Fe/Fe data. Figures 24 and 25 illustrate these results with the particular choice $L = 9.5$ kpc, $K_0/L = 0.00345$ kpc Myr⁻¹, $V_c = 10.5$ km s⁻¹ and $V_a/\sqrt{K_0} = 470$ km s⁻¹/ Mpc Myr^{-1/2}, giving a reduced $\chi_r^2 \approx 1.3$. Note that all the configurations lying in the allowed ranges of Fig. 22 and 23 will provide very similar curves.

Up to now we have dealt with flux ratios, which partially hide the spectral features of the fluxes themselves. So we have also checked that the above configurations were consistent with the oxygen flux as measured by HEAO-3. In Fig. 26 the oxygen flux has been calculated for the same configuration as in Fig. 24 and 25. We can notice that the agreement with HEAO-3 data is not so satisfactory. The parameter which mainly prevents us from obtaining a good fit is the source spectrum. We recall that we set the sum $\delta + \alpha_j$ to the power-low index as determined in Wiebel-Sooth et al. (1998). Indeed, this number for the oxygen species is equal to 2.68 as derived from HEAO-3 and many other measurements. If instead we fix $\delta + \alpha_{Oxygen}$ to be 2.8 (as in Swordy & al. (1993)), the fit improves (see Fig. 26).

20.5.2 Variation of the diffusion coefficient spectral index

We also tested different values for δ , and we find that correspondingly the diffusion parameters giving a good fit to B/C change. As an example, for a fixed value of the halo thickness $L = 3$ kpc, we find that δ is allowed to vary between 0.5 and 0.84. This is displayed in Fig. 27. In the whole parameter space, the range of δ extends from approximately 0.45 to 0.85, as one can see in Fig. 28. In particular the value $\delta = 0.33$ corresponding to a Kolmogorov-like turbulence spectrum is strongly disfavoured ($\chi^2 > 100$). For intermediate values of δ , good models are obtained for the full range in L (as in Fig. 22). For low values of δ , models with a small halo size L are excluded; in particular for $\delta < 0.45$, there is no good model with $L < 15$ kpc. Finally, for high values of δ , models with a large halo L are excluded, and for $\delta > 0.85$, there is no good model with $L > 1$ kpc. As can be seen in Fig. 28, each value of δ gives a different contour plot in the $K_0/L - L$ plane. It appears that they all can be superimposed to a single curve by a rescaling $K_0/L \rightarrow K_0/L \times f(\delta)$, where f is a function of δ only. For the contours displayed in Fig. 28, it takes the values $f(0.46) = 0.51$, $f(0.5) = 0.62$, $f(0.6) \equiv 1$, $f(0.7) = 1.54$ and $f(0.85) = 2.78$.

In the $V_a/\sqrt{K_0} - V_c$ plane, the values of V_c are shifted downward as δ is decreased but the allowed range of $V_a/\sqrt{K_0}$ does not significantly move. Nevertheless, the allowed values for V_c never reach 0, so that no-wind models can be excluded.

20.6 DISCUSSION AND CONCLUSION

We obtain good quantitative constraints on the diffusion parameters from B/C data. In particular, there is a very strong correlation between L , K_0/L , V_c , $V_a/\sqrt{K_0}$ and δ . For $\delta = 0.6$, we find that $8.5 \text{ km s}^{-1} < V_c < 12 \text{ km s}^{-1}$ and $410 < V_a/\sqrt{K_0} < 530$ (where V_a is expressed in km s^{-1} and K in $\text{kpc}^2 \text{ Myr}^{-1}$). Furthermore, we show that the power law index for the diffusion coefficient is restricted to the interval $[0.45, 0.85]$, the best χ^2 being 25.5 for $\delta = 0.70$. For any δ in this interval, the good parameters in the $K_0/L - L$ and $V_a/\sqrt{K_0} - V_c$ planes can be straightforwardly deduced from the corresponding values for $\delta = 0.6$ by a simple scaling law. We exclude any model without a convective velocity or without reacceleration for any combination of the three other diffusion parameters.

Our conclusions could get more stringent by new measurements in the whole energy spectrum for all nuclei. We emphasize that all our results were obtained using the best data, which are rather scarce and more than 20 year-old; new data are thus strongly needed. The AMS experiment on board the International Space Station will have in principle the ability to provide some of these data.

The next steps of this analysis will be to study radioactive species. In particular, we expect the recent SMILI data (giving the spectral distribution of Be isotopes over a large energy range) to provide a new insight on cosmic ray propagation, and thus to constraint further the diffusion parameters. We are also investigating the standard antiproton signal, using the results described in this paper.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank Aimé Soutoul for having pointed out a mistake in an early version of this paper. D.M. is particularly grateful for his remarks. F.D. gratefully acknowledges a fellowship by the Istituto Nazionale di Fisica Nucleare. We also would like to thank the French Programme National de Cosmologie for its financial support.

Sources and interactions with matter are confined to the thin disk and diffusion which occurs throughout disc and halo with the same strength is independent of space coordinates. Sources follow a universal form $Q(E)q(r)$ with an associated normalization q_0^j for each nucleus (see § 20.3.5). Furthermore, we consider here only constant wind V_c in the z direction.

High energy limit

The dependence in energy E is implicit, and if we add radioactive contributions localized in both disc and halo

$$\left(\mathcal{L}_{diff} - \Gamma_{rad}^j\right) N^j(r, z) + \sum_{k=1}^{j-1} \Gamma_{rad}^{kj} N^k + 2h\delta(z) \left(q_0^j Q(E)q(r) + \sum_{k=1}^{j-1} \tilde{\Gamma}^{kj} N^k(r, 0) - \tilde{\Gamma}^j N^j(r, 0) \right) = 0 \quad (304)$$

$$\mathcal{L}_{diff} = -V_c \frac{\partial}{\partial z} + K \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right) \quad (305)$$

In our geometry a solution can be found in term of Bessel functions of zeroth order taking advantage of their properties (Jackson 1975). One can expand all the quantities over the orthogonal set of Bessel functions $\{J_0(\zeta_i x)\}_{i=1 \dots \infty}$,

$$N^j(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} N_i^j(z) J_0(\zeta_i \frac{r}{R}) \quad (306)$$

$$q(r) = \sum_{i=1}^{\infty} \hat{q}_i J_0(\zeta_i \frac{r}{R}), \quad \hat{q}_i = \frac{1}{\pi R^2 J_1^2(\zeta_i)} \frac{\int_0^1 \rho q(\rho) J_0(\zeta_i \rho) d\rho}{\int_0^1 \rho q(\rho) d\rho}, \quad \rho \equiv r/R \quad (307)$$

Such an expression respects automatically one of the boundary condition $N(r = R, z) = 0$. We will use a compact notation to describe the most general form for a source term

$$\bar{Q}^j = q_0^j Q(E) \hat{q}_i + \sum_k^{m_k > m_j} \tilde{\Gamma}^{kj} N_i^k(0) \quad (308)$$

Stable progenitors N^k As equations have to be valid order by order (second term of (304) vanishes)

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \left(\frac{\zeta_i^2}{R^2} + \frac{\Gamma_{rad}^{N^j}}{K} \right) \right] N_i^j(z) = \left(-\frac{\bar{Q}^j}{K} + \frac{2h\tilde{\Gamma}^j}{K} N_i^j(0) \right) \delta(z) \quad (309)$$

A fast procedure to solve (309) is given by the following three steps :

1. Solution in the halo (no right-hand side in eq. (309)) with the boundary condition $N_i^j(z = \pm L) = 0$

2. Integration ($\lim_{h \rightarrow 0} \int_{-h}^{+h} \dots dz$) of equation (309) through the thin disc⁹⁹, which gives

$$2N_i^j(z)|_{z=0} - 2N_i^j(0) \frac{V_c}{K} - 2hN_i^j(0) \frac{\tilde{\Gamma}^j}{K} + \bar{Q}^j = 0 \quad (310)$$

3. Put the halo solution in equation (310) to ensure continuity between the two zones.

We finally obtain the solutions for stable progenitors in relativistic regime :

$$N^j(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\bar{Q}^j}{A_i^j} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} J_0(\zeta_i \frac{r}{R}) \quad (311)$$

⁹⁹In terms of distribution (quoted in braces), defining σ_0 and σ_1 as the discontinuities of 0^{th} et 1^{st} order, remember that

$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \{\mathcal{F}(z)\} = \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{F}(z)}{\partial z^2} \right\} + \sigma_1 \delta(z) + \sigma_0 \frac{\partial \delta(z)}{\partial z}$
 Imposing the continuity of the vertical cosmic ray current across the plane $z = 0$, we thus have
 $\sigma_1 \equiv \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[dN_i^j(z)/dz \right]_{-\epsilon}^{+\epsilon} = -2N_i^j(0) \frac{V_c}{K}$ and $\sigma_0 = 0$.

$$\bar{Q}^j \equiv q_0^j Q(E) \hat{q}_i + \sum_k^{m_k > m_j} \tilde{\Gamma}^{kj} N_i^k(0) \quad (312)$$

$$S_i^j \equiv \left(\frac{V_c^2}{K^2} + 4 \frac{\zeta_i^2}{R^2} + 4 \frac{\Gamma_{rad}^{N^j}}{K} \right)^{1/2} \quad A_i^j \equiv 2h \tilde{\Gamma}_{N^j}^{tot} + V_c + K S_i^j \coth\left(\frac{S_i^j L}{2}\right) \quad (313)$$

For a primary $\bar{Q}^j = q_0^j Q(E) \hat{q}_i$, and for a pure secondary $\bar{Q}^j = \sum_k^{m_k > m_j} \tilde{\Gamma}^{kj} N_i^k(0)$. Note that solutions given in Webber et al. (1992) for secondary takes advantage of the primary form of $N_i^k(0)$. Since we are here interested in a *shower-like* (see § 20.3.2) resolution, the form given here is more adapted.

β decay contribution from N^k For all the nuclei treated here, N^j never has more than one unstable contribution, so that the sum over k for N_{rad}^k reduces to one term in equation (304). Resolution is complicated by the localisation of this source in the whole halo. Focalsing on this specific term, neglecting for a while primary source and *classical* spallative secondary contribution $2h\delta(z) \sum_k \tilde{\Gamma}^{kj} N^k(r, 0)$, one obtains (following the same procedure as described in the previous section¹⁰⁰)

$$N_{\Gamma_{rad}}^j(r, z) = \sum_{i=0}^{\infty} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \times \frac{\Gamma_{rad}^{kj}}{K^j(a_i^2 - a^2)} \frac{N_i^k(0)}{\sinh\left(\frac{S_i^k L}{2}\right)} \quad (314)$$

$$\times \left\{ \begin{aligned} & -\alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right] e^{\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right)} + \left(a \sinh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right] + a_i \cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right] \right) e^{\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right)} \\ & + \frac{e^{\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right)}}{A_i^j} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} \left[\begin{aligned} & \alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \left(V_c + 2h\tilde{\Gamma}^j + K^j S_i^j \tanh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \right) \\ & + \sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left[a \left(\frac{V_c K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\tilde{\Gamma}^j \right) - a_i K^j S_i^k \right] \\ & + \cosh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left[a_i \left(\frac{V_c K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\tilde{\Gamma}^j \right) - a K^j S_i^k \right] \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}$$

where S_i^j and A_i^j have already been defined in (313) and

$$\alpha \equiv \exp\left(\frac{V_c L}{2} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j}\right)\right), \quad a \equiv \frac{V_c^2}{2K^k} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j}\right) + \frac{\Gamma_{rad}^{kj}}{K^k} - \frac{\Gamma_{rad}^j}{K^j}, \quad a_i \equiv \frac{S_i^k V_c}{2} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j}\right) \quad (315)$$

Full solution

Modifying relation (304) so as to take into account energy losses and diffusive reacceleration is straightforward since those processes take place only in the disc and not in the halo. Following step by step the three point procedure previously described, one gets the differential equation¹⁰¹

$$A_i^j N_i^j(0) = \bar{Q}^j - 2h \frac{\partial}{\partial E} \left\{ b_{loss}^j(E) N_i^j(0) - K_{EE}^j(E) \frac{\partial}{\partial E} N_i^j(0) \right\} \quad (316)$$

where $b_{loss}^j(E)$ and K_{EE}^j respectively correspond to energy losses (described in section 20.3.6 and defined by (300)) and energy diffusion (reacceleration term given by (299)).

¹⁰⁰The contribution of these radioactive nuclei may be unimportant in some cases, but we should take it into account as it is the dominant process for some others. In the simple example of $^{10}\text{Be} \rightarrow ^{10}\text{B}$, neglecting this channel would give an error of about 10% on the B flux, whereas considering that this term is only located in the disc would give an error of about 3% compared to the rigorous treatment given above. Notice finally that at fixed energy per nucleon, the rigidity depends on the nuclear species at stake. The diffusion coefficient K^j of the child nucleus j is therefore different from its progenitor's one K^k . The difference $K^j - K^k$ tends to vanish for the heaviest nuclei.

¹⁰¹For the β -unstable progenitor, the derivation is a bit more tedious but leads to the same final compact result.

Bibliographie

- [1] Alves, D.R. 2000, ApJ, 539, 732
- [2] Anders, E., & Grevesse, N. 1989, Geochim. Cosmochim. Acta, 53, 197
- [3] Audi, G., Bersillon, O., Blachot, J., & Wapstra, A.H. 1997, Nucl.Phys.A, 624, 1
- [4] Berezhinskii, V.S., Bulanov, S.V., Dogiel, V.A., Ginzburg, V.L., & Ptuskin, V.S. 1990, Astrophysics of Cosmic Rays (Amsterdam : North-Holland)
- [5] Binns W.R., & al. 1989, ApJ, 346, 997
- [6] Blandford, R., & Eichler, D. 1987 Phys.Rep., 154, 1
- [7] Bloemen, J.B.G.M., Dogiel, V.A., Dorman, V.L., & Ptuskin, V.S. 1993, A&A, 267, 372
- [8] Bondorf, J.P., Botvina, A.S., Iljinov, A.S., Mishustin, I.N., & Sneppen, K. 1995, Phys.Rep., 257, 133
- [9] Bradt, H.L., & Peters, B. 1950, Phys.Rev.C, 77, 54
- [10] Case, G.L., & Bhattacharya, D. 1996, A&AS, 120, 437
———. 1998, ApJ, 504, 761
- [11] Chen, C.X., & al. 1997, Phys.Rev.C, 56, 1536 and refs. therein
- [12] Duvernois, M., & al. 1996, A&A, 316, 555
- [13] Dwyer, R., & Meyer, P. 1987, ApJ 322, 98
- [14] Engelmann, J.J., Goret, P., Juliusson, E., Koch-Miramond, Lund, N., Masse, P., Rasmussen, I.L., & Soutoul, A. 1985, A&A, 148, 12
- [15] Engelmann, J.J., & al. 1990, A&A, 233, 96
- [16] Fermi, E. 1949, Phys.Rev., 75, 1169
———. 1954, ApJ, 119, 1
- [17] Ferrando, P., Webber, W.R., Goret, P., Kish, J.C., Schrier, D.A., Soutoul, A., & Testard, O. 1988, Phys.Rev.C, 37, 1490
- [18] Flesh, F., Heinrich, W., Röcher, H., Streibel, T., & Yasuda, H. 1999, Proc. 26th Int. Cosmic-Ray Conf. (Salt Lake City), 1, 29
- [19] Freedman, I., Giler, M., Kearsey, S., & Osborne, J.L. 1980, A&A, 82, 110
- [20] Garcia-Munoz, M., Simpson, J.A., Gusik, T.G., Wefel, J.P., & Margolis, S.H., 1987, ApJS, 64, 269
- [21] Ginzburg, V.L., & Syrovatskii, S.I. 1964, The origin of cosmic rays (Pergamon Press)
- [22] Ginzburg, V.L., Khazan, Ya.M., & Ptuskin, V.S. 1980, Ap&SS, 68, 295
- [23] Grevesse, N., & Sauval, A.J. 1998, Sp. Sci. Rev., 85, 161.
- [24] Heinbach, U., & Simon, M. 1995, ApJ, 441, 209
- [25] Ipavitch, F.M. 1975, ApJ, 196, 107
- [26] Jackson, J.D., 1975 Classical Electrodynamics (John Wiley & sons)
- [27] Jones, F.C. 1970, Phys. Rev., 2, 2787
- [28] Jones, F.C. 1979, ApJ, 229, 747
- [29] Jones, F.C., Lukasiak, A., Ptuskin, V., & Webber, W., 2001, ApJ, in press (astro-ph/0007293)
- [30] Ko, C.M., Dougherty, M.K., & McKenzie, J.F. 1991, A&A, 241, 62
- [31] Korejwo, A., Giller, M., Dzikowski, T., Wdowczyk, J., Perelygin, V.V., & Zarubin, A.V. 1999, Proc. 26th Int. Cosmic-Ray Conf. (Salt Lake City), 4, 267

- [32] Kóta, J., & Owens, A.J. 1980, *ApJ*, 237, 814
- [33] Krombel, K.E., & Wiedenbeck, M.E. 1988, *ApJ*, 328, 940.
- [34] Kulsrud, R., & Pearce, W.P. 1969, *ApJ*, 156, 445
- [35] Lerche, I., & Schlickeiser, R. 1982a, *A&A*, 107, 148
 ——. 1982b, *A&A*, 116, 10
 ——. 1985, *Proc. 19th Int. Cosmic-Ray Conf. (NASA. Goddard Space Flight Center)*, 3, 222
- [36] Letaw, J.R., Silberberg, R., & Tsao, C.H. 1983, *ApJS*, 51, 271
 ——. 1984, *ApJS*, 56, 369
 ——. 1993, *ApJ*, 414, 601
- [37] Lezniak, J.A., & Webber, W.R. 1979, *Ap&SS*, 63, 35
- [38] Lukasiak, A., McDonald, F.B., & Webber, W.R. 1999, *Proc. 26th Int. Cosmic-Ray Conf. (Salt Lake City)*, 3, 41
- [39] Mannheim, K., & Schlickeiser, R. 1994, *A&A*, 286, 983
- [40] Norbury, J.W., & Townsend, L.W. 1993, *ApJS*, 86, 307
- [41] Norbury, J.W., & Mueller, C.M. 1994, *ApJS*, 90, 115
- [42] Nordgren, T.E. 1992, *AJ*, 104, 1465
- [43] Ostrowski, M., & Siemienieć-Oziębło, G. 1997, *Astropart.Phys.*, 6, 271
- [44] Owens, A.J. 1976, *Ap&SS*, 40, 357
- [45] Parker, E.N. 1965, *ApJ*, 142, 584
 ——. 1966, *ApJ*, 145, 811
- [46] Perko, J.S. 1987, *A&A*, 184, 119
- [47] Prishchep, V.L., & Ptuskin, V.S. 1975, *Ap&SS*, 32, 265
- [48] Ptuskin, V.S., Jones, F.C., & Ormes, J.F. 1996, *ApJ*, 465, 972
- [49] Ptuskin, V.S., Voelk, H.J., Zirakashvili, V.N., & Breitschwerdt, D. 1997, *A&A*, 321, 434
- [50] Ramsey, C.R., Townsend, L.W., Tripathi, R.K., & Cucinotta, A.F. 1998, *Phys.Rev.C*, 57, 982
- [51] Reich, P., & Reich, W. 1988, *A&A*, 196, 211
- [52] Schlickeiser, P., & Lerche, I. 1985, *Proc. 19th Int. Cosmic-Ray Conf. (NASA. Goddard Space Flight Center)*, 3, 54
- [53] Schlickeiser, R. 1986, *Stochastic particle acceleration in CR (Shapiro)*
- [54] Seo, E.S., & Ptuskin, V.S. 1994, *ApJ*, 431, 705
- [55] Sihver, L., Tsao, C.H., Silberberg, R., Kanai, T., & Barghouty, A.F. 1993, *Phys.Rev.C*, 47, 1225
- [56] Silberberg, R., & Tsao, C.H. 1990, *Phys.Rep.*, 191, 351
- [57] Silberberg, R., Tsao, C.H., & Barghouty, A.F. 1998, *ApJ*, 501, 911
- [58] Stanek, K.Z., & Garnavich, P.M. 1998, *ApJ*, 503, L131
- [59] Stephens, S.A., & Streitmatter, R.E. 1998, *ApJ*, 505, 266
- [60] Strong, A.W., & Moskalenko, I.V. 1998, *ApJ*, 509, 212
- [61] Swordy, S.P., L'Heureux, J., Meyer, P., & Müller, D. 1993, *ApJ*, 403, 658
- [62] Taddeucci, T.N., Ullmann, J., Rybarczyk, L.J., Butler, G.W., & Ward, T.E. 1997, *Phys.Rev.C*, 55, 1551
- [63] Tripathi, R.K., Cucinotta, F.A., & Wilson, J.W. 1997a, *NASA Technical Paper*, 3621
 ——. 1997b, *NASA Technical Paper*, 3656
 ——. 1999, *NASA Technical Paper*, 209726
- [64] Tsao, C.H., Silberberg, R., Barghouty, A.F., & Sihver, L. 1995, *ApJ*, 451, 275
- [65] Tsao, C.H., Silberberg, R., & Barghouty, A.F. 1998, *ApJ*, 501, 920
- [66] Tsao, C.H., & al. 1999, *Proc. 26th Int. Cosmic-Ray Conf. (Salt Lake City)*, 1, 13
- [67] Vonach, H., Pavlik, A., Wallner, A., Drosch, M., Haight, R.C., Drake, D.M. & Chiba, S. 1997, *Phys.Rev.C*, 55, 2458
- [68] Webber, W.R., Kish, J.C., & Schrier, D.A. 1990a, *Phys.Rev.C*, 41, 520
 ——. 1990b, *Phys.Rev.C*, 41, 533
 ——. 1990c, *Phys.Rev.C*, 41, 547
 ——. 1990d, *Phys.Rev.C*, 41, 566

- [69] Webber, W.R., Lee, M.A., & Gupta, M. 1992, ApJ, 390, 96
- [70] Webber, W.R. 1997, Space Sci. Rev., 81 107
- [71] Webber, W.R., Soutoul, A., Kish, J.C., Rockstroh, J.M., Cassagnou, Y., Legrain, R., & 1998a, Phys.Rev.C, 58, 3539
- [72] Webber, W.R., Kish, J.C., Rockstroh, J.M., Cassagnou, Y., Legrain, R., Soutoul, A., Testard, O., & Tull, C. 1998b, ApJ, 508, 940 and refs. therein
———. 1998c, ApJ, 508, 949 and refs. therein
- [73] Wellish, H.P., & D.Axen, D. 1996, Phys.Rev.C, 54, 1329
- [74] Werner, W. 1988, A&A, 201, 1
- [75] Wiebel–Sooth, B., Biermann, P.L., Meyer, H. 1998, A&A, 330, 389
- [76] Zeitlin, C., & al. 1997, Phys.Rev.C, 56, 388

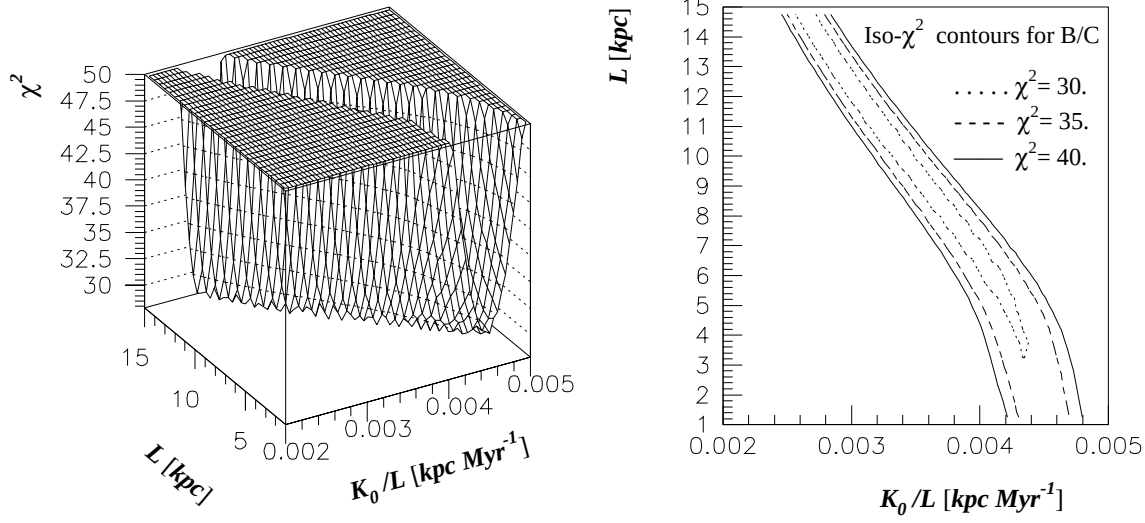


FIG. 22 – The χ^2 (adjustment to B/C data, see text) has been computed in all the parameter space for $\delta = 0.6$ (defined by $K = K_0 \mathcal{R}^\delta$). A best χ^2 is obtained for each L and K_0/L . Left figure displays the χ^2 values in the $K_0/L - L$ plane. It is truncated for $\chi^2 > 50$. Right figure shows the iso- χ^2 lines of the previous surface.

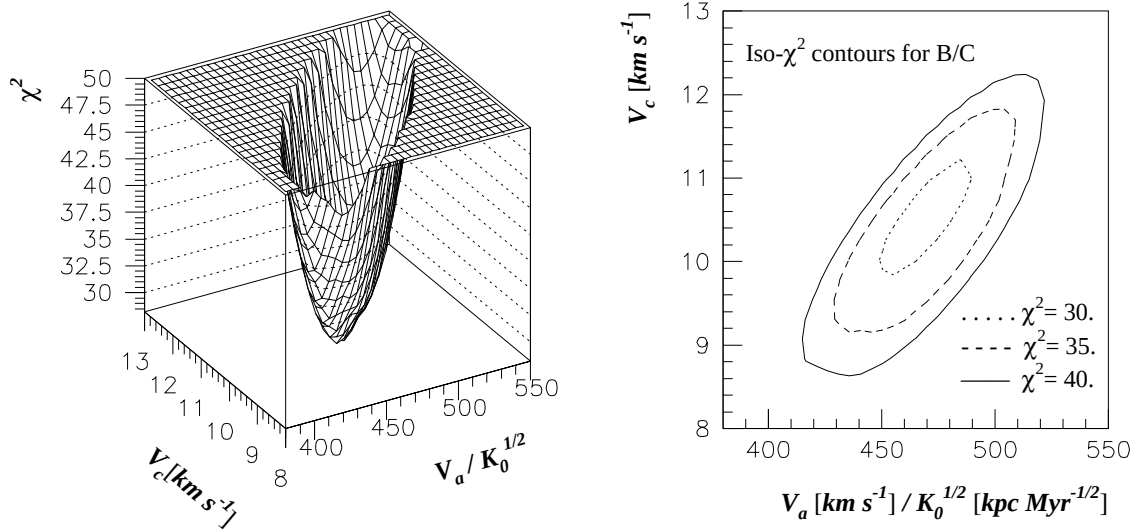


FIG. 23 – As in Fig. 22, a best χ^2 is obtained for each V_c and $V_a / \sqrt{K_0}$. Left and right figures are similar to those in Fig. 22.

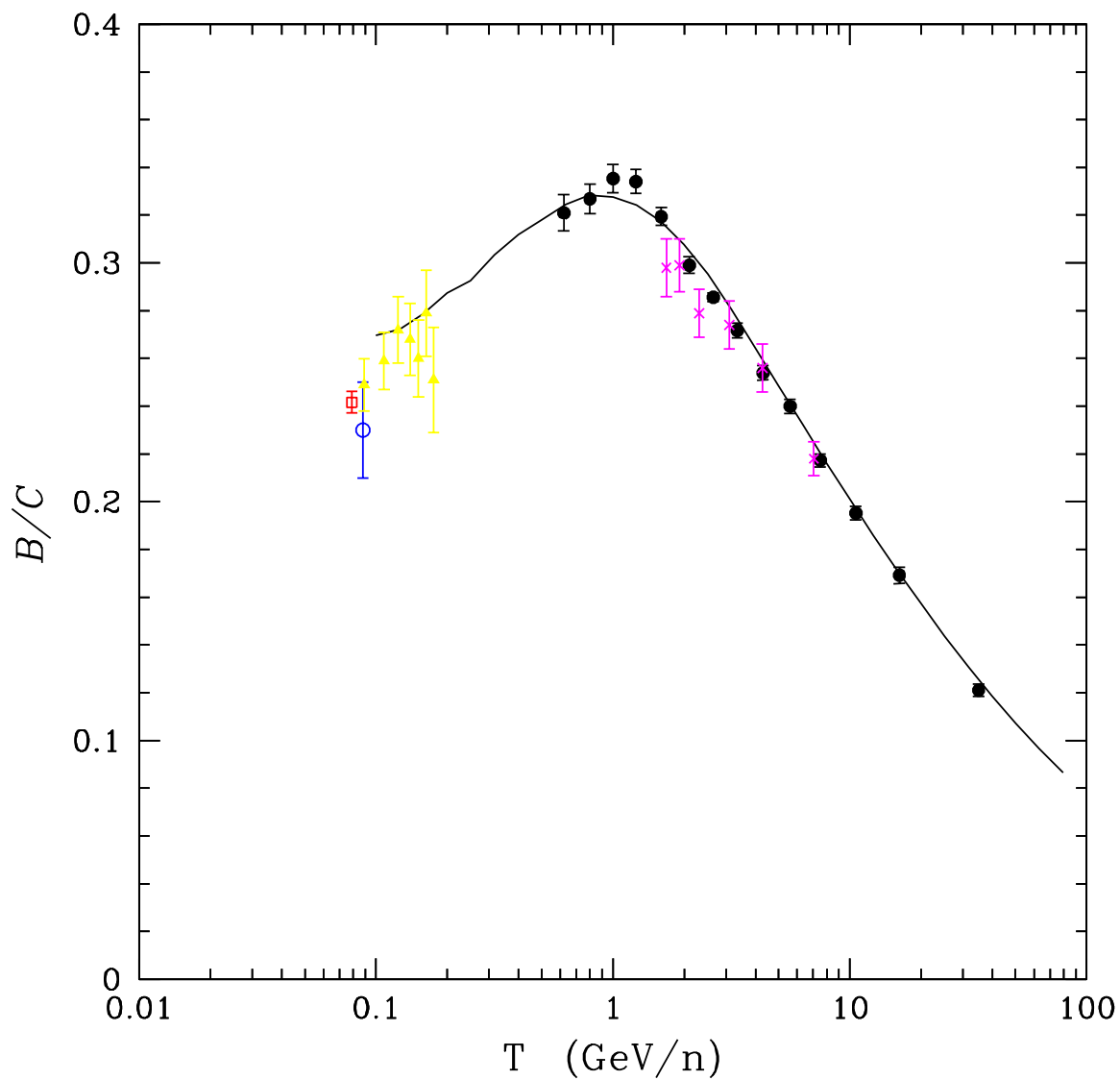


FIG. 24 – This curve displays the computed ratio of $(^{10}\text{B}+^{11}\text{B})/(^{12}\text{C}+^{13}\text{C}+^{14}\text{C})$ for a configuration giving a reduced $\chi_r^2 \approx 1.3$. The experimental points are from HEAO-3 (solid circles), ISEE (triangles), IMP-8 (empty circle), VOYAGER (square) and balloons (crosses).

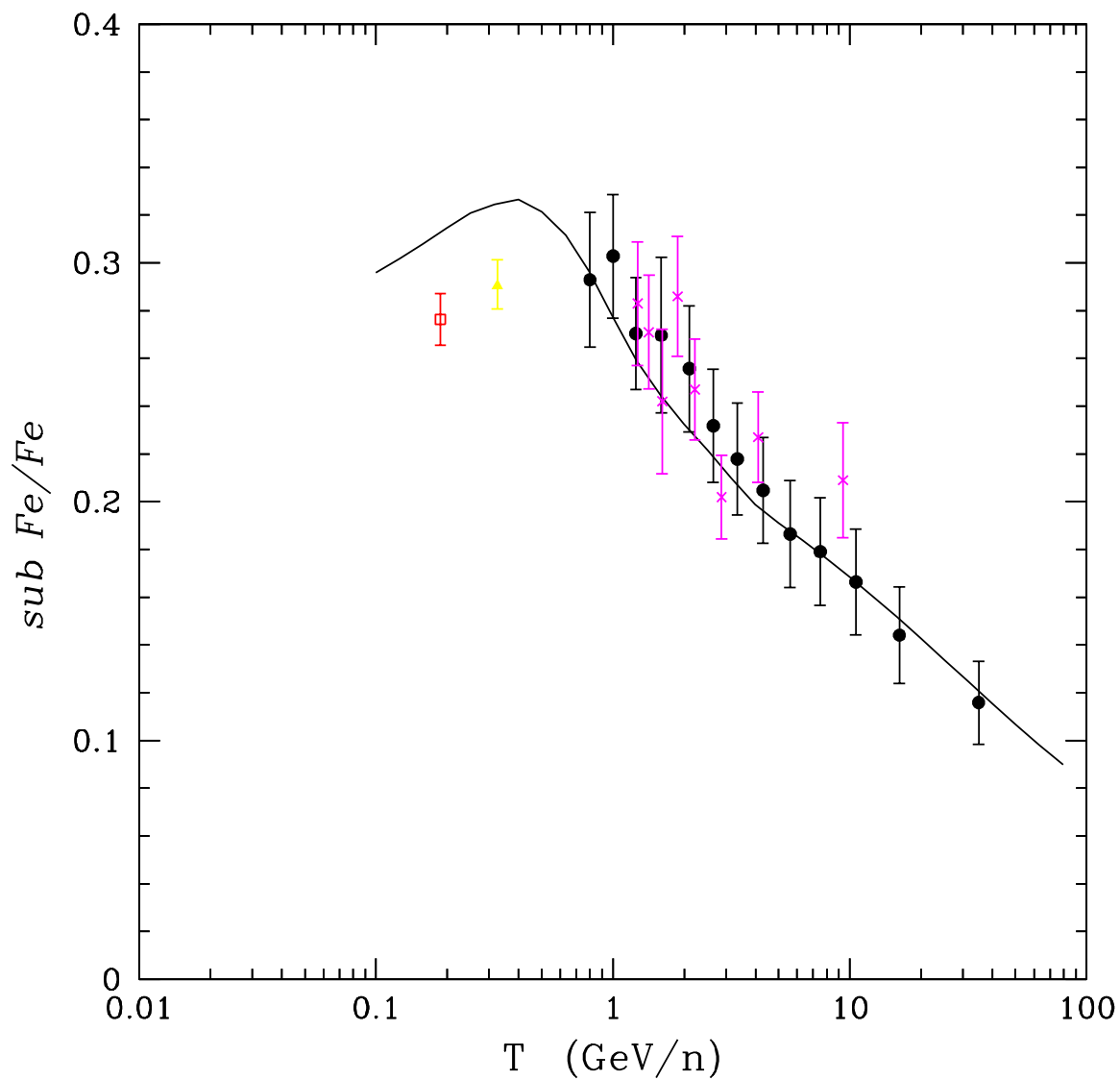


FIG. 25 – This curve displays the computed ratio of (Sc+Ti+V)/Fe for the same configuration as in Fig. 24. The experimental points are from HEAO-3 (solid circles), ISEE (triangles), VOYAGER (square) and balloons (crosses).

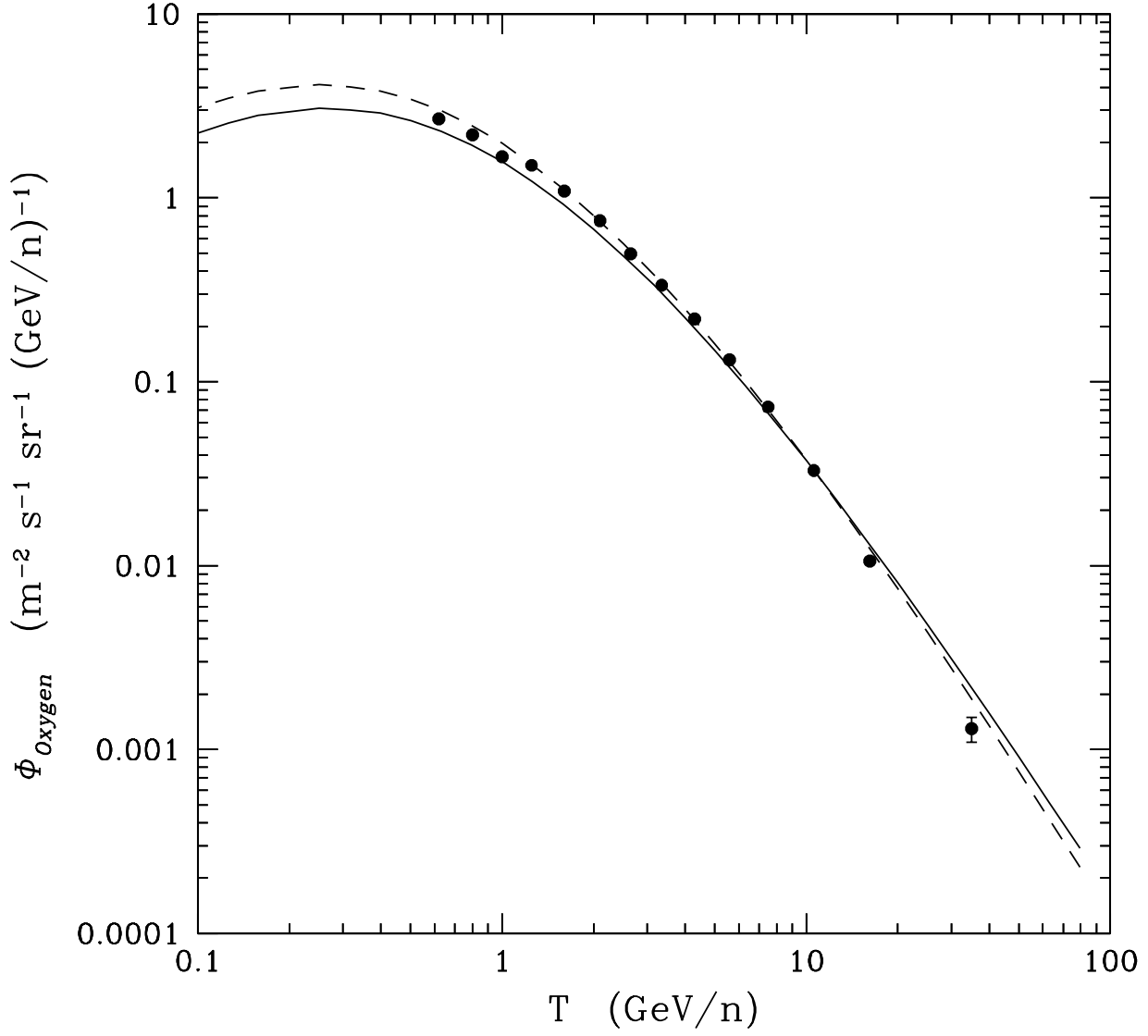


FIG. 26 – These curves display the computed flux of Oxygen for the same configuration as in figure 24. The solid line corresponds to $\delta + \alpha_{\text{Oxygen}} = 2.68$, the dotted line to $\delta + \alpha_{\text{Oxygen}} = 2.80$ (see text for details). The experimental points are from HEAO-3.

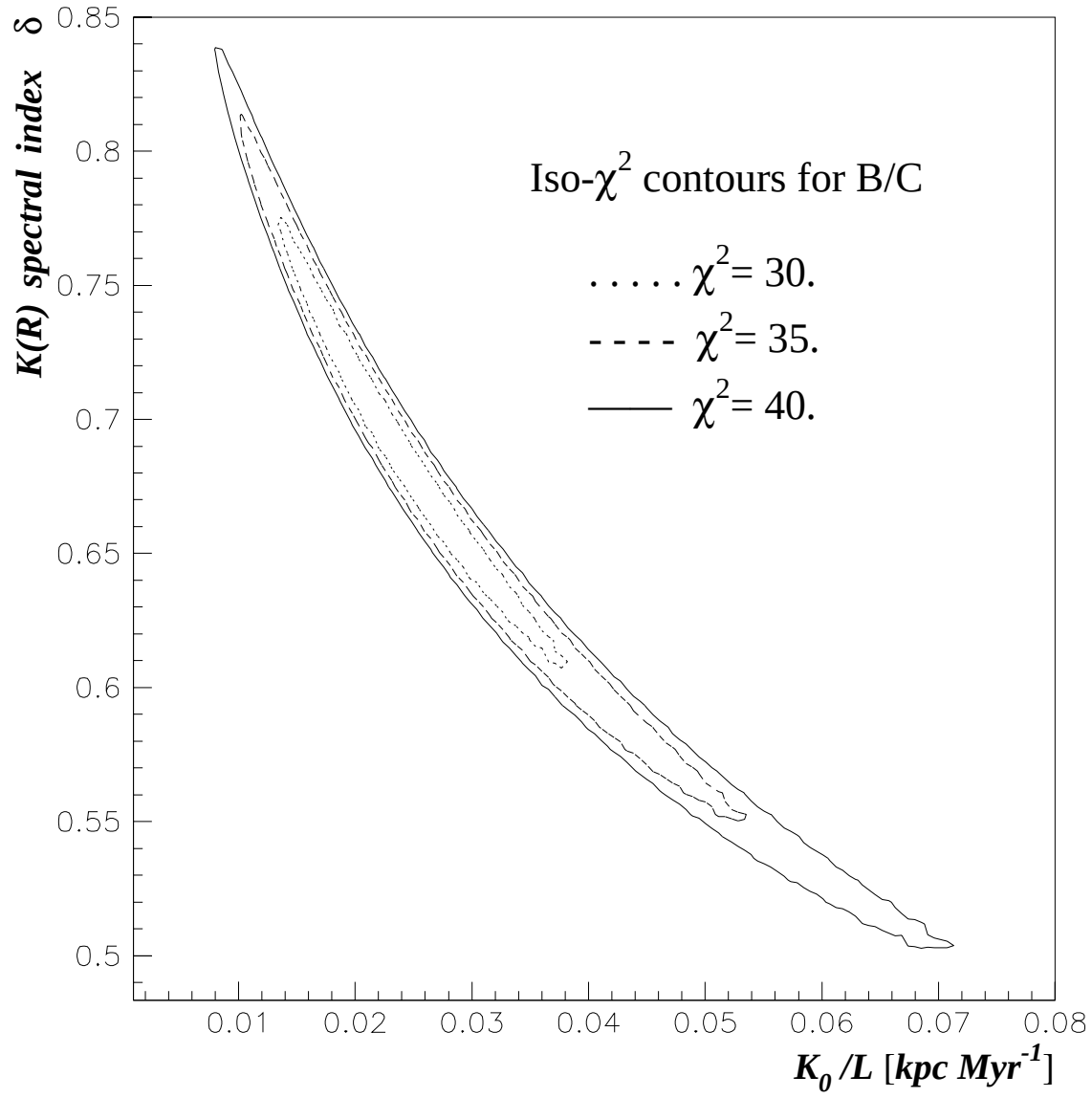


FIG. 27 – The parameter space has been explored for a fixed value of the halo thickness $L = 3$ kpc, varying δ (spectral index of K) as well as the other parameters. A best χ^2 is obtained for each δ and K_0/L . This figure shows the contour lines for fixed values of χ^2 .

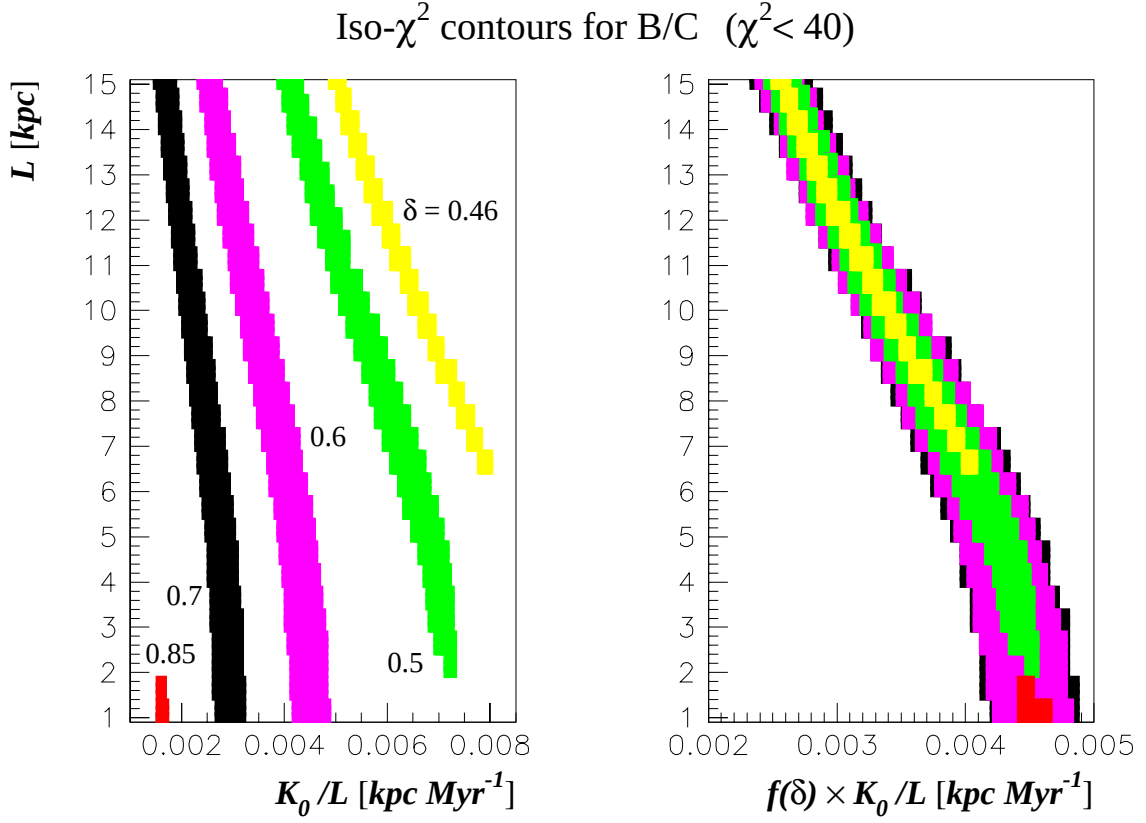


FIG. 28 – Models with different values of δ are shown. As in the previous figures, for each value of L and K_0/L , only the best χ^2 value is retained when the other parameters V_c and $V_a/\sqrt{K_0}$ are varied. The figure in the left panel displays the contour levels for $\chi^2 < 40$ for the indicated values of δ . It is possible to scale the K_0/L values by a function $f(\delta)$ to superimpose the contours corresponding to different values of δ (see text). This is displayed in the right panel.

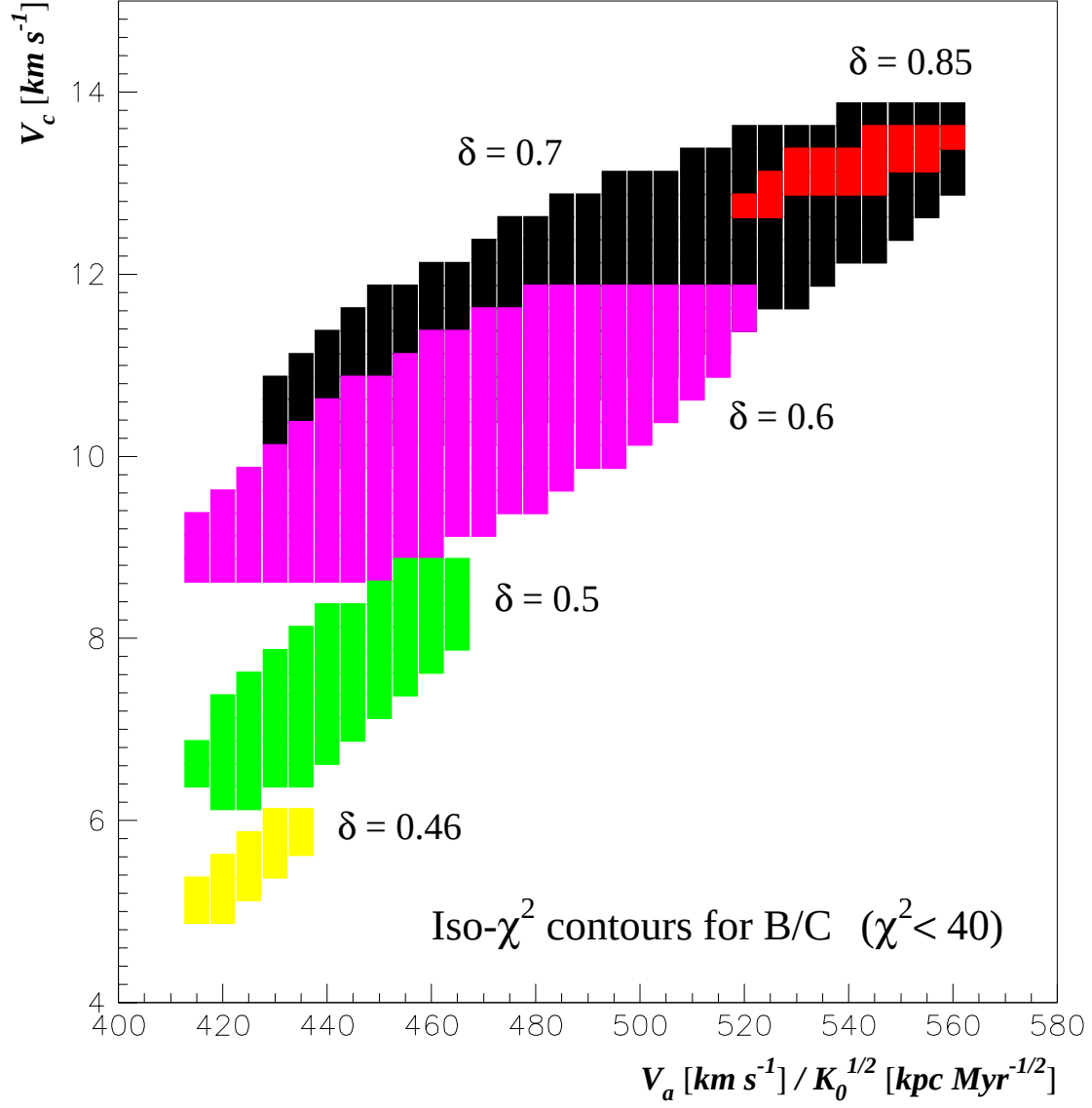


FIG. 29 – Models with different values of δ , the coefficient diffusion spectral index, are shown. For each value of V_c and $V_a/\sqrt{K_0}$, only the best χ^2 value is retained when the other parameters L and K_0/L are varied. The figure displays the contour levels for $\chi^2 < 40$ for the indicated values of δ .

Huitième partie

Retour aux antiprotons

- Tu travailles sur l'antimatière ?
- Non pas vraiment, mais plutôt sur les antiprotons, enfin c'est à peu près la même chose. C'est une expérience qui est dans l'espace.
- Et tu l'attrapes comment l'antimatière ?
- C'est difficile car il y en a peu. En plus pour envoyer un détecteur dans l'espace, c'est cher car c'est assez lourd.
- Ben voilà, il suffisait de nous demander. C'est simple, il suffit de faire une boîte plus grande, comme ça, tu attrapes plus d'antimatière,
- ...!!!
- et puis y a qu'à le faire en balsa, c'est vachement plus léger !
- ...!!!!

Le bon sens près de chez vous (Stéphane Diaz et Samuel Maurin vs D.M.)



Prototype "Antimatter taker" (MARK 1) en balsa (S.Diaz, P.Diaz, S.Maurin), décembre 2001.

La figure de gauche montre la configuration en vol, avec l'appât à antimatière (caillou au centre) et le "Space StickTM". Après la phase de capture, le "Space StickTM" est éjecté, l'élastique de rappel referme la trappe, et sa mission terminée, le module peut rentrer sur terre (figure de droite) – Photo, G.Dromby.

Durant la majeure partie de ce travail, nous nous sommes efforcés de résoudre le problème de la propagation des noyaux. Il ne faut pas perdre de vue que l'objectif initial était la réestimation du *fond* d'antiprotons interstellaire. Nous allons dans cette partie revenir aux processus spécifiques liés à la production de ces particules. Nous voulions aussi voir quelles contraintes il était possible de mettre sur les paramètres supersymétriques : ce travail est en cours et nous n'en présenterons que certains aspects, étant entendu que ce point n'a pas constitué le point central de cette thèse. Nous mentionnerons brièvement une autre possibilité de source *exotique* que sont les trous noirs primordiaux (PBH).

21 EXTENSION DU MODÈLE DE DIFFUSION AUX $\bar{p}$

Après de nombreux détours, nous sommes maintenant en mesure de réestimer le flux d'antiprotons créés par collision des CR sur le gaz du milieu interstellaire. Nous donnerons dans un premier temps les solutions obtenues pour la diffusion des $\bar{p}$ aussi bien par les processus *classiques* que ceux provenant de l'annihilation de neutralinos. Nous présenterons ensuite les paramètres nucléaires puis nous insisterons sur les flux galactiques d'H et d'He qui ont un rôle important dans l'estimation du flux de $\bar{p}$. Dans tout ce chapitre nous garderons le vocabulaire proposé par [Bergström & al 99] pour les différentes contributions au flux de $\bar{p}$

1. Primaires : $\bar{p}$ créés directement par des sources exotiques (annihilation de neutralinos (SUSY), évaporation de trous noirs primordiaux (PBH), cordes cosmiques...).
2. Secondaires : composante créée par spallation d'hydrogène et d'hélium primaire (CR) sur le milieu interstellaire.
3. Tertiaires : contribution créée par redistribution en énergie des $\bar{p}$ après interaction non-annihilante sur l'ISM.

Chacun de ces termes sera précisé un peu plus loin. La composante primaire constituera le signal recherché, et la somme secondaire plus tertiaire, le fond non soustraitable.

21.1 EQUATIONS ET SOLUTIONS POUR LE *fond* NON SOUSTRACTIBLE

Ce que nous appelons production secondaire est la production d'antiprotons par des processus faisant intervenir la matière baryonique ordinaire. Nous savons depuis la section 2.2 que les rayons cosmiques sont constitués en majorité par des protons $\sim 90\%$ et de l'hélium $\sim 10\%$. Lors de cette propagation, les CR traversent à plusieurs reprises le disque de matière sur lequel ils interagissent. Lors de ces collisions, il est possible de former des antiprotons suivant la réaction

$$p + p \rightarrow \bar{p} + X \quad (317)$$

X désigne les particules créées en même temps que $\bar{p}$ et la conservation du nombre baryonique implique qu'il doit contenir au moins trois baryons : il y a un donc seuil en énergie pour la réaction (voir plus loin). Le point important pour ce processus est qu'il est confiné dans le disque (comme cela était aussi le cas pour les noyaux).

21.1.1 Limite de haute énergie

Le traitement des antiprotons n'est qu'un cas particulier de l'équation de diffusion que nous avons écrite pour les noyaux (cf éq (220) et (221)). Redonnons ici la forme la plus générale pour la limite de haute énergie (pas de réaccélération, pas de pertes d'énergie)

$$\mathcal{L}N^j(r, z) + \sum_{k=j+1}^{j_{max}} \Gamma_{rad}^{N^k \rightarrow N^j} N^k - \Gamma_{rad}^{N^j} N^j + 2h\delta(z) \left[q^j(r, 0) + \sum_{k=j+1}^{j_{max}} \tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{frag} N^k(r, 0) - \tilde{\Gamma}_{inel}^{N^j} N^j(r, 0) \right] = 0 \quad (318)$$

où $\mathcal{L}$ est un opérateur différentiel linéaire, défini par

$$\boxed{\mathcal{L} \equiv -V_c \frac{\partial}{\partial z} + K \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right)} \quad (319)$$

Cette équation contient de nombreux termes qu'il n'est pas utile de considérer (ce qui va suivre s'appliquera aussi aux antideutérons). En effet,

- un antiproton est stable (les contraintes expérimentales donnent $\tau_p > 10^{31} - 10^{32}$ yr, PDG),
- il n'y a pas de source radioactive d'antiprotons,
- il n'y a pas d'antiprotons formés par spallation d'antinoyaux plus lourds.

Cette dernière assertion indique en particulier que le terme *source* classique $q^{\bar{p}}$ pour la production des antiprotons prend une forme hybride sur laquelle nous reviendrons dans un instant. Sous ces conditions l'équation se réduit à

$$\boxed{\mathcal{L}N^{\bar{p},sec}(r, z) + 2h\delta(z)q^{\bar{p},sec}(r, 0) - 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{inel}^{N^{\bar{p}}}N^{\bar{p},sec}(r, 0) = 0} \quad (320)$$

Le $\sim$ désigne comme auparavant la nécessité de sommer sur les composantes de l'ISM (H et He, voir éq (222)). Si nous oublions un instant le détail du terme source – nous savons de toute façon qu'il peut être développé sur les $J_0(\zeta_i \frac{r}{R})$ (cf éq (225)) – nous obtenons une équation qui doit être vérifiée en chaque ordre i du développement de Bessel (cf éq (229))¹⁰²

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \frac{\zeta_i^2}{R^2} \right] N_i^{\bar{p},sec}(z) = \left(-\frac{q_i^{\bar{p},sec}(E)}{K} + 2hN_i^{\bar{p},sec}(0, E) \frac{\tilde{\Gamma}_{N^{\bar{p}}}^{inel}}{K} \right) \delta(z) \quad (321)$$

Rappelons au passage que le facteur $2h$ a été absorbé lors du passage de $q^{\bar{p},sec}(r, 0, E)$ à $q_i^{\bar{p},sec}(E)$ (ce n'est qu'une simple question de définition). Cette équation est formellement totalement équivalente à l'équation pour une espèce primaire et la solution est donnée par (cf éq (232), (233) et (234))

$$\boxed{N^{\bar{p},sec}(r, z, E) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{q_i^{\bar{p},sec}(E)}{A_i^{\bar{p}}} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^{\bar{p}}(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^{\bar{p}}L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right)} \quad (322)$$

avec

$$\boxed{\begin{aligned} S_i^{\bar{p}} &\equiv \left(\frac{V_c^2}{K^2} + 4 \frac{\zeta_i^2}{R^2} \right)^{1/2} & (323) \\ A_i^{\bar{p}} &\equiv 2h\tilde{\Gamma}_{N^{\bar{p}}}^{inel} + V_c + K S_i^{\bar{p}} \coth\left(\frac{S_i^{\bar{p}}L}{2}\right) & (324) \end{aligned}}$$

21.1.2 Le terme source

Dans le cas des antiprotons secondaires, la production est assurée par les sources dans le disque mince ($z = 0$)

$$q^{\bar{p},sec}(r, E) = 4\pi \cdot 2 \int_{seuil}^{\infty} dE' \left[\frac{d\sigma_{(p,He)+H \rightarrow \bar{p}}(E, E')}{dE} n_H + \frac{d\sigma_{(p,He)+He \rightarrow \bar{p}}(E, E')}{dE} n_{He} \right] \Phi_{Source}^{p,He}(r, E') \quad (325)$$

Nous n'avons fait apparaître dans cette somme que les quatre termes dominants (par ordre d'importance p+p, p+He, He+p et He+He). Le facteur deux est là pour tenir compte de la production de $\bar{n}$ qui est approximativement la même que celle de $\bar{p}$ ($\bar{n}$ se désintègre en $\bar{p}$ en un peu moins de 15 mn, voir le PDG). Les termes n_H et n_{He} représentent la densité d'H et d'He de l'ISM, $d\sigma_{(p,He)+H \rightarrow \bar{p}}/dE$ est la section efficace différentielle de production d'un antiproton d'énergie E à partir d'un proton (resp. He) d'énergie E' . Enfin, $\Phi_{Source}^{p,He}(r, E)$ est le flux d'hydrogène (resp. hélium) source. A ce point, il faut réaliser qu'il y a deux possibilités : soit nous considérons – comme dans le cas des noyaux – qu'il existe un spectre d'injection universel; soit nous essayons de relier ce

¹⁰²Nous rappelons que nous avons utilisé le développement (voir formule (224))

$$N^{\bar{p}}(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} N_i^{\bar{p}}(z) J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right)$$

flux inconnu au flux mesuré expérimentalement. Dans le premier cas, il suffit de mettre la forme source désirée dans l'équation (325) (la relation pour passer de $q^{\bar{p},sec}(r, E)$ aux $q_i^{\bar{p},sec}(r, E)$ est donnée par l'équation (225)). Dans le second cas, quelques calculs supplémentaires sont nécessaires. Afin de ne pas alourdir inutilement les explications, nous ne considérerons pas le flux d'hélium.

Le flux d'hydrogène est un flux primaire, et en tant que tel, sa solution est donnée par

$$N^p(r, z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) q_0^p \cdot Q_{tot}^p(E) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{q_i}{A_i^p} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^p(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^p L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (326)$$

où q_i est défini par l'équation (225). $N^p(r, z)$ est relié au flux en (r, z) , et si nous l'estimons en $(R_\odot, 0)$ la relation précédente nous permet d'estimer $q_0^p \cdot Q_{tot}^p(E)$ ($\Phi^p = v N^p / 4\pi$)

$$q_0^p \cdot Q_{tot}^p(E) = \frac{4\pi \Phi_\odot^p(E)}{v \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i}{A_i^p} J_0(\zeta_i R_\odot / R)} \quad (327)$$

Ainsi le flux source qui est calculé en $z = 0$ s'écrit

$$\Phi_{Source}^p(r, z = 0, E) = \frac{4\pi \Phi_\odot^p(E)}{v \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i}{A_i^p} J_0(\zeta_i R_\odot / R)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{q_i}{A_i^p} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (328)$$

L'intérêt de cette méthode est qu'elle fournit automatiquement un développement sur les fonctions de Bessel et qu'elle permet de relier le flux source au flux mesuré $\Phi_\odot^p(E)$. Il suffit alors de permuter l'ordre d'intégration et de la sommation pour obtenir

$$N^{\bar{p},sec}(r, z, E) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{q_i^{\Phi_\odot^p,sec}(E)}{A_i^{\bar{p}}} \frac{\sinh\left[\frac{S_i^{\bar{p}}(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^{\bar{p}} L}{2}\right]} J_0\left(\zeta_i \frac{r}{R}\right) \quad (329)$$

où $q_i^{\Phi_\odot^p,sec}(E)$ est une fonction compliquée qui dépend de l'indice de Bessel, de l'énergie, du flux de proton mesuré à $R_\odot$, et de la section efficace de production de $\bar{p}$. Ce flux est appelé secondaire, car il correspond à la production par un primaire (p,He). Dans le cas de la réaction p+p, la fonction $q_i^{\Phi_\odot^p,sec}(E)$ vaut

$$q_i^{\Phi_\odot^p,sec}(E) = 2h \cdot n_H \cdot 4\pi \cdot q_i \times 2 \int_{seuil}^{\infty} dE' \frac{1}{A_i^{\bar{p}}} \frac{d\sigma_{pH}^{prod}}{dE}(E, E') \frac{\Phi_\odot^p(E)}{v \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i}{A_i^p} J_0(\zeta_i R_\odot / R)} \quad (330)$$

Cette intégrale est évaluée numériquement, mais nous en reparlerons dans la section 21.2.1.

21.1.3 Solution générale pour les secondaires

Lors de la propagation des antiprotons, il faut aussi tenir compte de la réaccélération et des pertes d'énergie. Nous suivrons exactement la procédure donnée dans les parties 18.1.1 et 18.2 pour obtenir

$$A_i^{\bar{p}} N_i^{\bar{p}}(0, E) + 2h \frac{\partial}{\partial E} \left[\tilde{b}^{\bar{p}}(E) N_i^{\bar{p}}(0, E) \right] - h \frac{\partial^2}{\partial E^2} \left[d^{\bar{p}}(E) N_i^{\bar{p}}(0, E) \right] = q_i^{\Phi_\odot^p,sec}(E) \quad (331)$$

Les notations sont les mêmes que pour les noyaux (cf 18.2), et les coefficients de perte d'énergie et de réaccélération ont été définis dans les sections 4.2.1 et 12. Cette formule semble complète, mais en réalité, il faut encore introduire un troisième effet.

21.1.4 Solution générale pour le fond (secondaire *plus* tertiaire)

Permettons-nous un petit détour avant de décrire ce terme. Lors des collisions noyau sur proton, il n'y a pas photo : ou le noyau se casse, ou le noyau subit une diffusion élastique. Le premier cas est simple et il est décrit par les sections efficaces inélastiques que nous avons données dans une autre partie. Le deuxième cas est à étudier de plus près : sous quelles conditions un noyau peut subir une diffusion élastique sans se fragmenter ? Il est possible de donner une réponse qualitative en rappelant que les énergies de liaison entre nucléons sont très faibles (~ 10 MeV). Dès lors, dès que trop d'impulsion est transférée au noyau, ce dernier a de fortes chances de se casser. Ainsi, seules les réactions vers l'avant (dans le référentiel de l'ISM au repos) ne sont pas négligeables, mais ceci change peu l'énergie incidente et a donc un effet négligeable sur la propagation. Revenons maintenant aux antiprotons : lorsqu'un antiproton rencontre un autre proton, la restriction précédente ne s'applique plus car il n'y a qu'un seul noyau et rien à fragmenter. Cependant, cette énergie *disponible* peut exciter des résonances (N^* , Δ) qui emmènent une fraction de l'impulsion avec elles. Ces réactions sont donc particulières, car bien qu'elles soient inélastiques, elles *conservent* la particule initiale en redistribuant son énergie : ce sont les sections efficaces inélastiques non annihilantes $\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}$.

Cet effet a été pour la première fois pris en compte par [Tan & Ng 83], et leurs paramétrages ont été par la suite repris par tous les auteurs. Au final, nous nous retrouvons avec un processus supplémentaire qui a un effet similaire à celui des pertes habituelles par ionisation. Remarquons que ces pertes d'énergie sont quasiment négligeables devant l'effet mentionné ci-dessus. Nous reprendrons l'approche de [Bergström & al 99] qui considère ceci comme un terme *source* tertiaire.

$$q^{\Phi_{\bar{p}}^{(0)},ter}(r, 0, E) = 4\pi n_H \left[\int_{E_{seuil}}^{\infty} dE' \frac{\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E')}{T'} \Phi_{\bar{p}}^{(0)}(r, 0, E') - \sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E) \Phi_{\bar{p}}^{(0)}(r, 0, E) \right] \quad (332)$$

Les deux termes correspondent respectivement à la production d'un antiproton d'énergie E à partir de tous ceux qui ont une énergie $E' > E$ avec une probabilité de transition¹⁰³ $\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E)/T'$, et à la disparition des antiprotons ayant une énergie E avec une section efficace $\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E)$. Il est ensuite facile de développer la forme de $\Phi_{\bar{p}}^{(0)}(r, E)$ sur les fonctions de Bessel ; ceci parce que nous voulons obtenir l'équation correspondante sur les indices i

$$q_i^{\Phi_{\bar{p}}^{(0)},ter}(E) = 2h.n_H.4\pi \left[\int_{E_{seuil}}^{\infty} dE' \frac{\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E')}{T'} \Phi_i^{(0)}(0, E') - \sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E) \Phi_i^{(0)}(0, E) \right] \quad (333)$$

Ce terme tertiaire dépend de l'indice de Bessel, de la section efficace inélastique non annihilante et du flux de $\bar{p}$ lui-même en $z = 0$. Finalement, la solution complète pour le fond – secondaire plus tertiaire – est (il faut noter que pour traiter les antideutérium, ce terme tertiaire est sans doute négligeable car à nouveau, ce noyau peut se casser. Pour plus de détail, voir la discussion dans [Donato & al 00])

$$A_i^{\bar{p}} N_i^{\bar{p}}(0, E) + 2h \frac{\partial}{\partial E} \left[\tilde{b}^{\bar{p}}(E) N_i^{\bar{p}}(0, E) \right] - h \frac{\partial^2}{\partial E^2} \left[d^{\bar{p}}(E) N_i^{\bar{p}}(0, E) \right] = q_i^{\Phi_{\bar{p}}^{(0)},sec}(E) + q_i^{\Phi_{\bar{p}}^{(0)},ter}(E) \quad (334)$$

Cette équation est résolue numériquement comme pour le cas des noyaux, mais nous voyons par contre apparaître une difficulté supplémentaire. Le second terme du membre de droite (tertiaire) dépend lui même du flux, et en réalité, c'est une équation intégral-différentielle qu'il faut résoudre. En pratique, le flux à l'équilibre est obtenu de la façon suivante :

1. à l'ordre zéro du calcul, $\Phi_i^{(0)}$ est évalué à partir de l'équation (331) ;
2. le terme tertiaire $q_i^{\Phi_{\bar{p}}^{(0)},ter}(E)$ est alors calculé à l'ordre zéro pour $\Phi_i^{(0)}$, ce qui nous donne $q_i^{(0),ter}$;
3. l'équation (334) est résolue en tenant compte du terme tertiaire d'ordre zéro. Ceci nous fourni le flux d'ordre un après la première itération $\Phi_i^{(1)}$.

¹⁰³ La section efficace non annihilante obtenue est intégrée sur toutes les énergies finales. Cette information n'est pas suffisante ici parce que nous voulons savoir comment l'énergie est redistribuée. Pour cela [Tan & Ng 93] supposent que cette distribution est similaire à celle des réactions inélastiques $p+p$, ce qui donne $d\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}/dE = \sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E)/T$.

4. Il suffit de reprendre les étapes 2 et 3 autant de fois qu'il est nécessaire pour assurer la convergence (quelques itérations suffisent).

Cet ensemble de formules conclut mon travail de thèse. En effet, nous nous étions fixé comme but de réestimer le fond *classique* d'antiprotons. Les résultats des précédents chapitres nous ont permis d'identifier les paramètres de propagation permettant de reproduire les données, et les formules ci-dessus nous permettent de calculer le flux d'antiprotons dans ce même modèle. Ce travail est toujours en cours, mais nous présenterons quelques résultats préliminaires à la fin de ce chapitre.

21.2 PARAMÈTRES D'ENTRÉE DU CALCUL

Nous voyons que pour estimer le flux d'antiprotons résultant, il n'y a aucun paramètre libre. Le modèle de diffusion a été fixé par les noyaux, et il nous reste à préciser les sections efficaces relatives aux antiprotons, ainsi que les flux interstellaires d'hydrogène et d'hélium.

21.2.1 Partie nucléaire [2]

Nous pouvons différencier les sections efficaces de production et les sections efficaces annihilantes et inélastiques non annihilantes.

Production d'un $\bar{p}$ (p+p) La réaction la plus importante est la production dans la réaction p+p. Nous utiliserons pour cela le paramétrage de [Tan & Ng 83]. Cependant, la quantité qui entre en jeu dans les formules est $d\sigma_{pH}^{prod}/dE(E, E')$, alors que c'est $Ed^3\sigma_{pH}^{prod}/d^3p$ qui est paramétré. Le lien pour passer entre les deux est donné par

$$d\sigma_{pH}^{prod}/dE(E, E') = 2\pi \int_{\theta_{min}^{\bar{p}}}^{\theta_{max}^{\bar{p}}} \left(Ed^3\sigma_{pH}^{prod}/d^3p \right) p_{\bar{p}_t} d\theta^{\bar{p}} = 2\pi \int_{\cos\theta_{min}^{\bar{p}}}^{\cos\theta_{max}^{\bar{p}}} \left(Ed^3\sigma_{pH}^{prod}/d^3p \right) p_{\bar{p}_t} (-d\cos\theta^{\bar{p}}) \quad (335)$$

Les contraintes cinématiques nous donnent les angles limites permis, et l'intégration peut être faite indifféremment dans le référentiel du proton au repos que dans celui du centre de masse. La formule (330) nous indique qu'il y a une double intégration à réaliser, d'abord sur θ , puis sur E' . Pour peu que nous modifions le flux mesuré $\Phi_{\odot}^p(E)$ ou les paramètres du modèle (*via* les A_i), cette double intégration est à refaire à chaque fois. Comme le temps de calcul est assez élevé et que nous aimerions pouvoir calculer le flux dans un grand nombre de configurations, il faut optimiser ce processus. Pour cela, nous avons réalisé la première intégration sur l'angle (l'estimation dans le référentiel du labo converge plus rapidement), et nous avons stocké le résultat dans un tableau bidimensionnel en $(T_{\bar{p}}, T_p')$ (énergie cinétique de l'antiproton créé, énergie cinétique du proton incident). La forme obtenue est très régulière (voir figure 30), et pour l'intégration suivante, il suffit de prendre 50 points par décade pour les énergies de proton T_p . Nous voyons qu'il y a un seuil de réaction à environ 10 GeV pour les protons incidents. Nous pouvons évaluer plus précisément ce seuil en notant que la réaction $p + p \rightarrow \bar{p} + X$ doit conserver à la fois le nombre baryonique et la charge. Ceci implique que dans le cas le plus favorable, X correspond à trois protons. Un petit calcul cinématique donne

$$E_{seuil}^p = 7m_p \quad (336)$$

L'étape suivante consiste à convoluer la production par le flux $\Phi_{\odot}^p$ comme l'indique la formule (330). Comme le flux a une pente décroissante en $\sim E^{-2.7}$, la production d'antiprotons sera surtout importante autour de 10 – 20 GeV. Cependant, pour atteindre numériquement une précision supérieure au %, il est nécessaire d'aller aussi loin que 1 TeV. La figure 31 nous donne une autre manière de voir quelles sont ces principales contributions. Ainsi les trois courbes les plus à gauche confirment l'idée que jusqu'à ~ 10 GeV, la production commence pour des protons incidents proches de l'énergie de seuil. Pour des énergies plus élevées (voir aussi la courbe précédente), le seuil est augmenté pour des raisons cinématiques, mais la production décroît très rapidement ; ce qui explique que le flux d'antiprotons diminue très vite à basse énergie. Une autre conclusion importante qui peut être tirée de la courbe précédente est qu'au-dessous de 1 GeV, la production est en chute libre. Ceci explique en particulier pourquoi les pertes d'énergie et les tertiaires ont un impact si important pour les $\bar{p}$.

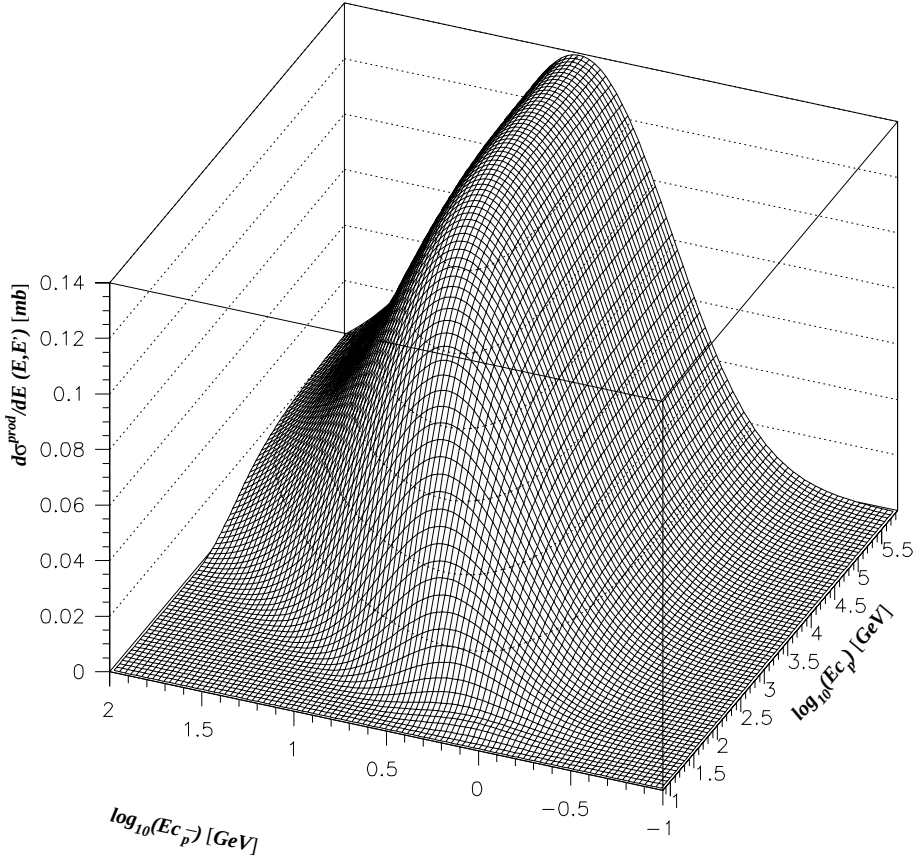


FIG. 30 – Section efficace de production d'un antiproton dans le plan en fonction de l'énergie cinétique du proton incident T_p et de l'antiproton sortant T_p' .

Production d'un $\bar{p}$ (autres combinaisons) Nous avons donné jusqu'à maintenant la seule contribution p+p. Cependant l'hélium constitue à la fois $\sim 10\%$ des CR, et $\sim 10\%$ de l'ISM. Il faut donc évaluer l'effet des réactions p+He_{ISM}, He+H_{ISM} et dans une moindre mesure He+He_{ISM}. Comme ces ingrédients ont été introduits pour les noyaux, dans le cadre d'un modèle *cohérent* il va de soi qu'ils doivent être aussi intégrés pour les antiprotons. Récemment, [Simon & al 98] ont réexaminé cette question à la lumière d'un programme de simulation Monte Carlo DTUNUC. Le résultat est présenté dans la figure 32. A basse énergie, les réactions p+He dominent, avec une faible contribution He+He. Au-delà de quelques centaines de MeV, il est suffisant de ne considérer que les réactions p+p, p+He et He+p. La production sur les noyaux plus lourds reste marginale. Il faut noter que ce programme de simulation est extrêmement complexe, et qu'il n'existe pas de données sur ces noyaux permettant de tester la validité de l'approche à ces énergies (le code est optimisé pour des énergies rencontrées dans les accélérateurs de particules). Cette modélisation a été incorporée dans le calcul de $\bar{p}$. Des collaborateurs de l'ISN de Grenoble [A.Barrau et G.Boudoul 00] nous ont fourni des tableaux de valeurs (correspondant aux différentes énergies de projectile E_c et d'antiprotons formé $E_c^{\bar{p}}$) pour les sections efficaces de production selon les divers processus. Ces derniers ont de plus vérifié que la production *sous le seuil* (de la réaction), qui est observée expérimentalement, était négligeable [G.Boudoul 00] pour les questions qui nous concernent.

Section efficace inélastique et inélastique non annihilante Nous avons utilisé pour $\sigma_{inel}^{(p,p)}$ et $\sigma_{inel}^{(\bar{p},p)}$ les ajustements présentés dans le PDG (à basse énergie, nous avons fait un ajustement polynomial directement sur les données [3]). Les sections efficaces correspondantes sur l'hélium ont été multipliées par un facteur d'échelle relatif à l'extension géométrique du noyau. Le détail de tout ceci est sans grande importance puisque ce terme intervient dans A_i (voir formule (324)), et si le terme de section efficace était du même ordre que les autres termes pour les noyaux *lourds*, ce n'est plus le cas pour les protons et les antiprotons. La section efficace inélastique

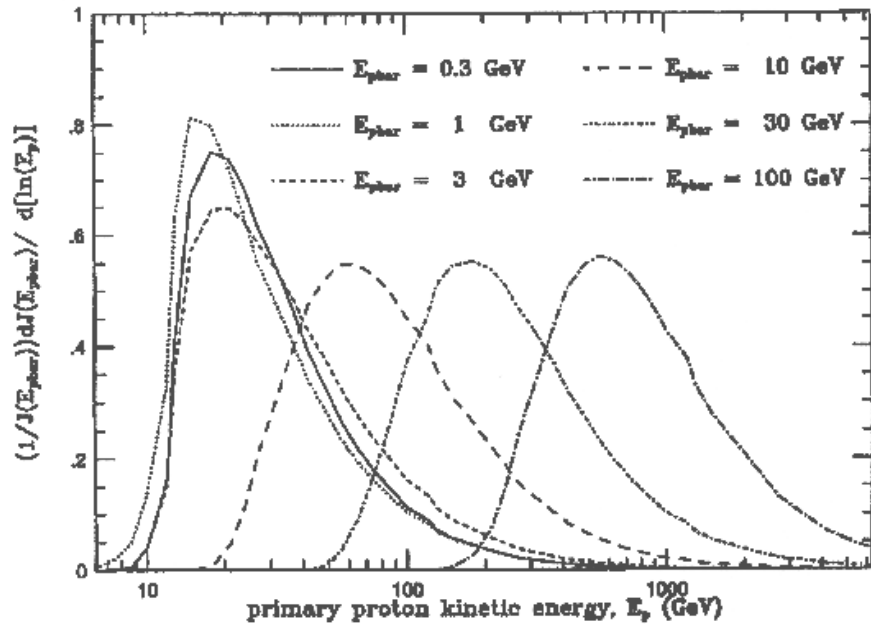


FIG. 31 – Fraction d'antiprotons d'énergie cinétique $T_{\bar{p}}$ créée par des protons primaires d'énergie cinétique T_p (tiré de [Gaisser & Schaefer 92], voir le texte pour les explications).

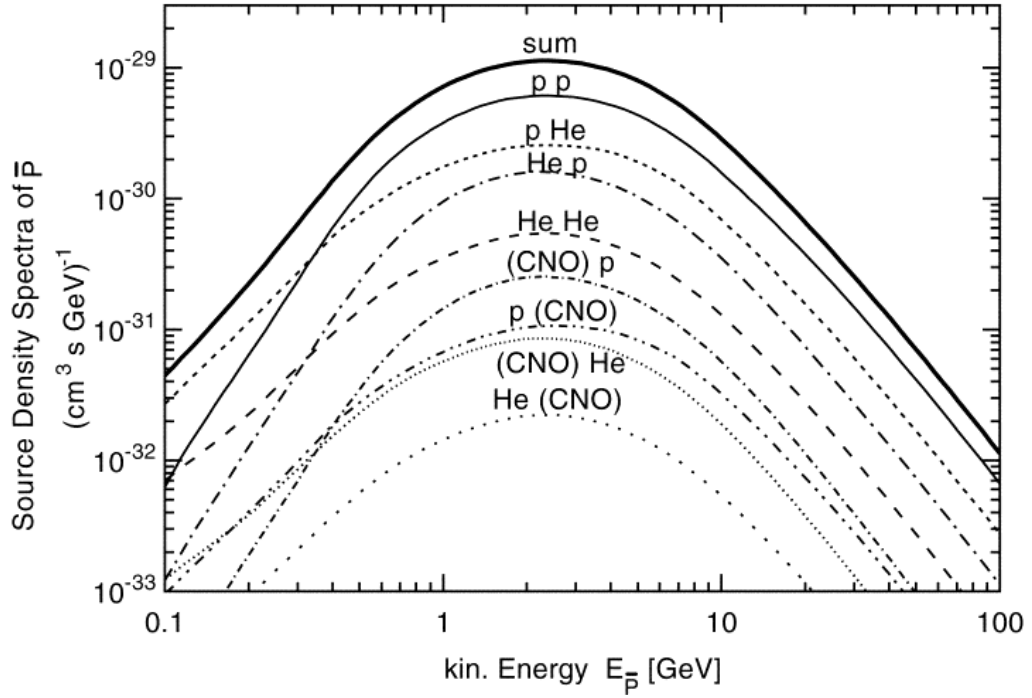


FIG. 32 – Les différentes contributions au flux d'antiprotons (tiré de [Simon & al 98]).

non-annihilante est donnée par [Tan & Ng 83]. Celle-ci n'est pas mesurée, mais déduite de considérations sur les sections efficaces $p+p$.

21.2.2 Spectre d'hydrogène et d'hélium [6]

Après avoir considéré le terme nucléaire de l'équation (330), regardons maintenant le terme de CR. Une erreur de $x\%$ sur le flux mesuré de protons interstellaires produit approximativement une erreur de $x\%$ sur le spectre d'antiprotons. Il est donc important d'avoir des bonnes mesures de ces spectres. Avant 1998, la situation était un peu compliquée : bien que différentes expériences (ballons) aient mesuré ce flux avec une bonne précision ($\sim 10\%$), chacune des mesures était incompatible l'une avec l'autre. Ainsi, les différences sur le flux de $\bar{p}$ en prenant l'un ou l'autre des spectres mesurés conduisaient à une erreur de $\sim 30\%$ [Bottino & al 98]. Depuis peu, les expériences AMS et BESS ont mesuré ce même flux (toujours avec une erreur de $\sim 10\%$), et les deux résultats sont en très bon accord l'un avec l'autre. Pour insérer ces flux dans le programme, Fiorenza Donato a ajusté les données au-dessus de 20 GeV/n avec un spectre de la forme $\Phi_{p,He}(E_c/n) = N_{p,He} \times (E_c/n)^{-\gamma_{p,He}}$. Le résultat de cet ajustement est montré avec les données dans la figure 33. Il faut noter qu'à basse énergie l'ajustement

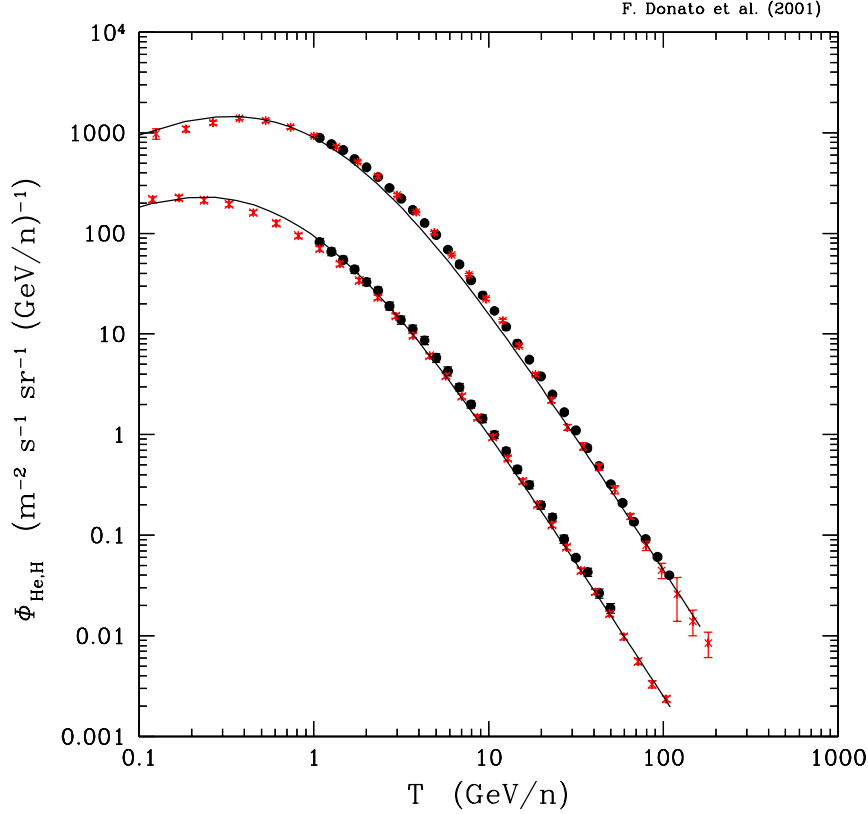


FIG. 33 – Flux d'hélium et d'hydrogène mesurés par AMS [Alcaraz & al 00] (croix rouges) et par BESS [Sanuki & al 00] (points noirs).

n'est pas bon, mais ceci n'a aucune sorte d'importance puisque

- Le seuil de production d'antiprotons est de $7m_p$ pour les réactions $p+p$ (et il est similaire pour les réactions avec l'hélium). Le comportement en dessous de ces énergies ne nous intéresse donc pas.
- Ajuster avec une forme spectrale telle qu'elle est donnée ci-dessus a en réalité peu de chance de reproduire le spectre à basse énergie puisque ce dernier est modifié par les effets de diffusion/réaccélération/convection du spectre source initial (qui a lui une loi de puissance)¹⁰⁴.

Le flux combiné des deux expériences donne une incertitude un peu inférieure à 10%. Nous pouvons donc nous attendre à ce que l'erreur causée par ce paramètre sur le flux d'antiprotons soit du même ordre de grandeur.

¹⁰⁴ A ce propos, une étape ultérieure de l'étude menée ici devrait être de voir si nous arrivons à reproduire les spectres mesurés d'H et d'He après propagation du spectre source ayant la même forme que celle prise pour les noyaux. Si cela était le cas, il suffirait alors d'intégrer le terme source obtenu avec sa bonne normalisation directement dans l'équation (322) (en tenant compte des tertiaires, etc. ...).

21.3 SOURCES DANS LE HALO

Après avoir donné les formules pour le fond, nous allons donner celles pour le signal. Nous n'allons pas préciser les formes associées à chacune des sources possibles, mais simplement fournir la méthode de résolution générale. Nous avons dit en introduction à cette thèse que la matière sombre formait un halo dans la galaxie. Ce halo de matière noire est beaucoup plus étendu que la taille du halo de diffusion qui a été discuté dans la majeure partie du tapuscrit. Nous reviendrons dans un moment sur les spécificités de cette composante, mais ce que nous pouvons dire pour l'instant, c'est que nous devons traiter des sources qui ne sont plus situées seulement dans le disque mince, mais dans la totalité du halo¹⁰⁵.

21.3.1 Equations et solutions

Nous avons donc une source générique que nous appellerons $q^{\bar{p},prim}(r, z, E)$ et qui dépend de z . La généralisation de l'équation (320) est donnée par

$$\boxed{\mathcal{L}' N^{\bar{p},prim}(r, z, E) + q^{\bar{p},prim}(r, z, E) - 2h\delta(z)\tilde{\Gamma}_{inel}^{N^{\bar{p}}} N^{\bar{p},prim}(r, 0, E) = 0} \quad (337)$$

Ici, l'opérateur $\mathcal{L}'$ a été défini à partir de $\mathcal{L}$ (cf éq (319)) en rajoutant les opérateurs de pertes d'énergie et de réaccélération qui n'ont lieu que dans le disque (voir par exemple dans (331)). Après développement sur les fonctions de Bessel, le terme $q^{\bar{p},prim}(r, z, E)$ se réécrit (cf (225))

$$q_i^{\bar{p},prim}(z) = \frac{1}{\pi R^2 J_1^2(\zeta_i)} \frac{\int_0^1 q^{\bar{p},prim}(r = \rho R, z) J_0(\zeta_i \rho) d\rho^2}{\int_0^1 q^{\bar{p},prim}(r = \rho R, z) d\rho^2} \quad (338)$$

et l'équation (337) donne à chaque ordre i (comparer à (321))

$$K \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \frac{\zeta_i^2}{R^2} \right] N_i^{\bar{p},prim}(z) = -q_i^{\bar{p},prim}(z) + 2h\delta(z) N_i^{\bar{p},prim}(0, E) \tilde{\Gamma}_{N^{\bar{p}}}^{inel} \quad (339)$$

Solution dans le halo L'équation est un peu plus compliquée que tous les cas que nous avons traités précédemment, puisque nous n'avons pas de forme analytique pour $q_i^{\bar{p},prim}(z)$

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \frac{\zeta_i^2}{R^2} \right] N_i^{\bar{p},halo}(z) = -\frac{q_i^{\bar{p},prim}(z)}{K} \quad (340)$$

C'est une équation du second ordre à coefficient constant contenant un terme source et avec une condition au bord $N_i^{\bar{p},halo}(L) = 0$. Nous connaissons déjà la solution homogène de cette équation, et une solution particulière s'exprime comme la convolution du terme source avec la fonction de Green du problème (cf appendice 1.2). Pour trouver cette dernière, il faut résoudre

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{V_c}{K} \frac{d}{dz} - \frac{\zeta_i^2}{R^2} \right) G(z - z') = \delta(z - z') \quad (341)$$

La solution par transformée de Fourier donne

$$G(k) = \frac{-1}{(k - k_1)(k - k_2)} \quad (342)$$

¹⁰⁵Comme l'extension du halo de matière noire est très grande, nous pouvons nous poser la question de considérer l'effet de la production de $\bar{p}$ hors du halo de diffusion. En particulier, y-a-t-il des raisons qui font qu'un antiproton créé très loin du halo diffusif arrive jusqu'à nous. Si cet effet existe, notons qu'il d'autant plus important que la distribution des sources dans le halo de matière noire est une fonction douce du rayon (en $1/r^2$ pour le halo SUSY et en $1/r$ pour le halo PBH). Des simulations en considérant un terme de bord comme la somme des contributions extérieures au halo diffusif indiquent qu'il y a un effet (Aurélien Barrau, communication privée).

où k_1 et k_2 s'expriment comme des fonctions de V_c/K et de ζ_i^2/R^2 . Par transformation inverse, et après intégration sur un contour complexe (en utilisant le théorème des résidus), il vient

$$G(z - z') = \frac{-1}{S_i^{\bar{p}}} \exp \left(\frac{V_c}{2K} (z - z') - \frac{S_i^{\bar{p}}}{2} |z - z'| \right) \quad (343)$$

La solution générale s'écrit donc

$$N_i^{\bar{p}, halo}(z) = \exp \left(\frac{V_c z}{2K} \right) \left[a_i \cosh \left(\frac{S_i^{\bar{p}} z}{2} \right) + b_i \sinh \left(\frac{S_i^{\bar{p}} z}{2} \right) \right] + \frac{Q(z)}{K S_i^{\bar{p}}} \quad (344)$$

avec

$$Q(z) \equiv \int_0^L \exp \left(\frac{V_c}{2K} (z - z') - \frac{S_i^{\bar{p}}}{2} |z - z'| \right) q_i^{\bar{p}, prim}(z') dz' \quad (345)$$

Solution dans le disque Il suffit alors de tenir compte de la condition $N_i^{\bar{p}, halo}(L) = 0$, et pour tenir compte du raccordement, d'intégrer sur le disque mince comme nous l'avons maintes fois fait précédemment. Nous obtenons alors la solution en $z = 0$

$$N_i^{\bar{p}, prim}(0) = \exp \left(\frac{-V_c L}{2K} \right) \frac{1}{\tilde{A}_i^{\bar{p}} \sinh(S_i^{\bar{p}} L/2)} \left\{ -Q(L) + \exp \left(\frac{S_i^{\bar{p}} L}{2} + \frac{V_c L}{2K} \right) Q(0) \right\} \quad (346)$$

avec

$$\tilde{A}_i^{\bar{p}} \equiv V_c + K S_i^{\bar{p}} + 2h \tilde{\Gamma}_{N^{\bar{p}}}^{inel} \quad (347)$$

Ces équations nous permettent de résoudre le problème de sources *primaires* dans le halo quelle que soit la distribution spatiale. Pour tenir compte des pertes d'énergie et de la réaccélération, il faut intégrer numériquement à partir d'une équation similaire à celles que l'on a déjà utilisé pour les noyaux et les antiprotons secondaires. La seule difficulté supplémentaire réside dans le fait que la solution a une forme plus compliquée dans le halo.

21.3.2 Les antiprotons supersymétriques [7]

Un des buts des théories physiques est de fournir un modèle unifié des interactions élémentaires. Le modèle standard des particules construit à la fin des années 70 par Salam, Weinberg et Glashow a constitué un pas important dans la réalisation de ce programme. Il unifie en effet les interactions électromagnétiques et faibles (QED). Cette théorie électrofaible est actuellement la théorie dont les paramètres sont connus avec le plus de précision. Les mesures dans les différents collisionneurs, et en particulier le LEP au CERN aura fourni une quantité impressionnante de données. Entre autres, celui-ci a permis de vérifier que la masse des bosons de jauge était en accord avec la valeur calculée dans le modèle standard. Cependant, le boson scalaire de Higgs, ingrédient indispensable à la génération des masses n'a pas été trouvé. La prise de données au LEP s'est arrêtée fin 2000. Une déviation d'environ 3σ semble avoir été mise en évidence par rapport au modèle standard, et cette déviation est interprétée comme l'existence du Higgs à environ ~ 115 GeV. Ce qui est appelé modèle standard contient en réalité aussi les interactions fortes (QCD). Par les mesures des trois constantes de couplage associées aux secteurs électromagnétique, faible et fort, il est possible de voir qu'elles s'unifient deux à deux à des énergies comprises entre 10^{12} et 10^{15} GeV. Après une inspection plus détaillée, on s'est aperçu qu'il restait certains points à résoudre. Nous mentionnerons ici les 3 problèmes les plus importants

- le “fine-tuning” : Lorsque l'on calcule les corrections radiatives à la masse du Higgs, il apparaît une divergence quadratique dans l'échelle de grande unification, ce qui donne au Higgs une masse beaucoup trop grande pour le rôle qu'on veut lui faire jouer. Dans le modèle standard il faut ajuster certains paramètres avec une précision énorme si l'on veut que cette divergence disparaisse.
- La hiérarchie : toutes les masses sont mises à la main dans le modèle standard, et il est difficile de comprendre pourquoi il y a de si grands écarts entre les différentes particules.

– Unification des constantes de couplage : dans l’esprit d’une théorie de grande unification, les trois constantes de couplage doivent se réunir à la même énergie, et comme nous l’avons dit plus haut, ce n’est pas le cas. Dans le cadre du modèle standard, seul le premier point est vraiment problématique, et les deux autres deviennent vraiment importants si l’on a l’espoir d’obtenir des théories plus complètes.

La supersymétrie La théorie supersymétrique est un bon candidat pour aller vers l’unification. Elle permet successivement de réduire les divergences quadratiques du Higgs en de simples divergences logarithmiques, elle résout une partie du problème de la hiérarchie, et elle permet l’unification des constantes de couplage en un seul point aux alentours de $\sim 10^{16}$ GeV. Plus encore, la formulation supersymétrique *locale* (supergravité) conduit naturellement à l’introduction d’un boson de spin 2 interprété comme un graviton. Ainsi, cette théorie semble un passage privilégié pour l’introduction de la gravitation. Ceci est encore plus encourageant lorsque l’on sait que la supergravité est une des limites des théories de cordes (ces dernières semblent fournir une solution au rêve de théorie de grande unification). Le dernier point à noter – et qui nous intéresse particulièrement pour cette thèse – c’est que les particules supersymétriques peuvent fournir aussi une solution au problème de la matière noire.

De la théorie à la phénoménologie Nous renvoyons le lecteur à [8] pour la description détaillée de la supersymétrie. Rappelons simplement que c’est une théorie basée sur l’existence d’une symétrie entre bosons et fermions, c’est-à-dire qu’elle fait correspondre à une particule de spin s , une particule associée de spin $|s - 1/2|$. Le cadre *standard* pour faire de la phénoménologie est le modèle MSSM (modèle standard supersymétrique minimal), qui correspond à une seule supersymétrie (un seul générateur de transformation). Une symétrie discrète supplémentaire est introduite, c’est la R-parité $R = (-1)^{3B+L+2S}$ (B, L et S sont respectivement le nombre baryonique, le nombre leptonique et le spin de la particule). Dans le MSSM, celle-ci est conservée, ce qui permet à la particule supersymétrique la plus légère (LSP) d’être stable et donc d’être un candidat naturel pour la matière noire. En général, on fait l’hypothèse que la LSP est un neutralino χ : c’est une combinaison linéaire de partenaires supersymétriques des deux bosons de Higgs neutres scalaires, de Z^0 et de γ . Les contraintes actuelles provenant de LEP mettent une limite inférieure à sa masse m_χ de $\gtrsim 30$ GeV. Le neutralino étant un fermion de Majorana, il est sa propre antiparticule et peut donc s’annihiler avec un second neutralino.

Il est difficile de faire de la phénoménologie avec ce modèle car le Lagrangien de la théorie contient plus de cent paramètres libres ! Ce que nous retiendrons, c’est qu’il est possible en fin de compte de se ramener à six paramètres libres en imposant des contraintes sur les masses des scalaires, des gauginos et sur les couplages trilineaires.

Antiprotons (et antideutérons) issus de l’annihilation $\chi\chi$ Avec le MSSM contraint brièvement esquissé plus haut, nous avons tous les ingrédients pour calculer le taux de production de $\bar{p}$ supersymétriques par unité de temps et par unité de volume :

$$q_{\bar{p}}^{\text{susy}}(T_{\bar{p}}) \equiv \frac{dS(T_{\bar{p}})}{dT_{\bar{p}}} = \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle g(T_{\bar{p}}) \left(\frac{\rho_\chi(r, z)}{m_\chi} \right)^2, \quad (348)$$

Nous pouvons regrouper en trois catégories les termes précédents :

- $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle / m_\chi^2$ est calculé dans le MSSM.
- $\rho_\chi^2(r, z)$ est la fonction de distribution de la masse de neutralino dans le halo galactique de matière sombre. Normalement, on fait l’hypothèse que c’est une sphère isotherme où la vitesse moyenne des neutralinos est d’environ ~ 300 km s $^{-1}$.
- $g(T_{\bar{p}})$ est la fonction qui décrit l’hadronisation des quarks et gluons en $\bar{p}$, et est calculée avec un Monte-Carlo (JETSET).

En définitive, selon la configuration SUSY choisie, le flux d’antiprotons primaire correspondant peut varier sur plusieurs ordres de grandeur. Il ne reste plus alors qu’à ajouter cette contribution à la contribution classique et à comparer le résultat aux données. Les données les plus récentes ayant une bonne statistique se résument aux mesures de BESS (848 $\bar{p}$ au total) [5]. Celles-ci laissent peu d’espoir à l’identification nette d’une composante SUSY. Cependant, il est très intéressant de poursuivre cette étude, car elle permettra à la fois d’exclure certaines configurations SUSY, mais aussi de vérifier les résultats obtenus par détection directe et par les autres signatures indirectes. La première des deux figures 34 illustre la discussion précédente sur les données de BESS 95 et avec un calcul pour la composante classique. Etant entendu qu’il est difficile de *signer* les neutralinos avec le flux de $\bar{p}$, [Donato & al 00] (seconde figure) ont analysé l’éventualité d’un signal SUSY provenant dans le

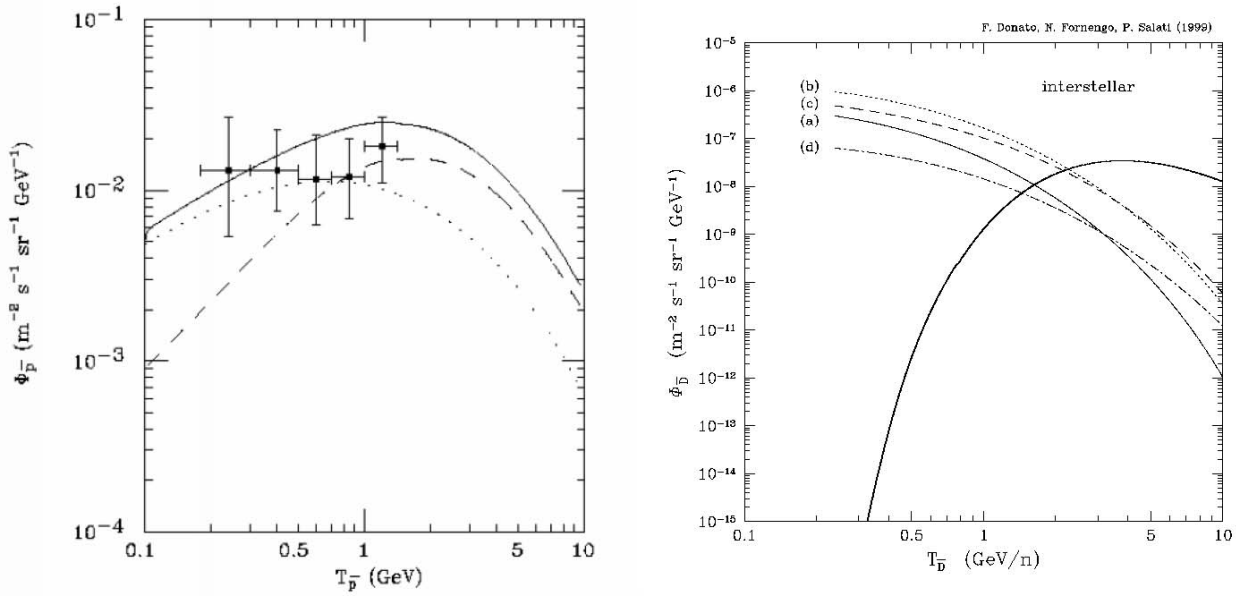


FIG. 34 – Flux d’antiprotons [Bottino & al 98] et d’antidéutrons [Donato & al 00], composante *classique* et composante SUSY.

flux d’antidéutrons. Le trait plein représente la contribution classique, et le reste montre les contributions pour diverses configurations supersymétriques (voir [11] pour le détail). AMS sur la station spatiale orbitale devrait obtenir en 3 ans ~ 10 antidéutrons secondaires entre 100 MeV/n et 100 GeV/n. Dans un intervalle de très basse énergie, cette expérience ne devrait observer aucun $\bar{d}$ secondaire, mais en contrepartie plusieurs configurations SUSY donnent un flux significatif dans les mêmes conditions. Bien que ces mesures soient beaucoup plus complexes que celles des $\bar{p}$ (à cause d’un flux beaucoup plus faible), il faut noter que s’il y a une contribution SUSY, le signal sur le bruit est meilleur pour $\bar{d}$.

21.3.3 $\bar{p}$ PBH [9]

Si dans la théorie classique, un trou noir est un objet qui ne peut qu’absorber des particules, [Hawking 75] a montré que les effets quantiques impliquaient la possibilité de création – et donc d’émission – de particules hors du trou noir. En particulier, un trou noir créé lors de la naissance de l’univers avec une masse de $M_{\text{PBH}} < 10^{15}$ g doit s’être évaporé aujourd’hui. Cette évaporation correspond à la création de particules *élémentaires* qui peuvent être à l’origine de signaux particulièrement intenses. En particulier les PBH peuvent contribuer à une fraction des événements de plus haute énergie [Barrau 00] (que nous avons présentés en introduction), et ils semblent même compatibles avec la distribution de sursauts γ observée avec BATSE [Cline & al 97]. Une revue sur les différentes signatures et les contraintes cosmologiques sur la densité primordiale de PBH peut être trouvée dans [Cline 98]. Une signature particulièrement intéressante des PBH est le flux de $\bar{p}$. Pour calculer cette contribution, il faut tout d’abord connaître la densité de PBH dans le halo galactique [Wright 96], mais aussi le taux d’évaporation et les processus d’hadronisation qui conduisent aux antiprotons [MacGibbon 90] [MacGibbon & al 90,91]. Les seules estimations actuelles sont de [Maki & al 96] et [Mitsui & al 96] et les auteurs concluent que cette signature est celle qui peut permettre de mettre le plus de contraintes sur les PBH.

Ce signal, tout autant que le signal SUSY est particulièrement important à basse énergie. Certains auteurs [Wells & al 99] [Ormes & al 99] proposent une expérience située à environ ~ 20 u.a (pour minimiser l’effet de la modulation solaire) qui pourrait commencer à être opérationnelle d’ici 5 – 10 ans. Nous n’en dirons pas beaucoup plus sur la contribution PBH. Simplement, il serait important de recalculer le flux de $\bar{p}$ afin d’avoir dans le même modèle les antiprotons *classiques*, SUSY, et PBH. Aurélien Barrau (ISN de Grenoble) a été à l’initiative de discussions avec Helena MacGibbon sur l’intérêt d’une réestimation de ce dernier. Ayant à disposition un programme complet de propagation, il est donc raisonnable de penser qu’une collaboration aura lieu très prochainement entre le LAPTH (propagation), l’ISN (hadronisation des particules émises par les PBH)

22 RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES POUR LE *fond* D'ANTIPROTONS

Cette section sera très courte. En effet, nous l'avons mentionné en début de ce chapitre : une fois le modèle de propagation fixé par les noyaux, il n'y a qu'un seul signal pour le fond. La figure 35 montre qu'il y a un très

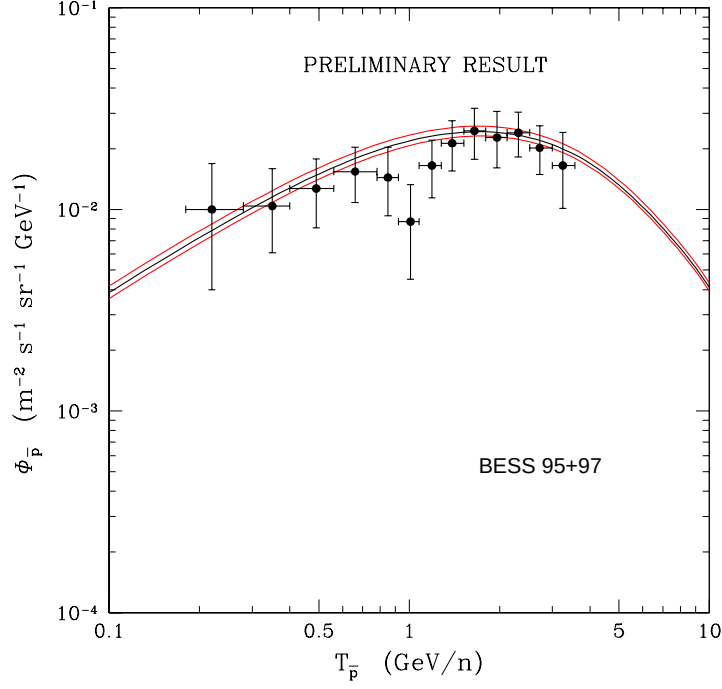


FIG. 35 – Résultat pour le fond d'antiprotons [Donato, Maurin, Salati, Barrau, Boudoul, Taillet en préparation]. Cette courbe est construite en prenant tous les modèles qui donnent des bons χ^2 pour B/C (cf section VII). Les traits extérieurs délimitent les erreurs liées aux paramètres de diffusion.

bon accord avec les données. Nous avons donc atteint l'objectif de cette thèse qui visait à réduire les incertitudes sur le flux de $\bar{p}$ secondaires provenant de la méconnaissance des paramètres de propagation. A la lumière de ce résultat, nous pouvons conclure qu'il y a peu de chance de mettre en évidence de la nouvelle physique dans le flux d'antiprotons, mais que par ailleurs, les analyses sur les primaires pourront être très contraignantes. Cette partie du travail est toujours en cours...¹⁰⁶

¹⁰⁶Le papier mentionné ci-dessus a été soumis à ApJ peu après la soutenance de cette thèse : astro-ph/0103150.

Bibliographie

Les antiprotons secondaires

- [1] **Premiers modèles**
R.J.Protheroe, ApJ **251**, 387 (1981) et références
P.O.Lagage & C.J.Cesarsky, A&A **147**, 127 (1985)
S.A.Stephens & R.L.Golden, A&A **202**, 1 (1988)

- [2] **Sections efficaces**
L.C.Tan & L.K.Ng, J.Phys.G : Nucl.Phys. **9**, 227 (1983)
T.Bowen & A.Moats, Phys.Rev.D **33**, 651 (1986)
T.K.Gaisser & R.K.Schaefer, ApJ **394**, 174 (1992)
C.Pfeifer & al, Phys.Rev.C **54**, 882 (1996)
M.Simon & al, ApJ **499**, 250 (1998)
G.Boudoul, *rapport de stage de DEA sous la direction d'A.Barrau* (ISN), 2000

- [3] <http://pdg.lbl.gov/xsect/contents.html>

- [4] **Modèles les plus récents**¹⁰⁷
I.Halm & al, A&A **269**, 601 (1993)
M.Simon & U.Heinbach, ApJ **456**, 519 (1996)
M.Simon & al, ApJ **499**, 250 (1998)
A.W.Strong & O.Reimer, A&A **338**, 75 (1998)
T.K.Gaisser & al, ICRC **26**, OG-1.1.19 (1999)
R.K.Saha & al, ICRC **26**, OG-1.1.20 (1999)
F.Donato & al, astro-ph 0103150 (2001)

- [5] **Flux d'antiprotons**
D.Bergström & al, ApJ **534**, L177 (2000) – CAPRICE
T.Maeno & al, astro-ph, 0010381 (2000) – BESS
D.C.Kennedy, astro-ph 0003438 v2 (2000)¹⁰⁸

- [6] **Flux d'hydrogène et d'hélium**
W.Menn & al, ICRC **25**, (1997) – IMAX
K.Asakimori & al, ApJ **502**, 278 (1998) – JACEE
M.Boezio & al, ApJ **518**, 457 (1999) – CAPRICE
E.S.Seo & al, ApJ **518**, 763 (1999) – LEAP
R.Bellotti & al, Phys.Rev.D **60**, 052002 (1999) – LEAP
J.Alcaraz & al, Phys.Lett.B **472**, 215 (2000) – AMS
J.Alcaraz & al, Phys.Lett.B **494**, 193 (2000) – AMS
T.Sanuki & al, astro-ph 0002481 (2000) – BESS

¹⁰⁷Pour la modulation des antiprotons, voir en particulier l'ensemble de références regroupées dans [9] – page 14, partie I.

¹⁰⁸Ce papier est intéressant car il référence pratiquement toutes les anciennes mesures d'antiprotons.

- [7] **Annihilation de neutralinos**
F.W.Stecker & A.J.Tylka, ApJ **336**, L51 (1989)
G.Jungman & M.Kamionkowski, Phys.Rev.D **49**, 2316 (1994)
A.Bottino & al, Astropart.Phys. **3**, 77 (1995)
P.Chardonnet & al, Phys.Lett.B **384**, 161 (1996)
A.Bottino & al, Phys.Rev.D **58**, 123503 (1998)
L.Berström & al, ApJ **526**, 215 (1999)
P.Ullio, astro-ph 9904086 (1999)
- [8] **Théorie supersymétrique**
W.de Boer, hep-ph 9402266 (1994)
G.Jungman & al, Phys.Rep. **267**, 195 (1996)
K.A.Olive, hep-ph 9911307 (1999)
- [9] **Les trous noirs primordiaux (PBH)**
S.W.Hawking, Commun.math.Phys. **43**, 199 (1975)
J.H.MacGibbon & B.R.Webber, Phys.Rev.D **41**, 3052 (1990)
J.H.MacGibbon, Phys.Rev.D **44**, 376 (1990)
J.H.MacGibbon & B.J.Carr, ApJ **371**, 447 (1991)
K.Maki & al, Phys.Rev.Lett **76**, 3474 (1996)
T.Mitsui & al, Phys.Lett.B **389**, 169 (1996)
E.L.Wright, ApJ **459**, 487 (1996)
D.B.Cline & al, ApJ **486**, 169 (1997)
D.B.Cline (*edited by*), Phys.Rep. **307**, 1 (1998)
J.D.Wells & al, Astrophys.J. **518**, 570 (1999)
J.F.Ormes & al, ICRC **26**, HE-5.1.14 (1999)
A.Barrau, Astropart.Phys. **12**, 269 (2000)
- [10] **Cordes cosmiques**
G.D.Starkman & T.Vachaspati, Phys.Rev.D **53**, R6711 (1996)

- [11] W.W.Buck & al, Phys.Rev.C **33**, 234 (1986)
P.Chardonnet & al, Phys.Lett.B **409**, 313 (1997)
F.Donato & al, Phys.Rev.D **62**, 043003 (2000)
F.Donato, Nucl.Phys.B (Proc.Suppl.) **81**, 37 (2000)

Neuvième partie

Voici venu, le temps, des rires et des
chants,...[†]

[†] A siffler ou à chanter d'un air débonnaire...

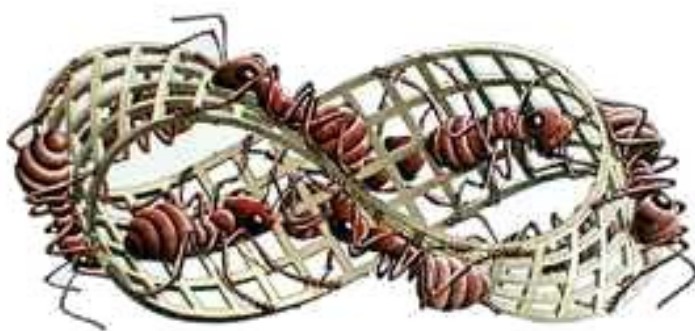
J'ai présenté dans ce tapuscrit mon travail de thèse réalisé durant ces trois années passées au LAPP et LAPTH. La partie principale de ce travail a porté sur la propagation des noyaux afin de voir s'il était possible d'imposer des contraintes sur les paramètres supersymétriques. Nous avons tout d'abord déterminé les paramètres du modèle de diffusion, puis par la suite, grâce aux configurations extraites des ajustements sur le rapport B/C , nous avons pu réestimer le flux d'antiprotons créés par la spallation de rayons cosmiques sur le milieu interstellaire. Il faut souligner que c'est la première partie de cette étude qui a demandé le plus de temps, ce qui explique pourquoi les analyses sur les antiprotons sont encore en cours.

Un des points les plus importants de cette thèse est le développement d'un code informatique de plus de 10 000 lignes. Grâce à celui-ci, nous avons montré en particulier que le modèle de diffusion reproduisait parfaitement les données existantes pour les noyaux stables, et qu'il était bien adapté pour contraindre les paramètres physiques. Par la même occasion, nous avons démontré l'utilité de ce programme à la fois pour de futures analyses mais aussi pour effectuer des simulations sur les détecteurs.

Toutes les potentialités de ce code n'ont pas été exploitées. En particulier, une étude est en cours pour tirer le meilleur parti possible des données récentes sur les noyaux radioactifs. Il est prévu aussi d'étudier les isotopes de l'hydrogène et de l'hélium. Pour terminer, insistons sur le fait que ce programme fournit aussi la distribution spatiale des rayons cosmiques, et si cette caractéristique n'a pas été du tout discutée dans cette thèse, elle n'en reste pas moins digne d'intérêt pour d'autres types d'études astrophysiques.

Dixième partie

Appendice mathématique



Möbius Strip II, M.C.Escher

Cet appendice mathématique est partagé en trois parties. Dans la première, nous présenterons le formalisme des fonctions de Green qui est bien adapté à la résolution d'équations différentielles linéaires avec source. En complément, nous proposerons dans la seconde partie une méthode générique pour résoudre les équations différentielles d'ordre un. Pour conclure, nous donnerons quelques compléments sur les fonctions de Bessel et leurs propriétés. Nous mettons le lecteur en garde (ou nous le rassurons, c'est selon!) : le but de cet appendice n'est pas de faire des mathématiques. Il n'y aura en effet aucune démonstration, et celui qui veut se convaincre devra se reporter aux ouvrages donnés en références. Nous avons voulu ici fournir un ensemble de recettes et de propriétés utiles en particulier à la résolution du problème des cosmiques.

1 EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET FONCTIONS DE GREEN [1]

Nous aimerions expliquer ici en quoi les fonctions de Green constituent un outil puissant dans la résolution de problèmes inhomogènes (dans le langage de la *physique*, c'est ce qui correspond à des équations contenant un terme source). Ces fonctions ont été largement utilisées dans la section IV, afin de résoudre une équation de propagation. L'équation en question est en réalité une équation de type diffusion. Comme celle-ci intervient dans un grand nombre de problèmes physiques, nous y consacrerons une partie (cf 1.3.2). Cependant, avant d'étudier ces équations partielles du second ordre, nous nous attarderons sur les équations aux dérivées totales (cf 1.2). Bien que nous les ayons peu utilisées dans cette thèse, elles apparaissent très souvent, et il semble judicieux de commencer par icelles puisqu'elles sont plus simples, et de fait très adaptées pour introduire les fonctions de Green.

1.1 DISCUSSION GÉNÉRALE

Sans rentrer dans l'énoncé de propriétés mathématiques complexes, il faut savoir qu'il existe des théorèmes généraux sur l'existence, l'unicité et la stabilité des solutions d'équations différentielles. La stabilité implique qu'un changement arbitrairement petit de la condition initiale n'affecte pas de manière dramatique la solution. Si pour un problème donné, les trois conditions précédentes sont remplies, alors nous dirons que le problème est bien posé. Cette étude permet de séparer ces équations différentielles en des sous-ensembles regroupés suivant des propriétés caractéristiques tout en en dégageant des propriétés communes. Quelles que soient ces classifications, des points communs subsistent. Il est par exemple nécessaire d'imposer des conditions particulières pour spécifier la solution. Ceci nous amène à préciser le vocabulaire qui sera employé tout au long de cette section.

Equation homogène (resp. inhomogène) : c'est une équation du type $Lf = 0$ ($Lf = q$) où L est un opérateur différentiel linéaire (et q un terme source).

Condition limite : c'est une contrainte que doit vérifier la fonction f (ou ses dérivées) en certains points afin de sélectionner la solution adaptée au problème. A titre d'exemple, si nous considérons une équation différentielle totale du second ordre (deux *contraintes* pour lever l'indétermination causée par les deux dérivées), il y a deux classes de conditions

- *Les conditions initiales* (IC) : la fonction et sa dérivée sont prescrites au même point $\psi(x_1) = \psi_1$ et $\psi'(x_1) = \psi'_1$
- *Les conditions au bord* (BC) : il faut spécifier des conditions sur les deux extrémités x_1 et x_2 , et il y a plusieurs possibilités
 1. Dirichlet (DBC) : $\psi(x_1) = \psi_1$ et $\psi(x_2) = \psi_2$
 2. Neumann (NBC) : $\psi'(x_1) = \psi'_1$ et $\psi'(x_2) = \psi'_2$
 3. Churchill : fixer des combinaisons $(\alpha\psi + \beta\psi')$ aux bords
 4. Mixte : fixer ψ sur un bord et ψ' sur l'autre

Les deux dernières variantes sont de loin les moins utilisées...

La notion d'homogénéité est étendue aux conditions limites. Ainsi dans le cas précédent DBC, si $\psi_1 = \psi_2 = 0$, nous parlerons de conditions initiales homogènes, et lorsqu'à la fois l'équation et les conditions seront de ce type, nous parlerons de problème homogène. Que dire maintenant des équations en elles-mêmes?

Existe-t-il toujours des solutions ? La première question est de savoir si un problème est bien posé ou non.

Les deux types de conditions (conditions initiales (IC) et conditions au bord (BC)) peuvent avoir des significations physiques très différentes, en relation avec la forme des solutions. Sur un plan purement mathématique, il y a une raison plus fondamentale à cette disparité : en effet, si nous regardons par

exemple les équations différentielles ordinaires (voir l'équation (350)), il se trouve que les problèmes IC ont toujours des solutions et qu'ils sont de plus *bien posés*. A contrario, avec des contraintes de type BC il peut y avoir incompatibilité des conditions au bord (aucune solution, la solution triviale $\psi(x) = 0$ n'étant pas comptée) ou inversement sur-détermination du problème (infinité de solutions).

Existe-t-il des méthodes générales ? Cela dépend de la complexité de l'équation étudiée, bien sûr ! Nous verrons plus loin l'exemple de la méthode des caractéristiques (cf Appendice 2). Par contre, il se trouve que la recherche de solutions particulières est toujours possible grâce au formalisme des fonctions de Green. Cette fonction est définie par

$$LG(x_0|x'_0, x_1|x'_1, \dots) = \delta(x_0 - x'_0)\delta(x_1 - x'_1) \dots \quad (349)$$

où L est l'opérateur différentiel du problème. Nous y reviendrons en détail par la suite...

Après avoir donné ces premiers éléments assez généraux, nous allons passer à des cas concrets. J'aimerais insister à nouveau sur le fait que les seules fonctions de Green ne permettent pas de trouver une solution. Elles permettent juste de trouver une solution particulière une fois que les solutions de l'équation homogène sont connues. Dans le cas de l'équation de diffusion, le lien entre la solution particulière et la solution générale sera d'ailleurs une simple fonction saut $\theta(\mathbf{x})$.

1.2 EQUATION DIFFÉRENTIELLE ORDINAIRE

Nous nous restreignons aux problèmes unidimensionnels (où n'apparaissent que des dérivées totales) et aux opérateurs du second ordre linéaires. L'équation inhomogène est du type

$$L\psi(x) = \left(\frac{d^2}{dx^2} + q(x)\frac{d}{dx} + r(x) \right) \psi(x) = f(x) \quad (350)$$

où x est une variable générique, et où nous supposons que les fonctions $r(x), q(x)$ qui interviennent dans l'opérateur L ont de bons comportements (disons C^∞ pour fixer les idées). La terminologie employée est (i) *second ordre* car l'opérateur L ne fait pas intervenir des dérivées d'ordre supérieur à deux, et (ii) *opérateur linéaire* puisque ψ , ψ' et ψ'' n'interviennent qu'à la puissance zéro ou un (ceci assure le principe de superposition des solutions pour les équations homogènes (*i.e.* pas de terme source : $f(x) = 0$)). Nous savons que la solution la plus générale s'écrit

$$\psi = \psi^{homogène} + \psi^{particulière} \quad (351)$$

où ψ^h est solution de $L\psi^h = 0$ et ψ^p est une solution particulière de (350).

1.2.1 Construction d'une solution particulière à l'aide de la fonction de Green du problème

Propriété La solution particulière du problème $L\psi(x) = f(x)$, où L est un opérateur différentiel ordinaire est donnée par

$$\psi^p(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx' G(x|x') f(x') \quad (352)$$

où $G(x|x')$ est la fonction de Green du problème

$$LG(x|x') = \delta(x - x'). \quad (353)$$

Il est aisé de vérifier en réinjectant (352) et en utilisant (353) que nous avons bien une solution particulière de $L\psi(x) = f(x)$. Notons que les conditions limites sur $\psi^p(x)$ se transforment en des conditions limites sur $G(x|x')$.

1.2.2 Solution générale de l'équation homogène

Comme annoncé, nous ne donnons ici aucune astuce pour trouver la solution homogène. Pour cela, il faut utiliser les méthodes mathématiques *traditionnelles*. Nous pouvons par contre caractériser les solutions. Premièrement, cette équation n'a que deux et seulement deux solutions indépendantes. Deuxièmement, le calcul du Wronskien de deux solutions permet de déterminer si ces dernières sont indépendantes.

Définition *Le Wronskien de deux fonctions $\Psi_1(x)$ et $\Psi_2(x)$, noté $W\{\Psi_1(x), \Psi_2(x)\}$ est défini par*

$$W\{\Psi_1(x), \Psi_2(x)\} = \Psi_1(x)\Psi_2'(x) - \Psi_1'(x)\Psi_2(x) \quad (354)$$

Deux solutions homogènes $\Psi_1(x)$ et $\Psi_2(x)$ sont alors linéairement indépendantes si le Wronskien est identiquement nul ($W = 0, \forall x$).

1.2.3 Solution générale pour des conditions initiales (IC) quelconques

Sous l'hypothèse que nous savons résoudre l'équation homogène (point précédent), nous allons donner maintenant la forme et les propriétés des solutions générales.

Solution IC *La solution générale de l'équation (350) avec les conditions initiales (quelconque)*

$$\psi(0) = c_1, \quad \psi'(0) = c_2 \quad (355)$$

existe toujours. Si $\psi_1(x)$ et $\psi_2(x)$ sont deux solutions linéairement indépendantes de l'équation homogène, la solution générale s'écrit

$$\psi(x) = \psi^h(x) + \int_0^x dx' G(x|x') f(x'), \quad (356)$$

$$G(x|x') = \theta(x - x') \frac{\{\psi_2(x')\psi_1(x) - \psi_1(x')\psi_2(x)\}}{\{\psi_1(x')\psi_2'(x') - \psi_2(x')\psi_1'(x')\}} \quad (357)$$

Nous avons deux cas particuliers :

- si $c_1 = c_2 = 0$ (conditions homogènes), nous pouvons prendre $\psi^h(x) = 0$,
- sinon (conditions inhomogènes), nous avons $\psi^h(x) = A\psi_1(x) + B\psi_2(x)$ tel que $\psi^h(0) = c_1$ et $\psi^{h'}(0) = c_2$.

La solution sous forme de fonctions de Green seules pour des conditions initiales homogènes a une signification physique assez claire : la fonction G est une fonction de réponse à une excitation ponctuelle. La solution générale est en quelque sorte une superposition linéaire de réponses à une succession d'excitations entre 0 et x .

1.2.4 Solution générale pour des conditions au bord Dirichlet (DBC) homogènes

Comme nous l'avons brièvement mentionné en introduction, il se peut que la fonction de Green du problème n'existe pas, soit parce qu'il n'a pas de solution, soit parce que celle-ci n'est pas unique. A titre d'exemple nous donnerons les solutions pour le cas DBC homogène.

Solution DBC *La solution générale de l'équation (350) sous DBC homogène $\psi(x_1) = \psi(x_2) = 0$ (homogène) n'existe pas toujours.*

1. *S'il est possible de trouver $\psi_1(x)$ et $\psi_2(x)$, deux solutions linéairement indépendantes $W\{\psi_1(x), \psi_2(x)\} \neq 0$ de l'équation homogène, alors*

$$\psi(x) = - \int_{x_1}^{x_2} dx' \frac{f(x')}{W(x')} \{ \theta(x' - x) \psi_2(x') \psi_1(x) + \theta(x - x') \psi_1(x') \psi_2(x) \} \quad (358)$$

$$= - \left\{ \psi_1(x) \int_x^{x_2} dx' \frac{f(x')}{W(x')} \psi_2(x') + \psi_2(x) \int_{x_1}^x dx' \frac{f(x')}{W(x')} \psi_1(x') \right\}. \quad (359)$$

2. *Dans le cas contraire $W\{\psi_1(x), \psi_2(x)\} = 0$, et G n'existe pas. Il reste néanmoins deux sous-cas : (i) il n'y a aucune solution, (ii) il y a une infinité de solutions (tous les multiples des fonctions $\psi_1(x)$). Le point (ii) implique que $f(x)$ satisfasse à certaines contraintes... ces complications ne nous intéressent absolument pas ici.*

1.2.5 Cas particulier avec DBC homogène : L est hermitien

Définition *Un opérateur est dit hermitien, si pour toute paire de fonctions $a(x)$ et $b(x)$ qui vérifie les conditions au bord, nous avons*

$$\int_{x_1}^{x_2} dx a^*(x) [Lb(x)] = \int_{x_1}^{x_2} dx [La(x)] b^*(x) \quad (360)$$

Pour les problèmes de type conditions homogènes au bord $\psi(x_1) = \psi(x_2) = 0$, il existe une autre manière d'obtenir la solution lorsque l'opérateur L est hermitien (correspond en général à un système sans diffusion et sans perte d'énergie, *e.g.* $L = -\nabla^2$). Ceci parce qu'il existe un ensemble de vecteurs propres $\{\psi^{(n)}(x)\}$ qui forme une base pouvant être choisie orthonormée (les valeurs propres associées sont notées λ_n)

$$L\psi^{(n)}(x) = \lambda_n \psi^{(n)}(x) \quad \text{avec} \quad \int_{x_1}^{x_2} dx \psi^{(n)*}(x) \psi^{(m)}(x) = \delta_{nm} \quad (361)$$

Comme dans toute base, il est alors possible d'y développer n'importe quelle fonction, et en particulier la fonction de Green. Cette opération garantit que G obéit à la bonne condition limite puisque les fonctions propres $\psi^{(n)}$ la suivent automatiquement. Puisque ce traitement est un simple cas particulier du précédent, il est logique d'obtenir les mêmes problèmes (pas ou trop de solutions). Dans ce formalisme, ceux-ci vont apparaître sous la forme de valeurs propres nulles (conclusion évidente *a posteriori* au regard de la formule (363)). Il n'existe alors pas de fonction de Green, mais si le système suit néanmoins toutes les contraintes, il est possible de définir ce qui est appelé une *pseudo-fonction de Green*.

Solution DBC (homogène) *Les solutions s'écrivent, dans le cas particulier d'un opérateur hermitien*
– Si $\lambda_n \neq 0$ pour tout n ,

$$\psi(x) = \int_{x_1}^{x_2} dx G(x|x') f(x) \quad (362)$$

$$G(x|x') = \sum_n \frac{1}{\lambda_n} \psi^{(n)*}(x') \psi^{(n)}(x) \quad (363)$$

– Dans le cas où il existe une valeur propre $\lambda_0 = 0$, le problème a une solution si et seulement si $\int_{x_1}^{x_2} dx \psi^{(0)} f(x) = 0$. Dans ce cas, nous avons*

$$\psi(x) = C\psi^{(0)}(x) + \int_{x_1}^{x_2} dx H(x|x') f(x) \quad (364)$$

où C est arbitraire, et où $H(x|x')$ est la pseudo-fonction de Green valant

$$H(x|x') = \sum_{n \neq 0} \frac{1}{\lambda_n} \psi^{(n)*}(x') \psi^{(n)}(x) \quad (365)$$

Application à l'opérateur $(-\nabla^2)$ Il est possible de montrer que cet opérateur est hermitien à la fois sous les conditions Dirichlet et Neumann. Il existe alors une infinité dénombrable de vecteurs et de valeurs propres. Ces dernières sont toujours strictement positives pour les conditions NBC alors qu'il existe toujours une seule valeur propre nulle pour le cas DBC. En exemple, donnons les solutions DBC en géométrie rectangulaire $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$. Les vecteurs et valeurs propres ainsi que la fonction de Green associée sont donnés par (n,m=1,2,3,...)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{n,m}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sqrt{\frac{2}{b}} \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right), \quad \lambda_{n,m} = [(n\pi/a)^2 + (m\pi/b)^2] \\ G_D(x,y|x',y') = \frac{2}{a} \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi y'}{b}\right)}{[(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2]} \end{array} \right. \quad (366)$$

1.3 EQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES (PDE)

Cette partie va se concentrer sur les équations de la diffusion, mais avant toute chose, notons que les problèmes aux dérivées partielles sont beaucoup plus difficiles et complexes que les précédents. Dans la physique,

les problèmes qui sont les plus courants font intervenir des équations de type Poisson, diffusion, ondes ou encore Helmholtz. Chacune de ces équations constitue un sujet d'étude à part entière de la théorie des équations différentielles partielles. Nous faisons cette remarque pour préciser que dans cette section, nous n'aborderons qu'un bout infime de l'ensemble de cette théorie, puisque nous nous restreindrons à l'équation de diffusion.

1.3.1 Généralités

Pour les PDE, même les conditions limites deviennent plus complexes. Il faut ici généraliser la notion de conditions sur un intervalle, à celle de conditions sur une *hypersurface*. La terminologie reste la même pour les cas simples, mais de multiples combinaisons apparaissent. En particulier alors que IC et BC étaient mutuellement exclusives pour les équations précédentes, dans le cas présent il faut en général spécifier à la fois une condition initiale en même temps qu'une condition au bord.

Dirichlet prescrit la valeur de Ψ sur l'hypersurface du problème.

Neumann prescrit la valeur de l'*hyperdérivée* $\partial_n \Psi$ sur l'hypersurface plus la valeur de $\partial \Psi / \partial t$ sur les hypersurfaces à temps constant.

Cauchy BC prescrit en même temps $\Psi(\mathbf{r}, t)$ et son hyperdérivée $\partial_n \Psi(\mathbf{r}, t)$ pour $\mathbf{r}$ sur l'hypersurface, et ce à chaque instant.

Cauchy IC prescrit $\Psi(\mathbf{r}, t)$ et $\partial_n \Psi(\mathbf{r}, t_1)$ à $t = t_1$, mais pour tout $\mathbf{r}$.

Nous reconnaissons dans les conditions de Dirichlet ce qui est habituellement utilisé dans le problème de la diffusion. Pour aller plus loin, il existe en réalité toute une terminologie appropriée selon que les équations ont des solutions sous certaines conditions limites plutôt que d'autres. Ainsi, les équations de diffusion font partie des équations dites *paraboliques* (cf 2.2) et à ce sens, elles constituent un problème bien posé – c'est-à-dire qui a toujours une solution unique et stable – pour des conditions DBC, NBC ou DIC. En général imposer des IC de type Cauchy rend le problème inconsistent.

1.3.2 Equation de diffusion

L'équation de diffusion, aussi appelée équation de la chaleur, est donnée par¹⁰⁹

$$\{\partial/\partial t - K\nabla^2\} \psi(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) \quad (367)$$

Cette équation est construite à partir de la conservation locale du courant, et de la loi de Fick¹¹⁰ qui est une approximation phénoménologique.

$$\partial \psi / \partial t = -\nabla \cdot \mathbf{j} + \rho \quad (368)$$

$$\mathbf{j} = -K \text{ grad } \psi \quad (369)$$

Bien qu'il n'y ait aucune raison physique profonde pour que K ne dépende pas de ψ ou pour que $\mathbf{j}$ ne dépende pas de dérivées d'ordre supérieur, il se trouve que dans la plupart des situations, ceci reste une très bonne approximation¹¹¹. Contrairement au paragraphe précédent où nous avons donné les solutions formelles, nous allons écrire ici les formes explicites des fonctions de Green pour le problème de la diffusion pour les conditions IC et BC.

¹⁰⁹Elle correspond aussi à l'équation de Schrödinger non relativiste *libre* (potentiel nul) sous le changement de variable

$$t \rightarrow -it, \quad \hbar/2m \rightarrow K.$$

¹¹⁰Voir par exemple *Kinetic Theory*, R.Liboff (Wiley & Sons – 1987) ou *Introduction à la mécanique statistique*, R.Hakim (Masson – 1996).

¹¹¹La raison pour laquelle cette équation n'est pas physique apparaît clairement pour les problèmes à condition initiale. Si l'on choisit cette dernière telle qu'au temps $t = 0$ toutes les particules sont à l'origine, à n'importe quel $\tau > 0$ aussi petit que l'on veut la forme du propagateur (voir la suite) implique qu'il y ait des particules quel que soit l'endroit de l'espace. Ceci indique qu'il y a eu une propagation infiniment rapide. Le point est que la loi de Fick – et en conséquence l'équation de diffusion – n'est pas valide pour les temps très courts (ou de manière équivalente, pour des hautes fréquences). Cela parce que la loi de Fick ne tient pas compte de l'inertie des particules. Pour éviter de tels paradoxes, il faut remplacer l'équation de diffusion par l'équation du télégraphe. Nous ne nous en inquièterons pas puisque nous traitons dans cette thèse du problème stationnaire.

1.3.3 Solution de la diffusion sous IC : $\psi(\mathbf{r}, t_0) = a(\mathbf{r})$

Nous cherchons tout d'abord à résoudre le problème de diffusion avec des conditions initiales pour un espace ouvert¹¹². Nous définirons tout d'abord le propagateur qui *n'est pas tout à fait* la fonction de Green. En effet, celui-ci satisfait à l'équation homogène $LK_0 = 0$ sans "Dirac" dans le membre de droite contrairement à la fonction de Green. Le fait que cette dernière soit liée de manière très simple à K_0 revêt une grande importance : ceci signifie que la résolution du problème de diffusion inhomogène se ramène exactement à la résolution de l'équation homogène associée : une fois K_0 trouvé (correspondant à la solution homogène), une solution particulière est immédiatement obtenue *via* la fonction de Green (donnée aussi grâce à K_0). En combinant judicieusement les deux, nous aboutissons à la solution générale du problème initial.

Définition Soit l'opérateur $L \equiv \partial/\partial t - K\nabla^2$. Nous définissons le propagateur K_0 par

$$LK_0(\mathbf{r}, t|\mathbf{r}', t') = 0 \quad \text{pour } t > t' \quad (370)$$

$$K_0(\mathbf{r}, t|\mathbf{r}', t') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (\text{propagateur à temps égaux}) \quad (371)$$

$$K_0 \rightarrow 0 \text{ quand } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty \quad (372)$$

La fonction de Green G_0 est quant à elle définie par

$$LG_0(\mathbf{r}, t|\mathbf{r}', t') = \delta(t - t')\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (373)$$

$$G_0(\mathbf{r}, t|\mathbf{r}', t') = 0 \quad \text{pour } t < t', \quad (374)$$

$$G_0 \rightarrow 0 \text{ quand } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty \quad (375)$$

Le lien entre le propagateur et la fonction de Green est donné par

$$G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau) = \theta(\tau)K_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau) \quad (376)$$

Solution homogène

Solution IC (sans source) La solution du problème de diffusion homogène $L\psi = 0$ à n dimensions sous la condition initiale $\psi(\mathbf{r}, t_0) = a(\mathbf{r})$ est

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dV' K_0^{(n)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t_0) \psi(\mathbf{r}', t_0) \equiv h_0(\mathbf{r}, t) \quad (377)$$

où le propagateur K_0 définit plus haut pour l'opérateur L ne dépend que de $\tau = t - t'$ et de $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ et vaut

$$K_0^{(n)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau) = \frac{1}{(4\pi K\tau)^{n/2}} \exp(-(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2/4K\tau) \quad (378)$$

Solution générale

Solution IC (avec source) La solution générale du problème de diffusion avec source $L\psi = \rho(\mathbf{r}, t)$ à n dimensions sous la condition initiale $\psi(\mathbf{r}, t_0) = a(\mathbf{r})$ est

$$\psi(\mathbf{r}, t) = h_0(\mathbf{r}, t) + \int_{t_0}^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dV' G_0^{(n)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \rho(\mathbf{r}', t') \quad (379)$$

$$\equiv h_0(\mathbf{r}, t) + f_0(\mathbf{r}, t) \quad (380)$$

La fonction de Green est donnée par $G_0 = \theta(\tau)K_0$ (formule (376)), le propagateur par (378) et h_0 est défini par (377).

¹¹²Ce type de condition a parfois été utilisé dans la propagation des rayons cosmiques. Il faut bien insister sur le fait qu'une géométrie fermée ou ouverte (choix relié à la prescription de conditions IC ou BC) ne donne pas la même fonction de Green du problème.

Nous pouvons constater que la solution particulière s'exprime en fonction du propagateur (donc de la solution générale homogène). Pour obtenir celle-ci, il faut utiliser une *astuce* mathématique assez générale : c'est le passage de la solution dépendante dans le temps lors d'un flash à $t = t_0$ à la solution avec source par une convolution à chaque instant de la solution IC obtenue précédemment¹¹³.

1.3.4 Solution BC du problème de la diffusion

Nous allons maintenant donner la solution du problème général de la diffusion avec IC (prescription de $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$) plus BC sur la surface.

Solution BC *La solution générale du problème de diffusion avec source $L\psi = \rho(\mathbf{r}, t)$ sous*
 (avec source) IC $\psi(\mathbf{r}, t_0)$ *plus des conditions inhomogènes sur la surface (NBC ou DBC),*
est

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int_{t_0}^t dt' \int_V dV' G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}', t') \rho(\mathbf{r}', t') \quad (381)$$

$$+ K \int_{t_0}^t dt' \int_S dS' [G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}', t') \partial'_n \Psi_S(\mathbf{r}', t') \quad (382)$$

$$- \partial'_n G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}', t') \Psi_S(\mathbf{r}', t')] \quad (383)$$

$$+ \int_V dV' G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}', t') \Psi(\mathbf{r}', t_0) \quad (384)$$

$$\equiv f(\mathbf{r}, t) + g(\mathbf{r}, t) + h(\mathbf{r}, t) \quad (385)$$

Nous reconnaissons les termes f et h correspondant respectivement à une solution particulière et à la solution générale homogène dans le cas IC (cf (379)). En plus de cela, il y a le terme g lié aux conditions sur les bords. En présence de conditions homogènes, ce terme disparaît et nous retrouvons la formule IC en volume ouvert lorsque $V \rightarrow \infty$. Remarquons que dans ce dernier cas, les fonctions de Green avaient été données et suivaient une même forme simple quelle que soit la dimension. Dans le cas présent, l'existence de BC force la recherche d'une fonction G adaptée à chaque problème.

1.3.5 Cas particulier avec DBC homogène : expansion de $-\nabla$ (hermitien) sur les vecteurs propres

Dans ce cas particulier, nous ne pouvons pas non plus donner une formule générale pour la fonction de Green. Nous pouvons par contre obtenir une forme alternative grâce à la propriété d'hermiticité de l'opérateur $-\nabla^2$. Si nous reprenons les notations de la partie 1.2.5, nous avons pour le propagateur

$$K(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}', t') = \sum_p \psi^{(p)*}(\mathbf{r}') \psi^{(p)}(\mathbf{r}) \exp(-\lambda_p K(t - t')) \quad (386)$$

Dans l'exemple de la géométrie rectangulaire à la limite à une dimension sous des conditions Dirichlet aux deux bouts (en $x = 0$ et en $x = L$), nous obtenons la forme suivante pour la fonction de Green (comparer à (366))

$$G_D(x, t | x', t') = \theta(t - t') \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi x'}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \exp\left\{-K\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 (t - t')\right\} \quad (387)$$

1.3.6 L'équation de Poisson

Nous terminerons par l'équation de Poisson qui est un cas limite de l'équation de diffusion dans le cas stationnaire (approximation largement utilisée pour les rayons cosmiques). Nous l'utilisons dans cette thèse sur des problèmes BC, et dans ce cas, comme nous avons à faire à un opérateur hermitien, nous pouvons toujours utiliser le développement sur les fonctions propres comme expliqué dans la section 1.2.5. Rappelons la

¹¹³Juste une précision : la limite $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(\mathbf{r}, t)$ ne tend pas toujours vers la valeur évaluée en régime stationnaire $\psi^{stat}(\mathbf{r})$ lorsque l'on est à une et deux dimensions. Nous n'aurons heureusement pas ce problème à trois dimensions.

formule (363) dans le cas où il n'y a aucune valeur propre nulle.

$$\psi(x) = \int_{x_1}^{x_2} dx G(x|x') f(x) \quad (388)$$

$$G(x|x') = \sum_n \frac{1}{\lambda_n} \psi^{(n)*}(x') \psi^{(n)}(x) \quad (389)$$

2 MÉTHODE DES CARACTÉRISTIQUES [2]

Le formalisme des courbes caractéristiques permet de traiter les équations aux dérivées partielles d'ordre inférieur ou égal à deux. La description en termes mathématiques de l'origine de ces propriétés est assez abscons : l'étude des systèmes différentiels et en particulier, le théorème de Cauchy-Kowalevsky indique qu'il existe une unique solution si le déterminant de la matrice des coefficients de l'ordre le plus élevé est nul : un tel système est alors appelé *normal*. Si l'on recherche par la suite à quel moment la propriété de normalité est gardée lors d'un changement de variable, nous obtenons une certaine condition qui définit la surface (ou hypersurface) caractéristique du problème. Il est suffisant de savoir que cette reformulation en terme des caractéristiques permet la résolution explicite des systèmes différentiels d'ordre un. Appliquée à l'ordre deux elle permet une classification des solutions en fonctions de leur régularité. Nous en dirons deux mots, mais c'est le premier point qui nous concerne le plus dans cette thèse (nous donnerons un exemple d'utilisation dans cet appendice).

2.1 EQUATION AUX DÉRIVÉES PARTIELLES D'ORDRE UN

Cette méthode est très souvent utilisée dans la littérature. La devise en étant “agitée devant votre nez, jamais expliquée”, j'ai effectivement fini par être agacé. Comme le résultat n'est pas forcément éminemment parlant, nous donnerons un exemple tiré de la modulation solaire. Le point de départ de cette méthode est l'étude des équations différentielles du premier ordre à n variables

$$a_1 \frac{\partial \Phi(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial \Phi(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_2} + \dots + a_n \frac{\partial \Phi(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_n} = q \quad (390)$$

Propriété *L'équation caractéristique associée à l'équation (390) est*

$$a_1 \frac{\partial z}{\partial x_1} + \dots + a_n \frac{\partial z}{\partial x_n} = 0 \quad (391)$$

La fonction ainsi obtenue définit la courbe caractéristique $z(x_1, x_2, \dots, x_n)$, et il est possible de montrer que

$$\frac{dz}{a_1} \equiv \frac{dx_1}{a_1} = \frac{dx_2}{a_2} = \dots = \frac{dx_n}{a_n} \quad (392)$$

La résolution de l'équation (390) se ramène alors à celle d'une simple équation différentielle totale

$$\frac{d\Phi}{dz} = q \quad (393)$$

Exemple élémentaire : Partons de la modulation solaire dans l'approximation la plus simple. Le flux $f(r, P)$ de particules à la position r ayant l'énergie P vérifie une équation différentielle homogène du premier ordre à deux variables

$$\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{VP}{3\kappa} \frac{\partial f}{\partial P} = 0 \quad (394)$$

avec la courbe caractéristique donnée par (392)

$$\frac{dP}{dr} = \frac{VP}{3\kappa} \quad (395)$$

Sur cette surface, l'équation sur f (393) se réduit à $df/dr = 0$, ce qui signifie que la fonction f est constante sur la courbe définie par l'équation (395). La quantité $f(r, P)$ correspondant à l'énergie P en r a la même valeur que pour une autre énergie P' et une autre position r' obtenues en se déplaçant le long de la courbe caractéristique.

2.2 EQUATION AUX DÉRIVÉES PARTIELLES D'ORDRE DEUX

Considérons une équation différentielle partielle (PDE) d'ordre deux à deux variables. Dans tout cette partie, nous nous restreindrons aux équations à seulement deux variables. La généralisation à n variables reste possible, mais comme elle est un peu plus lourde et que nous n'en avons pas spécialement besoin, nous la zappa-terons allègrement !

$$a \frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial y^2} + d \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} + e \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} + f \Phi(x, y) = g \quad (396)$$

Définition *A partir des coefficients de l'équation différentielle (396), nous pouvons construire un polynôme $\mathcal{P}(X, Y)$*

$$\mathcal{P}(X, Y) = aX^2 + 2bXY + cY^2 + dX + eY + f \quad (397)$$

Les propriétés de l'équation aux dérivées partielles (PDE) sont alors largement déterminées par les propriétés algébriques du polynôme, et en particulier par le signe du déterminant $b(x, y)^2 - a(x, y)c(x, y)$ de $\mathcal{P}(X, Y)$. La classification est la suivante

- *hyperbolique* : $b^2 - ac < 0$,
- *parabolique* : $b^2 - ac = 0$,
- *elliptique* : $b^2 - ac > 0$.

Ce déterminant forme l'équation caractéristique de la PDE

$$a \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + 2b \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + c \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 = 0 \quad (398)$$

Les courbes $z(x, y)$ définies par cette équation sont appelées courbes caractéristiques.

Permettons-nous une petite digression relative à la classification des PDE d'ordre deux : les discontinuités *physiques* se propagent seulement le long des courbes caractéristiques. Or, pour les équations elliptiques, ces courbes n'existent pas dans le plan réel et donc les solutions vont correspondre à des fonctions régulières. Quant aux PDE hyperboliques, elles ont deux familles de caractéristiques, alors que les paraboliques en ont une seule.

Ces courbes caractéristiques fournissent de nouvelles variables pour lesquelles l'équation se ré-écrit sous forme canonique (de type onde pour les PDE hyperbolique, diffusion pour les paraboliques et Laplace pour les elliptiques). Dans ce cas, la méthode des caractéristiques ne permet pas vraiment de résoudre l'équation, mais elle a le mérite de faire apparaître certains comportements et aussi de rapprocher l'équation initiale de formes plus compactes et souvent plus connues.

3 LAPLACIEN EN COORDONNÉES CYLINDRIQUES : FONCTIONS DE BESSEL [3]

Nous avons parlé des fonctions de Green qui permettent de ramener n'importe quel problème avec source, à la résolution d'une équation homogène. Ceci ne nous donnait pas de méthode pour extraire explicitement la fonction de Green elle-même. De plus, ce n'est quelquefois pas très judicieux d'utiliser ce formalisme, alors

que les solutions peuvent être obtenues plus *simplement*. Le premier pas doit toujours consister à chercher les symétries du problème : la plus complexe des équations se ramène parfois à une *trivialité* dans une base adaptée. Dans notre cas, la symétrie sera cylindrique, et notre équation contiendra l'opérateur Δ . Le point de vue que nous adopterons sera donc la recherche de la bonne base qui transformera notre ensemble d'équations différentielles couplées à un ensemble d'équations algébriques simples. Pour cela nous avons besoin des fonctions de Bessel.

3.1 EQUATION DE LAPLACE

Cherchons des solutions de l'équation de Laplace en coordonnées polaires

$$\Delta\Phi = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Phi = 0 \quad (399)$$

Nous supposons que les variables sont indépendantes, $\Phi(r, \theta, z) = \mathcal{R}(r)\mathcal{Q}(\theta)\mathcal{Z}(z)$ ce qui nous mène au système

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{Z}^2}{dz^2} - k^2 \mathcal{Z} = 0 \\ \frac{d\mathcal{Q}^2}{d\theta^2} - \nu^2 \mathcal{Q} = 0 \\ \frac{d\mathcal{R}^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\mathcal{R}}{dr} + \left(k^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) \mathcal{R} = 0 \end{cases} \quad (400)$$

L'intégration sur z et θ est immédiate, et la solution de l'équation de Laplace en coordonnées cylindriques est de la forme

$$\Phi(\rho, \phi, z) = e^{\pm k z} e^{\pm i \nu \phi} R(\rho) \quad (401)$$

Si nous posons $x = k\rho$, $R(\rho)$ est défini comme la solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2} \right) R = 0 \quad (402)$$

3.2 BASE EN COORDONNÉES POLAIRES

En coordonnées cylindriques, les fonctions de Bessel jouent un rôle privilégié : (i) elles forment une base orthonormée, (ii) les fonctions de première et seconde espèce fournissent un point de départ pour construire les fonctions de Green.

3.2.1 Les fonctions de Bessel de première espèce

Voici tout d'abord la définition et quelques propriétés de ces fonctions.

Définition *Sont appelées fonctions de Bessel de première espèce d'ordre ν , les solutions de l'équation (402)*

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2}\right) R = 0 \quad (403)$$

En écrivant $R(x)$ sous la forme d'une série $R(x) = x^\alpha \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j$, nous obtenons une représentation des fonctions de Bessel comme

$$\begin{cases} J_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j! \Gamma(j + \nu + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2j} \\ J_{-\nu}(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j! \Gamma(j - \nu + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2j} \end{cases} \quad (404)$$

Nous n'aurons en pratique pas besoin de ces développements, et nous allons passer immédiatement aux propriétés qui nous seront d'une grande utilité

Propriété 1 *Chaque fonction de Bessel a une infinité de racines :*

$$J_\nu(\zeta_{\nu,i}) = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (405)$$

Les $\zeta_{\nu,i}$ sont appelés zéro d'ordre i des fonctions de Bessel d'ordre ν .

Propriété 2 *Les fonctions J_ν forment une base complète orthogonale dans l'intervalle $0 < x < a$ pour $\nu \geq 1$. Nous pouvons donc écrire toute fonction sous la forme*

$$\mathcal{F}(x) = \sum_{i=1}^{\infty} A_{\nu,i} J_\nu(\zeta_{\nu,i} \frac{r}{a}) \quad (406)$$

où les coefficients $A_{\nu,i}$ sont donnés par

$$A_{\nu,i} = \frac{2}{J_{\nu+1}^2(\zeta_{\nu,i})} \int_0^a r \mathcal{F}(r) J_\nu(\zeta_{\nu,i} \frac{r}{a}) dr \quad (407)$$

3.2.2 Les fonctions de Bessel de seconde et troisième espèce

Cette section est hautement dispensable si l'on s'en tient au strict nécessaire. Néanmoins, pour le plaisir de faire le lien avec ce que nous avons raconté sur les fonctions de Green – et en particulier la construction de celle-ci à partir de deux solutions indépendantes (cf 1.2.2) – permettons nous quelques remarques

- Si ν n'est pas un entier, $J_\nu(x)$ et $J_{-\nu}(x)$ forment une paire de solutions indépendantes de l'équation de Bessel (402).
- Si ν est un entier, $\nu = m$, la relation $J_{-m}(x) = (-1)^m J_m(x)$ oblige à recourir à la paire $J_\nu(x)$ et $N_\nu(x)$ comme fonctions linéairement indépendantes (vrai que ν soit entier ou non). Ces $N_\nu(x)$ sont les fonctions de Neumann (ou fonctions de Bessel du second ordre) définies à partir des fonctions de Bessel de la manière suivante

$$N_\nu(x) \equiv \frac{J_\nu(x) \cos(\nu\pi) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)} \quad (408)$$

- Etant donnés deux jeux de fonctions linéairement indépendantes, il est simple d'en construire d'autres.

Les fonctions de Bessel de troisième espèce ou fonctions de Hankel nous en donnent un exemple

$$H_\nu^{(1)}(x) = J_\nu(x) + iN_\nu(x) \quad (409)$$

$$H_\nu^{(2)}(x) = J_\nu(x) - iN_\nu(x) \quad (410)$$

Ainsi, si nous sommes en géométrie cylindrique, les $J_\nu(x)$ et $N_\nu(x)$ étant linéairement indépendants, elles permettent d'exprimer la solution en terme de fonction de Green – cf éq (358). Nous pouvons aussi utiliser la propriété de base orthonormée de ces fonctions puisque le laplacien est hermitien.

3.2.3 Comportement asymptotique

Il peut être utile parfois d'obtenir quelques ordres de grandeur. Pour les deux cas particuliers x petit et x très grand, le premier terme du développement suffira¹¹⁴

$$- \text{ Si } x \ll 1, \quad J_\nu(x) \rightarrow \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \quad (411)$$

$$N_\nu(x) \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\ln\left(\frac{x}{2}\right) + 0.5772 \dots \right], & \nu = 0 \\ -\frac{\Gamma(\nu)}{\pi} \left(\frac{2}{x}\right)^\nu, & \nu \neq 0 \end{cases} \quad (412)$$

$$- \text{ Si } x \gg 1 \text{ et } x \gg \nu \quad J_\nu(x) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\nu\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (413)$$

$$N_\nu(x) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\nu\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (414)$$

Il est plus facile de constater sur le comportement asymptotique qu'il existe une infinité de zéros pour les fonctions de Bessel. Pour les racines d'ordre élevé, la forme asymptotique est

$$x_{\nu,n} \simeq n\pi + \left(\nu - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} \quad (415)$$

3.2.4 Cas particulier des fonctions de Bessel $J_0(\rho)$ pour $0 \leq \rho \leq 1$

Cette base est particulièrement intéressante dans le cas du problème de diffusion. De manière explicite, en reprenant les propriétés décrites plus haut, nous aurons

$$\frac{d^2 J_0(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dJ_0(\rho)}{d\rho} + J_0(\rho) = 0 \quad (416)$$

et toute fonction $\mathcal{R}(\rho)$ aura un développement sur ces J_0 avec les coefficients A_i

$$\mathcal{R}(\rho) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_0(\zeta_i \rho) \quad (417)$$

$$A_i = \frac{2}{J_1^2(\zeta_i)} \int_0^1 \rho \mathcal{R}(\rho) J_0(\zeta_i \rho) d\rho \quad (418)$$

où ζ_i est le zéro d'ordre i de J_0 .

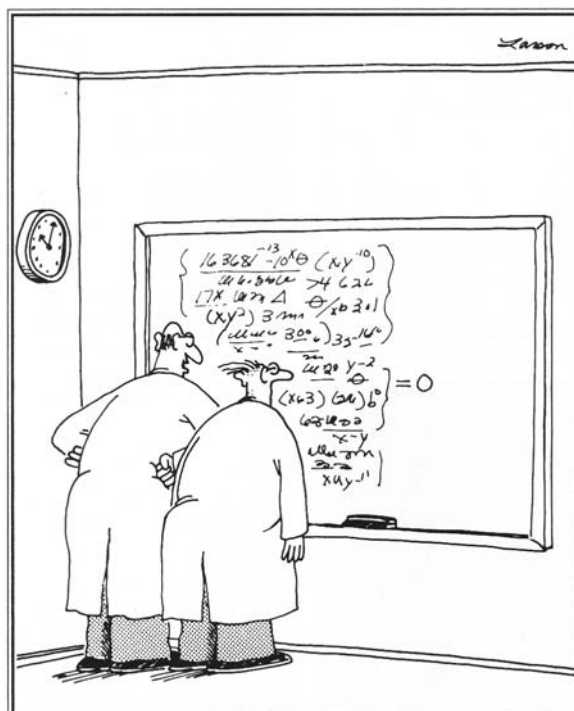
¹¹⁴Ces formules sont valides pour ν réel et positif ou nul, mais seront de toutes façons peu utiles dans notre cas. A la limite, ce résultat nous indique que pour une fonction développée sur les $J_0(\zeta_i \rho)$, comme l'argument de la fonction augmente avec i , seuls les premiers termes contribuent vraiment au résultat final (dit autrement, la série convergera rapidement). A ce propos, nous avons noté que pour notre modèle de diffusion, les solutions étaient obtenues à une précision de l'ordre du pour mille avec seulement 9 fonctions de Bessel dans la série. Les différentes contributions s'annulant en général trois par trois, 8 ou 10 ne marchent absolument pas!

Bibliographie

- [1] *Elements of Green's Fonctions and Propagation* (§**3, 8, 9**), G.Barton (Oxford Science Publications – 1991)
- [2] *Caractéristiques des systèmes différentiels et propagation des ondes*, T.Levi-Civita (Jacques GABAY–1932)
Partial differential equations (§**2**), P.DuChateau & D.W.Zachmann (Schaum's outline series – 1986)
- [3] *Classical Electrodynamics* (§**3.7**), J.D.Jackson (John Wiley & sons – 1975)

Onzième partie

Solutions du modèle de diffusion



"No doubt about it, Ellington—we've mathematically expressed the purpose of the universe. Gad, how I love the thrill of scientific discovery!"

The Far Side Gallery 2, Gary Larson

Cas 1 : Le noyau N^j a des parents stables

$$N^j(r, z) = \sum_{i=0}^{\infty} N_i^j(z) J_0(\zeta_i^r R)$$

$\underline{N^j \text{ est : } \beta \text{ (et/ou)}}$
Stable β ($\tau_{EC} < 100 \text{ yrs}$)
Instable β ($\tau_{EC} > 100 \text{ yrs}$)

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) N_i^j(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]}$$

$\underline{N^j \text{ est : } \text{Instable } EC} \text{ } (\tau_{EC} > 100 \text{ yrs})$

$$= \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \left\{ N_i^{j,0}(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^{j,0}(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^{j,0} L}{2}\right]} + N_i^{j,*}(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^{j,*}(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^{j,*} L}{2}\right]} \right\}$$

$N_i^{j,0}(z)$

$$\begin{aligned} \text{Primaire} &= \frac{q_L^j}{A_i^j} \\ &= \sum_{k>j} 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{inel} \frac{N_k^k(0)}{A_i^j} \\ \text{Mixte} &= \frac{Q_L^j}{A_i^j} \equiv \frac{q_L^j}{A_i^j} + \sum_{k>j} 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{inel} \frac{N_k^k(0)}{A_i^j} \end{aligned}$$

Secondaire

$$= \sum_{k>j} 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{inel} \frac{N_k^k(0)}{A_i^j}$$

Totalement ionisé

$$N_i^{j,0}(0) = \frac{Q_{source}^j (A_i^{j,*} + 2h\Gamma_{N^* \rightarrow N^0})}{A_i^{j,0} A_i^{j,*} + 2h\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} A_i^{j,0} + 2h\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} A_i^{j,*}} \quad N_i^{j,*}(0) = \frac{Q_{source}^j 2h\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{A_i^{j,0} A_i^{j,*} + 2h\Gamma_{N^* \rightarrow N^0} A_i^{j,0} + 2h\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} A_i^{j,*}}$$

Un électron attaché

$$[Q_{source}^j \equiv q_i^j + \sum_{k>j} 2h\tilde{\Gamma}_{N^k \rightarrow N^j}^{inel} N_k^k(0)]$$

A_i^j

$$\begin{aligned} \text{Stable, instable } \beta &= V_c + K^j S_i^j \coth \frac{S_i^j L}{2} + 2h\Gamma_{tot}^j \\ &= V_c + K^j S_i^j \coth \frac{S_i^j L}{2} + 2h\Gamma_{tot}^j + 2h\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*} \\ &\rightarrow \text{Stable } \beta \quad = \left(\frac{V_c^2}{K^{j2}} + 4\frac{\zeta_i^2}{R^2}\right)^{1/2} \\ &\rightarrow \text{Instable } \beta \quad = \left(\frac{V_c^2}{K^{j2}} + 4\frac{\zeta_i^2}{R^2} + 4\frac{\Gamma_{rad}^\beta}{K^j}\right)^{1/2} \end{aligned}$$

S_i^j

IONISATION + RÉ-ACCÉLÉRATION
(Approximation N^ fantôme)*

Equa.
diff.

$$A_i^j N_i^j(0) = Q_i^{js} - 2h \left(\frac{\partial}{\partial E} \left[N_i^j(0) \tilde{\nu}^j(E) \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial E^2} \left[N_i^j(0) d^j(E) \right] \right)$$

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) N_i^j(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]}$$

$$N^j(r, z) = \sum_{i=0}^{\infty} N_i^j(z) J_0(\zeta_i^r R)$$

	<i>Stable/Instable</i> β	<i>Instable EC</i> ($\tau_{EC} < 100 \text{ ans}$)	<i>Instable EC</i> ($\tau_{EC} > 100 \text{ ans}$)
A_i^j	$V_c + K S_i^j \coth \frac{S_i^j L}{2} + 2h\Gamma_{tot}^j$	$A_i^j \leftrightarrow A_i^j + \Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}$	Idem stable
S_i^j	$\left(\frac{V_c^2}{K^{j2}} + 4\frac{\zeta_i^2}{R^2} + 4\frac{\Gamma_{rad}^\beta}{K^j}\right)^{1/2}$	Idem stable	$\Gamma_{rad}^\beta \leftrightarrow \Gamma_{rad}^\beta + (\Gamma_{rad}^\beta + \Gamma_{rad}^{EC}) \frac{\Gamma_{N^0 \rightarrow N^*}}{\Gamma_{N^* \rightarrow N^0}}$

Cas 2 : Contribution d'un parent radioactif $N_{k \rightarrow j}^{k,rad}$ (terme $\Gamma_{k \rightarrow j}^{rad} N_{k,rad}^{k,rad}$)

$$N^j(r, z) = \sum_{i=0}^{\infty} N_i^j(z) J_0(\zeta_i \frac{r}{R})$$

$\underline{N_{k,rad}^{k,rad}}$ est : β et/ou EC ($\tau_{EC} > 100 \text{ yrs}$)

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) C_i^j(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} + D_i^j(z)$$

$\underline{N_{k,rad}^{k,rad}}$ est : EC ($\tau_{EC} < 100 \text{ yrs}$)

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) N_i^j(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]}$$

$$N_i^j(0) = \frac{q_i^j}{A_i^j} + \sum_{l>j} 2h\tilde{\Gamma}_{N^l \rightarrow N^j}^{inel} \frac{N_l^j(0)}{A_i^j} + 2h\Gamma_{N \rightarrow N^*} N_i^j(0) \frac{N_i^j(0)}{A_i^j}$$

$$C_i^j(0) = \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{rad}}{K^j A_i^j (a_i^2 - a^2)} \frac{N_i^{k,rad}(0)}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \left\{ \begin{aligned} & \alpha a_i \cosh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \left(V_c + 2h\Gamma_{tot}^j + K^j S_i^j \tanh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right] \right) \\ & + \sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left(a \left[V_c \frac{K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\Gamma_{tot}^j \right] - a_i K^j S_i^k \right) \\ & + \cosh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right] \left(a_i \left[V_c \frac{K^j}{K^k} - 2V_c - 2h\Gamma_{tot}^j \right] - a K^j S_i^k \right) \end{aligned} \right\}$$

et $D_i^j(z) =$

$$-\alpha a_i \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \frac{N_i^{k,rad}(0) \Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{rad}}{K^j (a_i^2 - a^2)} \frac{\cosh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} + \left(a N_i^{k,rad}(z) + a_i N_i^{k,rad}(0) \exp\left(\frac{V_c z}{2K^k}\right) \frac{\cosh\left[\frac{S_i^k(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^k L}{2}\right]} \right)$$

Les paramètres définis :

$$\alpha \equiv \exp\left[\frac{V_c L}{2} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j} \right)\right]$$

$$a \equiv \frac{V_c^2}{2K^k} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j} \right) + \frac{\Gamma_{N^k \rightarrow N^j}^{rad}}{K^k} - \frac{\Gamma^{N^j}}{K^j}$$

$$a_i \equiv \frac{S_i^k V_c}{2} \left(\frac{1}{K^k} - \frac{1}{K^j} \right)$$

Le canal de désintégration détermine le choix de $N_{k,rad}^{k,rad}$
(Voir page précédente)

$N_{k,rad}^{k,rad}$ est instable EC ($\tau_{EC} \leq 100 \text{ yrs}$)

$$N_i^{k,rad}(0) \equiv N_i^{k,*}(0)$$

$N_{k,rad}^{k,rad}$ est instable β

$$N_i^{k,rad}(0) \equiv N^k(0)$$

$N_{k,rad}^{k,rad}$ est β + EC ($\tau_{EC} > 100 \text{ yrs}$)

$$N_i^{k,rad}(0) \equiv N_i^{k,0}(0) + N_i^{k,*}(0)$$

Les paramètres usuels de N^j :

$$A_i^j = V_c + K S_i^j \coth \frac{S_i^j L}{2} + 2h\Gamma_{tot}^j$$

$$S_i^j = \left(\frac{V_c^2}{K^{j2}} + 4\zeta_i^2 + 4\frac{\Gamma_{rad}^\beta}{K^j} \right)^{1/2}$$

IONISATION + RÉ-ACCÉLÉRATION
(Approximation N^* fantôme)

$$N_i^j(0) = \left(C_i^j(0) + D_i^j(0) \right) - \frac{2h}{A_i^j} \left(\frac{\partial}{\partial E} \left[N_i^j(0) \tilde{\rho}^j(E) \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial E^2} \left[N_i^j(0) d^j(E) \right] \right)$$

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) N_i^j(0) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]}$$

Cas ($\tau_{EC} \leq 100 \text{ yrs}$)

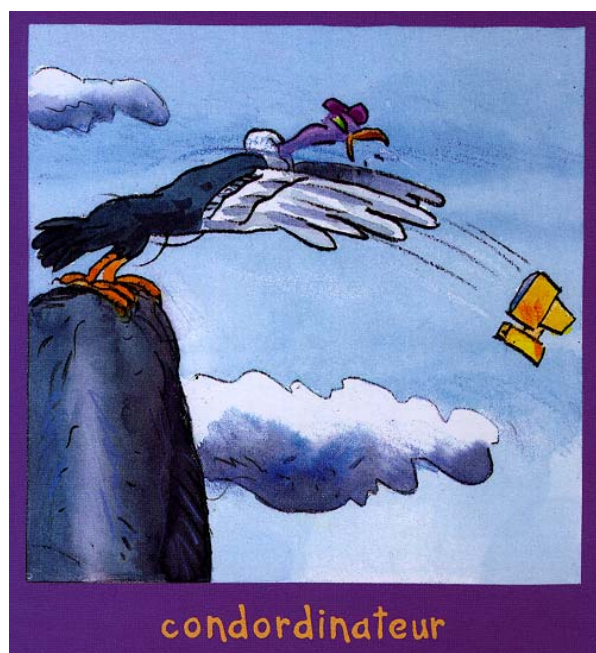
$$N^j(r, z) = \sum_{i=0}^{\infty} N_i^j(z) J_0(\zeta_i \frac{r}{R})$$

$$N_i^j(z) = \exp\left(\frac{V_c z}{2K^j}\right) \left(N_i^j(0) - D_i^j(0) \right) \frac{\sinh\left[\frac{S_i^j(L-z)}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{S_i^j L}{2}\right]} + D_i^j(z)$$

Cas β et/ou EC ($\tau_{EC} > 100 \text{ yrs}$)

Douzième partie

Description du programme de propagation



ZinZ'imagier, Olivier Hubert, Jean-Loup Craipeau et Gérard Gréverand

GLOSSAIRE

Acronymes :

- DM – **D**iffusion **M**odel
- EC – **E**lectronic **C**apture (voir Capture électronique)
- FIP – **F**irst **I**onization **P**otential
- GCR – **G**alactic **C**osmic **R**ays
- IC – **I**nter **C**loud
- ISM – **I**nter **S**tellar **M**edium
- LB(M) – **L**eaky **B**ox (M)odel
- LIC – **L**ocal **I**nter **C**loud
- LISM – **L**ocal **I**nter **S**tellar **M**edium
- LSP – **L**ightest **S**uper-symmetric **P**article
- PLD – **P**ath **L**ength **D**istribution
- SEP – **S**olar **E**nergetic **P**article
- SN – **S**uper **N**ova
- SRC – **S**olar **C**osmic **R**ays
- SS – **S**olar **S**ystem
- UHCR – **U**ltra **H**eavy **C**osmic **R**ays
- UHECR – **U**ltra **H**igh **E**nergy **C**osmic **R**ays
- WR – **W**olf-**R**ayet
- WS(T) – **W**eighted **S**lab (T)echnic
- SUSY – **S**Uper **S**Ymmetry

Autiste : adepte de la somniloquie éveillé ou de la somnanbulie gesticulatoire (voir Physicien).

Capture électronique : regroupe différentes étapes dont l’attachement, l’arrachement et surtout la désintégration qui signe le point de non-retour !

- σ_{att} : section efficace d’attachement d’un électron du milieu interstellaire par un cosmique relativiste.
- σ_{arr} : section efficace d’arrachement d’électrons orbitaux pour des cosmiques non complètement ionisés.
- désintégration EC : processus nucléaire de transformation d’un proton en neutron lors de la capture d’un électron orbital dans le cœur du noyau.

FIP : Le premier potentiel d’ionisation d’un noyau est important car il semble être un facteur déterminant dans la phase d’accélération des rayons cosmiques. Plus le FIP est élevé, moins le noyau semble abondant dans les GCR. Plus encore, pour l’ensemble des éléments, l’abondance dans les CR semble être une simple convolution des abondances SS par une fonction dépendant du FIP.

“Force-Field” : approximation dans laquelle le traitement complet de la modulation solaire se ramène à la résolution d’une équation de Boltzmann sans collision dans un champ électrique radial (d’où l’appellation *champ de force*, voir aussi modulation solaire).

Fragmentation (spallation) : nom générique donné aux interactions entre noyaux dans lesquelles le noyau se scinde en divers morceaux. Multi-fragmentation, abrasion, ablation, évaporation, fusion, fission sont des termes correspondant à une étape particulière de ce processus de fragmentation.

Grammage : c’est la quantité de matière rencontrée par le noyau lors de sa propagation. Elle est traditionnellement notée x , et exprimée en g cm^{-2} . Le grammage moyen $\langle x \rangle$ est la quantité moyenne de matière rencontrée, et il est obtenu par convolution de x avec la distribution des grammages du modèle de propagation considéré – cf éq. (80).

LB (modèle de la boîte qui fuit) : modèle simpliste pour la propagation des cosmiques. Toutes les quantités y sont moyennées sur une boîte que les CR peuvent quitter avec une certaine probabilité. Ce modèle est équivalent à certaines géométries du modèle de diffusion pour les stables, mais pas pour les espèces radioactives.

Modulation solaire : modification du flux interstellaire des rayons cosmiques lorsqu’ils rentrent dans la cavité solaire. Cet effet est lié à l’existence du vent solaire.

Noyau fantôme : noyau qui a une durée de vie suffisamment faible ($\lesssim \text{ky}$) pour ne pas intervenir dans le calcul de propagation mais qui s’ajoute à la section efficace de production du noyau dans lequel il se désintègre.

Noyaux propagés : ces derniers sont généralement séparés en trois familles

- Mixtes : noyaux qui reçoivent à la fois une contribution source et une contribution spallative.
- Primaires : noyaux qui sont dominés par la propagation de leur contribution source sans aucun apport des noyaux plus lourds – cf éq. (227).

- Secondaires : noyaux qui ont une contribution source négligeable devant la contribution spallative des noyaux plus lourds – cf éq. (228).

“Nucleon removal” (fragmentation coulombienne) : processus correspondant à l’arrachement d’un ou plusieurs nucléons sous l’effet des interactions coulombiennes lors de collisions sur l’H et He interstellaire. Cet effet est en particulier dominant dans la production de certains isotopes.

Nucléosynthèse explosive : formation d’éléments lourds par *capture r* lors de l’explosion des étoiles massives en supernovæ.

PLD (distribution des grammages) : dans la technique du WS, correspond à la fonction qui est solution de la partie astrophysique de l’équation de diffusion – cf éq. (90). Elle exprime la probabilité de traverser une épaisseur x (voir Grammage) de matière pour un modèle donné.

Processus r : processus de capture neutronique rapide qui contribue à former les éléments les plus lourds ($Z \sim 100 - 110$) lors de la phase explosive d’une étoile.

Processus s : processus de capture neutronique lent qui contribue à former les isotopes d’éléments légers et lourds (jusqu’à $Z \equiv 83$ lors de la phase géante rouge d’une étoile de deuxième génération).

Sections efficaces : Nous trouvons dans le désordre, les sections efficaces

- de fragmentation (voir Fragmentation)
- de réaction (ou totale inélastique) : décrit la réaction $\sigma_R = \sigma^{tot} - \sigma_{elastic}^{tot}$ qui conduit à la disparition d’un noyau.
- inélastique annihilante et non-annihilante : cette distinction est particulièrement importante pour les antiprotons qui *via* des résonances lors de l’interaction donnent plusieurs produits dont un antiproton et un antineutron de moindre énergie. Ce cas correspond au cas inélastique (pas de conservation des particules initiales), mais non-annihilante (on retrouve quand même la particule initiale).
- d’attachement et d’arrachement (voir EC).

sub-Fe/Fe : c’est le rapport des secondaires du Fe sur leurs progéniteurs. Le contenu du “sub-Fe” varie d’un papier à l’autre, il correspond à $Z = 21 - 23$ ou à $Z = 21 - 25$, c’est selon!

“Straight-Ahead approximation” (en avant toute) : Correspond à la production d’un fragment lors de la spallation, tel que l’énergie cinétique de n’importe quel fragment produit est égal à l’énergie cinétique par nucléon du système initial – cf éq. (61).

WST (Technique des grammages pondérés) : cette technique permet une reformulation selon l’intuition physique que les rayons cosmiques traversent une certaine quantité de matière avant d’arriver jusqu’à nous. Toutes ces épaisseurs (voir Grammage) ne sont pas également représentées dans le cosmos, et c’est pour ça que le résultat final doit être pondéré par une certaine distribution de ces tranches (voir PLD).

THE EDWARD JENNER INSTITUTE FOR VACCINE RESEARCH The Ph.D. Game						
BEGINNING Throw away sanity to start.						
1. Your supervisor gives you project title. Go on 3 spaces	2. 	3. You are full of enthusiasm Have another turn.	4. Realise supervisor has given nothing but project title.	5. Goto library- you can't understand catalogue! Miss one turn.	6. The important reference is in Japanese. Back two spaces	7. 
14. 	13. Unlucky for some. You become disillusioned. miss 1 turn.	12, END OF FIRST YEAR 	11. Examiners not impressed by first year report. throw 1 to cont.	10. Do extra work on first year report extra turn	9. Use beer to buy technical assistance. Go on two spaces.	8. Need supervisor's help. Miss one turn finding him.
15. You become depressed. Miss two turns.	16. You become more depressed. Miss three turns.	17. Change project. Go back to beginning.	18. Change supervisor. Go on 6 spaces.	19. Do lab demonstrations to get some dosh. Go on 2 spaces	20. 	21. Lab demos take up too much of your time. Back 4 spaces.
28. You begin to think you will never finish. You are probably right.	27. Beer monster strikes! Spend 1 turn recovering.	26. Work every weekend for two months. Go no six spaces.	25. END OF SECOND YEAR No results. Who cares, throw again!	24. Experiment are working. Go on 4 spaces	23. Specimens incorrectly labelled. Go back to 20.	22. 
29. 	30. You spend more time complaining than work ing! Miss 1 turn.	31. You realise your mates are earning 5 times your grant. have a good cry.	32. You are asked why you started a Ph.D. Miss a turn finding a reason	33. You are offered a job, you may cont. or retire from game.	34. Start writing up. Now you are really depressed. Miss 5 turns.	35. 
42. Your Ph.D. is awarded congratulations now join date queue!	41. You are asked to resubmit thesis. Back to 33.	40. You decide Ph.D isn't worth the bother. Withdraw now.	39. 3 years are up, and you get a job. Go on 3 spaces	38. It proves impossible to write up and work. Go to 33.	37. Your thesis will disprove external examiners work. Go back to 28.	36. Your data have just been published by rival group. Go back to 28.

Résumé

La matière sombre est omniprésente à plusieurs échelles de l'univers (galaxie, amas de galaxies, univers dans son ensemble). Cette matière joue un rôle important en cosmologie et ne peut être totalement expliquée par de la physique conventionnelle. Du point de vue de la physique des particules, il existe une extension du modèle standard – le modèle supersymétrique – qui prédit l'existence sous certaines conditions de nouvelles particules stables, massives, interagissant faiblement avec la matière ordinaire. Outre la recherche active en détecteurs de ces nouvelles particules, il existe de nombreuses signatures indirectes accessibles aux études astrophysiques.

Cette thèse se concentre sur une de ces signatures: la désintégration de ces particules peut donner des antiprotons que nous devrions voir dans les rayons cosmiques. La présente étude s'intéresse à l'évaluation du bruit de fond correspondant à ce signal *i.e.* les antiprotons issus de l'interactions entre ce rayonnement cosmique (noyaux) et la matière du milieu interstellaire. En particulier, la méconnaissance de ce bruit de fond étant principalement due aux incertitudes liées aux paramètres de diffusion, la majeure partie de cette thèse porte sur la propagation des noyaux.

Le premier tiers de la thèse introduit la propagation des rayons cosmiques dans notre galaxie, en insistant sur les processus nucléaires responsables de la fragmentation des noyaux. Dans le second tiers, les différents modèles de propagation sont passés en revue, et en particulier les liens entre le modèle du "Leaky-Box" et le modèle de diffusion sont rappelés (la réaccélération ainsi que la convection y sont aussi discutées). Ceci donne ensuite lieu à un discussion qualitative sur l'information que nous pouvons extraire de la propagation des noyaux. Dans le dernier tiers, nous présentons finalement les solutions détaillées du modèle de diffusion à deux dimensions, ainsi que les contraintes obtenues sur les paramètres de propagation. L'application de ces paramètres au calcul du spectre de fond d'antiprotons (secondaires) conclut le travail de thèse.

Le code de propagation réalisé pour les noyaux et les antiprotons sous la forme décrite dans cette thèse a fait ses preuves en tant qu'outil d'analyse. Son usage sera sans aucun doute d'une grande utilité pour l'expérience AMS sur la station spatiale internationale en 2003.

Mots-clé : Propagation des rayons cosmiques, Spallations, Modèle de diffusion, Noyaux cosmiques, Antiprotons, AMS.

Abstract

Dark matter is present at several scales of the universe (galaxy, cluster of galaxies, universe in the whole). This matter plays an important role in cosmology and can not be totally explained by conventional physics. From a particle physics point of view, there exists an extension of the standard model – supersymmetry – which predicts, under certain conditions, the existence of new stable and massive particles, the latter interacting weakly with ordinary matter. Apart from direct detection in accelerators, various indirect astrophysical signatures are possible.

This thesis focuses on one particular signature: disintegration of these particles could yield antiprotons which should be measurable in cosmic rays. The present study evaluates the background corresponding to this signal *i.e.* antiprotons produced in the interactions between these cosmic rays and interstellar matter. In particular, uncertainties of this background being correlated to the uncertainties of the diffusion parameter, major part of this thesis is devoted to nuclei propagation.

The first third of the thesis introduces propagation of cosmic rays in our galaxy, emphasizing the nuclear reactions responsible for the nuclei fragmentation. In the second third, different models are reviewed, and in particular links between the leaky box model and the diffusion model are recalled (reacceleration and convection are also discussed). This leads to a qualitative discussion about information that one can infer from propagation of these nuclei. In the last third, we finally present detailed solutions of the bidimensionnal diffusion model, along with constraints obtained on the propagation parameters. The latter are applied to the antiprotons background signal, which concludes the work done in this thesis.

The propagation code for nuclei and antiprotons developped here has proven its ability in data analysis. It will probably be of interest for the analysis of the cosmic ray data which will be taken by the AMS experiment on board the International Space Station in 2003.

Keywords : Cosmic Ray Propagation, Spallations, Diffusion Model, Cosmic Ray Nuclei, Antiprotons, AMS.