



**HAL**  
open science

# Modèle en couches avec plusieurs particules dans le continuum : description de la radioactivité deux protons

J. Rotureau

► **To cite this version:**

J. Rotureau. Modèle en couches avec plusieurs particules dans le continuum : description de la radioactivité deux protons. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Caen, 2005. Français. NNT : . tel-00008959

**HAL Id: tel-00008959**

**<https://theses.hal.science/tel-00008959v1>**

Submitted on 6 Apr 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ de CAEN/BASSE-NORMANDIE  
U.F.R. : Sciences.  
ÉCOLE DOCTORALE S.I.M.E.M.

**THÈSE**

présentée par

Jimmy ROTUREAU

et soutenue

le 18 février 2005

en vue de l'obtention du

**DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ de CAEN**  
Spécialité: Constituants élémentaires  
(Arrêté du 25 avril 2002)

**Sujet:**

**Modèle en couches avec plusieurs particules dans le continuum :  
description de la radioactivité deux protons**

**MEMBRES du JURY**

Monsieur	<b>K. Langanke</b> , professeur d'Université	Rapporteur
Monsieur	<b>N'Guyen Van Giai</b> , directeur de recherche	Rapporteur
Monsieur	<b>O. Navilliat-Cuncic</b> , professeur d'Université	
Monsieur	<b>P. Van Isacker</b> , chercheur CEA	
Monsieur	<b>M. Płoszajczak</b> , chercheur CEA	Directeur de thèse



# Remerciements

*Tout d'abord je voudrai remercier Marek Ploszajczak pour avoir encadré mon travail de thèse et pour son soutien constant durant toute cette période.*

*Je remercie M. Goutte pour m'avoir permis de travailler au GANIL et d'y préparer cette thèse.*

*Je tiens à remercier Jacek Okołowicz pour son aide ainsi que Nicolas Michel pour ses conseils dans le domaine informatique.*

*Je remercie M. Langanke et M. N'Guyen Van Giai d'avoir bien voulu jouer le rôle de rapporteur pour la soutenance de ma thèse ainsi que M. Van Isacker et M. Navilliat-Cuncic pour avoir fait partie de mon jury.*

*Durant ces quelques années j'ai partagé différents bureaux et de nombreux cafés avec différentes personnes : Yan-an ("Why ?"), Nicolas Mitchell (anciennement N.Michel), Jacek, Jean-Baptiste et Rajdeep (Namashkar !).*

*Je remercie François de Oliveira et Jean-Charles Thomas pour les discussions organisées autour de la physique de l'émission diproton. Un grand merci à Armelle Latour pour sa gentillesse et sa disponibilité, ainsi qu' à Daniel Vaillant et Michel Lion.*

*Je salue Iulan, Maria, Rajdeep et Manssour pour les moments et les soirées agréables passées à tester tous les restaurants que compte la ville de Caen.*

*Enfin, je voudrai terminer en embrassant mes parents, mon grand-père paternel pour avoir contribué à développer - il y a quelques années - mon goût pour la physique et, en adressant un merci à toi, Nadège, pour ton soutien de tous les jours ...*



# Table des matières

	Page
1. Introduction . . . . .	1
2. Modèle en couches avec couplage au continuum . . . . .	5
2.1 Le noyau vu comme un système fermé : le modèle en couches classique .	5
2.2 Le noyau vu comme un système ouvert : modèle en couches avec couplage au continuum . . . . .	7
2.3 Formalisme du SMEC avec une particule dans le continuum . . . . .	11
2.3.1 Décomposition de l'hamiltonien sur les sous-espaces . . . . .	11
2.3.2 Equations dans l'espace $\mathcal{Q}$ . . . . .	12
2.3.3 Equations dans l'espace $\mathcal{P}$ . . . . .	12
2.3.4 Couplage entre les espaces $\mathcal{Q}$ et $\mathcal{P}$ . . . . .	15
2.3.5 Potentiels dans l'espace $\mathcal{P}$ et procédure auto-cohérente . . . . .	15
2.3.6 Solution générale de diffusion . . . . .	16
2.3.7 Solutions liées et résonantes . . . . .	19
2.3.8 Solution de diffusion et largeurs partielles . . . . .	21
3. Formalisme du SMEC avec deux particules dans le continuum . . . . .	23
3.1 Hamiltonien effectif dans l'espace $\mathcal{Q}$ . . . . .	23
3.2 Généralités sur l'émission deux protons . . . . .	25
3.3 Analyse théorique de l'émission de deux protons dans le formalisme du SMEC . . . . .	29
3.3.1 Émission séquentielle . . . . .	30
3.3.2 Émission sous la forme d'un cluster d' ${}^{12}\text{He}$ . . . . .	32
3.3.3 Émission directe avec l'asymptotique à trois corps . . . . .	34
4. Application pour l'étude de la décroissance du ${}^{18}\text{Ne}$ . . . . .	38
4.1 Espace de valence et interactions . . . . .	39
4.2 Renormalisation des opérateurs de couplage . . . . .	39

4.3	Emission d'un proton . . . . .	42
4.3.1	Potentiels dans l'espace $\mathcal{P}$ . . . . .	42
4.3.2	Interaction résiduelle . . . . .	44
4.4	Émission séquentielle . . . . .	46
4.5	Émission de deux protons sous la forme d'un cluster d' ${}^2\text{He}$ . . . . .	48
4.5.1	Terme source . . . . .	48
4.5.2	Prolongement de l'état lié . . . . .	50
4.5.3	Interaction dans l'état final . . . . .	51
4.6	Discussion des résultats . . . . .	53
5.	Conclusion . . . . .	55
A.	Terme résiduel des équations aux canaux couplés dans l'espace $\mathcal{P}$ . . . . .	57
B.	Terme source $ w\rangle$ dans l'espace $\mathcal{P}$ . . . . .	60
C.	Hamiltonien effectif $H_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{eff}(E)$ dû aux couplages avec les espaces $\mathcal{P}$ et $\mathcal{T}$ . . . . .	62
D.	Élément de matrice dans $\mathcal{Q}$ pour l'émission séquentielle . . . . .	64
E.	Terme source $ w\rangle$ dans le cas de l'émission d'un cluster d' ${}^2\text{He}$ . . . . .	69
F.	Transformation de Moshinsky . . . . .	74
G.	Coordonnées de Jacobi et harmoniques hypersphériques . . . . .	76
H.	Terme source $ w\rangle$ dans le cas de l'émission directe de deux protons . . . . .	80
I.	Calcul du prolongement $ \omega^{(+)}\rangle$ dans l'espace $\mathcal{T}$ dans le cas d'une émission directe de deux protons . . . . .	84
I.1	Terme $E - H^{int} - \hat{\mathcal{K}}$ . . . . .	85
I.2	Termes d'interaction entre les deux protons dans le continuum . . . . .	86
I.3	Termes du potentiel à un corps $v_0$ . . . . .	87
I.4	Termes d'interaction résiduelle . . . . .	88
J.	Projecteur dans l'espace $\mathcal{T}$ . . . . .	97

# Chapitre 1

## Introduction

Parmi les 3000 noyaux existants répertoriés à ce jour, seuls 300 sont stables. Les noyaux instables qui n'existent pas à l'état naturel sur terre, sont produits en laboratoire. Le développement de nouveaux accélérateurs produisant des faisceaux d'ions radioactifs (par exemple le projet SPIRAL au GANIL) permet d'explorer une région plus vaste de la carte des noyaux. D'importantes installations ont été construites ou sont en cours de construction au GANIL, RIKEN, Michigan State University et à l'Oak Ridge National Laboratory. Des projets nouveaux sont en préparation aux Etats-Unis avec le projet RIA, en Europe avec le projet Eurisol et les nouveaux appareillages de GSI/Darmstadt et, au Japon avec le projet RIKEN. Ces avancées expérimentales permettent de confronter les modèles théoriques établis à des domaines encore inexplorés et, impliquent le développement, le cas échéant, de nouvelles approches théoriques. Un des outils les plus utilisés en physique nucléaire est le modèle en couches introduit il y a cinquante ans [1, 2]. Le modèle en couches a permis de comprendre de nombreuses observables comme les spectres, les transitions électromagnétiques, les moments nucléaires tels que les moments quadrupôlares électriques ou les moments magnétiques ainsi que les transitions  $\beta$  [3, 4]. A l'origine du modèle en couches, il y a l'observation expérimentale du fait que certains noyaux ont une énergie de liaison beaucoup plus importante que d'autres. Pour expliquer ce phénomène, Mayer [1] et Haxel, Jensen et Suess [2] proposèrent de décrire les noyaux comme un système quantique à  $N$  corps confinés dans un potentiel moyen de l'oscillateur harmonique et un potentiel attractif de couplage spin-orbite. Autrement dit, l'effet moyen des interactions entre les nucléons peut être modélisé par un potentiel à un corps dans lequel se déplace chaque nucléon. Cette hypothèse a permis d'expliquer la grande stabilité des noyaux dits magiques pour lesquels les couches occupées sont complètement remplies. Lorsque le nombre de protons ou de neutrons augmente par rapport aux noyaux de couches fermées, il faut prendre en compte l'interaction résiduelle entre les nucléons qui n'est pas présente dans le champ moyen à un corps. L'étude de la manière dont l'interaction résiduelle dans le potentiel moyen effectif reproduit les spectres observés, a commencé dans les années 1950 avec les premières applications du modèle en couches multiconfigurationnel dans la couche  $p$  [5, 6]. Cette démarche qui visait à comprendre l'évolution du schéma de couplage  $LS$  vers le schéma de couplage  $jj$  donna naissance à la théorie de structure nucléaire, théorie qui a connu un succès sans précédent. Elle est aujourd'hui accompagnée d'efforts expérimentaux dans l'étude des noyaux exotiques ainsi que dans l'étude des noyaux de grand spin ou extrêmement déformés.

A l'origine, les états du continuum n'étaient pas pris en compte. Les nucléons étaient supposés occuper des orbites liées dans le potentiel moyen; le noyau était alors considéré comme parfaitement isolé des états de diffusion et des canaux de décroissance. Le succès des premières applications du modèle en couches fut tel que les problèmes rencontrés dans



la description des spectres des noyaux miroirs (par exemple, les spectres des noyaux  $^{13}\text{C}$  et  $^{13}\text{N}$  [7, 8]) ne remirent pas en cause la séparation fondamentale entre la structure nucléaire et les réactions nucléaires. Néanmoins, à la fin des années cinquante, Feshbach exprima la matrice collision du modèle optique à partir des éléments de matrice de l'hamiltonien nucléaire [9, 10]. Ceci fut le point de départ du développement des théories microscopiques des réactions nucléaires basées sur le modèle en couches [11, 12]. La structure nucléaire détermine les propriétés des états par les effets apparaissant dans les collisions nucléaires. Ceci implique une connaissance des théories de réactions nucléaires qui elles-mêmes requièrent une connaissance de la structure des noyaux en interaction. Ainsi, il y a une dépendance mutuelle entre ces deux domaines qui suggère par conséquent le besoin d'un cadre théorique unifié.

L'idée première du modèle en couches avec couplage au continuum (CSM) [11, 12] est d'utiliser un potentiel de puits fini pour générer la base des états à un corps. Les états de l'espace de Hilbert sont séparés en deux sous-espaces: dans l'un de ces sous-espaces, tous les nucléons sont liés et dans le second, une particule au plus occupe un état du continuum. Les nucléons évoluent dans le potentiel de puits fini et interagissent par une interaction résiduelle schématique dans chaque sous-espace. Les deux sous-espaces sont couplés par l'interaction résiduelle et par conséquent, l'état d'un noyau aura une composante sur chacun de ces deux sous-espaces. Dans les premiers développements du modèle en couches avec couplage au continuum [11] les états résonants du potentiel de puits fini n'étaient pas pris en compte, ceci s'expliquant par la difficulté de traiter ces états qui n'appartiennent pas à l'espace de Hilbert. Par la suite Rotter *et al.* [12, 13, 14] inclurent les résonances dans le sous-espace des états liés en utilisant une procédure de régularisation basée sur la coupure des fonctions d'onde de ces états résonants [15]. Avec cette approche, on obtient les largeurs d'émission d'un nucléon dans le continuum non-résonant pour les états situés au dessus du seuil et, la correction sur les énergies des états liés due au couplage avec le continuum. Cependant, l'utilisation d'une interaction résiduelle schématique dans l'espace des états discrets ne suffit pas pour avoir un bon mélange de configuration qui s'avère être pourtant nécessaire pour décrire les états de basse énergie. De plus, des restrictions sévères sur le nombre de particules actives dans les couches de valence excluent la description d'états complexes liés ou résonants. Pour cette raison, le CSM fut souvent appliqué à l'étude des résonances géantes qui sont des excitations "simples" et qui peuvent être reproduites en utilisant des forces multipôlaire simples.

Dans le Shell Model Embedded in the Continuum (SMEC) [16, 17, 18], on utilise une interaction effective de modèle en couches dans l'espace des états discrets, ceci de façon à avoir un mélange de configuration réaliste. Les deux sous-espaces sont couplés par une interaction résiduelle schématique. Le SMEC permet de calculer les énergies des noyaux ainsi que les largeurs des états situés au-dessus du seuil d'émission d'une particule. Il a été aussi utilisé pour le calcul des sections efficaces de capture radiative, de diffusion élastique, de dissociation coulombienne et des transitions  $\beta$  premières interdites (pour un résumé récent des résultats obtenus avec SMEC voir [19]).

Dans toutes les études précédentes du modèle en couche avec couplage au continuum, seule une particule peut occuper un état du continuum. Cette restriction implique que l'on ne peut pas décrire les noyaux borroméens pour lesquels le couplage avec les états

ayant deux particules dans le continuum non-résonant sont importants et les phénomènes impliquant l'émission de plus d'une particule dans le continuum tels que la radioactivité deux protons récemment observée [20, 21]. Ce mode de décroissance très exotique a été prévu théoriquement par Goldansky dans les années 1960 [22, 23] pour les noyaux déficients en neutrons et possédant un nombre pair de proton. L'appariement entre les protons est tel que l'émission d'un seul proton est interdite alors que l'émission de deux protons est une voie possible de décroissance pour ces noyaux. La radioactivité deux protons est d'un intérêt fondamental, son étude devrait permettre d'extraire des informations sur l'interaction entre les protons à l'intérieur du noyau. Pour les noyaux légers, la situation est telle qu'il arrive souvent que l'émission d'un seul proton est possible et dans ce cas, il y a compétition entre l'émission directe des deux protons et l'émission des deux protons via un état du noyau intermédiaire. La décroissance par émission de deux protons a été observée récemment pour le  $^{45}\text{Fe}$  [20, 21] et pour le  $^{54}\text{Zn}$  [24].

Du point de vue théorique, les premiers calculs de largeur d'émission deux protons ont été faits par Brown [25] en utilisant le formalisme de la matrice R. Les deux protons sont considérés comme formant un cluster d' $^2\text{He}$  préexistant dans le noyau père et la largeur d'émission est fonction du produit de la pénétrabilité de cette quasi particule au rayon du canal et du facteur spectroscopique calculé avec le modèle en couches. Barker *et al.* [26, 27] ont affiné cette approche en considérant la distribution d'énergie interne du cluster à partir de la densité d'états du système proton-proton. Le processus d'émission est décomposé en deux étapes distinctes : une fois émis, le cluster se sépare par l'interaction dans l'état final et l'asymptotique à trois corps est alors simplifiée en une asymptotique à deux corps. Dans une approche plus générale, Grigorenko *et al.* [28, 29, 30, 31] ont proposé un modèle dans lequel le noyau père est vu comme un système à trois corps constitué du noyau résiduel et des deux protons. L'asymptotique à trois corps est prise en compte dans ce formalisme mais cependant, la structure microscopique des différents noyaux n'est pas considérée.

L'objectif de ce travail de thèse, est la généralisation du formalisme du SMEC pour prendre en considération le couplage avec deux nucléons dans le continuum. Ceci est la première formulation du modèle en couches avec deux nucléons dans le continuum non-résonant et avec l'asymptotique correspondant aux états physiques. Dans ce travail nous avons appliqué ce formalisme à la description de la radioactivité deux protons. Le même modèle pourrait être utilisé pour des applications futures telles que l'étude des noyaux borroméens, l'étude des réactions de diffusion élastique et inélastique ainsi que les réactions de capture radiative et de break-up impliquant deux nucléons dans le continuum. Dans l'étude de l'émission de deux protons ou de deux neutrons, le calcul microscopique des fonctions d'onde des noyaux émetteurs et des produits de décroissance dans leur état asymptotique, permet d'étudier la relation entre la structure de l'émetteur et des corrélations entre les deux nucléons. L'étude de ces corrélations pourrait alors nous renseigner sur les interactions nucléon-nucléon dans le noyau émetteur. Dans notre approche la structure interne des différents noyaux mis en jeu est pris en compte par le modèle en couches, l'asymptotique à trois corps du système est explicitement prise en compte ainsi que l'antisymétrisation entre les différents constituants.

Une alternative pour décrire les corrélations dans le milieu nucléaire et le couplage aux états du continuum est offerte par le Gamow Shell Model (GSM) [32, 33, 34, 35, 36, 37],

$c'$  est-à-dire, le modèle en couches avec l'ensemble complet de Berggren [38, 39, 40] qui contient les états à un corps liés, résonants et les états du continuum complexe non-résonant. Dans l'ensemble de Berggren, on peut généraliser le formalisme du modèle en couches dans le plan  $k$  complexe et étudier la relation entre les résonances à un corps, bien connues expérimentalement, et les résonances à N-corps. Ceci n'est pas possible dans le modèle en couches standard. De plus, dans le formalisme du GSM, le nombre de particules dans le continuum est défini par le principe variationnel dans l'espace de valence et n'est pas fixé par le choix des sous-espaces couplés et par la définition des canaux de décroissance comme  $c'$  est le cas dans SMEC. Néanmoins, l'absence de la spécification de l'état asymptotique ne permet pas de séparer les différents modes de décroissance. Par exemple, dans le cas de l'émission de deux protons, les processus d'émission d'un seul proton, de deux protons émis séquentiellement ou directement peuvent interférer et la distinction entre ces différents modes n'est pas possible dans le formalisme du GSM.

L'avantage du GSM par rapport au SMEC est que l'inclusion du continuum à plusieurs particules ne pose pas de problème technique. Cependant, la dimension des espaces de configuration peut rapidement devenir impossible à traiter. Ce problème nécessite le développement de nouvelles techniques numériques pour surmonter l'explosion potentielle des dimensions. Par exemple, la méthode du groupe de renormalisation de la matrice densité (DMRG) [41, 42, 43] (pour une application en physique nucléaire voir [44, 45]) qui permet de sélectionner les configurations prépondérantes des particules dans le continuum non-résonant est prometteuse [46, 47]. La possibilité d'utiliser cette méthode, qui a été testée récemment pour le problème non-hermitique du GSM, est fondée sur le caractère perturbatif du couplage entre les états résonants et les états du continuum non-résonant. De plus, il est envisageable dans le futur de généraliser la théorie de l'interaction effective [48, 49, 50, 51, 52], originellement développée avec la base de l'oscillateur harmonique, dans l'ensemble complet de Berggren pour une application dans le GSM. Ce développement permettrait d'étudier l'effet du couplage au continuum sur l'interaction effective (matrice  $G$  de Brueckner [48, 49]).

Ce travail de thèse est organisé de la façon suivante. Tout d'abord nous exposerons dans le chapitre 2 le formalisme du SMEC avec une particule dans le continuum. Puis, dans le chapitre 3, nous verrons l'extension de ce formalisme en prenant en considération deux particules dans le continuum. Après avoir discuté des caractéristiques générales de l'émission de deux protons, nous développerons les cas limites de l'émission de deux protons,  $c'$  est à dire, l'émission séquentielle et l'émission sous forme de cluster d' $^2\text{He}$ . Ensuite, nous présenterons le cas de l'émission directe de deux protons en prenant en compte l'asymptotique à trois corps. Dans le chapitre suivant, nous verrons l'application du formalisme du SMEC pour la décroissance deux protons de l'état excité  $J^\pi = 1^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  en considérant les cas limites de l'émission séquentielle de deux protons et de l'émission de deux protons sous forme de cluster. Nous montrerons la dépendance des résultats pour la largeur d'émission de deux protons de cet état  $J^\pi = 1^-$  par rapport au choix de l'interaction de modèle en couches et de l'intensité du couplage avec le continuum. Enfin, nous présenterons la conclusion et les développements futurs possibles.

# Chapitre 2

## Modèle en couches avec couplage au continuum

Dans ce chapitre, nous commencerons tout d'abord par des généralités sur le modèle en couches classique puis ensuite, nous verrons le formalisme du modèle en couche avec le couplage aux états du continuum.

### 2.1 Le noyau vu comme un système fermé : le modèle en couches classique

Le noyau atomique est un système quantique constitué de  $A$  nucléons en interaction. Sa description se fait par l'intermédiaire de son état  $|\Psi\rangle$  qui est solution de l'équation de Schrödinger :

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad (2.1)$$

où  $H$  est l'hamiltonien du noyau et  $E$  son énergie. L'hamiltonien  $H$  se décompose en termes d'énergie cinétique et en termes d'interaction :

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j=1}^A f(i,j) \quad (2.2)$$

où  $p_i^2/2m$  est l'énergie cinétique du nucléon  $i$  et  $f(i,j)$  est l'interaction entre les nucléons  $i$  et  $j$ .

Le modèle en couches repose sur l'hypothèse que l'effet moyen des interactions entre nucléons peut être modélisé par un potentiel à un corps  $v_0$ , c'est-à-dire, que chaque nucléon évolue dans un champ global créé par les  $A-1$  autres nucléons [1, 2]. Les corrélations entre nucléons qui ne sont pas prises en compte dans le potentiel moyen  $v_0$ , sont incluses dans un terme d'interaction résiduelle à deux corps  $V^{rés}$ . L'hamiltonien du noyau s'écrit alors:

$$H = \sum_{i=1}^A \left( \frac{p_i^2}{2m_i} + v_0(i) \right) + \sum_{i<j=1}^A f(i,j) - \sum_{i=1}^A v_0(i) \quad (2.3)$$

$$= \sum_{i=1}^A h(i) + \sum_{i<j=1}^A V^{rés}(i,j) \quad (2.4)$$

avec le potentiel à un corps  $h(i)$  défini par :

$$h(i) = \frac{p_i^2}{2m_i} + v_0(i) \quad (2.5)$$

L'hamiltonien  $H$  est évalué dans le référentiel du laboratoire. On ne considère en général qu'un nombre  $N_v$  ( $N_v < A$ ) de nucléons actifs : ce sont les nucléons de valence, les nucléons restants forment un coeur inerte.

Dans le modèle en couches standard, la résolution de l'équation de Schrödinger se ramène à une diagonalisation de  $H$  dans la base de l'oscillateur harmonique. Cette base offre plusieurs avantages : ses fonctions propres sont connues analytiquement et elle permet de traiter le problème des états dits "spurieus". Pour ces états, le mouvement du centre de masse du noyau possède des excitations non physiques. Ceci provient du fait que, l'hamiltonien  $H$  étant calculé dans le référentiel fixe du laboratoire, celui ci n'est pas invariant par translation. Dans le cas de l'oscillateur harmonique on résout rigoureusement ce problème avec la méthode de Lawson [53].

On écrit les états à  $N_v$  nucléons sous la forme de déterminants de Slater  $|\phi_k\rangle$  :

$$|\phi_k\rangle = |u_{k_1} \dots u_{k_{N_v}}\rangle \quad (2.6)$$

où les  $|u_k\rangle$  sont les états de particule individuelle. En pratique, on tronque l'espace des états. Notons  $dim$  la dimension de l'espace considéré. L'équation de Schrödinger s'écrit alors sous la forme :

$$\sum_{j=1}^{dim} H_{kj} c_j = E c_k \quad (2.7)$$

où  $H_{kj}$  est l'élément de matrice  $\langle \phi_k | H | \phi_j \rangle$  et  $c_k$  la composante de l'état propre  $|\phi\rangle$  sur  $|\phi_k\rangle$ . Les termes  $H_{kj}$  se calculent à partir des éléments de matrice à un corps du type  $\langle u_k | h | u_{k'} \rangle$  et des éléments de matrice à deux corps du type  $\langle u_{k_1} u_{k_2} | V^{rés} | u_{k'_1} u_{k'_2} \rangle$ .

L'interaction nucléaire n'étant pas connue, on a recours à des méthodes phénoménologiques pour le calcul des éléments de matrice. On peut alors procéder suivant différentes techniques :

- les énergies à un corps sont obtenues à partir des énergies de particules indépendantes déduites de l'expérience [54]. On considère pour l'interaction résiduelle une interaction schématique analytique, par exemple une interaction de portée nulle telle que celle de Wigner-Bartlett [55]. Les paramètres de l'interaction sont alors ajustés à partir des données expérimentales. L'avantage de cette méthode est que les calculs sont faciles à faire mais l'accord avec les énergies expérimentales n'est pas toujours satisfaisant.

- à partir de l'interaction nucléon-nucléon dans le vide, on construit une interaction effective dans le milieu nucléaire avec la méthode de la matrice G [48, 49, 56, 57]. Cependant cette méthode donne de mauvaises énergies pour les noyaux, on doit alors apporter des corrections sur la partie monopolaire de l'hamiltonien [58, 59].

- on considère tous les éléments de matrice comme des paramètres. Ceux-ci sont alors ajustés à partir des données expérimentales avec, par exemple, une méthode des moindres carrés [60].

A l'heure actuelle, on sait que les interactions à trois corps peuvent jouer un rôle non négligeable dans la description du noyau [4]. Par exemple, il a été montré que les déviations observées par rapport à l'expérience pour l'énergie de liaison, la séparation spin-orbite ou les spectres en énergie, dans des calculs de type Green's Function Monte-Carlo [61, 62] ou effectués avec le modèle en couches sans coeur [63, 64] , pouvaient être corrigées en

grande partie par l'introduction de force à trois corps [65] (pour une discussion récente des techniques de résolution du modèle en couches et des interactions effectives utilisées, voir [4]). Néanmoins, dans ce travail, nous nous sommes restreints aux interactions à deux corps.

Le modèle en couches a permis de comprendre et de reproduire de nombreux résultats expérimentaux pour les noyaux bien liés et pas trop éloignés de la vallée de stabilité. Cependant, pour les noyaux faiblement liés, on s'attend à ce que les corrélations avec les états du continuum soient importantes. Celles-ci ne sont pas prises en compte dans le modèle en couches ou alors, elles sont seulement considérées de manière phénoménologique avec l'ajustement des éléments de matrice de l'interaction à partir des données expérimentales. De plus, les états de modèle en couches se comportent asymptotiquement comme des états liés or, on ne peut pas négliger le fait que les états excités puissent décroître par émission d'un ou de plusieurs nucléons.

Dans le modèle en couches avec couplage aux états du continuum, le continuum est introduit explicitement dans la base des états. Les états propres d'un noyau pourront avoir des composantes avec un ou plusieurs nucléons dans le continuum. Le noyau n'est alors plus considéré comme un système fermé et isolé des états du continuum mais, celui-ci est vu dorénavant comme un système ouvert.

## 2.2 Le noyau vu comme un système ouvert : modèle en couches avec couplage au continuum

A la différence du modèle en couches classique, dans le modèle en couches avec couplage au continuum (CSM) [11, 12, 13, 14, 66] et dans le Shell Model Embedded in the continuum (SMEC) (pour une discussion récente voir [19]), les nucléons peuvent occuper des états liés mais aussi des états résonants et des états du continuum réel. Le potentiel  $V(r)$  utilisé pour générer les états à un corps est un potentiel de profondeur finie du type Woods-Saxon (WS) plus un terme de couplage spin-orbite et, pour les protons, un terme coulombien :

$$V(r) = -V_0 f(r) - V_{so} 4\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \frac{1}{r} \frac{df}{dr}(r) + V_c(r) \quad (2.8)$$

où :

- $V_0$  est la force du potentiel Woods-Saxon.
- $f(r)$  la distribution de Fermi :

$$f(r) = \left\{ 1 + \exp \left( \frac{r - r_0}{d} \right) \right\}^{-1}$$

$r_0$  et  $d$  sont le rayon et la diffusivité du potentiel.

- $V_{so}$  est la force du couplage spin-orbite.
- $l$  le moment cinétique orbital et  $s$  le spin intrinsèque du nucléon.
- $V_c(r)$  est le potentiel coulombien d'une sphère uniformément chargée.

Les états propres  $|\varphi\rangle$  de ce potentiel sont obtenus en résolvant l'équation de Schrödinger à un corps :

$$h|\varphi\rangle = \left( \frac{p^2}{2m} + V \right) |\varphi\rangle = e|\varphi\rangle \quad (2.9)$$

Le potentiel  $V(r)$  étant sphérique, on peut écrire les solutions de (2.9) sous la forme :

$$\varphi_{l,j,\tau_z}(\mathbf{r}, \Omega, \Omega_\tau) = \frac{u_{e,l,j,\tau_z}(r)}{r} \mathcal{Y}_{ljm}(\Omega) \chi_{\tau_z}(\Omega_\tau) \quad (2.10)$$

où  $\mathcal{Y}_{ljm}(\Omega)$  est l'harmonique sphérique couplée à  $j$  :

$$\mathcal{Y}_{ljm}(\Omega) = \sum_{m_l, m_s} \langle l m_l s m_s | j m \rangle Y_{l m_l}(\Omega_r) \chi_{s m_s}(\Omega_s) \quad (2.11)$$

et  $\chi_{\tau_z}(\Omega_\tau)$  est le spineur dans l'espace d'isospin.

La fonction d'onde radiale  $u_{e,l,j,\tau_z}(r)$  est solution de l'équation:

$$u''_{e,l,j,\tau_z}(r) = \left\{ \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}(V(r) - e) \right\} u_{e,l,j,\tau_z}(r) \quad (2.12)$$

où  $\mu$  est la masse réduite du système nucléon-noyau à  $A-1$  nucléons.

Les fonctions d'onde radiales des états liés et des états résonants (appelés aussi états quasi-liés) de ce potentiel ont le comportement asymptotique suivant :

$$u_{e,l,j,\tau_z}(r) \sim r^{l+1} \quad r \rightarrow 0 \quad (2.13)$$

$$u_{e,l,j,\tau_z}(r) \rightarrow H_{l,\eta}^+(kr) \quad r \rightarrow \infty \quad (2.14)$$

où  $k$  est le vecteur d'onde de la particule défini par  $k = \sqrt{2m\epsilon/\hbar^2}$ ,  $\eta$  le paramètre de Sommerfeld et  $H_{l,\eta}^+(kr)$  la fonction d'onde de Coulomb sortante. Les états liés et résonants forment un ensemble discret, chacun d'entre eux correspondant à un pôle de la matrice  $S_{l,j}(k)$  associée au potentiel [67]. Les états liés ont une énergie  $e < 0$  et les résonances ont une énergie complexe  $\tilde{e} = e_r - i\Gamma/2$ , avec  $\Gamma > 0$  la largeur associée.

Les états du continuum non résonant (c'est-à-dire ayant une énergie réelle  $e \geq 0$ ) ont le comportement suivant :

$$u_{e,l,j,\tau_z}(r) \sim r^{l+1} \quad r \rightarrow 0 \quad (2.15)$$

$$u_{e,l,j,\tau_z}(r) \sim C^- H_{l,\eta}^-(kr) + C^+ H_{l,\eta}^+(kr) \quad r \rightarrow \infty \quad (2.16)$$

avec  $H_{l,\eta}^-(kr)$  et  $H_{l,\eta}^+(kr)$  les fonctions de Coulomb entrante et sortante.

L'ensemble des états liés  $|\varphi_n\rangle$  et des états du continuum réel  $|\varphi_e\rangle$ , forment une base de l'espace de Hilbert dans laquelle n'importe quel état d'énergie réelle peut être développé [68]. On a alors la relation de complétude suivante dans l'espace des états à un corps :

$$\sum_n |\varphi_n\rangle \langle \varphi_n| + \int_0^{+\infty} de |\varphi_e\rangle \langle \varphi_e| = I_d \quad (2.17)$$

où  $I_d$  est l'opérateur identité. En introduisant les projecteurs  $q_0$  et  $p_0$  sur, respectivement le sous-espace des états liés et le sous-espace des états du continuum réel, la relation précédente s'écrit :

$$q_0 + p_0 = I_d \quad (2.18)$$

avec

$$q_0 = \sum_n |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n|$$

et

$$p_0 = \int_0^{+\infty} de |\varphi_e\rangle\langle\varphi_e|$$

En projetant la relation de complétude (2.17) sur le sous-espace des états liés  $|\varphi_{n,l,j,\tau_z}\rangle$  et celui des états du continuum  $|\varphi_{e,l,j,\tau_z}\rangle$  à  $l, j$  et  $\tau_z$  fixés on obtient :

$$\sum_n |\varphi_{n,l,j,\tau_z}\rangle\langle\varphi_{n,l,j,\tau_z}| + \int_0^{+\infty} de |\varphi_{e,l,j,\tau_z}\rangle\langle\varphi_{e,l,j,\tau_z}| = I_{d,(l,j,\tau_z)} \quad (2.19)$$

où  $I_{d,(l,j,\tau_z)}$  est l'opérateur identité dans le sous-espace des états à  $l, j$  et  $\tau_z$  fixés. Dans l'espace radial cette relation de complétude s'écrit :

$$\sum_n u_{e_n,l,j,\tau_z}(r)u_{e_n,l,j,\tau_z}(r') + \int_0^{+\infty} de u_{e,l,j,\tau_z}(r)u_{e,l,j,\tau_z}(r') = \delta(r - r') \quad (2.20)$$

Les résonances ne font pas partie de l'espace de Hilbert. En effet, leur énergie  $\tilde{e}$  étant complexe, l'hamiltonien dont elles sont états propres n'est pas hermitique <sup>1</sup> [69]. Par conséquent, on doit utiliser une procédure de renormalisation pour inclure ces résonances dans le même espace que les états liés et les états du continuum. A la place de la fonction d'onde de la résonance, on considère la fonction d'onde de l'état du continuum réel d'énergie  $e_r$  multipliée par une fonction de coupure  $g(r)$  [15] :

$$g(r) = \left\{ 1 + \exp\left(\frac{r - r_{cut}}{d_{cut}}\right) \right\}^{-1} \quad (2.21)$$

où  $r_{cut}$  et  $d_{cut}$  sont le rayon et la diffusivité de la coupure. Le rayon est choisi autour du maximum de la barrière du potentiel et, la diffusivité est telle que la coupure ne se fasse pas trop brusquement. La résonance ainsi renormalisée est de carré intégrable et, on va pouvoir alors l'inclure avec les états liés et les états du continuum réel pour former une nouvelle base. La construction de cette nouvelle base se fait de la manière suivante :

- on construit un sous-espace orthonormé englobant les états liés et les résonances coupées avec la technique de Gramm-Schmidt. On définit alors le projecteur  $q_{l,j,\tau_z}$  sur le nouveau sous-espace contenant les états à  $l, j, \tau_z$  fixés :

$$q_{l,j,\tau_z} = \sum_{n,l,j} |\tilde{\varphi}_{n,l,j,\tau_z}\rangle\langle\tilde{\varphi}_{n,l,j,\tau_z}| \quad (2.22)$$

où les états  $|\tilde{\varphi}_{n,l,j,\tau_z}\rangle$  sont une combinaison linéaire des états  $|\varphi_{n,l,j,\tau_z}\rangle$ .

<sup>1</sup>Plus précisément, le problème différentiel, c'est-à-dire, l'équation différentielle plus la condition asymptotique n'est pas hermitique. La non-hermiticité provient du fait que la condition en l'infini implique seulement une onde sortante.



- les états  $|\tilde{\varphi}_{n,l,j,\tau_z}\rangle$  ainsi construits sont vecteurs propres de l'hamiltonien projeté suivant :

$$q_{l,j,\tau_z} h q_{l,j,\tau_z} |\tilde{\varphi}_{n,l,j,\tau_z}\rangle = e_n |\tilde{\varphi}_{n,l,j,\tau_z}\rangle \quad (2.23)$$

- par complémentarité, les états du continuum non-résonant sont alors définis comme les états propres de l'hamiltonien suivant :

$$\begin{aligned} (1 - q_{l,j,\tau_z}) h (1 - q_{l,j,\tau_z}) |\tilde{\varphi}_{e,l,j,\tau_z}\rangle &= e |\tilde{\varphi}_{e,l,j,\tau_z}\rangle \\ \equiv p_{l,j,\tau_z} h p_{l,j,\tau_z} |\tilde{\varphi}_{e,l,j,\tau_z}\rangle &= e |\tilde{\varphi}_{e,l,j,\tau_z}\rangle \end{aligned} \quad (2.24)$$

où  $p_{l,j,\tau_z}$  est le projecteur sur les états du continuum non-résonant à  $l, j, \tau_z$  fixés. Ainsi, nous avons construit une base des états à un corps qui contient à la fois les états liés, les résonances coupées et les états du continuum réel. La relation de complétude est alors :

$$q + p = I_d \quad (2.25)$$

avec  $q$  le projecteur sur les sous-espace contenant les états (quasi)liés et  $p$  le projecteur sur le sous-espace des états solutions de (2.24).

A partir de ces états à un corps, on génère la base des états à  $A$  nucléons que l'on divise en sous-espaces  $\mathcal{Q}, \mathcal{P}, \mathcal{T} \dots$  suivant le nombre de particules occupant un état du continuum :

- $\mathcal{Q}$  est le sous-espace des états à  $A$  nucléons où tous les nucléons occupent un état (quasi) lié.
- $\mathcal{P}$  est le sous-espace des états à  $A$  nucléons où  $A-1$  sont dans un état (quasi) lié et un nucléon est dans le continuum.
- $\mathcal{T}$  est le sous-espace des états à  $A$  nucléons où  $A-2$  sont dans un état (quasi) lié et deux nucléons occupent un état du continuum.
- etc.

La réunion  $\mathcal{Q} \cup \mathcal{P} \cup \mathcal{T} \dots$  est l'ensemble des états accessibles au système et en associant à chaque sous-espace un projecteur, on a la relation de complétude suivante dans l'espace des états à  $A$  nucléons :

$$Q + P + T + \dots = I_d \quad (2.26)$$

avec  $Q$  le projecteur sur le sous-espace  $\mathcal{Q}$ ,  $P$  le projecteur sur  $\mathcal{P}$ ,  $T$  projecteur sur  $\mathcal{T}$ , etc. Suivant le noyau considéré et le problème étudié, on pourra restreindre le nombre de sous-espaces pris en compte : si le seuil d'émission d'un nucléon est beaucoup plus faible que le seuil d'émission de deux, trois ... nucléons, on ne considérera que les sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ , car les autres auront une contribution négligeable. La relation de complétude sera alors :

$$Q + P = I_d \quad (2.27)$$

Si l'influence des états avec deux particules dans le continuum n'est pas négligeable, par exemple pour les noyaux borroméens ou pour les systèmes émetteurs de deux particules dans le continuum, on prendra en compte les sous-espaces  $\mathcal{Q}$ ,  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{T}$ . On aura alors :

$$Q + P + T = I_d \quad (2.28)$$

Quel que soit le nombre d'espaces considérés, la démarche pour la résolution des équations de SMEC sera la même, exceptée la complexité des calculs qui ira croissante avec le nombre d'espaces considérés.

Nous allons tout d'abord voir le formalisme du SMEC pour l'émission d'un nucléon dans le continuum puis, nous verrons ensuite dans le chapitre (3) l'extension de ce formalisme pour l'émission de deux nucléons.

## 2.3 Formalisme du SMEC avec une particule dans le continuum

On considère ici le couplage avec les états ayant au plus une particule dans le continuum. Les états avec plusieurs particules dans le continuum ne sont pas pris en considération. Par conséquent, l'ensemble des états accessibles au noyau est donné par la réunion  $\mathcal{Q} \cup \mathcal{P}$ .

### 2.3.1 Décomposition de l'hamiltonien sur les sous-espaces

On a défini précédemment les deux sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  tels que  $Q + P = I_d$ . Le problème consiste à résoudre l'équation de Schrödinger :

$$(E - H)|\Psi\rangle = 0 \quad (2.29)$$

Explicitons les différentes contributions de l'hamiltonien en introduisant les projecteurs  $Q$ ,  $P$  sur les deux sous-espaces :

$$H = (Q + P)H(Q + P) = QHQ + QHP + PHP + PHQ \quad (2.30)$$

En définissant :

$$H_{QQ} = QHQ \quad H_{QP} = QHP$$

$$H_{PP} = PHP \quad H_{PQ} = PHQ$$

on réécrit (2.30) sous la forme :

$$H = H_{QQ} + H_{QP} + H_{PP} + H_{PQ} \quad (2.31)$$

Les termes  $H_{QQ}$ ,  $H_{PP}$  sont les hamiltoniens 'non perturbés' dans les sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ . Ce sont les hamiltoniens agissant dans  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  lorsque les termes de couplages ( $H_{QP}$  et  $H_{PQ}$ ) entre les deux sous-espaces sont absents. Voyons à présent plus en détails chaque terme de l'hamiltonien  $H$ .

### 2.3.2 Equations dans l'espace $\mathcal{Q}$

L'opérateur  $H_{QQ}$  est la restriction sur l'espace  $\mathcal{Q}$  de l'hamiltonien total  $H$ . Dans le (CSM) de Rotter *et al.* [12, 13, 14],  $H_{QQ}$  est décomposé en un potentiel à un corps donné par (2.8) et en une interaction résiduelle à deux corps schématique. Cependant, ceci n'est pas suffisant pour avoir une bonne spectroscopie du noyau considéré. Seules les interactions effectives calculées dans la base de l'oscillateur harmonique donnent un bon mélange de configuration et apportent des énergies proches des valeurs expérimentales. Par conséquent, on utilise dans SMEC une interaction effective pour l'hamiltonien  $H_{QQ}$  et celui-ci est identifié à un hamiltonien de modèle en couches standard. Ceci est la principale différence entre le SMEC et le CSM. Ainsi on a :

$$H_{QQ} = Q \left[ \sum_i^{N_v} \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j}^{N_v} f(i, j) \right] Q \equiv H^{SM} \quad (2.32)$$

Le calcul des états propres de  $H_{QQ}$  se ramène à un problème de diagonalisation du modèle en couches standard :

$$H_{QQ}|\Phi_k\rangle = E|\Phi_k\rangle \quad (2.33)$$

$$\implies H^{SM}|\Phi_k^{SM}\rangle = E^{SM}|\Phi_k^{SM}\rangle \quad (2.34)$$

### 2.3.3 Equations dans l'espace $\mathcal{P}$

$H_{PP}$  se décompose en un potentiel à un corps  $h$  (potentiel de type Woods-Saxon + potentiel de couplage spin-orbite + potentiel coulombien) et en une interaction résiduelle à deux corps de portée nulle :

$$H_{PP} = P \left[ \sum_{i=1}^{N_v} \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j=1}^{N_v} f(ij) \right] P \equiv P \left[ \sum_{i=1}^{N_v} h(i) + \sum_{i<j=1}^{N_v} V^{rés}(i, j) \right] P \quad (2.35)$$

Soit  $|\xi\rangle$  un vecteur propre de  $H_{PP}$  associé à la valeur propre  $E$  :

$$H_{PP}|\xi\rangle = E|\xi\rangle \quad (2.36)$$

L'énergie  $E$  est réelle et positive. Cette équation modélise la diffusion non-résonante d'un nucléon dans le continuum sur une cible (noyau A-1). La résolution de cette équation se fait avec la méthode des équations aux canaux couplés . On définit un canal  $c$  de la façon suivante :

$$c = (t, l, j, \tau_z)^J \quad (2.37)$$

où  $t$  est un état de la cible et  $l, j$  et  $\tau_z$  sont le moment cinétique orbital, le moment cinétique total et la composante d'isospin du nucléon dans le continuum. Le système entier cible + nucléon dans le continuum est couplé à  $J$ . L'hamiltonien  $H$  étant invariant par rotation,  $J$  est conservé. Asymptotiquement il y a des ondes sortantes pour tous les

canaux ouverts et une onde entrante pour le canal initial.

Soit la relation de complétude dans  $\mathcal{P}$  écrite dans la représentation des canaux :

$$\sum_{t,l,j,\tau_z;J} \int dr r^2 |t,l,j,\tau_z,r;J\rangle \langle t,l,j,\tau,r;J| = I_P \quad (2.38)$$

où  $r$  est la coordonnée radiale réduite du système cible-nucléon dans le continuum. En introduisant la relation de complétude (2.38) dans l'équation (2.36) on obtient :

$$(E - H_{PP}) \sum_{c'} \int dr r' |c',r'\rangle \xi_{c'}(r') = 0 \quad (2.39)$$

où  $\xi_{c'}(r')$  est la projection de  $\xi$  sur le canal  $c'$  définie par :  $\xi_{c'}(r') = r' \langle c'r' | \xi \rangle$ .

En projetant l'équation précédente sur le canal  $c$  et en multipliant par  $r$  on obtient :

$$\begin{aligned} & r \langle cr | (E - H_{PP}) \sum_{c'} \int dr r' |c',r'\rangle \xi_{c'}(r') = 0 \\ \iff & r \langle cr | E - P \sum_{\alpha} e_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} P - P \sum_{\substack{(\alpha < \beta) \\ (\gamma < \delta)}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\gamma} a_{\delta} P | \sum_{c'} \int dr r' |c',r'\rangle \xi_{c'}(r') = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

où  $e_{\alpha}$  est l'énergie de l'état  $\alpha$  vecteur propre du potentiel à un corps  $h$  et  $V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}$  est l'élément de matrice à de l'interaction résiduelle à deux corps. Les états  $\alpha, \dots, \gamma$  parcourent l'ensemble des états discrets et l'ensemble des états du continuum. Considérons le terme impliquant l'énergie  $E$  et la somme sur les états (quasi)liés dans (2.40) :

$$\begin{aligned} & r \langle cr | E - P \sum_{\alpha \in disc} e_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} P - P \sum_{\substack{(\alpha < \beta \in disc) \\ (\gamma < \delta \in disc)}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\gamma} a_{\delta} P | \sum_{c'} \int dr r' |c',r'\rangle \xi_{c'}(r') \\ & = (E - E_{t'}) r \langle cr | P | c'r' \rangle \xi_{c'}(r') \delta_{t,t'} \end{aligned} \quad (2.41)$$

où  $E_{t'}$  est l'énergie de la cible dans l'état  $t'$ . L'élément de matrice de l'opérateur  $P$  dans l'expression précédente s'exprime à l'aide du projecteur  $q_{l,j,\tau_z}$  (cf équation (2.22)). Le terme précédent (2.41) s'écrit :

$$\begin{aligned} & (E - E_{t'}) r \langle cr | P | c'r' \rangle \xi_{c'}(r') \delta_{t,t'} \\ & = (E - E_t) (1 - q_{l,j,\tau}) \xi_c(r) \delta_{cc'} \\ & = (E - E_t) \xi_c(r) \delta_{cc'} \end{aligned} \quad (2.42)$$

où on a utilisé le fait que  $|\xi\rangle$  appartient à l'espace  $\mathcal{P}$ .

Considérons à présent la somme sur les énergies des états du continuum dans l'équation aux canaux couplés (2.40) :

$$\begin{aligned} & r \langle cr | P \sum_{\alpha \in cont} e_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} \int dr' r' P | c',r' \rangle \xi_{c'}(r') \\ & = \sum_{\bar{\alpha} \in cont} e_{\bar{\alpha}} u_{\bar{\alpha}}(r) \int dr' u_{\bar{\alpha}}(r') \xi_c(r') \delta_{cc'} \end{aligned} \quad (2.43)$$

où  $\bar{\alpha} = (e_\alpha, l_\alpha, l_\alpha, \tau_{z_\alpha})$  et où l'on a introduit la fonction d'onde radiale de l'état  $\bar{\alpha}$  à partir de la relation :

$$a_{\bar{\alpha}}|l, j, \tau_z, r\rangle = \frac{u_{\bar{\alpha}}(r)}{r} \delta_{l_\alpha, l} \delta_{j_\alpha, j} \delta_{\tau_{z_\alpha}, \tau_z} \quad (2.44)$$

L'état  $\bar{\alpha}$  appartient au continuum et il est état propre de  $(1 - q_{l, j, \tau_z})h(1 - q_{l, j, \tau_z})$ . On peut réécrire le terme (2.43) sous la forme :

$$\begin{aligned} & \sum_{\bar{\alpha} \in cont} e_{\bar{\alpha}} u_{\bar{\alpha}}(r) \int dr' u_{\bar{\alpha}}(r') \xi_c(r') \delta_{cc'} \\ &= \sum_{\bar{\alpha} \in cont} [(1 - q_{l, j, \tau_z})h(1 - q_{l, j, \tau_z})u_{\bar{\alpha}}(r)] \int dr' u_{\bar{\alpha}}(r') \xi_c(r') \delta_{cc'} \\ &= (1 - q_{l, j, \tau_z})h(1 - q_{l, j, \tau_z}) \left[ \sum_{\bar{\alpha} \in cont} u_{\bar{\alpha}}(r) \int dr' u_{\bar{\alpha}}(r') \xi_c(r') \right] \delta_{cc'} \end{aligned} \quad (2.45)$$

L'opérateur  $\sum_{\bar{\alpha} \in cont} u_{\bar{\alpha}}(r) \int dr' u_{\bar{\alpha}}(r')$  dans (2.45) est le projecteur  $p_{l, j, \tau_z}$  (cf équation (2.24)). Ainsi, (2.45) s'écrit :

$$\begin{aligned} & (1 - q_{l, j, \tau_z})h(1 - q_{l, j, \tau_z}) \left[ \sum_{\bar{\alpha} \in cont} u_{\bar{\alpha}}(r) \int dr' u_{\bar{\alpha}}(r') \xi_c(r') \right] \delta_{cc'} \\ &= (1 - q_{l, j, \tau_z})h(1 - q_{l, j, \tau_z}) p_{l, j, \tau_z} \xi_c(r) \\ &= (1 - q_{l, j, \tau_z})h \xi_c(r) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Il reste à calculer le terme dû à l'interaction résiduelle. Le calcul étant assez long, il est expliqué dans l'Annexe (A). Celui-ci peut s'écrire sous la forme :

$$\sum_{c'} (1 - q_{l, j, \tau_z}) V_{cc'}(r) \xi_{c'}(r) \quad (2.47)$$

où les termes de couplage  $V_{cc'}(r)$  sont donné dans l'Annexe (A).

A l'aide de (2.42), (2.46) et (2.47), l'équation (2.39) s'écrit sous la forme :

$$\sum_{c'} [(E - E_t - (1 - q_{l, j, \tau_z})h(r))\delta_{cc'} - (1 - q_{l, j, \tau_z})V_{cc'}(r)] \xi_{c'}(r) = 0 \quad (2.48)$$

On définit le potentiel de couplage  $H_{cc'}(r)$  entre les canaux  $c$  et  $c'$  :

$$H_{cc'}(r) = h_c(r)\delta_{cc'} + V_{cc'}(r) \quad (2.49)$$

où  $h_c(r)$  est la restriction du potentiel à un corps  $h$  pour une particule ayant les nombres quantiques  $(l, j, \tau_z)$  définis avec le canal  $c$ . Ainsi l'équation (2.48) s'écrit sous la forme :

$$\sum_{c'} [(E - E_t)\delta_{cc'} - (1 - q_{l, j, \tau_z})H_{cc'}(r)] \xi_{c'}(r) = 0 \quad (2.50)$$

### 2.3.4 Couplage entre les espaces $\mathcal{Q}$ et $\mathcal{P}$

$H_{QP}$  et  $H_{PQ}$  sont les termes de couplage entre les sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ . Ces deux sous-espaces sont orthogonaux car pour les états de  $\mathcal{P}$  une particule occupe un état du continuum et dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$  les nucléons sont tous (quasi)liés.

Ainsi on a :

$$H_{QP} = Q \left( \sum_i^{N_v} h(i) + \sum_{i<j}^{N_v} V^{rés}(i, j) \right) P = Q \left( \sum_{i<j}^{N_v} V^{rés}(i, j) \right) P \quad (2.51)$$

$$H_{PQ} = P \left( \sum_i^{N_v} h(i) + \sum_{i<j}^{N_v} V^{rés}(i, j) \right) Q = P \left( \sum_{i<j}^{N_v} V^{rés}(i, j) \right) Q \quad (2.52)$$

Les opérateurs de couplage  $H_{QP}$  et  $H_{PQ}$  sont égaux à l'interaction résiduelle.

### 2.3.5 Potentiels dans l'espace $\mathcal{P}$ et procédure auto-cohérente

Considérons le potentiel de couplage diagonal des équations aux canaux couplés (2.50):

$$h_c(r) + V_{cc}(r) = T_c(r) + U_c(r) + V_{cc}(r) \quad (2.53)$$

où  $T_c$  est l'opérateur d'énergie cinétique interne du système cible-nucléon dans le continuum et  $U_c(r)$  le champ à un corps  $V(r)$  pour une particule ayant les nombres quantiques  $(l, j, \tau_z)$ . D'après l'expression du terme  $V_{cc}(r)$  donné dans l'Annexe (A), on voit que celui-ci dépend du moment angulaire total  $J$ , des éléments de matrice du type  $\mathcal{O}_{\alpha\gamma}^K = \langle t | (a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma})^K | t' \rangle$  où  $|t\rangle$  et  $|t'\rangle$  sont des états du noyau A-1, et des fonctions d'ondes des états (quasi)liés occupés dans le noyau A-1. Le potentiel à un corps  $U_c(r)$  (du type Woods-Saxon+terme de couplage spin-orbite+ champ coulombien) modélise l'effet moyen des A-1 nucléons de la cible sur la particule dans le continuum. A priori, le critère le plus naturel pour le choix des paramètres de  $U_c(r)$  serait de considérer que le champ  $h_c(r)$  doit reproduire les énergies de particules indépendantes déduites des données expérimentales. Mais, considérons pour fixer les idées, la diffusion d'un nucléon sur un noyau d' $^{16}\text{O}$  et prenons en compte seulement l'état fondamental  $J^{\pi} = 0^{+}$  de ce noyau [16]. Dans ce cas, par conservation du moment angulaire et de la parité, les nombres quantiques  $(l, j)$  du nucléon dans le continuum pour un canal  $c$  sont fixés par le moment et la parité  $J_{tot}^{\pi_{tot}}$  du système entier nucléon+ $^{16}\text{O}$ . Ainsi, l'équation aux canaux couplés (2.50) se ramène à une simple équation de Schrödinger :

$$[E - E_t - (1 - q_{l,j,\tau_z})H_{cc}(r)] \xi_c(r) = 0 \quad (2.54)$$

Le critère suggéré précédemment pour le choix des paramètres de  $U_c(r)$  n'apparaît plus alors si naturel. En effet, on pourrait très bien demander que ce soit  $H_{cc}(r)$  et non plus  $h_c(r)$  qui reproduise les états de particules indépendantes. C'est ce dernier critère qui a été choisi dans SMEC et celui-ci s'est avéré nécessaire à la reproduction des résultats expérimentaux [16, 17].

Ainsi, on ajustera les paramètres du potentiel  $U_c(r)$  de façon à ce que  $H_{cc}$  reproduise les énergies de particules indépendantes. On définit le potentiel initial  $U_c(r)$  comme étant le potentiel satisfaisant aux conditions demandées. On a :

$$H_{cc}(r) = T_c(r) + U_c(r) + v_{cc}(r) \quad (2.55)$$

avec  $H_{cc}(r)$  reproduisant les énergies de particules indépendantes.

Cet ajustement nécessite alors *dans certains cas* un calcul de type auto-cohérent : en effet,  $H_{cc}(r)$  dépend à la fois de  $h_c(r)$  et de  $V_{cc}(r)$  qui pourra dépendre à son tour (suivant les cas étudiés) des fonctions d'ondes calculées avec  $H_{cc}(r)$ . On procède alors de la façon suivante :

a) Soit un potentiel de départ  $U_c^{(i=0)}(r)$  choisi de façon à reproduire les états de particules indépendantes. On calcule le couplage  $V_{cc}^{(i=0,j=0)}(r)$  avec les fonctions d'onde à un corps données par  $T_c(r) + U_c^{(i=0)}(r)$ .

b) On calcule ensuite les états propres du nouveau potentiel  $H_{cc}^{(i=0,j=0)}(r)$  :

$$H_{cc}^{(i=0,j=0)}(r) = T_c(r) + U_c^{(i=0)}(r) + V_{cc}^{(i=0,j=0)}(r)$$

On obtient alors un nouveau terme de couplage  $V_{cc}^{(i=0,j=1)}(r)$  calculé en considérant les fonctions d'ondes données par  $H_{cc}^{(i=0,j=0)}$ .

c) On calcule les états propres du potentiel  $H_{cc}^{(i=0,j=1)}(r)$  :

$$H_{cc}^{(i=0,j=1)}(r) = T_c(r) + U_c^{(i=0)}(r) + V_{cc}^{(i=0,j=1)}(r)$$

pour obtenir le terme de couplage  $V_{cc}^{(i=0,j=2)}(r)$ .

d) On poursuit ainsi le calcul jusqu'à obtenir la convergence :

$$H_{cc}^{(i=0,j)}(r) = H_{cc}^{(i=0,j+1)}(r) = H_{cc}^{(i=0,+\infty)}(r)$$

e) À la fin de cette première partie de la procédure, le potentiel  $H_{cc}^{(i=0,+\infty)}$  ne reproduit pas nécessairement les états de particules indépendantes. On considère alors le potentiel auxiliaire suivant :

$$H_{cc}^{(aux,i=0)}(r) = T_c(r) + U_c^{aux,(i=0)}(r) + V_{cc}^{(i=0,j=+\infty)}(r) \quad (2.56)$$

où la profondeur de la partie centrale du potentiel Woods-Saxon du terme  $U_c^{aux,(i=0)}(r)$  est ajustée de façon à ce que  $H_{cc}^{(aux,i=0)}(r)$  reproduise les états de particules indépendantes. On réitère alors les calculs b) c) d) avec ce potentiel  $U_c^{aux,(i=0)}(r)$  à la place de  $U_c^{(i=0)}(r)$ . On obtient alors le potentiel convergent  $H_{cc}^{(i=1,j)} = H_{cc}^{(i=1,j+1)} = H_{cc}^{(i=1,+\infty)}$ . Si celui ci ne donne pas les états de particules indépendantes on réitère le calcul e) puis ensuite b) c) d) ...

Une fois l'énergie de particule indépendante reproduite, on obtient le potentiel auto-cohérent  $H_{cc}^{(sc)}(r)$  et le potentiel initial  $U_c(r)$  :

$$H_{cc}^{(sc)}(r) = T_c(r) + U_c(r) + V_{cc}(r) \quad (2.57)$$

### 2.3.6 Solution générale de diffusion

La fonction d'onde  $|\Psi\rangle$  solution de l'équation de Schrödinger (2.29) dans l'espace total, a une composante  $|\Psi_Q\rangle$  sur le sous-espace  $\mathcal{Q}$  et une composante  $|\Psi_P\rangle$  sur le sous-espace  $\mathcal{P}$  :

$$|\Psi\rangle = |\Psi_Q\rangle + |\Psi_P\rangle \quad (2.58)$$

En décomposant  $H$  sur ces deux sous-espaces (cf équation (2.31)), l'équation de Schrödinger s'écrit :

$$E(|\Psi_Q\rangle + |\Psi_P\rangle) - [H_{QQ} + H_{QP} + H_{PP} + H_{PQ}] (|\Psi_Q\rangle + |\Psi_P\rangle) = 0 \quad (2.59)$$

En projetant (2.59) sur  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  on obtient :

$$(E - H_{QQ})|\Psi_Q\rangle = H_{QP}|\Psi_P\rangle \quad (2.60)$$

$$(E - H_{PP})|\Psi_P\rangle = H_{PQ}|\Psi_Q\rangle \quad (2.61)$$

La solution  $|\Psi_P\rangle$  de l'équation (2.61) est une somme de la solution  $|\xi\rangle$  de l'équation homogène (cf equation (2.36) ) et d'une solution particulière :

$$|\Psi_P\rangle = |\xi\rangle + \frac{1}{E^+ - H_{PP}} H_{PQ} |\Psi_Q\rangle = |\xi\rangle + G_P^+(E) H_{PQ} |\Psi_Q\rangle \quad (2.62)$$

avec la fonction de Green  $G_P^+(E)$  dans  $\mathcal{P}$  définie par :

$$G_P^+(E) = (E^+ - H_{PP})^{-1} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (E + i\epsilon - H_{PP})^{-1} \quad (2.63)$$

En remplaçant  $|\Psi_P\rangle$  par son expression, l'équation (2.60) s'écrit :

$$(E - H_{QQ})|\Psi_Q\rangle = H_{QP} \left( |\xi\rangle + G_P^+(E) H_{PQ} |\Psi_Q\rangle \right) \quad (2.64)$$

$$\iff (E - H_{QQ} - H_{QP} G_P^+(E) H_{PQ}) |\Psi_Q\rangle = H_{QP} |\xi\rangle \quad (2.65)$$

La solution dans l'espace total  $|\Psi\rangle$  s'écrit alors (cf (2.58), (2.62), (2.65) ) :

$$|\Psi\rangle = |\xi\rangle + (Q + G_P^+(E) H_{PQ}) \frac{1}{E - H_{QQ} - H_{QP} G_P^+(E) H_{PQ}} H_{QP} |\xi\rangle \quad (2.66)$$

$|\Psi\rangle$  est l'état du système projectile+cible lors d'une réaction nucléaire, l'énergie totale  $E$  est égale à la somme de l'énergie cinétique relative entre ces deux constituants à l'infini plus l'énergie interne de la cible. On a une séparation de cette fonction d'onde en un terme direct (correspondant à  $|\xi\rangle$ ) et en un terme résonant (les termes restants).

Considérons la relation de complétude dans  $\mathcal{Q}$  avec les états propres  $|\Phi_k^{SM}\rangle$  de  $H_{QQ}$  (cf équation (2.34) ) :

$$\sum_{k=1}^{dim} |\Phi_k^{SM}\rangle \langle \Phi_k^{SM}| = I_d^{(Q)} \quad (2.67)$$



En insérant deux fois (2.67) dans (2.66) on a :

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle &= |\xi\rangle + \sum_{k,j} \left[ |\Phi_k^{SM}\rangle + G_P^+(E)H_{PQ}|\Phi_k^{SM}\rangle \right] \\
&\quad \times \langle \Phi_k^{SM} | \frac{1}{E - H_{QQ} - H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ}} | \Phi_j^{SM}\rangle \langle \Phi_j^{SM} | H_{QP} | \xi \rangle \\
&= |\xi\rangle + \sum_{k,j} \left[ |\Phi_k^{SM}\rangle + |\omega_k^{(+)}\rangle \right] \langle \Phi_k^{SM} | \frac{1}{E - H_{QQ}^{eff}(E)} | \Phi_j^{SM}\rangle \langle \Phi_j^{SM} | H_{QP} | \xi \rangle \quad (2.68)
\end{aligned}$$

Dans cette dernière expression on a introduit les quantités suivantes :

- Le prolongement  $|\omega_k^{(+)}\rangle$  dans  $\mathcal{P}$  de l'état  $|\Phi_k^{SM}\rangle$  défini par :

$$|\omega_k^{(+)}\rangle = G_P^+(E)H_{PQ}|\Phi_k^{SM}\rangle \quad (2.69)$$

D'après la définition (2.63) de la fonction de Green  $G_P^+(E)$  on a :

$$(E^+ - H_{PP})|\omega_k^{(+)}\rangle = H_{PQ}|\Phi_k^{SM}\rangle = |w_k\rangle \quad (2.70)$$

où  $|w_k\rangle$  est le terme source défini par :

$$|w_k\rangle = H_{PQ}|\Phi_k^{SM}\rangle \quad (2.71)$$

L'équation (2.70) est une équation du type canaux couplés avec un second membre donné par le terme source  $|w_k\rangle$  (cf Annexe (B)). Asymptotiquement, il y a des ondes sortantes dans tous les canaux ouverts.

- L'hamiltonien effectif dans  $\mathcal{Q}$ , défini par :

$$H_{QQ}^{eff}(E) = H_{QQ} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ} \quad (2.72)$$

Les éléments de matrice de  $H_{QQ}^{eff}(E)$  se calculent dans la base des états de  $\mathcal{Q}$  à l'aide des prolongements  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  et des termes sources  $|w_k\rangle$  :

$$\langle \Phi_k^{SM} | H_{QQ} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ} | \Phi_j^{SM}\rangle = E_k^{SM} \delta_{k,j} + \sum_c \int dr w_{k,c}(r) \omega_{j,c}^{(+)}(r) \quad (2.73)$$

où  $w_{i,c}(r)$  et  $\omega_{j,c}^{(+)}(r)$  sont les projections sur le canal  $c$  du terme source  $|w_i\rangle$  et du prolongement  $|\omega_j^{(+)}\rangle$ .

Voyons à présent les interprétations physiques du prolongement  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  dans l'espace  $\mathcal{P}$  et de l'hamiltonien  $H_{QQ}^{eff}(E)$ . Pour cela nous allons nous intéresser aux solutions liées et résonantes du noyau.

### 2.3.7 Solutions liées et résonantes

Dans le cas de la description d'un état lié ou d'une résonance, il n'y a que des ondes sortantes à l'infini, c'est-à-dire, que la contribution de la solution homogène  $|\xi\rangle$  à la solution  $|\Psi_P\rangle$  est absente (cf équation (2.62)). La projection  $|\Psi_Q\rangle$  de la solution totale sur le sous-espace  $\mathcal{Q}$  vérifie l'équation (cf équation (2.65)) :

$$(E - H_{QQ} - H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ})|\Psi_Q\rangle = 0 \quad (2.74)$$

$$\iff (E - H_{QQ}^{eff}(E))|\Psi_Q\rangle = 0 \quad (2.75)$$

La restriction  $|\Psi_Q\rangle$  de  $|\Psi\rangle$  sur l'espace  $\mathcal{Q}$  est vecteur propre de  $H_{QQ}^{eff}(E)$  avec pour valeur propre  $E$ . La solution dans l'espace entier  $\mathcal{Q} \cup \mathcal{P}$  s'écrit alors (cf équations (2.58),(2.62)) :

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\Psi_Q\rangle + G_P^+(E)H_{PQ}|\Psi_Q\rangle \\ &= |\Psi_Q\rangle + |\tilde{\omega}^{(+)}\rangle \end{aligned} \quad (2.76)$$

où  $|\tilde{\omega}^{(+)}\rangle$  est le prolongement de  $|\Psi_Q\rangle$  dans l'espace  $\mathcal{P}$  (cf équation (2.69)). Ainsi, un état lié ou résonant du noyau  $A$  est la somme de l'état  $|\Psi_Q\rangle$  et de son prolongement  $|\tilde{\omega}^{(+)}\rangle$ . Les états  $|\Psi_Q\rangle$  forment une ensemble discret d'états. Soit  $|\Psi_Q^n\rangle$  l'un de ces états. Celui-ci est une combinaison linéaire des états de modèle en couches :

$$|\Psi_Q^n\rangle = \sum_i \alpha_i^n |\Phi_i^{SM}\rangle \quad (2.77)$$

où les coefficients  $\alpha_i^n$  décrivent le mélange des états de modèle en couches dû au couplage avec le continuum. De la même façon, le prolongement  $|\tilde{\omega}_n^{(+)}\rangle$  de cet état est tel que :

$$|\tilde{\omega}_n^{(+)}\rangle = \sum_i \alpha_i^n |\omega_i^{(+)}\rangle \quad (2.78)$$

Dans le cas d'un état lié, c'est à dire un état situé en dessous du seuil d'émission d'un nucléon, l'énergie  $E$  est négative. L'équation (2.75) admet un ensemble discret de solutions  $(|\Psi_Q^n\rangle, E_n)$ . Le couplage au continuum aura pour effet de mélanger les états de modèle en couches  $|\Phi_i^{SM}\rangle$  et apportera une correction réelle (donnée par le terme  $H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ}$ ) aux énergies. On a représenté schématiquement sur la figure (2.1) l'influence du continuum sur les états  $|\Phi_i^{SM}\rangle$ .

Le comportement asymptotique de la projection de  $|\tilde{\omega}_n^{(+)}\rangle$  sur un canal  $c$  est celui d'une onde sortante  $H_{l,\eta}^+(kr)$ . Le vecteur d'onde  $k$  étant de la forme  $k = ik_0$  avec  $k_0 > 0$ , la projection  $\omega_{n,c}^{(+)}(r)$  s'annule en l'infini.

Dans le cas d'une résonance, l'état est au dessus du seuil d'émission d'une particule et, l'énergie associée est complexe :

$$E_n(E) = E_{n,r}(E) - i\frac{\tilde{\Gamma}_n(E)}{2} \quad (2.79)$$

où  $E_{n,r}(E)$  est la partie réelle de l'énergie ( $E_{n,r}(E) > 0$ ) et  $\Gamma_n(E)$  est la largeur de cette résonance ( $\Gamma_n(E) > 0$ ).

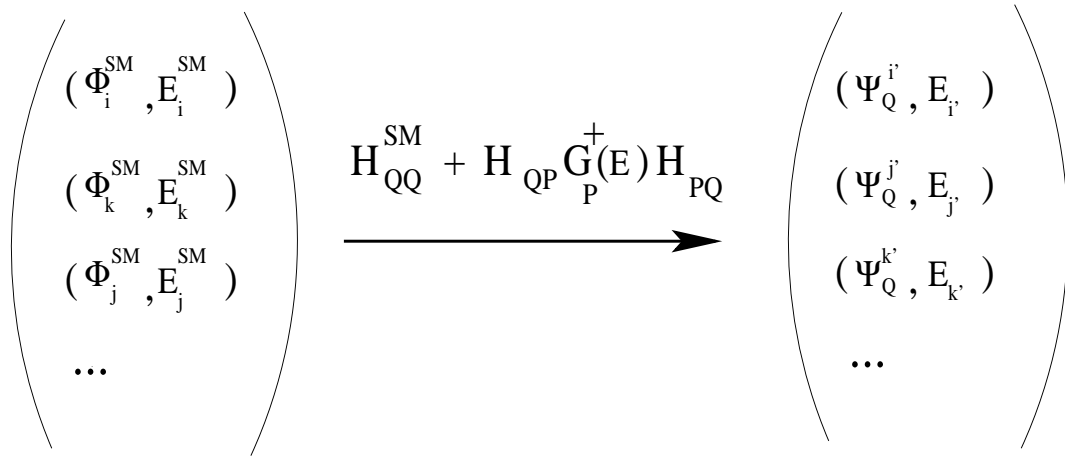


Figure 2.1: Représentation schématique de l'effet du couplage entre  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  sur les états non perturbés  $\Phi_i^{SM}$  de  $\mathcal{Q}$ .

Pour chaque valeur positive de l'énergie  $E$ , il y a une solution mathématique qui satisfait l'équation aux valeurs propres (2.75) :

$$\left[ \tilde{E}(E) - H_{QQ}^{eff}(E) \right] |\Psi_Q\rangle = 0 \quad . \quad (2.80)$$

Il faut par conséquent un critère qui nous permette de distinguer les solutions correspondant aux états physiques. Ce critère est tel que [13] :

$$E_r(E) = E \quad (2.81)$$

L'égalité précédente s'interprète de la manière suivante : la partie réelle de l'énergie de la résonance est égale à l'énergie totale  $E$  qui a été fournie pour la préparation du système projectile+cible. Cette préparation qui pourrait se modéliser par une onde entrante n'est pas prise en compte explicitement dans le formalisme. Ce qui est décrit, c'est seulement la résonance et sa décroissance. Le fait qu'il n'y ait pas d'onde entrante implique alors que l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff}(E)$  n'est plus hermitique, il est symétrique. Le comportement asymptotique de  $\tilde{\omega}_{n,c}^{(+)}(r)$  est celui d'une onde sortante  $H_{l,\eta}^+(kr)$ . Le prolongement  $|\tilde{\omega}_n^{(+)}\rangle$  modélise ici la fuite du nucléon émis dans le continuum.

Ainsi, nous avons vu que le couplage entre les deux sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  engendre un hamiltonien  $H_{QQ}^{eff}(E)$  dans  $\mathcal{Q}$  qui a pour vecteur propre la projection  $|\Psi_Q\rangle$  de la solution totale  $|\Psi\rangle$ . Ceci est la justification du caractère effectif de l'hamiltonien  $H_{QQ}^{eff}(E)$ . Il faut noter que de la même façon, les projections dans  $\mathcal{P}$  sont vecteurs propres d'un hamiltonien effectif  $H_{PP}^{eff}(E)$ . En effet d'après les équations (2.60), (2.61) on obtient :

$$(E - H_{PP} - H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP}) |\Psi_P\rangle = 0 \quad (2.82)$$

$$\iff H_{PP}^{eff}(E) = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP} \quad (2.83)$$

Nous verrons plus loin l'effet sur les états du continuum de ce couplage avec les états liés (cf fin du paragraphe suivant). Ainsi le formalisme du SMEC est totalement symétrique entre les sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ , les deux sous-espaces s'influencent mutuellement.

### 2.3.8 Solution de diffusion et largeurs partielles

La solution d'un problème de diffusion dont le canal d'entrée est noté  $c_0$  et le canal de sortie  $c$  s'écrit (cf (2.68)) :

$$|\Psi_c^{c_0}\rangle = |\xi_c^{c_0}\rangle + \sum_n |\tilde{\Omega}_n^{(+)}\rangle \frac{1}{E - E_n(E) + i\frac{\Gamma_n(E)}{2}} \langle \Psi_Q^{(n)} | H_{QP} | \xi_c^{c_0} \rangle \quad (2.84)$$

avec  $E > 0$  et où  $|\tilde{\Omega}_n^{(+)}\rangle$  est défini par :

$$|\tilde{\Omega}_n^{(+)}\rangle = |\Psi_Q^{(n)}\rangle + |\tilde{\omega}_n^{(+)}\rangle \quad (2.85)$$

$|\Psi_Q^{(n)}\rangle$  est le vecteur propre de  $H_{QQ}^{eff}(E)$  ayant pour valeur propre  $E_n(E) - i\frac{\Gamma_n(E)}{2}$  et  $|\tilde{\Omega}_n^{(+)}\rangle$  est la somme d'un état propre de l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff}(E)$  et de son prolongement dans l'espace  $\mathcal{P}$ .

En projetant  $|\xi_c^{c_0}\rangle$  et  $|\tilde{\Omega}_n^{(+)}\rangle$  sur le canal  $c$ , on obtient les fonctions radiales  $\xi_c^{c_0}(r)$  et  $\tilde{\Omega}_{n,c}^{(+)}(r)$ . Celles-ci ont un comportement à l'infini tel que [13] :

$$\xi_c^{c_0}(r) \rightarrow -\frac{1}{2i} H_{l,\eta}^-(k_{c_0} r) \delta_{cc_0} - \sqrt{\frac{k_{c_0}}{k_c}} S_{cc_0}^0 H_{l,\eta}^+(k_c r) \quad (2.86)$$

$$\tilde{\Omega}_{n,c}^{(+)}(r) \rightarrow \tilde{\omega}_{n,c}^{(+)}(r) \rightarrow e^{i\delta_c^{(0)}} \sqrt{\frac{\mu}{\hbar^2 k_c}} \tilde{\gamma}_c^n H_{l,\eta}^+(k_c r) \quad (2.87)$$

où :

- $k_{c_0}$  et  $k_c$  sont les nombres d'onde de la particule réduite cible+nucléon pour les canaux  $c$  et  $c_0$ .
- $\mu$  est la masse réduite du projectile
- $S_{cc_0}^0$  est l'élément de la matrice  $S$  pour la partie non résonante de la diffusion.
- $\delta_c^{(0)} = \frac{1}{2} \arg(S_{cc_0}^0)$  est le déphasage non résonant.
- $\tilde{\gamma}_c^n$  est l'amplitude de la largeur partielle définie par :

$$\tilde{\gamma}_c^n = -e^{i\delta_c^{(0)}} \frac{\sqrt{4\mu}}{\hbar k_c} \sum_i \alpha_i^n \sum_{c'} \int dr \xi_{c'}^c(r) w_{c'}^i(r) \quad (2.88)$$

Les amplitudes de largeur partielle  $\tilde{\gamma}_c^n$  sont complexes à cause du mélange entre les états discrets qui est pris en compte par les coefficients  $\alpha_i^n$ . La largeur partielle  $\Gamma_c^n$  de la décroissance de l'état  $|\Psi_Q^{(n)}\rangle$  dans le canal  $c$  est définie par [13] :

$$\Gamma_c^n = Re \left[ (\tilde{\gamma}_c^n)^2 \right] \quad (2.89)$$

Le premier terme de la solution de diffusion (2.84) reflète la partie directe de la réaction tandis que le second terme est la partie résonante. Comme nous l'avons dit précédemment, le formalisme du SMEC est symétrique entre les sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ , chaque sous-espace s'influçant l'un et l'autre. Les états (quasi)liés ont un effet sur les états du continuum qui se reflète dans la contribution résonante de la solution (2.84). Ainsi, dans le cas où le noyau  $A$  possède des états faiblement liés, c'est-à-dire avec  $E_n \simeq 0$  dans l'équation (2.84), le couplage entre ces états et ses états du continuum peut corrélérer ces derniers et leur apporter un caractère résonant. On a alors un continuum corrélé par les états faiblement liés du noyau.

# Chapitre 3

## Formalisme du SMEC avec deux particules dans le continuum

### 3.1 Hamiltonien effectif dans l'espace $\mathcal{Q}$

On note  $\mathcal{T}$  le sous-espace des états avec deux particules dans le continuum et  $T$  le projecteur sur ce sous-espace. La relation de complétude dans l'espace total s'écrit :

$$Q + P + T = I_d \quad (3.1)$$

L'hamiltonien  $H$  se décompose en fonction de ses différentes contributions sur chaque sous-espace et en fonction des termes de couplages entre les différents sous-espaces :

$$\begin{aligned} H &= (Q + P + T)H(Q + P + T) \\ &= H_{QQ} + H_{QP} + H_{QT} + H_{PQ} + H_{PP} + H_{PT} + H_{TQ} + H_{TP} + H_{TT} \end{aligned} \quad (3.2)$$

On montre que l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff}(E)$  dans  $\mathcal{Q}$  prenant en compte les différents couplages est égal à (cf Annexe (C)) :

$$\begin{aligned} H_{QQ}^{eff}(E) &= H_{QQ} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ} \\ &+ [H_{QT} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PT}]\tilde{G}_T^+(E)[H_{TQ} + H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ}] \end{aligned} \quad (3.3)$$

avec  $G_P^+(E)$  la fonction de Green dans  $\mathcal{P}$  (cf équation (2.63)) et  $\tilde{G}_T^+(E)$  la fonction de Green dans  $\mathcal{T}$  modifiée par le couplage avec  $\mathcal{P}$  :

$$\tilde{G}_T^+(E) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E + i\epsilon - H_{TT} - H_{TP}G_P^+(E)H_{PT}} \quad (3.4)$$

On reconnaît dans l'expression (3.3) l'hamiltonien effectif  $H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}$  dû

au couplage avec une seule particule dans le continuum (cf équation (2.72)). Le terme suivant prend en compte le couplage avec deux particules dans le continuum :

$$[H_{QT} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{PT}]\tilde{G}_T^{(+)}(E)[H_{TQ} + H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}] \quad (3.5)$$

Par analogie avec le cas d'une seule particule dans le continuum, on définit un terme source  $|w_i\rangle$  appartenant à  $\mathcal{T}$  et le prolongement  $|\omega_i^+\rangle$  dans  $\mathcal{T}$  des états de  $\mathcal{Q}$  :

$$|w_i\rangle = [H_{TQ} + H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}]\Phi_i^{SM} \quad (3.6)$$

$$|\omega_i^+\rangle = \tilde{G}_T^{(+)}(E)[H_{TQ} + H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}]\Phi_i^{SM} = \tilde{G}_T^{(+)}(E)|w_i\rangle \quad (3.7)$$

où  $|\Phi_i^{SM}\rangle$  est un état du sous-espace  $\mathcal{Q}$ .

Les éléments de matrice du terme (3.5) de  $H_{QQ}^{eff}(E)$  relatif au sous-espace  $\mathcal{T}$  s'écrivent, comme dans le cas du couplage avec une seule particule dans le continuum, sous la forme d'un recouvrement entre le terme source  $|w_i\rangle$  et le prolongement  $|\omega_j^+\rangle$  appartenant à  $\mathcal{T}$  :

$$\langle \Phi_i^{SM} | [H_{QT} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{PT}]\tilde{G}_T^{(+)}(E)[H_{TQ} + H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}] | \Phi_j^{SM} \rangle = \langle w_i | \omega_j^+ \rangle \quad (3.8)$$

Notons que  $H_{QQ}^{eff}(E)$  peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} H_{QQ}^{eff}(E) &= H_{QQ} + H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ} \\ &+ [H_{QP} + H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TP}]\tilde{G}_P^{(+)}(E)[H_{PQ} + H_{PT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ}] \end{aligned} \quad (3.9)$$

avec  $\tilde{G}_P^{(+)}(E)$  la fonction de Green dans  $\mathcal{P}$  modifiée par le couplage avec  $\mathcal{T}$  :

$$\tilde{G}_P^{(+)}(E) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E + i\epsilon - H_{PP} - H_{PT}G_T^{(+)}(E)H_{TP}} \quad (3.10)$$

L'expression (3.9) s'obtient en permutant les projecteurs  $P$  et  $T$  dans l'équation (3.3).

Les différents couplages engendrent un hamiltonien effectif  $H_{PP}^{eff}(E)$  dans  $\mathcal{P}$  et un hamiltonien effectif  $H_{TT}^{eff}(E)$  dans  $\mathcal{T}$  (cf figure (3.1)).

$H_{PP}^{eff}(E)$  est tel que :

$$\begin{aligned} H_{PP}^{eff}(E) &= H_{PP} + H_{PQ}G_Q(E)H_{QP} \\ &+ [H_{PT} + H_{PQ}G_Q(E)H_{QT}]\tilde{G}_T^{(+)}(E)[H_{TP} + H_{TQ}G_Q(E)H_{QP}] \end{aligned} \quad (3.11)$$

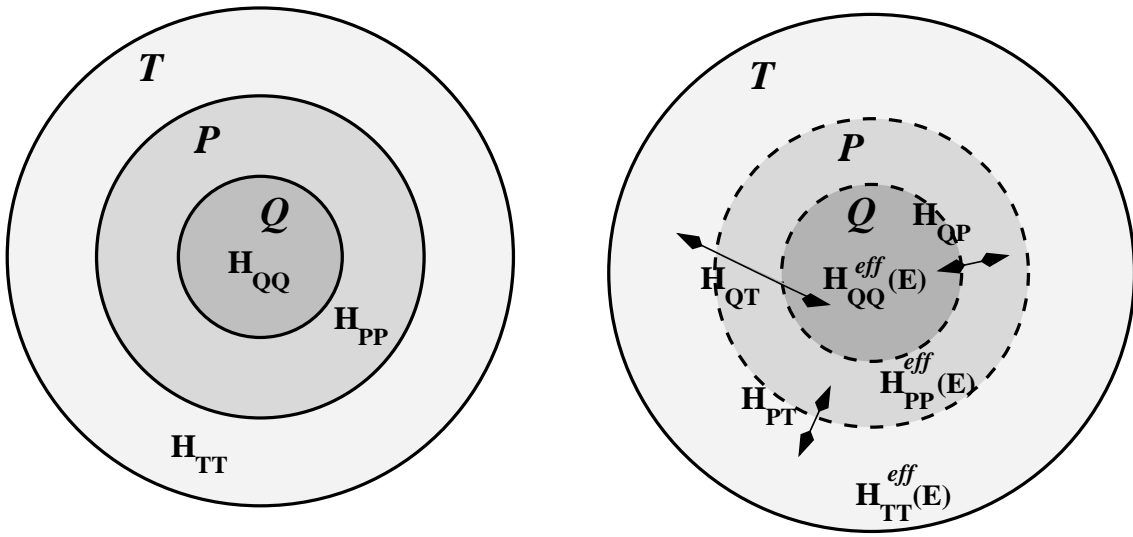


Figure 3.1: Représentation schématique des sous-espaces mis en jeu. Dans le schéma de gauche les sous-espaces sont non couplés, dans celui de droite les couplages sont présents et modifient les hamiltoniens dans chaque sous-espace.

et  $H_{TT}^{eff}(E)$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 H_{TT}^{eff}(E) &= H_{TT} + H_{TQ}G_Q(E)H_{QT} \\
 &+ [H_{TP} + H_{TQ}G_Q(E)H_{QP}]\tilde{G}_P^{(+)}(E)[H_{PT} + H_{PQ}G_Q(E)H_{QT}] \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

Dans notre étude, nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux phénomènes d'émission de deux protons.

### 3.2 Généralités sur l'émission deux protons

Le phénomène d'émission de deux protons a été suggéré pour la première fois par Goldansky à partir de calcul de masses pour les noyaux déficitaires en neutrons et ayant un nombre pair de protons [22, 23]. Dans ces publications, Goldansky définit et distingue ce qu'il nomme un cas pur de radioactivité deux protons : ce phénomène correspond à la situation où le noyau A ne peut pas décroître par émission d'un proton alors que l'émission de deux protons est énergétiquement possible (cf figure (3.2)). Du fait de l'interaction d'appariement entre les protons, le noyau A est alors plus stable que le noyau A-1. La condition pour une telle émission est que l'énergie de liaison positive du premier proton doit être supérieure à la moitié de la largeur correspondant à l'émission du second proton [22] :

$$E_{A-1} - \frac{1}{2}\Gamma_{A-1} > E_A + \frac{1}{2}\Gamma_A \quad (3.13)$$



Si le noyau A-1 est plus stable que le noyau A ou si la largeur de son état est trop grande,

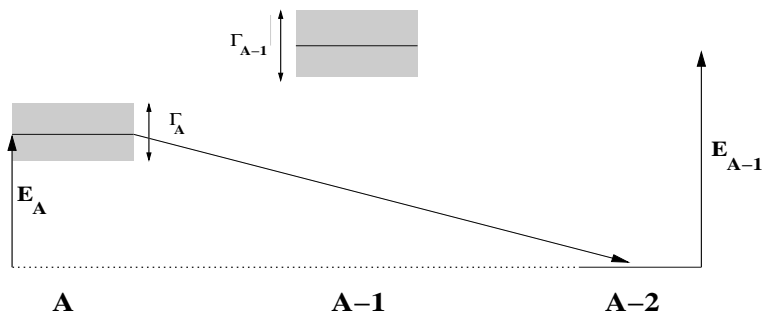


Figure 3.2: Niveaux mis en jeu dans le cas d’une radioactivité deux protons “pure” selon le critère défini par Goldansky [22, 23].

la condition (3.13) n’est plus respectée, l’émission de deux protons peut alors aussi se produire via ce noyau intermédiaire ( cf figure (3.3)).

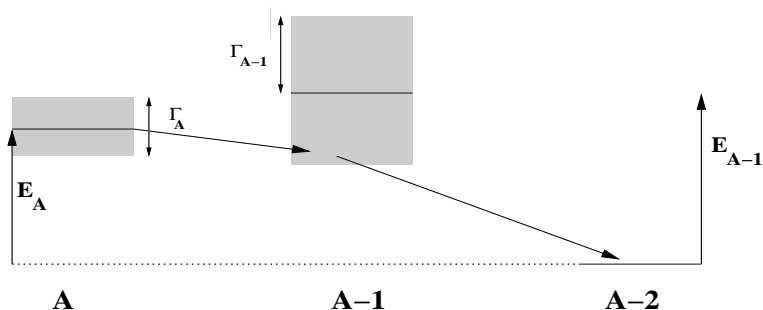


Figure 3.3: Niveaux mis en jeu dans le cas où l’émission des deux protons à lieu via une résonance large du noyau A-1.

On peut classer les émissions deux protons en deux catégories suivant les systèmes mis en jeu :

- dans le cas où la condition (3.13) est vérifiée on peut supposer que le noyau A-1 ne joue pas de rôle dans la décroissance. L’émission des deux protons se fait directement du noyau A vers le noyau A-2. Autrement dit, on suppose que les émissions virtuelles en passant par le noyau A-1 sont négligeables. Cette hypothèse est d’autant plus valable que l’énergie de liaison du noyau A par rapport à l’énergie de liaison du noyau A-1 est importante.
- par opposition à la première catégorie, lorsque la condition (3.13) n’est pas vérifiée, le noyau A-1 peut jouer un rôle dans l’émission des deux protons. On peut ranger ici l’émission séquentielle via une résonance étroite du noyau A-1 ( cf figure (3.4)).

La résonance étant étroite, les deux émissions sont éloignées dans le temps. On est

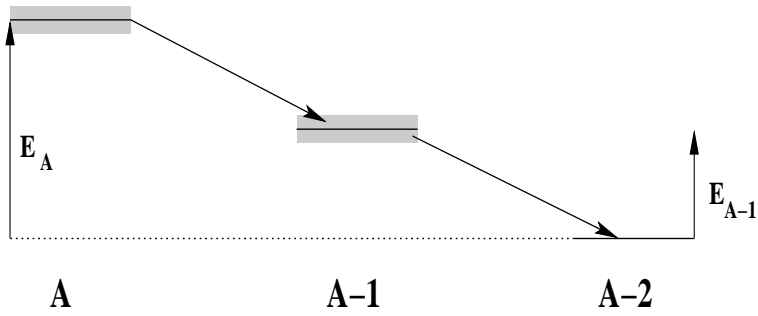


Figure 3.4: Niveaux mis en jeu dans le cas où l'émission des deux protons a lieu via une résonance étroite du noyau A-1 situé en-dessous de l'état du noyau A.

alors dans le cas de deux émissions successives et indépendantes d'un proton. Expérimentalement ce processus devrait être clairement identifiable, les énergies des deux protons devant être données par les différences d'énergie entre les états. Mais notons aussi que la transition directe du noyau A vers le noyau A-2 peut interférer avec ce mécanisme.

On peut aussi ranger dans cette catégorie l'émission via une résonance large du noyau A-1 (figure 3.3). L'état intermédiaire ayant une grande largeur et par conséquent un temps de vie assez bref, le fait d'affirmer que l'émission a lieu en passant par ce noyau intermédiaire peut sembler contradictoire. A la limite, l'état intermédiaire "n' a pas le temps d'exister". Considérons le schéma de la figure (3.5). La largeur de l'état intermédiaire  $\Gamma_{A-1}$  étant supérieure à l'énergie de transition  $\Delta Q$ , on est dans le cas d'une émission démocratique [70, 71]. On donne ici la définition d'une émission démocratique : *une émission de plusieurs particules est dite démocratique si aucun des sous systèmes construits à partir de n'importe quel ensemble des particules émises, ne possèdent un état dont la largeur est petite comparée à l'énergie de transition entre le noyau initial et le sous système.*

Dans le cas de l'émission de deux protons on peut construire deux sous-systèmes à partir des particules émises : le sous-système noyau A-1 (noyau A-2 + proton) et le sous-système proton+proton. Sur la figure (3.5), la largeur  $\Gamma_{A-1}$  de l'état du sous système (noyau A-1) est supérieure à l'énergie de transition  $\Delta Q$  entre le noyau initial (noyau A) et le sous-système (noyau A-1). Les émissions des deux protons se font simultanément et on s'attend à ce que la fonction d'onde du système "noyau A-2 +2p" puisse être caractérisée par un bon nombre quantique K qui est l'hypermoment associé aux fonctions de la base des harmoniques hypersphériques [70].

La première tentative de mise en évidence de l'émission de deux protons a été réalisée à partir de l'état fondamental du  ${}^6\text{Be}$  [72]. Le noyau intermédiaire  ${}^5\text{Li}$  ayant une résonance très large, la situation est celle d'une émission démocratique. En développant la fonction d'onde sur la base des harmoniques hypersphériques et ajustant ce développement à partir

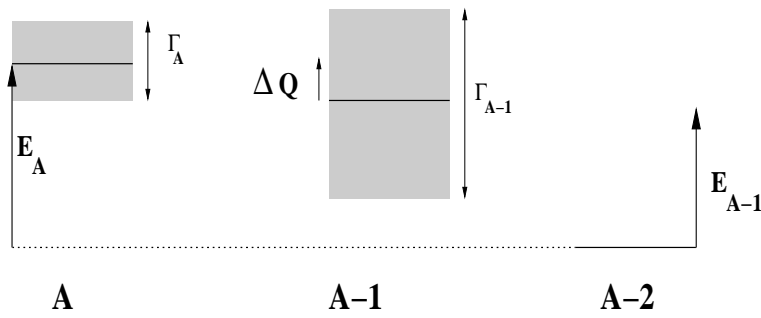


Figure 3.5: Niveaux mis en jeu dans la situation dite “démocratique” [70, 71].

de la distribution en énergie du noyau fils (particule alpha), Bochkarev *et al.* [73] ont montré le caractère démocratique de cette émission .

La désintégration de l’état fondamental de  $^{12}\text{O}$  a été étudiée par Kryger *et al.* [74]. Les résultats théoriques pour une émission séquentielle via le noyau intermédiaire  $^{11}\text{N}$  sont en accord avec les résultats expérimentaux [75].

On peut également signaler la décroissance de l’état  $J^\pi = 2_2^{(+)}$  du  $^{14}\text{O}$ . Les calculs théoriques pour une émission séquentielle sont en accord avec les résultats expérimentaux [76]. En 2001 la décroissance du  $^{18}\text{Ne}$  a été observée [77]. Nous discuterons cette expérience plus en détails dans le prochain chapitre. Dans tous les cas précédemment cités, le critère défini par Goldansky n’est pas vérifié, l’émission d’un proton étant possible. Dans le cas du premier état excité du noyau d’ $^{17}\text{Ne}$  la condition de Goldansky est vérifiée. Cependant l’émission deux protons vers  $^{15}\text{O}$  est concurrencée par la désexcitation par émission  $\gamma$  vers l’état fondamental du  $^{17}\text{Ne}$  [78, 79].

Récemment a été vue la décroissance du  $^{45}\text{Fe}$  [20, 21] et du  $^{54}\text{Zn}$  [24] par émission de deux protons. La largeur d’émission calculée dans l’hypothèse de l’émission d’un cluster d’ $^2\text{He}$  par Brown *et al.* [80] pour le  $^{45}\text{Fe}$  est en accord avec les données expérimentales. Il y a des indications pour la décroissance par émission de deux protons du  $^{48}\text{Ni}$  [25, 81, 82]. On peut aussi citer l’expérience récente faite au GANIL pour l’étude de la décroissance du  $^{19}\text{Na}$  [83]. L’analyse des résultats est en accord avec une émission séquentielle par une résonance du noyau intermédiaire.

D’un point de vue théorique, la plupart des modèles supposent implicitement un mécanisme précis. On peut considérer que les deux émissions sont indépendantes; c’est l’hypothèse du modèle d’émission directe dans le continuum où la probabilité d’émission est fonction du produit des pénétrabilités des protons [22, 29].

Dans le cas où il y a un état intermédiaire avec une largeur étroite, on considère l’émission des deux protons comme deux émissions successives et indépendantes. On peut utiliser le formalisme de la matrice R pour le calcul de la largeur du noyau initial [84, 74, 85].

On peut, à l’opposé des deux situations précédentes, considérer que les deux protons sont fortement corrélés et dans ce cas, la décroissance est vue comme l’émission d’un cluster d’ $^2\text{He}$ . C’est l’hypothèse supposée dans le calcul effectué avec le formalisme de la matrice R par Brown [25]. L’auteur considère l’émission d’un cluster initialement préformé dans le noyau, qui va ensuite être émis. Néanmoins dans cette approche, le cluster n’a pas

d'énergie interne, l'énergie totale disponible est utilisée pour le mouvement du centre de masse de ce cluster. Barker *et al.* [26, 27, 80] ont généralisé cette approche avec la prise en compte de l'énergie interne du cluster qui va ensuite décroître par l'interaction dans l'état final. Dans une approche plus générale, Grigorenko *et al.* [29, 28, 86, 30, 87, 88, 31] ne supposent pas de mécanisme précis. Le noyau père est vu comme un système à trois corps, la fonction d'onde du système étant développée sur la base des harmoniques hypersphériques. Néanmoins, dans cette approche la structure interne du noyau n'est pas prise en compte.

### 3.3 Analyse théorique de l'émission de deux protons dans le formalisme du SMEC

Nous avons vu précédemment l'expression de l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff}(E)$  prenant en compte les couplages avec une et deux particules dans le continuum (cf équation (3.3)). Dans cette expression, tous les mécanismes possibles d'émission de deux protons sont implicitement présents de même que le terme modélisant l'émission d'un seul proton. Nous pouvons isoler les termes gouvernant un certain type de mécanisme en faisant l'hypothèse que les autres mécanismes n'interviennent pas. En faisant cette hypothèse, les interférences entre les différents processus sont négligées.

Si les noyaux A et A-1 respectent la condition de Goldansky (cf équation (3.13)), on peut supposer que les effets des différents couplages impliquant le sous-espace  $\mathcal{P}$ , c'est-à-dire  $H_{QP}$ ,  $H_{TP}$  etc, sont faibles. A la limite, ceux-ci peuvent être négligés. Avec cette hypothèse,  $H_{QQ}^{eff}(E)$  devient :

$$H_{QQ}^{eff}(E) \Rightarrow H_{QQ}^{eff,dir}(E) = H_{QQ} + H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ} \quad (3.14)$$

$H_{QQ}^{eff,dir}(E)$  est l'hamiltonien effectif pour une émission directe de  $Q$  vers  $\mathcal{T}$ .

Dans le cas où la condition de Goldansky n'est pas respectée, le noyau intermédiaire va jouer un rôle dans la décroissance. En négligeant les termes de couplages directs entre  $Q$  et  $\mathcal{T}$ , on a la contribution à l'hamiltonien effectif du mécanisme en passant par l'espace  $\mathcal{P}$ . On a alors d'après (3.3) :

$$\begin{aligned} H_{QQ}^{eff}(E) \Rightarrow H_{QQ}^{(eff,Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E) &= H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ} \\ &+ [H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{PT}]\tilde{G}_T^{(+)}(E)[H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}] \end{aligned} \quad (3.15)$$

où  $H_{QQ}^{(eff,Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E)$  est l'hamiltonien effectif dans  $Q$  pour une émission de deux protons via l'espace  $\mathcal{P}$ .

Dans notre étude, nous avons calculé les largeurs d'émission de deux protons en supposant une émission séquentielle, c'est-à-dire deux émissions successives et indépendantes

des deux protons et une émission sous forme de cluster d' $^2\text{He}$  (mécanisme direct). Nous avons considéré le cas où ces deux mécanismes n'interfèrent pas. Par contre, nous avons pris en compte l'influence de l'émission d'un seul proton dans le continuum car ce mode de décroissance, lorsqu'il est énergétiquement possible, est prépondérant par rapport à l'émission de deux protons. Nous verrons ensuite le formalisme pour l'émission directe en considérant une asymptotique à trois corps.

### 3.3.1 Émission séquentielle

On considère ici une émission séquentielle de deux protons. C'est à dire deux émissions successives et indépendantes. On néglige les termes de  $H_{QQ}^{eff}(E)$  représentant l'émission directe. L'émission séquentielle peut avoir lieu en passant par une résonance du système du noyau intermédiaire à  $A-1$  nucléons ou par le continuum corrélé d'un état faiblement lié de ce noyau (cf paragraphe (2.3.8)). On ne peut pas négliger la contribution de l'émission d'un seul proton car en général, lorsque celle ci est possible du point de vue énergétique, elle est très supérieure à la contribution de l'émission de deux protons.

L'hamiltonien effectif dans  $\mathcal{Q}$  décrivant cette émission est donnée par l'équation (3.15). On peut montrer <sup>2</sup> que celui-ci s'écrit aussi sous la forme équivalente :

$$\begin{aligned}
H_{QQ}^{eff,(Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E) &= H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ} \\
&+ H_{QP} \frac{1}{E^+ - H_{PP} - H_{PT}G_T^{(+)}(E)H_{TP}} H_{PT}G_T^{(+)}(E)H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Nous avons réécrit  $H_{QQ}^{eff,(Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E)$  sous la forme (3.16) de façon à faire apparaître les termes source pour chacune des deux émissions d'un proton et le prolongement des états (quasi)liés du noyau  $A-1$  pour la seconde émission (cf Annexe (D)).

En diagonalisant  $H_{QQ}^{eff,(Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E)$  on obtient les énergies et les largeurs des états du noyau initial (noyau  $A$ ) pour les décroissances avec un et deux protons dans le continuum. On ne peut pas à priori distinguer les largeurs partielles de chacun de ces deux modes de décroissance. Mais, sachant que la contribution pour une émission de deux protons est très inférieure à la contribution de l'émission d'un seul proton, on va diagonaliser dans un premier temps  $H_{QQ}^{eff,(Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E)$  dans la base des états  $|\Phi^{SM}\rangle$  de  $\mathcal{Q}$  sans prendre en compte l'émission des deux protons. Puis, on calcule la contribution du terme séquentiel pour l'état qui va décroître par émission de deux protons. Cet état noté  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  est un mélange des états  $|\Phi^{SM}\rangle$  du fait de l'influence de l'émission d'un seul proton. En résumé, on procède de la façon suivante :

<sup>2</sup>L'expression (3.16) s'obtient à partir de l'équation (3.9) dans laquelle on néglige les couplages directs  $H_{QT}$  et  $H_{TQ}$ . A partir du terme ainsi obtenu on ajoute et on retranche le terme  $H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{QP}$  dû à l'émission d'un seul proton pour finalement arriver à l'expression (3.16).

1. On diagonalise  $H_{QQ}^{eff,(Q \rightarrow P \rightarrow T)}(E)$  en considérant seulement le terme modélisant l'émission d'un proton. C'est-à-dire :

$$H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{QP} \quad (3.17)$$

L'état  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  est vecteur propre de (3.17) et, est un mélange des états de la base  $|\Phi^{SM}\rangle$ . Avec cette première étape on obtient les composantes de  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  sur la base.

2. On calcule l'élément de matrice modélisant l'émission séquentielle pour l'état qui va décroître  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  (cf (3.16)). Notons cet élément de matrice  $\delta^{séq}(E)$  :

$$\delta^{séq}(E) = \langle \Phi_{i,mix}^{SM} | H_{QP} \frac{1}{E^+ - H_{PP} - H_{PT}G_T^{(+)}(E)H_{TP}} H_{PT}G_T^{(+)}(E)H_{TP}G_P^{(+)}(E)H_{PQ} | \Phi_{i,mix}^{SM} \rangle \quad (3.18)$$

On ne prend pas en compte le mélange des états de modèle en couches dû à l'émission séquentielle. Ceci est justifié car le processus prédominant est l'émission d'un seul proton.

Nous avons supposé que les deux émissions sont indépendantes, c'est-à-dire, que nous négligeons les corrélations entre les deux protons dans le continuum et, qu'une fois le premier proton émis, celui-ci interagira avec les A-1 nucléons restants par un champs moyen  $ph^{séq}p$  à un corps où  $p$  est le projecteur sur les états à un corps dans le continuum. Formellement cela implique (cf Annexe D) :

- $H_{PP} \rightarrow H_{Q'Q'} + ph^{séq}p$  :  $H_{PP}$  est séparé en  $H_{Q'Q'}$  et  $ph^{séq}p$ .  $H_{Q'Q'}$  agit dans l'espace  $Q'$  qui contient les états (quasi)liés du noyau intermédiaire.
- $H_{TT} \rightarrow H_{P'P'} + ph^{séq}p$  :  $H_{TT}$  est séparé en  $H_{P'P'}$  et le terme moyen  $ph^{séq}p$ .  $H_{P'P'}$  agit dans l'espace  $\mathcal{P}'$  qui contient les états à A-1 nucléons dont A-2 sont (quasi)liés et avec un proton occupant un état du continuum.
- $H_{PT} \rightarrow H_{Q'P'} \otimes I_d(A)$  : les termes de l'interaction résiduelle à deux corps faisant intervenir le premier proton émis sont négligées.

Pour le potentiel  $ph^{séq}p$ , nous avons considéré le potentiel diagonal intervenant dans les équations aux canaux couplés (cf paragraphe (2.3.5)). Sous ces hypothèses, l'élément de matrice  $\delta^{séq}(E)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta^{séq}(E) &= \langle \Phi_{i,mix}^{SM} | H_{QP} \frac{1}{E^+ - ph_0^{séq}p - H_{Q'Q'} - H_{Q'P'}(E^+ - ph_0^{séq}p - H_{P'P'})^{-1}H_{P'Q'}} H_{Q'P'} \\ &\times \frac{1}{E^+ - ph_0^{séq}p - H_{P'P'}} H_{P'Q'} \frac{1}{E^+ - ph_0^{séq}p - H_{Q'Q'}} H_{PQ} | \Phi_{i,mix}^{SM} \rangle \end{aligned} \quad (3.19)$$

où  $p$  est le projecteur sur les états à un corps dans le continuum.

La largeur  $\Gamma^{séq}$  de l'état  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  due à l'émission est égale à :

$$\Gamma^{séq} = -2Im(\delta^{séq}(E)) \quad (3.20)$$

Le calcul de  $\delta^{séq}(E)$  est détaillé dans l'Annexe (D).

Nous avons défini la distribution  $\gamma(e)$  de la largeur  $\Gamma^{séq}$  en fonction de l'énergie  $e$  du premier proton émis.  $\gamma(e)$  est définie par (cf Annexe (D)):

$$\gamma(e) = \frac{d \Gamma^{séq}}{de} \quad (3.21)$$

$$\Gamma^{séq} = \int_0^E de \gamma(e) \quad (3.22)$$

### 3.3.2 Émission sous la forme d'un cluster d' $^2\text{He}$

On considère ici le cas limite où l'émission des deux protons se fait sous la forme d'un cluster d' $^2\text{He}$  dans lequel les deux protons sont fortement corrélés. En négligeant les termes de couplage entre l'espace  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{T}$ , l'hamiltonien effectif s'écrit (cf équation (3.3)):

$$H_{QQ}^{eff,dir}(E) = H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}(E)H_{QP} + H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ} \quad (3.23)$$

On notera la différence entre cette équation et l'équation (3.14) dans laquelle le terme pour l'émission d'un proton n'est pas pris en compte. Comme précédemment, on calcule l'effet du couplage avec le continuum à un proton qui est pris en compte par le mélange des états de modèle en couches. Nous avons supposé que le processus se déroule en deux étapes indépendantes. Dans un premier temps, les deux protons sont émis sous la forme d'une résonance d' $^2\text{He}$ . Dans la deuxième étape, les deux protons vont se séparer par l'effet de l'interaction dans l'état final [89, 90]. On a ainsi supposé que le cluster va se séparer une fois que celui-ci n'interagit plus avec le noyau A-2 ( hormis par l'interaction coulombienne). Nous avons pris en compte l'effet de l'interaction dans l'état final à l'aide de la densité d'états  $\rho(U)$  du système proton-proton d'énergie interne  $U$  [26, 27]. Le calcul de la densité d'états  $\rho(U)$  est basé sur le déphasage de la réaction proton-proton dans l'onde s (cf paragraphe (4.5.3)).

Nous calculons l'élément de matrice de l'hamiltonien effectif modélisant l'émission sous forme de cluster :

$$\langle \phi_{i,mix}^{int} | H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ} | \phi_{i,mix}^{int} \rangle \quad (3.24)$$

où  $|\phi_{i,mix}^{int}\rangle$  est l'état interne correspondant à l'état de modèle en couches  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$ . Nous considérons ici l'état interne de façon à pouvoir prendre en compte le recul du noyau A-2. La largeur  $\Gamma^{^2\text{He}}$  de l'état pour la décroissance par émission d'un cluster d' $^2\text{He}$  est égale à:

$$\Gamma^{^2\text{He}} = -2Im(\langle \phi_{i,mix}^{int} | H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ} | \phi_{i,mix}^{int} \rangle) \quad (3.25)$$

Considérons la relation de complétude suivante :

$$\int_0^{+\infty} dRR^2 \int_0^{+\infty} dr r^2 \sum_{c=(t^{int}, (l_x, l_y)^L, (L, S)^{J_{2p}})} |c, r, R\rangle \langle c, r, R| = I_d \quad (3.26)$$

où  $c$  est un canal caractérisé par : l'état  $t^{int}$  du noyau A-2,  $l_x$  le moment interne du sous-système que forment les deux protons,  $S$  le spin des deux protons et  $l_y$  le moment cinétique relatif entre les deux protons et le noyau A-2.  $l_x$  et  $l_y$  sont couplés à  $L$ ,  $L$  et  $S$  sont couplés à  $J_{2p}$  et enfin, le moment cinétique total  $I_t$  du noyau A-2 et  $J_{2p}$  sont couplés à  $J$ .  $r$  est la coordonnée interne radiale du cluster et  $R$  est la distance entre le centre de masse du cluster et celui du noyau A-2.

L'état interne du cluster est décrit dans la base de l'oscillateur harmonique comme un état  $0s$ . Le moment cinétique interne  $l_x$  étant égal à 0,  $S$  ne peut prendre alors que la valeur  $S = 0$  du fait de l'antisymétrie. Le partage de l'énergie entre le mouvement du centre de masse de ce cluster et son énergie interne  $U$  est alors pris en compte phénoménologiquement et *a posteriori* par la densité d'états  $\rho(U)$ . C'est-à-dire, que nous avons supposé l'émission de deux protons dans un état  $0s$  auquel nous attribuerons une énergie interne  $U$  qui sera distribuée entre les deux protons selon la densité d'états  $\rho(U)$ . La relation de complétude (3.26) devient alors dans ce cas particulier :

$$\int_0^{+\infty} dRR^2 \int_0^{+\infty} dU \sum_{c(U)=(t^{int}, 0s(U), L, S=0)} \rho(U) |c(U), R\rangle \langle c(U), R| = I_d \quad (3.27)$$

Le fait d'attribuer différentes énergies  $U$  au même état  $0s$  pourrait sembler *a priori* contradictoire, mais il faut se rappeler que la distribution de l'énergie est introduite indépendamment de la première étape du processus. Le problème général à trois corps est alors simplifié en un problème à deux corps : en effet, le degré de liberté correspondant au mouvement interne des deux protons est décrit phénoménologiquement par la densité d'états  $\rho(U)$ . L'élément de matrice (3.24) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} dRR^2 \int_0^{+\infty} dU \rho(U) \langle \phi_{i,mix}^{int} | H_{QT} \sum_{c(U)} |c(U), R\rangle \langle c(U), R| G_T^{(+)}(E) H_{TQ} | \phi_{i,mix}^{int} \rangle \\ = & \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} dU dRR^2 w_{i,c}^*(U, R) \rho(U) \omega_{i,c}^{(+)}(U, R) \end{aligned} \quad (3.28)$$

où  $w_{i,c}(U, r)$  est la projection du terme source  $|w_i\rangle = H_{TQ} | \phi_{i,mix}^{int} \rangle$  sur le canal  $c(U)$  :

$$w_{i,c}(U, R) = R \langle c(U), R | w \rangle = R \langle c(U), R | H_{TQ} | \phi_{i,mix}^{int} \rangle \quad (3.29)$$

Le calcul du terme source est donné dans l'annexe (E).  $w_{i,c}(U, r)$  ne dépend pas explicitement de  $U$ . On notera dorénavant la projection du terme source  $w_{i,c}(r)$ . Ceci provient encore une fois du fait que la dépendance en  $U$  est prise en compte de façon indépendante du processus d'émission du cluster.



Le terme de couplage  $H_{TQ}$  est égal à l'interaction résiduelle. En effet, on a :

$$H_{TQ} = T \left( \sum_i h(i) + \sum_{i<j} V^{rés}(ij) \right) Q \quad (3.30)$$

$$= T \left( \sum_{i<j} V^{rés}(ij) \right) Q \quad (3.31)$$

Il faut noter que dans ce calcul de  $H_{TQ}$ , l'interaction coulombienne à deux corps entre les deux protons dans le continuum d'un état de l'espace  $\mathcal{T}$  est prise en compte de façon moyennée par le champ coulombien à un corps inclus dans  $h$ .

Le terme  $\omega_{i,c}^{(+)}(U, R)$  de l'expression (3.28) est la projection sur  $c(U)$  du prolongement  $|\omega_i^{(+)}\rangle = G_T^{(+)}(E)H_{TQ}|\phi_{i,mix}^{int}\rangle$  dans l'espace  $\mathcal{T}$  de l'état  $|\phi_{i,mix}^{int}\rangle$  :

$$\omega_{i,c}^{(+)}(U, R) = R\langle c(U), R|G_T^{(+)}(E)H_{TQ}|\phi_{i,mix}^{int}\rangle \quad (3.32)$$

Pour l'hamiltonien  $H_{TT}$ , nous avons supposé que le système total (noyau A-2 + cluster) pouvait être considéré comme un système à deux corps interagissant par l'intermédiaire d'un champ moyen  $V_0$ . C'est à dire que nous considérons  $H_{TT}$  sous la forme  $H_{T_{cl}T_{cl}}^{cl}$  défini par :

$$H_{T_{cl}T_{cl}}^{cl} = T_{cl} \left[ H_{int}^{A-2} + H_{int}^{cl} + \frac{P^2}{2\mu} + V_0 \right] T_{cl} \quad (3.33)$$

où  $H_{int}$  est l'énergie interne du noyau A-2 et  $H_{int}^{cl}$  l'énergie interne du cluster distribuée selon  $\rho(U)$ . Le cluster est vu comme une quasi-particule de masse  $M = 2M_p$  ( $M_p$  est la masse d'un proton) et ayant une charge  $Z=2$ . Le terme  $P^2/2\mu$  est l'énergie cinétique interne du système (noyau A-2, cluster) et  $\mu$  est la masse réduite de ce système. L'opérateur  $T_{cl}$  est le projecteur sur le sous-espace des états du cluster dans le continuum du potentiel  $P^2/2\mu + V_0$ . Le calcul de la projection  $\omega_{i,c}^{(+)}(U, R)$  se ramène à la résolution d'une équation de Schrödinger inhomogène à un corps. En effet, on a d'après la définition de  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  :

$$(E - H_{T_{cl}T_{cl}}^{cl})|\omega_i^{(+)}\rangle = |w_i\rangle$$

$$\longrightarrow (E - T_{cl} \left[ H_{int}^{A-2} + H_{int}^{cl} + \frac{P^2}{2\mu} + V_0 \right] T_{cl})|\omega_i^{(+)}\rangle = |w_i\rangle \quad (3.34)$$

$$\longrightarrow \left[ E - (E_{int}^{A-2} + U) - T_{cl} \left( \frac{P^2}{2\mu} + V_0 \right) T_{cl} \right] \omega_{i,c}^{(+)}(U, R) = w_{i,c}(U, R) \quad (3.35)$$

L'équation (3.35) est obtenue à partir de (3.34) par projection sur le canal  $c(U)$ .

### 3.3.3 Émission directe avec l'asymptotique à trois corps

On s'intéresse ici à l'émission directe sans faire l'hypothèse que les deux protons sont émis sous forme de cluster. Les couplages intermédiaires  $H_{QP}$ ,  $H_{PQ}$ ,  $H_{PT}$  et  $H_{TP}$  sont

négligés.

L'hamiltonien effectif dans  $\mathcal{Q}$  s'écrit alors sous la forme (cf équation (3.14)) :

$$H_{QQ}^{eff,dir}(E) = H_{QQ} + H_{QT}G_T^{(+)}(E)H_{TQ} \quad (3.36)$$

Les éléments de matrice de  $H_{QQ}^{eff,dir}(E)$  dans la base des états  $|\Phi^{SM}\rangle$  sont tels que :

$$\langle \Phi_i^{SM} | H_{QQ}^{eff,dir}(E) | \Phi_j^{SM} \rangle = E^{SM} \delta_{ij} + \langle w_i | \omega_j^{(+)} \rangle \quad (3.37)$$

où  $|w_i\rangle$  est le terme source défini par  $|w_i\rangle = H_{TQ}|\Phi_i^{SM}\rangle$  et  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  le prolongement dans  $\mathcal{T}$  de  $|\Phi_j^{SM}\rangle$  égal à  $|\omega_j^{(+)}\rangle = G_T^{(+)}(E)|w_j\rangle$  (cf paragraphe (3.1)).

Asymptotiquement, le problème est un problème à trois corps; les coordonnées adaptées dans ce cas sont les coordonnées de Jacobi définies de la façon suivante (cf figure (3.6)) :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \sqrt{A_{ij}} \mathbf{r}_{ij} & \text{avec } A_{ij} &= \frac{A_i A_j}{A_i + A_j} \\ \mathbf{y}_k &= \sqrt{A_{(ij)k}} \mathbf{r}_{(ij)k} & \text{avec } A_{(ij)k} &= \frac{(A_i + A_j) A_k}{A_i + A_j + A_k} \end{aligned}$$

avec  $A_i = m_i/m$  où  $m_i$  est la masse de la particule  $i$  et  $m$  la masse d'un nucléon.

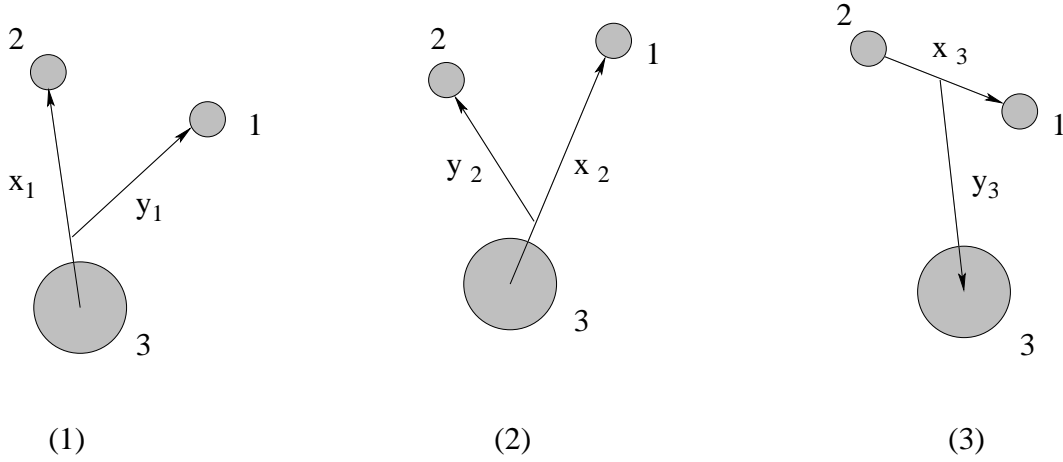


Figure 3.6: Coordonnées de Jacobi pour un système à trois corps.

Le terme source  $|w_i\rangle$  et le prolongement  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  se calculent par un développement sur la base des harmoniques hypersphériques  $\mathcal{Y}_{KL}^{l_x, l_y}$  [91]. Les variables utilisées pour décrire un système à trois corps dans cette base sont :

- l'hyperrayon  $\rho$  défini par :  $\rho = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$

- l'hyperangle  $\alpha_k$  défini par :  $\arctan(x_k/y_k)$

- l'ensemble  $(\theta_{x_k}, \phi_{x_k}, \theta_{y_k}, \phi_{y_k})$  des angles associés au direction  $\mathbf{x}_k$  et  $\mathbf{y}_k$ .

L'hyperangle  $\rho$  est le même dans les trois ensembles de coordonnées de Jacobi mais les hyperangles  $\alpha_k$  sont différents dans les repères  $\mathbf{Y}$  (correspondant aux systèmes de coordonnées (1) et (2)) et dans le repère  $\mathbf{T}$  (correspondant aux systèmes de coordonnées (3)) (cf figure (3.6)).

Les harmoniques hypersphériques  $\mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k)$  sont définies par :

$$\mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k) = \Psi_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha) [Y_{l_{x_k}}(\hat{x}_k) \otimes Y_{l_{y_k}}(\hat{y}_k)]^L \quad (3.38)$$

où  $\Omega_5^k \equiv (\alpha_k, \hat{x}_k, \hat{y}_k)$  et la fonction  $\Psi_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha)$  est définie avec le polynôme de Jacobi d'ordre  $n$  entier avec :  $n = (K - l_{x_k} - l_{y_k})/2$  (cf Annexe (G)).  $Y_{l_{x_k}}(\hat{x}_k)$  et  $Y_{l_{y_k}}(\hat{y}_k)$  sont les harmoniques sphériques associées à  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  et  $K$  est l'hypermoment.

On développe  $|w_i\rangle$  et  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  en se plaçant dans le repère  $\mathbf{T}$ . On notera dorénavant les vecteurs  $(\mathbf{x}_3, \mathbf{y}_3)$  sous la forme  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . Un canal  $c$  dans l'espace des états  $\mathcal{T}$  est défini de la façon suivante :

$$c = (t, K, (l_x, l_y)L, S; J_{2p}; J) \quad (3.39)$$

avec  $t$  un état du noyau A-2 et  $K$  l'hypermoment associé à l'harmonique hypersphérique  $\mathcal{Y}_{KL}^{l_x, l_y}$ . Les moments cinétiques  $l_x$  et  $l_y$  sont les moments associés aux directions  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ .  $l_x$  et  $l_y$  sont couplés à  $L$ ,  $S$  est le spin total des deux protons,  $L$  et  $S$  sont couplés à  $J_{2p}$  et, le moment cinétique total  $I_t$  de  $t$  est couplé avec  $J_{2p}$  à  $J$ . En résumé, l'ordre de couplage est tel que :

$$J = (I_t + ((l_x + l_y)^L + S)^{J_{2p}})^J \quad (3.40)$$

L'antisymétrie entre les deux protons dans le continuum est prise en compte en imposant que  $l_x + S$  soit pair. Le calcul du terme source  $|w_i\rangle$  est donné dans l'Annexe (H).

Intéressons nous à présent au prolongement  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  :

$$(E - H_{TT})|\omega_j^{(+)}\rangle = |w_j\rangle \quad (3.41)$$

L'hamiltonien  $H_{TT}$  dans l'équation précédente se décompose de la façon suivante :

$$H_{TT} = T \left[ H^{int} + \hat{\mathcal{K}} + v_0(A) + v_0(A-1) + \sum_{i \leq j}^{j \geq A-1} V^{rés}(i, j) + V^{coul}(A-1, A) \right] T \quad (3.42)$$

où  $H^{int}$  est l'hamiltonien interne du noyau A-2,  $\hat{\mathcal{K}}$  est l'énergie cinétique interne du système à trois corps, c'est-à-dire le noyau A-2 et les deux protons dans le continuum.  $v_0(A-1)$  et  $v_0(A)$  sont les potentiels à un corps générés par le noyau A-2 agissant sur les deux protons (notés  $A-1$  et  $A$ ) dans le continuum. Le terme suivant dans l'expression de  $H_{TT}$  est

l'interaction résiduelle entre les nucléons dans le noyau A-2 et les deux protons dans le continuum, et  $V^{rés}(A-1, A) + V^{coul}(A-1, A)$  est la somme de l'interaction résiduelle et de l'interaction coulombienne entre ces deux protons. Cette équation s'écrit dans la base des harmoniques hypersphériques sous la forme d'un système d'équation aux canaux couplés (cf Annexe (I)) :

$$\sum_{c'} H_{cc'}(\rho) \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) = w_{j,c}(\rho) \quad (3.43)$$

où  $H_{cc'}(\rho)$  est le potentiel de couplage entre les canaux  $c$  et  $c'$ .

Le potentiel coulombien étant de portée infinie, le système d'équation (3.43) n'est pas découplé en l'infini. Par conséquent, il faut introduire une approximation pour définir le comportement asymptotique de  $\omega_{j,c'}^{(+)}(\rho)$ . On peut par exemple négliger les potentiels  $H_{cc'}(\rho)$  non diagonaux à partir d'un certain hyperrayon  $\rho_0$ , et définir un paramètre de Sommerfeld effectif à partir des potentiels diagonaux  $H_{cc}(\rho)$  [31]. Les potentiels non-diagonaux étant supposés nuls après  $\rho_0$ , les équations se ramènent alors à un système d'équations découplées de Coulomb à deux corps.

Supposons que l'interaction résiduelle  $V^{rés}$  est de portée nulle :

$$V^{rés}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = -V_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (3.44)$$

La contribution au potentiel de couplage  $H_{cc}(\rho)$  due à l'interaction entre les deux protons dans le continuum est telle que :

$$\begin{aligned} & \langle K, l_x, l_y, L, S, J_{2p}, \rho | V^{rés} | K, l_x, l_y, L, S, J_{2p}, \rho \rangle \\ & \propto V_0 \int d\alpha \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) (\Psi_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha))^* \Psi_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha) \frac{\delta(\rho \cos(\alpha) / \sqrt{\mu_x})}{(\rho \cos(\alpha) / \sqrt{\mu_x})^2} \\ & \propto \frac{1}{\rho^3} V_0 \int d\alpha \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) (\Psi_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha))^* \Psi_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha) \frac{\delta(\cos(\alpha) / \sqrt{\mu_x})}{(\cos(\alpha) / \sqrt{\mu_x})^2} \\ & \propto \frac{1}{\rho^3} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Le comportement du potentiel diagonal est proportionnel à  $1/\rho^3$ . Ce type de potentiel n'est pas régulier pour  $\rho$  proche de l'origine. On sait de manière générale que les potentiels attractifs du type  $r^{-x}$  avec  $x > 2$  admettent une infinité d'états liés [92, 93, 94] et que par conséquent on est obligé d'introduire une procédure de renormalisation. Le comportement pour  $\rho \simeq 0$  de la solution d'un tel potentiel est oscillatoire avec une fréquence tendant vers l'infini lorsque l'on se rapproche de 0. Par conséquent, l'introduction d'une coupure définie par un rayon  $\rho_0$  en deçà duquel on néglige le potentiel singulier, n'est pas adaptée car la forme de la solution dépendra de manière complètement aléatoire du rayon  $\rho_0$ . Il est préférable alors d'utiliser une interaction de portée finie.

Dans le cas d'une interaction résiduelle de portée finie, les potentiels de couplage  $H_{cc'}(\rho)$  contiennent un terme non-local en  $\rho$  dû à l'interaction résiduelle entre les protons dans le continuum et les nucléons liés dans le noyau (cf Annexe (I)). Le système d'équations (3.43) est alors un système intégral-différentiel d'équation aux canaux couplés.

# Chapitre 4

## Application pour l'étude de la décroissance du $^{18}\text{Ne}$

L'étude expérimentale de la décroissance de l'état  $J^\pi = 1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  ( $E^*=6.15$  MeV) par émission de deux protons a été menée à l'Oak Ridge National Laboratory (ORNL) [77]. A première vue, une émission séquentielle de deux protons par un état du  $^{17}\text{F}$  est impossible. En effet, la résonance  $J^\pi = 3/2^+$  ( $E^*=5$  MeV,  $\Gamma = 1.5$  MeV) est trop haute en énergie et les états  $J^\pi = 5/2^+$ ,  $J^\pi = 1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  sont liés (cf figure (4.1)). Mais étant donné que ces deux états sont faiblement liés (respectivement  $-0.600$  MeV et  $-0.105$  MeV), nous avons étudié la possibilité d'une émission séquentielle via les continua corrélés  $J^\pi = 5/2^+$  et  $J^\pi = 1/2^+$  par ces deux états (cf paragraphe (2.3.8)). Nous avons comparé les résultats obtenus dans cette hypothèse avec les résultats obtenus pour une émission sous la forme d'un cluster d' $^2\text{He}$  et, nous avons calculé la largeur de ce même état due à la décroissance par émission d'un seul proton.

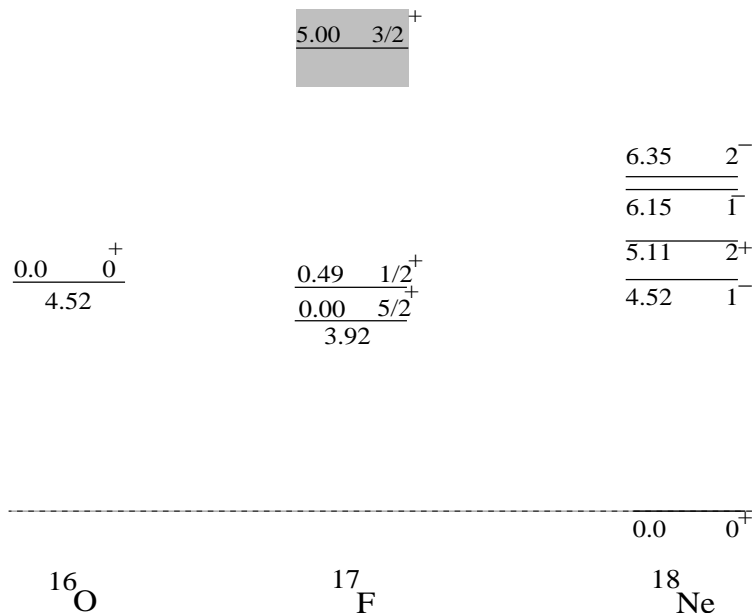


Figure 4.1: Spectres des noyaux mis en jeu pour la décroissance du  $^{18}\text{Ne}$

## 4.1 Espace de valence et interactions

Les noyaux de  $^{18}\text{Ne}$  (noyau A), de  $^{17}\text{F}$  (noyau A-1) et de  $^{16}\text{O}$  (noyau A-2), sont constitués de nucléons actifs situés dans les couches  $0p\ 1s0d\ 1p0f$  au-dessus d'un cœur inerte de  $^4\text{He}$ . Nous avons utilisé les interactions psd-fp [95] et WBT [96]. Le calcul des états de  $^{16}\text{O}$  et du  $^{17}\text{F}$  (ceux-ci sont tous de parité positive) a été effectué en considérant seulement les excitations  $0\hbar\omega$ . En toute généralité, on sait que ces noyaux ont une proportion non négligeable d'excitations  $2p - 2h$  ( $3p - 2h$ ) et  $4p - 4h$  ( $5p - 4h$ ) y compris pour les niveaux de basse énergie [97, 98]. Mais, la prise en compte des mélanges de configuration avec ces excitations n'est pas triviale. En effet, il a été montré que les solutions de modèles en couches prenant en compte des excitations  $N\hbar\omega$  convergent lentement avec  $N$  [99, 100, 101]. Si on se limite par exemple aux excitations  $2\hbar\omega$ , on constate que les configurations  $0\hbar\omega$  acquièrent trop d'énergie de liaison, ceci provenant de l'appariement  $2\hbar\omega$  déjà présent de manière effective dans les configurations  $0p - 0h$ . On peut corriger artificiellement cet effet en modifiant les parties monopôlaires de l'interaction effective de manière à abaisser les configurations  $N\hbar\omega$  mais, la prise en compte de corrélations d'ordre supérieur poserait ensuite le même problème.

Pour décrire les états  $J^\pi = 1^-$  du  $^{18}\text{Ne}$ , nous avons considéré les excitations  $1\hbar\omega$  depuis la couche  $0p$  vers les couches  $1s0d$  et les excitations  $1\hbar\omega$  depuis les couches  $1s0d$  vers les couches  $0f1p$ .

Nous avons dans un premier temps calculé les états de modèles en couches des différents noyaux avec l'interaction ZBM [98]. Dans ce cas, ceux-ci sont constitués d'un cœur inerte de  $^{12}\text{C}$  et l'espace de valence comprend les couches  $0p_{1/2}$ ,  $0d_{5/2}$  et  $1s_{1/2}$ . Il n'y a pas de troncation dans l'espace et on sait que cette interaction donne de bons résultats pour les spectres des noyaux avec  $A \simeq 16$ . Néanmoins, les résultats que nous avons obtenus pour l'émission d'un proton à partir du  $^{18}\text{Ne}$  sont en désaccord avec les données expérimentales (voir paragraphe (4.3.2)). Pour cette raison, nous avons considéré les interactions psd-fp et WBT avec l'espace de valence comprenant les couches  $0p$ ,  $1s0d$  et  $1p0f$ . Comme nous allons le voir, les troncations de l'espace des états nous ont amenés à renormaliser les éléments de matrice des opérateurs  $\mathcal{O}_{\alpha\gamma}^K$ ,  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\alpha}^{j\beta}$  et  $\mathcal{U}_{\gamma\delta}^{Gamma}$  utilisés dans les équations de SMEC.

## 4.2 Renormalisation des opérateurs de couplage

Les couplages entre les différents sous-espaces dus à l'interaction résiduelle impliquent trois types d'opérateurs définis en seconde quantification:  $\mathcal{O}_{\alpha\gamma}^K$ ,  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\alpha}^{j\beta}$  et  $\mathcal{U}_{\gamma\delta}^\Gamma$ . L'opérateur  $\mathcal{O}_{\alpha\gamma}^K$  intervenant dans le calcul des potentiels de couplage entre canaux est défini par (cf Annexe (A)):

$$\mathcal{O}_{\alpha\gamma}^K = (a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\gamma)^K \quad (4.1)$$

Ses éléments de matrice sont calculés entre les états du  $^{17}\text{F}$  pour l'émission d'un proton depuis le  $^{18}\text{Ne}$  et pour la première émission du processus séquentiel. La seconde émission du processus séquentiel nécessite le calcul des éléments de matrice de cet opérateur pour  $^{16}\text{O}$ .

L'opérateur  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)}^{j\beta}$  apparaît dans le calcul des termes sources (cf Annexe (B)). Il est défini

par:

$$\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\alpha}^{j\beta} = (a_{\alpha}^{\dagger}(\tilde{a}_{\gamma}\tilde{a}_{\delta})^L)^{j\beta} \quad (4.2)$$

Pour l'émission d'un seul proton et pour la première émission du processus séquentiel, ses éléments de matrice sont calculés pour les états du  $^{17}\text{F}$  et du  $^{18}\text{Ne}$ . Pour la seconde émission, le calcul se fait entre les états du  $^{17}\text{F}$  et de  $^{16}\text{O}$  (cf Annexe (B)).

Enfin, l'opérateur  $\mathcal{U}_{\gamma\delta}^{\Gamma}$  intervient dans le calcul du terme source pour l'émission sous forme de cluster (cf Annexe E). Il est défini par:

$$\mathcal{U}_{\gamma\delta}^{\Gamma} = (\tilde{a}_{\gamma}\tilde{a}_{\delta})^K \quad (4.3)$$

Ses éléments de matrice sont calculés entre les états du  $^{18}\text{Ne}$  et de  $^{16}\text{O}$ .

Les éléments de matrice de ces différents opérateurs dépendent des états de modèle en couches des noyaux et par conséquent, ils sont sensibles aux troncations de l'espace.

Comme nous l'avons vu précédemment, nous avons négligé les configurations  $2p - 2h$  et  $4p - 4h$  pour le calcul de l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$ . Ainsi, l'état fondamental est de la forme:

$$\begin{aligned} |^{16}\text{O}, 0^+ \rangle &= c_{00}|(0p - 0h)^{0^+} \rangle + c_{22}|(2p - 2h)^{0^+} \rangle + c_{44}|(4p - 4h)^{0^+} \rangle \dots \\ &\simeq c_{00}|(0p - 0h)^{0^+} \rangle \end{aligned}$$

C'est-à-dire que l'on considère l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$  décrit par la configuration pure  $(0p)^{12}$ . On peut voir dans le tableau (4.1) les amplitudes des configurations négligées pour l'état fondamental de ce noyau calculées avec différentes interactions. Nous avons pris en compte seulement l'état fondamental  $0^+$ , le deuxième état  $J^{\pi} = 0_2^+$  étant situé beaucoup plus haut en énergie ( $E_{exp}^* = 6.05$  MeV [102]).

Modèle	$(0p - 0h)^{J^{\pi}=0_1^+}$	$(2p - 2h)^{J^{\pi}=0_1^+}$	$(4p - 4h)^{J^{\pi}=0_1^+}$
BG	0.874	0.469	0.130
ZBM	0.71	0.58	-
HJ	0.648	0.67	0.14
WBT92	0.748	0.574	0.333
WBP(4p - 4h)	0.775	0.557	0.299

Table 4.1: Amplitudes des différentes composantes de l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$  pour différentes interactions de modèle en couches: Brown-Green (BG)[97], Zuker-Buck-McGrory(ZBM)[98], Haxton-Johnson (HJ)[103] et Warburton-Brown-Millener avec la méthode  $\Delta_{4\hbar\omega}$  (WBT92) et avec la méthode  $\Delta_{4p-4h}$  et l'interaction WBP(WBP 4p-4h)[101].

Les deux états liés  $J^{\pi} = 5/2^+$  et  $J^{\pi} = 1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  sont décrits par des configurations  $1p - 0h$ :

$$\begin{aligned} |^{17}\text{F}, J^{\pi} \rangle &= c_{10}|(1p - 0h)^{J^{\pi}} \rangle + c_{32}|(3p - 2h)^{J^{\pi}} \rangle + \dots \\ &\simeq c_{10}|(1p - 0h)^{J^{\pi}} \rangle \end{aligned}$$

Les excitations  $3p - 2h$  et  $5p - 4h$  sont négligées. On ne peut considérer par conséquent qu'un seul état pour chaque valeur de  $J^\pi = 5/2^+, 1/2^+$ . Ceci est raisonnable sachant que les états  $J^\pi = (5/2)_2^+$  et  $J^\pi = (1/2)_2^+$  sont haut en énergie:  $E_{exp}^* = 6.69$  MeV pour  $J^\pi = 5/2^+$  et  $E_{exp}^* = 6.56$  MeV pour  $J^\pi = 1/2^+$  [102]. Les amplitudes  $1p - 0h$  calculées par Brown-Green [97] et Zuker-Buck-McGrory [98] sont regroupées dans le tableau (4.2).

Modèle	$(1p - 0h)^{J^\pi=1/2_1^+}$	$(1p - 0h)^{J^\pi=5/2_1^+}$
BG	0.881	0.901
ZBM	0.65	0.69

Table 4.2: *Amplitudes de la composante (1p-0h) pour les deux états liés du  $^{17}\text{F}$  pour deux interactions différentes: BG [97] et ZBM [98]*

Pour les états  $J^\pi = 1^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  nous avons pris en compte les excitations  $1\hbar\omega$ , c'est-à-dire les configurations  $(0p)^{11}(1s0d)^3$  et  $(0p)^{12}(1s0d)^1(1p0f)^1$ . Les énergies des états  $J^\pi = 1^-$  donnés par le modèle en couches sont regroupées dans le tableau (4.3).

Expt	psd-fp	WBT
4.52	4.31	4.53
6.15	7.05	6.97
?	7.96	7.45
?	8.83	7.69
?	9.34	9.29

Table 4.3: *Energies des états  $J^\pi = 1^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  par rapport à l'état fondamental  $J^\pi = 0^+$ . La première colonne correspond aux énergies expérimentales et la deuxième et troisième colonne correspondent aux énergies données par le modèle en couches avec les interactions psd-fp et WBT. Les valeurs sont en MeV.*

Le fait d'avoir pris en compte seulement les excitations  $0\hbar\omega$  pour l' $^{16}\text{O}$  et le  $^{17}\text{F}$ , nécessite de renormaliser les éléments de matrice des opérateurs  $\mathcal{O}_{\alpha\gamma}^K$ ,  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\alpha}^{j\beta}$  et  $\mathcal{U}_{\beta\delta}^K$ . On considère alors les opérateurs renormalisés définis tels que:

$$\begin{aligned}
\langle {}^{16}\text{O} | \mathcal{O} | {}^{16}\text{O} \rangle^{(r)} &= (c_{00})^2 \langle {}^{16}\text{O} | \mathcal{O} | {}^{16}\text{O} \rangle^{(\text{nr})} \\
\langle {}^{16}\text{O} | \mathcal{R} | {}^{17}\text{F} \rangle^{(r)} &= c_{00} c_{10} \langle {}^{16}\text{O} | \mathcal{R} | {}^{17}\text{F} \rangle^{(\text{nr})} \\
\langle {}^{17}\text{F} | \mathcal{O} | {}^{17}\text{F} \rangle^{(r)} &= (c_{10})^2 \langle {}^{17}\text{F} | \mathcal{O} | {}^{17}\text{F} \rangle^{(\text{nr})} \\
\langle {}^{17}\text{F} | \mathcal{R} | {}^{18}\text{Ne} \rangle^{(r)} &= c_{10} \langle {}^{17}\text{F} | \mathcal{R} | {}^{18}\text{Ne} \rangle^{(\text{nr})} \\
\langle {}^{16}\text{O} | \mathcal{U} | {}^{18}\text{Ne} \rangle^{(r)} &= c_{00} \langle {}^{16}\text{O} | \mathcal{U} | {}^{18}\text{Ne} \rangle^{(\text{nr})}
\end{aligned}$$

Les éléments de matrice renormalisés (repérés par l'indice (r)) sont calculés à partir des éléments non-renormalisés (indice (nr)) et des amplitudes des configurations dominantes



prises en compte pour les diffé rents noyaux. Dans tous les calculs que nous avons effectués, nous avons utilisé les coefficients  $c_{00}$  et  $c_{10}$  donnés par Zucker et al [98].

### 4.3 Emission d'un proton

Nous avons tout d'abord diagonalisé l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff,1p}(E)$  décrivant la décroissance du  $^{18}\text{Ne}$  par émission d'un proton:

$$H_{QQ}^{eff,1p}(E) = H_{QQ} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ} \quad (4.4)$$

On obtient ainsi le mélange des états de modèle en couches  $J^\pi = 1^-$  et, on étudiera ensuite la décroissance par émission de deux protons à partir du deuxième état mélangé  $J^\pi = 1_{2,mix}^-$  du  $^{18}\text{Ne}$ .

#### 4.3.1 Potentiels dans l'espace $\mathcal{P}$

Le potentiel diagonal apparaissant dans les équations aux canaux couplés (cf annexe (A)) s'écrit:

$$H_{cc}(r) = T_c(r) + U_c(r) + v_{cc}(r) \quad (4.5)$$

Le canal  $c$  est défini par:  $c = (^{17}\text{F}, l, j; J)$ , où  $l$  et  $j$  sont les nombres quantiques du proton dans le continuum. La construction du champ moyen  $U_c(r)$  se fait de telle façon que le potentiel  $H_{cc}(r)$  reproduise les énergies de particules indépendantes lorsque leur identification est possible (cf paragraphe 2.3.5). Or le mélange de configuration de l'état  $J^\pi = 1_2^-$  étant assez important on ne peut pas distinguer une configuration prédominante qui permettrait de définir les états de particules indépendantes. Nous avons alors considéré l'état fondamental  $J^\pi = 0^+$  du  $^{18}\text{Ne}$  afin d'identifier les états de particules indépendantes. D'après la distribution des différentes composantes de cet état (cf tableau (4.4)), nous avons supposé que celui-ci pouvait être décrit comme l'état fondamental  $J^\pi = 5/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  couplé à un proton dans l'orbite  $0d_{5/2}$ . En effet, la configuration  $0d_{5/2}^2$  représente 78% de l'état pour les deux interactions utilisées.

Interaction	$(0d_{5/2})^2$	$(1s_{1/2})^2$	$(0d_{3/2})^2$
psd - fp	0.785	0.159	0.055
WBT	0.788	0.156	0.060

Table 4.4: Probabilités associées aux composantes de l'état  $J^\pi = 0^+$  du  $^{18}\text{Ne}$  pour les interactions psd-fp et WBT.

En partant de cette hypothèse, nous avons considéré un potentiel de référence  $V^{\text{réf}}$  avec les paramètres suivants:

$$V_{so} = 3.683 \text{ MeV} \quad R_0 = 17^{1/3} r_0 \text{ fm} \quad a = 0.58 \text{ fm} \quad (4.6)$$

où  $V_{so}$  est l'intensité du terme de couplage spin-orbite (sa valeur est la même que celle utilisée pour la seconde émission (cf paragraphe (4.4)),  $R_0$  le rayon du potentiel avec  $r_0 = 1.275$  fm et  $a$  la diffusivité du potentiel. La profondeur  $V_0$  de ce potentiel est alors ajustée de façon à reproduire l'énergie de liaison  $E^{bind}$  du  $^{18}\text{Ne}$  par rapport au  $^{17}\text{F}$ :  $E^{bind} = -3.92$  MeV. A partir de ce potentiel, nous avons calculé les énergies des états  $1p_{3/2}$  et  $0f_{7/2}$  et nous avons supposé que ces énergies correspondaient aux énergies  $\epsilon_{1p_{3/2}}$  et  $\epsilon_{0f_{7/2}}$  des états de particules indépendantes  $1p_{3/2}$  et  $0f_{7/2}$  dans le  $^{18}\text{Ne}$ . Notons que c'est la seule manière d'obtenir les énergies de particules indépendantes pour ces ondes. On peut voir dans le tableau (4.5) les énergies des différentes ondes calculées avec ce potentiel de référence. L'état  $1p_{1/2}$  est en dessous de l'état  $1p_{3/2}$ , ceci peut sembler contradictoire.

État	$\epsilon_{nlj}$ (MeV)	$\Gamma$ (MeV)
$1p_{3/2}$	3.56	6.09
$1p_{1/2}$	3.43	8.14
$1f_{7/2}$	8.75	2.04
$1f_{5/2}$	12.38	6.02

Table 4.5: *Energie des états de particules individuelles calculées avec le potentiel de référence  $V^{réf}$ .*

Mais sachant que les deux états ont une largeur très grande (respectivement 8.14 MeV et 6.09 MeV) l'incertitude quantique sur leur énergie est aussi très importante. Nous sommes ici confrontés à un cas limite: les états que nous incluons dans l'espace  $q$ , c'est-à-dire l'espace des états à un corps (quasi)liés, ne sont plus des résonances étroites mais, ce sont plus généralement des états de Gamow [104]. La prise en compte de ces états dans  $q$  se fait par une procédure de coupure des fonctions d'ondes associées (cf chapitre (2)) Le rayon  $r_{cut}$  de coupure doit satisfaire les critères suivants: celui-ci est pris aux alentours du maximum de la barrière du potentiel de façon à inclure la partie interne de la fonction d'onde dans  $q$  et, le nombre de noeuds de la résonance coupée doit être le même que celui de la fonction d'onde "correspondante" définie avec l'oscillateur harmonique pour le calcul de modèle en couches [13]. La diffusivité  $a_{cut}$  est choisie de sorte que la coupure ne se fasse pas trop brutalement. Le maximum de la barrière se situe autour de 6 fm pour les ondes  $p$  et autour de 5 fm pour les ondes  $f$ . Les rayons de coupure sont alors fixés à 6 fm et 5 fm pour les ondes  $p$  et  $f$  respectivement. Si l'on coupait les ondes  $0f_{7/2}$  et  $0f_{5/2}$  au delà de 5 fm, il apparaîtrait un noeud supplémentaire pour les fonctions d'onde radiale de ces états. Dans tous les cas la diffusivité de la coupure est égale à 1 fm.

Nous avons ajusté la profondeur des potentiels  $U_c(r)$  pour les canaux  $c = (5/2^+, l, j; J^\pi = 1^-)$  où  $l$  et  $j$  correspondent aux ondes  $p_{3/2}$  et  $f_{7/2}$ , de la façon suivante:

- Pour le canal  $c_0 = (5/2^+, p_{3/2}; J^\pi = 1^-)$ , nous avons utilisé la procédure auto-cohérente décrite dans le chapitre (2). Ceci est nécessaire car la fonction d'onde de l'état  $0p_{3/2}$  intervient dans le calcul du terme  $v_{c_0 c_0}(r)$ . Les états  $0d_{5/2}$  et  $0p_{1/2}$  ne sont pas renormalisés par le couplage avec le continuum : en effet, on ne peut pas

avoir de couplages du type  $[^{17}\text{F} : 5/2^+ \otimes (d_{5/2})]$  ou  $[^{17}\text{F} : 5/2^+ \otimes (p_{1/2})]$  pour former un état  $1^-$ . Par conséquent, les fonctions d'onde associées intervenant dans le terme  $v_{c_0 c_0}(r)$  sont calculées avec le potentiel de référence  $V^{ref}$ . A la fin de la procédure, on obtient le potentiel auto-cohérent  $H_{c_0 c_0}^{sc}(r)$  et le potentiel initial  $U_{c_0}(r)$  tels que  $H_{c_0 c_0}^{sc}(r)$  reproduise l'énergie de particule indépendante  $e_{1p3/2}$ :

$$H_{c_0 c_0}^{sc}(r) = T_{c_0}(r) + U_{c_0}(r) + v_{c_0 c_0}(r) \quad (4.7)$$

- Pour le canal  $c_1 = (5/2^+, f_{7/2}; J^\pi = 1^-)$ , la procédure d'auto-cohérence n'est pas nécessaire car les fonctions d'onde des états  $f$  ne sont pas présentes dans l'expression de  $v_{c_1 c_1}(r)$ . Les fonctions d'ondes nécessaires pour le calcul de  $v_{c_1 c_1}(r)$ , c'est-à-dire celles des états  $0d_{5/2}$ ,  $0p_{3/2}$  et  $0p_{1/2}$ , sont les mêmes que celles utilisées précédemment pour le canal  $c_0$ . Nous avons alors ajusté la profondeur de la partie centrale du potentiel initial  $U_{c_1}(r)$  de façon à obtenir l'énergie  $e_{0f7/2}$  avec  $H_{c_1 c_1}(r)$ .

Pour le canal  $c_2$  qui fait intervenir l'onde  $f_{5/2}$ ,  $c_2 = (5/2^+, f_{5/2}; J^\pi = 1^-)$ , nous avons pris le même potentiel initial que pour le canal  $c_1$  défini avec l'onde  $f_{7/2}$ .

Pour les canaux définis avec l'état excité  $1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$ , seules les ondes  $p$  sont renormalisées. Nous avons pris pour  $U_c(r)$  le potentiel initial  $U_{c_0 c_0}(r)$  obtenu précédemment. L'onde  $1s_{1/2}$  n'est pas renormalisée par le couplage avec le continuum. Par conséquent, sa fonction d'onde qui intervient dans  $v_{cc}(r)$  est calculée à partir du potentiel de référence  $V^{ref}$  défini précédemment. Nous avons appliqué seulement la première partie de la méthode auto-cohérente, c'est-à-dire jusqu'à ce que les fonctions d'ondes des états  $p$  convergent. Les énergies alors obtenues sont laissées à la position donnée par ce calcul.

### 4.3.2 Interaction résiduelle

L'interaction résiduelle utilisée est du type Wigner-Bartlett:

$$V^{rés} = -V_0[\alpha + \beta P^\sigma]\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \quad (4.8)$$

où  $V_0$  est l'intensité de la force et  $P^\sigma$  est l'opérateur d'échange de spin. Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont tels que:

$$\alpha + \beta = 1 \quad (4.9)$$

$\alpha$  est pris égal à 0.73 [17] et la valeur de  $V_0$  est ajustée de façon à reproduire le mieux possible la valeur expérimentale de la largeur pour l'émission d'un proton  $\Gamma^{exp} = 50 \pm 5 \text{keV}$  [77]. Sur la figure (4.2), nous avons représenté la largeur calculée pour l'émission d'un proton à partir de l'état  $J^\pi = 1_2^-$  en fonction de  $V_0$ . Pour toutes les valeurs de  $V_0$ , la valeur obtenue est inférieure à la valeur expérimentale. En général, la largeur est une fonction croissante de l'intensité  $V_0$  [13]: en effet, une plus grande valeur de  $V_0$  signifie un couplage plus important avec le continuum et par conséquent, des largeurs d'émission de particules plus grandes. Dans le cas où il n'y a qu'un seul état de modèle en couches à  $J^\pi$  fixé, ceci est toujours valable. Mais, dans le cas qui nous intéresse, le mélange entre les différents états  $J^\pi = 1^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  est pris en compte. Ce mélange a pour effet que la largeur augmentera dans un premier temps avec  $V_0$  puis celle-ci stagnera ensuite comme on peut le voir sur

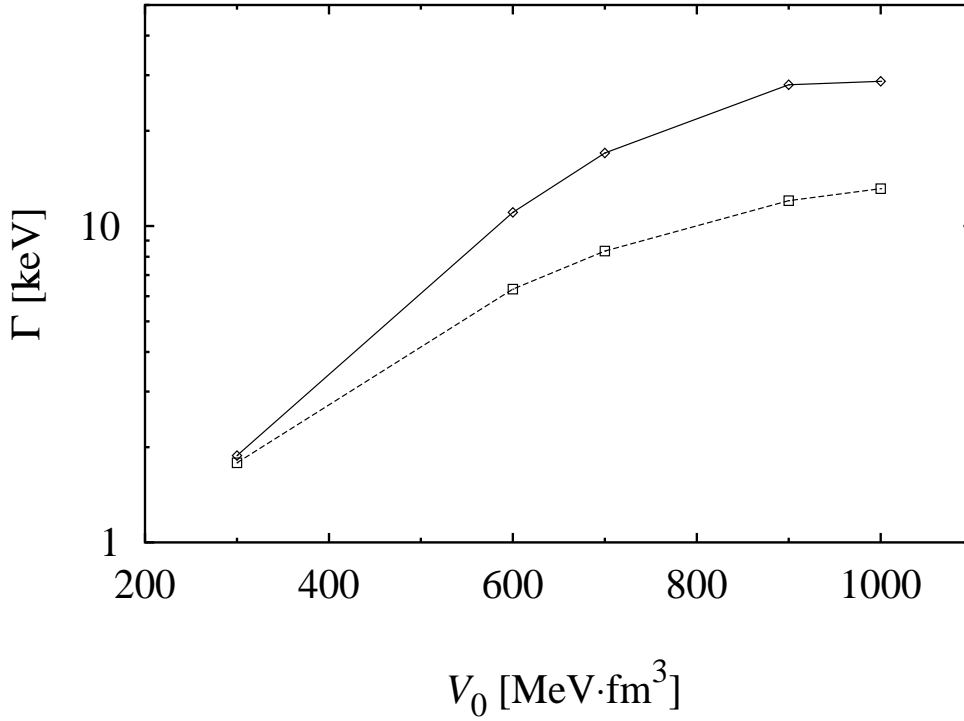


Figure 4.2: Largeur d'émission d'un proton pour l'état  $J^\pi = 1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  en fonction de l'intensité  $V_0$  de l'interaction résiduelle. La courbe en trait plein correspond au calcul avec l'interaction psd-fp et celle en pointillé au calcul avec l'interaction WBT.

la figure (4.2). Nous avons alors choisi de considérer les valeurs  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  pour toute la suite de notre étude<sup>3</sup>. Les résultats pour la largeur totale et la largeur partielle vers le premier état excité  $J^\pi = 1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  sont regroupés dans le tableau (4.6). Les valeurs obtenues pour la largeur totale se situent entre 8 et 28 keV. Pour les deux intensités  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ , les valeurs obtenues avec l'interaction WBT sont plus faibles que pour l'interaction psd-fp. En comparaison avec la valeur expérimentale  $\Gamma^{exp} = 50 \pm 5 \text{ keV}$ , on a un accord qualitatif. La largeur partielle vers l'état excité  $J^\pi = 1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  est faible par rapport à la largeur totale, la décroissance par émission d'un proton se fait préférentiellement vers l'état fondamental  $J^\pi = 5/2^+$ .

Nous avons dans un premier temps utilisé l'interaction ZBM [98]. Dans ce cas, les noyaux d' $^{17}\text{F}$  et de  $^{18}\text{Ne}$  sont constitués de nucléons actifs dans les couches  $0p_{1/2}$ ,  $0d_{5/2}$  et  $1s_{1/2}$ . Nous avons observé le même comportement de la largeur en fonction de  $V_0$ , c'est-à-dire d'abord une augmentation puis une diminution pour une intensité  $V_0$  de plus en plus grande. La largeur maximale obtenue était  $\Gamma = 3.82 \text{ keV}$  pour  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .

<sup>3</sup>Pour des valeurs de  $V_0$  supérieures à  $V_0 = 1000 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ , le couplage avec les états du continuum est trop important. Dans ce cas le potentiel  $U_c(r)$  (cf paragraphe précédent) devrait être répulsif de façon à pouvoir reproduire les énergies de particules indépendantes.

Interaction, $V_0$		$\Gamma^{1p}(\text{keV})$	$\Gamma_{1/2^+}^{1p}(\text{keV})$
psd-fp	700 MeV · fm <sup>3</sup>	17.03	1.53
psd-fp	900 MeV · fm <sup>3</sup>	27.97	2.30
WBT	700 MeV · fm <sup>3</sup>	8.34	0.68
WBT	900 MeV · fm <sup>3</sup>	12.04	0.27

Table 4.6: *Largeur totale et largeur partielle pour l'état  $J^\pi = 1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$ . Les valeurs sont données pour les interactions psd-fp et WBT avec les intensités de couplage au continuum  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .*

L'accord avec la valeur expérimentale n'étant pas réalisé nous avons alors considéré les interactions psd-fp et WBT.

#### 4.4 Émission séquentielle

Nous étudions ici la décroissance par émission séquentielle via les états corrélés du continuum du  $^{17}\text{F}$ . Les deux états  $J^\pi = 5/2^+$  et  $J^\pi = 1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  étant faiblement liés, le couplage entre ces états et les états du continuum implique que ces derniers ont une structure similaire à ces états liés. On peut expliquer ce phénomène comme une délocalisation des états liés vers le continuum du  $^{17}\text{F}$ . Ceci est très semblable au cas d'une résonance pour laquelle, dans un certain intervalle d'énergie (défini par la valeur moyenne et la largeur), on a un seul et même état avec une structure donnée.

On redonne ici l'expression de la largeur pour l'émission séquentielle (cf Annexe D) :

$$\begin{aligned}
\Gamma^{séq} = & -2Im \left\{ \sum_c \sum_{n_1=1}^{n_{max}} \left| \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_i^{mix}; t_1, l_1, j_1}^*(r) u_{e_{n_1}, l_1, j_1}(r) \right|^2 \right. \\
& \times \left( (E - E_{t_1} - e_{n_1}) - \sum_{t', l', j'} \int_0^{+\infty} dr' w_{t_1; t', l', j'}(r') \omega_{t_1; t', l', j'}^{(+)(E-e_{n_1})}(r') \right)^{-1} \\
& \left. \times \sum_{t'', l'', j''} \int_0^{+\infty} dr' w_{t_1; t'', l'', j''}(r') \omega_{t_1; t'', l'', j''}^{(+)(E-e_{n_1})}(r') \frac{1}{E^+ - e_{n_1} - E_{t_1}} \Delta_\epsilon \right\} \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Le terme source  $w_{\Phi_i^{mix}; t_1, l_1, j_1}^*(r)$  dans l'expression précédente est calculé pour l'état  $|\Phi_i^{mix}\rangle$  qui est le second état mélangé  $J^\pi = 1_{2, mix}^-$  du  $^{18}\text{Ne}$ .  $t_1$  est un des deux états liés du  $^{17}\text{F}$  et  $l_1, j_1$  sont les moments cinétiques du premier proton émis. Les fonctions d'onde  $u_{e_{n_1}, l_1, j_1}(r)$  sont calculées à partir du champ à un corps  $ph_0^{séq}p$  où nous avons pris pour  $h_0^{séq}$  les potentiels diagonaux  $H_{cc}(r)$  avec  $c = (t_1, l_1, j_1)$  (cf paragraphe (4.3.1)).

Le terme source  $w_{t_1; t', l', j'}(r')$  et le prolongement  $\omega_{t_1; t', l', j'}^{(+)(E-e_{n_1})}(r')$  décrivent l'émission du second proton. Le terme source  $w_{t_1; t', l', j'}(r')$  est calculé à partir de l'état lié  $|t_1\rangle$  du  $^{17}\text{F}$ . Il n'y a pas de mélange entre les différents états liés du  $^{17}\text{F}$  car dans l'espace de modèle

en couches utilisé, il n'y a qu'un seul état à  $J^\pi$  fixé.

Le terme:

$$\int_0^{+\infty} dr' w_{t_1; t', l', j'}(r') \omega_{t_1; t', l', j'}^{(+)(E-e_{n1})}(r')$$

correspond à la décroissance de l'état  $|t_1\rangle$  du  $^{17}\text{F}$  vers l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$  par émission d'un proton avec une énergie égale à  $E - e_{n1}$ .

Pour cette seconde émission, les calculs sont identiques au cas général de l'émission d'une particule dans le continuum. Les paramètres de l'interaction résiduelle sont les mêmes que précédemment. Le potentiel à un corps  $U_{cc}(r)$  est ajusté de telle façon que le potentiel diagonal correspondant  $H_{cc}(r)$  reproduise les états de particules indépendantes. Dans ce cas, la situation est plus avantageuse que pour la première émission. En effet, dans l'espace de modèle en couches choisi, les configurations des états  $J^\pi = 5/2^+$  et  $J^\pi = 1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  sont celles d'une particule dans la couche  $1s0d$  au-dessus d'un coeur d' $^{16}\text{O}$ . Ainsi, on peut identifier clairement les énergies des états de la couche  $1s0d$  aux énergies des états liés du  $^{17}\text{F}$ : -0.600 MeV pour l'état  $0d_{5/2}$  et -0.105 MeV pour  $1s_{1/2}$ .

Considérons le potentiel de référence  $V^{\text{réf}}$  de type Wood-Saxon avec un terme de couplage spin-orbite et un terme coulombien à un corps avec les paramètres suivants:

$$R_0 = 3.214 \text{ fm} \qquad a = 0.58 \text{ fm} \qquad (4.11)$$

où  $R_0$  et  $a$  sont le rayon et la diffusivité du potentiel. Nous avons ajusté la profondeur de la partie centrale du potentiel de Woods-Saxon et l'intensité du terme de spin-orbite de façon à obtenir les énergies de  $p$  particules indépendantes pour les états  $1s_{1/2}$  et  $0d_{5/2}$ . Les valeurs obtenues sont:

$$V_{\text{so}} = 3.683 \text{ MeV} \qquad V_0 = -52.457 \text{ MeV} \qquad (4.12)$$

Nous avons ensuite ajusté la profondeur du potentiel  $U_{cc}(r)$  pour chaque canal  $c$  défini avec l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$  et des ondes  $s_{1/2}$ ,  $d_{5/2}$ . Notons que la procédure auto-cohérente n'est pas nécessaire ici. En effet, les canaux font intervenir les ondes  $d_{5/2}$  et  $s_{1/2}$  et les termes de couplage  $v_{cc}(r)$  nécessitent seulement les fonctions d'ondes  $0p_{1/2}$ ,  $0p_{3/2}$  qui ne sont pas renormalisées par le couplage au continuum. Ces deux fonctions d'onde sont calculées à partir du potentiel de référence.

Nous avons calculé la largeur  $\Gamma^{\text{séq}}$  pour l'émission séquentielle et la contribution  $B_{1/2+}$  de la décroissance par le continuum  $J^\pi = 1/2^+$  pour cette émission séquentielle.  $B_{1/2+}$  est calculé à partir de l'expression (4.10) de la largeur  $\Gamma^{\text{séq}}$  en ne considérant que les canaux  $c$  définis avec l'état excité du  $^{17}\text{F}$ . Les résultats sont regroupés dans le tableau (4.7). Les largeurs obtenues pour l'émission séquentielle varient entre 13 et 89 eV suivant l'interaction de modèle en couches et l'intensité du couplage avec le continuum. On voit que la contribution en passant par le continuum corrélé  $1/2^+$  est la plus importante, celle-ci variant entre 80 et 96 %. Dans le tableau (4.8) sont regroupées les largeurs et la contribution  $B_{1/2+}$  sans prendre en compte le mélange des états de modèle en couches dû à l'émission d'un proton. On remarque en comparant les valeurs des largeurs dans les deux tableaux (4.7) et (4.8) l'influence du mélange des états  $J^\pi = 1^-$  de modèle en couches dû à la décroissance par émission d'un seul proton. Pour  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  la probabilité associée au second état du modèle en couches  $J^\pi = 1_2^-$  dans l'état mélangé

Interaction, $V_0$		$\Gamma^{séq}(\text{eV})$	$B_{1/2+}$
psd-fp	700 MeV · fm <sup>3</sup>	65.9	95.6 %
psd-fp	900 MeV · fm <sup>3</sup>	88.8	92.8 %
WBT	700 MeV · fm <sup>3</sup>	31.4	95.9 %
WBT	900 MeV · fm <sup>3</sup>	13.6	80.2 %

Table 4.7: *Largeur pour l'émission séquentielle et contribution du continuum corrélé de l'état  $1/2^+$  pour les interactions psd-fp, WBT et les intensités de couplage  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$*

Interaction, $V_0$		$\Gamma^{séq}(\text{eV})$	$B_{1/2+}$
psd-fp	700 MeV · fm <sup>3</sup>	16.4	93.7 %
psd-fp	900 MeV · fm <sup>3</sup>	13.1	86.9 %
WBT	700 MeV · fm <sup>3</sup>	50.3	98.2 %
WBT	900 MeV · fm <sup>3</sup>	38.0	95.9 %

Table 4.8: *Largeur pour l'émission séquentielle et contribution du continuum corrélé de l'état  $1/2^+$  pour les interactions psd-fp, WBT et les intensités de couplage  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ . Le mélange des états de modèle en couches dû au couplage avec un proton dans le continuum n'est ici pas pris en compte.*

$J^\pi = 1_{2,mix}^-$  est égale à 78.8% pour l'interaction psd-fp et à 84.8% pour l'interaction WBT. Pour  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  le mélange est encore plus important: les probabilités sont respectivement 49.1 % et 67.2% pour les interactions psd-fp et WBT. Nous avons représenté sur la figure (4.3) la distribution  $\gamma(\epsilon)$  de la largeur pour l'émission séquentielle en fonction de l'énergie du premier proton émis. Cette distribution en forme de "cloche" est la conséquence directe de la présence des états du continuum corrélé via lesquels s'effectue l'émission séquentielle.

## 4.5 Émission de deux protons sous la forme d'un cluster d' $^2\text{He}$

Nous nous intéressons à présent à l'émission de deux protons corrélés sous la forme d'un cluster d'  $^2\text{He}$ .

### 4.5.1 Terme source

Le calcul du terme source  $w_{i,c}(r)$  se fait à l'aide d'un développement sur la base des états de l'oscillateur harmonique (cf annexe E). Pour la décroissance de l'état  $1_{2,mix}^-$  vers l'état  $0^+$  de l' $^{16}\text{O}$ , il n'y a qu'un seul canal d'émission défini par:

$$c = (0^+, 0s, L = 1, S = 0; J^\pi = 1^-) \quad (4.13)$$

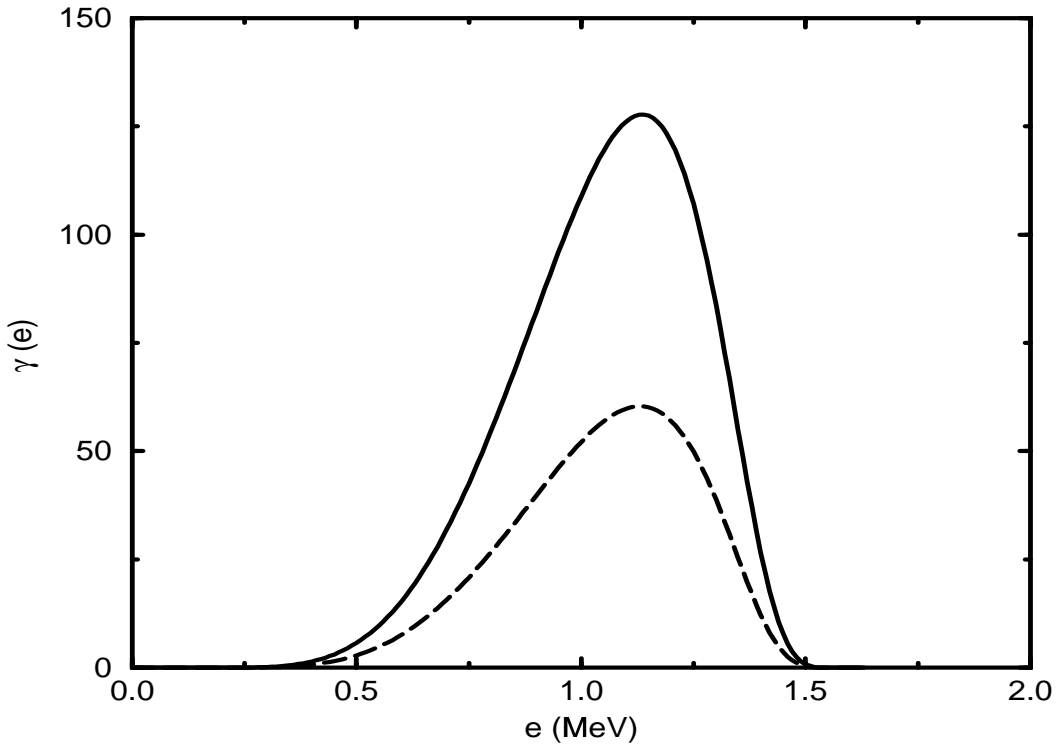


Figure 4.3: *Distribution  $\gamma(e)$  de la largeur pour l'émission séquentielle en fonction de l'énergie du premier proton émis.  $\gamma(e)$  est exprimé en eV/MeV. La courbe pleine est calculée avec l'interaction psd-fp et la courbe en traits discontinus avec l'interaction WBT. Dans les deux cas la force de couplage avec les états du continuum  $V_0$  est égale à  $700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .*

où  $J^\pi = 0^+$  est l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$  et,  $0s$  est l'état interne du cluster dans la base de l'oscillateur harmonique. En définissant l'état interne du cluster dans la base de l'oscillateur harmonique, il est implicitement supposé une valeur du paramètre  $b$  de l'oscillateur harmonique. Nous avons pris la valeur standard:  $b = 1.00 \text{ A}^{1/6} \text{ fm}$  [54].

Le terme source dépend des éléments de matrice  $\mathcal{U}_{\gamma\delta}^\Gamma$  définis par (cf Annexe (E)):

$$\mathcal{U}_{\gamma\delta}^\Gamma = \langle t^{SM} | |(a_\gamma^\dagger \tilde{a}_\delta)^\Gamma | | \Phi^{SM} \rangle \quad (4.14)$$

où  $|t^{SM}\rangle$  et  $|\Phi^{SM}\rangle$  sont les états de modèle en couches de  $^{16}\text{O}$  et du  $^{18}\text{Ne}$ . Le terme source dépend aussi des fonctions d'ondes des états (quasi)liés  $\gamma, \delta$  du potentiel  $h$  dont l'origine est fixée dans le laboratoire (cf Annexe (E)). Nous avons pris pour ce potentiel, les mêmes paramètres que ceux du potentiel de référence  $V^{ref}$  utilisé dans l'étude de la décroissance du  $^{18}\text{Ne}$  par émission d'un proton (cf (4.3.1)). Les paramètres de coupure utilisés pour inclure les résonances dans l'espace  $q$ , sont les mêmes que dans le cas de l'émission d'un proton et dans le cas de l'émission séquentielle.

Nous avons représenté la partie réelle du terme source  $w_{i,c}(r)$  pour les deux interactions psd-fp et WBT en considérant une intensité de couplage  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  (cf figure (4.4)). Le mélange des états de modèles en couches dû à l'émission d'un proton, crée une partie imaginaire pour le terme source  $w_c(r)$ . On voit (cf figure (4.5)) que les amplitudes de la partie imaginaire sont beaucoup plus petites que celles de la partie réelle (environ trois ordres de grandeur plus faibles).



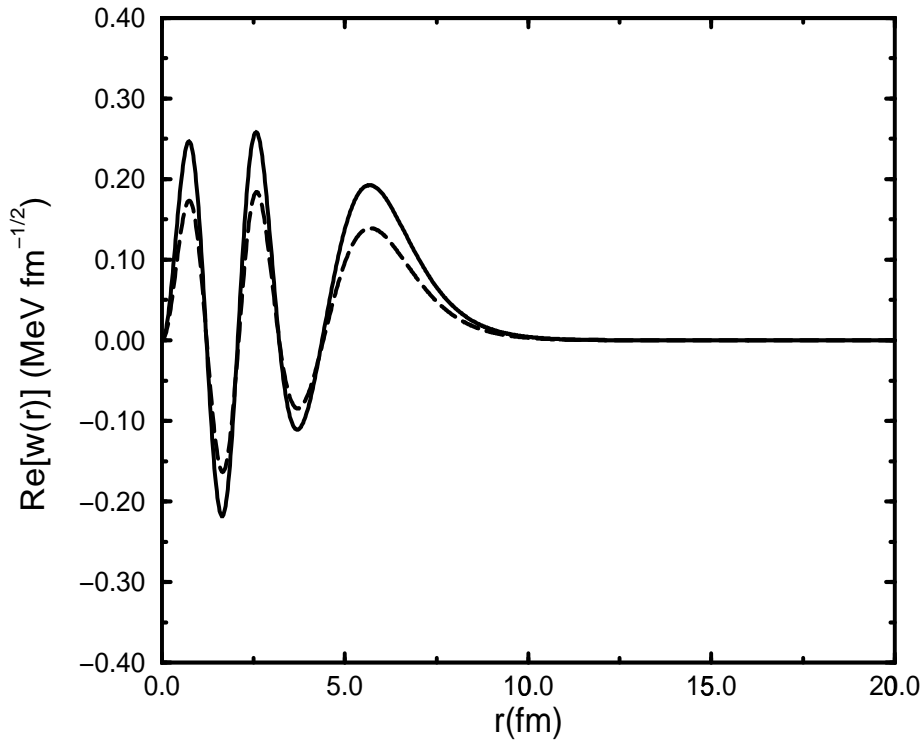


Figure 4.4: *Partie réelle du terme source pour l'interaction psd-fp (en traits pleins) et pour WBT (en traits discontinus) avec une intensité du couplage avec les états du continuum  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .*

#### 4.5.2 Prolongement de l'état lié

Le calcul du prolongement  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  se fait en supposant que les deux protons émis forment une quasi-particule de masse:  $M = 2M_p$  ( $M_p$  est la masse d'un proton) et de charge  $Z=2$  (cf paragraphe (3.3.2)). Nous supposons que cette particule va interagir avec le noyau fils d' $^{16}\text{O}$  par un champ à un corps comprenant un terme central du type Woods-Saxon et un terme coulombien à un corps. Pour les paramètres de ce champ, nous avons pris les valeurs déduites de l'analyse de diffusion de deuteron [105]:

$$r_0 = 1.17 \text{ fm} \qquad a_0 = 0.72 \text{ fm} \qquad r_c = 1.3 \text{ fm} \qquad (4.15)$$

où  $a_0$  est la diffusivité du potentiel de type Woods-Saxon.  $r_0$  et  $r_c$  sont les paramètres utilisés pour les rayons des potentiels Woods-Saxon et coulombien. Ses valeurs sont les mêmes que celles utilisées par Barker *et al.* [26, 27, 80].

La profondeur  $V_0$  du champ moyen Woods-Saxon est ajustée de façon à obtenir une résonance dans une onde  $p$  pour la quasi-particule à l'énergie totale disponible pour la décroissance. Nous avons obtenu  $V_0 = -57.97 \text{ MeV}$ . Ce champ moyen admet un état lié d'énergie égale à  $-18.6 \text{ MeV}$ . Par analogie avec le cas des états à un corps, le prolongement  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  dans l'espace  $\mathcal{T}$  ne doit pas avoir de composante sur ces deux états discrets. Ainsi, on définit le projecteur  $T_{cl}$  de la façon suivante (cf paragraphe (3.3.2)):

$$T_{cl} = I_d - |\Phi_0\rangle\langle\Phi_0| - |\Phi_1\rangle\langle\Phi_1| \qquad (4.16)$$

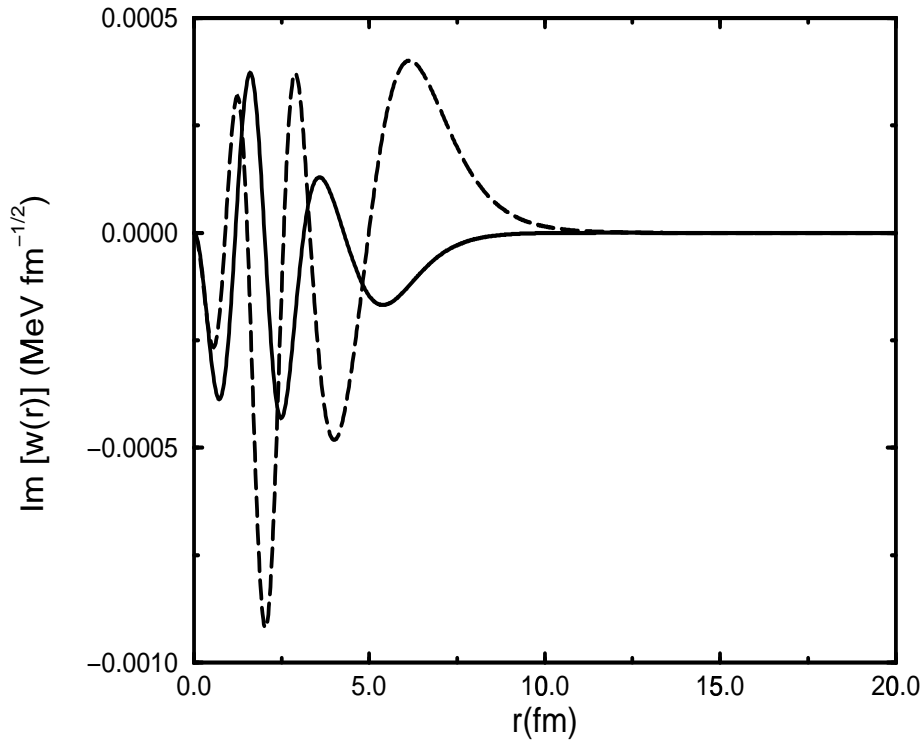


Figure 4.5: *Partie imaginaire du terme source pour l'interaction psd-fp (en traits pleins) et pour WBT (en traits discontinus) avec une intensité du couplage avec les états du continuum  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .*

où  $|\Phi_0\rangle$  et  $|\Phi_1\rangle$  sont l'état lié du cluster et la résonance coupée. Les paramètres de coupure de la résonance sont les mêmes que pour les résonances à un nucléon: la diffusivité  $a_{cut} = 1 \text{ fm}$  et, le rayon  $r_{cut} = 6 \text{ fm}$  correspondant au maximum de la barrière.

### 4.5.3 Interaction dans l'état final

Une fois que le cluster émis est suffisamment éloigné du noyau fils, il va se séparer du fait de l'interaction dans l'état final. Cette interaction est prise en compte par la densité d'états  $\rho(U)$  du système proton-proton. Nous avons utilisé la même procédure que Barker [26] pour le calcul de la densité d'états. A l'aide du déphasage  $\delta(U)$  de la réaction proton-proton pour une onde  $s$ , la densité  $s$  écrit:

$$\rho(U) = \frac{C \sin^2(\delta(U) + \Phi(U))}{P(U)} \quad (4.17)$$

où  $C$  est une constante de normalisation,  $-\Phi(U)$  le déphasage pour une sphère dure et  $P(U)$  la pénétrabilité.  $\Phi(U)$  et  $P(U)$  sont calculés au rayon  $r_{ch}$  du canal défini suivant la formule standard dans le formalisme de la matrice R :  $r_{ch} = 1.45(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})\text{fm}$ .  $A_1$  et  $A_2$  sont les nombres de masse des noyaux mis en jeu, ici  $A_1 = A_2 = 1$ . Le déphasage  $\delta(U)$  est obtenu à partir d'une expression analytique tirée de Kermode *et al.* [106] :

$$\frac{1}{r_c} [P(U) \cot(\delta(U) + \Phi(U)) + S(U)] = -A + Bk^2 \quad (4.18)$$

où  $r_c$  est le rayon de sphère dure et  $S(U)$  le facteur de déphasage. La pénétrabilité  $P(U)$ , le déphasage  $\Phi(U)$  et le facteur  $S(U)$  sont calculés en  $r = r_c$  dans l'expression (4.18). Les valeurs de  $c$ ,  $A$  et  $B$  sont les suivantes [26]:

$$r_c = 0.25 \text{ fm} \qquad A = -0.0045 \text{ fm}^{-1} \qquad B = 1.073 \text{ fm} \quad (4.19)$$

La densité d'état  $\rho(U)$  est normalisée avec la constante  $C$  telle que:

$$\int_0^\infty \rho(U) dU = 1 \quad (4.20)$$

En pratique, nous avons considéré la normalisation suivante:

$$\int_0^{U_{max}} \rho(U) dU = 1 \quad (4.21)$$

avec  $U_{max} = 35 \text{ MeV}$ . En considérant des énergies  $U_{max}$  au delà de cette valeur, les changements pour la constante de normalisation  $C$  sont insignifiants.

Les résultats pour la largeur d'émission sont regroupés dans les tableaux (4.9) et (4.10). Dans le tableau (4.10), les largeurs sont calculées en ne considérant pas le mélange des états de modèle en couches dû à la décroissance par émission d'un proton.

Interaction	psd-fp	WBT
$V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$	1.21	0.77
$V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$	1.89	1.01

Table 4.9: Largeurs en  $eV$  pour l'émission de deux protons sous forme de cluster pour l'interaction psd-fp et WBT. Les intensités de couplage avec les états du continuum sont égales à  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .

Interaction	psd-fp	WBT
$V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$	0.49	0.71
$V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$	0.80	1.17

Table 4.10: Largeurs en  $eV$  pour l'émission de deux protons sous forme de cluster pour l'interaction psd-fp et WBT. Le mélange des états de modèle en couches dû au couplage avec un proton dans le continuum n'est pas pris en compte. Les intensités de couplage avec les états du continuum sont  $V_0 = 700 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  et  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .

## 4.6 Discussion des résultats

Nous avons observé une largeur pour l'émission séquentielle dans tous les cas supérieure à la largeur pour l'émission d'un cluster. Les valeurs se entre 13 eV et 89 eV pour l'émission séquentielle suivant l'interaction de modèle en couches et le couplage au continuum et, entre 0.77 eV et 1.89 eV pour une émission sous forme de cluster d'  $^2\text{He}$ . Dans les deux cas, les largeurs maximales sont obtenues pour l'interaction psd-fp avec  $V_0 = 900 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ .

Dans l'expérience menée à l'ORNL [77], la detection angulaire étant limitée, les largeurs expérimentales ont été obtenues à partir des données en supposant un mécanisme précis. L'émission d'un cluster et une émission de deux protons indépendants ont été simulées par des calculs de type Monte-Carlo. Les résultats obtenus sont  $\Gamma_{He_2} = 21 \pm 3 \text{ eV}$  pour l'émission des deux protons sous forme de cluster et,  $\Gamma_{ind} = 57 \pm 6 \text{ eV}$  pour l'émission simultanée de deux protons non corrélés.

Barker *et al.* [27] ont obtenu pour la largeur due à l'émission d'un cluster qui décroît ensuite par l'interaction dans l'état final, des valeurs se situant entre 3 et 10 eV suivant l'interaction de modèle en couches utilisée (pour l'interaction WBT la largeur calculée est égale à 10 eV). Les résultats que nous avons obtenus pour l'émission sous forme de cluster, c'est-à-dire entre 0.77 eV et 1.89 eV, sont du même ordre de grandeur. Néanmoins, dans les deux cas, les valeurs sont en deçà de la valeur déduite expérimentalement. Dans ce même article, Barker *et al.* ont calculé la contribution pour une émission séquentielle en passant par l'état "ghost"  $1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$ . Cet état s'interprète dans cette approche, comme une délocalisation de l'état lié  $1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$ . Les résultats obtenus se situent entre 9-19 eV suivant l'interaction de modèle en couches utilisée. Cette émission séquentielle est alors interprétée comme une émission simultanée des deux protons du fait de la très grande largeur associée à cet état "ghost". Dans notre cas, nous avons supposé une émission séquentielle, c'est-à-dire deux émissions successives et indépendantes, via les états du continuum corrélé du noyau  $^{17}\text{F}$  par ses états faiblement liés. Il nous semble assez contradictoire d'interpréter cette émission comme une émission simultanée de deux protons par analogie avec ce qu'affirme Barker *et al.* [27]. En effet, il est difficile de justifier que dans le cas d'une émission simultanée, les deux protons sont émis indépendamment l'un de l'autre c'est-à-dire, de négliger les corrélations entre ces deux particules.

Grigorenko *et al.* [107] ont comparé la section efficace de production d'événements deux protons à partir de la matrice R [108] et la section efficace déduite expérimentalement. Leurs calculs donnent une section efficace de production très inférieure à la valeur expérimentale [77]. Les explications avancées sont les suivantes:

- l'état  $2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  étant situé tout près de l'état  $1_2^-$ , il se peut que des événements deux protons mesurés proviennent de la décroissance de cet état  $2^-$ . L'émission depuis cet état sous la forme d'un cluster de moment interne  $l=0$  est interdite par conservation de la parité. Par contre, une émission de deux protons simultanés avec  $l_1 = 0$  et  $l_2 = 1$  donne des résultats comparables avec la même émission simultanée depuis l'état  $1^-$ .
- les états du  $^{18}\text{Ne}$  sont produits à l'aide d'un faisceau de  $^{17}\text{F}$ . Il est possible que le  $^{18}\text{Ne}$  ne soit pas formé et que les événements deux protons correspondent à une réaction de cassure du  $^{17}\text{F}$ .

Une expérience avec une cinématique complète est nécessaire pour pouvoir de manière sûre discriminer les différents mécanismes possibles. D'un autre côté, notre étude théorique n'est pas complète, nous avons supposé dès le départ un mécanisme précis. Une étude complète nécessite de lever ce type d'hypothèse et de diagonaliser l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff}(E)$  avec l'asymptotique à trois corps. La détermination complète des fonctions d'ondes des deux protons émis dans le continuum permettrait ensuite l'étude dans SMEC des corrélations spatiales et énergétiques entre ces particules. En comparant les résultats de cette étude théorique et les données expérimentales, on pourrait alors extraire des informations sur le mécanisme d'émission et de plus, sur l'interaction nucléon-nucléon à l'intérieur du noyau émetteur.

# Chapitre 5

## Conclusion

Dans ce travail de thèse nous avons développé le modèle en couches avec couplage au continuum pour décrire les processus impliquant deux particules dans le continuum. Pour cela, nous avons étendu le formalisme du SMEC en considérant le couplage avec deux particules dans le continuum et les conditions physiques asymptotiques appropriées. Nous avons appliqué ce formalisme à la description de la radioactivité deux protons de l'état excité  $J^\pi = 1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  observé récemment à l'Oak Ridge National Laboratory [77]. Nous avons étudié cette décroissance en résolvant les équations du SMEC dans les cas limites d'une émission séquentielle de deux protons via le continuum corrélé du  $^{17}\text{F}$ , et dans le cas limite d'une émission d'un cluster d' $^2\text{He}$  qui se désintègre ensuite par l'interaction dans l'état final. Indépendamment du choix de l'interaction effective, nous avons constaté que cette émission de deux protons est majoritairement un processus séquentiel. Le rapport entre les largeurs pour le processus direct et le processus séquentiel est inférieur à 8% dans tous les cas. Bien qu'il n'y ait pas d'état résonant accessible dans l'intervalle d'énergie disponible pour la décroissance, ni de résonance dans le  $^{17}\text{F}$  d'énergie proche de l'état  $J^\pi = 1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$ , la présence des états faiblement liés  $5/2^+$  et  $1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$  induit des corrélations pour les états du continuum qui sont alors semblables à la présence de résonance d'énergie négative par rapport au seuil d'émission d'un proton. Autrement dit, le continuum du  $^{17}\text{F}$ , c'est à dire  $^{16}\text{O} \otimes \text{p}$ , possède un caractère absorbant et permet la décroissance par un mécanisme séquentiel. On pourrait s'attendre à des effets similaires dans tous les cas où le noyau intermédiaire admet des états faiblement liés. Il faut noter en outre que même si l'état du noyau intermédiaire est situé à une énergie supérieure à l'état initial, le processus virtuel d'émission via cet état intermédiaire peut *a priori*, si celui-ci est proche de l'état du noyau initial, entrer en compétition avec une émission directe vers le noyau fils.

Dans notre analyse, le couplage avec le continuum est modélisé par une interaction de portée nulle. Dans le cas général de l'étude avec l'asymptotique à trois corps, ce type d'interaction introduit des singularités dans les équations aux canaux couplés. La régularisation de l'interaction entre les deux particules dans le continuum par une procédure de coupure à courte distance ne résoud pas le problème. En effet, le comportement de la solution des équations aux canaux couplés en fonction de la coupure est complètement irrégulier. La solution serait alors d'utiliser une interaction de portée finie ce qui implique la résolution d'équations aux canaux couplés integro-différentielles.

Dans les développements futurs du SMEC pour la description des spectres et des réactions avec deux particules dans le continuum, il est donc nécessaire de considérer dès le départ une interaction de portée finie dans chaque espace mis en jeu. Pour les problèmes de radioactivité à deux protons, la solution de l'équation aux valeurs propres définie avec l'hamiltonien effectif (3.3) dans l'espace des états liés, permettra l'étude des corrélations

entre les particules émises et leur dépendance en fonction des paramètres de l'interaction effective. A partir de cette théorie microscopique, formulée dans ce travail, on pourra obtenir des informations - contenues dans les corrélations spatiales et énergétiques des deux particules dans leur état asymptotique - sur les corrélations nucléon-nucléon et en particulier sur l'interaction d'appariement à l'intérieur du noyau.

# Annexe A

## Terme résiduel des équations aux canaux couplés dans l'espace $\mathcal{P}$

Le terme de l'interaction résiduelle dans l'équation de diffusion non-résonante (2.40) s'écrit:

$$r\langle cr|P \sum_{\substack{(\alpha < \beta \in cont) \\ (\gamma < \delta \in cont)}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_\delta \int dr' r' P |c', r'\rangle \xi_{c'}(r') \quad (\text{A.1})$$

D'après la définition de  $\mathcal{P}$ , l'opérateur  $a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger$  ne peut pas détruire deux particules dans le continuum à gauche. De même,  $a_\gamma a_\delta$  ne peut pas détruire deux nucléons dans le continuum dans le terme de droite. Ainsi la sommation sur les états  $\alpha\beta\dots$  se réduit à:

$$\alpha \in disc, \beta \in cont, \gamma \in disc, \delta \in cont \quad (\text{A.2})$$

Par conséquent (A.1) s'écrit:

$$\sum_{\substack{(\alpha \in disc, \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc, \delta \in cont)}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} \langle t|a_\alpha^\dagger a_\gamma|t'\rangle \langle lj\tau_z r|a_\beta^\dagger a_\delta|l'j'\tau'_z r'\rangle \sum_{c'} \int dr r' |c', r'\rangle \xi_{c'}(r') \quad (\text{A.3})$$

L'élément de matrice antisymétrisé  $V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}$  s'écrit sous la forme:

$$V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} = \sum_{\Gamma} \langle j_\alpha m_\alpha j_\beta m_\beta | \Gamma M \rangle \langle j_\gamma m_\gamma j_\delta m_\delta | \Gamma M \rangle \times \left[ U_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma - (-1)^{j_\gamma - j_\delta - \Gamma} U_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}^\Gamma \right] \quad (\text{A.4})$$

avec la notation  $\bar{\alpha} = (e_{\alpha,l_\alpha,j_\alpha,t_{z\alpha}})$ .

Les multipôles  $U_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^\Gamma$  de l'interaction sont définis par:

$$U_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^\Gamma = \int \int dr dr' u_{\bar{\alpha}}(r) u_{\bar{\beta}}(r) v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r, r') u_{\bar{\gamma}}(r) u_{\bar{\delta}}(r) \quad (\text{A.5})$$

avec  $v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r, r')$  l'interaction résiduelle intégrée sur les variables d'angle, de spin et d'isospin.



En insérant l'expression (A.4) de  $V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}$ , dans l'équation (A.3) on obtient:

$$\begin{aligned}
& \sum_{c'} (1 - q_{l,j,t_z}(r)) \int dr' \left\{ \sum_{\Gamma,\alpha,\gamma \in disc} G_{t,l,\beta,j_\beta,t',l_\delta,j_\delta}^{J,\Gamma,\alpha,\gamma} \right. \\
& \times \left[ \delta(r - r') \int dr'' u_\alpha(r'') v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r, r'') u_\gamma(r'') - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - \Gamma} u_\alpha(r') v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}^\Gamma(r, r') u_\gamma(r) \right] \left. \right\} \xi_{c'}(r') \\
& \equiv \sum_{c'} (1 - q_{l,j,\tau_z}(r)) V_{cc'}(r) \xi_{c'}(r') \tag{A.6}
\end{aligned}$$

Le coefficient  $G_{t,l,\beta,j_\beta,t',l_\delta,j_\delta}^{J,\Gamma,\alpha,\gamma}$  est égal à:

$$\begin{aligned}
G_{t,l,\beta,j_\beta,t',l_\delta,j_\delta}^{J,\Gamma,\alpha,\gamma} &= \sum_{m_\alpha, m_\beta, m_\gamma, m_\delta, M_t, M_{t'}} \langle t | a_\alpha^\dagger a_\gamma | t' \rangle \langle j_\beta m_\beta j_\alpha m_\alpha | \Gamma M' \rangle \langle j_\delta m_\delta j_\gamma m_\gamma | \Gamma M' \rangle \\
& \times \langle I_t M_t j_\beta m_\beta | JM \rangle \langle I_{t'} M_{t'} j_\delta m_\delta | JM \rangle \tag{A.7}
\end{aligned}$$

L'interaction résiduelle étant de portée nulle, le potentiel de couplage défini dans (A.6) est local. Le terme d'interaction  $v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r, r')$  peut s'écrire sous la forme [13]:

$$v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r, r') = Z_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma \frac{1}{r^2} \delta(r - r') \tag{A.8}$$

L'interaction résiduelle utilisée dans notre étude est une interaction de type Wigner-Bartlett:

$$V^{rés} = -V_0 [\alpha + \beta P^\sigma] \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \tag{A.9}$$

où  $V_0$  est l'intensité de la force et  $P^\sigma$  est l'opérateur d'échange de spin.

On a alors pour cette interaction:

$$\begin{aligned}
Z_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma &= V_0 [a \delta_{\tau_\alpha, \tau_\gamma} \delta_{\tau_\beta, \tau_\delta} - b \delta_{\tau_\alpha, \tau_\delta} \delta_{\tau_\beta, \tau_\gamma}] i^{l_\gamma + l_\delta - l_\alpha - l_\gamma} \\
& \times \frac{1}{16\pi} (1 + (-1)^{l_\alpha + l_\beta + l_\gamma + l_\delta}) \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta \hat{j}_\gamma \hat{j}_\delta \hat{\Gamma}^{-2} (-1)^{j_\beta + j_\delta + 1} \\
& \times \{ \langle j_\alpha - 1/2 j_\beta 1/2 | \Gamma 0 \rangle \langle j_\gamma - 1/2 j_\delta 1/2 | \Gamma 0 \rangle \\
& + (-1)^{l_\beta + l_\delta + j_\beta + j_\delta + 1} \times \langle j_\alpha - 1/2 j_\beta - 1/2 | \Gamma - 1 \rangle \langle j_\gamma - 1/2 j_\delta - 1/2 | \Gamma - 1 \rangle \} \tag{A.10}
\end{aligned}$$

En utilisant (A.8) et (A.10) le terme de couplage  $V_{cc'}(r)$  (cf équation (A.6)) s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
V_{cc'}(r) &= r^{-2} \sum_{\bar{\alpha}\bar{\gamma}} u_{\bar{\beta}}(r) u_{\bar{\delta}}(r) \\
& \times \sum_{K,\Gamma} \hat{K} \hat{\Gamma}^2 \tilde{Z}_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}} (-1)^{I_{t'} - j_\delta + J + \Gamma} \left\{ \begin{matrix} j_\beta & j_\delta & K \\ j_\gamma & j_\beta & \Gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_\beta & j_\delta & K \\ I_{t'} & I_t & J \end{matrix} \right\} \langle t | (a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\gamma)^K | t' \rangle \tag{A.11}
\end{aligned}$$

avec le coefficient antisymétrisé  $\tilde{Z}_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}$  défini par:

$$\tilde{Z}_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}^{\Gamma} = Z_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}^{\Gamma} - (-1)^{j_{\gamma}-j_{\delta}-\Gamma} Z_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^{\Gamma} \quad (\text{A.12})$$

# Annexe B

## Terme source $|w\rangle$ dans l'espace $\mathcal{P}$

Le prolongement  $|\omega_k^{(+)}\rangle$  dans le sous-espace  $\mathcal{P}$  d'un état  $|\Phi_k^{SM}\rangle$  de  $\mathcal{Q}$  est solution de l'équation de Schrödinger inhomogène suivante (cf équation (2.70)) :

$$(E - H_{PP})|\omega_k^{(+)}\rangle = |w_k\rangle \quad (\text{B.1})$$

où  $|w_k\rangle$  est le terme source défini par:

$$|w_k\rangle = H_{PQ}|\Phi_k^{SM}\rangle \quad (\text{B.2})$$

Dans la représentation des canaux (cf Annexe (A)), l'équation (B.1) s'écrit:

$$\langle c, r | (E - H_{PP}) \sum_{c'} \int dr' r'^2 |c', r'\rangle \langle c', r' | \omega_k^{(+)}\rangle = \langle c, r | w_k\rangle \quad (\text{B.3})$$

Le calcul du terme à gauche de cette équation est identique au calcul détaillé dans l'Annexe (A).

Il reste à calculer le terme  $\langle c, r | w_k\rangle$ . On définit la fonction  $w_{k,c}(r)$  de la façon suivante:

$$w_{k,c}(r) = r \langle c, r | w_k\rangle = r \langle c, r | H_{PQ} |\Phi_k^{SM}\rangle \quad (\text{B.4})$$

Le terme de couplage  $H_{PQ}$  dans l'équation (B.4) est égal à l'interaction résiduelle à deux corps  $V^{rés}$  (cf paragraphe (2.3.4)). On utilise le formalisme de la seconde quantification pour exprimer  $V^{rés}$  et on obtient alors:

$$w_{k,c}(r) = r \sum_{\substack{\alpha \leq \beta \\ \gamma \leq \delta \\ \Gamma}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^{\Gamma} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha,\beta}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \langle t | j \tau r r ; J | [a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}]^{\Gamma} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma} | \Phi_k^{SM}\rangle \quad (\text{B.5})$$

Les opérateurs de création et d'annihilation sont couplés à  $\Gamma$  et  $V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^{\Gamma}$  est l'élément de matrice réduit de l'interaction résiduelle. Les opérateurs  $\tilde{a}_{\gamma}$  et  $\tilde{a}_{\delta}$  détruisent deux états (quasi)liés dans le ket à droite. Les opérateurs  $a_{\alpha}^{\dagger}$  et  $a_{\beta}^{\dagger}$  détruisent un état (quasi)lié et l'état du continuum présent dans le bra. Comme  $\beta \geq \alpha$ , l'opérateur  $a_{\beta}^{\dagger}$  va détruire l'état du continuum et  $a_{\alpha}^{\dagger}$  un état (quasi)lié. On réarrange les opérateurs de création et d'annihilation de façon à séparer la partie agissant sur les états (quasi)liés de celle agissant sur le continuum. En appliquant ensuite le théorème de Wigner-Eckart on obtient:

$$w_{k,c}(r) = \sum_{\substack{\alpha \in disc, \beta \in cont \\ \gamma \leq \delta \in disc \\ \Gamma}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^{\Gamma} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}} \hat{j}_{\beta} \hat{j}_{\gamma}} (-1)^{\Gamma - J + j_{\alpha} + I_t} \langle t | | (a_{\alpha}^{\dagger} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma})^{j_{\beta}} | | \Phi_k^{SM}\rangle u_{\beta}(r) \quad (\text{B.6})$$

où  $u_\beta(r)$  est la fonction d'onde de l'état  $\beta$ .

On écrit l'élément de matrice antisymétrisé  $V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^\Gamma$  sous la forme :

$$\begin{aligned}
V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^\Gamma &= \frac{\langle (\alpha\beta)^\Gamma | V | (\gamma\delta)^\Gamma \rangle_{\text{nas}} - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - \Gamma} \langle (\alpha\beta)^\Gamma | V | (\delta\gamma)^\Gamma \rangle_{\text{nas}}}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha,\beta}} \sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha,\beta}} \sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \left\{ \int dr_1 dr_2 u_\alpha(r_1) u_\beta(r_2) v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r_1, r_2) u_\gamma(r_1) u_\delta(r_2) \right. \\
&\quad \left. - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - \Gamma} \int dr_1 dr_2 u_\alpha(r_1) u_\beta(r_2) v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}^\Gamma(r_1, r_2) u_\gamma(r_2) u_\delta(r_1) \right\} \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

où l'indice *nas* fait référence aux éléments de matrice non-antisymétrisés. On a introduit le potentiel  $v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r_1, r_2)$  qui est défini comme étant l'interaction résiduelle intégrée sur les variables d'angle, de spin et d'isospin (cf Annexe (A)).

On insère ensuite l'égalité (B.7) dans l'équation (B.6) puis on somme sur les énergies de l'état dans le continuum  $\beta$ .

On obtient alors:

$$\begin{aligned}
w_{k,c}(r) &= \sum_{\substack{\alpha \in \text{disc} \\ \gamma \leq \delta \in \text{disc} \\ \Gamma}} \frac{1}{1 + \delta_{\gamma,\delta}} \frac{1}{\hat{j}_\beta \hat{J}} (-1)^{\Gamma - J + j_\alpha + I_t} \langle t | (a_\alpha^\dagger [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma)^{j_\beta} || \Phi_k^{SM} \rangle \\
&\quad \times (1 - q_c(r)) \left\{ \int dr_1 u_\alpha(r_1) v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}}^\Gamma(r_1, r) u_\gamma(r_1) u_\delta(r) \right. \\
&\quad \left. - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - \Gamma} \int dr_1 u_\alpha(r_1) v_{\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\delta},\bar{\gamma}}^\Gamma(r_1, r) u_\gamma(r) u_\delta(r_1) \right\} \quad (\text{B.8})
\end{aligned}$$

On note  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\alpha}^{j_\beta}$  l'opérateur défini avec les opérateurs de création et d'annihilation agissant sur les états de modèle en couches:

$$\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\alpha}^{j_\beta} = (a_\alpha^\dagger [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma)^{j_\beta} \quad (\text{B.9})$$

# Annexe C

## Hamiltonien effectif $H_{QQ}^{eff}(E)$ dû aux couplages avec les espaces $\mathcal{P}$ et $\mathcal{T}$

L'espace des états est divisé en trois sous-espaces  $\mathcal{Q}$ ,  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{T}$ . La solution  $|\Psi\rangle$  de l'équation de Schrödinger dans l'espace total a une composante sur chaque sous-espace :

$$|\Psi\rangle = |\Psi_Q\rangle + |\Psi_P\rangle + |\Psi_T\rangle \quad (\text{C.1})$$

L'équation de Schrödinger s'écrit alors:

$$(E - H)[|\Psi_Q\rangle + |\Psi_P\rangle + |\Psi_T\rangle] = 0 \quad (\text{C.2})$$

En projetant (C.2) sur  $\mathcal{Q}$ ,  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{T}$ , on obtient:

$$(E - H_{QQ})|\Psi_Q\rangle = H_{QP}|\Psi_P\rangle + H_{QT}|\Psi_T\rangle \quad (\text{C.3})$$

$$(E - H_{PP})|\Psi_P\rangle = H_{PQ}|\Psi_Q\rangle + H_{PT}|\Psi_T\rangle \quad (\text{C.4})$$

$$(E - H_{TT})|\Psi_T\rangle = H_{TQ}|\Psi_Q\rangle + H_{TP}|\Psi_P\rangle \quad (\text{C.5})$$

La composante  $|\Psi_P\rangle$  peut s'écrire à l'aide de l'équation (C.4)<sup>4</sup>:

$$|\Psi_P\rangle = G_P^+(E) [H_{PQ}|\Psi_Q\rangle + H_{PT}|\Psi_T\rangle] \quad (\text{C.6})$$

avec  $G_P^+(E)$  la fonction de Green dans  $\mathcal{P}$ :

$$G_P^+(E) = \frac{1}{E^+ - H_{PP}} \quad (\text{C.7})$$

$|\Psi_T\rangle$  peut alors s'exprimer sous la forme (cf (C.5), (C.6)):

$$|\Psi_T\rangle = \tilde{G}_T^+(E) [H_{TQ}|\Psi_Q\rangle + H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ}|\Psi_Q\rangle] \quad (\text{C.8})$$

avec  $\tilde{G}_T^+(E)$  la fonction de Green dans  $\mathcal{T}$  modifiée par le couplage avec  $\mathcal{P}$  donnée par:

$$\tilde{G}_T^+(E) = \frac{1}{E^+ - H_{TT} - H_{TP}G_P^+(E)H_{PT}} \quad (\text{C.9})$$

<sup>4</sup>on notera que la contribution de la solution homogène  $|\xi\rangle$  est absente dans l'expression de  $|\Psi_P\rangle$  (cf paragraphe (2.3.7))

A partir des égalités (C.3), (C.6) et (C.8), on montre que  $|\Psi_Q\rangle$  est une solution de l'équation suivante:

$$\begin{aligned} (E - H_{QQ})|\Psi_Q\rangle &= H_{QT}\tilde{G}_T^+(E) [H_{TQ} + H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ}] |\Psi_Q\rangle + H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ}|\Psi_Q\rangle \\ &+ H_{QP}G_P^+(E) [H_{PQ} + H_{PT}\tilde{G}_T^+(E) [H_{TQ} + H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ}]] |\Psi_Q\rangle \end{aligned}$$

En réécrivant l'équation précédente on a:

$$\begin{aligned} &\left( E - H_{QQ} - H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ} \right. \\ &\left. - [H_{QT} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PT}] \tilde{G}_T^+(E) [H_{TQ} + H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ}] \right) |\Psi_Q\rangle = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Ainsi, l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{eff}(E)$  dans  $\mathcal{Q}$  prenant en compte les couplages entre chaque sous-espace s'écrit:

$$\begin{aligned} H_{QQ}^{eff}(E) &= H_{QQ} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PQ} \\ &+ [H_{QT} + H_{QP}G_P^+(E)H_{PT}] \tilde{G}_T^+(E) [H_{TQ} + H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ}] \quad (\text{C.11}) \end{aligned}$$

# Annexe D

## Elément de matrice dans $\mathcal{Q}$ pour l'émission séquentielle

Le terme de l'hamiltonien effectif  $H_{QQ}^{(eff, Q \rightarrow P \rightarrow T)}$  dans  $\mathcal{Q}$  décrivant l'émission séquentielle s'écrit (cf paragraphe (3.3.1)):

$$H_{QP} \frac{1}{E^+ - H_{PP} - H_{PT}G_T^+(E)H_{TP}} H_{PT}G_T^+(E)H_{TP}G_P^+(E)H_{PQ} \quad (D.1)$$

Nous faisons l'hypothèse qu'une fois le premier proton émis, celui-ci n'interagit que par un champ moyen à un corps  $ph^{séq}p$  avec les A-1 nucléons restants. Ceci implique:

$$H_{PT} = P \left[ \sum_{i \leq j=1}^A V^{rés}(i, j) \right] T \implies Q' \left[ \sum_{i \leq j=1}^{A-1} V^{rés}(i, j) \right] P' \otimes I_d(A) = H_{Q'P'} \otimes I_d(A)$$

$$H_{TP} = T \left[ \sum_{i \leq j=1}^A V^{rés}(i, j) \right] P \implies P' \left[ \sum_{i \leq j=1}^{A-1} V^{rés}(i, j) \right] Q' \otimes I_d(A) = H_{P'Q'} \otimes I_d(A)$$

avec  $Q'$  et  $P'$  les projecteurs sur les espaces  $\mathcal{Q}'$  et  $\mathcal{P}'$  qui contiennent les états à A-1 nucléons.  $I_d(A)$  est l'opérateur identité agissant sur le premier proton émis. Pour les états de  $\mathcal{Q}'$ , tous les nucléons, c'est-à-dire A-1, sont (quasi) liés. Pour ceux de  $\mathcal{P}'$ , A-2 sont (quasi) liés et un proton occupe un état du continuum. Ainsi, après la première émission, les états du système total sont séparés en deux sous-espaces. On peut les noter symboliquement  $\mathcal{P}' \otimes p$  et  $\mathcal{Q}' \otimes p$  où  $p$  est l'espace des états à un corps dans le continuum. Les états de  $p$  n'interagiront avec les états de  $\mathcal{Q}'$  et de  $\mathcal{P}'$  que par le potentiel à un corps  $ph^{séq}p$ . Ainsi on a:

$$\begin{aligned} H_{PP} &= P \left[ \sum_{i=1}^A h(i) + \sum_{i \leq j=1}^A V^{rés}(i, j) \right] P \\ &\implies Q' \left[ \sum_{i=1}^{A-1} h(i) + \sum_{i \leq j=1}^{A-1} V^{rés}(i, j) \right] Q' + ph^{séq}p = H_{Q'Q'} + ph^{séq}p \end{aligned} \quad (D.2)$$

avec  $p$  le projecteur sur l'espace  $p$ .

De la même façon on obtient:

$$H_{TT} \implies H_{P'P'} + ph^{séq}p \quad (D.3)$$

Ainsi le terme (D.1) s'écrit:

$$\begin{aligned}
& H_{QP} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'} - H_{Q'P'} [E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}]^{-1} H_{P'Q'}} \\
& \times H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}} H_{P'Q'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'}} H_{PQ} \\
& = H_{QP} \frac{1}{E^+ - M} H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}} H_{P'Q'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'}} H_{PQ} \quad (D.4)
\end{aligned}$$

où l'opérateur  $I_d(A)$  est sous-entendu dans l'écriture des termes de couplage  $H_{Q'P'}$ ,  $H_{P'Q'}$ . Nous avons posé par définition dans (D.4):

$$M = H_{Q'Q'} + ph^{séq}p + H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}} H_{P'Q'} \quad (D.5)$$

Il nous faut à présent calculer l'élément de matrice de l'opérateur (D.4), évalué pour l'état  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  de  $\mathcal{Q}$  qui va décroître par une émission séquentielle de deux protons. Notons cet élément de matrice  $\delta^{séq}(E)$ :

$$\begin{aligned}
\delta^{séq}(E) = \langle \Phi_{i,mix}^{SM} | & H_{QP} \frac{1}{E^+ - M} H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}} \\
& \times H_{P'Q'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'}} H_{PQ} |\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle \quad (D.6)
\end{aligned}$$

Soit la relation de complétude dans  $\mathcal{P}$ :

$$\sum_{t,l,j} \int_0^{+\infty} de |t, e, l, j; J\rangle \langle t, e, l, j; J| = I_d \quad (D.7)$$

où  $|t\rangle$  est un vecteur propre de  $H_{Q'Q'}$  avec la valeur propre associé  $E_t$ . L'état  $|e, l, j\rangle$  est l'état propre de  $ph^{séq}p$  d'énergie  $e$  ( $e > 0$ ) et de moments cinétiques  $l$  et  $j$ .

En discrétisant l'intégrale sur l'énergie  $e$  dans la relation de complétude (D.7) on obtient:

$$\sum_c \sum_{n=1}^{n=+\infty} |c, e_n\rangle \langle c, e_n| \Delta_e = 1 \quad (D.8)$$

où on définit le canal  $c$  par  $c = (t, l, j; J)$ .  $\Delta_e$  est le pas de discrétisation et les états  $|e_n, l, j\rangle$  sont normalisés suivant la relation:

$$\langle e_n, l, j | e_{n'}, l, j \rangle = \frac{\delta_{n,n'}}{\Delta_e}$$



En insérant quatre fois la relation de complétude (D.8) dans l'élément de matrice (D.6), on obtient:

$$\begin{aligned}
\delta^{séq}(E) &= \sum_{c_1, c_2, c_3, c_4} \sum_{n_1, n_2, n_3, n_4=1}^{+\infty} \langle \Phi_{i, mix}^{SM} | H_{QP} | c_1, e_{n_1} \rangle \langle c_1, e_{n_1} | \frac{1}{E^+ - M} | c_2, e_{n_2} \rangle \\
&\times \langle c_2, e_{n_2} | H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}} H_{P'Q'} | c_3, e_{n_3} \rangle \langle c_3, e_{n_3} | \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'}} | c_4, e_{n_4} \rangle \\
&\times \langle c_4, e_{n_4} | H_{PQ} | \Phi_{i, mix}^{SM} \rangle \Delta_e^4
\end{aligned} \tag{D.9}$$

Considérons tout d'abord l'élément de matrice suivant  $\langle c_1, e_{n_1} | E^+ - M | c_2, e_{n_2} \rangle$ . Celui-ci est tel que:

$$\begin{aligned}
&\langle c_1, e_{n_1} | E^+ - M | c_2, e_{n_2} \rangle \\
&= \langle t_1, e_{n_1}, l_1, j_1; J | E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'} - H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'}} H_{P'Q'} | t_2, e_{n_2}, l_2, j_2; J \rangle \\
&= (E - E_{t_1} - e_{n_1}) \delta_{c_1, c_2} \delta_{e_{n_1}, e_{n_2}} \frac{1}{\Delta_e} \\
&\quad - \langle t_1 | H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - e_{n_1} - H_{P'P'}} H_{P'Q'} | t_2 \rangle \delta_{(e_{n_1}, l_1, j_1), (e_{n_2}, l_2, j_2)} \frac{1}{\Delta_e}
\end{aligned} \tag{D.10}$$

On a utilisé le fait que  $|t_1\rangle$  est vecteur propre de  $H_{Q'Q'}$  avec la valeur propre  $E_{t_1}$ .

L'élément de matrice calculé pour les états  $t_1$  et  $t_2$  dans (D.10) s'écrit:

$$\langle t_1 | H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - e_{n_1} - H_{P'P'}} H_{P'Q'} | t_2 \rangle = \sum_{t', l', j'} \int_0^{+\infty} dr w_{t_1; t', l', j'}^*(r) \omega_{t_2; t', l', j'}^{(+)(E - e_{n_1})}(r) \tag{D.11}$$

où  $t', l', j'$  sont respectivement, un état lié du noyau A-2, et les moments cinétiques du second proton émis.  $w_{t_1; t', l', j'}(r)$  dans l'équation (D.11) est la projection du terme source sur le canal de décroissance:  $c' = (t', l', j'; J_{t_1})$ , où  $J_{t_1}$  est le moment cinétique total de  $|t_1\rangle$ .  $\omega_{t_2; t', l', j'}^{(+)(E - e_{n_1})}$  est la projection sur ce même canal du prolongement dans le continuum de l'état  $|t_2\rangle$ . Le terme (D.11) correspond à l'émission du second proton depuis le noyau A-1 avec une énergie disponible pour ce proton égale à  $E - e_{n_1}$ . Pour  $e_{n_1} > E$ , la seconde émission est impossible et, le terme (D.11) est réel. Les calculs des termes source et du prolongement dans le continuum sont identiques aux calculs dans le cas du couplage avec une seule particule dans le continuum (cf Annexes (A) et (B)).

Ainsi, l'élément de matrice (D.10) de l'opérateur  $E^+ - M$  s'écrit:

$$\begin{aligned} & \langle c_1, e_{n_1} | E^+ - M | c_2, e_{n_2} \rangle \\ &= \left[ (E - E_{t_1} - e_{n_1}) \delta_{c_1, c_2} \delta_{e_{n_1}, e_{n_2}} - \sum_{t', l', j'} \int_0^{+\infty} dr w_{t_1; t', l', j'}^*(r) \omega_{t_2; t', l', j'}^{(+)(E - e_{n_1})}(r) \delta_{(e_{n_1}, l_1, j_1), (e_{n_2}, l_2, j_2)} \right] \frac{1}{\Delta_e} \end{aligned}$$

Dans l'élément de matrice  $\delta^{séq}(E)$  (cf équation (D.9)), c'est l'opérateur inverse  $1/(E^+ - M)$  qui intervient. Par conséquent, dans le cas général, pour chaque énergie  $e_{n_1}$  il faut diagonaliser  $E^+ - M$  dans la base des états de  $\mathcal{Q}'$  de façon à pouvoir calculer les éléments de matrice de  $1/(E^+ - M)$ .

Le terme  $\langle c_3, e_{n_3} | (E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'})^{-1} | c_4, e_{n_4} \rangle$  dans l'expression (D.9) de  $\delta^{séq}(E)$  est égal à:

$$\langle c_3, e_{n_3} | \frac{1}{E^+ - ph^{séq}p - H_{Q'Q'}} | c_4, e_{n_4} \rangle = \frac{1}{E - e_{n_3} - E_{t_3}} \delta_{(c_3, c_4)} \delta_{(e_{n_3}, e_{n_4})} \frac{1}{\Delta_e} \quad (\text{D.12})$$

Le terme  $\langle \Phi_{i, mix}^{SM} | H_{QP} | c_1, e_{n_1} \rangle$  dans l'expression (D.9) de  $\delta^{séq}(E)$  s'écrit sous la forme:

$$\langle \Phi_{i, mix}^{SM} | H_{QP} | c_1, e_{n_1} \rangle = \int dr w_{\Phi_{i, mix}^{SM}; t_1, l_1, j_1}^*(r) u_{e_{n_1}, l_1, j_1}(r) \quad (\text{D.13})$$

où  $w_{\Phi_{i, mix}^{SM}; t_1, l_1, j_1}^*(r)$  est la projection du terme source pour l'émission du premier proton et  $u_{e_{n_1}, l_1, j_1}(r)$  est la fonction d'onde radiale de l'état  $|e_{n_1}, l_1, j_1\rangle$ .

Le calcul du terme  $\langle c_2, e_{n_2} | H_{Q'P'} (E^+ - ph^{séq}p - H_{P'P'})^{-1} H_{P'Q'} | c_3, e_{n_3} \rangle$  est identique au calcul du terme (D.11).

$\delta^{séq}(E)$  s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \delta^{séq}(E) &= \sum_{t_1, t_2, t_3, l, j} \sum_{n=1}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_{i, mix}^{SM}; t_1, l, j}^*(r) u_{e_n, l, j}(r) \\ &\times \langle t_1 | \frac{1}{E^+ - e_n - H_{Q'Q'} - H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - e_n - H_{P'P'}} H_{P'Q'}} | t_2 \rangle \\ &\times \sum_{t', l', j'} \int_0^{+\infty} dr' w_{t_2; t', l', j'}^*(r') \omega_{t_3; t', l', j'}^{(+)(E - e_n)}(r') \frac{1}{E^+ - e_n - E_{t_3}} \\ &\times \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_{i, mix}^{SM}; t_3, l, j}(r) u_{e_n, l, j}^*(r) \Delta_e \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

Pour  $e_n > E$  la seconde émission est impossible et la contribution des termes avec  $e_n > E$  dans l'expression (D.14) est réelle. On ne s'intéresse qu'à la largeur d'émission, on peut alors tronquer la somme sur  $n$ . La somme se fait de  $n = 1$  à  $n_{max}$  avec  $e_{n_{max}} = E$ .

Ainsi, la largeur partielle  $\Gamma^{séq}$  de l'état  $|\Phi_{i,mix}^{SM}\rangle$  due à l'émission séquentielle vaut:

$$\begin{aligned}
\Gamma^{séq} &= -2Im(\delta^{séq}(E)) \\
&= -2Im \left\{ \sum_{t_1, t_2, t_3, l, j} \sum_{n=1}^{n_{max}} \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_{i,mix}^{SM}; t_1, l, j}^*(r) u_{e_n, l, j}(r) \right. \\
&\quad \times \langle t_1 | \frac{1}{E^+ - e_n - H_{Q'Q'} - H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - e_n - H_{P'P'}} H_{P'Q'}} | t_2 \rangle \\
&\quad \times \sum_{t', l', j'} \int_0^{+\infty} dr' w_{t_2; t', l', j'}^*(r') \omega_{t_3; t', l', j'}^{(+)(E-e_n)}(r') \frac{1}{E^+ - e_n - E_{t_3}} \\
&\quad \left. \times \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_{i,mix}^{SM}; t_3, l, j}(r) u_{e_n, l, j}^*(r) \Delta_e \right\} \tag{D.15}
\end{aligned}$$

A partir de l'expression de la largeur  $\Gamma^{séq}$ , nous avons défini une distribution  $\gamma(e)$  de cette largeur en fonction de l'énergie du premier proton émis.

$\gamma(e)$  est définie par:

$$\Gamma^{séq} = \int_0^E de \gamma(e) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \gamma(e_n) \Delta_e \tag{D.16}$$

$\gamma(e_n)$  est égale à:

$$\begin{aligned}
\gamma(e_n) &= -2Im \left\{ \sum_{t_1, t_2, t_3, l, j} \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_{i,mix}^{SM}; t_1, l, j}^*(r) u_{e_n, l, j}(r) \right. \\
&\quad \times \langle t_1 | \frac{1}{E^+ - e_n - H_{Q'Q'} - H_{Q'P'} \frac{1}{E^+ - e_n - H_{P'P'}} H_{P'Q'}} | t_2 \rangle \\
&\quad \times \sum_{t', l', j'} \int_0^{+\infty} dr' w_{t_2; t', l', j'}^*(r') \omega_{t_3; t', l', j'}^{(+)(E-e_n)}(r') \frac{1}{E^+ - e_{n_1} - E_{t_3}} \\
&\quad \left. \times \int_0^{+\infty} dr w_{\Phi_{i,mix}^{SM}; t_3, l, j}(r) u_{e_n, l, j}^*(r) \right\} \tag{D.17}
\end{aligned}$$

# Annexe E

## Terme source $|w\rangle$ dans le cas de l'émission d'un cluster d' ${}^2\text{He}$

Le terme source pour l'émission directe de deux protons sous forme d'un cluster d' ${}^2\text{He}$  est défini par (cf paragraphe (3.3.3)):

$$|w_i\rangle = H_{TQ} |\phi_i^{int}\rangle$$

La projection  $w_{i,c}(R)$  sur un canal  $c$  dans l'espace  $\mathcal{T}$  s'écrit:

$$w_{i,c}(R) = R \langle t^{int}, 0s, (L, S), J_{2p}; J, R | H_{TQ} |\phi_i^{int}\rangle$$

avec  $c = (t^{int}, 0s, (L, S); J_{2p}; J)$  le canal de décroissance.  $t^{int}$  est l'état interne du système à A-2 nucléons,  $0s$  est l'état interne du cluster,  $L$  est le moment relatif entre le cluster et le noyau A-2, et  $S$  est le spin du cluster.  $L$  et  $S$  sont couplés à  $J_{2p}$  et  $J = J_{int} + J_{2p}$  est le moment cinétique total.  $R$  est la coordonnée radiale relative entre le noyau A-2 et le cluster.

On développe  $w_{i,c}(R)$  sur la base de l'oscillateur harmonique:

$$w_{i,c}(R) = R \sum_N R_{NL}(R) \langle t^{int}, 0s, (L, S); J_{2p}; J; N | H_{TQ} |\phi_i^{int}\rangle$$

où  $R_{NL}(R)$  est la fonction d'onde de l'oscillateur harmonique caractérisée par le nombre quantique radial  $N$  et le moment angulaire  $L$ . Bien que  $|w_i\rangle$  appartienne à  $\mathcal{T}$ , c'est-à-dire le sous-espace des états avec deux particules dans le continuum, la projection du terme source est localisée. Par conséquent, il est tout à fait valable d'utiliser un développement sur la base de l'oscillateur harmonique.

L'opérateur de couplage  $H_{TQ}$  s'écrit:

$$H_{TQ} = T \left[ \sum_{i < j} V^{rés}(i, j) \right] Q$$

On exprime  $H_{TQ}$  avec le formalisme de la seconde quantification:

$$H_{TQ} = \sum_{\substack{\alpha < \beta \\ \gamma < \delta \\ \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha, \beta}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} [a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}]^{\Gamma} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma}$$

où  $V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma}$  est l'élément de matrice réduit et antisymétrisé de l'interaction résiduelle. Les états  $\alpha, \dots, \delta$  sont états propres du potentiel à un corps  $h$  dont l'origine est fixée dans le laboratoire. Ceci est différent du cas avec une seule particule dans le continuum où l'origine

du champ moyen est supposée coïncidée avec le centre de masse du noyau fils. Par conséquent,  $H_{TQ}$  étant exprimé dans le laboratoire et  $w_{i,c}(R)$  étant calculé dans le repère relatif (associé à la coordonnée  $R$ ), nous devons effectuer un changement de référentiel.

Considérons les états de modèles en couches non-spurieux  $|t_i^{SM}\rangle$  et  $|\Phi_i^{SM}\rangle$  correspondant aux états internes  $|t_i^{int}\rangle$  et  $|\Phi_i^{int}\rangle$ . Par définition ceux-ci sont dépourvus d'excitation de centre de masse. Ils s'écrivent sous la forme:

$$|t^{SM}\rangle = |t_i^{int}\rangle |\Phi_{00}^{A-2}\rangle \quad , \quad |\Phi_i^{SM}\rangle = |\phi_i^{int}\rangle |\Phi_{00}^A\rangle \quad (\text{E.1})$$

où  $|\Phi_{00}^{A-2}\rangle$  et  $|\Phi_{00}^A\rangle$  sont les états de centre de masse non excités des noyaux A-2 et A.

Soit l'élément de matrice suivant exprimé dans le laboratoire:

$$\langle t^{SM}, 0s, (L, S); J_{2p}; J, N | H_{TQ} | \Phi_i^{SM} \rangle \quad (\text{E.2})$$

où  $N$  et  $L$  sont les nombres quantiques de l'oscillateur harmonique associés à l'état du cluster *par rapport à l'origine du laboratoire*. En utilisant la transformation de Moshinsky (cf Annexe (F)), l'élément de matrice (E.2) s'écrit sous la forme:

$$\sum_{N_G, L_G, N_{rel}, L_{rel}} \langle 00NL; L | N_G, L_G, N_{rel}, L_{rel}; L \rangle \langle N_G, L_G, t^{int}, 0s, L_{rel}, S, J, N_{rel} | H_{TQ} | \Phi_i^{SM} \rangle$$

où  $\langle 00NL; L | N_G, L_G, N_{rel}, L_{rel}; L \rangle$  est un coefficient de Moshinsky.  $N_G$  et  $L_G$  sont les nombres quantiques correspondant au mouvement du centre de masse de tout le système par rapport au laboratoire et,  $N_{rel}, L_{rel}$  sont associés au mouvement relatif entre le noyau A-2 et le cluster. L'interaction résiduelle n'agit par sur la coordonné du centre de masse du système. Par conséquent on a :  $N_G = 0, L_G = 0, N_{rel} = N, L_{rel} = L$ .

On obtient alors:

$$\langle t^{SM}, 0s, (L, S); J_{2p}; J, N | H_{TQ} | \Phi_i^{SM} \rangle = \langle 00NL; L | 00NL; L \rangle \langle t^{int}, 0s, (L, S); J_{2p}; J, N | H_{TQ} | \phi_i^{int} \rangle \quad (\text{E.3})$$

Ainsi, nous pouvons exprimer les éléments de matrice calculés dans le repère relatif à partir de ceux calculés dans le laboratoire.

En remplaçant les coefficients de Moshinsky par leur expression analytique l'équation (E.1) s'écrit:

$$w_{i,c}(R) = \sum_N \left( \frac{A}{A-2} \right)^{(2N+L)/2} u_{NL}(R) \langle t^{SM}, 0s, (L, S); J_{2p}; J, N | H_{TQ} | \Phi_i^{SM} \rangle \quad (\text{E.4})$$

où  $u_{NL}(R) = R \times R_{NL}(R)$ .

On a alors:

$$w_{i,c}(R) = \sum_N \left( \frac{A}{A-2} \right)^{(2N+L)/2} u_{NL}(R) \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha,\beta}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \times \langle t^{SM}, 0s, (L, S); J_{2p}; J, N | \sum_{\substack{(\alpha \leq \beta) \in cont \\ (\gamma \leq \delta) \in disc}} V_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^\Gamma [a_\alpha^+ a_\beta^+]^\Gamma [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma | \Phi_i^{SM} \rangle \quad (\text{E.5})$$

En appliquant le théorème de Wigner-Eckart,  $w_{i,c}(R)$  s'écrit:

$$\begin{aligned}
w_{i,c}(R) = & - \sum_{\substack{(\alpha \leq \beta) \in cont \\ (\gamma \leq \delta) \in disc \\ \Gamma, N}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \left( \frac{A}{A-2} \right)^{(2N+L)/2} u_{NL}(R) \\
& \times \hat{J} \left\{ \begin{array}{ccc} J_t^{SM} & J_{2p} & J \\ J_{\Phi_i^{SM}} & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{array} \right\} \langle t^{SM} || [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma || \Phi_i^{SM} \rangle \\
& \times \langle 0s, L, S, J_{2p}, N || (\alpha\beta)^\Gamma \rangle \langle (\alpha, \beta)^\gamma || V || (\gamma\delta)^\Gamma \rangle
\end{aligned} \tag{E.6}$$

Considérons le terme:

$$\sum_{(\alpha \leq \beta) \in cont} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \langle 0s, L, S, J_{2p}, N || (\alpha\beta)^\Gamma \rangle \langle (\alpha, \beta)^\Gamma || V || (\gamma\delta)^\Gamma \rangle$$

dans l'expression (E.6) de  $w_{i,c}(R)$ . En insérant deux relations de complétude définies avec les fonctions de l'oscillateur harmonique, ce terme s'écrit:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{(\alpha \leq \beta) \in cont \\ (n_1, l_1, j_1) \leq (n_2, l_2, j_2) \\ (n_3, l_3, j_3) \leq (n_4, l_4, j_4)}} \hat{\Gamma}^2 \langle 0s, L, S, J_{2p}, N | (n_1, l_1, j_1, n_2, l_2, j_2)^\Gamma \rangle \langle (n_1, l_1, j_1, n_2, l_2, j_2)^\Gamma | (\alpha\beta)^\Gamma \rangle \\
& \times \langle (\alpha\beta)^\Gamma | (n_3, l_3, j_3, n_4, l_4, j_4)^\Gamma \rangle \langle (n_3, l_3, j_3, n_4, l_4, j_4)^\Gamma | V | (\gamma\delta)^\Gamma \rangle \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}}
\end{aligned} \tag{E.7}$$

En intégrant sur les énergies des états  $\alpha$  et  $\beta$  on obtient pour le terme précédent:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{(n_1, l_1, j_1) \leq (n_2, l_2, j_2) \\ (n_3, l_3, j_3) \leq (n_4, l_4, j_4)}} \hat{\Gamma}^2 \langle 0s, L, S, J_{2p}, N | (n_1, l_1, j_1, n_2, l_2, j_2)^\Gamma \rangle \langle (n_3, l_3, j_3, n_4, l_4, j_4)^\Gamma | V | (\gamma\delta)^\Gamma \rangle \\
& \times \sum_{(l_\alpha, j_\alpha) \leq (l_\beta, j_\beta)} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{j_1, j_2}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{j_3, j_4}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} \\
& \times \left\{ \langle j_1 | 1 - q_{l_\alpha, j_\alpha} | j_3 \rangle \langle j_2 | 1 - q_{l_\beta, j_\beta} | j_4 \rangle - (-1)^{\Gamma - j_\alpha - j_\beta} \langle j_1 | 1 - q_{l_\alpha, j_\alpha} | j_4 \rangle \langle j_2 | 1 - q_{l_\beta, j_\beta} | j_3 \rangle \right\}
\end{aligned} \tag{E.8}$$

avec  $j_1$  représentant l'état  $(n_1, l_1, j_1)$ , de meme pour  $j_2, j_3, j_4$ .  $q_{l_\alpha, j_\alpha}$  et  $q_{l_\beta, j_\beta}$  sont les projecteurs sur les états (quasi)liés ayant les nombres quantiques  $l_\alpha, j_\alpha$  et  $l_\beta, j_\beta$ .

Le terme  $\langle 0s, L, S, J_{2p}, N | (n_1, l_1, j_1, n_2, l_2, j_2)^\Gamma \rangle$  dans (E.8) est égal à:

$$\frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{j_1, j_2})}} \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{S} \hat{L} (1 - (-1)^{S+1+l}) \left\{ \begin{array}{ccc} l_1 & s_1 & j_1 \\ l_2 & s_2 & j_2 \\ L & S & \Gamma \end{array} \right\} \langle n_1, l_1, n_2, l_2, L | N, L, 0, 0, L \rangle \tag{E.9}$$

où  $\langle n_1, l_1, n_2, l_2, L | N, L, 0, 0, L \rangle$  est un coefficient de Moshinsky.

Le terme  $\langle (n_3, l_3, j_3, n_4, l_4, j_4)^\Gamma | V | (\gamma \delta)^\Gamma \rangle$  s'écrit:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \leq j} \langle ij | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \langle (j_3, j_4)^\Gamma | V | (i, j)^\Gamma \rangle \\
&= \sum_{i \leq j} \langle ij | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \sum_{\substack{L_1 S_1 N'_1 l'_1 n'_1 l'_1 \\ L_2 S_2 N'_2 l'_2 n'_2 l'_2}} \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{i,j})} \sqrt{2(1 + \delta_{j_3, j_4})}} (1 - (-1)^{S_1 + l'_1 + 1}) (1 - (-1)^{S_2 + l'_2 + 1}) \\
& \times \left\{ \begin{array}{ccc} l_{j_3} & s_1 & j_{j_3} \\ l_{j_4} & s_2 & j_{j_4} \\ L_1 & S_1 & \Gamma \end{array} \right\} \hat{j}_{j_3} \hat{j}_{j_4} \hat{L}_1 \hat{S}_1 \left\{ \begin{array}{ccc} l_i & s_1 & j_i \\ l_j & s_2 & j_j \\ L_2 & S_2 & \Gamma \end{array} \right\} \hat{j}_i \hat{j}_j \hat{L}_2 \hat{S}_2 \\
& \times \langle n_{j_3} l_{j_3}, n_{j_4} l_{j_4}, L_1 | N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1 \rangle \times \langle n_i l_i, n_j l_j, L_2 | N'_2, L'_2, n'_2, l'_2, L_2 \rangle \\
& \times \langle N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1, S_1, \Gamma | V | N'_2, L'_2, n'_2, l'_2, L_2, S_2, \Gamma \rangle \tag{E.10}
\end{aligned}$$

L'interaction résiduelle à deux corps  $V^{rés}$  n'agit pas sur le centre de masse des deux particules, ainsi:

$$N'_1 = N'_2 \tag{E.11}$$

$$L'_1 = L'_2 \tag{E.12}$$

De plus dans notre cas, l'interaction utilisée, c'est à dire l'interaction de type Wigner-Bartlett, conserve le spin ( $S_1 = S_2$ ) et le moment interne ( $l'_1 = l'_2$ ) ce qui implique  $L_1 = L_2$ . Ainsi le terme précédent s'écrit:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \leq j} \langle ij | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \langle (j_3, j_4)^\Gamma | V | (i, j)^\Gamma \rangle \\
&= \sum_{i \leq j} 2 \langle ij | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \sum_{L_1, S_1, N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, n'_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{i,j}} \sqrt{1 + \delta_{j_3, j_4}}} \left\{ \begin{array}{ccc} l_{j_3} & s_1 & j_{j_3} \\ l_{j_4} & s_2 & j_{j_4} \\ L_1 & S_1 & \Gamma \end{array} \right\} \hat{j}_{j_3} \hat{j}_{j_4} \hat{L}_1 \hat{S}_1 \\
& \times \left\{ \begin{array}{ccc} l_i & s_1 & j_i \\ l_j & s_2 & j_j \\ L_1 & S_1 & \Gamma \end{array} \right\} \hat{j}_i \hat{j}_j \hat{L}_1 \hat{S}_1 \langle n_{j_3} l_{j_3}, n_{j_4} l_{j_4}, L_1 | N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1 \rangle \\
& \times \langle n_i l_i, n_j l_j, L_1 | N'_1, L'_1, n'_2, l'_1, L_1 \rangle \langle N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1, S_1 | V | N'_1, L'_1, n'_2, l'_1, L_1, S_1 \rangle \tag{E.13}
\end{aligned}$$

A partir de (E.8), (E.9), (E.13) et de l'expression (E.6) du terme source, on obtient:

$$\begin{aligned}
w_{i,c}(R) &= \sum_{\Gamma, (\gamma \leq \delta) \in disc, N} u_{NL}(R) \left( \frac{A}{A-2} \right)^{(2N+L)/2} \hat{J}(\hat{\Gamma})^2 \begin{Bmatrix} J_t^{SM} & J_{2p} & J \\ J_{\Phi_i^{SM}} & 0 & J \\ \hat{\Gamma} & \Gamma & 0 \end{Bmatrix} \\
&\times \sum_{\substack{(l_\alpha, j_\alpha) \leq (l_\beta, j_\beta) \\ (n_1, l_1, j_1) \leq (n_2, l_2, j_2) \\ (n_3, l_3, j_3) \leq (n_4, l_4, j_4)}} \frac{1}{1 + \delta_{j_1, j_2}} \frac{1}{1 + \delta_{j_3, j_4}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} \langle t^{SM} | [[\tilde{a}_\gamma, \tilde{a}_\delta]^\Gamma | | \Phi_i^{SM} \rangle \\
&\times \langle j_1 | 1 - q_{l_\alpha, j_\alpha} | j_3 \rangle \langle j_2 | 1 - q_{l_\beta, j_\beta} | j_4 \rangle - (-1)^{\Gamma - j_\alpha - j_\beta} \langle j_1 | 1 - q_{l_\alpha, j_\alpha} | j_4 \rangle \langle j_2 | 1 - q_{l_\beta, j_\beta} | j_3 \rangle \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{L} \hat{S} \sqrt{2} \\
&\times \left\{ \begin{matrix} l_1 & s_1 & j_1 \\ l_2 & s_2 & j_2 \\ L & S & \Gamma \end{matrix} \right\} \langle n_1, l_1, n_2, l_2, L | NL00, L \rangle \\
&\times \sum_{i \leq j} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{i,j}}} 2 \langle ij | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \left\{ \begin{matrix} l_{j_3} & s_1 & j_{j_3} \\ l_{j_4} & s_2 & j_{j_4} \\ L_1 & S_1 & \Gamma \end{matrix} \right\} \hat{j}_{j_3} \hat{j}_{j_4} \hat{L}_1 \hat{S}_1 \left\{ \begin{matrix} l_i & s_1 & j_i \\ l_j & s_2 & j_j \\ L_1 & S_1 & \Gamma \end{matrix} \right\} \\
&\times \hat{j}_i \hat{j}_j \hat{L}_1 \hat{S}_1 \langle n_{j_3}, l_{j_3}, n_{j_4}, l_{j_4}, L_1 | N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1 \rangle \\
&\times \langle n_i, l_i, n_j, l_j, L_1 | N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1 \rangle > \langle N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1, S_1 | V | N'_1, L'_1, n'_1, l'_1, L_1, S_1 \rangle \quad (E.14)
\end{aligned}$$

L'opérateur défini avec les opérateurs de création et d'annihilation agissant sur les états de modèle en couches dans l'expression de  $w_{i,c}(R)$ , est noté  $\mathcal{U}_{\gamma\delta}^\Gamma$ :

$$\mathcal{U}_{\gamma\delta}^\Gamma = (\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta)^\Gamma \quad (E.15)$$



# Annexe F

## Transformation de Moshinsky

On considère un système formé de deux particules (1) et (2) de masse  $m_1$  et  $m_2$  dans un potentiel de l'oscillateur harmonique. L'hamiltonien de ce système s'écrit:

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{1}{2}m_1\omega^2 r_1^2 + \frac{p_2^2}{2m_2} + \frac{1}{2}m_2\omega^2 r_2^2 \quad (\text{F.1})$$

où  $\hbar\omega$  est le quantum d'énergie du potentiel de l'oscillateur harmonique [54]. L'origine du potentiel est fixée dans le laboratoire. Les fonctions propres de  $H$  couplées à  $\lambda$  sont de la forme:

$$R_{n_1, l_1}(r_1)R_{n_2, l_2}(r_2)[Y_{l_1}(\Omega_1)Y_{l_2}(\Omega_2)]^{\lambda, M} \quad (\text{F.2})$$

où  $M$  est la projection du moment angulaire  $L$ .

Le centre de masse de ces particules est repéré avec la variable  $\mathbf{R}$  et le mouvement relatif est fonction de la variable  $\mathbf{r}$ . Ces deux coordonnées sont définies de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

On montre que l'hamiltonien  $H$  peut se séparer en une partie agissant sur le centre de masse et en une partie agissant sur le mouvement relatif. L'hamiltonien s'écrit alors [53]:

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega^2 R^2 + \frac{p^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2 \quad (\text{F.4})$$

où  $P^2/2M$  est l'énergie cinétique centre de masse et  $p^2/(2\mu)$  est l'énergie cinétique pour le mouvement relatif.  $M$  est la masse totale du système et  $\mu$  sa masse réduite. Les fonctions propres de  $H$  peuvent alors s'écrire sous la forme:

$$R_{N, L}(R)R_{n, l}(r)[Y_L(\Omega_L)Y_l(\Omega_l)]^{\lambda, M} \quad (\text{F.5})$$

où  $R_{N, L}(R)Y_L(\Omega_L)$  est la fonction d'onde associée au mouvement du centre de masse et,  $R_{n, l}(r)Y_l(\Omega_l)$  est la fonction d'onde associée au mouvement relatif des deux particules.

On appelle transformation de Moshinsky, le passage d' un système de coordonnées à l' autre. Cette transformation est telle que:

$$\begin{aligned}
& R_{n_1, l_1}(r_1) R_{n_2, l_2}(r_2) [Y_{l_1}(\Omega_1) Y_{l_2}(\Omega_2)]^{\lambda, M} \\
&= \sum_{NLnl} \langle n_1 l_1 n_2 l_2 | NLnl, \lambda \rangle R_{N, L}(R) R_{n, l}(r) [Y_L(\Omega_L) Y_l(\Omega_l)]^{\lambda, M} \quad (F.6)
\end{aligned}$$

où les termes  $\langle n_1 l_1 n_2 l_2 | NLnl, \lambda \rangle$  sont les coefficients de Moshinsky. Ceux ci sont indépendants du paramètre  $\omega$  du potentiel de l' oscillateur harmonique.

Les coefficients de Moshinsky vérifient la conservation de l' énergie. Ce qui équivaut à:

$$\langle n_1 l_1 n_2 l_2 | NLnl, \lambda \rangle = \delta_{(2n_1+l_1+2n_2+l_2), (2N+L+2n+l)} \quad (F.7)$$

Les coefficients de Moshinsky sont normalisés tels que:

$$\sum_{NLnl} \langle n_1 l_1 n_2 l_2 | NLnl, \lambda \rangle \langle n'_1 l'_1 n'_2 l'_2 | NLnl, \lambda \rangle = \delta_{n_1, n'_1} \delta_{l_1, l'_1} \delta_{n_2, n'_2} \delta_{l_2, l'_2} \quad (F.8)$$

# Annexe G

## Coordonnées de Jacobi et harmoniques hypersphériques

Soit un système composé de trois corps  $i, j$  et  $k$ . On définit les coordonnées de Jacobi réduites de la façon suivante:

$$\mathbf{x}_k = \sqrt{A_{ij}} \mathbf{r}_{ij} \quad \text{avec} \quad A_{ij} = \frac{A_i A_j}{A_i + A_j}$$

$$\mathbf{y}_k = \sqrt{A_{(ij)k}} \mathbf{r}_{(ij)k} \quad \text{avec} \quad A_{(ij)k} = \frac{(A_i + A_j) A_k}{A_i + A_j + A_k}$$

avec  $A_i = m_i/m$  où  $m_i$  est la masse de la particule  $i$  et  $m$  la masse d'un nucléon. Ce système possède 6 degrés de liberté dans l'espace radial et angulaire. Ceux-ci sont décrits par les vecteurs  $\mathbf{x}_k$  et  $\mathbf{y}_k$  (cf figure (G.1)).

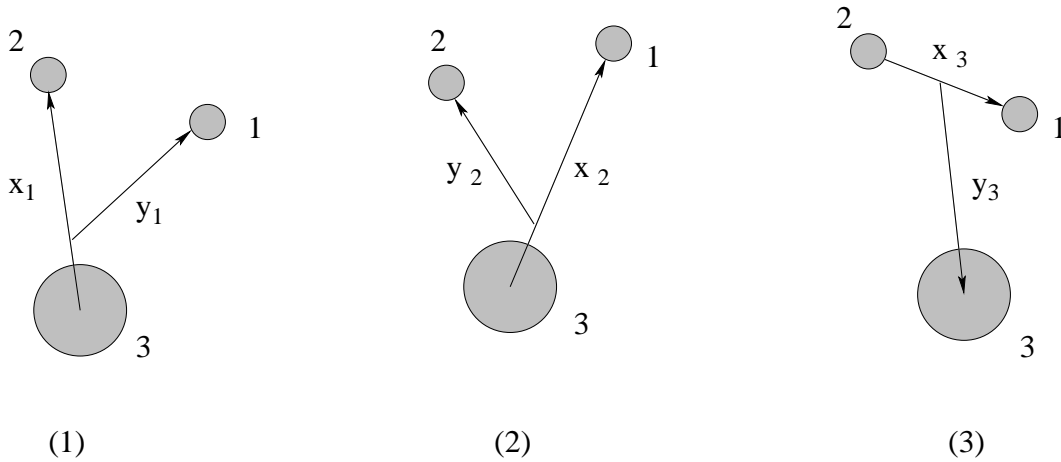


Figure G.1: Coordonnées de Jacobi pour un système à trois corps.

On appelle  $\mathbf{T}$  le repère correspondant à l'ensemble de coordonnées de Jacobi (3) et  $\mathbf{Y}$  les repères correspondant aux ensembles de coordonnées de Jacobi (1) et (2) (cf figure (G.1)).

Les harmoniques hypersphériques  $\mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k)$  sont définies de la façon suivante:

$$\mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k) = \Psi_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha) \left[ Y_{l_{x_k}}(\hat{x}_k) \otimes Y_{l_{y_k}}(\hat{y}_k) \right]^L \quad (\text{G.1})$$

où  $\Omega_5^k \equiv (\alpha_k, \hat{x}_k, \hat{y}_k)$  et les harmoniques sphériques associées à  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  sont notées  $Y_{l_{x_k}}(\hat{x}_k)$  et  $Y_{l_{y_k}}(\hat{y}_k)$ .  $K$  est l'hypermoment et  $\alpha_k$  est l'hyperangle défini par:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{x_k}{y_k}\right) \quad (\text{G.2})$$

La fonction  $\Psi_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha)$  dans (G.1) est définie avec le polynôme de Jacobi d'ordre  $n$  entier avec:  $n = (K - l_{x_k} - l_{y_k})/2$ .

On a pour cette fonction:

$$\Psi_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\alpha) = N_K^{l_{x_k}, l_{y_k}} (\sin \alpha)^{l_{x_k}} (\cos \alpha)^{l_{y_k}} P_n^{l_{x_k}+1/2, l_{y_k}+1/2}(\cos(2\alpha)) \quad (\text{G.3})$$

où  $N_K^{l_{x_k}, l_{y_k}}$  est une constante de normalisation.

L'ensemble des harmoniques hypersphériques  $\mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k)$  est une base dans l'espace angulaire à cinq dimensions  $\Omega_5^k$ . La normalisation est telle que:

$$\int d\hat{x}_k d\hat{y}_k d\alpha_k \cos^2(\alpha_k) \sin^2(\alpha_k) \mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k) \mathcal{Y}_{K'L'}^{l'_{x_k}, l'_{y_k}}(\Omega_5^k) = \delta_{L, L'} \delta_{l_{x_k}, l'_{x_k}} \delta_{l_{y_k}, l'_{y_k}} \delta_{K, K'} \quad (\text{G.4})$$

Pour décrire complètement un système à trois corps, il faut considérer une sixième variable. Celle ci est l'hypperrayon  $\rho$  défini par:

$$\rho = \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \quad (\text{G.5})$$

Quel que soit le repère choisi (1), (2) ou (3) (cf figure (G.1)), l'hypperrayon est le même. L'élément de volume infinitésimal  $dV^6$  dans l'espace de configuration est:

$$dV^6 = \rho^5 d\rho \cos^2(\alpha_k) \sin^2(\alpha_k) d\alpha_k d\hat{x}_k d\hat{y}_k \quad (\text{G.6})$$

L'opérateur d'énergie cinétique dans le repère du centre de masse s'exprime dans les hypervariables sous la forme:

$$T_{\rho, \Omega_5^k} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{5}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{\hat{K}^2(\Omega_5^k)}{\rho^2} \right] \quad (\text{G.7})$$

où  $\hat{K}^2(\Omega_5^k)$  est l'opérateur angulaire hypersphérique défini par:

$$\hat{K}^2(\Omega_5^k) = -\frac{\partial^2}{\partial \alpha_k^2} - 4 \cot(2\alpha_k) \frac{\partial}{\partial \alpha_k} + \frac{\hat{l}_{x_k}^2(\hat{x}_k)}{\cos^2(\alpha_k)} + \frac{\hat{l}_{y_k}^2(\hat{y}_k)}{\sin^2(\alpha_k)} \quad (\text{G.8})$$

et  $\hat{l}_{x_k}$  et  $\hat{l}_{y_k}$  sont les opérateurs de moment angulaire associés aux directions  $\hat{x}_k$  et  $\hat{y}_k$  respectivement.

Les harmoniques hypersphériques sont vecteurs propres de  $\hat{K}^2$  avec la valeur propre  $K(K+4)$ :

$$\hat{K}^2(\Omega_5^k) \mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k) = K(K+4) \mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_k}, l_{y_k}}(\Omega_5^k) \quad (\text{G.9})$$

Le changement de repère d'un système de coordonnées à un autre s'effectue par la transformation de Raynal-Revai[109]. Considérons le passage du système de coordonnées (3) au système (2). La transformation est telle que:

$$\mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_3}, l_{y_3}}(\Omega_5^3) = \sum_{l_{x_2}, l_{y_2}} \langle l_{x_2} l_{y_2} | l_{x_3} l_{y_3} \rangle \mathcal{Y}_{KL}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\Omega_5^2)$$

où  $\langle l_{x_2} l_{y_2} | l_{x_3} l_{y_3} \rangle$  sont les coefficients de Raynal-Revai. L'hypermoment  $K$  et le moment  $L$  sont conservés dans la transformation précédente. Ceci provient du fait, que le passage d'un système de coordonnées à un autre, correspond à une rotation dans l'espace de coordonnées de Jacobi pour laquelle  $K$  et  $L$  sont des invariants [109]. La somme se fait sur les moments  $l_{x_j}$  et  $l_{y_j}$  en tenant compte des restrictions suivantes:

$$|l_{x_j} - l_{y_j}| \leq L \leq l_{x_j} + l_{y_j} \quad (\text{G.10})$$

$$K = 2n_j + l_{x_j} + l_{y_j} \quad (\text{G.11})$$

où  $n_j$  est un entier positif ou nul.

L'expression analytique des coefficients de Raynal-Revai est la suivante [109]:

$$\begin{aligned} \langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x_i} l_{y_i} \rangle_{K,L} &= \frac{\pi}{4} [C_{l_{x_j}, l_{y_j}}^{n_j} C_{l_{x_i}, l_{y_i}}^{n_i}]^{-1/2} \\ &\times \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} (j)^{\lambda_3 + \lambda_4 + l_{y_j} - l_{y_i}} (-1)^{\lambda_1 + \lambda_2} f(\lambda_1, \lambda_3; l_{x_i}) f(\lambda_4, \lambda_2; l_{y_i}) f(\lambda_1, \lambda_4; l_{x_j}) f(\lambda_3, \lambda_2; l_{y_j}) \\ &\times \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_3 & l_{x_i} \\ \lambda_4 & \lambda_2 & l_{y_i} \\ l_{x_j} & l_{y_j} & L \end{array} \right\} \times \sum_{\mu, \nu} (-1)^\mu C_{\lambda_3, \lambda_4}^\mu C_{\lambda_1, \lambda_2}^\nu (\cos \phi_{ij})^{2\nu + \lambda_1 + \lambda_2} (\sin \phi_{ij})^{2\mu + \lambda_3 + \lambda_4} \quad (\text{G.12}) \end{aligned}$$

où les coefficients  $C_{b,c}^a$  sont définis par:

$$C_{b,c}^a = \frac{\Gamma(2a + b + c + 2)}{\Gamma(a + b + 3/2) \Gamma(a + 1) \Gamma(a + b + c + 2)} \quad (\text{G.13})$$

et les fonctions  $f(a, b, c)$  sont par définition égales à:

$$f(a, b, c) = \hat{a} \hat{b} \langle a 0 b 0 | c 0 \rangle \quad (\text{G.14})$$

L'angle  $\phi_{ij}$  est égal à:

$$\phi_{ij} = \arctan \left( (-1)^P \sqrt{AA_k/A_j A_i} \right) \quad (\text{G.15})$$

où  $A$  est la masse total du système.  $A_k$ ,  $A_j$  et  $A_i$  sont les masses des corps  $k$ ,  $j$ , et  $i$ .  $P$  est pair (impair) si  $(jik)$  est une permutation paire (impaire) du triplet (123) (cf Annexe G).

Les coefficients de Raynal-Revai vérifient la relation d'orthogonalité suivante:

$$\sum_{l_{x_j}, l_{y_j}} \langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x_i} l_{y_i} \rangle_{KL} \langle l_{x_j} l_{y_j} | l'_{x_i} l'_{y_i} \rangle_{KL} = \delta_{l_{x_i}, l'_{x_i}} \delta_{l_{y_i}, l'_{y_i}} \quad (\text{G.16})$$

# Annexe H

## Terme source $|w\rangle$ dans le cas de l'émission directe de deux protons

Le terme source pour l'émission directe de deux protons dans le continuum s'écrit:

$$|w_i\rangle = H_{TQ}|\Phi_i^{SM}\rangle \quad (\text{H.1})$$

La projection du terme source sur un canal  $c$ , s'écrit de la façon suivante:

$$w_{i,c}(\rho) = \rho^{5/2}\langle t, K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}; J, \rho | H_{TQ} | \Phi_i^{SM} \rangle \quad (\text{H.2})$$

avec  $c$  défini par:  $c = (t, K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}; J)$ .  $t$  est un état du noyau A-2 et  $K$  est l'hypermoment associé à l'harmonique hypersphérique  $\mathcal{Y}_{KL}^{l_x, l_y}$ . Les moments cinétiques  $l_x$  et  $l_y$  sont les moments associés aux directions  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  dans le repère  $\mathbf{T}$ .  $l_x$  et  $l_y$  sont couplés à  $L$ ,  $S$  est le spin total des deux protons,  $L$  et  $S$  sont couplés à  $J_{2p}$  et, le moment cinétique total  $I_t$  de  $t$  est couplé avec  $J_{2p}$  à  $J$ .

D'après l'expression de  $H_{TQ}$  en seconde quantification,  $w_{i,c}(\rho)$  s'écrit:

$$w_{i,c}(\rho) = \rho^{5/2}\langle t, K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}; J, \rho | \sum_{\substack{\alpha \leq \beta \\ \gamma \leq \delta \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha, \beta}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} [a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}]^{\Gamma} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma} | \Phi_i^{SM} \rangle \quad (\text{H.3})$$

Etant donné que l'état représenté dans le bra admet deux protons dans le continuum et que dans l'état représenté dans le ket tous les nucléons sont (quasi)liés, les opérateurs  $a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}$  ne peuvent que détruire les états du continuum présent dans le bra. Ainsi on obtient:

$$w_{i,c}(\rho) = \rho^{5/2}\langle t, K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}; J, \rho | \sum_{\substack{\alpha \leq \beta \in \text{cont} \\ \gamma \leq \delta \in \text{disc} \\ \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha, \beta}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} [a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}]^{\Gamma} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma} | \Phi_i^{SM} \rangle$$

En séparant la partie de l'opérateur agissant dans le continuum de celle agissant sur les états liés, on a par application du théorème de Wigner-Eckart:

$$w_{i,c}(\rho) = \rho^{5/2} \sum_{\substack{\alpha \leq \beta \in \text{cont} \\ \gamma \leq \delta \in \text{disc} \\ \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} \hat{j} \left\{ \begin{array}{ccc} I_t & J_{2p} & J \\ J & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{array} \right\} \langle t | [[\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma}] | \Phi_i^{SM} \rangle \\ \times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho | |(\alpha, \beta)^{\Gamma}\rangle \langle (\alpha, \beta)^{\Gamma} | |V| |(\gamma, \delta)^{\Gamma}\rangle \quad (\text{H.4})$$

On considère à présent la somme dans l'expression précédente sur les énergies des états  $\alpha$  et  $\beta$ . On a :

$$\begin{aligned}
& \sum_{\alpha \leq \beta \in cont} \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho | (\alpha, \beta)^\Gamma \rangle \langle (\alpha, \beta)^\Gamma | V | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \\
&= \sum_{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta}} \sum_{e_\alpha, e_\beta} \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho | (\alpha, \beta)^\Gamma \rangle \langle (\alpha, \beta)^\Gamma | V | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \\
&= \sum_{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta}} \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho | (1_{\bar{\alpha}} - q_{\bar{\alpha}}) \otimes (1_{\bar{\beta}} - q_{\bar{\beta}}) | V | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \quad (H.5)
\end{aligned}$$

où  $\bar{\alpha}$  désignent les nombres quantiques  $l_\alpha, j_\alpha$  et  $\bar{\beta}$  les nombres quantiques  $l_\beta, j_\beta$ . L'opérateur  $q_{\bar{\alpha}}$  est le projecteur sur les états à un corps (quasi)lié de moment cinétique orbital  $l_\alpha$  et de moment cinétique total  $j_\alpha$ . De façon similaire  $q_{\bar{\beta}}$  projette sur le sous-espace des états (quasi)liés de moments  $l_\beta$  et  $j_\beta$ .

La projection du terme source  $w_{i,c}(\rho)$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
w_{i,c}(\rho) &= \rho^{5/2} \sum_{\substack{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta} \\ \gamma \leq \delta \in disc \\ \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \hat{J} \left\{ \begin{array}{ccc} I_t & J_{2p} & J \\ J & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{array} \right\} \langle t | [[\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma | \Phi_i^{SM} \rangle \\
&\times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho | (1_{\bar{\alpha}} - q_{\bar{\alpha}}) \otimes (1_{\bar{\beta}} - q_{\bar{\beta}}) | V | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \quad (H.6)
\end{aligned}$$

Le produit  $(1_{\bar{\alpha}} - q_{\bar{\alpha}}) \otimes (1_{\bar{\beta}} - q_{\bar{\beta}})$  se décompose en quatre termes :

$$(1_{\bar{\alpha}} - q_{\bar{\alpha}}) \otimes (1_{\bar{\beta}} - q_{\bar{\beta}}) = 1_{\bar{\alpha}} \otimes 1_{\bar{\beta}} - 1_{\bar{\alpha}} \otimes q_{\bar{\beta}} - q_{\bar{\alpha}} \otimes 1_{\bar{\beta}} + q_{\bar{\alpha}} \otimes q_{\bar{\beta}} \quad (H.7)$$

La somme sur tous les nombres quantiques  $\bar{\alpha}$  et  $\bar{\beta}$  donne pour le premier terme de (H.7) l'opérateur identité dans l'espace des états à deux particules :

$$\sum_{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta}} 1_{\bar{\alpha}} \otimes 1_{\bar{\beta}} = 1 \otimes 1 \quad (H.8)$$

La contribution de ce terme à  $w_{i,c}(\rho)$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
& \rho^{5/2} \sum_{\gamma \leq \delta \in disc; \Gamma} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma,\delta}}} \hat{J} \left\{ \begin{array}{ccc} I_t & J_{2p} & J \\ J & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{array} \right\} \langle t | [[\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma | \Phi_i^{SM} \rangle \\
&\times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho | V | (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \quad (H.9)
\end{aligned}$$

Les états  $\gamma$  et  $\delta$  étant (quasi)liés on peut les développer sur la base de l'oscillateur harmonique. Le développement s'écrit :

$$|(\gamma\delta)^\Gamma\rangle = \sum_{n_\gamma \leq n_\delta} \langle n_\gamma l_\gamma j_\gamma n_\delta l_\delta j_\delta; \Gamma | (\gamma\delta)^\Gamma \rangle |n_\gamma, l_\gamma, j_\gamma n_\delta, l_\delta, j_\delta; \Gamma\rangle \quad (H.10)$$



où les  $n_\gamma$  et  $n_\delta$  sont les nombres quantiques radiaux relatifs à l'oscillateur harmonique. On réécrit (H.10) en passant du schéma de couplage j-j au couplage L-S puis, en effectuant une transformation de Moshinsky (cf Annexe (F)). On obtient alors (cf [53]):

$$\begin{aligned} |(\gamma\delta)^\Gamma\rangle &= \sum_{n_\gamma \leq n_\delta} \langle n_\gamma l_\gamma j_\gamma n_\delta l_\delta j_\delta; \Gamma | (\gamma\delta)^\Gamma \rangle \sum_{N', L', n', l'} \sum_{\lambda', S'} \tilde{\eta}_{\lambda', S'}(n_\gamma, n_\delta) \\ &\times \langle n_\gamma l_\gamma n_\delta l_\delta | N' L' n' l'; \lambda' \rangle | N' L' n' l'; \lambda' S' \rangle \end{aligned} \quad (\text{H.11})$$

avec le coefficient  $\tilde{\eta}_{\lambda', S'}(n_\gamma, n_\delta)$  tel que:

$$\tilde{\eta}_{\lambda', S'}(n_\gamma, n_\delta) = \frac{1 + (-1)^{S'+l'}}{\sqrt{2(1 + \delta_{n_\gamma, n_\delta} \delta_{l_\gamma, l_\delta} \delta_{j_\gamma, j_\delta})}} \times \hat{j}_\gamma \hat{j}_\delta \hat{S}' \hat{\lambda}' \begin{Bmatrix} l_\gamma & s_\gamma & j_\gamma \\ l_\delta & s_\delta & j_\delta \\ \lambda' & S' & \Gamma \end{Bmatrix} \quad (\text{H.12})$$

En introduisant le développement (H.11) dans le dernier terme de (H.9) celui s'écrit alors:

$$\begin{aligned} &\langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || V || (\gamma\delta)^\Gamma \rangle \\ &= \sum_{n_\gamma \leq n_\delta} \sum_{N', L', n', l', \lambda', S'} \langle n_\gamma, l_\gamma, j_\gamma n_\delta, l_\delta, j_\delta; \Gamma | (\gamma\delta)^\Gamma \rangle \tilde{\eta}_{\lambda', S'}(n_\gamma, n_\delta) \\ &\quad \langle n_\gamma l_\gamma n_\delta l_\delta | N' L' n' l'; \lambda' \rangle \times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || V || N' L' n' l'; \lambda'; S'; \Gamma \rangle \end{aligned} \quad (\text{H.13})$$

Enfin, l'élément de matrice de l'interaction résiduelle dans le terme précédent se calcule de la façon suivante:

$$\begin{aligned} &\langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || V || N' L' n' l'; \lambda'; S'; \Gamma \rangle \\ &= \hat{\Gamma} \int d\alpha d\hat{\theta}_x d\Omega_S \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \Psi_K^{l_{xk}, l_{yk}}(\alpha) Y_{l_x}^*(\hat{\theta}_x) \chi_S^*(\Omega_S) V \left( \frac{\rho \cos(\alpha)}{\sqrt{\mu_x}}, \hat{\theta}_x, \Omega_S \right) \\ &\quad \times R_{N'L'} \left( \frac{\sqrt{2}\rho \sin(\alpha)}{\mu_y} \right) R_{n'l'} \left( \frac{\rho \cos(\alpha)}{\sqrt{2}\mu_x} \right) Y_{l'}(\hat{\theta}_x) \chi_S'(\Omega_S) \delta_{l_y, L'} \end{aligned} \quad (\text{H.14})$$

où  $\mu_x$  et  $\mu_y$  sont les masses réduites associées aux différents sous-systèmes associés aux directions  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  (cf Annexe G).  $R_{N'L'}(\sqrt{2}\rho \sin(\alpha)/\mu_y)$  et  $R_{n'l'}(\rho \cos(\alpha)/\sqrt{2}\mu_x)$  sont les fonctions d'onde radiales dans la base de l'oscillateur harmonique associées respectivement au mouvement du centre de masse des deux protons par rapport au noyau A-2 et au mouvement relatif de ces deux protons.

La contribution à  $w_{i,c}(\rho)$  du deuxième terme de (H.7) s'écrit:

$$\begin{aligned} &\rho^{5/2} \sum_{\substack{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta} \\ \gamma \leq \delta \in disc \\ \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} \hat{J} \begin{Bmatrix} I_t & J_{2p} & J \\ J & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{Bmatrix} \langle t || [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma || \Phi_i^{SM} \rangle \\ &\quad \times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || -1_{\bar{\alpha}} \otimes q_{\bar{\beta}} || V || (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \end{aligned} \quad (\text{H.15})$$

On calcule le dernier terme de (H.15) en introduisant deux relations de complétude définies dans la base de l'oscillateur harmonique. Ce terme s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
& \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || -1_{\bar{\alpha}} \otimes q_{\bar{\beta}} || V || (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle \\
= & \sum_{\substack{n_1, l_1, j_1 \\ n_2, l_2, j_2}} \sum_{\substack{n'_1, l'_1, j'_1 \\ n'_2, l'_2, j'_2}} \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || n_1, l_1, j_1 n_2, l_2, j_2 \rangle \\
& \times \langle n_1, l_1, j_1 n_2, l_2, j_2 || -1_{\bar{\alpha}} \otimes q_{\bar{\beta}} || n'_1, l'_1, j'_1 n'_2, l'_2, j'_2 \rangle \times \langle n'_1, l'_1, j'_1 n'_2, l'_2, j'_2 || V || (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle
\end{aligned} \tag{H.16}$$

Le recouvrement  $\langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || n_1, l_1, j_1 n_2, l_2, j_2 \rangle$  se calcule en passant du couplage j-j au couplage L-S puis en utilisant la transformation de Moshinsky pour l'état  $|n_1, l_1, j_1 n_2, l_2, j_2 \rangle$  (cf (H.11)).

La contribution à  $w_{i,c}(\rho)$  du troisième terme de (H.7) s'écrit:

$$\begin{aligned}
& \rho^{5/2} \sum_{\substack{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta} \\ \gamma \leq \delta \in \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} \hat{J} \left\{ \begin{array}{ccc} I_t & J_{2p} & J \\ J & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{array} \right\} \langle t || [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma || \Phi_i^{SM} \rangle \\
& \times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || -q_{\bar{\alpha}} \otimes 1_{\bar{\beta}} || V || (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle
\end{aligned} \tag{H.17}$$

Ce terme se calcule de façon identique au terme (H.15).

Enfin la contribution à  $w_{i,c}(\rho)$  du quatrième terme de (H.7) s'écrit:

$$\begin{aligned}
& \rho^{5/2} \sum_{\substack{\bar{\alpha} \leq \bar{\beta} \\ \gamma \leq \delta \in \Gamma}} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\gamma, \delta}}} \hat{J} \left\{ \begin{array}{ccc} I_t & J_{2p} & J \\ J & 0 & J \\ \Gamma & \Gamma & 0 \end{array} \right\} \langle t || [\tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta]^\Gamma || \Phi_i^{SM} \rangle \\
& \times \langle K, (l_x, l_y), L, S; J_{2p}, \rho || q_{\bar{\alpha}} \otimes q_{\bar{\beta}} || V || (\gamma, \delta)^\Gamma \rangle
\end{aligned} \tag{H.18}$$

On calcule ce terme en introduisant deux relations de complétude définies comme précédemment.

# Annexe I

## Calcul du prolongement $|\omega^{(+)}\rangle$ dans l'espace $\mathcal{T}$ dans le cas d'une émission directe de deux protons

Le prolongement  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  de l'état  $|\Phi_j^{SM}\rangle$  dans l'espace  $T$  est solution de l'équation de Schrödinger inhomogène suivante (cf équation (3.41)):

$$(E - H_{TT})|\omega_j^{(+)}\rangle = |w_j\rangle \quad (\text{I.1})$$

On développe  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  sur la représentation des canaux  $c$  (cf (3.39)) dans le repère  $\mathbf{T}$  des coordonnées de Jacobi:

$$\begin{aligned} |\omega_j^{(+)}\rangle &= \rho^{\frac{5}{2}} \sum_c \int d\rho |c, \rho\rangle \omega_{j,c}^{(+)}(\rho) \\ &= \rho^5 \sum_c \int d\rho |t, K, (l_x, l_y), L, S, J_{2p}; J, \rho\rangle \\ &\quad \times \langle t, K, (l_x, l_y), L, S, J_{2p}; J, \rho | \omega_j^{(+)}\rangle \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

où on a posé par définition:

$$\omega_{j,c}^{(+)}(\rho) = \rho^{5/2} \langle c, \rho | \omega_j^{(+)}\rangle \quad (\text{I.3})$$

On insère le développement précédent dans l'équation de Schrödinger inhomogène (I.1) et, en projetant sur le canal  $c$ , on obtient:

$$\rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | E - H_{TT} | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} |c', \rho'\rangle \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') = w_{j,c}(\rho) \quad (\text{I.4})$$

avec  $w_{j,c}(\rho)$  la projection du terme source  $|w_j\rangle$  sur le canal  $c$  (cf Annexe (H)).

L'hamiltonien  $H_{TT}$  comprend l'hamiltonien interne  $H^{int}$  du noyau A-2, l'opérateur  $\hat{\mathcal{K}}$  d'énergie cinétique interne du système à trois corps. A cela il faut ajouter le potentiel à un corps  $v_0$  agissant sur les protons dans le continuum, les termes d'interaction résiduelle à deux corps  $V^{rés}(i, j)$  entre les nucléons et l'interaction coulombienne  $V^{coul}$  entre les deux protons dans le continuum. L'interaction coulombienne entre les protons dans le noyau A-2 et les protons dans le continuum est prise en compte dans le potentiel  $v_0$ .

$H_{TT}$  s'écrit:

$$\begin{aligned}
H_{TT} &= THT = T \left[ H^{int} + \hat{\mathcal{K}} + v_0(A-1) + v_0(A) + \sum_{\substack{j \geq A-1 \\ i \leq j}} V^{rés}(i, j) \right. \\
&\quad \left. + V^{rés}(A-1, A) + V^{coul}(A-1, A) \right] T
\end{aligned} \tag{I.5}$$

où  $A-1$  et  $A$  font référence aux deux protons dans le continuum. Les termes de l'interaction résiduelle à deux corps entre les nucléons dans le noyau  $A-2$  sont pris en compte dans l'hamiltonien interne  $H^{int}$ .

Par définition  $\omega_j^{(+)}$  appartient à  $\mathcal{T}$  par conséquent, en enlevant le projecteur  $T$  agissant à droite de l'hamiltonien  $H$  on peut écrire (I.4) sous la forme:

$$\rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T(E - H) | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} | c' \rho' \rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') = w_{j, c}(\rho) \tag{I.6}$$

En insérant une seconde relation de complétude on réécrit (I.6) sous la forme:

$$\rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^{5/2} | c'' \rho'' \rangle \langle c'' \rho'' | (E - H) | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} | c' \rho' \rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') = w_c(\rho) \tag{I.7}$$

On insère l'expression de  $H$  (cf équation (I.5)) dans le membre de gauche de l'équation ci-dessus et on calcule chaque terme de l'expression ainsi obtenue.

### I.1 Terme $E - H^{int} - \hat{\mathcal{K}}$

On calcule ici la contribution du terme  $E - H^{int} - \hat{\mathcal{K}}$  dans l'équation (I.7). On a:

$$\begin{aligned}
&\langle c'' \rho'' | E - H^{int} - \hat{\mathcal{K}} | c' \rho' \rangle \\
&= \left[ (E - E_{t''}) + \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho''^2} - \frac{(K + 3/2)(K + 5/2)}{\rho''^2} \right\} \right] \delta_{c'', c'} \frac{\delta(\rho'' - \rho')}{\rho'^5}
\end{aligned} \tag{I.8}$$

où  $E_{t''}$  est l'énergie interne de l'état  $t''$ .

Ainsi on obtient (cf équations (I.7), (I.8)):

$$\begin{aligned}
&\rho^{5/2} \langle c \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^{5/2} | c'' \rho'' \rangle \langle c'' \rho'' | E - H^{int} - \hat{\mathcal{K}} | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} | c' \rho' \rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') \\
&= \rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^{5/2} | c'' \rho'' \rangle \left[ (E - E_{t''}) + \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho''^2} - \frac{(K + 3/2)(K + 5/2)}{\rho''^2} \right\} \right] \omega_{j, c''}^{(+)}(\rho'')
\end{aligned} \tag{I.9}$$

Le projecteur  $T$  a pour effet de garantir que les particules dans le continuum n'occupent pas d'états (quasi)liés dans la cible. Nous ne le prenons pas en considération pour le moment et nous remplaçons  $T$  par l'opérateur identité. La prise en compte ultérieure du projecteur  $T$  est décrite dans l'Annexe (J).

On obtient alors pour le terme (I.9):

$$\left[ E - E_t + \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{(K + 3/2)(K + 5/2)}{\rho^2} \right\} \right] \omega_{j,c}^{(+)}(\rho) \quad (\text{I.10})$$

## I.2 Termes d'interaction entre les deux protons dans le continuum

On passe à présent au calcul des différents termes d'interaction entre les deux protons dans le continuum, c'est-à-dire l'interaction résiduelle et l'interaction coulombienne. Considérons par exemple une interaction résiduelle de type Gaussienne:

$$V^{rés}(i, j) = V_0 e^{-\beta^2(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2}$$

avec  $V_0$  l'intensité de la force et  $\beta$  sa portée. Dans le repère  $\mathbf{T}$  (cf Annexe (G)), l'interaction résiduelle entre les deux nucléons dans le continuum s'écrit:

$$V^{rés}(A-1, A) = V_0 e^{-\beta^2(x/(\sqrt{\mu_x}))^2} = V_0 e^{-\beta^2(\rho \cos(\alpha)/(\sqrt{\mu_x}))^2} \quad (\text{I.11})$$

où  $\mu_x$  est la masse réduite des deux protons dans le continuum.

On a alors:

$$\begin{aligned} & \langle c'' \rho'' | V^{rés}(A-1, A) | c' \rho' \rangle \\ &= \langle K'', \rho'' | V^{rés}(A-1, A) | K', \rho' \rangle \delta_{l_x'', l_x'} \delta_{l_y'', l_y'} \delta_{L'', L'} \delta_{S'', S'} \delta_{J_{2p}'', J_{2p}'} \\ &= \int d\alpha \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \Psi_{K''}^{l_x'', l_y''}(\alpha) \Psi_{K'}^{l_x', l_y'}(\alpha) \left[ V_0 e^{-\beta^2(\rho'' \cos(\alpha)/\sqrt{\mu_x})^2} \right] \\ & \times \frac{\delta(\rho'' - \rho')}{\rho''^5} \delta_{l_x'', l_x'} \delta_{l_y'', l_y'} \delta_{L'', L'} \delta_{S'', S'} \delta_{J_{2p}'', J_{2p}'} \\ & \equiv V_{c''c'}^{rés}(\rho'') \frac{\delta(\rho'' - \rho')}{\rho''^5} \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

Le calcul du terme de l'interaction coulombienne entre deux protons dans le continuum est similaire. En notant  $V_{c''c'}^{coul}(\rho'')$  le terme similaire à  $V_{c''c'}^{rés}(\rho'')$  dû à l'interaction coulombienne, on obtient (cf équations (I.7), (I.12)):

$$\begin{aligned} & \rho^{5/2} \langle c \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^5 | c'' \rho'' \rangle \langle c'' \rho'' | V^{rés}(A-1, A) + V^{coul}(A-1, A) | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{5/2} | c' \rho' \rangle \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \\ &= \rho^{5/2} \langle c, \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^{5/2} | c'' \rho'' \rangle \sum_{c'} \left[ V_{c''c'}^{rés}(\rho'') + V_{c''c'}^{coul}(\rho'') \right] \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho'') \\ & \Rightarrow \sum_{c'} \left[ V_{cc'}^{rés}(\rho) + V_{cc'}^{coul}(\rho) \right] \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

Comme précédement nous n'avons pas considéré le projecteur  $T$  et nous avons supposé  $T = I_d$ .

### I.3 Termes du potentiel à un corps $v_0$

Calculons à présent la contribution du champ à un corps  $v_0$  dans l'équation (I.7).  $v_0$  est un potentiel de type Woods-Saxon avec un terme de couplage spin-orbite et un champ coulombien engendré par les protons dans le noyau A-2. On procède comme précédement en calculant d'abord l'élément de matrice de l'interaction entre les canaux  $c''$  et  $c'$ :

$$\langle c'' \rho'' | v_0(A-1) + v_0(A) | c' \rho' \rangle \quad (\text{I.14})$$

Les canaux sont définis avec les coordonnées du repère  $\mathbf{T}$ . Celles-ci ne sont pas adaptées au calcul du terme (I.14). En effet  $v_0$  est fonction des directions  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  associées aux repères  $\mathbf{Y}$  définis respectivement avec les ensembles de coordonnées de Jacobi (1) et (2) (cf Annexe (G)). On utilise alors la transformation de Raynal-Revai (cf Annexe (G)) pour passer du repère  $\mathbf{T}$  aux repères  $\mathbf{Y}$ . On a :

$$\begin{aligned} & \langle c'' \rho'' | v_0(A-1) | c' \rho' \rangle \\ &= \langle t'', K'', (l''_x, l''_y) L'', S'', J_{2p''}; J \rho'' | v_0(A-1) | t', K', (l'_x, l'_y) L', S', J_{2p'}; J \rho' \rangle \\ &= \langle K'', (l''_x, l''_y) L'', S'', J_{2p''}; J \rho'' | v_0(A-1) | K', (l'_x, l'_y) L', S', J_{2p'}; J \rho' \rangle \delta_{t'', t'} \delta_{J_{2p''}, J_{2p'}} \\ &= \sum_{l_{x_1}, l_{y_1}, l_{x_2}, l_{y_2}} \langle l_{x_1}, l_{y_1} | l''_x, l''_y \rangle_{K'' L''} \langle l_{x_2}, l_{y_2} | l'_x, l'_y \rangle_{(K' L')} \delta_{t'', t'} \delta_{J_{2p''}, J_{2p'}} \\ & \times \langle K'', (l_{x_1}, l_{y_1}) L'', S'', J_{2p''}; J \rho'' | v_0(A-1) | K', (l_{x_2}, l_{y_2}) L', S', J_{2p'}; J \rho' \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

où les termes  $\langle l_{x_1}, l_{y_1} | l''_x, l''_y \rangle_{K'' L''}$  sont les coefficients de Raynal-Revai (cf Annexe (G)). Les moments cinétiques  $l_{x_1}$  et  $l_{x_2}$  sont relatifs à la direction  $\mathbf{x}_1$  dans le repère  $\mathbf{Y}$  définis avec le jeu de coordonnées (1) et,  $l_{y_1}$  et  $l_{y_2}$  sont relatifs à la direction  $\mathbf{y}_1$  dans ce même repère. On change ensuite de schéma de couplage, c'est-à-dire que l'on passe du couplage  $L - S$  au couplage  $j - j$ . On obtient alors pour le dernier terme de (I.15):

$$\begin{aligned} & \langle K'', (l_{x_1}, l_{y_1}) L'', S'', J_{2p''}; J \rho'' | v_0(A-1) | K', (l_{x_2}, l_{y_2}) L', S', J_{2p'}; J \rho' \rangle \\ &= \sum_{j_{x_1}, j_{y_1}, j_{x_2}, j_{y_2}} \hat{L}'' \hat{S}'' \hat{j}_{x_1} \hat{j}_{y_1} \hat{L}' \hat{S}' \hat{j}_{x_2} \hat{j}_{y_2} \begin{Bmatrix} l_{x_1} & l_{y_1} & L'' \\ s_1 & s_2 & S'' \\ j_{x_1} & j_{y_1} & J_{2p''} \end{Bmatrix} \\ & \times \begin{Bmatrix} l_{x_2} & l_{y_2} & L' \\ s_1 & s_2 & S' \\ j_{x_2} & j_{y_2} & J_{2p'} \end{Bmatrix} \langle K'', (j_{x_1}, j_{y_1}), J_{2p''} \rho'' | v_0(A-1) | K', (j_{x_2}, j_{y_2}), J_{2p'} \rho' \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.16})$$

Le dernier terme du second membre de (I.16) s'écrit:

$$\begin{aligned} & \langle K'', (j_{x_1}, j_{y_1}), J_{2p''}\rho'' | v_0(A-1) | K', (j_{x_2}, j_{y_2}), J_{2p'}\rho' \rangle \\ &= \int d\alpha \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \Psi_{K''}^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha) \Psi_{K'}^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha) v_0^{l_{x_1}, j_{x_1}}(\rho'' \cos(\alpha) / \sqrt{\mu_x}) \\ & \quad \times \frac{\delta(\rho'' - \rho')}{\rho''^5} \delta_{l_{x_1}, l_{x_2}} \delta_{j_{x_1}, j_{x_2}} \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

$$\equiv V_{c''c'}^{v_0(A-1)}(\rho'') \frac{\delta(\rho'' - \rho')}{\rho''^5} \quad (\text{I.18})$$

$\mu_x$  est la masse réduite du système (noyau A-2 - proton) et  $v_0^{l_{x_1}, j_{x_1}}(\rho'' \cos(\alpha) / \sqrt{\mu_x})$  est la partie radial du potentiel à un corps  $v_0$  pour une onde  $l_{x_1}, j_{x_1}$ .

On procède de la même façon pour le second proton dans le continuum en passant du repère  $\mathbf{T}$  au repère  $\mathbf{Y}$  correspondant à l'ensemble (2) des coordonnées de Jacobi.

On réécrit alors le terme (I.14) sous la forme:

$$\langle c''\rho'' | v_0(A-1) + v_0(A) | c'\rho' \rangle \equiv \left\{ V_{c''c'}^{v_0(A-1)}(\rho'') + V_{c''c'}^{v_0(A)}(\rho'') \right\} \frac{\delta(\rho'' - \rho')}{\rho''^5} \quad (\text{I.19})$$

Le terme  $V_{c''c'}^{v_0(A)}(\rho'')$  est le terme similaire à  $V_{c''c'}^{v_0(A-1)}(\rho'')$  pour le second proton dans le continuum.

On obtient alors (cf équations (I.7), (I.19)):

$$\begin{aligned} & \rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^5 | c''\rho'' \rangle \langle c''\rho'' | \{v_0(A-1) + v_0(A)\} | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} | c'\rho' \rangle \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \\ &= \rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T \sum_{c''} \int d\rho'' \rho''^{5/2} | c''\rho'' \rangle \left\{ V_{c''c'}^{v_0(A-1)}(\rho'') + V_{c''c'}^{v_0(A)}(\rho'') \right\} \sum_{c'} \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho'') \\ &\Rightarrow \sum_{c'} \left\{ V_{c''c'}^{v_0(A-1)}(\rho) + V_{c''c'}^{v_0(A)}(\rho) \right\} \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

Comme précédemment nous n'avons pas considéré le projecteur  $T$  et nous avons supposé  $T = I_d$ .

## I.4 Termes d'interaction résiduelle

Il reste à présent à calculer la contribution de l'interaction résiduelle à deux corps entre les protons dans le continuum et les nucléons dans le noyau A-2. Ce terme s'écrit (cf équations (I.4) et (I.5)):

$$\rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T \sum_{i \leq j}^{j \geq A-1} V^{rés}(i, j) | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} | c'\rho' \rangle \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \quad (\text{I.21})$$

On calcule le terme (I.21) à l'aide du formalisme de la seconde quantification. On a alors:

$$\begin{aligned}
& \rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | T \sum_{i \leq j}^{j \geq A-1} V^{rés}(i, j) | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} |c' \rho'\rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') \\
&= \rho^{\frac{5}{2}} \langle c, \rho | \sum_{\substack{(\alpha \in disc \leq \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc \leq \delta \in cont) \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} \{ [a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}]^{\Gamma} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma} \}^0 | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} |c' \rho'\rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho')
\end{aligned} \tag{I.22}$$

où  $V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma}$  est l'élément de matrice de l'interaction résiduelle pour des états couplés à  $\Gamma$ . Le projecteur  $T$  est pris en compte par les restrictions sur la somme des états à un corps  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ . Celle-ci est telle que:

$$\begin{aligned}
& \alpha \in disc \leq \beta \in cont \\
& \gamma \in disc \leq \delta \in cont
\end{aligned} \tag{I.23}$$

On recouple les opérateurs de création et d'annihilation de façon à séparer ceux agissant sur les états (quasi)liés de ceux agissant sur les états du continuum. On obtient:

$$\{ [a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}]^{\Gamma} [\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta}]^{\Gamma} \}^0 = - \sum_{J'} \hat{J}^2 \hat{\Gamma}^2 \left\{ \begin{array}{ccc} j_{\alpha} & j_{\beta} & \Gamma \\ j_{\gamma} & j_{\delta} & \Gamma \\ J' & J' & 0 \end{array} \right\} \{ [a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma}]^{J'} [a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta}]^{J'} \}^0 \tag{I.24}$$

On insère l'expression précédente dans le terme (I.22) et on applique ensuite le théorème de Wigner-Eckart. Le terme (I.22) s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
& - \hat{J} \rho^{5/2} \sum_{\substack{(\alpha \in disc \leq \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc \leq \delta \in cont) \\ \Gamma, J'}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} \hat{\Gamma}^2 \hat{J}'^2 \left\{ \begin{array}{ccc} j_{\alpha} & j_{\beta} & \Gamma \\ j_{\gamma} & j_{\delta} & \Gamma \\ J' & J' & 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} I_t & J_{2p} & J \\ I_{t'} & J_{2p'} & J \\ J' & J' & 0 \end{array} \right\} \langle t | | (a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma})^{J'} | | t' \rangle \\
& \times \langle K, (l_x, l_y) L, S, J_{2p}, \rho | | (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})^{J'} | | \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} | K', (l'_x, l'_y) L', S', J_{2p'}, \rho' \rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') \tag{I.25}
\end{aligned}$$

Considérons tout d'abord la somme des opérateurs de création et d'annihilation suivante:

$$\sum_{\substack{(\alpha \in disc, \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc, \delta \in cont) \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})_{M'}^{J'} \tag{I.26}$$

et calculons cet opérateur à l'aide de deux relations de complétude insérées à gauche et à droite:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{(\alpha \in disc, \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc, \delta \in cont) \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})_{M'}^{J'} = \\
& \sum_{\substack{(\alpha \in disc, e_{\beta} > 0) \\ (\gamma \in disc, e_{\delta} > 0) \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} \sum_{j_{\beta}, j_2, j_{\delta}, j_2', J_1, J_2, M_1, M_2} \int dr_1 dr_2 dr_1' dr_2' r_1^2 r_1'^2 r_2^2 r_2'^2 | j_{\beta}, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1 \rangle \\
& \times \langle j_{\beta}, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1 | (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})_{M'}^{J'} | j_{\delta}, r_1', j_2', r_2', J_2, M_2 \rangle \langle j_{\delta}, r_1', j_2', r_2', J_2, M_2 | \tag{I.27}
\end{aligned}$$



où l'on a noté les nombres quantiques  $l$ ,  $j$  et  $\tau_z$  d'une particule sous la forme  $j$ . Par exemple  $j_2$  symbolise  $l_2, j_2, \tau_{z_2}$ . On suppose pour simplifier la démonstration le cas où les deux particules dans le continuum n'appartiennent pas au même ensemble de nombre quantique  $j$ . Ainsi  $j_\beta$  est différent de  $j_2$  et  $j_\delta$  est différent de  $j'_2$ .

En appliquant le théorème de Wigner-Eckart le terme précédent s'écrit:

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{(\alpha \in disc, e_\beta > 0) \\ (\gamma \in disc, e_\delta > 0) \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^\Gamma \sum_{j_\beta, j_2, j_\delta, j'_2, J_1, J_2, M_1, M_2} \int dr_1 dr_2 dr'_1 dr'_2 r_1^2 r'_1{}^2 r_2^2 r'_2{}^2 |j_\beta, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1\rangle \\ & \times \langle J_2 M_2 J' M' | J_1 M_1 \rangle \hat{J}_2 \hat{J}'^2 \begin{Bmatrix} j_\beta & j_2 & J_1 \\ j_\gamma & j'_2 & J_2 \\ J' & 0 & J' \end{Bmatrix} \frac{u_\beta(r_1) u_\delta(r'_1)}{r_1} \frac{j_2 \delta_{j_2, j'_2}}{r'_1} \frac{\delta(r_2 - r'_2)}{r_2^2} \langle j_\delta, r'_1, j'_2, r'_2, J_2, M_2 | \end{aligned} \quad (I.28)$$

où l'on a introduit les fonctions d'ondes radiales  $u_\beta(r_1)$  et  $u_\delta(r'_1)$  des états  $\beta$  et  $\delta$ . On somme à présent sur les énergies des états  $\beta$  et  $\delta$ . En ne réécrivant que les termes dépendant des énergies des états  $\beta$  et  $\delta$  dans l'expression précédente, la somme sur les énergies s'écrit:

$$\begin{aligned} & \sum_{e_\beta > 0, e_\delta > 0} \int dr_a dr_b dr_1 dr'_1 r_1 r'_1 u_\alpha(r_a) u_\beta(r_a) u_\beta(r_1) u_\delta(r'_1) \\ & \times \left[ v_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_a) u_\delta(r_b) - (-1)^\phi v_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\delta}, \bar{\gamma}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_b) u_\delta(r_a) \right] \end{aligned} \quad (I.29)$$

où l'on a introduit les éléments de matrice de l'interaction résiduelle non antisymétrisés et intégrés sur les parties angulaire  $v_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b)$  (cf Annexe (A)). La phase  $\Phi$  est égale à :  $\phi = j_\gamma + j_\delta - \Gamma$ .

A partir de la relation de complétude sur les états à un corps (cf équation (2.20)) on obtient pour le premier terme de l'expression précédente:

$$\begin{aligned} & \int dr_a dr_b dr_1 dr'_1 r_1 r'_1 u_\alpha(r_a) v_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_a) [\delta(r_b - r_1) - \sum_{n_\beta} u_{n_\beta}(r_b) u_{n_\beta}(r_1)] \\ & \times [\delta(r_b - r'_1) - \sum_{n_\delta} u_{n_\delta}(r_b) u_{n_\delta}(r'_1)] \end{aligned} \quad (I.30)$$

où  $u_{n_\beta}(r_b)$  et  $u_{n_\delta}(r_b)$  sont les fonctions d'onde radiale des états (quasi)liés ayant respectivement les nombres quantiques  $l_\beta, j_\beta, \tau_{z_\beta}$  et  $l_\delta, j_\delta, \tau_{z_\delta}$ .

De la même façon on obtient pour le second terme de (I.29):

$$\begin{aligned} & -(-1)^\phi \int dr_a dr_b dr_1 dr'_1 r_1 r'_1 u_\alpha(r_a) v_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_b) [\delta(r_b - r_1) - \sum_{n_\beta} u_{n_\beta}(r_b) u_{n_\beta}(r_1)] \\ & \times [\delta(r_a - r'_1) - \sum_{n_\delta} u_{n_\delta}(r_a) u_{n_\delta}(r'_1)] \end{aligned} \quad (I.31)$$

Finalement, à l'aide des expressions (I.28), (I.29) (I.30) et (I.31), le terme (I.26) s'écrit sous la forme:

$$\sum_{\substack{(\alpha \in disc, \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc, \delta \in cont) \\ \Gamma}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^\Gamma (a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta)^{J'}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\substack{(\alpha \in disc) \\ (\gamma \in disc) \\ \Gamma}} \sum_{j_\beta, j_2, j_\delta, J_1, J_2, M_1, M_2} \hat{J}_2 \hat{J}'^2 \hat{j}_2 \langle J_2 M_2 J' M' | J_1 M_1 \rangle \begin{Bmatrix} j_\beta & j_2 & J_1 \\ j_\gamma & j_2 & J_2 \\ J' & 0 & J' \end{Bmatrix} \\
&\int dr_a dr_b dr_1 dr_1' r_1 r_1' dr_2 r_2^2 \times |j_\beta, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1 \rangle \langle j_\delta, r_1', j_2, r_2, J_2, M_2 | u_\alpha(r_a) v_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) \\
&\times \left\{ u_\gamma(r_a) [\delta(r_b - r_1) - \sum_{n_\beta} u_{n_\beta}(r_b) u_{n_\beta}(r_1)] [\delta(r_b - r_1') - \sum_{n_\delta} u_{n_\delta}(r_b) u_{n_\delta}(r_1')] \right. \\
&\left. - (-1)^\phi u_\gamma(r_b) [\delta(r_b - r_1) - \sum_{n_\beta} u_{n_\beta}(r_b) u_{n_\beta}(r_1)] [\delta(r_a - r_1') - \sum_{n_\delta} u_{n_\delta}(r_a) u_{n_\delta}(r_1')] \right\} \quad (I.32)
\end{aligned}$$

On peut réécrire ce terme sous la forme:

$$\begin{aligned}
&\sum_{\substack{(\alpha \in disc) \\ (\gamma \in disc) \\ \Gamma}} \sum_{j_\beta, j_2, j_\delta, J_1, J_2, M_1, M_2} \hat{J}_2 \hat{J}'^2 \hat{j}_2 \langle J_2 M_2 J' M' | J_1 M_1 \rangle \begin{Bmatrix} j_\beta & j_2 & J_1 \\ j_\gamma & j_2 & J_2 \\ J' & 0 & J' \end{Bmatrix} \int dr_2 r_2^2 dr_1 dr_1' r_1 r_1' \\
&|j_\beta, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1 \rangle f(r_1, r_1') \langle j_\delta, r_1', j_2, r_2, J_2, M_2 | \quad (I.33)
\end{aligned}$$

où  $f(r_1, r_1')$  est un opérateur n'agissant que sur les variables  $r_1$  et  $r_1'$ . On obtient  $f(r_1, r_1')$  par identification avec la formule (I.32).

Calculons l'opérateur (I.32) pour deux états à deux particules antisymétrisés. Soient  $|ab\rangle$  et  $|cd\rangle$  ces deux états. On a:

$$\begin{aligned}
&\langle ab | \sum_{\substack{(\alpha \in disc) \\ (\gamma \in disc) \\ \Gamma}} \sum_{j_\beta, j_2, j_\delta, J_1, J_2, M_1, M_2} \hat{J}_2 \hat{J}'^2 \hat{j}_2 \langle J_2 M_2 J' M' | J_1 M_1 \rangle \begin{Bmatrix} j_\beta & j_2 & J_1 \\ j_\gamma & j_2 & J_2 \\ J' & 0 & J' \end{Bmatrix} \int dr_2 r_2^2 dr_1 dr_1' r_1 r_1' \\
&\times |j_\beta, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1 \rangle f(r_1, r_1') \langle j_\delta, r_1', j_2, r_2, J_2, M_2 | cd \rangle \\
&= \sum_{\substack{(\alpha \in disc) \\ (\gamma \in disc) \\ \Gamma}} \sum_{j_\beta, j_2, j_\delta, J_1, J_2, M_1, M_2} \hat{J}_2 \hat{J}'^2 \hat{j}_2 \langle J_2 M_2 J' M' | J_1 M_1 \rangle \begin{Bmatrix} j_\beta & j_2 & J_1 \\ j_\gamma & j_2 & J_2 \\ J' & 0 & J' \end{Bmatrix} \int dr_2 r_2^2 dr_1 dr_1' r_1 r_1' \\
&\times \langle ab | j_\beta, r_1, j_2, r_2, J_1, M_1 \rangle_{nas} 2 f(r_1, r_1') \langle j_\delta, r_1', j_2, r_2, J_2, M_2 |_{nas} cd \rangle
\end{aligned}$$

où l'indice *nas* signifie que les états ne sont plus antisymétrisés. Ainsi, d'après l'expression ci-dessus, on peut considérer que l'opérateur (I.26) n'agit que sur le premier proton des différents états non-antisymétrisés repéré par les variables radiales  $r_1$  et  $r_1'$ . Le facteur 2 dans l'expression précédente est présent pour prendre en compte le fait que l'on a deux protons dans le continuum. La particule dans l'état  $|j_2, r_2\rangle$  n'intervient pas dans le calcul hormis par les couplages angulaires.

Retournons à présent au calcul du terme (I.25). On redonne ici son expression:

$$\begin{aligned}
& -\hat{J}\rho^{5/2} \sum_{\substack{(\alpha \in disc \leq \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc \leq \delta \in cont) \\ \Gamma, J'}} V_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\Gamma} \hat{\Gamma}^2 \hat{J}'^2 \begin{Bmatrix} \hat{j}_{\alpha} & \hat{j}_{\beta} & \Gamma \\ \hat{j}_{\gamma} & \hat{j}_{\delta} & \Gamma \\ J' & J' & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_t & J_{2p} & J \\ I_{t'} & J_{2p'} & J \\ J' & J' & 0 \end{Bmatrix} \langle t || (a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma})^{J'} || t' \rangle \\
& \times \langle K, (l_x, l_y) L, S, J_{2p} \rho || (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})^{J'} || \sum_{c'} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} |K', (l'_x, l'_y) L', S', J_{2p'}, \rho' \rangle \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') \quad (I.34)
\end{aligned}$$

Considérons le dernier terme de l'expression précédente. On passe du schéma de couplage L-S au schéma de couplage j-j puis, on utilise la transformation de Raynal-Revai.

On obtient alors:

$$\begin{aligned}
& \langle K, (l_x, l_y) L, S, J_{2p} \rho || (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})^{J'} || K', (l'_x, l'_y) L', S', J_{2p'}, \rho' \rangle \\
& = \sum_{l_{x_1}, l_{y_1}, l_{x_2}, l_{y_2}} \langle l_{x_1}, l_{y_1} | l_x, l_y \rangle_{KL} \langle l_{x_2}, l_{y_2} | l'_x, l'_y \rangle_{K'L'} \sum_{j_{x_1}, j_{y_1}, j_{x_2}, j_{y_2}} \hat{L} \hat{S} \hat{j}_{x_1} \hat{j}_{y_1} \hat{L}' \hat{S}' \hat{j}_{x_2} \hat{j}_{y_2} \\
& \times \begin{Bmatrix} l_{x_1} & l_{y_1} & L \\ s_1 & s_2 & S \\ j_{x_1} & j_{y_1} & J_{2p} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_{x_2} & l_{y_2} & L' \\ s_1 & s_2 & S' \\ j_{x_2} & j_{y_2} & J_{2p'} \end{Bmatrix} \quad (I.35) \\
& \times \langle K, (j_{x_1}, j_{y_1}), J_{2p}, \rho || (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})^{J'} || K', (j_{x_2}, j_{y_2}), J_{2p'}, \rho' \rangle
\end{aligned}$$

D'après ce que nous avons vu précédemment (cf équation (I.34)), on peut considérer que seul le proton caractérisé par  $j_{x_1}$  à gauche et le proton caractérisé par  $j_{x_2}$  à droite vont intervenir dans le calcul. On obtient alors pour l'élément de matrice réduit:

$$\begin{aligned}
& \langle K, (j_{x_1}, j_{y_1}), J_{2p}, \rho || (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})^{J'} || K', (j_{x_2}, j_{y_2}), J_{2p'}, \rho' \rangle \\
& = \frac{2\hat{J}_{2p}}{\langle J_{2p'} M_{2p'} J' M' | J_{2p} M_{2p} \rangle} \int d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2(\alpha_1) \sin^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) \sin^2(\alpha_2) \\
& \times \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \frac{u_{\beta}(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}} \frac{u_{\delta}(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}} \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \\
& \times \delta_{l_{x_1}, l_{\beta}} \delta_{j_{x_1}, j_{\beta}} \delta_{l_{x_2}, l_{\delta}} \delta_{j_{x_2}, j_{\delta}} \delta_{l_{y_1}, l_{y_2}} \delta_{j_{y_1}, j_{y_2}} \quad (I.36)
\end{aligned}$$

où  $M_{2p'}$ ,  $M_{J'}$  et  $M_{2p}$  sont respectivement les projections des moments  $J_{2p'}$ ,  $J'$  et  $J_{2p}$  sur l'axe de quantification.

En insérant cette dernière expression dans le terme (I.34), celui-ci s'écrit:

$$\begin{aligned}
& -\hat{J}\rho^{5/2} \sum_{\substack{(\alpha \in disc \leq \beta \in cont) \\ (\gamma \in disc \leq \delta \in cont) \\ \Gamma, J'}} \left\{ \int dr_a dr_b u_{\alpha}(r_a) u_{\beta}(r_b) v_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\Gamma}(r_a, r_b) u_{\gamma}(r_a) u_{\delta}(r_b) \right. \\
& \left. - (-1)^{\Gamma - j_{\gamma} - j_{\delta}} \int dr_a dr_b u_{\alpha}(r_a) u_{\beta}(r_b) v_{\alpha\beta\delta\gamma}^{\Gamma}(r_a, r_b) u_{\gamma}(r_b) u_{\delta}(r_a) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \sum_{c'} \hat{\Gamma}^2 \hat{J}'^2 \begin{Bmatrix} \dot{j}_\alpha & \dot{j}_\beta & \Gamma \\ \dot{j}_\gamma & \dot{j}_\delta & \Gamma \\ J' & J' & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_t & J_{2p} & J \\ I_{t'} & J_{2p'} & J \\ J' & J' & 0 \end{Bmatrix} \langle t || (a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\gamma)^{J'} || t' \rangle \\
& \times \sum_{l_{x_1}, l_{y_1}, l_{x_2}, l_{y_2}} \langle l_{x_1}, l_{y_1} | l_x, l_y \rangle_{KL} \langle l_{x_2}, l_{y_2} | l'_x, l'_y \rangle_{K'L'} \sum_{j_{x_1}, j_{y_1}, j_{x_2}, j_{y_2}} \hat{L} \hat{S} \hat{j}_{x_1} \hat{j}_{y_1} \hat{L}' \hat{S}' \hat{j}_{x_2} \hat{j}_{y_2} \delta_{l_{x_1}, l_\beta} \delta_{j_{x_1}, j_\beta} \\
& \times \begin{Bmatrix} l_{x_1} & l_{y_1} & L \\ s_1 & s_2 & S \\ \dot{j}_{x_1} & \dot{j}_{y_1} & J_{2p} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_{x_2} & l_{y_2} & L' \\ s_1 & s_2 & S' \\ \dot{j}_{x_2} & \dot{j}_{y_2} & J_{2p'} \end{Bmatrix} \times \frac{2\hat{J}_{2p}}{\langle J_{2p} M_{2p} J' M' | J_{2p'} M_{2p'} \rangle} \delta_{l_{x_2}, l_\delta} \delta_{j_{x_2}, j_\delta} \delta_{l_{y_1}, l_{y_2}} \delta_{j_{y_1}, j_{y_2}} \\
& \times \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \\
& \times \frac{u_\beta(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}} \frac{u_\delta(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}} \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho')
\end{aligned} \tag{I.37}$$

On réécrit le terme (I.37) de la façon suivante:

$$\begin{aligned}
& -\hat{J}\rho^{5/2} \sum_{\alpha \in \text{disc}, \gamma \in \text{disc}, \Gamma} \sum_{l_\beta, j_\beta, l_\delta, j_\delta} \int_0^{+\infty} d\epsilon_\beta d\epsilon_\delta \{A(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho) + B(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho)\} \\
& \times \sum_{c'} \hat{\Gamma}^2 \hat{J}'^2 \begin{Bmatrix} \dot{j}_\alpha & \dot{j}_\beta & \Gamma \\ \dot{j}_\gamma & \dot{j}_\delta & \Gamma \\ J' & J' & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_t & J_{2p} & J \\ I_{t'} & J_{2p'} & J \\ J' & J' & 0 \end{Bmatrix} \langle t || (a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\gamma)^{J'} || t' \rangle \\
& \times \sum_{l_{x_1}, l_{y_1}, l_{x_2}, l_{y_2}} \langle l_{x_1}, l_{y_1} | l_x, l_y \rangle_{KL} \langle l_{x_2}, l_{y_2} | l'_x, l'_y \rangle_{K'L'} \sum_{j_{x_1}, j_{y_1}, j_{x_2}, j_{y_2}} \hat{L} \hat{S} \hat{j}_{x_1} \hat{j}_{y_1} \hat{L}' \hat{S}' \hat{j}_{x_2} \hat{j}_{y_2} \delta_{l_{x_2}, l_\delta} \delta_{j_{x_2}, j_\delta} \\
& \times \begin{Bmatrix} l_{x_1} & l_{y_1} & L \\ s_1 & s_2 & S \\ \dot{j}_{x_1} & \dot{j}_{y_1} & J_{2p} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_{x_2} & l_{y_2} & L' \\ s_1 & s_2 & S' \\ \dot{j}_{x_2} & \dot{j}_{y_2} & J_{2p'} \end{Bmatrix} \times \frac{2\hat{J}_{2p}}{\langle J_{2p} M_{2p} J' M' | J_{2p'} M_{2p'} \rangle} \delta_{l_{x_1}, l_\beta} \delta_{j_{x_1}, j_\beta} \delta_{l_{y_1}, l_{y_2}} \delta_{j_{y_1}, j_{y_2}}
\end{aligned} \tag{I.38}$$

avec  $A(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho)$  défini de la façon suivante:

$$A(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho) = \int dr_a dr_b u_\alpha(r_a) u_\beta(r_b) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_a) u_\delta(r_b)$$

$$\begin{aligned}
& \times \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_K^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \\
& \times \frac{u_\beta(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}} \frac{u_\delta(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}} \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \quad (\text{I.39})
\end{aligned}$$

et  $B(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho)$  défini par:

$$\begin{aligned}
& B(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho) \\
& = -(-1)^{\Gamma-j_\gamma-j_\delta} \int dr_a dr_b u_\alpha(r_a) u_\beta(r_b) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}}^l(r_a, r_b) u_\gamma(r_b) u_\delta(r_a) \\
& \times \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_K^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \\
& \times \frac{u_\beta(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}} \frac{u_\delta(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}} \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \quad (\text{I.40})
\end{aligned}$$

En utilisant la relation de complétude des états à un corps et en intégrant sur les énergies  $\epsilon_\beta$  et  $\epsilon_\delta$ , le premier terme dans l'expression (I.38) s'écrit:

$$\begin{aligned}
& \rho^{5/2} \int_0^{+\infty} d\epsilon_\beta d\epsilon_\delta A(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho) \\
& = \rho^{5/2} \int d\epsilon_\beta, d\epsilon_\delta d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} dr_a dr_b d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \\
& \times u_\alpha(r_a) u_\beta(r_b) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_a) u_\delta(r_b) \\
& \times \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_K^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \frac{u_\beta(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}} \frac{u_\delta(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}} \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \\
& = \rho^{5/2} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} dr_a dr_b d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \\
& \times u_\alpha(r_a) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_a) \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_K^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \\
& \times \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \left[ \frac{\delta(r_b - \rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{r_b} - \frac{u_{n_\beta}(r_b) u_{n_\beta}(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})} \right] \\
& \times \left[ \frac{\delta(r_b - \rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{r_b} - \frac{u_{n_\delta}(r_b) u_{n_\delta}(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})} \right] \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \quad (\text{I.41})
\end{aligned}$$

$|\omega\rangle$  appartenant par hypothèse à l'espace  $\mathcal{T}$  on peut enlever le terme

$$u_{n_\delta}(r_b) u_{n_\delta}(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}) / (\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})$$

dans l'expression précédente car celui-ci n'a pour seul effet que de projeter sur les états à un corps (quasi)liés.

En introduisant le projecteur  $q_{l_\beta, j_\beta}$  sur les états  $u_{n_\beta}$  et en intégrant sur  $r_b$ ,  $\rho'$  et  $\alpha_2$  le terme (I.41) s'écrit:

$$\begin{aligned} & \int d\alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \\ & \times \left\{ 1 - q_{l_\beta, j_\beta}(\rho \cos \alpha_1) \right\} \int dr_a u_\alpha(r_a) u_\gamma(r_a) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^\Gamma(r_a, \rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_1) \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho) \end{aligned} \quad (\text{I.42})$$

L'opérateur  $1 - q_{l_\beta, j_\beta}(\rho \cos \alpha_1)$  dans l'expression ci-dessus assure que les protons dans le continuum n'occupent pas un état (quasi)lié. Comme précédemment on ne va pas considérer le projecteur sur les états du continuum. Ainsi on écrit le terme (I.42) sous la forme:

$$\begin{aligned} & \int d\alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \\ & \times \int dr_a u_\alpha(r_a) u_\gamma(r_a) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^\Gamma(r_a, \rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_1) \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho) \end{aligned} \quad (\text{I.43})$$

En utilisant la relation de complétude des états à un corps et en intégrant sur les énergies  $e_\beta$  et  $e_\delta$ , on obtient pour le deuxième terme de l'expression (I.38):

$$\begin{aligned} & \rho^{5/2} \int_0^{+\infty} d_{e_\beta} d_{e_\delta} B(\Gamma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho) \\ & = \rho^{5/2} \int d_{e_\beta} d_{e_\delta} d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} dr_a dr_b d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \\ & \times u_\alpha(r_a) u_\beta(r_b) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_b) u_\delta(r_a) \\ & \times \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \frac{u_\beta(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x}) u_\delta(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x} \rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}} \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') \\ & = \rho^{5/2} \int d\rho' \rho'^{\frac{5}{2}} dr_a dr_b d\alpha_1 d\alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \\ & \times u_\alpha(r_a) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^\Gamma(r_a, r_b) u_\gamma(r_b) \Psi_K^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \\ & \times \frac{\delta(\rho \sin \alpha_1 - \rho' \sin \alpha_2)}{(\rho \sin \alpha_1)^2} \times \left[ \frac{\delta(r_b - \rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{r_2} - \frac{u_{n_\beta}(r_2) u_{n_\beta}(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})}{(\rho \cos \alpha_1 / \sqrt{\mu_x})} \right] \\ & \times \left[ \frac{\delta(r_a - \rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{r_2} - \frac{u_{n_\delta}(r_a) u_{n_\delta}(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})}{(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x})} \right] \omega_{j, c'}^{(+)}(\rho') \end{aligned} \quad (\text{I.44})$$

En intégrant sur  $r_a$ ,  $r_b$  et  $\alpha_1$  et en négligeant les projecteurs sur les états du continuum, on obtient:

$$\left\{ \int d\rho' \frac{\rho'^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}}} d\alpha_2 \cos \alpha_2 \sin^2 \alpha_2 \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times u_\alpha(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}) v_{\alpha \bar{\beta} \bar{\gamma} \bar{\delta}}^\Gamma(\rho' \cos \alpha_2 / \sqrt{\mu_x}, \rho \cos \alpha_1^0 / \sqrt{\mu_x}) u_\gamma(\rho \cos \alpha_1^0 / \sqrt{\mu_x}) \\
& \times \Psi_{K'}^{l_{x_1}, l_{y_1}}(\alpha_1^0) \Psi_{K'}^{l_{x_2}, l_{y_2}}(\alpha_2) \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho') \}
\end{aligned} \tag{I.45}$$

avec:  $\alpha_1^0 = \arcsin\left\{\frac{\rho' \sin \alpha_2}{\rho}\right\}$

À partir des expressions (I.43) et (I.45) on peut calculer le terme (I.37). Notons ce terme sous la forme:

$$\sum_{c'} \left[ V_{cc'}^{loc}(\rho) + V_{cc'}^{nl}(\rho) \right] \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) \tag{I.46}$$

où  $V_{cc'}^{loc}(\rho)$  et  $V_{cc'}^{nl}(\rho)$  sont les potentiels local et non-local calculés à partir de (I.37).

En considérant les expressions (I.10), (I.13), (I.20), (I.37) et (I.46), l'équation (I.1) donnant le prolongement  $|\omega_j^{(+)}\rangle$  peut s'écrire sous la forme:

$$\begin{aligned}
& \left[ E - E_t + \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{(K+3/2)(K+5/2)}{\rho^2} \right\} \right] \omega_{j,c}^{(+)}(\rho) \\
& + \sum_{c'} \left( V_{cc'}^{rés}(\rho) + V_{cc'}^{coul}(\rho) + V_{cc'}^{v_0}(\rho) \right) \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) \\
& \left( V_{cc'}^{loc}(\rho) + V_{cc'}^{nl}(\rho) \right) \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) = w_{j,c}(\rho)
\end{aligned} \tag{I.47}$$

En définissant les potentiels  $H_{cc'}(\rho)$  de couplage entre canaux de la façon suivante:

$$\begin{aligned}
H_{cc'}(\rho) &= \left[ E - E_t + \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{(K+3/2)(K+5/2)}{\rho^2} \right\} \right] \delta_{cc'} \\
& + V_{cc'}^{rés}(\rho) + V_{cc'}^{coul}(\rho) + V_{cc'}^{v_0}(\rho) + V_{cc'}^{loc}(\rho) + V_{cc'}^{nl}(\rho)
\end{aligned} \tag{I.48}$$

l'équation (I.47) s'écrit finalement sous la forme:

$$\sum_{c'} H_{cc'}(\rho) \omega_{j,c'}^{(+)}(\rho) = w_{j,c}(\rho) \tag{I.49}$$

Nous avons alors résolu l'équation (I.1) mais sans considérer le projecteur  $T$ , c'est-à-dire:

$$(E - H)|\omega_j^{(+)}\rangle = |w_j\rangle \tag{I.50}$$

On détaille dans la prochaine Annexe la façon dont est pris en compte le projecteur  $T$ .

# Annexe J

## Projecteur dans l'espace $T$

Le prolongement  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  défini dans l' Annexe (I) est solution de l' équation :

$$(E - H_{TT})|\omega_i^{(+)}\rangle = |w_i\rangle \quad (\text{J.1})$$

Dans l'annexe (I) on a donné le détail du calcul de la solution  $|\omega_i^{(+),0}\rangle$  de l'équation (J.1) sans considérer les projecteurs  $T$ , c'est-à-dire:

$$(E - H)|\omega_i^{(+),0}\rangle = |w_i\rangle \quad (\text{J.2})$$

Considérons dans un premier temps, les états des sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ . Ceux-ci peuvent s'écrire dans le repère  $\mathbf{Y}$  correspondant à l'ensemble (1) des coordonnées de Jacobi (cf Annexe (G)) sous la forme:

$$|\Phi_{t,n,J_{t,n},s,J}\rangle = t(\xi)u_n(x_1)f_s(y_1)|\{(I_t, j_n), J_{t,n}\}, j_s; J\rangle \quad (\text{J.3})$$

où  $t(\xi)$  est un état du noyau A-2 et  $u_n(x_1)$  un état (quasi)lié du potentiel à un corps  $h_0$ .  $I_t$  est le moment total de l'état  $t(\xi)$  et  $j_n$  est le moment total associé à l'état  $u_n(x_1)$ .  $I_t$  et  $j_n$  sont couplés à  $J_{t,n}$ .  $\{f_s(y_i)\}$  est un ensemble complet de fonction spline [110] et  $j_s$  est le moment cinétique associé à cette fonction spline.  $J_{t,n}$  et  $j_s$  sont couplés au moment cinétique total  $J$ . On réécrit  $|\Phi_{t,n,J_{t,n},s,J}\rangle$  sous la forme  $|\Phi_{e,J}\rangle$  avec  $e = (t, n, J_{t,n}, s)$ .

On veut résoudre à présent l'équation (J.1). On cherche la solution  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  sous la forme:

$$|\omega_i^{(+)}\rangle = |\omega_i^{(+),0}\rangle + \sum_e \lambda_e |\omega_e^{(+)}\rangle \quad (\text{J.4})$$

où les coefficients  $\lambda_e$  sont à déterminer et où la fonction  $|\omega_e^{(+)}\rangle$  est la solution de l'équation:

$$(E - H)|\omega_e^{(+)}\rangle = |\Phi_{e,J}\rangle \quad (\text{J.5})$$

On calcule  $|\omega_e^{(+)}\rangle$  de la même façon que  $|\omega_i^{(+),0}\rangle$  (cf Annexe (I)). L'ensemble des états  $|\Phi_{e,J}\rangle$  est construit à partir de tous les états  $|t\rangle$  du noyau A-2 considérés dans l'espace des états, et de tous les états (quasi)liés du potentiel  $h_0$ . On définit l'ensemble des fonctions spline dans un intervalle de valeur  $y_1$  fixé.

Les coefficients  $\lambda_e$  vont permettre d'assurer que  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  appartient à  $\mathcal{T}$ . C'est-à-dire qu'ils sont tels que:

$$\begin{aligned} \langle \omega_i^{(+)} | \Phi_{e,J} \rangle &= 0 \quad \forall e \\ \iff \langle \omega_i^{(+),0} | \Phi_{e,J} \rangle + \sum_{e'} \lambda_{e'} \langle \omega_{e'}^{(+)} | \Phi_{e,J} \rangle &= 0 \quad \forall e \end{aligned} \quad (\text{J.6})$$



En résolvant le système d'équations précédent, on assure que la fonction  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  appartient à  $\mathcal{T}$ .

$|\omega_i^{(+)}\rangle$  est alors solution de l'équation:

$$\begin{aligned} (E - H)|\omega_i^{(+)}\rangle &= |w_i\rangle + \sum_e \lambda_e |\Phi_e\rangle \\ \iff (E - HT)|\omega_i^{(+)}\rangle &= |w_i\rangle + \sum_e \lambda_e |\Phi_e\rangle \end{aligned} \quad (\text{J.7})$$

En multipliant à gauche par le projecteur  $T$  l'équation précédente, on obtient:

$$(E - H_{TT})|\omega_i^{(+)}\rangle = |w_i\rangle \quad (\text{J.8})$$

Ainsi, on a résolu l'équation (J.1).

# Bibliographie

- [1] M. Göppert-Mayer, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1969.
- [2] O. Haxel, J. H. D. Jensen and H. E. Suess, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1766.
- [3] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Benjamin, Reading, MA (1975) .
- [4] E. Caurier, G. Martínez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves and A. P. Zuker, *Rev. Mod. Phys.* **11** (2004) 5.
- [5] A. M. Lane, *Proc. Phys. Soc. A* **68** (1955) 189.
- [6] D. Kurath, *Phys. Rev.* **101** (1956) 216.
- [7] J. B. Ehrman, *Phys. Rev.* **81** (1951) 412.
- [8] R. G. Thomas, *Phys. Rev.* **81** (1951) 148.
- [9] H. Feshbach, *Ann. Phys. (NY)* **5** (1958) 357.
- [10] H. Feshbach, *Ann. Phys. (NY)* **19** (1962) 287.
- [11] C. Mahaux and H. A. Weidenmüller, *Shell Model Approach to Nuclear Reactions*, North- Holland (Amsterdam) (1969) .
- [12] H. W. Barz, I. Rotter and J. Höhn, *Phys. Lett. B* **37** (1971) 4.
- [13] H. W. Barz, I. Rotter and J. Höhn, *Nucl. Phys. A* **275** (1977) 111.
- [14] H. W. Barz, I. Rotter and J. Höhn, *Nucl. Phys. A* **307** (1977) 285.
- [15] W. L. Wang and C. M. Shakin, *Phys. Lett. B* **32** (1970) 421.
- [16] K. Bennaceur, F. Nowacki, J. Okołowicz and M. Płoszajczak, *Nucl. Phys. A* **651** (1999) 289.
- [17] K. Bennaceur, F. Nowacki, J. Okołowicz and M. Płoszajczak, *Nucl. Phys. A* **671** (2000) 203.
- [18] K. Bennaceur, N. Michel, F. Nowacki, J. Okołowicz and M. Płoszajczak, *Phys. Lett. B* **488** (2000) 75.

- [19] J. Okołowicz, M. Płoszajczak and I. Rotter, *Phys. Rev.* **374** (2003) 271.
- [20] J. Giovinazzo *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 102501.
- [21] M. Pfützner *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **14** (2002) 279.
- [22] V. I. Goldansky, *Nucl. Phys.* **19** (1960) 482.
- [23] V. I. Goldansky, *Nucl. Phys.* **27** (1961) 648.
- [24] B. Blank *et al.*, soumis à publication.
- [25] B. A. Brown, *Phys. Rev. C* **43** (1991) 1513.
- [26] F. C. Barker, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 047303.
- [27] B. A. Brown, F. C. Barker and D. J. Millener, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 051309.
- [28] L. V. Grigorenko, R. C. Johnson, I. G. Mukha, I. J. Thompson and M. V. Zhukov, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 22.
- [29] L. V. Grigorenko, R. C. Johnson, I. G. Mukha, I. J. Thompson and M. V. Zhukov, *Phys. Rev. C* **64** (2001) 054002.
- [30] L. V. Grigorenko, R. C. Johnson, I. G. Mukha, I. J. Thompson and M. V. Zhukov, *Eur. Phys. J. A* **15** (2002) 125.
- [31] L. V. Grigorenko and M. V. Zhukov, *Phys. Rev. C* **68** (2003) 054005.
- [32] N. Michel, W. Nazarewicz, M. Płoszajczak and K. Bennaceur, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 042502.
- [33] N. Michel, W. Nazarewicz, M. Płoszajczak and J. Okołowicz, *Phys. Rev. C* **67** (2003) 054311.
- [34] N. Michel, W. Nazarewicz, J. Okołowicz, M. Płoszajczak and J. Rotureau, *Acta Physica Polonica* **35** (2004) 1249.
- [35] R. I. Betan, R. J. Liotta, N. Sandulescu and T. Vertse, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 042501.
- [36] R. I. Betan, R. J. Liotta, N. Sandulescu and T. Vertse, *Phys. Rev. C* **67** (2003) 014322.
- [37] R. I. Betan, R. J. Liotta, N. Sandulescu and T. Vertse, *Phys. Lett. B* **584** (2004) 48.
- [38] T. Berggren, *Nucl. Phys. A* **109** (1968) 265.
- [39] P. Lind, *Phys. Rev. C* **47** (1993) 1903.
- [40] T. Berggren and P. Lind, *Phys. Rev. C* **47** (1992) 768.

- [41] S. R. White, *Phys. Rev. B* **48** (1993) 10345.
- [42] S. R. White, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 2863.
- [43] S. R. White and D. A. Huse, *Phys. Rev. B* **48** (1993) 3844.
- [44] J. Dukelsky and G. Sierra, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 172.
- [45] J. Dukelsky and S. Pittel, *Rep. Prog. Phys.* **67** (2004) 513.
- [46] N. Michel, W. Nazarewicz, M. Płoszajczak and J. Rotureau, arXiv:nucl-th/0401036.
- [47] J. Rotureau, N. Michel, W. Nazarewicz, M. Płoszajczak and J. Dukelsky, soumis à publication.
- [48] K. A. Brueckner and D. T. Goldman, *Phys. Rev.* **117** (1960) 207.
- [49] K. A. Brueckner, J. L. Gammel and J. T. Kubis, *Phys. Rev.* **118** (1960) 1438.
- [50] T. T. S. Kuo and G. Brown, *Nucl. Phys. A* **85** (1966) 40.
- [51] K. Suzuki and S. Y. Lee, *Prog. Theor. Phys.* **64** (1980) 2091.
- [52] K. Suzuki, *Prog. Theor. Phys.* **68** (1982) 246.
- [53] R. D. Lawson, *Theory of the Nuclear Shell Model*, Oxford University Press (1980) .
- [54] P. J. Brussaard and P. W. M. Glaudemans, *Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy*, North-Holland Publishing Company (1977) .
- [55] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag (New York) (1980) .
- [56] A. Holt, T. Engeland, M. Horth-Jensen and E. Osnes, *Phys. Rev. C* **61** (2000) 064318.
- [57] T. Engeland, M. Horth-Jensen and E. Osnes, *Nucl. Phys. A* **701** (2002) 416.
- [58] E. Pasquini and A. P. Zuker, dans *Proceedings of the Topical Conference on Physics of Medium-Light Nuclei Florence, Italy, 1977*, édité par P. Blasi et R. A. Ricci (Editrice Compositori, Bologna), (1978) .
- [59] M. Dufour and A. P. Zuker, *Phys. Rev. C* **54** (1996) 1641.
- [60] B. H. Wildenthal, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **11** (1984) 5.
- [61] B. S. Pudliner, V. R. Pandharipande, J. Carlson, S. C. Pieper and R. B. Wiringa, *Phys. Rev. C* **56** (1997) 1720.
- [62] R. B. Wiringa, S. C. Pieper, J. Carlson and V. R. Pandharipande, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 014001.
- [63] P. Navrátil and W. E. Ormand, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 152502.

- [64] E. Caurier, P. Navrátil, W. E. Ormand and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **66** (2002) 024314.
- [65] S. C. Pieper, K. Varga and R. B. Wiringa, *Phys. Rev. C* **66** (2002) 044310.
- [66] I. Rotter, *Rep. Prog. Phys.* **54** (1991) 635.
- [67] V. I. Kukulín, V. M. Krasnopol'sky and J. Horáček, *Theory of Resonances*, Kluwer Academic Publishers (Dordrecht-Boston-London) (1989) .
- [68] R. G. Newton, *Scattering Theory of Waves and Particles (Second Edition)*, Springer-Verlag (New York, Heidelberg, Berlin) 1966 (1982) .
- [69] O. Civitarese and M. Gadella, *Phys. Rep.* **396** (2004) 42.
- [70] O. V. Bochkarev, L. V. Chulkov, A. A. Korshennikov, E. A. Kuz'min, I. G. Mukha and G. B. Yankov, *Nucl. Phys. A* **505** (1989) 215.
- [71] A. A. Korshennikov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **52** (1990) 5.
- [72] D. F. Geesaman *et al.*, *Phys. Rev. C* **15** (1977) 1835.
- [73] O. V. Bochkarev *et al.*, *Sov. J. Nucl. Phys.* **55** (1992) 955.
- [74] R. A. Kryger *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 860.
- [75] A. Azhari *et al.*, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 2568.
- [76] C. Bain *et al.*, *Phys. Lett. B* **373** (1996) 35.
- [77] J. G. del Campo *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 43.
- [78] M. J. Chromik *et al.*, *Phys. Rev. C* **55** (1997) 1676.
- [79] M. J. Chromik, Ph-D thesis, Ludwig-Maximilians University Munich, non publié (2001) .
- [80] B. A. Brown and F. C. Barker, *Phys. Rev. C* **67** (2003) 041304.
- [81] W. E. Ormand, *Phys. Rev. C* **53** (1996) 214.
- [82] B. J. Cole, *Phys. Rev. C* **54** (1996) 1240.
- [83] F. de Oliveira Santos, communication privée.
- [84] A. M. Lane and R. G. Thomas, *Rev. Mod. Phys.* **30** (1958) 257.
- [85] F. C. Barker, *Phys. Rev. C* **59** (1999) 535.
- [86] L. V. Grigorenko, I. G. Mukha, I. J. Thompson and M. V. Zhukov, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 042502.
- [87] L. V. Grigorenko, I. G. Mukha and M. V. Zhukov, *Nucl. Phys. A* **713** (2003) 372.

- [88] L. V. Grigorenko, I. G. Mukha and M. V. Zhukov, *Nucl. Phys. A* **714** (2003) 425.
- [89] K. M. Watson, *Phys. Rev.* **88** (1952) 1163.
- [90] A. B. Migdal, *Sov. Phys.-JETP* **28** (1955) 3.
- [91] L. M. Delves, *Nucl. Phys.* **9** (1959) 391.
- [92] K. M. Case, *Phys. Rev.* **80** (1950) 797.
- [93] V. Efimov, *Phys. Lett. B* **33** (1970) 563.
- [94] E. Nielsen, D. V. Fedorov, A. S. Jensen and E. Garrido, *Phys. Rev.* **347** (2001) 373.
- [95] F. Nowacki, communication privée.
- [96] E. K. Warburton and B. A. Brown, *Phys. Rev. C* **46** (1992) 923.
- [97] G. E. Brown and A. M. Green, *Nucl. Phys.* **75** (1966) 401.
- [98] A. P. Zuker, B. Buck and J. B. McGrory, *Phys. Rev. Lett.* **21** (1968) 39.
- [99] P. J. Ellis and L. Zamick, *Ann. Phys. (NY)* **55** (1969) 61.
- [100] E. K. Warburton, J. A. Becker and B. A. Brown, *Phys. Rev. C* **41** (1990) 1147.
- [101] E. K. Warburton, B. A. Brown and D. J. Millener, *Phys. Lett. B* **293** (1992) 7.
- [102] <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf>.
- [103] W. C. Haxton and C. Johnson, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 1325.
- [104] G. A. Gamow, *Zs. f. Phys.* **51** (1928) 204.
- [105] W. W. Daehnick, J. D. Childs and Z. Vrcelj, *Phys. Rev. C* **21** (1980) 2253.
- [106] M. W. Kermode, *J. Phys. G* **1** (1968) 236.
- [107] L. V. Grigorenko, R. C. Johnson, I. J. Thompson and M. V. Zhukov, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 044612.
- [108] G. R. Satchler, *Introduction to Nuclear Reactions*, MacMilan, London (1980) .
- [109] J. Raynal and J. Revai, *Nuovo Cimento* **68** (1970) 612.
- [110] F. M. Nunes, J. A. Christley, I. J. Thompson, R. C. Johnson and V. D. Efros, *Nucl. Phys. A* **609** (1996) 43.

**Résumé :**

Les observations expérimentales récentes concernant les noyaux aux limites de la stabilité et en particulier les systèmes émetteurs de deux protons nécessitent le développement de nouvelles méthodologies pour comprendre les propriétés de ces noyaux exotiques. Dans ce travail nous avons étendu le formalisme du modèle en couches avec couplages aux états du continuum (SMEC) de façon à pouvoir considérer le couplage avec deux particules dans le continuum. Nous avons ainsi obtenu une description microscopique de l'émission deux-protons qui prend en compte l'antisymétrisation de la fonction d'onde totale du système, le mélange de configurations et l'asymptotique à trois corps. Nous avons étudié la décroissance de l'état  $1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  dans les cas limites (i) d'une émission séquentielle de deux protons via le continuum corrélé du  $^{17}\text{F}$  et (ii) d'une émission d'un cluster d' $^2\text{He}$  qui se désintègre ensuite par l'interaction dans l'état final (diproton). Indépendamment du choix de l'interaction effective, nous avons constaté que l'émission des deux protons depuis l'état  $1_2^-$  du  $^{18}\text{Ne}$  se fait majoritairement par le processus séquentiel; le rapport entre les largeurs associées à l'émission d'un diproton et à l'émission séquentielle étant inférieur à 8% dans tous les cas.

**Mots-clés:** structure nucléaire, modèles nucléaires, modèles en couches (physique nucléaire), problème à trois corps, décroissance radioactive.

**Shell Model with several particles in the continuum : description of the two-proton radioactivity****Abstract :**

The recent experimental results concerning nuclei at the limit of stability close to the drip-lines and in particular the two-proton emitters require a development of new methodologies to reliably calculate and understand properties of those exotic physical systems. In this work we have extended the Shell Model Embedded in the Continuum (SMEC) in order to describe the coupling with two particles in the scattering continuum. We have obtained a microscopic description of the two-proton emission that takes into account the antisymmetrization of the total wavefunction, the configuration mixing and the three-body asymptotics. We have studied the decay of the  $1_2^-$  state in  $^{18}\text{Ne}$  in two limiting cases : (i) a sequential emission of two protons through the correlated continuum of  $^{17}\text{F}$  and (ii) emission of  $^2\text{He}$  cluster that disintegrates because of the final state interaction (diproton emission). Independently of the choice of the effective interaction we have observed that the two-proton emission of the  $1_2^-$  in  $^{18}\text{Ne}$  is mainly a sequential process; the ratio between the widths of the diproton emission and the sequential decay does not exceed 8% in any case.

**Mots-clés:** nuclear structure, nuclear model, nuclear shell theory, three-body problem, radioactive decay.

**Discipline:** Constituants Élémentaires.