



**HAL**  
open science

# Signatures et modélisations du chauffage coronal turbulent à micro-échelles

Eric Buchlin

► **To cite this version:**

Eric Buchlin. Signatures et modélisations du chauffage coronal turbulent à micro-échelles. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2004. Français. NNT: . tel-00009092

**HAL Id: tel-00009092**

**<https://theses.hal.science/tel-00009092v1>**

Submitted on 25 Apr 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



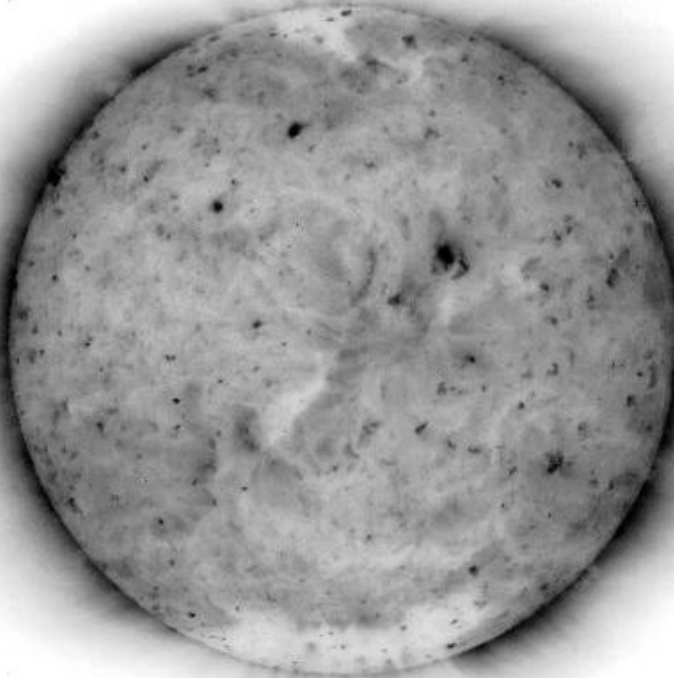
École Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Île-de-France  
Université de Paris Sud — Università di Firenze  
Thèse de doctorat — Tesi di dottorato



**Éric BUCHLIN**

**SIGNATURES ET MODÉLISATIONS  
DU CHAUFFAGE CORONAL TURBULENT  
À MICRO-ÉCHELLES**

**MODELLI ED OSSERVAZIONI  
DI TURBOLENZA A PICCOLA SCALA  
NEL RISCALDAMENTO DELLA CORONA SOLARE**



17 décembre 2004



N° d'ordre : 7808

École Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Île-de-France  
Université de Paris Sud — Università di Firenze  
Thèse de doctorat — Tesi di dottorato

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

**DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY**  
**Spécialité : Astrophysique et Instrumentation Associée**

par

**Éric BUCHLIN**

Sujet :

**SIGNATURES ET MODÉLISATIONS**  
**DU CHAUFFAGE CORONAL TURBULENT**  
**À MICRO-ÉCHELLES**

Soutenue le 17 décembre 2004 devant la Commission d'examen :

M.	Guillaume PINEAU DES FORÊTS	Président
M.	Jean HEYVAERTS	Rapporteur
Mme	Annick POUQUET	Rapporteur
M.	Claudio CHIUDERI	Examineur
Mme	Laurence REZEAU	Examineur
M.	Sébastien GALTIER	Invité
M.	Marco VELLI	Directeur de thèse
M.	Jean-Claude VIAL	Directeur de thèse



École Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Île-de-France  
Université de Paris Sud — Università di Firenze  
Thèse de doctorat — Tesi di dottorato

Tesi di dottorato  
in Fisica  
XVII ciclo

di

**Éric BUCHLIN**

**MODELLI ED OSSERVAZIONI  
DI TURBOLENZA A PICCOLA SCALA  
NEL RISCALDAMENTO DELLA CORONA SOLARE**

Sostenuta il 17 dicembre 2004 davanti alla commissione d'esame :

Prof.	Guillaume PINEAU DES FORÊTS	Presidente
Prof.	Jean HEYVAERTS	Relatore
Prof.ssa	Annick POUQUET	Relatore
Prof.	Claudio CHIUDERI	Esaminatore
Prof.ssa	Laurence REZEAU	Esaminatore
Dott.	Sébastien GALTIER	Invitato
Prof.	Marco VELLI	Direttore di tesi
Prof.	Jean-Claude VIAL	Direttore di tesi



# Sommaire

---

<b>Table des matières complète</b>	<b>v</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2 MHD et turbulence MHD</b>	<b>17</b>
<b>3 Simulations d'une boucle coronale : deux modèles</b>	<b>35</b>
<b>4 Observations statistiques du Soleil</b>	<b>73</b>
<b>5 Simulations en vue d'une meilleure définition d'un « événement »</b>	<b>101</b>
<b>6 Discussion</b>	<b>117</b>
<b>Annexes</b>	<b>123</b>





# Table des matières

---

<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xvii</b>
<b>Sommario — Summary</b>	<b>xix</b>
Sommaro in italiano . . . . .	xix
Summary in English . . . . .	xxii
<b>Abréviations et notations</b>	<b>xxvii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 L'étude du Soleil, des origines à nos jours . . . . .	1
1.2 Les couronnes et les vents . . . . .	2
1.2.1 Structure de la couronne solaire . . . . .	2
1.2.2 Les éruptions solaires . . . . .	6
1.2.3 Le vent solaire et ses interactions avec la magnétosphère	8
1.2.4 Les couronnes et vents stellaires . . . . .	9
1.3 Les problèmes du chauffage et de l'accélération des particules .	11
1.3.1 Position des problèmes . . . . .	11
1.3.2 Événements coronaux et chauffage . . . . .	12
1.3.3 La turbulence . . . . .	12
1.4 Notre approche : statistiques du chauffage turbulent . . . . .	14
1.5 Plan de la thèse . . . . .	15

<b>2</b>	<b>MHD et turbulence MHD</b>	<b>17</b>
2.1	Introduction à la physique des plasmas . . . . .	17
2.1.1	Dynamique des plasmas . . . . .	17
2.1.2	Hypothèses de la MHD . . . . .	18
2.1.3	Équations de la MHD . . . . .	19
2.1.4	Ondes . . . . .	21
2.1.5	Champ gelé et reconnexion . . . . .	21
2.2	Turbulence et propriétés statistiques . . . . .	22
2.2.1	Les problèmes posés par la turbulence . . . . .	22
2.2.2	Quelques méthodes d'analyse statistique . . . . .	23
2.2.3	Turbulence hydrodynamique . . . . .	25
2.2.4	Turbulence MHD . . . . .	27
2.2.5	Non-stationarité, corrélations, intermittence . . . . .	28
2.2.6	Turbulence dans la couronne et l'héliosphère . . . . .	30
2.3	Modélisations simplifiées de la turbulence MHD . . . . .	30
2.3.1	Modèles à nombre de dimensions spatiales réduit . . . . .	30
2.3.2	Modèles à nombre réduit de modes . . . . .	31
2.3.3	L'auto-organisation critique (SOC) . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Simulations d'une boucle coronale : deux modèles</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction . . . . .	35
3.1.1	Présentation générale des modèles . . . . .	35
3.1.2	Éléments communs aux deux modèles . . . . .	36
3.2	Automate cellulaire . . . . .	37
3.2.1	Description du modèle . . . . .	37
3.2.2	Simulations numériques . . . . .	40
3.2.3	Analyse statistique . . . . .	43
3.2.4	Exploration de l'espace des paramètres . . . . .	48
3.2.5	Discussion . . . . .	49
3.3	Shell-model . . . . .	50
3.3.1	Description du modèle . . . . .	50
3.3.2	Simulations . . . . .	53
3.3.3	Comportement du modèle . . . . .	56
3.3.4	Résultats et analyse statistique . . . . .	62
3.3.5	Discussion . . . . .	71

<b>4 Observations statistiques du Soleil</b>	<b>73</b>
4.1 Introduction . . . . .	73
4.1.1 Événements. . . . .	74
4.1.2 Turbulence . . . . .	74
4.1.3 Intermittence. . . . .	75
4.2 L'instrument SUMER et les données . . . . .	75
4.2.1 L'instrument . . . . .	75
4.2.2 Données utilisées . . . . .	76
4.3 Méthode de traitement des données . . . . .	78
4.3.1 Correction des données . . . . .	78
4.3.2 Estimations du bruit . . . . .	80
4.3.3 Comparaison à des profils théoriques . . . . .	82
4.3.4 Construction d'images du Soleil entier . . . . .	88
4.4 Statistiques d'événements . . . . .	89
4.4.1 Structures brillantes . . . . .	89
4.4.2 Structures de vitesse . . . . .	92
4.5 Recherche de turbulence et d'intermittence . . . . .	94
4.5.1 Spectres . . . . .	94
4.5.2 Fonctions de structure d'intensité de S VI 93.3 nm. . . . .	95
4.5.3 Fonctions de structure de vitesse de S VI 93.3 nm. . . . .	96
4.6 Possibilités d'autres instruments . . . . .	97
4.6.1 VAULT . . . . .	97
4.6.2 RHESSI . . . . .	97
<b>5 Simulations en vue d'une meilleure définition d'un « événement »</b>	<b>101</b>
5.1 Le problème de la définition d'un événement . . . . .	101
5.2 Différentes définitions . . . . .	102
5.2.1 Pics . . . . .	102
5.2.2 Seuil . . . . .	102
5.2.3 Ondelettes . . . . .	103
5.3 Séries temporelles utilisées pour les tests . . . . .	105
5.3.1 Shell-model et shell-models couplés . . . . .	105
5.3.2 Caractéristiques et intermittence des séries temporelles . . . . .	105
5.4 Comparaison des statistiques pour des définitions différentes . . . . .	106
5.4.1 Pics . . . . .	106
5.4.2 Seuil . . . . .	109
5.4.3 Ondelettes . . . . .	110
5.5 Sensibilité des statistiques et intermittence . . . . .	111

5.5.1	Sensibilité au type de définition . . . . .	111
5.5.2	Sensibilité au seuil, pour la définition 2 (seuil) . . . . .	113
5.6	Discussion . . . . .	114
<b>6</b>	<b>Discussion</b>	<b>117</b>
6.1	Conclusions . . . . .	117
6.2	Extensions possibles de ce travail . . . . .	119
<b>A</b>	<b>Obtention des coefficients du shell-model</b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Schémas numériques pour le shell-model de boucle</b>	<b>127</b>
B.1	Schéma de Runge-Kutta . . . . .	127
B.2	Propagation des ondes . . . . .	128
B.3	Schéma implicite pour la dissipation . . . . .	130
<b>C</b>	<b>Compression des données SUMER</b>	<b>133</b>
C.1	Compression des données . . . . .	133
C.2	Décompression des données . . . . .	134
<b>D</b>	<b>Articles publiés et à paraître, présentations</b>	<b>137</b>
D.1	Revue à comité de lecture . . . . .	137
D.2	Actes de colloques . . . . .	137
D.3	Autres publications . . . . .	138
D.4	Présentations à des colloques et écoles, séminaires . . . . .	138
<b>E</b>	<b>Gestion du projet lié à la thèse</b>	<b>173</b>
E.1	Cadre général et enjeux . . . . .	173
E.1.1	Présentation succincte . . . . .	173
E.1.2	La thèse dans son contexte . . . . .	174
E.1.3	Ma situation dans le contexte . . . . .	175
E.2	Préparation du projet et cadrage . . . . .	175
E.2.1	Évaluation des risques . . . . .	175
E.2.2	Aspects contractuels et éthiques . . . . .	175
E.3	Conduite du projet . . . . .	176
E.3.1	Gestion des relations avec les collaborateurs et partenaires	176
E.3.2	Solutions apportées aux difficultés rencontrées . . . . .	176
E.4	Financement et évaluation coût . . . . .	176
E.5	Compétences développées au cours du projet . . . . .	178
E.6	Retombées du projet . . . . .	178





# Table des figures

---

1.1	Fresque commémorant les observations de Galilée . . . . .	3
1.2	Température et densité moyennes dans l'atmosphère solaire . .	4
1.3	Cycle d'activité du Soleil . . . . .	4
1.4	Le Soleil vu par EIT lors du minimum et du maximum d'activité	5
1.5	Boucles coronales observées par TRACE . . . . .	6
1.6	Modèle d'éruption solaire dans une boucle coronale . . . . .	7
1.7	Distributions des énergies des événements observés par diffé- rents auteurs . . . . .	8
1.8	Corrélation entre le flux magnétique et la luminosité en rayons X, issues de données solaires et stellaires . . . . .	10
1.9	Image de turbulence océanographique . . . . .	13
1.10	Champ de notre étude . . . . .	15
2.1	Exposants des fonctions de structures obtenus par des expé- riences de turbulence hydrodynamique . . . . .	29
2.2	Tas de farine . . . . .	32
3.1	Modélisation d'une boucle coronale . . . . .	37
3.2	Avalanches de densité de courant dans un plan de l'automate cellulaire . . . . .	41
3.3	Aspect du champ magnétique et de la densité de courant dans un plan de l'automate cellulaire . . . . .	42
3.4	Champ magnétique et densité de courant pour différents spectres de forçage . . . . .	43
3.5	Corrélations entre les séries temporelles de dissipation d'énergie	44
3.6	Distribution des dissipations d'énergie magnétique dans l'en- semble de l'automate cellulaire . . . . .	45

---



3.7	Distribution des dissipations d'énergie magnétique dans un plan de l'automate cellulaire . . . . .	45
3.8	Distributions d'une somme de variables aléatoires distribuées en loi de puissance . . . . .	46
3.9	Corrélations entre durée et énergie des événements de l'automate cellulaire . . . . .	47
3.10	Populations d'événements séparées selon leur durée . . . . .	47
3.11	Sensibilité de la pente de l'histogramme des dissipations en fonction du spectre de forçage de l'automate cellulaire . . . . .	50
3.12	Interactions au sein de triades dans le shell-model . . . . .	51
3.13	Vitesse de forçage . . . . .	55
3.14	Croissance initiale de l'énergie . . . . .	58
3.15	Développement des spectres . . . . .	58
3.16	Transformées en ondelettes des énergies dans différentes couches du shell-model . . . . .	59
3.17	Effet de la dissipation numérique . . . . .	60
3.18	Profils des champs de vitesse et magnétique moyens le long de la boucle . . . . .	61
3.19	Fonction de chauffage en fonction du temps et de la position le long de la boucle . . . . .	63
3.20	Énergie totale, et puissance dissipée dans le shell-model . . . . .	64
3.21	Distributions des incréments de dissipation en fonction de l'échelle . . . . .	65
3.22	Auto-corrélation temporelle et flatness de la dissipation . . . . .	66
3.23	Corrélations entre les puissances de dissipation d'énergie magnétique et cinétique . . . . .	66
3.24	Distributions des énergies des événements et des temps d'attente dans le shell-model de boucle . . . . .	67
3.25	Auto-corrélation temporelle et flatness de la dissipation dans un plan . . . . .	67
3.26	Distributions d'énergie et de temps d'attente des événements dans un plan . . . . .	68
3.27	Flatness des dissipations pour une boucle de rapport d'aspect fort et pour une boucle de coefficient de dissipation fort . . . . .	69
3.28	Spectre 2D du champ d'Elsässer $Z^+$ . . . . .	70
3.29	Spectres du champ d'Elsässer $Z^+$ dans les directions perpendiculaires et parallèle à $B_0$ . . . . .	70
4.1	Raies pouvant être observées par SUMER, en fonction de leur longueur d'onde et de leur température d'émission maximale . . . . .	76
4.2	Déplacements de la fente de SUMER au cours d'une observation du Soleil entier . . . . .	77

4.3	Spectre de contexte obtenu par SUMER . . . . .	80
4.4	Profils moyens le long de la fente . . . . .	81
4.5	Coordonnées solaires utilisées . . . . .	82
4.6	Simulations du bruit dans les données . . . . .	83
4.7	Corrélation entre l'intensité et le décalage de S VI 93.3 nm . . . . .	84
4.8	Profils d'intensité de S VI 93.3 nm le long de l'équateur à différentes dates . . . . .	85
4.9	Principe de l'embrillancement au bord . . . . .	85
4.10	Profil moyen d'intensité de S VI 93.3 nm ajusté à la courbe théorique . . . . .	86
4.11	Profil moyen de vitesse de S VI 93.3 nm ajusté à la courbe théorique . . . . .	86
4.12	Profil moyen de vitesse de S VI 93.3 nm dans les cellules et le réseau chromosphériques . . . . .	87
4.13	Images du Soleil entier prises par SUMER le 21 juillet 1996 . . . . .	89
4.14	Distribution d'intensité des pixels, le 21 juillet 1996 . . . . .	90
4.15	Distribution d'événements déterminés par un seuil d'intensité, le 21 juillet 1996 . . . . .	91
4.16	Distribution d'événements déterminés par un seuil d'intensité . . . . .	92
4.17	Distribution de vitesse des pixels, le 21 juillet 1996 . . . . .	93
4.18	Distribution d'événements déterminés par un seuil de vitesse, le 21 juillet 1996 . . . . .	94
4.19	Spectres spatiaux des champs d'intensité et de vitesse . . . . .	95
4.20	Fonctions de structure du moment (1) . . . . .	96
4.21	Fonctions de structure du moment (2) . . . . .	97
4.22	Image d'éruption reconstruite par le logiciel de RHESSI . . . . .	98
5.1	Définitions des événements et de leurs caractéristiques . . . . .	104
5.2	De haut en bas : séries temporelles <1>, <2> et <3>. . . . .	105
5.3	Flatness des séries temporelles . . . . .	107
5.4	Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 1 (pics) . . . . .	108
5.5	Temps d'attente des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 1 (pics) . . . . .	108
5.6	Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 1.2 (pic-seuil) . . . . .	109
5.7	Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 2 (seuil). . . . .	110
5.8	Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 2.1 (seuil-fond) . . . . .	111

---

5.9	Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 3 (ondelettes) . . . . .	112
5.10	Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 3.1 (ondelettes-seuil) . . . . .	112
5.11	Distributions des énergies des événements pour différentes définitions et différentes séries temporelles . . . . .	113
5.12	Distributions des temps d'attente des événements pour différentes définitions et différentes séries temporelles . . . . .	114
5.13	Pentes des distributions des événements en fonction du seuil . . . . .	115
B.1	Étude de trois schémas numériques pour la propagation des ondes . . . . .	131

# Liste des tableaux

---

3.1	Grandeurs physiques associées aux variables de l'automate cellulaire . . . . .	40
3.2	Jeux de paramètres utilisés pour l'étude paramétrique de l'automate cellulaire . . . . .	49
3.3	Grandeurs physiques associées aux variables du shell-model . .	53
3.4	Paramètres des simulations du shell-model de boucle . . . . .	56
4.1	Liste des observations du Soleil entier réalisées en 1996 . . . . .	79
4.2	Paramètres des ajustements des profils moyens de vitesse de S VI 93.3 nm le long de l'équateur. . . . .	87
5.1	Résumé des caractéristiques des 3 séries temporelles . . . . .	106
C.1	Notation des moments compressés et décompressés des raies .	134



# Remerciements

---

Mon intérêt pour le fonctionnement du monde, donc pour la physique et l'astronomie, est ancien. Si cet intérêt a été conservé et développé, mes parents y sont certainement pour quelque chose. Ils ont toujours eu l'attitude juste, me retenant parfois même, au lieu de me pousser.

L'École normale supérieure m'a donné l'occasion de suivre des cours passionnants, dont celui d'astronomie par Pierre Léna, mais aussi d'organiser les activités du club d'astronomie amateur local. C'est en 1999, grâce à Laurence Rezeau, qui m'a mis en contact avec Don Hassler par l'intermédiaire de Jean-Claude Vial que j'ai rencontré la physique solaire. J'ai ainsi découvert la recherche et SUMER lors de six mois inoubliables chez Don, à Boulder.

Après ce stage, l'aventure a pu continuer à l'École doctorale Astronomie et Astrophysique d'Île-de-France, et plus précisément au DEA Astrophysique et Instrumentations associées, dirigé par Pierre Encrenaz avant qu'il ne passe le flambeau à Patrick Boissé. Là aussi, suivre les cours était un plaisir, et j'ai retrouvé la physique solaire grâce au cours de Nicole Vilmer.

Pendant mon stage de DEA, à l'IAS, j'ai eu le plaisir de travailler avec Sébastien Galtier et Jean-Claude Vial, puis de rencontrer Marco Velli. Ce plaisir a été prolongé par ma thèse qui s'est déroulée en co-tutelle entre les universités d'Orsay et de Florence. Philippe Lemaire a également apporté sa connaissance approfondie de l'instrument SUMER. Chacun d'eux avait sa porte ouverte, toujours disponible pour une discussion scientifique, chacun a apporté ses idées (et ses références bibliographiques à lire !).

Je dois aussi beaucoup aux autres membres des deux équipes scientifiques, au réseau européen TOSTISP dans lequel ces deux équipes sont impliquées, et à tous les chercheurs avec lesquels j'ai collaboré ou discuté. Dans l'ordre alphabétique, pour ne pas faire de jaloux : Thierry Appourchaux, Frédéric Auchère, Anatasios Anastasiadis, Frédéric Baudin, Gérard Belmont, Karine Bocchialini, Peter Cargill, André Csillaghy, Giorgio Einaudi, Patrick Flandrin, Manolis Georgoulis, Paolo Giuliani, Roland Grappin, Don Hassler, Jean-François Huchedez, Heinz Isliker, Jim Klimchuk, Volodya Krasnoselskikh, Mathieu Langer, Fabio Lepreti, Francesco Malara, Marc-Antoine Miville-Deschênes, Alain Noullez, Susanna Parenti, Spyros Patsourakos, Hardi Peter, Olena Podladchi-

kova, Art Poland, Jacques Solomon, Andy Skumanich, Loukas Vlahos. Joël Denervaux m'a permis de mieux définir ce que la thèse m'a apporté personnellement.

La mise en place de la co-tutelle, l'obtention d'une bourse, puis l'utilisation de cet argent n'ont été possible que grâce à l'efficacité des services administratifs des deux laboratoires : Annie, Patricia, les Catherine, Sonia, Saliha, Luana, Paola... La mise à disposition pendant plusieurs mois d'une chambre à la Scuola Normale Superiore de Pise, grâce à Laurence Frabolot, Laurence Leblant et Martine Bismut a été d'une grande aide.

Les thésards des deux laboratoires, les post-docs et les jeunes chercheurs ont été de très bons collègues, dans et en dehors du travail. Laurent et Anne m'aidaient à mettre l'ambiance dans le bureau (blagues, capillotétratomie...). Maud et Aline étaient avec moi représentantes des thésards et post-docs. Je retrouvais Andrea, Lapo et Lorenzo à Florence, Franco et Silvia à Pise. Alexandre était le spécialiste Debian et L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X (nous avons organisé une formation ensemble, à l'IAS). Daniela, Guillaume, Michel, Rym et Sébastien ne manquaient pas une pause (surtout quand il y avait des gâteaux). Et enfin, Cyrine, Caroline et Tayeb étaient encore plus exilés par leurs co-tutelles respectives que moi.

Une grande aide technique m'a été fournie par les informaticiens de MEDOC, et aussi par les participants au forum des élèves de l'ENS. Profitons-en également pour signaler à quel point les logiciels libres et la communauté qui les développe ont été utiles à l'élaboration de cette thèse !

J'ai eu le plaisir d'enseigner sous la responsabilité d'Alain Sarfati, de Patrice Hello et de Patrick Puzo, et une grande partie de ce plaisir venait de l'intérêt et de la gentillesse de mes étudiants (je ne vais pas les citer tous !).

Enfin, en plus de mes directeurs de thèse et de Sébastien Galtier, Claudio Chiuderi, Jean Heyvaerts, Guillaume Pineau des Forêts, Annick Pouquet et Laurence Rezeau ont bien voulu me faire l'honneur d'être membres de mon jury de thèse, voire même d'en être les rapporteurs pour Jean et Annick. Il faut aussi signaler qu'ils ont parcouru un total de 39 284 km (aller-retour) pour venir à ma soutenance, bravant le décalage horaire et les tempêtes !

J'ai réussi l'exploit d'écrire deux pages de remerciements sans aligner, jusqu'ici, les cinq lettres m, e, r, c et i, même par hasard (comme si j'avais utilisé le mot « commercialiser »). J'ai cherché à éviter que le lecteur ne soit lassé par tous ces remerciements. Mais maintenant, je peux le dire : je remercie toutes les personnes et groupes cités ci-dessus, ainsi que ceux que j'ai oubliés, parmi tous mes professeurs, mes collègues, ma famille, et mes amis de ces années.

# Sommario — Summary

---

Sommario in italiano . . . . .	xix
Summary in English . . . . .	xxii

## Sommario in italiano

Le osservazioni del Sole nel ultra-violetto hanno mostrato che la sua alta atmosfera, la corona, è riscaldata a milioni di Kelvin. Questa è stupendo, perchè la superficie visibile del Sole, la fotosfera, è molto più fredda (del'ordine di 6000 K) che la corona. Il problema è di capire come l'energia, che proviene originalmente delle reazioni di fusione nucleare nel cuore del Sole, va trasportata della fotosfera alla corona, et poi come ci va dissipata in forma di calore (e anche di particelle accelerate, ciò che non è nel soggetto della tesi). Il studio di questi fenomeni rappresenta uno delle sfide più grandi della fisica solare attuale, e avrebbe anche ripercussioni sulla fisica stellare in generale e per la comprensione delle relazioni, a volte tumultuosi durante le tempeste solari, tra il Sole e la Terra.

La chiave di questi problemi sembra dovere fare intervenire il campo magnetico, che è all'origina del ciclo d'attività del Sole e della strutturazione della corona. Il campo magnetico è infatti "gelato" nel plasma coronale, ed è la forma d'energia dominante (riguardo all'energia cinetica). Il trasporto dell'energia della fotosfera alla corona potrebbe essere fatto da onde magnetoidrodinamiche (MHD). Durante le eruzioni, che sono correlate colle tempeste solari, l'energia magnetica è la principale forma d'energia che è dissipata. Il plasma coronale è scaldato, e l'eruzione è visibile sotto la forma di un imbrillanzamento (in particolare nel ultra-violetto).

Di un'altra parte, la potenza di dissipazione d'energia del insieme delle eruzioni sufficientemente grandi per essere osservabili non sembra sufficiente per sostenere le alte temperature osservate nella corona. Secondo la forma della distribuzione delle energie degli eventi, sarebbero in effetti i più piccoli, che



sono chiamati “nanoflares” da Parker (1988) e che sono troppo piccole per essere osservabili, che potrebbero contribuire di più al riscaldamento della corona. Un primo approccio consiste dunque a trovare la forma della distribuzione delle energie degli eventi, ed a vedere se l’extrapolazione di questa distribuzione (il più spesso assimilata ad una legge di potenza) fino alle energie più piccole è di natura a permettere un riscaldamento sufficiente. Ciò è effettivamente il caso se la pendenza della distribuzione in legge di potenza è di più di 2 in valore assoluta (Hudson, 1991).

L’esistenza di questi eventi a piccola scala potrebbe essere rilegato alla turbolenza. Infatti, a causa dei grandi numeri di Reynolds del plasma coronale, una cascata d’energia turbolenta deve avere luogo, conducendo alla creazione di strutture di piccolissime scale (forse 10 m), molto più piccole che le scale che è possibile di osservare. Inoltre, l’esistenza di queste piccole scale è anche necessaria affinché i diversi meccanismi fisici di riscaldamento (reconnessione, diffusione magnetica, viscosità...) siano abbastanza efficaci per scaldare la corona a temperature così elevate. La presenza di turbolenza nella corona è un argomento supplementare in favore di un approccio statistica del riscaldamento della corona. L’interesse delle statistiche è anche di operare una semplificazione della complessità dei fenomeni che entrano in ballo a diversissime scale.

Il nostro approccio è dunque di cercare *firme statistiche della turbolenza* nei modelli numerici della corona così come nei dati dalle osservazioni. Provo a caratterizzare la turbolenza nella corona, particolarmente dalla forma degli spettri d’energia, cercando per intermittenza, e dalle distribuzioni degli eventi (o strutture di dissipazione). Provo a fare il collegamento fra le simulazioni numeriche e le osservazioni, per vedere se i modelli rappresentano bene i campi turbolenti che esistono realmente nella corona.

Nel capitolo 2, presento prima la magnetoidrodinamica (MHD) e le sue conseguenze sui meccanismi di riscaldamento della corona. Presento i principi fondamentali delle teorie di turbolenza ed i metodi statistici impiegati per l’analisi di turbolenza. Spiego i collegamenti fra turbolenza e le idee generali di complessità e d’auto-organizzazione, che sono usate per le semplificazioni che conducono ai nostri modelli numerici.

Le *simulazioni numerici* che ho fatto modellano un arco magnetico della corona solare (capitolo 3). I piedi del arco sono ancorati nella fotosfera ed il loro movimento introduce l’energia nel arco. Le onde di Alfvén (un caso di onde MHD) si propagano per il lungo del arco e interagiscono non-linearmente. Questi modelli devono essere semplificate, per essere sufficiente veloci per ottenere le statistiche dei campi e della dissipazione dell’energia, anche quando l’arco è in un stato turbolente. Ambiscono a colmare l’intervallo fra i modelli di Auto-Organizzazione Critica (SOC) e le simulazioni numeriche dirette di MHD.

Nel primo modello che ho studiato, le interazioni non-lineari fra le onde di Alfvén sono modellati da automazioni cellulari (CA, sezione 3.2): la dissipazione di energia va fatta da valanghe quando la densità di corrente è superiore ad una soglia su alcuni punti di griglia. Le energie degli eventi elementari che sono prodotti dal questo mezzo sono distribuite come una legge di potenza di

una pendenza di  $-1.6$  su parecchi ordini di grandezza. Le energie di questi eventi sono correlate con la loro durata alla potenza  $1.76$ . Le distribuzioni delle energie degli eventi che sono ottenuti sono più ripide e più strette se le dissipazioni sono sommati sul arco, o se non si tiene conto dell'intero intervallo di durata degli eventi. Ciò ha alcune implicazioni sull'interpretazione delle osservazioni, dove la sommatoria lungo la linea di mira e la risoluzione temporale e spaziale entrano in ballo: le distribuzioni degli eventi osservati possono essere più ripide e più strette di quelle degli micro-eventi sottostante (in determinate circostanze che renderebbero loro distribuzione poco robuste agli effetti strumentali).

Questo modello potrebbe essere migliorato cambiando il test di verifica della dissipazione (soglia di densità di corrente, che può pensarsi come resistività anomala), ma abbiamo scelto andare più vicino alle equazioni di MHD sostituendo le automazioni cellulari dai modelli a gusci, o "shell-models" (sezione 3.3). In questi modelli, lo spaziamento logaritmico dei modi nello spazio di Fourier concede raggiungere un numero molto grande di numeri d'onda con appena poche dozzine di modi e così grandi numeri di Reynolds ( $\approx 10^6$ ). I termini di dissipazione sono quelli della MHD e le interazioni non lineari agiscono fra modi vicini, con coefficienti che sono dedotti direttamente dalle equazioni della MHD. Confrontati con simulazioni numeriche dirette di MHD, i shell-models concedono ottenere serie cronologiche molto lunghe che corrispondono ad uno stato turbolento con alti numeri di Reynolds, dove ci potrebbe essere intermittenza. Il modello di arco coronale che ho sviluppato produce per l'esempio la potenza di dissipazione di energia come funzione di tempo e della posizione lungo l'arco (cioè la funzione di riscaldamento). L'analisi statistica delle serie cronologiche di dissipazione totale di energia nel arco indica che è intermittente e che ci sono correlazioni a lunga durata. Gli eventi che possono essere trovati in queste serie cronologiche hanno energie distribuite come una legge di potenza, del pendenza un po' più piccolo di 2, che è comparabile con le osservazioni, ma poichè è vicino alla pendenza critico 2 di Hudson (1991) non concede concludere sulla validità dello scenario delle nano-eruzione di Parker (1988). Le distribuzioni delle durate di attesa fra gli eventi sono egualmente distribuite come leggi di potenza, ciò ci dice che le eruzioni non siano un processo di Poisson e così che ci devono essere correlazioni fra loro. Il piccolo numero di modi del modello nella direzione perpendicolare al campo magnetico concede egualmente fare funzionare le simulazioni con una alta risoluzione nel senso del campo magnetico ed ottenere spettri 2D dei campi su vaste gamme di numeri d'onda.

Poi, nel capitolo 4, ho analizzato le osservazioni della corona solare fatte dal strumento SUMER del satellite SoHO. I parametri di alcune righe sono stati computati a bordo e ho quindi potuto fare statistiche di grandi campi d'intensità e di velocità della riga S VI 93.3 nm della regione di transizione, a parecchie dozzine di date dell'anno 1996. Ho definito strutture da una soglia di intensità, e le intensità in queste strutture sono distribuite come una legge di potenza di pendenza  $-1.6$ . Questa distribuzione può essere confrontata (supponendo che la perdita radiattiva nella riga di S VI 93.3 nm è una buona approssimazione della dissipazione di energia) alle distribuzioni delle energie

di eventi che altri autori hanno osservati, o alle simulazioni. Le spettrali di campi di intensità hanno egualmente una coda in legge di potenza, cui potrebbe essere una firma indiretta di turbolenza. Però gli spettri spaziali di velocità, che abbiamo sperato di confrontare direttamente alle previsioni delle teorie di turbolenza, sono piani, a causa del disturbo e del metodo di compressione dei dati. Le funzioni di struttura dei campi di intensità indicano che c'è intermittenza. Funzioni di struttura dei campi di velocità, nonostante il disturbo, sembrano anche indicare che c'è intermittenza.

Provare a confrontare statistiche di eventi mi ha allora condotto a mettere in discussione la *definizione data a questi eventi* (capitolo 5). Ho mostrato che larghe leggi di potenza sono più facili da ottenere quando si usa una definizione che coinvolge una soglia. Nel caso delle distribuzioni di durate di attesa, questo conduce a riconsiderare le conclusioni riguarde alla natura di Poisson del processo di eruzione. Poi ho mostrato che le statistiche sono più sensibili alla definizione di un evento (o alla soglia di una definizione che coinvolge una soglia) quando le serie cronologiche sono soltanto poco intermittente. È stesso possibile che la validità della ipotesi di Parker (1988), che i più piccoli eventi contribuiscono alla maggior parte dal riscaldamento della corona, dipende dal modo in cui questi eventi sono definiti.

La discrepanza fra le statistiche ottenute attraverso i mezzi differenti (dalle osservazioni o dalle simulazioni) o da differenti autori può infatti essere spiegata tramite una combinazione di seguenti fattori: (1) motivi puramente d'osservazione, come un alto disturbo, una risoluzione spaziale bassa, o l'integrazione sulla linea di mira; (2) metodi differenti che sono usati per ottenere le energie di evento dai parametri osservabili come l'intensità in alcune righe spettrali; (3) la definizione usata per ottenere gli eventi. A causa dei primi due fattori e perché le tecniche di inversione sono fundamentalmente difficili, dovremmo espandere i nostri modelli in moda da potere confrontarli direttamente a statistiche di parametri osservabili. Poiché del terzo fattore, dovremmo ovviamente paragonare le statistiche di eventi usando la stessa chiara definizione, ed è raccomandato di usare anche la ricchezza delle informazioni contenute in generi di statistiche che non coinvolgono gli eventi, come gli spettri o le funzioni di struttura.

## Summary in English

The observations of the Sun in ultraviolet (UV) show that its high atmosphere, the corona, is heated to millions of degrees. This is surprising, because the photosphere (the visible surface of the Sun) is much cooler (6000 K) than the corona. The challenge is to understand how the energy, which is originally produced by nuclear reactions in the core of the Sun, is transported to the corona, and then is dissipated into heat (and accelerated particles, which is beyond the scope of this thesis). These are some of the biggest challenges of today's solar physics. Their study is also useful for stellar physics and for the understanding of the tumultuous relationship between the Sun and the Earth.

---

The magnetic field seems to be a key player in these problems. It is indeed the cause of the solar activity cycle, and it produces the structure of the corona. The magnetic field is “frozen” in the plasma, it is the dominant form of energy (compared to kinetic energy). The transfer of energy from the photosphere to the corona could be done through magnetohydrodynamic (MHD) waves. During the flares, which are correlated with magnetic storms on the Earth, magnetic energy is the main form of energy which is dissipated. The coronal plasma is then heated, and the flare is visible as a brightening on the Sun (in particular in UV).

On the other hand, the total energy dissipation power of the visible flares seems not to be enough to sustain the high temperatures obtained in the corona. Depending on the shape of the distribution of the energy of the events, the smallest events, called “nanoflares” by Parker (1988) and which are too small to be observable, may be the ones which contribute the most to the heating of the corona. A first statistical approach to coronal heating is therefore to find the distribution of event energies, and to find out whether the extrapolation of this distribution (usually a power-law) to the smallest energies could lead to a sufficient heating by the smallest events. This would be the case if the slope of the power-law distribution of events energies were steeper than -2 (Hudson, 1991).

The existence of these small-scale events could be related to turbulence. A turbulent cascade of energy should indeed occur in the corona, because of its large Reynolds numbers, and it leads to the formation of very small scales (perhaps 10 m), much smaller than the smallest visible scales. Furthermore, these small scales are also necessary for the physical heating mechanisms (reconnection, magnetic diffusivity, viscosity...) to be sufficiently efficient to heat the corona to so high temperatures. As the description of turbulence is essentially statistical, the presence of turbulence in the corona is another plea for a statistical approach of coronal heating. Statistics are also useful to keep a single viewpoint on complex phenomena occurring at very different scales.

Our approach is therefore to look for *statistical properties of turbulence* in numerical models of the corona as well as in data from observations. I try to characterize turbulence in the corona, especially by its energy spectra, by checking for intermittency, and by distributions of events (or dissipative structures). I try to make the link between numerical simulations and observations, to determine whether models represent accurately the turbulent fields that exist in the real corona.

In chapter 2, I begin by a presentation of magnetohydrodynamics (MHD) and of its consequences on coronal heating mechanisms. I present the basics of theories of turbulence, and the statistical methods used for the analysis of turbulence. I explain the links between turbulence and the general ideas of complexity and self-organization, which are used for the simplifications leading to our numerical models.

The *numerical simulations* I have done model a magnetic loop of the solar corona (chapter 3). The loop foot-points are anchored in the photosphere, and their motion introduces energy in the loop. Alfvén waves (a case of MHD

waves) propagate along the loop and interact non-linearly. These models must be simplified, so as to be sufficiently fast to give access to statistics of fields and energy dissipation, as the loop is in a turbulent state. They aim at filling the gap between the Self-Organized Criticality (SOC) models and the direct numerical simulations of MHD.

In the first model I study, the non-linear interactions between Alfvén waves are modelled by *cellular automata* (CA, section 3.2): energy dissipation occurs by avalanches when current density is higher than a threshold on some grid points. The energies of the elementary events produced by this means are distributed as a power-law of index  $-1.6$  over several orders of magnitude. The energies of these events are correlated with their duration at the power  $1.76$ . The energy distributions get steeper and narrower when dissipations are summed on the loop, or when the whole duration interval of events is not taken into account. This has some implications on the interpretation of observations, where summation along the line-of-sight, and spatial and time resolution come into play: the observed distributions of events can be steeper and narrower than those of the underlying micro-events (under certain conditions which would make them lowly robust to instrumental effects).

This model could have been improved by changing the dissipation criterion (current density threshold, which may be thought as an anomalous resistivity), but we chose to get even closer to the MHD equations by replacing the cellular automata by *shell-models* (section 3.3). In these models, the logarithmic spacing of modes in the Fourier space allows to reach a very large number of wavenumbers with just a few dozen of modes, and thus large Reynolds numbers ( $\approx 10^6$ ). The dissipative terms are those of MHD, and non-linear interactions occur between neighboring modes, with coefficients that are directly deduced from the MHD equations. Compared to direct numerical simulations of MHD, the shell-models allow to get very long time series corresponding to a turbulent state with high Reynolds numbers, where there could be intermittency. The loop model I have developed produces for example the energy dissipation power as a function of time and position along the loop (*i.e.* the heating function). The statistical analysis of the time series of total energy dissipation in the loop shows that it is intermittent and that there are long-duration correlations. The events that can be found in this time series have energies distributed as a power-law of slope slightly smaller than 2, which is consistent with observations but as it is close to the critical slope 2 of Hudson (1991), it does not allow to conclude on the validity of Parker's (1988) nanoflares scenario. The distributions of waiting-times between events are also power-laws, which tells us that events are not Poissonian, and thus that there must be correlations between them. The small number of modes in the direction perpendicular to the magnetic field also allows to run simulations with a high resolution in the direction of the magnetic field, and to get 2D spectra of the fields over very wide ranges of wavenumbers.

In chapter 4 I have then analyzed *observations* of the Solar corona done by the SUMER instrument of the SoHO satellite. The parameters of several lines have been computed on board, and I could therefore do statistics of large

---

fields of intensity and velocity of the S VI 93.3 nm line of the transition region, at several dozens of dates of year 1996. I have defined structures by an intensity threshold, and the intensities in these structures are distributed as a power-law of index  $-1.6$ . This distribution can be compared (assuming that radiative loss in the S VI 93.3 nm line is a good approximation of energy dissipation) to the distributions of event energies that other authors have observed, or to the simulations. Spatial spectra of the intensity fields have also a power-law tail, which could be an indirect signature of turbulence. However, the spatial spectra of velocity, which we hoped to compare directly to predictions of theories of turbulence, are flat, because of the noise and because of the compression method of the data. Structure functions of the intensity fields show that there is intermittency. Structure functions of the velocity fields, despite of the noise, also seem to display some intermittency.

Trying to compare statistics of events has then lead me to question the *definition given to these events* (chapter 5). I have shown that wide power-laws are easier to get when using a definition involving a threshold than other definitions. In the case of waiting-times distributions, this leads to reconsider the conclusions about the Poissonian nature of the flaring process. I have then shown that statistics are more sensitive to the definition of an event (or to the threshold of a threshold-based definition) when the time series is only lowly intermittent. It may even be possible that the validity of Parker's (1988) hypothesis, that the smallest events contribute the most to coronal heating, depends on the way these events are defined.

The discrepancy between statistics obtained by different means (from observations or from simulations) or by different authors may actually be explained by a combination of the following factors: (1) purely observational reasons, like high noise, low spatial resolution, or line-of-sight integration; (2) different methods used to get event energies from observable parameters like brightenings in some spectral lines; (3) the definition used to get events. Because of the first two factors, and because inversion techniques are fundamentally difficult, we should expand our models so that we can directly compare their results with statistics of observable parameters. Because of the third factor, we should of course compare events statistics with the same, clear definition of an event, and it is recommended to use also the richness of information contained in other kinds of statistics which do not involve events, like spectra or structure functions.



# Abréviations et notations

---

## Missions et instruments

ACE	Advanced Composition Explorer
EUVE	Extreme Ultra-Violet Explorer
GOES	Geostationary Operational Environmental Satellites
IMAGE	Imager for Magnetopause-to-Aurora Global Exploration
OSO	Orbiting Solar Observatories
SoHO	Solar and Heliospheric Observatory
SoHO/EIT	Extreme ultraviolet Imaging Telescope
SoHO/SUMER	Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation
Terra EOS	Earth Observing Satellite
TRACE	Transition Region and Coronal Explorer
XMM-Newton	X-ray Multi-Mirror
Yohkoh/SXT	Yohkoh Soft X-ray Telescope

## Instituts et agences

ESA	European Space Agency
IAS	Institut d'Astrophysique Spatiale
MEDOC	Multi-Experiment Data and Operations Center (à l'IAS)
NASA	National Aeronautics and Space Agency

## Mots anglais

flare	Éruption
nanoflare	Nano-éruption
shell-model	Modèle en couches (en coquilles)



**Abréviations diverses**

CA	Cellular Automaton (automate cellulaire)
CME	Coronal Mass Ejection (éjection de masse coronale)
IK	Iroshnikov-Kraichnan
K41	Kolmogorov (1941)
LIM	Local Intermittency Measure
MHD	Magnétohydrodynamique
SOC	Self-Organized Criticality (auto-organisation critique)
UV	Ultra-Violet

**Variables et notations mathématiques**

$\equiv$	Égal par définition à
$\propto$	Proportionnel à
$\sim$	De l'ordre de grandeur de
$\approx$	Environ égal à
$:=$	Affectation
$\Re$	Partie réelle
$\partial_x$	Dérivée partielle par rapport à $x$
$\mathbf{a}$	Vecteur $\mathbf{a}$ , de norme $a$
$\tau_A$	Temps d'Alfvén
$\tau_\nu$	Temps de dissipation
$\tau_{NL}$	Temps caractéristique de la dynamique non-linéaire
$t^*$	Temps caractéristique du forçage photosphérique $\approx 20$ min
$\hat{a}(k)$	Transformée de Fourier du champ $\mathbf{a}$ (p. 23)
$R_e$	Nombre de Reynolds (p. 26)
$P(k)$	Spectre d'énergie (p. 23)
$E(k)$	Spectre d'énergie omnidirectionnel (p. 23)
$\delta_\ell \mathbf{a}$	Incrément du champ $\mathbf{a}$ (p. 24)
$S^q(\ell)$	Fonction de structure (p. 24)
$F(\ell)$	Flatness (coefficient d'aplatissement, p. 24)

**Unités**

J'utiliserai les unités du Système International (SI). En particulier :

$$\begin{aligned}
 1 \text{ T} &= 10^4 \text{ G} \\
 1 \text{ J} &= 10^7 \text{ erg} \\
 1 \text{ W} &= 10^7 \text{ erg s}^{-1} \\
 1 \text{ nm} &= 10 \text{ \AA} \\
 1 \text{ Mm} &= 1000 \text{ km} \\
 1 \text{ MK} &= 10^6 \text{ K}
 \end{aligned}$$

# Chapitre 1

## Introduction

---

1.1	L'étude du Soleil, des origines à nos jours . . . . .	1
1.2	Les couronnes et les vents . . . . .	2
1.3	Les problèmes du chauffage et de l'accélération des particules . . . . .	11
1.4	Notre approche : statistiques du chauffage turbulent . . . .	14
1.5	Plan de la thèse . . . . .	15

### 1.1 L'étude du Soleil, des origines à nos jours

La préhistoire puis l'histoire nous ont laissé de nombreuses traces de l'intérêt pour le Soleil des hommes. Ceux-ci avaient certainement déjà compris son importance pour la vie. La course du Soleil dans le ciel et sa réapparition chaque matin faisaient l'objet de nombreuses observations, théories, spéculations et craintes, qui se sont traduites dans les mythologies et légendes (Verdet, 2004), par exemple égyptiennes, inuites, malgaches, chinoises... Les rythmes du jour et de la nuit étaient les premiers instruments de mesure du temps, et des observatoires ont été construits (comme à Stonehenge). Le Soleil est le Yin du système philosophique chinois du Yin et du Yang. De nombreux souverains, dont Louis XIV ou l'empereur du Japon, se sont identifiés au Soleil. Par contre, à l'exception notable des cultes égyptien, inca et aztèque, et peut-être en Eurasie du culte de Mithra (qui a laissé des traces au sein du christianisme), les divinités solaires sont en général plutôt mineures.

En 1610, Galilée confirme les observations anciennes de taches solaires, avec l'une des premières lunettes astronomiques (figure 1.1). Les observations systématiques de Schwabe à partir de 1826 et de Wolf à partir de 1847 permettent ensuite de découvrir un cycle de 11 ans (figure 1.3), à partir duquel Sabine et Carrington font ensuite le rapprochement avec les tempêtes magnétiques provoquant les aurores polaires.

Par ailleurs, les éclipses étaient redoutées, car considérées comme de mauvais présages. Mais elles ont progressivement été considérées sous un angle scientifique. L'éclipse totale de 1842 a ainsi été à l'origine d'une controverse sur la nature de la lueur entourant la Lune : s'agissait-il d'un phénomène atmosphérique, lunaire ou solaire ? Jules Janssen tranche en faveur de l'origine solaire grâce à des observations spectroscopiques de l'éclipse du 18 août 1868. Les raies d'émission observées au cours des éclipses suivantes semblaient alors correspondre à un élément chimique inconnu, baptisé le coronium, mais Edlén (1943) a montré que ces raies pouvaient en fait être émises par les ions de Fe XIV. Comme ces ions n'existent qu'à très haute température, la couronne doit être très chaude.

Ce résultat a été confirmé dès que des instruments ont pu être envoyés dans l'espace, par des fusées-sondes ou à bord des satellites de la série OSO, où ils sont affranchis de l'absorption des rayons X et ultraviolets par l'atmosphère terrestre. Des images à haute résolution du Soleil dans ces longueurs d'ondes ont été obtenues d'abord par Skylab en 1973 et 1974, puis par toute une série d'instruments spatiaux, dont les derniers sont les télescopes de Yohkoh (1991–2001), SoHO (lancé en 1995) et TRACE (lancé en 1998). Ces instruments ont révolutionné notre compréhension de la physique solaire (Aschwanden *et al.*, 2001) ; ils ont notamment révélé des structures complexes, qui seront décrites à la section suivante.

Les observations dans différentes longueurs d'onde révèlent l'existence de différentes couches dans l'atmosphère du Soleil (figure 1.2) : la photosphère (la surface visible du Soleil), la chromosphère (à partir de laquelle la température remonte), et la couronne (très chaude). La chromosphère et la couronne sont séparées par la région de transition, où les gradients de densité, et surtout de température, sont très élevés. Les altitudes exactes des frontières entre les différentes couches dépendent en fait de l'activité solaire et de la position considérée par rapport aux structures de l'atmosphère solaire.

## 1.2 Les couronnes et les vents

### 1.2.1 Structure de la couronne solaire

#### Structure magnétique et cycle d'activité

Les images de la couronne solaire, telles celles de la figure 1.4, révèlent que l'aspect de la couronne change au cours du cycle d'activité. Lors du minimum d'activité, les images présentent un contraste faible, à l'exception de points brillants répartis à sa surface, et des zones sombres, appelées trous coronaux, près des pôles. Lors du maximum d'activité au contraire, les trous coronaux peuvent atteindre l'équateur, et des régions actives très brillantes apparaissent dans les zones équatoriales (Lang, 1997).

Le champ magnétique solaire, mesuré au niveau de la photosphère par effet Zeeman (et par effet Hanle dans les protubérances), est à l'origine de

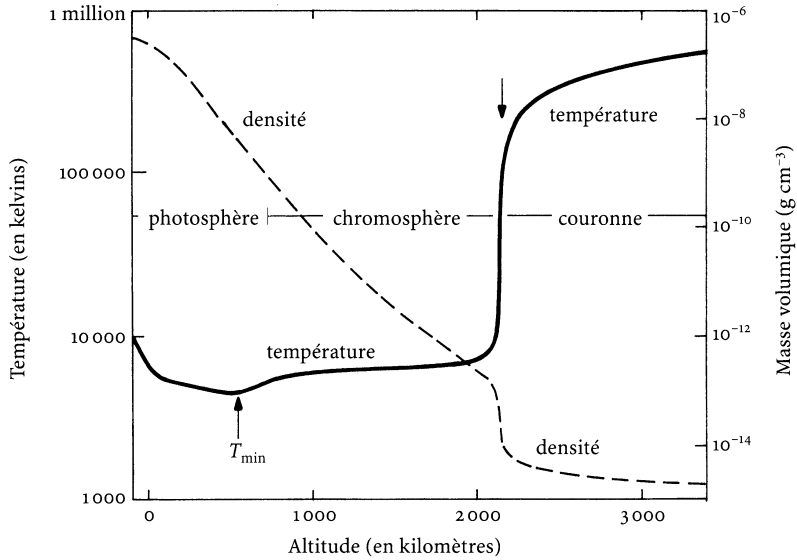


FIG. 1.1: Fresque (début du 20<sup>ème</sup> siècle), au département d'astronomie de l'université de Florence (Arcetri), commémorant les observations de Galilée, notamment celles de tâches solaires. Inscriptions, au centre puis dans le sens des aiguilles d'une montre : « Ces astres, Dieu, c'est toi qui les établis, et c'est Galilée qui les voit en premier », « Le Soleil lui aussi donnera des signes » (allusion aux Géorgiques, de Virgile, évoquant les corrélations entre l'aspect du Soleil et des astres et la météorologie), « Le 13 janvier 1610 quatre petites étoiles ont été vues » (satellites de Jupiter), « J'ai observé la plus haute planète en triple forme » (anneau de Saturne), « La Mère des Amours mime les figures de Cynthia » (phases de Vénus), « Il y a des montagnes aux sommets très élevés » (reliefs sur la Lune). Merci à Évelyne Prioux pour sa précieuse aide.

l'ensemble de ces structures. Lors du cycle d'activité, sa forme et son intensité évoluent grâce à l'effet dynamo, alimenté par la rotation différentielle du Soleil (fonction de la latitude et de la profondeur) et la convection.

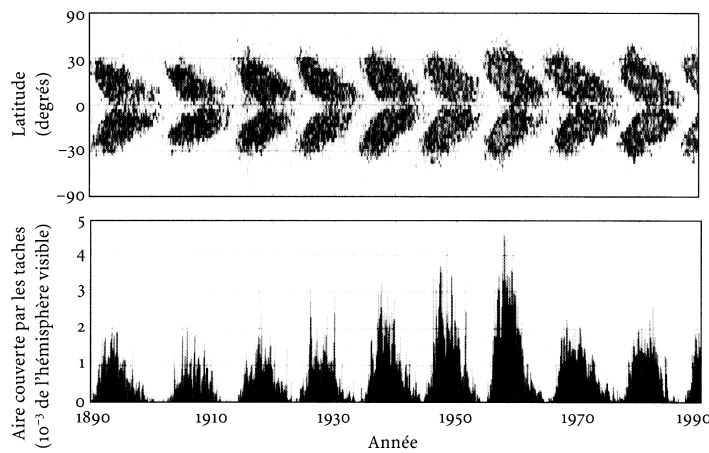
Au maximum d'activité, le champ est toroïdal, et émerge de la surface du Soleil notamment dans les taches solaires, majoritairement situées dans une large bande équatoriale (figure 1.3). Les régions actives, dont font partie les taches, contiennent des champs magnétiques plus intenses que la moyenne, de l'ordre de quelques  $10^{-2}$  T, jusqu'à 0.3 T dans les taches elles-mêmes, contre quelques  $10^{-4}$  T dans le Soleil calme. Elles contiennent aussi de la matière plus chaude (quelques millions de degrés), ce qui les rend très brillantes en ultraviolet. Les boucles formées par les lignes de champ magnétique sont ainsi rendues visibles, ce sont les boucles coronales dont je discuterai à la section suivante. Les régions actives sont le siège des éruptions à grande échelle, les « flares », se traduisant pas un fort sursaut de l'émission en rayons X et ultraviolets, et parfois par de l'éjection de matière coronale (CME).

Au minimum d'activité, le champ est plus proche d'un champ poloïdal,



Lang (1997), p. 106

FIG. 1.2: Température et densité moyennes dans l'atmosphère solaire en fonction de l'altitude, en l'absence de structure particulière.



Lang (1997), p. 87

FIG. 1.3: En haut : latitude des taches solaires observées en fonction du temps (« diagramme papillon ») : au cours d'un cycle de 11 ans, les taches (et donc les régions actives) apparaissent aux hautes latitudes, puis elles se rapprochent de l'équateur et disparaissent. Lors du cycle suivant, la polarité magnétique (non représentée) des régions actives est inversée, le principal cycle magnétique a donc une période de 22 ans au total. En bas : proportion de la surface du Soleil occupée par les taches, en fonction du temps.

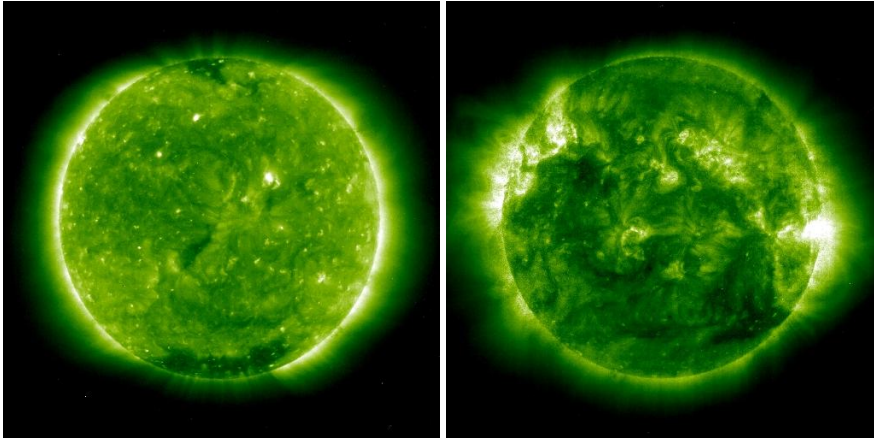


FIG. 1.4: Images du Soleil prises par l'instrument EIT du satellite SoHO dans la longueur d'onde du Fer XII à 19.5 nm, vers le minimum d'activité solaire (le 15 février 1997, à gauche) et vers le maximum d'activité (le 1<sup>er</sup> février 2001, à droite).

dipolaire, et les pôles sont des régions magnétiquement ouvertes (trous coronaux). Les points brillants sont de petites émergences de champ magnétique, très localisées, dans lesquelles des petites boucles magnétiques, analogues aux grandes boucles coronales des régions actives, existeraient.

Plus généralement, la pression cinétique dans la couronne, due à l'agitation thermique des particules, est beaucoup plus faible que la pression magnétique. Le rapport entre ces deux pressions est faible, on dit que le plasma est « froid » (bien que la température y dépasse souvent le million de degrés Kelvin). De plus, le champ magnétique est « gelé » dans le plasma (section 2.1.5), ce qui implique un lien très fort entre les structures de champ magnétique et les structures de matière.

### Les boucles coronales

Des structures en boucles sont visibles dans l'ultraviolet au-dessus des régions actives, par exemple au-dessus des bords Est et Ouest de l'image de SoHO/EIT à droite la figure 1.4, ou sur l'image de TRACE présentée à la figure 1.5. Chacune est un tube de flux de champ magnétique dans la couronne solaire, dans lequel de la matière relativement chaude et dense est emprisonnée sous l'effet du « gel » de la matière dans le champ magnétique.

En fait, des boucles existent à toutes les échelles, elles sont observées à des tailles correspondant à la limite de résolution des instruments (moins de 1 Mm) pour les plus petites, jusqu'à 150 Mm pour les plus grandes, c'est-à-dire une part non négligeable d'un rayon solaire (comme celles de la figure 1.5). Elles sont liées aux régions actives, et aux endroits où le flux magnétique émerge dans le réseau chromosphérique des régions calmes. D'après le modèle de Dowdy *et al.* (1986), elles constituent avec les régions magnétiques ouvertes,

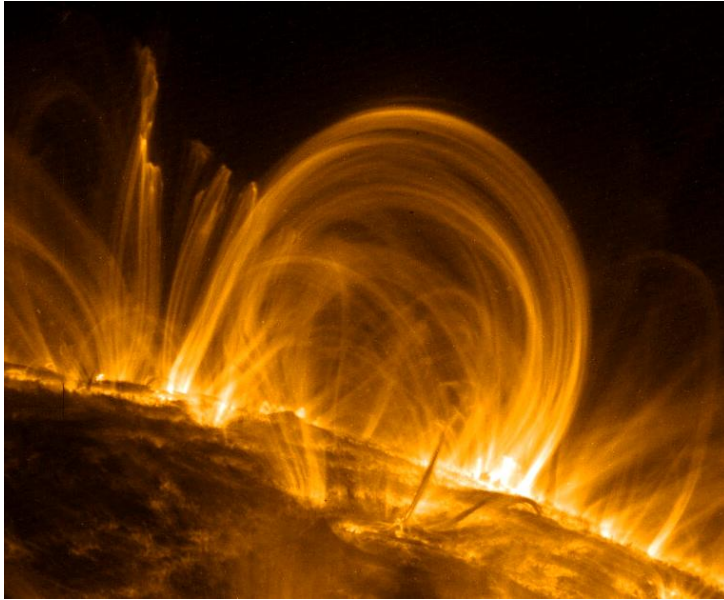


FIG. 1.5: Boucles coronales observées au limbe du Soleil par le satellite TRACE le 6 novembre 1999 avec un filtre centré sur la longueur d'onde 17.1 nm.

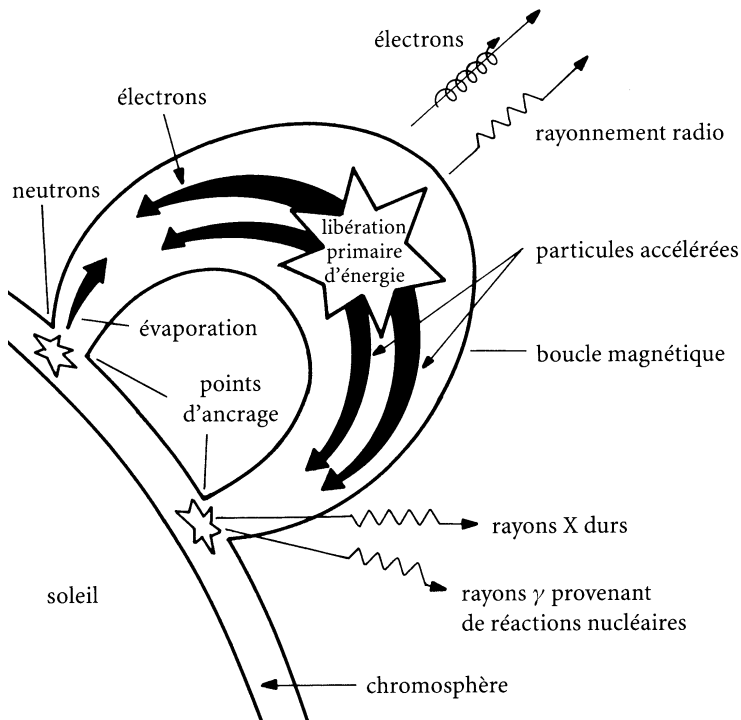
les « funnels », un « tapis magnétique » sur toute la surface du Soleil, y compris les régions calmes.

Les pieds d'une boucles sont ancrés dans la photosphère, dans des régions de polarités magnétiques opposées. Les mouvements de la photosphère entraînent les pieds de la boucle, ce qui revient à de l'injection d'énergie dans la boucle. L'énergie est ensuite transférée dans le reste de la boucle par des ondes qui se propagent le long de la boucle.

### 1.2.2 Les éruptions solaires

La première éruption solaire, ou « flare », a été observée en lumière visible par Carrington (1859) dans un groupe de taches solaires. Depuis, les instruments spatiaux (par exemple GOES) ont permis de voir que le flux de rayons X émis par le Soleil variait de manière spectaculaire au cours du temps, et les images issues de Yohkoh ont montré que ces rayons X provenaient en général des régions actives. Des énergies atteignant  $10^{25}$  J peuvent être libérées au cours de tels événements, ce qui correspond à la consommation énergétique mondiale pendant plus de 20 000 ans<sup>1</sup> ou à l'énergie de vaporisation du tiers de l'eau contenue dans la mer Méditerranée. En plus de l'émission en rayon X, ces événements peuvent déclencher des éjections de masse coronale (ou CME),

<sup>1</sup>En suivant les statistiques disponibles sur le site de l'Agence Internationale de l'Énergie (<http://www.iea.org/>), la consommation énergétique mondiale est 10GTep/an en 2001, où 1Tep = 42GJ est une tonne-équivalent-pétrole.



Lang (1997), p. 145

FIG. 1.6: Modèle d'éruption solaire dans une boucle coronale, dans lequel la dissipation d'énergie est supposée avoir lieu près du sommet de la boucle.

dont la première a été observée par le satellite OSO7 le 13 décembre 1971, et dont les particules peuvent atteindre la Terre.

Ces grandes éruptions, les plus violentes, sont en général localisées dans les régions actives (et peuvent impliquer les grandes boucles coronales), mais des embrillancements de la couronne existent sur une large gamme d'échelles d'énergie (figure 1.7), et ont été observés à des énergies aussi faibles que  $10^{17}$  J, y compris sur le Soleil calme. Selon les caractéristiques de ces événements, on parle alors de « blinkers » ou de « points brillants » (« bright points »). On pense que les grands et les petits événements font partie d'un seul et même type d'événements, et que les mêmes processus physiques y sont à l'œuvre. Dans cette thèse je m'intéresserai aux propriétés statistiques de l'ensemble des événements, ce qui ne se limite pas à ceux qui impliquent les grandes boucles telles celles de la figure 1.5, mais cela inclut en particulier les plus petits qui ont lieu dans le Soleil calme.



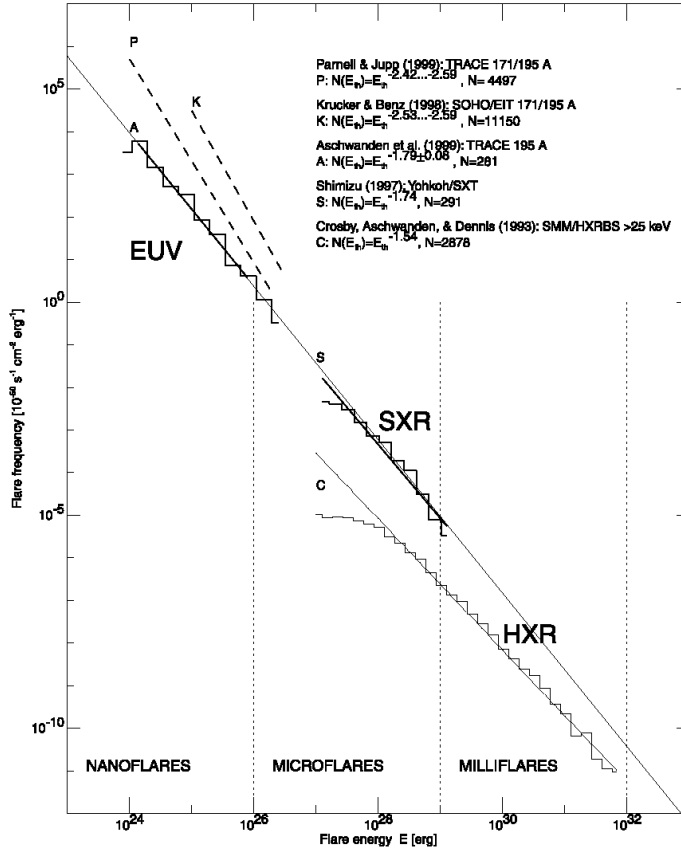


FIG. 1.7: Distributions des énergies des événements observés par différents auteurs, rassemblées par Aschwanden et al. (2000). L'intervalle entre les énergies des plus petits et des plus grands événements observés couvre 8 ordres de grandeur. Une loi de puissance unique pourrait être ajustée à l'ensemble de ces données.

### 1.2.3 Le vent solaire et ses interactions avec la magnéto-sphère

L'orientation de la queue des comètes a suggéré qu'il existait un « vent solaire », c'est-à-dire que la couronne était étendue et constamment en expansion hydrodynamique au lieu d'être statique, et Parker (1958) a proposé un premier modèle en ce sens. Depuis, de nombreux modèles de vent solaire ont été proposés (Hollweg et Isenberg, 2002). La sonde Ulysses a permis d'explorer le vent solaire à différentes latitudes et en fonction du cycle solaire (McComas et al., 1998) : le vent est lent ( $\approx 450 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) près de l'écliptique, et il est rapide ( $\approx 750 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) au-dessus de trous coronaux, là où le champ magnétique est ouvert.

Au niveau de la Terre, à 149.6 millions de kilomètres du Soleil, des « tempêtes géomagnétiques » ont déjà été constatées au 19<sup>ème</sup> siècle : au cours de ces tempêtes, le champ magnétique terrestre varie brutalement de quelques dixièmes de micro-teslas (par rapport aux 20 à 70  $\mu\text{T}$  du champ habituel). Elles sont en fait dues aux interactions entre la magnétosphère terrestre et le vent solaire et les particules qu'il contient. La réponse de la magnétosphère, le bouclier magnétique de la Terre, aux fluctuations du vent solaire est aujourd'hui observée par les satellites ACE, IMAGE, ainsi que par la constellation des satellites CLUSTER. Au niveau de la Terre :

- des particules pénètrent dans la haute atmosphère, ce qui provoque des aurores polaires
- les spationautes et navigants aériens sont soumis à de plus grandes doses de « rayonnement », ce qui peut inciter à changer la planification des vols ou à faire voler les avions à plus basse altitude
- les satellites peuvent être endommagés par les particules qui les atteignent (comme Midori-2 et Kodama suite à la tempête solaire du 28 octobre 2003). De plus, leurs orbites sont freinées par la dilatation de l'atmosphère, qui est chauffée par les particules et les rayons ultraviolets.
- des courants sont induits dans les réseaux électriques et téléphoniques, ce qui nécessite des adaptations de la régulation des réseaux (*load balancing*) pour éviter les pannes comme celle qui a eu lieu sur le réseau Hydro-Québec au Canada en 1989.
- l'ionosphère ne réfléchit plus les ondes radio

Les avancées théoriques et observationnelles permises par les observations du satellite SoHO ont avivé l'espoir de produire des prévisions de la vitesse du vent solaire. Ces prévisions permettraient de connaître à l'avance les moments et les intensités des tempêtes de vent solaire, et donc de prendre les mesures nécessaires pour protéger les personnes et les installations qui sont sensibles aux tempêtes solaires. Cette discipline, la « météorologie de l'espace », a connu un développement marqué vers 1998–2000, mais les ambitions à court terme ont dû être revues à la baisse devant la complexité des phénomènes mis en jeu. L'ensemble des mécanismes physiques de la couronne, de l'héliosphère et de la magnétosphère doivent être mieux compris avant d'arriver à de réelles prévisions (*forecasting* et non *nowcasting*) fiables. Cette thèse se concentre sur certains mécanismes coronaux dont la compréhension pourrait peut-être, à long terme, aider à la mise en œuvre d'un service de prévision.

Mais les motivations pour l'étude du Soleil ne sont pas uniquement d'ordre prévisionnel, la seule compréhension des mécanismes de chauffage et d'accélération des particules pose déjà d'énormes défis scientifiques.

## 1.2.4 Les couronnes et vents stellaires

La plupart des étoiles de type solaire (type G), de température de surface comparable à celle du Soleil, émettent aussi dans l'ultraviolet et les rayons X, ce qui indique la présence d'une atmosphère très chaude. Du point de vue instrumental, la haute résolution spectrale permet d'obtenir certaines infor-

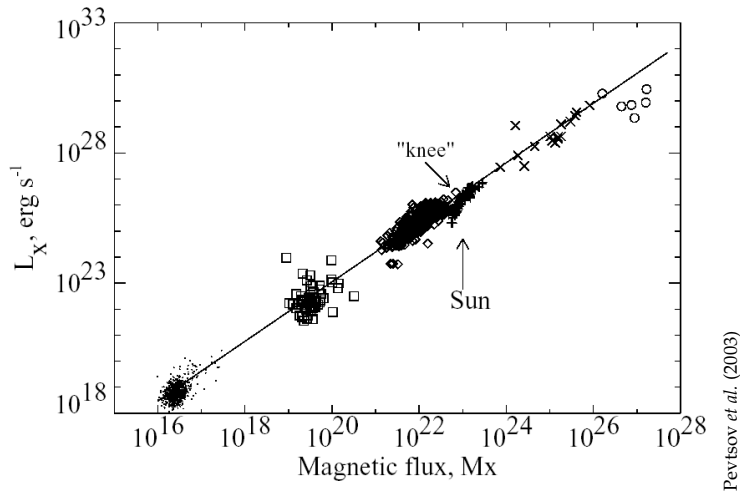


FIG. 1.8: Corrélation entre le flux magnétique et la luminosité en rayons X, pour : le Soleil calme ( $\cdot$ ), des points brillants solaires ( $\square$ ), des régions actives solaires ( $\diamond$ ), des moyennes sur le disque solaire ( $+$ ), des étoiles naines G à K ( $\times$ ), des étoiles T Tauri ( $\circ$ ). La loi de puissance ajustée à ces données a un indice 1.15.

mations malgré les distances et le manque de résolution spatiale : détection de taches stellaires, répartition du champ magnétique, densité et température de la couronne (souvent supérieures à celles du Soleil).

De fortes analogies existent entre les émissions X de ces étoiles, observées par les satellites Chandra et XMM-Newton, et celles du Soleil : par exemple, l'émission X des étoiles se produit aussi par éruptions intermittentes (Sanz-Forcada *et al.*, 2002), et la corrélation avec l'émissivité d'ondes radio est la même (Benz et Guedel, 1994). Ces étoiles présentent aussi un cycle d'activité magnétique, et des taches analogues à celles du Soleil. Pevtsov *et al.* (2003) a montré (figure 1.8) qu'il existait une corrélation forte et universelle entre le flux magnétique et la luminosité en rayons X, qu'il s'agisse de l'émission de structures solaires, du Soleil entier, ou d'étoiles. Cela renforce l'idée selon laquelle le rôle du champ magnétique dans le chauffage et l'émission lumineuse des couronnes est de première importance.

En ultraviolet extrême, d'après les résultats du satellite EUVE (Extreme Ultraviolet Explorer) qui a observé les étoiles de type F à M entre 7 et 90 nm, la luminosité des éruptions stellaires est distribuée en loi de puissance d'indice de l'ordre de  $-2$  (Audard *et al.*, 2000). Plus généralement, il est fort probable que les structures de la couronne et les processus qui y sont à l'œuvre, ainsi que l'existence d'un vent, soient du même type sur les étoiles de type solaire que sur le Soleil. Des vents stellaires ont été détectés, notamment indirectement, par des observations dans la raie Lyman  $\alpha$  de l'hydrogène (voir Wood, 2004, pour une revue).

## 1.3 Les problèmes du chauffage et de l'accélération des particules

### 1.3.1 Position des problèmes

Les observations spectroscopiques montrent que la température dans la couronne est très élevée. Par exemple, le simple fait que la couronne est brillante sur les images obtenues en ultraviolet dans la raie du Fer XII (comme sur les images de SoHO/EIT de la figure 1.4) montre qu'une assez grande proportion des atomes de fer a été ionisée 11 fois, ce qui nécessite des températures de l'ordre de 1.5 MK (1.5 millions de degrés). D'autres observations de l'émission en rayons X montrent aussi que des particules sont accélérées, jusqu'à des vitesses relativistes.

Le *premier problème* qui se pose alors est celui du transfert de l'énergie, qui vient des réactions thermonucléaires au centre du Soleil *via* la photosphère, jusque dans la couronne. En supposant que l'énergie thermique se transmet uniquement par conduction et que le régime est stationnaire, la température devrait suivre l'équation de la chaleur  $\nabla \cdot (D\nabla T) = 0$  et décroître en fonction de l'altitude, entre la photosphère, à 6000 K, et le milieu interstellaire, plus froid. De même, le flux d'énergie dû à la convection (non forcée) aboutirait à une couronne plus froide que la photosphère. Comme ce n'est pas le cas, d'autres processus physiques, non thermiques, doivent intervenir pour transporter l'énergie jusqu'à la couronne ; pour compenser les pertes, un flux de  $10^2$  à  $10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  est nécessaire (Withbroe et Noyes, 1977).

Pour transporter cette énergie, les ondes acoustiques semblaient être de bons candidats jusqu'à la fin des années 1970 (Schatzman, 1949), mais elles sont atténuées dans la chromosphère, avant même d'atteindre la couronne (Athay et White, 1979; Mein et Schmieder, 1981), tout comme les ondes magnéto-sonores lentes. Par contre, il est généralement admis que les autres ondes magnétohydrodynamiques (magnéto-sonore rapide et Alfvén) pourraient transporter l'énergie jusqu'à la couronne (transport « AC », dans le cas où les temps caractéristiques des mouvements photosphériques sont plus courts que ceux des ondes d'Alfvén), ou que les déplacements des lignes de champ magnétique pourraient créer des couches de courant continu dans la couronne (transport « DC », dans le cas où les mouvements photosphériques sont plus lents que les temps des ondes d'Alfvén).

Le *deuxième problème* est celui de la dissipation de l'énergie de ces ondes ou courants dans la couronne :

- Dans le cas « AC », différents mécanismes d'interactions entre ondes, ou entre ondes et particules, permettraient de dissiper ces ondes directement, en chauffant les particules.
- Dans le cas « DC », l'énergie magnétique serait dissipée par résistivité dans les couches de courant et par reconnexion des lignes de champ magnétique (Parker, 1972; Tucker, 1973; Heyvaerts *et al.*, 1977).

Chacun de ces mécanismes est *a priori* trop lent pour expliquer le chauffage de la couronne dans sa totalité, mais divers mécanismes pourraient les rendre

plus efficaces, comme la génération de petites échelles par la turbulence (van Ballegooijen, 1986; Mikic *et al.*, 1989), l'absorption résonnante, ou le mélange de phase (Heyvaerts et Priest, 1983; Malara *et al.*, 1992),

Le *troisième problème*, qui n'est pas dans le sujet de cette thèse, est de comprendre comment ces mêmes mécanismes peuvent accélérer des particules à des hautes énergies. Là encore, la turbulence pourrait jouer un rôle essentiel, en permettant la génération de petites échelles auxquelles les champs électriques sont suffisants (par rapport au champ Dreicer : Dreicer, 1960b,a) pour que des particules ne respectent plus l'approximation fluide et s'échappent avec de grandes vitesses.

Enfin, une fois l'énergie dissipée dans la couronne, la réponse du plasma à cet apport d'énergie se traduit par de l'émission lumineuse, observable dans l'ultraviolet et les rayons X, et dont on peut mesurer les caractéristiques. La discrimination entre les différents mécanismes de transport et de dissipation proposés pourrait ainsi se faire en simulant pour chacun d'eux tout l'enchaînement de phénomènes aboutissant à ces caractéristiques observables, et les comparer à celles qui sont effectivement mesurées par les instruments spatiaux. Cette thèse se propose de contribuer à certains aspects de ce cheminement, considéré du point de vue statistique.

### 1.3.2 Événements coronaux et chauffage

Les dissipations d'énergies qui chauffent ainsi la couronne sont identifiées aux événements impulsifs évoqués à la section 1.2.2, qu'ils soient de grande ou de petite énergie. D'après les idées de Levine (1974), puis de Parker (1988), qui a introduit le terme de « nanoflare », ou nano-éruption, l'ensemble des événements de dissipation d'énergie, y compris, voire surtout, ceux qui sont trop petits pour être observables, pourraient être à l'origine du chauffage de la couronne. De plus, les énergies des événements observables semblent être distribuées selon une loi de puissance  $\text{Pr}(E) \propto E^{-\alpha}$  (figure 1.7), c'est-à-dire qu'un événement 10 fois plus faible qu'un autre a une probabilité  $10^\alpha$  plus grande d'advenir. Hudson (1991) a alors fait la remarque que si  $\alpha > 2$ , ce sont effectivement les plus petits événements qui contribuent le plus à la dissipation totale d'énergie  $\int E \text{Pr}(E) dE$ . Dans ce cas, les événements coronaux pourraient suffire à chauffer la couronne, même si les événements visibles, les plus importants, n'y suffisent pas. Cette remarque est une des raisons qui nous poussent à mener des études statistiques du chauffage de la couronne.

### 1.3.3 La turbulence

La turbulence, au moins dans sa version hydrodynamique, est un phénomène du quotidien. On la retrouve par exemple dans l'écoulement des rivières (tel qu'observé par Léonard de Vinci dans les tourbillons de l'Arno), la traînée aérodynamique des voitures et des avions (l'énergie dissipée aux petites échelles qu'elle produit conduit à une résistance à l'avancement des véhicules), l'arrivée de l'air dans les alvéoles pulmonaires, les tourbillons du

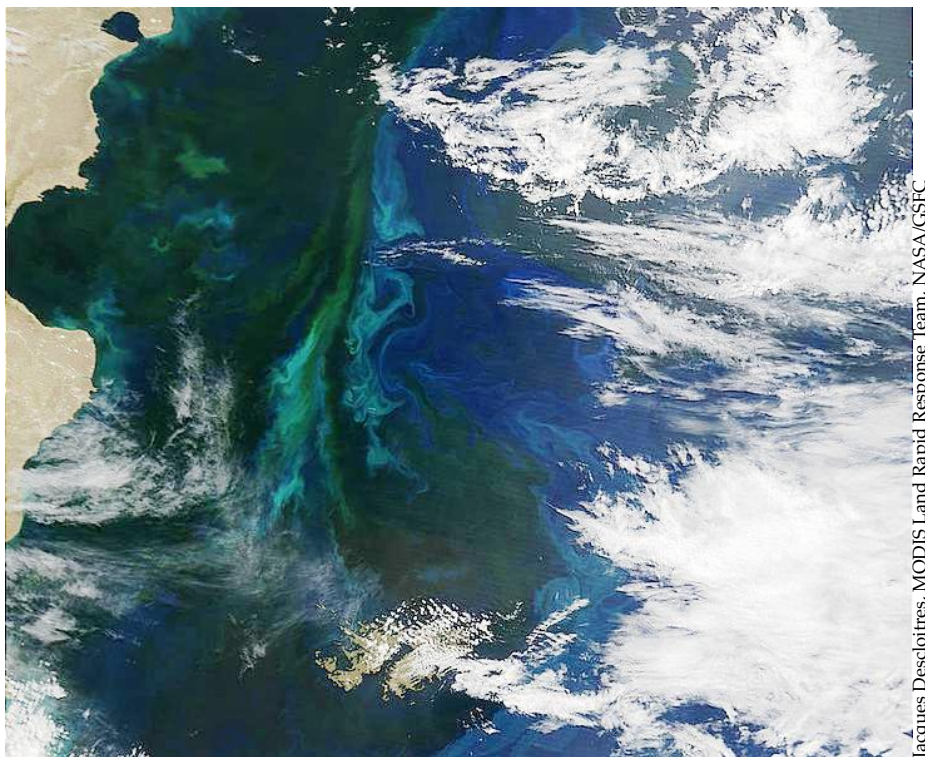


FIG. 1.9: Image du satellite Terra d'observation de la Terre (NASA EOS AM-1), dans l'Atlantique au large de l'Argentine, à la rencontre du courant chaud du Brésil et du courant froid des Falklands, riche en nutriments : le phytoplancton y prospère, et rend visibles les vortex turbulents à l'interface entre ces deux courants. La turbulence est aussi présente au niveau atmosphérique dans les nuages. La largeur de l'image est environ 1450 km. Cette image est disponible sur <http://visibleearth.nasa.gov/cgi-bin/viewrecord?10708> avec des tailles de pixels allant jusqu'à 250 m.

vent, les nuages... Sa compréhension est indispensable aussi bien à l'aérodynamisme qu'à la météorologie, et à l'ingénierie de tous les écoulements pouvant être non laminaires (moteurs de fusée, oléoducs...).

La turbulence magnétohydrodynamique, elle, conduit au développement rapide d'instabilités dans les tokamaks, le dispositif qui semble actuellement le plus prometteur pour produire de l'énergie par la fusion nucléaire. Ces instabilités limitent le temps de confinement du plasma dans le tokamak, donc la durée pendant laquelle il peut fonctionner (actuellement quelques minutes).

Dans la vie courante, on dit qu'un phénomène est turbulent quand il existe des mouvements d'agitations très complexes, instables, et irréguliers en temps et en espace. C'est exactement ce qui se passe dans des milieux astrophysiques comme le milieu interstellaire (Falgarone *et al.*, 1992; Miville-Deschênes *et al.*, 2003; Elmegreen et Scalo, 2004; Scalo et Elmegreen, 2004), la magnétosphère terrestre (Sahraoui, 2003) ou la couronne solaire. Dans ce dernier cas, dans

lequel les observations *in-situ* ne sont pas possibles, la présence de la turbulence est généralement déduite d'observations de largeurs de raies. Elle peut aussi être prédite, comme cela sera fait à la section 2.2.6 du chapitre suivant, à partir des caractéristiques physiques du milieu, comme la densité, la viscosité et la résistivité, la vitesse et le champ magnétique. Ces mêmes théories permettent également de prédire les échelles spatiales et temporelles des structures (nappes de courant, structures dissipatives) les plus petites, qui doivent ainsi avoir une taille de l'ordre de la centaine de mètres, bien loin des centaines de kilomètres accessibles aux meilleurs instruments actuels.

Dans le cadre du chauffage de la couronne solaire, la turbulence pourrait être à l'origine des petites échelles spatiales et temporelles qui sont nécessaires pour que les mécanismes de dissipation des ondes et des courants soient suffisamment efficaces. Comprendre la turbulence coronale est donc essentiel dans l'étude du chauffage de la couronne solaire.

## 1.4 Notre approche : statistiques du chauffage turbulent

La présence de turbulence dans la couronne nous indique qu'une approche statistique du chauffage de la couronne solaire pourrait être utilisée. La description de la turbulence est en effet essentiellement statistique. L'intérêt des statistiques est confirmé par la nécessité d'opérer une simplification de la complexité des phénomènes qui entrent en jeu, à des échelles très différentes.

Notre approche consiste donc à chercher des propriétés statistiques de la turbulence, à la fois dans le cadre de modèles numériques et d'observations. Nous essaierons de préciser les caractéristiques de la turbulence dans la couronne solaire, notamment la forme des spectres d'énergie, la présence d'intermittence, les distributions d'événements ou de structures de dissipation. Nous essaierons de faire le lien entre les résultats numériques et observationnels, pour en déduire si les modèles représentent correctement les champs qui existent réellement dans la couronne. Le chemin que nous suivrons pour cela est présenté à la figure 1.10.

Notre méthode doit s'adapter aux contraintes matérielles :

- les instruments d'observation n'ont pas une sensibilité et une résolution infinies. Pour atteindre la physique des petites échelles, qui sinon seraient inaccessibles, nous devons faire l'hypothèse qu'une propriété statistique valable sur une certaine gamme d'échelles observables par les instruments reste valable jusqu'aux échelles de dissipation.
- les ordinateurs n'ont pas une vitesse et une mémoire infinies, alors que pour effectuer des statistiques issues de modèles numériques, nous avons besoin de données en quantité suffisante, impossibles à produire vu la lenteur des simulations numériques directes à trois dimensions représentant correctement la turbulence développée. Nous avons donc besoin de simplifier les champs (réduire le nombre de modes propres), et de simplifier les interactions entre modes, tout en essayant de garder ce qui

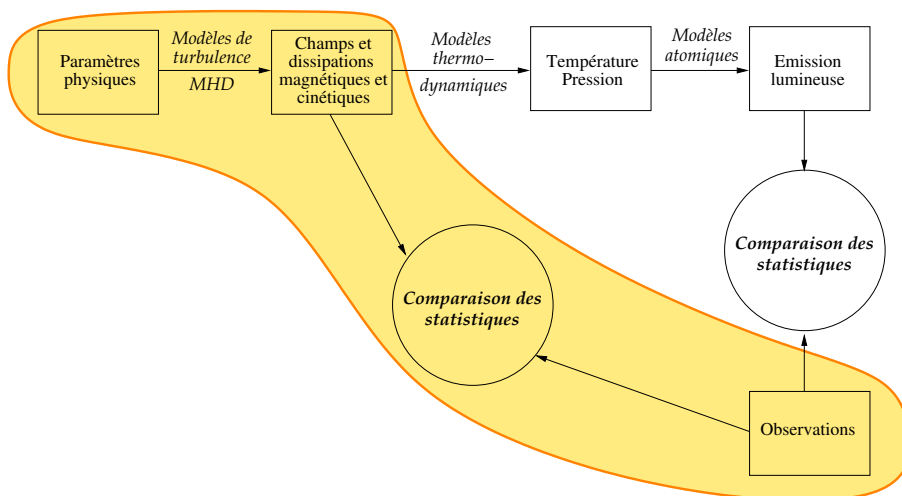


FIG. 1.10: Les comparaisons entre les résultats des modèles statistiques de turbulence et des observations peuvent se faire à différents niveaux. Idéalement, la comparaison serait faite entre les statistiques issues de l'émission lumineuse observée et simulée (à droite) ; mais le champ de notre étude est limité à la partie sur fond jaune.

participe le plus à la dynamique complexe — et donc intéressante ! — de la turbulence. C'est ce que nous ferons lorsque nous construirons nos modèles numériques de boucle coronale.

## 1.5 Plan de la thèse

Dans le chapitre suivant, je présenterai la magnétohydrodynamique (MHD) et j'en préciserai les conséquences sur les mécanismes de chauffage de la couronne. J'exposerai les bases des théories de la turbulence, notamment les méthodes statistiques qui sont utilisées pour son étude. Ce chapitre sera aussi l'occasion d'expliquer les liens qu'il pourrait y avoir entre la turbulence et les idées plus générales de complexité et d'auto-organisation, à la base des simplifications opérées dans la construction des modèles numériques.

Le chapitre 3 est consacré à deux tels modèles numériques, représentant une boucle magnétique coronale, et construits sur le même principe : des modèles simplifiés à deux dimensions de MHD réduite sont couplés par des ondes d'Alfvén, alimentées par les mouvements de pieds de la boucle. Les résultats des modèles et leurs implications sur le chauffage de la couronne seront discutés.

Dans le chapitre 4, je montrerai les résultats statistiques que j'ai obtenus sur les champs et les structures d'intensité et de vitesse, à partir d'observations par l'instrument SUMER à bord de SoHO de raies de l'hydrogène et du soufre dans l'ultraviolet. En particulier, la présence d'intermittence a été recherchée dans ces données.



Enfin, au chapitre 5, je discuterai de l'influence de la définition qu'on donne à un événement dissipatif (ou à une structure) détecté dans une série temporelle sur les statistiques obtenues pour ces événements, problème apparu lors de l'exploitation des données de simulations et d'observations.

La thèse se termine par une discussion des résultats obtenus et leurs conséquences sur différents aspects de l'étude du chauffage coronal turbulent. Je soulignerai les voies par lesquelles il serait intéressant de poursuivre cette recherche.

# MHD et turbulence MHD

---

2.1	Introduction à la physique des plasmas . . . . .	17
2.2	Turbulence et propriétés statistiques . . . . .	22
2.3	Modélisations simplifiées de la turbulence MHD . . . . .	30

## 2.1 Introduction à la physique des plasmas

Les milieux considérés ici, auxquels appartient la couronne solaire, sont des plasmas, c'est-à-dire des milieux dans lesquels une proportion importante des atomes est ionisée (presque tous dans le cas de la couronne solaire). Les plasmas sont un « quatrième état de la matière », différent des solides, liquides et gaz, dans lequel se trouve en fait la quasi-totalité de l'univers, des éclairs des orages terrestres au milieu intergalactique en passant par les étoiles et le vent solaire.

### 2.1.1 Dynamique des plasmas

La dynamique d'un plasma peut être décrite de différentes manières, à commencer par les équations du mouvement de chacune des particules en fonction de l'état des autres (système à  $N$  corps). La difficulté provient du nombre  $N$  de particules, très élevé, d'autant plus que les systèmes à  $N$  corps deviennent chaotiques dès que  $N = 3$ .

Une première simplification consiste à ne considérer, à chaque instant et pour une espèce  $j$ , que la fonction de distribution  $f_j(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$  des positions  $x_{i,j}$  et des vitesses  $v_{i,j}$  des particules (indexées par  $i$ ) de l'espèce  $j$  :  $f_j(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3x d^3v$  est le nombre moyen (sur un grand nombre de réalisations du système) de particules de l'espèce  $j$  dans un volume  $d^3x d^3v$  autour du point  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  de l'espace

des phases. La fonction de distribution  $f_j$  obéit à l'équation de Boltzmann, qui s'écrit, dans le cas non relativiste :

$$\partial_t f_j + \mathbf{v} \cdot \partial_x f_j + \frac{q_j}{m_j} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \partial_v f_j = C \quad (2.1)$$

où  $q_i$  est la charge des particules de l'espèce  $j$  et  $m_i$  est leur masse,  $\mathbf{E}$  est le champ électrique,  $\mathbf{B}$  est le champ magnétique, et  $C$  est un terme représentant les collisions. L'équation de Boltzmann est couplée aux équations de Maxwell, qui permettent de calculer les champs électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  à partir des positions et des vitesses des particules (donc de  $f_j$ ).

Deux approches sont alors possibles pour étudier la dynamique du plasma :

- soit on calcule l'évolution des  $f_j$  en résolvant, éventuellement numériquement, l'équation de Boltzmann. C'est l'approche cinétique. Une fois l'équation résolue, on peut calculer les moments  $\sum_j \iiint d^3v v^k m_j^{k'} q_j^{k''} f_j$  des fonctions de distribution pour obtenir les champs de densité de masse et de charge, de vitesse, de pression, de flux de chaleur, ou de densité de courant... (selon les valeurs de  $k$ ,  $k'$  et  $k''$ )
- soit on prend les moments de l'équation de Boltzmann (en conservant ou non la séparation entre les différentes espèces  $j$ ), ce qui n'est possible qu'à certaines conditions qui seront détaillées à la section suivante. On obtient des équations pour les champs, qu'on peut alors essayer de résoudre. C'est l'approche fluide.

L'approche cinétique est plus générale (elle ne présume pas de la distribution de vitesse par exemple), mais elle est se place dans un espace de phase à 6 dimensions et est donc lourde à mettre en œuvre, et elle est moins intuitive que l'approche fluide.

### 2.1.2 Hypothèses de la MHD

La magnétohydrodynamique (MHD) est la théorie des plasmas obtenue avec l'approche fluide décrite ci-dessus. Ses équations décrivent le comportement des champs magnétique et de vitesse (eulérienne) du plasma.

Les hypothèses qu'on utilise pour cette approximation sont :

- que le plasma a effectivement un comportement fluide, c'est-à-dire que les collisions ou les effets collectifs sont suffisants pour pouvoir décrire le mouvement du plasma en tout « point » par un mouvement d'ensemble d'un nombre de particules suffisant.
- que la forme de la distribution spatiale des vitesses  $\iiint d^3x v f_j$  est une maxwellienne (conséquence des collisions s'il y en a).
- que les échelles de temps sont grandes par rapport au temps de retour à la neutralité suite à une perturbation (inverse de la fréquence plasma) et par rapport aux temps cyclotroniques des différentes espèces.
- que les échelles spatiales sont grandes par rapport à la longueur de Debye (distance d'écrantage des charges) le long de  $\mathbf{B}$  et par rapport aux rayons de Larmor (rayons des mouvements cyclotroniques) perpendiculairement à  $\mathbf{B}$ .

De plus, l'hypothèse non relativiste ( $v \ll c$  et  $v_A \equiv B_0 / \sqrt{\mu_0 \rho} \ll c$ ) que nous avons implicitement utilisée dès l'écriture de l'équation de Boltzmann indique qu'il n'y a pas de courant de déplacement  $-\epsilon_0 \partial_t E$  dans l'équation de Maxwell-Laplace ( $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} - \epsilon_0 \mu_0 \partial_t \mathbf{E}$ ).

### 2.1.3 Équations de la MHD

En faisant l'hypothèse supplémentaire que  $m_e \ll m_i$ , on arrive aux équations de la MHD compressible monofluide (en unités SI) :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.2)$$

$$\rho(\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.3)$$

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

L'équation 2.2 traduit la conservation de la masse. 2.3 est l'équation du mouvement du fluide, soumis aux gradients de pression et à la force de Laplace, avec un terme de viscosité. 2.4 est la l'équation hydromagnétique (dérivée de la loi d'Ohm et de l'équation de Maxwell-Faraday, en négligeant le courant de déplacement), 2.5 est l'équation de Maxwell traduisant l'absence de monopôles magnétiques. Dans ces équations,  $\mathbf{v}$  est maintenant la vitesse du fluide (et non la vitesse des particules individuelles),  $\mathbf{B}$  est le champ magnétique,  $\rho$  est la masse volumique,  $P$  est la pression,  $\nu$  est la viscosité et  $\eta$  est la diffusivité magnétique.

Ces équations seraient incomplètes sans une équation supplémentaire, dite « de fermeture », exprimant  $P$  en fonction des autres variables et fermant ainsi le système d'équations. L'équation de fermeture MHD, choisie quelque peu arbitrairement, peut être un barotrope  $\frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$  par exemple. Sans une telle approximation, il

faudrait exprimer  $P$  en prenant le deuxième moment de l'équation de Boltzmann, ce qui ferait apparaître une nouvelle variable (le flux de chaleur, troisième moment de la fonction de distribution des particules), qu'il faudrait à nouveau exprimer en fonction du quatrième moment, et ainsi de suite.

Les équations de la MHD se simplifient encore en faisant d'autres hypothèses. Par exemple, en MHD idéale,  $\nu = \eta = 0$ ; en MHD incompressible, la densité est constante (égale à  $\rho_0$ ), et les équations de la MHD peuvent être écrites de manière plus symétrique en utilisant les variables d'Elsässer  $z^\pm \equiv \mathbf{v} \pm \mathbf{b}$ , où  $\mathbf{b} \equiv \mathbf{B} / \sqrt{\mu_0 \rho_0}$  est le vecteur de vitesse d'Alfvén associé à  $\mathbf{B}$  :

$$\nabla \cdot \mathbf{z}^\pm = 0 \quad (2.6)$$

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm + (\mathbf{z}^\mp \cdot \nabla) \mathbf{z}^\pm = -\nabla P_{\text{tot}} + \nu^+ \nabla^2 \mathbf{z}^\pm + \nu^- \nabla^2 \mathbf{z}^\mp \quad (2.7)$$

où  $\nu^\pm \equiv \nu \pm \eta$  et  $P_{\text{tot}} \equiv P / \rho_0 + b^2 / 2$ .

En MHD réduite (RMHD), on suppose qu'il existe un fort champ extérieur  $B_0$  uniforme (correspondant à une vitesse d'Alfvén  $b_0$ ), on écrit les fluctuations des champs sous la forme d'une composante parallèle et d'une composante orthogonale à  $B_0$  :

$$\mathbf{b} - b_0 = b_{\parallel} \mathbf{e}_{\parallel} + \mathbf{b}_{\perp} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{u} = u_{\parallel} \mathbf{e}_{\parallel} + \mathbf{u}_{\perp} \quad (2.9)$$

En supposant également que les gradients parallèles à  $B_0$  sont négligeables devant ceux perpendiculaires à  $B_0$  (donc qu'on peut négliger la dynamique des composantes parallèles des champs,  $b_{\parallel}$  et  $u_{\parallel}$ ), et que le plasma est froid (c'est-à-dire que la pression cinétique  $P$  est négligeable devant la pression magnétique  $\rho_0 b^2/2$ ), on obtient (Strauss, 1976) :

$$\partial_t \mathbf{v}_{\perp} + (\mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) \mathbf{v}_{\perp} = b_0 \partial_{\parallel} \mathbf{b}_{\perp} + \nu \Delta_{\perp} \mathbf{v}_{\perp} + (\mathbf{b}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) \mathbf{b}_{\perp} - \nabla(b_{\perp}^2/2) \quad (2.10)$$

$$\partial_t \mathbf{b}_{\perp} + (\mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) \mathbf{b}_{\perp} = b_0 \partial_{\parallel} \mathbf{v}_{\perp} + \eta \Delta_{\perp} \mathbf{b}_{\perp} + (\mathbf{b}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) \mathbf{v}_{\perp} \quad (2.11)$$

À l'inverse, en relâchant certaines des hypothèses de la MHD, des termes ou équations supplémentaires doivent être gardés (cas de la MHD bi-fluide ou multi-fluide si les différentes espèces ont des comportements différents, de la MHD-Hall ou de l'électron-MHD aux échelles plus petites que celles utilisées pour les approximations MHD...). Dans cette thèse, seule la MHD classique, avec ses restrictions incompressible, idéale ou réduite, sera utilisée, mais il faut souligner qu'en raison de la grande variété des états thermodynamiques possibles d'un plasma et de la grande variété des comportements dynamiques qui en résultent, il n'y a pas de théorie unifiée des plasmas.

Dans la couronne solaire, les longueurs de Larmor et de Debye sont de l'ordre du mètre, ce sont donc les échelles les plus petites pour lesquelles la MHD est valide. Nous avons d'un autre côté des indications de l'existence d'échelles encore plus petites : l'échelle de dissipation<sup>1</sup> calculée à partir des paramètres physiques de la couronne et en admettant la validité de la phénoménologie de Kolmogorov de la turbulence, donc la validité des théories fluides, serait inférieure au mètre. D'autre part, l'existence de particules de haute énergie, c'est-à-dire qui ne font pas partie de la distribution thermique normale des particules d'un fluide, est également la preuve que le plasma ne peut pas entièrement être considéré comme un fluide. Notons que ce dernier point est aussi une conséquence des petites échelles, qui sont, comme nous le verrons plus tard, créées par la turbulence : à ces échelles, le champ électrique peut être très important, et c'est ce champ qui accélère les particules à des vitesses suprathermiques. On peut d'un autre côté considérer que les plus petites échelles que nous simulerons par nos modèles restent encore suffisamment grandes pour que la MHD s'y applique.

<sup>1</sup>Il s'agit de l'échelle de dissipation de Kolmogorov, qui sera définie à la section 2.2 par l'équation (2.29).

### 2.1.4 Ondes

Après avoir linéarisé les équations (2.2–2.5) pour des fluctuations  $(v, B, \rho, P)$  faibles autour des valeurs d'équilibre  $(v_0 = \mathbf{0}, B_0, \rho_0, P_0)$ , la recherche de solutions sous forme d'ondes de la forme  $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$  conduit à la relation de dispersion :

$$(\omega^2 - k^2 v_A^2 \cos^2 \theta)(\omega^4 - \omega^2 k^2 (v_A^2 + v_S^2) + k^4 v_A^2 v_S^2 \cos^2 \theta) = 0 \quad (2.12)$$

où  $v_A \equiv B_0 / \sqrt{\mu_0 \rho_0}$  est la vitesse d'Alfvén,  $v_S \equiv \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$  est la vitesse du son, et  $\theta$  est l'angle formé par  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{B}_0$  ( $\cos \theta = \mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 / (k B_0)$ ). Cette relation conduit à trois types d'ondes : d'Alfvén (Alfvén, 1943) pour  $\omega = k v_A \cos \theta$ , magnéto-sonore lente et magnéto-sonore rapide.

Dans un cadre plus général, quand les hypothèses de la MHD ne sont pas forcément vérifiées, il apparaît toute une zoologie d'ondes, dont certaines sont des généralisations des ondes MHD : ondes d'Alfvén compressionnelles, ondes whistler (cyclotroniques électroniques), ondes cyclotroniques ioniques, ondes plasma (électrostatiques), ondes électromagnétiques (ou ordinaires), ondes extraordinaires... Cependant, dans cette thèse, nous resterons dans le cadre de la MHD.

### 2.1.5 Champ gelé et reconnexion

En MHD idéale ( $\nu = \eta = 0$ ), l'équation hydromagnétique (2.4) est la loi d'Ohm idéale  $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ . Grâce à cette équation, on peut montrer que le flux du champ magnétique à travers une surface dont le contour se déplace avec le plasma est constant, ce qui implique que la vitesse Lagrangienne des lignes de champ magnétique et du plasma sont égales : le champ magnétique est « gelé » dans le plasma. Cela est une explication de l'importance du champ magnétique dans la structuration de la couronne solaire, le plasma étant emprisonné dans la structure du champ magnétique<sup>2</sup>. Une conséquence supplémentaire est que la topologie des lignes de champ est préservée lors de l'évolution du plasma : les lignes de champ ne peuvent pas se couper et se reconnecter entre elles.

En fait, comme les hypothèses de la MHD idéale ne sont pas entièrement vérifiées, le terme de gauche de la loi d'Ohm n'est pas égal à  $\mathbf{0}$  mais à des termes de dissipation (résistivité  $\eta$ , viscosité des électrons) et à des termes non-dissipatifs (terme de Hall, pression et inertie des électrons) (Biskamp, 1996). Le champ magnétique n'est donc pas entièrement gelé dans le plasma, et les lignes de champs peuvent se reconnecter dans certaines conditions ; cela peut aider à dissiper l'énergie dans la couronne solaire.

<sup>2</sup>De plus, les propriétés thermodynamiques se propagent plus facilement le long de lignes de champ magnétique, ce qui rend celles-ci visibles.

## 2.2 Turbulence et propriétés statistiques

### 2.2.1 Les problèmes posés par la turbulence

L'idée empirique de la turbulence que j'ai exposée à la section 1.3.3 est en fait assez juste. C'est un comportement commun à des écoulements de viscosité faible, caractérisé par une irrégularité en temps et en espace des champs considérés (vitesse, ainsi que champ magnétique, température...). Ces irrégularités sont dues à la présence de structures cohérentes de tailles et de durées de vie très différentes, qui interagissent entre elles. Le système est très loin de l'équilibre thermodynamique et a un grand nombre de degrés de liberté (Frisch, 1995; Zakharov *et al.*, 1992). Il est donc chaotique, sensible aux conditions initiales et aux perturbations, et est par conséquent difficilement prédictible (bien que déterministe). Une des propriétés fondamentales de la turbulence est que de l'énergie est dissipée dans le système même dans la limite où le coefficient de dissipation tend vers 0 : toute l'énergie injectée finit par être dissipée, grâce à la génération d'échelles spatiales et temporelles d'autant plus petites que le coefficient de dissipation est petit.

Le « problème de la turbulence », qui n'est toujours pas résolu pour la physique théorique, est essentiellement l'impossibilité de résoudre analytiquement les équations de l'hydrodynamique ou de la MHD<sup>3</sup> quand le nombre de Reynolds est élevé. Une des raisons en est le problème de fermeture de la hiérarchie d'équations induite par les équations de la MHD, chaque équation dépendant d'un nouveau moment dont la description demande une nouvelle équation<sup>4</sup>. De manière générale, le terme non-linéaire d'une équation aux dérivées partielles d'apparence pourtant aussi simple que l'équation de Navier-Stokes rend son approche mathématique très délicate (Lions, 1996, 1998).

De plus, les approximations usuelles (linéarisation, fluide irrotationnel...) ne sont d'aucune utilité, puisqu'elle détruisent l'existence de la turbulence. La forte irrégularité spatiale et temporelle des champs turbulents empêche leur traitement par la physique statistique classique. Le nombre de degrés de liberté d'un système turbulent est trop grand pour utiliser des méthodes de type systèmes dynamiques. Pourtant, certains modes en nombre réduit (correspondant à des structures cohérentes) pourraient contenir la majeure partie de la dynamique, ce qui justifie des approches simplifiées dont les premières ont été proposées par Landau et Lifschitz (1987) et par Hopf (1948). Notre approche par des modèles numériques simplifiés de MHD (section 2.3) peut s'apparenter à cette démarche.

Devant les problèmes analytiques, la simulation numérique directe peut alors apparaître comme une solution, mais elle aussi souffre du grand nombre de degrés de liberté des systèmes turbulents : simuler ces degrés de liberté

<sup>3</sup>En dehors de quelques cas limites, comme en turbulence faible (voir Newell *et al.*, 2001, pour une revue)

<sup>4</sup>Ce problème de fermeture de la turbulence est différent du problème de fermeture des équations cinétiques du plasma exposé à la section 2.1.3, bien qu'il en soit analogue. Pour les différentes tentatives de résolution du problème (DIA, EDQNM...), voir Lesieur (1997).

prend beaucoup de temps. De plus, l'obtention de résultats de simulations numériques directes ne dispense pas d'un effort de réflexion et d'analyse de ces résultats, d'autant plus difficile que le nombre de degrés de liberté est grand et que le comportement est complexe.

### 2.2.2 Quelques méthodes d'analyse statistique

Les propriétés de la turbulence, en particulier le nombre de degrés de liberté et l'existence de structures sur une très large gamme d'échelles temporelles et spatiales, rendent quasiment indispensable l'emploi de méthodes statistiques. De cette manière, le nombre de degrés de liberté à étudier est ramené à des valeurs intelligibles pour l'esprit humain, qui peut alors mieux *comprendre* le comportement du système turbulent.

De l'information a bien sûr été perdue au cours de cette opération. Le tout est de bien choisir les méthodes statistiques à utiliser, afin de perdre l'information la moins utile et de garder celle qui est nécessaire à la compréhension de la physique des phénomènes.

Je présente ici les méthodes statistiques que j'utiliserai plus tard, sans me préoccuper pour l'instant des propriétés de ces statistiques dans un champ turbulent. Un panorama bien plus complet des méthodes statistiques qui peuvent être utilisées pour l'étude de la turbulence peut être trouvé dans les deux volumes de Monin et Yaglom (1971, 1975).

Nous considérons un champ  $a(x)$  :

$$\begin{aligned} a : \mathbb{R}^d &\longrightarrow \mathbb{R}^{d'} \\ x &\longmapsto a(x) \end{aligned} \quad (2.13)$$

de norme  $a(x) = \|a(x)\|$ , et de transformée de Fourier :

$$\hat{a}(k) \equiv \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \int_{\mathbb{R}^d} a(x) e^{-ik \cdot x} d^d x \quad (2.14)$$

$d$  est le nombre de dimensions de l'espace, et  $d'$  est le nombre de composantes du champ ( $a$  est un champ scalaire si  $d' = 1$ ).

#### Spectre

Le spectre de puissance de  $a$  en  $d$  dimensions est

$$P(k) \equiv |\hat{a}(k)|^2 \quad (2.15)$$

qui indique la quantité d'énergie contenue dans chaque mode de Fourier. On utilise en fait le plus souvent le spectre d'énergie 1D

$$E(k) \equiv \frac{1}{dk} \int_{\|k'\| \in [k, k+dk]} P(k') d^d k' \quad (2.16)$$



### Distribution des valeurs du champ

Le champ  $a(x)$  peut être considéré comme une variable aléatoire, dont on calcule la densité de probabilité  $\Pr(a)$  :  $\Pr(a)$   $d^d a$  est la probabilité que le champ prenne une valeur comprise dans un cube  $d^d a$  centré sur  $a$ . Empiriquement, à partir des champs issus de simulations ou d'observations, nous construirons cette distribution par l'intermédiaire d'histogrammes.

### Distribution des incréments du champ

Pour capturer les propriétés impliquant des corrélations dans le champ (ce qui est le cas de l'intermittence), des statistiques ne dépendant que d'un seul point, considéré indépendamment des autres, ne suffisent pas. Il faut des statistiques impliquant au moins deux points de l'espace, et pour cela nous pouvons nous intéresser aux distributions de probabilité, pour une échelle  $\ell$  donnée, des incréments  $\delta_\ell a \equiv a(x + \ell) - a(x)$  du champ.

### Fonctions de structure

Si  $a(x)$  est un champ scalaire ( $d' = 1$ ), on définit la fonction de structure d'indice  $q$  :

$$S^q(\ell) \equiv \langle |a(x + \ell) - a(x)|^q \rangle_{x, \|\ell\|=\ell} \quad (2.17)$$

La moyenne  $\langle \bullet \rangle$  devrait être la moyenne d'ensemble, c'est-à-dire prise sur l'ensemble des réalisations du champ considéré comme une variable aléatoire. En pratique, en admettant l'hypothèse d'ergodicité, on l'estime en faisant une moyenne sur l'espace, dans le cas d'une réalisation donnée du champ.

Pour un champ vectoriel  $a(x)$ , on utilise en général la fonction de structure longitudinale :

$$S^q(\ell) \equiv \langle |(a(x + \ell) - a(x)) \cdot (\ell/\ell)|^q \rangle_{x, \|\ell\|=\ell} \quad (2.18)$$

La fonction de structure d'indice  $q$  est simplement le moment d'ordre  $q$  de la distribution des incréments  $\delta_\ell a$ , en fonction de l'échelle  $\ell$ . La donnée des fonctions de structure (pour tout  $q$  et  $\ell$ ) est donc équivalente à la donnée des densités de probabilité des incréments du champ (pour tout  $\ell$ ). Leur intérêt, malgré leur côté plus abstrait, provient de leurs propriétés déduites des modèles phénoménologiques de turbulence et de leur lien avec l'intermittence (section 2.2.5).

Les fonctions de structures peuvent être normalisées par la fonction de structure d'indice 2, elles s'écrivent alors :

$$S^q(\ell) / (S^2(\ell))^{q/2} \quad (2.19)$$

La quatrième fonction de structure normalisée ( $q = 4$ ) est appelée « flatness » (ou coefficient d'aplatissement), notée  $F(\ell)$  :

$$F(\ell) \equiv S^4(\ell) / (S^2(\ell))^2 \quad (2.20)$$

### Fonction d'auto-corrélation

La fonction d'auto-corrélation est définie en fonction de l'échelle  $\ell$  par :

$$C(\ell) = \langle a(x)a(x + \ell) \rangle_{x, \|\ell\|=\ell} \quad (2.21)$$

### Ondelettes et Local Intermittency Measure

La forme et l'évolution des spectres est une donnée fondamentale de la plupart des théories de turbulence, mais la base de Fourier, composée de fonction exponentielles complexes, de support infini, n'est pas adaptée à la capture des structures cohérentes, localisées (Zabusky, 1984). Farge (1990) introduit alors la LIM (Local Intermittency Measure, ou mesure d'intermittence locale) :

$$\text{LIM}(x, \ell) \equiv \frac{|w_\ell(x)|^2}{\langle |w_\ell(x)|^2 \rangle_x} \quad (2.22)$$

où  $w_\ell(x)$  est le coefficient de la transformée en ondelette (pour une ondelette  $\Psi$ ) de  $a$  :

$$w_\ell(x) \equiv \int a(x') \Psi \left( \frac{x' - x}{\ell} \right) \frac{dx'}{\sqrt{\ell}} \quad (2.23)$$

Certains auteurs, suivant Meneveau (1991), définissent alors la flatness comme étant la moyenne (moyenne d'ensemble, approchée par une moyenne sur  $x$ ) du carré de la LIM. Cette définition n'est pas strictement équivalente à la flatness définie par la 4<sup>ème</sup> fonction de structure normalisée (équation 2.20). Dans la suite du manuscrit, si aucune autre précision n'est donnée, la flatness que j'utilise est celle définie par la 4<sup>ème</sup> fonction de structure normalisée.

### Distribution des propriétés des structures

La turbulence aboutissant à l'apparition de structures cohérentes sur une large gamme d'échelles, à la fois temporelles (on parle alors plutôt d'« événements ») et spatiales, il est intéressant de détecter ces structures et d'obtenir des statistiques de leurs propriétés. Il faut donc d'abord poser la définition d'une « structure » : un seuillage pourra être utilisé, mais d'autres méthodes seront discutées au chapitre 5. À partir de cette définition, on détecte automatiquement les structures à partir des champs, par exemple issus des simulations ou des observations, et on détermine leurs propriétés : leur position, leur durée de vie, l'intervalle entre structures voisines, l'énergie qu'elles contiennent, etc. Les distributions de ces différentes variables peuvent alors être calculées.

## 2.2.3 Turbulence hydrodynamique

La turbulence hydrodynamique, issue des équations de Navier-Stokes

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.24)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P / \rho_0 + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad , \quad (2.25)$$

constitue le paradigme de la turbulence, mais l'analogie avec les équations de la MHD, 2.6 et 2.7 par exemple, laisse aisément imaginer que le concept, ainsi que les raisonnements qui vont suivre, s'appliquent aussi à la MHD. Plus généralement, des comportements similaires à la turbulence sont observés dans de nombreux domaines de physique non-linéaire, comme en optique non-linéaire (où on parle de « turbulence optique » : Brambilla *et al.*, 1991; Dyachenko *et al.*, 1992).

Expérimentalement, de la turbulence peut apparaître quand le nombre de Reynolds  $R_c = UL/\nu$ , où  $L$  est l'échelle spatiale et  $U$  est l'échelle de vitesse correspondante, devient grand. Ce nombre sans dimension est le rapport entre les ordres de grandeur du terme d'advection non-linéaire  $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$  et du terme dissipatif linéaire  $\nu \nabla^2 \mathbf{u}$  de l'équation 2.25. De manière équivalente, on peut dire qu'il est le rapport entre le temps dissipatif  $\tau_\nu = L^2/\nu$  et le temps caractéristique des interactions non-linéaires  $\tau_{NL} = L/U$ . Il atteint des valeurs supérieures à  $10^7$  dans le milieu interstellaire, et supérieures à  $10^{14}$  dans la couronne solaire : étant donné que les instabilités MHD sont alors très fortes, il est quasiment certain que de la turbulence va apparaître dans ces conditions.

L'origine de la turbulence est donc contenue dans le terme d'advection (qui est fort quand le nombre de Reynolds est fort), qui couple les différentes échelles entre elles. En effet, par ce terme non-linéaire de transport du champ de vitesse par lui-même, on aboutit à des distorsions, des étirements et des repliements du champ, et à la formation de structures cohérentes sur une large gamme d'échelles. Une façon plus mathématique de voir ce couplage entre échelles différentes est de faire une transformée de Fourier spatiale des équations de Navier-Stokes : le terme  $(\mathbf{u}(t, \mathbf{x}) \cdot \nabla)\mathbf{u}(t, \mathbf{x})$  de l'équation 2.25 devient

$$-(2\pi)^{-3/2} \int d^3 \mathbf{k}' (\hat{\mathbf{u}}(t, \mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot (i \mathbf{k}')) \hat{\mathbf{u}}(t, \mathbf{k}') \quad . \quad (2.26)$$

Les échelles correspondant aux vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}'$  et  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$  sont ainsi couplées (interactions à trois ondes, par « triades »). Ces interactions, qui conservent l'énergie de manière détaillée et qui ont lieu essentiellement entre échelles proches<sup>5</sup>, rendent possible un transfert d'énergie entre différentes échelles, illustré par la « cascade de Richardson » (Richardson, 1922) : les tourbillons de grande échelle spatiale, auxquelles se fait l'injection d'énergie, se fragmentent progressivement en tourbillons de plus en plus petits, jusqu'à atteindre les échelles de dissipation.

### Temps caractéristiques des équations hydrodynamiques

Deux temps caractéristiques apparaissent dans l'équation (2.25) : le temps de dissipation  $\tau_\nu$  et le temps non-linéaire  $\tau_{NL}$ , fonctions de l'échelle  $\ell$  ou du nombre d'onde  $k$  considérés :

$$\tau_\nu \sim \ell^2/\nu \sim 1/(\nu k^2) \qquad \tau_{NL} \sim \ell/u \sim 1/(ku) \quad (2.27)$$

<sup>5</sup> Les interactions sont dominées par des interactions entre tourbillons de tailles comparables ; elles sont locales dans l'espace de Fourier ( $\|\mathbf{k}\| \approx \|\mathbf{k}'\| \approx \|\mathbf{k} - \mathbf{k}'\|$ ).

Ces temps caractéristiques se généralisent aisément aux équations MHD, simplement en remplaçant  $u$  par un des champs de la MHD.

### Phénoménologie de Kolmogorov

Entre les grandes échelles, dominées par l'injection d'énergie dans le système, et les petites échelles, dominées par la dissipation, il peut exister un intervalle d'échelles, dans lequel il n'y a aucune échelle caractéristique. Dans cet intervalle, on peut supposer que le spectre 1D d'énergie du champ de vitesse ne dépend que du nombre d'onde  $k$  et du taux de transfert d'énergie  $\epsilon$ . Si ce taux est constant et indépendant de  $k$ , une simple analyse dimensionnelle donne  $E(k) \propto \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$ , le fameux « spectre de Kolmogorov » (K41 : Kolmogorov, 1941), et, plus généralement, des fonctions de structure du champ de vitesse de la forme :

$$S^q(\ell) = \langle |v(\mathbf{x} + \boldsymbol{\ell}) - v(\mathbf{x})|^q \rangle_{\mathbf{x}, \|\boldsymbol{\ell}\|=\ell} \propto (\epsilon \ell)^{q/3} \quad (2.28)$$

Les exposants des fonctions de structure, c'est-à-dire les nombres  $\zeta_q$  tels que  $S^q(\ell) \propto \ell^{\zeta_q}$ , valent  $q/3$  et se comportent donc linéairement en fonction de  $q$ . Par conséquent, les fonctions de structure normalisées (équation 2.19) sont constantes, ce qui veut dire que la distribution des incréments normalisés des champs ne dépend pas de l'échelle.

En fonction du spectre  $E(k)$ , le temps non-linéaire défini à l'équation (2.27) devient  $\tau_{\text{NL}} = 1/\sqrt{k^3 E(k)} \propto k^{-2/3}$ . Ce temps devient aussi court que le temps de dissipation pour une échelle  $\ell_K$  appelée échelle de Kolmogorov, de l'ordre de :

$$\ell_K \sim L(v^3/\epsilon)^{1/4} \sim L R_e^{-3/4} \quad (2.29)$$

À des échelles plus petites, la dissipation domine, et le spectre, qui était une loi de puissance d'indice  $-5/3$  dans l'intervalle inertiel, est coupé exponentiellement.

## 2.2.4 Turbulence MHD

### Effet du champ magnétique

Lorsqu'un champ magnétique intervient, en se plaçant dans le cadre de la MHD incompressible isotrope décrite par les équations 2.6–2.7, seuls les modes propres en  $z^+$  et en  $z^-$ , qui se propagent dans des sens opposés, peuvent interagir. Ces interactions sont donc plus sporadiques que les interactions entre les tourbillons de l'hydrodynamique (qui peuvent rester en contact de manière continue pendant un temps long), et le temps de transfert non-linéaire, qui était  $\tau_{\text{tr}} = E/\epsilon$  dans la phénoménologie de Kolmogorov, est plus long d'un facteur  $\tau_{\text{NL}}/\tau_A \geq 1$ , où  $\tau_A$  est le temps caractéristique de propagation des ondes d'Alfvén  $\tau_A = L/b_0$ . Le même raisonnement que dans le cas hydrodynamique mais avec  $\tau_{\text{tr}} = \tau_{\text{NL}}(\tau_{\text{NL}}/\tau_A)$  donne alors le spectre d'Iroshnikov-Kraichnan (IK : Iroshnikov, 1963; Kraichnan, 1965)  $E(k) \sim (\epsilon b_0)^{1/3} k^{-3/2}$ . Ce spectre est

moins pentu que celui de K41, parce que les interactions non-linéaires entre ondes sont sporadiques, donc globalement plus faibles que des interactions continues : la cascade d'énergie vers les échelles dissipatives est plus lente<sup>6</sup>. Dans ce cas, les fonctions de structure (de la vitesse, du champ magnétique, ou des variables d'Elsässer) se comportent en

$$S^q(\ell) \propto \ell^{q/4} \quad (2.30)$$

Les exposants  $\zeta_q = q/4$  des fonctions de structure ne sont plus les mêmes que dans la phénoménologie de Kolmogorov, mais ils sont encore linéaires en fonction de  $q$ .

### Anisotropie

En fait la phénoménologie d'Iroshnikov-Kraichnan ne sépare pas le traitement des directions perpendiculaires et parallèle au champ magnétique, et ne tient donc pas compte de l'anisotropie du taux de transfert (et donc du spectre) induite par le champ (Montgomery et Turner, 1981; Shebalin *et al.*, 1983; Oughton *et al.*, 1994). En utilisant une hypothèse d'« équilibre critique » entre les échelles de temps des ondes et des termes non-linéaires, Goldreich et Sridhar (1995) obtiennent un spectre en  $k_{\perp}^{-5/3}$ , comme Kolmogorov (1941), mais avec une anisotropie du spectre vérifiant  $k_{\parallel} \approx k_{\perp}^{2/3} L^{-1/3}$ , où  $L$  est l'échelle intégrale (c'est-à-dire que l'anisotropie est plus marquée aux petites échelles). Les simulations numériques directes qui ont été réalisées (Cho et Vishniac, 2000; Maron et Goldreich, 2001; Cho *et al.*, 2002) confirment au moins partiellement ces résultats. Müller *et al.* (2003) montrent aussi que les exposants des fonctions de structure du champ ont un comportement différent selon la direction considérée. De plus, les simulations de Milano *et al.* (2001) montrent que cette anisotropie peut être créée par le champ magnétique local, sans qu'un champ magnétique extérieur  $B_0$  ne soit nécessaire.

### 2.2.5 Non-stationarité, corrélations, intermittence

Dans le cas hydrodynamique (par exemple Castaing *et al.*, 1990; Noullez *et al.*, 1997) comme dans le cas MHD, les équations (2.28) ou (2.30) semblent en fait ne pas être vérifiées. L'invariance d'échelle exprimée par ces équations n'est pas réalisée, on passe d'une situation où il existe une loi d'échelle pour les incréments de vitesse (fractale) à une phénoménologie multifractale, appelée *intermittence*. Ce comportement peut être modélisé en considérant que le taux de transfert  $\epsilon$  entre les différentes échelles n'est plus constant, mais est une variable aléatoire, dépendant de l'échelle.

La dynamique qui en résulte, influencée par des corrélations non-linéaires à grande portée, est alors non-stationnaire : les propriétés statistiques du signal dépendent de la position, selon que le point de référence soit dans ou en dehors

<sup>6</sup>Dans ce cas précis, l'énergie s'« écoule » plus lentement vers les petites échelles, elle est retenue plus longtemps dans l'intervalle inertiel, dans lequel le spectre se relève.

d'une « structure cohérente ». Du point de vue de la dynamique temporelle du système, on observe des périodes calmes et des périodes actives, marquées par des « événements ».

En pratique, l'intermittence est caractérisée par le fait que les exposants  $\zeta_q$  des fonctions de structures ( $S^q(\ell) \propto \ell^{\zeta_q}$ , voir figure 2.1) ne se comportent plus de manière linéaire (on avait  $\zeta_q = q/3$  pour Kolmogorov (1941) et  $q/4$  pour Iroshnikov-Kraichnan). Une manière simplifiée de voir cela est d'utiliser la flatness (équation 2.20). Si les  $\zeta_q$  sont des fonctions linéaires de  $q$  (s'il n'y a pas d'intermittence), la flatness est une fonction constante de  $\ell$ . À l'inverse, si la flatness n'est pas constante (dans ce cas elle devient plus grande aux petites échelles), cela veut dire qu'il y a de l'intermittence. Différents modèles phénoménologiques d'hydrodynamique prédisent des comportements des exposants des fonctions de structure correspondants à de l'intermittence : cascade log-normale (Kolmogorov, 1962; Obukhov, 1962),  $p$ -model (Meneveau et Sreenivasan, 1987), cascade multiplicative (Castaing *et al.*, 1990), She et Leveque (1994). En MHD, ce type de comportement est prédit par exemple par le modèle de Politano et Pouquet (1995), et par Müller et Biskamp (2000).

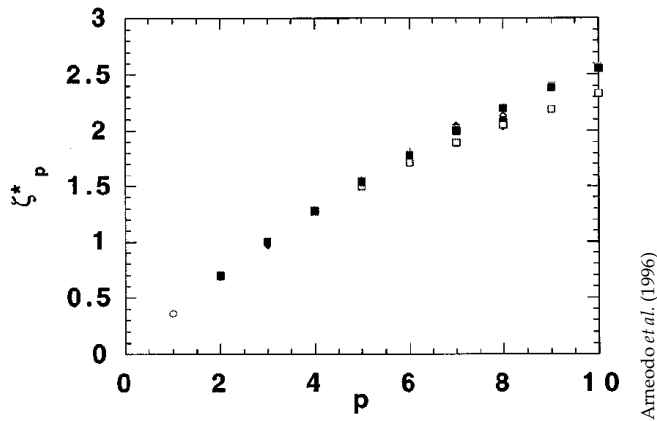


FIG. 2.1: Exposants des fonctions de structures obtenus par différentes expériences de turbulence hydrodynamique. Les valeurs de ces exposants dévient de  $p/3$  quand  $p$  augmente. Note : ces exposants sont normalisés d'une manière que je ne détaillerai pas ici.

En remontant aux fonctions de distribution des incréments des champs, cela veut dire que s'il y a de l'intermittence, les distributions  $\Pr(\delta_\ell a / \sigma_\ell)$  des incréments  $\delta_\ell a$  du champ  $a$  normalisés par leur écart-type  $\sigma_\ell$  ont une forme qui dépend de l'échelle  $\ell$  : les queues (grandes valeurs de  $\delta_\ell a$ ) des fonctions  $\Pr(\delta_\ell a / \sigma_\ell)$  sont plus larges pour les petites échelles  $\ell$  que pour les grandes échelles  $\ell$ .

Si la forme des distributions des incréments  $\delta_\ell a$  dépend de l'échelle  $\ell$ , cela veut en particulier dire que ces distributions ne sont pas gaussiennes, notamment aux petites échelles<sup>7</sup>. Le spectre, correspondant à un deuxième moment

<sup>7</sup>La non-gaussianité des distributions des incréments du champ est parfois prise comme dé-

de ces distributions, ne suffit alors plus à les décrire entièrement (Dudok de Wit, 2003). C'est pour cela que des statistiques d'ordre supérieur comme les fonctions de structure sont nécessaires à la description de la turbulence dans le cas intermittent.

### 2.2.6 Turbulence dans la couronne et l'héliosphère

Dans le vent solaire, des mesures *in situ* sont possibles. Elles ont permis d'y mesurer les caractéristiques de la turbulence (Grappin *et al.*, 1991) et d'y détecter de l'intermittence (par les fonctions de structures mesurées par la sonde Voyager 2, Burlaga, 1991). Sorriso-Valvo *et al.* (1999) ont ajusté avec succès les prédictions du modèle d'intermittence de Castaing *et al.* (1990) aux distributions des incréments du champ magnétique.

Dans la couronne, des mesures directes de la turbulence ne sont pas possibles car nous ne pouvons envoyer aucun instrument sur place. Par contre, Chae *et al.* (1998a) par exemple ont interprété des observations spectrales de largeurs non thermiques par l'instrument SUMER de SoHO comme étant un effet de la turbulence. De plus, l'existence de turbulence est quasiment assurée par les très grands nombres de Reynolds dans ce milieu, jusqu'à  $10^{14}$  : en prenant  $L = 10 \text{ Mm}$ ,  $U = 1 \text{ Mm s}^{-1}$  et  $\nu = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  (Tajima et Shibata, 2002), on a ainsi  $R_e = UL/\nu = 10^{13}$ . En étudiant les dissipations d'un modèle numérique de MHD réduite (équations 2.10-2.11), Einaudi *et al.* (1996) ont été parmi les premiers à soutenir que la turbulence pouvait être à l'origine des distributions statistiques des événements de dissipation impulsive d'énergie observés dans la couronne. Cette idée a été confirmée lors de simulations ultérieures de ce modèle par Georgoulis *et al.* (1998).

## 2.3 Modélisations simplifiées de la turbulence MHD

Nous avons vu en introduction que le besoin d'obtenir des statistiques de la turbulence, combiné à nos moyens de calcul limités, nous incite à réaliser des modélisations simplifiées de la MHD. Pour cela, il existe différentes possibilités. Au chapitre suivant, nous allons utiliser deux d'entre elles : les automates cellulaires, et les shell-models.

### 2.3.1 Modèles à nombre de dimensions spatiales réduit

La première approche consiste à se placer dans une situation où le nombre de dimensions spatiales du modèle peut être réduit. Une boucle magnétique de la couronne peut ainsi être modélisée en MHD à une dimension spatiale (les champs étant des vecteurs à 3 dimensions) : on considère que la boucle est très

---

finition de l'intermittence, mais cette définition supprime une grande partie de la richesse de l'intermittence, notamment le besoin de corrélations à grande distance. Je préférerais donc dans la suite m'en tenir à une définition plus restrictive, impliquant les fonctions de structure, ou au moins la flatness.

fine et que le champ dominant  $B_0$  est uniforme et dirigé le long de la boucle, ce qui conduit à résoudre des équations de l'hydrodynamique contraintes par le champ magnétique (Galtier et Pouquet, 1998; Galtier, 1999). Les modèles de ce type permettent en particulier d'avoir une grande résolution spatiale, donc un nombre de Reynolds élevé, et des statistiques de bonne qualité. Des structures de petites échelles sont créées, et les statistiques de leur dissipation suivent des lois de puissance, d'indice compris entre  $-1.5$  et  $-1.8$ . De plus, il apparaît une population de petits événements dissipatifs qui pourraient dans ce modèle contribuer significativement au chauffage de la boucle coronale.

La dynamique de la MHD réduite s'effectuant essentiellement dans les plans perpendiculaires au champ magnétique dominant  $B_0$ , Einaudi *et al.* (1996) ont montré qu'en choisissant un forçage adapté, il suffisait de simuler un seul plan, en deux dimensions. Ces simulations (Georgoulis *et al.*, 1998; Einaudi et Velli, 1999), ainsi que les simulations analogues de Dmitruk *et al.* (1998), montrent l'importance des non-linéarités aux petites échelles et la formation de nappes de courant. Les histogrammes des énergies qui sont dissipées de façon intermittente présentent des lois de puissance avec des pentes de l'ordre de  $-1.5$ .

### 2.3.2 Modèles à nombre réduit de modes

En suivant les premières tentatives de Hopf (1948) et de Landau et Lifschitz (1987), une possibilité pour modéliser la turbulence est de déterminer un nombre relativement faible de modes de la MHD qui concentrent la majeure partie de sa dynamique, et de modéliser la dynamique de la MHD par des interactions entre ces modes.

Dans les shell-models, que nous présenterons plus en détail au moment de les utiliser (section 3.3), ces modes correspondent aux champs magnétique et de vitesse dans des anneaux concentriques de l'espace de Fourier. Ces modes sont donc fixés *a priori*, et leurs interactions non-linéaires sont déterminées par l'hypothèse de localité des interactions dans l'espace de Fourier et par l'existence de quantités conservées en MHD.

Il serait aussi possible de déterminer ces modes empiriquement, au cours d'une simulation numérique directe, par exemple par la POD (Proper Orthogonal Decomposition : Berkooz *et al.*, 1993; Holmes *et al.*, 1996). Leurs interactions seraient aussi déterminées par un « apprentissage » effectué à partir de simulations numériques directes. Mais la mise en œuvre de cette procédure risque d'être complexe et de diminuer l'attrait des simulations simplifiées obtenues de cette manière.

### 2.3.3 L'auto-organisation critique (SOC)

Les systèmes d'auto-organisation critique (SOC, self-organized criticality) sont des systèmes qui, sous l'effet de l'accumulation d'énergie, tendent vers un état à la fois organisé (synchronisé) et critique (hors-équilibre, instable).



Ce concept d'auto-organisation critique, où le mécanisme d'interaction entre les parties du système est plus important pour le comportement global que le fonctionnement de chacune des parties, a été introduit par Bak *et al.* (1987, 1988). Dans ces articles, un modèle de tas de sable est pris comme exemple : des « grains de sable » sont ajoutés au système, puis, si la pente dépasse une certaine pente critique en un endroit du tas de sable, une avalanche se déclenche. Après une avalanche, la pente est partout inférieure à la pente critique. Les énergies (gravitationnelles), les tailles et les durées des avalanches sont distribuées en lois de puissance.

Les systèmes SOC sont caractérisés par (Bak *et al.*, 1987; Kadanoff *et al.*, 1989; Hwa et Kardar, 1992; Sornette, 2000) :

- un grand nombre de degrés de liberté, qui interagissent en général localement mais dont les interactions de proche en proche aboutissent à des corrélations globales, à longue distance. Le système est « complexe ».
- l'existence d'un mécanisme d'instabilité dû à de fortes non-linéarités (par exemple un seuil). L'accumulation d'énergie dans le système au cours du temps le fait tendre vers un état critique pour cette instabilité.
- la relaxation de l'instabilité sous forme d'avalanches (ou réaction en chaîne : la relaxation de l'instabilité dans un mode peut déclencher l'instabilité dans les modes voisins)

Les distributions des dissipations d'énergie obtenues sont alors très larges, avec des queues décroissant lentement, souvent en loi de puissance. Elles sont en général peu sensibles aux paramètres du système.



Photo : E.B.

FIG. 2.2: Le paradigme du tas de sable, issu des idées de la physique des matériaux granulaires (ici un tas de farine peint par René Vetter, huile sur toile), éclaire certaines propriétés de la dynamique de la turbulence.

## La turbulence MHD en tant que système SOC

Les modélisations sous forme de systèmes SOC ont connu de grands succès dans des domaines aussi variés que la biologie (écologie, évolution), la médecine (immunologie, neurologie<sup>8</sup>), la géophysique (les tremblements de terre, les feux de forêts), l'économie (interactions entre agents économiques)... Cette approche est-elle justifiée pour la turbulence MHD ?

Les termes non-linéaires de la MHD sont dominés par des interactions locales dans l'espace de Fourier et conduisent à des structures cohérentes des champs, et donc à une certaine forme d'organisation du système turbulent. Puis certaines de ces structures sont dissipées, lors d'événements dissipatifs de toute taille, et les distributions des énergies de ces dissipations sont effectivement très larges (typiquement avec des distributions en loi de puissance). Il semble donc que les caractéristiques de la turbulence MHD pourraient correspondre à celles des systèmes SOC. Des signatures d'un comportement de type SOC auraient aussi été trouvées dans la turbulence magnétosphérique (Consolini et Chang, 2001; Watkins *et al.*, 2004), et dans des modèles numériques de MHD réduite (Einaudi *et al.*, 1996; Georgoulis *et al.*, 1998; Einaudi et Velli, 1999). Mais l'ensemble de ces résultats restent controversés.

Par exemple, Boffetta *et al.* (1999) disqualifient la SOC sur la base des distributions des temps d'attente, les temps calmes entre deux événements : ceux-ci ne seraient pas exponentiels dans le cas solaire, ce qui indiquerait des corrélations, ou « sympathie », entre événements, alors que les modèles SOC ne pourraient, d'après eux, que produire des événements Poissoniens (de temps d'attente distribués exponentiellement). Pourtant il existe des modèles SOC, comme celui de Christensen et Olami (1992) dans le cadre de la modélisation des tremblements de terre, dans lesquels les temps d'attente ne sont pas exponentiels. De plus, nous verrons à la section 5.4 que le caractère Poissonien ou non d'événements dépend de la définition donnée à ces événements. Les modèles SOC restent donc de bons candidats à la modélisation des événements solaires.

Dans les boucles coronales, les dissipations pourraient provenir de la reconnexion dans les structures cohérentes créées par la turbulence, alimentée par les mouvements des pieds des boucles (dissipations résistives pour Parker, 1983, 1988; van Ballegooijen, 1986). Heyvaerts et Priest (1984); Longcope (1996); Aly et Amari (1997) proposent des mécanismes à base de reconnexion pouvant aboutir à une relaxation rapide suite à une croissance lente de l'énergie dans la couronne. L'interprétation des simulations numériques déjà évoquées (Einaudi *et al.*, 1996; Georgoulis *et al.*, 1998; Einaudi et Velli, 1999) pourrait aussi aller dans ce sens. Ces différents mécanismes pourraient être compatibles avec une approche de type SOC.

---

<sup>8</sup>Les crises d'épilepsie sont précédées d'« avalanches » de synchronisations de neurones (Martinie *et al.*, 1998)

### Automates cellulaires

Si l'on admet ainsi que la turbulence MHD dans la couronne solaire est de type SOC, on peut en faire une modélisation simplifiée, ne conservant que les propriétés SOC, afin de réaliser les simulations rapides que nous avons appelées de nos vœux à la section 1.4. Cette modélisation peut se faire par un automate cellulaire, ensemble discret de cellules, qui évoluent au cours du temps (lui aussi discret) en suivant des règles simples impliquant l'état de leurs voisins. Les automates cellulaires ont été introduits vers le milieu du 20<sup>ème</sup> siècle par le mathématicien Ulam, et le plus connu d'entre eux est le « jeu de la vie » de Conway, inventé vers 1970. La dynamique des automates cellulaires satisfaisant les caractéristiques communes des systèmes SOC, ils semblent être de bons candidats pour une modélisation simplifiée de la MHD. Lu et Hamilton (1991); Lu *et al.* (1993) ont ainsi adapté les modèles de tas de sable de Bak *et al.* (1987, 1988), paradigme du comportement SOC, à la MHD et aux éruptions solaires, en construisant un modèle d'avalanches de champ magnétique.

Charbonneau *et al.* (2001) donnent une revue des modèles d'avalanches pour les éruptions solaires. Citons Vlahos *et al.* (1995); Isliker *et al.* (2000, 2001), qui proposent des améliorations du modèle de Lu et Hamilton pour rendre les automates cellulaires compatibles avec la MHD, et Krasnoselskikh *et al.* (2002); Podladchikova *et al.* (2002). Dans chacun de ces modèles, de l'énergie est injectée à des endroits aléatoires de la boîte de simulation. Dans le chapitre suivant, nous utiliserons des automates cellulaires pour modéliser la dynamique non-linéaire de la MHD dans une boucle magnétique de la couronne solaire, avec en particulier un forçage plus réaliste.

Dans le cadre plus général des simulations astrophysiques, les automates cellulaires ont par exemple également trouvé des applications dans les domaines de la formation d'étoiles dans les galaxies spirales (Lejeune et Perdang, 1996) ou les sous-orages magnétosphériques (Takalo *et al.*, 1999).

# Simulations d'une boucle coronale : deux modèles

---

3.1	Introduction . . . . .	35
3.2	Automate cellulaire . . . . .	37
3.3	Shell-model . . . . .	50

## 3.1 Introduction

### 3.1.1 Présentation générale des modèles

Les deux modèles que je vais présenter sont des modèles simplifiés de turbulence MHD, qui permettent de simuler numériquement l'évolution des champs physiques dans une boucle coronale (section 1.2.1). Rappelons simplement qu'il s'agit de tubes de flux magnétique dans la couronne solaire, dont les pieds, ancrés dans la photosphère sont soumis aux mouvements de celle-ci, qui sont parcourus par des ondes et dans lesquels une part importante du chauffage de la couronne solaire pourrait avoir lieu. Les ondes parcourant la boucle dans les deux directions interagissent non-linéairement lorsqu'elles se croisent, aboutissant à de la turbulence (section 2.2). Les deux modèles que je présenterai ici sont basés sur un tel scénario ; ils constituent en quelque sorte une extension du travail de Heyvaerts et Priest (1992), qui avaient utilisé la turbulence pour arriver à une situation stationnaire où la dissipation est suffisante pour qu'il y ait un équilibre entre l'excès de courant induit par les mouvements de pieds des boucles, et la dissipation de ces courants. Ces auteurs ont montré que cette configuration pouvait être capable de chauffer la couronne. Dans cette thèse par contre, le système n'est plus dans un état stationnaire, mais dans un état dynamique déterminé par la turbulence MHD elle-même.

Les observations de la couronne semblent confirmer que des ondes MHD existent dans les structures coronales (Williams *et al.*, 2002; Wang *et al.*, 2003). D'autre part, de nombreux modèles numériques de boucles coronales sont excités par le mouvement des pieds des boucles, comme Strauss et Lawson (1989); Goedbloed et Halberstadt (1994); Poedts et Boynton (1996); Einaudi *et al.* (1996); Einaudi et Velli (1999); De Groof et Goossens (2000). Dans ces modèles de MHD, des ondes, qui peuvent être stationnaires ou résonnantes avec la boucle, se propagent et se dissipent.

À la section 1.4 du chapitre d'introduction, j'ai expliqué pourquoi la présence de turbulence dans la couronne solaire et le besoin d'études statistiques nous suggéraient d'utiliser des modèles simplifiés de la MHD. Les deux modèles que je vais présenter sont des modèles simplifiés de MHD adaptés spécifiquement au cas d'une boucle coronale. Ainsi, la propagation des ondes d'Alfvén le long de la boucle est modélisée explicitement, et des modèles simplifiés, automate cellulaire dans le premier cas et shell-model dans le second cas, sont utilisés pour modéliser les interactions non-linéaires entre ondes contra-propageantes. Par rapport aux modèles simplifiés existants, cette configuration permet également d'introduire l'énergie dans le modèle de manière plus réaliste, par un forçage aux extrémités de la boucle et non dans le volume de la boucle.

### 3.1.2 Éléments communs aux deux modèles

Dans les deux modèles que je vais présenter (automate cellulaire et shell-model), la boîte de simulation qui représente une boucle coronale de longueur  $L$  et de largeur  $l$  est un parallélépipède rectangle, dans lequel la boucle est « dépliée » (figure 3.1). Les effets dus à la courbure de la boucle sont négligés. Cela se justifie aisément dans le cas d'une boucle à grand rapport d'aspect  $a = L/l$ . La boîte est constituée d'un empilement, le long de la boucle, de plans orthogonaux à celle-ci : chaque plan représente une section de la boucle.

Les plans sont couplés entre eux par des ondes d'Alfvén qui se propagent le long du champ magnétique dominant  $B_0$ , dirigé le long de la boucle. À cause de ce champ  $B_0$  la dynamique non-linéaire des équations de la MHD est essentiellement confinée dans ces plans. La différence entre les deux modèles provient des deux façons différentes que nous avons choisies pour modéliser l'effet des termes non-linéaires de la MHD dans chacun de ces plans : chaque plan est un « automate cellulaire » dans le premier cas (section 3.2), alors qu'il est un « shell-model » dans le deuxième cas (section 3.3).

L'énergie est introduite dans chacun de ces modèles uniquement au niveau des plans extrêmes de la boîte de simulation, qui représentent les pieds de la boucle. Plus précisément, un champ de vitesse, mimant les mouvements photosphériques, est imposé aux extrémités de la boucle, ce qui se traduit par une réflexion partielle des ondes d'Alfvén sur ces plans. Cette énergie est ensuite transmise aux autres plans par les ondes d'Alfvén.

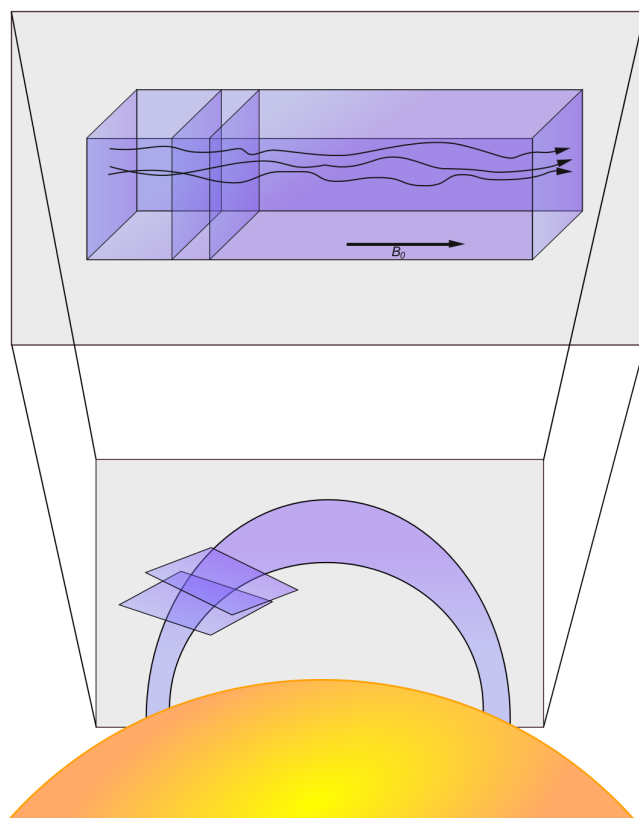


FIG. 3.1: Modélisation d'une boucle coronale par un empilement de plans le long du champ magnétique dominant  $B_0$ .

## 3.2 Automate cellulaire

### 3.2.1 Description du modèle

Le modèle d'automate cellulaire repose sur la constatation, discutée à la section 2.3.3, que la MHD, du fait de ses termes non-linéaires, est analogue à certains modèles très simples à construire mais au comportement complexe, comme l'auto-organisation critique (SOC). Le modèle que nous choisissons ici pour représenter la dynamique non-linéaire de la RMHD (équations 2.10–2.11) dans chacun des plans est un automate cellulaire (section 2.3.3). Dans notre automate cellulaire, qui est décrit ci-dessous, comme dans celui de Lu et Hamilton (1991); Lu *et al.* (1993), l'état de chaque cellule représente un champ physique; contrairement aux automates cellulaires classiques, l'état prend donc sa valeur dans un ensemble continu.

### Représentation des champs dans l'automate cellulaire

Chacun des  $N_z$  plans du modèle, empilés dans la direction  $z$  avec un pas de  $\delta z$ , est un ensemble carré de  $N_x \times N_x$  cellules de taille  $\delta x \times \delta x$  dans les directions  $(x, y)$ . Chacune de ces cellules contient :

- une valeur complexe  $A_z$  correspondant au potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A} = A_z \mathbf{e}_z$  tel que  $\mathbf{b}_\perp = \nabla \times \mathbf{A}$ ,
- et une valeur complexe  $\Psi_z$  correspondant au potentiel de vitesse  $\mathbf{\Psi} = \Psi_z \mathbf{e}_z$  tel que  $\mathbf{v}_\perp = \nabla \times \mathbf{\Psi}$ .

Les champs  $\mathbf{b}_\perp$  et  $\mathbf{v}_\perp$  sont obtenus à partir des potentiels dans l'espace de Fourier 2D de chaque plan, où les champs sont des fonctions de  $\mathbf{k}_\perp = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y$ , de  $z$  et de  $t$ . Il vient immédiatement

$$\hat{\mathbf{b}}_\perp(\mathbf{k}_\perp, z, t) = i(k_y \mathbf{e}_x - k_x \mathbf{e}_y) \hat{A}_z(\mathbf{k}_\perp, z, t) \quad (3.1)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_\perp(\mathbf{k}_\perp, z, t) = i(k_y \mathbf{e}_x - k_x \mathbf{e}_y) \hat{\Psi}_z(\mathbf{k}_\perp, z, t) \quad (3.2)$$

De même,  $J$  (densité de courant) et  $\omega$  (vorticité) sont dirigés selon  $\mathbf{e}_z$  (toujours avec l'hypothèse que  $\partial_z \ll \partial_x, \partial_y$ ) et sont obtenus dans l'espace de Fourier par

$$\hat{J}_z(\mathbf{k}_\perp, z, t) = \mathbf{k}_\perp^2 A_z(\mathbf{k}_\perp, z, t) \quad (3.3)$$

$$\hat{\omega}_z(\mathbf{k}_\perp, z, t) = \mathbf{k}_\perp^2 \Psi_z(\mathbf{k}_\perp, z, t) \quad (3.4)$$

### Mécanisme de dissipation impulsive

Avec ces champs, les termes dissipatifs des équations de la RMHD s'écrivent

$$\partial_t A_z = -\eta J_z \quad (3.5)$$

$$\partial_t \Psi_z = -\nu \omega_z \quad (3.6)$$

mais ils ne sont pas utilisés tels quels dans le modèle. On suppose en effet que la dissipation et les termes non-linéaires restent faibles pendant une phase assez longue d'accumulation de l'énergie. Pendant ce temps, le système s'organise jusqu'à atteindre un état critique, dans lequel la dissipation devient importante sous l'effet des transferts d'énergie dus aux termes non-linéaires (eux aussi devenus importants).

Le critère qui détermine l'état critique est choisi comme étant l'existence de cellules du plan dans lesquelles la densité de courant  $J_z$  dépasse un certain seuil  $J_c$ . La dissipation est alors modélisée par les équations suivantes, analogues aux équations 3.5–3.6 :

$$A_z^{n+1} := A_z^n - \eta' J_z \quad (3.7)$$

$$\Psi_z^{n+1} := \Psi_z^n - \nu' \omega_z \quad (3.8)$$

De plus, si après cette première étape, le courant dépasse dans au moins une cellule un nouveau seuil  $CJ_c$ , où  $C$  est l'« efficacité de dissipation », des étapes supplémentaires de dissipation sont réalisées, en itérant jusqu'à ce que ce nouveau critère de dissipation ne soit plus vérifié. L'ensemble de ces étapes

ont lieu à des échelles de temps beaucoup plus petites que le pas de temps  $\delta t$  du modèle (le reste du modèle est « arrêté » pendant qu'elles ont lieu).

L'efficacité de dissipation  $C$  est un nombre compris entre 0 et 1 qui garantit, lorsqu'il est inférieur à 1, que l'état du système après le processus de dissipation est suffisamment éloigné de l'état critique. Notons que  $\eta'$  et  $\nu'$  ont la dimension d'un coefficient de dissipation multiplié par un temps, mais du fait de la séparation entre les échelles de temps, donner une valeur à ce temps, donc au coefficient de proportionnalité entre  $\eta$  et  $\eta'$  (resp.  $\nu$  et  $\nu'$ ) n'a pas sens.

Les dissipations se traduisent par des avalanches de courant, visibles dans les plans (figure 3.2). Ces avalanches sont analogues aux avalanches des modèles de tas de sable, elles correspondent à la dissipation et la redistribution de la densité de courant. Il est probable qu'elles aboutissent aussi à une modification de la topologie de certaines lignes de champ magnétique, c'est-à-dire à de la reconnexion.

### Propagation des ondes d'Alfvén

Les potentiels  $a^+$  et  $a^-$  correspondant aux variables d'Elssässer  $z^\pm = \mathbf{u} \pm \mathbf{b} = \nabla \times a^\pm \mathbf{e}_z$  se propagent respectivement vers le bas et vers le haut de la boîte de simulation, à la vitesse d'Alfvén, qui est choisie telle que  $b_0 = \delta z / \delta t$ . On a ainsi :

$$a^\pm(x, y, z, t + \delta t) := a^\pm(x, y, z \pm \delta z, t) \quad (3.9)$$

Remarquons dès à présent que cette propagation des ondes se fait sans dissipation numérique dans la direction  $z$ . En fait, une telle propagation correspond à un schéma *upwind* de premier ordre pour l'équation de propagation, dans lequel le paramètre de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL : Courant *et al.*, 1928)  $b_0 \delta t / \delta z$  serait égal à 1 (voir l'annexe B).

### Forçage

Une des grandes originalités de ce modèle par rapport aux modèles d'automates cellulaires solaires existants, où le forçage s'effectuait en des endroits aléatoires dans la boîte de simulation, est que dans notre cas celui-ci n'a lieu qu'aux extrémités de la boucle, l'énergie étant ensuite transférée dans le reste de la boucle par les ondes d'Alfvén. Ce modèle est ainsi conforme à la philosophie exposée dans la section 3.1.2. Des potentiels de vitesse  $\Psi^\pm(\mathbf{k}_\perp, t)$  sont imposés aux plans extrêmes 0 et  $N_z - 1$  du modèle, les potentiels de champ magnétique étant laissés libres. Compte-tenu du sens de propagation et de la définition des variables d'Elssässer, cela impose l'existence de champs réfléchis qui s'écrivent :

$$a^+(\mathbf{k}_\perp, N_z - 1, t + \delta t) := -a^-(\mathbf{k}_\perp, N_z - 1, t) + 2\Psi^+(\mathbf{k}_\perp, t) \quad (3.10)$$

$$a^-(\mathbf{k}_\perp, 0, t + \delta t) := -a^+(\mathbf{k}_\perp, 0, t) + 2\Psi^-(\mathbf{k}_\perp, t) \quad (3.11)$$

Les potentiels de vitesse  $\Psi^\pm(\mathbf{k}_\perp, t)$  sont choisis de telle façon que les champs



Grandeur $x$	Expression de $f_x$	Valeur de $f_x$
Distance $z$	$\delta z = \tilde{L}/N_z$	1 Mm
Distance $x, y$	$\delta x = \tilde{l}/N_x$	15 km
Vitesse $u$	$\tilde{b}_0$	1 Mm · s <sup>-1</sup>
Champ magnétique $b$	$\tilde{b}_0$	1 Mm · s <sup>-1</sup>
Champ magnétique $B$	$\tilde{b}_0 \sqrt{\tilde{\rho}_0 \mu_0}$	10 <sup>-3</sup> T
Temps	$\delta t = \delta z/b_0$	1 s
Énergie $E$	$\tilde{b}_0^2 \tilde{\rho}_0 \delta x^2 \delta z$	2 10 <sup>14</sup> J

Tab. 3.1: Facteurs de conversion  $f_x$  entre les données produites par le modèle et les quantités physiques correspondantes. Les valeurs numériques sont données pour une boucle de longueur  $L = 30$  Mm, de largeur  $l = 1$  Mm, avec une vitesse d'Alfvén de 1 Mm.s<sup>-1</sup> et une densité de 10<sup>-12</sup> kg.m<sup>-3</sup>. Les paramètres du modèle sont  $N_z = 30$  et  $N_x = 64$ .

de vitesse correspondants aient un spectre en loi de puissance<sup>1</sup> d'indice  $-\alpha_f$  en  $|k_\perp|$ , de façon à rendre compte de la turbulence photosphérique qui est la cause des mouvements imposés aux pieds des boucles coronales. Des observations de la convection photosphérique (Roudier et Muller, 1987; Chou *et al.*, 1991) indiquent en effet que le champ de vitesse de la granulation photosphérique aurait un spectre en loi de puissance, d'indice proche de  $-5/3$ . Les phases de ces champs de forçage sont aléatoires et changées tous les  $n_f = 200$  pas de temps, ce temps représentant le temps de corrélation des champs photosphériques. Remarquons que c'est l'amplitude du champ de vitesse de forçage qui est fixée et non la puissance injectée dans le modèle.

### Ordres de grandeur et facteurs de conversion en unités physiques

Pour une quantité  $x$  du modèle, appelons  $\tilde{x}$  la valeur de la quantité physique correspondante en unités SI, et  $f_x$  le facteur de conversion correspondant. On a ainsi :  $\tilde{x} = f_x \cdot x$ .

On suppose connus la longueur de la boucle  $\tilde{L}$ , sa largeur  $\tilde{l}$ , la vitesse d'Alfvén  $\tilde{b}_0$ , et la densité  $\tilde{\rho}_0$ . En unités du modèle, on suppose que  $\delta x = \delta z = 1$  et  $\delta t = 1$ , ce qui donne  $b_0 = 1$ , d'où  $f_u = f_b = \tilde{b}_0$  pour les vitesses (et champs magnétique exprimés en vitesses d'Alfvén) et  $f_t = \tilde{L}/f_u$  pour le temps. L'énergie est calculée comme  $\sum_{x,y,z} (|u(x, y, z)|^2 + |b(x, y, z)|^2)$ , alors que  $|\tilde{u}^2|$  est une énergie massique et que la masse de la boucle est  $\tilde{\rho}_0 \tilde{l}^2 \tilde{L}$ . Le facteur de conversion pour l'énergie est donc  $f_E = \tilde{b}_0^2 \tilde{\rho}_0 \delta x^2 \delta z$ .

Les facteurs de conversion ainsi obtenus sont résumés dans le tableau 3.1.

### 3.2.2 Simulations numériques

Le code utilisé a été développé en Italie par le groupe de Marco Velli et Giorgio Einaudi, et il a été utilisé par Valérie Aletti au cours de sa thèse (Aletti,

<sup>1</sup>Pour cela, le spectre de  $\Psi^\pm(k_\perp, t)$  doit être en  $|k_\perp|^{(\alpha_f+2)/2}$

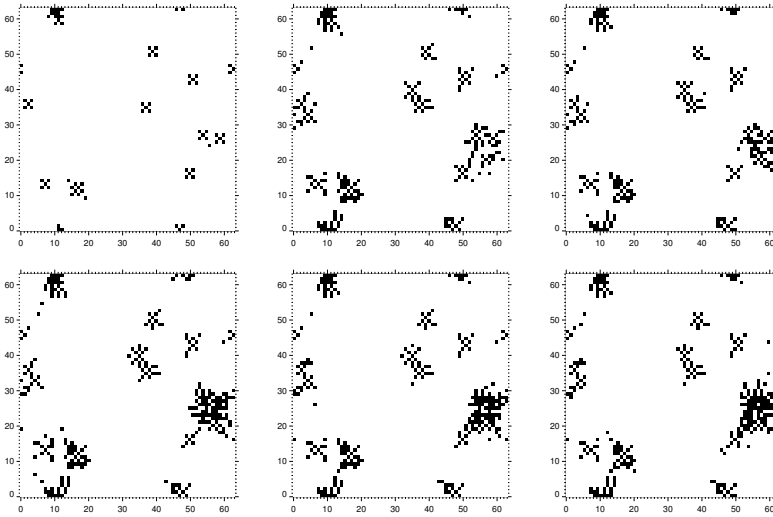


FIG. 3.2: Avalanches de densité de courant dans un plan : les pixels noirs représentent les endroits où la variation de la densité de courant par rapport au début de l'avalanche est supérieure à 20 unités, à des instants successifs (de gauche à droite et de haut en bas) du processus d'avalanches (d'une durée très inférieure au pas de temps  $\delta t$  de la simulation des autres processus).

2001). Je l'ai amélioré (optimisation en vitesse, typage explicite des variables, fichiers de sortie) et exploité à partir de mon stage de DEA.

Les champs au début d'une simulation sont nuls. Du fait du forçage, l'énergie totale dans la boîte croît ainsi, à partir de zéro, jusqu'à ce qu'un état stationnaire soit atteint, dans lequel la puissance de la dissipation (elle aussi croissante) arrive à compenser en moyenne la puissance effective du forçage.

Il est possible de créer des fichiers contenant les valeurs de toute donnée produite par la simulation et jugée utile pour l'analyse, et en particulier, pour chaque pas de temps :

- l'énergie totale  $E$  dans la boîte de simulation,
- la dissipation d'énergie magnétique  $\epsilon_{m,i}$  et cinétique  $\epsilon_{k,i}$  au cours du pas de temps dans le plan  $i$ ,
- la dissipation d'énergie magnétique  $\epsilon_m = \sum_i \epsilon_{m,i}$  et cinétique  $\epsilon_k = \sum_i \epsilon_{k,i}$  au cours du pas de temps dans toute la boîte
- la durée des avalanches.

Il est de plus possible d'enregistrer l'ensemble des champs à chaque pas de temps, pour faire des films de l'évolution des champs. Les champs magnétique et de densité de courant à différents moments de la simulation sont ainsi montrés à la figure 3.3. Le champ magnétique semble être dominé par des îlots magnétiques, au centre desquels se trouve la plus grande partie de la densité de courant. Mais celle-ci existe aussi entre les îlots, là où se trouvent des points nuls magnétiques en  $X$  et où pourrait avoir lieu de la reconnexion. Ce type de configuration semble plus fréquent lorsque l'indice  $\alpha$  du spectre de forçage est

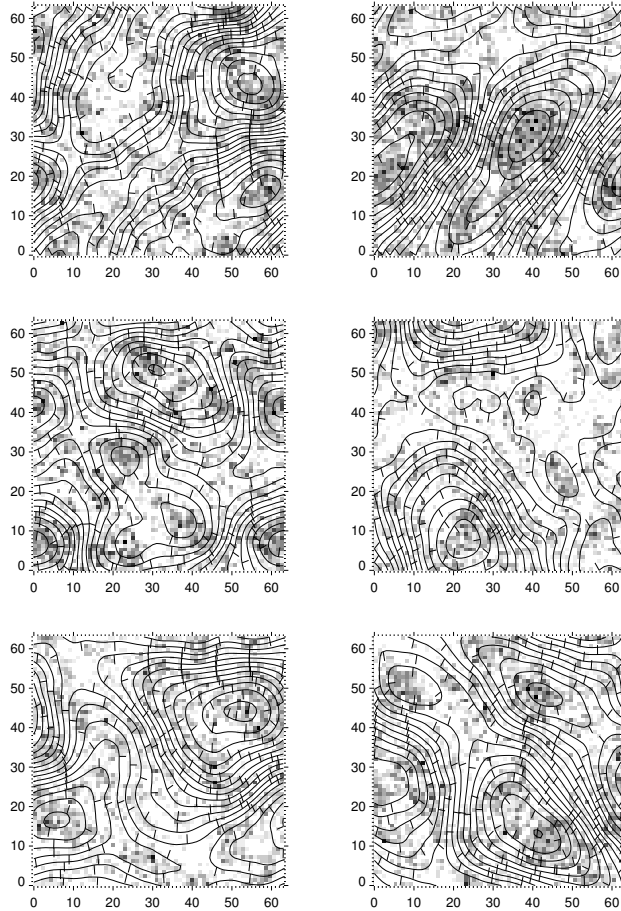


FIG. 3.3: Aspect du champ magnétique et de la densité de courant dans un plan donné de la simulation, à 6 moments successifs de la simulation (séparés chacun de  $\delta t$ ), de gauche à droite et de haut en bas. L'image de fond représente le champ de densité de courant  $J_z$ , sur laquelle on a superposé les lignes de niveau du potentiel magnétique  $A_z$  (ce sont aussi les lignes de champ magnétique, parcourue dans le sens dans lequel les marques sont à droite).

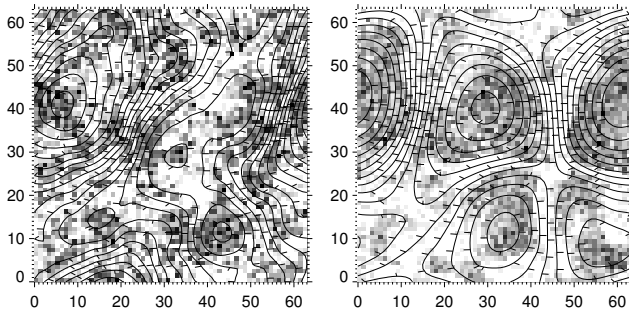


FIG. 3.4: Exemple de champ magnétique (lignes de niveau du potentiel vecteur) et densité de courant (image du fond) dans un plan, pour  $\alpha = 2$  à gauche, et pour  $\alpha = 4$  à droite.

plus élevé, c'est-à-dire quand des petites échelles existent déjà au niveau du champ de vitesse de forçage, comme cela peut être vu à la figure 3.4.

### 3.2.3 Analyse statistique

#### Corrélations temporelles des dissipations d'énergie dans les plans

La fonction d'auto-corrélation temporelle de l'énergie magnétique dissipée  $\epsilon_{m,i}(t)$  dans un plan  $i$  donné (figure 3.5) montre à la fois :

- une très faible corrélation entre  $\epsilon_{m,i}(t)$  et  $\epsilon_{m,i}(t + \delta t)$ , ce qui est une conséquence de la méthode retenue pour la propagation des ondes d'Alfvén (section 3.2.1), dans laquelle chaque champ  $z^+$  et  $z^-$  est entièrement propagé aux plans voisins, sans dissipation numérique
- des pics de corrélation à des intervalles correspondant à un nombre entier d'allers-retours des ondes le long de la boucle, ce qui indique que les temps caractéristiques de variation des champs due au forçage et à la dynamique non-linéaires sont plus longs que le temps nécessaire pour que l'onde fasse un aller-retour dans la boucle
- la disparition de ces pics pour des intervalles plus longs que le temps caractéristique du forçage (section 3.2.1).

Ces remarques sont confirmées par les fonctions de corrélations croisées des séries temporelles de dissipation d'énergie magnétique  $\epsilon_{m,i}(t)$  et  $\epsilon_{m,j}(t)$  dans des plans  $i$  et  $j$  : ces corrélations sont faibles, avec des pics pour des intervalles de temps correspondant aux temps de propagation (incluant éventuellement des réflexions sur les pieds de la boucle) de l'onde entre les plans  $i$  et  $j$ . De plus, les séries temporelles de dissipation d'énergie cinétique  $\epsilon_{k,i}(t)$  ont un comportement analogue.

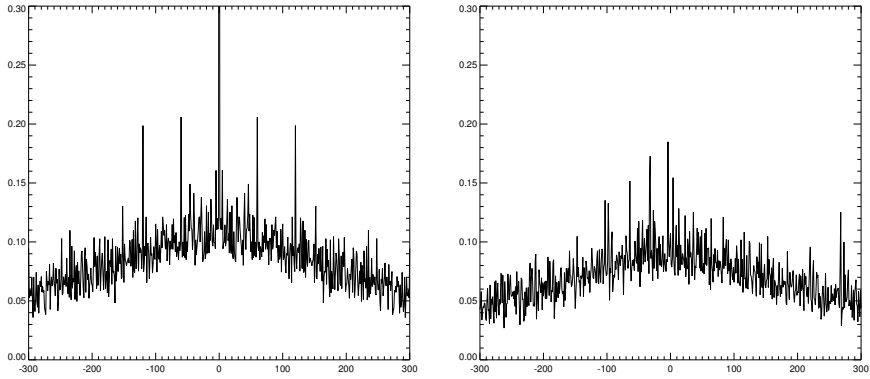


FIG. 3.5: Auto-corrélations temporelles entre les énergies magnétiques dissipées dans le plan  $i = 13$  (à gauche), et corrélations croisées entre les énergies magnétiques dissipées dans deux plans séparés de  $4\delta z$  ( $i = 13$  et  $i = 17$ , à droite).

### Distribution des événements de dissipation d'énergie

Les séries temporelles de dissipation d'énergie obtenues grâce au modèle sont considérées comme étant des suites d'événements de dissipation d'énergie dans la boucle coronale. Les propriétés de l'auto-corrélation de ces séries temporelles, présentées à la section précédente, justifient le fait de ne pas utiliser ici de procédure de détection d'événements plus sophistiquée (contrairement à ce qui sera discuté au chapitre 5). Les distributions de probabilité (PDF) empiriques des caractéristiques de ces événements sont calculées en normalisant leurs histogrammes.

Dans les travaux antérieurs effectués avec ce modèle Aletti (2001); Aletti *et al.* (2000), les distributions de  $\epsilon_m(t)$  ont été étudiées. Dans ces distributions (figure 3.6), il est possible de distinguer une queue, aux hautes énergies, se comportant en loi de puissance, mais l'intervalle correspondant est très faible (un demi-ordre de grandeur) et la pente est très forte (de l'ordre de  $-5$ ). En fait, si l'on exclut les plus hautes énergies, l'allure générale de la distribution reste proche d'une gaussienne.

Nous pouvons aussi nous intéresser aux distributions des dissipations d'énergie magnétique « élémentaires », c'est-à-dire aux distributions des valeurs de  $\epsilon_{m,i}$  dans un plan  $i$  donné. Nous constatons que celles-ci peuvent être ajustées à des lois de puissance sur des intervalles beaucoup plus larges (jusqu'à 3 ordres de grandeur), et que les pentes obtenues sont plus faibles (de l'ordre de 1.5 à 2 en valeur absolue).

En nous rappelant que les dissipations d'énergie  $\epsilon_{m,i}(t)$  et  $\epsilon_{m,j}(t)$  sont très peu corrélées pour deux plans  $i \neq j$ , nous pouvons expliquer le comportement de la distribution de  $\epsilon_m$ . En effet, les  $\epsilon_{m,i}$  pour  $i \in [0, N_z - 1]$  peuvent être considérées comme des variables aléatoires indépendantes, qui sont de plus quasiment identiquement réparties. Le support de leurs distributions est borné parce qu'il s'agit de distributions empiriques de valeurs finies, les moments

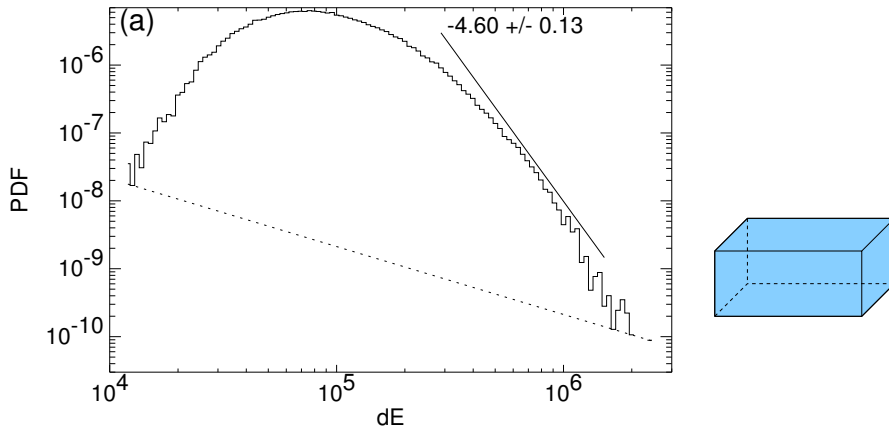


FIG. 3.6: Distribution des dissipations d'énergie magnétique  $\epsilon_m(t)$  dans l'ensemble de la boîte de simulation.

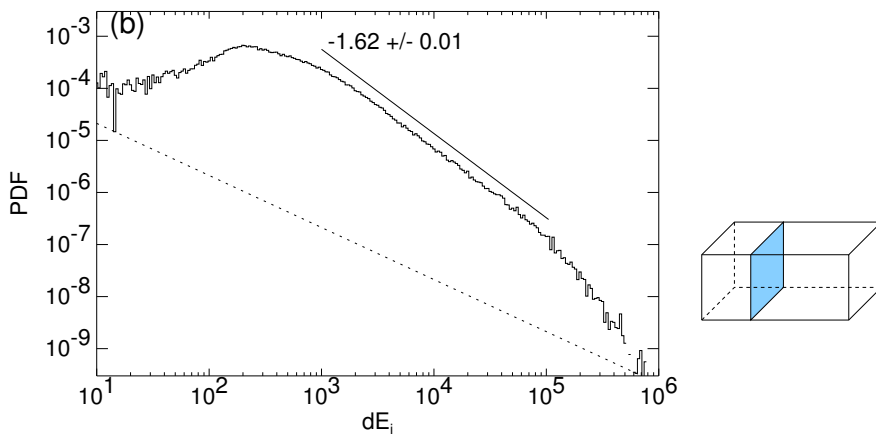


FIG. 3.7: Distribution des dissipations d'énergie magnétique  $\epsilon_{m,i}(t)$  dans le plan  $i = 12$ .

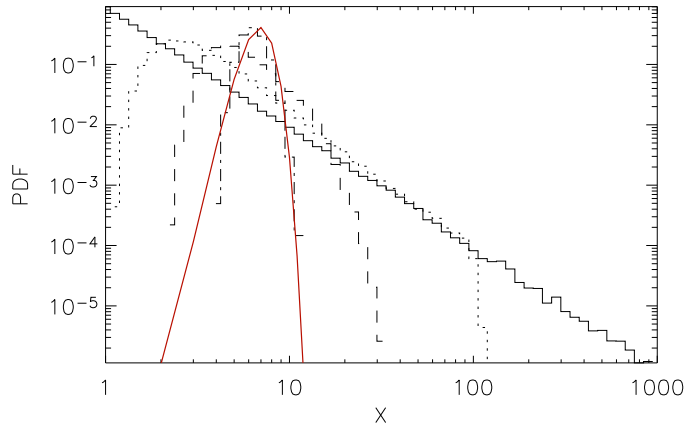


FIG. 3.8: En trait plein noir, distribution empirique de 100 000 réalisations d'une variable aléatoire  $X$  distribuée en loi de puissance d'indice  $-2$  avec une coupure à la valeur 1000. Les distributions en pointillés, en tirets et en tirets-points représentent respectivement les distributions de la moyenne de 10, 100 et 1000 variables aléatoires indépendantes ainsi distribuées. La gaussienne prévue dans ce dernier cas par le théorème centrale limite est indiquée en rouge.

de ces distributions sont donc aussi finis. Le théorème centrale limite prédit alors la convergence en distribution de cette somme vers une gaussienne. En pratique, si  $N_z$  augmente, la distribution de  $\epsilon_m$  devient moins large et plus pentue, en s'éloignant de plus en plus de la forme d'une loi de puissance, comme cela peut être vu à la figure 3.8. La vitesse (en fonction de  $N_z$ ) à laquelle ce phénomène se produit dépend des moments de la distribution initiale des  $\epsilon_{m,i}$ .

### Corrélations entre énergie et durée

Le graphique de l'énergie des événements simulés dans un plan du modèle en fonction de leur durée (figure 3.9) montre que ces deux quantités sont corrélées selon une loi de puissance d'indice 1.76, avec un coefficient de corrélation de 0.91 (coefficient de corrélation linéaire pour les logarithmes de ces deux quantités). Cette corrélation en  $E \propto T^{1.76}$  est à rapprocher de la corrélation en  $E \propto T^2$  observée par Berghmans *et al.* (1998), où  $E$  représente les pertes radiatives dans un embrassement coronal observé par EIT dans les canaux He II 304 et Fe XII 195.

En calculant les distributions des énergies dissipées dans les événements contenus dans un certain intervalle de durée, c'est-à-dire dans une certaine bande verticale du graphique de corrélation de la figure 3.9, on obtient une des distributions représentée en pointillés à la figure 3.10. Chacune de celles-ci, si elle était ajustée à une loi de puissance, le serait sur un intervalle plus

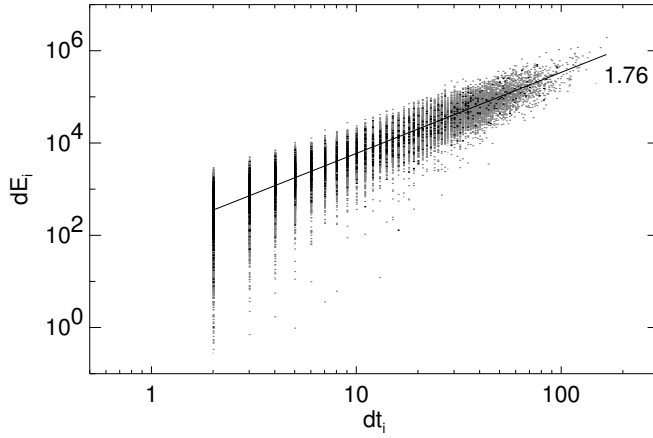


FIG. 3.9: Corrélations entre durée et énergie des avalanches dans un plan de l'automate cellulaire, la droite indique un ajustement en loi de puissance.

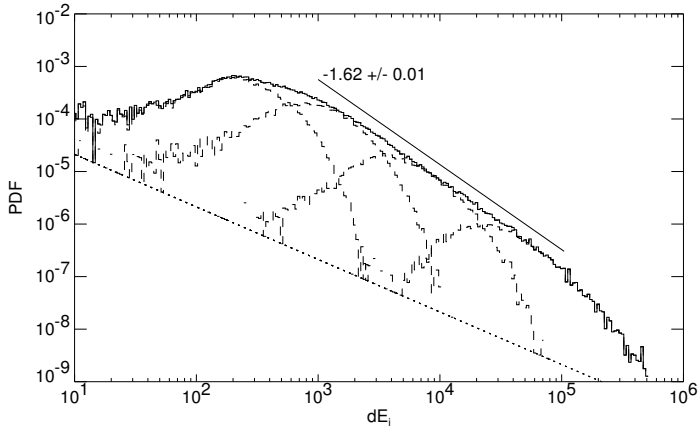


FIG. 3.10: En pointillés, distributions des énergies des événements appartenant à des populations discriminées selon leur durée, des plus courts (distribution de gauche) aux plus longs (distribution de droite). La somme de ces distributions donne la distribution de la figure 3.7 (trait plein).



étroit et avec un indice plus élevé que ce qui est obtenu pour la distribution de l'ensemble des événements. On peut donc penser que si une observation a une résolution temporelle trop faible (on ne voit pas les événements les plus courts) ou si la durée de l'observation est trop courte (on ne voit pas les plus longs d'entre eux), on obtiendra une distribution qui sera plus pentue et moins large que la distribution de tous les événements, par simple effet de sélection.

### 3.2.4 Exploration de l'espace des paramètres

Nous avons essayé de déterminer l'influence des paramètres du modèle sur les distributions d'énergie des événements obtenus. Pour cela, nous avons choisi un jeu de paramètres de référence, dénommé  $\langle a \rangle$ , puis nous avons fait varier certains des paramètres, dans les deux sens, à partir de leur valeur dans le jeu de paramètres  $\langle a \rangle$ ; ces paramètres sont l'efficacité de dissipation  $C$ , la résistivité magnétique  $\eta$ , et l'indice  $\alpha_f$  du spectre spatial en loi de puissance utilisé pour le champ de forçage.

La taille de la grille et le courant critique  $J_c$  (fixé à 300) n'ont pas été modifiés au cours de cette étude. Une plus haute résolution aurait peut-être permis d'obtenir des statistiques de dissipation sur un intervalle plus étendu, mais aurait demandé trop de temps de calcul.

Les statistiques ont été calculées entre les pas de temps 100 000 et 200 000, ce qui assure à la fois que la phase initiale de croissance de l'énergie dans la boîte de simulation est terminée, et que le nombre de dissipations est suffisant pour obtenir de bonnes statistiques.

**L'efficacité de dissipation**  $C$  indique à quel point le système est relaxé après l'avalanche déclenchée par le dépassement du seuil de courant. Une zone dans laquelle la densité de courant était supérieure à  $J_c$  voit ainsi sa densité de courant diminuer, au cours de l'avalanche, jusqu'à atteindre une valeur de l'ordre de  $C \cdot J_c$ . L'efficacité de dissipation peut varier dans l'intervalle  $[0, 1]$ , à l'intérieur duquel son influence sur les distributions est très faible.

**La résistivité magnétique**  $\eta$  peut varier dans l'intervalle  $[3 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-3}]$ . Des valeurs plus faibles que  $3 \cdot 10^{-4}$  sont possibles, mais alors les temps de calcul deviennent trop longs. Par contre, des valeurs plus fortes que  $3 \cdot 10^{-3}$  rendent le schéma numérique instable, étant données les valeurs choisies pour les pas de temps et d'espace. En fait, la valeur de  $\eta$  influe sur le temps que prend une avalanche (le nombre d'étapes nécessaires pour atteindre une densité de courant assez basse), mais elle n'a que peu d'influence sur les distributions de dissipations d'énergie observées.

**L'indice du spectre de vitesse de forçage**  $\alpha_f$  a lui aussi peu d'influence sur les distributions observées. Son effet sur l'indice de la loi de puissance observée dans les distributions des énergies des événements est montré à la figure 3.11 : il est faible, malgré la variation de la présence des couches de

TABLE 3.2: Jeux de paramètres utilisés lors de l'étude paramétrique.  $C$  est l'efficacité de dissipation,  $\eta$  est la résistivité magnétique et  $\alpha_f$  est l'indice du spectre spatial en loi de puissance utilisé pour le champ de forçage. Les paramètres qui ont une valeur différente de celles qu'ils ont dans le jeu de paramètres  $\langle a \rangle$  sont indiqués en gras.

	$C$	$\eta$	$\alpha_f$
$\langle a \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	5/3
$\langle b \rangle$	<b>0.1</b>	$1 \cdot 10^{-3}$	5/3
$\langle c \rangle$	<b>0.3</b>	$1 \cdot 10^{-3}$	5/3
$\langle d \rangle$	<b>0.7</b>	$1 \cdot 10^{-3}$	5/3
$\langle e \rangle$	<b>0.9</b>	$1 \cdot 10^{-3}$	5/3
$\langle f \rangle$	0.5	<b><math>3 \cdot 10^{-4}</math></b>	5/3
$\langle g \rangle$	0.5	<b><math>3 \cdot 10^{-3}</math></b>	5/3
$\langle h \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>3/2</b>
$\langle i \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>2</b>
$\langle j \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>7/3</b>
$\langle k \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>8/3</b>
$\langle l \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>3</b>
$\langle m \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>10/3</b>
$\langle n \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>11/3</b>
$\langle o \rangle$	0.5	$1 \cdot 10^{-3}$	<b>4</b>

courant en fonction de  $\alpha_f$  (figure 3.4). Les barres d'erreur plus importantes pour les faibles valeurs de  $\alpha_f$  indiquent toutefois que les distributions y sont plus éloignées d'une loi de puissance ou que celle-ci est moins large.

### 3.2.5 Discussion

Dans l'automate cellulaire, les termes non-linéaires de la MHD existent dans une version très simplifiée sous la forme de la dynamique de seuil en fonction de la densité de courant. Cela semble suffisant pour que les dissipations d'énergie aient lieu sur une large gamme d'échelles, et que certaines statistiques de ces dissipations (distributions d'énergies, corrélations entre énergie et durée) soient comparables à celles des observations. L'étude d'un tel modèle apporte déjà des informations intéressantes sur les mécanismes qui aboutissent à des dissipations d'énergie sur une telle gamme d'échelles.

Cette modélisation simplifiée des termes non-linéaires semble pourtant produire peu de couches de courant, lieux propices à la reconnexion magnétique : la dissipation a plutôt lieu dans des îlots magnétiques. La modélisation pourrait être améliorée en introduisant par exemple une condition supplémentaire pour qu'une dissipation ait lieu ; cela pourrait être une condition sur le signe du champ magnétique, comme dans Krasnoselskikh *et al.* (2002); Podladchikova *et al.* (2002).

Un autre défaut du modèle est la faible corrélation dans la direction pa-

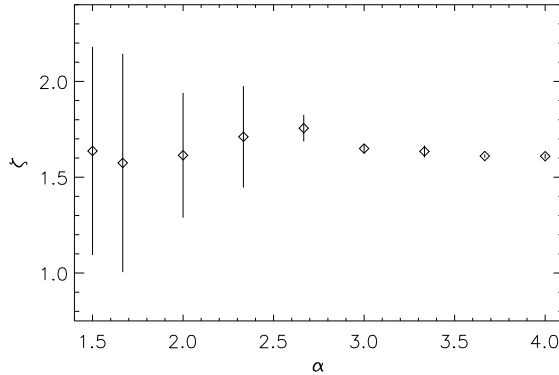


FIG. 3.11: Pente de la distribution des énergies des événements produits par le modèle en fonction de l'indice  $\alpha_f$  du spectre de forçage.

rallèle au champ dominant, entre deux plans successifs. Cela doit être dû à l'absence de diffusion dans la direction parallèle, le schéma numérique de propagation des ondes d'Alfvén étant non diffusif.

Par contre, la faible sensibilité aux paramètres peut être interprétée comme une caractéristique des systèmes SOC.

### 3.3 Shell-model

#### 3.3.1 Description du modèle

##### Shell-models couplés

Le but du « shell-model », ou « modèle en couches », est d'améliorer le modèle de boucle en représentant de manière plus réaliste les termes non-linéaires de la MHD et en atteignant un très grand intervalle de nombres d'onde. Ces améliorations se font au prix d'une perte de l'information spatiale dans les plans perpendiculaires à  $B_0$ .

Chacun des  $N_z$  plans de ce nouveau modèle est un modèle simplifié de MHD (en deux dimensions dans ce cas), appelé « shell-model » (Gloaguen *et al.*, 1985; Biskamp, 1994; Giuliani et Carbone, 1998; Boffetta *et al.*, 1999), adaptation magnétohydrodynamique des shell-models hydrodynamiques « GOY » (de Gledzer-Ohkitani-Yamada : Gledzer, 1973; Yamada et Ohkitani, 1987, 1988a,b). L'espace de Fourier à deux dimensions correspondant à un plan est divisé en couches  $S_n = \{\mathbf{k}_\perp \mid \|\mathbf{k}_\perp\| \in [k_n, k_{n+1}]\}$  concentriques et dont les rayons  $k_n$  sont répartis selon des puissances de  $\lambda$  :  $k_n = k_0 \lambda^n$ . Chacune de ces couches  $n$  contient un scalaire complexe  $u_n$  qui représente l'incrément de vitesse typique  $|u(x + \ell) - u(x)|$  aux échelles  $\ell$  telles que  $2\pi/\ell \in S_n$ , c'est-à-dire aux échelles correspondant aux vecteurs d'onde contenus dans la couche  $S_n$ . De

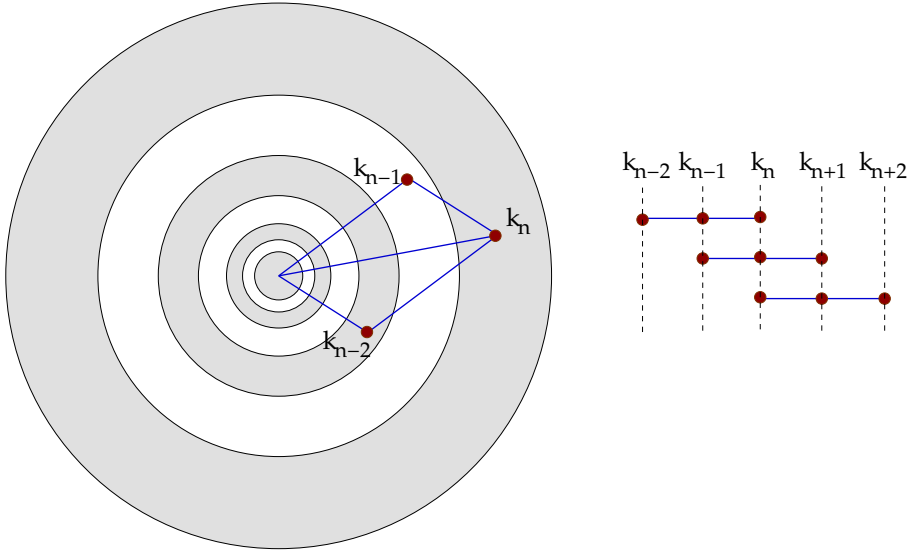


FIG. 3.12: Interactions au sein de triades dans le shell-model constituant l'un des plans de la simulation de boucle. À gauche, l'espace de Fourier à deux dimensions est divisé en couches concentriques (pour la clarté de la figure, on a pris ici un rapport entre les rayons de deux couches successives  $\lambda = 1.5$  au lieu de 2). Les interactions non-linéaires se font par triades de modes appartenant à des couches successives. La couche  $n$  est donc concernée par les triades indiquées à droite.

même, chacune des couches contient aussi un scalaire complexe  $b_n$  qui représente l'incrément typique de champ magnétique aux échelles correspondant à la couche  $S_n$ . De manière équivalente à  $u_n$  et  $b_n$ , on peut utiliser les modes d'Elsässer, notés ici  $Z_n^s = u_n + sb_n$ , avec  $s = \pm$  (nous réservons la notation  $z$  pour l'axe de la boucle).

Pour chacun des plans, nous utiliserons les équations données dans Giuliani et Carbone (1998). Avec la propagation des ondes d'Alfvén le long de la direction  $z$ , que nous avons rajoutée dans notre modèle, ces équations peuvent s'écrire :

$$(\partial_t + sb_0\partial_z)Z_n^s = -k_n^2(v^+Z_n^s + v^-Z_n^{-s}) + ik_nT_n^{s*} \quad (3.12)$$

Contrairement au shell-model de Giuliani et Carbone (1998), les scalaires  $Z_n^s$  ne dépendent pas seulement du temps, mais aussi de la position  $z$  le long de la boucle. Dans cette équation, le terme faisant intervenir  $v^s = (v + s\eta)/2$  est le terme de dissipation, et  $T_n^s$  modélise les termes non-linéaires de la MHD. Dans ce type de modèle on suppose que les interactions ont essentiellement lieu localement dans l'espace de Fourier (entre modes de modules proches), et ici, plus précisément, on suppose que les interactions ont lieu entre 3 modes consécutifs (voir la figure 3.12) : l'évolution du mode  $n$  ne fait donc intervenir que des couplages au sein de triplets (triades)  $(n-2, n-1, n)$ ,  $(n-1, n, n+1)$  et  $(n, n+1, n+2)$ . Comme ces interactions ne peuvent se faire qu'entre modes contre-propageants, il reste 6 termes non-linéaires, dont il reste à déterminer

les coefficients.

Pour cela, on impose au modèle isolé et sans dissipation de conserver effectivement les invariants de la MHD idéale, qui sont l'énergie  $E$ , l'hélicité croisée  $H_c$ , et un troisième invariant  $H_B$  qui dépend du nombre de dimensions de l'espace. Dans le cas du shell-model de boucle, où chacun des shell-models représente une section de la boucle, cet espace a deux dimensions, et le troisième invariant est l'anastrophie (moyenne du carré du potentiel magnétique, analogue 2D de l'hélicité magnétique en 3D). Ces conditions imposent la forme suivante aux termes non-linéaires :

$$\begin{aligned}
 T_n^s = & \frac{\delta + \delta_m}{2} Z_{n+1}^s Z_{n+2}^{-s} + \frac{2 - \delta - \delta_2}{2} Z_{n+1}^{-s} Z_{n+2}^s \\
 & + \frac{\delta_m - \delta}{2\lambda} Z_{n+1}^s Z_{n-1}^{-s} - \frac{\delta + \delta_m}{2\lambda} Z_{n+1}^{-s} Z_{n-1}^s \\
 & - \frac{\delta_m - \delta}{2\lambda^2} Z_{n+1}^s Z_{n-2}^{-s} - \frac{2 - \delta - \delta_m}{2\lambda^2} Z_{n-1}^{-s} Z_{n-2}^s
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

avec  $\delta = 1 - \lambda^{-\alpha}$  et  $\delta_m = -\lambda^{-\alpha}/(1 - \lambda^{-\alpha})$  dans le cas 2D et  $\alpha = 2$  si l'anastrophie est conservée. Les détails des calculs aboutissant à ces coefficients sont donnés en annexe A.

### Ordres de grandeur et facteurs de conversion en unités physiques

Comme dans le cas de l'automate cellulaire, pour une quantité  $x$  du modèle, appelons  $\tilde{x}$  la valeur de la quantité physique correspondante en unités SI, et  $f_x$  le facteur de conversion correspondant ( $\tilde{x} = f_x \cdot x$ ).

On suppose connus la longueur de la boucle  $\tilde{L}$ , son rapport d'aspect  $a$  (sans dimension), la vitesse d'Alfvén  $\tilde{b}_0$ , et la densité  $\tilde{\rho}_0$ . En unités du modèle, on prendra  $L = 1$  et  $b_0 = 1$ , ce qui donne directement un facteur de conversion  $f_L = L$  pour les distances et  $f_b = f_u = \tilde{b}_0$  pour les champs magnétiques (exprimés en terme de vitesses en les divisant par  $\sqrt{\tilde{\rho}_0 \mu_0}$ ) et les vitesses, et ainsi un facteur  $f_t = f_L / f_u = \tilde{L} / \tilde{b}_0$  pour le temps et  $f_v = f_L^2 / f_t$  pour les diffusivités. L'énergie dans toute la simulation est calculée par  $E = \frac{1}{2} \sum_{i_z} \sum_{i_\perp} (|u_{i_z, i_\perp}|^2 + |b_{i_z, i_\perp}|^2)$ , alors que  $\tilde{u}^2/2$  par exemple est une énergie massique, qu'il faut multiplier par la masse de la boucle  $\tilde{\rho}_0(\tilde{L}^3/a)$  pour obtenir une énergie totale. On a donc le facteur de conversion pour l'énergie  $f_E = \tilde{\rho}_0(\tilde{L}^3/a^2)f_u^2/N_z$ , et celui pour la puissance  $f_\epsilon = f_E/f_t$ . Les facteurs de conversion ainsi obtenus sont résumés dans le tableau 3.3.

Avec une longueur  $L = 10$  Mm et un rapport d'aspect  $a = 10$ , le mode de nombre d'onde le plus petit correspond à la largeur de la boucle, soit 1 Mm. En supposant que nous simulons  $n_\perp = 24$  modes, que le forçage se fait aux plus grandes échelles et que l'échelle de dissipation de Kolmogorov est située au niveau du mode  $i_\perp = 18$ , cette échelle de Kolmogorov est de l'ordre de 10 m. Avec un très faible nombre de modes, on atteint ainsi un nombre de Reynolds supérieur à  $10^6$ .

Grandeur $x$	Expression de $f_x$	Valeur de $f_x$
Distance $\ell, L$	$\tilde{L}$	10 Mm
Densité $\rho$	$\tilde{\rho}_0$	$10^{-12} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Vitesse $u$	$\tilde{b}_0$	$1 \text{ Mm} \cdot \text{s}^{-1}$
Champ magnétique $b$	$\tilde{b}_0$	$1 \text{ Mm} \cdot \text{s}^{-1}$
Champ magnétique $B$	$\tilde{b}_0 \sqrt{\tilde{\rho}_0 \mu_0}$	$10^{-3} \text{ T}$
Temps $t$	$\tilde{L}/\tilde{b}_0$	10 s
Diffusivités $\nu, \eta$	$\tilde{L}\tilde{b}_0$	$10^{13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Énergie $E$	$\tilde{\rho}_0 \tilde{b}_0^2 \tilde{L}^3 / (N_z a^2)$	$10^{17} \text{ J}$
Puissance $\epsilon$	$\tilde{\rho}_0 \tilde{b}_0^3 \tilde{L}^2 / (N_z a^2)$	$10^{16} \text{ W}$

Tab. 3.3: Facteurs de conversion  $f_x$  entre les données produites par le modèle et les quantités physiques correspondantes. Les valeurs numériques sont données pour une boucle de longueur  $L = 10 \text{ Mm}$ , de rapport d'aspect  $a = 10$ , de densité  $\tilde{\rho}_0 = 10^{-12} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , avec une vitesse d'Alfvén de  $1 \text{ Mm} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $N_z = 100$ .

### 3.3.2 Simulations

Au cours des simulations, nous calculons l'évolution des champs  $Z_n^\pm(z)$  au cours du temps. La condition initiale est un champ aléatoire, sans corrélations le long de l'axe  $z$ , avec un spectre turbulent (en loi de puissance) dans la direction perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  mais d'intensité très faible. La longueur de la boucle  $L$  détermine l'échelle de longueur, soit  $L = 1$ . La largeur de la boucle est  $l$ , définissant un rapport d'aspect  $a = l/L$ . La vitesse d'Alfvén  $b_0$  est fixée à 1. L'unité de temps est ainsi déterminée : c'est le temps que met une onde d'Alfvén pour parcourir la boucle.

**Paramètres** Les paramètres du modèle sont le nombre de couches  $n_\perp$  de chaque shell-model, le nombre de plans  $N_z$  dans la boucle, le rapport d'aspect  $a$  de la boucle, et l'intensité du forçage en vitesse (en unités de vitesse d'Alfvén).

À partir de ces paramètres, un script (écrit en langage Perl) détermine l'écart  $\delta z$  entre les plans (en prenant la longueur de la boucle  $L$  comme unité de longueur, soit  $\delta z = 1/N_z$ ), et le nombre d'onde  $k_0 = 2\pi a/L$  correspondant à l'échelle de la largeur de la boucle. Ce script détermine aussi les meilleures valeurs des coefficients de dissipation  $\nu$  et  $\eta$  du point de vue des échelles de temps du modèle, mais des valeurs arbitraires peuvent aussi être choisies. De manière générale, ces coefficients doivent être choisis de telle façon que l'échelle de dissipation de Kolmogorov, à laquelle  $\tau_{\text{NL}} = \tau_\nu$ , soit d'au moins un ordre de grandeur supérieure à l'échelle  $2\pi\lambda^{-n_\perp+1}/k_0$  de la dernière couche du modèle, pour que la coupure exponentielle du spectre soit bien résolue.

Le paramètre  $\lambda$  des shell-models est fixé à 2, et leurs paramètres  $\delta$  et  $\delta_m$  sont par défaut fixés à respectivement  $3/2$  et  $-1$  (correspondant à la MHD en deux dimensions), mais là aussi il est aussi possible de leur donner d'autres valeurs.

**Échelles de temps** Les temps caractéristiques correspondant aux différents termes de l'équation 3.12 d'évolution du modèle se déduisent de leurs ordres de grandeur respectifs :

$$\partial_t Z + b_0 \frac{k_{\parallel}}{2\pi} Z \sim \bar{v} k_{\perp}^2 Z + k_{\perp} Z^2 \quad (3.14)$$

où  $Z$  est un ordre de grandeur des champs  $Z_n^{\pm}$  du modèle aux nombres d'onde parallèle  $k_{\parallel}$  et perpendiculaire  $k_{\perp}$ , et où  $\bar{v}$  représente indifféremment  $v$  ou  $\eta$ .

On a donc :

- le temps d'Alfvén  $\tau_A = 2\pi/(b_0 k_{\parallel})$ ,
- le temps caractéristique des dissipations  $\tau_v = 1/(\bar{v} k_{\perp}^2)$ ,
- le temps caractéristique des interactions non-linéaires  $\tau_{NL} = 1/(k_{\perp} Z(k_{\perp}))$  dans les plans perpendiculaires à  $B_0$ .

Le pas de temps  $\delta t$  du modèle est adaptatif, c'est-à-dire qu'il s'adapte au cours du temps aux échelles de temps qui existent dans le modèle, pour en rendre l'exécution plus efficace. Avec les schémas numériques utilisés, la condition CFL (de Courant-Friedrichs-Lewy) impose que  $\delta t$  soit inférieur (avec éventuellement un facteur de sécurité) aux valeurs minimales que peuvent prendre les temps caractéristiques du modèle. Dans notre cas, ces valeurs minimales sont :

- $\tau_{A,\min} = \delta z/b_0 = L/(b_0 N_z)$ , qui correspond au temps que met l'onde d'Alfvén pour aller d'un plan à son voisin,
- $\tau_{v,\min} = (\bar{v} k_{\perp,\max}^2)^{-1} = (\bar{v} (2\pi a)^2 \lambda^{2(n_{\perp}-1)})^{-1}$ , qui est le temps caractéristique des dissipations aux plus petites échelles spatiales de chaque plan,
- $\tau_{NL,\min} = ((k_{\perp} Z(k_{\perp}))_{\max})^{-1}$ . Cette durée ne peut être connue qu'une fois les champs connus, au cours de l'exécution du modèle. Cela dit, en anticipant un peu et en supposant que  $Z \propto k_{\perp}^{-1/3}$ , cela donne  $\tau_{NL,\min} = (k_0 Z(k_0) \lambda^{2(n_{\perp}-1)/3})^{-1}$ .

On définit à l'inverse  $\tau_{A,\max}$  comme étant le plus grand temps d'Alfvén du modèle, c'est-à-dire le temps que met l'onde d'Alfvén à parcourir la longueur de la boucle, soit  $\tau_{A,\max} = L/b_0 = 1$  (qui est l'unité de temps).

**Forçage** Comme dans le modèle précédent, le forçage en vitesse modélise les mouvements dans les pieds de la boucle, dus à la convection photosphérique. Sur les plans  $i_z \in \{0, N_z - 1\}$  sur lesquels s'effectue le forçage, on impose un champ de vitesse :

$$u_{i_z, i_{\perp}}(t) = u_f \left( e^{2i\pi A_{i_z, i_{\perp}}} \sin^2(\pi t/t^*) + e^{2i\pi B_{i_z, i_{\perp}}} \sin^2(\pi t/t^* + \pi/2) \right) \quad (3.15)$$

où  $u_f$  est l'amplitude du forçage,  $t^*$  est le temps caractéristique du forçage photosphérique, et  $A$  et  $B$  sont des nombres tirés au hasard entre 0 et 1 chaque fois que le terme en  $\sin^2$  correspondant est nul (c'est-à-dire  $t = mt^*$  pour  $A$  et  $t = (m + 1/2)t^*$  pour  $B$ , avec  $m$  entier) et constants entre ces instants. La fonction continue qui en résulte est montrée à la figure 3.13 ; elle a en particulier un temps de corrélation qui est bien de l'ordre de  $t^*$ .

Dans nos simulations nous forçons habituellement sur les modes  $k_2$ ,  $k_3$  et  $k_4$ , avec une amplitude de forçage  $u_f$  de l'ordre de  $10^{-3}$  fois la vitesse d'Alfvén,

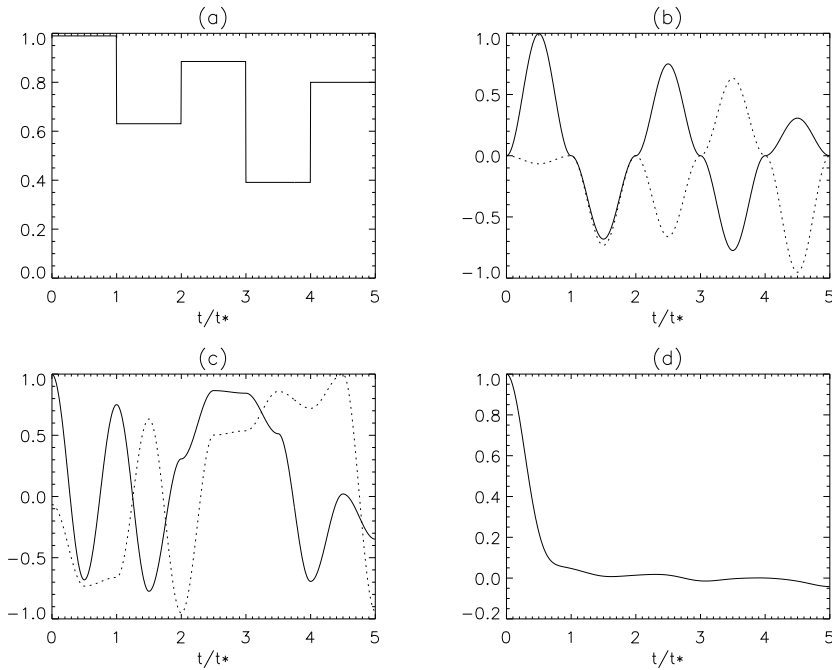


FIG. 3.13: (a) Nombre aléatoire  $A$ , tiré entre 0 et 1 au bout de chaque intervalle de temps  $t^*$  (temps caractéristique du forçage photosphérique); (b) premier terme  $e^{2imA} \sin^2(\pi t/t^*)$  de l'équation 3.15, où  $A$  prend les valeurs montrées en (a), et où les parties imaginaires sont montrées en pointillés; (c)  $u/u_f$  (les deux termes de l'équation 3.15,  $u_f$  étant l'amplitude du forçage choisie dans le modèle); (d) fonction d'autocorrélation de la partie réelle de  $u/u_f$ , montrant un temps de corrélation de l'ordre de  $t^*$ .

soit quelques kilomètres par seconde, et avec un temps caractéristique  $t^*$  de l'ordre de  $50\tau_{A,\max}$ .

**Schémas numériques** L'avancement temporel des termes non-linéaires et de la dissipation, qui correspondent à des équations différentielles ordinaires, est réalisé par un schéma de Runge-Kutta du troisième ordre. Pour la propagation des ondes d'Alfvén par contre, qui correspond à une équation aux dérivées partielles, plusieurs schémas numériques ont été essayés, parmi lesquels des schémas *upwind* de différents ordres, les schémas de Lax-Wendroff et de Beam-Warming (Laney, 1998; Warming et Beam, 1976). Les détails sont donnés en annexe B.

La dissipation dans les plans est faite par un schéma implicite, ce qui permet de relâcher la contrainte sur le pas de temps adaptatif due à la plus petite échelle de temps de dissipation. Par contre, cela impose de prendre  $\eta = \nu$ , c'est-à-dire un nombre de Prandtl égal à 1.

Une parallélisation serait possible, par exemple en divisant la longueur de la boucle en plusieurs sections, chacune étant affectée à un processeur. Les



Nom	$\nu$	$a$	$n_{\perp}$	$N_z$	$u_f$	t
<51.1>	$10^{-15}$	10	24	200	$10^{-3}$	0–124
<65>	<b>0</b>	10	24	100	$10^{-3}$	0–200
<74>	$10^{-13}$	10	24	100	$10^{-3}$	0–600
<74.1>	$10^{-13}$	10	24	100	$10^{-3}$	600–1200
<74.4>	$10^{-13}$	10	24	100	$10^{-3}$	600–1200
<74.5>	$10^{-13}$	10	24	100	$10^{-3}$	600– <b>4000</b>
<74.8>	$10^{-13}$	10	24	100	<b>0</b>	600–1600
<74.9.2>	$10^{-13}$	10	24	<b>100000</b>	$10^{-3}$	610–612
<81>	$3 \cdot 10^{-14}$	10	24	100	$10^{-3}$	0–1000
<83>	$10^{-13}$	10	24	500	$10^{-3}$	0–1000
<84>	$10^{-13}$	<b>80</b>	21	500	$10^{-3}$	0–1000
<85>	<b><math>10^{-11}</math></b>	10	20	500	$10^{-3}$	0–1000

TAB. 3.4: Paramètres des simulations du shell-model de boucle en fonction du numéro de la simulation. Pour toutes ces simulations, on a utilisé  $L = 1$ ,  $b_0 = 1$ ,  $\eta = \nu$ ,  $\delta = 5/4$ ,  $\delta_m = -1/3$  (chaque section de boucle est un shell-model 2D).  $a = 10$  correspond à  $k_0 = 20\pi$ . Les paramètres qui rendent une simulation originale sont montrés en gras.

communications correspondraient alors à la propagation des ondes d'Alfvén entre les sections, et au rassemblement (*gather*) d'informations pour les sorties et pour la détermination dynamique du pas de temps.

### 3.3.3 Comportement du modèle

Nous allons d'abord explorer le comportement du modèle, en utilisant plusieurs jeux de paramètres, qui sont présentés au tableau 3.4. J'ai exploité la possibilité de continuer une simulation terminée ou interrompue, ce qui se traduit dans la numérotation des simulations : les chiffres suivant un point correspondent au numéro de la continuation de la simulation dénotée par les chiffres qui sont avant le point.

#### Croissance initiale de l'énergie

En unités du modèle (voir la section 3.3.1), l'énergie totale dans la boucle est calculée par :

$$E(t) = \sum_{i_z=0}^{N_z-1} \sum_{i_{\perp}=0}^{n_{\perp}-1} (|Z_{i_z, i_{\perp}}^+|^2 + |Z_{i_z, i_{\perp}}^-|^2) = 2 \sum_{i_z=0}^{N_z-1} \sum_{i_{\perp}=0}^{n_{\perp}-1} (|u_{i_z, i_{\perp}}|^2 + |b_{i_z, i_{\perp}}|^2) \quad (3.16)$$

En partant d'un champ nul, avec un champ de vitesse de forçage constant (donc différent de celui représenté par l'équation 3.15 sur les modes de petit  $k_{\perp}$  d'un seul pied de la boucle (plan numéro 0), l'énergie totale dans le modèle croît de la manière montrée à la figure 3.14. Dès le premier pas de temps, l'énergie n'est plus nulle, parce que l'énergie dans le plan 0 est l'énergie cinétique  $E_f$  du champ de forçage, qui est imposée. On peut distinguer les phases suivantes :

- La propagation de l'énergie jusqu'au plan numéro 1 met un temps  $\tau_{A,\min}$  (0.01 ici, où  $b_0 = 1$  et  $N_z = 100$ ), pendant lequel l'énergie n'augmente que d'un facteur 2 (le nombre de plans atteints par l'onde est doublé).
- Entre les temps  $\tau_{A,\min}$  et  $2\tau_{A,\max}$ , le front d'onde propage l'énergie dans toute la boîte (aller et retour) à la vitesse  $b_0$ , on a donc :

$$E(t) = \frac{t}{\tau_{A,\min}} E_f = \frac{t}{\tau_{A,\max}} N_z E_f \propto t \quad (3.17)$$

- Après  $t = 2\tau_{A,\max}$ , le champ de forçage  $u_f$  s'ajoute dans le plan numéro 0 au champ existant  $[t/2\tau_{A,\max}]u_f$ . En négligeant l'effet de la partie entière, cela donne  $d_t E = (1 + t/\tau_{A,\max})E_f$ , soit, après intégration et en prenant, en suivant l'équation 3.17,  $E(2\tau_{A,\max}) = 2N_z E_f$  :

$$E(t) = \left( \frac{1}{2} \left( \frac{t}{\tau_{A,\max}} \right)^2 + \frac{t}{\tau_{A,\max}} - 2 \right) N_z E_f \stackrel{t \gg \tau_{A,\max}}{\sim} t^2 \quad (3.18)$$

- Par la suite, l'énergie dans les couches de petit  $k_\perp$  (grande échelle) devient suffisamment importante pour que les termes non-linéaires transportent une partie de cette énergie vers de plus petites échelles, qui n'interagissent plus avec le champ de forçage. C'est le sens des décrochements, de pente plus faible que 2, dans la courbe de croissance de l'énergie. Encore plus tard, les modes de grand  $k_\perp$  (petite échelle) sont atteints, dans lesquelles la dissipation n'est plus négligeable : la croissance de l'énergie n'est plus monotone, puis les gains et pertes d'énergies tendent à se compenser.

### Développement des spectres

La visualisation des spectres de vitesse et de champ magnétique au cours du temps confirme que l'énergie, initialement concentrée aux grandes échelles, se répartit jusqu'aux modes correspondant à des échelles plus petites. Plus précisément, les spectres moyens d'énergie cinétique ou magnétique obtenus dans l'état stationnaires sont des lois de puissance. L'indice de ces lois de puissance est de l'ordre de  $-3/2$ , ce qui correspond à un spectre 1D en  $-5/2$  en tenant compte de la géométrie du découpage de l'espace de Fourier à l'origine de ce modèle<sup>2</sup>. Ces spectres sont donc un plus pentus que les spectres en  $-2/3$  du shell-model de Giuliani et Carbone (1998), qui correspondaient à un spectre 1D « de Kolmogorov » en  $-5/3$ . Ce spectre est valable dans l'intervalle inertiel, c'est-à-dire entre les échelles du forçage ( $n \in \{2, 3, 4\}$  en général) et l'échelle de dissipation, pour laquelle  $\tau_A(k_\perp) = \tau_{NL}(k_\perp)$ .

### Temps caractéristiques des non-linéarités

On s'attend à ce que l'évolution de l'énergie dans le mode  $n$  se fasse à une échelle de temps de l'ordre de  $\tau_{NL}(k_n, Z_n)$ . Cela est vérifié en calculant

<sup>2</sup>Si  $E_n = |z_n^+|^2 + |z_n^-|^2 \propto k_n^{-\alpha}$  est l'énergie totale dans la couche  $S_n$ , de surface  $\pi k_n^2 (\lambda^2 - 1)$ , donc la densité d'énergie 2D est proportionnelle à  $k_\perp^{-\alpha-2}$ . Dans un anneau d'épaisseur  $dk_\perp$  on a ainsi une énergie  $\propto k_\perp^{-\alpha-1} dk_\perp$ , c'est-à-dire un spectre d'énergie unidimensionnel  $E_{1D}(k_\perp) \propto k_\perp^{-\alpha-1}$ .

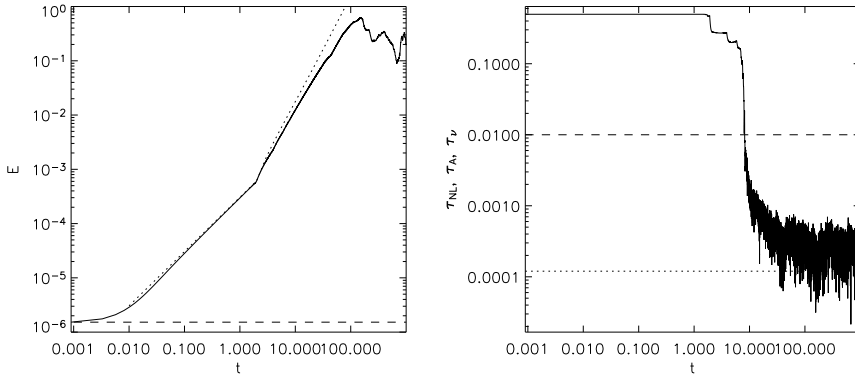


FIG. 3.14: A gauche, croissance initiale de l'énergie dans le modèle, avec un champ de vitesse de forçage constant et une énergie initiale nulle, pour la simulation <81>. Les tirets représentent l'énergie du champ de forçage  $E_f$ . On reconnaît notamment, après le temps  $\tau_{A,\min} = 10^{-2}$ , une phase de croissance  $E \propto t$ , une phase en  $E \propto t^2$ , et enfin les premiers signes de l'action des termes non-linéaires et dissipatifs. L'entrée en puissance des termes non-linéaires est confirmée, sur le graphique de droite, par la chute du temps caractéristique minimal des interactions non-linéaires  $\tau_{NL,\min}$  (les pointillés indiquent  $\tau_{v,\min}$  et les tirets indiquent  $\tau_{A,\min}$ ).

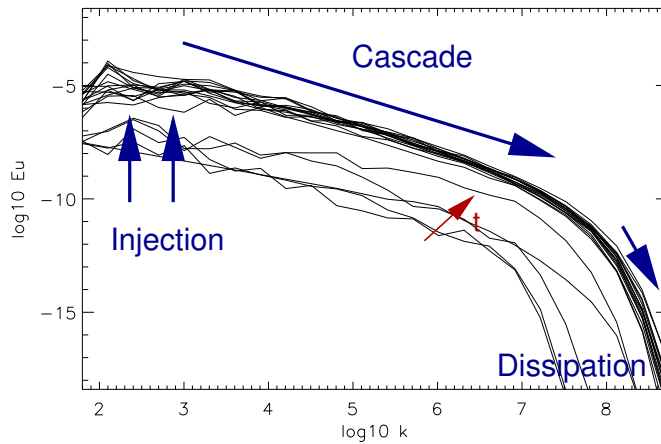


FIG. 3.15: Spectre d'énergie cinétique, dans un plan proche du centre de la boucle, à 20 instants séparés de  $7\tau_A$ , à partir du début de la simulation <74>. Le spectre se développe au cours du temps, des grandes échelles, auxquelles se fait l'injection d'énergie, vers les petites échelles, auxquelles se fait la dissipation d'énergie. L'intervalle entre ces deux échelles est l'intervalle inertiel, sur lequel les spectres moyens sont des lois de puissance d'indice de l'ordre de  $-3/2$  dans l'état stationnaire. La position de la queue exponentielle aux petites échelles indique la taille de l'échelle dissipative, où  $\tau_v(k_\perp) = \tau_{NL}(k_\perp)$ .

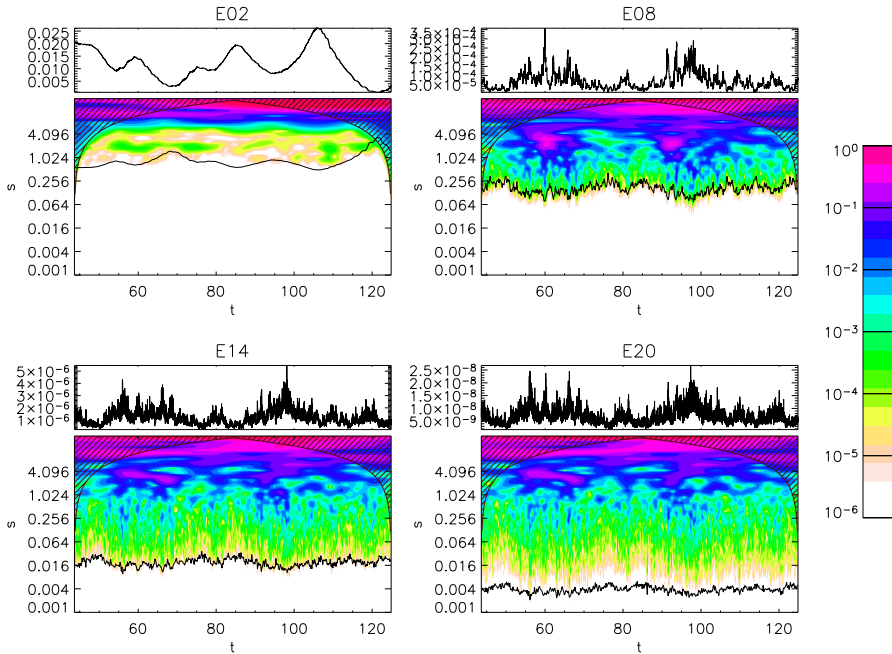


FIG. 3.16: Plans temps-échelles des transformées en ondelette de Morlet des énergies  $E_n$  pour  $n \in \{2, 8, 14, 20\}$  (de gauche à droite et de haut en bas), pour la simulation (51.1). L'échelle de couleur indique la puissance de l'ondelette par rapport à sa valeur maximale (pour chacun des graphiques). Les temps non-linéaires théoriques ont été superposés aux plans temps-échelle. Les cônes d'influence des bords de la série temporelle (là où les coefficients d'ondelette ne sont pas significatifs) sont hachurés.

la transformée en ondelettes<sup>3</sup> (Grossmann et Morlet, 1984, 1985) de séries temporelles de certaines  $E_n$ , montrée à la figure 3.16 : la coïncidence entre le temps théorique et le temps mesuré est très bonne. De plus, les échelles de temps les plus courtes correspondent effectivement aux échelles spatiales les plus petites.

### Dissipation numérique dans la direction de propagation des ondes

En se plaçant dans une situation où un seul mode  $k_{\parallel}$  existe dans la direction parallèle, et où les termes non-linéaires et la dissipation dans les plans perpendiculaires à  $B_0$  n'interviennent pas, on s'attend à ce que l'énergie décroisse du fait de l'inévitable dissipation numérique du schéma de propagation des ondes d'Alfvén. De plus, cette décroissance devrait se faire proportionnellement à  $\exp(-\nu_{\text{num}} k_{\parallel}^{\alpha} t)$ , où  $\nu_{\text{num}}$  est le coefficient de dissipation numérique et où  $\alpha = 2$  est le cas où la diffusion numérique est une diffusivité classique. Les simulations réalisées dans cette situation (figure 3.17) montrent que, conformément au résultat de l'étude réalisée à l'annexe B pour une propagation d'une

<sup>3</sup>J'ai utilisé les routines IDL de Torrence et Compo (1998).

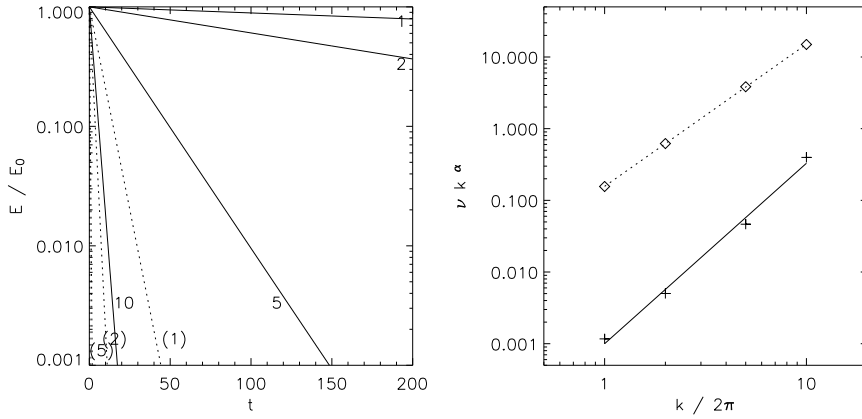


FIG. 3.17: À gauche, effet de la dissipation numérique sur l'évolution de l'énergie dans la boîte de simulation, pour des modes  $k_{||}/2\pi = 1, 2, 5, 10$ , pour le schéma de Beam-Warming (trait plein, et chiffre indiquant le mode, simulation (65)) et pour le schéma upwind du premier ordre (trait en pointillés et chiffres entre parenthèses, simulation (66), de mêmes paramètres que la (65)). À droite, les pentes de ces exponentielles ont été ajustées à un modèle en  $\nu_{num} k_{||}^\alpha$  ( $\nu_{num} = 10^{-5}$  et  $\alpha = 2.5$  pour le schéma de Beam-Warming, en trait plein;  $\nu_{num} = 4 \cdot 10^{-3}$  et  $\alpha = 2$  pour le schéma upwind du premier ordre, en pointillés).

onde isolée, le schéma de Beam-Warming permet d'obtenir une dissipation bien plus faible que le schéma upwind de premier ordre.

### Profils des champs le long de la boucle

Les moyennes RMS du champ de vitesse et du champ magnétique dans un plan  $i_z$  de la boucle sont données par :

$$u_{\text{RMS}} = \left( \sum_{i_{\perp}=0}^{n_{\perp}-1} |u_{i_z, i_{\perp}}|^2 \right)^{1/2} \quad b_{\text{RMS}} = \left( \sum_{i_{\perp}=0}^{n_{\perp}-1} |b_{i_z, i_{\perp}}|^2 \right)^{1/2} \quad (3.19)$$

Le champ de vitesse simulé (figure 3.18a) présente un maximum près du centre de la boucle, de l'ordre de  $0.02b_0$  (soit  $20 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  pour  $b_0 = 1 \text{ Mm} \cdot \text{s}^{-1}$ ) tandis que ses valeurs près des pieds de la boucles restent faibles, car elles sont contraintes par le forçage en vitesse, dont l'amplitude est de  $10^{-3}b_0$  (soit  $1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Ce maximum de vitesse au centre correspond à un creusement de la courbe de champ magnétique. En fait, l'énergie totale  $(u_{\text{RMS}}^2 + b_{\text{RMS}}^2)/2$  par unité de longueur de boucle est uniforme le long de la boucle (figure 3.18b), ce qui pourrait être dû à l'absence de stratification dans ce modèle.

On peut aussi remarquer que l'énergie magnétique dans la boucle est environ 10 fois plus importante que l'énergie cinétique : la turbulence est dominée magnétiquement. Cela est effectivement le cas dans la couronne solaire, et

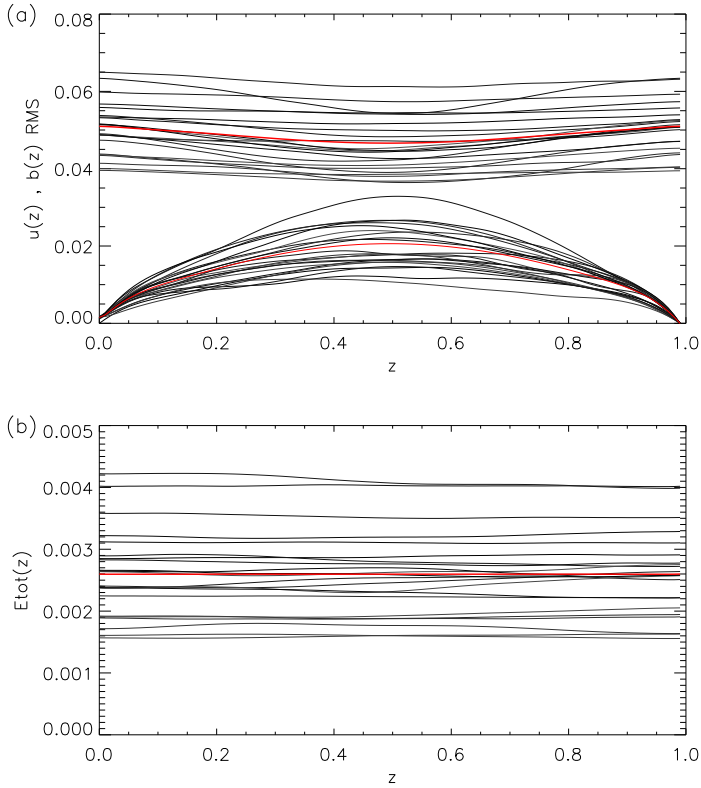


FIG. 3.18: (a) Profils des champs de vitesse et magnétique moyens en fonction de la position le long de la boucle, à différents instants séparés d'environ  $28\tau_A$ , dans la simulation  $\langle 74.4 \rangle$ . Pour chacun des champs, la moyenne sur tous les instants considérés est tracée en trait rouge épais. Dans cette simulation particulière, le forçage est nul à  $z = 1$ , ce qui se traduit par  $u(z = 1) = 0$ . (b) Profils de l'énergie totale en fonction de la position le long de la boucle, à différents instants. Leur moyenne est représentée en rouge. Rappelons que l'unité de vitesse est la vitesse d'Alfvén, qui peut être de l'ordre de  $1 \text{ Mm} \cdot \text{s}^{-1}$ .

cela s'explique par la façon dont l'énergie est injectée dans le système, par les mouvements photosphériques. Einaudi et Velli (1999) ont montré que dans une telle situation, le rapport  $E_b/E_u$  de l'énergie magnétique sur l'énergie cinétique est, en adoptant les notations que j'utilise pour ce shell-model de boucle,  $2(\tau_{NL,max}/\tau_{A,max})^2$ , soit  $2(a b(k_0)/b_0)^{-2}$ , qui est justement de l'ordre de la dizaine.

### 3.3.4 Résultats et analyse statistique

#### Évolution à long terme de l'énergie contenue dans la boucle

Des simulations ont été réalisées sur des durées correspondant à plus de 4000 temps  $\tau_{A,max}$  de propagation de l'onde d'Alfvén le long de la boucle. Au cours de ces simulations, l'énergie totale contenue dans la boucle varie de manière assez importante, à des échelles de l'ordre du temps  $t^*$  de cohérence du forçage (figure 3.20 en haut). Cela provient du fait que le forçage, qui se fait par réflexion partielle des ondes d'Alfvén sur une frontière du domaine sur laquelle le champ de vitesse est imposé, a une puissance soit positive, soit négative, selon les phases relatives du champ de forçage et du champ de l'onde incidente sur cette surface. Au bout d'un temps  $t^*$  la phase du champ de forçage change, et un champ de forçage qui avait une puissance par exemple positive en moyenne, étant donné le champ à l'intérieur de la boucle, peut se transformer en champ de forçage qui a une puissance négative en moyenne. Sur le très long terme par contre (de l'ordre de  $1000\tau_{A,max}$ ), les dissipations d'énergie et l'apport d'énergie par le forçage se compensent en moyenne et l'énergie atteint un état stationnaire.

#### Dissipations d'énergie et fonction de chauffage

L'évolution du modèle nous donne directement la « fonction de chauffage »  $H$ , c'est-à-dire la puissance dissipée dans la boucle en fonction du temps et de la position :

$$H(z, t) = 2 \sum_{i_{\perp}=0}^{n_{\perp}-1} k_{i_{\perp}}^2 \left( \nu u_{i_z, i_{\perp}}^2 + \eta b_{i_z, i_{\perp}}^2 \right) \quad (3.20)$$

où  $i_z$  est le point de la grille de simulation correspondant à la position  $z$  le long de la boucle ( $z = i_z/\delta z$ ). Pour cette quantité, homogène à une puissance par unité de longueur de boucle, le facteur de conversion (section 3.3.1) est  $f_H = f_{\epsilon}/\delta z$ . La fonction de chauffage est utile en tant que fonction d'entrée des modèles hydrodynamiques de boucle (Walsh et Galtier, 2000; Patsourakos *et al.*, 2004). Les petites structures qui y apparaissent (figure 3.19) sont le signe que les petites échelles sont celles qui contribuent le plus au chauffage, ce qui est logique vu le facteur  $k_{i_{\perp}}^2$  des équations (3.20) et (3.12). On peut aussi distinguer dans la fonction de chauffage les traces de structures qui se déplacent à la vitesse d'Alfvén (lignes diagonales de pente  $\pm 1$ ).

La série temporelle de la puissance de dissipation d'énergie dans toute la

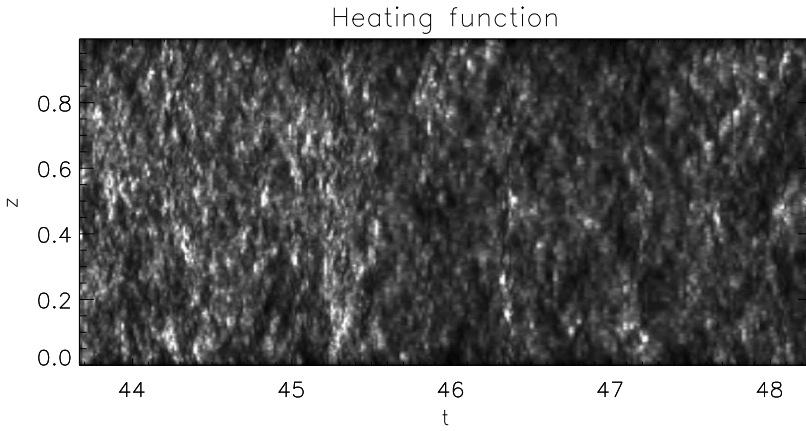


FIG. 3.19: Fonction de chauffage  $H$ , en fonction du temps  $t$  (axe horizontal) et de la position  $z$  le long de la boucle (axe vertical), pour la simulation <51>.

boucle est calculée par

$$\epsilon(t) = 2 \sum_{i_z=0}^{N_z-1} \sum_{i_\perp=0}^{n_\perp-1} k_{i_\perp}^2 \left( \nu |u_{i_z, i_\perp}|^2 + \eta |b_{i_z, i_\perp}|^2 \right) \quad (3.21)$$

Cette série temporelle, dont un aperçu à long terme est montré à la figure 3.20, présente des pics très marqués. L'intermittence de cette série temporelle  $\epsilon$  est indiquée par le fait que les distributions de ses incréments  $\delta_\tau \epsilon$  normalisés par les écarts-types de ces mêmes incréments ont des queues non-gaussiennes d'autant plus grandes que l'échelle de temps  $\tau$  considérée est petite (figure 3.21). Par conséquent, la flatness de la série temporelle (qui est le 4<sup>ème</sup> moment de ces distributions d'incrément) augmente lorsque l'échelle  $\tau$  diminue (figure 3.22 à droite). Les corrélations à long terme dans la série temporelle  $\epsilon$  sont confirmées par sa fonction d'auto-corrélation (figure 3.22 à gauche).

On peut aussi calculer les puissances de dissipations d'énergie magnétique  $\epsilon_b$  ou cinétique  $\epsilon_u$ . On remarque alors que  $\epsilon_u$  et  $\epsilon_b$  sont fortement corrélés (coefficient de corrélation linéaire de 0.96), et que  $\epsilon_b$  est en moyenne 5 fois plus important que  $\epsilon_u$ , comme cela peut être vu à la figure 3.23. La dissipation d'énergie est ainsi dominée par la dissipation d'énergie magnétique, ce qui peut être relié au fait que l'énergie magnétique domine l'énergie cinétique dans la boucle (figure 3.18).

### Distributions d'événements de dissipation

Les forts pics dans la série temporelle de dissipation d'énergie (figure 3.20) nous incitent à chercher des « événements » dans cette série temporelle et à en



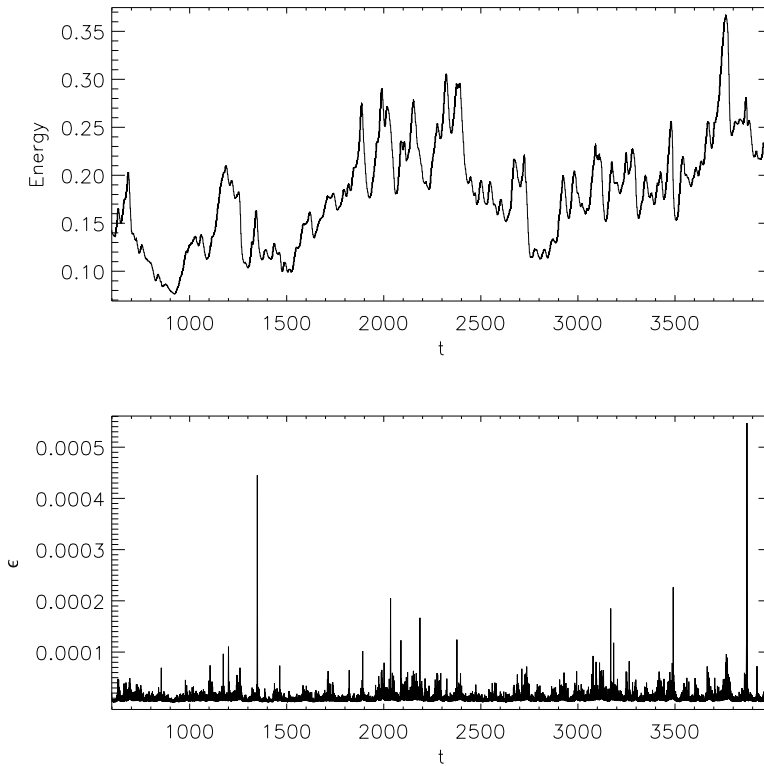


FIG. 3.20: En haut : énergie totale contenue dans la boucle en fonction du temps pour la simulation (74.5). En bas : puissance de dissipation d'énergie aux mêmes instants.

calculer les distributions. Nous définissons<sup>4</sup> un événement par la partie de la série temporelle  $\epsilon(t)$  de la puissance de dissipation d'énergie qui dépasse d'un certain seuil  $\epsilon_{\text{thr}}$ , fixé à la moyenne plus un écart-type de  $\epsilon(t)$ .

Nous obtenons alors notamment des distributions des énergies dissipées au cours des événements et des distributions des temps d'attente, c'est-à-dire les temps calmes entre les événements (figure 3.24). Ces distributions peuvent être ajustées à des lois de puissance, de pentes respectivement 1.96 et 2.27. La pente de la distribution des énergies des événements est plus forte que les pentes de certaines des distributions observées (Crosby *et al.*, 1993; Aletti *et al.*, 2000; Aschwanden *et al.*, 2000) et moins forte que d'autres (Parnell et Jupp, 2000). Sa valeur très proche de l'exposant critique 2 de Hudson (1991) ne permet pas de conclure quant à l'importance de la proportion du chauffage par les nano-éruptions selon le scénario proposé par Parker (1988). Les énergies des plus grands événements obtenus au cours de la simulation, de l'ordre de  $10^{12}$  J en suivant les estimations données par le tableau 3.3, sont plus petites

<sup>4</sup>Une discussion de la manière de définir un événement sera faite au chapitre 5; la définition que nous utilisons ici sera la définition 2 du chapitre 5.

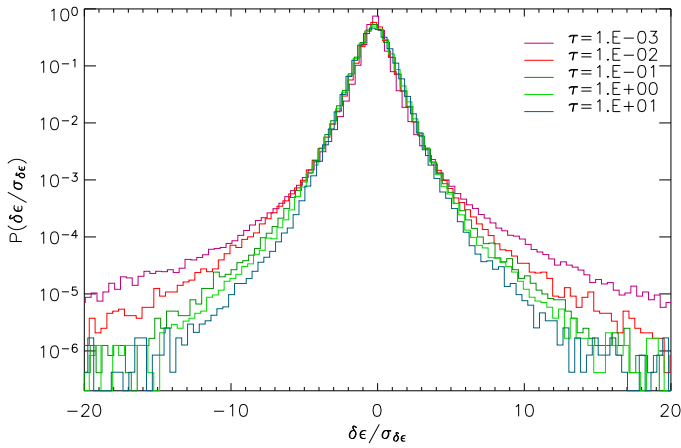


FIG. 3.21: Distributions des incréments  $\delta_\tau \epsilon$  normalisés de la série temporelle de la puissance d'énergie dissipée dans toute la boucle, pour différentes valeurs de l'incrément temporel  $\tau$ , pour la simulation  $\langle 74.4 \rangle$ . La normalisation est effectuée en divisant les incréments  $\delta_\tau \epsilon$  de  $\tau$  donné par leur écart-type  $\sigma_{\delta_\tau \epsilon}$ .

que les plus petites nano-éruptions observables.

La distribution des temps d'attente, qui est une loi de puissance et non une exponentielle, supporte l'hypothèse que les éruptions solaires ne sont pas un processus Poissonien, corroborée par les observations (Boffetta *et al.*, 1999).

### Statistiques dans un plan du modèle

L'expérience acquise avec le modèle d'automate cellulaire nous incite à nous intéresser aux statistiques de l'énergie dissipée uniquement dans une section de la boucle. Le temps de corrélation de la série temporelle  $\epsilon_{30}(t)$  de la puissance de dissipation dans un plan donné (figure 3.25) est beaucoup plus court que le temps de corrélation de série temporelle  $\epsilon$  de la puissance de dissipation totale dans la boucle (figure 3.22). Plus précisément, pour un plan donné, ce temps est de l'ordre de  $10^{-2}$  dans la simulation  $\langle 74.1 \rangle$ , c'est-à-dire le temps  $\tau_{A,\min}$  de propagation de l'onde d'Alfvén entre deux plans successifs : au bout de ce temps, l'information est sortie du plan. Cela suggère, dans le cas du shell-model de boucle, de privilégier l'étude des statistiques concernant la boucle dans son ensemble, soumise à des corrélations de longue durée, plutôt que des statistiques concernant un plan donné.

Ce temps de corrélation de  $\tau_{A,\min}$  se retrouve dans le graphique de la flatness (figure 3.25, à droite) : la flatness de  $\epsilon_{30}$  est quasiment indépendante de l'échelle temporelle, lorsque celle-ci est supérieure à  $\tau_{A,\min}$ . La non-gaussianité de la série temporelle de dissipation reste forte, mais la variation de la flatness lorsque l'échelle diminue est plus faible que dans le cas de la boucle entière. En utilisant une définition assez restrictive de l'intermittence, on peut dire que

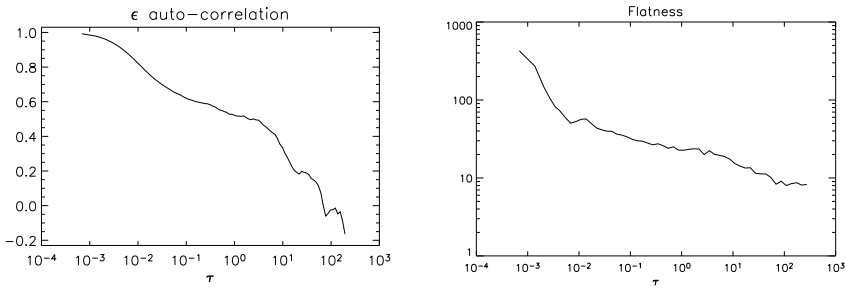


FIG. 3.22: Auto-corrélation temporelle (à gauche) et flatness (à droite) de la série temporelle de dissipation d'énergie dans toute la boucle.

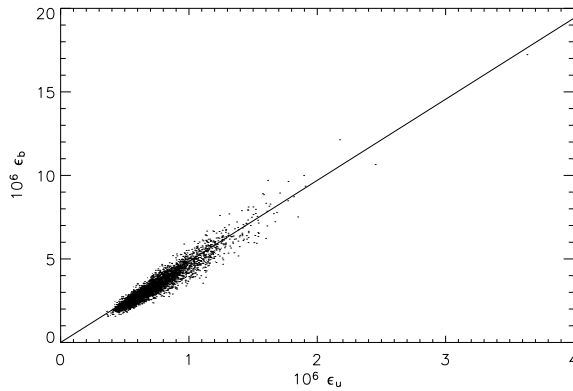


FIG. 3.23: Corrélations entre la puissance  $\epsilon_u$  de dissipation d'énergie magnétique et la puissance  $\epsilon_u$  de dissipation d'énergie cinétique. L'ajustement linéaire a une pente 4.85 et une ordonnée à l'origine négligeable. Seulement 1 point sur 100 a été tracé, et les données de la simulation (74.4) ont été utilisées.

l'intermittence de la série temporelle des dissipations est plus faible dans un plan que dans l'ensemble de la boucle.

La distribution des énergies des événements issus de  $\epsilon_{30}$  est comparée à celle issue de  $\epsilon$  à la figure 3.26 (à gauche). Compte-tenu du nombre de plans présents dans la boucle, il existe des événements proportionnellement plus intenses dans un plan que dans l'ensemble de la boucle. Cela pourrait, comme dans le cas de l'automate cellulaire, être dû à la sommation de différents plans de la boucle. Mais cet effet est plutôt faible, et la forme de la distribution est quasiment inchangée. Contrairement au cas de l'automate cellulaire, il ne semble pas nécessaire de mettre l'accent sur les distributions d'événements issus des dissipations d'énergie qui ont lieu dans un seul plan de la boucle. L'explication pourrait en être que dans le shell-model de boucle, les corrélations entre plans, bien qu'étant de portée faible, sont bien plus importantes que dans l'automate cellulaire (dans lequel la dissipation, même numérique, dans la direction  $z$  de la boucle était inexistante).

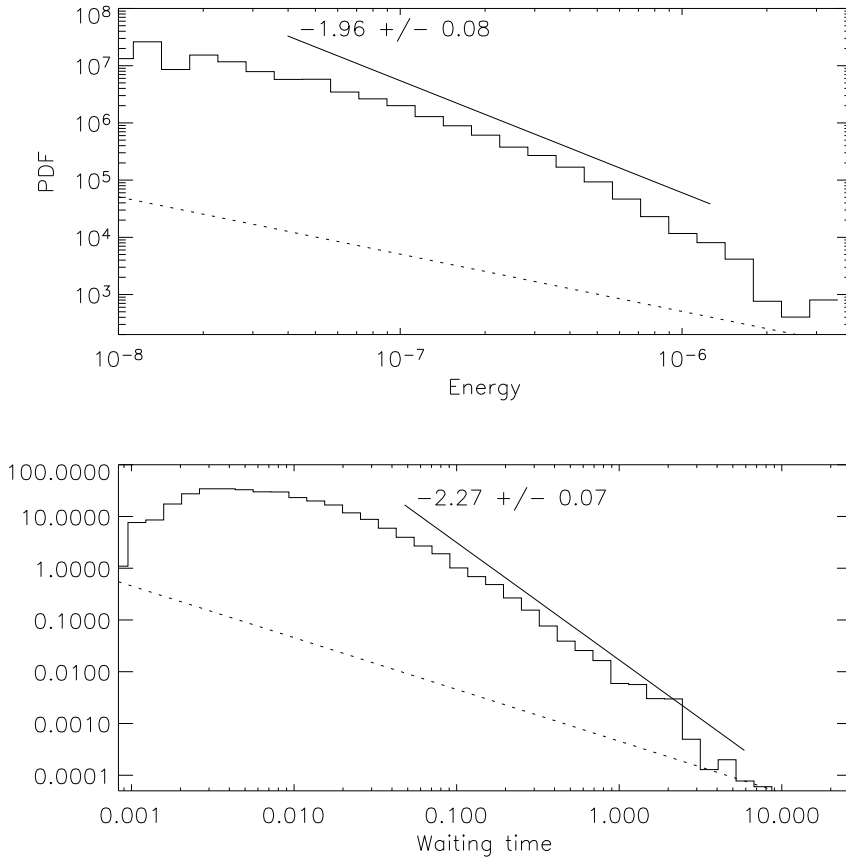


FIG. 3.24: Distributions des énergies des événements (en haut) et des temps d'attente (en bas) des événements obtenus à partir d'une série temporelle de puissance de dissipation d'énergie dans le modèle de boucle pour la simulation  $\langle 74.4 \rangle$ . Les lignes droites sont des ajustements linéaires des distributions en échelles logarithmiques

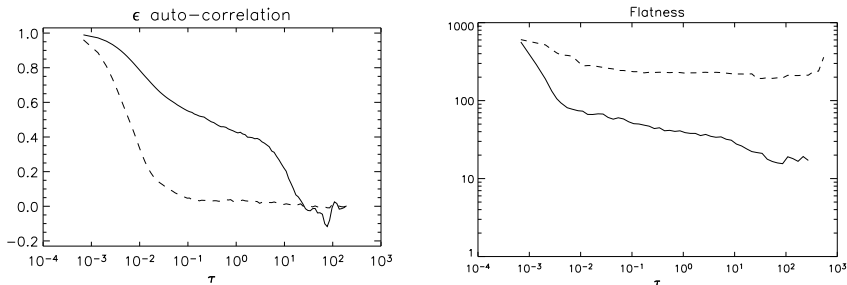


FIG. 3.25: Auto-corrélation temporelle (à gauche) et flatness (à droite) de la série temporelle de dissipation d'énergie dans toute la boucle (trait plein) et dans le plan  $i_z = 30$  (tirets), pour la simulation  $\langle 74.1 \rangle$

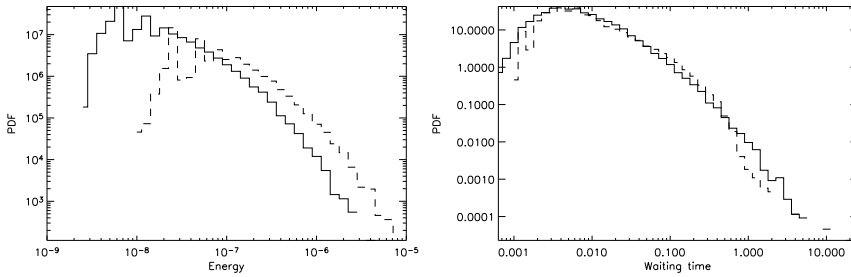


FIG. 3.26: Distributions d'énergie (à gauche) et de temps d'attente (à droite) calculées à partir des séries temporelles de dissipation dans toute la boucle (trait plein) et dans le plan  $i_z = 30$  (tirets), pour la simulation  $\langle 74.1 \rangle$ . La distribution d'énergie dissipée dans un plan a été multipliée par  $N_z = 100$  pour faciliter la comparaison avec la distribution d'énergie dissipée dans l'ensemble de la boucle.

La distribution des temps d'attente des événements (figure 3.26, à droite) est elle quasiment la même pour  $\epsilon$  et  $\epsilon_{30}$ .

### Effet du rapport d'aspect et du coefficient de dissipation sur l'intermittence

Les simulations  $\langle 84 \rangle$  et  $\langle 85 \rangle$ , comparées à la simulation  $\langle 83 \rangle$ , ont été réalisées pour étudier les effets du rapport d'aspect  $a$  et du coefficient de dissipation  $\nu$  (avec  $\eta = \nu$ ) sur l'intermittence : dans la simulation  $\langle 84 \rangle$ , j'ai utilisé  $a = 80$  au lieu de 10 (la boucle, pour une longueur donnée fixée à  $L = 1$ , est 8 fois moins large), et dans la simulation  $\langle 85 \rangle$ , les coefficients de dissipation sont égaux à  $\nu = 10^{-11}$  au lieu de  $10^{-13}$ . Les deux séries temporelles de dissipation d'énergie obtenues sont moins intermittentes que celle obtenue par la simulation  $\langle 83 \rangle$ , prise pour référence : à la figure 3.27, on constate que leurs flatness augmentent peu lorsque l'échelle devient petite.

Dans le premier cas, cette baisse de l'intermittence pourrait être une conséquence de la réduction de l'intervalle inertiel du côté des grandes échelles. Cette constatation, si elle est confirmée, pourrait être utile pour trancher dans le débat sur le nombre de « filaments » (*threads*) indépendants contenus dans une boucle magnétique de la couronne solaire : si ces filaments sont nombreux, les propriétés statistiques de la dissipation d'énergie dans l'ensemble de la boucle doivent correspondre à celles de la somme de nombreuses boucles fines, modélisées par notre shell-model de boucle dans le cas où le rapport d'aspect très grand. Au contraire, si ces filaments sont peu nombreux, voire si la boucle peut être considérée comme étant formée d'un seul filament, la dissipation d'énergie dans la boucle doit correspondre à celle d'un seul shell-model de boucle, dans le cas où le rapport d'aspect est relativement faible.

Dans le deuxième cas, quand le coefficient de dissipation devient plus fort, l'intervalle inertiel est réduit du côté des petites échelles car l'échelle de dissipation (la longueur de Kolmogorov  $\ell_K$ ) augmente. Le comportement que

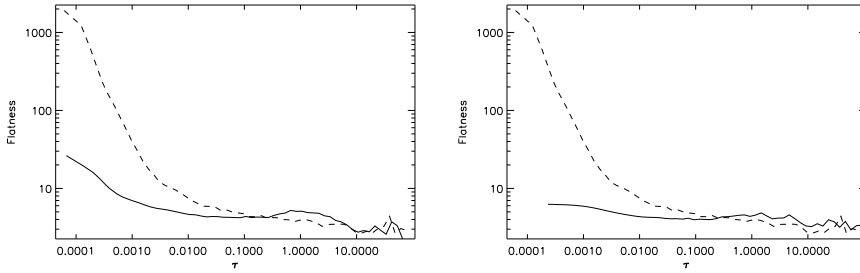


FIG. 3.27: Flatness des séries temporelles de dissipation d'énergie pour la simulation (84) à gauche (rapport d'aspect  $a = 80$  au lieu de 10) et pour la simulation (85) (coefficients de dissipation de  $10^{-11}$  au lieu de  $10^{-13}$ ). Les tirets représentent la flatness de la série temporelle de dissipation de la simulation (83), prise comme référence.

nous observons confirme que l'intermittence peut être d'autant plus importante que le nombre de Reynolds est grand. Dans une boucle, où le nombre de Reynolds est très grand, l'intermittence pourrait être suffisamment importante pour subsister dans les données des observations malgré tous les effets instrumentaux.

### Spectre 2D des champs

Étant donné le champ  $a(k_{\perp}, z)$ ,  $a$  pouvant être  $u, b, Z^+$  ou  $Z^-$ , nous calculons son spectre en fonction de  $k_{\perp}$  et de  $k_{\parallel}$  en faisant une transformée de Fourier dans la direction de  $z$ . Puis nous divisons la densité spectrale d'énergie ainsi obtenue par  $k_{\perp}$  en raison de la géométrie du shell-model (voir la note de la page 57). Nous avons ainsi obtenu un spectre  $|\hat{a}(k_{\perp}, k_{\parallel})|^2 : |\hat{a}(k_{\perp}, k_{\parallel})|^2 dk_{\perp} dk_{\parallel}$  est l'énergie contenue dans un anneau d'épaisseur  $dk_{\parallel}$ , de rayon  $k_{\perp}$  et de largeur  $dk_{\perp}$  dans l'espace de Fourier 3D.

Pour avoir la possibilité de détecter de l'anisotropie dans un tel spectre, nous avons besoin d'avoir des intervalles du même ordre de grandeur en  $k_{\parallel}$  qu'en  $k_{\perp}$ . Autrement dit, lorsque les shell-models couplés que nous utilisons ont  $n_{\perp} = 24$  couches chacun, nous devrions utiliser un nombre de plans de l'ordre de  $N_z = 10^6$  dans la direction de la boucle. L'évolution d'un tel modèle *ab initio* demandant trop de temps de calcul, nous avons commencé par attendre l'état stationnaire d'un modèle avec  $N_z = 1000$ . Puis nous avons interpolé dans la direction  $z$  les champs obtenus, ce qui nous a donné un modèle avec 10 fois plus de plans. Nous avons calculé l'évolution de ce modèle pendant un temps de l'ordre de  $10\tau_{A,\max}$ , de telle façon à ce que les modes de grand  $k_{\parallel}$  que nous avons créés par l'interpolation aient le temps de se remplir, puis nous avons recommencé la procédure d'interpolation.

Après deux itérations de cette procédure, nous obtenons le spectre de la figure 3.28. Ce spectre a été calculé avec un modèle de boucle comptant  $N_z = 10^5$  shell-models couplés. Il comprend 7 ordres de grandeur dans la direction perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  et 5 ordres de grandeurs dans la direction parallèle, ce qui

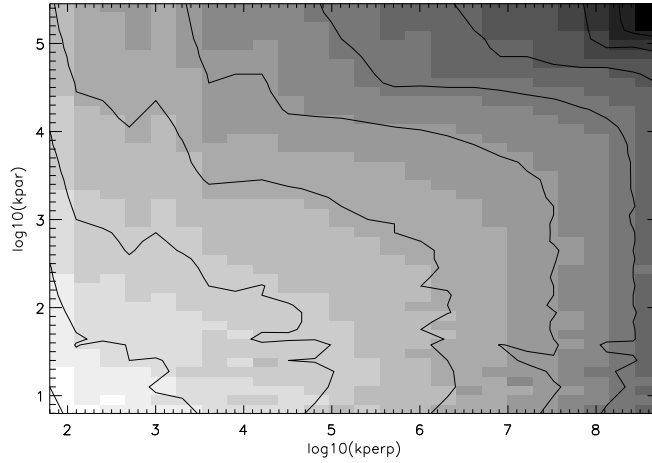


FIG. 3.28: Spectre 2D, dans les directions perpendiculaires et parallèle à la direction de la boucle, du champ d'Elsässer  $Z^+$  à un instant donné de la simulation (74.9.2).

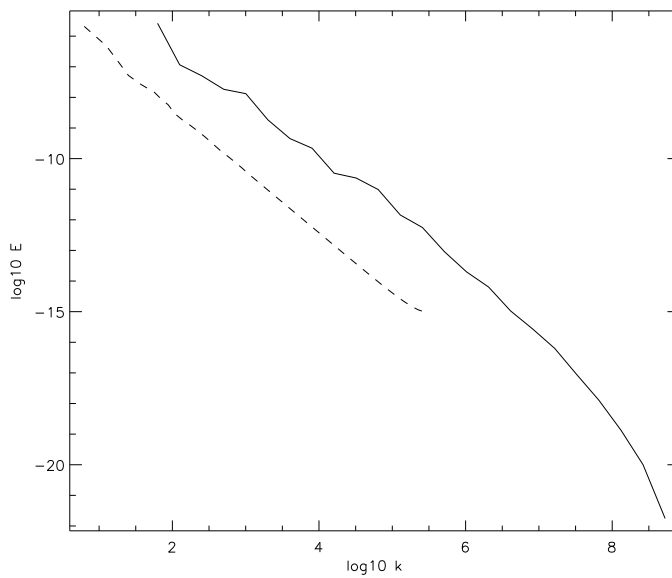


FIG. 3.29: Spectres dans les directions perpendiculaires (trait plein) et parallèle (tirets) à la direction de la boucle, du champ d'Elsässer  $Z^+$  à un instant donné de la simulation (74.9.2).

est bien plus que les 1 à 2 ordres de grandeur dans chaque direction obtenus grâce aux simulations numériques directes (Cho et Vishniac, 2000; Milano *et al.*, 2001; Cho *et al.*, 2002).

Sur ce spectre  $|\hat{a}(k_{\perp}, k_{\parallel})|^2$ , l'effet du forçage sur les modes dont  $k_{\perp}$  est de l'ordre de  $10^3$  est visible. Ce spectre semble légèrement anisotrope, mais lorsqu'on le projette selon les directions  $k_{\parallel}$  et  $k_{\perp}$  (figure 3.29), les deux courbes obtenues ont la même pente, légèrement inférieure à 2 (en valeur absolue).

### 3.3.5 Discussion

Par rapport à l'automate cellulaire, le shell-model a permis d'améliorer la représentation des termes non-linéaires dans le modèle de boucle coronale, et d'augmenter de façon importante la résolution, dans la direction parallèle au champ  $B_0$  et surtout dans la direction perpendiculaire à  $B_0$ . Par rapport aux modèles de MHD, on arrive ainsi à produire des séries temporelles très longues, correspondant à un état turbulent à nombre de Reynolds élevé. Ce modèle a permis d'obtenir de statistiques d'événements conformes aux statistiques attendues, en lois de puissance d'indice de l'ordre de  $-2$ , et dont les énergies montrent qu'il s'agit d'événements encore plus petits que les nano-éruptions observables. De plus, ces événements ne semblent pas Poissoniens, conséquence des corrélations qui pourraient exister entre événements. Enfin, les séries temporelles de puissances de dissipation obtenues sont clairement intermittentes. L'exploration plus poussée de l'espace des paramètres de ce modèle devrait permettre, par la comparaison statistique avec les observations (au niveau des distributions d'énergie et de temps d'attentes des événements, ou grâce à l'intermittence), de contraindre les paramètres du chauffage turbulent dans la couronne.





# Observations statistiques du Soleil

---

4.1	Introduction . . . . .	73
4.2	L'instrument SUMER et les données . . . . .	75
4.3	Méthode de traitement des données . . . . .	78
4.4	Statistiques d'événements . . . . .	89
4.5	Recherche de turbulence et d'intermittence . . . . .	94
4.6	Possibilités d'autres instruments . . . . .	97

## 4.1 Introduction

De nombreuses observations ont déjà été réalisées pour essayer de comprendre les processus physiques impliqués dans le chauffage de la couronne solaire. Les observations visant à obtenir des diagnostics de quantités physiques (température, densité, vitesses, champs magnétiques...) participent ainsi à cet effort : les valeurs obtenues peuvent être compatibles ou non avec certains types de chauffage, soit en tant que donnée d'entrée d'un modèle de chauffage, soit en tant que donnée produite par un modèle de chauffage. Ces diagnostics de la couronne ont ainsi donné les résultats exposés dans le chapitre d'introduction, qui servent de base à toute la problématique du chauffage (température, nombre de Reynolds, largeur non thermique, altitude de réfraction des ondes...).

Du point de vue statistique, nous retiendrons trois types d'études :

- les statistiques d'événements déterminés à partir d'images de l'instrument EIT sur SOHO ou à partir d'images de TRACE
- les spectres des champs, réalisés pour démontrer la présence de *turbulence*
- les statistiques démontrant l'*intermittence* du champ magnétique ou du champ d'intensité.

### 4.1.1 Événements.

Aletti *et al.* (2000) a utilisé des images de EIT à la longueur d'onde de 19.5 nm (raie d'émission de l'ion Fe XII avec un maximum d'émission à la température de 1.5 MK). Un seuil d'intensité a été fixé, et un événement a été défini comme une partie connexe de l'image dont l'intensité dépassait le seuil. Les intensités totales contenues dans la zone associée à chaque événement sont alors distribuées en loi de puissance d'indice  $-1.2$  sur deux à trois ordres de grandeur. Une autre étude réalisée sur des données de EIT (Berghmans *et al.*, 1998), qui utilise également l'information temporelle contenue dans la succession d'images, donne une distribution d'énergie en loi de puissance de pente  $-1.9$ .

Dans Parnell et Jupp (2000), des images de TRACE dans les longueurs d'onde de 19.5nm (Fe XII) et de 17.3nm (Fe IX/X) ont été utilisées. Dans chaque longueur d'onde, les images étaient séparées de moins de 2 min, ce qui permet de définir un événement comme une zone connexe (dans les dimensions d'espace et la dimension de temps) de l'ensemble des pixels qui présentent des variations significatives au cours du temps. Les distributions d'énergies obtenues, en utilisant différents seuils et différentes hypothèses pour déterminer l'énergie des événements en fonction des variations d'intensité de l'image, sont des lois de puissance d'indice  $-2$  à  $-2.4$  sur trois ordres de grandeur. Remarquons dès à présent que les distributions des énergies des événements dépendent de l'auteur, et donc de la méthodologie utilisée. Une réflexion sur l'effet de la définition des événements sur leur distribution sera ainsi menée au chapitre suivant.

Dans ces trois cas, ainsi que dans le cas d'autres études comme celles d'Aschwanden *et al.* (2000), les données ont été obtenues par des instruments qui sont des télescopes munis d'un filtre passe-bande en longueur d'onde. Cette technique est utile en imagerie, mais les intensités obtenues ne sont pas strictement égales aux intensités réelles dans les raies considérées : la raie peut être décalée par rapport au centre de l'intervalle de longueur d'onde du filtre passe-bande, une raie parasite peut être vue dans cet intervalle... Nous voulons ici comparer ces statistiques d'événements à des statistiques obtenues à partir de nouvelles données *spectroscopiques* de l'instrument SUMER à bord de SoHO.

### 4.1.2 Turbulence

La recherche de turbulence peut passer par l'étude des spectres de Fourier des champs observés. Lorsque ces spectres sont isotropes, ils sont le plus souvent intégrés dans toutes les directions, pour obtenir un spectre unidimensionnel. De telles études ont été réalisées sur des images d'intensité en rayons X produites par Yohkoh/SXT : Martens et Gomez (1992) et Benz *et al.* (1997) trouvent des spectres en loi de puissance d'indice  $-2.5$  à  $-2.7$ . Sur des images en UV de SoHO/EIT, Berghmans *et al.* (1998) trouvent une loi de puissance d'indice  $-2.5$  dans la raie du Fe XII, et une courbe qui n'est pas une loi de

puissance (sa pente varie entre 0 et  $-4.2$ ) dans la raie de He II. D'autre part, Espagnet *et al.* (1993) par exemple ont fait le même type d'étude au niveau de la photosphère, en lumière visible, et ont trouvé un spectre de pente de l'ordre de  $-5/3$  à l'échelle des granules photosphériques (1 Mm).

Ces spectres nous renseignent sur l'existence de différentes échelles, et sur leurs importances relatives, mais il faut remarquer qu'ils ne peuvent pas être directement comparés au « spectre de Kolmogorov » de pente  $-5/3$ , qui est un spectre du champ de vitesse. On peut cependant trouver des relations entre les exposants des spectres de vitesse  $\alpha_v$ , de champ magnétique  $\alpha_b$  et d'émission  $\alpha$  ( $\alpha = 2\alpha_b + \alpha_v - 2$  d'après Gomez *et al.*, 1993, ces exposants étant considérés comme positifs). Nous essaierons dans ce chapitre d'obtenir directement le spectre d'un champ de vitesse.

Notons qu'une telle étude du spectre d'un champ de vitesse a été réalisée par Miville-Deschênes *et al.* (2003) dans le cas du milieu interstellaire, dans la raie de l'hydrogène neutre à 21 cm : le spectre obtenu est cohérent avec un spectre de turbulence de Kolmogorov (1941).

### 4.1.3 Intermittence.

Abramenko *et al.* (2002) ont trouvé que les exposants des fonctions de structure transverses du champ magnétique dans les régions actives ne suivent pas une fonction linéaire de l'indice de la fonction de structure, ce qui permet de conclure en faveur du caractère intermittent de la turbulence dans ces régions. De plus, l'intermittence semble d'autant plus forte que le niveau d'activité est fort.

Par ailleurs, les séries temporelles d'intensité (courbes de lumière) dans les raies Ne VIII 77.04 nm et surtout O IV 79.02 nm présentent une flatness<sup>1</sup> dont les grandes valeurs aux petites échelles sont un signe d'intermittence (Patsourakos et Vial, 2002).

Nous chercherons à compléter ces résultats sur l'intermittence des champs magnétiques et des champs d'intensité par des résultats sur l'intermittence du champ de vitesse.

## 4.2 L'instrument SUMER et les données

### 4.2.1 L'instrument

SUMER (Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation) est l'un des 12 instruments du satellite SoHO (Solar and Heliospheric Observatory), en « orbite » autour du point de Lagrange L1 du système Terre-Soleil. SoHO est ainsi à 1.5 millions de kilomètres de la Terre, en direction du Soleil, et peut observer celui-ci en permanence. SUMER est un spectroscopie à fente,

<sup>1</sup>Dans cet article, la flatness est calculée par la Local Intermittency Measure et non par les fonctions de structure (voir la section 2.2.2).

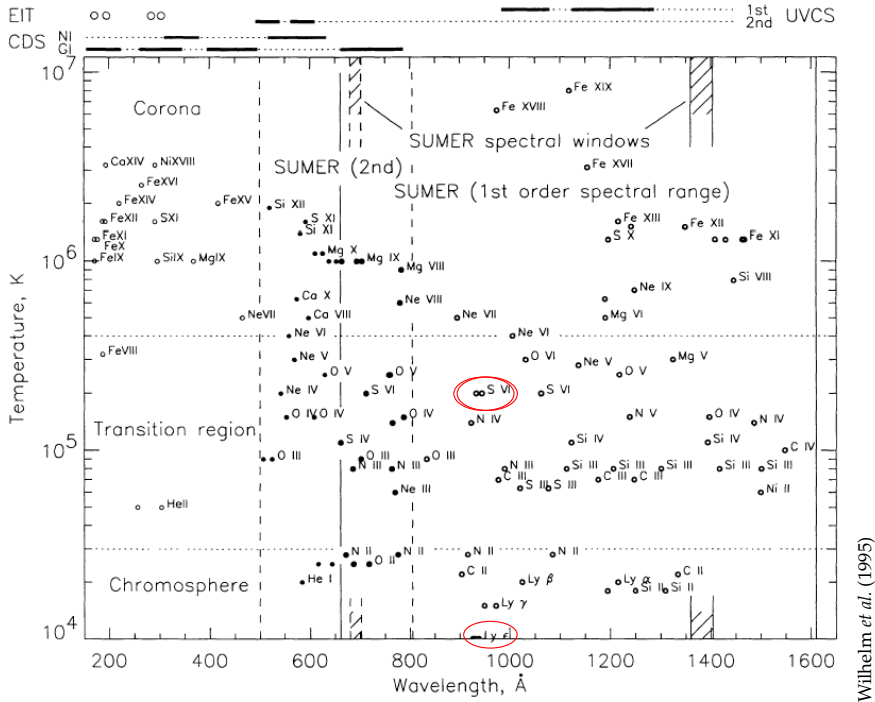


FIG. 4.1: Raies pouvant être observées par SUMER, en fonction de leur longueur d'onde et de leur température d'émission maximale. Les raies que nous avons utilisées sont entourées en rouge : S VI 93.3 nm, S VI 94.4 nm, Ly  $\epsilon$ . Les zones hachurées sont des exemples d'intervalles de longueur d'onde qu'il est possible d'étudier au cours d'une même observation (sans changer le réglage en longueur d'onde).

dans lequel les différentes longueurs d'ondes sont séparées par un réseau de diffraction. Les spectres obtenus sont recueillis par deux détecteurs, appelés A et B, qui sont des CCD de 360 pixels dans la direction spatiale (la direction de la fente) fois 1024 pixels dans la direction de dispersion (axe des longueurs d'onde). L'instrument a ainsi accès aux longueurs d'onde de 39 à 80.5 nm (A) et 33 à 75 nm (B) au deuxième ordre de dispersion, ainsi qu'aux longueurs d'onde doubles de celles-ci (78 à 161 nm et 66 à 150 nm) au premier ordre. Ces longueurs d'onde de l'ultraviolet contiennent un ensemble de raies dont les températures d'émission couvrent quasiment toutes la gamme de températures que peut prendre la matière coronale. La description complète de SUMER peut être trouvée dans Wilhelm *et al.* (1995).

## 4.2.2 Données utilisées

Les données que nous utiliserons sont un ensemble de 36 images du Soleil entier réalisées en 1996 par Philippe Lemaire, alors que le cycle solaire était dans une période calme. Elle proviennent de l'archive du centre de données et d'opérations MEDOC, à l'IAS. Les images du Soleil entier ont été obtenues avec

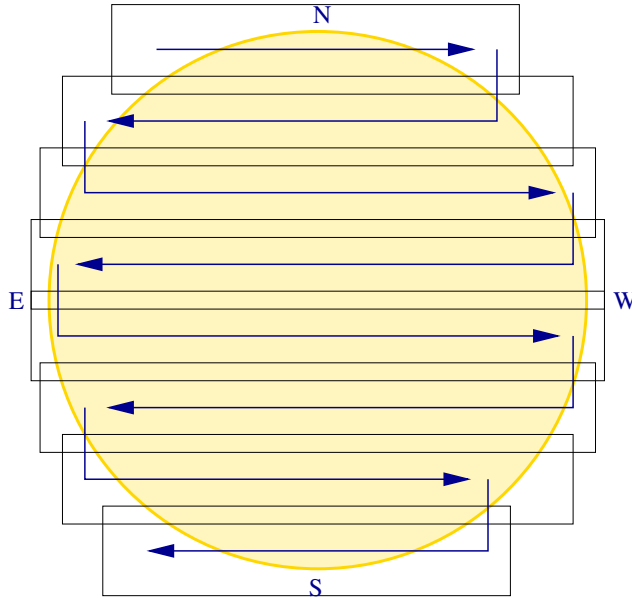


FIG. 4.2: Exemple de déplacements de la fente de SUMER au cours d'une observation du Soleil entier. Chaque bande a 300 arcsec de large (hauteur de la fente) et est séparée de la précédente par 270 arcsec en moyenne. Les positions successives de la fente au cours du balayage d'une bande sont séparées de 1.52 arcsec. Le sens de parcours du Soleil entier dépend en fait de la position de la fente au début de l'observation.

le détecteur A par 8 balayages de la fente numéro 2 (de taille  $1 \times 300$  arcsec<sup>2</sup>), superposés dans la direction Nord-Sud comme montré à la figure 4.2. Le temps d'exposition était de 3s et, pour la plupart des observations, la fente se déplaçait de 4 pas élémentaires (soit 1.52 arcsec) dans la direction Est-Ouest entre chaque exposition.

Au cours de ces observations ce ne sont pas les spectres (images du détecteur ou de parties du détecteur) qui ont été enregistrés, mais uniquement certains paramètres des raies S VI, formées dans la région de transition, aux alentours de 200 000 K, et Ly  $\epsilon$ , formée dans la haute chromosphère. Ces paramètres ont été calculés à bord, par SUMER lui-même. Nous avons ainsi perdu de l'information sur les spectres complets, mais vu la haute résolution de 1.5 arcsec<sup>2</sup>, cette méthode présente l'avantage de permettre d'obtenir beaucoup plus rapidement (9 h) et en transmettant beaucoup moins de données (de l'ordre de 10 Mo) des cartes du Soleil entier dans les paramètres de raies choisis. De plus, ces mesures restent spectroscopiques. Les paramètres, ou « moments », des raies ainsi obtenus sont :

- (1) l'intensité au pic, (2) le décalage Doppler, et (3) la largeur de la raie S VI 93.3 nm (transition  $2p^6 3s^2 S_{1/2} - 2p^6 3p^2 P_{3/2}$  à 93.340 nm, de radiance moyenne  $0.57 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$ ),
- (4) l'intensité intégrée de la raie Ly  $\epsilon$  (transition  $1s^2 S_{1/2} - 6p^2 P_{3/2}$  à 93.780 nm, de radiance moyenne  $1.07 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$ ),

- (5) l'intensité intégrée de la raie S VI 94.4 nm (transition  $2p^63s^2S_{1/2} - 2p^63p^2P_{1/2}$  à 94.455 nm, de radiance moyenne  $0.29 \text{ W m}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{nm}^{-1}$ )

Les données spectroscopiques et les radiances moyennes, données pour le Soleil calme, sont extraites de Curdt *et al.* (2001). La largeur (moment 2) est la largeur de l'intervalle sur lequel le profil reste supérieur à la moitié de la valeur au pic, et le décalage Doppler (moment 1) est la position du milieu de cet intervalle.

Les données de chacun de ces moments ont ensuite été compressées à bord de SoHO, puis décompressées au sol, avant d'être enregistrées. Le détail de la compression est donné en annexe C.

À cause de la perte d'information sur les spectres il est impossible de vérifier que chaque paramètre a été correctement calculé, mais la construction de l'instrument (en particulier l'absence d'impacts de rayons cosmiques sur les détecteurs) fait que cette méthode semble plutôt robuste. Des spectres de contexte ont néanmoins été enregistrés, comme celui de la figure 4.3, dans lesquels on retrouve les raies du S VI et les raies 4 à 12 de la série de Lyman de l'hydrogène.

### 4.3 Méthode de traitement des données

Les observations étant anciennes, certaines informations sur le programme d'observation n'ont pas été retrouvées. Il a donc d'abord fallu retrouver l'orientation des images, qui n'est pas la même pour toutes (pour cela, nous avons utilisé les informations de pointage contenues dans les en-têtes et la forme du limbe). À certaines dates, l'ordre des moments était aussi inversé, ce qui pouvait nous faire confondre les moments 1 et 5 par exemple. Enfin, il s'est avéré utile de vérifier les paramètres de compression des données, qui sont inclus dans les en-têtes des fichiers.

#### 4.3.1 Correction des données

Les données sont habituellement corrigées des effets de courant d'obscurité (*dark current*), d'uniformité du détecteur (*flat field*) et de distorsion des raies à l'aide des routines standard. Mais celles-ci ne peuvent pas être appliquées dans notre cas, où les images du détecteur ne sont pas disponibles. Nous devons donc nous contenter de corriger les effets systématiques visibles sur les données.

Pour cela, nous faisons les moyennes, pour chaque moment et pour chaque pixel dans la direction de la fente, des valeurs obtenues à différentes dates et à différentes positions de balayage de la fente, en prenant soin d'exclure les structures particulières comme les régions actives. En supposant que les petites structures que nous n'avons pas éliminées ont un effet négligeable sur cette moyenne, les courbes ainsi obtenues (figure 4.4) montrent alors des effets systématiques, qui peuvent être attribués à l'instrument et au détecteur :

Nom	Date	Début	Fin	Remarques
0401	1996/04/01	12:30:43	17:20:57	1
0407	1996/04/07	20:24:54	04:56:18	
0414	1996/04/14	01:02:49	09:34:15	
0418	1996/04/18	20:11:39	04:43:05	
0424	1996/04/24	11:08:45	19:40:12	
0429	1996/04/29	01:26:38	09:58:03	
0504	1996/05/04	07:43:09	16:14:36	
0508	1996/05/08	05:09:03	13:40:28	
0512	1996/05/12	23:02:03	07:33:28	AR
0517	1996/05/17	00:47:02	08:32:43	P1
0524	1996/05/24	08:57:22	17:28:48	P1
0528	1996/05/28	12:39:04	21:10:29	P1
0603	1996/06/03	21:13:56	05:45:21	P1
0608	1996/06/08	21:10:31	05:41:56	P2
0612	1996/06/12	16:12:47	00:44:13	P1
0616	1996/06/16	22:41:43	07:13:10	
0621	1996/06/21	22:48:43	07:20:10	P3
0701	1996/07/01	19:42:26	04:13:48	P3
0706	1996/07/06	22:09:36	06:41:02	AR P2
0711	1996/07/11	17:44:09	02:15:35	
0716	1996/07/16	19:13:27	03:44:49	P2
0721	1996/07/21	18:38:19	03:09:48	
0726	1996/07/26	00:19:04	08:50:28	
0801	1996/08/01	21:07:56	05:39:21	AR
0806	1996/08/06	19:14:26	00:04:04	1
0811	1996/08/11	16:19:29	00:50:53	AR
0814	1996/08/14	06:07:09	14:05:05	P3
0816	1996/08/16	20:28:22	04:59:45	AR P2
0821	1996/08/21	14:41:18	23:12:42	P2
0828	1996/08/28	09:52:13	12:53:48	AR P3
0902	1996/09/02	00:11:00	08:42:22	P3
0906	1996/09/06	04:23:15	12:54:41	
0913	1996/09/13	21:36:32	06:07:58	P3
0924	1996/09/24	15:22:43	23:53:26	AR
0930	1996/09/30	22:02:21	06:33:47	
1005	1996/10/05	04:42:48	13:14:14	

TAB. 4.1: Liste des observations du Soleil entier réalisées en 1996. Le nom de chaque observation reprend les deux chiffres du mois et les deux chiffres du jour du début de l'observation. Certaines observations se terminent le lendemain du jour où elles ont commencé. AR : région active dans le champ central; P1 : quelques problèmes de pointage ou de données manquantes n'affectant pas le champ central; P2 : ces problèmes peuvent affecter le champ central; P3 : image difficilement exploitable en raison d'importants problèmes de pointage ou de données perdues; 1 : image dont le pas dans la direction Est-Ouest est 1.14 arcsec (3 pas élémentaires) au lieu de 1.52 arcsec (4 pas élémentaires).



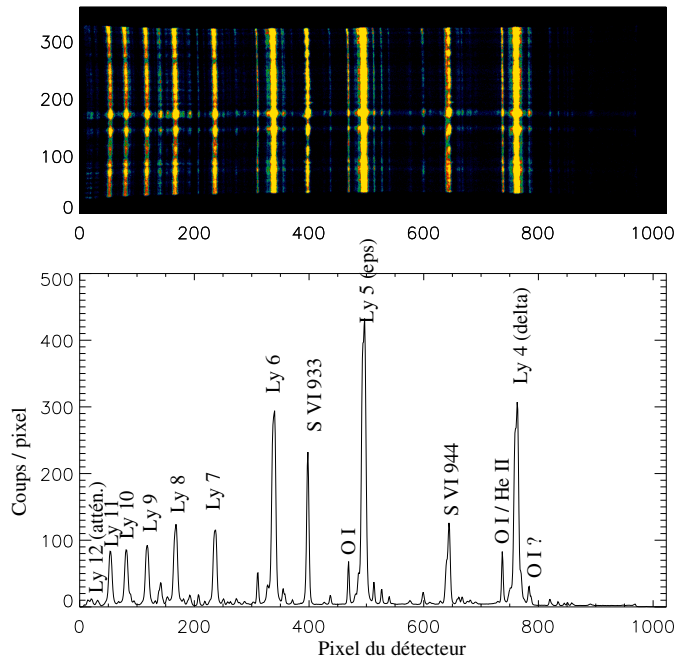


FIG. 4.3: En haut : spectre de contexte (détecteur A en entier), pris le 4 mai 1996 à 7h32 TU. En bas : nombre de coups par pixel, moyenné entre les pixels 50 et 299 du détecteur dans la direction de la fente. On reconnaît les raies de S VI et la série de Lyman de l'hydrogène.

- les intensités (moments 1, 4 et 5) montrent surtout un motif de période deux pixels, indiquant qu'une ligne sur deux du détecteur est moins sensible que l'autre<sup>2</sup>. L'ensemble des effets sur l'intensité est compensé en divisant les images par ce profil moyen.
- le décalage Doppler (moment 2) varie lentement d'un bord à l'autre du détecteur, ce qui peut être attribué à la distorsion. Nous compensons cet effet en soustrayant ce profil aux images.
- la largeur de raie (moment 3) montre, comme les moments d'intensité, un motif de largeur 2, que nous corrigeons en soustrayant des images les écarts à la moyenne de ce profil.

### 4.3.2 Estimations du bruit

Les spectres de contexte, comme celui de la figure 4.3, montrent que les maximums des profils des raies que nous utilisons sont de plusieurs centaines

<sup>2</sup>C'est un effet connu de l'électronique de SUMER.

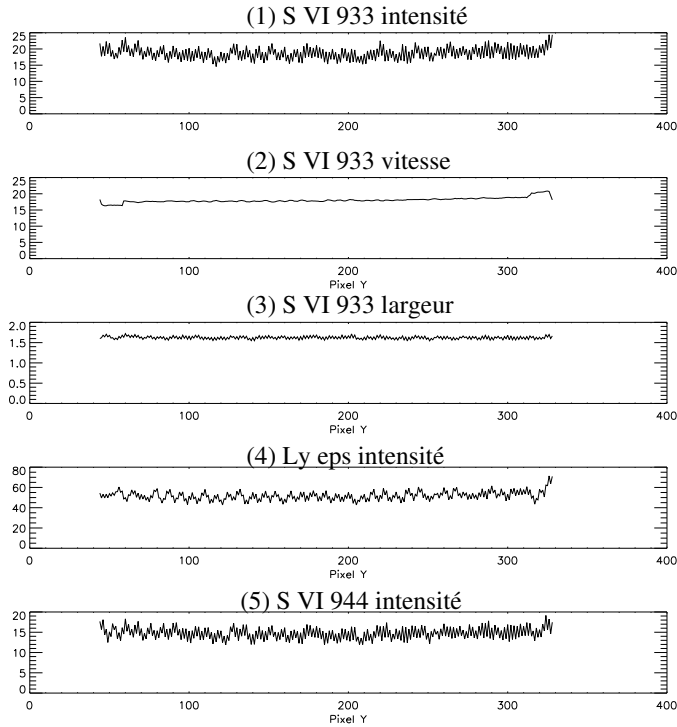


FIG. 4.4: Profils moyens le long de la fente, pour chacun des 5 moments, sur toutes les images (structures particulières exclues).

de coups par pixel, pour un temps de pose de 300 s. Mais les données du Soleil entier ont été produites avec un temps de pose de 3 s, ce qui réduit considérablement le nombre coups reçus sur le détecteur.

J'ai réalisé des simulations pour estimer le bruit de photons correspondant, en négligeant le bruit du détecteur lui-même (de l'ordre de  $10^{-4}$  coups  $s^{-1}$  pixel $^{-1}$ ), en partant d'un profil gaussien. L'amplitude de ce profil est choisie dans l'intervalle d'amplitude déduit des spectres de contexte, et j'y ai ajouté un arrière-plan de 0.1 coups/pixel (lui aussi déduit des spectres de contexte). La simulation de Monte Carlo donne alors les écarts-types de l'intensité au pic, du décalage Doppler, de la largeur et de l'intensité intégrée dans la raie en fonction de son amplitude (figure 4.6).

Pour une raie dont le maximum est à 4 coups/pixel par exemple, le bruit sera de :

- 1.28 coups sur le nombre de coups au pic (tel le moment 1),
- 1.64 pixels sur le décalage Doppler (tel le moment 2),
- 1.77 pixels sur la largeur (tel le moment 3),
- 8.4 coups sur l'intensité intégrée (tels les moments 4 et 5).

Les valeurs du bruit sur le décalage Doppler en fonction de l'amplitude de la raie sont cohérentes avec les sensibilités publiées au moment de la préparation

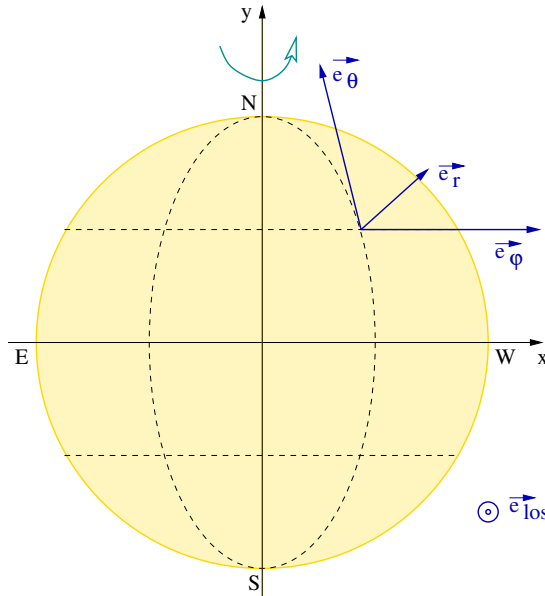


FIG. 4.5: Coordonnées solaires utilisées, suivant les conventions habituelles de la physique solaire ; en particulier, l'ouest ( $x > 0$ ) est à droite.

de la mission (Wilhelm *et al.*, 1989). Parmi les données que nous utiliserons (intensité et vitesse de S VI 93.3 nm), le bruit est le plus gênant pour le moment (2) : comme cela peut être constaté sur la figure 4.7, la plus grande partie de la dispersion des données du moment (2) peut malheureusement être attribuée au bruit. L'exploitation statistique de ce moment sera par conséquent difficile.

### 4.3.3 Comparaison à des profils théoriques

Nous allons comparer les profils moyens de vitesse (projetée le long de la ligne de visée) et d'intensité le long de l'équateur solaire à des profils théoriques, pour vérifier la cohérence des données et pour ensuite tenter de les calibrer. Pour cela, il faut d'abord remarquer que la taille apparente du Soleil varie au cours de l'année, sous l'effet de l'excentricité de l'orbite de SoHO autour du Soleil, due essentiellement à l'excentricité de l'orbite terrestre : la Terre est plus proche du Soleil pendant l'hiver de son hémisphère Nord que pendant l'été. Au cours de la période d'observation, la position du limbe, le bord du disque solaire, varie d'environ 1.5% (figure 4.8), ce qui est compatible avec l'excentricité de 0.01677 de l'orbite terrestre<sup>3</sup>. Afin de calculer les profils moyens, le rayon apparent du Soleil à chaque date sera normalisé à 960 arcsec.

<sup>3</sup>Pour une comparaison plus précise, il faudrait avoir des données en hiver, et tenir compte du mouvement propre de SoHO autour du point de Lagrange L1 Terre-Soleil.

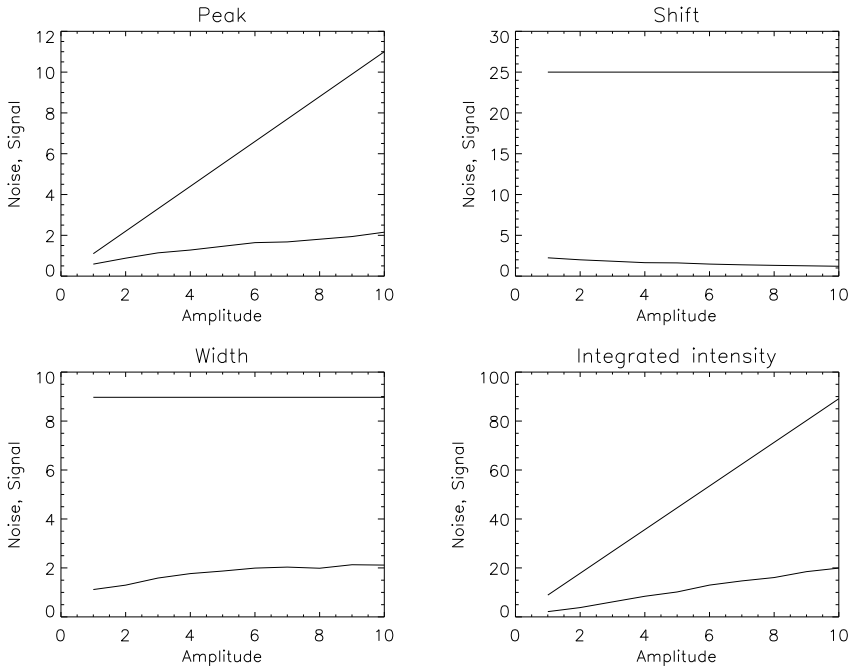


FIG. 4.6: Bruit et signal pour les paramètres d'intensité au pic, de décalage Doppler, de largeur et d'intensité intégrée, en fonction de l'amplitude de la gaussienne utilisée dans la simulation de Monte-Carlo.

### Intensités.

Les raies de S VI étant optiquement minces, en les supposant émises dans une coquille sphérique d'épaisseur faible, on peut utiliser un modèle plan-parallèle et l'intensité doit être proportionnelle à la quantité  $1/\mu$  définie sur le schéma de la figure 4.9 :  $\mu$  est le cosinus de l'angle  $\alpha$  entre la ligne de visée et la normale à la surface émettrice du Soleil. Cette loi en  $1/\mu$  se traduit par un embrillancement au bord du disque solaire, visible sur les images du Soleil dans les raies optiquement minces<sup>4</sup>.

Le profil moyen du moment (1) (intensité en S VI 93.3 nm) est montré à la figure 4.10. Ce profil a été ajusté à une fonction  $I = I_{bg} + I_0/\mu$ , avec, le long de l'équateur solaire,  $\mu = \sqrt{1 - (x/R)^2}$ . L'ajustement donne  $I_{bg} = 2.50$  et  $I_0 = 13.96$  avec  $\chi^2 = 1.4$ .

### Vitesses.

On appelle  $\theta$  et  $\varphi$  respectivement la latitude et la longitude héliographiques. On suppose que le Soleil est une sphère de rayon  $R$ , qui tourne à une vitesse

<sup>4</sup>La singularité de  $1/\mu$  au limbe ( $\mu = 0$ ) est évitée car le modèle n'est plus valide car la profondeur optique devient importante près du limbe.

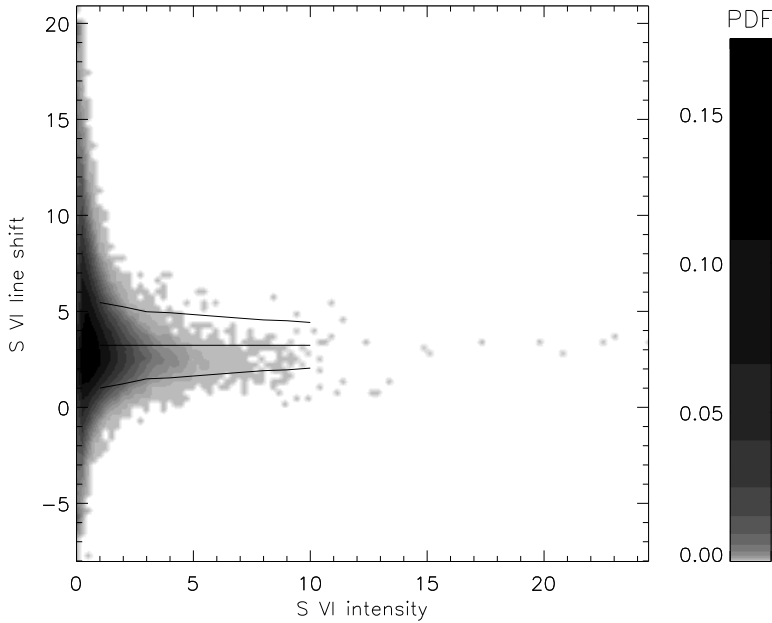


FIG. 4.7: Nuage des points dont les coordonnées sont le moment (1) (intensité S VI 93.3 nm) et le moment (2) (décalage S VI 93.3 nm), présenté sous la forme d'une distribution de probabilité à deux dimensions, en unités des données. La ligne horizontale superposée à cette distribution représente la médiane du moment (2), et les deux autres lignes la médiane plus ou moins l'écart-type du bruit provenant de la figure 4.6 (tracé en fonction de l'amplitude de la raie, en supposant que le bruit sur cette amplitude est nul).

angulaire  $\Omega(\theta)$  autour d'un axe Nord-Sud (le point d'observation étant dans le plan équatorial du Soleil<sup>5</sup>), et à la surface de laquelle la matière est éjectée à une vitesse radiale  $u(\theta, \varphi)$ . La vitesse observée projetée sur la ligne de visée est alors :

$$v_{\text{los}} = -\Omega(\theta) \cdot R \cos \theta \cdot \sin \varphi + u(\theta, \varphi) \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi \quad (4.1)$$

$$= -\Omega(\theta) \cdot x + u(\theta, \varphi) \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2}} \quad (4.2)$$

où  $x = R \cos \theta \cdot \sin \varphi$  et  $y = R \sin \theta$  sont les coordonnées héliocentriques.

Le profil moyen du moment (2) (décalage Doppler de S VI 93.3 nm) le long de l'équateur, présenté à la figure 4.11, peut être ajusté à une telle fonction. Le nombre important d'images et de pixels utilisés pour faire cette moyenne supprime *a priori* une grande partie du bruit. Les paramètres de l'ajustement, réalisé le long de l'équateur ( $y = 0, \theta = 0$ ) avec un  $\chi^2 = 8 \cdot 10^{-3}$ , sont  $\Omega = (-5 \pm 5) \cdot 10^{-5}$  vu/arcsec et  $u = 1.8 \pm 0.1$  vu, où vu est l'unité de vitesse des

<sup>5</sup>On suppose donc que l'axe de rotation du Soleil est dans le plan du ciel.

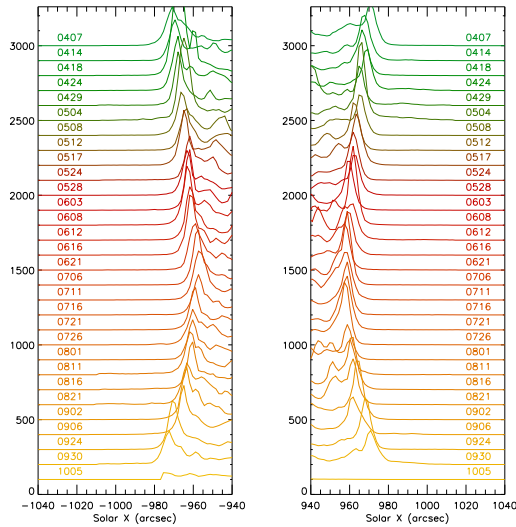


FIG. 4.8: Profil d'intensité de S VI 93.3 nm dans une bande de 100 pixels autour de l'équateur en fonction de la date d'observation. Les unités d'intensité sont celles des données, et chaque profil est décalé de 100 unités par rapport au précédent. Les unités de position le long de l'équateur correspondent à la coordonnée  $x$  définie à la figure 4.5. Ces profils sont utilisés pour déterminer la taille du Soleil, dont il sera tenu compte pour calculer les profils moyens impliquant des observations à différentes dates.

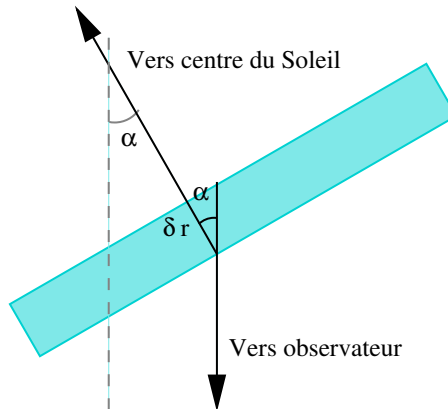


FIG. 4.9: Principe de l'embrillancement au bord :  $\delta r$  est l'épaisseur de la couche émettrice, faible devant le rayon solaire, et  $\alpha$  est l'angle entre la direction du centre du Soleil (par rapport au point considéré) et la direction de l'observateur. Tant que les profondeurs optiques restent faibles (donc que  $\cos \alpha$  n'est pas trop petit), l'intensité observée est proportionnelle à l'épaisseur de la couche projetée sur la ligne de visée, c'est-à-dire à  $1/\mu = 1/\cos \alpha$ .

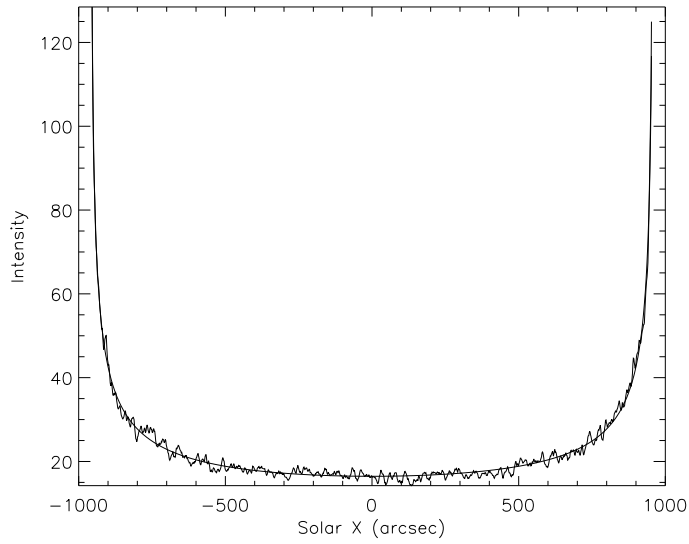


FIG. 4.10: Profil moyen d'intensité dans la raie S VI 93.3 nm le long de l'équateur, ajusté à la courbe théorique  $1/\mu$ .

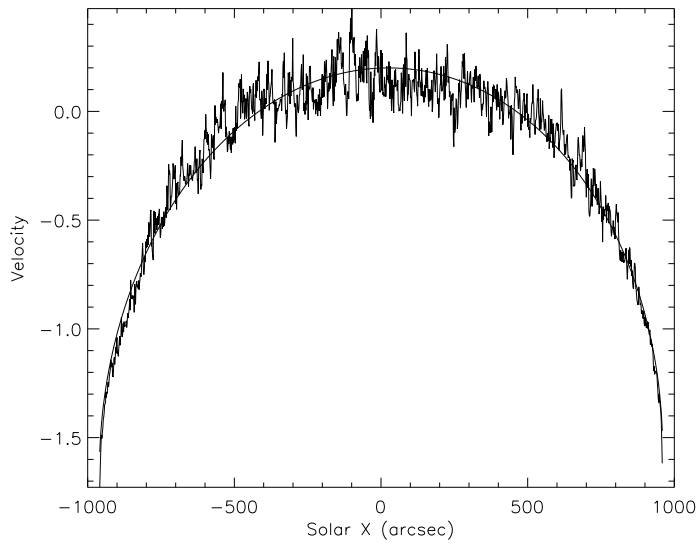


FIG. 4.11: Profil moyen de vitesse dans la raie S VI 93.3 nm le long de l'équateur, ajusté au profil donné par l'équation 4.1.

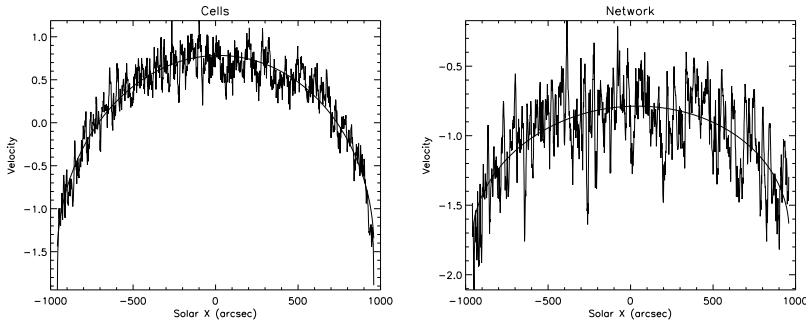


FIG. 4.12: Profil moyen de vitesse dans la raie S VI 93.3 nm le long de l'équateur, dans les cellules du réseau chromosphérique (à gauche) et dans les parties brillantes du réseau (à droite).

Sélection	$\Omega$ ( $10^{-5}$ vu/arcsec)	$u$ (vu)	Décalage (zéro) (vu)	$\chi^2$
Tout	$-5.0 \pm 5.1$	$1.81 \pm 0.13$	$-1.61 \pm 0.10$	0.008
Cellules	$-5.0 \pm 5.1$	$2.29 \pm 0.13$	$-1.51 \pm 0.10$	0.030
Réseau	$-4.1 \pm 5.1$	$0.93 \pm 0.13$	$-1.72 \pm 0.10$	0.051

TAB. 4.2: Paramètres des ajustements des profils moyens de vitesse de S VI 93.3 nm le long de l'équateur.

données. De plus, le zéro des unités de vitesse est décalé de  $-1.6 \pm 0.1$  vu. Les barres d'erreur qui sont données sont les barres d'erreur de l'ajustement.

On peut aussi utiliser le profil moyen d'intensité en S VI 93.3 nm (figure 4.10) pour fixer un seuil, dépendant de la position  $x$  le long de l'équateur, servant à discriminer le réseau chromosphérique et les cellules. Cette méthode, certes un peu simpliste, permet d'obtenir les profils moyens de vitesse dans le réseau et dans les cellules (figure 4.12). Les paramètres des ajustements de ces courbes à l'équation 4.1 sont donnés dans le tableau 4.2.

Le résultat de l'ajustement pour la vitesse angulaire de rotation  $\Omega$  est stable en fonction des conditions dans lesquelles se fait l'ajustement (données considérées, limites du domaines d'ajustement...), mais  $(-5 \pm 5) \cdot 10^{-5}$  vu/arcsec est une valeur trop imprécise pour calibrer l'échelle des vitesses, c'est-à-dire obtenir la valeur en  $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$  de 1 vu. En admettant toutefois que  $\Omega = -5 \cdot 10^{-5}$  vu/arcsec, la vitesse linéaire au limbe Ouest à l'équateur est  $\Omega \cdot R = -0.048$  vu et doit valoir  $2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . On obtient alors une première estimation de l'unité de vitesse des données :

$$1 \text{ vu} = -42 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.3)$$

La ligne de visée étant graduée positivement pour des mouvements en direction de l'observateur (décalage vers le bleu), le signe moins indique qu'une valeur positive exprimée dans l'unité des données correspond à un mouvement dans la direction du Soleil (décalage vers le rouge). Ce signe est confirmé par les valeurs de  $u$  : en admettant la relation 4.3,  $u$  est négatif en unités phy-



siques : la matière émettant la raie S VI 93.3 nm se déplace en direction du Soleil (ce qui a été observé par ailleurs), et à une vitesse plus importante dans les cellules que dans le réseau. La valeur de l'unité de vitesse que nous avons trouvée semble cependant surestimée.

Une autre estimation est donnée en admettant que l'opération de décompression des données a restauré le moment (2) sous la forme d'un nombre de pixels de décalage spectral sur le détecteur de SUMER, 1 vu pourrait être la vitesse produisant un décalage spectral de 0.0044 nm (la dispersion par pixel du détecteur de SUMER) pour une longueur d'onde d'environ 94 nm, soit  $14 \text{ km s}^{-1}$ . Nous avons donc une deuxième estimation de l'unité de vitesse des données :

$$1 \text{ vu} = -14 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.4)$$

Cette estimation est plus faible, et incompatible avec la précédente, car elle impliquerait  $\Omega = -15 \cdot 10^{-5} \text{ vu/arcsec}$ , ce qui est en dehors des barres d'erreur de  $\Omega$ .

En admettant toutefois cette valeur, on obtient  $u = -25 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  en moyenne,  $u = -32 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  dans les cellules et  $u = -13 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  dans le réseau. Ces valeurs, qui sont des moyennes, restent élevées par rapport aux valeurs existant dans la littérature :  $-14 \pm 2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  pour Brekke *et al.* (1997),  $-11.6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  pour Chae *et al.* (1998b), et  $-8.8 \pm 1.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  pour Peter et Judge (1999). Pour la raie C IV 154.8 nm, qui devrait avoir une vitesse légèrement plus faible, Hassler *et al.* (1991) trouvent  $-7.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ , et Peter (1999) trouve  $-6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Au cours de mon stage chez Don Hassler en 2000, j'ai moi-même trouvé une valeur de  $-13 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  dans cette raie du C IV (Buchlin et Hassler, 2000; Buchlin, 2000). On s'attend à trouver des vitesses de l'ordre de  $-10$  à  $-15 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  pour S VI 93.3 nm.

Par la suite, nous travaillerons en unités de vitesse des données (vu).

#### 4.3.4 Construction d'images du Soleil entier

Les 8 bandes obtenues par des balayages de la fente au cours du même jour peuvent être assemblées, en utilisant en première approximation les coordonnées de pointage indiquées dans les en-têtes des fichiers, puis en ajustant plus finement pour que les structures et le limbe de chaque bande correspondent à ceux de l'autre bande à leur frontière commune. Le résultat pour les observations du 21 juillet 1996 est montré à la figure 4.13.

Mais la frontière entre les bandes est encore visible sur les images finales, notamment parce que des points situés de part et d'autre de la frontière peuvent être séparés d'une durée allant jusqu'à deux heures : pendant ce temps, le Soleil a tourné (de  $1.1^\circ$  en longitude, soit 19 arcsec en angle d'observation au centre du disque solaire vu de SoHO), et les structures ont évolué. Pour les études statistiques impliquant une information spatiale nous préférons donc ne pas utiliser d'images reconstruites à partir de plusieurs bandes.

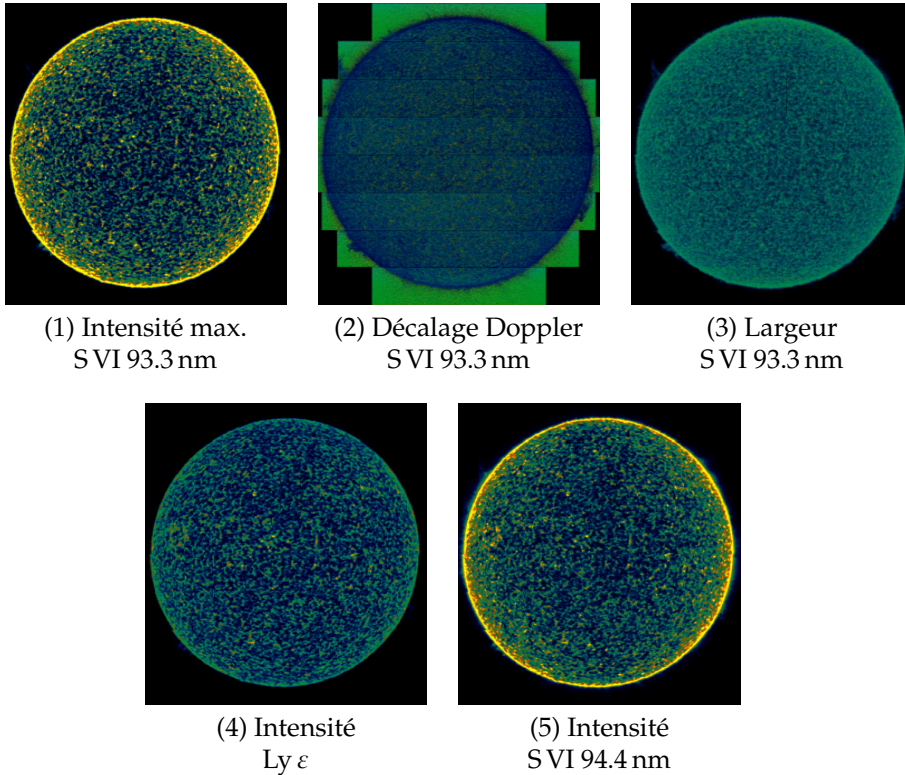


FIG. 4.13: Images du Soleil entier prises le 21 juillet 1996, pour les 5 paramètres calculés à bord de SUMER.

## 4.4 Statistiques d'événements

### 4.4.1 Structures brillantes

Une partie d'un champ du moment (1) (intensité de S VI 93.3 nm), observé le 21 juillet 1996, est montré à la figure 4.14 en haut. La taille du champ, situé près du centre du disque solaire, est  $700 \times 270$  pixels de  $1.5 \times 1 \text{ arcsec}^2$  chacun. La distribution des valeurs d'intensité des pixels de ce champ (figure 4.14 en bas) semble d'abord exponentielle, pour les intensités inférieures à 3 (en unités des données), et ensuite il existe une queue plus large. Sur le champ d'intensité, des points brillants sont visibles, et nous allons étudier leur distribution. Notons que, comme le système est considéré dans son ensemble, il n'y a pas de raison d'exclure le réseau chromosphérique de cette analyse.

La méthode que nous utiliserons ici est la même que celle de Aletti *et al.* (2000). Vu l'écart temporel important entre chaque image de la même zone, nous ne pouvons pas utiliser de méthode plus évoluée comme celle de Parnell et Jupp (2000). Nous définirons donc un « événement », ou plutôt une structure brillante dans ce cas précis, comme un ensemble de pixels dont l'intensité

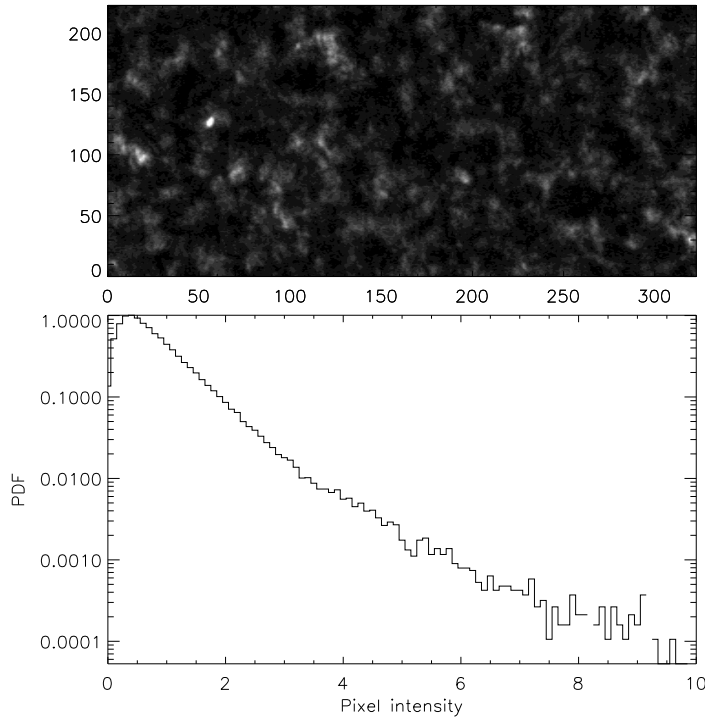


FIG. 4.14: En haut : partie du champ du moment (1) (intensité de SVI 93.3 nm), au centre du disque solaire, le 21 juillet 1996. L'unité des coordonnées géométriques est le pixel (de taille  $1.52 \times 1$  arcsec<sup>2</sup>), et le rapport d'aspect géométrique est isotrope. En bas : distribution des intensités des pixels, en unités des données.

dépasse un seuil  $I_{\text{thr}}$ , c'est-à-dire une partie connexe maximale de l'ensemble de tous les pixels de l'image dont l'intensité dépasse le seuil (figure 4.15 en haut). Le seuil choisi correspond à la moyenne plus un écart-type des intensités de tous les pixels du champ. Les structures brillantes ainsi obtenues sont identifiées à des « points brillants », c'est-à-dire des boucles coronales, généralement trop petites pour être résolues par les instruments, dans lesquelles un événement de chauffage impulsif a eu lieu.

Soit  $\{p_{j,k}, j \in J_k\}$  l'ensemble des pixels dans un tel événement  $k$ . On définit alors l'intensité de l'événement  $k$  comme étant la somme  $I_k$  des intensités  $I_{j,k}$  des pixels  $p_{j,k}$  de l'événement :  $I_k = \sum_{j \in J} I_{j,k}$ . Pour les observations du 21 juillet 1996, 2313 événements ont été trouvés pour le moment (1) dans le champ montré à la figure 4.14. Ces événements, ainsi que leur distribution, sont présentés à la figure 4.15. La distribution est une loi de puissance d'indice  $-1.57 \pm 0.05$  sur plus de deux ordres de grandeur.

Cette analyse a été répétée sur une sélection de 25 images à différentes dates ; nous avons ainsi obtenu 40920 événements, dont la distribution est

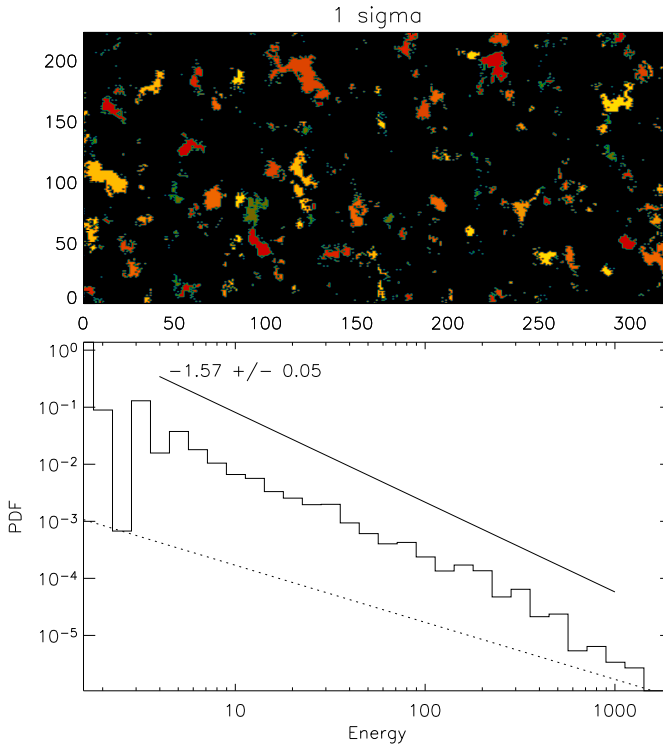


FIG. 4.15: En haut : événements déterminés sur une partie d'un champ situé au centre du Soleil, par un seuil en intensité de S VI 93.3 nm fixé à la moyenne plus un écart-type des intensités, le 21 juillet 1996. Les couleurs servent uniquement à différencier des événements proches et différents. En bas : distribution des intensités totales contenues dans ces événements.

présentée à la figure 4.16. Le seuil a été fixé à la moyenne plus un écart-type des intensités de tous les pixels de toutes les observations considérées. La pente de la loi de puissance est  $-1.70 \pm 0.05$ , et la distribution est élargie à droite par rapport à la distribution obtenue le 21 juillet, du fait d'événements intenses apparaissant à certaines dates.

Cette pente  $-1.7$  est plus forte que dans le cas des distributions obtenues par Aletti *et al.* (2000) sur des données de SoHO/EIT (pente de  $-1.2$ ), mais plus faible que dans le cas des distributions trouvées par exemple par Aschwanden *et al.* (2000) ou Parnell et Jupp (2000). Il se pourrait que cela soit dû à l'utilisation que font ces auteurs de l'information temporelle, ou des hypothèses qu'ils ont faites pour transformer des données d'intensités en données d'énergie. Cette transformation n'est en effet pas triviale : elle dépend notamment du lien entre la température et l'énergie thermique, de la température et de la densité déduites des observations, du facteur de remplissage (« filling factor »), d'une éventuelle loi d'échelle entre la surface des structures émettrices et leur épaisseur, etc. C'est pour éviter ces problèmes d'inversion que la comparaison

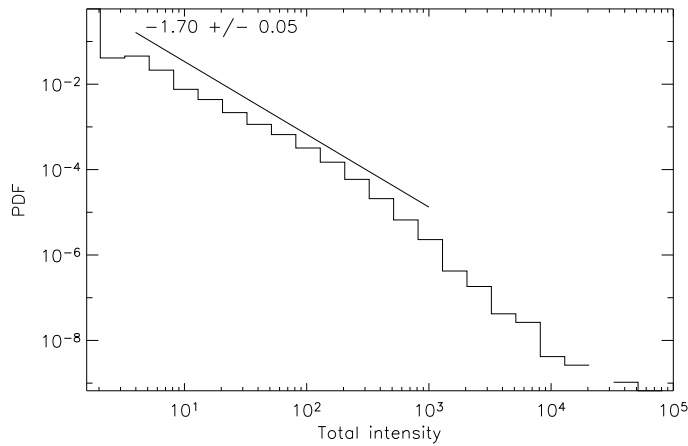


FIG. 4.16: *Distribution des intensités totales contenues dans les événements trouvés dans les champs centraux d'intensité de S VI 93.3 nm, au cours de toute la série d'observations, avec un seuil égal à la moyenne plus un écart-type de la distribution globale d'intensité.*

entre les statistiques issues de différentes sources, observations ou simulations, devrait se faire au niveau des statistiques des données observables, comme évoqué en introduction (section 1.4).

#### 4.4.2 Structures de vitesse

Une partie d'un champ du moment (2) (vitesse de S VI 93.3 nm projetée le long de la ligne de visée), observé le 21 juillet 1996, est montré à la figure 4.17 en haut ; le champ recouvre la même zone que celui qui a été utilisé pour détecter les structures d'intensité. La distribution des valeurs de vitesse des pixels de ce champ (figure 4.17 en bas) a un maximum vers 4 vu (unités de vitesse des données), de part et d'autre duquel partent deux queues quasiment exponentielles. La vitesse semble saturer, respectivement aux valeurs  $-3$  et  $20$ , ce qui est dû à la méthode de compression des données (annexe C). Mais le principal problème vient du bruit (section 4.3.2), qui est à l'origine de la grande largeur de la distribution : comme nous l'avons vu à la figure 4.7, les pixels d'intensité faible contribuent à des valeurs de vitesse de l'ordre de plus d'une dizaine d'unités, soit plus d'une centaine de kilomètres par seconde, bien au-dessus des vitesses que l'on s'attend à observer.

Si ces données étaient moins bruitées, nous définirions ici un « événement » comme un ensemble de pixels dont la vitesse dépasse un seuil  $v_{\text{thr}}$ , c'est-à-dire une partie connexe maximale de l'ensemble de tous les pixels de l'image dont l'intensité dépasse le seuil (figure 4.15 en haut). Le seuil serait fixé à la moyenne plus un écart-type des vitesses des pixels dont la vitesse est positive (en unité des données). Les événements obtenus pourraient être identifiés par exemple

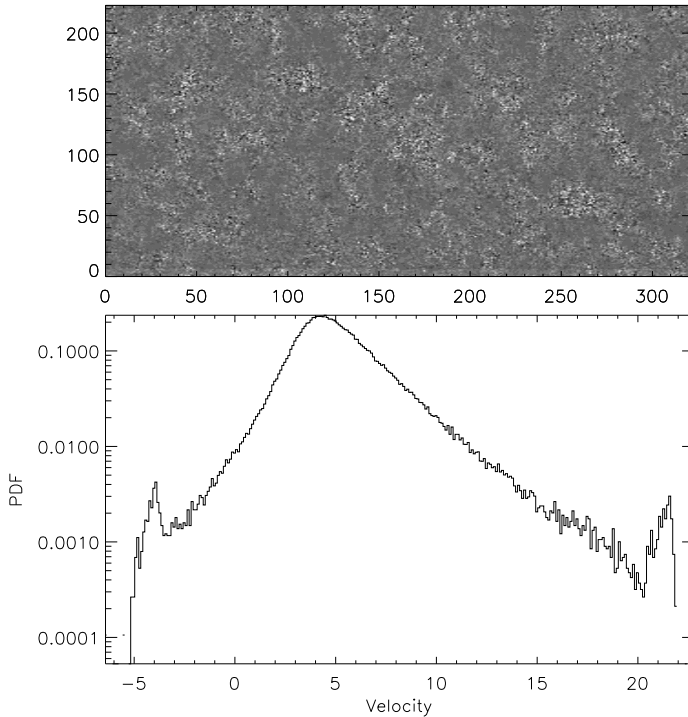


FIG. 4.17: En haut : partie du champ du moment (2) (vitesse de S VI 93.3 nm), au centre du disque solaire, le 21 juillet 1996. L'unité est le pixel (de taille  $1.5 \times 1$  arcsec<sup>2</sup>), et le rapport d'aspect géométrique est isotrope. En bas : distribution des valeurs des pixels.

à des jets, qui pourraient être produits par de la dissipation par reconnexion.

Soit  $\{p_{j,k}, j \in J_k\}$  l'ensemble des pixels dans un tel événement  $k$ . On pourrait alors définir l'« énergie cinétique » totale contenue dans l'événement  $k$  par la somme  $v_k^2$  des vitesses  $v_{j,k}$  au carré des pixels  $p_{j,k}$  de l'événement :  $v_k^2 = \sum_{j \in J} v_{j,k}^2$ . Pour les observations du 21 juillet 1996, 13 379 tels événements ont été trouvés pour le moment (2). Ces événements, ainsi que leur distribution, sont présentés à la figure 4.18. Les événements ainsi trouvés en vitesse sont plus nombreux et moins étendus que ceux trouvés en intensité ; à chaque événement en intensité semble correspondre un regroupement de plusieurs événements en vitesse. Cela est encore une fois une conséquence du bruit.

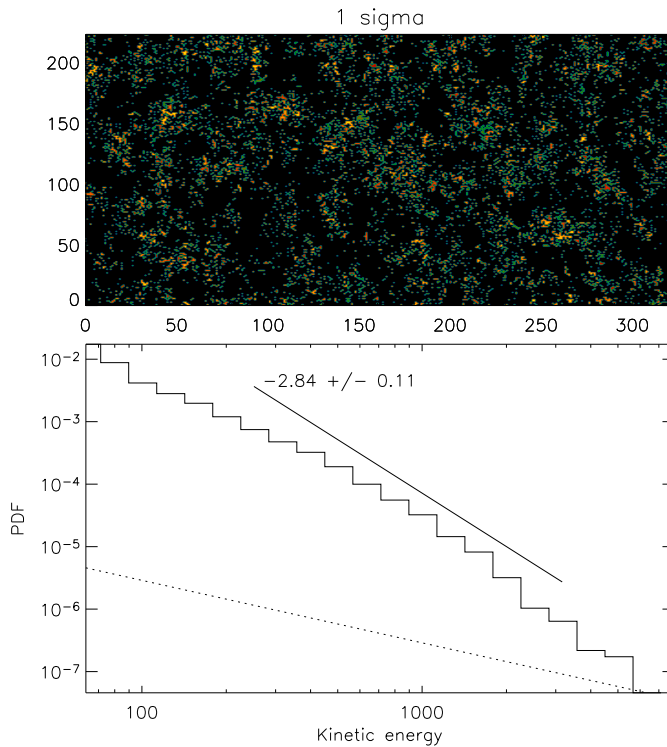


FIG. 4.18: En haut : événements déterminés sur un champ situé au centre du Soleil, par un seuil en vitesse de S VI 93.3 nm, le 21 juillet 1996. Les couleurs servent uniquement à différencier des événements proches et différents. En bas : distribution des « énergies cinétiques » totales contenues dans ces événements.

## 4.5 Recherche de turbulence et d'intermittence

### 4.5.1 Spectres

La figure 4.19 présente les spectre des champs d'intensité (moment 1) et de vitesse (moment 2) dans la raie S VI 93.3 nm. Les données ont été corrigées des effets instrumentaux, comme décrit à la section 4.3.1. Le spectre du champ du moment (1) est une loi de puissance d'indice  $-1.8$ . Cette pente est plus faible que dans le cas des observations de Martens et Gomez (1992); Benz *et al.* (1997); Berghmans *et al.* (1998), mais la forte dispersion entre les résultats de ces auteurs montre que la comparaison est difficile. Le rapport entre l'épaisseur de la zone émettrice et les échelles observées, donc la raie utilisée, pourrait influencer le résultat.

Par contre, le spectre du moment (2) est plat. La raison pourrait encore une fois en être le bruit, qui n'a pas pu être filtré et dont on a vu l'importance à la section 4.3.2, ou la saturation des données du moment (2) due à la compression

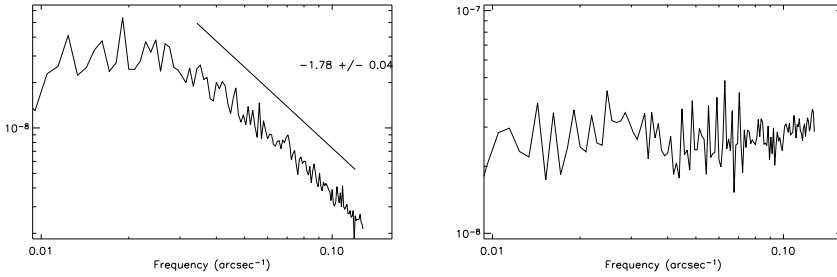


FIG. 4.19: Spectres spatiaux des champs du moment (1), à gauche, et du moment 2, à droite, (intensité et vitesse de S VI 93.3 nm), pour une zone centrale du Soleil, le 21 juillet 1996.

des données transmises à partir du satellite (voir la section 4.4.2 et l'appendice C). Un filtrage du bruit éliminerait des hautes fréquences, donc abaisserait la partie droite du spectre, bien que ceci puisse être en partie artificiel. Il serait intéressant de refaire cette analyse sur des données moins bruitées, afin d'avoir accès directement à un spectre de vitesse qui puisse être comparé aux spectres théoriques.

#### 4.5.2 Fonctions de structure d'intensité de S VI 93.3 nm.

L'intensité étant un champ scalaire, nous utiliserons simplement la définition des fonctions de structure donnée par l'équation 2.17. J'ai utilisé des champs d'environ  $300 \times 250$  pixels situés près du centre du disque solaire, et j'ai moyenné les fonctions de structure obtenues à 20 dates différentes (auxquelles le champ considéré ne comportait aucune région active et aucune donnée manquante). Ces fonctions de structure du champ d'intensité permettent de voir le caractère multi-fractal de ce champ, mais le lien avec les théories de turbulence n'est pas immédiat.

Les fonctions de structure d'indice 1 à 5 que j'ai obtenues sont présentées à la figure 4.20 à gauche. L'intervalle sur lequel on pourrait ajuster une loi de puissance est trop faible pour vérifier si les exposants des fonctions de structures varient linéairement avec l'indice de la fonction de structure ou non (ce qui montrerait l'intermittence du champ).

La partie droite de la figure montre les fonctions de structures normalisées, parmi lesquelles la quatrième est la flatness. La valeur élevée de la flatness (largement supérieure à la valeur 3 qu'elle aurait dans le cas gaussien), même aux grandes échelles, nous confirme que les incréments du champ d'intensité ne sont pas gaussiens (ce qui était prévisible d'après la distribution des valeurs du champ d'intensité, montrée à la figure 4.14). D'autre part, la flatness n'est pas constante en fonction de l'échelle, mais augmente quand l'échelle diminue, ce qui est un signe d'intermittence.



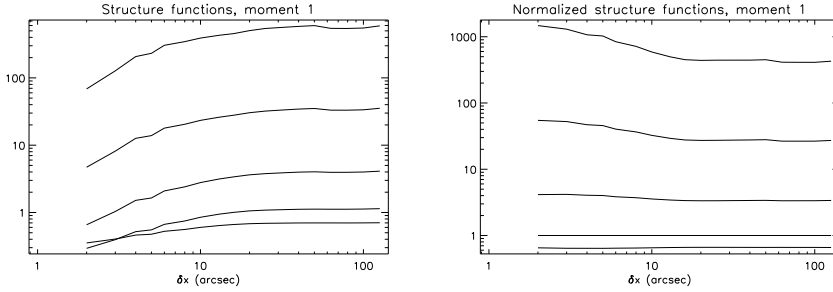


FIG. 4.20: À gauche, fonctions de structure d'indice 1 à 5, de bas en haut, pour le champ du moment (1) (intensité de S VI 93.3 nm), moyennées sur 20 observations du centre du disque solaire. À droite, les mêmes fonctions de structure, normalisées par celle d'indice 2; la ligne épaisse est la flatness.

### 4.5.3 Fonctions de structure de vitesse de S VI 93.3 nm.

Nous construisons les fonctions de structure  $S^q(\ell)$  définies dans le cas du champ vectoriel de vitesse de S VI 93.3 nm :

$$S^q(\ell) = \langle |(\mathbf{v}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\ell}) - \mathbf{v}(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{e}_{\text{los}}|^q \rangle_{\mathbf{x}, \|\boldsymbol{\ell}\|=\ell} \quad (4.5)$$

où les deux extrémités du vecteur  $\boldsymbol{\ell}$  parcourent l'image et où  $\mathbf{e}_{\text{los}}$  est le vecteur directeur de la ligne de visée. Ce sont en fait les fonctions de structure du champ scalaire de la vitesse projetée sur la ligne de visée, qui est la quantité observée par SUMER. Cette expression n'est pas tout à fait la même que celle des fonctions de structure longitudinales (équation 2.18 de la section 2.2.2). En fait, si des fonctions de structure longitudinales sont utilisées en turbulence hydrodynamique, c'est surtout pour des raisons de commodité de mesure<sup>6</sup>. Nous n'avons d'autre part accès, avec nos données, ni aux composantes du champ de vitesse orthogonales à la ligne de visée, ni aux écarts  $\boldsymbol{\ell}$  parallèles à la ligne de visée. Nous sommes donc contraints d'utiliser cette expression, qui serait celle de « fonctions de structure transversales ». Notons qu'Abramenko *et al.* (2002) n'utilisent pas de magnétogrammes vectoriels et n'ont donc eux aussi accès qu'au champ projeté le long de la ligne de visée (champ magnétique dans leur cas).

Les fonctions de structure d'indice 1 à 5 que j'ai obtenues sont présentées à la figure 4.21 à gauche. Dans ce cas, les fonctions de structure sont quasiment constantes en fonction de l'échelle, et c'est ainsi évidemment aussi le cas pour les fonctions de structure normalisées (à droite). L'augmentation de la flatness aux petites échelles, qui pourrait être un signe d'intermittence, est très faible,

<sup>6</sup>Dans ces mesures (Frisch, 1995), le fluide se déplace en général à une vitesse  $u$  le long d'un tuyau. Il rencontre un obstacle, générateur de turbulence, puis des fils parcourus par un courant électrique et chauffés par celui-ci. On mesure la variation de résistance du fil, due à sa décroissance de température, qui est une mesure de la norme de la vitesse  $u + \delta u$  du fluide. La plus grande contribution des incréments de vitesse mesurés au cours du temps par un même fil est alors parallèle au tuyau, de même que les incréments de distance  $\boldsymbol{\ell}$  correspondants (hypothèse de Taylor, ou de « turbulence gelée »).

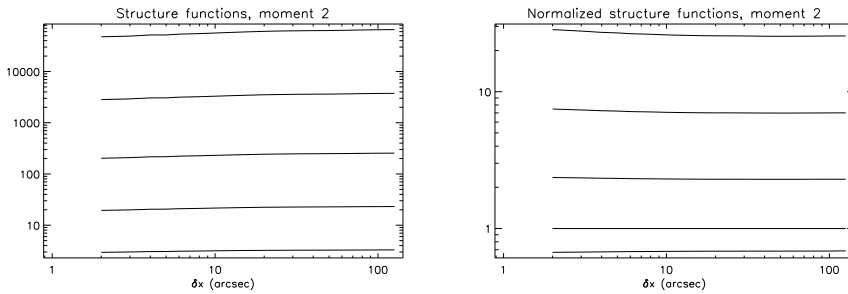


FIG. 4.21: À gauche, fonctions de structure d'indice 1 à 5, de bas en haut, pour le champ du moment (2) (vitesse de S VI 93.3 nm), moyennées sur 16 observations du centre du disque solaire. À droite, les mêmes fonctions de structure, normalisées par celle d'indice 2; la ligne épaisse est la flatness.

bien que visible. Par contre, la non-gaussianité du champ de vitesse reste bien visible, de par la valeur d'environ 7, donc supérieure à 3, que prend la flatness.

Ces statistiques de la vitesse dans la couronne solaire, dont il s'agit à notre connaissance du premier essai de calcul, sont évidemment aussi affectées par le bruit et par la saturation des données (due à la compression). Mais l'effet du bruit étant normalement de rendre les fonctions de structure plates (ce qui est confirmé par des simulations de Monte Carlo de fonctions de structures de champs bruités), on peut penser, en attendant l'exploitation de données moins bruitées, que l'intermittence est réelle.

## 4.6 Possibilités d'autres instruments

### 4.6.1 VAULT

L'instrument VAULT est un télescope de 30 cm de diamètre, lancé sur une fusée-sonde. Pendant les deux premiers vols, qui ont eu lieu le 7 mai 1999 et le 14 juin 2002, l'instrument a observé dans la bande de la raie Lyman  $\alpha$  à 121.6 nm de l'hydrogène, émise par la chromosphère, aux alentours de 20 000 K. Des résolutions de 0.3 arcsec peuvent être atteintes, et la taille du capteur est  $2048 \times 3072$  pixels. Ces caractéristiques en font un instrument intéressant pour faire une étude statistique des images, et j'ai réalisé des études préliminaires en ce sens. Un prochain vol produira des images à haute résolution dans une raie du C IV, produite à des températures plus élevée que la raie Lyman  $\alpha$ .

### 4.6.2 RHESSI

RHESSI est un satellite de la NASA, lancé en 2002, qui observe le Soleil en rayons X et  $\gamma$  entre 3 keV et 17 MeV. Les photons qui passent à travers des grilles sont comptés, et la rotation du satellite permet de reconstruire des images. L'idée est d'utiliser la résolution spatiale ainsi obtenue (jusqu'à

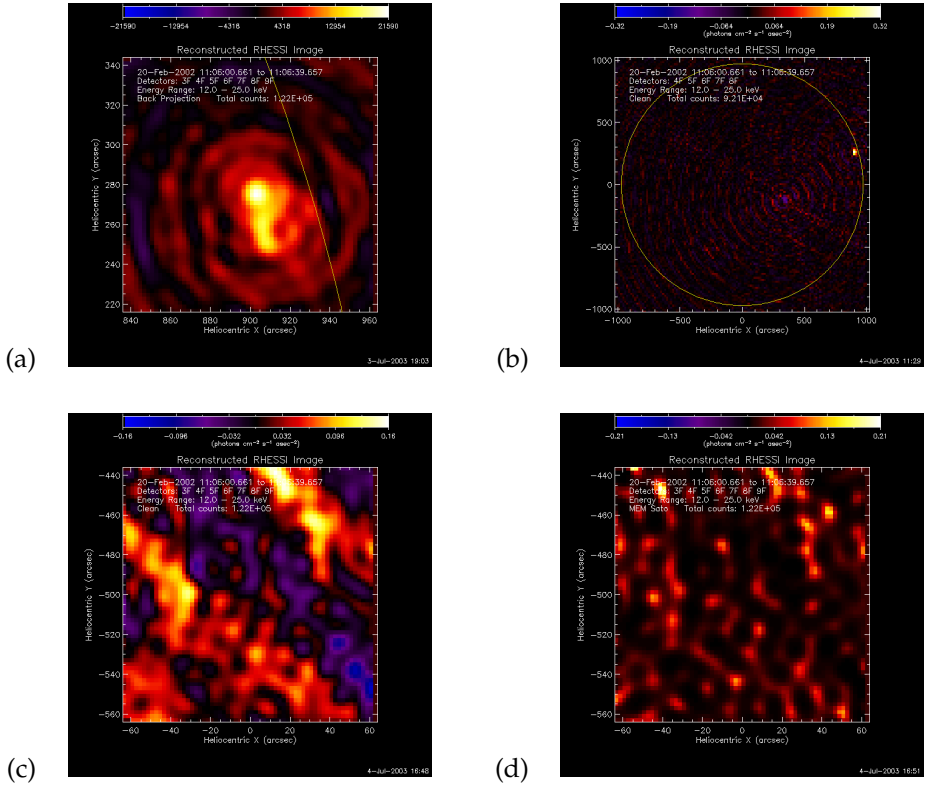


FIG. 4.22: (a) Image d'éruption reconstruite par le logiciel de RHESSI, avec les données du 20 février 2002 et la méthode de projection inverse, sur un champ de  $120 \times 120 \text{ arcsec}^2$ . La ligne jaune représente le limbe. (b) La même éruption vue dans un champ correspondant au Soleil entier, et reconstruite avec l'algorithme CLEAN. (c) Région de  $120 \times 120 \text{ arcsec}^2$  dans le sud du disque solaire, reconstruite avec l'algorithme CLEAN. Bien que celui-ci soit meilleur que la projection inverse, l'image est dominée par les artefacts dus à l'éruption vue en (a). (d) La même zone reconstruite avec l'algorithme MEM Sato.

2 arcsec à 100 keV) pour séparer des micro-événements qui ne pourraient pas être séparés dans les séries temporelles de flux en rayons X.

Le problème est que, lors de la reconstruction des images, les petits événements sont cachés par les artefacts issus de la reconstruction des plus gros événements : sur la figure 4.22, on voit un événement près du limbe (a et b). Les sous-figures (c) et (d) montrent un petit champ calme dans une zone au sud du centre du Soleil, reconstruites respectivement avec les méthodes CLEAN et du maximum d'entropie. Ces deux images sont dominées par les artefacts issus de la reconstruction de l'événement principal (les structures visibles sur ces images peuvent être identifiées aux arcs de cercle parasites de la sous-figure b).

Pour réaliser une étude statistique des petits événements, il faudrait donc

sélectionner des moments où le Soleil est globalement très calme. Rauscher *et al.* (article en préparation), qui se basent sur les courbes de lumière dans les différents canaux et non sur les reconstructions d'images pour déterminer les événements, ont ainsi sélectionné de tels moments calmes. Les auteurs trouvent des distributions d'énergies en lois de puissance, dans différents canaux de RHESSI, ainsi que des corrélations entre canaux et des corrélations entre énergie et durée.



# Simulations en vue d'une meilleure définition d'un « événement »

---

5.1	Le problème de la définition d'un événement . . . . .	101
5.2	Différentes définitions . . . . .	102
5.3	Séries temporelles utilisées pour les tests . . . . .	105
5.4	Comparaison des statistiques pour des définitions différentes . . . . .	106
5.5	Sensibilité des statistiques et intermittence . . . . .	111
5.6	Discussion . . . . .	114

## 5.1 Le problème de la définition d'un événement

Nous avons vu que l'intermittence se traduisait notamment par la présence de « structures cohérentes » (du point de vue spatial) et d'« événements » (du point de vue temporel). Pour effectuer des statistiques de ces structures ou événements, nous avons eu besoin de les définir d'une certaine manière, aussi bien pour les simulations (chapitre 3) que pour les observations (chapitre 4). Nous avons utilisé un seuil, mais d'autres définitions sont *a priori* envisageables. Les écarts entre les distributions d'énergies d'événements observées par différents auteurs, évoqués à la section 4.1.1, pourraient en partie provenir des différences entre les définitions utilisées par chacun d'eux.

Dans ce chapitre, en me restreignant au cas d'événements à rechercher dans une série temporelle, je donnerai différentes définitions qui pourraient être utilisées. Je comparerai les statistiques obtenues grâce à ces différentes définitions à partir d'une série temporelle de dissipation d'énergie dans un

modèle simplifié de MHD. Enfin, je verrai si l'intermittence d'une série temporelle rend les statistiques obtenues plus ou moins sensibles à la définition utilisée.

## 5.2 Différentes définitions

Pour les différentes définitions que je présente ici, on considère la série temporelle  $\epsilon(t)$  de la puissance dissipée dans le système. Pour chaque événement ainsi défini, on cherche aussi à obtenir :

- $E$ , l'énergie totale dissipée au cours de l'événement,
- $P$ , le pic de la puissance de dissipation,
- $T$ , la durée de l'événement,
- $t_e$ , la date de l'événement, ce qui donne aussi la durée depuis l'événement précédent (temps d'attente  $\tau_w$ ).

### 5.2.1 Pics

**Définition 1 (pic)** Un événement est un maximum local  $\epsilon(t_m)$  du signal  $\epsilon(t)$ . La date de l'événement est  $t_e = t_m$ , son pic de puissance de dissipation est  $P = \epsilon(t_e)$ , l'énergie totale dissipée est  $E = \int_{t_a}^{t_b} \epsilon(t) dt$  où  $t_a$  et  $t_b$  sont les deux minimums locaux entourant  $t_e$ , et la durée de l'événement est  $T = t_b - t_a$ .

**Variante 1.1 (pic-fond)** Le fond  $b(t)$  est la fonction affine définie par les points  $(t_a, \epsilon(t_a))$  et  $(t_b, \epsilon(t_b))$  de la série temporelle  $\epsilon(t)$ . Avec les notations de la définition 1, la date de l'événement est  $t_e$ , son pic de puissance de dissipation est  $P = b(t_e)$ , l'énergie totale dissipée est  $E = \int_{t_a}^{t_b} b(t) dt = E - (\epsilon(t_a) + \epsilon(t_b)) \cdot T/2$ , et la durée de l'événement est  $T$ .

### 5.2.2 Seuil

**Définition 2 (seuil)** Un seuil  $\epsilon_{thr}$  est choisi, et un événement est une partie du signal  $\epsilon(t)$  qui est au-dessus du seuil  $\epsilon_{thr}$  : c'est une partie connexe maximale  $V = [t_a, t_b]$  de l'ensemble  $\{t \mid \epsilon(t) > \epsilon_{thr}\}$ . La dissipation totale d'énergie est  $E = \int_V \epsilon(t) dt$ , le pic de puissance de dissipation est  $P = \max_V \epsilon(t)$  et la durée de l'événement est  $T = t_b - t_a$ . La date  $t_e$  de l'événement est un instant auquel le maximum de  $\epsilon(t)$  sur  $V$  est atteint :  $\epsilon(t_e) = \max_V \epsilon(t)$ .

La date de l'événement pourrait être définie de plusieurs autres façons, comme  $t_e = (t_b + t_a)/2$  (le centre de l'intervalle  $V$ ) ou  $t_e = \frac{1}{E} \int_V \epsilon(t) \cdot t dt$  (le barycentre de l'événement pondéré par  $\epsilon$ ). Mais ces variantes n'ont, par construction, aucune influence sur les statistiques de  $P$ ,  $E$  et  $T$ , et il est probable qu'elles n'aient que peu d'influence sur les statistiques de  $\tau_w$ .

Nous pouvons aussi considérer le seuil  $\epsilon_{thr}$  comme un fond à soustraire, ce qui donne :

**Variante 2.1 (seuil-fond)** En utilisant la définition 2 et ses notations, la date de l'événement est  $t_e$ , le pic de puissance de dissipation est  $P - \epsilon_{thr}$ , la dissipation totale d'énergie est  $E - \int_V \epsilon_{thr} dt = E - \epsilon_{thr} \cdot T$ , et la durée de l'événement est  $T$ .

Le seuil peut être choisi de différentes manières :

- comme fonction de la moyenne  $\bar{\epsilon}$  et de l'écart-type  $\sigma_\epsilon$  de  $\epsilon(t)$ ,
- comme la valeur à partir de laquelle la queue de la distribution des  $\epsilon(t)$  s'écarte d'une gaussienne (comme dans Georgoulis *et al.* (1998)),
- itérativement, en utilisant la moyenne et l'écart-type de la série temporelle restreinte aux temps calmes entre les événements (qui ont été définis par l'itération précédente de ce processus), comme dans Boffetta *et al.* (1999).

### 5.2.3 Ondelettes

Pour cette définition, on suppose qu'on a construit le plan temps-échelle de la transformée en ondelettes continue  $y(t_0, s)$  de  $\epsilon(t)$ , par convolution de  $\epsilon(t)$  par une ondelette  $w_{t_0, s}(t) = 1/s \cdot w_0((t - t_0)/s)$ . Le « chapeau mexicain » (dérivée seconde d'une gaussienne) semble être un bon choix d'ondelette-mère  $w_0$ . Sanz *et al.* (2001) a ainsi montré que cette ondelette était la meilleure ondelette-mère pour trouver des structures dans un signal où le bruit est en  $1/f$ .

**Définition 3 (ondelettes)** Un événement est un maximum local  $y(t_e, s_e)$  dans le plan temps-échelle  $y(t_0, s)$ . La date de l'événement est  $t_e$ , sa durée  $T$  est l'échelle  $s_e$ , son énergie est  $E = y(t_e, s_e)$ . Son pic de puissance de dissipation  $P$  peut être défini par  $\max_V \epsilon(t)$ , avec  $V = [t_e - s_e/2, t_e + s_e/2]$ .

Les ondelettes utilisées ne sont pas orthogonales (du fait du choix du « chapeau mexicain », et aussi parce que la transformée en ondelette est continue), donc il y a un risque de trouver plusieurs événements non-indépendants au lieu d'un seul. Il faudrait donc imposer une condition supplémentaire, comme une certaine distance minimale dans le plan temps-échelle (comme un facteur 2 en échelle et un intervalle de temps  $t_e$ , par analogie avec les ondelettes orthogonales), mais en pratique nous pouvons vérifier que le plan temps-échelle est suffisamment lisse pour que ce ne soit pas nécessaire.

Une autre idée intéressante exploitant les ondelettes est de définir les événements itérativement : un événement est un maximum absolu  $y(t_e, s_e)$  dans le plan temps-échelle  $y(t_0, s)$  de  $\epsilon(t)$ . L'ondelette correspondant à ce coefficient d'ondelette est alors soustraite de  $\epsilon(t)$ , et la procédure recommence en considérant ce nouveau signal comme série temporelle de dissipation d'énergie. Cette méthode, que nous n'avons pas encore explorée, risque cependant d'être très coûteuse en ressources de calcul.



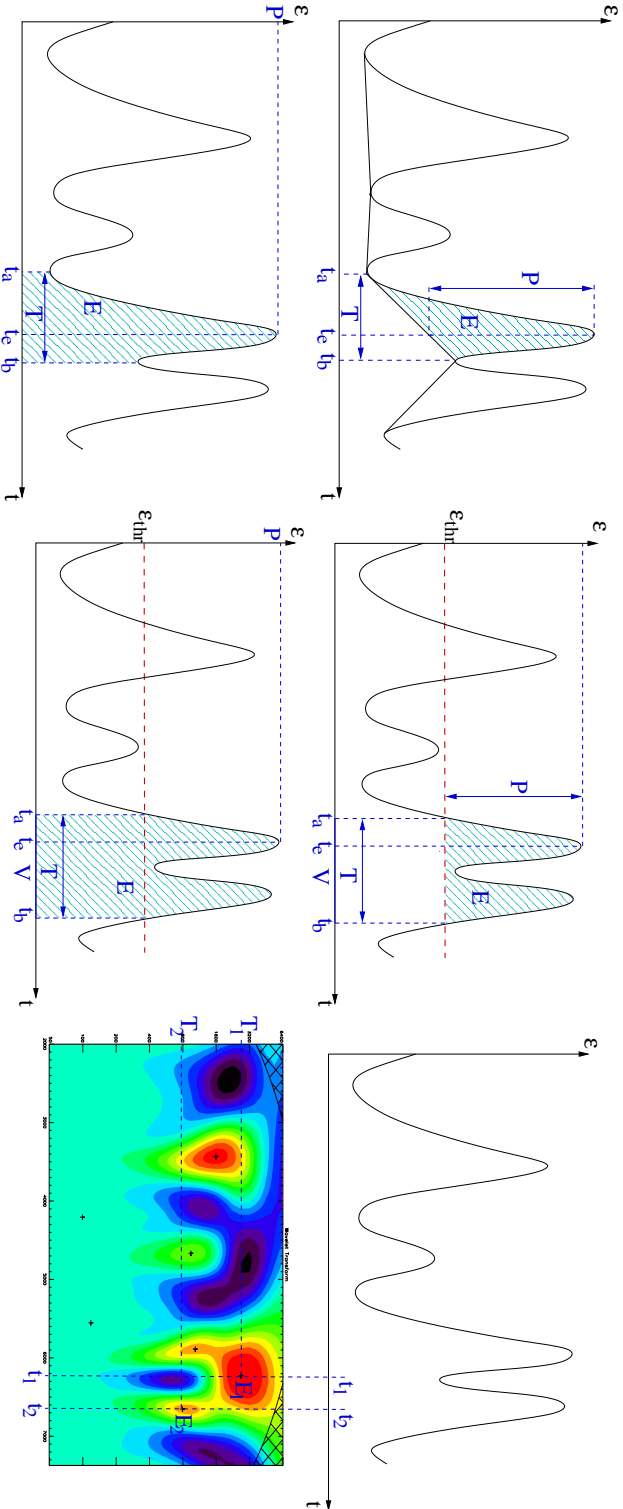


Fig. 5.1: Définitions des événements et de leurs caractéristiques ( $t_e$ ,  $T$ ,  $P$ , and  $E$ ). À gauche : pics (définition 1), avec (en haut) ou sans (en bas) suppression du fond. Au milieu : seuil (définition 2), avec (en haut) ou sans (en bas) suppression du fond. À droite : pics dans le plan temps-échelle des ondeslettes (définition 3). Pour cette définition, les événements sont marqués par des croix dans le plan temps-échelle, indiquant ainsi la date  $t_e$  et la durée  $T$  des événements. L'énergie totale  $E$  est l'amplitude du coefficient d'ondelette (couleur) à cette position.

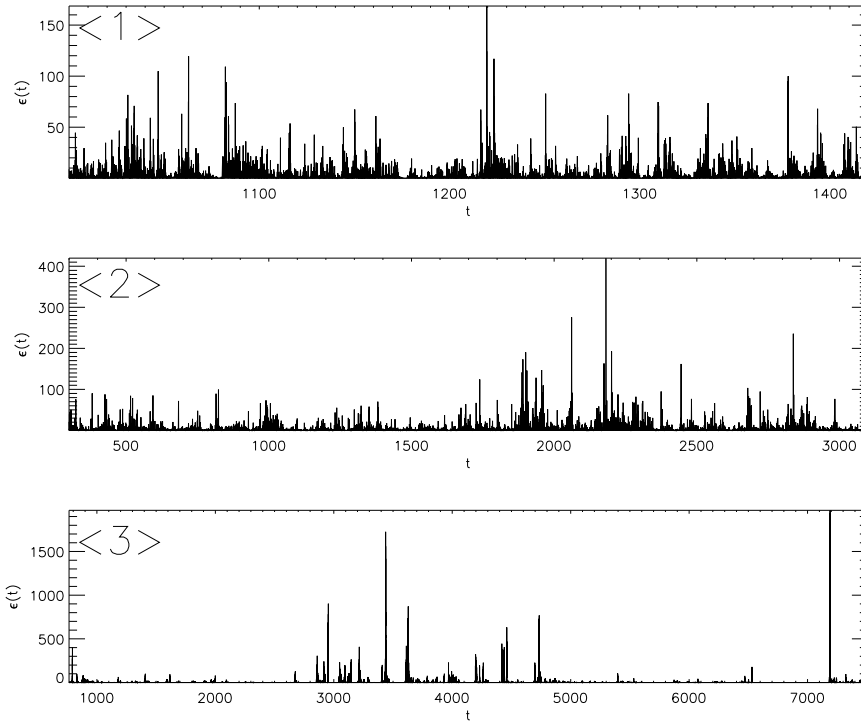


FIG. 5.2: De haut en bas : séries temporelles  $\langle 1 \rangle$ ,  $\langle 2 \rangle$  et  $\langle 3 \rangle$ .

## 5.3 Séries temporelles utilisées pour les tests

### 5.3.1 Shell-model et shell-models couplés

Pour comparer ces différentes définitions, nous utiliserons trois séries temporelles de dissipation d'énergie dans des shell-models, décrits à la section 3.3. Les séries temporelles  $\langle 1 \rangle$  et  $\langle 2 \rangle$  ont été obtenues par ma propre implémentation du shell-model MHD de Giuliani et Carbone (1998), avec des jeux de paramètres qui diffèrent uniquement par les coefficients de dissipation ( $10^{-11}$  et  $10^{-10}$ ). La série temporelle  $\langle 3 \rangle$  a été obtenue par le modèle de shell-models couplés que nous avons construit pour représenter une boucle coronale (section 3.3).

### 5.3.2 Caractéristiques et intermittence des séries temporelles

Ces trois séries temporelles sont montrées à la figure 5.2. Elles ont été préalablement divisées par leur moyenne  $\bar{\epsilon}$ , de telle façon à ce que la moyenne des séries temporelles ainsi normalisées soit égale à 1. Les caractéristiques des

	Nombre d'échantillons	Nombre de pics	$\sigma_\epsilon$	$\epsilon_{\max}$
<1>	453 628	51 507	1.98	169
<2>	985 162	56 136	2.45	420
<3>	1 000 000	305 738	11.33	1971

Tab. 5.1: Résumé des caractéristiques des 3 séries temporelles, normalisées de telle façon que leur moyenne soit  $\bar{\epsilon} = 1$  : nombre de points d'échantillonnage dans la série temporelle, nombre de maximums locaux, écart-type et valeur maximale atteinte.

séries temporelles ainsi obtenues sont résumées dans le tableau 5.1. De la série temporelle <1> à la série temporelle <3>, la valeur maximale et l'écart-type augmentent, et les plus grands pics sont séparés par des temps calmes plus longs. Ces présomptions d'intermittence sont confirmées par les graphiques de flatness, telle que définie à la section 2.2.2 : sur la figure 5.3, la flatness augmente lorsque l'échelle diminue. Sa valeur aux petites échelles, donc l'intermittence, est de plus en plus grande quand on passe de la série temporelle <1> à la <2> puis à la <3>.

## 5.4 Comparaison des statistiques pour des définitions différentes

Dans cette section nous allons comparer les distributions d'énergie, de puissance de dissipation maximale, de durée et de temps d'attente pour des événements obtenus à partir de la série temporelle  $\epsilon(t)$  numéro <1> par les différentes définitions.

### 5.4.1 Pics

Dans le cas de la définition 1, les distributions obtenues, présentées à la figure 5.4, ont des formes comparables, intermédiaires entre une exponentielle et une loi de puissance. Les distributions n'ont ainsi pas de grandes queues en loi de puissance. Ces distributions peuvent en fait même être exponentielles, comme cela se voit dans le cas de la distribution des temps d'attente  $t_w$  à la figure 5.5. Cela peut s'expliquer simplement dans ce cas : comme tous les maximums locaux qui sont très nombreux sont comptés comme des événements (même les plus petits d'entre eux), des temps d'attente longs ne peuvent pas exister. Ce problème est encore plus important dans le cas de données bruitées, comme les données observationnelles, dans lesquelles le bruit ajoute des pics supplémentaires, qui ne doivent pas être comptés comme des événements. Il faudrait alors soit lisser la série temporelle (s'il existe une séparation suffisante entre l'échelle du bruit et l'échelle des plus petits événements), soit éliminer de l'analyse statistique les plus petits événements obtenus par la définition 1. Si on élimine les événements dont la puissance de dissipation maximale est inférieure à un certain seuil, cela donne la variante suivante de la définition 1 :

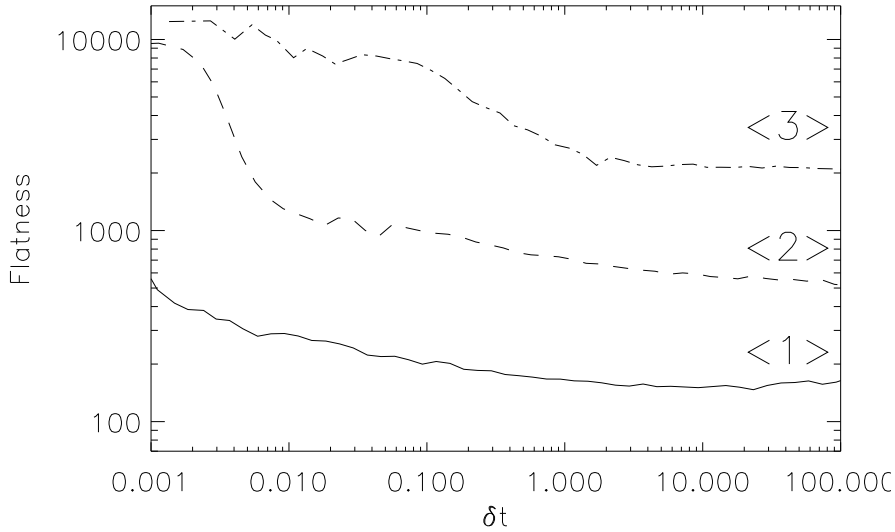


FIG. 5.3: La flatness des séries temporelles augmente quand l'échelle  $\delta t$  diminue. Ce comportement est une signature d'intermittence, il est plus marqué pour la série temporelle  $\langle 3 \rangle$  et moins marqué pour la série temporelle  $\langle 1 \rangle$ . Dans tous les cas, la flatness reste plus grande que 3, même aux grandes échelles, parce que la distribution des valeurs prises par les séries temporelles est non-gaussienne.

**Variante 1.2 (pic-seuil)** Un seuil  $\epsilon_{\text{thr}}$  est choisi. Un événement est un maximum local  $\epsilon(t_m)$  dans le signal  $\epsilon(t)$ , à condition que  $\epsilon(t_m) > \epsilon_{\text{thr}}$ . La date de l'événement est  $t_e = t_m$ , sa puissance maximale de dissipation est  $P = \epsilon(t_e)$ , son énergie est  $E = \int_{t_a}^{t_b} \epsilon(t) dt$  où  $t_a$  et  $t_b$  sont les deux minimums locaux entourant  $t_e$ , et la durée de l'événement est  $T = t_b - t_a$ .

Cette définition ne donne *pas* les mêmes résultats que la définition suivante (2; seuil) : dans un cas, à l'intérieur d'une partie maximale connexe  $V$  de  $\{t \mid \epsilon(t) > \epsilon_{\text{thr}}\}$ , cette définition 1.2 trouve autant d'événements qu'il y a de maximums locaux de  $\epsilon(t)$  sur l'intervalle  $V$ , alors que la définition 2 n'en trouve qu'un seul.

Les statistiques obtenues par cette définition (variante 1.2) sont montrées à la figure 5.6. La distribution de  $P$  est bien sûr coupée en-dessous de la valeur de  $\epsilon_{\text{thr}} = 1$ , mais sa forme n'est pas modifiée ; seule la queue  $P > \epsilon_{\text{thr}} = 1$  de la distribution de  $P$  subsiste, et cette queue peut être ajustée à une loi de puissance de pente  $\approx -2.95$ . Les distributions de  $E$  et  $D$  ne sont pas beaucoup affectées ; seule leur partie gauche est rendue plus faible par les corrélations entre  $P$ ,  $E$  et  $D$ . L'effet le plus intéressant de l'utilisation de la variante 1.2 au lieu de la définition 1 concerne les distributions des temps d'attente  $t_w$  (figure 5.6) : celle-ci comporte maintenant une queue en loi de puissance d'indice  $-1.98$  sur

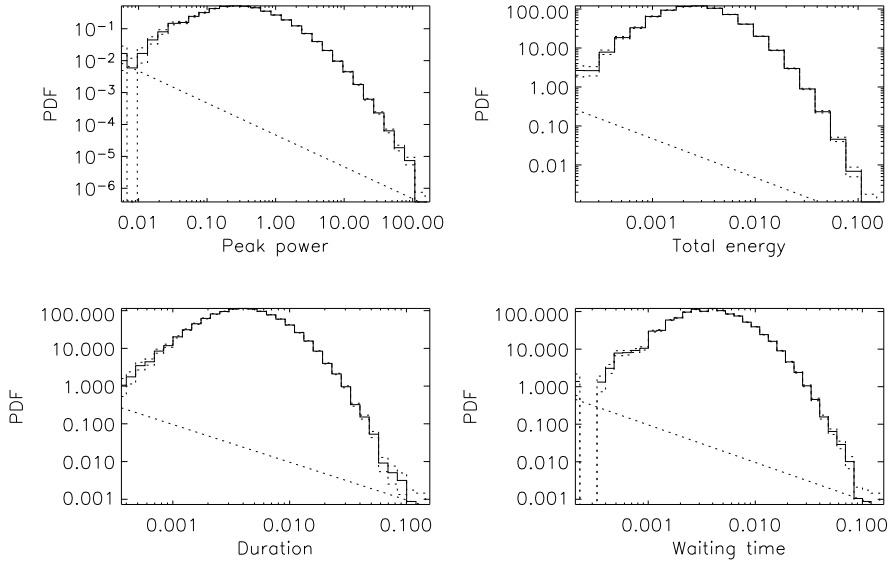


FIG. 5.4: Statistiques des événements issus de la série temporelle  $\langle 1 \rangle$  pour la définition 1 (pics) : distributions des pics de puissance dissipés, des énergies, des durées et des temps d'attente. La ligne droite en tirets correspond à un événement par barre d'histogramme, sa pente est -1. Les histogrammes en tirets indiquent les barres d'erreur dues à la discrétisation lors de la construction des histogrammes ( $\pm \sqrt{N}$ , où  $N$  est le nombre d'événements dans une barre donnée).

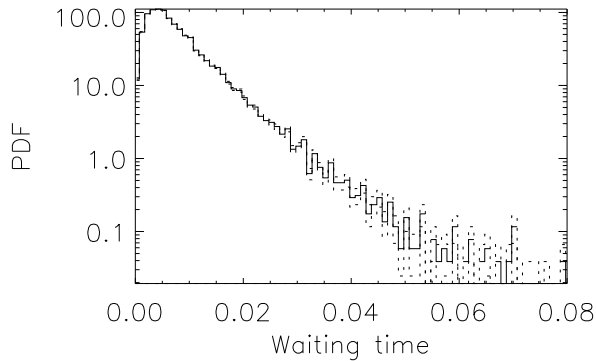


FIG. 5.5: Statistiques des temps d'attentes des événements issus de la série temporelle  $\langle 1 \rangle$  pour la définition 1 (pics), en échelles lin-log.

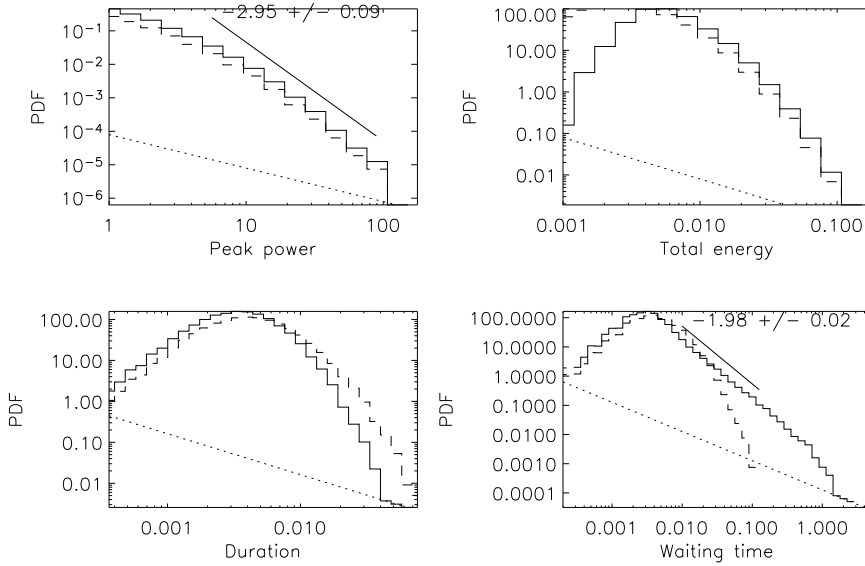


FIG. 5.6: Statistiques des événements issus de la série temporelle  $\langle 1 \rangle$  pour la définition 1.2 (pic-seuil) avec  $\epsilon_{thr} = 1$  (moyenne de la série temporelle). Les statistiques pour la définition 1 (pics) sont montrées en tirets pour comparaison.

un large intervalle de 2.5 décades. Ceci provient du fait que les temps d'attente courts produits par les événements les plus faibles obtenus par la définition 1 sont maintenant remplacés par des temps d'attentes moins nombreux, mais plus longs, qui renforcent la partie droite de la distribution de  $t_w$ .

### 5.4.2 Seuil

Avec la définition 2, les distributions de  $P$ ,  $E$ ,  $T$  et  $t_w$  sont des lois de puissance (figure 5.4), bien qu'elles ne soient pas très larges pour la série temporelle  $\langle 1 \rangle$ , qui est peu intermittente. Les pentes de ces lois de puissance sont  $2.89 \pm 0.06$  pour  $P$ ,  $2.31 \pm 0.05$  pour  $E$ ,  $2.48 \pm 0.06$  pour  $T$ , et  $1.79 \pm 0.02$  pour  $t_w$ .

Ces lois de puissance subsistent lorsque le seuil est considéré comme un fond, qui est soustrait (variante 2.1), mais on a alors des événements dont le pic  $P$  et l'énergie  $E$  sont très petits, et les distributions de ces quantités sont ainsi étendues vers la gauche en échelle logarithmique, et quasiment plates. Par exemple pour les distributions de  $P$  (à gauche de la figure 5.8), ce comportement s'explique simplement par le fait que la soustraction du fond revient à traduire (en échelle linéaire) les distributions de la figure 5.7 (indiquées aussi en tirets sur la figure 5.8) vers la gauche. Notons que ces deux définitions donnent les mêmes événements, mais elles estiment  $P$  et  $E$  différemment. Par contre, les estimations de  $T$  et  $t_w$  sont identiques pour

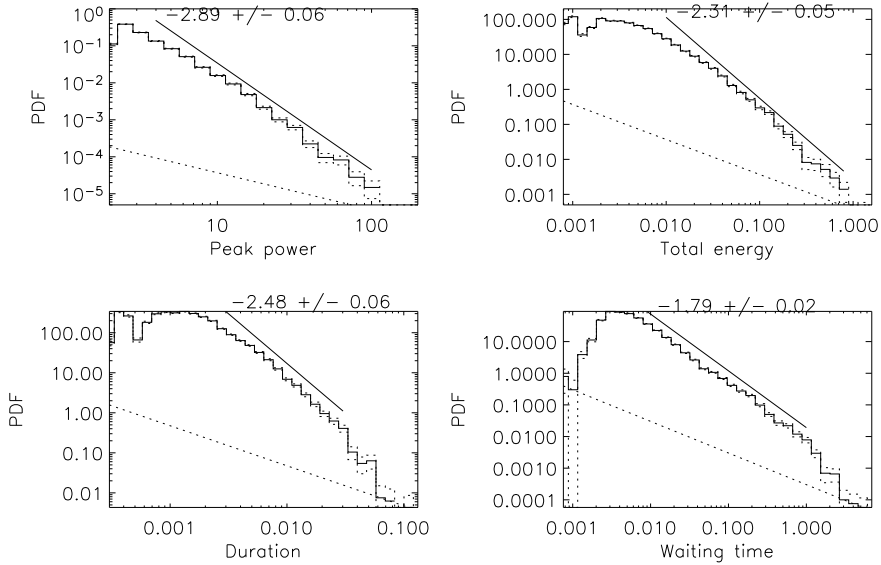


FIG. 5.7: Statistiques des événements issus de la série temporelle  $\langle 1 \rangle$  pour la définition 2 (seuil).

ces deux définitions, donc leurs distributions aussi ne dépendent pas de la définition choisie (parmi les définitions 2 et 2.1).

De telles définitions basées sur un seuil semblent souvent utilisées lorsqu'il s'agit de trouver des événements dans des séries temporelles, aussi bien produites par des simulations numériques (Dmitruk *et al.* (1998); Einaudi *et al.* (1996); Georgoulis *et al.* (1998) : RMHD 2D, Boffetta *et al.* (1999) : shell-models MHD) que d'observations (Pearce *et al.* (1993); Bromund *et al.* (1995); Crosby (1996); Wheatland *et al.* (1998) : observations en rayons X). Ces définitions semblent bien adaptées aux contraintes instrumentales, liées à la fois à la sensibilité et au niveau de bruit.

Ces définitions ont par contre l'inconvénient de ne pas tenir compte des événements les plus faibles, qui participent pourtant aussi au chauffage de la couronne. Elles ne séparent aussi pas des événements intenses proches, se recouvrant partiellement. Enfin, comme le seuil est constant, elles ne sont pas adaptées aux séries temporelles non-stationnaires.

### 5.4.3 Ondelettes

La définition 3 produit les distributions de  $P$ ,  $E$ ,  $D$  et  $t_w$  montrés à la figure 5.9. Les distributions des durées des événements sont une loi de puissance sur plus de 2.5 ordres de grandeur. La large partie plate à gauche des distributions de  $P$  et  $E$ , dont font partie des événements bien plus faibles que ceux obtenus par les autres définitions, suggèrent d'utiliser une variante de la

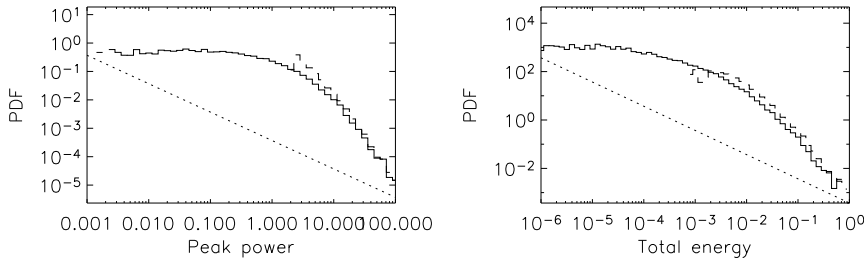


Fig. 5.8: Statistiques des événements issus de la série temporelle  $\langle 1 \rangle$  pour la définition 2.1 (seuil-fond). Les distributions obtenues par la définition 2 (seuil) sont montrées en tirets pour comparaison.

définition 3 similaire à la variante 1.2 de la définition 1, dans laquelle les plus petits événements ne sont pas pris en compte :

**Variante 3.1 (ondelette-seuil)** Un seuil  $E_{thr}$  est choisi. Un événement est un maximum local  $y(t_e, s_e)$  dans le plan temps-échelle  $y(t_0, s)$ , à condition que  $y(t_e, s_e) > E_{thr}$ . La date de l'événement est  $t_e$ , sa durée  $T$  est l'échelle  $s_e$ , son énergie est  $E = y(t_e, s_e)$ . Sa puissance maximale de dissipation  $P$  peut être définie par  $\max_V \epsilon(t)$  avec  $V = [t_e - s_e/2, t_e + s_e/2]$ .

Comme pour la définition 1.2 (pic-seuil), les distributions de  $P$ ,  $E$  et  $D$  ne changent pas beaucoup, mais on retrouve une queue en loi de puissance pour la distribution des temps d'attente  $t_w$  (figure 5.10).

## 5.5 Sensibilité des statistiques et intermittence

### 5.5.1 Sensibilité au type de définition

Nous utilisons maintenant les trois séries temporelles décrites à la section 5.3. Pour les énergies  $E$  des événements (figure 5.11), il semble que les distributions obtenues par les définitions 1 et 3 sont plus proches de la loi de puissance obtenue par la définition 2 dans le cas de la série temporelle  $\langle 3 \rangle$  (figure 5.11c) que dans le cas de la série temporelle  $\langle 1 \rangle$  (figure 5.11a). Ce comportement est le même pour les statistiques des temps d'attente  $t_w$  (figure 5.12). De manière générale, les distributions des caractéristiques des événements trouvés dans une série temporelle très intermittente semblent être moins sensibles au choix de la définition d'un événement que les distributions des événements trouvés dans une série temporelle peu intermittente.



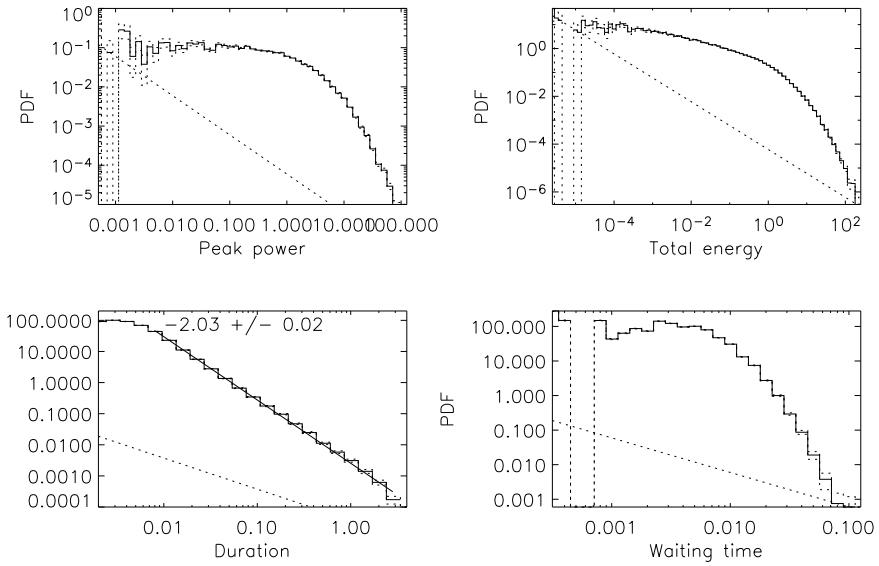


FIG. 5.9: Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 3 (ondelettes).

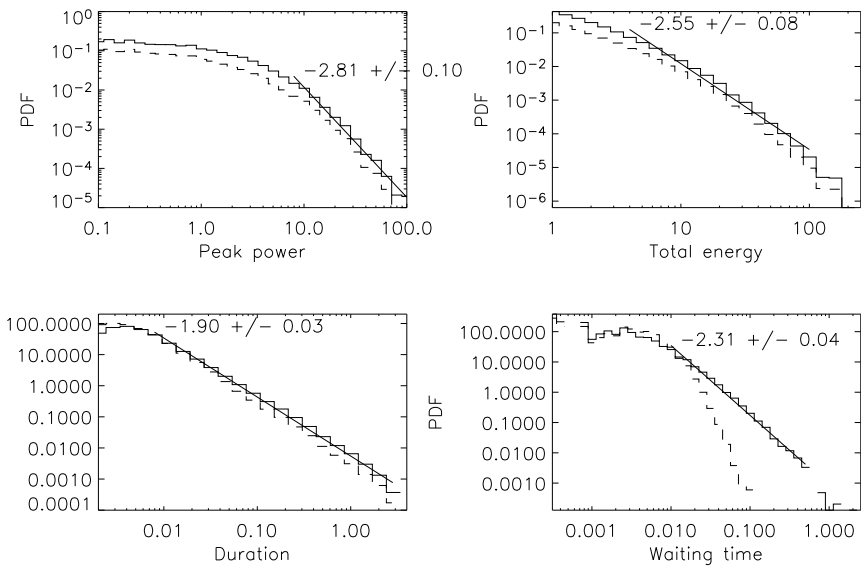


FIG. 5.10: Statistiques des événements issus de la série temporelle <1> pour la définition 3.1 (ondelettes-seuil) et  $E_{thr} = 1$ . Les statistiques pour la définition 3 (ondelettes) sont montrées en tirets pour comparaison.

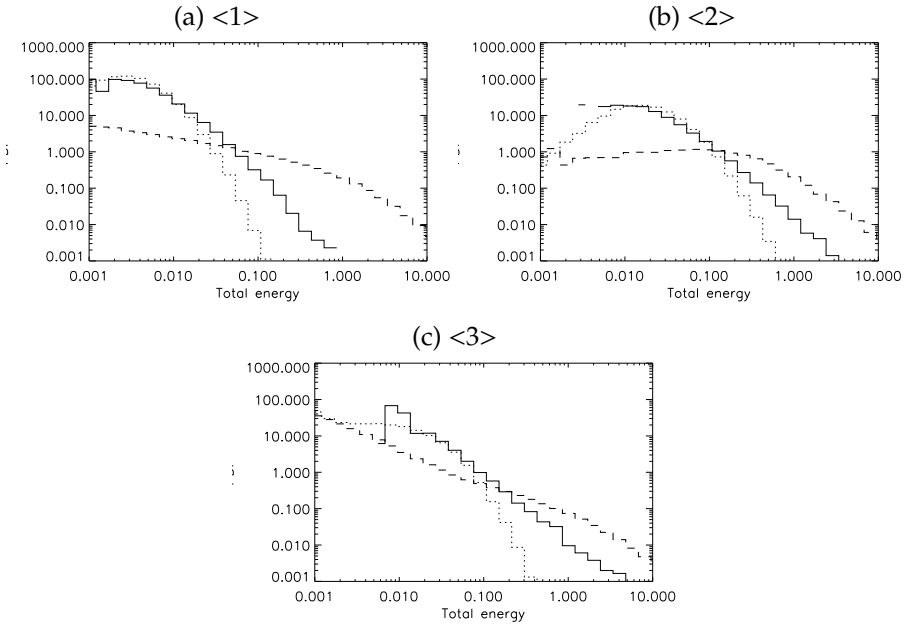


FIG. 5.11: (a) Distributions des énergies des événements déterminés par les définitions 1 (pics ; pointillés), 2 (seuil ; ligne pleine) et 3 (ondelettes ; tirets), pour la série temporelle  $\langle 1 \rangle$ . (b) Même figure pour la série temporelle  $\langle 2 \rangle$ . (c) Même figure pour la série temporelle  $\langle 3 \rangle$ . Tous les graphiques ont la même échelle.

### 5.5.2 Sensibilité au seuil, pour la définition 2 (seuil)

Nous utilisons dans cette section la définition 2 pour chacune des trois séries temporelles, en faisant varier le seuil  $\epsilon_{\text{thr}}$ . Les résultats seront présentés en fonction du seuil normalisé  $h$  tel que  $\epsilon_{\text{thr}} = \bar{\epsilon} + h\sigma_{\epsilon}$ , de telle façon à tenir compte des caractéristiques, présentées dans le tableau 5.1, des différentes séries temporelles.

Quand  $h$  varie, le nombre d'événements (figure 5.13e) passe de 1 quand  $\epsilon_{\text{thr}} = 0$  (l'ensemble de la série temporelle est *un seul* événement) à un maximum, atteint entre  $\epsilon_{\text{thr}} = \bar{\epsilon}$  et  $\epsilon_{\text{thr}} = \bar{\epsilon} + \sigma_{\epsilon}$  (entre  $h = 0$  et  $h = 1$ ); puis il décroît en tendant vers 0, valeur qui serait atteinte pour  $\epsilon_{\text{thr}} > \epsilon_{\text{max}}$ , où  $\epsilon_{\text{max}}$  est la valeur maximale atteinte par la série temporelle.

La figure 5.13 montre les pentes des lois de puissance des distributions de  $P$ ,  $E$ ,  $T$  et  $t_w$  en fonction du seuil normalisé  $h$ . De manière générale, les courbes correspondant aux séries temporelles  $\langle 1 \rangle$  et  $\langle 2 \rangle$ , qui proviennent du même modèle (shell-model simple) et qui sont moins intermittentes que la série temporelle  $\langle 3 \rangle$ , suivent un chemin comparable. La partie (a) de la figure 5.13 montre que les distributions de la puissance maximale de dissipation  $P$  ont une pente d'environ 2 pour un seuil  $h$  bas, et que ces pentes deviennent plus fortes quand  $h$  augmente. Les pentes sont légèrement plus sensibles à  $h$  dans le cas de la série temporelle  $\langle 3 \rangle$  que dans les autres cas.

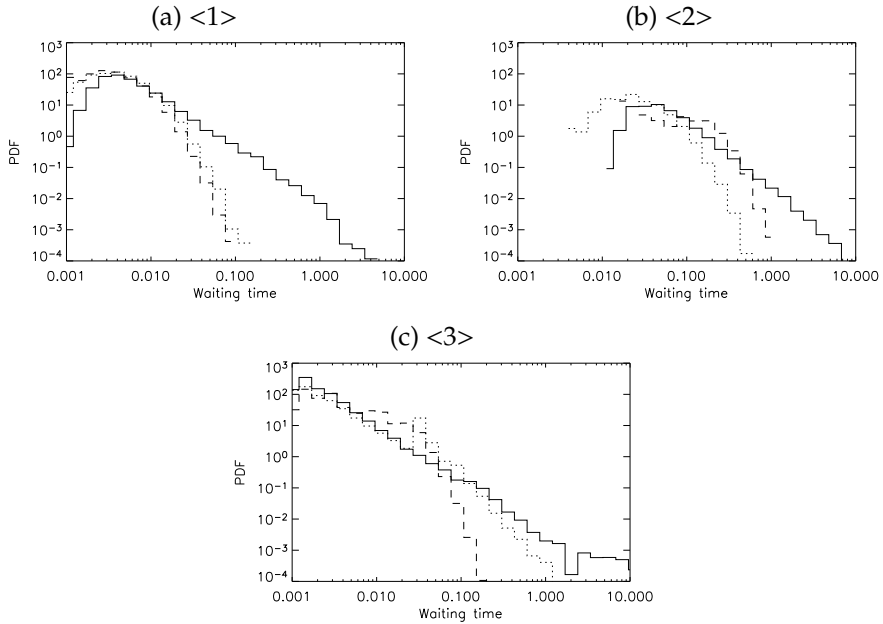


FIG. 5.12: (a) Distributions des temps d'attente des événements déterminés par les définitions 1 (pics; pointillés), 2 (seuil; ligne pleine) et 3 (ondelettes; tirets), pour la série temporelle  $\langle 1 \rangle$ . (b) Même figure pour la série temporelle  $\langle 2 \rangle$ . (c) Même figure pour la série temporelle  $\langle 3 \rangle$ . Tous les graphiques ont la même échelle.

Les pentes des distributions des énergies  $E$  des événements (figure 5.13b) augmentent aussi en fonction de  $h$ , sauf pour la série temporelle  $\langle 3 \rangle$ , pour laquelle la pente de ces distributions est quasiment constante. Ce comportement est aussi observé pour les distributions des durées des événements (figure 5.13c). Pour les distributions de temps d'attente  $t_w$  au contraire (figure 5.13d), les pentes diminuent en fonction de  $h$  pour les séries temporelles  $\langle 1 \rangle$  et  $\langle 2 \rangle$ , et sont de nouveau quasiment constantes pour la série temporelle  $\langle 3 \rangle$ .

La série temporelle  $\langle 3 \rangle$  semble ainsi être dans tous les cas celle qui est la moins sensible à la valeur du seuil  $\epsilon_{\text{thr}}$  utilisé dans la définition 2 (seuil), même lorsque ce seuil est normalisé par l'écart-type de la série temporelle.

## 5.6 Discussion

Il n'est pas très surprenant que les statistiques des caractéristiques des événements dépendent de la définition utilisée pour extraire ces événements de la série temporelle. Nous avons néanmoins vu de quelle manière les statistiques dépendaient de la définition.

Les événements issus des séries temporelles de faible intermittence ne présentent des statistiques en loi de puissance que lorsqu'un seuil intervient

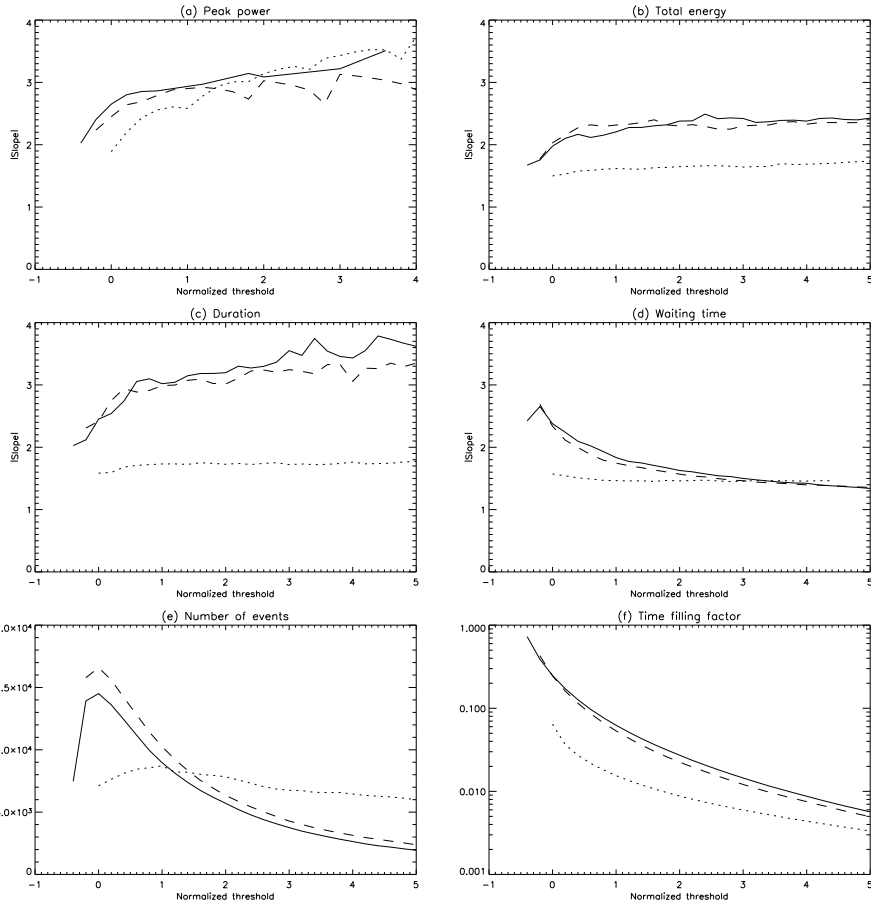


FIG. 5.13: Pentes des distributions des puissances maximales dissipées  $P$  (a), des énergies  $E$  (b), des durées  $T$  (c), et des temps d'attente  $t_w$  (d) des événements obtenus par la définition 2 (seuil), en fonction du seuil normalisé  $h$ . Les lignes pleines, en tirets et pointillées correspondent respectivement aux séries temporelles  $\langle 1 \rangle$ ,  $\langle 2 \rangle$  et  $\langle 3 \rangle$ . (e) Nombre d'événements en fonction du seuil normalisé  $h$ . (f) Proportion de la durée de la série temporelle contenue dans les événements, en fonction du seuil normalisé  $h$ .

dans la définition : définitions 2, 1.2 et 3.1). Il est ainsi intéressant de noter que la distribution des temps d'attente, qui sert en particulier à déterminer la nature Poissonienne ou non du processus d'éruption solaire (Wheatland *et al.*, 1998; Lepreti *et al.*, 2001; Wheatland et Litvinenko, 2002), peut être exponentielle ou présenter une large queue en loi de puissance, selon la définition utilisée, aboutissant à des conclusions opposées sur l'indépendance statistique des événements.

Lors des observations, les événements les plus petits sont moyennés le long de la ligne de visée, sur la taille des pixels et sur le temps de pose, et une partie de l'intermittence des phénomènes de dissipation d'énergie est perdue. Nous avons effectivement vu au chapitre 4 que l'intermittence des champs observés par SoHO/SUMER, un des meilleurs instruments actuels, était faible. Dans ce cas, pour obtenir des distributions dont la forme est aussi proche que possible des distributions des événements du signal original (non moyenné, et suffisamment intermittent pour que ces distributions dépendent peu de la définition d'un événement), il semble que les définitions utilisant un seuil sont les plus adaptées. Ces définitions ont aussi l'avantage de ne pas être influencées par un bruit d'intensité plus faible que le seuil. Pourtant, ces définitions ne sont pas exemptes de défauts : elles ne tiennent pas compte d'événements faibles qui participent aussi au chauffage de la couronne, et un seuil constant n'est pas adapté aux séries temporelles non-stationnaires. De plus, les pentes des distributions obtenues peuvent dépendre du choix du seuil, qui, dans le cas des observations, dépend plus de paramètres instrumentaux comme le bruit que de la physique des micro-événements.

Pour ces raisons, les définitions utilisant les ondelettes pourraient avoir des propriétés intéressantes : elles peuvent s'adapter aux séries temporelles non-stationnaires, elles sélectionnent les structures à leur échelle uniquement (par opposition au bruit), et elles peuvent, dans une certaine mesure, distinguer des événements simultanés d'échelles différentes. Mais il faudrait améliorer la définition 3, par exemple en utilisant la définition itérative évoquée à la section 5.2.3, ou en utilisant la Local Intermittency Measure (LIM : Farge, 1990).

## Chapitre 6

# Discussion

---

### 6.1 Conclusions

Nous avons contribué à la recherche de signatures de la turbulence et du chauffage de la couronne à petite échelle, aussi bien du point de vue numérique qu'observationnel. Pour cela, des statistiques comme les distributions d'événements, les spectres des champs et leurs fonctions de structure ont été utilisées.

Les *simulations numériques* que j'ai réalisées sont des simulations d'une boucle magnétique de la couronne du Soleil, dans laquelle les mouvements de la photosphère, aux pieds de la boucle, introduisent de l'énergie, et dans laquelle des ondes d'Alfvén se propagent et interagissent de manière non-linéaire. Ces modèles sont simplifiés de façon à être suffisamment rapides pour pouvoir faire des statistiques des champs et des dissipations d'énergie, la boucle étant dans un état turbulent dominé par le champ magnétique. Ils visent à combler l'intervalle entre les modèles d'auto-organisation critique (SOC) et les modèles magnétohydrodynamiques (MHD).

Dans le premier modèle que j'ai étudié, les interactions non-linéaires entre ondes d'Alfvén sont modélisées par des *automates cellulaires*, dans lesquels la dissipation d'énergie se fait par avalanches de courant électrique, lorsque celui-ci dépasse un seuil. Les énergies des événements élémentaires ainsi produits sont distribuées en loi de puissance d'indice  $-1.6$  sur plusieurs ordres de grandeur, et cette distribution dépend peu des paramètres du modèle. Les énergies des événements sont corrélées avec leur durée à la puissance  $1.76$ . Les distributions d'énergie deviennent plus étroites et se raidissent quand on somme les dissipations dans toute la boucle (effet des corrélations faibles le long de la boucle) ou quand l'intervalle de durée des événements n'est pas entièrement pris en compte. Cela a des implications sur l'interprétation des observations, à cause des effets de sommation sur la ligne de visée, de résolution spatiale et de résolution temporelle : les distributions observées peuvent être plus étroites et plus raides que les distributions des petits événements

sous-jacents, si ces distributions ne sont pas assez larges pour être robustes à ces effets instrumentaux.

Ce modèle aurait pu être amélioré en changeant le critère de dissipation (seuil sur la densité de courant, assimilable à une résistivité anormale), mais nous avons choisi de nous rapprocher encore plus des équations de la MHD en remplaçant les automates cellulaires par des *shell-models*. Dans ces modèles, la répartition logarithmique des modes dans l'espace de Fourier permet d'atteindre un très grand intervalle de nombres d'ondes, donc de très grands nombres de Reynolds, avec un nombre de modes réduits. Les termes dissipatifs sont ceux de la MHD, et les termes non-linéaires sont des interactions entre modes proches, dont les coefficients sont eux aussi directement déduits des équations de la MHD. L'avantage par rapport aux modèles de MHD est d'arriver ainsi à produire des séries temporelles très longues, correspondant à un état turbulent à nombre de Reynolds élevé, situation propice à l'intermittence. Le modèle de boucle, que j'ai entièrement écrit moi-même, permet notamment d'obtenir la puissance de dissipation en fonction du temps et de la position le long de la boucle (c'est-à-dire la fonction de chauffage). L'analyse statistique de la série temporelle de la puissance totale de dissipation montre que celle-ci est intermittente et présente des corrélations de longue durée (contrairement à la puissance dissipée à un endroit donné de la boucle). Les événements qu'on peut y trouver ont des énergies distribuées en lois de puissance de pente légèrement inférieure à 2, ce qui est cohérent avec les observations, mais la proximité de cette pente avec la pente critique de 2 de Hudson (1991) ne permet pas de conclure sur la validité du scénario des nano-éruptions de Parker (1988). Les distributions des temps d'attente entre événements successifs sont elles aussi des lois de puissance, ce qui indique que les événements ne sont pas Poissoniens, donc qu'il doit y avoir des corrélations entre eux. Le nombre réduit de modes dans la direction perpendiculaire au champ magnétique a par ailleurs permis de réaliser des simulations à haute résolution le long du champ magnétique, et donc d'obtenir des spectres 2D des champs sur de très grands intervalles de nombres d'onde.

Nous avons ensuite essayé de confronter certains de ces résultats à des *observations* de la couronne solaire faites par l'instrument SUMER du satellite SoHO. Les moments de plusieurs raies ont été calculés à bord du satellite, et nous avons ainsi pu réaliser des statistiques sur de grands champs d'intensité et de vitesse dans la raie S VI 93.3 nm de la région de transition, à plusieurs dizaines de dates au cours de l'année 1996. Nous avons trouvé des structures (dépassant un seuil d'intensité) dont l'intensité est distribuée en loi de puissance d'indice  $-1.6$ . Cette distribution peut être comparée, si l'intensité dans cette raie est une bonne approximation de l'énergie dans la structure, aux distributions des énergies des événements que d'autres auteurs ont observés ou simulés. Des statistiques analogues ont été observées en vitesse, mais leur interprétation doit être précisée. Les spectres des champs d'intensité ont aussi une queue en loi de puissance, qui pourrait être une signature indirecte de la turbulence. Par contre, les spectres de vitesse, qu'on aurait pu espérer comparer directement aux spectres des théories de turbulence, sont plats, pro-

bablement à cause du bruit et de la méthode de compression des données. La recherche d'intermittence dans ces champs, par les fonctions de structure, est probablement affectée par les mêmes problèmes. L'intermittence des champs d'intensité est ainsi clairement visible, alors que celle des champs de vitesse l'est beaucoup moins.

Les statistiques réalisées en détectant des événements dans des champs et des séries temporelles simulés ou observés nous ont ensuite conduits à nous interroger sur la *définition à donner à ces événements*. Nous avons vu que les lois de puissance étaient beaucoup plus larges et faciles à obtenir en utilisant une définition impliquant un seuil qu'en utilisant une autre définition. Notamment pour les distributions des temps d'attente, cela conduit à se poser la question de l'indépendance des événements successifs et du caractère Poissonien ou non des processus d'éruptions solaires. Nous avons ensuite montré que les statistiques étaient plus sensibles à la définition des événements (ce qui inclut la valeur du seuil si la définition utilise un seuil) lorsque la série temporelle est peu intermittente. Là aussi, il se pourrait que la validité de l'hypothèse de Parker (1988), que les nano-éruptions sont celles qui contribuent le plus au chauffage de la couronne, dépende de la façon dont on définit ces éruptions.

Si les résultats des observations concernant les distributions d'énergie d'événements sont si différents entre eux, cela pourrait ainsi être dû à la combinaison de différents facteurs : (1) les raisons de nature purement observationnelles comme la faible résolution ou le bruit, (2) le choix de la méthode utilisée pour obtenir des énergies d'événements observés en tant qu'embrillancements dans certaines raies, et enfin (3) le choix de la définition d'un événement.

Les deux premiers points, associés à la difficulté fondamentale des méthodes d'inversion, nous incitent à chercher à déplacer la comparaison entre les modèles et les observations, c'est-à-dire à comparer des distributions d'événements en intensité issue d'observations et de modèles incluant l'émission lumineuse, au lieu de comparer des distributions d'énergie (figure 1.10). Le troisième point nous suggère à la fois de décrire précisément la méthode utilisée pour définir un événement (ce qui n'est pas toujours fait dans la littérature), de chercher à uniformiser autant que possible les définitions utilisées, et d'exploiter aussi la richesse de l'information contenue dans des statistiques comme les spectres des champs ou les fonctions de structures, qui ont l'avantage de ne pas demander de trouver au préalable des événements.

## 6.2 Extensions possibles de ce travail

Il semble ainsi souhaitable de faire une comparaison directe entre les statistiques issues respectivement des modèles et observations, ce qui serait possible à condition de développer les modèles jusqu'à ce qu'ils soient capables de calculer les *statistiques d'émission coronale*, c'est-à-dire des variables observables. Les événements produits par l'automate cellulaire ou la fonction de chauffage  $H(t, z)$  produite par le shell-model de boucle pourraient d'abord être utilisés



comme donnée d'entrée des modèles hydrodynamiques et thermodynamiques de boucle, comme ce qui a été fait par Walsh et Galtier (2000) suite au modèle MHD 1D de boucle de Galtier et Pouquet (1998).

Avec Susanna Parenti (Parenti *et al.*, 2004), nous avons ainsi déjà essayé de voir dans quelle mesure les distributions d'événements issus de l'automate cellulaire étaient conservées dans les statistiques d'émission de raies EUV. Dans ce modèle, les événements de l'automate cellulaire sont considérés comme étant la fonction de chauffage d'un modèle de conduction et de refroidissement de boucle Antiochos et Sturrock (1978); Cargill (1993, 1994), lui-même pouvant être couplé au modèle de physique atomique CHIANTI (Dere *et al.*, 1997). Le modèle de conduction et de refroidissement est identique à celui utilisé pour le travail de Cargill (1994), mais cette fois les événements qui chauffent la boucle n'ont plus une distribution en énergie uniforme, mais une distribution donnée par l'automate cellulaire. Par la suite il est aussi envisageable de faire ce type de travail en couplant le shell-model de boucle au modèle hydrodynamique de Patsourakos *et al.* (2004).

Certaines régions de la couronne n'étant pas des régions magnétiques fermées de type boucle coronale, il est intéressant de généraliser ces modèles au cas de régions coronales ouvertes. L'ouverture en soi ne pose pas de problème : il suffit de supprimer la deuxième condition aux limites de réflexion partielle sur ce qui était un pied de la boucle. Par contre, dans une telle région, les ondes d'Alfvén montantes sont réfléchies (réfractées) vers le bas par la diminution de densité de la couronne, ce qui est nécessaire pour que des interactions non-linéaires entre ondes contra-propageantes  $Z^+$  et  $Z^-$  existent. Dans ce cas, on ne peut plus éviter d'inclure la stratification de la couronne dans le modèle : à cause des variations de densité, la vitesse d'Alfvén  $b_0 = B_0 / \sqrt{\mu_0 \rho}$  varie en fonction de l'altitude. En supposant le champ  $B_0$  constant et la densité  $\rho(z)$  donnée, on obtient  $b_0(z)$ . Dans le cas du shell-model, il faut alors ajouter le terme  $-\frac{1}{2}(\partial_z b_0)(Z_n^+ - Z_n^-)$  au terme de gauche  $(\partial_t + sb_0 \partial_z)Z_n^s$  de l'équation du shell-model (3.12). Un tel travail est en cours, avec Andrea Verdini, à Florence. Par la suite, il sera possible de revenir à un modèle de boucle, rendu plus réaliste par la stratification de l'atmosphère.

Les analyses de données que nous avons réalisées sur les données SUMER devraient être prolongées, en trouvant un compromis entre le besoin d'obtenir en un temps faible un grand champ, nécessaire pour faire des statistiques, et le besoin de données non bruitées, donc de temps d'exposition suffisant. Ces contraintes sont plus fortes en vitesse qu'en intensité. En intensité, l'exploitation des données SUMER que nous avons utilisées pourrait être continuée, et étendue notamment en faisant une analyse multi-fractale du champ. Comme nous n'avons pas vu, du point de vue de ces statistiques, de différence sensible entre les résultats obtenues par un spectroscopie (SUMER) ou par un instrument à filtres (EIT, TRACE), ces statistiques d'intensités pourraient également être réalisées avec des données de EIT. En vitesse par contre, où les instruments spectroscopiques sont indispensables, il faudrait refaire les analyses que j'ai faites sur des données à temps de pose un peu plus long.

Par ailleurs, les *simulations* pourraient se développer dans le sens d'une prise en compte encore meilleure des termes non-linéaires de la MHD. Les simulations évoquées à la section 2.3, à nombre de modes réduits déterminés à partir de la Proper Orthogonal Decomposition de simulations numériques directes, nous paraissent être une direction intéressante, sans oublier bien sûr l'amélioration constante des simulations numériques directes. Ces simulations pourront aussi permettre d'y rechercher les signatures du comportement d'auto-organisation critiques (SOC) que nous avons pris comme hypothèse lors de la construction du modèle d'automate cellulaire. Au fur et à mesure de ces progrès, les effets non-MHD aux plus petites échelles devront également être intégrés dans les modèles numériques d'éruptions solaires.



# Obtention des coefficients du shell-model

Je présente ici les grandes lignes des calculs aboutissant aux coefficients des termes non-linéaires  $T_n^s$  donnés à l'équation 3.13. Nous avons déjà vu qu'en imposant des interactions locales par triades, entre les couches du modèles, il ne restait que 6 termes, qui peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}
 (d_t Z^s)_{\text{NL}} = ik_n (T_n^s)^* = ik_n & \left( a_1 Z_{n+1}^s Z_{n+2}^{-s} + a_2 Z_{n+1}^{-s} Z_{n+2}^s \right. \\
 & + \frac{a_3}{\lambda} Z_{n+1}^s Z_{n-1}^{-s} + \frac{a_4}{\lambda} Z_{n+1}^{-s} Z_{n-1}^s \\
 & \left. + \frac{a_5}{\lambda^2} Z_{n-1}^s Z_{n-2}^{-s} + \frac{a_6}{\lambda^2} Z_{n-1}^{-s} Z_{n-2}^s \right)^*
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

où  $a_1, \dots, a_6$  sont des coefficients à déterminer. Par la suite, nous omettrons l'indice NL des dérivées temporelles, étant entendu que seuls les termes non-linéaires sont considérés.

Le terme non-linéaire de la dérivée temporelle des énergies  $E^\pm = \sum_n |Z_n^\pm|^2$  s'écrit :

$$d_t E^\pm = 2\Re Z_n^\pm (d_t Z_n^\pm)_{\text{NL}} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
 = 2k_0 \Re \sum_n -i\lambda^n & \left( a_1 \xi_{n+1}^{\pm\pm\mp} + a_2 \xi_{n+1}^{\pm\mp\pm} + \frac{a_3}{\lambda} \xi_n^{\mp\pm\pm} + \frac{a_4}{\lambda} \xi_n^{\pm\pm\mp} \right. \\
 & \left. + \frac{a_5}{\lambda^2} \xi_{n-1}^{\mp\mp\pm} + \frac{a_6}{\lambda^2} \xi_{n-1}^{\pm\mp\mp} \right)
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

avec  $\xi_n^{s_1 s_2 s_3} \equiv Z_{n-1}^{s_1} Z_n^{s_2} Z_{n+1}^{s_3}$ . La somme est faite sur l'ensemble des modes  $n$ , en considérant que  $Z_m^\pm = 0$  si  $m < 0$  ou  $m \geq n_\perp$ . On remarque que la valeur de la somme est inchangée quand le domaine de sommation sur  $n$  est étendu à  $\mathbb{Z}$  (aucune énergie n'est transférée aux modes  $Z_m^\pm$  avec  $m < 0$  ou  $m \geq n_\perp$ ), ce qui permet de ne pas traiter de manière particulière les bords du domaine de sommation.

On fait ensuite un changement de variable sur l'indice  $n$  de la somme sur les modes, de telle façon à ce que les indices des  $\xi$  soient tous égaux à  $n$ . Les

$\xi_n^{s_1 s_2 s_3}$  étant indépendants (on peut imposer des valeurs arbitraires aux  $Z_n^\pm(t)$ ), la conservation des énergies se traduit par les conditions :

$$a_4 = -a_1 \quad a_5 = -a_3 \quad a_6 = -a_2 \quad (\text{A.4})$$

À partir de là, calculons la contribution des termes non-linéaires à la dérivée temporelle du champ magnétique. En utilisant  $Z_{n_1}^+ Z_{n_2}^- - Z_{n_2}^+ Z_{n_1}^- = 2(u_{n_2} b_{n_1} - u_{n_1} b_{n_2})$ , on trouve :

$$d_t b_n = \frac{1}{2}(Z_n^+ - Z_n^-) \quad (\text{A.5})$$

$$= ik_n \left( (a_1 - a_2)(u_{n+1} u_{n+2} - b_{n+1} b_{n+2}) + \frac{a_1 + a_3}{\lambda} (u_{n-1} u_{n+1} - b_{n-1} b_{n+1}) + \frac{a_3 - a_2}{\lambda^2} (u_{n-1} u_{n-2} - b_{n-1} b_{n-2}) \right)^* \quad (\text{A.6})$$

Posons :

$$A_1 \equiv a_1 - a_2 \quad A_2 \equiv a_1 + a_3 \quad A_3 \equiv a_3 - a_2 \quad (\text{A.7})$$

Nous pouvons maintenant calculer la contribution des termes non-linéaires à la dérivée temporelle du troisième invariant, qui s'écrit  $H_B^{(\alpha)} = \sum_n |b_n|^2 / k_n^\alpha$  en 2D (avec  $\alpha = 2$  si ce troisième invariant est l'anastrophie) :

$$d_t H_B^{(\alpha)} = 2k_0^{1-\alpha} \Re \sum_n -i \lambda^{n(1-\alpha)} \left( A_1 ([bbu]_{n+1} - [bub]_{n+1}) + \frac{A_2}{\lambda} ([ubb]_n - [bbu]_n) + \frac{A_3}{\lambda^2} ([bub]_{n-1} - [ubb]_{n-1}) \right) \quad (\text{A.8})$$

avec  $[pqr]_n \equiv p_{n-1} q_n r_{n+1}$ . En faisant de nouveau un changement de variable sur l'indice de la somme, comme les  $u_n$  et  $b_n$  sont indépendants, la conservation de l'anastrophie se traduit par les conditions :

$$\lambda^\alpha A_1 = A_2 \quad \lambda^{2\alpha} A_1 = A_3 \quad (\text{A.9})$$

En imposant  $a_1 + a_2 = 1$ , on obtient<sup>1</sup> :

$$A_1 = -\frac{\lambda^{-2\alpha}}{1 - \lambda^{-\alpha}} \quad A_2 = -\frac{\lambda^{-\alpha}}{1 - \lambda^{-\alpha}} \quad A_3 = -\frac{1}{1 - \lambda^{-\alpha}} \quad (\text{A.10})$$

Puis, en posant

$$\delta \equiv 1 + \lambda^{-\alpha} \quad \delta_m \equiv -\frac{\lambda^{-\alpha}}{1 - \lambda^{-\alpha}} \quad (\text{A.11})$$

<sup>1</sup>Imposer  $a_1 + a_2 = 1$  revient simplement à une normalisation globale des coefficients des termes non-linéaires, donc de l'importance de ces termes. Mais cette importance est liée à un niveau donné des champs  $u$  et  $b$ , donc la normalisation peut être choisie sans perte de généralité. Ici, cette valeur particulière a été prise pour que  $d_t u_n$  avec  $b_n = 0$  corresponde aux shell-models GOY hydrodynamiques.

les coefficients recherchés sont :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\delta + \delta_m}{2} & a_2 = \frac{2 - \delta - \delta_m}{2} & a_3 = \frac{\delta_m - \delta}{2} \\ a_4 = -\frac{\delta + \delta_m}{2} & a_5 = -\frac{\delta_m - \delta}{2} & a_6 = -\frac{2 - \delta - \delta_m}{2} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Ainsi, une fois la forme du terme non-linéaire et une normalisation globale imposées, la conservation des invariants de la MHD détermine entièrement les coefficients du shell-model.



# Schémas numériques pour le shell-model de boucle

---

## B.1 Schéma de Runge-Kutta

L'équation (3.12), que nous avons à résoudre pour calculer l'évolution temporelle du shell-model, est de la forme  $\partial_t f = F(f, t)$ , où  $f$  représente l'ensemble des champs du modèle. Pour avoir plus de précision qu'avec la méthode d'Euler, nous utilisons un schéma de Runge-Kutta du troisième ordre pour calculer l'état du modèle après un temps  $\delta t$  suivant un instant  $t$ . Un tel schéma s'écrit (Laney, 1998) :

$$\left\{ \begin{array}{l} f^0 \equiv f(t) \\ f^1 \equiv f^0 + a_{10}F^0\delta t \\ f^2 \equiv f^0 + a_{20}F^0\delta t + a_{21}F^1\delta t \\ f^3 \equiv f^0 + a_{30}F^0\delta t + a_{31}F^1\delta t + a_{32}F^2\delta t \\ f(t + \delta t) \equiv f^3 \end{array} \right. \quad (\text{B.1})$$

avec  $F^i \equiv F(f^i, t + c_{i+1}\delta t)$  et avec les conditions

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1 = a_{30} + a_{31} + a_{32} & c_1 = 0 \\ 1/3 = a_{31}c_2^2 + a_{32}c_3^2 & c_2 = a_{10} \\ 1/2 = a_{31}c_2 + a_{32}c_3 & c_3 = a_{20} + a_{21} \\ 1/6 = a_{32}a_{21}a_{10} & \end{array} \right. \quad (\text{B.2})$$

Les  $c_i$  représentent les fractions intermédiaires du pas de temps  $\delta t$ . L'en-



semble des coefficients peut être représenté par son « tableau de Butcher » :

$$\begin{array}{c|ccc}
 c_1 & & & \\
 c_2 & a_{10} & & \\
 c_3 & a_{20} & a_{21} & \\
 \hline
 & a_{30} & a_{31} & a_{32}
 \end{array} \quad (\text{B.3})$$

Dans notre cas, l'algorithme utilisé est :

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 v_0 \equiv f(t) & g_0 \equiv F(v_0) \\
 v_1 \equiv v_0 + \frac{1}{3}g_0\delta t & g_1 \equiv F(v_1) - \frac{5}{9}g_0 \\
 v_2 \equiv v_1 + \frac{15}{16}g_1\delta t & g_2 \equiv F(v_2) - \frac{153}{128}g_1 \\
 v_3 \equiv v_2 + \frac{8}{15}g_2\delta t & f(t + \delta t) \equiv v_3
 \end{array} \right. \quad (\text{B.4})$$

En développant le contenu de chaque équation, on retrouve un algorithme de la forme générale donnée par les équations (B.1), dont le tableau de Butcher est

$$\begin{array}{c|ccc}
 0 & & & \\
 1/3 & 1/3 & & \\
 3/4 & -3/16 & 15/16 & \\
 \hline
 & 1/6 & 3/10 & 8/15
 \end{array} \quad (\text{B.5})$$

On vérifie que les conditions (B.2) sont bien satisfaites par ces coefficients.

## B.2 Propagation des ondes

L'utilisation du schéma de Runge-Kutta pour la propagation des ondes nécessite de calculer  $\partial_z Z_n^\pm$ , mais l'intérêt de ce schéma — la précision — est perdu si cette dérivée spatiale n'est pas calculée suffisamment précisément. D'autre part, la recherche de la précision dans le calcul de cette dérivée se heurte au problème de la stabilité de l'intégration de l'équation d'onde. De manière générale, l'intégration numérique de la propagation d'une onde, avec une diffusion et une dispersion numériques faibles, est plus difficile qu'il n'y paraît.

Nous préférons donc utiliser d'autres schémas, spécifiquement adaptés à la propagation des ondes, et nous devons ainsi séparer l'intégration du terme d'ondes d'Alfvén de l'intégration des autres termes (faite par le schéma de Runge-Kutta). L'équation à intégrer est

$$\partial_t f + v \partial_z f = 0 \quad (\text{B.6})$$

où  $f(z, t)$  est constitué du champ,  $Z_n^+$  ou  $Z_n^-$ , qui se propage à la vitesse  $v$  le long de l'axe des  $z$  ( $v$  vaut donc  $\mp b_0$  pour  $Z_n^\pm$ , avec  $b_0 < 0$ ); on suppose  $v > 0$  dans la description des schémas *upwind* ci-dessous.

Soit  $f_j^n$  la valeur de ce vecteur à la position  $z_j = j \delta z$  le long de la boucle et au temps  $t^n = n \delta t$ , et soit  $c$  le paramètre CFL (de Courant-Friedrichs-Lewy)  $v \delta t / \delta z$ .

Les schémas explicites de premier ordre temporel consistent à calculer explicitement le champ au temps  $t^{n+1}$  en fonction du champ au temps  $t^n$ , par opposition aux schémas implicites, qui consistent à calculer les champs au temps  $t^n$  en fonction des champs au temps  $t^{n+1}$  puis à inverser la relation obtenue (Fletcher, 1991; Laney, 1998). Les schémas *upwind* (« à contre-courant ») consistent à n'utiliser que des points de la grille situés en amont du point  $z_j$  auquel on calcule l'évolution du champ, par opposition aux schémas *downwind*. En général, les schémas *upwind* explicites sont stables et les schémas *downwind* explicites correspondants sont instables.

Le premier schéma que nous utilisons est un schéma explicite *upwind* de premier ordre, qui s'écrit simplement en évaluant au premier ordre  $\partial_z f_j^n$  en utilisant  $f_j^n$  et  $f_{j-1}^n$ , et  $\partial_t f_j^n$  en utilisant  $f_j^n$  et  $f_j^{n+1}$ . On obtient :

$$(f_j^{n+1})_{\text{num}} = (1 - c)f_j^n + cf_{j-1}^n \quad (\text{B.7})$$

Ce schéma est stable, mais évidemment très dissipatif (le coefficient de dissipation numérique est  $v \delta t \delta z (1 - c) / 2$ ). Remarquons tout de même que cette dissipation est un peu plus faible, expérimentalement, que celle qui est observée en intégrant la propagation des ondes avec le schéma de Runge-Kutta en calculant la dérivée spatiale à l'ordre 1.

Nous avons essayé d'utiliser le schéma de Lax-Wendroff, obtenu en ajoutant une dissipation artificielle pour stabiliser le schéma Forward-Time/Centered Space (FTCS). Ce schéma semblait bien se comporter dans une situation où seules les ondes existaient, mais dans une situation où les autres termes étaient activés, des motifs de période 2 le long de l'axe  $z$  apparaissaient. Nous n'avons pas réussi à expliquer ces motifs<sup>1</sup>, et nous avons abandonné ce schéma.

Notre choix s'est finalement porté sur le schéma de Beam-Warming (Warming et Beam, 1976; Laney, 1998). Le principe de ce schéma entièrement *upwind* est d'évaluer  $\partial_z f_j^n$  au deuxième ordre en utilisant  $f_j^n$ ,  $f_{j-1}^n$  et  $f_{j-2}^n$ . Dans notre cas, où la vitesse d'Alfvén ne dépend pas de la position, ce schéma s'écrit :

$$f_j^{n+1} = f_j^n - \frac{c}{2} (3f_j^n - 4f_{j-1}^n + f_{j-2}^n) + \frac{c^2}{2} (f_j^n - 2f_{j-1}^n + f_{j-2}^n) \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{1}{2} f_j^n (2 - 3\lambda + \lambda^2) + f_{j-1}^n (2\lambda - \lambda^2) + \frac{1}{2} f_{j-2}^n (-\lambda + \lambda^2) \quad (\text{B.9})$$

Le facteur d'amplification numérique d'une onde monochromatique de nombre d'onde  $k$ , après un pas de temps  $\delta t$  réalisé par ce schéma, s'écrit

$$\xi_{\text{num}} = f_j^{n+1} / f_j^n = 1 - ick\delta z - \frac{1}{2} c^2 (k\delta z)^2 + \frac{i}{6} c (-2 + 3c) (k\delta z)^3 + o(\delta z^3) \quad (\text{B.10})$$

<sup>1</sup>Une hypothèse est que ces motifs proviennent de l'interaction de la composante *downwind* de ce schéma avec les conditions aux limites (le forçage introduit une sorte de discontinuité aux bords de la boîte, lorsqu'on se déplace dans le sens inverse de la propagation de l'onde).

Comme le facteur d'amplification  $\xi_{\text{th}}$  d'une telle onde est théoriquement  $\exp(-ikv\delta t) = \exp(-ikc\delta z)$ , l'erreur sur le facteur d'amplification au cours d'une durée  $\delta t$  n'est donc que d'ordre 3 (donc d'ordre 2 par unité de temps) :

$$\xi_{\text{num}} - \xi_{\text{th}} = \frac{i}{6}(k\delta z)^3 c(-2 + 3c + c^2) + o(\delta z^3) \quad (\text{B.11})$$

À l'ordre 3,  $|\xi_{\text{num}}|^2$  vaut 1, il faut donc aller à l'ordre 4 pour calculer la stabilité :

$$|\xi_{\text{num}}|^2 = 1 + \frac{1}{12}(k\delta z)^4 c(-6 + 15c - 12c^2 + 3c^3) + o(\delta z^4) \quad (\text{B.12})$$

Comme  $|\xi_{\text{num}}|^2 \leq 1$  pour  $c$  suffisamment petit (la valeur critique exacte dépend des termes d'ordre supérieur), le schéma est stable pour ces valeurs de  $c$ .

Une étude numérique de ces trois schémas est présentée à la figure B.1. Dans une boîte de longueur 1 contenant 1000 points le long de l'axe  $z$ , une onde  $u(z, t = 0) = \exp(2i\pi fz)$  se propage à la vitesse  $v = 1$ , pour différentes valeurs de la fréquence spatiale  $f$ . 5 pas de temps d'une durée de  $\delta t = v \delta z / 5$  sont réalisés, l'onde se propage donc pendant un temps  $v \delta z$ . Le facteur d'amplification  $\xi_{\text{num}}^5 = u(z, t = 5\delta t) / u(z, t = 0)$  (nombre complexe qui doit être indépendant de  $z$ ) est calculé et comparé au facteur d'amplification théorique  $\xi_{\text{th}}^5 = \exp(-2i\pi f v (5\delta t))$ . L'argument du facteur d'amplification, dont le rapport à la valeur théorique est montré à gauche de la figure B.1, est une mesure de la vitesse effective de propagation de l'onde, tandis que la comparaison de son module par rapport à 1 nous renseigne sur la diffusion numérique et sur la stabilité du schéma. Les résultats obtenus dans ces cas simples de propagation d'une onde monochromatique isolée nous confortent dans le choix du schéma de Beam-Warming. Une fois intégré à l'ensemble du shell-model de boucle, la dissipation est en  $k^{2.5}$  au lieu d'être en  $k^4$ , mais sa valeur reste de loin inférieure à celle du schéma *upwind* de premier ordre (figure 3.17 dans le chapitre 3).

### B.3 Schéma implicite pour la dissipation

Lorsque le terme de dissipation perpendiculaire est inclus dans le schéma de Runge-Kutta, le schéma est explicite : les champs au temps  $t + \delta t$  sont calculés à partir des champs au temps  $t$  en intégrant l'équation d'évolution pendant  $\delta t$ . La stabilité de cette intégration impose de choisir un facteur de sécurité  $c$  pour la condition CFL qui est du même ordre de grandeur pour le terme de dissipation que pour les autres termes : la condition CFL s'écrit  $\delta t = \min(c\tau_{v,\min}, c\tau_{\text{NL},\min}, c\tau_{A,\min})$ , avec  $c < 1$  (on utilise en fait  $c \approx 0.2$ ), et avec  $(\tau_{v,\min}, \tau_{\text{NL},\min}, \tau_{A,\min})$  étant les valeurs minimales que peuvent prendre respectivement les temps caractéristiques de dissipation, de la dynamique non-linéaire, et de propagation des ondes d'Alfvén (définis à la section 3.3.2).

Cela fait perdre du temps de calcul si l'on veut bien résoudre les échelles de dissipation. En effet, la chute du spectre aux échelles de dissipations, plus petites que celles de l'intervalle inertiel, se produit aux échelles pour lesquelles  $\tau_v(k_\perp) \leq \tau_{\text{NL}}(k_\perp)$ . Vu la pente du spectre dans l'intervalle inertiel, résoudre cette

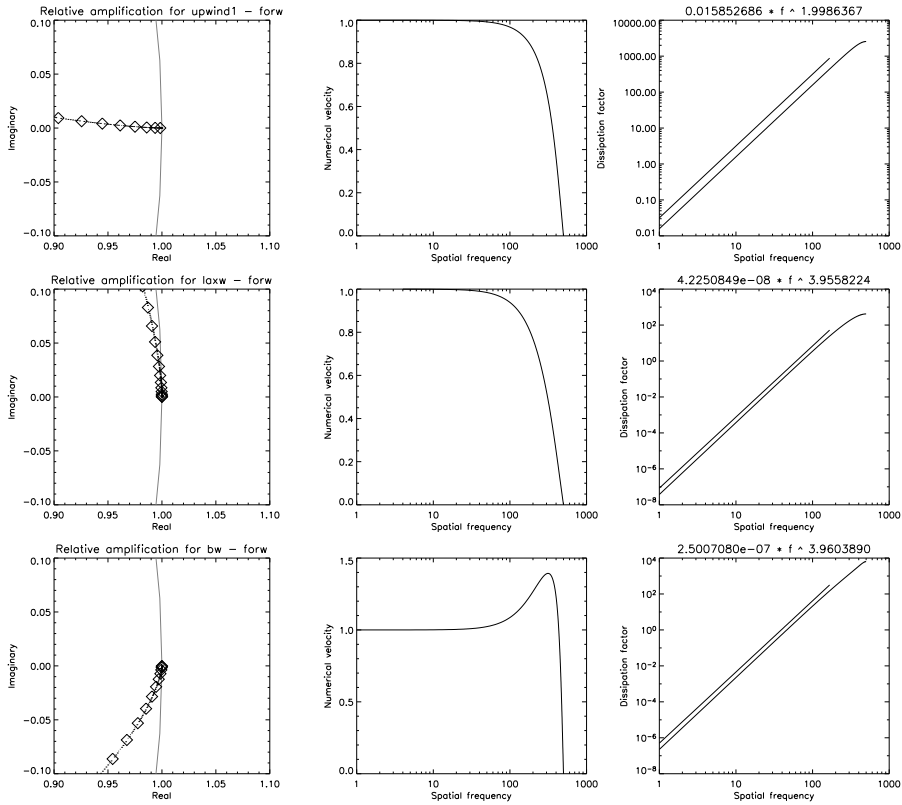


FIG. B.1: Étude des schémas numériques (de haut en bas) upwind de premier ordre, Lax-Wendroff et Beam-Warming. À gauche : rapport  $\xi_{num}/\xi_{th}$  entre les facteurs d'amplification complexes expérimental et théorique pour les fréquences spatiales entières (un carré indique une fréquence multiple de 10); le cercle unité est indiqué en gris, un point à l'intérieur de ce cercle correspond à un schéma stable. Au milieu : vitesse expérimentale  $-(\arg \xi_{num}^5)/(5k\delta t)$  de l'onde en fonction de la fréquence spatiale (courbe de dissipation). À droite : dissipation  $-(\ln |\xi_{num}^5|)/(5\delta t)$ , ajustée à une loi de puissance; le schéma du premier ordre a une dissipation en  $k^2$ , les autres une dissipation en  $k^4$ .

zone sur un ordre de grandeur demande de baisser  $\delta t$  de 1.3 ordres de grandeur. Pour éviter de devoir utiliser des pas de temps aussi courts et de perdre autant de temps de calcul, il faut utiliser un schéma permettant d'utiliser un facteur de sécurité  $c$  plus important. Pour la dissipation perpendiculaire, un schéma implicite est adapté : il s'agit de résoudre l'équation  $\partial_t f_n = -vk_n^2 f_n$  en passant du temps  $t + \delta t$  au temps  $t$ , puis d'inverser la relation obtenue, ce qui donne  $f(k, t + \delta t) = f(k, t)/(1 + vk^2 \delta t)$  pour un champ  $f(k, t)$  soumis à un coefficient de dissipation  $v$ . Contrairement au schéma explicite  $f(k, t + \delta t) = f(k, t)(1 - vk^2 \delta t)$ , le schéma implicite est stable même pour des facteurs de sécurité  $c$  importants (même supérieurs à 1), ce qui permet de relâcher la contrainte sur le pas de temps  $\delta t$  (au prix d'une perte de précision).

Dans notre cas, où les calculs se font en fonction des variables  $Z_n^\pm$  et non en fonction de  $u_n$  et  $b_n$ , cette méthode ne peut être utilisée que quand  $v = \eta$  (nombre de Prandtl égal à 1), car dans le cas contraire, le terme de dissipation en  $v^- = (v - \eta)/2$  mélangerait  $Z_n^+$  et  $Z_n^-$ .

# Compression des données SUMER

---

Cette annexe décrit le schéma de compression des données des observations du Soleil entier par SUMER. Le processus de calcul des 5 moments des 3 raies à bord de l'instrument est la « méthode de compression 17 » dans le SUMER Operations' guide, mais ici nous nous intéressons à la manière dont les valeurs de ces moments sont transformées en valeurs codées sur un octet avant d'être transmises au sol. Cette annexe est essentiellement basée sur un e-mail écrit par Philippe Lemaire le 19 août 1996 à 15h20.

## C.1 Compression des données

La fonction `near` est définie par le code IDL suivant :

```
function near, x
return, byte (x + 0.5 < 255)
end
```

Ainsi, si  $y = \text{near}(x)$ ,  $y \in \llbracket 0, 255 \rrbracket$ , avec  $x > -0.5$ , l'opération inverse s'écrit :

$$\begin{cases} x \in [y - 0.5, y + 0.5] & \text{si } y < 255 \\ x \geq 254.5 & \text{si } y = 255 \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

À bord de SUMER, les 5 moments des 3 raies sont calculés par la procédure `lemproc.my` et `sig` ont été calculés comme étant respectivement la position du milieu et la largeur de l'intervalle sur lequel la raie dépasse la moitié de son pic (les notations sont résumées dans le tableau C.1). La transformation de ces 5 moments en un tableau de 5 octets (pour chacune des positions le long de la fente) est réalisé par le code IDL suivant :

```
maxi=max(high1)
header(1)=maxi
high1=near(255.*high1/maxi)
```

Moment	Non-/dé-compressé			Compressé	
	Thèse	SUMER	Annexe	SUMER	Annexe
S VI 93.3 pic	(1)	<b>high1</b>	$M_0$	<b>im(0, *)</b>	$M'_0$
S VI 93.3 décalage	(2)	<b>my</b>	$M_1$	<b>im(1, *)</b>	$M'_1$
S VI 93.3 largeur	(3)	<b>sig</b>	$M_2$	<b>im(2, *)</b>	$M'_2$
Ly $\varepsilon$ intensité	(4)	<b>high2</b>	$M_3$	<b>im(3, *)</b>	$M'_3$
S VI 94.4 intensité	(5)	<b>high3</b>	$M_4$	<b>im(4, *)</b>	$M'_4$

Tab. C.1: Notation des moments compressés et décompressés (ou non compressés) des raies, selon le contexte : dans la thèse, dans le programme de compression à bord de SUMER, dans cette annexe.

```

maxi=max(high2)
header(2)=maxi
high2=near(255.*high2/maxi)
maxi=max(high3)
header(3)=maxi
high3=near(255.*high3/maxi)
my=near((my*10.+128)>0.)
sig=near(sig*10)
for i=0,ldim-1 do begin
  im(0,i)=high1(i)
  im(1,i)=my(i)
  im(2,i)=sig(i)
  im(3,i)=high2(i)
  im(4,i)=high3(i)
end

```

`header(i)` correspond au header `COMPARi` du fichier FITS, il servira à retrouver l'échelle originale des données lors de la décompression au sol. On le note  $C_i$ .

On a donc :

$$M'_0 := \text{near}(255M_0/C_1) \quad (\text{C.2})$$

$$M'_1 := \text{near}(10M_1 + 128) \quad \text{ou } 0 \text{ si } 10 \times M_1 + 128 < 0 \quad (\text{C.3})$$

$$M'_2 := \text{near}(10M_2) \quad (\text{C.4})$$

$$M'_3 := \text{near}(255M_3/C_2) \quad (\text{C.5})$$

$$M'_4 := \text{near}(255M_4/C_3) \quad (\text{C.6})$$

## C.2 Décompression des données

En utilisant ce qui précède, on déduit les  $M_i$  en fonction des  $M'_i$ , c'est-à-dire l'opération de décompression :

$$M_0 \in [(M'_0 - 0.5)C_1/255, (M'_0 + 0.5)C_1/255] \quad (\text{C.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M_1 < -12.75 & \text{si } M'_1 = 0 \\ M_1 \geq 12.75 & \text{si } M'_1 = 255 \\ M_1 \in [M'_1/10 - 12.85, M'_1/10 - 12.75[ & \text{sinon} \end{array} \right. \quad (\text{C.8})$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M_2 \geq 25.45 & \text{si } M'_2 = 255 \\ M_2 \in [M'_2/10 - 0.05, M'_2/10 + 0.05[ & \text{sinon} \end{array} \right. \quad (\text{C.9})$$

$$M_3 \in [(M'_3 - 0.5)C_3/255, (M'_3 + 0.5)C_2/255] \quad (\text{C.10})$$

$$M_4 \in [(M'_4 - 0.5)C_4/255, (M'_4 + 0.5)C_3/255] \quad (\text{C.11})$$





# Articles publiés et à paraître, présentations

---

## D.1 Revues à comité de lecture

L'article Buchlin *et al.* (2003a), reproduit à partir de la page 139, présente les résultats du modèle d'automate cellulaire (section 3.2 de la thèse). Il est aussi disponible sous forme de preprint dans la base ArXiv : astro-ph/0212444.

L'article reproduit à partir de la page 163 est consacré aux définitions d'événements (chapitre 5 de la thèse). Il a été accepté pour publication dans *Astronomy & Astrophysics*.

## D.2 Actes de colloques

L'article Buchlin *et al.* (2003b) a été écrit pour les actes (à comité de lecture) du colloque Solar Wind X (Pise, Italie, 2002). Il traite du modèle d'automate cellulaire, et est reproduit à partir de la page 149.

J'ai publié des résultats préliminaires de mon analyse des données de SUMER (chapitre 4 de la thèse) dans l'article Buchlin *et al.* (2004) reproduit à partir de la page 153, écrit pour les actes du colloque SoHO 13 (Palma de Majorque, Espagne, 2003).

Les premiers résultats du shell-model de boucle (section 3.3 de la thèse) vont paraître dans l'article Buchlin *et al.* (2004), reproduit à la page 157, des actes du colloque SoHO 15 (St-Andrews, Écosse, 2004). Ce même colloque a été l'occasion de la présentation des premiers résultats du couplage de l'automate cellulaire avec un modèle thermodynamique de boucle (Parenti *et al.*, 2004).

### D.3 Autres publications

En collaboration avec le service de la communication de l'Université Paris Sud, j'ai rédigé un communiqué de presse pour informer le public des activités de MEDOC à l'occasion du transit de Vénus, le 8 juin 2004. Le communiqué a trouvé un écho dans divers magazines et journaux, et il a donné lieu à la parution d'un article dans *Plein Sud*, le magazine de l'Université Paris Sud. L'article est reproduit à partir de la page 171.

### D.4 Présentations à des colloques et écoles, séminaires

Présentations orales à des colloques et ateliers internationaux :

- 15 novembre 2002 : Coronal Loops Workshop, Orsay, France
- 25 septembre 2003 : École d'été Basic processes of turbulent plasmas, Thessalonique, Grèce
- 21 et 24 juillet 2004 : 35th COSPAR Scientific Assembly, Paris, France (2 présentations)
- 07 septembre 2004 : SoHO 15 : Coronal heating, St-Andrews, Écosse
- 29 septembre 2004 École d'été Analysis techniques for turbulent plasmas, Copanello, Italie
- 19 novembre 2004 : Four Solar Cycles of Space Instrumentation, in honour of Philippe Lemaire's retirement, Orsay, France

Présentations orales à des colloques nationaux, séminaires et autres présentations orales :

- 08 octobre 2002 : Journées des thésards, IAS, Orsay, France (organisation)
- 14 janvier 2004 : Observatoire d'Arcetri, Florence, Italie
- 26 janvier 2004 : Atelier du Projet National Soleil-Terre, Autrans, France
- 03 février 2004 : Journées des thésards, IAS, Orsay, France
- 14 juin 2004 : Semaine de l'Astrophysique Française (SF2A), Paris, France

Posters :

- Juin 2000 : Meeting of the Solar physics division (SPD/AAS), Lake Tahoe, Nevada
- Juin 2002 : Solar Wind X, Pise, Italie
- Juin 2002 : Semaine de l'Astrophysique Française (SF2A), Paris, France
- Avril 2003 : EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Nice, France
- Septembre 2003 : Tagung der Astronomische Gesellschaft, Fribourg en Brisgau, Allemagne
- Octobre 2003 : SoHO 13 : Waves, oscillations and small scale transient events in the Solar Atmosphere, Palma de Majorque, Espagne
- Janvier 2004 : Atelier du Projet national Soleil-Terre, Autrans, France
- Avril 2004 : 1st EGU General Assembly, Nice, France

A&A 406, 1061–1070 (2003)  
DOI: 10.1051/0004-6361:20030730  
© ESO 2003

**Astronomy  
&  
Astrophysics**

## A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD

E. Buchlin<sup>1,2</sup>, V. Aletti<sup>1</sup>, S. Galtier<sup>1</sup>, M. Velli<sup>2,3</sup>, G. Einaudi<sup>4,3</sup>, and J.-C. Vial<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS – Université Paris-Sud, Bât. 121, 91405 Orsay Cedex, France

<sup>2</sup> Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, 50125 Firenze, Italy

<sup>3</sup> Istituto Nazionale Fisica della Materia, Sezione A, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

<sup>4</sup> Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

Received 7 November 2002 / Accepted 6 May 2003

**Abstract.** A 3D model intermediate between cellular automata (CA) models and the reduced magnetohydrodynamic (RMHD) equations is presented to simulate solar impulsive events generated along a coronal magnetic loop. The model consists of a set of planes distributed along a magnetic loop between which the information propagates through Alfvén waves. Statistical properties in terms of power-laws for energies and durations of dissipative events are obtained, and their agreement with X-ray and UV flares observations is discussed. The existence of observational biases is also discussed.

**Key words.** magnetohydrodynamics (MHD) – Sun: corona – Sun: flares – turbulence

### 1. Introduction

One of the main unresolved problems in solar physics concerns the mechanism by which the solar atmosphere is heated from several thousands degrees in the photosphere to millions in the corona. It is now commonly accepted that the ultimate source of energy lies in the convective motions in and below the photosphere, and that a reliable model of coronal heating has to deal with the transfer, the storage and finally the release of this energy into the solar corona. Several conceptual models have been proposed, such as Alfvén waves, electric currents and MHD turbulence – see for a review Zirker (1993) – where in all cases the magnetic field plays a key role in the dynamics.

On the other hand, it is also well established that impulsive events (e.g. solar flares, X-ray bright points) are distributed in the corona over a large range of scales in size, energy and duration (Dennis 1985; Crosby et al. 1993; Pearce et al. 1993; Krucker & Benz 1998; Aletti et al. 2000; Aschwanden et al. 2000) and that large events seem to be made up of the superposition of a myriad of smaller unresolved events. It was Parker (1988) who suggested that the active X-ray and UV corona is composed of a swarm of localized impulsive bursts of energy called nanoflares (or picoflares). Much theoretical work has been done to investigate Parker's conjecture and more generally the statistical nature of the solar coronal heating. They mainly follow two complementary schools which refer on the one hand to the dynamics of complex systems and on the other hand to fluid mechanics.

The statistical properties of flaring activity allow one to view the solar corona as a complex system which can be described with cellular automata (CA) models (Lu & Hamilton 1991; Lu et al. 1993; Vlahos et al. 1995; Galsgaard 1996; Georgoulis & Vlahos 1998; Vassiliadis et al. 1998; Isliker et al. 2000, 2001; Charbonneau et al. 2001; Krasnoselskikh et al. 2001). CA models have become increasingly useful in the study of complex systems because they permit the study of an entire system without ignoring the effects of individual components of the system. There are many natural applications such as substorms in the magnetotail (Takalo et al. 1999), star formation in spiral galaxies (Lejeune & Perdang 1996) or earthquakes (Carlson & Langer 1989). A cellular automaton is based upon the idea of the locality of influence: a system is distributed in space, and nearby regions have more influence than those far apart (see for instance MacKinnon & Macpherson 1997 for a study of a nonlocal communication). A grid of cells is used to represent the components of a system, and each cell is given a set of phenomenological rules concerning its surrounding neighbors. The system evolves over several iterations by allowing each cell to interact using the given rules. What makes CA so interesting and useful is that after many iterations they reveal complex structures and arrangements that form across great distances even though each cell only takes into account local information. Self-Organized Criticality (SOC) (Bak et al. 1987; Kadanoff et al. 1989; Hwa & Kardar 1992; Sornette 2000) refers to the spontaneous organization of such an externally driven system into a globally stationary state over many scales.

Send offprint requests to: E. Buchlin,  
e-mail: eric.buchlin@ias.fr

On the other hand, we find fluid models which give the physical description that is missing in CA. Much work has been done on statistical solar flares (Longcope & Sudan 1994; Walsh et al. 1995; Einaudi et al. 1996; Galsgaard & Nordlund 1996; Hendrix & van Hoven 1996; Dmitruk et al. 1998; Galtier & Pouquet 1998; Georgoulis et al. 1998; Galtier 1999; Walsh & Galtier 2000) but most of them suffer from the fact that statistical simulations of flares studied in the context of forced resistive MHD equations are possible only at the cost of huge computational expenses. Nevertheless it has been possible to show important properties, e.g. that the dissipative events produced exhibit power-law distributions (for total energy, peak of luminosity and duration) in agreement with X-ray observations, but with generally a much smaller “inertial range” than the CA counterpart.

A recent debate about the possible existence of sympathetic flaring, i.e. the correlation in time of two successive events (Pearce et al. 1993; Wheatland et al. 1998; Boffetta et al. 1999; Wheatland 2000; Lepreti et al. 2001; Galtier 2001), suggests the possibility to dismiss CA as a model of solar flares since standard CA models do not produce correlated events (non-Poissonian statistics such as power-law waiting time distributions). But in fact many CA models exist in the literature like nonconservative models (Christensen & Olami 1992) which turn out to be able to generate the statistics expected for sympathetic flaring. But the question of the existence of sympathetic flaring in the corona has not yet found an answer since in particular there is still a debate about what we mean by event.

The problem of coronal heating is intimately linked to the existence of nanoflares whose Probability Distribution Function (PDF) in energy is supposed to be a power-law steeper than that for regular flares. Let us assume that the PDF in energy  $E$  of events is distributed according to a power-law of index  $-\zeta$ , i.e.  $\text{Pr}(E) \propto E^{-\zeta}$ . It is then possible to show that there exists a critical slope of index  $\zeta_c = 2$  (Hudson 1991). Indeed, the total energy released in the corona by events between  $E_{\min}$  and  $E_{\max}$  is  $(E_{\max}^{2-\zeta} - E_{\min}^{2-\zeta})/(2-\zeta)$  which means that if  $\zeta < 2$  the main contribution comes from high energy events, whereas if  $\zeta > 2$  it comes from smaller events (the swarm of nanoflares). The average power dissipated in a large flare is of the same order of magnitude as the total average power emitted by the corona,  $\approx 10^3 \text{ W m}^{-2}$ , which proves that regular flares can not account for coronal heating since they are episodic events seen over and above the average coronal background. It is then natural to think that a swarm of very small and still unobservable events may dominate the heating process. One of the main challenges of statistical flare models is to know whether or not it is possible to produce power-law distributions for any relevant quantity such as energy, luminosity or duration, and what the power-law indices are.

The aim of this paper is to introduce a hybrid model for a solar magnetic loop which is somewhat intermediate between CA models and full MHD or reduced MHD models. In this model, we will inject and store energy into a coronal loop (our numerical domain) via wave propagation from the photosphere (our numerical boundary). The trigger for an event is determined in a way analogous to conventional CA models, i.e. with a threshold in the current. However, during the

subsequent event the current is dissipated and the magnetic field recomputed using Maxwell’s equations. Let us note that this is a minimal consistency requirement for the field evolution which is not always incorporated in CA models. In practice, the model allows current concentrations to form kinematically (advection from the photosphere), but not dynamically (the nonlinear part of the Lorentz force,  $\mathbf{j} \times \mathbf{b}$ ). The model is non-trivial because of the threshold dynamics of the dissipation, which mimics the nonlinear terms, but the model is much simpler to integrate than the full MHD equations, therefore allowing a fast computation of statistics (events sizes and durations), and a comparison both with observations and full numerical simulations.

The paper is organized as follows. In Sect. 2 we give a detailed description of the CA model and show its basic behavior through some numerical experiments. In Sect. 3 the results of a parametric study are given and discussed. In Sect. 4 we summarize the properties of the model, we present a comparison with observations, and we draw some conclusions.

## 2. The model

In the original 3D lattice model developed by Lu & Hamilton (1991) the physical quantity defined on each lattice is the magnetic field. The system is driven from the outside by adding randomly in space a random magnetic field. The process continues until a reconnection instability criterion is satisfied at any point of the 3D lattice, i.e. until the magnetic gradient exceeds a critical value at this point. Then the magnetic field is redistributed (diffused) towards neighboring nodes with the possibility to transfer the instability as well. The redistribution process stops when the system is completely relaxed. Then another amount of magnetic field is added to the system. An event called *avalanche* is associated to the rapid diffusion of the magnetic field.

Subsequent models use the magnetic vector potential  $A$  rather than the magnetic field since the divergence-free condition for the magnetic field is then automatically satisfied. For example in the recent model developed by Isliker et al. (2000, 2001) where the 3D lattice represents an ensemble of magnetic loops, the knowledge of  $A$  allows to reconstruct the magnetic field topology and eventually the structure of the current density. To do so they introduce the notion of derivative. The present simplified model belongs to this class of models but only one typical coronal loop will be considered and simulated. The detailed description of the model is now given.

### 2.1. Basic idea: On-off mechanism and turbulence

A possible reason for the behavior of the corona is that it lies in a turbulent state. A model of coronal loops should therefore allow for the effects of turbulent fluctuations. This is possible with CA models at a very superficial level through an on-off mechanism. The idea behind the threshold dynamics of our model, the on-off mechanism, is the following. The forcing due to the convective granules, although applied on a range of scales, has a typical length scale that is supposed to be far greater than the dissipative scale. The connection between

the forcing and the dissipative length scales is made through a turbulent mechanism. During the “off” phase, i.e. the loading phase, the plasma is in a laminar state where the dynamics is essentially governed by the linear terms (and the loading). Because the system is driven slowly, parts of the system or even the entire system can stay in principle in this state for very long periods of time. When sufficient energy is accumulated in the loop some nonlinear instability appears which triggers the rapid generation of small scales. The inertial range of the turbulent energy spectrum extends to small scales and makes the link between the typical forcing length scale and the dissipative length scale. This “on” phase is therefore characterized by a sudden increase of the dissipative terms in the RMHD equations (see Sect. 2.2) leading to a bursty event. Then the system returns immediately to an “off” phase. The nonlinearities of the RMHD equations are therefore included in the model in a very schematic way through a threshold dynamics only.

## 2.2. Description of the model

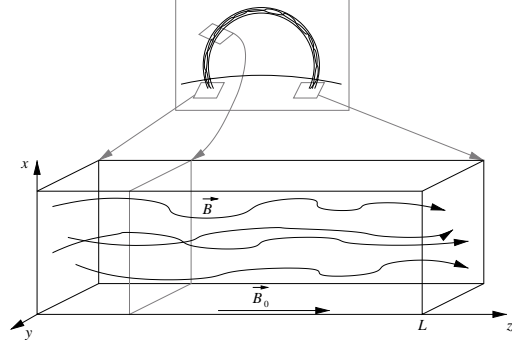
**Geometry of the model.** The model describes a coronal loop anchored in the photosphere whose footpoints are randomly moved. The presence of a strong axial magnetic field leads to essentially 2D dynamics, i.e. perpendicular to the mean magnetic field, for which the approximation of the RMHD equations (Strauss 1976) is a good model. As we can see in Fig. 1, the 3D regular grid is made up of a set of planes distributed along the loop between which the information propagates through Alfvén waves. Therefore each plane will evolve essentially independently from each other. Both boundary planes represent the photospheric footpoints, while the intermediate planes represent the loop itself, as if it were unbent. The curvature of the loop is not taken into account since the width of observed coronal loops (see e.g. observations from the TRACE instrument) appears to be constant along the loop and is much smaller than their length.

**RMHD equations.** Our aim is to compute the temporal evolution of the velocity field  $\mathbf{v}$  and the magnetic field  $\mathbf{B}$  (or  $\mathbf{b} \equiv \mathbf{B}/\sqrt{\rho_0\mu_0}$  if we consider only fields with the same physical dimension). We assume the presence of a strong and uniform axial magnetic field along the  $z$ -axis  $\mathbf{b}_0 = b_0\mathbf{e}_z$  ( $\equiv \mathbf{B}_0/\sqrt{\rho_0\mu_0}$ ) and we consider small perturbations to this field. We separate  $\mathbf{b} - \mathbf{b}_0$  and  $\mathbf{v}$  into parallel components ( $b_z\mathbf{e}_z$  and  $v_z\mathbf{e}_z$ ) and orthogonal components ( $\mathbf{b}_\perp$  and  $\mathbf{v}_\perp$ ). With the following additional hypotheses, (i) the scales along the  $z$ -axis are larger than the scales in the orthogonal directions (gradients along the  $z$  axis are negligible), and (ii) the kinetic pressure is negligible compared to the magnetic pressure (i.e. the plasma is cold,  $\beta \ll 1$ ), we then obtain the RMHD equations (Strauss 1976)

$$\partial_t \mathbf{v}_\perp + (\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{v}_\perp = b_0 \partial_z \mathbf{b}_\perp + \nu \Delta_\perp \mathbf{v}_\perp + (\mathbf{b}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{b}_\perp - \nabla (b_\perp^2/2), \quad (1)$$

$$\partial_t \mathbf{b}_\perp + (\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{b}_\perp = b_0 \partial_z \mathbf{v}_\perp + \eta \Delta_\perp \mathbf{b}_\perp + (\mathbf{b}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{v}_\perp, \quad (2)$$

where  $\nu$  and  $\eta$  are respectively the kinematic viscosity and the magnetic resistivity. To each grid point are associated two



**Fig. 1.** Model of coronal loop used for the simulations: the loop is unbent into a box, whose both extreme planes represent the photosphere. Parallel planes represent slices orthogonal to the local direction of the loop.

scalar fields  $a^s$ , with  $s = \pm$ , from which the Elsässer fields are derived

$$\mathbf{z}^s = \mathbf{v}_\perp + s\mathbf{b}_\perp = \nabla_\perp \times a^s \mathbf{e}_z. \quad (3)$$

All other fields (magnetic and velocity fields, current density, vorticity...) are derived from  $a^s$  by analogy with the standard magnetic and kinematic equations.

**Initial state and boundaries.** The fields  $a^s$  are taken to be zero initially. Each cross-sectional plane along the loop is periodic for the  $a^s$  variables. All numerical computations for each plane are made in the Fourier space. We use inverse Fast Fourier Transforms (FFT) when we temporarily need to know the values of a field at some positions in real space.

**Alfvén wave propagation.** In the right hand side of Eqs. (1) and (2), the first terms correspond to the Alfvén waves propagation along the  $z$ -axis:  $a^+$  propagates to the bottom of the simulation box (low values of  $z$ ), while  $a^-$  propagates to the top. These propagations are modeled by specific cellular automaton rules used at each time step  $\delta t$  of the simulation, corresponding to discretization of the Alfvén waves terms of Eqs. (1) and (2) in the form:

$$a^s(z, t + \delta t) = a^s(z + s\delta z, t). \quad (4)$$

There is no loss of energy (or reflection) during the Alfvén wave propagation since the density is assumed to be constant; however we assume that there is a total reflection of the waves when they reach the photosphere, i.e. the two boundary planes of the simulation box.

**Loading.** The action of the photospheric granules on the magnetic footpoints is modeled by a random increment  $\delta\Psi$  to the fields on both boundary planes. This increment has random Fourier coefficients but has globally a power-law energy spectrum in  $\sim k^{-\alpha}$  (the total intensity  $P_{\text{load}} = \int (k \delta\Psi)^2 dk$  is also

a parameter of the simulation). Indeed, observational evidence suggests that the convective layer is in a turbulent state: the photospheric granules exhibit a turbulent power spectrum of velocity consistent with a Kolmogorov energy spectrum in  $k^{-5/3}$  but only for a narrow inertial range of wavenumbers ( $\ell \sim 1/k < 3$ arcsec) (Roudier & Muller 1986; Chou et al. 1991; Espagnet et al. 1993). We emphasize that there is no loading in the other parts of the loop: energy is solely carried by Alfvén waves. Furthermore, these waves reflect on both photospheric boundary planes.

**Dissipation criterion.** We assume that dissipation occurs when an instability criterion is satisfied, which is the condition that the magnitude of the current density  $\|J\|$  exceeds a critical value  $J_c$ . As  $J_z = J \cdot e_z$  can be derived from the computed variables  $a^s$  ( $J_x$  and  $J_y$  are negligible), this dissipation criterion is likely to have more physical meaning than the criteria used for example in classical sandpile and in more elaborate models (see Charbonneau et al. 2001 for a review). However, there is still some doubt about the quality of this criterion, as will be discussed later (see Sect. 4.1).

**Reconfiguration of the field.** When the current density exceeds a given threshold at some real-space grid points in a given plane, the nonlinear terms of Eqs. (1) and (2) which are negligible during the loading phase (the off phase) become large and dominate the dynamics of the fields. They are quickly balanced by the dissipative terms when the energy cascade reaches the dissipative scale. This “on” phase (see Sect. 2.1) is modeled by a diffusion-like process for the magnetic and velocity fields which tends to reduce the magnitude of the current density and the vorticity.

The detailed algorithm is an updated version of the one introduced by Einaudi & Velli (1999). At a time  $t$  for plane  $z_0$  we compute the current density  $J_z(x, y, z_0) = -\Delta_\perp A_z$ , where  $A_z = (a^+ - a^-)/2$  is the magnetic vector potential and  $\Delta_\perp$  denotes the Laplacian operator in the plane  $z_0$ . If at some grid point  $(x, y, z_0)$  the value of  $|J_z|$  exceeds the threshold  $J_c$ ,  $A_z$  is updated in the time  $\delta t_c$  (with  $\delta t_c \ll \delta t$ ) according to the equation  $A_z(x, y, z_0; t + \delta t_c) = A_z(x, y, z_0; t) - \eta \delta t_c J_z(x, y, z_0; t)$ , which corresponds to current dissipation. The current density  $J_z$  corresponding to  $A_z(t + \delta t_c)$  is then computed, and this dissipation process is iterated until  $J_z$  does not exceed the threshold anywhere in the plane  $z_0$ . However, note that after the first iteration of this process, we take  $C J_c$  as a threshold instead of  $J_c$ . The “dissipation efficiency”  $C$  is a number between 0 and 1 which guarantees that the system is in a relaxed state after the whole dissipation process.

**Energy release** During this relaxation process, magnetic and kinetic energies are released. The energy release in each plane can easily be computed from the variations of  $\langle b_\perp^2 \rangle$  and  $\langle v_\perp^2 \rangle$  in the plane. It is the primary variable for our statistics. Note that topological modifications of the magnetic field may be expected: the connectivity of the magnetic field lines is modified because of the field diffusion. One of the possible

interpretations of this phenomenon is magnetic reconnection (see however the discussion in Sect. 4.1).

### 2.3. Time and space scales.

Let  $\delta x$  and  $\delta z$  be the distance between grid points in the  $x$  (or  $y$ ) and  $z$  directions respectively, and let  $\delta t$  be the time step. If we assume that the loop length  $L$  is 1 to 100Mm, then  $\delta z$  is 30km to 3 Mm for a typical resolution of  $N_L = 30$  points (i.e. 30 planes along  $z$ ). The analog assumptions for a loop width  $\ell (= L/10)$  of 0.1 to 10 Mm give  $\delta x$  between 1.5 and 150 km for a typical resolution of  $N_\ell = 64$ .

We can also determine time scales for the model: as the Alfvén speed is one in the model units, i.e. in units of  $\delta z/\delta t$ , we have  $\delta t = \delta z/v_A$ : the time step is the time needed by the Alfvén wave to propagate from one plane to its neighbors. For  $B_0 = 10^{-3}$  to  $10^{-2}$  T (i.e.  $v_A \approx 1$  to 10  $\text{Mm s}^{-1}$  with density  $\rho_0 \approx 10^{-12}$   $\text{kg m}^{-3}$ ), this yields  $\delta t$  between  $3 \times 10^{-3}$  s and 3 s. Another time scale in the system is the coherence time of photospheric loading  $\delta t_l$ . It is modeled by a periodic re-initialization of the coefficients of the loading increment  $d\Psi$ , which occurs every 200 time steps  $\delta t$ , or 0.6 to 600 s. This is small compared to observational evaluations of the photospheric coherence time, but the relevant point is the good separation between time scales; besides, larger values of the photospheric loading coherence time do not alter the results of the model. When no other indication is given, the time step  $\delta t$  is the unit of time; for example, in Fig. 2, the  $x$ -axis range maximum is 10 000  $\delta t$ , i.e. between approximately 30 s and 8 h. At last, the shortest time scale in the model is the cascade time scale  $\delta t_c$ , which is the time step for dissipations within a cascade, and which is analogous to the non-linear time scale of MHD models. It is assumed to be completely separated from the other time scales, i.e.  $\delta t_c \ll \delta t \ll \delta t_l$ .

A direct consequence of the separation between the cascade time scale  $\delta t_c$  and the time  $\delta t$  of wave propagation between planes is that the fields of neighboring planes are expected to be uncorrelated.

## 3. Numerical results of the model

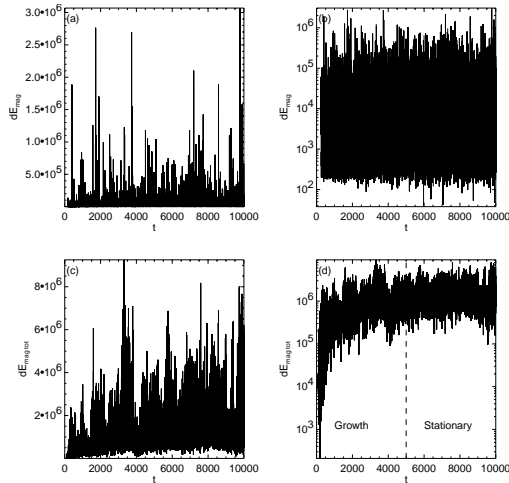
### 3.1. Model behavior

The simulations presented in this paper have been performed on a local quadri-RS/6000 IBM workstation at IAS. A typical run of 200 000 time steps with a resolution of  $N_L \times N_\ell^2 = 30 \times 64^2$  takes between 2 days and 2 weeks for one CPU, depending on the parameters.

**Initial growths of energy and dissipation.** As the initial fields in the simulation box are zero, the initial kinetic and magnetic energies are zero. The loading phase inputs energy into the system at each time step  $\delta t$  which gives a growth of the total energy of the system as shown in Fig. 2. Then the current density threshold can be reached at some points and dissipation occurs, which slows down the initial energy growth. At the same time, the average rate of dissipation increases until a stationary state is reached.

E. Buchlin et al.: Model of coronal energy dissipation based on RMHD

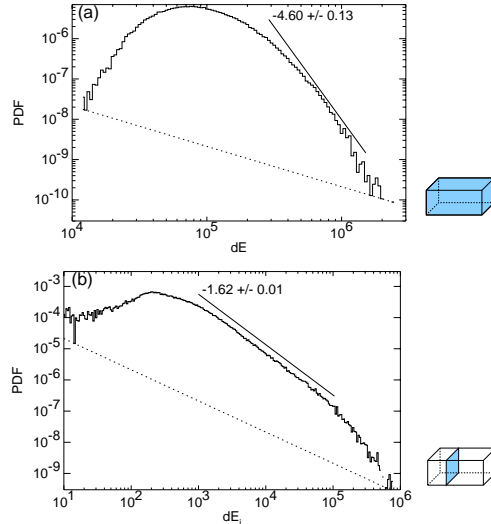
1065



**Fig. 2.** Initial growth of energy dissipations for parameters (a) (see Table 1): magnetic energies dissipated in the whole simulation box (a) and (b)) and in one given plane (c) and (d)) are plotted for the 10000 first time steps of the simulation. (a) and (c) have linear coordinates, (b) and (d) have semi-logarithmic coordinates. Note that no magnetic energy is dissipated in the box until  $t = 90$ , and in the plane until  $t = 240$ . Note also that a stationary state is reached from  $t \approx 5000$  (bottom right).

**Histograms and fitting methodology.** The heights of the bars of the histograms we plot are normalized by their width and they are divided by the number of events, i.e. our histograms are empirical PDFs. A least-squares linear fit is then performed in bi-logarithmic axes, on a range determined by visual inspection of the histogram (see Fig. 3b). This gives error bars on the slope of the linear fit, which is the slope of the expected histogram power-law. However, we should keep in mind that the choice of the fitting range often introduces much larger error bars (typically  $\pm 0.1$  to  $0.2$ ) than the error bars of the least-squares linear fit of the slope (typically  $\pm 0.01$  to  $0.05$ ). The error bars we give from now are conservative estimates taking into account the fitting range uncertainty.

**Choice of the variable used for the statistics and general shape of the PDF.** Former studies (Aletti et al. 2000; Aletti 2001) plotted the histograms or PDFs of the magnetic energy dissipation  $\Delta E_{\text{tot}}$  calculated in the whole simulation box (Fig. 3). The global shape of the PDF was a Gaussian. A power-law  $\Pr(\Delta E_{\text{tot}}) \propto \Delta E_{\text{tot}}^{-6}$  seemed to appear as a deviation from the Gaussian in the tail of the distribution, but it only spanned half a decade, which makes it perhaps not so relevant. On the contrary, we choose to plot the PDF of the magnetic energy  $\Delta E_i$  dissipated in one given plane  $i \in [1, N_L]$  (Fig. 3b). As the computations are done in the Fourier space, this is our primary variable. The power-law that can be fitted to the PDF of this variable has a much wider range (more than 2 decades) and is much less steep (the index is between 1 and 2) than in the former case.



**Fig. 3.** Histograms of magnetic energy dissipations (a) in the whole simulation box; (b) in one given plane. The dotted lines correspond to one event per histogram bar (0.02 decades wide each).

This can be explained by a Central Limit Theorem after remarking that  $\Delta E_{\text{tot}} = \sum_i \Delta E_i$  and that the  $E_i$ 's are quasi-independent (as expected, the correlation between fields in neighboring planes is very low), thus the PDF of  $\Delta E_{\text{tot}}$  is the convolution of the PDFs of all  $\Delta E_i$  for  $i \in [1, N_L]$ . The difference between the PDFs in both cases stresses the importance of the choice of the variable used for the statistics. It also emphasizes that in the case of the statistics of observational data, we have to be careful about the definition of an “event”.

Both distributions of  $\Delta E_i$  and of  $\Delta E$  show a maximum. In the case of  $\Delta E_i$ , it is a consequence of the finite range of the power-law distribution; the position of the maximum depends on the average event size and on the slope. In the case of  $\Delta E$ , knowing the distributions  $\Delta E_i$  in all planes  $i$ , it can be seen as a simple consequence of the Central Limit Theorem.

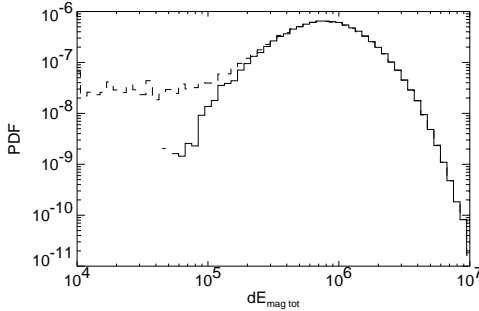
**Effect of initial growth on statistics.** During the initial energy growth, the PDF of the energy of events is different than during the stationary state. In particular, it is shifted to the left, i.e. the events are smaller. As a result, the left part of the PDF of events energy gets higher than what it would be if stationary state events only were taken into account, as seen in Fig. 4. As we are interested in stationary state events, we choose to exclude events occurring during the initial energy growth from the statistics.

**Typical fields.** As the model is built on phenomenological evolution rules, it is not expected that the fields produced by the simulation coincide with any real picture. However, as we have tried to be as close as possible to the original MHD equations it



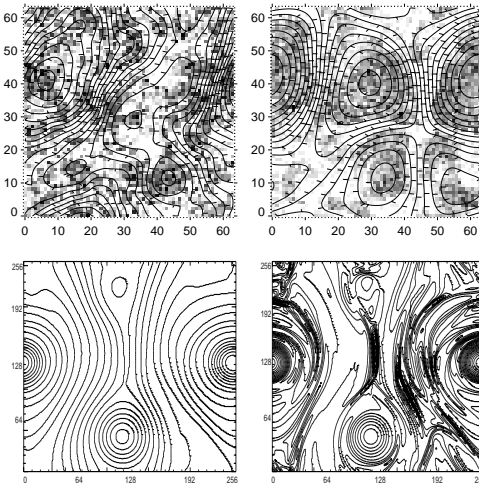
1066

E. Buchlin et al.: Model of coronal energy dissipation based on RMHD



**Fig. 4.** Effect of initial energy growth on the statistics of magnetic energy dissipations in the entire box: one histogram (solid line) only takes into account stationary state events, whereas the other one (dashed line) also takes into account the events produced during the initial phase.

is interesting to see how far the fields are realistic and what the limits of this phenomenological model could be. Typical magnetic and current density fields for  $\alpha = 2$  and  $\alpha = 4$  are shown in Fig. 5. On both samples but especially for high values of  $\alpha$ , we can notice that high current densities occur in magnetic “islands” and in regions where magnetic field densities are high. We do not observe many structures such as current sheets or possible reconnection sites, as will be discussed in Sect. 4.1, although they are more present for small values of  $\alpha$ . Large-scale photospheric forcing (large  $\alpha$ ) leads to large-scale structures.



**Fig. 5.** Top: magnetic and current density fields produced in a plane of the simulation box, for parameters sets (i) ( $\alpha = 2$ , left) and (o) ( $\alpha = 4$ , right). On both samples, the magnetic field lines are superimposed on a grayscale map of  $J_z^2$  with large values in black. Bottom: magnetic field (left) and current density contours (right) issued from numerical integration of RMHD equations (courtesy Georgoulis et al. 1998).

**Table 1.** Sets of parameters used for the parametric study.  $C$  is the dissipation efficiency,  $\eta$  is the magnetic resistivity and  $\alpha$  is the index of the 1D power-law loading spectrum. Parameters which are different from parameters set (a) are shown in italic font.

	$C$	$\eta$	$\alpha$
(a)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	5/3
(b)	<i>0.1</i>	$1 \times 10^{-3}$	5/3
(c)	<i>0.3</i>	$1 \times 10^{-3}$	5/3
(d)	<i>0.7</i>	$1 \times 10^{-3}$	5/3
(e)	<i>0.9</i>	$1 \times 10^{-3}$	5/3
(f)	0.5	$3 \times 10^{-4}$	5/3
(g)	0.5	$3 \times 10^{-3}$	5/3
(h)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	3/2
(i)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	2
(j)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	7/3
(k)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	8/3
(l)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	3
(m)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	10/3
(n)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	11/3
(o)	0.5	$1 \times 10^{-3}$	4

### 3.2. Parametric study of event energy PDFs

A parametric study is performed in order to explore the influence of the simulation parameters on the magnetic energy dissipations PDFs. A reference set of parameters, called (a), is chosen (see Table 1), and it gives the PDF shown in Fig. 3. The PDFs obtained for other sets of parameters will be compared to the PDF obtained for (a). Most of the sets of parameters correspond to the modification with respect to (a) of one parameter (dissipation efficiency  $C$ , magnetic resistivity  $\eta$ , loading spectrum index), which is in italic in Table 1. All simulations were performed on 200 000 timesteps, which seems sufficient to achieve a long stationary state after the initial energy growth phase, and to achieve good statistics for the PDFs. Histograms were done with data from the 100 000 last timesteps.

Other parameters, which are not changed during the study, include the grid size (see above) and the current density threshold  $J_c = 300$ . A higher grid resolution would have been interesting so as to get a broader wavelength range, but it would need a rescaling of other parameters and longer computation times. The current density threshold fixes the scale of current density, so its value has no intrinsic meaning.

**Dissipation efficiency.** Dissipation efficiency tells how much the system gets relaxed after a series of iterative dissipations: the current density threshold  $J_c$  is replaced by a new threshold  $C \cdot J_c$  after the first dissipation. With respect to the value  $C = 0.5$  used in parameters set (a), the dissipation efficiency can be set to almost any value of its range [0, 1] of valid values with almost no visible change in the PDFs.

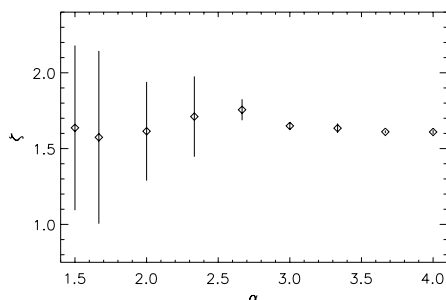
**Magnetic resistivity.** Magnetic resistivity  $\eta$  could vary in the range [ $3 \times 10^{-4}$ ,  $3 \times 10^{-3}$ ]. A numerical stability analysis, given the time step fixed to one and the wavenumber range, shows that higher values of  $\eta$  would result in numerical instability. On

**Table 2.** Variability of the event energy PDF power-law index  $\zeta$  as a function of the loading spectrum index  $\alpha$ .

	$\alpha$	$\zeta$
(h)	3/2	$1.64 \pm 0.54$
(a)	5/3	$1.57 \pm 0.57$
(i)	2	$1.61 \pm 0.33$
(j)	7/3	$1.71 \pm 0.27$
(k)	8/3	$1.76 \pm 0.07$
(l)	3	$1.65 \pm 0.02$
(m)	10/3	$1.63 \pm 0.03$
(n)	11/3	$1.61 \pm 0.01$
(o)	4	$1.61 \pm 0.01$

the other hand, lower values of  $\eta$  would lead to longer computational time. However,  $\eta$  has mainly an influence only on the dissipation process length; a change in the value of  $\eta$  has little influence on the histograms of dissipated energies.

**Loading spectrum.** The reference parameters set (a) has a loading spectrum index  $\alpha = 5/3$ , corresponding to the spectrum in the inertial range of Kolmogorov turbulence. In parameters sets (a) and (h) to (o),  $\alpha$  varies from 3/2 to 4 by a maximal interval of 1/3. Another series of simulations was performed with lower loading power values to explore the influence of the ratio  $P_{\text{load}}/J_c$ . For both series, for high values of  $\alpha$ , the power-law is well defined (3 to 4 orders of magnitude wide). Its slope index is approximately  $-1.6$ , and this value depends neither on the loading spectrum index  $\alpha$  (as seen in Table 2 and Fig. 6, and as will be discussed in Sect. 4.1) nor on the loading intensity  $P_{\text{load}}$ . For low values of  $\alpha$ , however, power-laws were difficult to obtain, and their slopes were sensitive to both loading spectrum index and loading intensity.

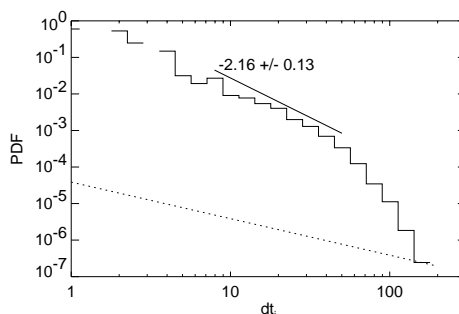
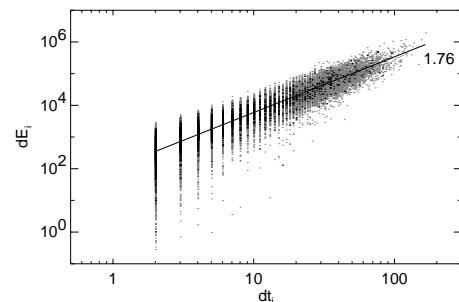
**Fig. 6.** Event energy PDF power-law index  $\zeta$  as a function of the loading energy spectrum index  $\alpha$  (Table 2). On the left, the big error bars are a consequence of the fact that the fitting range is not well defined.

### 3.3. Statistics of durations of events

Durations of events extend over two decades. They are indeed a discrete variable, which is a multiple of the cascade time

step  $\delta t_c$ , and their maximum value is a few hundreds times  $\delta t_c$ . Histograms can be obtained, although their width is too narrow to perform relevant power-law fitting (see Fig. 7).

The duration of an event is correlated with its energy, like  $dE_i \propto dt_i^{1.76}$ , as seen on the scatter-plot in Fig. 8. Another way to visualize this correlation is to select events according to their duration, and to plot the histogram of energies of events from this population, as shown in Fig. 9. One possible observational consequence could be that missing long-duration events, due for example to short observation times, can lead to energy histograms with narrower ranges and steeper slopes.

**Fig. 7.** Histogram of events durations for parameters set (l).**Fig. 8.** Correlation between events duration and energy for parameters set (l).

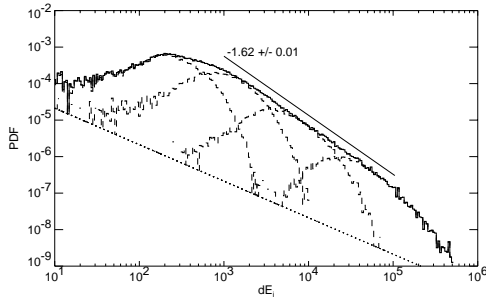
## 4. Discussion and conclusions

### 4.1. Properties of the model

The CA model presented here differs from previously presented work in two features. On the one hand, the energy pumping due to photospheric motion is known quite accurately via solution of the Alfvén wave propagation equation with reflecting boundary conditions. Each cell therefore receives and sends energy to neighboring cells along the loop axis via a wave equation. Energy redistribution to cells on the same loop plane however

1068

E. Buchlin et al.: Model of coronal energy dissipation based on RMHD



**Fig. 9.** Event energy histograms for different event durations ranges, which form a partition of the whole duration range, from low duration (left, dashed) to long duration (right, dashed). The sum of these histograms (i.e. the event energy histogram of all events as in Fig. 3b) is shown as a solid line.

occurs using an instability and redistribution criterion. This criterion is a threshold in current, and satisfies the basic requirements for magnetic fields of divergence-free conditions and realistic current redistribution.

Power-law slope of energy distributions as a function of parameters. When parameters sets lead to wide and robust power-law statistics of events energies, it seems that the slope of these power-laws is quite the same and takes a value close to  $-\zeta = -1.6$ . If this behavior is confirmed by further parametric studies, it could be interpreted as the “universal” behavior of SOC systems, described for example in Bak et al. (1987).

It is however interesting to note that Georgoulis & Vlahos (1998) observe in their model a variability of the slope of event energy (and also peak luminosity and duration) as a function of the loading: the slope is steeper when the amplitude distribution of the loading increments has a steeper power-law. However, this discrepancy is due to the differences in the way the system is driven: their loading increments are discrete in space whereas our loading has a varying spatial spectrum and no power-law amplitude distribution variation.

Reconnection, and the quality of the dissipation criterion. Snapshots of the superposition of the magnetic lines with the current densities (see Fig. 5) reveal that the sites of dissipation often do not correspond to reconnection of magnetic field lines; the reason is that one may have intense currents (and our dissipation criterion is based precisely on current intensity) without having a topology of the field where reconnection occurs (instabilities such as resistive kinks and/or tearing modes are triggered by a combination of currents and current gradients). Though the typical field structures observed resemble fields from turbulence simulations, one sees that our simplified model distributes dissipation in a different, more homogeneous way. Of course, a cellular automaton model, which models the non-linear terms of the equations through simple threshold dynamics, is not supposed to generate such structures, but we can try to understand what can be done to improve

the model. The physical quantities available in our model make it for example possible to use a more elaborate dissipation criterion which would model more accurately the reconnection instability threshold, such as for example introducing a combined criterion on current and current gradients as a trigger for relaxation.

#### 4.2. Comparison with observations

Impulsive coronal events are statistically distributed over an energy range of some eight orders of magnitude. Since Parker’s idea of the existence of nanoflares, it has been thought that at some point in the quest of small scale coronal structures we will break the self-similarity of the solar corona by the observation of a steepening of the flare distribution with finally a power-law index  $\zeta$  greater than the critical value of 2. Recent data analyses (Krucker & Benz 1998; Aschwanden et al. 2000; Parnel & Jupp 2000) seem to show this behavior with observed values of  $\zeta$  going up to 2.6. Empirical formulas have been used here to determine flares energies from observed luminosities but new analyses of the data (Aschwanden & Charbonneau 2002; Benz & Krucker 2002) reveal in fact the existence of a bias due to the finite range of temperature on which the observations are made. The correction of this temperature bias leads eventually to a value of  $\zeta$  close to 1.6 valid for the whole range of energies, from unresolved, X-ray observations with the Solar Maximum Mission (SMM) to Extreme Ultra-Violet observations with the Extreme-Ultraviolet Imaging Telescope on the Solar and Heliospheric Observatory (SoHO/EIT) and the Transition Region And Coronal Explorer (TRACE) – see Aschwanden et al. (2000). Such an observational bias, as well as the one described in the end of Sect. 3.3, show the importance of defining well what an event is and what its characteristics are, when observing the corona but also when using statistical flare models.

The comparison between model distributions and observed distributions is actually not an easy task, even if it is tempting to compare the power-law slope 1.6 obtained by our model to the observed global slope of 1.6. The first pitfall for comparison between statistical results of observations and models may be linked to the spatial resolution of observations ( $\approx 100$  km at best) compared to the dissipative scales of the system ( $\approx 100$  m). It is clearly shown in this paper that the plot of the PDF of the magnetic energy dissipated in a given plane of the model has a shape quite different from the PDF of the same observable but for the whole simulation box. The bias here consists in a steepening of the power-law slope with an index greater than 2. This result suggests that the limited instrumental resolution may be a source of error as well. The SOHO/EIT observations analyzed by Aletti et al. (2000) seem to illustrate quite well this interpretation: the pixel intensity distribution power-laws are steeper (with indices going up to 5.6) at lower resolution. Most of the coronal structures in the quiet Sun are indeed smaller than the spatial resolution of EIT. Besides, the domain where the power-law is fitted on the PDF is reduced which leads to larger error on the value of the index. Reliable statistical results could be accessible with higher instrumental

resolution but also by using mathematical tools like for example Pearson's method (Podladchikova 2002).

However, we think that resolution has not always such a dramatic effect on the slope of the PDFs, and that it is still interesting to model statistics of individual events (i.e. in one plane, in the case of our model). The convergence to a Gaussian when summing the energies of events before doing statistics, predicted by an argument lying on the Central Limit Theorem, may indeed be much slower in the case of observed, real micro-events than in the ideal case of independent events with low-moments distributions: the distributions of real events energies are much wider than the modeled distributions and their moments may be greater. As a result, depending on the observational conditions, there could still exist a quite wide power-law after summation (due to lack of resolution) of a large but not too large number of events, and the slope of this distribution may be still close to the slope of the original distribution of individual events. In this context the slope  $\zeta = 1.6$  we obtain is rather encouraging.

Another prediction of our model is that durations and energies of events scale like  $dE_i \propto dt_i^{1.76}$ , or, equivalently,  $dt_i \propto dE_i^{1/1.76} = dE_i^{0.57}$ . This exponent 0.57 is in quite good agreement with Berghmans et al. (1998), who report that observed events durations scale like their radiative loss at the power 0.5.

We should however emphasize that statistical flare models usually give energy dissipations, while observations give luminosities at some given wavelengths and the inferred energies depend on models. It is therefore crucial in the future to develop models including the production of *observable* quantities, in order to provide stronger links between models and observations but also to quantify more precisely the weight of observational biases. The first agreements obtained during the last decade between statistical predictions made by theoretical models and observations are however very promising.

### 4.3. Summary and conclusion

In this paper we have presented a three-dimensional simplified model inspired by the RMHD equations whose first version was introduced by Einaudi & Velli (1999). This model mimics a coronal magnetic loop anchored in the photosphere whose footpoints are driven randomly by convective motions. The slow driving of the magnetic footpoints leads to storage of energy along the coronal loop and eventually to dissipation through impulsive events. The characteristics of the model are the following: (i) the model describes Alfvén wave propagation along a loop exactly; the internal structure of the loop is described by a set of planes distributed along the axis and ending in the photosphere from which the information propagates; (ii) the external forcing applied to the two boundary planes is expressed as a turbulent spectrum in Fourier space; (iii) when the criterion of instability is satisfied, the dissipation of current density and vorticity takes place non-locally in Fourier space but still locally in physical space; (iv) Fast Fourier Transforms (FFT) are implemented in the numerical code to use the dual physical/Fourier space.

A numerical study has allowed to quantify the role of the parameters, especially forcing, in the behavior of this model and in statistical properties of coronal events. The slope of event energy histograms was found to be almost constant, in accordance with a SOC-like "universal" behavior, and consistent with the values given by observations. Event durations statistics were performed, and correlations with event energies are also compatible with observations. Different possible observational biases were pointed out, all of them resulting in a narrower power-law range on histograms and in a steeper slope than in the statistics of all elementary events: a bias due to the limited spatial resolution, which gives a possible interpretation of recent observations made with the instrument EIT on board SoHO, and a bias due to limited observation durations.

Improvements are always possible to provide a better description of the physics. One can imagine some ad hoc rules to obtain for example a correct picture of the reconnection process. But the probably most interesting (and difficult) study is about the incorporation of the non-linear dynamics in a more realistic way than the simple on-off mechanism of CA models, but without going directly to the MHD equations. From a pure observational point of view it seems crucial to have as precise as possible an estimate of the possible biases to determine the effective value of the power-law index  $\zeta$  of the energy distribution. Indeed the confirmation of the sub-critical value of  $\zeta$  could be a serious challenge to Parker's hypothesis of coronal heating by a swarm of nanoflares.

*Acknowledgements.* The authors acknowledge partial financial support from the PNST (Programme National Soleil-Terre) program of INSU (CNRS) and from the Research Training Network "Theory, Observations and Simulations of Turbulence in Space Plasmas" through European Community grant HPRN-CT-2001-00310. M. Velli and G. Einaudi acknowledge support from MIUR contract MM02242342\_002. E. Buchlin thanks the Scuola Normale Superiore of Pisa, Italy, for support and accommodation. They thank Dr. M. Georgoulis for providing the bottom panel of Fig. 5. They appreciate the useful criticism of the anonymous referee.

### References

- Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., et al. 2000, ApJ, 544, 550
- Aletti, V. 2001, Ph.D. Thesis (University of Paris-XI)
- Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., et al. 2000, ApJ, 535, 1047
- Aschwanden, M. J., & Charbonneau, P. 2002, ApJ, 566, L59
- Bak, P., Tang, C., & Wiesenfeld, K. 1987, Phys. Rev. Lett., 59, 381
- Benz, A. O., & Krucker, S. 2002, ApJ, 568, 413
- Berghmans, D., Clette, F., & Moses, D. 1998, A&A, 336, 1039
- Boffetta, G., Carbone, V., Giuliani, P., Veltri, P., & Vulpiani, A. 1999, Phys. Rev. Lett., 83, 4662
- Carlson, J. M., & Langer, J. S. 1989, Phys. Rev. A, 40, 6470
- Charbonneau, P., McIntosh, S. W., Liu, H.-L., & Bogdan, T. J. 2001, Sol. Phys., 203, 321
- Chou, D.-Y., LaBonte, B. J., Braun, D. C., & Duvall, Jr., T. L. 1991, ApJ, 372, 314
- Christensen, K., & Olami, Z. 1992, J. Geophys. Res., 97, 8729
- Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., & Dennis, B. R. 1993, Sol. Phys., 143, 275
- Dennis, B. R. 1985, Sol. Phys., 100, 465
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., & DeLuca, E. E. 1998, ApJ, 505, 974

1070

E. Buchlin et al.: Model of coronal energy dissipation based on RMHD

- Einaudi, G., Velli, M., Politano, H., & Pouquet, A. 1996, *ApJ*, 457, L113
- Einaudi, G., & Velli, M. 1999, *Phys. Plasmas*, 6, 4146
- Espagnet, O., Muller, R., Roudier, Th., & Mein, N. 1993, *A&A*, 271, 589
- Galsgaard, K. 1996, *A&A*, 315, 312
- Galsgaard, K., & Nordlund, A. 1996, *J. Geophys. Res.*, 101, 13445
- Galtier, S., & Pouquet, A. 1998, *Sol. Phys.*, 179, 141
- Galtier, S. 1999, *ApJ*, 521, 483
- Galtier, S. 2001, *Sol. Phys.*, 201, 133
- Georgoulis, M. K., & Vlahos, L. 1998, *A&A*, 336, 721
- Georgoulis, M. K., Velli, M., & Einaudi, G. 1998, *ApJ*, 497, 957
- Hendrix, D. L., & van Hoven, G. 1996, *ApJ*, 467, 887
- Hudson, H. S. 1991, *Sol. Phys.*, 133, 357
- Hwa, T., & Kardar, M. 1992, *Phys. Rev. A*, 45, 7002
- Islaker, H., Anastasiadis, A., & Vlahos, L. 2000, *A&A*, 363, 1134
- Islaker, H., Anastasiadis, A., & Vlahos, L. 2001, *A&A*, 377, 1068
- Kadanoff, L. P., Nagel, S. R., Wu, L., & Zhou, S. 1989, *Phys. Rev. A*, 39, 6524
- Krasnoselskikh, V., Podladchikova, O., Lefebvre, B., & Vilmer, N. 2002, *A&A*, 382, 699
- Krucker, S., & Benz, A. 1998, *ApJ*, 501, L213
- Lejeune, A., & Perdang, J. 1996, *A&ASS*, 119, 249
- Lepreti, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2001, *ApJ*, 555, L133
- Longcope, D. W., & Sudan, R. N. 1994, *ApJ*, 437, 491
- Lu, E. T., & Hamilton, R. J. 1991, *ApJ*, 380, L89
- Lu, E. T., Hamilton, R. J., McTiernan, J. M., & Bromund, K. R. 1993, *ApJ*, 412, 841
- Lu, E. T. 1995, *Phys. Rev. Lett.*, 74, 2511
- MacKinnon, A. L., & Macpherson, K. P. 1997, *A&A*, 326, 1228
- Parker, E. N. 1988, *ApJ*, 330, 474
- Parnell, C. E., & Jupp, P. E. 2000, *ApJ*, 529, 554
- Pearce, G., Rowe, A. K., & Yeung, J. 1993, *Ap&SS*, 208, 99
- Podladchikova, O. 2002, Ph.D. Thesis (University of Orléans, University of Kiev)
- Roudier, Th., & Muller, R. 1986, *Sol. Phys.*, 107, 11
- Sornette, D. 2000, *Critical phenomena in natural sciences* (Berlin: Springer-Verlag)
- Strauss, H. R. 1976, *Phys. Fluids*, 19, 134
- Takalo, J., Timonen, J., Klimas, A., Valdivia, J., & Vassiliadis, D. 1999, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1813
- Vassiliadis, D., Anastasiadis, A., Georgoulis, M., & Vlahos, L. 1998, *ApJ*, 509, L53
- Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., & Paschos, P. 1995, *A&A*, 299, 897
- Walsh, R. W., Bell, G. E., & Hood, A. W. 1995, *Sol. Phys.*, 161, 83
- Walsh, R. W., & Galtier, S. 2000, *Sol. Phys.*, 197, 57
- Wheatland, M. S., Sturrock, P. A., & McTiernan, J. M. 1998, *ApJ*, 509, 448
- Wheatland, M. S. 2000, *ApJ*, 536, L109
- Zirker, J. B. 1993, *Sol. Phys.*, 148, 43

## A solar cellular automata model issued from reduced MHD

E. Buchlin<sup>\*†</sup>, V. Aletti<sup>\*</sup>, S. Galtier<sup>\*</sup>, M. Velli<sup>†\*\*\*</sup> and J.-C. Vial<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>I.A.S., CNRS – Université Paris-Sud, bât. 121, 91405 Orsay Cedex, France

<sup>†</sup>Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, 50125 Firenze, Italy

<sup>\*\*</sup>Istituto Nazionale Fisica della Materia, Sezione A, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

**Abstract.** A three-dimensional cellular automata (CA) model inspired by the reduced magnetohydrodynamic equations is presented to describe impulsive events generated along a coronal magnetic loop. It consists of a set of planes, distributed along the loop, between which the information propagates through Alfvén waves. Statistical properties in terms of power laws are obtained in agreement with SoHO observations of X-ray bright points of the quiet Sun. Physical meaning and limits of the model are discussed.

### INTRODUCTION

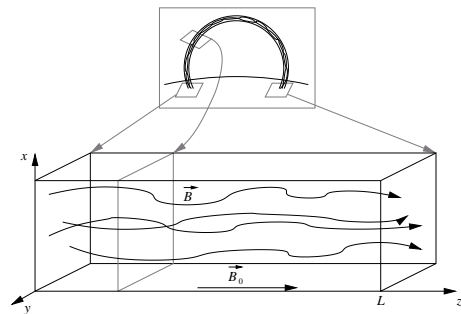
It is now commonly accepted that the ultimate source of energy for coronal heating lies in the photosphere, and that the questions to address are the transfer, the storage, and the release of this energy. These processes involve MHD and structures extending over a large range of scales. This is consistent with observational statistics of impulsive events, whose luminosity, peak luminosity and duration distributions are power-laws (Dennis 1985 [1], Crosby et al. 1993 [2]).

This CA model attempts to describe the statistics of such events. It represents a coronal loop whose footpoints are anchored in the photosphere and are randomly moved.

### DESCRIPTION OF THE MODEL

In our CA model, a 3D regular grid is made up of a set of planes distributed along the loop and orthogonal to its axis, as shown on Fig. 1. Both boundary planes represent the photospheric footpoints, while the intermediate planes represent the loop itself, as if it were unbent.

The presence of a strong axial magnetic field in the loop leads to essentially 2D dynamics, *i.e.* perpendicular to the mean magnetic field. A quite good model in this case is given by the reduced magnetohydrodynamics (RMHD) equations, which describe the evolution of the magnetic and velocity fields, and include Alfvén wave propagation, energy dissipation and non-linear dynamics:



**FIGURE 1.** Coronal loop above the photosphere (top) and correspondence with the geometry of the loop model (bottom).

$$\begin{aligned} \partial_t \vec{v}_\perp + (\vec{v}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{v}_\perp &= b_0 \partial_z \vec{b}_\perp + \nu \Delta_\perp \vec{v}_\perp \\ &\quad + (\vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{b}_\perp - \vec{\nabla}_\perp (b_\perp^2/2) \\ \partial_t \vec{b}_\perp + (\vec{v}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{b}_\perp &= b_0 \partial_z \vec{v}_\perp + \eta \Delta_\perp \vec{b}_\perp \\ &\quad + (\vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{v}_\perp \end{aligned}$$

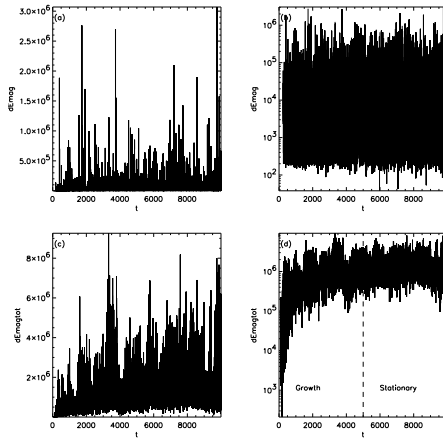
The non-linear dynamics are modeled through an *on-off* mechanism, triggered by a *dissipation criterion*. For our model, we choose this dissipation criterion to be a current density threshold.

Energy is input as random magnetic and velocity fields on both photospheric planes, with a *2D spatial power-law spectrum* of index  $\alpha$ , and it is *transported* by Alfvén waves to all loop planes. As a result, energy grows until

a quasi-stationary state is obtained, when dissipation is sufficient to compensate for the energy input.

## RESULTS

*Dissipations.* Energies of dissipations span a wide range of values (four orders of magnitude). They grow until the quasi-stationary phase is reached, as indicated on Fig. 2 (c) and (d).

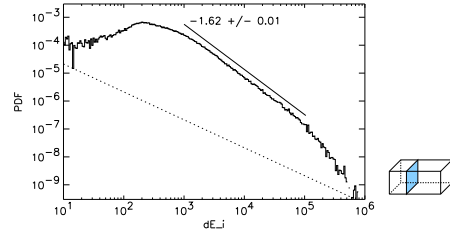


**FIGURE 2.** Time series of energy dissipations  $E_i$  (a: lin; b: log) and  $dE = \sum dE_i$  (c: lin; d: log).

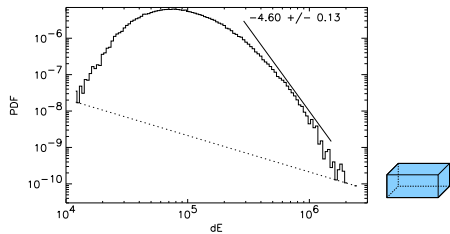
*Energy histograms power-laws.* Histograms of elementary energy dissipations  $dE_i$  in a plane  $i$  fit to power-laws over 2 to 3 decades, as seen on Fig. 3. The indices  $\zeta$  of these power-law depend on the parameters, and their absolute values are between 1 and 2. However, power-laws of histograms of energies dissipated in the whole simulation box (*i.e.* seen at a lower spatial resolution) are narrower and present steeper slopes (Fig. 4).

The signal  $dE_i(t)$  “seems intermittent” (Fig. 2) and its histograms are consistent with what is expected. However, this is not sufficient: intermittence in MHD turbulence needs also to be characterized by wide wings of PDFs at small scales, or, equivalently, some properties of structure functions or flatness.

*Location of dissipations.* Dissipations do not mainly occur in current sheets, and these structures are not predominant structures as in MHD simulations (see Fig. 5). This is a limit due to the dissipation criterion chosen to model the non-linear dynamics: it is indeed well established that the terms of the (R)MHD equations which



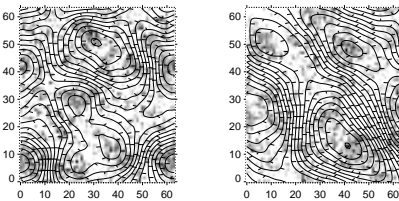
**FIGURE 3.** Example of histogram of magnetic energy dissipation  $dE_i$  in a plane  $i$  of the simulation box.



**FIGURE 4.** Example of histogram of magnetic energy dissipation  $dE = \sum dE_i$  in the whole simulation box.

lead to structures like current sheets, where reconnection occurs, are the non-linear terms.

It could be interesting to use a more realistic dissipation criterion. However, a CA model is only supposed to produce realistic statistics, not realistic fields.



**FIGURE 5.** Two examples of magnetic field (lines) and current density (background) in a plane.

*Durations of events.* Durations of elementary events extend over two decades. Histograms can be obtained, but these two decades of duration span are not enough to perform relevant power-law fitting (Fig. 6).

The duration of events is correlated with their energy, like  $dE_i \propto dt_i^{1.75}$  (Fig. 7), in agreement with observations (see discussion). This correlation can also be seen by plotting event energy histograms for different ranges of event durations, as on Fig. 8.

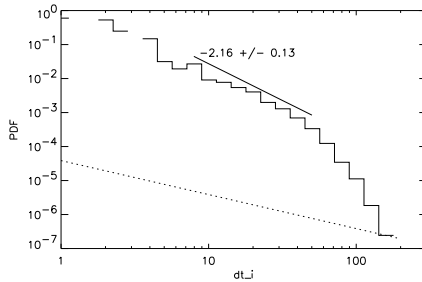


FIGURE 6. Typical histogram of events durations in a plane of the simulation box.

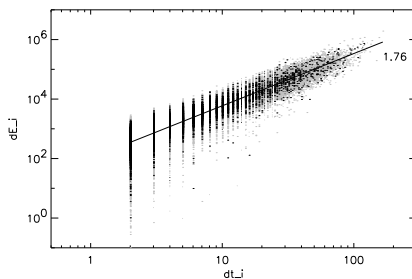


FIGURE 7. Correlation between events duration and energy.

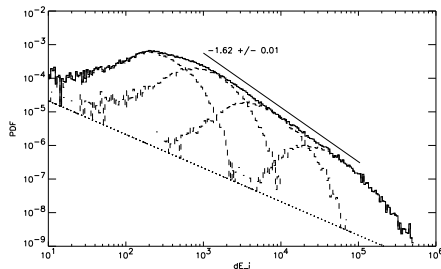


FIGURE 8. Events durations separate populations, from low duration (left, dashed) to long duration (right, dashed), which have different energy distributions. The solid line is the sum of other histograms; it is the same curve as in Fig. 3.

*Parametric study.* An extensive parametric study was performed, with at least 200000 time steps computed for more than 20 parameters sets. It shows the variability of the event energy histogram slope  $\zeta$  as a function of the loading index  $\alpha$  (Fig. 9). For low  $\alpha$ 's, the characteristic power-law shape of histograms is more difficult to obtain, thus the  $\zeta$ 's are perhaps not very relevant power-law indices. On the contrary, for high  $\alpha$ 's, the power-laws are wide and robust, and  $\zeta \approx -1.6$ , appears to be a "universal" power-law index for the histograms of  $dE_i$ . This "universal" behavior is similar to the behavior of SOC (self-organized criticality) systems, from basic sandpile models (Bak et al. 1988 [3]) to more elaborate solar-like SOC models like Vlahos et al. 1995 [4] or Islikier et al. 2000 [5].

Changing the other parameters (resistivity, dissipation efficiency) does not really affect the histograms, confirming the "universal" behavior of the slope.

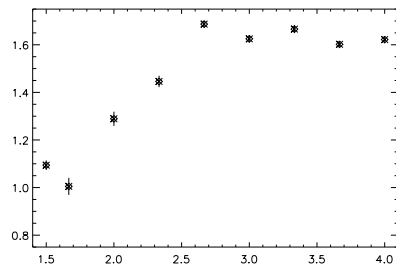


FIGURE 9. Variability of event energy histogram slope  $|\zeta|$  vs. loading spectrum index  $\alpha$ .

## DISCUSSION

### Comparison with observations

Statistical observations of bright points luminosities lead to power-law histograms of index  $-1.6$  to  $-2.6$ . When taking into account an observational bias due to temperature, Aschwanden and Charbonneau [6] show that these observations lead to a "universal" index which could be even less steep than  $-1.6$ . These values are compatible with the power-law slopes of event energy distributions produced by our model.

Furthermore, the existence of such a bias emphasizes the importance for new models to produce *observables*, *i.e.* variables whose statistics can be directly compared to the statistics of observational data. An event energy is indeed not the same variable as an event luminosity and could have different statistics.



We also pointed out in Fig. 3 and 4 a possible effect of spatial resolution on the statistics, which is discussed on SoHO/EIT observational data in Aletti et al. [7]. Indeed, the interpretation of several subresolution events in a single pixel as one single event, which is unavoidable when analyzing observations, changes the slope and the shape of histograms compared to histograms of really elementary events.

At last, observations from Berghmans et al. [8] show that event durations scale like their radiative loss at the power 0.5, which is in quite good agreement with our prediction  $1/1.76 = 0.57$  (see Fig. 7).

### Conclusion

This CA model, which tries to stay close enough to the MHD equations and to the physics of coronal magnetic loops, succeeds in reproducing some of the characteristics of the statistics of events observed on the Sun. However, progress still remains to be done to model more accurately the non-linear terms of the MHD equations leading to the magnetic reconnection process, either by a better dissipation criterion in the frame of threshold dynamics, or even better, by incorporating these non-linear terms in a more realistic way in the dynamics of a new model. More accurate event distribution power-law indices could then be compared to Hudson's [9] critical index of -2 and thus give a clue about Parker's hypothesis of nanoflares; these works could help interpreting the statistical observations of flares.

### ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge partial financial support from PNST (Programme National Soleil-Terre). E. Buchlin thanks the Scuola Normale Superiore of Pisa for support and accommodation.

### REFERENCES

1. Dennis, B. R., *Sol. Phys.*, **100**, 465–490 (1985).
2. Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., and Dennis, B. R., *Sol. Phys.*, **143**, 275–299 (1993).
3. Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K., *Phys. Rev. A*, **38**, 364–374 (1988).
4. Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., and Paschos, P., *Astron. Astrophys.*, **299**, 897+ (1995).
5. Isliker, H., Anastasiadis, A., and Vlahos, L., *Astron. Astrophys.*, **363**, 1134–1144 (2000).
6. Aschwanden, M. J., and Charbonneau, P., *ApJ*, **566**, L59–L62 (2002).
7. Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., Einaudi, G., Georgoulis, M., and Vial, J.-C., *ApJ*, **544**, 550–557 (2000).
8. Berghmans, D., Clette, F., and Moses, D., *Astron. Astrophys.*, **336**, 1039–1055 (1998).
9. Hudson, H. S., *Sol. Phys.*, **133**, 357–369 (1991).

## STATISTICAL STUDY OF SOHO/SUMER FULL-SUN IMAGES

Eric Buchlin<sup>1,2</sup>, J.-C. Vial<sup>1</sup>, P. Lemaire<sup>1</sup>, and S. Galtier<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut d'Astrophysique Spatiale, Bât. 121, Université de Paris Sud, 91405 Orsay Cedex, France

<sup>2</sup>Osservatorio Astrofisico di Arcetri, Largo E. Fermi 5, 50125 Florence, Italy

### ABSTRACT

A series of full-Sun observations was performed with the SoHO/SUMER instrument between March and October 1996. Some moments of the S VI 93.3 nm, S VI 94.4 nm, and Ly  $\epsilon$  line profiles were computed on-board. Intensities and line-of-sight velocities in a large central region of the Sun are studied statistically: histograms of intensities are computed, as well as histograms of total intensities of "events", and structure functions of the intensity field. Some statistics of velocities are the first to be obtained from observational data. The aim is to compare these statistics to results previously obtained with SoHO/EIT and by numerical simulations of MHD. Signatures of turbulent intermittency are also researched.

### 1. DATA SET

A set of 36 full-Sun observations has been obtained in 1996, each one consisting of a series of eight limb-to-limb raster scans with slit 2 ( $1 \times 300$  arcsec<sup>2</sup>), with a 1.5 arcsec step, and a 3 s exposure time. Some moments of the S VI 93.3 nm, S VI 94.4 nm and Ly  $\epsilon$  lines (namely: (1) S VI 93.3 nm intensity at maximum, (2) S VI 93.3 nm Doppler shift, (3) S VI 93.3 nm line width, (4) Ly  $\epsilon$  integrated intensity, (5) S VI 94.4 nm integrated intensity) were computed on-board, in order to achieve a complete scan of the whole Sun (see Fig. 3) using reasonable amounts of time (9 hours) and data (80 MB), giving us enough information to do statistics. These lines are formed in the upper chromosphere and in the transition region (maximum of emissivity at approximately 200 000 K for the S VI lines).

**Context spectra** were obtained for each full-Sun observation. The S VI lines, as well as a large part of the Lyman series, can be seen on these spectra, which consist of full detector images (Fig. 1). These spectra allow us to verify the global likelihood of the results of the on-board line moments computation. In fact, these computed moments seem to be of good quality. However, information has been lost in the process, and there is no way to verify each line fit individually.

### 2. CORRECTION AND CALIBRATION

**Data correction.** As the spectra corresponding to the "moments" data are not available, standard routines like flat-field and stretch correction do not apply. Instead, we compute average profiles along the  $y$ -direction (Fig. 2). Systematic effects can be seen, like a 2-pixel period oscillation on intensity (moments (1), (4), and (5)), and a drift in velocity (moment (2)) which could be due to the lack of destretching. Data correction is then performed by subtracting (for the velocity moment) or dividing (for the intensity moments) these profiles from the data.

**Data calibration.** Data calibration is still a work in progress; velocity calibration can be performed by fitting the average velocity profile along the equator to a function representing a global outflow and the solar rotation line-of-sight effects. The average intensity profiles can be well fitted to a classical  $1/\mu$  profile (see Fig. 4).

### 3. STATISTICS

#### 3.1. Pixel statistics

An histogram of the values of the pixels for moment (1) (S VI 93.3 nm intensity) on 21 July 1996 is shown on Fig. 5. The quite narrow power-law tail of the distribution has a slope of  $-4.78 \pm 0.08$ . This compares well *e.g.* with the shape of histograms and their slopes of approximately  $-5$  found in EIT 195 images by Aletti *et al.* (2000).

#### 3.2. Event statistics

Several definitions of an event can be used, and the definition that is chosen has an influence on statistics. Here we choose the following commonly used definition: an event is a connex area above a given intensity threshold, *i.e.* a set of connected pixels above this threshold. Histograms were computed for a threshold defined as the average value plus one standard deviation (Fig. 6). On 21

July 1996, for the S VI 93.3 nm intensity (moment (1)), we obtain a power-law with a slope of  $-1.54 \pm 0.04$  over almost 3 orders of magnitude. This power-law and its exponent can be compared with the results of Aletti *et al.* (2000) from EIT images (approximately  $-1.2$  for EIT 195 intensity). For the S VI 93.3 nm velocity (moment (2)), we obtain a power-law of slope  $-2.84 \pm 0.10$  over one order of magnitude. Note that this is the first derivation of distribution of "events" defined by velocity.

### 3.3. Structure functions

The  $q$ -th structure function is the  $q$ -th moment of the distribution function of field differences at scale  $l$ . At scale  $l$  for the field  $a$ , it is defined by:

$$f^q(l) = \langle \|a(x+l) - a(x)\|^q \rangle$$

Preliminary results show power-laws in  $f^q(l)$  over approximately one decade. The exponents  $\zeta_q$  of these power-laws can be used to check for intermittency in coronal turbulence, like what has been done by Abramenko *et al.* (2002) with active regions magnetic fields observed by MDI and other magnetographs. Preliminary results seem to be consistent with intermittency. As far as we know, this is the first study of solar velocity structure functions. Note however that near the center of the solar disk, only the perpendicular velocity structure functions are accessible by these measurements.

## 4. DISCUSSION

SoHO/SUMER full-Sun observations seem to be well adapted to the search for signatures of turbulence and intermittency in the solar transition region and low corona. New statistics have been presented, and some results obtained from these data can also be compared to statistics obtained from data of other instruments. Our results are also compatible with numerical simulations concerning the statistics of coronal heating events, like in Isliker *et al.* (2000) and Buchlin *et al.* (2003). In the near future, we aim at confirming these preliminary results, and at finding other statistical signatures which would represent further clues for intermittency of coronal heating.

## REFERENCES

- Abramenko, V. I., Yurchyshyn, V. B., Wang, H., Spirock, T. J., and Goode, P. R. (2002). Scaling Behavior of Structure Functions of the Longitudinal Magnetic Field in Active Regions on the Sun. *ApJ*, **577**, 487–495.
- Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., Einaudi, G., Georgoulis, M., and Vial, J.-C. (2000). Microscale structures on the quiet sun and coronal heating. *ApJ*, **544**, 550–557.
- Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., Einaudi, G., and Vial, J.-C. (2003). A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD. *Astron. Astrophys.*, **406**, 1061–1070.
- Isliker, H., Anastasiadis, A., and Vlahos, L. (2000). MHD consistent cellular automata (CA) models – I. basic features. *Astron. Astrophys.*, **363**, 1134–1144.

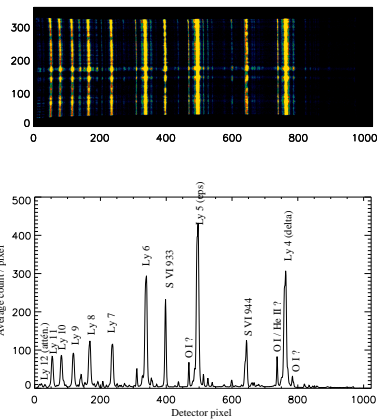


Figure 1. Sample context spectrum: full detector image, and average line profiles.

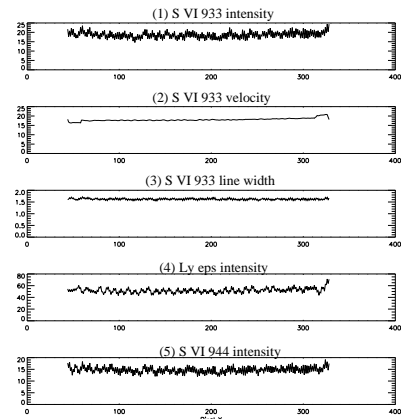


Figure 2. Profiles along the slit (y-direction) averaged on all images, for all 5 moments, in arbitrary units.

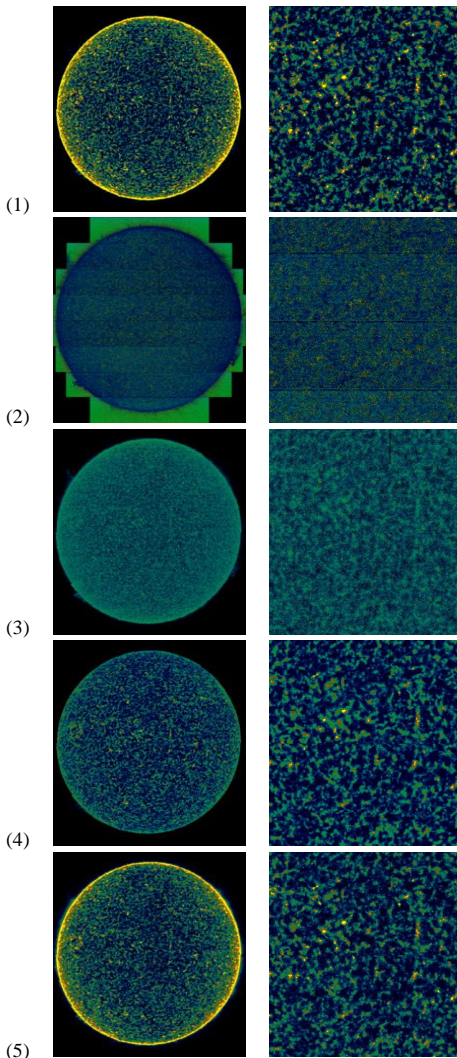


Figure 3. Reconstructed full-Sun images (left), and reconstructed  $400 \times 400 \text{ arcsec}^2$  central fields for all 5 moments, 21 July 1996: (1) SVI 93.3 nm intensity at maximum, (2) SVI 93.3 nm Doppler shift, (3) SVI 93.3 nm line width, (4) Ly  $\epsilon$  intensity, (5) S VI 94.4 nm intensity.

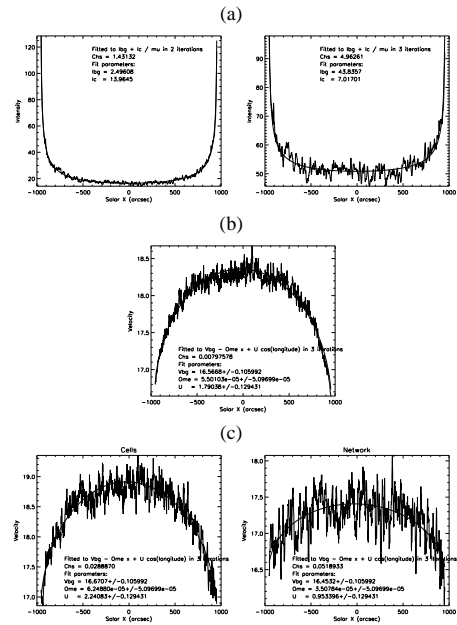


Figure 4. Profiles along the equator ( $x$ -direction) averaged on all images. (a) SVI 93.3 nm intensity and Ly  $\epsilon$  intensity; (b) SVI 93.3 nm velocity (global); (c) S VI 93.3 nm velocity in cells and in network.

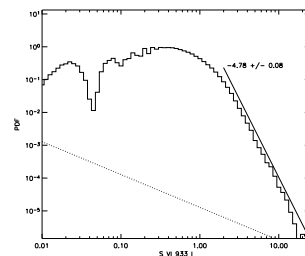


Figure 5. Histogram of SVI 93.3 nm pixel intensities for 21 July 1996. The dotted line corresponds to one event per histogram bar, and allows to see the number of events in each bar of the histogram.

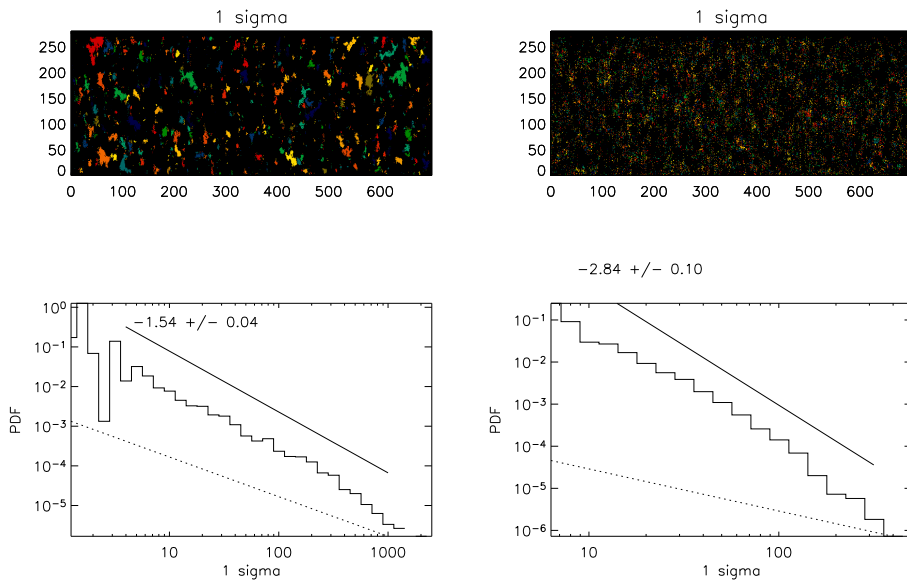


Figure 6. Histograms of SVI 93.3 nm intensity (left) and velocity (right) “events” determined by a threshold method, 21 July 1996. For the signification of the dotted lines, see Fig. 5. The upper panels show the area covered by all the “events” in each case.

## SIMPLIFIED SIMULATIONS OF MHD IN A CORONAL LOOP BY COUPLED SHELL-MODELS

É. Buchlin<sup>1,2</sup>, M. Velli<sup>2</sup>, and S. Galtier<sup>1</sup><sup>1</sup>Institut d'Astrophysique Spatiale, Bât. 121, CNRS-Université de Paris Sud, 91405 Orsay Cedex, France<sup>2</sup>Osservatorio Astrofisico di Arcetri, Largo E. Fermi 5, 50125 Florence, Italy

## ABSTRACT

Statistics may be necessary to keep a global view of the complexity of astrophysical turbulence, in particular the effects of non-linear interactions over a wide range of scales. However, from the numerical point of view, a statistical approach to turbulence has the contradictory needs for computing speed and for a good description of the solutions of the MHD equations. This problem can be addressed by simplified models, for example models with a reduced number of well-chosen modes, which keep the most possible of the complex and non-linear physics of the MHD equations but run sufficiently fast to produce statistics of fields, of structures, and of "events".

The model we present here is designed to represent a magnetic loop in the solar corona. It consists of a pile of shell-models, which allow to reach a wide range of wavenumbers in cross-sections of the loop and model the non-linear couplings between these modes. The shell-models are coupled by Alfvén waves propagating along the loop. We study the statistical properties of intermittent energy dissipation and of the velocity and magnetic fields produced by this model. These statistical properties can be compared to statistics issued from SoHO observations, like structure functions or events distributions.

## 1. INTRODUCTION

## 1.1. Statistics of the turbulent corona

The coronal plasma is a highly turbulent and complex medium, with Reynolds numbers up to  $10^{14}$ . Turbulence leads in particular to a wide range of spatial scales, from 100 m to 100Mm (6 orders of magnitude) approximately in the case of the solar corona, and these scales are coupled by non-linear phenomena, which make the behavior of the whole system difficult to understand. Statistics are thus a necessary tool for the study of turbulence.

Moreover, Hudson (1991) has shown that if the energy of dissipation events in the corona is a power-law of index  $-\alpha$ , the smallest of these events can account for the coronal heating only if  $\alpha > 2$  (in this case the "nanoflares"

hypothesis of Parker (1988) would be valid). Since then, numerous observational studies have tried to get distributions of energy of dissipative events in the corona from SoHO/EIT and TRACE images (e.g. Aletti *et al.*, 2000; Parnell and Jupp, 2000; Aschwanden *et al.*, 2000; Buchlin *et al.*, 2004). However, the question of the super- or sub-criticality (compared to 2) of the power-law index of these distributions is still out, mainly because of multiple sources of error (Parnell, 2004), like selection effects or the difficulty to get reliable event energy contents from the intensity in one or a few wavelength bandpasses, and also because small events are barely distinguishable from the "background" of even smaller unresolved events.

Other statistics can also be considered, like the distributions of the durations of quiet times between two consecutive events (waiting-time distributions). Lepreti *et al.* (2001) have shown that this distribution has a wide power-law tail, which makes the process non-Poissonian (they show it is in fact even not varying-rate Poissonian).

Furthermore, statistical tools like structure functions or the flatness can be used to check for intermittency, as is done on SoHO/SUMER lightcurves by Patsourakos and Vial (2002).

## 1.2. The need for simplified models

Distributions of event energy, peak energy, and durations were derived from the dissipated power time series of a 2D reduced magnetohydrodynamic (RMHD) direct numerical simulation model of a coronal loop cross-section by Georgoulis *et al.* (1998) and Dmitruk *et al.* (1998). Power-laws were obtained for these distributions. However, the modelling of a full loop with direct numerical simulations would need a 3D model, and these models have currently a too low resolution to get the high Reynolds numbers where fully developed turbulence and intermittency occur, and they are also not fast enough to get the long-term statistics we need.

As a result, we need simplified models to generate long-term time series of energy dissipation in a highly turbulent loop. The first idea of simplified models of the solar corona was the cellular automata model of avalanches for solar flares (Lu and Hamilton, 1991; Lu *et al.*, 1993),

built up on the sandpile cellular automata of Bak *et al.* (1987, 1988). Several models have then developed these ideas, like the one from Vlahos *et al.* (1995); Georgoulis and Vlahos (1998); Isliker *et al.* (2000, 2001), which uses the magnetic vector potential as a primary variable to ensure compatibility with the MHD equations. We (Einaudi and Velli, 1999; Buchlin *et al.*, 2003) have built a similar model, but which is specifically adapted to a coronal loop, with Alfvén waves transporting the energy from the loop foot-points (where the only forcing occurs, contrary to previous models).

The cellular automata have gone through big improvements since the first models, but still lack of intermittency, which could be because their basic principle, the existence of an on-off mechanism of energy release triggered by a local condition on the states of “cells” of the model, may be an oversimplification of the non-linear terms of the MHD equations. This paper introduces a new simplified model of a coronal loop, with a better modelling of the non-linear terms of MHD.

## 2. THE MODEL

The model we present here is a set of planes, piled up along the direction of the loop (the direction of its dominant magnetic field  $\vec{B}_0$ ), as shown on Fig. 1.

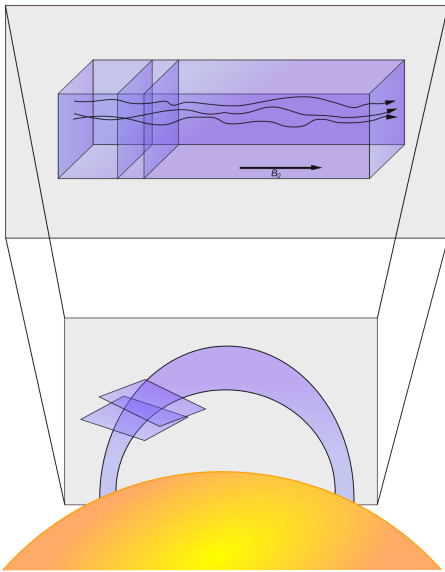


Figure 1. Set-up of the coupled shell-models for a coronal loop: each plane of the simulation box is a cross-section of the loop.

Each of the planes represents a cross-section of the coronal loop and is a “shell-model”, a simplified model of 2D MHD, as described by Giuliani and Carbone (1998): the

2D Fourier space of the loop cross-section is divided into concentric shells  $S_n = \{\vec{k} \mid \|\vec{k}\| \in [k_n, k_{n+1}]\}$  with  $k_n = k_0 \lambda^n$  and usually  $\lambda = 2$ . A single complex scalar value  $u_n$  represents the velocity increments  $|u(x+\ell) - u(x)|$  on scales  $\ell$  for  $2\pi/\ell \in S_n$ . The same holds for the scalar value  $b_n$  representing the magnetic field increments on the same scales  $\ell$ . This model is the magnetohydrodynamic analog of the GOY (Gledzer-Ohkitani-Yamada; Gledzer, 1973; Yamada and Ohkitani, 1987, 1988a,b) shell-model of fluid turbulence. It is governed by the following equation, given in Giuliani and Carbone (1998):

$$\frac{dZ_n^s}{dt} = -k_n^2(v^+ Z_n^s + v^- Z_n^{-s}) + ik_n T_n^{s*} + f_n^s \quad (1)$$

where  $Z_n^s = v_n + sb_n$  are the Elsässer variables,  $s = \pm$ ,  $n$  is the shell index,  $v^s = (v + s\eta)/2$  are combinations of kinematic viscosity and resistivity,  $f_n^s$  are external driving forces, and  $T_n^s$  is the term corresponding to local non-linear interactions between shells. For a given shell  $n$ , this term involves its neighbors and second-nearest neighbors of the shell  $n$  we consider, modelling local interactions between triads of modes. The detailed coefficients of this term are given in Giuliani and Carbone (1998) and depend on the dimensionality (2D in our case) of the physical MHD system the shell-model represents, *via* the conservation of the MHD invariants. This kind of models can describe the evolution of modes over a wide range of wavenumbers with just a few dozens of degrees of freedom. They are thus very interesting to study MHD turbulence with high Reynolds numbers, and intermittency.

The set-up of this model is exactly the same as the one of our cellular automata model of a coronal loop (Buchlin *et al.*, 2003), except that the dynamics in the planes is modelled by shell-models instead of cellular automata, so as to get a better representation of the non-linear dynamics. The shell-models are coupled by Alfvén waves travelling along  $\vec{B}_0$ . As in our cellular automata model, there is no volumic forcing: the energy, which is input at the loop foot-points only by boundary conditions imposing a velocity mimicking the photospheric motions, is transported by the Alfvén waves into the whole loop. At the same time the non-linear terms of the shell-models transfer this large scale energy to the small, dissipative scales.

Note that Nigro *et al.* (2004) have an independent implementation of the same ideas.

## 3. MODEL RESULTS

The run we present here has  $n_{\parallel} = 100$  planes and  $n_{\perp} = 24$  shells. In model units, the loop length is  $L = 1$  and the loop aspect ratio is  $a = 10$ , giving a loop width  $\ell = 10^{-1}$ . The scale corresponding to the largest perpendicular wavenumber is  $2^{23} \approx 8 \cdot 10^6$  times smaller than  $\ell$ . The Alfvén velocity is  $b_0 = 1$ , and the unit of time corresponds to the Alfvén transit time along the loop. The dissipation coefficients  $\eta$  and  $\nu$  are both  $10^{-13}$ .

Assuming a 10 Mm long loop, an Alfvén velocity of 10 Mm/s and a density of  $10^{-12}$  kg/m<sup>3</sup>, this gives a unit

of time of 1 s, a unit of energy of  $10^{19}$  J and a unit of power of  $10^{19}$  W. If not stated otherwise, all values shown later in this paper are given in model units.

### 3.1. Initial energy growth and spectra

At the beginning of the simulation, starting from fields having a value close to 0, the energy grows in the simulation box, until a stationary state is reached, where dissipation compensates on average for the energy input at the loop foot-points boundaries. This energy growth is visible in the perpendicular spectra of a plane, as shown on Fig. 2. Furthermore, the non-linear terms of equation (1) transfer this energy to the small scales and lead to the formation of a power-law spectrum of index  $-2/3$  between the large injection scales (modes on which there is a forcing at the boundaries) and the small dissipative scales; this index is the index  $-5/3$  of the 1D Kolmogorov spectrum when we take into account the shells geometry.

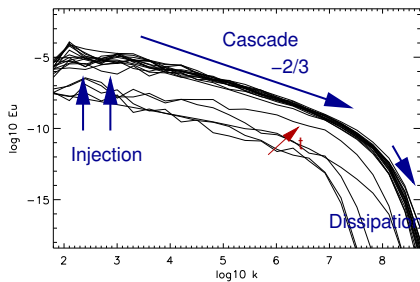


Figure 2. Kinetic energy as a function of the perpendicular wavenumber (perpendicular spectrum), for different times near the beginning of the simulation. The spectra evolve to a power-law between the injection and dissipation scales.

### 3.2. Fields and energy profiles along the loop

The profiles along the loop of the kinetic and magnetic fields are shown on Fig. 3. The velocity at the loop center is of the order of  $(2 \pm 1) \cdot 10^{-2}$  (units of the Alfvén velocity), whereas the velocity near the loop boundaries is lower due to the forcing velocity average of  $5 \cdot 10^{-4}$  (only at one of both boundaries in this particular case). The magnetic energy is approximately 10 times larger than the kinetic energy, and the total energy profile is on average constant along the loop.

### 3.3. Time series of energy and of dissipated power

In the stationary state, the energy in the simulation box evolves slowly (see Fig. 4), at the time scale of the photospheric forcing (50.3 Alfvén transit times in this run of the simulation). The time series of dissipated power

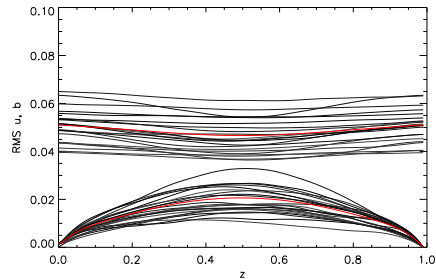


Figure 3. Profiles of the RMS velocity (bottom) and magnetic field (top) as a function of the position  $z$  along the loop. Different times are shown in black, and the average is shown in red.

on the contrary, mainly originating from the smallest perpendicular spatial scales, evolves at very small temporal scales (bottom of Fig. 4). The auto-correlation function and the flatness of this time series show that it is both long-range correlated and intermittent. The absence of fractal mono-scaling in the distribution functions of this time series' increments at different time scales confirms that it is intermittent: as shown on Fig. 6, the distributions of increments at small scales have wider tails than expected from the distributions of increments at larger scales.

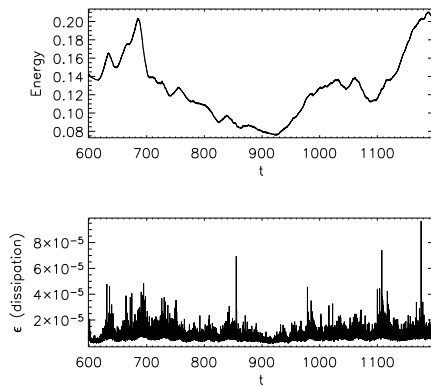


Figure 4. Total energy in the simulation box as a function of time (top), and total dissipated power in the whole box as a function of time (bottom).

### 3.4. Statistics of events

Events can be defined from the time series of dissipated power by different methods. Here we use a threshold, equal to the average dissipated power: an event is a connex part of the dissipated power curve which exceeds the



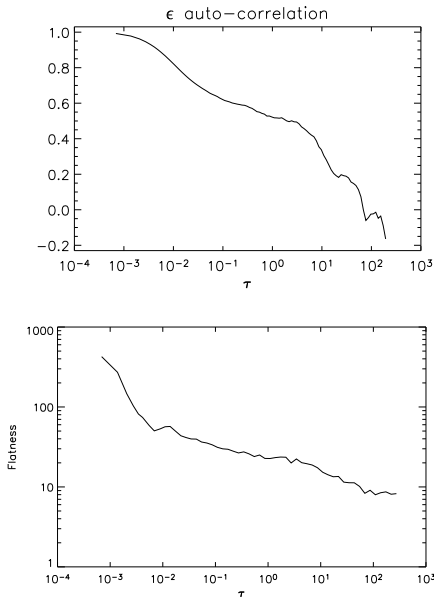


Figure 5. Auto-correlation function (top) and flatness (bottom) of the time series of dissipated power.

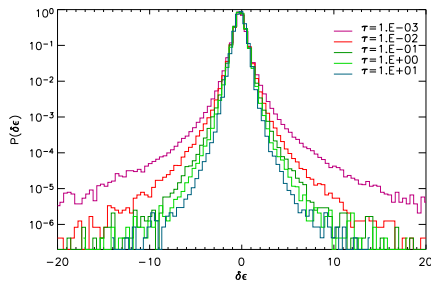


Figure 6. Rescaled probability distribution functions of increments of the time series of dissipated power at different scales (which are listed in the plot caption).

threshold. Distributions of event characteristics such as integrated dissipated power in event, and waiting-times (duration of quiet time during consecutive events) can be computed (see Fig. 7). These distributions are power-laws (of index  $-1.83$  for energy and  $-1.7$  for waiting-times).

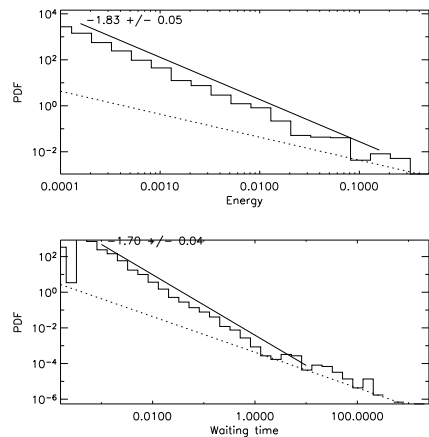


Figure 7. Distributions of event energies (top) and waiting times (bottom). The straight lines are linear fits of the histograms in log-log scale. The dotted line has a slope  $-1$  (it represents the histogram where there would be one event per bar).

### 3.5. Anisotropy in the $(k_{\perp}, k_{\parallel})$ spectrum

Using a Fourier transform in the direction parallel to  $\vec{B}_0$ , and converting the perpendicular spectrum to a 1D spectrum (by dividing it by  $k_{\perp}$ ), we can derive the  $(k_{\perp}, k_{\parallel})$  spectrum of the fields in the model. Figure 8 shows this spectrum for the  $Z^+$  field. For this figure a special run has been done with  $n_{\parallel} = 100\,000$  planes, so as to reach the highest possible parallel wavenumbers. The aim is to verify whether the spectrum is anisotropic, as it should be the case when the magnetic field is anisotropic (dominated by  $\vec{B}_0$ ), as predicted by Goldreich and Sridhar (1995) and observed numerically by Cho *et al.* (2002). Our preliminary results suggest that the coupled shell-models could display such an anisotropy.

## 4. DISCUSSION

These coupled shell-models seem to be successful in reconciling the needs for high computing speed and a good representation of the non-linear terms of the MHD equations. In this respect, this model fills a gap between the direct numerical simulations of MHD and former simplified models of MHD in a coronal loop. On one hand, it is indeed fast enough to generate long-term (more than

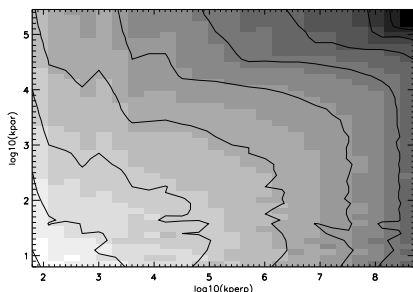


Figure 8.  $(k_{\perp}, k_{\parallel})$  spectrum of the  $Z^+$  field.

4000 Alfvén transit times for the moment, for  $n_z = 100$  time series and statistics of energy dissipation. It can also be run at a very high resolution, in the parallel direction ( $n_z$  up to 100000) as well as in the perpendicular direction (due to the logarithmic spacing of shells). On the other hand, the intermittency of dissipation time series, the non-Poissonian statistics and the anisotropic spectrum (when the magnetic field is anisotropic) are features of MHD turbulence that are recovered in this model but which usually lack in former simplified models of a coronal loop, perhaps because of their simplifications of the non-linear terms of MHD. Thus the coupled shell-models appear to be more realistic than the previous generation of models.

To do a detailed comparison with observational data, the next steps would be to couple this model to a thermodynamic model of a coronal loop, such as the models used in Cargill (1993) or Patsourakos *et al.* (2004), then to predict line emissions with an atomic database such as CHIANTI (Dere *et al.*, 1997). In our group, such a work is currently developed from the Buchlin *et al.* (2003) cellular automata dissipations by Parenti (2004).

**Acknowledgements.** The authors acknowledge partial financial support from European Community grant HPRN-CT-2001-00310 (TOSTISP Research and Training Network) and from PNST (CNRS). É. Buchlin thanks the French-Italian University for travel support.

#### REFERENCES

- Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., Einaudi, G., Georgoulis, M., and Vial, J.-C. (2000). Microscale Structures on the Quiet Sun and Coronal Heating. *ApJ*, **544**, 550–557.
- Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., Schrijver, C. J., Title, A., Kankelborg, C. C., Martens, P., and Warren, H. P. (2000). Time variability of the “quiet” Sun observed with TRACE. II. physical parameters, temperature evolution, and energetics of extreme-ultraviolet nanoflares. *ApJ*, **535**, 1047–1065.
- Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. (1987). Self-organized criticality - An explanation of  $1/f$  noise. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 381–384.
- Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. (1988). Self-organized criticality. *Phys. Rev. A*, **38**, 364–374.
- Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., Einaudi, G., and Vial, J.-C. (2003). A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD. *Astron. Astrophys.*, **406**, 1061–1070.
- Buchlin, E., Vial, J.-C., Lemaire, P., and Galtier, S. (2004). Statistical study of SoHO/SUMER full-Sun images. In *Proceedings of the Conference SOHO 13 'Waves, Oscillations and Small-Scale Transient Events in the Solar Atmosphere: A Joint View from SOHO and TRACE' ESA SP-547*, pages 337–340.
- Cargill, P. (1993). The Fine Structure of a Nanoflare-Heated Corona. *Sol. Phys.*, **147**, 263.
- Cho, J., Lazarian, A., and Vishniac, E. T. (2002). Simulations of Magnetohydrodynamic Turbulence in a Strongly Magnetized Medium. *ApJ*, **564**, 291–301.
- Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., and Young, P. (1997). CHIANTI - an atomic database for emission lines. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **125**, 149–173.
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., and DeLuca, E. E. (1998). Magnetohydrodynamic turbulence of coronal active regions and the distribution of nanoflares. *ApJ*, **505**, 974–983.
- Einaudi, G. and Velli, M. (1999). The distribution of flares, statistics of magnetohydrodynamic turbulence and coronal heating. *Phys. Plasmas*, **6**, 4146–4153.
- Georgoulis, M. K. and Vlahos, L. (1998). Variability of the occurrence frequency of solar flares and the statistical flare. *Astron. Astrophys.*, **336**, 721–734.
- Georgoulis, M. K., Velli, M., and Einaudi, G. (1998). Statistical properties of magnetic activity in the solar corona. *ApJ*, **497**, 957–966.
- Giuliani, P. and Carbone, V. (1998). A note on shell models for MHD turbulence. *Europhys. Lett.*, **43**, 527–532.
- Gledzer, E. B. (1973). *Sov. Phys. Dokl.*, **18**, 216.
- Goldreich, P. and Sridhar, S. (1995). Toward a theory of interstellar turbulence. 2: Strong alfvénic turbulence. *ApJ*, **438**, 763–775.
- Hudson, H. S. (1991). Solar flares, microflares, nanoflares, and coronal heating. *Sol. Phys.*, **133**, 357–369.
- Islsker, H., Anastasiadis, A., and Vlahos, L. (2000). MHD consistent cellular automata (CA) models - I. basic features. *Astron. Astrophys.*, **363**, 1134–1144.

- Isliker, H., Anastasiadis, A., and Vlahos, L. (2001). MHD consistent cellular automata (CA) models – II. applications to solar flares. *Astron. Astrophys.*, **377**, 1068–1080.
- Lepreti, F., Carbone, V., and Veltri, P. (2001). Solar Flare Waiting Time Distribution: Varying-Rate Poisson or Lévy Function? *ApJ*, **555**, L133–L136.
- Lu, E. T. and Hamilton, R. J. (1991). Avalanches and the distribution of solar flares. *ApJ*, **380**, L89–L92.
- Lu, E. T., Hamilton, R. J., McTiernan, J. M., and Brumund, K. R. (1993). Solar flares and avalanches in driven dissipative systems. *ApJ*, **412**, 841–852.
- Nigro, G., Malara, F., Carbone, V., and Veltri, P. (2004). Nanoflares and MHD Turbulence in Coronal Loops: A Hybrid Shell Model. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(19), 194501.
- Parenti, S. (2004). Modelling the radiative signature of turbulent heating in coronal loops. In *these proceedings*.
- Parker, E. N. (1988). Nanoflares and the solar X-ray corona. *ApJ*, **330**, 474–479.
- Parnell, C. (2004). The role of dynamic brightenings in coronal heating. In *these proceedings*.
- Parnell, C. E. and Jupp, P. E. (2000). Statistical Analysis of the Energy Distribution of Nanoflares in the Quiet Sun. *ApJ*, **529**, 554–569.
- Patsourakos, S. and Vial, J.-C. (2002). Intermittent behavior in the transition region and the low corona of the quiet Sun. *Astron. Astrophys.*, **385**, 1073–1077.
- Patsourakos, S., Klimchuk, J. A., and MacNeice, P. J. (2004). The Inability of Steady-Flow Models to Explain the Extreme-Ultraviolet Coronal Loops. *ApJ*, **603**, 322–329.
- Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., and Paschos, P. (1995). The statistical flare. *Astron. Astrophys.*, **299**, 897+.
- Yamada, M. and Ohkitani, K. (1987). *J. Phys. Soc. Jpn.*, **56**, 4210.
- Yamada, M. and Ohkitani, K. (1988a). *Progr. Theo. Phys.*, **79**, 1265.
- Yamada, M. and Ohkitani, K. (1988b). *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 983.

## Influence of the definition of dissipative events on their statistics

E. Buchlin<sup>1,2</sup>, S. Galtier<sup>1</sup>, and M. Velli<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS – Université Paris-Sud, Bât. 121, 91405 Orsay Cedex, France

<sup>2</sup> Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, 50125 Firenze, Italy

<sup>3</sup> Istituto Nazionale Fisica della Materia, Sezione A, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

Received : / Revised date :

**Abstract** A convenient and widely used way to study the turbulent plasma in the solar corona is to do statistics of properties of events (or structures), associated with flares, that can be found in observations or in numerical simulations. Numerous papers have followed such a methodology, using different definitions of an event, but the reasons behind the choice of a particular definition (and not another one) is very rarely discussed. We give here a comprehensive set of possible event definitions starting from a one-dimensional data set such as a time-series of energy dissipation. Each definition is then applied to a time-series of energy dissipation issued from simulations of a shell-model of magnetohydrodynamic turbulence as defined in Giuliani and Carbone (1998), or from a new model of coupled shell-models designed to represent a magnetic loop in the solar corona. We obtain distributions of the peak dissipation power, total energy, duration and waiting-time associated to each definition. These distributions are then investigated and compared, and the influence of the definition of an event on statistics is discussed. In particular, power-law distributions are more likely to appear when using a threshold. The sensitivity of the distributions to the definition of an event seems also to be weaker for events found in a highly intermittent time series. Some implications on statistical results obtained from observations are discussed.

**Key words.** Sun: corona, flares – MHD – Methods: data analysis

### 1. Introduction

The mechanism heating the solar corona to millions of degrees remains an open problem, but it is generally understood that a great part of the energy dissipation must occur at scales that are smaller than the structures that can be resolved by observations ( $\approx 100$  km), as small as 10–100 m (the Kolmogorov turbulent cascade dissipation scale). One of the most successful approaches to reach this four-order-of-magnitude wide gap is to assume that the statistics obtained at observable scales are still valid at smallest scales. The properties of the global system, from observable to non-observable scales, can then be investigated. This is for example the idea underlying Hudson's (1991) critical power-law slope of  $-2$  for the distribution of flare energies.

The measurement of the power-law slope for the lowest energy flares has indeed been a major goal of coronal physics in the last decade. Aschwanden *et al.* (2000) has summarized the distributions of event energies that were obtained at wavelengths from X-rays to ultra-violet (UV), and for event energies covering a range of eight orders of magnitude from  $10^{17}$  J (“nanoflares”) to  $10^{25}$  J (“flares”). It seems — and it is a statement of Aschwanden *et al.* (2000) — that these distributions can be matched together to form a unique power-law distribution of slope  $\approx -1.8$ .

However, for the smallest events, mainly observed in UV by filter imaging instruments, some observations seem not to mutually agree, and they seem not to fit in the global distribution. A possible explanation for this is given by Aschwanden and Charbonneau (2002): the energy of an event could be wrongly deduced from the observable quantities (like intensity in some spectral lines), leading to a systematic error in the distribution of event energies. Another explanation could be that all authors do not agree on what they mean by “event”, *i.e.* the fact that inequivalent definitions exist in the literature.

Indeed, defining an event is likely to be much more difficult for low energy events than for high energy events. For high-energy events, whose distributions are in general derived from X-rays and radio observations, there is little ambiguity on what is an event: events are very rare ( $10^{-6}$  s<sup>-1</sup> for the whole solar disk between  $10^{23}$  and  $10^{24}$  J) and well-separated by long low-flux times. On the contrary, low-energy events can be very close in space and time, making it difficult to separate them, either because they occur on the same line-of-sight or because they are smaller than the instrumental resolution or shorter than the time resolution. The difficulty is even bigger if we subscribe to the idea that the corona is in a self-organized critical state so that small events trigger other events, leading to avalanches as illustrated by the sandpile paradigm (Bak *et al.*, 1988; Lu and Hamilton, 1991): among all these events, which ones should be used to do statistics?

We think that this difficulty has been underestimated when statistics obtained from observations or simulations by different methods have been compared. In fact, the definition of an event which is used is very rarely discussed (contrary to the influence of the relationship between the observable parameters and the physical variables of an event), and is sometimes even not given precisely.

In this paper we give some definitions that could be used, mainly inspired from definitions which have already been used in the past. We choose to restrain ourselves to events defined from a one-dimensional data set, namely a time series of energy dissipation, so that the definitions can be easily compared. We then produce statistics of events (histograms of event energies, durations and waiting times), for different definitions of an event, and compare them. The time series we use are the data output by a shell-model of MHD turbulence (Giuliani and Carbone, 1998), and by a new model of coupled shell-models describing Alfvén turbulence in a coronal loop (Buchlin *et al.*, 2004). However, the aim of this paper is not to study shell-models of MHD, but to see to which extent the definition of events influences their statistics, even in a simple case of events detected in a time series of energy dissipation.

## 2. Event definitions

We present here a basic list of possible definitions of an event when a “signal”  $\epsilon(t)$ , which is the time series of the power dissipated in the system, is given (Fig. 1). Most of the ideas of this list come from the definitions that have been chosen in papers found in the literature. For each event, we get:

- $E$ , the total energy dissipated during the event,
- $P$ , the peak power of energy dissipation,
- $T$ , the duration of the event,
- $t_e$ , the time of the event, necessary to obtain the waiting times  $\tau_w$ , *i.e.* the (quiescent) time between two consecutive events.

### 2.1. Peaks

**Definition 1 (peak).** An event corresponds to a local maximum  $\epsilon(t_m)$  in the signal  $\epsilon(t)$ . The time of the event is  $t_e = t_m$ , the peak dissipation power is  $P = \epsilon(t_e)$ , the total dissipated energy is  $E = \int_{t_a}^{t_b} \epsilon(t) dt$  where  $t_a$  and  $t_b$  are the two local minima around  $t_e$ , and the event duration is  $T = t_b - t_a$ .

**Variant 1.1 (peak-background).** The background  $b(t)$  is the affine function defined between the points  $(t_a, \epsilon(t_a))$  and  $(t_b, \epsilon(t_b))$ . With the notations of definition 1, the time of the event is  $t_e$ , the peak dissipation power is  $P = b(t_e)$ , the total dissipated energy is  $E = \int_{t_a}^{t_b} b(t) dt = E - (\epsilon(t_a) + \epsilon(t_b)) \cdot T/2$ , and the event duration is  $T$ .

### 2.2. Threshold

**Definition 2 (threshold).** A threshold  $\epsilon_{\text{thr}}$  is chosen, and an event is a part of the signal  $\epsilon(t)$  which stays above  $\epsilon_{\text{thr}}$ : more precisely, it is a maximal connex part  $V = [t_a, t_b]$  of the set

$\{t \mid \epsilon(t) > \epsilon_{\text{thr}}\}$ . The total dissipated energy is  $E = \int_V \epsilon(t) dt$ , the peak dissipation power is  $P = \max_V \epsilon(t)$  and the event duration is  $T = t_b - t_a$ . The time of the event is the time at which the maximum of  $\epsilon(t)$  on  $V$  is attained:  $\epsilon(t_e) = \max_V \epsilon(t)$ .

There are several other alternatives to define the time of the event, like  $t_e = (t_b + t_a)/2$  (the middle of interval  $V$ ) or  $t_e = \frac{1}{E} \int_V \epsilon(t) \cdot t dt$  (the barycenter of the event, weighted by  $\epsilon$ ). But these variants do not change the statistics of  $P$ ,  $E$ , and  $T$ , and they seem to have little influence on the statistics of  $\tau_w$ .

We can consider the threshold level  $\epsilon_{\text{thr}}$  as a background level, giving the following definition:

**Variant 2.1 (threshold-background).** Using definition 2 and its notations, the time of the event is  $t_e$ , the peak dissipation power is  $P - \epsilon_{\text{thr}}$ , the total dissipated energy is  $E - \int_V \epsilon_{\text{thr}} dt = E - \epsilon_{\text{thr}} \cdot T$ , and the event duration is  $T$ .

The threshold can be chosen as a function of the overall average  $\bar{\epsilon}$  and standard deviation  $\sigma_\epsilon$  of  $\epsilon(t)$ . It can also be chosen iteratively, by using the average and standard deviation of the time series during the quiescent times between events (which have been defined by the previous iteration of this process), as in Boffetta *et al.* (1999).

### 2.3. Wavelet analysis

This method assumes that we have built the time-scale plane  $y(t_0, s)$  for  $\epsilon(t)$ , by convolution of  $\epsilon(t)$  by the wavelets  $w_{t_0, s}(t) = 1/s \cdot w_0((t - t_0)/s)$ . A mother wavelet  $w_0$  which seems well adapted to the shape of events is the second derivative of a Gaussian (“Mexican hat”). When the noise is in  $1/f$ , Sanz *et al.* (2001) have shown that the Mexican hat is the best wavelet to find enhancements of the signal.

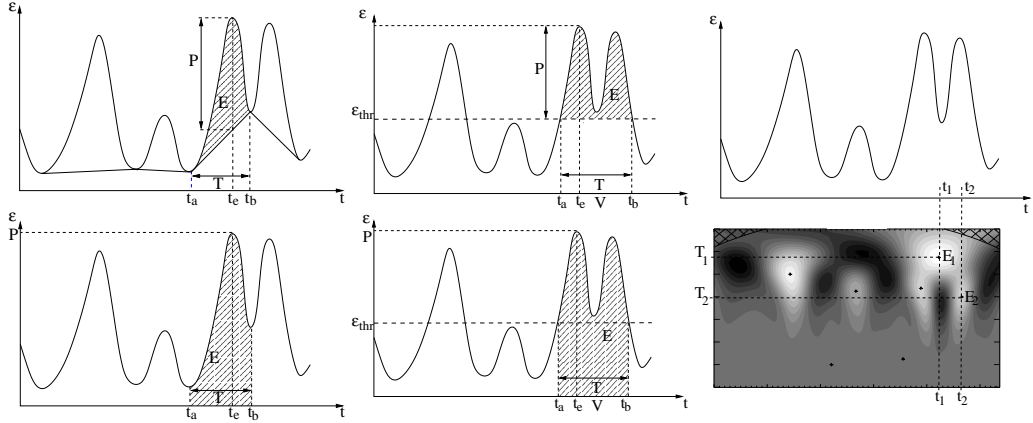
**Definition 3 (wavelet).** An event corresponds to a local maximum  $y(t_e, s_e)$  in the time-scale plane  $y(t_0, s)$ . The time of the event is  $t_e$ , its duration  $T$  is the scale  $s_e$ , its total energy is  $E = y(t_e, s_e)$ . Its peak power  $P$  can be defined as  $\max_V \epsilon(t)$  with  $V = [t_e - s_e/2, t_e + s_e/2]$ .

For better accuracy in the definition of  $s_e$  and  $t_e$ , we need to have a good resolution in the time-frequency plane, *i.e.* we use a continuous wavelet transform. As a result, and also because we have used the Mexican hat wavelet, the wavelets are non-orthogonal, and there is a risk to find several non-independent events where there is only one event. To avoid this, it is possible to impose that two events are separated by at least some distance in the time-scale plane (typically a factor 2 in scale and an interval  $s_e$  in time), but in practice this is not necessary as the time-scale plane is sufficiently smooth.

## 3. Model time series

### 3.1. Shell-model

The results of the next section are based on data output from a shell-model of incompressible MHD turbulence. In such models (Gloaguen *et al.*, 1985; Biskamp, 1994; Frick and Sokoloff,



**Figure 1.** Definitions of events and of event characteristics ( $t_e$ ,  $T$ ,  $P$ , and  $E$ ). Left: peaks (definition 1), with (top) and without (bottom) background detection. Middle: threshold (definition 2), with (top) or without (bottom) taking the background into account. Right: peaks in the wavelets time-frequency plane (definition 3). For this definition, events are marked as crosses in the time-frequency plane, indicating the event time  $t_e$  and duration  $T$ . The total energy  $E$  is the wavelet amplitude (color) at this position.

1998; Giuliani and Carbone, 1998), the Fourier wavenumber space is divided in concentric shells  $S_n = \{\mathbf{k} \mid \|\mathbf{k}\| \in [k_n, k_{n+1}]\}$  with  $k_n = k_0 \lambda^n$  and usually  $\lambda = 2$ . A single complex scalar value  $u_n$  represents the velocity increments  $|u(x + \ell) - u(x)|$  on scales  $\ell$  for  $2\pi/\ell \in S_n$ . The same holds for the scalar value  $b_n$  representing the magnetic field increments on the same scales  $\ell$ . This model is the magnetohydrodynamic analog of the GOY (Gledzer-Ohkitani-Yamada: Gledzer, 1973; Yamada and Ohkitani, 1987, 1988a,b) shell-model of fluid turbulence. It is governed by the following equations, given in Giuliani and Carbone (1998):

$$\frac{dZ_n^s}{dt} = -k_n^2 (\nu^+ Z_n^s + \nu^- Z_n^{-s}) + ik_n T_n^{ss} + f_n^s \quad (1)$$

where  $Z_n^s = v_n + sb_n$  are the Elsässer variables,  $s = \pm$ ,  $\nu^s = (\nu + s\eta)/2$  are combinations of kinematic viscosity and resistivity,  $f_n^s$  are external driving forces, and  $T_n^s$  is the term corresponding to local non-linear interactions between shells. For a given shell  $n$ , this term involves the neighbors and second-nearest neighbors of the shell  $n$ , modelling local interactions between triads of consecutive modes. The detailed coefficients of this term are given in Giuliani and Carbone (1998) and depend on the dimensionality (e.g. 2D or 3D) of the physical MHD system the shell-model represents, *via* the conservation of the MHD invariants.

This model can describe the evolution of modes over a wide range of wavenumbers with just a few dozens of degrees of freedom. It is thus very interesting for studying MHD turbulence with high Reynolds numbers, and intermittency. It actually exhibits typical properties of MHD turbulence, from wide power-law spectra to dynamo effect in 3D (Giuliani and Carbone, 1998), including spatial and temporal intermittency (Giuliani and Carbone, 1998; Boffetta *et al.*, 2002).

The equations 1 are solved numerically and we get the time series of dissipated power  $\epsilon(t) = \sum_n k_n^2 (\nu |u_n(t)|^2 + \eta |b_n(t)|^2)$ ,

which is our variable of interest. To obtain the first time series shown on Fig. 2, hereafter known as the time series  $\langle 1 \rangle$ , we used 24 shells (representing  $k = 1$  to  $k \approx 8.4 \cdot 10^6$ ), with  $\lambda = 2$ ,  $\nu = \eta = 10^{-11}$ . We performed  $10^7$  variable timesteps (determined by a CFL condition) with a 3<sup>rd</sup>-order Runge-Kutta numerical scheme. The time series  $\langle 2 \rangle$ , also shown on Fig. 2, was obtained with the same parameters, except that the dissipation coefficients  $\nu$  and  $\eta$  where ten times higher than for  $\langle 1 \rangle$ .

### 3.2. Coupled shell-models

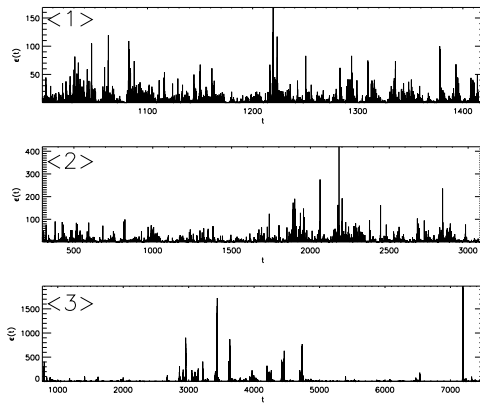
Section 5 uses also data from a version of a shell-model designed to model a region of space where a dominant magnetic field  $\mathbf{B}_0$  exists, like in a coronal loop (Buchlin *et al.*, 2004). In this model, shell-models of 2D MHD are coupled by Alfvén waves travelling along  $\mathbf{B}_0$ , and energy is only input by movements of the photospheric footpoints of the loop. This geometric setup is the same as the one used for the cellular automaton described by Buchlin *et al.* (2003), and it gives a model similar to the one described by Nigro *et al.* (2004). Here we use an independent implementation of these ideas to obtain the time series  $\langle 3 \rangle$ .

### 3.3. Characteristics and intermittency of the time series

All these time series were rescaled so that their average  $\bar{\epsilon}$  is 1 and are shown on Fig 2. Their basic characteristics are summarized in table 1. From time series  $\langle 1 \rangle$  to  $\langle 3 \rangle$ , the ratio of the maximum (or the standard deviation) to the average grows, and longer, quiet times exist between the intervals with higher dissipation. It seems that intermittency is higher for  $\langle 3 \rangle$  than for  $\langle 2 \rangle$ , and that it is also higher for  $\langle 2 \rangle$  than for  $\langle 1 \rangle$ . This is ver-

4

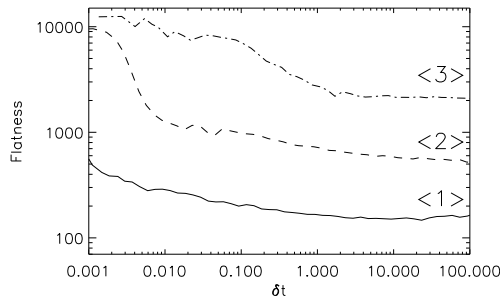
E. Buchlin et al.: Influence of the definition of dissipative events on their statistics



**Figure 2.** From top to bottom, time series <1>, <2>, and <3>.

**Table 1.** Summary of the characteristics of all 3 time series, which were normalized so that their average is  $\bar{\epsilon} = 1$ : number of data points, number of peaks, standard deviation, and maximum value.

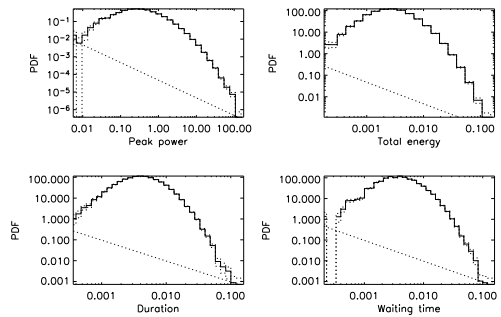
	Data points	Peaks	$\sigma_\epsilon$	$\epsilon_{\max}$
<1>	453,628	51,507	1.98	169
<2>	985,162	56,136	2.45	420
<3>	1,000,000	305,738	11.33	1971



**Figure 3.** The flatness of the three time series increases when the scale  $\delta t$  decreases. This behavior is a signature of intermittency, and is stronger for the time series <3> and lower for time series <1>. Note that the flatness remains much higher than the Gaussian value 3 even at large time scales, as a consequence of the non-Gaussian distribution function of the values taken by the time series.

ified by plotting the flatness<sup>1</sup> of these time series as a function of the temporal scale (Fig. 3).

<sup>1</sup> We use the following definition for the flatness  $F(\tau)$  of the time series  $\epsilon(t)$ :  $F(\tau) = S^4(\tau)/(S^2(\tau))^2$ , where  $S^q(\tau) = \langle |\epsilon(t+\tau) - \epsilon(t)|^q \rangle$ , is the structure function of index  $q$  for the timeseries  $\epsilon$ .



**Figure 4.** Events statistics of time series <1> for definition 1 (peaks): peak power of energy dissipation, dissipated energy, duration, and waiting times. The straight dashed line corresponds to one event per histogram bar; as the histogram bars are spaced exponentially, its slope is -1. The dashed histograms are an estimation of the discretization error when building the histogram, computed assuming Poisson statistics in each bar ( $\pm \sqrt{N}$  where  $N$  is the number of events in a given histogram bar).

#### 4. Comparison between statistics for different event definitions

In this section, starting from the time series  $\epsilon(t)$  number <1> produced as explained in section 3.1, we compare the effect of the definition of an event for the following statistics:

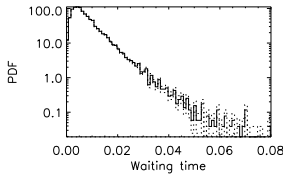
- normalized histograms (*i.e.* experimental Probability Distribution Functions – or PDFs) of event peak dissipation power, total energy and duration, as defined by the different event definitions we use,
- PDFs of waiting times between events, *i.e.* the time between two successive events. This corresponds to the laminar, quiet time between events.

##### 4.1. Peaks

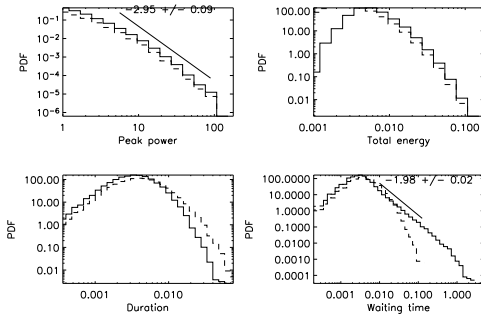
As each peak of the time series is counted as an event, definitions 1 and 1.1 give a lot of events, even in the case of our numerical data, which has no noise: for time series <1> for example, one data point over nine is a local maximum, and corresponds thus to an event. When noise is present, a smoothing of the data at the scale of the shortest events may be necessary before searching for events. Furthermore, the set of the events is a partition of the time series (the end  $t_b$  of one event is the beginning  $t_a$  of the next event), all the energy of the time series is contained in the events:  $\sum_i E_i = \int \epsilon(t) dt$ .

The distributions of  $P$ ,  $E$ ,  $T$  and  $\tau_w$  (Fig. 4) have approximately the same shape, which is neither a power-law, nor an exponential or gaussian. The tail of the waiting-time distribution could even be fitted to an exponential (Fig. 5), in contradiction with previous studies of shell-models, which used another definition of an event (Boffetta *et al.*, 1999; Lepreti *et al.*, 2001).

With these definitions, even the smallest peaks are counted as events, and this breaks the waiting times into small parts,



**Figure 5.** Waiting-time distribution of events from time series <1> for definition 1 (peaks), in lin-log scale.



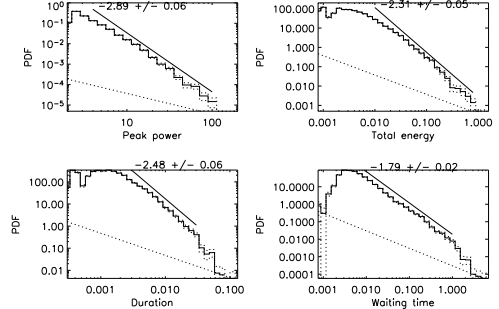
**Figure 6.** Events statistics of time series <1> for definition 1.2 (peak-threshold) with  $\epsilon_{\text{thr}} = 1$  (average of time series). The statistics for definition 1 (peaks) are shown as a reference, in dashed lines.

leading to a cut-off of the tail of the waiting-time distribution. To decrease this effect, we may exclude the smallest events (*e.g.* those with a peak power lower than a given threshold) from the analysis, which gives the following variant of definition 1:

**Variant 1.2 (peak-threshold).** A threshold  $\epsilon_{\text{thr}}$  is chosen. An event corresponds to a local maximum  $\epsilon(t_m)$  in the signal  $\epsilon(t)$ , provided that  $\epsilon(t_m) > \epsilon_{\text{thr}}$ . The time of the event is  $t_e = t_m$ , the peak dissipation power is  $P = \epsilon(t_e)$ , the total dissipated energy is  $E = \int_{t_a}^{t_b} \epsilon(t) dt$  where  $t_a$  and  $t_b$  are the two local minima around  $t_e$ , and the event duration is  $T = t_b - t_a$ .

Note that this is *not* the same as using definition 2: for a given threshold  $\epsilon_{\text{thr}}$ , on a maximum connex part  $V$  of  $\{t \mid \epsilon(t) > \epsilon_{\text{thr}}\}$ , definition 1.2 will find as many events as there are peaks of  $\epsilon(t)$  on the interval  $V$ , whereas definition 2 will find only one event.

As a result (Fig. 6), it is clear that the PDF of  $P$  is cut below the value of  $\epsilon_{\text{thr}}$ , with no modification of its shape: this means that only the tail  $P > \epsilon_{\text{thr}} = 1$  of the histogram of  $P$  in Fig. 4 is left, and this tail could be fitted to a quite narrow power-law of slope  $-2.95$ . The PDFs of  $E$  and  $D$  do not change dramatically, except that the left part is weaker because of the correlations between  $P$ ,  $E$  and  $D$ . The most interesting effect of using variant 1.2 instead of definition 1 is for the waiting-time distribution: it exhibits now a clear power-law of index  $-1.98$  over 2.5 decades. This is made possible by the fact that small waiting times associated to small events in the case of definition 1



**Figure 7.** Events statistics of time series <1> for definition 2 (threshold).

are now replaced by a smaller number of long waiting times, leading to a reinforcement of the right part of the histogram of  $\tau_w$ .

#### 4.2. Threshold

With definition 2, histograms of  $P$ ,  $E$ ,  $T$ , and  $\tau_w$  are quite clearly power-laws (Fig. 7), even if they are not very wide for this weakly intermittent time series. The slopes of these power-laws are  $2.89 \pm 0.06$  for  $P$ ,  $2.31 \pm 0.05$  for  $E$ ,  $2.48 \pm 0.06$  for  $T$ , and  $1.79 \pm 0.02$  for  $\tau_w$ .

These power-law tails still exist when the threshold is considered as a background and is removed (variant 2.1, Fig. 8), but the left part of the histograms is then almost flat in logarithmic axes. This is for example quite straight-forward for the distribution of  $P$ , as removing the background is shifting — in linear axes — the distribution of  $P$  to the left. However, the right tail of the distributions, *e.g.* for  $P \gg \epsilon_{\text{thr}}$  remains almost the same when the background is removed. It seems that background removal does not help understand the statistics of events.

Methods using a threshold are very widely used when events are searched in time series, as well from numerical simulations: Dnitrak *et al.* (1998); Einaudi *et al.* (1996); Georgoulis *et al.* (1998) (2D RMHD), Boffetta *et al.* (1999) (MHD shell-models) as from X-rays observations: Pearce *et al.* (1993); Crosby *et al.* (1993); Wheatland *et al.* (1998). It actually seems to be well-adapted to instrumental constraints of sensitivity and noise levels.

The drawbacks of this definition are that it misses the lowest-energy events (leading to a cut-off of the left part of the energy histograms), and that it cannot separate close high-energy events. This definition is also not adapted to non-stationary time series: in this case, the threshold should adapt to the local statistical characteristics of the time series.

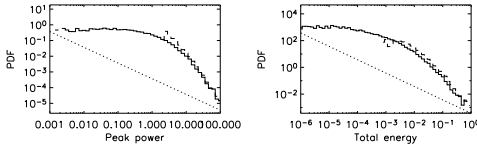
#### 4.3. Wavelet analysis

Definition 3 produces the histograms of  $P$ ,  $E$ ,  $D$ , and  $\tau_w$  shown on Fig. 9. The histogram of events durations is a power-law

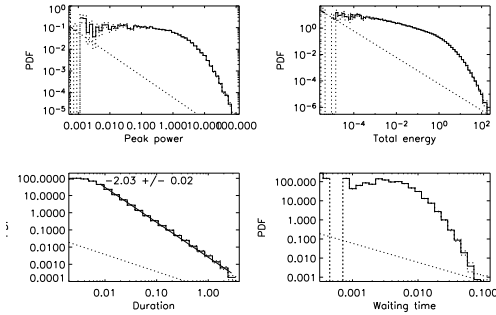


6

E. Buchlin et al.: Influence of the definition of dissipative events on their statistics



**Figure 8.** Events statistics of time series  $\langle 1 \rangle$  for definition 2.1 (threshold-background). Only the distributions which are different from the one obtained by definition 2 (threshold, Fig. 7) are represented.



**Figure 9.** Events statistics of time series  $\langle 1 \rangle$  for definition 3 (maxima in wavelet time-scale space).

over more than 2.5 decades. The wide and flat left part of the histograms of  $P$  and  $E$ , which include events much smaller than with other definitions, suggest to use a variant of definition 3 similar to variant 1.2 of definition 1, where the smallest events are simply not taken into account:

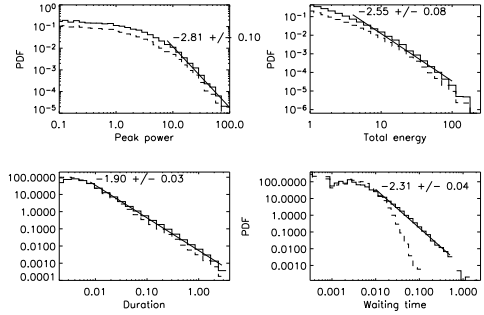
**Variant 3.1 (wavelet-threshold).** A threshold  $E_{\text{thr}}$  is chosen. An event corresponds to a local maximum  $y(t_e, s_e)$  in the time-scale plane  $y(t_0, s)$ , provided that  $y(t_e, s_e) > E_{\text{thr}}$ . The time of the event is  $t_e$ , its duration  $T$  is the scale  $s_e$ , its total energy is  $E = y(t_e, s_e)$ . Its peak power  $P$  can be defined as  $\max_V \epsilon(t)$  with  $V = [t_e - s_e/2, t_e + s_e/2]$ .

As for definition 1.2 (peak-threshold), the distributions of  $P$ ,  $E$  and  $D$  do not change much, but a power-law is recovered (Fig. 10) for the waiting-time distribution.

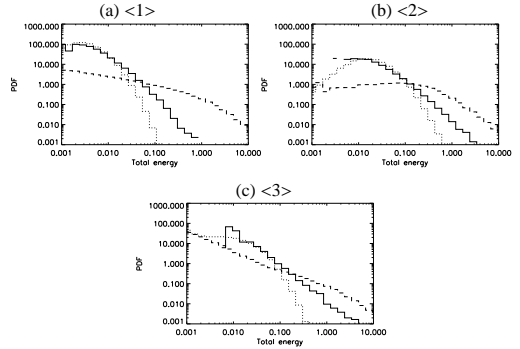
## 5. Intermittency and sensitivity to event definition

### 5.1. Sensitivity to event definition

Now we use all the 3 time series described in section 3. It seems that the distributions of event energies  $E$  obtained by definitions 1 and 3 are closer from the power-law obtained by definition 2 in the case of time series  $\langle 3 \rangle$  (Fig. 11c) than in the case of time series  $\langle 1 \rangle$  (Fig. 11a). The waiting-times distributions (Fig. 12) display the same behavior. In general, distributions obtained from higher-intermittency time series seem to be less sensitive to the definition of an event than low-intermittency time series.



**Figure 10.** Events statistics of time series  $\langle 1 \rangle$  for definition 3.1 (wavelet-threshold) and  $E_{\text{thr}} = 1$ . The statistics for definition 3 (maxima in wavelet time-scale space) are shown as a reference, in dashed lines.

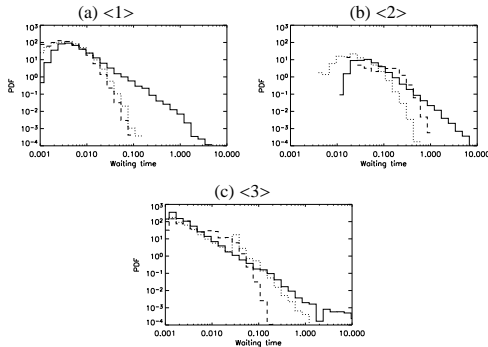


**Figure 11.** (a) Total energy distributions for events determined by definitions 1 (peaks; dotted line), 2 (threshold; plain line), and 3 (maxima in wavelet time-scale space; dashed line), for time series  $\langle 1 \rangle$ . (b) Same figure for time series  $\langle 2 \rangle$ . (c) Same figure for time series  $\langle 3 \rangle$ . All plots have the same scale.

### 5.2. Sensitivity to threshold, for definition 2 (threshold)

In the case of events defined by a threshold (like definition 2), the slope of event energy histograms may depend on the threshold. Here we choose different values of  $\epsilon_{\text{thr}}$  between 0 and  $\bar{\epsilon} + 5\sigma_\epsilon$  where  $\bar{\epsilon}$  is the time series average ( $\bar{\epsilon} = 1$ ) and  $\sigma_\epsilon$  is the standard deviation shown in table 1 for each of the time series. As a result, the number of events (Fig. 13e) is 1 when the threshold is  $\epsilon_{\text{thr}} = 0$  (the whole time series is *one* event); it increases to a maximum, attained between  $\bar{\epsilon}$  and  $\bar{\epsilon} + \sigma_\epsilon$ , depending on the time series characteristics; then it decreases (ultimately, the number of events is 0 when  $\epsilon_{\text{thr}} > \epsilon_{\text{max}}$ , where  $\epsilon_{\text{max}}$  is the maximum value of the time series).

Figure 13 shows the power-law slope of the histograms of  $P$ ,  $E$ ,  $T$ , and  $\tau_w$  as a function of the normalized threshold  $(\epsilon_{\text{thr}} - \bar{\epsilon})/\sigma_\epsilon$ . In general, time series  $\langle 1 \rangle$  and  $\langle 2 \rangle$ , which come from the same simple shell-model and which are less intermittent than the time series  $\langle 3 \rangle$ , follow quite the same path. (a)



**Figure 12.** (a) Waiting-time distributions for events determined by definitions 1 (peaks; dotted line), 2 (threshold; plain line), and 3 (maxima in wavelet time-scale space; dashed line), for time series <1>. (b) Same figure for time series <2>. (c) Same figure for time series <3>. All plots have the same scale.

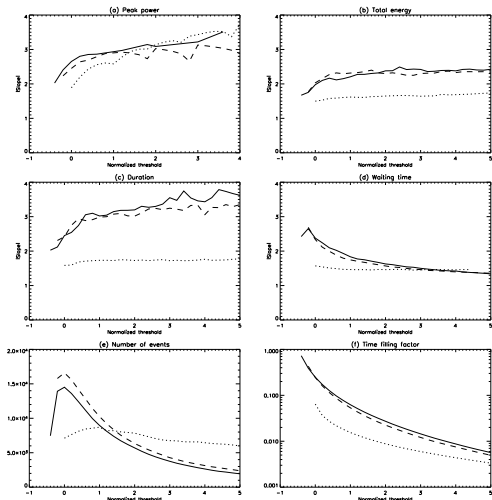
The distributions of peak dissipation power  $P$  have a slope  $\approx 2$  for a low threshold  $\epsilon_{\text{thr}}$ , and become steeper when  $\epsilon_{\text{thr}}$  increases. The slope for time series <3> is slightly more sensitive to  $\epsilon_{\text{thr}}$  than the other time series. (b) The slope of the distributions of energy  $E$  also increase with  $\epsilon_{\text{thr}}$ , except for time series <3>, for which it is almost constant. (c) The statistics of the durations  $T$  exhibit the same features than the statistics of  $E$ . (d) On the contrary, the slope of the distributions of the waiting times  $\tau_w$  decreases when  $\epsilon_{\text{thr}}$  increases. Again, it is almost constant for time series <3>. (f) The proportion of the time series duration contained in events decreases when the threshold increases. This decrease is stronger for the lowly intermittent time series.

Time series <3> seems to be the least sensitive to the value of  $\epsilon_{\text{thr}}$ . Note that, by using thresholds expressed as a function of  $\sigma_\epsilon$  instead of absolute thresholds, we have taken care of the fact that the deviations of time series <3> are larger than for the other time series.

## 6. Discussion

We have investigated the dependence on the definition of “events” of the statistics of events obtained from an energy dissipation time series. Not very surprisingly, the statistics of peak power, energy content, duration and waiting times of events differ when different definitions are used.

Especially for low-intermittency time series and for waiting-time distributions, power-law distributions are recovered only when a threshold is used, either when searching for events (definition 2) or after having searched for events by another means (definitions 1.2 and 3.1). It is also interesting to note that the waiting-time distribution, which is used to test the Poissonian nature of the flaring process (Wheatland *et al.*, 1998; Lepreti *et al.*, 2001; Wheatland and Litvinenko, 2002), can have a power-law or an exponential tail, depending on the definition of events.



**Figure 13.** Slope of the peak power (a), total energy (b), duration (c), and waiting time (d) distributions, for events defined by definition 2 (threshold), as a function of the normalized threshold  $(\epsilon_{\text{thr}} - \bar{\epsilon})/\sigma_\epsilon$ . The plain, dashed, and dotted lines correspond to time series <1>, <2>, and <3> respectively. (e) Number of events detected as a function of the normalized threshold. (f) Proportion of the duration contained in events, as a function of the normalized threshold.

For observational studies, where the smallest events are averaged over the line of sight and the spatial and temporal steps, some of the intermittency is lost. In this case we need to use a definition which gives statistics as close as possible from the statistics of the underlying (non-averaged) signal (which is intermittent enough for events statistics to be almost independent from their definition). The definitions using a threshold seem to be adequate from this point of view. The presence of noise in observations gives also a strong support to this kind of definitions. However, these definitions have also drawbacks, in particular the difficulty of choosing a threshold for a non-stationary time series.

Other definitions like 3 which uses wavelets can have interesting properties separating simultaneous events at different scales, but the smallest events obtained by this means seem to be not significant. Alternatively, events could be defined iteratively from the time-scale plane: the first event is defined by the overall maximum of the time-scale plane, the corresponding wavelet is subtracted from  $\epsilon(t)$ , a new time-scale plane is computed, and this process is done again to find each of the next events. Local Intermittency Measure (LIM: Farge, 1990) could perhaps also be used for this purpose. However, these ideas have not been investigated further yet and an iterative definition may be computationally very expensive compared to the other definitions.

Let us now return to the motivation behind the determination and discussion of event properties and statistics for coronal physics. There are two main reasons for these studies, es-

essentially related to bridging the gap between observable time and spatial scales and the sub-resolution physics. On the one hand, we would like to understand whether analogous physical processes, namely flares, conserve scale-invariant properties at unobservable scales and are responsible for the existence of the quiet corona as we know it. On the other, one would like to link, as far as possible, large scale physical models and numerical simulations to the observations without reproducing in detail the microcosm of a single small-scale event (though this may be desirable and necessary for the largest scale manifestations, such as for example the Bastille day flare), but by comparing global statistical properties.

When searching for the answer to the first question, one must clearly use an event definition which conserves the total energy in the signal, as one is searching for a quantitative confirmation (again, much care is needed, since the average corona exists to some extent precisely because we are incapable of observing fluctuations at sufficiently small energy and time-scale, *i.e.* it is by definition a background). In the second case however, where there are undoubtedly large differences between numerical models and observations in the richness of the physics and dynamical range, one must be careful to analyze events in the way most appropriate to glean characteristic properties of the fluctuations and turbulence at the available scales. Hence the requirements are to go beyond simply the energy distributions of events and analyze other characteristic features such as anisotropy of the spectra, intermittency, and higher order structure functions of the fields.

*Acknowledgements.* The authors acknowledge partial financial support from the PNST (Programme National Soleil-Terre) program of INSU (CNRS) and from European Union grant HPRN-CT-2001-00310 (TOSTISP network). E. Buchlin thanks the French-Italian University for travel support. The authors thank Jean-Claude Vial, Loukas Vlahos and Jean-François Hochedez for useful discussions.

## References

- Aschwanden, M. J. and Charbonneau, P. (2002). Effects of Temperature Bias on Nanoflare Statistics. *ApJ*, **566**, L59–L62.
- Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., Schrijver, C. J., Title, A., Kankelborg, C. C., Martens, P., and Warren, H. P. (2000). Time variability of the “quiet” Sun observed with TRACE. II. physical parameters, temperature evolution, and energetics of extreme-ultraviolet nanoflares. *ApJ*, **535**, 1047–1065.
- Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. (1988). Self-organized criticality. *Phys. Rev. A*, **38**, 364–374.
- Biskamp, D. (1994). Cascade models for magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. E*, **50**, 2702–2711.
- Boffetta, G., Carbone, V., Giuliani, P., Veltri, P., and Vulpiani, A. (1999). Power Laws in Solar Flares: Self-Organized Criticality or Turbulence? *Physical Review Letters*, **83**, 4662–4665.
- Boffetta, G., de Lillo, F., and Musacchio, S. (2002). Lagrangian statistics and temporal intermittency in a shell model of turbulence. *Phys. Rev. E*, **66**(6), 066307.
- Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., Einaudi, G., and Vial, J.-C. (2003). A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD. *Astron. Astrophys.*, **406**, 1061–1070.
- Buchlin, E., Velli, M., and Galtier, S. (2004). Simplified simulations of MHD in a coronal loop by coupled shell-models. In *Proceedings of the Conference SOHO 15 ‘Coronal Heating’ ESA SP, in press.*
- Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., and Dennis, B. R. (1993). Frequency distributions and correlations of solar X-ray flare parameters. *Sol. Phys.*, **143**, 275–299.
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., and DeLuca, E. E. (1998). Magnetohydrodynamic turbulence of coronal active regions and the distribution of nanoflares. *ApJ*, **505**, 974–983.
- Einaudi, G., Velli, M., Politano, H., and Pouquet, A. (1996). Energy Release in a Turbulent Corona. *ApJ*, **457**, L113.
- Farge, M. (1990). In H. Moffat, editor, *Topological Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- Frick, P. and Sokoloff, D. (1998). Cascade and dynamo action in a shell model of magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. E*, **57**, 4155–4164.
- Georgoulis, M. K., Velli, M., and Einaudi, G. (1998). Statistical properties of magnetic activity in the solar corona. *ApJ*, **497**, 957–966.
- Giuliani, P. and Carbone, V. (1998). A note on shell models for MHD turbulence. *Europhys. Lett.*, **43**, 527–532.
- Gledzer, E. B. (1973). *Sov. Phys. Dokl.*, **18**, 216.
- Gloaguen, C., Léorat, J., Pouquet, A., and Grappin, R. (1985). A scalar model for MHD turbulence. *Physica D*, **17**, 154–182.
- Hudson, H. S. (1991). Solar flares, microflares, nanoflares, and coronal heating. *Sol. Phys.*, **133**, 357–369.
- Lepreti, F., Carbone, V., and Veltri, P. (2001). Solar Flare Waiting Time Distribution: Varying-Rate Poisson or Lévy Function? *ApJ*, **555**, L133–L136.
- Lu, E. T. and Hamilton, R. J. (1991). Avalanches and the distribution of solar flares. *ApJ*, **380**, L89–L92.
- Nigro, G., Malara, F., Carbone, V., and Veltri, P. (2004). Nanoflares and MHD Turbulence in Coronal Loops: A Hybrid Shell Model. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(19), 194501.
- Pearce, G., Rowe, A. K., and Yeung, J. (1993). A statistical analysis of hard X-Ray solar flares. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **208**, 99–111.
- Sanz, J. L., Herranz, D., and Martínez-González, E. (2001). Optimal Detection of Sources on a Homogeneous and Isotropic Background. *ApJ*, **552**, 484–492.
- Wheatland, M. S. and Litvinenko, Y. E. (2002). Understanding Solar Flare Waiting-Time Distributions. *Sol. Phys.*, **211**, 255–274.
- Wheatland, M. S., Sturrock, P. A., and McTiernan, J. M. (1998). The Waiting-Time Distribution of Solar Flare Hard X-Ray Bursts. *ApJ*, **509**, 448–455.
- Yamada, M. and Ohkitani, K. (1987). *J. Phys. Soc. Jpn.*, **56**, 4210.
- Yamada, M. and Ohkitani, K. (1988a). *Progr. Theo. Phys.*, **79**, 1265.
- Yamada, M. and Ohkitani, K. (1988b). *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 983.

## Vénus Beauté

Le 8 juin 2004 : la planète Vénus passera devant le Soleil. L'Institut d'Astro- —  
physique Spatiale, unité mixte de l'Université Paris-Sud à Orsay et du CNRS,  
s'apprête à observer le passage devant le Soleil de la planète Vénus.

Un tel passage, qui est appelé « transit de Vénus », est un événement très rare qui a lieu deux fois de suite, à 8 ans d'intervalle, tous les 113 ou 130 ans : le dernier a eu lieu en 1882 ! Le phénomène est analogue à une éclipse annulaire de Soleil, la planète sera vue comme un petit disque noir se déplaçant sur le disque de notre étoile. Il sera visible de toute l'Europe au cours de la matinée et durera environ 6 heures, de 7h20 à 13h23 heure locale à Paris pour être précis. Vénus est certes plus petite que la Lune, qui est à l'origine des éclipses de Soleil, mais elle est aussi plus grande que Mercure, dont le passage devant le Soleil a été observé le 7 mai 2003. Il sera donc possible à chacun d'observer cet événement, même sans télescope. Rappelons qu'il ne faut bien sûr jamais regarder le Soleil directement ou utiliser un matériel inadapté.

Les scientifiques de l'Institut d'Astrophysique Spatiale recevront en temps réel à

Orsay les images données par le satellite SoHO, lancé dans l'espace en 1995 et à la construction duquel l'IAS a participé. Comme lors du dernier transit de Mercure en mai 2003 une équipe du centre

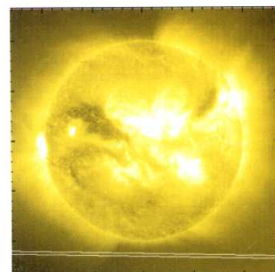
MEDOC de l'IAS mettra sur son site web, en temps réel, les images obtenues par SoHO : <http://www.medoc-ias.u-psud.fr/venus/>. Il sera ainsi possible au grand public et aux milliers d'astronomes amateurs qui suivront l'événement de voir ce phénomène, en direct, même en cas de mauvais temps !

En 1677, suite à un transit de Mercure, Edmund Halley a eu l'idée que les passages de planètes devant le Soleil, notamment de Vénus, pouvaient servir à mesurer la distance de la Terre au Soleil. Cette idée a été à l'origine de nombreuses expéditions entre le XVII<sup>e</sup> et le XIX<sup>e</sup> siècle, qui avaient à la fois pour but de déterminer l'échelle des distances dans le système solaire et de démontrer la puissance des grandes nations. Aujourd'hui, d'autres techniques de mesure des distances sont plus précises, mais les scientifiques se servent encore des transits pour mieux connaître les performances de leurs instruments (contraste, netteté...). De plus, le 8 juin, depuis le point de vue du satellite SoHO, Vénus passera un peu en-dessous du disque solaire, c'est-à-dire qu'elle se projettera sur la couronne du Soleil, zone de son atmosphère qui atteint des températures de plusieurs millions de degrés et qui continue de poser des défis aux astrophysiciens.

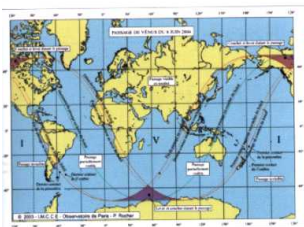
ÉRIC BUCHLIN



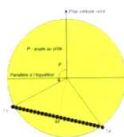
Persomnes observant le passage de Vénus en 1882 avec un verre fumé (ce qu'il ne faut pas faire).



Trajectoire prévue de Vénus, vue par l'instrument EIT du satellite SoHO. Le principal instigateur de EIT est chercheur à l'IAS ; l'instrument a d'ailleurs été étalonné à l'Institut.



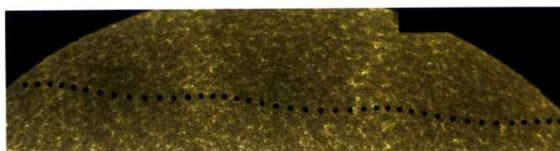
Carte de visibilité du passage de Vénus : sera visible de toute l'Europe. Cette carte (avec d'autres cartes et d'autres informations) est disponible sur le site de l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides : [http://www.imcce.fr/ephem/passage/html\\_passage/VenusP2004.html](http://www.imcce.fr/ephem/passage/html_passage/VenusP2004.html)



La trajectoire de Vénus sur le disque du Soleil, vue depuis la Terre. Depuis le point d'observation de SoHO, Vénus passera encore un peu plus bas.

### Contacts

ÉRIC BUCHLIN  
INSTITUT D'ASTROPHYSIQUE SPATIALE  
Tél. : 01 69 85 87 40



Montage d'images du satellite américain TRACE, montrant le passage de Mercure devant le Soleil le 7/03/03. La trajectoire n'est pas droite (Mercure « danse » devant le Soleil) parce que ce satellite tourne autour de la Terre (ce qui n'est pas le cas de SoHO). Vénus sera vue comme étant 5 fois plus grosse que Mercure.



# Gestion du projet lié à la thèse

---

## Préambule

L'Association Bernard Grégory, dont la mission est de « de promouvoir la formation par la recherche dans le monde socio-économique et d'aider à l'insertion professionnelle en entreprise des jeunes docteurs de toutes disciplines », organise chaque année l'opération « Valorisation des compétences », soutenue par l'École Doctorale. Ce chapitre est le résultat de ma participation, il a été réalisé avec l'aide de Joël Denervaux, consultant en ressources humaines. Il s'agit de prendre du recul par rapport à la thèse, en la présentant comme un projet et comme une expérience professionnelle valorisable auprès d'un employeur (qu'il soit privé ou public), en explicitant les compétences que j'ai pu acquérir au cours de la thèse.

## E.1 Cadre général et enjeux

### E.1.1 Présentation succincte

Le titre de ma thèse est « Signatures et modélisations du chauffage coronal à petite échelle ». Il s'agit de comprendre les mécanismes physiques à l'origine de la très haute température (plusieurs millions de degrés) de l'atmosphère du Soleil, la couronne. Dans ce milieu très turbulent, dans lequel la matière et le champ magnétique se structurent sur une très large gamme d'échelles, qui vont des tailles de l'ordre de la centaine de mètres à des centaines de milliers de kilomètres, des mécanismes physiques complexes provoquent la dissipation d'énergie magnétique sous forme de chaleur.

L'enjeu est à la fois de comprendre ce qui se passe dans l'atmosphère du Soleil, et d'établir des propriétés plus générales de la matière magnétisée (les

plasmas) dans un état turbulent, soumise aux équations de la magnétohydrodynamique (MHD). Bien que la thèse ne soit pas orientée vers des applications directes, ces deux aspects peuvent avoir des répercussions sur la société :

- l’atmosphère du Soleil est la source du vent solaire, dont les particules atteignent la Terre. Mieux comprendre la couronne solaire permettrait de prévoir les flux de particules arrivant vers nous, et donc de prendre les dispositions nécessaires pour protéger les réseaux de distribution d’électricité, les satellites artificiels, les spationautes, voire les personnes passant un temps non négligeable en haute altitude, comme les pilotes d’avions ; c’est la « météorologie de l’espace », qui en est à ses débuts.
- la turbulence dans les plasmas est ce qui limite actuellement le temps pendant lequel peuvent fonctionner les tokamaks, prototypes de réacteurs à fusion nucléaire. Mieux comprendre la turbulence dans ces milieux permettrait de l’éviter, et peut-être de construire des réacteurs fonctionnels.

### E.1.2 La thèse dans son contexte

Ma thèse se fait en co-tutelle entre la France et l’Italie, pays entre lesquels existe une convention bilatérale à ce sujet.

Du côté italien, l’équipe de physique des plasmas de l’Observatoire d’Arcetri (département d’astronomie de l’université de Florence) est spécialisée dans la théorie des plasmas spatiaux et les simulations numériques de MHD.

Du côté français, l’équipe de physique solaire et stellaire de l’Institut d’astrophysique spatiale a une longue histoire de l’observation du Soleil notamment par la construction d’instruments spatiaux, et par l’archivage et l’analyse de leurs données. La partie observationnelle de ma thèse, consistant en de l’analyse de données de l’instrument SUMER du satellite SoHO, s’insère parfaitement dans la thématique de l’équipe, d’autant plus que celle-ci a joué un des rôles principaux dans la construction de cet instrument. De plus, une orientation plus théorique et numérique s’y est développée au cours des dernières années, en collaboration notamment avec l’équipe de l’Observatoire d’Arcetri. Je fais ainsi le lien entre les deux équipes, et ma venue a permis de rendre plus actif ce partenariat.

La concurrence est très active sur les simulations MHD. Notre créneau est celui des simulations basées sur des équations simplifiées, de telle façon à obtenir des données de taille suffisante pour en faire une analyse statistique.

Les moyens mis à la disposition du projet sont :

- la base de données MEDOC (Multi-Experiment Data and Operations Center), centre européen d’archivage des données de SoHO, qui accueille également des données d’autres instruments concernant le Soleil.
- des ordinateurs pour le traitement de données, ainsi que pour effectuer des simulations numériques
- des chercheurs et techniciens
- des financements provenant de divers organismes publics.

Les deux laboratoires dont je dépends font partie du réseau TOSTISP (Theory, Observations and Simulations of Turbulence in Space Plasmas), consti-

tué en 2003 et financé par l'Union Européenne, et dont font également partie des équipes de Grèce, d'Angleterre et de Norvège. Les activités de ce réseau donnent lieu à des rencontres et à des échanges scientifiques dans un contexte multiculturel.

### E.1.3 Ma situation dans le contexte

Mon intérêt pour la physique et la technique, c'est-à-dire le fonctionnement du monde et des choses qui m'entouraient, s'est développé dès mon plus jeune âge. En particulier, l'observation du ciel nocturne a provoqué une attirance pour l'astrophysique, qui m'a amené jusqu'au DEA, en passant par l'École normale supérieure. Au cours d'un stage de 6 mois aux États-Unis mes intérêts se sont orientés vers notre environnement spatial proche et le Soleil.

L'expérience en traitement des données solaires que j'ai acquise au cours de ce stage, mes intérêts scientifique pour le Soleil et la turbulence, ainsi que mon goût pour la programmation informatique ont amené à la définition sur-mesure d'un sujet très large, combinant observations et simulations, dans lequel une grande place était laissée à des choix en cours de thèse.

## E.2 Préparation du projet et cadrage

### E.2.1 Évaluation des risques

Les principaux risques provenaient d'une mauvaise évaluation de la stratégie. Par exemple, j'ai dû m'assurer qu'un compromis acceptable entre les simplifications des modèles numériques (pour les adapter aux ressources de calcul mises à ma disposition) et leur réalisme physique était possible. Il a aussi fallu vérifier que l'instrument que nous avons choisi pour les observations avait les caractéristiques techniques suffisantes pour établir des propriétés statistiques de la turbulence dans la couronne solaire.

De plus, il était clair dès le début qu'une bonne gestion du temps était indispensable à la réussite du projet. Il a donc fallu évaluer correctement les temps de développement informatique, de mise au point d'un modèle, d'écriture et de publication d'un article.

### E.2.2 Aspects contractuels et éthiques

Mon employeur ne m'a imposé ni une confidentialité contractuelle, ni une licence donnée pour les logiciels que je développe : par défaut mon employeur est titulaire des droits d'auteur.

La recherche en elle-même ne pose pas de problème éthique, mais au niveau de la discipline on peut pourtant regretter que, notamment dans certains pays, la « météorologie de l'espace » ait promis plus de retombées concrètes à court terme que ce qu'elle pouvait espérer donner.



## **E.3 Conduite du projet**

### **E.3.1 Gestion des relations avec les collaborateurs et partenaires**

Des réunions de travail avec au moins un des collaborateurs du projet ont eu lieu au moins une fois par semaine, en France ou en Italie, souvent à mon initiative. Lorsque que cela était nécessaire j'envoyais alors par e-mail un résumé de cette réunion aux autres collaborateurs, notamment ceux de l'autre pays. Des points d'avancement réunissaient toute l'équipe associée au projet, par téléconférence ou lorsque les circonstances nous réunissaient. Ces rencontres étaient aussi l'occasion de discuter de l'orientation générale à donner à mes recherches.

Lorsque mon équipe est en relation avec des partenaires scientifiques, travaillant sur des sujets similaires, j'interviens essentiellement pour présenter les détails de mes travaux et leurs résultats. Je prends aussi l'initiative de contacts, surtout sur des points techniques. Il s'agit alors pour moi de comprendre une technique que j'aimerais appliquer à ma recherche mais que je ne maîtrise pas suffisamment suite à la lecture des articles sur le sujet. Les personnes que je contacte sont des scientifiques ayant développé la technique en question (traitement du signal) ou ayant eu des problèmes techniques similaires aux miens bien qu'appliqués à d'autres domaines (océanographie...). Ces interactions se font par e-mail ou lors de rencontres, notamment dans les colloques.

J'ai également transmis à des personnes associées au projet des programmes de simulation ou d'analyse de données que j'avais développés, afin qu'elles puissent utiliser mes programmes ou les adapter à leurs besoins. Cela demande du code informatique bien écrit, une bonne documentation, et des explications supplémentaires fournies par oral.

### **E.3.2 Solutions apportées aux difficultés rencontrées**

Les observations que j'ai utilisées étant anciennes (1997) et peu documentées, j'ai dû retrouver, à partir des données elles-mêmes, le classement, l'orientation et l'échelle des images. De même, un des programmes de simulation numérique que j'ai utilisés avait déjà une longue histoire, j'ai réussi à l'homogénéiser pour le rendre plus lisible et plus efficace.

J'ai également dû trouver du temps de calcul sur diverses machines en France et en Italie, la période d'ouverture de notre compte au centre de calcul du CNRS (IDRIS) n'ayant pas coïncidé avec nos besoins.

## **E.4 Financement et évaluation coût**

De nombreux financements externes ont été mobilisés :

- de l'Union européenne, par la constitution du réseau TOSTISP par les équipes qui le constituent,
- des gouvernements français et italien, par l'Université Franco-Italienne (UFI) : j'ai obtenu 5100€, au titre de l'accompagnement aux thèses en co-tutelle entre la France et l'Italie, grâce à un dossier réalisé par mes soins,
- j'ai également demandé et obtenu une aide de 300€ de la part de l'EGU (European Geosciences Union) pour une participation à son colloque.

Le financement de l'UFI n'étant arrivé qu'en 2003, d'autres crédits ont dû être utilisés pour mes voyages en Italie au cours de la première moitié de ma thèse. J'ai également demandé à bénéficier des programmes d'échange de l'école dont je suis issu pour être logé à la Scuola Normale Superiore de Pise (SNS).

## Ressources humaines

Catégorie	Temps	Coût annuel	Coût total	Financement
1 normalien, puis allocataire de recherche et moniteur	80 %	25 k€	60 k€	MENRT
1 maître de conférence	10 %	40 k€	12 k€	MENRT
1 directeur de recherche	10 %	55 k€	16,5 k€	CNRS
1 professeur	5 %	40 k€	6 k€	INFM
3 informaticiens	5 %	60 k€	27 k€	CNRS
4 secrétaires et gestionnaires	2 %	30 k€	7,2 k€	CNRS
Total :			128,7 k€	

## Dépenses associées

Ressource	Coût	Utilisation	Coût total	Financement
Satellites d'observation du Soleil, dont SOHO	2 G€	0,005 %	100 k€	ESA, NASA
Informatique scientifique	20 k€/an	10 %	6 k€	CNRS, INFN
Frais de fonctionnement du laboratoire, infrastructure. . .	700 k€/an	2 %	42 k€	CNRS, MENRT
Formation (post-DEA et CIES, cours d'italien)			5 k€	ED, CIES, ENS
Colloques, écoles d'été			10 k€	CNRS, UE, EGU
Missions pour la co-tutelle			10 k€	UFI, SNS, CNRS
Autres missions			4 k€	CNRS
Total :			157 k€	

CNRS	Centre National de la Recherche Scientifique
CIES	Centre d'Initiation à l'Enseignement Supérieur
EGU	European Geophysical Union
ENS	École Normale Supérieure
ESA	European Space Agency
INFM	Istituto Nazionale Fisica della Materia
MENRT	Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie
NASA	National Aeronautics and Space Administration
SNS	Scuola Normale Superiore (Pise, Italie)
UE	Union Européenne (par le réseau TOSTISP)
UFI	Université Franco-Italienne

## E.5 Compétences développées au cours du projet

Pendant ma thèse j'ai acquis une **expertise technique** dans de nombreux domaines : en physique des plasmas (magnétohydrodynamique, turbulence), appliquée à notre environnement spatial proche ; en modélisation des systèmes physiques et en analyse numérique ; en planification des opérations d'un satellite et en analyse des données qu'il produit ; en traitement des signaux non-linéaires et non-stationnaires ; en programmation dans divers langages (Fortran 95, C, C++, IDL, Perl...) avec des notions de programmation parallèle.

J'ai été membre du conseil de laboratoire, et à ce titre j'ai eu un aperçu de l'**organisation** d'un laboratoire, de son budget, de ses liens avec ses tutelles et avec les autres laboratoires, et du management à l'échelle du laboratoire (100 personnes). J'ai aussi dû me familiariser avec le système administratif des commandes, des missions et des marchés publics.

J'ai également appris :

- à **conduire un projet** dans son ensemble, à gérer le temps et les ressources disponibles, à rechercher des financements, à arbitrer entre les différentes orientations possibles et à travailler sur plusieurs sous-thèmes en parallèle ;
- à **animer** une équipe, en travaillant avec chacun de ses membres et en faisant le lien entre les différentes spécialisations et domaines d'expertises ;
- à **communiquer** par écrit (articles, affiches, rapports, comptes-rendus de réunions) et par oral (séminaires, colloques), dans un environnement international dans lequel la maîtrise de l'anglais et des bases d'italien (acquises par un an de cours et plus de 6 mois en Italie) sont indispensables ; ces activités de communication m'ont amené à développer mon esprit d'**analyse** et de **synthèse** ;
- à **enseigner** à un niveau universitaire et à destination des chercheurs du laboratoire (création d'une formation à un logiciel) et à **diffuser les connaissances** vers un large public (exposé, communiqué de presse, article dans un magazine, site internet) ;
- à **organiser** et conduire des réunions, à organiser des événements tels que des journées pendant lesquelles les doctorants ont exposé leurs travaux.

## E.6 Retombées du projet

J'ai participé au développement d'une thématique relativement nouvelle dans l'équipe française et de collaborations à ce sujet, qui a vocation à se renforcer dans un futur proche. Par exemple, dans l'équipe italienne, un doctorant est en train d'adapter un de mes modèles à un cas plus général, alors que dans l'équipe française, une post-doctorante utilise les données produites par ce modèle. Cela devrait se traduire par une meilleure compréhension des processus physiques en jeu, mais aussi par la publication de plusieurs articles

dans des revues scientifiques internationales et par l'attribution de nouveaux crédits.

D'un point de vue personnel, les compétences d'analyse, de synthèse, organisationnelles et techniques, ainsi que l'adaptabilité dans un environnement multiculturel et l'autonomie que j'ai acquises au cours de la thèse, au-delà de la satisfaction d'avoir obtenu le titre de docteur, constituent une véritable expérience professionnelle qui devra être valorisée lorsque je chercherai un emploi. Les nombreuses rencontres de personnes d'origines, de domaines de compétences et d'intérêts divers m'ont enrichi humainement et ont élargi mon réseau personnel, y compris en dehors du monde de la recherche.

L'expérience de la thèse m'a montré que j'étais capable de mener à bien un projet de recherche à long terme. Comme la recherche fondamentale continue de m'intéresser, je me prépare à faire un stage post-doctoral pour approfondir mes connaissances et mon savoir-faire technique. Je vais ensuite postuler aux concours de chercheur ou de maître de conférences. Je n'exclus néanmoins pas de valoriser plus tard mes compétences au service d'une entreprise.



# Bibliographie

---

Abramenko, V. I., Yurchyshyn, V. B., Wang, H., Spirock, T. J., et Goode, P. R. (2002). Scaling Behavior of Structure Functions of the Longitudinal Magnetic Field in Active Regions on the Sun. *ApJ*, **577**, 487–495.

Aletti, V. (2001). *Chauffage intermittent de la couronne solaire : diagnostic, étude statistique et modélisation des points brillants observés par SoHO*. Thèse de doctorat, Université de Paris XI, Orsay.

Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., Einaudi, G., Georgoulis, M., et Vial, J.-C. (2000). Microscale Structures on the Quiet Sun and Coronal Heating. *ApJ*, **544**, 550–557.

Alfvén, H. (1943). On the Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves. *Arkiv for Astronomi*, **29**, 1–7.

Aly, J. J. et Amari, T. (1997). Current sheets in two-dimensional potential magnetic fields. III. Formation in complex topology configurations and application to coronal heating. *Astron. Astrophys.*, **319**, 699–719.

Antiochos, S. K. et Sturrock, P. A. (1978). Evaporative cooling of flare plasma. *ApJ*, **220**, 1137–1143.

Arneodo, A., Baudet, C., Belin, F., Benzi, R., Castaing, B., Chabaud, B., Chavarría, R., Ciliberto, S., Camussi, R., Chillà, F., Dubrulle, B., Gagne, Y., Hebral, B., Herweijer, J., Marchand, M., Maurer, J., Muzy, J. F., Naert, A., Noullez, A., Peinke, J., Roux, F., Tabeling, P., van de Water, W., et Willaime, H. (1996). Structure functions in turbulence, in various flow configurations, at Reynolds number between 30 and 5000, using extended self-similarity. *Europhys. Lett.*, **34**, 411–416.

Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., Schrijver, C. J., Title, A., Kankelborg, C. C., Martens, P., et Warren, H. P. (2000). Time variability of the “quiet” Sun observed with TRACE. II. physical parameters, temperature evolution, and energetics of extreme-ultraviolet nanoflares. *ApJ*, **535**, 1047–1065.

Aschwanden, M. J., Poland, A. I., et Rabin, D. M. (2001). The New Solar Corona. *ARA&A*, **39**, 175–210.

- Athay, G. R. et White, O. R. (1979). Chromospheric Oscillations Observed with OSO 8. II. Average Power Spectra for SI II. *ApJ Suppl. Ser.*, **39**, 333–346.
- Audard, M., Güdel, M., Drake, J. J., et Kashyap, V. L. (2000). Extreme-Ultraviolet Flare Activity in Late-Type Stars. *ApJ*, **541**, 396–409.
- Bak, P., Tang, C., et Wiesenfeld, K. (1987). Self-organized criticality - An explanation of  $1/f$  noise. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 381–384.
- Bak, P., Tang, C., et Wiesenfeld, K. (1988). Self-organized criticality. *Phys. Rev. A*, **38**, 364–374.
- Benz, A. O. et Guedel, M. (1994). X-ray/microwave ratio of flares and coronae. *Astron. Astrophys.*, **285**, 621–630.
- Benz, A. O., Krucker, S., Acton, L. W., et Bastian, T. S. (1997). Fine structure of the X-ray and radio emissions of the quiet solar corona. *Astron. Astrophys.*, **320**, 993–1000.
- Berghmans, D., Clette, F., et Moses, D. (1998). Quiet Sun EUV transient brightenings and turbulence. A panoramic view by EIT on board SOHO. *Astron. Astrophys.*, **336**, 1039–1055.
- Berkooz, G., Holmes, P., et Lumley, J. L. (1993). The Proper Orthogonal Decomposition in the analysis of turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **25**, 539–575.
- Biskamp, D. (1994). Cascade models for magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. E*, **50**, 2702–2711.
- Biskamp, D. (1996). Resistive and collisionless magnetic reconnection. In C. Chiuderi et G. Einaudi, editors, *Plasma Astrophysics : lectures held at the EADN Astrophysics School VII, San Miniato, Italy, 1994*, volume 468 of *Lecture notes in physics*. Springer.
- Boffetta, G., Carbone, V., Giuliani, P., Veltri, P., et Vulpiani, A. (1999). Power Laws in Solar Flares : Self-Organized Criticality or Turbulence? *Physical Review Letters*, **83**, 4662–4665.
- Brambilla, M., Lugiato, L. A., Penna, V., Prati, F., Tamm, C., et Weiss, C. O. (1991). Transverse laser patterns. II. Variational principle for pattern selection, spatial multistability, and laser hydrodynamics. *Phys. Rev. A*, **43**, 5114–5120.
- Brekke, P., Hassler, D. M., et Wilhelm, K. (1997). Doppler Shifts in the Quiet-Sun Transition Region and Corona Observed with SUMER on SOHO. *Sol. Phys.*, **175**, 349–374.
- Bromund, K. R., McTiernan, J. M., et Kane, S. R. (1995). Statistical Studies of ISEE 3/ICE Observations of Impulsive Hard X-Ray Solar Flares. *ApJ*, **455**, 733–745.
- Buchlin, E. (2000). *Recent Observations of an Equatorial Coronal Hole*. Stage de magistère, ENS Paris, Southwest Research Institute Boulder.
- Buchlin, E. et Hassler, D. M. (2000). Recent SOHO/SUMER Observations of a Polar and Equatorial Coronal Hole. *Bulletin of the American Astronomical Society*, **32**, 810.

- Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., Einaudi, G., et Vial, J.-C. (2003a). A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD. *Astron. Astrophys.*, **406**, 1061–1070.
- Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., et Vial, J.-C. (2003b). A solar cellular automata model issued from reduced MHD. In *AIP Conf. Proc. 679 : Solar Wind Ten*, pages 335–338.
- Buchlin, E., Velli, M., et Galtier, S. (2004). Simplified simulations of MHD in a coronal loop by coupled shell-models. In *Proceedings of the Conference SOHO 15 'Coronal Heating' ESA SP*, in press.
- Buchlin, E., Vial, J.-C., Lemaire, P., et Galtier, S. (2004). Statistical study of SoHO/SUMER full-Sun images. In *Proceedings of the Conference SOHO 13 'Waves, Oscillations and Small-Scale Transient Events in the Solar Atmosphere : A Joint View from SOHO and TRACE' ESA SP-547*, pages 337–340.
- Burlaga, L. F. (1991). Multifractal structure of speed fluctuations in recurrent streams at 1 AU and near 6 AU. *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 1651–1654.
- Cargill, P. (1993). The Fine Structure of a Nanoflare-Heated Corona. *Sol. Phys.*, **147**, 263.
- Cargill, P. J. (1994). Some implications of the nanoflare concept. *ApJ*, **422**, 381–393.
- Carrington, R. (1859). Description of a Singular Appearance seen in the Sun on September 1, 1859. *MNRAS*, **20**, 13–15.
- Castaing, B., Gagne, Y., et Hopfinger, E. J. (1990). Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence. *Physica D Nonlinear Phenomena*, **46**, 177–200.
- Chae, J., Schühle, U., et Lemaire, P. (1998a). SUMER Measurements of Non-thermal Motions : Constraints on Coronal Heating Mechanisms. *ApJ*, **505**, 957–973.
- Chae, J., Yun, H. S., et Poland, A. I. (1998b). Temperature Dependence of Ultraviolet Line Average Doppler Shifts in the Quiet Sun. *ApJ Suppl. Ser.*, **114**, 151–+.
- Charbonneau, P., McIntosh, S. W., Liu, H., et Bogdan, T. J. (2001). Avalanche models for solar flares (Invited Review). *Sol. Phys.*, **203**, 321–353.
- Cho, J. et Vishniac, E. T. (2000). The Anisotropy of Magnetohydrodynamic Alfvénic Turbulence. *ApJ*, **539**, 273–282.
- Cho, J., Lazarian, A., et Vishniac, E. T. (2002). Simulations of Magnetohydrodynamic Turbulence in a Strongly Magnetized Medium. *ApJ*, **564**, 291–301.
- Chou, D.-Y., Labonte, B. J., Braun, D. C., et Duvall, T. L. (1991). Power spectra of solar convection. *ApJ*, **372**, 314–320.
- Christensen, K. et Olami, Z. (1992). Variation of the Gutenberg-Richter b values and nontrivial temporal correlations in a spring-block model for earthquakes. *J. Geophys. Res.*, **97**(16), 8729–8735.
- Consolini, G. et Chang, T. S. (2001). Magnetic Field Topology and Criticality in Geotail Dynamics : Relevance to Substorm Phenomena. *Space Science Reviews*, **95**, 309–321.



- Courant, R., Friedrichs, K. O., et Lewy, H. (1928). über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physik. *Math. Ann.*, **100**, 32.
- Crosby, N. (1996). *Contribution à l'étude des phénomènes éruptifs du Soleil à partir des observations de l'expérience WATCH sur le satellite GRANAT*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII.
- Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., et Dennis, B. R. (1993). Frequency distributions and correlations of solar X-ray flare parameters. *Sol. Phys.*, **143**, 275–299.
- Curdt, W., Brekke, P., Feldman, U., Wilhelm, K., Dwivedi, B. N., Schühle, U., et Lemaire, P. (2001). The SUMER spectral atlas of solar-disk features. *Astron. Astrophys.*, **375**, 591–613.
- De Groof, A. et Goossens, M. (2000). Randomly driven fast waves in coronal loops. II. with coupling to Alfvén waves. *Astron. Astrophys.*, **356**, 724–734.
- Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., et Young, P. (1997). CHIANTI - an atomic database for emission lines. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **125**, 149–173.
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., et DeLuca, E. E. (1998). Magnetohydrodynamic turbulence of coronal active regions and the distribution of nanoflares. *ApJ*, **505**, 974–983.
- Dowdy, J. F., Rabin, D., et Moore, R. L. (1986). On the magnetic structure of the quiet transition region. *Sol. Phys.*, **105**, 35–45.
- Dreicer, H. (1960a). Electron and Ion Runaway in a Fully Ionized Gas. II. *Phys. Rev.*, **117**, 329–342.
- Dreicer, H. (1960b). Electron Velocity Distributions in a Partially Ionized Gas. *Phys. Rev.*, **117**, 343–354.
- Dudok de Wit, T. (2003). Spectral and statistical analysis of plasma turbulence : beyond linear techniques. In J. Büchner, C. Dum, et M. Scholer, editors, *Space plasma simulations*. Springer, Berlin.
- Dyachenko, S., Newell, A. C., Pushkarev, A., et Zakharov, V. E. (1992). Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation. *Physica D Nonlinear Phenomena*, **57**, 96–160.
- Edlén, B. (1943). Die Deutung der Emissionslinien im Spektrum der Sonnenkorona. Mit 6 Abbildungen. *Zeitschrift für Astrophysik*, **22**, 30–64.
- Einaudi, G. et Velli, M. (1999). The distribution of flares, statistics of magnetohydrodynamic turbulence and coronal heating. *Phys. Plasmas*, **6**, 4146–4153.
- Einaudi, G., Velli, M., Politano, H., et Pouquet, A. (1996). Energy Release in a Turbulent Corona. *ApJ*, **457**, L113.
- Elmegreen, B. et Scalo, J. (2004). Interstellar Turbulence I : Observations and Processes. *ARA&A*, **42**, 211–273.
- Espagnet, O., Muller, R., Roudier, T., et Mein, N. (1993). Turbulent power spectra of solar granulation. *Astron. Astrophys.*, **271**, 589+.

- Falgarone, E., Puget, J.-L., et Perault, M. (1992). The small-scale density and velocity structure of quiescent molecular clouds. *Astron. Astrophys.*, **257**, 715–730.
- Farge, M. (1990). In H. Moffat, editor, *Topological Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- Fletcher, C. A. J. (1991). *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, volume 1 of *Springer Series in Computational Physics*. Springer-Verlag.
- Frisch, U. (1995). *Turbulence*. Cambridge University Press.
- Galtier, S. (1999). A One-dimensional Magnetohydrodynamic Model of Solar Flares : Emergence of a Population of Weak Events, and a Possible Road toward Nanoflares. *ApJ*, **521**, 483–489.
- Galtier, S. et Pouquet, A. (1998). Solar Flare Statistics with a One-Dimensional MHD Model. *Sol. Phys.*, **179**, 141–165.
- Georgoulis, M. K., Velli, M., et Einaudi, G. (1998). Statistical properties of magnetic activity in the solar corona. *ApJ*, **497**, 957–966.
- Giuliani, P. et Carbone, V. (1998). A note on shell models for MHD turbulence. *Europhys. Lett.*, **43**, 527–532.
- Gledzer, E. B. (1973). *Sov. Phys. Dokl.*, **18**, 216.
- Gloaguen, C., Léorat, J., Pouquet, A., et Grappin, R. (1985). A scalar model for MHD turbulence. *Physica D*, **17**, 154–182.
- Goedbloed, J. P. et Halberstadt, G. (1994). Magnetohydrodynamic waves in coronal flux tubes. *Astron. Astrophys.*, **286**, 275–301.
- Goldreich, P. et Sridhar, S. (1995). Toward a theory of interstellar turbulence. 2 : Strong alfvénic turbulence. *ApJ*, **438**, 763–775.
- Gomez, D. O., Martens, P. C. H., et Golub, L. (1993). Normal Incidence X-Ray Telescope Power Spectra of X-Ray Emission from Solar Active Regions. II. Theory. *ApJ*, **405**, 773.
- Grappin, R., Velli, M., et Mangeney, A. (1991). 'Alfvénic' versus 'standard' turbulence in the solar wind. *Annales Geophysicae*, **9**, 416–426.
- Grossmann, A. et Morlet, J. (1984). Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM, J. Math. An.*, **15**, 723–736.
- Grossmann, A. et Morlet, J. (1985). *Decomposition of functions into wavelets of constant shape, and related transforms*. Mathematics and Physics, Lectures on recent results. World Scientific.
- Hassler, D. M., Rottman, G. J., et Orrall, F. Q. (1991). Systematic radial flows in the chromosphere, transition region, and corona of the quiet sun. *ApJ*, **372**, 710–718.
- Heyvaerts, J. et Priest, E. R. (1983). Coronal heating by phase-mixed shear Alfvén waves. *Astron. Astrophys.*, **117**, 220–234.
- Heyvaerts, J. et Priest, E. R. (1984). Coronal heating by reconnection in DC current systems - A theory based on Taylor's hypothesis. *Astron. Astrophys.*, **137**, 63–78.

- Heyvaerts, J. et Priest, E. R. (1992). A self-consistent turbulent model for solar coronal heating. *ApJ*, **390**, 297–308.
- Heyvaerts, J., Priest, E. R., et Rust, D. M. (1977). An emerging flux model for the solar flare phenomenon. *ApJ*, **216**, 123–137.
- Hollweg, J. V. et Isenberg, P. A. (2002). Generation of the fast solar wind : A review with emphasis on the resonant cyclotron interaction. *Journal of Geophysical Research (Space Physics) A*, **107**(7), 12–1.
- Holmes, P., Lumley, J. L., et Berkooz, G. (1996). *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*. Cambridge Monographs on Mechanics. Cambridge University Press.
- Hopf, E. (1948). A mathematical example displaying the features of turbulence. *Comm. Pure Appl. Math.*, **1**, 303–322.
- Hudson, H. S. (1991). Solar flares, microflares, nanoflares, and coronal heating. *Sol. Phys.*, **133**, 357–369.
- Hwa, T. et Kardar, M. (1992). Avalanches, hydrodynamics, and discharge events in models of sandpiles. *Phys. Rev. A*, **45**, 7002–7023.
- Iroshnikov, P. (1963). Turbulence of a Conducting Fluid in a Strong Magnetic Field. *Astron. Zh.*, **40**, 742.
- Islaker, H., Anastasiadis, A., et Vlahos, L. (2000). MHD consistent cellular automata (CA) models. I. Basic features. *Astron. Astrophys.*, **363**, 1134–1144.
- Islaker, H., Anastasiadis, A., et Vlahos, L. (2001). MHD consistent cellular automata (CA) models. II. Applications to solar flares. *Astron. Astrophys.*, **377**, 1068–1080.
- Kadanoff, L. P., Nagel, S. R., Wu, L., et Zhou, S. (1989). Scaling and universality in avalanches. *Phys. Rev. A*, **39**, 6524–6537.
- Kolmogorov, A. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **30**, 299.
- Kolmogorov, A. (1962). A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *J. Fluid Mech.*, **13**, 82–85.
- Kraichnan, R. (1965). Inertial-range spectrum of hydromagnetic turbulence. *Phys. Fluids*, **8**, 1385–1387.
- Krasnoselskikh, V., Podladchikova, O., Lefebvre, B., et Vilmer, N. (2002). Quiet Sun coronal heating : A statistical model. *Astron. Astrophys.*, **382**, 699–712.
- Landau, L. D. et Lifschitz, E. M. (1987). *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 2nd edition edition.
- Laney, C. B. (1998). *Computational Gasdynamics*. Cambridge University Press.
- Lang, K. (1997). *Le Soleil et ses relations avec la Terre*. Springer.
- Lejeune, A. et Perdang, J. (1996). Cellular Automaton experiments on local galactic structure. II. Numerical simulations. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **119**, 249–263.

- Lepreti, F., Carbone, V., et Veltri, P. (2001). Solar Flare Waiting Time Distribution : Varying-Rate Poisson or Lévy Function? *ApJ*, **555**, L133–L136.
- Lesieur, M. (1997). *Turbulence in Fluids*. Kluwer.
- Levine, R. H. (1974). A New Theory of Coronal Heating. *ApJ*, **190**, 457–466.
- Lions, P.-L. (1996). *Mathematical Topics in Fluid Mechanics : Incompressible Models*, volume 1 of *Oxford Lecture Series in Mathematics and Its Applications*. Oxford University Press.
- Lions, P.-L. (1998). *Mathematical Topics in Fluid Mechanics : Compressible Models*, volume 2 of *Oxford Lecture Series in Mathematics and Its Applications*. Oxford University Press.
- Longcope, D. W. (1996). Topology and Current Ribbons : A Model for Current, Reconnection and Flaring in a Complex, Evolving Corona. *Sol. Phys.*, **169**, 91–121.
- Lu, E. T. et Hamilton, R. J. (1991). Avalanches and the distribution of solar flares. *ApJ*, **380**, L89–L92.
- Lu, E. T., Hamilton, R. J., McTiernan, J. M., et Bromund, K. R. (1993). Solar flares and avalanches in driven dissipative systems. *ApJ*, **412**, 841–852.
- Müller, W. et Biskamp, D. (2000). Scaling Properties of Three-Dimensional Magnetohydrodynamic Turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 475–478.
- Müller, W., Biskamp, D., et Grappin, R. (2003). Statistical anisotropy of magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. E*, **67**(6), 066302.
- Malara, F., Veltri, P., Chiuderi, C., et Einaudi, G. (1992). Incompressible disturbances in nonuniform media - Formation of small scales. *ApJ*, **396**, 297–310.
- Maron, J. et Goldreich, P. (2001). Simulations of Incompressible Magnetohydrodynamic Turbulence. *ApJ*, **554**, 1175–1196.
- Martens, P. C. H. et Gomez, D. O. (1992). Spatial power-spectra from YOH-KOH soft X-ray images. *PASJ*, **44**, L187–L191.
- Martinerie, J., Adam, C., Le van Quyen, M., Baulac, M., Clémenceau, S., Renault, B., et Varela, F. (1998). Can epileptic seizures be anticipated by non-linear analysis? *Nature Medicine*, **4**, 1173–1176.
- McComas, D., Bame, S., Barraclough, B., Feldman, W., Funsten, H., Gosling, J., Riley, P., Skoug, R., Balogh, A., Forsyth, R., Goldstein, B., et Neugebauer, M. (1998). Ulysses' return to the slow solar wind. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1–4.
- Mein, N. et Schmieder, B. (1981). Mechanical flux in the solar chromosphere. III - Variation of the mechanical flux. *Astron. Astrophys.*, **97**, 310–316.
- Meneveau, C. (1991). Dual spectra and mixed energy cascade of turbulence in the wavelet representation. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 1450–1453.
- Meneveau, C. et Sreenivasan, K. (1987). The multifractal spectrum of the dissipation field in turbulent flows. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, **2**, 49–76.
- Mikic, Z., Schnack, D. D., et van Hoven, G. (1989). Creation of current filaments in the solar corona. *ApJ*, **338**, 1148–1157.

- Milano, L. J., Matthaeus, W. H., Dmitruk, P., et Montgomery, D. C. (2001). Local anisotropy in incompressible magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Plasmas*, **8**, 2673–2681.
- Miville-Deschênes, M.-A., Joncas, G., Falgarone, E., et Boulanger, F. (2003). High resolution 21 cm mapping of the Ursa Major Galactic cirrus : Power spectra of the high-latitude H I gas. *Astron. Astrophys.*, **411**, 109–121.
- Monin, A. et Yaglom, A. (1971). *Statistical Fluid Mechanics*, volume I. The MIT Press.
- Monin, A. et Yaglom, A. (1975). *Statistical Fluid Mechanics*, volume II. The MIT Press.
- Montgomery, D. et Turner, L. (1981). Anisotropic magnetohydrodynamic turbulence in a strong external magnetic field. *Phys. Fluids*, **24**, 825–831.
- Newell, A. C., Nazarenko, S., et Biven, L. (2001). Wave turbulence and intermittency. *Physica D Nonlinear Phenomena*, **152**, 520–550.
- Noullez, A., Wallace, G., Lempert, W., Miles, R., et Frisch, U. (1997). Transverse velocity increments in turbulent flow using the RELIEF technique. *J. Fluid Mech.*, **339**, 287–307.
- Obukhov, A. M. (1962). Some Specific Features of Atmospheric Turbulence. *J. Geophys. Res.*, **67**(16), 3011.
- Oughton, S., Priest, E., et Matthaeus, W. (1994). The influence of a mean magnetic field on three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. *J. Fluid. Mech.*, **280**, 95–117.
- Parenti, S., Buchlin, E., Galtier, S., et Vial, J.-C. (2004). Modelling the radiative signature of turbulent heating in coronal loops. In *Proceedings of the Conference SOHO 15 'Coronal Heating' ESA SP*, in press.
- Parker, E. (1958). Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields. *ApJ*, **128**, 664.
- Parker, E. N. (1972). Topological Dissipation and the Small-Scale Fields in Turbulent Gases. *ApJ*, **174**, 499+.
- Parker, E. N. (1983). Magnetic neutral sheets in evolving fields. I - General theory. *ApJ*, **264**, 635–647.
- Parker, E. N. (1988). Nanoflares and the solar X-ray corona. *ApJ*, **330**, 474–479.
- Parnell, C. E. et Jupp, P. E. (2000). Statistical Analysis of the Energy Distribution of Nanoflares in the Quiet Sun. *ApJ*, **529**, 554–569.
- Patsourakos, S. et Vial, J.-C. (2002). Intermittent behavior in the transition region and the low corona of the quiet Sun. *Astron. Astrophys.*, **385**, 1073–1077.
- Patsourakos, S., Klimchuk, J. A., et MacNeice, P. J. (2004). The Inability of Steady-Flow Models to Explain the Extreme-Ultraviolet Coronal Loops. *ApJ*, **603**, 322–329.
- Pearce, G., Rowe, A. K., et Yeung, J. (1993). A statistical analysis of hard X-Ray solar flares. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **208**, 99–111.

- Peter, H. (1999). Analysis of Transition-Region Emission-Line Profiles from Full-Disk Scans of the Sun Using the SUMER Instrument on SOHO. *ApJ*, **516**, 490–504.
- Peter, H. et Judge, P. G. (1999). On the Doppler Shifts of Solar Ultraviolet Emission Lines. *ApJ*, **522**, 1148–1166.
- Pevtsov, A. A., Fisher, G. H., Acton, L. W., Longcope, D. W., Johns-Krull, C. M., Kankelborg, C. C., et Metcalf, T. R. (2003). The Relationship Between X-Ray Radiance and Magnetic Flux. *ApJ*, **598**, 1387–1391.
- Podladchikova, O., Dudok de Wit, T., Krasnoselskikh, V., et Lefebvre, B. (2002). Quiet Sun coronal heating : Analyzing large scale magnetic structures driven by different small-scale uniform sources. *Astron. Astrophys.*, **382**, 713–721.
- Poedts, S. et Boynton, G. C. (1996). Nonlinear magnetohydrodynamics of footpoint-driven coronal loops. *Astron. Astrophys.*, **306**, 610.
- Politano, H. et Pouquet, A. (1995). Model of intermittency in magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. E*, **52**, 636–641.
- Richardson, L. F. (1922). *Weather prediction by numerical processes*.
- Roudier, T. et Muller, R. (1987). Structure of the solar granulation. *Sol. Phys.*, **107**, 11–26.
- Sahraoui, F. (2003). *Étude des Fluctuations Magnétiques dans la Magnétogaine Terrestre : vers une interprétation dans le cadre de la Théorie de la Turbulence Faible de la MHD-Hall*. Thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines, Versailles.
- Sanz, J. L., Herranz, D., et Martínez-González, E. (2001). Optimal Detection of Sources on a Homogeneous and Isotropic Background. *ApJ*, **552**, 484–492.
- Sanz-Forcada, J., Brickhouse, N. S., et Dupree, A. K. (2002). Quiescent and Flaring Structure in RS Canum Venaticorum Stars. *ApJ*, **570**, 799–819.
- Scalo, J. et Elmegreen, B. (2004). Interstellar Turbulence II : Implications and Effects. *ARA&A*, **42**, 275–316.
- Schatzman, E. (1949). The heating of the solar corona and chromosphere. *Annales d'Astrophysique*, **12**, 203–218.
- She, Z. et Leveque, E. (1994). Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 336–339.
- Shebalin, J. V., Matthaeus, W. H., et Montgomery, D. (1983). Anisotropy in MHD turbulence due to a mean magnetic field. *J. Plasma Phys.*, **29**, 525–547.
- Sornette, D. (2000). *Critical Phenomena in Natural Sciences : Chaos, Fractals, Selforganization and Disorder*. Springer-Verlag.
- Sorriso-Valvo, L., Carbone, V., Veltri, P., Consolini, G., et Bruno, R. (1999). Intermittency in the solar wind turbulence through probability distribution functions of fluctuations. *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 1801–1804.
- Strauss, H. R. (1976). Nonlinear, three-dimensional magnetohydrodynamics of noncircular tokamaks. *Phys. Fluids*, **19**, 134–140.

- Strauss, H. R. et Lawson, W. S. (1989). Computer simulation of Alfvén resonance in a cylindrical, axially bounded flux tube. *ApJ*, **346**, 1035–1040.
- Tajima, T. et Shibata, K. (2002). *Plasma Astrophysics*. Perseus Publishing, Cambridge (MA).
- Takalo, J., Timonen, J., Klimas, A. J., Valdivia, J. A., et Vassiliadis, D. (1999). A coupled-map model for the magnetotail current sheet. *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 2913–2916.
- Torrence, C. et Compo, G. P. (1998). A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **79**, 61–78.
- Tucker, W. (1973). Heating of Solar Active Regions by Magnetic Energy Dissipation : the Steady-State Case. *ApJ*, **186**, 285–290.
- van Ballegooyen, A. A. (1986). Cascade of magnetic energy as a mechanism of coronal heating. *ApJ*, **311**, 1001–1014.
- Verdet, J.-P. (2004). Soleils-rois et rois-soleils. In *Soleil*. Librairie Arthème Fayard / Cité des sciences et de l'industrie.
- Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., et Paschos, P. (1995). The statistical flare. *Astron. Astrophys.*, **299**, 897+.
- Walsh, R. W. et Galtier, S. (2000). Intermittent heating in a model of solar coronal loops. *Sol. Phys.*, **197**, 57–73.
- Wang, T. J., Solanki, S. K., Innes, D. E., Curdt, W., et Marsch, E. (2003). Slow-mode standing waves observed by SUMER in hot coronal loops. *Astron. Astrophys.*, **402**, L17–L20.
- Warming, R. et Beam, R. (1976). Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows. *AIAA Journal*, **14**, 1241–1249.
- Watkins, N., Freeman, M., Chapman, S., et Dendy, R. (2004). Testing the solar hypothesis for the magnetosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, in press.
- Wheatland, M. S. et Litvinenko, Y. E. (2002). Understanding Solar Flare Waiting-Time Distributions. *Sol. Phys.*, **211**, 255–274.
- Wheatland, M. S., Sturrock, P. A., et McTiernan, J. M. (1998). The Waiting-Time Distribution of Solar Flare Hard X-Ray Bursts. *ApJ*, **509**, 448–455.
- Wilhelm, K., Axford, W., Curdt, W., Gabriel, A., Grewing, M., Huber, M., Jordan, S., Lemaire, P., Marsch, E., Poland, A., Richter, A., Thomas, R., Timothy, J., et Vial, J.-C. (1989). SUMER - Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation. In *The SOHO Mission (ESA-SP-1104), scientific and technical aspects of the instruments*, pages 31–37. ESA.
- Wilhelm, K., Curdt, W., Marsch, E., Schühle, U., Lemaire, P., Gabriel, A., Vial, J.-C., Grewing, M., Huber, M. C. E., Jordan, S. D., Poland, A. I., Thomas, R. J., Kuhne, M., Timothy, J. G., Hassler, D. M., et Siegmund, O. H. W. (1995). SUMER - Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation. *Sol. Phys.*, **162**, 189–231.
- Williams, D. R., Mathioudakis, M., Gallagher, P. T., Phillips, K. J. H., McAteer, R. T. J., Keenan, F. P., Rudawy, P., et Katsiyannis, A. C. (2002). An observational study of a magneto-acoustic wave in the solar corona. *MNRAS*, **336**, 747–752.

- Withbroe, G. L. et Noyes, R. W. (1977). Mass and energy flow in the solar chromosphere and corona. *ARA&A*, **15**, 363–387.
- Wood, B. E. (2004). Astrospheres and Solar-like Stellar Winds. *Living Reviews in Solar Physics*, **1**, 2.
- Yamada, M. et Ohkitani, K. (1987). *J. Phys. Soc. Jpn.*, **56**, 4210.
- Yamada, M. et Ohkitani, K. (1988a). *Progr. Theo. Phys.*, **79**, 1265.
- Yamada, M. et Ohkitani, K. (1988b). *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 983.
- Zabusky, N. (1984). Computational synergetics. *Physics Today*, pages 2–11.
- Zakharov, V. E., L'Vov, V. S., et Falkovich, G. (1992). *Kolmogorov spectra of turbulence I: Wave turbulence*. Springer Series in Nonlinear Dynamics, Berlin : Springer.





## Sommaro

Nella fisica solare, la complessità e le piccole scale prodotte da la turbolenza magnetoidrodinamica (MHD) ci suggerisce utilizzare statistiche per studiare il problema del riscaldamento della corona solare. In questa tesi utilizziamo dunque spettri dei campi, distribuzioni di probabilità di strutture o eventi, e funzioni di strutture, per trovare firme comuni di turbolenza, intermittenza, e riscaldamento a piccole scale.

Le nostre simulazioni numerici modellano un arco magnetico della corona solare, eccitato dai movimenti della fotosfera e in cui si propagano delle onde di Alfvén; queste onde interagiscono non-linearmente. La necessità di statistiche impone di semplificare queste interazioni: abbiamo scelto di modellarle attraverso automazzioni cellulari nel primo modello, e da modelli a gusci (shell-models) nel secondo modello. I risultati di questi modelli concordano con le osservazioni, e permettono di capire alcuni effetti osservazionali. Inoltre, firme di intermittenza possono essere trovate nel secondo modello, che include una migliore rappresentazione dei termini non-lineari della MHD. L'analisi di questi modelli e del loro comportamento in funzione dei loro parametri ci dà delle informazioni sui meccanismi di riscaldamento della corona, e degli indici sull'interpretazione delle osservazioni.

Poi sfruttiamo i campi d'intensità e di velocità osservati dallo spettrografo SoHO/SUMER nel 1996 nel sole calmo. Le statistiche di questi campi (principalmente il campo di intensità, perchè il campo di velocità è purtroppo troppo disturbato) ci informano sulla natura turbolenta della corona e sulla sua intermittenza.

La discrepanza fra le distribuzioni degli eventi osservati da autori differenti mi ha condotto infine ad interessarmi alle differenti definizioni possibili di un evento. Diamo un insieme completo di tali definizioni e vediamo in quale maniera le statistiche degli eventi dipendono dalla definizione data a l'evento stesso, usando segnali poco o molto intermittenti.

## Abstract

In solar physics, the complexity and small scales generated by magnetohydrodynamic (MHD) turbulence suggest to use statistics to tackle the problem of the heating of the corona. We use therefore spectra of the fields, distributions of probability of structures or events, and structure functions, to analyze observations and numerical simulations, and to detect common signatures of turbulence, intermittency, and small-scale heating.

Our numerical simulations model a coronal magnetic loop, which is excited by the motions of the photosphere, and in which non-linearly interacting Alfvén waves propagate. As we need statistics, we need to simplify these interactions: we have chosen to model them by cellular automata on one hand, and then by shell-models on the other hand. The results of these loop models are consistent with observations, and allow to understand some observational effects. Furthermore, signatures of intermittency can be found in the shell-model-based model, which includes a better representation of the non-linear terms of MHD. The analysis of these models and of their parametric behavior gives some information on the heating mechanisms in the corona and some clues about the interpretation of observations.

We also analyze the intensity and velocity fields observed in 1996 on the quiet Sun with the SoHO/SUMER spectrograph. The statistics of these fields (mainly the intensity field, as the velocity field is regrettably too noisy) acquaint us with the turbulent nature of the corona and with its intermittency.

The discrepancy between the distributions of events observed by different authors in the corona leads us finally to interest ourselves to the different possible definitions of an event. We give a comprehensive set of such definitions and we compare them, using lowly and highly intermittent signals.



## Résumé

Dans le contexte de la physique solaire, la complexité de la turbulence magnétohydrodynamique (MHD) et les très petites échelles qu'elle génère nous suggèrent d'aborder le problème du chauffage de la couronne solaire d'une manière statistique. Nous utilisons donc les spectres des champs, les densités de probabilité de structures ou d'événements, ainsi que les fonctions de structure, pour analyser des observations et des simulations numériques, et y détecter des signatures communes de turbulence, d'intermittence, et de chauffage aux petites échelles.

Nos simulations numériques modélisent une boucle magnétique de la couronne du Soleil, excitée par les mouvements photosphériques et dans laquelle se propagent des ondes d'Alfvén, qui interagissent entre elles non-linéairement. Le besoin de statistiques impose à ces interactions d'être simplifiées : nous avons choisi de les modéliser par des automates cellulaires dans un premier temps, puis par des shell-models. Les résultats de ces modèles de boucles sont en accord avec les observations, et permettent de comprendre certains effets observationnels. De plus, le modèle basé sur les shell-models, qui comprend une meilleure représentation des termes non-linéaires de la MHD que l'automate cellulaire, montre des signes d'intermittence. L'analyse de ces modèles et de leur comportement en fonction de leurs paramètres donne des informations sur les mécanismes de chauffage de la couronne et des indices sur l'interprétation des observations.

Nous exploitons ensuite les champs d'intensité et de vitesse observés par le spectrographe SoHO/SUMER en 1996 dans le Soleil calme. Les statistiques de ces champs, notamment du champ d'intensité (le champ de vitesse étant malheureusement trop bruité) nous informent sur la nature turbulente de la couronne et sur son intermittence.

Les écarts entre les estimations par différents auteurs des distributions d'événements observés dans la couronne nous conduisent enfin à nous intéresser aux définitions possibles d'un événement. Après avoir clairement exposé ces définitions, nous les comparons, en utilisant des signaux d'intermittence plus ou moins forte.

Mots-clés :

Soleil : couronne, éruptions ; Turbulence ; MHD

Sommario in italiano pagina 193, lungo sommario pagina xix.

Abstract in english page 194, summary page xxii.