



**HAL**  
open science

# Analyse morphologique des espaces ouverts urbains le long de parcours : mesure des variations des formes de ciel par la squelettisation

François Sarradin

► **To cite this version:**

François Sarradin. Analyse morphologique des espaces ouverts urbains le long de parcours : mesure des variations des formes de ciel par la squelettisation. Interface homme-machine [cs.HC]. Université de Nantes, 2004. Français. NNT : . tel-00009410

**HAL Id: tel-00009410**

**<https://theses.hal.science/tel-00009410>**

Submitted on 8 Jun 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE NANTES

École polytechnique de l'Université de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

Mécanique, Thermique et Génie Civil

DE NANTES

Année 2004

Thèse de **DOCTORAT**

Discipline: Sciences pour l'ingénieur

Spécialité: Ambiances architecturales et urbaines

présentée et soutenue publiquement par

**François SARRADIN**

le **14 décembre**

à Nantes

**ANALYSE MORPHOLOGIQUE DES ESPACES OUVERTS  
URBAINS LE LONG DE PARCOURS**

**MESURE DES VARIATIONS DES FORMES DE CIEL PAR LA  
SQUELETTISATION**

Jury:

Jean-Pierre Guédon	Université de Nantes	président
Michel Couprie	ESIEE	rapporteur
Albert Dupagne	Université de Liège	rapporteur
Michael Batty	University College London	examineur
Jacques Teller	Université de Liège	examineur
Gérard Hégron	École d'Architecture de Nantes	examineur
Daniel Siret	École d'Architecture de Nantes	invité

Directeur de thèse: Gérard Hégron

Laboratoire: CERMA UMR CNRS 1563,

École d'Architecture de Nantes, rue Massenet, BP 81 319,

44 319 Nantes Cedex 3, France

N° ED 0367-



# **Analyse morphologique des espaces ouverts urbains le long de parcours**

*Mesure des variations des formes de ciel par la  
squelettisation*

**François SARRADIN**

Université de Nantes



### **Analyse morphologique des espaces ouverts urbains le long de parcours : mesure des variations des formes de ciel par la squelettisation**

**Résumé.** Le mouvement de l'observateur dans un espace donné produit une forme de perception particulière appelée « perspective de mouvement ». Celle-ci a été définie par Gibson comme étant la variation graduelle de l'ensemble des déplacements des lignes de contour apparaissant dans le champ visuel de l'observateur. Cette thèse décrit une nouvelle approche destinée à analyser la perspective de mouvement le long de parcours dans les espaces ouverts urbains. Elle se base sur des projections sphériques qui fournissent la forme du contour du ciel autour de l'observateur, et que l'on étudie au travers de leur squelette, à savoir un ensemble continu de courbes obtenues par amincissement progressif de la forme autour de ses principales saillances. La méthode proposée ici utilise ces squelettes pour suivre les variations de la forme du contour du ciel entre vues successives. Des mesures de ces variations ont été développées et expérimentées sur différents exemples de morphologies urbaines.

**Mots-clés.** Urbanisme, espaces ouverts urbains, projection sphérique, forme de ciel, analyse d'images, squelettisation, distance de Hausdorff

### **Morphological analysis of the urban open spaces along the routes: measure of variations in the sky shapes by the skeletonisation**

**Abstract.** The motion of an observer in a given space produces a kind of particular perception called "motion perception". This has been defined by Gibson as the gradual changes in the rate of displacements of contour lines in the visual field of the observer. This thesis describes a new approach intended for analysing the motion perspective along routes in urban open spaces. It is based on spherical projections which provide the shape of the sky boundary around the observer and that are studied through their skeletons, that is to say a continuous set of curves obtained by a progressive thinning down of the shape around its main saliencies. The proposed method here uses these skeletons in a view to follow the variations in the shape of the sky boundary between the successive views. Measures of these variations have been developed and tested on different examples of urban morphologies.

**Keywords.** Urban planning, urban open spaces, spherical projection, sky shape, image analysis, skeletonisation, Hausdorff distance

**Discipline :** Sciences pour l'ingénieur option architecture

N° :



# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>27</b>
1.1	Notion d'espace ouvert urbain . . . . .	29
1.2	Caractérisation de la perception dynamique des espaces ouverts urbains	31
1.2.1	Approche biologique . . . . .	31
1.2.2	Approche psychologique . . . . .	33
1.3	Élaboration d'une nouvelle méthode d'analyse des espaces ouverts urbains . . . . .	36
1.4	Organisation du mémoire . . . . .	37
<b>I</b>	<b>Méthodes d'analyse de la perception visuelle des environnements urbains: état de l'art</b>	<b>39</b>
<b>2</b>	<b>Analyse des événements visuels dans les espaces architecturaux et urbains</b>	<b>41</b>
2.1	Séquence picturale . . . . .	42
2.2	Analyse séquentielle des espaces ouverts urbains . . . . .	44
2.3	Notation pour les événements visuels . . . . .	46
2.4	Événements visuels et partitionnement de l'espace . . . . .	47
2.4.1	Méthodes de partitionnement convexe . . . . .	47

2.4.2	Partitionnement de l'environnement dans le domaine de l'informatique . . . . .	52
2.4.3	Conclusion . . . . .	55
<b>3</b>	<b>Méthodes de caractérisation des espaces ouverts urbains orientées champ</b>	<b>57</b>
3.1	Motivation des approches orientées champ . . . . .	58
3.2	Méthodes 2D d'analyse visuelle des espaces ouverts urbains . . . . .	59
3.2.1	Isovist . . . . .	59
3.2.2	Graphes de visibilité . . . . .	64
3.3	Indicateurs basés sur l'analyse sphérique . . . . .	69
3.3.1	Principes et définitions . . . . .	69
3.3.2	Indicateurs morphologiques . . . . .	72
3.3.3	Discussion . . . . .	75
3.4	Autres méthodes . . . . .	76
3.4.1	Analyse urbaine basée sur l'analyse d'images . . . . .	76
3.4.2	Indicateurs d'ouverture d'espace . . . . .	78
3.5	Conclusion . . . . .	79
<b>II</b>	<b>Analyse des formes de ciel dans les espaces ouverts urbains par la méthode de squelettisation</b>	<b>81</b>
<b>4</b>	<b>Squelettisation</b>	<b>83</b>
4.1	Analyse de formes . . . . .	84
4.1.1	Définition formelle de la notion de forme . . . . .	85
4.1.2	Descripteur de formes . . . . .	87
4.1.3	Exemples de descripteurs de formes . . . . .	89
4.2	Squelettisation . . . . .	90
4.2.1	Définition . . . . .	90
4.2.2	Propriétés des squelettes . . . . .	96
4.2.3	Construction . . . . .	98
4.2.4	Applications de la squelettisation . . . . .	99

4.3	Vers une application de la squelettisation des formes de ciel . . . . .	100
4.3.1	Image discrète . . . . .	100
4.3.2	Image vectorielle . . . . .	101
4.3.3	Squelettisation des formes de ciel: discret contre vectoriel . . . . .	102
4.4	Squelettisation dans les espaces discrets . . . . .	103
4.4.1	Espace discret . . . . .	105
4.4.2	Particularités de la squelettisation dans les espaces discrets . . . . .	106
4.4.3	Réduction du bruit dans les squelettes des formes discrètes . . . . .	108
4.5	Conclusion . . . . .	109
<b>5</b>	<b>Comparaison de quelques méthodes de squelettisation dans l'espace discret</b>	<b>113</b>
5.1	Méthodes basées sur le calcul de la carte de distances dans l'espace discret . . . . .	114
5.1.1	Distances de chanfrein . . . . .	114
5.1.2	Distance euclidienne quadratique . . . . .	122
5.1.3	Conclusion sur les méthodes discrètes . . . . .	123
5.2	Squelette discret de Voronoï . . . . .	123
5.3	Squelette d'Hamilton-Jacobi . . . . .	127
5.4	Évaluation des méthodes de squelettisation . . . . .	130
5.4.1	Notion de squelette de la forme perçue . . . . .	131
5.4.2	Élaboration d'une méthode pour tester les méthodes de squelettisation . . . . .	132
5.4.3	Test des méthodes rencontrées . . . . .	133
5.5	Conclusion . . . . .	134
<b>III</b>	<b>Mesure des squelettes de la forme de ciel</b>	<b>139</b>
<b>6</b>	<b>Mesure des squelettes de la forme de ciel</b>	<b>141</b>
6.1	Éléments du parcours . . . . .	142
6.1.1	Espace de l'observateur . . . . .	142
6.1.2	Parcours de l'observateur dans les espaces ouverts urbains . . . . .	143

6.2	Mesure des espaces ouverts urbains par les squelettes . . . . .	144
6.2.1	Qualité des mesures sur les squelettes . . . . .	144
6.2.2	Plus grand disque maximal . . . . .	145
6.3	Mesure des variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours . . . . .	149
6.3.1	Distance d'édition . . . . .	149
6.3.2	Distance de Hausdorff . . . . .	152
6.3.3	Distance de Fréchet . . . . .	163
6.3.4	Distance de Hausdorff modifiée . . . . .	163
6.3.5	Conclusion sur la comparaison de squelettes . . . . .	166
<b>7</b>	<b>Interprétation des squelettes de formes de ciel</b>	<b>169</b>
7.1	Environnement informatique . . . . .	170
7.2	Notation des mesures . . . . .	171
7.3	Caractère d'une rue simple . . . . .	171
7.3.1	Évolution des mesures dans la rue . . . . .	172
7.3.2	Indices visuels de mouvement . . . . .	175
7.4	Apparition d'un croisement . . . . .	177
7.5	Rétrécissement . . . . .	181
7.6	Autres croisements . . . . .	183
7.7	Discussion sur les cas simples . . . . .	188
7.8	La rue Xavier-Neujean à Liège . . . . .	188
7.8.1	<b>GMD<sub>V</sub></b> . . . . .	190
7.8.2	Distances de similarité . . . . .	194
7.8.3	Conclusion sur l'analyse . . . . .	198
7.9	Parcours à Nantes . . . . .	199
7.9.1	<b>GMD<sub>V</sub></b> . . . . .	199
7.9.2	Distances de similarité . . . . .	204
7.9.3	Conclusion sur l'analyse de Nantes . . . . .	207
7.10	Conclusion . . . . .	207

<i>Table des matières</i>	11
<b>8 Conclusion</b>	<b>209</b>
8.1 Synthèse des résultats . . . . .	210
8.2 Discussion . . . . .	211
8.3 Perspectives . . . . .	212



# Table des figures

---

1.1	Schéma de l'œil humain . . . . .	31
1.2	Deux illusions . . . . .	34
1.3	Vers une analyse des variations morphologiques dans les espaces ouverts urbains le long de parcours . . . . .	37
2.1	Extrait de la promenade dans Venise de Bosselmann . . . . .	43
2.2	Éléments picturaux formant les plans de l'analyse séquentielle de Panerai . . . . .	45
2.3	Événement visuel . . . . .	48
2.4	Deux partitionnements convexes d'un même espace à partir de la méthode des disques . . . . .	49
2.5	Découpage convexe d'un espace à partir de la méthode des espaces recouvrants . . . . .	49
2.6	Différents partitionnements convexes minimal d'un même espace . . . . .	50
2.7	S-partitionnement de différents environnements . . . . .	50
2.8	Principe d'extension des discontinuités pour le partitionnement convexe . . . . .	51
2.9	E-partitionnement de différents environnements . . . . .	51
2.10	Graphe d'aspect d'un cube en projection orthographique . . . . .	53
2.11	Éléments du complexe de visibilité et leur correspondance dans l'espace dual . . . . .	54
2.12	Graphe de visibilité . . . . .	55

3.1	Série d'isovists dans un environnement en forme de T . . . . .	60
3.2	Profils des isovists dans l'environnement de la figure 3.1 . . . . .	61
3.3	Série d'isovists pour un parcours dans l'environnement de la figure 3.1	62
3.4	Graphe de visibilité dans un environnement en forme de T . . . . .	65
3.5	Quelques mesures obtenues à partir d'un graphe de visibilité . . . . .	67
3.6	Quelques projections sphériques d'espaces urbains . . . . .	70
3.7	Variation de l'indicateur de rapport de masse dans différents espaces urbains . . . . .	73
3.8	Variation de l'indicateur d'excentricité . . . . .	76
3.9	Cartes d'un environnement urbain du centre de Londres . . . . .	77
3.10	Facteurs de vue du ciel au sol d'un environnement urbain du centre de Londres . . . . .	77
3.11	Calcul de l'indicateurs d'ouverture d'espace en un point . . . . .	79
4.1	Différence entre $\text{int}(S)$ , $\bar{S}$ et $\partial S$ . . . . .	87
4.2	Squelettisation d'un rectangle selon l'analogie du feu de prairie. . . . .	91
4.3	Quelques exemples de squelettes. . . . .	92
4.4	Carte de distances de deux formes en utilisant la distance euclidienne quadratique . . . . .	93
4.5	Carte de distances d'une forme à partir des distances de chanfrein . . . . .	93
4.6	Types de points d'un squelette . . . . .	95
4.7	Angle bissecteur . . . . .	96
4.8	Nécessité de la condition 1 de la définition 4.6 . . . . .	97
4.9	Squelettisation d'un segment projeté par la projection sphérique utilisée par Teller . . . . .	102
4.10	Projection sphérique et squelettisation dans des espaces urbains . . . . .	104
4.11	Discrétisation d'une forme de $\mathbb{R}^2$ . . . . .	105
4.12	Représentation du (a) 4-voisinage et du (b) 8-voisinage . . . . .	106
4.13	Influence de la discrétisation sur le squelette . . . . .	107
4.14	Squelette d'une forme discrète après une rotation . . . . .	107
4.15	Rapport angle bissecteur et rayon d'un squelette . . . . .	109

4.16	Simplification d'un squelette par le rapport angle bissecteur et rayon d'un squelette . . . . .	110
4.17	Solutions équivalentes . . . . .	111
5.1	Boules des distances $d_4$ , $d_8$ et $d_E$ . . . . .	115
5.2	Quelques masques de chanfrein . . . . .	116
5.3	Boules de chanfrein pour un rayon de 5,35 . . . . .	116
5.4	Demi-masque avant $\langle 5, 7, 11 \rangle^h$ . . . . .	117
5.5	Cartes des distances pour différentes distances de chanfrein . . . . .	119
5.6	Propagation de l'information de distance . . . . .	120
5.7	Table de correspondance pour le masque $\langle 5, 7, 11 \rangle$ . . . . .	121
5.8	Diagramme de Voronoï pour deux, trois, quatre et six points . . . . .	124
5.9	De la forme à l'axe médian discret de Voronoï . . . . .	125
5.10	Axe médian discret de Voronoï d'une forme quelconque . . . . .	125
5.11	Distance d'ancrage et résidu potentiel d'une arête du DVMA . . . . .	126
5.12	Évolution d'une courbe . . . . .	128
5.13	Résultat des deux méthodes de squelettisation sur des figures simples .	134
5.14	Test d'invariance par rotation sur une projection sphérique d'une place.	135
5.15	Test d'invariance sur une séquence de projections sphériques le long d'un parcours autour de la place Saint-Stanislas à Nancy . . . . .	136
5.16	Test d'invariance sur une séquence de projections sphériques le long d'un parcours autour de la place Saint-Stanislas à Nancy . . . . .	136
6.1	Notre observateur virtuel . . . . .	142
6.2	Paramètres de l'observateur . . . . .	143
6.3	Différence entre le rayon du $\mathbf{GMD}_V$ et la surface de ciel . . . . .	147
6.4	Configuration d'un espace avec une rue simple . . . . .	148
6.5	Variation de la taille du $\mathbf{GMD}_V$ dans la configuration Droit pour différents niveaux de résolution des projections sphériques . . . . .	148
6.6	Les quatre types de choc dans le processus de squelettisation . . . . .	151
6.7	Illustration de $d_{\mathcal{H}}(S, T)$ . . . . .	153
6.8	Distance hyperbolique entre deux disques . . . . .	155

6.9	Instabilité du squelette . . . . .	157
6.10	Configuration d'espace avec une petite ouverture sur le côté . . . . .	158
6.11	Comparaison entre la distance de Hausdorff et la distance de Hausdorff hyperbolique dans la configuration <b>Cote</b> . . . . .	158
6.12	Problème avec la distance de Hausdorff . . . . .	159
6.13	Configuration de deux espaces avec un carrefour . . . . .	159
6.14	Comparaison entre les configurations <b>TE</b> et <b>Croix</b> sur la distance de Hausdorff . . . . .	160
6.15	Comparaison entre les configurations <b>TE</b> et <b>Croix</b> sur la distance de Hausdorff hyperbolique . . . . .	160
6.16	Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans la configuration <b>Droit</b> pour des résolutions différentes . . . . .	161
6.17	Comparaison de la configuration <b>Droit</b> avec des espacements différents entre chaque projection . . . . .	162
6.18	Différence entre la distance de Hausdorff et la distance de Hausdorff modifiée . . . . .	165
6.19	Comparaison entre les configurations <b>TE</b> et <b>Croix</b> sur la distance de Hausdorff modifiée . . . . .	167
6.20	Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans la configuration <b>Droit</b> pour différents niveaux de résolution des projections sphériques . . . . .	167
7.1	Configuration d'espace simple . . . . .	172
7.2	Variation de la taille du <b>GMD<sub>V</sub></b> dans les configurations <b>Droit</b> et <b>LDroit</b> . . . . .	173
7.3	Variation de la position du <b>GMD<sub>V</sub></b> dans les configurations <b>Droit</b> et <b>LDroit</b> . . . . .	173
7.4	Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations <b>Droit</b> et <b>LDroit</b> . . . . .	174
7.5	Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations <b>Droit</b> et <b>LDroit</b> . . . . .	174
7.6	Un mur de la configuration <b>Creneau</b> . . . . .	175
7.7	Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations <b>Creneau</b> et <b>Droit</b> . . . . .	176
7.8	Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations <b>Creneau</b> et <b>Droit</b> . . . . .	176
7.9	Squelettes des configurations <b>Droit</b> et <b>Creneau</b> au début du parcours . . . . .	177

7.10	Trois configurations d'espace urbain en T . . . . .	177
7.11	Variation de la taille du <b>GMD</b> dans les trois configurations . . . . .	178
7.12	Variation de la position relative du <b>GMD</b> dans les trois configurations . . . . .	179
7.13	Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les trois configurations . . . . .	179
7.14	Variation de la distance de Hausdorff modifiée hyperbolique dans les trois configurations . . . . .	179
7.15	Apparition de la zone d'occlusivité dans la configuration TE45 F . . . . .	181
7.16	Deux configurations avec rétrécissement . . . . .	181
7.17	Évolution de la taille du <b>GMD<sub>V</sub></b> dans les configurations Retr1 et Retr2 . . . . .	182
7.18	Évolution de la position du <b>GMD<sub>V</sub></b> dans les configurations Retr1 et Retr2 . . . . .	182
7.19	Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations Retr1 et Retr2 . . . . .	183
7.20	Évolution de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations Retr1 et Retr2 . . . . .	184
7.21	Configurations Croix et ZCroix . . . . .	184
7.22	Principales transitions de ZCroix . . . . .	185
7.23	Évolution de la taille du <b>GMD<sub>V</sub></b> dans les configurations Croix et ZCroix . . . . .	185
7.24	Évolution de la position du <b>GMD<sub>V</sub></b> dans les configurations Croix et ZCroix . . . . .	186
7.25	Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations Croix et ZCroix . . . . .	187
7.26	Évolution de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations Croix et ZCroix . . . . .	187
7.27	Plan de la rue Xavier-Neuveau à Liège en Belgique . . . . .	192
7.28	Taille du <b>GMD<sub>V</sub></b> par rapport au zénith de l'observateur pour le parcours de la rue Xavier-Neuveau à Liège . . . . .	192
7.29	Position du <b>GMD<sub>V</sub></b> par rapport au zénith de l'observateur pour le parcours de la rue Xavier-Neuveau à Liège . . . . .	193
7.30	Division du parcours de la rue Xavier-Neuveau selon les mesures du <b>GMD<sub>V</sub></b> . . . . .	194
7.31	Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique pour le parcours dans la rue Xavier-Neuveau à Liège . . . . .	196

7.32	Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans la rue Xavier-Neujean à Liège . . . . .	196
7.33	Division du parcours de la rue Xavier-Neujean selon la distance de Hausdorff modifiée . . . . .	198
7.34	Quelques photographies le long du parcours à Nantes . . . . .	200
7.35	Modèle 3D utilisé pour le parcours à Nantes . . . . .	201
7.36	Parcours à Nantes . . . . .	201
7.37	Évolution de la taille du $\mathbf{GMD}_V$ pour le parcours de Nantes . . . . .	202
7.38	Évolution de la position relative du $\mathbf{GMD}_V$ pour le parcours de Nantes	203
7.39	Séquences du parcours à Nantes selon les valeurs du $\mathbf{GMD}_V$ . . . . .	204
7.40	Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique pour le parcours de Nantes . . . . .	204
7.41	Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans le parcours de Nantes	205
7.42	Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans le parcours de Nantes	206
7.43	Division du parcours à Nantes selon les valeurs de la distance de Hausdorff modifiée . . . . .	206

# Liste des tableaux

---

7.1	Notation des mesures . . . . .	171
7.2	Esquisse de table d'interprétation des mesures . . . . .	189
7.3	Esquisse de table de comparaison des valeurs de la taille du <b>GMD<sub>v</sub></b> et de la position relative du <b>GMD<sub>v</sub></b> . . . . .	190
7.4	Esquisse de table de comparaison des valeurs du <b>GMD<sub>v</sub></b> et des distance de similarité . . . . .	191



# Table des algorithmes

---

3.1	Algorithme de calcul d'un isovist dans un polygone. . . . .	63
3.2	Algorithme récursif de projection d'un segment de droite. . . . .	71
5.1	Algorithme de transformée de distance par les masques de chanfrein. .	118
5.2	Algorithme de calcul des squelettes Hamilton-Jacobi. . . . .	130
6.1	Recherche du plus grand disque maximal dans un squelette. . . . .	146
6.2	Algorithme de calcul de la distance de Hausdorff relative pour deux squelettes. . . . .	154
6.3	Algorithme de calcul de la distance de Hausdorff modifiée relative de changement pour deux squelettes. . . . .	166



# Remerciements

---

J'adresse tout d'abord mes remerciements aux membres du jury. Au professeur J.P. Guédon pour avoir accepté de présider ce jury, aux professeurs M. Couprie et A. Dupagne qui se sont constitués rapporteurs, au professeur M. Batty qui a accepté de venir malgré les difficultés que posent nos deux différentes langues, à J. Teller, au professeur G. Hégron et à D. Siret.

J'adresse à nouveau mes remerciements au professeur A. Dupagne pour m'avoir accepté quelques mois dans son équipe et aussi pour son intérêt pour mon travail. J'adresse un grand merci à J. Teller qui s'est réellement investi dans mon travail et qui a su m'aider au moment où j'en avais le plus besoin. Je remercie l'équipe du LEMA pour m'avoir si gentiment accueilli pendant trois mois. Cette thèse a bénéficié des travaux réalisés dans le cadre du projet SUIIT<sup>1</sup> coordonné par le LEMA.

J'adresse à nouveau mes remerciements à M. Couprie pour son intérêt pour mes recherches et avec qui j'ai eu des discussions intéressantes. Je remercie également le professeur F. Rocaries sans qui cette rencontre n'aurait pu être possible.

J'adresse enfin d'autres remerciements au professeur G. Hégron pour être venu me chercher au « fin fond » de l'École des Mines de Nantes et m'avoir ouvert à de nouveaux horizons. J'adresse un autre grand merci à D. Siret qui s'est aussi beaucoup investi dans ma thèse. Il a été à l'origine d'un bon nombre d'idées originales et constructives, et aussi d'un bon nombre de corrections. Merci à tous les membres du CERMA, ainsi qu'à ses doctorants et docteurs.

D'autres personnes sont intervenues plus ou moins directement dans cette thèse. Je

---

<sup>1</sup>(*Sustainable development of Urban historical areas through an active Integration within Towns*) soutenu par le programme de l'Union Européenne "*Environment and Sustainable Development*", action clé 4 : « La ville de demain et patrimoine », thème 4.2.3 : « Favoriser l'intégration du patrimoine dans les ensembles urbains », numéro de contrat : EVK4-CT-2000-00017

pense tout d'abord au professeur S. W. Zucker, au professeur B. Kimia et au professeur K. Siddiqi qui m'ont orienté. Je pense aussi à P. Dimitrov, qui m'a fourni une implémentation de la « squelettisation Hamilton-Jacobi », et à F. Fol-Leymarie avec qui j'ai eu des discussions très intéressantes sur les méthodes de squelettisation et les mesures sur les squelettes.

Merci à ma famille pour leurs encouragements.

Merci à Ying qui autant que possible a essayé d'apporter un cadre agréable à mon travail.

# Notation

---

$\mathbb{R}$ .....	Ensemble des réels
$\mathbb{Z}$ .....	Ensemble des entiers relatifs
$\mathbb{L}_\sigma$ .....	Maillage carrée de résolution $\sigma$
$L_\sigma(S)$ .....	Projection de $S$ sur $\mathbb{L}_\sigma$
$B^d(r, p)$ .....	Boule ouverte de centre $p$ et de rayon $r$ pour la distance $d$
$B^E(r, p)$ .....	Boule ouverte euclidienne de centre $p$ et de rayon $r$
$\mathcal{A}(S)$ .....	Aire de l'objet $S$
$\mathcal{P}(S)$ .....	Périmètre de l'objet $S$
$\partial S$ .....	Contour de l'objet $S$
$\text{int}(S)$ .....	Intérieur de l'objet $S$
$\bar{S}$ .....	Fermeture de l'objet $S$
$S^C$ .....	Complémentaire de l'objet $S$
$\ \cdot\ $ ou $L_2(\cdot)$ .....	Norme euclidienne
$d_E(\cdot, \cdot)$ .....	Distance euclidienne
$d_4(\cdot, \cdot)$ .....	Distance de Manhattan
$d_8(\cdot, \cdot)$ .....	Distance échiquier
$d_{\langle \dots \rangle}(\cdot, \cdot)$ .....	Distance de chanfrein pour le masque $\langle \dots \rangle$
$d_h(\cdot, \cdot)$ .....	Distance hyperbolique
$d_{\mathcal{H}}(\cdot, \cdot)$ .....	Distance de Hausdorff
$\mathcal{H}(\cdot \cdot)$ .....	Distance de Hausdorff relative
$\langle \cdot, \cdot \rangle$ .....	Produit scalaire
$ \cdot $ .....	Nombre cardinal



# Introduction

Aux Lecteurs,  
Amis lecteurs qui ce livre lisez,  
Despouillez vous de toute affection.  
Et le lisants ne vous scandalisez,  
Il ne contient mal ne infection.  
Vray est qu'icy peu de perfection  
Vous apprendrez, si non en cas de rire.  
Aultre argument ne peut mon cueur elire.  
Voiant le dueil qui vous mine & consomme,  
Mieulx est de ris que de larmes escrire,  
Pour ce que rire est le propre de l'homme.  
VIVEZ IOYEUX

François Rabelais, *La vie inestimable du grand  
Gargantua, pere de Pantagruel.*

**P**AR leur taille et par leur forme, les villes sont des lieux propices à l'étonnement. Des petites villes, comme Luxembourg ou Louvain, aux grandes métropoles, comme Berlin, Shanghai ou Londres, elles rassemblent de quelques centaines de milliers à plusieurs millions de citoyens et témoignent en général de quelques dizaines à quelques milliers d'années d'histoire. Dans ce contexte, les villes sont le résultat d'organisations sociales, politiques, économiques, voire militaires et géophysiques, qui transparaissent dans leur forme et les images qu'elles nous laissent. Ainsi, bien plus qu'une simple combinaison d'objets urbains dignes des jeux de briques, les espaces de la ville peuvent nous aider à comprendre la ville elle-même : son passé, son présent et peut-être même son futur. Sachant que c'est par la vue que la ville est appréhendée en premier [30], l'analyse des espaces urbains, et l'analyse de leur perception visuelle en particulier, apparaît comme un acte légitime pour étudier la ville.

Pour analyser la perception visuelle des espaces urbains, il faut comprendre notre

système visuel. Que voyons-nous principalement lorsque nous sommes en ville ? Est-ce un ensemble de bâtiments, un ensemble de rues et de places ? Ou alors est-ce un seul élément composé de formes, de couleurs, de textures et aussi de mouvements ? Nous ne pouvons pas estimer un espace urbain au travers d'une seule image. Une image peut en effet rendre compte du caractère d'un lieu, des bâtiments qui s'y trouvent et éventuellement de leur densité. Mais elle ne révèle pas la « pratique », l'expérience que nous avons ou que nous aurions de ce lieu, la manière de le traverser afin d'avoir la meilleure vue, comme les sensations que peuvent nous procurer différents parcours dans une même place, ou comme la détermination du bâtiment qui attire le plus notre regard, etc. Comme l'a écrit Thiel :

*“Architecture may well be ‘frozen music’ like a phonograph record; but man is the pickup whose movement realizes the experience.”<sup>1</sup> [125]*

L'analyse des espaces urbains par le mouvement est une voie de recherche actuelle. Les méthodes proposées échouent généralement à caractériser cette expérience, car elles se basent sur une description globale de l'environnement visuel en des points précis de l'espace urbain, indépendamment de tout cheminement. De ce fait, ces méthodes ne prennent pas en compte l'analyse des variations morphologiques des éléments des espaces ouverts urbains le long de parcours.

Une autre approche consiste à analyser la trajectoire spatio-temporelle d'objets donnés, en faisant provisoirement abstraction des autres trajectoires possibles. Pour faire image, dans un domaine étranger à celui qui nous occupe, on peut comparer deux mesures dynamiques de la circulation en centre ville. Une première consiste à mesurer le flux de circulation, le nombre de véhicules par heure en l'occurrence, en une série de points du réseau. La seconde, beaucoup plus riche en terme d'analyse dynamique, consiste à analyser la trajectoire, la vitesse et les obstacles rencontrés par un véhicule particulier et lui-même « pris dans la circulation ». De ces deux méthodes, celle permettant une analyse plus objective est certainement la première. Mais la seconde nous offre une analyse au plus près de « l'évolution » de l'objet, nous laissant percevoir des phénomènes que nous ne pourrions observer avec la première approche. C'est cette deuxième approche que nous avons cherchée à développer au cours de ce projet. Plus exactement, nous nous sommes intéressés au développement d'une méthode d'analyse de la perception visuelle dans les espaces ouverts urbains le long de parcours qui nous permettrait de mesurer les variations de la morphologie et des éléments des espaces urbains.

Dans ce chapitre, nous commencerons par étudier la notion d'espace ouvert urbain afin de définir notre champ d'étude. Nous examinerons l'intérêt d'analyser ce type d'espace. Ensuite, nous continuerons en caractérisant la perception visuelle dynamique dans les espaces ouverts urbains en commençant par une approche biologique

---

<sup>1</sup> « L'architecture peut bien être de la *musique conservée* comme sur un enregistrement de phonographe ; et l'homme est le capteur dont le mouvement fait apparaître l'expérience. »

et en continuant par une approche psychologique. Nous commencerons ensuite par élaborer les prémisses d'une nouvelle méthode d'analyse de la perception visuelle des espaces ouverts urbains le long de parcours. Pour terminer, nous détaillerons le plan du mémoire.

## 1.1 Notion d'espace ouvert urbain

Il existe plusieurs manières de percevoir et d'analyser les espaces urbains. Par exemple, nous pouvons distinguer le mobile de l'immobile, l'environnement urbain global de ses objets, le dominant du résiduel, etc. Pour tout ce qui concerne la perception des objets, il est possible d'étudier l'espace en termes de distance, de profondeur, de taille ou de mouvement perçu des objets isolés. Selon Benedikt, pour comprendre la perception de l'environnement urbain, celui-ci doit être vu comme [9] :

- un élément substantiel plutôt que comme un élément vide,
- étant défini par des surfaces visibles,
- ayant des qualités topologiques et formelles, normalement appréciées pendant le mouvement continu à travers l'espace par un observateur constamment immergé dans l'environnement.

Pour Sitte, les espaces urbains peuvent être divisés en plusieurs ensembles complémentaires [116] : le sol, le « plafond » et les éléments pleins. Le sol est un élément sur lequel repose les éléments pleins. Il est représenté par plusieurs caractéristiques comme sa hauteur, sa couleur et sa texture. Le « plafond » est un autre nom pour désigner le ciel : c'est un objet uniforme, homogène. Les éléments pleins représentent tous les obstacles du monde visuel autres que le sol qui cachent le reste de la ville et découpent le ciel. Les éléments pleins sont divers et variés, puisqu'il peut s'agir de bâtiments, de monuments, de végétation, de tous les éléments constituant un écran à la lumière. Tous ces objets ont la particularité de pouvoir être représentés par des volumes, des primitives géométriques. Néanmoins, ces trois éléments de base permettent d'en définir un quatrième entièrement complémentaire : l'espace ouvert urbain.

La notion d'espace ouvert urbain est définie par Teller en ces termes [120] :

*“Urban open spaces can be understood in a variety of ways depending on the scientific approach to define and describe them. [...] From a morphological point of view, [these] are usually defined as the empty space, or the void, separating the built volumes and surfaces. Obviously, the shape of such spaces is characterised by a relation of strict duality with the ‘filled elements’ that surround them, like the buildings, the vegetation or fences.”<sup>2</sup> [121]*

---

<sup>2</sup> « Les espaces ouverts urbains peuvent être compris de différentes manières selon l'approche scientifique les définissant ou les décrivant. [...] D'un point de vue morphologique, [ils] sont généralement

Dans les environnements urbains, les espaces ouverts comprennent tous les espaces tels que les places, les rues, les zones de recul devant les bâtiments exceptionnels, les espaces verts, ainsi que les espaces naturels comme les berges des fleuves, etc. Ils constituent le lieu privilégié de la vie urbaine, que ce soit en termes d'espace public, d'espaces de rencontre ou simplement de lieux de détente. Ainsi, ils doivent être considérés comme des éléments de la composition urbaine à part entière plutôt que comme un « espace résiduaire d'aménagement ». La prise de conscience de ce phénomène a amené une recrudescence d'intérêt pour les espaces ouverts en tant que tels auprès des acteurs de terrain.

L'aménagement de l'environnement urbain est au cœur des discussions sur le développement urbain durable en Europe. Près de 80 % de la population de l'Union Européenne vit dans des villes. L'espace urbain est par conséquent le lieu où les problèmes sur l'environnement affectent le plus la qualité de vie des citoyens<sup>3</sup>. Un outil d'analyse de la perception visuelle des espaces urbains permet de réaliser différentes analyses ayant pour but l'étude de la perception d'un projet, l'étude de l'histoire d'un espace, l'étude de l'organisation sociale d'un quartier ou, pour rentrer dans le cadre du développement durable, la protection du patrimoine urbain. Un outil d'analyse de la perception visuelle le long de parcours urbains permettrait d'apporter des résultats complémentaires en proposant une analyse au plus près de l'observateur et de l'expérience qu'il pourrait avoir des espaces urbains.

Un outil d'analyse des espaces ouverts urbains le long de parcours pourrait avoir de multiples applications. L'une d'entre-elles serait d'analyser des parcours, mais aussi de proposer des études d'espaces urbains. En effet, les variations perceptibles des espaces ouverts ne sont pas véritablement analysées par les méthodes actuelles. Ces variations permettraient de mettre en avant un ensemble de suppositions sur l'expérience. Par la suite, notre outil peut être utilisé pour étudier l'impact environnemental des projets urbains. Ce type d'étude est un sujet très sensible en Europe depuis les années soixantes-dix [12]. Dans un tel cadre, il semble nécessaire de mettre au point des outils pour vérifier que les projets urbains, comme la nouvelle gare de Liège ou le nouveau musée de Bilbao, n'altèrent pas le patrimoine. Les problèmes liés à la protection du patrimoine urbain ont été étudiés dans le cadre du programme SUIIT (*Sustainable development of Urban historical areas through an active Integration within Towns*) supporté par le programme européen sur l'environnement et le développement durable. Nos travaux développés entre le CERMA et le LEMA ont notamment été possibles grâce à ce projet.

---

définis comme l'espace laissé, ou le vide, séparant les volumes construits et les surfaces. Bien sûr, la forme d'un tel espace est caractérisé par une relation de strict dualité avec les *éléments pleins* qui les entourent, comme les bâtiments, la végétation ou les obstacles. »

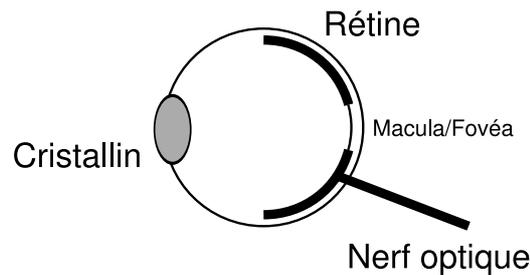
<sup>3</sup>EUROPA : The European Union On-Line. [http://europa.eu.int/comm/environment/urban/home\\_en.htm](http://europa.eu.int/comm/environment/urban/home_en.htm). [ON-LINE] 7 octobre 2003.

## 1.2 Caractérisation de la perception dynamique des espaces ouverts urbains

Notre projet s'intéresse à la perception visuelle humaine en milieu urbain. Dans cette section, nous allons examiner le système visuel humain selon deux approches. Nous commencerons par l'approche biologique qui analyse les différents éléments du système visuel et tente de comprendre son fonctionnement<sup>4</sup>. Ensuite, nous examinerons une deuxième fois le système visuel mais cette fois selon une approche psychologique.

### 1.2.1 Approche biologique

Le système visuel humain est principalement composé des deux yeux, du cortex visuel et d'un ensemble de nerfs faisant le lien. Un schéma de l'œil est donné dans la figure 1.1.



**Figure 1.1** – Schéma de l'œil humain.

Lorsque la lumière arrive à l'œil, elle subit un vaste ensemble de traitements avant d'être transformée en information intelligible. Les seules modifications optiques ont lieu au niveau de l'œil lui-même, où la lumière est filtrée et déviée par l'iris et le cristallin. C'est aussi dans l'œil que l'information lumineuse est convertie en stimulus, grâce aux photorécepteurs de la rétine. Les photorécepteurs se dénombrent à environ 130 millions et se divisent en deux classes :

- les bâtonnets qui fournissent une image en noir et blanc sont sensibles aux informations lumineuses mêmes faibles,
- les cônes qui fournissent des informations dans les gammes du rouge, du vert et du bleu, ont besoin de beaucoup de luminosité pour être excités.

Les cônes sont principalement concentrés au centre de l'œil dans une petite dépression appelée la *macula* ou tâche jaune. C'est en cet endroit que se trouve la *fovéa* où se

<sup>4</sup>Il existe sur le Web deux sites sur le système visuel régulièrement mis à jour par des spécialistes et proposant chacun un état de l'art complet. Pour cela, voir [69] et [50]

forme la vision la plus précise en éclairage diurne. Elle mesure 1300 à 1500  $\mu\text{m}$  et contient 400 000 cônes. En dehors de cette zone, les cônes sont de plus en plus absents et les bâtonnets de plus en plus présents. Cette partie de l'œil permet la vision latérale et la vision nocturne. Elle fournit des images plus floues que la fovéa.

Par la suite, les informations sont concentrées dans le nerf optique qui les achemine vers le cortex visuel situé à l'arrière du cerveau. Le nerf optique est composé de 1,2 millions de fibres ou *axones* et 10 % d'entre-eux proviennent de la fovéa. Une partie de ces informations sont acheminées vers le cervelet, qui gère la position des yeux de la tête et du corps. Au niveau du cortex visuel, les informations sont décomposées, filtrées et analysées selon différents critères tels que la couleur, la forme, la position ou la direction des objets perçus. Ainsi, cette seule partie du système visuel possède des mécanismes innés qui agissent sur notre interprétation du monde visuel. Il faut noter que bien souvent, le mouvement est analysé de manière élémentaire par des parties distinctes du système visuel.

La précision de l'œil permet de percevoir des mouvements jusqu'à 5/100<sup>e</sup> de seconde. Pourtant, il semble que nous ne comprenions naturellement que les images statiques. En fait, nous possédons deux visions [82]. La région centrale de la rétine avec un angle 10 à 15 degrés est le lieu de la vision détaillée et en couleur. Les formes y sont appréciées dans toute leur richesse, mais seuls les mouvements lents y sont correctement interprétés. Cette région est le lieu de la vision statique. La région périphérique est peu concernée par l'identification des formes et est capable d'analyser les mouvements rapides. C'est le lieu de la vision dynamique. Il semble que ces deux types de vision (dynamique et statique) se complètent : la zone périphérique détecte des éléments en mouvement et un mécanisme tourne les yeux de sorte que l'élément apparaisse dans la fovéa pour y être identifié et suivi éventuellement. De cette façon, il semble évident que le mouvement attire le regard.

Si nous faisons une comparaison avec le monde animal, notre système visuel est proche de celui des animaux grimpeurs ou chasseurs [81]. En effet, nos yeux sont tournés vers l'avant, ils permettent une perception en relief parfaitement nette et sont capables d'une mise au point rapide. En ce qui concerne la vision en relief, étant donné que nos analyses se font dans des espaces urbains, nous considérons que la vision en relief a très peu d'effet. On peut alors supposer que le système visuel n'est composé que d'un seul œil. Les distances, les formes, les mouvements sont détectés par des indices monoculaires (ombrage, densité de texture, parallaxe du mouvement, etc.).

L'anatomie du système visuel humain nous apporte quelques informations sur la perception visuelle elle-même. En particulier, elle semble indiquer que notre vision du monde est façonnée par un ensemble de « filtres » qui modifient et quantifient, un peu à la manière des outils mathématiques d'analyse d'images, les informations lumineuses. Cette anatomie nous révèle aussi que le mouvement y est analysé de manière attentive, à la fois dynamiquement et statiquement. Mais la perception en mouvement reste un sujet encore mystérieux dans le domaine de la biologie. Plus généralement,

les connaissances actuelles ne permettent pas de comprendre les fonctionnalités qui se cachent derrière le système neuronal le plus simple.

### 1.2.2 Approche psychologique

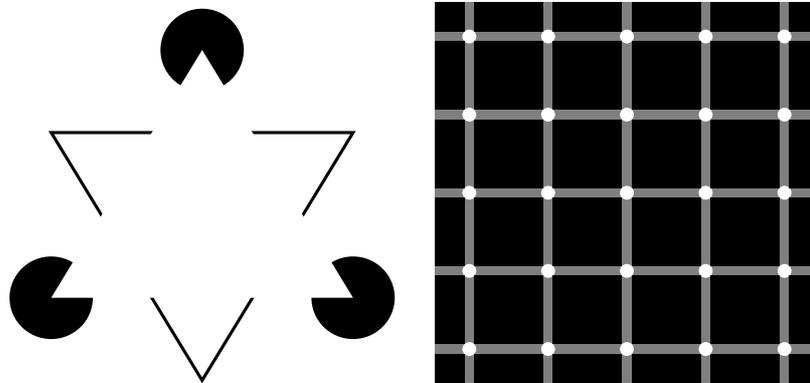
Que voyons-nous exactement ? Certains affirment que nous ne voyons que ce que nous voulons voir. D'autres prétendent que nous voyons plus que ce que nous voulons. Si nous tournons la tête pour regarder l'heure un instant, nous verrons que l'heure est affichée dans une pendule, que cette pendule est analogique ou numérique, qu'elle est posée devant un mur tapissé de papier peint, etc. Mais, nous concentrons notre attention sur l'heure, au point d'oublier presque le reste. Ainsi, la question de savoir ce que nous voyons est ambitieuse. Toutefois, par rapport à la précédente conclusion, puisque le système visuel modifie les informations lumineuses, nous pouvons faire ici l'hypothèse que la perception visuelle humaine est subjective. Autrement dit, le monde tel que nous le voyons est façonné par notre système visuel et ne correspond pas au monde physique [71]. Cette théorie de la perception visuelle rejoint celle proposée par Kant au *XVI<sup>e</sup>* siècle [63]. Selon Kant, deux mondes visuels peuvent être distingués :

- *le monde substantiel* est l'univers qui nous entoure,
- *le monde phénoménal* est la réalité telle qu'elle est construite au sein de notre cerveau.

Dans la perception visuelle humaine, le monde substantiel ne peut être vu qu'au travers du monde phénoménal. Autrement dit, nous construisons une représentation du monde physique, qui nous entoure, et nous considérons cette représentation comme une réalité. Cette théorie de la perception visuelle est bien entendu hypothétique, car personne n'a pu prouver que notre cerveau construisait un monde complet représentant le monde physique. Cependant, cette hypothèse est celle qui explique le mieux les illusions d'optique.

Les illusions d'optique sont dues à des particularités de notre système visuel qui provoquent des déformations des informations lumineuses. Elles nous fournissent une première interprétation inconsciente du monde qui nous entoure. Les illusions permettent de comprendre la manière dont notre système visuel organise les informations qui arrivent à l'œil. Par exemple, sur la figure 1.2 nous voyons deux illusions différentes. Celle de gauche est appelée l'illusion du triangle de Kanizsa [83]. Elle laisse apparaître un triangle pourtant invisible qui recouvre partiellement trois disques noirs et un second triangle. Ce triangle illusoire semble plus clair que le fond du schéma. La raison de cette illusion reste encore sans explication satisfaisante. À droite de la figure 1.2, nous voyons apparaître l'illusion de la grille scintillante de Schrauf *et al.* [109]. Le schéma est composé d'un fond noir sur lequel est dessiné un ensemble de traits gris de façon à former un quadrillage. À chaque intersection du quadrillage est dessiné un petit disque blanc. Lorsque nous observons ce schéma, nous voyons appa-

raître des disques gris dans les disques blancs, provoquant l'illusion d'un scintillement. Van Rullen et Dong ont démontré que le processus de scintillement n'est pas vraiment aléatoire et qu'il dépend à la fois de la position des yeux et de la distribution de l'attention [131]. D'autres illusions permettent de montrer que nous pouvons distinguer les profondeurs avec un seul œil, que notre œil est sans cesse en mouvement ou qu'une partie de notre œil est parfaitement insensible (tâche aveugle) [82, 83]. Il est intéressant de constater que certains philosophes considèrent le mouvement comme une illusion [1]. Zénon d'Élée ainsi prétendait que le mobile n'est jamais en mouvement car à chaque instant il est exactement à un seul endroit et non en plusieurs. Dans le cadre de la perception du mouvement, il existe une illusion bien connue qui consiste à produire la sensation de mouvement continu à partir d'une succession d'images fixes. Nous rencontrons cette illusion avec le cinéma et la télévision.



**Figure 1.2** – Deux illusions. À gauche : l'illusion du triangle de Kanizsa. Sur le schéma, nous voyons apparaître un triangle qui semble être plus clair que le fond. À droite : la grille scintillante [109]. L'illusion apparaît lorsque nous regardons les points blancs du dessin. Nous y voyons en effet scintiller des points gris.

Gibson aussi s'est intéressé de près à la perception visuelle et en particulier à la perception en mouvement. Pour lui, la perception visuelle résulte d'une composition entre plusieurs images :

*“We are forced to conclude that the visual world cannot be perceived all at once. The process of perception cannot rest upon the image of a single fixation such as yields a momentary visual field. To see more than this takes time, and requires a succession of images. The product of these successive impressions, however, is such that, paradoxically, all awareness of the succession has been lost. Unquestionably the panoramic visual world depends on a temporal series of excitations and just as unquestionably the succession of excitations is not represented in the final experience.”<sup>5</sup> [52]*

<sup>5</sup> Nous sommes forcés de conclure que le monde visuel ne peut être perçu en une seule fois. Le processus de perception ne peut se reposer sur l'image d'une seule fixation comme celle produite par

Ainsi, notre perception visuelle n'est pas réduite au seul champ visuel offert par les yeux. Il semble que les informations du monde visuel soient constamment mises à jour par les informations récupérées dans le champ visuel. Lorsque l'observateur se déplace, son point d'observation change, mais tout ne change pas dans son monde visuel. Le monde visuel est décomposé en une *structure invariante* et une *structure de perspective* [54]. La structure de perspective change pour chaque déplacement de l'observateur contrairement à la structure invariante. Dans un déplacement continu, la structure de perspective forme un flux optique dans lequel les informations visuelles « partent de l'avant », « font le tour » de l'observateur et « repartent » derrière lui. Le sens de ce flux optique varie selon le sens dans lequel se déplace l'observateur. Mais la manière dont agit le flux optique peut faire penser à un flux d'air passant près d'une sphère. Pour certains chercheurs, une représentation sphérique explique le mieux notre façon de percevoir le monde. Ainsi, Lehar et Heelan indiquent que le ciel apparaît comme un dôme et le sol comme un bol [56, 72]. Dans le cadre de la perception en mouvement, Gibson parle de *perspective de mouvement* qui correspond à l'ensemble des variations qui apparaissent autour de nous lorsque nous nous déplaçons [54].

Notre vision peut être qualifiée de dynamique, dans le sens où nous sommes capables d'observer le monde même lorsque celui-ci évolue autour de nous. Plus intéressant encore, nous sommes capables de distinguer les mouvements, dus à notre propre déplacement, des mouvements des éléments de notre environnement qui en sont indépendants [54, 4]. Étant rarement immobiles en ville, nous parcourons les rues et récoltons des séries d'images de différents espaces urbains. Ces images sont liées entre elles par les points du parcours que nous avons suivis. De ces séries, nous retenons non seulement des formes, des couleurs, des textures des espaces traversés, mais aussi les effets, les changements, les variations dus à notre propre mouvement. Ces effets visuels peuvent être l'apparition d'une grande place, la découverte d'un monument ou encore le passage dans une rue étroite servant de transition entre deux espaces plus vastes. Les milieux urbains nous fournissent des images qui nous repoussent, qui parfois nous laissent indifférentes ou qui nous attirent. Toutefois, influençant notre appréciation, les variations induites par notre mouvement dans notre monde visuel ne doivent pas être ignorées dans l'analyse des espaces ouverts urbains.

---

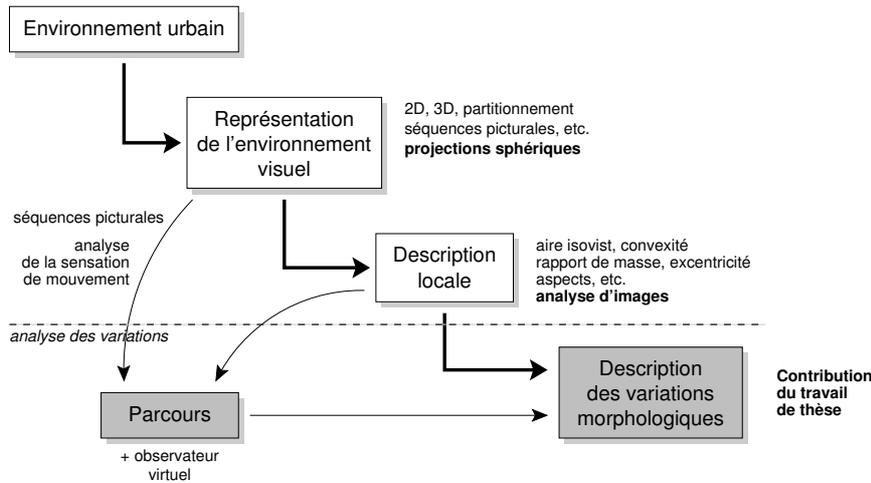
un champ visuel momentané. Voir plus que cela prend du temps et nécessite une succession d'images. Le produit de ces impressions successives, cependant, est tel que, paradoxalement, toute conscience de cette succession a été perdue. Incontestablement, le monde visuel panoramique dépend d'une série temporelle d'excitations et tout aussi incontestablement la succession d'excitations n'est pas représentée dans l'expérience finale.

### 1.3 *Élaboration d'une nouvelle méthode d'analyse des espaces ouverts urbains*

Pour réaliser une analyse des espaces ouverts urbains, les méthodes usuelles utilisent plusieurs niveaux de représentation de l'environnement urbain (figure 1.3). Celles-ci se basent par exemple sur un espace réel ou alors elles utilisent un modèle 3D de l'environnement urbain. À partir de ces modèles, toutes ces méthodes utilisent une représentation de l'environnement visuel de l'observateur, comme nous le verrons dans les chapitres 2 et 3. Il peut s'agir de dessins ou de photographies comme les séquences picturales de Cullen, Lynch *et al.* et Bosselmann [4, 15, 30] ou les analyses séquentielles de Panerai *et al.* [89] (cf. chapitre 2). Il peut s'agir d'une modélisation 2D de l'environnement urbain comme c'est le cas pour les isovists [9] (cf. chapitre 3), les graphes de visibilité de Turner *et al.* [129] (cf. chapitre 3), les partitionnements convexes [91] (cf. chapitre 2), les complexes de visibilités 2D [95, 101] (cf. chapitre 2). Enfin, il peut s'agir de tout autre représentation comme les projections sphériques de Teller [121] ou le modèle d'élévation digitale utilisé par Ratti et Richens [97] (cf. chapitre 3).

Ces méthodes réalisent des descriptions locales (i.e. en des positions précises de l'espace) de l'environnement urbain. Il peut s'agir de décrire le polygone de visibilité en utilisant l'aire des isovists, la convexité de l'espace avec les graphes de visibilité de Turner ou avec le rapport de masse en passant par les projections sphériques de Teller. Mais l'espace peut être décrit selon les événements visuels ou les sensations liées au mouvement qui peuvent s'y produire, comme nous le verrons avec les e-partitionnements de Peponis *et al.* [91], les graphes d'aspects de Koenderink et van Doorn [67] ou les squelettes de visibilité de Durand *et al.* [43] pour le premier et les représentations de la sensation de mouvement de Thiel ou Lynch *et al.* pour le second [4, 125]. Le processus d'analyse des espaces ouverts urbains proposés par la plupart des chercheurs est représenté dans la partie supérieure de la figure 1.3. La partie inférieure et les éléments en gras indiquent nos choix et notre contribution.

Nous avons choisi de baser notre méthode d'analyse quantitative des variations morphologique des espaces ouverts urbains le long de parcours sur les projections hémisphériques du ciel proposées par Teller [121]. C'est une *méthode orientée champ* qui offre en effet l'avantage de prendre en compte les théories de la perception visuelle selon lesquelles notre monde visuel ne se limite pas à notre champ visuel. Le fait d'utiliser des projections du ciel nous fournit des indications sur l'ouverture d'un espace en une position donnée et sur sa morphologie. Enfin, les projections sphériques sont rapides à calculer sachant que nous ne faisons pas intervenir la luminosité, les textures et les couleurs : nous nous basons simplement sur la forme du ciel. La méthode que nous proposons utilise une représentation tridimensionnelle de l'environnement urbain. Les éléments pleins de l'espace urbains sont représentés par des primitives telles que les points et les surfaces. Les projections sphériques de la forme de ciel sont calculées en



**Figure 1.3** – Vers une analyse des variations morphologiques dans les espaces ouverts urbains le long de parcours. Le schéma représente toutes les étapes successives pour permettre une analyse des variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours. Chaque cadre représente une étape et à côté des cadres sont indiquées des méthodes permettant de réaliser l'étape. Les méthodes en gras sont celles que nous avons choisies pour réaliser notre méthode d'analyse des variations.

série le long de parcours urbains.

L'hypothèse que nous faisons ici est que l'analyse de ce qui est perçu dynamiquement peut être réalisé au moyen d'une succession de représentations statiques de la perception visuelle humaine. De tels travaux ont déjà été réalisés par le moyen d'une succession de photographies ou de peintures [15, 4]. Toutefois, au lieu d'utiliser des photographies ou des dessins, nous utilisons des projections sphériques du ciel afin de suivre l'évolution de la forme du ciel le long du parcours. En partant de cette hypothèse, nous pensons qu'il est possible de réaliser des analyses quantitatives des variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours.

## 1.4 Organisation du mémoire

Dans cette introduction, nous avons expliqué que les espaces ouverts urbains sont principalement appréhendés par la vue alors que l'observateur se déplace et que les méthodes d'analyse des espaces ouverts urbains devaient considérer ce fait. Ainsi, nous nous proposons de réaliser une nouvelle méthode d'analyse de la perception visuelle des espaces ouverts urbains le long de parcours. Ici, nous avons commencé par définir les espaces ouverts urbains pour poser les limites de notre champ d'étude et montrer l'intérêt de les étudier. Ensuite, nous nous sommes intéressés à deux approches du système visuel humain pour caractériser la perception visuelle dynamique : une approche

biologique qui nous a permis d'appréhender les capacités de notre système visuel et une approche psychologique qui nous a permis de poser les hypothèses de base sur le comportement du système visuel en mouvement. Enfin, nous avons commencé à élaborer les prémisses de notre nouvelle méthode d'analyse de la perception visuelle des espaces ouverts urbains le long de parcours.

Afin de situer notre travail, nous proposons un état de l'art sur deux chapitres de différentes méthodes existantes d'analyse d'espaces. Le chapitre 2 décrit un ensemble de méthodes d'analyse des espaces architecturaux et urbains considérant directement soit un observateur en mouvement soit les changements qui peuvent apparaître dans son champ visuel. Nous verrons ce que ces méthodes apportent et nous discuterons aussi de leurs défauts dans le cadre de ce projet. Dans le chapitre 3, nous décrivons un ensemble de méthodes orientées champ qui considèrent l'espace comme un champ continu d'attributs. Ces méthodes utilisent différentes représentations de l'espace. Parmi elles, nous décrivons la méthode de Teller utilisant des projections sphériques et que nous utilisons dans notre projet.

Les projections sphériques fournissent une représentation de l'environnement visuel de l'observateur. Chaque image de ces projections donne des informations sur la morphologie locale de l'espace urbain au travers de la forme du ciel. Pour exploiter la forme du ciel, nous nous sommes intéressés aux outils d'analyse de formes. Au chapitre 4, nous décrivons ce que sont les outils d'analyse de formes et nous nous attarderons en particulier sur un outil appelé squelettisation. Celui-ci amincit une forme jusqu'à obtenir un ensemble de lignes centrées, appelé squelette. Dans le chapitre 4, nous verrons les différentes propriétés des squelettes. Comme il existe actuellement plusieurs méthodes de squelettisation, nous verrons dans le chapitre 5 trois d'entre elles et nous expliquerons le choix que nous avons fait entre ces trois méthodes.

Dans le chapitre 6, nous aborderons les méthodes de mesure des espaces ouverts urbains le long de parcours, basées sur la squelettisation de formes de ciel obtenues par projections sphériques. Nous commencerons par les méthodes permettant d'analyser l'espace en une position donnée, puis nous décrivons celles permettant d'analyser l'espace le long de parcours. Ces dernières sont basées sur les distances de similarité. Nous verrons à cette occasion une nouvelle distance de similarité que nous avons développée pour mieux distinguer les configurations urbaines. Dans le chapitre 7, nous décrivons les tests que nous avons effectués sur les mesures. Nous commencerons par détailler rapidement l'implémentation et nous énumérerons nos résultats en commençant par des exemples simples et en terminant par deux cas réels : la rue Xavier-Neujean à Liège en Belgique et un parcours au centre de Nantes en France.

Pour terminer, nous concluons ce mémoire en rappelant les principaux résultats que nous avons obtenus et nous détaillerons les voies possibles qui permettront par la suite d'améliorer la méthode que nous avons développée.

PREMIÈRE PARTIE

**Méthodes d'analyse  
de la perception visuelle  
des environnements urbains  
(État de l'art)**



# Analyse des événements visuels dans les espaces architecturaux et urbains

*Vision is the art of seeing what is invisible to others.*  
Jonathan Swift

**I**L semble que la meilleure manière d’apprécier un espace urbain, c’est tout simplement de s’y promener. De cette façon, nous pouvons non seulement apprécier les éléments qui le compose, mais aussi sa structure, les concepts qui ont été utilisés pour l’organiser. Et ainsi, l’observateur peut deviner ou même comprendre la culture locale, les événements historiques qui s’y sont produits, la force du pouvoir local à certaines époques. Ces éléments se perçoivent très bien lorsque nous parcourons le boulevard Hausmann à Paris, les rues de Maastricht aux Pays Bas ou celle de Cottbus en ex-Allemagne de l’Est, pour prendre des exemples européens. Mais ces éléments ne peuvent être perçus parfaitement avec des photographies. ainsi, il semble qu’observer la ville en mouvement permet de mieux la comprendre.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à un ensemble de méthodes qui ont été développée pour analyser les espaces urbains en considérant des observateurs poursuivant un parcours. Nous commencerons par des méthodes d’analyse se basant sur une succession de photographies ou de dessins obtenus le long de parcours. Nous continuerons avec une méthode qui consiste à retrouver des schémas, des motifs dans la perception des espaces urbains en mouvement. Puis, nous verrons deux méthodes qui

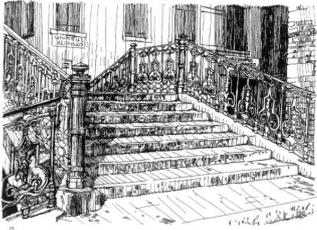
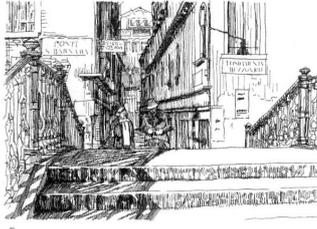
permettent de décrire les espaces urbains en utilisant des notations. Mais, l'espace urbain en mouvement se compose essentiellement de changements qui apparaissent à nos yeux. Certains chercheurs se sont intéressés à ces changements et les ont exploités pour proposer des partitionnements d'espaces. À ce propos, nous verrons quelques méthodes provenant de la recherche en architecture et d'autres provenant de l'infographie.

## 2.1 Séquence picturale

À la manière d'une caméra, notre système visuel nous fournit des images de la ville en mouvement autour de nous. Pour capturer le mouvement, la caméra le décompose en succession d'images fixes, formant ainsi une *séquence picturale*. Si nous considérons un événement visuel comme tous les changements intervenant dans la morphologie de l'espace, les formes, les couleurs et les textures, la séquence picturale est une représentation implicite des événements visuels. En effet, elle n'indique pas directement à quel endroit se situe les événements visuels ni quelle est leur nature : c'est au spectateur de les deviner.

En urbanisme, plusieurs chercheurs se sont intéressés aux séquences picturales. Au début des années soixantes, Cullen a réalisé quelques études de cas en analysant succinctement des espaces urbains le long d'un chemin au travers de dessins ou de photographies [30]. Il a mis en avant le fait que les scènes urbaines se révèlent par une série de saccades ou par révélations, même si l'observateur traverse les espaces urbains à une vitesse uniforme. Cullen a appelé cela la *vision en série*. En travaillant sur la perception visuelle des routes, Lynch *et al.* s'est intéressé aux séries de photographies prises à bord d'une voiture le long d'un parcours sur une portion de route à la place du conducteur [4]. Plus tard, dans les années 70, une équipe de chercheurs à Berkeley accompagnés de réalisateurs de films a tenté de reproduire l'expérience en utilisant une caméra évoluant dans un modèle réduit d'espace urbain [15]. Cependant, comme le champ de vision de la caméra était trop étroit, la vitesse de déplacement semblait supérieure à la vitesse réelle et, privé de vision périphérique, le spectateur se sentait mal à l'aise lorsque la caméra abordait un virage. Des expériences similaires ont été tentées plus récemment avec des environnements virtuels, mais ce type malaise apparaissait à chaque fois [77].

Bosselmann s'est aussi intéressé à la représentation par série d'images [15]. Cette fois, les images sont des dessins des espaces ouverts urbains vus par un piéton. Les images sont organisées par page en partant du bas de la page et en remontant (figure 2.1). Selon Bosselmann, cette disposition permet une meilleure « immersion » du lecteur dans la scène. En regardant une séquence picturale, le lecteur rassemble les images et aura ainsi l'illusion du mouvement dans la scène :



**Figure 2.1** – Extrait de la promenade dans Venise de Bosselmann (d'après [15]).

*“Reading the pictorial sequences quickly is similar to watching a motion picture film. Like a film, the pictorial sequences transport the viewer into the scene.”<sup>1</sup> [15]*

Le défaut de cette méthode, remarqué par Bosselmann, est que la direction du regard dans les images doit suivre le sens de déplacement de l’observateur. Une image ne peut représenter de scènes ni sur la gauche ni sur la droite ni dans la moindre direction autre que celle de l’avant [15]. Pour résoudre ce problème, l’équipe de Dupagne s’est intéressée aux séquences picturales en utilisant des projections hémisphériques faisant face à l’observateur [39]. Toutefois, comme cela a été le cas pour Lynch *et al.* [4], les images obtenues ne suffisent pas à décrire ce qui se passe dans la scène. Les séquences picturales doivent souvent être accompagnées d’un texte donnant des indications supplémentaires et parfois plus pertinentes.

## 2.2 Analyse séquentielle des espaces ouverts urbains

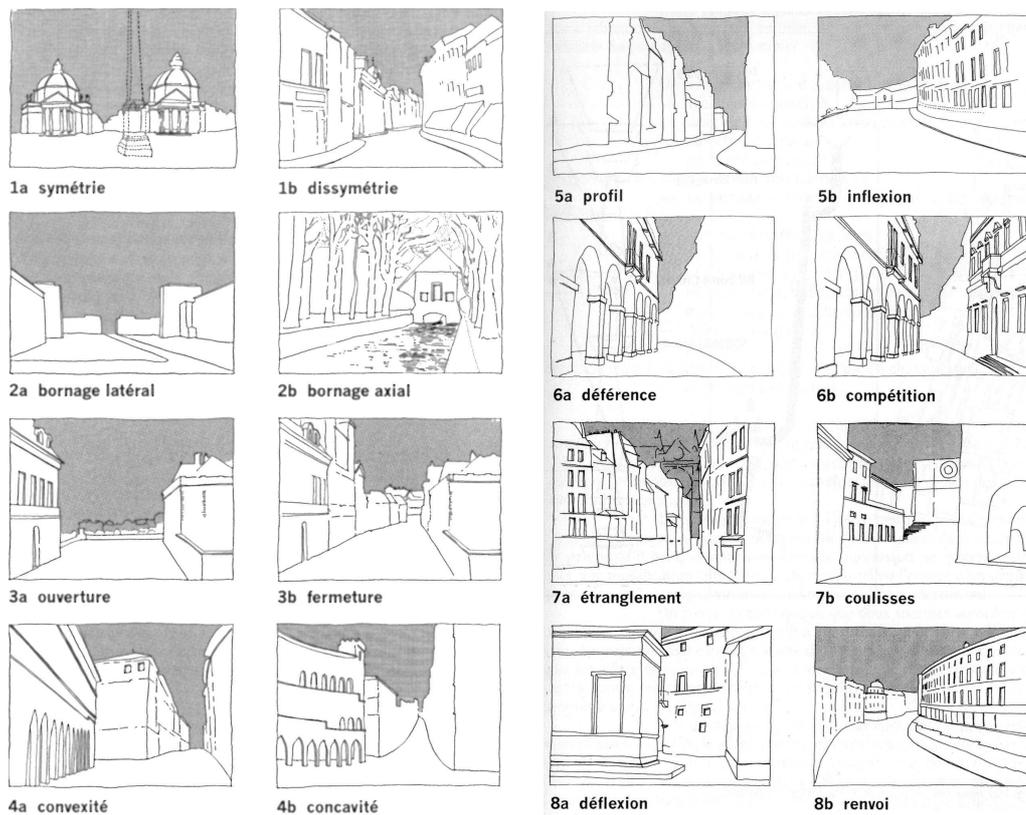
Panerai s’est aussi intéressé à l’étude des séquences picturales pour l’analyse des espaces ouverts urbains [89]. En s’inspirant de l’ouvrage de de Wolfe [33], Panerai adapte la notion de plan séquence, inspirée du cinéma, qui pour lui correspond à des dispositions schématiques codifiées du paysage. Chaque plan peut exprimer une configuration urbaine de symétrie ou de dissymétrie, d’ouverture, d’ondulation, de compétition, d’étranglement, de dérobee, de diaphragme, etc. Un extrait de ces plans apparaît dans la figure 2.2.

Une suite particulière de plans forme un enchaînement. Dans le cas d’une scène pittoresque, l’enchaînement est marqué par des plans différents avec des ruptures assez fortes sur de courtes distances. Dans le cas d’un effet monumental, les plans seront beaucoup plus similaires avec des successions assez lentes. Les enchaînements et les plans peuvent ensuite être regroupés en unités plus importantes afin de permettre l’analyse de séquences entières. Ceci permet de définir des séquences d’approche ou des séquences d’accès, si les plans sont liés à un même objet, et des coupures selon la parenté entre les plans.

La méthode de Panerai permet d’introduire un véritable langage basé sur la notion de plan et de séquence que nous pouvons faire correspondre à ce qui est perçu de l’environnement urbain et à la pratique que nous en avons. Toutefois, Dupagne *et al.* émettent une critique sur cette méthode en affirmant qu’il ne s’agit pas vraiment d’un outil d’aide à la décision, mais plutôt « d’un outil qui va servir de base à la réflexion, voire à la présentation des intentions d’un projet » [39].

---

<sup>1</sup> « Lire des séquences picturales rapidement équivaut à regarder un film. Comme un film, les séquences picturales transportent le lecteur dans la scène. »



**Figure 2.2** – Éléments picturaux formant les plans de l'analyse séquentielle de Panerai (d'après [89]).

### 2.3 Notation pour les événements visuels

En se basant sur les notations utilisées en musique et en chorégraphie, Thiel s'est intéressé au développement d'un système de signes graphiques « comme moyen technique utilisé pour analyser et créer des environnements physiques, s'appuyant sur une expérience séquentielle en temps réel » [126]. Thiel se base sur des projections hémisphériques en « bouclier » face à l'observateur. Les éléments de l'espace sont classés entre ceux qui déterminent l'espace, appelés SEE (*Space Establishment Elements*), et ceux qui ne le déterminent pas. Un élément est un SEE si sa disparition influence la perception de l'espace. Les SEE peuvent être décrits par leur nombre, leurs dimensions, leur position par rapport à l'observateur, leur forme, leur direction déterminée par leur plus grande dimension, leur couleur et leur texture. La position des SEE est notée par des schémas appelés SEEPI (*Space Establishment Elements Position Indicator*).

Les différents SEEPI sont regroupés le long d'une droite représentant les différents instants d'un parcours. Parallèlement, d'autres droites peuvent se superposer pour indiquer les différentes indications ou actions liées au déplacement (marche, arrêt, montée, temps, etc.), à l'orientation (rotation, repère, croisement, quartier, etc.) ou à la lumière (position, type, tonalité, etc.). Les différentes composantes de la perception visuelle en mouvement dans les espaces urbains sont représentées au travers de différents canaux.

Plus tard, suite à des premiers travaux [74], Lynch *et al.* ont repris la notation de Thiel afin de disposer d'une notation permettant d'analyser et d'améliorer la perception visuelle des routes pour les conducteurs [4]. Lynch *et al.* ont alors réalisé un classement de différents types de mouvements et d'indices d'orientation. Selon eux, la sensation de mouvement inclut :

- les sensations de notre propre mouvement (changement de vitesse, de direction, d'altitude, etc.),
- du mouvement apparent des éléments extérieurs (déformations diverses, rotations, translations, etc.)
- un ensemble de caractéristiques spatiales, comme la position des éléments extérieurs, la qualité de la lumière ou les relations qui lient les environnements dans une séquence, fournissant des indices supplémentaires sur la sensation de mouvement.

Concernant l'orientation, Lynch *et al.* considèrent trois aspects :

- la séquence des éléments associée au parcours caractérisant la force de l'image, la continuité et les points où le conducteur doit prendre des décisions,
- les buts principaux le long du parcours, leur visibilité, leurs chevauchements, leurs successions, etc.
- la position, les relations et la force des éléments de l'image mentale de l'environnement incluant les instants où il y a une perte de contact.

Les notations mises au point par Thiel et l'équipe de Lynch permettent de décrire

plus ou moins simplement ce qui est perçu par un observateur le long d'un parcours dans un espace ouvert urbain. Ces notations étendent véritablement notre langage en permettant aux concepteurs urbains d'exprimer ce qui ne peut être dit ou écrit. Ces notations sont comparables à des partitions de musique faisant intervenir plusieurs instruments, au point qu'il est possible de se rendre compte de « l'harmonie » et du « rythme » d'un parcours et de l'améliorer en modifiant certaines « notes ». Cependant, les outils développés par Thiel et l'équipe de Lynch nécessitent un apprentissage qui rend leur accès difficile. De plus, comme pour les séquences picturales, les notations doivent être accompagnées d'un texte pour orienter le lecteur, pour situer la scène, pour ajouter des détails qui ne pouvaient apparaître, car les interprétations peuvent être nombreuses.

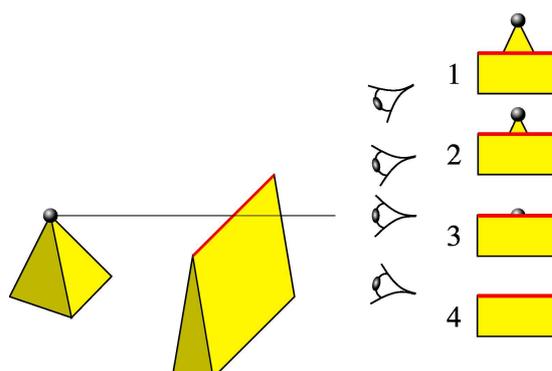
## 2.4 Événements visuels et partitionnement de l'espace

Le mouvement d'un observateur dans un espace architectural ou urbain génère des changements dans son monde visuel. Selon Peponis *et al.*, le champ visuel est exposé à deux sortes de changements [91]. La première sorte de changement peut être appelée *changement continu* et correspond au changement de perspective dans notre perception visuelle des surfaces ou d'une partie de ces surfaces. Dans ce cas, la topologie, aussi appelée *aspect*, du monde visuel reste inchangée. La deuxième sorte de changement peut être appelée *changement discret*, ou transition, et est associée avec l'apparition ou la disparition d'éléments de l'espace facilement identifiables et finis, que Peponis *et al.* appellent *discontinuités*. Ces discontinuités incluent les extrémités de murs et les coins formés par l'intersection de deux murs. La transition est marquée par un changement dans l'ensemble des discontinuités visibles, dans la topologie de l'image visible : ceci est appelé *événement visuel* [41].

Sur la figure 2.3, nous voyons une pyramide cachée derrière un mur. L'œil d'un observateur se déplace du dessus vers le dessous du mur. Entre les points de vue 1 et 2, il n'y a pas de changement topologique de la scène : il s'agit d'un changement continu. Par contre, entre les positions 2 et 4, la pyramide a disparu : il s'agit d'un changement discret. Ce changement est caractérisé par un événement visuel qui s'est produit lorsque l'œil de l'observateur était en position 3. Pour cet événement, le sommet supérieur de la pyramide et l'arête supérieure du coin sont les *générateurs* de l'événement visuel qui s'est produit [41].

### 2.4.1 Méthodes de partitionnement convexe

Peponis *et al.* ont proposés à la fin des années quatre-vingt-dix une méthode pour partager l'espace en fonction des événements visuels [91]. Pour définir leur méthode, Peponis *et al.* décrivent l'espace selon une configuration de zones convexes. La défini-



**Figure 2.3** – Événement visuel. Les vues des quatre points de vue sont représentées à droite. Lorsque l’œil se déplace vers le bas, le sommet de la pyramide disparaît. Au point de vue numéro 3, se produit un événement visuel.

tion d’un espace convexe est donnée ci-dessous :

**Définition 2.1 (Espace architectural convexe)** *Un espace  $E$  est dit convexe lorsque toute paire  $p$  et  $q$  de points de  $E$  peut être joint par un segment de droite entièrement contenu dans  $E$  sans traverser de murs.*

**Définition 2.2 (Espaces architecturaux adjacents)** *Deux espaces convexes  $E$  et  $F$  sont adjacents si et seulement si ils partagent au moins un côté et si une partie de ce côté partagé n’est pas entièrement recouvert par un mur.*

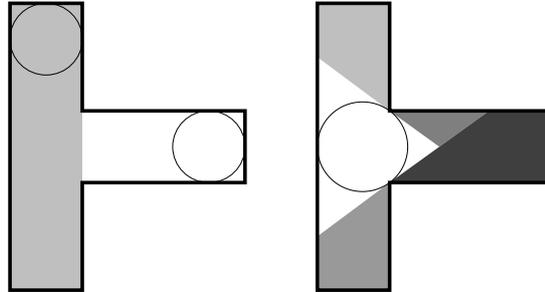
Ainsi, une transition est le résultat d’un mouvement entre deux espaces convexes adjacents.

Selon Hillier et Hanson, les espaces convexes correspondent à notre perception des unités spatiales en deux dimensions qui sont complètement disponibles à notre expérience [58]. Toutefois, la difficulté qui reste à traiter est de savoir de quelle manière nous devons partitionner l’espace pour obtenir un ensemble d’espaces convexes.

#### 2.4.1.1 Méthode des disques

Hillier et Hanson ont suggéré que la représentation doit correspondre au plus petit ensemble des espaces convexes les plus volumineux couvrant le plan [58]. Selon cette approche, si les distinctions visuelles entre les espaces convexes sont difficiles, le plan peut être divisé en recherchant le ou les plus grands disques maximaux. En utilisant des tangentes à ces disques, nous traçons les espaces convexes. Cependant, cette méthode ne fournit pas de solution unique, comme le montre la figure 2.4. Dans cette figure, nous cherchons à diviser un environnement en forme de T en espaces convexes. Si nous cherchons le plus petit ensemble des espaces convexes, nous obtenons la configuration

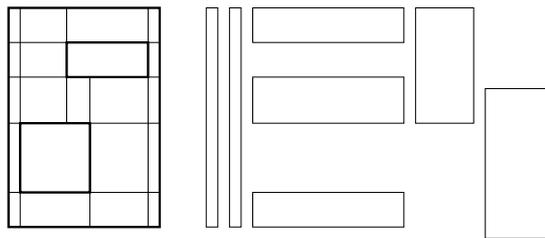
à gauche. Par contre, si nous recherchons le plus grand disque maximal, nous obtenons la configuration de droite. Enfin, la méthode des disques n'est pas liée aux événements visuels.



**Figure 2.4** – Deux partitionnements convexes d'un même espace à partir de la méthode des disques.

#### 2.4.1.2 Découpage convexe basé sur la structure de l'environnement

Au lieu de se baser sur une forme géométrique comme le disque pour construire les espaces convexes, Hillier propose une méthode utilisant directement la structure de l'espace [57]. Pour cela, il part du principe que les contours des espaces convexes doivent être colinéaires aux droites obtenues en étendant les murs. Les espaces convexes sont eux-mêmes étendus jusqu'à ce qu'ils atteignent un autre mur. La figure 2.5 montre le partitionnement d'un environnement par cette méthode et la décomposition en espaces convexes. Sur cette figure, nous remarquons que les espaces convexes se chevauchent et partagent des sous espaces communs. Il ne s'agit plus d'un partitionnement.

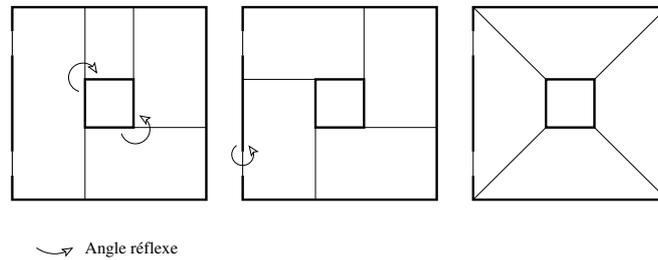


**Figure 2.5** – Découpage convexe d'un espace à partir de la méthode des espaces recouvrants.

#### 2.4.1.3 Partitionnement convexe minimal

Le principe de cette méthode est de découper l'environnement en un nombre minimum d'espaces convexes [91]. De cette façon, les espaces convexes occupent en moyenne une surface maximale.

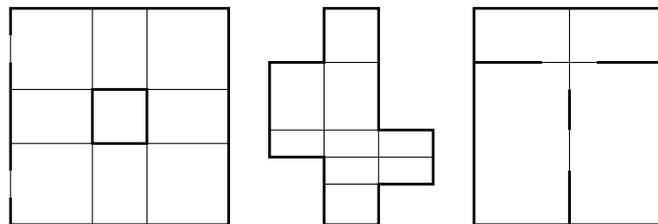
La méthode proposée par Peponis *et al.* consiste tout d'abord à dessiner les droites qui peuvent connecter les angles réflexes deux à deux (un angle réflexe étant un angle de plus de  $180^\circ$  ; quelques angles de ce type apparaissent dans la figure 2.6). Si certaines lignes se croisent ou partagent une terminaison commune, on procède à des éliminations, le but étant de garder un maximum de lignes qui ne se croisent pas ou qui ne partagent pas de terminaisons. Pour tous les murs restants représentant un angle réflexe, étendre l'un de leur côté jusqu'à rencontrer un mur ou une ligne précédemment dessinée. Enfin, il faut vérifier que les espaces convexes adjacents ne partageant pas de murs peuvent fusionner pour former un seul espace [91]. Cependant, le partitionnement minimal d'un environnement n'est pas forcément unique (figure 2.6).



**Figure 2.6** – Différents partitionnements convexes minimaux d'un même espace. La figure montre en plus quelques angles réflexes.

#### 2.4.1.4 S-partitionnement

Peponis *et al.* proposent une autre méthode qui consiste à étendre les angles réflexes et porte le nom de *s-partitionnement* [91]. Le principe d'extension des angles réflexes apparaît à gauche de la figure 2.8. La figure 2.7 montre quelques résultats du *s-partitionnement*. Avec cette méthode, les espaces convexes ne se chevauchent pas et la solution est unique pour chaque environnement.



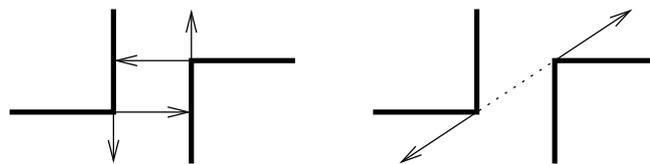
**Figure 2.7** – S-partitionnement de différents environnements.

Il est intéressant de constater que cette méthode permet de prendre en compte certains événements visuels. Chaque fois qu'un observateur passe d'un espace convexe à un autre, une nouvelle surface apparaît dans son champ de vision ou en sort. Ainsi, la transition d'un espace convexe à un autre est marquée par le changement au sein des

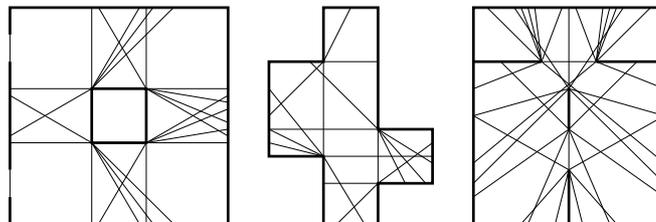
informations visuelles de l'environnement. Cependant, la réciproque n'est pas forcément vraie : des surfaces ou des parties de surfaces peuvent apparaître ou disparaître sans que l'observateur ait traversé une transition. De ce fait, les points d'un même espace convexe ne sont pas tous liés au même ensemble de discontinuités de la forme construite.

#### 2.4.1.5 E-partitionnement

En partant de la méthode du s-partitionnement, Peponis *et al.* proposent de considérer les diagonales [91]. Une diagonale est un segment qui rejoint deux discontinuités (de type coin ou angle réflexe) sans traverser de murs (un exemple de diagonale apparaît à droite de la figure 2.8 en pointillé). Si les diagonales peuvent être étendues à l'intérieur de l'environnement, à la manière de la figure 2.8, on rajoute alors les extensions de la diagonale au s-partitionnement. La nouvelle configuration est appelée *e-partitionnement*. La figure 2.9 montre quelques exemples de e-partitionnements.



**Figure 2.8** – Principe d'extension des discontinuités pour le partitionnement convexe. À gauche, nous voyons l'extension des angles réflexes et à droite nous voyons l'extension des diagonales.



**Figure 2.9** – E-partitionnement de différents environnements.

L'avantage de ce partitionnement est que non seulement la transition d'un espace convexe à un autre est marqué, comme pour le s-partitionnement, par un événement visuel, mais aussi tous les événements visuels tels qu'ils ont été définis plus haut sont représentés par une transition entre des partitions. Peponis *et al.* utilisent ce partitionnement dans les espaces architecturaux et proposent une série d'indicateurs. Parmi ces indicateurs, signalons à titre d'exemple le nombre de discontinuités visibles à partir de chaque partition. Cet indicateur permet d'estimer la « centralité » d'un partitionnement dans un environnement : plus la valeur de l'indicateur est élevée plus il est possible de voir de discontinuités à partir de la partition mesurée.

Nous pouvons voir avec cette méthode une certaine complexité dans la partition de l'espace. La méthode semble suffisante pour des espaces architecturaux, mais mal adaptée pour des espaces urbains, pour lesquels le partitionnement risque de devenir inintelligible. De plus, d'après Teller, la qualité de ces analyses dépend étroitement de la rigueur avec laquelle la modélisation a été réalisée [120]. Celui-ci ajoute que tout manque d'homogénéité dans le niveau de détail de l'ensemble du modèle est susceptible d'induire des aberrations assez importantes. Ainsi, le fait d'ajouter un meuble de façon détaillée dans les mesures d'un espace risque d'augmenter artificiellement la valeur de l'indice de centralité.

## 2.4.2 *Partitionnement de l'environnement dans le domaine de l'informatique*

Le e-partitionnement n'est pas sans rappeler les notions de graphe d'aspects de Koenderink et van Doorn [67, 68], de squelette de visibilité de Durand *et al.* [43] ou le complexe de visibilité de Pocchiola et Vegter et de Durand *et al.* [42, 95]. De la même manière, dans chacune de ces méthodes, on cherche à savoir à quels moments se produit un événement visuel et en quelles positions de l'environnement l'aspect visuel de la scène semble inchangée. Toutefois, les applications de ces méthodes s'étendent au delà du domaine de l'urbanisme. Elles servent en infographie pour le calcul des faces cachées ou pour la génération des ombres, en analyse d'images pour la reconnaissance d'un modèle ou en robotique pour la planification de parcours [41].

### 2.4.2.1 **Graphe d'aspect**

L'observateur évolue dans un environnement donné, dans lequel il ne peut atteindre que des positions qui ne sont pas occupées par un objet. L'ensemble des positions auxquelles l'œil de l'observateur peut prendre place est nommé *l'espace des points de vue*. Les paramètres de l'espace des points de vue varient selon le type de projection considérée. S'il s'agit d'une projection orthographique, l'espace des points de vue est une sphère infinie et un point de vue est représenté par une direction d'observation caractérisée par un angle horizontal (la longitude) et un angle vertical (l'azimut). Dans ce modèle toutes les lignes de vues sont parallèles. S'il s'agit d'une projection perspective, l'espace des points de vue est un sous-ensemble des points de l'environnement  $\mathbb{R}^3$ . Toutes les lignes de vue ont pour origine le point de vue. Le graphe d'aspect consiste à un partitionnement de l'espace des points de vue sous la forme d'un graphe selon les événements visuels. Dans ce graphe, chaque nœud représente un aspect de la scène et chaque arête représente un événement visuel. Le graphe d'aspect est le dual du partitionnement de l'espace des points de vue. La figure 2.10 montre un graphe d'aspect pour un cube en projection orthographique.

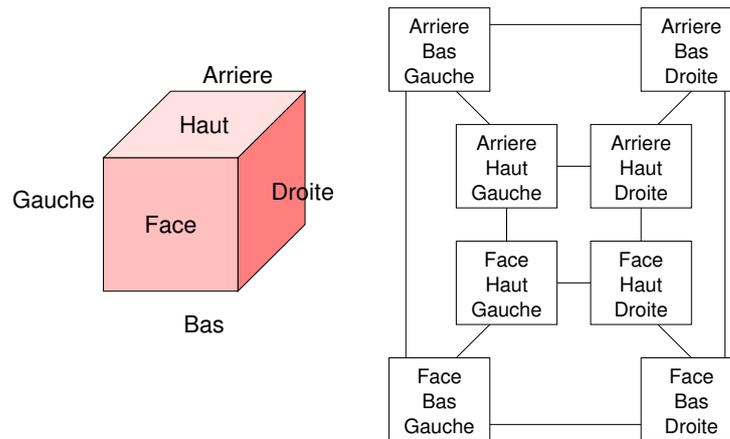


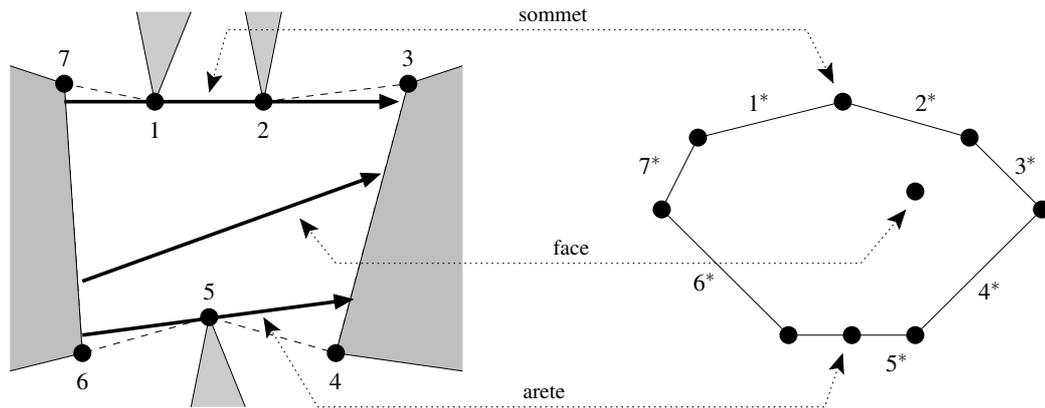
Figure 2.10 – Graphe d’aspect d’un cube en projection orthographique.

### 2.4.2.2 Complexe de visibilité

En 2D, le *graphe de visibilité*<sup>2</sup> est un graphe dont les nœuds correspondent aux sommets des polygones de la scène. Deux nœuds sont liés par une arête si le segment délimité par les sommets, représentés par ces deux nœuds, ne traverse aucun polygone de la scène. Il est possible de construire des graphes de visibilité pour des objets incurvés en utilisant des segments bitangents. L’une des méthodes pour construire un graphe de visibilité est d’utiliser le *complexe de visibilité* 2D [95, 101]. Il s’agit en fait de se baser sur un espace dual dans lequel les dimensions des objets sont inversées : les points sont transformés en droites et les droites sont transformées en points. La transformation est notée  $*$ . Ainsi, il est simple de savoir si une droite traverse un objet : dans ce cas, son dual (i.e. un point) se trouve à l’intérieur du dual de l’objet qui est un autre objet (figure 2.11). À partir de l’espace dual, Pocchiola et Vegter proposent d’étudier les *segments libres maximaux*, aussi appelés *rayons* [95]. Ce sont des segments qui n’ont pas d’intersection avec l’intérieur des objets de la scène. Un rayon ayant deux degrés de liberté forme une face du complexe (dimension 2). Les faces sont délimitées par des arêtes, qui sont des rayons tangents avec un degré de liberté (dimension 1), et par des sommets, qui sont des rayons bitangents dont la direction est fixée (dimension 0). Dans sa thèse, Rivière montre comment utiliser le complexe de visibilité pour obtenir le polygone de visibilité 2D à partir d’un point et pour calculer la vue autour d’un point en mouvement [101].

Une structure similaire pour la 3D, appelée *asp*, a été présentée par Plantinga et Dyer dans le domaine de la vision par ordinateur [93]. L’*asp* permet de calculer le graphe d’aspect d’une scène. De leur côté, Durand *et al.* ont proposé d’utiliser le complexe de visibilité pour des scènes 3D composées d’objets lisses et polygonaux [42].

<sup>2</sup>Ce type de graphe de visibilité n’a pas vraiment de rapport avec les graphes de visibilité de Turner *et al.* [129].



**Figure 2.11** – Éléments du complexe de visibilité et leur correspondance dans l'espace dual.

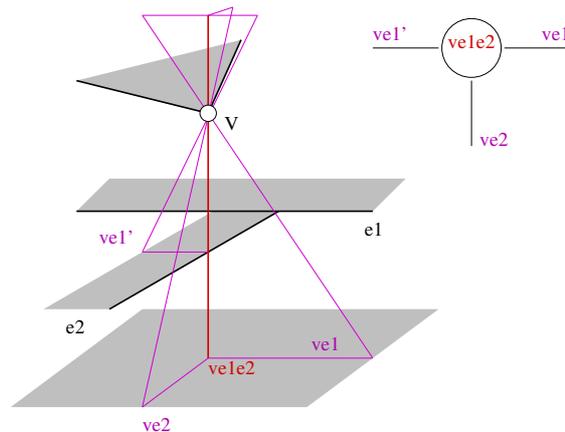
L'ensemble des segments est un sur-ensemble de dimension 4 (voire 5 pour certains éléments du complexe). Les faces du complexe sont délimitées par des rayons tangents (dimension 3), des rayons bitangents (dimension 2), des rayons tritangents (dimension 1) et des sommets quadritangents.

Le complexe de visibilité n'est pas vraiment une méthode de partitionnement de l'environnement. Toutefois, elle peut être dérivée afin d'obtenir un partitionnement, soit sous forme de graphe de visibilité soit sous forme de graphe d'aspect.

### 2.4.2.3 Squelette de visibilité

Le squelette de visibilité a été défini par Durand *et al.* et peut être vu comme une simplification du complexe de visibilité 3D ou comme un graphe défini par les événements visuels [38, 41, 43]. Les changements de visibilité ont souvent été caractérisés dans le domaine de l'informatique par des éléments comme les *ensembles de droites critiques*, ou *surfaces critiques*, et les *droites poignardantes extrêmes*. Les droites poignardantes extrêmes sont des droites passant par quatre arêtes : il peut s'agir de deux sommets de polygones, d'un sommet et deux arêtes ou de quatre arêtes. Une surface critique est la surface décrite par une droite poignardante extrême lorsque l'une des contraintes liées à l'une des quatre arêtes est relâchée. En recherchant toutes les surfaces critiques adjacentes à une droite poignardante extrême, nous constituons un graphe dont les nœuds représentent une droite poignardante extrême et dont les arêtes sont les surfaces critiques (figure 2.12).

Le squelette de visibilité est une structure d'information simple sur la visibilité qui permet un partitionnement de l'environnement en fonction des événements visuels. La première version de cette méthode a initialement été présentée par Durand [40, 43]. Elle a été étendue par Duguet car la version initiale souffrait d'un manque de robustesse [38].



**Figure 2.12** – Graphe de visibilité

### 2.4.3 Conclusion

Nous avons décrit différentes manières de diviser un environnement architectural ou urbain 2D ou 3D en un ensemble d'espaces. Il est intéressant de constater que certaines de ces méthodes sont déterminées par les événements visuels. Dans ce cas, il est possible de déterminer à quel moment un observateur rencontrera une transition dans l'environnement. Cependant, les méthodes de partitionnement possèdent différents inconvénients par rapport à l'analyse des espaces ouverts urbains le long de parcours. Un premier inconvénient est qu'elles sont difficilement applicables aux environnements urbains car ce type de méthode nécessite des quantités importantes de mémoire pour contenir le partitionnement d'un environnement aussi vaste et utilise un temps de calcul trop long (quadratique ou plus en dimension 3). Deuxièmement, le partitionnement des espaces ouverts urbains n'est pas vraiment concevable étant donné que ces espaces ont des limites floues, ambiguës, voire inexistantes [121]. Les méthodes de partitionnement proposent en effet des limites trop brutales. De plus, nous pensons que la perception des changements continus ont leur importance dans la perception visuelle des espaces ouverts urbains. Ceux-ci indiquent au moins à l'observateur qu'il avance dans l'espace et qu'il ne reste pas sur place. Avec les méthodes de partitionnement, les espaces ouverts urbains ne sont plus considérés comme des flux continus d'attributs mais selon une trame discrète. Enfin, les méthodes de partitionnement ont la possibilité de décrire le lieu et les générateurs d'un événement visuel, mais elles ne leur associent aucun poids. Nous pouvons très bien imaginer donner à chaque type d'événements visuels une valeur indiquant son importance, car certains événements visuels attirent notre regard, d'autres nous éloignent et d'autres encore nous laissent indifférents. Par exemple, un événement visuel produit par l'apparition d'une grande avenue sera plus important à nos yeux que celui produit par une petite rue ou, dans un cas extrême, par un simple lampadaire. Il est difficile de réaliser ce type de déduction à partir des méthodes de partitionnement.



# Méthodes de caractérisation des espaces ouverts urbains orientées champ

Tout est logique. Comprendre, c'est justifier.  
Eugène Ionesco, Rhinocéros

**S**ELON Cullen, c'est par la vision que l'espace urbain est d'abord appréhendé [30]. En effet, les espaces urbains proposent une grande diversité de formes qui est essentiellement due à la culture locale, au contexte politique et économique, à la géographie ou à l'histoire. D'une rue à l'autre, d'un quartier à l'autre, d'une ville à l'autre, l'aspect visuel de chaque composant des espaces urbains est unique. Afin de mieux comprendre la structure des villes et de mieux expliquer la perception que nous en avons, plusieurs chercheurs ont proposé des mesures de l'espace urbain.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à une catégorie de méthodes dites orientées champ. Nous commencerons par définir ce type de méthode et par en donner les motivations. Puis nous nous intéresserons à une méthode orientée champ bien connue appelée isovist et à une méthode qui en a été dérivée récemment, connue sous le nom de graphe de visibilité. Nous découvrirons ensuite une autre méthode utilisant des projections sphériques de la forme du ciel pour analyser les espaces urbains. Enfin, avant de conclure, nous terminerons par deux autres méthodes, l'une basée sur des outils d'analyse d'images et l'autre sur le potentiel de visibilité des points de l'espace.

### 3.1 Motivation des approches orientées champ

Les espaces ouverts urbains peuvent être vus comme des ensembles de volumes géométriques. Les caractéristiques de ces volumes peuvent être déduites par des rapports euclidiens comme en proposent les théories albertiennes. Cependant, selon Teller, une telle représentation des espaces ouverts n'est pas neutre car elle tend à favoriser les configurations spatiales dominantes, dans lesquelles l'espace ouvert détermine la forme de l'espace [121]. Elle ne considère pas vraiment les configurations résiduelles, dans lesquelles les objets architecturaux sont construits indépendamment des caractéristiques des espaces ouverts. Les espaces ouverts urbains sont par nature continus. La recherche des limites de tels espaces n'est pas une investigation triviale, puisqu'elles sont plutôt virtuelles et souvent assez ambiguës à la différence des éléments pleins qui les entourent, parfaitement délimités par leur surface. Ce qui ne peut être représenté par des volumes. Ainsi, les outils traditionnels de quantification des espaces urbains, comme ceux basés sur le rapport Hauteur/Largeur ou le coefficient d'occupation des sols, ne traitent que des éléments construits et ignorent la nature spécifique des espaces ouverts.

Pour tenter de caractériser les espaces ouverts urbains, il semble plus naturel de les considérer selon le point de vue de la conception *plenum* de l'espace [120]. D'après Couclelis, il est possible de considérer deux ontologies spatiales [26] : la conception atomiste de l'espace et la conception plenum. Dans la conception atomiste, l'espace est assimilé à un simple référentiel où les objets sont identifiés et définis par des limites claires et stables (un point, une ligne, une surface). Les objets existent indépendamment de leurs attributs (couleur, texture, etc.) et peuvent être manipulés dans l'espace par différentes transformations (translation, rotation, homothétie, etc.) sans altérer leur identité. En principe, les espaces ouverts urbains n'appartiennent pas à ce type d'objets. En effet, leurs contours ne sont pas entièrement matériels et ils ne peuvent être manipulés de cette manière. Dans la conception plenum, l'espace n'existe pas *a priori*. Bien au contraire, selon cette conception, la définition d'un espace résulte d'une combinaison singulière de toute une série de facteurs, comme les axes dominants, la répartition des masses construites, etc. Ces différents facteurs tendent à affecter les attributs qui peuvent être plus ou moins homogènes et stables. Ainsi, l'ontologie plenum consiste à comprendre l'espace comme un champ continu, telle l'image d'un champ magnétique, par exemple. Dans cette conception de l'espace, il est facile de concevoir que les limites d'un espace ouvert urbain soient floues et fortement liées à des contraintes externes — toute modification de la masse construite en un point du système, par exemple, intervient indirectement sur les espaces ouverts urbains qui l'entourent. Cette ontologie permet aussi le chevauchement de différents espaces ouverts. Enfin l'ontologie plenum semble correspondre au modèle écologique de la perception visuel proposé par Gibson, puisqu'il tend à considérer les variations dynamiques comme une interaction importante avec l'environnement [54].

La particularité des espaces ouverts urbains rend la recherche directe de leurs caractéristiques difficile. Afin de caractériser ces espaces, nous devons réfléchir à un mode de représentation de l'environnement urbain qui ne les exclut pas les espaces ouverts. Les méthodes orientées champ se basent sur l'ontologie plenum et comprennent les espaces ouverts urbains comme des champs continus d'attributs. De tels méthodes existent déjà dans les domaines de l'aéraulique ou de la thermique pour étudier la ventilation ou la répartition calorifique des rues en divers points. Dans le domaine de la perception visuelle dans les milieux architecturaux et urbains, d'autres méthodes existent. Nous allons décrire dans les sections suivantes certaines de ces méthodes et discuter des caractéristiques qu'elles mesurent.

## ***3.2 Méthodes d'analyse visuelle des espaces ouverts urbains basées sur la représentation 2D des espaces urbains***

La conception plenum de l'espace est sous-jacente à un ensemble de méthodes récentes d'analyse des espaces architecturaux et urbains [105, 128]. Dans cette section, nous décrivons quelques-unes de ces méthodes se basant sur la représentation en deux dimensions des espaces urbains.

### ***3.2.1 Isovist***

Le terme *isovist* a été introduit à la fin des années soixante par Tandy pour l'analyse des paysages [117]. Ce terme a été repris plus tard à la fin des années soixante-dix par Benedikt afin de constituer un outil d'analyse des espaces architecturaux et urbains. Benedikt se base sur la théorie de Gibson [53] qui considère l'environnement visuel comme une configuration ambiante de surfaces qui structure la lumière réfléchi. En se basant sur cette hypothèse, la question que pose Benedikt est de savoir quelles informations de l'environnement sont disponibles au niveau d'un point de l'espace urbain ou architectural [9]. Il propose pour cela un outil appelé *isovist* qu'il définit comme suit :

*“The environment is defined as a collection of visible real surfaces in space. An isovist is the set of all points visible from a given vantage point in space and with respect to an environment.”*<sup>1</sup> [9]

---

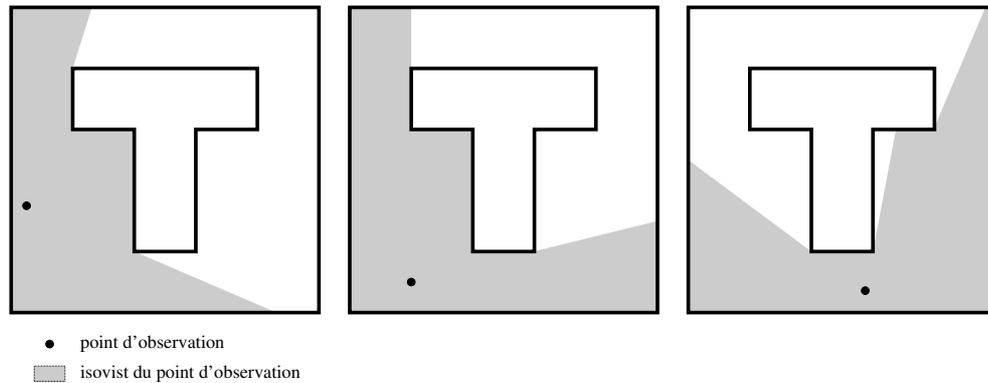
<sup>1</sup> « L'environnement est défini comme un ensemble de surfaces réelles et visibles dans l'espace. Un isovist est l'ensemble de tous les points appartenant à un environnement et visibles à partir d'un point de vue donné de cet environnement. »

Initialement, les isovists ont été conçus pour la caractérisation d'environnement en trois dimensions. Mais étant donné la complexité qu'apporte ce type d'espace, seule l'application aux espaces 2D a été réalisée jusqu'à maintenant.

**Définition 3.1 (Isovist)** Soit  $E \subseteq \mathbb{R}^2$  un environnement et  $p \in E$  un point de cet environnement. L'isovist  $V_E(p)$  est défini par

$$V_E(p) = \{q \in E \mid [pq] \cap E = [pq]\}. \quad (3.1)$$

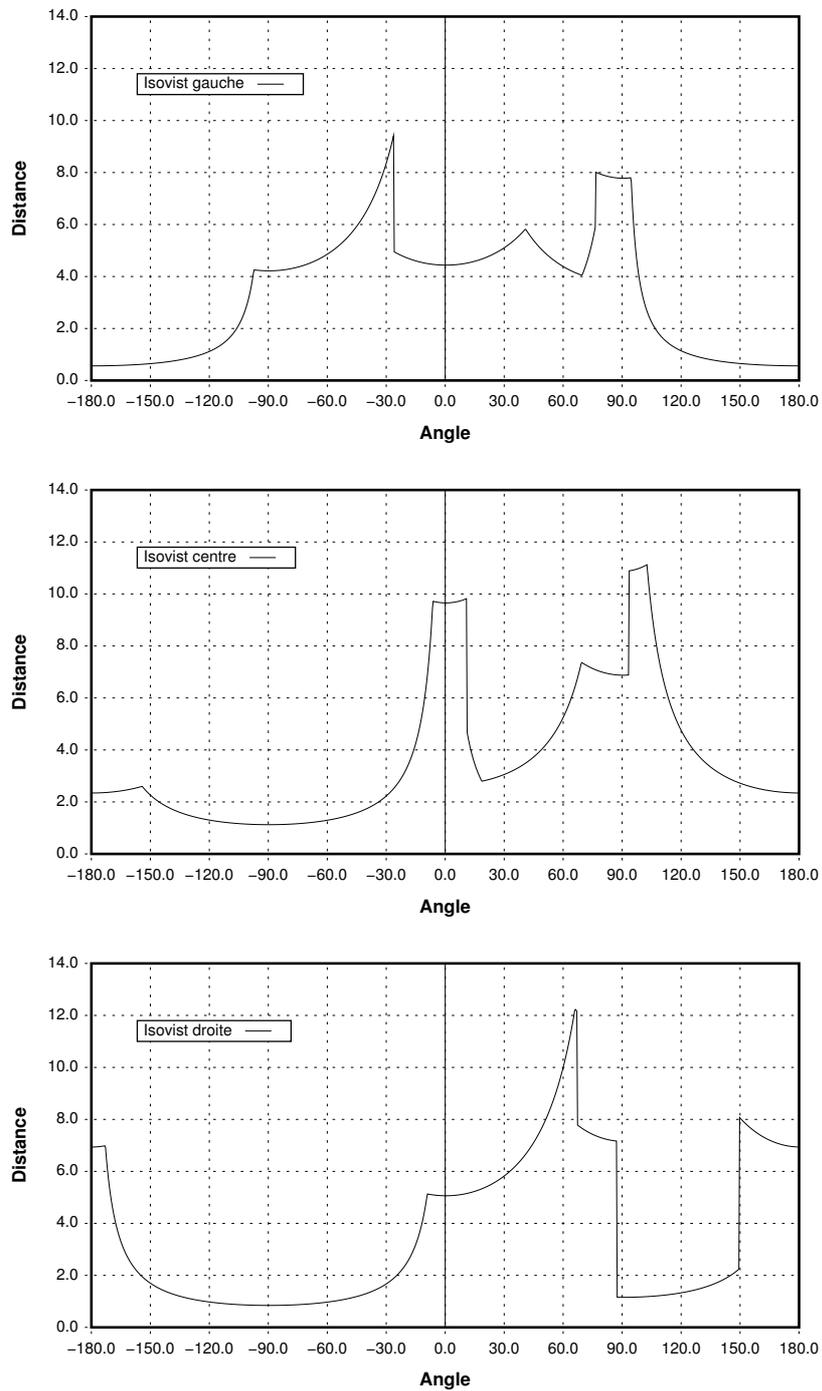
La figure 3.1 représente une série d'isovists dans un même environnement. La forme de ces isovists varie beaucoup même si les déplacements sont minimes. Ces déformations importantes semblent témoigner des événements complexes qui apparaissent aux yeux d'un observateur lorsqu'il se déplace.



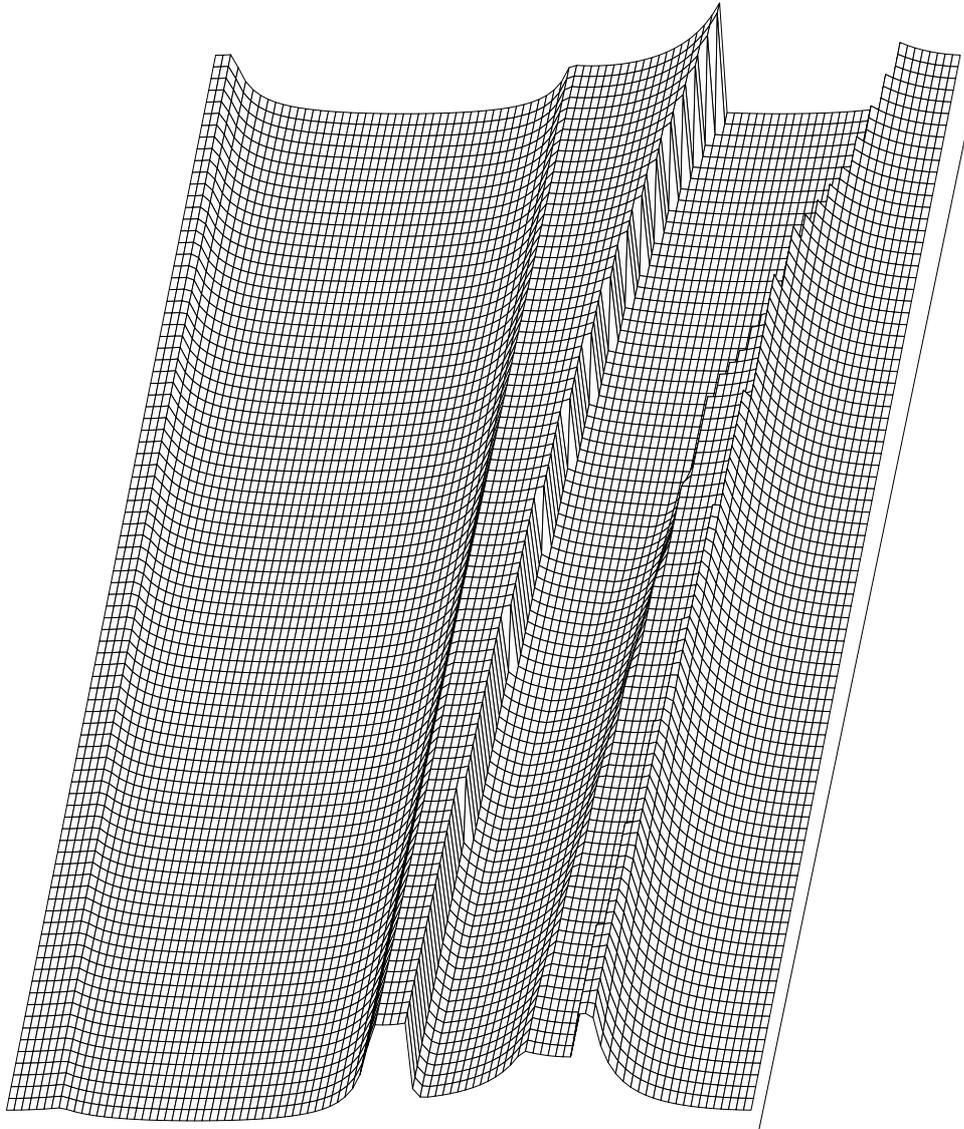
**Figure 3.1** – Série d'isovists dans un environnement en forme de T. L'isovist correspond à la surface visible par l'observateur dans un espace depuis un point donné.

Benedikt et Davis ont proposé un algorithme pour calculer des isovists dans des espaces fermés [32]. Il est basé sur la recherche des segments qui composent le contour de l'isovist. Une autre méthode consiste à calculer tous les rayons qui sont situés autour du point de vue et qui s'étendent jusqu'à un obstacle à la lumière. Avec cette dernière méthode, nous pouvons établir un diagramme affichant la longueur des rayons en fonction de la direction du regard de l'observateur, formant ainsi ce que nous appelons des *profils* d'isovists. La figure 3.2 présentent les profils des trois isovists de la figure 3.1. Ces trois profils montrent à nouveau l'importante différence qu'il existe entre les trois points de vue. Par moment, sur ces graphiques, nous voyons des segments verticaux. Cela correspond aux zones occlusives qui sont des régions invisibles à l'observateur et provoquant des irrégularités dans l'isovist. Le graphique de la figure 3.3 montre la capture d'une série d'isovists le long d'un chemin. Plus exactement, il indique les variations des isovists entre les configurations du milieu et de droite dans la figure 3.1.

Cependant, un isovist n'est pas suffisant pour étudier un espace. Pour cela, Benedikt propose de rassembler les isovists calculés dans un environnement entier ou



**Figure 3.2** – Profils des isovists dans l'environnement de la figure 3.1. L'orientation de l'observateur pour le rayon situé au degré 0 est vers la droite de l'environnement. Le degré 90 est situé vers le haut de l'environnement et le degré -90 est situé vers le bas.



**Figure 3.3** – Série d’isovists pour un parcours dans l’environnement de la figure 3.1. Le parcours correspond au plus court chemin entre les points des configurations du milieu et de droite dans la figure 3.1.

---

**Algorithme 3.1** Algorithme de calcul d'un isovist dans un polygone.

Cet algorithme prend en paramètre un polygone  $E$  représenté par une suite de point  $\{q_0, q_1, \dots, q_n\}$  et un point d'observation  $p$ . Il renvoie le polygone de l'isovist représenté par la suite de points contenus dans  $V$ .

---

$S \leftarrow \emptyset$

**pour tout**  $q_i \in E$  **faire**

**si**  $[pq_i] \cap E = [pq_i]$  **alors**

$S \leftarrow S + \{i\}$

**finsi**

**finpour**

$V \leftarrow \emptyset$

**pour tout**  $j \in \{0, \dots, |S|\}$  **faire**

$V \leftarrow V + q_{S(j)}$

**si**  $S(j+1) \neq S(j) + 1 \pmod{|S|}$  **alors**

**si**  $[pq_{S(j)}] \cap E \neq \emptyset$  **alors**

$V \leftarrow V + [pq_{S(j)}] \cap E$

**finsi**

**si**  $[pq_{S(j+1)}] \cap E \neq \emptyset$  **alors**

$V \leftarrow V + [pq_{S(j+1)}] \cap E$

**finsi**

**finsi**

**finpour**

---

le long d'un chemin [9]. Il forme ainsi ce qu'il appelle les *champs d'isovists*. Il s'agit pour chaque point de l'espace de calculer l'isovist correspondant et d'y associer un ensemble de descripteurs. Chacune des valeurs numériques obtenues par les descripteurs est une quantité variant dans l'espace et définissant un champ de scalaires.

### 3.2.1.1 Expérimentations sur les isovists

Afin de réaliser une analyse dynamique des isovists, nous nous sommes intéressés au suivi de leurs transformations le long de parcours. Pour cela, nous avons réalisé notre propre implémentation. Ce qui a permis d'obtenir les graphiques des figures 3.1 et 3.3. Le graphique de la figure 3.3 montre bien l'apparition de coins, leurs disparitions ou leurs déplacements le long du parcours.

Ce que nous reprochons à la méthode de Benedikt est d'être limitée à la 2D. Même si cette méthode peut être appliquée à la 3D, aucune véritable implémentation n'existe actuellement. Dans le cas de la 2D, si nous considérons les espaces urbains, il convient de représenter un environnement plus grand que celui qui est étudié pour ne pas se retrouver avec des isovists infinis. Sinon, il est possible, comme l'ont proposés Benedikt et Davis, de limiter l'isovist par un « horizon virtuel » [32]. Dans le cas de la 3D, cet

horizon est nécessaire pour limiter les parties de l'isovist orientées vers le ciel.

### 3.2.2 Graphes de visibilité

La théorie des graphes a souvent été utilisée en architecture et en urbanisme. Les graphes facilitent en effet la représentation de réseaux, c'est-à-dire un ensemble d'éléments liés entre eux par une relation. Turner *et al.* ont étendu la notion d'isovist en utilisant la théorie des graphes [129].

Un graphe est un ensemble de points et de lignes liant ces points, formant ainsi un réseau. Les points du graphe sont souvent appelés des *sommets* ou des *nœuds*. Les lignes reliant les sommets d'un graphe sont souvent appelées des *arêtes* ou des *arcs*. Un graphe peut être noté  $G = (V, E)$  où  $V$  est l'ensemble des sommets et où  $E$  est l'ensemble des arêtes. Selon la définition de Turner *et al.*, un graphe de visibilité  $G = (V, E)$  est un graphe pour lequel chaque sommet  $v_i \in V$  représente une position possible d'un observateur sur un plan. Deux positions  $v_i$  et  $v_j$  de  $V$  sont reliées par une arête  $e_{ij} \in E$  si et seulement si  $v_j$  est visible à partir de  $v_i$ . Ici, la relation de visibilité est symétrique, donc si  $e_{ij}$  est une arête du graphe  $G$  alors  $e_{ji}$  en est une autre. Le graphe de visibilité est donc un graphe non-orienté.

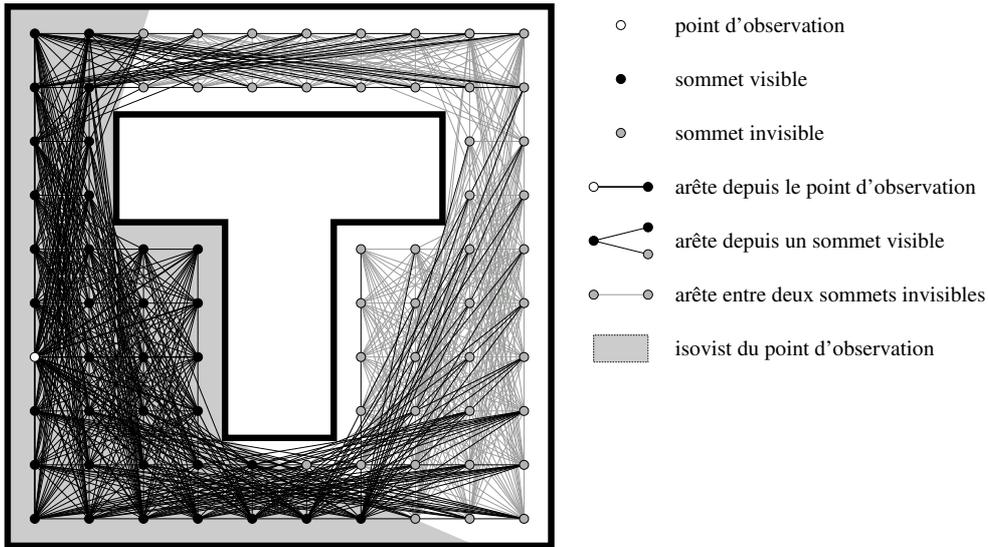
La figure 3.4 représente un graphe de visibilité dans un environnement en forme de T. Ce graphe contient 80 sommets et 1421 arêtes. Si l'environnement mesure  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ , chaque sommet couvre une zone de  $1 \text{ m}^2$ . La zone en gris représente l'isovist visible à partir du sommet blanc. Les sommets noirs sont les sommets directement visibles depuis ce sommet. Les autres lui sont cachés. Malgré la faible quantité de sommets, le réseau d'arêtes est très dense et complexe.

#### 3.2.2.1 Taille du voisinage

Le *voisinage* d'un sommet  $v_i$  de  $V$ , noté  $\mathcal{N}(v_i)$ , est l'ensemble des sommets  $v_j$  de  $V$  reliés à  $v_i$  par une arête. Le nombre de voisins d'un sommet  $v_i$ , noté  $|\mathcal{N}(v_i)|$ , permet de connaître le nombre de sommets visibles directement à partir d'une position donnée. Sachant que chaque sommet du graphe de visibilité couvre une surface identique aux autres sommets, il est possible d'estimer l'aire visible dans une portion donnée du graphe. Autrement dit, la taille du voisinage d'un sommet fournit une estimation de l'aire de l'isovist en ce point :

$$\mathcal{A}(V_E(v_i)) \approx (|\mathcal{N}(v_i)| + 1) \cdot c_v, \quad (3.2)$$

où  $V_E(v_i)$  est l'isovist au sommet  $v_i$  et  $c_v$  représente la surface couverte par un sommet (cette valeur est constante car le maillage est régulier).



**Figure 3.4** – Graphe de visibilité dans un environnement en forme de T. Le graphe de visibilité apparaît sous la forme d'un réseau complexe. La zone en gris représente l'isovist du sommet blanc. Cette zone est assez similaire avec la zone couverte par les sommets noirs. Il existe toutefois une différence entre la zone en gris et la zone couverte par les sommets noirs car chaque sommet noir représente une portion de forme carré autour du sommet. Les sommets noirs sont les voisins directs du sommet blanc.

Dans la figure 3.4, la taille du voisinage du sommet blanc est égal à 35. Il correspond au nombre de sommets noirs. Avec les dimensions données auparavant, l'isovist du sommet blanc couvre une surface approximative de 36 m<sup>2</sup>.

### 3.2.2.2 Coefficient de groupement

Le coefficient de groupement d'un sommet  $v_i$ , noté  $\Gamma(v_i)$ , correspond au rapport entre le nombre d'arêtes liant les sommets du voisinage de  $v_i$ , d'une part, et le carré du nombre de voisins, d'autre part :

$$\Gamma(v_i) = \frac{|\{e_{jk} \in E : v_j, v_k \in \mathcal{N}(v_i)\}|}{|\mathcal{N}(v_i)|^2}. \quad (3.3)$$

En théorie des graphes, le carré du nombre de sommets d'un sous-graphe correspond au nombre d'arêtes dans ce sous-graphe s'il était complet. Un graphe complet est un graphe dans lequel toute paire de sommets est liée par une arête. Le graphe complet contient le nombre maximum d'arêtes que le graphe peut contenir sans qu'il y ait de doublons.

Le sous-graphe considéré par  $\Gamma(v_i)$  est le voisinage de  $v_i$ . Le calcul de  $\Gamma(v_i)$  est

donc le rapport entre le nombre d'arêtes entre les sommets dans ce voisinage et le nombre d'arêtes si le sous-graphe du voisinage était complet. La valeur de  $\Gamma$  varie entre 0 et 1. Cette valeur est inférieure à 1 lorsqu'il existe dans le sous-graphe du voisinage au moins deux sommets qui ne sont pas liés par une arête. Sachant que les sommets sont disposés sur un quadrillage, ce cas apparaît lorsque l'environnement possède localement des concavités, ou plus exactement lorsque l'isovist au sommet  $v_i$  possède des concavités. Ainsi,  $\Gamma$  fournit un indice relatif à la convexité de l'environnement dans le voisinage d'une position donnée.

Dans la figure 3.4, le coefficient de groupement pour le sommet blanc vaut environ 0,838. Cela signifie que l'aspect de l'environnement est plutôt convexe qu'étoilé.

### 3.2.2.3 Distances

Batty a introduit d'autres mesures qui permettent de réaliser des calculs sur des isovists à partir des graphes de visibilité [8]. À la manière de Benedikt [9], elles reposent sur la géométrie euclidienne de l'environnement. Batty propose trois mesures basées sur la distance radiale à partir du point de vue. Il s'agit du plus grand rayon, du plus petit rayon et du rayon moyen. La première et la troisième mesure peuvent être définies comme suit :

$$D^{\max}(v_i) = \max_{v_j \in \mathcal{N}(v_i)} d_E(v_i, v_j), \quad (3.4)$$

$$\bar{D}(v_i) = \frac{\sum_{v_j \in \mathcal{N}(v_i)} d_E(v_i, v_j)}{|\mathcal{N}(v_i)|}. \quad (3.5)$$

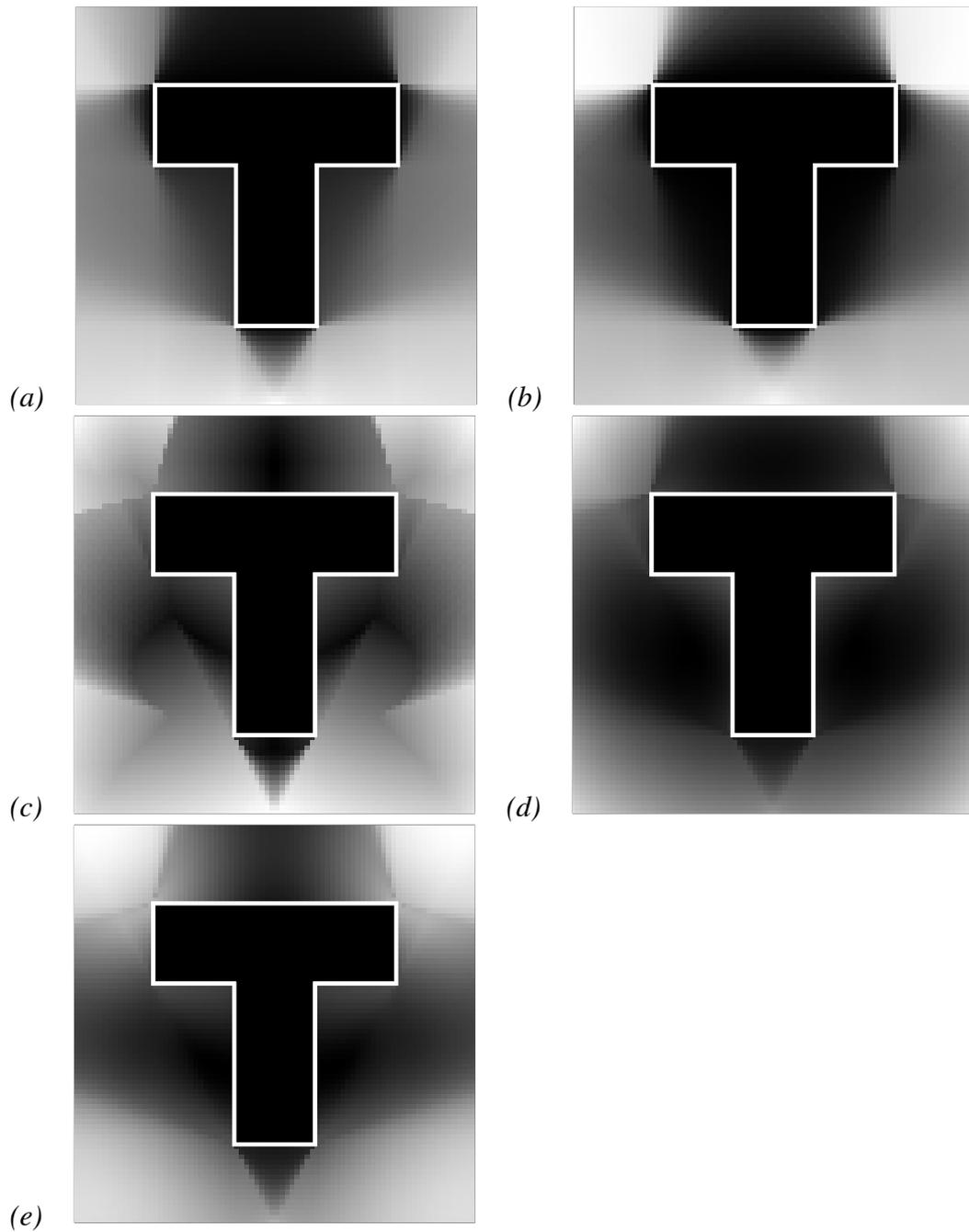
La distance minimum est définie par Batty par  $D^{\min}(v_i) = \min_{v_j \in \mathcal{N}(v_i)} d_E(v_i, v_j)$  [8]. Ceci est assez étonnant car d'après cette définition,  $D^{\min}$  a toujours pour résultat 1, alors que Batty trouve des valeurs différentes !

L'ensemble de ces distances permettent de décrire l'écart qui nous sépare du contour de l'isovist (autrement dit, du contour de la partie visible de l'environnement). Nous avons introduit ci-dessous le calcul de l'écart type des distances radiales [105] :

$$\bar{D}^{\sigma}(v_i) = \sqrt{\frac{\sum_{v_j \in \mathcal{N}(v_i)} (d_E(v_i, v_j) - \bar{D}(v_i))^2}{|\mathcal{N}(v_i)|}}. \quad (3.6)$$

Cette mesure détermine la régularité de l'environnement visible.

Des résultats de ces mesures et des précédentes sur l'environnement en T sont présentées dans la figure 3.5. Plus exactement, la figure représente les variations des indicateurs vus précédemment. Dans chaque schéma, plus le point est clair plus sa



**Figure 3.5** – Quelques mesures obtenues à partir d'un graphe de visibilité. Chaque mesure a été obtenue à partir d'un graphe de 5 120 sommets. (a) taille du voisinage, (b) coefficient de groupement, (c) distance maximale, (d) distance moyenne, (e) écart-type des distances.

valeur est importante, sauf pour le coefficient de regroupement (b), qui pour un point clair indique un espace plutôt étoilé.

#### 3.2.2.4 Expérimentation

Nous avons développé une application basée sur les graphes de visibilité pour des tests. Cette application a été écrite en C essentiellement pour les systèmes Unix. Elle analyse des environnements urbains modélisés dans des fichiers XML [136] et fournit à la fois des résultats numériques et des aperçus des mesures au format PostScript [61]. Afin de faciliter les accès à la mémoire et d'optimiser l'espace occupé par le graphe de visibilité, nous nous sommes basé sur une structure de données de type liste d'adjacence avec une allocation de la mémoire par bloc. Les listes d'adjacence ne représentent en mémoire que les arêtes existantes, ce qui permet d'avoir une représentation condensée du graphe. Les sommets sont indicés par des entiers codés sur 16 bits, ce qui limite le nombre de sommets à 65 536, mais aussi d'alléger l'occupation de la mémoire<sup>2</sup>. Les performances obtenues par notre implémentation sont à peu près comparables à celles obtenues par Turner [127].

Après avoir utilisé notre outil sur différents exemples, nous avons pu remarquer la quantité excessive de mémoire qu'il fallait allouer pour avoir des résultats suffisamment précis dans des espaces urbains. Pour un système possédant 256 Mo de mémoire vive, le nombre maximum de sommets que peut enregistrer l'application est d'environ 20 000 selon la complexité de l'environnement. Dans le cadre de l'analyse d'espaces urbains, la méthode des graphes de visibilité nécessite de modéliser un sur-ensemble de l'espace étudié. Ce qui est normal car les éléments en dehors de l'espace étudié peuvent influencer la perception visuelle de cet espace. De plus, un graphe de tout le sur-ensemble doit être créé. Pour une limite de 20 000 sommets avec une précision de 1 à 5 m<sup>2</sup>, l'espace urbain à analyser doit être relativement restreint (2 à 10 hectares pour le sur-ensemble). Aussi, dans un tissu urbain de faible densité, les mesures peuvent être faussées. Mais de manière générale, la complexité du réseau des graphes de visibilité apparaîtra toujours comme un problème majeur dans le cadre d'analyses sur de grands espaces nécessitant une forte précision, comme les espaces urbains.

#### 3.2.2.5 Conclusion

La méthode de Turner permet de compléter la méthode des isovists de Benedikt. Elle offre des indicateurs plus simples et plus étendus, basés sur la théorie des graphes. Turner a développé d'autres mesures destinées cette fois à des études sociologiques en se basant sur les théories de Hillier et Hanson [58]. Mais, sur le plan de l'analyse

---

<sup>2</sup>Cette implémentation a été utilisée durant le projet de DEA de Boukhezer [16]. Ce travail consistait à caractériser différents tissus urbains à partir de différents indicateurs environnementaux (énergétique, ensoleillement, aérodynamique, visibilité, sonore).

visuelle des espaces urbains, la méthode des graphes de visibilité souffre de deux lacunes importantes : une lacune liée à la représentation utilisée qui ne permet pas d'étudier l'espace urbain avec suffisamment de précision, une autre vient du fait que cette méthode ne considère l'espace que par un plan en deux dimensions. Cette dernière remarque est aussi valable pour la méthode des isovists.

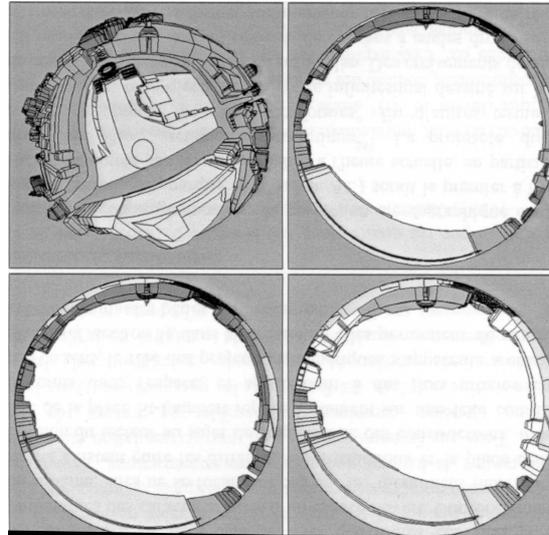
### ***3.3 Indicateurs basés sur l'analyse sphérique***

Teller a développé une métrique des espaces ouverts urbains basée sur les projections sphériques. Les projections sphériques ont déjà été utilisées dans le cadre de l'urbanisme pour des analyses énergétiques et d'ensoleillement [15, 76]. Pour ce qui concerne l'analyse de la perception visuelle, les projections sphériques sont comparables aux isovists dans le sens où elles permettent de connaître l'ensemble des informations disponibles en un point de l'espace. Toutefois, la projection sphérique fournit directement des informations sur l'espace tridimensionnel. La principale originalité de la méthode de Teller tient dans le développement d'indicateurs morphologiques dérivés des vues sphériques et dans leur application à l'analyse orientée champ des espaces ouverts. Par rapport à la méthode de Fisher-Gewirtzman basée sur une projection de rayons en 3D (cf. §3.4.2), l'utilisation des projections sphériques permet de résoudre le problème de la complexité des algorithmes, qui ont tendance à ralentir les calculs.

#### ***3.3.1 Principes et définitions***

La méthode utilisée par Teller consiste à projeter tous les points d'un environnement sur une sphère. Dans le cadre de l'analyse des espaces urbains, Teller considère plus précisément des projections hémisphériques. Cette transformation est suivie par une seconde projection permettant d'obtenir un ensemble de points sur un plan, plus facile à exploiter. Cette projection, dite projection « d'aplanissement », permet de fournir d'autres propriétés aux projections hémisphériques. Ainsi, la projection équidistante respecte les distances angulaires, la projection isoaire conserve les angles solides interceptés sur la sphère et la projection stéréographique conserve « l'apparence ». Chaque type de projection permet d'analyser des relations spécifiques entre les éléments pleins et les espaces ouverts. Ces relations peuvent être formalisées par des paramètres directement mesurés dans les vues sphériques, comme l'ouverture de ciel. Lorsqu'ils sont répétés pour un grand nombre de points, les projections hémisphériques permettent d'étudier les variations d'un paramètre à travers les espaces ouverts urbains. En tant que telle, la métrique sphérique est proche des champs d'isovists de Benedikt [9], des théories sur l'écologie de la vision de Gibson [54] et d'autres théories sur la perception visuelle [72, 56].

Le calcul d'une projection hémisphérique d'une scène urbaine peut se faire face



**Figure 3.6** – Quelques projections sphériques d’espaces urbains (d’après [120]). En haut à droite et en bas à gauche sont deux projections stéréographiques, la première orientée vers le sol et l’autre vers le ciel.

par face, et pour chaque face, segment par segment. Un traitement peut être fait pour chaque face afin de ne considérer que les parties qui seront projetées. L’algorithme décrit par Teller et Azar dans [122] pour calculer la projection sphérique d’un segment de droite est repris dans l’algorithme 3.2. La procédure **projeterSegmentRec()** prend en argument un segment de droite tridimensionnel noté  $L$ , deux paramètres  $t_1$  et  $t_2$  de ce segment tel que  $0 \leq t_1 < t_2 \leq 1$  et la fonction **projeter()** qui calcule la composée de la projection sphérique d’un point et d’une projection d’aplanissement. Cette procédure renvoie une courbe 2D  $C$  correspondant à une suite de points et représentant la projection sphérique de  $L$ . La fonction **projeter()** prend en entrée un point 3D et renvoie un point 2D. Elle varie selon le type d’aplanissement à appliquer (projection stéréographique, équidistante, isoaire, etc.). Le premier appel à **projeterSegmentRec()** se fait en donnant à  $t_1$  et  $t_2$  les valeurs 0 et 1, respectivement, qui correspondent aux extrémités de  $L$ . Pour que tous les points soient projetés, il faut ajouter dans  $C$  le point **projeter**( $L(0)$ ) avant l’appel de la procédure et le point **projeter**( $L(1)$ ) après l’appel. Les appels récursifs s’arrêtent lorsque la distance entre les points projetés est inférieure à la taille d’un pixel (c’est-à-dire 1). La procédure **projeterSegmentRec()** propose une approximation de la projection sphérique d’un segment droite, mais suffisante pour un support d’image composé de pixels. Des résultats de cet algorithme appliqué à une scène urbaine sont montrés dans la figure 3.6.

Les projections hémisphériques sont calculées à partir d’espaces ouverts urbains. Ces espaces ouverts sont des éléments d’un environnement urbain.

**Définition 3.2 (Environnement)** *Un environnement est un ensemble de faces consi-*

---

**Algorithme 3.2** Algorithme récursif de projection d'un segment de droite.

Cet algorithme prend en paramètre un segment de droite  $L$  paramétré.  $t_1$  et  $t_2$  sont deux paramètres entre 0 et 1 tel que  $t_1 < t_2$ . « projeter » est une fonction qui calcule la projection sphérique d'un point.  $C$  est l'ensemble de points contenant les points du segment projeté.

---

**procédure** projeterSegmentRec ( $L, t_1, t_2, \text{projeter}, C$ )

**début**

**si**  $t_1 \neq t_2$  **alors**

$p_1 \leftarrow \text{projeter}(L(t_1))$

$p_2 \leftarrow \text{projeter}(L(t_2))$

$t \leftarrow \frac{t_1+t_2}{2}$

**si**  $d_E(p_1, p_2) < 1$  **alors**

$C \leftarrow C + \{ \text{projeter}(L(t)) \}$

**sinon**

      projeterSegmentRec ( $L, t_1, t, \text{projeter}, C$ )

      projeterSegmentRec ( $L, t, t_2, \text{projeter}, C$ )

**finsi**

**finsi**

**fin**

---

*dérées comme des obstacles à la lumière.*

Dans un espace ouvert urbain, les projections hémisphériques orientées vers le zénith fournissent d'une part une image du masque des objets pleins (bâtiments, végétation, mobilier, etc.) et de l'autre une image du ciel découpée par ce masque. Soit  $E$  un environnement construit par une combinaison de faces représentant des obstacles à la lumière. Une projection hémisphérique projète l'environnement  $E$  sur un disque  $D_{\text{PS}}$  indépendant de  $E$  et du centre de la projection. Si on note  $\text{PS}_E(p)$  la projection hémisphérique de l'environnement  $E$  au point  $p$ ,  $\text{PS}_E(p)$  correspond à l'union entre le masque des objets pleins, noté  $\mathcal{B}_E(p)$ , et la projection du ciel, notée  $\mathcal{S}_E(p)$  :

$$\text{PS}_E(p) = \mathcal{B}_E(p) \cup \mathcal{S}_E(p). \quad (3.7)$$

De plus,  $\mathcal{B}_E(p) \cap \mathcal{S}_E(p) = \emptyset$ . Puisque le ciel est uniforme, nous pouvons considérer que la projection du ciel correspond à la part du disque de projection  $D_{\text{PS}}$  qui n'est pas couverte par  $\mathcal{B}_E(p)$  :

$$\mathcal{S}_E(p) = D_{\text{PS}} - \mathcal{B}_E(p). \quad (3.8)$$

### 3.3.2 Indicateurs morphologiques

#### 3.3.2.1 Rapport de masse

La portion de surface de ciel  $\Omega_E(p)$  dans une projection sphérique d'un environnement  $E$  en un point  $p$  correspond au rapport entre la surface de la forme de ciel  $\mathcal{S}_E(p)$  au point  $p$  et la surface du disque de projection  $D_{PS}$  :

$$\Omega_E(p) = \frac{\mathcal{A}(\mathcal{S}_E(p))}{\pi \cdot r_{PS}^2}, \quad (3.9)$$

où  $r_{PS}$  est le rayon du disque de projection  $D_{PS}$ . Le rapport de masse est calculé en utilisant une projection stéréographique qui permet de conserver l'apparence des formes. Cet indicateur varie en fonction du facteur de masse caractérisant la relation entre les bâtiments et les espaces ouverts. S'il tend vers 0, l'espace est totalement fermé et aucune portion de ciel n'est visible. S'il tend vers 1, l'espace est totalement vierge, il ne contient aucune construction. Selon Teller, en tant que tel, cet indicateur est une estimation de la sensation d'ouverture que nous pouvons ressentir en un point de l'environnement, même si nous savons que cette sensation est liée à un grand nombre de facteurs, comme la couleur des façades, la présence de fenêtres, la déclivité du sol, etc. [121]. Les variations spatiales de l'ouverture de ciel sont caractéristiques des modifications du facteur de masse dans un espace. Un exemple d'application de cet indicateur est donné dans les images de la figure 3.7.

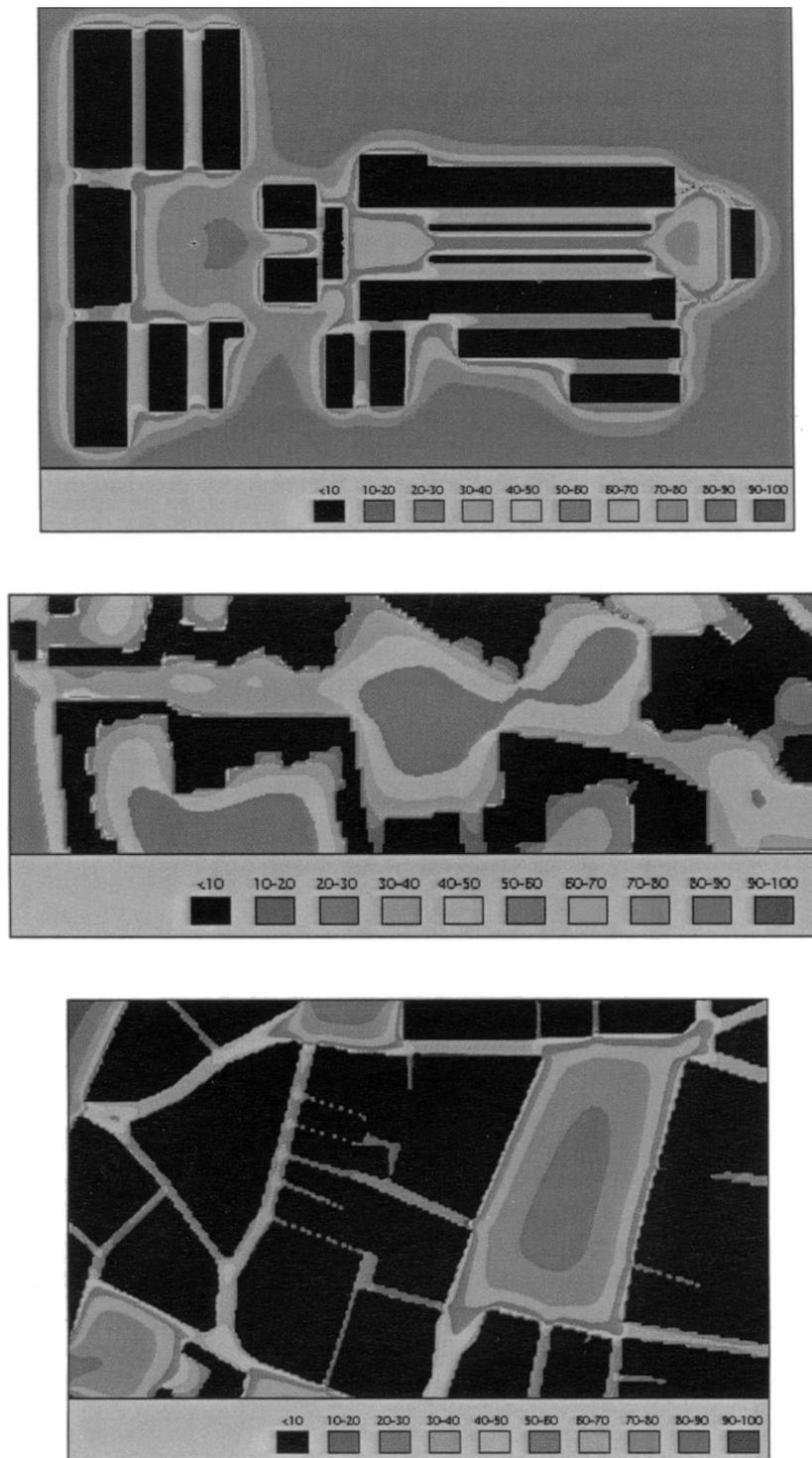
#### 3.3.2.2 Longueur de vue

Le rapport de masse ne permet pas de faire la différence entre des éléments de grande taille éloignés et des éléments de petite taille rapprochés. La relativité de cet indicateur néglige ainsi l'échelle urbaine. Selon Teller, il faudrait considérer la distance qui sépare l'observateur des bâtiments.

À partir d'un point d'observation  $p$  de l'environnement  $E$ , il est possible de percevoir un ensemble de faces. Soit  $F_E(p)$  l'ensemble des faces ou des portions de faces de l'environnement  $E$  visibles à partir de  $p$ . La longueur de vue moyenne  $L_E$  et la longueur de vue caractéristique  $\overline{L}_E$  en un point  $p$  sont définies par

$$L_E(p) = \frac{\sum_{f \in F_E(p)} \mathcal{A}(f) \cdot d_E(p, f)}{\sum_{f \in F_E(p)} \mathcal{A}(f)} \quad (3.10)$$

$$\overline{L}_E(p) = \frac{L_E(p) \cdot \Omega_E(p)}{\sum_{f \in F_E(p)} \mathcal{A}(f)}. \quad (3.11)$$



**Figure 3.7** – Variation de l'indicateur de rapport de masse dans différents espaces urbains (d'après [120]).

Selon Teller, la longueur de vue moyenne est très proche du calcul d'aire des isovists [120]. En effet, celle-ci permet d'estimer la dimension de l'espace ouvert. La longueur de vue caractéristique correspond à la longueur de vue moyenne pondérée par l'aire moyenne du masque. Ceci permet de faire la différence entre des situations qui sont équivalentes pour la longueur de vue moyenne. Par exemple, la longueur de vue moyenne d'un masque situé à 50 mètres de l'observateur et occupant 80 % de la surface du ciel est égale à celle d'un masque situé à la même distance mais occupant 20 % de la surface du ciel [120].

### 3.3.2.3 Excentricité et étalement

Si nous nous intéressons à la régularité d'un espace urbain, les indicateurs cartésiens traitent la régularité des hauteurs des bâtiments en termes mono-dimensionnels. Mais il peut être plus intéressant de considérer cette régularité telle qu'elle est perçue par l'observateur. Pour cela, nous pouvons nous intéresser à des indicateurs statistiques tel que la circularité basée sur la distribution des hauteurs angulaires. Appliqué aux projections sphériques, les outils statistiques rendent compte de la régularité de la ligne de ciel. Cependant, ce type de mesure est particulièrement sensible au bruit. Par exemple, pour la circularité qui correspond au rapport  $\mathcal{A}/\mathcal{P}^2$ , si des pics apparaissent sur le contour de la forme, le périmètre augmentera plus rapidement que l'aire. Afin de minimiser les effets du bruit, Teller propose de calculer le moment d'inertie des formes de ciel.

Le moment d'inertie correspond à un ensemble de mesures utilisées en mécanique et en analyse d'images uniquement basées sur le contenu des formes. Le moment d'inertie  $\mu_{ij}$  d'ordre  $i + j$  d'une surface  $S$  est défini par

$$\mu_{ij}(S) = \iint_S x^i y^j dx dy. \quad (3.12)$$

---

NOTE Le moment d'inertie  $\mu_{00}$  correspond à la fonction qui calcule l'aire d'une surface. Ainsi,  $\mu_{00} = \mathcal{A}(S)$ . Quant à l'application  $(\mu_{10}/\mu_{00}, \mu_{01}/\mu_{00})$ , elle permet de situer le barycentre d'une forme.

---

Les moments d'inertie d'ordre 2 ( $\mu_{20}$ ,  $\mu_{11}$  et  $\mu_{02}$ ) sont sensibles à l'orientation de la forme par rapport aux axes du repère. Cette orientation est calculée à partir de la matrice d'inertie d'ordre 2, définie par

$$\begin{pmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Les valeurs propres de la matrice sont données par

$$I_1 \equiv \frac{\mu_{20} + \mu_{02} - \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}}}{2}, \quad (3.14)$$

$$I_2 \equiv \frac{\mu_{20} + \mu_{02} + \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}}}{2}. \quad (3.15)$$

Ces deux fonctions sont utilisées en analyse d'images. À partir de  $I_1$  et  $I_2$ , il est possible de calculer deux paramètres appelés excentricité (E) et étalement (S)

$$E(S) = \frac{I_1(S)}{I_2(S)}, \quad (3.16)$$

$$S(S) = \frac{I_1(S) + I_2(S)}{\mathcal{A}^2(S)}. \quad (3.17)$$

L'excentricité  $E(S)$  a une valeur qui est supérieure à 1. Si  $E(S)$  vaut 1, alors la forme  $S$  est parfaitement symétrique vis-à-vis de son centre de gravité, c'est-à-dire que si nous disposons d'un repère orthonormal centré au niveau du centre de symétrie, alors pour tout point  $(x, y)$  de  $S$ , il existe aussi un point  $(-x, -y)$  qui soit élément de  $S$ . Si la valeur de  $E(S)$  est strictement supérieure à 1, alors une dissymétrie apparaît. Ainsi, l'excentricité est appliquée aux formes de ciel, elle peut être considérée comme une mesure caractérisant l'anisotropie de l'espace. Un exemple d'application de cette mesure est donné dans la figure 3.8.

L'étalement est une mesure complémentaire qui permet de mesurer la dispersion de la masse d'une forme donnée. Cet indicateur est assez proche de l'indicateur donné par le rapport de aire sur le carré du périmètre. Mais il s'en distingue par le fait qu'elle est indépendante du périmètre, valeur trop instable par rapport à la précision des projections. Dans le cadre des projections sphériques, l'étalement a une valeur minimale de  $1/2\pi$ , ce qui correspond à un disque. Pour les autres formes, l'étalement a une valeur supérieure à celle du disque.

### 3.3.3 Discussion

Nous avons vu ici une méthode d'analyse des espaces ouverts urbains utilisant des projections sphériques. Cette méthode est la première méthode utilisant une représentation en trois dimensions que nous rencontrons ici. En quelque sorte, les projections sphériques peuvent être vues comme des isovists 3D sans horizon, permettant de représenter tous les objets quelque soit leur distance. De plus, nous sommes placés au plus près de l'observateur pour effectuer des analyses des espaces ouverts urbains. Avec l'algorithme que nous avons présenté précédemment, la méthode des projections sphériques est une méthode simple et qui permet d'obtenir des analyses rapidement. Une telle méthode offre des perspectives intéressantes dans le cadre de notre projet.

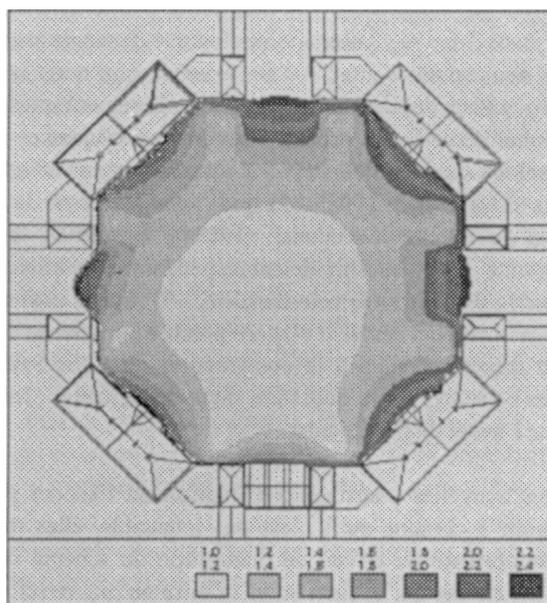


Figure 3.8 – Variation de l'indicateur d'excentricité (d'après [120]).

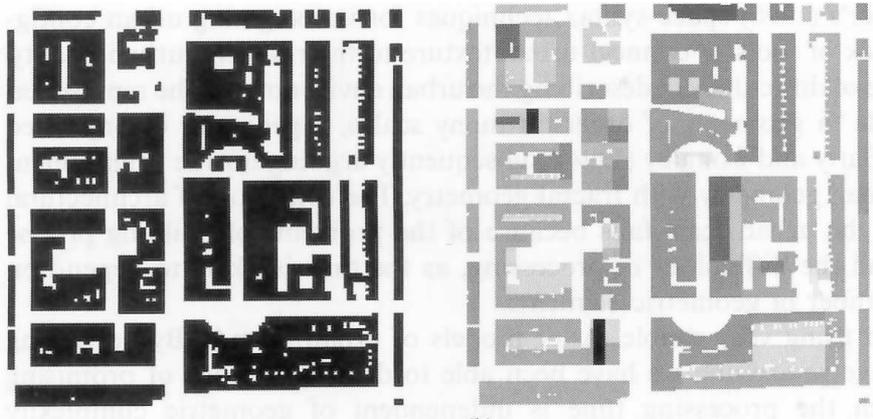
### 3.4 Autres méthodes

#### 3.4.1 Analyse urbaine basée sur l'analyse d'images

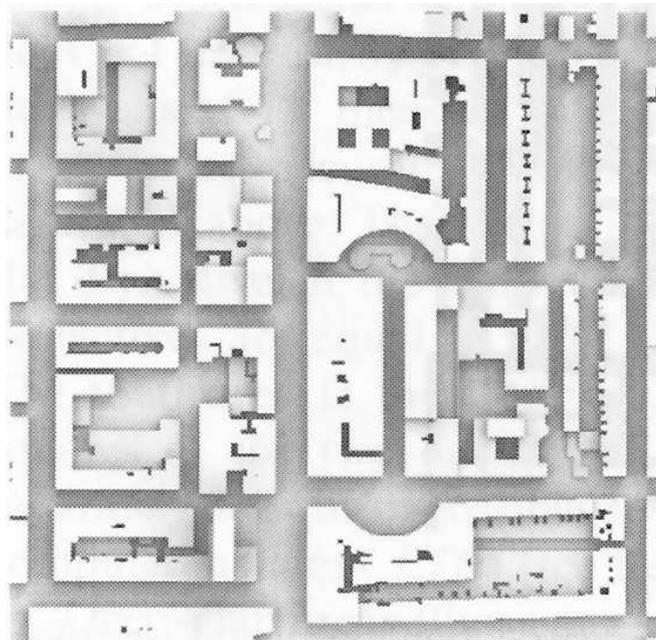
La représentation la plus simple de la texture urbaine est d'utiliser une image discrète binaire, où chaque pixel est associé à deux valeurs possibles : 1 si le pixel représente une surface contenant une construction et 0 sinon. Par contre, si l'information de hauteur est associée à chaque pixel, nous obtenons un *modèle digital d'élévation* (DEM). Ces deux représentations des espaces urbains peuvent être considérées comme des tableaux bidimensionnels de pixels (figure 3.9). Ratti et Richens ont proposé d'utiliser des outils de traitement d'images pour les analyser [97].

En comptant les points qui n'ont pas la valeur 0, nous obtenons la surface du volume construit ou en cumulant toutes les hauteurs, nous obtenons la quantité de volume construit. Grâce aux hauteurs, il est possible de calculer l'ombre d'un bâtiment et si ce calcul est répété plusieurs fois, il est possible d'obtenir l'indicateur de facteur de vue du ciel (figure 3.10), qui peut être comparé à l'indicateur de rapport de masse développé par Teller [121] (cf. §3.3).

La méthode développée par Ratti et Richens est intéressante car elle prend en compte la hauteur des bâtiments dans l'analyse des espaces urbains. De plus les algorithmes utilisés sont simples et rapides [97]. Toutefois, la méthode ne peut prendre en compte la hauteur du sol. De plus, elle se base dès le départ sur des informations discrètes, représentées par la hauteur des volumes construits. Enfin, elle ne prend pas



**Figure 3.9** – Cartes d’un environnement urbain du centre de Londres (d’après [97]). La carte de gauche représente les volumes construits en noir et les espaces ouverts en blanc. La carte de droite représente la hauteur des bâtiments en niveaux de gris. Il s’agit du modèle digital d’élévation de la carte de droite, sachant que plus un élément est noir plus il est haut.



**Figure 3.10** – Facteurs de vue du ciel au sol d’un environnement urbain du centre de Londres (d’après [97]).

en compte les éléments de façade et n'effectue qu'une approximation des éléments en pente.

### 3.4.2 Indicateurs d'ouverture d'espace

Fisher-Gewirtzman a proposé une alternative aux méthodes bidimensionnelles [47]. Celle-ci consiste à calculer un indicateur d'ouverture d'espace, noté SOI (*Spatial Openness Index*), représentant les volumes des espaces ouverts potentiellement visibles à partir d'un point.

Dans cette méthode, l'espace ouvert  $E$  est représenté par un maillage tridimensionnel et le ciel est représenté par un hémisphère supposé être à une distance finie. Cet hémisphère est considéré comme une limite pour les calculs. Un ensemble de volumes construits  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\} \subset \mathbb{Z}^3$  remplissent les cases de l'espace ouvert  $E$ . Cette représentation des espaces urbains ressemble un peu à la représentation de Ratti et Richens [97] appliquée à la 3D, dans le sens où les deux méthodes utilisent un modèle discret de l'environnement. Cependant, dans cette représentation, les bâtiments ne sont pas forcément complètement rattachés au sol.

La fonction SOI calcule pour chaque position  $p$  de l'espace le nombre de points de l'environnement  $E$  qui y sont visibles. Son principe apparaît dans la figure 3.11 et il est calculé de la manière suivante :

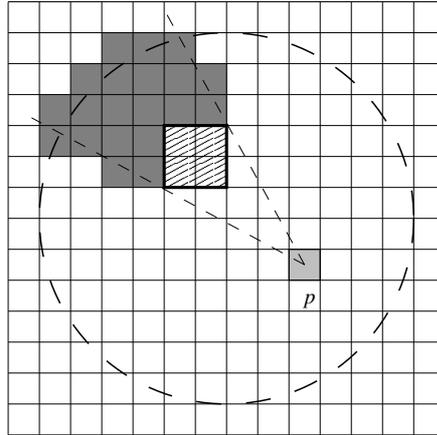
$$\text{SOI}(p) = \sum_{q \in E} v(p, q), \quad (3.18)$$

où  $v$  est la relation d'intervisibilité entre deux points, c'est-à-dire que pour tous points  $p$  et  $q$

$$v(p, q) = \begin{cases} 1 & \text{si } q \text{ est visible depuis } p, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.19)$$

$p$  est visible depuis  $q$  si le segment  $[pq]$  ne traverse pas de volume construit.

De ce fait, la méthode de Fisher-Gewirtzman est en quelque sorte une implémentation de la méthode des isovists dans un environnement 3D avec un « horizon » (l'hémisphère représentant le ciel). Toutefois, il est principalement reproché à cette méthode d'être lente [128] et elle peut être gourmande en mémoire si un niveau de détail important est nécessaire. Un algorithme plus efficace a été proposé récemment [46]. Des tests ont été effectués avec cette méthode, mais seulement sur des exemples simples [45].



**Figure 3.11** – Calcul de l'indicateurs d'ouverture d'espace en un point. Dans la figure, nous cherchons à calculer l'indicateur SOI au point  $p$ , sachant que l'élément en hachuré représente un bâtiment. Il suffit de compter le nombre de carrés à l'intérieur du disque en pointillé, représentant la ligne d'horizon, et de retirer du compte les carrés en gris foncé, qui ne peuvent être vus à partir du point  $p$ .

### 3.5 Conclusion

Dans cette section, nous avons décrit différentes méthodes d'analyse des espaces ouverts urbains basées sur le concept d'approche orientée champ. Les méthodes peuvent être divisées entre celles qui se basent sur un environnement en deux dimensions et celles qui prennent en compte les trois dimensions.

Le principaux inconvénients des méthodes basées sur la 2D sont qu'elles ne peuvent considérer ni la hauteur des bâtiments (et spécialement les variations de ces hauteurs) ni le relief du terrain sur lequel repose les objets urbains. En effet, pour ces méthodes, la ville est composée de bâtiments d'une hauteur infinie et censée reposer sur un sol parfaitement plat. Ceci a pour effet de produire parfois des incohérences entre le résultat des méthodes et ce qui est perçu. De telles incohérences pourraient apparaître dans des villes comme Luxembourg, Lyon ou Salzbourg qui possèdent beaucoup de relief. Même si des auteurs comme Ratti et Richens proposent dans ce cas de mettre au même niveau les bâtiments [97], cela provoque des transformations dans le paysage urbain qui n'existent pas et seraient totalement incohérentes avec la réalité.

Nous avons examiné deux méthodes basées sur une discrétisation de l'espace urbain en deux dimensions (§3.4.1) et en trois dimensions (§3.4.2). Cependant, ce mode de représentation comporte un certain nombre de défauts selon Foley *et al.* [49]. En général, les éléments présentant des courbures ne sont représentés que partiellement. Il est possible d'augmenter la précision de la représentation en diminuant la taille des pixels ou des voxels, mais il faut alors calculer des images plus spacieuses et les algorithmes sont par conséquent plus longs.

La méthode de Teller semble avoir beaucoup plus d'avantages dans le cadre de notre projet. Elle permet des analyses dans un espace 3D, au plus près de l'observateur. Elle est la seule qui soit réellement capable de considérer des éléments quelque soit leur distance, sans utiliser d'horizon, dans un environnement urbain 3D. En utilisant des projections sur un plan discret, la méthode de Teller est aussi la seule à considérer au mieux une particularité assez importante du système visuel humain, consistant à attribuer une importance différente ente les éléments proches et les éléments lointains. Les informations sont ainsi classées selon leur distance. Enfin, la représentation sphérique du monde visuel coïncide avec différentes théories de la perception visuelle, que nous avons décrites en introduction de ce mémoire (cf. 1.2.2).

Par la suite, nous découvrirons de quelle manière nous utilisons les projections sphériques de la forme du ciel pour caractériser les variations de la morphologie des espaces ouverts urbains le long de parcours. Toutefois, il ne s'agit pas ici d'une première tentative. Teller a déjà effectuer une comparaison des variations de son indicateur de rapport de masse sur parcours [120] et Batty a réaliser des études similaires avec les graphes de visibilité [8]. Cependant, nous avons vu que ces méthodes ne sont pas réellement adaptés à l'analyse des variations morphologiques car elles ne permettent pas de suivre indépendamment tous les déplacements des éléments composant les espaces urbains. Nous proposons ici une méthode proposant une solution à ce problème.

## DEUXIÈME PARTIE

# **Analyse des formes de ciel dans les espaces ouverts urbains par la méthode de squelettisation**



## Squelettisation

Et cependant, il était dans le vrai. Le Parti se trompait et lui était dans le vrai. L'évidence, le sens commun, la vérité, devaient être défendus. Les truismes sont vrais. Il fallait s'appuyer dessus. Le monde matériel existe, ses lois ne changent pas. Les pierres sont dures, l'eau humide, et les objets qu'on laisse tomber se dirigent vers le centre de la terre.

George Orwell, 1984

**D**ANS les chapitres précédents, nous avons décrit des méthodes d'analyse des espaces architecturaux et urbains basées d'un côté sur l'approche orientée champ et de l'autre sur des éléments dynamiques ou induisant un dynamisme, tels que les événements visuels. Le principal constat que nous faisons sur ces méthodes est soit qu'elles ne considèrent pas la troisième dimension, soit qu'elles ignorent les variations de la morphologie des espaces ouverts urbains le long d'un parcours, soit que leur analyse de ces variations n'est pas véritablement liée à une métrique.

La méthode des projections sphériques de Teller est une méthode orientée champ qui récupère la forme du ciel dans les espaces ouverts urbains et permet d'analyser la perception visuelle des espaces ouverts comme un flux continu d'attributs [121]. De cette manière, les espaces ouverts urbains sont considérés selon leur ouverture, leur étalement ou leur excentricité en différentes positions données. Cependant, la méthode de Teller et les autres méthodes d'analyse des espaces ouverts urbains ne permettent pas de suivre précisément les variations de la morphologie des espaces ouverts le long de parcours. Pour réaliser une telle étude, nous proposons de nous baser sur la méthode

de Teller et de nous intéresser aux outils utilisés en analyse de formes pour pouvoir étudier les variations de la forme de ciel sur des parcours.

Nous commencerons par décrire les principes et les méthodes existants en analyse de formes. Nous nous intéresserons donc à la notion de forme et de descripteur de formes et nous étudierons un certain nombre de critères qui nous permettront de sélectionner un type de descripteur adapté à l'analyse de formes de ciel le long d'un parcours. Nous aborderons ensuite un descripteur particulier, appelé squelette. Nous verrons quelle est sa définition, quelles sont ses propriétés et ses applications. Enfin, comme la méthode de Teller utilise un support discret, nous commencerons par discuter de l'intérêt à utiliser ce type de support, à la place d'un support vectoriel pour les images, et nous verrons quelles sont les particularités induites par le support discret sur la squelettisation et quelles sont les solutions qui permettent de les contourner.

## ***4.1 Analyse de formes***

La notion de forme est nécessaire pour comprendre notre monde visuel, car elle nous permet d'identifier les objets qui nous entourent. Cependant, il n'existe pas de définition universelle pour caractériser cette notion, ni dans le domaine de la vision par ordinateur ni dans le domaine de la psychologie [65, 133]. Les sensations de forme peuvent être dues à des changements de couleur ou à des changements de densité d'une texture. Ces contrastes sont souvent utilisés pour créer une représentation géométrique d'un objet.

En nous basant sur la méthode de Teller [121], nous produisons des images de l'environnement urbain en des positions précises de l'espace. Dans ces images se trouve un élément qui correspond à l'ouverture de ciel et que nous cherchons à décrire. Dans le cas des modèles 3D, le ciel correspond à tout ce qui se trouve au-dessus de l'observateur et qui n'est pas une surface d'un objet urbain. En attribuant au ciel une couleur différente de celle des surfaces des bâtiments, la distinction du ciel par rapport aux autres éléments est facile à obtenir. Cependant, de cette manière la forme du ciel est perçue comme un ensemble de points et non comme un tout. C'est-à-dire que la forme est décrite selon son contenu, mais pas selon ses caractéristiques. Pour cela, nous proposons ci-dessous une définition topologique de la notion de forme à partir d'ensembles de points, puis nous définirons des méthodes pour décrire les caractéristiques d'une forme à partir de cette notion.

### 4.1.1 Définition formelle de la notion de forme

La « compréhension » des formes, sur un plan formel, nécessite de définir certaines notions étudiées en topologie<sup>1</sup>. Ainsi, la notion de forme peut se définir au moyen de la notion de distance. Bien que les formes que nous étudierons soient des éléments du plan discret (appartenant à  $\mathbb{Z}^2$ ), leurs modèles sont des éléments du plan continu (appartenant à  $\mathbb{R}^2$ ). Cette remarque vaut aussi pour les formes de ciel de la méthode de Teller.

Par la suite, il sera souvent question de distance. Nous en donnons ci-dessous une définition générale.

**Définition 4.1 (Distance)** Soit  $E$  un ensemble non vide et  $F$  un sous-ensemble de  $\mathbb{R}$ . Une distance  $d$  sur  $E$  à valeur dans  $F$  est une application  $d : E \times E \rightarrow F$  vérifiant :

$$(positive) \quad \forall p, q \in E, \quad d(p, q) \geq 0 ; \quad (4.1)$$

$$(définie) \quad \forall p, q \in E, \quad d(p, q) = 0 \Leftrightarrow p = q ; \quad (4.2)$$

$$(symétrique) \quad \forall p, q \in E, \quad d(p, q) = d(q, p) ; \quad (4.3)$$

$$(inégalité triangulaire) \quad \forall p, q, r \in E, \quad d(p, q) \leq d(p, r) + d(r, q). \quad (4.4)$$

---

NOTE

Les distances  $d$  vérifiant  $d(p, q) < 0$  ou  $d(p, q) \neq d(q, p)$  pour certaines valeurs de  $p$  et de  $q$  sont appelées *distances relatives*. Les distances vérifiant  $d(p, q) > d(p, r) + d(r, q)$  pour certaines valeurs de  $p, q$  et  $r$  sont appelées *pseudo-distances*.

---

Dans le plan continu, la distance entre les éléments se base généralement sur la norme euclidienne : pour tout point  $p(x, y)$  de  $\mathbb{R}^2$ , la norme euclidienne, notée  $\|\cdot\|$  ou  $L_2$ , est une application de  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\|p\| = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (4.5)$$

Pour tous points  $p(x_p, y_p)$  et  $q(x_q, y_q)$  de  $\mathbb{R}^2$ , la distance (ou métrique) euclidienne est l'application  $d_E(p, q) : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$d_E(p, q) = \|q - p\| = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}, \quad (4.6)$$

où  $q - p$  représente le vecteur de  $p$  à  $q$ . Si  $\Omega$  est un ensemble de points de  $\mathbb{R}^2$  et  $p$  un point de  $\mathbb{R}^2$ ,  $d_E(p, \Omega)$  est la plus courte distance entre  $p$  et  $\Omega$  :

---

<sup>1</sup>Des compléments de notions de topologie peuvent être obtenus dans le livre de Choquet [24]

$$d_E(p, \Omega) = d_E(\Omega, p) = \min_{q \in \Omega} d_E(p, q). \quad (4.7)$$

**Définition 4.2 (Boule ouverte)** Soient  $p$  un point de  $\mathbb{R}^2$ ,  $r$  un réel positif et  $d$  une distance. La boule ouverte  $B^d(p, r)$  de centre  $p$  et de rayon  $r$  est l'ensemble des points  $q$  tel que la distance  $d(p, q)$  soit inférieure à  $r$  :

$$B^d(p, r) = \{q \in \mathbb{R}^2 \mid d(p, q) < r\}. \quad (4.8)$$

NOTE

- 
1. En dimension 2, une boule est appelée disque.
  2. Soient  $p$  un point et  $r$  un réel positif.  $\partial B^d(p, r) = \{q \in \mathbb{R}^2 \mid d(p, q) = r\}$  est une sphère de centre  $p$  et de rayon  $r$ . En dimension 2, une sphère est aussi appelée cercle.
  3. La boule ouverte de rayon 0  $B^d(p, 0)$  est égale à l'ensemble vide.
- 

Dans la suite de ce document, nous noterons la boule euclidienne  $B^E$ , définie par  $B^E \equiv B^{d_E}$ .

**Définition 4.3 (Ouvert)** Un ensemble  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$  est dit ouvert si pour tout point  $p$  de  $\Omega$  il existe un réel positif  $r$  tel que la boule ouverte  $B^E(p, r)$  soit entièrement contenue dans  $\Omega$ .

Soit  $\Omega$  un ensemble de  $\mathbb{R}^2$ . Le complémentaire de  $\Omega$  dans  $\mathbb{R}^2$ , noté  $\Omega^C$ , est l'ensemble des points  $p$  de  $\mathbb{R}^2$  qui ne sont pas éléments de  $\Omega$  ( $\Omega^C = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid p \notin \Omega\}$ ). Un ensemble  $\Phi$  de  $\mathbb{R}^2$  est dit *fermé* si son complémentaire est un ouvert.

Un ensemble de points  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$  est dit *borné* si et seulement si il existe un point  $p$  de  $\mathbb{R}^2$  et un réel positif  $r$  suffisamment grand pour que  $\Omega$  soit un sous-ensemble de  $B^E(p, r)$ .

**Définition 4.4 (Intérieur)** On appelle intérieur d'un ensemble de points  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$ , l'ensemble  $\text{int}(\Omega)$  défini par l'union de tous les ouverts contenus dans  $\Omega$ .

La *fermeture* d'un ensemble de points  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$  est l'ensemble  $\overline{\Omega}$  défini par l'intersection des fermés contenant  $\Omega$ .

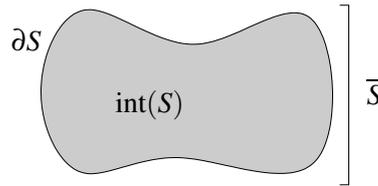
**Définition 4.5 (Contour)** Soit un ensemble  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$ , le contour de  $\Omega$ , noté  $\partial\Omega$ , est défini par l'intersection entre la fermeture de  $\Omega$  et la fermeture de son complémentaire :

$$\partial\Omega = \overline{\Omega} \cap \overline{\Omega^C}. \quad (4.9)$$

NOTE

1. Une boule fermée est définie par  $\overline{B^d}(p, r) = \{q \in \mathbb{R}^2 \mid d(p, q) \leq r\}$ .
2. La boule fermée de rayon 0  $\overline{B^d}(p, 0)$  est égale au singleton  $\{p\}$ .
3. Le contour d'une boule est une sphère.
4. La sphère de rayon 0  $\partial B^d(p, 0)$  est égale au singleton  $\{p\}$ . En effet,  $\partial B^d(p, 0) = \overline{B^d}(p, 0) \cap B^{d^c}(p, 0) = \{p\} \cap \mathbb{R}^2 = \{p\}$ .

La différence entre les notions d'intérieur, de fermeture et de contour est illustrée dans la figure 4.1. L'intérieur représente seulement la zone grisée, le contour représente seulement la courbe fermée en noir et la fermeture correspond à la fois à la zone grisée et au contour noir. À cela, nous pouvons ajouter que le complémentaire de l'intérieur correspond au reste du plan, le contour inclus, le complémentaire de la fermeture correspond au reste du plan, le contour exclu, et le complémentaire du contour correspond à l'union entre le reste du plan et l'intérieur.



**Figure 4.1** – Différence entre  $\text{int}(S)$ ,  $\overline{S}$  et  $\partial S$ .

**Définition 4.6 (Forme)** *Un ensemble de points  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$  est une forme s'il possède les deux caractéristiques suivantes :*

1.  $\Omega$  est la fermeture d'un sous-ensemble de  $\mathbb{R}^2$  ouvert et borné ( $\Omega = \overline{\text{int}(\Omega)}$ );
2. le contour  $\partial\Omega$  de  $\Omega$  consiste en un nombre fini de courbes fermées.

Cette définition de la forme est relativement simple et permet de discerner distinctement cette notion à partir d'un ensemble de points. Mais l'étude d'une forme nécessite de considérer sa nature multidimensionnelle, dans le sens où celle-ci peut être caractérisée par plusieurs éléments comme l'intérieur, le contour, les concavités, etc. Toutes ces caractéristiques sont plus ou moins reconnues par notre système visuel.

### 4.1.2 Descripteur de formes

Quelque soit la manière par laquelle une forme est modélisée (par l'intérieur, par le contour, etc.), nous devons nous baser sur des caractéristiques de la forme pour

analyser celle-ci dans un contexte donné. Par exemple, Teller se base sur l'aire de la forme du ciel pour décrire le rapport de masse et estimer la sensation d'ouverture dans une position donnée de l'espace urbain. Quant au moment d'inertie, il permet de calculer l'étirement et l'excentricité. Les outils mathématiques tels que l'aire ou le moment d'inertie qui permettent d'extraire les caractéristiques d'une forme sont appelés *descripteurs* de formes.

Le domaine de l'analyse de formes contient une multitude de descripteurs pour analyser les formes en fonction de leur surface, de leur contour, de leur orientation, etc. Actuellement, la quantité de ces outils est telle et les applications sont à ce point diversifiées (reconnaissance de motifs, enregistrement d'images, comparaison, etc.) qu'il paraît important de les classer selon des critères et des caractéristiques communes. Il existe actuellement plusieurs critères pour évaluer un descripteur de forme ainsi que des classifications [65, 73, 84]. Dans ce projet, nous souhaitons avoir un descripteur de forme adapté aux séries de projections sphériques dans les espaces ouverts urbains obtenues le long d'un parcours. Pour cela, nous proposons que ce descripteur respecte les critères ci-dessous.

1. *Invariance* — Une forme peut apparaître de différentes manières et à des échelles différentes, le système visuel humain reconnaîtra presque toujours la même forme. De la même manière, le descripteur de forme doit être invariant par transformations géométriques (rotation, translation et homothétie).
2. *Tolérance par rapport au bruit* — Le bruit, tel qu'il est défini en théorie du signal, produit des déformations indésirables dans la forme. Il intervient constamment dans les images discrètes. Une fois que le bruit apparaît, il est difficile de décider si un pic est causé par le bruit ou s'il provient de la forme d'origine. Le descripteur de forme doit être le moins sensible possible au bruit.
3. *Unicité* — L'algorithme correspondant au descripteur de forme produit pour chaque forme une description unique. L'unicité peut être en conflit avec le critère de tolérance au bruit, car ce dernier implique qu'une forme avec ou sans perturbations, a la même description. Nous préférons donc ajouter que deux formes peuvent produire une même valeur du descripteur, à condition qu'il n'y ait que peu de différences « visibles » entre ces deux formes.
4. *Conservation de l'information* — Il doit être possible de reconstruire la forme d'origine à partir de sa description. Les descripteurs vérifiant ce critère fournissent une représentation complète de la forme.
5. *Métrique* — Les résultats du descripteur doivent permettre de définir une métrique afin de vérifier, par exemple, la similarité entre des formes.

D'autres critères peuvent s'appliquer pour les descripteurs de formes. Par exemple, un descripteur doit-il se baser sur le contour d'une forme ou sur son contenu ? Comme Kimia *et al.*, nous pensons que les deux approches sont conceptuellement équivalentes,

puisque le contour d'une forme peut être retrouvé à partir de son intérieur et, inversement, l'intérieur d'une forme peut être défini par son contour [65].

Une autre question concerne la « globalité » d'un descripteur de forme. Un descripteur est global s'il caractérise l'ensemble de la forme en une seule information « atomique ». Par exemple, l'aire, les moments ou l'appréciation de la taille d'une forme sont des descripteurs globaux. En effet, les deux premiers fournissent une valeur numérique pour chaque forme et le dernier des valeurs comme *grand*, *petit* ou *moyen*. Le principal inconvénient de ces descripteurs est qu'ils ne permettent pas de détecter des particularités dans la forme. À l'opposé, il y a les descripteurs locaux. Cependant, un descripteur local n'a pas vraiment de sens pour les formes de ciel obtenues par les projections sphériques de Teller, puisque ce type de descripteur ne s'intéresse qu'à une partie de la forme du ciel tout en étant indifférent au reste. En fait, l'idéal serait de posséder un descripteur « semi-global » capable de relever l'aspect général d'un objet sans en perdre ses caractéristiques partielles [65].

### 4.1.3 Exemples de descripteurs de formes

À titre d'exemple, nous donnons ci-dessous quelques descripteurs de formes connus dans le domaine de l'analyse d'images.

**Rapport  $\mathcal{A}/\mathcal{P}^2$**  Le rapport entre l'aire et le carré du périmètre a déjà été utilisé pour l'analyse d'isovists [9] ou de projections sphériques de la forme de ciel [121]. Ce descripteur est invariant par transformation géométrique. Par contre, il n'est pas unique et ne conserve pas l'information. Plusieurs formes distinctes peuvent avoir le même rapport  $\mathcal{A}/\mathcal{P}^2$ . Ainsi, il est difficile de distinguer certaines formes en utilisant ce rapport.

**Descripteur de moment** Les descripteurs de moment ont aussi été utilisés par Benedikt et Teller [9, 121]. Ces descripteurs sont capables de convertir une forme sous un format numérique (nombre ou vecteur). Cependant, l'unicité n'est pas respectée puisque plusieurs formes distinctes peuvent avoir le même moment.

**Descripteur de Fourier** Ce descripteur se base sur le contour qu'il considère comme une fonction. Par transformée de Fourier, le descripteur recherche les fréquences des harmoniques qui composent la fonction. Cependant, ce descripteur n'est pas invariant par transformation géométrique et est sensible aux perturbations du contour. De plus, il ne gère pas les trous.

**Descripteurs utilisés dans le domaine de l'architecture et l'urbanisme** Les méthodes orientées champs caractérisant des plans d'architecture ou des espaces urbains

en 2D, comme les isovists [9], les graphes de visibilité [129] ou les e-partitionnements [91], sont des descripteurs de formes. En effet, ces méthodes étudient la forme des espaces architecturaux et urbains. De leur côté, Ratti et Richens se sont concentrés sur quelques méthodes de traitement des images pour améliorer les méthodes d'analyse des environnements urbains [97]. Les mesures qu'ils ont développées permettent de déduire des caractéristiques comme le volume d'espace construit ou le facteur de vue du ciel.

Pour analyser les projections sphériques de Teller, nous proposons d'utiliser une méthode assez réputée dans le domaine de l'analyse d'images : il s'agit de la squelettisation. Ce descripteur de formes est décrit et étudié dans le reste de ce chapitre.

## 4.2 Squelettisation

La notion de *squelette* a été introduite par Blum [10] durant les années soixante, dans le but de constituer un nouveau descripteur de formes. Ce type d'objet devait permettre de décrire des objets rencontrés en biologie et en biomédecine (chromosomes, os, etc.). Dès 1978, Blum et Nagel proposent d'utiliser les squelettes pour segmenter des formes, en déterminer des caractéristiques et les classer [11].

La squelettisation, le processus permettant d'obtenir des squelettes de formes, consiste à convertir une forme en un ensemble de lignes centrées à l'intérieur et à l'extérieur du contour de la forme, possédant une structure en branches liée à la topologie de la forme [48]. Connue aussi sous le nom *d'axe médian*, le squelette possède des propriétés intéressantes dans le cadre de l'analyse des formes.

### 4.2.1 Définition

Il existe plusieurs définitions équivalentes du squelette dans l'espace continu. Nous les découvrirons au fur et à mesure. La définition ci-dessous est connue sous le nom *d'analogie du feu de prairie* [10, 34, 85]. Elle offre une définition intuitive des squelettes tels que Blum les a conçus.

Soit un plan couvert de manière homogène par de l'herbe sèche et  $\Omega$  un ensemble de points de ce plan. À l'instant initial  $t_0$ , tous les points du contour de  $\Omega$  sont enflammés simultanément. Le feu se propage de manière homogène et s'étend à travers l'herbe à vitesse constante. Le *squelette* de l'ensemble de points  $\Omega$  (noté  $\mathbf{MA}(\Omega)$ ) est défini comme le lieu des points où les fronts enflammés se sont rencontrés.

---

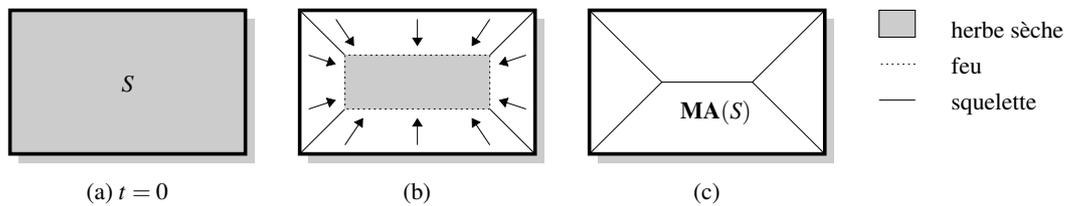
NOTE La définition de Blum ne se limite pas aux formes fermées, elle s'étend aux éléments ouverts comme nous pouvons le voir sur le schéma à droite de la figure 4.3. Il y a deux types de squelettes : les *endosquelettes* qui se trouve à l'intérieur d'une forme et les *exosquelettes* qui représentent le reste des squelettes. Dans ce document, par abus de langage, nous parlerons de squelette pour désigner exclusivement les endosquelettes.

---

Sur le plan formel, la notion de squelette est souvent définie en termes de boules maximales [23, 108, 123]. La preuve de l'équivalence entre cette définition et celle de Blum a été donnée par Calabi et Hartnet [17]. Soient  $p$  un point de  $\mathbb{R}^2$  et  $r$  un réel positif, une boule  $B^d(p, r)$  est dite *inscrite* dans la forme  $S$  de  $\mathbb{R}^2$  si et seulement si elle est entièrement contenue dans  $S$  (si et seulement si  $B^d(p, r) \subseteq S$ ). La boule  $B^d(p, r)$  est dite *maximale* dans  $S$  (ou inscrite et maximale) si elle est inscrite dans  $S$  et si elle n'est pas entièrement contenue dans une autre boule inscrite dans  $S$ .

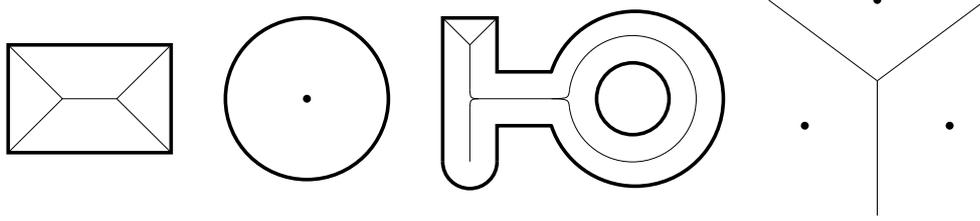
**Définition 4.7 (Squelette)** *Le squelette, ou axe médian,  $\mathbf{MA}(S)$  d'une forme  $S$  de  $\mathbb{R}^2$  est le lieu des centres des boules maximales de  $S$ . Autrement dit, un point  $p$  de  $S$  appartient à  $\mathbf{MA}(S)$  si et seulement si  $p$  est le centre d'une boule maximale de  $S$ .*

La figure 4.2 montre les différentes étapes de l'analogie du feu de prairie pour un rectangle.



**Figure 4.2** – Squelettisation d'un rectangle selon l'analogie du feu de prairie [10]. À l'état initial (a), la forme contient de l'herbe sèche sur sa surface et le feu est allumé sur tout le contour. Lorsque le feu est allumé (b), il se propage vers l'intérieur de la forme. À certains endroits, deux fronts se rencontrent et s'éteignent en laissant une trace. À la fin du processus (c), le feu s'éteint et il ne reste plus que les traces des fronts qui se sont rencontrés, formant ainsi le squelette.

En quelque sorte, dans le cas de formes fermées, un squelette est le résultat de l'amincissement d'une forme jusqu'à l'obtention d'un ensemble de lignes centrées dans cette forme. La figure 4.3 montre, à gauche, trois formes fermées et leur squelette respectif. Il est intéressant de noter le cas du cercle dont le squelette est réduit à un point en son centre.



**Figure 4.3** – Quelques exemples de squelettes. En partant de la gauche, les trois premiers exemples sont des endosquelettes, alors que le dernier est un exosquelette.

#### 4.2.1.1 Carte de distances

Dans la figure 4.2, nous pouvons imaginer que les points à l'intérieur de la forme sont progressivement atteints par un front enflammé au cours du temps, en commençant par le périmètre et en s'avancant vers le centre de la forme. Si nous associons à chaque point de l'intérieur de la forme le moment auquel il a été atteint par le front, nous obtenons sa distance par rapport au point du périmètre qui lui est le plus proche. Cette association est appelée *carte de distances*.

**Définition 4.8 (Carte de distances)** Soit une forme  $S$  et  $d$  une distance. À chaque point  $p$  de  $S$  nous associons la valeur  $DM_S(p)$  définie par

$$DM_S^d(p) = \min_{q \notin S} d(p, q), \quad (4.10)$$

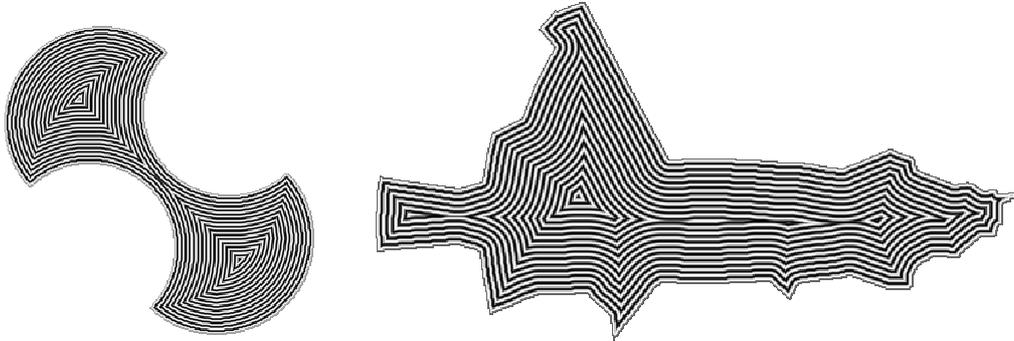
où  $d$  est une distance. L'ensemble de tous les  $DM_S(p)$  est appelé la carte de distances  $DM_S$  de  $S$ .

$DM$  est aussi appelée *fonction d'étanchéité*.

La carte de distances peut être définie en terme de boules maximales. Soient  $S$  une forme,  $p$  un point de  $S$  et  $r$  un réel positif. La boule  $B^d(p, r)$  est dite *maximale dans  $S$  pour  $p$*  si elle n'est pas entièrement contenue dans une boule inscrite dans  $S$  et centrée en  $p$ . Si  $B^d(p, r)$  est maximale dans  $S$  pour  $p$ , alors  $DM_S^d(p) = r$ .

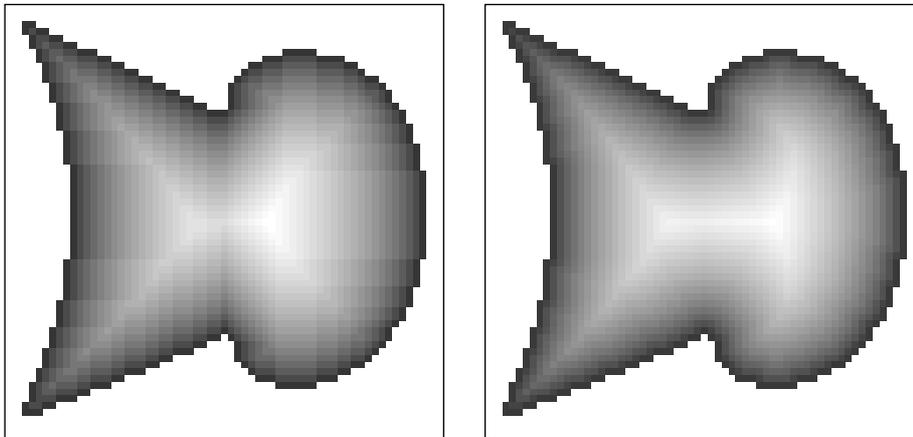
La figure 4.4 montre deux cartes de distances pour deux formes. Ces cartes de distances se basent sur la distance euclidienne quadratique  $d_E^2$  (cf §4.4.1). Pour la coloration, nous avons utilisé la fonction sinus. Sachant que les distances varient entre 0 et  $M_S = \max_{p \in S} \{DM_S^{d_E^2}(p)\}$ , où  $S$  est une forme, la couleur des points des formes de la figure 4.4 est obtenue par application de  $p \mapsto \left( \sin \left( 32\pi \cdot DM_S^{d_E^2}(p) / M_S \right) + 1 \right) / 2$ , pour tout  $p$  de  $S$ . Le dégradé sinusoïdal permet de retrouver dans chaque forme les positions du front enflammé à des instants précis à partir de la carte de distances. Les positions du front enflammé sont représentées alternativement par les courbes noires

et les courbes blanches. Si à partir de ces courbes, nous repérons la formation de coins, nous pouvons alors tracer le squelette.



**Figure 4.4** – Carte de distances de deux formes en utilisant la distance euclidienne quadratique.

La figure 4.5 montre deux autres cartes de distances d’une forme réalisée à partir de la distance de Manhattan (cf §4.4.1) et d’une approximation de la distance euclidienne. Dans ces cartes, nous voyons aussi se dessiner le squelette, si nous suivons les points les plus clairs. Cependant, le fait d’utiliser des distances différentes produira des squelettes différents. Ainsi, la précision de la distance utilisée influence la précision du squelette.



**Figure 4.5** – Carte de distances d’une forme à partir de distances de chanfrein. Ces images utilisent un dégradé parabolique (suivant l’application  $x \mapsto \sqrt{x}$ ). Plus les points sont blancs, plus ils sont distants du contour de la forme.

#### 4.2.1.2 Squelette pondéré

Il est possible d’associer à chaque point  $p$  d’un squelette la valeur  $DM_S(p)$ . Ceci forme un autre objet nommé *squelette pondéré*, noté **MAT**, défini par

$$\mathbf{MAT}(S) = \{(p, r) \in \mathbf{MA}(S) \times \mathbb{R}^+ \mid r = \mathbf{DM}_S(p)\}. \quad (4.11)$$

Nous avons vu dans la définition 4.7 que le squelette pouvait être défini en fonction des disques maximaux. De même, il est possible de définir les squelettes pondérés de cette manière, sachant que la distance  $\mathbf{DM}_S(p)$  représente la rayon de la boule maximale en  $p$ .

**Définition 4.9 (Squelette pondéré)** *Le squelette pondéré, ou transformée de l'axe médian,  $\mathbf{MAT}(S)$  d'une forme  $S$  de  $\mathbb{R}^2$  est l'ensemble des couples formés par le centre des boules maximales de  $S$  et leur rayon. Autrement dit, un couple  $(p, r)$ , avec  $p$  point de  $S$ , appartient à  $\mathbf{MAT}(S)$  si et seulement si la boule  $B^d(p, r)$  est maximale dans  $S$ .*

Nous verrons par la suite que le squelette pondéré permet de reconstruire la forme à partir de laquelle il a été généré, alors que le squelette simple ne le permet pas.

#### 4.2.1.3 Points du squelette

Soit  $S$  une forme et  $p$  un point de cette forme. La distance  $d(p, \partial S)$  est obtenue par au moins un point appartenant à l'intersection entre la sphère maximale  $\partial B_S^d(p)$  et le contour  $\partial S$ . C'est-à-dire que nous avons

$$d(p, \partial S) = d(p, q) \quad (4.12)$$

pour tout point  $q$  de  $\partial S \cap \partial B_S^d(p)$ . Les points  $q$  vérifiant l'équation (4.12) sont appelés *points de contact*. Ceux-ci peuvent former un ensemble connexe ou non ou être réduits à un seul point selon la position de  $p$  dans la forme.

**Définition 4.10 (Ensemble des contacts)** *Soient  $S$  une forme et  $p$  un point de  $S$ . L'ensemble des contacts de  $\partial S$  au point  $p$ , noté  $C_S^d(p)$ , est défini par*

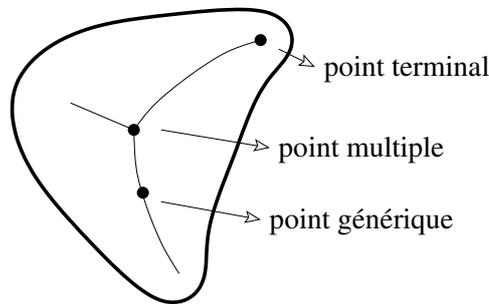
$$C_S^d(p) = \partial B_S^d(p) \cap \partial S. \quad (4.13)$$

Un point de  $C_S^d(p)$  est un *point de contact*. Une composante connexe de  $C_S^d(p)$  est une *composante de contact*. Une composante de contact est dite *point de contact isolé* si elle est réduite à un point.

Si nous adoptons la définition de la squelettisation donnée par Pavlidis [90] et basée sur le nombre de points de contact des points du squelette, alors pour chaque point  $p$  d'une forme  $S$ , si  $|C_S^d(p)| > 1$ ,  $p$  est un point squelettal. Le nombre de composantes de contact permet de déduire des propriétés sur chacun des points du squelette. Ainsi,

un point squelettal  $p$  d'une forme  $S$  pour lequel  $C_S^d(p)$  contient une composante de contact est un *point terminal*. Si  $C_S^d(p)$  contient au moins trois composantes de contact alors  $p$  est un *point multiple*, sinon  $p$  est un *point générique*.

Il est possible de déduire des propriétés équivalentes en nous basant sur la notion de point de coupure [6]. Soit  $\Omega$  un ensemble de points connexes et  $p$  un point de  $\Omega$ .  $p$  est un *point de coupure* si  $\Omega - \{p\}$  n'est plus connexe. Le nombre de composantes connexes de  $\Omega - \{p\}$  est appelé *ordre* de  $p$ . Un *point terminal* est un point qui n'est pas un point de coupure. Un *point générique* est un point d'ordre 2. Un *point multiple* est un point d'ordre strictement supérieur à 2. Dans un squelette, un point simple est un point faisant partie d'une seule branche et un point multiple fait partie de plusieurs branches (figure 4.6).



**Figure 4.6** – Types de points d'un squelette

Comme un squelette est un graphe [108], il est facile de comprendre qu'une branche de squelette est un ensemble de points génériques délimité par deux points non génériques.

#### 4.2.1.4 Angle bissecteur

Nous avons vu précédemment que les boules maximales associées aux points du squelette non terminaux possèdent au moins deux points de contact avec le contour de la forme. Pour les points terminaux, nous pouvons considérer que ces points sont confondus. Nous donnons ci-dessous la définition de la notion d'angle bissecteur qui est basée sur ces points [7].

**Définition 4.11 (Angle bissecteur)** Soit  $S$  une forme et  $p$  un point simple du squelette  $\mathbf{MA}(S)$ . La boule maximale centrée en  $p$  touche le contour  $\partial S$  en deux points de contact  $q_1$  et  $q_2$ . L'angle bissecteur  $\alpha(p)$  est l'angle  $\widehat{q_1 p q_2}$  variant entre 0 et  $\pi$ . Si  $p$  a plus de deux points de contact,  $\alpha(p)$  est égal au plus grand angle formé par  $p$  et toute paire de ses points de contact.

La figure 4.7 montre un exemple d'angle bissecteur pour le point générique  $p$  dont la boule maximale possède deux points de contact  $q_1$  et  $q_2$  avec le contour de la forme.

L'angle bissecteur  $\alpha(p)$  équivaut à l'angle  $\widehat{q_1 p q_2}$ . Selon Attali, l'angle bissecteur vaut  $\pi$  uniquement là où la carte de distances atteint un extrémum [6].

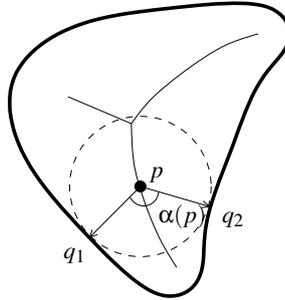


Figure 4.7 – Angle bissecteur

## 4.2.2 Propriétés des squelettes

Nous allons énoncer dans cette section différentes propriétés communes aux squelettes [6, 19, 34, 48, 84]. Nous comparerons ces propriétés aux critères énoncés dans le §4.1.2.

**Invariance** Le squelette est invariant par transformation géométrique (rotation, translation et homothétie). Soit  $\mathcal{T} : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2$  une transformation géométrique. Alors,  $\mathcal{T}$  n'affecte pas la structure du squelette :

$$\mathcal{T}(\mathbf{MAT}(S)) = \mathbf{MAT}(\mathcal{T}(S)). \quad (4.14)$$

**Unicité et réversibilité** La squelettisation est une transformation réversible, pour peu que chaque point  $p$  du squelette soit associé à la valeur  $DM_S(p)$ . En effet, une forme  $S$  peut être définie comme l'union de ses boules maximales :

$$S = \bigcup_{p \in S} B_S(p). \quad (4.15)$$

L'ensemble des points  $p$  du squelette d'une forme  $S$  est suffisant pour reconstruire  $S$  [111, 108] :

$$S = \bigcup_{p \in \mathbf{MA}(S)} B_S(p) = \bigcup_{p \in \mathbf{MA}(S)} B(p, DM_S(p)) = \bigcup_{(p,r) \in \mathbf{MAT}(S)} B(p,r). \quad (4.16)$$

Plus de détails pour reconstruire une forme à partir de son squelette sont donnés par Dimitrov [34].

La réversibilité satisfait les critères d'unicité et de conservation de l'information.

**Description hiérarchique** La valeur des informations des points squeletaux dépend de la position du point dans la forme. Plus le point squelettal est proche du contour de la forme, plus il représentera une information locale. Inversement, plus un point squelettal est éloigné du contour, plus il représentera une information globale. La squelettisation propose ainsi une description hiérarchique de la forme incluant à la fois des informations globales et locales à la forme.

**Épaisseur** Un squelette a une épaisseur d'un point. Autrement dit, son intérieur est vide. Soit  $S$  une forme, alors

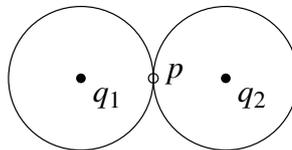
$$\text{int}(\mathbf{MA}(S)) = \emptyset. \quad (4.17)$$

Une preuve de cette propriété a été donnée par Dimitrov [34].

**Homotopie** Une *homotopie* est une fonction continue qui permet de transformer une fonction en une autre fonction.

**Définition 4.12 (Fonctions homotopes)** Soient deux fonctions  $f_1 : E \rightarrow F$  et  $f_2 : E \rightarrow F$ . Ces fonctions sont homotopes si et seulement si il existe une homotopie  $H : [0, 1] \times E \rightarrow F$  qui soit une fonction continue et telle que  $H(0, t) = f_1(t)$  et  $H(1, t) = f_2(t)$ .

Les courbes sont des cas particuliers de fonctions et permettent de représenter le contour d'une forme et des squelettes. L'une des propriétés du squelette est d'être homotope avec le contour d'une forme [34]. Soit  $S$  une forme et  $\mathbf{MA}(S)$  son squelette, alors  $S$  et  $\mathbf{MA}(S)$  ont le même type d'homotopie.



**Figure 4.8** – Nécessité de la condition 1 de la définition 4.6 (d'après [34]). La forme considérée est composée de deux disques qui se rencontrent en  $p$ . Le squelette de cette forme est représenté par les deux points  $q_1$  et  $q_2$ .

La propriété d'homotopie est importante car elle permet d'assurer qu'un squelette à le même nombre de composantes connexes et le même nombre de trous que la forme

à partir de laquelle il a été généré. Toutefois, comme semble le montrer la figure 4.8, bien que la forme possède une composante connexe, il existe des cas où le squelette peut en posséder plus. Cependant, il faut bien faire attention au fait que l'intérieur de la forme de la figure 4.8 contienne deux composantes connexes. Si nous considérons la condition 1 de la définition 4.6, la propriété d'homotopie entre la forme et son squelette reste vraie.

**Semi-continuité** La squelettisation est une transformation semi-continue. Le squelette est en effet sensible à la moindre perturbation dans le contour et le contenu de la forme. Il est donc difficile de satisfaire le critère de tolérance au bruit. Cependant, nous verrons qu'il existe certaines techniques pour minimiser l'effet du bruit. Cette instabilité du squelette face aux perturbations du contour peut être caractérisée au moyen de la distance de Hausdorff, qui permet de mesurer la ressemblance entre deux ensembles de points. Choi et Seidel rappellent en effet que si la distance de Hausdorff entre deux formes est faible malgré quelques perturbations sur le contour, la distance de Hausdorff entre les squelettes correspondants peut être élevée [23].

La sensibilité du squelette face aux perturbations dépend de la distance des points par rapport au contour de la forme. Plus les points squeletaux sont proches du contour, plus ils sont sensibles aux perturbations.

**Transition** La semi-continuité n'est pas la seule instabilité qui existe avec les squelettes. Si nous considérons une forme subissant des transformations à travers le temps, aussi faibles soient-elles ces transformations peuvent à tout moment changer la topologie du squelette [51, 64].

**Autres propriétés** Attali a montré qu'il est possible de calculer différents paramètres d'une forme faisant intervenir des intégrales doubles, comme l'aire, le barycentre et les moments d'inertie, simplement à partir de son squelette [6].

### 4.2.3 Construction

De nombreuses méthodes ont été proposées pour construire un squelette à partir d'une forme quelconque [6, 48, 84, 111, 112, 123]. Il existe actuellement un grand nombre de références sur les méthodes de squelettisation [48, 73, 92] et leur classement [6, 48, 64, 84, 119, 123].

Dans la plupart des publications scientifiques, les méthodes de squelettisation sont réparties en quatre classes :

1. *Amincissement topologique* — Ces méthodes de squelettisation se basent sur des images discrètes et utilisent un outil des mathématiques morphologiques appelé

*érosion*. L'érosion consiste à « raboter » une forme à partir d'une autre forme donnée. Au fur et à mesure que des coins apparaissent, le squelette se précise. Toutefois, l'opération d'érosion ne permet pas de préserver des invariants topologiques. Pour corriger ce défaut, plusieurs méthodes d'amincissement agissant dans  $\mathbb{Z}^2$  se basent sur les notions définies dans le cadre de la topologie digitale (*digital topology* en anglais), initiée par Rosenfeld dans les années soixante-dix [137].

2. *Extraction de la carte de distances* — Ces méthodes de squelettisation se basent sur la carte de distances d'une forme. Elles recherchent par la suite les crêtes de la carte, qui correspondent aux branches du squelette.
3. *Simulation du front enflammé* — Ces méthodes de squelettisation se basent sur l'évolution du contour de la forme. Ce contour est assimilé à un ensemble de courbes se propageant à travers le temps vers le centre de la forme. Chaque fois qu'un « choc » se produit entre deux courbes, un point squelettal apparaît.
4. *Calcul analytique* — La recherche du squelette est rapportée à un problème géométrique. Certaines méthodes utilisent une polygonisation du contour, d'autres se basent sur le diagramme de Voronoï du contour.

Les méthodes peuvent ensuite être classées selon deux groupes : les méthodes discrètes et les méthodes analytiques [6, 48].

#### 4.2.4 Applications de la squelettisation

La squelettisation connaît beaucoup d'applications dans des domaines comme la reconnaissance d'objets, la modélisation de solides pour la conception et la manipulation de formes, l'organisation de nuages de points, la recherche de chemins, les animations, etc. Il existe différentes raisons qui font que la squelettisation est une modélisation intéressante pour les formes [48, 84] : (i) une représentation médiale est intuitive pour modéliser les objets allongés ; (ii) un squelette contient l'épaisseur de la forme en différents endroits par sa fonction d'étanchéité ; (iii) d'importantes caractéristiques du contour sont contenues dans le squelette, comme les pointes ou les extrema de courbure ; (iv) à la fois l'intérieur et l'extérieur de la forme sont décrits et segmentés en fonction de leur relative proximité du contour de la forme ; (v) la squelettisation permet un partitionnement des formes ; (vi) un squelette organise la forme selon une hiérarchie : les petits éléments du contour peuvent être distingués des caractéristiques principales du contour ; (vii) la modélisation par le squelette est complète, c'est-à-dire que toute la forme est représentée, de la plus petite bosse dans son contour aux coudes et aux trous dans sa structure ; (viii) la squelettisation offre le concept de « réduction dimensionnelle », c'est-à-dire que les formes sont transformées en un ensemble de branches qui représente un potentiel pour la compression de données et la concentration d'informations.

La squelettisation est une transformation qui connaît un fort succès dans les domaines de la médecine et de la biologie depuis son existence [6, 10, 36, 87], et de la minéralogie [111, 108, 123]. Toutefois, nous avons relevé quelques utilisations de la squelettisation dans les domaines de l'architecture et de l'urbanisme. Davis et Benedikt [32] partent d'une forme représentant le plan d'une architecture et utilisent la squelettisation pour calculer un chemin à l'intérieur de cette forme. Ce chemin correspond au lieu suffisant des points d'observation qui permet de couvrir tout l'espace par les isovists. Cependant, cet ensemble n'est pas minimal, car certains points fournissent à peu près les mêmes informations que leurs voisins. Par exemple, si nous avons une pièce rectangulaire correspondant à la forme de gauche dans la figure 4.3, la squelettisation fournit un chemin possédant cinq branches, alors qu'un seul point pris au hasard dans la forme suffit à couvrir toute la pièce. Plus tard, Carvalho et Batty ont tenté de faire l'analogie entre les lignes axiales de Hillier et Hanson [58], les isovists de Benedikt et les squelettes [18]. Enfin, alors que Kovács *et al.* ont montré que notre sensibilité inconsciente est maximale au niveau du squelette [70], van Tonder *et al.* ont tenté de trouver une corrélation entre la perception d'un jardin japonais et son squelette [75, 132].

En dehors de ces applications, la squelettisation semble n'avoir jamais été utilisée dans le domaine de l'urbanisme et encore moins pour analyser les variations apparaissant dans le champ visuel d'un observateur en mouvement.

### 4.3 *Vers une application de la squelettisation des formes de ciel*

À ce niveau, un dilemme se pose à nous : quel type d'image ou de forme de ciel devons-nous squelettiser ? Devons-nous nous baser sur des images discrètes ou alors sur des images vectorielles ? Pour tenter de répondre à cette question, nous allons observer les deux types d'images. Ensuite, nous expliquerons le choix que nous avons fait.

#### 4.3.1 *Image discrète*

Les images discrètes ont la particularité d'être faciles et rapides à créer, puisqu'il suffit de décider pour chaque pixel, qui en est le composant de base, sa couleur. De plus, les images discrètes permettent de ne traiter que des entiers et des coordonnées entières ( $\mathbb{Z}^n$ ), qui sont plus faciles et plus rapides à traiter par les ordinateurs que les réels, sans perte de précision.

Dans le cadre de la projection sphérique, les projections discrètes permettent en quelque sorte de classer les informations en fonction de leur distance et de leur taille,

ou plus exactement en fonction de leur angle solide : les informations de petite taille ou lointaines sont floues, ambiguës et les informations de grande taille ou proches sont précises et distinctes. Cette hiérarchie n'apparaît pas avec les images vectorielles où toutes les informations ont la même importance. De plus, elle imite en quelque sorte notre façon de percevoir le monde. Avec la squelettisation, nous avons ainsi deux niveaux de classification hiérarchique des informations.

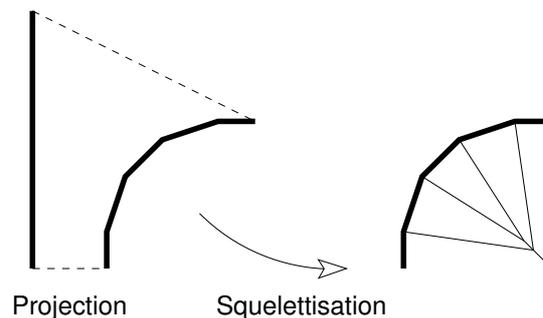
Les images discrètes possèdent aussi un certain nombre de défauts. Tout d'abord, la précision des images discrètes dépend entièrement de leur résolution, mais en général elle est moindre que celle des images vectorielles. Pour ce qui concerne la squelettisation, il est difficile voire impossible de calculer le squelette exact d'une forme discrète [123]. La plupart des algorithmes ne fournissent qu'une approximation. Toutefois, il semble que cette assertion devienne fausse actuellement. Il existe une définition discrète du squelette et des algorithmes efficaces, même pour la distance euclidienne [25, 100].

### 4.3.2 *Image vectorielle*

Les images vectorielles possèdent beaucoup d'avantages puisqu'elles sont décrites mathématiquement, qu'elles sont indépendantes de toute résolution et qu'elles utilisent des coordonnées réelles ( $\mathbb{R}^n$ ). En réalité, la résolution est déterminée par la précision des calculs et de la représentation des nombres réels. En conséquence, les images vectorielles sont apparemment plus précises que les images discrètes, au moins pour déterminer la frontière des éléments (par exemple, le contour d'une forme). Par contre, les images vectorielles possèdent aussi un ensemble d'inconvénients qui ne peuvent être négligés. Sur le plan pratique, la production d'images vectorielles nécessite des algorithmes sophistiqués et souvent des temps de traitement très long. Des cas particuliers apparaissent couramment (recouvrement de segments, de côtés de polygones, paramètres infinis, etc.) et sont à l'origine d'erreurs dans certains algorithmes. Enfin, les images vectorielles utilisent essentiellement des réels et, dans ce cas, tous les calculs sont dépendants de la précision de la machine.

L'algorithme de projection sphérique utilisé par Teller et que nous avons vu au §3.3.1 peut permettre de produire des « projections vectorielles ». En réalité, si nous analysons cet algorithme, il s'agit de fausses projections sphériques car les segments projetés sont obtenus par une approximation polygonale. Cet algorithme est suffisant si nous souhaitons obtenir une image discrète par la suite. Cependant, si nous partons de cette fausse projection pour transformer la forme du ciel et que nous en calculons le squelette celui-ci contiendra trop de branches par rapport à une véritable projection sphérique, comme nous pouvons le voir sur la figure 4.9. En effet, avec l'algorithme utilisé par Teller, un segment est projeté sous la forme d'une suite de petits segments connexes qui représente une approximation de la véritable projection sphérique du segment. Cependant, chaque jonction entre deux petits segments successifs crée une

nouvelle branche dans le squelette, qui n'apparaît pas dans le squelette de la véritable projection. Pour résoudre ce problème il existe deux solutions : soit nous effectuons un *élagage* qui consiste à retirer les branches en trop soit nous calculons la véritable projection sphérique de la forme du ciel. Le problème de l'élagage est de déterminer les branches qu'il faut éliminer. Ce problème n'est pas trivial et nécessite d'utiliser une heuristique, comme nous le verrons plus loin. Nous risquons à la fois de retirer des branches que nous aurions dû garder et de garder des branches que nous aurions dû retirer. Les problèmes liés à l'élagage n'apparaissent pas dans toutes méthodes de squelettisation dans les espaces discrets.



**Figure 4.9** – Squelettisation d'un segment projeté par la projection sphérique utilisée par Teller. Le segment à gauche est projeté en un ensemble de petits segments qui approxime un arc (au centre). Lorsque nous calculons le squelette du segment projeté, chaque jonction entre deux petits segments crée une branche dans le squelette.

Il existe des algorithmes permettant de définir mathématiquement des projections sphériques. Cependant, le problème de cette méthode est que les courbes générées par la projection sont de degré élevé : en général, ce ne sont pas des cercles, sauf dans le cas de la projection stéréographique. Le calcul des paramètres de ces courbes repose sur de nombreuses fonctions trigonométriques qui sont lentes par rapport à des opérations de base comme l'addition ou la multiplication. Le résultat est une structure très lourde en mémoire, très longue à générer et dont la précision n'est pas toujours optimale en raison de nombreuses transformations nécessaires (sauf si on travaille en double précision, mais alors les structures sont encore plus lourdes). Les projections sphériques vectorielles paraissent très séduisantes. Cependant, elles nécessitent beaucoup de ressources dans le cadre des espaces urbains denses. De plus, le fait de travailler avec des images vectorielles n'élimine nullement le problème de la précision. Il le déplace au mieux en amont.

### 4.3.3 Squelettisation des formes de ciel : discret contre vectoriel

Nous avons précédemment vu qu'il existe deux manières de représenter des projections sphériques : soit par des images discrètes soit par des images vectorielles. Les

images discrètes apportent une plus grande facilité de traitement, mais elles sont moins précises et sont susceptibles de posséder des perturbations. Quant aux images vectorielles, leurs qualités sont séduisantes, mais en réalité leur précision n'est qu'apparente, puisque celle-ci ne dépend en pratique que de la précision des machines en calcul avec des nombres à virgule flottante. Si bien que les images vectorielles semblent présenter autant d'intérêt que les images discrètes.

Dans notre projet, nous avons choisi d'utiliser des images discrètes pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les images discrètes permettent de cacher un défaut de la méthode de projection sphérique utilisée par Teller : une image discrète obtenue par ce procédé donne l'illusion qu'elle a été produite par une véritable projection sphérique. Autrement dit, sur un support discret, une projection sphérique exacte et son approximation fine sont identiques. Malgré les difficultés de la squelettisation dans les espaces discrets, il existe en ce moment une grande activité de recherche pour des méthodes de squelettisation de ce type. Actuellement, nous pouvons espérer obtenir des méthodes plus rapides et plus robustes que celle existant actuellement. Faire le choix des projections sphériques sur un support discret, c'est aussi permettre à notre méthode d'être appliquée à des photographies de parcours obtenues avec un objectif « fisheye » en situation réelle. Ceci permet de nous délaissier des étapes de reconstitution 3D des espaces urbains et de calcul des projections sphériques. Il resterait néanmoins à extraire le ciel d'une image fisheye et à étalonner l'objectif afin de se rapprocher d'une projection sphérique exacte. Pour continuer, le classement des informations selon leur distance lors de la discrétisation, nous a paru intéressant. La discrétisation génère du bruit lors de la transformation, mais dans le cas des projections sphériques, il s'agit d'un bruit « utile ». Enfin, l'utilisation d'images vectorielles nécessite de passer par des opérations booléennes comme l'union et la différence pour obtenir la forme du ciel en projection sphérique. Dans le cadre d'une scène urbaine, nous pouvons facilement nous retrouver avec des scènes de 10 000 faces, où chaque face est représentée par une vingtaine de points en moyenne. L'application des opérations booléennes peut rapidement devenir laborieux (sans parler des problèmes de précision lors du calcul de ces opérations). L'intérêt des images discrètes est que ces opérations se font par superposition de pixels et que la précision est fixée par l'image discrète elle-même.

## 4.4 Squelettisation dans les espaces discrets

En utilisant la méthode des projections sphériques de Teller, nous obtenons des images discrètes représentant les projections sphériques de la forme de ciel. Puis, nous réalisons une squelettisation de cette forme. La figure 4.10 montre deux exemples de squelettisation de formes de ciel dans des modèles de scènes existantes. Cependant, la squelettisation de formes dans ce type d'image ne se fait pas sans difficultés. Après avoir présenté la notion d'espace discret, nous détaillerons quelques ébauches de solutions pour calculer un squelette d'une forme discrète.



**Figure 4.10** – Projection sphérique et squelettisation dans des espaces urbains. La première ligne représente la projection sphérique puis la squelettisation de la vue du ciel (en noir) près de l'église dans la rue Xavier-Neujean à Liège en Belgique (cf. §7.8). La pointe qui pénètre dans le ciel correspond au clocher de l'église. La seconde ligne représente la projection sphérique puis la squelettisation de la vue du ciel dans le cours des Cinquante Otages à Nantes en France (cf. §7.9). L'élément qui pénètre dans le ciel au bas de l'image correspond à la Tour de Bretagne et la petite pointe qui apparaît plus haut correspond au clocher de l'église Saint Nicolas. La projection sphérique a été réalisée en utilisant l'algorithme 3.2 (cf. 3.3.1) et la squelettisation a été faite en utilisant la méthode de Siddiqi *et al.* (cf. §5.3).

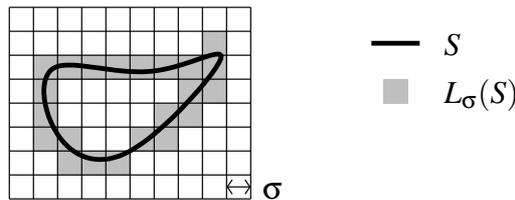
### 4.4.1 Espace discret

Les support des images discrètes est l'espace discret 2D représenté par l'ensemble  $\mathbb{Z}^2$  des couples de coordonnées entières relatives. Cet ensemble représente une approximation de  $\mathbb{R}^2$ , car les objets y sont représentés par un ensemble fini de points. Chaque point de  $\mathbb{Z}^2$  peut représenter ou être représenté par un *pixel*. Soit  $p$  un point de  $\mathbb{Z}^2$ , un pixel représente l'ensemble des points  $q$  de  $\mathbb{R}^2$  plus proches de  $p$ , selon une distance donnée, que de n'importe quel autre point de  $\mathbb{R}^2$ . Cette définition du pixel se rapproche de la définition des diagrammes de Voronoï (cf. §5.2). Elle centralise les points de  $\mathbb{Z}^2$  dans le pixel. Nous considérons que les coordonnées d'un pixel sont données par les coordonnées du point central du pixel. Comme chaque pixel recouvre un ensemble de points de  $\mathbb{R}^2$ , il est possible d'utiliser un paramètre  $\sigma$  qui représente à la fois la zone couverte par le pixel et la résolution de l'espace discret utilisé. Ici, nous considérons que les pixels sont carrés. Par conséquent, la distance qui sépare le point central  $p$  des autres points  $q$  du pixel vérifie  $d_8(p, q) \leq \sigma/2$ , où  $d_8$  est la distance de Manhattan définie dans l'équation 4.21. La recherche des coordonnées du pixel qui recouvre un point  $p(x, y)$  de  $\mathbb{R}^2$  se fait par la fonction  $\text{PN}_\sigma(x, y) = (\sigma E(x/\sigma) + \sigma/2, \sigma E(y/\sigma) + \sigma/2)$ , où  $E : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$  est la fonction qui extrait la partie entière d'un nombre réel. La fonction de discrétisation permettant de retrouver un pixel de résolution  $\sigma$  à partir d'un point  $p$  quelconque du plan  $\mathbb{R}^2$  est définie par

$$L_\sigma(p) = \{q \in \mathbb{R}^2 \mid d_8(\text{PN}_\sigma(p), q) \leq \sigma/2\}. \quad (4.18)$$

Soit  $S$  une forme de  $\mathbb{R}^2$ , la représentation discrète de  $S$  est donnée par la fonction  $L_\sigma$  définie par

$$L_\sigma(S) = \bigcup_{p \in S} L_\sigma(p). \quad (4.19)$$



**Figure 4.11** – Discretisation d'une forme de  $\mathbb{R}^2$ .

Pour déterminer si des pixels appartiennent à un objet, on leur associe soit la valeur 0 soit la valeur 1. En général, un objet dans l'espace discret est caractérisé par un ensemble de pixels de valeur 1 et le reste par tous les pixels de valeur 0.

Dans un espace discret, il est possible d'utiliser des distances basées uniquement sur des opérations entières. Le principal avantage de ce type de distances est de per-

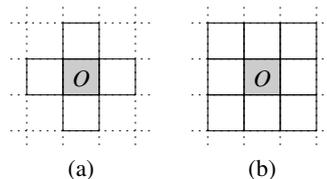
mettre une plus grande rapidité des calculs. Soient  $p(x_p, y_p)$  et  $q(x_q, y_q)$  deux points de  $\mathbb{Z}^2$ . Les distances discrètes les plus utilisées sont

$$d_4(p, q) = |x_q - x_p| + |y_q - y_p|, \quad (4.20)$$

$$d_8(p, q) = \max(|x_q - x_p|, |y_q - y_p|), \quad (4.21)$$

$$d_E^2(p, q) = (x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2, \quad (4.22)$$

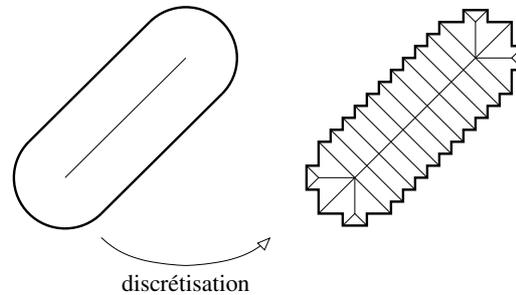
où  $d_E^2$  est appelée distance euclidienne quadratique,  $d_4$  est appelée distance Manhattan ou distance  $L_1$ ,  $d_8$  distance échiquier ou distance  $L_\infty$ . Il faut noter que la distance euclidienne quadratique n'est pas une distance au sens de la définition 4.1. Les points  $p$  et  $q$  vérifiant  $d_4(p, q) \leq 1$  sont dits 4-adjacents. On dit aussi que  $q$  est dans le 4-voisinage de  $p$ . De la même manière, les points  $p$  et  $q$  vérifiant  $d_8(p, q) \leq 1$  sont dits 8-adjacents et  $q$  est dans le 8-voisinage de  $p$ . Les voisinage induis par les distances  $d_4$  et  $d_8$  apparaissent dans la figure 4.12.



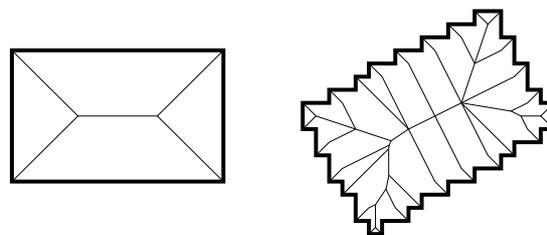
**Figure 4.12** – Représentation du (a) 4-voisinage et du (b) 8-voisinage d'un point sur un quadrillage.

#### 4.4.2 Particularités de la squelettisation dans les espaces discrets

La stabilité d'une méthode de squelettisation face aux transformations géométriques, comme la translation, la rotation et le changement d'échelle, est essentielle pour assurer la fidélité de la méthode. Toutefois, ces qualités ont parfois tendance à disparaître avec les formes discrètes. Dans ce type de formes, chaque couple de traits vertical et horizontal dus aux contours des pixels forme un pic. Difficilement visible à l'œil nu pour des résolutions élevées, les pics ont pour effet d'ajouter des branches dans le squelette et parfois ils modifient sa géométrie. Nous pouvons observer cet effet dans la figure 4.13. Dans le cas des espaces discrets, le critère de tolérance au bruit (cf. §4.1.2) n'est plus respecté, pas plus que le critère d'invariance sous transformations géométriques. Dans l'espace discret, la squelettisation est invariante par translation, par contre elle ne l'est pas par rotation et homothétie (figure 4.14). Ces deux transformations peuvent faire apparaître, disparaître, voire modifier une grande partie des branches dans les squelettes.



**Figure 4.13** – Influence de la discrétisation sur le squelette. Dans la figure de gauche nous voyons le squelette généré par le contour continu en gras. Après discrétisation (à droite), un ensemble de pics apparaissent dans le contour. Ces pics changent la forme du squelette qui rejoint le contour en plusieurs endroits.



**Figure 4.14** – Squelette d'une forme discrète après une rotation. Sur la figure, nous voyons deux formes discrètes : l'une est un rectangle, l'autre est ce même rectangle ayant subi une rotation de  $30^\circ$ . Nous voyons qu'entre ces deux formes, la rotation dans l'espace discret modifie profondément le squelette.

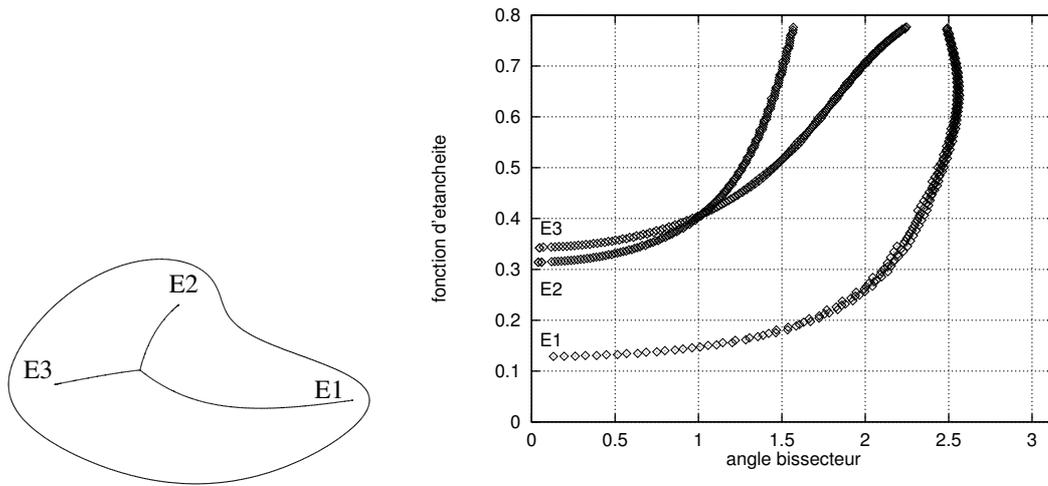
### 4.4.3 Réduction du bruit dans les squelettes des formes discrètes

Pour éliminer le bruit qui influe sur les branches du squelette, il existe diverses solutions. Comme nous l'avons vu au §4.3.2, une première solution consiste à effectuer une approximation polygonale ou curviligne du contour de la forme. Ici, l'approximation consiste à retrouver les points de  $\mathbb{R}^2$  qui correspondent au contour. Cette solution est intéressante car elle permet de rechercher le squelette dans un espace continu. Par contre, la forme n'est traitée qu'à partir d'une approximation de la forme discrète. En plus des défauts rencontrés au §4.3.2, d'autres défauts peuvent apparaître soit dans le squelette soit lors de l'approximation provoquant des erreurs au niveau des branches sur leur longueur, sur la position de leurs points et même sur leur existence.

Une autre solution consiste à déterminer quelles sont les branches qui ont été générées par le bruit. Cette opération qui porte le nom *d'élagage* et que nous avons déjà vu au §4.3.2 se base sur une heuristique pour déterminer les branches ou les points qui seront retirés du squelette. Par exemple, Attali a utilisé le rapport entre l'angle bissecteur et le rayon des points squeletaux [7]. La figure 4.15 représente ce rapport pour un squelette simple. En modélisant l'effet du bruit dans la squelettisation selon ce rapport, nous pouvons détecter les couples de valeurs angle bissecteur et rayon qui correspondent à des points squeletaux générés par les perturbations, comme le montre la figure 4.16. En retirant ces points, nous obtenons un squelette simplifié. Ogniewicz se base sur d'autres rapports pour éliminer des points ou des branches [84]. Toutefois, l'élagage d'un squelette d'une forme discrète suppose que la solution se trouve dans ce squelette. Ceci n'est pas certain car les perturbations peuvent influencer la position des points squeletaux.

Une troisième solution consiste à utiliser la carte de distances de la forme discrète basée sur la distance euclidienne ou une approximation. Comme nous l'avons vu dans le §4.2.1.1, il est possible de suivre dans cette carte les crêtes, qui représentent à la fois les maxima locaux et les lieux où un coin apparaît dans le front enflammé. Dans cette solution, il existe deux issues : soit la carte de distances est utilisée pour retrouver les lieux où des coins se sont formés (recherche par les chocs), soit la carte de distances est utilisée pour retrouver les points de la forme qui appartiennent au squelette. Dans ce dernier cas, les méthodes constituent un squelette discret.

Dans le cas des squelettes discrets, un défaut peut apparaître : il s'agit de l'existence de solutions équivalentes. Comme le montre la figure 4.17, si la forme présente une zone où l'épaisseur en pixel est paire, plusieurs solutions peuvent apparaître. Certaines méthodes résolvent le problème en forçant l'algorithme à choisir les pixels qui seront éliminés. Le résultat de cette solution apparaît dans les deux schémas de gauche de la figure 4.17. Certains algorithmes proposent de permettre que des portions de branche aient deux pixels d'épaisseur. Le résultat de cette solution apparaît dans le schéma de droite de la figure 4.17. Dans ce dernier cas, il est possible d'affiner la définition du quadrillage afin d'assurer que le squelette ait une épaisseur d'un pixel pour toutes ses



**Figure 4.15** – Rapport angle bissecteur et rayon d'un squelette (d'après [7]). La figure montre à gauche une forme et son squelette et à droite le rapport angle bissecteur et rayon pour des points de chacune des branches. La fonction d'étanchéité calculée pour chaque point du squelette sa distance par rapport au point du contour le plus proche.

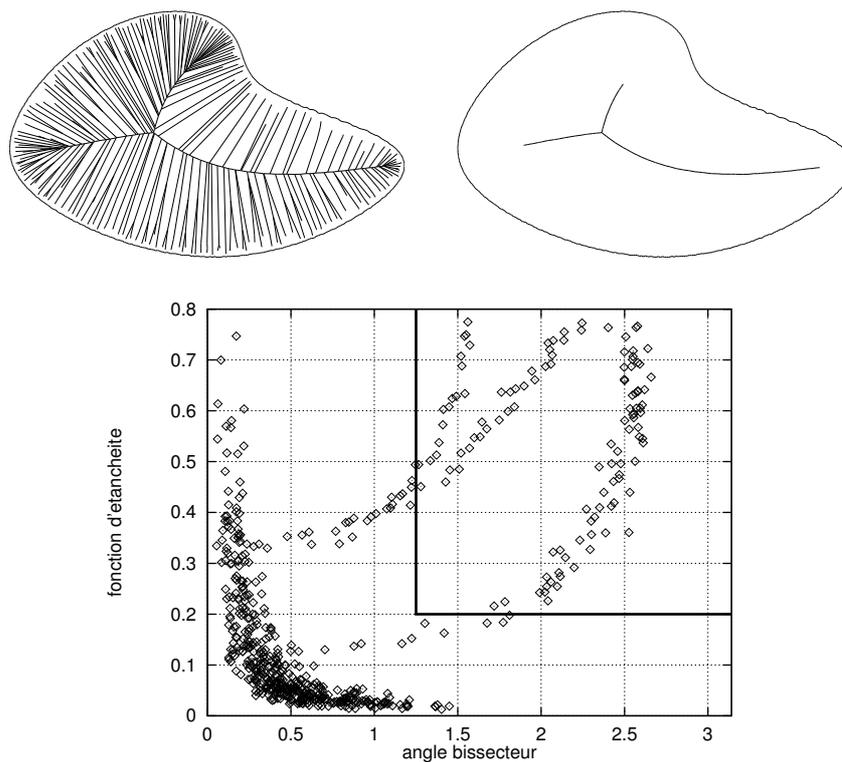
branches.

D'une manière générale, la recherche des crêtes introduit d'inévitables erreurs et nécessite toujours un post-traitement [119]. L'une des difficultés auxquelles se heurtent ces méthodes est de ne pas calculer avec exactitude la carte des distances euclidiennes. Les squelettes résultants sont généralement incongrus, c'est-à-dire que le descripteur de forme n'est pas robuste sous certaines transformations géométriques [86].

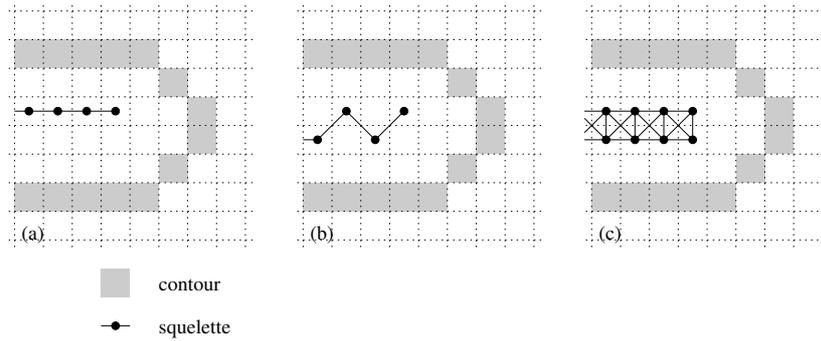
## 4.5 Conclusion

Nous nous sommes intéressés, dans ce chapitre, à la recherche d'une méthode permettant d'analyser les formes de ciel dans les espaces ouverts urbains. Il est important que cette méthode permette une description, à la fois globale et détaillée, de chaque forme de ciel observée le long des parcours dans le but de décrire les variations qui se sont produites en passant d'une observation à la suivante. Pour analyser les formes de ciel de la méthode de Teller, la squelettisation a attiré notre attention car elle conserve les informations de la forme qu'elle transforme et permet de la décrire de manière hiérarchique : du moindre détail apparaissant dans son contour ou son intérieur jusqu'à son aspect global. De plus, elle satisfait les critères d'invariance par transformation géométrique, d'unicité et de conservation de l'information.

Après avoir discuté sur le type de support sur lequel la squelettisation pouvait s'appliquer (vectorielle ou discrète), nous avons remarqué que le support discret est mieux



**Figure 4.16** – Simplification d'un squelette par le rapport angle bissecteur et rayon (d'après [7]). Dans le graphique en bas de la figure, si nous ne gardons que les points situés à l'intérieur du carré, le squelette est simplifié et nous obtenons le squelette de droite dans la figure. Le carré est une zone supérieure à  $\frac{2\pi}{5}$  en abscisse et supérieure à 0,2 en ordonnée.



**Figure 4.17** – Solutions équivalentes.

adapté aux études de formes de ciel dans les environnements urbains. Les formes que nous cherchons à analyser sont donc des formes intégrées dans des images discrètes. Cependant, la squelettisation est une transformation qui est particulièrement sensible au bruit des images discrètes. En particulier, la squelettisation est assez instable avec les formes discrètes telles les projections sphériques de Teller. Bien qu'il existe des solutions pour réduire l'effet du bruit sur les squelettes, il ne semble pas exister actuellement de méthode permettant de calculer le squelette exact d'une forme discrète. Malgré ce constat, différentes méthodes sont proposées pour calculer le plus précisément possible des squelettes stables à partir de formes discrètes. Dans le chapitre suivant, nous examinerons quelques unes de ces méthodes et nous décrirons comment nous avons choisi la méthode de squelettisation que nous avons utilisée dans cette recherche.



## Comparaison de quelques méthodes de squelettisation dans l'espace discret

**L**A squelettisation est une méthode assez répandue dans le domaine de l'analyse d'images. Elle s'applique aussi bien aux espaces continus qu'aux images discrètes. Avec la méthode des projections sphériques de Teller, les images que nous devons traiter sont des images discrètes. Or nous avons vu que certaines notions classiques dans les espaces continus sont difficiles à retrouver dans les espaces discrets. Ces difficultés déforment parfois exagérément le squelette. Dans ce cas, il est nécessaire soit de modifier la forme d'origine soit de modifier le squelette obtenu.

Actuellement, il existe une multitude de méthodes de squelettisation dans l'espace discret. Dans ce chapitre, nous décrivons les méthodes que nous avons rencontrées au cours de notre projet. Nous commencerons par les méthodes basées sur le calcul de la carte de distances, puis nous verrons une méthode utilisant les diagramme de Voronoï, enfin nous terminerons par une méthode directement inspirée par l'analogie du feu de prairie pour détecter les points squeletaux. Par la suite, nous décrirons quelle méthode nous avons choisie parmi celles que nous avons rencontrées. Pour cela, nous exposerons la série de tests qui nous a conduits dans notre choix.

## 5.1 Méthodes basées sur le calcul de la carte de distances dans l'espace discret

La squelettisation peut être vue comme une méthode qui consiste à rechercher, parmi les points d'une forme, ceux qui sont les plus éloignés du contour. Si, pour chaque point de la forme, nous associons la distance au point du périmètre le plus proche, nous obtenons la carte de distances. Dans cette représentation, en interprétant la valeur d'un point de la carte de distances comme l'altitude du point dans un relief topographique, le squelette correspond à l'ensemble des points positionnés sur des crêtes. Les points d'une crête sont en effet des maxima locaux et sont équidistants à deux points au moins du contour. Rechercher ces points revient donc à rechercher les points du squelette. Le problème posé est donc de calculer correctement la carte des distances et de rechercher les maxima locaux.

### 5.1.1 Distances de chanfrein

Thiel a proposé une méthode de squelettisation basée sur les distances de chanfrein de Borgfors [123, 124]. Elle consiste à rechercher dans une forme discrète les points appartenant au squelette.

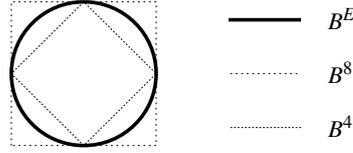
Sur un quadrillage, les distances  $d_4$  et  $d_8$  sont des distances discrètes couramment utilisées. Pour deux points  $p(x_p, y_p)$  et  $q(x_q, y_q)$  de  $\mathbb{Z}^2$ ,

$$d_4(p, q) = |x_q - x_p| + |y_q - y_p|, \quad (5.1)$$

$$d_8(p, q) = \max\{|x_q - x_p|, |y_q - y_p|\}. \quad (5.2)$$

Par rapport à la distance euclidienne  $d_E$ , la 4-distance  $d_4$  donne des valeurs trop élevées et la 8-distance  $d_8$  des valeurs trop petites. En règle générale, nous avons  $d_4(p, q) \geq d_E(p, q) \geq d_8(p, q)$ , sachant que les distances sont égales le long des axes vertical et horizontal et qu'elles atteignent leur écart maximal le long des diagonales (dans ce cas,  $d_4 \equiv d_E\sqrt{2} \equiv 2d_8$ ). Les boules de ces distances permettent d'étudier leur différence. La forme de la boule varie selon la distance utilisée. Comme le montre la figure 5.1, la boule de la distance euclidienne  $B^E$  dans le plan a la forme d'un disque, quelque soit son rayon et son centre. La boule de la 4-distance  $B^4$  est un carré incliné de  $45^\circ$  par rapport aux axes et celle de la 8-distance  $B^8$  est un carré non incliné.

Des solutions ont été proposées pour créer une distance dont la boule est proche de la boule euclidienne. À la fin des années 60, Montanari a développé un ensemble de distances basées sur la notion de masque [79]. Elles permettent d'avoir une approximation de la distance euclidienne dans les espaces discrets. La méthode de Montanari consiste à associer à des déplacements élémentaires une valeur appelée *coût* ou *poids*,



**Figure 5.1** – Boules des distances  $d_4$ ,  $d_8$  et  $d_E$ . La figure montre des différences importantes entre les trois distances. Ces différences sont plus importantes au niveau des diagonales.

obtenue en calculant la distance euclidienne du déplacement. Dans les années 80, Borgfors reprend le concept des masques en utilisant des coûts entiers à la place des coûts réels de Montanari [13, 14]. L'utilisation de coûts entiers permet de calculer plus rapidement les cartes des distances.

### 5.1.1.1 Définitions

Une *pondération* est un couple  $(\mathbf{x}, w)$  composé d'un déplacement  $\mathbf{x}$  de  $\mathbb{Z}^2$  et d'un poids  $w \in \mathbb{R}$ . Un *masque*  $\mathcal{M}$  est un ensemble fini de pondérations :  $\mathcal{M} = \{(\mathbf{x}_i, w_i) \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{R}\}$ . Un *masque de chanfrein* est un masque possédant une symétrie centrale, dont les poids sont strictement positifs et dont les déplacements sont non nuls. La figure 5.2 représente des masques de chanfrein couramment utilisés. Les masques  $\langle 1 \rangle$  et  $\langle 1, 1 \rangle$  correspondent respectivement au 4-voisinage et au 8-voisinage. Les masques  $\langle 3, 4 \rangle$ ,  $\langle 5, 7, 11 \rangle$  et  $\langle 14, 20, 31, 44 \rangle$  ont été introduits par Borgfors [13, 14], le masque  $\langle 62, 88, 139, 196, 224 \rangle$  a été introduit par Thiel [123].

Les masques de chanfrein permettent de définir des distances dans l'espace discret. Le calcul d'une distance entre deux points  $p$  et  $q$  à partir d'un masque de chanfrein se fait en recherchant les chemins allant de  $p$  à  $q$  et utilisant les déplacements du masque. Soient  $p$  et  $q$  deux points,  $q = p + \sum \lambda_i \mathbf{x}_i$ , où  $\lambda_i$  correspond au nombre de fois que le déplacement  $\mathbf{x}_i$  du masque est utilisé. La distance entre les deux points correspond donc au chemin  $\sum \lambda_i \mathbf{x}_i$  pour lequel  $\sum \lambda_i w_i$  est minimal, où chaque  $(\mathbf{x}_i, w_i)$  est une pondération du masque utilisé.

**Définition 5.1 (Distance de chanfrein)** Une distance de chanfrein  $d_{\mathcal{M}}$  entre deux points  $p$  et  $q$  du plan est le coût minimal  $\sum \lambda_i w_i$  de tous les chemins de longueur finie  $\sum \lambda_i \mathbf{x}_i$ , liant  $p$  et  $q$  et utilisant les déplacements  $(\mathbf{x}_i, w_i)$  du masque de chanfrein  $\mathcal{M}$  :

$$d_{\mathcal{M}}(p, q) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i w_i \mid q = p + \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{x}_i \right\}. \quad (5.3)$$

Les distances de chanfrein  $d_{\langle 1 \rangle}$  et  $d_{\langle 1, 1 \rangle}$  sont respectivement équivalentes aux distances  $d_4$  et  $d_8$ . Le taux d'erreur de  $d_{\langle 1 \rangle}$  par rapport à  $d_E$  atteint 40%. Avec la distance

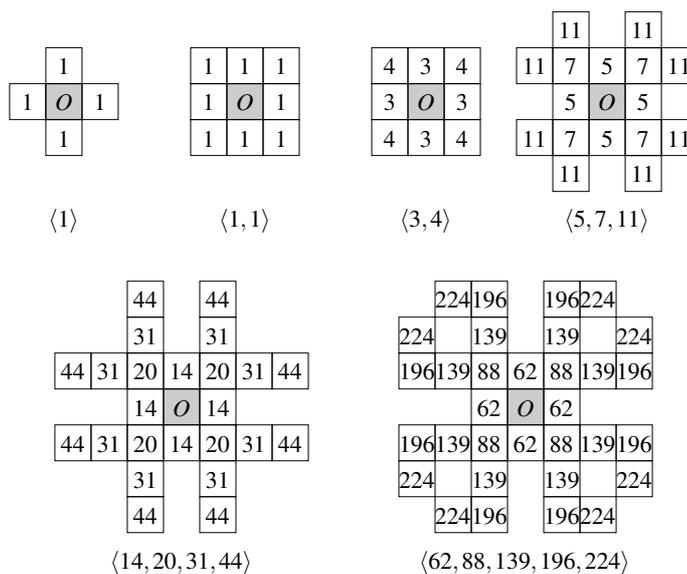


Figure 5.2 – Quelques masques de chanfrein.

$d_{\langle 3,4 \rangle}$ , ce taux est réduit à 6%, avec la distance  $d_{\langle 5,7,11 \rangle}$  il est réduit à 2% et avec la distance  $d_{\langle 62,88,139,196,224 \rangle}$  il est réduit à 0,66% [123]. D'une manière générale, il est possible d'estimer plus finement la distance euclidienne avec des masques plus grands. La figure 5.3 représente les boules  $B^{\langle 3,4 \rangle}$  et  $B^{\langle 5,7,11 \rangle}$  pour un même rayon. La boule  $B^E$  équivalente apparaît en gris. Nous voyons que la boule  $B^{\langle 5,7,11 \rangle}$  est une meilleure approximation de la boule euclidienne. De manière générale, les boules  $B^{\langle 3,4 \rangle}$  forment des octogones et les boules  $B^{\langle 5,7,11 \rangle}$  forment des hexadécagones (16 côtés).

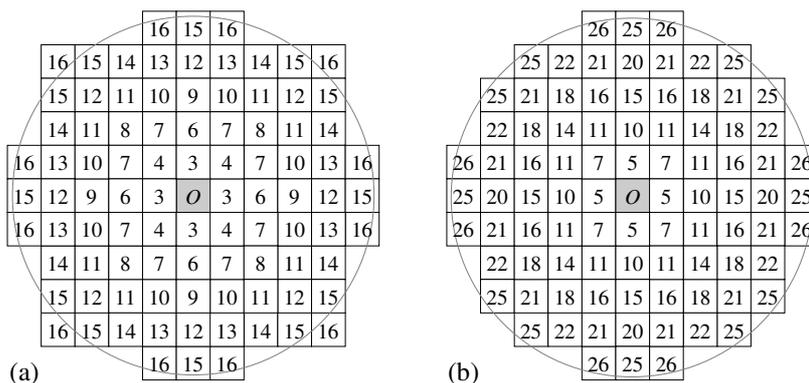


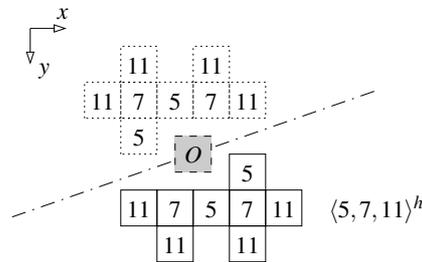
Figure 5.3 – Boules de chanfrein pour un rayon de 5,35. La boule  $B^E(5,35)$  apparaît en gris. Les boules équivalentes de cette figure sont (a)  $B^{\langle 3,4 \rangle}(16)$  et (b)  $B_{\langle 5,7,11 \rangle}(26)$ .

### 5.1.1.2 Recherche du squelette

La recherche du squelette d'une forme en utilisant les distances de chanfrein se fait en cinq étapes [123].

1. Calcul de la carte de distances en utilisant une distance de chanfrein.
2. Extraction des maxima locaux, des points de selle et des chemins de reconnexion.
3. Remplissage des faux trous.
4. Réduction à l'épaisseur 1.
5. Élagage et simplification du squelette.

Le calcul de la carte de distances se base sur l'algorithme de Rosenfeld et Pflatz [102] (algorithme 5.1). Dans cet algorithme, le masque de chanfrein est coupé en deux (figure 5.4). La moitié inférieure sert pour le parcours avant de l'image et l'autre moitié pour le parcours arrière. La distance de chanfrein utilisée pour la transformation de distances influence beaucoup l'apparence de la carte de distances. À titre d'exemple, la figure 5.5 représente différentes cartes de distances pour une même forme de dimension  $64 \times 64$ , mais avec différentes distances de chanfrein. Les deux premières cartes ont été respectivement calculées avec les distances  $d_4$  et  $d_8$ . Les dernières cartes se rapprochent plus de la carte des distances euclidiennes.



**Figure 5.4** – Demi-masque avant  $\langle 5, 7, 11 \rangle^h$ .

La recherche des maxima locaux se fait en recherchant les points de la carte de distances qui ne propagent pas l'information de distance (figure 5.6). Soient  $S$  une forme et un point  $p$  de la carte de distances  $DM_S^{\mathcal{M}}$ , où  $\mathcal{M}$  est un masque de chanfrein, on dit que  $p$  ne propage l'information de distance si pour toute pondération  $(\mathbf{x}, w)$  de  $\mathcal{M}$ , on a

$$DM_S^{\mathcal{M}}(p + \mathbf{x}) < DM_S^{\mathcal{M}}(p) + w. \quad (5.4)$$

Cependant, cette relation n'est pas valable pour toutes les distances de chanfrein, du fait que, pour ces masques, il existe des boules de rayon  $r$  équivalents à des boules

---

**Algorithme 5.1** Algorithme de transformée de distance par les masques de chanfrein. Cet algorithme prend en paramètre un masque de chanfrein  $\mathcal{M}$ , une image  $I$  de dimension  $L_x \times L_y$  et renvoie une carte de distance DM.

---

**procédure** distanceTransform ( $\mathcal{M}, I, L_x, L_y, DM$ )

**début**

$\mathcal{M}^h \leftarrow \{(x, y, w) \in \mathcal{M} \mid (x > 0 \wedge y = 0) \vee y > 0\}$

// Balayage avant

**pour**  $x$  **de** 0 **à**  $L_x$  **faire**

**pour**  $y$  **de** 0 **à**  $L_y$  **faire**

**si**  $I[x, y] \neq 0$  **alors**

$k \leftarrow +\infty$

**pour tout**  $(p, w) \in \mathcal{M}^h$  **faire**

$k \leftarrow \min(k, I[(x, y) - p] + w)$

**finpour**

$DM[x, y] \leftarrow k$

**sinon**

$DM[x, y] \leftarrow 0$

**finsi**

**finpour**

**finpour**

// Balayage arrière

**pour**  $x$  **de**  $L_x$  **à** 0 **faire**

**pour**  $y$  **de**  $L_y$  **à** 0 **faire**

**si**  $DM[x, y] \neq 0$  **alors**

$k \leftarrow +\infty$

**pour tout**  $(p, w) \in \mathcal{M}^h$  **faire**

$k \leftarrow \min(k, DM[(x, y) + p] + w)$

**finpour**

$DM[x, y] \leftarrow k$

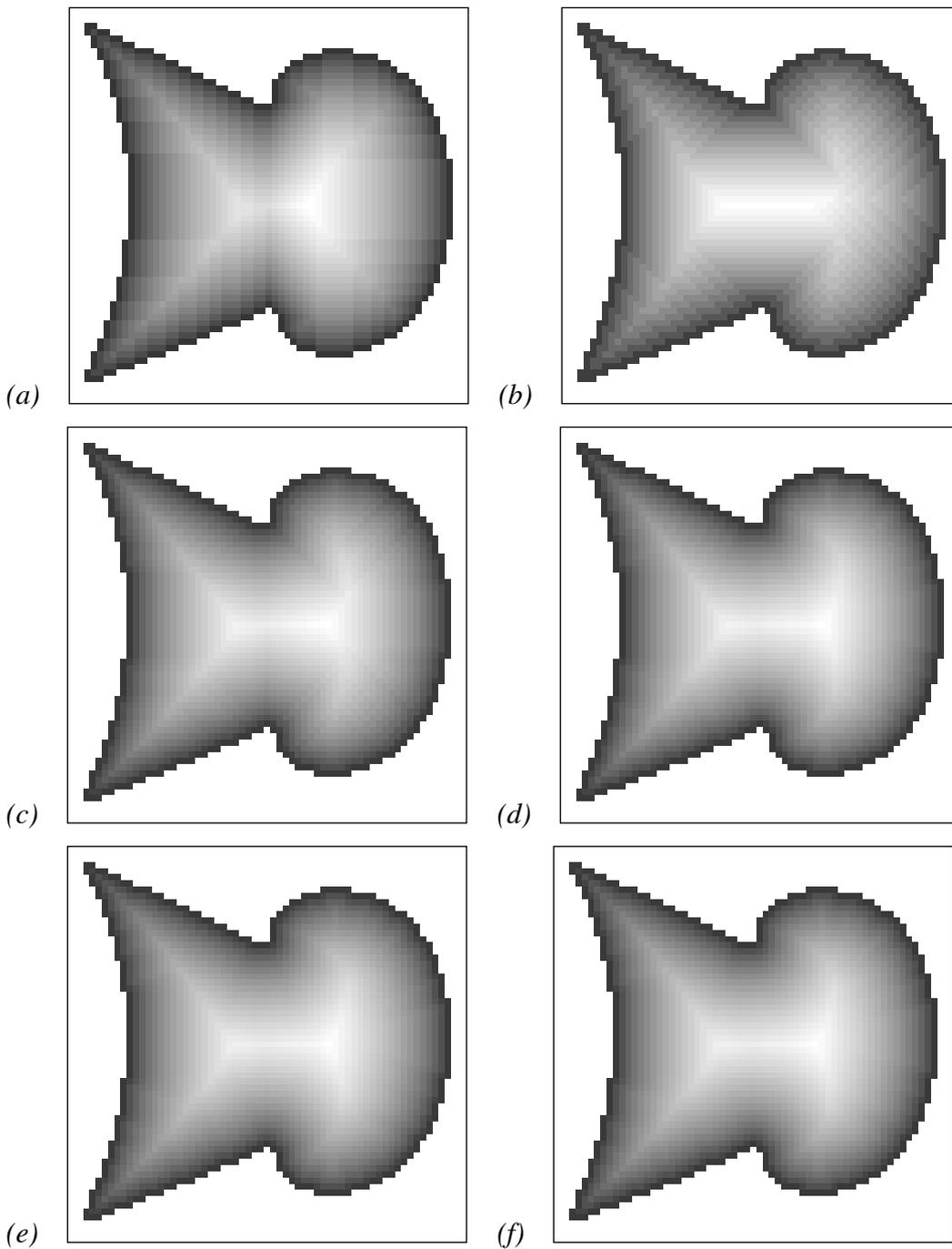
**finsi**

**finpour**

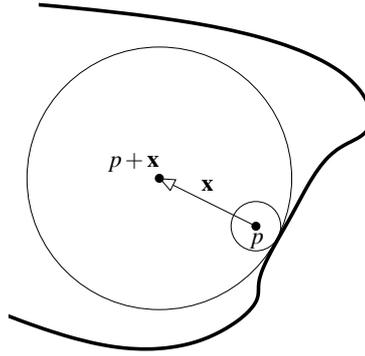
**finpour**

**fin**

---



**Figure 5.5** – Cartes des distances pour différentes distances de chanfrein pour une image de  $64 \times 64$ . (a)  $DM_{(1)}$ , (b)  $DM_{(1,1)}$ , (c)  $DM_{(3,4)}$ , (d)  $DM_{(5,7,11)}$ , (e)  $DM_{(14,20,31,44)}$ , (f)  $DM_{(62,88,139,196,224)}$ . Chaque image utilise un dégradé parabolique (suivant l'application  $x \mapsto \sqrt{x}$ ). Plus les points sont blancs, plus ils sont distants du contour de la forme.



**Figure 5.6** – Propagation de l'information de distance. Le point  $p$  propage l'information de distance car  $DM_S(p + \mathbf{x}) > DM_S(p)$  et la boule maximale en  $p$  est contenue dans la boule maximale en  $p + \mathbf{x}$ .

de rayon  $r \pm 1$  ou plus (par exemple, les boules  $B^{(5,7,11)}(5)$  et  $B^{(5,7,11)}(6)$  sont équivalentes). De ce fait, tous les points  $p$  vérifiant l'équation (5.4) ne sont pas forcément des points de l'axe médian. Pour résoudre ce problème, Thiel propose d'utiliser une table permettant d'obtenir les correspondances entre les rayons des différentes boules équivalentes pour une distance de chanfrein donnée. Dans [124, 99], il donne une méthode pour calculer des tables de correspondance (Lut). Lut est une table à deux entrées qui dépend du masque de chanfrein utilisé (figure 5.7) : pour un déplacement et un rayon donnés, la table fournit le rayon de la boule équivalente. Ainsi, pour appartenir au squelette, un point  $p$  doit vérifier le critère suivant :

$$p \in \mathbf{MA}(S) \iff \forall \mathbf{x} \in \mathcal{M}_{\text{Lut}}, DM_S^{\mathcal{M}}(p + \mathbf{x}) < \text{Lut}(\mathbf{x}, DM_S^{\mathcal{M}}(p)), \quad (5.5)$$

où  $\mathcal{M}_{\text{Lut}}$  est l'ensemble des déplacements à prendre en compte pour effectuer les corrections correspondantes. Il faut noter que les déplacements de  $\mathcal{M}_{\text{Lut}}$  ne sont pas forcément les mêmes que les déplacements du masque utilisé [123].

La recherche des maxima locaux ne permet d'obtenir qu'un nuage de points. La construction du squelette passe donc par un ensemble de calcul qui permettent de connecter cet ensemble de points en recherchant les points de selle (points au niveau desquels le gradient s'annule) et en suivant les gradients pour propager la ligne médiane. D'autres étapes sont nécessaires et réalisent un amincissement, un élagage ou un « embellissement » avant d'effectuer une polygonisation du squelette.

### 5.1.1.3 Critique de la méthode

Nous avons tenté de réaliser notre propre implémentation de la méthode de squelettisation par les distance de chanfrein. Cette implémentation suit les différentes étapes,

$R \setminus x$	(1,0)	(1,1)	(2,1)
5	6	8	12
7	11	12	17
10	12	15	19
11		17	
14	17	19	23
15	19		
16		22	
18	22	23	28
20	23	26	30
21		27	
25	28	30	34
27		33	
28		34	

$R \setminus x$	(1,0)	(1,1)	(2,1)
29	33		
30	34		
31		37	
32		38	
35	39	41	45
38		44	
39		45	
40	44		
42		48	
46		52	
49		55	
53		59	
60		66	

**Figure 5.7** – Table de correspondance pour le masque  $\langle 5, 7, 11 \rangle$ .

jusqu'au point numéro 4, décrites précédemment à la page 117, pour rechercher un squelette. Les cartes de distances de la figure 5.5 ont été obtenues par cette implémentation. Toutefois, nous avons rencontré des difficultés qui ne nous ont pas permis de la terminer.

La première difficulté venait de l'algorithme utilisé pour la propagation de la ligne médiane. Il consiste principalement à rechercher les gradients maximums qui permettent de connecter les nuages de points obtenus lors de la recherche des maxima locaux. Thiel propose une méthode qui utilise un masque de  $5 \times 5$  comme la masque  $\langle 5, 7, 11 \rangle$ . Par rapport à ce masque, elle étend chaque nuage de points vers les points qui maximise le gradient. Cependant, Thiel ne précise pas comment faire pour distribuer les poids aux différents déplacements. Dans son DEA, Remy propose un autre algorithme basé cette fois sur le voisinage en 3D avec des masques ayant des poids de 1 [98]. En 2D, la méthode de Remy revient à explorer le 8-voisinage. De notre côté, nous avons proposé un autre algorithme basé sur le voisinage induit par le masque utilisé avec des points de 1. Cet algorithme recherche dans le voisinage du masque l'ensemble des points propageant l'information de distance. Nous obtenons un ensemble de composantes connexes et pour chacune d'elles nous calculons la somme des déplacements qui nous donne des directions dominantes. On propage la ligne médiane en utilisant les points qui se situent dans la direction dominante.

Nous avons constaté une seconde difficulté dans l'algorithme de réduction à l'épaisseur 1. La ligne médiane peut avoir une épaisseur strictement supérieure à 1 dans certaines parties. Dans ce cas, Thiel propose un algorithme en deux passes sensé réduire l'épaisseur du squelette tout en favorisant son centrage [123]. Cependant, nous avons remarqué que l'algorithme qu'il proposait supprimait trop de point dès la première passe. Le squelette obtenu ne permet pas de reconstruire entièrement la forme d'origine...

Pour terminer, les distances de chanfrein permettent d'estimer la distance euclidienne en utilisant des valeurs et des opérations entières. Cependant, elles apportent aussi des imprécisions dans les calculs de la carte de distances et du ssquelette.

### 5.1.2 Distance euclidienne quadratique

Des chercheurs se sont intéressés au calcul des squelettes en se basant sur la distance euclidienne. La distance euclidienne est une distance qui permettrait de générer des cartes de distances précise. Cependant, elle n'est pas discrète, car elle utilise la fonction racine carré. Aussi, certains chercheurs se sont intéressés à la distance euclidienne quadratique. Bien que ce ne soit pas une distance au sens de la définition 4.1, elle fournit des valeurs entières positives à partir de coordonnées discrètes et elle permet de limiter les algorithmes aux opérations d'addition et de multiplication. Soient deux points  $p$  et  $q$  de  $\mathbb{Z}^2$ , la distance euclidienne quadratique  $d_E^2(p, q)$  entre  $p$  et  $q$  est définie par

$$d_E^2(p, q) = \|q - p\|^2 = (x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2. \quad (5.6)$$

$d_E^2$  n'est pas une distance car elle ne vérifie pas l'inégalité triangulaire (cf. définition 4.1). Par exemple, soient  $p(1, 0)$  et  $q(2, 0)$ . On a  $d_E^2(0, p) = d_E^2(p, q) = 1$  et  $d_E^2(0, q) = 4$ , donc  $d_E^2(0, q) \not\leq d_E^2(0, p) + d_E^2(p, q)$ . Malgré cette particularité, des méthodes ont été proposées par Saito et Toriwaki ainsi que par Hirata pour calculer des cartes de distances [59, 104] et par Thiel et Remy pour calculer des axes médians [100] à partir de  $d_E^2$  (pour les axes médians, Thiel et Remy utilisent des Lut pré-calculées).

Couprrie et Zrour ont proposé une méthode récente pour calculer les squelettes euclidiens en 2D et en 3D basée sur  $d_E^2$  [27, 138]. Cette méthode utilise l'algorithme de Saito et Toriwaki pour le calcul de la carte de distances [104] et la méthode de Thiel et Remy pour le calcul de l'axe médian [100]. Une version discrète des angles bissecteurs, que nous avons vu au §4.2.1.4, a été développé par Couprrie et Zrour pour analyser et filtrer le squelette. Soient  $S$  une forme et  $p$  un point de  $S$ . L'aval de  $p$  dans  $S$ , noté  $DS_S(p)$ , est l'ensemble des points  $q$  de  $\bar{S}$  les plus proches de  $p$

$$DS_S(p) = \{q \in \bar{S} \mid \forall q' \in \bar{S}, d_E^2(q, p) \leq d_E^2(q', p)\}. \quad (5.7)$$

Soient  $S$  une forme et  $p$  un point de  $S$ . L'aval étendu, noté  $EDS_S(p)$ , est l'union de tous les  $DS_S(q)$  pour tous les points  $q$  dans le 4-voisinage de  $p$ . L'angle bissecteur de  $p$  dans  $S$ , noté  $\theta_S(p)$ , est défini comme le plus grand angle entre 0 et  $\pi$  entre les vecteurs  $q - p$  et  $q' - p$ , pour tous points  $q$  et  $q'$  de  $EDS_S(p)$ . En particulier, si le nombre d'éléments dans  $EDS_S(p)$  vaut 1, alors  $\theta_S(p)$  vaut 0. Il est alors possible de fixer un seuil pour retirer de l'axe médian des points dont la valeur de l'angle bissecteur est trop petite.

Pour calculer l'angle bissecteur d'un point dans une forme, il faut calculer son aval étendu. Couprie et Zrour proposent un algorithme pour calculer l'aval étendu d'un point à partir de la carte de distances pour la distance euclidienne quadratique. Ainsi, la carte de distance permet à la fois de calculer l'axe médian et de le filtrer pour en retirer certaines perturbations. Enfin, Couprie et Zrour utilisent leur propre algorithme d'amincissement pour obtenir un squelette euclidien discret et homotopique [27].

La méthode développée par Couprie et Zrour semble particulièrement efficace et rapide<sup>1</sup>. Cependant, elle comporte une particularité qui dans certains cas pourrait être gênante : cette méthode produit des squelettes discrets qui par endroit peuvent avoir une épaisseur de deux pixels.

### 5.1.3 Conclusion sur les méthodes discrètes

Dans cette section, nous avons vu une méthode basée sur le calcul de la carte de distance d'une forme pour rechercher le squelette. Hormis les problèmes que nous avons rencontré avec la méthode de Thiel, le défaut majeur de cette méthode est de se baser sur une estimation de la distance euclidienne. Toutefois, il existe d'autres approximations de cette distance. Ces autres méthodes consistent soit à calculer la carte de déplacement minimale au lieu de la carte des distances. Dans ce cas, si  $p$  est un point de la forme  $S$ ,  $DM_S(p)$  est un vecteur vers le point du contour de la forme le plus proche de  $p$ . Cette méthode a été développée à l'origine par Danielsson [31]. D'autres méthodes proposent enfin des approches exactes de la distance euclidienne en utilisant des algorithmes de propagation, de balayage ou en utilisant les diagrammes de Voronoï [28].

L'une des principales critiques qui a été faite sur les méthodes basées sur la recherche des crêtes dans la carte de distances consiste à dire que ces méthodes ne s'exécutent pas sans difficultés. La recherche des crêtes introduit d'inévitables erreurs et nécessite toujours un post-traitement [119]. Les squelettes résultants sont généralement incongrus et isotropiques, c'est-à-dire que le descripteur de forme n'est pas robuste sous certaines transformations géométriques [86].

## 5.2 Squelette discret de Voronoï

La carte de distances d'une forme représente ni plus ni moins une relation de proximité entre les points d'une forme et les points de son contour. La génération d'une carte de distances est très proche de la notion de régions de proximité pour un ensemble de points. Un tel problème peut être résolu par les *diagrammes de Voronoï* [29, 84, 96].

---

<sup>1</sup>Pour des images de  $400 \times 400$  pixels et avec un ordinateur doté d'un Pentium IV à 1,4 GHz, la méthode développée produit un squelette en moins de 4 secondes.

La signification des diagrammes de Voronoï peut être illustrée par le problème suivant :

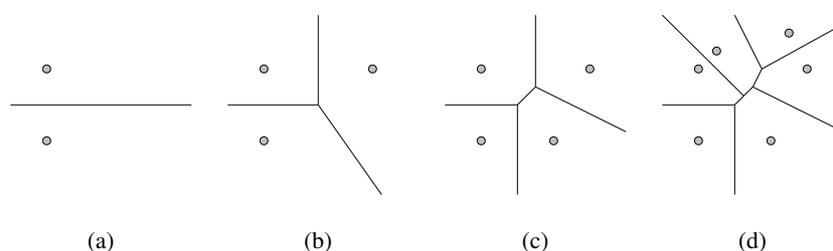
Soit  $\Omega$  un ensemble de points (appelés *sites*) d'un plan euclidien. Pour tout  $p_i$  de  $\Omega$ , quels sont les points  $q \notin \Omega$  du plan qui sont les plus proches de  $p_i$  que de n'importe quel autre point  $p_k \in \Omega$  ?

La solution de ce problème consiste en un pavage du plan par les *polygones de Voronoï*. Ce sont des régions polygonales limitées par des segments de droite, des demi-droites ou des droites. Le partitionnement est appelé *diagramme de Voronoï*. La figure 5.8 donne quatre exemples de diagramme de Voronoï pour deux, trois, quatre et six sites. Nous donnons ci-dessous la définition proposée par Okabe *et al.* [88].

**Définition 5.2 (Diagramme de Voronoï)** Soit un ensemble fini  $\Omega = \{p_1, \dots, p_n\}$  de  $n$  points isolés de  $\mathbb{R}^2$ , avec  $n \geq 2$ . À chaque point  $p_i$  de  $S$ , nous associons l'ensemble  $\text{Vor}(p_i)$  des points de  $\mathbb{R}^2$  qui sont strictement plus proches (au sens de la distance euclidienne) de  $p_i$  que de tout autre point de  $\Omega$  :

$$\text{Vor}(p_i) = \{q \in \mathbb{R}^2 \mid \forall j \in \{1, \dots, n\} \setminus \{i\}, d_E(q, p_i) < d_E(q, p_j)\}. \quad (5.8)$$

Nous appelons ce pavage le diagramme de Voronoï généré par l'ensemble  $\Omega$ , noté  $\text{Vor}(\Omega)$ . Une région  $\text{Vor}(p_i)$  dépendante d'un point  $p_i \in \Omega$  constituant une portion du diagramme est appelée polygone de Voronoï.

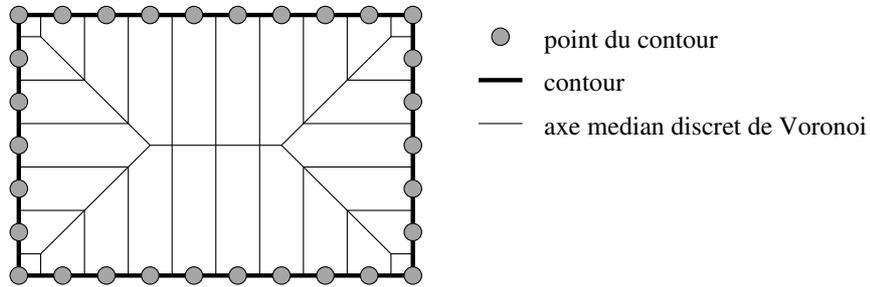


**Figure 5.8** – Diagramme de Voronoï pour deux, trois, quatre et six points.

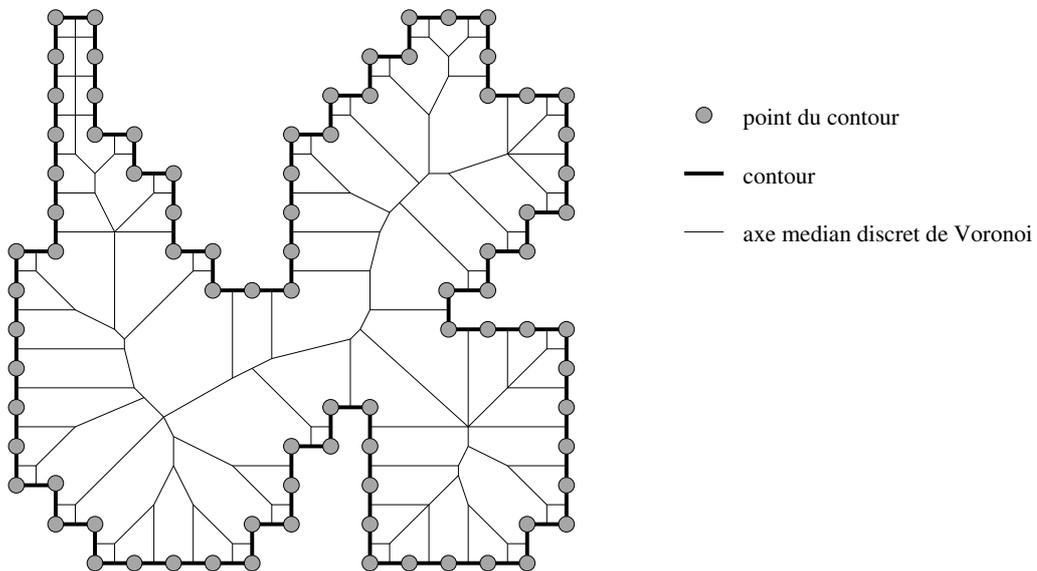
Ogniewicz propose d'utiliser le diagramme de Voronoï à partir des points du contour d'une forme discrète pour obtenir son squelette. Auparavant, Montanari avait déjà montré l'équivalence entre les diagrammes de Voronoï et les squelettes [80].

**Définition 5.3 (Axe médian discret de Voronoï [84])** L'axe médian discret de Voronoï (DVMA) d'une forme  $S$  correspond à l'intersection du diagramme de Voronoï des points du contour de  $S$  et de  $S$  lui-même :

$$\text{DVMA}(S) = \text{Vor}(\partial S) \cap S. \quad (5.9)$$



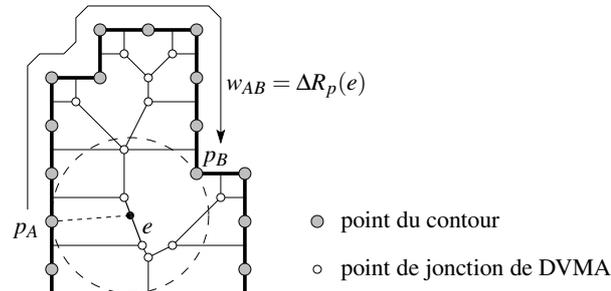
**Figure 5.9** – De la forme à l'axe médian discret de Voronoï. Le contour du rectangle apparaît en pointillé. À partir des points du contour, nous pouvons calculer l'axe médian discret de Voronoï qui apparaît en traits pleins.



**Figure 5.10** – Axe médian discret de Voronoï d'une forme quelconque.

Les figures 5.9 et 5.10 représentent les DVMA d'un rectangle et d'une forme quelconque, respectivement. Cependant, les squelettes de ces formes présentent trop d'informations et ne sont pas invariants par transformation. Pour le rectangle de la figure 5.9, il est possible d'isoler les quatre arêtes obliques ainsi que l'arête centrale. Nous obtenons alors un squelette quasiment identique au squelette d'un rectangle. Ainsi, Ogniewicz définit le squelette discret de Voronoï d'une forme (DVSK) comme un sous-ensemble de l'axe médian de Voronoï ( $DVSK(S) \subseteq DVMA(S)$ ) tel que  $DVSK(S)$  soit invariant par transformation géométrique. Pour cela, Ogniewicz propose d'élaguer  $DVMA(S)$  en utilisant une heuristique.

$DVMA(S)$  est composé d'un ensemble d'arêtes provenant des polygones de Voronoï. Chaque arête  $e$  est un segment de la médiatrice de deux points  $p_A$  et  $p_B$  appartenant au contour  $\partial S$ . Ces points sont appelés points d'ancrage de l'arête  $e$ . La distance d'ancrage est la longueur  $w_{AB}$  du plus court chemin entre les deux points  $p_A$  et  $p_B$ , le long du contour  $\partial S$  (figure 5.11). Le résidu potentiel de l'arête  $e$  de  $DVMA(S)$ , noté  $\Delta R_p(e)$ , est égale à  $w_{AB}$ . Ogniewicz propose d'élaguer  $DVMA(S)$  en effectuant un simple seuillage, c'est-à-dire que l'arête  $e$  est une arête de  $DVSK(S)$  si et seulement si  $\Delta R_p(e) > T$  pour tout  $e$  de  $DVMA(S)$ , sachant que  $T$  représente la valeur de seuil. Ogniewicz propose d'autres heuristiques basées sur la différence entre  $w_{AB}$  et la plus petite longueur d'arc du plus grand cercle inscrit passant par  $p_A$  et  $p_B$  ou avec la longueur de corde entre  $p_A$  et  $p_B$ .



**Figure 5.11** – Distance d'ancrage et résidu potentiel d'une arête du DVMA.  $w_{AB}$  représente la distance d'ancrage de l'arête  $e$ . Cette distance part du point d'ancrage  $p_A$  et suit le contour de la forme jusqu'au point d'ancrage  $p_B$ .

La méthode développée par Ogniewicz est particulièrement précise puisqu'elle permet d'obtenir l'axe médian exact de la forme discrète. Toutefois, nous pouvons remettre en question les squelettes basés sur cet axe médian pour plusieurs raisons : premièrement, la recherche du squelette est basée sur des heuristiques, sans qu'aucune garantie ne soit donnée sur son invariance par transformation géométrique ; deuxièmement, le principe même de l'élague de l'axe médian discret peut être remis en cause car aucune preuve n'a été faite que le squelette de la forme perçue est un sous-ensemble de cet axe médian.

### 5.3 Squelette d'Hamilton-Jacobi

Si nous reprenons l'analogie du feu de prairie, le front enflammé peut être représenté par une courbe qui se déplace au cours du temps depuis le contour de la forme vers son centre. Selon Kimia *et al.*, il est alors possible de rechercher le squelette par une équation différentielle partielle basée sur l'évolution de cette courbe [65]. Siddiqui *et al.* se sont intéressés à cette possibilité [115].

Soit une forme  $S$  de  $\mathbb{R}^2$ . Le front enflammé est représenté par une courbe  $C$  évoluant dans le temps, qui au départ du processus du feu de prairie correspond au contour de  $S$  :  $C(0) \equiv C_0 \equiv \partial S \equiv \{(x_0(s), y_0(s))\}$ , où  $s$  est l'abscisse curviligne,  $x_0(s)$  et  $y_0(s)$  sont les coordonnées cartésiennes des points du contour de  $S$  (l'indice 0 indique qu'il s'agit de la position initiale de la courbe). Chaque point de cette courbe évolue en fonction du temps dans une direction donnée. L'évolution de la courbe vérifie le système d'équations

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t}(s, t) = F \cdot \mathbf{N}, \\ C(s, 0) = C_0(s), \end{cases} \quad (5.10)$$

où  $\mathbf{N}$  est la normale interne,  $t$  est le paramètre de temps,  $F$  représente à la fois la vitesse et la direction de l'évolution. Cette équation concerne les déformations constantes<sup>2</sup>. La forme  $S$  de contour  $C_0$  équivaut la surface obtenue en superposant toutes les courbes  $C(s, t)$ , avec  $t \geq 0$ . Soit,  $T$  la fonction qui indique pour chaque point  $q$  de  $S$  la date à laquelle il est atteint par la courbe  $C$ . Ainsi,  $T(q) = DM_S(q)$  pour tout point  $q$  de  $S$ . La figure 5.12 montre un exemple de courbe évoluant dans le temps.

En se basant sur les paramètres de la figure 5.12, la vitesse de la courbe est obtenue par

$$F = \frac{d}{h} = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{d'} = \frac{1}{\|\nabla T\|}. \quad (5.11)$$

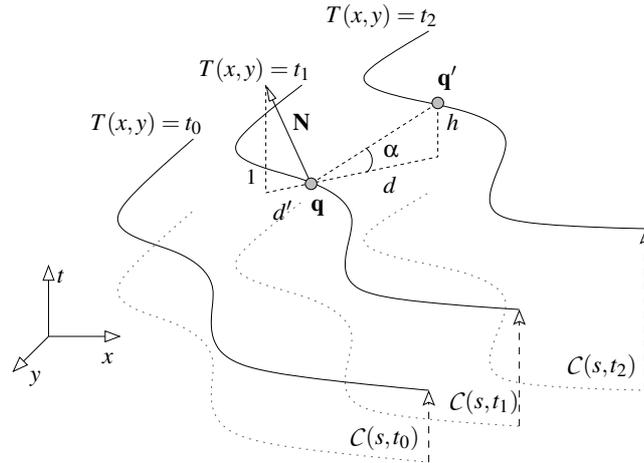
Ainsi,  $T$  satisfait l'équation eikonale

$$\|\nabla T\| \cdot F = 1. \quad (5.12)$$

La résolution de cette équation peut être obtenue grâce à l'équation canonique d'Hamilton. On pose

---

<sup>2</sup>Kimia *et al.* démontrent que l'évolution d'une courbe satisfaisant le système d'équations (5.10) est équivalent à l'évolution d'une forme par les opérations d'érosion ou de dilatation définies en morphologie mathématique [111, 108], avec comme élément structurant une boule de taille  $F$ . Utiliser l'évolution du front enflammé pour détecter le squelette revient donc à l'opération d'amincissement de la forme.



**Figure 5.12** – Évolution d'une courbe. Dans la figure,  $t_0$ ,  $t_1$  et  $t_2$  sont trois dates successives et nous voyons l'évolution de la courbe  $C$  (en pointillé) pour ces trois dates. Chaque courbe vérifiant l'équation  $T(x,y) = t_i$  apparaît en trait plein. Chacune de ces courbes est pondérée avec la date  $t_i$ .  $\mathbf{q}$  est un point de la courbe d'équation  $T(x,y) = t_1$  et  $\mathbf{q}'$  correspond au point  $\mathbf{q}$  mais pour la courbe d'équation  $T(x,y) = t_2$ .  $\mathbf{N}$  est la normale du vecteur  $\mathbf{q}' - \mathbf{q}$ ,  $\alpha$  est l'angle du vecteur  $\mathbf{q}' - \mathbf{q}$  par rapport au plan horizontal,  $h = t_2 - t_1$ ,  $d$  est la longueur de la projection du vecteur  $\mathbf{q}' - \mathbf{q}$  sur le plan horizontal et  $d'$  est la longueur de la projection de la normale sur le plan horizontal.

$$D_{q_0}(q_t) = d_E(q_0, q_t) = DM_S(q_t) = t \quad (5.13)$$

la distance euclidienne entre  $q_0$ , le point du contour  $C_0$  de la forme, et le point  $q_t$  du front enflammé  $C(t)$ , représentant la position à l'instant  $t$  de l'élément qui se trouvait initialement en  $q_0$ . Pour tout point  $q_0$  du contour et point  $q_t(x,y)$  correspondant, la valeur du gradient  $\|\nabla D\| = \left\| \left( \frac{\partial D}{\partial x}, \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right\|$  est de 1, ce qui signifie que la vitesse du front enflammé est constante. On pose  $\mathbf{p} = \frac{\partial D}{\partial q}$ , aussi appelé vecteur de la lenteur normale du front enflammé.  $\mathbf{p}$  satisfait l'équation d'Hamilton-Jacobi

$$\frac{\partial D}{\partial t} + H(q, \mathbf{p}, t) = 0, \quad (5.14)$$

où  $H(q, \mathbf{p}, t)$  est la fonction hamiltonienne. La résolution de cette équation se fait par le système d'équations hamiltoniennes

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H}{\partial q}, \\ \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}. \end{cases} \quad (5.15)$$

Si nous considérons le front enflammé dans le processus de squelettisation, nous avons

$\|\mathbf{p}\| = \|\nabla D\| = 1$  et  $\dot{q} \cdot \mathbf{p} = 1$ , car par le principe de Huygens la direction du rayon  $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$  est le conjugué de la direction du mouvement. La fonction hamiltonienne  $H(q, \mathbf{p}, t)$  est alors donnée par

$$H(q, \mathbf{p}, t) = \mathbf{p} \cdot \dot{q} - \|\dot{q}\| = 1 - \|\nabla D\|, \quad (5.16)$$

et le système hamiltonien est donné par

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H}{\partial q} = (0, 0), \\ \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = -\nabla D. \end{cases} \quad (5.17)$$

Nous voyons bien que la vitesse de la courbe est constante. Le signe négatif de cette vitesse signifie que la courbe se déplace vers le centre de la forme.

Selon Siddiqi *et al.*, si aucun fronts ne se rencontrent, l'énergie totale  $H(q, \mathbf{p}, t)$  est normalement constante le long de toutes trajectoires de la courbe du front enflammé [112]. Si un choc apparaît entre deux fronts enflammés, alors le principe de conservation d'énergie est violé. Pour repérer les points du squelette, il suffit donc de retrouver les zones de non conservation de l'énergie.

La distinction des points squelettaux par rapport aux autres points se fait en calculant le flux de sortie moyen du champ de vecteurs  $\dot{q}$  autour d'un point. Le flux de sortie moyen est défini comme le rapport entre le flux de sortie d'une région  $R$  contenant ce point et le périmètre de cette région

$$\frac{\int_{\partial R} \langle \dot{q}, \mathbf{N} \rangle ds}{\mathcal{P}(R)}, \quad (5.18)$$

où  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  est le produit scalaire,  $ds$  est une portion du contour de  $R$  et  $\mathbf{N}$  est la normale de sortie en chaque point du contour. Selon le théorème sur la divergence

$$\int_R \operatorname{div}(\dot{q}) da = \int_{\partial R} \langle \dot{q}, \mathbf{N} \rangle ds, \quad (5.19)$$

où  $da$  est une portion de surface de  $R$ . De ce fait, la relation entre le flux de sortie et la divergence du champ de vecteurs  $\dot{q}$  est donné par

$$\operatorname{div}(\dot{q}) = \lim_{\mathcal{A}(R) \rightarrow 0} \frac{\int_{\partial R} \langle \dot{q}, \mathbf{N} \rangle ds}{\mathcal{A}(R)}. \quad (5.20)$$

L'intégrale de la divergence de  $\dot{q}$  dans une région, ou plutôt le flux sortant à travers le contour de cette région, mesure le degré avec lequel le flux généré par  $\dot{q}$  préserve la surface. En particulier, il est négatif si le flux tend à diminuer l'aire dans le voisinage, positif si le flux tend à augmenter l'aire dans le voisinage et nul sinon. Cependant, le

théorème sur la divergence ne s'applique pas pour les régions contenant l'axe médian. Si  $q$  est un point quelconque, le flux sortant moyen donne une valeur proche de zéro. Si  $q$  est un point de l'axe médian, le flux sortant moyen donne une forte valeur négative.

L'algorithme 5.2 correspond à l'algorithme de Siddiqi *et al.* pour calculer les squelettes Hamilton-Jacobi [112].

---

**Algorithme 5.2** Algorithme de calcul des squelettes Hamilton-Jacobi.

---

1. Partir de la courbe initiale  $C_0 = \partial S$  représentant le contour de la forme  $S$ .
  2. Créer une séquence ordonnée de particules le long du contour espacé de  $\delta s$ .
  3. Calculer la carte des distances euclidienne de la forme  $S$  de tel sorte que chaque point de la grille situé à l'intérieur de  $S$  soit associé à la plus petite distance par rapport aux particules.
  4. Pour chaque point de la grille, calculer le gradient  $\nabla D$ .
  5. **Pour chaque** étape {
    - Pour chaque** particule {
      - Mettre à jour la position de la particule :
      - $x(\text{étape} + 1) = x(\text{étape}) - \Delta t \frac{\partial D}{\partial x}$
      - $y(\text{étape} + 1) = y(\text{étape}) - \Delta t \frac{\partial D}{\partial y}$
      - Si**  $d_E(\text{particule}, \text{particule\_suivante}) > \epsilon$  {
        - Créer une nouvelle particule
- 

La particularité de la méthode de Siddiqi *et al.* est de se baser sur une approximation curviligne du contour de la forme. Ce qui permet de ce rapprocher plus de ce que nous appellerons la forme perçue de la forme discrète. Cependant, contrairement à la méthode d'Ogniewicz, la méthode de Siddiqi *et al.* se base sur une trame discrète. Si bien que le squelette obtenu est composé d'un ensemble de points distants d'un pixel<sup>3</sup>.

## 5.4 Évaluation des méthodes de squelettisation

Nous avons vu dans la section précédente différentes méthodes de squelettisation dans l'espace discret. Curieusement, nous avons constaté que ces méthodes proposent parfois des solutions différentes pour des formes qui sont identiques. Il semble donc

---

<sup>3</sup>Une implémentation de l'algorithme de squelettisation de Siddiqi *et al.* nous a été remise par l'équipe d'analyse de formes du CIM de l'Université de McGill au Canada. Cette implémentation en est encore au stade expérimental. Sur un ordinateur équipé d'un Pentium IV à 2,8 GHz et 512 Mo de mémoire vive, le calcul s'exécute en 20 minutes pour des images de  $400 \times 400$  pixels.

difficile de se fier strictement à l'une des méthodes présentées ou à d'autres. Toutefois, nous pouvons tester ces méthodes et ne conserver que celle fournissant les squelettes les plus « raisonnables ».

Quelques évaluations ont déjà été faites pour comparer des méthodes de squelettisation existantes. Loncaric propose un rapide état de l'art de ces méthodes en précisant leurs caractéristiques [73]. Pizer *et al.* fournissent une évaluation plus pertinente [92]. Cependant, leur comparaison n'est faite que sur trois méthodes de squelettisation : les méthodes basées sur le diagramme de Voronoï, les méthodes basées sur l'équation d'Hamilton-Jacobi et les méthodes basées sur la recherche de crêtes et des zones selles. De plus les méthodes ne sont comparées que par rapport à leur conception et par rapport à un exemple simple. Aussi, certains aspects de ces méthodes de squelettisation peuvent être ignorés. Par exemple, si des auteurs ne s'en tiennent qu'au fait que les squelettes qu'ils produisent permettent de retrouver la forme d'origine, pour démontrer que leur méthode est satisfaisante. Malheureusement, ce test n'est pas suffisant, car la carte de distances, qui est un sur-ensemble du squelette pondéré, permet elle aussi de reconstruire la forme de la même manière qu'un squelette.

Pour élaborer notre méthode de test, nous proposons de revoir la définition de la forme à partir de laquelle nous souhaitons extraire les squelettes. Ensuite, nous utiliserons cette définition et la définition des squelettes, leurs propriétés ainsi que celles des projections sphériques des espaces urbains produites le long de parcours, pour mettre au point une série de tests permettant d'évaluer les méthodes de squelettisation. À l'issue de ce test, nous verrons, par rapport aux critères que nous avons choisis, la méthode qui nous a paru la plus adaptée pour l'analyse des espaces urbains.

### 5.4.1 Notion de squelette de la forme perçue

Il y a deux manières de percevoir une forme discrète. D'un côté, nous pouvons faire attention à chaque point qui la compose et, dans ce cas, nous percevons des objets délimités par un ensemble de lignes verticales et horizontales. C'est en général la perception des formes utilisée dans les algorithmes de géométrie discrète. D'un autre côté, il est possible de prendre du recul et d'observer en une fois le résultat de la forme discrète. Si la forme discrète a été élaborée sur un pavage suffisamment fin, nous verrons un objet qui illusoirement sera défini par des lignes obliques ou des courbes, sans excès de pics causés par des lignes horizontales ou verticales. C'est ce que parfois inconsciemment nous faisons, c'est le genre d'images que nous transmet notre système visuel grâce à des techniques innées d'anti-crénelage, de flou ou de fusion de pixels. Aussi, puisque cette forme illusoire est souvent celle que nous percevons, nous proposons de l'appeler *forme perçue* d'une forme discrète.

Il est difficile de définir avec précision ce qu'est exactement une forme perçue. Une telle définition nécessite de s'intéresser aux différents et nombreux mécanismes

du système visuel humain. Par contre, la forme perçue possède naturellement un ensemble de propriétés qui fait qu'elle est différente de la forme discrète. Par exemple, une forme perçue est invariante par transformation géométrique alors que la forme discrète ne l'est pas. Autre exemple, deux formes discrètes différentes peuvent produire la même forme perçue. La forme perçue est non seulement due à l'acuité de notre système visuel, mais aussi à un phénomène appelé *hyperacuité*. Le niveau de définition permis par notre résolution rétinienne correspond à une minute d'arc<sup>4</sup>, alors que notre système visuel est capable de détecter, d'ajouter ou d'éliminer des caractéristiques à des niveaux de définition beaucoup plus fins (allant jusqu'à la seconde d'arc<sup>5</sup>), c'est ce qui caractérise l'hyperacuité.

De la même manière, il existe un ensemble de différences entre le squelette d'une forme discrète et celui d'une forme perçue similaire. Cette différence est principalement due aux pics qui apparaissent dans la forme discrète.

#### 5.4.2 *Élaboration d'une méthode pour tester les méthodes de squelettisation*

Nous avons choisi des projections sphériques produisant des images discrètes de la forme du ciel. Les méthodes de squelettisation doivent être appliquées à ces formes discrètes et doivent construire des squelettes de leur forme perçue. Puisque les formes perçues sont invariantes par transformation géométriques, ces squelettes doivent l'être aussi.

Du fait de la discrétisation, le bruit intervient inévitablement dans les transformations géométriques. Soit  $\mathcal{T} : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2$  une transformation géométrique. De ce fait, l'équation (4.14) d'invariance que nous avons vue au §4.2.2 devient [84]

$$\mathcal{T}(\mathbf{MAT}(S)) \approx \mathbf{MAT}(\mathcal{T}(S) \cap \mathcal{N}), \quad (5.21)$$

où  $\mathcal{N}$  correspond à l'influence du bruit sur la forme  $S$ . Les critères d'invariance et de tolérance au bruit ne sont donc pas respectés. Ainsi, pour comparer les méthodes de squelettisation, nous devons comparer les squelettes obtenus avant et après transformation de l'image.

La comparaison des squelettes peut se faire de différentes manières. À l'œil nu, nous pouvons déjà faire la différence entre deux squelettes, mais dans certains cas, elle n'est pas forcément perceptible : si, par exemple, un pic dans le contour s'est légèrement déplacé, la branche dans le squelette correspondant risque d'être déplacée de manière imperceptible. Une autre méthode consiste à compter le nombre de terminaisons. En effet, les extrémités du squelette sont extrêmement sensibles aux perturbations du

<sup>4</sup>Une minute d'arc correspond à  $1/60^\circ$  de degré.

<sup>5</sup>Une seconde vaut  $1/60^\circ$  de minute d'arc.

contour. Des transformations comme la rotation et l'homothétie ont tendance à générer ou à retirer des pics dans le contour. Aussi, la comparaison du nombre de terminaisons entre deux squelettes permet de rendre compte de la stabilité d'une méthode de squelettisation. Enfin, nous pouvons utiliser la distance de Hausdorff  $d_H$ . Soit  $\mathcal{T}$  un groupe de transformations géométriques permettant de tester une méthode de squelettisation. Plus la distance  $d_H(\mathbf{MAT}(\mathcal{T}(S)), \mathcal{T}(\mathbf{MAT}(S)))$  sera petite plus la méthode sera stable pour le test appliqué. Toutefois, dans notre projet, nous nous sommes limités au test visuel et au nombre de terminaisons.

Dans le cadre de notre étude, il existe un cas supplémentaire d'invariance. Supposons que nous ayons une rue très longue délimitée d'un côté comme de l'autre par deux murs rectangulaires de même hauteur. Le long d'un parcours centré dans cette rue, nous obtiendrons un ensemble de projections sphériques quasiment identiques. Mais il se peut que la discrétisation produise des différences légères entre deux images successives du parcours. Si la méthode de squelettisation ne remarque pas de différence alors nous pouvons considérer que cette méthode est stable pour ce test.

### 5.4.3 Test des méthodes rencontrées

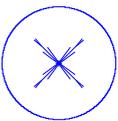
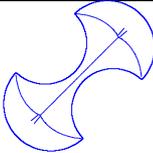
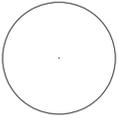
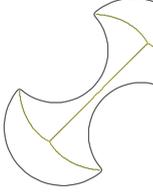
Dans cette section, nous nous intéresserons seulement à la comparaison des méthodes d'Ogniewicz (squelette discret de Voronoï) rencontrée dans le §5.2 et de Siddiqi *et al.* (squelette d'Hamilton-Jacobi) rencontrée dans le §5.3. La méthode de Thiel n'apparaît pas ici, n'ayant pu obtenir ou constituer une application qui y correspond.

Les tests que nous avons réalisés se basent tout d'abord sur des figures simples : un disque et un rectangle déjà rencontrés dans la figure 4.3 à la page 92, et une figure en forme de tranchant d'hallebarde. Le résultat de ces tests apparaît dans la figure 5.13. Nous y voyons rapidement les défauts de la méthode d'Ogniewicz qui laisse échapper des branches dans les courbures, alors qu'il ne devrait pas y en avoir. Le résultat le plus intéressant est sans doute celui du cercle. Alors que nous savions que le squelette d'un cercle est un point (figure 4.3), la méthode d'Ogniewicz nous donne un ensemble de segments partant du centre du cercle. Ceux-ci sont dus aux parties de la courbure du cercle les plus dégénérées par les perturbations de la forme discrète. De son côté, la méthode de Siddiqi *et al.* donne des résultats qui sont beaucoup plus proches de ce que nous attendions<sup>6</sup>.

Pour le test suivant, nous nous sommes intéressés à la rotation d'une forme. Ce test nous paraissait suffisamment pertinent pour notre application. La forme utilisée qui apparaît dans la figure 5.14 correspond à une projection sphérique de la partie centrale de la rue Xavier-Neujean à Liège en Belgique : il s'agit d'une forme complexe, mais qui permet de déterminer rapidement la stabilité des méthodes de squelettisation.

---

<sup>6</sup>En réalité, pour le cas du cercle, le squelette de la méthode de Siddiqi *et al.* n'est pas un point mais deux points, formant un segment de droite extrêmement petit.

<b>Ogniewicz</b>			
<b>Siddiqi</b>			

**Figure 5.13** – Résultat des deux méthodes de squelettisation sur des figures simples.

Là encore, nous voyons une certaine instabilité de la méthode d'Ogniewicz face à la méthode de Siddiqi *et al.*. Cela se voit dans la partie centrale du squelette qui est plutôt instable avec la méthode d'Ogniewicz. La méthode de Siddiqi *et al.* l'est aussi. Par exemple, lorsque la forme est transformée par une rotation à  $60^\circ$ , il y a dans la partie supérieure gauche du squelette une branche qui n'apparaît pas dans les autres. Toutefois, nous pouvons constater que la méthode de Siddiqi *et al.* est beaucoup plus stable que la méthode d'Ogniewicz.

Pour terminer, nous avons effectué une série de tests des deux méthodes de squelettisation sur une séquence de forme (figure 5.15). Les formes représentent des projections sphériques autour de la place Saint-Stanislas à Nancy en France. Ces projections se basent naturellement sur une modélisation simplifiée de l'espace. Si bien que la rue est quasiment droite et homogène. Nous pouvons observer la série de projections sphériques qui apparaît dans la figure 5.15. Cette série contient 27 images. Pour chacune des méthodes de squelettisation, nous avons compté le nombre de terminaisons dans chaque projection. Le résultat du dénombrement apparaît dans le graphique de la figure 5.16. Puisque les projections sont quasiment identiques, le nombre de terminaison dans les squelettes ne devrait pas varier. Là encore, nous voyons l'instabilité de la méthode d'Ogniewicz face à celle de Siddiqi *et al.*.

## 5.5 Conclusion

Nous nous sommes intéressés, dans ce chapitre, à la recherche d'une méthode de squelettisation de formes discrètes la plus stable possible et permettant d'analyser les formes de ciel dans les espaces ouverts urbains. Pour cela, nous avons vu trois méthodes de squelettisation différentes. Nous avons commencé avec la méthode de Thiel consistant à utiliser les distances de chanfrein pour calculer la carte de distances d'un forme et à en extraire le squelette. Puis, nous avons vu la méthode développée par

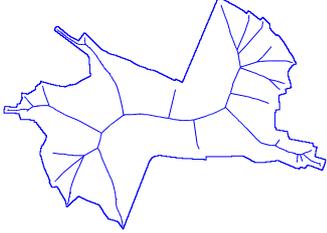
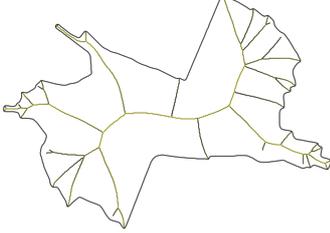
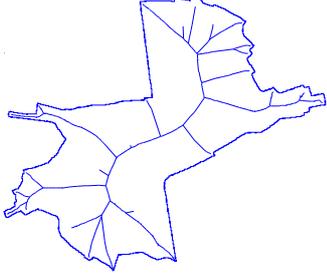
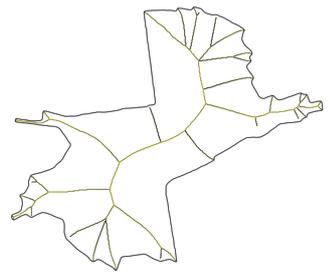
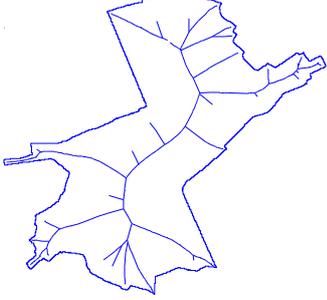
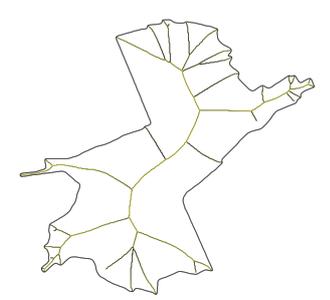
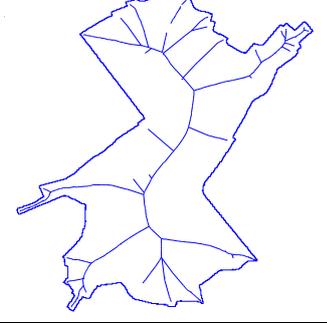
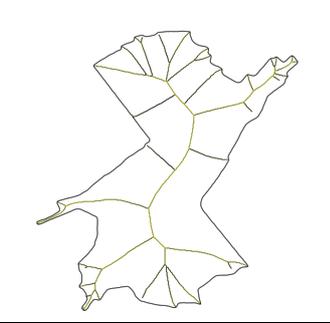
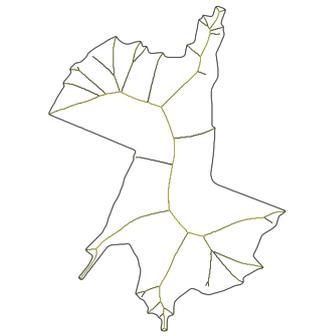
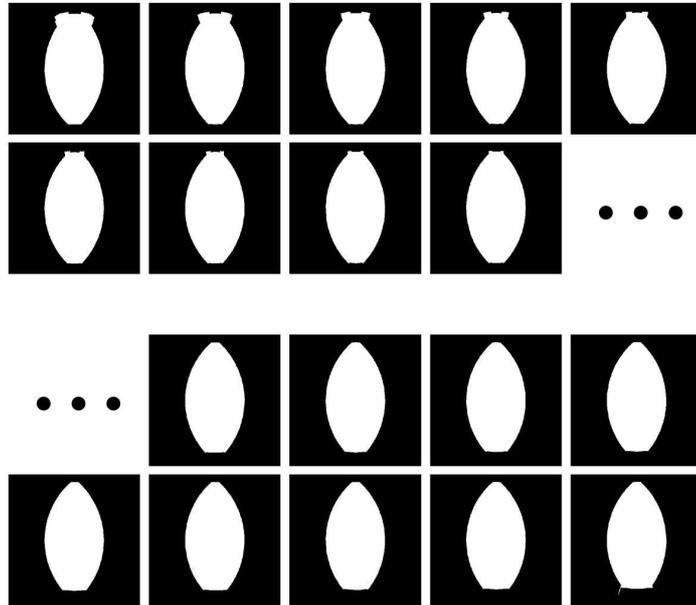
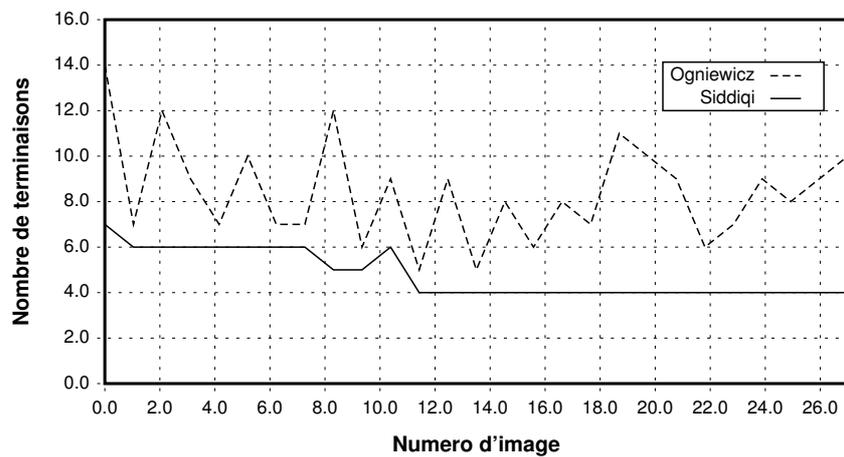
Rotation	Ogniewicz	Siddiqi
0°		
30°		
45°		
60°		
90°		

Figure 5.14 – Test d’invariance par rotation sur une projection sphérique d’une place.



**Figure 5.15** – Test d'invariance sur une séquence de projections sphériques le long d'un parcours autour de la place Saint-Stanislas à Nancy.



**Figure 5.16** – Test d'invariance sur une séquence de projections sphériques le long d'un parcours autour de la place Saint-Stanislas à Nancy.

Ogniewicz qui consiste à calculer le diagramme de Voronoï des points du contour d'une forme et à l'élaguer afin d'obtenir un squelette. Enfin, nous avons vu avec la squelettisation d'Hamilton-Jacobi développée par Siddiqi *et al.*. Cette dernière méthode consiste à simuler le processus du feu de prairie pour retrouver le squelette.

À part la méthode de Thiel que nous n'avons pas pu mettre en pratique, nous avons organisé différents tests pour les méthodes rencontrées basés sur la notion de forme perçue. Ce type forme est produite par notre système visuel à partir d'une forme discrète. Ce qui caractérise ce type de forme est son invariance face aux transformations géométriques. En utilisant cette caractéristique, nous avons testé les méthodes de squelettisation et vérifié si elles étaient elles aussi invariantes. Le résultat des tests a permis de montrer que la méthode de Siddiqi est une méthode plus stable que celle d'Ogniewicz. C'est donc grâce à la méthode des squelettes d'Hamilton-Jacobi que nous allons analyser les variations de la perception visuelle des espaces ouverts urbains le long de parcours. À la fin de notre projet, nous avons eu l'occasion d'étudier une nouvelle méthode de squelettisation développée par Couprie et Zrour, que nous avons décrite dans le §5.1.2. L'implémentation de cette méthode semble comporter des avantages qui ne paraissent pas dans l'implémentation de la méthode d'Hamilton-Jacobi, comme une plus grande rapidité et la possibilité de calculer le squelette de formes avec des trous. Pour le moment, nous n'avons pas eu la possibilité de la comparer avec la méthode d'Hamilton-Jacobi.

Au cours des chapitres précédents, nous avons déterminé une méthode de représentation des espaces ouverts urbains utilisant des projections hémisphériques de la forme du ciel, puis nous avons déterminé un descripteur de formes, appelé squelette, qui permet de fournir des descriptions de la forme du ciel le long de parcours. Il nous reste alors à définir une méthode qui à partir d'une série de squelettes de formes de ciel prises le long d'un parcours est capable de caractériser les variations morphologiques qui apparaissent dans ce parcours.



## TROISIÈME PARTIE

# **Mesure des squelettes de la forme de ciel**



---

# Mesure des squelettes de la forme de ciel

**U**N squelette est un descripteur de forme qui fournit une grande quantité de caractéristiques, ne pouvant être directement obtenues à partir de la forme elle-même. Définie par Blum à la fin des années soixante, la squelettisation consiste en quelque sorte à amincir une forme jusqu'à obtenir un ensemble de lignes centrées, appelé squelette [10]. Actuellement, la plupart des efforts se concentrent au niveau des algorithmes de squelettisation. Cependant, la littérature scientifique fournit très peu de méthodes pour interpréter les squelettes. Certes il en existent quelques unes, mais elles se limitent souvent à des reconstructions de formes [118] ou à la reconnaissance d'objets [66, 84]. Ces méthodes ne permettent pas de décrire des attributs particuliers d'une forme ou d'analyser les modifications qui apparaissent le long d'une série de squelettes.

Nous proposons ci-dessous un ensemble de mesures que nous avons testé. Ces mesures n'ont pas vraiment pour but de décrire les squelettes en général, mais elles permettent d'interpréter le résultat de la squelettisation de formes de ciel discrètes obtenues à partir de projections sphériques de l'environnement construit le long de parcours urbains. Nous commencerons par découvrir des mesures qui traitent chaque squelette indépendamment des autres : ces descripteurs permettent de faire des analyses à des positions précises le long d'un parcours. Puis, nous verrons différentes mesures permettant d'effectuer des études le long de parcours dans des espaces ouverts urbains. Ce chapitre présente seulement la conception de nos mesures et leur comportement. L'évaluation de ces mesures fait l'objet du chapitre suivant.

Plus précisément, comme nous appliquerons nos mesures à des parcours dans des espaces urbains, nous commencerons dans ce chapitre par définir le type de parcours que nous utiliserons et décrire le comportement d'un observateur virtuel qui suivra ce parcours. Ensuite, nous présenterons les différentes mesures que nous utiliserons en commençant par une critique de certaines mesures simples applicables aux squelettes. Nous découvrirons alors d'autres mesures qui se basent sur l'élément le plus stable du squelette. Puis nous nous interrogerons sur les méthodes existantes de comparaison de squelettes d'une succession d'images basées sur des distances de similarité et à leur application dans l'analyse des variations morphologiques des espaces ouverts urbains dans les parcours. À cette occasion nous verrons une nouvelle distance de similarité adaptée tout particulièrement à ce type d'analyse.

## 6.1 *Éléments du parcours*

Nous allons ici décrire l'environnement de l'observateur et formaliser la notion de parcours. Pour cela, nous imaginerons un observateur virtuel à peu près identique à celui de la figure 6.1 : ne faisant que suivre un parcours que nous lui avons ordonné de suivre et ne visualisant son environnement qu'à partir de projections sphériques.

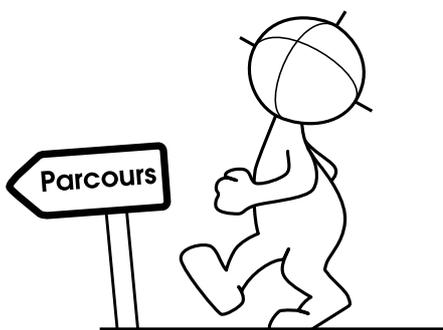


Figure 6.1 – Notre observateur virtuel.

### 6.1.1 *Espace de l'observateur*

L'observateur évolue dans un environnement urbain. Cet environnement est un sous-ensemble de l'espace réel  $\mathbb{R}^3$  constitué d'un ensemble de parois. Ces parois sont des obstacles à la lumière sans distinction — un mur en bois ou en béton, le sol et un toit sont pour nous des parois — et l'observateur peut les identifier simplement. Plus exactement, nous ne considérons que les observateurs évoluant dans l'ensemble des espaces ouverts urbains. L'intérieur des bâtiments, délimités par des parois, lui sont interdits.

L'observateur est caractérisé par sa *posture*. La posture est à la fois la position des yeux qui est représentée par un point en dimension 3 dans l'ensemble des espaces ouverts urbains et par la direction du déplacement qui est représentée par un angle en dimension 1. Comme nous utilisons des projections hémisphériques orientées vers le zénith, la direction ne devrait pas avoir d'importance. Toutefois, par convention, nous orienterons la projection hémisphérique autour de l'axe du zénith selon la direction de l'observateur. La direction est donnée par un angle en fonction du nord de la scène (figure 6.2). De cette façon, les projections hémisphériques sont divisées en deux parties : une partie représente ce qui est en face de l'observateur, l'autre partie représente ce qui est derrière. Ces deux parties sont situées au même endroit dans toutes les projections. Enfin, nous considérons que les yeux sont à 1,60 m au-dessus du sol. Nous venons ainsi de définir l'espace des points de vue pour notre problème. Chaque élément de cet espace est de dimension 4 (position et direction).

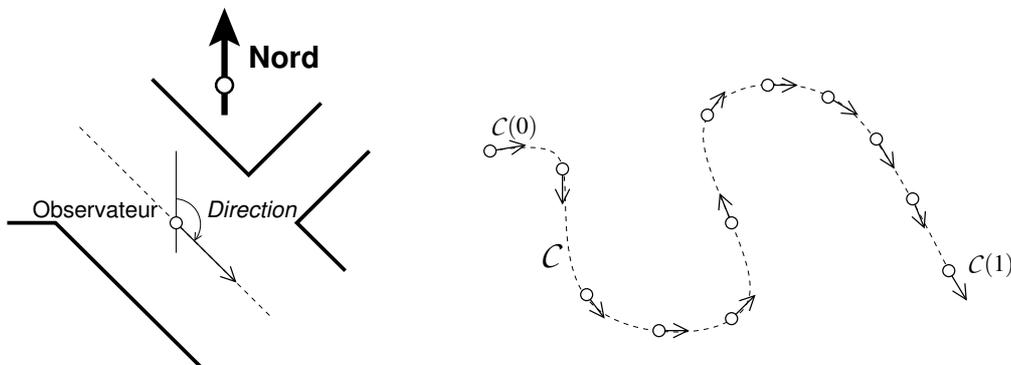


Figure 6.2 – Paramètres de l'observateur.

### 6.1.2 Parcours de l'observateur dans les espaces ouverts urbains

Le mouvement de l'observateur suit un parcours donné. Le parcours  $C$  de l'observateur est défini sur l'intervalle  $[0; 1]$  par une courbe continue  $C^1$  au moins et de dimension 4. Elle donne à chaque instant  $t$  du parcours la posture  $(p, \theta)$  de l'observateur. Nous considérons que l'instant  $t$  est une valeur qui varie entre 0 correspondant au début du parcours et 1 qui correspond à la fin du parcours (figure 6.2).

Ici, nous considérons que l'observateur perçoit l'espace par une succession d'images. Autrement dit, le parcours d'un observateur dans un environnement urbain est découpé en une succession de projections hémisphériques. Pour cela, nous nous servons d'un *échantillonnage*. Nous définissons un échantillonnage  $v$  comme une fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{N}$  (l'ensemble des entiers naturels), discontinue ( $C^0$ ), croissante, avec  $v(0) = 0$ . L'échantillonnage donne à chaque instant du parcours le numéro de projection hémisphérique. Généralement, nous utiliserons un échantillonnage constant : soit  $f$  la fréquence des projections à réaliser par l'observateur,  $v_f(t) = \lfloor t/f \rfloor$ , où  $\lfloor \cdot \rfloor$  est le

symbole de la fonction qui renvoie le plus grand entier inférieur. Le paramètre  $f$  utilisé ici est aussi l'indicateur de la vitesse de déplacement de l'observateur.

Enfin, nous considérons que la direction est déterminée en fonction de la tangente de la partie de la courbe qui détermine la position de l'observateur :

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} \right) & \text{si } \dot{y}(t) > 0, \\ \frac{3\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} \right) & \text{sinon,} \end{cases} \quad (6.1)$$

où  $y(t)$  et  $x(t)$  sont les positions de l'observateur sur le plan horizontal.

## 6.2 *Mesure des espaces ouverts urbains par les squelettes*

### 6.2.1 *Qualité des mesures sur les squelettes*

Le squelette possède des instabilités que les mesures doivent éviter de considérer. En particulier, la squelettisation est une transformation semi-continue. Ce qui implique qu'ils sont particulièrement sensibles aux perturbations de la forme, surtout dans les espaces discrets. Malheureusement, il est difficile de détecter avec exactitude dans le squelette les points ou même les branches qui ont subi ces perturbations. Toutefois, nous savons que le bruit agit différemment sur des parties spécifiques du squelette : le bruit est beaucoup plus influant sur les extrémités du squelette que sur les parties qui sont plus éloignées du contour de la forme.

Considérons la mesure simple permettant de calculer le nombre d'extrémités ou le nombre de points terminaux qui apparaissent dans un squelette. Cette mesure est très instable car les branches aux extrémités du squelette sont sensibles aux perturbations de la forme, qui provoquent des effets néfastes dans le squelette : chaque pic qui apparaît ou disparaît dans le contour crée une nouvelle branche ou en supprime une autre. Si nous ramenons notre réflexion en terme d'analyse de la forme du ciel, les perturbations dues à la discrétisation ne sont pas révélatrices de la forme du ciel apparaissant en un point de l'espace urbain. En effet, le calcul du nombre de terminaisons dans le squelette de la forme discrète du ciel peut ne pas correspondre au nombre de branche du squelette de la forme réelle du ciel. Nous pouvons utiliser le nombre d'extrémités d'un squelette pour estimer la stabilité d'une méthode de squelettisation. Mais dans notre cas, nous ne pouvons nous fier à ce nombre pour analyser la forme de ciel.

Ces instabilités apparaissent dans d'autres mesures simples, comme le nombre de branches ou le diamètre du squelette. Ces inconvénients viennent du fait que les perturbations influencent beaucoup les squelettes. De plus, les squelettes de deux

formes presque identiques peuvent présenter des aspects très différents. Par exemple, le nombre de branches ne sera pas le même ou les branches correspondantes entre les squelettes ne seront pas de même longueur. Un autre élément du squelette susceptible de perturber les mesures correspond au nombre de connexions ou de branches. Le moindre déplacement d'un pic dans le contour peut faire apparaître ou disparaître une branche entière et changer l'aspect du squelette sans correspondance apparente par rapport aux transformations que la forme d'origine a subies. Ces instabilités sont dénommées *formes de transition* par Giblin et Kimia [51]. Nous devons donc éviter si possible de considérer ces instabilités si nous souhaitons développer une mesure des squelettes qui soit suffisamment cohérente.

Pour terminer, les mesures tel que le nombre d'extrémités ou le nombre de branches dans le squelette sont des mesures symétriques. C'est-à-dire que pour un parcours donné, quelque soit le sens suivi par l'observateur, les valeurs et leurs variations de la mesure seront identiques. Ceci est quelque peu contradictoire avec le fait que lorsqu'un parcours est visité dans un sens, les sensations ne sont pas forcément les mêmes que lorsqu'il est parcouru dans l'autre sens. De ce fait, une mesure asymétrique (fournissant des valeurs différentes pour un sens et pour l'autre d'un parcours) pourrait être plus adaptée à l'analyse des parcours dans les espaces ouverts.

### 6.2.2 Plus grand disque maximal

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les mesures se basant sur le nombre d'extrémités ou le nombre de branches d'un squelette sont particulièrement sensibles aux perturbations du contour. Nous avons proposé une autre mesure liée cette fois aux parties centrales du squelette [106, 107]. Elle consiste en fait à rechercher dans le squelette le point le plus éloigné du contour. À partir de ce point, nous pouvons tracer le cercle inscrit dans la forme ayant le plus grand rayon, d'où le nom de *plus grand disque maximal* donné à cette mesure. Son principal intérêt est de détecter la plus grande ouverture du ciel visible à partir d'une position dans l'espace ouvert urbain.

**Définition 6.1 (Plus grands disques maximaux)** Soit  $S$  une forme. L'ensemble des plus grands disques maximaux de  $S$ , noté  $\mathbf{GMD}(S)$ , est défini comme l'ensemble des couples point et distance du squelette  $\mathbf{MAT}(S)$  définis par

$$\mathbf{GMD}(S) = \{(p, r) \in \mathbf{MAT}(S) \mid r = \Gamma_S\}, \quad (6.2)$$

où  $\Gamma_S$  est le rayon des plus grands disques maximaux de  $S$ . Le nombre  $\Gamma_S$  est défini par

$$\Gamma_S = \max\{r \mid (p, r) \in \mathbf{MAT}(S)\}. \quad (6.3)$$

L'algorithme 6.1 permet de calculer le **GMD** d'un squelette. La recherche du **GMD** se divise en deux étapes : la première calcule le plus grand rayon  $\Gamma$  apparaissant dans le squelette et la seconde recherche tous les points squeletaux dont le rayon est égal à  $\Gamma$  pour les ajouter au **GMD**.

---

**Algorithme 6.1** Recherche du plus grand disque maximal dans un squelette.  
Cet algorithme prend en paramètre un squelette MAT.

---

**fonction** obtenirGMD (MAT)

**début**

$\Gamma \leftarrow 0$

**pour tout**  $(x, y, r) \in \text{MAT}$  **faire**

**si**  $r > \Gamma$  **alors**

$\Gamma \leftarrow r$

**finsi**

**finpour**

$\text{GMD} \leftarrow \emptyset$

**pour tout**  $(p, r) \in \text{MAT}$  **faire**

**si**  $r = \Gamma$  **alors**

$\text{GMD} \leftarrow \text{GMD} \cup \{(p, r)\}$

**finsi**

**finpour**

**retourner** GMD

**fin**

---

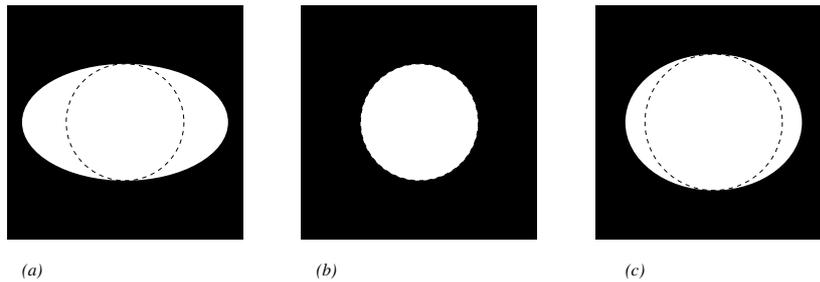
Alors que  $\Gamma_S$  ne représente qu'une seule valeur,  $\text{GMD}(S)$  est un ensemble de points du squelette de  $S$ , car il se peut qu'il y ait en différentes positions du squelette des points de même rayon. Si nous avons besoin d'un seul élément, nous pouvons donner la préférence au point du **GMD** étant le plus en face de l'observateur, c'est-à-dire que si le point d'observation est situé à droite de la projection sphérique, on préférera le point d'abscisse la plus élevée et d'ordonnée proche de l'ordonnée du zénith dans la projection. Nous appellerons ce point le **GMD** visible.

**Définition 6.2 (GMD visible)** Soit  $S$  une forme. Le **GMD** visible de  $S$ , noté  $\text{GMD}_V$ , est le point du  $\text{MAT}(S)$  dont l'abscisse est la plus grande et dont l'ordonnée est la plus proche de l'ordonnée du zénith dans la projection sphérique.

Le principal avantage du  $\text{GMD}_V$  est de ne se rapporter qu'aux parties du squelette les plus distantes du contour. Comme nous l'avons vu précédemment, ces parties sont très peu influencées par les perturbations du contour. De ce fait, le  $\text{GMD}_V$  est une mesure très stable.

L'un des éléments que nous pouvons extraire du  $\text{GMD}_V$  est son rayon. Le rayon du  $\text{GMD}_V$  est une mesure assez similaire à la mesure du rapport de masse dans la

métrique sphérique de Teller [121]. La différence se situe dans le fait que le rapport de masse mesure globalement un rapport entre deux surfaces, alors que le rayon du  $\mathbf{GMD}_V$  ne correspond dans l'espace qu'à la taille de la plus grande ouverture. Le rayon du  $\mathbf{GMD}_V$  est donc une mesure qui intervient sur des propriétés locales de la forme. Autre différence, le rayon du  $\mathbf{GMD}_V$  peut varier alors que la surface du ciel reste inchangée, et inversement, la surface du ciel peut varier sans modifier le rayon du  $\mathbf{GMD}_V$ , comme le montre la figure 6.3. Le maximum théorique du rayon du  $\mathbf{GMD}_V$  correspond au diamètre du disque de la projection. Cette situation est atteinte lorsque l'espace est complètement vierge.

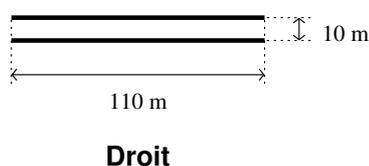


**Figure 6.3** – Différence entre le rayon du  $\mathbf{GMD}_V$  et la surface de ciel. Nous considérons la situation de base (a) où le ciel apparaît en blanc et le disque du  $\mathbf{GMD}_V$  en pointillé. La situation (b) représente la cas où seule la surface de ciel évolue et la situation (c) représente le cas où seule le rayon du  $\mathbf{GMD}_V$  évolue.

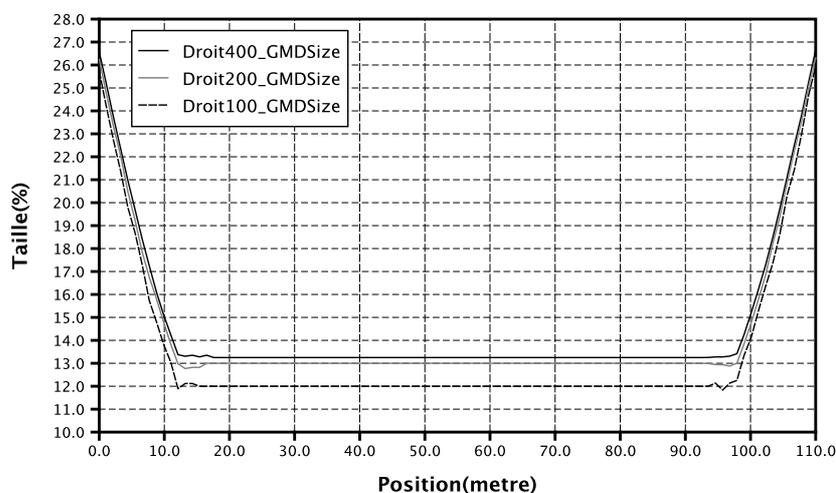
Une autre mesure consiste à comparer la position en abscisse du  $\mathbf{GMD}_V$  par rapport à l'abscisse du zénith de l'observateur dans la projection sphérique. De ce fait, en supposant que l'observateur à un champ visuel s'étendant à  $180^\circ$  sur les côtés et à  $90^\circ$  vers le haut, nous pouvons savoir s'il voit ou non le  $\mathbf{GMD}_V$  en face. Le maximum théorique de cette mesure correspond au rayon du disque de la projection. Cette situation est obtenue lorsque l'observateur est situé au bout d'un très long tunnel droit, sans issue et possédant une petite entrée à l'horizon. En faisant le rapport entre l'abscisse du  $\mathbf{GMD}_V$  et ce maximum, nous obtenons un taux de proximité du  $\mathbf{GMD}_V$  par rapport à la ligne d'horizon de l'observateur. Si cette mesure tend vers 1, le  $\mathbf{GMD}_V$  est situé devant l'observateur près de la ligne d'horizon. Si elle vaut 0, le  $\mathbf{GMD}_V$  est situé exactement au zénith de l'observateur. Enfin, si elle tend vers  $-1$ , le  $\mathbf{GMD}_V$  est situé derrière l'observateur près de la ligne d'horizon.

Nous avons testé la sensibilité des mesures par rapport au niveau de définition des projections sphériques. Pour cela, nous avons réalisé un ensemble de projections sphériques dans une configuration que nous avons appelé Droit (figure 6.4) et qui représente une rue droite de 110 mètres de long, délimitée par deux murs parallèles de 10 mètres de haut et espacés de 10 mètres. L'observateur parcourt l'espace de la gauche vers la droite de la configuration à mi-distance des murs. Le graphique de la figure 6.5 présente l'évolution de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  pour trois diamètres de projection sphérique

différents : 100 pixels (Droit100), 200 pixels (Droit200) et 400 pixels (Droit400). Nous remarquons que les trois courbes correspondent avec moins de 1,5 % d'erreur au maximum. Toutefois, l'observateur est dans une configuration où rien ne se passe, hormis le fait qu'il rentre dans la rue et qu'il en sort. Ces deux moments du parcours sont représentés par des valeurs élevées de la courbe. Pour le reste du parcours, la taille du  $GMD_V$  doit fournir des valeurs faibles et uniformes. Par rapport à cette remarque, nous pouvons en déduire que la courbe la moins sensible au bruit est celle dont le diamètre des projections sphériques est le plus élevé. Il convient donc d'utiliser un diamètre de projection sphérique suffisamment élevé pour avoir des mesures suffisamment précises. Dans le cas de la taille du  $GMD_V$ , un diamètre de 400 pixels devrait être suffisant. En ce qui concerne l'allure des courbes, elles sont identiques.



**Figure 6.4** – Configuration d'un espace avec une rue simple.



**Figure 6.5** – Variation de la taille du  $GMD_V$  dans la configuration Droit pour différents niveaux de résolution des projections sphériques.

Les deux mesures développées autour du  $GMD_V$  sont basées sur un point du squelette quasiment insensible aux perturbations de la forme du ciel. Elles permettent de réaliser des analyses situées selon deux critères : par rapport à la plus grande ouverture visible en un point de l'espace et selon la position de cette ouverture par rapport à l'orientation de l'observateur. Il est intéressant de constater que la deuxième mesure est totalement liée à la direction suivie par l'observateur dans le parcours. Ceci re-

joint la remarque que nous avons faite à la fin du §6.2.1, concernant le fait qu'il était préférable que les mesures soient asymétriques.

Dans la section suivante, nous allons voir des mesures permettant de réaliser des études suivies de parcours urbains. Contrairement aux mesures que nous avons vues jusqu'ici, celles-ci permettent de quantifier les variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours.

### **6.3 *Mesure des variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours***

Pour mesurer les variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours, nous proposons de nous baser sur la similarité d'un couple de squelettes successifs. L'idée consiste à considérer les squelettes comme des éléments d'un espace métrique et d'évaluer leur degré de similarité simplement en calculant la distance entre eux.

Il existe actuellement différentes méthodes de calcul de la similarité de deux formes ou de deux ensembles de points en général [3, 103, 133]. Certaines de ces méthodes se basent sur la correspondance d'un ensemble de moments  $\mu_{ij}$  de la forme, sur la suite d'angles de rotation entre les segments composant le contour des formes [5] ou simplement en utilisant un descripteur de Fourier [130]. Cependant, les squelettes présentent une particularité qui n'est pas souvent prise en compte dans les travaux concernant la correspondance de formes : un squelette est un ensemble de courbes, souvent liées, dont le nombre peut varier d'un squelette à l'autre. Bien sûr, les critères sur les mesures annoncées dans le §6.2.1 valent aussi pour ce type de mesure. Par exemple, si les mesures se basent sur les variations des extrémités du squelette d'image à une autre, il est certain que les résultats obtenus seront très instables. D'autres critères sont décrits par Veltkamp et Hagedoorn pour ce qui concerne les mesures de similarité [134].

Ici, nous verrons les méthodes de calcul de similarité qui nous sont apparues suffisamment adaptées à l'étude de ressemblance entre squelettes, dont la distance d'édition et la distance de Fréchet. Nous verrons plus en détail la distance de Hausdorff et comment nous l'avons adaptée pour qu'elle produise un indicateur suffisamment pertinent pour l'analyse des variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours.

#### **6.3.1 *Distance d'édition***

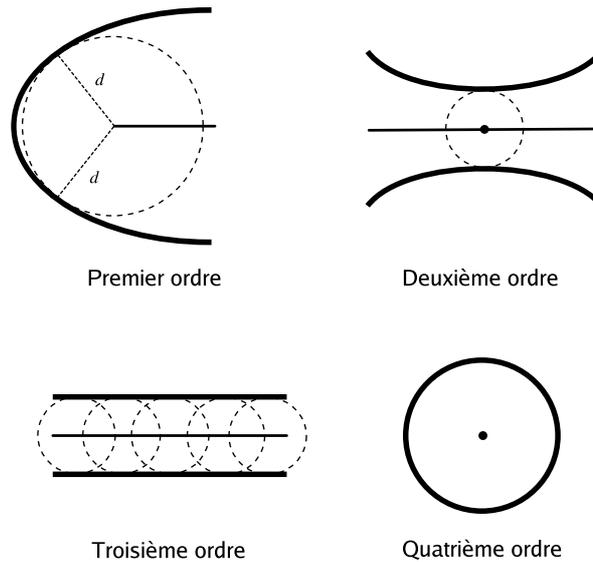
La *distance d'édition* permet de calculer la distance entre deux graphes en se basant sur des *opérations d'édition* comme l'ajout ou la suppression d'un nœud ou d'une

arête, leur transformation dans l'espace, la modification de leur valeur, etc. Le passage d'un graphe à un autre peut être fait en utilisant ces opérations. Si nous associons à chaque opération un *coût* attribué arbitrairement, il est possible de calculer un coût total pour un ensemble d'opérations d'édition qui ont permis de transformer le graphe. La distance d'édition entre deux graphes  $G_1$  et  $G_2$  est définie comme la somme des coûts des opérations d'édition, permettant de transformer  $G_1$  en  $G_2$  et  $G_2$  en  $G_1$ , et minimisant ce coût. Cette distance a été développée par Wagner et Fisher [135], et était utilisée pour comparer deux chaînes de caractères. L'algorithme a été repris et étendu afin d'être utilisé pour la comparaison de graphes [78].

Il est difficile de calculer la distance d'édition d'un squelette car si nous souhaitons en conserver le maximum d'informations, le squelette représentera alors un graphe possédant une infinité de sommets et d'arêtes. Toutefois, il est possible de calculer la distance d'édition en se basant sur une représentation simplifiée du squelette. L'idée qui a été proposée consiste à distinguer certains points squeletaux en fonction de leur date d'apparition au cours du processus de squelettisation, basée sur l'analogie du feu de prairie [65, 113]. Ces points sont le résultat du « choc » entre deux fronts enflammés. Kimia *et al.* définissent quatre types de choc illustrés par la figure 6.6 :

- Le *choc de premier ordre* est dû à une discontinuité dans le contour de la forme. Ce type de choc produit au fur et à mesure des points squeletaux qui se suivent dans une direction donnée, créant à la fin un segment de squelette.
- Le *choc de deuxième ordre* est formé lorsque dans le processus du feu de prairie deux points du contour qui ne sont pas voisins se rencontrent et que les points autour n'ont pas encore provoqué de chocs. Le point squeletal formé est un minimum local dans la carte de distances.
- Le *choc de troisième ordre* apparaît lorsque des points du contour qui ne sont pas voisins se rencontrent en même temps que les points du contour qui les entourent. Ce type de choc forme un segment de squelette dont les points sont apparus en même temps.
- Le *choc de quatrième ordre* est formé lorsque le processus du feu de prairie résulte en un seul point. Il peut aussi correspondre à un sommet local dans la carte de distance de la forme.

Les chocs de deuxième et de quatrième ordre font apparaître des points squeletaux localement uniques, dans le sens où ces points sont des extrémums locaux. Alors que les ensembles de points squeletaux du premier et du troisième ordre forment des ensembles de segments du squelette [114]. Dans chaque squelette, il est possible de retrouver au moins un type de choc. L'apparition au fur et à mesure des différents chocs permet de former un graphe orienté et sans cycle appelé *graphe de choc*, où chaque sommet représente un choc et chaque arête une succession entre deux chocs. Les sommets de ce graphe sont valués en fonction de la catégorie du choc. Ce graphe est une représentation « dynamique » du squelette et unique pour chaque forme [114], dans le sens où une forme ne peut produire deux graphes de choc différents. Afin de faciliter la



**Figure 6.6** – Les quatre types de choc dans le processus de squelettisation.

comparaison des squelettes, les graphes de choc sont convertis sous la forme d'arbre et la similarité entre les deux arbres est réalisée en utilisant la distance d'édition [66, 110].

Mais il semble que dans cette méthode deux défauts apparaissent : (i) étant donné la complexité des scènes urbaines et les divers transformations réalisées, il est difficile d'interpréter les opérations pour des squelettes obtenus à partir de projections sphériques et de trouver les bonnes valeurs pour les coûts ; (ii) la distance d'édition utilise une heuristique. En effet, il peut être reproché que la distance d'édition se base sur une tentative d'interprétation ou d'explication des transformations qui apparaissent entre deux squelettes successifs, qui ont permis de passer d'une forme à une autre, sans que cela corresponde à ce qui s'est réellement passé en réalité. Par exemple, si nous prenons le cas des projections sphériques des formes de ciel, avec une projection juste avant l'entrée dans une place et une autre juste après l'entrée, la forme du ciel va être modifiée parce que de nouveaux murs sont apparus, parce que l'espace s'est élargi, que de nouveaux éléments vont structurer autrement l'espace, etc. Ces transformations vont créer des modifications dans la structure du squelette. Mais la distance d'édition peut-elle retrouver à coup sûr ces transformations ou va-t-elle trouver des transformations qui seront le résultat indirect de l'heuristique qu'elle utilise ? Lorsqu'il s'agit de squelettes calculés à partir de la forme de ciel dans des espaces urbains, les transformations calculées par la distance d'édition ne correspondent pas forcément aux transformations qui se sont réellement produites. De ce fait, la distance d'édition ne convient pas au calcul de la similarité de squelettes de la forme de ciel.

### 6.3.2 Distance de Hausdorff

La distance de Hausdorff est utilisée couramment en analyse d'images. Elle est parfois perçue comme une mesure naturelle de la similarité entre des formes [2]. Cette distance est la distance maximale d'un ensemble aux points les plus proches d'un autre ensemble. Une définition plus formelle de la distance de Hausdorff est donnée ci-dessous.

**Définition 6.3 (Distance de Hausdorff)** Soient deux ensembles finis de points  $S$  et  $T$ . La distance de Hausdorff  $d_{\mathcal{H}}$  entre  $S$  et  $T$  est définie par

$$d_{\mathcal{H}}(S, T) = \max\{\mathcal{H}(S|T), \mathcal{H}(T|S)\}, \quad (6.4)$$

où  $\mathcal{H}(S|T)$  est la distance de Hausdorff relative.

**Définition 6.4 (Distance de Hausdorff relative)** Soient deux ensembles finis de points  $S$  et  $T$ . La distance de Hausdorff relative de  $S$  par rapport à  $T$  est définie par

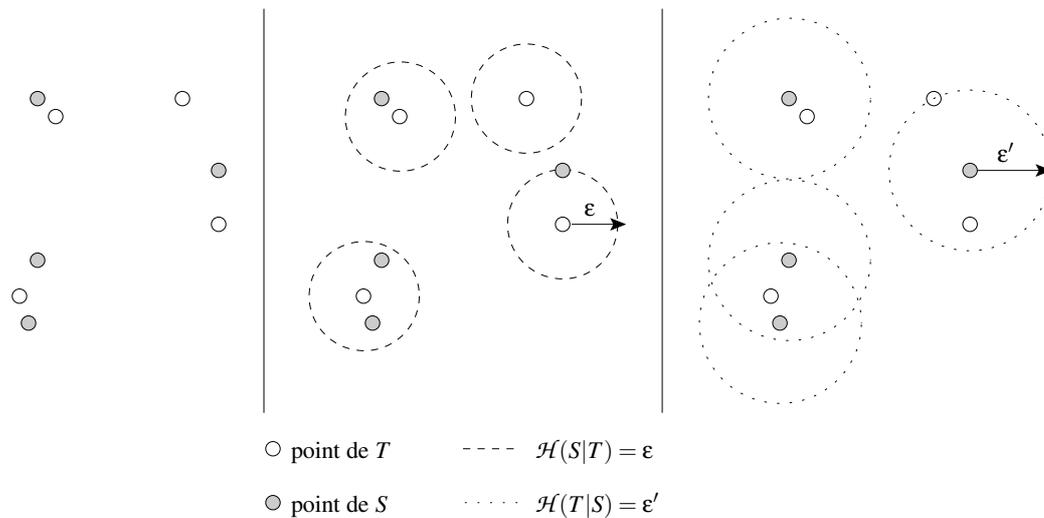
$$\mathcal{H}(S|T) = \max_{p \in S} \left\{ \min_{q \in T} d(p, q) \right\}, \quad (6.5)$$

où  $d$  est une distance quelconque.

La fonction  $\mathcal{H}(S|T)$  est appelée *distance de Hausdorff relative* de  $S$  par rapport à  $T$ , ou distance de Hausdorff orientée. Cette fonction n'est pas une distance car elle n'est pas symétrique (l'égalité  $\mathcal{H}(S|T) = \mathcal{H}(T|S)$  n'est pas toujours vérifiée si  $S \neq T$ ).  $\mathcal{H}(S|T) = 0$  si et seulement si  $S \subseteq T$ . Si  $\mathcal{H}(S|T) = \varepsilon$  alors les points de  $S$  ne dépassent une distance  $\varepsilon$  des points les plus proches de  $T$  (figure 6.7).  $d_{\mathcal{H}}(S, T) = 0$  si et seulement si  $S = T$ . La figure 6.7 montre comment comprendre la distance de Hausdorff et la distance de Hausdorff relative.

La fonction que nous proposons dans l'algorithme 6.2 permet de calculer la distance de Hausdorff relative entre deux squelettes définis par des ensembles de points. Elle se base sur la structure des squelettes obtenue par l'implémentation de la squelettisation d'Hamilton-Jacobi développée par Siddiqi *et al.* [112]. Cet algorithme a un temps de calcul en  $o(n^2)$ , mais étant donné le nombre de points contenus dans chaque squelette, l'algorithme est suffisamment rapide<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Dans notre implémentation en Java, la comparaison de squelettes d'environ 700 points se fait en moins d'une seconde sur un ordinateur de 1,4 GHz. Il existe toutefois une méthode pour calculer la distance de Hausdorff relative, dans le cas d'images digitales, avec un algorithme linéaire (en  $O(n)$ ) qui consiste à calculer une carte de distance à l'ensemble  $T$  (en  $O(n)$ ) et à parcourir ensuite les points de l'ensemble  $S$  en relevant la distance maximale à  $T$ .



**Figure 6.7** – Illustration de  $d_{\mathcal{H}}(S, T)$ . La partie gauche de la figure représente les deux ensembles de points  $S$  et  $T$ . Les points de l'ensemble  $T$  apparaissent en blanc et les points de l'ensemble  $S$  apparaissent en gris. La partie centrale de la figure, illustre  $\mathcal{H}(S|T)$ . Les cercles en pointillé délimitent une zone de rayon  $\epsilon$  autour de chaque point de  $T$ . Tous les points de  $S$  sont situés dans au moins une de ces zones. De la même manière, la partie droite de la figure représente  $\mathcal{H}(T|S)$  où tous les points de  $T$  sont au plus distants d'une distance  $\epsilon'$  de tous les points de  $S$ . Comme nous avons  $\epsilon' > \epsilon$  d'après la figure, alors la distance de Hausdorff  $d_{\mathcal{H}}(S, T) = \epsilon'$ .

---

**Algorithme 6.2** Algorithme de calcul de la distance de Hausdorff relative pour deux squelettes.

Cet algorithme prend en paramètre deux squelettes  $MAT_1$  et  $MAT_2$ , ainsi qu'une distance  $d$ .

---

**fonction** hausdorffRel ( $MAT_1, MAT_2, d$ )

---

**début**

$d_{\max} \leftarrow 0$

**pour tout**  $P_1 \in MAT_1$  **faire**

$d_{\min} \leftarrow +\infty$

**pour tout**  $P_2 \in MAT_2$  **faire**

**si**  $d(P_1, P_2) < d_{\min}$  **alors**

$d_{\min} \leftarrow d(P_1, P_2)$

**finsi**

**finpour**

**si**  $d_{\min} > d_{\max}$  **alors**

$d_{\max} \leftarrow d_{\min}$

**finsi**

**finpour**

**retourner**  $d_{\max}$

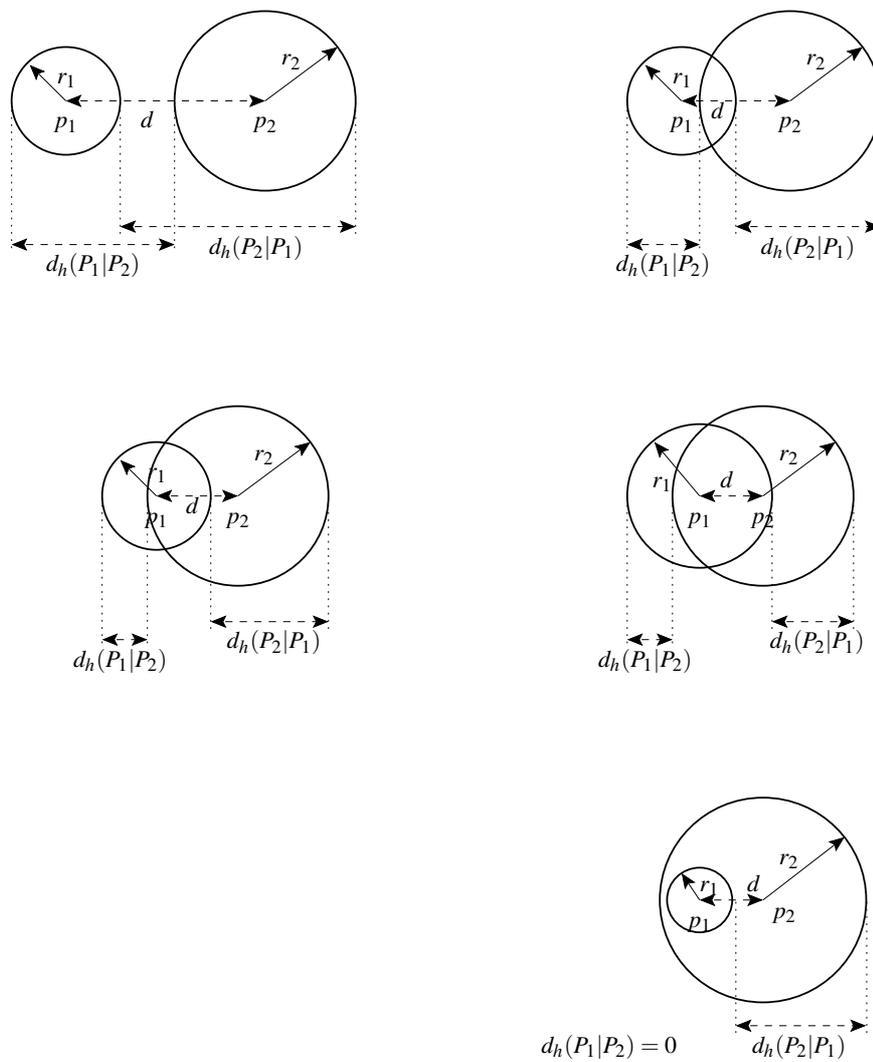
**fin**

---

Des modifications sont parfois apportées à la définition d'origine afin de pouvoir utiliser la distance de Hausdorff dans les processus de reconnaissance d'images. Ainsi, Rucklidge recherche l'ensemble des transformations géométriques capables de minimiser la distance de Hausdorff entre une partie d'une image donnée et un modèle [103]. De cette manière, il est possible de comparer deux images sans se soucier de leur position dans le plan, de leur orientation ou leur taille. Mais, la comparaison de deux projections sphériques successives entre elles, tel que nous le faisons pour analyser des espaces ouverts urbains, ne nécessite pas ce genre de procédure car les projections sont de même taille et à la même position dans le plan. De plus, leur orientation est importante pour rendre compte d'un changement d'orientation soit de l'espace soit de l'observateur. Toutefois, nous pouvons nous demander si la distance de Hausdorff est bien adaptée à la comparaison de squelettes.

### 6.3.2.1 Distance de Hausdorff hyperbolique

La squelettisation est une transformation sensible aux perturbations. Même si la forme subit de petites modifications (la distance de Hausdorff entre les deux est faible), le squelette peut changer de manière importante. Comme l'ont montré Choi et Seidel, le résultat est une grande valeur pour la distance de Hausdorff entre les deux squelettes [22].



**Figure 6.8** – Distance hyperbolique entre deux disques (d’après [22]).

Généralement, la distance de Hausdorff est utilisée avec la distance euclidienne  $d_E$  pour calculer la ressemblance entre deux ensembles de points dans le plan ou dans l'espace. Cependant, le squelette d'une forme fournit une information supplémentaire qui concerne la distance des points au contour de la forme. Cette information doit-elle être prise en compte dans la comparaison des squelettes successifs ? Et si elle doit l'être, de quelle manière devons-nous la prendre en compte ? En ce qui concerne la première question, il faut savoir que le squelette seul ne suffit pas à décrire une forme, cette information de distance indique la position du contour et décrit ainsi la taille ou l'épaisseur de la forme initiale. À partir des squelettes de projections sphériques, nous devons donc calculer la distance de Hausdorff pour des points en trois dimensions (deux dimensions pour les coordonnées et une dimension pour la distance au contour).

En ce qui concerne la prise en compte de la distance au contour dans la distance de Hausdorff, Choi et Seidel ont proposé une nouvelle mesure appelée la *distance de Hausdorff hyperbolique* qui consiste à remplacer la distance euclidienne par la distance hyperbolique [22].

**Définition 6.5 (Distance hyperbolique)** Soient  $P_1(p_1, r_1)$  et  $P_2(p_2, r_2)$  deux points de  $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^+$ . La distance hyperbolique  $d_h$  de  $P_1$  à  $P_2$  est définie par

$$d_h(P_1|P_2) = \max \{0, d_E(p_1, p_2) - (r_2 - r_1)\}. \quad (6.6)$$

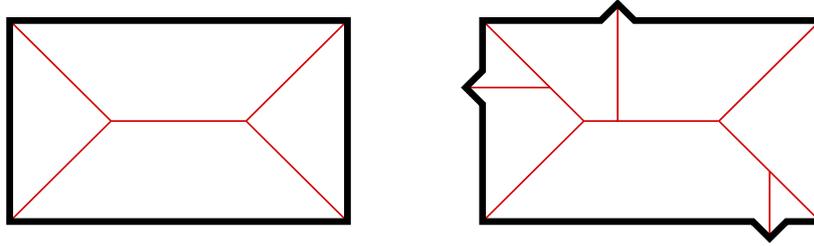
La distance hyperbolique est un abus de langage car ce n'est pas une distance au sens mathématique du terme. En effet, nous voyons clairement qu'elle n'est pas symétrique (cf. figure 6.8).

Soient deux points  $P_1(p_1, r_1)$  et  $P_2(p_2, r_2)$  deux points de  $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^+$ , alors d'après Choi et Seidel,  $d_h(P_1|P_2) = \mathcal{H}(B(p_1, r_1)|B(p_2, r_2))$  [22]. Nous avons  $d_h(P_1, P_2) = 0$  si et seulement si  $d_E(p_1, p_2) + r_1 \leq r_2$ . Le comportement de la distance hyperbolique est illustré dans la figure 6.8.

Soient  $M_1$  et  $M_2$  des squelettes de deux formes. La distance de Hausdorff hyperbolique relative  $\mathcal{H}_h$  de  $M_1$  par rapport à  $M_2$  est donnée par

$$\mathcal{H}_h(M_1|M_2) = \max_{P_1 \in M_1} \left\{ \min_{P_2 \in M_2} d_h(P_1|P_2) \right\}. \quad (6.7)$$

Le problème que Choi et Seidel cherchait à résoudre consistait à améliorer la comparaison de squelettes pour comparer des formes [21, 22]. En effet, si nous considérons deux formes quasiment identiques, sachant que la seconde possède des perturbations, leurs squelettes seront différents (figure 6.9). La distance de Hausdorff indiquera donc une grande différence entre les deux squelettes alors que la distance de Hausdorff des deux formes sera relativement faible. Une limite de l'erreur produite par la distance



**Figure 6.9** – Instabilité du squelette. Cette instabilité du squelette apparaissant pour des formes relativement similaires donne une distance de Hausdorff élevée, alors que la distance de Hausdorff des formes est faible.

de Hausdorff relative a été obtenue par Choi et Lee [20]. Mais il s’agit de la limite maximale et elle doit prendre en compte les instabilités du squelette.

La distance de Hausdorff hyperbolique proposée par Choi et Seidel est moins sensible aux instabilités du squelette. Ainsi, la distance de Hausdorff hyperbolique entre les squelettes de deux formes permet de borner la distance de Hausdorff entre les formes ou leur contour [22]. Ainsi, pour deux formes  $S_1$  et  $S_2$ ,

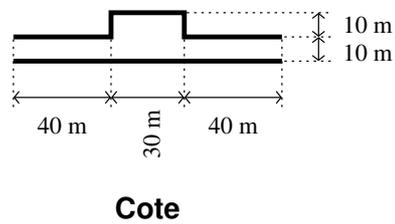
$$\mathcal{H}_h(\mathbf{MAT}(S_1), \mathbf{MAT}(S_2)) \leq 3 \cdot \max\{\mathcal{H}(S_1, S_2), \mathcal{H}(\partial S_1, \partial S_2)\}, \quad (6.8)$$

$$\max\{\mathcal{H}(S_1, S_2), \mathcal{H}(\partial S_1, \partial S_2)\} \leq \mathcal{H}_h(\mathbf{MAT}(S_1), \mathbf{MAT}(S_2)). \quad (6.9)$$

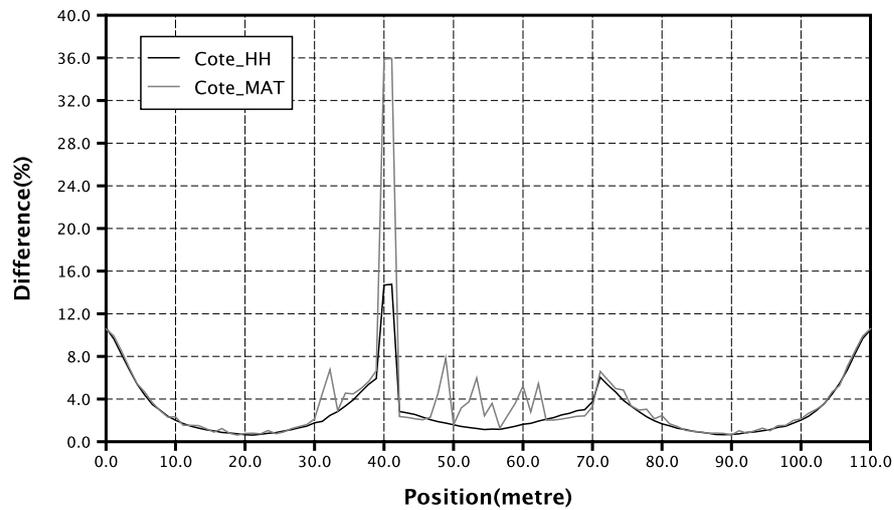
Autrement dit, la distance de Hausdorff hyperbolique de squelettes convient pour calculer la similarité entre deux formes.

Afin de nous en convaincre, nous nous sommes intéressés à la comparaison des deux distances de Hausdorff sur une suite de squelettes calculés le long d’un parcours dans un environnement équivalent à celui de la figure 6.10. Cette configuration, notée **Cote**, est uniquement composée de deux murs de 10 m de haut, dont l’un d’eux possède une ouverture formant une petite place. On suppose que la hauteur des yeux de l’observateur est de 1,60 m et que celui-ci parcourt l’espace de la gauche vers la droite sur le schéma.

La comparaison des deux distances de Hausdorff apparaît dans le graphique de la figure 6.11. La distance de Hausdorff y est notée **Cote\_MAT** et son évolution est dessinée en pointillé. La distance de Hausdorff hyperbolique y est notée **Cote\_HH** et son évolution apparaît en trait plein. Dans ce graphique, la partie intéressante est située dans la zone de 35 à 65 % en abscisse. Tout d’abord les deux pics aux extrémités de cette zone sont atténués dans le cas de la distance hyperbolique. Et entre ces deux pics, la distance de Hausdorff donne une courbe perturbée, alors que pour la distance hyperbolique la courbe est lisse. Le comportement de la distance de Hausdorff est assez étonnant dans une zone où l’espace est relativement uniforme.



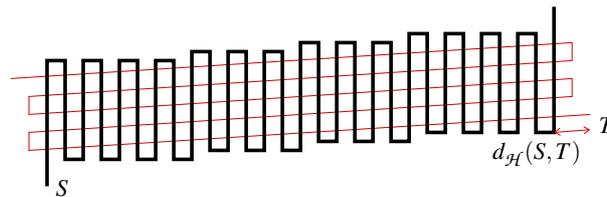
**Figure 6.10** – Configuration d’espace avec une petite ouverture sur le côté.



**Figure 6.11** – Comparaison entre la distance de Hausdorff et la distance de Hausdorff hyperbolique dans la configuration Cote. La distance de Hausdorff est notée Cote\_MAT et son évolution est dessinée en pointillé. La distance de Hausdorff hyperbolique est notée Cote\_HH et son évolution apparaît en trait plein.

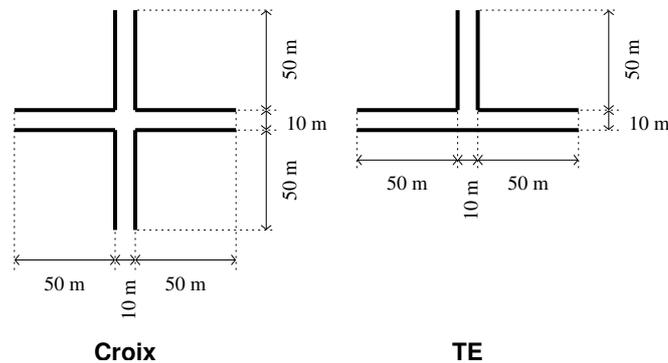
### 6.3.2.2 Particularités et inconvénients de la distance Hausdorff

**Similarité entre deux courbes** L'un des inconvénients majeurs de la distance de Hausdorff est qu'elle ne considère les objets géométriques que comme des ensembles de points. Comme le montre la figure 6.12, cette perception des objets crée des incohérences dans les mesures par rapport à ce que nous pouvons observer. En effet, les deux courbes de cette figure présentent des différences importantes. Pourtant la distance de Hausdorff entre elles est relativement faible.

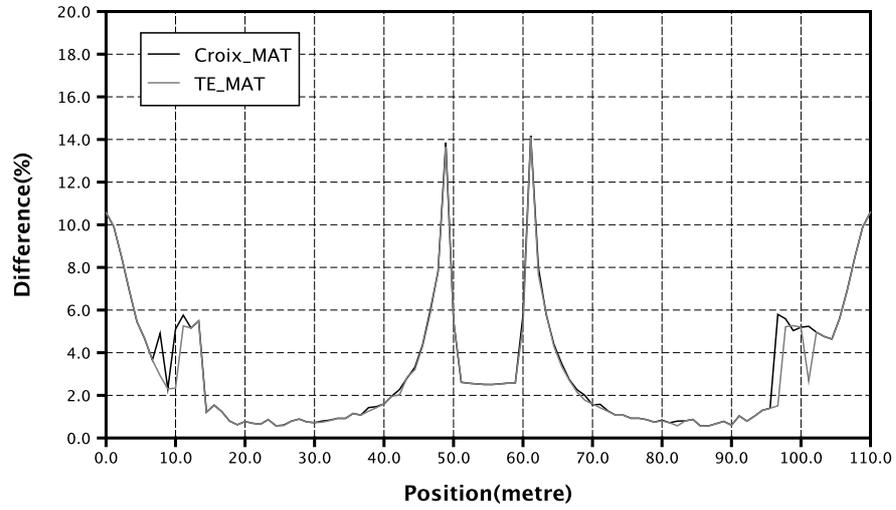


**Figure 6.12** – Problème avec la distance de Hausdorff. La différence d'aspect entre les deux courbes  $S$  et  $T$  est importante, pourtant la distance de Hausdorff  $d_H(S, T)$  est relativement faible.

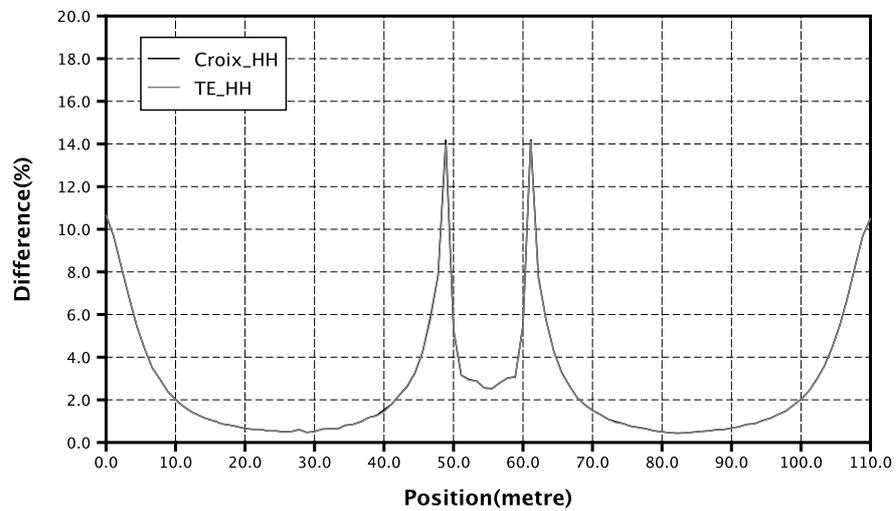
**Distinction de configurations** Entre autres inconvénients, la distance de Hausdorff est basée sur la recherche d'une différence maximale entre deux ensembles de points. Cette recherche ne concerne qu'une partie des ensembles de points. En somme, la distance de Hausdorff décrit la différence entre les éléments les plus éloignés des deux ensembles, mais pas la différence globale entre eux. Ramené à l'analyse des espaces ouverts urbains, ceci revient à dire que la distance de Hausdorff ne permet de décrire qu'une seule variation visuelle située dans une partie de la scène : la plus importante. De ce fait, des scènes différentes peuvent produire des résultats équivalents.



**Figure 6.13** – Configuration de deux espaces avec un carrefour.



**Figure 6.14** – Comparaison entre les configurations TE et Croix sur la distance de Hausdorff.

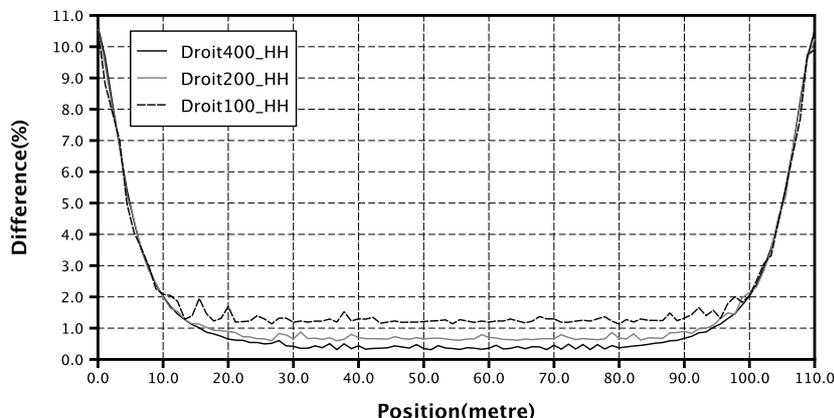


**Figure 6.15** – Comparaison entre les configurations TE et Croix sur la distance de Hausdorff hyperbolique.

L'exemple de la figure 6.13 montre deux configurations d'espace urbain avec des murs de 10 m de haut. La première, notée **Croix**, montre une rue traversée par une autre, formant ainsi un carrefour en son centre et la seconde, notée **TE**, montre une même rue mais avec un seul embranchement. La configuration **Croix** représente en quelque sorte un assemblage de la configuration **TE** et de son symétrique. Dans ces deux configurations, l'observateur effectue le même parcours de la gauche vers la droite. De ce fait, les variations visibles dans **Croix** sont différentes par rapport à **TE**.

Dans le graphique de la figure 6.14, nous voyons l'évolution de la distance de Hausdorff pour les deux configurations, notées **Croix MAT** et **TE MAT**. Nous pouvons remarquer que les deux courbes sont quasiment équivalentes. Nous retrouvons de manière équivalente cette ressemblance dans le graphique de la figure 6.15. Malgré les différences qui apparaissent entre les configurations **Croix** et **TE**, les deux parcours contiennent des variations visibles similaires selon la distance de Hausdorff.

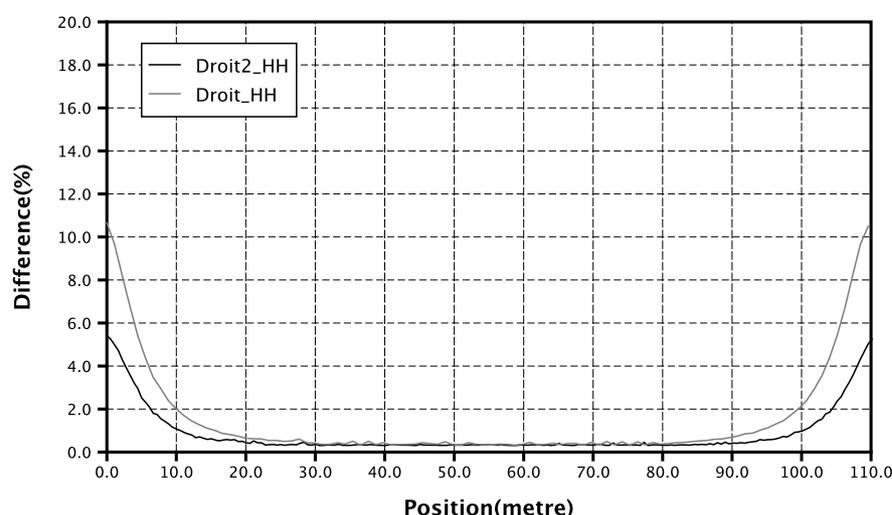
**Sensibilité par rapport à la résolution** Comme pour le  $GMD_V$  (cf. §6.2.2), nous avons testé la sensibilité de la distance de Hausdorff hyperbolique sur le parcours de la configuration **Droit**. Dans le graphique de la figure 6.16, nous remarquons ici que les différences entre les courbes sont globalement inférieures à 1 %. Ici, nous pouvons faire les mêmes remarques qu'au §6.2.2. Ainsi, un diamètre de projection sphérique de 400 pixels semble suffisant pour obtenir des mesures correctes.



**Figure 6.16** – Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans la configuration **Droit** pour des résolutions différentes.

**Vitesse du parcours** Enfin, nous avons remarqué une dernière particularité à utiliser la distance de Hausdorff ou ses dérivées. La considération de l'espace entre deux projections sphériques est importante dans l'évolution de la mesure à travers un espace urbain. Plus l'espacement entre les projections est faible, plus elles se ressemblent. Par conséquent, la distance de Hausdorff est aussi beaucoup plus faible entre les squelettes.

Cette situation est illustrée dans la figure 6.17. Le graphique de cette figure a été produit à partir de la configuration **Droit** de la figure 6.4 que nous avons vue auparavant. Cette configuration correspond à une simple rue de 110 m de long bordée de murs de 10 m de haut. L'observateur suit deux parcours dans cette configuration partant de la gauche et se dirigeant vers la droite : un parcours où les projections sphériques sont espacées de 1,10 m (**Droit**) et un parcours où les projections sphériques sont espacées de 0,55 m (**Droit2**). La figure 6.17 montre l'évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique pour les deux parcours. Nous voyons que les valeurs du parcours **Droit2** qui est suivi plus lentement sont plus faibles. En soi, ce comportement n'est pas un défaut car un parcours suivi plus lentement produit des variations moins importantes dans le champ visuel de l'observateur que lorsque ce même parcours est suivi à une vitesse élevée. L'espacement entre les projections sphériques fait ainsi intervenir la notion de vitesse.



**Figure 6.17** – Comparaison de la configuration **Droit** (figure 6.4) avec des espacements différents entre chaque projection. Les deux courbes représentent l'évolution de la distance hyperbolique de Hausdorff dans la configuration **Droit** avec un espacement de 1,10 m (**Droit\_HH**) et un espacement de 0,55 m (**Droit2\_HH**) entre chaque projection.

Plus l'espace entre les projections sphériques est important, moins la distance de Hausdorff (ou dérivée) sera précise. Le principe de la distance de Hausdorff est de retrouver parmi un ensemble de points celui qui est le plus éloigné d'un point d'un autre ensemble. Nous pouvons nous demander si ce couple de points possède une correspondance dans la réalité ? Nous en revenons ainsi à un problème similaire à celui rencontré avec la distance d'édition : c'est-à-dire, que la distance de Hausdorff apporte sa propre interprétation par rapport aux transformations qui se sont produites entre deux squelettes. Néanmoins, la distance de Hausdorff ne se base pas sur une heuristique, comme le fait la distance d'édition. Par rapport à ce fait, la distance de Hausdorff est plus sûre en terme de calcul de similarité.

### 6.3.3 Distance de Fréchet

La distance de Fréchet est une solution face aux inconvénients de la distance de Hausdorff. En particulier, nous avons vu que la distance de Hausdorff n'est pas adaptée à la mesure de la similarité entre deux courbes. Dans ce cas, la distance de Fréchet convient mieux à ce type d'objet géométrique. Cependant, la distance de Fréchet ne s'applique qu'à des courbes et non à des ensembles de courbes. Elle ne convient donc pas à la comparaison de squelettes. Toutefois nous donnons ci-dessous une rapide description de cette distance.

La distance de Fréchet se base sur la nature des courbes qui ne sont pas considérées comme un simple ensemble de points, tel que le fait la distance de Hausdorff. Autrement dit, dans le cas de la distance de Fréchet, les points d'une courbe sont non seulement traités selon leurs coordonnées, mais aussi selon leur position dans la courbe. Soient deux courbes  $C_1$  et  $C_2$ , la distance de Fréchet est définie par

$$d_F(C_1, C_2) = \min_{f_1: [0;1] \rightarrow [0;N], f_2: [0;1] \rightarrow [0;M]} \left\{ \max_{t \in [0;1]} d_E(C_1(f_1(t)), C_2(f_2(t))) \right\}, \quad (6.10)$$

où  $f_1$  et  $f_2$  sont deux fonctions continues et strictement croissantes. La distance de Fréchet est souvent illustrée selon l'analogie suivante :

un homme promène son chien en le tenant par une laisse, sachant que l'homme suit une courbe et que le chien en suit une autre. L'homme et le chien peuvent indépendamment décider de leur propre vitesse, mais ils ne peuvent revenir sur leur pas. La distance de Fréchet est alors la plus petite longueur de laisse nécessaire.

Godau a démontré que le calcul de la distance de Fréchet est un problème NP-dur, on ne connaît donc à l'heure actuelle aucun algorithme permettant de calculer cette distance avec un temps polynomial [55]. Aussi, la distance est plutôt utilisée dans le problème de décision suivant :  $d_F(C_1, C_2) < \varepsilon$ . Une version discrète de la distance de Fréchet a été proposée par Eiter et Mannila [44]. La distance de Fréchet discrète est une approximation de la distance de Fréchet qui peut être plus facilement calculée.

### 6.3.4 Distance de Hausdorff modifiée

La perspective de mouvement est définie par Gibson comme l'ensemble des changements graduels apparaissant dans le champ visuel de l'observateur lorsqu'il se déplace [54]. Afin de considérer cette notion, nous avons tenté de trouver une mesure qui permet de prendre en compte ces changements graduels et leur globalité : pour

cela nous nous sommes intéressés à une catégorie de mesures que nous avons appelée *distance de changement*.

Nous avons vu précédemment que la distance de Hausdorff ne permet de décrire seulement la variation d'un élément de l'environnement visuel urbain, et plus exactement celui où se situe la variation la plus importante. Cet inconvénient est dû au fait que la distance de Hausdorff se base sur la recherche de la différence maximale entre les ensembles de points comparés. Elle ne mesure pas la différence globale des éléments. En modifiant légèrement la distance de Hausdorff, nous pouvons proposer une nouvelle mesure qui analyse les changements qui se sont produits entre deux squelettes.

Si nous reprenons la définition de la distance de Hausdorff relative (définition 6.4), nous pourrions remplacer la fonction max par un calcul de moyenne sur l'ensemble des distances. La distance obtenue a déjà été proposée par Dubuisson et Jain durant les années quatre-vingt-dix sous le nom de *distance de Hausdorff modifiée* [37]. Ci-dessous, nous définissons cette distance, qui se base sur la définition de la distance de Hausdorff.

**Définition 6.6 (Distance de Hausdorff modifiée)** Soient deux ensembles finis non vides de points  $S$  et  $T$ . La distance de Hausdorff modifiée  $\overline{d}_{\mathcal{M}}$  entre  $S$  et  $T$  est définie par

$$\overline{d}_{\mathcal{M}}(S, T) = \max\{\overline{\mathcal{M}}(S|T), \overline{\mathcal{M}}(T|S)\}. \quad (6.11)$$

$\overline{\mathcal{M}}$  est la distance de Hausdorff modifiée relative. Elle est définie par

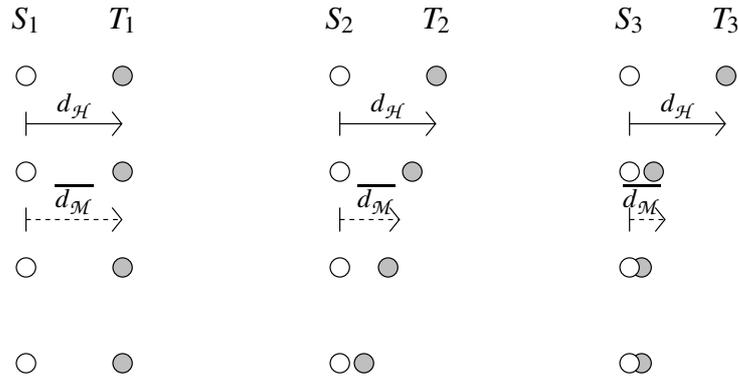
$$\overline{\mathcal{M}}(S|T) = \frac{\sum_{p \in S} \min_{q \in T} d(p, q)}{|S|}, \quad (6.12)$$

où  $d$  est une distance.

Selon Dubuisson et Jain, la distance de Hausdorff modifiée n'est pas une distance car elle ne vérifie pas l'inégalité triangulaire [37]. Par contre, ils affirment que cette distance a un comportement intéressant pour la comparaison de formes : (i) la valeur de la distance de Hausdorff modifiée augmente de manière monotone lorsque la différence entre deux formes augmente, (ii) la distance est robuste face à des points isolés produits par des perturbations.

La différence entre la distance de Hausdorff et la distance de Hausdorff modifiée est illustrée dans la figure 6.18. Dans cette figure, nous pouvons remarquer que la distance de Hausdorff est invariante d'une configuration à l'autre. Ceci parce que cette distance recherche le plus grand espace parmi tous les espaces qui séparent chaque couple de points les plus proches dans les deux ensembles. Dans les trois configurations de la

figure 6.18 cet espace est donné par le couple de points en haut des ensembles  $S_i$  et  $T_i$ . Par contre, la distance de Hausdorff modifiée analyse globalement chaque ensemble  $S_i$  et  $T_i$  en réalisant une moyenne sur les distances qui séparent les couples de points les plus proches. Ce qui explique pourquoi la distance de changement varie dans les trois configurations de la figure 6.18 et pas la distance de Hausdorff.



**Figure 6.18** – Différence entre la distance de Hausdorff et la distance de Hausdorff modifiée. La figure montre six ensembles de points  $S_i$  et  $T_i$ . Nous voyons que pour chaque d'ensemble, la distance de Hausdorff  $d_{\mathcal{H}}(S_i, T_i)$  ne varie pas. Par contre, la distance de Hausdorff modifiée  $\overline{d_{\mathcal{M}}}(S_i, T_i)$  est différente dans les trois configurations.

L'algorithme 6.3 se base sur l'algorithme 6.2 vu précédemment. Il montre une fonction permettant de calculer la distance de Hausdorff modifiée relative entre deux squelettes. Cette fonction suppose que la structure des squelettes correspond à celle obtenue par l'implémentation de la squelettisation d'Hamilton-Jacobi développée par Siddiqi *et al.* [112].

Par rapport à la comparaison de squelettes, nous retrouvons un comportement identique à la distance de Hausdorff, c'est-à-dire que là aussi la distance hyperbolique est mieux adaptée pour calculer la différence entre deux squelettes. Dans la définition 6.6, il faut donc remplacer  $d(\cdot, \cdot)$  par la distance hyperbolique  $d_h(\cdot, \cdot)$  afin d'avoir une meilleure estimation de la similarité entre deux squelettes. Sinon, pour la même raison que pour la distance de Hausdorff, la distance de Hausdorff modifiée a pour maximum le diamètre du disque de la projection. De même, plus la distance est faible, plus les squelettes se ressemblent et plus la distance moyenne est faible. Par contre, les valeurs de la distance de Hausdorff modifiée sont beaucoup plus basses que celles de la distance de Hausdorff, car la distance de Hausdorff représente un cas maximal. Enfin, la distance de Hausdorff modifiée prend globalement en compte les changements qui apparaissent entre deux squelettes. Autrement dit, elle représente mieux les changements globaux qui apparaissent dans un espace ouvert urbain.

Par la suite, par abus de langage, nous appellerons distance de Hausdorff modifiée cette distance composée avec la distance hyperbolique.

---

**Algorithme 6.3** Algorithme de calcul de la distance de Hausdorff modifiée relative de changement pour deux squelettes.

Cet algorithme prend en paramètre deux squelettes  $MAT_1$  et  $MAT_2$ , ainsi qu'une distance  $d$ .

---

**fonction** changementRel ( $MAT_1, MAT_2, d$ )

---

**début**

$d_\Sigma \leftarrow 0$

**pour tout**  $P_1 \in MAT_1$  **faire**

$d_{\min} \leftarrow +\infty$

**pour tout**  $P_2 \in MAT_2$  **faire**

**si**  $d(P_1, P_2) < d_{\min}$  **alors**

$d_{\min} \leftarrow d(P_1, P_2)$

**finsi**

**finpour**

$d_\Sigma \leftarrow d_\Sigma + d_{\min}$

**finsi**

**finpour**

**retourner**  $\frac{d_\Sigma}{|MAT_2|}$

**fin**

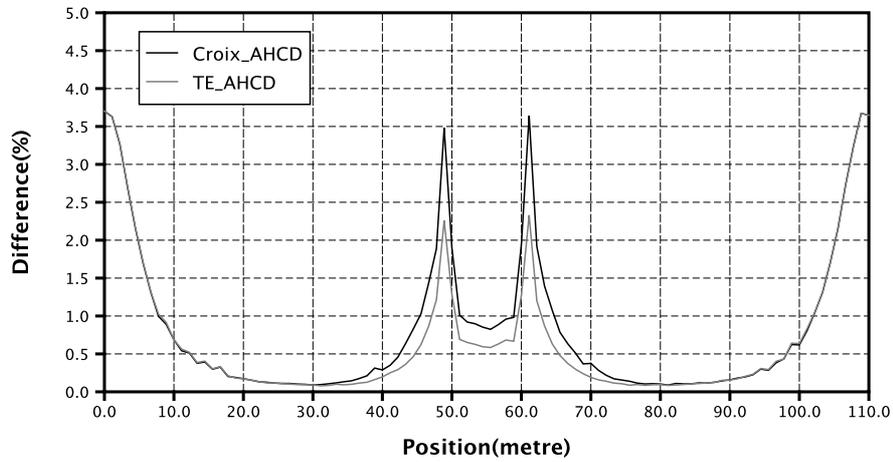
---

La figure 6.19 montre une comparaison des configurations TE et Croix que nous avons rencontrées au §6.3.2 (figure 6.13). Le graphique de cette figure est à comparer avec ceux des figures 6.14 et 6.15. Dans le graphique, nous voyons que la distance de Hausdorff modifiée détecte mieux la différence de caractère entre les deux configurations TE et Croix : les événements visuels au centre de Croix sont plus importants que ceux de TE. Ce comportement semble logique au vu de la forme des deux environnements. Par contre, cette différence n'apparaissait pas lorsque nous avons utilisé la distance de Hausdorff avec la distance hyperbolique ou non.

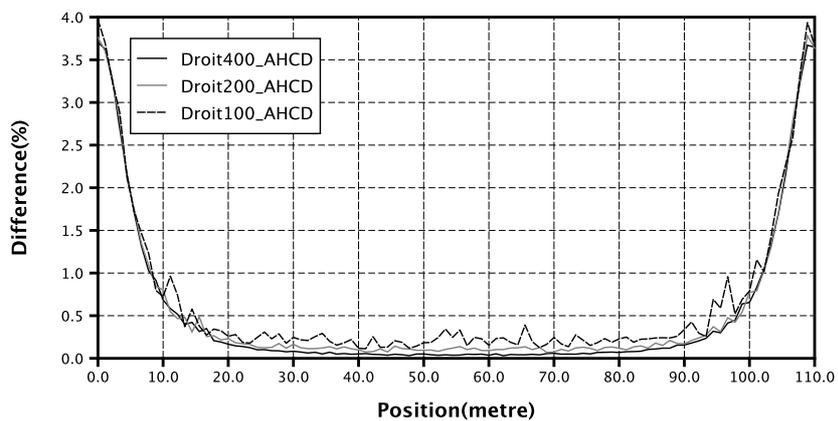
Le graphique de la figure 6.20 représente l'évolution de la distance de Hausdorff modifiée dans la configuration Droit (figure 6.4) pour trois diamètres de projections sphériques : 400, 200 et 100 pixels. Les courbes ont peu de différence. Cependant, nous voyons que si l'on diminue la résolution des images, du bruit apparaît dans les mesures. Encore une fois, si nous prenons un diamètre de projection sphérique de 400 pixels, les mesures devraient être suffisamment précises.

### 6.3.5 Conclusion sur la comparaison de squelettes

Nous avons vu ici, deux catégories de mesures permettant de caractériser un espace urbain à partir d'une succession de squelettes de formes de ciel observées le long d'un parcours urbain. Ces mesures permettent d'un côté d'analyser l'espace urbain à chaque pas dans le parcours et de l'autre de réaliser une analyse des variations vi-



**Figure 6.19** – Comparaison entre les configurations TE et Croix (figure 6.13) sur la distance de Hausdorff modifiée.



**Figure 6.20** – Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans la configuration Droit pour différents niveaux de résolution des projections sphériques.

suelles que produit l'espace urbain le long du parcours. Dans la première catégorie de mesures, nous avons discerné certaines analyses qu'il fallait éviter afin de ne pas considérer les parties du squelette trop sensibles aux perturbations. Puis, nous avons décrit le plus grand disque maximal ou  $\mathbf{GMD}_V$  qui détermine le point du squelette décrivant la plus grande ouverture visible localement. Dans la deuxième catégorie de mesures, nous nous sommes intéressés à une version de la distance de Hausdorff basée sur la distance hyperbolique, définie par Choi et Seidel [22]. Celle-ci est plus adaptée à la comparaison de squelettes. Nous avons ainsi pu développer une mesure capable de détecter des événements visuels sur la base des différences qui apparaissent entre des squelettes successifs. Toutefois, nous nous sommes rendus compte que la distance de Hausdorff ne permet pas de distinguer certaines configurations. Nous nous sommes donc intéressés à la distance de Hausdorff modifiée. La distance de Hausdorff modifiée permet de rendre compte du changement global qui semble apparaître entre deux squelettes, en se basant, comme pour la distance de Hausdorff, sur les éléments des deux squelettes les plus proches, mais cette fois en les considérant tous. Cette différence permet de mieux distinguer certaines configurations. Enfin, toutes les mesures que nous avons rencontrées ont une sensibilité faible face au changement de résolution. Cependant, nous nous sommes aperçus que des perturbations apparaissaient dans les mesures avec des résolutions faibles. Aussi, pour obtenir des valeurs suffisamment précises, il convient d'utiliser des niveaux de définition suffisamment forts.

Le  $\mathbf{GMD}_V$ , la distance de Hausdorff hyperbolique et la distance de Hausdorff modifiée représentent pour nous trois mesures de base pour analyser les événements visuels des espaces ouverts urbains et caractériser des parcours. L'ensemble de ces mesures est prévu pour analyser des espaces urbains denses, regroupant en peu d'espace une quantité importante de bâtiments. Dans le chapitre suivant, nous verrons avec plus de détails le comportement de ces mesures au travers de divers exemples de ce type. L'application de nos mesures à des espaces urbains éparpillés ou très ouverts, comme les entrées de ville, ne fait pas l'objet de cette thèse, mais pourrait faire l'objet de futurs travaux.

---

# Interprétation des squelettes de formes de ciel

*It may be that we are puppets-puppets controlled by the strings of society. But at least we are puppets with perception, with awareness. And perhaps our awareness is the first step to our liberation.*

Stanley Milgram

**L**ES espaces ouverts urbains et les variations de leur morphologie le long d'un parcours peuvent être caractérisés au moyen de projections sphériques et de la squelettisation [106, 121]. Pour ce faire, une succession de projections sphériques est d'abord calculée dans un espace ouvert urbain ou le long d'un parcours urbain. Puis, nous utilisons la squelettisation pour décrire la forme du ciel. Définie par Blum [10], la squelettisation est un outil d'analyse d'images couramment utilisé, qui consiste à convertir une forme en un ensemble de lignes centrées. Dans le chapitre précédent, nous avons étudié différentes mesures qui permettent de caractériser la forme du ciel par les squelettes et d'en déduire des caractéristiques sur les espaces ouverts urbains. Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à l'application de ces mesures à différents cas.

Afin de détailler les conditions dans lesquelles les tests ont été réalisés, nous commencerons par décrire succinctement l'environnement informatique qui a été utilisé pour les calculs. Puis nous nous intéresserons aux résultats des mesures sur une simple rue droite. Nous en profiterons pour vérifier si les indices visuels de mouvement peuvent être détectés par nos mesures. Ensuite, nous verrons le comportement des

mesures dans des configurations comportant une ouverture sur une autre rue. Nous verrons l'effet d'un rétrécissement dans une rue simple, puis de deux types de croisements. Enfin, nous appliquerons nos mesures sur un cas concret, avant de conclure par une étude de la rue Xavier-Neuveau à Liège en Belgique et une étude d'un parcours à Nantes en France.

## 7.1 Environnement informatique

Notre méthode est divisée en trois parties : calcul d'une série de projections sphériques le long d'un parcours, squelettisation des formes du ciel et mesure des squelettes. Comme nous l'avons vu au chapitre 5, pour la squelettisation nous avons utilisé la méthode de Siddiqi *et al.* [35]. À cette occasion, une implémentation de cette méthode réalisée par Dimitrov et développée en C++ nous a été fournie. Cette implémentation est encore expérimentale et ne permet pas de prendre en compte les trous à l'intérieur des formes discrètes. Dans ce cas, le comportement actuel de l'implémentation est de remplir simplement les trous. Autre particularité, l'implémentation n'est absolument pas gourmande en mémoire, par contre le temps de calcul est très long. Pour une image de  $400 \times 400$  pixels et un processeur cadencé à 2,6 GHz, le temps de calcul est d'environ une demi-heure, soit deux jours de calculs pour un parcours de cent images. Nous avons apporté de légères modifications à l'implémentation de Dimitrov afin que les images soient gérées avec l'API (*Application Programming Interface*) ImageMagick [60] qui permet une meilleure manipulation des images dans divers formats.

Pour les projections sphériques, nous avons créé notre propre implémentation en Java, afin prendre en compte l'orientation de l'observateur<sup>1</sup> et de permettre une meilleure interaction avec les autres composantes de notre méthode. Pour créer les projections sphériques, nous avons réutilisé l'algorithme proposé par Teller (algorithme 3.2) pour le calcul et nous nous sommes servis de l'API Java2D qui fournit tout un ensemble de routines de dessin [62]. Aussi, la manière dont les projections sphériques sont transformées dans l'espace discret est entièrement dépendante de l'API Java2D. Pour réaliser les projections sphériques, nous avons besoin de deux informations : l'environnement urbain et le parcours. L'environnement urbain est représenté par un ensemble de faces formées par un ensemble de points dans l'espace. Le parcours est représenté comme une suite de segments connexes par une série de points dans l'espace. Les informations sont contenues dans des documents XML [136] que Java permet de gérer aisément. L'implémentation est peu gourmande en mémoire et en temps de calcul. Pour produire cent projections de 400 pixels de diamètre avec un processeur cadencé à 2,6 GHz, l'implémentation s'exécute en moins d'une minute.

---

<sup>1</sup>Les projections sphériques de Teller sont implémentées dans un logiciel appelé Townscope II [122]. Cependant, la méthode ne prend pas en compte l'orientation de l'observateur.

Les mesures des squelettes sont aussi réalisées en langage Java et sont aussi peu gourmandes en mémoire et en temps de calcul.

Pour ce qui concerne la communication entre les composantes, nous utilisons des images au format PNG (*Portable Network Graphics*) [94] noir et blanc de  $400 \times 400$  pixels pour les projections sphériques. Ces images sont lues par le logiciel de squelettisation et sont transformées en squelettes qui sont conservés à la fois dans des documents XML pour les mesures et dans des documents PostScript [61] pour la visualisation. Les documents XML contenant les squelettes sont organisés comme des ensembles de branches squelettales contenant chacune une suite de points squelettaux. Ces documents sont ensuite récupérés par le composant de notre méthode dédié à la mesure des squelettes.

## 7.2 Notation des mesures

Dans ce chapitre, nous commencerons par étudier un ensemble d'environnements urbains de base que nous appellerons configuration. Chaque configuration est associée à un code aisé à reconnaître, comme **Droit** pour indiquer une rue droite ou **Retr** pour indiquer un rétrécissement. Cela nous permet de faciliter l'écriture de notre discours.

Nous avons aussi codé le nom des mesures. Ici, nous utilisons la convention donnée dans le tableau 7.1

Code	Mesure
GMDSize	taille du <b>GMD<sub>v</sub></b>
GMDPos	position relative du <b>GMD<sub>v</sub></b>
HH	distance de Hausdorff hyperbolique
AHCD	distance de Hausdorff modifiée

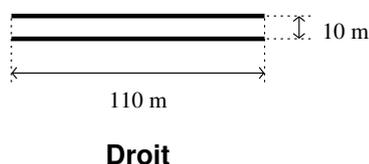
**Tableau 7.1** – Notation des mesures.

Sauf indication contraire, les mesures que nous avons testées dans les différentes configurations qui suivent ont été faites à partir de 100 projections sphériques prises le long du parcours. Les parcours pour les cas simples ont tous une longueur de 110 mètres de long, pour la raison que les tests sur certains exemples ont été réalisés sur des environnements qui nous ont été fournis avec cette longueur.

## 7.3 Caractère d'une rue simple

Nos premiers tests ont été réalisés sur une configuration simple, notée **Droit**, constituée d'une seule rue de 110 mètres de long et de 10 mètres de large (figure 7.1). La rue

est bordée de deux murs de 10 mètres de haut et le reste de l'environnement est vide. Dans cette rue, nous basons nos calculs sur un observateur dont la hauteur des yeux est située à 1,60 mètres du sol et qui parcourt la rue de la gauche sur le schéma vers la droite à mi-distance des murs.



**Figure 7.1** – Configuration d'espace simple.

### 7.3.1 Évolution des mesures dans la rue

L'évolution des mesures autour du  $\mathbf{GMD}_V$  apparaissent dans les figures 7.2 et 7.3. Elles sont comparées avec une configuration constituée d'une rue s'étendant à un kilomètre avant et après le point de départ. Cette configuration est notée LDroit. Dans cette configuration, nous effectuons le même parcours que dans la configuration Droit.

Dans le cas de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  (qui est comparée avec le rayon du disque de la projection), la configuration LDroit est caractérisée par une droite horizontale à 26,5 %. En réalité, si nous calculons nous même ce minimum, nous obtenons une valeur théorique de 25 %. La qualité des images et de la squelettisation produit ici une erreur de 1,5 %. La courbe de LDroit est rejointe par la courbe de la configuration Droit entre les mètres 13,33 et 96,97. Dans cette zone, le  $\mathbf{GMD}_V$  ne varie pas pour les deux configurations. Par contre, en dehors de cette zone, la courbe de la configuration Droit varie. Ceci est dû à l'entrée et la sortie de la rue qui se fait entre un espace très ouvert et un espace renfermé. Par la suite, les résultats dans les configurations de test seront considérés pertinents dans l'intervalle entre 15 et 95 mètres, pour les mesures basées sur le  $\mathbf{GMD}_V$ .

Pour ce qui concerne la position relative du  $\mathbf{GMD}_V$  (figure 7.3), nous remarquons un grand nombre de variations entre +10 % et -10 % pour la configuration LDroit. En principe, nous devrions obtenir une droite à 0 % car dans cette configuration le  $\mathbf{GMD}_V$  doit être situé au zénith. Sachant que la squelettisation dans l'espace discret n'est pas un descripteur précis, nous attribuerons ces variations à des perturbations. Aussi, nous n'en tiendrons aucun compte et nous considérerons que les courbes dans cette zone indiquent que le  $\mathbf{GMD}_V$  est situé au zénith. Aux mêmes distances que pour les courbes de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$ , le  $\mathbf{GMD}_V$  atteint le zénith pour la configuration Droit.

L'évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique apparaît dans le graphique de la figure 7.4. Au début et à la fin du parcours dans Droit, la courbe monte assez haut.

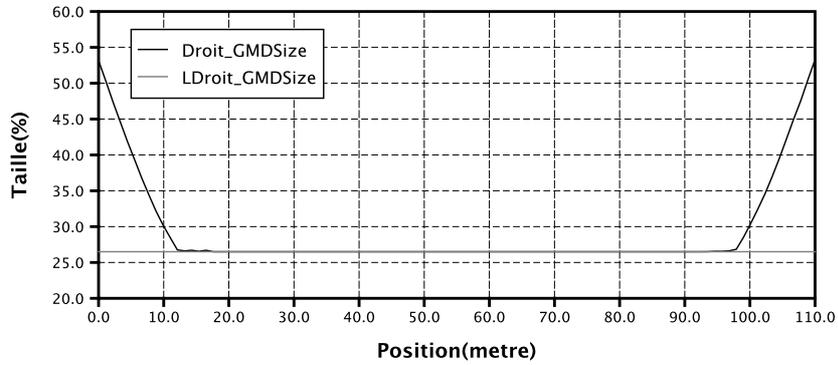


Figure 7.2 – Variation de la taille du  $GMD_v$  dans les configurations Droit et LDroit.

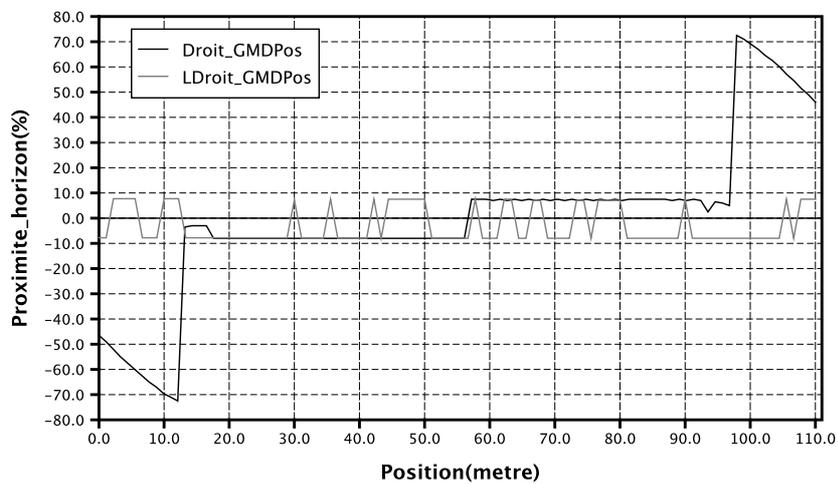
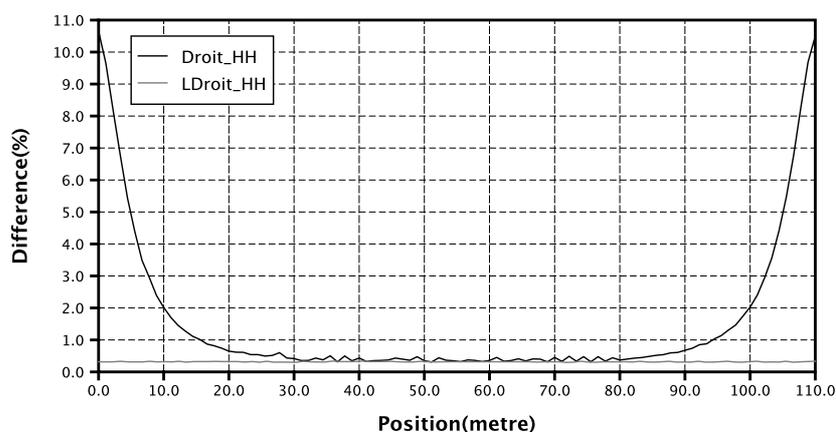
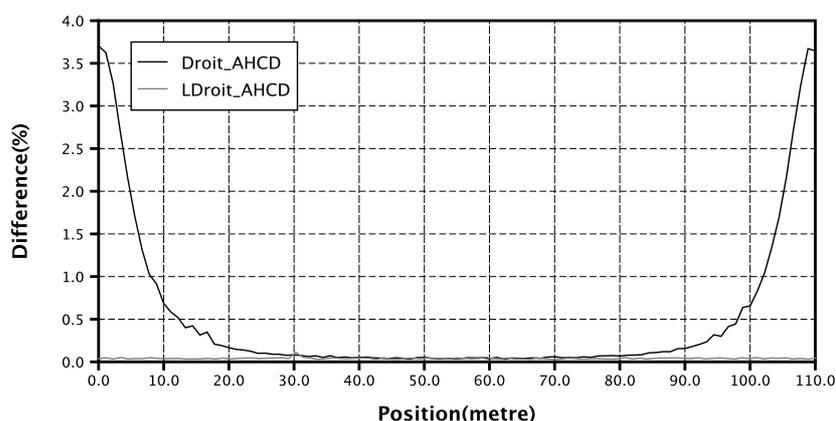


Figure 7.3 – Variation de la position du  $GMD_v$  dans les configurations Droit et LDroit.

Ces pentes fortes sont dues l'une à l'entrée dans la rue, où l'espace visible se restreint, et l'autre à la sortie de la rue, où l'espace visible s'étend. Hormis le début et la fin du parcours dans la configuration **Droit**, ce graphique est principalement caractérisé par une courbe quasiment rectiligne située à 0,31 % de l'axe des abscisses entre les mètres 30 et 80. Cette légère différence est due à de petites perturbations dans les squelettes qui peuvent être négligées. En effet, dans la configuration **LDroit**, l'aspect de l'espace est quasiment identique tout le long du parcours : il ne devrait pas y avoir de différence entre les squelettes dans ce parcours. Toutefois, des perturbations font que la courbe est comparable à un segment horizontal situé à 0,31 %. L'aspect des courbes est identique avec la distance de Hausdorff modifiée avec un minimum autour de 0,04 % (figure 7.5).



**Figure 7.4** – Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations **Droit** et **LDroit**.



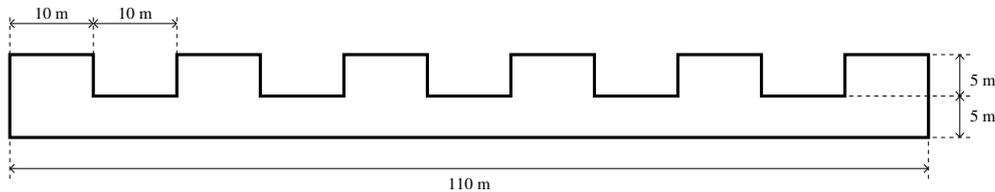
**Figure 7.5** – Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations **Droit** et **LDroit**.

Un fait qui caractérise la configuration **LDroit** est qu'il n'y a pas d'indice visible du déplacement de l'observateur. Cela se traduit par des courbes complètement plates.

Cette caractéristique apparaît dans la configuration **Droit** lorsque la courbe atteint 0,31 % entre le 30<sup>e</sup> et le 80<sup>e</sup> mètre. Dans la suite de cette section, nous allons nous demander si les éléments nous indiquant que nous sommes en mouvement peuvent être caractérisés par nos mesures.

### 7.3.2 Indices visuels de mouvement

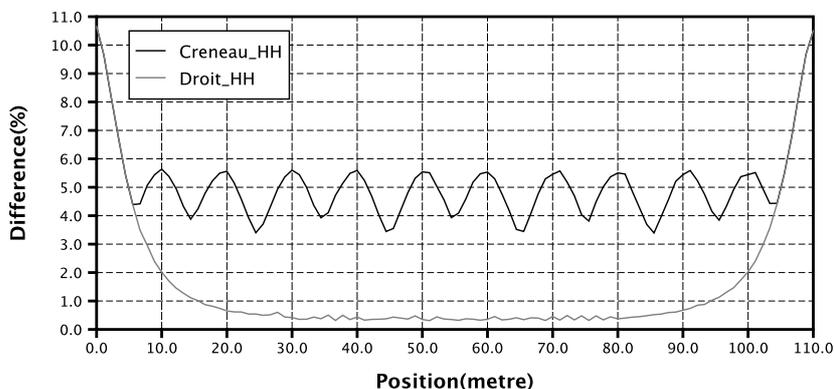
Pour savoir si les indices visuels de mouvement influencent les mesures, nous avons construit une configuration identique à **Droit** où les murs sont composés de créneaux. Les murs ont une hauteur de 5 mètres et sont surmontés de créneaux de 5 mètres de haut sur 10 mètres de long. Les créneaux sont espacés de 10 mètres, ainsi chaque mur est surmonté de six créneaux. Cette configuration est notée **Creneau**. La figure 7.6 montre l'un des murs de cette configuration.



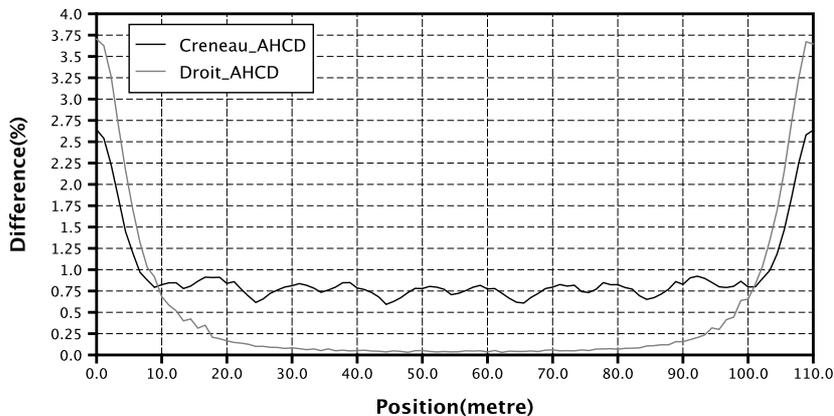
**Figure 7.6** – Un mur de la configuration **Creneau**.

Le résultat avec la distance de Hausdorff hyperbolique et la distance de Hausdorff modifiée apparaissent dans les figures 7.7 et 7.8 respectivement. Dans la figure 7.7, la configuration est caractérisée par une sorte de sinusoïde. Toutefois, les sommets de cette courbe sont regroupés par paire. Un premier sommet indique la disparition d'un créneau, puis apparaît un creux à 4 % lorsque les murs ont une hauteur de 5 mètres, suivi d'un second sommet pour annoncer l'apparition du créneau suivant. Chaque paire de sommets est séparée par un creux inférieur à 4 % qui est dû au passage près du créneau. À cette position, les murs ont une hauteur de 10 mètres et les différences sont moindres entre les squelettes de cette zone. Quoiqu'il en soit, nous pouvons observer des parties communes avec la courbe de la configuration **Droit** au début et à la fin du parcours, mais la courbe de **Creneau** reste au-dessus de 3,5 % contre 0,31 % pour **Droit**. Ce constat est identique pour le résultat avec la distance de Hausdorff modifiée (figure 7.8). Toutefois, une différence apparaît entre les deux configurations lors de l'entrée et de la sortie des rues : les différences dans la configuration **Creneau** sont plus faibles. Cela s'explique par le fait que dans la configuration **Droit**, l'impression de fermeture est plus forte en voyant deux murs de 10 mètres de haut fermer ou ouvrir l'espace. Ces impressions sont moins fortes dans la configuration **Creneau**. La structure du squelette est en moyenne plus stable dans la configuration **Creneau** que dans la configuration **Droit**, comme nous pouvons le voir dans la figure 7.9. Dans la figure 7.7, nous remarquons que les creux de la courbe de **Creneau** ne sont pas tous de la même hauteur. Un creux apparaît lorsque l'observateur est juste au niveau d'une

dent du créneau ou entre deux dents. Des branches sont produites entre deux dents, comme le montre le bas de la figure 7.9. Ainsi, lorsque l'observateur passe entre deux dents, le squelette varie plus fortement que lorsqu'il passe à côté d'une dent. Nous remarquons la même chose pour la figure 7.8.

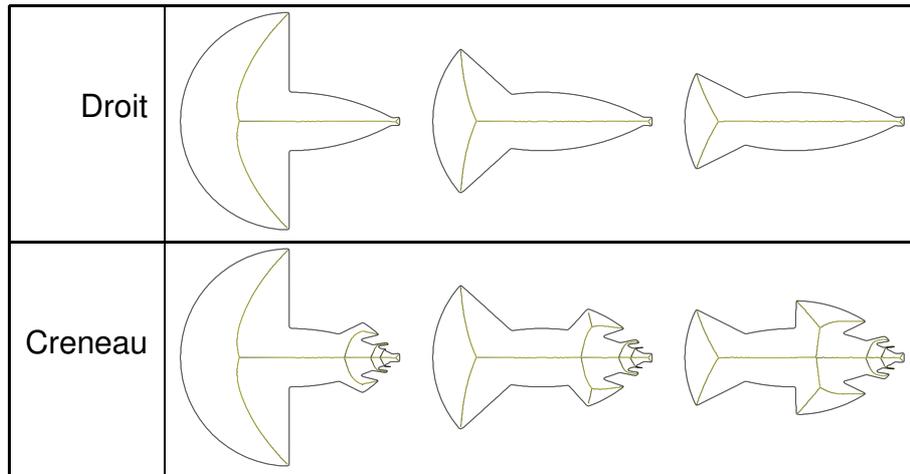


**Figure 7.7** – Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations Creneau et Droit.



**Figure 7.8** – Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations Creneau et Droit.

La configuration Droit et sa comparaison avec les configurations LDroit et Creneau nous apprend que les indices visuels de mouvement sont repérés par la distance de Hausdorff hyperbolique et la distance de Hausdorff modifiée. Pour un observateur, ces indices sont importants car ils lui donnent des indications de son propre mouvement. S'ils ne sont pas présents, l'observateur a l'impression de ne pas avancer [4, 54].



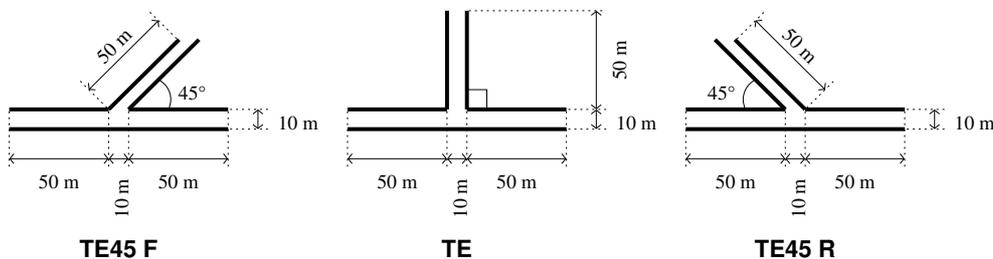
**Figure 7.9** – Squelettes des configurations Droit et Creneau au début du parcours. Les squelettes sont entourés de la forme du ciel. Ils correspondent de la gauche vers la droite au squelette de la forme du ciel aux mètres 0, 5,5 et 10.

## 7.4 Apparition d'un croisement

Les environnements qui suivent représentent trois configurations urbaines en T différentes, c'est-à-dire une simple rue avec en son centre une ouverture sur le côté obtenue par une seconde rue (figure 7.10). Les trois configurations sont identifiées de la manière suivante :

- TE45 F : configuration en T avec une ouverture de 50 mètres à 45 degrés vers la partie droite de la configuration ;
- TE : configuration en T avec une ouverture de 50 mètres à 90 degrés ;
- TE45 R : configuration en T avec une ouverture de 50 mètres à 45 degrés vers la partie gauche de la configuration ;

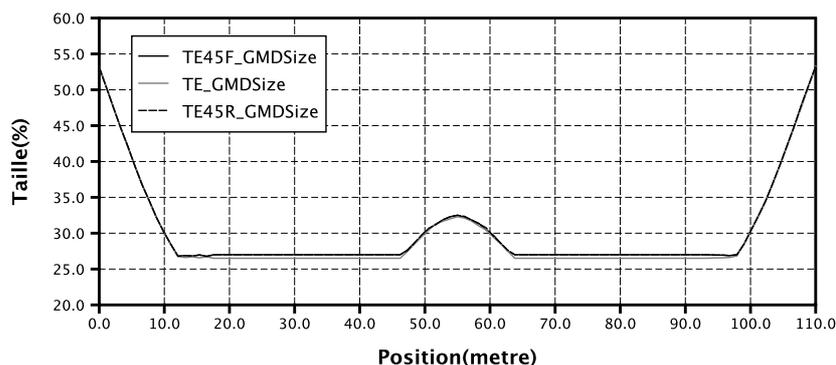
La hauteur des bâtiments dans les trois configuration est de 10 mètres. L'ouverture a pour but de fournir un événement visuel relativement important.



**Figure 7.10** – Trois configurations d'espace urbain en T.

L'observateur suit le même parcours dans les trois configurations : il part de la gauche de la configuration et rejoint l'extrémité droite. C'est un parcours de 110 mètres de long. Dans les figures 7.11, 7.12, 7.13 et 7.14, nous voyons successivement la comparaison des trois configurations selon le  $\mathbf{GMD}_V$  (figure 7.11 et 7.12), la distance de Hausdorff hyperbolique (figure 7.13) et la distance de Hausdorff modifiée hyperbolique (figure 7.14).

La taille du  $\mathbf{GMD}_V$  varie de manière identique dans les trois configurations (figure 7.11). Hormis le fait que l'ouverture soit située à la même position, la forme des configurations n'agit pas sur la mesure. Elle commence par diminuer jusqu'à 27 % au 12<sup>e</sup> mètre. Au mètre 47 une bosse apparaît qui s'élève jusqu'à 32 % au centre du parcours. Elle disparaît au mètre 64. Enfin, la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  augmente à partir du mètre 98. Dans ce graphique, nous voyons clairement apparaître le croisement qui est représenté par la bosse. Cette bosse est en effet due à l'élargissement de l'espace ouvert dans l'environnement visuel de l'observateur causé par le croisement lui-même. Toutefois, elle commence avant le croisement et se termine après. Lorsque l'observateur est au niveau du croisement, la courbe est au-dessus de 30 %. Le croisement apparaît aussi au centre du graphique des variations de la position du  $\mathbf{GMD}_V$  dans la figure 7.12. Il est caractérisé par une courbe descendante et symétrique par rapport au point d'intersection entre la courbe et l'axe des abscisses. Le  $\mathbf{GMD}_V$  (et donc le croisement) apparaît en face de l'observateur au mètre 47 comme l'ouverture la plus importante. Il arrive au niveau de l'observateur au mètre 55 et passe derrière lui jusqu'au mètre 64. Après quoi, il devient un élément secondaire. Si nous comparons les mesures des graphiques des figures 7.11 et 7.12, nous remarquons que l'observateur n'aperçoit le  $\mathbf{GMD}_V$  en face qu'à la naissance de l'ouverture produite par le croisement. Il est au-dessus de lui lorsque la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  atteint son maximum et il disparaît dans le dos de l'observateur lorsque l'ouverture autour de l'observateur commence à diminuer.



**Figure 7.11** – Variation de la taille du  $\mathbf{GMD}$  dans les trois configurations.

Il est intéressant de remarquer à quel point les courbes sont identiques pour les mesures du  $\mathbf{GMD}_V$ , alors qu'une différence nette apparaît pour les deux autres mesures basées sur les distances de similarité.

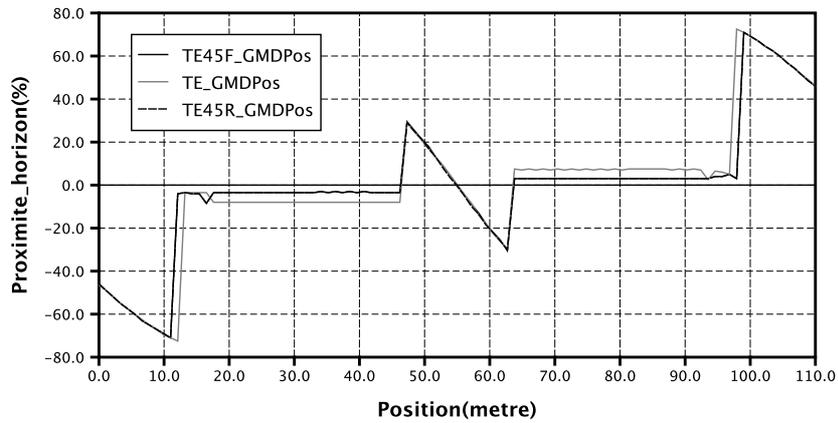


Figure 7.12 – Variation de la position relative du **GMD** dans les trois configurations.

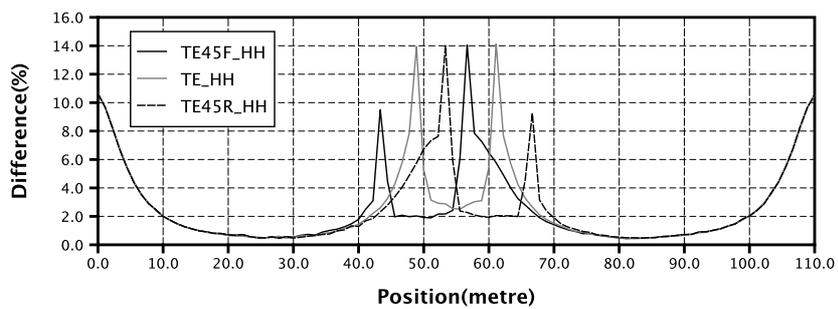


Figure 7.13 – Variation de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les trois configurations.

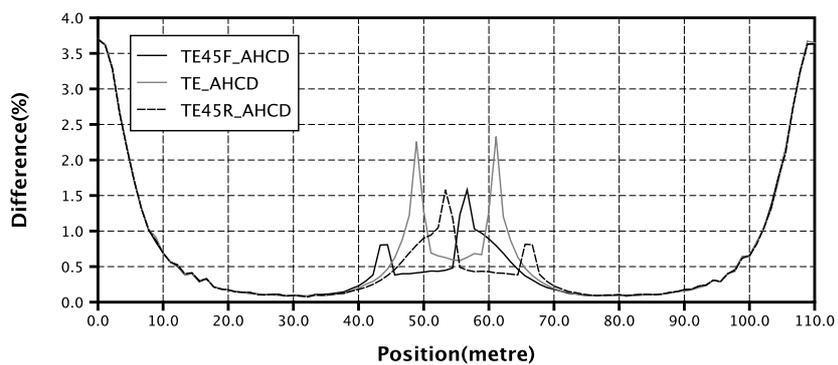
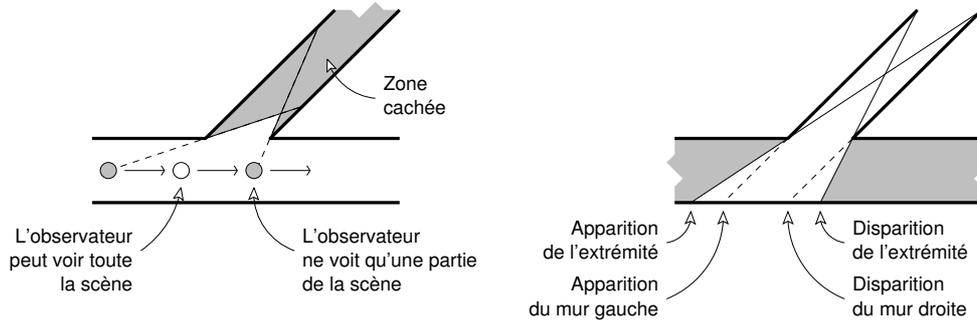


Figure 7.14 – Variation de la distance de Hausdorff modifiée hyperbolique dans les trois configurations.

Pour les deux distances de similarité, les différences qui apparaissent entre les courbes sont dues au fait que l'apparition et la disparition de la rue latérale dans les trois configurations se font de manières différentes. Dans la configuration TE45 F, l'observateur voit l'extrémité de la rue très rapidement, alors qu'il apparaît avec plus de retard dans la configuration TE et encore plus dans la configuration TE45 R. Ceci explique le décalage entre les courbes dans les figures 7.13 et 7.14. Ce décalage est de l'ordre de 5,5 mètres d'une configuration à l'autre. Les trois configurations sont caractérisées par deux pics, dont le premier est dû à l'apparition de la rue latérale et le second à sa disparition de l'environnement visuel de l'observateur. Si nous essayons nous même de calculer à quelle distance exactement il perçoit l'extrémité de la rue en croisement, nous trouvons 43,59 mètres pour TE45 F, 49 mètres pour TE et 53,59 mètres pour TE45 R. La disparition de cette extrémité se fait à 56,41 mètres pour TE45 F, 61 mètres pour TE et 66,41 mètres pour TE45 R. Si nous comparons ces valeurs avec les graphiques des distances de similarité (figures 7.13 et 7.14), nous voyons bien qu'elles correspondent à des pics dans les courbes.

Autre point intéressant pour les distances de similarité : la hauteur des pics. Dans le cas de la distance de Hausdorff hyperbolique, qui indique les plus grandes variations qu'il peut y avoir entre deux squelettes successifs, on trouve quatre pics autour de 55 % en différence et deux pics plus petits à 47 %. Deux des pics à 55 % appartiennent à la configuration TE qui représente un cas extrême ici. Le fait que les deux autres configurations possèdent des pics plus petits est dû à l'une des transitions — l'apparition de la rue latérale dans la configuration TE45 R et la disparition de la rue latérale dans la configuration TE45 F — qui est plus lente, moins « brutale ». Les transitions sont illustrées dans la figure 7.15. Par rapport à cette figure, nous voyons que les lieux où les courbes des distances de similarité indiquent des pics sont les lieux où l'isovist changerait brusquement de forme. Nous voyons ainsi le lien qui existe entre nos mesures et les isovists de Benedikt (cf. §3.2.1), ou plutôt les isovists 3D. La partie droite de la figure 7.15 représente la position des principales transitions de la configuration TE45 F. Si nous comparons ce schéma avec les graphiques des figures 7.13 et 7.14, nous remarquons que chaque transition liée à l'extrémité de la rue produit un pic (aux mètres 43,59 et 56,41), alors les transitions liées aux murs marquant la rue délimitent le creux entre les deux pics (aux mètres 45 et 55).

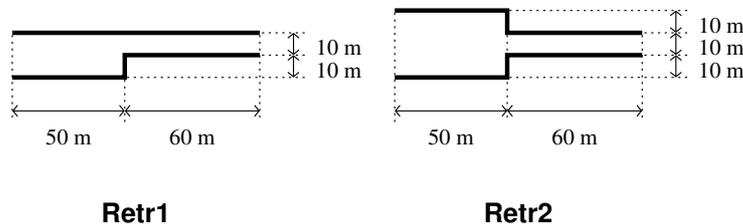
Dans le cas de la distance de Hausdorff modifiée, les pics des configurations TE45 F et TE45 R sont moins hauts que ceux de la configurations TE. Cela semble s'expliquer par le fait que la largeur transversale de la rue dans les configurations TE45 F et TE45 R est plus petite. De ce fait, l'effet de ces rues est moindre par rapport à celui de la configuration TE. De plus, dans la configuration TE l'apparition et la disparition de la rue latérale sont assez soudaines, alors que dans les deux autres configurations ces événements sont beaucoup plus progressifs.



**Figure 7.15** – Apparition de la zone d’occlusivité dans la configuration TE45 F. À gauche, chaque disque représente un observateur. Lorsque celui-ci est gris, l’observateur ne voit pas toute la scène. À droite, le schéma indique la position exacte de différentes transitions.

## 7.5 Rétrécissement

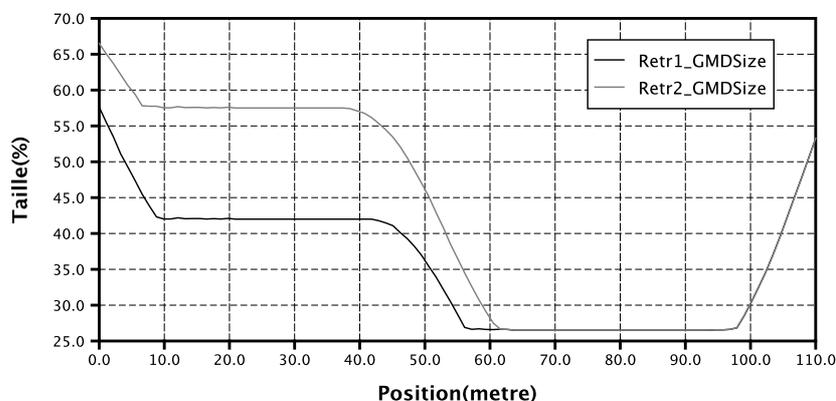
Nous avons procédé à des tests dans deux configurations présentant des rétrécissements (figure 7.16), notées **Retr1** et **Retr2**. **Retr1** est une rue de 20 mètres de large au départ qui subit un rétrécissement de 10 mètres sur la droite au 50<sup>e</sup> mètre. **Retr2** est une autre rue de 30 mètres de large au départ qui subit un rétrécissement de 20 mètres des deux côtés au 50<sup>e</sup> mètre. Dans les deux configurations, le parcours de l’observateur est centré par rapport à l’extrémité droite des deux rues.



**Figure 7.16** – Deux configurations avec rétrécissement.

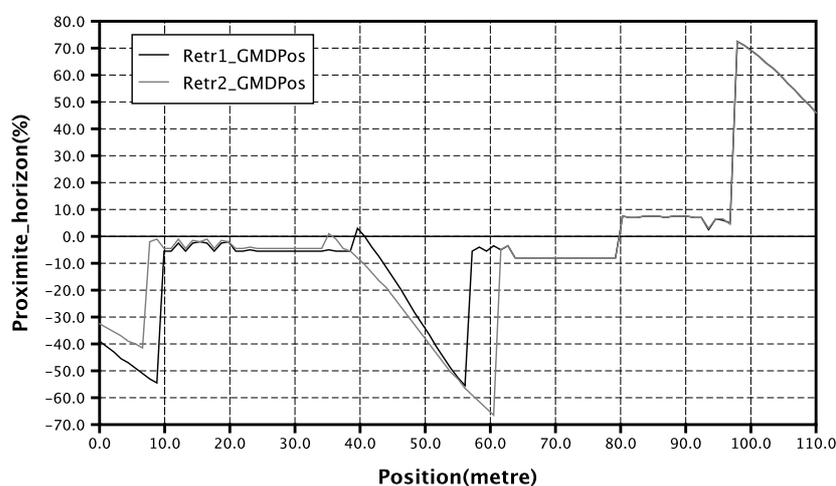
Dans la figure 7.17 montrant les variations de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$ , nous voyons les courbes descendre. Elles se stabilisent au mètre 9 à 42 % pour **Retr1** et au mètre 7 à 57,5 % pour **Retr2**. La différence entre les deux configurations est due au fait que l’entrée de **Retr2** est plus large que celle de **Retr1**. Par conséquent, les valeurs de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  sont plus importantes dans **Retr2**. Les valeurs se stabilisent entre les mètres 7 et 43 est du fait que l’observateur est dans un espace qui a localement la forme d’une rue droite, après quoi, la rue rétrécit et les deux courbes se rejoignent. À partir du mètre 62, les courbes sont confondues. L’importance de l’ouverture à l’entrée de **Retr2** est telle que la fin du rétrécissement est retardée de 5 mètres par rapport à **Retr1**. Globalement, les rétrécissements diminuent les valeurs de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$

10 mètres autour du rétrécissement pour le cas de Retr1 et 5 mètres autour du rétrécissement pour le cas de Retr2.



**Figure 7.17** – Évolution de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  dans les configurations Retr1 et Retr2.

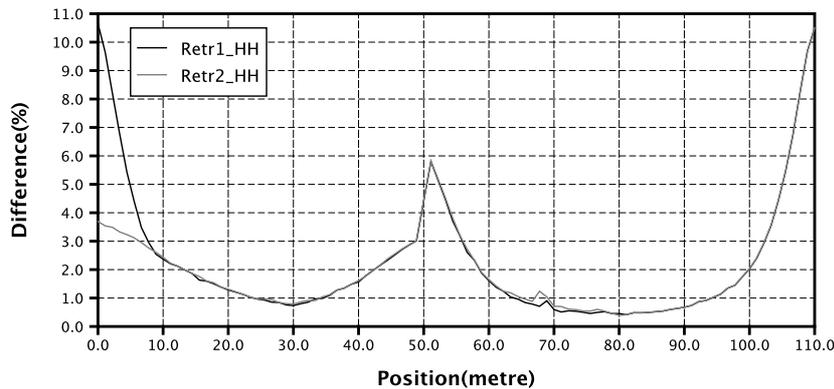
Nous retrouvons l'ensemble des particularités de la courbe de la figure 7.17 dans la courbe des variations de la position du  $\mathbf{GMD}_V$  (figure 7.18), dont le retard que produit le rétrécissement de Retr2 par rapport à celui de Retr1 au centre du graphique. Toutefois, nous pouvons remarquer que le rétrécissement place le  $\mathbf{GMD}_V$  derrière l'observateur : entre les mètres 40 et 60, les deux courbes indiquent des valeurs négatives, en rappelant que nous considérons les valeurs entre -10 % et +10 % équivalentes à 0.



**Figure 7.18** – Évolution de la position du  $\mathbf{GMD}_V$  dans les configurations Retr1 et Retr2.

Pour ce qui concerne les distances de similarité, les courbes présentent cinq parties (figures 7.19 et 7.20) : une diminution due à l'arrivée dans la rue, un creux précédant le rétrécissement, un pic à 50 mètres dû au rétrécissement, un autre creux poursuivant

le rétrécissement et une augmentation due à la sortie de la rue. Dans la figure 7.19, la courbe de **Retr1** est à peu près symétrique. Par contre, cette symétrie n'apparaît pas pour la courbe de **Retr2**. La proximité des murs de la rue au début de **Retr1** et à la fin des deux configurations provoque plus d'effets sur le squelette qu'au début de **Retr2**, où les murs sont plus éloignés. En ce qui concerne le rétrécissement, nous voyons qu'il commence son effet au 30<sup>e</sup> mètre et produit son effet maximum au 50<sup>e</sup> mètre, où les courbes atteignent presque 6 % de différence. L'influence du rétrécissement sur les squelettes continue après le pic, mais cette influence est de plus en plus faible. Elle disparaît totalement entre le 70<sup>e</sup> et le 80<sup>e</sup> mètre.

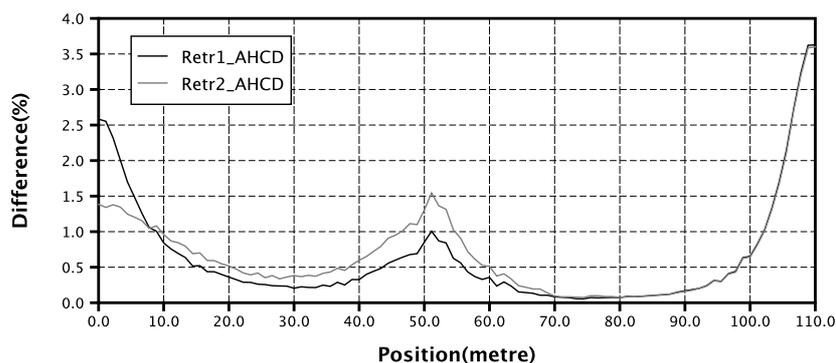


**Figure 7.19** – Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations Retr1 et Retr2.

Des particularités analogues apparaissent aussi dans les courbes de la figure 7.20. Toutefois, nous observons que la courbe de **Retr2** est plus atténuée et que la valeur du pic est plus élevée. Si les valeurs du pic sont plus élevées pour **Retr2**, c'est que le rétrécissement de deux murs produit plus de différence sur les squelettes que celui d'un seul dans **Retr1**. Sinon, les deux courbes se rejoignent après le pic et se confondent à partir du mètre 80.

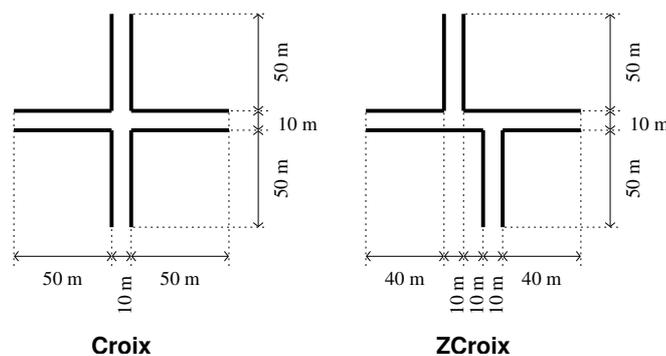
## 7.6 Autres croisements

Dans cette section, nous allons examiner deux cas de croisement de deux rues. Ces deux cas sont représentés dans la figure 7.21. La configuration **Croix** est un simple croisement de deux rues formant un unique carrefour au milieu de la configuration. La configuration **ZCroix** présente deux croisements successifs opposés et espacés de 10 mètres. Ces croisements sont à peu près identiques à ceux de la configuration **TE**. Dans la figure 7.22, nous voyons les principales transitions de l'environnement **ZCroix**. L'observateur voit la première extrémité entre les mètres 39 et 51 et la seconde extrémité entre les mètres 59 et 71. Entre ces deux zones, l'observateur ne peut voir les



**Figure 7.20** – Évolution de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations Retr1 et Retr2.

extrémités sur une distance de 8 mètres.



**Figure 7.21** – Configurations Croix et ZCroix.

Dans le graphique de la figure 7.23, nous voyons une seule bosse pour **Croix** caractérisant l'apparition du carrefour et deux bosses successives pour **ZCroix** caractérisant l'apparition successive des deux ouvertures. Ce graphique montre bien la différence entre les deux configurations : d'un côté les variations au centre du graphique sont plus fortes pour **Croix** car l'ouverture y est plus grande autour de l'observateur. D'un autre côté les variations sont plus nombreuses avec **ZCroix** du fait des deux ouvertures décalées. Ce graphique peut être comparé avec celui des configurations en T de la figure 7.11. Les bosses de **ZCroix** ont la même hauteur que celles des configurations en T pour la même mesure et la bosse de **Croix** est située au même endroit que les bosses des configurations en T. Dans ce dernier cas, elles commencent toutes à 47 mètres et se terminent à 64 mètres. Nous voyons que ce sont bien les ouvertures qui produisent les bosses. De plus, la taille de l'ouverture influe sur la taille de la bosse.

De telles particularités concernant l'amplitude des ouvertures et leur position apparaissent aussi dans le graphique de la figure 7.24. Pour chaque partie du graphique caractérisant l'apparition des croisements, la courbe indique tout d'abord l'apparition

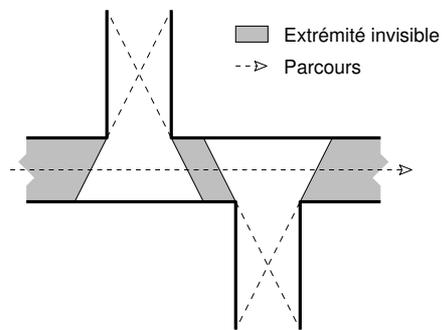


Figure 7.22 – Principales transitions de ZCroix.

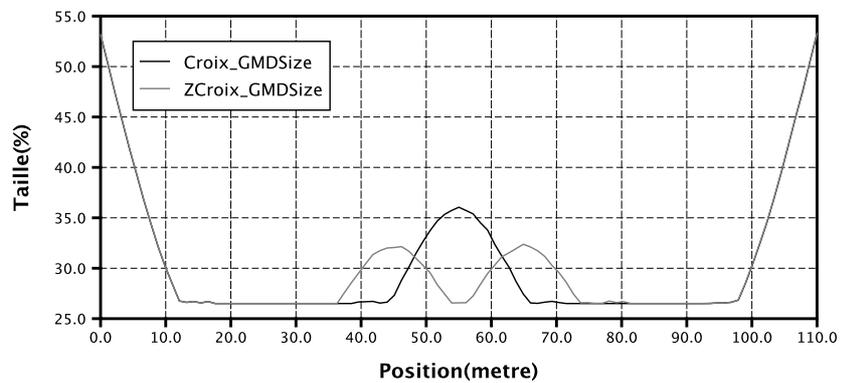
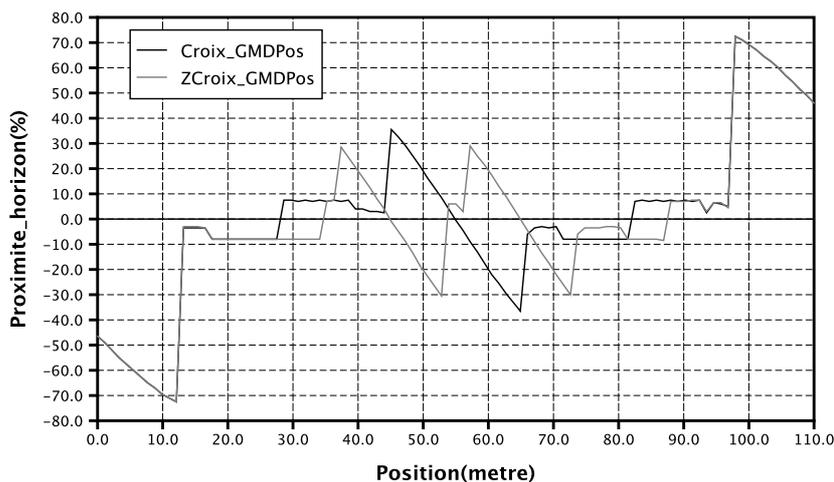


Figure 7.23 – Évolution de la taille du  $GMD_V$  dans les configurations Croix et ZCroix.

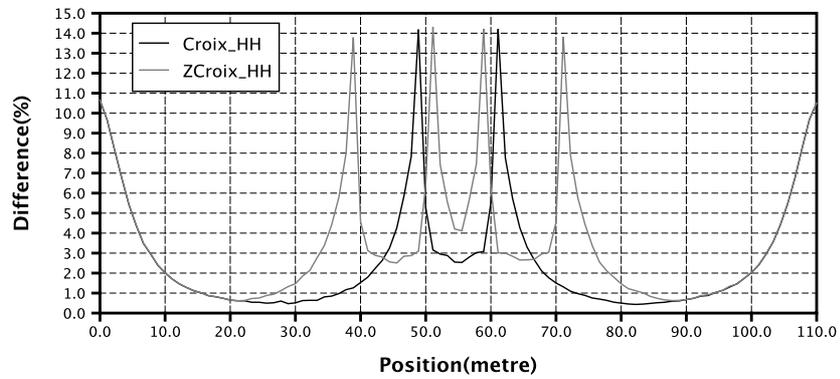
du  $\mathbf{GMD}_V$  face à l'observateur. Au fur et à mesure que celui-ci avance, le  $\mathbf{GMD}_V$  passe derrière l'observateur et revient à un état central. Pour ZCroix, il est intéressant de remarquer qu'entre les deux croisements, nous avons une zone où le  $\mathbf{GMD}_V$  revient à un état central. Cette zone située entre les mètres 53 et 57 semble être une zone où les deux croisements n'ont aucun effet sur la position du  $\mathbf{GMD}_V$ , ni sur sa taille si nous observons le graphique de la figure 7.23 au même endroit.



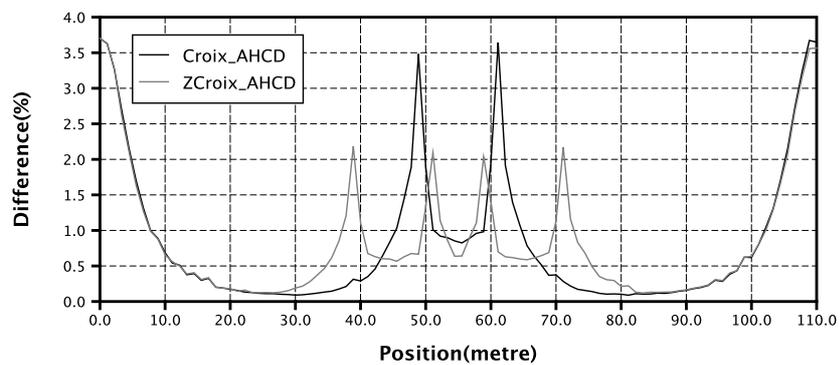
**Figure 7.24** – Évolution de la position du  $\mathbf{GMD}_V$  dans les configurations Croix et ZCroix.

Dans la figure 7.25, si nous comparons la courbe de ZCroix à celle de Croix et à celles des configurations en T dans la figure 7.13, nous pouvons remarquer que les deux croisements de ZCroix sont indépendants l'un de l'autre, au vu de la distance de Hausdorff hyperbolique. En ce qui concerne la zone entre les deux croisements que nous avons remarquée précédemment, nous la voyons apparaître autour du 55<sup>e</sup> mètre. Cette zone est représentée par un creux dans la courbe, mais il est plus élevé que les creux dus à l'apparition des croisements autour des mètres 45 et 65. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans cette zone la distance de Hausdorff hyperbolique est influencée par les croisements qui l'entourent. Dans le cas du  $\mathbf{GMD}_V$ , cette zone n'influence pas la mesure car le  $\mathbf{GMD}_V$  correspond à la partie la moins sensible du squelette, ce qui n'est pas toujours le cas avec la distance de Hausdorff relative.

Dans le graphique de la figure 7.26, l'aspect de la courbe au niveau des croisements pour ZCroix est tout à fait comparable avec la courbe du croisement dans TE (figure 7.14). Pour ce qui concerne la zone dans ZCroix entre les deux croisements, les valeurs de la courbe sont à peu près les mêmes que lorsque que l'observateur est situé au niveau d'un croisement. Nous voyons que cette zone apparaît comme une transition entre les deux croisements, mais nous n'avons pas la même influence des croisements que dans le cas de la distance de Hausdorff hyperbolique.



**Figure 7.25** – Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique dans les configurations Croix et ZCroix.



**Figure 7.26** – Évolution de la distance de Hausdorff modifiée dans les configurations Croix et ZCroix.

## 7.7 Discussion sur les cas simples

Nous avons examiné jusqu'ici le comportement de nos mesures dans un certain nombre de cas simples. Nous voyons que la morphologie des divers espaces analysés influence nos mesures selon des critères différents. La taille du  $\mathbf{GMD}_V$  est sensible à la taille et à la circularité des ouvertures visibles en des positions données. Ainsi, la courbe de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  permet de dissocier l'apparition d'une ouverture, sa disparition et le passage dans un espace homogène, ainsi que la force de ces caractéristiques. La position relative du  $\mathbf{GMD}_V$  nous indique le long des parcours si la plus grande ouverture locale est face à l'observateur, au-dessus de lui ou derrière lui. Enfin, les courbes des distances de similarité montrent l'apparition ou non de variations dans la morphologie de l'espace autour de l'observateur. Ces dernières mesures varient selon la force de ces variations. En s'aidant du  $\mathbf{GMD}_V$ , elles permettent de détecter plusieurs types d'espaces ouverts urbains : les espaces homogènes et structurés tels que les rues longues, les espaces destructurés causés par de petites ouvertures successives ou l'apparition de motifs importants, les grandes ouvertures comme les places ou les grandes avenues, ou les zones de transition entre chacun de ces espaces. Une telle classification des espaces ouverts urbains permet de diviser un parcours en différentes séquences un peu à la manière de la méthode d'analyse séquentielle de Panerai [89] (cf. §2.2).

Nous proposons ci-dessous un typologie possible des valeurs de nos différentes mesures. Le tableau 7.2 montre la signification des différentes valeurs de nos différentes mesures. Le tableau 7.3 permet de mettre en correspondance les valeurs de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  et de sa position relative. Certaines cases contiennent l'indication *Improbable*, car il semble que certaines de ces situations sont difficilement concevables. Enfin, le tableau 7.4 permet de mettre en correspondance les valeurs du  $\mathbf{GMD}_V$  et des distances de similarité. Dans ce tableau et le tableau précédent, nous avons numéroté chaque cas afin d'y faire référence par la suite. Cette typologie peut nous permettre de diviser un parcours en séquences et de caractériser les parcours ou les espaces par ces séquences. Il s'agit ici d'une interprétation expérimentale des valeurs des mesures que nous avons développées ici. Des études plus approfondies pourrait être nécessaires.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons appliquer nos mesures à des exemples d'espaces urbains réels. Nous tenterons aussi d'y utiliser l'esquisse de typologie que nous avons décrite ici.

## 7.8 La rue Xavier-Neujean à Liège

Nous avons souhaité tester nos mesures sur des exemples réels. L'un de ces exemples concerne la rue Xavier-Neujean à Liège en Belgique. Cette rue est composée d'une place en son centre prolongée par deux allées. Elle commence au boulevard

<b>Mesure</b>	<b>Valeur</b>
Taille du $GMD_V$	<p>Amplitude : dépend de la taille de la plus grande ouverture locale et de sa circularité</p> <p>Augmentation : une plus grande ouverture apparaît</p> <p>Constante : l'espace autour de l'observateur est stable</p> <p>Diminution : l'espace autour de l'observateur diminue</p>
Position du $GMD_V$	<p>Amplitude : dépend de la proximité la plus grande ouverture par rapport à l'horizon</p> <p>En face (<math>&gt; +10\%</math>) : la plus grande ouverture est face à l'observateur</p> <p>Au dessus (<math>+/- 10\%</math>) : la plus grande ouverture est au-dessus de l'observateur</p> <p>Derrière (<math>&lt; -10\%</math>) : la plus grande ouverture est derrière l'observateur</p>
Distance de Hausdorff hyperbolique	<p>Amplitude : dépend de la plus grande variation dans la morphologie de l'environnement</p> <p>Augmentation : au moins une partie de l'espace change de plus en plus</p> <p>Diminution : l'espace se stabilise (de moins en moins de changement)</p> <p>Faible (<math>&lt; 1\%</math>) : la morphologie de l'espace ne varie pas</p>
Distance de Hausdorff modifiée hyperbolique	<p>Amplitude : dépend de l'ensemble des variations de la morphologie de l'espace autour de l'observateur (en général, la valeur est inférieure à <math>10\%</math>)</p> <p>Augmentation : dans son ensemble, la morphologie de l'espace varie de plus en plus</p> <p>Diminution : l'espace se stabilise (de moins en moins de changement)</p> <p>Faible (<math>&lt; 0,5\%</math>) : la morphologie de l'espace ne varie pas</p>

**Tableau 7.2** – Esquisse de table d'interprétation des mesures.

		Taille du $GMD_V$		
		<i>Augmente</i>	<i>Constant</i>	<i>Diminue</i>
<b>Position</b>	<i>En face</i>	Une ouverture apparaît face à juste l'observateur — Cas1		<i>Improbable</i> (une ouverture face à l'observateur diminue alors qu'il s'en approche)
	<b>du</b> <i>Au dessus</i>	L'observateur est presque au centre d'un espace très ouvert — Cas2	L'observateur est dans un espace stable (rue canyon) — Cas3	L'observateur a passé le centre d'un espace très ouvert (très local) — Cas4
<b><math>GMD_V</math></b>	<i>Derrière</i>	<i>Improbable</i> (une ouverture derrière l'observateur augmente alors qu'il s'en éloigne)	L'observateur avance dans une rue et laisse derrière lui une grande ouverture — Cas5	

**Tableau 7.3** – Esquisse de table de comparaison des valeurs de la taille du  $GMD_V$  et de la position relative du  $GMD_V$ .

de la Sauvenière et débouche sur l'opéra de la ville, rue des Dominicains. Elle donne directement accès à une église, une piscine classée monument historique, un parking à ciel ouvert, un bâtiment commercial, ainsi que quelques commerces et habitations (figure 7.27).

Dans la figure 7.27, nous voyons le chemin suivi par l'observateur. Ce parcours fait 254,84 mètres de long. Il commence rue de la Sauvenière et passe près de l'église, de l'espace en forme de place (face à la piscine), du parking, du bâtiment commercial et s'arrête à l'arrière de l'opéra. Quant au modèle 3D utilisé pour les mesures, il correspond à une zone un peu plus grande que celle représentée dans la figure 7.27. Ce modèle est composé de 3264 faces et 13 469 sommets. Il a été réalisé par le LEMA. Les projections sphériques sont espacées de 2,54 mètres, soit 100 projections au total.

### 7.8.1 $GMD_V$

Le graphique de la figure 7.28 montre l'évolution de la taille du  $GMD_V$  dans la rue Xavier-Neujean. Les différents éléments de la rue y apparaissent. Le pic au mètre 53 est dû à une ouverture de l'espace juste avant l'église. Puis l'espace rétrécit jusqu'à ce que l'observateur ait dépassé l'église. À ce moment, l'observateur rentre dans un espace en forme de place. Un grand espace apparaît et le rayon du  $GMD_V$  augmente de manière significative. À ce niveau, le rayon atteint presque 50 % du rayon maximal, ce qui indique un espace assez ouvert dans un environnement urbain. À partir du mètre 140,

<b>GMD<sub>v</sub></b>	<b>Distance de similarité</b>		
	<i>Augmente</i>	<i>Diminue</i>	<i>Faible</i>
Cas1	Transition morphologique : apparition d'une ouverture en face de l'observateur — Cas11	Fin de transition morphologique : l'espace s'est ouvert devant l'observateur et peut continuer à s'ouvrir — Cas12	
Cas2	Ouverture morphologique confuse : l'observateur se rapproche du centre d'un espace très ouvert et des perturbations apparaissent autour de lui — Cas21	Ouverture morphologique adoucie : l'observateur est presque au centre d'un espace très ouvert et cet espace se stabilise — Cas22	
Cas3	Stabilité morphologique avec des perturbations lointaines — Cas31		Stabilité morphologique régulière — Cas32
Cas4	Fermeture morphologique de l'espace : l'observateur sort d'un espace très ouvert (l'augmentation de la distance de similarité est normale) — Cas41	<i>Improbable</i> (l'observateur va sortir d'un espace très ouvert et la quantité de variation diminue)	Début de la fermeture morphologique de l'espace : l'observateur sort d'un espace très ouvert — Cas42
Cas5	Transition morphologique : apparition d'une fermeture en face de l'observateur — Cas51	Fin de transition morphologique : l'espace s'est refermé derrière l'observateur et peut continuer à se fermer — Cas52	

**Tableau 7.4** – Esquisse de table de comparaison des valeurs du **GMD<sub>v</sub>** et des distance de similarité.



Figure 7.27 – Plan de la rue Xavier-Neujean à Liège en Belgique.

le rayon diminue jusqu'au mètre 170 : ceci indique que l'observateur sort de la place. À ce moment, une nouvelle bosse apparaît dans le graphique : il s'agit de l'apparition du passage près du parking, qui représente une ouverture importante sur le ciel. Ensuite, le rayon du  $GMD_V$  rétrécit car l'observateur pénètre dans un espace en forme de rue étroite. Puis, il augmente au fur et à mesure que l'observateur s'approche de l'opéra.

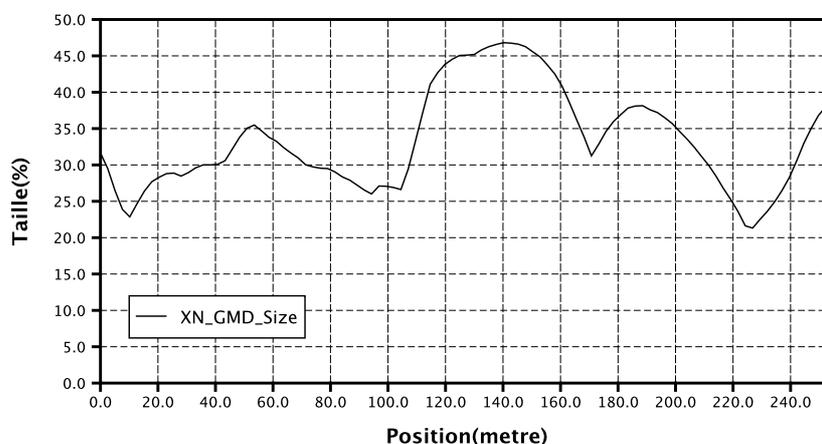
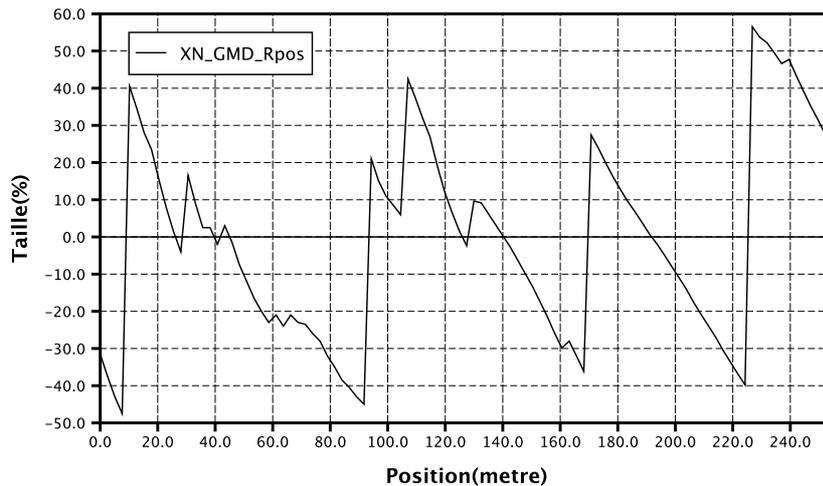


Figure 7.28 – Taille du  $GMD_V$  par rapport au zénith de l'observateur pour le parcours de la rue Xavier-Neujean à Liège.

Le graphique représentant l'évolution de la position relative du  $GMD_V$  dans le parcours de la rue Xavier-Neujean est donné dans la figure 7.29. Dans ce graphique, nous devons nous demander quand l'observateur peut-il voir le  $GMD_V$  en face et quand est-ce qu'il ne le peut pas ? L'observateur peut voir le  $GMD_V$  en face en quatre lieux : avant le passage près de l'église, sur la place, près du parking et lorsqu'il se rapproche

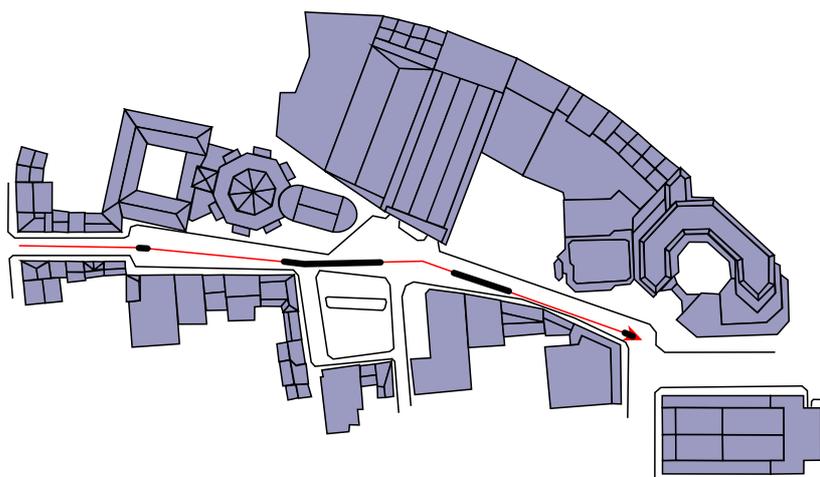
de l'opéra. Il ne le voit pas en face en quatre autres lieux : à l'entrée de la rue, entre l'église et la place, entre la place et le parking et dans la première moitié de la rue entre le parking et l'opéra. Si nous comparons ces données avec celles du graphique de la figure 7.28, nous remarquons que l'observateur aperçoit le  $\mathbf{GMD}_V$  en face lorsque sa taille commence à augmenter. Il voit le  $\mathbf{GMD}_V$  à la naissance d'une ouverture, mais il ne le voit pas en face lorsque sa taille atteint un maximum local et lorsque l'ouverture diminue.



**Figure 7.29** – Position du  $\mathbf{GMD}_V$  par rapport au zénith de l'observateur pour le parcours de la rue Xavier-Neujean à Liège.

La figure 7.30 représente une division du parcours de la rue Xavier-Neujean selon deux critères sur le  $\mathbf{GMD}_V$  : le trait de la figure est gras si la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  est supérieure à 35 % et la position devant ou au-dessus de l'observateur. La taille a été choisie afin de ne prendre en compte que les bosses qui apparaissent dans le graphique de la figure 7.28. Selon cette figure, il y a quatre ouvertures principales : une petite ouverture juste avant l'église, une ouverture lors de l'entrée dans la place et un peu avant, une ouverture près d'une partie du parking et la naissance d'une ouverture près de l'opéra. Dans ce parcours, nous pouvons remarquer que le  $\mathbf{GMD}_V$  est devant l'observateur moins longtemps que lorsqu'il est derrière lui. La rue Xavier-Neujean est constituée en son centre de deux espaces très ouverts et est prolongée d'un côté et de l'autre par deux espaces étroits en forme de rue. Cependant, cette rue n'est pas symétrique selon les mesures basées sur le  $\mathbf{GMD}_V$ . En effet, nous n'obtiendrions pas les mêmes valeurs si l'observateur réalise le parcours inverse.

Par rapport à la typologie que nous avons élaborée au §7.7 pour les mesures du  $\mathbf{GMD}_V$  (tableau 7.3), le **Cas1** apparaît presque à chaque fois que la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  augmente dans le graphique de la figure 7.28 et le **Cas5** à chaque fois que la taille diminue. Le **Cas2** se manifeste juste avant le premier sommet, où il remplace le **Cas1**. Il reparait au niveau du plus au sommet du graphique de la figure 7.28. Enfin, nous



**Figure 7.30** – Division du parcours de la rue Xavier-NeuJean selon les mesures du  $GMD_v$ .

avons un seul **Cas4** au niveau de l'avant dernier sommet sur une dizaine de mètres. Le **Cas3** n'apparaît jamais. Étant donné la typologie que nous avons donnée auparavant, l'ordre d'apparition la plus fréquente des cas lorsque la courbe de la taille du  $GMD_v$  fait une bosse devrait être : **Cas1**, **Cas2**, **Cas4** et **Cas5**. Ce qui se traduit par l'arrivée de l'observateur dans un espace très ouvert, son passage par ou près du centre de cette espace et sa sortie. Or certains cas (les **Cas2** et **Cas4**) ne sont pas présents quelque soit la bosse (figure 7.28). Autrement dit, d'après notre typologie, l'observateur arrive dans des espaces très ouverts et il en sort très rapidement ou alors l'observateur n'a pas eu le temps d'entrée dans ces espaces qu'il en sort déjà ! Cela peut venir de la particularité de la rue Xavier-NeuJean, qui est un espace assez déstructuré, ou alors nous avons rencontré dans cet exemple une limite à notre typologie.

### 7.8.2 Distances de similarité

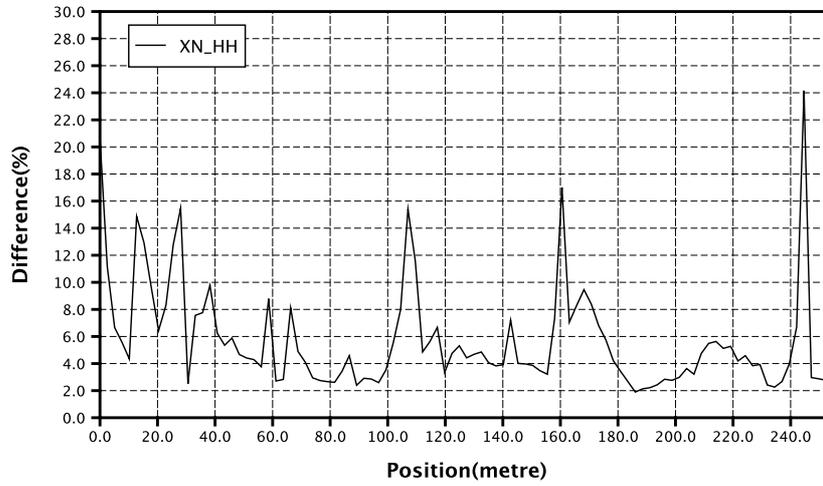
La figure 7.31 montre l'évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique dans l'environnement de la rue Xavier-NeuJean. Dans ce graphique, nous devons repérer les lieux où l'observateur effectue une rotation, car les rotations provoquent des différences importantes dans la position des branches des squelettes. Au niveau de la courbe, cela se traduit par un pic brusque. Dans le chemin que nous avons édité, les positions où l'observateur effectue un virage sont situées aux mètres 46, 116,4 et 161<sup>2</sup>. Dans le cas de la distance de Hausdorff hyperbolique, seuls les virages aux mètres 48 et 161 semblent caractérisés par un pic.

Dans le graphique de la figure 7.31, le premier pic est causé par la disparition du

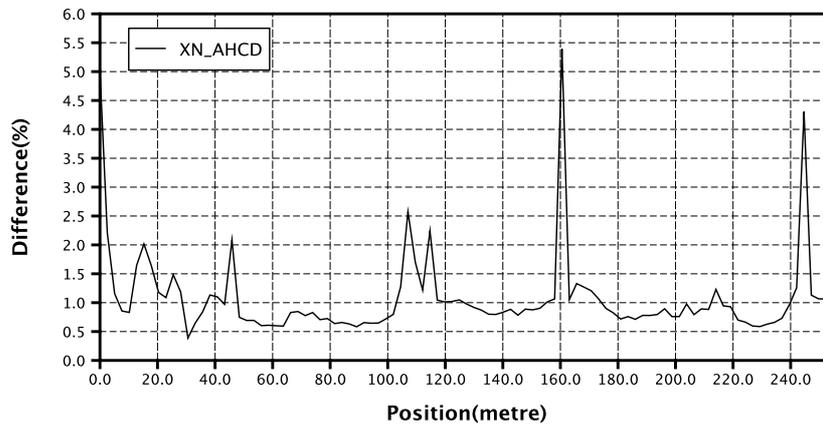
<sup>2</sup>Nous pouvons remarquer qu'en ces positions, les courbes des figures 7.28 et 7.29 ne semblent pas affectées.

boulevard de la Sauvenière. L'entrée de la rue Xavier-Neujean est en effet étroite. Au 14<sup>e</sup> mètre, une ouverture apparaît par un bâtiment plus petit : celui-ci à une hauteur de 3,40 mètres alors que les autres ont plus de 10 mètres de haut. Cette ouverture de 6 mètres de long, selon le modèle, disparaît au mètre 29. Une autre ouverture apparaît juste après à 34 mètres. À cette position, située juste avant l'église dans le parcours, l'espace s'élargit. Au mètre 59, une ouverture importante apparaît entre le clocher et le dôme de l'église. Une seconde ouverture apparaît de l'autre côté du clocher plus loin au mètre 68. Ensuite, la première de ces deux ouvertures disparaît lorsque l'observateur atteint 90 mètres. Entre les mètres 100 et 108, une série de variations de plus en plus fortes apparaissent. Ces variations sont dues à l'apparition progressive de la place face à la piscine. L'importance de ces variations s'atténue sur quelques mètres après le mètre 108 : à ce moment, l'observateur est dans la place. Par cette succession de variations, nous pouvons constater que la place produit un effet important. Si nous comparons cette mesure avec celles du  $GMD_v$ , nous pouvons penser qu'il s'agit même de la variation la plus importante du parcours. Entre les mètres 110 et 120, une rue apparaît au loin dans la place sur la droite de l'observateur : elle apparaît, puis l'observateur tourne un peu à 116 mètres et la rue disparaît brusquement. Le fait qu'elle soit distante de l'observateur explique que cette rue ne produit que de faibles valeurs au niveau de la courbe de la distance de Hausdorff hyperbolique, par rapport à l'entrée dans la place. Au mètre 130, une autre ouverture apparaît, causée par l'apparition d'une petite ouverture entre l'église et la piscine. Au mètre 144, une autre rue apparaît plus loin dans la place. Cette rue disparaît au mètre 159. Au mètre 161, l'ouverture au niveau du parking apparaît, mais il est difficile de dire si la valeur de la courbe est causée par cet événement ou si elle est due au changement de direction de l'observateur. Toutefois, nous pouvons remarquer que l'apparition du parking est suivie sur plusieurs mètres, entre les mètres 161 et 169, alors que le virage est situé à 161 mètres. Ainsi, selon nos mesures, la fin du passage dans la place est marqué par deux événements : la disparition d'une rue sur la droite de l'observateur et l'apparition du parking. Après le mètre 169, la courbe diminue doucement jusqu'au mètre 187. Ceci est dû à la disparition progressive et lente de la place alors que l'observateur avance près du parking. À partir du mètre 187, la courbe commence à augmenter. Ici, l'observateur s'éloigne du parking et son environnement visuel se transforme en une rue étroite. L'entrée dans cette rue est repérée par un pic au mètre 210. Puis le parking disparaît au fur et à mesure. Après le mètre 230, l'environnement visuel de l'observateur est entièrement occupé par la rue étroite jusqu'au mètre 237. À ce moment, l'espace près de l'opéra apparaît : il s'élargit et une rue apparaît subitement sur la droite de l'observateur au mètre 245. Cet événement s'étend sur 10 mètres. Après quoi, l'observateur est dans l'espace derrière l'opéra. Cet espace est stable : il ne varie pas dans la suite du parcours.

Le graphique de la figure 7.32 représente les variations de la distance de Hausdorff modifiée dans le parcours de la rue Xavier-Neujean. Avec la distance moyenne de mouvement, nous remarquons que les points importants du graphique sont à peu



**Figure 7.31** – Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique pour le parcours dans la rue Xavier-Neuveau à Liège.

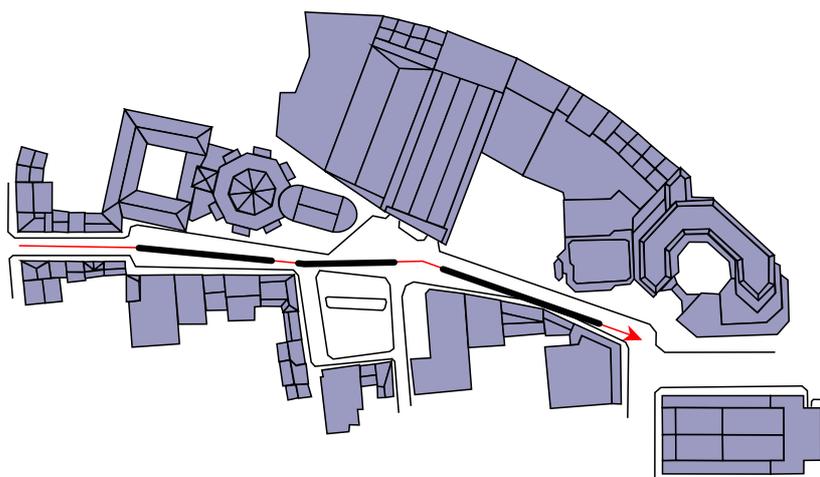


**Figure 7.32** – Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans la rue Xavier-Neuveau à Liège.

près les mêmes que ceux du graphique de la distance de Hausdorff hyperbolique (figure 7.31). Cependant, l'importance de ces points n'est plus tout à fait la même. En particulier, les virages de l'observateur semblent avoir plus d'importance avec la distance de Hausdorff modifiée. Toutefois, au mètre 161, le pic semble être exagérément élevé. Selon les remarques que nous avons faites avec la distance de Hausdorff hyperbolique, il apparaît possible que ce pic soit le résultat de deux événements : le virage de l'observateur et la disparition de la place face à la piscine de l'environnement visuel de l'observateur. Si nous retirons les pics des virages de la courbe, nous observons que les événements les plus importants du parcours sont l'entrée dans la rue Xavier-Neujean au début et l'apparition de l'espace près de l'opéra. Ces deux événements semblent indiquer que l'espace de la rue Xavier-Neujean est totalement différent des espaces qui l'entourent. En effet, la rue Xavier-Neujean est un espace plutôt renfermé par rapport au boulevard de la Sauvenière, qui est un boulevard large où autrefois passait la Meuse et qui fait le tour de l'espace urbain (figure 7.27). Il est aussi différent de l'espace autour de l'opéra. L'opéra est en effet bien espacé des bâtiments qui l'entourent, étant séparé des autres bâtiments par un espace ouvert assez vaste. La place à l'intérieur de la rue Xavier-Neujean crée un espace qui se dissocie du reste de la rue. Cette rue est repérée dans le graphique de la figure 7.32, par deux pics aux mètres 108 et 161. Cette place est délimitée par des façades assez élevées et elle est plus ou moins cachée au reste de la ville, puisque l'accès à cette place se fait en passant par des rues étroites.

La figure 7.33 montre une division du parcours de la rue Xavier-Neujean selon la distance de Hausdorff modifiée. Dans ce schéma, nous avons indiqué en gras les parties du parcours où la distance à une valeur inférieure à 1 % sur une séquence de plus de 10 mètres. Ces parties représentent les moments les plus stables du parcours, c'est-à-dire les moments où il y a le moins de variations autour de l'observateur. En comparant le schéma de la figure 7.33 avec celui de la figure 7.30, nous remarquons que les zones indiquées en gras dans la figure 7.30 sont contenues dans les zones de la figure 7.33, sauf les quelques mètres derrière l'opéra. Il est intéressant de constater que l'entrée dans la place correspond dans les deux figures. Cette entrée dans la place est marquée par une grande ouverture que l'observateur voit en face et correspond à un espace stable. Autres correspondances, les quelques mètres au début du parcours et le passage entre la place et le parking. Le début du parcours est étroit et marqué par plusieurs variations importantes. Cet espace réalise une coupure entre le boulevard de la Sauvenière et la place. Le passage entre la place et le parking est aussi marqué par un passage étroit. Bien que le virage intervienne en cette position, il semble certain que cet espace constitue ici une transition entre la place et le parking qui obstrue ces deux emplacements.

En utilisant le parcours que nous avons décrit plus haut, il semble que la place face à la piscine dans la rue Xavier-Neujean corresponde à un micro espace urbain qui se dissocie du reste de la ville. Mais pour confirmer cette analyse, il serait nécessaire d'effectuer d'autres mesures sur d'autres parcours dans cette rue.



**Figure 7.33** – Division du parcours de la rue Xavier-Neuveau selon la distance de Hausdorff modifiée.

En appliquant la typologie que nous avons élaborée dans le tableau 7.4, nous avons rencontré une succession d'incohérence le long du parcours de la rue Xavier-Neuveau. Par exemple, nous avons relevé des fins de transitions (Cas12 ou Cas52) précédents des début de transitions (Cas11 ou Cas51), sans qu'une transition ait commencé auparavant. Ceci montre une limite de notre typologie qui ne semble pas être adaptée pour le parcours de la rue Xavier-Neuveau et aussi pour d'autres parcours dans des rues équivalentes.

### 7.8.3 Conclusion sur l'analyse

Nous avons réalisé ici une analyse de la rue Xavier-Neuveau le long d'un parcours. Cette analyse nous a montré que notre méthode permet de mettre en valeur des aspects de l'espace qui ne transparaissent pas directement dans le plan ou le modèle 3D. Par ces constats, nous sommes capables à la fois de décrire les grandes variations du parcours et de décrire les principales caractéristiques morphologiques des espaces traversés. Nous nous sommes aussi rendu compte d'une insuffisance de la typologie que nous avons élaborée au §7.7 : celle-ci ne semble pas être adaptée à des espaces destructurés comme celui de la rue Xavier-Neuveau à Liège.

Pour terminer ce chapitre, nous allons voir un dernier exemple d'application de nos mesures sur un parcours à Nantes. Les espaces traversés sont beaucoup plus homogènes et nous découvrirons entre autres si notre esquisse de typologie peut s'appliquer à certains espaces urbains.

## 7.9 *Parcours à Nantes*

Dans cette section, nous allons proposer une application de nos mesures dans un parcours à Nantes en France. Ce parcours est situé dans le centre de la ville. Il commence place du Pilori et se termine sur la place Royale. Le parcours est représenté dans la figure 7.36. L'observateur commence place du Pilori et traverse la rue de la Marne en longeant sur sa droite un long bâtiment commercial (figure 7.34(a)). Il coupe la rue du Moulin, d'où il peut voir l'église Sainte Croix sur la gauche (figure 7.34(b)). L'observateur passe ensuite à côté de la rue Travers à gauche et peut apercevoir à nouveau l'église Sainte Croix derrière lui (figure 7.34(c)). Ensuite, il coupe la rue des Carmes. Il traverse la rue de la Barillerie et passe à côté de la rue de la Bleterie à gauche et aperçoit la rue Haute Casserie sur sa droite, d'où il peut voir l'église Saint Nicolas (figure 7.34(d)) qui se trouve dans la partie ouest du plan. Il arrive enfin sur le cours des Cinquante Otages (figure 7.34(e)). Ce cours est une voie très large qui coupe notre plan en deux parties distinctes et qui est dominée visuellement par la Tour de Bretagne (figure 7.34(f)). Puis, l'observateur traverse la rue d'Orléans avant d'arriver sur la place Royale (figure 7.34(h)). Entre-temps, il est passé près de la rue du Bois Tortu à sa droite (figure 7.34(g)), il a coupé la rue du Couëdic et est passé près de la rue de la Pérouse à sa gauche. Il arrive enfin sur la place Royale.

Le modèle 3D du centre de Nantes est composé de 87 049 faces et 78 393 sommets (figure 7.35). Il a été réalisé par le CERMA. Il intègre tout le vieux centre de Nantes avec le château des Ducs de Bretagne et la cathédrale, les cours Saint-André et Saint-Pierre à l'ouest. Sont représentés l'ensemble du cours des Cinquante Otages, du cours Franklin Roosevelt au sud jusqu'à l'Erdre au nord, l'île Feydeau au bord du cours Franklin Roosevelt, la place Royale, la place du Commerce, ainsi la rue Crébillon et la place Graslin à l'est. Enfin, la Tour de Bretagne, les églises Sainte-Croix et Saint Nicolas, ainsi que le théâtre Graslin sont aussi représentés. Sur la figure 7.35, nous voyons un rendu du modèle 3D utilisé dans nos calculs. Dans cette image, nous pouvons voir la Tour de Bretagne sur la gauche, l'église Sainte Croix juste à côté et la cathédrale de la ville dans le fond. Le parcours représenté dans la figure 7.36 a une longueur de 493,364 mètres. Sur ce parcours, nous avons réalisé 500 projections sphériques : ce qui donne un peu moins d'un mètre entre deux projections. Des virages sont effectués par l'observateur aux distances suivantes : 41,015 mètres, 138,083 mètres, 142,724 mètres, 267,962 mètres, 311,577 mètres et 435,486 mètres. Les trois premiers et le dernier virage sont assez importants et les deux autres ne sont pratiquement pas perceptibles.

### 7.9.1 $\mathbf{GMD}_V$

Le graphique de la variation de la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  dans le parcours à Nantes (figure 7.37) montre une courbe relativement claire. Elle dissocie nettement les ouvertures et les espaces étroits. La courbe commence par une bosse due à l'ouverture de la



(a)

(b)

(c)



(d)

(e)

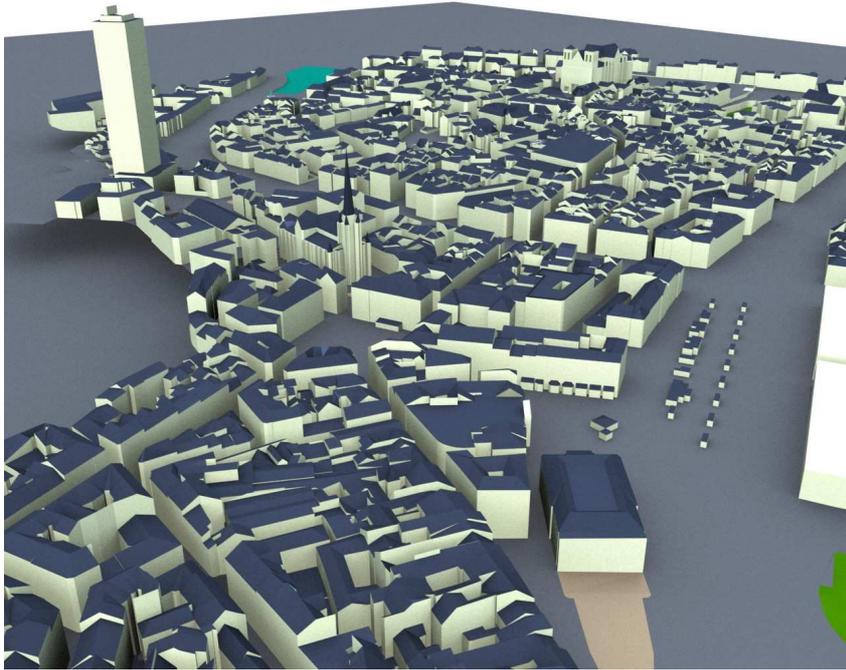
(f)



(g)

(h)

**Figure 7.34** – Quelques photographies le long du parcours à Nantes. Ces photographies ont été prises avec un objectif grand angle, ce qui a pour effet de provoquer de légères déformations.



**Figure 7.35** – Modèle 3D utilisé pour le parcours à Nantes.



**Figure 7.36** – Parcours à Nantes. Le plan représente un extrait de la maquette 3D. Le haut du plan correspond au nord. Les différents symboles représentés par un disque et trait sont les lieux et les directions des photographies de la figure 7.34. Leur ordre d'apparition le long du parcours correspond à leur ordre de numérotation dans la figure 7.34

place du Pilon. Puis l'observateur pénètre dans une rue longue, et longe sur sa droite le bâtiment commercial : la rue de la Marne (cf. figure 7.34(a)). Cet espace produit une courbe droite et horizontale entre les mètres 50 et 110. Ensuite, la bifurcation avec la rue du Moulin apparaît à l'extrémité du bâtiment commercial sur quelques mètres, faisant apparaître en même temps l'église Sainte Croix sur la gauche de l'observateur (figure 7.34(b)). Cette bifurcation produit une bosse entre les mètres 110 et 150. Le parcours continue avec deux bosses en partie « fusionnées » entre les mètres 150 et 210. La première bosse est due à la seconde apparition de l'église Sainte Croix derrière l'observateur sur sa gauche, par la rue Travers, et la suivante est due à l'apparition d'un espace en forme de place juste après, produit par la jonction de plusieurs rues. Entre les mètres 210 et 250, une ouverture s'ouvre en face de l'observateur, sur sa droite, laissant apparaître l'église Saint Nicolas à travers la rue Haute Casserie (figure 7.34(d)). Une grande ouverture se manifeste entre les mètres 250 et 332 : il s'agit du cours des Cinquante Otages (figures 7.34(e) et 7.34(f)). Puis, l'observateur entre dans la rue d'Orléans (figure 7.34(h)). Cette portion entre les mètres 332 et 405 est caractérisée comme pour la rue de la Marne par une courbe quasiment droite et horizontale. Une première bosse apparaît avant la fin du parcours autour du mètre 420 : il s'agit d'un carrefour entre la rue d'Orléans et la rue du Couédic. Puis, l'observateur pénètre la place Royale, ce qui se traduit par une immense bosse.

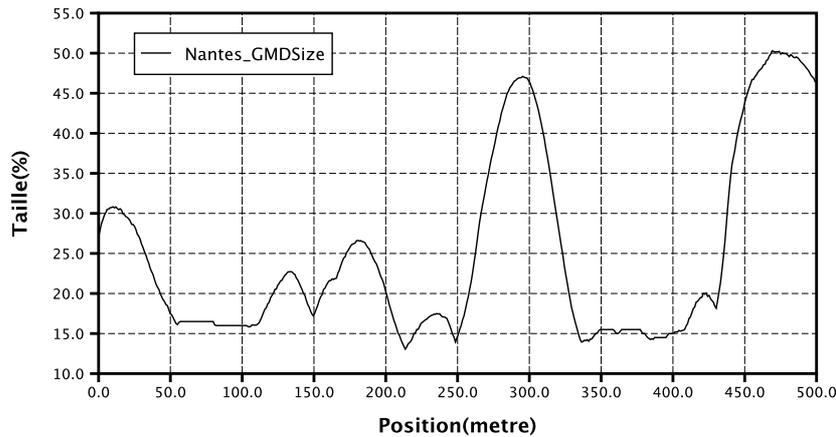
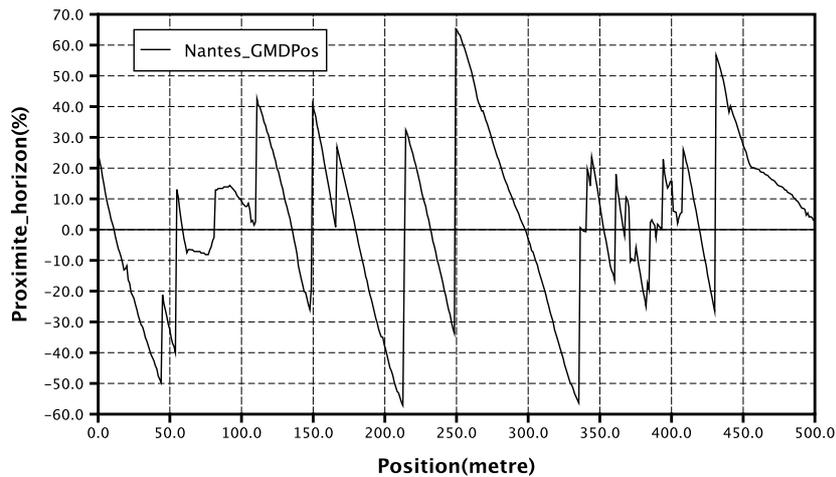


Figure 7.37 – Évolution de la taille du  $GMD_V$  pour le parcours de Nantes.

Dans ce parcours, nous voyons six principaux espaces différents. Cela commence par l'ouverture de la place du Pilon, puis le passage de la partie de la rue de la Marne près du bâtiment commercial, un ensemble d'ouvertures formant un espace déstructuré entre la première apparition de l'église Sainte Croix et le cours des Cinquante Otages, la première grande ouverture du cours des Cinquante Otages, le passage dans la rue d'Orléans et la seconde grande ouverture de la place Royale.

La figure 7.38 montre l'évolution de la position relative du  $GMD_V$ . Le graphique donne à nouveau les ouvertures que nous avons remarquées précédemment, si nous re-

levons les éléments de la courbe descendant qui traversent l'axe des abscisses. Quand aux deux passages dans des rues, ils apparaissent un peu curieusement. Le passage dans la rue de la Marne produit par endroit des valeurs supérieures à +10 %. Nous pensons que cette particularité est due à un bâtiment qui est plus avancé que les autres sur la gauche de l'observateur près de la rue du Moulin. L'ensemble de la rue d'Orléans est caractérisé par une courbe marquée par de grandes variations. Bien que cette rue paraisse homogène, les bâtiments qui l'entourent ont des façades de hauteurs différentes<sup>3</sup>.



**Figure 7.38** – Évolution de la position relative du  $\mathbf{GMD}_V$  pour le parcours de Nantes.

La figure 7.39 montre la division du parcours à Nantes selon les valeurs du  $\mathbf{GMD}_V$ . Dans le schéma, les traits gras indiquent que le  $\mathbf{GMD}_V$  est face à l'observateur ou au-dessus de lui et que la taille du  $\mathbf{GMD}_V$  est supérieure à 20 %. Nous remarquons le long du parcours que l'observateur ne voit le  $\mathbf{GMD}_V$  que peu de temps. Ce parcours est principalement caractérisé par des passages dans des espaces étroits avec par endroit des apparitions d'ouvertures, dont principalement lors de la traversée du cours des Cinquante Otages et l'arrivée sur la place Royale.

Contrairement à la rue Xavier-Neujean, l'ordre des cas dans le parcours à Nantes est beaucoup plus régulier : chaque bosse de la figure 7.37 est caractérisée par la série Cas1, Cas2, Cas4 et Cas5. Les seules exceptions sont la deuxième et la dernière bosse où le Cas2 n'est pas présent. Enfin, le passage près du bâtiment commercial est qualifié par un Cas3 (i.e. passage dans un espace stable). Par contre, le passage dans la rue d'Orléans est caractérisé par une succession de Cas2, Cas3 et Cas4 due aux grandes variations de la position relative du  $\mathbf{GMD}_V$  (figure 7.38). Ainsi, au vue des mesures du  $\mathbf{GMD}_V$ , l'ensemble du parcours traduit une grande régularité.

<sup>3</sup>Il semble que le modèle 3D de la rue d'Orléans ne soit tout à fait fidèle. La véritable rue d'Orléans est bien régulière pour ce qui est de la hauteur des bâtiments.

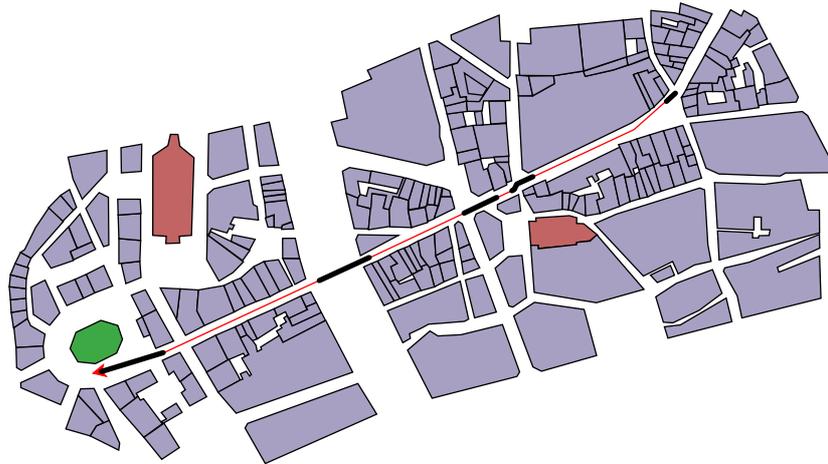


Figure 7.39 – Séquences du parcours à Nantes selon les valeurs du  $GMD_v$ .

### 7.9.2 Distances de similarité

La figure 7.40 montre les variations de la distance de Hausdorff dans le parcours de Nantes et la figure 7.41 montre celle de la distance de Hausdorff modifiée. La courbe de la figure 7.40 présente un nombre important de variations. Toutefois, nous pouvons reconnaître les deux passages dans la rue de la Marne et la rue d'Orléans, caractérisés par des creux.

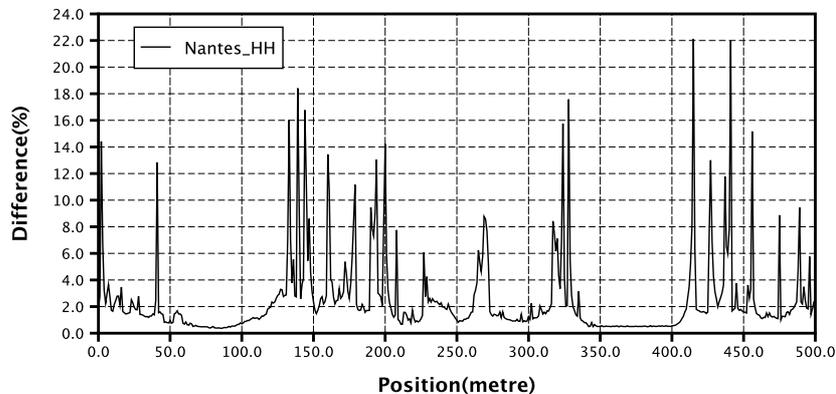
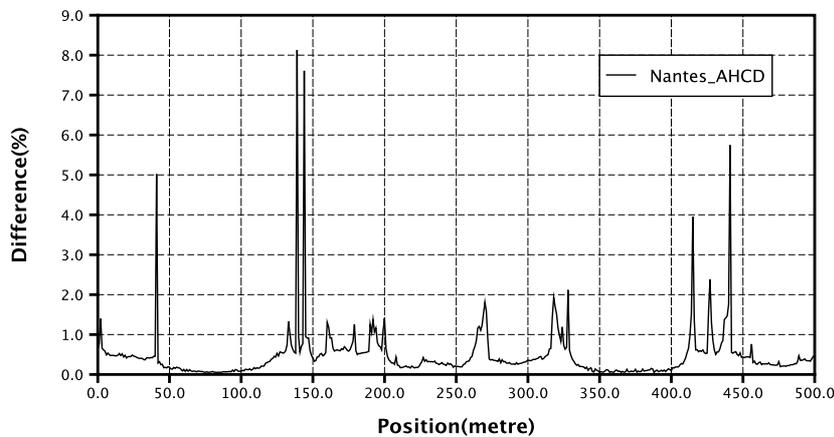


Figure 7.40 – Évolution de la distance de Hausdorff hyperbolique pour le parcours de Nantes.

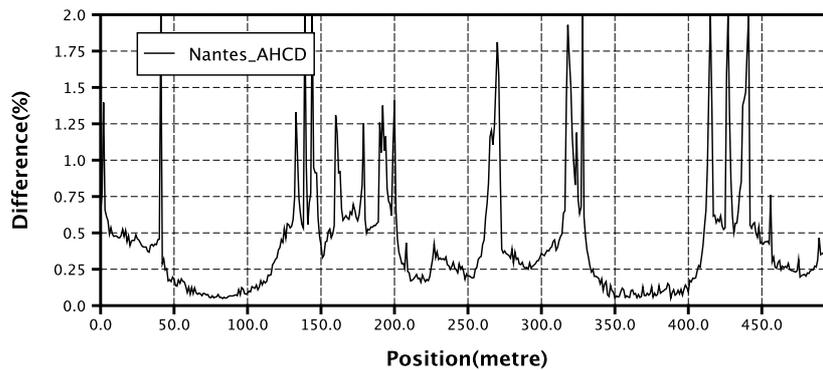
La courbe de la figure 7.41 semble plus claire et il est plus simple d'y analyser l'espace autour du parcours. Nous pouvons remarquer que les positions où la courbe dépasse 4 % correspondent aux positions où l'observateur effectue des virages importants. Ces virages n'étaient pas très clairement indiqués dans le graphique de la figure 7.40. Nous avons réalisé un agrandissement en ordonnée du graphique de la figure 7.41 dans la figure 7.42. Cet agrandissement permet d'analyser avec plus de

précision les valeurs du graphique, inférieures à 2 %. Dans ce graphique, nous pouvons isoler les creux en deux catégories : les creux inférieurs à 0,2 % et les creux entre 0,2 % et 0,5 %. Dans la première catégorie, se placent les deux passages dans la rue de la Marne et la rue d'Orléans. Cette catégorie ne représente que des lieux à la fois morphologiquement homogènes sur la portion du parcours qu'ils occupent et étroits. Ils correspondent à peu près à un parcours dans le centre de l'environnement Droit que nous avons au §7.3. Dans la seconde catégorie, nous avons la place du Pilon au départ, la rue de la Haute Casserie laissant apparaître le clocher de l'église Saint Nicolas pour la première fois dans le parcours, le cours des Cinquante Otages et la place Royale. Cette catégorie est caractérisée par une grande ouverture : l'observateur est plus distant des murs qui l'entourent et en même temps il peut toujours avoir l'impression qu'il avance mais cette impression y est moins forte. Dans le cas du parcours à Nantes, chacun des creux est délimité par des pics de plus de 1 %. Chacun de ces pics marque une transition qui semble indiquer que l'observateur change d'espace. Il reste une catégorie d'espace qui est indiquée dans le graphique et que nous n'avons pas citée : il s'agit des espaces repérés par une succession de pics. Le premier apparaît entre le creux de la rue de la Marne et le creux de la rue Haute Casserie (entre 130 et 200 mètres). Le second apparaît entre la rue d'Orléans et la place Royale (entre 410 et 440 mètres). Ces espaces sont soit des espaces de transition soit des espaces destructurés marqués par l'apparition et la disparition successives de petites ouvertures.



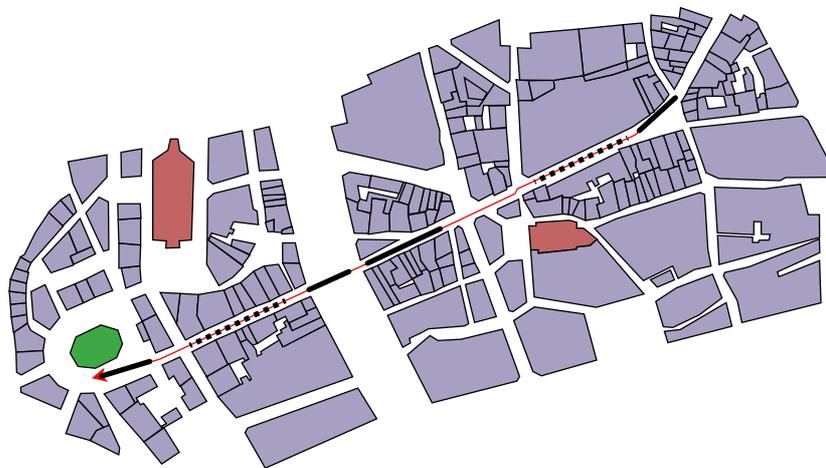
**Figure 7.41** – Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans le parcours de Nantes.

La figure 7.43 montre une division du parcours à Nantes selon la valeur de la distance de Hausdorff modifiée. Les parties en gras correspondent aux parties du parcours où la valeur de la distance est entre 0,2 % et 0,5 %. Les parties en pointillé correspondent à des valeurs inférieures à 0,2 %. En comparant cette figure avec la figure 7.39, nous remarquons quelques points communs : le début du parcours, la traversée du cours des Cinquante Otages et l'arrivée dans la place Royale. Le premier espace et surtout le dernier forment de grands espaces ouverts et relativement fermés



**Figure 7.42** – Variation de la distance de Hausdorff modifiée dans le parcours de Nantes.

au regard de leur taille. Le cours des Cinquante Otages au centre du parcours marque une forme de transition dans le parcours que nous n'avons pas vue auparavant : une transition longue et très ouverte sur le ciel qui coupe l'espace urbain en deux moitiés. En effet, la partie est du parcours passe dans un espace plutôt déstructuré. Le seul élément qui structure cet espace est le bâtiment commercial situé à droite de l'observateur au début du parcours. Par contre, la partie ouest du parcours passe dans un espace plutôt régulier, homogène.



**Figure 7.43** – Division du parcours à Nantes selon les valeurs de la distance de Hausdorff modifiée.

Nous avons vu au §7.9.1 que la caractérisation du parcours à Nantes par notre typologie était assez régulière. Il en va de même lorsque nous y associons une distance de similarité, comme la distance de Hausdorff modifiée (figure 7.41), qui apporte des précisions supplémentaires sur les caractéristiques des rues traversées. Par exemple, selon la typologie donnée dans le tableau 7.4, le début du parcours jusqu'au premier pic de la figure 7.41 nous fournit la séquence : Cas11, Cas22, Cas42 et 52. Autrement

dit, le début du parcours est caractérisé par une transition morphologique donnant sur un espace avec une grande ouverture. Puis l'observateur avance dans cette espace qui continue de s'ouvrir régulièrement. Il en atteint le centre en quelques mètres et en sort pendant que l'espace se referme doucement derrière lui et continue à se refermer. Cette séquence se déroule sur moins de 50 mètres. Toutefois, nous avons observé quelques difficultés. Notre typologie ne prend pas en compte les rotations de l'observateur et, lorsqu'il effectue un virage, la caractérisation devient incohérente. par ailleurs, les espaces où il y a beaucoup de variations sont aussi difficiles à qualifier, comme l'espace près de l'église Sainte-Croix entre les mètres 150 et 200.

### 7.9.3 Conclusion sur l'analyse de Nantes

Nous avons réalisé ici une analyse le long d'un parcours dans le centre de Nantes. Encore une fois, nous avons pu mettre en valeur des aspects de l'espace qui ne transparaissent pas directement dans le plan ou dans le modèle 3D. Nous voyons que le long du parcours à Nantes notre méthode permet de caractériser à la fois le parcours, les espaces ouverts urbains et une partie des tissus traversés. La typologie que nous avons élaborée au §7.7 semble mieux s'appliquer dans le cas du parcours à Nantes. Toutefois, nous avons observé d'autres limitations comme les difficultés à caractériser les positions où l'observateur tourne et les espaces où se produisent beaucoup de variations.

## 7.10 Conclusion

Après avoir présenté l'environnement informatique utilisé pour nos calculs, nous avons présenté dans ce chapitre un ensemble de mesures tout d'abord sur des espaces urbains de tests puis sur deux cas réels. En nous basant sur des projections sphériques obtenues le long d'un parcours et sur la squelettisation, nous avons tour à tour appliqué les mesures basées sur le  $\mathbf{GMD}_V$ , la distance de Hausdorff relative et la distance de Hausdorff modifiée. Les premiers tests nous ont permis d'observer le comportement de nos mesures. En particulier, les mesures effectuées sur une configuration représentant une rue droite ont mis en évidence certaines erreurs de précision des valeurs obtenues. Nous avons aussi remarqué que les mesures basées sur les distances de similarité sont sensibles aux éléments indiquant à l'observateur dans son environnement visuel qu'il est en mouvement. Nous avons appelé ces éléments, des indices visuels de mouvement. Avec les configurations en T, nous avons mis en évidence que les mesures sont influencées par les croisements. En particulier, nous avons pu observer que la rotation de la rue de croisement n'avait aucun effet sur les mesures du  $\mathbf{GMD}_V$ . Par contre, avec les distances de similarité, une distinction apparaît et nous avons pu observer que les différentes configurations sont différenciées par leur angle d'arrivée et leur largeur. Dans

le cas des rétrécissements, nous avons pu constater que la largeur de l'espace influence les mesures. Dans les cas du carrefour et des croisements successifs, nous avons vu que les mesures sont capables de caractériser différemment les transitions d'un parcours. Pour terminer l'étude des configurations simples, nous avons tenté de réaliser une interprétation des valeurs en les classant et en les comparant. Bien que cette interprétation soit expérimentale, il semble que ces mesures permettent d'étendre notre langage. Ainsi, nous pourrions presque imaginer un processus automatique qui à partir de ces mesures permettrait de qualifier l'espace ou de diviser le parcours en séquences. Nous avons proposés une esquisse de typologie de séquences le long d'un parcours en suivant les variations conjointes du  $GMD_v$  (taille et position relative) et des distances de similarité. Cette typologie propose dix types de séquences morphologiques.

Les cas réels nous ont permis de mettre en évidence d'autres comportements de nos mesures. Par exemple, nous avons pu constater que les distances de similarité repéraient les lieux où l'espace s'élargit et où il existe des bâtiments plus bas que ceux qui l'entourent. Ce comportement ne peut pas apparaître avec les méthodes purement 2D. Par contre, nous pouvons le retrouver avec les méthodes basées sur un DEM (cf. §3.4.1) ou sur des modèles 3D (cf. §3.4.2 et §3.3). Nous avons pu aussi constater que nos mesures permettent de mieux observer la progression des variations de la morphologie de l'espace et de faire ainsi la distinction entre, par exemple, des apparitions soudaines et progressives. Nous avons pu ainsi repérer différemment les parties des parcours et des espaces ouverts traversés. Les mesures que nous avons développées nous permettent de réaliser une caractérisation à la fois des parcours urbains et des espaces urbains en fonction de la morphologie autour de l'observateur et de ses variations.

Par rapport à la perspective de mouvement, que nous essayons d'analyser, nous avons vu les capacités des distances de similarité à détecter l'apparition et la disparition d'ouvertures. En particulier, la distance de Hausdorff hyperbolique semble plus adaptée pour détecter la moindre variation. Nous avons aussi pu constater à quel point la distance de Hausdorff modifiée permet de différencier ces variations dans la morphologie des espaces ouverts urbains. Nous avons déjà discuté de ce point au début de ce mémoire (cf. §2.4) et nous avons constaté l'absence de ce type de distinction dans les mesures existantes. La distance de Hausdorff modifiée hyperbolique permet maintenant de la réaliser.

---

# Conclusion

*I've seen things you people wouldn't believe. Attack ships on fire off the shoulder of Orion. I watched c-beams... glitter in the dark near Tanchauser Gate. All those... moments will be lost... in time, like tears... in rain. Time... to die.*

Ridley Scott, *Blade Runner*

**D**ANS cette recherche, nous nous sommes posés la question de savoir s'il est possible d'analyser les variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours. Pour cela, d'un côté, nous avons commencé par explorer les méthodes existantes pour permettre de réaliser ce type d'analyse — nous avons relevé des méthodes aussi bien dans le domaine de l'architecture que dans le domaine de l'infographie. Cependant, nous avons remarqué que ces méthodes n'étaient pas adaptées ni à l'analyse quantitative ni à des espaces aussi volumineux et denses que les espaces urbains. Enfin, certaines de ces méthodes sont capables de traiter les variations apparaissant le long d'un parcours, mais elles les traitent de manière binaire (il y a des variations ou il n'y en a pas). D'un autre côté, nous nous sommes intéressés aux méthodes quantitatives d'analyse des espaces ouverts urbains se basant sur une approche orientée champ. Dans cette partie, nous avons eu l'occasion de tester nos propres implémentations des méthodes d'analyses par isovists, graphes de visibilité et par projections sphériques. Nous nous sommes aperçu que ces méthodes ne considèrent pas la troisième dimension, qu'elles ne sont pas réellement adaptées aux espaces urbains ou plus généralement qu'elles ne permettent pas l'analyse des variations morphologiques le long d'un parcours. Mais, parmi ces méthodes, la méthode des

projections sphériques de Teller offre un certain nombre d'avantages intéressants dans notre cas : c'est une méthode reconnaissant les trois dimensions de l'espace, adaptée aux espaces urbains et rapide. Nous avons donc choisi de nous baser sur cette méthode pour analyser les variations morphologiques des espaces ouverts urbains le long de parcours. L'idée que nous avons développée est donc de calculer une série de projections hémisphériques, orientées vers le zénith, le long d'un parcours afin de suivre les variations de la forme du ciel. De ces projections sphériques de la forme du ciel, nous en déduisons les variations de la morphologie des espaces ouverts urbains autour de l'observateur sur le parcours sélectionné.

## 8.1 Synthèse des résultats

Afin d'analyser les formes de ciel, pour que d'une série de projections sphériques nous puissions analyser les variations morphologiques des espaces ouverts urbains, nous avons exploré les descripteurs utilisés en analyse de formes. Nous nous sommes intéressés en particulier à la squelettisation qui transforme une forme en un ensemble de lignes centrées dans la forme. Associée à l'information de distance entre les points squeletaux et les points du bord de la forme les plus proches, la squelettisation est une transformation réversible, homotope et qui conserve une description hiérarchisée de la forme. Dans ce cas, les squelettes sont appelés squelettes pondérés. Bien que la squelettisation soit particulièrement sensible aux perturbations des formes discrètes que fournissent les projections sphériques de Teller, nous avons choisi de conserver le support discret. Le support continu présente en effet une solution précise mais bien trop lourde à manipuler ou, si nous considérons l'algorithme de projection sphérique utilisé, difficile à réaliser. Il existe actuellement un grand nombre de méthodes de squelettisation dans les espaces discrets. Dans cette recherche, nous avons examiné trois de ces méthodes : la méthode de Thiel utilisant les distances de chanfrein, la méthode d'Ogniewicz utilisant les diagrammes de Voronoï et la méthode de Siddiqi *et al.* se basant sur le processus de feu de prairie. Pour comparer ces méthodes, nous avons élaboré une série de tests basés sur la forme perçue d'une forme discrète. La principale propriété que nous avons définie d'une forme perçue est d'être invariante par transformation géométrique alors que la forme discrète correspondante ne l'est pas forcément. De la même manière, nous pensons qu'une méthode de squelettisation discrète doit se baser sur cette forme perçue et non sur la forme discrète. Comme la forme perçue, les squelettes produits par une méthode de squelettisation doivent donc être invariants par transformations géométriques. La méthode de test doit ainsi se concentrer sur les extrémités du squelette souvent plus sensibles aux perturbations que le reste du squelette. Ainsi, en plus des formes de base, nous avons procédé à des tests utilisant la rotation sur les méthodes rencontrées et à des tests utilisant des images visuellement presque identiques. Ces tests nous ont semblé suffisants pour notre champ d'étude. Après avoir effectué une série de tests, nous nous sommes aperçu que la méthode de Siddiqi *et al.* était celle qui offrait une meilleure stabilité. Nous avons donc choisi cette méthode de

squelettisation pour l'élaboration de l'implémentation de notre méthode d'analyse des espaces urbains le long de parcours.

Pour mettre en œuvre notre méthode d'analyse des espaces urbains basée sur des projections sphériques le long de parcours, il nous a fallu développer de nouvelles mesures des squelettes de la forme du ciel. Nous avons commencé par rechercher des mesures basées sur des particularités du squelette comme le nombre de terminaisons ou la longueur moyenne des branches. Cependant, nous avons remarqué que certaines de ces mesures sont très sensibles aux perturbations de la forme et qu'il vaudrait mieux ne pas les utiliser. Nous avons donc développé une nouvelle mesure que nous avons appelé le plus grand disque maximal « visible », noté  $\mathbf{GMD}_V$ , qui recherche dans le squelette le point le plus éloigné du contour de la forme qui soit face à l'observateur. Ce point est le point le moins sensible du squelette aux perturbations. Pour nous orienter vers l'analyse des variations morphologiques des espaces ouverts urbains, nous sommes plutôt intéressés aux distances de similarité pour calculer la ressemblance entre deux squelettes successifs pris le long d'un parcours. Ainsi, la distance de Hausdorff hyperbolique permet de calculer la différence entre deux squelettes pondérés en recherchant le plus grand éloignement. Dans notre méthode d'analyse, cette distance recherche la plus grande variation qui apparaît autour de l'observateur. Cependant, nous avons constaté que cette distance ne permet pas de distinguer certaines scènes. Aussi, pour corriger ce défaut, nous avons développé une autre distance de similarité appelée distance de Hausdorff modifiée et basée sur les variations morphologiques globales apparaissant autour de l'observateur. Nous considérons que nos analyses peuvent se baser sur quatre mesures : la taille du  $\mathbf{GMD}_V$ , la position relative du  $\mathbf{GMD}_V$  par rapport à l'observateur, la distance de Hausdorff hyperbolique et la distance de Hausdorff modifiée.

Nous avons effectué un ensemble de tests sur notre méthode d'analyse, tout d'abord sur des exemples simples, puis sur deux cas réels : un à Liège et un autre à Nantes. Les exemples simples, nous ont révélé le comportement de nos mesures. Quant aux cas réels, ils nous ont à la fois permis de tester notre méthode sur des espaces vastes et réalistes et ils nous ont montrés d'autres comportements. Ainsi, nous avons pu mettre en évidence que les mesures que nous avons développées permettent de mesurer différents types de variations le long d'un parcours, comme la traversée d'espaces homogènes, d'espaces de transitions, d'espaces à grandes ouvertures, etc. Nous pouvons alors diviser le parcours selon des séquences définies selon le type d'espace traversé et caractériser ainsi à la fois les espaces ouverts explorés et le parcours lui-même.

## 8.2 Discussion

Au vu des résultats que nous obtenons avec la méthode qui a été développée au cours de cette thèse, un ensemble d'applications nouvelles apparaissent. En nous ba-

sant sur la notion de perspective de mouvement et en concevant des outils pour l'analyser, nous avons proposé une méthode qui permet de réaliser des analyses des espaces urbains et des parcours. Nous voyons maintenant que la méthode est capable de localiser les principales variations morphologiques le long d'un parcours urbain et de donner l'amplitude de ces variations. En distinguant les différentes variations morphologiques, nous sommes capable de repérer des espaces de passage, des espaces à grande ouverture, des espaces de transition, etc. Il apparaît que nous avons la possibilité de découper les parcours en séquences et de caractériser ainsi ces parcours. Une typologie de dix séquences a été proposée en interprétant les différentes mesures. Cette typologie permet de séparer des séquences comme les ouvertures, les fermetures, les transitions et les stabilités morphologiques. D'un autre point de vue, il est possible de caractériser des espaces urbains et d'observer leur intégration dans la ville ou de caractériser des tissus urbains en fonction de séquences de parcours types. Il suffit ainsi de sélectionner un ou plusieurs parcours qui commencent hors de l'espace étudié, qui traversent cet espace et qui se terminent à nouveau en dehors de l'espace. Nous avons réalisé une étude similaire avec le parcours dans la rue Xavier-Neujean à Liège en Belgique (cf. §7.8). Il est donc possible d'utiliser la méthode que nous avons développée ici pour, par exemple, l'analyse de parcours touristiques, l'analyse d'espaces urbains, l'étude de projets urbains influençant la morphologie de l'espace, etc.

### **8.3 Perspectives**

Un certain nombre d'améliorations pourraient être réalisées par l'avenir. L'implémentation actuelle de la méthode décrite dans ce mémoire est entièrement expérimentale : il n'existe pas de logiciel destiné à l'utilisateur final. L'ensemble du code n'est quasiment pas optimisé et utilise en grande partie un langage multi plate-formes qui n'est pas reconnu pour sa rapidité. Toutefois, les performances que nous obtenons sur les projections sphériques et sur les mesures des squelettes des formes de ciel avec des modèles d'espaces aussi vastes que le modèle du centre de Nantes (cf. 7.9) sont assez prometteuses pour des applications opérationnelles. Il peut être envisagé d'intégrer notre méthode dans système d'information géographique (SIG) 3D pour des analyses de parcours en « temps réels ». Sur la méthode de squelettisation employée, nous avons été un peu déçu par sa lenteur, ainsi que par le fait qu'elle ne fonctionne pas sur des images comportant plusieurs formes ou des formes à trou. Toutefois, nous avons constaté que Couprie et Zrour ont développé une nouvelle méthode, que nous avons décrite dans le §5.1.2 et qui semble proposer la même précision que celle que nous avons employée, avec des temps de calcul nettement plus rapides et la possibilité de traiter des images contenant plusieurs formes et des formes à trou [27, 138]. Dans ce cas, des tests avec les autres méthodes que nous avons décrites seraient nécessaires.

Pour compléter nos études, la méthode que nous avons décrite nécessite d'être testée à nouveau sur d'autres exemples du plus simple au plus complexe, que ce soit des

cas de base ou d'autres cas réels organisés selon des thèmes tels que les quartiers historiques, les espaces commerciaux, les zones d'habitation, etc. Ces tests permettraient de mieux percevoir le comportement de nos mesures et d'avoir un ensemble de références qui pourraient être comparées avec d'autres cas d'étude. À l'occasion, d'autres mesures pourraient être développées afin d'obtenir des valeurs qui soient plus précises par rapport à ce que peut ressentir un observateur lorsqu'il explore certains espaces. La squelettisation des projections sphériques des formes de ciel semble être une bonne base pour réaliser ces nouvelles mesures. La typologie des espaces ouverts urbains parcourus que nous avons détaillée au §7.7 pourrait être affinée pour pouvoir être appliquée à un maximum d'espaces urbains. Par la suite, des mesures des divers cas de la typologie pourront être réalisées sur différents parcours. Ces mesures donneraient par exemple le nombre de transitions dans une partie du parcours, leur longueur moyenne ou la longueur des différents cas dans une séquence. Cela permettra de déterminer des séquences types et de caractériser des parcours selon ces séquences. Le champ d'applications de notre méthode d'analyse pourrait être étendu en réalisant des tests sur des villes de pays hors de l'Europe, au niveau des entrées de ville ou dans des paysages très ouverts. Mais, pour terminer sur des développements plus imminents, il serait intéressant de réaliser une méthode mettant en œuvre automatiquement un séquençage des parcours ou des qualifications des espaces ouverts urbains par les parcours.



# Bibliographie

---

- [1] Alain. *Éléments de philosophie*. Gallimard, 1941.
- [2] Helmut Alt, Peter Brass, Michael Godau, Christian Knauer, and Carola Wenk. Computing the Hausdorff distance of geometric patterns and shapes. Technical Report B 01-07, Freie Universität Berlin, November 2001. 13 p.
- [3] Helmut Alt and Leonidas J. Guibas. *Discrete geometric shapes: matching, interpolation, and approximation*, pages 121–153. Elsevier Science Publishers, B.V. Noth-Holland, Amsterdam, 1999.
- [4] Donald Appleyard, Kevin Lynch, and John R. Myer. *The View from the Road*. MIT Press, 1966. 64 p.
- [5] Esther M. Arkin, Paul L. Chew, Daniel P. Huttenlocher, Klara Kedem, and Joseph S. B. Mitchell. An efficiently computable metric for comparing polygonal shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(3) :209–215, 1991.
- [6] Dominique Attali. *Squelettes et graphes de Voronoï 2D et 3D*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble I, octobre 1995.
- [7] Dominique Attali and Annick Montanvert. Modeling noise for a better simplification of skeletons. In *Proceedings of the International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 13–16, Lausanne, Switzerland, September 1996.
- [8] Michael Batty. Exploring isovist fields: space and shape in architectural and urban morphology. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 28 :123–150, 2001.
- [9] Michael L. Benedikt. To take hold of space: isovists and isovist fields. *Environment and Planning B: Design and Planning*, 6 :47–65, 1979.

- [10] Harry Blum. A transformation for extracting new descriptors of shape. In Wathen Dunn, editor, *Proceedings of Models for the Perception of Speech and Visual Form*, pages 362–380. MIT Press, 1967.
- [11] Harry Blum and Roger N. Nagel. Shape description using weighted symmetric axis features. *Pattern Recognition*, 10(3) :167–180, 1978.
- [12] Allan Bond and Jacques Teller. The consideration of cultural heritage in present european environmental policies. *SUIT Position Paper*, 1/6, July 2001.
- [13] Gunilla Borgefors. Distance transformations in arbitrary dimensions. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 27 :321–345, 1984.
- [14] Gunilla Borgefors. Distance transformations in digital images. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 34 :344–371, 1986.
- [15] Peter Bosselman. *Representation of places: reality and realism in city design*. University of California Press, Berkeley, CA, 1998. 228 p.
- [16] Hadja Boukhezer. Caractérisation environnementale des tissus urbains en vue de leur classification. Mémoire de DEA, Université de Nantes, juillet 2002. 153 p.
- [17] Lorenzo Calabi and W. E. Hartnett. Shape recognition, pairie fires, convex deficiencies and skeletons. *The American Mathematical Monthly*, 75(4) :335–342, April 1968.
- [18] Rui Carvalho and Michael Batty. A rigorous definition of axial lines: Ridges on isovist fields. CASA Working Paper Series 69, Centre for Advanced Spatial Analysis, 2003.
- [19] Jean-Marc Chassery and Annick Montanvert. *Géométrie discrète en analyse d'images*. Éditions Hermès, 1991.
- [20] Sung Woo Choi and Sheong Whan Lee. Stability analysis of medial axis transform under relative Hausdorff distance. In *Proceedings of 15th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'00)*, volume 3, pages 139–142, Barcelona, Spain, September 2000.
- [21] Sung Woo Choi and Hans-Peter Seidel. Hyperbolic Hausdorff distance for medial axis transform. Research report MPI-I-2000-4-003, Max-Planck-Institut für Informatik, 2000.
- [22] Sung Woo Choi and Hans-Peter Seidel. Hyperbolic Hausdorff distance for medial axis transform. *Graphical Models*, 63(5) :369–384, 2001.
- [23] Sung Woo Choi and Hans-Peter Seidel. Linear one-sided stability of mat for weakly injective 3d domain. In *7th ACM symposium on solid modeling and applications*, Saarbrücken, Germany, 2002.
- [24] Gustave Choquet. *Cours de topologie*. Les cours de références. Dunod, 2<sup>e</sup> édition, 1978. 328 p.

- [25] David Cœurjolly. d-dimensional reverse Euclidean distance transformation and Euclidean medial axis extraction in optimal time. In *Proceedings of DGCI, LNCS, Springer Verlag*, volume 2886, pages 327–337, 2003.
- [26] Helen Couclelis. People manipulate objects (but cultivate fields): beyond the raster-vector debate in GIS. *Theories and methods of spatio-temporal reasoning in geographic space*, LNCS 639 :65–77, 1992. Springer Verlag.
- [27] Michel Couprie and Rita Zrou. Discrete bisector function and Euclidean skeleton in 2d and 3d. Rapport de recherche IGM-2004-12, IGM UMR CNRS-UMLV-ESIEE 8049, 2004. 20 p.
- [28] Olivier Cuisenaire. *Distance transformations : fast algorithms and applications to medical image processing*. PhD thesis, Université catholique de Louvain (UCL), Louvain-la-Neuve, Belgium, October 1999. 208 p.
- [29] Olivier Cuisenaire and Benoît Macq. Fast euclidean distance transformations by propagation using multiple neighbourhoods. *Computer Vision and Image Understanding*, 76 :null, November 1999.
- [30] Gordon Cullen. *The Concise Townscape*. The Architectural Press, London, 1971. 200 p.
- [31] Per-Erik Danielsson. Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, 14 :227–248, 1980.
- [32] Larry S. Davis and Michael L. Benedikt. Computational models of space: Iso-vists and isovist fields. *Computer Graphic and Image Processing*, 11(1) :49–72, September 1979.
- [33] Ivor de Wolfe. *The italian townscape*. Architectural Press, Londres, 1963.
- [34] Pavel Dimitrov. Flux invariants for shape. Master’s thesis, McGill University, Montréal, Québec, Canada, July 2003.
- [35] Pavel Dimitrov, Carlos Phillips, and Kaleem Siddiqi. Robust and efficient skeletal graphs. In *Proceeding of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 417–423, Hilton Head, South Carolina, 2000.
- [36] Petr Dokládál. *Grey-Scale Image Segmentation: a Topological Approach*. PhD thesis, University of Marne-la-Vallée, France and University of Technology of Brno, Czech Republic, January 2000.
- [37] Marie-Pierre Dubuisson and Anil K. Jain. A modified Hausdorff distance for object matching. In *Proceedings of 12th International Conference on Pattern Recognition*, pages 566–568, Jerusalem, Israel, october 1994.
- [38] Florent Duguet. Squelette de visibilité robuste. Mémoire de DEA, Université de Nice Sophia Antipolis, 2001. 94 p.
- [39] Albert Dupagne, Monique Jadin, and Jacques Teller. *L’espace public de la modernité*. Études et Documents. Ministère de la région wallonne, direction générale de l’aménagement du territoire, du logement et du patrimoine, division de l’aménagement et de l’urbanisme, 1997.

- [40] Frédo Durand. *Visibilité tridimensionnelle : étude analytique et applications*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1, 1999. 307 p.
- [41] Frédo Durand. A multidisciplinary survey of visibility. In *SIGGRAPH 2000 Course Notes*. ACM SIGGRAPH, New Orleans, Louisiana, USA, July 23–28 2000. [CDROM].
- [42] Frédo Durand, George Drettakis, and Claude Puech. The 3D visibility complex: a new approach to the problems of accurate visibility. In *Proceedings of the 7th Eurographics Workshop on Rendering (Rendering Techniques '96)*, pages 245–257, Porto, Portugal, June 1996.
- [43] Frédo Durand, George Drettakis, and Claude Puech. The visibility skeleton : A powerful and efficient multi-purpose global visibility tool. In *Proceedings of SIGGRAPH'97*, pages 89–100, Los Angeles, California, USA, August 3–8 1997. ACM SIGGRAPH.
- [44] Thomas Eiter and Heikki Mannila. Computing discrete Fréchet distance. Technical Report CD-TR 94/64, Christian Doppler Labor für Expertensysteme, Technische Universität Wien, 1994. 7 p.
- [45] Dafna Fischer-Gewirtzman, Michael Burt, and Yigal Tzamer. A 3-d visual method for comparative evaluation of dense built-up environments. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 30(4) :575–588, 2003.
- [46] Dafna Fischer-Gewirtzman, Israel A. Wagner, Dmitry Batenkov, and Ben Riva. The spatial openness metric for evaluating urban environments. In *Proceedings of the 5th Symposium of the International Urban Planning and Environment Association*, Oxford, UK, September 23–26 2002.
- [47] Dafna Fisher-Gewirtzman. *A Method for Measuring Density in Dense Urban Environments*. PhD thesis, Technion – Israel Institute of Technology, 1998.
- [48] Frédéric Fol-Leymarie. *Three-dimensional shape representation via shock flows*. PhD thesis, Brown University, Providence, Rhode Island, USA, May 2003. 209 p.
- [49] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, and John F. Hughes. *Computer Graphics : Principles and Practice*. Addison-Wesley, 1996. 1174 p.
- [50] James T. Fulton. Processes in biological vision. [ONLINE : <http://www.4colorvision.com/>, 2004], 2000.
- [51] Peter Giblin and Benjamin B. Kimia. Transitions of the 3D medial axis under a one-parameter family of deformations. In *Proceedings of European Conference Computer Vision (ECCV 2002)*, volume LNCS 2351, pages 719–734, Copenhagen, Denmark, May 2002. Springer Verlag.
- [52] James Jerome Gibson. *The Perception of the Visual World*. Houghton Mifflin, Boston, MA, 1950.
- [53] James Jerome Gibson. *The Senses Considered as Perceptual Systems*. Houghton Mifflin, Boston, MA, 1966.

- [54] James Jerome Gibson. *The Ecological Approach to Visual Perception*. Houghton Mifflin, Boston, MA, 1979.
- [55] Michael Godau. *On the complexity of measuring the similarity between geometric objects in higher dimensions*. PhD thesis, Freien Universität Berlin, 1998. 88 p.
- [56] Patrick A. Heelan. *Space Perception and the Philosophy of Science*. University of California Press, 1983. 300 p.
- [57] Bill Hillier. *Space is the Machine*. Cambridge University Press, 1996.
- [58] Bill Hillier and Julienne Hanson. *The social logic of space*. Cambridge University Press, 1984.
- [59] Tomio Hirata. A unified linear-time algorithm for computing distance maps. *Information Processing Letters*, 58(3) :129–133, 1996.
- [60] ImageMagick – Convert, edit, and compose images. [ONLINE : <http://www.imagemagick.org/>], 2004.
- [61] Adobe Systems Incorporated. *PostScript Language Reference*. Addison-Wesley Publishing Company, 3rd edition, 1999. 912 p.
- [62] Java2D API. [ONLINE : <http://java.sun.com/products/java-media/2D/>], 2004.
- [63] Immanuel Kant. Critique of pure reason. [ONLINE : <http://eserver.org/philosophy/kant/critique-of-pure-reason.txt>], 2004. Traduction anglaise de la seconde édition (1787).
- [64] Benjamin B. Kimia. On the role of medial geometry in human vision. *Journal of Physiology*. 33 pages. (Accepté, à paraître), 2003.
- [65] Benjamin B. Kimia, Allen R. Tannenbaum, and Steven W. Zucker. Shapes, shocks, and deformations I: The components of two-dimensional shape and the reaction-diffusion space. *International Journal of Computer Vision*, 15(3) :189–224, 1995.
- [66] Philip Klein, Srikanta Tirthapura, Daniel Sharvit, and Kimia Benjamin. A tree-edit-distance for comparing simple, closed shapes. In *Proceedings of the Symposium on Discrete Algorithm (SODA 2000)*, pages 696–704, San Francisco, California, USA, 2000.
- [67] Jan J. Koenderink and Ans J. van Doorn. The singularities of the visual mapping. *BioCyber*, 24(1) :51–59, 1976.
- [68] Jan J. Koenderink and Ans J. van Doorn. The internal representation of solid shape with respect to vision. *BioCyber*, 32 :211–216, 1979.
- [69] Helga Kolb, Eduardo Fernandez, and Ralph Nelson. WebVision: The organization of the retina and the visual system. [ONLINE : <http://webvision.med.utah.edu/>, 2004], 2003.

- [70] Ilona Kovács, Ákos Fehér, and Bela Julesz. Medial-point description of shape: a representation for action coding and its psychophysical correlates. *Vision Research*, 38 :2323–2333, 1998.
- [71] Steven Lehar. Gestalt isomorphism and the quantification of spatial perception. *Gestalt theory*, 21(2) :122–139, 1999.
- [72] Steven Lehar. Gestalt isomorphism and the primacy of subjective conscious experience: A gestalt bubble model. *Behavioral and Brain Sciences*, 26(4) :375–408, August 2003.
- [73] Sven Loncaric. A survey of shape analysis techniques. *Pattern Recognition*, 31(8) :983–1001, 1998.
- [74] Kevin Lynch. *The Image of the City*. MIT Press, 1960. 194 p.
- [75] Michael J. Lyons and Gert J. van Tonder. Le squelette du jardin. *Pour la Science, spécial cerveau : des fenêtres sur la conscience*, 302 :104–105, 2002.
- [76] T. A. Markus and E. N. Morris. *Buildings, climate and energy*. Pitman, London, 1980.
- [77] John May. Perceptual principles and computer graphics. *Computer Graphics Forum*, 19(4) :271–279, 2000.
- [78] B. T. Messmer and H. Bunke. A network based approach to exact and inexact graph matching. Technical Report IAM-93-021, Institut für Informatik und angewandte Mathematik, Universität Bern, 1993. 71 p.
- [79] U. Montanari. A method for obtaining skeletons using a quasi-euclidean distance. *Journal of ACM*, 15 :600–624, 1968.
- [80] U. Montanari. Continuous skeletons from digitized images. *J. Assoc. Comput. Machinery*, 16(4) :534–549, 1969.
- [81] Conrad G. Mueller and Mae Rudolph. *Light and Vision*. TIME Inc., New York, 1966.
- [82] Jacques Ninio. *L’empreinte des sens*. Éditions Odile Jacob. Points, seconde édition, 1991.
- [83] Jacques Ninio. *La science des illusions*. Éditions Odile Jacob, 1998.
- [84] Robert L. Ogniewicz. *Discrete Voronoi skeletons*. PhD thesis, ETH-Zurich, Switzerland, 1993. (Revised and extended version), 237 p.
- [85] Robert L. Ogniewicz. Skeleton-space: a multiscale shape description combining region and boundary information. In *Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 746–751, Seattle, WA, June 1994.
- [86] Robert L. Ogniewicz and Olaf Kübler. Hierarchic Voronoi skeletons. *Pattern Recognition*, 28(3) :343–359, 1995.
- [87] Robert L. Ogniewicz, Gábor Székely, M. Näf, and Olaf Kübler. Medial manifolds and hierarchical description of 2d and 3d objects with applications to MRI

- data of the human brain. In *Proceedings of the 8th Scandinavian Conference on Image Analysis (SCIA'93)*, pages 875–883, Tromsø, Norway, May 1993.
- [88] Atsuyuki Okabe, Barry Boots, and Kokichi Sugihara. *Spatial tessellations: concepts and applications of voronoi diagrams*. Wiley series in probability and mathematical statistics. John Wiley & Sons, 1992. 532 p.
- [89] Philippe Panerai, Jean-Claude Depaule, and Marcelle Demorgon. *Analyse urbaine*. Collection eupalinos, série Architecture et Urbanisme. Éditions Parenthèses, 1999. 190 p.
- [90] Theo Pavlidis. *Structural Pattern Recognition*. Springer Series in Electrophysics. Springer-Verlag, 1977. 302 p.
- [91] John Peponis, Jean Wineman, Mahbub Raschid, Sung Hong Kim, and Sonit Bafna. On the description of shape and spatial configuration inside buildings: convex partitions and their local properties. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24(5) :761–781, 1997.
- [92] S. M. Pizer, Kalem Siddiqi, G. Szekely, J. M. Damon, and S. W. Zucker. Multiscale medial loci and their properties. *International Journal of Computer Vision*, 55(2–3) :155–179, 2003.
- [93] Harry Plantinga and Charles R. Dyer. Visibility, occlusion, and the aspect graph. *International Journal of Computer vision*, 5(2) :137–160, 1990.
- [94] Portable Network Graphics. [ONLINE : <http://www.w3.org/Graphics/PNG/>], 2004.
- [95] Michel Pocchiola and Gert Vegter. The visibility complex. *International Journal on Computational Geometry and Applications*, 6(3) :279–308, 1996.
- [96] Franco P. Preparata and Michael I. Shamos. *Computational Geometry*. Springer-Verlag, 1990. 398 p.
- [97] Carlo Ratti and Paul Richens. Raster analysis of urban form. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 31(2) :297–309, March 2004.
- [98] Éric Remy. Caractérisation de formes tridimensionnelles par graphes de squelettes. Mémoire de DEA, Université de la Méditerranée (Aix-Marseille II), 1997. 15 p.
- [99] Éric Remy and Édouard Thiel. Medial axis for chamfer distances: computing look-up tables and neighbourhoods in 2d or 3d. *Pattern Recognition Letters*, 23 :649–661, 2002. Elsevier.
- [100] Éric Remy and Édouard Thiel. Look-up tables for medial axis on squared Euclidean distance transform. In *Proceedings of DGCI, LNCS, Springer Verlag*, volume 2886, pages 224–235, 2003.
- [101] Stéphane Rivière. *Calcul de visibilité dans un environnement polygonal 2D*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1, 1997. 132 p.

- [102] Azriel Rosenfeld and John L. Pfaltz. Sequential operations in digital picture processing. *Journal of ACM*, 13(4) :471–494, 1966.
- [103] William Rucklidge. *Efficient visual recognition using the Hausdorff distance*, volume 1173. Springer Verlag, lecture notes in computer science edition, 1996. 178 p.
- [104] Toyofumi Saito and Jun-Ichiro Toriwaki. New algorithms for Euclidean distance transformation of an  $n$ -dimensional digitized picture with applications. *Pattern Recognition*, 27 :1551–1565, 1994.
- [105] François Sarradin, Daniel Siret, and Gérard Hégron. Visual analysis of urban environment. In *Proceedings of First International Workshop on Architectural and Urban Ambient Environment*, Nantes, february 2002. [CDROM], 26 p.
- [106] François Sarradin, Daniel Siret, and Jacques Teller. Visual urban space assessment from sky shape analysis. In *Proceedings of EnviroInfo 2003*, Cottbus, Germany, September 2003. Metropolis Verlag.
- [107] François Sarradin, Daniel Siret, and Jacques Teller. Visual urban space assessment from sky shape analysis. In *Proceedings of CVPRIP 2003*, Cary, North Carolina, USA, September 2003.
- [108] Michel Schmitt and Juliette Mattioli. *Morphologie mathématique*. Collection logique mathématiques informatique. Masson, 1993. 211 p.
- [109] Michael Schrauf, Bernd Lingelbach, and Eugene R. Wist. The scintillating grid illusion. *Vision Research*, 37(8) :1033–1038, 1997.
- [110] Thomas B. Sebastian, Philip N. Klein, and Benjamin B. Kimia. Shock-based indexing into large shape databases. In *Proceedings of the European Conference on Computer Vision (ECCV 2002)*, pages 731–746, Copenhagen, Denmark, 2002.
- [111] Jean Serra. *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press, London, 1982. 610 p.
- [112] Kaleem Siddiqi, Sylvain Bouix, Allen Tannenbaum, and Steven W. Zucker. Hamilton-jacobi skeletons. *International Journal of Computer Vision*, 48(3) :215–231, 2002.
- [113] Kaleem Siddiqi and Benjamin Kimia. Towards a shock grammar for recognition. Technical Report LEMS 143, LEMS, Brown University, 1995. 35 p.
- [114] Kaleem Siddiqi, Ali Shokoufandeh, Sven J. Dickinson, and Steven W. Zucker. Shock graph and shape matching. *International Journal of Computer Vision*, 35(1) :13–32, october 1997.
- [115] Kaleem Siddiqi, Allen Tannenbaum, and Steven W. Zucker. A Hamiltonian approach to eikonal equation. In *Proceedings of Workshop on Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition*, York, UK, 1999. Springer Verlag.

- [116] Camillo Sitte. *L'art de bâtir les villes : l'urbanisme selon ses fondements artistiques*. Éditions du Seuil, Paris, 1996. 188 p.
- [117] C. R. V. Tandy. *The isovist method of landscape survey*. Ed. H. C. Murray (Landscape Research Group, London), 1967.
- [118] Hüsseyin Tek and Benjamin B. Kimia. Perceptual organization via the symmetry map and symmetry transforms. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'99)*, volume 2, pages 2470–2477, Forth Collins, Colorado, USA, June 1999.
- [119] Hüsseyin Tek and Benjamin B. Kimia. Symmetry maps of free-form curve segments via wave propagation. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Computer Vision (ICCV'99)*, volume 1, pages 362–369, Corfu, Greece, September 1999.
- [120] Jacques Teller. *La régulation morphologique dans le cadre du projet urbain : spécification d'instruments informatiques destinés à supporter les modes de régulation performantiels*. Thèse de doctorat, Université de Liège, 2001.
- [121] Jacques Teller. A spherical metric for the field-oriented analysis of complex urban open spaces. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 30(3) :339–356, 2003.
- [122] Jacques Teller and Sleiman Azar. Townscope II: a computer system to support solar access decision-making. *Solar Energy Journal*, 70 :187–200, 2001. Elsevier.
- [123] Édouard Thiel. *Les distances de chanfrein en analyse d'images : fondements et applications*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier (Grenoble I), 1994. 156 p.
- [124] Édouard Thiel. *Géométrie des distances de chanfrein*. Habilitation à diriger des recherches, Université de la Méditerranée (Aix-Marseille II), 2001. 100 p.
- [125] Philip Thiel. A sequence experience notation for architectural and urban space. *Town Planning Review*, 32 :33–52, 1961.
- [126] Philip Thiel. La notation de l'espace, du mouvement et de l'orientation. *Architecture d'Aujourd'hui*, 145 :49–58, 1969.
- [127] Alasdair Turner. Depthmap : a program to perform visibility graph analysis. In *Proceedings 3rd International Symposium on Space Syntax*, pages 31.1–31.9, Georgia Institute of Technology, GA, USA, 2001.
- [128] Alasdair Turner. Analysing the visual dynamics of spatial morphology. *Environment and Planning B: Design and Planning*, 30 :657–676, 2003.
- [129] Alasdair Turner, Maria Doxa, David O'Sullivan, and Penn Alan. From isovist to visibility graph: a methodology for the analysis of architectural space. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 28(??) :103–121, 2001.
- [130] Peter J. van Otterloo. *A Countour-Oriented Approach to Shape Analysis*. Prentice Hall, London, 1992.

- [131] Rufin van Rullen and Timothy Dong. Attention and scintillation. *Vision Research*, 43(21) :2191–2196, 2003.
- [132] Gert J. van Tonder, Michael J. Lyons, and Yoshimichi Ejima. Visual structure of a japanese zen garden. *Nature*, 419 :359–360, 2002.
- [133] Remco C. Veltkamp. Shape matching: similarity measures and algorithms. In *Proceedings of Shape Modelling and Applications*, pages 188–1997, Genova, Italy, May 7–11 2001. IEEE Press.
- [134] Remco C. Veltkamp and Michiel Hagedoorn. Shape similarity measures, properties, and constructions. In Robert Laurini, editor, *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Advances in Visual Information Systems (VISUAL 2000)*, volume LNCS 1929, pages 467–476, Lyon, France, 2000. Springer Verlag.
- [135] R. A. Wagner and M. J. Fisher. The string-to-string correction problem. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 21 :168–173, 1974.
- [136] Extensible Markup Language (XML). [ONLINE : <http://www.w3.org/XML/>], 2004.
- [137] T. Yung Kong and Azriel Rosenfeld. Digital topology : introduction and survey. *Proceedings of Computer Vision, Graphics and Image*, 48 :357–393, 1989.
- [138] Rita Zrour. Squelettes discrets basés sur la distance euclidienne. Mémoire de DEA, Université de Marne-La-Vallée, 2004. 54 p.