

## Etude et optimisation des systèmes multi-antennes associés à des modulations multiporteuses

Vincent Le Nir

#### ▶ To cite this version:

Vincent Le Nir. Etude et optimisation des systèmes multi-antennes associés à des modulations multiporteuses. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. INSA de Rennes, 2004. Français. NNT : . tel-00009531

#### HAL Id: tel-00009531 https://theses.hal.science/tel-00009531

Submitted on 17 Jun2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.  $N^{o}$  d'ordre : D04-14

#### THÈSE

présentée devant l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes

en vue de l'obtention du

#### DOCTORAT D'ÉLECTRONIQUE

#### par Vincent Le Nir

Équipe d'accueil : France Télécom R&D site de Cesson Sévigné, laboratoire "RESeaux d'Accès/ Broadband Wireless Access / Interfaces Radio Innovantes" RESA/BWA/IRI,

École doctorale : MAthématiques, Télécommunications, Informatique, Signal, Systèmes Électroniques (MATISSE)

## Étude et optimisation des systèmes multi-antennes associés à des modulations multiporteuses

SOUTENUE LE 16 NOVEMBRE 2004 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

Directeur de thèse : Jac Co-directeur : Ma Rapporteurs : Gil Luc

Examinateurs :

Jacques Citerne Maryline Hélard Gilles Burel Luc Vandendorpe Hikmet Sari Jean-François Hélard Rodolphe Le Gouable

## Remerciements

Les travaux présentés ici ont été réalisés dans le laboratoire de recherche "RESeaux d'Accès/Broadband Wireless Access/Interfaces Radio Innovantes" RESA/BWA/IRI à France Telecom R&D Cesson Sévigné. Je tiens d'abord à remercier France Telecom R&D pour m'avoir accueilli et pour m'avoir permis de préparer mon doctorat dans les meilleures conditions.

Je réserve mes premiers et sincères remerciements à Maryline Hélard qui a encadré ma thèse, pour la motivation qu'elle m'a apportée, pour son soutien efficace et compréhensif, pour ses compétences techniques et ses qualités humaines remarquables.

Je remercie tous les membres du laboratoire qui travaillent ou ont travaillé et sans qui ces années n'auraient pas pu être ce qu'elles ont été.

D'abord, je remercie les personnes qui ont partagé mon bureau et qui ont su garder un environnement toujours convivial : Pierre-Jean Bouvet, Alban Goupil, Charlotte Langlais, Cyrille Siclet, Jean-Philippe Javaudin, Emmanuel Cadic et Iryna Andriyanova.

Je tiens à remercier Rodolphe Le Gouable pour son co-encadrement et sa bonne humeur, à Jean-Claude Carlach et Isabelle Siaud pour nos discussions techniques matinales, mais je n'oublie pas l'équipe sportive avec Marie-Hélène Hamon, Thierry Journe, Pierre Siohan et Guillaume Lebrun.

Je remercie tout particulièrement Gilles Burel, Professeur à l'Université de Bretagne Occidentale, ainsi que Luc Vandendorpe, Professeur à l'Université Catholique de Louvain, qui ont accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs.

Je remercie également les membres de mon jury de thèse pour avoir lu mon manuscrit et pour avoir assisté à ma soutenance, Hikmet Sari, Jean-François Hélard et Jacques Citerne.

Finalement, mes derniers remerciements vont à mes parents pour leur soutien et sans qui rien de tout ça n'aurait été possible.

## Table des matières

Re	emer	ciements	i
Ta	able des matières ii		iii
Ta	able des figures v		vii
Li	ste d	les tableaux	xi
Ré	Résumé xii		
Al	ostra	act 2	xv
No	otati	ons	vii
A	crony	ymes x	ix
In	trod	uction	1
1	Not 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 Bibl	cions sur la diversité et la capacité des systèmes MIMO         Introduction	7 8 16 18 19 20 25 26 27 28 29 30 31 33
2	<b>Tec</b> 2.1 2.2 2.3	hniques SISO associées à l'OFDM       4         Introduction       1         Principes de l'OFDM       1         Précodage linéaire       1	<b>41</b> 41 42 44

	2.4	Présentation du LP-OFDM	46
		2.4.1 Schéma d'émission et de réception	46
		2.4.2 Décodage et égalisation	49
		2.4.3 Performances du LP-OFDM	52
	2.5	Application d'un système itératif au LP-OFDM	52
	2.6	Présentation du MC-CDMA	54
		2.6.1 Principes du MC-CDMA	55
		2.6.2 Techniques de détection mono-utilisateur	57
		2.6.3 Techniques de détection multi-utilisateurs	58
		2.6.4 Performances des différentes techniques mono et multi-utilisateurs	61
	2.7	Application d'un système itératif au MC-CDMA	61
	2.8	Conclusion	64
	Bibl	liographie	66
3	Les	différentes techniques MIMO étudiées	69
	3.1	Introduction	69
	3.2	Multiplexage Spatial	70
		3.2.1 Techniques de détection par inversion de matrice	71
		3.2.2 Techniques de détection non linéaires	72
		3.2.3 Systèmes à multiplexage spatial utilisés dans la littérature	73
		3.2.4 Performances des techniques à multiplexage spatial	74
		3.2.5 Effet de la corrélation sur les techniques à multiplexage spatial	77
	3.3	Les codes espace-temps en blocs orthogonaux	79
		3.3.1 Le code espace-temps en blocs d'Alamouti	79
		3.3.2 Les codes espace-temps en blocs de Tarokh	82
		3.3.3 Codes espace-temps en blocs orthogonaux avec commutation entre groupe d'antennes	85
		3.3.4 Effet de la corrélation entre antennes sur les performances des STBC	87
	3.4	Les Codes espace-temps non orthogonaux	87
	0	3.4.1 Codes espace-temps orthogonaux avec non constance du canal sur la	
		durée des codes	88
		3.4.2 Etude des codes espace-temps non orthogonaux à quatre antennes à	0.0
		rendement unitaire	90
	0 5	3.4.3 Proposition de nouveaux codes espace-temps non orthogonaux	94
	3.5 D.11		97
	BIDI	llographie	99
4	Tec	hniques MIMO associées au LP-OFDM 1	01
	4.1	TTPC aganciá au LP OEDM	101
	4.2	4.2.1 Sahéma d'émission et de récention	.02 102
		4.2.1 Schema d emission et de reception	.02 102
		4.2.2 Formulation generate	.02 102
		4.2.5 Decodage et Egalisation	.U3 104
		4.2.4 Exemple : $L_p = 4$ avec le code d'Alamouti	.04 106
		4.2.5 Représentation selon les matrices de vandermonde et de Fourier 1	.00 107
		4.2.0 representation seion les matrices complexes à nauamara	101
			<b>U</b> ()

	4.3	Multiplexage spatial associé au LP-OFDM	. 114
		4.3.1 Schéma d'émission et de réception	. 114
		4.3.2 Décodage et égalisation	. 115
		4.3.3 Performances du multiplexage spatial associé au LP-OFDM	. 117
	4.4	Application d'un système itératif aux différentes techniques MIMO LP-OFDM .	. 117
	4.5	Conclusion	. 121
	Bibl	iographie	. 124
<b>5</b>	Tecl	hniques MIMO associées au MC-CDMA	125
	5.1	Introduction	. 125
	5.2	Les codes espace-temps en blocs associés au MC-CDMA	. 126
		5.2.1 Schéma d'émission et de réception	. 126
		5.2.2 Décodage STBC et égalisation MC-CDMA	. 128
		5.2.3 Performances des STBC associés au MC-CDMA	. 131
	5.3	Multiplexage spatial associé au MC-CDMA	. 139
		5.3.1 Schéma d'émission et de réception	. 140
		5.3.2 Décodage et égalisation	. 140
		5.3.3 Performances d'un système à multiplexage spatial associé au MC-CDMA	A 143
	5.4	Application d'un récepteur itératif aux systèmes MIMO MC-CDMA	. 147
	5.5	Conclusion	. 148
	Bibl	iographie	. 151
6	Con	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM	153
6	<b>Con</b> 6.1	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM Introduction	<b>153</b> . 153
6	Con 6.1 6.2	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM Introduction	<b>153</b> . 153 . 154
6	Con 6.1 6.2 6.3	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<b>153</b> . 153 . 154 . 155
6	Con 6.1 6.2 6.3 6.4	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM Introduction	<b>153</b> . 153 . 154 . 155
6	Con 6.1 6.2 6.3 6.4	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM Introduction	<b>153</b> . 153 . 154 . 155 . 159
6	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<b>153</b> . 153 . 154 . 155 . 159 . 161
6	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bible	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<b>153</b> . 153 . 154 . 155 . 159 . 161 . 163
6 Co	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> </ol>
6 Co A	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl Donclu	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> </ol>
6 Co A	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl: onclu A.1	mparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> <li>171</li> </ol>
6 Co A	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl onclu A.1 A.2	mparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>171</li> </ol>
6 Ca A	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl: onclu A.1 A.2 A.3	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>172</li> </ol>
6 Ca A	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl Donclu A.1 A.2 A.3 A.4	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>172</li> <li>173</li> </ol>
6 Ca	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl: Duclu A.1 A.2 A.3 A.4 A.5	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>172</li> <li>173</li> <li>173</li> </ol>
6 Ca A	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl Donclu A.1 A.2 A.3 A.4 A.5 A.6	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction         Comparaison entre multiplexage spatial et codage espace-temps         Comparaison entre MIMO MC-CDMA et MIMO-OFDM         Comparaison entre SISO ou MIMO LP-OFDM et MC-CDMA avec récepteur         itératif         Conclusion         conclusion         iographie         ston et perspectives         t de l'art sur le canal MIMO         Introduction         Canaux MIMO déterministes         Canaux MIMO stochastiques et campagnes de mesures         Corrélation entre les canaux MIMO         Couplage entre antennes MIMO         Effet trou de serrure	<ol> <li>153</li> <li>153</li> <li>154</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> <li>163</li> <li>165</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>171</li> <li>172</li> <li>173</li> <li>173</li> <li>173</li> </ol>
6 Ca	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl: <b>Duclu</b> A.1 A.2 A.3 A.4 A.5 A.6 A.7	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction	<b>153</b> 153 154 155 159 161 163 <b>165</b> <b>171</b> 171 171 172 173 173 173 173
6 Ca	Con 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 Bibl Donclu A.1 A.2 A.3 A.4 A.5 A.6 A.7 A.8	nparaison des différents systèmes MIMO OFDM         Introduction         Comparaison entre multiplexage spatial et codage espace-temps         Comparaison entre MIMO MC-CDMA et MIMO-OFDM         Comparaison entre SISO ou MIMO LP-OFDM et MC-CDMA avec récepteur         itératif         Conclusion         conclusion         iographie         sion et perspectives         t de l'art sur le canal MIMO         Introduction         Canaux MIMO déterministes         Corrélation entre les canaux MIMO         Couplage entre antennes MIMO         Effet trou de serrure         Canaux MIMO utilisant une diversité de polarisation         Conclusion	<b>153</b> . 153 . 154 . 155 . 159 . 161 . 163 <b>165</b> <b>171</b> . 171 . 171 . 172 . 173 . 173 . 173 . 173 . 174

В	3 Canaux MIMO utilisés dans la thèse	179
	B.1 Introduction	
	B.2 Canal MIMO de Rayleigh	
	B.3 Canaux sélectifs en fréquence et en temps par représentatio	n en taps $\ldots \ldots 181$
	B.4 Corrélation entre antennes	
	B.5 Conclusion	
	Bibliographie	
$\mathbf{C}$	C Liste des publications	187
	C.1 Conférences nationales	
	C.2 Conférences internationales	
	C.3 Article de revue	
	C.4 Demandes de dépôt de brevet $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	

## Table des figures

1.1	Système MIMO à $N_t$ antennes d'émission et $N_r$ antennes de réception $\ldots \ldots$	19
1.2	Capacité d'un canal MIMO de Rayleigh en fonction du nombre d'antennes à	
	l'émission et à la réception pour $\gamma = 20 dB$ dans le cas d'un multiplexage spatial	23
1.3	Capacité d'un canal MIMO de Rayleigh en fonction du nombre d'antennes et	
	de la puissance moyenne reçue dans le cas d'un multiplexage spatial	23
1.4	Fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour un canal	
	SISO, MIMO(2,2), MIMO(3,3), MIMO(4,4) et MIMO(5,5) décorrélé pour $\gamma =$	
	20dB	24
1.5	Fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour un canal	
	SISO, MIMO $(2,2)$ , MIMO $(3,3)$ , MIMO $(4,4)$ et MIMO $(5,5)$ corrélé à 100% pour	
	$\gamma = 20 dB. \dots \dots$	24
1.6	Fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour un canal	
	SISO, MISO(5,1), SIMO(1,5) pour $\gamma = 20 dB$ représentatif de la capacité des	
	codes espace-temps	26
1.7	Performances en taux d'erreur bit BER des systèmes théoriques à gain de di-	
	versité avec $L$ branches de diversité sans codage de canal	31
2.1	Densité spectrale de puissance d'un signal OFDM avec $N_c = 4$ porteuses	43
2.2	Modulateur et démodulateur d'un système OFDM	44
2.3	Distribution de symboles QPSK précodés linéairement pour $L_n = 256$ avec une	
	matrice de Vandermonde, de Fourier ou d'Hadamard	46
2.4	Symboles QPSK précodés linéairement pour $L_p = 4$ avec une matrice d'Hadamard	47
2.5	Symboles QPSK précodés linéairement pour $L_p = 4$ avec une matrice de Fourier	47
2.6	Symboles QPSK précodés linéairement pour $L_p = 4$ avec une matrice de Van-	
	dermonde	48
2.7	Symboles QPSK précodés linéairement pour $L_p = 256$ avec une matrice de	
	Vandermonde, de Fourier ou d'Hadamard	48
2.8	Modulateur et démodulateur d'un système LP-OFDM avec canal de propaga-	
	tion et AWGN avec égalisation et déprécodage linéaire disjoints	49
2.9	Modulateur et démodulateur d'un système LP-OFDM avec canal de propaga-	
	tion et AWGN avec égalisation et déprécodage linéaire conjoints	50
2.10	Performances du SISO LP-OFDM sur canal BRAN A à 3 km/h	53
2.11	Schéma d'un récepteur itératif LP-OFDM	53
2.12	Performances d'un système LP-OFDM itératif	55
2.13	Modulateur et démodulateur d'un système MC-CDMA à base de transformées	
	de Fourier et d'Hadamard	56

2.14	Modulateur et démodulateur d'un système MC-CDMA avec canal de propaga-	
	tion et AWGN avec égalisation et désétalement disjoints	57
2.15	Modulateur et démodulateur d'un système MC-CDMA avec canal de propaga-	
	tion et AWGN avec égalisation et désétalement conjoints	59
2.16	Performances des différentes techniques d'égalisation SUD à pleine charge et	
0.15	$L_c = 64$ avec un canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse	62
2.17	Performances des techniques d'égalisation MMSE-SUD et MMSE-MUD en fonc-	
	tion de la charge pour un $BER = 10^{\circ}$ avec un canal de Rayleigh independant	ഭവ
9 1 9	par sous-porteuse	02 62
2.10 2.10	Performances du récenteur MC CDMA itératif MMSE SUD à pleine charge	05
2.13	avec $L_{i}=64$	64
2.20	Performances du récepteur MC-CDMA itératif MMSE-SUD pour différentes	01
	charges avec $L_c=64$	65
3.1	Système MIMO à $N_t$ antennes d'émission et $N_r$ antennes de réception $\ldots \ldots$	71
3.2	Performances du détecteur SIC ZF $4 \times 4$ sans ordonnancement	74
3.3	Performances du détecteur SIC ZF $4 \times 4$ avec ordonnancement	75
3.4	Performances du détecteur SIC MMSE $4 \times 4$ sans ordonnancement	75
3.5	Performances du détecteur SIC MMSE $4 \times 4$ avec ordonnancement	76
3.6	Performances du détecteur SIC $4 \times 4$ ZF et MMSE avec propagation d'erreurs .	77
3.7	Performances des détecteurs PIC et SIC $4 \times 4$ MMSE avec propagation d'erreurs	78
3.8	Effet de la correlation sur les performances des techniques à multiplexage spatial	70
3.0	Comparaison des diversités des sustèmes SISO SIMO MISO et MIMO avec le	10
5.9	code d'Alamouti	82
3 10	Comparaison des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour $n-1$ hps/Hz	85
3 11	Comparaison des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour $\eta = 2 \text{ bps/Hz}$	86
3.12	Comparaison des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour $\eta=3$ bps/Hz	86
3.13	Effet de la corrélation sur les performances des STBC	88
3.14	Effet de la non constance du canal sur la durée du code STBC d'Alamouti	89
3.15	Performances des codes de Jafarkhani et Tirkkonen MMSE et ML	92
3.16	Performances des codes espace-temps non orthogonaux proposés avec un sys-	
	tème 2x1	96
3.17	Performances des codes espace-temps non orthogonaux proposés avec un sys-	
	tème $4x1$	96
3.18	Performances des codes espace-temps non orthogonaux proposés avec un sys-	
	tème $2x2$	97
11	Emottour at récontour STRC avec précodere linésire	109
4.1	Comparaison entre les systèmes SISO et Alamenti à base d'OEDM avec et sans	102
4.2	précodage linéaire pour $n-2$ bps/Hz	100
43	Performances du code d'Alamouti précodé linairement pour $n-2$ bps/Hz avec	103
1.0	des matrices d'Hadamard, de Vandermonde et de Fourier	109
4.4	Comparaison entre récepteurs ML et linéaires avec le code d'Alamouti et pré-	-00
	codage linéaire $L_n = 4$ et $L_n = 64$ pour $n=2$ bps/Hz	110
4.5	Performances des STBC précodés linéairement pour $L_p = 64$ et $\eta = 1$ bps/Hz	111

4.6	Performances du LP-OFDM avec $N_c=64$ et précodage linéaire de taille $L_p=64$	
	avec $\eta = 2 \text{ bps/Hz}$	111
4.7	Performances du système Alamouti LP-OFDM sur canal BRAN A et 3 km/h $$ .	112
4.8	Performances du système Alamouti LP-OFDM sur canal BRAN E et 60 km/h .	113
4.9	Performances du code espace-temps non orthogonal de Jafarkhani sans et avec	
	précodage linéaire de taille $L_p = 64$	113
4.10	Emetteur et récepteur d'un système à multiplexage spatial avec précodage linéaire	e114
4.11	Modulateur et démodulateur d'un système à multiplexage spatial LP-OFDM	
	conjoint	116
4.12	Performances d'un système OFDM avec $N_c = 64$ avec différents systèmes à	
	multiplexage spatial et modulation QPSK	118
4.13	Performances du LP-OFDM avec $N_c = 64$ avec différents systèmes à multi-	110
4 1 4	plexage spatial et précodage linéaire de taille $L_p = 64$ avec modulation QPSK.	118
4.14	Performances du LP-OFDM avec $N_c = 64$ et precodage lineaire de taille $L_p = 64$	110
4.15	avec un turbo code duo-binaire de rendement $1/2$	119
4.15	Schema d'un recepteur MIMO LP-OFDM iteratif	119
4.10	Performances des systemes SISO et Al $2 \times 1$ LP-OFDM iteratif MMSE avec	101
117	$L_p=04$ et 4 iterations	121
4.17	renormances d'un système à muniplexage spanar LF-OFDM iteratir	122
5.1	Modulateur et démodulateur STBC MC-CDMA	126
5.2	Performances des systèmes STBC MC-CDMA à pleine charge $L_c = 64$ à effica-	
	cité spectrale de 1 bps/Hz	132
5.3	Performances des systèmes STBC MC-CDMA à pleine charge $L_c = 64$ à effica-	
	cité spectrale de 2 bps/Hz	133
5.4	Performances des systèmes STBC MC-CDMA à pleine charge $L_c = 64$ à effica-	
	cité spectrale de 3 bps/Hz $\ldots$	133
5.5	Performances des techniques d'égalisation SUD pour système Al2x1 à pleine	
	charge $L_c = 64$ et 2 bps/Hz $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	134
5.6	Performances des techniques d'égalisation SUD pour système Al2x2, à pleine	
	charge $L_c = 64$ et 2 bps/Hz $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	134
5.7	Performances des techniques d'égalisation SUD pour système G4x1 à pleine	
	charge $L_c = 64$ et 1 bps/Hz $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	135
5.8	Performances des techniques d'égalisation SUD MMSE et ZF en fonction de la	
	charge pour un $BER = 10^{-3}$ et 1 bps/Hz	136
5.9	Performances des techniques d'égalisation SUD MMSE et ZF en fonction de la	100
- 10	charge pour un $BER = 10^{-3}$ et 2 bps/Hz	136
5.10	Performances des techniques d'égalisation SUD MMSE et ZF en fonction de la	105
<b>-</b>	charge pour un $BER = 10^{-3}$ et 3 bps/Hz	137
5.11	Comparaison des systèmes $\eta = 0.5$ bps/Hz des STBC avec un turbo code de	100
F 10	rendement $1/2$	138
5.12	Comparaison des systèmes $\eta = 1$ bps/Hz des STBC avec un turbo code de	190
E 19	rendement $1/2$ $15$ km /Hz $J_{22}$ CTDC $J_{22}$ $J_{23}$ $J_{23}$	138
5.13	Comparaison des systemes $\eta = 1.5$ pps/Hz des S1BC avec un turbo code de rendement 1/2	190
511	Modulatour et démodulatour d'un gratère à multipleuses april MC CDMA	198
J.14	avec égalisation et désétalement disjoints	1/0
		140

5.15	Modulateur et démodulateur d'un système à multiplexage spatial MC-CDMA
	avec égalisation et désétalement conjoints
5.16	Performances des systèmes à multiplexage spatial MC-CDMA 4x4 avec $L_c = 64$ à efficacité spectrale 8 bps/Hz
5.17	Comparaison des performances des systèmes à multiplexage spatial avec des détecteurs MMSE_MMSE_MUD et SIC pour un $BEB = 10^{-3}$ à 8 bps/Hz = 144
5.18	Performances des systèmes à multiplexage spatial MC-CDMA $4x4 L_c = 64$ avec
5.19	un turbo code duo-binaire à rendement $1/2$ et efficacité spectrale 4 bps/Hz 145 Comparaison des performances des systèmes à multiplexage spatial des détec-
	teurs MMSE, MMSE-MUD et SIC spatial avec un turbo code duo-binaire à rendement 1/2 pour un $BER = 10^{-3}$ à 4 bps/Hz
5.20	Comparaison des performances des systèmes à multiplexage spatial avec un
5.21	Schéma d'un récepteur MIMO MC-CDMA itératif
5.22	Performances du récepteur SISO itératif MMSE-MUD et Alamouti $\mathrm{Al2}\times1$
<b>5</b> 00	itératif MMSE-MUD à pleine charge avec $L_c=64$
5.23	Performances du recepteur a multiplexage spatial 4x4 iteratif MMSE-MUD a pleine charge avec $L_c=64$
6.1	Gaussiennes codées de différents systèmes Alamouti et multiplexage spatial avec code convolutif et récepteur itératif à même nombre d'antennes et mêmes
6.2	puissances d'émission et de réception pour une efficacité spectrale de 2 bps/Hz 155 Comparaison entre codage de canal convolutif et turbo pour un système Al2x1
6.3	OFDM pour differentes efficacité spectrales ( $\eta$ =1, 3, 4.5 bps/Hz)
	tiplexage spatial 4x4 OFDM à différentes efficacités spectrales ( $\eta$ =4, 12 bps/Hz)157
6.4	Comparaison entre OFDM et MC-CDMA sans codage de canal
6.5	Comparaison entre OFDM et MC-CDMA avec codage de canal
6.6	Comparaison entre OFDM et MC-CDMA avec codage de canal en fonction de la charge
6.7	Comparaison entre OFDM et MC-CDMA à pleine charge avec un code convo-
	lutif et un récepteur itératif
6.8	Comparaison entre OFDM et MC-CDMA avec un code convolutif et un récep- teur itératif en fonction de la charge $(B-1/2, MMSE, OPSK, n-1, bps/Hz) = 160$
6.9	Performances de différents systèmes SISO et MIMO MC-CDMA à pleine charge
	avec code convolutif et récepteur itératif
B.1	Densité de probabilité de Rayleigh
B.2	Densité de probabilité pour plusieurs degrés de liberté des lois de $\chi_2$
В.З	Doppier par modèle de Jakes

## Liste des tableaux

1.1	Récapitulatif pour différentes techniques MIMO de la nécessité d'avoir ou non la CSI à l'émission et/ou à la réception, de l'optimalité de la capacité et/ou de
	la diversité
3.1	Récapitulatif des performances des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour dif- férentes efficacités spectrales
5.1	Récapitulatif des performances des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh associés au MC-CDMA pour différentes efficacités spectrales
B.1	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN A
B.2	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN B
B.3	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN C
B.4	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN D
B.5	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN E

## Résumé

Depuis quelques années, les techniques multi-antennes sont envisagées comme solution potentielle pour augmenter le débit des futurs systèmes de communications sans fils. L'objectif de cette thèse est d'étudier et d'améliorer les techniques d'émission et de réception de ces systèmes MIMO (Multiple Input Multiple Output) dans un contexte multi-porteuses.

En effet, l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex), qui permet de transformer un canal sélectif en fréquence en de multiples canaux non sélectifs, est particulièrement bien adapté à la conception de récepteurs MIMO peu complexes.

D'autre part, deux techniques permettant d'améliorer l'exploitation de la diversité fréquentielle et/ou temporelle sont associées à l'OFDM, à savoir le précodage linéaire (LP-OFDM) et le CDMA dans un schéma de type MC-CDMA (Multicarrier-Code division Multiplex Access).

Nous avons associé le LP-OFDM et le MC-CDMA à deux techniques MIMO ne nécessitant pas de connaissance du canal à l'émission, le codage espace-temps en blocs STBC (Space-Time Block Coding) et le multiplexage spatial.

On montre que pour les deux systèmes MIMO MC-CDMA et MIMO LP-OFDM, les diversités spatiales, temporelles et fréquentielles sont efficacement exploitées.

L'avantage de l'association avec les STBC orthogonaux est que des récepteurs particulièrement simples peuvent être mis en oeuvre. En effet, pour un système STBC LP-OFDM, un simple égaliseur linéaire MMSE fournit des performances proches de celles obtenues avec un récepteur à maximum de vraisemblance permettant l'utilisation de grandes matrices de précodage. En STBC MC-CDMA, des récepteurs mono-utilisateur conduisent, comme en SISO MC-CDMA, au meilleur compromis performances/complexité.

Lorsque le LP-OFDM ou le MC-CDMA sont associés à du multiplexage spatial, le surplus de complexité des récepteurs est inhérent à la gestion de l'interférence multi-antennes. Nous avons démontré que la mise en oeuvre d'un simple récepteur de type MMSE nécessitant l'inversion de la matrice de canal MIMO conduit à de très bonnes performances. Un processus similaire peut également être appliqué pour des STBC non orthogonaux.

Associés à un système itératif lors de l'insertion d'un codage de canal à l'émission, tous ces systèmes peuvent atteindre les performances de la borne du filtre adapté proche des performances de la courbe gaussienne en utilisant de simples opérations.

Le gain en efficacité spectrale et en performances est à l'avantage des techniques à multiplexage spatial car elles profitent de l'augmentation linéaire de la capacité avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception. Le compromis débit/complexité indiquera le choix du système MIMO à associer au LP-OFDM ou au MC-CDMA. Les performances sont étudiées avec ou sans corrélation et sur des canaux théoriques et réalistes.

## Abstract

Since several years, multi-antenna systems are foreseen as a potential solution for increasing the throughput of future wireless communication systems. The aim of this thesis is to study and to improve the transmitter and receiver's techniques of these MIMO (Multiple Input Multiple Output) systems in the context of a multi-carrier transmission.

On the one hand, the OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) modulation, which transform a frequency selective channel into multiple non frequency selective channels, is particularly well adapted to the conception of MIMO receivers with low complexity.

On the other hand, two techniques allowing to improve the exploitation of frequential and/or temporal diversities are associated with OFDM, namely linear precoding (LP-OFDM) and CDMA in a MC-CDMA (Multicarrier Code division Multiplex Access) scheme.

We have associated LP-OFDM and MC-CDMA with two MIMO techniques which require no channel state information at the transmitter, that is STBC (Space-Time Block Coding) and spatial multiplexing.

It is shown that for these two systems MIMO MC-CDMA and MIMO LP-OFDM, spatial, temporal and frequential diversities are efficiently exploited.

The advantage of the association with orthogonal STBC is that low complexity receivers can be implemented. In fact, for a STBC LP-OFDM system, a simple linear MMSE equalizer leads to performance close to those obtained with a Maximum Likelihood (ML) receiver allowing the use of large linear precoding matrices. For STBC MC-CDMA, like SISO MC-CDMA, single-user detectors leads to the best tradeoff performance/complexity.

When LP-OFDM or MC-CDMA are associated with spatial multiplexing, the surplus of complexity for the receivers is inherent to the multi-antenna interference. We have also demonstrated that the implementation of a simple MMSE receiver requiring the inversion of the MIMO channel matrix leads to very good performance. A similar process can be applied for non orthogonal STBC.

Combined with an iterative process when channel coding is inserted at the transmitter, all these systems can reach the matched filter bound performance close to the gaussian curve performance using simple operations.

The gain in spectral efficiency and performance is to the advantage of spatial multiplexing techniques because they benefit from the linear augmentation of the capacity with the minimum number of transmit and receive antennas. The trade-off between throughput and complexity will indicate the choice of the MIMO system to associate with LP-OFDM and MC-CDMA. Theoretical channels as well as realistic channels are simulated with or without correlation between antennas.

## Notations

#### Variables utilisées

$\eta$	efficacité spectrale d'une modulation
$E_b$	énergie par bit utile
$E_s$	énergie par symbole
$N_0$	densité spectrale de puissance monolatérale de bruit
$T_s$	durée symbole
$\sigma_b^2$	variance du bruit blanc additif gaussien
$\sigma_d^2$	variance des données reçues
$\gamma$	rapport signal sur bruit
ho	coefficient de corrélation
R	rendement du code espace-temps
$R_c$	rendement du code de canal
$N_c$	nombre de porteuses
$L_c$	longueur du code d'étalement
$L_p$	taille de la matrice de précodage
$N_u$	nombre d'utilisateurs
$N_t$	nombre d'antennes d'émission
$N_r$	nombre d'antennes de réception
L	nombre de branches de diversité
M	nombre d'états de la modulation

#### Notations Mathématiques

sscalaire $\mathbf{v}$ vecteur $\mathbf{v}^T$ vecteur transposé $\mathbf{v}^H$ vecteur transconjugué $\mathbf{M}$ matrice $vec(\mathbf{M})_l$ vecteur colonne l de la matrice  $\mathbf{M}$ 

$Mat(\mathbf{M})_l$	matrices colonnes l de la matrice $\mathbf{M}$
$Mat(\mathbf{M})^l$	matrices lignes l de la matrice $\mathbf{M}$
$\mathbf{M}^+$	matrices d'égalisation ZF ou MMSE de la matrice ${\bf M}$
$\mathbf{M}^{-1}$	inverse de la matrice $\mathbf{M}$
E[x]	espérance mathématique de la variable aléatoire $\boldsymbol{x}$
Ŷ	vecteur de symboles estimés après une fonction de réception
$\mathbf{\tilde{v}}$	vecteur de symboles estimés après une autre fonction de réception
$\mathbf{v}'$	vecteur de symboles reformulés

## Acronymes

**ADSL** Asymmetric Digital Subscriber Line **AMPS** Advanced Mobile Phone System AWGN Additive White Gaussian Noise B3G Beyond 3G **BER** Bit Error Rate **BLAST** Bell Labs Advanced Space Time **BPSK** Binary Phase Shift Keying BRAN Broadband Radio Access Network CAI Co-Antenna Interference **CSI** Channel State Information **D-BLAST** Diagonal-Bell Labs Advanced Space Time **DAB** Digital Audio Broadcasting **DFE** Decision Feedback Equalizer **DMMT** Discrete Matrix Multi Tone **DMT** Discrete Multi Tone **DRM** Digital Radio Mobile **DVB-T** Digital Video Broadcasting-Terrestrial **EDGE** Enhanced Data Rate for GSM Evolution EGC Equal Gain Combining **EM** Expectation Maximisation ETSI European Telecommunications Standards Institute **FDD** Frequency Division Duplex FDMA Frequency Division Multiple Access **FFT** Fast Fourier Transform FHT Fast Hadamard Transform **GMMSE** Global Minimum Mean Square Error GPRS General Packet Radio Service **GSM** Global System for Mobile communications H-BLAST Horizontal-Bell Labs Advanced Space Time

<b>HIPERLAN</b> HIgh PERformance Local Area Network
<b>IDFT</b> Inverse Discrete Fourier Transform
<b>IFFT</b> Inverse Fast Fourier Transform
<b>IFHT</b> Inverse Fast Hadamard Transform
<b>ISI</b> Inter Symbol Interference
LD Linear Dispersion
<b>LLR</b> Log-Likelihood Ratio
LOS Line Of Sight
$\ensuremath{\mathbf{LP-OFDM}}$ Linear Precoded-Orthogonal Frequency Division Multiplex
<b>MAI</b> Multiple Access Interference
<b>MAP</b> Maximum A Posteriori
MC-CDMA Multi Carrier-Code Division Multiple Access
METRA Multi-Element Transmit and Receive Antennas
<b>MFB</b> Matched Filter Bound
<b>MIMO</b> Multiple Input Multiple Output
ML Maximum Likelihood
<b>MMSE</b> Minimum Mean Square Error
MRC Maximum Ratio Combining
$\mathbf{MTCM}$ Multidimensional Trellis Coded Modulation
$\mathbf{MUD}$ Multi User Detection
<b>NLOS</b> Non Line Of Sight
<b>OFDM</b> Orthogonal Frequency Division Multiplex
<b>PAS</b> Power Azimuth Spectrum
<b>PEP</b> Pairwise Error Probability
<b>PIC</b> Parallel Interference Cancellation
SFBC Space Frequency Block Coding
<b>SIC</b> Successive Interference Cancellation
SISO Single Input Single Output
SL(2) Special Linear (2)
SOVA Soft Output Viterbi Algorithm
$\mathbf{SNR}$ Signal to Noise Ratio
${\bf SS-MC-MA}$ Spread Spectrum-Multi Carrier-Multiple Access
<b>STBC</b> Space-Time Block Coding
SU(2) Special Unitary (2)
<b>SUB</b> Single User Bound
<b>SUD</b> Single User detection
<b>TDD</b> Time Division Duplex

TDMA Time Division Multiple Access
UMTS Universal Mobile Telecommunications Standards Institute
V-BLAST Vertical-Bell Labs Advanced Space Time
VDSL Very High Data Rate Digital Subscriber Line
WSSUS Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering
ZF Zero Forcing
ZP Zero Padded

## Introduction

Depuis quelques décennies, on observe dans le domaine des télécommunications l'apparition de nouvelles technologies pour transporter de la voix, partager des données et communiquer de différentes manières. Le contenu à partager peut être très divers, i.e. de la parole, des messages texte, des photos, des vidéos, des jeux en réseaux, etc. Les premiers réseaux locaux ont permis l'échange de données numériques par le biais de câbles et de fibres optiques. Le réseau mondial internet créé en 1990 a connu un essor rapide grâce à l'équipement de paires cuivrées de nombreux foyers. Les réseaux locaux sans fil apparus à la fin des années 90 sont une alternative au câblage des bâtiments et ont des avantages comme la mobilité et la facilité de configuration. Aujourd'hui, ces réseaux locaux sans fil suivent des standards qui se nomment HIPERLAN<sup>1</sup> 1 et 2, IEEE 802.11 et ses dérivés, Bluetooth ou homeRF et peuvent accepter des débits comparables aux réseaux filaires, i.e. de 1 Mbit/s à 54 Mbit/s. Les systèmes cellulaires sans fil font leur apparition au début des années 1980 avec l'AMPS<sup>2</sup> aux Etats-Unis ou Radiocom 2000 en France. Ces systèmes sont analogiques et permettent de transporter de la voix. En 1995, un système radio-mobile cellulaire nommé GSM<sup>3</sup> entièrement numérique correspondant à la deuxième génération de téléphonie cellulaire est lancé. Ce système permet de dialoguer, d'envoyer des messages et des données dans la zone de couverture. Dans une version améliorée du GSM (2G<sup>+</sup>), les systèmes cellulaires commencent à proposer des débits plus élevés et une connectivité avec internet notamment avec le GPRS<sup>4</sup> à 144 kbits/s ou EDGE<sup>5</sup> à 384 kbits/s. Cette évolution mène vers un système cellulaire de troisième génération (3G) nommé UMTS<sup>6</sup> proposant des débits maximum de 2 Mbit/s durant sa première phase. Cependant, des débits plus importants font l'objet d'une demande croissante pour transférer simultanément de la voix, du texte, des photos et des vidéos et pour proposer les services des réseaux locaux ou internet. C'est pourquoi il est nécessaire d'étudier les possibilités d'augmenter les débits d'un futur système de quatrième génération (4G) tout en sachant que ces techniques pourront aussi s'appliquer aux réseaux locaux sans fil. Dans cette course pour les hauts débits, Foschini du laboratoire des Bell Labs proposa une solution permettant d'accroître les débits de transmission par l'emploi de réseaux d'antennes à la fois à l'émission et à la réception. Ce système de communication à entrées multiples et à sorties multiples est appelé MIMO<sup>7</sup>. L'apport d'un système MIMO aux différentes normes de réseaux locaux sans fil ou de réseaux cellulaires permettrait, dans certaines conditions de propagation, d'augmenter les débits li-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>HIgh PERformance Local Area Network

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Advanced}$  Mobile Phone System

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Global System for Mobile communications

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>General Packet Radio Service

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Enhanced Data Rate for GSM Evolution

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Universal Mobile Telecommunications Standards Institute

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Multiple Input Multiple Output

néairement avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception. La technique décrite par Foschini en 1996 se nomme BLAST<sup>8</sup>. En 1998, c'est l'exploitation de la diversité des systèmes multi-antennes qui se trouve considérablement améliorée grâce aux travaux sur les codes espaces-temps orthogonaux tels que proposés par Alamouti pour 2 antennes d'émission, puis généralisés par Tarokh à des systèmes à plus de 2 antennes d'émission. De nombreux travaux ont depuis été publiés sur la recherche de nouveaux codes non-orthogonaux comme ceux de Jafarkhani ou de Tirkkonen avec des codes à 4 antennes, ou ayant de meilleurs rendements comme par exemple les codes dits LD<sup>9</sup>. Au niveau de la réception, dès 2000, de nombreux travaux font référence à des processus itératifs basés sur le principe des turbo détecteurs ou turbo égaliseurs tels que les systèmes turbo-MIMO ou turbo-BLAST proposés par Sellathurai ou Ariyavisitakul. L'évolution des systèmes actuels vers des systèmes multi-antennes semble donc inéluctable pour de nombreuses applications. Les futures générations de mobiles dits  $B3G^{10}$  ou 4G intègreront sûrement des solutions à base de systèmes multi-antennes comme le montre l'activité actuelle du groupe IEEE 802.11n dont le but est de rajouter une couche MIMO à la norme IEEE 802.11a. En outre, des produits OFDM<sup>11</sup>/MIMO pour réseaux locaux de type 802.11 sont déjà proposés par des fabricants de composants et d'équipements.

La plupart des études sur les systèmes MIMO et les codes espace-temps considèrent un canal non sélectif en fréquence. Cependant, dans un environnement réaliste, la présence de multitrajets dans le canal de transmission provoque des erreurs de détection ou offre des degrés de diversité supplémentaires. Les techniques basées sur l'OFDM relativement facile à mettre en oeuvre grâce à une FFT<sup>12</sup> sont des techniques prometteuses déjà normalisées dans plusieurs standards et en voie d'être choisies pour un système 4G. En effet, la modulation OFDM transforme un canal sélectif en fréquence en plusieurs canaux non sélectifs en fréquence, affichant alors un fort potentiel en terme de compromis performance/complexité. Une technique particulière a attiré notre attention, la technique MC-CDMA<sup>13</sup> qui correspond à la combinaison entre la technique d'accès CDMA et la modulation OFDM où l'étalement des données est réalisé dans le domaine fréquentiel. Cette technique a fait l'objet de nombreuses études et présente les avantages et les inconvénients du CDMA et de l'OFDM. Ces avantages sont notamment un facteur de réutilisation plus grand qu'une technique TDMA<sup>14</sup> ou FDMA<sup>15</sup>, de meilleures performances que les autres techniques associant le CDMA et l'OFDM, ainsi qu'une flexibilité pour l'attribution des codes d'étalement. Cependant, le MC-CDMA garde aussi les inconvénients du CDMA et de l'OFDM, i.e. la synchronisation et le contrôle de puissance pour le CDMA, la grande dynamique du signal généré et la sensibilité à un décalage fréquentiel pour l'OFDM.

C'est dans ce contexte qu'a débuté cette thèse en septembre 2001 à France Télécom R&D sur les techniques MIMO avec comme application les systèmes MC-CDMA.

Dans ce document de thèse, nous étudions les performances et la capacité des systèmes MIMO associés aux techniques basées sur l'OFDM et plus particulièrement associés à des techniques de précodage linéaire dites "Linear Precoded-OFDM" LP-OFDM<sup>16</sup> et multi-utilisateurs

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Bell Labs Advanced Space Time

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Linear Dispersion

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Beyond 3G

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Orthogonal Frequency Division Multiplex

 $<sup>^{12}\</sup>mathrm{Fast}$  Fourier Transform

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Multi Carrier-Code Division Multiple Access

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Time Division Multiple Access

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Frequency Division Multiple Access

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Linear Precoded-Orthogonal Frequency Division Multiplex

(MC-CDMA). Les trois premiers chapitres donnent un état de l'art des diverses techniques MIMO, LP-OFDM et MC-CDMA et proposent de nouvelles contributions à cet état de l'art. Les trois derniers fournissent de nouveaux résultats concernant l'association des systèmes MIMO et du LP-OFDM ou du MC-CDMA.

Dans le **Chapitre 1**, la capacité des systèmes MIMO est étudiée afin de déterminer les débits théoriques qu'on peut attendre de ces systèmes. Nous donnons d'abord un état de l'art sur les techniques MIMO et sur la capacité, en dégageant trois grands domaines. Le premier domaine correspond aux techniques nécessitant une connaissance du canal à la réception comme les techniques à multiplexage spatial et les codes espace-temps. Le deuxième domaine correspond aux techniques nécessitant une connaissance du canal à l'émission et à la réception comme les techniques de "water-filling" et de "beamforming". Le dernier domaine correspond aux techniques nécessitant ni la connaissance du canal à la réception ni à l'émission comme les techniques de codes espace-temps différentiels. Dans la partie suivante, la capacité des techniques de multiplexage spatial, de codage espace-temps, de water-filling et de beamforming est décrite. Finalement, nous donnons les performances théoriques des systèmes à gain de diversité sans codage de canal afin de montrer l'impact de la diversité sur les performances.

Dans le **Chapitre 2**, nous donnons une représentation matricielle des différents récepteurs pour les techniques SISO<sup>17</sup> OFDM, SISO LP-OFDM et SISO MC-CDMA existantes permettant une extension plus facile aux techniques MIMO dans les chapitres suivants. D'abord, nous rappelons rapidement les principes de l'OFDM permettant de transformer un canal sélectif en fréquence en de multiples canaux non sélectifs en fréquence. Ensuite, la technique de précodage linéaire est développée. Cette technique vise à exploiter la diversité temporelle et/ou fréquentielle des canaux. Les matrices de précodage linéaire utilisées sont les matrices de Vandermonde, de Fourier et les matrices d'Hadamard complexes. Nous présentons les différents récepteurs du LP-OFDM et leurs performances. Un récepteur itératif pour le LP-OFDM est proposé. Dans la partie suivante, les principes du MC-CDMA et les différentes techniques de détection mono-utilisateur et multi-utilisateurs appliquées à un signal MC-CDMA sont décrites. Ces différentes techniques restituent l'orthogonalité entre utilisateurs soit de façon disjointe avec des techniques mono-utilisateur grâce à l'utilisation des codes de Walsh-Hadamard, soit de façon conjointe avec des techniques multi-utilisateurs. Les performances du MC-CDMA

Dans le **Chapitre 3**, les performances des différentes techniques MIMO inventées depuis 1996 avec Foschini sont étudiées. Les techniques développées concernent les systèmes MIMO basés sur le codage espace-temps ou le multiplexage spatial ne nécessitant pas la connaissance du canal à l'émission. Les différents algorithmes utilisés en réception dans le cas du multiplexage spatial sont décrits, i.e le SIC<sup>18</sup> et le PIC<sup>19</sup> suivant différents critères  $ZF^{20}$  ou MMSE<sup>21</sup>. Nous étudions l'effet de la corrélation spatiale sur les techniques à multiplexage spatial. Ensuite, les codes espace-temps en blocs orthogonaux sont étudiés pour différentes efficacités spectrales et nous nous intéressons à l'effet de la corrélation spatiale sur ces codes. Finalement, nous développons les codes espace-temps en blocs non orthogonaux à rendement unitaire existants et nous proposons des nouveaux codes espace-temps non orthogonaux.

Dans le Chapitre 4, les techniques MIMO associées au LP-OFDM sont étudiées. Dif-

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Single Input Single Output

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup>Successive Interference Cancellation

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>Parallel Interference Cancellation

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup>Zero Forcing

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>Minimum Mean Square Error

férents codes espace-temps orthogonaux et non-orthogonaux comme ceux d'Alamouti ou de Jafarkhani sont associés au LP-OFDM. Ensuite, cette étude est étendue aux techniques à multiplexage spatial associées au LP-OFDM. Les performances de ces différentes techniques MIMO sont données pour différentes matrices de précodage et différents récepteurs linéaires ou non linéaires. En particuler, un nouveau récepteur itératif est proposé pour ces techniques MIMO associées au LP-OFDM.

Dans le **Chapitre 5**, les techniques MIMO associées au MC-CDMA sont étudiées de manière approfondie. Nous étudions l'association des codes espace-temps en blocs avec le MC-CDMA et nous donnons les différentes techniques de détection mono-utilisateur ou multiutilisateurs appliquées dans ce contexte. Les performances des codes espace-temps en blocs orthogonaux d'Alamouti et de Tarokh associés au MC-CDMA sont données pour différentes efficacités spectrales, en fonction de la charge, avec codage de canal et pour plusieurs récepteurs STBC<sup>22</sup> MC-CDMA. Ensuite, l'association du multiplexage spatial et du MC-CDMA est étudiée. Les nombreuses techniques de détection mono-utilisateur et multi-utilisateurs possibles sont décrites. Finalement, les performances sont données en fonction de la charge et pour plusieurs récepteurs. De même que pour le LP-OFDM, un nouveau récepteur itératif est proposé pour ces techniques MIMO MC-CDMA permettant d'atteindre de très bonnes performances avec codage de canal.

Dans le **Chapitre 6**, les performances des différentes techniques d'accès MC-CDMA, OFDM ou LP-OFDM associées à des techniques d'accès FDMA ou TDMA sont comparées avec et sans codage de canal et dans différents contextes multi-antennes. Plus particulièrement, les performances de la technique OFDM avec un code espace-temps d'Alamouti et un système à multiplexage spatial avec et sans codage de canal sont données dans un contexte 802.11n. Ensuite, les performances des systèmes MC-CDMA et LP-OFDM sont présentées avec un récepteur itératif. Les résultats nous montrent qu'il est possible d'atteindre les performances de la MFB proche de la courbe gaussienne codée. Ainsi, les performances asymptotiques de différentes techniques MIMO obtenues dans un canal gaussien avec codage de canal sont comparées afin de choisir la meilleure technique MIMO pour un nombre d'antennes donné et pour une certaine efficacité spectrale.

Dans le cadre de cette thèse, nous utilisons une représentation matricielle des différents systèmes MIMO associés à l'OFDM, le MC-CDMA ou le LP-OFDM. Cette représentation matricielle permet de mettre en évidence la diversité spatiale apportée par les techniques multi-antennes et la diversité temporelle et fréquentielle apportée par l'étalement dans le cas du MC-CDMA ou par le précodage linéaire dans le cas du LP-OFDM. Sans codage de canal, ces multiples diversités permettent d'obtenir un système dont les pentes des courbes de performances tendent vers celles obtenues dans un canal gaussien. Avec codage de canal, ces diversités temporelle, fréquentielle et spatiale peuvent être utilisées dans un système itératif et converger vers les performances de la MFB<sup>23</sup>. Lorsque l'ordre de diversité collecté au récepteur est suffisamment élevé, les performances de la MFB sont proches de la courbe gaussienne codée et les performances optimales sont alors atteintes.

Dans l'Annexe A, un état de l'art est donné sur les différents canaux déterministes et stochastiques décrits dans la littérature. Les caractéristiques du canal MIMO sont mises en valeurs, i.e. la corrélation, le couplage entre antennes, l'effet trou de serrure etc. Quelques résultats sont donnés sur les différentes campagnes de mesure effectuées et présentées dans la

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup>Space-Time Block Coding

 $<sup>^{23}\</sup>mathrm{Matched}$  Filter Bound

littérature.

Dans l'**Annexe B**, le canal MIMO de Rayleigh correspondant à des canaux de Rayleigh plats décorrélés au niveau des antennes et parfaitement entrelacés temporellement et fréquentiellement est décrit. Ce canal permet d'obtenir les performances asymptotiques des systèmes MIMO. Pour simuler les différentes corrélations temporelles, fréquentielles et spatiales, les canaux sélectifs en fréquence BRAN<sup>24</sup> sont choisis et la corrélation spatiale est introduite en utilisant des matrices de corrélation.

En résumé, les principales contributions originales de ces travaux de thèse correspondant aux chapitres 4, 5 et 6 sont :

- L'association des techniques à multiplexage spatial et STBC au LP-OFDM et récepteurs non itératifs ou itératifs associés
- L'association des techniques à multiplexage spatial et STBC au MC-CDMA et récepteurs non itératifs ou itératifs associés
- La comparaison des compromis performances/complexité entre techniques à multiplexage spatial et STBC associées au LP-OFDM et MC-CDMA

Ces contributions ont donné lieu à 9 communications, 1 publication en revue et ont fait l'objet de 6 demandes de dépôt de brevet, qui sont listés dans l'**Annexe C**.

 $<sup>^{24}\</sup>mathrm{Broadband}$ Radio Access Network

### Chapitre 1

# Notions sur la diversité et la capacité des systèmes MIMO

#### Sommaire

1.1 Introduction	7
1.2 Etat de l'art des techniques MIMO	8
1.3 Etat de l'art sur la capacité des systèmes MIMO	16
1.4 Capacité des systèmes multi-antennes avec CSI à la réception .	18
1.4.1 Présentation de la capacité	19
1.4.2 Capacité des systèmes à multiplexage spatial	20
1.4.3 Capacité des systèmes à codage espace-temps	25
1.5 Capacité des systèmes multi-antennes avec CSI à l'émission et à	
la réception	26
1.5.1 Capacité des systèmes utilisant des techniques de water-filling	27
1.5.2 Capacité des systèmes utilisant des techniques de beamforming	28
1.6 Capacité des systèmes sans CSI ni à l'émission ni à la réception	<b>29</b>
1.7 Performances des systèmes à gain de diversité	30
1.8 Conclusion	<b>31</b>
Bibliographie	33

#### 1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, la capacité et la diversité des systèmes MIMO sont étudiées. Certaines techniques d'émission multi-antennes permettent d'augmenter de façon significative la capacité du système multi-antennes par rapport à la capacité d'un système SISO alors que d'autres techniques d'émission permettent d'augmenter la diversité du système multi-antennes par rapport à la diversité d'un système SISO. Les techniques d'émission dépendent également de la connaissance du canal à la réception et/ou à l'émission que l'on nomme  $CSI^1$ . Il est donc nécessaire de rappeler ces différentes techniques d'émission afin de comparer les capacités et diversités obtenues.

 $<sup>^{1}\</sup>mathrm{Channel}$  State Information

Tout d'abord, nous donnons un état de l'art sur les techniques MIMO dans le paragraphe 1.2 et sur la capacité des ces systèmes dans le paragraphe 1.3. Les différentes techniques d'émission utilisant ou non la CSI à l'émission ou à la réception sont représentées.

Dans le paragraphe 1.4, les capacités des techniques d'émission utilisant la CSI à la réception sont données. Il existe deux techniques principales dans ce domaine, la technique du multiplexage spatial où les données sont démultiplexées avant d'être émises sur plusieurs antennes. La deuxième technique regroupe les codes espace temps et/ou fréquence, où les données sont d'abord codées spatialement, temporellement et/ou fréquentiellement avant d'être réparties sur plusieurs antennes.

Ensuite dans le paragraphe **1.5**, les capacités des techniques d'émission utilisant la CSI à la fois à l'émission et à la réception sont données. Il existe également deux techniques principales dans ce domaine, qui sont le water-filling et le beamforming.

Finalement dans le paragraphe **1.6**, nous étudions la capacité des systèmes multi-antennes sans CSI ni à l'émission ni à la réception. Ceci peut être réalisé en utilisant des techniques de codage espace-temps différentiel.

Les performances des différents systèmes MIMO sont évaluées par leur gain de codage et leur gain de diversité en utilisant la PEP<sup>2</sup>. Nous présentons dans ce chapitre cette PEP donnant les performances théoriques des systèmes à gain de diversité.

#### 1.2 Etat de l'art des techniques MIMO

Cette partie recense les diverses techniques d'émission et de réception multi-antennes. Tout d'abord, nous décrivons les premières techniques de diversité d'émission ou de retard dont les premiers articles ont été écrits en 1993. Ensuite, un état de l'art des techniques à multiplexage spatial découvertes par Foschini en 1996 est donné. Les techniques à water-filling inventées par Shannon et appliquées par Telatar en 1995 pour les systèmes MIMO sont présentées. Ensuite, un état de l'art sur les codes espace-temps en treillis et en blocs inventés par Tarokh et Alamouti en 1998 est donné. La littérature concernant les codes espace-temps en blocs dans un canal sélectif en fréquence est fournie. Nous donnons également plusieurs références sur les techniques de codage espace-temps différentiel. Viennent ensuite les états de l'art des codes espace-temps associés au précodage linéaire, la concaténation des codes espace-temps avec un code externe, les systèmes multi-antennes dans un environnement multi-cellulaire.

Pour quelques compléments, les deux articles suivants dressent un bilan des différentes techniques MIMO. En 2002, Rappaport dresse un bilan des systèmes sans fil jusqu'à aujourd'hui et confirme le grand potentiel des systèmes multi-antennes pour les futures communications sans fil. Le standard IEEE 802.16.3 utilise déjà un code espace-temps ainsi que l'UMTS [1]. En 2003, Gesbert présente un état de l'art des progrès récents dans le domaine des systèmes MIMO [2]. Les différentes classes de systèmes sont présentées, notamment le multiplexage spatial et les codes espace-temps.

#### Diversité d'émission ou de retard

La notion de diversité d'émission apparait avec Wittneben en 1993 [3]. Dans son article, il propose un système utilisant plusieurs antennes à l'émission pour apporter de la diversité

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Pairwise Error Probability

spatiale. Les différentes antennes transmettent la même information, mais elles ont des paramètres de modulation différents. La même année Seshadri propose deux différents schémas utilisant plusieurs antennes à l'émission [4]. Le premier schéma inclut le codage de canal et transmet simultanément les symboles codés sur les différentes antennes. Il observe que le gain de diversité existe si les canaux sont décorrélés entre les antennes d'émission et de réception. Le deuxième schéma introduit une distorsion multi-trajets en émettant des versions retardées des symboles à émettre sur les différentes antennes. Un détecteur à maximum de vraisemblance est utilisé à la réception.

En 1996, Guey étudie la diversité d'émission sur des canaux de Rayleigh plats en utilisant des séquences de symboles pilotes et fournit le critère de construction de ces séquences [5, 6]. En 1997, Paulraj décrit les différentes possibilités offertes pour exploiter la diversité spatiale et donc améliorer la capacité, la couverture et la qualité des réseaux sans fil [7]. En 1998, Winters étudie le potentiel de la diversité d'émission dans un environnement de Rayleigh grâce à l'émission de différentes versions de symboles retardés pour créer artificiellement un canal sélectif en fréquence nécessitant un égaliseur afin d'obtenir un gain de diversité permettant de combattre les évanouissements [8].

En 1999, Narula traite différents aspects de la conception et de l'optimisation des méthodes de diversité d'émission sur des canaux variant lentement en temps avec codage de canal [9].

#### Techniques à multiplexage spatial

Les travaux de Foschini à partir de 1996 considèrent la CSI seulement à la réception et utilisent les systèmes multi-antennes par une architecture à multiplexage spatial dont les symboles sont détectés successivement d'antenne d'émission par antenne d'émission de manière à exploiter de façon optimale la diversité et la capacité. Cette diversité est exploitée de façon optimale grâce à une architecture diagonale nommée D-BLAST<sup>3</sup> [10].

En 1998, Foschini décrit de manière plus théorique la technique D-BLAST et considère ensuite des cas plus réalistes [11]. Durant la même année Foschini et Wolniansky proposent un système qu'ils nomment V-BLAST<sup>4</sup> ou H-BLAST<sup>5</sup> et qui a la particularité d'être plus simple à mettre en oeuvre que la première architecture [12]. En utilisant un prototype créé au sein de leur laboratoire, ils démontrent qu'il est possible d'obtenir des efficacités spectrales de l'ordre de 20 à 40 bps/Hz en environnement intérieur à des BER<sup>6</sup> et des SNR<sup>7</sup> réalistes. En 1999, Foschini étudie le système V-BLAST et les récepteurs associés similaires aux détecteurs des systèmes multi-utilisateurs en présence de bruit blanc gaussien [13]. Une plate-forme de tests opérant à 1.9 GHz montre une efficacité spectrale de 36 bps/Hz avec 12 antennes émission et 16 antennes de réception comparée à la limite de Shannon de 71.1 bps/Hz.

En 2000, Ariyavisitakul utilise le multiplexage spatial proposé par Foschini et applique du codage de canal avec un turbo décodage [14]. Le résultat montre que l'utilisation d'une architecture espace-temps se fait pratiquement sans perte d'information dans le cas décorrélé comparé à un système SISO. Le principe turbo appliqué au multiplexage spatial a été proposé la même année par Sellathurai [15].

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Diagonal-Bell Labs Advanced Space Time

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Vertical-Bell Labs Advanced Space Time

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Horizontal-Bell Labs Advanced Space Time

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Bit Error Rate

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Signal to Noise Ratio

En 2001, Ginis montre que le récepteur utilisé dans V-BLAST n'est autre qu'un DFE<sup>8</sup> appliqué au canal MIMO [16]. Les opérations du récepteur V-BLAST dépendent du critère ZF ou MMSE choisi, et sont fondamentalement équivalentes à un DFE auquel est appliqué un critère ZF ou MMSE. En 2001, El Gamal propose un nouveau système à base de multiplexage spatial combinant des codes algébriques avec des techniques itératives en réception en s'aidant des techniques multi-utilisateurs SISO grâce à la connaissance des codes utilisés par chaque antenne d'émission [17]. En 2001, Farrokhi présente une architecture optimale à base de multiplexage spatial en présence d'une interférence spatiale colorée et la compare aux systèmes à base de multiplexage spatial connus [18].

En 2003, Foschini analyse les différentes architectures des systèmes multi-antennes [19]. D'abord, l'architecture D-BLAST, ensuite l'architecture H-BLAST ou V-BLAST et ensuite l'architecture avec un simple code externe.

#### Techniques à water-filling

Quand le canal est connu à la fois de l'émetteur et du récepteur la solution optimale au sens de la capacité est une solution de water-filling qui a été décrite par Télatar en 1995 [20]. Les puissances sont reparties de manière différente sur les antennes afin d'exploiter au maximum la capacité en revalorisant les valeurs propres trop faibles du canal multi-antennes. La CSI au niveau de l'émetteur peut également être utilisée pour une technique de beamforming.

En 1998, Raleigh propose une nouvelle structure optimale spatio-temporelle [21]. L'effet d'un canal multitrajet peut améliorer la capacité des systèmes MIMO dans le cas où le nombre de trajets est supérieur au minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception. Une nouvelle structure est aussi proposée, utilisant une approche espace-fréquence DMMT<sup>9</sup> qui a l'avantage d'être moins complexe que l'approche espace-temps.

En 2001, Sampath propose d'associer à un code espace-temps un système de pré-distortion correspondant à une solution de water-filling connaissant seulement les corrélations des différents canaux au niveau de l'émetteur [22]. Ce système à water-filling transmet les données sur les différentes antennes dont les puissances dépendent des différentes valeurs propres et permet d'obtenir de meilleurs résultats.

En 2002, Scaglione introduit un nouveau système de pré-distorsion [23]. Cette pré-distorsion est effectuée à l'émission en connaissant le canal à l'émission et opère de façon conjointe sur les dimensions spatiales et temporelles. Les critères utilisés pour cette pré-distorsion à l'émission sont des critères de minimisation de l'erreur quadratique moyenne ou de maximisation de la distance minimale entre les symboles sous des contraintes de puissance crête et puissance moyenne. Ce système convertit un canal MIMO sélectif en fréquence en un ensemble de canaux plats, tout en utilisant un système water-filling sur les différents canaux multi-antennes.

#### Codes espace-temps en treillis

En 1998, Tarokh considère la conception de codes en treillis en utilisant un système multiantennes [24]. En cherchant à minimiser la PEP, il dégage plusieurs critères de construction de codes en treillis pour des canaux plats à variations lentes et rapides.

Depuis cet article fondateur, beaucoup d'auteurs ont cherché des critères de construction pour les codes espace-temps en treillis.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Decision Feedback Equalizer

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Discrete Matrix Multi Tone

En 1998, Grimm étend le travail de Tarokh à plusieurs ordres de diversité [25]. Il démontre que la diversité de retard utilise le minimum du nombre d'états du treillis et il propose une recherche de codes plus complexes ayant de meilleures propriétés de distance. En 1999, Tarokh développe les différents critères de construction des codes espace-temps en treillis et évalue leurs performances asymptotiques sur des canaux multi-trajets, avec mobilité et erreurs d'estimation de canal [26]. La même année, Tarokh propose de nouveaux codes espace-temps en treillis ayant une complexité de codage et de décodage réduite par le partitionnement des antennes à l'émission en plusieurs sous-groupes et en utilisant des codes espace-temps individuels appelés des codes composants [27]. En 2001, Chen propose de nouveaux codes espace-temps en treillis qui obtiennent de très bonnes performances [28].

En 2000, Yan propose une nouvelle approche pour chercher les codes espace-temps optimaux convolutifs pour des modulation PSK et pour un nombre varié d'états et d'antennes [29]. Il propose aussi une nouvelle méthode pour évaluer les performances des codes espacetemps sans nécessiter un temps de calcul élevé. En 2000, Hammons décrit une méthode de construction de codes espace-temps en treillis plus générale pour des canaux quasi-statiques ou variant garantissant une diversité spatiale totale pour un nombre arbitraire d'antennes [30]. En 2000, Baro propose de nouveaux codes espace-temps en treillis trouvés par une recherche de codes systématiques [31]. Ces codes offrent un gain de diversité maximal et un gain de codage meilleur que les codes connus jusqu'alors. En 2000, Naguib propose une nouvelle technologie basée sur des modulations codées espace-temps pour systèmes multi-antennes [32]. Après codage, la sortie est démultiplexée vers les différentes antennes avec insertion de pilotes afin d'obtenir une estimation de canal précise.

En 2001, Liu propose une nouvelle classe de turbo codes espace-temps réalisant une diversité spatiale égale au produit du nombre d'antennes d'émission et de réception [33]. La conception de turbo codes parallèles ou turbo codes séries espace temps est considérée. En 2002, Seshadri propose une nouvelle classe de codes espace-temps appelés les codes espacetemps en treillis super orthogonaux [34]. Ces codes combinent un "set partitioning" et un super ensemble de codes espace-temps orthogonaux d'une manière systématique afin d'obtenir une diversité totale et un gain de codage meilleur comparé aux précédents codes espace-temps en treillis. En 2002, El Gamal présente des constructions algébriques de codes espace-temps en blocs et en treillis pour des modulations BPSK et QPSK [35]. Ces codes peuvent s'appliquer à un nombre arbitraire d'antennes à l'émission dans des canaux quasi-statiques. En 2002, Liu propose un critère de rang pour les codes espace-temps utilisant une modulation QAM [36]. En effet, seul El Gamal a développé une théorie de codage algébrique pour maximiser l'ordre de diversité spatiale qu'un code espace-temps peut atteindre. Dans cet article, Liu propose une théorie plus générale illustrée par des exemples de codes existants et de nouveaux codes comme des turbo codes espace-temps.

Tarokh a été le premier à donner la PEP des codes espace-temps en treillis en 1998 [24]. En 1999, Fitz propose une nouvelle formulation pour la PEP, le résultat étant exprimé par une fonction polynomiale des valeurs propres de la matrice du signal [37]. En 2002, Siwamogsatham donne une nouvelle formulation de la probabilité d'erreur par paire pour n'importe quel système cohérent dans un canal de Rayleigh corrélé [38]. Cette nouvelle formulation vient de la proposition d'une autre borne de probabilité d'erreur plus proche de la vraie probabilité d'erreur que la borne de Chernoff. En 2002, Biglieri décrit une technique simple pour calculer la probabilité d'erreur par paire des codes espace-temps [39]. En 2003, Stefanov donne les bornes limites des systèmes itératifs appliqué aux codes espace-temps en treillis [40].

En 1998, Agrawal applique les codes espace-temps de Tarokh à un système OFDM [41]. En
2002, Gore présente des codes espace-temps optimisés pour des canaux sélectifs en fréquence [42]. Il montre qu'un code espace-temps créé pour un canal plat dépend du rang de la matrice des différences entre les mots de code et n'est pas adapté à un canal sélectif en fréquence à cause de la structure particulière de la matrice résultante. Gore prend le cas particulier du code espace-temps correspondant au système à diversité de retard et généralise ce code pour un canal sélectif en fréquence. En 2003, Lu introduit une nouvelle méthode pour construire les codes espace-temps en treillis associés à l'OFDM dans des canaux sélectifs en fréquence [43]. La méthode consiste à convertir les sorties d'un code TCM classique suivant plusieurs symboles STTC qui sont simultanément émis par plusieurs antennes. Les longueurs ainsi optimisées pour les TCM sont conservées dans le code espace-temps en treillis.

Finalement, quelques auteurs étudient les codes espace-temps en treillis dans des conditions réalistes et aboutissent à des résultats intéressants. En 2002, El Gamal étudie la robustesse des codes espace-temps dans des environnements en visibilité (LOS en anglais) et des environnements corrélés [44]. El Gamal propose un critère gouvernant les performances des codes espace-temps dans ces environnements. En 2002, Fragouli montre que les codes espace-temps créés pour avoir une diversité totale à haut SNR peuvent souffrir d'une dégradation à bas SNR à cause de la matrice d'autocorrélation du canal [45].

#### Codes espace-temps en blocs

L'autre domaine qui considère la CSI seulement à la réception est le domaine des codes espace-temps en blocs. En 1998, Alamouti invente le premier code espace-temps orthogonal en blocs à deux antennes à rendement unitaire [46]. Afin de généraliser le code espace-temps en bloc d'Alamouti, Tarokh étudie les codes espace-temps orthogonaux pour 3 et 4 antennes à rendement  $1/2 \mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  et à rendement  $3/4 \mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  en 1999 [47, 48].

En 2000, constatant que les codes espace-temps à rendement unitaire n'existent que pour 2 antennes d'émission, Tirkkonen propose un code espace-temps non orthogonal à rendement de 1 pour 3 et 4 antennes d'émission ayant une interférence minimale [49]. En 2000, Ganesan propose une construction de codes espace-temps en blocs basée sur la théorie des designs amicaux. Il obtient donc les mêmes codes que Tarokh et des versions modifiées plus appropriées aux cas réalistes comme les codes  $\mathcal{H}_3$  ou  $\mathcal{H}_4$  [50].

En 2001, Jafarkhani propose un code espace-temps non orthogonal à rendement unitaire pour 4 antennes d'émission ayant de faible interférences et fonctionnant dans un environnement corrélé contrairement au code de Tirkkonen [51, 52]. En 2001, Ganesan démontre dans une nouvelle approche que les codes espace-temps en blocs sont optimaux et qu'ils correspondent à une combinaison à gain maximal [53]. Dans cet article il propose une réécriture du code espace-temps à rendement 3/4 de Tarokh de façon plus simple et fait le lien de son approche avec la théorie des designs amicaux.

En 2002, Stoica utilise les codes espace-temps en blocs et propose trois schémas de détection [54]. Le premier est un schéma nécessitant une estimation de canal, le deuxième est un schéma semi-aveugle et le troisième schéma est un schéma aveugle. En 2002, Sandhu propose des codes espace-temps en blocs non linéaires où les mots de codes sont des fonctions non linéaires des symboles d'entrée [55]. Sandhu montre qu'il est possible d'obtenir un gain de 0.6 à 1.2 dB par rapport à des codes espace-temps en blocs linéaires et démontre pourquoi la non-linéarité est nécessaire pour avoir l'optimalité du code. En 2002, Lu considère la conception de récepteurs itératifs pour des systèmes utilisant des codes espace-temps en blocs associés à de l'OFDM

[56]. Il propose un récepteur ML pour STBC-OFDM basé sur l'algorithme EM<sup>10</sup> avec et sans codage de canal. Les itérations faites sur l'algorithme EM permettent d'obtenir les mêmes performances qu'avec une estimation de canal parfaite.

En 2002, Hassibi propose une stratégie de codage haut-débit pour les systèmes multiantennes généralisant V-BLAST et les codes espace-temps en blocs [57]. Ces codes sont appelés des codes à dispersion linéaire et peuvent garder ainsi la complexité réduite des codes espacetemps pour s'adapter à des efficacités spectrales supérieures. En 2002, Heath propose des codes à dispersion linéaire introduits par Hassibi qui permettent d'augmenter la diversité des systèmes à multiplexage spatial V-BLAST [58]. En 2002, Damen propose des codes espacetemps en blocs diagonaux [59]. La particularité de ces codes provient du fait qu'une matrice de rotation est utilisée pour obtenir une version différentes des canaux espace-temps. Deux algorithmes de décodage sont analysés et les gains de codage, la complexité et les performances sont étudiées.

En 2003, Papadias propose une famille de codes espace-temps pour quatre antennes d'émission en s'inspirant du code de Jafarkhani et Tirkkonen [60]. En 2003, El Gamal présente une technique permettant de réaliser des codes espace-temps cohérents à diversité spatiale totale à l'émission et à rendement de 1 [61]. Le système est composé d'un système de multiplexage spatial combiné à des codes algébriques optimisé pour les canaux SISO. En 2003, El Gamal propose un critère pour les codes espace-temps sur des canaux quasi-statiques et des canaux rapides [62]. Les codes espace-temps à diversité totale en émission pour canaux quasi-statiques sont généralisés afin d'obtenir des codes à plus fort rendement.

#### Codes espace-temps en blocs en présence de sélectivité fréquentielle

Autant le récepteur est simple avec un code espace-temps en blocs quand il n'y a pas d'ISI<sup>11</sup>, autant celui-ci devient complexe en présence d'ISI. En effet, la technique pour obtenir un codage espace-temps en blocs est de considérer une trame et d'appliquer le code espacetemps en blocs sur cette trame. En 2000, Lindskog et Mudulodu utilisent le code espace-temps en bloc d'Alamouti dans un environnement avec ISI [63, 64]. Pour cela il est nécessaire d'inverser temporellement la trame d'émission en plus de l'opération de conjugaison. En 2001, Zhou étudie les codes espace-temps en blocs associés à un système mono-porteuse  $\mathbb{ZP}^{12}$  à travers un canal multi-trajets de longueur L [65]. Zhou prouve qu'un ordre de diversité 2(L+1) est atteint avec 2 antennes d'émission et 1 antenne de réception grâce à l'utilisation de séquences inversées temporellement en plus de l'opération de conjugaison. Sans codage, la diversité du système augmente lorsque le nombre de trajets augmente. En 2001, Al Dhahir propose un système utilisant le codage espace-temps d'Alamouti dans un canal sélectif en fréquence appliqué à une égalisation fréquentielle proche de l'OFDM sauf que les décisions sont prises dans le domaine temporel au lieu du domaine fréquentiel [66]. En 2002, Liu propose un nouveau décodage pour le code d'Alamouti dans un environnement sélectif en temps due au Doppler et à d'autres décalages fréquentiels [67]. Il propose l'utilisation d'un filtrage de Kalmann afin de rendre le système plus robuste à la sélectivité temporelle. En 2002, Larsson étudie les codes espace-temps en blocs à inversion temporelle pour les canaux avec ISI sélectifs en fréquence [68].

 $<sup>^{10}{\</sup>rm Expectation}$  Maximisation

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Inter Symbol Interference

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Zero Padded

#### Codes espace-temps différentiels

Par ailleurs, il existe un moyen d'exploiter la diversité spatiale grâce à l'utilisation des codes espace-temps non cohérents ou codes espace-temps différentiels ne nécessitant pas la connaissance du canal ni à l'émission ni à la réception. La cohérence correspond au procédé de réception permettant de retrouver les symboles émis directement avec la CSI à la réception. La non cohérence correspond au procédé de réception permettant de retrouver les symboles émis grâce aux symboles précédemment émis sans CSI ni à l'émission ni à la réception. Le premier code a été inventé par Alamouti et Tarokh en 1998 [69]. La diversité obtenue est la même que dans le cas cohérent mais il existe une perte de 3 dB à cause du système différentiel.

En 2000, Tarokh décrit de manière plus claire le code espace-temps différentiel ou non cohérent utilisant 2 antennes d'émission sans CSI ni à l'émission ni à la réception [70]. En 2000, Hughes étudie ces codes espace-temps différentiels [71]. La méthode peut être appliquée quel que soit le nombre d'antennes à l'émission ou à la réception pour différentes modulations. Cette méthode repose sur la théorie des groupes cycliques ou non cycliques afin d'utiliser des modulations autres que les PSK. En 2000, Hochwald étudie les modulations espace-temps unitaires différentielles. Les modulations espace-temps unitaires utilisent des matrices de taille  $T \times N_t$  avec T le nombre de durées symboles du code pendant lequel le canal est constant. Il montre que le système est très efficace quand le temps de cohérence de canal est très grand devant le nombre d'antennes ou lorsque le système fonctionne à fort rapport signal sur bruit [72]. Hochwald propose une méthode pour effectuer la conception de ces codes.

En 2001, Jafarkhani construit des codes espace-temps non cohérents ou différentiels basés sur les codes espace-temps orthogonaux définis par Tarokh [73]. Ces constructions généralisent les codes espace-temps différentiels décrits auparavant. En 2002, Shokrollahi propose une méthode pour définir les paramètres des groupes associés aux codes espace-temps non cohérents ou différentiels, notamment le groupe  $SL(2)^{13}$  [74]. En 2002, Jayaweera propose un récepteur itératif pour le décodage d'un code espace-temps unitaire non cohérent ou différentiel avec un code convolutif [75]. En 2002, Hassibi propose de nouveaux codes de Cayley pouvant être utilisés pour les codes espace-temps différentiels ou non cohérents pour n'importe quel nombre d'antennes d'émission et n'importe quel nombre d'antennes de réception pour des rendements divers [76]. Ces codes de Cayley proposent une méthode efficace dans un système multi-antennes sans connaissance du canal à l'émission. En 2002, Bahceci propose l'utilisation d'un turbo code avec un codage espace-temps unitaire non cohérent ou différentiel [77].

#### Codes espace-temps associés au précodage linéaire

Une nouvelle classe de codes espace-temps en blocs non orthogonaux essayant d'optimiser le gain de diversité et de codage fait son apparition en 2000. Ces codes nécessitent un décodeur ML et peuvent utiliser des combinaisons linéaires grâce à une matrice de précodage linéaire. En 2000, Xin utilise des matrices unitaires qu'il décode avec un détecteur à maximum de vraisemblance et qui permettent d'obtenir un gain de diversité spatial maximal [78]. L'année suivante, Xin applique les outils de la théorie algébrique des nombres pour construire des codes espace-temps en blocs à rotation de constellation [79, 80]. Les codes atteignent la diversité spatiale maximale dont il est possible d'optimiser les gains de codage. En 2001, Liu propose un système permettant l'exploitation des effets des canaux multi-trajets et la suppression de l'interférence multi-utilisateurs en utilisant un précodage linéaire par utilisateur qui n'est

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Special Linear (2)

autre qu'une combinaison linéaire de signaux complexes avant émission associée à un codage espace-temps en blocs nécessitant un détecteur à maximum de vraisemblance pour un système OFDM [81].

#### Concaténation de codes espace-temps avec des codes externes

En 2000, Bölcskei note que les travaux précédents sur les codes espace-temps ont été restreints au cas idéaliste de canaux décorrélés sur les différentes antennes [82]. En pratique, un faible espacement entre antennes ou un manque de diffuseurs introduit de la corrélation. On peut étudier l'impact de la corrélation par l'espacement entre antennes et l'étalement des angles d'arrivée. Il démontre alors que dans un environnement corrélé, l'ordre de diversité est donné par le produit entre le rang de la matrice de corrélation d'émission et la matrice de corrélation de réception.

En 2001, Sandhu compare les deux classes de codes espace-temps utilisés dans des systèmes multi-antennes, i.e. les codes espace-temps en blocs et les codes espace-temps en treillis [83]. Il montre qu'à nombre d'états égal, la concaténation d'un simple code espace-temps en blocs et d'un codeur de canal en treillis donne de meilleures performances que le meilleur code espace-temps en treillis à fort rapport signal sur bruit. En 2002, Yue compare les performances d'un système OFDM associé à un code espace-temps obtenus en considérant le standard IEEE 802.11a pour des canaux à variations lentes [84]. Bien que les codes espace-temps en blocs n'ont pas de gain de codage, ils peuvent être utilisés comme codes internes pour obtenir un gain de diversité.

En 2002, Wittneben propose de concaténer un code de canal et un code espace-temps avant émission sur les différentes antennes pour une certaine adaptation en temps réel sur le canal MIMO [85]. Le code interne peut varier dans le temps pour s'adapter au débit moyen que l'on peut atteindre pour un canal MIMO particulier alors que le code externe sert à s'adapter aux différentes situations. En 2002, Siwamogsatham propose une méthode de conception de codes espace-temps en blocs robustes contre la corrélation entre les différentes antennes [86]. Un moyen d'assurer une robustesse contre la corrélation est de concaténer un code espacetemps en blocs orthogonal avec un code externe basé sur une construction TCM. En 2002, Molisch constate que tous les codes espace-temps définis pour des canaux à évanouissements plats peuvent s'appliquer à des systèmes MIMO-OFDM dans des canaux sélectifs en fréquence [87]. Un code optimal serait de coder conjointement les antennes, les fréquences et le temps. Puisque la complexité de ce système est grande, Molisch propose de grouper les antennes afin d'obtenir la diversité et de réduire la complexité.

En 2002, Larsson propose une méthode afin d'effectuer la conception de récepteurs espacetemps et les intègre avec un codage de canal [88]. Larsson montre aussi l'intérêt d'utiliser des canaux MIMO déterministes par rapport à un canal stochastique dans la conception de récepteurs espace-temps optimaux associés à un décodage de canal. En 2002, Al Dhahir compare plusieurs schémas d'égalisation pour les transmissions espace-temps dans des canaux large bande [89]. Pour les codes espace-temps en treillis, Al Dhahir propose deux schémas d'égalisation et de décodage conjoints dont les performances sont optimisées par un préfiltrage raccourcissant le canal. Pour les codes espace-temps en blocs, trois schémas d'égalisation et de décodage sont décrits.

#### Systèmes multi-antennes dans un environnement multi-cellulaire

En 2002, Ng note que dans les systèmes multi-utilisateurs et multi-antennes, l'interférence entre cellules et entre antennes présente un problème majeur sur la voie montante [90]. Ng propose donc une modulation résistant aux interférences afin d'améliorer les performances sans codage de canal ni d'augmentation de la bande passante. En 2002, Farrokhi étudie l'intérêt d'utiliser des réseaux d'antennes à l'émission et à la réception dans un environnement multicellulaire [91]. Les résultats confirment le grand potentiel des systèmes multi-antennes, en particulier dans des environnements riches en diffuseurs et permettant d'utiliser des antennes soit pour supprimer des interférences entre cellules réduisant ainsi le facteur de réutilisation, soit d'augmenter le débit avec le minimum du nombre d'antennes émission-réception. Même dans des environnements sans multi-trajets, des techniques de beamforming et annulation d'interférence peuvent également être choisies et améliorent les performances.

En 2002, Catreux propose des techniques d'adaptation de lien, où la modulation, le rendement de code et d'autres paramètres de transmission sont dynamiquement changés suivant les conditions de propagation du canal MIMO dans un environnement multi-cellulaire [92]. Catreux propose des algorithmes robustes et efficaces en utilisant des systèmes adaptatifs multi-antennes multi-porteuses.

## 1.3 Etat de l'art sur la capacité des systèmes MIMO

Cet état de l'art est structuré de la manière suivante. Premièrement, les articles fondateurs concernant la capacité des systèmes MIMO sont présentés. Ensuite, les articles étudiant la capacité des techniques dites de water-filling sont donnés. Dans le paragraphe suivant, nous donnons les références sur la capacité des systèmes MIMO utilisant le codage espace-temps et le multiplexage spatial. Ensuite, la littérature concernant la capacité des canaux MIMO corrélés est présentée. Finalement, nous donnons l'état de l'art sur la capacité des canaux MIMO utilisant le codage espace-temps différentiel.

#### Sur la découverte de la capacité MIMO

Les premières études concernant la capacité des systèmes multi-antennes remontent à 1987 quand Winters étudie les limites théoriques de ces systèmes dans un environnement de Rayleigh [93]. Nous entendons par environnement de Rayleigh ou canal MIMO de Rayleigh, un canal MIMO dont les canaux entre antennes d'émission et de réception sont non sélectifs en fréquence, décorrélés et suivent une loi de Rayleigh. Winters démontre qu'avec M antennes d'émission et M antennes de réception, M canaux indépendants peuvent être établis dans la même bande de fréquence, prouvant ainsi le grand potentiel de ces systèmes. Dans [94], Hirt étudie la capacité d'un canal discret gaussien à une antenne d'émission et une antenne de réception dit SISO avec interférence entre symboles ISI et propose une extension aux systèmes multi-antennes.

En 1995, Telatar s'intéresse aux systèmes MIMO pour les canaux gaussiens et pour les canaux à évanouissements lents et rapides [20]. Dans son article, on trouve la démonstration des formules de capacité pour différents types de canaux MIMO. La capacité des systèmes MIMO est supérieure à la capacité des système SISO sous l'hypothèse de canaux à évanouissements et de bruits de réception décorrélés. En 2000, Telatar étudie la capacité et l'information mutuelle d'un canal large bande ayant un nombre fini de trajets [95]. Il démontre que la capacité de

ce canal large bande est la même que celle d'un canal gaussien large bande avec la même puissance moyenne reçue. Cependant, si l'énergie est étalée sur beaucoup de trajets d'égale énergie, l'information mutuelle du canal large bande peut devenir très petite, venant du fait que l'énergie par trajet est trop faible pour que la recombinaison soit efficace. La diversité multitrajets est donc bénéfique jusqu'à un certain point. Ce surétalement apparait lorsque le SNR par trajet sur le temps de cohérence est trop faible.

En 1996, Foschini étudie la capacité d'un système MIMO où le canal est connu du récepteur et n'est pas connu de l'émetteur. Constatant que le gain de capacité de ces systèmes augmente linéairement avec le minimum d'antennes d'émission  $N_t$  et de réception  $N_r$ , il propose d'exploiter cette capacité grâce à une architecture basée sur des couches espace-temps [10]. En 1998, motivé par le besoin d'une compréhension globale des limites théoriques des systèmes MIMO, il étudie la capacité de ces systèmes avec un nombre d'antennes réaliste et propose des transmetteurs utilisables pour atteindre ces limites théoriques [11]. D'autres auteurs étudient également la capacité des systèmes MIMO, notamment Calderbank [96].

#### Capacité des systèmes utilisant des techniques de water-filling

En 1999, Raleigh évalue la capacité des systèmes multi-antennes en présence de multitrajets et propose une structure DMMT associée à des MTCM<sup>14</sup> pour atteindre cette capacité [97]. En 1999, Sandhu étudie la PEP d'un canal multi-antennes avec décodage  $ML^{15}$  avec CSI à l'émission et en utilisant des techniques de water-filling [98, 99]. En 2000, Andersen étudie la capacité des systèmes utilisant une solution de water-filling [100, 101] en se basant sur les travaux de Telatar. Dans son article, il définit les notions de diversité spatiale et de gain d'antennes d'un système à water-filling. La diversité spatiale correspond au produit du nombre d'antennes d'émission et du nombre d'antennes de réception  $N_t N_r$ . Le gain d'antennes correspond au gain de puissance donné par l'ajout de plusieurs antennes. Dans le cas du waterfilling, il démontre que le gain d'antennes est borné par  $(\sqrt{N_t} + \sqrt{N_r})^2$ . En 2002, Scaglione part du constat que la maximisation de la capacité se fait de manière élégante par une solution de water-filling quand le canal est connu de l'émetteur et du récepteur [102]. Dans le cas d'un canal MIMO sélectif en fréquence, il est alors nécessaire d'effectuer une décomposition spectrale se caractérisant par une distribution de Wishart par fréquence. Dans son article, Scaglione décrit la méthodologie qui permet de calculer la capacité moyenne du canal et sa fonction caractéristique pour un nombre arbitraire d'antennes. Finalement, en 2003, Skoglund étudie les capacités des systèmes utilisant des codes espace-temps associés à des techniques de water-filling avec CSI à l'émission et à la réception [103].

### Capacité des systèmes MIMO utilisant un codage espace-temps ou un multiplexage spatial

En 2000, Sandhu calcule la capacité des codes espace-temps en blocs et démontre que l'utilisation de ces codes provoque une perte de capacité comparée à la capacité optimale que l'on devrait atteindre avec un système MIMO [104]. Cette perte de capacité dépend du rang du canal, du rendement du code et du nombre d'antennes à la réception. En 2000, Bolcskei traite la capacité et le comportement d'un système OFDM associé au multiplexage spatial quand le canal est connu du récepteur [105, 106]. Une grande dispersion des retards a l'avantage d'offrir

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Multidimensional Trellis Coded Modulation

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Maximum Likelihood

une meilleure capacité ergodique grâce au gain de diversité due à la sélectivité fréquentielle contrairement à des canaux MIMO non sélectifs en fréquence. En 2003, Zheng constate que les systèmes MIMO peuvent être utilisés pour augmenter la diversité ou la capacité des systèmes, mais il existe un compromis entre diversité et capacité pour un système particulier [107]. Zheng donne cette courbe optimale et l'utilise pour évaluer les performances des schémas existants.

#### Capacité des systèmes MIMO corrélés

En 1999, Driessen étudie la capacité des canaux MIMO pour des canaux de Rice. La nouveauté est l'interprétation géométrique par lancer de rayons pour trouver des géométries qui augmentent la capacité du système MIMO comparé à un système SISO [108]. En 2000, Shiu étudie les effets de la corrélation entre antennes, notant que cette corrélation affecte le gain de capacité des systèmes multi-antennes par la modification des distributions des différents souscanaux [109]. En 2001, Loyka étudie la capacité des systèmes MIMO corrélés en utilisant un modèle de matrice de corrélation exponentielle [110, 111]. En 2002, Chuah explore la capacité des systèmes multi-antennes pour des canaux à évanouissements corrélés grâce à une étude analytique par lancer de rayons [112]. Il montre que dans un environnement corrélé, la capacité augmente linéairement avec le minimum du nombre d'antennes mais avec une pente de 10 à 20 % moins forte que pour des canaux décorrélés.

#### Capacité des systèmes MIMO utilisant un codage espace-temps différentiel

En 1999, Marzetta analyse un système MIMO dans un environnement de Rayleigh à évanouissements plats dont les canaux sont constants sur T durées symboles sans CSI ni à l'émission ni à la réception [113]. Il prouve qu'il n'y a aucun intérêt en terme de capacité à avoir un nombre d'antennes d'émission supérieur au nombre de durées symboles du code T. Il démontre que pour un nombre fixe d'antennes, quand T augmente, la capacité approche de la capacité que l'on obtiendrait si le récepteur connaissait les coefficients du canal. En 2000, Hochwald étudie la capacité des codes espace-temps non cohérents ou différentiels utilisant des modulations espace-temps unitaires [114]. En 2002, Zheng étudie les systèmes multi-antennes non cohérents d'abord utilisés par Marzetta pour calculer la capacité du canal à haut SNR en terme de temps de cohérence, nombre d'antennes d'émission et nombre d'antennes de réception [115]. Alors que dans le cas cohérent, la capacité augmente avec le minimum du nombre d'antennes réception-émission  $n = min(N_t, N_r)$ , dans le cas non cohérent la capacité augmente linéairement avec n'(1 - n'/T) avec  $n' = min(N_t, N_r, T/2)$ .

## 1.4 Capacité des systèmes multi-antennes avec CSI à la réception

Les travaux de cette thèse portent principalement sur des systèmes multi-antennes avec CSI à la réception nécessitant une estimation de canal MIMO au niveau du récepteur.

Après un bref rappel de la formule de capacité d'un canal MIMO, les capacités des deux principales techniques multi-antennes avec CSI à la réception, i.e. la technique MIMO avec multiplexage spatial et la technique MIMO avec codage espace-temps sont décrites. La puissance d'émission est constante quel que soit le nombre d'antennes d'émission  $N_t$ , i.e. la puissance par antenne d'émission est égale à  $P/N_t$ .

#### 1.4.1 Présentation de la capacité

Pour un système à  $N_t$  antennes d'émission et  $N_r$  antennes de réception tel que représenté sur la Figure 1.1, avec **x** un vecteur de  $N_t$  symboles

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_t & \dots & x_{N_t} \end{bmatrix}^T \tag{1.1}$$

correspondant aux symboles à transmettre sur chacune des  $N_t$  antennes d'émission pendant une durée symbole  $T_s$ , **H** une matrice  $N_r \times N_t$ 

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1t} & \dots & h_{1N_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{r1} & \dots & h_{rt} & \dots & h_{rN_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_r1} & \dots & h_{N_rt} & \dots & h_{N_rN_t} \end{bmatrix}$$
(1.2)

correspondant au canal multi-antennes avec  $h_{rt}$  le canal entre la  $t^{i\text{ème}}$  antenne d'émission et la  $r^{i\text{ème}}$  antenne de réception, et en considérant **b** le vecteur de bruit des  $N_r$  antennes de



FIG. 1.1 – Système MIMO à  $N_t$  antennes d'émission et  $N_r$  antennes de réception

réception tel que

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 & \dots & b_r & \dots & b_{N_r} \end{bmatrix}^T \tag{1.3}$$

alors y le vecteur reçu s'exprime de la manière suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \tag{1.4}$$

Si **Q** est une matrice de taille  $N_t \times N_t$  correspondant à l'espérance de la matrice de covariance du signal émis sur les  $N_t$  antennes d'émission :

$$\mathbf{Q} = E\left[\mathbf{x}\mathbf{x}^H\right] \tag{1.5}$$

alors la matrice de covariance du signal est normalisée telle que :

$$trace(\mathbf{Q}) = N_t \tag{1.6}$$

Si **B** est une matrice  $N_r \times N_r$  correspondant à l'espérance de la matrice de covariance du bruit des  $N_r$  antennes de la forme :

$$\mathbf{B} = E\left[\mathbf{b}\mathbf{b}^H\right] \tag{1.7}$$

alors la matrice de covariance du bruit est normalisée telle que :

$$trace(\mathbf{B}) = N_r \tag{1.8}$$

En considérant que le vecteur de bruit est constitué de bruits blancs additifs gaussiens AWGN<sup>16</sup> indépendants, de moyenne nulle et de variance  $\sigma_b^2$  sur chacune des branches du récepteur, on a alors :

$$\mathbf{B} = \mathbf{I}_{N_r} \tag{1.9}$$

La capacité d'un canal MIMO peut s'écrire de la manière suivante :

$$C = E\{\log_2\left[det\left(\mathbf{I} + \frac{\gamma}{N_t}\mathbf{A}\right)\right]\}$$
(1.10)

avec  $\gamma$  le rapport signal sur bruit  $P/\sigma_b^2 = E_s/N_0$  où  $E_s$  est l'énergie par symbole et où  $N_0$  est la densité spectrale de puissance monolatérale de bruit, **I** la matrice identité de taille  $n \times n$ avec  $n = min(N_r, N_t)$  et **A** une matrice  $n \times n$  de la forme :

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{H}^{H} & \text{si } N_{r} \leq N_{t} \\ \mathbf{Q}\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} & \text{si } N_{r} > N_{t} \end{cases}$$
(1.11)

Le passage de l'une à l'autre des formules se fait en appliquant la règle de l'identité du déterminant  $det (\mathbf{I} + \mathbf{X}\mathbf{Y}) = det (\mathbf{I} + \mathbf{Y}\mathbf{X})$ . La moyenne statistique de la capacité qu'on appelle aussi capacité ergodique s'effectue sur les valeurs des canaux **H**.

Dans les deux paragraphes suivants, la capacité de la technique du multiplexage spatial où des données sont démultiplexées avant d'être émises sur différentes antennes est détaillée. Ensuite la capacité de la technique du codage espace-temps est décrite. La seule différence entre ces deux techniques provient de la redondance introduite par l'utilisation ou non d'un code espace-temps. Les familles de codes espace-temps aboutissent à plusieurs rendements de code R, le rendement de code étant défini comme le rapport entre le nombre de symboles N et le nombre de durées symboles T pendant lequel ces symboles ont été émis soit R = N/T. Par conséquent, les systèmes à multiplexage spatial exploitent la capacité optimale du système MIMO puisque  $R = N_t$  alors que les codes espace-temps ne l'exploitent pas puisque  $R \leq 1$ .

#### 1.4.2 Capacité des systèmes à multiplexage spatial

Pour une transmission de symboles différents de puissance  $P/N_t$  sur chaque antenne, la matrice de covariance du signal émis devient :

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Additive White Gaussian Noise

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}_{N_t} \tag{1.12}$$

Dans l'équation 1.10, A prend la forme suivante :

$$\mathbf{A} = \frac{\gamma}{N_t} \begin{cases} \mathbf{H} \mathbf{H}^H & \text{si } N_r \le N_t \\ \mathbf{H}^H \mathbf{H} & \text{si } N_r > N_t \end{cases}$$
(1.13)

La capacité ergodique en bps/Hz de ce système est :

$$C = E\{n \log_2 \left[1 + \frac{\gamma}{N_t} \sum_{l=1}^m |h_l|^2\right]\}$$
(1.14)

avec  $m = max(N_t, N_r)$ . Cette capacité représente n systèmes SISO indépendants exploitant une diversité de m canaux  $h_l$  de la Figure 1.1. En considérant que les canaux  $h_l$  sont indépendants et sont des canaux plats à évanouissement de Rayleigh, la capacité de ce système devient :

$$C = E\left\{n\log_2\left[1 + \frac{\gamma}{N_t}\chi_{2m}^2\right]\right\}$$
(1.15)

où  $\chi^2_{2m}$  est une loi de chi-deux  $\chi^2$  à 2m degrés de liberté.

Les études concernant la capacité d'un canal MIMO de Rayleigh ont été menées par Telatar dans [20]. Trois approches ont été utilisées par Télatar pour calculer la capacité d'un canal MIMO de Rayleigh.

La première approche consiste à calculer la capacité MIMO de Rayleigh grâce à la densité de probabilité des valeurs propres d'une loi de Wishart et de calculer son intégrale numériquement. En effet, si  $\mathbf{H}$  est un canal de Rayleigh rapide, on modélise  $\mathbf{A}$  par une matrice constituée de variables suivant une loi de Wishart. Par l'utilisation des densités de probabilité des valeurs propres de la loi de Wishart, on obtient la formule de la capacité quand  $\mathbf{H}$  est un processus ergodique ou que chaque réalisation de  $\mathbf{H}$  est indépendante des autres réalisations. La première approche consiste à calculer numériquement l'intégrale suivante :

$$C = \int_0^\infty \log_2\left(1 + \frac{\gamma}{N_t}\lambda\right) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{k!}{(k+m-n)!} \left[L_k^{m-n}\left(\lambda\right)\right]^2 \lambda^{m-n} e^{-\lambda} d\lambda \tag{1.16}$$

où  $L_i^i$  sont les polynômes de Laguerre. En prenant le cas n = m = x, on a :

$$C = \int_0^\infty \log_2\left(1 + \frac{\gamma}{x}\lambda\right) \sum_{k=0}^{x-1} L_k\left(\lambda\right)^2 e^{-\lambda} d\lambda$$
(1.17)

La deuxième approche vient de la théorie des matrices aléatoires qui donne la capacité d'un canal MIMO Rayleigh. Pour toute matrice hermitienne  $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H$  de Wishart de taille  $n \times n$ , si n et m tendent vers l'infini et que le rapport  $\alpha = m/n$  est constant, la distribution des valeurs propres de  $\mathbf{A}/n$  tend vers une distribution finie de la forme suivante :

$$p(\nu) = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{(\nu_{+} - \nu)(\nu - \nu_{-})}$$
(1.18)

avec :

$$\nu_{\pm} = \left(\sqrt{\alpha} \pm 1\right)^2 \tag{1.19}$$

$$\nu_{-} < \nu < \nu_{+}$$
 (1.20)

$$\lambda = n\nu \tag{1.21}$$

$$\lambda_{-} < \lambda < \lambda_{+} \tag{1.22}$$

$$\lambda_{\pm} = \left(\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right)^2 \tag{1.23}$$

La capacité peut s'exprimer selon la forme suivante :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{C}{n} = \frac{1}{2\pi} \int_{\nu_{-}}^{\nu_{+}} \log_2 \left( 1 + \frac{n\gamma}{N_t} \nu \right) \frac{1}{\nu} \sqrt{(\nu_{+} - \nu) (\nu - \nu_{-})} d\nu \tag{1.24}$$

En prenant  $\alpha = 1$ , on a  $\nu_{-} = 0$  et  $\nu_{+} = 4$ , ce qui aboutit à :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{C}{n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^4 \log_2\left(1 + \gamma\nu\right) \sqrt{\frac{4 - \nu}{\nu}} d\nu \tag{1.25}$$

Cette formule correspond à la capacité d'un système MIMO suivant les valeurs de  $\alpha$ , rapport entre le nombre d'antennes d'émission et le nombre d'antennes de réception. Le calcul numérique de cette intégrale est plus simple à effectuer qu'avec la première approche. Les deux premières approches requièrent une hypothèse de processus ergodique. Dans le cas d'une hypothèse de processus non ergodique ou de canaux relativement lents, la troisième approche qui correspond au calcul de la fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité peut être utilisée.

La Figure 1.2 montre la capacité d'un canal MIMO de Rayleigh en fonction du nombre d'antennes à l'émission  $N_t$  et du nombre d'antennes à la réception  $N_r$  avec  $N_t \leq 5$  et  $N_r \leq 5$ en utilisant la formule simplifiée venant de la théorie des matrices aléatoires correspondant à la deuxième approche. On peut observer directement sur cette courbe la capacité qui augmente linéairement avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception  $min(N_t, N_r)$ . L'approximation apportée par la théorie des matrices aléatoires est justifiée car les résultats sont identiques à ceux de la première approche. Grâce à la théorie des matrices aléatoires, nous avons donc une méthode simple pour prévoir le comportement des systèmes MIMO.

La Figure 1.3 montre l'évolution de la capacité avec  $N_r = N_t$  en fonction de  $\gamma$  pour  $N_t = N_r \leq 5$  et pour  $\gamma \leq 20$  dB. Sur cette courbe nous observons l'augmentation logarithmique de la capacité en fonction de  $\gamma$  et l'augmentation linéaire de la capacité en fonction de  $min(N_t, N_r)$ .

Si le canal **H** est non ergodique ou un canal de Rayleigh lent, on calcule la fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité par la modélisation de **A** en matrice constituée de variables suivant une loi de  $\chi^2$  comme décrit par Télatar ou Foschini [20, 11].

La Figure 1.4 montre la fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour des canaux SISO, MIMO(2,2), MIMO(3,3), MIMO(4,4) et MIMO(5,5) décorrélés pour  $\gamma = 20dB$ . On remarque alors le gain en capacité possible lorsqu'on augmente le nombre d'antennes à la fois en réception et en émission.

La Figure 1.5 montre la fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour des canaux SISO, MIMO(2,2), MIMO(3,3), MIMO(4,4) et MIMO(5,5) corrélés à 100% pour  $\gamma = 20dB$ . Pour effectuer cette corrélation à 100%, on tire aléatoirement un valeur de canal qu'on applique à tous les canaux. On voit l'intérêt d'avoir des canaux décorrélés pour exploiter les capacités théoriques.



FIG. 1.2 – Capacité d'un canal MIMO de Rayleigh en fonction du nombre d'antennes à l'émission et à la réception pour  $\gamma = 20 dB$  dans le cas d'un multiplexage spatial



FIG. 1.3 – Capacité d'un canal MIMO de Rayleigh en fonction du nombre d'antennes et de la puissance moyenne reçue dans le cas d'un multiplexage spatial



FIG. 1.4 – Fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour un canal SISO, MIMO(2,2), MIMO(3,3), MIMO(4,4) et MIMO(5,5) décorrélé pour  $\gamma = 20dB$ 



FIG. 1.5 – Fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour un canal SISO, MIMO(2,2), MIMO(3,3), MIMO(4,4) et MIMO(5,5) corrélé à 100% pour  $\gamma = 20dB$ .

#### 1.4.3 Capacité des systèmes à codage espace-temps

Le codage espace-temps peut être vu comme un code à répétition. Après avoir dérivé la capacité d'un code à répétition, nous donnons la capacité de n'importe quel code espace-temps. Considérons une transmission de mêmes symboles de puissance  $P/N_t$  sur chaque antenne. En définissant la matrice  $\mathbf{J}_{N_t}$  une matrice carrée de taille  $N_t \times N_t$  de la forme :

$$\mathbf{J}_{N_t} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$
(1.26)

alors la matrice de covariance du signal émis est égale à :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}_{N_t} \tag{1.27}$$

L'expression de la capacité devient :

$$C = E\{\log_2\left[det\left(\mathbf{I} + \frac{\gamma}{N_t}\mathbf{A}\right)\right]\}$$
(1.28)

avec

$$\mathbf{A} = \frac{\gamma}{N_t} \begin{cases} \mathbf{H} \mathbf{J}_{N_t} \mathbf{H}^H & \text{si } N_r \le N_t \\ \mathbf{J}_{N_t} \mathbf{H}^H \mathbf{H} & \text{si } N_r > N_t \end{cases}$$
(1.29)

Cette capacité correspond à l'utilisation de codes espace-temps apportant la diversité totale en émission et en réception. La capacité en bps/Hz de ce système utilisant un code espacetemps de rendement R = N/T à gain de diversité  $N_t N_r$  est :

$$C = E\{R \log_2 \left[1 + \frac{\gamma}{N_t} \sum_{l=1}^{N_t N_r} |h_l|^2\right]\}$$
(1.30)

En considérant que les canaux  $h_l$  sont indépendants et sont des canaux plats à évanouissements de Rayleigh, la capacité des systèmes utilisant un code espace-temps devient :

$$C = E\{R \log_2 \left[1 + \frac{\gamma}{N_t} \chi_{2N_t N_r}^2\right]\}$$
(1.31)

où  $\chi^2_{2N_tN_r}$  est une loi de chi-deux à  $2N_tN_r$  degrés de liberté. Comme la puissance est normalisée en émission, i.e. P est émis quel que soit le nombre d'antennes d'émission, la capacité d'un code espace-temps de rendement 1 ne dépend que du nombre d'antennes de réception. S'il n'existe qu'une seule antenne de réception, la capacité moyenne de tout code espace-temps à rendement unitaire est identique à la capacité moyenne d'un système SISO. Par contre, si la puissance en émission n'est pas normalisée, i.e.  $PN_t$  est émis sur le réseau d'antennes, la capacité d'un code espace-temps à rendement 1 est fonction à la fois du nombre d'antennes de réception et d'émission. Par exemple, la capacité d'un code espace-temps hypothétique avec  $N_t = 5$  et  $N_r = 1$  correspond à la courbe MISO(5,1) identique à la courbe SIMO(1,5) correspondant à  $N_t = 1$  et  $N_r = 5$  sur la Figure 1.6. On peut observer sur cette figure l'augmentation logarithmique de la capacité en fonction du nombre d'antennes dans le cas des codes espace-temps comparé à une augmentation linéaire en fonction du  $min(N_t, N_r)$  dans le cas d'un multiplexage spatial. Les pentes des trois courbes de capacité varient par rapport à la diversité exploitée du système. En effet, la courbe de capacité SISO a un ordre de diversité égal à 1 alors que les courbes de capacité MISO(5,1) et SIMO(1,5) ont un ordre de diversité 5.



FIG. 1.6 – Fonction de distribution cumulée complémentaire de la capacité pour un canal SISO, MISO(5,1), SIMO(1,5) pour  $\gamma = 20dB$  représentatif de la capacité des codes espace-temps

## 1.5 Capacité des systèmes multi-antennes avec CSI à l'émission et à la réception

Afin de reconstituer le signal émis perturbé par le canal de transmission au niveau du récepteur, il est également possible de renvoyer la connaissance des perturbations du canal de transmission du récepteur vers l'émetteur. L'émetteur peut alors modifier le signal émis en fonction des caractéristiques du canal de transmission afin de traiter de façon optimale le signal reçu au niveau du récepteur.

Dans cette partie, deux techniques multi-antennes avec CSI à l'émission et à la réception sont traitées, i.e. le water-filling ou le beamforming. Cependant, il est vrai que le beamforming peut être mis en oeuvre séparement à l'émission ou à la réception. **H** est un canal quelconque connu par le transmetteur et par le récepteur. Une décomposition en valeurs singulières permet d'appliquer la méthode d'allocation de puissance. Soient **U** et **V** des matrices unitaires et **D** une matrice diagonale telles que :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \tag{1.32}$$

Le vecteur reçu devient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H\mathbf{x} + \mathbf{b} \tag{1.33}$$

Nous pouvons écrire le système équivalent :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \tag{1.34}$$

avec  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^H \mathbf{y}, \, \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{V}^H \mathbf{x}, \, \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{U}^H \mathbf{b}$ . Par la règle du déterminant décrite auparavant, on a :

$$det\left(\mathbf{I}_{N_{r}} + \frac{\gamma}{N_{t}}\mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{H}^{H}\right) = det\left(\mathbf{I}_{N_{t}} + \frac{\gamma}{N_{t}}\mathbf{Q}\mathbf{H}^{H}\mathbf{H}\right)$$
(1.35)

En remplaçant l'expression de  ${\bf H}$  dans la formule précédente, on a :

$$det\left(\mathbf{I}_{N_t} + \frac{\gamma}{N_t}\mathbf{Q}\mathbf{H}^H\mathbf{H}\right) = det\left(\mathbf{I}_{N_t} + \frac{\gamma}{N_t}\mathbf{Q}\mathbf{V}\mathbf{D}^2\mathbf{V}^H\right)$$
(1.36)

En réappliquant la règle du déterminant, on a alors :

$$det\left(\mathbf{I}_{N_t} + \frac{\gamma}{N_t}\mathbf{Q}\mathbf{V}\mathbf{D}^2\mathbf{V}^H\right) = det\left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\gamma}{N_t}\mathbf{D}\mathbf{V}^H\mathbf{Q}\mathbf{V}\mathbf{D}\right)$$
(1.37)

 $\tilde{\mathbf{Q}}$  est une matrice  $N_t \times N_t$  correspondant à la matrice de covariance équivalente du système égale à :

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{V}^H \mathbf{Q} \mathbf{V} \tag{1.38}$$

La matrice **A** prend alors la forme suivante :

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{D} \tag{1.39}$$

Pour avoir A diagonale,  $\tilde{\mathbf{Q}}$  doit être une matrice diagonale. La matrice  $\tilde{\mathbf{Q}}$  est déterminée par la redondance du vecteur multi-antennes transmis.

Dans les deux paragraphes suivants, la capacité de la technique du water-filling où des données différentes sont démultiplexées avant d'être émises sur différentes antennes est décrite. Ensuite la capacité de la technique du beamforming est décrite. Dans le cas du water-filling, l'émetteur va pouvoir sélectionner les valeurs propres du canal multi-antennes afin d'optimiser le lien et la capacité grâce à une allocation de puissance. Avec le beamforming, l'émetteur optimise le lien avec le récepteur en dirigeant le faisceau du réseau d'antennes vers les directions d'arrivée des ondes émises. La seule différence entre ces deux techniques provient de la redondance introduite dans le cas du beamforming puisque le même symbole est émis sur chaque antenne alors que des symboles différents sont émis sur les différentes antennes dans le cas du water-filling. Il est aussi possible d'associer des codes espace-temps aux techniques de water-filling ou de beamforming.

Par conséquent, les systèmes utilisant des techniques de water-filling exploitent la capacité optimale du système MIMO puisque  $R = N_t$  alors que les systèmes utilisant des techniques de beamforming ne l'exploitent pas car R = 1.

#### 1.5.1 Capacité des systèmes utilisant des techniques de water-filling

Dans le cas du water-filling, on cherche à optimiser la liaison émission-réception en répartissant les puissances sur les antennes d'émission de manière à obtenir la capacité optimale. Pour cela, différents symboles sont émis sur les différentes antennes d'émission. En pratique, une contrainte en puissance ne permet pas d'obtenir cette capacité, mais une bonne fraction de celle-ci peut être atteinte. Considérons une transmission de symboles différents de puissance proportionnelle à  $P/N_t$  sur chaque antenne ou telle que :

$$\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{D}^2 \tag{1.40}$$

$$\mathbf{\hat{Q}} = diag\left(a_1, \dots, a_t, \dots, a_{N_t}\right) \tag{1.41}$$

Nous rappelons la contrainte en puissance définie précédemment :

$$\sum_{k=1}^{N_t} a_k = N_t \tag{1.42}$$

Ecrivons la formule de la capacité d'un système utilisant l'allocation de puissance ou le water-filling :

$$C = E\{\sum_{k=1}^{n} \log_2\left(1 + a_k \frac{\gamma}{N_t} \lambda_k\right)\}$$
(1.43)

avec  $\lambda_k = d_k^2$ , les éléments diagonaux de la matrice  $\mathbf{D}^2$ . En posant  $\mu$  la constante permettant de vérifier la contrainte de puissance, nous pouvons écrire la formule permettant l'allocation de puissance optimale comme étant :

$$a_k = \frac{N_t}{\gamma} \left( \mu - \frac{1}{\lambda_k} \right)^+ \tag{1.44}$$

où

$$(s)^{+} = \begin{cases} s & \text{si } s > 0\\ 0 & \text{si } s \le 0 \end{cases}$$
(1.45)

La capacité d'un water-filling optimal est :

$$C = E\{\sum_{k=1}^{n} (\log_2(\mu\lambda_k))^+\}$$
(1.46)

Cette technique a l'avantage d'être optimale au niveau de la capacité. Cependant elle requiert la CSI au niveau du récepteur et de l'émetteur, ce qui peut paraitre réaliste dans un environnement intérieur en mode  $TDD^{17}$  ou en mode  $FDD^{18}$  avec retour de voie, mais difficile dans un environnement à grande mobilité à cause de la nécessité de la constance du canal pendant la durée de transmission pour la voie de retour.

#### 1.5.2 Capacité des systèmes utilisant des techniques de beamforming

Dans le cas du beamforming, on cherche à optimiser la liaison émission-réception en répartissant les puissances sur les antennes d'émission de manière à obtenir le maximum d'énergie par symbole émis. Pour cela, les mêmes symboles sont émis sur les différentes antennes d'émission. Considérons maintenant une transmission de mêmes symboles de puissance proportionnelle à  $P/N_t$  sur chaque antenne. La matrice de covariance du signal émis devient donc :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}_{N_t} \tag{1.47}$$

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Time Division Duplex

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup>Frequency Division Duplex

Par conséquent la matrice a un rang de 1. On peut alors donner la formule de la capacité d'un système utilisant un beamforming à l'émission. Dans le cas décorrélé on a :

$$C = E\{\log_2\left[1 + \frac{\gamma}{N_t} \sum_{l=1}^{N_t N_r} |h_l|^2\right]\}$$
(1.48)

qui correspond à la capacité d'un système SIMO. Dans le cas corrélé, on a :

$$C = E\{\log_2\left[1 + \gamma \sum_{l=1}^{N_r} |h_l|^2\right]\}$$
(1.49)

En considérant que les canaux  $h_l$  sont indépendants et sont des canaux plats à évanouissements de Rayleigh, la capacité des systèmes utilisant un beamforming devient :

$$C = E\{\log_2\left[1 + \frac{\gamma}{N_t}\chi_{2N_tN_r}^2\right]\}$$
(1.50)

dans le cas décorrélé et

$$C = E\{\log_2\left[1 + \gamma \chi^2_{2N_r}\right]\}$$
(1.51)

dans le cas corrélé. Il est aussi possible d'associer une technique de beamforming avec un code espace-temps ou une technique de water-filling avec un code espace-temps.

## 1.6 Capacité des systèmes sans CSI ni à l'émission ni à la réception

Les techniques sans CSI ni à l'émission ni à la réception qui sont les techniques de codage espace-temps différentiel peuvent être une solution pour éviter les dégradations dues à l'estimation de canal MIMO mais provoquent une perte intrinsèque de 3 dB à cause de la non cohérence. En effet, dans des environnements typiques de communications sans fil, les coefficients du canal sont constants seulement pour des périodes de temps limitées. Pour un nombre important d'antennes d'émission, la quantité d'information introduite par une estimation de canal par des pilotes ou une égalisation par séquences d'apprentissage diminue le débit. Pour contourner ce problème, Marzetta et Hochwald ont étudié le scénario où le récepteur n'utilise pas la CSI [113, 114]. Dans [115], Zheng et Tse ont trouvé la capacité de ce canal pour un rapport signal sur bruit très élevé :

$$C = n(1 - \frac{n}{T})\log_2(\gamma) \tag{1.52}$$

avec  $n = min(N_t, N_r, T/2)$  où T est le nombre de durées symboles du code durant lequel le canal est constant.

Cette technique d'émission peut être adaptée lorsqu'il est difficile d'effectuer une estimation de canal précise, i.e. quand le canal varie temporellement. Cependant, à cause de la perte intrinsèque de 3 dB due à la non cohérence, les codes espace-temps différentiels obtiennent de moins bonnes performances. Il est intéressant de noter que lorsque le temps de cohérence du code espace-temps différentiel augmente, la capacité varie linéairement avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception  $min(N_t, N_r)$ .

## 1.7 Performances des systèmes à gain de diversité

Les performances des systèmes à gain de diversité et à gain de codage peuvent être calculées analytiquement. L'approche commune dans la littérature consiste à utiliser la PEP pour calculer le gain de diversité et le gain de codage des systèmes MIMO.

La démonstration faite par Tarokh dans [24] permet d'obtenir la PEP d'un code espacetemps à fort SNR. Le gain de codage peut se représenter par un décalage des abscisses représenté par le SNR alors que le gain de diversité peut se représenter par une pente plus forte des performances en BER.

Dans ce paragraphe nous donnons les performances théoriques d'un système ayant L branches indépendantes en présence d'un canal MIMO de Rayleigh. En considérant que le mot de code  $\tilde{\mathbf{x}}$  est détecté alors que le mot de code  $\mathbf{x}$  est transmis, que le canal est invariant durant la transmission du mot de code et que le signal est affecté d'un AWGN de variance  $\sigma_b^2 = N_0/2$  par dimension, où  $N_0$  est la densité spectrale de puissance monolatérale du bruit, la PEP s'exprime de la manière suivante :

$$P(\mathbf{x} \to \tilde{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) = Q\left(\frac{d(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})}{2\sigma_b}\right)$$
(1.53)

où  $d(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$  est la distance euclidienne entre les deux mots de code notés  $\mathbf{x}$  et  $\tilde{\mathbf{x}}$  avec Q(y) la fonction de Marcum. Soit  $\mathbf{H}$  la représentation matricielle du canal, alors la PEP devient :

$$P(\mathbf{x} \to \tilde{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{||\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}}||^2}{2N_0}}\right)$$
(1.54)

Soit N la longueur du mot de code, si  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{\tilde{x}}$  sont différents pour L < N positions, on obtient :

$$P_L(\mathbf{x} \to \tilde{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\sum_{l=1}^L |h_l|^2 \frac{2E_s}{N_0}}\right)$$
(1.55)

où  $E_s$  est l'énergie par symbole. En émettant l'hypothèse que les évanouissements  $h_l$  sont indépendants et de distribution de Rayleigh, alors  $\sum_{l=1}^{L} |h_l|^2$  suit une loi de  $\chi^2$  à 2L degrés de liberté. En calculant l'espérance E(.) de cette formule sur les différentes réalisations du canal pour une BPSK<sup>19</sup>, nous obtenons la formule définie dans le livre de Proakis [116] :

$$P_L(\mathbf{x} \to \tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \mu \sum_{k=0}^{L} {\binom{2k}{k}} \left( \frac{1 - \mu^2}{4} \right)^k \right]$$
(1.56)

avec

$$\mu = \sqrt{\frac{E_s/N_0}{1 + E_s/N_0}} \tag{1.57}$$

Finalement, la PEP calculée  $P_L$  est équivalente au BER grâce à l'utilisation d'une BPSK. La Figure 1.7 montre le BER obtenu pour un système à L branches de diversité. On peut remarquer que quand L augmente, les performances en BER sont améliorées et tendent asymptotiquement vers les performances d'un système AWGN. La courbe L = 1 correspond aux

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>Binary Phase Shift Keying

performances d'un système SISO sur canal de Rayleigh à 1 trajet avec une BPSK ou une QPSK. Les courbes  $L \ge 1$  correspondent à des systèmes SIMO avec  $N_t = 1$  et  $N_r = L$  sur canaux de Rayleigh indépendants à 1 trajet. Ces courbes nous servent de référence dans les systèmes testés utilisant des codes espace-temps ou du multiplexage spatial.

Le Tableau 1.1 donne un récapitulatif des différentes techniques MIMO en mentionnant pour chacune d'entre elles l'utilisation ou non de la CSI à l'émission ou à la réception et la possibilité ou non d'atteindre la capacité ou la diversité optimale.

Technique	CSI émission	CSI réception	Capacité	Diversité
Water-filling	oui	oui	optimale	optimale
Beamforming	oui	oui	sous-optimale	optimale
Multiplexage spatial	non	oui	optimale	sous-optimale
Codage espace-temps	non	oui	sous-optimale	optimale
Codage espace-temps	non	non	sous-optimale	optimale $(-3 \text{ dB})$
différentiel				

TAB. 1.1 – Récapitulatif pour différentes techniques MIMO de la nécessité d'avoir ou non la CSI à l'émission et/ou à la réception, de l'optimalité de la capacité et/ou de la diversité



FIG. 1.7 – Performances en taux d'erreur bit BER des systèmes théoriques à gain de diversité avec L branches de diversité sans codage de canal

## 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu l'état de l'art de la capacité des systèmes MIMO, avec notamment les articles fondateurs de Telatar [20] et Foschini [10]. La capacité des systèmes MIMO augmente linéairement avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception  $min(N_t, N_r)$ . Cette capacité est réaliste sous certaines conditions de propagation. En effet, afin d'atteindre une capacité maximale ou une diversité maximale avec ces techniques d'émission, il est nécessaire d'avoir une décorrélation entre les différents canaux d'émission et de réception.

Plusieurs techniques peuvent être utilisées dans un système MIMO, dépendant principalement de l'utilisation de la CSI à l'émission et/ou à la réception.

Si on considère la CSI au récepteur seulement, les techniques à multiplexage spatial maximisent la capacité du système alors que les codes espace-temps maximisent le gain de diversité et accessoirement le gain de codage avec par exemple les codes espace-temps en treillis.

Si on considère la CSI à la fois à l'émission et à la réception, la technique de water-filling est optimale tant au niveau de la capacité qu'au niveau de la diversité. Si la capacité n'est pas le critère primordial pour le système, il est possible d'associer des codes espace-temps à ce système afin d'augmenter le gain de diversité et le gain de codage. Une autre possibilité loin d'être optimale en terme de capacité est d'utiliser le beamforming permettant un gain de diversité.

Les techniques à multiplexage spatial ou de codage espace-temps ont un bon comportement dans un environnement NLOS alors que le beamforming a un bon comportement dans un environnement LOS. Le water-filling étant optimal, cette technique se comporte parfaitement dans les deux scénarios NLOS et LOS pour peu que le système arrive à suivre les variations du canal.

Sans CSI ni à l'émission ni à la réception, des techniques de codes espace-temps noncohérents ou différentiels peuvent être envisagés. Ces codes ont une perte intrinsèque de 3 dB.

#### Bibliographie

- T. Rappaport, A. Annamalai, R. M. Buehrer, and W. Tranter. Wireless communications : Past events and a future perspective. *IEEE Communications Magazine*, 40(5) :148–161, May 2002.
- [2] D. Gesbert, M. Shafi, D.-S. Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib. From theory to practice : An overview of mimo space-time coded wireless systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 21(3) :281–302, April 2003.
- [3] A. Wittneben. A new bandwidth efficient transmit antenna modulation diversity scheme for linear digital modulation. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'93*, volume 3, pages 1630–1634, Geneva, SWITZERLAND, May 1993.
- [4] N. Seshadri and J. Winters. Two signalling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (fdd) transmission systems using transmitter antenna diversity. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'93, pages 508–511, May 1993.
- [5] J.-C. Guey, M. Fitz, M. R. Bell, and W.-Y. Kuo. Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over rayleigh fading channels. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'96, volume 1, pages 136–140, April 1996.
- [6] J.-C. Guey, M. Fitz, M. R. Bell, and W.-Y. Kuo. Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over rayleigh fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 47(4) :527–537, April 1999.
- [7] A. J. Paulraj and C. B. Papadias. Space-time processing for wireless communications. *IEEE Signal Processing Magazine*, pages 49–83, November 1997.
- [8] J. H. Winters. The diversity gain of transmit diversity in wireless systems with rayleigh fading. *IEEE Transactions on Vehicular Theory*, 47(1) :119–123, February 1998.
- [9] A. Narula, M. Trott, and G. Wornell. Performance limits of coded diversity methods for transmitter antenna arrays. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(7):2418– 2433, November 1999.
- [10] G. J. Foschini. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. *Bell System Technical Journal*, 1(2):41–59, September 1996.
- [11] G. J. Foschini and M. J. Gans. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. Wireless Personal Communications, 6(3):311–335, March 1998.
- [12] P.W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela. V-blast : An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. In *International Symposium on Signals, Systems, and Electronics*, pages 295–300, Pisa, ITALY, September 1998.
- [13] G. Foschini, G. D. Golden, R. Valenzuela, and P. W. Wolniansky. Simplified processing for high spectral efficiency wireless communication employing multi-element arrays. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 17(11):1841–1852, November 1999.
- [14] S. L. Ariyavisitakul. Turbo space-time processing to improve wireless channel capacity. IEEE Transactions on Communications, 48(8) :1347–1359, August 2000.
- [15] M. Sellathurai and S. Haykin. Turbo-blast for high-speed wireless communications. In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, WCNC'00*, pages 315–320, September 2000.

- [16] G. Ginis and J. M. Cioffi. On the relation between v-blast and the gfde. *IEEE Commu*nications Letters, 5(9) :364–366, September 2001.
- [17] H. E. Gamal and R. Hammons. A new approach to layered space-time coding and signal processing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(6) :2321–2334, September 2001.
- [18] F. R. Farrokhi, G. J. Foschini, A. Lozano, and R. A. Valenzuela. Link-optimal spacetime processing with multiple transmit and receive antennas. *IEEE Communications Letters*, 5(3):85–87, March 2001.
- [19] G. Foschini, D. Chizhik, M. Gans, C. Papadias, and R. Valenzuela. Analysis and performance of some basic space-time architectures. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 21(3) :303–320, April 2003.
- [20] I. Telatar. Capacity of multi-antenna gaussian channels. Technical Memorandum, Bell Laboratories, Lucent Technologies, October 1995. Published in European Transactions on Telecommunications, 10(6):585–595, December 1999.
- [21] G. G. Raleigh and J. M. Cioffi. Spatio-temporal coding for wireless communication. *IEEE Transactions on Communications*, 46(3):357–366, March 1998.
- [22] H. Sampath and A. Paulraj. Linear precoding for space-time coded systems with known fading correlations. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'01, volume 1, pages 246–251, November 2001.
- [23] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. Giannakis, and H. Sampath. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(5):1051–1064, May 2002.
- [24] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank. Space-time codes for high data rate wireless communication : Performance criterion and code construction. *IEEE Transactions* on Information Theory, 44(2) :744–765, March 1998.
- [25] J. Grimm and M. Fitz. Further results on space-time coding for rayleigh fading. In Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, pages 391–400, September 1998.
- [26] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank. Space-time codes for high data rate wireless communication : Performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2) :199–207, February 1999.
- [27] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank. Combined array processing and space-time coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(4) :1121–1128, May 1999.
- [28] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic. Improved space-time trellis coded modulation scheme on slow fading channels. *Electronics Letters*, 37 :440–441, March 2001.
- [29] Q. Yan and R. S. Blum. Optimum space-time convolutional codes. In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, WCNC'00, volume 3, pages 1351–1355, September 2000.
- [30] R. Hammons and H. El Gamal. On the theory of space-time codes for psk modulation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(2):524–542, March 2000.
- [31] S. Baro, G. Bauch, and A. Hansmann. Improved codes for space-time trellis-coded modulation. *IEEE Communications Letters*, 4(1):20–22, January 2000.

- [32] A. F. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank. Space-time coding and signal processing for high data rate wireless communications. *IEEE Signal Processing Magazine*, 17(3):76–92, May 2000.
- [33] Y. Liu, M. Fitz, and O. Y. Takeshita. Full rate space-time turbo codes. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(5) :969–980, May 2001.
- [34] N. Seshadri and H. Jafarkhani. Super-orthogonal space-time trellis codes. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'02*, volume 3, pages 1439–1443, April 2002.
- [35] H. El Gamal and R. Hammons. On the design and performance of algebraic spacetime codes for bpsk and qpsk modulation. *IEEE Transactions on Communications*, 50(6) :907–913, June 2002.
- [36] Y. Liu, M. Fitz, and O. Y. Takeshita. A rank criterion for qam space-time codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(12) :3062–3079, December 2002.
- [37] M. Fitz, J. Grimm, and S. Siwamogsatham. A new view of performance analysis techniques in correlated rayleigh fading. In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, WCNC'99*, volume 1, pages 139–144, September 1999.
- [38] S. Siwamogsatham, M. Fitz, and J. Grimm. A new view of performance analysis of transmit diversity schemes in correlated rayleigh fading. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(4) :950–956, April 2002.
- [39] E. Biglieri and G. Taricco. Exact pairwise error probability of space-time codes. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'02*, volume 3, pages 1373– 1376, New-York, USA, April 2002.
- [40] A. Stefanov and T. Duman. Performance bounds for turbo-coded multiple antenna systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 21(3) :374–381, April 2003.
- [41] D. Agrawal, V. Tarokh, A. Naguib, and N. Seshadri. Space-time coded ofdm for high data-rate wireless communication over wideband channels. In *IEEE Vehicular Techno*logy Conference, VTC'98, volume 3, pages 2232–2236, Ottawa, CANADA, May 1998.
- [42] A. Paulraj D. Gore, S. Sandhu. Delay diversity codes for frequency selective channels. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'02*, volume 3, pages 1949–1953, April 2002.
- [43] B. Lu and X. Wang. A space-time trellis code design method for ofdm systems. Wireless Personal Communications, 24(3):403–418, February 2003.
- [44] H. El Gamal. On the robustness of space-time coding. IEEE Transactions on Signal Processing, 50(10) :2417–2428, October 2002.
- [45] C. Fragouli, N. Al-Dhahir, and W. Turin. Effect of spatio-temporal channel correlation on the performance of space-time codes. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'02*, volume 2, pages 826–830, New-York, USA, April 2002.
- [46] S. M. Alamouti. A simple transmit diversity technique for wireless communication. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16(8) :1451–1458, October 1998.
- [47] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank. Space-time block codes from orthogonal designs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(5):1456–1467, July 1999.

- [48] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank. Space-time block coding for wireless communications :performance results. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 17(3) :451–460, March 1999.
- [49] O. Tirkkonen, A. Boariu, and A. Hottinen. Minimal non-orthogonal rate one space-time block code for 3+ tx antennas. In *IEEE International Symposium on Spread-Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'00*, pages 429–432, 2000.
- [50] G. Ganesan and P. Stoica. Space-time diversity using orthogonal and amicable orthogonal designs. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'00*, pages 2561–2564, June 2000.
- [51] H. Jafarkhani. A quasi-orthogonal space-time block code. IEEE Transactions on Communications, 49(1) :1–4, January 2001.
- [52] H. Jafarkhani. A quasi-orthogonal space-time block code. *IEEE Communications Letters*, 49(1):1–4, January 2001.
- [53] G. Ganesan and P. Stoica. Space-time block codes : A maximum snr approach. IEEE Transactions on Information Theory, 47(4) :1650–1656, May 2001.
- [54] P. Stoica and G. Ganesan. Space-time block codes : Trained, blind and semi-blind detection. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'02*, volume 2, pages 1609–1612, May 2002.
- [55] S. Sandhu, A. Paulraj, and K. Pandit. On non-linear space-time block codes. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'02*, volume 3, pages 2417–2420, May 2002.
- [56] B. Lu, X. Wang, and Y. Li. Iterative receivers for space-time block-coded ofdm systems in dispersive fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 1(2):213– 225, September 2002.
- [57] B. Hassibi and B. M. Hochwald. High-rate codes that are linear in space and time. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(7) :1804–1824, July 2002.
- [58] R. W. Heath Jr. and A. Paulraj. Capacity maximizing linear space-time codes. In *IEICE Transactions on Electronics*, volume E85-C(3), pages 428–435, March 2002.
- [59] M. O. Damen, K. Abed-Meraim, and J. Belfiore. Diagonal algebraic space-time block codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(3) :628–636, March 2002.
- [60] C. Papadias and G. Foschini. Capacity-approaching space-time codes for systems employing four transmitter antennas. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(3):726–733, March 2003.
- [61] H. El Gamal and M. Damen. Universal space-time coding. IEEE Transactions on Information Theory, 49(5) :1097–1119, May 2003.
- [62] H. El Gamal and R. Hammons. On the design of algebraic space-time codes for mimo block fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(1):151–163, January 2003.
- [63] E. Lindskog and A. Paulraj. A transmit diversity scheme for channels with intersymbol interference. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'00*, volume 1, pages 307–311, June 2000.
- [64] S. Mudulodu and A. Paulraj. A transmit diversity scheme for frequency selective fading channels. In *IEEE Global Communications Conference*, *GLOBECOM'00*, volume 2, pages 1089–1093, November 2000.

- [65] S. Zhou. Space-time coding with maximum diversity gains over frequency-selective fading channels. *IEEE Signal Processing Letters*, 8(10):269–272, October 2001.
- [66] N. Al-Dhahir. Single-carrier frequency-domain equalization for space-time block-coded transmissions over frequency-selective fading channels. *IEEE Communications Letters*, 5(7) :304–306, July 2001.
- [67] Z. Liu, X. Ma, and G. Giannakis. Space-time coding and kalman filtering for timeselective fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 50(2) :183–186, February 2002.
- [68] E. Larsson, P. Stoica, E. Lindskog, and J. Li. Space-time block coding for frequencyselective channels. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'02*, volume 3, pages 2405–2408, May 2002.
- [69] V. Tarokh, S. Alamouti, and P. Poon. New detection schemes for transmit diversity with no channel estimation. In *IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, volume 2, pages 917–920, October 1998.
- [70] V. Tarokh and H. Jafarkhani. A differential detection scheme for transmit diversity. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 18(7) :1169–1174, July 2000.
- [71] B. Hughes. Differential space-time modulation. IEEE Transactions on Information Theory, 46(7):2567–2578, November 2000.
- [72] B. M. Hochwald, T. L. Marzetta, T. J. Richardson, W. Sweldens, and R. Urbanke. System design of unitary space-time constellations. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(6) :1962–1973, September 2000.
- [73] V. Tarokh H. Jafarkhan and. Multiple transmit antenna differential detection from generalized orthogonal designs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(6):2626– 2631, September 2001.
- [74] A. Shokrollahi. Computing the performance of unitary space-time group codes from their character table. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(6) :1355–1371, June 2002.
- [75] S. Jayaweera and V. Poor. Turbo (iterative) decoding of a unitary space-time code with a convolutional code. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'02, volume 2, pages 1020–1024, May 2002.
- [76] B. Hassibi and B. M. Hochwald. Cayley differential unitary space-time codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(6) :1485–1503, June 2002.
- [77] I. Bahceci and T. Duman. Combined turbo coding and unitary space-time modulation. IEEE Transactions on Communications, 50(8) :1244–1249, August 2002.
- [78] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Linear unitary precoders for maximum diversity gains with multiple transmit and receive antennas. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'00, Pacific Grove, USA, October 2000.
- [79] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Space-time constellation-rotating codes maximizing diversity and coding gains. In *IEEE Global Communications Conference*, *GLO-BECOM'01*, San Antonio , USA, November 2001.
- [80] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Space-time diversity systems based on unitary constellation-rotating precoders. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech* and Signal Processing, ICASSP'01, Salt Lake City, USA, May 2001.

- [81] Z. Liu and G. Giannakis. Space-time block-coded multiple access through frequencyselective fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 49(6) :1033–1044, June 2001.
- [82] H. Bölcskei and A. Paulraj. Performance of space-time codes in the presence of spatial fading correlation. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'00, volume 1, pages 687–693, Pacific Gove, USA, October 2000.
- [83] S. Sandhu, R. W. Heath Jr., and A. Paulraj. Space-time block codes versus space-time trellis codes. In *IEEE International Conference on Communications*, *ICC'01*, volume 4, pages 1132–1136, June 2001.
- [84] J. Yue and J. Gibson. Performance of ofdm systems with space-time coding. In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, WCNC'02*, volume 1, pages 280–284, March 2002.
- [85] A. Wittneben and M. Kuhn. A new concatenated linear high rate space-time code. In IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'02, volume 1, pages 289–293, May 2002.
- [86] S. Siwamogsatham and M. Fitz. Robust space-time codes for correlated rayleigh fading channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(10) :2408–2416, October 2002.
- [87] A. Molisch, M. Win, and J. Winters. Space-time-frequency (stf) coding for mimo-ofdm systems. *IEEE Communications Letters*, 6(9) :370–372, September 2002.
- [88] E. Larsson, P. Stoica, and J. Li. On maximum-likelihood detection and decoding for space-time coding systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(4) :937–944, April 2002.
- [89] N. Al-Dhahir. Overview and comparison of equalization schemes for space-time coded signals with application to edge. *IEEE Transactions on Communications*, 50(10) :2477– 2488, October 2002.
- [90] B. Ng and E. Sousa. On bandwidth-efficient multiuser space-time signal design and detection. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(2) :320–329, February 2002.
- [91] F. R. Farrokhi, A. Lozano, G. Foschini, and R. Valenzuela. Spectral efficiency of fdma/tdma wireless systems with transmit and receive antenna arrays. *IEEE Tran*sactions on Wireless Communications, 1(4):591–599, October 2002.
- [92] S. Catreux, V. Erceg, D. Gesbert, and R. W. Heath Jr. Adaptive modulation and mimo coding for broadband wireless data networks. *IEEE Communications Magazine*, 40(6):108–115, June 2002.
- [93] J. Winters. On the capacity of radio communication systems with diversity in a rayleigh fading environment. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 5(5):871–878, June 1987.
- [94] W. Hirt and J. L. Massey. Capacity of the discrete-time gaussian channel with intersymbol interference. *IEEE Transactions on Information Theory*, 34(3):380–388, May 1988.
- [95] I. Telatar and D. Tse. Capacity and mutual information of wideband multipath fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(4) :1384–1400, July 2000.
- [96] A. R. Calderbank. The art of signaling : Fifty years of coding theory. IEEE Transactions on Information Theory, 44(6) :2561–2595, October 1998.

- [97] G. G. Raleigh and V. K. Jones. Multivariate modulation and coding for wireless communication. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 17(5):851–866, May 1999.
- [98] S. Sandhu and A. Paulraj. Space-time coding for the parametric fading channel. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'98, volume 1, pages 774–779, November 1998.
- [99] S. Sandhu and A. Paulraj. Space-time coding for the parametric fading channel capacity. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'99, volume 2, pages 1535–1540, October 1999.
- [100] J. B. Andersen. Array gain and capacity for known random channels with multiple element arrays at both end. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 18(11):2172–2178, November 2000.
- [101] J. B. Andersen. Antenna arrays in mobile communications : Gain ; diversity, and channel capacity. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 42(2) :12–16, 2000.
- [102] A. Scaglione. Statistical analysis of the capacity of mimo frequency selective rayleigh fading channels with arbitrary number of inputs and outputs. In *IEEE International* Symposium on Information Theory, ISIT'02, page 278, Lausanne, SWITZERLAND, June 2002.
- [103] M. Skoglund and G. Joengren. On the capacity of a multiple-antenna communication link with channel side information. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 21(3):395–405, April 2003.
- [104] S. Sandhu and A. Paulraj. Space-time block codes : A capacity perspective. IEEE Communications Magazine, 4(12) :384–386, December 2000.
- [105] H. Bölcskei and A. Paulraj. On the capacity of ofdm-based spatial multiplexing systems. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'00*, volume 5, pages 2569–2572, Istanbul, Turkey, June 2000.
- [106] H. Boelcskei, D. Gesbert, and A. Paulraj. On the capacity of ofdm-based spatial multiplexing systems. *IEEE Transactions on Communications*, 50(2) :225–234, February 2002.
- [107] L. Zheng and D. Tse. Diversity and multiplexing : A fundamental tradeoff in multipleantenna channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(5) :1073–1096, May 2003.
- [108] P. F. Driessen and G. J. Foschini. On the capacity formula for multiple input-output wireless channels : A geometric interpretation. *IEEE Transactions on Communications*, 47(2) :173–176, February 1999.
- [109] D. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn. Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems. *IEEE Transactions on Communications*, 48(3):502–513, March 2000.
- [110] S. Loyka. Channel capacity of mimo architecture using the exponential correlation matrix. *IEEE Communications Letters*, 5(9) :369–371, September 2001.
- [111] S. Loyka. Estimating mimo system performance using the correlation matrix approach. *IEEE Communications Letters*, 6(1):19–21, January 2002.

- [112] C. Chuah, D. N. C. Tse, J. M. Kahn, and R. A. Valenzuela. Capacity scaling in mimo wireless sysems under correlated fading. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(3):637–650, March 2002.
- [113] T. L. Marzetta and B. M. Hochwald. Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in rayleigh flat fading. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(1):139–157, January 1999.
- [114] B. M. Hochwald and T. L. Marzetta. Unitary space-time modulation for multipleantenna communications in rayleigh flat fading. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(2) :543–564, March 2000.
- [115] L. Zheng and D. Tse. Communication on the grassmann manifold : A geometric approach to the noncoherent multiple-antenna channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(2) :359–383, February 2002.
- [116] J. G. Proakis. Digital Communications, 4th Edition. McGraw-Hill, 2000.

## Chapitre 2

# Techniques SISO associées à l'OFDM

#### Sommaire

2.1 Introduction	41		
2.2 Principes de l'OFDM			
2.3 Précodage linéaire			
2.4 Présentation du LP-OFDM			
2.4.1 Schéma d'émission et de réception	46		
2.4.2 Décodage et égalisation	49		
2.4.3 Performances du LP-OFDM	52		
2.5 Application d'un système itératif au LP-OFDM			
2.6 Présentation du MC-CDMA			
2.6.1 Principes du MC-CDMA	55		
2.6.2 Techniques de détection mono-utilisateur	57		
2.6.3 Techniques de détection multi-utilisateurs	58		
2.6.4 Performances des différentes techniques mono et multi-utilisateurs .	61		
2.7 Application d'un système itératif au MC-CDMA			
2.8 Conclusion			
Bibliographie	66		

## 2.1 Introduction

Dans une chaine de communications numériques, le signal reçu diffère du signal émis à cause du canal de propagation. En effet, la végétation, les reliefs et les constructions urbaines créent des trajets multiples entre l'émetteur et le récepteur. Par conséquent, le signal reçu est entaché d'interférences entre symboles dites ISI pouvant être traitées par des techniques d'égalisation. Une autre méthode est d'employer une technique de modulation connue sous le nom d'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) qui transforme ce canal sélectif en fréquence en de multiples canaux non sélectifs en fréquence. Tout d'abord, nous rappelons les principes de l'OFDM dans le paragraphe **2.2**.

Ensuite, la technique de précodage linéaire permettant d'augmenter la diversité d'un système de communications numériques est présentée dans le paragraphe **2.3**. Le précodage linéaire est une simple combinaison de symboles complexes sans connaissance du canal à l'émission. Nous présentons différentes matrices de précodage linéaire notamment les matrices de Vandermonde, de Fourier ou d'Hadamard. Les représentations complexes des constellations émises sont données pour différentes tailles de matrices.

Dans le paragraphe 2.4, le système LP-OFDM associant une matrice de précodage linéaire à la technique OFDM est présenté. Le LP-OFDM a fait l'objet d'une étude approfondie dans la thèse de Debbah [1] en SISO. Nous donnons une représentation matricielle des différents récepteurs du LP-OFDM utile lors de l'extension au cas MIMO dans les chapitres suivants. Les performances du LP-OFDM sont analysées avec et sans codage de canal et nous présentons un nouveau récepteur itératif pour le LP-OFDM dans le paragraphe 2.5 permettant de réaliser conjointement l'égalisation, le déprécodage et le décodage de canal.

Dans le paragraphe **2.6**, nous présentons le MC-CDMA associant la technique d'accès CDMA à la modulation OFDM. Nous présentons les différentes techniques de détection monoutilisateur et multi-utilisateurs du MC-CDMA. En voie descendante, l'orthogonalité entre utilisateurs peut se restaurer soit de façon disjointe avec des techniques mono-utilisateur grâce à l'orthogonalité des codes de Walsh-Hadamard, soit de façon conjointe avec des techniques multi-utilisateurs. Les performances du MC-CDMA sont données et nous proposons un nouveau récepteur itératif pour le MC-CDMA dans le paragraphe **2.7**.

## 2.2 Principes de l'OFDM

Les premiers articles sur des systèmes OFDM remontent à la fin des années 50 avec ceux de Doelz et Mosier [2, 3]. Cependant, la dénomination OFDM semble être apparue au cours des années 80 avec Keasler et Cimini [4, 5]. L'OFDM classique repose sur la transmission de symboles complexes  $x_n$ ,  $1 \le n \le N_c$  grâce à  $N_c$  porteuses en utilisant un filtre rectangulaire de durée  $T_0$  égale à l'inverse de l'espacement inter-porteuse  $F_0$ . Pendant l'intervalle de temps  $[0,T_0]$ , le signal OFDM s'écrit ainsi en bande de base :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N_c} x_n e^{2j\pi nF_0 t}$$
(2.1)

En terme de débit, l'OFDM est équivalent à une modulation mono-porteuse classique utilisant la bande  $B = N_c F_0$  et une durée symbole  $T_1 = T_0/N_c$ . Cependant les propriétés de ces deux systèmes vis-à-vis d'un canal sélectif en fréquence sont différentes. En effet, le débit du système mono-porteuse est  $N_c$  fois plus grand que le débit sur une porteuse du système OFDM, ce qui le rend beaucoup plus sensible à un canal multi-trajets. En augmentant à la fois la durée du temps symbole  $T_0$  et le nombre de porteuses  $N_c$ , il est alors possible théoriquement de supprimer l'ISI. Cependant, cette hypothèse est la plupart du temps irréaliste car l'hypothèse d'un canal constant sur la durée d'un symbole  $T_0$  n'est plus vérifiée à cause de la sélectivité temporelle du canal caractérisée par le temps de cohérence  $T_{coh}$ . C'est pourquoi afin de limiter le nombre de porteuses  $N_c$  et la complexité du récepteur tout en gardant l'hypothèse d'un canal constant sur la durée du symbole OFDM  $T_0$ , Peled et Ruiz ont introduit en 1980 une version modifiée de l'OFDM par l'ajout d'un intervalle de garde au début de chaque symbole OFDM qui permet de supprimer complètement l'ISI si sa longueur  $\Delta$  est supérieure à la durée maximale d'étalement des échos  $\tau_{max}$  [6]. L'espacement inter-porteuse  $F_0$  reste inchangé et la durée d'un symbole OFDM devient  $T_s = T_0 + \Delta$ . L'OFDM avec intervalle de garde présente l'inconvénient d'avoir un débit théorique plus faible. Pour limiter cette perte, il est nécessaire de garder  $T_s >> \Delta$  tout en respectant l'hypothèse d'un canal constant sur la durée d'un symbole OFDM  $T_{coh} >> T_s$ . Une optimisation du choix des paramètres OFDM est fournie

par Alard et Le Floch [7, 8]. Par conséquent, la technique OFDM avec intervalle de garde associée à un codage de canal est très bien adaptée aux systèmes de transmission sur canaux multi-trajets où elle permet de combattre facilement la sélectivité fréquentielle du canal. De nombreuses normes de diffusion utilisent cette technique de modulation telles que les normes de transmission sans fil de radio numérique DAB<sup>1</sup> et DRM<sup>2</sup>, la télévision numérique terrestre DVB-T<sup>3</sup>, ainsi que les systèmes HIPERLAN 2 pour les réseaux locaux sans fils [9, 10]. Une variante de cette modulation nommée DMT<sup>4</sup> qui suppose une CSI à l'émission est utilisée pour les transmissions à haut débit sur ligne bifilaire téléphonique de type VDSL<sup>5</sup> et ADSL<sup>6</sup> décrite par Sandberg dans [11].

Pendant l'intervalle de temps  $[0,T_s[$ , le signal OFDM modulé avec intervalle de garde s'écrit :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N_c} x_n e^{2j\pi F_n t}$$
(2.2)

avec  $F_n = F_p + \frac{n}{T_0}$  où  $F_p$  est la fréquence porteuse. La Figure 2.1 montre la densité spectrale de puissance d'un signal OFDM avec  $N_c = 4$  porteuses.



FIG. 2.1 – Densité spectrale de puissance d'un signal OFDM avec  $N_c = 4$  porteuses

La modulation OFDM peut se réaliser de manière très simple en numérique. En effet, si on prend le signal de l'équation 2.1 et qu'on échantillonne ce signal à la période  $T_e = T_0/N_c$ alors la modulation peut être réalisée par une simple IDFT<sup>7</sup> et la démodulation par une

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Digital Audio Broadcasting

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Digital Radio Mobile

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Digital Video Broadcasting-Terrestrial

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Discrete Multi Tone

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Very High Data Rate Digital Subscriber Line

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Asymmetric Digital Subscriber Line

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Inverse Discrete Fourier Transform

DFT comme décrit par Weinstein [12]. Dans la pratique, le modulateur OFDM travaille en temps réel, c'est pourquoi il est nécessaire d'appliquer un algorithme IFFT<sup>8</sup>. C'est cet aspect calculatoire qui a longtemps limité la mise en oeuvre des modulateurs OFDM. La Figure 2.2 représente le modulateur et le démodulateur OFDM mis en oeuvre respectivement avec une IFFT et une FFT.



FIG. 2.2 – Modulateur et démodulateur d'un système OFDM

## 2.3 Précodage linéaire

Le précodage linéaire est une simple combinaison de symboles issus d'une modulation complexe sans connaissance du canal à l'émission<sup>9</sup>.

Dans le milieu des années 90, la notion de réseaux de points ou "lattices" appelé plus tardivement précodage linéaire apparait dans des articles écrits par Giraud et Belfiore [14]. Le principe est de construire des outils algébriques pour construire des modulations robustes pour des canaux à évanouissements. Dans [15], Boutros utilise les matrices de Vandermonde comme matrices de précodage linéaire pour avoir une diversité de signal nommé "Signal Space Diversity" dans un système SISO à évanouissements de Rayleigh afin d'augmenter la diversité du système global. Dans [16], Forney et Ungerboëck décrivent cette opération comme une extension de constellation ou "Signal Shaping" et dans [17] comme "Constellation Rotation". Forney a démontré que pour exploiter le gain de forme optimal (1.53 dB) dans un canal gaussien, la constellation doit être uniformément distribuée dans une hypersphère.

La littérature précédente concernant le précodage linéaire sous différentes dénominations introduites par Boutros, Stamoulis, Correia, Da Silva, Xin et Damen [15, 18, 17, 19, 20, 21] dans plusieurs architectures espace-temps utilise un détecteur ML ou sphérique limitant l'utilisation d'une matrice de précodage de grande taille. Les tailles usuelles sont de  $L_p = 4$  à  $L_p = 32$  dans un environnement SISO et  $L_p = 4$  ou  $L_p = 8$  dans un environnement MIMO. Afin d'augmenter la taille de la matrice de précodage et de garder la complexité la plus faible possible, il est possible d'utiliser un détecteur linéaire disjoint effectuant les opérations d'égalisation et de déprécodage séparément. Ce détecteur linéaire disjoint est rendu possible grâce à l'utilisation de matrices de précodage unitaires, ce qui est le cas pour les matrices de Fourier, de Vandermonde ou d'Hadamard.

Dans ce paragraphe, nous présentons plusieurs matrices de précodage linéaire, en se concentrant sur la constellation émise pour différentes tailles de matrices. Les matrices de précodage utilisées sont les matrices de Fourier, les matrices de Vandermonde et les matrices complexes

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Inverse Fast Fourier Transform

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Une autre approche appelée précodage linéaire existe également mais cette technique s'apparente plus à une technique de pré-distorsion ou de "water-filling" avec CSI à l'émission [13]

d'Hadamard basées sur le groupe  $SU(2)^{10}$ .

La matrice de précodage linéaire obtenue avec la construction de la matrice transformée de Fourier est :

$$\boldsymbol{\Theta}_{L_p}^{FFT} = \frac{1}{\sqrt{L_p}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1\\ 1 & w^1 & w^2 & \dots & w^{L_p-1}\\ 1 & w^2 & w^4 & \dots & w^{2(L_p-1)}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & w^{L_p-1} & w^{2(L_p-1)} & \dots & w^{(L_p-1)(L_p-1)} \end{bmatrix}$$
(2.3)

avec  $w = e^{\frac{2j\pi}{L_p}}$ .

La matrice de précodage linéaire obtenue avec la construction de la matrice de Vandermonde est :

$$\boldsymbol{\Theta}_{L_p}^{Van} = \operatorname{diag}(1, e^{j\alpha}, e^{j2\alpha}, \dots, e^{j(L_p-1)\alpha}) \boldsymbol{\Theta}_{L_p}^{FFT}$$
(2.4)

$$\boldsymbol{\Theta}_{L_{p}}^{Van} = \frac{1}{\sqrt{L_{p}}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1\\ \theta_{1}^{1} & \theta_{2}^{1} & \theta_{3}^{1} & \dots & \theta_{L_{p}-1}^{1}\\ \theta_{1}^{2} & \theta_{2}^{2} & \theta_{3}^{2} & \dots & \theta_{L_{p}-1}^{2}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{1}^{L_{p}-1} & \theta_{2}^{L_{p}-1} & \theta_{3}^{L_{p}-1} & \dots & \theta_{L_{p}-1}^{L_{p}-1} \end{bmatrix}$$
(2.5)

avec  $\theta_i^k = e^{j(k\alpha + \frac{2i\pi}{L_p})}.$ 

La matrice de précodage linéaire obtenue avec la construction de la matrice d'Hadamard complexe SU(2) est :

$$\Theta_{L_p}^{Had} = \sqrt{\frac{2}{L_p}} \begin{bmatrix} \Theta_{L_p/2} & \Theta_{L_p/2} \\ \Theta_{L_p/2} & -\Theta_{L_p/2} \end{bmatrix}$$
(2.6)

avec  $L_p = 2^n$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $n \ge 2$  et la matrice de base :

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} \cos \eta & e^{j\theta_2} \sin \eta \\ -e^{-j\theta_2} \sin \eta & e^{-j\theta_1} \cos \eta \end{bmatrix}$$
(2.7)

appartenant au groupe Spécial Unitaire SU(2), vérifiant  $det(\Theta_2) = 1$  et  $\Theta_2^{-1} = \Theta_2^H$ .

La Figure 2.3 représente une densité gaussienne 3-D de symboles QPSK précodés linéairement par une matrice d'Hadamard complexe basée sur le groupe SU(2) de taille  $L_p = 256$ . La même densité gaussienne est obtenue avec une matrice de Vandermonde ou une matrice de Fourier pour  $L_p = 256$ . En effet, la projection d'une distribution de probabilité uniforme sur un hypercube de dimension  $L_p$  sur une ou deux dimensions est une distribution de probabilité non uniforme qui approche une densité gaussienne quand  $L_p$  augmente. Quand des symboles MAQ sont utilisés, le résultat est une distribution de probabilité gaussienne 2-D quand  $L_p$ augmente. Comme il y a équiprobabilité à cause de la conversion binaire M-aire utilisée, la projection de symboles MAQ sur une sphère de dimension  $L_p$  approche une densité gaussienne quand  $L_p$  augmente.

 $<sup>^{10}</sup>$ Special Unitary (2)



FIG. 2.3 – Distribution de symboles QPSK précodés linéairement pour  $L_p = 256$  avec une matrice de Vandermonde, de Fourier ou d'Hadamard

La Figure 2.4 montre la constellation obtenue lorsqu'une matrice d'Hadamard complexe basée sur le groupe SU(2) de taille  $L_p = 4$  est utilisée pour précoder linéairement des symboles QPSK. La Figure 2.5 montre la constellation obtenue lorsqu'une matrice de Fourier de taille  $L_p = 4$  est utilisée pour précoder linéairement des symboles QPSK. Ces deux types de matrice conduisent au même nombre de points de constellation  $(L_p + 1)^2 = 25$ . Sur les Figures 2.6 et 2.7, deux matrices de Vandemonde de taille  $L_p = 4$  et  $L_p = 256$  sont utilisées pour précoder linéairement des symboles QPSK. On voit bien sur ces figures l'aspect sphérique de la constellation précodée lorsque  $L_p$  est grand car certains points externes ont une probabilité d'occurence faible comparée à ceux du centre de la constellation précodée.

## 2.4 Présentation du LP-OFDM

La technique associant les modulations multiporteuses de type OFDM et le précodage linéaire est appelée LP-OFDM comme Linear-Precoded OFDM. Le LP-OFDM a fait l'objet d'une étude approfondie dans la thèse de Debbah [1]. Le précodage linéaire réalise un étalement fréquentiel et/ou temporel des données relatives à un même utilisateur sur un ensemble de porteuses qui lui sont propres. L'ensemble des porteuses correspond à un spectre OFDM. Les techniques FDMA et TDMA, quant à elles, sont utilisées pour effectuer l'accès multiple entre les différents utilisateurs.

#### 2.4.1 Schéma d'émission et de réception

Le LP-OFDM consiste à appliquer une matrice de précodage linéaire avant d'appliquer une modulation OFDM sur les symboles précodés

5

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Theta} \mathbf{x} \tag{2.8}$$



FIG. 2.4 – Symboles QPSK précodés linéairement pour  $L_p=4$  avec une matrice d'Hadamard



FIG. 2.5 – Symboles QPSK précodés linéairement pour  ${\cal L}_p=4$  avec une matrice de Fourier


FIG. 2.6 – Symboles QPSK précodés linéairement pour  ${\cal L}_p=4$  avec une matrice de Vandermonde



FIG. 2.7 – Symboles QPSK précodés linéairement pour  $L_p=256$  avec une matrice de Vandermonde, de Fourier ou d'Hadamard

où  $\mathbf{x}$  est un vecteur de symboles complexes de taille  $L_p$ ,  $\boldsymbol{\Theta}$  est la matrice de précodage linéaire de taille  $L_p \times L_p$ . La chaine de transmission LP-OFDM est représentée Figure 2.8. Dans le cas SISO, le vecteur de réception  $\mathbf{r}$  de longueur  $L_p$  est :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{\Theta}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{2.9}$$

où **n** est le vecteur de bruits blancs additifs gaussiens AWGN de longueur  $L_p$ . **H** est une matrice diagonale de taille  $L_p \times L_p$ , chaque élément de la diagonale correspondant à la réponse de canal en fréquence de chaque sous-porteuse vu par un des  $L_p$  symboles.

$$\begin{array}{c} x_{1} & & \\$$

FIG. 2.8 – Modulateur et démodulateur d'un système LP-OFDM avec canal de propagation et AWGN avec égalisation et déprécodage linéaire disjoints

#### 2.4.2 Décodage et égalisation

Bien que l'OFDM transforme un canal sélectif en fréquence en de multiples canaux non sélectifs en fréquence, il est nécessaire d'égaliser les différentes sous-porteuses. Cette égalisation correspond à une correction de la phase et de l'amplitude du canal non sélectif en fréquence par sous-porteuse appelée également égalisation à 1 coefficient. Les différents canaux non sélectifs en fréquence sont représentés par la matrice diagonale **H**. Plusieurs techniques d'égalisation **G** peuvent être utilisées à la réception. La Figure 2.8 représente la chaine de communication numérique LP-OFDM utilisant une technique de détection disjointe entre égalisation et déprécodage linéaire. Dans ce cas, le processus d'égalisation consiste à appliquer une matrice d'égalisation **G** au vecteur reçu **r** afin de restaurer l'orthogonalité des symboles reçus détruite par le canal de propagation. Dans le cas d'une égalisation ZF ou MMSE les matrices d'égalisation sont diagonales et égales à :

$$\mathbf{G}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{H})^+_{ZF}$$
(2.10)

$$\mathbf{G}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{H})^+_{MMSE}$$
(2.11)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de l'antenne de réception et  $(.)^+$  l'opération d'égalisation au sens du critère ZF ou MMSE. Après l'étape d'égalisation, on obtient un vecteur  $\hat{\mathbf{s}}$  correspondant aux symboles précodés estimés :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{G}\mathbf{r} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{\Theta}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{n} \tag{2.12}$$

Après déprécodage, on obtient le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}$  correspondant aux  $L_p$  symboles :

$$\hat{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\Theta}^H \hat{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G} \mathbf{H} \boldsymbol{\Theta} \mathbf{x} + \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G} \mathbf{n}$$
(2.13)

Afin de se représenter la dernière équation, prenons par exemple  $L_p = 4$ . On a alors :

$$\mathbf{GH} = diag(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \tag{2.14}$$

avec pour une égalisation disjointe ZF

$$\lambda_i = \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2} = 1 \tag{2.15}$$

et pour une égalisation disjointe MMSE

$$\lambda_i = \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2 + \frac{1}{\gamma}}$$
(2.16)

La matrice de précodage linéaire obtenue avec la construction de la matrice d'Hadamard complexe SU(2) de taille  $L_p=4$  est égale à :

$$\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Theta}_{4}^{Had} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{2} & \boldsymbol{\Theta}_{2} \\ \boldsymbol{\Theta}_{2} & -\boldsymbol{\Theta}_{2} \end{bmatrix}$$
(2.17)

avec

$$\boldsymbol{\Theta}_{2} = \begin{bmatrix} e^{j\theta_{1}} \cos \eta & e^{j\theta_{2}} \sin \eta \\ -e^{-j\theta_{2}} \sin \eta & e^{-j\theta_{1}} \cos \eta \end{bmatrix}$$
(2.18)

Une recherche d'optimisation des performances en taux d'erreurs binaire sur canal de Rayleigh avec une QPSK a conduit à choisir  $\eta = \frac{\pi}{4}$  afin d'avoir une même répartition de puissance pour tous les symboles et  $\theta_1 = 5\pi/4$  et  $\theta_2 = 3\pi/4$  afin d'avoir une orthogonalisation des symboles précodés. On obtient la matrice résultante suivante :

$$\boldsymbol{\Theta}^{H}\mathbf{G}\mathbf{H}\boldsymbol{\Theta} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ c & d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{bmatrix}$$
(2.19)

avec  $a = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ ,  $b = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4$ ,  $c = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4$  et  $d = \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4$ . Les techniques conjointes utilisent des égaliseurs qui sont optimaux au sens du critère ZF ou MMSE. Cependant, ces égaliseurs sont plus complexes à cause de la difficulté concernant l'inversion d'une matrice qui dépend de la taille de la matrice de précodage et qui n'est plus diagonale comme dans le cas précédent. La chaine de communications numériques LP-OFDM avec l'approche conjointe est représentée Figure 2.9.



FIG. 2.9 – Modulateur et démodulateur d'un système LP-OFDM avec canal de propagation et AWGN avec égalisation et déprécodage linéaire conjoints

Dans le cas d'une égalisation et d'un déprécodage linéaire conjoints au sens du critère ZF ou MMSE les matrices d'égalisation conjointes sont égales à :

$$\mathbf{F}_{ZF} = (\mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta})^{-1} \mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H = (\mathbf{H} \mathbf{\Theta})^+_{ZF}$$
(2.20)

$$\mathbf{F}_{MMSE} = (\mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H = (\mathbf{H} \mathbf{\Theta})^+_{MMSE}$$
(2.21)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de l'antenne de réception.

La matrice à inverser correspond à la matrice de l'équation (2.18) avec  $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H$ . Les interférences causées par le précodage linéaire sont alors éliminées grâce au produit de sa matrice inverse. D'autres techniques basées sur l'annulation d'interférence peuvent être utilisées, notamment le détecteur SIC ou PIC. Le détecteur SIC annule successivement les contributions des symboles de plus forte puissance. Pour cela, il est nécessaire de calculer l'inverse de la matrice conjointe de canal et de précodage. Ensuite, la norme minimale des vecteurs de cette matrice est sélectionnée. Lorsque ce vecteur est multiplié au signal reçu, on obtient le symbole correspondant au symbole de plus forte puissance. Après une décision dure ou douce, on retranche ce symbole du signal reçu. Cette opération est répétée selon la taille de la matrice de précodage. L'algorithme pour le détecteur SIC LP-OFDM peut se résumer de la manière suivante :

#### SISO LP-OFDM SIC Algorithm

for  $\mathbf{j} = 1$  to  $L_p$   $- \mathbf{F} = (\mathbf{H}\Theta)_j^+$   $- l = argmin||\mathbf{f}_i||^2$   $- \tilde{x}_l = \mathbf{f}_l \mathbf{r}_j$   $- \text{ optional } : \hat{x}_l = Q(\tilde{x}_l)$   $- \mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_j - vec(\mathbf{H}\Theta)_l \hat{x}_l$   $- (\mathbf{H}\Theta)_{j+1} = (\mathbf{H}\Theta)_{j\setminus l}$ end for

Le but d'un détecteur PIC est d'estimer en parallèle les termes d'interférence provoqués par le précodage linéaire. Il est également nécessaire de calculer l'inverse de la matrice conjointe de canal et de précodage. Ensuite, les différents symboles sont estimés par la multiplication de cette matrice inverse avec le signal reçu. Les interférences recalculées sont ensuite retranchées au signal reçu. Finalement, le symbole estimé est calculé par la multiplication du vecteur de la matrice inverse restant et des signaux sans interférence. L'algorithme pour le détecteur PIC LP-OFDM peut se résumer de la manière suivante :

 $\begin{array}{r} \hline \mathbf{SISO LP-OFDM PIC Algorithm} \\ \mathbf{F} = (\mathbf{H}\Theta)_j^+ \\ \mathbf{\tilde{x}} = \mathbf{Fr} \\ \text{optional} : \mathbf{\hat{x}} = Q(\mathbf{\tilde{x}}) \\ \text{for } \mathbf{j} = 1 \text{ to } L_p \\ - \mathbf{r}_j = \mathbf{r} - \sum_{k \neq j} vec(\mathbf{H}\Theta)_k \hat{x}_k \\ - \tilde{x}_j = \mathbf{f}_j \mathbf{r}_j \\ \text{end for} \\ \text{optional} : \mathbf{\hat{x}} = Q(\mathbf{\tilde{x}})
\end{array}$ 

L'inversion de la matrice conjointe d'égalisation et de déprécodage linéaire peut se faire de manière simplifiée grâce à la décomposition QR ou la décomposition de Cholesky empruntée aux systèmes DFE. La décomposition de Cholesky transforme une matrice en une multiplication de deux matrices  $L^H$  et L où L est une matrice triangulaire inférieure. La complexité de l'inversion de la matrice est donc réduite à une fonction  $O^3$  comparée à un détecteur ML de complexité  $O^{L_p}$ . Le filtre avant correspond à un filtre blanchissant et le filtre arrière permet d'obtenir l'inversion de la matrice si aucune décision n'est prise ni dans le filtre avant ni dans le filtre arrière. De plus, la décomposition de Cholesky est la plus stable numériquement comparée aux autres décompositions QR, LU etc. Par conséquent, un des algorithmes permettant de simplifier l'inversion de la matrice est donc :

 $\mathbf{L}^{H^{-1}}$  correspond à un filtrage avant et  $\mathbf{L}^{-1}$  à un filtrage arrière. Cette technique nous permet d'obtenir l'opération conjointe égalisation et déprécodage linéaire  $\mathbf{F}_{MMSE}$  à un moindre coût.

#### 2.4.3 Performances du LP-OFDM

La Figure 2.10 montre les performances du LP-OFDM dans un canal BRAN A à 3 km/h sans codage de canal avec un récepteur effectuant de manière séparée une égalisation au MMSE et le déprécodage linéaire. La matrice de précodage utilisée est la matrice d'Hadamard complexe SU(2). On observe que les performances s'améliorent et que la diversité augmente avec la taille de la matrice de précodage  $L_p$ . Cependant le canal ne varie pas assez fréquentiellement pour collecter autant de diversité qu'un canal de Rayleigh parfaitement entrelacé temporellement et fréquentiellement correspondant à un canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse ayant une diversité optimale de 64 pour  $L_p = 64$ . On peut ajouter un entrelacement temporel et/ou fréquentiel  $\Pi$  qui permet d'améliorer les performances grâce à la diversité temporelle et/ou fréquentielle exploitée. On peut également augmenter la taille de la matrice de précodage jusqu'à  $L_p = 4096$  pour optimiser la collecte de la diversité par rapport au canal. L'entrelacement est choisi avec une taille d'un million de symboles. Cet entrelacement est irréalisable en pratique, cependant il est donc possible pour un canal particulier d'atteindre les performances asymptotiques d'un canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse par l'ajout d'un entrelacement adapté au canal et par l'augmentation de la taille de la matrice de précodage. Malheureusement, la taille de l'entrelacement à utiliser avec un canal BRAN A à 3 km/h pour obtenir un canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse est très grande.

#### 2.5 Application d'un système itératif au LP-OFDM

On peut appliquer le principe turbo en réception d'un système LP-OFDM. En effet, si on insère un codeur de canal, les interférences générées par le précodage linéaire peuvent être supprimées grâce à un système itératif. On peut noter que le principe turbo n'est pas envisageable sans interférence et donc sans précodage linéaire. Le système itératif converge



FIG. 2.10 – Performances du SISO LP-OFDM sur canal BRAN A à 3 km/h

lorsque les performances de la "Matched Filter Bound" dite MFB sont atteintes. Cette borne limite du filtre adapté correspond aux performances optimales du système lorsque toutes les interférences du précodage linéaire sont supprimées. Les performances de cette MFB dépendent de la diversité apportée par le canal et collectée au niveau du récepteur. Si cette diversité est grande, les performances de la MFB sont proches des performances d'un canal AWGN.



FIG. 2.11 – Schéma d'un récepteur itératif LP-OFDM

Le principe du système itératif pour le LP-OFDM est présenté sur la Figure 2.11. Tout d'abord, une égalisation et un déprécodage selon un critère ZF ou MMSE disjoint sont effectués. Ensuite une démodulation souple est réalisée. Cette démodulation souple consiste à calculer une information de confiance souple sur chaque bit appartenant à un symbole égalisé. Cette information peut se mettre sous la forme d'un LLR<sup>11</sup> qui est ensuite fourni au décodeur

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Log-Likelihood Ratio

après un désentrelacement nécessaire pour le fonctionnement du système itératif. Le décodage est réalisé à l'aide de l'algorithme de Viterbi modifié pour fournir des sorties douces, appelé SOVA<sup>12</sup>. Ensuite une conversion binaire M-aire souple est effectuée sur les LLR a posteriori appelés aussi extrinsèques afin de fournir de nouveaux symboles égalisés estimés. Ces nouveaux symboles estimés sont utilisés pour reconstruire l'interférence créée par le précodage linéaire et la retrancher du signal reçu. Ces opérations sont repétées selon le nombre désiré d'itérations.

Pour le système SISO LP-OFDM avec une technique d'égalisation MMSE, l'annuleur d'interférences donnant la formule du signal  $\hat{\mathbf{x}}$  à l'itération p du système itératif en ayant estimé une première fois le signal  $\hat{\mathbf{x}}^0$  est la suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\boldsymbol{\Theta}^{H}\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{x}}^{p-1})$$
(2.22)

avec

$$\Gamma = \Theta^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \Theta \tag{2.23}$$

Cette technique traite de façon conjointe les opérations d'égalisation, de déprécodage et de décodage de canal itérativement sans avoir besoin de calculer la matrice inverse conjointe car la matrice à inverser est diagonale. Cependant, une technique disjointe peut être utilisée pour l'annuleur d'interférences. Pour un système itératif avec égalisation et déprécodage linéaire disjoints, les formules deviennent :

$$\hat{\mathbf{s}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{s}}^{p-1})$$
(2.24)

avec

$$\Gamma = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \tag{2.25}$$

La Figure 2.12 montre les performances d'un système SISO OFDM et SISO LP-OFDM avec des tailles  $L_p = 4$  ou  $L_p = 64$ , un code convolutif et un récepteur itératif dont la première itération est un récepteur MMSE disjoint et dont les 4 itérations sont effectuées avec un annuleur d'interférences MMSE conjoint. Les canaux utilisés sont des canaux de Rayleigh non sélectifs en fréquence indépendants par sous-porteuse. Un code convolutif  $(23, 35)_o$  de longueur de contrainte K = 5 et de rendement 1/2 est utilisé. Le récepteur conjoint d'égalisation et de déprécodage linéaire itératif permet donc d'obtenir les performances optimales, i.e. les performances de la MFB proches de celles d'un canal gaussien quand la diversité collectée au niveau du récepteur est grande. La diversité collectée dans cette simulation est de 64, par conséquent les performances de la MFB sont proches des performances de la gaussienne codée. Plus la taille de la matrice de précodage augmente, plus cette diversité augmente. Ce gain de diversité se traduit par un gain de 3.0 dB pour un  $BER = 10^{-3}$  si on utilise un système itératif.

#### 2.6 Présentation du MC-CDMA

La technique associant les modulations multiporteuses de type OFDM et la technique d'accès à répartition de codes CDMA a été exposée pour la première fois par Yee, Linnartz et Fettweis en 1993 et par Fazel et Papke lors de la même conférence [22, 23]. La technique

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Soft Output Viterbi Algorithm



FIG. 2.12 – Performances d'un système LP-OFDM itératif

MC-CDMA réalise un étalement des données dans le domaine fréquentiel et est particulièrement performante sur liaison descendante. Depuis son apparition en 1993, le MC-CDMA a fait l'objet de nombreuses analyses techniques notamment par Hara ou Kaiser [24, 25]. Sa supériorité par rapport aux autres techniques combinant la technique d'accès CDMA avec la modulation OFDM a été démontrée sur liaison descendante, où l'étalement des données se fait sur les différentes sous-porteuses grâce à une séquence d'étalement de type Walsh-Hadamard permettant de tirer parti de la diversité fréquentielle du canal. Dans les thèses de Le Gouable et Baudais, une analyse minutieuse de ces différents systèmes et de leurs performances est effectuée [26, 27]. Ces mêmes auteurs ont démontré qu'avec un codage de canal, il est préférable d'utiliser des simples techniques de réception mono-utilisateur utilisant un critère ZF ou MMSE plutôt que des techniques de réception plus complexes telles que des techniques SIC ou PIC [28].

Dans ce paragraphe, nous donnons une représentation matricielle du MC-CDMA mettant en valeur non seulement la diversité exploitée par les différents symboles émis mais aussi la MAI. Ensuite, nous rappelons les techniques de détection mono-utilisateur ZF ou MMSE et les techniques de détection multi-utilisateurs PIC ou SIC. Enfin, nous présentons les performances de certaines de ces techniques de détection.

#### 2.6.1 Principes du MC-CDMA

Tout d'abord, la Figure 2.13 représente le modulateur et le démodulateur MC-CDMA. Comme pour le modulateur et le démodulateur OFDM, l'opération d'étalement par séquence de Walsh-Hadamard [22, 23, 24, 25] peut se faire grâce à un algorithme rapide FHT<sup>13</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Fast Hadamard Transform



FIG. 2.13 – Modulateur et démodulateur d'un système MC-CDMA à base de transformées de Fourier et d'Hadamard

et le désétalement par une IFHT<sup>14</sup>. Le nombre d'utilisateurs est désigné par le symbole  $N_u$ et la longueur des codes d'étalement est de  $L_c$ . Pour résumer, les symboles complexes de  $N_u$ utilisateurs sont étalés par  $N_u$  séquences d'étalements de longueur  $L_c$  provenant d'une FHT. Ensuite,  $N_c$  symboles provenant d'un ou plusieurs blocs de  $L_c$  symboles complexes étalés alimentent la modulation OFDM. Dans un système sans canal de propagation et sans bruit, le démodulateur correspond à l'opération duale de l'émetteur, i.e. démodulation OFDM suivie d'une IFHT afin de retrouver tous les symboles des  $N_u$  utilisateurs. Intéressons nous maintenant à une chaine de transmission réelle MC-CDMA. Les signaux émis sont affectés par un canal de propagation **H** et un bruit blanc additif gaussien AWGN provenant notamment du bruit thermique apporté par l'antenne de réception. Nous supposons le canal parfaitement estimé par le récepteur. Afin de retrouver les signaux émis tout en connaissant ce canal, plusieurs critères sont à notre disposition. Bien sûr, un critère sur la probabilité d'erreur bit serait le critère le plus pertinent, mais il est difficile à calculer de manière analytique. On l'utilisera seulement pour comparer les différents systèmes dans le cadre de simulations. Les différents critères courants que nous pouvons utiliser sont le critère MAP<sup>15</sup>, le critère ML, le critère ZF ou le critère MMSE. Les deux premiers critères donnent les meilleures performances mais sont d'une grande complexité variant exponentiellement avec la longueur de code  $L_c$ . Les deux autres critères du ZF et du "classique" MMSE sont moins complexes mais offrent de bonnes performances [26, 27, 28].

Dans le cadre d'une chaine de communication MC-CDMA, les hypothèses de la modulation OFDM sont conservées pour n'importe quel canal de propagation. On choisit un nombre de sous-porteuses suffisamment grand pour réduire le débit de chaque sous-porteuse tout en gardant le canal constant pendant la durée d'un symbole OFDM. L'intervalle de garde est choisi pour que sa longueur soit supérieure à la dispersion maximale des retards du canal de propagation. Ainsi, on peut considérer que le canal de chaque sous-porteuse est plat et donc que l'ISI est supprimée. L'égalisation consiste donc à une multiplication par un seul coefficient par sous-porteuse afin de corriger la réponse fréquentielle du canal au niveau de la  $k^{i\rm eme}$  sous-porteuse  $h_k = \rho_k e^{i\theta_k}$ . La chaine de transmission MC-CDMA avec canal de propagation plus bruit est représentée Figure 2.14.

Nous utilisons une représentation matricielle pour plus de simplicité et de clarté dans la formulation des équations. Les différents symboles des usagers sont étalés de la manière suivante :

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{2.26}$$

où  $\mathbf{x}$  est un vecteur de symboles complexes de taille  $N_u$ ,  $N_u$  étant le nombre d'utilisateurs du

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Inverse Fast Hadamard Transform

 $<sup>^{15}\</sup>mathrm{Maximum}$ A Posteriori

système MC-CDMA,  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 & \dots & \mathbf{c}_j & \dots & \mathbf{c}_{N_u} \end{bmatrix}$  est la matrice des codes d'étalement des utilisateurs de taille  $L_c \times N_u$ , avec  $\mathbf{c}_j = \begin{bmatrix} c_{1j} & \dots & c_{kj} & \dots & c_{L_cj} \end{bmatrix}^T$  le vecteur de longueur  $L_c$  pour l'utilisateur *j*. Dans le cas SISO, le vecteur des symboles reçus **r** de longueur  $L_c$  est égale à :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{2.27}$$

où **n** est le vecteur AWGN de longueur  $L_c$ . **H** est une matrice diagonale de taille  $L_c \times L_c$ , chaque élément de la diagonale correspondant à la réponse fréquentielle du canal pour chaque sousporteuse. Pour le MC-CDMA, la matrice d'étalement couramment utilisée est une matrice réelle de Walsh-Hadamard orthogonale qui donne de bonnes performances sur voie descendante grâce au caractère synchrone de la transmission. Cependant, d'autres matrices réelles orthogonales ou complexes unitaires peuvent être utilisées, comme par exemple les matrices de Fourier ou de Vandermonde ou de Golay. Les formules sont données quelle que soit la charge, i.e. à pleine charge la taille de la matrice des codes d'étalement est égale à  $L_c \times L_c$  car  $N_u = L_c$ et à mi-charge la taille de la matrice des codes d'étalement est de  $L_c \times L_c/2$  car  $N_u = L_c/2$ . Enfin, d'autres techniques proches du MC-CDMA existent, notamment le SS-MC-MA<sup>16</sup> qui est une technique d'accès combinant la technique d'accès FDMA et la modulation OFDM en effectuant un étalement des données d'un même utilisateur [29]. On peut donc remarquer que le LP-OFDM et le SS-MC-MA sont des techniques similaires puisque le LP-OFDM effectue un précodage linéaire des données d'un même utilisateur temporellement et/ou fréquentiellement avec une technique d'accès TDMA ou FDMA.

#### 2.6.2 Techniques de détection mono-utilisateur

La matrice de canal étant une matrice diagonale, les matrices d'égalisation sont aussi des matrices diagonales et conduisent donc à une multiplication par un seul coefficient complexe par sous-porteuse. Plusieurs techniques d'égalisation **G** peuvent être utilisées à la réception. Tout d'abord, rappelons les techniques de détection mono-utilisateur ou  $SUD^{17}$ , i.e. aucune connaissance des données des autres utilisateurs ou des séquences d'étalement n'est nécessaire. La Figure 2.14 représente la chaine de communication numérique MC-CDMA utilisant une technique SUD.



FIG. 2.14 – Modulateur et démodulateur d'un système MC-CDMA avec canal de propagation et AWGN avec égalisation et désétalement disjoints

Une technique SUD revient donc à faire de manière disjointe l'étape d'égalisation et de désétalement. Dans le cadre d'une détection SUD, le processus d'égalisation consiste à appliquer une matrice d'égalisation  $\mathbf{G}$  au vecteur reçu  $\mathbf{r}$ . Dans le cas d'une égalisation ZF ou

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Spread Spectrum-Multi Carrier-Multiple Access

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Single User detection

MMSE les matrices d'égalisation sont respectivement égales à :

$$\mathbf{G}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{H})^+_{ZF}$$
(2.28)

$$\mathbf{G}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{L_c}{N_u \gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{H})^+_{MMSE}$$
(2.29)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de l'antenne de réception. Après l'étape d'égalisation, on obtient un vecteur  $\hat{\mathbf{s}}$  correspondant aux symboles étalés égalisés :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{G}\mathbf{r} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{n} \tag{2.30}$$

Après désétalement, on obtient le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}$  correspondant aux symboles des  $N_u$  utilisateurs :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}^T \mathbf{G} \mathbf{H} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{C}^T \mathbf{G} \mathbf{n}$$
(2.31)

Afin de se représenter la dernière équation prenons par exemple  $L_c = 4$ . On a alors

$$\mathbf{GH} = \mathbf{\Lambda} = diag(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \tag{2.32}$$

avec pour une égalisation SUD ZF

$$\lambda_i = \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2} = 1 \tag{2.33}$$

et pour une égalisation SUD MMSE

$$\lambda_i = \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2 + \frac{L_c}{N_u \gamma}} \tag{2.34}$$

donnant la matrice globale suivante :

$$\mathbf{C}^{T}\mathbf{GHC} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ c & d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{bmatrix}$$
(2.35)

avec  $a = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ ,  $b = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4$ ,  $c = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4$  et  $d = \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4$ . Les termes diagonaux correspondent au signal utile et les termes non diagonaux à la MAI. On peut remarquer que si les canaux sont parfaitement estimés, les termes non diagonaux deviennent nuls avec une égalisation SUD ZF.

#### 2.6.3 Techniques de détection multi-utilisateurs

L'opération d'égalisation et de désétalement disjointe n'est pas optimale sans codage de canal, contrairement à une approche conjointe type MUD<sup>18</sup>. La chaine de communications numériques MC-CDMA avec étape d'égalisation et de désétalement conjointe est donnée par la Figure 2.15.

Une détection basée sur un critère MAP ou ML consistant à estimer le symbole le plus probable ou la séquence émise la plus probable par rapport à la séquence reçue combinant

 $<sup>^{18}\</sup>mathrm{Multi}$  User Detection



FIG. 2.15 – Modulateur et démodulateur d'un système MC-CDMA avec canal de propagation et AWGN avec égalisation et désétalement conjoints

l'opération d'égalisation et de désétalement est optimale. Cependant, la complexité d'un tel détecteur est trop grande car elle augmente exponentiellement avec la taille des séquences d'étalement  $L_c$ . Une approche conjointe basée sur le critère ZF ou MMSE parait donc un meilleur choix, bien que la taille de la matrice à inverser augmente linéairement avec la longueur des séquences d'étalement  $L_c$ . Dans le cas d'une égalisation et d'un désétalement conjoint au sens du critère ZF ou MMSE les matrices d'égalisation conjointes sont égales à :

$$\mathbf{F}_{ZF} = (\mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H = (\mathbf{H} \mathbf{C})^+_{ZF}$$
(2.36)

$$\mathbf{F}_{MMSE} = (\mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H = (\mathbf{H} \mathbf{C})^+_{MMSE}$$
(2.37)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de l'antenne de réception. La matrice d'égalisation conjointe suivant le critère MMSE  $\mathbf{F}_{MMSE}$  a été initialement appelée GMMSE par Baudais et elle correspond au filtre de Wiener optimal [27]. Nous appelons cette technique conjointe la technique MMSE-MUD. Enfin, d'autres techniques basées sur l'annulation d'interférences peuvent être utilisées, notamment le détecteur SIC ou PIC. Ces techniques ont un avantage lorsque plusieurs utilisateurs transmettent à des puissances différentes. En effet, un détecteur SIC annule successivement les contributions des utilisateurs de plus forte puissance. On peut donc penser à l'utilisation de ce détecteur pour une voie montante MC-CDMA bien que le contrôle de puissance fait en sorte que le SINR soit à peu près le même pour tous les utilisateurs. L'algorithme SIC conjoint qu'on appele SIC-MUD est le suivant :

#### SISO MC-CDMA SIC-MUD Algorithm

for j = 1 to  $N_u$ -  $\mathbf{F} = (\mathbf{HC})_j^+$ -  $l = argmin||\mathbf{f}_i||^2$ -  $\tilde{x}_l = \mathbf{f}_l \mathbf{r}_j^i$ - optional :  $\hat{x}_l = Q(\tilde{x}_l)$ -  $\mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_j - vec(\mathbf{HC})_l \hat{x}_l$ -  $(\mathbf{HC})_{j+1} = (\mathbf{HC})_{j \setminus l}$ end for

Le but d'un détecteur PIC est d'estimer en parallèle le terme de MAI provoqué par l'ensemble des utilisateurs interférents. Les étages de détection travaillent de manière itérative et se servent des décisions réalisées lors de l'étage précédant pour reconstruire le terme de MAI affectant chaque utilisateur. L'algorithme PIC conjoint qu'on appelle PIC-MUD est le suivant :  $\frac{\mathbf{SISO MC-CDMA PIC-MUD Algorithm}}{\mathbf{F} = (\mathbf{HC})_{j}^{+}} \\
\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{Fr} \\
\text{optional} : \hat{\mathbf{x}} = Q(\tilde{\mathbf{x}}) \\
\text{for } j = 1 \text{ to } N_{u} \\
- \mathbf{r}_{j} = \mathbf{r} - \sum_{k \neq j} vec(\mathbf{HC})_{k} \hat{x}_{k} \\
- \tilde{x}_{j} = \mathbf{f}_{j} \mathbf{r}_{j} \\
\text{end for} \\
\text{optional} : \hat{\mathbf{x}} = Q(\tilde{\mathbf{x}})$ 

Cependant, le calcul de la matrice inverse de taille  $N_u \times N_u$  est complexe. Pour cela on peut appliquer un algorithme SIC ou PIC comprenant égalisation et désétalement de façon disjointe [27, 26]. Le détecteur SIC peut facilement se déduire du détecteur PIC dans la mesure où les contributions des utilisateurs de plus forte puissance sont prises en compte et soustraites au signal reçu par ordre décroissant. L'algorithme PIC disjoint est le suivant :

#### 

Les techniques MUD utilisent des égaliseurs qui sont optimaux au sens du critère ZF ou MMSE de manière disjointe ou conjointe. Pour les techniques MUD conjointes, la difficulté et la complexité vient donc de l'inversion d'une matrice qui dépend de la longueur du nombre d'utilisateurs. Cependant, cette inversion peut se faire par exemple avec une décomposition de Cholesky qui transforme une matrice en une multiplication de deux matrices  $L^H$  et L où L est une matrice triangulaire inférieure. D'autres décompositions que la décomposition de Cholesky peuvent être choisies ayant la propriété de réduire la complexité à  $O^3$  comme les décompositions LU, QR etc. L'avantage de la décomposition de Cholesky est d'être stable numériquement et de proposer un blanchissement du bruit grâce à son filtre avant. L'algorithme devient donc :

 $\frac{\text{MMSE Cholesky Algorithm}}{\Gamma = \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I}}$ 

# $$\begin{split} \boldsymbol{\Gamma} &= \boldsymbol{L}^{H}\boldsymbol{L} \\ \boldsymbol{\tilde{y}} &= \boldsymbol{L}^{H^{-1}}\boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{H}^{H}\boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{\tilde{x}} &= \boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{\tilde{y}} \end{split}$$

 $\mathbf{L}^{H^{-1}}$  correspond à un filtrage avant et  $\mathbf{L}^{-1}$  à un filtrage arrière. Ces filtrages sont simples puisque  $\mathbf{L}$  a une forme triangulaire. De plus, si aucune décision n'est prise dans le filtrage avant ou arrière, cette technique nous permet d'obtenir l'opération conjointe égalisation et désétalement  $\mathbf{F}_{MMSE}$  à un moindre coût. Des recherches futures permettront d'évaluer les performances de ce système lorsqu'une décision dans le filtre arrière est prise avec et sans ordonnancement, car on obtiendrait alors un DFE comprenant les opérations d'égalisation et de désétalement conjoints d'un système MC-CDMA.

Cependant, avec un codage de canal, il est préférable d'utiliser des simples techniques de réception mono-utilisateur utilisant un critère ZF ou MMSE plutôt que des techniques de réception plus complexes telles que des techniques SIC ou PIC [28]. En effet, même si cette prise de décision améliore les performances sans codage de canal à haut SNR, elle dégrade les performances avec codage de canal à cause de la plus grande probabilité d'avoir pris une mauvaise décision à bas SNR. Cette mauvaise décision est alors réinjectée dans la boucle aboutissant à un phénomène de propagation d'erreurs.

#### 2.6.4 Performances des différentes techniques mono et multi-utilisateurs

La figure 2.16 montre les performances de différentes techniques d'égalisation SUD (Single User Detection) à pleine charge pour  $L_c = 64$  sur canaux de Rayleigh plats indépendants par sous-porteuse. Nous rappelons que la technique MMSE offre les meilleures performances. Pour les performances de quelques unes des techniques MUD présentées précédemment, on peut se référer notamment à la Figure 2.17 qui présente une comparaison des performances d'une technique SUD MMSE et d'une technique MMSE-MUD en fonction de la charge. Nous rappelons que les performances de la technique MMSE-MUD et MMSE sont identiques à pleine charge mais qu'à des charges plus faibles la technique MMSE-MUD est meilleure. Pour les autres techniques MUD, on peut se référer notamment aux thèses de Le Gouable et Baudais [26, 27].

#### 2.7 Application d'un système itératif au MC-CDMA

Quand on utilise un codage de canal, il est possible d'appliquer un système itératif pour décoder les systèmes SISO MC-CDMA. Pour la voie descendante, les données de tous les utilisateurs peuvent être codées avec le même codeur de canal ou avec des codeurs différents. Pour la voie montante, chaque utilisateur code ses propres données. Le principe du système itératif pour le MC-CDMA est quasi identique au principe du système itératif pour le LP-OFDM, à ceci près que les matrices d'étalement sont des matrices d'Hadamard réelles  $\mathbf{C}$  de taille  $L_c \times N_u$  pouvant être non carrées lorsque le système n'est pas à pleine charge.

Le principe d'un récepteur itératif MC-CDMA est représenté sur la Figure 2.18. Pour la première étape, une égalisation et un désétalement selon un critère ZF ou MMSE SUD est effectué. Au niveau du décodage, il est nécessaire de calculer l'information extrinsèque sur les bits codés afin de faire une conversion binaire m-aire douce tenant compte de la probabilité de ces bits extrinsèques. Les symboles modulés sont alors traités par le processus itératif. Les autres étapes sont similaires au LP-OFDM itératif, cependant chaque usager doit décoder les



FIG. 2.16 – Performances des différentes techniques d'égalisation SUD à pleine charge et  $L_c = 64$  avec un canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse



FIG. 2.17 – Performances des techniques d'égalisation MMSE-SUD et MMSE-MUD en fonction de la charge pour un  $BER=10^{-3}$  avec un canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse



FIG. 2.18 – Récepteur itératif MC-CDMA

données de tous les utilisateurs ce qui rend la complexité du récepteur itératif MC-CDMA dépendant de la charge du système.

L'étape importante du système itératif est l'annuleur d'interférence correspondant à l'étape où les symboles estimés sont utilisés pour reconstruire l'interférence créée par le précodage linéaire et la retrancher du signal reçu. Pour le système MC-CDMA avec un annuleur d'interférence MMSE-MUD correspondant à une égalisation et un désétalement conjoint, la formule du signal  $\hat{\mathbf{x}}$  à l'itération p du système itératif est la suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{C}^{T}\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{x}}^{p-1})$$
(2.38)

avec

$$\Gamma = \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} \tag{2.39}$$

L'inversion de la matrice est peu complexe car c'est une matrice diagonale. Pour un système itératif MC-CDMA avec une technique d'égalisation MMSE-SUD correspondant à une égalisation et un désétalement disjoint, les formules deviennent :

$$\hat{\mathbf{s}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{L_{c}}{N_{u}\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{s}}^{p-1})$$
(2.40)

avec

$$\Gamma = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \tag{2.41}$$

La Figure 2.19 montre les performances d'un système SISO MC-CDMA avec récepteur itératif dont la première itération est un récepteur MMSE-SUD et dont les 4 itérations sont effectuées avec un annuleur d'interférence MMSE-MUD. Un code convolutif  $(23, 35)_o$  de longueur de contrainte K = 5 et de rendement 1/2 est utilisé. On s'aperçoit qu'un système itératif MMSE-SUD converge vers les performances de la SUB<sup>19</sup> ou MFB proche des performances d'un canal gaussien grâce à la diversité fréquentielle apportée par le désétalement. Le récepteur itératif avec une égalisation et un désétalement conjoint permet donc d'obtenir les performances optimales, i.e. les performances de la SUB proches de celles d'un canal gaussien. Le gain est de 3 dB pour un  $BER = 10^{-3}$ .

La Figure 2.20 montre les performances d'un système SISO MC-CDMA itératif du même système mais pour différentes charges. Quand la charge diminue, les performances à bas SNR

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>Single User Bound

s'améliorent grâce à une meilleure exploitation de la diversité de canal à cause du plus faible nombre d'interférents.



FIG. 2.19 – Performances du récepteur MC-CDMA itératif MMSE-SUD à pleine charge avec $L_c{=}64$ 

#### 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les récepteurs des systèmes OFDM, LP-OFDM et MC-CDMA avec une représentation matricielle permettant d'étendre facilement les équations aux systèmes MIMO utilisant du codage espace-temps ou du multiplexage spatial et ainsi mettre en évidence le traitement multi-antennes dans les chapitres suivants.

Ensuite, le précodage linéaire et les différentes matrices de précodage linéaire que sont les matrices de Vandermonde, les matrices de Fourier et les matrices d'Hadamard complexes à base de matrices SU(2) ont été présentées. Ces différentes matrices de précodage conduisent à des constellations d'émission différentes selon la taille de la matrice et la modulation initiale utilisées.

Les différents récepteurs du LP-OFDM ont été présentés, tels que des récepteurs linéaires MMSE ou ZF disjoints ou des récepteurs non linéaires tels que le SIC ou le PIC. Un nouveau récepteur itératif a été présenté utilisant un égaliseur linéaire MMSE permettant d'atteindre itérativement les performances de la MFB proches de la courbe gaussienne codée quand la diversité apportée par le canal et collectée par le précodage linéaire est grande.

Finalement, nous décrivons les différentes techniques de détection mono-utilisateur linéaires ZF ou MMSE et les techniques de détection multi-utilisateurs non linéaires ZF ou MMSE associées ou non à un SIC ou PIC pour le MC-CDMA. Avec un codage de canal, il est possible avec ces différentes techniques d'égalisation de faire un récepteur itératif qui consiste



FIG. 2.20 – Performances du récepteur MC-CDMA itératif MMSE-SUD pour différentes charges avec  $L_c\!=\!64$ 

à annuler itérativement la MAI<sup>20</sup> et asymptotiquement retrouver les performances de la MFB ou SUB. Nous montrons que l'utilisation d'un annuleur d'interférences MMSE-MUD avec un détecteur MMSE-SUD à la première itération de faible complexité associé à du codage de canal permet d'obtenir les performances de la SUB codée très proche des performances de la gaussienne codée.

Ces nouveaux systèmes itératifs pour LP-OFDM et MC-CDMA ont été obtenus en collaboration avec P.-J. Bouvet et ont fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet [30].

 $<sup>^{20}{\</sup>rm Multiple}$  Access Interference

#### Bibliographie

- M. Debbah. Précodeurs linéaires pour les transmissions OFDM sans fil. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, FRANCE, 2002.
- [2] M.L. Doelz, E.T. Heald, and D.L. Martin. Binary data transmission techniques for linear systems. In *Proceedings of IRE*, volume 45, pages 656–661, May 1957.
- [3] R.R. Mosier. A data transmission system using pulse phase modulation. In *IRE Conven*tion Record of First National Convention on Military Electronics, pages 233–238, Washington, USA, June 1957.
- [4] W.E. Keasler. Reliable data communications over the voice bandwidth telephone channel using orthogonal frequency division multiplexing. PhD thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, USA, 1982.
- [5] L. J. Cimini. Analysis and simulations of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing. *IEEE Transactions on Communications*, COM-33(7):665– 675, July 1985.
- [6] A. Peled and A. Ruiz. Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'80*, volume 3, pages 964–967, Denver, USA, April 1980.
- [7] M. Alard and R. Halbert. Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers. *EBU Review*, 2204 :3–25, August 1987.
- [8] B. Le Floch, M. Alard, and C. Berrou. Coded orthogonal frequency division multiplex. Proceedings of the IEEE, 83 :982–996, June 1995.
- [9] M. Alard and R. Lassale. Principes de modulation et de codage canal en radiodiffusion numérique vers des mobiles. *Revue de l'UER - Technique*, pages 168–190, August 1987.
- [10] Hikmet Sari, Georges Karam, and Isabelle Jeanclaude. Transmission techniques for digital TV broadcasting. *IEEE Communications Magazine*, pages 100–109, February 1995.
- [11] Stuart D. Sandberg and Michael A. Tzannes. Overlapped discrete multitone modulation for high speed copper wire communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(9) :1571–1585, December 1995.
- [12] S. B. Weinstein P. M. Ebert. Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform. *IEEE Transactions on Communications Techno*logy, COM-19(5) :628–634, October 1971.
- [13] H. Sampath and A. Paulraj. Linear precoding for space-time coded systems with known fading correlations. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'01, volume 1, pages 246–251, November 2001.
- [14] X. Giraud, E. Boutillon, and J.-C. Belfiore. Algebraic tools to build modulation schemess for fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 43(3) :938–952, May 1997.
- [15] J. Boutros and E. Viterbo. Signal space diversity : A power-and-bandwidth-efficient diversity technique for the rayleigh fading channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(4) :1453–1467, July 1998.
- [16] G. D. Forney and G. Ungerboeck. Modulation and coding for linear gaussian channels. IEEE Transactions on Information Theory, 44 :2384–2415, October 1998.

- [17] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Space-time diversity systems based on unitary constellation-rotating precoders. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech* and Signal Processing, *ICASSP'01*, Salt Lake City, USA, May 2001.
- [18] M. O. Damen, K. Abed-Meraim, and J. C. Belfiore. Transmit diverity using rotated constellations with hadamard transform. In *IEEE International Conference on Acoustics*, *Speech and Signal Processing*, *ICASSP'00*, pages 396–401, 2000.
- [19] A. Correia. Optimised orthonormal complex constellations for transmitter diversity. In *Conftele*, Figuera Da Foz, Portugal, April 2001.
- [20] M.M. Da Silva and A. Correia. Space-time block coding for 4 antennas with coding rate 1. In *IEEE International Symposium on Spread-Spectrum Techniques and Applications*, *ISSSTA '02*, Prague, Czech Republic, September 2002.
- [21] A. Stamoulis, Z. Liu, and G. B. Giannakis. Space-time block-coded ofdma with linear precoding for multirate services. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(1):119–129, January 2002.
- [22] N. Yee, J.P. Linnartz, and G. Fettweis. Multicarrier cdma in indoor wireless radio networks. In *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC*', pages 109–113, Yokohama, JAPAN, September 1993.
- [23] K. Fazel and L. Papke. On the performance of convolutionally-coded cdma/ofdm for mobile communication system. In *IEEE International Symposium on Personal, Inddor and Mobile Radio Communications, PIMRC'*, pages 468–472, Yokohama, JAPAN, September 1993.
- [24] S. Hara and R. Prasad. Ds-cdma, mc-cdma and mt-cdma for mobile multimedia communications. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC', pages 1106–1110, Atalanta, USA, April 1996.
- [25] S. Kaiser. Multi-Carrier CDMA Mobile Radio Systems-Analysis and Optimization of Detection, Decoding, and Channel Estimation. PhD thesis, University of München, GER-MANY, 1987.
- [26] R. Le Gouable. Association de Modulations Multiporteuses et de techniques d'accès Multiplee : Applications aux Transmissions sans fil à haut débit. PhD thesis, Institut National de Sciences Appliquées, Rennes, FRANCE, 2001.
- [27] J.-Y. Baudais. Etude des modulations à porteuses multiples et à spectre étalé : Analyse et Optimisations. PhD thesis, Institut National de Sciences Appliquées, Rennes, FRANCE, 2001.
- [28] M. Hélard, R. Le Gouable, J.-F. Hélard, and J.-Y. Baudais. Multicarrier cdma techniques for future wideband wireless networks. Annals of Telecommunications, Special Issue on UMTS, 56(5-6) :260–274, May 2001.
- [29] S. Kaiser. Mc-fdma and mc-tdma versus mc-cdma and ss-mc-ma : Performance evaluation for fading channels. In *IEEE Global Communications Conference*, *GLOBECOM'98*, pages 200–204, Sun City, South Africa, 1998.
- [30] P.-J. Bouvet, V. Le Nir, and M. Hélard. Procédé de réception itératif pour système comprenant à l'émission codage de canal et précodage linéaire. *Brevet Européen*, (04-364041.6), June 2004.

[31] S. Kaiser and K. Fazel. A spread-spectrum multi-carrier multiple-access system for mobile communications. In *Multi-Carrier Spread Spectrum workshop*, MCSS'97, pages 49–56, Oberpfaffrnhofen, Germany, September 1997.

### Chapitre 3

## Les différentes techniques MIMO étudiées

#### Sommaire

3.1	Intre	oduction	69
<b>3.2</b>	2 Multiplexage Spatial		70
	3.2.1	Techniques de détection par inversion de matrice	71
	3.2.2	Techniques de détection non linéaires	72
	3.2.3	Systèmes à multiplexage spatial utilisés dans la littérature	73
	3.2.4	Performances des techniques à multiplexage spatial	74
	3.2.5	Effet de la corrélation sur les techniques à multiplexage spatial	77
<b>3.3</b>	$\mathbf{Les}$	codes espace-temps en blocs orthogonaux	<b>79</b>
	3.3.1	Le code espace-temps en blocs d'Alamouti	79
	3.3.2	Les codes espace-temps en blocs de Tarokh $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	82
	3.3.3	Codes espace-temps en blocs orthogonaux avec commutation entre	
		groupe d'antennes	85
	3.3.4	Effet de la corrélation entre antennes sur les performances des STBC	87
<b>3.4</b>	Les	Codes espace-temps non orthogonaux	87
	3.4.1	Codes espace-temps orthogonaux avec non constance du canal sur la durée des codes	88
	219	Etude des codes annes temps per orthogonour à quetre entennes à	00
	0.4.2	rendement unitaire	90
	3.4.3	Proposition de nouveaux codes espace-temps non orthogonaux	94
<b>3.5</b> Conclusion			97
Bibliographie			99

#### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, différentes techniques MIMO sont étudiées et leurs performances relatives sont présentées. Ces techniques ont pour but d'augmenter la capacité ou la diversité de la liaison émission-réception. Les études menées dans ce chapitre concernent les systèmes MIMO basés sur le codage espace-temps ou le multiplexage spatial ne nécessitant pas la CSI à l'émission. Les courbes de performances sont données en considérant une puissance de réception constante P, équivalente à une puissance d'émission normalisée  $P/(N_tN_r)$  par antenne d'émission (pas de gain d'antennes).

Dans la partie **3.2**, les techniques à multiplexage spatial sont étudiées. Nous rappelons la formule de la capacité de ces systèmes selon le récepteur choisi. Ensuite, les différents algorithmes de réception du multiplexage spatial sont décrits, i.e le SIC et le PIC spatial suivant différents critères ZF ou MMSE en donnant leurs performances. Finalement, nous étudions l'effet de la corrélation sur les techniques à multiplexage spatial.

Dans la partie **3.3**, nous étudions les codes espace-temps en blocs orthogonaux d'Alamouti et de Tarokh pour différentes efficacités spectrales et nous étudions l'effet de la corrélation sur ces codes. Le rendement R d'un code espace-temps est défini comme le rapport entre le nombre de symboles N et le nombre de durées symboles T pendant lequel ces symboles ont été émis R = N/T. Le seul code espace-temps en bloc orthogonal à rendement unitaire est le code d'Alamouti pour  $N_t = 2$ , les codes de de Tarokh pour  $N_t = 3$  ou  $N_t = 4$  sont de rendement inférieurs. Une classe de codes espace-temps en blocs orthogonaux unitaires pour  $N_t > 2$  est introduite, correspondant à des codes espace-temps en blocs orthogonaux avec commutation entre groupe d'antennes.

Finalement, dans la partie **3.4**, les codes espace-temps non orthogonaux à rendement unitaire sont étudiés. Nous donnons une nouvelle approche de ces codes non orthogonaux en incluant dans cette classe de codes, les codes espace-temps en blocs orthogonaux avec un canal non constant sur la durée T du code. Ensuite les codes espace-temps en blocs non orthogonaux à 4 antennes sont étudiés. Finalement nous proposons des nouveaux codes espace-temps en blocs non orthogonaux.

#### 3.2 Multiplexage Spatial

Le principe d'un système à multiplexage spatial est de fournir un vecteur de symboles différents sur les antennes d'émission. En prenant  $\mathbf{x}$  un vecteur de taille  $N_t \times 1$  correspondant aux symboles à transmettre sur chacune des  $N_t$  antennes d'émission pendant la durée d'un temps symbole  $T_s$  tel que :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_t & \dots & x_{N_t} \end{bmatrix}^T \tag{3.1}$$

**H** est une matrice  $N_r \times N_t$  correspondant au canal multi-antennes telle que :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1t} & \dots & h_{1N_t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{r1} & \dots & h_{rt} & \dots & h_{rN_t} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ h_{N_r1} & \dots & h_{N_rt} & \dots & h_{N_rN_t} \end{bmatrix}$$
(3.2)

avec  $h_{rt}$  le canal entre la  $t^{i\text{ème}}$  antenne d'émission et la  $r^{i\text{ème}}$  antenne de réception.

La Figure 3.1 correspond à un système à  $N_t$  antennes d'émission et  $N_r$  antennes de réception. **b** est le vecteur de bruit des  $N_r$  antennes de réception tel que :

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 & \dots & b_r & \dots & b_{N_r} \end{bmatrix}^T \tag{3.3}$$



FIG. 3.1 – Système MIMO à  $N_t$  antennes d'émission et  $N_r$  antennes de réception

y le vecteur reçu peut s'écrire de la forme suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \tag{3.4}$$

Dans les paragraphes suivants, les différentes techniques et algorithmes en réception du multiplexage spatial sont décrits, i.e les techniques de détection par inversion de matrice ZF ou MMSE et les techniques non linéaires telles que le SIC et le PIC suivant différents critères ZF ou MMSE.

#### 3.2.1 Techniques de détection par inversion de matrice

En considérant que le vecteur de bruit est constitué d'échantillons de bruits blancs additifs gaussiens AWGN de variance  $\sigma_n^2$  sur chacune des branches du récepteur, et que le vecteur **y** est constitué de signaux indépendants de variance  $\sigma_d^2$ , le rapport signal sur bruit  $\gamma$  sur chaque antenne de réception peut être défini comme :

$$\gamma = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_n^2} \tag{3.5}$$

Afin de retrouver les symboles émis, il est nécessaire d'effectuer une technique de détection par inversion de matrice. Cette technique de détection consiste à appliquer au vecteur reçu une matrice d'égalisation  $\mathbf{G}$  selon un critère ZF ou MMSE. Avec un critère ZF, la matrice d'égalisation  $\mathbf{G}$  s'écrit de la forme suivante :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{H})^+_{ZF}$$
(3.6)

Avec un critère MMSE, la matrice d'égalisation  ${f G}$  s'écrit de la forme suivante :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{H})^+_{MMSE}$$
(3.7)

#### 3.2.2 Techniques de détection non linéaires

Les techniques de détection non linéaires sont les techniques performantes utilisant un critère ML ou MAP mais difficiles à mettre en oeuvre à cause de leur complexité liée aux nombre d'antennes d'émission et de réception. D'autres techniques de détection non linéaires sont les techniques de détection à annulation d'interférences SIC ou PIC.

#### Successive Interference Cancellation

L'algorithme de détection SIC consiste à annuler successivement les symboles interférents. La matrice d'égalisation est calculée selon un critère ZF ou MMSE. Ensuite le symbole détecté est supprimé du vecteur reçu. Cette opération est répétée jusqu'à ce que les  $N_t$  symboles des antennes d'émission soient décodés. De plus, l'ordonnancement des symboles détectés a un effet sur les performances du détecteur SIC. L'ordonnancement permet de déterminer l'ordre des antennes d'émission à annuler en premier en fonction des plus fortes amplitudes des canaux. Cela correspond à choisir la plus faible norme des lignes de la matrice **G** pour chaque itération. L'opération sans ordonnancement choisit la ligne de la matrice d'égalisation de façon aléatoire ou fixée pendant la durée de la transmission. Pour résumer, l'algorithme SIC spatial peut s'écrire de la manière suivante :

# $\begin{array}{l} \hline \textbf{MIMO SIC spatial Algorithm} \\ \text{for } j = 1 \text{ to } N_t \\ & - \mathbf{G} = (\mathbf{H})_j^+ \\ & - \text{ optional(with or without ordering) } l = argmin||\mathbf{g}_i||^2 \\ & - \tilde{x}_l = \mathbf{g}_l \mathbf{y}_j \\ & - \text{ optional} : \hat{x}_l = Q(\tilde{x}_l) \\ & - \mathbf{y}_{j+1} = \mathbf{y}_j - vec(\mathbf{H})_l \hat{x}_l \\ & - (\mathbf{H})_{j+1} = (\mathbf{H})_{j \setminus l} \\ \text{end for} \end{array}$

avec  $vec(\mathbf{H})_l$  le vecteur colonne de la matrice  $\mathbf{H}$ . A chaque itération, la diversité de réception augmente du fait du recalcul de la matrice d'égalisation.

#### Parallel Interference Cancellation

L'algorithme de détection MIMO PIC spatial n'utilise pas l'ordonnancement des différents symboles puisqu'ils sont détectés en parallèle. Lors d'une première étape, tous les symboles sont détectés simultanément :

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}\mathbf{y} \tag{3.8}$$

Ensuite, les interférences sont supprimées du signal reçu pour chaque symbole :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{y} - \sum_{j \neq k} vec(\mathbf{H})_j z_j \tag{3.9}$$

 $\mathbf{y}_k$  est le vecteur reçu près annulation des interférences autres que le symbole k,  $vec(\mathbf{H})_j$  est le vecteur colonne j de la matrice de canal  $\mathbf{H}$ . Pour la deuxième étape, la matrice d'égalisation

est recalculée et seul le symbole k est détecté. En multipliant terme à terme le vecteur  $\mathbf{y}_k$  avec le vecteur de la matrice de canal résultante  $\mathbf{g}_k$  on obtient :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{g}_k \mathbf{y}_k \tag{3.10}$$

On peut aussi combiner l'algorithme de détection SIC avec l'algorithme de détection PIC "SIC+PIC" comme décrit dans [1]. Pour cela, lors d'une première étape tous les symboles sont détectés simultanément comme dans l'algorithme PIC mais en annulant successivement chacun des symboles interférents comme dans l'algorithme SIC. Pour la deuxième étape, la matrice d'égalisation est recalculée avec la matrice de canal **H** avec seulement le symbole kconcerné.

#### 3.2.3 Systèmes à multiplexage spatial utilisés dans la littérature

Les systèmes à multiplexage spatial intègrent les systèmes connus sous le nom de D-BLAST, V-BLAST ou plus récemment de H-BLAST. Le D-BLAST est une technique inventée par Foschini en 1996 [2]. Le D-BLAST détecte les symboles de manière diagonale grâce à une technique à annulation d'interférences selon un critère ZF ou MMSE. Les bornes inférieures et supérieures de la capacité pour D-BLAST ont été données dans [2], soit :

$$E\{\sum_{i=1}^{N_t} \log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_t}\chi^2_{2(N_t - N_r + i)}\right)\} \le C \le E\{\sum_{i=1}^{N_t} \log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_t}\chi^2_{2N_{ri}}\right)\}$$
(3.11)

avec i l'index servant à différencier différences lois de  $\chi^2$ . La borne inférieure D-BLAST correspond à une détection des symboles successivement sans prendre en compte la structure diagonale de l'architecture. Si la structure diagonale de l'architecture est utilisée, la diversité obtenue est égale à  $N_r$  et la capacité correspond à la borne supérieure de la capacité.

Cependant, à cause de la complexité du récepteur D-BLAST due à son architecture diagonale, une version modifiée de D-BLAST nommée V-BLAST a été inventée [3]. Le V-BLAST émet les différents symboles de manière verticale en utilisant également une technique à annulation d'interférences selon un critère ZF. Pour V-BLAST, les bornes inférieures et supérieures de la capacité sont :

$$N_t E\{\log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_t}\chi^2_{2(N_t - N_r + 1)}\right)\} \le C \le E\{\sum_{i=1}^{N_t}\log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_t}\chi^2_{2(N_t - N_r + i)}\right)\}$$
(3.12)

La borne inférieure V-BLAST est obtenue lorsque les symboles sont détectés indépendemment des autres symboles, la diversité obtenue est donc minimale et égale à 1. La borne supérieure correspond à détecter les symboles successivement en prenant en compte la structure verticale ou horizontale (horizontale ou verticale sont deux dénominations identiques). V-BLAST ne tire donc pas autant avantage de la diversité spatiale du D-BLAST et requiert un nombre d'antennes de réception supérieur ou égal au nombre d'antennes d'émission à cause du critère ZF employé. En effet un critère MMSE permet l'utilisation d'un nombre d'antennes de réception inférieur au nombre d'antennes d'émission. Ce système ne fonctionne qu'à bas SNR grâce au bruit qui conserve une matrice de rang plein. Cependant, à fort SNR, l'orthogonalité des symboles n'est pas restaurée à cause de l'impossibilité d'inverser la matrice de transfert du canal MIMO.

#### 3.2.4 Performances des techniques à multiplexage spatial

Dans cette partie, nous étudions les performances des techniques à multiplexage spatial. Les performances sont comparées en fonction du critère ZF ou MMSE employé, de l'ordonnancement, du détecteur à annulation d'interférence PIC ou SIC utilisé et de la détection parfaite des symboles. Le cas de la détection parfaite des symboles correspond au bien connu "genie-aided" où les symboles sont détectés en émettant l'hypothèse que les symboles précédents ont été détectées parfaitement. Le "genie-aided" nécessite la connaissance des symboles émis pour pouvoir calculer le BER du symbole suivant. Les performances du "genie-aided" correspondent aux performances asymptotiques. Finalement, l'effet de la corrélation sur les techniques à multiplexage spatial est étudiée en donnant les performances de ces systèmes pour différents coefficients de corrélation. Le canal MIMO utilisé est un canal MIMO de Rayleigh constitué de canaux de Rayleigh non sélectifs en fréquence indépendants par couple d'antennes d'émission et de réception.

Avant de donner les courbes de performances des techniques à multiplexage spatial, il est nécessaire de donner une définition du rapport signal sur bruit par bit  $E_b/N_0$ . L'énergie moyenne d'un symbole PSK ou QAM émis par antenne est définie par  $E_s/(N_tN_r)$  pour corriger le gain d'antennes. Par conséquent, les  $N_r$  antennes de réception collectent une énergie par symbole  $E_s$  et portent  $N_t log_2 M$  bits d'infomation codés, avec M le nombre d'états de la modulation. L'énergie par bit au récepteur est donc égale à  $E_b = 1/(N_t R_c \log_2 M) E_s$  avec  $R_c$ le rendement du codeur de canal. En termes de rapport signaux sur bruits logarithmiques, nous avons :

$$\frac{E_b}{N_0}|_{d_B} = \frac{E_s}{N_0}|_{d_B} + 10\log_{10}\frac{1}{N_t R_c \log_2 M}$$
(3.13)



FIG. 3.2 – Performances du détecteur SIC ZF  $4 \times 4$  sans ordonnancement



FIG. 3.3 – Performances du détecteur SIC ZF  $4 \times 4$  avec ordonnancement



FIG. 3.4 – Performances du détecteur SIC MMSE  $4{\times}4$  sans ordonnancement



FIG. 3.5 – Performances du détecteur SIC MMSE  $4 \times 4$  avec ordonnancement

Pour les détecteurs non linéaires SIC ou PIC, les performances des techniques à multiplexage spatial sont contraintes par la fiabilité des symboles détectés lors des itérations précédentes. Cette détection non parfaite des symboles s'observe sur les Figures 3.2 et 3.3 qui représentent respectivement les performances du SIC ZF sans et avec ordonnancement. Les Figures 3.4 et 3.5 donnent les performances du SIC MMSE sans et avec ordonnancement. Les courbes en pointillés "gen. a." correspondent à un système idéal "genie-aided". Ces courbes de détection parfaite des symboles ont pour hypothèse que chaque symbole précédant le symbole détecté a été décodé sans erreur. Les courbes en trait plein "no gen. a." correspondent au vrai système sans "genie-aided". Avec un système à 4 antennes d'émission et 4 antennes de réception, l'ordre de diversité maximal de 4 est représenté par la courbe correspondant à un système à 4 branches de diversité "L=4" définie dans le Chapitre 1. On peut voir que pour un "genie-aided" avec un SIC ZF ou un SIC MMSE, cette diversité est atteinte lorsque le quatrième symbole est détecté. La détection non parfaite des symboles conduit à une perte d'environ 3 à 4 dB par rapport au "genie-aided". Quand on utilise un SIC MMSE avec ordonnancement, on obtient des performances proches d'une diversité 4 même pour les premiers symboles détectés. Ceci est dû aux propriétés intrinsèques du MMSE avec ordonnancement qui détecte d'abord les antennes ayant traversé les canaux les moins attenués et qui ne réhausse pas le niveau de bruit comme le détecteur ZF.

Les performances du SIC ZF ou MMSE avec et sans ordonnancement sont rappelées sur la Figure 3.6. On peut observer sur cette figure que le critère MMSE offre de meilleures performances que le critère ZF. De plus, l'ordonnancement est une opération qui permet d'obtenir des meilleures performances, puisque le gain entre un détecteur SIC ZF avec ordonnancement comparé à un SIC ZF sans ordonnancement est de 6 dB. En pratique, l'ordonnancement consiste à decter les symboles de plus fort SNR en premier. Le gain entre un détecteur SIC MMSE avec ordonnancement comparé à un SIC MMSE avec ordonnancement comparé à un SIC MMSE sans ordonnancement est de 10 dB.



FIG. 3.6 – Performances du détecteur SIC 4×4 ZF et MMSE avec propagation d'erreurs

Par conséquent, le détecteur SIC MMSE avec ordonnancement est celui qui offre les meilleures performances parmi les détecteurs proposés, la diversité d'ordre 4 définie par "L=4" dans le **Chapitre 1** est quasiment atteinte.

La Figure 3.7 montre les performances du détecteur PIC comparé au détecteur SIC et le combiné SIC+PIC en MMSE [1]. Le SIC+PIC combine les algorithmes du SIC et du PIC en effectuant non pas une détection simultanée des symboles dans l'algorithme PIC lors de la première étape, mais en effectuant une détection SIC avec ordonnancement. Le détecteur SIC offre les meilleures performances en termes de BER. Ensuite vient le détecteur SIC+PIC qui a une perte en performance à cause de l'intégration du PIC qui ajoute une contrainte quant à l'ordonnancement. Finalement le détecteur PIC obtient de très mauvais résultats car il ne profite pas du gain en performance dû à l'ordonnancement.

Ces résultats confirment les résultats de la littérature [4] en développant les différents aspects de l'ordonnancement, des critères ZF et MMSE et de la propagation d'erreurs des systèmes à multiplexage spatial.

#### 3.2.5 Effet de la corrélation sur les techniques à multiplexage spatial

Pour étudier l'effet de la corrélation des canaux MIMO sur les performances des techniques à multiplexage spatial, nous utilisons simplement un détecteur MMSE correspondant à une première itération d'une technique de détection SIC MMSE. Nous utilisons une matrice de corrélation qui est appliquée aux différents canaux de Rayleigh indépendants. Pour un système MIMO avec  $N_t = 2$  et  $N_r = 2$ , nous considérons seulement une corrélation provenant des deux différentes antennes d'émission pour une même antenne de réception. La matrice de corrélation agit donc sur deux systèmes indépendants  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$ . Cette matrice de corrélation est définie par la matrice suivante :



FIG. 3.7 – Performances des détecteurs PIC et SIC 4×4 MMSE avec propagation d'erreurs



FIG. 3.8 – Effet de la corrélation sur les performances des techniques à multiplexage spatial  $2{\times}2$ 

$$\frac{1}{\sqrt{1+\rho}} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$$
(3.14)

où  $\rho$  est le facteur de corrélation entre les canaux sur 2 durées symboles. Il est nécessaire de placer un coefficient de normalisation pour ne pas avoir un gain de puissance dû à la corrélation. La Figure 3.8 montre la dégradation due à la corrélation entre antennes dans un système à multiplexage spatial  $2 \times 2$  avec un simple détecteur MMSE. Dans les simulations, le facteur de corrélation est fixé à 0, 0.25, 0.5, 0.75 et 1. On peut observer que les performances sont peu dégradées pour un facteur de corrélation de 0.25 et se dégradent de façon non linéaire pour aboutir à un système ne fonctionnant pas pour une corrélation de 100%. Il est intéressant de noter que même pour une corrélation de 75%, le système à multiplexage spatial  $2 \times 2$  continue de fonctionner. Cependant, une corrélation complète conduit à un non fonctionnement du système provoqué par l'impossibilité d'inverser la matrice du canal MIMO qui est alors de rang 1.

Des simulations ont été effectuées avec un système à 4 antennes d'émission et de réception. Les résultats concernant l'effet de la corrélation sont similaires quels que soient le nombre d'antennes d'émission et de réception.

#### 3.3 Les codes espace-temps en blocs orthogonaux

Les codes espace-temps en blocs orthogonaux utilisent des symboles complexes issus d'une modulation affectés par un codage à la fois en espace et en temps. Le but de ces codes est d'exploiter la diversité d'émission des systèmes multi-antennes. Cependant, ils n'exploitent pas la capacité des systèmes MIMO à cause de la redondance intrinsèque du code utilisé. La capacité des codes espace-temps en blocs orthogonaux considérant des canaux de Rayleigh décorrélés est :

$$C = RE\{\log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_t}\chi_{2nm}^2\right)\}\tag{3.15}$$

avec  $n = min(N_t, N_r)$  et  $m = max(N_t, N_r)$ , et R le rendement du code espace-temps étant défini comme le rapport entre le nombre de symboles N et le nombre de durées symboles T pendant lequel ces symboles ont été émis R = N/T. Le code d'Alamouti est le seul code espace-temps en blocs à exploiter la capacité optimale pour  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$  grâce à son rendement unitaire [5]. Malgré ces inconvénients, ils ont l'avantage d'être simples à décoder, puisque décodables avec une simple combinaison linéaire des signaux reçus.

#### 3.3.1 Le code espace-temps en blocs d'Alamouti

La capacité du code d'Alamouti avec  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$  ayant un rendement de code R = 1 considérant des canaux de Rayleigh décorrélés est :

$$C = E\{\log_2\left(1 + \frac{\rho}{2}\chi_4^2\right)\}$$
(3.16)

Le code d'Alamouti appelé également code  $\mathcal{G}_2$  s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{X}_{\mathcal{G}_2} = \left[ \begin{array}{cc} x_1 & -x_2^* \\ x_2 & x_1^* \end{array} \right]$$

avec  $\mathbf{X}$  la matrice espace-temps du signal transmis. Sous les hypothèses que les coefficients d'évanouissements sont constants sur deux durées symboles consécutifs, le signal reçu est égal à :

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}\mathbf{X} + \mathbf{b} \tag{3.17}$$

où  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2]$  est le vecteur reçu,  $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2]$  est le vecteur du canal constant sur deux temps symboles et  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2]$  est un vecteur constitué de bruits blancs additifs gaussiens AWGN. Ce vecteur reçu est modifié pour le processus de décodage en un vecteur  $\mathbf{y}' = [y_1 \ -y_2^*]^T$  menant à l'équation suivante :

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}' \tag{3.18}$$

avec

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ -h_2^* & h_1^* \end{bmatrix}$$
(3.19)

la matrice équivalente de canal pendant 2 durées symboles consécutives sur 2 antennes, et  $h_i$  est la réponse de canal de l'antenne d'émission *i*. L'étape de décodage consiste à appliquer une matrice d'égalisation **G**. En appliquant cet égaliseur, on obtient :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{b}' \tag{3.20}$$

où  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2]^T$  est le vecteur de symboles après décodage,  $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{G}\mathbf{H}$ . Le filtrage adapté correspond à la transconjuguée de la matrice de canal au vecteur équivalent reçu  $\mathbf{H}^H$ . On a alors :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1}^{*} & -h_{2} \\ h_{2}^{*} & h_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1} & h_{2} \\ -h_{2}^{*} & h_{1}^{*} \end{bmatrix}$$
(3.21)

Le filtrage adapté aboutit à la matrice diagonale suivante :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} |h_{1}|^{2} + |h_{2}|^{2} & 0\\ 0 & |h_{1}|^{2} + |h_{2}|^{2} \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{I}_{2}$$
(3.22)

où  $\mathbf{I}_2$  la matrice identité 2x2, et  $\lambda = |h_1|^2 + |h_2|^2$ . L'orthogonalité entre les symboles est donc restituée avec le filtrage adapté au canal. Les techniques de détection selon des critères ZF ou MMSE sont par conséquent des techniques de détection linéaires. La matrice d'égalisation correspondante selon un critère ZF est :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \tag{3.23}$$

La matrice d'égalisation correspondante selon un critère MMSE est :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H$$
(3.24)

où  $\gamma$  est le rapport signal sur bruit reçu au niveau de chaque antenne de réception.

Si on utilise plusieurs antennes de réception, il est nécessaire d'effectuer le filtrage adapté sur chaque antenne de réception avant d'effectuer la normalisation selon un critère ZF ou MMSE. En effet, si on a  $N_r$  antennes de réception, les matrices d'égalisation  $\mathbf{G}_i \ i \in [1 \dots N_r]$ selon un critère MMSE sont égales à :

$$\mathbf{G}_{i} = \left(\sum_{i=1}^{N_{r}} (\mathbf{H}_{i}^{H} \mathbf{H}_{i}) + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{H}_{i}^{H}$$
(3.25)

Le vecteur de symboles  $\hat{\mathbf{x}}$  après décodage selon un critère MMSE est égal à :

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{N_r} (\mathbf{G}_i \mathbf{H}_i \mathbf{x} + \mathbf{G}_i \mathbf{b}'_i)$$
(3.26)

Avant de donner les courbes de performances des techniques de codage espace-temps, il est nécessaire de donner une définition du rapport signal sur bruit par bit  $E_b/N_0$ . Comme pour les techniques à multiplexage spatial, l'énergie est normalisée en réception quel que soit le nombre d'antennes de réception et d'émission. L'énergie moyenne d'un symbole PSK ou QAM émis par antenne est définie par  $E_s/(N_tN_r)$ . Par rapport aux techniques de multiplexage spatial, les techniques de codage espace temps portent  $R \log_2 M$  bits d'infomation codés pour une énergie reçue de  $E_s$ . L'énergie par bit au récepteur est donc égale à  $E_b = 1/(R_c R \log_2 M)E_s$ . En termes de rapport signaux sur bruits logarithmiques, on obtient :

$$\frac{E_b}{N_0}|_{d_B} = \frac{E_s}{N_0}|_{d_B} + 10\log_{10}\frac{1}{R_c R \log_2 M}$$
(3.27)

La définition du rapport signal sur bruit par bit est donc la même pour les techniques de codage espace-temps que les techniques de multiplexage spatial. Les rendements de code des techniques à multiplexage spatial sont donc supérieurs à 1 car  $R = N_t$ . Le canal MIMO utilisé est un canal MIMO de Rayleigh constitué de canaux de Rayleigh non sélectifs en fréquence indépendants par couple d'antennes d'émission et de réception.

La Figure 3.9 montre les courbes de performances du codes espace-temps en blocs d'Alamouti avec  $N_r = 1$  et  $N_r = 2$  comparées avec d'autres techniques d'émission telle que la technique d'émission SISO et SIMO avec  $N_r = 2$  en utilisant une QPSK. On peut remarquer que les courbes obtenues confirment les résultats théoriques obtenus pour des systèmes à Lbranches de diversité. En effet, la courbe de simulation SISO est confondue avec la courbe théorique L = 1 correspondant à une diversité de branche d'ordre 1 sur canaux de Rayleigh. Les courbes de simulations 1x2 et Al2x1 correspondant respectivement à un système SIMO avec  $N_t = 1$  et  $N_r = 2$  et au code d'Alamouti avec  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$ , donnent les mêmes performances que la courbe théorique L = 2 correspondant à une diversité de branche d'ordre 2 sur canaux de Rayleigh. Enfin, la courbe de simulation Al2x2 avec  $N_t = 2$  et  $N_r = 2$  est confondue avec la courbe théorique L = 4 correspondant à une diversité de branche d'ordre 4. Pour pouvoir comparer les systèmes nous nous sommes placés à une même puissance de réception. Par conséquent, le système SISO émet une puissance d'émission P pour la seule antenne d'émission, le système Al2x1 émet une puissance d'émission P/2 par antenne d'émission, le système 1x2 émet une puissance P/2 pour la seule antenne d'émission, et enfin le système Al2x2 émet une puissance d'émission P/4 par antenne d'émission. Par conséquent, en considérant un contrôle de puissance pour pallier la perte de puissance en espace libre, la puissance de réception pour chacun des systèmes est P. L'hypothèse choisie de puissance reçue constante P ne doit pas nous faire oublier qu'à puissance d'émission constante, un système Al2x1 perd 3 dB comparé à un système SIMO 1x2 car Al2x1 reçoit une puissance P alors que SIMO 1x2 reçoit une puissance 2P. De même pour Al2x2, un gain d'antenne de 3 dB doit être ajouté aux performances représentées sur la figure. En fait, cette opération correspond à une

normalisation du gain d'antenne égal à  $N_t N_r$ , car le fait de rajouter une antenne peut permettre d'ajouter un gain d'antenne aux performances mais peut aussi permettre de diminuer la puissance des antennes d'émission.



FIG. 3.9 – Comparaison des diversités des systèmes SISO, SIMO, MISO et MIMO avec le code d'Alamouti

#### 3.3.2 Les codes espace-temps en blocs de Tarokh

Le code d'Alamouti à 2 antennes d'émission a été généralisé par Tarokh afin d'être appliqué à un nombre d'antennes d'émission plus élevé [6]. Tarokh a abouti à des codes espacetemps pour trois et quatre antennes d'émission. Cependant ces codes ont l'inconvénient d'avoir un rendement de code R inférieur au rendement unitaire du code d'Alamouti. Ces codes se nomment  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  pour les codes de rendement R = 1/2 pour respectivement trois et quatre antennes. Les codes  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  sont des codes de rendement R = 3/4. Les matrices des codes  $\mathcal{G}_3, \mathcal{G}_4, \mathcal{H}_3, \mathcal{G}_3$  sont respectivement les suivantes :

$$\mathbf{X}_{\mathcal{G}_3} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 \\ -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 \\ x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ -x_2^* & x_1^* & -x_4^* \\ -x_3^* & x_4^* & x_1^* \\ -x_4^* & -x_3^* & x_2^* \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{X}_{\mathcal{G}_{4}} = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{2} & x_{3} & x_{4} \\ -x_{2} & x_{1} & -x_{4} & x_{3} \\ -x_{3} & x_{4} & x_{1} & -x_{2} \\ -x_{4} & -x_{3} & x_{2} & x_{1} \\ x_{1}^{*} & x_{2}^{*} & x_{3}^{*} & x_{4}^{*} \\ -x_{2}^{*} & x_{1}^{*} & -x_{4}^{*} & x_{3}^{*} \\ -x_{2}^{*} & x_{1}^{*} & -x_{4}^{*} & x_{3}^{*} \\ -x_{2}^{*} & x_{1}^{*} & -x_{4}^{*} & x_{3}^{*} \\ -x_{2}^{*} & x_{1}^{*} & -x_{2}^{*} \\ -x_{4}^{*} & -x_{3}^{*} & x_{2}^{*} & x_{1}^{*} \end{bmatrix}^{T}$$

$$\mathbf{X}_{\mathcal{H}_{3}} = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{2} & \frac{x_{3}}{\sqrt{2}} \\ -x_{2}^{*} & x_{1}^{*} & \frac{x_{3}}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_{1}-x_{1}^{*}+x_{2}-x_{2}^{*})}{2} \\ \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & -\frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{(x_{2}+x_{2}^{*}+x_{1}-x_{1}^{*})}{2} \end{bmatrix}^{T}$$

$$\mathbf{X}_{\mathcal{H}_{4}} = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{2} & \frac{x_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_{1}-x_{1}^{*}+x_{2}-x_{2}^{*})}{2} \\ \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_{1}-x_{1}^{*}+x_{2}-x_{2}^{*})}{2} \\ \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_{1}-x_{1}^{*}+x_{2}-x_{2}^{*})}{2} \\ \frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & -\frac{x_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{(x_{2}+x_{2}^{*}+x_{1}-x_{1}^{*})}{2} \end{bmatrix}^{T}$$

Ces différents codes ont leur propre matrice de canal équivalente de taille  $L_r \times N$  où N est le nombre de symboles transmis par le code et  $L_r$  la taille de la matrice équivalente. Par exemple, les codes de Tarokh  $\mathcal{G}_3$ ,  $\mathcal{G}_4$ ,  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  sont représentés respectivement par leur matrice de canal équivalente **H** égale à :

$$\mathbf{H}_{\mathcal{G}_{3}} = \begin{bmatrix} h_{1} & -h_{2} & -h_{3} & 0 & h_{1}^{*} & -h_{2}^{*} & -h_{3}^{*} & 0 \\ h_{2} & h_{1} & 0 & -h_{3} & h_{2}^{*} & h_{1}^{*} & 0 & -h_{3}^{*} \\ h_{3} & 0 & h_{1} & h_{2} & h_{3}^{*} & 0 & h_{1}^{*} & h_{2}^{*} \\ 0 & h_{3} & -h_{2} & h_{1} & 0 & h_{3}^{*} & -h_{2}^{*} & h_{1}^{*} \end{bmatrix}^{T}$$
(3.28)

$$\mathbf{H}_{\mathcal{G}_4} = \begin{bmatrix} h_1 & -h_2 & -h_3 & -h_4 & h_1^* & -h_2^* & -h_3^* & -h_4^* \\ h_2 & h_1 & h_4 & -h_3 & h_2^* & h_1^* & h_4^* & -h_3^* \\ h_3 & -h_4 & h_1 & h_2 & h_3^* & -h_4^* & h_1^* & h_2^* \\ h_4 & h_3 & -h_2 & h_1 & h_4^* & h_3^* & -h_2^* & h_1^* \end{bmatrix}^T$$
(3.29)

$$\mathbf{H}_{\mathcal{H}_3} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & h_2^* & -\frac{h_3}{2} & -\frac{h_3^*}{2} & \frac{h_3}{2} & -\frac{h_3^*}{2} \\ h_2 & 0 & -h_1^* & \frac{h_3}{2} & -\frac{h_3^*}{2} & \frac{h_3}{2} \\ \frac{h_3}{\sqrt{2}} & \frac{h_3}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{h_1^* + h_2^*}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{h_1^* - h_2^*}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}^T$$
(3.30)

$$\mathbf{H}_{\mathcal{H}_4} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & h_2^* & \frac{h_4 - h_3}{2} & -\frac{h_3^* + h_4^*}{2} & \frac{h_3 - h_4}{2} & -\frac{h_3^* + h_4^*}{2} \\ h_2 & 0 & -h_1^* & \frac{h_3 - h_4}{2} & -\frac{h_3^* + h_4^*}{2} & \frac{h_3 - h_4}{2} & \frac{h_3^* + h_4^*}{2} \\ \frac{h_3 + h_4}{\sqrt{2}} & \frac{h_3 - h_4}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{h_1^* + h_2^*}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{h_1^* - h_2^*}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}^T$$
(3.31)

La taille de la matrice équivalente de canal  $L_r$  est égale à 8 pour  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  et 7 pour  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$ .
Le Tableau 3.1 est un tableau récapitulatif donnant pour chaque code espace-temps orthogonal le nombre de symboles N, le nombre de durées symboles T, le rendement R, et la modulation BPSK, QPSK, 8PSK ou 16QAM et de diversité théorique atteinte L définie dans le **Chapitre 1** des différents codes espace-temps en bloc orthogonaux d'Alamouti et de Tarokh pour différentes efficacités spectrales  $\eta = 1, 2$  et 3 bps/Hz.

	1x1	1x2	Al2x1	Al2x2	H3x1	H4x1	G3x1	G4x4
Ν	1	1	2	2	3	3	4	4
Т	1	1	2	2	4	4	8	8
R=N/T	1	1	1	1	3/4	3/4	1/2	1/2
$\eta = 1 \; \mathrm{bps/Hz}$	BPSK	BPSK	BPSK	BPSK	-	-	QPSK	QPSK
$\eta = 2 \; \mathrm{bps/Hz}$	QPSK	QPSK	QPSK	QPSK	-	-	16QAM	16QAM
$\eta = 3 \; \mathrm{bps/Hz}$	8PSK	8PSK	8PSK	8PSK	16QAM	16QAM	-	-
L	1	1	2	4	3	4	3	4

TAB. 3.1 – Récapitulatif des performances des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour différentes efficacités spectrales

La Figure 3.10 présente les performances des codes espace-temps en blocs d'efficacité spectrale 1 bps/Hz sur canaux de Rayleigh non sélectifs en fréquence indépendants par antenne. Nous effectuons une comparaison entre des systèmes SISO, SIMO 1x2 et les codes d'Alamouti et de Tarokh à même efficacité spectrale. Nous observons que les meilleures performances sont obtenues pour le système ayant une diversité théorique L = 4 avec modulation BPSK ou QPSK, i.e. le code de Tarokh  $\mathcal{G}_4$  et le code d'Alamouti avec  $N_r = 2$  Al2x2. Viennent ensuite les performances du système ayant une diversité théorique L = 3 obtenue en combinant une modulation QPSK ou BPSK avec le code de Tarokh  $\mathcal{G}_3$ . Puis suivent les performances des systèmes donnant une diversité théorique L = 2 qui associent une modulation QPSK ou BPSK au code d'Alamouti avec une seule antenne de réception  $N_r = 1$  et le système SIMO 1x2. Finalement, la diversité théorique L = 1 est obtenue par le système SISO.

La Figure 3.11 présente les performances des codes espace-temps en blocs ayant une efficacité spectrale de 2 bps/Hz. Nous observons que les meilleures performances sont obtenues avec le système ayant une diversité théorique L = 4 combinant une modulation QPSK ou BPSK avec le code d'Alamouti Al2x2. En effet, le code de Tarokh  $\mathcal{G}_4$  obtient bien la diversité théorique L = 4 mais est associé à une modulation 16-QAM d'où la perte de performance due à la modulation 16-QAM moins robuste que la modulation BPSK ou QPSK. Il en est de même pour le code de Tarokh  $\mathcal{G}_3$  qui obtient les performances de la diversité théorique L = 3 mais avec une modulation 16-QAM. Le code d'Alamouti Al2x1 et le système SIMO 1x2 obtiennent les performances de la diversité théorique L = 2 avec la modulation QPSK et par conséquent ont de meilleures performances à bas SNR que les codes de Tarokh  $\mathcal{G}_3$  ou  $\mathcal{G}_4$ .

La Figure 3.12 présente les performances des codes espace-temps en blocs ayant une efficacité spectrale de 3 bps/Hz. Comme sur la Figure précédente, les différents systèmes obtiennent les performances des courbes théoriques de diversité L = 1, 2, 3, 4 mais ces résultats sont dépendants de la modulation choisie (8-PSK ou 16-QAM). La différence de robustesse entre une modulation 8-PSK et 16-QAM étant moins grande, les différences entre les codes à diversité théorique L = 2 avec modulation 8-PSK et L = 3 ou L = 4 avec modulation 16-QAM sont moins importantes que dans le cas où  $\eta=2$  bps/Hz. Cependant le code d'Alamouti Al2x1 ou



le système SIMO 1x2 ont de meilleures performances à bas SNR que les codes de Tarokh  $\mathcal{G}_3$  ou  $\mathcal{G}_4$ .

FIG. 3.10 – Comparaison des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour  $\eta$ =1 bps/Hz

En conclusion, on peut remarquer qu'il faut mieux favoriser le rendement de code R plutôt que l'ordre de la modulation pour obtenir les meilleures performances à même efficacité spectrale. Il faut donc privilégier les systèmes à rendement unitaire 1x1, 1x2, Al2x1, Al2x2 plutôt que les rendements inférieurs des codes de Tarokh.

#### 3.3.3 Codes espace-temps en blocs orthogonaux avec commutation entre groupe d'antennes

On peut appliquer le principe de commutation entre antennes (switching antennas) aux codes espace-temps en blocs orthogonaux. Dans le système à 4 antennes d'émission, le code OSTBC est choisi dans le but de garder un rendement 1. Le code d'Alamouti est appliqué alternativement aux antennes 1 et 2 puis aux antennes 3 et 4. Les symboles sont émis d'abord sur le premier groupe d'antennes 1 et 2 avec une puissance de P/2. Ensuite, les autres symboles sont émis sur le deuxième groupe d'antennes d'émission 3 et 4. La puissance totale émise par durée symbole est donc P avec une antenne de réception. La matrice que l'on obtient est la suivante :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_2^1 & \mathcal{O} \\ \mathcal{O} & \mathcal{G}_2^2 \end{bmatrix}$$
(3.32)

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & 0 & 0\\ x_2 & x_1^* & 0 & 0\\ 0 & 0 & x_3 & -x_4^*\\ 0 & 0 & x_4 & x_3^* \end{bmatrix}$$
(3.33)



FIG. 3.11 – Comparaison des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour  $\eta$ =2 bps/Hz



FIG. 3.12 – Comparaison des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh pour  $\eta$ =3 bps/Hz

Cette approche par commutation permet d'obtenir une diversité spatiale plus grande que le système initial à 2 antennes, en particulier lorsqu'il existe de la corrélation entre antennes d'émission. Cette technique est équivalente à une technique de saut de fréquence faite en espace. La diversité apportée par le canal MIMO peut être collectée par le récepteur de manière différente grâce à cette commutation entre antennes tout en gardant un rendement de code unitaire avec le code d'Alamouti. On peut également appliquer cette commutation aux codes de Tarokh ou à d'autres codes espace-temps non orthogonaux.

#### 3.3.4 Effet de la corrélation entre antennes sur les performances des STBC

Pour évaluer l'effet de la corrélation entre les antennes sur les performances, nous utilisons une matrice de corrélation que nous appliquons aux différents canaux de Rayleigh indépendants. Pour un code d'Alamouti avec  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$ , la matrice de corrélation est :

$$\frac{1}{\sqrt{1+\rho}} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$$
(3.34)

où  $\rho$  est le facteur de corrélation entre les canaux sur 2 durées symboles. Dans les simulations, le facteur de corrélation est fixé à 0, 0.25, 0.5, 0.75 et 1. La Figure 3.13 présente les performances des STBC avec des canaux corrélés. On peut observer que les performances sont faiblement dégradées avec un facteur de corrélation de 0.25. Cependant, plus la corrélation entre les antennes augmente, plus la courbe se dégrade pour finalement aboutir aux performance d'un système SISO quand les canaux sont totalement corrélés correspondant à la diversité théorique L = 1 "corr.=1 L=1 SISO". La courbe "corr.=0 L=2 Al2x1" correspond à la diversité théorique L = 2 équivalente au système Alamouti 2x1 quand les canaux sont totalement décorrélés. Contrairement au multiplexage spatial, une corrélation complète permet au système de toujours fonctionner, puisqu'on atteint les performances d'un système SISO.

#### 3.4 Les Codes espace-temps non orthogonaux

Tarokh a démontré qu'il n'existe pas de codes espace-temps en blocs orthogonaux à plus de 2 antennes de rendement unitaire avec une diversité égale au nombre d'antennes d'émission [7]. Afin de conserver le rendement unitaire pour des systèmes à plus de 2 antennes, le code espace-temps en blocs est nécessairement non orthogonal.

Dans ce paragraphe, nous étudions les codes espace-temps non orthogonaux. Pour ces codes, il reste des interférences entre antennes après le filtrage adapté au STBC contrairement aux codes espace-temps orthogonaux d'Alamouti et de Tarokh quand le canal est constant sur la durée T du code. Si le canal n'est plus constant sur la durée des codes espace-temps orthogonaux d'Alamouti et de Tarokh, ces codes ont une interférence résiduelle et le système devient non orthogonal. Nous présentons ces codes espace-temps orthogonaux avec non constance du canal par modélisation de la corrélation temporelle. Ensuite, nous étudions les codes espace-temps quasi-orthogonaux développés par Tirkkonen et Jafarkhani [8, 9]. Ces codes ont l'avantage par rapport à n'importe quel code espace-temps non orthogonal d'avoir une interférence résiduelle faible. Finalement nous étudions les codes espace-temps non orthogonaux de Damen [10] et nous proposons d'autres codes espace-temps non orthogonaux.



FIG. 3.13 – Effet de la corrélation sur les performances des STBC

# 3.4.1 Codes espace-temps orthogonaux avec non constance du canal sur la durée des codes

Si l'hypothèse de la constance du canal sur la longueur du code espace-temps orthogonal n'est pas vérifiée, on obtient un code non orthogonal.

En prenant par exemple le code d'Alamouti avec  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$ , on a :

$$\mathbf{X}_{\mathcal{G}_2} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* \\ x_2 & x_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}$$
(3.35)

Les deux vecteurs reçus deviennent :

$$y_1 = \mathbf{h}_1 \mathbf{x}_1 + b_1 \tag{3.36}$$

$$y_2 = \mathbf{h}_2 \mathbf{x}_2 + b_2 \tag{3.37}$$

où  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2]$  est le vecteur reçu,  $\mathbf{h}_i = [h_{2i-1} \ h_{2i}]$   $i \in [1, 2]$  sont les vecteurs des canaux et  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2]$  est un vecteur AWGN. Le vecteur reçu doit être modifié par le processus de décodage en un vecteur  $\mathbf{y}' = [y_1 \ -y_2^*]^T$  conduisant à l'équation suivante :

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}' \tag{3.38}$$

avec

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ -h_4^* & h_3^* \end{bmatrix}$$
(3.39)

Pour effectuer un décodage de ce code espace-temps non orthogonal, il est nécessaire d'appliquer une matrice d'égalisation  $\mathbf{G}$  selon un critère ZF ou MMSE ou un détecteur ML.

En effet le simple filtre adapté du canal n'est pas suffisant car il ne rétablit pas l'orthogonalité entre symboles. En appliquant le filtre adapté  $\mathbf{H}^H$  on a :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} |h_{1}|^{2} + |h_{2}|^{2} & h_{2}h_{3} - h_{1}h_{4} \\ h_{2}^{*}h_{3}^{*} - h_{1}^{*}h_{4}^{*} & |h_{3}|^{2} + |h_{4}|^{2} \end{bmatrix}$$
(3.40)

Le vecteur de symboles estimés après décodage  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2]^T$  peut s'écrire :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{n}' \tag{3.41}$$

La matrice d'égalisation selon un critère ZF est :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \tag{3.42}$$

La matrice d'égalisation selon un critère MMSE est :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H$$
(3.43)

où  $\gamma$  est le rapport signal sur bruit reçu au niveau de chaque antenne de réception. L'exemple précédent avec le code espace-temps orthogonal d'Alamouti peut aussi s'appliquer aux codes de Tarokh.



FIG. 3.14 – Effet de la non constance du canal sur la durée du code STBC d'Alamouti

La Figure 3.14 donne les performances du code STBC d'Alamouti associé à une QPSK offrant une efficacité spectrale de 2 bps/Hz avec non constance du canal sur la durée de code et  $N_t = 2$  et  $N_r = 1$ . Cette non constance du canal peut se modéliser grâce à une corrélation temporelle. La corrélation des canaux est donnée par la matrice de corrélation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{1+\rho}} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$$
(3.44)

où  $\rho$  est le facteur de corrélation entre les canaux sur 2 durées symboles. Dans les simulations, le facteur de corrélation est fixé à 0, 0.25, 0.5, 0.75 et 1. On peut observer que dans le cas décorrélé, les performances du code d'Alamouti se dégradent même par rapport à un canal SISO correspondant à la diversité théorique L = 1. La courbe "sel.=0, Al2x1, L=2" correspond à la diversité théorique L = 2 avec le code d'Alamouti considérant un canal constant sur 2 durées symboles. Lorsque la décorrélation temporelle ou la non constance du canal augmente les performances se dégradent pour aboutir à des performances moins bonnes que dans le cas SISO. Ces performances montrent néanmoins la capacité du code STBC à résister à la non constance du canal notamment pour des canaux très mobiles dans des environnements réalistes.

# 3.4.2 Etude des codes espace-temps non orthogonaux à quatre antennes à rendement unitaire

Nous nous intéressons aux codes espace-temps non orthogonaux à quatre antennes d'émission de rendement unitaire afin de comparer ces codes aux performances théoriques d'un hypothétique code espace-temps orthogonal à quatre antennes.  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{bmatrix}^T$  est le signal reçu et  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$  le signal émis. La puissance totale émise est P avec une seule antenne de réception. Pour un système à 4 antennes d'émission, chaque antenne émet un symbole sur chaque durée symbole, donc chaque antenne émet un symbole de puissance P/4.

#### Code proposé par Jafarkhani

Le code espace-temps proposé par Jafarkhani dans [8] est le suivant :

$$\mathbf{X}_{Jaf} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_2^1 & -\mathcal{G}_2^{2*} \\ \mathcal{G}_2^2 & \mathcal{G}_2^{1*} \end{bmatrix}$$
(3.45)

$$\mathbf{X}_{Jaf} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & -x_3^* & x_4 \\ x_2 & x_1^* & -x_4^* & -x_3 \\ x_3 & -x_4^* & x_1^* & -x_2 \\ x_4 & x_3^* & x_2^* & x_1 \end{bmatrix}$$
(3.46)

Sous les hypothèses que les coefficients d'évanouissements sont constants sur quatre durées symboles consécutives, ce code pour  $N_t = 4$  antennes d'émission et  $N_r = 1$  antenne de réception est représenté par :

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}\mathbf{X} + \mathbf{b} \tag{3.47}$$

Nous rappelons qu'afin d'obtenir la représentation du canal équivalent  $\mathbf{H}$  de ce code espacetemps, le vecteur reçu doit être modifié pour mener à l'équation suivante :

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}' \tag{3.48}$$

La matrice de canal équivalente **H** est donc une matrice  $4 \times 4$  égale à :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ -\mathbf{H}_2^* & \mathbf{H}_1^* \end{bmatrix}$$
(3.49)

avec  $\mathbf{H}_i$  la matrice équivalente de canal pour 2 durées symboles successives sur 2 antennes correspondant à la matrice équivalente d'un code d'Alamouti. On réécrit le canal équivalent  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ -h_2^* & h_1^* & -h_4^* & h_3^* \\ -h_3^* & -h_4^* & h_1^* & -h_2 \\ h_4 & -h_3 & -h_2 & h_1 \end{bmatrix}$$
(3.50)

Le filtrage adapté de la matrice équivalente du canal aboutit à une matrice non diagonale de la forme :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & -b & 0 \\ 0 & -b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$
(3.51)

où  $a = \sum_{i=1}^{4} |h_i|^2$  et  $b = 2Re(h_1h_4^* - h_2h_3^*).$ 

#### Code proposé par Tirkkonen

Le code espace-temps proposé par Tirkkonen dans [9] est le suivant :

$$\mathbf{X}_{Tir} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_2^1 & \mathcal{G}_2^2 \\ \mathcal{G}_2^2 & \mathcal{G}_2^1 \end{bmatrix}$$
(3.52)

$$\mathbf{X}_{Tir} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & x_3 & -x_4^* \\ x_2 & x_1^* & x_4 & x_3^* \\ x_3 & -x_4^* & x_1 & -x_2^* \\ x_4 & x_3^* & x_2 & x_1^* \end{bmatrix}$$
(3.53)

La matrice de canal équivalente  ${\bf H}$  est donc une matrice  $4\times 4$  égale à :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_1 \end{bmatrix}$$
(3.54)

avec  $\mathbf{H}_i$  la matrice équivalente de canal pour 2 durées symboles successives sur 2 antennes. On réécrit le canal équivalent  $\mathbf{H}$ 

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ -h_2^* & h_1^* & -h_4^* & h_3^* \\ h_3 & h_4 & h_1 & h_2 \\ -h_4^* & h_3^* & -h_2^* & h_1^* \end{bmatrix}$$
(3.55)

Le filtrage adapté de la matrice équivalente du canal aboutit à une matrice non diagonale de la forme :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a & 0 & b & 0 \\ 0 & a & 0 & b \\ b & 0 & a & 0 \\ 0 & b & 0 & a \end{bmatrix}$$
(3.56)

où  $a = \sum_{i=1}^{4} |h_i|^2$  et  $b = 2Re(h_1h_3^* + h_2h_4^*).$ 

#### Performances des codes de Jafarkhani et Tirkkonen

La Figure 3.15 donne les performances des codes de Jafarkhani et de Tirkkonen avec un égaliseur MMSE et une technique ML sur des canaux de Rayleigh plats décorrélés par antenne. Les performances de ces deux codes sont les mêmes. La différence de performances entre une technique ML et MMSE est faible grâce au faible nombre d'interférences de ces codes. Cependant une différence majeure est présente entre ces deux codes quand il existe de la corrélation entre antennes. Le code de Tirkkonen n'est plus décodable pour des canaux corrélés alors que le code de Jafarkhani le reste. En effet si  $h_1 = h_2 = h_3 = h_4$  l'interférence devient dans le cas du code de Jafarkhani b = 0 alors que dans le cas du code de Tirkkonen  $b = 4|h_1|^2$ . Les performances du code de Jafarkhani ou de Tirkkonen se situent entre le code d'Alamouti Al2x1 de diversité théorique L = 2 et l'hypothétique code espace-temps orthogonal à 4 antennes et rendement unitaire de diversité théorique L = 4. On peut donc remarquer que l'interférence induit une baisse de diversité, mais aussi une baisse de performances à bas SNR. En effet, on observe que la seule interférence réelle créée par les codes de Jafarkhani et de Tirkkonen conduit à une perte de performance à bas SNR aboutissant aux performances du code d'Alamouti Al2x1 ou de diversité théorique L = 2 à bas SNR. L'interférence générée par les codes espace-temps non orthogonaux est donc préjudiciable à haut SNR et à bas SNR.



FIG. 3.15 – Performances des codes de Jafarkhani et Tirkkonen MMSE et ML

#### Codes proposé par Damen

Damen propose des codes espace-temps en blocs non orthogonaux en utilisant des séquences d'Hadamard [10]. Le code espace-temps à quatre antennes proposé est le suivant :

$$\mathbf{X} = \mathbf{\Theta}_{4}^{1} diag[s_{1} \ s_{2} \ s_{3} \ s_{4}] = \begin{bmatrix} s_{1} \ s_{2} \ s_{3} \ s_{4} \\ s_{1} \ -s_{2} \ s_{3} \ -s_{4} \\ s_{1} \ s_{2} \ -s_{3} \ -s_{4} \\ s_{1} \ -s_{2} \ -s_{3} \ s_{4} \end{bmatrix}$$
(3.57)

avec  $\Theta_4^1$  la matrice d'Hadamard classique et avec  $\mathbf{s} = \Theta_4^2 \mathbf{x}$ ,  $\Theta_4^2$  étant une matrice d'Hadamard complexe. Pour le STBC proposé par Damen,  $\mathbf{H}$  est donc une matrice  $4 \times 4$  égale à :

$$\mathbf{H} = diag\left(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\right) \tag{3.58}$$

avec

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= h_1 + h_2 + h_3 + h_4 \\
\alpha_2 &= h_1 - h_2 + h_3 - h_4 \\
\alpha_3 &= h_1 + h_2 - h_3 - h_4 \\
\alpha_4 &= h_1 - h_2 - h_3 + h_4
\end{aligned}$$
(3.59)

Le filtrage adapté de la matrice équivalente du canal aboutit à une matrice diagonale de la forme :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = diag\left(|\alpha_{1}|^{2}, |\alpha_{2}|^{2}, |\alpha_{3}|^{2}, |\alpha_{4}|^{2}\right)$$
(3.60)

Damen effectue un décodage ML conjoint du filtrage adapté combiné à la matrice d'Hadamard. Le filtrage adapté conjoint comprenant le canal équivalent et la matrice d'Hadamard correspond à la formule suivante :

$$\Theta_4^{2^H} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \Theta_4^2 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a+b & c+d & a-b & c-d \\ -c-d & a+b & -c+d & a-b \\ a-b & c-d & a+b & c+d \\ -c+d & a-b & -c-d & a+b \end{bmatrix}$$
(3.61)

avec

$$a = |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 \quad b = |\alpha_3|^2 + |\alpha_4|^2$$
  

$$c = |\alpha_1|^2 - |\alpha_2|^2 \quad d = |\alpha_3|^2 - |\alpha_4|^2$$
(3.62)

La matrice du filtrage adapté conjoint de ce système est similaire à la matrice du filtrage adapté conjoint d'un système SISO avec précodage linéaire de taille 4 défini dans le **Chapitre 2**. On a donc les mêmes performances qu'un système SISO à bas SNR. D'autres codes associés à un récepteur ML ont été inventés notamment par Xin [11, 12, 13]. Comme nous l'avons observé dans les performances précédentes, les codes non orthogonaux obtiennent de moins bonnes performances à cause de l'interférence générée par le code. En effet, les performances d'un code quasi-orthogonal de Jafarkhani ou Tirkkonen à bas SNR sont identiques à celles d'un code d'Alamouti grâce à leur seule interférence réelle. Lorsqu'il existe plusieurs interférences réelles ou imaginaires comme avec le code de Damen, les performances des codes non orthogonaux sont les mêmes qu'un système SISO à bas SNR.

#### 3.4.3 Proposition de nouveaux codes espace-temps non orthogonaux

L'objectif des codes espace-temps non orthogonaux proposés est d'offrir une diversité maximale à haut SNR quel que soit le nombre d'antennes d'émission  $N_t^{1}$ .

Si  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_N \end{bmatrix}^T$  est un vecteur de taille N contenant les N symboles à émettre alors la conception de ces nouveaux codes est la suivante :

- On divise notre vecteur  $\mathbf{x}$  en  $N_t$  sous-vecteurs de taille  $N/N_t$ .
- On multiplie chacun des sous vecteurs de taille  $N/N_t$  par une partie de la matrice de précodage de taille  $N \times N/N_t$ .

La matrice de précodage peut être une matrice réelle d'Hadamard, une matrice complexe d'Hadamard ou de Fourier, ainsi que toute matrice de rotation réelle ou complexe. Au décodage, on effectue une étape d'égalisation associée au décodage inverse de la matrice d'émission recombinée. Ensuite on effectue un décodage avec un critère ZF ou MMSE ou un décodage ML.

Pour un code espace-temps à 4 antennes, ce vecteur  $\mathbf{x}$  est d'abord divisé en 4 parties  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$ ,  $\mathbf{x}_3$  et  $\mathbf{x}_4$  de longueur N/4 chacune formant la matrice suivante :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \mathbf{x}_4 \end{bmatrix}$$
(3.63)

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_{N/4+1} & x_{N/2+1} & x_{3N/4+1} \\ x_2 & x_{N/4+2} & x_{N/2+2} & x_{3N/4+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N/4} & x_{N/2} & x_{3N/4} & x_N \end{bmatrix}$$
(3.64)

La matrice de combinaison linéaire  $\Theta$  est divisée en 4 matrices de taille  $N \times N/4$  qu'on nommera  $\Theta_N^{1/4}$ ,  $\Theta_N^{2/4}$ ,  $\Theta_N^{3/4}$ ,  $\Theta_N^{4/4}$ .

Ensuite, l'opération effectuée pour créer le code espace-temps est la suivante :

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{\Theta}_N^{i/4} \mathbf{x}_i \quad \forall i \in [1 \dots 4]$$
(3.65)

avec  $\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{(i-1)N+1} & s_{(i-1)N+2} & \dots & s_{iN} \end{bmatrix}^T$ Le code espace-temps à quatre antennes que nous proposons est le suivant :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{s}_3 & \mathbf{s}_4 \end{bmatrix}^T \tag{3.66}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_N \\ s_{N+1} & s_{N+2} & \dots & s_{2N} \\ s_{2N+1} & s_{2N+2} & \dots & s_{3N} \\ s_{3N+1} & s_{3N+2} & \dots & s_{4N} \end{bmatrix}$$
(3.67)

Pour chaque vecteur  $\mathbf{s}_i^{col}$  des colonnes de **S** correspond un vecteur de canaux  $\mathbf{h}_i$ . Le signal reçu  $r_i$  à l'instant i est le suivant :

$$r_i = \mathbf{h}_i \mathbf{s}_i^{col} \quad \forall i \in [1 \dots N] \tag{3.68}$$

 $<sup>^{1}\</sup>mathrm{Ces}$  nouveaux codes espace-temps non orthogonaux ont fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet en octobre 2003 [14]

avec  $r_i$  le signal reçu à l'instant i et  $\mathbf{h}_i = [h_{4(i-1)+1} \quad h_{4(i-1)+2} \quad h_{4(i-1)+3} \quad h_{4i}] \quad \forall i \in [1 \dots N]$ . La matrice de canal équivalente  $\mathbf{H}$  devient :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 \otimes \theta_1^{1/4} & h_2 \otimes \theta_1^{2/4} & h_3 \otimes \theta_1^{3/4} & h_4 \otimes \theta_1^{4/4} \\ h_5 \otimes \theta_2^{1/4} & h_6 \otimes \theta_2^{2/4} & h_7 \otimes \theta_2^{3/4} & h_8 \otimes \theta_2^{4/4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{4N-3} \otimes \theta_N^{1/4} & h_{4N-2} \otimes \theta_N^{2/4} & h_{4N-1} \otimes \theta_N^{3/4} & h_{4N} \otimes \theta_N^{4/4} \end{bmatrix}$$
(3.69)

Par exemple pour un système à 4 antennes d'émission et une taille N = 4,  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$  avec

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} \tag{3.70}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ h_5 & -h_6 & h_7 & -h_8 \\ h_9 & h_{10} & -h_{11} & -h_{12} \\ h_{13} & -h_{14} & -h_{15} & h_{16} \end{bmatrix}$$
(3.71)

Par exemple pour un système à 2 antennes d'émission et une taille N = 4,  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$  avec

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} \tag{3.72}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_1 & h_2 & h_2 \\ h_3 & -h_3 & h_4 & -h_4 \\ h_5 & h_5 & -h_6 & -h_6 \\ h_7 & -h_7 & -h_8 & h_8 \end{bmatrix}$$
(3.73)

Pour évaluer les performances de ces codes, le canal MIMO utilisé est constitué de canaux de Rayleigh non sélectifs en fréquence indépendants par antenne. Un détecteur ML est utilisé. Comme le montre la Figure 3.16, les performances de ces codes sont bonnes à fort rapport signal sur bruit lorsque la taille de matrice de codage N augmente. En effet, pour 2 antennes d'émission et 1 antenne de réception, lorsqu'on prend une matrice de codage N=8, ses performances dépassent les performances de la courbe de référence du codage d'Alamouti représentée par la courbe théorique L = 2 pour un Eb/N0>10 dB. En fait, on peut se rendre compte que plus la taille de la matrice des codes augmente, plus les symboles sont détectés avec un ordre de diversité de canal important. Cela se traduit par la pente des courbes de performances ; plus la pente est raide et plus l'ordre de diversité de canal augmente atteignant alors asymptotiquement une loi gaussienne.

La Figure 3.17 montre les performances de ces codes pour N=4 et une QPSK. La différence avec le code  $\mathcal{G}_4$  de Tarokh utilisant une 16QAM est faible et on peut voir un gain assez conséquent lorsque N augmente. Ces deux courbes sont parallèles car ces deux codes obtiennent le même ordre de diversité 4. La différence vient d'une interférence un peu plus grande dans le cas de notre code pour N=4. Cependant, pour N=8 et plus, on constate que les performances de nos codes seront meilleures que  $\mathcal{G}_4$  grâce à un ordre de diversité supérieur. La Figure 3.18 montre les performances de ces codes pour N=2 et une modulation QPSK avec  $N_r = 2$ . Les gains de diversité augmentent quand on utilise plusieurs antennes de réception.

Nous voyons qu'avec plusieurs interférences complexes (ce qui est le cas pour ces codes), les performances des codes non orthogonaux à bas SNR peuvent même se dégrader par rapport à



FIG. 3.16 – Performances des codes espace-temps non orthogonaux proposés avec un système  $2 \mathrm{x} \mathrm{1}$ 



FIG. 3.17 – Performances des codes espace-temps non orthogonaux proposés avec un système  $4\mathbf{x}\mathbf{1}$ 



FIG. 3.18 – Performances des codes espace-temps non orthogonaux proposés avec un système 2x2

un système SISO. Par conséquent la meilleure solution consiste à utiliser le code espace-temps orthogonal d'Alamouti et d'appliquer un système de commutation entre antennes permettant de retrouver un code de rendement 1 pour plus de 2 antennes.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les techniques MIMO qui sont utilisées dans cette thèse avec CSI seulement à la réception, c'est-à-dire le multiplexage spatial et les codes espacetemps en blocs orthogonaux et non orthogonaux.

Les différentes techniques de détection des systèmes à multiplexage spatial par annulation de symboles successifs ou par annulation de symboles en parallèle ont été décrites. Une représentation matricielle des canaux MIMO a été donnée pour les différents systèmes à multiplexage spatial et codes espace-temps en blocs permettant de décrire simplement les différentes techniques de réception linéaires et non linéaires. La complexité des récepteurs des codes espace-temps en blocs est plus faible que celle des récepteurs à multiplexage spatial mais ces derniers permettent d'augmenter la capacité contrairement aux codes espace-temps en blocs qui cherchent à augmenter la diversité du système (quand les canaux sont décorrélés). Cependant, pour le multiplexage spatial une corrélation complète conduit à un non fonctionnement du système vue l'impossibilité d'inverser la matrice du canal MIMO de rang 1. Dans le cas des STBC, une corrélation complète permet au système de toujours fonctionner conduisant alors aux performances d'un système SISO.

Pour les STBC, mieux vaut favoriser le rendement de code R plutôt que l'ordre de la modulation. Il faut donc privilégier les systèmes à rendement unitaire 1x1, 1x2, Al2x1, Al2x2 plutôt que les rendements inférieurs  $\mathcal{H}3x1$ ,  $\mathcal{H}4x1$ ,  $\mathcal{G}3x1$ ,  $\mathcal{G}4x1$ . Ces résultats non nouveaux serviront de référence dans les chapitres suivants.

Les performances de codes espace-temps orthogonaux avec non constance du canal sur la durée du code ont été présentées. Ces codes s'apparentent à des codes espace-temps non orthogonaux. Ensuite, les performances de deux codes à quatre antennes à rendement unitaire, le code de Jafarkhani et le code de Tirkkonen ont été données. On observe que la seule interférence réelle créée par les codes de Jafarkhani et de Tirkkonen conduisent non seulement à une perte de diversité à haut SNR comparée à un code espace-temps orthogonal idéal à 4 antennes (L = 4) mais aussi à une perte de performance à bas SNR. Les performances du code d'Alamouti Al2x1 ou de diversité théorique L = 2 à bas SNR sont alors obtenues.

De nouveaux codes espace-temps non orthogonaux ont été proposés. Ces codes obtiennent de bonnes performances à haut SNR mais ont de moins bonnes performances à bas SNR à cause de l'interférence due à la non orthogonalité des codes.

Le code espace-temps d'Alamouti parait donc être la meilleure solution à bas SNR pour les codes à rendement unitaire car les codes espace-temps non orthogonaux voient leurs performances se dégrader dès que le filtrage adapté au canal n'aboutit pas à un système orthogonal. Cependant, avec du codage de canal et avec un récepteur itératif, les performances des codes espace-temps non orthogonaux à 4 antennes peuvent être améliorées par rapport au code espace-temps orthogonal d'Alamouti. Ce gain en performances est obtenu grâce à une borne limite du filtre adapté de diversité 4 dans le cas non orthogonal à 4 antennes au lieu d'une MFB de diversité 2 dans le cas orthogonal à 2 antennes<sup>2</sup>.

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Ces}$  résultats ont été publiés en collaboration avec P.-J. Bouvet [15]

#### Bibliographie

- M. Park. Performance Evaluation of Multiuser Detectors with V-BLAST to MIMO Channels. PhD thesis, Institut Polytechnique de Virginie, Blacksburg, 2003.
- G. J. Foschini. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. *Bell System Technical Journal*, 1(2):41– 59, September 1996.
- [3] P.W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela. V-blast : An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. In *International Symposium on Signals, Systems, and Electronics*, pages 295–300, Pisa, ITALY, September 1998.
- [4] S. Bäro, G. Bauch, A. Pavlic, and A. Semmler. Improving blast performance using spacetime block codes and turbo decoding. In *IEEE Global Communications Conference*, *GLOBECOM'00*, pages 1067–1071, November 2000.
- [5] S. M. Alamouti. A simple transmit diversity technique for wireless communication. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 16(8) :1451–1458, October 1998.
- [6] V. Tarokh, S. Alamouti, and P. Poon. New detection schemes for transmit diversity with no channel estimation. In *IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, volume 2, pages 917–920, October 1998.
- [7] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank. Space-time block codes from orthogonal designs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(5):1456–1467, July 1999.
- [8] H. Jafarkhani. A quasi-orthogonal space-time block code. IEEE Transactions on Communications, 49(1):1–4, January 2001.
- [9] O. Tirkkonen, A. Boariu, and A. Hottinen. Minimal non-orthogonal rate one space-time block code for 3+ tx antennas. In *IEEE International Symposium on Spread-Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'00*, pages 429–432, 2000.
- [10] M. O. Damen, K. Abed-Meraim, and J. Belfiore. Diagonal algebraic space-time block codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(3):628–636, March 2002.
- [11] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Linear unitary precoders for maximum diversity gains with multiple transmit and receive antennas. In Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Asilomar'00, Pacific Grove, USA, October 2000.
- [12] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Space-time constellation-rotating codes maximizing diversity and coding gains. In *IEEE Global Communications Conference*, *GLOBE-COM'01*, San Antonio , USA, November 2001.
- [13] Y. Xin, Z. Wang, and G. B. Giannakis. Space-time diversity systems based on unitary constellation-rotating precoders. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech* and Signal Processing, ICASSP'01, Salt Lake City, USA, May 2001.
- [14] V. Le Nir and M. Hélard. Nouvelle construction de codage espace-temps en bloc de rendement égal à 1. Brevet FRANCE, (03-11647), October 2003.
- [15] P.-J. Bouvet, M. Hélard, and V. Le Nir. Low complexity iterative receiver for nonorthogonal space-time block code with channel coding. In *IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'04*, Los Angeles, USA, September 2004.

[16] V. Le Nir, R. Le Gouable, M. Hélard, J.-F. Hélard, and J.-M. Auffray. Procédé d'émission d'un signal dans un système multi-antennes, signal et procédé d'estimation d'au moins un canal de transmission correspondant. *Brevet Européen*, (04-364035.8), April 2004.

# Chapitre 4

# Techniques MIMO associées au LP-OFDM

#### Sommaire

4.1	Intro	oduction				
4.2	STB	C associé au LP-OFDM				
	4.2.1	Schéma d'émission et de réception				
	4.2.2	Formulation générale				
	4.2.3	Décodage et Egalisation				
	4.2.4	Exemple : $L_p = 4$ avec le code d'Alamouti				
	4.2.5	Représentation selon les matrices de Vandermonde et de Fourier 106				
	4.2.6	Représentation selon les matrices complexes d'Hadamard 107				
	4.2.7	Performances des STBC associés au LP-OFDM 108				
4.3	4.3 Multiplexage spatial associé au LP-OFDM 114					
	4.3.1	Schéma d'émission et de réception 114				
	4.3.2	Décodage et égalisation 115				
	4.3.3	Performances du multiplexage spatial associé au LP-OFDM 117				
4.4	App	lication d'un système itératif aux différentes techniques MIMO				
	LP-0	OFDM				
<b>4.5</b>	Con	clusion				
Bib	liograj	phie				

## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions les techniques MIMO associées au LP-OFDM. Dans le paragraphe **4.2**, l'association des techniques STBC avec le LP-OFDM appelée STBC LP-OFDM est introduite. Stamoulis a montré que le précodage linéaire permet d'exploiter une meilleure diversité par rapport à un simple codage STBC [1]. Cependant, l'utilisation de détecteurs ML ou sphériques tels que proposés dans l'état de l'art limite l'augmentation de la taille des matrices de précodage. Dans ce paragraphe, nous donnons une nouvelle représentation matricielle des techniques STBC LP-OFDM. Les performances de ces différentes techniques STBC LP-OFDM sont étudiées pour différents canaux de propagation. Dans le paragraphe **4.3**, l'association du multiplexage spatial avec le LP-OFDM est présentée. Différentes techniques de réception sont proposées. Les performances de cette association sont fournies avec ou sans codage de canal et pour différents récepteurs.

Finalement dans le paragraphe **4.4**, nous proposons un nouveau récepteur itératif pour ces deux techniques MIMO LP-OFDM permettant d'atteindre de très bonnes performances avec du codage de canal.

### 4.2 STBC associé au LP-OFDM

#### 4.2.1 Schéma d'émission et de réception

Le schéma de transmission STBC LP-OFDM est donné sur la Figure  $4.1^1$ .



FIG. 4.1 – Emetteur et récepteur STBC avec précodage linéaire

Tout d'abord, les symboles complexes  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{L_p}]^T$  issus d'une modulation complexe sont précodés par une matrice de précodage linéaire telle que celles définies dans le **Chapitre 2**. Les symboles précodés sont donnés par  $\mathbf{s} = \boldsymbol{\Theta}_{L_p} \mathbf{x}$  avec  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{L_p}]^T$ et  $\boldsymbol{\Theta}_{L_p}$  la matrice unitaire de taille  $L_p \times L_p$ . Cette matrice peut correspondre à une matrice unitaire de Fourier, de Vandermonde ou d'Hadamard. Ensuite, le vecteur de symboles  $\mathbf{s}$  est codé à l'aide d'un codage STBC. Le codage STBC permet de collecter la diversité spatiale. La matrice de précodage permet de collecter la diversité temporelle et/ou fréquentielle. Finalement, une modulation OFDM est appliquée sur chaque antenne d'émission.

#### 4.2.2 Formulation générale

Le schéma proposé peut être utilisé pour n'importe quelle matrice de précodage de taille  $L_p \times L_p$ . Avec le code d'Alamouti, cela correspond à la matrice suivante :

			t	emps et	z/ou fr	équen	ce		、 、
	$s_1$	$-s_{2}^{*}$	0	0			0	0 -	
	$s_2$	$s_1^*$	0	0			0	0	
C	0	0	$s_3$	$-s_{4}^{*}$	۰.	·	:	÷	(1
	0	0	$s_4$	$s_3^*$	·	·	÷	÷	
<b>5</b> =	:	÷	·	·	·	·	0	0	(4
	:	÷	·	·	۰.	·	0	0	
	0	0			0	0	$s_{L_p-1}$	$-s_{L_p}^*$	
	0	0			0	0	$s_{L_n}$	$s_{L-1}^{*}$	

<sup>1</sup>L'association des codes espace-temps en blocs avec le LP-OFDM a fait l'objet de plusieurs publications [2, 3, 4] et d'une demande de dépôt de brevet [5] Le STBC est appliqué par blocs de M symboles, M étant un multiple de N où N est le nombre de symboles transmis par le code. Pour le code d'Alamouti LP-OFDM, N = T = 2et  $M = L_p/2$ . La représentation de canal du STBC donne une matrice de canal équivalente **H** de taille  $ML_r/N \times M$  où  $L_r$  est la taille de la matrice équivalente :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{2} & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{H}_{j} & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \mathbf{H}_{M/N} \end{bmatrix}$$
(4.2)

avec  $\mathbf{H}_j$  la  $j^{\text{ème}}$  représentation équivalente de canal du STBC. Cela veut dire que  $\mathbf{H}_j$  est indépendante des blocs passés ou futurs (si  $N_t$  antennes d'émission sont utilisées avec cette représentation de taille  $L_r \times N$ ). Ces blocs peuvent s'appliquer soit dans le domaine temporel soit dans le domaine fréquentiel, avec comme hypothèse un canal constant sur T symboles temporels adjacents ou T sous-porteuses adjacentes.

Cependant, ces blocs peuvent aussi s'appliquer dans le domaine espace-temps ou espacefréquence par commutation entre groupe d'antennes (switching antennas), ce qui veut dire qu'un multiple de  $N_t$  antennes peut être utilisé pour émettre des symboles sur un premier groupe de  $N_t$  antennes pendant que les autres antennes sont éteintes. Au bloc temporel ou fréquentiel suivant, d'autres symboles sont émis sur un groupe d'antennes différent, gardant l'orthogonalité du code résultant. La puissance totale d'émission doit rester constante et égale à P avec une seule antenne de réception. Par conséquent, chaque antenne du premier groupe de  $N_t$  antennes émet une puissance de  $P/N_t$  pendant que les autres antennes sont éteintes. Pour le bloc suivant, le premier groupe est éteint et chaque antenne du groupe d'antennes suivant émet à une puissance  $P/N_t$ . Ce système peut être adapté dans le but d'exploiter les diversités dans les domaines spatial, temporel ou fréquentiel selon les caractéristiques du canal. A la réception le filtrage adapté au canal  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  devient :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = diag(\mathbf{H}_{1}^{H}\mathbf{H}_{1}, \dots, \mathbf{H}_{j}^{H}\mathbf{H}_{j}, \dots, \mathbf{H}_{M/N}^{H}\mathbf{H}_{M/N})$$
(4.3)

La matrice d'émission-réception sur les symboles émis après filtrage adapté et déprécodage linéaire devient non orthogonale et s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \mathbf{\Theta}_{L_p}^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta}_{L_p} \tag{4.4}$$

On voit dans cette équation que l'on peut capturer la diversité temporelle et/ou fréquentielle puisque les colonnes de la matrice de précodage peuvent être envoyées dans plusieurs blocs. L'interférence engendrée par le précodage linéaire et par le STBC (si celui-ci n'est pas orthogonal) nécessite l'utilisation d'une inversion de matrice ou d'un détecteur non linéaire.

#### 4.2.3 Décodage et Egalisation

Pour décoder les symboles émis, un récepteur MAP ou ML est envisageable mais d'une complexité importante. D'autres techniques de détection non linéaires peuvent être utilisées. Ainsi, pour conserver la simplicité du récepteur STBC et pour restituer l'orthogonalité des symboles émis, un égaliseur basé soit sur un critère ZF soit MMSE disjoint ou conjoint est un bon compromis performances/complexité. Dans le cas d'un égaliseur ZF disjoint, la matrice d'égalisation est la suivante :

$$\mathbf{G}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \tag{4.5}$$

Dans le cas d'un égaliseur MMSE disjoint, la matrice d'égalisation est la suivante :

$$\mathbf{G}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H$$
(4.6)

où  $\gamma$  est le SNR au niveau de chaque antenne de réception. Dans le cas d'un égaliseur ZF conjoint, la matrice d'égalisation est la suivante :

$$\mathbf{F}_{ZF} = (\mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta})^{-1} \mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \tag{4.7}$$

Dans le cas d'un égaliseur MMSE conjoint, la matrice d'égalisation s'écrit :

$$\mathbf{F}_{MMSE} = (\mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H$$
(4.8)

où  $\gamma$  est le SNR au niveau de chaque antenne de réception et  $\Theta$  la matrice de précodage. Afin de ne pas augmenter le bruit, il est préférable de choisir un égaliseur selon un critère MMSE. Si nous appliquons ces matrices unitaires à la matrice diagonale  $\Lambda = \mathbf{GH}$  de taille  $L_p \times L_p$  en utilisant une égalisation ZF ou MMSE disjointe, le système global de transmission/réception est donné par :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \mathbf{\Theta}_{L_p}^{-1} \mathbf{\Lambda}_{L_p} \mathbf{\Theta}_{L_p} \tag{4.9}$$

avec 
$$\mathbf{\Lambda}_{L_p} = diag(\lambda_1, \ldots, \lambda_{L_p}).$$

#### 4.2.4 Exemple : $L_p = 4$ avec le code d'Alamouti

Considérons le code espace-temps en blocs d'Alamouti à 2 ou 4 antennes d'émission par commutation entre groupes d'antennes et une antenne de réception. Le système à 4 antennes d'émission avec commutation entre groupe d'antennes consiste à appliquer le code d'Alamouti alternativement aux antennes 1 et 2 et ensuite aux antennes 3 et 4. Les symboles sont émis d'abord sur un premier groupe de 2 antennes avec une puissance de P/2 sur deux durées symboles alors que les 2 autres antennes sont éteintes. Ensuite, les autres symboles sont émis sur le deuxième groupe d'antennes d'émission. La matrice d'émission d'un code d'Alamouti à 2 antennes ou d'un système à 4 antennes utilisant le code d'Alamouti avec commutation entre groupe d'antennes est :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* & 0 & 0\\ s_2 & s_1^* & 0 & 0\\ 0 & 0 & s_3 & -s_4^*\\ 0 & 0 & s_4 & s_3^* \end{bmatrix}$$
(4.10)

Le vecteur reçu doit être réarrangé afin d'obtenir un vecteur  $\mathbf{r}' = [r_1 - r_2^* r_3 - r_4^*]^T$  correspondant à la représentation de canal suivante :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & 0 & 0\\ -h_2^* & h_1^* & 0 & 0\\ 0 & 0 & h_3 & h_4\\ 0 & 0 & -h_4^* & h_3^* \end{bmatrix}$$
(4.11)

ou

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & 0\\ 0 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix}$$
(4.12)

est de taille 4x4. Pour avoir des canaux décorrélés entre  $\mathbf{H}_1$  et  $\mathbf{H}_2$ , il est nécessaire d'appliquer un entrelacement fréquentiel et/ou temporel approprié au canal. A la réception, le décodage consiste à appliquer le filtrage adapté à la matrice de canal équivalente  $\mathbf{H}^H$ . On a donc la matrice de réception après filtrage adapté :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$
(4.13)

où  $a = \sum_{i=1}^{2} |h_i|^2$  et  $b = \sum_{i=3}^{4} |h_i|^2$ . Pour les codes espace-temps orthogonaux, la matrice de réception après filtrage adapté devient une matrice diagonale. En considérant une opération d'entrelacement, les éléments diagonaux sont ordonnés et on obtient la matrice suivante :

$$\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$
(4.14)

où  $a = \sum_{i=1}^{2} |h_i|^2$ ,  $b = \sum_{i=3}^{4} |h_i|^2$ ,  $c = \sum_{i=5}^{6} |h_i|^2$ ,  $d = \sum_{i=7}^{8} |h_i|^2$  venant de différent blocs d'Alamouti décodés.

Si on utilise un précodage linéaire avec une matrice unitaire de taille  $L_p \times L_p$  basée sur une construction d'Hadamard, ce précodage linéaire a pour effet d'augmenter l'ordre de diversité des symboles émis. En utilisant la matrice  $\Theta_{L_p}^{Had}$  pour  $L_p = 4$  et en appliquant les coefficients  $\eta = \frac{\pi}{4}, \theta_2 = \theta_1 - \frac{\pi}{2}, \theta_1 = \frac{5\pi}{4}$  définis dans le **Chapitre 2**, nous obtenons un système global émission réception caractérisé par :

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{\Theta}_4^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta}_4 \tag{4.15}$$

$$\mathbf{A}_{4} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a+b+c+d & a-b+c-d & a+b-c-d & a-b-c+d \\ -a+b-c+d & a+b+c+d & -a+b+c-d & a+b-c-d \\ a+b-c-d & a-b-c+d & a+b+c+d & a-b+c-d \\ -a+b+c-d & a+b-c-d & -a+b-c+d & a+b+c+d \end{bmatrix}$$
(4.16)

La matrice transconjuguée du canal  $\mathbf{H}^{H}$  est équivalente à un filtrage adapté. La densité de probabilité des termes diagonaux tend vers une loi gaussienne non centrée quand  $L_p$  augmente (théorème de la limite centrale). Par contre, la densité de probabilité des interférences tend vers une loi gaussienne centrée quand  $L_p$  augmente. Pour le cas présenté, les termes diagonaux de  $\mathbf{A}_4$  suivent une loi de  $\chi^2_{16}$  si les canaux suivent une loi de Rayleigh. Les interférences suivent une loi de différence de  $\chi^2_8$ . En prenant une taille  $L_p$  plus grande, les éléments diagonaux suivent une loi de  $\chi^2_{4L_p}$  et les termes non diagonaux une différence de lois de  $\chi^2_{2L_p}$ . Pour restituer l'orthogonalité entre symboles, il est possible d'utiliser un égaliseur selon un critère ZF ou MMSE conjointement avec le déprécodage linéaire. On peut également utiliser un égaliseur

selon un critère ZF ou MMSE séparément du déprécodage linéaire grâce à la propriété des matrices de précodage linéaire qui sont unitaires.

De la même manière que le code d'Alamouti, il est possible d'associer le précodage linéaire aux autres codes espace-temps orthogonaux et aux codes espace-temps non-orthogonaux. Dans le paragraphe suivant, la formulation générale est appliquée aux matrices de précodage linéaire spécifiques telles que celles de Vandermonde, de Fourier et d'Hadamard complexe basée sur le groupe SU(2).

#### 4.2.5 Représentation selon les matrices de Vandermonde et de Fourier

Avec les matrices de Vandermonde, le schéma global de transmission/réception est donné par :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \mathbf{\Theta}_{L_p}^{Van^{-1}} \mathbf{\Lambda}_{L_p} \mathbf{\Theta}_{L_p}^{Van} \tag{4.17}$$

La matrice de précodage linéaire de Vandermonde est obtenue par le produit entre une matrice de transformée de Fourier et une matrice diagonale :

$$\boldsymbol{\Theta}_{L_p}^{Van} = \operatorname{diag}(1, e^{j\alpha}, e^{2j\alpha}, \dots, e^{j(L_p - 1)\alpha}) \boldsymbol{\Theta}_{L_p}^{FFT}$$
(4.18)

Ceci mène à l'équation suivante :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \mathbf{\Theta}_{L_p}^{FFT^H} \mathbf{\Lambda}_{L_p} \mathbf{\Theta}_{L_p}^{FFT} \tag{4.19}$$

Par conséquent la formule globale de transmission/réception des matrices de Vandermonde et de Fourier est identique mais la constellation transmise est différente. Selon le théorème des matrices circulantes, si **A** est une matrice hermitienne circulante de taille  $L_p \times L_p$ , alors **A** est diagonalisée par la matrice de transformée de Fourier. De ce théorème, nous pouvons conclure que  $\mathbf{A}_L$  est une matrice circulante hermitienne.  $\mathbf{\Theta}_{L_p}^{FFT}$  étant une matrice unitaire, tous les éléments diagonaux de  $\mathbf{A}_{L_p}$   $a_{ii}$  sont égaux à :

$$a_{ii} = \frac{1}{L_p} \sum_{l=1}^{L_p} \lambda_l \ \forall i \in [1 \dots L_p]$$

$$(4.20)$$

tandis que les termes d'interférence sont tous des différences entre ces  $\lambda_l$ . Un de ces termes d'interférences est :

$$a_{ik} = \frac{1}{L_p} \sum_{l=0}^{L_p/2-1} (-1)^l (\lambda_{2l+1} + j\lambda_{2l+2})$$
  
$$i, k \in [1 \dots L_p]_{i \neq k}$$
(4.21)

Les autres termes d'interférences sont également des interférences complexes correspondant à une somme de différences entre les éléments diagonaux. En prenant par exemple une matrice de précodage linéaire de Fourier de taille  $L_p = 4$  nous obtenons :

$$\Theta_4^{FFT} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$$
(4.22)

Ceci mène à la matrice circulante globale suivante :

$$\mathbf{A}_{4} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \\ c & d & a & b \\ b & c & d & a \end{bmatrix}$$
(4.23)

avec

$$a = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$$
  

$$b = \lambda_1 - \lambda_3 - j(\lambda_2 - \lambda_4)$$
  

$$c = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4$$
  

$$d = \lambda_1 - \lambda_3 + j(\lambda_2 - \lambda_4)$$
  
(4.24)

Les interférences du systèmes global d'émission et de réception des matrices de Vandermonde ou de Fourier sont identiques. Elles se caractérisent par un "mélange" entre des interférences réelles et des interférences complexes.

#### 4.2.6 Représentation selon les matrices complexes d'Hadamard

Avec les matrices d'Hadamard, le schéma global de transmission/réception est donné par :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \mathbf{\Theta}_{L_p}^{Had^H} \mathbf{\Lambda}_{L_p} \mathbf{\Theta}_{L_p}^{Had} \tag{4.25}$$

En développant cette matrice, on obtient :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \frac{2}{L_p} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{L_p/2}^1 + \mathbf{A}_{L_p/2}^2 & \mathbf{A}_{L_p/2}^1 - \mathbf{A}_{L_p/2}^2 \\ \mathbf{A}_{L_p/2}^1 - \mathbf{A}_{L_p/2}^2 & \mathbf{A}_{L_p/2}^1 + \mathbf{A}_{L_p/2}^2 \end{bmatrix}$$
(4.26)

avec

$$\mathbf{A}_{L_{p}/2}^{1} = \mathbf{\Theta}_{L_{p}/2}^{Had^{H}} \mathbf{\Lambda}_{L_{p}/2}^{1} \mathbf{\Theta}_{L_{p}/2}^{Had} \mathbf{A}_{L_{p}/2}^{2} = \mathbf{\Theta}_{L_{p}/2}^{Had^{H}} \mathbf{\Lambda}_{L_{p}/2}^{2} \mathbf{\Theta}_{L_{p}/2}^{Had}$$
(4.27)

Les matrices diagonales de codage et décodage espace-temps associées ou non à un entrelacement sont égales à :

$$\mathbf{\Lambda}_{L_p} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{L_p/2}^1 & 0\\ 0 & \mathbf{\Lambda}_{L_p/2}^2 \end{bmatrix}$$
(4.28)

où

Puisque  $\Theta_{L_p}^{Had}$  est une matrice unitaire, tous les éléments diagonaux  $\mathbf{A}_{L_p} a_{ii}$  sont égaux à :

$$a_{ii} = \frac{2}{L_p} \sum_{l=0}^{L_p/2-1} \cos^2 \eta \lambda_{2l+1} + \sin^2 \eta \lambda_{2l+2} \ \forall i \in [1 \dots L_p]$$
(4.30)

Par contre, les termes d'interférences sont tous des différences entre  $\lambda_l$ . Un des ces termes d'interférence est :

$$a_{ik} = -\frac{2}{L_p} \cos \eta \sin \eta e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} \sum_{\substack{l=0\\ l=0}}^{L_p/2 - 1} (\lambda_{2l+1} - \lambda_{2l+2})$$
(4.31)

Les autres termes d'interférence sont aussi des sommes de différence entre les éléments diagonaux. En prenant une matrice d'Hadamard complexe de taille  $L_p = 2$  avec les valeurs définies dans le **Chapitre 2**  $\eta = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta_2 = \theta_1 - \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_1 = \frac{5\pi}{4}$ , la matrice résultante devient :

$$\mathbf{A}_{2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{1} + \lambda_{2} & \lambda_{2} - \lambda_{1} \\ \lambda_{2} - \lambda_{1} & \lambda_{1} + \lambda_{2} \end{bmatrix}$$
(4.32)

La formule globale peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{A}_{L_p} = \frac{1}{L_p} \sum_{i=1}^{L_p} \lambda_i \mathbf{I}_{L_p} + \mathbf{J}$$
(4.33)

avec  $\mathbf{I}_L$  la matrice identité de la taille  $L_p \times L_p$  et  $\mathbf{J}$  la matrice des termes d'interférences correspondant à la différence entre ces  $\lambda_l$ .

#### 4.2.7 Performances des STBC associés au LP-OFDM

Des simulations ont été effectuées sur des canaux indépendants plats de Rayleigh par sous-porteuse et par antenne et sur des canaux MIMO plus réalistes basés sur des canaux de type BRAN A et BRAN E décorrélés. Tout d'abord, une comparaison des performances entre un système SISO LP-OFDM et un système STBC LP-OFDM est effectuée. Ensuite, nous comparons les performances des systèmes STBC LP-OFDM en fonction de la taille et de la matrice de précodage utilisée. Les performances sont également comparées en fonction du récepteur linéaire MMSE ou récepteur ML appliqué. Ensuite, les différents systèmes STBC LP-OFDM sont étudiés à une même efficacité spectrale en fonction du STBC. Finalement, nous donnons les performances du STBC LP-OFDM utilisant un code non orthogonal de Jafarkhani.

La Figure 4.2 compare les performances du LP-OFDM dans un contexte SISO à un système LP-OFDM associé à un codage d'Alamouti Al2x1. Une modulation QPSK est utilisée conduisant à une efficacité spectrale  $\eta = 2$  bps/Hz. Les simulations sont effectuées sur des canaux indépendants plats de Rayleigh par sous-porteuse et par antenne. Un égaliseur linéaire MMSE disjoint est utilisé. On peut observer un gain de 4 dB pour un  $BER = 10^{-4}$  entre Al2x1 LP-OFDM et SISO LP-OFDM avec  $L_p = 64$ . De même que pour le code d'Alamouti, le système Al2x1 LP-OFDM moyenne le bruit ce qui aboutit à une amélioration des performances. De plus, l'utilisation d'une matrice de précodage permet d'obtenir une pente de la courbe de performances tendant vers la pente de la courbe de performances d'un canal gaussien. En effet, l'ordre de diversité est ici de 64 en SISO OFDM avec une matrice de précodage de taille  $L_p = 64$  et de 128 en Al2x1 LP-OFDM. Par conséquent, le système Al2x1 LP-OFDM améliore les performances du SISO LP-OFDM à bas et à haut SNR.

La Figure 4.3 présente les performances du système LP-OFDM avec le code d'Alamouti et différentes matrices de précodage. Une modulation QPSK et un récepteur linéaire MMSE sont utilisés. Une recherche d'optimisation des performances en taux d'erreurs binaire sur canal de Rayleigh avec une QPSK a conduit à choisir  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  pour les matrices de Vandermonde. Les paramètres utilisés pour les matrices d'Hadamard complexes sont définis dans le **Chapitre 2**. On peut voir que les performances de la matrice complexe d'Hadamard pour  $L_p = 4$ sont meilleures que les performances des matrices de Vandermonde ou de Fourier pour  $L_p = 4$ . En fait, en utilisant des matrices de Fourier ou de Vandermonde, la moitié des termes d'interférence sont des interférences complexes. Cependant, en utilisant les matrices complexes



FIG. 4.2 – Comparaison entre les systèmes SISO et Alamouti à base d'OFDM avec et sans précodage linéaire pour  $\eta$ =2 bps/Hz



FIG. 4.3 – Performances du code d'Alamouti précodé linairement pour  $\eta$ =2bps/Hz avec des matrices d'Hadamard, de Vandermonde et de Fourier

d'Hadamard, les interférences sont soit purement réelles soit purement imaginaires et certains choix de rotation permettent une orthogonalisation des symboles émis (voir **Chapitre 2**). A l'aide d'un détecteur linéaire MMSE, les matrices complexes de Hadamard se comportent mieux que des matrices de Vandermonde ou de Fourier quand  $L_p$  est petit. La courbe " $L_p =$ 64, FHV" représente les performances du schéma précodé linéaire d'Alamouti pour  $L_p = 64$ . Il n'y a aucune différence apparente entre la matrice de Vandermonde, la matrice de Fourier ou les matrices complexes d'Hadamard pour cette taille de précodage.



FIG. 4.4 – Comparaison entre récepteurs ML et linéaires avec le code d'Alamouti et précodage linéaire  $L_p = 4$  et  $L_p = 64$  pour  $\eta=2$  bps/Hz

La Figure 4.4 compare les performances du code d'Alamouti associé à une modulation LP-OFDM pour différents types de récepteurs ML ou linéaire MMSE et pour différentes tailles de matrices de précodage  $L_p = 4$  ou  $L_p = 64$ . Les performances du récepteur linéaire MMSE pour  $L_p = 4$  sont très proches du détecteur ML. L'avantage du détecteur linéaire MMSE est qu'il est possible d'augmenter la taille de la matrice de précodage  $L_p = 64$  et ainsi dépasser les performances du détecteur "ML  $L_p = 4$ " avec un faible ajout de complexité. Par contre, un détecteur ML avec  $L_p = 64$  comporte une très grande complexité, et est pratiquement impossible à réaliser car il nécessite de comparer  $M^{L_p}$  mots de codes où M est l'ordre de la modulation. Vue la faible différence de performance pour  $L_p = 4$  (0.5 dB à  $BER = 10^{-4}$ ), il est possible de mettre en oeuvre un récepteur linéaire avec une plus grande taille de précodage et ainsi mieux exploiter la diversité.

La Figure 4.5 montre les performances des différents codes STBC LP-OFDM pour  $L_p = 64$  obtenues pour une efficacité spectrale  $\eta = 1$  bps/Hz. Pour obtenir cette efficacité spectrale, une modulation BPSK est appliquée au code d'Alamouti, tandis qu'une modulation QPSK est appliqué aux codes  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  de Tarokh. On peut observer que le précodage linéaire aug-



FIG. 4.5 – Performances des STBC précodés linéairement pour  $L_p=64$  et  $\eta{=}1$  bps/Hz



FIG. 4.6 – Performances du LP-OFDM avec $N_c=64$  et précodage linéaire de taille  $L_p=64$  avec  $\eta=2$  bps/Hz

mente la diversité des codes de Tarokh  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$ , du code d'Alamouti et du système SISO de la même manière. Un gain de 3 dB est obtenu à un  $BER = 10^{-3}$  avec  $\mathcal{G}_4$  entre un système sans précodage linéaire et un système avec précodage linéaire. Pour cette efficacité spectrale, le code d'Alamouti a de moins bonnes performances que les codes de Tarokh, mais cette tendance diffère pour des efficacités spectrales plus élevées comme sur la Figure 4.6 où l'efficacité spectrale est de  $\eta = 2$  bps/Hz. L'utilisation d'une modulation 16QAM, moins robuste que la modulation QPSK, donne des performances moins bonnes avec les codes de Tarokh par rapport au code d'Alamouti. Les résultats obtenus avec les codes de Tarokh sont comparables aux performances d'un système SISO LP-OFDM alors qu'un gain de 3dB à  $BER = 10^{-3}$ en faveur du code d'Alamouti  $2 \times 1$  est observé par rapport aux autres codes. Il est donc préférable de privilégier le rendement du code STBC utilisé que l'ordre de la modulation pour augmenter l'efficacité spectrale.



FIG. 4.7 – Performances du système Alamouti LP-OFDM sur canal BRAN A et 3 km/h

Les courbes présentes sur les Figures 4.7 et 4.8 permettent de mettre en évidence les performances du code d'Alamouti STBC LP-OFDM avec  $L_p = 64$  respectivement sur un canal MIMO BRAN A à 3 km/h et sur un canal MIMO BRAN E à 60 km/h sans codage de canal. Une modulation QPSK et un égaliseur linéaire MMSE disjoint sont utilisés. On observe que les performances et la diversité augmentent avec la taille de la matrice de précodage  $L_p$ . Pour le canal BRAN A à 3 km/h, le canal ne varie pas assez fréquentiellement et temporellement pour exploiter aussi bien la diversité que sur canal de Rayleigh indépendant par sous-porteuse qui a une diversité optimale de 64 pour  $L_p = 64$ . On peut ajouter un entrelacement symbole II qui permet d'améliorer les performances grâce à la diversité temporelle. L'entrelacement est choisi avec une taille d'un million de symboles. Grâce aux variations temporelles et fréquentielles plus importantes sur le canal BRAN E à 60 km/h, il est possible d'atteindre quasiment les performances asymptotiques avec un entrelaceur plus petit de 100000 symboles. Ces résultats montrent qu'il est possible pour un canal particulier d'atteindre les performances asymp-



FIG. 4.8 – Performances du système Alamouti LP-OFDM sur canal BRAN E et 60 km/h



FIG. 4.9 – Performances du code espace-temps non orthogonal de Jafarkhani sans et avec précodage linéaire de taille  $L_p = 64$ 

totiques d'un canal de Rayleigh décorrélé par sous-porteuse par l'ajout d'un entrelacement adapté au canal et par l'augmentation de taille de la matrice de précodage.

La Figure 4.9 montre les performances du code de Jafarkhani avec et sans précodage linéaire en OFDM avec un récepteur ML et un récepteur MMSE. On peut voir que le LP-OFDM peut aussi augmenter les performances des codes espace-temps non orthogonaux et ainsi obtenir une diversité qui augmente avec la taille de la matrice de précodage. On observe un gain de 6 dB à un  $BER = 10^{-4}$  entre un système sans précodage linéaire et un système avec précodage linéaire.

Nous remarquons donc que le STBC LP-OFDM conduit à de très bonnes performances car l'exploitation de la diversité s'améliore avec la taille de la matrice de précodage. Comme dans le **Chapitre 3**, il est souhaitable de privilégier le rendement du code R plutôt que l'ordre de la modulation. De plus, le LP-OFDM ne change pas les performances du STBC à bas SNR et augmente les performances du STBC à haut SNR.

### 4.3 Multiplexage spatial associé au LP-OFDM

#### 4.3.1 Schéma d'émission et de réception

La chaine de transmission est présentée par la figure  $4.10^2$ .



FIG. 4.10 – Emetteur et récepteur d'un système à multiplexage spatial avec précodage linéaire

Tout d'abord, le vecteur  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{L_p} \end{bmatrix}^T$  constitué de symboles complexes est précodé grâce à une matrice de précodage linéaire  $\boldsymbol{\Theta}$  de la manière suivante :

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Theta} \mathbf{x} \tag{4.34}$$

avec  $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_{L_p} \end{bmatrix}^T$ . Ensuite ces données sont entrelacées et démultiplexées avant émission sur les  $N_t$  antennes. A la réception, les  $N_r$  antennes traitent les différents signaux au moyen d'un détecteur non linéaire ML, SIC ou PIC ou d'une inversion de matrice. Le vecteur de réception  $\mathbf{r}$  est de la forme :

$$\mathbf{r} = \mathcal{H}\mathbf{\Omega}\mathbf{x} + \mathbf{b} \tag{4.35}$$

où **r** est un vecteur de longueur  $N_r L_p$  sur les L sous-porteuses et  $N_r$  le nombre d'antennes de réception,

 $<sup>^{2}\</sup>mathrm{Le}$  multiplexage spatial associé au LP-OFDM a fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet en octobre 2003 [6]

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \dots & \mathbf{H}_{1t} & \dots & \mathbf{H}_{1N_t} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \dots & \mathbf{H}_{2t} & \dots & \mathbf{H}_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{H}_{r2} & \dots & \mathbf{H}_{rt} & \dots & \mathbf{H}_{rN_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_r1} & \mathbf{H}_{N_r2} & \dots & \mathbf{H}_{N_rt} & \dots & \mathbf{H}_{N_rN_t} \end{bmatrix}$$
(4.36)

est la matrice de canal de taille  $N_r L_p \times N_t L_p$  où  $\mathbf{H}_{rt}$  est une matrice diagonale de taille  $L_p \times L_p$ . Chaque élément de la diagonale correspondant à la réponse fréquentielle du canal sur chaque sous-porteuse  $k \ h_{rt,k} = \rho_{rt,k} e^{i\theta_{rt,k}}$ ,  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \boldsymbol{\Theta}$  est de taille  $N_t L_p \times N_t L_p$ ,  $\mathbf{x}$  est le vecteur de longueur  $N_t L_p$  et  $\mathbf{b}$  est le vecteur de bruit de longueur  $N_r L_p$ .

#### 4.3.2 Décodage et égalisation

Plusieurs techniques d'égalisation  $\mathcal{G}$  peuvent être utilisées à la réception. Cette fonction d'égalisation a pour but de restituer l'orthogonalité entre les différents symboles émis. En effet, cette orthogonalité entre symboles a été rompue par la transmission multi-antennes et par le précodage linéaire. L'égalisation et le déprécodage peuvent se réaliser de manière disjointe ou conjointe. Dans le cadre d'une détection disjointe, une matrice d'égalisation  $\mathcal{G}$  est appliquée sur le vecteur reçu **r**. Les matrices d'égalisation basées sur un critère ZF ou MMSE sont égales à :

$$\mathcal{G}_{ZF} = (\mathcal{H}^H \mathcal{H})^{-1} \mathcal{H}^H = (\mathcal{H})^+_{ZF}$$
(4.37)

$$\mathcal{G}_{MMSE} = (\mathcal{H}^H \mathcal{H} + \frac{1}{\gamma} \mathcal{I})^{-1} \mathcal{H}^H = (\mathcal{H})^+_{MMSE}$$
(4.38)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de chaque antenne de réception. Après l'étape d'égalisation, on obtient un vecteur  $\hat{\mathbf{s}}$  correspondant aux symboles étalés :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathcal{G}\mathbf{r} = \mathcal{G}\mathcal{H}\mathcal{C}\mathbf{x} + \mathcal{G}\mathbf{n} \tag{4.39}$$

Après déprécodage, on obtient le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}$  de longueur L:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{\Omega}^H \hat{\mathbf{s}} = \mathbf{\Omega}^H \mathcal{G} \mathcal{H} \mathcal{C} \mathbf{x} + \mathbf{\Omega}^H \mathcal{G} \mathbf{n}$$
(4.40)

Une approche conjointe basée sur le critère ZF ou MMSE est aussi possible, bien que la taille de la matrice à inverser augmente linéairement avec la longueur du précodage  $L_p$  et du nombre  $N_t$  d'antennes d'émission ou du nombre  $N_r$  d'antennes d'émission. Le schéma de transmission de l'approche conjointe est représenté par le Figure 4.11. Dans le cas d'une égalisation et d'un déprécodage conjoint au sens du critère ZF ou MMSE les matrices d'égalisation conjointes sont égales à :

$$\mathcal{F}_{ZF} = (\mathbf{\Omega}^H \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathbf{\Omega})^{-1} \mathbf{\Omega}^H \mathcal{H}^H = (\mathcal{H} \mathbf{\Omega})^+_{ZF}$$
(4.41)

$$\mathcal{F}_{MMSE} = (\mathbf{\Omega}^H \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathbf{\Omega} + \frac{1}{\gamma} \mathcal{I})^{-1} \mathbf{\Omega}^H \mathcal{H}^H = (\mathcal{H} \mathbf{\Omega})^+_{MMSE}$$
(4.42)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de chaque antenne de réception.



FIG. 4.11 – Modulateur et démodulateur d'un système à multiplexage spatial LP-OFDM conjoint

Enfin, d'autres techniques basées sur l'annulation d'interférence peuvent être utilisées, notamment le détecteur SIC ou PIC conjoint tenant compte du précodage linéaire et du nombre d'antennes. L'algorithme SIC conjoint est le suivant :

#### MIMO LP-OFDM Joint SIC Algorithm

for j = 1 to  $N_t L_p$   $- \mathbf{F} = (\mathcal{H} \mathbf{\Omega})_j^+$   $- l = argmin||\mathbf{f}_i||^2$   $- \tilde{x}_l = \mathbf{f}_l \mathbf{r}_j^i$   $- optional : \hat{x}_l = Q(\tilde{x}_l)$   $- \mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_j - vec(\mathcal{H} \mathbf{\Omega})_l \hat{x}_l$   $- (\mathcal{H} \mathbf{\Omega})_{j+1} = (\mathcal{H} \mathbf{\Omega})_{j \setminus l}$ end for

Il est possible d'utiliser seulement un SIC spatial avec une opération de déprécodage linéaire effectuée de façon disjointe et sans ordonnancement. L'algorithme MIMO LP-OFDM avec SIC spatial devient :

# 

 $- \mathcal{H}_{j+1} = (\mathcal{H})_{j \setminus Mat(j)}$ end for

avec  $Mat(\mathcal{G})^j$  les matrices ligne j de la matrice  $\mathcal{G}$  et  $Mat(\mathcal{H})_j$  les matrices colonnes j de la matrice  $\mathcal{H}$ . Cet algorithme a l'avantage de n'effectuer qu'une détection SIC spatiale par sousporteuse et non une détection SIC spatiale conjointement avec le précodage linéaire. De même que les techniques de détection par inversion de matrice, la complexité de la technique SIC spatiale vient de la matrice MIMO à inverser. Cependant, une décomposition de Cholesky pour l'inversion de la matrice MIMO aboutit à une complexité polynomiale  $O^3$ . Les algorithmes les plus complexes sont les algorithmes SIC ou PIC réalisant conjointement l'égalisation et le déprécodage linéaire puisque la complexité varie avec le nombre d'antennes et la taille de la matrice de précodage. Les techniques à privilégier au niveau de la complexité sont donc les techniques de détection par inversion de matrice.

#### 4.3.3 Performances du multiplexage spatial associé au LP-OFDM

Les simulations ont été effectuées sur des canaux indépendants plats de Rayleigh par sousporteuse et par antenne avec une modulation QPSK par antenne d'émission.

La Figure 4.12 donne les performances d'un système à multiplexage spatial 4x4 conduisant à une efficacité spectrale de  $\eta = 8$  bps/Hz associé à une modulation OFDM avec une simple détection MMSE et une détection SIC spatial MMSE. Ces systèmes sont comparés à un système SISO associé à un détecteur MMSE conduisant à une efficicacité spectrale de  $\eta = 2$ bps/Hz. On constate que le système à multiplexage spatial 4x4 donne de moins bonnes performances que le système de référence SISO avec un détecteur MMSE à cause de la transmission multi-antennes. Cependant, une technique de détection SIC spatial améliore les performances du système à multiplexage spatial 4x4.

La Figure 4.13 présente les performances des systèmes à multiplexage spatial 4x4 associant une modulation QPSK à un système LP-OFDM conduisant à une efficacité spectrale  $\eta =$ 8 bps/Hz. Une détection MMSE et une détection SIC spatial MMSE (Algorithme MIMO LP-OFDM disjoint SIC spatial) sont comparées avec un système LP-OFDM SISO MMSE d'efficacité spectrale  $\eta = 2$  bps/Hz. Les gains sont de l'ordre de 17 dB à  $BER = 10^{-4}$  entre les systèmes sans précodage linéaire et les systèmes avec précodage linéaire. Les meilleures performances sont obtenues avec le système SISO LP-OFDM vue l'absence d'interférences spatiales. Ensuite, la technique de détection la plus proche du SISO LP-OFDM  $\eta = 2$  bps/Hz est le multiplexage spatial 4x4 LP-OFDM  $\eta = 8$  bps/Hz avec un détecteur SIC spatial MMSE. Le détecteur SIC spatial MMSE annule successivement les interférences spatiales causées par la transmission multi-antennes. Finalement, la technique offrant de moins bonnes performances à haut SNR est le multiplexage spatial 4x4 LP-OFDM avec un détecteur MMSE. Cependant, on peut remarquer qu'à bas SNR, le détecteur MMSE offre de meilleures performances que le détecteur SIC spatial MMSE à cause d'une propagation d'erreur, ce qui peut présager un meilleur comportement lors de l'insertion de codage de canal.

En effet, la Figure 4.14 compare des systèmes à 4 antennes d'émission et 4 antennes de réception pour une efficacité spectrale de  $\eta = 4$  bps/Hz avec des détecteurs MMSE, ou SIC spatial MMSE avec un turbocode duo-binaire de rendement 1/2 [7]. L'écart de performances obtenu avec un système SIC spatial MMSE et MMSE augmente par rapport au cas sans codage de canal, du à la propagation d'erreurs introduites par la prise de décisions dures dans le récepteur SIC. Avec codage de canal, le détecteur MMSE est meilleur que le détecteur SIC spatial MMSE, un gain de 3 dB est constaté à  $BER = 10^{-4}$ .

## 4.4 Application d'un système itératif aux différentes techniques MIMO LP-OFDM

Comme pour les systèmes SISO LP-OFDM, il est possible d'appliquer un système itératif pour décoder les systèmes MIMO LP-OFDM. Pour réaliser un système itératif pour les systèmes MIMO LP-OFDM, il convient de traiter itérativement l'interférence spatiale causée



FIG. 4.12 – Performances d'un système OFDM avec $N_c=64$  avec différents systèmes à multiplexage spatial et modulation QPSK



FIG. 4.13 – Performances du LP-OFDM avec  $N_c = 64$  avec différents systèmes à multiplexage spatial et précodage linéaire de taille  $L_p = 64$  avec modulation QPSK



FIG. 4.14 – Performances du LP-OFDM avec  $N_c = 64$  et précodage linéaire de taille  $L_p = 64$ avec un turbo code duo-binaire de rendement 1/2

par la transmission multi-antennes et l'interférence entre symboles causée par le précodage linéaire. Comme pour le SISO LP-OFDM, ces deux interférences peuvent se traiter de manière conjointe ou disjointe.

Le schéma d'un récepteur itératif MIMO LP-OFDM est représenté sur la Figure 4.15.



FIG. 4.15 – Schéma d'un récepteur MIMO LP-OFDM itératif

L'opération "MIMO Decoding" correspond soit au décodage des systèmes STBC, soit au décodage des systèmes à multiplexage spatial en utilisant des égaliseurs linéaires ou des égaliseurs par inversion de matrice. Les formules de l'annuleur d'interférences réalisant l'égalisation et le déprécodage conjoint ou disjoint sont similaires au SISO LP-OFDM, cependant les matrices du canal équivalent ne sont plus diagonales que ce soit pour les systèmes STBC LP-OFDM ou MIMO LP-OFDM à cause de l'interférence spatiale. Par exemple, pour les
systèmes STBC LP-OFDM avec une technique d'égalisation MMSE, l'expression du signal  $\hat{\mathbf{x}}$  à l'itération p du système itératif avec égalisation et déprécodage linéaire conjoints est la suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\boldsymbol{\Theta}^{H}\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{x}}^{p-1})$$
(4.43)

avec

$$\Gamma = \Theta^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \Theta \tag{4.44}$$

La matrice  $\mathbf{H}$  est une matrice diagonale par bloc correspondant aux différents canaux équivalents du code STBC. Pour un système itératif avec égalisation et déprécodage linéaire disjoints, les expressions deviennent :

$$\hat{\mathbf{s}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{s}}^{p-1})$$
(4.45)

avec

$$\Gamma = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \tag{4.46}$$

Pour les systèmes à multiplexage spatial associé au LP-OFDM utilisant une technique d'égalisation MMSE en réception, l'expression du signal estimé  $\hat{\mathbf{x}}$  à l'itération p du système itératif avec égalisation et déprécodage linéaire conjoints s'écrit :

$$\hat{\mathbf{x}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{\Omega}^{H}\mathcal{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{x}}^{p-1})$$
(4.47)

avec

$$\Gamma = \mathbf{\Omega}^H \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathbf{\Omega} \tag{4.48}$$

Pour un système itératif avec égalisation et déprécodage linéaire disjoints, les formules deviennent :

$$\hat{\mathbf{s}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathcal{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{s}}^{p-1})$$
(4.49)

avec

$$\Gamma = \mathcal{H}^H \mathcal{H} \tag{4.50}$$

De la même manière que pour le SISO LP-OFDM, la première opération sur le signal reçu consiste à restituer l'orthogonalité entre les symboles grâce à une technique d'égalisation ZF ou MMSE disjointe. Ensuite, la démodulation douce, le désentrelacement, le décodage, le calcul des probabilités extrinsèques sur les bits codés, l'entrelacement et la modulation douce permettent d'obtenir une nouvelle estimée des symboles égalisés. Finalement, ces nouveaux symboles sont traités par le processus itératif décrit ci-dessus.

La Figure 4.16 montre les performances pour le système SISO LP-OFDM itératif et le code espace-temps en blocs d'Alamouti Al2×1 LP-OFDM itératif avec un récepteur MMSE disjoint à la première itération et un annuleur d'interférences MMSE conjoint effectuant 4 itérations sur canaux de Rayleigh décorrélés par sous-porteuse et par antenne. Le codeur utilisé est un code convolutif (22,35)<sub>o</sub> de longueur de contrainte K = 5 et de rendement 1/2. Avec un système SISO LP-OFDM, le gain est de 3.5 dB à  $BER = 10^{-4}$  si on utilise un récepteur itératif. Pour le système Al2×1 LP-OFDM, le gain est de 1.5 dB à  $BER = 10^{-4}$  entre un récepteur itératif et un récepteur non itératif. Avec un codage espace-temps, les performances d'un système itératif s'améliorent à bas SNR. On s'aperçoit qu'un système itératif MMSE converge vers les performances de la MFB proche des performances d'un canal gaussien grâce à la diversité fréquentielle apportée par le précodage linéaire et la diversité spatiale apportée par le code espace-temps. Le récepteur conjoint permet donc d'obtenir les performances optimales, i.e. les performances de la MFB proches d'un canal gaussien.

La Figure 4.17 montre les performances d'un système à multiplexage spatial LP-OFDM avec des tailles  $L_p = 4$  ou  $L_p = 64$  et un code convolutif dans un système itératif<sup>3</sup>. Avec un système à multiplexage spatial LP-OFDM 4x4, le gain est de 6.5 dB à  $BER = 10^{-4}$  si on utilise un récepteur itératif. On peut observer qu'avec une taille de matrice de précodage  $L_p = 4$ , les performances du système à multiplexage spatial 2x2 ou 4x4 sont respectivement à 1.7 dB et 2.0 dB à  $BER = 10^{-4}$  de la courbe gaussienne codée. Par contre, plus la taille de la matrice de précodage augmente ( $L_p = 64$ ), plus les performances s'améliorent et se rapprochent de la courbe gaussienne codée. En fait, les performances obtenues correspondent à la borne du filtre adapté d'une diversité  $L_p$ . Afin d'avoir la borne du filtre adapté MFB proche de la courbe gaussienne codée, il faut avoir un ordre de diversité le plus grand possible.



FIG. 4.16 – Performances des systèmes SISO et Al $2 \times 1$  LP-OFDM itératif MMSE avec  $L_p=64$  et 4 itérations

#### 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, le LP-OFDM a été étudié dans un contexte multi-antennes d'une part avec les codes espace-temps STBC et d'autre part avec du multiplexage spatial. Le LP-OFDM est une technique dérivée de l'OFDM ou les données d'un même utilisateur sont combinées par un précodage linéaire (analogie avec le SS-MC-MA). Alors que les techniques de précodage

 $<sup>{}^{3}</sup>$ L'association d'un récepteur itératif dans un système MIMO a fait l'objet d'une publication [8] et de 2 demandes de dépôt de brevet [9, 10]



FIG. 4.17 – Performances d'un système à multiplexage spatial LP-OFDM itératif

linéaire utilisées dans la littérature utilisent un détecteur ML complexe, nous proposons dans ce chapitre d'utiliser des simples techniques de détection linéaires ou par inversion de matrice. Ces techniques de détection permettent d'atteindre les performances optimales données par la courbe de la MFB quand elles sont associées à un codage de canal et un récepteur itératif. Ce dernier propose une complexité plus faible qu'un récepteur de type ML. Ces performances sont atteintes grâce à un traitement conjoint des interférences spatiales causées par la transmission multi-antennes et les interférences entre symboles causées par le précodage linéaire. La diversité apportée par le précodage linéaire et par le système multi-antennes conduit à des performances proches de la courbe gaussienne codée.

Avec du codage espace-temps, les performances des différents codes STBC avec et sans codage de canal ont été données. Le détecteur linéaire MMSE permet d'augmenter la taille de la matrice de précodage ( $L_p = 64$ ) et ainsi dépasse les performances du détecteur "ML  $L_p = 4$ " avec un faible ajout de complexité. Tandis qu'un détecteur "ML avec  $L_p = 64$ " est d'une très grande complexité, et est quasi impossible à mettre en oeuvre en pratique (comparaison de  $M^{L_p}$  mots de codes où M est l'ordre de la modulation), le récepteur linéaire lui est très simple à réaliser et propose un bon compromis performance/complexité. Une comparaison entre les différents STBC a montré que les meilleures performances sont obtenues avec le code d'Alamouti, qui grâce à son rendement unitaire permet d'utiliser des constellations à plus faible nombre d'états. Pour de petites tailles de matrice de précodage, les matrices de précodage d'Hadamard à base de matrices SU(2) offrent les meilleures performances. Pour de grandes tailles, les différentes matrices de précodage offrent les mêmes performances. Il est possible pour un canal particulier d'atteindre les performances asymptotiques d'un canal de Rayleigh décorrélé par sous-porteuse par l'ajout d'un entrelacement temporel adapté au canal et par l'augmentation de lataille de la matrice de précodage. Le LP-OFDM peut aussi s'appliquer aux codes espace-temps non orthogonaux et permet ainsi d'augmenter la diversité de ces codes notamment avec les codes de Jafarkhani et de Tirkkonen. Un récepteur itératif a été proposé permettant d'obtenir les performances proches de la courbe gaussienne codée quand il y a suffisamment de diversité collectée par le précodage linéaire et le code espace-temps. Ce travail a fait l'objet de plusieurs publications [2, 3, 4], et de 2 demandes de dépôt de brevet [5, 9] et a été réalisé en collaboration avec P.-J. Bouvet.

Avec un multiplexage spatial, les performances avec et sans codage de canal ont été données. Les différentes techniques de multiplexage spatial ont été comparées, i.e. la technique MMSE et la technique MMSE avec un SIC spatial. On a constaté que l'association du LP-OFDM au multiplexage spatial donne les meilleures performances grâce à une augmentation de la diversité. Sans codage de canal, la technique offrant de moins bonnes performances à haut SNR est le multiplexage spatial 4x4 LP-OFDM combiné à un détecteur MMSE. Cependant, il a pu être remarqué qu'à bas SNR, le détecteur MMSE offre de meilleures performances comparées au détecteur SIC spatial MMSE. Ce résultat est confirmé avec insertion de codage de canal puisque la technique la plus prometteuse est la technique MMSE, qui n'engendre pas de propagation d'erreurs à bas SNR comparé au détecteur SIC. Associée à un système itératif, la technique MMSE permet d'obtenir les performances optimales du système. En effet, en utilisant une technique d'égalisation MMSE en multiplexage spatial avec du codage de canal, on peut atteindre les performances proches de la courbe gaussienne codée grâce à un récepteur itératif. Ce travail basé sur la réception itérative en contexte MIMO associé à du LP-OFDM a fait l'objet d'une publication [8] et de 2 demandes de dépôt de brevet [6, 10]. Les études sur les systèmes itératifs se poursuivent dans le cadre de la thèse de P.-J. Bouvet.

#### Bibliographie

- A. Stamoulis, Z. Liu, and G. B. Giannakis. Space-time block-coded ofdma with linear precoding for multirate services. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(1):119–129, January 2002.
- [2] V. Le Nir and M. Hélard. Reduced-complexity linear space-time block coding and decoding schemes with block linear precoding. *Electronics Letters*, 39(14) :1066–1068, July 2003.
- [3] V. Le Nir, M. Hélard, and R. Le Gouable. Efficient diversity techniques using linear precoding and stbc for multi-carrier systems. In *Multi-Carrier Spread Spectrum workshop*, *MCSS'03*, Oberpfaffrnhofen, Germany, September 2003.
- [4] V. Le Nir, M. Hélard, and R. Le Gouable. Space-time block coding with maximal diversity in ofdm-based systems. In World Wireless Congress, Los Angeles, USA, May 2004.
- [5] V. Le Nir, M. Hélard, and R. Le Gouable. Procédé et dispositif multi-antenne de transmission de signaux. Brevet FRANCE, extension PCT, (02-16200), December 2002.
- [6] V. Le Nir, M. Hélard, and A. Goupil. Systèmes de précodage à l'émission pour des systèmes multi-antennes de type blast et de réception associé. Brevet FRANCE, (03-14272), October 2003.
- [7] C. Berrou and M. Jézéquel. Non binary convolutional codes for turbo-coding. *Electronics Letters*, 35(1):39–45, January 1999.
- [8] P.-J. Bouvet, M. Hélard, and V. Le Nir. Low complexity iterative receiver for linear precoded mimo systems. In *IEEE International Symposium on Spread-Spectrum Techniques* and Applications, ISSSTA'04, Sydney, Australia, September 2004.
- [9] M. Hélard, P.-J. Bouvet, R. Le Gouable, and V. Le Nir. Systèmes de réception itératif pour codes espace-temps appliqués aux systèmes mimo. *Brevet FRANCE*, (03-10360), September 2003.
- [10] P.-J. Bouvet, V. Le Nir, and M. Hélard. Procédé de réception itératif pour système comprenant à l'émission codage de canal et précodage linéaire. Brevet Européen, (04-364041.6), June 2004.
- [11] O. Tirkkonen, A. Boariu, and A. Hottinen. Minimal non-orthogonal rate one space-time block code for 3+ tx antennas. In *IEEE International Symposium on Spread-Spectrum Techniques and Applications*, *ISSSTA'00*, pages 429–432, 2000.
- [12] H. Jafarkhani. A quasi-orthogonal space-time block code. *IEEE Transactions on Com*munications, 49(1) :1–4, January 2001.

## Chapitre 5

# Techniques MIMO associées au MC-CDMA

#### Sommaire

5.1 Int	roduction			
5.2 Les	s codes espace-temps en blocs associés au MC-CDMA 126			
5.2.1	Schéma d'émission et de réception			
5.2.2	Décodage STBC et égalisation MC-CDMA 128			
5.2.3	Performances des STBC associés au MC-CDMA 131			
5.3 Mu	ultiplexage spatial associé au MC-CDMA 139			
5.3.1	Schéma d'émission et de réception			
5.3.2	Décodage et égalisation			
5.3.3	Performances d'un système à multiplexage spatial associé au MC-			
	CDMA 143			
5.4 Ap	plication d'un récepteur itératif aux systèmes MIMO MC-			
CL	0MA			
5.5 Co	nclusion			
Bibliographie				

#### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, les techniques MIMO associées au MC-CDMA sont présentées. Dans le paragraphe **5.2**, le codage espace-temps dans un contexte MC-CDMA est décrit, aboutissant à une nouvelle représentation matricielle du schéma d'émission et de réception. Cette notation permet de déterminer la diversité et les interférences obtenues par l'association de ces deux techniques. Des performances sont données en fonction du nombre d'usagers actifs sur le système, en présence ou non de codage de canal et en fonction des techniques mono-utilisateur et multi-utilisateurs utilisées pour ces systèmes STBC MC-CDMA.

Dans le paragraphe **5.3**, le multiplexage spatial dans un contexte MC-CDMA est présenté. Une nouvelle représentation matricielle du multiplexage spatial associé au MC-CDMA est donnée. Les performances de cette association en fonction de la charge sont analysées, avec ou sans codage de canal et pour un nombre représentatif de récepteurs MIMO MC-CDMA. Finalement dans le paragraphe 5.4, un système itératif en réception est proposé basé sur le même principe que présenté au chapitre précédent. En effet, les techniques itératives sont connues pour tendre vers les performances optimales mettant en oeuvre une plus faible complexité qu'un récepteur conjoint réalisant l'égalisation, le désétalement et le décodage de canal. Ce récepteur itératif réalise le décodage espace-temps et le désétalement disjointement du décodage de canal. Les différentes performances de ces systèmes itératifs sont données sur des canaux de Rayleigh indépendants par sous-porteuse et par antenne.

#### 5.2 Les codes espace-temps en blocs associés au MC-CDMA

Dans ce paragraphe nous présentons le codage espace-temps dans un contexte MC-CDMA. Les premières études sur l'association des STBC au MC-CDMA ont été réalisées par Auffray  $[1]^1$ .

#### 5.2.1 Schéma d'émission et de réception

L'émetteur et le récepteur du système étudié associant des codes espace-temps en blocs au MC-CDMA est présenté sur la Figure 5.1.



FIG. 5.1 – Modulateur et démodulateur STBC MC-CDMA

Comme le montre cette figure, les symboles complexes des différents utilisateurs sont d'abord étalés grâce à des séquences d'étalement de Walsh-Hadamard puis codés avec un code espace-temps. Cependant, les symboles complexes des différents utilisateurs peuvent être codés d'abord avec un code espace-temps puis étalés grâce à des séquences d'étalement de Walsh-Hadamard puisque la matrice de Walsh-Hadamard est réelle. Ensuite la modulation OFDM comprenant l'IFFT et l'insertion de l'intervalle de garde  $\Delta$  est appliquée. Au niveau du récepteur, une démodulation OFDM est effectuée par antenne, comprenant la suppression de l'intervalle de garde et l'application de la FFT. Ensuite un décodage STBC est réalisé par sous-porteuse comprenant une recombinaison des symboles reçus et une égalisation. Finalement, un désétalement aux symboles égalisés est appliqué afin de retrouver les symboles complexes des différents utilisateurs. Ce système est représentatif d'un système parfaitement synchrone, plus adapté à une voie descendante qu'à une voie montante en MC-CDMA.

Sur les vecteurs de symboles complexes  $\mathbf{x}_i$ ,  $i \in \mathbf{N}^*$  de taille  $N_u$  ( $N_u$  étant le nombre d'usagers) est appliqué un code espace-temps. Ce schéma est valable quelle que soit la modulation et le code espace-temps utilisé. Dans le cas des différents codes  $\mathcal{A}$  présentés, on a :

$$\mathcal{G}_2^{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{x}_2^* \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_1^* \end{bmatrix}$$
(5.1)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>L'association des codes espace-temps en blocs orthogonaux associés au MC-CDMA a fait l'objet d'une publication [2] et de plusieurs publications en commun avec J.-M. Auffray [3, 4]

$$\mathcal{G}_{3}^{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1} & -\mathbf{x}_{2} & -\mathbf{x}_{3} & -\mathbf{x}_{4} & \mathbf{x}_{1}^{*} & -\mathbf{x}_{2}^{*} & -\mathbf{x}_{3}^{*} & -\mathbf{x}_{4}^{*} \\ \mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{1} & \mathbf{x}_{4} & -\mathbf{x}_{3} & \mathbf{x}_{2}^{*} & \mathbf{x}_{1}^{*} & \mathbf{x}_{4}^{*} & -\mathbf{x}_{3}^{*} \\ \mathbf{x}_{3} & -\mathbf{x}_{4} & \mathbf{x}_{1} & \mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{3}^{*} & -\mathbf{x}_{4}^{*} & \mathbf{x}_{1}^{*} & \mathbf{x}_{2}^{*} \end{bmatrix}$$
(5.2)

$$\mathcal{G}_{4}^{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1} & -\mathbf{x}_{2} & -\mathbf{x}_{3} & -\mathbf{x}_{4} & \mathbf{x}_{1}^{*} & -\mathbf{x}_{2}^{*} & -\mathbf{x}_{3}^{*} & -\mathbf{x}_{4}^{*} \\ \mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{1} & \mathbf{x}_{4} & -\mathbf{x}_{3} & \mathbf{x}_{2}^{*} & \mathbf{x}_{1}^{*} & \mathbf{x}_{4}^{*} & -\mathbf{x}_{3}^{*} \\ \mathbf{x}_{3} & -\mathbf{x}_{4} & \mathbf{x}_{1} & \mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{3}^{*} & -\mathbf{x}_{4}^{*} & \mathbf{x}_{1}^{*} & \mathbf{x}_{2}^{*} \\ \mathbf{x}_{4} & \mathbf{x}_{3} & -\mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{1} & \mathbf{x}_{4}^{*} & \mathbf{x}_{3}^{*} & -\mathbf{x}_{2}^{*} & \mathbf{x}_{1}^{*} \end{bmatrix}$$
(5.3)

$$\mathcal{H}_{3}^{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1} & -\mathbf{x}_{2}^{*} & \frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{1}^{*} & \frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & -\frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{(-\mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{1}^{*} + \mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{*})}{\sqrt{2}} & \frac{(-\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{*} + \mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{1}^{*})}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(5.4)

$$\mathcal{H}_{4}^{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1} & -\mathbf{x}_{2}^{*} & \frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{x}_{2} & \mathbf{x}_{1}^{*} & \frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & -\frac{\mathbf{x}_{3}^{*}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{(-\mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{1}^{*} + \mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{*})}{\sqrt{2}} & \frac{(-\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{*} + \mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{1}^{*})}{\sqrt{2}} \\ \frac{\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{2}} & -\frac{\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{(\mathbf{x}_{2} + \mathbf{x}_{2}^{*} + \mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{1}^{*})}{\sqrt{2}} & -\frac{(\mathbf{x}_{1} + \mathbf{x}_{1}^{*} + \mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{*})}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(5.5)

Après le codage STBC, les vecteurs multi-utilisateurs  $\mathcal{A}^{\mathbf{X}}$  sont étalées en appliquant, par exemple, une FHT (Fast Hadamard Transform) sur chaque vecteur comme pour le MC-CDMA classique. Puis, la modulation multi-porteuses OFDM est effectuée par une IFFT suivie de l'insertion d'un intervalle de garde. Nous pouvons noter qu'à l'émetteur, la FHT peut être effectuée avant le codage STBC par sous-porteuse car l'opération d'étalement est linéaire.

Les STBC ont pour principe d'émettre plusieurs symboles efficacement recombinés au récepteur si l'hypothèse d'invariance du canal pendant la durée de transmission de ces symboles est vérifiée. Pour le code d'Alamouti (rendement R = 1) et les codes de Tarokh (R = 1/2, R = 3/4) associés au MC-CDMA, cette hypothèse est exigée pour T = 2,8 et 4 symboles OFDM respectivement. La réponse théorique de canal, sur la sous-porteuse k de l'antenne d'émission t à l'antenne de réception r est  $h_{rt,k} = \rho_{rt,k} e^{i\theta_{rt,k}}$ . Le signal reçu pendant les T symboles consécutifs OFDM est égal à :

$$\mathcal{R} = \mathcal{HCA}^{\mathbf{X}} + \mathcal{N} \tag{5.6}$$

où  $\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \dots & \mathbf{r}_i & \dots & \mathbf{r}_T \end{bmatrix}$  est une matrice de taille  $N_r L_c \times T$  des T signaux reçus  $\mathbf{r}_i$  sur les  $N_r$  antennes de réception, avec  $\mathbf{r}_i$  le vecteur des  $N_r L_c$  signaux reçus au temps i ( $L_c$  est la taille des codes d'étalement) et,

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \dots & \mathbf{H}_{1t} & \dots & \mathbf{H}_{1N_t} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \dots & \mathbf{H}_{2t} & \dots & \mathbf{H}_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{H}_{r2} & \dots & \mathbf{H}_{rt} & \dots & \mathbf{H}_{rN_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_r1} & \mathbf{H}_{N_r2} & \dots & \mathbf{H}_{N_rt} & \dots & \mathbf{H}_{N_rN_t} \end{bmatrix}$$
(5.7)

est la matrice de canal de taille  $N_rL_c \times N_tL_c$  où  $\mathbf{H}_{rt}$  est une matrice diagonale de taille  $L_c \times L_c$  avec  $h_{rt,k}$  le  $k^{me}$  élément,  $\mathcal{C} = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}$  de taille  $N_tL_c \times N_tN_u$ ,  $\mathcal{A}^{\mathbf{X}}$  est la matrice des vecteurs multi-utilisateurs de taille  $N_tN_u \times T$ ,  $\mathcal{N}$  est la matrice de taille  $N_rL_c \times T$  du vecteur de bruit  $\mathbf{n}_i$  de taille T, avec  $\mathbf{n}_i$  le vecteur des  $N_rL_c$  termes de bruit au temps i. Le décodage et l'égalisation des STBC, détaillée dans la prochaine partie, sont alors effectués avant le désétalement.

#### 5.2.2 Décodage STBC et égalisation MC-CDMA

La première étape du décodage STBC revient à appliquer aux  $N_r$  vecteurs de la matrice de réception  $\mathcal{R}$  une combinaison appropriée du schéma STBC  $\mathcal{A}$  utilisé à l'émission dans le but d'obtenir un vecteur colonne  $\mathcal{B}^{\mathcal{R}}$ . En fait, cela correspond au même schéma que pour les STBC décrit dans le **Chapitre 3** mais ici étendu au MC-CDMA. Par exemple, avec  $\mathcal{A} = \mathcal{G}_2$ nous avons :

$$\mathcal{B}^{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{r1} \\ -\mathbf{r}_{r2}^* \end{bmatrix}$$
(5.8)

Avec  $\mathcal{A} = \mathcal{G}_3$  ou  $\mathcal{A} = \mathcal{G}_4$ , nous avons :

$$\mathcal{B}^{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{r1} \\ -\mathbf{r}_{r2} \\ -\mathbf{r}_{r3} \\ -\mathbf{r}_{r4} \\ \mathbf{r}_{r5}^{*} \\ -\mathbf{r}_{r6}^{*} \\ -\mathbf{r}_{r6}^{*} \\ -\mathbf{r}_{r8}^{*} \end{bmatrix}$$
(5.9)

Nous pouvons noter que pour ces trois codes, le premier processus de décodage consiste à appliquer la première rangée du codage STBC appliqué à l'émetteur. Avec  $\mathcal{A} = \mathcal{H}_3$  ou  $\mathcal{A} = \mathcal{H}_4$ , nous avons :

$$\mathcal{B}^{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{r1} \\ \mathbf{r}_{r2} \\ \mathbf{r}_{r2}^{*} \\ \mathbf{r}_{r3} \\ \mathbf{r}_{r3}^{*} \\ \mathbf{r}_{r4} \\ \mathbf{r}_{r4}^{*} \end{bmatrix}$$
(5.10)

Ce processus doit être effectué sur chaque antenne de réception  $r = 1 \dots N_r$ .

La deuxième étape consiste à appliquer une matrice d'égalisation au vecteur recombiné. La matrice d'égalisation  $\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r}$  est obtenue pour chaque antenne de réception en appliquant aux matrices de coefficients d'égalisation  $\mathbf{G}_{rt}$  un mapping approprié relié au schéma STBC  $\mathcal{A}$  utilisé à l'émission.  $\mathbf{G}_{rt}$  est une matrice diagonale contenant les coefficients d'égalisation  $g_{rt,k}$ , pour le canal rt. De même que pour le système MC-CDMA SISO, plusieurs techniques d'égalisation  $\mathbf{G}_{rt}$  peuvent être utilisées à la réception. Dans le cas d'une égalisation ZF ou MMSE les matrices d'égalisation sont respectivement égales à :

$$\mathbf{G}_{rt} = \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} \mathbf{H}_{rt}^H \mathbf{H}_{rt}\right)^{-1} \mathbf{H}_{rt}^H$$
(5.11)

$$\mathbf{G}_{rt} = \left(\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} \mathbf{H}_{rt}^H \mathbf{H}_{rt} + \frac{L_c}{N_u \gamma} \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{H_{rt}}^H$$
(5.12)

où  $\gamma$  est le SNR estimé au niveau de chaque antenne de réception. Quand les codes  $\mathcal{G}_2$  ou  $\mathcal{G}_4$ sont utilisés, nous appliquons directement le schéma STBC aux matrices d'égalisation  $\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} = \mathcal{G}_2^{\mathbf{G}_r}$  ou  $\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} = \mathcal{G}_4^{\mathbf{G}_r}$ . Quand  $\mathcal{G}_3$  est utilisé (4 symboles transmis sur 3 antennes), il n'est pas possible d'appliquer directement  $\mathcal{G}_3$  sur les matrices de coefficients d'égalisation  $\mathbf{G}_{rt}$  mais il faut utiliser la matrice suivante :

$$\mathcal{E}^{\mathbf{G}_{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{r1} & -\mathbf{G}_{r2} & -\mathbf{G}_{r3} & 0 & \mathbf{G}_{r1}^{*} & -\mathbf{G}_{r2}^{*} & -\mathbf{G}_{r3}^{*} & 0 \\ \mathbf{G}_{r2} & \mathbf{G}_{r1} & 0 & -\mathbf{G}_{r3} & \mathbf{G}_{r2}^{*} & \mathbf{G}_{r1}^{*} & 0 & -\mathbf{G}_{r3}^{*} \\ \mathbf{G}_{r3} & 0 & \mathbf{G}_{r1} & \mathbf{G}_{r2} & \mathbf{G}_{r3}^{*} & 0 & \mathbf{G}_{r1}^{*} & \mathbf{G}_{r2}^{*} \\ 0 & \mathbf{G}_{r3} & -\mathbf{G}_{r2} & \mathbf{G}_{r1} & 0 & \mathbf{G}_{r3}^{*} & -\mathbf{G}_{r2}^{*} & \mathbf{G}_{r1}^{*} \end{bmatrix}$$
(5.13)

Dans ce cas, quand le symbole  $\mathbf{x}_n$  n'était pas transmis au temps i, 0 est présent à la  $n^{th}$  ligne et  $i^{th}$  colonne de  $\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r}$ . De la même façon, pour  $\mathcal{H}_3$  ou  $\mathcal{H}_4$ , nous appliquons respectivement :

$$\mathcal{E}^{\mathbf{G}_{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{r1} & 0 & \mathbf{G}_{r2}^{*} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}}{2} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}^{*}}{2} & \frac{\mathbf{G}_{r3}}{2} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}^{*}}{2} \\ \mathbf{G}_{r2} & 0 & -\mathbf{G}_{r1}^{*} & \frac{\mathbf{G}_{r3}}{2} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}^{*}}{2} & \frac{\mathbf{G}_{r3}}{2} & \frac{\mathbf{G}_{r3}}{2} \\ \frac{\mathbf{G}_{r3}}{\sqrt{2}} & \frac{\mathbf{G}_{r3}}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{G}_{r1}^{*} + \mathbf{G}_{r2}^{*}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\mathbf{G}_{r1}^{*} - \mathbf{G}_{r2}^{*}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(5.14)

ou

$$\mathcal{E}^{\mathbf{G}_{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{r1} & 0 & \mathbf{G}_{r2}^{*} & \frac{\mathbf{G}_{r4} - \mathbf{G}_{r3}}{2} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}^{*} + \mathbf{G}_{r4}^{*}}{2} & \frac{\mathbf{G}_{r3} - \mathbf{G}_{r4}}{2} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}^{*} + \mathbf{G}_{r4}^{*}}{2} \\ \mathbf{G}_{r2} & 0 & -\mathbf{G}_{r1}^{*} & \frac{\mathbf{G}_{r3} - \mathbf{G}_{r4}}{2} & -\frac{\mathbf{G}_{r3}^{*} + \mathbf{G}_{r4}^{*}}{2} & \frac{\mathbf{G}_{r3} - \mathbf{G}_{r4}}{2} & \frac{\mathbf{G}_{r3} - \mathbf{G}_{r4}}{2} \\ \frac{\mathbf{G}_{r3} + \mathbf{G}_{r4}}{\sqrt{2}} & \frac{\mathbf{G}_{r3} - \mathbf{G}_{r4}}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{G}_{r1}^{*} + \mathbf{G}_{r2}^{*}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\mathbf{G}_{r3}^{*} - \mathbf{G}_{r4}}{\sqrt{2}} \\ \end{bmatrix}$$

L'étape suivante consiste à effectuer le processus d'égalisation sur chacune des antennes de réception r. Donc, pour retrouver les N vecteurs  $\hat{\mathbf{s}}_n$  de longueur  $N_u$ ,  $\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r}$  est multiplié par  $\mathcal{B}^{\mathcal{R}_r}$  afin d'égaliser les signaux reçus et de les combiner. En conclusion, les  $N_r$  signaux résultant des antennes de réception sont l'addition simple des signaux combinés de chaque antenne. Après égalisation et recombinaison, le signal reçu est égal à :

$$\hat{\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{s}}_N \end{bmatrix}$$
(5.16)

$$\hat{\mathcal{S}} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} \mathcal{B}^{\mathcal{R}_r} = \sum_{r=1}^{N_r} \mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} (\mathcal{E}^{\mathbf{H}_r})^H \mathcal{S}$$
(5.17)

L'étape finale consiste à exécuter le désétalement en appliquant la FHT inverse au vecteur  $\hat{S}$  afin de détecter les N symboles  $x_{j,n}$  transmis par l'utilisateur j.

$$\hat{\mathcal{X}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_N \end{bmatrix} = \mathcal{C}^T (\sum_{r=1}^{N_r} \mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} (\mathcal{E}^{\mathbf{H}_r})^H) \mathcal{C} \mathcal{X}$$
(5.18)

$$\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r}(\mathcal{E}^{\mathbf{H}_r})^H = \mathbf{I}_N \otimes \sum_{t=1}^{N_t} \mathbf{G}_{rt} \mathbf{H}_{rt}$$
(5.19)

$$\mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} \mathcal{E}^{\mathbf{H}_r} = diag(\underbrace{\lambda_{1r}, \dots, \lambda_{L_c r}}_{N fois})$$
(5.20)

avec pour une égalisation SUD ZF

$$\lambda_{ir} = \frac{\sum_{t=1}^{N_t} \beta |h_{irt}|^2}{\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} \beta |h_{irt}|^2}$$
(5.21)

et pour une égalisation SUD MMSE

$$\lambda_{ir} = \frac{\sum_{t=1}^{N_t} \beta |h_{irt}|^2}{\sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} \beta |h_{irt}|^2 + \frac{L_c}{N_u \gamma}}$$
(5.22)

avec  $\beta = 1$  pour les codes STBC  $\mathcal{G}_2$ ,  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  et  $\beta = 2$  pour  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$ .  $\beta$  est un coefficient de normalisation dépendant de l'énergie collectée par le récepteur pour les différents codes espacetemps. En effet, pour les codes espace-temps  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  à 3 et 4 antennes nécessitant d'avoir le canal constant pendant T = 8 durées symboles, le récepteur collecte 2 fois plus d'énergie que les codes  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  nécessitant le canal constant pendant T = 4 durées symboles.

En prenant en compte les antennes de réception la matrice diagonale devient :

$$\sum_{r=1}^{N_r} \mathcal{E}^{\mathbf{G}_r} \mathcal{E}^{\mathbf{H}_r} = diag(\underbrace{\lambda_1, \dots, \lambda_1}_{N fois})$$
(5.23)

Afin de se représenter la dernière équation, prenons par exemple  $L_c = 4$  et le code d'Alamouti avec une antenne de réception.

$$\mathcal{C}^{T}\mathcal{E}^{\mathbf{G}}\mathcal{E}^{\mathbf{H}}\mathcal{C} = \frac{1}{4}\mathbf{I}_{2} \otimes \left[\mathbf{C}^{T}\left(\sum_{t=1}^{2}\mathbf{G}_{t}\mathbf{H}_{t}\right)\mathbf{C}\right] = \frac{1}{4}\mathbf{I}_{2} \otimes \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ c & d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{bmatrix}$$
(5.24)

avec  $a = 2\lambda_1 + 2\lambda_2$ ,  $b = 2\lambda_1 - 2\lambda_2$ , c = 0 et d = 0 sans entrelacement des symboles de données étalées. En considérant un entrelacement symbole des données étalées adéquate, il est possible d'obtenir  $a = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ ,  $b = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4$ ,  $c = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4$ et  $d = \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4$ . On peut ainsi constater que la matrice représentant les termes de diversité et de MAI est une matrice diagonale en blocs dont les éléments sont équivalents à ceux d'un système SISO MC-CDMA. La différence entre le système SISO MC-CDMA et STBC MC-CDMA provient de la diversité apportée par le STBC. En effet, cette diversité est représentée par les éléments  $\lambda_i$  correspondant à une somme de canaux plus importante que dans le cas SISO. De la même manière, d'autres techniques SISO MC-CDMA peuvent être appliquées à la réception, i.e les techniques MUD et les techniques itératives lors de l'insertion d'un codage de canal. Les techniques MUD réalisent conjointement l'étape d'égalisation et de désétalement comme décrit dans le cas SISO MC-CDMA avec les matrices conjointes **F** (cf : chapitre 2).

#### 5.2.3 Performances des STBC associés au MC-CDMA

Dans le cas de  $N_t = 2$ , 3 ou 4 antennes d'émission, les STBC suivants  $\mathcal{A} = \mathcal{G}_2$ ,  $\mathcal{G}_3$ ,  $\mathcal{G}_4$ ,  $\mathcal{H}_3$ ,  $\mathcal{H}_4$  définis par Alamouti et Tarokh sont utilisés. Ils sont combinés avec des constellations BPSK, QPSK, 8PSK ou 16QAM afin de comparer des systèmes ayant les mêmes efficacités spectrales (1, 2, ou 3 bps/Hz).

Les performances du code d'Alamouti et des 4 codes de Tarokh STBC sont données pour respectivement  $N_t = 2, 3$  ou 4 antennes d'émission et sont adaptées au cas d'une transmission MC-CDMA. Le récepteur a la connaissance CSI du canal MIMO, où chaque sous-porteuse suit un Rayleigh plat indépendant pour chaque utilisateur actif correspondant à un canal de Rayleigh parfaitement entrelacé temporellement et fréquentiellement associé à une modulation OFDM. Les différentes antennes sont également considérées totalement décorrélées les unes des autres, aboutissant à des canaux indépendants par antennes. Ces hypothèses permettent d'obtenir les performances asymptotiques du système MIMO MC-CDMA, sachant que les bornes inférieures sont obtenues avec un système SISO MC-CDMA quand les antennes sont totalement corrélées entre elles. Quand le système est à pleine charge, le nombre d'utilisateurs actifs  $N_u$  est égal à la longueur du code d'étalement de Walsh-Hadamard  $L_c = 64$ . Les performances sont également données en fonction de la charge du système. Dans les simulations, les puissances de réception sont identiques et donc normalisées suivant le nombre d'antennes d'émission et de réception afin de comparer les performances des cinq STBC à même puissance.

Dans les Figures 5.2, 5.3, 5.4, nous comparons des systèmes à  $N_t = 2$ , 3 ou 4 antennes d'émission et  $N_r = 1$  ou 2 antennes de réception pour des efficacités spectrales de  $\eta = 1$ , 2 ou 3 bps/Hz avec un détecteur MMSE SUD pour un système fonctionnant à pleine charge.

Le Tableau 5.1 récapitule les modulations utilisées et les rendements de code R des différents codes espace-temps en bloc orthogonaux d'Alamouti et de Tarokh associé au MC-CDMA permettant d'obtenir différentes efficacités spectrales  $\eta = 1, 2$  et 3 bps/Hz.

Pour  $\eta = 1$  bps/Hz, les STBC sont associés avec une modulation BPSK ou une modulation QPSK. Les meilleures performances en taux d'erreurs binaires (TEB) sont par conséquent obtenues avec le STBC offrant la diversité spatiale la plus grande, ainsi dans notre étude avec  $N_t N_r = 4$  correspondant aux systèmes à G2x2 ou à G4x1. Pour  $\eta = 2$  bps/Hz, les meilleurs résultats de TEB sont obtenus par le code d'Alamouti associé à une QPSK. En fait, les codes de Tarokh mènent à de moins bonnes performances principalement à cause de leur association avec une modulation 16QAM, moins robuste qu'une modulation QPSK. Pour

	1x1	Al2x1	Al2x2	H3x1	H4x1	G3x1	G4x4
R	1	1	1	3/4	3/4	1/2	1/2
$\eta = 1 \; \mathrm{bps/Hz}$	BPSK	BPSK	BPSK	-	-	QPSK	QPSK
$\eta = 2 \; { m bps/Hz}$	QPSK	QPSK	QPSK	-	-	16QAM	16QAM
$\eta = 3 \; \mathrm{bps/Hz}$	8PSK	8PSK	8PSK	16QAM	16QAM	-	-

TAB. 5.1 – Récapitulatif des performances des OSTBC d'Alamouti et de Tarokh associés au MC-CDMA pour différentes efficacités spectrales

 $\eta = 3$  bps/Hz, comme la différence entre une 8PSK et une 16QAM sur canal gaussien est plus faible qu'avec une QPSK, il y a moins de différence entre les codes de Tarokh associés à une 16QAM et le code d'Alamouti associé à une 8PSK. Néanmoins, le système d'Alamouti G2x2 demeure le meilleur. En plus de cette supériorité (ne considérant que le gain de diversité), le système d'Alamouti 2x2 a un gain d'antenne de 3 dB par rapport à ses concurrents si on considère une puissance d'émission constante pour tous les systèmes. Ces résultats confirment les conclusions du **Chapitre 3** où les différents codes espace-temps ont été comparés pour différentes efficacités spectrales sur des canaux de Rayleigh indépendants représentatifs de canaux de Rayleigh indépendants par sous-porteuse d'une modulation OFDM. Ces résultats sont également confirmés par Auffray dans [1] et par les publications en commun [3, 4].



FIG. 5.2 – Performances des systèmes STBC MC-CDMA à pleine charge  $L_c = 64$  à efficacité spectrale de 1 bps/Hz

Les Figures 5.5, 5.6 et 5.7 donnent les performances des différentes techniques d'égalisation SUD (ZF, MMSE) mises en oeuvre en réception d'un système MC-CDMA à pleine charge et avec  $L_c = 64$  avec différents STBC. La Figure 5.5 montre les performances notamment du code d'Alamouti avec  $N_r = 1$  et la Figure 5.6 avec  $N_r = 2$ . Ces deux systèmes ont une efficacité



FIG. 5.3 – Performances des systèmes STBC MC-CDMA à pleine charge  $L_c=64$  à efficacité spectrale de 2 bps/Hz



FIG. 5.4 – Performances des systèmes STBC MC-CDMA à pleine charge  $L_c=64$  à efficacité spectrale de 3 bps/Hz



FIG. 5.5 – Performances des techniques d'égalisation SUD pour système Al2x1 à pleine charge  $L_c=64$  et 2 bps/Hz



FIG. 5.6 – Performances des techniques d'égalisation SUD pour système Al2x2, à pleine charge  $L_c=64$  et 2 bps/Hz



FIG. 5.7 – Performances des techniques d'égalisation SUD pour système G4x1 à pleine charge  $L_c = 64$  et 1 bps/Hz

spectrale de 2 bps/Hz. La Figure 5.7 donne les performances des systèmes MC-CDMA à pleine charge combiné au code de Tarokh  $\mathcal{G}_4$  donnant une efficacité spectrale de 1 bps/Hz. Nous pouvons observer sur ces figures que les performances d'un égaliseur SUD ZF et SUD MMSE tendent à se rapprocher lorsque la diversité augmente. En fait, plus l'ordre de diversité est élevé ou plus le nombre d'antennes augmente, plus l'amplification du niveau de bruit d'un égaliseur ZF est négligeable due à un moyennage des différents canaux multi-antennes.

Les Figures 5.8, 5.9 et 5.10 montrent l'évolution en fonction de la charge des systèmes STBC MC-CDMA pour un  $BER = 10^{-3}$  avec une technique de détection SUD MMSE. Le différence entre un système à pleine charge et un système ne comportant qu'un seul usager est de 5.5 dB. Cette différence diminue avec le code espace-temps d'Alamouti (2.3 dB avec 1 antenne de réception et 1.1 dB avec 2 antennes de réception). Avec les codes de Tarokh à 3 et 4 antennes d'émission, la différence entre un système à un seul usager et un système à pleine charge est d'environ 1.5 dB et 1.2 dB respectivement. Par conséquent, la dégradation des performances observée en SISO lorsque la charge augmente diminue lorsque la diversité spatio-temporelle augmente due au codage espace-temps. Lorsqu'une modulation 16 QAM est utilisée avec les codes espace-temps  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  afin d'obtenir une efficacité spectrale de 2 bps/Hz avec  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  conduisant à une efficacité spectrale de 3 bps/Hz, il est nécessaire de faire un contrôle automatique de gain (CAG) pour recaler les seuils de décisions avant la démodulation (prise en compte dans le terme d'égalisation). Pour le cas d'une 16QAM, cette CAG doit tenir compte de la longueur de la séquence d'étalement et du code espace-temps. Dans le cas SISO



FIG. 5.8 – Performances des techniques d'égalisation SUD MMSE et ZF en fonction de la charge pour un  $BER=10^{-3}$  et 1 bps/Hz



FIG. 5.9 – Performances des techniques d'égalisation SUD MMSE et ZF en fonction de la charge pour un  $BER = 10^{-3}$  et 2 bps/Hz



FIG. 5.10 – Performances des techniques d'égalisation SUD MMSE et ZF en fonction de la charge pour un  $BER = 10^{-3}$  et 3 bps/Hz

avec une 16QAM, cette correction d'amplitude est égale à :

$$\alpha = \frac{1}{L_c} \sum_{l=1}^{L_c} \frac{|h_l|^2}{|h_l|^2 + \frac{L_c}{N_u \gamma}}$$
(5.25)

Dans le cas MIMO avec STBC, cette correction d'amplitude est égale à :

$$\alpha = \frac{1}{L_c} \sum_{l=1}^{L_c} \frac{\beta \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{lrt}|^2}{\beta \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{t=1}^{N_t} |h_{lrt}|^2 + \frac{L_c}{N_u \gamma}}$$
(5.26)

Pour les codes espace-temps  $\mathcal{G}_2$ ,  $\mathcal{H}_3$  et  $\mathcal{H}_4$  avec une 16QAM,  $\beta = 2$  alors que pour les codes espace-temps  $\mathcal{G}_3$  et  $\mathcal{G}_4$  avec une 16QAM  $\beta = 1$ . On peut observer comme précédemment sur ces figures la dégradation des performances des codes de Tarokh pour des efficacités spectrales  $\eta = 2$  ou  $\eta = 3$  bps/Hz quand une modulation 16QAM est utilisée par rapport aux systèmes SISO ou Alamouti utilisant une QPSK ou une 8PSK.

L'ensemble des Figures 5.11, 5.12 et 5.13 montrent les performances en BER des mêmes systèmes comprenant un turbo code duo-binaire de rendement 1/2 [5]. Ainsi, nous comparons nos systèmes pour des efficacités spectrales de  $\eta = 0.5$ , 1 ou 1.5 bps/Hz avec un détecteur SUD MMSE. Ce turbo code est employé dans un mode paquet et 6 itérations sont effectuées pour le décodage. L'utilisation d'un codage de canal de type turbo code apporte un gain de 7.5 dB dans un système utilisant le code d'Alamouti avec une antenne de réception pour un



FIG. 5.11 – Comparaison des systèmes  $\eta=0.5$  bps/Hz des STBC avec un turbo code de rendement1/2



FIG. 5.12 – Comparaison des systèmes  $\eta=1$  bps/Hz des STBC avec un turbo code de rendement1/2



FIG. 5.13 – Comparaison des systèmes  $\eta=1.5$  bps/Hz des STBC avec un turbo code de rendement1/2

 $BER = 10^{-4}$ . Pour chaque efficacité spectrale, l'ordre des courbes de performances en BER reste le même que l'ordre obtenu à bas SNR sans codage de canal correspondant au point de déclenchement situé approximativement à un BER de  $6.10^{-2}$ . Pour résumer, avec un Turbo Code (TC), un système MIMO MC-CDMA à pleine charge fournit les résultats tout à fait similaires à ceux obtenus en SISO par M. Hélard et al. en 2001 [6]. En effet, les performances en BER avec le TC dépendent principalement des performances à bas SNR sans TC, nous obtenons alors un point de déclenchement pour les courbes des différents systèmes. D'ailleurs, le système MIMO G2x2 appliquant le code d'Alamouti STBC pour un système à antennes multiple avec  $N_t = 2$  antennes d'émission et  $N_r = 2$  antennes de réception donne toujours les meilleures performances comparé aux autres systèmes. Ceci est essentiellement dû à son rendement unitaire et à son exploitation de la diversité d'espace et ce sans même considérer son gain d'antenne de 3 dB non pris en compte par rapport au cas d'une seule antenne de réception.

Comme décrit dans le **Chapitre 3**, la corrélation réduit les performances des systèmes. Cette dégradation est prévisible puisqu'un système utilisant un codage espace-temps et dont les canaux sont totalement corrélés obtiennent les mêmes performances qu'un système SISO. Nous avons donc les bornes limites du cas décorrélé et du cas corrélé des différents codes espace-temps.

#### 5.3 Multiplexage spatial associé au MC-CDMA

Dans ce paragraphe le multiplexage spatial dans un contexte MC-CDMA est présenté. Les performances de cette association sont données en fonction de la charge du système, avec ou sans codage de canal et pour plusieurs types de récepteurs MIMO MC-CDMA<sup>2</sup>.

#### 5.3.1 Schéma d'émission et de réception

L'émission et la réception MIMO MC-CDMA sont respectivement présentées dans la Figure 5.14.



FIG. 5.14 – Modulateur et démodulateur d'un système à multiplexage spatial MC-CDMA avec égalisation et désétalement disjoints

Tout d'abord,  $N_t$  différents vecteurs de symboles complexes appartenant aux utilisateurs sont étalés séparément grâce à une matrice d'étalement de Walsh-Hadamard. Ensuite, les  $N_t$  vecteurs de symboles étalés sont envoyés sur les  $N_t$  antennes d'émission. Sur chacune des antennes d'émission, il est appliqué une modulation OFDM. Ce schéma est bien adapté au cas d'une transmission en voie descendante car le système est parfaitement synchrone. En réception, après la démodulation OFDM, un décodage spatial est appliqué aux différents symboles reçus suivi du désétalement. Le vecteur  $\mathbf{x}$  est un vecteur de longueur  $N_t N_u$  issu de la concaténation des  $N_t$  vecteurs de longueur  $N_u$  correspondant aux symboles des différents utilisateurs. Le vecteur de réception  $\mathbf{r}$  est de la forme :

$$\mathbf{r} = \mathcal{H}\mathcal{C}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{5.27}$$

où **r** est un vecteur de longueur  $N_r L_c$  des  $L_c$  sous-porteuses et  $N_r$  antennes de réception,

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \dots & \mathbf{H}_{1t} & \dots & \mathbf{H}_{1N_t} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \dots & \mathbf{H}_{2t} & \dots & \mathbf{H}_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{r1} & \mathbf{H}_{r2} & \dots & \mathbf{H}_{rt} & \dots & \mathbf{H}_{rN_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_r1} & \mathbf{H}_{N_r2} & \dots & \mathbf{H}_{N_rt} & \dots & \mathbf{H}_{N_rN_t} \end{bmatrix}$$
(5.28)

est la matrice de canal de taille  $N_r L_c \times N_t L_c$  où  $\mathbf{H}_{rt}$  est une matrice diagonale de taille  $L_c \times L_c$ , chaque élément de la diagonale correspondant à la réponse de canal en fréquence d'une sousporteuse  $k \ h_{rt,k} = \rho_{rt,k} e^{i\theta_{rt,k}}$ ,  $\mathcal{C} = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}$  de taille  $N_t L_c \times N_t N_u$ ,  $\mathbf{x}$  est le vecteur des vecteurs multi-utilisateurs de longueur  $N_t N_u$ ,  $\mathbf{n}$  est le vecteur de bruit de longueur  $N_r L_c$ .

#### 5.3.2 Décodage et égalisation

Pour retrouver les symboles émis, il est nécessaire de restituer l'orthogonalité entre les symboles, cassée par le traitement multi-antennes et l'étalement multi-utilisateurs. Plusieurs

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>L'association de multiplexage spatial au MC-CDMA a fait l'objet d'une publication [7]



FIG. 5.15 – Modulateur et démodulateur d'un système à multiplexage spatial MC-CDMA avec égalisation et désétalement conjoints

techniques d'égalisation  $\mathcal{G}$  peuvent être utilisées à la réception. Tout d'abord, il existe les techniques de détection mono-utilisateur ou SUD, où ni la connaissance sur les données des autres utilisateurs ni leurs séquences d'étalement n'est nécessaire. Dans le cadre d'une détection SUD, le processus d'égalisation consiste à appliquer une matrice d'égalisation  $\mathcal{G}$  au vecteur reçu **r**. Ce processus traite uniquement l'interférence entre antennes et non l'interférence multi-utilisateurs MAI. Dans le cas d'une égalisation ZF ou MMSE les matrices d'égalisation sont égales à :

$$\mathcal{G}_{ZF} = (\mathcal{H}^H \mathcal{H})^{-1} \mathcal{H}^H = (\mathcal{H})^+_{ZF}$$
(5.29)

$$\mathcal{G}_{MMSE} = (\mathcal{H}^H \mathcal{H} + \frac{L_c}{N_u \gamma} \mathcal{I})^{-1} \mathcal{H}^H = (\mathcal{H})^+_{MMSE}$$
(5.30)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de chaque antenne de réception. Après l'étape d'égalisation, on obtient un vecteur  $\hat{\mathbf{s}}$  correspondant aux symboles étalés estimés :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathcal{G}\mathbf{r} = \mathcal{GHC}\mathbf{x} + \mathcal{G}\mathbf{n} \tag{5.31}$$

Après désétalement, on obtient le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}$  correspondant aux symboles des  $N_u$  utilisateurs :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathcal{C}^T \hat{\mathbf{s}} = \mathcal{C}^T \mathcal{G} \mathcal{H} \mathcal{C} \mathbf{x} + \mathcal{C}^T \mathcal{G} \mathbf{n}$$
(5.32)

Il est également possible de traiter conjointement l'interférence multi-antennnes et l'interférence entre symboles. Les matrices d'égalisation conjointes au sens du critère ZF ou MMSE sont respectivement égales à :

$$\mathcal{F}_{ZF} = (\mathcal{C}^T \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathcal{C})^{-1} \mathcal{C}^T \mathcal{H}^H = (\mathcal{H} \mathcal{C})^+_{ZF}$$
(5.33)

$$\mathcal{F}_{MMSE} = (\mathcal{C}^T \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathcal{C} + \frac{1}{\gamma} \mathcal{I})^{-1} \mathcal{C}^T \mathcal{H}^H = (\mathcal{H} \mathcal{C})^+_{MMSE}$$
(5.34)

avec  $\gamma$  le SNR estimé au niveau de chaque antenne de réception. Cependant la taille de la matrice à inverser augmente linéairement avec la longueur des séquences d'étalement  $L_c$  et du nombre d'antennes d'émission  $N_t$  ou du nombre d'antennes d'émission  $N_r$ .

Enfin, d'autres techniques basées sur l'annulation d'interférences peuvent être utilisées, notamment le détecteur SIC ou PIC en tenant compte conjointement des interférences multiantennes et multi-utilisateurs, ou en tenant compte seulement de l'interférence multi-antennes. Pour l'algorithme SIC conjoint, l'algorithme correspond à une combinaison du SIC présenté pour le SISO MC-CDMA et du SIC spatial présenté pour le multiplexage spatial. L'algorithme SIC conjoint est le suivant :

MIMO MC-CDMA SIC-MUD Algorithm

for  $\mathbf{j} = 1$  to  $N_t N_u$   $- \mathbf{F} = (\mathcal{HC})_j^+$   $- l = argmin||\mathbf{f}_i||^2$   $- \tilde{x}_l = \mathbf{f}_l \mathbf{r}_j^ - \text{optional} : \hat{x}_l = Q(\tilde{x}_l)$   $- \mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_j - vec(\mathcal{HC})_l \hat{x}_l$   $- (\mathcal{HC})_{j+1} = (\mathcal{HC})_{j\setminus l}$ end for

L'inversion de la matrice conjointe du canal et de la matrice d'étalement est difficile à effectuer. Pour remédier à ce problème, il est possible d'utiliser seulement un SIC spatial une opération de désétalement effectuée de façon disjointe. L'algorithme MIMO MC-CDMA avec SIC spatial devient alors :

#### MIMO MC-CDMA SIC spatial SUD Algorithm

for  $\mathbf{j} = 1$  to  $N_t$   $-\mathcal{G} = (\mathcal{H})_j^+$   $-\hat{\mathbf{s}}_j = Mat(\mathcal{G})^j \mathbf{r}_j$   $-\hat{\mathbf{x}}_j = \mathcal{C}^T \hat{\mathbf{s}}_j$   $- \text{ optional } : \tilde{\mathbf{x}}_j = Q(\hat{\mathbf{x}}_j)$   $-\tilde{\mathbf{s}}_j = \mathcal{C} \tilde{\mathbf{x}}_j$   $- \mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_j - Mat(\mathcal{H})_j \tilde{\mathbf{s}}_j$   $- \mathcal{H}_{j+1} = (\mathcal{H})_{j \setminus l}$ end for

avec  $Mat(\mathcal{G})^j$  les matrices lignes j de la matrice  $\mathcal{G}$  et  $Mat(\mathcal{H})_j$  les matrices colonnes j de la matrice  $\mathcal{H}$ . L'algorithme PIC conjoint correspond à une combinaison du PIC présenté pour le SISO MC-CDMA et du PIC spatial présenté pour le multiplexage spatial des chapitres 2 et 3. L'algorithme PIC conjoint est le suivant :

MIMO MC-CDMA PIC-MUD Algorithm
$\overline{\mathcal{F}} = (\mathcal{HC})_j^+$
$\mathbf{ ilde{x}}=\mathcal{F}\mathbf{r}$
optional : $\mathbf{\hat{x}} = Q(\mathbf{\tilde{x}})$
for j = 1 to $N_t N_u$
$-  {f r}_j = {f r} - \sum\limits_{k  eq j} vec({\cal HC})_k \hat{x}_k$
$-  {f \hat x}_j = {f f}_j {f r}_j$
and for

Les techniques MUD utilisent des égaliseurs qui sont optimaux au sens du critère ZF ou MMSE. La difficulté et la complexité des techniques MUD provient de l'inversion d'une matrice qui dépend de la longueur des séquences d'étalement. Cependant, cette inversion peut se faire de manière simplifiée par exemple avec une décomposition QR ou une décomposition de Cholesky empruntée aux DFE. La décomposition de Cholesky a l'avantage de blanchir le bruit avec son filtre avant est d'être plus stable numériquement que les autres décompositions LU, QR etc. L'algorithme devient donc :

 $\begin{array}{c} \hline \mathbf{MMSE \ Cholesky \ Algorithm} \\ \hline \Gamma = \mathcal{C}^{T} \mathcal{H}^{H} \mathcal{H} \mathcal{C} + \frac{1}{\gamma} \mathcal{I} \\ \Gamma = L^{H} L \\ \tilde{\mathbf{y}} = \mathcal{L}^{H^{-1}} \mathcal{C}^{T} \mathcal{H}^{H} \mathbf{r} \\ \tilde{\mathbf{x}} = \mathcal{L}^{-1} \tilde{\mathbf{y}} \end{array}$ 

 $\mathcal{L}^{H^{-1}}$  correspond à un filtrage avant et  $\mathcal{L}^{-1}$  à un filtrage arrière. Ces filtrages sont simples puisque  $\mathcal{L}$  a une forme triangulaire par blocs. De plus, si aucune décision n'est prise dans le filtrage avant ou arrière, cette technique nous permet d'obtenir l'opération conjointe égalisation et désétalement  $\mathcal{F}_{MMSE}$  à un moindre coût. De futures recherches permettront de prévoir les performances de ce système lorsqu'une décision dans le filtre arrière serait prise avec et sans ordonnancement, correspondant alors à un DFE comprenant une égalisation et un désétalement conjoints d'un système MC-CDMA.

#### 5.3.3 Performances d'un système à multiplexage spatial associé au MC-CDMA

Les canaux utilisés sont des canaux indépendants de Rayleigh plats par sous-porteuse et par antenne.

Sur la Figure 5.16, nous comparons des systèmes à 4 antennes d'émission et 4 antennes de réception avec une modulation QPSK pour une efficacité spectrale de  $\eta = 8$  bps/Hz à pleine charge avec des détecteurs MMSE-SUD, MMSE-MUD ou SIC spatial MMSE SUD où l'algorithme SIC est effectué au niveau spatial (Algorithme MIMO MC-CDMA SIC spatial SUD). Identiquement à un système SISO, les performances des systèmes MMSE-MUD et MMSE-SUD sont les mêmes à pleine charge. Les performances d'un système SIC spatial MMSE SUD à pleine charge sont meilleures que les deux précédentes techniques. En fait, le détecteur SIC introduit des degrés de liberté pour les couches à détecter permettant de réduire le bruit et l'interférence multi-antennes, améliorant de ce fait la fiabilité des décisions. La courbe "L=4" est une courbe de référence montrant un système à 4 branches de diversité.

L'évolution du rapport entre l'énergie par bit utile et la densité spectrale de bruit  $E_b/N_0$  en fonction de la charge peut être observée sur la Figure 5.17. On observe un écart d'environ 10 dB entre un système à 1 seul usager et un système à pleine charge pour la technique MMSE-SUD. Lorsque la charge diminue, la technique MMSE-MUD est meilleure que la technique MMSE-SUD (6 dB à mi-charge pour un  $BER = 10^{-3}$ ) et devient même meilleure que la technique du SIC spatial MMSE SUD (3 dB à mi-charge pour un  $BER = 10^{-3}$ ). On voit que pour un système MC-CDMA inférieur au 3/4 de charge, la technique MMSE-MUD est celle qui offre les meilleures performances. En fait la technique MMSE-MUD exploite de façon optimale la diversité apportée par l'étalement quand la charge diminue.

Sur les Figures 5.18 et 5.19, nous comparons des systèmes à 4 antennes d'émission et 4 antennes de réception avec une modulation QPSK pour une efficacité spectrale de  $\eta = 4$  bps/Hz avec des détecteurs MMSE-SUD, MMSE-MUD ou SIC spatial MMSE SUD. Les comparaisons ont été faites en fonction de la charge avec code turbo duo-binaire [5] de rendement 1/2.



FIG. 5.16 – Performances des systèmes à multiplexage spatial MC-CDMA 4x4 avec  $L_c = 64$  à efficacité spectrale 8 bps/Hz



FIG. 5.17 – Comparaison des performances des systèmes à multiplexage spatial avec des détecteurs MMSE, MMSE-MUD et SIC pour un  $BER=10^{-3}$  à 8 bps/Hz

Comme nous pouvons le constater les performances du système MMSE-MUD et MMSE-SUD sont les mêmes à pleine charge. Les performances d'un système SIC spatial se dégradent par rapport au cas sans codage de canal, puisque la prise de décisions dans le processus engendre une propagation d'erreurs. De plus, la technique MMSE-MUD est meilleure que la technique MMSE-SUD lorsque le système n'est pas à pleine charge (1.8 dB à mi-charge pour un  $BER = 10^{-3}$ ).



FIG. 5.18 – Performances des systèmes à multiplexage spatial MC-CDMA 4x4  $L_c = 64$  avec un turbo code duo-binaire à rendement 1/2 et efficacité spectrale 4 bps/Hz

Pour évaluer l'effet de la corrélation entre antennes sur les performances, on peut utiliser une matrice de corrélation et l'appliquer aux différents canaux de Rayleigh indépendants. Pour une corrélation entre deux canaux, la matrice de corrélation est :

$$\frac{1}{\sqrt{1+\rho}} \left[ \begin{array}{cc} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{array} \right] \tag{5.35}$$

où  $\rho$  est le facteur de corrélation entre les 2 canaux. La Figure 5.20 montre les performances du détecteur MMSE-SUD à pleine charge d'un système MIMO 4 × 4 avec une corrélation de 20% par rapport aux antennes adjacentes. L'influence de la corrélation diminue avec un codage de canal et cette corrélation de 20% n'est pas critique pour l'utilisation d'un système à multiplexage spatial. En effet, sans codage de canal on a une différence de 3 dB entre un système 4 × 4 corrélé et un système non corrélé. Avec codage de canal, la différence n'est plus que de 1 dB. Ceci vient du fait que la corrélation dégrade plus les performances à haut SNR qu'à bas SNR à cause de l'action directe de cette corrélation sur la diversité. Or, une diminution de la diversité est plus facilement observable à haut SNR qu'à bas SNR.



FIG. 5.19 – Comparaison des performances des systèmes à multiplexage spatial des détecteurs MMSE, MMSE-MUD et SIC spatial avec un turbo code duo-binaire à rendement 1/2 pour un  $BER = 10^{-3}$  à 4 bps/Hz



FIG. 5.20 – Comparaison des performances des systèmes à multiplexage spatial avec un détecteur MMSE avec et sans corrélation à  $4~\rm bps/Hz$ 

#### 5.4 Application d'un récepteur itératif aux systèmes MIMO MC-CDMA

L'insertion de codage de canal sur des systèmes STBC MC-CDMA ou MIMO MC-CDMA permet d'appliquer un système itératif en réception<sup>3</sup>.

Le schéma d'un récepteur itératif MIMO MC-CDMA est représenté sur la Figure 5.21.



FIG. 5.21 – Schéma d'un récepteur MIMO MC-CDMA itératif

Tout d'abord, l'annuleur d'interférences multi-antennes et multi-utilisateurs du système itératif a besoin d'une première estimation des symboles émis. Cette première estimation est obtenue en appliquant une technique de décodage STBC MC-CDMA ou d'égalisation MIMO MC-CDMA classique SUD. Ensuite, une démodulation douce, un désent relacement, un décodage de canal, un calcul des probabilités extrinsèques sur les bits codés et une modulation douce sont effectués. Après re-étalement des données, on obtient une première estimation des symboles émis. Pour les systèmes STBC MC-CDMA avec une technique d'égalisation MMSE-MUD, l'expression du signal  $\hat{\mathbf{x}}$  à l'itération p du système itératif est la suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathcal{I})^{-1} (\mathbf{C}^{T}\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{x}}^{p-1})$$
(5.36)

avec

$$\Gamma = \mathbf{C}^T \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{C} \tag{5.37}$$

Pour un système itératif avec un récepteur traitant les interférences multi-antennes et les interférences entre symboles de manière disjointe, les formules deviennent :

$$\hat{\mathbf{s}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{L_{c}}{N_{u}\gamma}\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{s}}^{p-1})$$
(5.38)

avec

$$\Gamma = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \tag{5.39}$$

Pour les systèmes à multiplexage spatial MC-CDMA avec une technique d'égalisation MMSE-MUD, l'expression du signal  $\hat{\mathbf{x}}$  à l'itération p du système itératif est égale à :

$$\hat{\mathbf{x}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{1}{\gamma}\mathcal{I})^{-1}(\mathcal{C}^{T}\mathcal{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{x}}^{p-1})$$
(5.40)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>L'application d'un système itératif avec le MIMO MC-CDMA a fait l'objet d'une publication [8]

avec

$$\Gamma = \mathcal{C}^T \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathcal{C} \tag{5.41}$$

Pour un système itératif avec un récepteur traitant les interférences multi-antennes et les interférences entre symboles de manière disjointe, les formules deviennent :

$$\hat{\mathbf{s}}^{p} = (diag\Gamma + \frac{L_{c}}{N_{u}\gamma}\mathcal{I})^{-1}(\mathcal{H}^{H}\mathbf{r} - (\Gamma - diag\Gamma)\hat{\mathbf{s}}^{p-1})$$
(5.42)

avec

$$\Gamma = \mathcal{H}^H \mathcal{H} \tag{5.43}$$

La Figure 5.22 montre les performances d'un système SISO MC-CDMA itératif et Alamouti Al2×1 MC-CDMA itératif avec un récepteur MMSE-SUD en première itération et un annuleur d'interférences MMSE-MUD effectuant 4 itérations. Un code convolutif  $(25, 33)_o$  de longueur de contrainte K = 5 et de rendement 1/2 est utilisé. Avec un système SISO MC-CDMA, le gain est de 3.5 dB à  $BER = 10^{-4}$  si on utilise un récepteur itératif. Pour le système Al2 × 1 MC-CDMA, le gain est de 1.5 dB à  $BER = 10^{-4}$  entre un récepteur itératif et un récepteur non itératif. Avec un codage espace-temps, les performances d'un système itératif s'améliorent à bas SNR. On s'aperçoit que ce système itératif converge vers les performances d'un canal gaussien grâce à la diversité fréquentielle apportée par le désétalement et la diversité spatiale apportée par le nombre d'antennes. Des résultats similaires sont obtenus sur la Figure 5.23 pour un système MIMO 4x4 MC-CDMA comportant de l'interférence multi-antennes. Avec un système à multiplexage spatial MC-CDMA 4x4, le gain est de 6.5 dB à  $BER = 10^{-4}$  si on utilise un récepteur itératif. Le récepteur MMSE-SUD à la première itération et l'annuleur d'interférences MMSE-MUD permet donc d'obtenir les performances optimales, i.e. les performances de la SUB proches d'un canal gaussien. Nous pouvons appliquer ce récepteur à toute technique d'émission utilisant un étalement, i.e. techniques d'émission SISO ou MIMO, utilisant des codes espace-temps d'Alamouti, de Tarokh ou des codes espace-temps non-orthogonaux, ainsi que sur des techniques utilisant des codes à dispersion linéaire. Tous ces systèmes convergent vers la SUB proche de la gaussienne codée. La complexité de ce système est faible car ni la technique MMSE-SUD à la première itération ni la technique MMSE-MUD aux itérations suivantes ne nécessitent une inversion de matrice.

#### 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les systèmes MIMO MC-CDMA ont été présentés avec une nouvelle représentation matricielle en utilisant du codage espace-temps ou du multiplexage spatial.

Avec du codage espace-temps, les performances des différents codes STBC sont données en fonction de la charge du système et avec codage de canal. Les meilleures performances sont obtenues avec le code d'Alamouti grâce à son rendement unitaire. Plus l'ordre de diversité est élevé ou plus le nombre d'antennes augmente, plus l'impact du bruit est négligeable à cause de son moyennage sur les différentes antennes. Les performances entre un égaliseur ZF et un égaliseur MMSE diminuent avec l'augmentation du nombre d'antennes. Avec du codage de canal, les performances en BER d'un système STBC MC-CDMA à pleine charge dépendent principalement des performances à bas SNR sans codage de canal, résultats tout à fait similaires à ceux obtenus en SISO par M. Hélard et al. en 2001 [6]. D'ailleurs, le système incluant le code d'Alamouti STBC avec  $N_t = 2$  antennes d'émission et  $N_r = 2$  antennes de réception "surpasse" les autres systèmes examinés grâce à son rendement R = 1 et à son



FIG. 5.22 – Performances du récepteur SISO itératif MMSE-MUD et Alamouti ${\rm Al2}\times 1$ itératif MMSE-MUD à pleine charge avec $L_c{=}64$ 



FIG. 5.23 – Performances du récepteur à multiple xage spatial 4x4 itératif MMSE-MUD à pleine charge avec  $L_c\!=\!64$ 

exploitation de diversité d'espace sans même considérer son gain d'antenne de 3 dB. Il a été démontré que la dégradation des performances engendrée par la corrélation pour les systèmes STBC MC-CDMA est prévisible puisqu'un système utilisant un codage espace-temps et dont les canaux sont totalement corrélés obtient les mêmes performances qu'un système SISO.

Les performances en fonction de la charge et avec codage de canal sont données avec une technique de multiplexage spatial. Différentes techniques de réception traitant le multiplexage spatial ont été comparées, i.e. la technique mono-utilisateur MMSE, la technique multi-utilisateurs MMSE-MUD et la technique mono-utilisateur MMSE avec un SIC spatial. Sans codage de canal, les performances d'un système SIC spatial MMSE SUD à pleine charge sont meilleures que les deux précédentes techniques. En fait, le détecteur SIC introduit des degrés de liberté pour les couches à détecter permettant de réduire le bruit et la CAI, améliorant de ce fait la fiabilité des décisions. Lorsque la charge diminue, la technique MMSE-MUD est meilleure que la technique MMSE-SUD et devance même la technique du SIC spatial MMSE SUD. On voit que pour un système MC-CDMA inférieur au 3/4 de charge, la technique MMSE-MUD est celle qui offre les meilleures performances. Par contre, avec codage de canal, les performances d'un système SIC spatial MMSE SUD se dégradent à cause de la propagation d'erreurs introduites par la prise de décisions dans le processus SIC. Avec codage de canal, la technique MMSE-MUD est meilleure que la technique MMSE-SUD lorsque le système n'est pas à pleine charge. Par conséquent, la technique la plus prometteuse pour le multiplexage spatial associé au MC-CDMA correspond à l'extension de la technique multi-utilisateurs MMSE-MUD ou MMSE-SUD SISO au MIMO que nous avons proposé dans chapitre.

Associé à un système itératif, cette technique permet d'obtenir les performances optimales du système et ce pour n'importe quelle charge. En effet, en utilisant une technique d'égalisation MMSE-SUD à la première itération et un annuleur d'interférences MMSE-MUD lors des itérations suivantes du même type que ceux utilisés en SISO, il est possible d'atteindre les performances de la SUB codée proche de la courbe gaussienne codée grâce à un récepteur itératif peu complexe pour un système associant des codes espace-temps ou du multiplexage spatial à du codage de canal.

#### Bibliographie

- J.-M. Auffray and J.-F. Hélard. Performance of multicarrier cdma technique combined with space-time block coding over rayleigh channel. In *IEEE International Symposium on* Spread-Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'02, Prague, Tch. Republic, September 2002.
- [2] V. Le Nir, M. Hélard, and R. Le Gouable. Space-time block coding applied to turbo-coded multicarrier cdma. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'03, Jeju, South Korea, April 2003.
- [3] V. Le Nir, J.-M. Auffray, M. Hélard, J.-F. Hélard, and R. Le Gouable. Combination of space-time block coding with mc-cdma technique for mimo systems with two, three and four antennas. In *IST Summit*, Aveiro, Portugal, June 2003.
- [4] J.-M. Auffray, V. Le Nir, J.-F. Hélard, M. Hélard, and R. Le Gouable. Codage espacetemps en blocs combiné avec un système multiporteuse à étalement de spectre de type mc-cdma. In *Gretsi*, Paris, France, September 2003.
- [5] C. Berrou and M. Jézéquel. Non binary convolutional codes for turbo-coding. *Electronics Letters*, 35(1):39–45, January 1999.
- [6] M. Hélard, R. Le Gouable, J.-F. Hélard, and J.-Y. Baudais. Multicarrier cdma techniques for future wideband wireless networks. Annals of Telecommunications, Special Issue on UMTS, 56(5-6) :260–274, May 2001.
- [7] V. Le Nir, M. Hélard, and R. Le Gouable. Spatial multiplexing applied to turbo coded multi-carrier cdma. In *IEEE International Symposium on Spread-Spectrum Techniques* and Applications, ISSSTA'04, Sydney, Australia, September 2004.
- [8] P.-J. Bouvet, V. Le Nir, M. Hélard, and R. Le Gouable. Spatial multiplexed coded mccdma with iterative receiver. In *IEEE International Symposium on Personal, Inddor and Mobile Radio Communications, PIMRC'04*, Barcelone, Spain, September 2004.
- [9] A. Stamoulis, Z. Liu, and G. B. Giannakis. Space-time block-coded ofdma with linear precoding for multirate services. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(1):119–129, January 2002.

## Chapitre 6

## Comparaison des différents systèmes MIMO OFDM

#### Sommaire

6.1	Introduction	153	
6.2	Comparaison entre multiplexage spatial et codage espace-temps		
6.3	Comparaison entre MIMO MC-CDMA et MIMO-OFDM	155	
6.4	Comparaison entre SISO ou MIMO LP-OFDM et MC-CDMA avec récepteur itératif	159	
6.5	Conclusion	161	
Bibliographie			

#### 6.1 Introduction

Les différentes techniques étudiées dans les chapitres précédents peuvent s'intégrer dans une étude système globale comprenant la technique d'accès. Le MC-CDMA utilise une technique d'accès par répartition de code, l'OFDM et le LP-OFDM peuvent être associés à des techniques d'accès TDMA ou FDMA. Les techniques OFDM associées à une technique d'accès FDMA nommées OFDMA ou les techniques OFDM associées à une technique d'accès TDMA offrent sensiblement les mêmes performances [1].

Le but de ce chapitre est de comparer les performances des techniques d'accès MC-CDMA et des modulations OFDM ou LP-OFDM associées à une technique d'accès TDMA ou FDMA quand elles sont associées à un code STBC ou un multiplexage spatial. L'objectif est d'avoir un vision claire des performances, de la capacité et de la complexité de chacun des systèmes.

Dans le paragraphe **6.2**, les courbes gaussiennes codées des systèmes utilisant le codage espace-temps en bloc d'Alamouti et le multiplexage spatial sont données. Les courbes gaussiennes codées permettent de prévoir les performances des systèmes MIMO associés à un récepteur itératif. Les comparaisons sont effectuées à même efficacité spectrale, même nombre d'antennes d'émission et de réception et même puissance d'émission et de réception.

Dans le paragraphe **6.2**, la modulation OFDM est associée à un codage espace-temps d'Alamouti et à un système à multiplexage spatial avec codage de canal. Le contexte étudié est le 802.11n qui est l'extension MIMO du 802.11a. Ensuite, les performances des systèmes

MIMO OFDM et MIMO MC-CDMA sont comparées pour différentes charges avec et sans codage de canal.

Dans le paragraphe **6.3**, les performances des systèmes MC-CDMA, LP-OFDM et OFDM sont données pour différentes charges avec un récepteur itératif. Ce récepteur itératif a été défini dans les précédents chapitres.

Une analogie existe entre le MC-CDMA et le LP-OFDM. En effet, le MC-CDMA utilise les codes d'étalement pour effectuer une technique d'accès CDMA sur les différentes porteuses OFDM. La technique LP-OFDM quant à elle effectue un précodage linéaire des données d'un même utilisateur temporellement et/ou fréquentiellement avec une technique d'accès TDMA ou FDMA. Le LP-OFDM avec une technique d'accès FDMA ou TDMA est donc très proche de la technique d'accès SS-MC-MA qui combine la technique d'accès FDMA et la modulation OFDM en effectuant un étalement des données d'un même utilisateur [1]. Dans tous les cas, le spectre utilisé est un spectre OFDM. Par conséquent, toutes les techniques de réception peuvent s'appliquer sur l'une ou l'autre des techniques. Les performances du MC-CDMA et du LP-OFDM avec une technique d'accès TDMA ou FDMA utilisant un même récepteur sont donc identiques. La seule différence vient de la complexité du récepteur dans certains cas. En effet, pour certains récepteurs comme pour le récepteur itératif, la technique d'accès MC-CDMA est plus complexe que la technique d'accès LP-OFDM TDMA ou FDMA car chaque usager doit décoder les données de tous les utilisateurs.

#### 6.2 Comparaison entre multiplexage spatial et codage espacetemps

Pour pouvoir comparer les courbes de performances des techniques de codage espace-temps et de multiplexage spatial, il est nécessaire de donner une définition commune du rapport signal sur bruit par bit  $E_b/N_0$ . Pour le multiplexage spatial ou le codage espace-temps, l'énergie moyenne d'un symbole PSK ou QAM émis par antenne est définie par  $E_s/(N_tN_r)$ . Dans le cas du multiplexage spatial ou du codage espace-temps, l'énergie par bit au récepteur est égale à  $E_b = N_r/(R_cR\log_2 M)E_s$  ou en décibels :

$$\frac{E_b}{N_0}|_{d_B} = \frac{E_s}{N_0}|_{d_B} + 10\log_{10}\frac{N_r}{R_c R \log_2 M}$$
(6.1)

La formule précédente ne prend pas en compte le gain d'antennes pour comparer les systèmes MIMO. Par conséquent, lorsque plusieurs antennes sont utilisées, seul le gain de diversité est observé. Un décalage de  $10log_{10}(N_tN_r)$  dB doit être ajouté pour prendre en compte le gain d'antennes des systèmes si on veut avoir les performances du vrai système.

Nous avons vu dans les précédents chapitres qu'avec une diversité suffisante apportée par le précodage linéaire dans le cas du LP-OFDM ou des codes d'étalement dans le cas du MC-CDMA, il est possible d'atteindre les performances de la MFB proche de la courbe gaussienne codée pour des systèmes SISO ou MIMO. Afin de comparer les performances de la manière la plus juste possible, nous comparons les performances asymptotiques des systèmes fonctionnant à même efficacité spectrale, à même puissance d'émission et de réception et à même nombre d'antennes d'émission et de réception.

La Figure 6.1 montre les gaussiennes codées des systèmes "Al2x2 16QAM" et "Mux2x2 QPSK" avec un codage de canal convolutif  $(23, 35)_o$  de rendement 1/2 et longueur de contrainte K = 5 aboutissant à une efficacité spectrale de 2 bps/Hz. Le décalage est donc le même pour

les deux systèmes (6 dB). On voit que les performances asymptotiques du multiplexage spatial "Mux2x2" sont meilleures par rapport à un code d'Alamouti fonctionnant avec un même nombre d'antennes et ayant même efficacité spectrale. Pour des efficacités spectrales de 2 bps/Hz, le multiplexage spatial obtient par conséquent asymptotiquement de meilleures performances que le code d'Alamouti pour une même puissance et un même nombre d'antennes d'émission et de réception. Les performances asymptotiques du Mux2x2 sont meilleures grâce à l'utilisation de la modulation QPSK, beaucoup plus robuste qu'une modulation 16QAM. Si on souhaite encore augmenter l'efficacité spectrale, il est souhaitable d'utiliser des systèmes à multiplexage spatial qui offrent largement de meilleures performances que les codes espace-temps, nécessitant des modulations d'ordre très élevé. En effet, la gaussienne codée d'un système "Mux4x4" est équivalente à la gaussienne codée "Mux2x2" mais d'efficacité spectrale 4 bps/Hz. Il faudrait alors comparer ce système avec un code d'Alamouti Al4x4 utilisant une commutation entre groupe d'antennes et une modulation 256 QAM.



FIG. 6.1 – Gaussiennes codées de différents systèmes Alamouti et multiplexage spatial avec code convolutif et récepteur itératif à même nombre d'antennes et mêmes puissances d'émission et de réception pour une efficacité spectrale de 2 bps/Hz

#### 6.3 Comparaison entre MIMO MC-CDMA et MIMO-OFDM

Les canaux utilisés sont des canaux plats décorrélés par sous-porteuse et par antenne représentatif d'un canal sélectif en fréquence et en temps avec entrelacement parfait associé à une modulation OFDM. Le canal utilisé n'est donc pas celui défini dans le 802.11n mais les paramètres utilisés sont ceux du 802.11n.

La Figure 6.2 donne les performances d'un système Alamouti Al $2 \times 1$  associé à une modulation OFDM et du codage de canal pour différentes efficacités spectrales soit avec un code
convolutif soit un turbo-code duo-binaire avec un égaliseur linéaire ZF [2]. Ces résultats ont été présentés pour le groupe de travail chargé de la normalisation 802.11n. On peut voir que l'écart entre la courbe gaussienne codée du turbo code et la courbe de performance du code d'Alamouti (TC QPSK R=1/2) est faible (0.7 dB).



FIG. 6.2 – Comparaison entre codage de canal convolutif et turbo pour un système Al2x1 OFDM pour différentes efficacité spectrales ( $\eta$ =1, 3, 4.5 bps/Hz)

La Figure 6.3 présente les performances d'un système à multiplexage spatial  $4 \times 4$  avec les mêmes codeurs de canal pour différentes efficacités spectrales avec un égaliseur MMSE. Les performances d'un système à multiplexage spatial associé à une QPSK sont à environ 4 dB de la courbe gaussienne codée. Cette perte vient de l'interférence multi-antennes plus grande que pour le code d'Alamouti. Par contre, les performances du multiplexage spatial se dégradent énormément quand une modulation d'ordre plus élevé est utilisée.

La courbe d'Alamouti avec un turbo code de rendement 2/3 permet de voir la différence de performance à même efficacité spectrale entre un système de codage espace-temps d'Alamouti et un système à multiplexage spatial. Pour une efficacité spectrale de 4 bps/Hz, les performances du multiplexage spatial  $4 \times 4$  sont meilleures que celles obtenues avec le codage d'Alamouti Al $2 \times 1$ , mais au prix d'un nombre d'antennes plus élevé. Par contre, si on ajoute un nombre d'antennes plus important de manière à avoir un système Al $2 \times 4$  ou Al $4 \times 4$  avec commutation entre groupe d'antennes, on peut espérer un gain de diversité et une amélioration des performances. Cependant elles ne dépasseront pas les performances d'une courbe gaussienne codée d'une modulation 64QAM avec un code de rendement 2/3 proche de la courbe du code d'Alamouti.

La figure 6.4 montre les performances à pleine charge  $(L_c = 64)$  et sans codage de canal d'un système SISO et d'un système Alamouti Al2 × 1 avec une modulation OFDM asso-



FIG. 6.3 – Comparaison entre codage de canal convolutif et turbo pour un système à multiplexage spatial 4x4 OFDM à différentes efficacités spectrales ( $\eta$ =4, 12 bps/Hz)



FIG. 6.4 – Comparaison entre OFDM et MC-CDMA sans codage de canal



FIG. 6.5 – Comparaison entre OFDM et MC-CDMA avec codage de canal



FIG. 6.6 – Comparaison entre OFDM et MC-CDMA avec codage de canal en fonction de la charge

ciée à une technique d'accès FDMA ou TDMA et de la technique d'accès MC-CDMA. La technique d'égalisation mise en oeuvre en réception est la technique MMSE mono-utilisateur. Nous remarquons que la technique d'accès MC-CDMA à pleine charge donne de meilleures performances par rapport à un système OFDM grâce à la diversité de code apportée par les séquences d'étalement.

La Figure 6.5 montre les performances d'un système SISO et d'un système Alamouti Al2 × 1 associée aux techniques OFDM et MC-CDMA à pleine charge ( $L_c$ =64) et avec du codage de canal. Un récepteur MMSE mono-utilisateur est mis en oeuvre dans ce cas. La modulation QPSK est utilisée avec un turbo code duo-binaire de rendement 1/2 aboutissant à une efficacité spectrale de 1 bps/Hz. Dans ce cas, on remarque que la technique d'accès OFDM offre de meilleures performances que la technique MC-CDMA grâce à une meilleure exploitation des fiabilités au niveau du décodeur de canal. En effet, le MC-CDMA a pour effet de moyenner les fiabilités sur l'ensemble des porteuses sur lesquelles les symboles ont été étalés. Les performances de l'OFDM sont donc meilleures que les performances du MC-CDMA sur des canaux décorrélés par antenne et par sous-porteuse. Cependant, les études de Le Gouable montrent que sur des canaux réels, les performances du MC-CDMA tendent à être meilleures que l'OFDM à cause de la corrélation temporelle et fréquentielle des canaux réels [3]. Les performances en fonction de la charge, illustrées sur la Figure 6.6 montrent que le MC-CDMA se rapproche de l'OFDM lorsque la charge diminue puisque le terme de MAI décroit.

## 6.4 Comparaison entre SISO ou MIMO LP-OFDM et MC-CDMA avec récepteur itératif

Nous avons vu dans les chapitres précédents que les performances asymptotiques (gaussiennes codées) des systèmes SISO ou MIMO LP-OFDM et MC-CDMA sont atteignables en utilisant un système itératif. Dans ce paragraphe, nous rappelons les résultats de ces récepteurs itératifs pour différents systèmes SISO ou MIMO LP-OFDM et MIMO MC-CDMA. Dans le cas du STBC OFDM, il n'est pas possible d'appliquer un récepteur itératif car il n'existe pas d'interférences entre symboles. Les canaux utilisés sont des canaux plats décorrélés par sous-porteuse et par antenne représentatif d'un canal sélectif en fréquence et en temps avec entrelacement parfait associé à une modulation OFDM.

La Figure 6.7 montre les performances de l'OFDM et du MC-CDMA avec  $L_c = 64$  dans un contexte SISO pour un système fonctionnant à pleine charge (équivalente à une technique LP-OFDM comme indiquée dans la thèse de Debbah [4]) et avec un codage de canal de type convolutif  $(23, 35)_o$  de rendement 1/2 et de longueur de contrainte K = 5 intégré dans un récepteur itératif MMSE. Ce récepteur itératif est composé d'opérations linéaires ne nécessitant pas d'inversion de matrice. L'ajout d'un récepteur itératif au récepteur classique MC-CDMA permet de gagner 3.5 dB à  $BER = 10^{-4}$ . Les performances atteignent les performances de la MFB proches de la gaussienne codée. L'interférence générée par l'étalement dans le cas du MC-CDMA ou par le précodage linéaire dans le cas du LP-OFDM est suffisante pour faire converger le système itératif vers les performances proches de la gaussienne codée. La Figure 6.8 montre les performances du MC-CDMA ou du LP-OFDM en fonction de la charge avec un récepteur itératif. On peut conclure que les performances de la MFB sont atteintes quelle que soit la charge lorsqu'un récepteur itératif est mis en oeuvre en réception.

La Figure 6.9 montre les performances d'un système SISO MC-CDMA et MIMO MC-CDMA comprenant un codage STBC Al2x1 (QPSK, 1 bps/Hz) et un multiplexage spatial 4x4



FIG. 6.7 – Comparaison entre OFDM et MC-CDMA à pleine charge avec un code convolutif et un récepteur itératif



FIG. 6.8 – Comparaison entre OFDM et MC-CDMA avec un code convolutif et un récepteur itératif en fonction de la charge (R=1/2, MMSE, QPSK,  $\eta$ = 1 bps/Hz)



FIG. 6.9 – Performances de différents systèmes SISO et MIMO MC-CDMA à pleine charge avec code convolutif et récepteur itératif

(QPSK, 4 bps/Hz) intégrant le même codage de canal convolutif dans un récepteur itératif MMSE. Le récepteur itératif MMSE du multiplexage spatial MC-CDMA est plus complexe que récepteur itératif MMSE STBC ou SISO MC-CDMA à cause de l'inversion de la matrice du canal MIMO 4x4. Les différents systèmes atteignent les performances de la MFB proche de la gaussienne codée. La différence entre ces systèmes vient de l'interférence qui peut se voir à bas SNR. En effet, l'interférence entre antennes est plus importante avec un système à multiplexage spatial qu'avec un système SISO ou un système avec codage espace-temps d'Alamouti. Les performances asymptotiques sont les mêmes mais le déclenchement est plus tardif.

### 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les différentes techniques MC-CDMA et OFDM ont été étudiées dans un contexte multi-antennes. La technique LP-OFDM est aussi utilisée, conduisant à des performances équivalentes à celles du MC-CDMA à pleine charge avec un récepteur MMSE.

D'abord, les gaussiennes codées des systèmes utilisant des codages espace-temps et les gaussiennes codées des systèmes utilisant un multiplexage spatial ont été comparées. Même pour des efficacités spectrales assez basses de 2 bps/Hz ou 4 bps/Hz avec codage de canal, les systèmes à multiplexage spatial obtiennent de meilleures performances par rapport aux systèmes intégrant un codage espace-temps (à même puissance et un même nombre d'antennes à l'émission et à la réception). En effet il est nécessaire d'utiliser des modulations d'ordre élevé dans un système à codage espace-temps afin d'obtenir la même efficacité spectrale que dans un système à multiplexage spatial.

Ensuite, nous avons comparé les performances de différentes techniques MIMO associées à la technique OFDM dans le cadre de contribution au groupe de travail chargé de définir le standard 802.11n. La technique du multiplexage spatial  $4 \times 4$  donne les meilleures performances par rapport au code d'Alamouti  $2 \times 1$  à même efficacité spectrale. En effet, le code d'Alamouti doit utiliser une modulation d'ordre très élevée comparé à un système à multiplexage spatial, détériorant ainsi les performances.

Ensuite, la technique d'accès MC-CDMA et les techniques OFDM ont été comparées avec et sans codage de canal. Sans codage de canal, la technique d'accès MC-CDMA à pleine charge donne de meilleures performances vis à vis de la technique OFDM grâce à la diversité de code apportée par les séquences d'étalement. Avec codage de canal, la technique OFDM donne de meilleures performances par rapport à la technique MC-CDMA à pleine charge grâce à une meilleure exploitation des fiabilités au niveau du décodeur de canal sur des canaux de Rayleigh plats indépendant par antenne et par sous-porteuse. En effet, puisqu'en MC-CDMA les symboles sont étalés sur un ensemble de sous-porteuses, il est nécessaire de moyenner les fiabilités à apporter au décodeur de canal, entachées plus ou moins de MAI en fonction de la charge.

Les performances de différentes techniques MIMO combinées soit à la modulation OFDM soit à la technique MC-CDMA ont été comparées avec un récepteur itératif. Nous avons montré qu'il n'est pas possible d'améliorer les performances d'une technique OFDM avec un récepteur itératif puisque il existe une orthogonalité entre les sous-porteuses et les différents utilisateurs. Cependant le récepteur itératif améliore nettement les performances des techniques MC-CDMA ou LP-OFDM grâce à l'exploitation de la MAI dans le cas du MC-CDMA ou de l'interférence entre symboles générée par le précodage linéaire dans le cas du LP-OFDM. Quand le canal de transmission présente suffisamment de diversité spatiale, fréquentielle ou temporelle, les performances du récepteur itératif atteignent les performances de la MFB proche de la courbe gaussienne codée que ce soit en SISO ou en MIMO avec codage espace-temps ou multiplexage spatial.

Dans le cadre du projet européen IST-MATRICE, des études exploratoires ont été menées pour des systèmes de type MIMO MC-CDMA en vue d'une éventuelle utilisation dans les systèmes 4G, et sont poursuivies dans le projet européen IST 4-MORE. L'objectif du projet 4-MORE est de réaliser des démonstrateurs dans le but de développer un SOC (System On Chip) pour les systèmes MIMO MC-CDMA. Plusieurs contributions et communications ont été réalisées dans ce cadre dont certaines en collaboration avec des partenaires du projet. Si pour la voie descendante, des systèmes de type MC-CDMA sont envisagés en association soit à du codage espace-temps soit à du multiplexage spatial, pour la voie montante ce sont plutôt des systèmes de type SS-MC-MA qui sont étudiés (technique semblable au LP-OFDM avec accès FDMA entre usagers). Une contribution a été effectuée dans le cadre de la norme IEEE 802.11n dont le but est de rajouter une couche MIMO à la norme IEEE 802.11a associant des codes espace-temps en blocs orthogonaux et des techniques à multiplexage spatial avec un turbo-code duobinaire. Plusieurs demandes de dépôt de brevet ont été faites sur ces différents aspects et plusieurs communications ont été présentées.

#### Bibliographie

- S. Kaiser. Mc-fdma and mc-tdma versus mc-cdma and ss-mc-ma : Performance evaluation for fading channels. In *IEEE Global Communications Conference*, *GLOBECOM'98*, pages 200–204, Sun City, South Africa, 1998.
- [2] C. Berrou and M. Jézéquel. Non binary convolutional codes for turbo-coding. *Electronics Letters*, 35(1):39–45, January 1999.
- [3] R. Le Gouable. Association de Modulations Multiporteuses et de techniques d'accès Multiplee : Applications aux Transmissions sans fil à haut débit. PhD thesis, Institut National de Sciences Appliquées, Rennes, FRANCE, 2001.
- [4] M. Debbah. Précodeurs linéaires pour les transmissions OFDM sans fil. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, FRANCE, 2002.

# Conclusion et perspectives

L'objectif de cette thèse est d'étudier les techniques MIMO associées à des techniques avancées de communications numériques comme le précodage linéaire et les modulations multiporteuses.

En résumé, les principales contributions de ces travaux de thèse sont :

- Etat de l'art des systèmes MIMO et de leurs capacités
- Etat de l'art des systèmes SISO LP-OFDM et SISO MC-CDMA
- Proposition d'un récepteur itératif pour les systèmes SISO LP-OFDM et SISO MC-CDMA
- Etude des techniques à multiplexage spatial et STBC
- Effet de la corrélation sur les techniques à multiplexage spatial et STBC
- Proposition de codes espace-temps orthogonaux et non-orthogonaux
- Association des techniques à multiplexage spatial et STBC au LP-OFDM et récepteurs non itératifs ou itératifs associés
- Association des techniques à multiplexage spatial et STBC au MC-CDMA et récepteurs non itératifs ou itératifs associés
- Comparaison des compromis performances/complexité entre techniques à multiplexage spatial et STBC associées au LP-OFDM et MC-CDMA

Le **Chapitre 1** donne l'état de l'art de la capacité des systèmes MIMO ainsi que les techniques associées. La capacité asymptotique des systèmes MIMO augmente linéairement avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception  $min(N_t, N_r)$  quand les canaux des différentes antennes sont décorrélés.

Les techniques MIMO exploitant de manière optimale la capacité des systèmes MIMO sont les techniques à multiplexage spatial quand la CSI est disponible au niveau du récepteur et les techniques à "water-filling" quand la CSI est disponible à la fois à l'émission et à la réception. Les autres techniques n'exploitent pas de manière optimale la capacité mais exploitent de manière optimale la diversité. Ces techniques sont les techniques de codage espace-temps avec CSI à la réception et les techniques de "beamforming" avec CSI à la fois à l'émission et à la réception. Les techniques de codage espace-temps différentiels exploitent de manière optimale la diversité mais possèdent une perte intrinsèque de 3 dB.

Les performances théoriques des systèmes MIMO sont données sur un canal de Rayleigh en fonction de la diversité pour une modulation BPSK ou QPSK sans codage de canal.

Le Chapitre 2 traite des récepteurs des systèmes OFDM, LP-OFDM et MC-CDMA.

Après un bref rappel sur la modulation OFDM, la technique LP-OFDM a été présentée. Cette technique utilise le précodage linéaire pour améliorer le gain de diversité de l'OFDM en collectant la diversité offerte par la sélectivité temporelle et fréquentielle du canal de propagation. Cette diversité peut être améliorée par l'insertion d'un entrelacement si le canal ne varie pas assez temporellement ou fréquentiellement sur la taille de la matrice de précodage. Avec du codage de canal, il est possible d'exploiter cette diversité en utilisant un récepteur itératif réalisant itérativement les opérations d'égalisation, de déprécodage et de décodage de canal. Le nouveau récepteur itératif proposé permet d'atteindre itérativement les performances de la MFB proches de la gaussienne codée en utilisant un simple égaliseur linéaire MMSE.

Finalement, le MC-CDMA est décrit, en notant que les équations du LP-OFDM sont équivalentes aux équations du MC-CDMA à pleine charge. Par conséquent, le MC-CDMA exploite un gain de diversité grâce aux séquences des codes d'étalement. Pour des charges inférieures, le MC-CDMA peut exploiter une diversité multi-utilisateurs grâce à l'utilisation d'un égaliseur conjoint effectuant une égalisation MMSE et un désétalement. De même que pour le LP-OFDM, il est possible avec ces différentes techniques d'égalisation de faire un récepteur itératif qui consiste à annuler itérativement la MAI et asymptotiquement retrouver les performances de la MFB proches des performances de la gaussienne codée.

Le **Chapitre 3** donne les performances des deux techniques MIMO STBC et multiplexage spatial qui sont comparées dans différents contextes.

Tout d'abord, la complexité des codes espace-temps en blocs orthogonaux est plus faible que la complexité du multiplexage spatial, alors qu'elle est supérieure pour des codes espacetemps en blocs non orthogonaux. Ensuite, une corrélation totale des canaux conduit à un non fonctionnement du système à multiplexage spatial puisque la matrice du canal MIMO de rang 1 est impossible à inverser. Dans le cas des STBC, une corrélation complète permet au système de toujours fonctionner, puisque les performance d'un système SISO sont au minimum atteintes. Pour les STBC, on a remarqué qu'il falait mieux favoriser le rendement de code Rplutôt que l'ordre de la modulation pour atteindre une efficacité spectrale  $\eta$  donnée. Il faut donc privilégier les systèmes à rendement unitaire 1x1, 1x2, Al2x1, Al2x2 plutôt que les rendements inférieurs H3x1, H4x1, G3x1, G4x1.

Les premiers codes espace-temps non orthogonaux sont les codes espace-temps orthogonaux avec non constance des canaux sur la durée du code. Puis les codes de Jafarkhani, de Tirkkonen ou de Damen qui sont des codes espace-temps non orthogonaux à quatre antennes à rendement unitaire ont été introduits. Il a été montré que la seule interférence créée par les codes de Jafarkhani et de Tirkkonen conduit non seulement à une perte de diversité à haut SNR par rapport à un code espace-temps orthogonal idéal à 4 antennes L = 4 mais aussi à une perte de performance à bas SNR aboutissant aux performances du code d'Alamouti Al2x1. De nouveaux codes espace-temps non-orthogonaux ont été proposés obtenant de bonnes performances à haut SNR mais ayant de moins bonnes performances à bas SNR provoquées par l'interférence engendrée due à la non orthogonalité des codes. Le code espace-temps d'Alamouti parait donc être la meilleure solution à bas SNR pour les codes à rendement unitaire car les codes espace-temps non orthogonaux voient leurs performances se dégrader, pouvant même devenir moins performant à bas SNR que des systèmes SISO.

Le **Chapitre 4** présente les techniques de codage espace-temps et de multiplexage spatial associées au LP-OFDM.

L'association du codage espace-temps et du LP-OFDM permet de combiner les avantages de ces deux techniques, i.e. la diversité spatiale maximale apportée par le code espace-temps et la diversité temporelle et fréquentielle apportée par le LP-OFDM. La diversité spatiale apportée par le STBC est une diversité de branche définie dans le **Chapitre 1** ayant pour effet de moyenner ou non le bruit à bas SNR selon le type de code et d'augmenter la diversité à haut SNR. Le précodage linéaire permet quant à lui d'augmenter la diversité à haut SNR. La somme des diversités spatiale, temporelle et fréquentielle apportées par le canal permet aux pentes des courbes de performances de tendre plus rapidement vers les pentes des courbes de performances d'un canal gaussien.

Pour le STBC LP-OFDM, les meilleures performances sont obtenues avec le code d'Alamouti grâce à son rendement unitaire. Le précodage linéaire du LP-OFDM augmente également la diversité des codes espace-temps non orthogonaux comme ceux de Jafarkhani ou de Tirkkonen. De même que pour le système SISO-OFDM un nouveau récepteur itératif pour les systèmes STBC LP-OFDM a été proposé, permettant d'obtenir les performances de la MFB proche de la gaussienne codée.

L'association du multiplexage spatial et du LP-OFDM permet d'augmenter la capacité et la diversité spatiale par le multiplexage spatial et la diversité temporelle et fréquentielle grâce à la technique LP-OFDM.

Les différentes techniques de réception du multiplexage spatial ont été comparées, i.e. la technique MMSE et la technique MMSE avec un SIC spatial. La technique MMSE s'avère offrir de meilleures performances lorsque le système inclus du codage de canal. Un nouveau récepteur itératif combinant le multiplexage spatial et le LP-OFDM a été également proposé conduisant à de très bonnes performances.

Le **Chapitre 5** présente les systèmes MC-CDMA associés aux techniques de codage espacetemps en blocs et de multiplexage spatial.

De même que pour le LP-OFDM, le MC-CDMA permet d'augmenter la diversité des codes espace-temps en blocs grâce aux séquences d'étalement multi-utilisateurs. La diversité d'un système MC-CDMA est d'ailleurs plus élevée que celle apportée par un système LP-OFDM quand le système n'est pas à pleine charge. En fonction de la charge, plus la diversité spatiale augmente plus le système STBC MC-CDMA est peu sensible à l'augmentation du nombre d'utilisateurs. En effet, la diversité spatiale a pour effet de moyenner la MAI qui devient alors une interférence gaussienne de moyenne nulle. Les performances de l'égaliseur ZF sont alors quasiment confondues avec les performances de l'égaliseur MMSE puisque la diversité spatiale évite le réhaussement du niveau de bruit rencontré dans le cas de l'égaliseur ZF. Nous avons étudié la corrélation entre antennes des systèmes STBC MC-CDMA qui diminue la diversité spatiale, pouvant aboutir aux performances d'un système SISO MC-CDMA quand les canaux sont totalement corrélés.

Pour le multiplexage spatial, différentes techniques MMSE, MMSE avec SIC spatial et MMSE-MUD ont été comparées en fonction de la charge. Les techniques mono-utilisateur MMSE et multi-utilisateurs MMSE-MUD offrent les meilleures performances lorsque le système inclus du codage de canal. En fonction de la charge, c'est la technique MMSE-MUD qui offre les meilleures performances.

Un nouveau récepteur itératif a été proposé en association avec le MC-CDMA et les codes espace-temps en blocs ou le multiplexage spatial. Ce récepteur itératif permet d'obtenir les performances de la MFB proche de la gaussienne codée avec codage de canal. Cependant, la complexité de ce récepteur itératif associé à du MC-CDMA est plus grande que celle du récepteur itératif MIMO LP-OFDM, du à la nécessité de décoder les données de tous les utilisateurs.

Le Chapitre 6 compare les différentes techniques MC-CDMA, LP-OFDM et OFDM étudiées dans un contexte multi-antennes.

D'abord, une comparaison entre techniques de codage espace-temps et techniques de multiplexage spatial a été faite par rapport aux performances des courbes gaussiennes codées. Même pour des efficacités spectrales assez basses de 2 bps/Hz ou 4 bps/Hz avec codage de canal, les systèmes à multiplexage spatial obtiennent de meilleures performances par rapport aux systèmes à codage espace-temps lorsqu'une même puissance et un même nombre d'antennes à l'émission et à la réception sont supposés. En effet, puisqu'il est nécessaire d'utiliser des modulations d'ordre très élevés dans un système à codage espace-temps afin d'obtenir la même efficacité spectrale que dans un système à multiplexage spatial, les performances des systèmes STBC sont alors moins bonnes.

Ensuite, une comparaison entre systèmes SISO ou MIMO LP-OFDM et MC-CDMA a été faite sur canaux de Rayleigh plats indépendants par antenne et par sous-porteuse. Sans codage de canal, la technique MC-CDMA à pleine charge donne de meilleures performances par rapport à la technique OFDM grâce à la diversité de code apportée par les séquences d'étalement. Avec insertion de codage de canal, la technique OFDM donne de meilleures performances que la technique MC-CDMA à pleine charge grâce à une absence du terme de MAI et à une meilleure exploitation des fiabilités au niveau du décodeur de canal. En effet, le MC-CDMA nécessite de moyenner l'ensemble des sous-porteuses sur lesquelles les symboles ont été étalés afin d'apporter une fiabilité au niveau du décodeur de canal.

Finalement, les performances de différentes techniques MIMO associées à l'OFDM et MC-CDMA on été comparées avec un récepteur itératif. Nous avons montré qu'il n'est pas possible d'améliorer les performances d'une technique OFDM avec un récepteur itératif puisque il existe une orthogonalité entre les sous-porteuses et les différents utilisateurs. Cependant le récepteur itératif améliore nettement les performances des techniques MC-CDMA ou LP-OFDM grâce à l'exploitation de la MAI dans le cas du MC-CDMA ou de l'interférence entre symboles générée par le précodage linéaire dans le cas du LP-OFDM. Quand le canal de transmission donne suffisamment de diversités spatiale, fréquentielle ou temporelle, les performances du récepteur itératif atteignent les performances de la MFB proche de la courbe gaussienne codée que ce soit en contextes SISO ou MIMO (codage espace-temps ou multiplexage spatial).

Ces performances sont valables même dans le cas d'une corrélation entre les différentes antennes, puisque dans un système à codage espace-temps la corrélation dégrade au maximum les performances vers les performances d'un canal SISO. Pour un système à multiplexage spatial, tant que la corrélation est suffisamment faible pour que les performances du système soient en dessous du seuil de déclenchement, les performances du système peuvent atteindre les performances de la MFB proches de la gaussienne codée. Ces performances sont atteintes si suffisamment de diversité est récupérée au niveau temporel et/ou fréquentiel via l'étalement en MC-CDMA ou par le précodage linéaire en LP-OFDM.

Le récepteur itératif nécessite une nouvelle estimée des symboles reçus, incluant des opérations que sont : l'étalement, le précodage linéaire et l'égalisation, fonctions qui sont relativement peu complexes. La complexité du système repose donc principalement sur la complexité du décodeur de canal. Par contre, il existe un léger avantage en terme de complexité d'un système LP-OFDM comparé à un système MC-CDMA car le récepteur itératif MC-CDMA nécessite un décodage complet des symboles des autres utilisateurs incluant une latence plus grande.

Les perspectives de cette étude sont multiples. Premièrement, il serait intéressant d'étudier le comportement de ces systèmes MIMO associés à l'OFDM avec une CSI non parfaite. Des travaux fait par Tarokh et Vucetic montrent que la perte due à l'estimation dans un système MIMO est plus importante que la perte due à l'estimation de canal dans un système SISO. Pour faire cette estimation de canal, il suffit d'utiliser des séquences orthogonales de symboles pilotes orthogonales entre les différentes antennes d'émission. Plus ces séquences choisies sont longues, plus l'estimation de canal sera bonne, du fait du moyennage du bruit de l'estimation. Il serait également intéressant d'étudier la synchronisation des systèmes MIMO associés à l'OFDM, car une mauvaise synchronisation engendre la perte de beaucoup d'information dans un système à multiplexage spatial. Il serait tout aussi intéressant d'étudier l'égalisation temporelle en OFDM qui permettrait de supprimer l'intervalle de garde et ainsi d'augmenter l'efficacité spectrale. Un autre axe de recherche serait d'utiliser des nouveaux codes pour les matrices de précodage linéaire, par exemple les matrices de codes complémentaires permettant d'augmenter le débit. Ces matrices de codes complémentaires sont appliquables aux systèmes SISO et peuvent être utilisées comme une alternative ou un complément aux systèmes MIMO pour l'augmentation de la capacité. Bien sur, toutes ces techniques d'estimation de canal, de synchronisation et de matrices de codes complémentaires peuvent être améliorées grâce à un récepteur itératif. Des études sur les techniques itératives continuent avec la thèse de P.-J. Bouvet dans ces systèmes MIMO associés à l'OFDM.

## Annexe A

# Etat de l'art sur le canal MIMO

### A.1 Introduction

La corrélation d'un canal MIMO dépend de l'espacement entre antennes, de l'étalement angulaire et de l'angle moyen entre le réseau d'antennes d'émission et de réception. L'étalement angulaire est aussi représenté par la distance de cohérence en deçà de laquelle deux antennes traitent des signaux corrélés. La distance de cohérence du canal doit donc être faible par rapport à l'espacement entre antennes.

Il existe deux types de représentation de canaux de propagation MIMO. Le premier type de représentation est le canal de propagation MIMO déterministe qui considère pour chaque couple d'antennes d'émission-réception plusieurs rayons définis par leur angle de départ, leur angle d'arrivée, leur amplitude et leur phase. Cette approche déterministe par rayons conserve la totalité des trajets arrivant au récepteur. Le deuxième type de représentation est le canal de propagation MIMO stochastique qui considère des canaux indépendants et identiquement distribués (i.i.d) et qui les corrèle grâce à une matrice de corrélation. Cette approche stochastique a besoin de l'orientation du réseau d'antennes d'émission et de réception. La première approche est très complexe à cause du calcul de tous les trajets provenant de l'émetteur dans l'environnement. L'avantage de cette technique est son réalisme. L'approche stochastique moins complexe est aussi moins réaliste car tous les effets du canal MIMO ne peuvent pas être observés avec des distributions i.i.d.

Cet état de l'art est structuré de la manière suivante. Tout d'abord, un état de l'art sur les représentations de canaux déterministes est donné. Ensuite, les différentes représentations de canaux stochastiques et les campagnes de mesures MIMO faites notamment par Bell Labs, Nokia ou l'université d'Aalborg sont décrites. Dans le paragraphe suivant, les problèmes de corrélation et de couplage entre antennes sont abordés. Ensuite, un effet moins connu est décrit qui est l'effet trou de serrure. Finalement, un état de l'art sur les canaux MIMO utilisant la diversité de polarisation est donné.

### A.2 Canaux MIMO déterministes

Les approches actuelles utilisent le plus souvent des modèles statistiques idéaux dans un environnement avec un grand nombre de diffuseurs. Cependant, plusieurs auteurs ont décrit des modèles déterministes représentant de manière plus réaliste le canal MIMO. En 2001, Steinbauer propose un canal double-directionnel qui prend en compte l'information angulaire aux deux extrémités [1]. En 2002, Abdi présente un modèle représenté par une fonction de corrélation espace-temps pour les canaux de Rice MIMO non sélectifs en fréquence, utilisant des paramètres comme l'étalement des angles à la station de base, la distance entre la station de base et l'utilisateur, la direction d'arrivée moyenne, l'étalement doppler, la configuration d'antennes [2]. La même année, Sayeed présente un modèle de canal MIMO qui intègre l'essentiel d'un modèle physique et qui donne une simple interprétation géométrique dans un environnement de diffuseurs [3]. Ce modèle correspond à un modèle de canal intermédiaire entre modèle déterministe et stochastique.

### A.3 Canaux MIMO stochastiques et campagnes de mesures

En 1977, Suzuki établit un modèle statistique SISO pour caractériser plusieurs environnements urbains basé sur la puissance et le retard de différents trajets [4]. Le modèle résultant peut être utilisé pour des simulations numériques évitant ainsi une coûteuse implémentation hardware. En 1998, Biglieri décrit les modèles statistiques de canaux fréquemment utilisés dans les systèmes de communications numériques et comment ces canaux influencent les architectures utilisées [5]. Ces modèles stochastiques SISO peuvent s'étendre facilement au modèles stochastiques MIMO en introduisant une matrice de corrélation entre différents canaux i.i.d.

Plusieurs campagnes de mesures ont été effectuées à partir de 2000. Une première campagne expérimentale a été réalisée par McNamara de l'université de Bristol [6, 7]. Il remarque que la vitesse de variation temporelle des valeurs propres d'un canal MIMO est plus faible que la vitesse de variation temporelle de la valeur propre d'un canal SISO. Une deuxième campagne expérimentale a été menée par Xu et Gans des Bell Labs en 2001 [8, 9, 10, 11]. Le principal résultat de leur campagne de mesures est que le maximum de capacité MIMO est atteint dans Manhattan grâce à un environnement de grande diffusion. Cependant, une attention particulière doit être portée sur le bruit thermique qui a tendance à rendre plus aléatoire le canal pour des rapports signal sur bruit faibles. Une autre campagne expérimentale a été menée par l'université d'Aalborg et Nokia en 2001 [12, 13, 14, 15] aboutissant au modèle du canal METRA<sup>1</sup>. En 2001, Toelsch présente une analyse statistique d'un canal large bande dans un environnement urbain en 3 dimensions, prenant en compte la dimension spatiale [16]. La même année, Piechocki et Blum montrent que des différences non négligeables existent entre le modèle MIMO à bande étroite et le modèle MIMO à large bande notamment en OFDM conduisant à une perte de capacité par rapport à la capacité théorique [17, 18]. Un autre exemple de modèle statistique basé sur un sondeur de canal vectoriel adapté aux systèmes MIMO est développé par Thoma [19]. En 2002, Soma expose les mesures effectuées en Californie à San José d'un système de réseau extérieur fixe MIMO 2x2 à 2.48 GHz avec diversité de polarisation. Basé sur ces mesures, Soma propose un modèle de canal dont les caractéristiques sont la perte d'espace libre, le facteur de Rice, la cross-polarisation et la capacité du canal [20]. En 2002, Mueller propose un modèle de canal MIMO basé sur une approche de matrices aléatoires pour un environnement extérieur ou intérieur [21]. Son approche est nouvelle grâce à l'introduction d'un nombre fini de diffuseurs dans le modèle.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Multi-Element Transmit and Receive Antennas

### A.4 Corrélation entre les canaux MIMO

Le problème majeur d'un système MIMO est la corrélation introduite par le canal entre les signaux transmis sur 2 antennes différentes. En 1994, Salz et Winters créent un modèle de corrélation MIMO pour les antennes adaptatives [22]. En 1998, Ertel étudie le canal d'un système utilisant les antennes intelligentes afin d'effectuer un beamforming de l'émetteur au récepteur pour réduire ainsi l'interférence entre utilisateurs [23]. L'effet de la corrélation est bien illustré par Chizhik qui considère la distance de séparation entre antennes [24]. En 2002, Loyka combine le modèle de corrélation de Salz-Winters avec le modèle de corrélation à matrice exponentielle [25]. Il démontre que si la largeur du faisceau du réseau d'antennes est plus faible que l'étalement angulaire des signaux d'arrivée, alors la corrélation n'a aucun impact sur le système.

### A.5 Couplage entre antennes MIMO

Une étude sur le couplage entre antennes est faite en 2001 par Svantesson [26]. Il montre qu'une distance en dessous de la moitié de la longueur d'onde peut être utilisée dans un système multi-antennes parce que le couplage entre antennes introduit une décorrélation entre les signaux reçus. Le résultat majeur de cet article est qu'il existe un ensemble de valeurs de phase entre antennes tel que les signaux sont décorrélés pour n'importe quelle distance entre antennes.

### A.6 Effet trou de serrure

Un autre phénomène est l'effet trou de serrure décrit par Chizhik [27, 28]. En 2002, Loyka souligne qu'un grand nombre de diffuseurs où une décorrélation n'est pas toujours le gage d'avoir une meilleure capacité MIMO. En effet, des canaux MIMO dégénérés ayant une faible capacité existent malgré un rang plein de la matrice de canal [25]. Cet effet dit trou de serrure apparait dans un environnement NLOS<sup>2</sup> si les signaux reçus ne dépendent que d'un seul diffuseur. Une matrice d'un canal dégénéré est alors créée. Loyka donne une analyse statistique de ce phénomène trou de serrure et une méthode pour estimer la capacité dans de tels cas. En 2002, Gesbert présente un nouveau modèle de canal MIMO et ses performances [29]. Le modèle proposé est plus réaliste que les modèles indépendants et identiquement distribués et permet d'étudier le comportement de la capacité en fonction des diffuseurs entre les antennes d'émission et de réception, la distance entre les antennes, la largeur des faisceaux des antennes. Le modèle proposé prend en compte le problème de trou de serrure. La même année, Chizhik étudie en détail cet effet trou de serrure et donne plusieurs exemples en environnement extérieur [30]. Un autre modèle réaliste et simple permettant de simuler les effets MIMO est représenté par les travaux de Molisch dans [31, 32].

### A.7 Canaux MIMO utilisant une diversité de polarisation

En utilisant une diversité de polarisation, on peut créer un système plus robuste en réduisant l'effet de la corrélation. Des idées basées sur la diversité de polarisation sont développées

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Non Line Of Sight

en 2001 par Andrews et Bertoni [33, 34]. En 2001, Lindmark étudie les antennes à double polarisation et leurs canaux associés qui permettent d'augmenter la diversité ou la capacité [35]. En 2002, Svantesson présente une nouvelle façon d'exploiter les modes supérieurs des antennes comme des branches de diversité dans les systèmes MIMO [36]. Les antennes utilisent des modes multiples et conduisent à une corrélation assez faible pour avoir un gain de diversité. La capacité d'une antenne multimode peut ainsi être équivalente à la capacité d'un réseau d'antennes. Puisque une seule antenne est nécessaire, l'antenne multimode offre plusieurs avantages comparés à un réseau d'antennes classique pour les futurs systèmes MIMO. En 2002, Nabar traite le canal MIMO qui peut être utilisé pour le multiplexage spatial ou la diversité [37]. En pratique, il est nécessaire d'augmenter la distance entre antennes pour atteindre la capacité ou la diversité théorique. Il propose l'utilisation d'antennes à double polarisation qui est une alternative efficace pour obtenir cette capacité ou diversité. Une proposition d'antenne à double polarisation a été faite dans le projet 4-MORE [38].

### A.8 Conclusion

Dans cette annexe, un état de l'art des canaux de propagation MIMO a été donné. Pour obtenir un canal de propagation réaliste, beaucoup de paramètres ont besoin d'être simulés. En particulier, il parait difficile avec un canal de propagation MIMO stochastique de générer l'effet trou de serrure. Les modèles de canaux de propagation les plus réalistes sont les modèles de canaux de propagation MIMO déterministes, au détriment d'une complexité plus grande.

#### Bibliographie

- M. Steinbauer, A. F. Molisch, and E. Bonek. The double-directional mobile-radio channel. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 43(4):51–63, August 2001.
- [2] A. Abdi and M. Kaveh. A space-time correlation model for multielement antenna systems in mobile fading channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(3):550–560, April 2002.
- [3] A. Sayeed. Deconstructing multiantenna fading channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(10) :2563–2579, October 2002.
- [4] H. Suzuki. A statistical model for urban radio propagation. *IEEE Transactions on Communications*, 25(7):673–680, July 1977.
- [5] E. Biglieri, J. Proakis, and S. Shamai. Fading channels : Information-theoretic and communications aspects. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(6) :2561–2595, October 1998.
- [6] D. P. McNamara, M.A. Beach, P.N. Flescher, and P. Karlsson. Capacity variation of indoor multiple-input multiple-output channels. *Electronics Letters*, 37(15) :936–937, July 2001.
- [7] D. P. McNamara, M. A. Beach, and P. N. Fletcher. Experimental investigation of the temporal variation of mimo channels. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'01, Atlantic city, USA, October 2001.
- [8] H. Xu, M. J. Gans, N. Amitay, and R. A. Valenzuela. Experimental verification of mtmr system capacity in controlled propagation environment. *Electronics Letters*, 37(15):936– 937, July 2001.
- [9] M. J. Gans, N. Amitay, Y. S. Jeh, H. Xu, R. A. Valenzuela, T. Suzer, and R. Storz. Blast system capacity measurements at 2.44 ghz in suburban outdoor environment. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'01, pages 2881–292, 2001.
- [10] J. Ling, D. Chizhik, P. Wolniansky, and R. Valenzuela. Multiple transmit multiple receive (mtmr) capacity survey in manhattan. *Electronics Letters*, 37(16) :1041–1042, 2001.
- [11] N. Amitay, M. J. Gans, and H. Xuand R. A. Valenzuela. Effects of thermal noise on accuracy of measured blast capacities. *Electronics Letters*, 37(9):591–592, 2001.
- [12] J. P Kermoal, P.E. Mogensen, S. H. Jensen, J. B. Andersen, F. Frederiksen, T. B. Sorensen, and K. I. Pedersen. Experimental inverstigation of multipath richness for multielement transmit and receive antenna arrays. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, *VTC'00*, Tokyo, JAPAN, May 2000.
- [13] K. I. Pedersen, J. B. Andersen, J. Kermoal, and P. Mogensen. A stochastic multiple-inputmultiple-output radio channel model for evaluation of space-time coding algorithms. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'00, Boston, USA, September 2000.
- [14] J. P Kermoal, L. Schumacher, P.E. Mogensen, and K. I. Pedersen. Experimental inverstigation of correlation properties of mimo radio channels for indoor picocells scenarios. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'00, Boston, USA, September 2000.
- [15] J. P Kermoal, L. Schumacher, Frank Frederiksen, and P.E. Mogensen. Polarization diversity in mimo radio channels : Experimental validation of a stochastic model and performance assessment. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'01, Atlantic city, USA, October 2001.

- [16] M. Toeltsch, J. Laurila, K. Kalliola, A. Molisch, P. Vainikainen, and E. Bonek. Statistical characterization of urban spatial radio channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(3) :539–549, April 2002.
- [17] R. J. Piechocki, P. N. Fletcher, A. R. Nix, C. N. Canagarajah, and J. P. McGeehan. Performance evaluation of blast-ofdm enhanced hiperlan/2 using simulatied and measured channel data. *Electronics Letters*, 37(18) :1137–1139, August 2001.
- [18] R. S. Blum, Y. Li, J. H. Winters, and Q. Yan. Improved space-time coding for mimo-ofdm wireless communications. *IEEE Transactions on Communications*, 49(11) :1873–1878, November 2001.
- [19] R. S. Thoma, D. Hampicke, A. Richter, and G. Sommerkorn. Mimo vector channel sounder measurement for smart antenna system evaluation. *European Transactions on Telecommunications*, 12(5), September 2001.
- [20] P. Soma, D. S. Baum, V. Erceg, R. Krishnamoorthy, and A. Paulraj. Analysis and modeling of multiple-input multiple-output (mimo) radio channels based on outdoor measurements conducted at 2.5ghz for fixed bwa applications. In *IEEE International Conference* on Communications, ICC'02, volume 1, pages 272–276, April 2002.
- [21] R. R. Mueller. A random matrix model of communication via antenna arrays. IEEE Transactions on Information Theory, 48(9) :2495–2506, September 2002.
- [22] J. Salz and J. H. Winters. Effect of fading correlation on adaptive arrays in digital mobile radio. *IEEE Transactions on Vehicular Theory*, 43 :1049–1057, November 1994.
- [23] R. Ertel, P. Cardieri, K. Sowerby, T. Rappaport, and J. Reed. Overview of spatial channel models for antenna array communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, 5(1) :10–22, February 1998.
- [24] D. Chizhik, F. R. Farrokhi, and A. Lozano. Effect of antenna separation on the capacity of blast in correlated channels. *IEEE Communications Letters*, 4(11):337–339, November 2000.
- [25] S. Loyka and A. Kouki. On mimo channel capacity, correlations, and keyholes : Analysis of degenerate channels. *IEEE Communications Magazine*, 50(12) :1886–1888, December 2002.
- [26] T. Svantesson and A. Ranheim. Mutual coupling effects on the capacity of multielement antenna systems. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'01*, volume 4, pages 2485–2488, 2001.
- [27] D. Chizhik, G. J. Foschini, and R. A. Valenzuela. Capacities of multi-element transmit and receive antennas : Correlations and keyholes. *Electronics Letters*, 36(13) :1099–1100, 2000.
- [28] D. Chizhik, G. J. Foschini, M. J. Gans, and R. A. Valenzuela. Keyholes, correlations and capacities of multi-element transmit and receive antennas. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'01, Rhodes, GREECE, May 2001.
- [29] D. Gesbert, H. Boelcskei, D. Gore, and A. Paulraj. Outdoor mimo wireless channels : Models and performance prediction. *IEEE Transactions on Communications*, 50(12) :1926– 1934, December 2002.
- [30] D. Chizhik, G. Foschini, M. Gans, and R. Valenzuela. Keyholes, correlations, and capacties of multielement transmit and receive antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 1(2):361–368, April 2002.

- [31] A. F. Molisch, M. Steinbauer, M. Toelsch, E. Bonek, and R. S. THomä. Capacity of mimo systems based on measured wireless channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(3):561–569, April 2002.
- [32] A. F. Molisch. A generic model for mimo wireless propagation channels. In *IEEE Inter*national Conference on Communications, ICC'02, New-York, USA, May 2002.
- [33] M.R. Andrews, P. P. Mitra, and R. de Carvalho. Tripling the capacity of wireless communications using electromagnetic polarization. *Nature*, 409 :316–318, January 2001.
- [34] H. L. Bertoni. Talk is cheap in the city. Nature, 409 :291–292, January 2001.
- [35] B. Lindmark and M. Nilsson. On the available diversity gain from different dual-polarized antennas. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(2) :287–294, February 2001.
- [36] T. Svantesson. Correlation and channel capacity of mimo systems employing multimode antennas. *IEEE Transactions on Vehicular Theory*, 51(6) :1304–1312, November 2002.
- [37] R. U. Nabar, H. Boelcskei, V. Erceg, D. Gesbert, and A. Paulraj. Performance of multiantenna signaling techniques in the presence of polarization diversity. *IEEE Transactions* on Signal Processing, 50(10):2553–2562, October 2002.
- [38] IST 4-MORE. 4g mc-cdma multi antenna system on chip for radio enhancements. http://www.ist-4more.org/, 2002.

## Annexe B

# Canaux MIMO utilisés dans la thèse

### **B.1** Introduction

Dans cette Annexe, nous décrivons les modèles de canaux MIMO que nous utilisons dans cette thèse.

Les techniques basées sur l'OFDM transforment un canal sélectif en fréquence en plusieurs canaux non sélectifs en fréquence, affichant un fort potentiel en terme de performance et étant relativement facile à mettre en oeuvre. Dans cette thèse, nous testons les différentes techniques MIMO sur un canal MIMO de Rayleigh. Ces canaux sont exposés dans le paragraphe **A.2** 

Ensuite, nous testons les différents techniques MIMO dans un contexte plus réaliste en intérieur et extérieur avec différents canaux BRAN décorrélés. Ces canaux sont décrits dans le paragraphe **A.3**. Cependant, grâce à l'insertion de l'intervalle de garde dans l'OFDM qui supprime l'ISI, ces canaux sont identiques à un canal MIMO de Rayleigh mais ayant une plus faible diversité fréquentielle.

Finalement dans le paragraphe A.4, nous décrivons la corrélation entre antennes par une matrice de corrélation comme décrit dans les modèles stochastiques.

### B.2 Canal MIMO de Rayleigh

Nous nous intéressons à un canal MIMO Rayleigh permettant une exploitation maximale de la diversité et de capacité. Ces canaux sont représentatifs d'un système de modulation OFDM. En effet, un système OFDM transforme un canal sélectif en fréquence en un multiplex parallèle de sous canaux non sélectifs en fréquence (plats). Les résultats de simulation obtenus en considérant des canaux décorrélés permettent d'évaluer les performances asymptotiques des systèmes proposés. D'autre part, lorsque la sélectivité temporelle ou fréquentielle des canaux est telle que la décorrélation n'est pas suffisante, des techniques de saut de fréquence entre les sous-porteuses OFDM peuvent toujours être mises en oeuvre ainsi que des entrelaceurs temporels. Ainsi, des entrelaceurs bien dimensionnés peuvent rendre ces canaux parfaitement décorrélés en temps et en fréquence.

La distribution de Rayleigh est utilisée fréquemment pour modéliser statistiquement les variations temporelles des canaux radio-mobiles de l'enveloppe reçue d'un signal à évanouissement plat ou de l'enveloppe d'une composante multitrajet. Pour illustrer ce point, posons  $Y = X_1^2 + X_2^2$  où  $X_1$  et  $X_2$  sont deux variables gaussiennes statistiquement indépendantes, ayant une variance  $\sigma^2$ . Y est une loi de  $\chi_2$  avec 2 degrés de liberté. Définissons maintenant une nouvelle variable aléatoire  $R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} = \sqrt{Y}$ . Cette variable aléatoire est une distribution de Rayleigh.

$$p_R(r) = \begin{cases} 0 & r < 0\\ \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} & r \ge 0 \end{cases}$$
(B.1)

Il existe trois types de canaux à évanouissements que nous pouvons utiliser :

- le canal à évanouissements quasi-statique : les coefficients du canal restent les mêmes dans un paquet de données et varient indépendemment d'un paquet à un autre.
- le canal à évanouissement parfaitement entrelacé : le coefficient de canal de chaque symbole varie indépendamment d'un symbole à l'autre.
- le canal à évanouissement avec Doppler.

Le coefficient de canal Rayleigh est une variable aléatoire gaussienne complexe :

$$h = h_r + jh_i \tag{B.2}$$



FIG. B.1 – Densité de probabilité de Rayleigh

avec  $h_r$ ,  $h_i$  deux variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . Par conséquent, l'amplitude

$$|h| = \sqrt{h_r^2 + h_i^2} \tag{B.3}$$

est une variable aléatoire de distribution de Rayleigh. Afin de générer un canal de Rayleigh normalisé dans nos simulations, nous prenons deux variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2 = 0.5$ . La densité de probabilité de la loi de Rayleigh est représentée par la Figure B.1.

Dès lors que le filtre adapté du coefficient du canal est appliqué, la loi de Rayleigh se transforme en loi de  $\chi_2$ . Soit  $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$  où  $X_i$ ,  $i = 1, \ldots, n$  sont statistiquement indépendantes et sont des variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . La densité de probabilité de cette variable aléatoire Y est représentée par la Figure B.2 et est de la forme :



FIG. B.2 – Densité de probabilité pour plusieurs degrés de liberté des lois de  $\chi_2$ 

$$p_Y(y) = \begin{cases} 0 & r < 0\\ \frac{y^{n/2-1}}{\sigma^{n} 2^{n/2} \Gamma(\frac{n}{2})} e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} & r \ge 0 \end{cases}$$
(B.4)

## B.3 Canaux sélectifs en fréquence et en temps par représentation en taps

La représentation dite en taps d'un canal permet de simuler les canaux sélectifs en fréquence et en temps. Ce modèle de représentation est généré grâce à un échantillonage de la réponse impulsionnelle du canal. Nous considérons que le canal est stationnaire au sens large et à diffuseurs décorrélés WSSUS<sup>1</sup>, ce qui veut dire que chaque échantillon, trajet ou tap est généré par différents diffuseurs, ou que la bande d'analyse du système est très supérieure à la bande de cohérence du canal de propagation pour que les trajets soient supposés décorrélés. De plus, le canal est supposé stationnaire au sens large, c'est-à-dire que la moyenne et la variance du canal ou les moments d'ordre un et deux ne dépendent pas du temps. Les trajets multiples sont représentés par un filtre à réponse impulsionnelle finie de L trajets. Ce filtre est défini par une atténuation, un retard et un spectre Doppler pour chaque trajet. Pour la simulation, l'inverse de la fréquence d'échantillonnage définit l'écart minimum entre deux trajets. De plus, le retard maximal  $\tau_{max}$  correspond à la durée de la réponse impulsionnelle du canal. Cette réponse impulsionnelle peut alors s'exprimer de la forme suivante :

$$h(\tau) = \sum_{l=1}^{L} a_l \delta(\tau - \tau_l)$$
(B.5)

Le projet ETSI<sup>2</sup>-BRAN a pour but de définir la couche physique de réseaux locaux sans fil à haut débit [1]. Une largeur de bande de 20 MHz a été allouée dans la bande des 5.2 GHz pour la mise en oeuvre de tels réseaux. A partir des campagnes de mesures faite par Medbo,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>European Telecommunications Standards Institute

cinq modèles de canaux synthétiques ont été élaborés pour simuler les environnements de propagation [2]. Ces mesures ont montré que les canaux sont généralement NLOS, excepté le canal D. Le canal E est le seul à être caractérisé comme extérieur. Chaque modèle est composé de 18 trajets et la distance entre émetteur et récepteur se situe entre 50 et 150 mètres. Comme les retards des trajets sont multiples de 10 ns, un suréchantillonage d'un facteur 5 suivi d'un filtrage passe-bas sur la bande des 100 MHz doit être effectué dans nos chaines de simulations. Concernant la mobilité, à part les canal E, les autres canaux ont une mobilité réduite de 1 m/s. Le Doppler est généré par un modèle de Jakes et présenté par la Figure B.3. La fréquence Doppler maximale est notée  $F_d$ .



FIG. B.3 – Doppler par modèle de Jakes

Les différents canaux suivants sont des canaux BRAN SISO utilisés dans cette thèse :

retards (ns)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
amplitudes (dB)	0.0	-0.9	-1.7	-2.6	-3.5	-4.3	-5.2	-6.1	-6.9
retards (ns)	90	110	140	170	200	240	290	340	390
amplitudes (dB)	-7.8	-4.7	-7.3	-9.9	-12.5	-13.7	-18.0	-22.4	-26.7

TAB. B.1 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN A

retards (ns)	0	10	20	30	50	80	110	140	180
amplitudes (dB)	-2.6	-3.0	-3.5	-3.9	0.0	-1.3	-2.6	-3.9	-3.4
retards (ns)	230	280	330	380	430	490	560	640	730
amplitudes (dB)	-5.6	-7.7	-9.9	-12.1	-14.3	-15.4	-18.4	-20.7	-24.6

TAB. B.2 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN B

retards (ns)	0	10	20	30	50	80	110	140	180
amplitudes (dB)	-3.3	-3.6	-3.9	-4.2	0.0	-0.9	-1.7	-2.6	-1.5
retards (ns)	230	280	330	400	490	600	730	880	1050
amplitudes (dB)	-3.0	-4.4	-5.9	-5.3	-7.9	-9.4	-13.2	-16.3	-21.2

TAB. B.3 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN C

retards (ns)	0	10	20	30	50	80	110	140	180
amplitudes (dB)	0.0	-10.0	-10.3	-10.6	-6.4	-7.2	-8.1	-9.0	-7.9
retards (ns)	230	280	330	400	490	600	730	880	1050
amplitudes (dB)	-9.4	-10.8	-12.3	-11.7	-14.3	-15.8	-19.6	-22.7	-27.6

TAB. B.4 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN D

retards (ns)	0	10	20	40	70	100	140	190	240
amplitudes (dB)	-4.9	-5.1	-5.2	-0.8	-1.3	-1.9	-0.3	-1.2	-2.1
retards (ns)	320	430	560	710	880	1070	1280	1510	1760
amplitudes (dB)	0.0	-1.9	-2.8	-5.4	-7.3	-10.6	-13.4	-17.4	-20.9

TAB. B.5 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN E

### B.4 Corrélation entre antennes

Dans cette thèse, nous utilisons une matrice de corrélation entre les différentes antennes. Plusieurs approches existent quant à l'utilisation de la matrice de corrélation.

Différents modèles ont été créés qui dépendent de l'hypothèse de l'étalement des retards en espace. Les modèles sont caractérisés par le PAS<sup>3</sup> qui représente la corrélation entre antennes. Les expressions de la corrélation spatiale ont été dérivée dans la littérature avec l'hypothèse d'un PAS en forme de cosinus surélevé, une fonction gaussienne, une fonction de Laplace et notamment une fonction uniforme par Salz et Winters en 1994 dans [3]. D'autres approches ont été faites notamment par Loyka en 2001 dans [4] qui utilise un modèle de matrice de corrélation exponentielle. Dans [5], Loyka associe le modèle de Salz-Winters au modèle de corrélation exponentielle.

Toutes ces approches utilise un matrice de corrélation. Une méthode simple pour observer l'impact de la corrélation sur les systèmes est de tester différentes matrices de corrélation avec un pourcentage de corrélation sur les antennes adjacentes. Nous utilisons une matrice de corrélation que nous appliquons aux différents canaux de Rayleigh indépendants. Pour un système MIMO avec 2 canaux différents à corréler, la matrice de corrélation est :

$$\frac{1}{\sqrt{1+\rho}} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$$
(B.6)

où  $\rho$  est le facteur de corrélation entre les canaux sur 2 durées symboles.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Power Azimuth Spectrum

### B.5 Conclusion

Pour les canaux que nous utilisons dans cette thèse, il est important de tester les différentes techniques d'un point de vue performance et capacité. C'est pourquoi nous avons choisi une étude sur canaux de Rayleigh plats décorrélés réaliste pour des canaux MIMO-OFDM pouvant nous donner les performances et capacités asymptotiques de nos systèmes. Des résultats sur canaux plus réalistes tels que ceux employés dans le cadre du projet IST-MATRICE confirment la légitimité de cette approche puisque les résultats alors obtenus sont quasi similaires à ceux obtenus avec des canaux théoriques. Ensuite nous testons ces algorithmes dans des environnements plus réalistes, i.e. les canaux BRAN. La corrélation entre antenne a été introduite par l'utilisation de matrices de corrélation. Les études faites sur ces trois sortes de canaux permettent d'avoir une vision du comportement de ces systèmes et des algorithmes dans un environnement réaliste.

#### Bibliographie

- [1] ETSI Project. Broadband radio access networks bran; hiperlan/2 technical specification; physical layer. ETSI BRAN Specifications, October 1999.
- [2] J. Medbo, J. E. Berg, and H. Andersson. Measured radiowave propagation characteristics at 5ghz for typical hiperlan/2 scenarios. ETSI BRAN Specifications, Ericsson Radio Systems, March 1998.
- [3] J. Salz and J. H. Winters. Effect of fading correlation on adaptive arrays in digital mobile radio. *IEEE Transactions on Vehicular Theory*, 43 :1049–1057, November 1994.
- [4] S. Loyka. Channel capacity of mimo architecture using the exponential correlation matrix. *IEEE Communications Letters*, 5(9) :369–371, September 2001.
- [5] S. Loyka. Estimating mimo system performance using the correlation matrix approach. *IEEE Communications Letters*, 6(1):19–21, January 2002.

## Annexe C

# Liste des publications

## C.1 Conférences nationales

 - "Codage espace-temps en blocs combiné avec un système multiporteuse à étalement de spectre de type MC-CDMA", J.-M. Auffray, V. Le Nir, J.-F. Hélard, M. Hélard et R. Le Gouable, GRETSI'03, Paris, septembre 2003.

### C.2 Conférences internationales

- "Space-Time Block Coding Applied to Turbo-Coded Multicarrier CDMA", V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, Vehicular Technology Conference 2003, VTC'03, Jeju, Corée du sud, avril 2003,
- "Combination of Space-Time Block Coding with MC-CDMA technique for MIMO systems with two, three and four antennas", V. Le Nir, J.-M. Auffray, M. Hélard, J.-F. Hélard et R. Le Gouable, Information Society Technology 2003, IST'03, Aveiro, Portugal, juin 2003,
- "Efficient Diversity techniques using Linear Precoding and STBC for Multi-carrier systems", V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, Multi-Carrier Spread Spectrum 2003, MCSS'03, Oberpfaffenhofen, Allemagne, septembre 2003,
- "Space-Time Block Coding with Maximal Diversity in OFDM-based Systems", V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, World Wireless COngress, WWC'04, San Francisco, Etats-Unis, mai 2004,
- "Spatial Multiplexing applied to Turbo Coded Multi-Carrier CDMA", V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'04, Sydney, Australia, septembre 2004,
- "Low Complexity iterative Receiver for linear precoded MIMO systems", P.-J. Bouvet, M. Hélard et V. Le Nir, International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'04, Sydney, Australia, septembre 2004,
- "Spatial Multiplexed Coded MC-CDMA with iterative Receiver", P.-J. Bouvet, V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, Personal Indoor And Mobile Radio Communications, PIMRC'04, Barcelone, Espagne, septembre 2004,
- "Low complexity iterative receiver for Non-Orthogonal Space-Time Block Code with channel coding", P.-J. Bouvet, M. Hélard et V. Le Nir, Vehicular Technology Conference 2004, VTC'04, Los Angeles, Etats-Unis, septembre 2004,

## C.3 Article de revue

 "Reduced-Complexity Linear Space-Time Block Coding and Decoding Schemes with Block Linear Precoding", V. Le Nir et M. Hélard, Electronic Letters, Vol. 39, No. 14, pp. 1066-1068, juillet 2003.

## C.4 Demandes de dépôt de brevet

- "Procédé et dispositif multi-antenne de transmission de signaux", V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, Brevet FRANCE, Extension PCT, No. 02-16200, décembre 2002,
- "Systèmes de réception itératif pour codes espace-temps appliqués aux systèmes MIMO", M. Hélard, P.-J. Bouvet, R. Le Gouable et V. Le Nir, Brevet FRANCE, No. 03-10360, septembre 2003,
- "Systèmes de précodage à l'émission pour des systèmes multi-antennes de type Blast et de réception associé", V. Le Nir, M. Hélard et A. Goupil, Brevet FRANCE, No. 03-14272, octobre 2003,
- "Nouvelle construction de codage espace-temps en bloc de rendement égal à 1", V. Le Nir et M. Hélard, Brevet FRANCE, No. 03-11647, octobre 2003,
- "Procédé d'émission d'un signal dans un système multi-antennes, signal et procédé d'estimation d'au moins un canal de transmission correspondant", V. Le Nir, R. Le Gouable, M. Hélard, J.-F. Hélard et J.-M. Auffray, Brevet Européen, No. 04-364035.8, avril 2004,
- "Procédé de réception itératif pour système comprenant à l'émission codage de canal et précodage linéaire", P.-J. Bouvet, V. Le Nir et M. Hélard, Brevet Européen, No. 04-364041.6, juin 2004.