



**HAL**  
open science

# Developpement d'une horloge à atomes de strontium piégés : Réalisation d'un laser ultra-stable et stabilité de fréquence

Audrey Quessada-Vial

## ► To cite this version:

Audrey Quessada-Vial. Developpement d'une horloge à atomes de strontium piégés : Réalisation d'un laser ultra-stable et stabilité de fréquence. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-00009538⟩

**HAL Id: tel-00009538**

**<https://theses.hal.science/tel-00009538v1>**

Submitted on 20 Jun 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

LABORATOIRE NATIONAL DE MÉTROLOGIE ET D'ESSAIS  
SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE TEMPS ESPACE



Systemes de Référence Temps-Espace

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS VI  
spécialité : Lasers et matière

présentée par  
Audrey QUESSADA-VIAL

pour obtenir le grade de  
Docteur de l'Université de Paris VI

sujet de thèse :  
DÉVELOPPEMENT D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES DE  
STRONTIUM PIÉGÉS : RÉALISATION D'UN LASER  
ULTRA-STABLE ET STABILITÉ DE FRÉQUENCE

soutenue le 30 mai 2005 devant le jury composé de :

M.	M.	GRANVEAUD	Directeur de thèse
Mme	M.	HOUSSIN	Rapporteur
M.	P.	JUNCAR	Rapporteur
M.	P.	LEMONDE	Examineur
M.	J.	REICHEL	Président du jury
M.	P.	TUCKEY	Directeur de thèse



---

A ma mère.

*Patience, patience*  
*Patience dans l'azur !*  
*Chaque atome de silence*  
*Est la chance d'un fruit mûr !*  
PAUL VALÉRY (La Palme)



# Remerciements

Je remercie les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail : en particulier Jakob Reichel qui a accepté de présider ce jury. J'ai eu grand plaisir à retrouver Marie Houssin en tant que rapporteur, ce qui m'a rappelé quelques bons souvenirs de mon stage de maîtrise au PIIM à Marseille. Patrick Juncar a également eu la gentillesse d'être rapporteur et j'ai apprécié les commentaires et les remarques que tous deux m'ont faits pour approfondir mon travail. Michel Granveaud puis Philip Tuckey ont assuré successivement la direction de cette thèse et ont toujours fait preuve de compréhension à mon égard. Enfin, je tiens à remercier Pierre Lemonde sans qui ce travail de thèse n'aurait vu le jour : ses qualités scientifiques sont un exemple à suivre pour moi.

J'ai effectué ce travail de thèse au laboratoire SYRTE-Observatoire de Paris (anciennement BNM-LPTF). Michel Granveaud puis Philip Tuckey m'ont accueillie dans ce laboratoire prestigieux autant par sa renommée internationale que par le cadre unique du campus de l'Observatoire, je les remercie pour la confiance qu'ils m'ont accordée. Pierre Lemonde a encadré ce travail de thèse. Il a su m'orienter et j'ai pu profiter de ses nombreuses connaissances aussi bien théoriques qu'expérimentales. André Clairon a également suivi mon travail avec intérêt et s'est toujours montré disponible et patient pour m'expliquer les différents aspects de l'expérience.

Quand j'ai rejoint l'équipe strontium, Irène Courtillot avait déjà commencé sa thèse. Je la remercie pour sa bonne humeur, son humour et aussi pour m'avoir appris certains jeux de cartes aux noms poétiques... Richard Kovacich, en stage post-doctoral, m'a également aidé dans cette aventure pour le montage du laser ultra-stable et j'ai pu apprendre de lui quelques aspects intéressants de l'Australie. J'ai eu plaisir à travailler avec Anders Brusch, plus connu sous le nom de 'sacré Danois' : possédant la double nationalité 'strontium' et 'femto', il a participé largement aux mesures de la fréquence de la transition d'horloge entre toutes autres choses. Rodolphe Le Targat puis Xavier Baillard, sont la 'nouvelle génération' du strontium et je n'ai malheureusement pas eu l'occasion de les cotoyer très souvent à la 'cave'. Néanmoins ils ont permis une avancée extraordinaire de l'expérience

---

avec la réalisation du piège dipolaire (avec Anders bien-sûr). Je les remercie pour leurs nombreuses qualités humaines et je tiens à rendre un hommage particulier à une spécialité culinaire de Rodolphe : LE gateau au chocolat.

Cette expérience a pu progresser avec la collaboration de tous les membres de l'équipe 'Fréquences optiques' : Ouali Acef, Daniele Rovera, Jean-Jacques Zondy. Chacun a pleinement participé à un moment ou à un autre à l'avancée du projet (réalisations de laser Ti : Sa, laser femtoseconde, doublage et somme de fréquence respectivement) et les discussions que j'ai pu avoir avec chacun m'ont beaucoup apporté. Je les remercie pour leur disponibilité et leur bienveillance. Sébastien Bize, transfuge des 'Fréquences micro-ondes' a rejoint récemment cette équipe avec le développement d'une horloge à atomes de mercure. Je le remercie pour son aide, notamment lors des répétitions de la soutenance.

Les excellentes performances du laser ultra-stable sont étroitement liées aux compétences de l'équipe électronique. Un grand merci donc à Giorgio Santarelli qui dirige cette équipe et a conçu les circuits, à Michel Lours pour ses explications de l'électronique à une néophyte et ses encouragements, à Laurent Volodimer et Michel Dequin qui ont réalisé ces circuits et ce en des temps records. Associés à l'équipe électronique, ajoutons Francois Narbonneau, Grand Organisateur de séminaires externes et sans qui la vie sur le campus de l'Observatoire aurait paru bien terne (BBQ et autres pique-niques). Je lui suis extrêmement reconnaissante pour le pot de thèse qu'il a organisé avec Céline Vian. Je souhaite bonne chance à Damien Chambon pour qui les chaînes de synthèse micro-onde n'ont plus de secret et qui va maintenant visiter le pays des kangourous.

Je remercie chaleureusement Annie Gérard qui a permis de résoudre tous les problèmes de vide, du montage des enceintes aux fuites. J'ai beaucoup apprécié sa compagnie et ses discussions sur l'art (entre autres). Jean Pierre Aoustin fut également d'une aide précieuse pour arranger les pièces mécaniques en deux temps trois mouvements.

Je remercie Catherine Laurent pour toute l'aide qu'elle m'a apportée pour résoudre les casse-têtes administratifs des commandes, sans oublier Yertha Baïdomti et son sourire, Annick Bounoure, Véronique Benayoun et Christine Catala.

Merci à Pascal Blondé qui gère le réseau informatique mais pas seulement pour cela : pour ses superbes photos de volcans, pour ses 'débuggages' exprès, pour ses conseils en matière de téléphonie et d'appareils photos numériques...

Je remercie également toutes les membres du laboratoire, anciens ou fraîchement arrivés, qui m'ont aidée, soutenue, encouragée et pour les nombreuses discussions que j'ai pu avoir avec eux, qui ont participé d'une manière

---

ou d'une autre à cette thèse par des échanges fructueux ou parfois grâce à un simple sourire. Citons l'équipe 'FO1' avec Shougang Zhang (Professeur), Céline Vian plus connue sous le nom de 'petit canard jaune' qui est l'une des personnes les plus adorables que je connaisse (et serviable aussi, et la liste n'est pas exhaustive!), Peter Rosenbusch et Cipriana Mandache. Toujours dans la famille des fontaines, voici l'équipe de la fontaine double 'FO2' : je remercie Sébastien Bize (une fois de plus n'est pas de trop), Harold Marion 'Monsieur MSN' pour ses nombreuses recommandations concernant la vie de futur-ex thésitif, Yvan Sortais, Frédéric Chapelet pour son humour. Noel Dimarcq a toute ma gratitude et a toujours su trouver les mots justes pour encourager ou pour redonner espoir et optimisme quand il le fallait. Merci à Roland Barillet pour ses explications patientes en électronique et sur les subtilités des asservissements. J'associe à ces remerciements Arnaud Landragin, responsable des capteurs inertiels, dont j'ai apprécié l'humour, la sympathie et les conseils judicieux dans de nombreux domaines, Florence Yver-Leduc, David Holleville, Albin Viridis, Benjamin Canuel et Alexandre Gauguet. Franck Pereira dos Santos est responsable du gravimètre et je le remercie pour ses discussions essentielles sur la fonction de sensibilité, de même que Patrick Cheinet pour sa loquacité (mais on ne s'en lasse jamais!), Julien Le Gouët, Kasper Therkildsen et François Impens. J'ai partagé pendant quelques temps un bureau avec l'équipe 'Horloges Compactes' : je n'oublierai pas les expressions fleurant bon le terroir de Stéphane Guérandel. Je remercie Thomas Zanon ou plutôt devrais-je dire Lord Darth Resonance pour les discussions 'philosophico-culturels'. Stéphane Trémine sera mon très regretté 'voisin' d'à côté. Je souhaite une bonne continuation à Fariza Dahes. Merci également à Emeric de Clercq, à Peter Wolf et aux membres de l'équipe 'FOM' (pour fontaine mobile) : Philippe Laurent, Michel Abgrall, Jan Grünert retourné depuis en Allemagne, Ivan Maksimovic et Christian Jentsch. Citons aussi Jean-Yves Richard pour sa convivialité reconnue de tous, Pierre Uhrich, David Valat, Joseph Ashkar, Ihsan Ibn Taieb, François Taris et Philippe Merck.

Ce travail de thèse n'aurait pas pu s'effectuer dans d'aussi bonnes conditions si l'Observatoire de Paris et l'ex-BNM n'en avait pas financé une partie.

Il y a encore trois personnes que je tiens à remercier : Merci à Sylvaine pour m'avoir orientée et encouragée dans cette voie, merci à Gaëlle pour ses délicieux thés à la menthe et les soirées à papoter sur la vie ... et le reste, et surtout merci à ma mère, dont le courage, la dignité et la tenacité dans les situations difficiles que nous avons traversées ont toujours été un exemple à suivre pour moi.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités sur les étalons de fréquence optique</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 La stabilité . . . . .	6
1.3 L'exactitude . . . . .	7
1.4 Les horloges à ions piégés . . . . .	8
1.4.1 Principe . . . . .	8
1.4.2 L'ion $^{199}\text{Hg}^+$ . . . . .	10
1.4.3 Performances et limitations . . . . .	12
1.5 Les horloges à atomes neutres . . . . .	13
1.5.1 Principe . . . . .	13
1.5.2 Performances et limitations . . . . .	15
1.6 Vers une horloge optique à atomes piégés ? . . . . .	15
1.6.1 La longueur d'onde magique . . . . .	16
1.6.2 Performances envisagées . . . . .	20
1.7 Conclusion . . . . .	20
<b>2 Stabilité d'un étalon de fréquence optique et effet Dick</b>	<b>21</b>
2.1 Introduction . . . . .	21
2.2 Définition de l'effet Dick . . . . .	22
2.3 Cas d'une horloge optique à atomes neutres libres . . . . .	24
2.3.1 Matrice d'interaction . . . . .	24
2.3.2 Description de l'interféromètre Ramsey-Bordé . . . . .	27
2.3.3 Fonction de sensibilité dans le cas d'une interrogation de type Ramsey-Bordé . . . . .	29
2.3.4 Expression des coefficients de Fourier . . . . .	33
2.3.5 Evaluation de l'effet Dick pour un bruit blanc de fréquence	34
2.3.6 Evaluation de l'effet Dick pour différents oscillateurs	35
2.4 Cas d'une horloge optique à atomes neutres piégés . . . . .	42
2.4.1 Interrogation de type Ramsey . . . . .	42

2.4.2	Interrogation avec une impulsion Rabi . . . . .	46
2.5	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Réalisation d'une diode laser ultra-stable</b>	<b>53</b>
3.1	Introduction . . . . .	53
3.2	La technique de Pound Drever Hall . . . . .	54
3.2.1	Principe . . . . .	54
3.2.2	Le signal d'erreur . . . . .	57
3.3	Sources de bruit du système . . . . .	58
3.3.1	La référence . . . . .	59
3.3.2	Le laser . . . . .	61
3.3.3	Bruits liés au montage expérimental . . . . .	61
3.4	Asservissement du laser . . . . .	63
3.4.1	Principe de l'asservissement . . . . .	63
3.4.2	La cavité Fabry-Perot . . . . .	63
3.4.3	Le laser et le banc optique . . . . .	68
3.4.4	Le montage électronique . . . . .	74
3.4.5	Conclusion . . . . .	77
3.5	Spectre de bruit de fréquence du laser . . . . .	80
3.5.1	La deuxième cavité Fabry-Perot . . . . .	80
3.5.2	Mesure du spectre de bruit de fréquence . . . . .	81
3.5.3	Evaluation des vibrations . . . . .	83
3.6	Conclusion . . . . .	88
<b>4</b>	<b>Vers une horloge optique à atomes froids de strontium : la source d'atomes froids</b>	<b>89</b>
4.1	Introduction . . . . .	89
4.2	La source laser à 461 nm . . . . .	90
4.2.1	La somme de fréquence . . . . .	92
4.2.2	Le doublage de fréquence . . . . .	98
4.3	Le ralentisseur Zeeman . . . . .	99
4.3.1	Principe du ralentisseur . . . . .	101
4.3.2	Description générale . . . . .	103
4.3.3	Performances du ralentisseur . . . . .	103
4.4	Le piège magnéto-optique . . . . .	104
4.4.1	Description générale . . . . .	104
4.4.2	La dynamique du PMO . . . . .	105
4.5	Conclusion . . . . .	109

<b>5</b>	<b>Mesure de la transition fortement interdite <math>^1S_0 \rightarrow ^3P_0</math> du strontium</b>	<b>111</b>
5.1	Introduction . . . . .	111
5.2	Dispositif expérimental . . . . .	111
5.2.1	Le verrouillage en phase . . . . .	112
5.2.2	Le laser femtoseconde . . . . .	113
5.3	Mesure indirecte de la transition $^1S_0$ - $^3P_0$ . . . . .	116
5.3.1	La mesure de la transition $^1S_0$ - $^3P_1$ . . . . .	119
5.3.2	La mesure de la transition $^3P_1$ - $^3S_1$ . . . . .	123
5.3.3	La mesure de la transition $^3P_0$ - $^3S_1$ . . . . .	129
5.3.4	Conclusion . . . . .	137
5.4	Mesure directe de la transition $^1S_0$ - $^3P_0$ . . . . .	139
5.5	Conclusion . . . . .	145
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>145</b>
<b>A</b>	<b>Compléments du chapitre 2</b>	<b>151</b>
A.1	Interrogation de Ramsey-Bordé . . . . .	152
A.1.1	Effet Dick évalué en fonction de la fréquence de cycle et du rapport cyclique . . . . .	152
A.1.2	Effet Dick calculé en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle $f_c$ . . . . .	152
A.2	Interrogation de Ramsey . . . . .	155
A.2.1	Effet Dick calculé en fonction du rapport cyclique $d$ et de la fréquence de cycle $f_c$ . . . . .	155
A.2.2	Effet Dick calculé en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle $f_c$ . . . . .	155
A.3	Interrogation de Rabi . . . . .	155
<b>B</b>	<b>Compléments du chapitre 3</b>	<b>161</b>
B.1	Rappels sur l'interféromètre Fabry-Perot . . . . .	161
B.1.1	Présentation . . . . .	161
B.1.2	Calcul du champ transmis par la cavité et Fonction d'Airy . . . . .	162
B.1.3	Fonction de transfert du PF . . . . .	163
B.2	Comparaison des deux cavités Fabry-Perot . . . . .	168
<b>C</b>	<b>Rappels d'optique non linéaire</b>	<b>169</b>
C.1	Introduction . . . . .	169
C.2	Equations de propagation dans un milieu non linéaire . . . . .	169
C.3	Conditions d'accord de phase . . . . .	170
C.4	Quasi-accord de phase . . . . .	172

**Bibliographie**

**175**

# Introduction

La seconde est l'unité SI réalisée à l'heure actuelle de la façon la plus exacte grâce aux fontaines atomiques, avec une incertitude relative inférieure à  $10^{-15}$  [1]. Cependant, ces horloges ont déjà presque atteint leur stabilité et leur exactitude ultimes. Leur stabilité est limitée par le bruit quantique de détection à  $\sim 10^{-14}\tau^{-1/2}$  et leur exactitude  $\sim 6-7 \times 10^{-16}$  est à un ordre de grandeur de leur limite pressentie [1]). Elles sont principalement limitées par le facteur de qualité atomique  $Q$  de la transition d'horloge de l'ordre de  $10^{10}$ . Pour augmenter ce facteur de qualité atomique, une possibilité consisterait à accroître le temps d'interrogation des atomes : le projet européen ACES prévoit la construction d'une horloge à atomes froids dans l'espace et l'étude des performances ultimes dans cet environnement [2]. Une alternative est de réaliser une horloge basée sur une transition atomique dans le domaine optique, le gain sur le facteur de qualité atomique étant alors de plusieurs ordres de grandeur : par exemple pour la transition d'horloge de l'ion  $^{199}\text{Hg}^+$ , le facteur de qualité atomique mesuré est de l'ordre de  $10^{14}$  [3].

L'idée de construire des horloges dans le domaine optique a été envisagée au cours des années 70 avec le développement des pièges à ions [4]. Une difficulté majeure résidait dans la conversion des fréquences optiques vers le domaine micro-onde par l'intermédiaire de chaînes de fréquence extrêmement complexes et peu souples d'utilisation [5–10]. Ce problème n'a pu être résolu que très récemment avec la mise au point de chaînes de fréquence basées sur des lasers femtosecondes performants [11]. Par ailleurs, les progrès concernant la manipulation d'atomes froids et l'interférométrie atomique développées dans les années 80, ont permis de concevoir des horloges optiques à atomes neutres : les premiers projets ont vu le jour dans les années 90. Ces deux types d'étalons de fréquence optique (à ion piégé et à atomes neutres) sont toujours en cours de développement et sont présentés dans le chapitre 1 de ce mémoire.

Les horloges à ion unique piégé bénéficient du fait que l'ion se trouve dans le régime de Lamb-Dicke [12], dans lequel ses degrés de libertés externes sont sous contrôle. L'exactitude attendue devrait être inférieure à  $10^{-16}$  en valeur relative. Actuellement, l'exactitude est limitée à quelques  $10^{-15}$ , notamment

du fait des effets résiduels du piège [3], mais devrait être améliorée. La stabilité est de quelques  $10^{-15}\tau^{-1/2}$ . Néanmoins, les horloges à ions ont déjà atteint la limite quantique à cause de leur rapport signal à bruit qui est au mieux 1 par cycle de fonctionnement de l'horloge.

Les horloges optiques à atomes neutres ont un rapport signal à bruit élevé grâce au nombre important d'atomes participant au signal d'horloge. De ce fait, leur limite quantique se trouve au niveau de  $10^{-17} - 10^{-18}$  à 1 seconde. La stabilité actuelle de ces horloges (par exemple celles à atomes de Ca de la PTB et du NIST) est de quelques  $10^{-15}\tau^{-1/2}$ , dégradée par le bruit de l'oscillateur local. L'exactitude, quant à elle, est de l'ordre de  $10^{-14}$  limitée avant tout par l'effet Doppler du premier ordre.

Pour contrôler le mouvement des atomes, il faudrait les confiner dans un piège dipolaire et leur faire atteindre le régime Lamb-Dicke. Ce piège dipolaire peut cependant induire des déplacements de la fréquence d'horloge et détériorer de façon drastique l'exactitude. Une étude menée par H. Katori a montré qu'il existe sous certaines conditions, une longueur d'onde particulière du piège dipolaire, pour laquelle les déplacements lumineux des niveaux de la transition se compensent parfaitement au premier ordre [13]. Cette nouvelle approche permettrait de combiner les avantages des horloges optiques à ion unique piégé et à atomes neutres.

Ce type d'horloges ouvre des perspectives très intéressantes en physique. Leurs performances pourraient atteindre un niveau inégalé et permettre ainsi une compréhension plus approfondie de notre univers : par exemple ces horloges pourraient être utilisées pour des tests de relativité en apportant leur concours aux détecteurs d'ondes gravitationnelles comme LISA [14], ou encore pour des tests du principe d'équivalence...

Dans un premier temps cependant, du fait de leur fonctionnement pulsé, la stabilité de ces horloges sera dégradée par le bruit de l'oscillateur local aux basses fréquences. Cet effet, connu sous le nom d'effet Dick résulte de la conversion par échantillonnage du bruit haute fréquence de l'oscillateur local vers les basses fréquences. Cette dégradation est étudiée dans le chapitre 2 et l'on montre qu'elle peut être limitée d'une part en optimisant la séquence temporelle du cycle d'horloge et d'autre part en utilisant comme oscillateur local un laser de grande pureté spectrale : on peut alors atteindre une stabilité de quelques  $10^{-16}\tau^{-1/2}$  ou mieux. La réalisation d'un tel laser est décrite dans le chapitre 3.

Le projet de la construction d'un étalon de fréquence optique utilisant l'atome de strontium au SYRTE a débuté en 1999 et s'oriente désormais vers une horloge optique à atomes piégés. Parmi les arguments en faveur du choix du strontium, il y a le fait que celui-ci possède de nombreuses transitions d'horloge potentielles : la transition dipolaire électrique  $^1S_0-^3P_0$  à 698 nm,

---

la  $^1S_0$ - $^3P_2$  quadrupolaire magnétique à 671 nm ou encore la transition à deux photons  $^1S_0$ - $^1D_2$  à  $(2\times)993$  nm. De plus, les sources lasers utilisées pour refroidir, piéger et interroger les atomes sont relativement simples à mettre en oeuvre, puisqu'il s'agit de diodes lasers ou de lasers à solide. La source d'atomes froids de strontium, qui est un des éléments déterminants de l'horloge, est présentée dans le chapitre 4.

La transition d'horloge compatible avec la proposition de H. Katori est la transition fortement interdite  $^1S_0$ - $^3P_0$  du strontium. Elle est faiblement permise par couplage hyperfin pour le  $^{87}\text{Sr}$  ( $I = 9/2$ ) et sa largeur naturelle est 1 mHz. Le chapitre 5 décrit la stratégie mise en place pour détecter et observer cette transition. Une mesure de fréquence indirecte a été au préalable nécessaire et a permis de compléter les données spectroscopiques du strontium.



# Chapitre 1

## Généralités sur les étalons de fréquence optique

### 1.1 Introduction

Les performances des étalons de fréquence micro-onde se sont considérablement améliorées au cours de ces dix dernières années. En particulier, les fontaines à atomes de césium présentent désormais une stabilité relative en fréquence de  $1.6 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  et une exactitude de  $\pm 6.5 \times 10^{-16}$  [1] contre  $1.1 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  et  $1.1 \times 10^{-15}$  il y a cinq ans [15]. Néanmoins, les fontaines à césium ont presque atteint la limite quantique en ce qui concerne leur stabilité relative en fréquence et il semble peu probable par la suite que l'on puisse gagner des ordres de grandeurs sur leurs performances : augmenter le nombre d'atomes participant au signal d'horloge pourrait être une solution mais le bénéfice qu'il en résulterait pour la stabilité se ferait au détriment de l'exactitude, et ce à cause des collisions froides [16]. Un des intérêts de construire des étalons de fréquence optique réside dans le fait que les transitions d'horloge potentielles possèdent un facteur de qualité atomique  $Q$  très élevé (entre  $10^{12}$  et  $10^{19}$  selon les espèces atomiques et la transition envisagée), et par conséquent la limite quantique pour la stabilité se trouverait autour de  $10^{-17}$  à 1 s pour les transitions les plus étroites (et pour des horloges à atomes neutres).

Nous allons présenter dans ce chapitre deux types d'étalons de fréquence optique : les horloges à ion unique piégé et les horloges à atomes neutres. Dans ce dernier cas, de récentes évolutions ont permis d'envisager d'interroger des atomes neutres piégés combinant ainsi les avantages des deux types d'étalons de fréquence [13].

## 1.2 La stabilité

La **stabilité** relative en fréquence de l'étalon de fréquence est sa capacité à délivrer la même fréquence au cours du temps. Elle s'exprime généralement au moyen de la variance d'Allan. Les échantillons du signal  $y(t)$  notés  $y_k$  sont donnés par :

$$y_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt \quad (1.1)$$

où  $\tau = t_{k+1} - t_k$  est le temps de mesure. La variance d'Allan est alors définie par [17] :

$$\sigma_y^2(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (y_{k+1} - y_k)^2 \quad (1.2)$$

De façon générale, la stabilité d'un étalon de fréquence est donnée par la relation suivante, en supposant que le dispositif est dominé par du bruit blanc de fréquence :

$$\boxed{\sigma_y(\tau) = \frac{\eta}{QS/N} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}} \quad (1.3)$$

où  $S/N$  est le rapport signal à bruit sur un cycle d'horloge de durée  $T_c$ ,  $\eta$  est un facteur de l'ordre de l'unité qui tient compte de la forme de la résonance : en particulier on montre que  $\eta = 2/\pi$  pour une interrogation atomique de type Ramsey-Bordé et  $\eta = 1/\pi$  pour une interrogation de type Ramsey.  $Q$ , le facteur de qualité atomique vaut  $\nu_0/\delta\nu_0$  : il est défini comme le rapport de la fréquence de la transition atomique  $\nu_0$  sur sa largeur de raie à mi-hauteur  $\delta\nu_0$ . La largeur ultime de  $\delta\nu_0$  est la largeur naturelle de la transition mais elle est généralement élargie sous l'effet de diverses contraintes expérimentales comme le temps et le type d'interrogation des atomes. Pour accroître  $Q$ , une possibilité consisterait à changer le domaine d'interrogation des atomes, autrement dit interroger des atomes présentant une transition étroite dans le domaine optique comme c'est le cas pour les atomes de strontium, calcium, magnésium, ytterbium, argent et mercure [18–22].

La limite ultime de stabilité pour un étalon de fréquence atomique est le bruit de projection quantique [23, 24]. En effet, le système atomique est décrit par une superposition des états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  respectivement l'état fondamental et l'état excité de la transition atomique (voir figure 1.1), soit  $|\psi\rangle = c_f|f\rangle + c_e|e\rangle$  : la probabilité du système de se trouver dans l'état  $|f\rangle$  (respectivement  $|e\rangle$ ) est donnée par  $|c_f|^2$  (respectivement  $|c_e|^2$ ) telle que

$|c_f|^2 + |c_e|^2 = 1$ . On ne peut prédire avec certitude à l'issue de l'interrogation dans quel état sera détecté le système [23]. Dans ce cas, la dispersion sur la mesure de la probabilité de transition atomique est décrite par une loi binomiale telle que  $S/N = \sqrt{N}$  où  $N$  est le nombre d'atomes participant au signal d'horloge.

Outre le bruit de projection quantique, il existe d'autres types de bruits techniques pouvant limiter la stabilité de l'horloge : bruits de l'électronique, du laser de détection ou de l'oscillateur local [24]. En particulier, nous nous intéresserons à l'effet Dick lié aux fluctuations de fréquence de l'oscillateur local qui sera traité en détail dans le chapitre 2. Nous pouvons d'ores et déjà signaler que cet effet Dick sera la principale limitation aux performances d'une horloge optique à atomes neutres : en effet le bruit de projection quantique ultime se situe autour de  $10^{-18}$  à 1 s ( avec  $N \sim 10^4$  et  $Q \sim 10^{16}$ ) alors que l'effet Dick est de l'ordre de  $10^{-16}\tau^{-1/2}$  après optimisation de certains paramètres expérimentaux et pour un oscillateur local présentant un spectre de bruit de fréquence donné dans le chapitre 2 (voir figure II.2.7 courbe (a)). Précisons également que l'effet Dick a longtemps limité la stabilité des fontaines à césium à  $10^{-13}\tau^{-1/2}$  avant l'utilisation d'oscillateurs cryogéniques qui ont permis d'atteindre  $10^{-14}$  à 1 s.

## 1.3 L'exactitude

La fréquence  $\nu_{OL}$ , délivrée par l'oscillateur local (noté OL) asservi sur une transition atomique (voir figure 1.1), peut se mettre sous la forme suivante :

$$\nu_{OL} = \nu_0[1 + \varepsilon + y(t)] \quad (1.4)$$

où  $\nu_0$  est la fréquence atomique de référence,  $\varepsilon$  représente les déplacements systématiques de fréquence relative et  $y(t)$ , les fluctuations de fréquence relative.

Les déplacements de fréquence systématiques sont dûs aux perturbations qui affectent l'atome au cours de l'interrogation. Il peut s'agir de l'effet Zeeman, de l'effet du rayonnement du corps noir, de l'effet Doppler du premier et second ordre, des déplacements collisionnels etc... La liste n'est pas exhaustive. Dans le cas des fontaines micro-ondes, des études détaillées sur ces effets sont développées notamment dans les références [25–29]. On définit alors l'**exactitude** comme l'incertitude sur la connaissance de tous ces effets systématiques. Le tableau 1.1 présente, comme exemple, un budget d'exactitude pour la fontaine FO2 réalisée dans notre laboratoire. Il faut

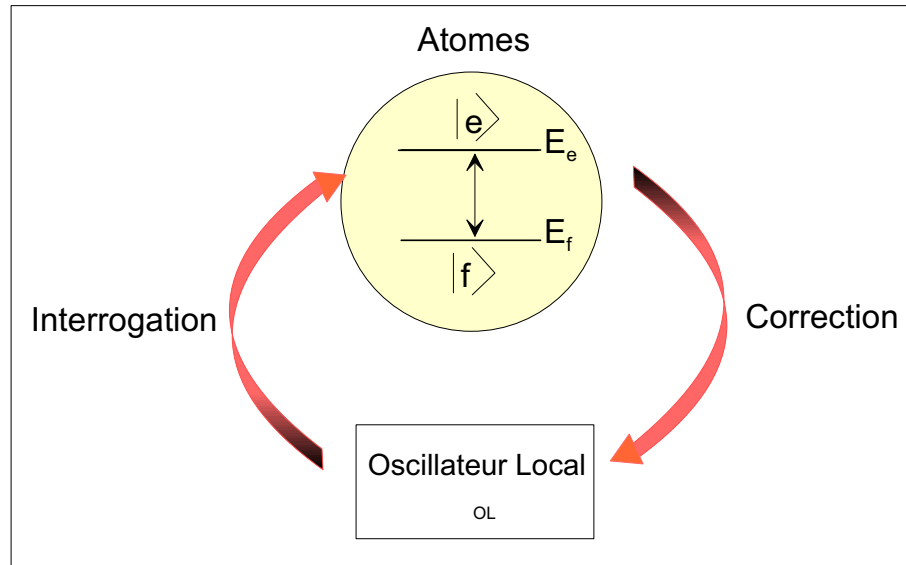


FIG. 1.1 – *Principe d'un étalon de fréquence passif : l'oscillateur local interroge la transition atomique. La différence entre  $\nu_0 = \frac{E_e - E_f}{h}$  et  $\nu_{OL}$  permet de corriger la fréquence de l'oscillateur local.*

souligner que, à l'exception de l'effet Doppler du premier ordre, les effets qui déplacent la fréquence d'horloge ne dépendent pas de la transition atomique envisagée : en particulier pour une horloge optique, ces déplacements de fréquence relative liés à l'environnement sont, au mieux dans le rapport  $\nu_{Cs}/\nu_{opt}$ , plus petits que dans le cas des horloges micro-onde (avec  $\nu_{Cs}$  fréquence de la transition micro-onde et  $\nu_{opt}$  celle de la transition optique). En revanche l'effet Doppler du premier ordre dépend linéairement de la transition d'horloge et par conséquent, passer du domaine micro-onde au domaine optique ne permet pas de négliger ce déplacement en terme de fréquence relative comme ce pourrait être le cas pour les autres effets.

## 1.4 Les horloges à ions piégés

### 1.4.1 Principe

Comme nous l'avons vu précédemment, une alternative pour augmenter le facteur de qualité atomique est d'accroître le temps d'interaction et pour cela, une solution consisterait à piéger les atomes. Historiquement, il a été plus facile de piéger des ions [4], grâce à leur charge électrique, dans un piège électrique et/ou magnétique, que des atomes neutres. Pour un piège radiofréquence de type Paul par exemple, un potentiel quadrupolaire har-

Effets	( $\times 10^{-16}$ ) FO2
Spectre et fuites micro-onde	$< 4.3$
Effet Doppler du premier ordre	$< 3$
Rayonnement du corps noir	$-168.2 \pm 2.5$
Collisions froides et <i>cavity pulling</i>	$-375 \pm 2.0$
Effet de recul	$< 1.4$
Déplacement Ramsey et Rabi	$< 1$
Collisions avec le gaz résiduel	$< 1$
Effet Zeeman quadratique	$1927.3 \pm 0.3$
Effet Doppler du second ordre	$< 0.08$
Incertitude totale	$\pm 6.5$

TAB. 1.1 – *Budget des déplacements de fréquence relative pour FO2 en fonctionnement césium [30]. Les deux effets les plus importants limitant l’exactitude sont les fuites micro-onde de la cavité et l’effet Doppler du premier ordre.*

monique dans les trois directions de l’espace et modulé à une fréquence RF est généré par des électrodes. La profondeur d’un piège est typiquement de quelques  $10^4$  K. La trajectoire d’un ion est décrite par une superposition d’un mouvement séculaire (lentement variable) et d’un mouvement micrométrique à la fréquence RF. Il est possible de piéger un grand nombre d’ions dans le piège même si ce nombre est limité par la charge d’espace (typiquement de l’ordre de  $10^5$  ions) néanmoins seuls quelques ions se trouvent au centre du piège où le potentiel s’annule et par conséquent pour que les effets du piège (effet Stark) et l’effet Doppler du premier ordre ne limitent pas l’exactitude de l’horloge à  $\sim 10^{-12}$  [31], on préfère piéger un ion unique.

Par ailleurs, le refroidissement laser de l’ion unique nous permet d’une part d’atteindre des temps de confinement extrêmement longs (quelques mois [3]) et d’autre part de réduire l’effet Doppler du second ordre afin de le rendre négligeable : plusieurs techniques de refroidissement ont été élaborées et on peut citer par exemple le refroidissement par bandes latérales [32]. De plus, avec le refroidissement de l’ion unique piégé, on peut atteindre le régime de Lamb-Dicke [12, 33]. Dans ce régime particulier, l’amplitude du mouvement de vibration de l’ion dans le piège est plus petite que la longueur d’onde utilisée pour sonder l’ion et dans ce cas, l’effet Doppler du premier ordre est discrétisé.

Le schéma général des niveaux des ions utilisés dans les étalons de fréquence optique est présenté sur la figure 1.2(a). On voit qu’il est possible de refroidir ces ions sur la transition dipolaire électrique également em-

ployée pour la détection optique de l'ion grâce à la fluorescence de résonance : si un deuxième laser excite l'ion vers l'état métastable de la transition d'horloge, la fluorescence disparaît et chaque excitation peut être détectée de cette façon (*electron shelving*) avec une efficacité proche de 100% comme une période noire de la fluorescence [34](voir figure 1.2(b)).

De nombreux ions sont d'éventuels candidats pour l'élaboration d'étalons de fréquence optique : par exemple l'ion  $^{171}\text{Yb}^+$  [36–38], l'ion  $^{199}\text{Hg}^+$  [3, 39–41], l'ion  $^{88}\text{Sr}^+$  [42, 43], l'ion  $^{115}\text{In}^+$  [44] ou encore l'ion  $^{43}\text{Ca}^+$  [45] pour ne citer qu'eux.

### 1.4.2 L'ion $^{199}\text{Hg}^+$

Nous allons maintenant nous intéresser plus en détail à l'étalon de fréquence utilisant l'ion  $^{199}\text{Hg}^+$  du NIST qui montre des performances remarquables : une stabilité de  $7 \times 10^{-15}$  à 1s [46] et une exactitude inférieure à  $10^{-14}$  limitée essentiellement par le déplacement quadrupolaire du niveau  $^2\text{D}_{5/2}$ . La transition d'horloge est la transition quadrupolaire électrique  $^2\text{S}_{1/2}(F = 0, m_F = 0) - ^2\text{D}_{5/2}(F = 2, m_F = 0)$  à 282 nm. Sa largeur naturelle est de 2Hz (voir figure 1.3). Elle est interrogée par un laser à colorant à 563 nm, doublé en fréquence, et stabilisé par la technique de Pound-Drever-Hall (voir chapitre 3) sur une cavité Fabry-Pérot de grande finesse ( $F=200\ 000$ ). La largeur de raie du laser est de 0.2 Hz [47]. La transition  $^2\text{S}_{1/2}(F = 1) - ^2\text{P}_{1/2}(F = 0)$  est utilisée pour le refroidissement laser et la transition  $^2\text{S}_{1/2}(F = 0) - ^2\text{P}_{1/2}(F = 1)$  sert repomper les ions vers le niveau  $^2\text{S}_{1/2}(F = 1)$ . Un ion unique est confiné dans un piège de Paul cryogénique pour augmenter sa durée de vie dans le piège qui est limitée par les effets d'échange de charge avec les atomes d'hydrogène résiduels. Sous ces conditions, l'ion  $^{199}\text{Hg}^+$  peut être piégé de façon continue pendant une durée dépassant 100 jours.

La séquence temporelle est la suivante : l'ion est refroidi par laser pendant 50 ms, puis il est préparé dans l'état  $^2\text{S}_{1/2}(F = 0)$  grâce au pompage optique pendant 25 ms. Il est enfin interrogé par un laser à 282 nm sur la transition  $^2\text{S}_{1/2}(F = 0, m_F = 0) - ^2\text{D}_{5/2}(F = 2, m_F = 0)$  pendant des périodes de 10 à 120 ms. Enfin la détection s'effectue pendant 20 ms. L'interrogation et la détection de l'ion s'appuie sur la méthode dite *electron shelving*. Grâce aux sauts quantiques observés, on en déduit le profil de la transition en effectuant plusieurs cycles de mesures pour différentes fréquences du laser d'interrogation : une largeur de raie de 6.5 Hz pour un temps d'interrogation de 120 ms a pu être détectée ce qui correspond à un

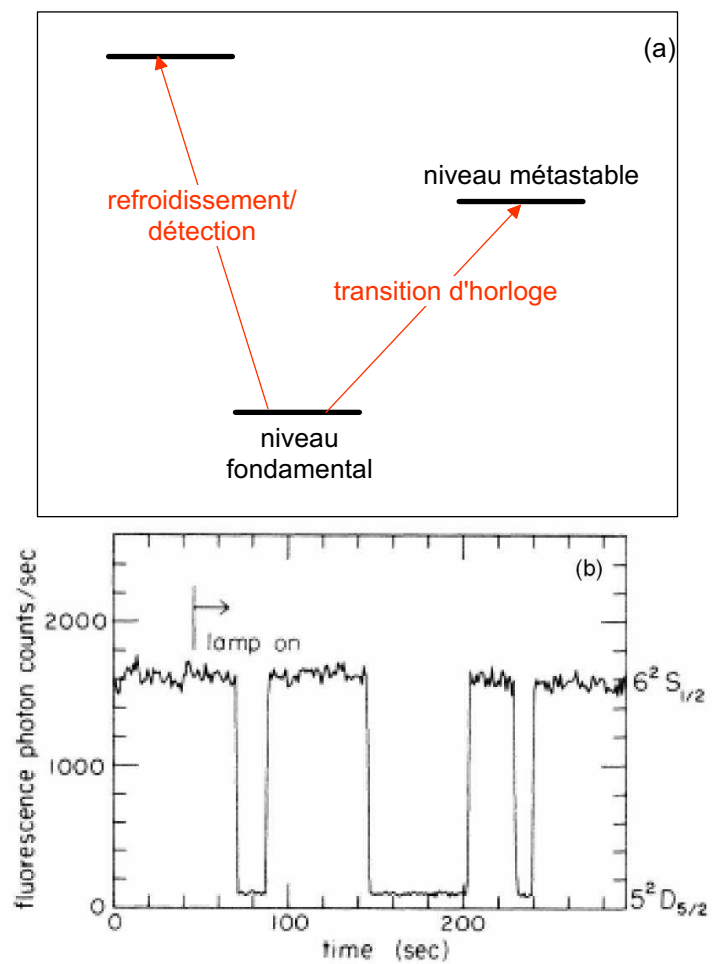


FIG. 1.2 – En (a), schéma général des niveaux des ions utilisés dans les étalons de fréquences. En (b), observation de sauts quantiques pour un ion  $Ba^+$  publiée par W. Nagourney dans la référence [35].

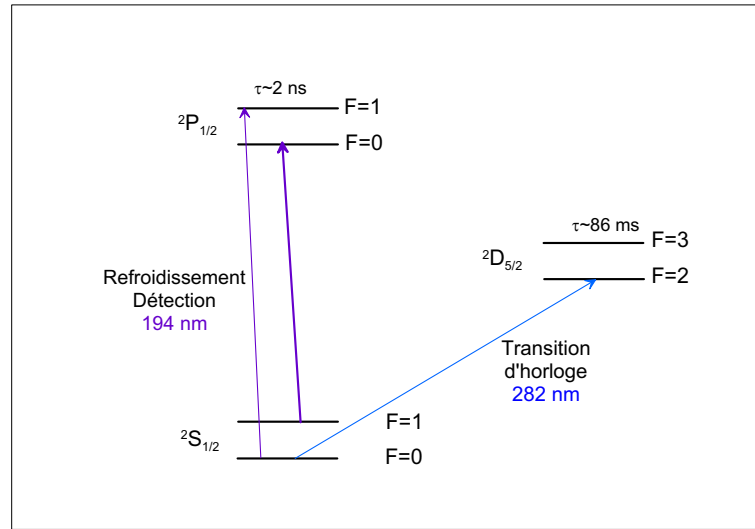


FIG. 1.3 – Schéma des niveaux de l'ion  $^{199}\text{Hg}^+$  intervenant dans la réalisation de l'étalon de fréquence .

facteur de qualité atomique de  $1.6 \times 10^{14}$  (le facteur de qualité ultime de cette transition est de  $5 \times 10^{14}$ ).

La fréquence du laser d'interrogation (ou oscillateur local) est mesurée grâce à un laser femtoseconde avec un taux de répétition de 1 GHz (voir chapitre 5). Ce laser femtoseconde permet de diviser la fréquence mesurée dans le domaine micro-onde et dans ce cas elle peut-être enregistrée par un compteur [48].

### 1.4.3 Performances et limitations

Rappelons que la stabilité de l'étalon de fréquence à ion  $^{199}\text{Hg}^+$  unique et piégé est de  $7 \times 10^{-15}$  à 1 s. La limite ultime est donnée par le bruit de projection quantique de  $1 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ . D'après la relation 1.3, on voit que la principale limitation de ce type d'étalon est le rapport signal à bruit qui est au mieux l'unité. On constate qu'on peut difficilement améliorer la stabilité d'une telle horloge à ion piégé. Précisons par ailleurs que le bruit du laser d'interrogation intervient également dans le bruit de projection quantique par l'intermédiaire de sa largeur de raie qui limite la largeur de la transition mesurée.

En revanche, avec un ion unique, l'exactitude n'est limitée que par le décalage quadrupolaire électrique qui est de l'ordre de  $10^{-15}$ . Tous les autres effets, comme l'effet Doppler du second ordre, l'effet Zeeman quadratique et l'effet Stark peuvent être contrôlés au niveau de  $10^{-18}$  à 4 K, température

du piège cryogénique.

## 1.5 Les horloges à atomes neutres

Des étalons de fréquence optique sont actuellement en cours de développement (Sr [18,49], Yb [21], Ca [19], Mg [20], Ag [22]) et de nombreuses équipes travaillent avec des atomes de la famille des alcalino-terreux (Ca, Mg, Sr) ou présentant une structure atomique semblable (Yb, Hg). Ces atomes ont l'avantage de posséder une ou plusieurs transitions d'horloge potentielles étroites dans le domaine optique. En 2001, la proposition énoncée par Katori [13], et détaillée dans les paragraphes suivants, a introduit une nouvelle approche dans la conception des étalons de fréquence optique à atomes neutres et la plupart des projets s'orientent désormais dans cette direction.

### 1.5.1 Principe

Nous allons nous appuyer essentiellement dans ce paragraphe sur les références [19] et [20] qui décrivent des évaluations préliminaires d'étalons de fréquence optique basés sur des atomes de Ca et Mg respectivement. La première étape de la conception d'un tel étalon de fréquence consiste à refroidir des atomes à partir d'un jet atomique thermique et à les piéger dans un piège magnéto-optique (PMO) afin d'atteindre des températures de l'ordre du mK. Le refroidissement et le piégeage sont réalisés sur la transition cyclante  $^1S_0$ - $^1P_1$ . Le tableau 1.2 résume quelques caractéristiques de ce refroidissement telles que la largeur de la transition ou la source laser employée, pour différents atomes. Pour donner quelques valeurs de paramètres significatifs, environ  $5 \times 10^6$  atomes de calcium sont chargés dans le PMO en 25 ms par l'équipe du NIST de L. Hollberg [50]. Le niveau fondamental ne possède pas de structure hyperfine et de ce fait il est impossible de procéder à un refroidissement de type Sisyphe pour atteindre des températures sub-Doppler. Ainsi selon les expériences, il peut exister une deuxième étape de refroidissement qui s'effectue sur la transition d'intercombinaison  $^1S_0$ - $^3P_1$  pour permettre d'atteindre des températures de l'ordre d'une dizaine de  $\mu$ K en quelques dizaines de ms. Pour le Ca ou le Mg, on utilise la technique de *quench cooling* pour optimiser cette deuxième étape de refroidissement car la largeur de la transition d'intercombinaison est trop étroite (quelques centaines de Hz) pour refroidir directement des atomes ayant une distribution de vitesse correspondant à une température initiale du mK [51].

Les atomes sont interrogés sur la transition d'intercombinaison  $^1S_0$ - $^3P_1$  par interférométrie atomique grâce à un laser ultra-stable (voir chapitre 3), une fois les champs extérieurs éteints (lasers du PMO et gradient de champ

CHAPITRE 1. GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉTALONS DE  
FRÉQUENCE OPTIQUE

Atomes	$\lambda$	$\Gamma/2\pi$	Laser	Cristal	Puissance
$^{24}\text{Mg}$	285 nm	80 MHz	Laser à colorant	BBO	40 mW [20]
$^{40}\text{Ca}$	423 nm	35 MHz	Ti :Sa		500 mW [19]
$^{87}\text{Sr}$	461 nm	32 MHz	MOPA à 922 nm	PPKTP	240 mW [52]
$^{171}\text{Yb}$	399 nm	28 MHz	Diode laser violet	-	30 mW [53]

TAB. 1.2 – Sources lasers utilisées pour refroidir les atomes sur la transition cyclante  $^1S_0$ - $^1P_1$ . La plupart de ces sources lasers s'appuient sur le principe d'un doublage de fréquence dans un cristal non linéaire. Soulignons toutefois qu'une source à 461 nm pour l'expérience strontium a été réalisée à partir d'une somme de fréquence décrite dans le chapitre 4. Précisons aussi que l'atome Yb, bien que n'étant pas un alcalino-terreux comme le Ca, Mg ou Sr présente une structure atomique similaire.

magnétique). L'interférométrie atomique est nécessaire pour s'affranchir de l'élargissement Doppler résiduel. La géométrie la plus couramment utilisée pour l'interrogation des atomes est celle de Ramsey-Bordé [54] dans le domaine temporel : les atomes subissent une séquence d'impulsions laser issues de deux paires de faisceaux contra-propageants qui vont séparer puis recombiner les paquets d'ondes ce qui conduit à des franges d'interférences atomiques (voir figure 1.4). A chaque impulsion laser, la phase de celui-ci est imprimée au paquet d'onde. En tenant compte de l'effet de recul, il en résulte un déphasage global  $\Phi$  accumulé par les paquets d'ondes dont va dépendre la probabilité de transition atomique mesurée à la sortie de l'interféromètre par la technique dite *electron shelving* :

$$\Phi = 2T(\Delta \pm \omega_R) + (\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_4 - \varphi_3) \quad (1.5)$$

avec  $T$  la durée entre deux impulsions copropageantes,  $\Delta$  le désaccord du laser par rapport à la résonance atomique,  $\omega_R$  la fréquence angulaire de recul et  $\varphi_i$  la phase du laser à l'interaction  $i$ . Dans le cas idéal où l'alignement des lasers est parfait, ces différences de phases  $\varphi_k - \varphi_i$  s'annulent. Expérimentalement, ce n'est pas le cas : les atomes en chute libre ne voient pas la même phase à chaque impulsion, à cause, par exemple, de défauts de fronts d'onde laser, de l'expansion thermique du nuage atomique ou encore à cause des sauts de phase que peuvent produire les modulateurs acousto-optiques qui génèrent les impulsions. La séquence temporelle utilisée par le groupe du NIST est la suivante : les impulsions laser ont une durée de 1-2  $\mu\text{s}$  et  $T$  est de l'ordre de quelques centaines de  $\mu\text{s}$  ce qui permet d'atteindre une résolution meilleure que le kHz.

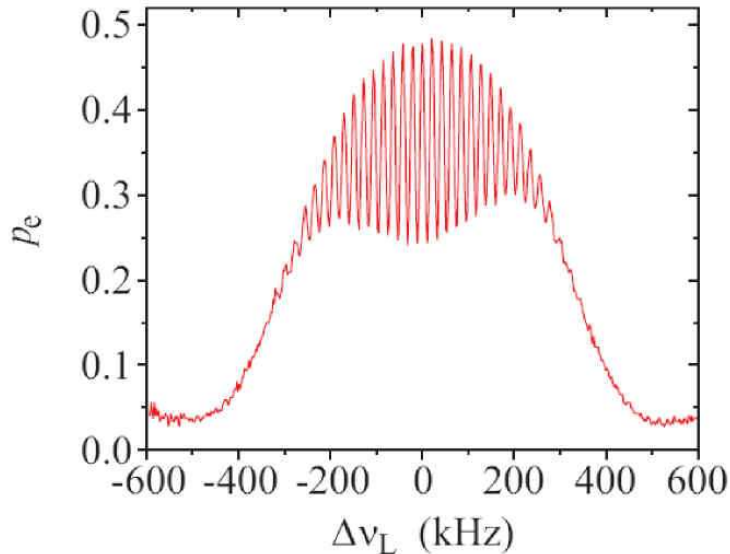


FIG. 1.4 – *Franges obtenues par interrogation de Ramsey-Bordé du calcium développée au NIST [19].*

### 1.5.2 Performances et limitations

La stabilité de tels étalons de fréquence optique est de l'ordre de  $10^{-14}\tau^{-1/2}$  [19]. Elle est principalement limitée par l'effet Dick qui est dû à la conversion du bruit haute fréquence du laser interrogeant les atomes vers les basses fréquences par un effet d'échantillonnage à la fréquence de cycle de l'horloge. Les séquences temporelles du cycle d'horloge doivent nécessairement être optimisées pour réduire cet effet comme nous le verrons dans le chapitre 2.

L'exactitude relative est de  $1.2 \times 10^{-14}$  et une des principales contributions au budget des incertitudes est due à l'effet Doppler du premier ordre car les atomes interrogés sont en chute libre et donc les degrés de liberté externes sont moins bien contrôlés que ceux des ions piégés. Cet effet peut être estimé en testant plusieurs configurations d'interféromètres atomiques [55] mais la qualité du faisceau laser reste un paramètre critique pour l'exactitude de l'horloge.

## 1.6 Vers une horloge optique à atomes piégés ?

Pour résumer les paragraphes précédents, les performances des étalons de fréquences optiques sont très prometteuses. Cependant la stabilité des horloges à ion unique piégé est limitée par un rapport signal à bruit de 1 qui

ne peut être amélioré de par la nature même de l'horloge. L'exactitude en revanche bénéficie du fait que l'on étudie un système peu sensible aux effets du mouvement atomique. Pour les horloges optiques à atomes neutres libres, la stabilité est limitée principalement par des bruits techniques (l'effet Dick) et l'effet Doppler du premier ordre limite aujourd'hui l'exactitude à quelques  $10^{-15}$ . Dans les deux cas, il s'agit de réaliser un compromis entre stabilité et exactitude. S'il était possible de piéger des atomes neutres dans le régime de Lamb-Dicke, l'effet Doppler du premier ordre s'annulerait ainsi que l'effet de recul. De plus un réseau optique constitué de milliers de potentiels confinant les atomes permettrait d'envisager des temps d'interrogation plus longs que ceux utilisés actuellement avec les atomes libres, et donc d'augmenter le facteur de qualité atomique.

### 1.6.1 La longueur d'onde magique

Pour réaliser un tel étalon de fréquence optique, les atomes doivent être piégés dans un réseau optique. Le réseau optique est constitué de deux faisceaux contra-propageants pour chaque direction de confinement. Les franges d'interférences ainsi créées forment un réseau de pièges dipolaires séparés de  $\frac{\lambda}{2}$  (figure 1.5) où  $\lambda$  est la longueur d'onde des faisceaux. Lorsque la fréquence des faisceaux pièges est éloignée de toute fréquence de transition atomique pour éviter des effets parasites d'émission stimulée, il est possible de piéger les atomes pendant plusieurs secondes.

En revanche, la présence des faisceaux pièges induit des déplacements lumineux des niveaux intervenant dans la transition d'horloge [56]. Une solution envisagée pour résoudre ce problème a été proposée par H. Katori en 2001 [13]. Pour une transition d'horloge telle que les deux niveaux impliqués possèdent un moment cinétique  $J = 0$ , il existe une longueur d'onde des faisceaux pièges, appelée *longueur d'onde magique*, pour laquelle les déplacements lumineux des niveau fondamental et excité se compensent exactement au premier ordre [57,58]. La transition d'horloge choisie pour permettre une telle configuration est la transition  $^1S_0$ - $^3P_0$  des isotopes alcalino-terreux fermioniques (spin nucléaire non nul). En particulier, la longueur d'onde magique a été calculée et évaluée expérimentalement pour le  $^{87}\text{Sr}$  et vaut dans ce cas  $813.5 \pm 0.9 \text{ nm}$  [58]. Soulignons que cette longueur d'onde est éloignée des longueurs d'onde des transitions atomiques du  $^{87}\text{Sr}$  d'une part et d'autre part, elle peut être générée facilement par un laser solide de puissance de type Ti : Sa.

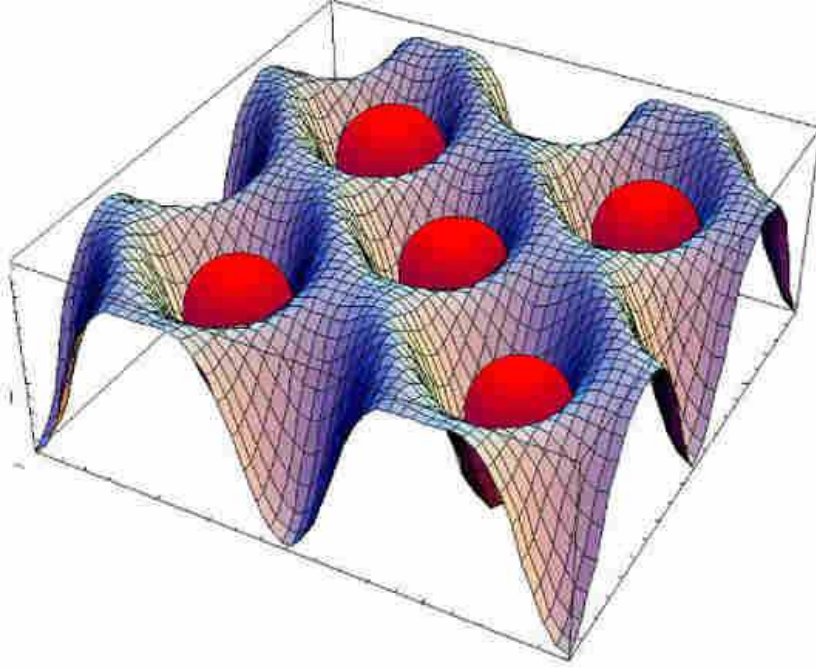


FIG. 1.5 – Représentation d'un piège dipolaire 2D.

La fréquence  $\nu$  de la transition d'horloge perturbée par un champ électrique  $E$  peut s'écrire :

$$\hbar\nu = \hbar\nu_0 - \frac{1}{4}\Delta\alpha(\vec{e}, \omega)E^2 - \frac{1}{64}\Delta\gamma(\vec{e}, \omega)E^4 - \dots \quad (1.6)$$

où  $\nu_0$  est la fréquence de la transition non perturbée,  $\Delta\alpha(\vec{e}, \omega)$  et  $\Delta\gamma(\vec{e}, \omega)$  sont les différences entre les polarisabilités et hyperpolarisabilités des niveaux fondamental et excité qui dépendent de façon générale de la fréquence  $\omega/2\pi$  et du vecteur unitaire de polarisation  $\vec{e}$  de l'onde lumineuse. Si on néglige la structure hyperfine (voir la référence [57]), le déplacement lumineux est scalaire et ne dépend donc pas de la polarisation pour des états ayant des moments cinétiques  $J = 0$  tels que le  $^1S_0$  et le  $^3P_0$ . Le piège dipolaire induit des couplages entre différents états qui sont représentés sur la figure 1.6. Le déplacement lumineux résultant du couplage entre  $^1S_0$  et  $^1P_1$  est négatif pour des longueurs d'ondes  $\lambda$  du piège supérieures à la longueur d'onde de la transition. De la même façon, le niveau  $^3P_0$  est couplé aux niveaux  $^3S_1$  et  $^3D_1$  ce qui induit des déplacements lumineux négatif dans le premier cas ( $\lambda \rightarrow 679$  nm par valeur supérieure) et positif dans l'autre cas ( $\lambda \rightarrow 2600$  nm par valeur inférieure). Il existe donc une valeur particulière de la longueur d'onde  $\lambda$ , telle que  $\Delta\alpha=0$  : la transition d'horloge n'est pas perturbée par le piège dipolaire au premier ordre. Le graphe 1.7 représente

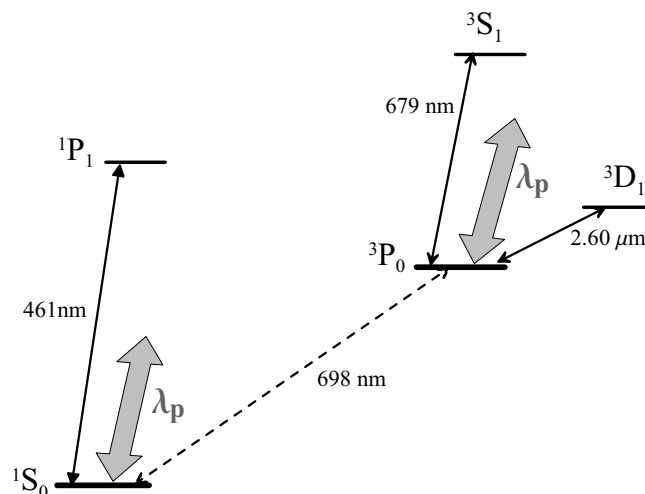


FIG. 1.6 – Niveaux couplés par le piège dipolaire pour un atome de  $^{87}\text{Sr}$ .

les déplacements lumineux des niveaux fondamental (courbe en trait plein) et excité (courbe en pointillée) de la transition d'horloge du  $^{87}\text{Sr}$  en fonction de la longueur d'onde des faisceaux pièges. On constate effectivement une intersection entre les deux courbes pour  $\lambda \sim 800$  nm.

**Remarque :** L'un des avantages de cette configuration d'horloge est que l'on peut ainsi tester différents types d'interrogation atomique (Rabi, Ramsey), ces tests pouvant servir à mieux caractériser les effets de déplacements de fréquence relative de la transition d'horloge. En effet, les atomes étant dans le régime de Lamb-Dicke, on peut envisager par exemple une interrogation de type Ramsey, c'est-à-dire, avec deux zones d'interrogation séparée temporellement de  $T$  (voir figure 1.8). Pour des atomes libres, cette interrogation est extrêmement sensible à la longueur de cohérence transverse du jet atomique  $l_c$  et au temps  $T$  : une condition pour observer les franges est donnée par :

$$T \ll \frac{\lambda}{\delta v} \quad (1.7)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'OL et  $\delta v$  la dispersion des vitesses transverses. Typiquement, pour un temps  $T = 10$  ms et une longueur d'onde de 698 nm (correspondant à la transition d'horloge du  $^{87}\text{Sr}$ ), la dispersion de vitesse transverse des atomes devrait être plus petite que  $10^{-5}$  m.s $^{-1}$ , ce qui peut être difficile à réaliser et par conséquent les franges d'interférences sont brouillées. Pour des atomes dans le régime de Lamb-Dicke, la condition 1.7 est vérifiée.

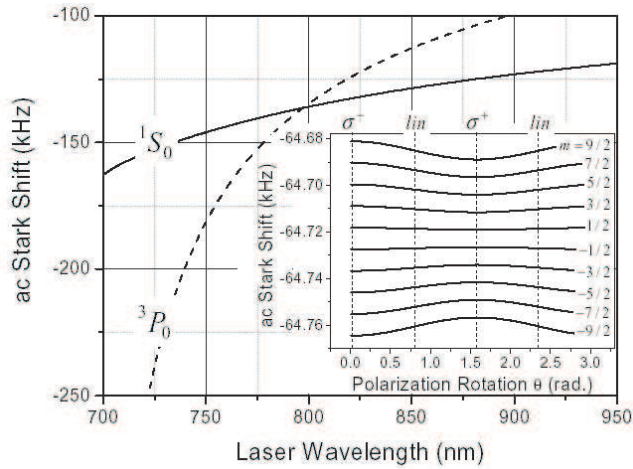


FIG. 1.7 – Déplacements lumineux des niveaux de la transition d’horloge du  $^{87}\text{Sr}$  pour différentes valeurs de longueurs d’onde du piège dipolaire. Ce graphe est extrait de la référence [57]. L’intensité des faisceaux pièges est de  $10 \text{ kW}\cdot\text{cm}^{-2}$ . Dans l’insert sont représentés les déplacements lumineux des sous-niveaux de l’état  $^3P_0$  ( $F=9/2$ ) en fonction de l’angle de polarisation du laser piège  $\theta$  et en présence d’un champ magnétique de  $3 \text{ mT}$ .

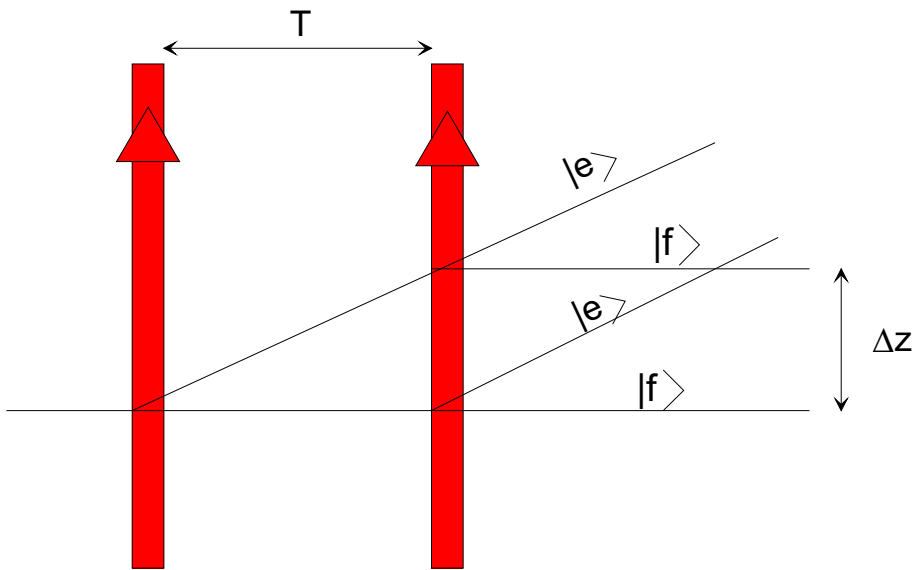


FIG. 1.8 – Interrogation Ramsey des atomes libres d’un jet atomique dans le domaine optique. Il y a deux ports de sorties par états internes séparés de la quantité  $\Delta z = \hbar k_L T / M$  selon la direction  $z$  transverse du jet atomique, avec  $k_L$  vecteur d’onde de faisceaux lasers et  $M$ , masse de l’atome.

### 1.6.2 Performances envisagées

La stabilité ultime d'une horloge optique à atomes neutres est de  $10^{-18}$  à 1 s. En revanche, on peut gagner deux ordres de grandeurs en exactitude entre une hologe optique à atomes neutres piégés et une horloge optique à atomes libres, l'effet Doppler n'étant plus dans ce cas précis limitant. Les déplacements de fréquence relative liés aux déplacements lumineux d'ordres supérieurs, à l'effet Zeeman, au déplacement lumineux induit par le laser d'interrogation peuvent être contrôlés au niveau de  $10^{-17}$ .

## 1.7 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre l'intérêt de développer une horloge optique à atomes piégés qui présentent des performances ultimes prometteuses ( $\sim 10^{-17}$  pour l'exactitude et  $10^{-18}$  à 1 s pour la stabilité). Pour pouvoir approcher ces objectifs, il s'agit d'étudier les effets qui peuvent compromettre ces performances et d'élaborer une stratégie pour s'en affranchir. En particulier pour la stabilité de l'horloge, elle sera, dans les premiers temps, limitée par le bruit en fréquence de l'oscillateur local à savoir le laser d'interrogation. Dans le chapitre 2, nous étudierons cet effet connu sous le nom d'effet Dick et nous verrons que deux points sont importants pour le réduire au niveau de  $10^{-16}$  à 1 s : la séquence temporelle d'interrogation et la pureté spectrale du laser d'interrogation. Expérimentalement, nous avons construit un laser de grande pureté spectrale pouvant satisfaire ces objectifs et décrit dans le chapitre 3. Pour l'élaboration de notre horloge optique à atomes neutres piégés, nous avons choisi l'atome de strontium qui présente de nombreux avantages en particulier les longueurs d'onde utilisées pour refroidir, piéger et interroger les atomes sont relativement facilement accessibles avec des diodes lasers ou des lasers solides. La réalisation d'une source froide d'atomes de strontium est présentée dans le chapitre 4. Enfin l'observation de la transition d'horloge et la mesure de sa fréquence sont exposées dans le chapitre 5.

# Chapitre 2

## Stabilité d'un étalon de fréquence optique et effet Dick

### 2.1 Introduction

L'effet Dick limite les performances des étalons de fréquence fonctionnant en régime pulsé. Le bruit de l'oscillateur local libre est échantillonné à la fréquence de cycle  $f_c$  de l'horloge et, par repliement de spectre, les composantes de ce bruit aux fréquences de Fourier proches d'un multiple de  $f_c$  sont converties vers les basses fréquences [59–61]. La réponse des atomes interrogés par l'oscillateur local à une telle conversion se traduit par une fluctuation de la probabilité de transition. L'effet Dick se manifeste par l'ajout d'une composante de bruit blanc de fréquence dans le spectre de l'oscillateur local asservi. Dans les années 90, pour les fontaines à césium, l'effet Dick limitait leur stabilité autour de  $3 - 4 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  avec l'utilisation d'oscillateurs à quartz [62, 63]. En améliorant la chaîne de synthèse de fréquences et en remplaçant l'oscillateur à quartz par un oscillateur cryogénique en saphir [64], on a pu atteindre la limite quantique et réduire l'effet Dick en deça de cette limite ce qui correspond à une stabilité de  $\sim 10^{-14} \tau^{-1/2}$  [1]. Dans le cas des horloges optiques à atomes neutres, le bruit de projection quantique est au moins de trois ordres de grandeur plus petit que dans le cas des fontaines à césium. Dans un premier temps, l'effet Dick limite donc nécessairement les performances de ces horloges optiques. Néanmoins, il est possible de minimiser ces effets d'une part grâce à des améliorations techniques de l'oscillateur local (un laser) et d'autre part grâce à l'optimisation de la séquence d'interrogation des atomes.

Dans ce chapitre, nous allons définir l'effet Dick dans un cadre général, puis nous étudierons ses conséquences sur la stabilité des étalons de fréquence optiques à atomes neutres. Deux cas seront exposés : les horloges optiques

à atomes neutres libres et celles à atomes piégés. Nous verrons que selon les cas, il faut envisager des interrogations différentes des atomes telles que les interrogations Ramsey-Bordé pour les atomes neutres libres, Ramsey ou Rabi pour les atomes piégés. Nous traiterons l'effet Dick pour chacune de ces configurations et nous montrerons qu'il est possible, après optimisation de certains paramètres expérimentaux, d'atteindre une stabilité de quelques  $10^{-16}\tau^{-1/2}$ .

## 2.2 Définition de l'effet Dick

La stabilité des étalons de fréquences dits passifs est limitée par les fluctuations de phase de l'oscillateur local. Cet effet a été étudié par G. J. Dick à la fin des années 80 [59] et est ainsi connu sous le nom d'effet Dick. Lorsque l'horloge fonctionne en mode pulsé, on appelle temps de cycle  $T_c$  la durée totale du processus qui aboutit à l'obtention d'une valeur de la fréquence délivrée par l'oscillateur local (noté par la suite OL) après interrogation et détection de la transition atomique. Le cycle comprend pour les fontaines, par exemple, quatre étapes : le refroidissement et le lancement à travers la cavité micro-onde (environ 500 ms), la préparation de l'état quantique des atomes (quelques ms), l'interrogation (environ 500 ms) et la détection (quelques ms). En dehors de la phase d'interrogation, les atomes ne sont pas sensibles au bruit de fréquence de l'oscillateur local.

La probabilité de transition des atomes entre les deux états de la transition d'horloge, qui conduit au signal d'erreur pour l'asservissement de l'OL, dépend directement de la sensibilité de la réponse atomique à ces fluctuations de phase [65]. Celle-ci est caractérisée par la fonction de sensibilité  $g(t)$  introduite par G. J. Dick : elle traduit la réponse atomique linéaire à un saut de phase infinitésimal  $\delta\Phi$  de l'OL au temps  $t$  tel que  $(n-1)T_c \leq t < nT_c$ . Elle s'écrit [65] :

$$g(t) = 2 \lim_{\delta\Phi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta\Phi, t)}{\delta\Phi} \quad (2.1)$$

avec  $\delta P(\delta\Phi, t)$  la variation de probabilité de transition. De fait, la réponse atomique filtre les fluctuations de fréquence de l'OL, et pour un fonctionnement pulsé de l'horloge, on échantillonne les composantes spectrales du bruit de fréquence de l'OL à la fréquence de cycle de l'horloge  $f_c = \frac{1}{T_c}$ . Cela a pour conséquence une conversion par repliement de spectre du bruit de fréquence de l'OL autour des harmoniques de la fréquence  $f_c$ ,  $f_n = nf_c$ , vers les basses fréquences induisant un bruit supplémentaire sur l'asservis-

sement [59, 65]. On peut ainsi écrire [59] :

$$\lim_{f \rightarrow 0} S_y^{LLO} = \frac{2}{g_0^2} \sum_{n=0}^{\infty} (g_{sn}^2 + g_{cn}^2) S_y^{LO}(f_n) \quad (2.2)$$

où  $S_y^{LLO}$  est la densité spectrale de bruit de fréquence relative de l'OL asservi,  $S_y^{LO}$  la densité spectrale de bruit de fréquence relative de l'OL libre et  $g_0$ ,  $g_{sn}$  et  $g_{cn}$  les coefficients du développement en série de Fourier de la fonction de sensibilité  $g(t)$  :

$$g(t) = \frac{g_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} g_{cn} \cos(2\pi n \frac{t}{T_c}) + g_{sn} \sin(2\pi n \frac{t}{T_c}) \quad (2.3)$$

où

$$\begin{cases} g_0 = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) dt \\ g_{cn} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) \cos(2\pi n \frac{t}{T_c}) dt \\ g_{sn} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) \sin(2\pi n \frac{t}{T_c}) dt \end{cases} \quad (2.4)$$

En terme de variance d'Allan [66], l'équation 2.2 s'écrit :

$$\sigma_{yLLO}^2(\tau) = \frac{1}{\tau g_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (g_{sn}^2 + g_{cn}^2) S_y^{LO}(\frac{n}{T_c}) \quad (2.5)$$

avec  $\tau$  le temps d'intégration.

L'effet Dick peut être estimé pour différents types de bruits usuellement rencontrés en modélisant  $S_y^{LO}$  par une loi de puissance :

$$S_y^{LO}(f) = \sum_{\alpha=-2}^{\alpha=+2} h_{\alpha} f^{\alpha} \quad (2.6)$$

où  $h_{\alpha}$  est un coefficient caractérisant un bruit particulier. Pour du bruit blanc de fréquence,  $\alpha = 0$ . La variance d'Allan liée à l'effet Dick pour un bruit décrit par un  $\alpha$  spécifique s'écrit :

$$\sigma_{yLLO,\alpha}^2(\tau) = \frac{1}{\tau g_0^2 T_c^{\alpha}} \sum_{n=1}^{\infty} [(g_{sn}^2 + g_{cn}^2) n^{\alpha}] \quad (2.7)$$

La série converge si les coefficients de Fourier se comportent asymptotiquement comme  $\frac{1}{n^k}$  avec  $2k - \alpha > 1$ . Dans ce cas, l'expression de  $\sigma_{yLLO}$  est caractéristique d'un bruit blanc de fréquence (comportement en  $\tau^{-1/2}$ ) introduit à long terme dans le spectre de bruit de fréquence de l'oscillateur asservi.

## 2.3 Cas d'une horloge optique à atomes neutres libres

La fonction de sensibilité de  $g(t)$  a été calculée suivant différentes méthodes pour des horloges micro-ondes avec une interrogation de type Ramsey dans les références [67], [65] et [2]. Le principe, qui sera repris pour les étalons de fréquences optiques à atomes neutres libres, est le suivant : afin de calculer la fonction de sensibilité après une interaction de durée  $\tau_p$  entre les atomes et l'OL, on suppose qu'un saut de phase de l'OL intervient à un temps  $t$  de cette interaction. Celle-ci se décompose alors en deux impulsions Rabi successives de durée respectives  $t - t_0$  et  $\tau_p - t$ , où  $t_0$  est le temps marquant le début de l'interaction. Par la suite, il suffit de déterminer la variation de la probabilité de transition atomique à l'issue de ces deux impulsions successives pour obtenir  $g(t)$  suivant l'équation 2.1.

On doit cependant prendre quelques précautions dans le calcul de  $g(t)$  pour les horloges optiques à atomes neutres libres : il faut tenir compte des états externes de l'atome. La composante du recul de l'atome ne peut certainement plus être négligée comme c'était le cas dans les fontaines micro-ondes. Cette dernière est de l'ordre de quelques kHz pour l'atome de  $^{87}\text{Sr}$ , pour la transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  à 698 nm, alors que pour l'atome de  $^{133}\text{Cs}$  elle est de  $10^{-6}$  Hz pour la transition d'horloge à  $\sim 9.2$  GHz.

### 2.3.1 Matrice d'interaction

Déterminons dans un premier temps la matrice décrivant l'interaction entre l'atome et un faisceau laser. Considérons un atome à deux niveaux  $\{|f\rangle, |e\rangle\}$  soumis à l'interaction d'un champ laser. L'atome se déplace dans la direction notée  $x$  perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde laser considérée comme plane pour simplifier la discussion (figure 2.1). Le champ laser peut alors s'écrire sous la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{E}_0(\vec{r}, t) e^{i(\omega_L t - k_L z - \varphi)} + c.c \quad (2.8)$$

On suppose également que l'atome appartient à un jet collimaté selon l'axe  $Ox$  de sorte que sa vitesse transverse  $v_z$  est très petite devant sa vitesse longitudinale  $v_x$ . Par ailleurs, on néglige tout effet parasite d'émission spontanée pendant le temps de la traversée de l'onde laser. L'opérateur décrivant l'interaction atome-laser  $V_{laser}$  est donné grâce à l'opérateur moment dipolaire électrique  $\vec{d}$  :

$$\vec{d} = \vec{D}|e\rangle \langle f| + \vec{D}|f\rangle \langle e| \quad (2.9)$$

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

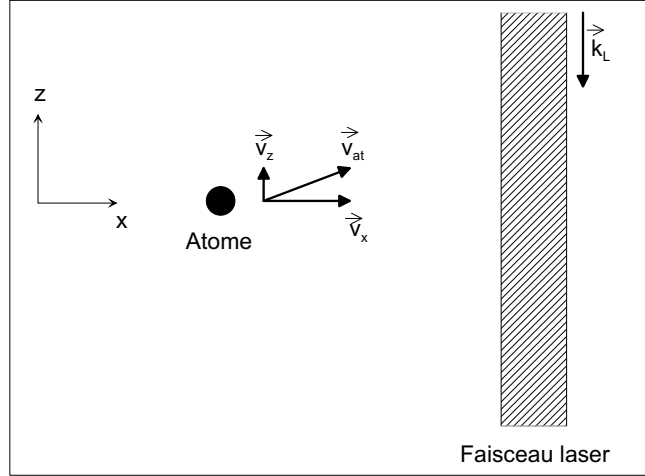


FIG. 2.1 – Déplacement de l'atome par rapport au faisceau laser.

$\vec{D}$  étant supposé réel.

Quelques hypothèses sont encore nécessaires afin de traiter simplement ce problème. Seul le mouvement de l'atome selon l'axe  $Oz$  est quantifié : on assimile l'opérateur position  $X$  à la grandeur classique  $x(t)$ . L'hamiltonien d'interaction  $V_{laser}$  s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} V_{laser} &= -\vec{d} \cdot \vec{E} \\ &= \frac{\hbar\Omega_0(t)}{2} [ |e\rangle \langle f| e^{i(k_L Z - \omega_L t - \varphi)} + |f\rangle \langle e| e^{-i(k_L Z - \omega_L t - \varphi)} ] \end{aligned} \quad (2.10)$$

où  $\Omega_0 = \frac{-\vec{E}_0 \cdot \vec{D}}{\hbar}$  est la pulsation de Rabi. L'opérateur  $e^{\pm i k_L Z}$  agit sur les degrés de liberté externes de l'atome : il translate l'impulsion atomique  $p_z$  de la quantité  $\pm \hbar k_L$ .

Les notations utilisées dans toute la suite du chapitre sont explicitées dans le tableau 2.1.

$V_{laser}$  ne couple l'état  $|f, \vec{p}\rangle$  qu'à l'état  $|e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_L\rangle$ . L'hamiltonien total s'écrit :

$$H = \hbar\omega_0 + \frac{\vec{P}^2}{2M} + V_{laser} \quad (2.11)$$

L'état de l'atome est décrit par une superposition des états  $\{|f, \vec{p}\rangle, |e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_L\rangle\}$  [68] :

$$|\Psi(t)\rangle = c_f(t)|f, \vec{p}\rangle + c_e(t)|e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_L\rangle \quad (2.12)$$

Grandeur	Désignation	Valeur
Différence de fréquences angulaires entre le laser et l'atome	$\Delta$	$\omega_L - \omega_0$
Energie du niveau $ f, \vec{p}\rangle$	$\hbar\omega_{f, \vec{p}}$	$\frac{\vec{P}^2}{2M}$
Energie du niveau $ e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$	$\hbar\omega_{e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L}$	$\hbar\omega_0 + \frac{(\vec{P} + \hbar\vec{k}_L)^2}{2M} = \frac{\vec{P}^2}{2M} + \hbar(\omega_0 + \omega_D + \omega_R)$
Energie du niveau $ f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_L\rangle$ , voir section 'Description de l'interféromètre Ramsey Bordé'	$\hbar\omega_{f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_L}$	$\frac{(\vec{P} + 2\hbar\vec{k}_L)^2}{2M} = \frac{\vec{P}^2}{2M} + \hbar(2\omega_D + 4\omega_R)$
Effet Doppler du premier ordre	$\omega_D$	$\frac{\vec{P} \cdot \vec{k}_L}{M}$
Fréquence angulaire de recul	$\omega_R$	$\frac{\hbar k_L^2}{2M}$
$\delta$ désaccord sur les deux premières impulsions	$\delta$	$\omega_{f, \vec{p}} + \omega_L - \omega_{e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L}$
$\delta'$ désaccord sur les deux dernières impulsions	$\delta'$	$\omega_{f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_L} + \omega_L - \omega_{e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L}$

TAB. 2.1 – Définition des notations utilisées dans la suite des calculs.

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

On se place dans la représentation du champ tournant :

$$\begin{cases} c_f(t) = \gamma_f(t)e^{-i\omega_f, \mathcal{P}t} \\ c_e(t) = \gamma_e(t)e^{-i\omega_e, \mathcal{P} + \hbar\vec{k}_L t} \end{cases} \quad (2.13)$$

Dans le cadre de l'approximation séculaire, l'équation de Schrödinger décrivant l'évolution de  $|\Psi(t)\rangle$  est ramenée au système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_f = -i\frac{\Omega_0}{2}e^{i(\delta t + \varphi)}\gamma_e(t) \\ \dot{\gamma}_e = -i\frac{\Omega_0}{2}e^{-i(\delta t + \varphi)}\gamma_f(t) \end{cases} \quad (2.14)$$

On cherche des solutions de  $\gamma_f(t)$  et  $\gamma_e(t)$  sous la forme :

$$\begin{cases} \gamma_f(t) = e^{i\frac{\delta}{2}t}(\xi_f e^{i\frac{\Omega t}{2}} + \chi_f e^{-i\frac{\Omega t}{2}}) \\ \gamma_e(t) = e^{-i\frac{\delta}{2}t}(\xi_e e^{i\frac{\Omega t}{2}} + \chi_e e^{-i\frac{\Omega t}{2}}) \end{cases} \quad (2.15)$$

avec  $\Omega = \sqrt{\delta^2 + \Omega_0^2}$ . En résolvant 2.14 et en tenant compte de 2.15, on en déduit la matrice  $\mathcal{M}$  qui traduit l'évolution des états d'un atome lors d'une interaction de durée  $\theta = t - t_0$  avec le champ laser (voir figure 2.2) [69] :

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} e^{i(\frac{\delta}{2} - \omega_f, \mathcal{P})(t-t_0)} \left[ \cos\left(\frac{\Omega_0}{2}(t-t_0)\right) - i\frac{\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega_0}{2}(t-t_0)\right) \right] & -i\frac{\Omega_0}{\Omega} e^{i(\frac{\delta}{2} - \omega_f, \mathcal{P})(t-t_0)} \times \sin\left(\frac{\Omega_0}{2}(t-t_0)\right) e^{i(\omega_L t_0 + \varphi)} \\ -i\frac{\Omega_0}{\Omega} e^{-i(\frac{\delta}{2} + \omega_e, \mathcal{P} + \hbar\vec{k}_L)(t-t_0)} \times \sin\left(\frac{\Omega_0}{2}(t-t_0)\right) e^{-i(\omega_L t_0 + \varphi)} & e^{-i(\frac{\delta}{2} + \omega_e, \mathcal{P} + \hbar\vec{k}_L)(t-t_0)} \left[ \cos\left(\frac{\Omega_0}{2}(t-t_0)\right) + i\frac{\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega_0}{2}(t-t_0)\right) \right] \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

#### 2.3.2 Description de l'interféromètre Ramsey-Bordé

Nous allons maintenant nous intéresser au cas où l'atome subit quatre impulsions laser selon la configuration de l'interféromètre de Ramsey-Bordé [54, 70]. Le champ laser va permettre de séparer, réfléchir et recombiner les paquets d'ondes atomiques, les différents chemins étant repérés par l'état interne de l'atome. On peut réaliser un interféromètre de Ramsey-Bordé soit dans le domaine spatial soit dans le domaine temporel. Dans le premier cas, l'atome traverse deux paires de faisceaux laser contrapropageants. Dans le second cas, celui auquel nous allons nous attacher par la suite, l'atome subit deux impulsions laser de durée  $\tau_p$  séparées d'un temps  $T$  puis deux autres impulsions d'un laser contrapropageant de même durée et espacées du même temps  $T$  (voir figure 2.3). La durée entre les deux paires d'impulsions est  $T_v$ .

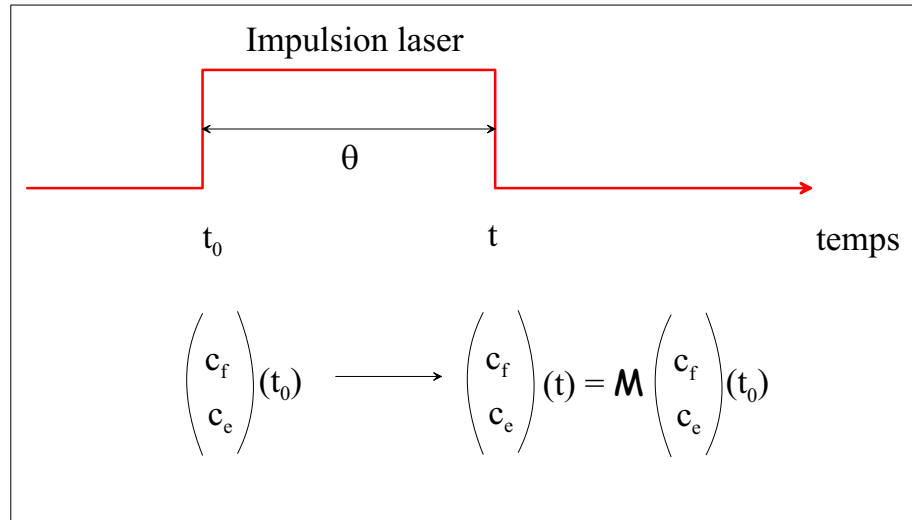


FIG. 2.2 – Evolution des états de l'atome.

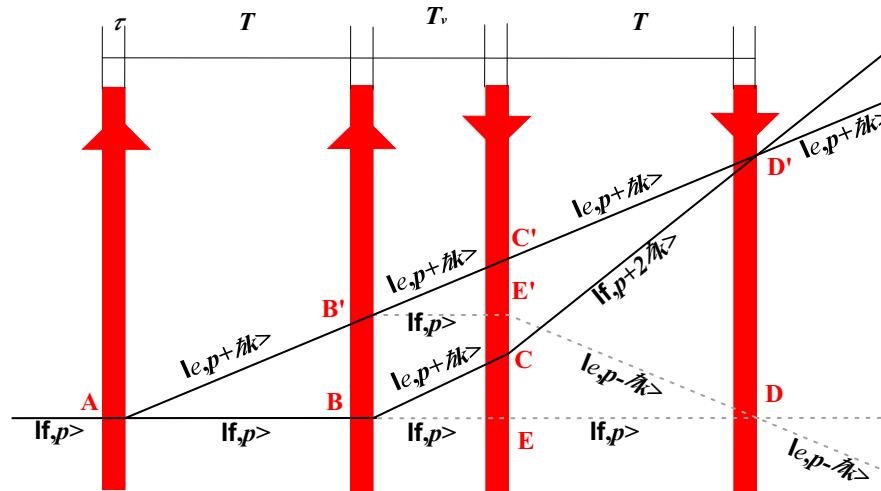


FIG. 2.3 – Interféromètre de Ramsey-Bordé dans le domaine temporel. En fait, sur les seize chemins possibles au total, on distingue quatre chemins fermés qui aboutissent à deux interféromètres possibles  $ABB'CC'D'$  et  $ABB'EE'D'$ .

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

---

A chaque zone d'interaction, le paquet d'onde atomique se sépare en deux paquets. Il évolue librement entre deux impulsions. Seuls quatre chemins sur les seize possibles constituent deux interféromètres fermés bien distincts et permettent ainsi la superposition de deux paquets d'onde cohérents lors de la quatrième impulsion laser. Cette superposition de paquets d'ondes conduit à des franges d'interférences atomiques. Dans le cas d'une interrogation de type Ramsey-Bordé, on obtient deux systèmes de franges centrés sur  $\pm\omega_R$ , chacun correspondant à un interféromètre, et la population de l'état excité s'écrit :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \{ \cos[2T(\Delta + \omega_R)] + \cos[2T(\Delta - \omega_R)] \} \quad (2.17)$$

Ces deux systèmes contribuent de façon égale au signal détecté et pour qu'il y ait interférences constructives entre les deux systèmes conduisant à un contraste maximal, il existe une condition sur  $T$  telle que  $T \propto 1/4\omega_R$ . Pendant les impulsions, les phases du champ laser aux temps d'interaction sont 'imprimées' aux fonctions d'onde atomiques.

Par la suite on considère que les faisceaux laser utilisés ont des cols beaucoup plus larges que la taille des nuages atomiques, on peut ainsi négliger la variation spatiale de la pulsation de Rabi  $\Omega$ , nous supposons également que la fréquence angulaire  $\Omega(t)$  est constante pendant toute la durée de l'impulsion  $\tau_p$  (c'est-à-dire que  $\Omega$  possède un profil rectangulaire) et que les paramètres expérimentaux sont ajustés de façon à ce que le produit  $\Omega\tau_p$  soit égal à  $\frac{\pi}{2}$ .

#### 2.3.3 Fonction de sensibilité dans le cas d'une interrogation de type Ramsey-Bordé

Calculons maintenant la fonction de sensibilité pour une interrogation de type Ramsey-Bordé. Dans notre cas, il est inutile de prendre en compte les deux composantes de recul (celle issue de l'interféromètre ABB'CC'D et celle issue de ABB'EE'D'). Pour ces deux composantes, la fonction de sensibilité est la même dans les deux cas à un coefficient de proportionnalité près, lequel n'intervient pas dans le calcul de l'effet Dick. Nous choisissons de calculer  $g(t)$  pour l'interféromètre ABB'CC'D. Les autres chemins qui ne conduisent pas à un interféromètre fermé, ne contribuent pas au calcul de  $g(t)$  au premier ordre. Rappelons la méthode employée : si un saut de phase intervient à un temps  $t$  lors d'une impulsion, cette dernière sera décomposée en deux impulsions successives de durées respectives  $t - t_0$  ( $t_0$  désigne le début de l'impulsion) et  $\tau_p - t$  et de phases 0 et  $\varphi$ . La phase du laser peut

ainsi être modélisée par une fonction échelon :

$$\varphi(t_i) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t_i < t \\ \varphi & t_i > t \end{cases} \quad (2.18)$$

En reprenant les calculs décrivant l'interaction entre un atome et une impulsion laser définie plus haut,  $|\Psi(t)\rangle$  se décompose sur la base des états  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$  :

$$|\Psi(t)\rangle = C_1(t)|1\rangle + C_2(t)|2\rangle. \quad (2.19)$$

L'état  $|1\rangle$  est l'état de l'atome le long du chemin AB'C'D de l'interféromètre donné par  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$ . L'état  $|2\rangle$ , quant à lui, est l'état atomique le long de ABCD repéré successivement par  $|f, \vec{p}\rangle$ ,  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$ ,  $|f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  et  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$ . L'évolution de  $C_1(t)$  et de  $C_2(t)$  est déterminée par la méthode suivante [68] : au lieu d'utiliser une matrice  $16 \times 16$  donnant l'évolution de tous les états sur tous les chemins possibles, nous allons décomposer pour chaque impulsion l'état atomique sur la base  $\{|f\rangle, |e\rangle\}$  et ne garder à l'issue de l'impulsion que la projection de l'état qui nous intéresse pour construire l'interféromètre. L'évolution de l'état atomique au sein même de l'impulsion laser est bien-entendu donnée par  $\mathcal{M}$ . La propagation libre, quant à elle, se traduit par un terme de phase  $e^{-i\omega_{f,p}}$ ,  $e^{-i\omega_{e,p+\hbar\vec{k}_L}}$  ou  $e^{-i\omega_{f,p+2\hbar\vec{k}_L}}$  selon que l'on a affaire respectivement aux états  $|f, \vec{p}\rangle$ ,  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$  ou  $|f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_L\rangle$ .

En gardant à l'esprit ces méthodes, nous allons illustrer notre propos par le calcul de l'amplitude de probabilité de l'état  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$  suivant le chemin ABCD lorsque une variation de phase du laser se produit pendant la troisième interaction. En effet, on peut montrer que si l'interrogation est paire, la fonction de sensibilité est paire également [2]. Il suffit donc de calculer  $g(t)$  pour  $t > 0$ , autrement dit pour les troisième et quatrième impulsions de l'interféromètre Ramsey-Bordé (figure 2.4).

$$\begin{aligned} C_2\left(T + \frac{T_v}{2} + 2\tau_p\right) &= \frac{i}{2\sqrt{2}} \left(1 + i\frac{\delta}{\Omega}\right)^2 \frac{\Omega_0}{\Omega} e^{-i\omega_{e,p+\hbar\vec{k}_L}(4\tau_p+2T+T_v)} e^{i\omega_L(T+2\tau_p+T_v)} e^{-i\tau_p(\delta+\delta')} \\ &\times \left\{ \left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2 \sin\left[\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + \tau_p - t\right)\right] \sin\left[\frac{\Omega}{2}\left(t - \frac{T_v}{2}\right)\right] \right. \\ &\times e^{-i[\omega_L t + \varphi]} e^{-i\left(t - \frac{T_v}{2}\right)(\omega_{f,p+2\hbar\vec{k}_L} + \omega_{e,p+\hbar\vec{k}_L})} \\ &- \left[ \cos\left[\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + \tau_p - t\right)\right] + i\frac{\delta'}{2} \sin\left[\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + \tau_p - t\right)\right] \right] \\ &\times \left[ \cos\left[\frac{\Omega}{2}\left(t - \frac{T_v}{2}\right)\right] + i\frac{\delta'}{2} \sin\left[\frac{\Omega}{2}\left(t - \frac{T_v}{2}\right)\right] \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

On procède de la même façon pour  $C_1$ . Il suffit par la suite de calculer le module au carré de la somme des deux amplitudes obtenues pour en déduire la probabilité de transition vers l'état  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_L\rangle$  à la sortie de l'interféromètre et de dériver la relation par rapport à  $\phi$  pour  $\phi = 0$  afin d'obtenir la fonction de sensibilité sur l'intervalle de temps  $\frac{T_v}{2} < t < \tau_p + \frac{T_v}{2}$ . En réitérant ce processus de calcul pour des variations de phases du laser intervenant lors de chaque impulsion, on arrive à l'expression de  $g(t)$  complète pour  $t > 0$  :

$$\begin{aligned}
g(t) &= \frac{1}{4} \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^4 \sin \left[ \frac{\Omega}{2} \left( t - \frac{T_v}{2} \right) \right] \\
&\times 2\Re \left\{ -i \left( 1 + i \frac{\delta}{\Omega} \right)^3 e^{-i2T(\Delta + \omega_R)} \right. \\
&\times \left\{ \left[ \cos \left[ \frac{\Omega}{2} \left( \tau_p + \frac{T_v}{2} - t \right) \right] + i \frac{\delta'}{\Omega} \sin \left[ \frac{\Omega}{2} \left( \tau_p + \frac{T_v}{2} - t \right) \right] \right]^2 \right. \\
&\times \left[ \cos \left[ \frac{\Omega}{2} \left( t - \frac{T_v}{2} \right) \right] + i \frac{\delta'}{\Omega} \sin \left[ \frac{\Omega}{2} \left( t - \frac{T_v}{2} \right) \right] \right] \\
&\left. \left. + \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^2 \sin^2 \left[ \frac{\Omega}{2} \left( \tau_p + \frac{T_v}{2} - t \right) \right] \left[ \cos \left[ \frac{\Omega}{2} \left( t - \frac{T_v}{2} \right) \right] + i \frac{\delta'}{\Omega} \sin \left[ \frac{\Omega}{2} \left( t - \frac{T_v}{2} \right) \right] \right] \right\} \right\} \\
&\text{sur l'intervalle } \frac{T_v}{2} < t < \tau_p + \frac{T_v}{2};
\end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}
g(t) &= \frac{1}{4} \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^4 \left( 1 + \frac{\delta^2}{\Omega^2} \right) \times \Im \left\{ \left( 1 + i \frac{\delta'}{\Omega} \right)^2 e^{i2T(\Delta + \omega_R)} \right\} \\
&\text{sur l'intervalle } \tau_p < t < \tau_p + T + \frac{T_v}{2};
\end{aligned} \tag{2.22}$$

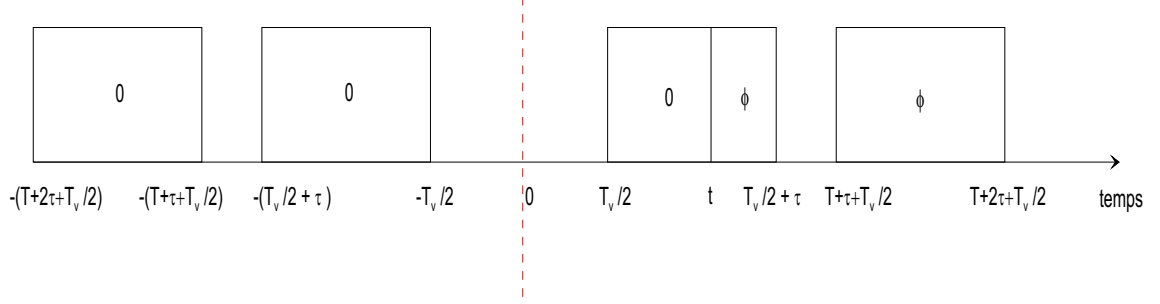


FIG. 2.4 – Représentation des impulsions de l'interféromètre de Ramsey-Bordé dans le domaine temporel. Une variation de phase du laser de 0 à  $\phi$  s'effectue pendant la troisième impulsion.

$$\begin{aligned}
 g(t) &= \frac{1}{4} \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^4 \sin\left[\frac{\Omega}{2}(2\tau_p + T + \frac{T_v}{2} - t)\right] \times 2\Re \left\{ \imath e^{\imath 2T(\Delta + \omega_R)} \left( 1 + \imath \frac{\delta'}{\Omega} \right) \left( 1 + \imath \frac{\delta}{\Omega} \right)^2 \right. \\
 &\quad \times \left\{ \left[ \cos\left[\frac{\Omega}{2}\left(t - \frac{T_v}{2} - T - \tau_p\right)\right] + \imath \frac{\delta'}{\Omega} \sin\left[\frac{\Omega}{2}\left(t - \frac{T_v}{2} - T - \tau_p\right)\right] \right]^2 \right. \\
 &\quad \times \left[ \cos\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + T + 2\tau_p - t\right) + \imath \frac{\delta'}{\Omega} \sin\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + T + 2\tau_p - t\right) \right] \\
 &\quad + \left( \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^2 \sin^2\left[\frac{\Omega}{2}\left(t - \frac{T_v}{2} - T - \tau_p\right)\right] \\
 &\quad \left. \left. \times \left[ \cos\left[\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + T + 2\tau_p - t\right)\right] + \imath \frac{\delta'}{\Omega} \sin\left[\frac{\Omega}{2}\left(\frac{T_v}{2} + T + 2\tau_p - t\right)\right] \right] \right\} \right\} \\
 &\quad \text{sur l'intervalle } \tau_p + T + \frac{T_v}{2} < t < 2\tau_p + T + \frac{T_v}{2};
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Cette expression peut se simplifier dans le cas des faibles désaccords, c'est-à-dire pour  $\delta \ll \Omega_0$ , en effectuant un développement limité au premier ordre en  $\frac{\delta}{\Omega}$ . La fonction de sensibilité  $g(t)$  s'écrit alors pour  $\Omega\tau_p = (2k+1)\pi/2$  (voir figure 2.5) :

$$g(t) = \frac{1}{4} \sin 2T(\Delta + \omega_R) \begin{cases} (-1)^k \sin\left[\Omega\left(t - \frac{T_v}{2}\right)\right] & \frac{T_v}{2} < t < \tau_p + \frac{T_v}{2} \\ 1 & \tau_p + \frac{T_v}{2} < t < \tau_p + \frac{T_v}{2} + T \\ (-1)^k \sin\left[\Omega\left(2\tau_p + T + \frac{T_v}{2} - t\right)\right] & \tau_p + \frac{T_v}{2} + T < t < 2\tau_p + \frac{T_v}{2} + T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.24}$$

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

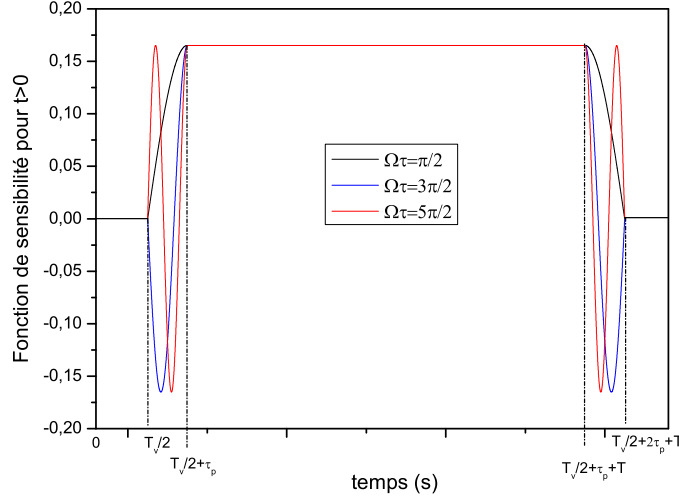


FIG. 2.5 – Fonction de sensibilité dans le cas d'une interrogation Ramsey-Bordé pour  $t > 0$  pour différentes valeurs de  $\Omega\tau_p$ . Les paramètres temporels sont  $\tau_p = T_v = 0.1T$ , le temps de cycle est  $T_c = 5\text{ms}$  et le rapport cyclique  $d = \frac{2T}{T_c} = 0.5$ .

$g(t)$  a été tracée pour trois cas :  $\Omega\tau_p = \frac{\pi}{2}$ ,  $\Omega\tau_p = \frac{3\pi}{2}$  et  $\Omega\tau_p = \frac{5\pi}{2}$  (figure 2.5).

#### 2.3.4 Expression des coefficients de Fourier

Rappelons tout d'abord que, d'après l'équation 2.5, les coefficients de Fourier de la fonction de sensibilité  $g(t)$  pondèrent la conversion vers les basses fréquences du bruit de l'oscillateur local aux harmoniques de la fréquence de cycle  $f_c$ .  $g(t)$  est, comme nous l'avons vu précédemment, une fonction paire, ce qui signifie que les coefficients  $g_{sn}$  sont nuls. Les  $g_{cn}$  peuvent être calculés analytiquement. On note  $T_c$  le temps de cycle :

$$\begin{aligned}
 g_{cn} = & 2 \sin[2T(\Delta + \omega_R)] \cos \left[ \pi n \frac{T + 2\varepsilon + 2\tau_p}{T_c} \right] \\
 & \left\{ \frac{1}{(\Omega T_c)^2 - (2\pi n)^2} \left[ 2\pi n \sin(\Omega\tau_p) \sin \left( \frac{\pi n T}{T_c} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \Omega\tau_p \cos(\Omega\tau_p) \cos \left( \frac{\pi n T}{T_c} \right) + \Omega\tau_p \cos \left( \pi n \frac{T + 2\tau_p}{T_c} \right) \right] \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2\pi n} \sin \frac{\pi n T}{T_c} \right\} \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

L'expression de  $g_0$  est plus simplement :

$$g_0 = 2 \sin[2T(\Delta + \omega_R)] \left[ \frac{1}{\Omega T_c} (1 - \cos \Omega \tau_p) + \frac{T}{2T_c} \right] \quad (2.26)$$

On peut simplifier l'expression des coefficients de Fourier en prenant  $\Omega \tau_p = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$ , et en fonction du rapport cyclique  $d = \frac{2T}{T_c}$  ( $\tau_p, T_v \ll T$ ) :

$$g_0 = (-1)^k \sin[2T(\Delta + \omega_R)] \left[ \frac{4\tau_p}{(2k + 1)\pi T_c} + (-1)^k \frac{d}{2} \right]$$

$$g_{cn} = 2(-1)^k \sin[2T(\Delta + \omega_R)] \cos\left(\frac{\pi n d}{2}\right)$$

$$\left\{ (-1)^k \sin\left(\frac{\pi n d}{2}\right) \left[ \frac{1}{2\pi n} + \frac{2\pi n}{\left(\frac{(2k+1)\pi}{2\tau_p} T_c\right)^2 - (2\pi n)^2} \right] \right.$$

$$\left. + \frac{\frac{(2k+1)\pi}{2\tau_p} T_c}{\left(\frac{(2k+1)\pi}{2\tau_p} T_c\right)^2 - (2\pi n)^2} \cos\left(\frac{\pi n d}{2}\right) \right\} \quad (2.27)$$

Le graphe 2.6 illustre la façon dont ces coefficients dégradent la stabilité de fréquence de l'horloge et donne leur comportement asymptotique : les  $g_{cn}^2$  se comportent comme  $\frac{1}{n^4}$ . De plus le rapport  $g_{cn}^2/g_0^2$  qui intervient dans le calcul de la variance d'Allan liée à l'effet Dick ne dépend que du rapport cyclique  $d$ .

### 2.3.5 Evaluation de l'effet Dick pour un bruit blanc de fréquence

Dans le cas d'un bruit blanc de fréquence,  $S_y^{LO}(f_n)$  vaut  $h_0$  en reprenant les notations de l'équation 2.6. Sous cette condition particulière, l'écart-type d'Allan dû à l'effet Dick peut se calculer de façon analytique, en utilisant le théorème de Parseval :

$$\frac{2}{T_c} \int_0^{\frac{T_c}{2}} g^2(t) dt = \frac{g_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} g_{cn}^2 \quad (2.28)$$

On a alors :

$$\sigma_{yLLO}^2(\tau) = \frac{h_0}{\tau} \left[ \frac{4}{T_c} \int_0^{\frac{T_c}{2}} \frac{g^2(t)}{g_0^2} dt - \frac{1}{2} \right] \quad (2.29)$$

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

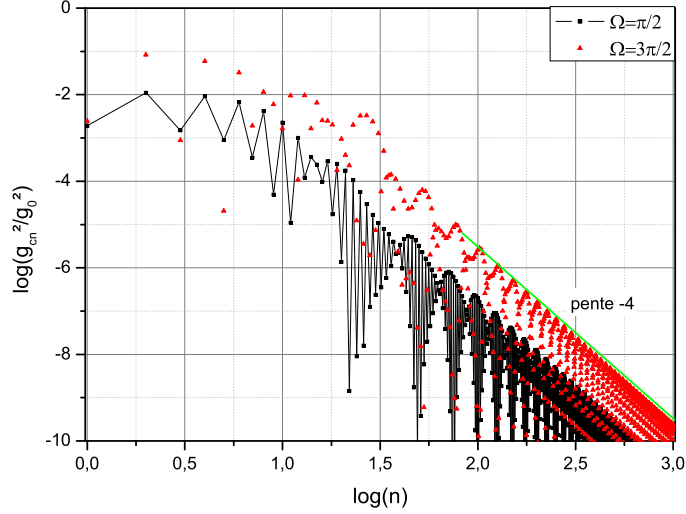


FIG. 2.6 – Rapport des coefficients de Fourier  $\frac{g_m^2}{g_0^2}$  pour l'interrogation de Ramsey-Bordé en fonction de  $\log(n)$  pour  $\Omega = \frac{\pi}{2}$  ( $k = 0$ ) et  $\Omega = \frac{3\pi}{2}$  ( $k = 1$ ), un rapport cyclique de 0.5 et  $T_c = 5ms$ .

Cette expression se traduit simplement pour  $\tau \gg T_c$  par :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{h_0}{2\tau} \left( \frac{1}{d} - 1 \right) \quad (2.30)$$

On retrouve exactement le même résultat que dans le cas d'une interrogation Ramsey [65] : la stabilité en fréquence ne dépend que de  $d$ , le rapport cyclique. D'après l'équation 2.30, l'OL asservi est plus stable que l'OL en fonctionnement libre si  $1 > d \geq 0.5$ . On constate également que la limite de  $\sigma_{yLLO}^2$  lorsque  $d$  tend vers 1 est 0, ce qui signifie que pour  $d = 1$ , il n'y a pas d'effet Dick. On voit d'ores et déjà que l'on a intérêt à choisir un rapport cyclique le plus proche possible de 1. Le tableau 2.2 donne pour différents rapports cycliques, la variance d'Allan liée à l'effet Dick. On choisit comme niveau de bruit blanc de l'OL  $10^{-2} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  avec une fréquence de cycle  $f_c = \frac{1}{T_c}$  de 100 Hz, ce qui correspond au palier de bruit blanc du laser ultra-stable utilisé dans notre expérience.

#### 2.3.6 Evaluation de l'effet Dick pour différents oscillateurs

Illustrons l'effet Dick sur la stabilité d'une horloge optique à atomes non piégés avec une interrogation de type Ramsey-Bordé, dans le cas d'oscillateurs bien particuliers présentés ci-après. Le bruit de l'oscillateur aux

Rapport cyclique $d$	Effet Dick
0.5	$1.65 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$
0.7	$1.01 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$
0.9	$5.49 \times 10^{-17} \tau^{-1/2}$
0.95	$3.78 \times 10^{-17} \tau^{-1/2}$
0.99	$1.66 \times 10^{-17} \tau^{-1/2}$

TAB. 2.2 – Valeurs de l'effet Dick dans le cas d'une interrogation de Ramsey-Bordé pour diverses valeurs du rapport cyclique, dans le cas du bruit blanc de fréquence au niveau de  $10^{-2} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ .

fréquences inférieures à  $f_c$  n'est pas échantillonné par la réponse atomique. Par conséquent, on peut penser, *a priori*, que avec une valeur de  $f_c$  appropriée, seul le palier de bruit blanc du laser intervient dans l'évaluation de l'effet Dick. La stabilité liée à l'effet Dick est toujours donnée dans ce cas par la relation 2.30.

### Le laser ultra-stable de l'expérience strontium

Le laser ultra-stable de l'expérience strontium est une diode laser à 698 nm asservie sur une cavité Fabry-Perot de grande finesse ( $F = 27\,000$ ) en utilisant la technique de Pound Drever Hall qui sera décrite dans le chapitre 3. Le spectre de bruit de fréquence peut se décomposer suivant deux domaines de fréquence : à basse fréquence (1 Hz - 60 Hz), le bruit en fréquence du laser est dû aux vibrations et est relativement élevé ( $14 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  à 10 Hz). Le niveau du palier de bruit blanc se situe sur ce graphe à  $10^{-1} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  dans le domaine 60 Hz - 20 kHz. On verra par la suite l'effet Dick associé à un tel spectre. Ajoutons que les performances du laser ultra-stable ont été, depuis les résultats présentés dans ce mémoire, encore optimisées en particulier dans le domaine des basses fréquences ( $< 100 \text{ Hz}$ ) et que les stabilités calculées pour les différents types d'interrogation constituent des limites supérieures aux stabilités attendues.

### Autres lasers

Nous avons également choisi de nous intéresser à deux lasers particuliers : le premier est utilisé dans l'expérience VIRGO dont le spectre<sup>1</sup> de bruit de fréquence est présenté par la courbe (b) du graphe 2.7 et le deuxième est un

---

<sup>1</sup>Je remercie beaucoup François Bondu de m'avoir fourni ces données.

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

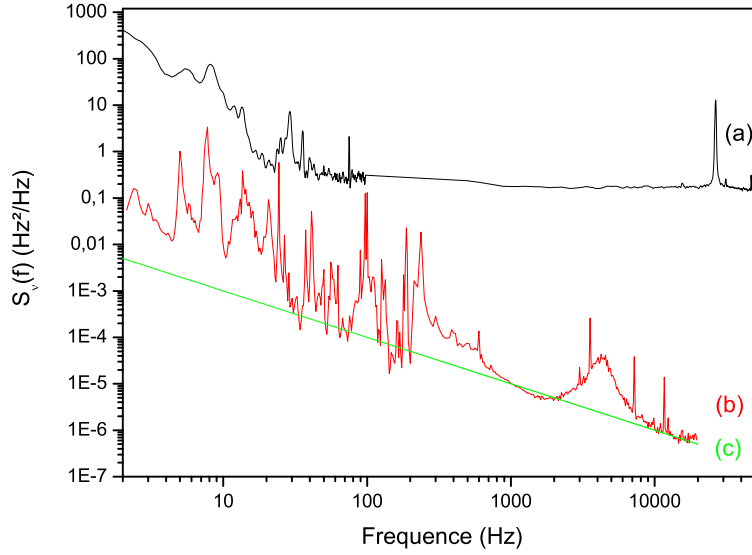


FIG. 2.7 – Densité spectrale des bruits de fréquence des lasers ultra-stables utilisés dans le projet strontium (a) et dans le projet VIRGO (b). En (c) est représenté le spectre de bruit de fréquence d'un laser, dont la limite ultime serait le bruit thermique de la cavité Fabry-Perot sur laquelle il est asservi.

laser 'idéal' uniquement limité par le bruit thermique de la cavité PF sur laquelle il est asservi. Son spectre de bruit de fréquence est représenté par la courbe (c) du graphe 2.7. Nous avons supposé que pour notre expérience d'horloge optique, nous disposons d'un oscillateur local qui possède les mêmes propriétés spectrales que l'un ou l'autre de ces deux lasers. Par souci de clarté, les résultats concernant les différents types d'interrogation atomique discutés pour ces deux lasers, sont présentés dans l'annexe A de ce mémoire.

#### Effet Dick évalué en fonction du rapport cyclique et de la fréquence de cycle

Nous avons évalué l'effet Dick pour les OL décrits précédemment en fonction de deux paramètres qui semblent *a priori* appropriés, à savoir le rapport cyclique  $d$  et la fréquence de cycle  $f_c$ . Les résultats sont présentés dans les graphes 2.8. On remarque que plus la fréquence de cycle est élevée, plus la variance d'Allan est petite, on gagne ainsi plus d'un ordre de grandeur entre une fréquence  $f_c = 1\text{Hz}$  et  $f_c = 60\text{Hz}$  où 60 Hz représente, dans le cas du laser de l'expérience Sr, le début du palier de bruit blanc de fréquence. De plus,  $\sigma_{y,DICK}$  diminue de façon importante pour des rapports cycliques supérieurs ou égaux à 0.9 ce qui corrobore notre analyse effectuée

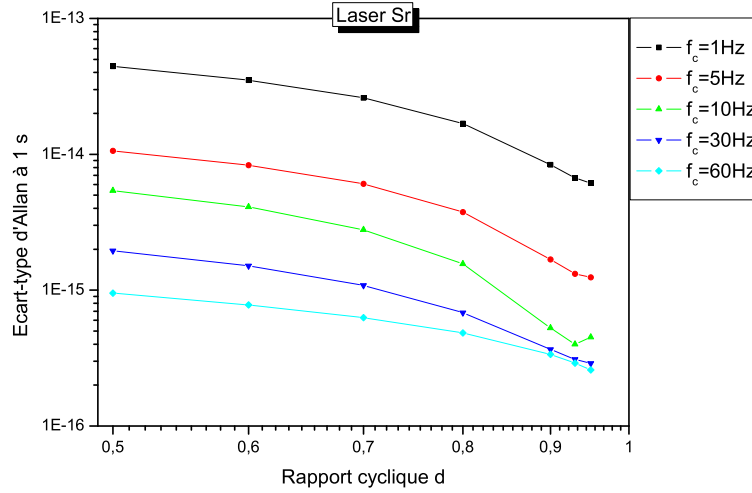


FIG. 2.8 – Variance d’Allan liée à l’effet Dick pour différentes valeurs des couples  $\{d, f_c\}$  pour le laser de l’expérience Sr

pour du bruit blanc de fréquence. Il semble de ce fait, que les couples les plus intéressants nous permettant d’obtenir une stabilité de quelques  $10^{-16}$  à 1 s soient pour  $d \geq 0.9$  et  $f_c \geq 30\text{Hz}$ . Dans cette étude, nous avons constaté que l’on obtient de meilleures stabilités pour des rapports cycliques proches de 1 et des fréquences de cycle élevées.

Quoiqu’il en soit, rappelons que le temps de cycle de l’horloge est la somme du temps de préparation des atomes et de leur détection que nous appellerons temps ‘mort’  $T_m$  et du temps d’interrogation. Le temps mort est une durée techniquement **incompressible** qui dépend des performances de la source d’atomes froids et on peut l’écrire en fonction des paramètres  $d$  et  $f_c$  :

$$T_m = \frac{1}{f_c}(1 - d) \quad (2.31)$$

On s’aperçoit, d’après l’équation 2.31, que pour satisfaire les conditions optimales de stabilité de l’horloge, c’est-à-dire pour les couples  $\{d, f_c\}$  retenus par l’étude précédente, il est nécessaire d’avoir  $T_m$  inférieur à la milliseconde, ce qui semble à l’heure actuelle difficile à réaliser techniquement. Rappelons à titre d’exemple que pour les fontaines à césium, ce temps mort est de plusieurs centaines de millisecondes. Il est donc indispensable d’analyser notre système en tenant compte, comme contrainte, de temps morts supérieurs (ou égaux) à la milliseconde.

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

---

#### Effet Dick évalué en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle

Nous nous sommes donc fixés comme paramètres, la fréquence de cycle  $f_c$  et la durée du temps 'mort'  $T_m$  du cycle d'horloge. Nous avons également fixé la durée d'une impulsion laser  $\tau_p$  à  $\frac{T_m}{2}$ . Les écart-types d'Allan sont représentés sur les graphes 2.9(b) associés aux valeurs du rapport signal à bruit  $S/B$  (graphes 2.9(a)) pour le laser Sr.

**Remarque 1 :** Le rapport  $S/B$  intervient dans le calcul de la stabilité  $\sigma$  d'un étalon de fréquence optique donnée pour une interrogation de Ramsey-Bordé par :

$$\sigma(\tau) = \frac{2}{\pi QS/B} \sqrt{\frac{1}{f_c \tau}} \quad (2.32)$$

Il nous indique le nombre minimal d'atomes  $N$  qui doivent participer au signal détecté : en effet, lorsqu'on atteint la limite quantique pour un étalon de fréquence, le rapport  $S/B$  s'exprime comme  $S/B = \sqrt{N}$  (voir chapitre 1). Illustrons ceci avec nos paramètres expérimentaux : au vu des performances de notre source d'atomes froids de strontium, nous pouvons capturer dans le piège magnéto-optique (PMO)  $2.8 \times 10^{10}$  atomes de  $^{87}\text{Sr}$  par seconde soit quelques  $10^7$  atomes de  $^{87}\text{Sr}$  en 2 ms à une température d'environ 1 mK. La fraction d'atomes du PMO pouvant participer au signal détecté est donnée par le rapport entre la fréquence de Rabi et la largeur de la résonance élargie par effet Doppler ( $\sim 1.5$  MHz) soit de l'ordre de 1000 atomes pour une impulsion de durée de 1 ms ce qui correspond à un rapport  $S/B$  de 45.

En ce qui concerne le laser Sr, pour des temps morts plus petits que 10 ms, on peut espérer des stabilités inférieures à  $10^{-15}$ , soit un ordre de grandeur mieux que les stabilités des meilleures horloges actuelles. Les valeurs du rapport  $S/B$  sont également prometteuses, puisqu'elles ne sont pas forcément élevées ( $< 30$  pour la plupart). On voit qu'ainsi, il n'est pas nécessaire d'atteindre l'état de l'art dans l'élaboration d'un laser ultra-stable utilisé comme OL, pour obtenir des performances d'horloge en rapport avec les objectifs fixés.

**Remarque 2 :** On doit cependant considérer ces résultats avec précaution. En effet pour certains couples  $\{T_m, f_c\}$  typiquement pour  $f_c < 30\text{Hz}$ , la largeur de la raie centrale des franges de Ramsey-Bordé est de l'ordre de la

largeur de raie de notre laser ( $\sim 10\text{Hz}$ ), et par conséquent on ne peut plus modéliser la réponse des atomes à une perturbation de l'OL par un processus linéaire. Pour conclure cette étude, nous pouvons dire que :

- Lorsque le rapport cyclique est le paramètre limitant (autrement dit qu'on ne peut obtenir  $d$  proche de 1), nous avons intérêt à choisir des fréquences de cycle élevées ( $f_c > 10\text{ Hz}$ ).
- Lorsque le temps mort est le paramètre limitant ( $T_m > 1\text{ ms}$ ), il est conseillé de choisir des fréquences de cycle basses ( $f_c < 10\text{ Hz}$ ).

En effet, pour un temps mort de 1 ms, on a  $\sigma_{y,DICK} = 1.08 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$  avec une fréquence de cycle de 5 Hz alors que pour une fréquence de cycle de 100 Hz,  $\sigma_{y,DICK} = 3.38 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$ . On a ainsi gagné un facteur 3 en passant d'une fréquence de cycle de 100 Hz à une fréquence de cycle de 5 Hz. On peut voir sur le graphe 2.10, la façon dont les coefficients de Fourier dégradent la stabilité dans ces deux cas : la contribution des dix premiers coefficients de Fourier à l'effet Dick est en effet la plus importante et sur ces dix premiers termes, il y a un facteur 400 entre ceux qui correspondent à une fréquence de cycle de 5 Hz et ceux calculés pour une fréquence de cycle de 100 Hz. Donc en remarquant que le bruit de fréquence du laser est de  $50\text{ Hz}^2/\text{ Hz}$  à 5 Hz et de  $0.3\text{ Hz}^2/\text{ Hz}$  à 100 Hz, on retrouve bien ce facteur 3 entre les stabilités. Les fréquences de cycle les plus basses sont par ailleurs, plus faciles à mettre en oeuvre expérimentalement.

Quoiqu'il en soit, il est **nécessaire de réduire au maximum le temps mort** pour optimiser les performances de l'horloge (en ce qui concerne la stabilité). On peut souligner ici, qu'utiliser un second piège magnéto-optique fonctionnant sur la transition d'intercombinaison  $^1S_0 - ^3P_1$  (à 689 nm pour le strontium avec 7.6 kHz de largeur de raie), comme c'est le cas dans l'expérience de H. Katori [71], est à éviter si possible. En effet, le chargement efficace d'un tel piège prend environ une centaine de millisecondes. Dans notre expérience, en effectuant le refroidissement des atomes uniquement sur la transition  $^1S_0 - ^1P_1$ , nous pourrions envisager un temps mort de 10 ms.

**Remarque 3 :** Pour effectuer une impulsion  $\pi/2$ , le laser OL, dont le faisceau est supposé gaussien, doit avoir une puissance donnée par :

$$P = \frac{h\pi^4 w^2 \nu_0^3}{12\Gamma c^2 \tau_p^2} \quad (2.33)$$

### 2.3. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES LIBRES

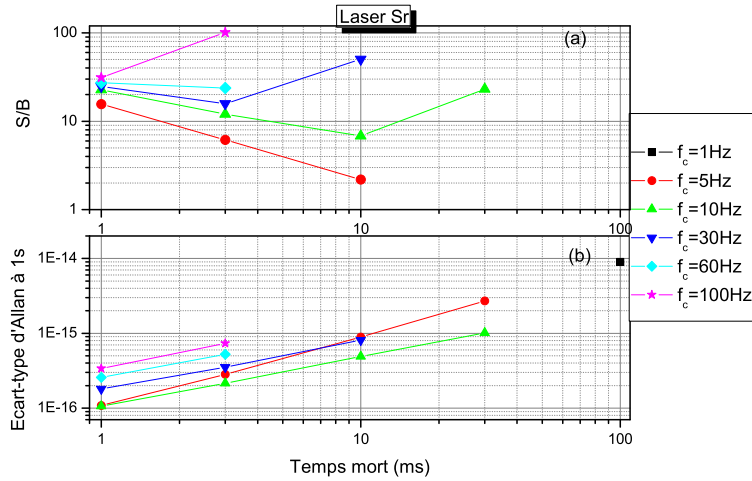


FIG. 2.9 – Rapport  $S/B$  en (a) et variance d'Allan liée à l'effet Dick en (b) (valeur donnée à 1s) dans le cas d'une interrogation Ramsey-Bordé pour un spectre de bruit de fréquence du laser ultra-stable utilisé dans l'expérience strontium.

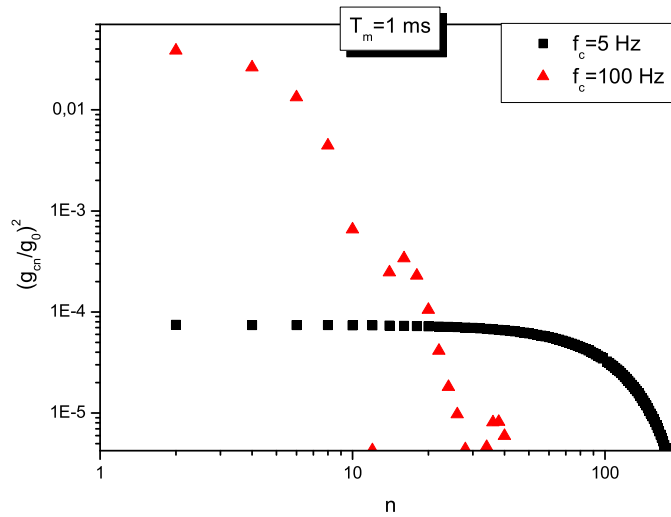


FIG. 2.10 – Coefficients de Fourier pour  $T_m=1$  ms tracés avec une fréquence de cycle de 5 Hz (■) et avec une fréquence de cycle de 100 Hz (△) pour une interrogation Ramsey-Bordé.

où  $\nu_0 = 429$  THz est la fréquence de la transition atomique,  $\tau_p$  la durée d'une impulsion,  $\Gamma/2\pi = 1$  mHz, la largeur de la transition et  $w$ , le col du faisceau. Ces puissances lasers sont de l'ordre du mW et sont aisément accessibles avec une diode laser.

## Conclusion

Au vu de cette étude, il est **nécessaire** de minimiser  $T_m$  et  $\tau_p$  dans le mesure du possible pour augmenter la stabilité de l'horloge, par exemple avec  $T_m = 2\tau_p = 3$  ms, la stabilité est de  $3.52 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$  pour  $f_c = 30$ Hz.

## 2.4 Cas d'une horloge optique à atomes neutres piégés

### 2.4.1 Interrogation de type Ramsey

La fonction de sensibilité dans le cas Ramsey optique est la même que dans le cas micro-onde donnée dans les références [27, 65]. De même que précédemment, on peut choisir une origine des temps de façon à ce que  $g(t)$  soit paire :

$$g(t) = \begin{cases} \sin \Omega(t + \tau_p + \frac{T}{2}) & -\tau_p - \frac{T}{2} \leq t < -\frac{T}{2} \\ 1 & -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2} \\ \sin(\Omega(\frac{T}{2} + \tau_p - t)) & \frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2} + \tau_p \end{cases} \quad (2.34)$$

dans le cas où le désaccord entre la fréquence laser et la résonance atomique est très faible.

### Bruit blanc de fréquence

Dans ce cas, comme  $g(t)$  est paire, les coefficients  $g_{sn}$  sont nuls. Les coefficients de Fourier s'écrivent pour  $\Omega\tau_p = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$  :

$$\begin{aligned} g_0 &= \frac{4}{T_c} [(-1)^k \frac{2\tau_p}{(2k+1)\pi} + \frac{T}{2}] \\ g_{cn} &= 4 \sin \frac{\pi n T}{T_c} \left[ \frac{1}{2\pi n} + \frac{2\pi n}{[\frac{(2k+1)\pi T_c}{2\tau_p}]^2 - (2\pi n)^2} \right] \\ &\quad + (-1)^k \frac{(2k+1)\pi T_c / 2\tau_p}{[\frac{(2k+1)\pi T_c}{2\tau_p}]^2 - (2\pi n)^2} \cos \frac{\pi n}{T_c} (T + 2\tau_p) \end{aligned} \quad (2.35)$$

## 2.4. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES PIÉGÉS

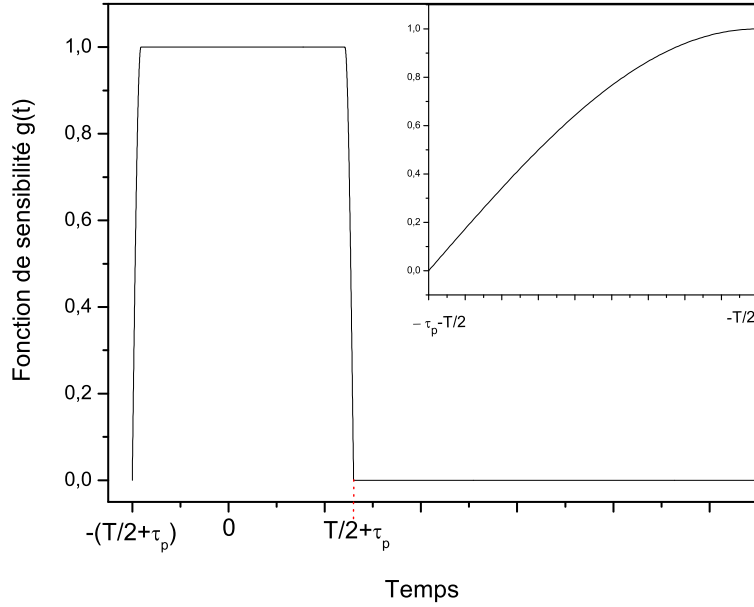


FIG. 2.11 – Graphe de la fonction de sensibilité pour une interrogation de type Ramsey avec deux impulsions  $\frac{\pi}{2}$ . En insert, l'agrandissement de la fonction de sensibilité sur l'intervalle de temps  $[-\tau_p - \frac{T}{2}, -\frac{T}{2}]$ .

Les coefficients  $g_{cn}^2$  se comportent asymptotiquement comme  $1/n^4$  comme on peut le voir sur le graphe 2.12. On peut souligner le fait que les coefficients de Fourier dans le cas Ramsey ne dépendent que du rapport cyclique  $d$  et non de la fréquence de cycle  $f_c$ .

Toujours en utilisant le théorème de Parseval, on obtient l'écart-type d'Allan lié à l'effet Dick pour du bruit blanc de fréquence :

$$\boxed{\sigma_{y_{LLO}}^2(\tau) = \frac{h_0}{2\tau} \left( \frac{1}{d} - 1 \right)} \quad (2.36)$$

Il est donc intéressant de remarquer que nous obtenons exactement les mêmes résultats concernant la variance d'Allan liée à l'effet Dick pour une interrogation Ramsey-Bordé et pour le cas Ramsey, avec les conclusions identiques qui en découlent (voir tableau 2.2).

**Remarque 4 :** La stabilité de l'étalon de fréquence pour une interrogation de type Ramsey est donnée par :

$$\sigma(\tau) = \frac{1}{\pi QS/B} \sqrt{\frac{1}{f_c \tau}} \quad (2.37)$$

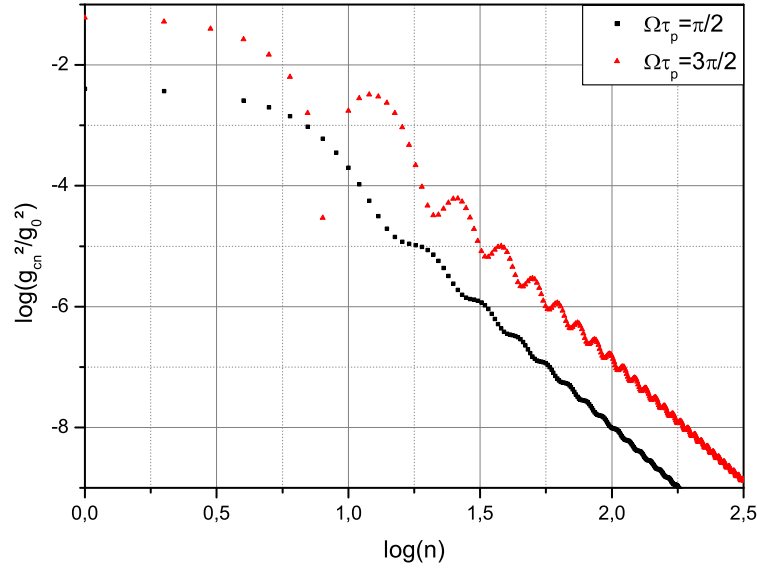


FIG. 2.12 – Rapport des coefficients de Fourier  $\frac{g_{cn}^2}{g_0^2}$  pour une interrogation de Ramsey en fonction de  $\log(n)$  pour  $\Omega\tau_p = \frac{\pi}{2}$  ( $k = 0$ ) et pour  $\Omega\tau_p = \frac{\pi}{2}$  ( $k = 1$ ), un rapport cyclique de 0.5 et  $T_c = 5ms$ .

Cette expression diffère d'un facteur 2 de celle de la stabilité dans le cas d'une interrogation de Ramsey-Bordé donnée par 2.32. De la même façon que précédemment, on peut calculer le nombre minimal  $N$  d'atomes participant au signal déduit du rapport  $S/B$ . Nous reprenons donc, pour évaluer l'ordre de grandeur de  $N$ , les paramètres de la source d'atomes froids de strontium. Nous devons également prendre en compte ceux du piège dipolaire qui va servir à confiner les atomes dans le régime de Lamb-Dicke. L'expérience étant en cours de réalisation, nous n'avons pas de taux de chargement  $\Upsilon$  du piège mesuré, mais nous pouvons envisager  $\Upsilon = 10^6$  atomes par seconde par exemple. Le nombre d'atomes détectés étant le nombre d'atomes piégés dans le piège dipolaire, on peut estimer qu'on peut piéger  $10^3$  atomes en 1 ms.

### Cas d'oscillateurs particuliers

Nous allons analyser l'effet Dick dans un premier temps en fonction de  $d$  et de  $f_c$  puis en fonction du temps mort, qui semble être un paramètre plus pertinent pour optimiser les performances de l'horloge.

**Effet Dick évalué en fonction du rapport cyclique et de la fréquence de cycle :** Les résultats sont présentés sur le graphe 2.13. Comme pour le

## 2.4. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES PIÉGÉS

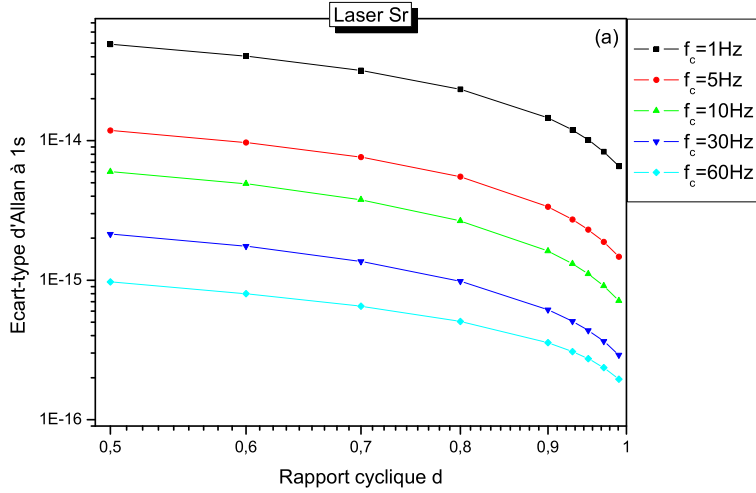


FIG. 2.13 – Variance d'Allan liée à l'effet Dick du laser de l'expérience strontium pour une interrogation Ramsey.

cas Ramsey-Bordé, les couples  $\{d, f_c\}$  qui optimisent la stabilité de l'étalon de fréquence sont pour  $d \geq 0.9$  et  $f_c \geq 30\text{Hz}$ . Les écarts-types d'Allan calculés pour une interrogation Ramsey sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus pour Ramsey-Bordé. On observe également une forte diminution de  $\sigma_{y,Dick}$  pour un rapport cyclique supérieur à 0.9.

**Effet Dick évalué en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle :** Les écarts-types d'Allan liés à l'effet Dick et les rapports  $S/B$  associés sont représentés sur les graphes 2.14((b) et (a) respectivement) en fonction des différents couples  $\{T_m, f_c\}$ , pour l'OL utilisé dans l'expérience strontium. Il est intéressant de constater que les rapports  $S/B$  sont relativement peu élevés, pour la plupart inférieurs à 10.

**Conclusion :** Pour diminuer le temps mort, une solution consisterait à recycler les atomes : on peut envisager qu'une fraction non négligeable des atomes ( $\sim 90\%$ ) n'est pas perdue par le piège (durée de vie  $\sim 1\text{s}$ ) en fin de cycle, et peut être ré-interrogée dans le cycle suivant. A l'heure actuelle, des stratégies ont été élaborées mais n'ont pas encore été testées expérimentalement pour permettre ce recyclage : il est nécessaire d'améliorer l'expérience pour atteindre cet objectif. La remarque 2 du cas Ramsey-Bordé reste encore valable, avec une largeur de frange centrale donnée par  $\frac{1}{2T}$ .

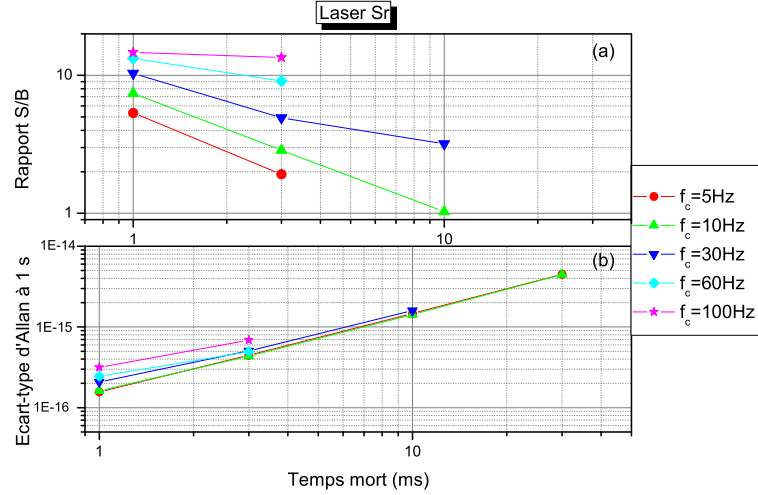


FIG. 2.14 – Rapport  $S/B$  en (a) et variance d'Allan liée à l'effet Dick en (b) des lasers de l'expérience strontium.

## 2.4.2 Interrogation avec une impulsion Rabi

### Fonction de sensibilité et coefficients de Fourier

On peut considérer une interrogation avec une impulsion Rabi comme le cas limite d'une interrogation Ramsey avec un temps  $T = 0$ . La fonction de sensibilité s'écrit dans ce cas précis par l'équation 2.38 pour  $t > 0$  et est représentée par la figure 2.15 pour  $\Omega\tau_p = \pi$  :

$$g(t) = \begin{cases} -\sin[\Omega(t - \frac{\tau_p}{2})] & 0 < t < \frac{\tau_p}{2} \\ 0 & t > \frac{\tau_p}{2} \end{cases} \quad (2.38)$$

Sous ces conditions,  $g(t)$  est paire et donc  $g_{sn} = 0$ . Les coefficients de Fourier  $g_0$  et  $g_{cn}$  sont donnés par les expressions, en posant  $d = \frac{\tau_p}{T_c}$  :

$$g_0 = \frac{4}{\Omega T_c} [1 - \cos(\Omega \frac{\tau_p}{2})] \quad (2.39)$$

$$g_{cn} = \frac{4\Omega T_c}{(\Omega T_c)^2 - (2\pi n)^2} \cos(\pi n d)$$

## 2.4. CAS D'UNE HORLOGE OPTIQUE À ATOMES NEUTRES PIÉGÉS

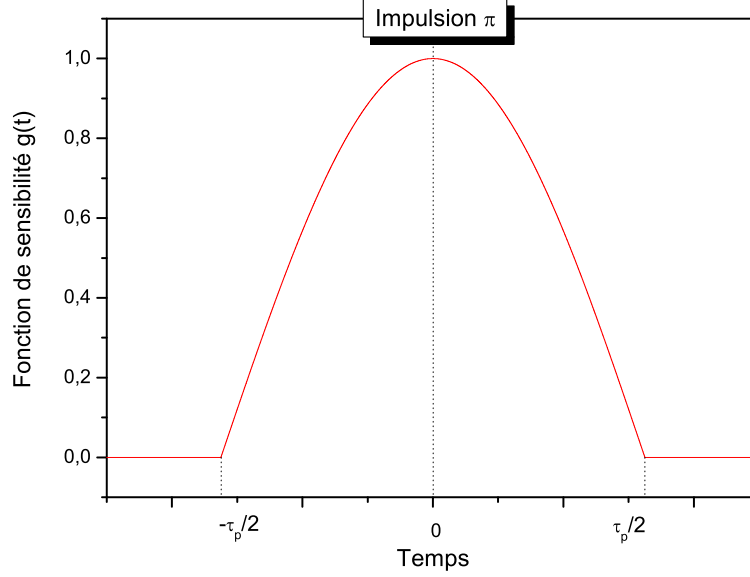


FIG. 2.15 – *Fonction de sensibilité  $g(t)$  pour une impulsion  $\pi$ .*

ce qui se simplifie pour  $\Omega\tau_p = \pi$  en :

$$g_0 = \frac{4d}{\pi} \quad (2.40)$$

$$g_{cn} = \frac{4\pi/d}{(\pi/d)^2 - (2\pi n)^2} \cos(\pi nd)$$

Le rapport  $g_{cn}^2/g_0^2$  est représenté sur le graphe 2.16. Le comportement asymptotique des  $g_{cn}^2$  est toujours en  $1/n^4$  et ils ne dépendent que du rapport cyclique et non de la fréquence de cycle.

### Bruit blanc de fréquence

Nous déduisons du théorème de Parseval l'effet Dick pour un bruit blanc de fréquence :

$$\sigma_{yLLO}^2(\tau) = \frac{h_0}{2\tau} \left( \frac{\pi^2}{8d} - 1 \right) \quad (2.41)$$

Le tableau 2.3 donne les valeurs de l'effet Dick avec un niveau de bruit blanc de  $10^{-2}$  Hz<sup>2</sup>/Hz. Comme dans les cas précédents,  $\sigma_{yLLO}$  ne dépend que du rapport cyclique et l'OL asservi est plus stable que l'OL en fonctionnement

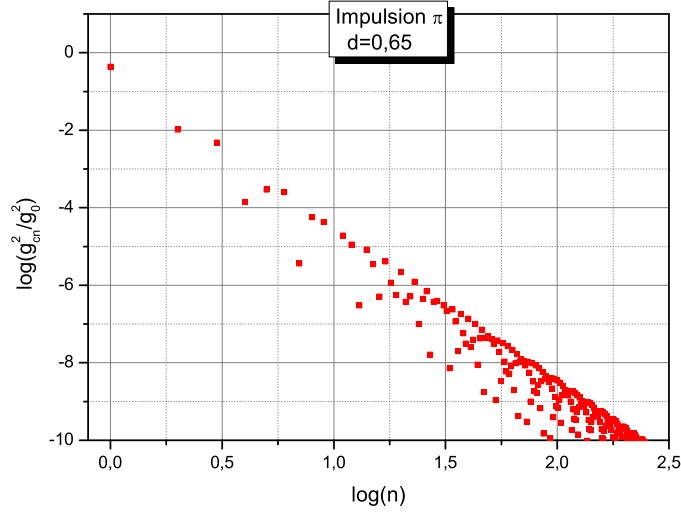


FIG. 2.16 – Coefficients de Fourier  $\log(\frac{g^2}{g_0^2})$  en fonction de  $\log n$  pour un rapport cyclique  $d = 0.65$  dans le cas d'une impulsion Rabi.

Rapport cyclique $d$	Effet Dick
0.65	$1.56 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$
0.7	$1.44 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$
0.9	$1.00 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$
0.95	$9.00 \times 10^{-17} \tau^{-1/2}$
0.99	$8.17 \times 10^{-17} \tau^{-1/2}$

TAB. 2.3 – Valeurs de l'effet Dick en fonction du rapport cyclique, pour du bruit blanc de fréquence de l'OL de  $10^{-2} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  dans le cas d'une impulsion Rabi.

libre si  $0.62 < d < 1$ . On remarque que contrairement aux cas des interrogations Ramsey-Bordé et Ramsey, lorsque  $d$  tend vers 1, l'effet Dick ne s'annule pas. On peut donc, pour une interrogation Rabi, prendre  $d$  le plus proche de 1 possible pour voir une diminution de l'effet Dick mais celle-ci ne sera pas aussi significative que pour Ramsey et Ramsey-Bordé.

**Effet Dick évalué en fonction du rapport cyclique et de la fréquence de cycle :** Les variances d'Allan liées à l'effet Dick sont données par les graphes 2.17 en fonction de  $d$  le rapport cyclique et  $f_c$  la fréquence de cycle. On constate que  $\sigma_{y,DICK}$  diminue beaucoup moins rapidement dans le cas Rabi que dans le cas Ramsey pour  $d > 0.9$ .

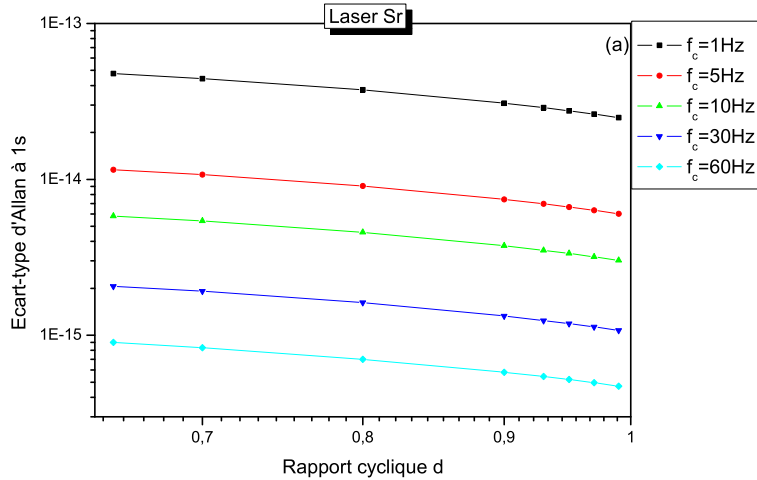


FIG. 2.17 – Variance d’Allan liée à l’effet Dick pour une impulsion Rabi dans le cas de notre laser ultra-stable.

**Effet Dick évalué en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle :** Les stabilités liées à l’effet Dick dans le cas de notre laser ultra-stable sont représentées sur les graphes 2.18. Il existe plus d’un ordre de grandeur entre les stabilités calculées pour une interrogation Ramsey et une interrogation Rabi. En effet, pour une interrogation de Ramsey, lorsque  $T \gg \tau_p$  et pour des temps morts tels que  $T_m \ll T$ , la fonction de sensibilité est quasi constante ( $g(t) \sim 1$ ) en dehors de la durée des deux impulsions. La dégradation de la stabilité qui en découle est alors moindre pour une interrogation Ramsey que pour une impulsion Rabi, pour laquelle la fonction de sensibilité est modulée. Le graphe 2.19 illustre bien cette différence entre les deux types d’interrogation : il représente la fonction de sensibilité sur deux cycles d’horloge pour des interrogations de Ramsey et de Rabi. Cette interrogation de Rabi peut néanmoins être intéressante à tester : en effet, le profil obtenu pour une interrogation Rabi est moins large que l’enveloppe des franges de Ramsey-Bordé (donnée par  $1/\tau$ ) ce qui a pour conséquence une dispersion en fréquence moins grande et donc la possibilité d’exciter d’autres transitions proches est plus faible que dans le cas Ramsey.

## 2.5 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre, que nous pouvons atteindre une stabilité d’horloge limitée par effet Dick de quelques  $10^{-16}$  à 1 s avec un laser OL ultra-stable certes mais sans qu’il soit nécessaire d’atteindre l’état de

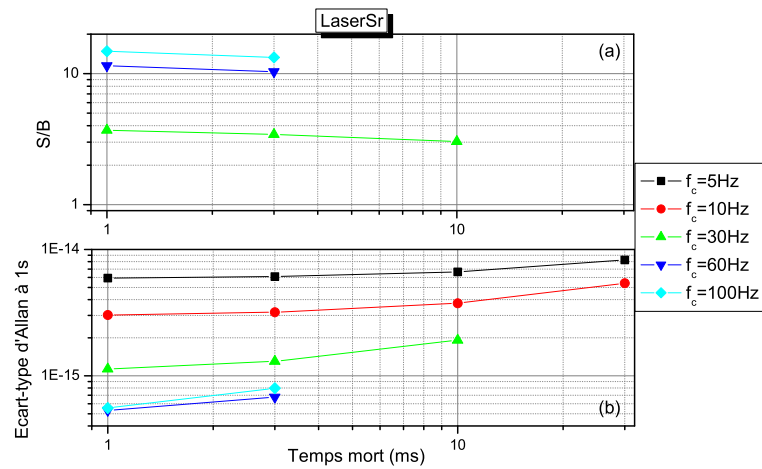


FIG. 2.18 – Rapport  $S/B$  en (a) et variance d'Allan liée à l'effet Dick en (b) pour une impulsion Rabi dans le cas de notre laser ultra-stable.

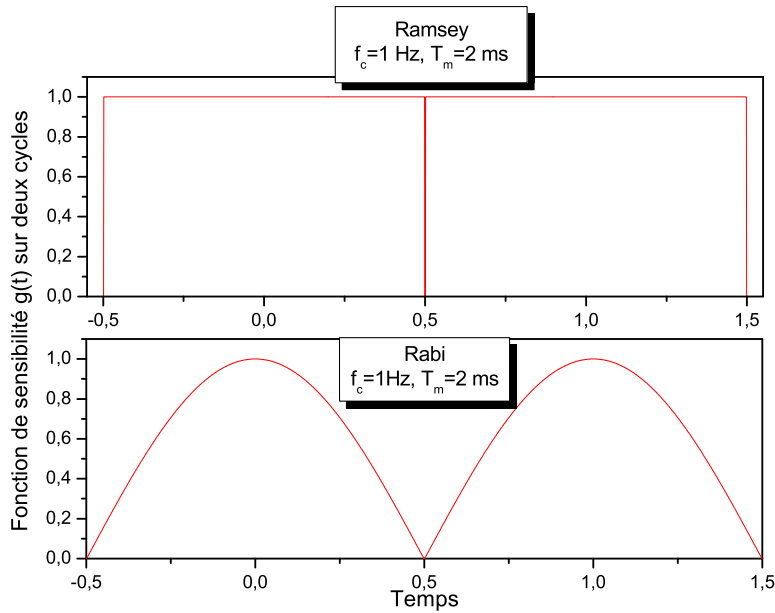


FIG. 2.19 – Fonction de sensibilité  $g(t)$  représentée sur deux cycles d'horloge pour une fréquence de cycle de 1 Hz et un temps mort de 2 ms dans le cas des interrogations de Ramsey et de Rabi. On constate que  $g(t)$  est quasiment constante pour une interrogation de Ramsey alors qu'elle est modulée pour une interrogation de Rabi.

l'art concernant la réalisation de celui-ci. Différents types d'interrogation des atomes ont été discutés dans deux cas particuliers : une horloge optique à atomes neutres libres et une horloge optique à atomes piégés. On se rend compte que pour atteindre des stabilités élevées, on peut jouer à la fois sur l'optimisation du laser ultra-stable et sur celle des séquences temporelles : celles-ci peuvent éventuellement être réalisables expérimentalement à condition d'optimiser certains éléments-clés de l'expérience, en particulier la source d'atomes froids et le piège dipolaire. En effet, les paramètres influant sur la stabilité de l'horloge sont le temps mort et la fréquence de cycle. Il serait ainsi intéressant d'avoir un laser suffisamment stable pour avoir la possibilité de choisir des fréquences de cycles basses qui sont faciles à mettre en oeuvre ( $\leq 10$  Hz) avec un temps mort relativement court : **plus le temps mort est court, meilleure est la stabilité**. Ajoutons également que lorsque le rapport cyclique  $d$  tend vers 1, le laser asservi est plus stable que le laser libre. A l'heure actuelle, avec notre source d'atomes froids (voir chapitre 4), il faut un minimum de 2 ms aux atomes pour traverser le ralentisseur Zeeman et encore 2 ms sont indispensables pour capturer  $\sim 10^7$  atomes dans le PMO. A cela, on doit ajouter le temps de transfert des atomes du PMO vers le piège dipolaire et le chargement de ce dernier. Le piège dipolaire étant en cours de construction, il est impossible de se faire une idée sur ces temps. On peut seulement penser qu'une dizaine de millisecondes de temps mort semble une durée incompressible pour notre expérience. Avec ce temps mort de 10 ms et une fréquence de cycle de 5 Hz, la stabilité de l'horloge espérée est inférieure à  $10^{-15}\tau^{-1/2}$  soit un ordre de grandeur mieux que les meilleures horloges actuelles. Il est également possible d'envisager différentes stratégies d'interrogation pour améliorer la stabilité qui consistent à recycler les atomes d'une interrogation à l'autre. Cette étude pourrait être approfondie une fois les expériences de capture des atomes dans le piège dipolaire effectuées afin de s'appuyer sur des paramètres réels. Il faut également souligner le fait que diminuer  $T_m$  peut dégrader l'exactitude de l'horloge : une solution consisterait à étudier deux échantillons d'atomes, l'un permettant de réaliser l'exactitude et l'autre, la stabilité. De ce chapitre, on peut également conclure que l'asservissement du laser sur les atomes peut être un moyen efficace pour réaliser une source laser extrêmement stable. L'effet Dick étant lié à la nature pulsée de l'horloge, on peut aussi envisager de réaliser une horloge optique continue. Une telle configuration pour une horloge micro-onde a été déjà testée avec un jet continu d'atomes froids de césium [72].



# Chapitre 3

## Réalisation d'un laser ultra-stable

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons souligné l'importance de la pureté spectrale du laser d'interrogation pour sonder la transition d'horloge. L'objectif que nous nous sommes fixé est d'atteindre un niveau de bruit de fréquence du laser de l'ordre de  $10^{-2}\text{Hz}^2/\text{Hz}$  sur un domaine de fréquence allant de quelques Hz à quelques dizaines de kHz. Initialement la densité spectrale de bruit de fréquence du laser non asservi est supérieure à  $10^8\text{Hz}^2/\text{Hz}$  sur ce même intervalle. Pour ce faire, le gain de l'asservissement du laser doit être au moins de 100 dB et la réalisation de la référence doit être compatible avec ce niveau de bruit. Il est donc nécessaire en particulier que la bande passante soit aussi grande que possible, c'est-à-dire dans notre cas, de l'ordre du MHz. Ce chapitre est ainsi consacré à la réalisation d'un tel laser grâce à la technique de Pound-Drever-Hall [73, 74], que nous allons présenter dans une première partie.

Cette technique s'appuie sur l'asservissement du laser sur une cavité Fabry-Perot grâce à une modulation de phase à haute fréquence utilisant la réponse en réflexion de la cavité. L'avantage d'une telle technique réside dans la bande passante de l'asservissement qui est plus grande que la largeur de la résonance du pic de la cavité. Cette méthode d'asservissement a été utilisée avec grand succès par l'équipe de Bergquist (NIST) : la largeur de raie du laser est de 0.6 Hz pour des temps de mesure de 32 s et la stabilité relative en fréquence du laser a été mesurée à  $3 \times 10^{-16}$  à 1 s [47]. D'autres équipes utilisent des résonateurs optiques cryogéniques [75] : un laser Nd :YAG est stabilisé sur une cavité Fabry-Pérot en saphir refroidie à l'hélium liquide et présente une stabilité de 0.7 Hz pour des temps d'intégration de 20 s. Citons

également l'expérience VIRGO, dont le laser Nd :YAG a un niveau de bruit blanc de fréquence à quelques  $10^{-6}\text{Hz}^2/\text{Hz}$  pour des fréquences supérieures à 1 kHz [76].

Dans un deuxième temps, nous décrivons le montage expérimental optique, la cavité Fabry-Pérot de grande finesse (PF), ainsi que l'asservissement du laser sur cette cavité. Nous exposerons les mesures qui ont servi à caractériser ce système et des pistes possibles d'amélioration.

## 3.2 La technique de Pound Drever Hall

### 3.2.1 Principe

La technique de Pound Drever Hall permet d'asservir en fréquence un laser sur une cavité Fabry-Perot de très grande finesse (voir figure 3.1). De plus, elle permet de supprimer les fluctuations de fréquences plus rapides que le temps de réponse de la cavité. Dans notre cas, pour une cavité de finesse 27 000 et d'intervalle spectral libre de 1.5 GHz, ce temps de réponse mesuré est de  $5.6 \times 10^{-6}$  s.

Intéressons-nous au signal réfléchi par la cavité PF. Supposons pour simplifier notre discussion que les coefficients de réflexions en amplitude des miroirs sont égaux  $r_1 = r_2 = r$  et que le champ laser incident s'écrit  $E_i e^{i\omega_L t}$  où  $\omega_L$  est la fréquence angulaire du laser. Le champ laser réfléchi  $E_r$  par la cavité PF est donné par :

$$E_r = \Gamma_r(\omega_L) E_i \quad (3.1)$$

où  $\Gamma_r(\omega)$  s'écrit (pour le calcul de  $\Gamma_r(\omega)$ , voir annexe B) :

$$\Gamma_r(\omega) = r \frac{(e^{-i\frac{\omega}{\nu_{ISL}}} - 1)}{1 - r^2 e^{-i\frac{\omega}{\nu_{ISL}}}} = |\Gamma_r(\omega)| e^{i\Psi_\omega} \quad (3.2)$$

avec  $\nu_{ISL} = \frac{c}{2L}$  l'intervalle spectral libre de la cavité PF et  $L$  sa longueur. Le champ réfléchi est constitué d'une composante directement réfléchi par le miroir d'entrée du PF et d'une composante interne transmise par le miroir d'entrée (champ  $E_3$  dans l'annexe B, figure B.1). Lorsque la cavité est à résonance, le champ  $E_3$  et le champ directement réfléchi interfèrent destructivement et le champ total réfléchi  $E_r$  est alors nul (figure B.3(b) de l'annexe B). Si le laser n'est plus parfaitement résonnant avec la cavité, alors la phase du champ total réfléchi  $E_r$  a un signe opposé au désaccord à

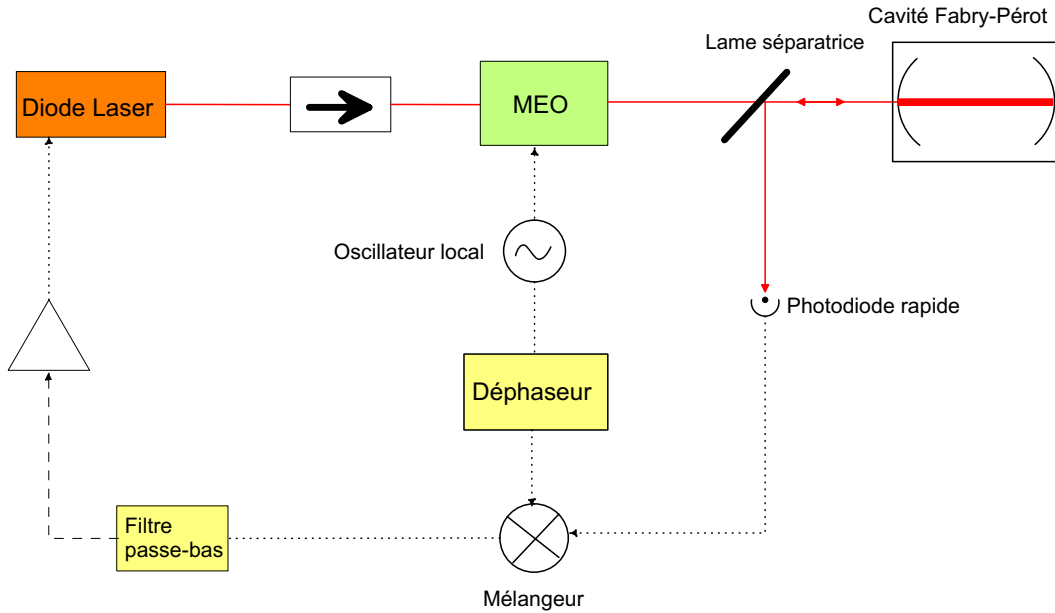


FIG. 3.1 – Le laser est modulé en phase par un modulateur électro-optique MEO générant des bandes latérales. L'intensité du champ réfléchi par la cavité (bandes latérales, champ  $E_3$  et champ directement réfléchi) est détectée par une photodiode rapide. Ce signal est ensuite démodulé, filtré et renvoyé vers le contrôle de fréquence du laser. Le déphaseur sert à ajuster la phase de façon à choisir la composante en phase ou en quadrature qui nous intéresse.

la résonance (figure B.3(a), annexe B). C'est cette phase  $\Psi_{\omega_L}$  qui va nous indiquer de quel côté de la résonance se trouve la fréquence du laser. Il faut donc établir une phase de référence fixe qui nous permettra par comparaison de déduire  $\Psi_{\omega_L}$ . Pour cela, nous allons moduler en phase le champ laser incident  $E_i$  avec un modulateur électro-optique (MEO), ce qui aura pour effet de créer des bandes latérales. Ces nouvelles composantes spectrales du champ laser transmises par le MEO ont des relations de phases connues et fixes entre elles. En faisant interférer ces bandes latérales avec le champ réfléchi, on obtient un battement à la fréquence de modulation, qui après démodulation nous renseignera sur l'amplitude et la phase de  $E_r$ . Soient  $\Omega$  et  $\beta$  respectivement la fréquence angulaire et l'indice de modulation.

$$E_{mod} = E_i e^{i(\omega_L t + \beta \Omega \sin \Omega t)} \quad (3.3)$$

En développant l'équation 3.3 sous la forme d'une série de fonctions de Bessel  $J_n(\beta)$ , nous obtenons :

$$E_{mod} = E_i \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{i(\omega_L + n\Omega)t} \quad (3.4)$$

On choisit l'indice de modulation suffisamment petit ( $\beta < 2$ ) et l'on néglige les termes d'ordre supérieur à 1 :

$$\begin{aligned} E_{mod} \simeq E_i \{ & J_0(\beta) e^{i\omega_L t} \\ & + J_{-1}(\beta) e^{i(\omega_L - \Omega)t} \\ & + J_1(\beta) e^{i(\omega_L + \Omega)t} \} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Le champ incident est donc constitué d'une porteuse à la fréquence angulaire  $\omega_L$  et de deux bandes latérales opposées en phase aux fréquences angulaires  $\omega_L \pm \Omega$ . D'où l'expression du champ réfléchi, en se rappelant que  $J_{-1}(\beta) = -J_1(\beta)$  :

$$\begin{aligned} E_r = E_i \{ & |\Gamma_r(\omega_L)| J_0(\beta) e^{i(\omega_L t + \Psi_{\omega_L})} \\ & - |\Gamma_r(\omega_L - \Omega)| J_1(\beta) e^{i[(\omega_L - \Omega)t + \Psi_{\omega_L - \Omega}]} \\ & + |\Gamma_r(\omega_L + \Omega)| J_1(\beta) e^{i[(\omega_L + \Omega)t + \Psi_{\omega_L + \Omega}]} \} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Une photodiode rapide détecte l'intensité réfléchie  $I_r \propto |E_r|^2$ . L'intensité réfléchie s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 I_r &= I_P |\Gamma_r(\omega_L)|^2 \\
 &+ I_{BL} \{ |\Gamma_r(\omega_L + \Omega)|^2 + |\Gamma_r(\omega_L - \Omega)|^2 \} \\
 &+ 2\sqrt{I_{BL}I_P} \{ \Re[\Gamma_r(\omega_L)\overline{\Gamma_r(\omega_L + \Omega)} - \overline{\Gamma_r(\omega_L)}\Gamma_r(\omega_L - \Omega)] \cos \Omega t \\
 &- \Im[\Gamma_r(\omega_L)\overline{\Gamma_r(\omega_L + \Omega)} - \overline{\Gamma_r(\omega_L)}\Gamma_r(\omega_L - \Omega)] \sin \Omega t \} \\
 &+ (\text{termes en } 2\Omega)
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

où l'on a posé  $I_P = J_0^2(\beta)|E_i|^2$  et  $I_{BL} = J_1^2(\beta)|E_i|^2$  les intensités dans la porteuse et dans les deux bandes latérales.

Les termes à la fréquence angulaire  $2\Omega$  sont filtrés électroniquement ainsi que les composantes continues, de sorte qu'il ne nous reste plus que les termes oscillant à la fréquence angulaire  $\Omega$ . L'information qui nous intéresse, à savoir la phase et l'amplitude du champ réfléchi, est effectivement contenue dans ces termes. Une fois l'intensité du champ réfléchi calculée, et après démodulation, nous pouvons déduire le signal d'erreur.

### 3.2.2 Le signal d'erreur

La fréquence de modulation  $\Omega$  étant telle que  $\frac{\nu_{LSL}}{F} \ll \Omega$ , on détecte une seule composante en quadrature et on choisit celle qui optimise la pente du signal d'erreur autour de la résonance. Dans l'équation 3.7, il ne subsiste donc que le terme en  $\sin(\Omega t)$  et par conséquent, en le multipliant par  $\sin(\Omega t)$  pour la démodulation, nous obtenons l'expression du signal d'erreur  $\varepsilon$  (voir figure 3.2) :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= -2\frac{\Omega}{I_i} \sqrt{I_P I_{BL}} \Im[H_{cavite}] \\
 &= -2\sqrt{I_P I_{BL}} \Im[\Gamma_r(\omega_L)\overline{\Gamma_r(\omega_L + \Omega)} \\
 &\quad - \overline{\Gamma_r(\omega_L)}\Gamma_r(\omega_L - \Omega)]
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

où  $I_i$  est l'intensité incidente et  $H_{cavite}$  est la fonction de transfert de la cavité en réflexion comme nous le verrons dans les paragraphes suivants.

La pente du signal d'erreur au voisinage de la résonance peut facilement se calculer en se rappelant que le champ réfléchi devient quasi-nul et que par conséquent  $|\Gamma_r(\omega_L)|^2 \sim 0$ . On ne garde alors dans l'équation 3.8 que les termes au premier ordre en  $\Gamma_r(\omega_L)$ . Au voisinage de la résonance, la pulsation laser  $\omega_L$  peut s'écrire comme :

$$\omega_L = \omega_{PF} - \delta\omega \tag{3.9}$$

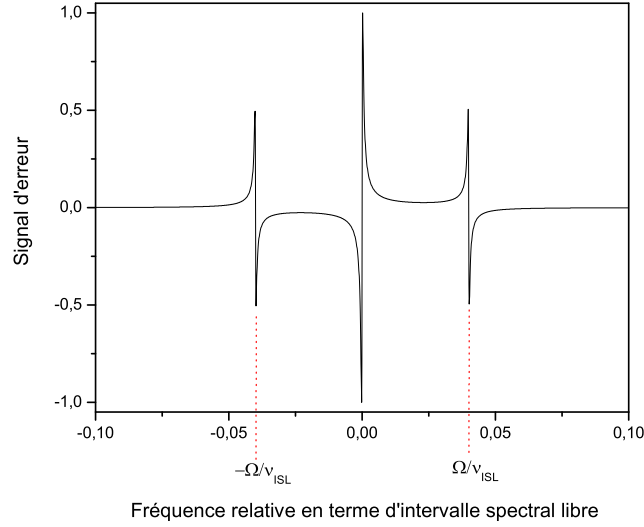


FIG. 3.2 – *Signal d'erreur obtenu avec les paramètres de notre expérience : la fréquence de modulation est de 60 MHz, l'intervalle spectral libre est de 1.5 GHz et le coefficient de réflexion en intensité des miroirs  $R = r^2 = 0.9999$ . Nous pouvons constater que la pente du signal d'erreur pour la porteuse est de signe opposé à celle obtenue pour les bandes latérales.*

où  $\omega_{PF}$  est la pulsation du pic de la cavité PF sur lequel est asservi le laser et  $\delta\omega$  est le désaccord à la résonance. On suppose également que la finesse de la cavité est très grande de sorte que  $F \sim \frac{\pi}{(1-r^2)}$ .  $\Gamma_r$  peut alors s'écrire, toujours dans le cadre de ces approximations,  $\nu \frac{\delta\omega F}{\pi\nu_{ISL}}$ , d'où une expression simplifiée du signal d'erreur :

$$\boxed{\varepsilon \sim \frac{4}{\pi} \sqrt{I_P I_{BL}} F \frac{\delta\omega}{\nu_{ISL}}} \quad (3.10)$$

Dans l'asservissement, pour minimiser l'effet des bruits électroniques, il faut maximiser la pente du signal d'erreur. On doit alors choisir l'indice de modulation adéquat  $\beta$  en conséquence, les autres paramètres étant fixés dans l'expression 3.10. En annulant la dérivée de 3.10 par le biais des expressions de  $I_P$  et  $I_{BL}$  et en ne tenant compte que des composantes d'ordre 1 en  $\beta$ , on trouve numériquement  $\beta = 1.082$ .

### 3.3 Sources de bruit du système

Les performances du laser asservi sur la cavité PF peuvent être dégradées par différentes perturbations provenant d'effets liés à la cavité de référence,

au laser ou au montage lui-même.

#### 3.3.1 La référence

Les perturbations acoustiques, mécaniques et thermiques peuvent induire des déplacements de fréquence en agissant sur la longueur de la cavité Fabry-Perot [77].

**Les perturbations mécaniques :** On peut modéliser le corps de la cavité par un cylindre reposant sur deux points d'Airy. Le système est alors soumis au champ uniforme de gravitation. Ceci se traduit au second ordre par des déformations verticales du corps de la cavité en statique et par une sensibilité au premier ordre aux accélérations. Cette sensibilité est de l'ordre du MHz/ $g$ . La cavité PF est donc beaucoup plus sensible aux accélérations verticales que horizontales. Une solution pour limiter ces effets consisterait à symétriser les contraintes sur la cavité [78] ou à envisager une autre géométrie de la cavité (voir la cavité de pré-stabilisation utilisée dans l'expérience VIRGO par exemple [76]).

**Les perturbations liées à la température :** Une variation de température a pour conséquence une dilatation  $\delta L$  du corps de la cavité en ULE, ce qui induit un déplacement en fréquence des modes de la cavité de  $\delta\nu$ . On a alors :

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta\nu}{\nu} \quad (3.11)$$

Pour une variation de température de 1 mK,  $\frac{\delta L}{L} \sim 10^{-12}$  ce qui correspond à environ 500 Hz. Pour minimiser les effets thermiques, nous avons choisi de placer la cavité PF dans trois blindages en aluminium. Le blindage extérieur de 2 cm d'épaisseur constitue une masse thermique. Les deux autres blindages intérieurs permettent de minimiser l'angle solide avec lequel la cavité voit le rayonnement thermique extérieur. Pour limiter également la conduction thermique, les surfaces de contact entre les trois enceintes sont réduites et une feuille de Kapton placée au niveau du contact augmente encore l'isolation (voir figure 3.5). Ajoutons que la constante de temps typique de ces effets thermiques est très longue, de l'ordre de la semaine et il est donc difficile de les évaluer plus précisément.

**Les perturbations dues aux fluctuations de pression :** Les fluctuations de pression du gaz entre les deux miroirs produisent des fluctuations d'indice de réfraction [77] et donc une variation de la longueur optique de

la cavité. A température ambiante, l'indice de réfraction  $n$  est reliée à la pression  $P$  (en Pa) par :

$$n - 1 \sim 3 \times 10^{-9} P \quad (3.12)$$

Des fluctuations de l'ordre de 10% d'une pression à  $10^5$  Pa entraîneraient un déplacement de la fréquence du laser de l'ordre du GHz. On place la cavité PF dans une enceinte à vide avec une pression inférieure à  $10^{-6}$  Pa. Les fluctuations de pression à  $10^{-6}$  Pa sont difficiles à évaluer et on ne peut donc pas estimer la stabilité du système pour cet effet.

**La pression de radiation :** La puissance laser circulant dans la cavité est d'environ 1 W. La force  $F$  qui en résulte exercée sur les miroirs est de l'ordre de  $7 \times 10^{-9}$  N. En supposant que la force est exercée uniformément sur la surface d'un miroir d'épaisseur  $e \sim 5$  mm et de rayon  $r \sim 1$  cm, le déplacement du miroir  $\delta$  est donné par [77] :

$$\delta = 3Fr^2 \frac{(1 - \rho^2)}{4\pi E e^3} \quad (3.13)$$

où  $\rho$  est le coefficient de Poisson et  $E$  le module d'Young qui sont respectivement de l'ordre 0.17 et  $7 \times 10^{10}$  N.m<sup>-2</sup>. Dans ce cas,  $\delta$  est de l'ordre de  $10^{-17}$  m pour un faisceau de 200  $\mu$ m de rayon. La variation relative de longueur de la cavité est donc de  $2 \times 10^{-16}$  ce qui correspond à un déplacement de la résonance de 0.05 Hz. Les déplacements de fréquence induits par des fluctuations de pression de radiation (liées par exemple à des fluctuations de puissance du laser) sont donc négligeables.

**Remarque :** Tous les effets cités précédemment (pression, pression de radiation, thermique et d'autres effets qui seront étudiés par la suite) induisent une dérive de la fréquence des modes de la cavité. Expérimentalement, on observe une dérive de 20 Hz/s ce qui correspond par exemple à une variation de température de 40  $\mu$ K/s. Cette dérive étant déterministe, il est aisé de la retrancher lors de mesures de fréquence du laser asservi (voir chapitre 5). Néanmoins par souci de confort, un asservissement en température de l'enceinte à vide a permis de réduire cette dérive à **0.15 Hz/s**.

**Le bruit thermique :** Un système en équilibre thermodynamique avec son environnement et soumis à dissipation subit une force stochastique qui dépend de la fréquence, d'après le théorème de fluctuation-dissipation [79]. De ce fait, il existe à température non nulle un bruit sur la position des miroirs de la cavité et donc sur la longueur de celle-ci qui peut limiter la

stabilité en fréquence du laser asservi sur la cavité [80]. Numata *et al.* ont calculé dans leur article [81] le bruit thermique pour différents types de cavités rigides en tenant compte de la géométrie et du matériau du corps de la cavité, ainsi que l'épaisseur, le substrat et le revêtement des miroirs. Pour une cavité en ULE de 15.24 cm de long de forme cylindrique et de 3.9 cm de diamètre, des miroirs en silice contactés sur le corps de la cavité et un faisceau laser à 698 nm ayant un col de 200  $\mu\text{m}$  (paramètres proches de ceux de notre cavité), le bruit de thermique est de  $8.7 \times 10^{-2} \text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 1 Hz et pour une température de 300 K.

#### 3.3.2 Le laser

Une des limitations possibles de la stabilité du laser asservi est le bruit d'intermodulation (équivalent à l'effet Dick appliqué à une interrogation continue, voir chapitre 2) : il traduit le fait que les composantes du bruit du laser aux fréquences multiples de la fréquence de modulation sont converties vers les basses fréquences et le continu. Pour un laser ayant un bruit blanc de fréquence au voisinage de la fréquence de modulation, la largeur de raie du laser asservi ultime  $\Delta\nu_{LA}$  s'exprime par [82] :

$$\Delta\nu_{LA} = \frac{\left(\frac{\Delta\nu_{PF}}{2}\right)^2 \Delta\nu_L}{4\Omega^2} \quad (3.14)$$

où  $\Delta\nu_{PF}$  est la largeur du pic de la cavité PF,  $\Delta\nu_L$  est la largeur de raie du laser libre et  $\Omega$  est la fréquence de modulation. On remarque que la largeur de raie du laser est inversement proportionnel au carré de la fréquence de modulation : on a donc intérêt à choisir une fréquence de modulation la plus élevée possible. Avec nos paramètres expérimentaux, et pour une largeur de raie du laser correspondant à un palier de bruit blanc de  $50 \text{kHz}^2/\text{Hz}$ , on obtient  $\Delta\nu_{LA} = 2.2 \times 10^{-3} \text{Hz}$  ce qui correspond à un niveau de bruit blanc de fréquence de  $6.8 \times 10^{-4} \text{Hz}^2/\text{Hz}$ .

#### 3.3.3 Bruits liés au montage expérimental

**Le bruit de détection :** Le bruit ultime de la détection est le bruit de grenaille. La densité spectrale du bruit de la puissance  $P$  mesurée par la photodiode associée au bruit du nombre de photons par unité de temps est  $S_P$  :

$$S_P = 2 \frac{h c}{\lambda} P \text{ en } \text{W}^2/\text{Hz} \quad (3.15)$$

avec  $P$ , la puissance laser incidente. On en déduit la densité spectrale de bruit de fréquence, en utilisant l'équation 3.10 :

$$S_\nu = \frac{\pi^2 h c \Delta\nu_{PF}^2}{8\lambda P} \frac{1}{J_0^2(\beta)J_1^2(\beta)} \text{ en Hz}^2/\text{Hz} \quad (3.16)$$

Avec nos paramètres expérimentaux,  $P = 40 \mu\text{W}$  et  $\Delta\nu_{PF}$  la largeur de la cavité PF de 56 kHz, nous obtenons une limite de  $2.2 \times 10^{-4} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ .

**Les interférences parasites :** Un grand soin a été apporté à la réalisation de l'expérience pour éviter tout effet d'interférences parasites créées par des étalons constitués des surfaces des optiques (lentilles, lames demi et quart-d'onde, hublots de la cavité et surface sensible de la photodiode) et du miroir d'entrée de la cavité PF : par exemple, les hublots de la cavité et la surface active de la photodiode de détection sont inclinés de  $5^\circ$  par rapport à l'axe de propagation du faisceau.

Ces interférences parasites déplacent le point d'asservissement donné par le signal d'erreur. Cet effet est modélisé de la façon suivante (voir figure 3.3) :  $E_i$  le champ incident est réfléchi par une lame séparatrice de coefficient de réflexion en amplitude  $r$  ( $|r|^2 \sim 1\%$ ) d'une part et transmis avec un coefficient en amplitude  $t$  vers la cavité PF d'autre part. Le champ réfléchi par la cavité interfère après la séparatrice avec le champ directement réfléchi par celle-ci : le champ total, noté  $E_d$ , est détecté par la photodiode rapide et le signal est ensuite démodulé à la fréquence de modulation pour donner le signal d'erreur. Le signal d'erreur peut alors s'écrire :

$$\varepsilon = -2t^2 \sqrt{I_P I_{BL}} \left\{ \Im \left[ \Gamma_r(\omega_L) \overline{\Gamma_r(\omega_L + \Omega)} - \overline{\Gamma_r(\omega_L)} \Gamma_r(\omega_L - \Omega) \right] + \Re [i r e^{i\varphi} (\Gamma_r(\omega_L + \Omega) + \Gamma_r(\omega_L - \Omega))] \right\} \quad (3.17)$$

où  $\varphi$  est une phase décrivant la propagation de l'onde entre la séparatrice et le miroir d'entrée de la cavité PF. Le signal d'erreur autour de la résonance a été tracé (graphe 3.3) pour différentes phases et pour un coefficient de réflexion de la séparatrice de 1%. Un tel effet est maximal pour un déphasage de  $\varphi = \pm\pi/2$ . L'offset du signal d'erreur n'est pas connu expérimentalement car  $\varphi$  peut fluctuer sous l'influence de nombreux paramètres tels que la température ou les vibrations acoustiques ou mécaniques du système. Typiquement avec un coefficient de dilatation en température du banc de l'ordre de  $10^{-5} \text{ K}^{-1}$  et une distance  $L$  de 10 cm (voir schéma 3.3), un déphasage maximal de  $\pi/2$  correspond à une variation de température de 100 mK. Dans notre expérience, les variations de température sont typiquement de l'ordre du mK/s. De plus, un coefficient de réflexion  $|r|^2$  de 1% entraîne des fluctuations de la puissance détectée d'environ 15% pour un déphasage de

$\frac{\pi}{2}$ , or expérimentalement, on n'observe pas de fluctuations quand on module la fréquence du laser : on en déduit qu'elles doivent être inférieures à 1% et donc que le coefficient de réflexion  $|r|^2$  est inférieur à  $10^{-3}$ . La dérive en fréquence du laser qui en résultent est inférieure au Hz/s.

## 3.4 Asservissement du laser

### 3.4.1 Principe de l'asservissement

On peut décrire l'asservissement du laser sur la cavité en réflexion de la façon suivante (figure 3.4) : la référence de fréquence angulaire, notée  $\Omega_{ref}$  est la pulsation d'un mode de la cavité,  $\Omega_L$  est la fréquence angulaire du laser libre et  $\Omega_A$ , la fréquence angulaire du laser asservi. Le signal d'erreur  $\varepsilon$  traduit la différence qu'il existe entre  $\Omega_A$  et sa référence. Il est ensuite traité par l'intermédiaire de différents filtres dont les fonctions de transfert sont données par  $K(p)$ ,  $F(p)$  et  $C(p)$  :  $K(p)$  est la fonction de transfert du comparateur d'entrée qui inclut celle de la cavité Fabry-Perot,  $F(p)$  décrit le système électronique et  $C(p)$ , est la fonction de transfert du contrôle de fréquence du laser. Le but de l'asservissement est d'annuler, en principe,  $\varepsilon$ . Pour ce faire, il ajoute un bruit opposé à celui venant de  $\Omega_L$  et un bruit égal à celui de  $\Omega_{ref}$ . Par conséquent, il reproduit dans une certaine mesure le comportement de la référence. La boucle de retour est caractérisée par  $H(p)$ . L'asservissement ne comportant qu'une seule boucle, on peut poser  $H(p) = 1$ .

La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit  $K(p)F(p)C(p)$ . En boucle fermée, le comportement de la diode laser en fréquence est décrit par  $\Omega_A(p)$  :

$$\Omega_A(p) = \frac{1}{1 + K(p)F(p)C(p)}\Omega_L(p) + \frac{K(p)F(p)C(p)}{1 + K(p)F(p)C(p)}\Omega_{ref}(p) \quad (3.18)$$

Nous allons maintenant décrire les différents éléments du montage expérimental qui interviennent pour l'asservissement du laser sur la cavité PF d'une grande finesse.

### 3.4.2 La cavité Fabry-Perot

#### Description de la cavité PF

La cavité Fabry-Perot utilisée dans l'asservissement du laser est constituée de deux miroirs diélectriques concaves de rayon de courbure 50 cm qui sont

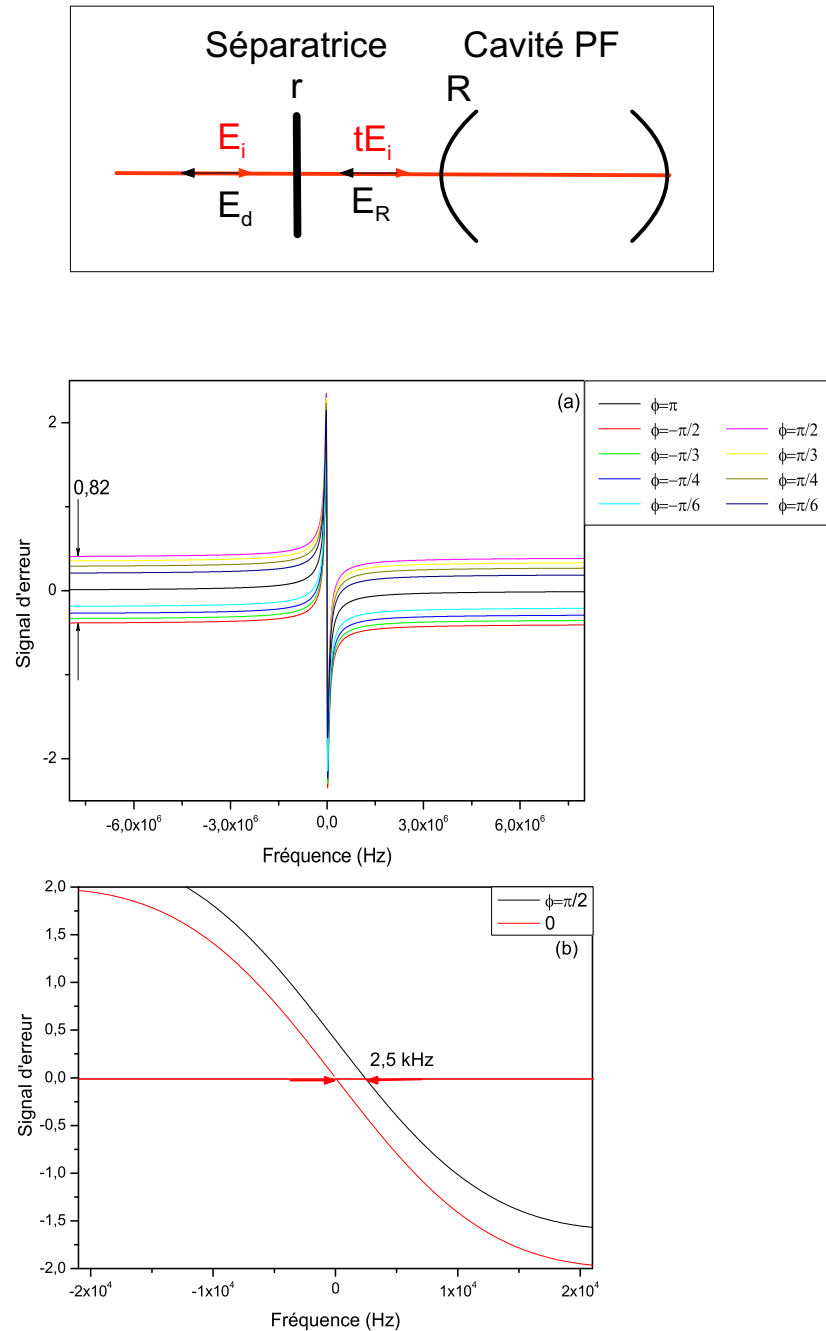


FIG. 3.3 – Principe de la modélisation des interférences parasites. Le graphe (a) représente le signal d'erreur de Pound Drever autour de la résonance pour différentes valeurs de la phase  $\varphi$  pour un coefficient de réflexion de la séparatrice de 1%. Le graphe (b) montre le déplacement de fréquence maximal pour une phase de  $\pi/2$ .

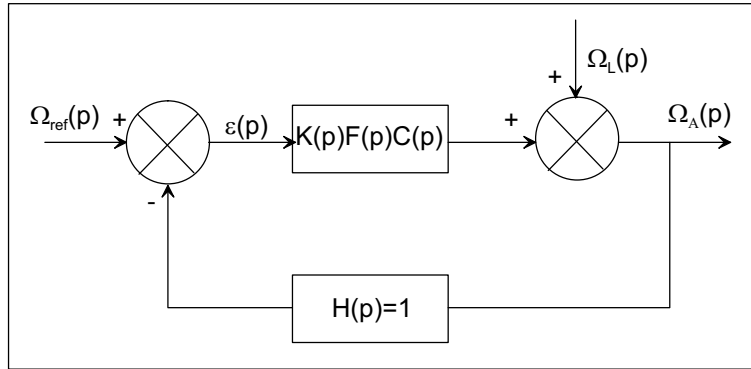


FIG. 3.4 – Principe d'une boucle d'asservissement.

contactés optiquement par adhérence moléculaire sur un barreau de 5 cm de diamètre en ULE et évidé suivant son axe sur un diamètre de 4 mm. Le matériau ULE (ULE pour "Ultra-Low Expansion") est une céramique vitrifiée dont le coefficient d'expansion thermique en valeur relative est de l'ordre de  $10^{-9} \text{ K}^{-1}$  à température ambiante. La longueur de la cavité Fabry-Perot est de 10 cm, son intervalle spectral libre (ISL) est 1,5 GHz et sa finesse est de  $27\,000 \pm 500$ .

La cavité est placée dans une enceinte à vide (voir photographie 3.5 et figure 3.6) : d'une part, le vide empêche les fluctuations de l'indice dans le milieu de propagation, d'autre part, il isole la cavité des perturbations acoustiques et thermiques pouvant entraîner des fluctuations de fréquence. Par ailleurs, le vide évite toute dégradation du revêtement diélectrique des miroirs et du barreau en ULE, ce qui permet ainsi de conserver la finesse de la cavité. Un vide de  $2 \times 10^{-7} \text{ Pa}$  est obtenu grâce à une pompe ionique de 25 L/s et l'étanchéité se fait grâce à des joints en Indium. Cette enceinte à vide est constituée de trois blindages thermiques concentriques en Dural. Dans le blindage intérieur se trouve le support de la cavité en Invar, des supports en Viton (caoutchouc absorbant en partie les vibrations mécaniques haute fréquence et compatible au vide) réalisent le contact entre les deux pièces. La cavité repose sur le support de la même façon grâce aux supports Viton. L'enceinte à vide a été entourée de fils de cuivre pour permettre son asservissement en température. De plus les hublots présentent un angle  $< 5^\circ$  par rapport à l'axe de propagation du faisceau laser afin d'éviter tout effet d'interférence parasite.

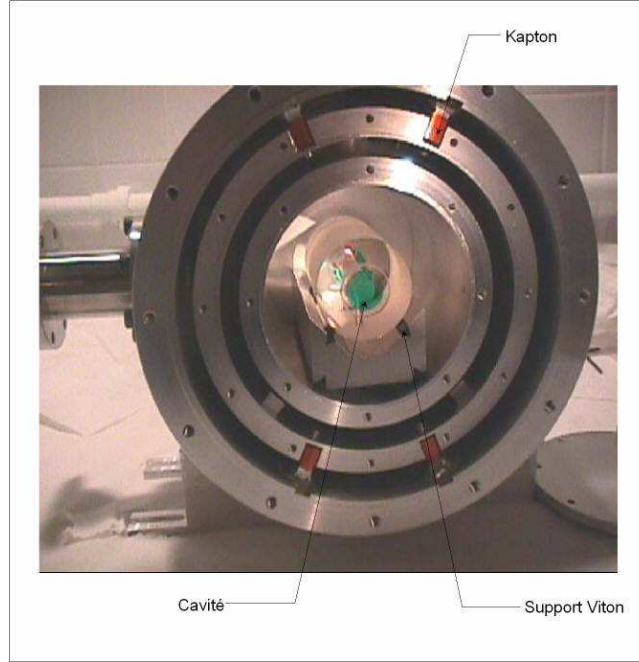


FIG. 3.5 – Photographie de la cavité PF dans son enceinte, réalisée lors de son montage.

### La fonction de transfert du résonateur PF

La fonction de transfert du résonateur optique décrit la réponse de la cavité PF à une perturbation de la fréquence du laser. Un calcul de cette fonction de transfert est effectué dans l'annexe B. De façon générale, la cavité PF se comporte comme un discriminateur de fréquence dans le domaine basse fréquence et comme un comparateur de phase à haute fréquence. Sa réponse en réflexion est donnée par [83] :

$$H_{cavite}(j\omega) = E_0^2 \frac{\overline{\Gamma_r(\omega_L)} \Gamma_r(\omega_L + \omega) - \Gamma_r(\omega_L) \overline{\Gamma_r(\omega_L - \omega)}}{\omega} \quad (3.19)$$

Pour des fréquences laser proches de la résonance, c'est-à-dire pour  $\omega_L = \omega_{PF}N \pm \delta$  avec  $\delta$  la différence de fréquence angulaire, on peut exprimer  $H_{cavite}$  de la façon suivante :

$$H_{cavite}(j\omega) = 2r^2 E_0^2 \frac{(1 - r^2) \delta \tau^2 [(1 - r^2) + jr^2 \omega \tau]}{[(1 - r^2)^2 + jr^2 (1 - r^2) \omega \tau + r^4 (\delta \tau)^2]^2 - (r^4 \delta \omega \tau^2)^2} \quad (3.20)$$

Les graphes 3.7(a) et (b) présentent la phase et le gain de  $H_{cavite}$  qui correspondent à ceux d'un filtre passe-bas. Pour des fréquences inférieures à

### 3.4. ASSERVISSEMENT DU LASER

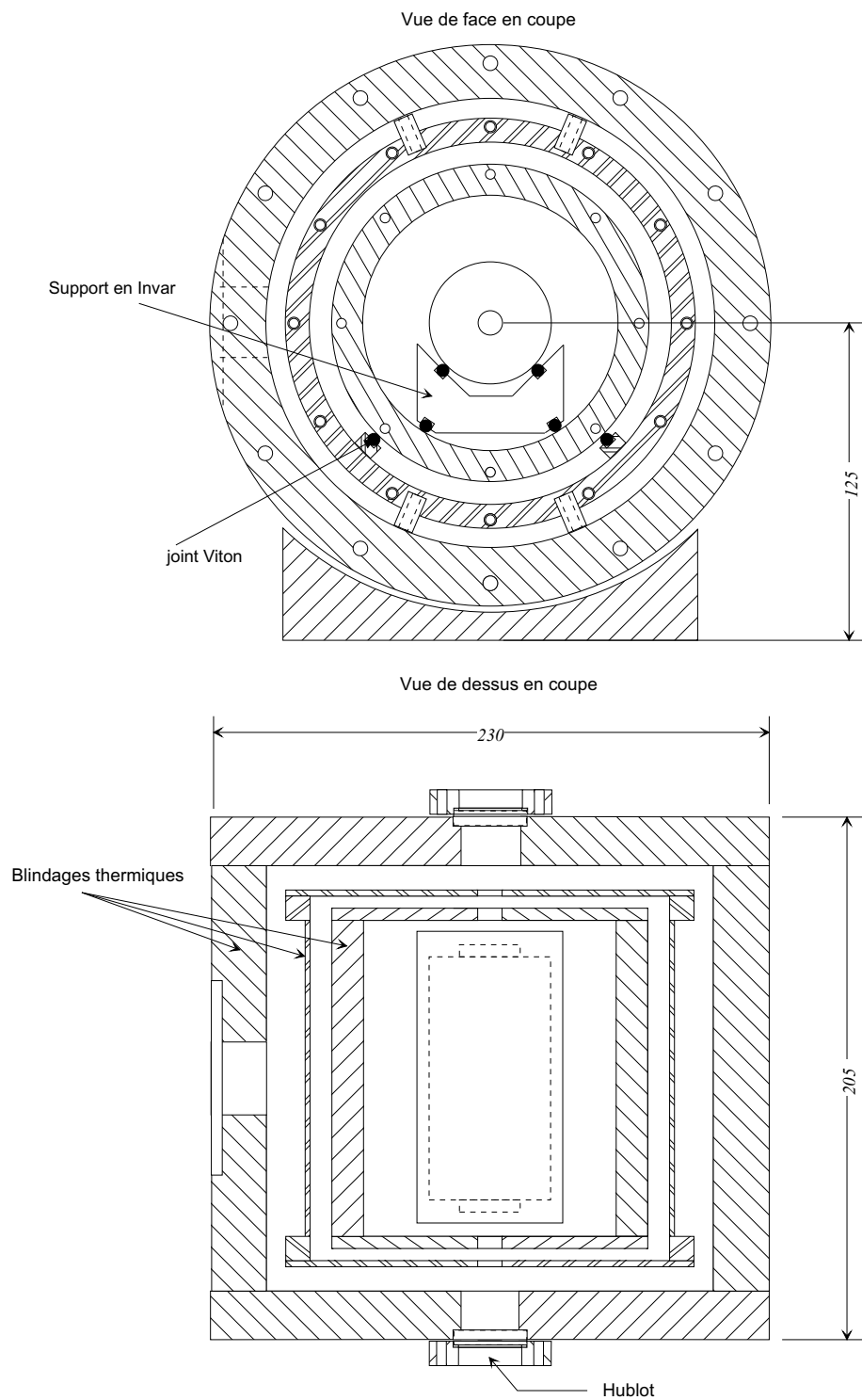


FIG. 3.6 – Schéma de l'enceinte ultra-vide de la cavité PF, vues en coupe.

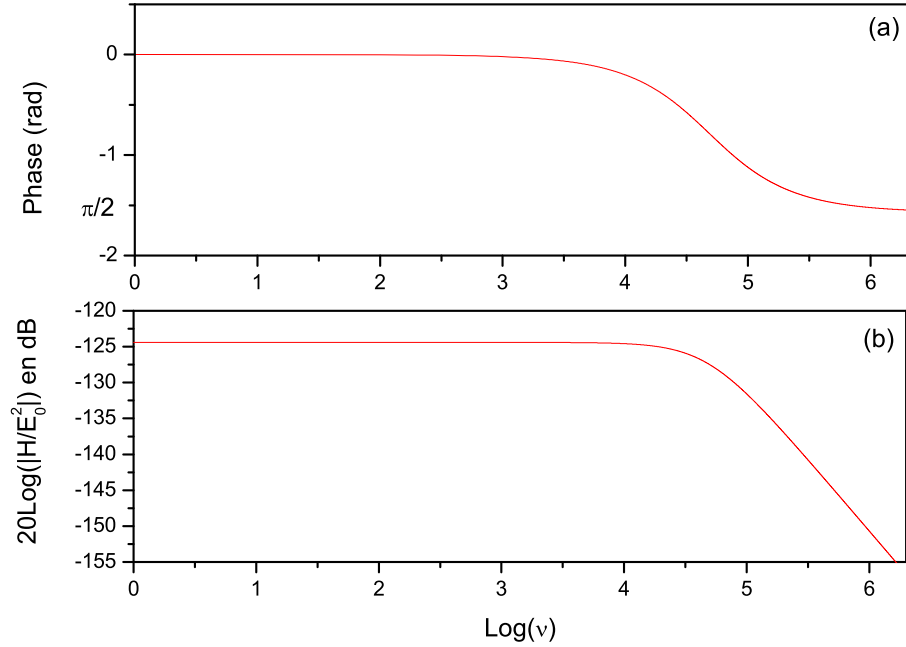


FIG. 3.7 – Phase en (a) et gain en (b) de la fonction de transfert de la cavité PF haute finesse.

la fréquence de coupure  $\frac{\nu_{SL}}{2r^2F} \sim 47$  kHz, le gain est constant et au delà il décroît de 20 dB par décade.

### 3.4.3 Le laser et le banc optique

#### Le laser en cavité étendue

Les diodes lasers ont été montées en cavité étendue (ECDL) selon la configuration Littrow. Le but des cavités étendues est de réduire le bruit de fréquence du laser. Pour du bruit blanc de fréquence, cela se traduit par une diminution de la largeur de raie du laser qui est inversement proportionnelle au carré de la longueur globale de la cavité. La largeur de raie de la diode laser passe donc de quelques dizaines de MHz à quelques centaines de kHz en cavité étendue [84, 85] :

$$\frac{\Delta\nu_{ECDL}}{\Delta\nu_{laser}} = \left(\frac{l}{L} \frac{F_{laser}}{F_{cavite}}\right)^2 \quad (3.21)$$

où  $\Delta\nu_{ECDL}$  et  $\Delta\nu_{laser}$  sont respectivement les largeurs de raie de la diode laser en cavité étendue et de la diode laser,  $l$  est la longueur optique de la cavité laser,  $L$  la longueur de la cavité étendue et,  $F_{laser}$  et  $F_{cavite}$  sont les finesses de la cavité laser et de la cavité étendue.

Dans notre expérience, nous utilisons des diodes lasers dont le faisceau est circularisé. La longueur d'onde d'émission est de 690 nm et le courant de seuil est de 38 mA en cavité étendue. A une température de 25°C et un courant d'injection de 45 mA, la puissance de sortie est de 2 mW. Le faisceau est collimaté par une lentille de focale  $f=4.5$  mm. La cavité externe est fermée par un réseau de diffraction blazé de 1800 traits/mm fixé sur une cale en céramique piézo-électrique. L'ordre -1 est renvoyé dans la zone active de la diode laser et l'ordre 0 constitue le faisceau de sortie (voir figure et photographie 3.8). Une lame demi-onde placée entre la lentille de collimation et le réseau permet de faire varier la puissance de l'ordre -1 renvoyé vers la cavité entre 10% et 80% de la puissance émise. Ce dispositif nous a permis de faire fonctionner la diode laser à 698 nm, avec un taux de feedback maximal et en la chauffant à une température de 60°C alors que sa longueur d'onde en fonctionnement naturel est 690 nm. La plage d'accordabilité de la diode laser en cavité étendue est approximativement 15 nm. La diode laser est stabilisée en température au mK près grâce à un module Peltier et un asservissement de type PID (Proportionnel-Intégrateur-Dérivateur). Le boîtier en Dural du système est également asservi en température.

La fonction de transfert d'une diode laser caractérise sa réponse à une modulation de courant. Il est indispensable de la mesurer afin de déterminer une stratégie pour l'asservissement du laser sur la cavité Fabry-Perot de grande finesse. Cette fonction des transfert est difficilement accessible par une mesure directe, seul son gain peut-être évalué facilement. Pour cela, nous avons mesuré le signal transmis par une cavité Fabry-Perot dont la largeur du pic de résonance est plus grande que la largeur de raie du laser (typiquement 1.3 MHz contre 300 kHz) lorsque le laser est modulé en fréquence grâce à son courant d'injection (voir la courbe 3.9 pour le gain de la fonction de transfert). Pour accéder à la réponse du laser sur différents intervalles de fréquences, on fait varier la fréquence de modulation du courant d'injection. La fonction de transfert de la diode laser peut alors être modélisée par :

$$H_{laser}(p) = \frac{A_t - A_c}{1 + \tau_l p} - A_c \quad (3.22)$$

où  $A_t$  dépend des effets thermiques en basse fréquence et vaut  $180 \times 10^6$  Hz/mA,  $A_c$  décrit les effets d'indice dûs aux porteurs de charges et vaut  $6 \times 10^6$  Hz/mA et  $\tau_l = 10^{-6}$  s est le temps de réponse du laser. On constate que cette fonction de transfert est typique d'un filtre passe-bas en fréquence dont la fréquence de coupure est de 150 kHz.

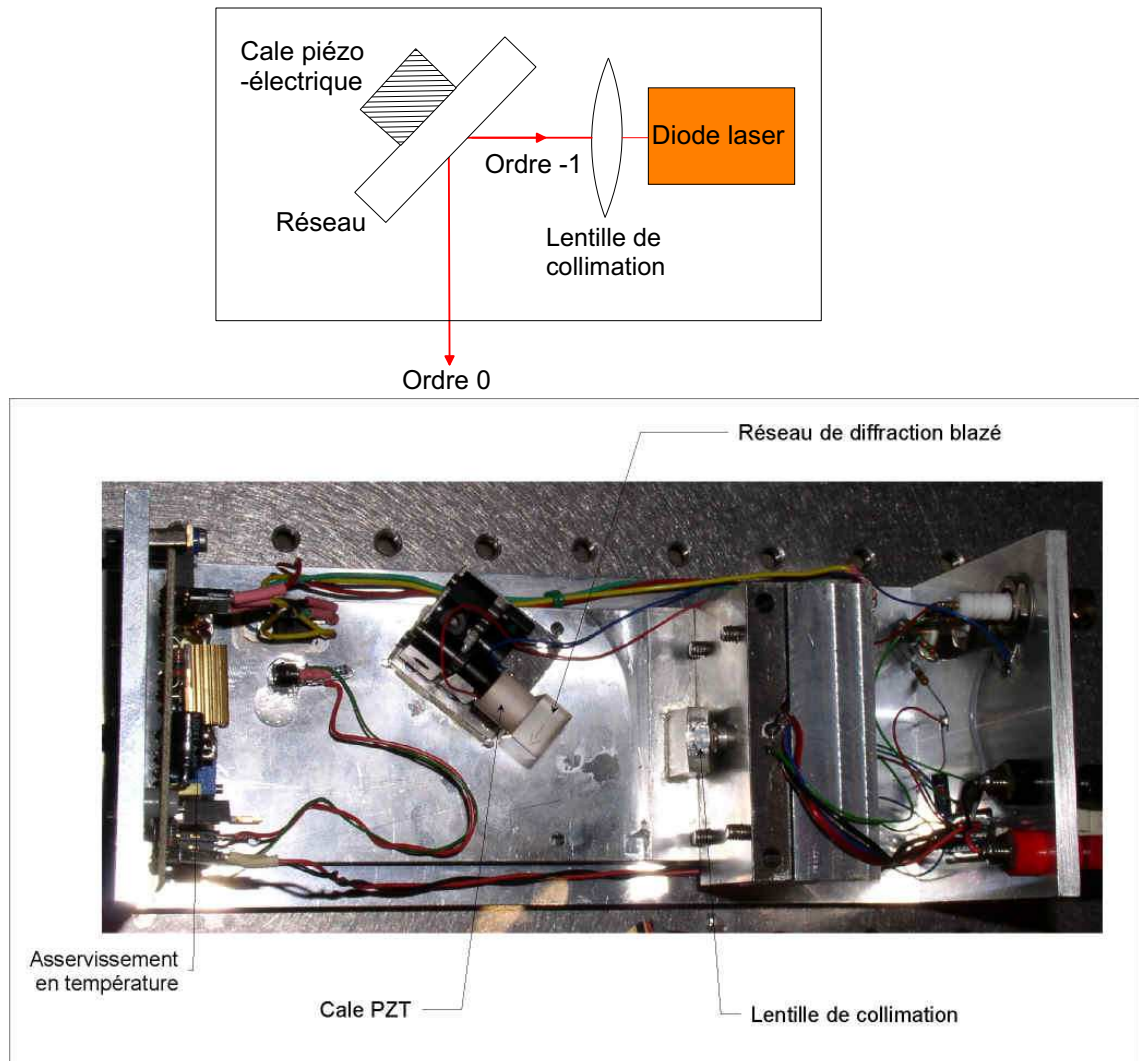


FIG. 3.8 – Diode laser en cavité étendue selon la configuration Littrow.

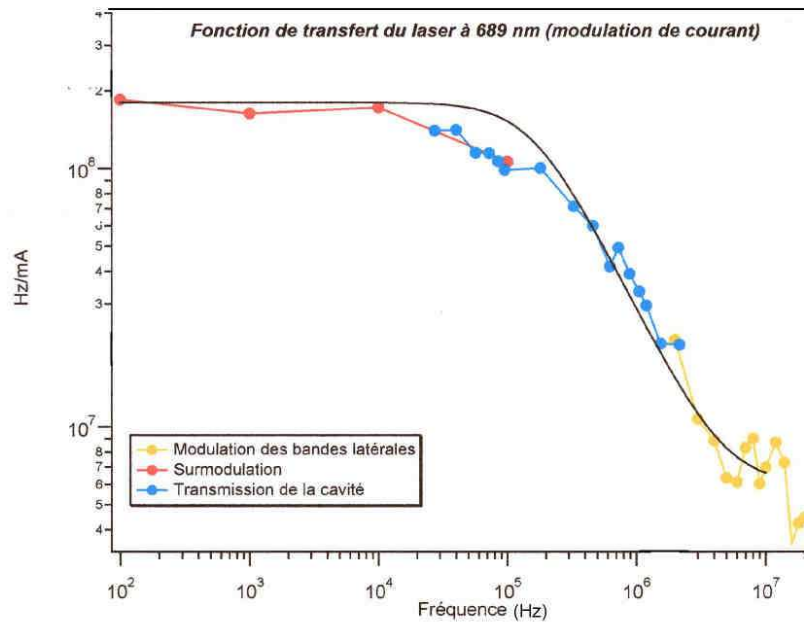


FIG. 3.9 – Réponse de la diode laser à une modulation du courant d'injection en fonction de la fréquence de modulation (gain de la fonction de transfert).

### Le montage optique

Après un isolateur optique, permettant d'atténuer de 30 dB les retours parasites vers le laser, le faisceau est injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation afin de "nettoyer" le mode spatial du laser, c'est-à-dire que le faisceau de sortie est principalement constitué du mode  $TEM_{00}$ . Le modulateur électro-optique (MEO), constitué d'un cristal de niobate de lithium ( $LiNbO_3$ ) résonnant, est un modèle New Focus 4001M dont la fréquence de modulation est 60 MHz. Cette fréquence de modulation élevée a été choisie de manière à rendre négligeable le bruit d'intermodulation inversement proportionnel au carré de la fréquence de modulation. Une lame demi-onde a été placée avant le MEO afin d'ajuster soigneusement la polarisation du faisceau et de réduire à 110 dBc la modulation d'amplitude parasite. En effet, si la polarisation du faisceau n'est pas alignée proprement, le MEO impose une rotation de polarisation en même temps qu'une modulation de phase, ce qui peut se traduire par la suite par une modulation d'amplitude indésirable si le MEO est suivi d'éléments optiques polarisants. Cette modulation d'amplitude parasite peut alors être convertie en décalage de fréquence par la cavité PF et de cette façon peut perturber l'asservissement du laser.

Le calcul du mode du faisceau laser sur la cavité PF prévoit un col au centre de la cavité de  $180 \mu\text{m}$  ce qui est réalisé grâce à une lentille. Après cette lentille d'adaptation de mode, une séparatrice, dont le coefficient de réflexion dépend de la polarisation ( $R=90\%$  pour une onde polarisée  $s$  et  $R=99\%$  pour une onde polarisée  $p$ ) est placée devant la cavité PF afin de discriminer le faisceau réfléchi par la cavité PF du faisceau incident (voir figure et photographie du montage 3.10). On peut rencontrer dans d'autres dispositifs l'association d'une lame quart d'onde et d'un cube polarisant pour remplacer cette séparatrice. Avec ce montage, notre système est ainsi moins sensible aux effets d'étalons parasites que l'on pourrait avoir à cause de réflexions sur les faces d'un cube perpendiculaires au faisceau. La puissance laser à l'entrée de la cavité PF est de  $40 \mu\text{W}$ . Il s'agit de réaliser un compromis entre le bruit électronique qui dépend de la puissance du champ réfléchi et la puissance intra-cavité ( $\sim 1 \text{ W}$ ) qui peut endommager le revêtement des miroirs et dégrader la finesse.

Le faisceau réfléchi est détecté sur une photodiode rapide à avalanche Hamamatsu S6041 dont la bande passante est  $1 \text{ GHz}$ . L'intérêt d'utiliser une telle photodiode est l'amplification directe du photocourant qui permet d'éviter les effets d'antenne à la fréquence de modulation. Le télescope situé avant la photodiode est placé de manière à ce que le waist ne soit pas exactement sur la surface de détection de la photodiode. Celle-ci est de  $0.03 \text{ mm}^2$ . La puissance détectée est de  $36 \mu\text{W}$ . L'efficacité quantique de la photodiode  $\eta$  est de  $85\%$  à  $700 \text{ nm}$  et son courant d'obscurité vaut typiquement  $0.8 \text{ pA}$  pour un gain de l'ordre de  $100$  et pour une tension de polarisation  $150 \text{ V}$  à une température de  $25^\circ\text{C}$ . La photodiode et le circuit électronique associé sont placés dans un boîtier spécialement conçu pour éviter tout effet d'étalon parasite possible avec la surface sensible de la photodiode et ce, afin de ne pas ajouter un "offset" au signal d'erreur : l'angle entre l'axe de la photodiode et l'axe de propagation du faisceau laser est de  $5^\circ$ . Les parois du boîtier sont suffisamment épaisses ( $6 \text{ mm}$  pour les parois latérales, arrière et le couvercle et  $12 \text{ mm}$  pour la paroi frontale) et le diamètre du passage pour la photodiode ( $\phi = 5 \text{ mm}$ ) est suffisamment étroits pour éviter des perturbations par des champs externes à la fréquence de modulation. Afin de renforcer cette précaution, un joint en indium assure l'étanchéité RF entre le couvercle du boîtier et le boîtier lui-même. Les câbles électroniques connectés ainsi que l'alimentation sont filtrés. La photodiode est associée à deux amplificateurs en cascade situés dans le boîtier et de gains respectifs  $30 \text{ dB}$  et  $31 \text{ dB}$ . Le signal radiofréquence extrait est ensuite démodulé grâce à un mélangeur de type TUF1, ce qui procure le signal d'erreur.

### 3.4. ASSERVISSEMENT DU LASER

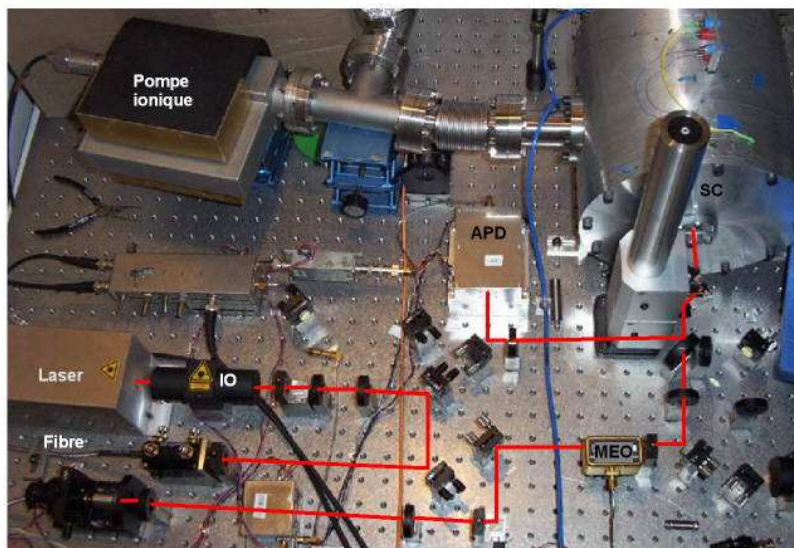
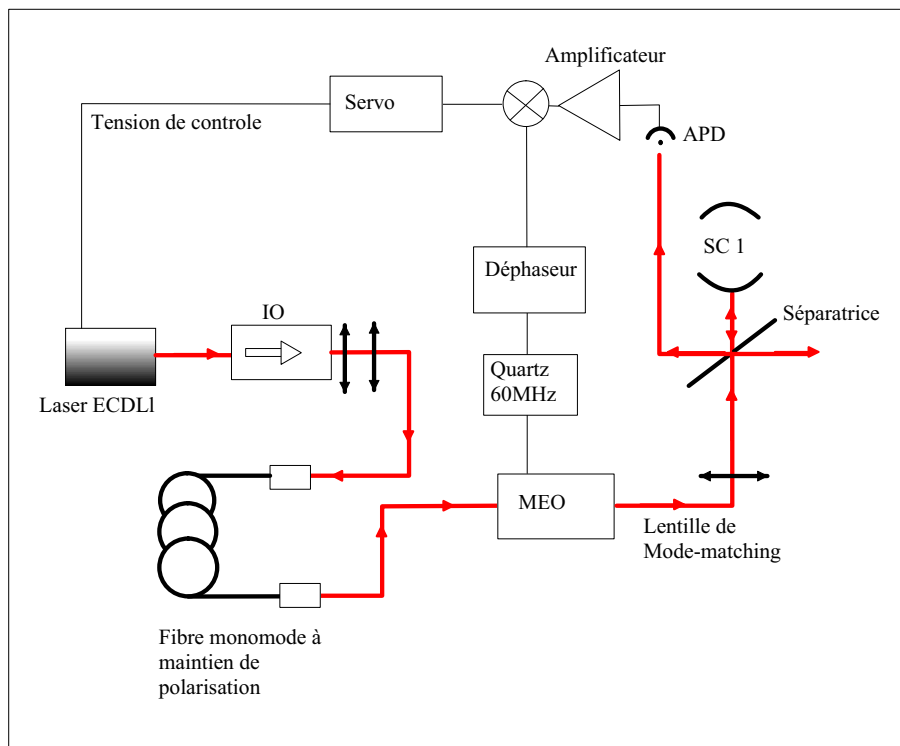


FIG. 3.10 – Schéma montage expérimental de Pound Drever Hall. APD désigne la photodiode à avalanche qui détecte l'intensité du signal réfléchi par la cavité SC1.

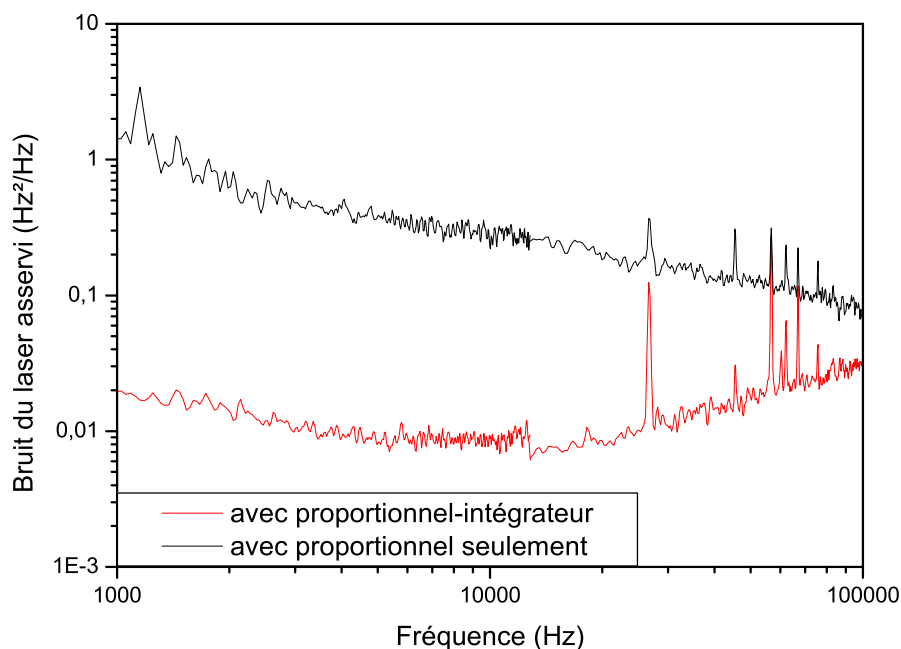


FIG. 3.11 – *Densité spectrale de bruit du signal d'erreur soit avec le proportionnel uniquement (courbe noire), soit avec le proportionnel et l'intégrateur (courbe rouge).*

### 3.4.4 Le montage électronique

#### Description

L'asservissement du laser sur le résonateur est réalisé grâce à deux étages de corrections. Le premier agit sur le courant d'injection : un montage proportionnel-intégrateur assure la correction des dérives rapides en fréquence. Un interrupteur est associé à cet intégrateur, ce qui nous permet de verrouiller le laser soit uniquement avec le montage proportionnel soit avec le proportionnel et l'intégrateur, et de remettre à 0 l'intégrateur. L'intégrateur nous permet de gagner environ 20 dB sur le niveau de bruit en fréquence du laser asservi à 10 kHz (figure 3.11). Cependant la plage d'accordabilité utilisable en fréquence par le courant d'injection est relativement faible à cause des sauts de mode du laser. Une correction lente effectuée grâce à la cale piézo-électrique (PZT) est donc nécessaire. Un deuxième intégrateur agit ainsi sur le PZT de la cavité étendue pour corriger les fluctuations lentes de fréquences.

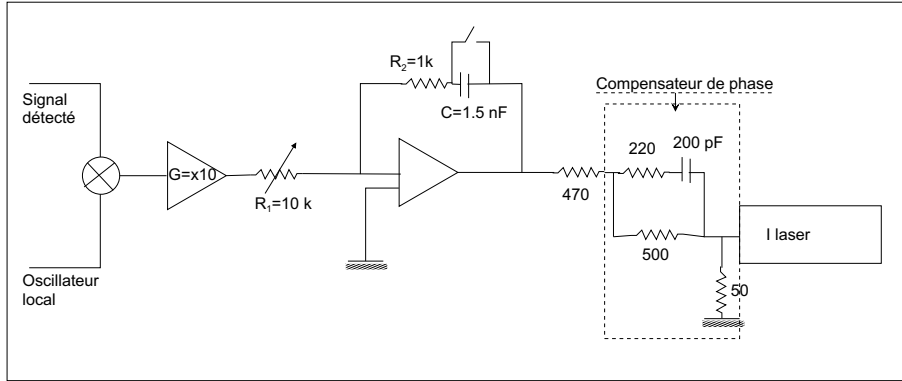


FIG. 3.12 – Montage électronique de l’asservissement du laser. Un deuxième intégrateur, semblable à celui utilisé sur la voie rapide, filtre la voie lente pour les corrections imposées à la cale piézo-électrique PZT.

### La fonction de transfert électronique

Intéressons-nous maintenant à la fonction de transfert de l’électronique. Sur la branche correctrice haute fréquence, nous avons un amplificateur proportionnel et un amplificateur intégrateur (voir figure 3.12). La fonction de transfert  $H_{courant}$  du circuit est donnée par :

$$\begin{aligned} H_{courant}(p) &= H_{prop}(p)H_{I1}(p) \\ &= H_{prop}(p)\frac{1}{R_1}\left(\frac{1}{Cp} + R_2\right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Le module et la phase de  $H_{courant}$  sont représentés pour  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$  (respectivement par les figures (b) et (a) du graphe 3.13). La pente de la courbe 3.13(b) est de -20 dB par décade. Le compensateur de phase qui agit sur la branche correctrice des hautes fréquences permet de compenser la phase de la fonction de transfert de la diode laser qui n’est pas connu et doit être ajusté expérimentalement. Sur la branche correctrice basse fréquence, c’est-à-dire celle qui va agir sur la cale piézoélectrique du laser, nous avons un deuxième intégrateur similaire au précédent mais avec des valeurs différentes pour la capacité  $C$ , la résistance  $R_2$  et le potentiomètre  $R_1$  (voir montage 3.12 pour les notations) de sorte que la bande passante est de l’ordre du kiloHertz. L’allure de la fonction de transfert  $H_{PZT}$  sur cette branche de correction lente (phase et gain) est donnée par les graphes 3.13(c) et (d), semblables bien-sûr aux graphes 3.13(a) et (b).

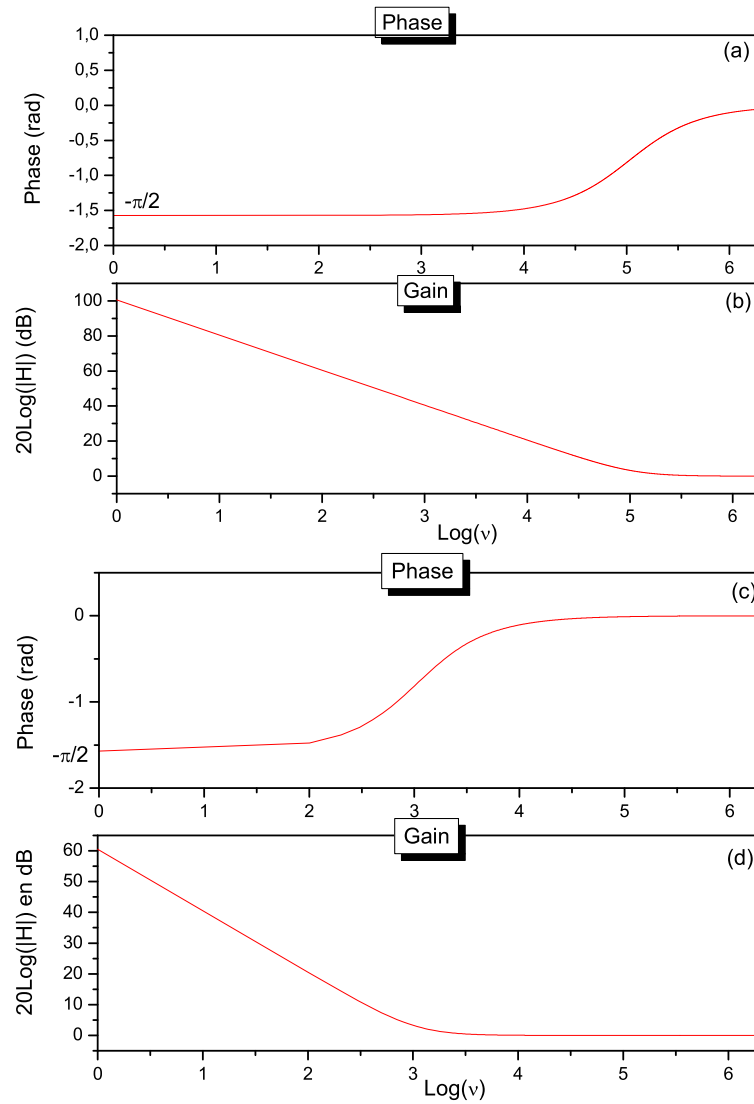


FIG. 3.13 – Module en (b) et phase en (a) de la fonction de transfert du montage proportionnel-intégrateur utilisé dans l'asservissement du courant d'injection du laser. En (c) et (d), phase et gain de la fonction de transfert du filtre intégrateur sur la branche correctrice lente.

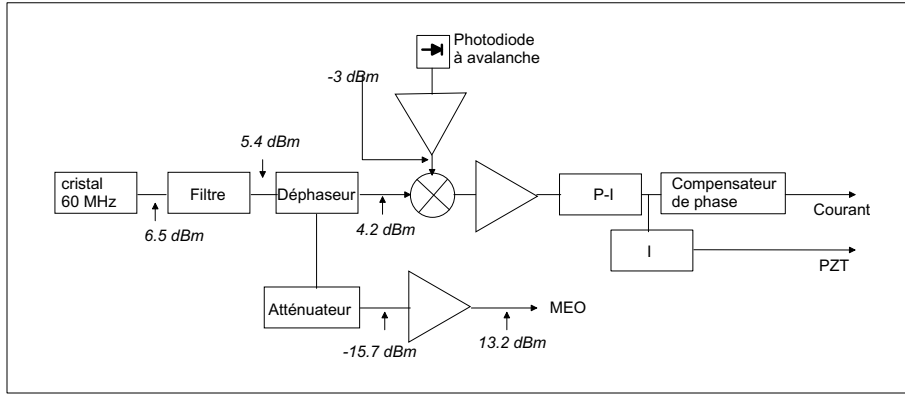


FIG. 3.14 – Niveau de signal à 60 MHz dans le montage de démodulation. Les notations  $P$  et  $I$  désignent les filtres proportionnel et intégrateurs. Le compensateur de phase sert à compenser d'une part la phase de la fonction de transfert de la diode laser et d'autre part le déphasage introduit par la cavité.

Les niveaux du signal à 60 MHz ont été mesurés à différents endroits du circuit d'asservissement afin de s'assurer que le mélangeur fonctionne de façon optimale (figure 3.14).

### 3.4.5 Conclusion

#### La fonction de transfert globale

La fonction de transfert globale de l'asservissement en boucle ouverte est donnée, comme nous l'avons vu précédemment par le produit  $K(p)F(p)C(p)$ .  $K(p)$  qui traduit le comportement du résonateur PF est donc donné par  $H_{cavite}$ ,  $F(p)$  est la fonction de transfert de l'électronique et par conséquent est la somme  $H_{courant}(p) + H_{courant}(p)H_{PZT}(p)$ . Enfin  $C(p)$  traduit la réponse de la diode laser à une correction en fréquence et son comportement est décrit par  $H_{laser}$ . On doit également tenir compte du retard, c'est-à-dire le déphasage introduit par le temps de propagation sur le trajet optique et dans les câbles électroniques. Ce temps de propagation  $\tau_r$  de l'ordre de 25 ns est associé à des déphasages de l'ordre de  $36^\circ$  à une fréquence de 4 MHz. La fonction de transfert du retard est donnée par :

$$H_{retard}(p) = e^{-p\tau_r} \quad (3.24)$$

Pour la fonction de transfert globale en boucle ouverte, il n'est cependant pas possible d'avoir accès à sa phase puisque la phase de  $H_{laser}$  n'est pas connue. On ne peut donc que calculer le gain de l'asservissement. Celui-ci est

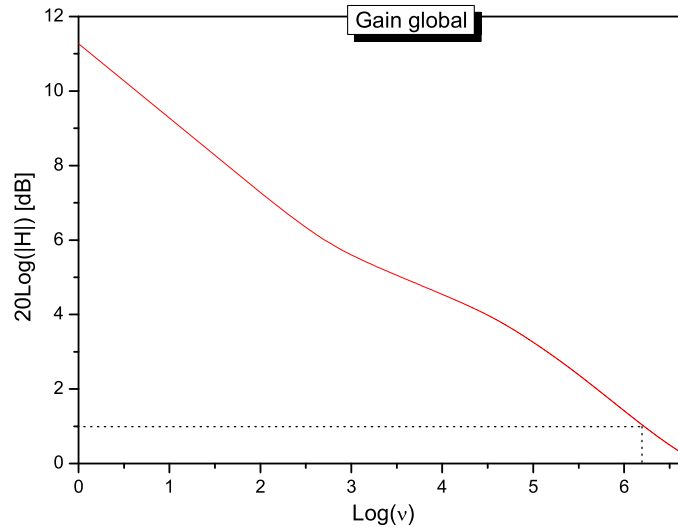


FIG. 3.15 – Gain en boucle ouverte de la fonction de transfert globale de l'asservissement.

représenté sur le graphe 3.15. Des essais expérimentaux ont été nécessaires pour ajuster le gain et la bande passante du système.

### Performances de l'asservissement

L'asservissement du laser sur la cavité PF est très robuste. Le laser peut rester verrouillé à résonance pendant plus d'un mois. La bande passante de l'asservissement est de 2 MHz. On mesure cette bande passante grâce au spectre du signal d'erreur quand on observe une bosse de bruit caractéristique à cette fréquence (figure 3.16). Le niveau de bruit de ce pic n'est pas gênant pour le fonctionnement de notre asservissement. En effet, les fluctuations de phase rms correspondant à cette bosse sont données par  $\sigma_\phi$  [86] qui vaut :

$$\sigma_\phi^2 = \int_{\omega_i}^{\infty} S_\phi(\omega) d\omega \quad (3.25)$$

avec  $S_\phi$  la densité spectrale de bruit de phase du laser et  $\omega_i$  la fréquence angulaire correspondant au début du pic ( $\sim 2\pi \times 100$  kHz). Dans notre cas,  $\sigma_\phi$  vaut  $9 \times 10^{-3}$  rad.

Une estimation du bruit en fréquence du laser en fonctionnement libre s'obtient en boucle fermée par l'intermédiaire du signal de contrôle (voir figure 3.17).

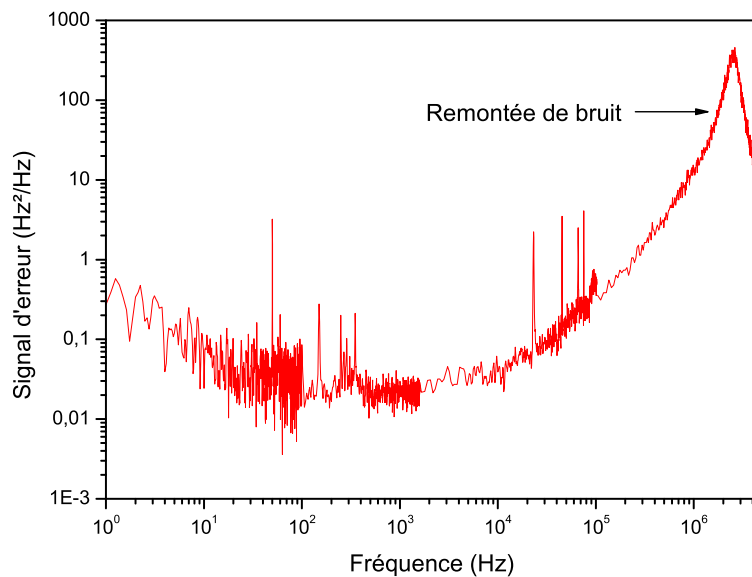


FIG. 3.16 – *Mesure de la bande passante de l'asservissement. On observe la remontée de bruit à 2 MHz.*

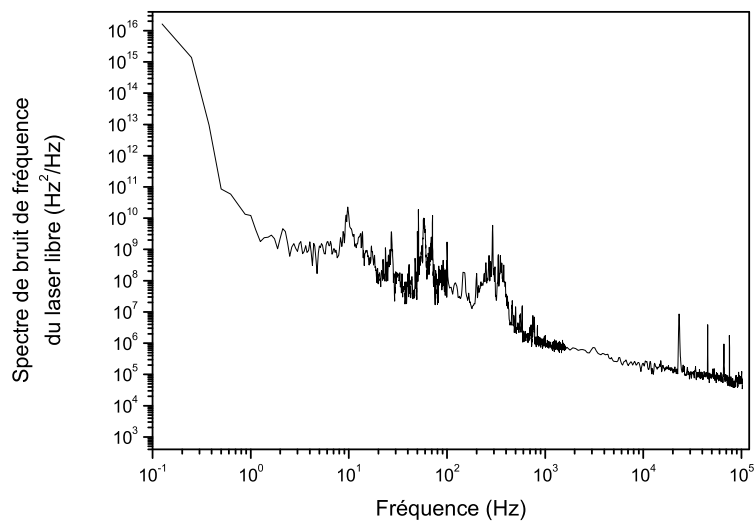


FIG. 3.17 – *Spectre de bruit de fréquence du laser libre.*

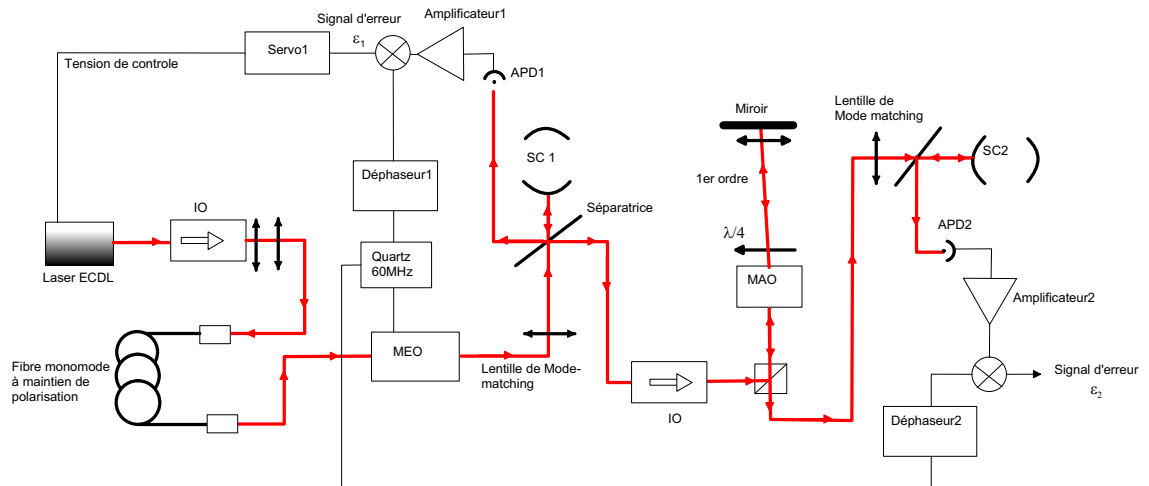


FIG. 3.18 – Ce schéma représente le montage optique lorsque les deux cavités PF reposaient sur la même table optique, l'axe de l'une étant perpendiculaire à l'autre, afin de minimiser les corrélations entre elles.

### 3.5 Spectre de bruit de fréquence du laser

Une deuxième cavité PF (notée  $PF_2$ ) possédant des caractéristiques similaires à la première (notée  $PF_1$ ) a été montée. Le deuxième montage nous permet d'analyser le premier par comparaison et de mesurer le bruit en fréquence du laser asservi. On peut ainsi asservir le laser aussi aisément sur l'une que sur l'autre cavité, de sorte que l'optimisation du signal d'erreur devient très simple. Il suffit pour cela d'asservir le laser sur  $PF_2$  et d'observer le signal d'erreur issu du premier montage  $\varepsilon_1$  en ajustant la phase et le gain. La procédure inverse est utilisée pour optimiser  $\varepsilon_2$ . On a utilisé ce dispositif pour évaluer le bruit de fréquence du laser.

#### 3.5.1 La deuxième cavité Fabry-Perot

Le montage optique est le suivant : au niveau de la séparatrice située devant  $PF_1$ , une partie du faisceau incident est prélevée puis envoyée sur un modulateur acousto-optique (MAO) de 80 MHz en double passage. Grâce à ce montage, le laser peut être à la fois à résonance avec  $PF_1$  et avec  $PF_2$ . Comme dans le premier montage, le signal réfléchi est détecté par une photodiode à avalanche et est traité selon la technique de Pound-Drever-Hall.

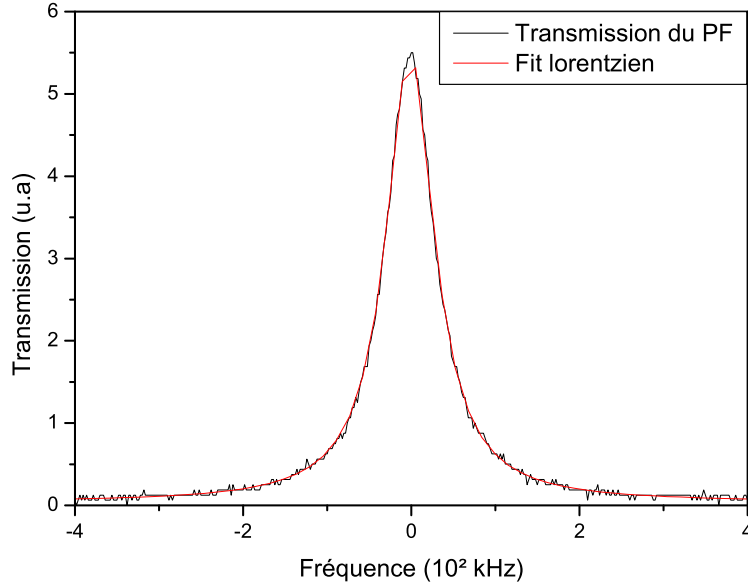


FIG. 3.19 – *Mesure de la finesse grâce au pic de transmission du PF. Les mesures ont été ajustées avec une fonction lorentzienne, la largeur du pic à mi-hauteur est 55 kHz. La finesse correspondante est de 27300 sachant que l'intervalle spectral libre est de 1.5 GHz.*

### Mesure de la finesse de la cavité

Les finesesses  $F_1 = 27000$  et  $F_2 = 24500$  des cavités respectives  $PF_1$  et  $PF_2$  ont été mesurées de la façon suivante : une fois le laser asservi, sa largeur de raie est beaucoup plus étroite qu'une résonance du Fabry-Perot. Par conséquent, la mesure de la largeur du pic de transmission à mi-hauteur divisée par la largeur de l'intervalle spectral libre, nous donne l'inverse de  $F$  (voir figure 3.19). Pour mesurer  $F_1$ , le laser est asservi sur  $PF_2$  par l'intermédiaire du modulateur acousto-optique et pour mesurer  $F_2$ , l'asservissement s'effectue sur  $PF_1$ .

### 3.5.2 Mesure du spectre de bruit de fréquence

Le laser est asservi sur  $PF_1$  par exemple, on récupère le signal d'erreur  $\varepsilon_2$  grâce à  $PF_2$ , il est ensuite analysé avec à un analyseur de spectre à transformée de Fourier rapide FFT (voir schéma 3.18). Ce signal donne une **bonne estimation** du bruit en fréquence du laser asservi. Soit  $S_{PF_i}(\nu)$  la densité spectrale de bruit en fréquence de la cavité "i" et  $S_L(\nu)$  la densité spectrale de bruit en fréquence du laser. Dans le cas où toutes les sources de bruits (laser et cavités) sont parfaitement décorréélées, la densité spectrale

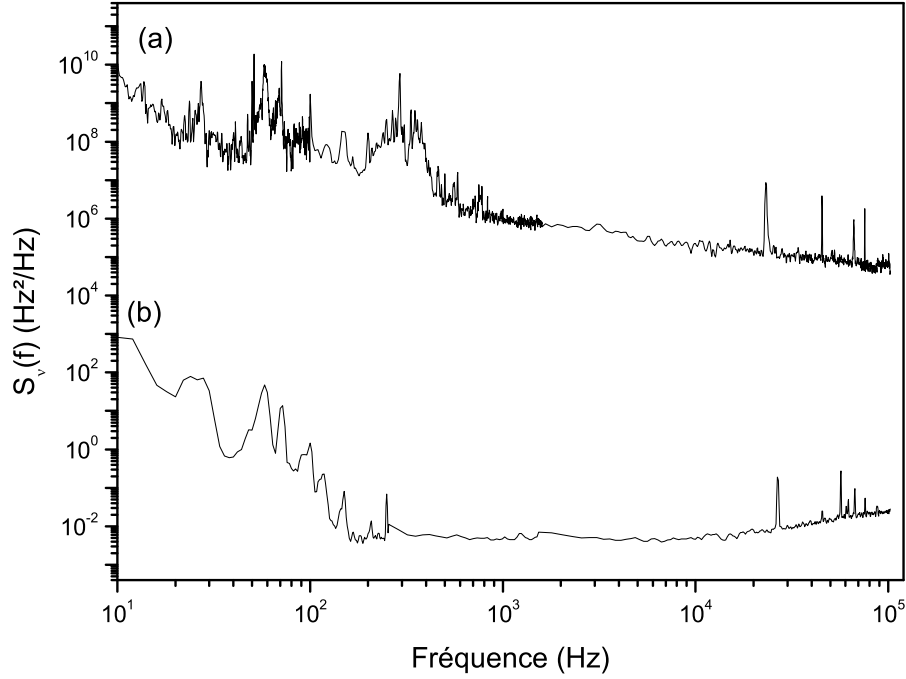


FIG. 3.20 – *Densité spectrale de bruit en fréquence du laser en fonctionnement libre (a) et asservi (b).*

de bruit du signal d'erreur  $S_{\varepsilon_2}(\nu)$  est donnée par :

$$S_{\varepsilon_2}(\nu) = S_L(\nu) + S_{PF_2}(\nu) \quad (3.26)$$

Si en revanche, il existe des corrélations entre les deux cavités, il est peu vraisemblable qu'elles soient parfaites et donc la mesure de  $S_{\varepsilon_2}$  donne une bonne estimation de  $S_L$ . Dans la nouvelle version du montage, on a mesuré le bruit de fréquence du laser avec un montage indépendant. Les corrélations pouvant exister entre les deux systèmes ont été ainsi minimisées : les deux cavités PF reposent sur deux bancs optiques séparés, les fréquences de modulation sont différentes (60 MHz pour  $PF_1$  et 50 MHz pour  $PF_2$ ), les détecteurs et les modules électroniques sont branchés sur des alimentations distinctes.

Nous remarquons ainsi d'après le graphe 3.20 (b) que la densité spectrale de bruit de fréquence  $S_L(\nu)$  atteint un palier en bruit blanc à  $1 \times 10^{-2} \text{Hz}^2/\text{Hz}$  pour des fréquences supérieures à 100 Hz. Au delà de quelques dizaines de kHz, le bruit remonte, limité par le gain de l'asservissement. Pour des fréquences inférieures à 100 Hz, le bruit en fréquence remonte également et est bien corrélé aux vibrations mécaniques.

En utilisant le spectre de bruit en fréquence du laser asservi 3.20(b), on a pu calculer la largeur de raie du laser  $\Delta\nu_L$  définie par [87] :

$$\int_{\frac{\Delta\nu_L}{2}}^{\infty} S_{\phi,L}(\nu)d\nu = \frac{2}{\pi} \quad (3.27)$$

où  $S_{\phi,L}$  est la densité spectrale de bruit de phase du laser qui se déduit de la densité spectrale de bruit de fréquence  $S_{f,L}$  par :

$$S_{\phi,L}(\nu) = \frac{S_{f,L}(\nu)}{\nu^2} \quad (3.28)$$

La largeur de raie du laser vaut ainsi  $\Delta\nu_L = 30$  Hz. Nous avons gagné près de quatre ordres de grandeur par rapport à la largeur de raie du laser en fonctionnement libre. Cependant notre dispositif peut encore être amélioré, en particulier en diminuant le bruit lié aux vibrations mécaniques et acoustiques. Rappelons, en effet, que nous avons tout intérêt à limiter le bruit basse fréquence du laser qui sera utilisé comme oscillateur local dans l'horloge optique et ce, pour réduire l'effet Dick.

#### 3.5.3 Evaluation des vibrations

Le montage expérimental a été réalisé dans une pièce (à l'écart du banc optique principal) dont les parois ont été recouvertes de plaques de Barson (plaque lourde de plomb insérée entre deux couches de mousse). Pour diminuer de façon conséquente les vibrations mécaniques et acoustiques, le banc optique repose sur une plate-forme MinusK : il s'agit d'une plate-forme d'isolation passive pouvant être modélisée par un oscillateur à raideur 'négative'. Cette raideur s'annule en principe lorsque le poids chargé sur la plate-forme est optimisé. Deux versions de l'expérience ont été réalisées. Dans la version initiale, le banc optique, sur lequel ont été montées les deux cavités PF de haute finesse, reposait sur deux plate-formes MinusK. L'optimisation de ce système n'ayant pas été des plus concluantes, il a été décidé de séparer le système en deux parties, chacune incluant un banc optique avec une cavité PF reposant sur une seule plate-forme. Par ailleurs, l'avantage de cette séparation est la décorrélation des deux cavités. Nous avons de cette façon deux systèmes semblables plus indépendants.

**Mesures de vibrations dans le cas du premier montage :** Dans cette première version du montage expérimental, le banc optique est monté sur deux plate-formes fixées au sol. Les mesures ont été effectuées avec un accéléromètre. Nous avons mesuré les accélérations verticales et horizontales qui sont représentées sur le graphe 3.21. Pour les mesures qui sont

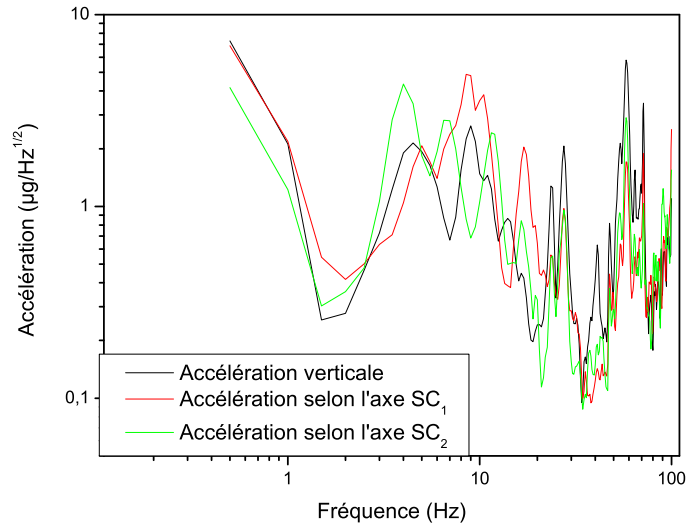


FIG. 3.21 – Mesures des vibrations avec un accéléromètre posé sur le banc optique. La charge n'est pas optimale.

présentées, la charge supportée par les plate-formes n'a pu être optimisée : nous n'avons pas trouvé de stratégie convergente efficace permettant de régler simultanément les deux plate-formes MinusK, en ajustant à la fois la tension sur chaque plate-forme et la répartition du poids sur la table optique.

**La fonction de transfert mécanique :** La fonction de transfert mécanique décrit la réponse de la cavité à une perturbation mécanique du banc optique. Nous l'avons mesurée, dans le cadre de la première version du montage, selon l'axe vertical et les deux axes horizontaux déterminés par les axes de chacune des deux cavités. Le laser est asservi sur  $PF_1$  et nous mesurons le signal d'erreur issu de  $PF_2$  (selon la méthode décrite dans le paragraphe 3.5.1) et le signal lié à l'accéléromètre lorsque la table optique est perturbée par une impulsion. Typiquement nous donnons un coup bref sur la table qui va se mettre à osciller et ces oscillations amorties se retrouvent sur le signal issu de l'accéléromètre et le signal d'erreur (figure 3.22). Nous calculons ensuite la transformée de Fourier des deux signaux et nous en effectuons le rapport ce qui nous donne en fin de compte une **estimation** de la fonction de transfert mécanique. La réponse du support de la cavité étant différente selon les trois axes  $x,y,z$ , nous avons déterminé une fonction de transfert pour chacun de ceux-ci (figure 3.23 (a),(b),(c)). Les pentes sont de l'ordre de  $-40$  dB par décade et la fréquence de coupure est de 10 Hz.

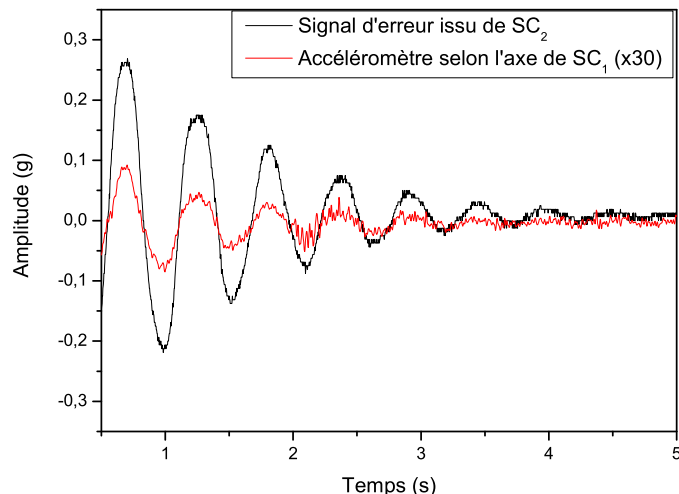


FIG. 3.22 – *Signal d'erreur issu de  $PF_2$  et accélérations horizontales sous l'effet d'une perturbation impulsionnelle appliquée perpendiculairement au plan de la table. La fréquence propre de la table est de 1.7 Hz au lieu des 0.5 Hz attendus si les plateformes avaient été optimisées. La sensibilité du système est de 2.36 MHz/g.*

#### Mesures de vibrations dans la deuxième version du montage :

Dans cette nouvelle version du montage expérimental, le banc optique repose sur une seule plate-forme d'isolation Minus K, ce qui a nettement amélioré les performances du système dans le domaine de fréquence [1Hz-60Hz]. De plus la charge a été également ajustée et répartie de façon à optimiser l'isolation du banc MinusK (charge de 200 kg supplémentaire grâce à des lingots de plomb). On constate en effet une réduction importante des vibrations (supérieure à 20 dB) entre 1 Hz et 20 Hz par rapport à la version précédente du montage.

Le deuxième banc optique sur lequel est monté un deuxième laser "ultra-stable" se trouve en revanche dans la salle d'expérience principale dont les murs ne sont pas recouverts en Barson. Une boîte en aluminium a donc été spécialement conçue pour envelopper le système et l'isoler des perturbations extérieures. Des accès spécifiques pour les câbles de branchement ont été prévus afin de limiter la propagation des vibrations extérieures par ces câbles. Les mesures d'accélération effectuées démontrent l'importance de cette enceinte isolante qui atténue les vibrations de 3 à 4 dB à 1 Hz (figure 3.25). Avec de telles précautions et améliorations prises pour réduire les effets des vibrations sur le spectre de bruit de fréquence du laser, on s'attend maintenant à ce que sa largeur de raie soit inférieure à 10 Hz.

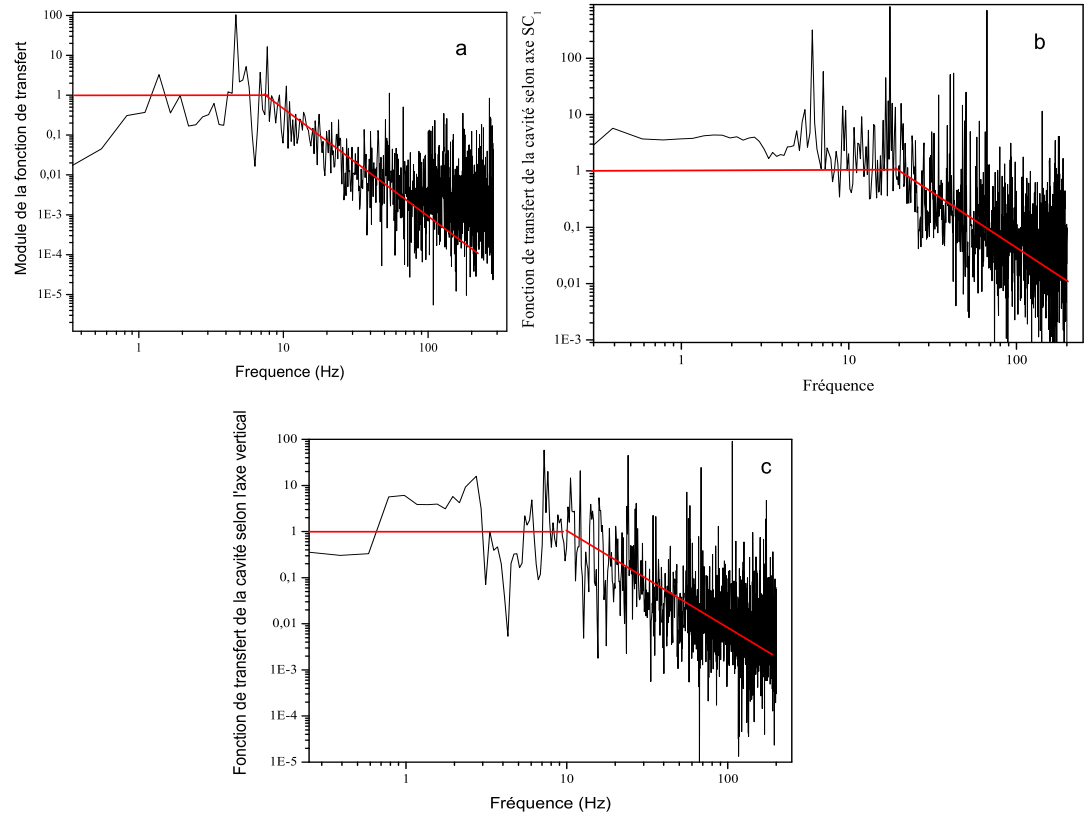


FIG. 3.23 – *Module de la fonction de transfert des vibrations mécaniques : en (a), ce sont les mesures des vibrations horizontales selon l'axe de  $PF_2$ , en (b), les vibrations horizontales selon l'axe de  $PF_1$  et en (c), les vibration verticales..*

### 3.5. SPECTRE DE BRUIT DE FRÉQUENCE DU LASER

---

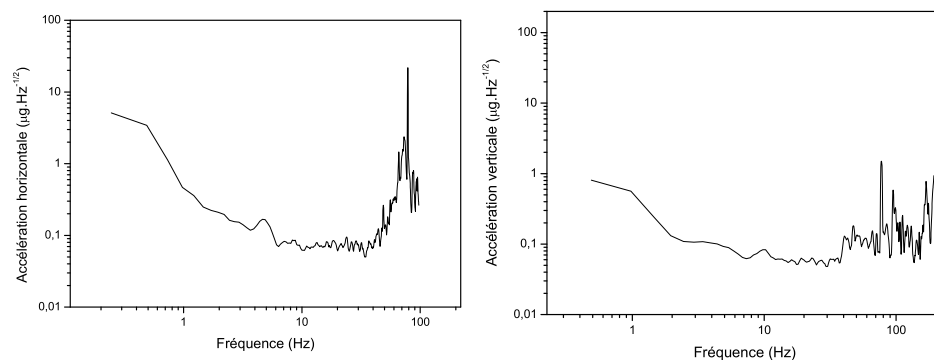


FIG. 3.24 – Mesures des vibrations verticales et horizontales avec un accéléromètre posé sur le banc optique. Jusqu'à 30Hz, le bruit de l'accéléromètre domine.

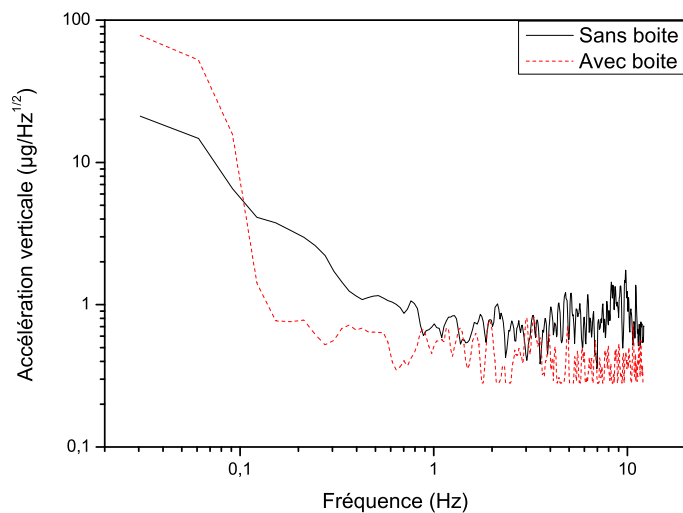


FIG. 3.25 – Mesures des vibrations verticales effectuées avec et sans la boîte isolante, une fois le montage optique et les branchements électroniques réalisés.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rapporté la réalisation d'un laser de grande pureté spectrale. Ce laser est asservi sur un résonateur Fabry-Perot de finesse 27 000 selon la méthode de Pound-Drever-Hall. Le niveau de bruit blanc est de  $10^{-2}$  Hz<sup>2</sup>/Hz dans le domaine de fréquence 100 Hz-20 kHz et la largeur de raie du laser est de 35 Hz. De nombreux moyens ont été mis en oeuvre pour réduire les bruits limitant les performances de notre système : choix des paramètres de modulation, isolation mécanique et acoustique, asservissement thermique etc... Cependant, les limitations à basses fréquences sont essentiellement dues aux vibrations mécaniques et acoustiques. Pour améliorer la stabilité à long terme du laser, on pourrait par exemple envisager de changer la géométrie du corps de la cavité afin de diminuer la sensibilité de celle-ci aux accélérations. Certains bruits, comme le bruit de détection, le bruit d'intermodulation ou les effets d'étalons parasites dépendent de la finesse de la cavité et l'on pourrait les diminuer en choisissant une cavité de plus grande finesse. Les cavités de finesse 100 000 ou plus sont plus faciles à réaliser pour des longueurs d'onde incidentes se situant dans l'infra-rouge. Nous pourrions ainsi envisager d'asservir un laser infra-rouge (type Nd :YAG par exemple, plus stable avant asservissement qu'une diode laser en cavité étendue) sur une cavité de grande finesse ( $> 100\,000$ ), puis effectuer un battement avec un des modes d'un laser femtoseconde. Un laser à la longueur d'onde qui nous intéresse serait ensuite asservi en phase sur le laser femtoseconde grâce à ce battement. Nous pourrions de cette façon asservir plusieurs lasers sur ce laser Nd :YAG ultra-stable, lesquels seraient utilisés pour interroger les atomes des différentes horloges optiques développées dans notre laboratoire (Sr, Hg).

Avec ce laser que nous avons réalisé, nous pouvons espérer pour l'horloge à atomes de strontium, une stabilité liée à l'effet Dick de quelques  $10^{-16}$  à 1 s. En utilisant une cavité PF de finesse  $> 100\,000$ , nous pourrions atteindre un palier de bruit blanc de  $10^{-4}$  Hz<sup>2</sup>/Hz pour des fréquences supérieures à une dizaine de Hz et ainsi envisager une stabilité d'horloge de quelques  $10^{-17}$  à 1s.

Par ailleurs, ajoutons que ce laser nous a été utile par la suite pour mesurer des transitions atomiques de l'atome strontium comme nous le verrons dans le chapitre 5.

# Chapitre 4

## Vers une horloge optique à atomes froids de strontium : la source d'atomes froids

### 4.1 Introduction

Les performances de l'horloge que nous réalisons dépendent de celles de la source d'atomes froids de strontium. Nous devons en effet avoir un temps mort (*i.e* temps inclus dans le temps de cycle de l'horloge qui ne prend pas en compte l'interrogation des atomes) de l'ordre d'une dizaine de ms pour espérer une stabilité de  $10^{-16}/\sqrt{\tau}$  et pour ce faire, il faut optimiser des paramètres comme le taux de chargement du piège magnéto-optique ou la température du nuage atomique. La transition  $^1S_0$ - $^1P_1$  à 461 nm (voir figure 4.1) est une transition cyclante de 32 MHz de large qui va nous permettre de refroidir efficacement les atomes par refroidissement Doppler. La température Doppler pour un tel processus est de 730  $\mu$ K. Il s'est avéré que les températures des nuages atomiques d'alcalino-terreux (Mg, Ca, Sr) après refroidissement Doppler sont environ cinq fois plus élevées que cette température théorique [88–90] : les fluctuations spatiales d'intensité des faisceaux gaussiens utilisés pour le refroidissement seraient à l'origine de cet écart de température, introduisant un mécanisme de réchauffement au sein de la mélasse optique [91]. Certaines équipes travaillant avec l'atome de strontium comme celle de H. Katori au Japon ont résolu le problème en établissant une deuxième étape de refroidissement Doppler sur la transition d'intercombinaison  $^1S_0$ - $^3P_1$  qui permet d'atteindre des températures de l'ordre de 400 nK [71]. Cette deuxième étape de refroidissement prend plusieurs dizaines de millisecondes et sera donc limitante par la suite pour les performances de l'horloge à cause de l'effet Dick (voir chapitre 2). Pour

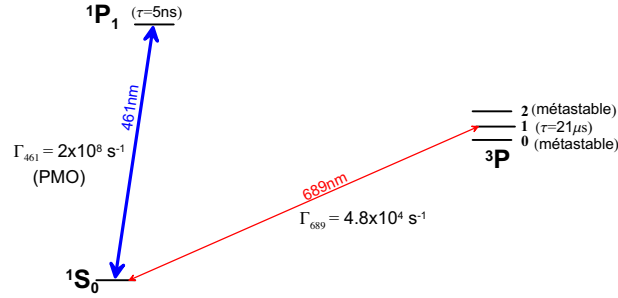


FIG. 4.1 – Niveaux de l'atome de strontium intervenant dans les deux étapes de refroidissement Doppler. Dans notre expérience, nous n'effectuons que la première étape sur la transition  $1S_0-1P_1$ .

cette raison, nous essaierons de nous en affranchir. Ajoutons également que cette deuxième étape de refroidissement Doppler introduit une complication supplémentaire dans le montage expérimental pour l'atome  $^{87}\text{Sr}$  : pour garantir la stabilité du piège, un faisceau laser supplémentaire, décalé en fréquence de 1.5 GHz du faisceau piège, est nécessaire [92].

Dans ce chapitre, nous présentons cette source d'atomes refroidis sur la transition cyclante  $1S_0-1P_1$  et les différents éléments qui la constituent : une source laser à 461 nm, le ralentisseur Zeeman et le piège magnéto-optique (PMO). Le schéma de l'expérience est donné dans la figure 4.2.

## 4.2 La source laser à 461 nm

La configuration choisie pour le piège magnéto-optique consiste en trois faisceaux rétro-réfléchis. Sachant que l'intensité de saturation de la transition  $1S_0-1P_1$  est de  $43\ \text{mW}/\text{cm}^2$ , il est nécessaire de disposer d'une source laser à 461 nm d'une puissance de l'ordre de 100 mW. Deux sources laser ont été réalisées. La première repose sur le principe d'une somme de fréquence dans un cristal de KTP dans une cavité de surtension entre des diodes lasers à 813 nm et un laser Nd :YAG à 1064 nm. Elle a été montée au tout début du projet strontium. Il n'existait alors pas de sources simples d'utilisation et peu coûteuses à 922 nm pour effectuer un doublage de fréquence. Plus récemment il a été possible d'acquérir un MOPA (*Master Oscillator Power Amplifier*) à 922 nm, ce qui nous a permis de construire une deuxième source laser à 461 nm, plus maniable et plus puissante, dont le principe réside dans le doublage de fréquence dans un cristal de PPKTP placé dans une cavité de surtension. Quelques rappels d'optique non linéaire sont présentés dans l'annexe C.

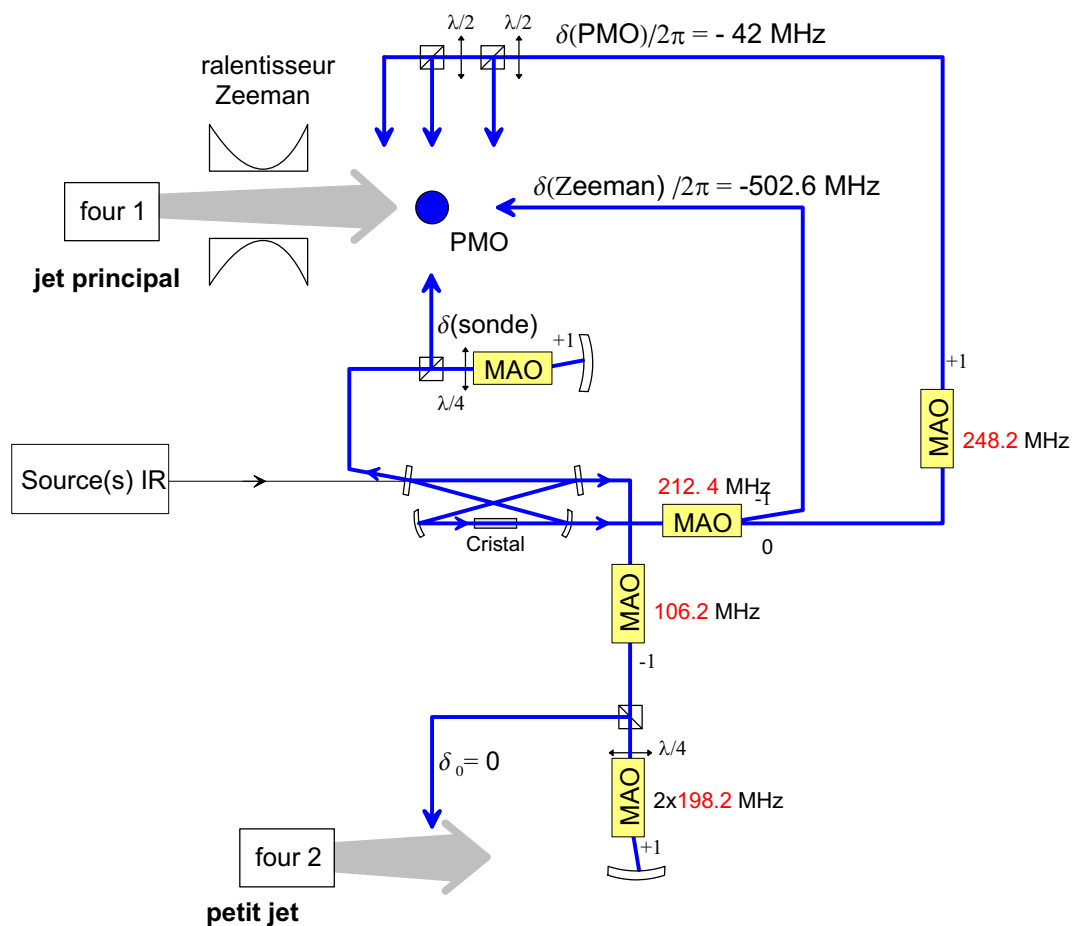


FIG. 4.2 – Schéma général de l'expérience.  $\delta$  désigne les désaccords en fréquence entre le laser et les atomes. Les ordres de diffraction des modulateurs acousto-optiques (MAO) sont indiqués par  $0, \pm 1$ .

### 4.2.1 La somme de fréquence

Les ondes pompes intervenant dans la somme de fréquence sont issues d'un laser Nd :YAG à 1064 nm, d'une puissance de sortie de 900 mW et de diodes lasers à 813 nm. Un problème se pose : lors du processus de conversion, il y a une déplétion importante de l'onde pompe à 813 nm du fait que la puissance de l'onde à 813 nm est très inférieure à celle à 1064 nm. On doit tenir compte de cette déplétion dans l'adaptation des pertes de la cavité de surtension. Le traitement du miroir de couplage de la cavité de surtension étant réalisé aux trois longueurs d'onde (1064 nm, 813 nm, 461 nm), il est extrêmement difficile expérimentalement d'optimiser tous les coefficients de transmission, en particulier, il apparaît que le coefficient en transmission pour l'onde à 1064 nm est très critique. Tout cela nous a conduit à vouloir augmenter la puissance de la source laser à 813 nm. Pour cela, nous avons sommé en puissance deux diodes lasers : celles-ci sont injectées optiquement par un seul maître (diode en cavité étendue en configuration Littrow (voir figure 4.3)). La cale piézo-électrique PZT module la longueur du trajet optique parcouru par le faisceau issu de la diode laser Esclave 2. Il interfère avec le faisceau issu de la diode laser Esclave 1 au niveau de la séparatrice du fait de la cohérence entre ces deux lasers imposée par la diode laser Maître. Les franges d'interférence sont détectées par une photodiode. La détection synchrone nous permet d'asservir le système sur le minimum d'une frange ce qui assure la somme en puissance des deux esclaves. Le contraste maximal obtenu est 98% . Ce dispositif nous permet d'obtenir 150 mW de puissance à 813 nm disponible pour la somme de fréquence.

#### Le cristal de KTP

La somme de fréquence de type II (*eo*e) est effectuée dans un cristal de KTP, lequel est biaxe. Ce cristal présente comme avantages une très faible sensibilité aux variations de température (la tolérance en température vaut 122°C.cm [93]) et un accord de phase quasi non critique : l'angle de *walk-off* est de  $\rho = 0.09^\circ$ . La figure 4.4 représente les angles du vecteur d'onde par rapport aux axes du cristal utilisés pour réaliser l'accord de phase. Nous pouvons travailler à température ambiante sans asservissement en température. La somme de fréquence dans un cristal de KTP pour la génération d'une onde à 461 nm a été étudiée théoriquement par Jean-Jacques Zondy [94]. La fonction d'ouverture *h* a été optimisée en tenant compte de paramètres comme la longueur du cristal (20 mm), la taille des faisceaux focalisés au centre du cristal (respectivement 27  $\mu\text{m}$  et 23  $\mu\text{m}$  pour le Nd :YAG et le 813 nm). Le facteur de conversion mesuré en simple

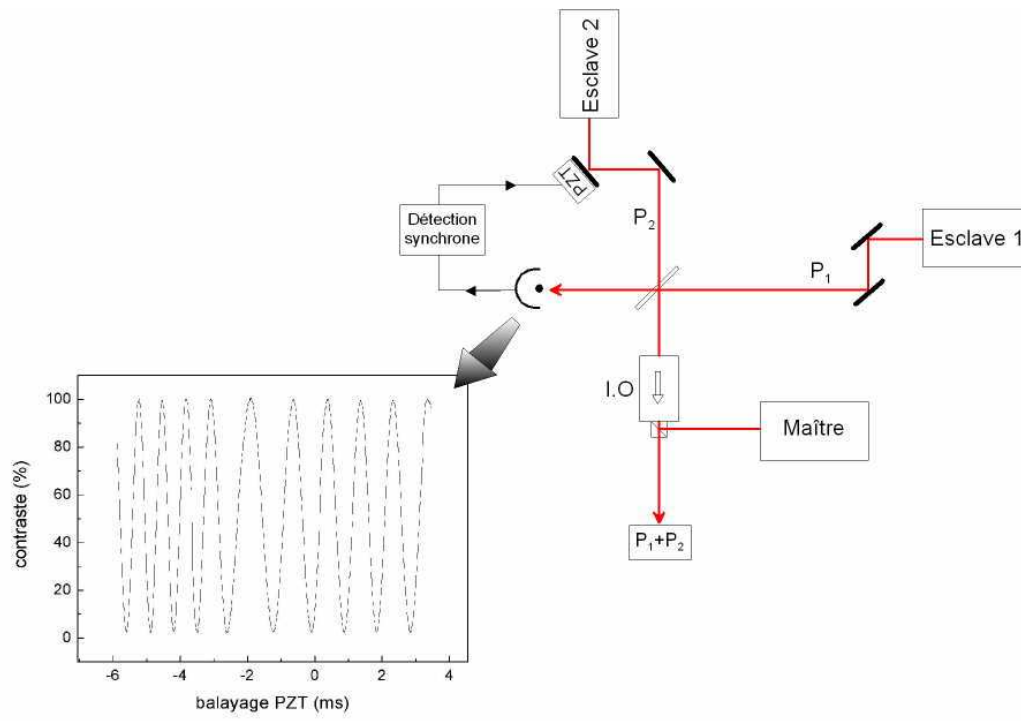


FIG. 4.3 – Somme de puissance des deux diodes lasers.

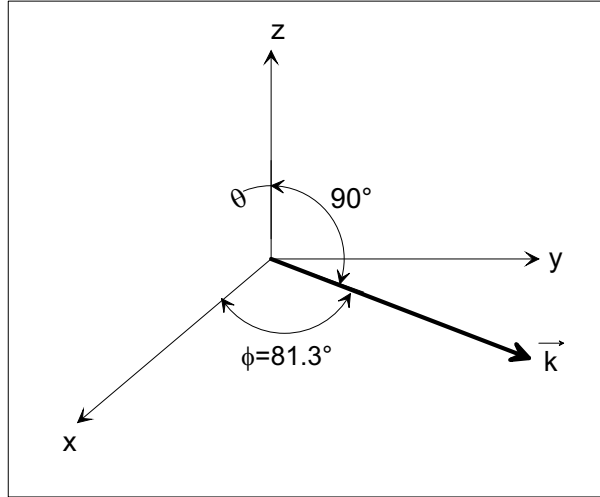


FIG. 4.4 – L'accord de phase est obtenue pour les angles  $\theta = 90^\circ$  et  $\phi = 81.3^\circ$  que fait le vecteur d'onde par rapport aux axes du cristal. La somme de fréquence est de type eoe. L'onde ordinaire o est celle issue de la source laser à 813 nm.

passage est alors de  $\Gamma = 5.3 \times 10^{-3} \text{ W/W}^2$  ce qui donne une valeur de  $d_{eff} = 1.7 \text{ pm/V}$  en bon accord avec la référence [95].

### La cavité de surtension

Placer le cristal dans une cavité de surtension permet d'augmenter les puissances des faisceaux pompes qui interagissent et par conséquent la puissance à 461 nm générée. Cette cavité est résonante à la fois à la longueur d'onde 1064 nm et à 813 nm (voir figure ?? pour les modes des lasers à 813 nm et à 1064 nm dans la cavité). Les miroirs utilisés sont traités aux trois longueurs d'onde. Le choix de la géométrie de la cavité de surtension s'est porté sur une cavité en anneau afin d'éviter tout fluctuations de puissance de l'onde à 461 nm en sortie (voir figure 4.5). Une cavité linéaire avait été testée au préalable mais nous avons constaté des interférences entre l'onde bleue générée dans le cristal et l'onde bleue réfléchie par le miroir de sortie, ce qui entraînait des fluctuations de puissance de l'ordre de 20%.

Nous avons remarqué que les valeurs des *waists* au centre du cristal pour les faisceaux Nd :YAG et 813 nm calculés pour optimiser la conversion en simple passage ne maximisent pas la puissance de bleu en sortie de la cavité de surtension à cause des effets thermiques. On obtient la puissance maximale pour des *waists* de 50  $\mu\text{m}$  pour le 813 nm et de 57  $\mu\text{m}$  pour le Nd :YAG au centre du cristal. Le facteur de conversion mesuré pour

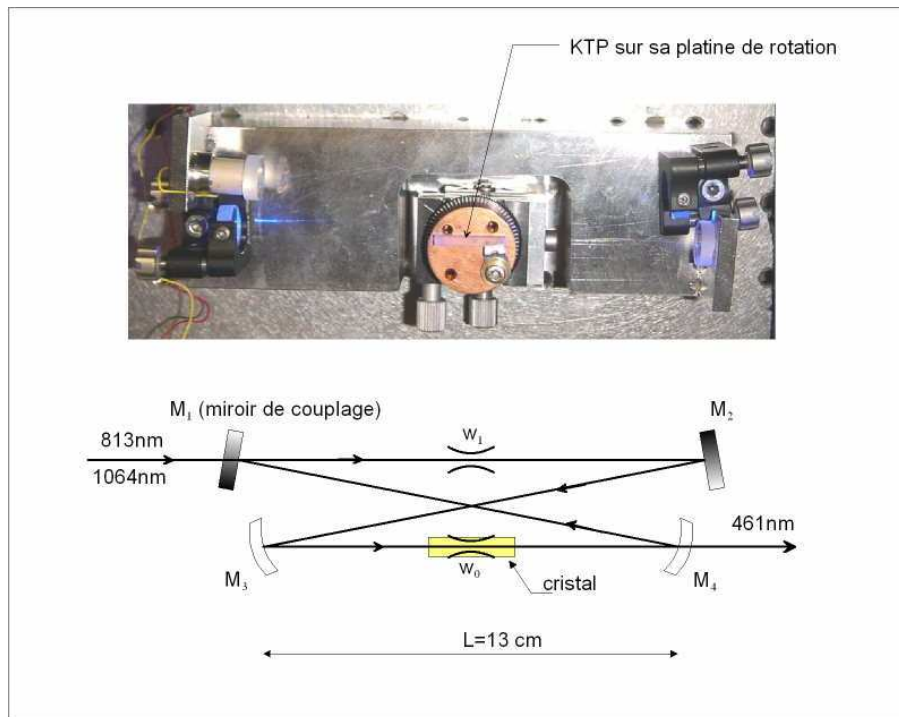


FIG. 4.5 – Représentation et photographie de la cavité de surtension dans laquelle est placé le cristal. La longueur  $M_3 - M_4$  vaut 130 mm et la longueur  $M_3 - M_2 - M_1 - M_4$  vaut 360 mm. Ces longueurs ont été au préalable calculées pour des cols de faisceaux pompes qui optimisent la puissance de bleu en sortie. Le rayon de courbure des miroirs sphériques  $M_3$  et  $M_4$  est de 10 cm.

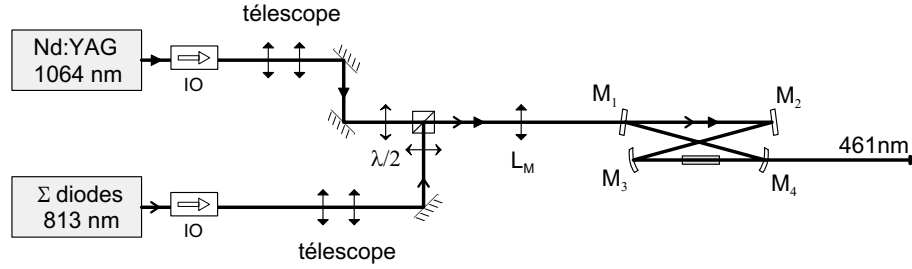


FIG. 4.6 – Schéma du montage pour la réalisation de la somme de fréquence. Les télescopes et la lentille  $L_M$  effectuent l'adaptation de mode des faisceaux incidents. Ceux-ci possèdent la polarisation  $e$  pour le Nd :YAG et  $o$  pour le 813 nm, grâce à leur superposition dans un cube polarisant.

cette configuration est en parfait accord avec la valeur théorique, à savoir  $\Gamma = 2.6 \times 10^{-3} \text{ W/W}^2$ . L'adaptation de modes des faisceaux incidents est réalisée grâce à un télescope pour chaque faisceau et la lentille  $L_M$  (voir figure 4.6). **La puissance de bleu obtenue est de 115 mW.**

### L'asservissement et les performances

Pour piéger les atomes, la fréquence de la source laser bleue est asservie sur la résonance atomique (voir figure 4.8) : la longueur de la cavité est asservie sur la fréquence du laser Nd :YAG grâce au signal de la photodiode  $PD1$  et à une détection synchrone. La diode laser maître est stabilisée en fréquence de la même façon sur la résonance de la cavité de surtension (signal détecté par  $PD2$ ). Enfin la fréquence du laser Nd :YAG est asservie sur la transition  $^1S_0$ - $^3P_1$  des atomes de strontium en détectant la fluorescence émise à résonance par un jet thermique. Les différents paramètres de cette somme de fréquence sont présentés dans le tableau 4.1.

Plusieurs problèmes sont soulevés par ce type de montage : tout d'abord, le traitement du coupleur d'entrée de la cavité de surtension à 1064 nm n'est pas optimal, ce qui limite la puissance à 461 nm obtenue. Bien que 115 mW aient été suffisants pour disposer d'une source d'atomes froids efficace, il serait intéressant que la puissance de bleue soit plus importante. On pourrait alors envisager de réaliser la déflexion du jet atomique qui permettrait d'augmenter l'efficacité du ralentisseur Zeeman. L'autre difficulté de cette source laser à 461 nm est le nombre d'asservissements qui la rendent peu souple d'utilisation et limitent sa fiabilité. Nous avons donc construit une deuxième source laser à 461 nm dont la puissance disponible est de 234 mW.

## 4.2. LA SOURCE LASER À 461 NM

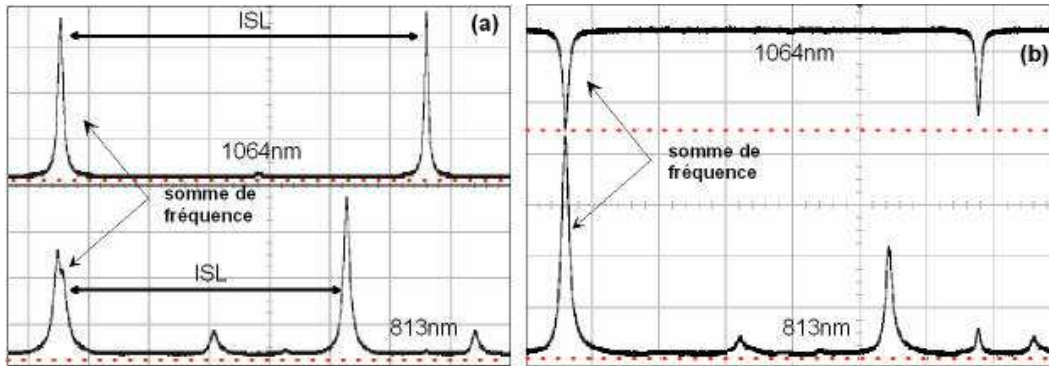


FIG. 4.7 – Modes de la cavité en transmission (a) et en réflexion (b) pour les deux longueurs d'ondes 1064 nm et 813 nm, obtenus en modulant la longueur de la cavité. En (a), on observe une diminution de 40% du pic du 813 nm lorsque la somme de fréquence est réalisée du fait des pertes par conversion. Comme la puissance du laser Nd :YAG intra-cavité est plus élevée, ce creux est moins marqué. En (b), le couplage de l'onde à 813 nm est plus important lors de la somme de fréquence (70%) par adaptation d'impédance. Les lignes pointillées indiquent l'origine des ordonnées pour les différents graphes.

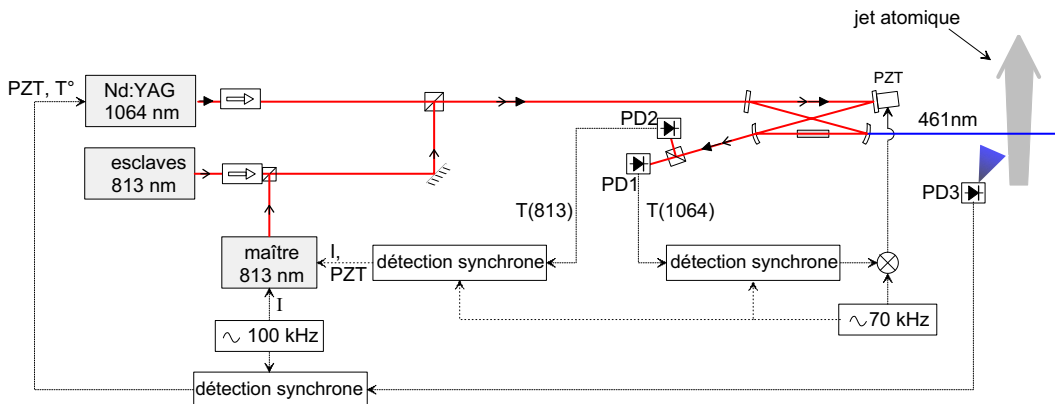


FIG. 4.8 – Schéma de la stabilisation de fréquence en cascade de la source laser bleue, grâce à plusieurs détections synchrones. Les fréquences de modulation sont également indiquées sur le schéma.

Paramètres	813nm	Nd :YAG
Transmission du miroir de couplage	14%	7%
Finesse	35	75
Col des faisceaux	50 $\mu\text{m}$	57 $\mu\text{m}$
Puissance de pompe	150 mW	900 mW
Efficacité de couplage	70%	35%
Puissance intra-cavité	1.5 W	29 W

TAB. 4.1 – Paramètres expérimentaux de la somme de fréquence.

## 4.2.2 Le doublage de fréquence

### Le cristal de PPKTP

Un cristal de PPKTP (ou *periodically poled* KTP) est un cristal qui possède une inversion périodique de domaine de polarisation, ce qui permet de réaliser un quasi-accord de phase (voir annexe C) et de s'affranchir des effets de *walk-off*. Le PPKTP présente en outre une non linéarité élevée,  $d_{eff} \sim 9$  pm/V. La période de notre cristal de 20 mm de long est de 5.5  $\mu\text{m}$  à une température de 30°C [52]. Le graphe 4.9(a) représente l'efficacité de conversion  $P_{2\omega}/P_{\omega}$  en fonction du paramètre de focalisation  $L_c/z_R$ ,  $L_c$  et  $z_R$  étant respectivement la longueur de la cavité de surtension dans laquelle est placé le cristal et la longueur de Rayleigh. On constate que pour un paramètre de focalisation supérieur à 1, l'efficacité de conversion, supérieure à 70%, varie très peu et est insensible au *waist* du faisceau dans le cristal. On choisit, à la suite de tests expérimentaux, un *waist* de 43  $\mu\text{m}$  afin de réaliser un compromis entre les effets thermiques qui peuvent nuire au processus de conversion et une efficacité de conversion proche de l'optimum. L'adaptation d'impédance est réalisée pour une transmission optimale du miroir de couplage de la cavité de surtension de 10%. Expérimentalement, cette transmission est de 12%.

### Le montage expérimental

Le cristal est placé dans une cavité de surtension en anneau semblable à celle utilisée pour la somme de fréquence. Il est monté sur un support en cuivre et contrôlé en température, grâce à un module Peltier, à mieux que 10 mK. La puissance de pompe couplée dans la cavité est 310 mW. La finesse de la cavité sans conversion est de 40 et tombe à 30 à cause des pertes non linéaires dans le cas où il y a conversion. La puissance de bleu générée

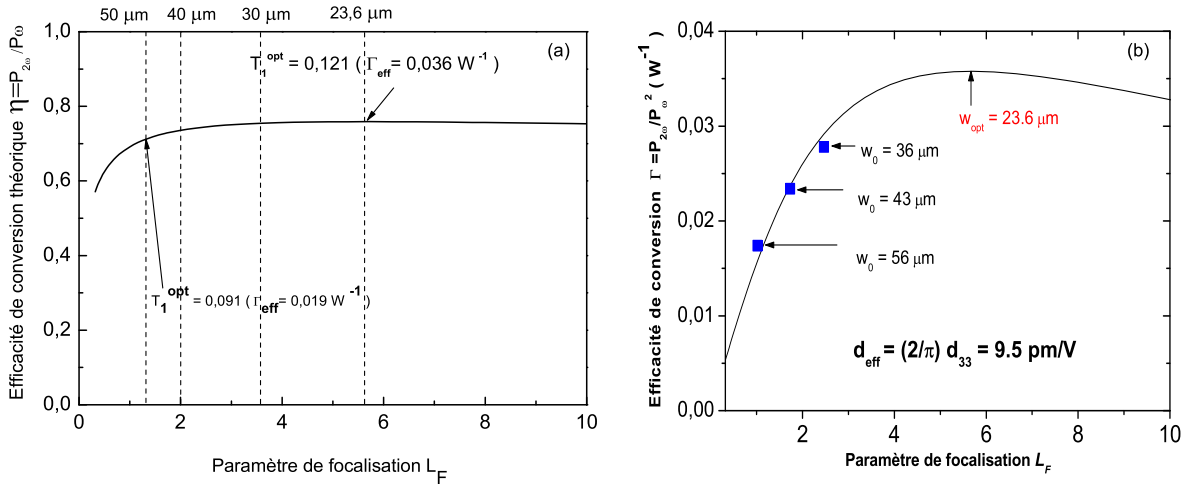


FIG. 4.9 – En (a), facteur d'efficacité  $\eta = P_{2\omega}/P_\omega$  est tracé en fonction du paramètre de focalisation  $L_F = L_c/z_R$ . L'adaptation d'impédance de la cavité est ici réalisée. L'efficacité de conversion optimale (76%) est réalisée pour un col de  $23.6 \mu\text{m}$ . En (b), efficacité de conversion  $\Gamma$  en fonction du paramètre de focalisation. Les points expérimentaux sont indiqués par des carrés.

en fonction de la puissance incidente couplée dans la cavité est donnée par la figure 4.10. Le tableau 4.2 résume les caractéristiques de ce doublage de fréquence.

### 4.3 Le ralentisseur Zeeman

Nous avons choisi de ralentir et piéger les atomes de strontium à partir d'un jet atomique, le piégeage à partir d'une vapeur atomique en cellule présentant de nombreuses contraintes expérimentales [96]. Des pépites de strontium sont donc chauffées à  $650^\circ\text{C}$  dans un four afin de former un jet thermique. A cette température, la vitesse longitudinale moyenne des atomes est de  $543 \text{ m.s}^{-1}$ . La vitesse transverse des atomes est inférieure à  $10 \text{ m.s}^{-1}$  grâce à la sélection en vitesse assurée par des éjecteurs, constitués de 200 micro-tubes de 8 mm de long et de  $200 \mu\text{m}$  de diamètre intérieur. La divergence du jet est de  $12.5 \text{ mrad}$ , demi-angle au sommet. Pour pouvoir piéger les atomes dans le piège magnéto-optique (PMO), il faut les décélérer jusqu'à une vitesse longitudinale inférieure à  $50 \text{ m.s}^{-1}$ . Pour cela, nous allons utiliser un ralentisseur Zeeman dont le principe est expliqué dans

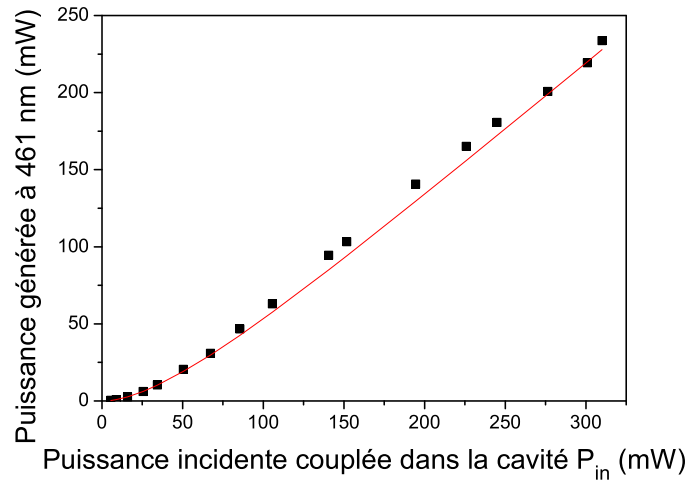


FIG. 4.10 – Puissance de bleu générée en fonction de la puissance incidente couplée dans la cavité.

Paramètres	Laser pompe 922 nm
Transmission du miroir de couplage	12%
Finesse	30
Col des faisceaux	43 $\mu$ m
Puissance de pompe	450 mW
Puissance couplée dans la cavité	310 mW
Puissance intra-cavité	3.2 W
<b>Puissance à 461 nm</b>	<b>234 mW</b>

TAB. 4.2 – Paramètres expérimentaux du doublage de fréquence.

le paragraphe suivant. Une modélisation préalable a été entreprise afin de construire un ralentisseur performant et a été détaillée dans la référence [97].

### 4.3.1 Principe du ralentisseur

Pour ralentir les atomes, il est possible d'utiliser la pression de radiation d'un laser [56] :

$$\vec{F}_{pr} = -\hbar \vec{k} \frac{\Gamma_{461}}{2} \frac{s}{1 + s + 4 \frac{\Delta^2}{\Gamma_{461}^2}} \quad (4.1)$$

où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde,  $\Gamma_{461} = 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$  est le taux d'émission spontanée pour la transition  $^1\text{S}_0$ - $^1\text{P}_1$ ,  $s$  est le paramètre de saturation avec une intensité de saturation  $I_{sat} = 43 \text{ mW.cm}^{-2}$  et  $\Delta$  est le désaccord du laser par rapport à la résonance atomique. On suppose que le jet se propage selon la direction  $z$  :

$$\Delta = \omega_L - \omega_0 - kv(z) \quad (4.2)$$

avec  $\omega_L$  la fréquence angulaire du laser et  $\omega_0$  la fréquence angulaire atomique. Pour compenser la variation de l'effet Doppler du premier ordre au cours de la décélération des atomes, on utilise un gradient de champ magnétique qui va ajouter un terme d'effet Zeeman à l'équation 4.2 [98] :

$$\Delta = \omega_L - \omega_0 - kv(z) - \frac{m_q \mu_B}{\hbar} B(z) \quad (4.3)$$

où  $m_q$  désigne le sous-niveau Zeeman de l'état  $^1\text{P}_1$ ,  $q$  vaut 0, +1 ou -1 selon les polarisations respectives  $\pi$  (rectiligne),  $\sigma^+$  (circulaire droite) et  $\sigma^-$  (circulaire gauche) et  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr. En choisissant une polarisation circulaire, on peut compenser le terme d'effet Doppler.

La géométrie du ralentisseur Zeeman a été conçue grâce à une simulation numérique tenant compte en particulier de la longueur du ralentisseur, du désaccord en fréquence du laser par rapport à la résonance atomique, de la puissance et de la taille du faisceau laser et des caractéristiques du jet. Dans notre expérience, nous avons choisi de travailler avec un laser convergent, ce qui a pour avantage de réduire l'expansion du jet et ainsi de multiplier par 3 le nombre d'atomes capturés dans le PMO par rapport à une configuration où le laser est collimaté. La figure 4.11 présente les résultats de ces simulations pour des paramètres optimaux : sont tracées les densités de probabilité de la composante  $v_x$  de la vitesse transverse (a), du module de

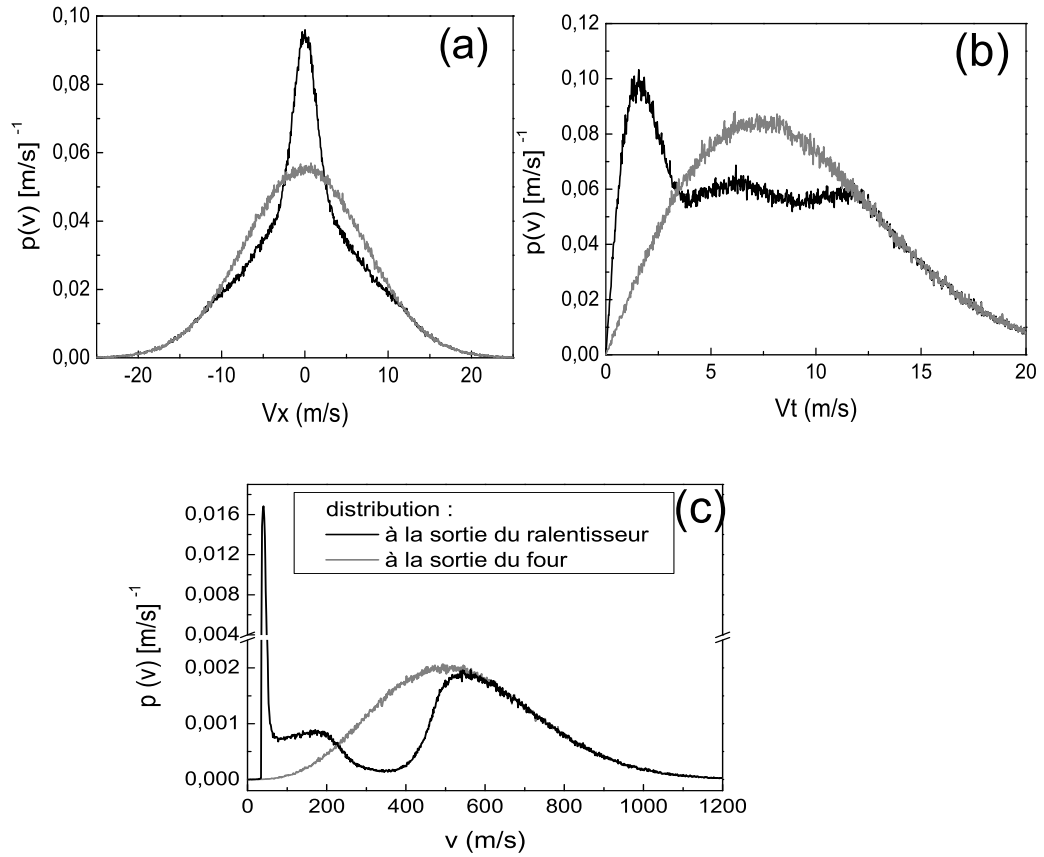


FIG. 4.11 – Densités de probabilité des vitesses  $v_x$  (a),  $v_t$  (b) et  $v_z$  (c) calculées à la sortie du four ( $600^\circ\text{C}$ ) et à la sortie du ralentisseur Zeeman. La puissance laser vaut  $30\text{ mW}$ ,  $w_e = 1\text{ mm}$ ,  $w_s = 8\text{ mm}$  et le désaccord en fréquence du laser par rapport à la résonance est de  $560\text{ MHz}$ .

la vitesse transverse  $v_t$  (b) et de la vitesse longitudinale  $v_z$  (c) à la sortie du four et à la sortie du ralentisseur obtenues dans le cas d'un laser focalisé. Avec une puissance  $P_L = 30\text{ mW}$ , des rayons du faisceau laser à l'entrée du ralentisseur  $w_e = 1\text{ mm}$ , et à sa sortie  $w_s = 8\text{ mm}$ , une longueur du ralentisseur Zeeman  $30\text{ cm}$  et un désaccord par rapport à la résonance de  $560\text{ MHz}$ , on peut espérer capturer  $3\%$  des atomes du flux incident soit environ  $6 \times 10^{10}$  atomes pour une température du four de  $600^\circ\text{C}$ .

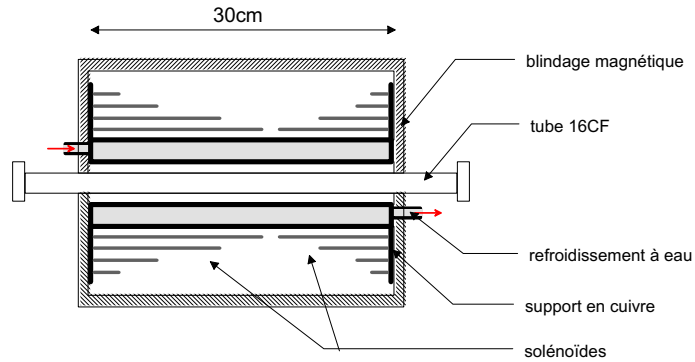


FIG. 4.12 – Montage du ralentisseur Zeeman.

### 4.3.2 Description générale

Le ralentisseur Zeeman est composé d'un tube ultra-vide placé dans un support en cuivre sur lequel sont placées les bobines. Ce support est refroidi par une circulation d'eau (voir figure 4.12) pour évacuer la puissance dissipée par effet Joule ( $\sim 500$  W). Le système repose dans une blindage magnétique. Ce blindage magnétique est indispensable pour deux raisons : tout d'abord, il permet d'isoler la zone de capture, située à 14 cm de la sortie du ralentisseur Zeeman, des perturbations magnétiques du ralentisseur lui-même. Il permet également de réaliser une variation rapide du champ magnétique de  $10 \text{ mT.cm}^{-1}$  aux extrémités du ralentisseur, de sorte que les atomes ne sont plus résonants avec le laser à la sortie du ralentisseur et sortent rapidement du processus de refroidissement (voir figure 4.13) : on peut ainsi éviter un élargissement de la distribution en vitesse des atomes à la sortie du ralentisseur [99].

### 4.3.3 Performances du ralentisseur

La valeur de la vitesse moyenne longitudinale mesurée à la sortie du ralentisseur est de  $25 \text{ m.s}^{-1}$ . Le flux d'atomes ralentis a également été mesuré au niveau de la zone de capture grâce à un laser sonde placé à  $45^\circ$  de l'axe de propagation du jet. La puissance du faisceau Zeeman est 32 mW et le décalage à la résonance, 503 MHz, ces deux paramètres ayant été optimisés expérimentalement. En tenant compte de la variation de vitesse de l'atome pendant l'interaction avec la sonde, le flux d'atomes est de  $2 \times 10^{10}$  atomes/s avec une dispersion en vitesse de  $20 \text{ m.s}^{-1}$ . Le taux de capture du PMO et son taux de chargement sont également une bonne estimation de ce flux : ils valent respectivement  $4 \times 10^{10}$  ( $T_{four} = 630^\circ\text{C}$ ) et  $1.4 \times 10^{10}$  atomes par

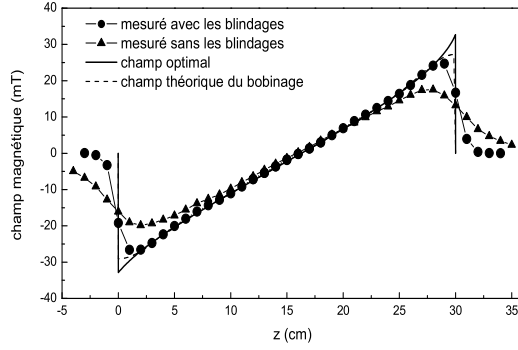


FIG. 4.13 – *Champ magnétique mesuré en fonction de  $z$  (coordonnée le long de l'axe du ralentisseur) avec et sans blindage (cercles et triangles respectivement). Le champ théorique tenant compte du bobinage a été calculé pour une courant de 16 A.*

seconde ( $T_{four} = 600^\circ\text{C}$ ). Toutes ces valeurs sont en bon accord avec les valeurs déduites de la simulation numérique détaillée dans la référence [97].

Les paramètres expérimentaux diffèrent légèrement de ceux utilisés dans la simulation numérique, notamment en ce qui concerne les rayons du faisceau Zeeman qui sont limités par le diamètre des optiques, ou encore le désaccord en fréquence du laser par rapport à la résonance qui a dû être abaissé à 503 MHz du fait de la différence aux extrémités du ralentisseur entre le champ magnétique théorique et le champ mesuré (figure 4.13) et aussi de façon à à approcher la vitesse de capture. Tous ces paramètres ont été ajustés de façon à optimiser le flux d'atomes ralentis et le nombre d'atomes piégés dans le PMO.

## 4.4 Le piège magnéto-optique

### 4.4.1 Description générale

Le piège magnéto-optique (PMO) [100] est composé d'une part, de trois faisceaux lasers rétro-réfléchis à 461 nm. La puissance totale de ces faisceaux est 17 mW, ils sont collimatés avec un rayon à  $1/e^2$  de 1 cm. Le décalage par rapport à la résonance est  $\frac{\delta_{PMO}}{2\pi} = -42$  MHz soit environ  $1.3\Gamma_{461}$ . D'autre part, le PMO est constitué d'un gradient de champ magnétique de  $1.7$  mT.cm $^{-1}$ .A $^{-1}$  généré par des bobines en configuration anti-Helmholtz alimentées par un courant de 1.6 A. Ces bobines sont montées sur la chambre

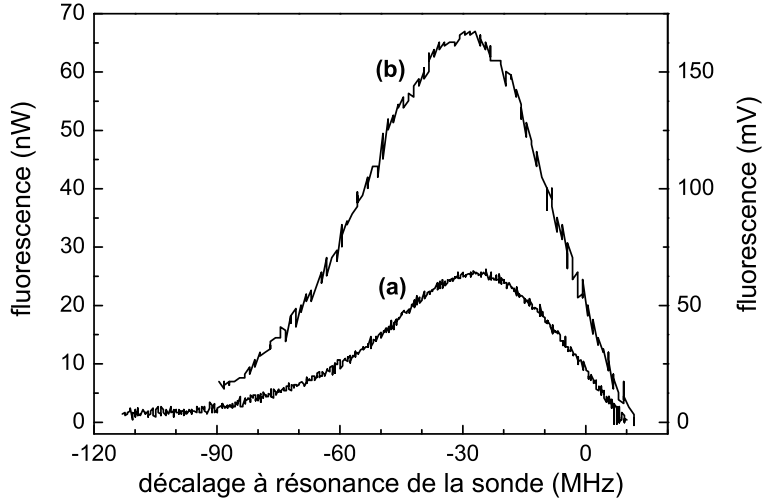


FIG. 4.14 – Flux d’atomes ralentis pour une température de four  $T_{four} = 600^\circ C$  (a) et de  $T_{four} = 630^\circ C$  en (b).

à vide qui s’inscrit dans un cube de 14 cm de côté (voir figure 4.15). Des hublots sont prévus pour les trois faisceaux du PMO, le faisceau du ralentisseur Zeeman et un faisceau sonde. L’efficacité de collection de la photodiode associée à ce système de détection est de  $6.5 \times 10^{-3}$ .

#### 4.4.2 La dynamique du PMO

Si l’on néglige les collisions entre atomes froids, le nombre d’atomes piégés  $N_p$  est décrit par l’équation suivante [101] :

$$\frac{dN_p}{dt} = \Phi_c - \Gamma_p N_p \quad (4.4)$$

$\Gamma_p$  désigne les pertes et  $\Phi_c$  est le flux d’atomes piégés. D’après l’équation 4.4,  $N_p$  suit une loi exponentielle dont le temps caractéristique est le temps de charge  $\tau_c$  (voir figure 4.16) :

$$\tau_c = \frac{1}{\Gamma_p} \quad (4.5)$$

Le temps de chargement  $\tau_c$  est de l’ordre de 30 ms, et est essentiellement limité par le taux de pompage optique dans l’état  $^3P_2$  (voir figure 4.17). En effet, les atomes de l’état  $^1P_1$  peuvent se désexciter par émission spontanée vers l’état  $^1D_2$  et de là, vers les états  $^3P_1$  pour 67% d’entre eux et  $^3P_2$

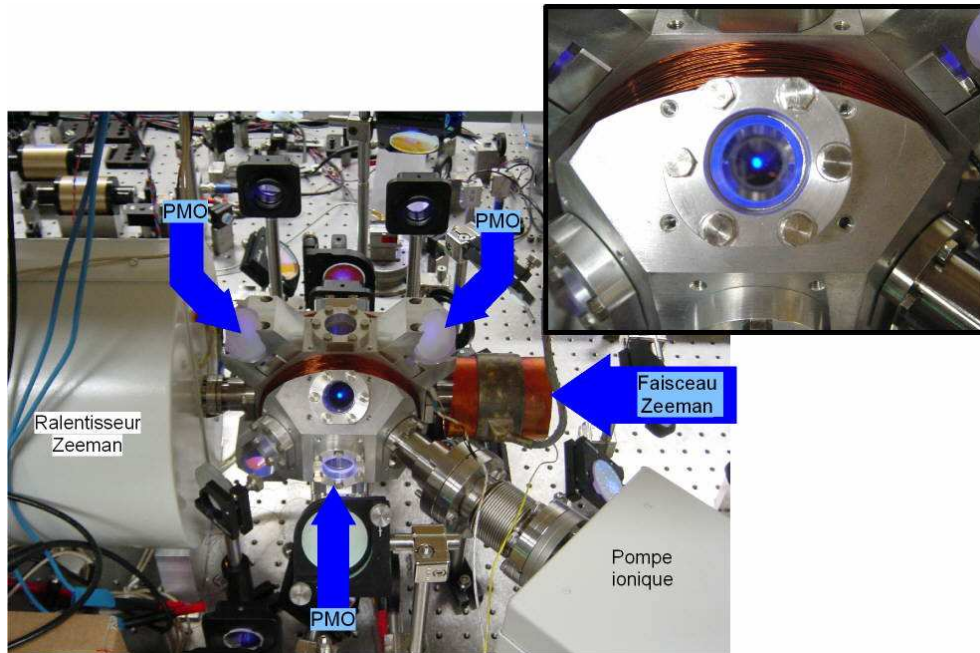


FIG. 4.15 – Photographie de la zone de capture. On distingue les blindages du ralentisseur Zeeman. Les flèches indiquent la direction des trois faisceaux formant le PMO et le faisceau associé au ralentisseur Zeeman. La photographie du nuage d'atomes froids, visible au centre du piège, a été agrandie dans l'encart.

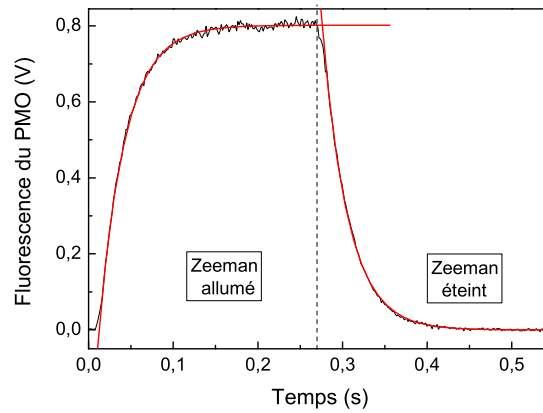


FIG. 4.16 – Mesure de la fluorescence du PMO lorsque le faisceau du ralentisseur Zeeman est allumé au éteint. On peut déduire de cette mesure le temps de chargement (31 ms) ou de déchargement (30 ms) du PMO.

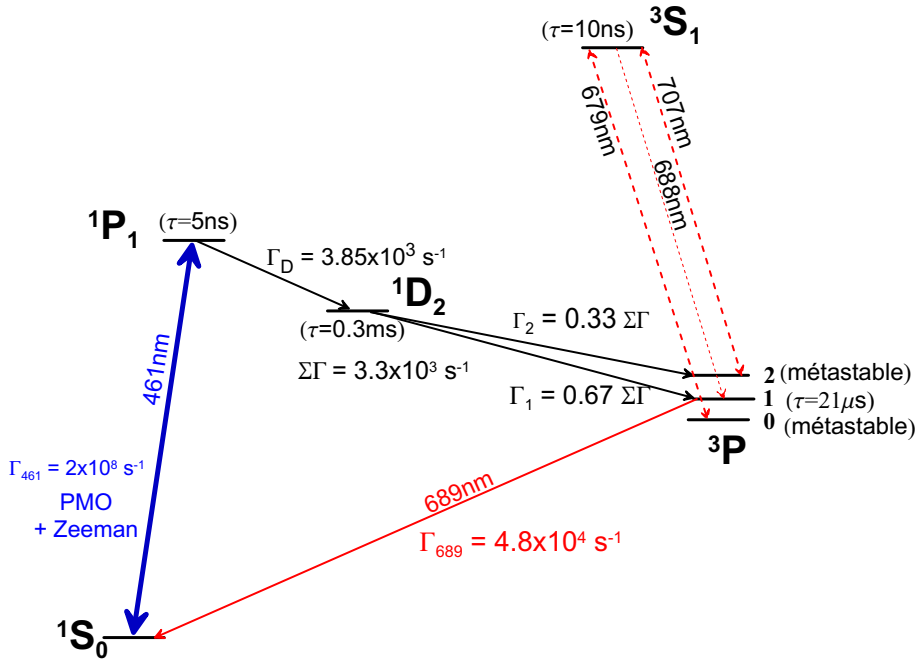


FIG. 4.17 – Niveaux atomiques intervenant dans le piégeage des atomes.

pour les 33% qui restent. Le niveau  $^3P_1$  étant couplé à l'état fondamental, les atomes de ce niveau peuvent réintégrer le processus de piégeage. En revanche, les atomes du niveau  $^3P_2$ , qui est métastable, sont perdus pour le piège. On estime que le taux de pertes par pompage optique est  $\Gamma_{opt} = 36 \text{ s}^{-1}$  soit un temps  $\tau_{opt}$  associé de 28 ms, en bon accord avec  $\tau_c$ .

Le nombre d'atomes piégés peut-être estimé de deux façons. La première façon est de mesurer la fluorescence induite par les faisceaux du PMO, mais cette méthode ne tient pas compte de l'absorption dans les faisceaux. Celle-ci n'est pas négligeable pour un nombre d'atomes piégés supérieur à  $2 \times 10^7$ . La deuxième méthode consiste à mesurer la fluorescence induite par un laser sonde, désaccordé de  $\frac{\delta_{sonde}}{2\pi} = -50 \text{ MHz}$  afin de réduire l'effet d'absorption. Le nombre maximum d'atomes piégés est de  $1.3 \times 10^9$  avec une température de four  $T_{four} = 630^\circ \text{C}$ .

Il est évidemment possible de piéger tous les isotopes du strontium : la figure 4.19 montre le chargement du PMO pour le  $^{88}\text{Sr}$  (83% d'abondance naturelle), le  $^{87}\text{Sr}$  (7% d'abondance naturelle) et le  $^{86}\text{Sr}$  (10% d'abondance naturelle). Il suffit pour cela de faire varier la fréquence RF du modulateur acousto-optique en double passage placé avant le jet atomique sur lequel est asservie la source laser à 461 nm.

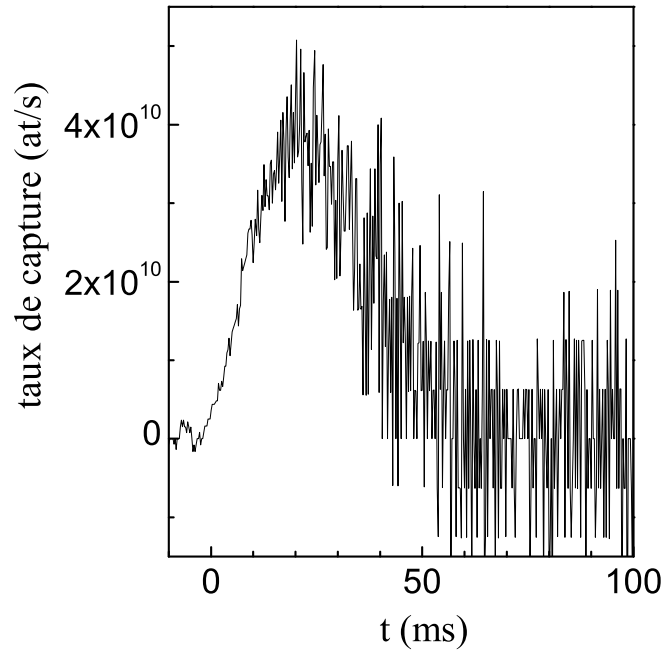


FIG. 4.18 – Dérivée de la courbe 4.16 ramenée en nombre d'atomes piégés. Elle représente le taux de chargement du PMO. Le maximum correspond à  $4 \times 10^{10}$  atomes par seconde.

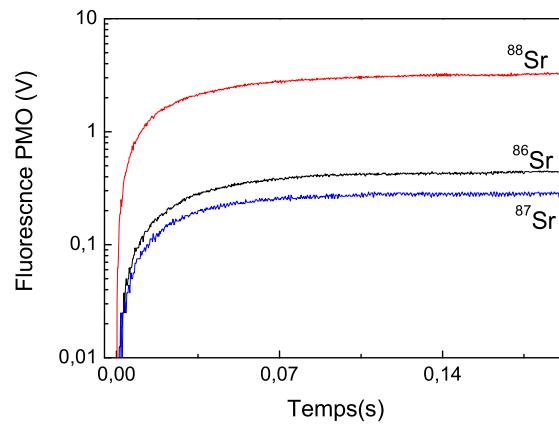


FIG. 4.19 – Courbe de chargement du PMO pour le  $^{88}\text{Sr}$ ,  $^{87}\text{Sr}$  et le  $^{86}\text{Sr}$ . La fluorescence maximale correspond à  $8 \times 10^7$  atomes pour le  $^{88}\text{Sr}$ .

## 4.5 Conclusion

En conclusion, nous disposons d'une source d'atomes froids performante, qualité nécessaire pour la réalisation d'un étalon de fréquence optique. En effet, avec une telle source nous pouvons ralentir et piéger environ  $10^7$  atomes de  $^{87}\text{Sr}$  en moins d'une dizaine de ms et pour un tel temps mort, nous pouvons au mieux espérer une stabilité de quelques  $10^{-16}\tau^{-1/2}$  (voir chapitre 2). Nous devons toutefois tenir compte du fait que les atomes après une capture dans le PMO seront transférés dans un piège dipolaire. Pour minimiser le temps mort du cycle d'horloge, nous devons donc construire un piège dipolaire avec des paramètres qui nous permettent de transférer un grand nombre d'atomes en un minimum de temps (quelques ms tout au plus). De plus, il faudrait que la durée de vie du piège soit de plusieurs centaines de ms pour pouvoir recycler les atomes d'une interrogation à l'autre. Une possibilité pour encore améliorer cette source d'atomes froids et disposer d'un plus grand nombre d'atomes dans le PMO consisterait à défléchir le jet atomique qui nous permet de charger le PMO et d'effectuer un refroidissement transverse. Soulignons également que l'étude de la dynamique du PMO, nous a permis d'élaborer une méthode pour la mesure de la transition d'horloge  $^1\text{S}_0\text{-}^3\text{P}_0$  fortement interdite à 698 nm du  $^{87}\text{Sr}$ . Cette mesure est présentée dans le chapitre 5.



# Chapitre 5

## Mesure de la transition fortement interdite $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ du strontium

### 5.1 Introduction

Il s'agit ici de déterminer avec une très grande précision la fréquence de la transition  $^1S_0$ - $^3P_0$  de l'atome de Sr, choisie comme transition d'horloge dans notre expérience. La connaissance de cette transition est en effet une première étape déterminante avant de réaliser un étalon de fréquence optique. Elle est faiblement permise par couplage hyperfin de l'état  $^3P_0$  aux états  $^1P_1$  et  $^3P_1$  pour l'isotope  $^{87}\text{Sr}$  ( $I=9/2$ ). Sa largeur de raie est de 1 mHz [57, 102]. Une mesure indirecte a été dans un premier temps nécessaire afin de réduire l'intervalle de recherche en fréquence, conduisant à une bonne estimation de la fréquence de la transition avec une incertitude de 70 kHz. Nous avons pu enfin effectuer une mesure directe avec une incertitude de 15 kHz [18].

### 5.2 Dispositif expérimental

Toutes ces mesures de spectroscopie ont été réalisées avec le même dispositif (voir figure 5.1) : un premier laser monté en cavité étendue, noté laser "ultra-stable", est asservi selon la technique de Pound Drever Hall sur une cavité de grande finesse (chapitre 3), sa fréquence est mesurée au moyen du laser femtoseconde (voir paragraphe 5.2.2). Un second laser, appelé laser "sonde" asservi sur le laser "ultra-stable", est envoyé vers les atomes pour sonder les transitions atomiques. Pour cela, nous utilisons un asservissement

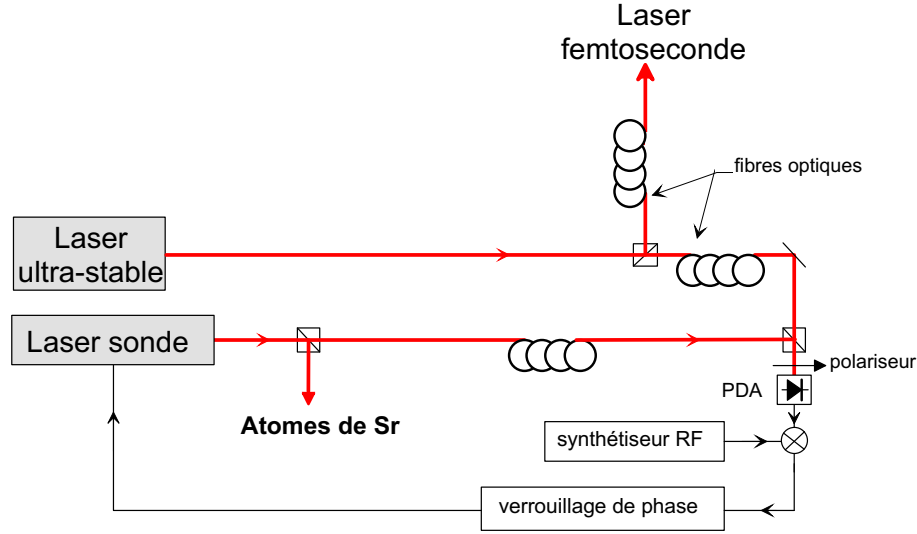


FIG. 5.1 – Principe de mesure de fréquence de transitions atomiques. Un premier laser utilisé comme référence de fréquence est asservi sur la cavité PF de grande finesse grâce à la technique Pound-Drever. Un deuxième laser est verrouillé en phase sur le premier et sert à sonder les transitions atomiques. PDA désigne la photodiode à avalanche.

à verrouillage de phase avec un décalage de fréquence accordable.

Pour déterminer toutes les transitions atomiques, nous avons utilisé deux jeux de lasers {sonde, ultra-stable} dont les longueurs d’ondes peuvent varier entre 675 nm et 685 nm et entre 685 nm et 698 nm respectivement : un premier jeu nous a permis de mesurer les transitions atomiques à 689 nm ( $^1S_0$ - $^3P_1$ ), 688 nm ( $^3P_1$ - $^3S_1$ ) et 698 nm ( $^1S_0$ - $^3P_0$ ) (voir figure 5.2). Le deuxième jeu a été monté pour mesurer la transition à 679 nm ( $^3P_0$ - $^3S_1$ ).

### 5.2.1 Le verrouillage en phase

Pour sonder les atomes, nous avons besoin d’un laser dont on puisse balayer la fréquence sur l’intervalle spectral libre de la cavité (1.5 GHz) mais possédant les mêmes propriétés spectrales que le laser ultra-stable : ceci est réalisable grâce à un asservissement en phase du laser sonde sur le laser ultra-stable. Les deux faisceaux lasers sont superposés dans un cube polarisant et le battement entre les deux ondes est détecté sur une photodiode à avalanche (voir figure 5.3). Le signal, après amplification, est divisé par 4 afin d’augmenter la plage d’accrochage de l’asservissement, puis comparé grâce à un comparateur phase-fréquence à un signal de référence  $f_{ref}$  délivré

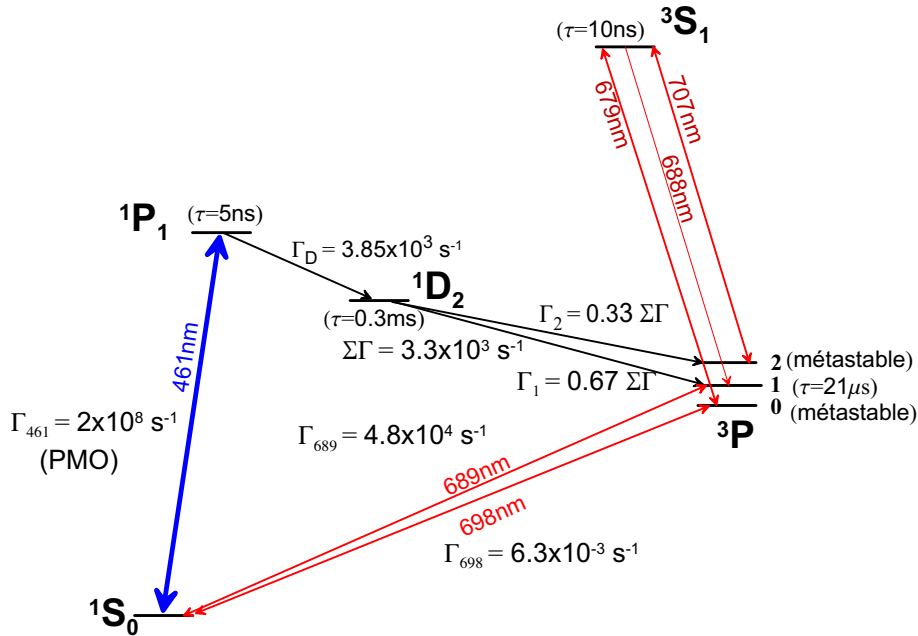


FIG. 5.2 – Niveaux atomiques de l'atome de strontium impliqués dans les mesures de spectroscopie.

par un synthétiseur radiofréquence. L'asservissement du laser sonde s'effectue en deux étapes : un premier filtre proportionnel-intégrateur agit pour les corrections rapides sur le courant d'injection de la diode laser, un deuxième intégrateur agit pour les corrections lentes sur la cale piézo-électrique du laser. La bande passante de l'asservissement est de 2 MHz. En boucle fermée, la fréquence du laser sonde s'écrit :

$$f_{sonde} = f_{ultra-stable} + 4f_{ref} \quad (5.1)$$

Il suffit alors de modifier  $f_{ref}$  pour ajuster l'écart entre les fréquences  $f_{sonde}$  et  $f_{ultra-stable}$ .

### 5.2.2 Le laser femtoseconde

Il s'agit d'un laser Ti : Sa pompé en continu par un laser Nd :YVO<sub>4</sub> doublé à 532 nm. Le taux de répétition est de 840 MHz et la durée de l'impulsion est de 25 fs. Son mode de fonctionnement repose sur le principe du verrouillage de mode par effet Kerr : afin de favoriser le régime impulsionnel, il faut que le gain soit plus important lorsque les modes laser ont la bonne relation de phase (modes bloqués), on utilise pour ce faire l'auto-focalisation par effet Kerr. L'intensité élevée des impulsions lasers modifie

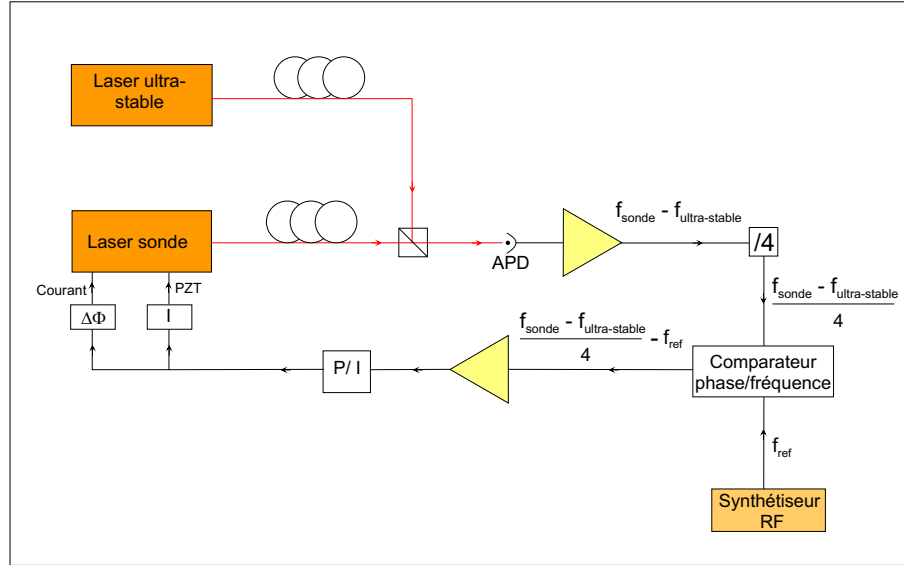


FIG. 5.3 – Principe de l’asservissement en phase. La bande passante de la photodiode à avalanche est de 1 GHz. P/I désigne le filtre proportionnel-intégrateur.

l’indice de réfraction du cristal de façon linéaire lors de la propagation du faisceau lumineux, ce qui crée l’effet d’une lentille convergente (voir figure 5.4 (a)) :

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2(\omega)I \quad (5.2)$$

Lorsque les  $2N + 1$  modes longitudinaux du laser ont la bonne relation de phase, le champ total  $E(t)$  dans la cavité laser peut s’écrire :

$$E(t) = \sum_{n=-N}^N E_n \cos[2\pi(f_0 + n f_r)t + \phi_n] \quad (5.3)$$

où  $f_r$  est la fréquence de répétition,  $E_n$  est l’amplitude du mode  $n$ . Dans le domaine de Fourier, l’équation 5.3 se traduit par un peigne de fréquence (voir figure 5.4(b)). Le décalage  $\Delta\phi$ , indiqué sur la figure 5.4(b), est dû au fait que, pour chaque impulsion, l’enveloppe se déplace à la vitesse de groupe alors que la porteuse se déplace à la vitesse de phase. Cet effet se manifeste par un décalage à l’origine  $f_0$  dans le peigne de fréquence. La fréquence de la raie  $n$ ,  $f_n$  s’écrit donc :

$$f_n = f_0 + n f_r \quad (5.4)$$

## 5.2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

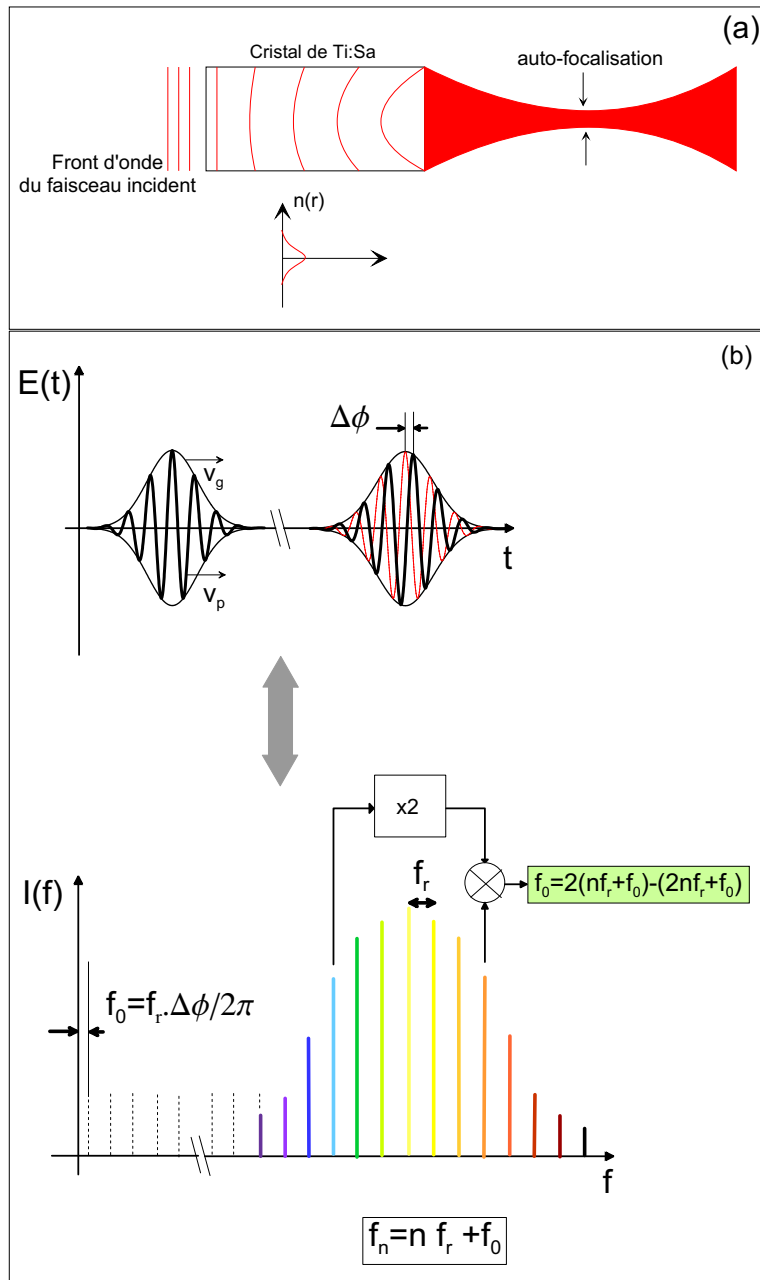


FIG. 5.4 – En (a), auto-focalisation par effet Kerr. En (b), peigne de fréquence du laser femtoseconde et mesure du décalage à l'origine  $f_0$ .

La fréquence de répétition  $f_r$  est asservie sur le maser à hydrogène ou sur l'oscillateur cryogénique du laboratoire (voir figure 5.5). La correction est appliquée sur la cale PZT de la cavité du laser Ti :Sa. Une partie du faisceau est envoyée sur une photodiode rapide, ce qui nous permet de déterminer la fréquence de répétition. Pour mesurer  $f_0$ , on met en oeuvre la méthode dite de *self-referencing* [103, 104] : on effectue un battement entre la raie  $n$  de fréquence  $f_n$  doublée en fréquence dans un cristal de KTP avec la raie  $2n$  de fréquence  $f_{2n} = f_0 + 2nf_r$  (voir figure 5.4(b)). La fréquence du battement  $\Delta f$  est donnée par :

$$\begin{aligned}\Delta f &= 2f_n - f_{2n} \\ &= 2(f_0 + nf_r) - (f_0 + 2nf_r)\end{aligned}\tag{5.5}$$

Cette comparaison entre  $f_n$  (dans l'infra-rouge) et  $f_{2n}$  (dans le visible) est possible grâce à l'utilisation d'une fibre à cristal photonique, microstructurée, qui élargit le spectre du laser femtoseconde sur près d'une octave.

Une centaine de  $\mu\text{W}$  du laser ultra-stable est envoyée, par le biais d'une fibre optique, vers le laser femtoseconde. On détecte le battement réalisé entre les deux lasers. La fréquence du battement  $f_b$  est la différence entre la fréquence du laser ultra-stable et la fréquence du mode du peigne le plus proche :

$$f_b = f_{\text{ultra-stable}} - [f_0 + nf_r]\tag{5.6}$$

La figure 5.6 représente un exemple de ces mesures de fréquence du laser ultra-stable. Une fois la dérive de la cavité de grande finesse  $SC$  retranchée (environ  $40 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$  sans l'asservissement en température), la résolution des mesures descend à  $5 \times 10^{-14}$  à 100 s soit 20 Hz.

### 5.3 Mesure indirecte de la transition $^1S_0$ - $^3P_0$

Ces transitions à 689 nm, 688 nm et 679 nm étant beaucoup plus larges que la transition d'horloge, elles sont plus faciles à détecter. Les mesures de la transition  $^1S_0$ - $^3P_1$  ont été effectuées sur un jet atomique par absorption saturée. Cela n'a pas pu être le cas pour les autres transitions, car les états  $^3P$  ne sont pas peuplés dans le jet. En revanche, la dynamique de notre piège magnéto-optique nous a permis de mener à bien ces mesures. La fréquence de la transition  $^1S_0$ - $^3P_0$  est déduite de ces mesures par la relation :

$$\nu_{698} = \nu_{689} - [\nu_{679} - \nu_{688}]\tag{5.7}$$

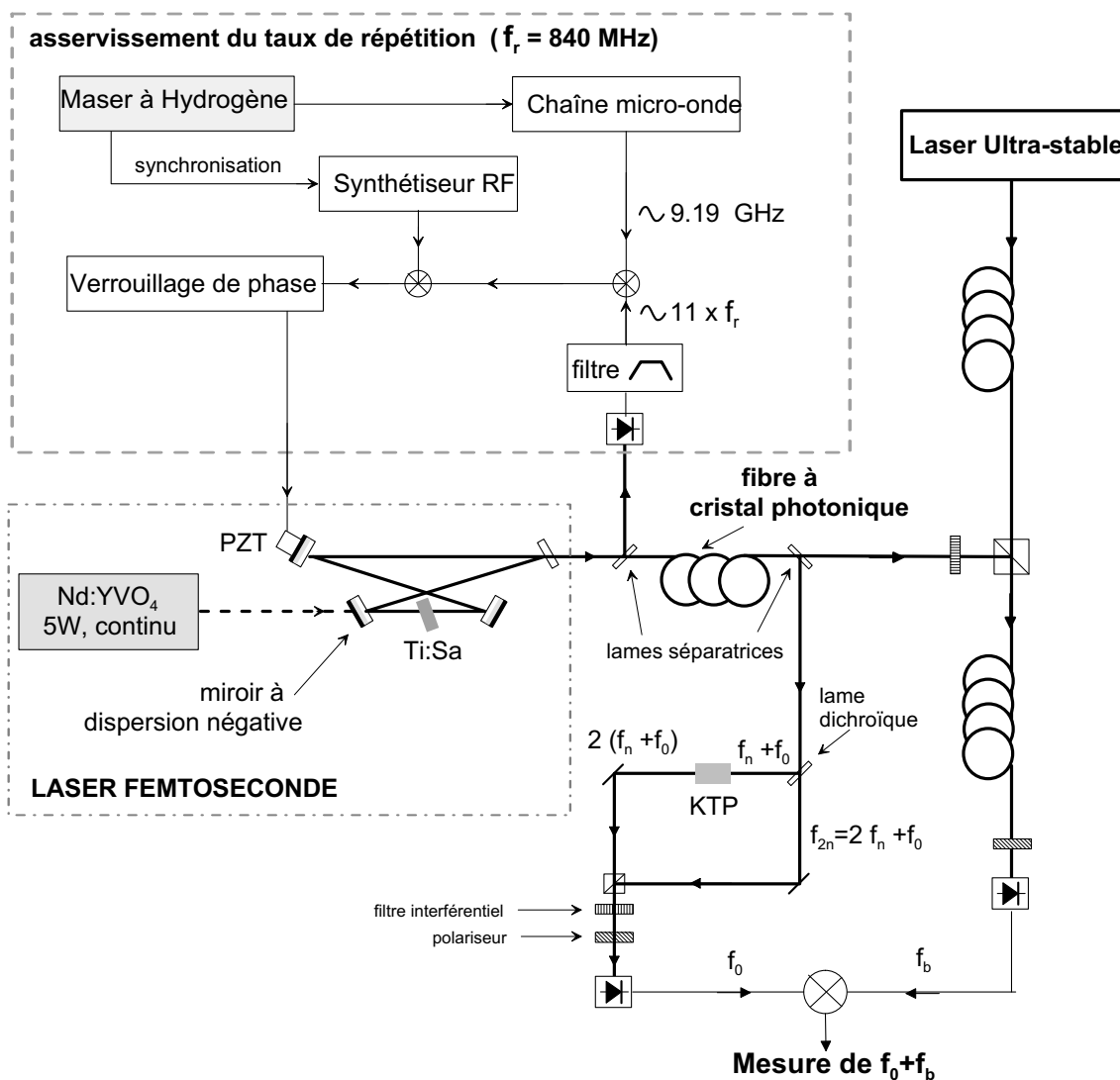


FIG. 5.5 – Principe du laser femtoseconde. La fibre à cristal photonique est utilisée pour élargir le spectre du peigne de fréquence sur plus d'une octave.

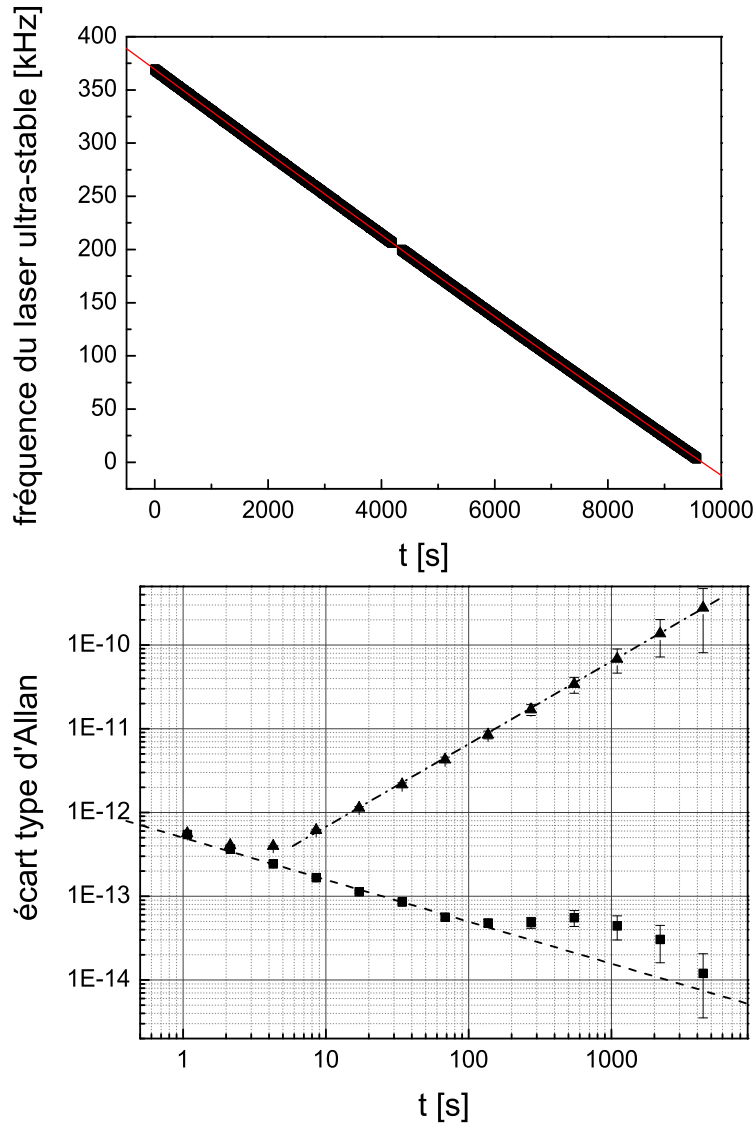


FIG. 5.6 – Mesure de la fréquence du laser ultra-stable. La résolution de la mesure est de 20 Hz à 100s. Les mesures brutes (c'est-à-dire avec la dérive de la cavité qui est de l'ordre de 40 Hz/s) sont représentées par les triangles et les mesures corrigées par les carrés.

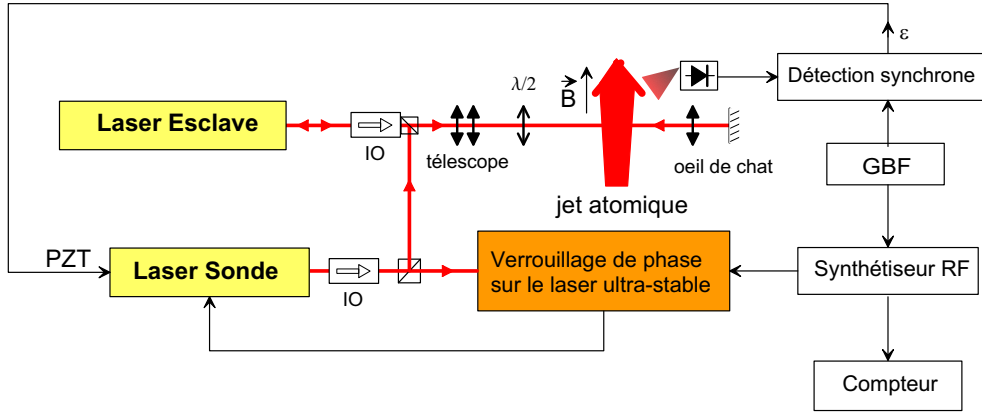


FIG. 5.7 – Principe de détection de la transition à 689 nm et asservissement du laser sur les atomes. Le télescope est constituée de deux lentilles cylindriques. La focale de la lentille utilisée pour l’oeil de chat est de 15 cm.

### 5.3.1 La mesure de la transition $^1S_0\text{-}^3P_1$

La transition  $^1S_0\text{-}^3P_1$  à 689 nm est relativement simple à mesurer car elle fait intervenir l’état fondamental. Elle est détectée par fluorescence induite dans un jet atomique collimaté, de 4 mm de diamètre. Le flux atomique est d’environ  $10^{12}$  atomes par seconde avec une vitesse moyenne de 500  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Les atomes sont sondés par un laser rétro-réfléchi perpendiculaire au jet atomique (voir figure 5.7). Pour minimiser les effets Doppler du premier ordre, l’alignement du faisceau rétro-réfléchi sur le faisceau incident est réalisé grâce à un dispositif oeil de chat {lentille + miroir} : un miroir plan est situé dans le plan focal de la lentille. L’alignement entre les faisceaux incident et rétro-réfléchi est effectué à mieux que de 10  $\mu\text{rad}$  en égalisant les fréquences centrales des deux profils Doppler en simple et double passages.

Un champ magnétique  $\vec{B}$  parallèle à l’axe du jet est généré par deux bobines en configuration Helmholtz afin de lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. On détecte en polarisation  $\pi$ , pour un champ de 1.5 mT, les transitions ( $m = 0 - m' = 0$ ) pour les bosons  $^{88}\text{Sr}$  et  $^{86}\text{Sr}$  (voir figure 5.8(a)), ces dernières n’étant pas sensibles à l’effet Zeeman du premier ordre. Sur le graphe 5.8(b), les trois composantes Zeeman sont visibles.

Pour mesurer les fréquences atomiques, le laser est asservi sur un pic d’absorption saturée au centre du profil Doppler. L’asservissement est basé sur le principe de la détection synchrone. La fréquence de modulation générée par le générateur basse fréquence (désigné par GBF sur le schéma 5.7) est de 200 Hz. La fréquence du laser sonde est modulée par le synthétiseur dont la fréquence, dans cette configuration, n’est plus référencée par l’oscillateur

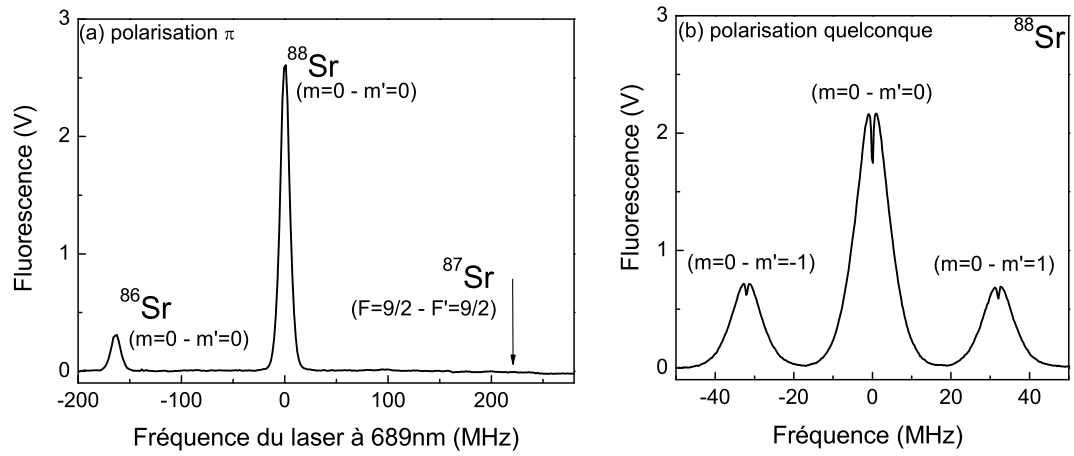


FIG. 5.8 – Fluorescence des atomes du jet induite par un faisceau laser en polarisation  $\pi$  pour (a) et polarisation quelconque pour (b). Le faisceau laser est elliptique et a une puissance de  $275 \mu\text{W}$  pour une taille de  $1.3 \times 5.5 \text{ mm}$  à  $1/e^2$ . Pour la courbe (a), on constate que le rapport des amplitudes des pics pour le  $^{88}\text{Sr}$  et le  $^{86}\text{Sr}$  est en bon accord avec le rapport des abondances naturelles (respectivement 83% et 10%). La courbe (b) représente les transitions vers les trois sous niveaux Zeeman du niveau  $^3P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$ .

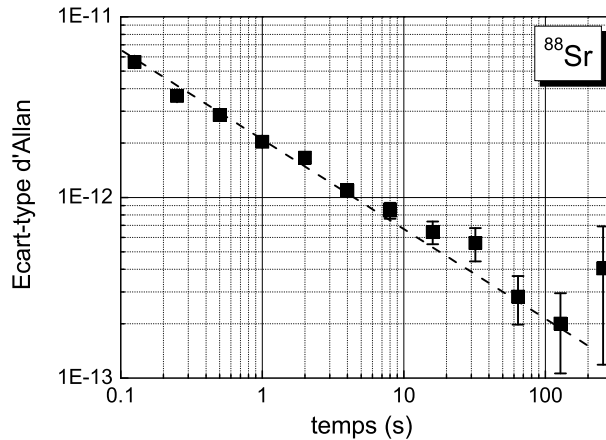


FIG. 5.9 – Variance d’Allan en valeur relative de la mesure de la fréquence du laser à 689 nm asservi sur la fréquence atomique.

à quartz interne. C’est pourquoi, nous avons besoin d’un compteur pour nous affranchir d’une erreur de fréquence de ce synthétiseur qui peut aller jusqu’à une dizaine de kHz dans ce mode de fonctionnement. La stabilité du laser asservi sur la transition atomique du  $^{88}\text{Sr}$  est donnée par la figure 5.9 : elle est de  $2 \times 10^{-12}$  en valeur relative à 1 s.

La résolution des mesures de fréquence est limitée par l’effet Doppler du premier ordre induit par les distorsions de front d’onde. Modéliser un tel effet paraît néanmoins difficile : il faudrait pour cela établir une carte en 3 dimensions du front d’onde du laser dans la région d’interaction, et l’on devrait prendre en compte les distributions spatiale et en vitesse du jet atomique. Une façon d’estimer cet effet expérimentalement est d’effectuer les mesures de fréquences avec différentes géométries du faisceau laser qui conduisent à différents fronts d’onde. Les résultats sont présentés pour le boson  $^{88}\text{Sr}$  sur le graphe 5.10. A faible puissance laser, les mesures réalisées pour différentes géométries tendent vers la même valeur de fréquence à quelques kHz près. A plus grande puissance laser ( $P_L > 1\text{mW}$ ), on observe une dispersion de ces mesures sur près de 100 kHz [105]. La fonction de sensibilité atomique qui traduit la réponse atomique à une perturbation locale de l’environnement, peut expliquer ce résultat [106]. En effet, lorsque la puissance laser est élevée, la fonction de sensibilité présente de fortes variations sur une petite échelle : les atomes sont plus sensibles aux détails du front d’onde du laser ce qui n’est pas le cas à plus faible puissance laser. La fréquence de la transition  $^1S_0\text{-}^3P_1$  retenue pour le boson  $^{88}\text{Sr}$  est donc la moyenne des valeurs mesurées à faibles puissance laser avec une barre

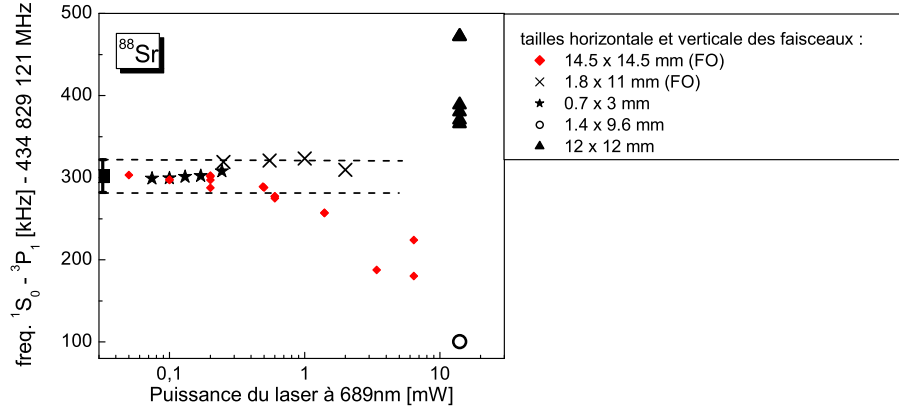


FIG. 5.10 – Mesures de fréquence de la transition  $^1S_0-^3P_1$  pour le boson avec différentes puissances laser et différentes géométries du faisceau. FO indique qu'une fibre optique a été utilisée pour filtrer le mode spatialement.

d'erreur de 20 kHz soit 434 829 121 300(20) kHz. Ces mesures sont en bon accord avec celles obtenues par G. Ferrari [107] et plus récemment celles obtenues par l'équipe de J. Ye [108], respectivement 434 829 121 311(10) kHz et 434 829 121 312 334(33) Hz.

Pour le  $^{87}\text{Sr}$  ( $I=9/2$ ), les états fondamental et excité  $|^3P_1, F=9/2\rangle$  possèdent chacun dix sous niveaux Zeeman : toutes les transitions dépendent de l'effet Zeeman du premier ordre, le décalage en fréquence de l'état  $|^3P_1, F=9/2, m\rangle$  induit par un tel effet est donné par  $m \times 0.8$  MHz/mT. Cependant, on constate sur le graphe 5.11 que les mesures de fréquence sont insensibles au champ magnétique. Cela est dû d'une part au fait que tous les sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont peuplés de façon égale dans le jet thermique et contribuent tous au signal détecté. D'autre part, comme l'axe de propagation du laser est perpendiculaire à l'axe du champ magnétique, la polarisation du laser a des composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  égales. Soulignons le fait que les mesures ont été faites à plus forte puissance laser (14 mW) : à cause de la faible abondance naturel du  $^{87}\text{Sr}$  et de la dégénérence Zeeman du niveau fondamental, la structure sub-Doppler ne peut être résolue que lorsque la transition est élargie par saturation. Les fréquences des transitions pour le fermion  $^{87}\text{Sr}$ , sont obtenues par comparaison avec le boson  $^{88}\text{Sr}$  : à grande puissance laser, on alterne les mesures des transitions du  $^{87}\text{Sr}$  et  $^{88}\text{Sr}$ . Plus précisément, seule la transition  $^1S_0-^3P_1$  ( $F=9/2, F'=9/2$ ) a été mesurée et comme la structure hyperfine de l'état  $^3P_1$  est bien connue [109], cette mesure particulière a permis de déterminer les deux autres composantes hyperfines. On a vérifié que les fréquences mesurées ne dépendent pas de la géométrie du faisceau dans une marge de 50 kHz. Le décalage isotopique de

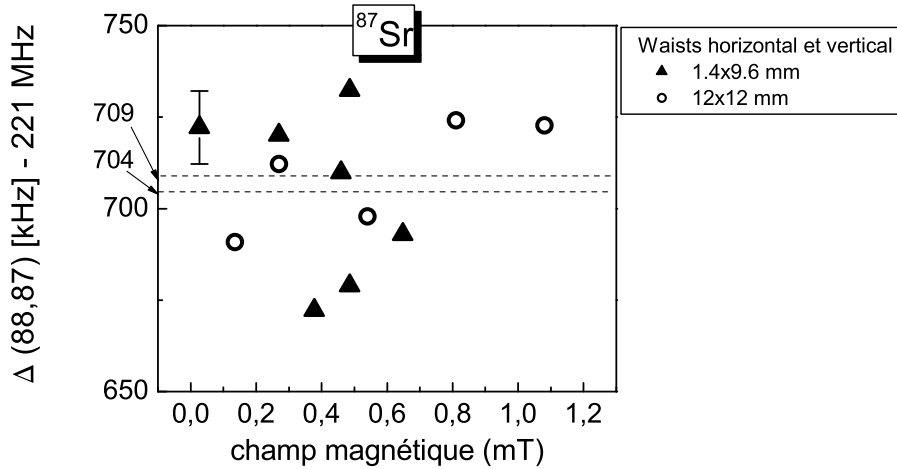


FIG. 5.11 – Mesures de fréquence de la transition  $^1S_0$ - $^3P_1$  ( $F=9/2$ ,  $F'=9/2$ ). Les valeurs moyennes des deux séries de mesures sont indiquées en pointillés. La puissance laser utilisée est de 14 mW. L'erreur statistique de chaque mesure est de 10 kHz.

$^1S_0 - ^3P_1$		Fréquence (kHz)	
$^{88}\text{Sr}$	$J=0$ - $J'=1$	434 829 121 300 (20)	(a)
$^{87}\text{Sr}$	$F=9/2$ - $F'=7/2$	434 830 473 270 (50)	(b)
	$F=9/2$ - $F'=9/2$	434 829 343 010 (50)	(a)
	$F=9/2$ - $F'=11/2$	434 827 879 860 (50)	(b)

TAB. 5.1 – Récapitulatif des mesures de fréquences des transitions à 689 nm.

l'état  $^3P_1$  a pu de cette façon être calculé avec une meilleure exactitude que celle des références [110,111] :

$$\Delta_{87,88}[^3P_1] = 62\,150\,(70)\text{ kHz} \quad (5.8)$$

Le tableau 5.1 présente les valeurs des fréquences des transitions  $^1S_0 - ^3P_1$ . Les valeurs notées (a) sont les fréquences mesurées directement alors que les valeurs repérées par (b) ont été déduites de la structure hyperfine de l'état  $^3P_1$ .

### 5.3.2 La mesure de la transition $^3P_1$ - $^3S_1$

La mesure de la fréquence de la transition  $^3P_1$ - $^3S_1$  s'effectue dans le piège magnéto-optique (PMO), dans lequel l'état  $^3P_1$  est peuplé par pompage

optique. Lors du refroidissement laser sur la transition cyclante  $^1S_0-^1P_1$ , les atomes peuvent se désexciter vers l'état  $^1D_2$  par émission spontanée. De cet état, ils peuvent à nouveau se désexciter vers les états  $^3P_1$  et  $^3P_2$  avec des taux de branchement respectifs de 67% et 33% [112]. Comme l'état  $^3P_1$  est couplé à l'état fondamental, une partie des atomes réintègrent le processus de piégeage. En revanche, les atomes dans l'état métastable  $^3P_2$  sont perdus pour le piège magnéto-optique, ce qui limite la durée de vie du piège entre 30 ms et 50 ms. L'idée consiste pour effectuer la mesure de la fréquence de la transition  $^3P_1-^3S_1$ , à introduire artificiellement des pertes dans le PMO : si un laser résonnant avec la transition  $^3P_1-^3S_1$  interagit avec les atomes du PMO, ceux qui se trouvent dans l'état  $^3P_1$  vont être pompés optiquement vers les niveaux  $^3P_2$  et  $^3P_0$  qui sont métastables (voir figure 5.12) : ils sont alors perdus pour le PMO et on observe une décroissance du nombre d'atomes dans le piège par une diminution de la fluorescence (voir figure 5.13 pour le  $^{88}\text{Sr}$ ).

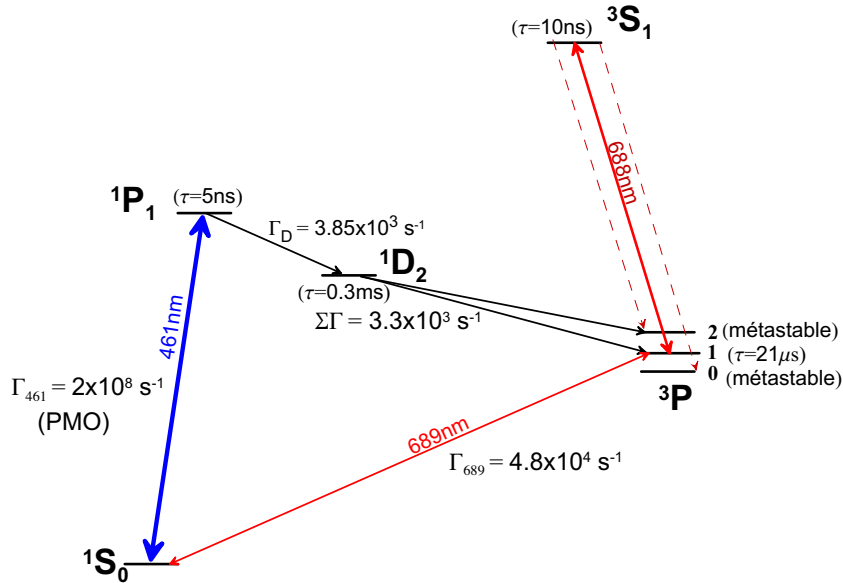


FIG. 5.12 – Niveaux atomiques intervenant dans la mesure de la fréquence de la transition  $^3P_1-^3S_1$ .

Le montage expérimental est présenté par la figure 5.14(a). Le faisceau à 688 nm est rétro-réfléchi : les deux faisceaux contra-propageant sont alignés à mieux que 1 mrad. L'effet Doppler résiduel dû à une éventuelle asymétrie de la distribution de vitesse des atomes du PMO est inférieur au kHz. On mesure la fluorescence induite par le PMO lorsque le laser à 688 nm est balayé en fréquence autour de la résonance. La fréquence du laser est verrouillée

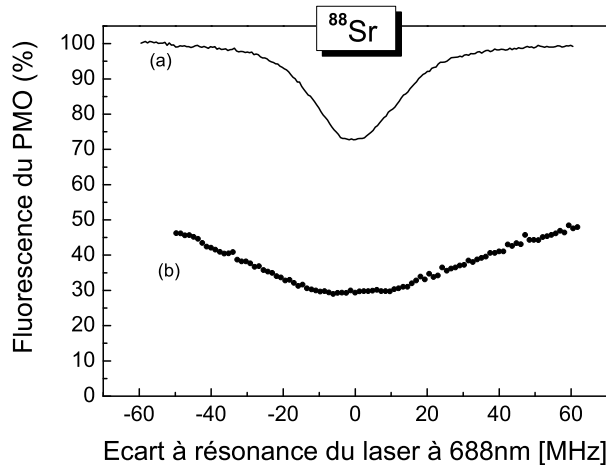


FIG. 5.13 – Fluorescence relative du PMO obtenue en balayant la fréquence du laser à 688 nm autour de la résonance. Le diamètre du faisceau est 1.8 mm et l'intensité laser est de  $0.2 \text{ mW.cm}^{-2}$  en (a) et de  $51 \text{ mW.cm}^{-2}$  en (b). Le niveau maximal de fluorescence correspond à  $2 \times 10^7$  atomes.

sur la résonance atomique grâce à un asservissement numérique contrôlé par ordinateur : il consiste à sonder les deux flancs de la résonance à mi-hauteur et alternativement. La résolution de cette mesure est de  $2 \times 10^{-11}$  en valeur relative à 100 s (voir figure 5.14(b)).

Le contraste et la largeur de la résonance ont été étudiés en fonction de l'intensité du laser à 688 nm. Un modèle théorique a pu être établi en fonction des équations de taux qui régissent la dynamique du PMO si l'on suppose que le faisceau sonde n'affecte pas le processus de capture. Cependant, on observe que pour une intensité laser donnée, la largeur de la résonance expérimentale est dix fois plus petite que celle à laquelle on pourrait s'attendre théoriquement. Parallèlement, le contraste est divisé par deux pour une valeur de l'intensité cent fois plus élevée que la valeur théorique. Ceci montre que l'intensité laser effective, c'est-à-dire vue par les atomes du PMO, est plus petite que sa valeur moyenne calculée sur la taille du piège. Une fraction non négligeable des atomes contribuant au signal (20%) sont donc pompés optiquement vers les niveaux  $^3P_2$  et  $^3P_0$  alors qu'ils interagissent avec les bords du faisceau laser, c'est-à-dire avant d'avoir atteint la région centrale du piège. Pour modéliser de façon précise un tel problème il faudrait prendre en compte les distributions spatiales et en vitesse des atomes pendant la phase de capture ce qui n'est pas chose aisée pour un piège chargé à partir d'un ralentisseur Zeeman. Ainsi l'effet Zeeman limite essentiellement la résolution de la mesure. Du fait du gradient de champ

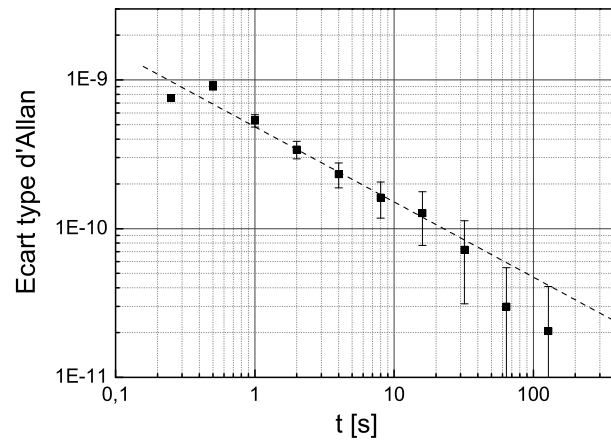
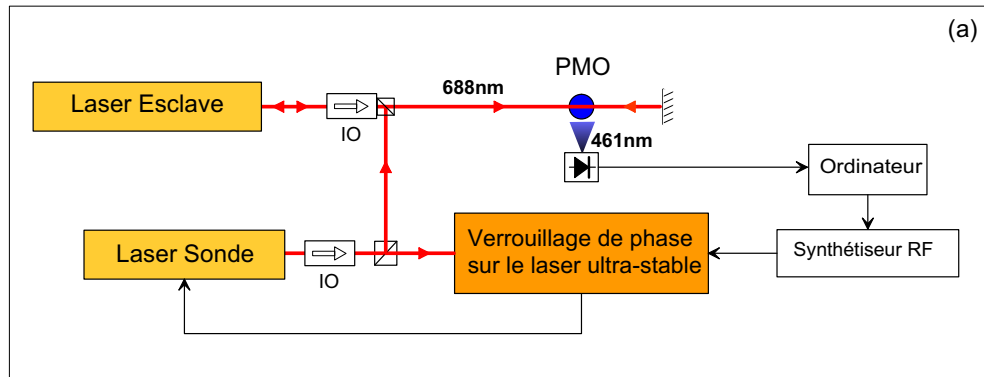


FIG. 5.14 – En (a), principe de la mesure de la transition. Le faisceau sonde est envoyé à  $45^\circ$  de l'axe vertical du PMO. (b) Variance d'Allan en valeur relative de la mesure de la transition pour le boson.

magnétique dans le piège ( $1.8 \text{ mT.cm}^{-1}$ ), les atomes en phase de capture et les atomes piégés ne voient pas le même champ et par conséquent subissent un déplacement Zeeman<sup>1</sup> différent. Le décalage en fréquence dû à l'effet Zeeman dépend de nombreux paramètres qui ne sont pas bien connus ou difficilement accessibles tels que les populations des différents sous niveaux Zeeman. Les barres d'erreur sont déduites des mesures expérimentales et sont de 500 kHz pour le  $^{88}\text{Sr}$  et de 300 kHz pour le  $^{87}\text{Sr}$  : en effet, les facteurs de Landé sont plus élevés pour le  $^{88}\text{Sr}$ , qui est donc plus sensible à l'effet Zeeman, que pour le  $^{87}\text{Sr}$  (voir le tableau 5.2).

	$^1S_0$		$^3P_0$		$^1P_1$			
	$^{87}\text{Sr}$	$^{88}\text{Sr}$	$^{87}\text{Sr}$	$^{88}\text{Sr}$	$^{87}\text{Sr}$			$^{88}\text{Sr}$
F	9/2	0	9/2	0	7/2	9/2	11/2	1
$g_F$	$-1.3 \times 10^{-4}$	0	$-6 \times 10^{-5}$	0	-2/9	4/99	2/11	1

	$^3P_1$				$^3S_1$			
	$^{87}\text{Sr}$			$^{88}\text{Sr}$	$^{87}\text{Sr}$			$^{88}\text{Sr}$
F	7/2	9/2	11/2	1	7/2	9/2	11/2	1
$g_F$	-1/3	2/33	3/11	3/2	-4/9	8/99	4/11	2

TAB. 5.2 – Facteurs de Landé pour différents niveaux du strontium.

L'effet Zeeman dépend de la polarisation du faisceau laser, désignée successivement par Lin 1 et Lin 2 pour les polarisations linéaires, l'une étant orthogonale à l'autre, et Circ 1 et Circ 2 pour les polarisations circulaires, orthogonales également l'une à l'autre. Des décalages en fréquence de quelques MHz ont été observés pour les transitions du  $^{88}\text{Sr}$  dépendant ainsi de la polarisation. Quand on diminue le gradient de champ magnétique, ces décalages de fréquences diminuent également et tendent à se rapprocher d'une valeur commune (voir figure 5.15(a)). On remarque toutefois que l'extrapolation à 0 ne donne une valeur du décalage en fréquence proche de 0 que pour la polarisation Lin 1 alors que pour les autres polarisations, la résonance présente une trop forte asymétrie pour que cela soit possible (voir figure 5.15(b)). C'est donc pour Lin 1 que la sensibilité à l'effet Zeeman est minimale et vaut  $300 \text{ kHz.mT}^{-1}.\text{cm}$  pour le boson. Pour les valeurs finales des fréquences de la transition à 688 nm, nous avons retenu la valeur extrapolée à un champ nul en polarisation Lin 1. La dépendance en champ magnétique des fréquences des transitions pour le  $^{87}\text{Sr}$  est beaucoup plus faible, soit inférieure ou égale à  $150 \text{ kHz.mT}^{-1}.\text{cm}$  pour la même polarisation Lin 1. L'effet du gradient de champ magnétique peut-être également observé en

---

<sup>1</sup>L'effet Zeeman est de l'ordre de  $14\text{MHz.mT}^{-1}$ .

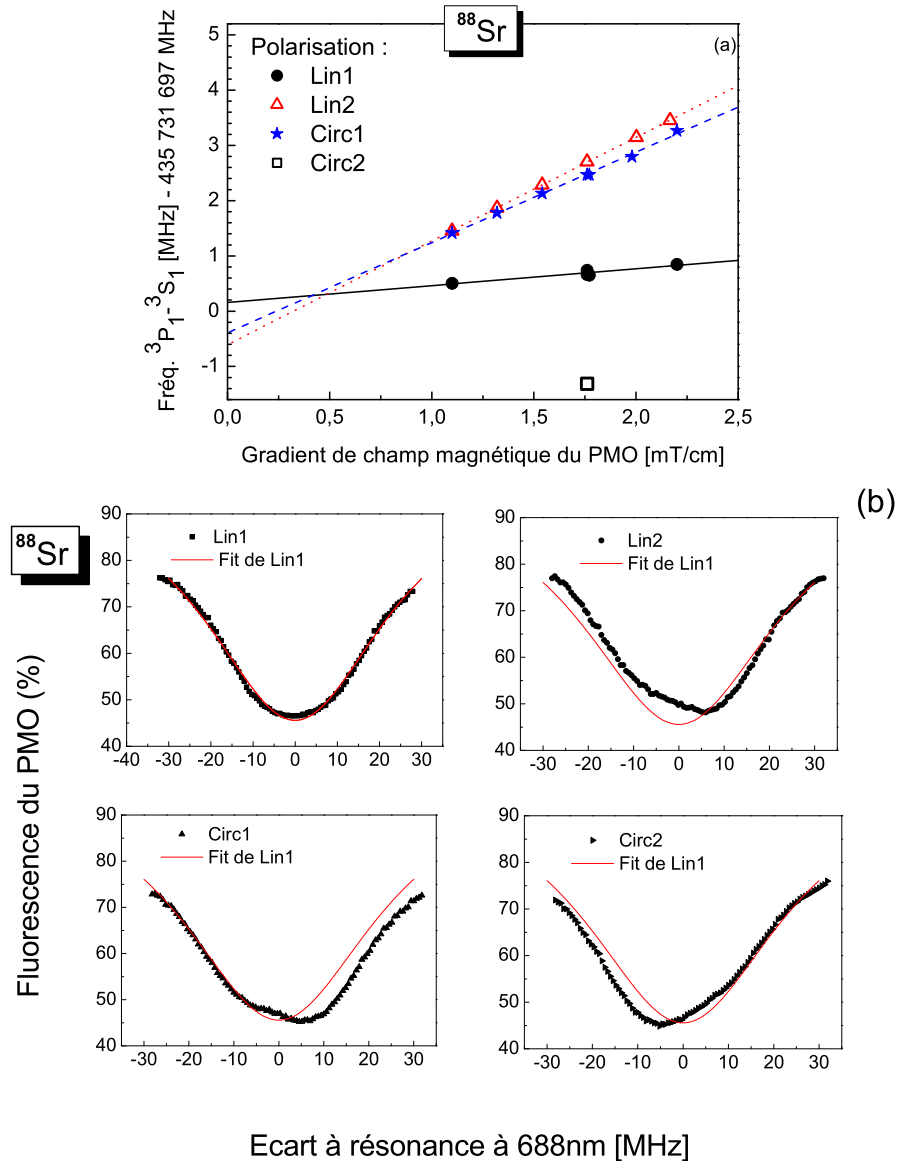


FIG. 5.15 – En (a), décalages de fréquence dus à l'effet Zeeman du premier ordre induit par le gradient de champ magnétique dans le PMO. Les mesures sont effectuées sur le boson  $^{88}\text{Sr}$  avec différentes polarisations du laser sonde. L'intensité laser au centre du faisceau est de  $0.7 \text{ mW.cm}^{-2}$ . La résolution des mesures est de 20 kHz. En (b), formes de la raie de résonance pour différentes polarisations linéaires et circulaires du laser sonde.

faisant varier l'intensité du laser sonde : à forte intensité une fraction non négligeable des atomes sont excités alors qu'ils sont excentrés par rapport au centre du piège (figure 5.16). Pour minimiser cet effet, la valeur de la fréquence finale est celle extrapolée à basse intensité laser soit  $1\text{mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ .

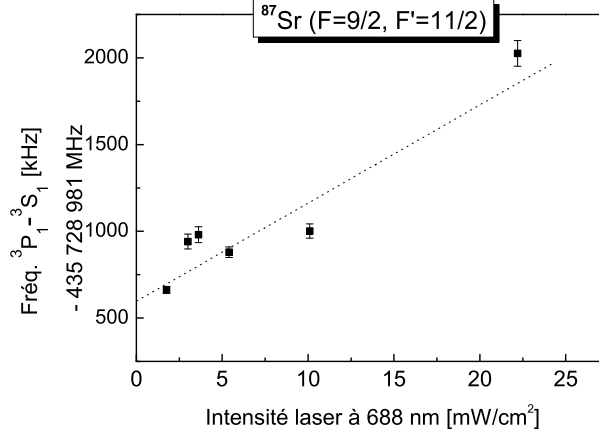


FIG. 5.16 – Décalages de fréquence en fonction de l'intensité laser. Les mesures sont effectuées sur la transition  $F=9/2$ - $F'=11/2$  du strontium  $^{87}\text{Sr}$ .

Le tableau 5.3 donne les différentes valeurs de fréquences mesurées de la transition à 688 nm. Le tableau 5.4 compare les valeurs de fréquence de l'écart hyperfin entre les niveaux  $|^3P_1, F_1\rangle$  et  $|^3P_1, F_2\rangle$  obtenues dans notre expérience via le niveau  $|^3S_1, F'\rangle$  par rapport aux valeurs de la référence [109]. Le décalage isotopique  $\Delta_{87,88}[^3S_1]$  par rapport à l'état fondamental ainsi que les constantes hyperfines  $A$  et  $B$  sont donnés par :

$$\begin{cases} \Delta_{87,88}[^3S_1] = 54.9 (3) \text{ MHz} \\ A[^3S_1] = -542.0 (1) \text{ MHz} \\ B[^3S_1] = -0.1 (5) \text{ MHz} \end{cases} \quad (5.9)$$

### 5.3.3 La mesure de la transition $^3P_0$ - $^3S_1$

La fréquence de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$  à 679 nm est un peu plus complexe à mesurer. En effet, le niveau  $^3P_0$  n'est pas peuplé dans le PMO. Pour effectuer ces mesures, nous avons procédé en deux étapes. Dans un premier temps, un déplacement lumineux est induit sur la transition  $^3P_1$ - $^3S_1$  par le laser à 679 nm qui est proche de la résonance  $^3P_0$ - $^3S_1$  (voir figure 5.17(b)). Cette méthode nous a permis de déterminer la fréquence de la transition

CHAPITRE 5. MESURE DE LA TRANSITION FORTEMENT  
INTERDITE  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  DU STRONTIUM

$^3P_1 - ^3S_1$		Fréquence (MHz)
$^{88}\text{Sr}$	$J=9/2, J'=9/2$	435 731 697.2 (5)
$^{87}\text{Sr}$	$F=7/2 - F'=7/2$	435 733 271.1 (6)
	$F=7/2 - F'=9/2$	435 730 832.3 (3)
	$F=9/2 - F'=7/2$	435 734 401.75 (30)
	$F=9/2 - F'=9/2$	435 731 962.7 (3)
	$F=9/2 - F'=11/2$	435 728 981.6 (3)
	$F=11/2 - F'=9/2$	435 733 425.8 (3)
	$F=11/2 - F'=11/2$	435 730 444.9 (3)

TAB. 5.3 – Récapitulatif des mesures de fréquences des différentes transitions à 688 nm pour le boson  $^{88}\text{Sr}$  et le fermion  $^{87}\text{Sr}$ .

$F_1-F_2$	Expérience strontium via $ ^3S_1, F'\rangle$   kHz		Référence [109] kHz
$F=7/2 - F'=9/2$	7/2	1 130 650 (800)	1 130 260 (20)
	9/2	1 130 400 (600)	
$F=9/2 - F'=11/2$	9/2	1 463 100 (600)	1 463 150 (20)
	11/2	1 463 300 (600)	
$F=7/2 - F'=11/2$	9/2	2 593 500 (600)	2 593 410 (20)

TAB. 5.4 – Comparaison des valeurs de fréquence de l'écart de structure hyperfine entre les états  $|^3P_1, F_1\rangle$  et  $|^3P_1, F_2\rangle$  obtenues dans notre expérience via le niveau  $|^3S_1, F'\rangle$  par rapport aux valeurs de la référence [109].

$^3P_0$ - $^3S_1$  à mieux que 1 MHz. Dans un deuxième temps, nous avons utilisé le piégeage cohérent de population (CPT pour *Coherent Population Trapping*) [113, 114] dans le système  $\Lambda$  formé par les niveaux  $\{^3P_0, ^3P_1, ^3S_1\}$  pour une mesure directe de l'écart de structure fine entre les états  $^3P_0$ - $^3P_1$  avec une incertitude de 50 kHz. Cette seconde étape a pu être réalisée avec le fermion  $^{87}\text{Sr}$ .

### Le dispositif expérimental

Le schéma 5.18 illustre le principe de la mesure de ces transitions : on utilise les deux jeux de lasers {laser ultra-stable ; laser sonde} à 688 nm et 679 nm. Les deux lasers ultra-stables à 688 nm et 679 nm sont asservis par la technique de Pound Drever Hall sur deux modes de la même cavité PF. Au niveau du PMO, le rayon des deux lasers sonde à 688 nm et à 679 nm est de  $w_{688} = 0.9$  mm et de  $w_{679} = 1.3$  mm respectivement. La fréquence des

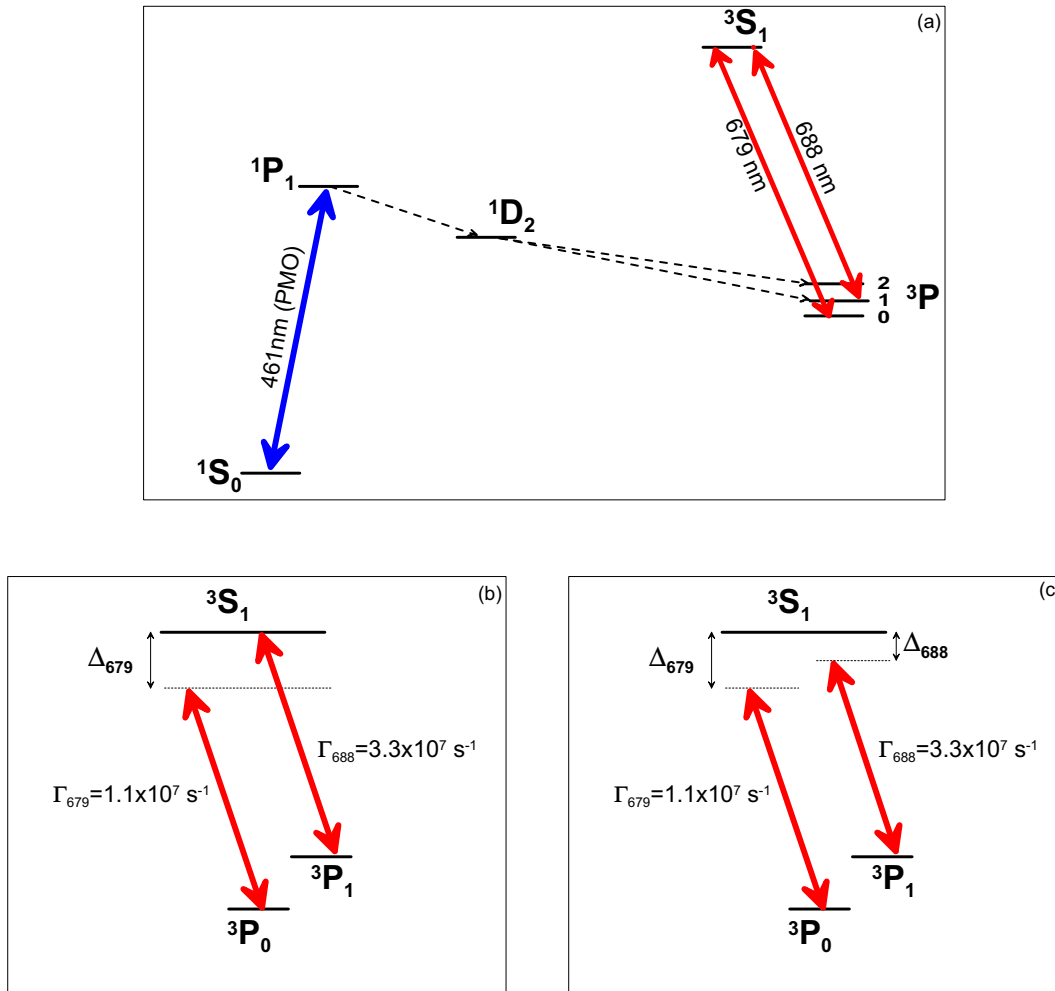


FIG. 5.17 – Niveaux atomiques intervenant dans la mesure de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$ . En (b), principe de la mesure de fréquence la transition pour le  $^{88}\text{Sr}$  grâce au déplacement lumineux induit par le laser à 679 nm qui n'est pas à résonance. En (c) principe de la même mesure pour le fermion  $^{87}\text{Sr}$  grâce au piégeage cohérent de population.

lasers ultra-stables est mesurée en alternance par le laser femtoseconde : il existe une relation qui nous permet de passer d'une fréquence à une autre, nous pouvons ainsi déduire la fréquence de l'un en connaissant l'autre avec une résolution meilleure que le kHz :

$$\nu_{688}(t) = \nu_{679}(t) - \nu_{ISL}(t)[n_{679} - n_{688}] \quad (5.10)$$

où  $\nu_i$  est la fréquence du laser  $i$ ,  $n_i$  est le mode de la cavité sur lequel le laser  $i$  est asservi ( $i$  pour 679 nm et 688 nm) et  $\nu_{ISL}$  est l'intervalle spectral libre de la cavité. On a pu de cette façon en déduire la valeur moyenne de l'intervalle spectral libre de la cavité PF et en remplaçant  $\nu_{ISL}(t)$  par sa valeur moyenne dans l'équation 5.10, l'erreur maximale induite sur la valeur de la fréquence des lasers est de 500 Hz.

### Mesure de la fréquence de la transition $^3P_0$ - $^3S_1$

Les mesures du déplacement lumineux sont représentées sur les figures 5.19 (a) et (b). Le laser à 679 nm induit un déplacement lumineux de l'état  $^3S_1$  dépendant de sa fréquence : ce déplacement lumineux se déduit des mesures de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$  avec le laser à 688 nm. Ce dernier est asservi sur la résonance de la transition  $^3P_1$ - $^3S_1$ . On balaie la fréquence du laser sonde à 679 nm : lorsque celui-ci n'est pas résonnant avec la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$ , il induit un déplacement lumineux qui se traduit par un décalage en énergie de l'état  $^3S_1$ . On observe alors un décalage de fréquence de la transition  $^3P_1$ - $^3S_1$  (voir figure 5.19). La fréquence de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$  correspond au centre de symétrie de la courbe représentant le déplacement lumineux. Pour que le signal détecté soit aussi grand que possible, la totalité de la puissance du laser à 679 nm disponible est utilisée, soit 2.4 mW en configuration d'onde stationnaire au niveau du PMO. L'intensité du laser à 688 nm est de l'ordre de  $0.2 \text{ mW.cm}^{-2}$  afin de minimiser le nombre d'atomes excités qui seraient loin du centre du piège. On constate que la valeur du déplacement lumineux mesurée expérimentalement est dix fois plus petite que sa valeur théorique déduite d'un modèle simple d'atome à deux niveaux en supposant que la largeur naturelle de la transition est  $\Gamma^* = \Gamma_{679} + \Gamma_{688} + \Gamma_{707} = 2\pi \times 15.9 \text{ MHz}$  et la fréquence de Rabi est  $\Omega/2\pi = 16.3 \text{ MHz}$ . Pour le  $^{88}\text{Sr}$ , l'incertitude statistique de la mesure de la fréquence est 400 kHz à laquelle on ajoute 500 kHz d'incertitude dû à l'effet Zeeman, ce qui nous donne une fréquence de :

$$^{88}\text{Sr} : \nu_{^3P_0-^3S_1} = 441\,332\,751.3 (0.7) \text{ MHz} \quad (5.11)$$

Le déplacement lumineux a également été mesuré pour la transition ( $F = 9/2 - F' = 11/2$ ) pour le  $^{87}\text{Sr}$  mais la résolution atteint les 50 kHz avec la méthode de piègeage cohérent de population.

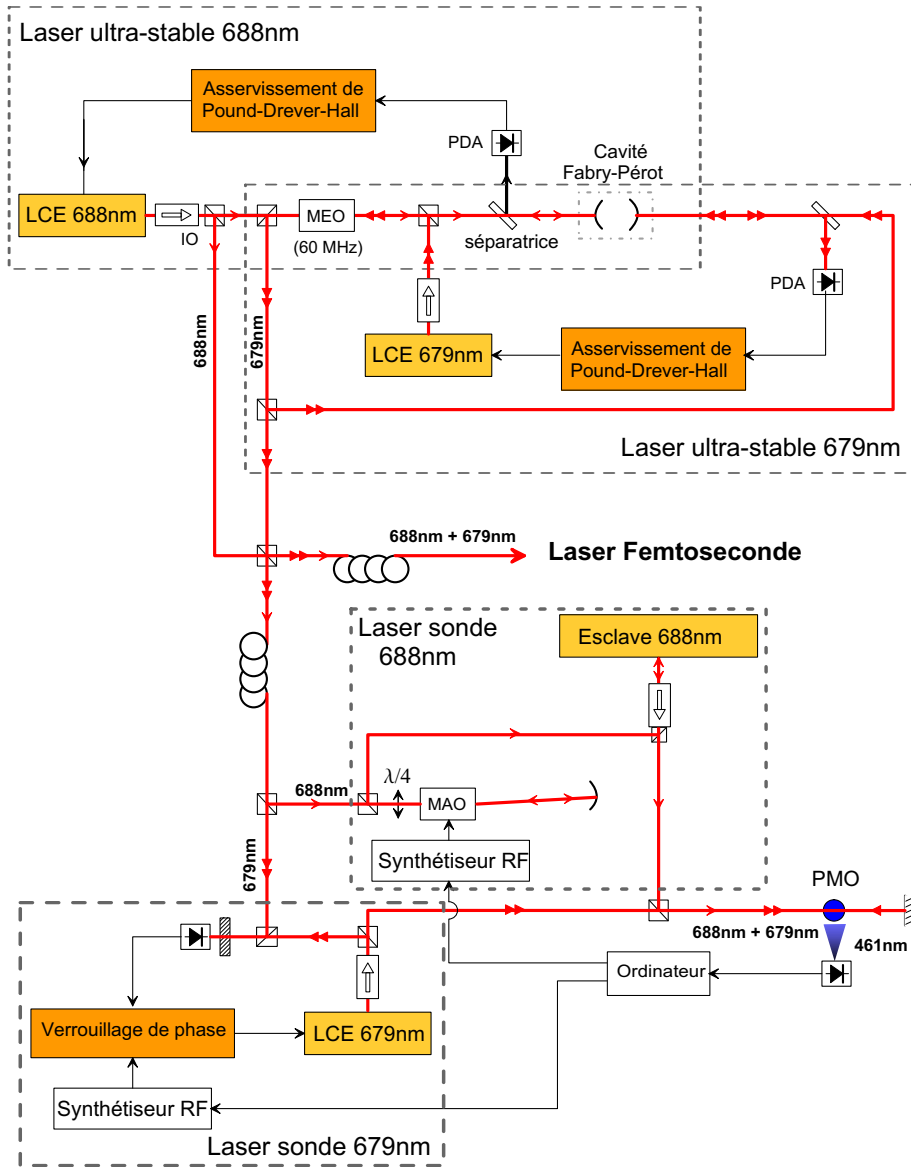


FIG. 5.18 – *Principe de la mesure de la transition. Une centaine de  $\mu W$  des faisceaux lasers ultra-stables est envoyée vers le laser femtoseconde grâce à la même fibre optique : les faisceaux ont des polarisations croisées. Les lasers sonde à 688 nm et 679 nm sont verrouillés en phase respectivement sur les lasers ultra-stables à 688 nm et 679 nm. Le laser sonde à 688 nm injecte optiquement une diode laser esclave dont le faisceau est envoyé vers le PMO.*

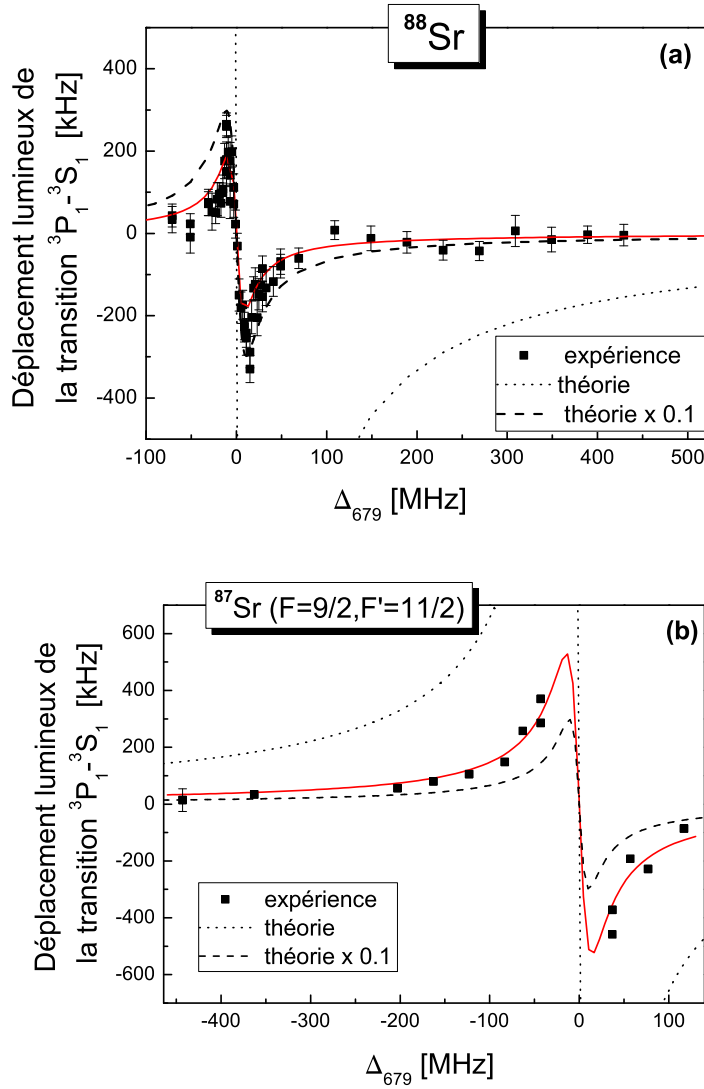


FIG. 5.19 – Mesure du déplacement lumineux sur la transition  $^3P_1-^3S_1$  induit par le laser à 679 nm en fonction du désaccord à la résonance de la transition  $^3P_0-^3S_1$ . Le zéro sur l'axe vertical correspond à la fréquence de la transition  $^3P_1-^3S_1$  mesurée en l'absence de laser à 679 nm. L'intensité du laser à 679 nm est de  $180 \text{ mW.cm}^{-2}$  et celle du laser à 688 nm est de  $0.2 \text{ mW.cm}^{-2}$ . Les courbes en pointillés représentent le déplacement lumineux théorique calculé pour un atome à deux niveaux avec une transition de largeur naturelle  $\Gamma^* = 2\pi \times 15.9 \text{ MHz}$  et une fréquence de Rabi de  $\Omega_{679} = 2\pi \times 16.3 \text{ MHz}$  [115].

**Mesure de la fréquence de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$  pour le  $^{87}\text{Sr}$** 

Les trois niveaux  $^3P_0$ ,  $^3P_1$  et  $^3S_1$ , couplés par les lasers à 679 nm et 688 nm, forment un système en configuration  $\Lambda$  (voir figure 5.17 (c)). Ce système peut-être étudié dans le cadre de l'atome habillé [56]. Lorsque la différence de fréquence entre les deux lasers à 688 nm et 679 nm concorde avec l'écart de structure fine  $^3P_0$ - $^3P_1$ , on démontre qu'il existe une superposition linéaire  $\Psi_{NC}$  des états  $^3P_0$  et  $^3P_1$  qui n'est pas couplée à  $^3S_1$  [116]. Dans la base propre du système couplé, les états propres orthogonaux notés  $\Psi_C$ ,  $\Psi_{NC}$  s'écrivent comme une combinaison linéaire des états  $^3P_0$  et  $^3P_1$ . Lorsque les atomes se désexcitent de l'état  $^1D_2$ , ils sont projetés soit sur  $\Psi_C$  soit sur  $\Psi_{NC}$ . Les atomes dans l'état  $\Psi_C$  sont essentiellement pompés vers l'état  $^3P_2$  et sont définitivement perdus pour le PMO. Les atomes projetés sur l'état noir  $\Psi_{NC}$  peuvent se désexciter vers le niveau  $^1S_0$  et réintégrer le cycle de refroidissement et ce, grâce à l'instabilité de l'état  $^3P_1$ . La fluorescence du PMO est mesurée lorsque la fréquence du laser à 688 nm est balayée autour de la résonance  $^3P_1$ ,  $F=9/2$ - $^3S_1$ ,  $F=11/2$  du  $^{87}\text{Sr}$  et cette fluorescence est représentée sur la figure 5.20 : En (a), le laser à 688 nm seul illumine les atomes du PMO, on observe une diminution de la fluorescence comme cela a été expliqué dans les paragraphes précédents. En (b), on a rajouté le laser à 679 nm accordé à résonance avec la transition  $^3P_0$ ,  $F=9/2$ - $^3S_1$ ,  $F=11/2$  : on observe un pic étroit de fluorescence correspondant à la résonance du piégeage cohérent de population. Ce pic est dû aux atomes qui sont projetés sur l'état noir  $\Psi_{NC}$  et retrouvent le processus de piégeage via l'état fondamental. Quand le désaccord  $\Delta_{679}$  augmente, le pic de fluorescence s'éloigne du minimum de la courbe obtenue en (a) et au delà d'une vingtaine de MHz, la résonance du piégeage cohérent de population change de signe : on détecte alors majoritairement les atomes dans l'état  $\Psi_C$  qui sont pompés optiquement vers l'état  $^3P_2$ , ce qui accroît les pertes dans le PMO (figures 5.20 (e) et (f)).

Grâce à cette méthode on peut mesurer directement l'écart de structure fine  $^3P_0$ ,  $F=9/2$ - $^3P_1$ ,  $F'=9/2$  donné par la différence de fréquence entre les deux lasers à résonance. Trois mesures ont été effectuées avec les différents niveaux hyperfins de l'état  $^3S_1$ . Pour le boson  $^{88}\text{Sr}$  et pour les autres états hyperfins du niveau  $^3P_1$  du  $^{87}\text{Sr}$ , les résonances du piégeage cohérent de population sont brouillées à cause de la grande sensibilité de ces états au champ magnétique (voir tableau 5.2). Au vu des facteurs de Landé des états  $|^3P_1, F = 9/2\rangle$  et  $|^3P_0, F = 9/2\rangle$ , on peut s'attendre à ce que l'effet Zeeman soit beaucoup plus faible que dans le cas de la mesure de la fréquence  $^3P_1$ - $^3S_1$ , ce qui a été vérifié expérimentalement. On attribue une incertitude de

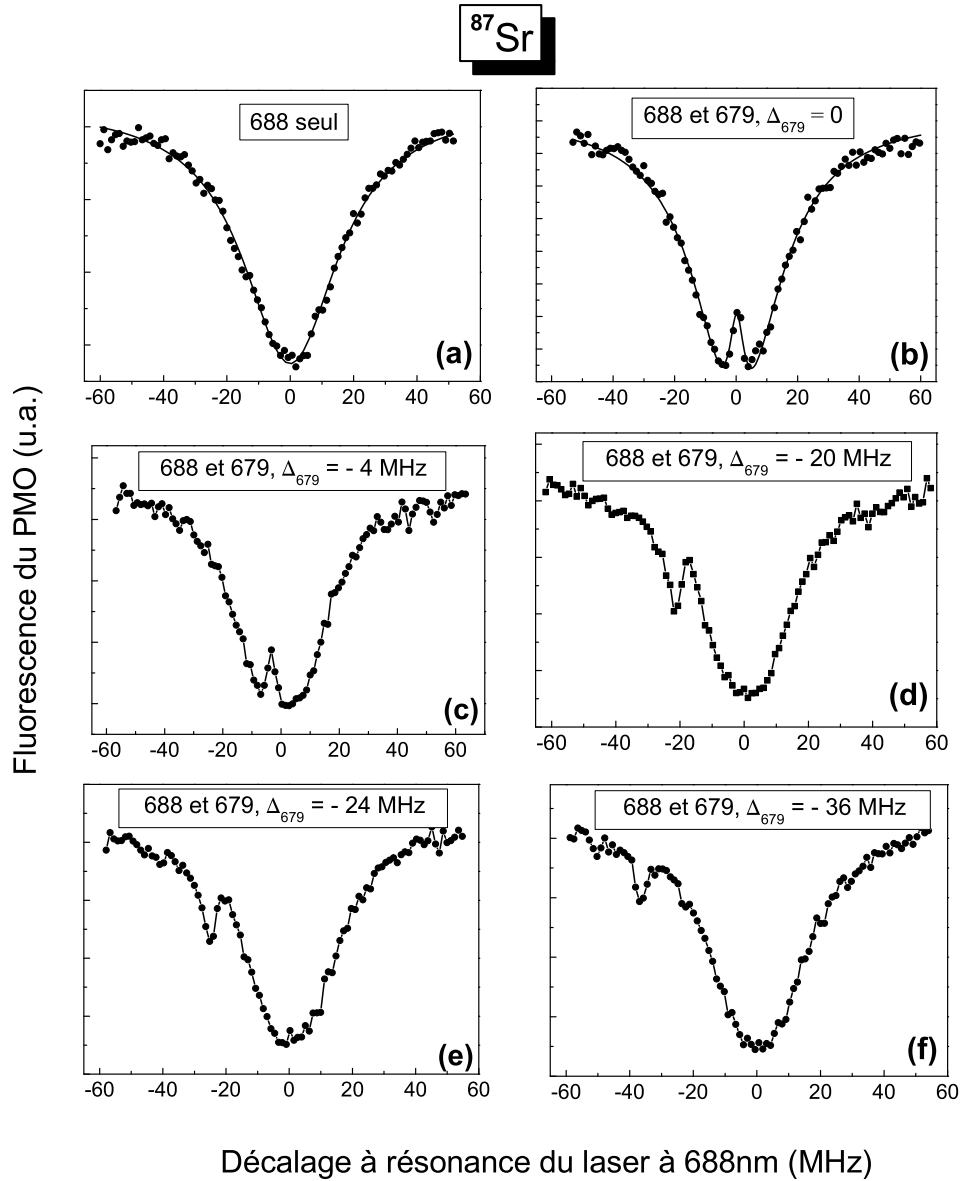


FIG. 5.20 – Fluorescence induite par les faisceaux du PMO. En (a) lorsque seul le laser à 688 nm interagit avec les atomes on retrouve la courbe déjà présentée par la figure 5.14. En (b), quand le laser à 679 nm est résonnant avec la transition atomique, on retrouve l'effet du piégeage cohérent de population par un pic de fluorescence centré sur la courbe rapportée en (a). La largeur du pic de piégeage cohérent de population est de 3 MHz. Les autres courbes sont obtenues pour différents désaccords du laser à 679 nm. Les intensités lasers sont  $I_{688} = 1.3 \text{ mW.cm}^{-2}$  et  $I_{679} = 130 \text{ mW.cm}^{-2}$  pour les lasers à 688 nm et à 679 nm respectivement.

50 kHz à la mesure de l'écart de structure fine en fréquence :

$$\boxed{\nu_{\text{Structure Fine}}(F = 9/2 - F' = 9/2) = 5\,601\,338\,670\,(50)\text{ kHz}} \quad (5.12)$$

La figure 5.21 donne différentes valeurs moyennes des fréquences de l'écart de structure fine selon les états hyperfins intermédiaires du niveau  $^3S_1$ ,  $F = 7/2$ ,  $F = 9/2$  ou  $F = 11/2$ . Ces mesures sont réalisées grâce à trois asservissements numériques qui sont utilisés pour verrouiller les lasers sur les transitions atomiques : un asservissement  $A$  verrouille le laser à 688 nm sur la transition  $^3P_1$ - $^3S_1$  en alternant les mesures de fluorescence aux fréquences  $A_I$  et  $A_{II}$  (voir figure 5.21(a)). Le laser à 688 nm est ensuite asservi sur le pic de fluorescence du piégeage cohérent de population grâce à un asservissement  $B$  aux fréquences  $B_1$  et  $B_2$  (on alterne les mesures). Le dernier asservissement,  $C$ , contrôle la fréquence du laser à 679 nm de sorte que les fréquences délivrées par les asservissements  $A$  et  $B$  soient égales. La fréquence de l'écart de structure fine se déduit des valeurs moyennes des fréquences délivrées par les asservissements  $A$  et  $C$  avec une résolution de 10 kHz atteinte en quelques minutes de mesure. Les deux lasers étant asservis à résonance sur les transitions atomiques, on s'affranchit de l'effet du déplacement lumineux sur les mesures de fréquence. En revanche, l'effet Zeeman limite la résolution de la mesure et peut être minimisé à condition de n'exciter que les atomes se trouvant dans la région proche du centre du piège et avec la polarisation Lin 1. L'incertitude sur la mesure attribuée à un tel effet est de 50 kHz.

Le tableau 5.5 donnent toutes les mesures de fréquences de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$  pour le  $^{88}\text{Sr}$  et le  $^{87}\text{Sr}$ . Le décalage isotopique du niveau  $^3P_0$  par rapport au niveau fondamental est déduit de ces mesures et vaut :

$$\Delta_{87,88}[^3P_0] = 62.9\,(1.3)\text{ MHz} \quad (5.13)$$

### 5.3.4 Conclusion

Dans les paragraphes précédents, nous avons mesuré toutes les fréquences des transitions  $^1S_0$ - $^3P_1$  à 689 nm,  $^3P_1$ - $^3S_1$  à 688 nm et  $^3P_0$ - $^3S_1$  à 679 nm, à la fois pour le boson  $^{88}\text{Sr}$  et pour le fermion  $^{87}\text{Sr}$ . A partir de ces valeurs, on trouve la fréquence de la transition  $^1S_0$ - $^3P_0$  pour le  $^{87}\text{Sr}$  :

$$\boxed{\nu_{\text{indirecte}} = 429\,228\,004\,340\,(70)\text{ kHz}} \quad (5.14)$$

L'incertitude de 70 kHz est la somme quadratique des incertitudes des mesures indirectes.

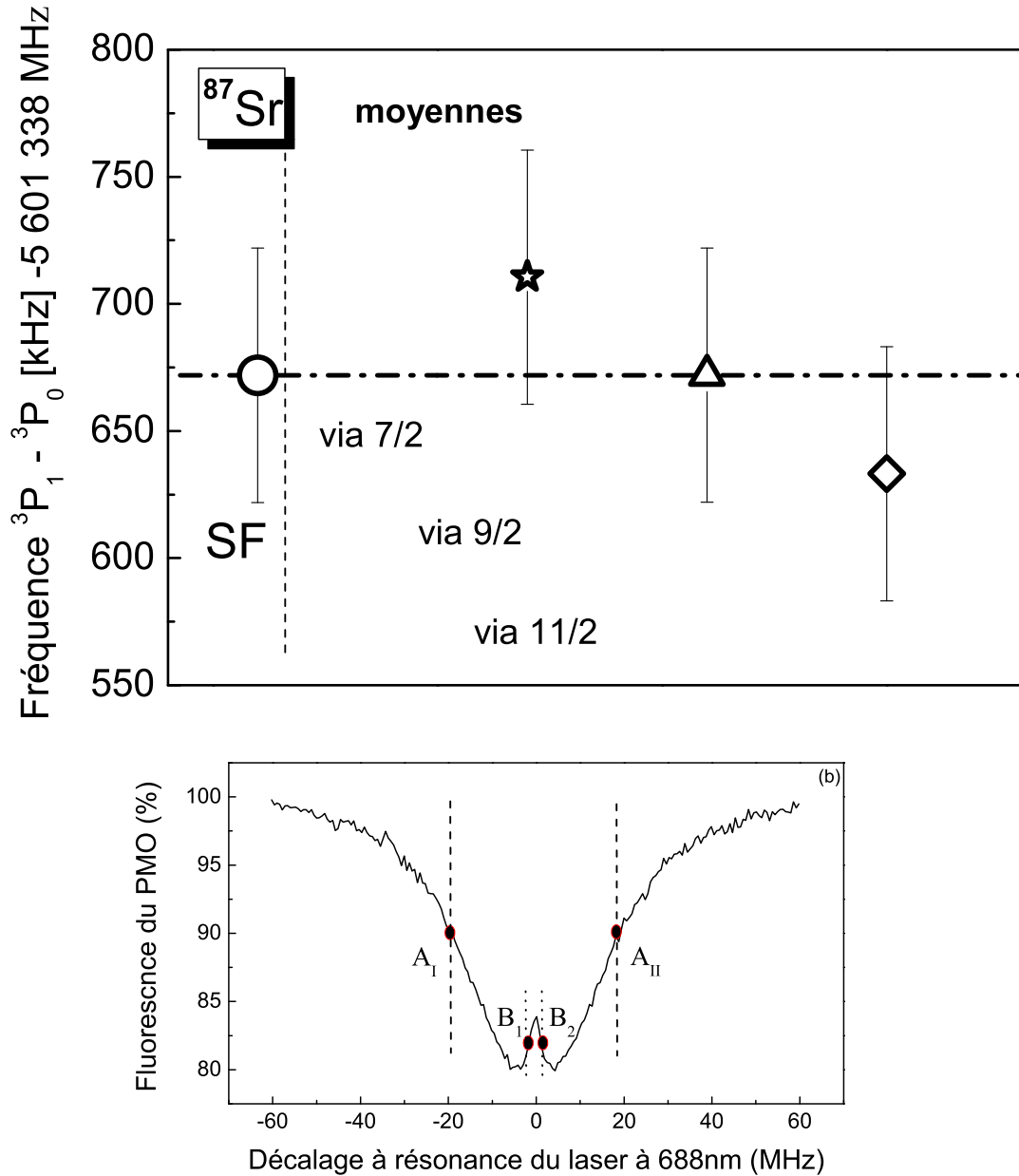


FIG. 5.21 – En (a), bilan des mesures de fréquences de l'écart de structure fine via les différents états hyperfins du niveau  $^3S_1$ . En (b), asservissement des lasers à 688 nm et 679 nm sur les transitions atomiques grâce aux mesures de fluorescence aux fréquences  $A_I$  et  $A_{II}$ , et  $B_1$  et  $B_2$  respectivement.

$^3P_0 - ^3S_1$		fréquence (MHz)	
$^{88}\text{Sr}$	J=0 -J'=1	441 332 751.3 (7)	(a)
$^{87}\text{Sr}$	F=9/2-F'=7/2	441 335 740.42 (35)	(b)
	F=9/2-F'=9/2	441 333 301.37 (35)	(b)
	F=9/2-F'=11/2	441 330 320.27 (35)	(b)

TAB. 5.5 – Bilan des mesures de fréquences de la transition  $^3P_0$ - $^3S_1$ . (a) désigne la fréquence mesurée directement avec la méthode du déplacement lumineux et (b) désigne les fréquences des transitions déduites à partir des mesures de l'écart de structure fine et des fréquences de  $^3P_1$ - $^3S_1$  du  $^{87}\text{Sr}$ .

## 5.4 Mesure directe de la transition $^1S_0$ - $^3P_0$

Rappelons que la largeur naturelle de la transition est de 1 mHz ce qui rend difficile à détecter avec des atomes dont la température est de 2 mK. La mesure directe de fréquence de la transition d'horloge consiste à introduire des pertes dans le PMO. Ces pertes sont dues à l'accumulation d'atomes dans l'état  $^3P_0$  grâce au laser sonde à 698 nm. Cependant, la détection d'un faible nombre d'atomes dans cet état est complexe en raison de l'absence de transition cyclante à partir du  $^3P_0$ . La transition  $^1S_0$ - $^3P_0$  est donc détectée grâce à la diminution de fluorescence du PMO à 461 nm induite par ces pertes. La puissance du laser à 698 nm est la plus élevée possible, soit 14 mW, afin d'exciter le plus grand nombre d'atomes. Le faisceau laser est envoyée quatre fois dans le PMO selon la configuration de deux ondes stationnaires formant entre elles un angle de  $5^\circ$  et un angle de  $45^\circ$  par rapport à l'axe vertical du PMO (voir figure 5.22). Le rayon des faisceaux est de 1.3 mm. En tenant compte de ces paramètres, on en déduit un élargissement de la résonance par saturation de 1.8 kHz. L'élargissement Doppler est, quant à lui, de 1.5 MHz au vu de la température des atomes dans le PMO. De cette façon, on s'attend à n'exciter qu'une fraction de l'ordre de  $10^{-3}$  des atomes piégés lorsque le laser est à résonance.

On peut contourner ce problème grâce à la dynamique du PMO qui peut conduire à une augmentation du taux de transfert des atomes vers l'état  $^3P_0$ . Avec les paramètres donnés précédemment, la durée d'une impulsion laser  $\pi$  est de 0.5 ms soit cent fois plus petite que la durée de vie des atomes dans le piège. Il est donc possible de multiplier par un même facteur cent la fraction des atomes excités si l'on peut les accumuler dans l'état  $^3P_0$  et ainsi obtenir des pertes de quelques %. Pour ce faire, il est nécessaire de maintenir le taux de transfert constant des atomes entre le niveau fondamental et l'état  $^3P_0$ . Ce n'est *a priori* pas le cas car le laser crée un trou dans la distribution

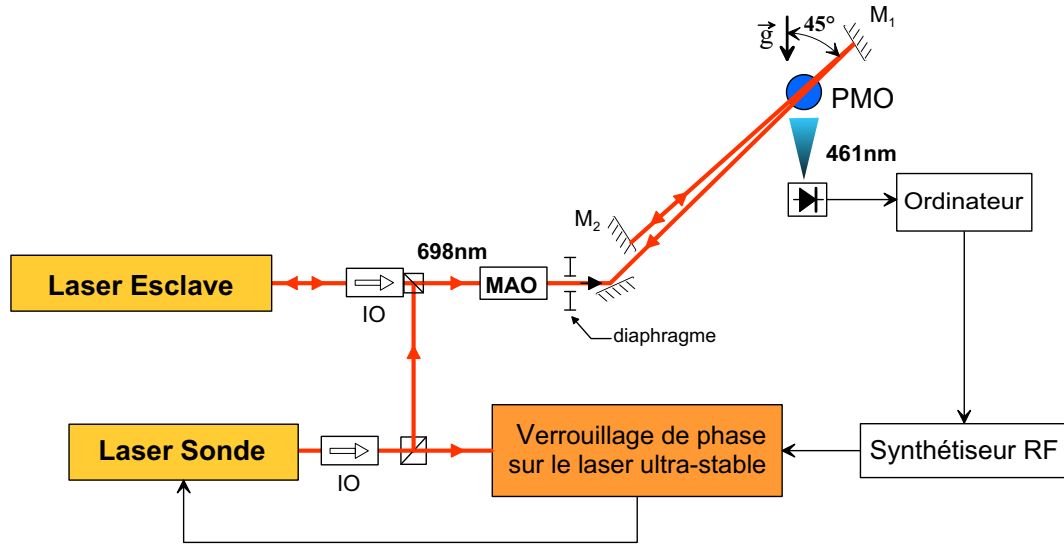


FIG. 5.22 – Montage expérimental pour mesurer la fréquence de la transition d’horloge. Le modulateur acousto-optique désigné par MAO est utilisé pour permettre de couper rapidement le faisceau sonde avec un temps de coupure inférieur à  $1 \mu s$ .

de vitesse des atomes dans l’état fondamental (voir figure 5.23). De plus, les atomes doivent pouvoir s’échapper du processus de piégeage si nous voulons détecter une diminution de la fluorescence du PMO : si les atomes restent résonants avec le laser, ils retombent dans le niveau fondamental par émission stimulée.

La solution retenue pour bénéficier de ces deux conditions (taux de transfert constant et pertes dans le PMO) est d’utiliser l’effet Doppler induit par l’accélération des atomes par la gravité. Pour cela, nous effectuons une interrogation séquentielle grâce à des modulateurs acousto-optiques qui vont nous permettre d’alterner les phases de capture et refroidissement avec les lasers à 461 nm et les phases d’interrogation avec le laser à 698 nm. Pendant ces phases d’interrogation, les atomes tombent librement. A cause de l’angle entre le faisceau laser et l’axe vertical de  $45^\circ$ , le décalage en fréquence induit par la gravité est de  $10 \text{ kHz} \cdot \text{ms}^{-1}$  : des atomes dans l’état fondamental sont ainsi amenés en permanence à résonance avec le laser ce qui assure un taux de transition constant. Par ailleurs, les atomes dans l’état  $^3P_0$  sont décalés hors résonance et donc perdus pour le PMO. Soulignons un autre intérêt de cette interrogation séquentielle : elle permet de nous affranchir des effets des déplacements lumineux sur l’état fondamental par les faisceaux du PMO pendant l’interrogation des atomes.

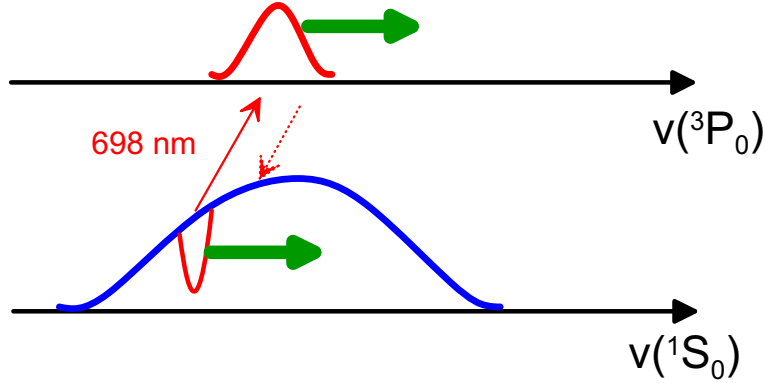


FIG. 5.23 – Lorsque les atomes sont maintenus à résonance avec le laser, ils retombent dans le niveau fondamental (flèche rouge en pointillé). Le taux de transfert des atomes vers le niveau  $^3P_0$  n'est pas constant du fait du creux créé par le laser dans la distribution de vitesse. En revanche sous l'effet de la gravité, le laser explore toute la distribution de vitesse et amène en permanence des atomes à résonance ce qui assure un taux de transfert constant.

Les pertes induites dans le piège ont été modélisées de façon simple. La probabilité de transition a été calculée pour un atome à deux niveaux sondé par deux faisceaux contra-propageants de 28 mW chacun. Les équations de Bloch optiques ont été résolues pour un décalage par rapport à la résonance dépendant du temps  $\Delta(t)$ . La vitesse initiale de l'atome est notée  $\vec{v}_0$ . En tenant compte de l'accélération  $\vec{g}$ , on a donc :

$$\Delta(t) = \Delta_0 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}kgt \quad (5.15)$$

avec  $\Delta_0 = \delta \pm \vec{k} \cdot \vec{v}_0$ ,  $\delta$  étant le désaccord du laser dans le référentiel du laboratoire et  $\vec{k}$ , le vecteur d'onde du laser. La quantité  $\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{k} \cdot \vec{g}t$  vaut  $2\pi \times 10 \text{ kHz.ms}^{-1}$  et le signe  $\pm$  dépend de la direction du faisceau laser qui interagit avec les atomes. Les interférences entre les deux faisceaux contra-propageants sont négligées ce qui est raisonnable si  $|\delta| > 10\Omega$ ,  $\Omega$  étant la fréquence angulaire de Rabi. Ces deux faisceaux sondent des classes de vitesse atomique différentes. Les probabilités de transitions ont été tracées pour différentes valeurs de  $\Delta_0$  en considérant la direction de propagation du laser correspondant au signe moins (voir figure 5.24). Lorsque les atomes décalés vers le bleu (*i.e* pour  $\Delta_0 > 0$ ) sont amenés à résonance sous l'effet de la gravité, la probabilité de transition augmente rapidement et se stabilise ensuite autour d'une valeur relativement élevée par exemple 0.56 pour  $\Delta_0 = 5\Omega$ . Sont également représentées sur le graphe 5.24 en pointillés, les

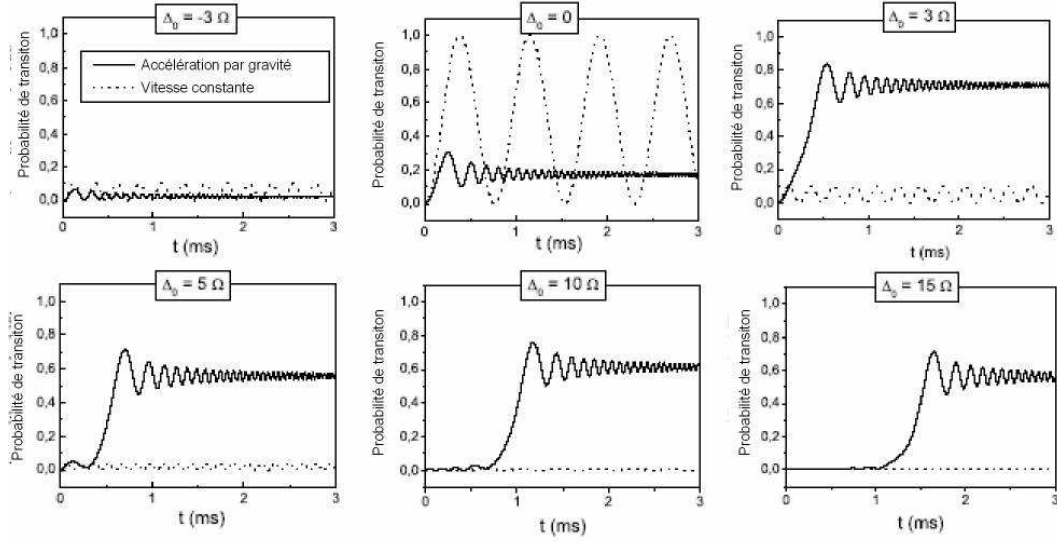


FIG. 5.24 – Probabilités de transition en fonction du temps d'interaction pour différentes valeurs de  $\Delta_0$  à  $t=0$ . La fréquence de Rabi  $\Omega/2\pi$  est prise égale à 920 Hz.

probabilités de transition que l'on obtiendrait en l'absence de gravité.

La figure 5.25 représente les pertes dans le PMO. La courbe donnent les pertes calculées en fonction du temps d'interaction entre le laser sonde et les atomes pour différentes accélérations. Lorsque la gravité n'est pas prise en compte, les pertes se stabilisent rapidement autour de 0.16% du nombre d'atomes piégés. Dans le cas contraire, les pertes augmentent avec le temps d'interaction, de plus en plus d'atomes sont amenés à résonance grâce à l'effet de la gravité.

La séquence temporelle consiste à refroidir et piéger les atomes pendant 3 ms, puis à sonder les atomes pendant 1 ms avec le laser à 698 nm. Elle a été optimisée pour réaliser un compromis entre l'efficacité de capture du piège, l'expansion ballistique du nuage atomique pendant les phases d'interrogation et l'efficacité du transfert des atomes vers l'état  $^3P_0$ . D'après le modèle, et avec une durée de vie du PMO de 40 ms, le contraste attendu de la résonance est de 6%. La résonance mesurée expérimentalement est montrée sur le graphe 5.26. Le contraste est de 1%, soit six fois plus faible que celui calculé numériquement. Cela est peut-être dû au fait que l'angle entre les deux paires de faisceaux contra-propageants a été négligé ce qui pourrait conduire à une sur-estimation des pertes d'un facteur 2. De plus,

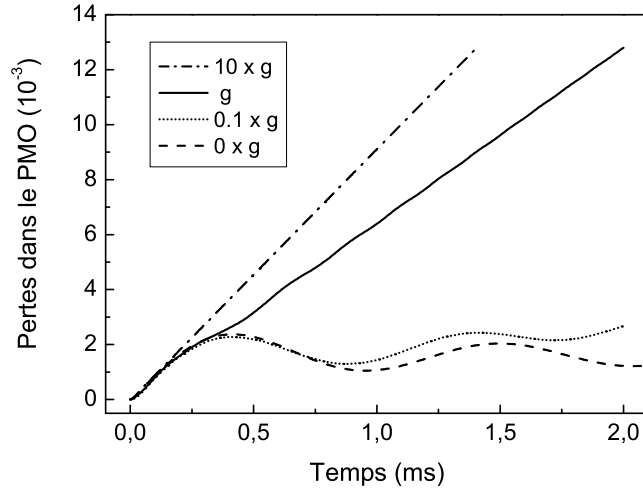


FIG. 5.25 – Pertes calculées dans le PMO en fonction du temps d'interaction pour différentes valeurs de l'accélération subies par les atomes lorsque les faisceaux piège et Zeeman sont coupés.

nous n'avons pas tenu compte de l'expansion ballistique du nuage dans le modèle ce qui induit une décroissance de la fréquence de Rabi.

Pour mesurer la fréquence de la transition, le laser est asservi numériquement sur la résonance atomique. La séquence temporelle est pilotée par ordinateur. La figure 5.26 (a) donne le profil de la transition élargie par effet Doppler (680 kHz de demi largeur à  $1/\sqrt{e}$ ). Le niveau maximal de fluorescence correspond à  $3 \times 10^6$  atomes. Chaque point correspond à 100 ms de mesure. La résolution estimée sur le temps total de la mesure (soit 5500s) est de  $3.7 \times 10^{-11}$  en valeur relative ce qui correspond à 15 kHz (voir figure 5.26 (b)) :

$$\boxed{\nu(^1S_0 - ^3P_0) = 429\,228\,004\,230\,(15)\text{ kHz}} \quad (5.16)$$

Les effets systématiques sont, à ce niveau, négligeables. L'effet Doppler résiduel est inférieur au kHz grâce à l'interrogation des atomes selon une configuration des lasers en ondes stationnaires. L'effet Zeeman est également inférieur au kHz en dépit du gradient de champ magnétique dans le PMO : en effet, les facteurs de Landé du niveau fondamental et du niveau  $^3P_0$  sont très petits (voir tableau 5.2). Le profil Doppler est cependant décalé de la résonance atomique d'une quantité égale à la fréquence de recul [117] soit de 4.7 kHz qui a été prise en compte dans la valeur donnée dans 5.16. Cette valeur est en bon accord avec celle obtenue par mesure indirecte de la fréquence de la transition.

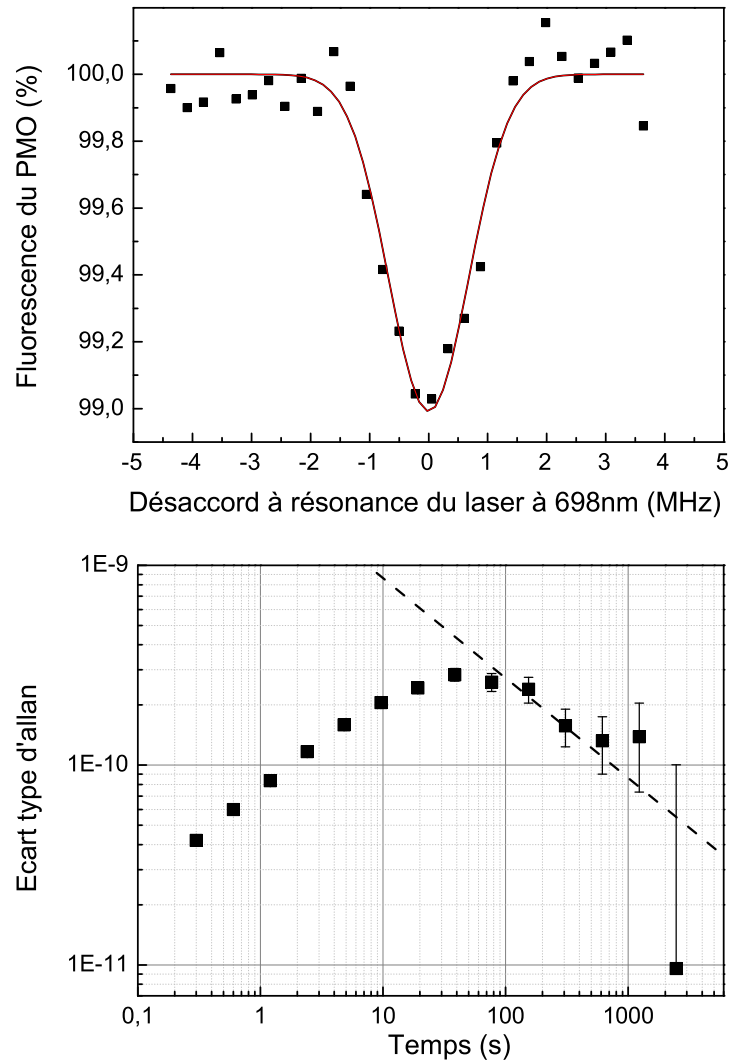


FIG. 5.26 – (a) Profil de la transition  $^1S_0\text{-}^3P_0$  observée dans le PMO. (b) Ecart-type d'Allan en valeur relative de la fréquence du laser asservi sur la transition d'horloge.

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé différentes mesures de fréquence des transitions  $^1S_0$ - $^3P_1$  à 689 nm,  $^3P_1$ - $^3S_1$  à 688 nm et  $^3P_0$ - $^3S_1$  à 679 nm, des isotopes l'atome de strontium  $^{87}\text{Sr}$  et  $^{88}\text{Sr}$ , qui nous ont conduit à l'estimation d'une valeur de la fréquence de la transition d'horloge avec une incertitude de 70 kHz. Grâce à ces mesures préliminaires, nous avons pu observer et mesurer directement la fréquence de la transition d'horloge avec une incertitude de 15 kHz.



# Conclusion et perspectives

Nous avons présenté dans ce manuscrit des éléments du développement d'une horloge optique utilisant des atomes piégés de strontium au SYRTE. Nous nous sommes également intéressés à la stabilité d'une telle horloge.

Dans un premier temps, la stabilité de l'horloge sera dégradée par l'effet Dick qui est le résultat d'une conversion par échantillonnage du bruit haute fréquence de l'oscillateur local vers les basses fréquences. Nous avons montré dans le chapitre 2 que nous pouvons réduire cet effet et ses conséquences sur la stabilité avec d'une part un cycle d'horloge optimisé et d'autre part un oscillateur local de grande pureté spectrale. En réduisant le temps de préparation des atomes piégés et leur détection à quelques ms et en choisissant une fréquence de cycle de quelques Hz, nous pouvons espérer atteindre une stabilité de quelques  $\sim 10^{-16} \tau^{-1/2}$ . Celle-ci pourra être évaluée grâce à un deuxième étalon de fréquence optique basé sur l'atome de mercure et qui présentera des performances comparables.

Le chapitre 3 présente la réalisation d'un laser ultra-stable qui sera utilisé pour l'interrogation des atomes. Pour ce faire une diode laser en cavité étendue est asservie sur une cavité Fabry-Perot de finesse 27 000 selon la technique de Pound Drever. De nombreuses précautions ont été prises pour limiter les effets pouvant perturber la stabilité du laser (interférences parasites, effets thermiques, bruit d'intermodulation etc...). De fait, le laser asservi présente de très bonnes performances : il possède une largeur de raie d'une dizaine de Hz et un palier de bruit blanc à  $10^{-2} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  entre 60 Hz et 20 kHz. Différentes stratégies peuvent être retenues pour améliorer son spectre de bruit à basses fréquences. En particulier, la construction d'un laser ultra-stable Nd : YAG asservi sur une cavité de finesse  $>100\,000$  peut être intéressante à plusieurs points de vue. Tout d'abord, il est plus aisé de réaliser des cavités Fabry-Perot d'une telle finesse pour des longueurs d'onde dans l'infra-rouge et nous pouvons également envisager une géométrie particulière du corps de la cavité pour réduire sa sensibilité aux accélérations. De plus ce laser ultra-stable pourrait servir de référence à l'ensemble des oscillateurs d'interrogations qui sont ou seront utilisés pour les fontaines ou les horloges optiques en cours de développement au SYRTE.

Comme nous l'avons vu précédemment la préparation des atomes avant leur interrogation est une étape critique pour la stabilité de l'horloge. Nous disposons déjà d'une source d'atomes froids performante, décrite dans le chapitre 4 : nous pouvons capturer quelques  $10^7$  atomes de  $^{87}\text{Sr}$  en moins d'une dizaine de ms. La réalisation d'un piège dipolaire constituera une étape importante. Deux spécifications sont requises : un temps de vie long de quelques centaines de ms ou plus, et un taux de chargement optimal. De cette façon, nous pourrions recycler les atomes d'une interrogation à l'autre pour optimiser la séquence temporelle de l'horloge. Enfin, dans le chapitre 5, nous avons rapporté la mesure de la transition d'horloge  $^1\text{S}_0\text{-}^3\text{P}_0$  du  $^{87}\text{Sr}$  avec une résolution de 15 kHz. Cette mesure, déterminante dans le développement de l'horloge, a permis également de compléter des données de spectroscopie pour cet atome.

Les performances attendues pour les horloges à atomes piégés laissent entrevoir de nombreuses applications, en particulier en physique fondamentale. Par exemple, certaines théories qui sont développées dans le but d'unifier gravitation et mécanique quantique prévoient la variation spatio-temporelle des constantes fondamentales [118]. Les horloges atomiques et plus généralement la spectroscopie haute précision de transitions atomiques permettent de réaliser ces tests de façon reproductible en laboratoire sur des échelles de temps relativement courtes [119–121]. On a déjà pu réaliser, dans le cas des horloges micro-onde, des comparaisons entre fréquences de transition d'horloge d'espèces atomiques différentes (Cs/Rb) [122] ce qui a permis de déterminer une limite supérieure à la variation de la constante de structure fine  $\alpha$  :  $\dot{\alpha}/\alpha = -0.4 \pm 16 \times 10^{-16} \text{ an}^{-1}$ . Il est désormais possible, grâce au développement des lasers femtosecondes [40, 123], d'effectuer des comparaisons entre étalons de fréquence optique et fontaines micro-onde, ou entre deux étalons de fréquence optique différents. Plus particulièrement, on pourra envisager à long terme, au SYRTE, des comparaisons entre l'horloge à atomes de strontium et l'horloge à atomes de mercure, ou entre ces horloges optiques et les fontaines micro-ondes (Cs et Rb) ce qui permettrait de réaliser des tests complets de stabilité des constantes fondamentales.

Une autre application particulièrement intéressante de ces étalons de fréquence pourrait être leur participation à la détection d'ondes gravitationnelles. En effet, les détecteurs d'ondes gravitationnelles de type VIRGO ou LIGO nécessitent des sensibilités telles que le bruit en fréquence des lasers utilisés doit être de l'ordre de  $10^{-4}\text{Hz}^2/\text{Hz}$  pour des fréquences comprises entre 10 Hz et 1 kHz [124]. Une solution envisagée pour s'affranchir du bruit sismique au basses fréquences est le détecteur d'ondes gravitationnelles LISA qui nécessite un bruit de fréquence du laser de l'ordre de  $1 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$

---

entre 1 mHz et 100 mHz [14] ce qui correspond à une stabilité en fréquence de quelques  $10^{-16}$  à 100 s. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, lorsque le rapport cyclique  $d$  tend vers 1, le laser asservi sur les atomes est bien plus stable que le laser libre, on gagne près d'un ordre de grandeur sur sa stabilité. Avec un étalon de fréquence optique à atomes piégés, LISA disposerait d'une source laser dont la stabilité correspondrait aux spécifications requises. De nombreux avantages sont associés à une telle horloge optique dans l'espace, l'un d'eux et non des moindres, pourrait être à plus long terme la dissémination d'une échelle de temps basée sur une redéfinition de la seconde...



# Annexe A

## Compléments du chapitre 2

Nous présentons dans cette annexe l'effet Dick calculé dans le cas du laser de VIRGO et du laser limité par l'effet thermique de la cavité PF sur laquelle il est asservi, pour des interrogations de type Ramsey-Bordé, Ramsey et Rabi. Nous rappelons que les deux derniers types d'interrogations, les atomes interrogés sont piégés dans un piège dipolaire, de sorte que l'on puisse se placer dans le cas du régime de Lamb-Dicke.

VIRGO est un interféromètre à laser qui est utilisé pour détecter des ondes gravitationnelles (voir les références [76,124] pour une étude détaillée de VIRGO). Le spectre de bruit de fréquence du laser est représenté sur la figure II.2.7(b). Pour les basses fréquences, c'est-à-dire, jusqu'à 500 Hz, le bruit obtenu correspond à l'effet Doppler entre les deux cavités PF qui ont été utilisées pour mesurer ce spectre (une méthode similaire employée dans notre expérience est décrite dans le chapitre 3). Au delà, le bruit correspond à des dérives lentes de la longueur de la cavité [76]. Le bruit de fréquence du laser utilisé pour VIRGO est proche du bruit thermique comme nous pouvons le constater avec les courbes (b) et (c) du graphe II.2.7.

Le bruit thermique est le bruit ultime d'un laser asservi sur une cavité Fabry-Perot sous certaines conditions données au chapitre 3. La stabilité en fréquence du laser est en effet liée à la stabilité de la longueur optique de la cavité et des fluctuations thermiques résiduelles entraînent une fluctuation de cette longueur. Cette limite fondamentale a été estimée par K. Numata *et al.* [81] et est de l'ordre de  $S_f = 10^{-2} \times (1\text{Hz}/f) \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ .

## A.1 Interrogation de Ramsey-Bordé

### A.1.1 Effet Dick évalué en fonction de la fréquence de cycle et du rapport cyclique

Comme dans le cas du laser de l'expérience Sr présenté dans le chapitre 2, l'effet Dick a été calculé ici en fonction des couples  $\{d, f_c\}$  où  $f_c$  est la fréquence de cycle de l'horloge et  $d$  est le rapport cyclique défini ici comme :

$$d = 2 \frac{2\tau_p + T}{T_c} \quad (\text{A.1})$$

Les résultats sont présentés sur le graphe A.1. De la même façon que dans le chapitre 2, on constate que la stabilité est meilleure pour des fréquences de cycle élevées et des rapports cycliques proches de 1. Pour le laser de VIRGO, la variance d'Allan associée à une fréquence de cycle de 60 Hz est plus élevée que celle associée à  $f_c=30$  Hz : dans le spectre de bruit du laser on observe un pic de bruit à cette fréquence dominant le niveau de bruit à 30 Hz. Pour ces deux derniers lasers, les écarts-types d'Allan liés à l'effet Dick sont du même ordre de grandeur que ceux décrivant le bruit de projection quantique  $\sigma_{BPQ}$  dont l'expression est donnée par :

$$\sigma_{BPQ}(\tau) = \frac{2}{\pi Q \sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{f_c \tau}} \quad (\text{A.2})$$

où  $Q$  est la facteur de qualité atomique et  $N$  est le nombre d'atomes participant au signal.

### A.1.2 Effet Dick calculé en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle $f_c$

Rappelons les hypothèses de calcul : la fréquence de cycle et la durée du temps mort sont fixées. Pour simplifier la discussion, nous avons pris comme durée d'une impulsion laser  $\tau_p = \frac{T_m}{2}$ . Pour le laser VIRGO et le laser limité par le bruit thermique, les écarts-types d'Allan liés à l'effet Dick et les rapports  $S/B$  sont représentés sur le graphe A.1. D'après ces graphes, on constate que les valeurs des rapports  $S/B$  sont plus contraignantes pour l'expérience Sr, nécessitant par exemple nombre d'atomes participant au signal de l'ordre de  $10^5 - 10^6$  pour  $T_m < 10$  ms.

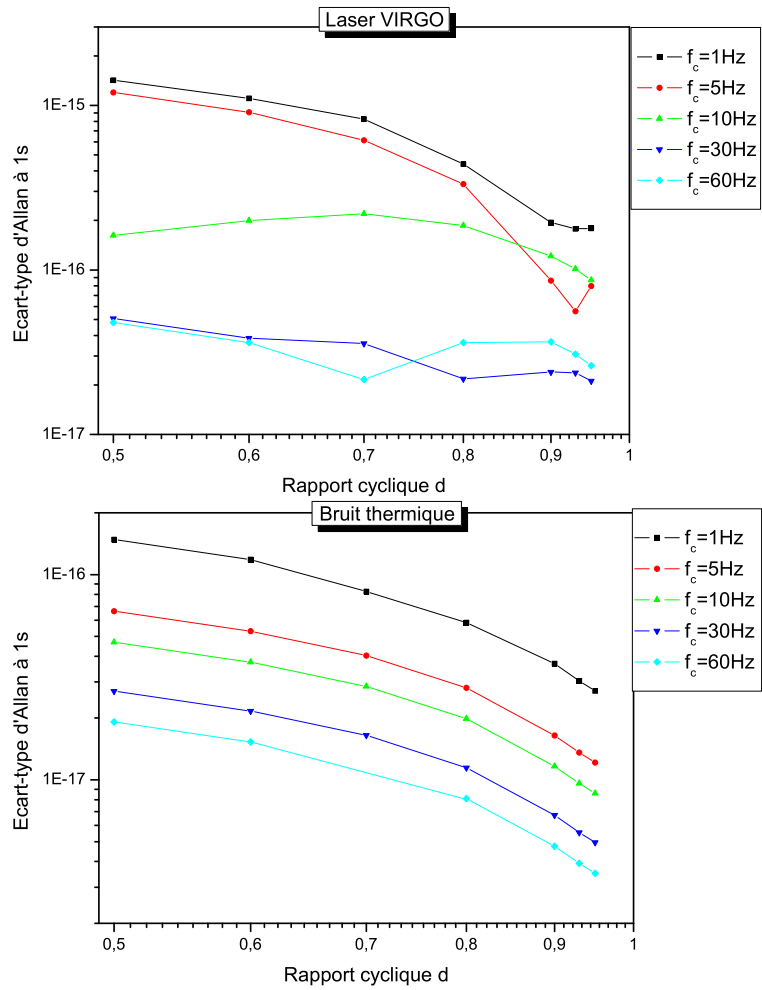


FIG. A.1 – Variance d'Allan liée à l'effet Dick pour une interrogation de Ramsey-Bordé en fonction de  $d$  et  $f_c$  pour le laser utilisé dans l'expérience VIRGO et un laser limité par le bruit thermique.

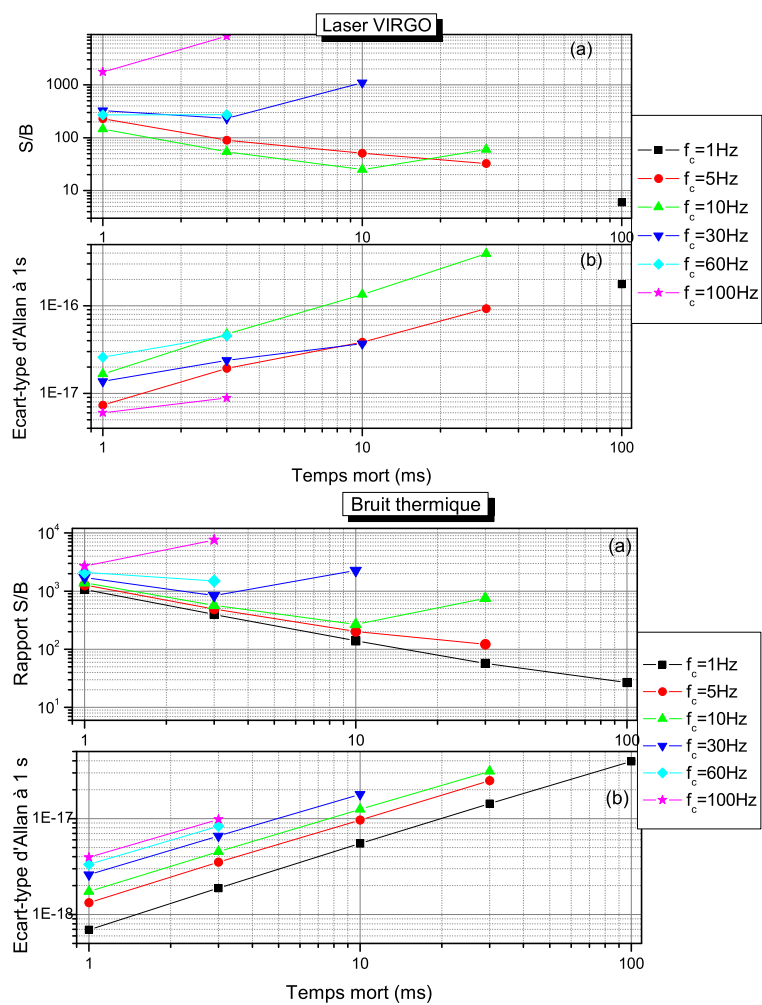


FIG. A.2 – Rapport  $S/B$  en (a) et variance d'Allan associée à l'effet Dick en (b) dans le cas d'une interrogation de Ramsey-Bordé pour le laser utilisé dans le projet VIRGO et pour le laser limité par le bruit thermique.

## A.2 Interrogation de Ramsey

### A.2.1 Effet Dick calculé en fonction du rapport cyclique $d$ et de la fréquence de cycle $f_c$

Les résultats sont présentés dans les graphes A.3. Comme dans le cas d'une interrogation de Ramsey-Bordé, la stabilité liée à l'effet Dick pour de tels lasers est du même ordre de grandeur que la stabilité associée au bruit de projection quantique. Rappelons l'expression du rapport cyclique  $d$  pour une interrogation de Ramsey :

$$d = \frac{2\tau_p + T}{T_c} \quad (\text{A.3})$$

### A.2.2 Effet Dick calculé en fonction du temps mort et de la fréquence de cycle $f_c$

Les variances d'Allan et les rapports signal à bruit  $S/B$  sont représentés sur les graphes A.4 (b) et (a) respectivement. Pour le laser limité par le bruit thermique, les rapports  $S/B$  sont très élevés :  $S/B > 100$  pour des temps morts inférieurs à 10 ms ce qui devient contraignant pour le nombre d'atomes à capturer dans le piège dipolaire ( $N > 10^4$  atomes). On voit très clairement sur le graphe A.4(a) correspondant au laser limité par le bruit thermique qu'on peut gagner un facteur 5 sur la stabilité en passant d'une fréquence de cycle de 100 Hz à 10 Hz pour un même temps mort.

## A.3 Interrogation de Rabi

Que la stabilité liée à l'effet Dick soit calculée en fonction du couple de paramètres  $\{d, f_c\}$  (voir figure A.5) ou du couple  $\{f_c, T_m\}$  (voir figure A.6), elle est plus petite d'au moins un ordre de grandeur dans le cas d'une interrogation de Rabi par rapport à une interrogation de Ramsey. La variance d'Allan varie très peu en fonction de  $d$  ou de  $T_m$ . Le seul paramètre intéressant sur lequel on peut jouer pour obtenir des stabilités intéressantes est la fréquence de cycle, en tenant compte, bien-sûr, du spectre de bruit en fréquence de l'OL d'interrogation.

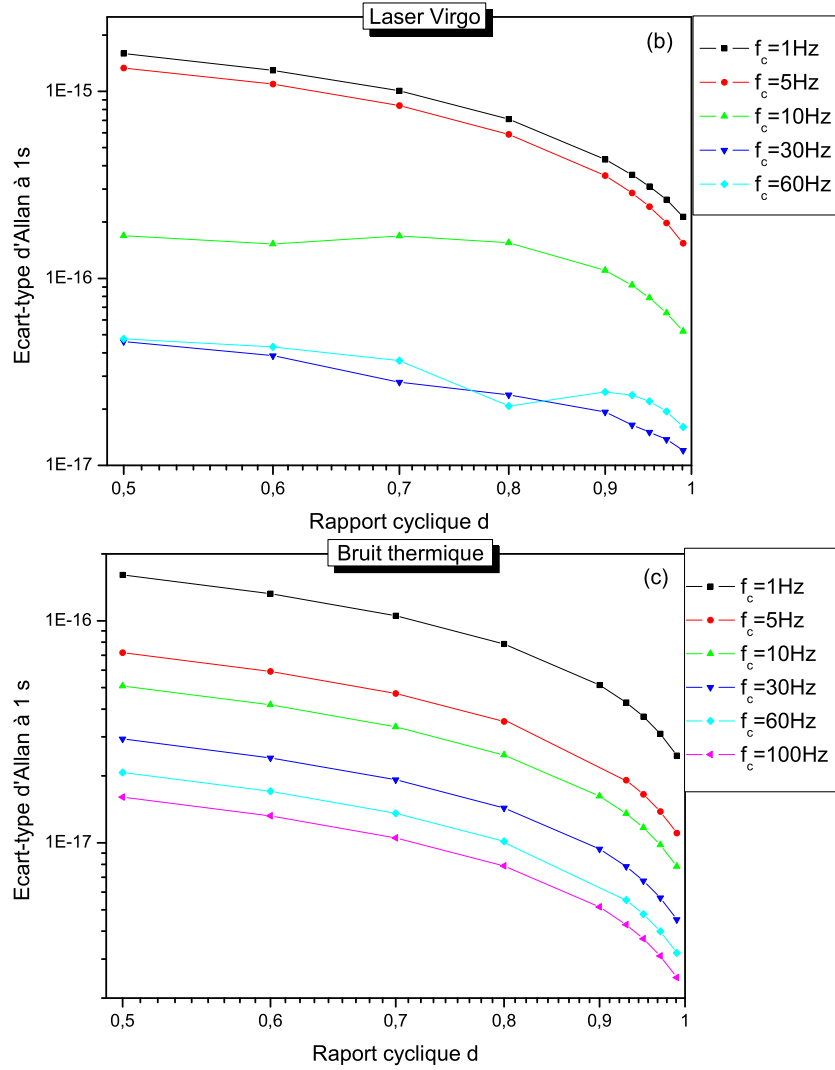


FIG. A.3 – Variance d’Allan liée à l’effet Dick des lasers de l’expérience VIRGO et limité par le bruit thermique respectivement pour une interrogation Ramsey.

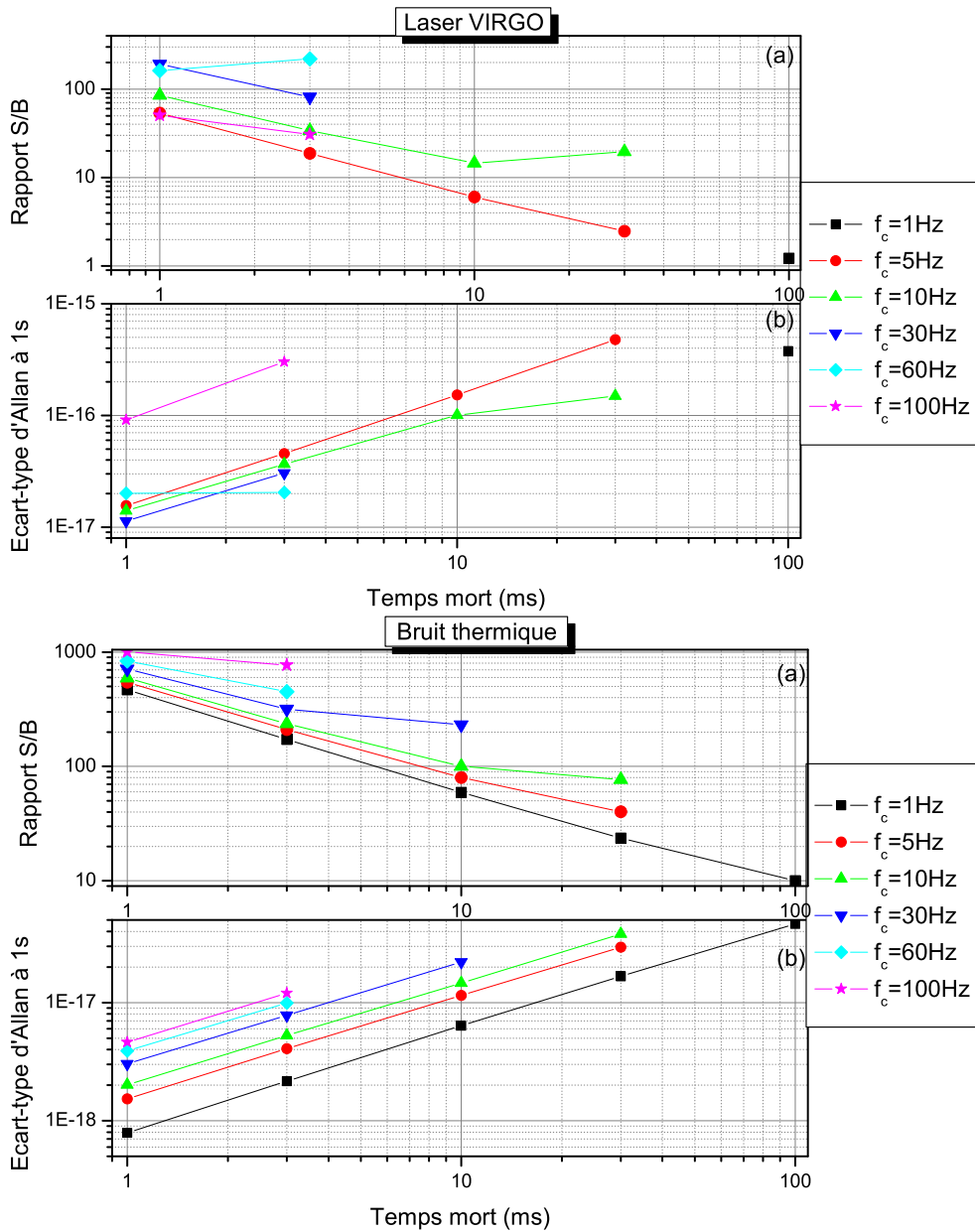


FIG. A.4 – Rapport  $S/B$  en (a) et variance d'Allan liée à l'effet Dick en (b), pour une interrogation de Ramsey, des lasers VIRGO et limité par le bruit thermique respectivement.

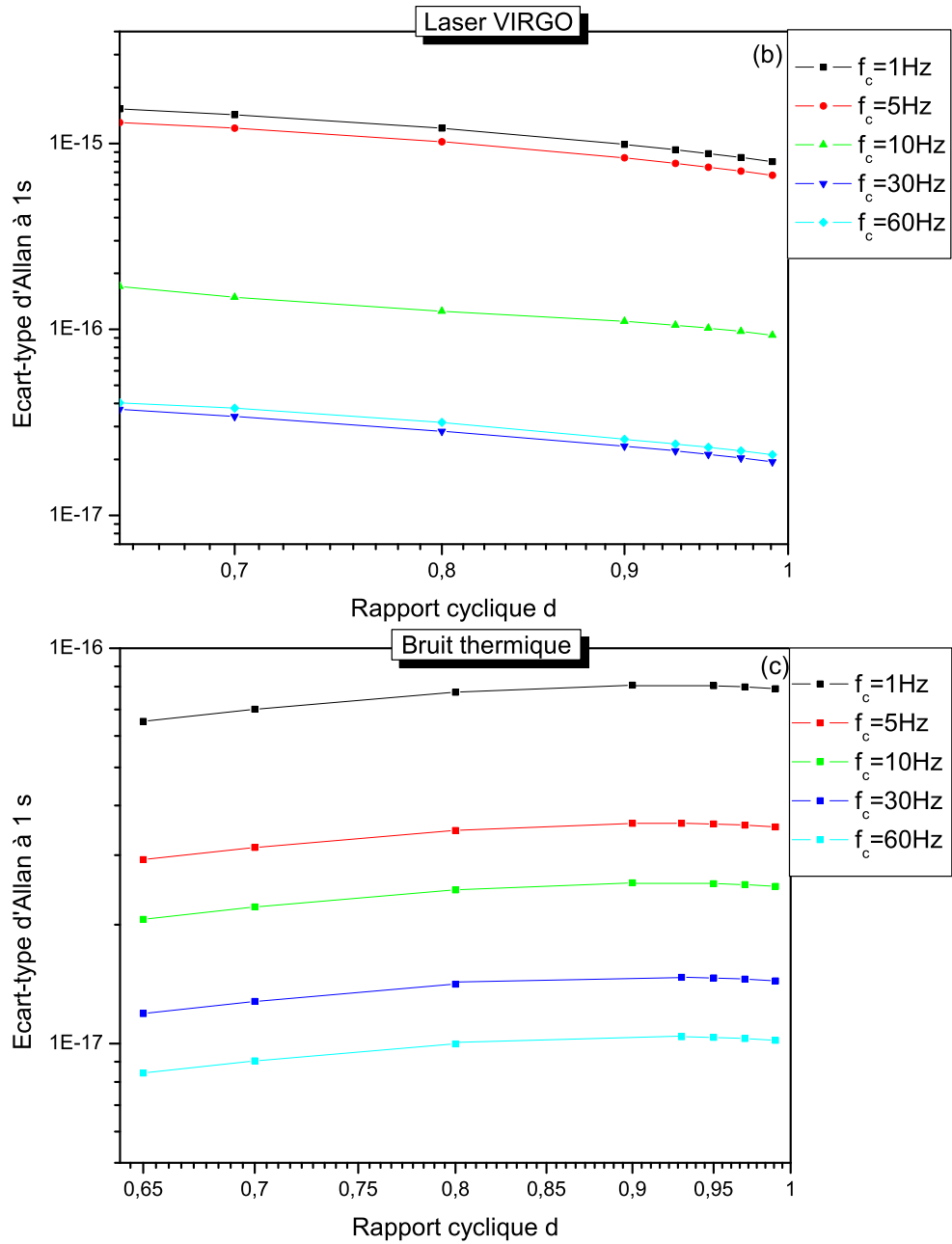


FIG. A.5 – Variance d'Allan liée à l'effet Dick pour une impulsion Rabi dans le cas du laser de VIRGO et du laser limité par le bruit thermique.

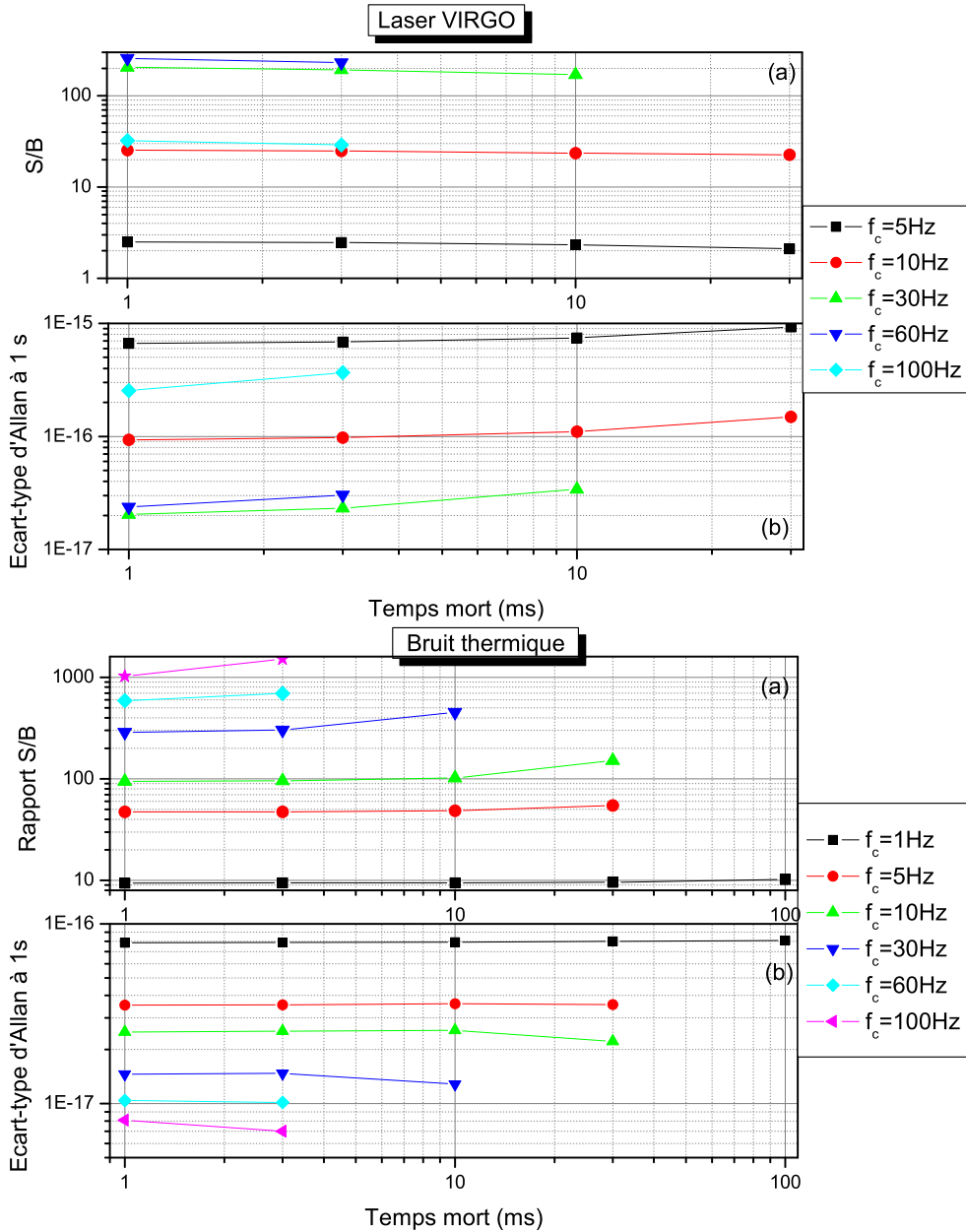


FIG. A.6 – Rapport  $S/B$  en (a) et variance d'Allan liée à l'effet Dick en (b) pour une impulsion Rabi dans le cas du laser de VIRGO et du laser limité par le bruit thermique.



# Annexe B

## Compléments du chapitre 3

### B.1 Rappels sur l'interféromètre Fabry-Perot

#### B.1.1 Présentation

Soit une cavité Fabry-Perot constituée de deux miroirs, séparés par la distance  $L$ . Une cavité Fabry-Perot (que nous appellerons PF par la suite) est caractérisée par deux paramètres principaux qui sont l'intervalle spectral libre et la finesse. L'intervalle spectral libre est défini par la relation :

$$\nu_{ISL} = \frac{c}{2L} \quad (\text{B.1})$$

pour un milieu d'indice 1. Son inverse  $1/\nu_{ISL}$  traduit le temps mis par la lumière pour faire un aller-retour dans la cavité. La finesse, quant à elle, dépend uniquement des coefficients de réflexion des miroirs constituant la cavité. Pour des miroirs possédant les mêmes coefficients de réflexion en **intensité**  $R$ , nous avons :

$$F = \pi \frac{\sqrt{R}}{1 - R} \quad (\text{B.2})$$

ou encore :

$$F = \pi \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (\text{B.3})$$

pour des miroirs ayant des coefficients de réflexion en **amplitude** différents,  $r_1$  et  $r_2$ . En connaissant la finesse et l'intervalle spectral libre de la cavité, on peut déduire la largeur d'un pic de résonance du PF,  $\delta\nu$  :

$$\delta\nu = \frac{\nu_{ISL}}{F} \quad (\text{B.4})$$

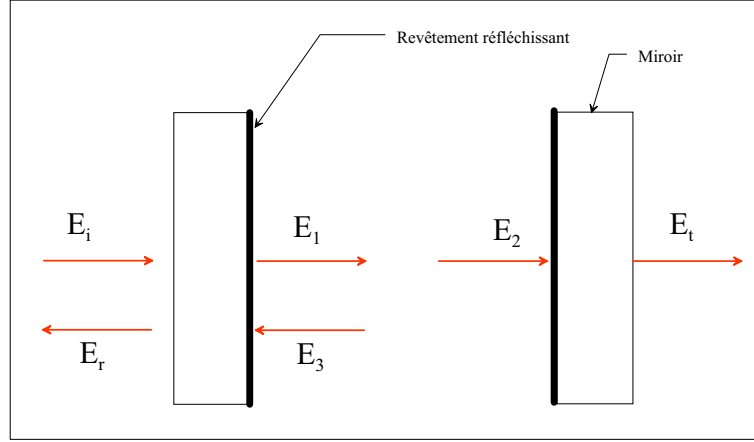


FIG. B.1 – *Cavité Fabry-Perot et les champs incident, réfléchi et transmis par celle-ci.*

### B.1.2 Calcul du champ transmis par la cavité et Fonction d'Airy

Considérons une cavité PF présentée sur la figure B.1 : les coefficients de réflexion en amplitude pour chacun des miroirs sont supposés égaux et valent  $r$ . De la même façon, les coefficients de transmission en amplitude sont notés  $t$ . Les pertes ne sont pas prises en compte dans notre étude. On utilise la convention suivante pour le calcul des champs électromagnétiques transmis et réfléchis par la cavité : si le faisceau lumineux se réfléchit sur la surface réfléchissante du miroir (*i.e* avec le revêtement), alors  $r$  est pris positif. Dans le cas contraire,  $r$  est négatif. On note le temps d'un aller-retour de la lumière dans la cavité,  $\tau$ . Soit une onde électromagnétique plane incidente  $E_i$  se propageant selon l'axe de révolution du PF. On a alors :

$$\begin{cases} E_1(t) = tE_i(t) + r^2E_1(t - \tau) \\ E_2(t) = E_1(t - \frac{\tau}{2}) \\ E_3(t) = rE_2(t - \frac{\tau}{2}) \\ E_t(t) = tE_2(t) \\ E_r(t) = -rE_i(t) + trE_1(t - \tau) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Sous ces conditions, les champs transmis et réfléchi par la cavité peuvent se mettre sous la forme [83] :

$$\begin{cases} E_t(t) = t^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} E_i(t - \frac{(2n+1)\tau}{2}) \\ E_r(t) = r[-E_i(t) + t^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} E_i(t - (n+1)\tau)] \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

ce qui est l'expression d'un produit de convolution entre le champ incident et une fonction caractérisant la transmission ou la réflexion :

$$\begin{cases} E_t(t) = \Gamma_t(t) * E_i(t) \\ E_r(t) = \Gamma_r(t) * E_i(t) \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

avec  $\Gamma_t$  et  $\Gamma_r$  ayant pour expression :

$$\begin{cases} \Gamma_t(t) = t^2 \sum_{n=0}^{\infty} (r^{2n} \delta(t - \frac{(2n+1)\tau}{2})) \\ \Gamma_r(t) = r[-\delta(t) + t^2 \sum_{n=0}^{\infty} (r^{2n} \delta(t - (n+1)\tau))] \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

avec  $\delta$  la fonction de Dirac. En prenant la transformée de Fourier du produit de convolution, on en déduit les expressions des transformées de Fourier  $\tilde{\Gamma}_t(\varpi)$  et  $\tilde{\Gamma}_r(\varpi)$  qui sont :

$$\begin{cases} \tilde{\Gamma}_t(\varpi) = \frac{t^2}{1-r^2 e^{-i\varpi\tau}} \\ \tilde{\Gamma}_r(\varpi) = r \left[ \frac{e^{-i\varpi\tau} - 1}{1-r^2 e^{-i\varpi\tau}} \right] \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

En calculant l'intensité transmise par la cavité donnée par  $I_t = E_t \overline{E_t}$ , on obtient la fonction d'Airy  $A(\omega_L \tau)$  représentée sur le graphe B.2 :

$$I_t = I_0 \left( \frac{t^2}{1-r^2} \right)^2 A(\omega_L \tau) = I_0 \left( \frac{t^2}{1-r^2} \right)^2 \frac{1}{1 + 4 \frac{r^2}{(1-r^2)^2} \sin^2(\omega_L \tau)} \quad (\text{B.10})$$

### B.1.3 Fonction de transfert du PF

**Fonction de transfert en réflexion :** La fonction de transfert du PF pour le champ réfléchi traduit la réponse de la cavité, soit l'intensité réfléchie mesurée, à une perturbation de la source lumineuse, à savoir la phase du champ laser incident. En reprenant les calculs de la thèse de Y. Bidet [83], on pose  $E_i(t) = E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))}$  où  $E_0$  est supposé réel. L'intensité réfléchie par la cavité se met sous la forme :

$$I_r(t) = E_0^2 \int \int \Gamma_r(t') \overline{\Gamma_r(t'')} e^{-i\omega_L t'} e^{-i\omega_L t''} e^{i[\varphi(t-t') - \varphi(t-t'')]} dt' dt'' \quad (\text{B.11})$$

On suppose que le temps de cohérence du laser est très grand devant  $\tau$ , ce qui nous permet d'effectuer le développement limité au premier ordre de  $e^{i[\varphi(t-t') - \varphi(t-t'')]}$  et sous ces conditions,  $I_r(t)$  se décompose suivant un terme

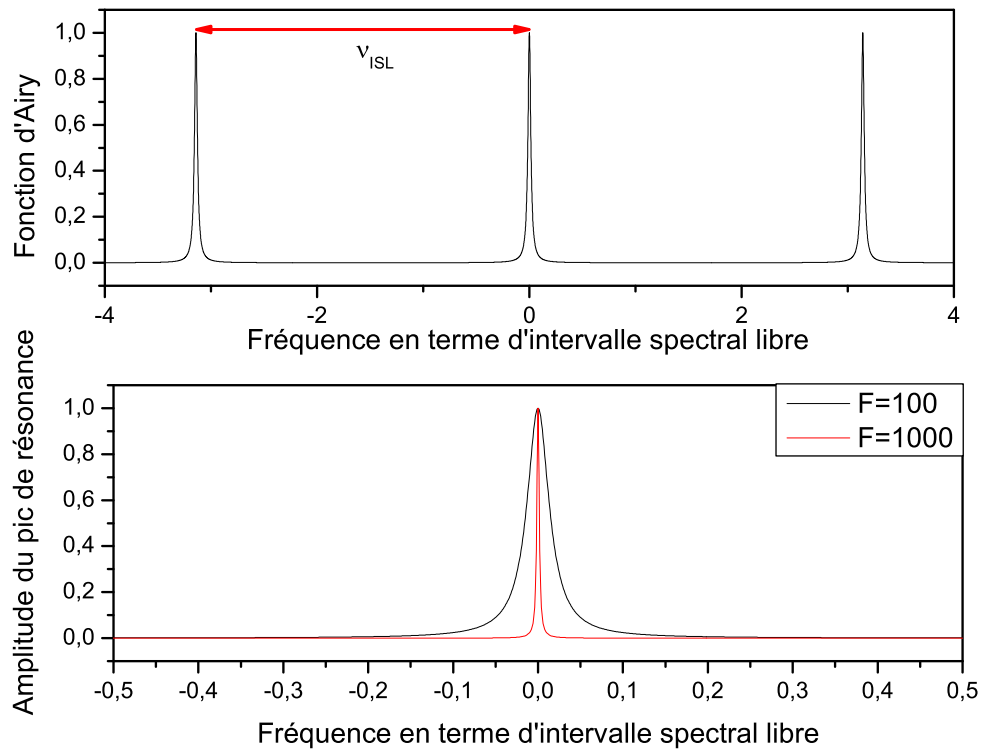


FIG. B.2 – *Fonction d'Airy pour la cavité PF.*

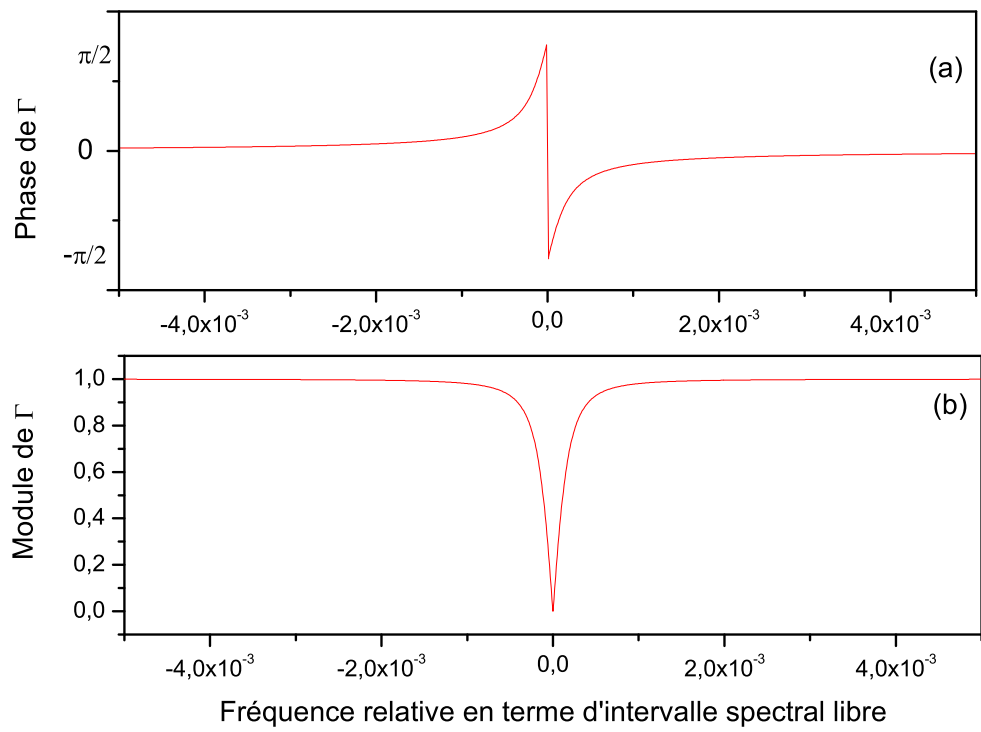


FIG. B.3 – Phase en (a) et module en (b) de la réflectivité  $\Gamma_r(\omega)$ .

correspondant à l'intensité transmise pour une onde plane monochromatique et suivant un deuxième terme qui traduit les fluctuations d'intensité  $\delta I_r(t)$  :

$$\begin{aligned} \delta I_r(t) = & \imath E_0^2 [\overline{\tilde{\Gamma}_r(\omega_L)} \int \Gamma_r(t') e^{-\imath \omega_L t'} \varphi(t-t') dt' \\ & - \tilde{\Gamma}_r(\omega_L) \int \overline{\Gamma_r(t')} e^{\imath \omega_L t'} \varphi(t-t') dt'] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

On prend la transformée de Fourier de l'expression B.12 et on exprime  $\tilde{\varphi}(\varpi)$  en fonction de la fréquence instantanée  $\Omega$  telle que  $\tilde{\varphi}(\varpi) = -\imath \frac{1}{\varpi} \tilde{\Omega}(\varpi)$ . On obtient alors :

$$\frac{\delta \tilde{I}_r(\varpi)}{\tilde{\Omega}(\varpi)} = H_{cavite}(\varpi) \quad (\text{B.13})$$

où  $H_{cavite}$  est la fonction de transfert du PF :

$$H_{cavite}(\varpi) = E_0^2 \frac{\overline{\tilde{\Gamma}_r(\omega_L)} \tilde{\Gamma}_r(\omega_L + \varpi) - \tilde{\Gamma}_r(\omega_L) \overline{\tilde{\Gamma}_r(\omega_L - \varpi)}}{\varpi} \quad (\text{B.14})$$

Cette équation peut se simplifier en supposant que la fréquence du champ laser incident est proche de la résonance, soit pour  $\omega_L \tau = 2\pi N \pm \delta\tau$  avec  $\delta$  la différence de fréquence :

$$H_{cavite}(\varpi) = 2r^2 E_0^2 \frac{(1-r^2)\delta\tau^2[(1-r^2) + \imath r^2 \varpi \tau]}{[(1-r^2)^2 + \imath r^2(1-r^2)\varpi\tau + r^4(\delta\tau)^2]^2 - (r^4\delta\varpi\tau^2)^2} \quad (\text{B.15})$$

**Fonction de transfert en transmission :** On procède de la même façon que dans le cas de la réflexion. L'expression de la fonction de transfert en transmission pour une fréquence laser proche de la résonance est donnée par :

$$H_{cavite}(\varpi) = 2(1-r^2)^2 E_0^2 \frac{r^4 \delta \varpi \tau^2}{[(1-r^2)^2 + \imath r^2(1-r^2)\varpi\tau + r^4(\delta\tau)^2]^2 - (r^4\delta\varpi\tau^2)^2} \quad (\text{B.16})$$

**Conclusion :** Le graphe B.4 montre le gain et la phase des fonctions de transfert de la cavité PF en transmission et réflexion. Le comportement du résonnateur en réflexion est celui d'un filtre passe-bas du second ordre avec un déphasage total de  $\pi/2$ , alors qu'en transmission c'est un filtre passe-bas du premier ordre avec un déphasage total de  $\pi$ .

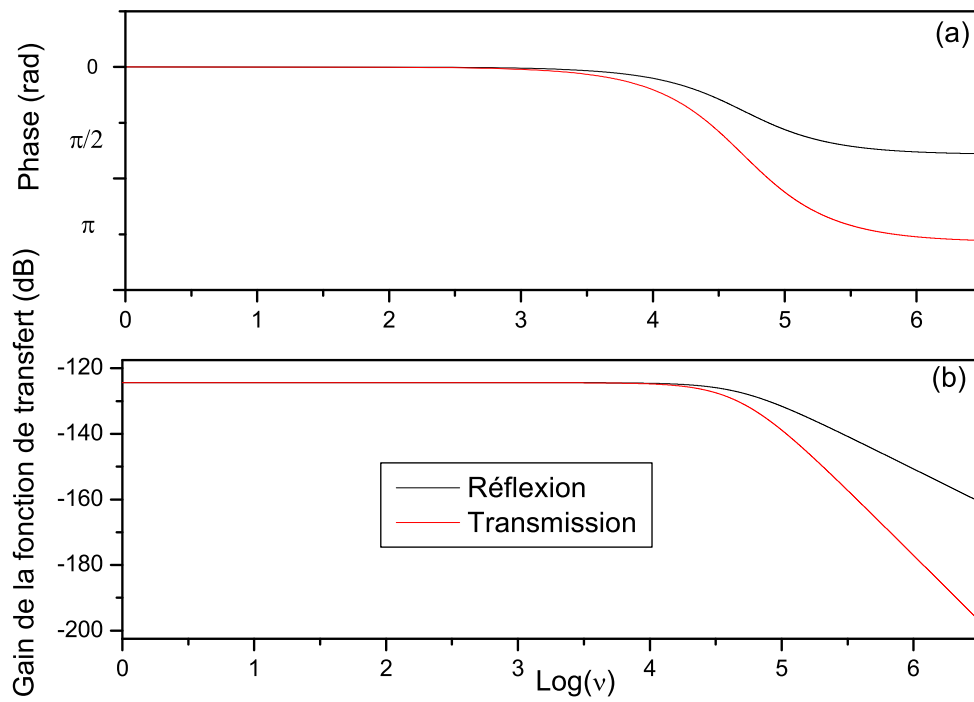


FIG. B.4 – Phases (a) et gains (b) des fonctions de transfert de la cavité PF en transmission et en réflexion.

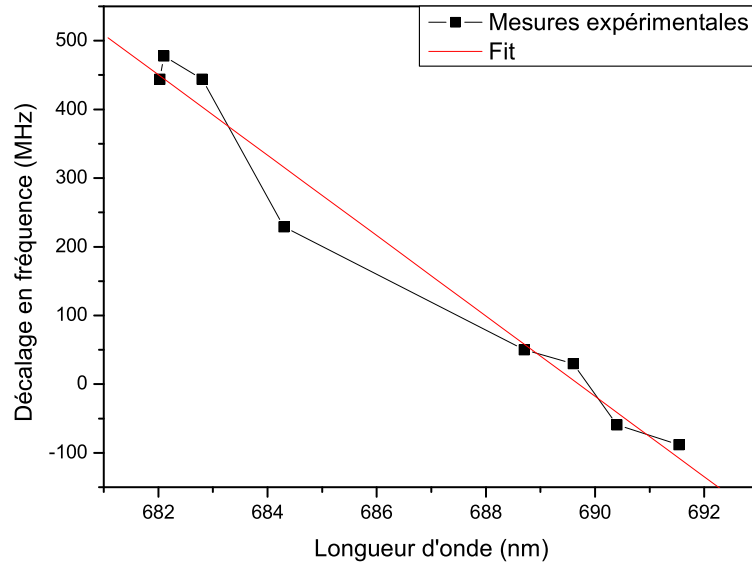


FIG. B.5 – Différence en fréquence entre les deux modes  $TEM_{00}$  des deux cavités en fonction de la longueur d'onde du laser. L'erreur sur les mesures est de l'ordre de 100 MHz. Le laser est faiblement modulé par l'intermédiaire de sa cale piézo-électrique, la calibration en fréquence d'une telle modulation s'effectue par l'intermédiaire des bandes latérales à 60 MHz.

## B.2 Comparaison des deux cavités Fabry-Perot

Il a été intéressant pour notre expérience de mesurer l'écart en fréquence entre deux modes  $TEM_{00}$  de  $PF_1$  et  $PF_2$  en fonction de la longueur d'onde du laser (figure B.5). Ces mesures ont été utiles lorsque, par exemple, nous avons mesuré les fréquences de transitions atomiques du strontium (voir chapitre 5) et que nous avons été obligés d'accorder le laser aux longueurs d'onde correspondantes (respectivement 689 nm pour la transition  $^1S_0-^3P_1$ , 688 nm pour la transition  $^3P_1-^3S_1$  et 698 nm pour la transition d'horloge  $^1S_0-^3P_0$ ).

# Annexe C

## Rappels d'optique non linéaire

### C.1 Introduction

La réponse d'un milieu non linéaire<sup>1</sup> à une excitation par un champ électrique  $\vec{E}$  est décrite par la polarisation macroscopique du milieu qui peut se décomposer en un terme linéaire et un terme non linéaire. Le terme non linéaire caractérise tous les processus à multi-ondes pouvant intervenir :

$$\vec{P}_{NL} = \sum_{i=2}^n \vec{P}^{(i)} \quad (\text{C.1})$$

où

$$\vec{P}^{(i)} = \varepsilon_0 \chi^{(i)}(\omega_{Tot}, \omega_1, \dots, \omega_i) : \vec{E}(\omega_1) \dots \vec{E}(\omega_i) \quad (\text{C.2})$$

avec  $\omega_{Tot} = \sum_{k=1}^i \omega_k$ . Les processus non linéaires d'ordres 2 ne peuvent se manifester que si le milieu ne possède pas de symétrie d'inversion (pour les milieux centro-symétriques, les composantes du tenseur  $\chi^2$  sont nulles). Par la suite, nous allons nous intéresser uniquement aux processus non linéaires d'ordre 2.

### C.2 Equations de propagation dans un milieu non linéaire

L'équation de propagation dans un milieu diélectrique, homogène et non magnétique peut se mettre sous la forme, d'après les équations de Maxwell :

$$\nabla \wedge \nabla \vec{E} - \mu_0 (1 + \chi^{(1)}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_{NL} \quad (\text{C.3})$$

---

<sup>1</sup>Toute cette partie s'appuie sur la référence [125]

On se place dans le cadre de l'approximation des enveloppes lentement variables. Les trois champs électriques qui interagissent sont décrits par des ondes planes monochromatiques, se propageant suivant l'axe  $Oz$ , d'amplitudes  $A_i$  à la fréquence angulaire  $\omega_i$  et de même polarisation pour simplifier le problème. Le milieu est supposé transparent à ces fréquences. On obtient d'après l'équation C.3 une équation de propagation pour chacune de ces amplitudes :

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} = \frac{\omega_i}{2n_i c} \chi^2(\omega_k, \delta_n \omega_n) A_k A_n^* e^{i[(k_k + \delta_n k_n - k_i)z]} \quad (\text{C.4})$$

avec  $\delta_n = -1$  pour  $(i = 1, k = 3, n = 2)$  et  $(i = 2, k = 3, n = 1)$  et vaut 1 pour le triplet  $(i = 3, k = 1, n = 2)$ . On appelle désaccord de phase la quantité  $\Delta \vec{k}$  donnée par  $\vec{k}_3 - \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ . On peut montrer que dans le cas où les relaxations du milieu sont négligées, les composantes  $\chi^{(2)}(\omega_k, \delta_n \omega_n)$  sont égales entre elles. Il est à noter que le tenseur  $\chi^{(2)}$  est rarement utilisé, on lui préfère de façon générale son homologue  $d$  plus aisé à manipuler :

$$\begin{pmatrix} P_{x,NL} \\ P_{y,NL} \\ P_{z,NL} \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_y E_z \\ 2E_x E_z \\ 2E_x E_y \end{pmatrix} \quad (\text{C.5})$$

### C.3 Conditions d'accord de phase

Pour maximiser l'efficacité de conversion, il faut qu'il y ait conservation de l'énergie ( $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ) et accord de phase. Si l'accord de phase n'est pas réalisé, la conversion des ondes pompes est peu efficace et par conséquent, on peut négliger la déplétion de ces ondes pompes, c'est-à-dire que l'on peut supposer les intensités des ondes 1 et 2 comme constantes lors de leur propagation. Dans ce cas précis, la puissance de l'onde résultante 3 est donnée par :

$$P_3(L_c) = \frac{2\pi^2 d_{eff}^2 P_1 P_2 L^2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2 \pi w_0^2} \sin_c^2\left(\frac{\Delta k L_c}{2}\right) \quad (\text{C.6})$$

où  $L_c$  est la longueur du cristal et  $w_0$  le col des faisceaux à supposer qu'il soit le même pour tous. On constate que la conversion est optimisée pour un accord de phase minimal. De plus, cette relation met en évidence une longueur de cohérence  $\Lambda = \frac{\pi}{\Delta k}$  du cristal : sur la première demi-période  $\Lambda$ , il y a transfert d'énergie des ondes 1 et 2 vers l'onde 3 alors que sur la

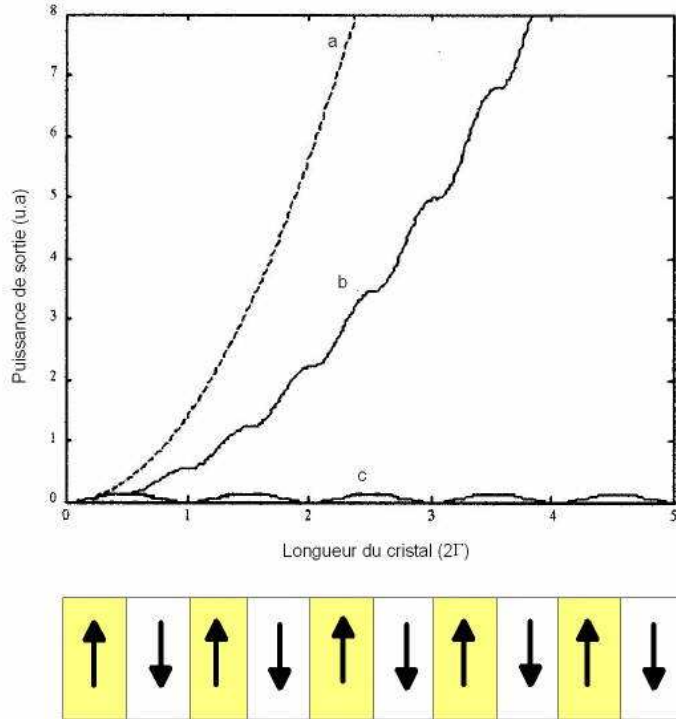


FIG. C.1 – *Puissance de sortie de l'onde 3 en fonction de la longueur du cristal. La courbe (a) représente l'accord de phase ( $\Delta k = 0$ ). En (b), il s'agit de la configuration quasi-accord de phase. La courbe (c) correspond à  $\Delta k \neq 0$ .*

deuxième demi-période, c'est l'inverse qui se produit (voir figure C.1(c)). Cette longueur de cohérence est de l'ordre de 1 à 100  $\mu\text{m}$ , elle détermine la longueur utile du cristal. D'une façon plus générale, la conversion peut se mettre sous la forme :

$$P_3 = \Gamma P_1 P_2 \quad (\text{C.7})$$

où  $\Gamma$  est le facteur de conversion qui dépend des fréquences des trois ondes intervenant dans le processus, de la longueur du cristal, de  $d_{eff}$ , du coefficient d'absorption de l'onde 3 dans le cristal et d'une fonction d'ouverture  $h$  sans dimension qui caractérise le processus [94]. Concernant le processus de conversion, il peut s'agir d'une somme de fréquence ou d'une génération de seconde harmonique et dans ce cas  $\omega_1 = \omega_2 = \omega = \omega_3/2$ .

Selon les polarisations des ondes incidentes, l'accord de phase est qualifié de type I pour des polarisations incidentes identiques ou de type II dans

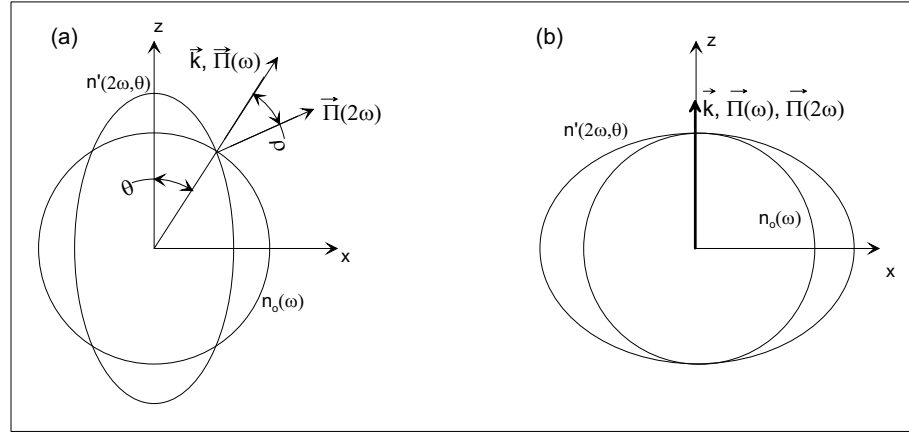


FIG. C.2 – Exemple d'accord de phase critique (a) et non critique (b) dans un cristal uniaxe.  $n'(2\omega, \theta)$  et  $n(\omega)$  représentent respectivement les surfaces d'indice extraordinaire et ordinaire.

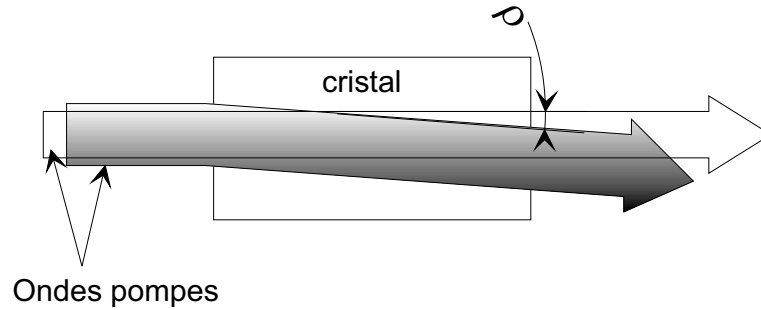


FIG. C.3 – Recouvrement non optimal des ondes pompes dans le cristal à cause de l'angle de double réfraction  $\rho$ .

l'autre configuration. Si l'accord de phase est critique (voir figure C.2), on définit l'angle de double réfraction  $\rho$  (ou *Walk-off* en anglais) comme l'angle entre le vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$  et le vecteur  $\vec{k}$  de l'onde extraordinaire. Ce *walk-off* limite l'interaction entre les deux ondes pompes dans la mesure où leurs faisceaux ne se recouvrent plus complètement dans le cristal (voir figure C.3).

## C.4 Quasi-accord de phase

Il n'est pas toujours évident d'obtenir un accord de phase dans un milieu biréfringent pour n'importe quelle fréquence des ondes pompes. L'autre problème que pose ce type d'accord de phase est bien-sûr le *walk-off*. Le

quasi accord de phase permet de s'affranchir de ces deux inconvénients. Il a été proposé en 1962 par J. A. Armstrong [126] et son principe s'appuie sur la modulation spatiale de la polarisation macroscopique, par exemple en alternant sur une période de  $L_c$  le signe de  $d_{eff}$ . Ainsi, le désaccord de phase entre les deux ondes pompes 1 et 2 s'annule à chaque inversion de domaine de polarisation et l'on peut de cette façon augmenter la puissance de l'onde résultante 3. Les courbes (a) et (b) de la figure C.1 résument ces processus d'accord de phase et quasi-accord de phase.



# Bibliographie

- [1] C. Vian *et al.* BNM-SYRTE fountains : recent results. *IEEE Trans.*, en cours de publication.
- [2] P. Lemonde. *PHARAO : Etude d'une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser ; réalisation d'un prototype*. Thèse de doctorat, Paris VI, 1998.
- [3] U. Tanaka *et al.* The  $^{199}\text{Hg}^+$  single ion optical clock : progress. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 36 :545, 2003.
- [4] H. G. Dehmelt. Isolated atoms forever floating at rest in free space. *Ad. At. Mol. Phys.*, 3 :53, 1967.
- [5] D. A. Jennings *et al.* Direct frequency measurement of the  $\text{I}_2$ -stabilized He-Ne 473 THz(633 nm) laser. *Opt. Lett.*, 8 :136, 1983.
- [6] A. Clairon, B. Dahmani, A. Filimon, and J. Rutman. *IEEE Trans. Instr. Meas.*, 34 :265, 1985.
- [7] T. Andreae *et al.* Absolute frequency measurement of the hydrogen 1S-2S transition and a new value of the Rydberg constant. *Phys. Rev. Lett.*, 69 :1923, 1992.
- [8] F. Nez *et al.* Precise frequency measurement of the 2S-8S/8D transitions in atomic hydrogen : new determination of the Rydberg constant. *Phys. Rev. Lett.*, 69 :2326, 1992.
- [9] H. Schnatz *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 76 :18, 1996.
- [10] J. E. Bernard *et al.* Cs based frequency measurement of a single, trapped ion transition in the visible region of the spectrum. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :3228, 1999.
- [11] S. T. Cundiff and J. Ye. Femtosecond optical frequency combs. *Rev. Mod. Phys.*, 75 :325, 2003.
- [12] R. H. Dicke. The effect of collisions upon the Doppler width of central lines. *Phys. Rev.*, 89 :472, 1953.
- [13] H. Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. 2001.

- 
- [14] B. S. Sheard, M. B. Gray, D. E. McClelland, and D. A. Shaddock. Laser frequency stabilization by locking to a LISA arm. *Phys. Lett. A*, 320 :9, 2003.
- [15] P. Lemonde *et al.* Cold atom clocks on earth and in space.
- [16] Y. Sortais *et al.* Cold collision frequency shifts in a  $^{87}\text{Rb}$  atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :3117, 2000.
- [17] D. Allan. 54 :221, 1966.
- [18] I. Courtillot *et al.* Clock transition for a future optical frequency standard with trapped atoms. *Phys. Rev. A*, 68 :030501, 2003.
- [19] U. Sterr *et al.* The optical calcium frequency standards of PTB and NIST. *à paraître*, arXiv :physics/0411094, 2004.
- [20] F. Ruschewitz *et al.* Sub-kilohertz optical spectroscopy with a time domain atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :3173, 1998.
- [21] T. H. Yoon C. Y. Park. Efficient magneto-optical trapping of Yb atoms with a violet laser diode. *Phys. Rev. A*, 68 :055401, 2003.
- [22] T. Badr, S. Guérandel, M. D. Plimmer, P. Juncar, and M. E. Himbert. Improved frequency measurement and isotope shift of the  $4d^9 5s^2 \ ^2D_{5/2}-4d^{10} 6p^2 \ ^2P_{3/2}$  transition in silver by laser heterodyne spectroscopy. *Eur. Phys. Jour. D*, 14 :39, 2001.
- [23] W. Itano *et al.* Quantum projection noise : population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47 :3554, 1993.
- [24] G. Santarelli *et al.* Quantum projection noise in an atomic fountain : a high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :4619, 1999.
- [25] S. Bize. *Tests fondamentaux à l'aide d'horloge à atomes froids de rubidium et de césium*. Thèse de doctorat, Paris VI, 2001.
- [26] Y. Sortais. *Construction d'une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^{133}\text{Cs}$ ; étude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine*. Thèse de doctorat, Paris VI, 2001.
- [27] M. Abgrall. *Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO; Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO*. Thèse de doctorat, Paris VI, 2003.
- [28] S. Zhang. *Déplacement de fréquence dû au rayonnement du corps noir dans une fontaine atomique à césium et amélioration des performances de l'horloge*. Thèse de doctorat, Paris VI, 2004.
- [29] H. Marion. *Contrôle des collisions froides du  $^{133}\text{Cs}$ , tests de la variation de la constante de structure fine à l'aide d'une fontaine atomique double rubidium-césium*. Thèse de doctorat, Paris VI, 2005.

- [30] S. Bize *et al.* *C. R. Physique*, 5 :829, 2004.
- [31] D. J. Wineland, W. M. Itano, and R. S. Van Dyck Jr. *Adv. Atom. Mol. Phys.*, 19 :135, 1983.
- [32] D. J. Wineland, W. M. Itano, J. C. Bergquist, and R. G. Hulet. Laser cooling limits and single-ion spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 36 :2220, 1987.
- [33] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland. Quantum dynamics of single trapped ions. *Rev. Mod. Phys.*, 75 :281, 2003.
- [34] H. G. Dehmelt. *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 20 :60, 1975.
- [35] W. Nagourney, J. Sandberg, and H. Dehmelt. Shelved optical electron amplifier : observation of quantum jumps. *Phys. Rev. Lett.*, 56 :2797, 1986.
- [36] D. Engelke and C. Tamm. Dark times in the resonance fluorescence of trapped  $^{171}\text{Yb}$  ions caused by spontaneous quantum jumps to the  $^2\text{D}_{3/2}(\text{F}=2)$  state. *Europhys. Lett.*, 33 :347, 1996.
- [37] U. Sterr *et al.* Atom interferometry based on separated light fields.
- [38] S. A. Webster, P. Taylor, M. Roberts, G. P. Barwood, and P. Gill. KiloHertz resolution spectroscopy of the  $^2\text{S}^{1/2}\text{-}^1\text{F}^{7/2}$  electric octupole transition in a single  $^{171}\text{Yb}^+$  ion. *Phys. Rev. A*, 65 :(05)052501, 2002.
- [39] R. J. Rafac *et al.* Sub-dekahertz ultraviolet spectroscopy of  $^{199}\text{Hg}^+$ . *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2462, 2000.
- [40] Th. Udem *et al.* Absolute frequency measurements of the  $\text{Hg}^+$  and  $\text{Ca}$  optical clock transitions with a femtosecond laser. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :4996, 2001.
- [41] J. C. Bergquist *et al.* A mercury-ion optical clock. page 99, 2002.
- [42] H. S. Margolis *et al.* Hertz-level measurement of the optical dark frequency in a single  $^{88}\text{Sr}^+$  ion. *Science*, 306 :1355, 2004.
- [43] A. A. Madej, J. E. Bernard, P. Dubé, L. Marmet, and R. S. Windeler. Absolute frequency of the  $^{88}\text{Sr}$   $5s^2s^{1/2}\text{-}4d^2\text{D}^{5/2}$  reference transition at 445 THz and evaluation of systematic shifts. *Phys. Rev. A*, To be published, 2004.
- [44] J. von Zanthier *et al.* Absolute frequency measurement of the  $\text{In}^+$  clock transition with a mode-locked laser. *Opt. Lett.*, 25 :1729, 2000.
- [45] C. Champenois *et al.* Evaluation of the ultimate performances of a  $\text{Ca}^+$  single-ion frequency standard. *arXiv :physics*, page 0312120, 2004.
- [46] S. A. Diddams *et al.* *Science*, 293 :825, 2001.

- 
- [47] B.C. Young *et al.* Visible lasers with subHertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, 31 :97, 1999.
- [48] R. Holzwarth, M. Zimmermann, T. Udem, and T. W. Hänsch. Optical clockworks and the measurement of laser frequencies with a mode-locked frequency comb. *IEEE J. Quantum. Elec.*, 37 :1493, 2001.
- [49] T. H. Loftus, T. Ido, A. D. Ludlow, M. M. Boyd, and J. Ye. Narrow line cooling : finite photon recoil dynamic. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :0703003, 2004.
- [50] E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Hollberg. Quenched narrow line second and third stage laser cooling of  $^{40}\text{Ca}$ . *J. Opt. Soc. Am. B*, 20 :977, 2003.
- [51] E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Hollberg. Quenched narrow-line laser cooling of  $^{40}\text{Ca}$  to near the photon recoil limit. *Phys. Rev. A*, 64 :031403(R), 2001.
- [52] R. Le Targat, J. J. Zondy, and P. Lemonde. 75% efficiency blue generation from an intracavity PPKTP frequency doubler. *à paraître*, arXiv :physics/0408031, 2004.
- [53] J. I. Kim, C. Y. Park, J. Y. Yeom, E. B. Kim, and T. H. Yoon. Frequency stabilized high power violet laser iode with an ytterbium hollow cathode lamp. *Opt. Lett.*, 28 :245, 2003.
- [54] Ch. J. Bordé *et al.* Optical Ramsey fringes with traveling waves. *Phys. Rev. A*, 30 :1836, 1984.
- [55] G. Wilpers *et al.* Improvement of the fractional uncertainty of a neutral atom calcium optical frequency standard to  $2 \times 10^{-14}$ . *Appl. Phys. B*, 76 :149, 2003.
- [56] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*.
- [57] H. Katori, M. Takamoto, V. G. Pal'chikov, and V. D. Ovsiannikov. Ultrastable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. *Phys. Rev. Lett*, 91 :173005, 2003.
- [58] M. Takamoto and H. Katori. Spectroscopy of the  $^1\text{S}_0$ - $^3\text{P}_0$  clock transition of  $^{87}\text{Sr}$  in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :223001, 2003.
- [59] G. J. Dick. Local oscillator induced instabilities. *Proc Nineteenth Annual Precise Time and Time Interval (PTTI)*, page 133, 1987.
- [60] C. Audoin, G. Santarelli, A. Makdissi, and A. Clairon. Properties of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 45 :877, 1998.

- [61] L. Lo Presti, D. Rovera, and A. De Marchi. A simple analysis of the Dick effect in terms of phase noise spectral densities. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 45 :899, 1998.
- [62] A. Clairon *et al.* A cesium fountain frequency standard : preliminary results. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 44 :128, 1995.
- [63] G. D. Rovera, G. Santarelli, and A. Clairon. Frequency synthesis chain for the atomic fountain primary frequency standard. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 43 :354, 1996.
- [64] M. E. Tobar *et al.* Cryogenically cooled sapphire-rutile dielectric resonators for ultrahigh-frequency stable oscillators for terrestrial and space applications. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 46 :1265, 2000.
- [65] G. Santarelli. *Contribution à la réalisation d'une fontaine atomique.* Thèse de doctorat, Paris XI, 1996.
- [66] C. A. Greenhall and G. J. Dick. Local oscillator limited frequency stability for passive atomic frequency standards using square wave frequency modulation. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 47 :1593, 2000.
- [67] J. Vanier and C. Audoin. *The quantum physics of atomic frequency standards.* Adam Hilger, Bristol, 1989.
- [68] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji. *J. Phys. II*, 4 :1999, 1994.
- [69] F. Pereira dos Santos. Communication privée. 2004.
- [70] C. Tamm, T. Schneider, and E. Peik. Comparison of two single-ion optical frequency standards at the sub-Hertz level. 2001.
- [71] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya, and M. Kuwata-Gonokami. Magneto-optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :1116, 1999.
- [72] G. Dudle, A. Joyet, P. Berthoud, G. Milet, and P. Thomann. First results with a cold cesium continuous fountain resonator. *IEEE Trans. IM*, 50 :510, 2001.
- [73] R. W. P. Drever *et al.* Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, 31 :97, 1983.
- [74] E. Black. An introduction to Pound Drever technique. *Appl. Phys. B*, 31 :97, 2001.
- [75] S. Seel, R. Storz, G. Ruoso, J. Mlyneck, and S. Schiller. Cryogenic optical resonators : a new tool for laser frequency stabilization at the 1 Hz level. *Phys. Rev. Lett.*, 31 :97, 1999.

- 
- [76] F. Bondu. *Etude du bruit thermique et stabilisation en fréquence du laser du détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO*. Thèse de doctorat, Paris XI, 1996.
- [77] J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Laser stabilization to a single ion. *4* :359, 1996. 1380.
- [78] J.C. Bergquist. Communication privée. 2004.
- [79] H. B. Callen and T. A. Welton. Irreversibility and generalized noise. *Phys. Rev.*, 83 :34, 1951.
- [80] P. R. Saulson. Thermal noise in mechanical experiments. *Phys. Rev. D*, 42 :2437, 1990.
- [81] K. Numata, A. Kemery, and J. Camp. Thermal noise limit in frequency stabilization of lasers with rigid cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :250602, 2004.
- [82] M. Bahoura. *Influence du bruit de phase d'une diode laser sur les performances ultimes de son asservissement en fréquence sur une résonance optique*. Thèse de doctorat, Paris XI, 1998.
- [83] Y. Bidel. *Piégeage et refroidissement laser du strontium. Etude de l'effet des interférences en diffusion multiple*. Thèse de doctorat, Paris XI, 1996.
- [84] M. Ohtsu and S. Kotajima. Linewidth reduction of a semi-conductor laser by electrical feedback. *IEEE. J. Quantum. Electro.*, 21 :1905, 1985.
- [85] B. Dahmani, L. Hollberg, and R. E. Drullinger. Frequency stabilization of semi-conductor laser by resonant optical feedback. *Opt. Lett.*, 12 :876, 1987.
- [86] A. Blanchard. *Phase locked loops*. John Wiley and Sons, New York, 1976.
- [87] D. Halford. *Infrared microwave frequency synthesis design, some relevant conceptual noise aspects*, volume Frequency Standards Metrology Seminar.
- [88] C. W. Oates, F. Bondu, and L. Hollberg. All diode laser optical frequency standard based on laser trapped Ca atoms. *Eur.Phys. J. D*, 7 :449, 1999.
- [89] F. Loo *et al.* Investigations of a two-level atom in a magneto-optical trap. *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt*, 6 :81, 2004.
- [90] X. Xu *et al.* Dynamics in a two-level atom magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 66 :011401, 2002.

- [91] T. Chanelière, J.-L. Meunier, R. Kaiser, C. Miniatura, and D. Wilkowski. An extra-heating mechanism in Doppler-cooling experiments. *arXiv :physics*, 0412119, 2004.
- [92] T. Mukaiyama, H. Katori, T. Ido, Y. Li, and M. Kuwata-Gonokami. Recoil-limited laser cooling of  $^{87}\text{Sr}$  atoms near the fermi temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :113002, 2003.
- [93] J.-C. Baumert *et al.* Generation of blue cw coherent radiation by sum frequency mixing in  $\text{KTiOPO}_4$ . *Appl. Phys. Lett.*, 51 :2192, 1987.
- [94] J. J. Zondy. Comparative theory of walkoff-limited type-II versus type-I second harmonic generation with gaussian beams. *Opt. Commun.*, 81 :427, 1991.
- [95] B. Boulanger *et al.* Absolute measurement of quadratic nonlinearities from phase-matched second-harmonic generation in single KTP crystal cut as a sphere. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14 :1380, 1997.
- [96] K. R. Vogel. *Laser cooling on a narrow atomic transition and measurement of the two-body cold collision loss rate in a strontium magneto-optical trap*. PhD Thesis, University of Colorado, 1999.
- [97] I. Courtillot. *Première observation de la transition fortement interdite  $^1S_0 \longrightarrow ^3P_0$  du strontium pour une horloge optique à atomes piégés*. Thèse de doctorat, Paris VI, 2003.
- [98] W. D. Phillips and H. Metcalf. Laser deceleration of an atomic beam. *Phys. Rev. Lett.*, 48 :596, 1982.
- [99] F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich, and D. Meschede. High-brilliance Zeeman-slowed cesium atomic beam. *Phys. Rev. A*, 61 :013405, 1999.
- [100] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :2631, 1987.
- [101] L. Marcassa *et al.* Collisionnal loss rate in a magneto-optical trap for sodium atoms : light intensity dependence. *Phys. Rev. A*, 47 :R4563, 1993.
- [102] S. G. Porsev and A. Derevianko. Hyperfine quenching of the metastable  $^3P_{0,2}$  states in divalent atoms. *Phys. Rev. A*, 69 :042506, 2004.
- [103] D. J. Jones *et al.* Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, 288 :635, 2000.
- [104] A. Apolonski *et al.* Controlling the phase evolution of few-cycle light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :740, 2000.

- 
- [105] J. Ishikawa, F. Riehle, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé. Strong-field effects in coherent saturation spectroscopy of atomic beams. *Phys. Rev. A*, 49 :4794, 1994.
- [106] P. Lemonde *et al.* Proc. of Frequency Control Symposium, 1998.
- [107] G. Ferrari *et al.* Precision frequency measurement of visible intercombination lines of strontium. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :243002, 2003.
- [108] T. Ido *et al.* Precision spectroscopy and density dependant frequency shifts in ultra-cold Sr. *Phys. Rev. Lett*, 94 :153001, 2005.
- [109] G. zu Putlitz. Bestimmung des elektrischen Kerquadrupolmomentes des ungeraden stabilen Strontium-87-Kerns. *Z. Physik*, 175 :543, 1963.
- [110] F. Buchinger, R. Coriveau, and E. B. Ramsey. Influence of the N=50 shell closure on mean square charge radii of strontium. *Phys. Rev. C*, 32 :2058, 1985.
- [111] A. A. Celikov, A. M. Akulshin, V. L. Velichanski, and A. S. Zibrov. *Laser Physics*, 5 :739, 1995.
- [112] C. W. Bauschlicher, S. R. Langhoff, and H. Patridge. *J. Phys. B*, 18 :1523, 1985.
- [113] R. G. Brewer and E. L. Hahn. Coherent two-photon processes : transient and steady-state cases. *Phys. Rev. A*, 11 :1641, 1975.
- [114] G. Orriols. Nonabsorption resonances by nonlinear coherent effects in a three-level system. *Il Nuovo Cimento B*, 53 :1, 1979.
- [115] I. Courtillot *et al.* Accurate spectroscopy of Sr atoms. *à paraître*, arXiv :0410108, 2005.
- [116] J. E. Thomas *et al.* Observation of Ramsey fringes using a stimulated, resonance Raman transition in a sodium atomic beam. *Phys. Rev. Lett.*, 48 :867, 1982.
- [117] W. Demtröder. *Laser spectroscopy : basic concepts and instrumentation*.
- [118] T. Damour. String theory, cosmology and varying constants. *Atrophys. Space Sci.*, 283 :445, 2003.
- [119] S. G. Karshenboim. Some possibilities for laboratory searches for variations of fundamental constants. *Can. J. Phys.*, 78 :639, 2000.
- [120] T. Damour. Proc. of workshop on the scientific applications of clocks in space, 1996.
- [121] M. Fischer *et al.* New limits to the drift of fundamental constants for laboratory measurements. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :230802, 2004.

- [122] H. Marion *et al.* Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :150801, 2003.
- [123] K. R. Vogel *et al.* Direct comparison of two cold-atom-based optical frequency standards by using a femtosecond laser comb. *Opt. Lett.*, 26 :102, 2001.
- [124] M. Barsuglia. *Stabilisation en fréquence du laser et contrôle de cavités optiques à miroirs suspendus pour le détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO*. Thèse de doctorat, Paris XI, 1999.
- [125] G. D. Boyd and D. A. Kleinman. *J. Appl. Phys.*, 39 :3596, 1968.
- [126] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P.S. Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, 127 :1918, 1962.