



**HAL**  
open science

# ÉTUDE ET RÉALISATION DE MICRORÉSONATEURS EN TECHNIQUE LIGA-UV

Hicham Majjad

► **To cite this version:**

Hicham Majjad. ÉTUDE ET RÉALISATION DE MICRORÉSONATEURS EN TECHNIQUE LIGA-UV. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Franche-Comté, 2001. Français. NNT: . tel-00009998

**HAL Id: tel-00009998**

**<https://theses.hal.science/tel-00009998>**

Submitted on 29 Aug 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée à

L'U.F.R. DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

pour obtenir le

**GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ  
DE FRANCHE-COMTÉ**

**Spécialité : Sciences Pour l'Ingénieur**

## **ÉTUDE ET RÉALISATION DE MICRORÉSONATEURS EN TECHNIQUE LIGA-UV**

par

**Hicham MAJJAD**

**Soutenue le 5 novembre 2001 devant la commission d'Examen :**

|                    |                 |  |
|--------------------|-----------------|--|
| <b>Président</b>   | D. HAUDEN       | Directeur du LPMO, Professeur à l'Université de Franche-Comté      |
| <b>Rapporteurs</b> | A. BOSSEBOEUF   | Directeur de Recherche au CNRS, IEF, Université Paris XI           |
|                    | D. COLLARD      | Directeur de Recherche au CNRS, IEMN, Université Lille I           |
| <b>Examineurs</b>  | P. VIKTOROVITCH | Directeur de Recherche au CNRS, LEOM, Ecole Centrale de Lyon       |
|                    | P. DELOBELLE    | Ingénieur de Recherche au CNRS, LMARC, Université de Franche-Comté |
|                    | S. BASROUR      | Professeur à l'Université J. Fourier de Grenoble                   |

**Résumé :** Cette étude a pour but la conception de microrésonateurs basses fréquences réalisés par une technique de microfabrication collective : la LIGA-UV. Il est donc nécessaire dans un premier temps de connaître les propriétés mécaniques du matériau choisi pour la réalisation, à savoir le nickel obtenu par électroformage. On détermine donc le module de Young ainsi que l'amortissement interne du matériau grâce au plus simple des microrésonateurs à savoir une micropoutre encastrée-libre.

La démarche suivie lors de la phase de conception de ces microrésonateurs est la suivante : tout d'abord développer un modèle analytique qui permet de déterminer le maximum de paramètres géométriques. Ensuite, l'utilisation d'un modèle éléments finis, qui prend en compte plus de paramètres, permet d'affiner la géométrie grâce à des conditions aux limites proches de la réalité et de simuler le fonctionnement du microsystème.

Ainsi, cette démarche a été suivie par la réalisation et la caractérisation de microrésonateurs en nickel à mode de flexion dans le plan qui vibrent à 70 kHz. L'excitation et la détection se font par le biais de peignes interdigités. Les fréquences expérimentales sont confrontées aux résultats des simulations avec une corrélation très satisfaisante.

Enfin, un prototype de microrésonateur qui vibre à 6 MHz et dont l'originalité réside dans son mode de contour ou mode de Lamé a été réalisé. La vibration qui a lieu dans le plan a ses nœuds aux quatre coins et au centre de la plaque. L'excitation du microrésonateur se fait de manière électrostatique, quant à la détection elle se fait par l'intermédiaire d'un interféromètre laser hétérodyne. Les résultats ont montré un coefficient de qualité  $Q$  d'environ 1200 à l'air. Ce type de microrésonateur est le candidat idéal pour la réalisation d'un oscillateur intégré sous vide qui entraînerait une nette amélioration de ses performances mécaniques.

**Mots clés :** LIGA-UV, usinage chimique, nickel, électroformage, module de Young, coefficient de qualité, amortissement, modélisation, théorèmes énergétiques, mode de flexion, vibration de plaque, éléments finis, microrésonateurs capacitifs, peignes interdigités, mode de Lamé, interférométrie, microsystèmes

**Abstract:** The goal of this study is the design of low frequency microresonators realised by the UV-LIGA technique. In the first part of this work we focused our attention on the characterisation of mechanical properties of the electroplated nickel used in this microfabrication technique. The eigenfrequencies of a clamped microbeam obtained by LIGA technique lead us to the estimation of the Young's modulus and the internal damping coefficient of the material used.

The design of new microresonators was performed using an analytical model based on pure energetically method. Using this program several geometrical parameters have been deduced taking into account the typical design rules associated to the UV-LIGA technique performed at the LPMO. Some geometries have been refined with a finite element method. This 2-step approach reduces drastically the computation time.

We have proposed an in-plane flexural mode microresonators for acoustic frequencies, which vibrates at 70 kHz. The excitation and detection were made with comb drives. We have obtained a good correlation between the frequencies predicted by the models and the experimental results. The quality factor  $Q$  obtained at atmospheric pressure is 63.

Finally, we realized a RF capacitive microresonator, which vibrates at 6 MHz. The originality of this design is in its contour modes or Lamé-mode in a square plate. The 4 corners and the center of the plate are nodes of vibration. The excitation force of the device is capacitive but the vibration modes were detected with a heterodyne laser interferometer. The experimental results showed good agreement with the developed models. The experimental  $Q$  in air close to 1200 is significantly higher than conventional resonators. This kind of microresonators seems to be a good candidate to a full integrated oscillator.

**Keywords:** UV-LIGA, chemical etching, nickel, electroplating, Young's modulus, quality factor, damping, modelisation, energetically method, flexural mode, plate's vibration, finite elements, capacitive microresonators, comb drives, Lamé-mode, interferometry, MEMS

# SOMMAIRE

|  |           |
|--|-----------|
| <b>SOMMAIRE</b> .....  | <b>1</b>  |
| <b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....   | <b>5</b>  |
| <b>CHAPITRE I : LES MICRORESONATEURS ET LEURS APPLICATIONS</b> .....   | <b>9</b>  |
| I.1. INTRODUCTION .....  | 11        |
| I.2. LES MICRORESONATEURS DANS LES APPLICATIONS MEMS .....   | 13        |
| I.2.1. Introduction.....   | 13        |
| I.2.2. Principe de base.....   | 14        |
| I.2.3. La détection sans contact .....   | 14        |
| I.2.4. Les capteurs de pression .....  | 15        |
| I.3. LE FILTRAGE ELECTROMECHANIQUE .....   | 16        |
| I.3.1. Les premiers filtres électromécaniques.....   | 16        |
| I.3.2. Le filtrage par flexion de poutre hors plan.....  | 17        |
| I.3.2.1. Poutre métallique .....   | 18        |
| I.3.2.2. Poutre en silicium .....  | 18        |
| I.3.3. Le filtrage par microrésonateurs à peignes interdigités .....   | 20        |
| I.3.3.1. Architecture de base.....   | 20        |
| I.3.3.2. Optimisation de la bande passante par association de microrésonateurs .....   | 22        |
| I.3.3.3. Réalisation de l'accord en fréquence.....   | 23        |
| I.4. LES RESONATEURS A MODE DE LAME.....   | 25        |
| I.4.1. Application : oscillateur à facteur de qualité élevé dans le silicium.....  | 25        |
| I.4.2. Application : capteur de température ultrasensible issu du quartz.....  | 26        |
| I.4.3. Application : microrésonateur vibrant dans le domaine VHF .....   | 27        |
| I.5. CONCLUSIONS .....   | 29        |
| I.6. BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE I.....   | 31        |
| <b>CHAPITRE II : CARACTERISATION DU NICKEL UTILISE DANS LA TECHNIQUE LIGA POUR LA REALISATION DES MICRORESONATEURS</b> ..... | <b>33</b> |
| II.1. INTRODUCTION .....   | 35        |
| II.2. LA TECHNIQUE LIGA .....  | 35        |
| II.2.1. Les étapes du procédé.....   | 35        |
| II.2.2. Les nouvelles avancées dans le domaine des résines épaisses photosensibles .....                                     | 38        |
| II.2.3. L'électroformage .....   | 40        |
| II.3. LES TECHNIQUES DE CARACTERISATION MISE EN ŒUVRE AU SEIN DE L'IMFC.....   | 42        |
| II.3.1. Introduction.....  | 42        |
| II.3.2. Réalisation de micropoutres pour la caractérisation du nickel électroformé.....                                      | 42        |

|  |   |           |
|--|---|-----------|
| II.3.3.  | La rugosité.....  | 43        |
| II.3.4.  | La dureté.....  | 44        |
| II.3.5.  | Les contraintes internes.....   | 44        |
| II.3.6.  | Le module de Young.....   | 45        |
| II.3.7.  | Conclusion.....   | 46        |
| II.4.  | DETERMINATION DU MODULE D'YOUNG PAR UNE METHODE DYNAMIQUE.....  | 48        |
| II.4.1.  | Introduction.....   | 48        |
| II.4.2.  | Rappel sur la théorie des poutres vibrantes.....  | 49        |
| II.4.3.  | Matériels et dispositifs de mesure.....   | 53        |
| II.4.3.1.  | La sonde BMI.....   | 55        |
| II.4.3.2.  | La microscopie thermoélastique.....   | 56        |
| II.4.4.  | Résultats expérimentaux.....  | 58        |
| II.4.5.  | Recalage des fréquences expérimentales par optimisation des conditions d'encastrement réelles sur un modèle éléments finis..... | 61        |
| II.4.6.  | Discussion sur le coefficient de qualité dynamique du nickel.....   | 67        |
| II.4.6.1.  | Protocole de mesure.....  | 67        |
| II.4.6.2.  | Origine des pertes d'énergie dans une structure mécanique.....  | 68        |
| II.4.6.3.  | Analyse des résultats expérimentaux.....  | 71        |
| II.5.  | CONCLUSIONS.....  | 75        |
| II.6.  | BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE II.....  | 77        |
| <b>CHAPITRE III : LES MICRORESONATEURS A MODE DE FLEXION .....</b> |   | <b>81</b> |
| III.1.   | INTRODUCTION .....  | 83        |
| III.2.   | GEOMETRIE DU MICRORESONATEUR .....  | 84        |
| III.3.   | ETUDE PAR UNE METHODE ANALYTIQUE.....   | 86        |
| III.3.1.   | Les théorèmes énergétiques .....  | 86        |
| III.3.2.   | Les modes de résonance en flexion.....  | 89        |
| III.3.2.1.   | Modes de flexion en X et Y .....  | 89        |
| III.3.2.2.   | Mode de flexion en z.....   | 96        |
| III.4.   | OPTIMISATION DU MICRORESONATEUR PAR ELEMENTS FINIS .....  | 100       |
| III.4.1.   | Analyse modale .....  | 100       |
| III.4.2.   | Evolution des fréquences de résonance en fonction de différents paramètres.....   | 102       |
| III.5.   | FORCES ELECTROSTATIQUES DANS LES PEIGNES INTERDIGITES .....   | 106       |
| III.5.1.   | Théorie des champs électrostatiques dans les capacités.....   | 106       |
| III.5.1.1.   | Forces locales .....  | 108       |
| III.5.2.   | Application au microrésonateur à peignes interdigités .....   | 110       |
| III.6.   | REALISATION DU MICRORESONATEUR.....   | 111       |
| III.7.   | CARACTERISATIONS ELECTRIQUES PRELIMINAIRES .....  | 117       |
| III.7.1.   | Modèle électromécanique.....  | 117       |
| III.7.2.   | Application au filtrage électromécanique.....   | 119       |
| III.7.3.   | Essais préliminaires avec un système de micropointes.....   | 121       |
| III.8.   | CONCLUSIONS.....  | 124       |

|   |            |
|---|------------|
| III.9. BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE III .....   | 126        |
| <b>CHAPITRE IV : LES MICRORESONATEURS A MODE DE LAME .....</b>  | <b>127</b> |
| IV.1. INTRODUCTION .....  | 129        |
| IV.2. THEORIE DES MODES DE CONTOUR DANS UNE PLAQUE MINCE .....  | 130        |
| IV.2.1. Introduction.....   | 130        |
| IV.2.2. Résolution du problème.....   | 130        |
| IV.2.3. Microrésonateur de Lamé à 6 MHz.....  | 135        |
| IV.2.4. Etude des vibrations transversales d'une plaque.....  | 136        |
| IV.3. CONCEPTION PAR ELEMENTS FINIS .....   | 138        |
| IV.3.1. La fixation par poutres flexibles.....  | 138        |
| IV.3.2. La fixation par pavés croisés .....   | 138        |
| IV.4. REALISATION DES PROTOTYPES .....  | 142        |
| IV.4.1. Introduction.....   | 142        |
| IV.4.2. Procédé de réalisation des microrésonateurs par ouverture face arrière.....   | 142        |
| IV.4.3. Procédé de réalisation sur couche sacrifiée .....   | 146        |
| IV.5. PRINCIPE DE L'EXCITATION.....   | 150        |
| IV.5.1. Calcul de la force électrostatique.....   | 151        |
| IV.5.2. Couplage d'un signal continu et d'une composante harmonique .....   | 152        |
| IV.6. CARACTERISATION OPTIQUE DES MICRORESONATEURS .....  | 152        |
| IV.6.1. Protocole de mesure.....  | 152        |
| IV.6.2. Caractérisation des modes de flexion transverse.....  | 154        |
| IV.6.3. Le mode de Lamé .....   | 161        |
| IV.6.3.1. Caractérisation optique du mode .....   | 161        |
| IV.6.3.2. Calcul et mesure du déplacement à la résonance.....   | 162        |
| IV.6.3.3. Optimisation par éléments finis .....   | 165        |
| IV.6.3.4. Evolution du mode de Lamé avec les polarisations .....  | 167        |
| IV.6.4. Difficultés concernant les mesures électriques.....   | 169        |
| IV.7. CONCLUSIONS.....  | 169        |
| BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE IV .....   | 171        |
| <b>CHAPITRE V : CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES.....</b>  | <b>173</b> |
| <b>ANNEXES.....</b>   | <b>177</b> |
| ANNEXE III-1 : PROGRAMME MAPLE DE CALCUL DE LA RAIDEUR $K_z$ ET DE LA FREQUENCE DANS LA DIRECTION Z .....   | 179        |
| ANNEXE III-2 : PROGRAMME ANSYS POUR LE CALCUL DES FREQUENCES DE RESONANCE DU MICRORESONATEUR A PEIGNES INTERDIGITES .....                                       | 183        |
| ANNEXE IV-1 : CALCUL DES FREQUENCES DE RESONANCE DU MODE DE LAME .....  | 187        |
| ANNEXE IV-2 : CALCUL DU $\lambda$ DANS LA FORMULE DE WARBURTON .....  | 195        |
| ANNEXE IV-3 : PROGRAMME ANSYS POUR LE CALCUL DES FREQUENCES DE RESONANCE DU MICRORESONATEUR A MODE DE LAME AVEC DEUX ATTACHES ET UNE SECTION TRAPEZOÏDALE ..... | 197        |



INTRODUCTION

**GENERALE**





Dans cette étude on se fixe deux objectifs. Tout d'abord, nous voulons compléter et conforter la base de données concernant le nickel obtenu par électroformage, en déterminant le module de Young ainsi que l'amortissement interne du matériau par une méthode de caractérisation dynamique. Ces données sont nécessaires pour la conception et la simulation de nouveaux microsystèmes. Ces microsystèmes s'inscriront dans la problématique du pôle temps-fréquence du LPMO. Dans un second temps, cette étude concerne la conception et la réalisation de microrésonateurs basses fréquences par une technique de microfabrication collective : la LIGA. Deux types de microrésonateurs avec des architectures différentes ont été réalisés. Tout d'abord, des microrésonateurs à mode de flexion dans le plan qui vibrent dans la gamme du kilohertz. Ensuite, des microrésonateurs à mode de contour ou mode de Lamé dont les fréquences de résonance se situent au voisinage de 6 MHz.

La démarche suivie lors de la phase de conception de ces microrésonateurs est la suivante : tout d'abord développer un modèle analytique qui permet de déterminer l'influence d'un grand nombre de paramètres géométriques. Ensuite, l'utilisation d'une modélisation par éléments finis qui permet d'affiner la géométrie grâce à des conditions aux limites proches de la réalité et de simuler le fonctionnement du microsystème. La démarche faisant appel à un modèle analytique évite d'avoir recours de manière systématique aux éléments finis qui sont coûteux en temps.

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

] Le premier dresse l'état de l'art en ce qui concerne les microrésonateurs à mode de flexion et à mode de contour. On verra que les microrésonateurs à mode de flexion génèrent un véritable engouement dans la communauté scientifique travaillant dans le domaine des microsystèmes. Cela se traduit par la publication d'articles de plus en plus fournis et une complexité des architectures de plus en plus importante. Quant aux microrésonateurs à modes de contour (ou à mode de Lamé), leur intérêt principal provient de la géométrie du mode même. En effet, avec la vibration qui a lieu dans le plan, les quatre coins ainsi que le centre sont des nœuds de vibration. Ce type de microrésonateur est le candidat idéal pour une encapsulation sous vide conduisant à une nette amélioration de ses performances mécaniques.

- ] Le deuxième chapitre présente la technique et le matériau qui seront utilisés pour la réalisation des microrésonateurs. Dans un premier temps, nous ferons un rappel sur la technique que nous avons utilisée pour réaliser nos microrésonateurs : la LIGA, qui est déjà en phase industrielle. On présente ensuite dans ce chapitre tous les résultats concernant les propriétés mécaniques du nickel électroformé. On verra que l'Institut des Microtechniques de Franche-Comté à travers ces différents laboratoires a acquis de véritables compétences dans la caractérisation des matériaux en couches minces. Pour notre part nous avons complété ces différents travaux par une technique de caractérisation dynamique du module de Young du nickel grâce au plus simple des microrésonateurs, à savoir une poutre encastree-libre, ainsi qu'une évaluation du coefficient de qualité dans l'air de ce matériau, données nécessaires à la conception des futurs microrésonateurs.
- ] Le troisième chapitre traite de la conception, de la réalisation et de la caractérisation des microrésonateurs électrostatiques en nickel, à mode de flexion dans le plan réalisés par technique LIGA-UV et qui vibrent dans la gamme des centaines de kilohertz. On verra que grâce à une formulation analytique basée sur les théorèmes énergétiques, on peut faire une pré-étude qui permet de figer certains paramètres géométriques. Les paramètres ainsi obtenus sont ensuite introduits, dans un modèle éléments finis qui comporte plus de paramètres et qui représente la microstructure finale.
- ] Enfin, le quatrième chapitre aborde la réalisation par la technique LIGA-UV d'un prototype de microrésonateur qui vibre dans la gamme du mégahertz et dont l'originalité réside dans son mode de vibration : le mode de contour ou mode de Lamé. L'excitation du microrésonateur se fait de manière électrostatique, quant à la détection elle se fait par l'intermédiaire d'un interféromètre laser hétérodyne. A terme, l'objectif est de réaliser une électronique complète d'excitation et de détection capacitive.

**I. LES MICRORESONATEURS ET LEURS APPLICATIONS**

**CHAPITRE I**  
**LES MICRORESONATEURS ET LEURS**  
**APPLICATIONS**



## I.1. INTRODUCTION

L'objectif des technologies développées dans le cadre des microsystèmes est de réaliser des systèmes intelligents et rapides. Les premiers microsystèmes étaient composés de microstructures mobiles auxquels on rajoutait de l'électronique. En premier lieu, ils ont servi à deux types d'applications : les capteurs et les actionneurs. Alors que la microélectronique a fait des progrès fulgurants ces dernières années, les éléments d'actionnement et de détection (qui entourent cette microélectronique) utilisaient encore des techniques de fabrication dites conventionnelles. C'est pourquoi, les capteurs et surtout les actionneurs n'ont pas pu suivre le formidable développement de la microélectronique.

L'utilisation de technologies conventionnelles, pour la réalisation de ces capteurs et actionneurs, limite leur miniaturisation et la réduction des coûts. Néanmoins, il devient nécessaire de réaliser ces éléments par des technologies de fabrication en série pour assurer leur viabilité économique, comme c'est le cas en microélectronique. Par conséquent, différents procédés technologiques de fabrication collective ont été développés ces dernières années pour la réalisation de microsystèmes. Actuellement, ces systèmes combinent la microélectronique, la micromécanique voire la micro-optique.

Les capteurs micromécaniques sont souvent fabriqués par usinage anisotrope du silicium. Une des restrictions de cette technique est l'orientation cristallographique, qui définit la géométrie du dispositif final. Il faut donc l'intégrer dès la conception du microsystème. Quant aux actionneurs, qui dans beaucoup d'applications nécessitent des structures latérales libres, on utilise le micro-usinage de surface. Cependant, cette technique ne permet de réaliser des microstructures qu'avec des épaisseurs de quelques microns, ce qui constitue un gros handicap dans le cas des microactionneurs. Cependant, des techniques qui restent encore relativement coûteuses permettent d'obtenir des épaisseurs allant jusque 15  $\mu\text{m}$ . On peut citer le silicium sur isolant (SOI : Silicon On Insulator en anglais) ou le silicium polycristallin obtenu par croissance épitaxiale.

Aujourd'hui, toutes ces technologies qui ne cessent de progresser pour repousser leurs différentes limites (miniaturisation, intégration, coût, consommation...) ont un champ d'application de plus en plus large. Chaque progrès ouvre la voie vers un nouveau domaine d'applications. Parmi toutes les applications où les microsystèmes connaissent un réel succès et un potentiel croissant, on peut citer la micro-fluidique, la micro-optique (MOEMS), les microsystèmes dédiés à la biologie (BIO-MEMS)....

Dans les années à venir, il y a un domaine où les investigations des chercheurs laissent entrevoir une réelle perspective d'industrialisation, ce sont les microrésonateurs mis au point dans les centres de recherches et transférés dans des fonderies industrielles. En effet, les résonateurs réalisés à partir des techniques de fabrication collective développées dans le cadre des microsystèmes peuvent avoir diverses applications. L'association de plusieurs microrésonateurs permet de réaliser des filtres fréquentiels dans le domaine RF (radio fréquences) et IF (fréquences intermédiaires). A titre d'exemples, nous regroupons les différentes normes relatives aux applications radiofréquences dans le **Tableau I-1** [1].

| <i>Fréquences</i> | <i>Dénomination</i> | <i>Applications</i>            | <i>Normes</i>                  |
|-------------------|---------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 13,56 MHz         |                     | <b>Étiquettes sans contact</b> |                                |
| 31 MHz            |                     | <b>Téléphone sans fil</b>      | CT1 Baset                      |
| 48 - 49 MHz       |                     |                                | CT1 Handset                    |
| 134,2 MHz         |                     | <b>Télémetrie</b>              |                                |
| 315 MHz           |                     | <b>Portes et portières</b>     |                                |
| 434 MHz           |                     |                                |                                |
| 825 - 845 MHz     |                     | <b>Téléphone cellulaire</b>    | AMPS                           |
| 864 - 868 MHz     |                     | <b>Téléphone sans fil</b>      | CT2                            |
| 868 MHz           |                     | <b>Portes et portières</b>     |                                |
| 870 - 890 MHz     |                     | <b>Téléphone cellulaire</b>    | AMPS                           |
| 900 MHz           |                     |                                | AMPS, IS-136, EDGE             |
| 902 - 928 MHz     | Bande ISM           |                                |                                |
| 1,575 GHz         |                     | <b>Positionnement</b>          | GPS                            |
| 1,8 GHz           |                     | <b>Téléphone cellulaire</b>    | PCS, GSM, EDGE                 |
| 1,9 GHz           |                     |                                | PCS, EDGE                      |
| 2,2 GHz           |                     |                                | W-CDMA, UMTS, CDMA2000         |
| 2,4 GHz           | Bande ISM           | <b>Réseaux locaux</b>          | Bluetooth, HomeRF, IEEE 802.11 |
| 2,5 GHz           |                     | <b>Boucle locale</b>           |                                |
| 3,65 - 3,7 GHz    |                     |                                |                                |
| 5,2 GHz           | Bande U-II          | <b>Réseaux locaux</b>          |                                |
| 5,725-5,85 GHz    | Bande ISM           |                                |                                |
| 20 - 30 GHz       | Bande Ka            | <b>Boucle locale</b>           |                                |
| 28 GHz            |                     |                                |                                |
| 36 - 51,4 GHz     |                     |                                |                                |
| 38 GHz            |                     |                                |                                |
| 77 GHz            |                     | <b>Radar anticollision</b>     |                                |

**Tableau I-1** : Principales plages et standards radiofréquences [1].

On peut également envisager des applications d'un autre ordre tels que les accéléromètres ou les gyroscopes, lorsque la partie vibrante du microrésonateur est utilisée comme masse sismique. De même, si le microsystème est utilisé en mode statique, on obtient un translateur qui peut faire office de capteur de position dans certaines configurations.

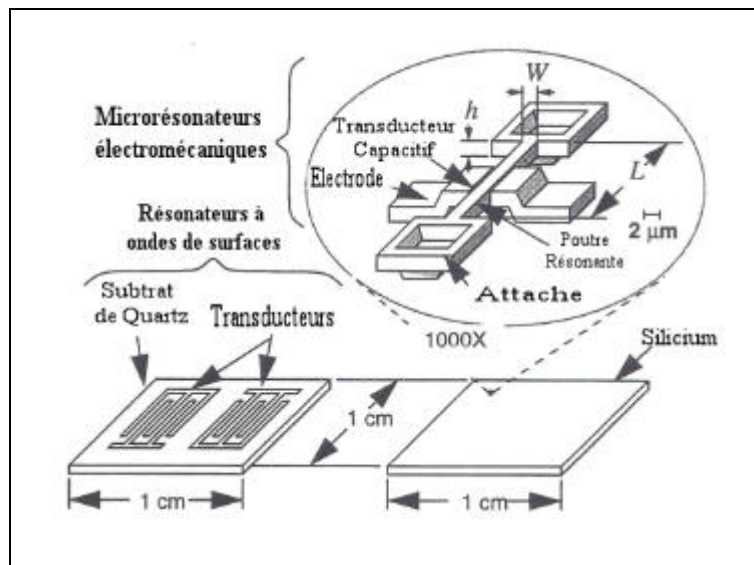
Dans ce premier chapitre, nous présentons un état de l'art sur l'utilisation des microrésonateurs, les techniques pour les réaliser, leurs caractérisations, ainsi que leurs performances.

## I.2. LES MICRORESONATEURS DANS LES APPLICATIONS MEMS

### I.2.1. Introduction

Actuellement, pour la réception hétérodyne, on utilise des résonateurs à ondes de surfaces sur quartz (SAW : Surface Acoustic Waves). On peut envisager de les remplacer dans les étages de réception, par des microrésonateurs.

Comme le montre l'exemple de la **Figure I-1**, la miniaturisation des composants est la principale motivation pour remplacer les SAW et les céramiques piézoélectriques (plusieurs  $\text{mm}^2$ ) par des systèmes micromécaniques équivalents (centaines de  $\mu\text{m}^2$ ).



**Figure I-1** : Comparaison des dimensions entre la technologie des résonateurs SAW actuels et la technologie des microrésonateurs électromécaniques [2].

Les composants que l'on cherche à remplacer sont :

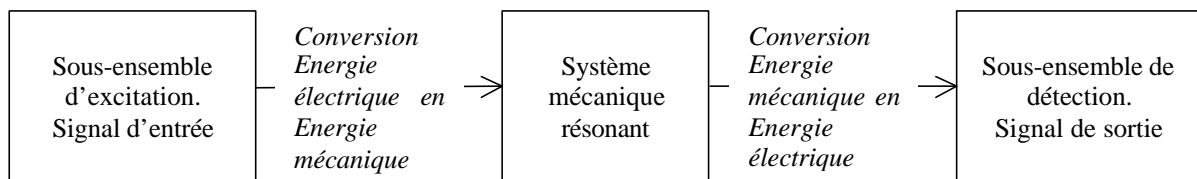
- ] Oscillateurs à faible bruit de phase et facteur de qualité élevé [10 MHz ; 2,5 GHz]
- ] Filtres IF [400 kHz ; 254 MHz]
- ] Filtres RF et filtres réjecteurs ayant une fréquence centrale dans la gamme [800 MHz ; 2,5 GHz]



### I.2.2. Principe de base

D'une manière générale, un microrésonateur est un système électromécanique composé de trois sous-ensembles ayant chacun une fonction (cf. **Figure I-2**). Tout d'abord, un premier sous-ensemble (ou étage) où l'on apporte de l'énergie au système sous forme électrique, ce qui constitue l'excitation.

Ensuite, on trouve le système mécanique résonant dont l'architecture est plus ou moins complexe en fonction de la réponse désirée, enfin un troisième sous-ensemble qui est chargé de détecter et de traiter le signal de sortie.

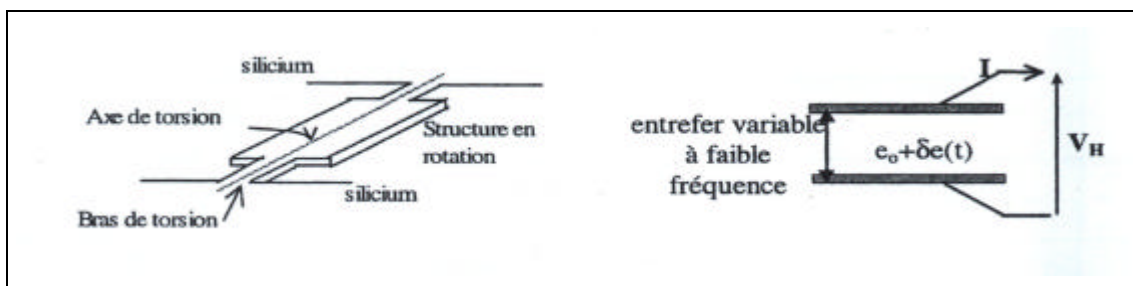


**Figure I-2** : Représentation schématique du fonctionnement d'un microrésonateur.

### I.2.3. La détection sans contact

Pour illustrer l'utilisation de MEMS en télé-alimentation dans le cadre d'une application d'étiquette sans contact, nous rapportons l'exemple d'un translateur de fréquence permettant la réémission des données issues des capteurs [3]. Cette fonction fait appel à un multiplieur analogique réalisé à l'aide d'un système à capacités micromécaniques variables, intégrées sur silicium et commandées par les données issues du capteur.

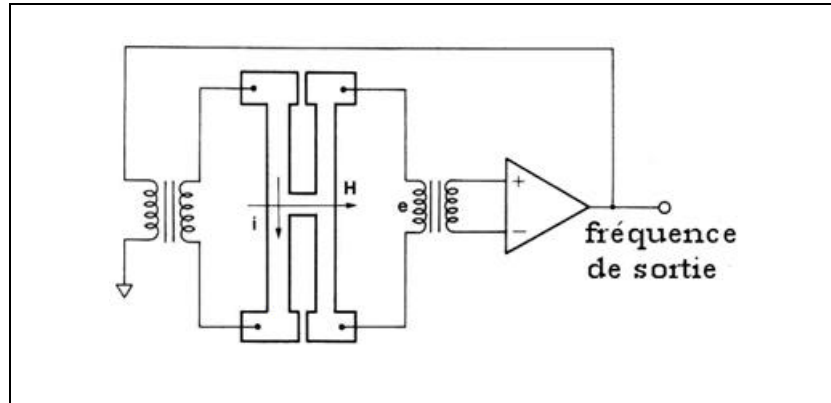
Le principe est fondé sur la modification de l'entrefer inter-électrodes de deux capacités en mouvement symétrique selon un mode de torsion. La commande basse fréquence  $V_B$  ( $f_B = 10$  kHz) liée au faible débit des données issues des capteurs entraîne la modification symétrique des capacités, ce qui module la porteuse hyperfréquence  $V_H$  (fréquence  $f_H$ ) servant à la rétro-modulation. Le schéma de principe est donné sur la **Figure I-3**.



**Figure I-3** : Principe de micro-capacités variables symétriques en torsion [3].

### I.2.4. Les capteurs de pression

Les microrésonateurs peuvent aussi servir de capteurs de pression en utilisant la variation de la fréquence de résonance du microrésonateur avec la pression. Ainsi, Ikeda et al. [4] ont conçu un capteur de pression, composé d'un diaphragme sur lequel sont positionnées deux jauges de contraintes résonantes. La jauge de contrainte, représentée sur la Figure I-4, consiste en un microrésonateur sous vide qui vibre en flexion avec quatre attaches.



**Figure I-4 :** Diagramme schématique de la jauge de contrainte résonante (longueur = 1,2 mm, épaisseur = 5  $\mu\text{m}$ ) [5].

La fréquence de résonance fondamentale du dispositif est donnée par :

$$\text{(Eq. I-1)} \quad f = \frac{4,73^2 h}{2\rho L^2} \left[ \frac{E}{12\rho} \left( 1 + 0,2366 \left( \frac{L}{h} \right)^2 e \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Avec :

$L$  = longueur du microrésonateur,

$h$  = épaisseur du microrésonateur,

$E$  = module de Young,

$\rho$  = densité,

$e$  = déformation.

La présence d'une pression sur le diaphragme entraîne un changement de la déformation qui modifie la fréquence de résonance du microrésonateur qui se situe à 39,5 kHz. La jauge est réalisée par croissance sélective épitaxiale sur un wafer de silicium. Quant au diaphragme il est réalisé par usinage anisotrope dans le KOH. L'assemblage se fait par soudure anodique.

Quant au principe de fonctionnement de la jauge, un aimant permanent crée un champ magnétique  $H$  perpendiculaire au courant alternatif  $i$  qui traverse le microrésonateur. Ce qui introduit des forces de Laplace qui font résonner le dispositif. Le microrésonateur est mis dans une boucle d'auto-oscillation pour maintenir l'amplitude de la résonance constante.

Avec un facteur de qualité  $Q$  de l'ordre de 50000 (grâce à l'encapsulation sous vide), on peut mesurer des pressions supérieures à 100 MPa. Les principaux avantages des capteurs de pression utilisant un microrésonateur sont :

- ┃ Une bonne stabilité
- ┃ Une sensibilité accrue
- ┃ Un coefficient de température assez faible.

### **I.3. LE FILTRAGE ELECTROMECHANIQUE**

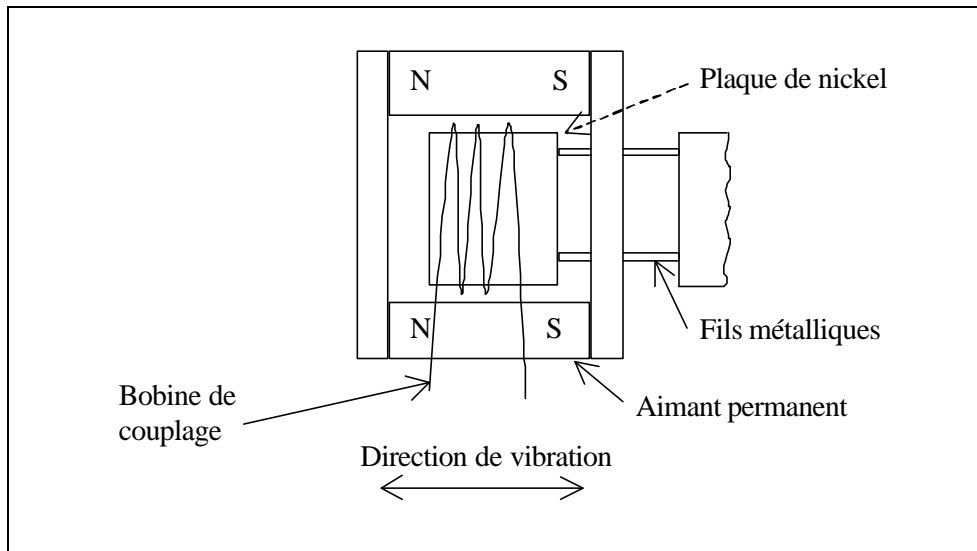
#### **I.3.1. Les premiers filtres électromécaniques**

Les premiers filtres électromécaniques apparaissent vers 1940. Un des premiers systèmes utilisant des résonateurs mécaniques dans une application de filtrage fréquentiel remonte à 1947.

Adler [6] a eu l'idée d'utiliser l'analogie bien connue entre un système électrique où une inductance, une capacité et une résistance sont équivalentes respectivement à une masse, une raideur et un amortissement dans un système mécanique.

Il réalise ainsi un filtre électromécanique à 455 kHz avec une largeur de bande de 9 kHz, pour les récepteurs radios. Le principe est de convertir un courant IF (fréquences intermédiaires) en vibration mécanique de même fréquence par effet magnétostrictif.

Ces vibrations mécaniques passent dans un système de plaques en nickel de taille millimétrique, reliées entre elles par des fils métalliques qui agissent comme des ressorts. La **Figure I-5** montre la plaque métallique qui se trouve à l'extrémité du dispositif.



**Figure I-5 :** Plaque de nickel magnétostrictive située à l'extrémité, magnétisée et reliée au circuit électrique par une bobine de couplage [6].

Cette structure a un rôle de filtre passe-bande pour les vibrations mécaniques. La largeur de la bande dépend de la conception de chaque section. Quant au nombre de plaques, plus il est important, et plus l'atténuation en dehors de la bande passante est importante.

A partir des années cinquante, les filtres mécaniques sont des composants utilisés dans le traitement du signal. Ils ont été utilisés là où faibles pertes, bonne stabilité et largeur de bande étroite étaient requises. Ainsi, le fer-nickel permet de fabriquer des résonateurs ayant des facteurs de qualité compris entre 10000 et 25000 sous vide.

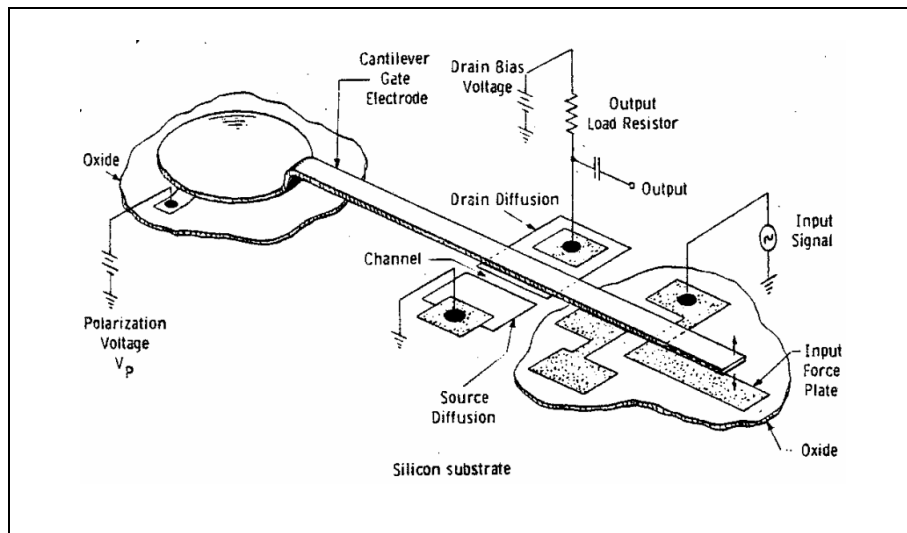
### **I.3.2. Le filtrage par flexion de poutre hors plan**

Si un filtre utilisant des structures micromécaniques pouvait être réalisé avec les mêmes procédés que ceux utilisés pour les circuits intégrés, alors beaucoup de leurs défauts pourraient être éliminés et leur miniaturisation serait alors envisageable.

L'introduction de filtres mécaniques dans les applications en fréquence audio a été possible par la réalisation de filtres à capacité variable intégrés et réalisés en technologie MOS. Avec les technologies CMOS et VLSI (Very Large Scale Integration), il devient possible d'intégrer des filtres à capacités variables avec d'autres blocs fonctionnels pour réaliser l'ensemble des microsystemes sur une même puce.

### I.3.2.1. Poutre métallique

Le premier "transistor à grille résonante" réalisé en 1966, fut un transistor à effet de champ avec une poutre vibrante en guise de grille [7]. La **Figure I-6** montre les différents éléments composant ce microrésonateur associé au signal d'entrée (Input signal) et au signal de sortie (Output).



**Figure I-6** : Représentation schématique du transistor à grille résonante [7].

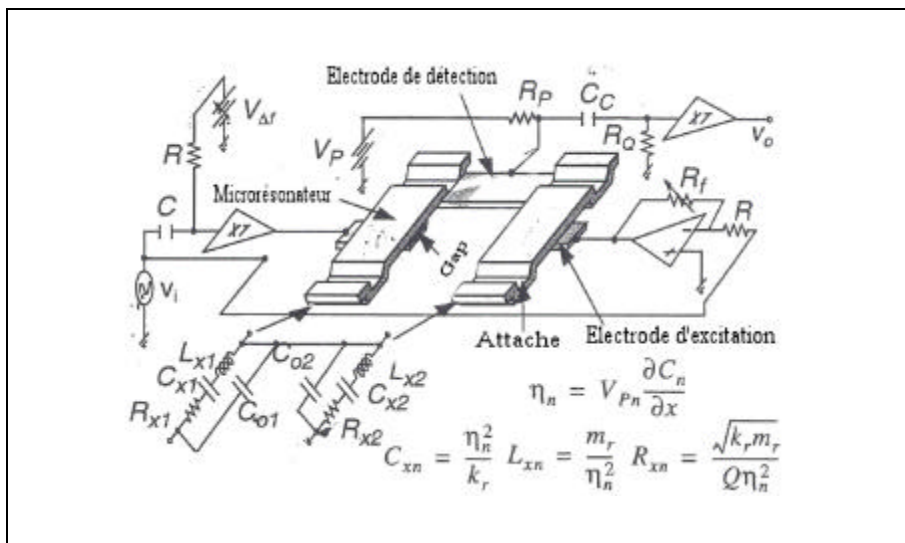
La poutre est excitée perpendiculairement au substrat de manière électrostatique. Les dimensions de la poutre métallique correspondent à une longueur de  $100\ \mu\text{m}$  pour une épaisseur allant de  $5\ \mu\text{m}$  à  $10\ \mu\text{m}$ . Avec un facteur de qualité  $Q$  de 500 pour une fréquence de  $5\ \text{kHz}$ , le projet fut abandonné à cause du faible facteur de qualité et du vieillissement du métal. De plus, la commande électrostatique non linéaire impose des contraintes sévères sur l'amplitude du signal entrant et sur la dynamique du filtre.

### I.3.2.2. Poutre en silicium

Cependant, le vrai développement des microrésonateurs se fera grâce à l'avènement des procédés de fabrication liés au silicium. En effet, grâce à ces technologies, on peut réaliser une intégration complète du microrésonateur et de l'électronique qui lui est associée. Ces procédés sont compatibles avec la technologie Métal Oxyde Semiconducteur Complémentaire CMOS (en anglais : **C**omplementary **M**etal **O**xide **S**emiconductor), et sont alors des candidats potentiels à l'intégration de l'électronique de commande (excitation) et de détection sur la puce du dispositif.

On conçoit aisément que pour augmenter la fréquence de résonance des microrésonateurs mécaniques, il suffit de diminuer leur masse donc leurs dimensions. La réalisation d'un microrésonateur en polysilicium dans le domaine du mégahertz a été envisagée et réalisée par différentes équipes de recherches.

Ainsi, Clark et *al* [8] ont réalisé un filtre composé de deux microrésonateurs ayant la même géométrie et la même fréquence de résonance. Le couplage de ces deux microrésonateurs se fait de manière électrique. Sur la **Figure I-7**, on peut remarquer que les microrésonateurs sont composés chacun d'une micropoutre ( $L = 30 \mu\text{m}$ ,  $w = 8 \mu\text{m}$ ,  $h = 2 \mu\text{m}$ ) en polysilicium dopé ( $\text{POCl}_3$ ).



**Figure I-7** : Schéma du filtre à microrésonateur parallèle avec son électronique d'excitation et de détection. Schéma électrique équivalent [8].

Les micropoutres sont parallèles, elles sont suspendues à 1000 angströms au-dessus des électrodes (ce qui constitue l'entrefer ou gap) et reliées entre elles par une électrode. On applique une tension de polarisation  $V_p$  (40 V) à travers une résistance  $R_p$  et un signal alternatif (AC) est appliqué à chaque résonateur ( $+v_i$  et  $-v_i$  à 5 mV). Le mode de résonance des micropoutres est un mode hors plan. La vibration génère un courant entre l'électrode commune et les microrésonateurs. Les courants sont additionnés et transformés en tension de sortie  $v_o$ .

Les performances de ce filtre sont une fréquence de coupure de 14,54 MHz avec un facteur de qualité de 1000 pour une pression de 23 mTorr. Les pertes d'insertions sont de 13 dB et le facteur de réjection de 24 dB. Les auteurs constatent que les pertes d'insertion sont

plus importantes que prévu par la théorie. De plus, il est difficile de contrôler les facteurs de qualité des microrésonateurs à l'aide de la résistance  $R_Q$ .

La cause de ces deux problèmes est la présence d'une capacité parasite en parallèle avec  $R_Q$ . La solution préconisée est d'apporter plus de précision au niveau de la fabrication et de prévoir une intégration totale du circuit électronique et des microrésonateurs.

### **I.3.3. Le filtrage par microrésonateurs à peignes interdigités**

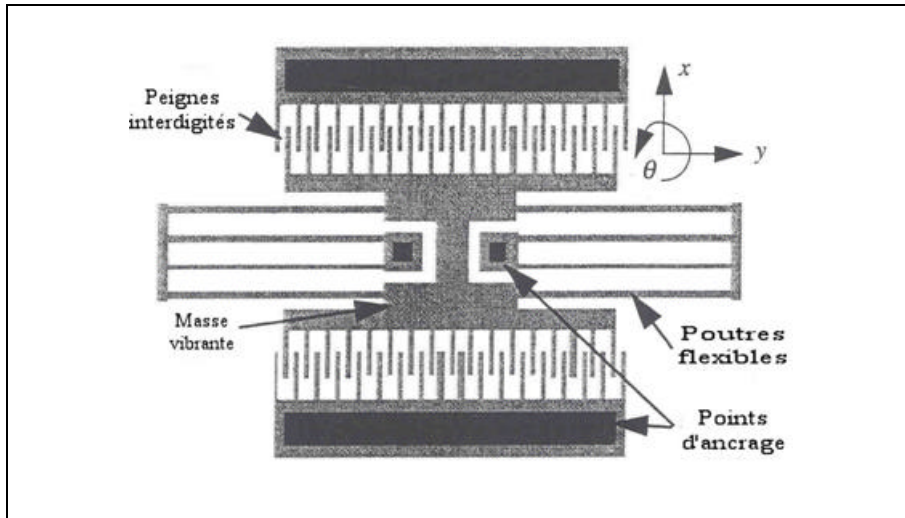
#### **I.3.3.1. Architecture de base**

Les avancées dans les procédés technologiques liés aux microtechniques, la conception et les matériaux ont ouvert le champ à la réalisation de filtre électromécanique. Les microrésonateurs réalisés en silicium polycristallin (polysilicium, matériau à faible perte), pilotés par des peignes interdigités électrostatiques (permettant une excitation linéaire) et suspendus par des poutres flexibles (large déplacement et raideur linéaire) sont très intéressants en tant que blocs dans les filtres électromécaniques. La **Figure I-8** montre un exemple de géométrie de ce type de microrésonateurs.

Le principal avantage des peignes interdigités électrostatiques est qu'ils fonctionnent comme des transducteurs électromécaniques linéaires si on applique une tension continue supérieure à la tension d'excitation (ac). De plus, ces microrésonateurs ont le gros avantage d'utiliser un mode de résonance dans le plan. Ils ont donc toutes les caractéristiques nécessaires à leur fonctionnement dans le plan (un seul niveau de masque). Ce qui permet de faire des modifications à la conception (pilotage différentiel), ouverture sous les peignes (pour limiter les phénomènes de lévitation) sans modifier le procédé de réalisation.

On peut donc dire que l'excitation électrostatique combinée à une détection capacitive est une approche intéressante pour les microrésonateurs en silicium grâce à la simplicité et la compatibilité avec les procédés de microfabrication. Néanmoins, les microrésonateurs à peignes interdigités ont un facteur de qualité qui ne dépasse pas 1000 à la pression atmosphérique à cause de l'amortissement de l'air.

Pour des applications de filtrage, il est nécessaire d'avoir des facteurs de qualité supérieurs à 10000, d'où la nécessité de réaliser des encapsulations sous vide des microrésonateurs. Cette opération est possible mais très délicate à cause de la surface importante du microrésonateur et de la souplesse des poutres de suspension. La géométrie (cf. **Figure I-8**) la plus répandue pour ce type de microrésonateur, est celle introduite par Tang et *al* [9].



**Figure I-8 :** Schéma du microrésonateur à peignes interdigités à poutres flexibles [9].

On conçoit le microrésonateur de telle sorte que le mode fondamental de résonance soit un mode de vibration dans le plan (i.e. direction  $x$ ). Pour cela, il faut rendre les poutres flexibles les plus souples possibles dans la direction de vibration. La technologie utilisée pour réaliser ce microrésonateur est une technologie à base de silicium polycristallin.

Sur la **Figure I-9**, on montre schématiquement les différentes étapes du procédé de réalisation.

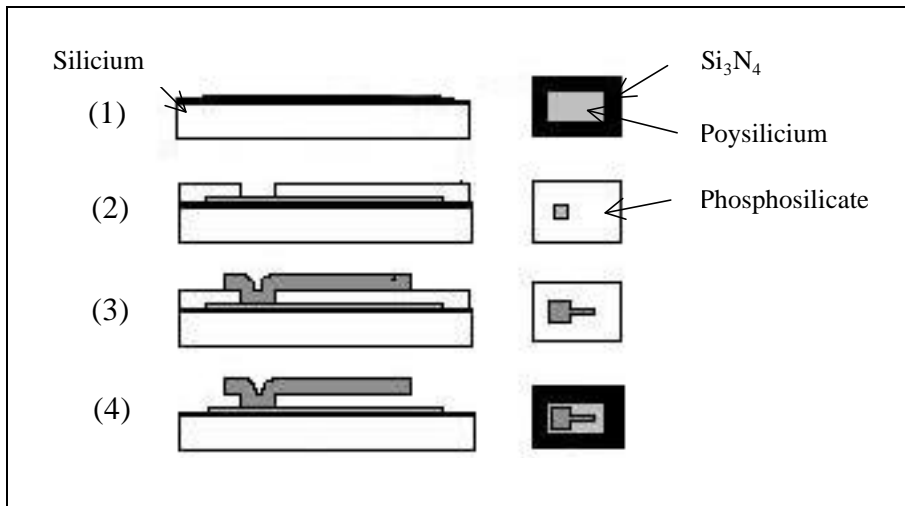
Tout d'abord, une couche de nitrure de silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) est déposée sur un substrat en silicium, ce dépôt assure une isolation électrique. Sur ce dépôt, on vient rajouter une couche mince de polysilicium que l'on recouvre d'une couche sacrificielle de  $2\ \mu\text{m}$  de verre phosphosilicate (PSG) (étape 1).

Dans cette couche sacrificielle, on fait des ouvertures pour les contacts électriques dans le polysilicium (étape 2).

Ces contacts électriques servent aussi de points d'attaches mécaniques au microrésonateur. Enfin, on dépose une nouvelle couche de polysilicium de  $2\ \mu\text{m}$  (le microrésonateur) (étape 3).

Une gravure humide dans l'acide fluorhydrique (HF) dissout la couche sacrificielle de verre phosphosilicate et libère ainsi le microrésonateur. On obtient finalement un microrésonateur suspendu à  $2\ \mu\text{m}$  au-dessus d'un plan de masse en polysilicium (étape 4).

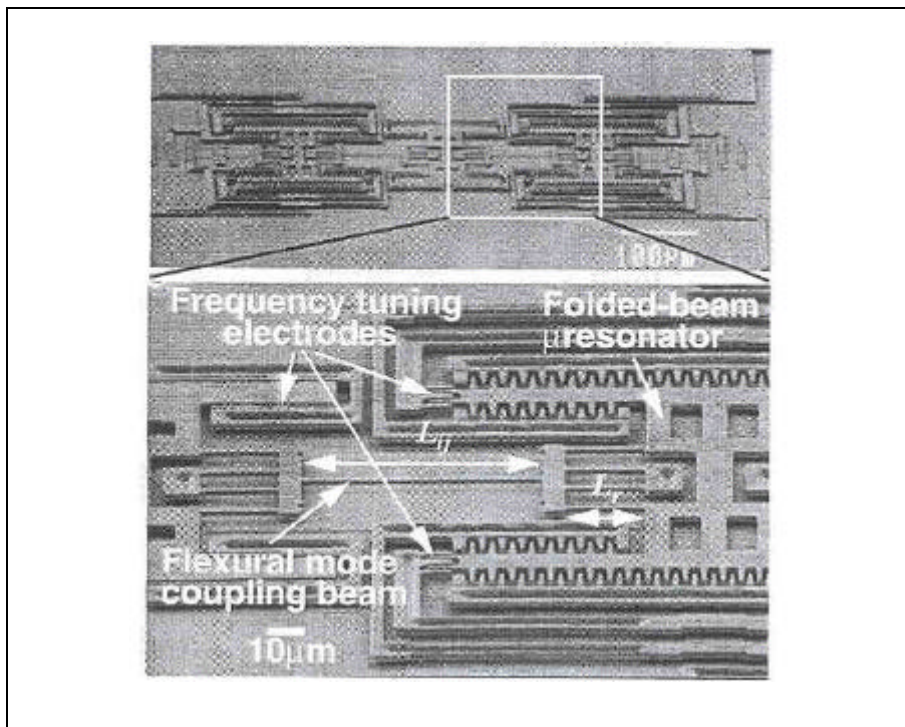




**Figure I-9** : Schéma du procédé de réalisation des microrésonateurs en polysilicium [9].

### I.3.3.2. Optimisation de la bande passante par association de microrésonateurs

Plusieurs auteurs ont travaillé à partir de l'architecture de ce type de microrésonateurs. Wang et *al* [10] ont réalisé un filtre électromécanique du troisième ordre ayant une fréquence centrale à 300 kHz pour des applications dans la réception hétérodyne. Ils ont réalisé ce filtre (cf. **Figure I-10**) en associant trois microrésonateurs en série à l'aide de poutres ayant une certaine souplesse gérant la largeur de la bande passante du filtre.



**Figure I-10** : Image et détail avec le MEB du filtre électromécanique à 300 kHz [10].

La conception à base de poutres suspendues permet de limiter l'influence des contraintes résiduelles présentes dans le matériau. Les suspensions étant libres du substrat elles ont la possibilité de relaxer les contraintes. Les microstructures suspendues sont portées à un potentiel de 150 V, alors que les parties fixes sont alimentées par une tension alternative de 77,6 V.

Néanmoins, il est nécessaire d'adjoindre du traitement électronique pour supprimer la forme en dent de scie (oscillations) de la réponse dans la bande non coupée. Les pertes d'insertion sont de 3 dB avec un facteur de qualité  $Q$  de 25000 pour une pression de 40 mTorr ( $Q = 590$  à la pression atmosphérique).

### I.3.3.3. Réalisation de l'accord en fréquence

Lors de la réalisation d'un microrésonateur, le principal objectif est la fréquence de résonance définie lors de la conception du dit dispositif. Néanmoins, les incertitudes dues aux procédés de fabrication sont toujours présentes, ce qui tend à modifier la fréquence de résonance du microrésonateur. Une des solutions pour remédier à ce problème est de pouvoir modifier légèrement la fréquence du microsystème après sa fabrication, de sorte à pouvoir l'ajuster sur la fréquence désirée.

Il faut donc accorder la fréquence en jouant sur les paramètres extérieurs au système tel que la tension d'alimentation. Lee et al [11] ont réalisé un microrésonateur à base de peignes interdigités ayant une géométrie triangulaire (la longueur des peignes varie linéairement). On voit sur la **Figure I-11**, le schéma du dispositif. Le principe du déplacement de la fréquence propre du système repose sur la variation de la force électrostatique  $F_e$  dans les peignes, qui peut s'écrire :

$$\text{(Eq. I-2)} \quad F_e = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right) V_n^2 = \frac{e t H}{p s B} (b + x) V_n^2$$

Avec :

$e$  = contrainte interne,

$t$  = épaisseur,

$H$  = distance entre les deux doigts situés à l'extrémité du peigne fixe,

$b$  = distance d'insertion initiale,

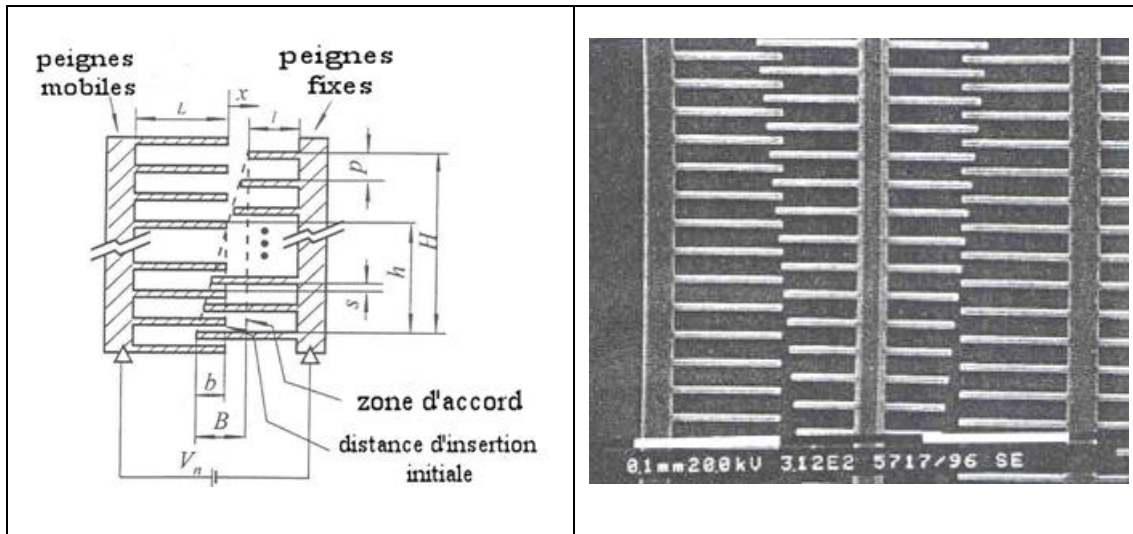
$V_n$  = tension d'accord,

$p$  = distance séparant deux doigts d'un même peigne,

$s$  = entrefer séparant les peignes fixes et mobiles,

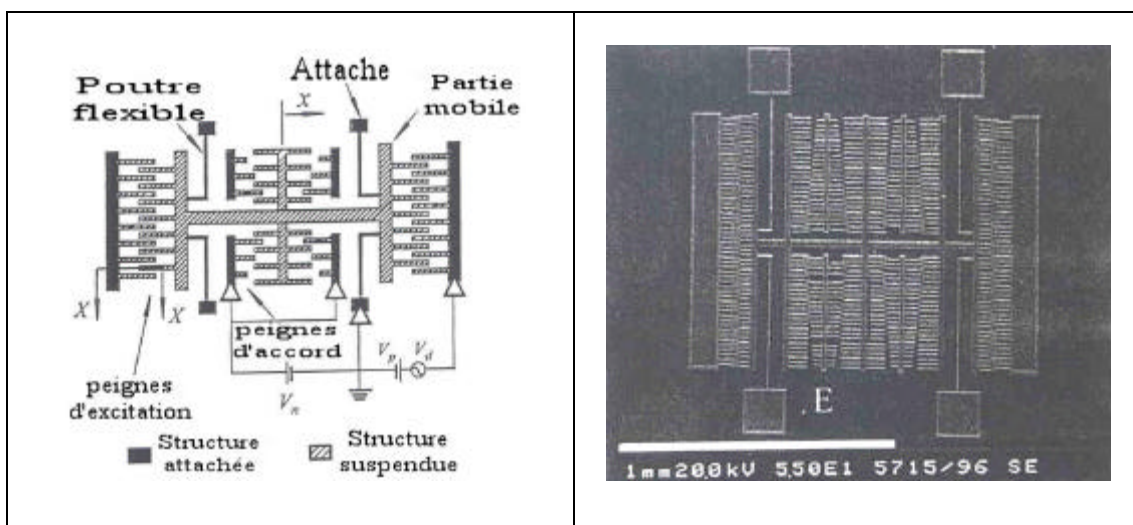
$B$  = distance sur laquelle se fait l'accord,

$x$  = déplacement des peignes mobiles.



**Figure I-11** : Peignes interdigités avec variation linéaire de la longueur des doigts permettant de réaliser l'accord de fréquence [11].

En faisant varier la force électrostatique (à  $V_n$  : tension d'accord constante) d'une manière linéaire, on modifie la raideur des bras. Ainsi grâce à ce dispositif, le microrésonateur de la **Figure I-12** réalisé en silicium polycristallin voit sa fréquence de résonance évoluer de 2420 Hz à 2340 Hz, soit une variation de 3,3 %, lorsque la tension d'accord passe de 0 à 20 V (tension de polarisation  $V_p = 25$  V et d'excitation  $V_d = 5$  V). Ce microrésonateur a une épaisseur de  $3,3 \mu\text{m}$  pour une surface d'environ  $1 \text{ mm}^2$ .



**Figure I-12** : Schéma et photo MEB du microrésonateur électrostatique à fréquence accordable utilisant les peignes interdigités triangulaires [11].

On peut également réaliser l'accord en fréquence en utilisant l'effet électrothermique. Pour cela, on fait passer un courant dans la structure, la montée en température obtenue par effet joule modifie les propriétés mécaniques et les paramètres géométriques, ce qui permet de déplacer la fréquence.

## **I.4. LES RESONATEURS A MODE DE LAME**

### **I.4.1. Application : oscillateur à facteur de qualité élevé dans le silicium**

Le premier résonateur utilisant le mode de Lamé que l'on trouve dans la littérature est celui réalisé à l'ONERA [12]. Le mode de Lamé fait partie d'une famille de modes de vibration de plaques fines appelés modes de contours. Ces modes de vibrations de plaque sont sensibles aux symétries qu'offre le système étudié ainsi qu'à ses caractéristiques mécaniques. Ils sont donnés par la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles associé à des conditions aux limites (cf. chapitre IV).

Seul le mode de Lamé est aujourd'hui donné par une solution analytique exacte. Il est donc intéressant de réaliser des résonateurs utilisant ce mode de résonance qui ne dépend que des dimensions latérales de la plaque vibrante. Les principaux avantages de ce mode de vibration sont :

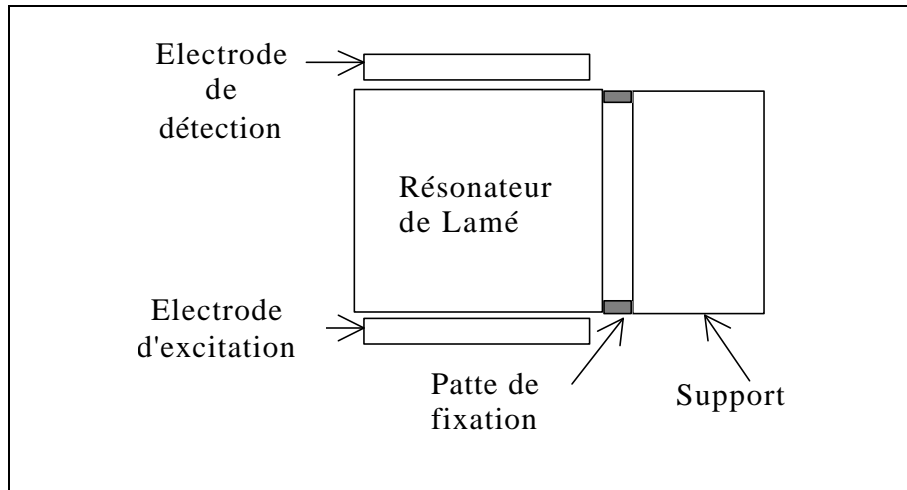
- ] Les modes sont dans le plan.
- ] Les quatre coins de la plaque et le centre sont des nœuds (déplacement nul, perte d'énergie minimale).
- ] Une formulation analytique qui s'exprime de manière simple en fonction d'un paramètre géométrique (coté de la plaque) et d'un paramètre physique (célérité de l'onde dans le matériau).

Une étude plus détaillée du mode de Lamé sera faite au chapitre IV. Le résonateur étudié à l'ONERA dans le cadre de la thèse de M. Henriët [12] est composé d'une plaque carrée de silicium reliée à un support par deux poutres parallèles prolongeant un côté. La **Figure I-13** représente un schéma du microrésonateur. Un jeu d'électrodes disposées de chaque côté de la plaque permet de créer et de détecter le mode de vibration par effet capacitif.

Ce résonateur possède des dimensions millimétriques autorisant l'utilisation de moyens de fabrication plus classiques que ceux utilisés dans les microsystèmes. L'ensemble de la structure a pu donc être réalisée par usinage ultrasonore. Ainsi, le système possède les

dimensions suivantes : la plaque centrale est un carré de 14 mm de côté, les pattes de fixation mesurent 2,3 mm de long pour une largeur de 0,3 mm et le support est un rectangle de 14 mm sur 6,7 mm. L'ensemble du dispositif a une épaisseur de 2 mm.

La fréquence du premier mode de Lamé de cette plaque est à 295 kHz. Ce système présente un facteur de qualité  $Q$  de  $3.10^6$  à température ambiante pour une pression de 1 mBar.



**Figure I-13** : Schéma du résonateur à mode de Lamé de l'ONERA [12].

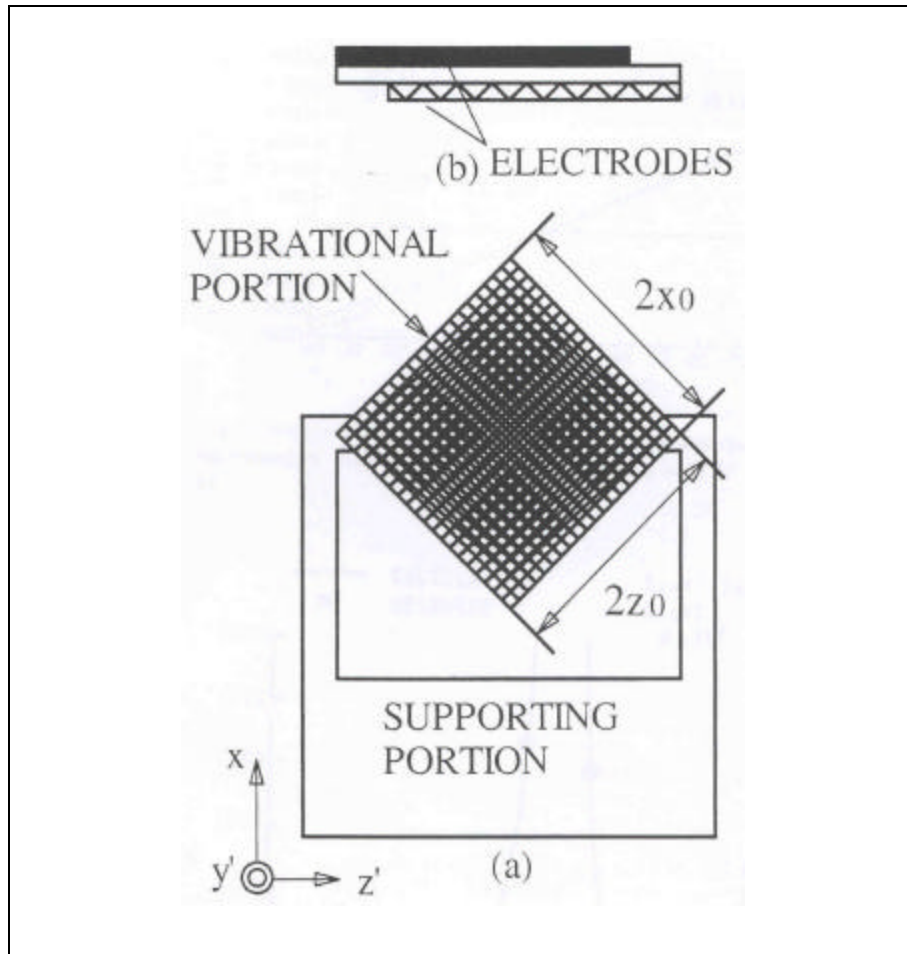
L'application pratique de ce type de résonateur est la réalisation d'un oscillateur fonctionnant à une fréquence de 227 kHz. En utilisant un résonateur thermostaté à 45 °C, ses performances en stabilité de fréquence sont de l'ordre de  $10^{-8}$  pour des temps de mesure de 1000 secondes.

#### **I.4.2. Application : capteur de température ultrasensible issu du quartz**

Le mode de Lamé est aussi utilisé pour réaliser des résonateurs usinés dans des cristaux de quartz. On utilise les propriétés thermiques du quartz pour réaliser des capteurs de température très sensibles. En effet, la réponse en fréquence des quartz, en fonction de la température est très rapide. Ainsi Kanie et al [13] ont réalisé un capteur de température avec un quartz (angles de coupe  $\theta = 45^\circ$  et  $\phi = 45^\circ$ ) inséré dans un tube, utilisant un mode de Lamé à une fréquence de 3 MHz.

La **Figure I-14** montre la partie vibrante et la méthode utilisée pour la fixer sur son support ainsi que les électrodes pour alimenter le quartz. On voit que le résonateur est attaché par deux coins qui sont des nœuds de vibration (déplacement nul) afin de minimiser les pertes

d'énergie. Les dimensions de la plaque de quartz sont une longueur et une largeur de 1,2 mm, pour une épaisseur de 55  $\mu\text{m}$ .



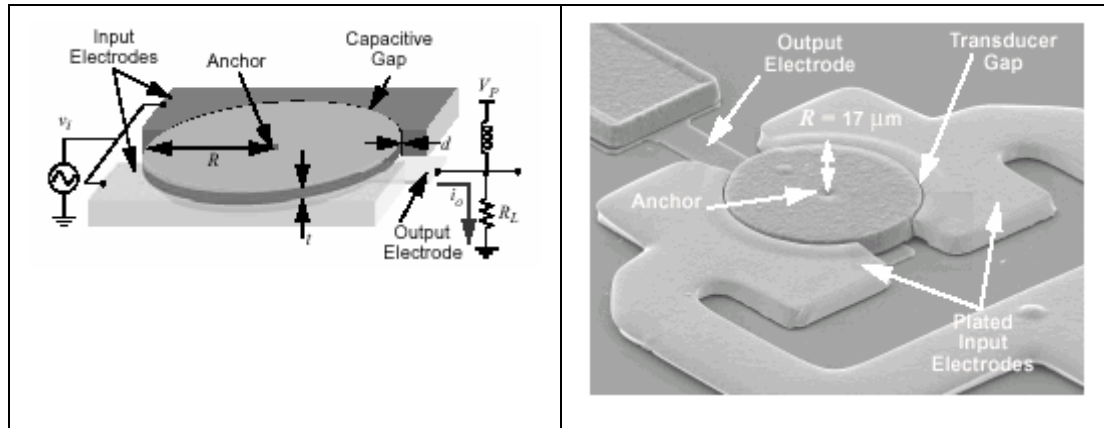
**Figure I-14 :** Résonateur en cristal de quartz à mode de Lamé. (a) support et résonateur  $2x_0 = 2z_0 = 1,2 \text{ mm}$ , (b) électrodes du résonateur [13].

Les caractéristiques de ce résonateur conduisent à un coefficient de qualité  $Q$  de 25000. Les coefficients de sensibilité à la température du premier ordre  $\alpha$  et du second ordre  $\beta$  pour les angles de coupe utilisés sont respectivement de  $39,9 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  et environ 0. Les paramètres du circuit électrique équivalent à ce résonateur à mode de Lamé sont une résistance  $R_1 = 551 \Omega$  associée une inductance motionnelle  $L_1 = 0,75 \text{ H}$ .

### I.4.3. Application : microrésonateur vibrant dans le domaine VHF

La combinaison de deux technologies que sont l'usinage de surface du polysilicium et l'électrodéposition ont permis à Clark et al de réaliser un résonateur à mode de contour qui vibre à 156 MHz [14]. On voit sur la **Figure I-15** le schéma du dispositif ainsi qu'une photo MEB de la réalisation. La partie vibrante est composée d'un disque de polysilicium de 34  $\mu\text{m}$  de diamètre et une épaisseur de 2  $\mu\text{m}$ . Les électrodes en métal (non mentionné) ont été

réalisées en utilisant un dépôt électrolytique. Une couche sacrificielle d'oxyde déposée chimiquement à faible pression (LPCVD) permet de réaliser un entrefer de  $1000 \text{ \AA}$  entre les électrodes et le disque. Le disque maintenu au centre par une attache, est suspendu au-dessus du substrat (entrefer de  $5000 \text{ \AA}$ ) par la même technique de couche sacrificielle d'oxyde.



**Figure I-15** : Schéma illustrant la méthode d'excitation du microrésonateur à mode de contour dans un disque vibrant à 156 MHz. Photo du dispositif réalisé [14].

Les microrésonateurs ont été testés dans une enceinte sous vide à une pression de  $50 \mu\text{Torr}$ . Les résultats obtenus conduisent à un coefficient de qualité de 9400 à une fréquence de 156 MHz pour une tension de polarisation  $V_p$  de 35 V. L'objectif étant d'augmenter les fréquences de résonance pour atteindre 900 MHz tout en maintenant le même coefficient de qualité pour des applications de type sélecteur de canaux RF dans les appareils de télécommunications GSM.

## I.5. CONCLUSIONS

Dans ce premier chapitre nous avons présenté quelques types de microrésonateurs qui se distinguent essentiellement par le mode de résonance et la plage de fréquence d'utilisation. Dans la majorité des cas l'excitation ainsi que la détection utilisent un principe capacitif. En premier lieu, on présente les microsystèmes fonctionnant dans la gamme du kilohertz et présentant une flexion dans le plan comme mode de vibration. Essentiellement réalisés en silicium polycristallin, ces microrésonateurs peuvent émerger en tant que filtres électromécaniques, ce qui permettra à terme de remplacer les filtres passifs discrets par des résonateurs intégrés.

Ensuite, nous avons présenté les microrésonateurs à mode de Lamé qui présentent de réels atouts de simplicité quant à la phase de conception comme nous le verrons au chapitre IV.

Les microrésonateurs fabriqués dans le cadre des technologies MEMS présentent de réelles perspectives en terme de développement et d'industrialisation. Pour cela il est nécessaire de maîtriser au mieux les techniques de réalisation collective afin de minimiser les coûts.

Dans le **Tableau I-2**, on récapitule les caractéristiques des principaux microrésonateurs que nous avons cité dans ce premier chapitre. On remarque que l'excitation la plus souvent utilisée est de type capacitif. Quant aux matériaux utilisés, il en ressort que le silicium est le matériau le plus usité. La principale raison est la bonne connaissance des propriétés physiques et mécaniques ainsi qu'une bonne expertise dans les procédés d'usinage. La principale application de ces microrésonateurs relève essentiellement du filtrage.

En ce qui concerne les applications industrielles, elles sont réelles puisque la société Raytheon a développé un filtre RF à base de relais réalisés en utilisant les technologies MEMS. La société annonce des performances comparables voire meilleures que les filtres RF standard à base de diode PIN en terme de perte d'insertion totale (0,8 dB à 1 dB). Ces filtres d'une puissance de 25 watts sont accordables dans quatre sous-bandes du spectre VHF, allant de 44 MHz à 56 MHz [15].

La maîtrise des procédés de réalisation passe inévitablement par une très bonne connaissance des matériaux utilisés. En l'occurrence dans notre cas, le matériau utilisé est le nickel obtenu par électroformage. Etant donné les échelles mises en jeu dans les MEMS, on sait que les propriétés des matériaux en couche mince diffèrent des propriétés du matériau massif. De plus, les forces surfaciques ne sont plus négligeables devant les composantes



volumiques. Il faut donc une caractérisation précise des propriétés mécaniques des matériaux. Cette étude fera l'objet du chapitre suivant.

| Auteurs             | Matériau     | Procédé de réalisation                 | Longueur ( $\mu\text{m}$ )<br>W (largeur $\mu\text{m}$ )<br>épaisseur ( $\mu\text{m}$ ) | Fréquence de vibration (kHz) | Mode de résonance    | Excitation Détection | Application                   |
|---------------------|--------------|--|---|------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------|
| Bazin et al [3]     | Silicium     | Usinage chimique<br>Soudure anodique   | L = 2500<br>W = 1440<br>e = 15  | 11,5                         | Torsion              | Capacitive           | Translateur de fréquence      |
| Adler [6]           | nickel       | Usinage                                | millimétrique   | 455                          | Mode de plaque       | Magnéto-strictif     | Filtrage                      |
| Nathanson et al [7] | Or           | Electro-déposition                     | L = 100<br>e = 10   | 5                            | Flexion hors plan    | Capacitive           | Transistor à grille résonante |
| Lee et al [11]      | Polysilicium | LPCVD<br>RIE profonde<br>Usin. chimiq. | L = 1000<br>W = 1000<br>e = 3,3   | 2,42                         | Flexion dans le plan | Capacitive           | Filtrage                      |
| Henriet [12]        | Silicium     | Usinage ultrasonore                    | L = 140000<br>W = 14000<br>e = 2000   | 240                          | Lamé                 | Capacitive           | Oscillateur                   |
| Kanie et al [13]    | Quartz       | Usinage chimique                       | L = 1200<br>W = 1200<br>e = 50  | 3000                         | Lamé                 | Piézoélectrique      | Capteur de température        |

**Tableau I-2 :** Récapitulatif des propriétés de quelques microrésonateurs.

## **I.6. BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE I**



**CHAPITRE II**

**CARACTERISATION DU NICKEL**

**UTILISE DANS LA TECHNIQUE LIGA**

**POUR LA REALISATION DES**

**MICRORESONATEURS**



## II.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons étudier les propriétés mécaniques du nickel obtenu par électroformage, matériau que nous utiliserons pour la réalisation des microrésonateurs. Dans un premier temps nous décrirons la technique LIGA qui a été utilisée pour réaliser les éprouvettes d'essai et les microrésonateurs. Nous nous focaliserons sur une des étapes importantes de cette technologie : l'électroformage. En ce qui concerne la caractérisation du nickel, nous rappellerons les techniques mises en œuvre au sein de l'Institut des Microtechniques de Franche-Comté (IMFC) et les résultats obtenus précédemment.

Ces techniques de caractérisation ont permis de déterminer les principales propriétés mécaniques du nickel que sont les contraintes internes, la dureté, la limite d'élasticité, la rugosité et le module de Young  $E$  [16]. Pour notre part, nous avons complété cette étude par une caractérisation dynamique de  $E$ . Ainsi, nous avons utilisé une méthode de caractérisation optique, qui permet de remonter au module de Young à partir des fréquences de résonance de micropoutres.

## II.2. LA TECHNIQUE LIGA.

### II.2.1. Les étapes du procédé

Dans le domaine des microsystèmes, les exigences en termes de résolution sub-millimétrique sont de plus en plus draconiennes. Ces dernières années de nombreux procédés ont été développés ou sont en cours de développement [17]. La technique qui nous intéresse et qui est une des plus prometteuse en matière de réalisation collective de microstructures tridimensionnelles est la LIGA.

La LIGA acronyme allemand pour LITHographie GALvanoformung ABformung, est basée sur la combinaison de trois étapes successives :

- 】 la lithographie permet de dupliquer les motifs d'un masque dans des résines épaisses
- 】 l'électroformage de nickel pour l'obtention d'un moule
- 】 et finalement, la duplication des microstructures par une méthode de moulage qui favorise la production de masse et à bas coût.

Le diagramme synoptique de la **Figure II-1** décrit les différentes phases du procédé.

En fait, on peut parler de techniques LIGA au pluriel, car celles-ci utilisent un rayonnement qui peut-être de type X ou UV. La première des techniques LIGA mettait en œuvre en jeu un rayonnement X. Elle a été mise en œuvre par le centre de recherche nucléaire

de Karlsruhe (FZK) [18]. Ce procédé de fabrication utilise un rayonnement X-dur issu d'un synchrotron, qui permet d'insoler des résines très épaisses (plusieurs millimètres) avec un facteur de forme (rapport hauteur/largeur) très important (environ 100). Cette première étape permet d'obtenir un moule de résine, dans lequel on fait croître différents type de matériaux par électroformage.

Le principe du procédé LIGA [19] peut être décrit indépendamment de la nature de la source de photons utilisée. Les Rayons X issus du Rayonnement Synchrotron, faiblement divergents et très énergétiques, seront utilisés pour insoler des épaisseurs de résine supérieures à 100  $\mu\text{m}$  (LIGA-X), tandis que les U.V. (dont la source est une lampe à mercure à haute pression) permettent d'insoler des résines d'épaisseur autour de 100  $\mu\text{m}$  (LIGA-UV).

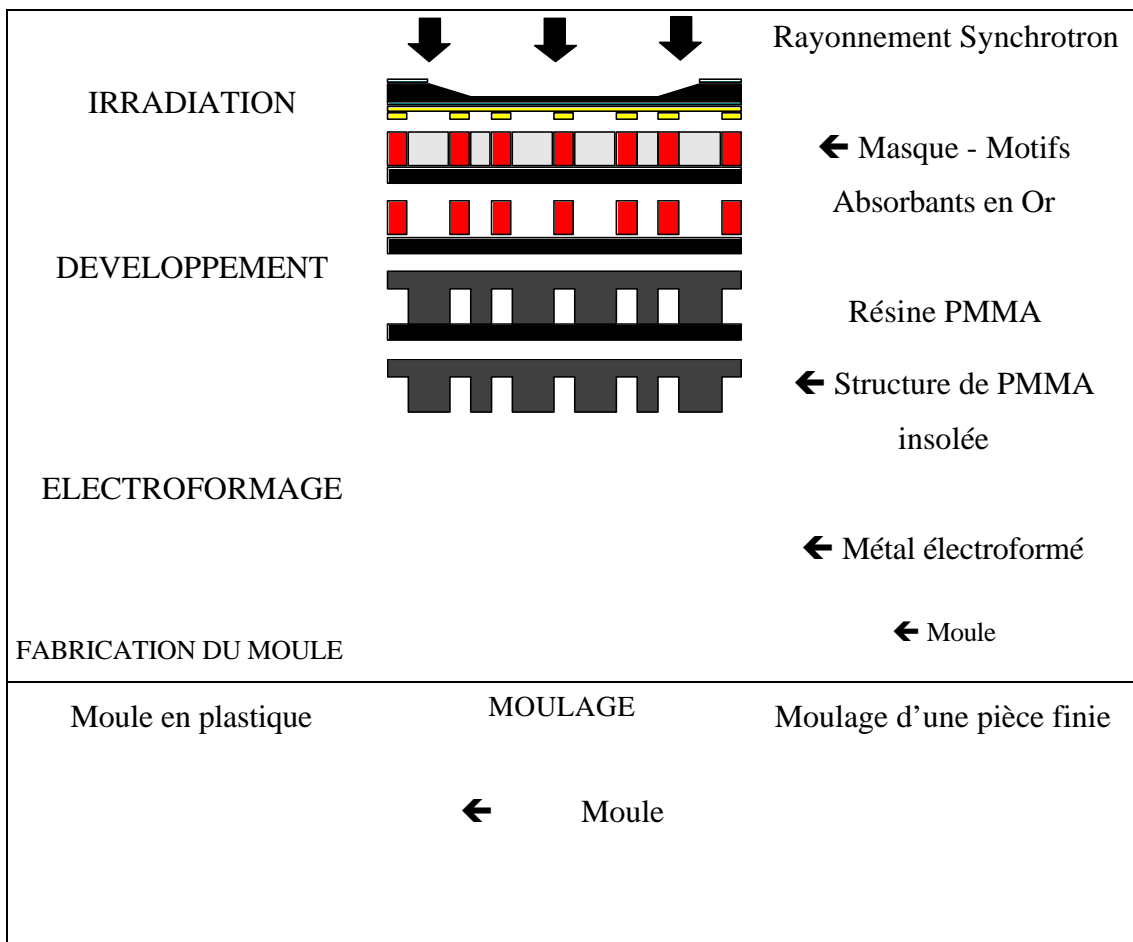


Figure II-1 : Synoptique général du procédé LIGA.

Une source de rayonnement UV ou X est donc utilisée pour insoler localement une résine photosensible, à travers un masque supportant des motifs absorbants qui définissent le dessin à transférer. Cette résine est déposée sur des épaisseurs variant de 10  $\mu\text{m}$  à 1 mm en surface d'un substrat métallique ou recouvert d'un film métallique. La résine irradiée est

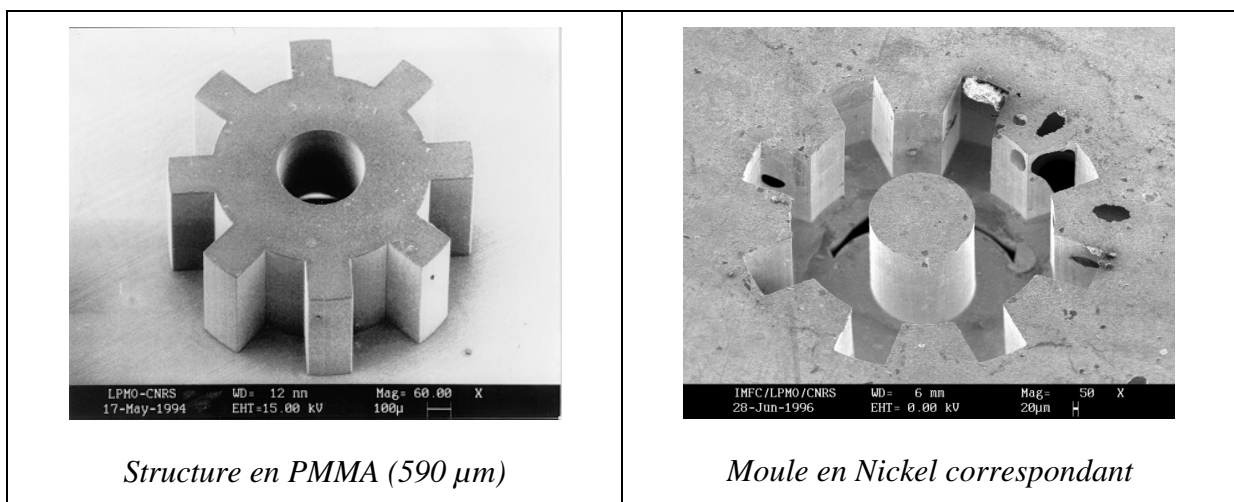
éliminée grâce à un solvant dont la sélectivité chimique entre zones protégées et exposées est nécessairement très grande dans le cas d'une résine. C'est alors que l'on dépose par voie électrolytique un revêtement métallique dans le moule de résine obtenu précédemment.

A ce stade, deux démarches sont envisageables. Dans un cas, l'épaisseur de matériau électrodéposé est rigoureusement contrôlée et l'électroformage stoppé avant remplissage complet du moule. L'élimination de la résine, suivie éventuellement d'autres traitements technologiques, fournit l'objet final. Bien que beaucoup de démonstrateurs de la technologie LIGA aient été réalisés selon ce principe, cette démarche semble mieux convenir à la LIGA-UV, compte tenu bien sûr des impératifs industriels et économiques du moment.

La seconde option consiste à laisser croître le métal électrodéposé bien au-delà des limites de la partie supérieure de la résine afin d'obtenir une structure métallique adaptée aux techniques de moulage plastique destinées à la production de masse. Une fois de plus on se trouvera face à une alternative identique à la précédente, c'est-à-dire obtenir un produit fini ou utiliser l'objet moulé pour une ultime étape d'électroformage.

Une troisième option est de faire croître le métal au-delà du moule et d'aplanir la structure par polissage mécano-chimique pour compenser les inhomogénéités de croissance et éventuellement réaliser du LIGA multiniveaux.

Les photographies reportées sur la **Figure II-2** illustrent les multiples possibilités d'application de la LIGA-X et mettent surtout en valeur les facteurs de forme que l'on peut atteindre sur des microstructures ainsi que les qualités exceptionnelles des flans des motifs. On notera la faible rugosité des flancs et leur perpendicularité, deux caractéristiques idéales pour le démoulage des microstructures.



**Figure II-2** : Exemples de réalisations LIGA en PMMA et Nickel électroformé [LPMO].



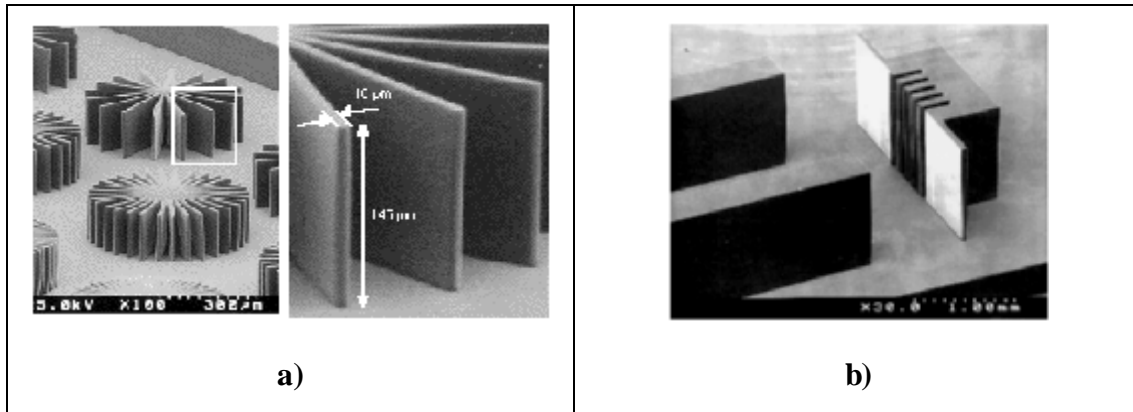
Compte tenu de l'investissement que peut représenter une source synchrotron, on comprend bien que les centres de recherche et les industriels se soient tournés vers des techniques similaires mais beaucoup moins coûteuses. Ainsi, les procédés utilisant une lithographie UV constituent un substitut intéressant au procédé LIGA-X, pour peu que l'on soit prêt à sacrifier certaines qualités géométriques des objets à réaliser [20].

En ce qui concerne la technique LIGA-UV, les deux éléments limitatifs proviennent du rayonnement UV et du type de résine que l'on peut utiliser. En effet, lors du développement de la résine, on observe selon la valeur de son contraste chimique, une dégradation de la forme obtenue. Malgré tout, on peut obtenir une résolution latérale des structures d'environ 1 ou 2  $\mu\text{m}$  après dépôt par voie électrolytique (ou électroformage) en utilisant les nouvelles résines (SU-8, AZ4562, AZ9260). Pour notre part, nous avons utilisé la LIGA-X (à l'IMM) pour la réalisation des éprouvettes de caractérisation du nickel, ensuite pour la réalisation des microrésonateurs, nous sommes passés à la technique LIGA-UV.

### **II.2.2. Les nouvelles avancées dans le domaine des résines épaisses photosensibles**

Ces dernières années de nouvelles résines épaisses photosensibles sont apparues sur le marché. On peut en citer trois qui font l'objet de beaucoup de développement et dont les différentes étapes lors de la réalisation des procédés semblent être maîtrisées. Tout d'abord la résine négative SU-8 développée par IBM sur une base de EPON SU-8 (de Shell Chemical) diluée dans un solvant organique, qui permet de réaliser des moules ayant une hauteur pouvant atteindre jusqu'à 1,2 mm avec un facteur de forme de 15. Ces résultats sont obtenus grâce à une absorption optique très faible dans le domaine des UV, ce qui permet d'avoir une dose d'exposition uniforme sur toute l'épaisseur [21].

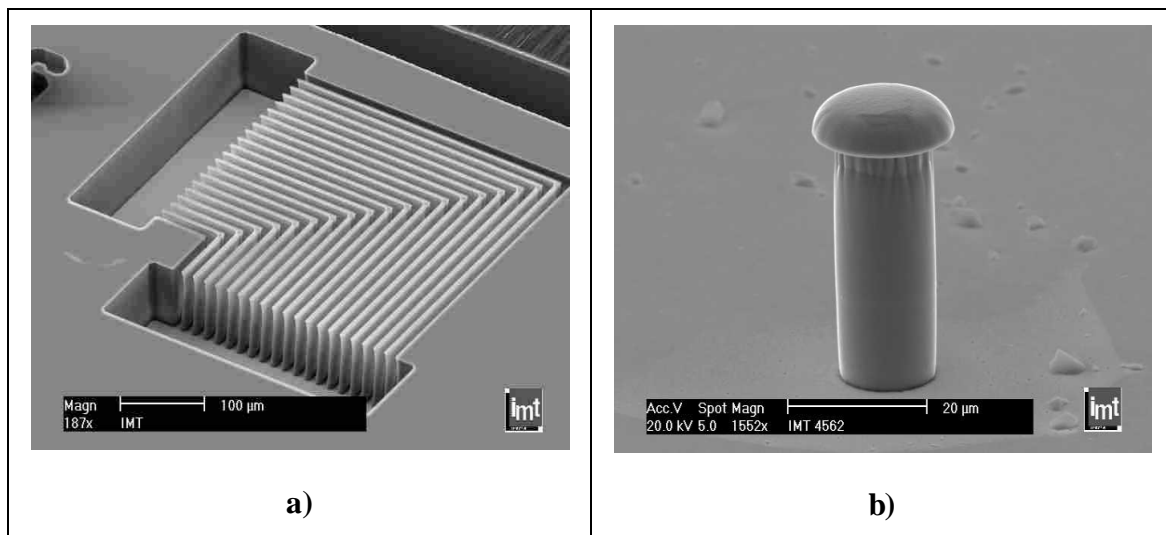
La **Figure II-3** montre des exemples de réalisation avec la résine SU-8 qui illustrent le facteur de forme ainsi que la faible rugosité des flancs. La principale difficulté lors de l'utilisation de cette résine, mais qui semble aujourd'hui être résolue est la phase d'enlèvement de la résine recuite non insolé en fin de procédé.



**Figure II-3** : Images MEB, **a)** Etoile et détail des murs (largeur de 10μm et facteur de forme de 14,5), **b)** Structures de 1200 μm d'épais en SU-8 avec une largeur de ligne de 65 μm soit un facteur de forme de 18 [21].

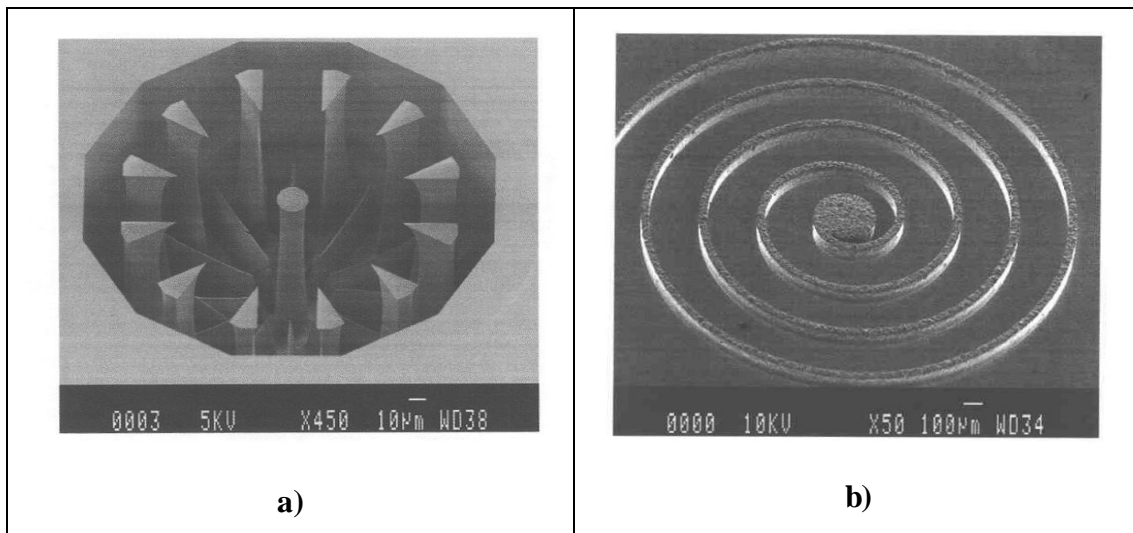
On peut ensuite citer la résine positive AZ 4562, de la famille des résines AZ 4500 de Clariant S.A. qui permet de réaliser des moules de 80 μm d'épais en deux étapes d'enduction. Nous avons utilisé cette résine pour réaliser des résonateurs à mode de Lamé (cf. chapitre IV). La principale difficulté rencontrée pendant l'étape de développement de la résine insolée a été l'obtention d'un mur de 336 μm de longueur, de 40 μm de hauteur et 5 μm de largeur soit un facteur de forme de 8, déposée sur une couche d'or obtenue par pulvérisation.

La **Figure II-4** illustre les travaux de S. Roth et *al* [22] à l'Institut des Microtechniques de Neuchâtel sur cette résine. Le facteur de forme maximal obtenu est de 11.



**Figure II-4** : **a)** Lignes de résine AZ4562 de 80 μm d'épais (la largeur des lignes est de 6 μm), **b)** Cylindre en nickel de 40 μm d'épais [22].

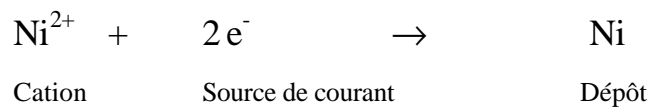
Enfin, on peut citer la résine AZ9260 (Clariant S.A.) qui permet de réaliser, grâce à sa grande transparence, des moules atteignant jusqu'à 100 µm d'épaisseur avec un facteur de forme de 15 (cf. **Figure II-5**) [23]. Sa résistance chimique au bain acide et sa dissolution aisée dans une solution d'acétone en font une sérieuse candidate pour la réalisation de microsystèmes en LIGA-UV.



**Figure II-5 :** a) MEB. Moule de résine 100 µm, b) Microbobine en or électroformée de 100 µm d'épais [23].

### II.2.3. L'électroformage

L'électroformage est un procédé de dépôt métallique qui s'effectue en phase liquide à partir de la réduction chimique du sel du métal à déposer. Dans le cas du matériau qui nous intéresse, on dissout le sulfamate de nickel dans l'eau, ce qui nous donne des espèces cationiques  $\text{Ni}^{2+}$ . Le dépôt s'effectue en neutralisant les espèces cationiques par des électrons grâce à une source de courant extérieure. La réaction chimique s'écrit :



Le rendement de cette réaction varie entre 97 et 99%, car le nickelage s'accompagne d'une incorporation d'hydrogène, en effet on a :



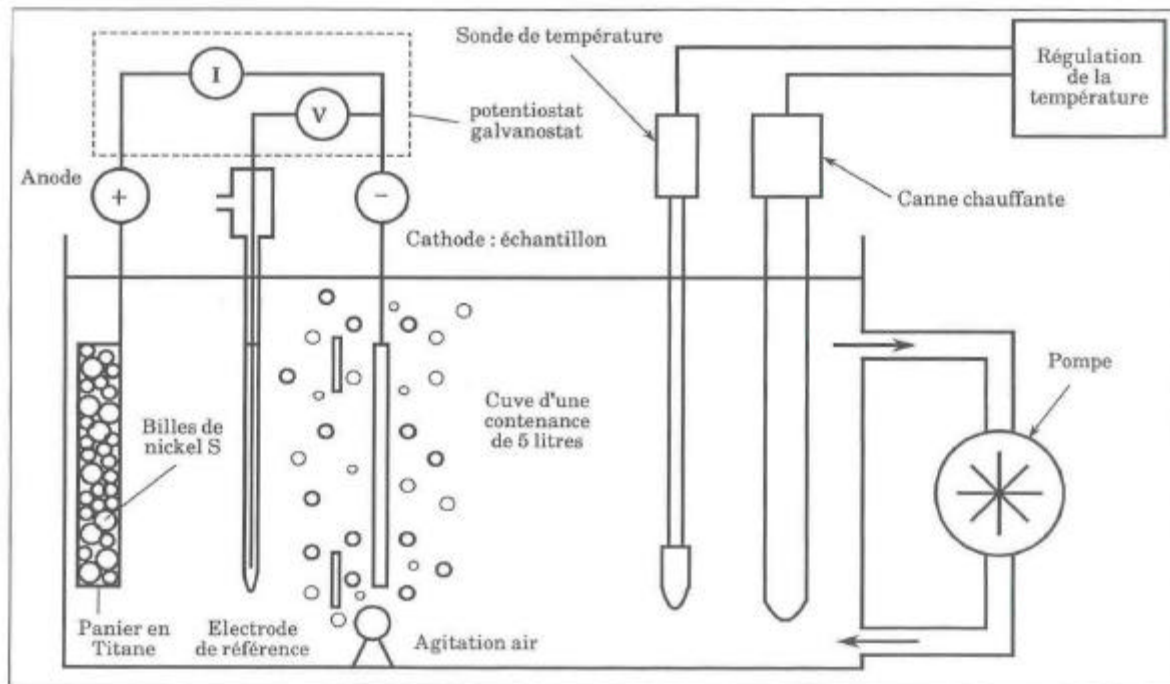
Cette réduction protonique se produit à la surface de la cathode (la microstructure à réaliser). Parmi les électrolytes de nickelage existants, celui à base de sulfamate de nickel

possède des sels hautement solubles qui améliorent la vitesse de déposition. La source principale en ions  $\text{Ni}^{2+}$  est constituée par le sulfamate de nickel, d'autres espèces sont incluses à l'électrolyte pour réaliser le dépôt dans des conditions optimales. La composition du bain pour un litre est : 900 g de  $\text{Ni}(\text{SO}_3\text{NH}_2)_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  ; 20 g de  $\text{NiCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  ; 40 g de  $\text{H}_3\text{BO}_3$  et  $2 \text{ cm}^3$  d'agent mouillant. L'avantage de ce bain est de pouvoir travailler à des densités de courant élevées.

L'adjonction d'un mouillant permet de diminuer les tensions superficielles et favorise une meilleure pénétration du liquide dans les microstructures ayant des facteurs de forme très élevés [24]. Au cours de l'électrolyse, la température ( $50^\circ\text{C}$ ) est maintenue constante, ainsi que l'agitation par bullage, la filtration en continu de l'électrolyte. Le pH est quant à lui fixé à  $3,8 \pm 0,1$ .

Un potentiostat Tacussel (PGS 201T) permet d'imposer les courants. Cet appareil fournit aussi les potentiels de l'anode et de la cathode par rapport à une électrode de référence (Electrode au Calomel Saturé). Le suivi de ces potentiels au cours du dépôt grâce à un logiciel d'acquisition de données développé au laboratoire, nous informe sur l'état de surface de nos substrats et sur la répétitivité des procédés [25].

La **Figure II-6** montre la cuve d'électroformage avec les différents éléments nécessaires au bon fonctionnement du dispositif.



**Figure II-6** : Représentation schématique de la cuve d'électroformage de nickel.

## II.3. LES TECHNIQUES DE CARACTERISATION MISE EN ŒUVRE AU SEIN DE L'IMFC

### II.3.1. Introduction

La connaissance des propriétés mécaniques des matériaux est un élément important pour le développement des microsystèmes. En effet, plusieurs études ont montré que les propriétés mécaniques des matériaux à l'échelle micrométrique ne correspondaient pas forcément aux caractéristiques de ces mêmes matériaux lorsqu'ils étaient massifs [26], [27].

On comprend aisément que les outils de développement que sont les logiciels de conception ou de simulation numérique nécessitent des données sur les propriétés mécaniques qui soient en rapport avec les microsystèmes que l'on veut réaliser.

C'est ainsi qu'au sein de l'Institut des Microtechniques de Franche-Comté (IMFC), ont été développées différentes méthodes de caractérisation des matériaux en couches minces et de microdispositifs [28], [29]. Nous décrirons ces techniques de caractérisation à travers les propriétés du nickel électroformé qui nous intéresse.

Les précédentes études ont montré que les propriétés mécaniques du nickel étaient fortement dépendantes de la densité de courant à laquelle on effectue le dépôt et des substrats utilisés. En ce qui concerne la réalisation des éprouvettes d'essai et de nos microrésonateurs, on se place dans les conditions optimales de dépôt. Il a été montré que pour une densité de courant de  $1,5 \text{ A/dm}^2$ , les contraintes internes dans le nickel présentent un minimum.

Dans la première partie, nous allons récapituler les résultats les plus importants en rappelant succinctement les méthodologies utilisées. Toutes les techniques de caractérisation décrites sont détaillées dans la thèse de L. Robert [30].

Dans un deuxième temps, nous décrirons les expériences effectuées pour déterminer le module de Young, ainsi que le facteur de qualité du nickel électroformé.

### II.3.2. Réalisation de micropoutres pour la caractérisation du nickel électroformé

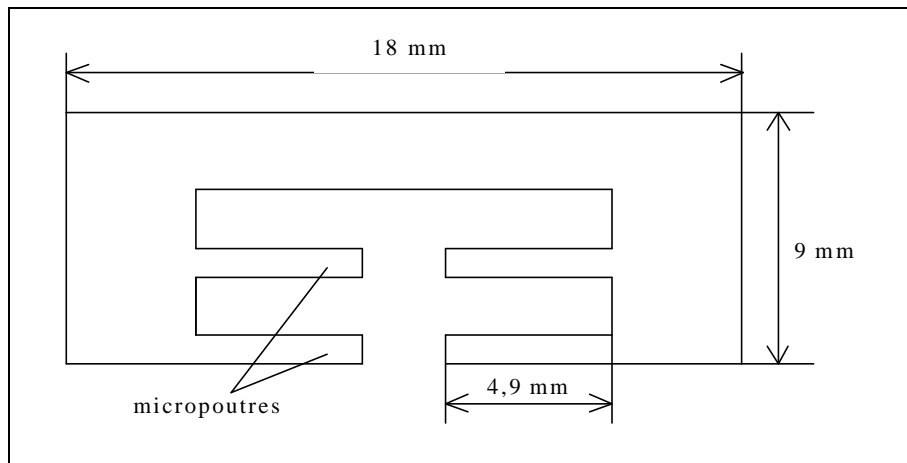
Les éprouvettes d'essai ont été réalisées à l'Institut des Microtechniques de Mayence (IMM) par LIGA-X au cours de la thèse de L. Robert [30]. Nous rappelons dans cette partie le procédé de réalisation de ses microstructures. Ces microstructures nous ont permis de déterminer le module de Young du nickel par une méthode dynamique.

Les éprouvettes en nickel représentées sur la **Figure II-7**, sont électroformées sur un support en titane de 4 pouces de diamètre et d'épaisseur 10 mm. Ce substrat métallisé est recouvert de PMMA que l'on polymérise. Après insolation avec le rayonnement synchrotron

et révélation dans un solvant, on obtient ainsi ce qu'on appelle le moule d'électroformage. Ce moule est plongé dans un bain de sulfamate de nickel de 23 litres filtré en continu.

Les conditions opératoires retenues sont les suivantes :

- Température :  $50,0 \pm 0,5^{\circ}\text{C}$
- pH :  $3,8 \pm 0,05$
- filtrage :  $10 \mu\text{m}$
- Agitation : 35 l/mn (de type hydrodynamique, avant le filtre)



**Figure II-7** : Schéma des poutres utilisées pour la caractérisation du nickel électroformé.

### II.3.3. La rugosité

La rugosité est une caractéristique fondamentale dans le domaine de la tribologie. Elle quantifie la hauteur des aspérités des surfaces, donc la taille des grains du nickel. Les mesures ont été effectuées au Laboratoire d'Optique à Besançon (LOPMD) avec un microscope confocal [31]. Il en ressort deux valeurs, la rugosité moyenne arithmétique  $R_a$  et la rugosité maximale  $R_t$ .

Les dépôts de nickel, réalisés sur substrat cuivre et silicium, ont une épaisseur de 30 à  $40 \mu\text{m}$ , les surfaces ont une aire carrée de  $2,25 \text{ cm}^2$ . Les résultats obtenus pour une densité de courant de  $1,5 \text{ A/dm}^2$  sont un  $R_a = 0,15 \mu\text{m}$  et un  $R_t = 1 \mu\text{m}$ . Ces résultats corroborent ceux de Mazza [32] qui trouve un  $R_a$  de  $0,18 \mu\text{m}$  dans des conditions identiques de dépôt, avec un bain similaire. Il est important d'avoir une rugosité très faible comparée aux épaisseurs des microstructures. Ainsi, on s'assure que la rugosité ne va pas influencer les autres propriétés mécaniques du nickel.

### **II.3.4. La dureté**

La dureté est une caractéristique physique du matériau directement liée à son comportement élasto-plastique et à sa structure. Le nickel est un matériau qui a une croissance mixte de type lamellaire et colonnaire lorsque le dépôt se fait sur une couche de pulvérisation sur substrat silicium ou métallique.

Pour la mesure de dureté, deux campagnes d'essais ont été menées sur des épaisseurs de nickel supérieures à 30  $\mu\text{m}$  ; la première avec un micro-duromètre Vickers, la deuxième avec un nano-indenteur. Le nickel obtenu avec une densité de courant de 1,5 A/dm<sup>2</sup> a une dureté Vickers de 330 Hv soit 3237 MPa (1Hv = 1Vickers = 1 kg/mm<sup>2</sup> = 9,81 MPa). L'essai de nano-dureté consiste à appliquer un effort sur un substrat avec une pointe Berkovich (forme pyramidale à trois faces en diamant). Comme on le verra ultérieurement, cet essai permet aussi de déterminer le module de Young. En effet, on enregistre une courbe effort/déplacement, caractéristique du comportement élasto-plastique du nickel. On obtient une valeur moyenne de la dureté Berkovich  $H_b(\text{max}) = 3600 \text{ MPa}$ .

On remarque donc que les valeurs de dureté obtenues par ces deux méthodes ne sont pas trop éloignées. On retiendra tout de même, que la dureté obtenue avec une pointe Vickers n'est pas ou très peu affectée par l'état de surface du nickel étant donné la taille de l'empreinte associée à la force appliquée. La rugosité, la taille de grain et la porosité sont des paramètres qui peuvent entacher d'erreur l'estimation de la dureté Berkovich pour laquelle la taille du poinçon est petite, on parle alors d'effet de surface (ce comportement n'apparaît pas lors d'essais Vickers pour lesquels la taille du poinçon est beaucoup plus grande) [30].

### **II.3.5. Les contraintes internes**

La présence de contraintes intrinsèques ou résiduelles dans un matériau est un facteur limitant pour la réalisation de microsystemes. Leur quantification est donc primordiale pour le bon fonctionnement des microdispositifs. Ces dernières années, un grand nombre de recherches ont été menées pour déterminer la nature des contraintes (intrinsèques ou extrinsèques) [33], leur intensité et leur origine (procédé de réalisation des couches minces, comportement des structures multicouches minces...) [34].

Plusieurs techniques ont été développées pour quantifier les contraintes internes dans les couches minces métalliques. Une première, consiste à faire une mesure locale à l'aide de la diffraction de rayons X, c'est la méthode dite des  $\sin^2 \Psi$ . Cette technique repose sur la

mesure de la distance des plans cristallins suite à la déformation du réseau du à un changement d'état de contrainte dans le matériau par rapport à un réseau relaxé. La variation de l'angle de diffraction du faisceau réfléchi de rayons X est relié à la déformation du réseau (et donc à l'état de contrainte) par la différentiation de la loi de Bragg.

Dans cette technique, on suppose que le champ de contraintes du matériau est de type biaxial. Les mesures effectuées par cette technique donnent un résultat de  $\sigma_x = -37 \pm 9$  MPa et  $\sigma_y = -40 \pm 9$  MPa pour une densité de courant de  $1,5 \text{ A/dm}^2$  sur substrat de cuivre.

Une autre méthode de type macroscopique, consiste à mettre en vibration des plaques rectangulaires encastrées. On détermine expérimentalement les fréquences de résonance d'une plaque encastrée contrainte. Ensuite, grâce à un code éléments finis (car les solutions analytiques pour une plaque contrainte n'existent pas), on retrouve les fréquences propres en simulant un état de contrainte sur la plaque. Cette technique permet de déterminer la valeur de la contrainte suivant les deux axes X et Y dans le plan de la plaque [35]. On trouve  $\sigma_x = 136 \pm 14$  MPa et  $\sigma_y = 138 \pm 14$  MPa pour du nickel déposé sur un substrat en silicium.

La dernière méthode utilisée pour déterminer l'état de précontrainte du nickel électroformé est le gonflement de plaque ou "bulging". Sa mise en œuvre au sein de l'IMFC a été initiée par E. Bonnotte sur des éprouvettes de silicium [28]. La technique consiste à appliquer une pression hydrostatique sous une membrane encastrée de nickel. On relève ensuite le déplacement hors plan par une méthode de projection de franges.

Le résultat ainsi obtenu est une précontrainte moyenne plane  $\sigma_o = 155$  MPa pour du nickel déposé sur un substrat en silicium. Le résultat qui nous intéresse et que nous retiendrons est celui obtenue par la méthode des rayons X car le nickel est déposé sur un substrat métallique, ce qui est le cas des micropoutres et des microrésonateurs.

### **II.3.6. Le module de Young**

Le comportement élastique des matériaux anisotropes peut se calculer à partir des constantes de raideurs  $C_{ij}$  du matériau considéré. Si l'on considère que le matériau est isotrope, les propriétés mécaniques dans le domaine élastique sont décrites par deux coefficients, le module de Young E et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Les deux grandeurs mécaniques sont intrinsèques au matériau considéré.



On a constaté par exemple que sa valeur semble insensible à la densité de courant à laquelle s'effectue le dépôt lors de l'électroformage du nickel que ce soit sur un substrat en silicium ou en cuivre.

Trois techniques de caractérisation précédemment citées, ont permis de donner une idée sur la valeur du module de Young : la nano-indentation, le gonflement de plaques et la flexion statique de poutre.

Les mesures effectuées par nano-indentation (technique reflétant le comportement élasto-plastique du matériau) donne pour les plus fortes valeurs de pénétration (de 1 à 2  $\mu\text{m}$ ) un module de Young  $E = 199 \pm 7 \text{ GPa}$ .

Par le gonflement de plaque, on obtient un module de Young  $E = 200 \pm 8 \text{ GPa}$ .

Quant à la flexion de poutre, elle permet de remonter au module de Young par l'intermédiaire de la relation existant entre le moment de flexion appliqué et la déformée résultante. On utilise pour cela un banc de flexion couplé à des systèmes de mesure de déplacements telle qu'une caméra CCD (pour les déplacements globaux) ou un interféromètre laser (pour les déplacements locaux). On corrèle les résultats expérimentaux aux simulations numériques [29]. Cette méthode donne une valeur  $E = 188 \pm 7 \text{ GPa}$  pour des micropoutres encastrée-libres.

### **II.3.7. Conclusion**

Dans la première partie de ce chapitre on a mis l'accent sur la technique LIGA. Celle-ci permettra de réaliser les microrésonateurs comme nous le verrons plus en détail dans les chapitres III et IV. Ensuite, nous avons récapitulé les différentes techniques de caractérisation mécanique des matériaux en petites dimensions (couches minces...) disponible au sein de l'IMFC, en rappelant les résultats obtenus pour le nickel électroformé. L'ensemble des résultats est résumé dans le **Tableau II-1**.

Pour compléter ces études, nous avons choisi d'approfondir les recherches concernant la valeur du module de Young, propriété mécanique qui nous semble être la plus importante pour le bon fonctionnement des microrésonateurs.

Un microrésonateur, comme son nom l'indique, est une microstructure mécanique qui vibre. Il nous faut donc déterminer le module de Young du nickel dans des conditions identiques ou proches de celles de fonctionnement de nos microstructures. Il faut donc une technique qui prenne en compte le caractère dynamique du système et qu'elle ait une vision globale du matériau (et non locale comme la nano-indentation). La technique de vibration de

micropoutres en nickel électroformé semble donc adéquate. C'est cette technique qui est exposée dans la suite de ce chapitre.

|  | <i>Rayons X<br/>(substrat Cu)</i>                | <i>Vibration de<br/>plaques<br/>(substrat Si)</i>  | <i>Gonflement<br/>de plaque<br/>(substrat Si)</i> | <i>Flexion de<br/>poutre</i> | <i>Nano-<br/>indentation</i> | <i>Micro-<br/>indentation</i> | <i>Microscope<br/>confocal</i> |
|--|--|--|---|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| <b>Contraintes<br/>internes<br/>(MPa)</b>      | $\sigma_x = -37 \pm 9$<br>$\sigma_y = -40 \pm 9$ | $\sigma_x = 136 \pm 14$<br>$\sigma_y = 138 \pm 14$ | $\sigma_o = 155$                                  |                              |                              |                               |                                |
| <b>Module de<br/>Young E<br/>(GPa)</b>         |  |  | $200 \pm 8$                                       | $188 \pm 7$                  | $199 \pm 7$                  |                               |                                |
| <b>Dureté<br/>(MPa)</b>                        |  |  |   |                              | $H_b(\text{max})$<br>3600    | $H_v$<br>3237                 |                                |
| <b>Rugosité<br/>(<math>\mu\text{m}</math>)</b> |  |  |   |                              |                              |                               | $R_a = 0,15$<br>$R_t = 1$      |

**Tableau II-1** : Propriétés mécaniques du nickel électrodéposé à une densité de courant  $J = 1,5 \text{ A/dm}^2$ .

## II.4. DETERMINATION DU MODULE D'YOUNG PAR UNE METHODE DYNAMIQUE

### II.4.1. Introduction

Dans le cadre de l'étude des propriétés mécaniques du nickel électrodéposé, nous avons testé les micropoutres (cf. **Figure II-7**) obtenues par la technique LIGA. Les études précédemment menées pour caractériser ce type de nickel (cf. **Tableau II-2**) ont utilisé différentes approches ; le gonflement de plaque (ou bulging) [30], la nanoindentation [29] et la flexion 4 points [29]. Ces méthodes se rejoignent par l'aspect statique des sollicitations, par contre elles diffèrent par rapport à l'échelle volumique du matériau testé.

Pour le bulging et la flexion 4 points, on se situe d'un point de vue globale, toute la structure est sollicitée. Pour la nano-indentation, les informations expérimentales revêtent un caractère local étant donné la taille de la pointe Berkovich et les profondeurs d'indentation accessibles. Cette dernière technique est beaucoup plus sensible à la microstructure du matériau et en particulier à la taille des grains.

|                       | Gonflement de plaque [30] | Flexion statique 4 points [29] | Nanoindentation (1 à 2 $\mu\text{m}$ de profondeur) [29] |
|-----------------------|---------------------------|--------------------------------|--|
| Module de Young (GPa) | $200 \pm 8$               | $188 \pm 7$                    | $199 \pm 7$  |
| Point de vue          | globale                   | globale                        | locale   |

**Tableau II-2** : Valeurs du module de Young du nickel en fonction du procédé de mesure utilisé.

Présentement, les micropoutres de nickel seront testées d'un point de vue global et d'une manière dynamique. On remonte au module de Young à partir des fréquences de résonance de la structure pour différents modes de vibration. Pour définir les plages de fréquences recherchées, un modèle analytique classique correspondant à un encastrement parfait est développé. La valeur du module de Young utilisé dans ce cas, soit 200 GPa est celle obtenue par gonflement de plaque.

Compte tenu des écarts observés entre les résultats analytiques et les expériences, on a eu recours à un modèle E.F. pour mieux représenter la structure qui vibre. On arrive ainsi à corrélérer les résultats issus de la simulation et ceux de l'expérimentation.

Nous avons utilisé deux techniques de mesure différentes. Dans un premier cas, l'excitation se fait en contact direct avec la microstructure via une céramique piézoélectrique. Par contre, la détection des amplitudes de vibration est sans contact puisque l'on utilise un laser équipé d'une sonde hétérodyne. Pour la deuxième série d'expérience, l'excitation et la détection se font entièrement sans contact avec les structures. En effet, grâce à un laser de puissance on arrive à mettre en vibration les éprouvettes et la détection se fait suivant le même principe que précédemment.

Ainsi, la technique de mise en vibration des microstructures à l'avantage d'être sans contact et non destructive. On peut aussi réaliser des mesures de fatigue et d'évolution de comportement mécanique du matériau avec le temps [36]. On a de plus obtenu les facteurs de qualité en fonction de la fréquence et de la direction de vibration.

#### **II.4.2. Rappel sur la théorie des poutres vibrantes**

La formulation analytique qui permet de retrouver les fréquences de résonance d'une poutre de section constante est bien connue. Nous rappellerons ici les étapes et les hypothèses qui permettent d'arriver à cette formulation dans le cas d'une poutre encastree-libre. On verra donc, que connaissant la géométrie d'une poutre et sa masse volumique, on peut retrouver le module de Young E.

Cependant, cette formulation n'est valable que dans le cas où les conditions aux limites sur la partie encastree seraient parfaites. Pour s'approcher des conditions réelles d'encastrement, on aura recours à un modèle éléments finis.

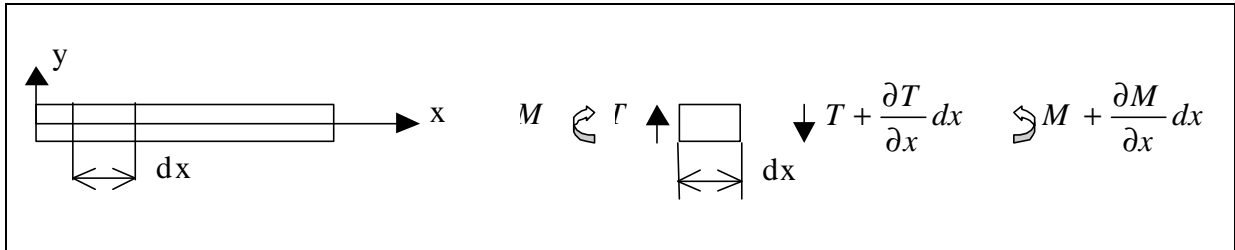
L'équation qui régit le déplacement transversal  $y$  de la poutre au moment fléchissant pour chaque section de poutre est :

$$\text{(Eq. II-1)} \quad EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

Les hypothèses qui mènent à cette équation correspondent à un matériau homogène et isotrope. La poutre a une section constante. Cette équation n'est valide que dans le cas de petits déplacements et pour des poutres ayant une longueur importante par rapport aux autres

dimensions (poutre d'Euler-Bernoulli). De plus, on suppose que la rotation des sections droites demeure orthogonale à la fibre neutre, ce qui se traduit par :

$$(Eq. II-2) \quad y = \frac{\partial y}{\partial x}$$



**Figure II-8** : Poutre élancée avec le moment fléchissant  $M$  et l'effort tranchant  $T$  appliqués.

$y$  : rotation des sections droites par rapport à l'axe  $z$

$T$  : effort tranchant

$M$  : moment fléchissant

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à l'élément de volume représenté sur la **Figure II-8**, on trouve :

$$(Eq. II-3) \quad T + \frac{\partial T}{\partial x} dx - T = \frac{\partial T}{\partial x} dx = -S r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dx$$

$$(Eq. II-4) \quad \frac{\partial T}{\partial x} = -S r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Si les moments fléchissants sont pris à partir de l'origine de l'élément on a :

$$T dx = \frac{\partial M}{\partial x} dx$$

d'où  $T = \frac{\partial M}{\partial x}$ , que l'on substitue dans (Eq. II-4). On trouve :

$$(Eq. II-5) \quad -\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = r S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

que l'on substitue dans (Eq. II-1) ce qui donne :

$$(Eq. II-6) \quad -\frac{\partial}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = r S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

L'équation (Eq. II-6) donne les vibrations latérales des poutres. La solution de cette équation est de la forme  $y(x,t) = Y(x)e^{imt}$  où  $Y$  est une fonction dépendant uniquement de  $x$ .

D'où l'équation :

$$(Eq. II-7) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) - rS\omega^2 Y = 0$$

Pour une poutre de section constante, cette équation aux dérivées partielles devient :

$$(Eq. II-8) \quad Y^{IV} - I^4 Y = 0$$

avec  $I^4 = \frac{rS\omega^2}{EI}$ .

Cette équation du quatrième ordre admet comme solution des fonctions du type :

$$(Eq. II-9) \quad Y = A_1 \sin ax + A_2 \cos ax + A_3 \sinh ax + A_4 \cosh ax$$

avec  $a = IL$ .

On détermine les constantes  $A_n$  grâce aux conditions aux limites. Dans notre cas la micropoutre est encastree-libre. Cela se traduit pour la partie encastree par  $Y(0) = Y'(0) = 0$ , il n'y a ni déplacement, ni rotation. En bout de poutre, pour l'extrémité libre, on a  $Y''(L) = Y'''(L) = 0$ , il n'y a ni effort, ni moment appliqués. A partir de ces quatre relations et tout calcul fait on obtient l'équation suivante :

$$(Eq. II-10) \quad \cos a \cosh a + 1 = 0$$

Les cinq premières valeurs de  $a_i$ , que l'on détermine graphiquement, sont reportées dans le **Tableau II-3**.

| N° de mode      | 1     | 2     | 3     | 4      | 5      |
|-----------------|-------|-------|-------|--------|--------|
| Valeur de $a_i$ | 1,875 | 4,694 | 7,855 | 10,996 | 14,135 |

**Tableau II-3** : Valeurs des  $\alpha_i$  pour le calcul des fréquences analytiques en flexion.

Si l'on considère que l'encastrement des micropoutres est parfait, les fréquences de résonance en flexion  $f_i$  (hors plan et dans le plan) d'une poutre encastree-libre sont données en Hz par :

$$(Eq. II-11) \quad f_i = \frac{a_i^2}{2p} \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{rS}}$$

$L$  : longueur de la poutre (m)

$E$  : module de Young (Pa)

$I$  : moment d'inertie ( $m^4$ ) d'une section par rapport à l'axe de la flexion ( $I_y$  pour la flexion hors plan)

$\mathbf{r}$  : masse volumique du matériau ( $kg.m^{-3}$ )

$S$  : aire de la section droite de la poutre ( $m^2$ )

On peut aussi rappeler les formulations permettant de retrouver les fréquences des modes de résonance en torsion et en élongation avec les mêmes hypothèses que précédemment (section constante, petits déplacements...).

L'équation qui régit les modes de résonance en torsion d'une poutre de section constante s'écrit :

$$(Eq. II-12) \quad c_t^2 \frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial x^2} - \frac{d^2 \mathbf{q}}{dt^2} = 0$$

$$\text{avec } c_t^2 = k \frac{G}{\mathbf{r}} \text{ et } G = \frac{E}{2(1+\mathbf{u})}$$

$\mathbf{q}$  : angle de torsion autour de l'axe x de la poutre (rad),

$c_t$  : vitesse de propagation d'une onde de torsion ( $m.s^{-1}$ ),

$G$  : module de Coulomb (Pa),

$k$  : coefficient qui dépend du rapport largeur sur hauteur. Dans notre cas ce rapport vaut 2, on a donc un coefficient qui vaut 0,549,

$\mathbf{u}$  : coefficient de Poisson,

Les fréquences de résonances en torsion  $f_t$  d'une poutre encastree libre de longueur  $L$  sont donc données par :

$$(Eq. II-13) \quad f_t = \frac{2n-1}{4L} \sqrt{k \frac{G}{\mathbf{r}}}$$

$n$  : rang du mode.

En ce qui concerne, les modes de résonance en élongation, l'équation que l'on établit est la suivante :

$$(Eq. II-14) \quad c_e^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{d^2 u}{dt^2} = 0$$

$$\text{avec } c_e^2 = \frac{E}{\mathbf{r}}$$

$u$  : déplacement suivant l'axe x,

$c_e$  : vitesse de propagation d'une onde dans la direction x ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

Les fréquences de résonance en élongation  $f_e$  d'une poutre de longueur  $L$  encastree libre sont données par :

$$\text{(Eq. II-15)} \quad f_e = \frac{2n-1}{4L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

On considère dans un premier temps que le module de Young du nickel recherché pouvait être assimilé à celui trouvé par la méthode du gonflement de plaque. On a donc pris une valeur de 200 GPa, ce qui donne une idée de la plage des fréquences recherchées (cf. **Tableau II-4**).

| Rang du mode | Fréquence de résonance en flexion $f_y$ (kHz) | Fréquence de résonance en flexion $f_z$ (kHz) | Fréquence de résonance en torsion (kHz) | Fréquence de résonance en élongation (kHz) |
|--------------|---|---|---|--|
| 1            | 6,2   | 12,7  | 110,7                                   | 241,8                                      |
| 2            | 39,3  | 79,9  | 332,1                                   | 725,5                                      |
| 3            | 110,2   | 223,7   | 553,5                                   | 1209                                       |
| 4            | 216   | 438,5   | 774,9                                   | 1693                                       |
| 5            | 357,1   | 724,9   | 996                                     | 2176                                       |

**Tableau II-4** : Fréquences de résonance pour les différents modes, calculées à partir de la méthode analytique pour une poutre encastree-libre ( $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $4,9*0,4*0,197 \text{ mm}^3$ ).

Par contre, on a pu se rendre compte que l'encastrement n'était pas parfait, compte tenu de l'écart entre les résultats analytiques et les résultats expérimentaux (cf. **Tableau II-5**).

Consécutivement à cette observation, il nous a fallu développer un modèle par éléments finis (M.E.F.) permettant de s'approcher des conditions aux limites expérimentales imposées de la structure mise en vibration.

### II.4.3. Matériels et dispositifs de mesure

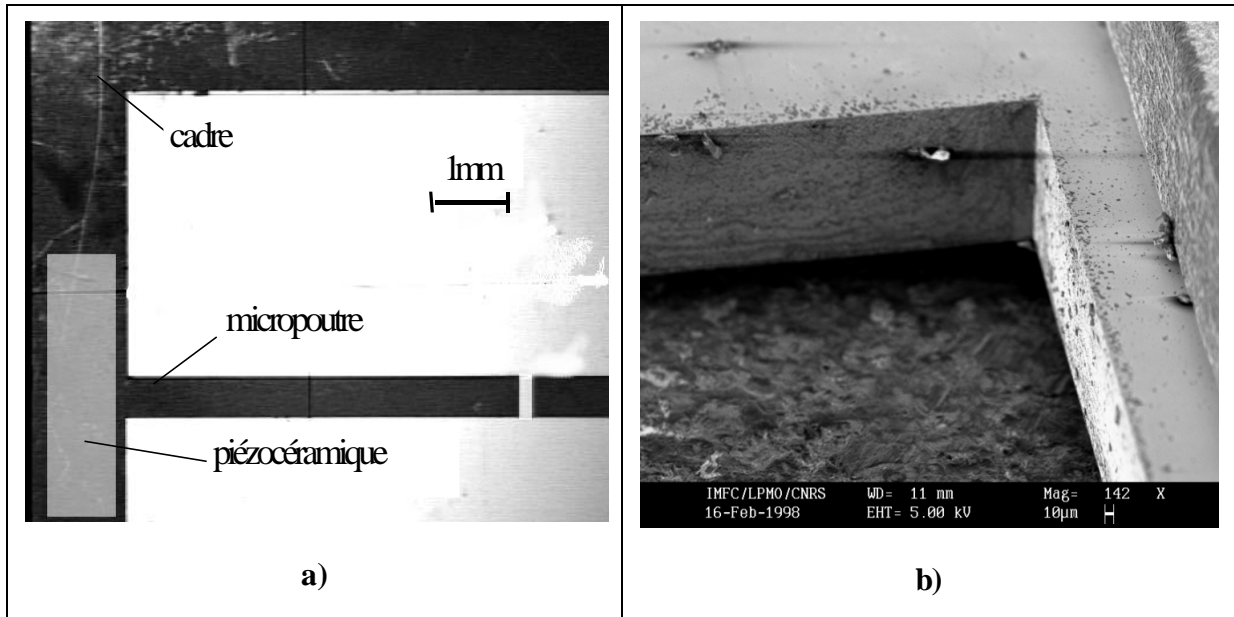
Les micropoutres utilisées ont les dimensions suivantes : 4,9 mm de long, 400  $\mu\text{m}$  de large pour une épaisseur de 197  $\mu\text{m}$  (cf. **Figure II-9**). Elles sont obtenues par électrodéposition de nickel sur un substrat en cuivre. Le processus complet d'élaboration de ces échantillons est détaillé dans la référence [30].



Ces micropoutres sont encastrées à une extrémité et libres à l'autre. L'éprouvette est mise en vibration à l'aide d'une céramique piézo-électrique (PSI-5A-S2 de chez Piezo Systems) collée sur le cadre (colle Epotecny E205). Les fréquences propres de résonance de la céramique piézo-électrique sont très élevées (supérieures à 500 kHz), ce qui empêche tout phénomène de couplage direct entre les modes de l'excitateur et la structure dans l'intervalle de fréquence de travail (0 - 400 kHz). La céramique piézoélectrique est alimentée par une tension sinusoïdale. Le cadre est maintenu mécaniquement sur un support en aluminium. Nous allons comparer les deux méthodes utilisées pour la caractérisation dynamique de ces micropoutres.

Dans un premier temps, on utilise la céramique piézo-électrique en tant qu'excitateur et une sonde interférométrique hétérodyne pour la détection. Cette sonde n'étant pas calibrée pour des fréquences inférieures à 20 kHz, nous avons eu recours à un banc dédié à la microscopie thermoélastique qui permet d'exciter et de détecter les modes de vibrations de microstructures. Comme mentionné précédemment, cette deuxième technique est entièrement sans contact.

Pour obtenir un signal optique de bonne qualité pour les deux séries d'expériences, il est important que le maximum d'énergie lumineuse soit rétrodiffusé vers les photodétecteurs. C'est ainsi que le pouvoir réfléchissant de la surface des micropoutres a été augmenté en effectuant un polissage mécanique à l'aide d'une toile abrasive d'alumine de 0,3  $\mu\text{m}$  de granulométrie.



**Figure II-9 :** a) Vue au microscope de l'ensemble mis en vibration, b) détail au MEB de l'encastrement et de la céramique piézo-électrique.

#### II.4.3.1. La sonde BMI

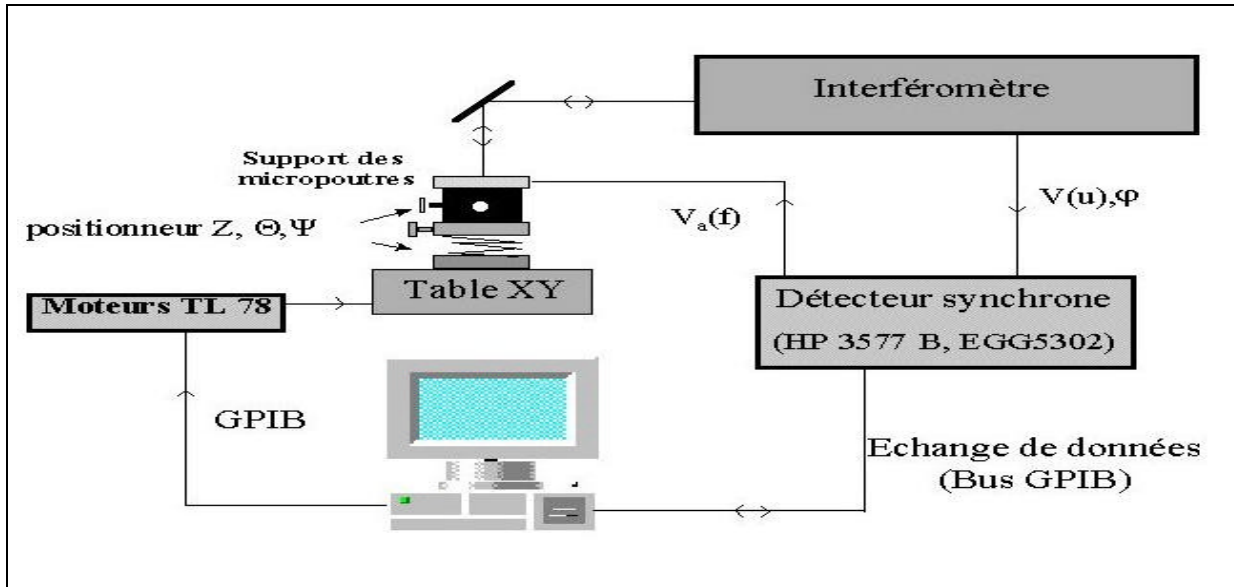
Les amplitudes des "ventres" de la micropoutre sont mesurées à l'aide d'un interféromètre laser hétérodyne (sonde BMI) schématisée sur la **Figure II-10**. Cette sonde utilise un laser Helium-Neon et une structure de type Mach-Zender. Son principe est directement dérivé des travaux de D. Royer et E. Dieulesaint [37]. En outre elle a bénéficié d'améliorations effectuées au LPMO [38].

Une fois le réglage de la position et la focalisation de l'échantillon réalisés à l'aide du bloc de positionnement  $Z, \Theta, \Psi$ , on place le faisceau sur un point de la microstructure grâce aux translateurs XY qui ont une résolution d'un micron. Avec l'analyseur de réseaux HP3577B, utilisé en tant que source de tension alternative pour l'alimentation de la céramique piézoélectrique et détecteur synchrone, on effectue alors un balayage en fréquence. On obtient alors à la sortie Basse Fréquence (BF) de la sonde un signal électrique que l'on injecte dans l'analyseur de réseaux.

L'amplitude du mouvement est maximale quand la fréquence de la tension d'alimentation de l'excitateur est égale à une fréquence de résonance de la micropoutre. Les spectres en amplitude et en phase de ce signal, permettent d'évaluer les fréquences de résonance et d'estimer les amplitudes maximales en ce point pour une fréquence donnée.

De plus, en se déplaçant sur la structure grâce aux translateurs, on peut identifier les points, puis les lignes nodales d'un mode et donc avoir une première idée de la nature du

mode, à condition qu'il ne soit pas de rang trop élevé et ce en repérant les endroits où l'amplitude est minimale. Ce système est intéressant car il permet de discriminer les modes parasites, en effet à chaque mode correspond un nombre précis de nœud et de ventre lors de la vibration en résonance (cf. **Figure II-18**).



**Figure II-10** : Dispositif expérimental pour la mesure des fréquences de résonance et l'imagerie modale [39].

#### II.4.3.2. La microscopie thermoélastique

Le principe de fonctionnement du banc de mesure multi-acquisition combinant : optique, photothermique et microscopie thermoélastique est donnée sur la **Figure II-11**. La partie qui nous intéresse dans ce système d'acquisition et que nous expliciterons est l'excitation par un laser Argon (Ar) et une détection par un laser Helium-Neon (HeNe).

Le faisceau laser d'excitation, issu d'un laser de puissance (Ar), est modulé en intensité par un modulateur acousto-optique via son électronique de commande et le générateur basses fréquences qui délivre la tension. Le faisceau laser d'excitation est tout d'abord réfléchi par le miroir dichroïque puis focalisé à l'aide d'un objectif de microscope (le miroir dichroïque protège le système de détection du faisceau parasite délivré par le laser de puissance).

L'énergie optique contenue dans le faisceau focalisé est alors transformée en ondes thermiques par conversion photothermique générant ainsi un chauffage local de l'échantillon [40]. Dans la plupart des matériaux, ces variations de température induisent des variations de réflectivité. Puis, par conversion thermoacoustique l'élévation de température engendre des dilatations locales de l'objet. Ces déformations thermoélastiques dynamiques évoluent donc à

la fréquence de modulation du générateur BF et sont détectées à la surface de l'objet par la sonde interférométrique hétérodyne.

En ce qui concerne la détection, un second faisceau laser (He-Ne) permet de détecter le signal optique (réflectivité statique), le signal photothermique (composante dynamique de la réflectivité) et le signal thermoélastique (mesure des déformations thermoélastiques avec la sonde interférométrique hétérodyne).

Les déformations thermoélastiques qui évoluent au rythme de la fréquence de modulation sont détectées à la surface de l'échantillon par la sonde interférométrique hétérodyne à haute résolution (typiquement  $10^{-2}$  pm/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ). Le signal ainsi obtenu est envoyé sur le détecteur synchrone afin d'extraire l'amplitude (partie énergétique) et la phase.

Les informations obtenues point par point sont envoyées au micro-ordinateur qui gère l'affichage des résultats ainsi que le balayage assuré par deux unités de translations croisées XY. Ce microscope fonctionne entièrement sans contact.

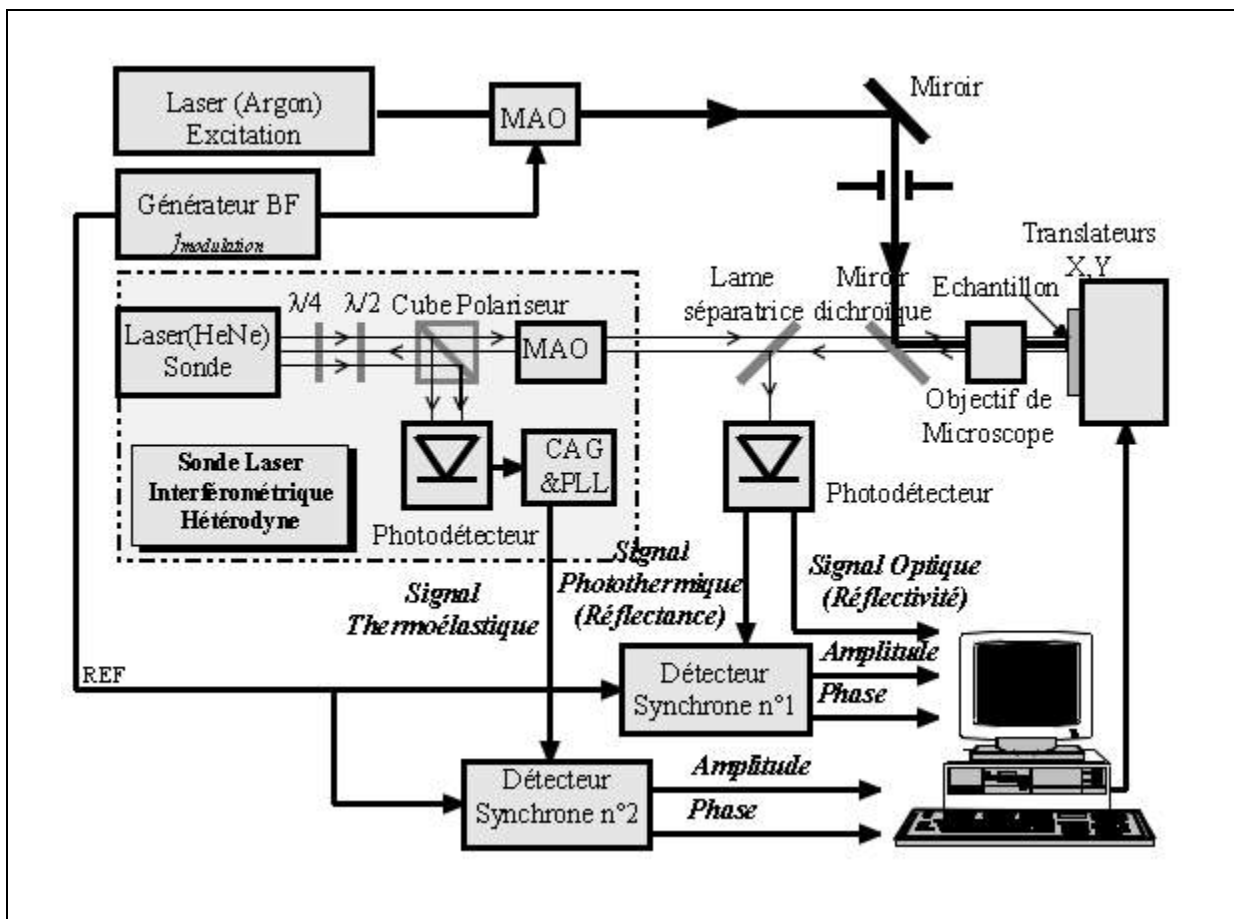


Figure II-11 : Schéma du principe de fonctionnement du microscope thermoélastique [40].

#### II.4.4. Résultats expérimentaux

Etant donnée l'architecture du cadre, les fréquences de résonance des micropoutres ont été mesurées essentiellement en flexion suivant deux axes différents pour mettre en évidence une éventuelle anisotropie du matériau. De plus grâce à la sonde BMI, on a pu mettre en évidence le premier mode de torsion.

Les résultats expérimentaux sont reportés dans le **Tableau II-5**. Nous n'avons pas reporté les valeurs concernant les modes non identifiés de manière précise.

|                                      | Rang et direction du mode | Sonde BMI (kHz) | Microscope thermoélastique (kHz) | Coefficient de qualité Q |      |
|--------------------------------------|---------------------------|-----------------|----------------------------------|--------------------------|------|
|                                      |                           |                 |                                  | BMI                      | M.T. |
| Vibration hors plan (direction y)    | $f_{1y}$                  | Hors calibre    | 5,51                             | /                        | 76   |
|                                      | $f_{2y}$                  | 33,7            | 32,36                            | 45                       | 98   |
|                                      | $f_{3y}$                  | 103,6           |                                  | 112                      |      |
|                                      | $f_{4y}$                  | 198,96          |                                  | 159                      |      |
|                                      | $f_{5y}$                  | 360,15          |                                  | 75                       |      |
| Vibration dans le plan (direction z) | $f_{1z}$                  | Hors calibre    | 11,81                            | /                        | 60   |
|                                      | $f_{2z}$                  | 74,10           | 74,19                            | 125                      | 117  |
|                                      | $f_{3z}$                  | 198,92          | 198,42                           | 468                      | 424  |
|                                      | $f_{4z}$                  | 368,15          | /                                | 226                      | /    |
| Torsion (x)                          | $f_{1t}$                  | 110,7           |                                  |                          |      |

**Tableau II-5** : Résultats expérimentaux obtenus avec les deux bancs de mesures

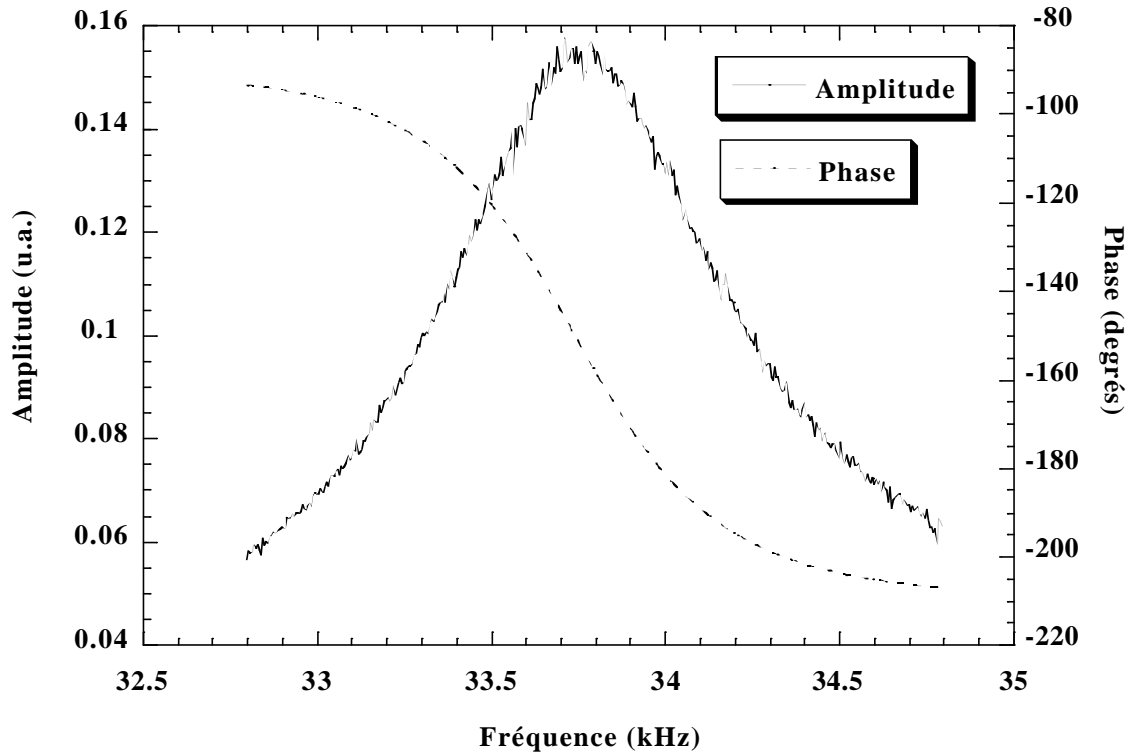
La **Figure II-12** montre un exemple des spectres que l'on obtient (amplitude et phase) sur l'analyseur de réseau pour le mode de résonance hors plan d'ordre 2. C'est à partir de ces courbes que l'on détermine le coefficient de qualité  $Q$  reporté dans le **Tableau II-5**.

En effet, ce coefficient (ou facteur) se détermine par la relation suivante :

$$(Eq. II-16) \quad Q = \frac{f_r}{f_2 - f_1}$$

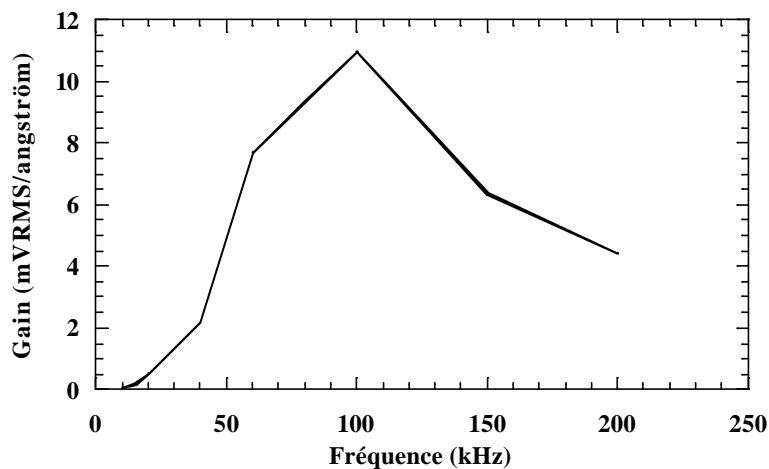
$f_r$  : fréquence de résonance

$f_1, f_2$  : fréquence de coupure de part et d'autre de la fréquence de résonance à  $-3$  dB



**Figure II-12** : Amplitude et phase du mode 2 hors plan ( $f_{2y} = 33,7$  kHz). Position du laser à l'extrémité libre de la poutre, tension d'excitation de la céramique piézoélectrique  $v = 8,2$  V.

Les amplitudes de déplacement de la micropoutre sont exprimées en unité arbitraire (u. a.). En effet, lorsque l'on observe la courbe de calibration de la sonde BMI (**Figure II-13**), on peut voir que le gain n'est pas constant en sortie BF, celle utilisée avec l'analyseur de réseau.

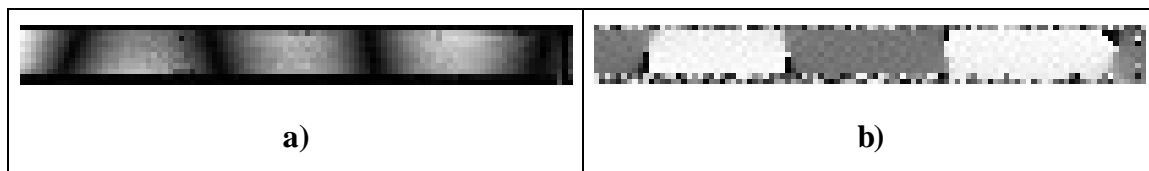


**Figure II-13** : Courbe de calibration de la sonde BMI sur la sortie Basses Fréquences.

Après avoir localisé le mode de manière ponctuelle grâce aux extremums sur la courbe d'amplitude et aux inversions de phase pour une fréquence donnée, il est nécessaire de faire un balayage en position (grâce aux translateurs XY) pour faire une image de la micropoutre. C'est cette image qui tranchera entre un mode parasite et un vrai mode de résonance de la microstructure.

En effet, compte tenu de la proximité de certains modes en terme de fréquence (ex. 3<sup>e</sup> mode dans le plan avec le 4<sup>e</sup> mode hors plan), on peut penser que dans certains cas il peut y avoir des couplages qui génèrent des modes parasites dans la microstructure.

La **Figure II-14** montre l'image, en amplitude (a) et en phase (b), que l'on obtient pour le cinquième mode hors plan (360,15 kHz) à la fin du balayage avec la sonde BMI. L'extrémité libre de la poutre se trouve à gauche.

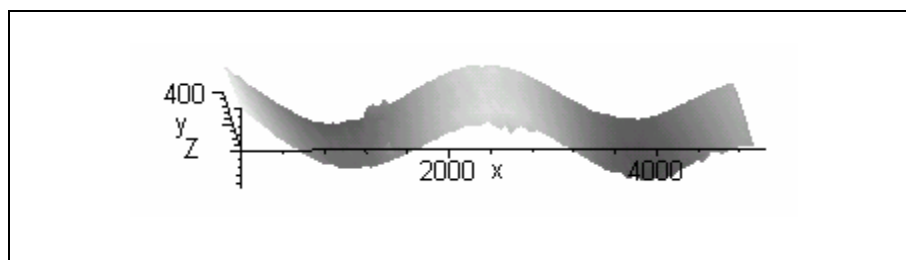


**Figure II-14** : Mode de résonance hors plan de rang 5 ( $f_{5y} = 360,15$  kHz).

**a)** Amplitude, **b)** Phase.

On voit donc que les amplitudes sont traitées de manière identique quel que soit le signe de cette amplitude ("creux" ou "bosse"). L'image de la déformée est obtenue en multipliant les amplitudes obtenues par le cosinus de la phase correspondante en chaque point.

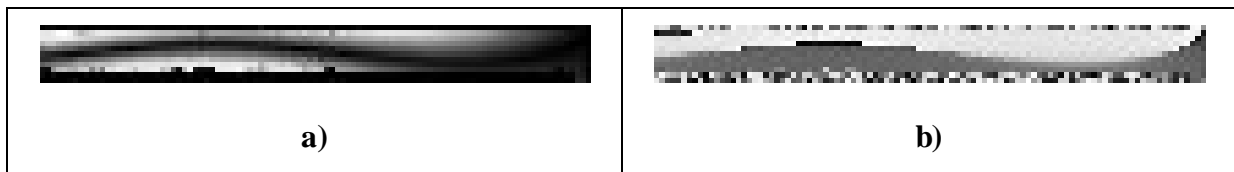
La représentation en trois dimensions de la déformée telle qu'on la voit sur la **Figure II-15** est calculée avec le logiciel de calcul mathématique MAPLE VI.



**Figure II-15** : Représentation tridimensionnelle de la déformée de la poutre pour le mode de résonance en flexion hors plan de rang 5 ( $f_{5y} = 360,15$  kHz).

C'est ainsi que les deux modes que sont le 3<sup>e</sup> mode de flexion dans le plan et le 4<sup>e</sup> mode de flexion hors plan ont pu être déterminés malgré l'écart de 40 Hz qui sépare les deux valeurs expérimentales.

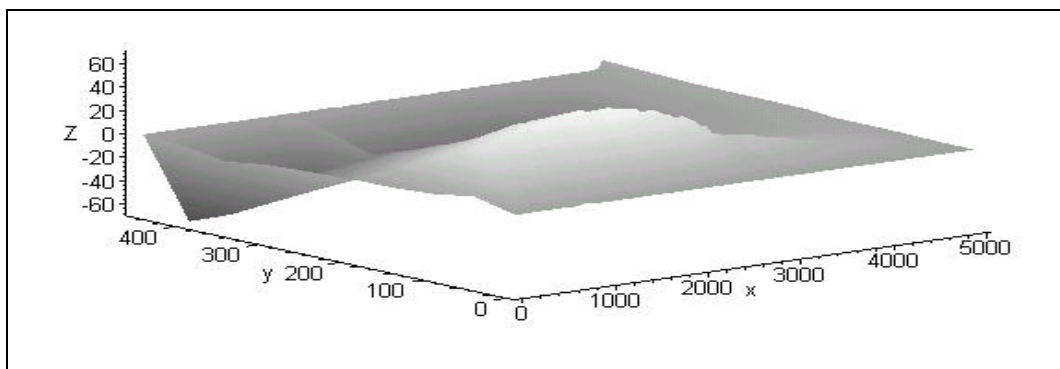
Grâce à l'imagerie, on a aussi pu déterminer précisément le premier mode de torsion selon l'axe x ( $f_{t1} = 110,7$  kHz), représenté sur la **Figure II-16**.



**Figure II-16** : Mode de résonance en torsion de rang 1 ( $f_{t1} = 110,7$  kHz)

a) Amplitude, b) Phase.

La représentation tridimensionnelle du premier mode de torsion est illustrée sur la **Figure II-17**.



**Figure II-17** : Représentation tridimensionnelle de la déformée de la poutre pour le mode de torsion de rang 1 ( $f_{5y} = 110,7$  kHz).

#### **II.4.5. Recalage des fréquences expérimentales par optimisation des conditions d'encastrement réelles sur un modèle éléments finis**

Dans la première partie de cette étude, nous avons considéré dans le modèle analytique que l'encastrement était parfait et que les déplacements transverses de la micropoutre sont dus uniquement au moment fléchissant (Eq. II-3). Ce modèle de poutre, de type Euler-Bernoulli ne prend pas en compte les contraintes de cisaillement.

Ainsi, quand la poutre fléchit, les différents tronçons subissent une rotation d'angle très faible. Les sections droites ne sont plus orthogonales à la fibre neutre. L'inertie de rotation de



ces éléments équivaut à une augmentation de la masse. Nous avons donc calculé les fréquences de résonance en prenant un modèle de poutre de Timoschenko tout en tenant compte de la déformation liée à l'effort tranchant.

L'expression qui donne les fréquences de résonance est identique à celle exprimée dans le cas des poutres d'Euler-Bernouilli (**Eq. II-11**). Seul change le terme  $a_i$ . En effet, on introduit dans le modèle de Timoschenko un coefficient  $t_i$  qui prend en compte les nouvelles hypothèses. Nous avons calculé ce coefficient à partir d'un programme écrit sur MAPLE par S. Corn dans le cadre de sa thèse [41]. Nous reportons dans le **Tableau II-6**, les fréquences de résonance calculées à partir des deux modèles de poutre.

| Rang et type du mode        | Fréquence<br>modèle Euler-<br>Bernouilli<br>(kHz) | Fréquence<br>modèle<br>Timoschenko<br>(kHz) |
|-----------------------------|---|---|
| $f_{1y}$ hors plan (x,y)    | 6,2   | 6,2   |
| $f_{1z}$ dans le plan (x,z) | 12,7  | 12,7  |
| $f_{2y}$ hors plan (x,y)    | 39,3  | 38,9  |
| $f_{2z}$ dans le plan (x,z) | 79,9  | 79,1  |
| $f_{3y}$ hors plan (x,y)    | 110,2   | 107,8                                       |
| $f_{3z}$ dans le plan (x,z) | 223,7   | 218,8                                       |
| $f_{4y}$ hors plan (x,y)    | 216   | 207   |
| $f_{4z}$ dans le plan (x,z) | 438   | 421   |
| $f_{5y}$ hors plan (x,y)    | 357   | 336   |

**Tableau II-6** : Fréquences de résonance d'une poutre encastree-libre, de type Euler-Bernouilli et de type Timoschenko ( $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $4,9 \cdot 0,4 \cdot 0,197 \text{ mm}^3$ ).

On remarque donc, que plus la fréquence monte et plus l'écart entre les deux modèles augmente. Néanmoins, on constate encore une différence importante avec les fréquences expérimentales, surtout pour les fréquences hors plan. Le modèle de Timoschenko ne prend pas en compte le gauchissement des sections. Dans ce cas les forces de cisaillement ont tendance à déformer les sections rectangulaires en parallélogrammes, ce qui diminue légèrement les déplacements transverses de la structure [42].

Ces types de phénomènes tendent à réduire les fréquences de vibrations, surtout pour les modes d'ordre élevés, chose que l'on ne prend pas en compte avec les modèles analytiques, alors que du point de vue expérimental, les résultats laissent supposer une telle tendance.

Mais l'hypothèse la moins vraisemblable dans ces modèles, du moins dans le cas de nos microstructures, est le fait de considérer que l'encastrement est parfait. Suite à ces considérations, on a décidé de développer un modèle par éléments finis avec le logiciel de simulation ANSYS. L'avantage indéniable des éléments finis est de prendre en considération tous les éléments précités, ainsi que les interactions entre la structure et son environnement, de façon à avoir un modèle qui se rapproche au mieux de la structure réelle.

Par contre, dans cette étude on négligera les gradients de contraintes internes, car en observant les structures au microscope électronique à balayage (MEB), on ne mesure aucune déflexion en bout de poutre. En effet, l'utilisation d'un substrat en cuivre pour réaliser le nickel électrodéposé permet de diminuer fortement les contraintes internes (cf. **Tableau II-1**). Dans notre cas, elles sont d'environ 40 MPa. De plus, les fréquences de résonance d'une micropoutre ne sont pas modifiées par la présence d'une contrainte résiduelle, celle-ci se relaxant par allongement ou rétrécissement [43].

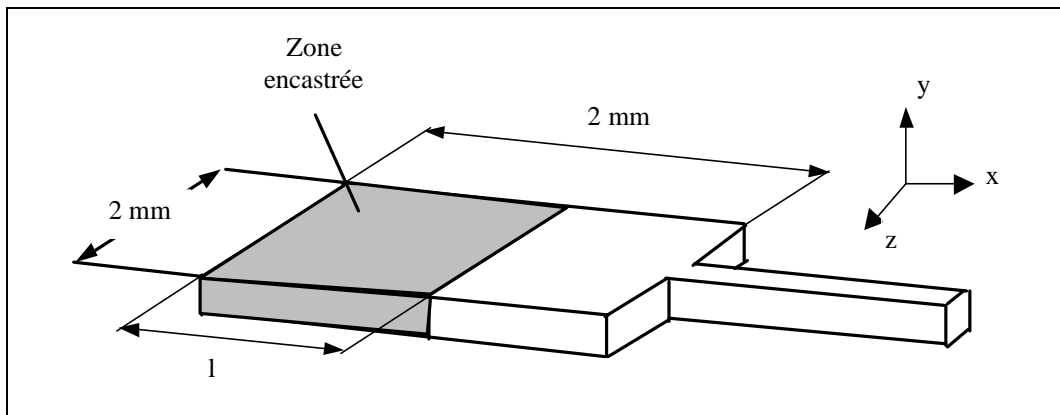
Un modèle par éléments finis dont on montre le schéma **Figure II-18** a été développé sur le logiciel ANSYS 56 afin d'étudier les décalages en fréquence entre les modèles analytiques (encastrement parfait) et les fréquences expérimentales. Pour optimiser les conditions d'encastrement, on s'est intéressé aux fréquences de résonance hors plan.

De par la nature même des échantillons, ce sont les mouvements hors plan qui sont les plus sensibles à l'encastrement. Ceci étant dû à l'absence de matière de part et d'autre de la partie encastree. Les fréquences de résonance étant sensibles aux conditions d'encastrement, les simulations sont faites pour différents types d'encastrement, pour s'approcher au mieux des conditions expérimentales. Les faces qui seront encastrees dans le modèle (cf. **Figure II-18**) sont celle du dessous et celle du dessus qui représentent le maintien du cadre sur le porte-échantillon ainsi que les deux faces latérales qui représentent la liaison avec le reste du cadre.

Dans le modèle E.F., on considère les hypothèses suivantes :

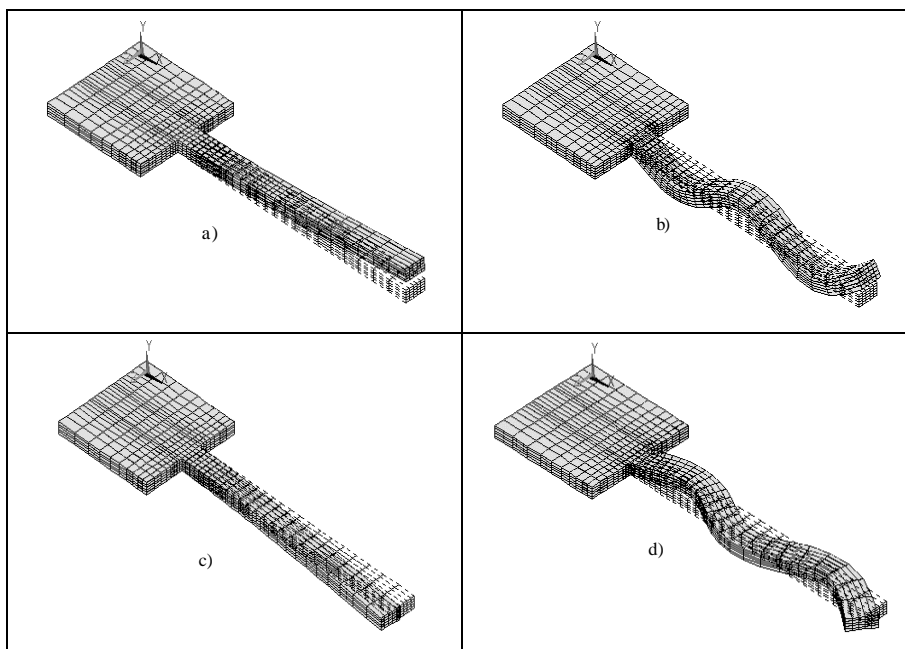
- i) le matériau est isotrope et homogène,
- ii) les sections droites sont rectangulaires,
- iii) le coefficient de poisson  $\nu$  vaut 0,31 et la masse volumique  $\rho$  sera prise égale à  $8900 \text{ kg/m}^3$ .

En ce qui concerne la première hypothèse, la comparaison des fréquences de résonance expérimentales avec celles du modèle E.F. permet de se fixer sur l'éventuelle anisotropie du matériau. La technique LIGA-X avec laquelle ont été réalisées les micropoutres, donne une bonne résolution (0,5  $\mu\text{m}$  sur 500  $\mu\text{m}$ ), ce qui permet de valider la seconde hypothèse.



**Figure II-18** : Modèle E.F. de la poutre encastrée-libre utilisé dans les simulations.

Sur la **Figure II-19**, on représente quelques exemples de déformées obtenues avec le modèle E.F. lors de l'analyse modale. Ces déformées sont obtenues pour une longueur d'encastrement de  $l = 1,8 \text{ mm}$  et un module de Young de 195 GPa.



**Figure II-19** : Déformées de mode de flexion hors plan et dans le plan du modèle E.F. ( $l = 1,8 \text{ mm}$  et  $E = 195 \text{ GPa}$ ). a) Premier mode  $f_{1y}$  à 5,8 kHz, b) quatrième mode  $f_{4y}$  à 199 kHz. c) Premier mode  $f_{1z}$  à 12 kHz, d) quatrième mode  $f_{4z}$  à 377 kHz.

Au cours des expériences, les 9 premiers modes en flexion hors plan  $f_y$  (déplacement dans le plan  $x,y$ ) et dans le plan  $f_z$  (déplacement dans le plan  $x,z$ ) ont été mesurés ainsi que le premier mode de torsion. Lors des simulations, les deux paramètres laissés libres sont la longueur  $l$  d'encastrement du cadre et le module de Young  $E$ . Ainsi la longueur peut varier de 0,94 mm à 1,8 mm (distances proches des conditions réelles) et le module de Young de 170 GPa à 200 GPa. On n'introduit pas la longueur  $l = 2$  mm étant donné la position de la céramique piézoélectrique sur le cadre. Les résultats reportés dans le **Tableau II-7** illustrent le cas où  $E = 195$  GPa.

| Rang et type du mode  | Fréquence expérimentale. en kHz | Fréquence du modèle E.F. en kHz (E = 195 GPa) <b>l = 0,94 mm</b> | Fréquence du modèle E.F. en kHz (E = 195 GPa) <b>l = 1,17 mm</b> | Fréquence du modèle E.F. en kHz (E = 195 GPa) <b>l = 1,53 mm</b> | Fréquence du modèle E.F. en kHz (E = 195 GPa) <b>l = 1,80 mm</b> |
|-----------------------|---------------------------------|--|--|--|--|
| $f_{1y}$ hors plan    | 5,51                            | 5,5  | 5,5  | 5,6  | 5,85   |
| $f_{1z}$ dans le plan | 11,81                           | 11,8   | 11,8   | 11,9   | 12,02  |
| $f_{2y}$ hors plan    | 33,03                           | 33,9   | 34   | 35   | 36,4   |
| $f_{2z}$ dans le plan | 74,14                           | 72   | 72   | 73   | 73,76  |
| $f_{3y}$ hors plan    | 103,6                           | 93   | 93,6   | 97   | 101,8  |
| $f_{3z}$ dans le plan | 198,7                           | 197  | 197  | 198  | 200,2  |
| $f_{4y}$ hors plan    | 198,96                          | 175  | 178  | 188  | 199,4  |
| $f_{4z}$ dans le plan | 368,1                           | 371  | 371  | 373  | 377,09   |
| $f_{5y}$ hors plan    | 360,1                           | 321,4  | 321,6  | 323,6  | 329,5  |
| torsion               | 110,7                           | 107,20   | 107,23   | 107,6  | 108,8  |

**Tableau II-7** : Evolution des fréquences de résonance du modèle E.F. pour une variation de la longueur d'encastrement  $l$ .

On s'aperçoit que quelle que soit la longueur d'encastrement  $l$ , les fréquences de résonance en flexion dans le plan ( $x, z$ ) varient très peu. Etant donné la forme de la structure, on peut considérer que l'encastrement est parfait pour les mouvements qui se font dans le plan ( $x, z$ ). En effet, il y a de la matière de part et d'autre de la poutre (latéralement). On se focalise donc sur les fréquences hors plan ( $x, y$ ) pour caler le modèle numérique par rapport aux valeurs expérimentales.

On voit d'après le **Tableau II-7** que le modèle avec les paramètres  $E = 195 \text{ GPa}$  et  $l = 1,8 \text{ mm}$  est en assez bon accord avec les résultats expérimentaux. On met ainsi en évidence que la meilleure corrélation entre l'expérience et les simulations se situe pour une longueur d'encastrement  $l = 1,8 \text{ mm}$  et un module de Young  $E = 195 \text{ GPa}$  avec une erreur moyenne  $\Delta f/f$  de 3,2 % sur les fréquences de résonance (cf. **Tableau II-8**).

| Rang et type du mode         | fréquence expérimentale (kHz) | fréquence du modèle E.F. (kHz)<br>E = 195 GPa | $\Delta f / f$ (%) |
|------------------------------|-------------------------------|---|--------------------|
| $f_{1y}$ hors plan (x, y)    | 5,51                          | 5,85  | 5,8                |
| $f_{1z}$ dans le plan (x, z) | 11,81                         | 12,02   | 1,5                |
| $f_{2y}$ hors plan (x, y)    | 33,03                         | 36,47   | 9,2                |
| $f_{2z}$ dans le plan (x, z) | 74,14                         | 73,76   | 0,5                |
| $f_{3y}$ hors plan (x, y)    | 103,6                         | 101,8   | 1,7                |
| $f_{3z}$ dans le plan (x, z) | 198,7                         | 200,2   | 0,6                |
| $f_{4y}$ hors plan (x, y)    | 198,96                        | 199,4   | 0,02               |
| $f_{4z}$ dans le plan (x, z) | 368,1                         | 377,09  | 2,3                |
| $f_{5y}$ hors plan (x, y)    | 360,1                         | 329,5   | 9,2                |
| $f_{1t}$ torsion axe x       | 110,7                         | 108,8   | 1,7                |
| <i>moyenne</i>               |                               |   | 3,2                |

**Tableau II-8** : Comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux du modèle E.F. choisi ( $l = 1,8 \text{ mm}$ ;  $E = 195 \text{ GPa}$ ).

Pour ce qui concerne le mode de vibration fondamental qui présente un écart de 5,8 % par rapport à la simulation, on sait que les amplitudes maximales sont obtenues pour le fondamental (5,51 kHz), la fréquence de résonance  $f_{1y}$  étant plus sensible aux effets d'encastrement. En effet, l'amortissement du au cadre des micropoutres est plus important [44] et c'est pour cela que la valeur expérimentale pour le premier mode de flexion hors plan est inférieure à celle du modèle E.F.

Pour le cinquième mode de flexion hors plan  $f_{5y}$ , on remarque également que l'erreur commise par rapport au modèle E.F. s'élève à 9,2 %. On peut supposer qu'à de telles fréquences (360,1 kHz), les vitesses de vibration de la micropoutre sont tellement importantes que l'on ne peut plus négliger les phénomènes d'amortissement visqueux dans l'air.

La précision concernant la détermination de la valeur du module de Young est calculée en déterminant l'incertitude relative à partir de l'équation (Eq. II-11) :

$$\text{(Eq. II-17)} \quad \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta f}{f} + 4 \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta h}{h}$$

Une application numérique dans le cas le plus défavorable rencontré expérimentalement permet de majorer les incertitudes géométriques et instrumentales.

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{50}{8900} = 0,0056$$

$$2 \frac{\Delta f}{f} = \frac{2 * 10}{5510} = 0,0036$$

$$4 \frac{\Delta L}{L} = \frac{4 * 2}{4900} = 0,0016$$

$$2 \frac{\Delta h}{h} = \frac{2 * 2}{200} = 0,02$$

$$\text{soit } \frac{\Delta E}{E} = 0,0308 \text{ d'où } \Delta E = 6 \text{ GPa}$$

Comme on vient de le montrer, en première approximation, il n'a pas été nécessaire de dissocier les fréquences de résonance hors plan (x,y) et dans le plan (x,z) pour avoir une adéquation entre le modèle E.F. et les expériences. Ceci nous permet de supposer que le module de Young du nickel est identique dans le plan (x,z) et hors plan (x,y). Il n'y a donc pas d'anisotropie notable (par les mesures en vibrations) dans le nickel électrodéposé [45].

## II.4.6. Discussion sur le coefficient de qualité dynamique du nickel

### II.4.6.1. Protocole de mesure

Les courbes obtenues expérimentalement avec la sonde BMI et le microscope thermoélastique (cf. **Figure II-12**), ont permis de déterminer un coefficient de qualité  $Q$  pour chaque mode de résonance de la micropoutre (cf. **Tableau II-5**). Néanmoins, le cadre de la micropoutre est maintenu mécaniquement ce qui a pour conséquence une absorption importante de l'énergie due à la rigidité du support.

Nous avons renouvelé l'expérience en disposant la structure sur une mousse sans point d'attache (cette méthode ne nous permet pas de faire des mesures dans le plan). On montre ainsi que le coefficient de qualité augmente d'une manière significative sans pour autant

observer un déplacement des fréquences de résonance. Les résultats sont reportés dans le **Tableau II-9**.

| <b>Rang du mode</b>         | 2    | 3     | 4      | 5      |
|-----------------------------|------|-------|--------|--------|
| <b>Fréquence (kHz)</b>      | 33,7 | 103,6 | 198,96 | 360,15 |
| <b>Facteur de qualité Q</b> | 391  | 224   | 355    | 145    |

**Tableau II-9** : Facteur de qualité expérimental en fonction du rang du mode pour la vibration hors plan (support en mousse).

La première analyse que l'on peut faire au regard de ces résultats expérimentaux est que le facteur de qualité décroît avec la fréquence. Cependant, il est à noter que pour le mode 4, on obtient une valeur élevée. Ceci s'explique, comme on le verra par la suite, par un transfert d'énergie entre deux modes de vibration très proches dans le spectre des fréquences de la microstructure.

#### **II.4.6.2. Origine des pertes d'énergie dans une structure mécanique**

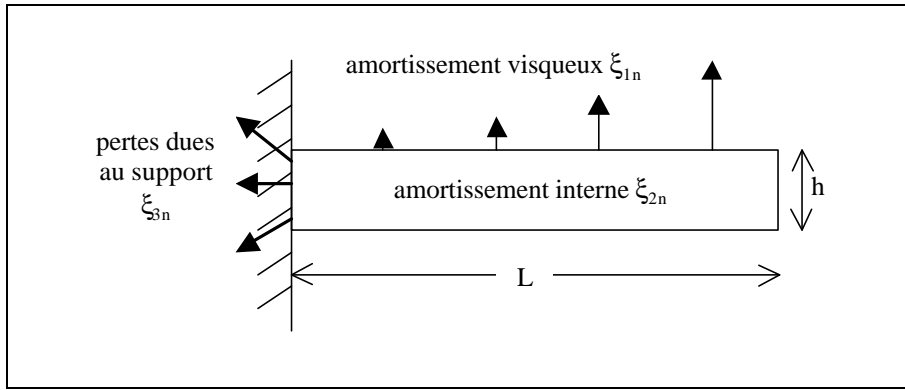
Le facteur de qualité renseigne sur le taux d'énergie restituée par le système par rapport à l'énergie qui lui est apportée. En effet,  $Q$  correspond à l'énergie totale emmagasinée dans la structure divisée par la somme des énergies perdues dans l'élément vibrant par cycle. On a donc :

$$\text{(Eq. II-18)} \quad Q = 2p \frac{\text{Energie totale du système}}{\text{Energie dissipée par cyle}}$$

Si ce coefficient est élevé, cela traduit de faibles pertes dans le système. Si on définit par  $\mathbf{x}$  l'amortissement total que subit le système et qui est à l'origine des dissipations énergétiques, alors on peut écrire :

$$\text{(Eq. II-19)} \quad \mathbf{x} = \frac{1}{2Q}$$

Les pertes d'énergie peuvent être la conséquence de trois phénomènes, plus ou moins importants les uns par rapport aux autres Ceci dépend des conditions dans lesquelles se trouve la microstructure. On donne une représentation schématique de ces pertes dans la **Figure II-20**.



**Figure II-20** : Représentation schématique des pertes énergétiques dans une poutre en vibration.

La micropoutre évoluant à pression atmosphérique, les pertes dues aux frottements visqueux avec le fluide ambiant peuvent être importantes. Hosaka et al [46] ont développé un modèle pour l'amortissement visqueux en fonction de la fréquence de résonance d'une poutre encadrée-libre, en se basant sur un précédent modèle à base de sphères [47].

L'idée est de supposer que la poutre est composée d'une succession de sphères dont le diamètre est égal à la largeur de la poutre. Moyennant cette hypothèse, le coefficient d'amortissement  $\alpha_{1n}$  de la poutre lorsque que celle-ci vibre en flexion à un mode  $n$ , s'écrit :

$$(Eq. II-20) \quad \alpha_{1n} = \frac{3\mathbf{pmb} + 0.75\mathbf{pb}^2(2\mathbf{r}_a\mathbf{mw}_n)^{1/2}}{2\mathbf{r}_b\mathbf{hb}^2\mathbf{w}_n}$$

Avec :

$\mathbf{r}_a$  : masse volumique de l'air ( $1,3 \text{ kg.m}^{-3}$ ),

$\mathbf{m}$  : viscosité de l'air ( $1,81.10^{-5} \text{ Pa.s}$ ),

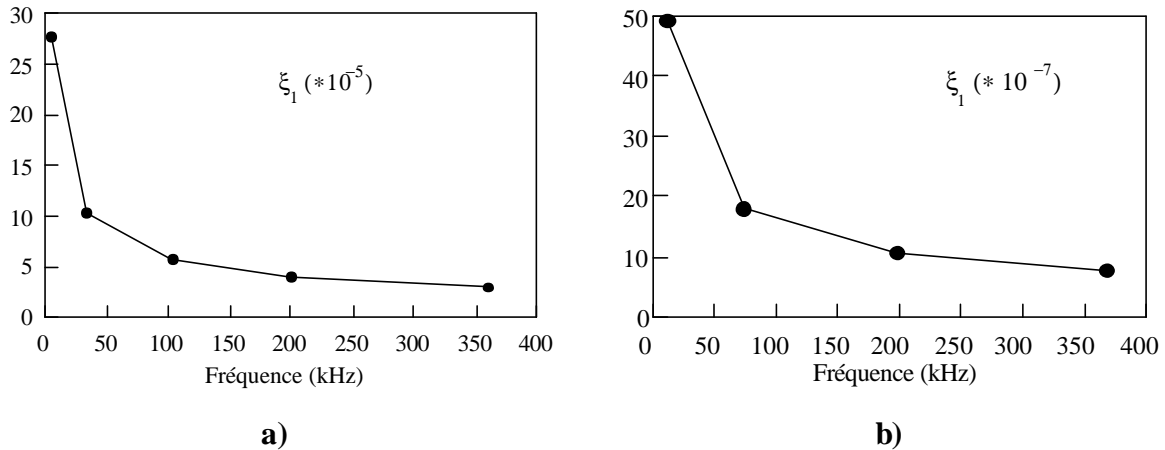
$\mathbf{r}_b$  : masse volumique de la poutre,

$\mathbf{b}, \mathbf{h}$  : largeur et hauteur de la poutre,

$\mathbf{w}_n$  : pulsation propre en flexion de rang  $n$  de la poutre.

On a représenté sur la **Figure II-21**, le coefficient d'amortissement  $\alpha_{1n}$  calculé à partir de l'équation (Eq. II-20) pour les modes hors plan (a) et dans le plan (b). On montre ainsi que pour un facteur deux entre la largeur et la hauteur ( $\mathbf{b}/\mathbf{h}$ ), l'amortissement dû à l'air est environ cent fois plus important dans le cas de mouvements hors plan. En effet, la surface de contact offerte au fluide par la poutre est deux fois plus importante lors de la vibration hors plan.





**Figure II-21** : Coefficient d'amortissement visqueux  $\xi_1$  du aux frottement dans l'air en fonction de la fréquence de résonance. **a)** vibration hors plan, **b)** vibration dans le plan.

Ensuite, on distingue les pertes intrinsèques aux systèmes. Présentement ce sont les frottements internes. L'ensemble de ces pertes est regroupé sous la dénomination de coefficient d'amortissement structural  $\alpha_2$ . Pour ce qui concerne ce coefficient, on ne trouve aucune valeur expérimentale dans la littérature dans le cas du nickel.

Cependant, pour un matériau comme le permalloy qui est un alliage de Fer-Nickel (Ni-Fe) et qui possède des caractéristiques mécaniques très proches de celles du nickel ( $\rho = 8600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $E = 186 \text{ GPa}$ ), on reporte une valeur de  $1,5 \cdot 10^{-3}$  [46]. A titre indicatif, pour un matériau comme le silicium cristallin connu pour avoir un amortissement structural beaucoup moins important, on mentionne une valeur de  $2,5 \cdot 10^{-6}$  [46].

Enfin, on distingue l'amortissement de la microstructure  $\alpha_{3n}$ , du à l'encastrement avec le cadre. En effet, une partie de l'énergie se dissipe dans cette jonction de la micropoutre avec le milieu extérieur. C'est pour le mode fondamental que ce type d'amortissement est le plus important. On supposera donc que cette valeur est constante quelle que soit la fréquence (considération pessimiste puisqu'il décroît avec la fréquence).

Jimbo et *al* [48] considèrent une poutre encastree-libre ayant une énergie potentielle  $W$  avec une amplitude de vibration  $U$  à l'extrémité libre. Elle est reliée à un corps élastique semi-infini (support) à l'extrémité opposée. La vibration crée un moment  $M$ , ainsi qu'un effort tranchant  $T$  qui agissent au point de contact de la poutre avec le support. Le corps se déforme de manière élastique sous l'action conjuguée de  $T$  et de  $M$ . On calcule l'énergie de déformation durant un cycle de vibration. Cette énergie se propage sous forme d'onde élastique dans le support. Pour déterminer, l'amortissement du au support, on calcule la

différence  $\Delta W$  entre l'énergie initiale emmagasinée par la poutre et celle qui se dissipe via le support. La relation suivante est donnée pour calculer l'amortissement :

$$\text{(Eq. II-21)} \quad \mathbf{x}_3 = 0,23 \frac{h^3}{L^3}$$

Dans ce cas, il est clair qu'il faut aussi distinguer la direction du mouvement (dans le plan ou hors plan). Si l'on considère les amplitudes de déplacement hors plan, on a une hauteur  $h = 200 \mu\text{m}$  et une longueur  $L = 4900 \mu\text{m}$ , soit un amortissement dû au cadre de la poutre de  $\mathbf{x}_{3HP} = 1,6.10^{-5}$ . Par contre, les modes dans le plan,  $h = 400 \mu\text{m}$ , conduisent à un amortissement de  $\mathbf{x}_{3DP} = 12,5.10^{-5}$ .

Le coefficient d'amortissement total théorique  $\mathbf{x}_t$  de la structure est la somme de l'ensemble des amortissements, soit :

$$\text{(Eq. II-22)} \quad \mathbf{x}_t = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3$$

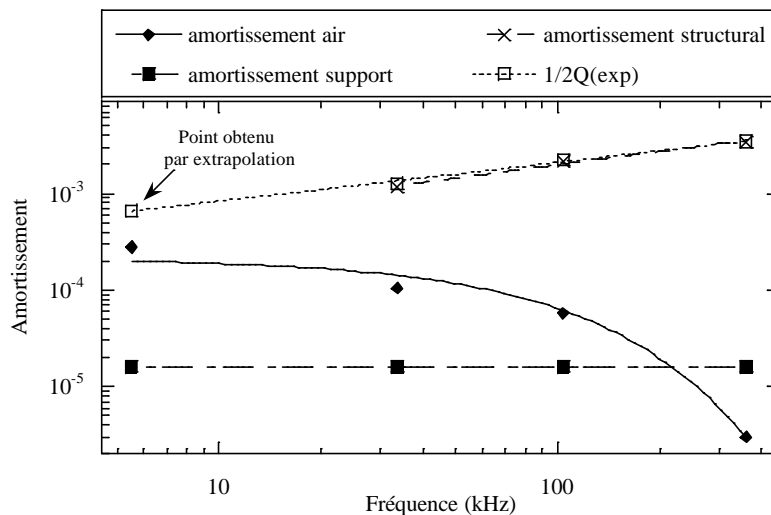
### II.4.6.3. Analyse des résultats expérimentaux

En comparant les valeurs expérimentales des coefficients de qualité reportés dans le Tableau II-5 et le Tableau II-9, on constate clairement que la fixation mécanique du cadre entraîne des dissipations d'énergie importantes. Les premiers résultats reportés dans le Tableau II-5 ne sont pas directement exploitables, mais ils indiquent clairement qu'il y a un transfert d'énergie entre le quatrième mode hors plan ( $f_{4y}$ ) et le troisième mode dans le plan ( $f_{3z}$ ).

Ceci semble expliquer pourquoi la valeur du coefficient de qualité de 355 que l'on trouve pour le mode  $f_{4y}$  soit plus élevé que celle obtenue pour le mode précédant  $f_{3y}$  soit 224. Comme l'indique le modèle analytique (Eq. II-20) et (Eq. II-21), les vibrations dans le plan sont beaucoup moins sujettes aux amortissements dus au cadre et à l'air ambiant, d'où un coefficient de qualité plus élevé pour ces modes.

Nous avons représenté dans la **Figure II-22**, les différents amortissements définis précédemment pour ce qui concerne la micropoutre avec des mouvements hors plan. L'amortissement expérimental est obtenu à partir des valeurs des coefficients de qualité pour chacune des fréquences de résonance, en utilisant la relation (Eq. II-19). L'amortissement structural  $\mathbf{x}_2$  est donc défini par :

$$\text{(Eq. II-23)} \quad \mathbf{x}_2 = \frac{1}{2Q} - \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3$$



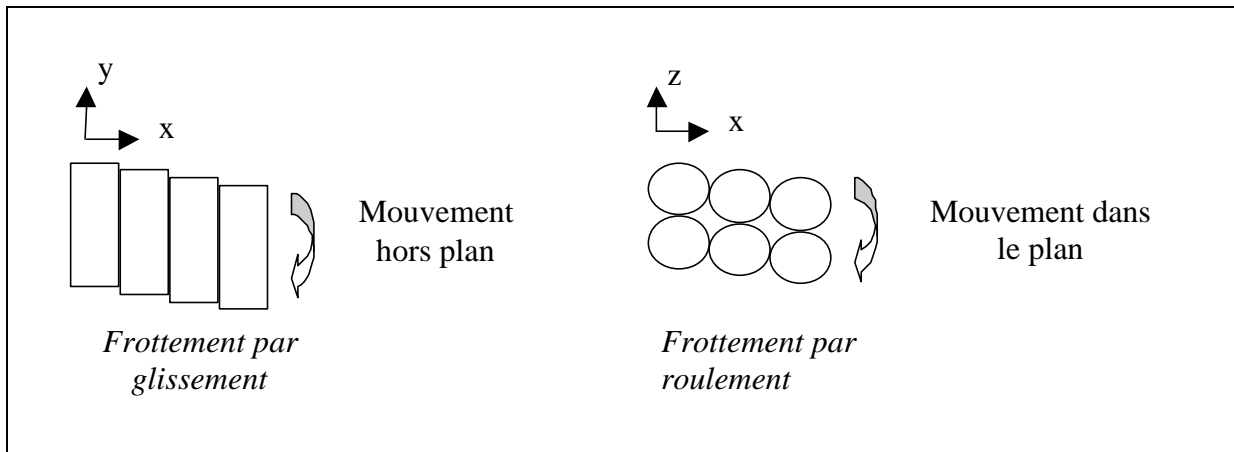
**Figure II-22** : Représentation des différents types d'amortissements pour les modes hors plan.

L'amortissement expérimental pour le premier mode (5,5 kHz) a été obtenu par extrapolation de la courbe  $1/2Q$  exp. On voit ainsi sur le graphe de la **Figure II-22**, que pour le premier mode, les amortissements dus à l'air et au support sont prépondérants dans l'amortissement total de la microstructure.

Par contre, pour ce qui concerne les modes de rang élevés, les modèles exploités tendent à montrer que les amortissements de la structure dus à l'encastrement et au frottement dans l'air sont négligeables devant l'amortissement structural caractéristique du matériau.

Cette hypothèse ne peut-être entièrement validée qu'en effectuant des expériences dans une enceinte sous vide, ce qui permettrait de réduire considérablement l'amortissement lié aux frottements dans l'air. Ceci nous amène à penser que l'amortissement total  $x_1$ , déterminé expérimentalement peut-être assimilé en première approximation à l'amortissement interne du matériau  $x_2$ , du moins pour les fréquences élevées.

Si l'on considère la microstructure du nickel électrodéposé, on sait que la croissance de ce matériau se fait de manière colonnaire. On peut donc en déduire que  $x_2$  sera plus important pour les modes hors plan.



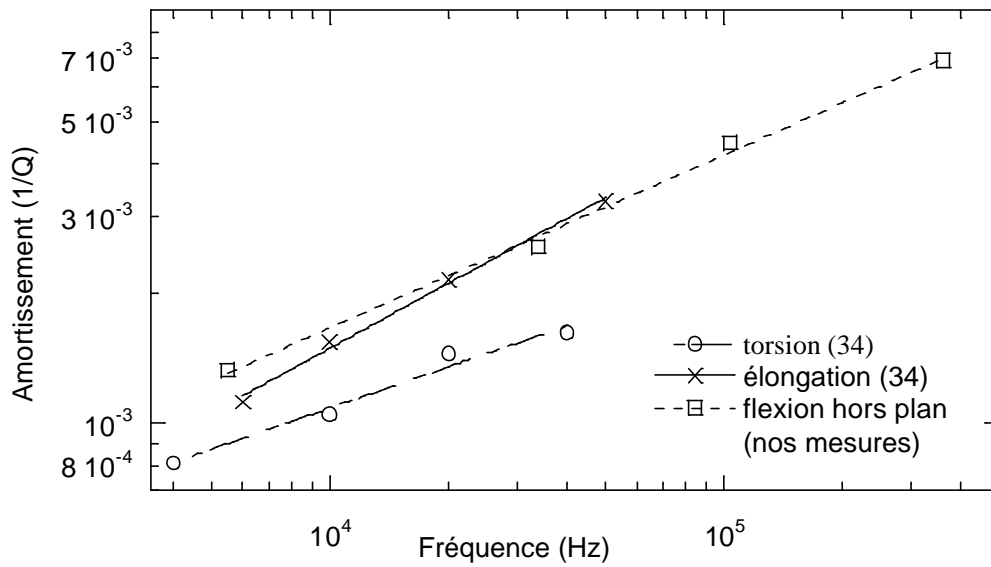
**Figure II-23** : Type de frottement selon le mouvement de la poutre.

En effet, les lignes de contact entre les différentes colonnes sont identiques quelle que soit la direction de déplacement (cf. **Figure II-23**). Pour les modes hors plan, le frottement se fait par glissement, alors que dans le cas de mouvements dans le plan le frottement entre les colonnes se fait par roulement. On sait que le frottement par roulement est beaucoup moins important que celui provoqué par glissement entre deux surfaces. Ceci pourrait éventuellement expliquer les différences que l'on observe sur l'amortissement structural en fonction de la direction du mode.

Dans la littérature, on trouve le coefficient d'amortissement du nickel massif pour les modes de torsion et d'élongation [49]. On a représenté ces données sur un même graphique (**Figure II-24**) ainsi que celles déterminées pour les modes de flexion hors plan. On remarque tout d'abord que l'amortissement dans le matériau augmente avec la fréquence, ce qui peut être expliqué par la présence de micro-courants de Foucault [49].

De plus, on constate que l'amortissement structural est plus important en mode de flexion qu'en mode de torsion. Par contre, les modes d'élongation-compression ont des comportements très proches des modes de flexion. Cette tendance a souvent été reportée dans la littérature [50].

D'ailleurs dans certains cas, on choisit précisément le mode de vibration en torsion pour concevoir de nouveaux microsystèmes de façon à minimiser l'amortissement [51].



**Figure II-24** : Evolution de l'amortissement interne du nickel en fonction de la fréquence et du type de vibration (les courbes de torsion et d'élongation sont tirées de [49]).

Pour conclure, on peut dire que le coefficient de qualité calculé par cette méthode dynamique est donc caractéristique d'une micropoutre encastree-libre, vibrant dans l'air selon des modes de flexion. **Il varie de 1500 à 145 pour des fréquences allant de 5,3 kHz à 360 kHz.**

## II.5. CONCLUSIONS

Dans la première partie de ce chapitre nous avons présenté succinctement la technique LIGA qui sera utilisée pour réaliser les microrésonateurs. La première étape a consisté à réaliser des microstructures permettant de caractériser le nickel obtenu par électroformage. Nous avons récapitulé les principales propriétés mécaniques du nickel et les techniques utilisées pour réaliser ces caractérisations. Ces techniques ont été développées dans les différents laboratoires regroupés au sein de l'IMFC, ces dix dernières années.

Par ailleurs, nous avons présenté en détail dans ce chapitre une technique de caractérisation dynamique pour les microstructures réalisées avec la technologie LIGA ; la vibration à la résonance. Grâce au modèle par E.F. on a pu s'approcher au mieux de la structure mise en résonance dans les expériences. Le module de Young du nickel électrodéposé  $E = 195 \text{ GPa} \pm 6 \text{ GPa}$  obtenu par cette technique est identique à celui trouvé avec des techniques de mesure qui considère une structure globale (flexion, bulging). Il est aussi en accord avec les résultats publiés dans la littérature [32]. Cette méthode de mesure est donc validée.

Cette étude a également permis de montrer que le nickel électrodéposé utilisé dans la technique LIGA est isotrope. En outre nous avons constaté le rôle important de l'encastrement lors de la vibration d'une poutre, aussi bien pour la recherche des fréquences propres que pour la mesure des coefficients de qualité.

La valeur du module de Young du nickel massif est de 206 GPa [52]. Cette valeur est légèrement supérieure à celle que nous trouvons pour nos échantillons. Les résultats indiqués dans cette étude sont indispensables pour la modélisation de microsystèmes avant leur réalisation, sans oublier une autre donnée importante qui est la valeur des contraintes internes [53].

La valeur du coefficient de qualité dans l'air déterminé essentiellement pour les modes hors plan est intéressante pour la conception de nouveaux microsystèmes. Nous avons également montré que la fixation d'une microstructure était prépondérante pour le bon fonctionnement de futurs microsystèmes.

En effet, une grande partie de l'énergie apportée peut se dissiper dans le support. On peut faire le parallèle avec tous les problèmes rencontrés lors de la phase dite du "packaging",

où l'on essaie de minimiser les contraintes et les pertes d'énergie dues à l'insertion du microsystèmes dans un boîtier.

Comme on l'a montré, nous avons trouvé des valeurs cohérentes avec celle de la littérature. D'ailleurs, ces valeurs laissent entrevoir de bonnes perspectives quant au comportement des microrésonateurs dans l'air. Néanmoins, il reste à effectuer des essais sous vide pour confirmer certains résultats.

Cette première étude concernant le nickel et ses propriétés mécaniques est prépondérante pour la réalisation de nouveaux microrésonateurs à partir de la technologie LIGA.

## **II.6. BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE II**









**III. LES MICRORESONATEURS A MODE DE FLEXION**

**CHAPITRE III**  
**LES MICRORESONATEURS A MODE**  
**DE FLEXION**

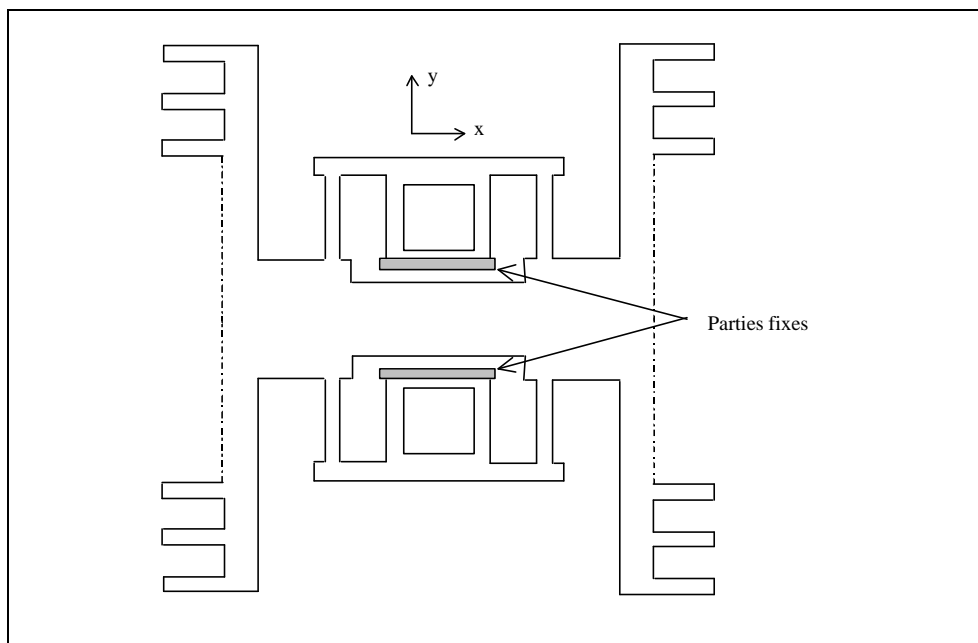


### III.1. INTRODUCTION

Les résonateurs micromécaniques sont utilisés comme éléments clés dans les transducteurs de haute précision pour la détection de paramètres physiques ou environnementaux tel qu'accélération, force, pression ou température. Actuellement, avec la montée en fréquence et la miniaturisation de ces microrésonateurs, de nouvelles perspectives d'utilisation apparaissent tel que le filtrage électromécanique ou l'utilisation en tant qu'oscillateur, gyroscope, accéléromètre.

Un des premiers résonateurs micromécaniques a été introduit par Tang en 1989 [54][55]. Il est composé d'une masse sismique centrale, de poutres et de peignes interdigités. On peut voir sur la **Figure III-1** que cette masse est suspendue par des poutres élastiques de chaque côté qui agissent comme des ressorts. Les poutres sont accrochées au substrat par des plots d'ancrage (anchors). Le microrésonateur est actionné de manière électrostatique grâce à des peignes interdigités (comb drives) qui sont reliés à la masse sismique.

Ce microrésonateur a été réalisé en silicium polycristallin (polysilicium). Il possède une fréquence de résonance de quelques dizaines de kHz pour une épaisseur de  $2\ \mu\text{m}$  et des dimensions totales inférieures à  $700 \times 700\ \mu\text{m}^2$ . L'utilisation du polysilicium impose la présence d'une couche sacrificielle d'oxyde de silicium dopée au phosphore (**phosphosilicate glass, PSG** :  $2\ \mu\text{m}$ ) sur laquelle on fait croître ce premier. Après avoir retiré de façon sélective le PSG, qui a une très grande vitesse de gravure, dans de l'acide fluorhydrique, on obtient un système suspendu au-dessus d'un plan d'oxyde de silicium ( $\text{SiO}_2$ ) (cf. **Figure III-9**).



**Figure III-1** : Schéma du microrésonateur classique à peignes interdigités (pas à l'échelle).

Lorsqu'on applique une tension entre la partie fixe et la partie mobile des peignes interdigués, les forces électrostatiques déplacent la masse dans le plan (mode de translation de direction X). Le microrésonateur doit donc vibrer dans la même direction que la force qui lui est imposée par les peignes pour avoir une efficacité maximale.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter l'architecture retenue pour le microrésonateur. Ensuite, en faisant l'hypothèse que le microrésonateur est composé de sous-ensembles simples, à savoir des poutres et une masse, et grâce aux théorèmes énergétiques nous arriverons à une formulation analytique pour déterminer les modes de flexion dans les trois directions de l'espace.

Ce modèle analytique (qui ne prend en compte ni l'épaisseur du dispositif ni les peignes interdigués) permettra de figer certains paramètres géométriques qui seront ensuite introduit dans un modèle aux éléments finis (E.F.).

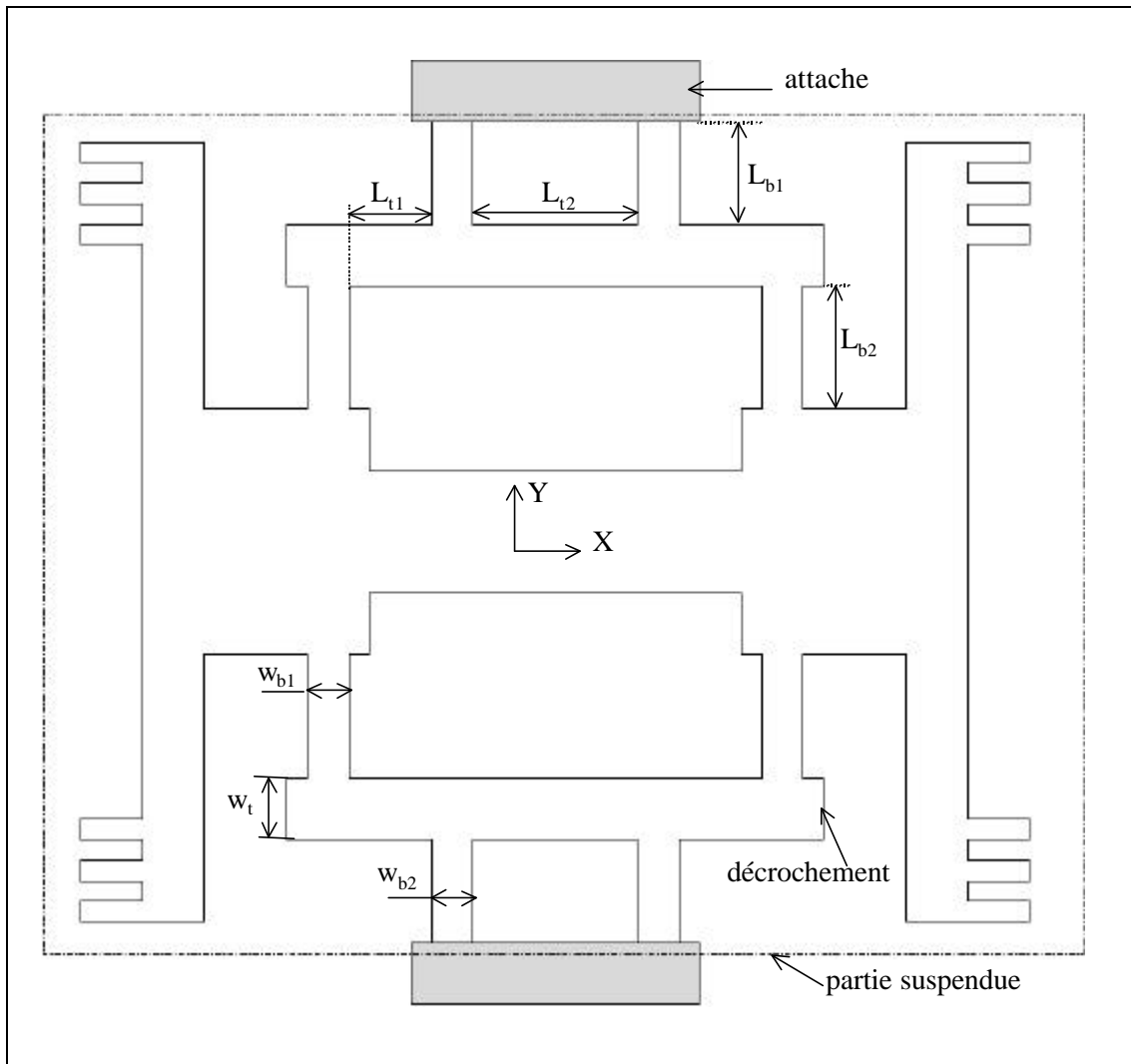
Ensuite, nous présenterons la théorie qui permet de calculer les champs et les forces électrostatiques dans les peignes, ainsi que le procédé de réalisation des microrésonateurs.

Enfin, la caractérisation de ces microrésonateurs permettra d'obtenir des résultats expérimentaux qui seront confrontés aux différentes simulations.

## **III.2. GEOMETRIE DU MICRORESONATEUR**

Contrairement à l'architecture classique qui veut que les plots d'ancrage soient disposés vers l'intérieur du résonateur, nous avons décidé de les placer à l'extérieur dans le prolongement des poutres élastiques. La **Figure III-2** montre le schéma qui a été retenu pour l'architecture du microrésonateur à mode de flexion dans le plan. Ce sont essentiellement des considérations technologiques qui nous ont conduit à faire ce choix.

Premièrement, ceci nous permet de mettre en place un plan de masse indépendant (électriquement et mécaniquement) des plots d'ancrage. Ensuite, le procédé choisi permet comme on le verra ultérieurement de réaliser directement les connections électriques sur chaque port (pour faire le bonding). Enfin, il y a la possibilité, grâce au procédé de réalisation par ouverture face arrière (cf. § IV.4.2), d'étudier l'effet de la couche d'air sous le microrésonateur.



**Figure III-2** : Schéma du microrésonateur à peignes interdigités à mode de flexion dans le plan (les peignes fixes ne sont pas représentés et le dessin n'est pas à l'échelle).

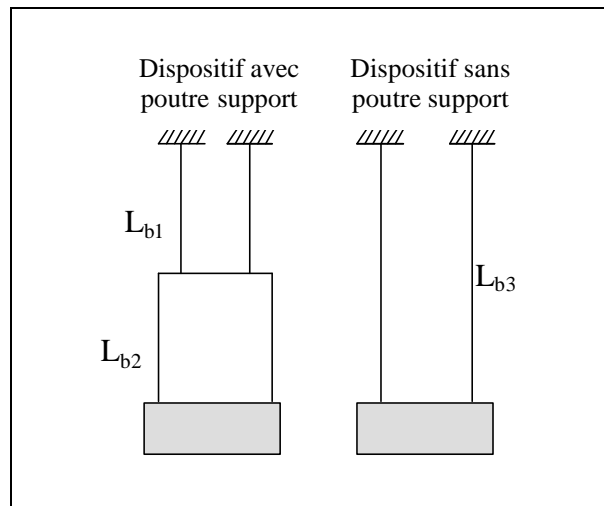
Lors des expériences réalisées dans le chapitre II sur les micropoutres encastrees libres en nickel, nous avons remarqué une influence de l'encastrement sur les fréquences de résonance. La présence du léger décrochement de  $2\ \mu\text{m}$  (cf. **Figure III-2**) permet de réaliser un meilleur encastrement des poutres  $L_{b2}$ .

Le choix de  $w$  et  $t$  répond à deux impératifs. Le premier mécanique qui veut favoriser le mode translation selon  $X$  donc  $w < t$ . Le deuxième technologique où le facteur de forme  $t/w$  est pour la résine utilisée autour de 4. Notre choix sera  $w = 5\ \mu\text{m}$  et  $t = 15\ \mu\text{m}$ . Ce qui bien sûr ne nous empêchera pas de conduire une étude complète qui tient compte de l'influence de ces deux paramètres sur les fréquences de résonance.

Un calcul par éléments finis nous a permis dans un premier temps de mettre en évidence l'effet de la longueur totale des poutres ( $L_{b1} + L_{b2}$ ) sur la constante de raideur du dispositif. En outre, l'adjonction des poutres supports ( $L_{t1}$  et  $L_{t2}$ ) a pour rôle de diminuer la



raideur et donc de favoriser le mode de translation en X. En effet, si l'on compare un dispositif tel qu'il est illustré sur la **Figure III-3** ayant deux poutres  $L_{b3}$  de longueur  $L_{b3} = L_{b1} + L_{b2}$  à un autre composé de poutres  $L_{b1}$  et  $L_{b2}$  (toute chose étant égale par ailleurs), on trouve que l'association de deux poutres conduit à une raideur équivalente moins importante.



**Figure III-3** : Schéma illustrant le dispositif avec et sans poutre support.

De plus, il faut que les modes de résonance suivants le mode fondamental soient bien décalés de celui-ci pour qu'il n'y ait ni mode parasite ni phénomène de couplage entre deux modes consécutifs.

### III.3. ETUDE PAR UNE METHODE ANALYTIQUE

#### III.3.1. Les théorèmes énergétiques

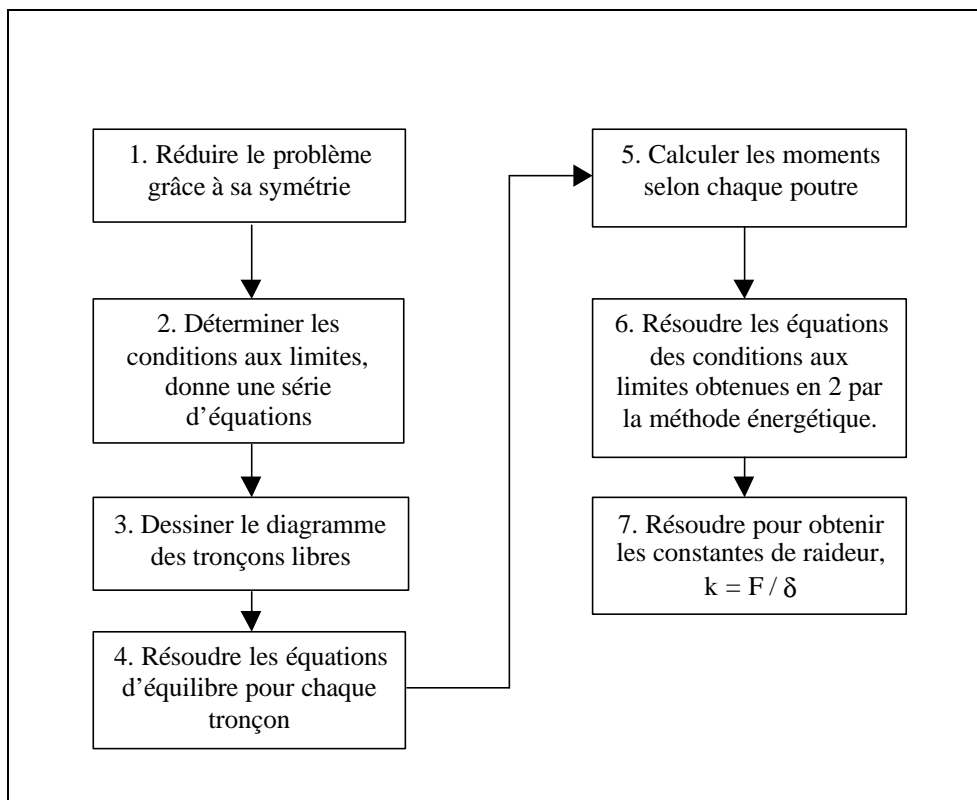
Nous allons déterminer les fréquences de résonance des microrésonateurs par une méthode analytique utilisant les théorèmes énergétiques. Cette méthode est basée sur le calcul de la raideur équivalente suivant les six degrés de liberté (trois en translation et trois en rotation) du système. Elle fonctionne bien lorsque le système étudié peut-être schématisé par des éléments simples comme des poutres ou des plaques. Sur la **Figure III-4**, on donne le synoptique qui permet de calculer les constantes de raideur.

Tout d'abord, il faut simplifier le problème en utilisant les symétries éventuelles du système. Ensuite, on identifie les conditions aux limites à chaque extrémité de la partie étudiée. Au niveau des encastremets, les déplacements et les rotations sont nuls. Pour

simplifier le problème, on considère que les déplacements se font horizontalement ou verticalement donc que les rotations sont négligées. De plus, ces déplacements sont considérés comme non nuls uniquement pour les directions où l'on applique les forces.

L'étape suivante consiste à représenter la partie analysée sous forme de poutre libre. Pour chaque tronçon de poutre, on détermine les conditions d'équilibre aux extrémités, en résolvant les équations de la statique. A l'étape cinq, on calcule les moments fléchissants et les moments de torsion le long de chaque poutre en fonction de la position X ou Y ou Z.

Ensuite, on résout les équations obtenues par les conditions aux limites en utilisant l'énergie de déformation et le second théorème de Castigliano [57]. Ceci nous donne les forces de réaction, les moments fléchissants et les moments de torsion en fonction d'une seule inconnue. La dernière étape consiste à exprimer la raideur  $k = F / \delta$  avec  $\delta$  déplacement selon l'axe considéré.



**Figure III-4** : Diagramme d'analyse des constantes de raideur utilisant la méthode énergétique [56].

Nous allons maintenant exprimer l'énergie de déformation d'une poutre en fonction de ses paramètres géométriques et physiques. On considère un élément de volume  $V$ , composé d'un matériau de module de Young  $E$ , de module de Coulomb  $G$  et de coefficient de

Poisson  $\mathbf{n}$ , soumis à un ensemble de contraintes normales et de cisaillement ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ ). L'énergie de déformation  $U$  dans l'élément de volume s'exprime par :

$$(Eq. III-1) \quad U = \int_V \left[ \frac{1}{2E} (\mathbf{s}_x^2 + \mathbf{s}_y^2 + \mathbf{s}_z^2) - \frac{\mathbf{n}}{E} (\mathbf{s}_x \mathbf{s}_y + \mathbf{s}_y \mathbf{s}_z + \mathbf{s}_z \mathbf{s}_x) + \frac{1}{2G} (\mathbf{t}_{xy}^2 + \mathbf{t}_{yz}^2 + \mathbf{t}_{zx}^2) \right] dV$$

Nous allons appliquer la relation (Eq. III-1) dans les deux cas particuliers que sont la flexion et la torsion. On considère une poutre droite de longueur  $L$  et de moment quadratique  $I$ , soumise à des charges transversales engendrant une flexion sous l'action d'un moment fléchissant  $M$ . L'énergie reliée aux contraintes de cisaillement est négligeable comparativement à l'énergie associée à la contrainte normale.

Par conséquent, lorsque l'axe des  $x$  correspond à l'axe longitudinal de la poutre, si l'on considère que  $\mathbf{s}_x = -\frac{M}{I} y$  et que les autres contraintes sont nulles, l'équation (Eq. III-1) s'écrit :

$$(Eq. III-2) \quad U = \int_V \frac{\mathbf{s}_x^2}{2E} dV = \int_0^L \int_A \frac{M^2 y^2}{2EI^2} dA dx = \int_0^L \left[ \frac{M^2}{2EI^2} \int_A y^2 dA \right] dx = \frac{M^2 L}{2EI}$$

De la même manière, on peut montrer que pour une poutre de second moment polaire  $J$ , soumise à un couple de torsion  $T$ , l'énergie de déformation  $U$  s'exprime ainsi :

$$(Eq. III-3) \quad U = \int_0^L \frac{T}{2GJ} dx = \frac{T^2 L}{2GJ}$$

Lorsque l'on a calculé cette énergie de déformation, on peut remonter aux déplacements à partir du théorème de Castigliano. En effet, ce théorème permet de déterminer le déplacement linéaire ou angulaire, en un point donné d'une structure. Il s'énonce ainsi : le taux de variation de l'énergie de déformation d'un corps par rapport à toute force  $F_R$  est égal à la flèche  $\mathbf{d}_R$  au point d'application de la force dans la direction de celle-ci, soit :

$$(Eq. III-4) \quad \frac{\partial U}{\partial F_R} = \mathbf{d}_R$$

De la même manière, on peut montrer qu'avec un moment concentré  $M_c$ , on obtient :

$$(Eq. III-5) \quad \frac{\partial U}{\partial M_c} = \mathbf{q}$$

où  $q$  est l'angle de rotation autour de l'axe du moment, au point d'application du moment  $M_c$ .  
Nous allons appliquer cette méthode à notre microrésonateur.

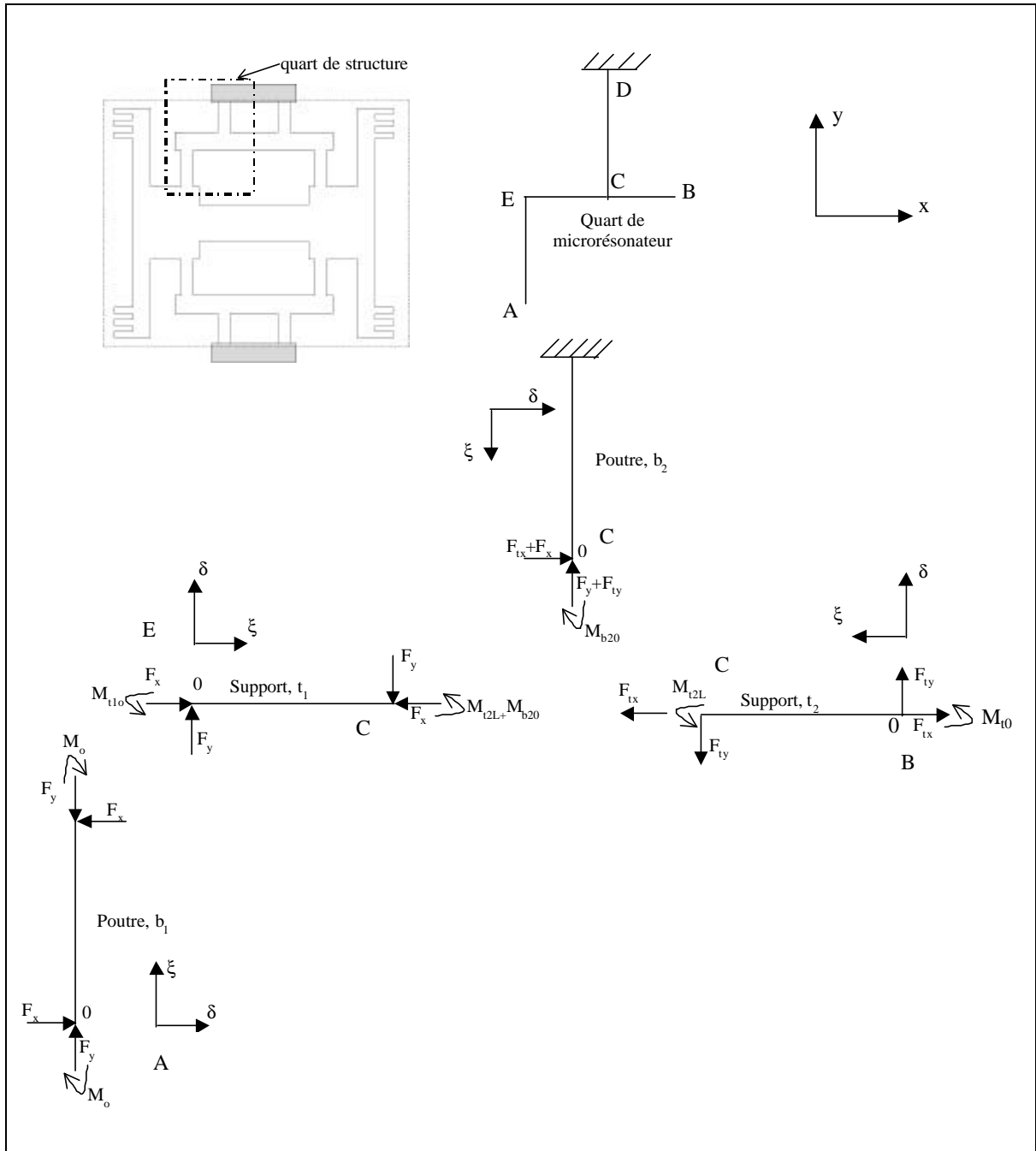
### **III.3.2. Les modes de résonance en flexion**

#### **III.3.2.1. Modes de flexion en X et Y**

Nous avons représenté sur la **Figure III-5**, le quart de structure découpé en tronçons de poutres pour l'écriture des différents moments fléchissants. Il suffira de multiplier par quatre la raideur calculée pour obtenir la raideur totale. Les calculs ne seront développés que pour le mode de flexion selon l'axe X.

L'hypothèse simplificatrice que nous faisons est que l'on néglige les déformations dues :

- au cisaillement,
- à la compression,
- à l'allongement,
- aux contraintes internes.



**Figure III-5** : Poutres et supports du quart de microrésonateur avec les forces et les moments pour le calcul des raideurs  $k_x$  et  $k_y$ .

Moments fléchissants sur les différents tronçons pour le calcul de  $k_x$  et  $k_y$

(Eq. III-6) 
$$M_{b1} = M_0 - F_x x$$

(Eq. III-7) 
$$M_{b2} = -M_0 + F_x L_{b1} - F_y L_{t1} - M_{t0} + F_{ty} \frac{L_{t2}}{2} + (F_x + F_{tx}) x$$

$$\text{(Eq. III-8)} \quad M_{t1} = -M_0 + F_x L_{b1} - F_y x$$

$$\text{(Eq. III-9)} \quad M_{t2} = M_{t0} - F_y x$$

Avec :

$x, d$  : coordonnées locales,

$L_{b1}, L_{b2}$  : longueur des poutres élastiques  $b_1$  et  $b_2$ ,

$L_{t1}, L_{t2}$  : longueur des poutres supports (transversales)  $t_1$  et  $t_2$ ,

$F_i, M_i$  : forces et moments agissant sur la structure,

$M_{b1}, M_{b2}$  : moments fléchissants sur les poutres élastiques  $b_1$  et  $b_2$ ,

$M_{t1}, M_{t2}$  : moments fléchissants sur les poutres supports  $t_1$  et  $t_2$ .

Calcul de la raideur dans la direction  $x$  :  $k_x$

La condition aux limites au point A est de type guidée. Donc la rotation  $q_0$  et  $d_y$  le déplacement selon  $y$  sont nuls. Il ne reste que le déplacement  $d_x$  du à l'action de  $F_x$ . On utilise les équations (Eq. III-8) et (Eq. III-9) pour exprimer ces conditions :

(Eq. III-10)

$$d_y = \frac{\partial U}{\partial F_y} = \int_0^{L_{b1}} \frac{M_{b1}}{EI_{b1}} \frac{\partial M_{b1}}{\partial F_y} dx + \int_0^{L_{b2}} \frac{M_{b2}}{EI_{b2}} \frac{\partial M_{b2}}{\partial F_y} dx + \int_0^{L_{t1}} \frac{M_{t1}}{EI_{t1}} \frac{\partial M_{t1}}{\partial F_y} dx + \int_0^{L_{t2}} \frac{M_{t2}}{EI_{t2}} \frac{\partial M_{t2}}{\partial F_y} dx = 0$$

(Eq. III-11)

$$q_0 = \frac{\partial U}{\partial M_0} = \int_0^{L_{b1}} \frac{M_{b1}}{EI_{b1}} \frac{\partial M_{b1}}{\partial M_0} dx + \int_0^{L_{b2}} \frac{M_{b2}}{EI_{b2}} \frac{\partial M_{b2}}{\partial M_0} dx + \int_0^{L_{t1}} \frac{M_{t1}}{EI_{t1}} \frac{\partial M_{t1}}{\partial M_0} dx + \int_0^{L_{t2}} \frac{M_{t2}}{EI_{t2}} \frac{\partial M_{t2}}{\partial M_0} dx = 0$$

(Eq. III-12)

$$d_x = \frac{\partial U}{\partial F_x} = \int_0^{L_{b1}} \frac{M_{b1}}{EI_{b1}} \frac{\partial M_{b1}}{\partial F_x} dx + \int_0^{L_{b2}} \frac{M_{b2}}{EI_{b2}} \frac{\partial M_{b2}}{\partial F_x} dx + \int_0^{L_{t1}} \frac{M_{t1}}{EI_{t1}} \frac{\partial M_{t1}}{\partial F_x} dx + \int_0^{L_{t2}} \frac{M_{t2}}{EI_{t2}} \frac{\partial M_{t2}}{\partial F_x} dx$$

La condition au limite au point B est de type articulée. Le moment  $M_{t0}$  et la force  $F_{tx}$  selon  $x$  ainsi que le déplacement  $d_{ty}$  en  $y$  sont nuls. Ces conditions se traduisent par :

$$M_{t0} = 0$$

$$F_{tx} = 0$$

(Eq. III-13)

$$d_{ty} = \frac{\partial U}{\partial F_{ty}} = \int_0^{L_{b1}} \frac{M_{b1}}{EI_{b1}} \frac{\partial M_{b1}}{\partial F_{ty}} dx + \int_0^{L_{b2}} \frac{M_{b2}}{EI_{b2}} \frac{\partial M_{b2}}{\partial F_{ty}} dx + \int_0^{L_{t1}} \frac{M_{t1}}{EI_{t1}} \frac{\partial M_{t1}}{\partial F_{ty}} dx + \int_0^{L_{t2}} \frac{M_{t2}}{EI_{t2}} \frac{\partial M_{t2}}{\partial F_{ty}} dx = 0$$

Nous avons utilisé le logiciel de calcul formel MAPLE pour la résolution des équations (Eq. III-14) à (Eq. III-17). Pour le détail du programme, on se reportera à l'exemple de l'annexe III.1. Nous obtenons une expression analytique de la raideur  $k_x$  totale (Eq. III-18) qui dépend des paramètres géométriques et physiques du microrésonateur, soit :

(Eq. III-14)

$$k_x = 4Et w_b^3 \frac{\left\{ \begin{array}{l} 4L_{t1}^2 L_{t2} + 3aL_{t1}^2 L_{b2} + 16aL_{t2} L_{t1} L_{b1} \\ + 16aL_{t2} L_{t1} L_{b2} + 12a^2 L_{t1} L_{b1} L_{b2} + 48a^2 L_{t2} L_{b1} L_{b2} \end{array} \right\}}{\left\{ \begin{array}{l} 16L_{t2} L_{t1}^2 L_{b1}^3 + 16L_{t2} L_{t1}^2 L_{b2}^3 + 12aL_{b2} L_{t1}^2 L_{b1}^3 + 3aL_{t1}^2 L_{b2}^4 + 64aL_{t2} L_{t1} L_{b2}^3 L_{b1} \\ + 16aL_{t2} L_{t1} L_{b1}^4 - 48aL_{t2} L_{t1} L_{b2}^2 L_{b1}^2 + 16aL_{t2} L_{t1} L_{b2}^4 + 64aL_{t2} L_{t1} L_{b1}^3 L_{b2} \\ + 12a^2 L_{b1} L_{t1} L_{b2}^4 + 12a^2 L_{b2} L_{t1} L_{b1}^4 + 48a^2 L_{b1} L_{t2} L_{b2}^4 + 48a^2 L_{b2} L_{t2} L_{b1}^4 \end{array} \right\}}$$

avec

$E$  = module de Young,

$t$  = épaisseur,

$w_i$  = largeur des poutres,

$a = (w_t/w_b)^3$ .

On simplifie l'expression en intégrant les spécifications technologiques, à savoir  $w_t = w_b = w$  et  $L_{b1} = L_{b2} = L_b$ . On obtient finalement l'expression de la raideur simplifiée  $k_x$ , soit :

$$(Eq. III-15) \quad k_x = \frac{4Et w^3}{L_b^3} \frac{12L_b^2 L_{t1} + 48L_b^2 L_{t2} + 32L_b L_{t2} L_{t1} + 3L_b L_{t1}^2 + 4L_{t2} L_{t1}^2}{24L_b^2 L_{t1} + 96L_b^2 L_{t2} + 112L_b L_{t2} L_{t1} + 15L_b L_{t1}^2 + 32L_{t2} L_{t1}^2}$$

L'expression de la pulsation  $\omega_x$  du mode de flexion plane selon l'axe X est donné par :

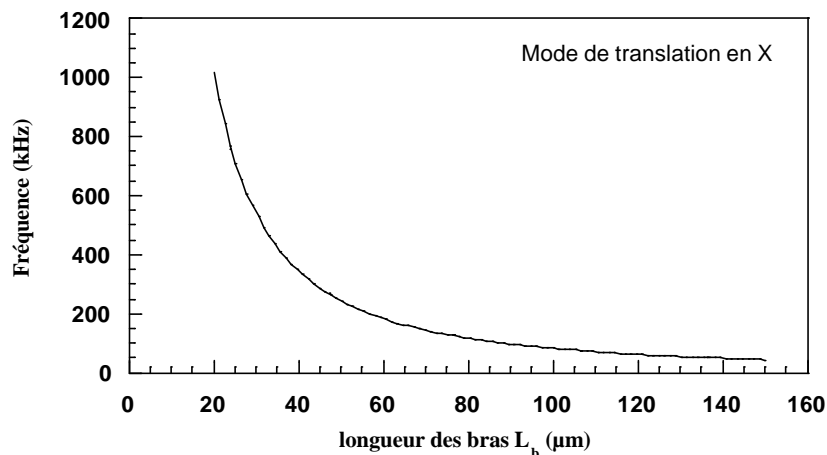
$$(Eq. III-16) \quad \omega_x = 2p f_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}}$$

où  $m$  est la masse totale du microrésonateur avec les peignes.

On peut donc à partir de la relation (Eq. III-16) étudier le comportement en fréquence du microrésonateur en fonction de différents paramètres géométriques ( $t$ ,  $w$ ,  $L_b$ ,  $L_{t1}$ ...) ou mécanique ( $E$ ).

Nous avons étudié l'évolution de la fréquence  $f_x$  du mode de flexion plane, qui correspond à une translation en X du microrésonateur, en fonction de la longueur des bras  $L_b$ , pour différentes valeurs de  $L_{t2}$  (de 10 à 60  $\mu\text{m}$ ). Les paramètres fixés sont  $E = 195$  GPa,  $t = 15$   $\mu\text{m}$ ,  $w = 5$   $\mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1$   $\mu\text{m}$ . La première remarque que l'on peut faire est une quasi insensibilité de la fréquence pour les différentes valeurs de  $L_{t2}$  choisies. Les courbes étant confondues, on a représenté sur la **Figure III-6** le cas où  $L_{t2} = 40$   $\mu\text{m}$ .

On peut rajouter que l'on observe une décroissance de la fréquence avec la longueur du bras. En effet, lorsque  $L_b$  croît les poutres sont plus souples (raideur moindre :  $k_x$  est de la forme  $1/L_b$ ) d'où des fréquences de résonance plus faibles.

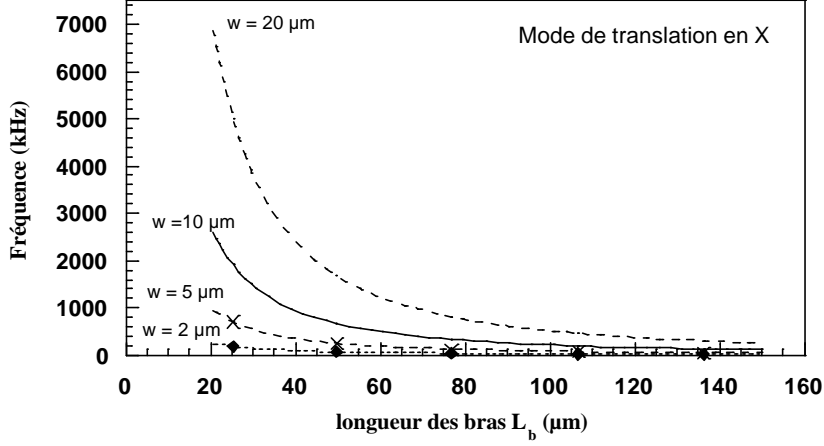


**Figure III-6** : Evolution du mode de translation en X du microrésonateur en fonction de  $L_b$  ( $w = 5$   $\mu\text{m}$ ,  $t = 15$   $\mu\text{m}$ ).

Nous avons également étudié l'évolution de la fréquence  $f_x$  en fonction de la longueur des bras  $L_b$ , pour différentes valeurs de  $w$  (de 2 à 20  $\mu\text{m}$ ). On représente sur la **Figure III-7** les résultats obtenus sous forme d'abaque. Les paramètres fixés sont  $E = 195$  GPa,  $t = 15$   $\mu\text{m}$ ,  $L_{t2} = 40$   $\mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1$   $\mu\text{m}$ . On remarque une croissance rapide de la fréquence lorsqu'on augmente la largeur  $w$  des poutres, lorsque celles-ci sont relativement courtes ( $L_b < 50$   $\mu\text{m}$ ). Pour des poutres ayant une longueur  $L_b$  supérieure à 80  $\mu\text{m}$ , il semble que le terme  $w$  soit



moins prépondérant puisqu'on observe un écart moins important entre les valeurs des fréquences.



**Figure III-7** : Evolution du mode de translation en X du microrésonateur en fonction de  $L_b$  pour différentes valeurs de  $w$  ( $L_{t2} = 40 \mu\text{m}$ ,  $t = 15 \mu\text{m}$ ).

Nous allons à présent calculer par la même méthode la raideur et le mode de translation en Y.

#### Calcul de la raideur simplifiée dans la direction y : $k_y$

Nous ne donnerons que les conditions aux limites aux points A et B et l'expression simplifiée de la raideur  $k_y$  suivant l'axe y.

La condition aux limites au point A est de type guidée. Donc la rotation  $\mathbf{q}_0$  et le déplacement  $\mathbf{d}_x$  selon x sont nuls. On utilise les équations (Eq. III-8) et (Eq. III-9) pour exprimer ces conditions :

$$\mathbf{d}_y = \frac{\partial U}{\partial F_y} \quad \mathbf{q}_0 = \frac{\partial U}{\partial M_0} = 0 \quad \mathbf{d}_x = \frac{\partial U}{\partial F_x} = 0$$

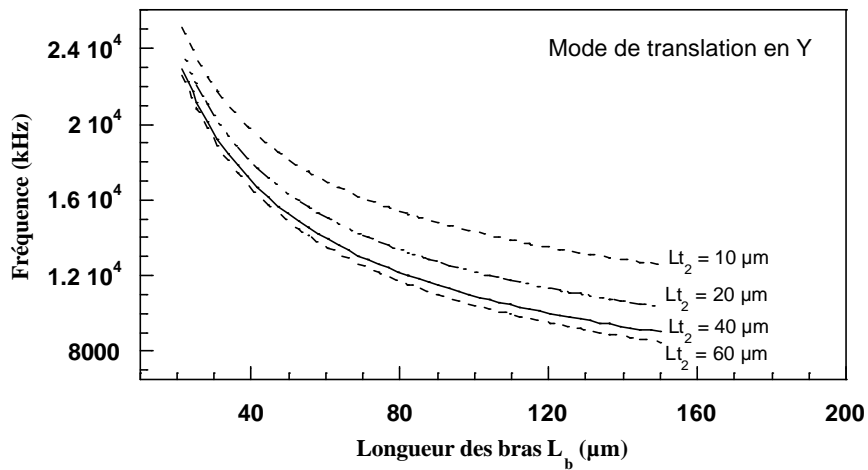
La condition aux limites au point B est de type guidée. La rotation  $\mathbf{q}_{t0}$  et la force  $F_{ty}$  selon y ainsi que le déplacement  $\mathbf{d}_x$  en x sont nuls. Ces conditions se traduisent par :

$$F_{ty} = 0 \quad \mathbf{d}_x = \frac{\partial U}{\partial F_{tx}} = 0 \quad \mathbf{q}_{t0} = \frac{\partial U}{\partial M_{t0}} = 0$$

On obtient finalement l'expression de la raideur simplifiée  $k_y$ , soit :

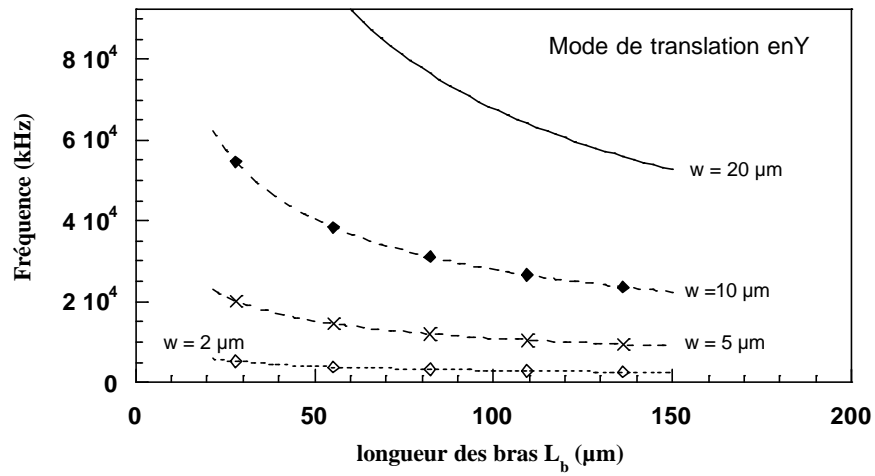
(Eq. III-17) 
$$k_y = \frac{Etw^3}{L_{t1}^2} \frac{L_b^2 + 4L_bL_{t1} + 8L_bL_{t2} + 16L_{t2}L_{t1}}{L_b^2L_{t1} + 3L_b^2L_{t2} + 8L_bL_{t2}L_{t1} + L_bL_{t1}^2 + 4L_{t2}L_{t1}^2}$$

On a représenté sur la **Figure III-8** l'évolution de la fréquence du mode de translation en Y du microrésonateur en fonction de la longueur des bras  $L_b$  pour différentes valeurs de  $L_{t2}$  (de 10 à 60  $\mu\text{m}$ ). Les paramètres fixés sont  $E = 195 \text{ GPa}$ ,  $t = 15 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $w = 5\text{ }\mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1 \text{ }\mu\text{m}$ . Comme le laissait prévoir la géométrie de la structure, les fréquences de résonance de ces modes sont élevées (de l'ordre du MHz). L'accroissement de la distance  $L_{t2}$  entre les poutres entraîne une diminution de la raideur  $k_y$  et une augmentation de la masse. Ceci a pour effet de diminuer la fréquence de résonance  $f_y$  du microrésonateur.



**Figure III-8** : Evolution du mode de translation en Y du microrésonateur en fonction de  $L_b$  pour différentes valeurs de  $L_{t2}$  ( $w = 5 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $t = 15 \text{ }\mu\text{m}$ ).

Nous avons également étudié l'évolution de la fréquence  $f_y$  en fonction de la longueur des bras  $L_b$ , pour différentes valeurs de  $w$  (de 2 à 20  $\mu\text{m}$ ). On représente sur la **Figure III-9** les résultats obtenus sous forme d'abaque. Les paramètres fixés sont  $E = 195 \text{ GPa}$ ,  $t = 15 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $L_{t2} = 40 \text{ }\mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1 \text{ }\mu\text{m}$ . On remarque une croissance très rapide de la fréquence lorsqu'on augmente la largeur  $w$  des poutres. Ce qui nous laisse penser que le terme  $w$  est prépondérant dans l'expression des modes de translation en Y.

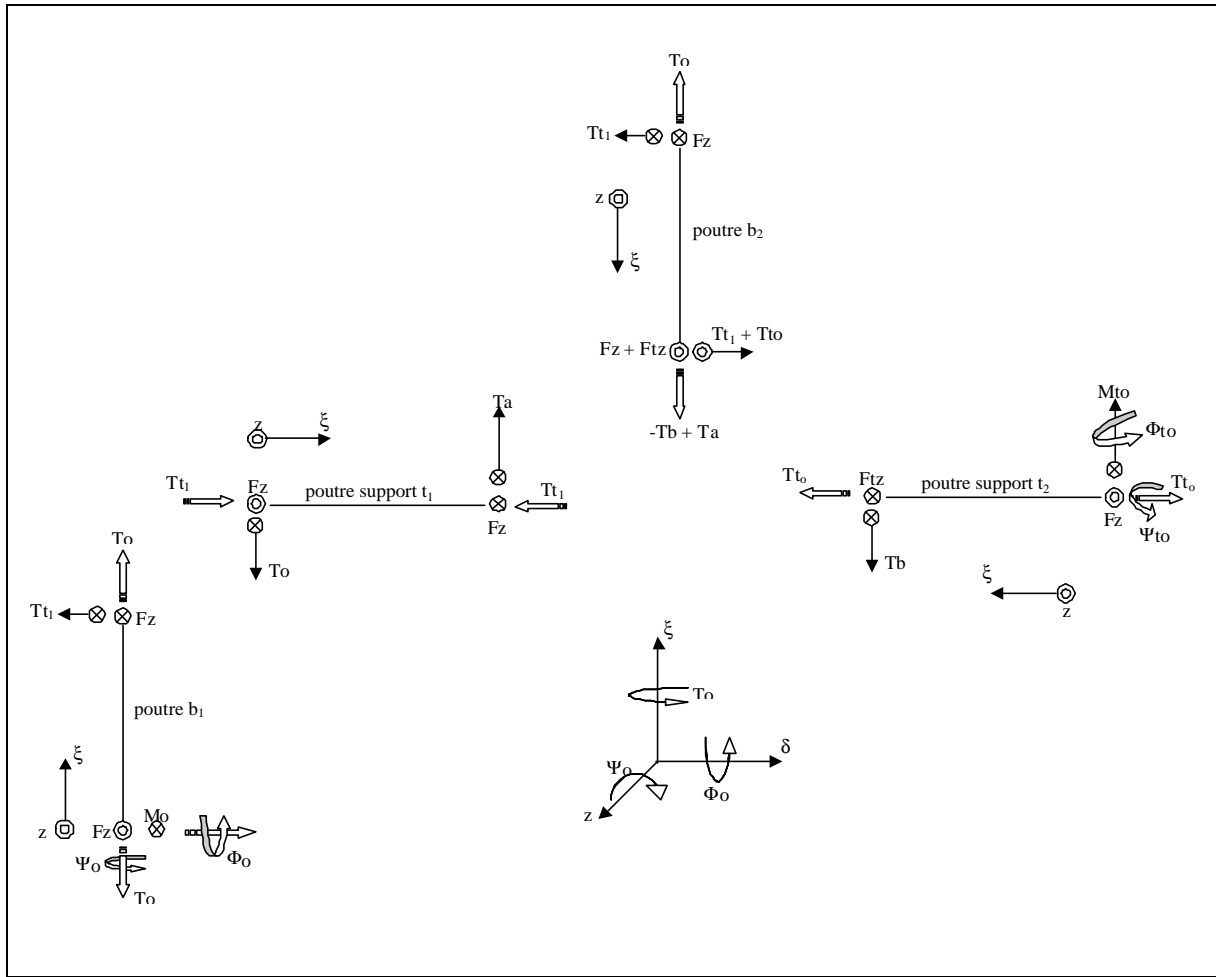


**Figure III-9** : Evolution du mode de translation en Y du microrésonateur en fonction de  $L_b$  pour différentes valeurs de  $w$  ( $t = 15 \mu\text{m}$ ).

### III.3.2.2. Mode de flexion en z

#### Moments de flexion et de torsion pour le calcul de $k_z$

Nous avons représenté sur la **Figure III-10**, le quart de structure découpé en tronçon de poutre. Ceci permet l'écriture des différents moments fléchissants et moments de torsion nécessaires pour le calcul de la raideur selon la direction Z. Sur cette figure on montre également les angles de rotations des différentes sections.



**Figure III-10** : Poutres et supports du quart de microrésonateur avec les forces et les moments pour le calcul de la raideur  $k_z$ .

Pour ce qui concerne les moments qui entraînent une déviation hors plan. Les flèches au-dessus des symboles  $\otimes$  et  $\curvearrowright$  donnent l'axe de rotation si on utilise la règle de la main droite. Les expressions des moments fléchissant et moments de torsion pour chaque tronçon de poutre sont :

(Eq. III-18) 
$$M_{b1} = M_0 - F_z x$$

(Eq. III-19) 
$$T_{b1} = T_0$$

(Eq. III-20) 
$$M_{b2} = M_0 - F_z L_{b1} + T_{t0} - (F_z + F_{tz}) x$$

(Eq. III-21) 
$$T_{b2} = M_{t0} - F_{tz} \frac{L_{t2}}{2} - T_0 + F_z L_{t1}$$

(Eq. III-22) 
$$M_{t1} = T_0 - F_z x$$

(Eq. III-23) 
$$T_{t1} = M_0 - F_z L_{t1}$$

$$(Eq. III-24) \quad M_{i2} = M_{i0} - F_{iy} \mathbf{x}$$

$$(Eq. III-25) \quad T_{i2} = T_{i0}$$

Avec :

$T_i$  : moments de torsion,

$M_i$  : moments de flexion,

$F_i$  : forces extérieures agissant sur la structure.

Calcul de la raideur simplifiée dans la direction z :  $k_z$

Pour déterminer la raideur  $k_z$ , il faut prendre en compte l'énergie de déformation due à la torsion. La condition aux limites au point A est de type guidée. Donc les rotations d'angles  $\mathbf{f}_o$  et  $\mathbf{y}_o$  sont nulles. La rotation d'angle  $\mathbf{f}_{i0}$  est nulle au point B. On utilise les équations (Eq. III-8) et (Eq. III-9) pour exprimer ces conditions :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_o = \frac{\partial U}{\partial M_o} = 0 & \quad \mathbf{y}_o = \frac{\partial U}{\partial T_o} = 0 & \quad \mathbf{f}_{i0} = \frac{\partial U}{\partial M_{i0}} = 0 \\ T_{i0} = 0 & \quad F_{iz} = 0 & \quad \mathbf{d}_z = \frac{\partial U}{\partial F_z} \end{aligned}$$

En introduisant les expressions (Eq. III-22) à (Eq. III-29) dans le calcul des conditions aux limites, on obtient finalement l'expression de la raideur simplifiée  $k_z$ , soit :

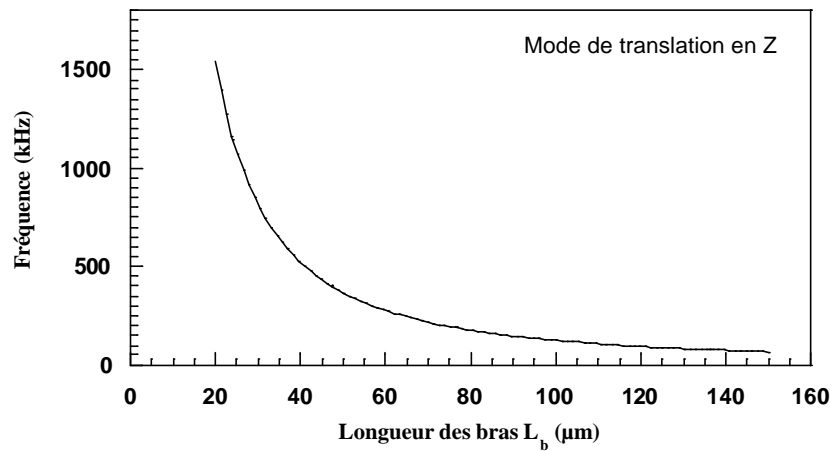
$$(Eq. III-26) \quad k_z = Ewt^3 \frac{L_b^2 E^2 w^2 t^6 + 12L_b L_{t1} EGJw t^3 + 24L_b L_{t2} EGJw t^3 + 144L_{t2} L_{t1} G^2 J^2}{\left\{ \begin{aligned} & 2t^6 E^2 w^2 L_b^5 + t^6 E^2 w^2 L_b^2 L_{t1}^3 + 3t^6 E^2 w^2 L_b^2 L_{t1}^2 + 24t^3 E Jw GL_b^4 L_{t1} \\ & + 48t^3 E Jw GL_b^4 L_{t2} + 3t^3 E Jw GL_b L_{t1} + 24t^3 E Jw GL_b^4 L_{t1}^3 L_{t2} \\ & + 288J^2 G^2 L_b^3 L_{t1} L_{t2} + 36J^2 G^2 L_{t1}^4 L_{t2} \end{aligned} \right\}}$$

La constante de torsion  $J$  d'une poutre ayant une section rectangulaire est calculée à partir de l'expression (Eq. III-31) [57], dans le cas où  $t$  est plus petit que  $w$ , soit :

$$(Eq. III-27) \quad J = \frac{1}{3} t^3 w \left( 1 - \frac{192}{\mathbf{p}^5} \frac{t}{w} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\mathbf{p} w}{2t}\right) \right)$$

Dans le cas où  $w$  est plus petit que  $t$ , il suffit de permuter les deux termes dans l'expression.

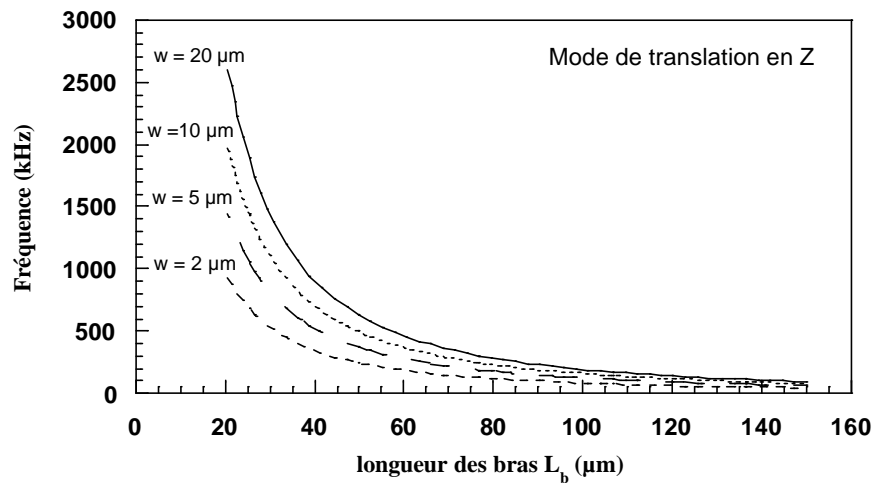
On a représenté sur la **Figure III-11** l'évolution de la fréquence du mode de translation en Z du microrésonateur en fonction de la longueur des bras  $L_b$  pour différentes valeurs de  $L_{t2}$  (de 10 à 60  $\mu\text{m}$ ). Les paramètres fixés sont  $E = 195 \text{ GPa}$ ,  $t = 15 \mu\text{m}$ ,  $w = 5 \mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1 \mu\text{m}$ . Les différences observées entre les fréquences pour les deux valeurs extrêmes de l'intervalle, à savoir 10 et 60  $\mu\text{m}$ , sont inférieures à 2 % pour une longueur de poutre  $L_b$  donnée. Comme pour les modes de translation en X, on observe une décroissance de la fréquence avec la longueur des bras  $L_b$ .



**Figure III-11** : Evolution du mode de translation en Z du microrésonateur en fonction de  $L_b$  ( $L_{t2} = 40 \mu\text{m}$ ,  $w = 5 \mu\text{m}$ ,  $t = 15 \mu\text{m}$ ).

Nous avons également étudié l'évolution de la fréquence  $f_z$  en fonction de la longueur des bras  $L_b$ , pour différentes valeurs de  $w$  (de 2 à 20  $\mu\text{m}$ ). On représente sur la **Figure III-12** les résultats. Les paramètres fixés sont  $E = 195 \text{ GPa}$ ,  $t = 15 \mu\text{m}$ ,  $L_{t2} = 40 \mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1 \mu\text{m}$ . On remarque un comportement identique à celui du mode translation en X (cf. **Figure III-7**) avec néanmoins des fréquences de résonance beaucoup plus faibles.

On peut donc dire que le fait d'augmenter la largeur  $w$  des poutres va favoriser le mode de translation en Z. Ce qui est défavorable dans notre cas, puisque nous cherchons à positionner le mode de translation en X en mode fondamental dans le spectre de fréquence du microrésonateur.



**Figure III-12** : Evolution du mode de translation en Z du microrésonateur en fonction de  $L_b$  pour différentes valeurs de  $w$  ( $t = 15 \mu\text{m}$ ).

Le modèle analytique nous permet d'étudier très rapidement et de manière continue l'influence d'un paramètre sur le microrésonateur. Mais la non prise en compte dans le modèle de certains paramètres géométriques (peignes...) et mécaniques (contraintes axiales...) ont conduit à développer un modèle par E.F..

## III.4. OPTIMISATION DU MICRORESONATEUR PAR ELEMENTS

### FINIS

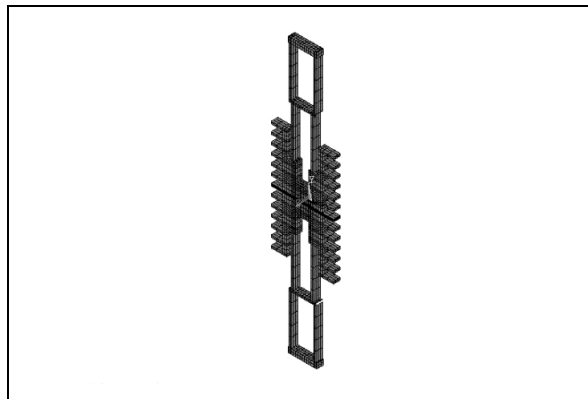
#### III.4.1. Analyse modale

Les simulations sur le microrésonateur électromécanique ont porté sur différents axes. Le but premier est d'avoir un résonateur qui fonctionne avec une fréquence de résonance en translation (mode X) la plus grande possible. Pour atteindre cet objectif, on a pris en compte dans le dimensionnement du microrésonateur les contraintes technologiques (rapport épaisseur sur largeur limité par la résine utilisée dans la technologie LIGA UV).

Sur la **Figure III-2**, on peut voir la structure utilisée et les paramètres géométriques pour simuler le microrésonateur sur le logiciel d'éléments finis ANSYS 54.

Les premières études ont porté sur les modes propres du microrésonateur, c'est-à-dire la résolution de l'équation (Eq. III-37) sans second membre. La principale difficulté dans ce type de simulation est de paramétrer la structure judicieusement (longueur et largeur des bras, taille des peignes...) pour que le maillage du modèle puisse se faire sans interférence entre deux éléments juxtaposés mais qui n'appartiennent pas au même sous-ensemble. En effet, les nœuds appartenant à une même ligne de contact entre deux éléments doivent être confondus.

Les éléments utilisés sont des "SOLID45" qui permettent de modéliser les structures en 3D. Cet élément est défini par huit nœuds ayant chacun trois degrés de liberté en translation. On leur rajoute les trois degrés de liberté que sont les rotations selon les trois directions de l'espace. Cet élément admet des propriétés de matériau de type orthotrope [58]. Le maillage de la structure tel qu'il est représenté sur la **Figure III-13** a nécessité 3500 éléments, ce qui est un compromis entre la dimension des éléments et le temps de calcul. Les premiers résultats ont montré que la fréquence de résonance du mode fondamental varie avec différents paramètres.



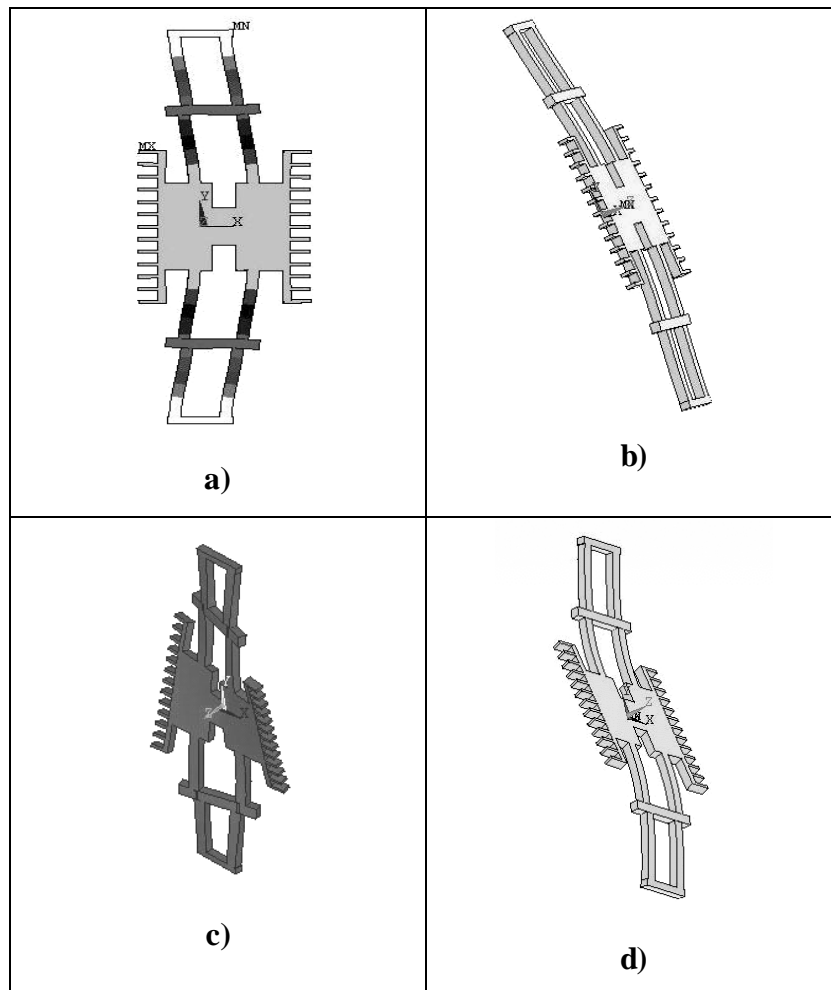
**Figure III-13** : Maillage du microrésonateur avec les éléments solid45 dans ANSYS.

On a ainsi pu montrer que la longueur des doigts des peignes interdigités influe également sur la fréquence de résonance du microrésonateur. Il y a aussi le fait que la direction de résonance du mode fondamental (X, Y, Z, torsion) varie aussi avec ces paramètres. Il faut donc trouver un compromis entre la valeur de la fréquence de résonance et la direction de vibration du premier mode.

La **Figure III-14** illustre les déformées des modes de résonance obtenues par simulation. On peut voir que des modes tel que le mode antisymétrique avec rotation des peignes (cf. **Figure III-14c**) peuvent nuire à la microstructure et au microrésonateur si l'amplitude des déplacements est trop importante. En effet, des phénomènes de rupture dus



aux contraintes alternées, ainsi que des risques de courts circuits, étant donné la faible distance séparant le microrésonateur du substrat (entre 1 et 2  $\mu\text{m}$ ) peuvent se produire.



**Figure III-14** : Exemples de déformées du M.E.F : **a)** mode de translation en X, **b)** mode de translation en Z, **c)** mode antisymétrique avec rotation des peignes, **d)** mode de translation en Z de rang 2.

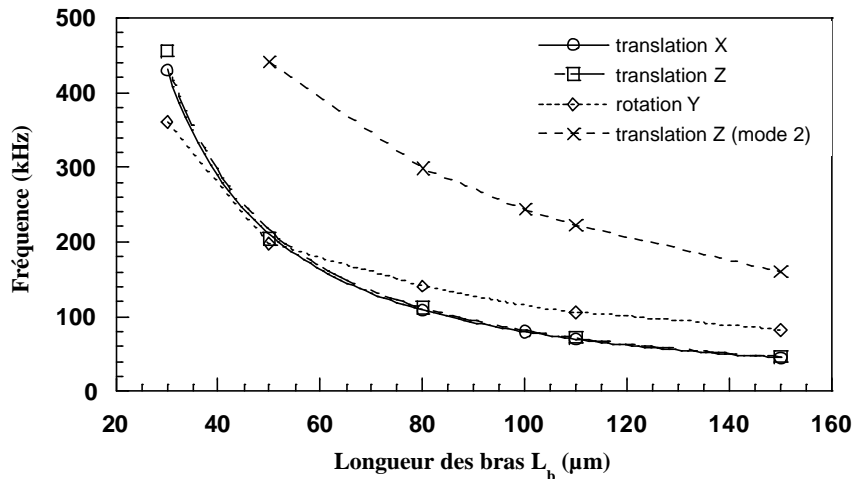
### III.4.2. Evolution des fréquences de résonance en fonction de différents paramètres

Le modèle analytique développé précédemment ne prend pas en compte certains paramètres géométriques (dimensions des peignes, épaisseur...) et mécaniques (élongation-compression des bras, cisaillement...). Nous allons étudier l'influence de ces paramètres à partir du modèle E.F..

La **Figure III-15** montre l'évolution des fréquences de résonance calculées par E.F. des différents modes (translation X et Z, rotation Y, mode 2 de translation Z) en fonction de la longueur  $L_b$  des bras du microrésonateur. Les paramètres fixés sont  $E = 195 \text{ GPa}$ ,  $t = 15 \mu\text{m}$ ,

$w = 5\mu\text{m}$ ,  $L_{t2} = 40\mu\text{m}$  et  $L_{t1} = 1\mu\text{m}$ . Le mode de translation en Y n'a pas été représenté sur cette figure à cause des valeurs élevées des fréquences.

On remarque que le comportement en fréquence des différents modes est quasi identique concernant l'évolution par rapport au paramètre  $L_b$ . En effet, on observe une décroissance de la fréquence de résonance lorsque la longueur des bras augmente. Les deux courbes visualisant les modes de translation en X et Z sont similaires pour la section de bras étudiée ( $w * t = 5 * 15\mu\text{m}^2$ ). Pour notre part, nous choisirons essentiellement ce paramètre, à savoir  $L_b$ , pour définir la fréquence de résonance du microrésonateur.

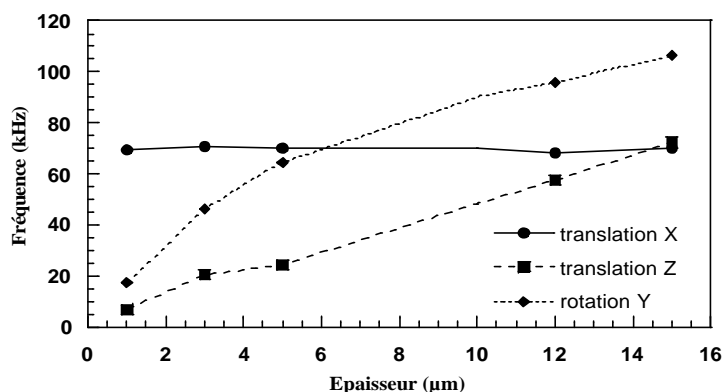


**Figure III-15** : Fréquences de résonance calculées par E.F. des différents modes en fonction de la longueur des bras du microrésonateur ( $t = 15\mu\text{m}$ ,  $w = 5\mu\text{m}$ ).

On décide de travailler à une fréquence de résonance inférieure à 100 kHz pour simplifier les mesures électriques. La démarche suivie lors de la conception de ce microrésonateur peut très bien être appliquée pour réaliser un dispositif résonant à plus haute fréquence.

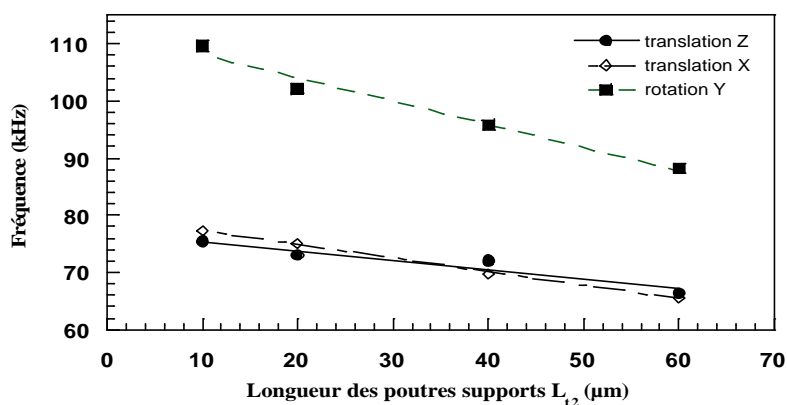
Le calcul de  $k_x$  par le modèle analytique (Eq. III-19), laissait prévoir un comportement de  $f_x$  insensible à l'épaisseur  $t$  du microrésonateur. En effet, dans le calcul de la masse  $m$ ,  $t$  n'intervient qu'à l'ordre 1 (d'où la simplification). Nous avons voulu vérifier cette insensibilité avec le modèle E.F.. Malgré les très faibles variations que l'on peut observer sur la courbe de la **Figure III-16** (moins de 3%), on peut dire que le mode de translation en X a le comportement attendu.

D'autre part, l'intérêt des courbes de la **Figure III-16** est aussi d'indiquer l'ordre des trois premiers modes dans le spectre fréquentiel du microrésonateur. Ainsi, on peut remarquer que pour les faibles épaisseur ( $t$  inférieur à  $6\ \mu\text{m}$ ), le mode de translation en Z est le mode fondamental (le plus énergétique) suivi du mode de rotation d'axe Y. Dans notre cas, il faudra donc réaliser un microrésonateur d'au moins  $15\ \mu\text{m}$  d'épais, pour obtenir le mode de translation en X en mode fondamental.



**Figure III-16** : Evolution des fréquences de résonance des différents types de mode en fonction de l'épaisseur du M.E.F. ( $L_b = 110\ \mu\text{m}$ ,  $w = 5\ \mu\text{m}$ ).

On a cherché à voir l'influence des poutres supports  $L_{t2}$  sur les fréquences de résonance des trois premiers modes du spectre de fréquence du microrésonateur. Les résultats sont reportés dans la **Figure III-17**. On constate que la longueur minimale  $L_{t2}$  pour avoir le mode de translation en X en mode fondamental est  $40\ \mu\text{m}$ .

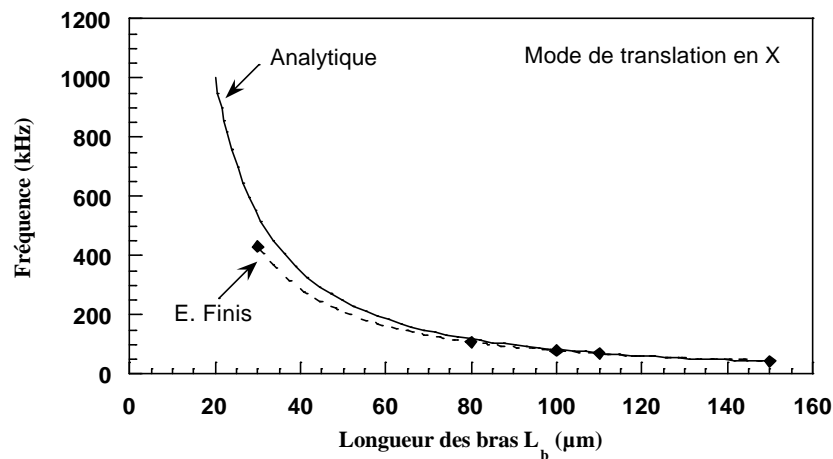


**Figure III-17** : Fréquences de résonance calculées par E.F. des différents modes en fonction de la longueur des poutres supports  $L_{t2}$  ( $L_b = 110\ \mu\text{m}$ ,  $t = 15\ \mu\text{m}$ ,  $w = 5\ \mu\text{m}$ ).

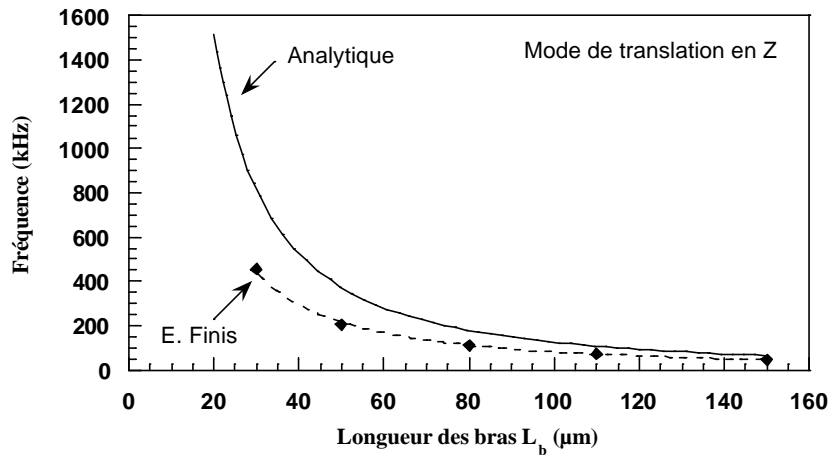
Sur la **Figure III–18** et la **Figure III–19**, on procède à la comparaison des modèles analytiques et numériques concernant les deux modes de translation X et Z. La première remarque que l'on peut faire est une surestimation de la fréquence de la part du modèle analytique quel que soit le mode. Ceci s'explique par le fait des hypothèses de départ concernant le modèle analytique, à savoir la non prise en compte des effets dus aux contraintes axiales (compression, allongement). De plus, les peignes ne sont pas pris en compte dans le modèle analytique.

Néanmoins, on observe une assez bonne corrélation entre les deux modèles. Pour ce qui est de  $f_x$  (cf. **Figure III–18**), l'écart est de moins de 8 % pour des longueurs  $L_b$  supérieures à 80  $\mu\text{m}$ , il n'est plus que de 2 % pour  $L_b = 150 \mu\text{m}$ . On peut donc dire que, dans notre cas, le modèle analytique concernant le mode de translation en X est fiable.

Quant à  $f_z$ , les écarts sont plus perceptibles (cf. **Figure III–19**). En effet, pour l'exemple que nous illustrons, à savoir une largeur  $w$  de 5  $\mu\text{m}$ , l'expression de  $f_z$  qui découle de la relation (**Eq. III–26**) surestime les fréquences du mode de translation en Z. On montre que les résultats sont plus proches lorsque les poutres transversales ( $L_t$ ) ont une section carrée (constante de torsion  $J$  plus élevée) ainsi que lorsque la raideur de ces dernières est plus importante que celle des poutres élastiques ( $L_b$ ).



**Figure III–18** : Evolution des fréquences de résonance du mode de translation en X en fonction de la longueur  $L_b$ . Comparaison du M.E.F. et du modèle analytique.



**Figure III-19** : Evolution des fréquences de résonance du mode de translation en Z en fonction de la longueur  $L_b$ . Comparaison du M.E.F. et du modèle analytique.

Nous avons défini les paramètres géométriques de la microstructure à partir du modèle E.F. connaissant les propriétés mécaniques du matériau. Compte tenu du faible rapport de forme accessible avec la résine utilisée (SJR 5740) et de la volonté de réaliser une détection capacitive du mode de résonance, la fréquence visée sera volontairement peu élevée. Le microrésonateur que nous voulons réaliser devra avoir une fréquence de résonance pour le mode de translation en X de 70 kHz, ce qui donne les dimensions suivantes :

- longueur de bras  $L_b = 110 \mu\text{m}$ ,
- longueur des supports  $L_{t1} = 40 \mu\text{m}$  et  $L_{t2} = 1 \mu\text{m}$ ,
- longueur des doigts de peignes =  $25 \mu\text{m}$ ,
- distance entre doigts de peigne =  $15 \mu\text{m}$  (soit un entrefer de  $5 \mu\text{m}$ ),
- distance engagée des peignes fixes et mobiles =  $15 \mu\text{m}$ .

A partir de ces données, nous pouvons déterminer les forces électrostatiques que vont développer les peignes interdigités sur la partie mobile du microrésonateur.

### III.5. FORCES ELECTROSTATIQUES DANS LES PEIGNES INTERDIGITES

#### III.5.1. Théorie des champs électrostatiques dans les capacités

Les forces électrostatiques engendrées par une tension appliquée entre les bornes de peignes interdigités peuvent être utilisées pour obtenir un déplacement de la partie mobile de l'actionneur. Dans la littérature [56], on retrouve le terme de stator pour les peignes fixes et

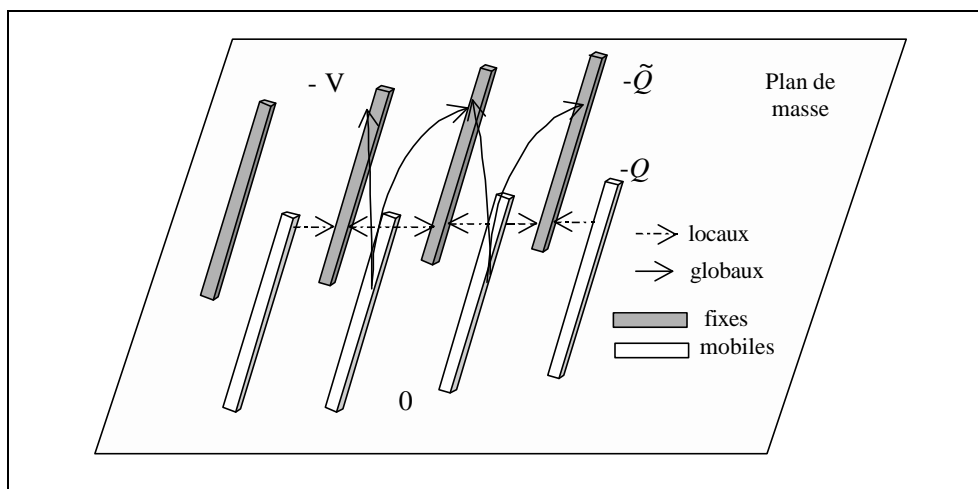
rotor pour la partie mobile. Ainsi, on peut utiliser ces forces électrostatiques pour exciter une masse reliée à la partie mobile de l'actionneur par des suspensions.

A partir de cette excitation, l'actionneur entre en résonance et l'on obtient un microrésonateur. On peut évaluer les forces électrostatiques en fonction de différents paramètres physiques et géométriques. Il faut distinguer deux cas pour le calcul des forces électrostatiques, suivant la présence ou non d'un plan de masse sous le microrésonateur. En général, le plan de masse est porté au même potentiel que la partie mobile pour éviter tout phénomène de déplacement hors plan qui serait dû à une force électrostatique  $F_z$ . Nous n'étudierons donc que le cas avec plan de masse.

Pour estimer les forces électrostatiques intervenant dans les peignes interdigités, nous avons utilisé les travaux de Johnson et *al* [59]. Cette méthode repose essentiellement sur une modélisation bidimensionnelle et l'utilisation des transformations conformes dans le plan complexe.

La **Figure III-20** montre une série de peignes interdigités au-dessus d'un plan de masse. Sur les peignes fixes, on applique une tension ( $-V$ ), les peignes mobiles sont à un potentiel nul. La différence de potentiel engendre des lignes de champs électriques qui émanent des doigts libres et se terminent sur les doigts fixes. Ces lignes de champs sont confinées dans la partie commune des doigts. Ce qui entraîne que :

- les potentiels sont nuls dans la partie mobile
- les potentiels sont à  $\frac{-V}{2}$  dans la partie commune
- les potentiels sont à  $-V$  dans la partie fixe



**Figure III-20** : Champs électriques locaux et globaux dans les peignes interdigités sur plan de masse [59].

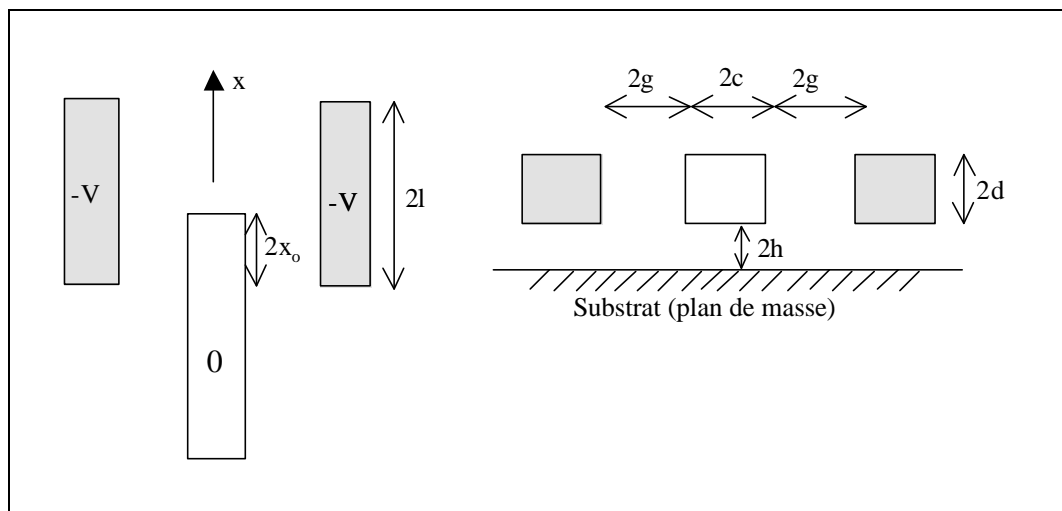
Avec :

$Q$  : charge par unité de longueur sur la partie engagée,

$\tilde{Q}$  : charge par unité de longueur sur la partie fixe.

### III.5.1.1. Forces locales

Nous avons représenté sur la **Figure III-21** une vue de haut et une vue en coupe des peignes interdigités avec les différents paramètres géométriques pris en compte dans le calcul des potentiels électrostatiques.



**Figure III-21** : Vue de haut et coupe des peignes interdigités.

On définit les paramètres géométriques suivants :

$2g$  : distance entre un peigne fixe et un peigne mobile (entrefer),

$2c$  : largeur d'un peigne,

$2d$  : épaisseur d'un peigne,

$2h$  : distance plan de masse – peignes,

$2l$  : longueur des peignes,

$2x_0$  : distance engagée des peignes fixes et mobiles.

Si  $x_0 \gg c, d, g$ , on peut considérer que les champs au bout des peignes (sur les bords), dans la partie engagée, varient peu avec  $x_0$ .

L'énergie du champ local pour la partie engagée (peignes fixes et *mobiles*) est obtenue par la relation :

(Eq. III-28)

$$U_{champ}^{loc.f,m} = \frac{\epsilon_o}{2} \iiint_V |\overline{E}|^2 dV \approx x_o \epsilon_o \iint_{S_1} |\nabla F_{f,m}|^2 dS = x_o \epsilon_o \oint_{C_1} F_{f,m} \frac{\partial F_{f,m}}{\partial n} dl = x_o VQ$$

Avec :

$$\overline{E} = -\nabla F \quad (\text{soit : } \overline{E}^2 = \nabla F \cdot \nabla F = \nabla \cdot (F \nabla F) - F \nabla^2 F),$$

$F$  : potentiel électrostatique,

$S$  : surface, en excluant la partie intérieure des peignes,

$C$  : chemin d'intégration,

$\vec{n}$  : vecteur normal à la surface  $S$ .

L'énergie du champ local pour la partie fixe (peignes fixes uniquement) est obtenue par la relation :

(Eq. III-29)

$$U_{champ}^{loc.f} = \frac{\epsilon_o}{2} \iiint_V |\overline{E}|^2 dV \approx (l - x_o) \epsilon_o \iint_{S_2} |\nabla F_f|^2 dS = (l - x_o) \epsilon_o \oint_{C_2} F_f \frac{\partial F_f}{\partial n} dl = (l - x_o) VQ$$

Les équations (Eq. III-28) et (Eq. III-29) sont déterminées en sachant que le potentiel électrostatique  $F$  vérifie l'équation de Laplace dans les régions externes aux conducteurs [60], soit :

$$\text{(Eq. III-30)} \quad \nabla^2 F = 0$$

La force locale  $F_x^{loc}$  est obtenue en dérivant l'énergie locale  $U^{loc}$ , soit :

$$\text{(Eq. III-31)} \quad F_x^{loc} \approx -\frac{\partial U^{loc}}{\partial (2x_o)} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_{champ}^{loc}}{\partial (x_o)} = \frac{V}{2} (Q - \tilde{Q})$$

Une transformation conforme judicieuse [61] [62], de la distribution des conducteurs (peignes) (cf. **Figure III-21**) permet de déterminer les charges  $Q$  et  $\tilde{Q}$  [59]. Nous reportons les expressions dans les relations

(Eq. III-32) et (Eq. III-33) :



(Eq. III-32)

$$Q = \frac{\mathbf{e}_o V}{\mathbf{p}} \left\{ 2 \ln \left( \frac{1}{4} \sqrt{1 + \frac{4h^2}{g^2}} \sqrt{1 + \frac{g^2}{4h^2}} \right) + \ln \left\{ \left[ \left( \frac{c}{g} + 1 \right)^2 \right] \left[ 1 + \frac{2g}{c} \right]^{1 + \frac{c}{g}} \right\} + 2 \ln \frac{g}{h} + \ln \left( \frac{1}{4} + \frac{h^2}{g^2} \right) \right. \\ \left. + \left[ \frac{2g}{h} \arctan \left( \frac{2h}{g} \right) + \frac{4h}{g} \arctan \left( \frac{g}{2h} \right) \right] + \mathbf{p} \left( \frac{2d}{g} + \frac{c}{h} \right) \right\}$$

(Eq. III-33)

$$\tilde{Q} = \frac{\mathbf{e}_o 2V}{\mathbf{p}} \left\{ \frac{c\mathbf{p}}{2h} + 2 \ln \left[ \frac{2g+c}{h} \right] + \ln \left[ \frac{1}{4} + \frac{h^2}{(2g+c)^2} \right] + \frac{2g+c}{h} \arctan \left( \frac{2h}{2g+c} \right) \right\}$$

Présentement, on a  $c = g = 2,5 h$  et  $d = 7 h$ , soit :

$$Q = 33,15 \frac{\mathbf{e}_o V}{\mathbf{p}} \text{ et } \tilde{Q} = 17,18 \frac{\mathbf{e}_o V}{\mathbf{p}}$$

Ainsi, la force locale totale dans la direction X est déduite de l'expression (Eq. III-31), on obtient :

$$(Eq. III-34) \quad F_x^{loc} = 8 \frac{\mathbf{e}_o V^2}{\mathbf{p}}$$

### III.5.2. Application au microrésonateur à peignes interdigités

En fait, pour alimenter le microrésonateur, on utilise un signal V qui est la superposition d'une composante continue  $V_{DC}$  (tension DC) et d'une composante alternative  $v_{AC}$  (tension AC) pour linéariser l'excitation. Ainsi la tension V élevée au carré s'écrit :

$$(Eq. III-35) \quad V^2 = V_{DC}^2 + v_{AC}^2 \left( \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \right) + 2V_{DC} v_{AC} \cos \omega t$$

La composante de la force qui nous intéresse est celle qui conjugue les deux composantes. Le deuxième terme de l'expression dans la parenthèse provient de la composante en  $2\omega$  du signal sinusoïdal. On peut le négliger, sachant que sa contribution est beaucoup plus faible que le premier terme ( $v_{AC} \ll V_{DC}$ ). Pour un microrésonateur ayant  $N$  doigts par peigne, l'amplitude de la force électrostatique  $F_x$  induite par le port d'excitation est donnée par :

(Eq. III-36) 
$$|F_x(\mathbf{w})| = 8N \frac{\epsilon_0}{p} V_{DC} V_{AC}$$

L'alimentation du microrésonateur est représentée sur la **Figure III-32**. Le microrésonateur possède 13 doigts sur chaque peigne. Il est vrai qu'un nombre plus important de doigt par peigne permettrait d'accroître les forces électrostatiques. Mais, ceci se traduit également par des modes parasites dues notamment à la flexion des bras support de peignes.

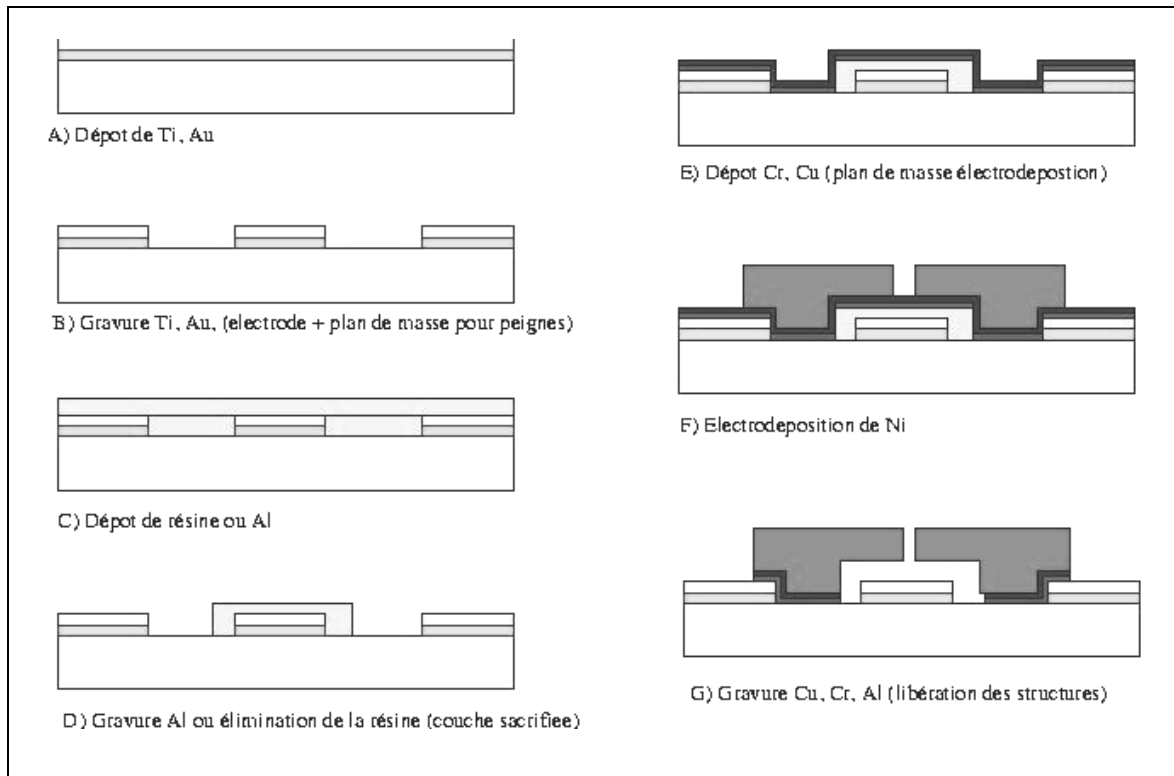
Ainsi, si l'on travaille avec une tension continue  $V_{DC} = 50$  V et une composante alternative  $v_{AC} = 10$  V, pour une permittivité  $\epsilon_0 = 8,84.10^{-12}$  F.m<sup>-1</sup>, la force électrostatique qui en résulte est  $F_x = 0,146$  μN. Cette force relativement faible se traduit par des déplacements également très faibles qui sont difficiles à détecter.

La phase de conception et de modélisation étant achevée, on peut passer à la phase de réalisation du microrésonateur. La technique LIGA sera utilisée, ce procédé ayant été décrit dans le chapitre II.

### III.6. REALISATION DU MICRORESONATEUR

Si l'on veut à terme intégrer l'électronique de commande sur la même puce que le microrésonateur, le procédé de réalisation devra être compatible avec les technologies CMOS. La principale difficulté est de pouvoir suspendre les microrésonateurs au-dessus du substrat.

Pour résoudre ce problème, on utilise une couche métallique ou une résine que l'on appelle "couche sacrifiée". Le procédé d'élimination de cette couche doit être très sélectif par rapport aux autres dépôts (chrome, or, nickel, titane) qui sont présents sur le même substrat. Nous reportons dans la **Figure III-22** les différentes étapes du procédé de fabrication développées au laboratoire. Pour réaliser le microrésonateur, on utilise un wafer en verre Pyrex 7740 (Corning) ayant une épaisseur typique de 500 μm. Etant donné que nous sommes dans une phase de premier test, l'utilisation du verre est justifiée par la volonté de diminuer les capacités parasites est ainsi pouvoir réaliser la détection du mode de résonance de manière électrique. Par la suite, nous envisagerons un substrat en silicium, ce qui rendra le procédé entièrement compatible CMOS.



**Figure III-22** : Synoptique détaillé du procédé de réalisation des microrésonateurs à mode de flexion par couche sacrificiée.

Les différentes étapes du procédé sont les suivantes :

- A. Dépôt d'une couche métallique d'accrochage et du plan de masse par pulvérisation.
- B. Lithographie et gravure (électrode et plan de masse sous les peignes).
- C. Dépôt de la couche sacrificiée (métallique ou résine).
- D. Gravure de la couche sacrificiée (voie humide).
- E. Dépôt de la couche métallique (plan de masse pour l'électroformage) par pulvérisation.
- F. Electroformage de nickel.
- G. Libération des structures (gravure des différentes couches métalliques par voie humide).

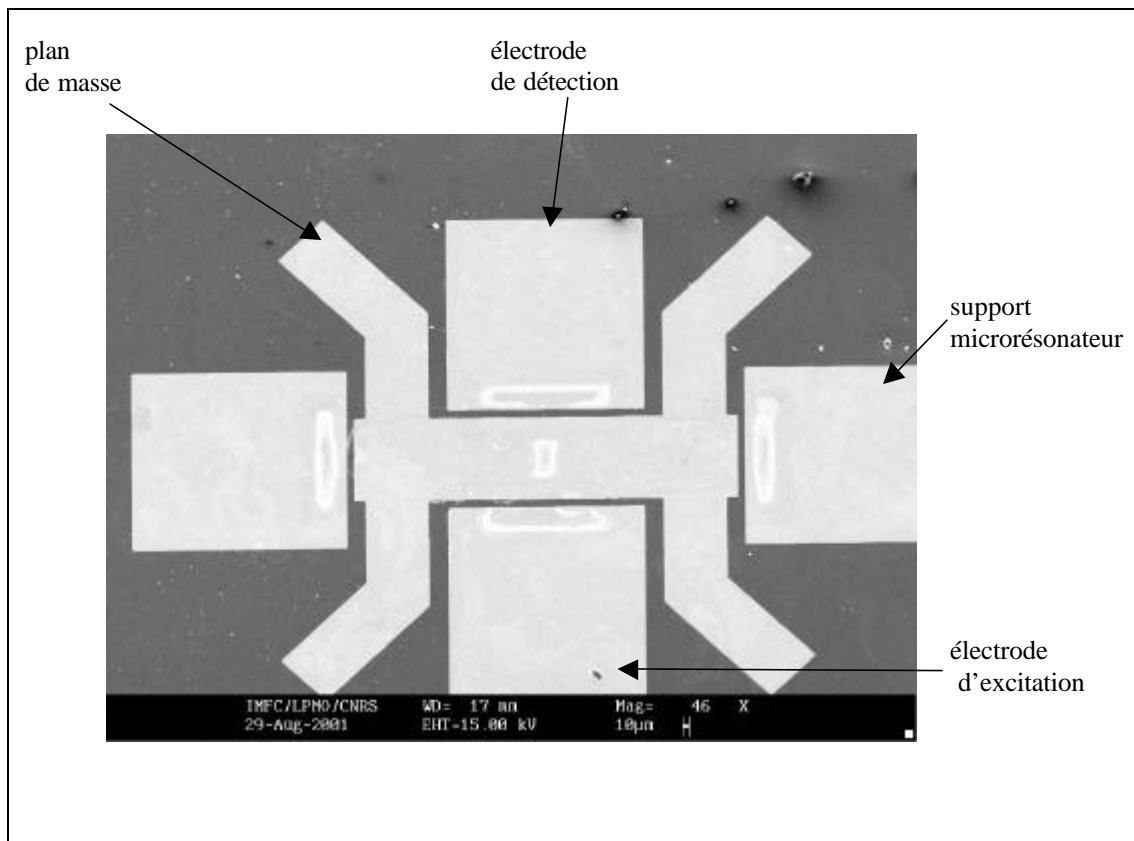
Nous allons à présent détailler le procédé de fabrication qui nous a permis d'aboutir à la réalisation des microrésonateurs en salle blanche par la technique de la couche sacrificiée. On ne présentera que le procédé utilisant une couche sacrificiée de résine, sachant que le procédé à base de couche sacrificiée d'aluminium sera présenté en détail dans la section IV.4.3.

#### Pulvérisation cathodique des électrodes et du plan de masse

On dépose tout d'abord une couche d'accrochage de 300 Å d'épaisseur en titane qui servira de support à la couche d'or. On procède ensuite au dépôt de la couche métallique d'or

de 1500 Å d'épais (A). On réalise ensuite une lithographie simple face avec une résine fine (AZ5214 de Clariant) suivie d'un recuit post-révélation qui lui permet de résister aux différents bains d'attaque chimique. La couche d'or est gravée dans un bain commercial (solution à base de KI). La gravure chimique du titane est réalisée de manière sélective dans une solution à base d'acide fluorhydrique ( $H_3PO_4 / HF / H_2O_2$ ).

Sur la **Figure III-23** on montre une photo MEB des différents éléments présents à cette étape. On observe des traces blanches (couche d'accrochage) qui correspondent aux endroits où le microrésonateur est maintenu aux électrodes (parties non suspendues). Les pistes de métal serviront d'une part de plan de masse sous les peignes mobiles des microrésonateurs, et d'autre part d'électrodes pour la connexion électrique des différents ports (B).



**Figure III-23** : Photo MEB du plan de masse et des électrodes réalisés en Or.

#### Lithographie simple face de la couche sacrificiée

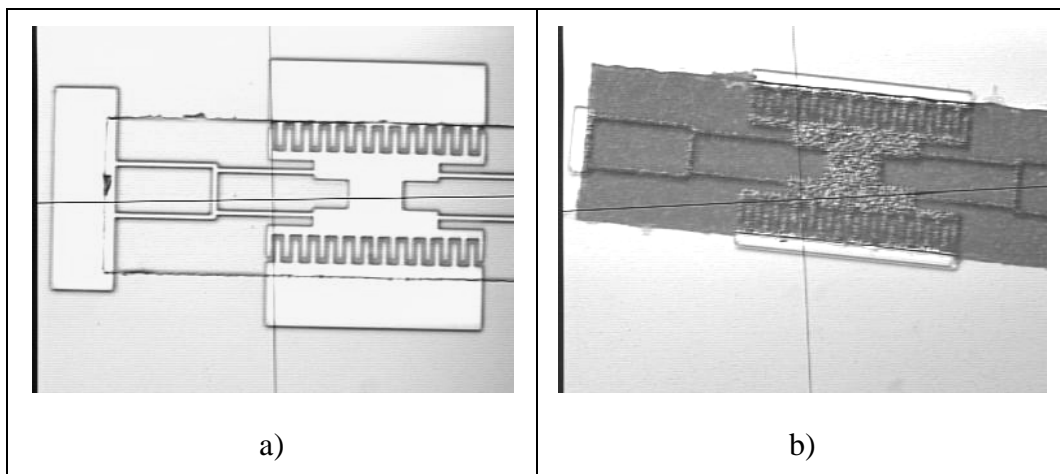
On réalise une lithographie simple face avec une résine fine (AZ1813 de Clariant), (D). Après révélation dans le développeur MIF 726, les pavés rectangulaires de résine restants de 2 µm d'épais serviront de support à la masse sismique et aux doigts des peignes.

### Pulvérisation cathodique de couches minces

On procède ensuite au dépôt d'une fine couche métallique de cuivre (E). Ce métal servira de plan de masse pour l'électroformage du nickel. Pour ce faire, on dépose donc une première couche d'accrochage de chrome de 300 Å par pulvérisation RF. La couche de cuivre d'une épaisseur de 1500 Å est déposée par pulvérisation RF avec un magnétron.

### Lithographie de résine épaisse

Le moule nécessaire pour la fabrication des microrésonateurs est à base de résine AZ5740. Une lithographie simple face d'une résine de 20 µm d'épais est réalisée. Pour cela, une enduction de la résine sur une tournette suivie d'un détournage à la seringue est effectué pour obtenir un bon plaquage entre le wafer et le masque lors de l'insolation aux UV. Les photos de microscope optique de la **Figure III-24** représentent deux moules de résine obtenus par enduction, d'une part sur un pavé de résine et d'autre part sur un pavé d'aluminium.



**Figure III-24** : Moule de résine pour l'électroformage, a) sur couche sacrifiée de résine, b) sur couche sacrifiée d'aluminium.

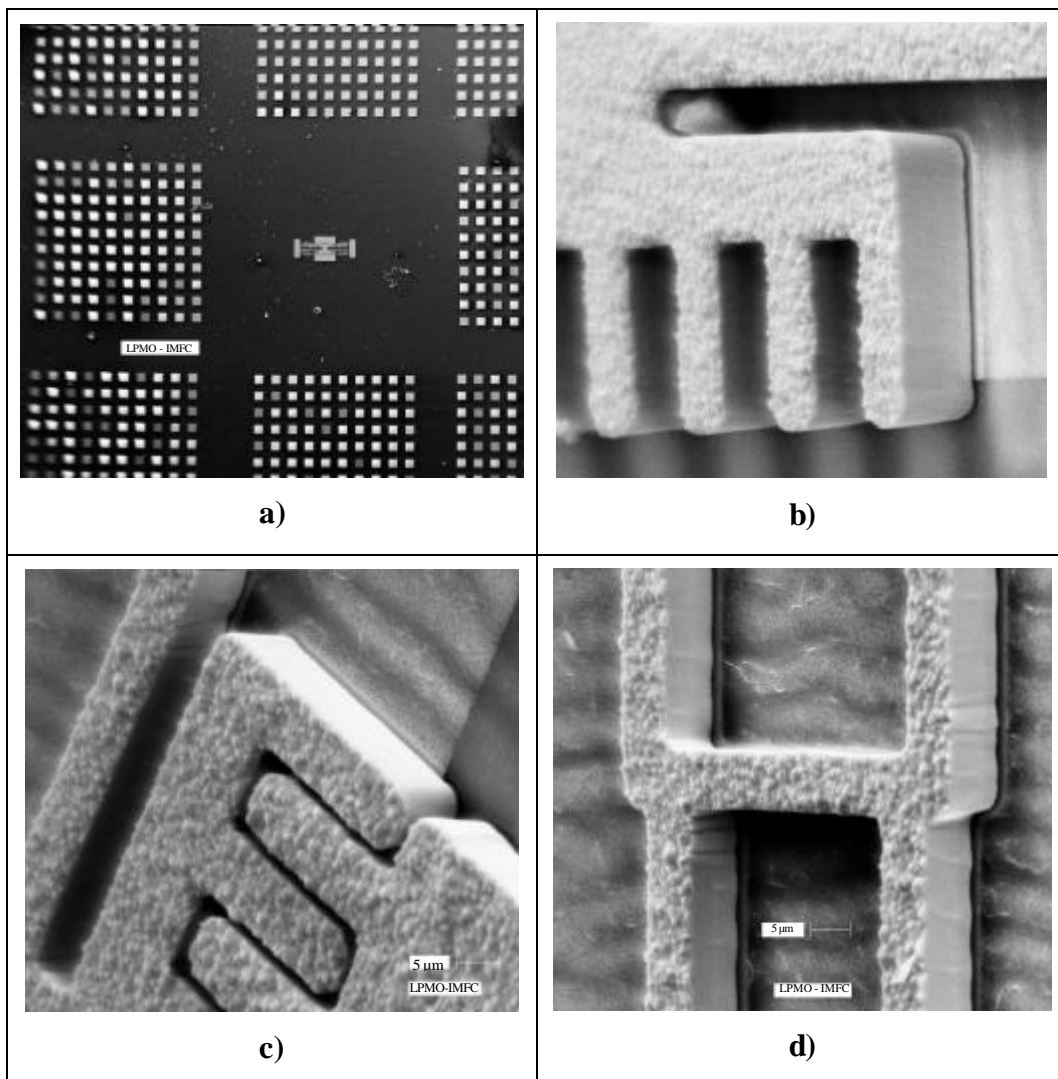
### L'électroformage

Le dépôt électrolytique se fait dans un bain de sulfamate de nickel. La vitesse de dépôt est de 10 µm.h<sup>-1</sup> pour une densité de courant moyenne optimisée de 1,5 A.dm<sup>-2</sup>. On vise comme épaisseur entre 10 et 15 µm de nickel (F). On retire la résine épaisse après électroformage dans un bain d'acétone.

Sur les photos MEB de la **Figure III-25**, on montre différents détails de la microstructure obtenue après électroformage. Etant donné la faible surface occupée par les

microrésonateurs, il est indispensable de mettre en place des structures sacrifiées (cf. **Figure III-25a**). Elles doivent être de même dimension que la structure à électroformer (carré de  $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ ) pour homogénéiser le dépôt électrolytique du nickel.

Sur la **Figure III-25c** on voit l'entrefer qui sépare les peignes, celui-ci est inférieur à la dimension initiale, à savoir  $5 \mu\text{m}$ . Il est d'environ  $2 \mu\text{m}$ , ce qui dans notre cas est bénéfique puisque cela accroît la force électrostatique délivrée par les peignes interdigités. On observe également une légère section trapézoïdale due à la surrévélation de la résine.



**Figure III-25** : Photo MEB du microrésonateur, **a**) structures sacrifiées pour l'homogénéisation du dépôt, **b**) détail des doigts de peigne, **c**) peignes interdigités, **d**) jonction entre les poutres supports  $L_t$  et les bras  $L_b$ .

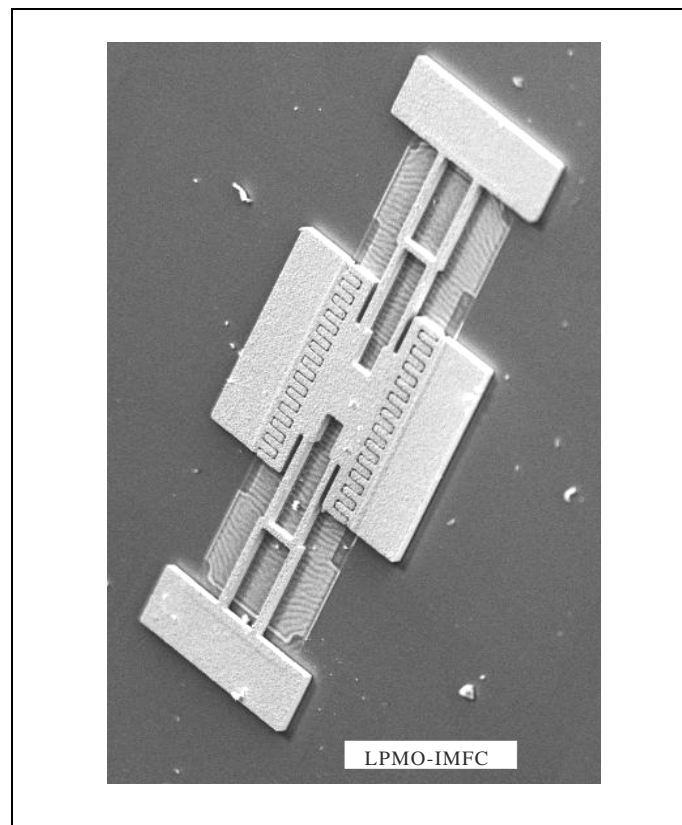
L'épaisseur finale est de  $6 \mu\text{m}$  pour ces dispositifs étant donnée qu'ils se trouvaient au centre du wafer. En effet, lors de la phase de dépôt électrolytique la répartition du métal sur le

wafer a une forme parabolique. Il y a plus de métal qui se dépose au bord qu'au centre compte tenu des effets de bord sur la distribution de courant à la surface de la cathode.

### Libération des structures

L'étape ultime (G) consiste à isoler électriquement les différentes parties du microrésonateur (électrodes, peignes). Pour ce qui concerne la gravure chimique du cuivre, on utilise un mélange composé d'acide tétrafluoroborique ( $\text{HBF}_4$ ) et d'eau oxygénée ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ). Par contre, la résine est difficile à éliminer dans un bain d'acétone, on utilise donc un produit d'attaque spécifique (remover 1165), suivi d'un nettoyage aux UV pour supprimer toutes traces organiques.

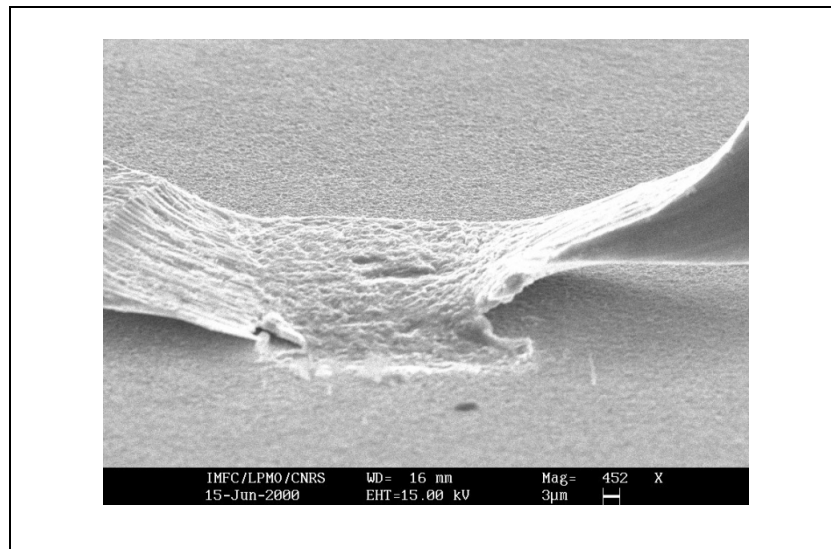
La photographie MEB de la **Figure III-26** montre le surplomb que crée la couche sacrificiée de résine, après son élimination lors de la gravure chimique. Ceci permet d'avoir les deux parties toujours en regard pour obtenir le meilleur couplage électromécanique.



**Figure III-26** : Photo MEB du microrésonateur à mode flexion obtenu par le procédé de la couche sacrificiée de résine.

### Découpe et connexion

Les microrésonateurs sont ensuite découpés avec une pointe diamant. Ils sont collés sur un substrat en époxy où nous venons reporter toute la connectique nécessaire à l'alimentation électrique du microcomposant. Les connexions entre les électrodes et les plots de la plaque d'époxy sont réalisées par la technique du "wedge bonding". Elle consiste à souder des fils d'or par ultrason. On montre sur la **Figure III-27** une photo MEB du résultat obtenu après soudage.



**Figure III-27** : Photo MEB d'une soudure d'un fil d'or sur un support en or.

La réalisation des prototypes étant achevée, on peut procéder à leur caractérisation électrique sur un banc de test équipé de micropointes.

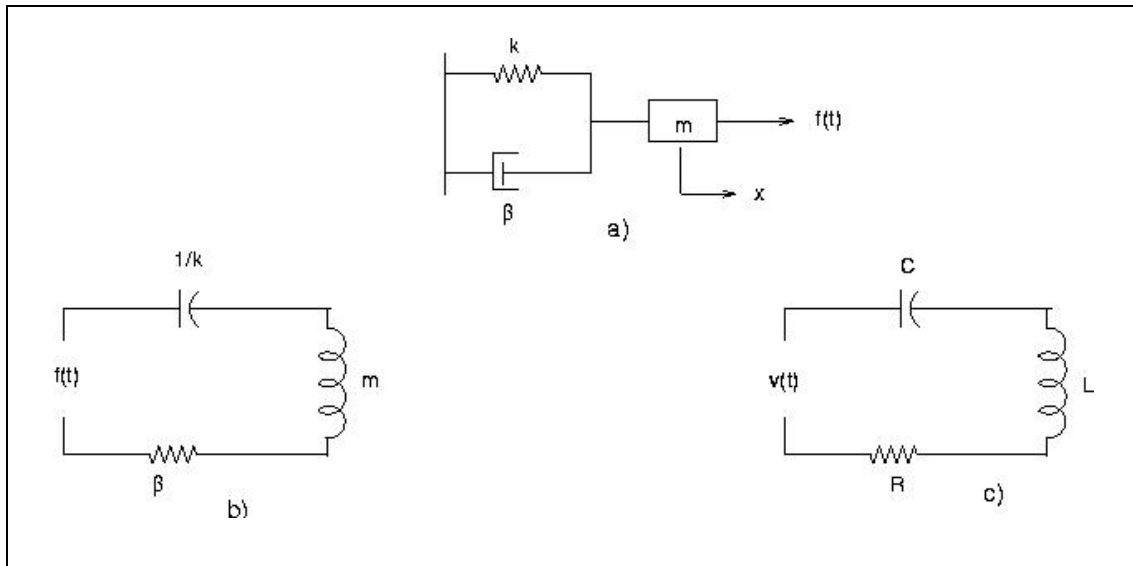
## **III.7. CARACTERISATIONS ELECTRIQUES PRELIMINAIRES**

### **III.7.1. Modèle électromécanique**

Un microrésonateur peut s'assimiler à un système masse - ressort - amortisseur que l'on représente sur la **Figure III-28a**. La masse  $m$  correspond à la masse sismique centrale, si l'on néglige la contribution des autres éléments. La raideur totale  $k$  est la somme des raideurs de chaque poutre. L'amortissement  $b$  provient essentiellement de deux sources (structurale et visqueux). La pulsation du système est donc donnée par l'équation différentielle du second ordre du type :



(Eq. III-37) 
$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + b \frac{\partial x}{\partial t} + kx = F(t)$$



**Figure III-28** : Schémas équivalents d'un système masse – ressort – amortisseur, a) mécanique, b) électromécanique, c) électrique.

avec :

$m$  : masse équivalente du système,

$b$  : amortissement du système (air, structural),

$k$  : raideur équivalente du système,

$F(t)$  : force électrostatique créée par les peignes interdigités.

La pulsation propre  $w_m$  du système mécanique est donnée par la relation :

(Eq. III-38) 
$$w_m = 2p f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Si l'on fait l'analogie avec le système électrique (R-L-C) de la **Figure III-28c**, l'équation qui caractérise le système s'écrit :

(Eq. III-39) 
$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = v(t)$$

avec :

$L$  : inductance équivalente,

$C$  : capacité équivalente,

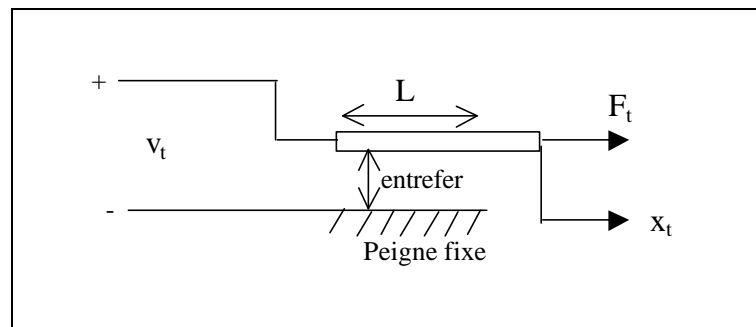
$i$  : courant dans le circuit,  
 $v(t)$  : tension dans le circuit.

La pulsation propre  $\omega_e$  du système électrique équivalent est donnée par la relation :

(Eq. III-40) 
$$\omega_e = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

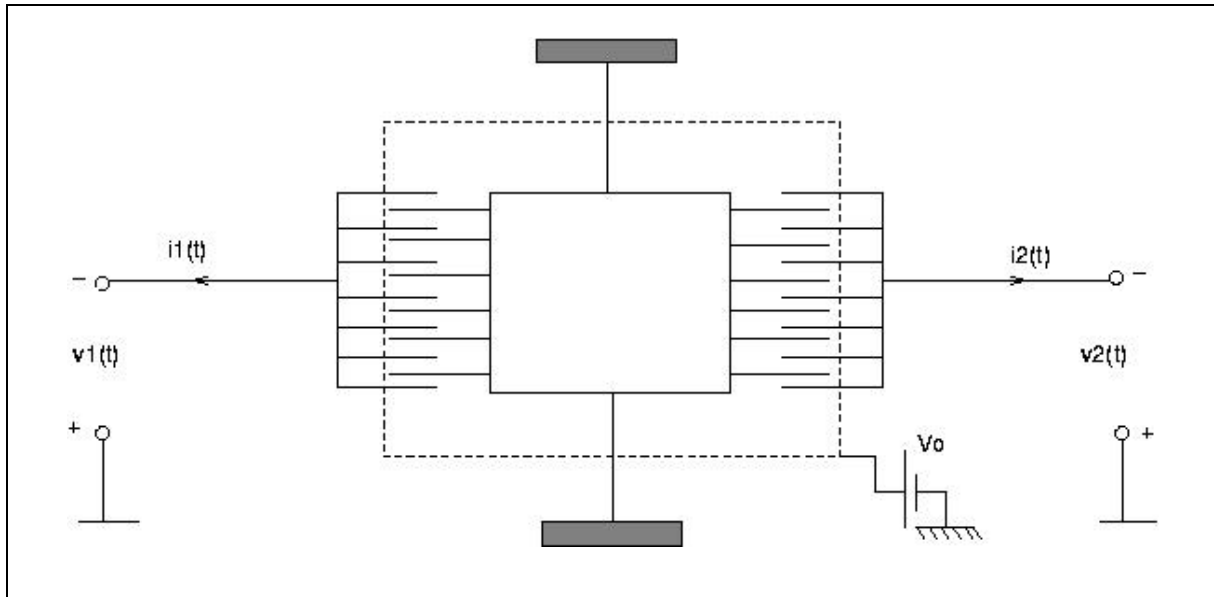
### III.7.2. Application au filtrage électromécanique

La structure se comporte comme un système à un seul degré de liberté possédant une seule résonance mécanique. Les peignes sont des transducteurs électrostatiques parallèles [63]. La **Figure III-29** montre le schéma représentatif d'une paire de doigt de peignes interdigités. La différence de potentiel  $v_t$  entre les doigts créent une force  $F_t$ , celle-ci engendre un déplacement  $x_t$  du peigne mobile.



**Figure III-29** : Représentation schématique d'un transducteur électromécanique élémentaire [63].

Si l'on considère un ensemble de peigne élémentaire, on peut représenter ce système par le microrésonateur illustré par la **Figure III-30**. Cela consiste donc en  $N$  transducteurs parallèles. La partie mobile centrale est portée à un potentiel  $V_0$ . Le signal appliqué  $v_1(t)$  sur le port d'entrée est de type sinusoïdal. On récupère donc un signal  $v_2(t)$  de même type en sortie sur le port 2. Le système illustre également le principe des deux ports électriques et un seul port mécanique.



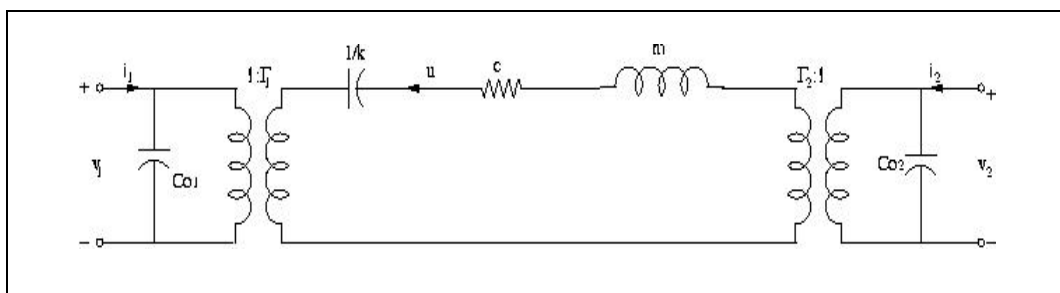
**Figure III-30** : Schéma du microrésonateur avec ses deux ports d'entrée et de sortie.

Pour simplifier le formalisme, on passe d'une représentation électromécanique du microsystème à une représentation purement électrique telle que celle schématisée sur la **Figure III-31**. On utilise l'analogie bien connue entre un système électrique où une inductance, une capacité et une résistance sont équivalentes respectivement à une masse, une raideur et un amortissement dans un système mécanique.

Les hypothèses faites sont les suivantes :

- la masse des ressorts est négligée,
- l'amortissement est de type visqueux de valeur  $c$ ,
- absence de force extérieure mécanique  $F_m$ .

On arrive au circuit équivalent de la **Figure III-31**. En utilisant ces analogies précédemment citées, on représente le port d'entrée que sont les peignes interdigités par un transducteur ayant un facteur de transduction  $\Gamma$  et une capacité statique  $C_0$ . La masse mobile est symbolisée par un circuit série de type RLC dont les caractéristiques électriques sont une résistance  $c$ , une inductance  $m$  et une capacité  $1/k$ .



**Figure III-31** : Représentation du circuit électrique équivalent du microrésonateur [63].

Pour un système symétrique, c'est à dire ayant des ports d'entrée et de sortie identiques, ainsi qu'un déplacement initial nul ( $x_o = 0$ ), on détermine la valeur des capacités statiques et des facteurs de transduction par :

$$C_{o1} = C_{o2} = 2nC_o \text{ avec } C_o = \frac{e_o S}{d + x_o}$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2n\Gamma \text{ avec } \mathbf{G} = \frac{e_o S V_o}{(d + x_o)^2}$$

En utilisant les circuits équivalents, on trouve rapidement la réponse en fréquence du système (**Eq. III-40**). Par exemple la transadmittance  $Y(iw)$  pour un circuit en sortie ( $V_2 = 0$ ) est donnée par :

$$\text{(Eq. III-41)} \quad Y(iw) = \left. -\frac{i_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{1}{k} \frac{iw \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2}{\left[ 1 + \frac{1}{Q} \left( \frac{iw}{w_o} \right) + \left( \frac{iw}{w_o} \right)^2 \right]}$$

avec :

$$w_o = \sqrt{\frac{k}{m}} : \text{fréquence de résonance du système non amorti,}$$

$$Q = \frac{mw_o}{c} : \text{facteur de qualité du système : masse – ressort – amortisseur.}$$

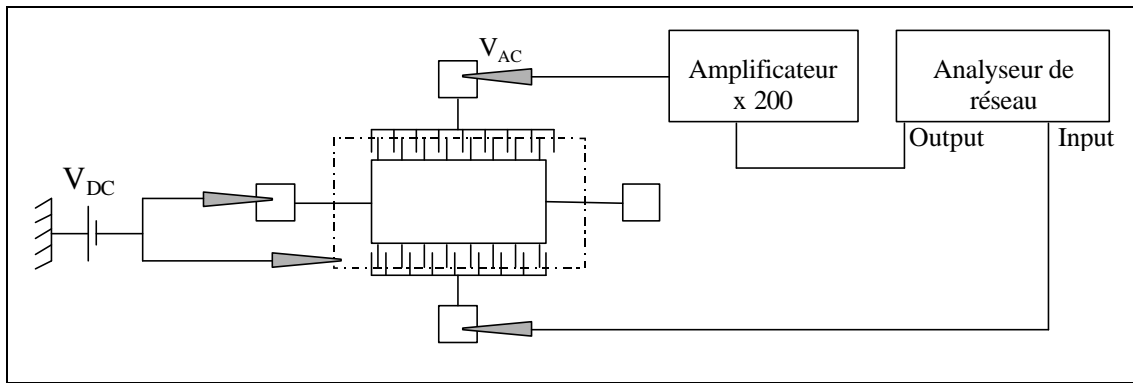
$Y(iw)$  a une forme canonique du second ordre en  $(iw)$  pour un circuit résonant série. Pour les valeurs élevées de  $Q$ , il peut être utilisé comme filtre passe-bande, ainsi la largeur de la bande passante  $LB$  est déterminée par le facteur de qualité mécanique  $Q$  du microrésonateur, soit :

$$\text{(Eq. III-42)} \quad LB = \frac{w_o}{Q}$$

Tous ces modèles que nous avons présentés succinctement permettent de modéliser le microrésonateur dans des logiciels de simulations de circuits électriques tel que SPICE.

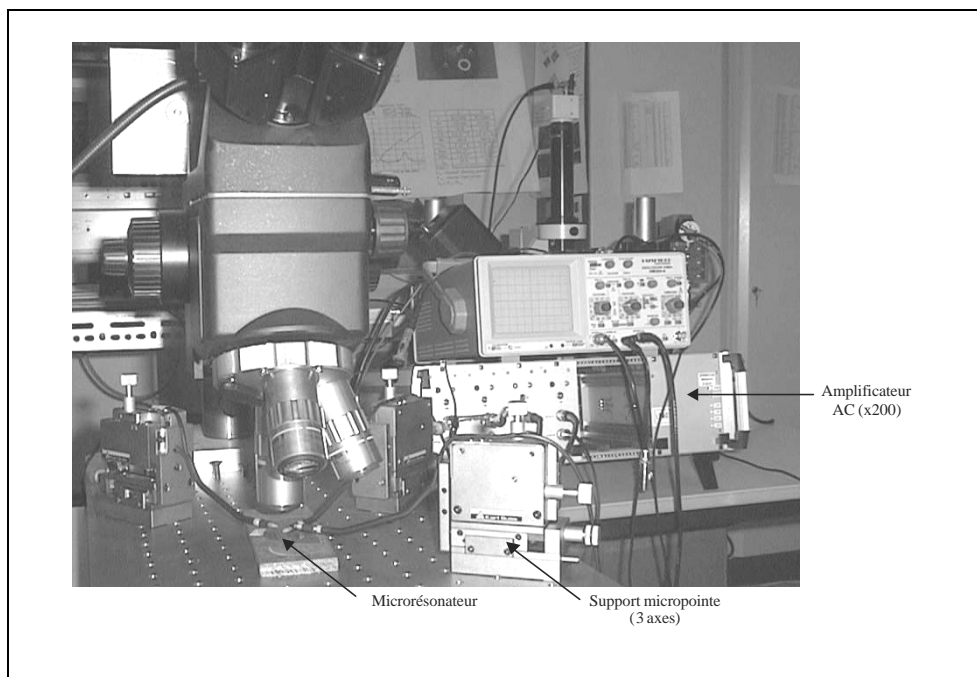
### III.7.3. Essais préliminaires avec un système de micropointes

Pour tester les microrésonateurs au niveau du wafer, nous utilisons un système de micropointes tel qu'il est schématisé sur la **Figure III-32**. La polarisation de la partie mobile et du plan de masse est la même pour éviter tout phénomène de collage du microrésonateur au substrat.



**Figure III-32** : Schéma représentant le dispositif de test utilisant les micropointes.

La photographie de la **Figure III-33** montre le dispositif de test sous micropointes. On distingue les supports des micropointes qui permettent de réaliser des déplacements micrométriques dans les trois directions de l'espace. Le banc de mesure est composé d'un amplificateur de tension alternative (x 200) jusqu'à 1 MHz. Le signal de base est délivré par l'analyseur de réseau.



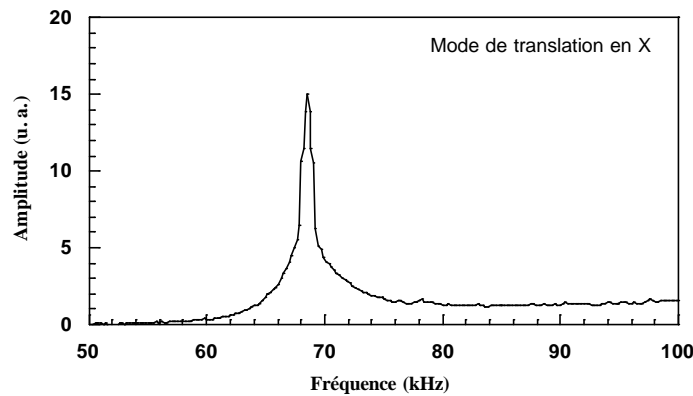
**Figure III-33** : Banc d'expérimentation pour les microrésonateurs équipé d'un microscope à fort grossissement.

Le microrésonateur a été testé avec la configuration de la **Figure III-32**. On porte le plan de masse et la partie mobile a un potentiel  $V_{DC}$  de 250 V, les peignes d'excitation sont portés à un potentiel  $v_{AC}$  de 45 V. Il en résulte une force électrostatique  $F_x = 3,29 \mu\text{N}$ .

Ainsi, expérimentalement la fréquence du mode de translation en X pour le microrésonateur de 6  $\mu\text{m}$  d'épaisseur est de 68,55 kHz avec un facteur de qualité  $Q = 63$  à - 3 dB comme le montre la **Figure III-34**. Ce facteur de qualité doit être comparé aux résultats précédents pour le même matériau. La micropoutre encastrée-libre en nickel étudiée au chapitre II, présentait un coefficient de 120 pour le mode de flexion dans le plan de rang 2 à une fréquence de 74 kHz.

Si l'on se réfère aux simulations par E.F., pour un microrésonateur de 6  $\mu\text{m}$  d'épais, le mode de translation en X n'arrive qu'en troisième position dans le spectre fréquentiel (cf. **Figure III-16**). En effet, il est précédé par le mode de translation en Z et le mode de rotation en Y. On peut penser que si on réalise un microrésonateur dont l'épaisseur est supérieure à 15  $\mu\text{m}$ , le mode fondamental sera le mode de translation en X et ainsi augmenter sensiblement le facteur de qualité.

De plus, si l'on compare aux résultats de la littérature le coefficient de qualité mesuré est du même ordre, à savoir proche de 100 pour un microrésonateur opérant à pression atmosphérique [64].



**Figure III-34** : Détection électrique du mode de résonance en translation X à pression atmosphérique,  $f_x = 68,55$  kHz ( $t = 6$   $\mu\text{m}$ ,  $V_{DC} = 250$  V,  $v_{AC} = 45$  V).

On définit le coefficient de couplage  $\kappa$  (capacité de conversion énergétique) par :

(Eq. III-43) 
$$k = \sqrt{\frac{G^2}{Ck}}$$

avec :

$C$  : capacité statique,

$k$  : raideur dynamique.

D'où un coefficient de couplage expérimental  $\kappa = 0,018$  calculé à la fréquence du mode de translation en X. Il semble donc nécessaire de l'améliorer et une des voies envisageables consiste à augmenter l'épaisseur.

Pour ce qui concerne les tensions appliquées au microrésonateur, on peut dire qu'elles sont importantes ( $V_{DC} = 250$  V et  $v_{AC} = 45$  V). En effet, on a pu apercevoir un arc électrique à 350 V et dans ce cas le microrésonateur s'est comporté comme un fusible puisque l'une des poutres élastiques ( $L_b$ ) s'est rompue.

Le modèle analytique du microrésonateur prévoyait une fréquence du mode de translation en X à 71,15 kHz, alors que le modèle E.F. nous indique une fréquence à 69,78 kHz, soit un écart de 1,37 kHz, du à la prise en compte de l'épaisseur. Les expériences ont montré que le mode se situait à 68,55 kHz. On peut dire qu'il y a une bonne corrélation entre les modélisations et l'expérimentation, puisque qu'il n'y a qu'un écart de 1,8 % avec les E.F. et environ le double avec le modèle analytique.

### III.8. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, nous avons présenté et conçu un microrésonateur à mode de flexion dans le plan à peignes interdigités. La modélisation de ce microrésonateur présente l'avantage d'avoir une solution analytique ce qui facilite grandement la phase de conception, même si plusieurs paramètres géométriques entrent en ligne de compte dans le modèle.

La technique consistant à modéliser le microrésonateur sous forme de tronçons de poutre pour déterminer les modes de vibrations en flexion dans les trois directions de l'espace donne des résultats satisfaisants, surtout pour le mode qui consiste en une translation dans le plan, à savoir dans la direction X (ou mode X).

Néanmoins, les écarts non négligeables pour les modes Z et Y nous ont conduits à modéliser le microrésonateur avec un modèle E.F.. Cette méthode permettant de représenter la structure avec sa géométrie réelle a mené à des résultats très proches de l'expérimentation.

Pour ce qui concerne le mode de translation selon X, les simulations par éléments finis ont permis de montrer que l'épaisseur joue un rôle important dans le fonctionnement du microrésonateur. Tout d'abord, d'un point de vue mécanique, en augmentant l'épaisseur (supérieure à 15  $\mu\text{m}$  dans notre cas), on ramène le mode X en mode fondamental.

En effet, si le mode de vibration est proche du mode fondamental, la restitution de l'énergie au niveau de la partie mobile sera plus importante. Le couplage électromécanique

amélioré par une épaisseur plus importante, sera d'autant meilleur que l'entrefer qui sépare les doigts des peignes sera réduit.

Le microrésonateur que nous avons réalisé en nickel en utilisant le procédé LIGA fonctionne à une fréquence autour de 70 kHz. Le principe d'excitation est de type capacitif. Le principe de détection est également capacitif, ce qui permettra d'intégrer au microsystème final toute l'électronique autour du microrésonateur.

Les perspectives de ce travail sont donc l'utilisation de nouvelles résines par exemple l'AZ9260, pour augmenter l'épaisseur des moules sans avoir les effets de section trapézoïdale. Ceci permettra de réaliser un électroformage d'épaisseur plus importante.

Le coefficient de qualité mesuré électriquement est relativement faible, il faudra néanmoins mener des essais sous vide d'une part pour savoir si le coefficient de qualité sera amélioré et d'autre part mieux comprendre les phénomènes de dissipation.

La demande actuelle en microrésonateurs s'oriente vers des fréquences de plus en plus élevées (gamme du MHz). L'augmentation de la fréquence de résonance des microrésonateurs à mode de flexion passe par une diminution des dimensions des poutres, ce qui se traduit par une masse moindre et une raideur plus importante.

Ceci entraîne des facteurs de forme de plus en plus critique à réaliser par la technique LIGA-UV. Pour la technologie en polysilicium, il semble que les études menées montre que la fréquence maximale de fonctionnement se situe autour de 1 MHz [65].

Pour des masses très faibles (de l'ordre de  $10^{-12}$  kg), il subsiste deux phénomènes que l'on ne peut plus négliger [66]. Tout d'abord, la masse des molécules du fluide dans lequel se trouve le microrésonateur et ensuite, l'action de ces molécules sur la microstructure ce qui engendre une force aléatoire (force de type Brownien) qui entraîne des fluctuations sur la fréquence.

Ces considérations nous ont amenées à concevoir des microrésonateurs ayant également un mode de résonance dans le plan à des fréquences plus élevées mais avec des dimensions du même ordre (autour de 300  $\mu\text{m}$ ). Ces microrésonateurs à mode de contour dans une plaque carrée seront traités dans le chapitre suivant.



### **III.9. BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE III**

**CHAPITRE IV :**  
**LES MICRORESONATEURS A MODE**  
**DE LAME**



## IV.1. INTRODUCTION

Les microrésonateurs utilisant un mode de Lamé pour mode de résonance sont une bonne alternative aux microrésonateurs à mode de flexion. En effet, on observe que ces derniers sont limités en fréquence par leur architecture. L'avantage principal du mode de Lamé est d'avoir cinq nœuds de vibration, quatre aux coins et un au centre de la plaque carrée. On verra que ces quatre coins permettront de réaliser la fixation du dispositif avec le milieu extérieur pour minimiser les pertes d'énergies dans le support. Le premier résonateur à mode de Lamé a été réalisé par l'ONERA en 1990 [67]. Le matériau utilisé était le silicium cristallin et la fréquence de résonance était de 240 kHz (cf. § I).

Plus récemment, Kanie *et al* [68] ont développé des applications utilisant des résonateurs à quartz vibrant selon le mode de Lamé. La fréquence de résonance de ce quartz est de 3 MHz, de plus les auteurs utilisent une plaque rectangulaire avec un rapport  $r$  entre la longueur (3,12 mm) et la largeur (1,04 mm) de 3. Ils obtiennent, comme l'ont montré R. Bechmann [69] et R. Holland [70] un harmonique du mode de Lamé de rang ( $m=3$ ,  $n=1$ ), car le rapport  $r$  est un nombre entier.

Nous avons décidé pour notre part de réaliser un prototype de résonateur à mode de Lamé vibrant à 6 MHz. Pour cela notre choix s'est porté sur une technologie de fabrication que nous maîtrisons bien au LPMO : la LIGA-UV. Le choix de cette technique de réalisation réside dans le fait qu'elle est compatible avec les technologies CMOS de la microélectronique.

En effet, on peut envisager d'implanter dans un premier temps la microélectronique CMOS de conditionnement du signal et ensuite venir réaliser, autour de cette microélectronique, le microrésonateur en LIGA-UV. Ceci est facilité par le fait que l'étape d'électroformage du microsystème est faite à des températures peu élevées (voisines de 50 °C). On voit donc que l'intégration à terme de l'électronique associée au microrésonateur permettra une miniaturisation du microsystème et une optimisation du fonctionnement.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter une étude des propriétés dynamiques des systèmes continus dans le cas des plaques minces. Ceci nous permettra d'arriver à une formulation analytique d'un des modes de contour : le mode Lamé, ainsi qu'aux modes de vibration transverse. Ensuite nous présenterons la méthode de conception et le procédé de réalisation des microrésonateurs.

Enfin, la caractérisation de ces microsystèmes se fera sur un banc de mesure optique. Les résultats expérimentaux seront confrontés aux calculs analytiques et aux simulations par éléments finis.

## IV.2. THEORIE DES MODES DE CONTOUR DANS UNE PLAQUE MINCE

### IV.2.1. Introduction

Le mode de Lamé fait partie d'une famille de modes de vibration de plaques minces appelés modes de contour. Lloyd et Redwood [71] ont montré que les équations différentielles régissant le problème de formulation variationnelle dans les plaques orthotropes rectangulaires étaient satisfaites par 4 familles distinctes de modes de contour. Ces modes sont les modes de cisaillement de type diagonal, les modes de dilatation et les modes de flexion selon chaque axe de symétrie de la plaque. Ces modes de plaque sont sensibles aux symétries qu'offre le système étudié ainsi qu'à ses caractéristiques mécaniques.

Les auteurs ont montré qu'il existait onze groupes de modes, les quatre précédents ainsi que sept autres reposant sur la combinaison des premiers [72]. Ils sont donnés par la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles et par les conditions aux limites. Il n'existe aucune solution analytique au problème de vibration dans un corps élastique aux dimensions finies. Seuls les modes de Lamé sont donnés par une solution analytique exacte. Les techniques d'approximation les plus communément utilisées pour le calcul des autres modes sont les méthodes à base de différences finies ou variationnelles.

Nous allons procéder à la résolution du problème permettant d'aboutir à une expression analytique du mode de Lamé dans une plaque. Mais avant cela, nous rappellerons les hypothèses concernant les plaques minces qui permettent d'aboutir au résultat.

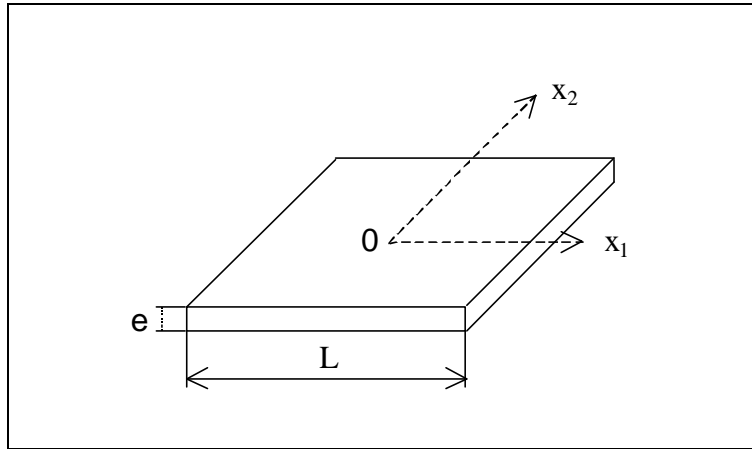
### IV.2.2. Résolution du problème

On considère une plaque carrée libre homogène, de côté  $L$  et d'épaisseur  $e$  (cf. **Figure IV-1**). On suppose que l'épaisseur est petite devant les autres dimensions de la plaque, sans toutefois que l'on puisse la modéliser par une membrane. Le problème sera résolu d'un point de vue harmonique.

Les hypothèses de Kirchoff concernant les plaques minces sont les suivantes [73] :

- ⇒ Plaque mince d'épaisseur  $e$  avec un plan moyen.
- ⇒ La contrainte dans la direction transversale est nulle.
- ⇒ Les sections droites restent planes après déformation (la déformation en cisaillement transverse est négligée).
- ⇒ Les déformations sont petites par rapport aux dimensions initiales

Nous rappelons ici les principales étapes de la résolution du problème. Les détails des calculs sont reportés dans l'Annexe IV-1 : Calcul des fréquences de résonance du mode de Lamé.



**Figure IV-1** : Schéma de la plaque carrée pour le calcul de la fréquence du mode de Lamé.

On applique la relation fondamentale de la dynamique à la plaque carrée :

$$\text{(Eq. IV-1)} \quad \mathbf{s}_{ij,j} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_i = 0$$

On note :

$$\mathbf{s}_{ij,j} = \frac{\partial \mathbf{s}_{ij}}{\partial x_j}$$

Avec :

$\mathbf{s}$  : tenseur des contraintes

$\mathbf{w}$  : pulsation propre

$\bar{u}$  : champ de déplacements

$\mathbf{r}$  : masse volumique

La plaque carrée est libre, les conditions aux limites sont donc des contraintes nulles sur les bords, cet état se traduisant par l'équation (Eq. IV-2) :

$$\text{(Eq. IV-2)} \quad \mathbf{s}_{ij} \cdot n_j = 0$$

où  $\vec{n}$  est la normale extérieure à chacune des faces.

De plus, la loi de comportement dans le domaine élastique s'écrit :

$$\text{(Eq. IV-3)} \quad \mathbf{s}_{ij}(u) = C_{ijkl} \mathbf{e}_{kl}(u)$$

Avec :

$C_{ijkl}$  : tenseur des constantes élastiques

$\mathbf{e}_{ij}$  : tenseur des déformations

Le problème se résume donc à la résolution du système suivant :

$$(Eq. IV-4) \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{ij,j} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_i = 0 \\ \mathbf{s}_{ij}(u) = C_{ijkl} \mathbf{e}_{kl}(u) \\ \mathbf{s}_{ij} \cdot \mathbf{n}_j = 0 \end{cases}$$

Comme le nickel obtenu par électroformage est isotrope on a de plus la loi d'élasticité isotrope :  $\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{I}(\text{Tr}\mathbf{e}_{ij}) + 2\mathbf{m}\mathbf{e}_{ij}$ ,

avec  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{m}$  : coefficients de Lamé.

Si on suppose que les déformations ont lieu dans le plan de la plaque, on choisit un champ de déplacement  $\vec{u}$  de la forme :

$$\vec{u} = u_1(x_1, x_2) \cdot \vec{x}_1 + u_2(x_1, x_2) \cdot \vec{x}_2$$

Les tenseurs des déformations et des contraintes associés s'écrivent respectivement :

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} & \mathbf{e}_{12} & 0 \\ \mathbf{e}_{21} & \mathbf{e}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} & 0 \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{s}_{33} \end{bmatrix}$$

Si l'on reprend l'équation fondamentale de la dynamique (Eq. IV-1), associée à la loi de comportement, on obtient le système suivant :

$$(Eq. IV-5) \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{11,1} + \mathbf{s}_{12,2} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 = 0 \\ \mathbf{s}_{21,1} + \mathbf{s}_{22,2} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 = 0 \\ \mathbf{s}_{33,3} = 0 \end{cases}$$

qui se réduit, en utilisant les expressions précédentes, à :

$$(Eq. IV-6) \quad \begin{cases} (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})u_{1,11} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})u_{2,21} + \mathbf{m}u_{1,22} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 \\ (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})u_{2,22} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})u_{1,21} + \mathbf{m}u_{2,11} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 \end{cases}$$

On peut alors effectuer deux changements de variables :

$$\text{Tout d'abord, on pose } \begin{cases} \mathbf{x} = \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{h} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ et ensuite, on définit } \begin{cases} f = u_1 + u_2 \\ g = u_1 - u_2 \end{cases} \text{ d'où le nouveau}$$

système d'équations aux dérivées partielles après les différents changements de variables :

$$(Eq. IV-7) \quad \begin{cases} (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})f_{,xx} + \mathbf{m}f_{,hh} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})f_{,sh} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 f \\ \mathbf{m}g_{,xx} + (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})g_{,hh} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})g_{,sh} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 g \end{cases}$$

On définit deux fonctions :

$$f = e^{ix} \text{ et } g = e^{ih}$$

Le système d'équations (Eq. IV-7) devient :

$$\text{(Eq. IV-8)} \quad \begin{cases} (I + 2m)r_1^2 = -rw^2 \\ (I + 2m)r_2^2 = -rw^2 \end{cases}$$

et les solutions de ce système s'écrivent :

$$\text{(Eq. IV-9)} \quad \begin{cases} r_1 = \pm iw \sqrt{\frac{r}{I + 2m}} \\ r_2 = \pm iw \sqrt{\frac{r}{I + 2m}} \end{cases}$$

Dans un matériau isotrope la vitesse de propagation  $c$  d'une onde est indépendante de la direction de propagation, et s'écrit [74]:

$$\text{(Eq. IV-10)} \quad c = \left[ \frac{C_{11} + \sqrt{C_{11}^2}}{2r} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{C_{11}}{r}} = \sqrt{\frac{I + 2m}{r}}$$

On pose le vecteur d'onde  $k = \frac{w}{c}$  d'où :

$$\text{(Eq. IV-11)} \quad \begin{cases} r_1 = \pm ik \\ r_2 = \pm ik \end{cases} \text{ et } \begin{cases} f = e^{\pm ikx} \\ g = e^{\pm ikh} \end{cases}$$

D'où les solutions :

$$\text{(Eq. IV-12)} \quad \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2}(f + g) = \frac{1}{2}(e^{\pm ikx} + e^{\pm ikh}) \\ u_2 = \frac{1}{2}(f - g) = \frac{1}{2}(e^{\pm ikx} - e^{\pm ikh}) \end{cases}$$

En additionnant les solutions entre elles et en utilisant des constantes arbitraires  $A, B, C, D, E, F, G, H$ , on obtient une solution générale de la forme :

$$\text{(Eq. IV-13)} \quad \begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A e^{ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - B e^{-ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} + C e^{-ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} - D e^{ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \\ u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ E e^{ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - F e^{-ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - G e^{-ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} + H e^{ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \end{cases}$$

L'équation (Eq. IV-2) indique que les contraintes sont nulles sur les quatre bords, soient :

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{11} (x_1 = \pm L/2) = 0 \\ \mathbf{s}_{22} (x_2 = \pm L/2) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{12} (x_1 = \pm L/2) = 0 \\ \mathbf{s}_{21} (x_2 = \pm L/2) = 0 \end{cases}$$



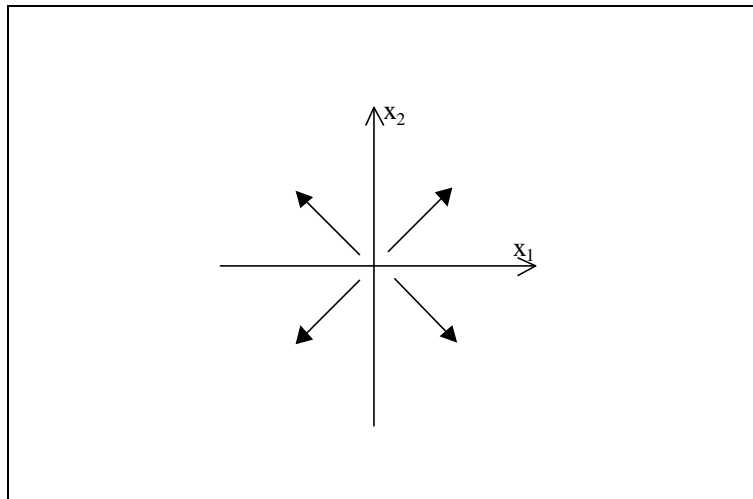
Ceci équivaut à ce que toutes les constantes soient égales et de plus :

$$(Eq. IV-14) \quad e^{\frac{2ikL}{\sqrt{2}}} = 1$$

Le champ de déplacement (Eq. IV-13) se simplifie donc :

$$(Eq. IV-15) \quad \begin{cases} u_1 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left[ e^{ik\frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{-ik\frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} + e^{-ik\frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{ik\frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \\ u_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left[ e^{ik\frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{-ik\frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{-ik\frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} + e^{ik\frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \end{cases}$$

Etant donné la triple symétrie de la plaque (selon les axes  $x_1$ ,  $x_2$  et le centre), on retrouve l'onde associée au mode de dilatation qui se propage selon les diagonales de la plaque [72] et dont on donne la représentation dans la **Figure IV-2**.



**Figure IV-2** : Ondes polarisées transversales associées au mode de type dilatation [72]

Pour ce qui concerne la condition établie dans la relation (Eq. IV-14), elle se simplifie et permet d'obtenir la relation finale donnant l'expression de la fréquence du mode de Lamé dans une plaque carrée de côté  $L$ , soit :

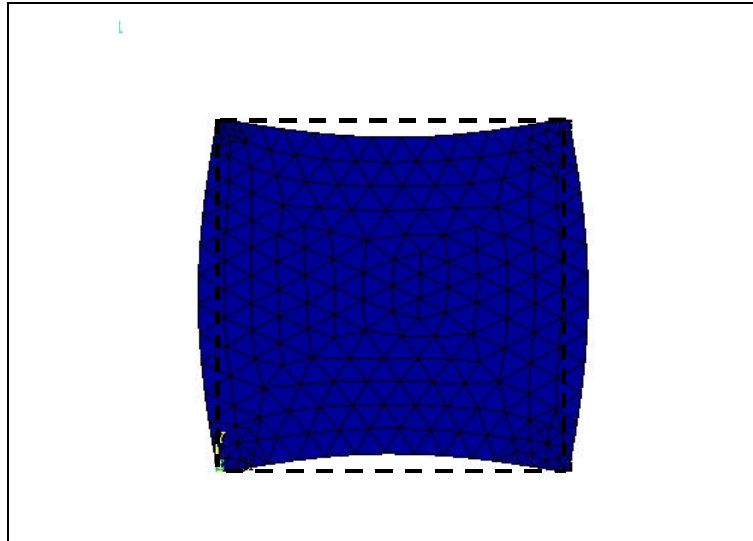
$$(Eq. IV-16) \quad f = \frac{nc}{L\sqrt{2}}$$

$n$  : nombre entier correspondant au numéro de l'harmonique.

Quant au champ de déplacement final associé à ce mode il s'écrit :

$$\text{(Eq. IV-17)} \quad \begin{cases} u_1 = 2\sqrt{2}A \sin\left(\frac{\mathbf{p} x_1}{L}\right) \cos\left(\frac{\mathbf{p} x_2}{L}\right) \\ u_2 = 2\sqrt{2}A \sin\left(\frac{\mathbf{p} x_2}{L}\right) \cos\left(\frac{\mathbf{p} x_1}{L}\right) \\ u_3 = 0 \end{cases}$$

On déduit de ce champ de déplacement les propriétés énoncées précédemment, c'est-à-dire que les quatre coins de la plaque ainsi que le centre sont des nœuds de vibration. Ceci se traduit par un déplacement nul en ces cinq points. La **Figure IV-3** montre la déformée d'une plaque carrée dans un matériau isotrope et illustre cette propriété.



**Figure IV-3** : Déformée de la plaque pour le mode de Lamé.

### IV.2.3. Microrésonateur de Lamé à 6 MHz

La faisabilité d'un résonateur dans le domaine de la centaine de kilohertz et par des techniques d'usinages conventionnelles dans le silicium a été démontrée. Il nous a paru intéressant de montrer la possibilité de réaliser un tel microrésonateur fonctionnant dans la gamme du MHz. Il est donc primordial que sa taille soit micrométrique.

L'objectif de cette étude est de faire un prototype de microrésonateur intégrable. Pour cela, nous utiliserons les technologies développées dans le cadre des microsystèmes. Le choix du matériau s'est porté sur le nickel et la réalisation vers la technique LIGA. La fréquence de résonance du microrésonateur est imposée par les limitations éventuelles dues à l'utilisation

de la résine épaisse lors des phases de lithographie. La difficulté à mesurer de faibles variations de capacité à des fréquences aussi élevées est également un obstacle à la montée en fréquence.

La fréquence du mode de Lamé étant donnée par la relation (**Eq. IV-16**), il est nécessaire de déterminer la vitesse de propagation de l'onde dans le nickel électrodéposé. Cette vitesse est donnée par :

$$\text{(Eq. IV-18)} \quad c = \sqrt{\frac{C_{11} - C_{12}}{2r}} = \sqrt{\frac{C_{44}}{r}}$$

Dans notre cas (matériau isotrope), le coefficient  $C_{44}$  est directement relié au coefficient de Lamé  $\mu$ , ce dernier ne dépendant que du module de Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$ . Ainsi pour le nickel, on a pris la valeur de  $E = 195$  GPa mesurée au chapitre II et la valeur  $\nu = 0,34$  issue de la littérature. On en déduit :

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = 7,27 \cdot 10^{10} \text{ N.m}^{-2}.$$

Avec une masse volumique  $\rho = 8960 \text{ kg.m}^{-3}$ , on obtient une célérité de l'onde dans le matériau  $c = 2849 \text{ m.s}^{-1}$ . La fréquence de résonance du premier mode de Lamé obtenu par le modèle analytique (**Eq. IV-18**) pour une plaque carrée de largeur  $L = 336 \mu\text{m}$  est donc :

$$f = \frac{c}{\sqrt{2}L} = 5,997 \text{ MHz}$$

#### IV.2.4. Etude des vibrations transversales d'une plaque

Etant donné l'épaisseur des microrésonateurs pouvant être réalisés, il apparaît différents modes considérés comme parasites qui précèdent le mode de Lamé à 6 MHz dans le spectre de fréquence du résonateur. Nous obtiendrons la topographie de certains de ces modes, essentiellement ceux correspondant à la vibration transversale d'une plaque.

On considère une plaque mince libre et non contrainte. Le matériau la composant est supposé isotrope et les dimensions sont un côté  $L$  pour une épaisseur  $e$  (**Figure IV-1**). Le déplacement transverse (hors plan)  $w$  doit satisfaire l'équation de mouvement établie par Love :

$$\text{(Eq. IV-19)} \quad \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{12r(1-\nu^2)}{Ege^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

Warburton donne une bonne approximation de la fréquence de vibration  $f$  en résolvant l'équation (Eq. IV-19) par une méthode énergétique [75] :

$$\text{(Eq. IV-20)} \quad f = \frac{I p}{L^2} \sqrt{\frac{g D}{2 r e}}$$

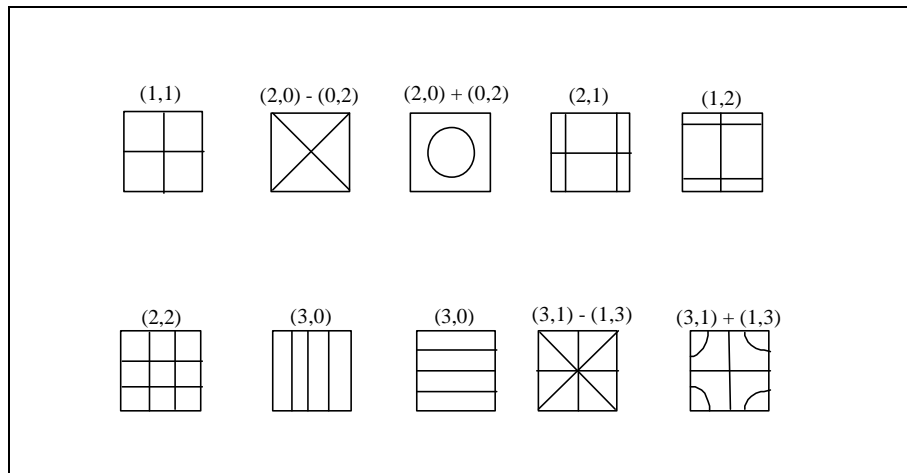
avec

$$D = \frac{E e^3}{12(1-\nu^2)} : \text{rigidité flexionnelle}$$

$g$  : accélération de la gravité

$I$  : facteur de fréquence dépendant du rang du mode. Il se détermine par la relation analytique proposée par Warburton [75]. On reporte la méthode de calcul de  $I$  dans l'annexe IV-2.

Le rang du mode est donné par le nombre de nœud suivant les directions  $x_1$  et  $x_2$  appelés  $m$  et  $n$ . Présentement la plaque est libre et carrée. Etant donnée la symétrie de la plaque, il apparaît des combinaisons de modes comme par exemple le  $(2, 0) - (0, 2)$  qu'on appelle aussi mode X. On représente sur la **Figure IV-4** la structure nodale les dix premiers modes d'une plaque carrée libre.



**Figure IV-4** : Schéma de la structure nodale des dix premiers modes d'une plaque isotrope ayant les bords libres [76].

On montre également que les modes de type  $(m, n) \pm (n, m)$  apparaissent pour les règles de sélection qui vérifient :  $m - n = \pm 2, 4, 6 \dots$

### **IV.3. CONCEPTION PAR ELEMENTS FINIS**

Comme nous l'avons vu précédemment, les nœuds de vibration se situent aux quatre coins de la plaque, ce qui permet de fixer le microrésonateur en ces points (que l'on appellera par la suite fixations ou attaches). La principale préoccupation pour la réalisation de ces fixations est de ne pas modifier les conditions aux limites afin de ne pas perturber la géométrie ainsi que la fréquence du mode de Lamé.

Il faut donc concevoir et simuler les fixations du microrésonateur tout en gardant à l'esprit les limites fixées par le procédé technologique, en l'occurrence la LIGA-UV. On peut envisager deux types de solutions : la fixation par poutres flexibles ou par ce que nous avons appelé pavés croisés.

#### **IV.3.1. La fixation par poutres flexibles**

Cette méthode consiste à relier la plaque vibrante au support massif par des poutres flexibles. Ce système a été utilisé par l'ONERA [67]. Les poutres sont dimensionnées de telle sorte que leurs fréquences propres de résonance soient éloignées du spectre de fonctionnement du résonateur pour qu'il n'y ait aucun phénomène de couplage. Dans ce cas que la fréquence de résonance des pattes de fixation est supérieure à la fréquence du mode de Lamé.

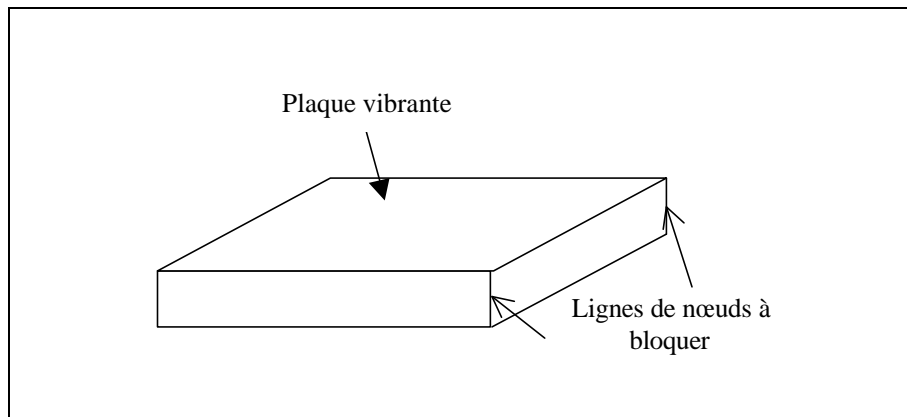
Différentes remarques peuvent être faites à propos de cette technique. Tout d'abord, cette méthode rend tributaire la fréquence du mode de Lamé aux dimensions des poutres de fixation. Ensuite, étant données les dimensions mises en jeu, on peut craindre une certaine fragilisation des pattes lors d'un fonctionnement prolongé. De plus, on peut argumenter que les dispersions d'énergie à travers les poutres ne sont pas négligeables puisqu'elles dépendent de la largeur des pattes [67].

#### **IV.3.2. La fixation par pavés croisés**

Pour la fixation de la plaque qui va être mise en résonance l'idéal serait que les degrés de libertés qui vont être bloqués correspondent exactement aux nœuds de vibration. Ainsi, on minimisera les pertes d'énergies. En théorie, ces nœuds correspondent aux lignes nodales qui se trouvent aux quatre coins de la plaque tels qu'ils sont représentés sur la **Figure IV-5**.

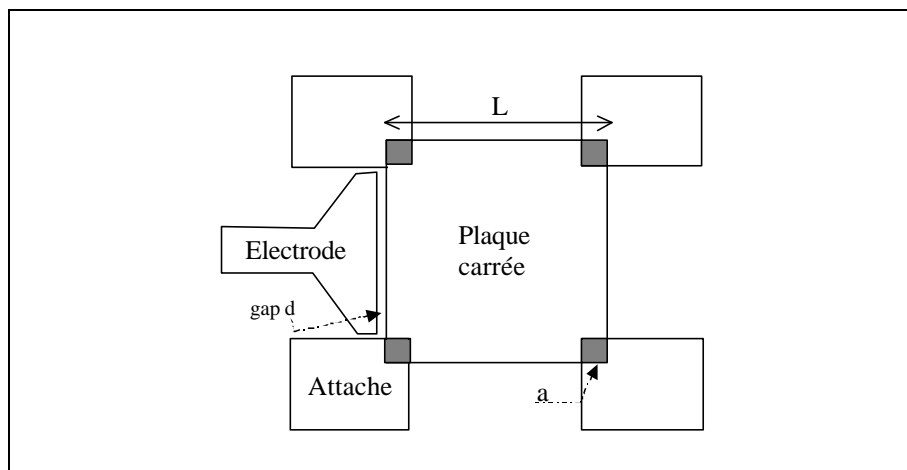
D'un point de vue pratique, aussi bien pour la réalisation (résine, électroformage...) que pour le bon fonctionnement du microsystème (résistance, fiabilité, durée de vie) la fixation ne pourra se limiter à une ligne. L'ancrage se fera donc par l'intersection de la plaque

avec les fixations (qui sont fixées au substrat). Cette jonction physique est un carré de côté  $a$  (cf. **Figure IV-6**).



**Figure IV-5** : Plaque vibrante et nœuds à bloquer pour une fixation optimale.

La **Figure IV-6** montre le schéma qui a été retenue pour l'architecture du microrésonateur. On montre ainsi l'électrode d'excitation, la plaque mince de largeur  $L$ , toutes deux étant séparées par un entrefer de largeur  $d$ , et les deux fixations au niveau des coins. Sur ce schéma, nous n'avons pas représenté les autres électrodes qui sont en regard avec chaque coté de la plaque. Elles permettront de faire la détection capacitive.



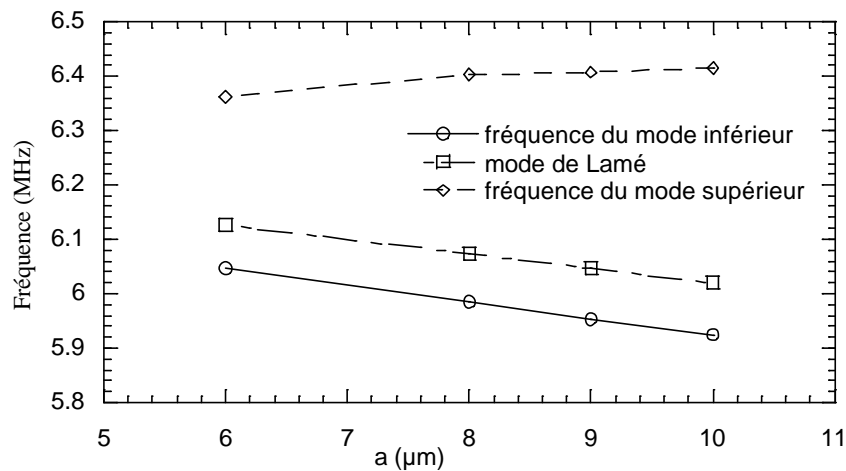
**Figure IV-6** : Schéma du microrésonateur à mode de Lamé (vue de dessus).

Ces fixations modifient les conditions aux limites de la plaque. On passe d'une structure libre (modèle analytique) à un dispositif attaché en ses quatre coins. Nous avons étudié l'influence des fixations en utilisant une modélisation par éléments finis avec le logiciel ANSYS56. Les éléments utilisés sont du type "SOLID95" qui permettent de

modéliser les structures 3D. Ces éléments briques possèdent 20 nœuds, qui se trouvent sur les huit sommets et au milieu de chaque arête. Par défaut, ils possèdent à chaque nœud trois degrés de liberté en translation [77]. On leur ajoute les trois degrés de libertés en rotation. Ces éléments tolèrent des irrégularités de forme sans pertes de précision au niveau du calcul.

Nous avons effectué une analyse modale sur ces structures en faisant varier différents paramètres géométriques. On représente sur la **Figure IV-7**, l'évolution de la fréquence de résonance ainsi que les deux fréquences de rangs inférieur et supérieur, en fonction de la cote  $a$  pour une valeur de  $L$  fixée,  $L = 336 \mu\text{m}$ . On montre le découplage modal entre ces trois modes. La première remarque que l'on peut faire est une décroissance très faible de la fréquence du mode de Lamé avec  $a$ . Ensuite, on constate que plus la cote  $a$  est importante plus le découplage est grand avec le mode supérieur.

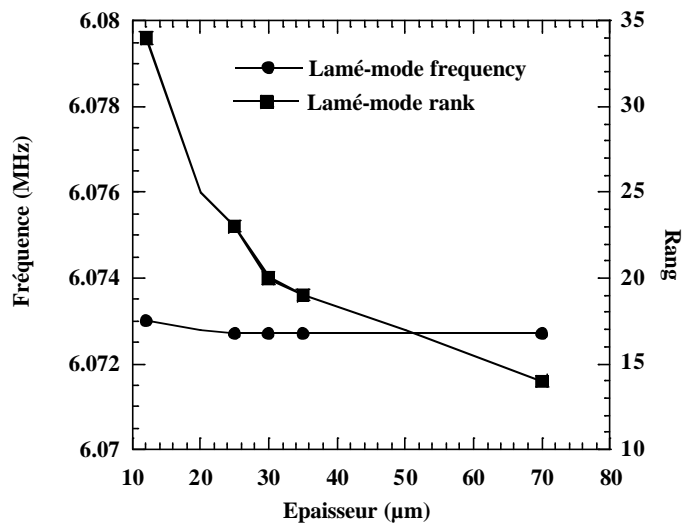
Néanmoins, nous devons garder à l'esprit que le carré d'encrage est l'endroit idéal pour le microrésonateur pour dissiper de l'énergie car il est assimilable à un encastrement. C'est pour cela que nous avons choisi une dimension de  $8 \mu\text{m}$  qui semble être un bon compromis entre réalisation, fixation et dissipation pour une largeur  $L$  de  $336 \mu\text{m}$ .



**Figure IV-7** : Evolution des fréquences entourant le mode Lamé en fonction de la taille du carré d'encrage  $a$  pour  $L = 336 \mu\text{m}$ .

Comme nous l'avons constaté, le modèle analytique donne la valeur de la fréquence de résonance avec une approximation raisonnable. Cette valeur peut-être utilisée dans une étape préliminaire de conception du microrésonateur. Néanmoins, l'équation (**Eq. IV-16**) ne fait pas apparaître l'épaisseur  $e$  dans le calcul de la fréquence du mode de Lamé. Nous avons cherché à étudier l'influence du paramètre géométrique  $e$  sur la valeur de la fréquence ainsi

que sur le rang du mode. On reporte sur la **Figure IV–8** les résultats obtenus pour un microrésonateur à deux attaches ayant une longueur de plaque  $L = 336 \mu\text{m}$ .

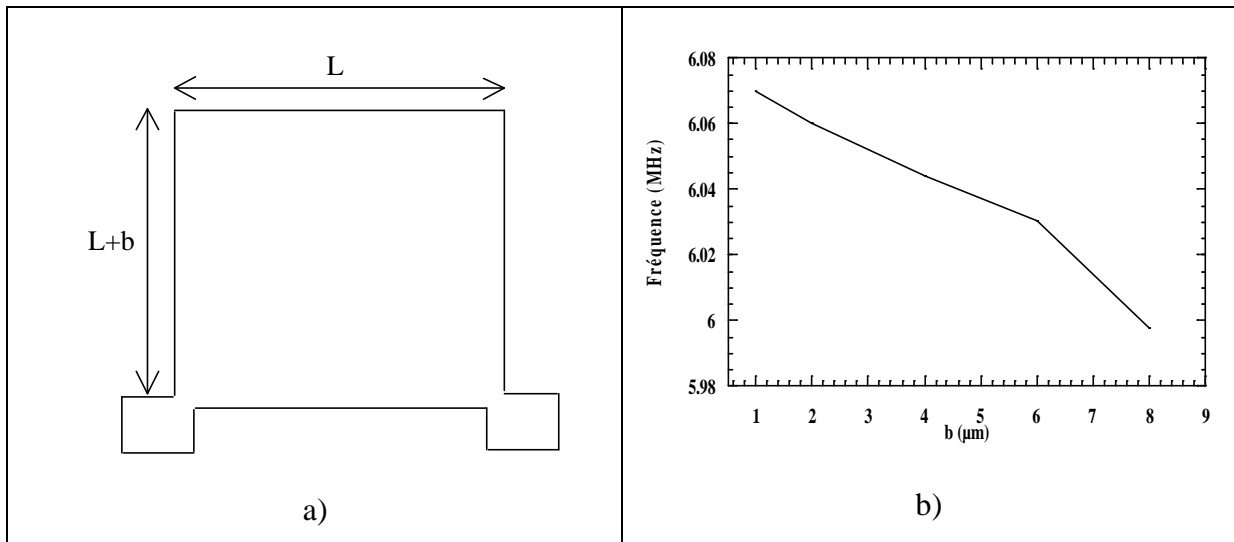


**Figure IV–8** : Effet de l'épaisseur  $e$  du microrésonateur sur le mode de Lamé

On peut noter que la fréquence du mode de Lamé est quasi insensible à l'épaisseur, mais que le rang du mode décroît de manière drastique lorsque  $e$  est supérieure à  $20 \mu\text{m}$ . Ainsi, si on approche le mode de Lamé du mode fondamental, on augmente le couplage électromécanique car la restitution de l'énergie au niveau de la plaque sera plus importante.

On reporte également sur la **Figure IV–9** l'évolution de la fréquence du mode de Lamé en fonction d'une dissymétrie imposée sur la géométrie de la plaque carrée. Si de telles imperfections étaient constatées après observations au MEB, ces calculs permettraient d'affiner les mesures électriques étant donné le faible coefficient de qualité obtenu électriquement (cf. §IV.7). En effet, l'analyseur de réseau possède 400 points de mesure ce qui limite la plage d'observation des résonances possédant un faible coefficient de qualité.





**Figure IV-9** : Evolution du mode Lamé en fonction de  $b$  pour le microrésonateur à deux pavés ( $L = 336 \mu\text{m}$  et  $a = 8 \mu\text{m}$ ).

Après avoir modélisé le microrésonateur, nous pouvons passer à la phase de réalisation et de caractérisation. Dans un premier temps, nous avons réalisé des microrésonateurs à quatre pavés d'attache. Cependant, les pertes énergétiques importantes par le biais des attaches, nous a conduis à supprimer deux des quatre attaches. Il en résulte des valeurs plus acceptables en terme de coefficient de qualité.

## IV.4. REALISATION DES PROTOTYPES

### IV.4.1. Introduction

Dans le chapitre II nous avons caractérisé le nickel obtenu par électroformage, matériau que nous utiliserons pour la réalisation des microrésonateurs. La technique choisie pour la fabrication de ces microdispositifs est la technologie LIGA. Elle est une des plus prometteuses en matière de réalisation collective de microstructures tridimensionnelles.

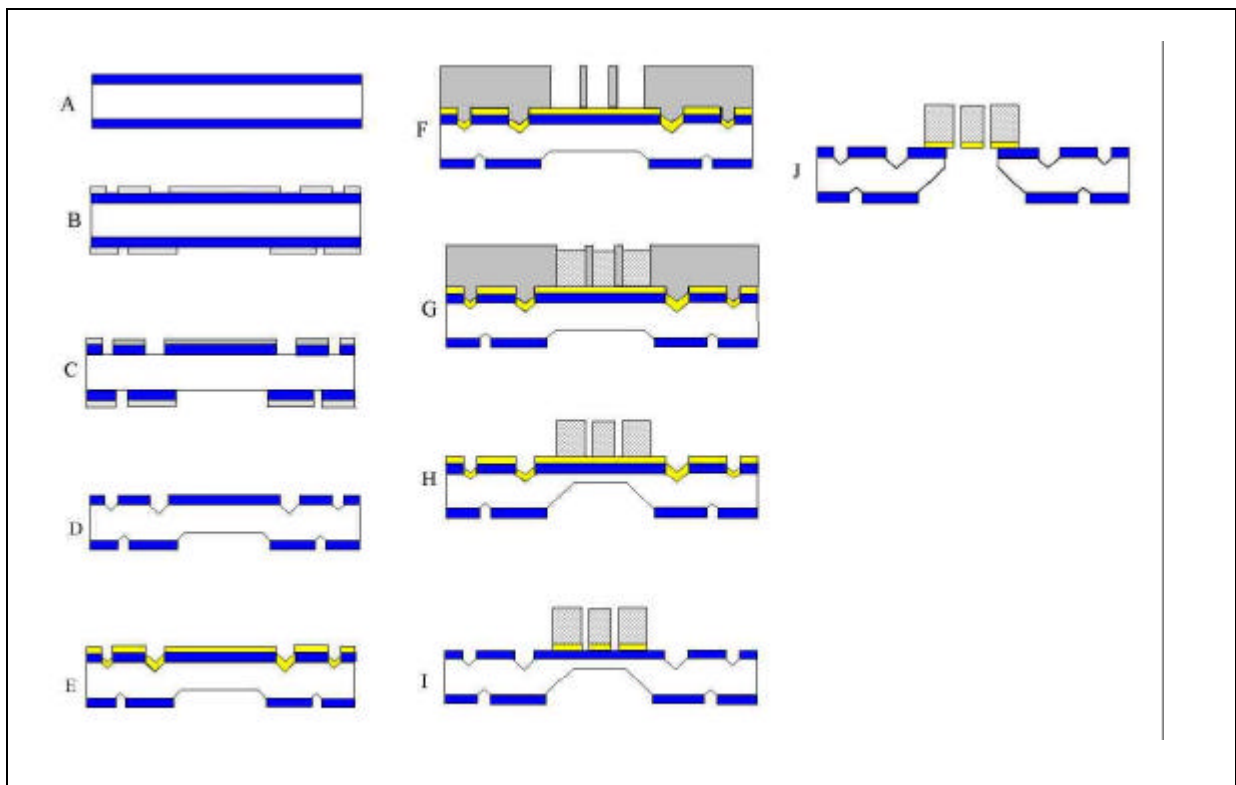
### IV.4.2. Procédé de réalisation des microrésonateurs par ouverture face arrière.

La réalisation des microrésonateurs s'est faite en utilisant un procédé identique (LIGA-UV) mais avec deux variantes différentes. La première a été mise au point pour étudier l'influence de la couche d'air présente sous les microrésonateurs (évolution du coefficient de qualité et du couplage électromécanique). Elle nous a aussi permis de caractériser plus facilement les modes parasites (modes de flexion hors plan).

En effet, lors de la caractérisation modale, on utilise un banc optique (cf. IV.6.1). La signature des modes se fait par balayage d'un spot laser qui exige une surface lisse pour

réfléchir le maximum d'intensité vers le photo-détecteur. On utilise donc la surface qui se trouve du côté du démarrage du dépôt de nickel. Pour avoir accès à cette surface, il faut donc faire une ouverture face arrière sur le substrat de silicium.

La **Figure IV-10** montre en détail les différentes étapes du procédé de fabrication. Pour réaliser le microrésonateur, on utilise un wafer en silicium orienté selon l'axe (100) ayant une épaisseur de 380  $\mu\text{m}$ . On procède à une oxydation sèche de 1,2  $\mu\text{m}$  sur les deux faces (A).



**Figure IV-10** : Synoptique détaillé du procédé de réalisation des microrésonateurs de Lamé par ouverture face arrière.

Les différentes étapes du procédé sont les suivantes :

- A. Oxydation double face du substrat.
- B. Lithographie double face.
- C. Gravure de la silice (voie humide).
- D. Gravure du silicium (voie humide).
- E. Dépôt des couches métalliques par pulvérisation.
- F. Lithographie de la résine épaisse.

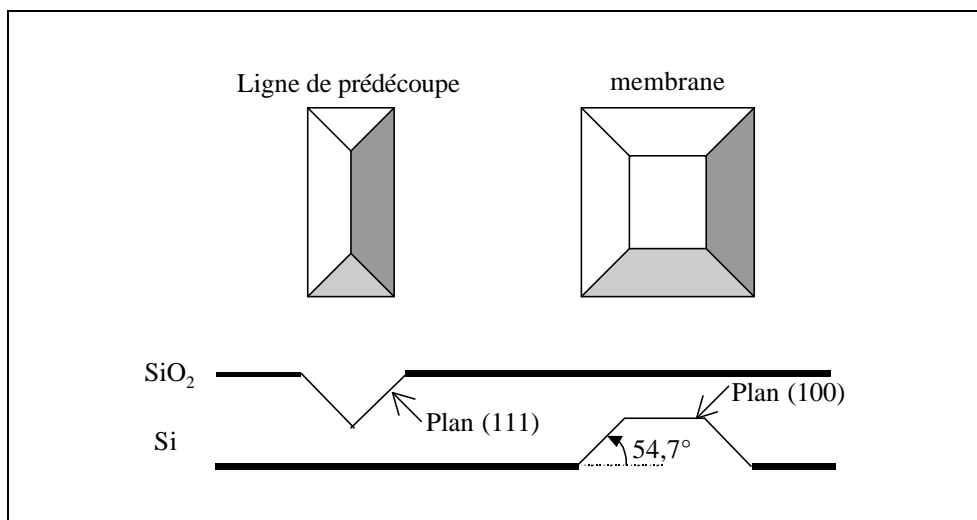
- G. Electroformage de nickel.
- H. Gravure du silicium (voie humide).
- I. Attaque des couches métalliques pulvérisées.
- J. Gravure ionique réactive du silicium et de la silice (voie sèche).

Nous allons à présent détailler le procédé de fabrication en salle blanche qui nous a permis d’aboutir à la réalisation des microrésonateurs.

#### Gravure humide pour la réalisation de membrane de silicium

On réalise une lithographie double face, sur le wafer oxydé, avec une résine fine (AZ5214 de Clariant) (B). Après révélation dans le développeur MIF 726, le substrat est plongé pendant trente minutes dans une solution de BHF (acide fluorhydrique tamponné à un pH de 4) pour faire une gravure humide de l’oxyde thermique et ainsi atteindre le silicium (C). L’étape suivante consiste à attaquer de manière humide et anisotrope le silicium dans une solution d’hydroxyde de potassium (41 % de KOH en masse et 59 % de H<sub>2</sub>O) [78]. Cette gravure dure 23 heures dans une solution à 55°C, soit une épaisseur de membrane finale de 20 μm pour une vitesse d’attaque de 0,26 μm.mn<sup>-1</sup> (D).

On obtient finalement sur la face avant des chemins de pré-découpe de 100 μm de large qui ont une forme en V (due à l’usinage anisotrope du silicium) et sur l’arrière des membranes (D). Les détails des formes obtenues sur les deux faces sont représentés sur la **Figure IV–11**.



**Figure IV–11** : Ligne de prédécoupe et membrane dans silicium (usinage dans le KOH).

### Pulvérisation cathodique de couches minces

On procède ensuite au dépôt d'une fine couche métallique d'or sur la face où se trouvent les sillons de pré-découpe (E). Ce métal servira de plan de masse pour l'électroformage du nickel. Pour ce faire, on dépose donc une première couche d'accrochage de chrome de 300 angströms par pulvérisation RF. La couche d'or d'une épaisseur de 1500 angströms est déposée par pulvérisation RF avec un magnétron.

### Lithographie de résine épaisse

Le moule nécessaire pour la fabrication des microrésonateurs est à base de résine AZ5740. Une lithographie simple face d'une résine de 20  $\mu\text{m}$  d'épais est réalisée. Pour cela, une enduction de la résine sur une tournette suivie d'un détournage à la seringue est effectué pour obtenir un bon plaquage entre le wafer et le masque lors de l'insolation aux UV (F).

### L'électroformage

L'électroformage se fait dans un bain de sulfamate de nickel. La vitesse de dépôt est de 10  $\mu\text{m.h}^{-1}$  pour une densité de courant optimisée de 1,5  $\text{A.dm}^{-2}$ . On dépose entre 10 et 14  $\mu\text{m}$  de nickel (G). On retire la résine après électroformage dans un bain d'acétone (H).

### Isolation électrique

Les différentes parties du microrésonateur (électrodes, plaque vibrante) doivent être isolées électriquement. Pour cela, on grave de manière humide dans des solutions adéquates, les couches d'or (solution de KI) et de chrome (I). Celles se trouvant sous le nickel électrodéposé sont protégées par ce dernier même si on observe une légère sous-gravure étant donné que l'attaque est humide.

### Libération des structures

La dernière étape consiste à libérer les structures qui se trouvent au-dessus des membranes (J). La gravure sèche de 20  $\mu\text{m}$  de silicium et de 1,2  $\mu\text{m}$  de silice s'effectue dans un bâti de Gravure Ionique Réactive (RIE : Reactive Ion Etching). On utilise pour cela un procédé à base d'hexafluorure de soufre ( $\text{SF}_6$ ) et d'oxygène pour le silicium avec une vitesse d'attaque de 22  $\mu\text{m.h}^{-1}$  et pour la silice on utilise du trifluorométhane ( $\text{CHF}_3$ ) et de l'hexafluorure de carbone ( $\text{C}_2\text{F}_6$ ), la vitesse étant de 2,4  $\mu\text{m.h}^{-1}$ .

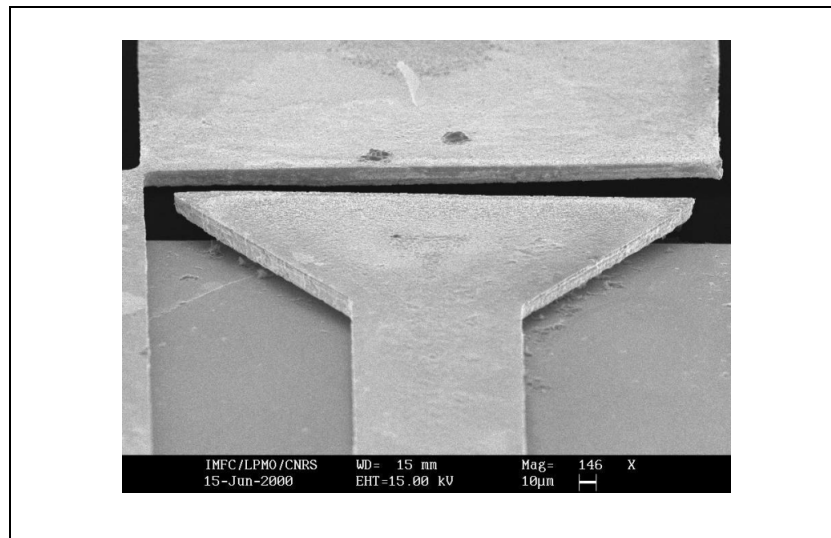
Etant donné que la vitesse de gravure dépend de la surface, on utilise une plaque métallique (qui fait office de masque) perforée à l'endroit où se trouvent les membranes. On réduit ainsi la surface du wafer, ce qui augmente la vitesse.

Tous les rinçages effectués entre les différentes étapes sont fait à l'eau déionisée et les séchages avec un flux d'azote.

### Découpe et connexion

Les microrésonateurs sont ensuite découpés grâce aux lignes de pré-découpe et collés sur un substrat en époxy. Le microsysteme final est obtenu en réalisant un bonding avec des fils d'or entre les différentes électrodes, la masse sismique et les connecteurs disposés autour du microrésonateur.

La **Figure IV-12** reporte une photographie obtenue au MEB d'un microrésonateur réalisé par le procédé d'ouverture face arrière. Au premier plan, on reconnaît l'électrode d'excitation et sur le coté gauche on aperçoit la fixation de la masse sismique.

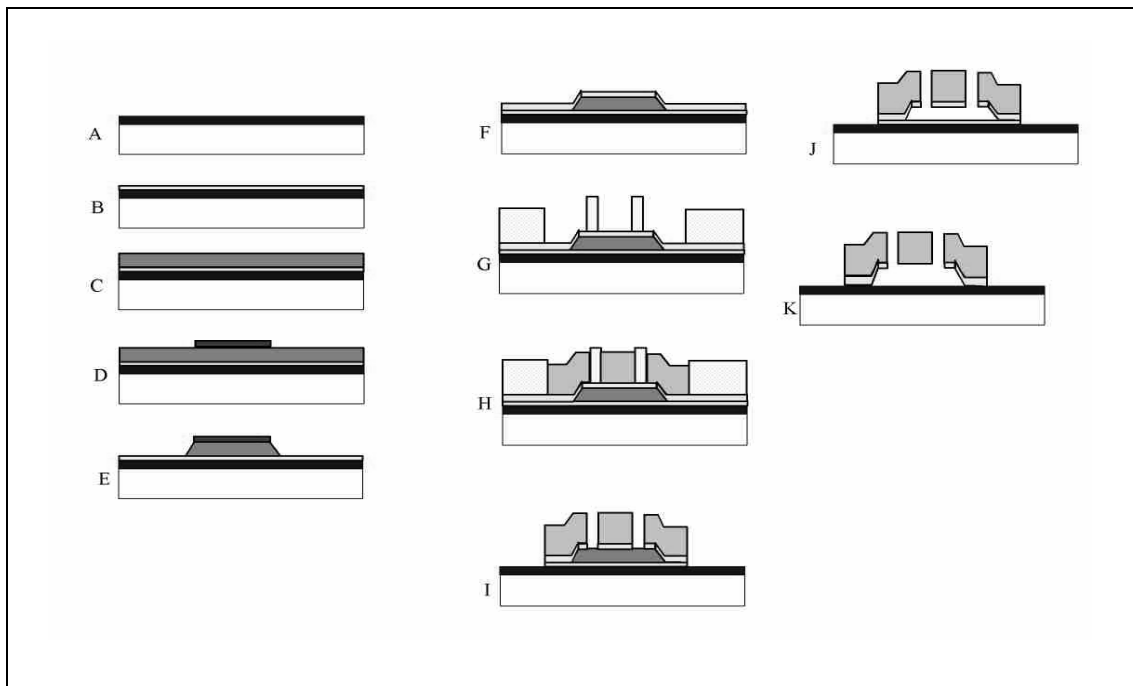


**Figure IV-12** : Photo MEB du microrésonateur de Lamé obtenu par ouverture face arrière.

### **IV.4.3. Procédé de réalisation sur couche sacrificiée**

Le procédé de réalisation précédemment décrit est utile pour réaliser la caractérisation des modes parasites (bonne réflectivité de la couche inférieure de nickel). Par contre, il n'est pas compatible avec les technologies CMOS. C'est pourquoi il est indispensable de développer un procédé qui le soit. La principale difficulté est de pouvoir suspendre les microrésonateurs au-dessus du substrat.

Pour résoudre ce problème, on utilise une couche métallique que l'on appelle "couche sacrifiée". Le procédé d'élimination de cette couche doit être très sélectif par rapport aux autres dépôts (chrome, or, nickel) réalisés sur le même substrat. Nous reportons dans la **Figure III-22** les différentes étapes du procédé de fabrication. Pour réaliser la structure, on utilise un wafer de silicium orienté selon l'axe (100) et ayant une épaisseur typique de 380  $\mu\text{m}$ . On procède à une oxydation thermique qui se traduit par un dépôt d'une couche de silice ( $\text{SiO}_2$ ) de 1,2  $\mu\text{m}$  sur les deux faces (A).



**Figure IV-13** : Synoptique détaillé du procédé de réalisation des microrésonateurs de Lamé par couche sacrifiée.

Les différentes étapes du procédé sont les suivantes :

- H. Oxydation simple face du substrat.
- I. Dépôt d'une couche métallique d'accrochage par pulvérisation.
- J. Dépôt d'une couche métallique sacrifiée par pulvérisation.
- K. Lithographie simple face.
- L. Gravure de la couche métallique sacrifiée (voie humide).
- M. Dépôt de la couche métallique (plan de masse pour l'électroformage) par pulvérisation.
- N. Lithographie de la résine épaisse.
- O. Electroformage de nickel.

- P. Gravure de la couche métallique (plan de masse) (voie humide).
- Q. Gravure de la couche métallique sacrifiée (voie humide).
- R. Gravure des couches métalliques pour éliminer les courts-circuits (voie humide).

Nous allons à présent détailler le procédé de fabrication qui permet d'aboutir à la réalisation en salle blanche, par la technique de la couche sacrifiée, des microrésonateurs.

#### Pulvérisation cathodique de la couche sacrifiée d'aluminium

On procède au dépôt d'une couche métallique d'aluminium sur la face du dessus. Ce métal servira de couche sacrifiée pour suspendre les microrésonateurs. Pour ce faire, on dépose une première couche d'accrochage de chrome de 300 angströms par pulvérisation procédé RF (B). La couche d'aluminium, d'une épaisseur de 2  $\mu\text{m}$ , est déposée par pulvérisation procédé magnétron à une vitesse de 0,3  $\mu\text{m}.\text{mn}^{-1}$  (C).

#### Lithographie simple face

Cette étape consiste à éliminer une partie de l'aluminium pour ne garder que des pavés qui supporteront les parties mobiles des microrésonateurs. On réalise une lithographie simple face avec une résine fine (AZ5214 de Clariant) inversible. Cette fois-ci on utilise le procédé dit de "lift-off" qui consiste à faire une double insolation (D). Après révélation dans le développeur MIF 726, la résine restante servira de protection à l'aluminium lors de l'attaque chimique.

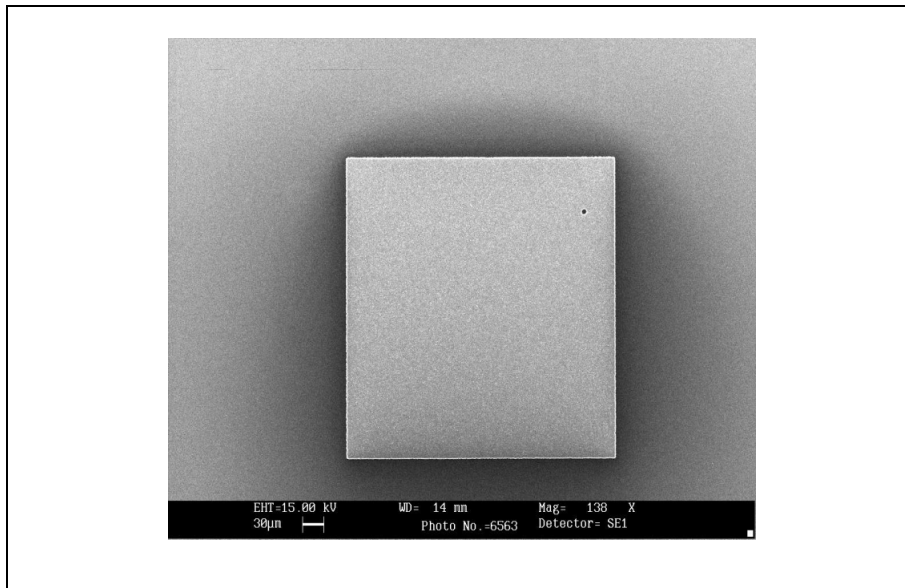
#### Attaque chimique de l'aluminium

Le problème que l'on rencontre lors de l'attaque chimique de l'aluminium est la surface importante à enlever. En effet, les pavés d'aluminium qui servent de support ne font que 400\*400  $\mu\text{m}^2$  chacun, ce qui au regard de la surface totale du wafer est négligeable. Le temps d'attaque de l'aluminium dans le bain commercial ( $\text{H}_3\text{PO}_4 / \text{HNO}_3 / \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ ) est supérieur à une heure.

Dans ce cas, on observe un phénomène d'attaque de la résine et donc de la couche d'aluminium qui se trouve en dessous de celle-ci. Pour remédier à ce problème nous avons décidé de déposer une couche de chrome au-dessus de la couche d'aluminium avant l'étape de lithographie (D), le chrome étant insensible au produit d'attaque de l'aluminium (E).

Il joue donc le rôle de masque. De plus, on peut accélérer la gravure de l'aluminium en utilisant une solution d'hydroxyde de potassium (30 % de KOH en masse et 70 % de  $\text{H}_2\text{O}$ )

chauffée à 40°C, on réduit ainsi le temps de gravure à 5 mn. On montre sur la **Figure IV-14**, les bons résultats obtenus par cette méthode, les flans des pavés étant parfaitement rectilignes.



**Figure IV-14** : Photo MEB d'un pavé d'aluminium sur SiO<sub>2</sub>.

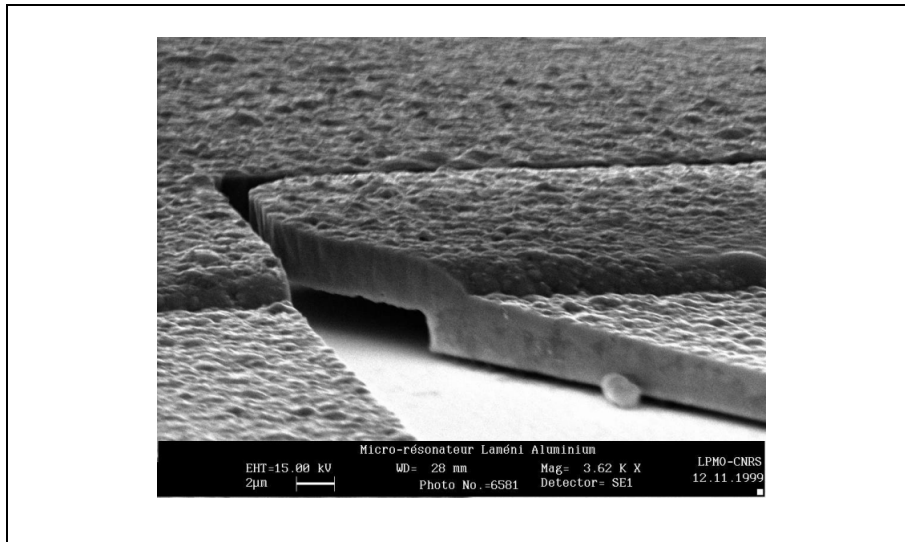
La lithographie de la résine épaisse, ainsi que l'électroformage (étapes F à I) sont identiques aux procédés décrits précédemment (**Figure IV-10**). Quant à l'attaque chimique de la couche sacrificielle d'aluminium (J), on utilise le même procédé que celui de l'étape (E). L'étape (K) consiste à isoler électriquement les différentes parties du microrésonateur (électrodes, plaque vibrante).

### Découpe et connexion

Les microrésonateurs sont ensuite découpés avec une pointe diamant puisqu'on supprime les lignes de pré-découpe. Ils sont ensuite collés sur un substrat en époxy sur lequel est reporté toute la connectique nécessaire à l'alimentation électrique du microcomposant.

La photographie MEB de la **Figure III-26** montre le surplomb que crée la couche sacrificielle d'aluminium, après son élimination lors de la gravure chimique. Ceci permet d'avoir les deux parties toujours en regard pour obtenir un meilleur couplage électromécanique.





**Figure IV-15** : Photo MEB du microrésonateur de Lamé obtenu par le procédé de la couche sacrifiée d'aluminium.

De plus, pour limiter les capacités parasites qui peuvent être supérieures à la valeur de la capacité entre les électrodes du microrésonateur, nous utilisons un substrat en verre Pyrex 7740 (Corning) de 500 µm d'épais à la place du wafer en silicium.

## IV.5. PRINCIPE DE L'EXCITATION

L'actionnement d'un microsystème nécessite un apport d'énergie provenant d'une source extérieure. Cette énergie permet de transmettre un mouvement mécanique, une force ou un travail en réponse à une excitation extérieure. Comme dans la majorité des cas, le système transforme l'énergie électrique en énergie mécanique (cf. **Figure I-2**).

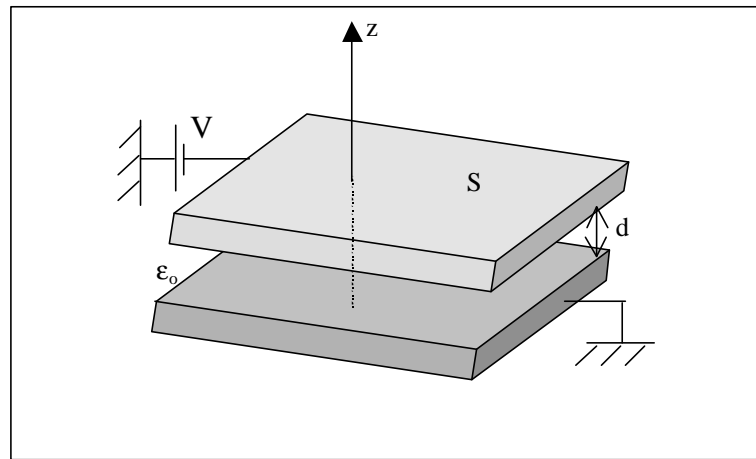
Il existe différents types d'actionnement, faisant appel à la piézoélectricité, l'électromagnétisme, les alliages à mémoires de formes, la thermomécanique et l'électrostatique. La plupart nécessitent la mise en œuvre de dispositifs spéciaux (dépôt couches piézoélectriques, bobine, bilame...). Néanmoins, il semble que l'actionnement électrostatique soit devenu prépondérant dans le domaine des MEMS.

En effet, à l'échelle sub-millimétrique il est plus aisé d'obtenir des champs électriques importants. De plus, la réalisation de structures très proches les unes des autres, assimilables à des armatures de condensateurs, conduit à une architecture qui se prête bien aux technologies MEMS [79]. De plus, les temps de réponse quasi instantanés et la faible consommation énergétique sont des atouts très appréciables. Enfin, avec ce principe d'actionnement, l'intégration de l'électronique de commande pose moins de problème.

### IV.5.1. Calcul de la force électrostatique

Considérons les deux armatures d'un condensateur plan tel qu'il est représenté sur la **Figure IV-16**. La permittivité électrique  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_a$  est respectivement le produit des permittivités du vide et de l'air qui se trouve au milieu du condensateur. Les deux armatures en regard sont séparées d'une distance  $d$  (ce qui correspond à l'entrefer) et leur surface commune est  $S$ . Si on suppose que  $S$  est très grand devant  $d$ , on peut négliger les effets de bords. On peut alors exprimer la capacité  $C$  entre les armatures par :

(Eq. IV-21) 
$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$



**Figure IV-16** : Microactionneur électrostatique composé de deux armatures de surface  $S$  distantes de  $d$ .

Lorsqu'on alimente une des armatures avec une tension  $V$ , l'énergie potentielle électrostatique  $W_Q$  due à l'accumulation de la charge  $Q$  s'écrit :

(Eq. IV-22) 
$$W_Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2 d}{2 \epsilon S}$$

L'apparition de forces électrostatiques significatives trouve son origine dans le changement d'état de charge des deux structures très proches. Ainsi, cette force va s'exercer sur l'armature extérieure et peut s'exprimer par le calcul du gradient de l'énergie potentielle entre ces deux plaques :

(Eq. IV-23) 
$$\vec{F} = -grad W_Q$$

Soit pour deux armatures distantes de  $d$ , une force  $F$  telle que :

$$(Eq. IV-24) \quad F = -\frac{\partial W_0}{\partial z} = -\frac{Q^2}{2eS} = -\frac{eV^2S}{2d^2}$$

Le signe moins dans l'expression (Eq. IV-24) indique une force attractive. D'autre part, la tension intervient avec un terme au carré ce qui introduit une non-linéarité. Ainsi, cette force doit avoir une composante harmonique pour observer un phénomène de résonance, il faut donc appliquer un signal sinusoïdal à la même fréquence que la pulsation du mode de Lamé.

#### IV.5.2. Couplage d'un signal continu et d'une composante harmonique

En fait, pour alimenter le microrésonateur, on utilise un signal  $V$  qui est la superposition d'une composante continue  $V_{DC}$  (tension DC) et d'une composante alternative  $v_{AC}$  (tension AC). Le principe utilisé est le même que celui développé dans le paragraphe III.5-2. On rappelle la méthode qui consiste à élever au carré la tension  $V$ , soit :

$$(Eq. IV-25) \quad V^2 = V_{DC}^2 + v_{AC}^2 \left( \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \right) + 2V_{DC}v_{AC} \cos \omega t$$

La composante de la force qui nous intéresse est celle qui conjugue les deux composantes. Le deuxième terme de l'expression dans la parenthèse provient de la composante en  $2\omega$  du signal sinusoïdal. On peut le négliger, sachant que sa contribution est cent fois plus faible que le premier terme ( $v_{AC} \ll V_{DC}$ ), d'où l'expression finale:

$$(Eq. IV-26) \quad |F(\omega)| = \frac{eS}{d^2} V_{DC} v_{AC}$$

En fait, la tension continue a pour rôle la linéarisation du système, ensuite on fait vibrer le système autour de cette position avec la tension alternative. Présentement, la longueur des électrodes est de  $310 \mu\text{m}$  pour une hauteur  $e$  de  $12 \mu\text{m}$ , soit une surface  $S = 12 \times 310 = 3720 \mu\text{m}^2$ , l'entrefer maximum étant de  $d = 10 \mu\text{m}$ . On travaille avec une tension continue  $V_{DC} = 63 \text{ V}$  et une composante alternative  $v_{AC} = 8,2 \text{ V}$ , pour une permittivité  $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ . La force électrostatique qui en résulte est de  $F = 17 \mu\text{N}$ .

## IV.6. CARACTERISATION OPTIQUE DES MICRORESONATEURS

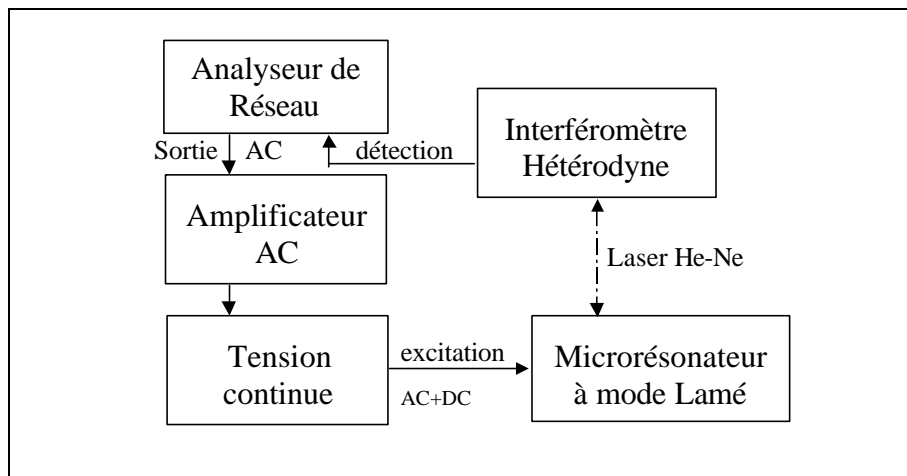
### IV.6.1. Protocole de mesure

La technique de caractérisation des modes de vibrations utilise une méthode optique fondée sur l'interférométrie hétérodyne. Le banc d'essai est composé de la sonde BMI qui a

été décrite dans un paragraphe précédent traitant de la vibration des micropoutres (Chapitre II). On schématise sur la **Figure IV-17** l'ensemble du dispositif de mesure.

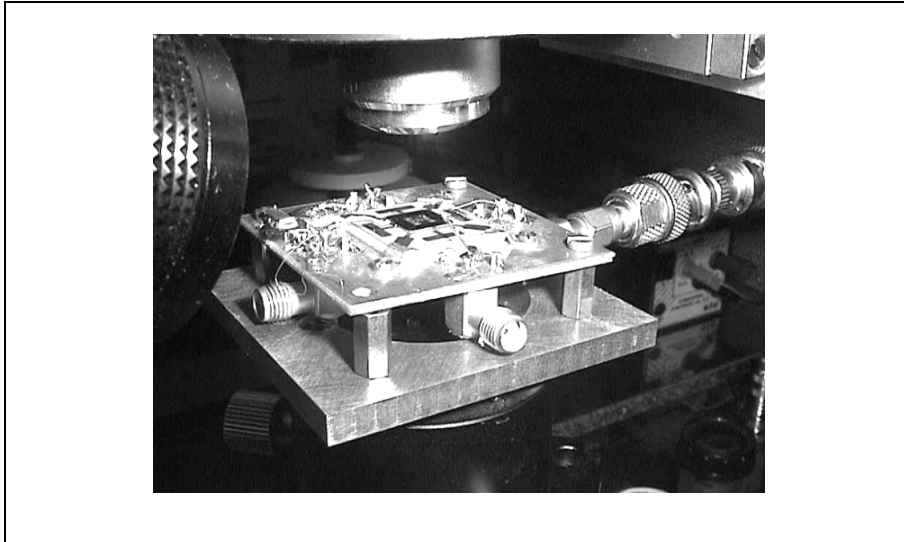
Le microrésonateur est positionné sur un support trois axes de manière à avoir la meilleure planéité possible. Cette optimisation de la position est nécessaire pour garantir une bonne réflectivité du signal pendant toute la durée du balayage lors de l'acquisition d'une image.

Pour commander le microrésonateur on utilise une tension sinusoïdale délivrée par l'analyseur de réseau HP3577B. Ce signal est amplifié (amplificateur ZHL-32A de Mini-circuits) puis superposé à une tension continue. La tension continue permet de créer une force électrostatique qui va rapprocher les électrodes entre elles. Le signal RF quant à lui permet de faire vibrer la microstructure autour de sa position d'équilibre qui est fixée avec la tension DC.



**Figure IV-17** : Schéma du principe de fonctionnement du banc de mesure.

On montre sur la **Figure IV-18**, le microrésonateur associé à sa connectique monté sur son support. On peut également voir l'objectif qui permet de focaliser le laser de la sonde interférométrique afin d'obtenir un spot dont le diamètre est de  $10\ \mu\text{m}$  pour une distance focale d'environ 15 mm. L'ensemble composé du microrésonateur, du système de positionnement et de la sonde BMI, repose sur un marbre.



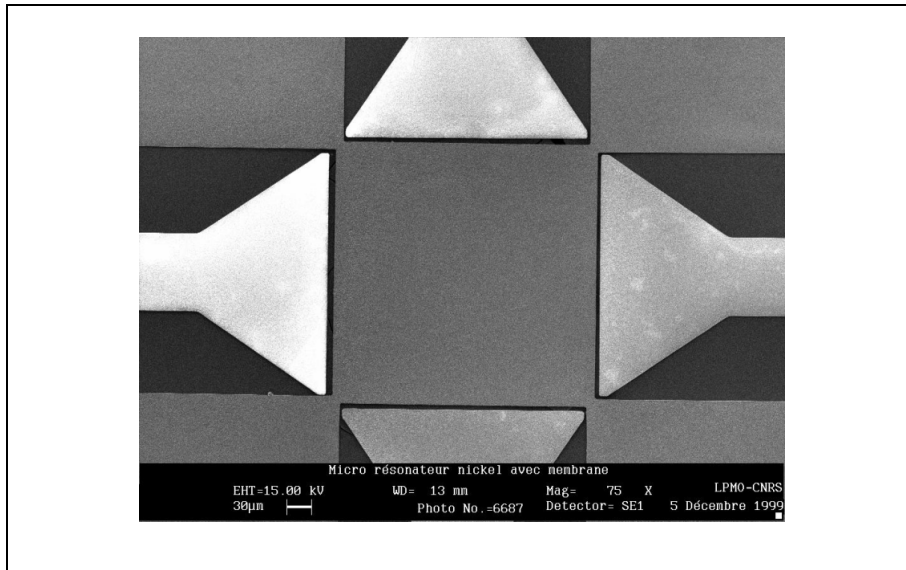
**Figure IV–18** : Microrésonateur de Lamé monté sur le banc de caractérisation optique.

Les images obtenues après balayage grâce à l’acquisition du signal d’amplitude et de phase permettent d’identifier le mode en le comparant à l’analyse modale effectuée à partir du modèle éléments finis ainsi que les fréquences calculées avec le modèle analytique. Etant donné l’épaisseur du microrésonateur, inférieure à  $35\ \mu\text{m}$ , le nombre de mode dit parasites est élevé. Nous allons illustrer cette tendance pour les modes les plus significatifs au niveau de l’amplitude de déplacement.

#### **IV.6.2. Caractérisation des modes de flexion transverse**

Comme nous l’avons évoqué dans le § IV.2.4, il existe des modes de flexion transverse dans une plaque carrée. Les caractérisations modales que nous avons effectuées ne se font que sur quelques modes. Elles ont permis tout d’abord de confirmer la réelle mise en vibration du microrésonateur. En effet, cette observation sert de test pour savoir si les structures sont entièrement libérées, c’est à dire si la dissolution de la couche sacrificielle du procédé utilisé est complète.

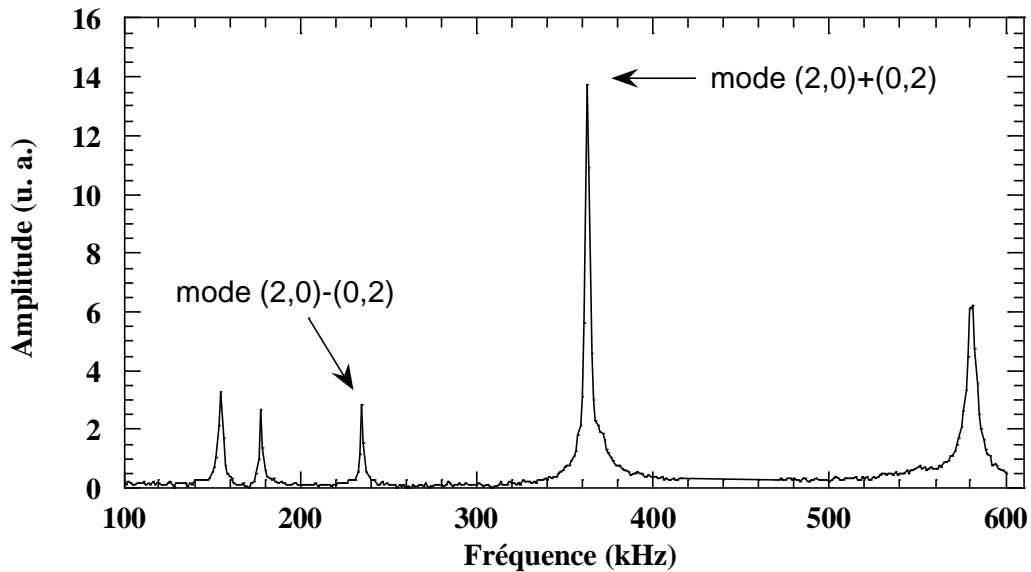
La plaque attachée en ses quatre coins peut être considérée en première approximation comme une plaque libre. En effet, la dimension des parties encastrées ( $8\ \mu\text{m}$ ) par rapport aux bords libres ( $320\ \mu\text{m}$ ) est très petite. La **Figure IV–19** montre une photo MEB d’un microrésonateur à quatre fixations avec ses électrodes.



**Figure IV–19** : Microrésonateur de Lamé avec quatre fixations associé à ses électrodes d’excitation et de détection.

L’hypothèse de la plaque libre nous permet d’évaluer analytiquement, à partir de la relation (**Eq. IV–20**), la fréquence de résonance de différents modes de vibration transverse. Les premiers essais ont été réalisés sur un microrésonateur à quatre fixations ayant une épaisseur  $e$  de  $3,8 \mu\text{m}$ . La fréquence de résonance du mode  $(2, 0) + (0, 2)$ , soit  $m = 2$  et  $n = 0$  est calculée à partir du paramètre  $I$  que l’on trouve à l’aide de l’expression analytique donnée par Warburton [75]. On trouve  $I^2 = 2,268$ , soit une fréquence  $f_{\text{analy.}} = 357 \text{ kHz}$ .

L’acquisition locale du signal d’amplitude a été réalisée par la technique de l’ouverture face arrière. On montre sur la **Figure IV–20**, le signal obtenu pour un balayage en fréquence entre 100 et 700 kHz. Il apparaît un mode prédominant au niveau de l’amplitude du signal, au voisinage de 359 kHz.

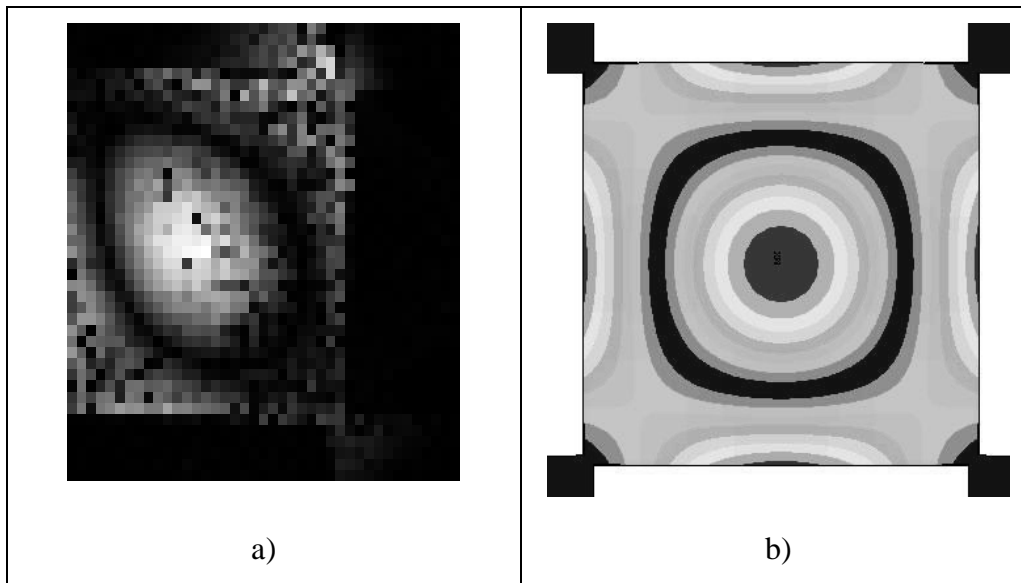


**Figure IV-20** : Amplitude des vibrations de la plaque obtenue par ouverture face arrière  
 $e = 3,8 \mu\text{m}$ , (DC = 60 V, AC = 1,25 V).

D'après le spectre obtenu, il semble que le pic qui se trouve à cette fréquence de 359 kHz soit le mode  $(2, 0) + (0, 2)$ . Etant donné la faible épaisseur de la plaque, le nombre de modes dit parasites est important dans l'intervalle de fréquence qui nous intéresse  $[0 ; 6 \text{ MHz}]$ . Il peut également se produire ce qu'on appelle un couplage entre deux modes très proches. Pour réaliser une discrimination entre les différents modes on construit une image à la fréquence du mode, aussi bien en amplitude qu'en phase.

Sur la **Figure IV-21a**, on montre l'image en phase du microrésonateur à quatre fixations ( $e = 3,8 \mu\text{m}$ ) pour une fréquence d'excitation de 359 kHz. Ce mode est symétrique par rapport aux axes de coordonnées et aux diagonales. Par ailleurs, nous avons modélisé ce même microrésonateur sur un logiciel d'éléments finis. Cette simulation permet de représenter plus précisément les conditions aux limites au niveau des fixations. Ainsi, on visualise la déformée obtenue par simulation (**Figure IV-21b**), la fréquence du mode étant à 360 kHz.

Il existe une bonne corrélation, soit moins de 3 kHz d'écart entre les différentes méthodes, à savoir analytique et numérique, et l'expérience. Par ailleurs, pour ce qui concerne le mode X ou  $(2, 0) - (0, 2)$ , d'après la théorie on devrait le retrouver à une fréquence de 281 kHz mais il n'apparaît qu'à une fréquence de 239 kHz.



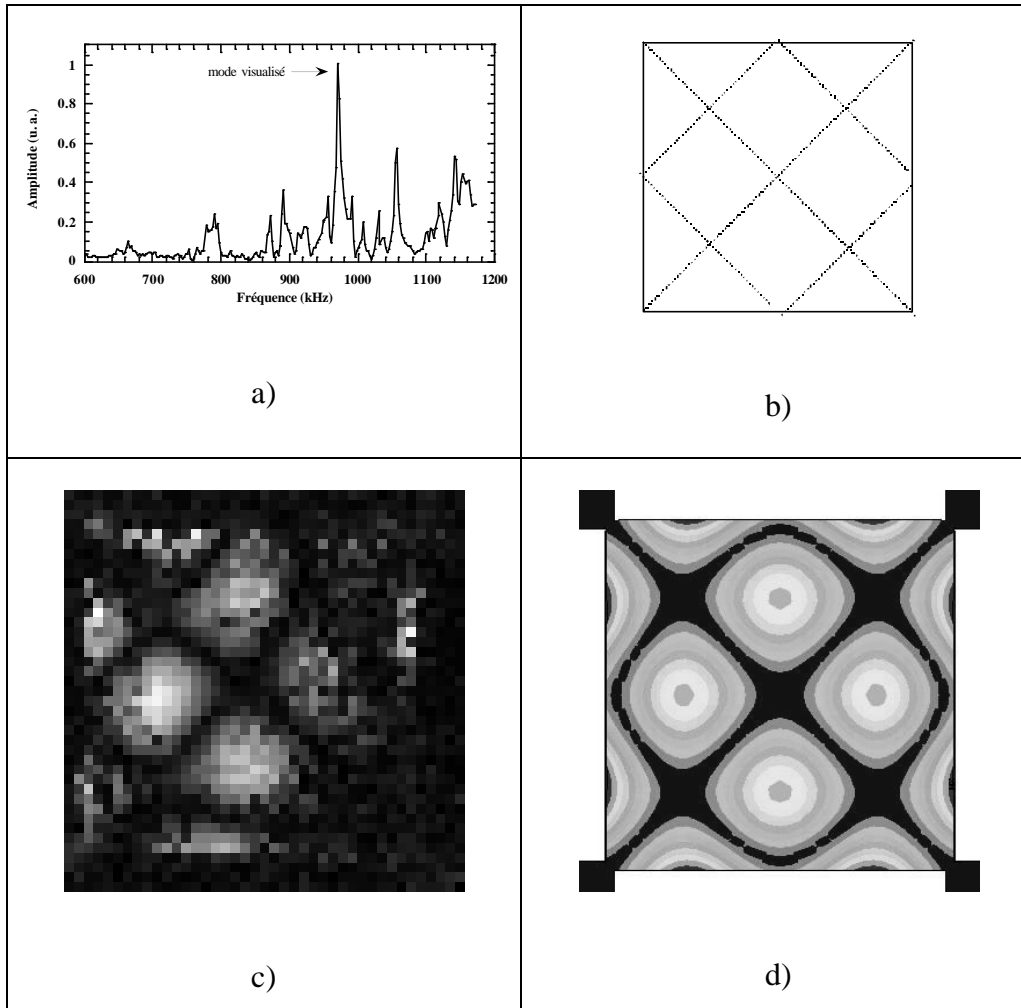
**Figure IV–21** : Microrésonateur à mode de Lamé avec quatre fixations (3,8  $\mu\text{m}$  d'épais),  
a) Image de phase (359 kHz), b) Simulation par E.F. (mode 6 à 360 kHz).

Nous avons effectué la même démarche en ce qui concerne le mode 9 qui est représenté sur la **Figure IV–22**, si l'on reprend la numérotation de Leissa [80]. Ce mode est symétrique par rapport aux axes de coordonnées mais anti-symétrique par rapport aux diagonales. Par contre, si l'hypothèse de la plaque libre est maintenue, le résultat analytique de la fréquence de ce mode est éloigné de la fréquence expérimentale.

En effet, on trouve  $f_{\text{analy}} = 898$  kHz, alors que le mode est visualisé à une fréquence de 972 kHz (cf. **Figure IV–22a**), soit un écart de 74 kHz avec l'expérience. La théorie indique que généralement les fréquences des modes de vibration augmentent avec le degré d'encastrement d'une plaque [76]. On peut donc supposer que l'encastrement des coins de la plaque a une certaine influence sur les modes. On remarque sur l'image du mode que les lignes nodales sont légèrement déplacées par rapport aux diagonales de la plaque qui par ailleurs sont lignes nodales pour le modèle analytique.

Leissa considère la modélisation d'une plaque appuyée aux quatre coins et résout le problème par une méthode de différences finies. Il montre d'une part que les fréquences sont plus élevées que dans le cas de la plaque libre et d'autre part qu'il apparaît des modes qui n'existent pas dans la plaque libre [80]. Ceci est également confirmé par les simulations que nous avons effectuées sur les plaques avec des conditions aux limites différentes.





**Figure IV-22** : Microrésonateur à mode de Lamé avec quatre fixations ( $e = 3,8 \mu\text{m}$ ),  
a) Spectre des vibrations. b) Lignes nodales analytiques. c) Image de phase (972 kHz).  
d) Simulation par E.F. (mode 15 à 956 kHz).

Le principal problème de la microstructure à quatre fixations réside dans le fait qu'il y a trop de dissipation d'énergie de vibration via les fixations.

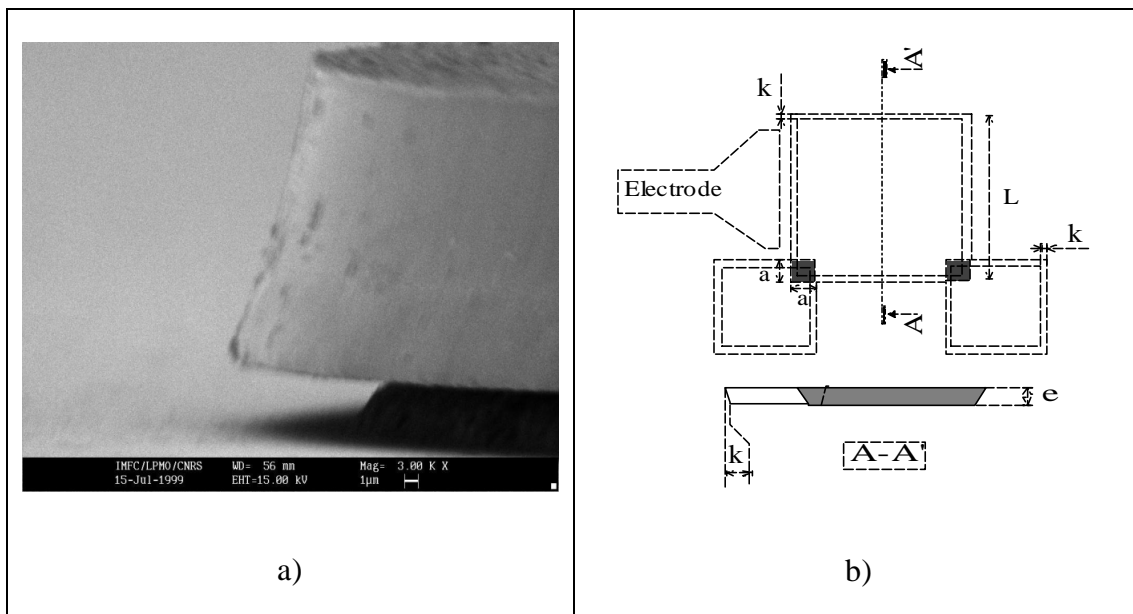
Nous avons donc décidé de supprimer deux des fixations pour ne garder que la géométrie de la **Figure IV-23b**. De plus, le procédé de fabrication a été optimisé pour obtenir des épaisseurs de résine plus importantes. En effet, des tests d'optimisation sur les temps d'insolation et de révélation de la résine, ainsi que le dosage du révélateur, ont permis d'atteindre des hauteurs de moule de  $18 \mu\text{m}$ .

La principale difficulté dans la réalisation des microrésonateurs est de faire le mur de résine qui constituera l'entrefer final. Celui-ci a une longueur de  $320 \mu\text{m}$  pour une largeur de  $5$  à  $10 \mu\text{m}$  avec une hauteur la plus importante possible. Ces murs ne gardent pas une section rectangulaire, mais tendent à devenir triangulaire, ce qui modifie la forme de la microstructure électroformée.

Ainsi, après avoir observé les microrésonateurs au MEB, on constate que les flancs des plaques de nickel ne sont pas verticaux, mais présentent une légère inclinaison ce qui donne une section trapézoïdale.

La **Figure IV-23a** montre l'aspect de l'un des flancs. En effet, lors de la phase cruciale de photolithographie, le manque de sélectivité pendant la révélation de la résine entraîne le phénomène de la sous-gravure. Cette section trapézoïdale affecte légèrement la rigidité en flexion de la plaque.

Cette modification de la géométrie du microrésonateur final a été introduite dans le modèle numérique. La **Figure IV-23b** représente le schéma de la structure simulée par éléments finis de manière à affiner les premiers résultats obtenus par les précédentes modélisations. Ainsi, les corrections géométriques apportées au modèle E.F., aussi bien sur la structure que sur les conditions aux limites ont permis une représentation plus fidèle du microrésonateur. La corrélation entre la simulation et les résultats expérimentaux sera d'autant meilleure comme on le verra par la suite.



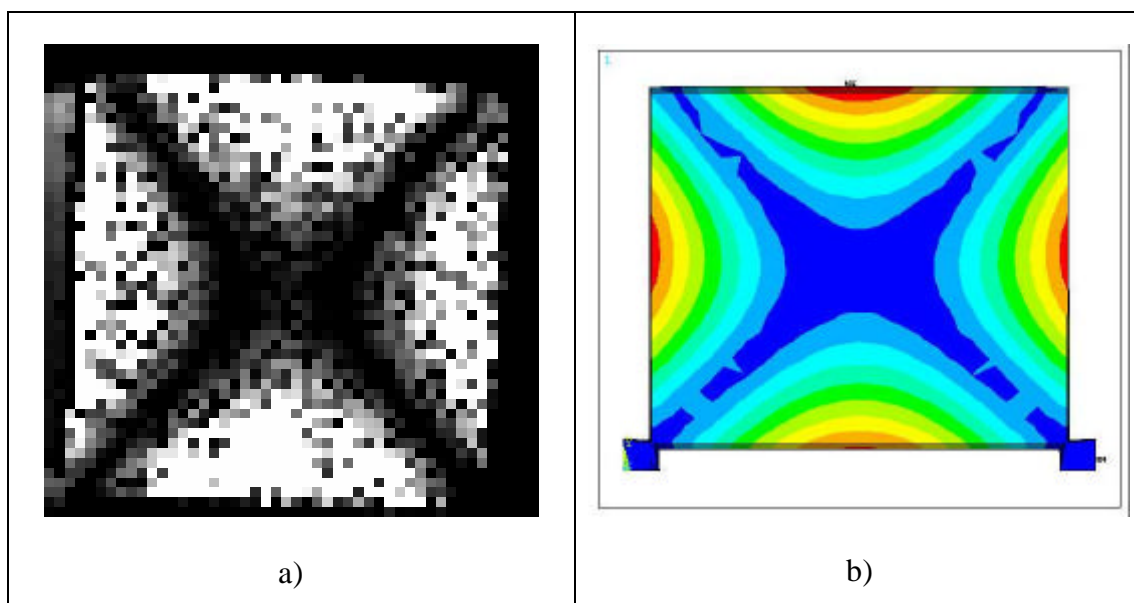
**Figure IV-23** : a) Photo MEB du flanc d'une électrode. b) Schéma représentant la géométrie réelle (trapézoïdale) du microrésonateur après fabrication.

Le microrésonateur étudié est donc une plaque carrée de nickel attachée à deux coins. On procède de la même manière que précédemment, c'est-à-dire que l'on cherche à identifier les premiers modes de vibration transverse. D'un point de vue analytique, on obtient la fréquence du mode  $(2, 0) + (0, 2)$  (ou mode O), puis connaissant le rapport entre ce mode et le

mode X, on en déduit la fréquence de ce dernier [80]. Il fait partie de la famille des modes symétriques par rapport aux axes  $x_1$  et  $x_2$  et anti-symétrique par rapport aux diagonales.

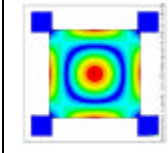
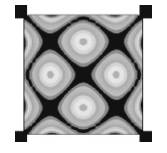

Selon un calcul analytique la fréquence de résonance du mode X est de 500 kHz en choisissant un coefficient de Poisson  $\nu = 0,34$  et une épaisseur de plaque de  $12 \mu\text{m}$  a été calculée à. On constate qu'il y a un écart important entre la fréquence expérimentale (604 kHz) et la fréquence calculée analytiquement. L'utilisation du modèle E.F. nous permet d'approcher au mieux la structure. Dans un premier temps nous avons considéré une section rectangulaire, la simulation conduit à une fréquence du mode X de 622 kHz.

L'introduction dans le modèle d'une section trapézoïdale observée au MEB fait chuter la fréquence à 606 kHz. Dans ce cas les deux fréquences, expérimentale et calculée sont sensiblement identiques. On présente sur la **Figure IV-24**, l'image du mode obtenue sur le banc et la déformée calculée à l'aide du modèle E.F. avec une section trapézoïdale.



**Figure IV-24** : Mode X du microrésonateur à 2 fixations ( $e = 12 \mu\text{m}$ ), a)  $f_{\text{exp}} = 604 \text{ kHz}$ ,  $AC = 2,5 \text{ V}$ ,  $DC = 63 \text{ V}$ , b) Simulation avec la vraie géométrie ( $f_{\text{élé}} = 606 \text{ kHz}$ ).

Dans le **Tableau IV-1**, on récapitule les résultats concernant les modes de vibrations transverses. Il permet de confronter les résultats expérimentaux aux deux méthodes théoriques, l'une analytique et l'autre numérique. Même si l'analogie avec la plaque libre donne des résultats intéressants, l'utilisation d'un modèle numérique semble indispensable pour s'approcher au mieux des conditions réelles. Comme nous le verrons par la suite avec le mode de Lamé, il est nécessaire d'introduire dans le modèle numérique les paramètres géométriques et physiques exacts de la structure.

|                           |   |  |   |
|---------------------------|---|--|---|
|                           |  |  |  |
| Désignation               | (2,0)+(0,2)   | (4,0)+(0,4)  | Mode X  |
| Epaisseur (μm)            | 3,8   | 3,8  | 12  |
| Expérimental (kHz)        | 359   | 972  | 604   |
| Analytique (kHz)          | 357   | 898  | 500   |
| M.E.F. rectangle (kHz)    | 360   | 956  | 620   |
| M.E.F. trapézoïdale (kHz) | 358   | 952  | 606   |

**Tableau IV-1** : Récapitulatif des différents résultats pour les modes transverses.

### IV.6.3. Le mode de Lamé

#### IV.6.3.1. Caractérisation optique du mode

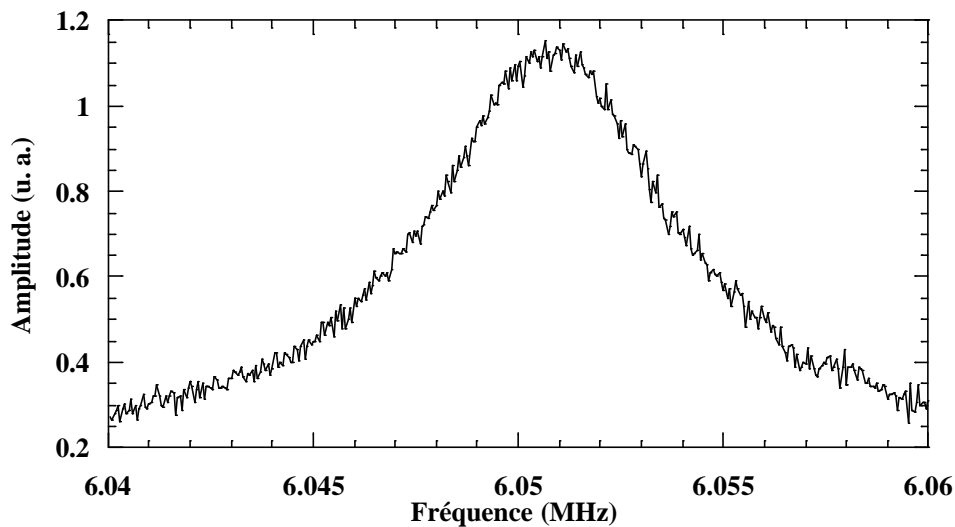
Compte tenu de la géométrie de la sonde optique dont nous disposons au laboratoire, nous avons dû adapter le support du microrésonateur de telle sorte que le côté perpendiculaire à l'électrode d'excitation soit en regard avec le faisceau laser [81]. Cette opération nécessite d'enlever une électrode. Lors de cette phase de réglage, nous avons rencontré quelques difficultés pour focaliser le faisceau de 10 μm de diamètre sur la tranche de nickel de 12 μm d'épais malgré une distance focale de 15 mm.

En effet, la section du microrésonateur étant trapézoïdale, il faut ajuster le réglage en conséquence. De plus, le collage délicat du microrésonateur sur le support en époxy entraîne un désalignement. Malgré ces difficultés, nous avons pu effectuer des mesures permettant de caractériser le microrésonateur. Ces expériences ont confirmé la possibilité d'exciter un mode de contour dans une microstructure métallique.

Ainsi, la fréquence du mode de Lamé pour le microrésonateur de 12 μm est de 6,051 MHz avec un facteur de qualité  $Q = 1210$  à -3 dB comme le montre la **Figure IV-25**. Ce résultat devient intéressant lorsqu'on calcule le produit  $Q \cdot f$  qui vaut  $7,26 \cdot 10^9$ . Ce facteur de qualité doit être comparé aux résultats précédents pour le même matériau. La micropoutre encastrée-libre en nickel étudiée au chapitre II, présentait un coefficient maximal de 391 à une fréquence de 33 kHz.

Il semblerait que la différence dans les coefficients de qualité soit essentiellement due aux faibles pertes par les fixations. En effet, si l'on compare le déplacement  $X$  mesuré (nanométrique) à l'entrefer (micrométrique), la compression de l'air est quasi négligeable. Néanmoins, ces constatations doivent être confirmées par des essais sous vide.

Les principales pertes sont internes à la structure, et imputables aux phases de compression et de dilatation, ce qui crée un échauffement local et donc une dissipation énergétique.



**Figure IV-25** : Amplitude du mode de Lamé ( $f = 6,051$  MHz,  $Q = 1210$ ,  $AC = 8,2$  V,  $DC = 63$  V).

#### IV.6.3.2. Calcul et mesure du déplacement à la résonance

L'amplitude maximale de déplacement à la fréquence du mode de Lamé se détermine en exprimant que la force électrostatique  $F$  agit sur la structure de raideur dynamique  $K$  avec un certain coefficient de qualité  $Q$ . Cette force crée un déplacement  $X_{res}$  que l'on note :

$$\text{(Eq. IV-27)} \quad X_{res} = \frac{FQ}{K}$$

On remplace  $F$  par l'expression (Eq. IV-26), la raideur dynamique  $K$  étant exprimée en fonction de la pulsation propre d'un système masse-ressort, soit :

$$\text{(Eq. IV-28)} \quad K = m(2\pi f)^2$$

La fréquence de résonance est remplacée par son expression (**Eq. IV-16**) et la masse est exprimée en fonction de la masse volumique. L'expression finale du déplacement  $X_{res}$  est donnée par :

$$(Eq. IV-29) \quad X_{res} = \frac{e_o L Q (1+n) V_{DC} V_{AC}}{d^2 E p^2}$$

Les différentes valeurs utilisées pour le calcul de l'amplitude théorique à la résonance sont :

$\nu$  : coefficient de Poisson = 0,34

$e_o$  :  $8,84 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$

$L$  : longueur en regard avec l'électrode =  $310 \mu\text{m}$

$Q$  : coefficient de qualité mesuré = 1210

$d$  : entrefer électrode - plaque =  $10 \mu\text{m}$

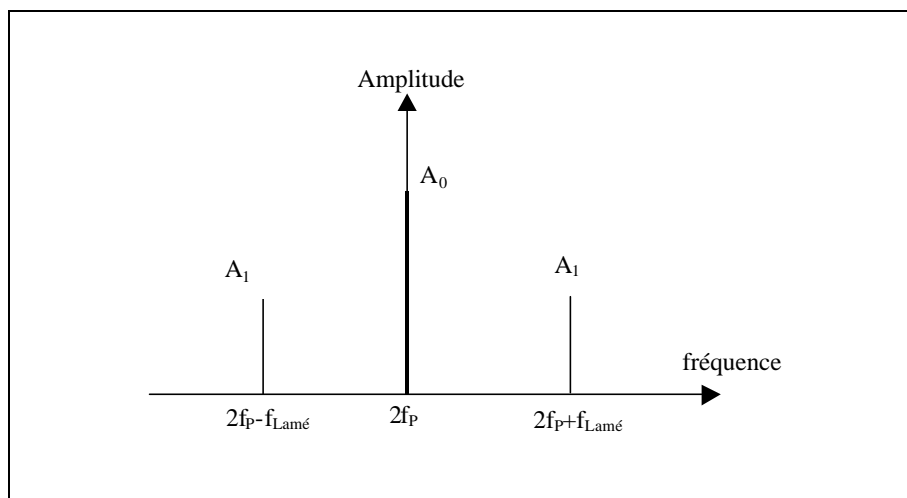
$V_{AC}$  : 8,2 V (tension sinusoïdale) et  $V_{DC}$  : 63 V (tension continue),

d'où le déplacement théorique que nous calculons à partir de la relation (**Eq. IV-29**)

$$X_{res} = 0,12 \text{ \AA}.$$

Nous allons maintenant comparer ce résultat théorique aux valeurs expérimentales. La sonde interférométrique hétérodyne possède une sortie HF, le signal est pris directement en sortie de préamplificateur sans aucun traitement électronique préalable.

Ce signal qui comporte une porteuse  $f_p$  à 70 MHz et deux raies latérales, peut-être visualisé directement avec un analyseur de spectre [82]. Le schéma de la **Figure IV-26** illustre ce que l'on observe à la fréquence d'un mode de Lamé notée  $f_{Lamé}$ .



**Figure IV-26** : Signal observé à l'analyseur de spectre pour la sortie HF de la sonde BMI.

L'amplitude de la vibration est obtenue par [82] :

$$\text{(Eq. IV-30)} \quad X_{exp} = \frac{I}{2p} \frac{A_1}{A_0}$$

où  $I$  est la longueur d'onde du laser He-Ne (633 nm).

Ainsi, le déplacement maximal  $X_{exp}$  à la fréquence du mode de Lamé (avec les mêmes tensions que dans le calcul) est de  $12,1 \cdot 10^{-12}$  m, soit une valeur quasi identique à celle déterminée théoriquement à l'aide de la relation (Eq. IV-29). On peut donc estimer que le modèle est fiable du moins à la fréquence de résonance.

De plus, comme l'indique le modèle, le paramètre le plus important pour augmenter ce déplacement est de réduire le gap  $d$  entre l'électrode et la plaque. D'un point de vue technologique, avec les résines utilisées, il y a peu de possibilité pour la diminution de l'entrefer. Néanmoins, comme nous l'avons mentionné dans le chapitre II, de nouvelles résines sont en cours de développement et cette voie reste privilégiée à l'heure actuelle.

D'autre part, l'expression (Eq. IV-29) laisse apparaître qu'il suffit d'augmenter la tension de commande pour avoir un meilleur couplage électromécanique. Cependant, la loi de Paschen nous donne une limite maximale de la tension disruptive, en fonction de la pression et du gap  $d$ , à ne pas dépasser pour éviter l'apparition d'un arc électrique entre les électrodes, ce qui endommagerait le microrésonateur et son électronique.

Donc, si l'on considère les conditions expérimentales, dans l'air à 20 °C et à pression atmosphérique, la tension disruptive est de l'ordre de 350 V pour un gap de 10  $\mu$ m.

Cependant, il faut garder à l'esprit qu'en tant que microsystème, l'alimentation du microrésonateur doit rester la plus faible possible. C'est pour cela que l'utilisation de telles tensions n'est pas envisageable dans notre cas. De plus, il faut limiter la consommation d'énergie et ne pas perturber l'électronique adjacente.

Une des caractéristiques importantes d'un transducteur électromécanique est le coefficient de couplage  $\kappa$ , qui reflète la capacité de conversion énergétique (électrique/mécanique) du transducteur. On le définit par :

$$\text{(Eq. IV-31)} \quad k = \sqrt{\frac{G^2}{CK}}$$

Avec :

$C$  : capacité statique égale à 15 fF,

$K$  : raideur dynamique calculée,

$G = \frac{V_{DC} \epsilon_o S}{d^2}$  est le facteur de transduction,

$d : 5 \mu\text{m}$ ,

$V_{DC} : 63 \text{ V}$ .

D'où un coefficient de couplage expérimental  $\kappa = 0,036$  calculé à la fréquence du mode Lamé. Généralement pour les microsystèmes, ce coefficient est compris entre 0,05 et 0,25 [83]. Il semble donc nécessaire de l'améliorer et une des voies envisageables consiste à réduire l'entrefer  $d$ .

#### IV.6.3.3. Optimisation par éléments finis

Nous avons cherché à optimiser les résultats obtenus par modélisation par éléments finis des modes de Lamé. A l'exemple de ce qui a été fait pour les modes parasites, on introduit la section trapézoïdale du microrésonateur. Cette étape est nécessaire pour que la simulation s'inscrive dans une démarche logique de conception. Notre approche consiste donc à modéliser le microrésonateur avant sa fabrication pour étudier les paramètres prépondérants qui modifient le fonctionnement du composant.

Ensuite, la simulation s'attache à reproduire au mieux le fonctionnement réel du dispositif après sa réalisation, en introduisant dans le modèle les éventuels défauts de fabrication. Ceci permet de mieux comprendre les légers décalages en fréquence ainsi que d'appréhender finement la structure modale du microsystème.

En effet, dans le cas du microrésonateur à mode de Lamé, un seul paramètre géométrique, à savoir le côté de la plaque, est suffisant pour définir la fréquence de résonance. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment différents facteurs peuvent avoir une influence sur la microstructure finale, par exemple les dimensions latérales et la section de la plaque ainsi que le côté "a" des "carrées croisées".

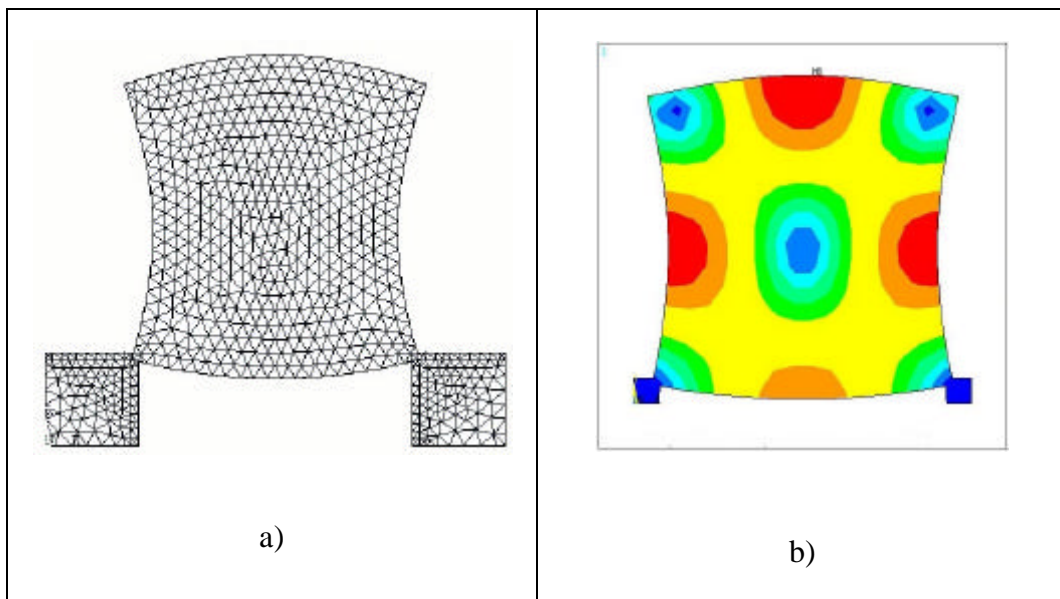
Le modèle analytique de la plaque libre prévoyait une fréquence du mode de Lamé à 6 MHz, alors que le modèle éléments finis avec une section trapézoïdale nous indique une fréquence à 6,07 MHz, soit un écart de 70 kHz, du à la prise en compte de l'épaisseur ainsi que des fixations. Les expériences ont montré que le mode se situait à 6,051 MHz pour une tension  $V_{DC} = 63 \text{ V}$  et  $v_{AC} = 8,2 \text{ V}$ .

L'écart restant significatif entre la prévision et l'expérience, nous avons décidé d'introduire dans le modèle numérique les observations géométriques réalisées au MEB. Les images ont clairement montré une section trapézoïdale (cf. **Figure IV-23**), le retrait  $k$  introduit dans le modèle est de  $3 \mu\text{m}$ . Comme pour le mode parasite X, les simulations ont montré un résultat très proche de la mesure, en effet on a une fréquence de 6,051 MHz, soit un écart inférieur au kilohertz.



Sur la **Figure IV-27**, on montre le maillage utilisé ainsi que les deux déformées obtenues. On peut visualiser les nœuds aux quatre coins, avec un déplacement moindre sur le bord compris entre les deux fixations. Ce côté ne sera donc pas privilégié pour la détection électrique.

Etant donné que les déplacements hors plan sont négligeables et que ceux dans le plan sont très faibles (12,1 pm), il n'a pas été possible de faire une image du mode de Lamé même en changeant d'objectif de la sonde pour avoir un spot laser de diamètre 1  $\mu\text{m}$ .



**Figure IV-27** : Simulation par éléments finis du microrésonateur à mode de Lamé  
a) géométrie idéale,  $f = 6,07$  MHz ; b) géométrie réelle,  $f = 6,05$  MHz.

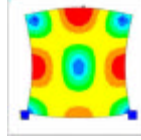
Dans le **Tableau IV-2**, nous récapitulons les différents résultats concernant le mode de Lamé. Cela nous permet de comparer les modélisations, aussi bien analytique que numérique, avec les données expérimentales. On constate la très bonne cohérence entre les différents modèles utilisés pour simuler le microrésonateur et les résultats expérimentaux.

Le modèle analytique est suffisant pour la conception initiale. En définissant la fréquence de vibration du microrésonateur, il permet de trouver rapidement les dimensions latérales, ainsi que l'amplitude du déplacement à la résonance.

Ensuite, la phase de caractérisation du microsysteme consiste à vérifier si ce dernier répond aux exigences de départ. C'est grâce à des moyens d'investigation très puissants au niveau de la précision (sonde optique, MEB) que nous avons pu obtenir des données expérimentales précises qui ont permis d'aboutir à ces résultats.

En dernier lieu, la simulation numérique permet de comprendre l'origine des écarts entre la modélisation simplifiée et l'expérimentation, en essayant d'apporter au modèle les modifications nécessaires sans toutefois trop augmenter les temps de calculs.

| Désignation                 | Mode de Lamé |
|-----------------------------|--------------|
| Épaisseur ( $\mu\text{m}$ ) | 12           |
| Analytique (MHz)            | 5,999        |
| M.E.F. rectangle (MHz)      | 6,077        |
| M.E.F. trapézoïdale (MHz)   | 6,050        |
| Expérimentale (MHz)         | 6,051        |
| Amplitude calculée (nm)     | 0,0119       |
| Amplitude mesurée (nm)      | 0,0121       |

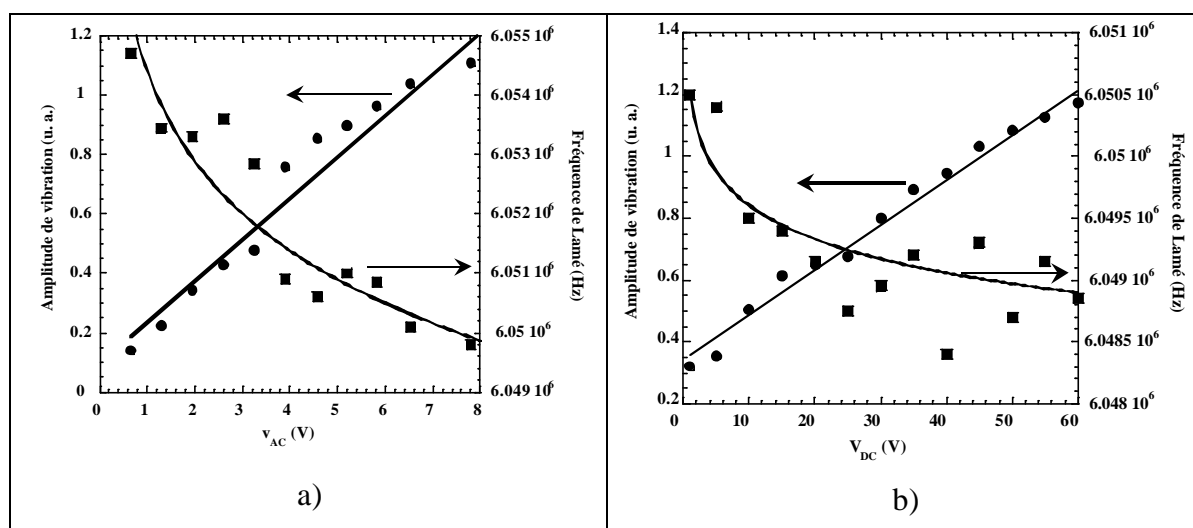


**Tableau IV-2** : Récapitulatif des différents résultats concernant le mode de Lamé.

#### IV.6.3.4. Evolution du mode de Lamé avec les polarisations

Nous avons cherché à connaître l'influence des deux composantes du signal sur l'amplitude du déplacement ainsi que la fréquence du mode de Lamé. La variation de la tension continue ou alternative se fait tout en maintenant l'autre à son maximum. Les résultats sont reportés sur les courbes de la **Figure IV-28**. La fréquence du mode de Lamé évolue lentement avec la tension continue. En effet, on observe une progression de la fréquence d'environ 1,5 kHz lorsque la tension  $V_{DC}$  passe de 0 à 63 V. La tension appliquée a pour effet de modifier la raideur  $K$  du système, ce qui explique cette légère évolution de la fréquence.

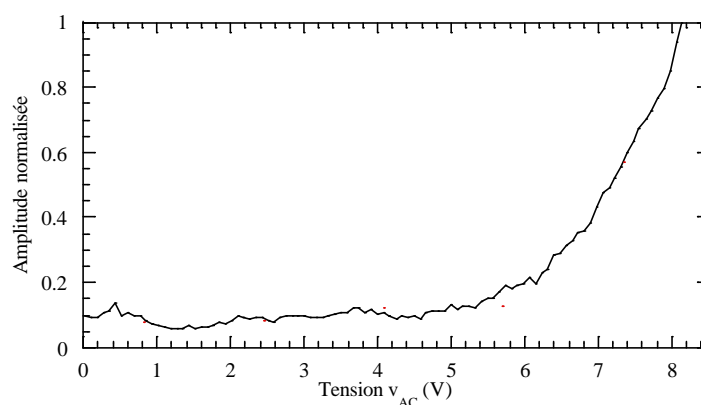
De plus, certaines conditions expérimentales varient légèrement en cours d'essais. En effet, le laser peut créer des échauffements localisés lorsque les temps de mesure deviennent longs, d'où une modification non négligeable des propriétés mécaniques pour ce type de microstructure. De plus, le système de positionnement global (table de rotation manuelle) ne garantit pas une parfaite répétitivité entre deux séries de mesure (changement d'électrode d'alimentation, pivotement), contrairement au système de positionnement local (moteur pas à pas) qui peut se prévaloir d'une précision de l'ordre du micron (changement du point de mesure sur la structure).



**Figure IV-28 :** Evolution de l'amplitude de vibration et de la fréquence du mode Lamé en fonction de : a) la tension alternative b) la tension continue.

La courbe de la **Figure IV-29** représente l'évolution de l'amplitude de vibration à la fréquence du mode de Lamé en fonction de la tension alternative  $v_{AC}$ , sachant que la tension continue est maintenue à 63 V. Les données sont normalisées par rapport à la valeur maximale obtenue pour une tension  $v_{AC} = 8,2$  V.

On observe que pour une valeur comprise entre 0 et 5 V, le comportement du microrésonateur se caractérise par une amplitude de déplacement faible insensible à la valeur de la tension. Au-delà de 6 V, le battement de la microstructure est plus important et le signal est plus facile à détecter.



**Figure IV-29 :** Amplitude de vibration normalisée du mode de Lamé en fonction de  $v_{AC}$  pour une tension  $V_{DC} = 63$  V.

#### **IV.6.4. Difficultés concernant les mesures électriques**

D'un point de vue électrique, ce microrésonateur présente une haute impédance d'entrée, ce qui rend difficile sa caractérisation par une méthode électrique, surtout à de telles fréquences. En effet, avec une capacité statique d'environ 15 fF à 6 MHz pour le mode de Lamé de rang 1, on a une impédance supérieure à 1,7 M $\Omega$ . Quant au mode de rang 2, il a une impédance d'environ 900 k $\Omega$  à 12,5 MHz.

Pour réaliser une mesure significative, il sera indispensable d'amplifier les variations de capacité sur l'électrode de sortie grâce à un circuit large bande et faible bruit [84]. De plus, il semble qu'il soit nécessaire de réaliser une adaptation entre l'impédance de sortie du microrésonateur et l'impédance d'entrée de l'analyseur de réseau.

#### **IV.7. CONCLUSIONS**

Dans ce chapitre, nous avons présenté et conçu un microrésonateur à mode de contour, plus précisément de la famille des modes de dilatation et de compression. Le calcul de ce microrésonateur dit à mode de Lamé présente l'avantage d'avoir une solution analytique ce qui facilite grandement la phase de conception.

En effet, il n'y a qu'un seul paramètre géométrique, à savoir la dimension latérale L, qui entre en ligne de compte dans l'expression donnant la fréquence de ce mode. Le microrésonateur que nous avons réalisé en nickel en utilisant le procédé LIGA fonctionne à une fréquence de 6 MHz. Le principe d'excitation est de type capacitif et sa caractérisation a été réalisée avec une méthode optique. A terme, le principe de détection devra être également capacitif, ce qui permettra d'intégrer au microsystème final toute l'électronique autour du microrésonateur.

L'hypothèse retenue de la plaque libre pour déterminer les modes de vibrations transverses donne des résultats satisfaisants dans certains cas. Néanmoins, l'écart important pour certains modes nous a conduit à modéliser la plaque par une modélisation E.F.. Cette méthode permettant de représenter la structure avec sa géométrie réelle a conduit à des résultats très proches des valeurs expérimentales.

Pour ce qui concerne le mode de Lamé, les simulations par éléments finis ont permis de montrer que l'épaisseur joue un rôle important dans le fonctionnement du microrésonateur, autant que les fixations. Tout d'abord, d'un point de vue mécanique, en augmentant l'épaisseur on réduit le nombre des modes parasites de vibrations transverses qui se localisent en amont du mode de Lamé dans le spectre fréquentiel du microrésonateur.

En effet, si le mode de Lamé est proche du mode fondamental, la restitution de l'énergie au niveau de la plaque sera plus importante. Le couplage électromécanique amélioré par une épaisseur plus importante, sera d'autant meilleur que l'entrefer qui sépare la plaque et l'électrode sera réduit.

Les perspectives de ce travail sont donc l'utilisation de nouvelles résines par exemple l'AZ9260, pour augmenter l'épaisseur des moules tout en diminuant l'effet de section trapézoïdale que l'on a pu observer. On peut également réduire la largeur en post fabrication des fixations en utilisant le FIB (Focused Ion Beam).

On envisage également de repenser entièrement la fixation en utilisant le nœud de vibration qui se trouve au centre de la plaque. Des essais sont envisagés pour réaliser le maintien du microrésonateur par un plot central (le plus petit possible).

Le coefficient de qualité mesuré optiquement est très encourageant, il faudra néanmoins mener des essais sous vide pour savoir si le coefficient de qualité sera amélioré et mieux comprendre les phénomènes de dissipation.

Nous avons déjà réduit les capacités parasites en travaillant sur un substrat en verre, mais nous devons encore améliorer l'électronique de détection.

Cette étude a porté sur la réalisation d'un prototype de microrésonateur en nickel et une étude parallèle va déboucher sur la réalisation d'un microrésonateur en silicium monocristallin.

## **IV.8. BIBLIOGRAPHIE : CHAPITRE IV**



**V. CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES**

**CHAPITRE V :  
CONCLUSIONS GENERALES  
PERSPECTIVES**





Dans cette étude, on s'est attaché à démontrer la faisabilité de microrésonateurs, ayant un mode de vibration dans le plan, grâce à la technique LIGA-UV. On s'est volontairement orienté vers l'aspect mécanique, sans pour autant négliger l'aspect électronique qui est indispensable dans un microsysteme.

La première partie consiste à étudier le matériau utilisé (nickel) de manière dynamique grâce au plus simple des microrésonateurs, à savoir une poutre encastrée-libre.

Dans la technologie LIGA la température de déposition est d'environ 50 °C, ce qui en fait un procédé compatible avec les technologies CMOS. Les principaux avantages du nickel électrodéposé par rapport à des matériaux comme le silicium polycristallin sont :

- un meilleur contrôle des contraintes résiduelles,
- une résistivité moindre,
- une température de dépôt peu élevée,
- un temps de déposition relativement rapide,
- un faible coût de production.

Tout au long de la phase de conception des microrésonateurs, nous nous sommes attachés à développer de manière systématique un modèle analytique. Les développements de modèles analytiques simples ont permis d'accélérer la phase de conception. L'utilisation des modèles éléments finis a permis de figer les paramètres géométriques, ainsi que de mieux comprendre le comportement des microrésonateurs en fonction de l'évolution de ces paramètres.

La phase de réalisation des microrésonateurs nous a permis de mettre en œuvre de nouveaux procédés à l'IMFC. Ainsi, l'utilisation de résine ou de matériau comme l'aluminium pour la couche sacrificielle permet de réduire les coûts et de simplifier les procédés. L'ouverture face arrière dans les wafers de silicium permet d'étudier les comportements électriques et mécaniques dus à la présence ou non d'un plan de masse, ainsi que l'amortissement visqueux dû au cisaillement de l'air.

Les perspectives immédiates de ce travail sont l'utilisation de nouvelles résines ayant des rapports de forme plus importants. Ceci permettra de réaliser des structures beaucoup plus épaisses avec des sections non trapézoïdales.

D'un point de vue expérimental, les essais sous vide permettront de comprendre l'influence effective de l'air sur le coefficient de qualité. En effet ces expériences permettront de dégager des conclusions quant aux hypothèses faites sur l'amortissement des microrésonateurs.

La montée en fréquence passe nécessairement par la diminution de la masse du microrésonateur. Une des possibilités est de réduire ses dimensions latérales.

L'amélioration de l'électronique de détection passe par une meilleure adéquation de l'impédance entre la sortie du microrésonateur et l'entrée de l'électronique de détection.

L'association de plusieurs microrésonateurs aussi bien à mode de flexion, qu'à mode de Lamé permettra de réaliser des applications de filtrage à bande passante étroite.

Une étude est actuellement en cours pour réaliser des microrésonateurs à mode de Lamé en silicium monocristallin, ayant des fréquences de résonance de 100 MHz en profitant de l'anisotropie du matériau, grâce aux techniques de gravure profonde (deep RIE). Ceci permettra l'intégration totale du microsystème.

ANNEXES

- 
- [1] Etats-Unis Microélectronique, Technologies et Stratégies, N°21, Mai-Juillet, (2000). (disponible sur <http://www.france-science.org>).
- [2] C.T-C. Nguyen, *High-Q micromechanical oscillators and filters for communications*, Proceedings of the IEEE International Symposium on circuits and systems, Hong-Kong, June 9-12, (1997), pp. 2825-2828.
- [3] G. Bazin, P. Sangouard, G. Baudoin, C. Ripoll, P. Nicole, *Microsystèmes autonomes sans fils*, Nano et Micro Technologies, vol. 1, n°2, (2000), pp. 89-117.
- [4] K. Ikeda, H. Kuwayama, T. Kobayashi, T. Watanabe, T. Nishikawa, T. Yoshida, K. Harada, *Silicon pressure sensor integrates resonant strain gauge on diaphragm*, Sensors and Actuators, A21-A23, (1990), pp. 146-150.
- [5] K. Ikeda, H. Kuwayama, T. Kobayashi, T. Watanabe, T. Nishikawa, T. Yoshida, K. Harada, *Three-dimensional micromachining of silicon pressure sensor integrating resonant strain gauge on diaphragm*, Sensors and Actuators, A21-A23, (1990), pp.1007-1010.
- [6] R. Adler, *Compact electromechanical*, Electronics, April, (1947), pp. 100-1058.
- [7] H.C. Nathanson, W. E. Newell, R. A. Wickstrom, J. Ransford Davis, *The resonant gate transistor*, IEEE Transactions on electron devices, vol. ED-14, n°3, (1967), pp.117-133.
- [8] J.R. Clark, A.-C. Wong, C.T-C. Nguyen, *Parallel-resonator HF micromechanical bandpass filters*, Digest of technical papers, International conference on solid-state sensors and actuators, Chicago, June 16-19, (1997), pp. 1161-1164.
- [9] W. C.-K. Tang, *Electrostatic comb drive for resonant sensors and actuators applications*, Ph-D of University of California at Berkeley, (1990).
- [10] K. Wang, C. T-C. Nguyen, *High-order micromechanical electronic filters*, Proceedings of the IEEE Internat. Micro Electro Mechanical Systems workshop, Japan, (1997), pp. 25-30.
- [11] K.B. Lee, Y.-H. Cho, *A triangular electrostatic comb array for micromechanical resonant frequency tuning*, Sensors and Actuators, A70, (1998), pp. 112-117.
- [12] G. Henriot, *Etude, réalisation et caractérisation d'un oscillateur intégrable*, Thèse de doctorat d'état de l'Université de Paris VI, (1991).
- [13] H. Kanie, H. Kawashima, *Lamé-mode miniaturised quartz temperature sensors*, IEEE Trans. on ultrasonics ferroelectrics and frequency control, vol. 47, n°2, (2000), pp.341-345.

- 
- [14] J. R. Clark, W.-T. Hsu, and C. T.-C. Nguyen, *High-Q VHF micromechanical contour-mode disk resonator*, *Technical Digest*, IEEE Int. Electron Devices Meeting, San Francisco, California, Dec. 11-13, (2000), pp. 493-496.
- [15] Société Raytheon, *MEMS-Based 25 watt RF filter achieves high frequency, low insertion loss*. (<http://www.raytheon.com>).
- [16] S. Basrour, H. Majjad, *Propriétés mécaniques du nickel utilisé en LIGA-X et UV*, *Nano et Micro Technologies*, Vol. 1, 2, (2000), pp. 193-212.
- [17] X. Li, M. Bao, S. Shen, *Maskless anisotropic etching – a novel micromachining technology for multilevel microstructures*, *Proc. Transducer'97*, Chicago, USA June 16-19, (1997), pp. 699-702.
- [18] E.W. Becker, W. Ehrfeld, P. Hagmann, A. Maner, D. Muenchmeyer, *Fabrication of microstructures with high aspect ratios and great structural heights by synchrotron radiation lithography, galvanofforming and plastic moulding (LIGA process)*, *Microelectronic Engineering*, vol. 4, Issue 1, (1986), pp. 35-56.
- [19] E.W. Becker, H. Bets, W. Ehrfeld, W. Glashauser, A. Heuberger, M.J. Michel, D. Münchmeyer, S. Pongratz, R.U. Siemens, *Production of separation nozzle systems for Uranium enrichment by a combinaison of X-Ray lithography and Galvanoplastics*, *Naturwissenschaften*, 69, (1982), pp. 520-523.
- [20] R.K. Kupka, F. Bouamrane, C. Cremers, S. Megtert, *Microfabrication : LIGA-X and application*, *Applied Surface Science*, 164, (2000), pp. 97-110.
- [21] H. Lorenz, M. Dupont, N. Fahrni, J. Brugger, P. Vettiger, P. Renaud, *High-aspect-ratio, ultrathick, negative-tone near-UV photoresist and its applications for MEMS*, *Sensors and Actuators*, A64, (1998), pp. 33-39.
- [22] S. Rotn, L. Dellmann, G.-A. Racine and N.F. de Rooij, *High aspect ratio UV photolithography for electroplated structures*, *proceedings of Micromechanics and Microsystems Europe MME '98*, Ulvik, Norway, (1998), pp. 55-58.
- [23] V. Conédéra, B. Le Goff, N. Fabre, *Potentialities of a new positive photoresist for the realization of thick moulds*, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol.9, N°2, (1999), pp. 173-175.
- [24] K. Leyendecker, W. Bacher, W. Stark, A. Thommes, *New microelectrodes for the investigation of the electroforming of LIGA Microstructures*, *Electrochimica Acta*, Vol. 39, n°8/9, (1994), pp. 1139-1143.

- 
- [25] L. Robert, S. Basrour, M. Wery, F. Sittler, *The morphology and electrochemical behavior of electrodeposited nickel onto metallized silicon*, *Plating and Surface Finishing*, Vol. 87, 5, (2000), pp. 153-159.
- [26] K.E. Petersen, C.R. Guarnieri, *Young's modulus measurements of thin films using micromechanics*, *J. Appl. Phys.*, 50, (11), (1979), pp. 6761-6766.
- [27] M.G. Allen, M. Mehregany, R.T. Howe, S.D. Senturia, *Microfabricated structures for in situ measurements of residual stress, Young's modulus, and ultimate strain of thin films*, *Appl. Phys. Lett.*, 51 (4), (1987), pp. 241-243.
- [28] E. Bonnotte, *Etude des propriétés mécaniques des films minces : application au silicium monocristallin*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1994).
- [29] A. Sergent, *Caractérisation des propriétés mécaniques des films minces par essais de flexion*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1997).
- [30] L. Robert, *Etude des propriétés mécaniques du Nickel utilisé dans la technique LIGA*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, Besançon (1997).
- [31] P.Sandoz, *Profilométrie en lumière polychromatique et par microscopie confocale : application au contrôle de l'aspect visuel de pièces en plastique moulé*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1992).
- [32] E. Mazza, S. Abel and J. Dual, *Experimental determination of mechanical properties of Ni and Ni-Fe microbars*, *Microsystem Technologies*, (1996), pp. 197-202.
- [33] H. Fischer, *Electrolytic deposition and electrocrystallization of metals*, Springer-Verlag, Berlin, (1954).
- [34] C. Poilane, *Caractérisation des propriétés mécaniques des films minces par essais de traction*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1999).
- [35] A.W. Leissa, *Vibration of plates*, NASA SP 160, (1960).
- [36] P. Attia, *Fabrication et caractérisation de microdispositifs mécaniques à déflexion électrostatique*, Thèse de docteur de l'Université de Paris XI, Orsay, (1997).
- [37] D. Royer, E. Dieulesaint, Y. Martin, *Improved version of a polarized beam heterodyne interferometer*, *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, (1985), pp. 432.
- [38] B. Cretin, W-X. Xie, S. Wang and D. Hauden, *Heterodyne interferometer : Practical limitations and improvements*, *Opt. Com.*, 65, (1988), pp. 157-162.
- [39] S. Biwersi, *Actionneurs ultrasonores : application de nouveaux principes utilisant des ondes quasi-progressives à la réalisation de micro-moteurs. Etude de l'interaction avec des liquides*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1998).

- [40] B. Cavallier, *Microscopies photothermiques et thermoélastiques conventionnelles et à sonde locale : théorie et expérimentation*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (2000).
- [41] S. Corn, *Simplification de modèles éléments finis de structures à comportement dynamique de poutre*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1998). (Confidentialité jusqu'à fin 2001).
- [42] T.D. Rossing, N.H. Fletcher, *Principles of vibration and sound*, Springer-Verlag, (1994).
- [43] M. Boutry, *Etude de microdispositif de test pour la caractérisation des propriétés mécaniques des films minces métalliques*, Thèse de docteur de l'Université de Paris-Sud, Orsay, (1997).
- [44] J. Yang, T. Ono, M. Esashi, *Mechanical behavior of ultrathin microcantilever*, Sensors and Actuators, A82, (2000), pp. 102-107.
- [45] H. Majjad, S. Basrour, P. Delobelle, M. Schmidt, *Dynamical determination of Young's modulus of electroplated nickel used in LIGA technique*, Sensors and Actuators, A74 (1999), pp. 148-151.
- [46] H. Hosaka, K. Itao, S. Kuroda, *Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators*, Sensors and Actuators, A49, (1995), pp. 102-107.
- [47] K. Kokubun, H. Murakani, Y. Toda, M. Ono, *A bending and stretching mode crystal oscillator as friction vacuum gauge*, Vacuum, 34, (1984), pp. 731-735.
- [48] Y. Jimbo, K. Itao, *Energy loss of a cantilever vibrator*, J. Horological Inst. Jpn., 47, (1968), pp. 1-15.
- [49] American Institute Of Physics Handbook, Third Edition, McGraw-Hill, (1972), pp.3-113.
- [50] T. Corman, P. Enoksson, G. Stemme, *Low pressure encapsulated resonant structures excited electrostatically*, Conference on Solid-State Sensors and Actuators, Chicago, USA, June 16-19, (1997), pp. 101-104.
- [51] R.E. Mihailovich, N.C. MacDonald, *Dissipation measurement of vacuum-operated single-crystal silicon microresonators*, Sensors and Actuators, A50, (1995), pp. 199-207.
- [52] ASM Handbook, Tenth Edition, vol. 2, McGraw-Hill, (1992), pp. 431-435.
- [53] S. Ballandras, S. Basrour, L. Robert, S. Megtert, P. Blind, M. Rouillay, P. Bernede, W. Daniau, *Microgrippers fabricated by LIGA technique*, Sensors and Actuators, A58, (1997), pp. 265-272.



- 
- [54] W. C. Tang, T.-C. H Nguyen M. W. Judy and R. T. Howe, *Electrostatic-comb drive of lateral polysilicon resonators*, Proceedings vol. 2, 5<sup>th</sup> International Conference on Solid-State and Actuators, Montreux, Switzerland, June 25-30, 1989, pp328-331.
- [55] W. C.-K. Tang, *Electrostatic comb drive for resonant sensors and actuators applications*, PhD thesis de l'Université de Californie à Berkeley, (1990).
- [56] G. K. Fedder, *Simulation of microelectromechanical systems*, PhD thesis de l'Université de Californie à Berkeley, (1994).
- [57] J. M. Gere, S. P. Timoschenko, *Mechanics of materials*, 4<sup>th</sup> Edition, PWS Publishing company, (1997).
- [58] ANSYS User's Manual, Volume III (Elements), 2<sup>nd</sup> revision, SAS IP, (1994)
- [59] W. A. Johnson, L. K. Warne, *Electrophysics of micromechanical comb actuators*, Journal of microelectromechanical systems, vol. 4, n° 1, march, (1995), pp.49-59.
- [60] W. Ye, S. Mukherjee, *Optimal shape design of three-dimenssional MEMS with applications to electrostatic comb drives*, Int. J. Meth. Engng., 45, (1999), pp. 175-194.
- [61] G. Lorenz, R. Neul, S. Dickmann, *Modeling of electrostatic MEMS components*, Proc. International conference on modeling and simulation of microsystems, San Juan, Puerto Rico, USA, April 19-21, (1999).
- [62] L. Johansen, J. Ravnkilde, A. Yalçinkaya, O. Hansen, *Electroplated ni comb accelerometers for CMOS post processing*, Proc. Eurosensors XIII, The Hague, Netherlands, September 12-15, (1999), pp. 799-802.
- [63] H. A. C. Tilmans, *Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. Lumped-parameter systems*, J. Micromech. Microeng., 6, (1996), pp. 157-176.
- [64] De Los Santos, Y. Kao, A. Caigoy, E. Ditmars, *Microwave and mechanical considerations in the design of MEM switches for Aerospace applications*, Proc. IEEE Aerospace Conf., Aspen, CO, Feb. 1-8, (1997), pp. 235-254.
- [65] T. Mukherjee, S. Iyer, G. K. Fedder, *Optimization-based synthesis of microresonators*, Sensors and Actuators, A70, (1998), pp. 118-127.
- [66] H. De Los Santos, *Introduction to microelectromechanical microwave systems*, Artech house microwave library, (1999).
- [67] G. Henriët, *Etude réalisation et caractérisation d'un oscillateur intégrable*, Thèse de doctorat de l'Université de Paris VI, (1991).
- [68] H. Kanie, H. Kawashima, *Lamé-mode miniaturised quartz temperature sensors*, IEEE Trans. on ultrasonics ferroelectrics and frequency. control, vol. 47, n°2, (2000), pp. 341-345.

- 
- [69] R. Bechmann, Proc. Phys. Soc. B., 64, (1951) p.323.
- [70] R. Holland, IEEE Transactions on Sonics & Ultrasonics, SU-15 (1968).
- [71] P. Lloyd, M. Redwood, *Finite-difference method for the investigation of vibrations of solids and the equivalent-circuit characteristics of piezoelectric resonators, Parts I and II*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 39, February, (1966), pp. 346-361.
- [72] C. Bourgeois, *Decoupled families of contour modes of planar thin plates*, Proc. 34 th Ann. Freq. Control Symposium, USAERADCOM, Monmouth, May, (1980), pp. 419-425.
- [73] M. Géradin, D. Rixen, *Théorie des vibrations, application à la dynamique des structures*, Masson, (1993).
- [74] D. Royer, E. Dieulesaint, *Ondes élastiques dans les solides (tome 1) propagation libre et guidée*, Masson, (1996).
- [75] G.B. Warburton, *The vibration of rectangular plates*, Proceedings of the institute of mechanical Engineers, part A, vol. 168, (1954), pp. 371-384.
- [76] T. Rossing, N. Fletcher, *Principles of vibration and sound*, Springer-Verlag, (1995).
- [77] ANSYS, *User's manual, volume IV : theory*, Swanson analysis systems, (1994).
- [78] G. Schröpfer, *Multi-axial silicon bulk-micromachined accelerometers with capacitive or optical read-out*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1998).
- [79] H. De Los Santos, *Introduction to microelectromechanical microwave systems*, Artech house microwave library, (1999).
- [80] A. W. Leissa, *Vibration of plates*, Office of technology utilization, NASA SP-160, (1969).
- [81] S. Basrour, H. Majjad, J. R. Coudeville, M. de Labachellerie, *Design and test of new high-Q microresonators fabricated by UV-LIGA*, Proc. Design, Test, Integration and Packaging of MEMS/MOEMS, Cannes, France, April 25-27, (2001), pp. 310-316.
- [82] P. Vairac, *Microscopie acoustique à pointe vibrante : approche quantitative en mode de réflexion*, Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, (1996).
- [83] H. A. C. Tilmans, *Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. Lumped-parameter systems*, J. Micromech. Microeng., 6, (1996), pp. 157-176.
- [84] H. Majjad, J. R. Coudeville, S. Basrour, M. de Labachellerie, *Modeling and characterization of Lamé-mode microresonators realized by UV-LIGA*, Transducers'01, Eurosensors XV, the 11<sup>th</sup> international conference on Solid-state sensors and actuators, Munich, Germany, June 10-14, (2001), pp. 300-303.



**ANNEXES**



### ANNEXE III-1: Programme MAPLE de calcul de la raideur kz et de la fréquence dans la direction z

(le prompt MAPLE > n'est pas représenté pour une meilleure clarté du texte)

#### Paramètres géométriques du système et constantes du matériau

restart:

npi:=evalf(Pi); rho; E: wb:=w: wt:=w; t; Lb1:=Lb; Lb2:=Lb; Lt1; Lt2; Ixb:=wb\*(t^3)/12;  
Ixt:=wt\*(t^3)/12; G:=E/(2\*(1+nu)): J:

#### Calcul des constantes de torsion Jt et Jb des poutres

```
if (t<wa) then b:=sum((1/((2*x+1)^5))*tanh((2*x+1)*npi*wa/(2*t)),x=0..infinity):  
evalf(b);  
Jb:=(1/3)*(t^3)*wa*(1-(192/(npi^5))*(t/wa)*b);  
evalf(Jb);  
else  
b:=sum((1/((2*x+1)^5))*tanh((2*x+1)*npi*t/(2*wa)),x=0..infinity):evalf(b);  
Jb:=(1/3)*(wa^3)*t*(1-(192/(npi^5))*(wa/t)*b);  
evalf(Jb);  
fi;
```

```
if (t < wt) then a:=sum((1/((2*x+1)^5))*tanh((2*x+1)*npi*wt/(2*t)),x=0..infinity):evalf(a);  
Jt:=(1/3)*(t^3)*wt*(1-(192/(npi^5))*(t/wt)*a);  
evalf(Jt);  
else  
a:=sum((1/((2*x+1)^5))*tanh((2*x+1)*npi*t/(2*wt)),x=0..infinity):evalf(a);  
Jt:=(1/3)*(wt^3)*t*(1-(192/(npi^5))*(wt/t)*t);  
evalf(Jt);  
fi;
```

#### Expression des moments fléchissants et des moments de torsion et de leurs dérivées

```
Mb1:=Mo-Fz*xi:  
Mb2:=Mo-Fz*Lb1+Tto-(Fz+Ftz)*xi:  
Mt1:=To-Fz*xi:  
Mt2:=Mto-Ftz*xi:  
Tb1:=To:  
Tb2:=Mto-Ftz*(Lt2/2)-To+Fz*Lt1:  
Tt1:=Mo-Fz*Lb1:  
Tt2:=Tto:  
Mb_1:=Mb1/(E*Ixb):  
Mb_2:=Mb2/(E*Ixb):  
Mt_1:=Mt1/(E*Ixt):  
Mt_2:=Mt2/(E*Ixt):  
Tb_1:=Tb1/(G*Jb):  
Tb_2:=Tb2/(G*Jb):  
Tt_1:=Tt1/(G*Jt):  
Tt_2:=Tt2/(G*Jt):
```

Dérivation des moments fléchissants et des moments de torsion par rapport à Mo

Mb1\_prime1:= diff(Mb1,Mo):  
Mb2\_prime1:= diff(Mb2,Mo):  
Mt1\_prime1:= diff(Mt1,Mo):  
Mt2\_prime1:= diff(Mt2,Mo):  
Tb1\_prime1:= diff(Tb1,Mo):  
Tb2\_prime1:= diff(Tb2,Mo):  
Tt1\_prime1:= diff(Tt1,Mo):  
Tt2\_prime1:= diff(Tt2,Mo):

Dérivation des moments fléchissants et des moments de torsion par rapport à To

Mb1\_prime2:= diff(Mb1,To):  
Mb2\_prime2:= diff(Mb2,To):  
Mt1\_prime2:= diff(Mt1,To):  
Mt2\_prime2:= diff(Mt2,To):  
Tb1\_prime2:= diff(Tb1,To):  
Tb2\_prime2:= diff(Tb2,To):  
Tt1\_prime2:= diff(Tt1,To):  
Tt2\_prime2:= diff(Tt2,To):

Dérivation des moments fléchissants et des moments de torsion par rapport à MTo

Mb1\_prime3:= diff(Mb1,Mto):  
Mb2\_prime3:= diff(Mb2,Mto):  
Mt1\_prime3:= diff(Mt1,Mto):  
Mt2\_prime3:= diff(Mt2,Mto):  
Tb1\_prime3:= diff(Tb1,Mto):  
Tb2\_prime3:= diff(Tb2,Mto):  
Tt1\_prime3:= diff(Tt1,Mto):  
Tt2\_prime3:= diff(Tt2,Mto):

Dérivation des moments fléchissants et des moments de torsion par rapport à Fz

Mb1\_prime4:= diff(Mb1,Fz):  
Mb2\_prime4:= diff(Mb2,Fz):  
Mt1\_prime4:= diff(Mt1,Fz):  
Mt2\_prime4:= diff(Mt2,Fz):  
Tb1\_prime4:= diff(Tb1,Fz):  
Tb2\_prime4:= diff(Tb2,Fz):  
Tt1\_prime4:= diff(Tt1,Fz):  
Tt2\_prime4:= diff(Tt2,Fz):

Calcul de la dérivée énergétique pour le calcul de Phio

Phio:=int ((Mb\_1)\*Mb1\_prime1+(Tb\_1)\*Tb1\_prime1, xi=0..Lb1)  
+ int ((Mb\_2)\*Mb2\_prime1+(Tb\_2)\*Tb2\_prime1, xi=0..Lb2)  
+ int ((Mt\_1)\*Mt1\_prime1+(Tt\_1)\*Tt1\_prime1, xi=0..Lt1)  
+ int ((Mt\_2)\*Mt2\_prime1+(Tt\_2)\*Tt2\_prime1, xi=0..Lt2):

Calcul de la dérivée énergétique pour le calcul de Psio

```
Psio:=int ((Mb_1)*Mb1_prime2+(Tb_1)*Tb1_prime2, xi=0..Lb1)
+ int ((Mb_2)*Mb2_prime2+(Tb_2)*Tb2_prime2, xi=0..Lb2)
+ int ((Mt_1)*Mt1_prime2+(Tt_1)*Tt1_prime2, xi=0..Lt1)
+ int ((Mt_2)*Mt2_prime2+(Tt_2)*Tt2_prime2, xi=0..Lt2):
```

Calcul de la dérivée énergétique pour le calcul de Phito

```
Phito:=int ((Mb_1)*Mb1_prime3+(Tb_1)*Tb1_prime3, xi=0..Lb1)
+ int ((Mb_2)*Mb2_prime3+(Tb_2)*Tb2_prime3, xi=0..Lb2)
+ int ((Mt_1)*Mt1_prime3+(Tt_1)*Tt1_prime3, xi=0..Lt1)
+ int ((Mt_2)*Mt2_prime3+(Tt_2)*Tt2_prime3, xi=0..Lt2):
```

calcul de Mo

```
Mo:=RootOf(Phio,Mo):
```

calcul de To

```
To:=RootOf(Psio,To):
```

calcul de Mto

```
Mto:=RootOf(Phito,Mto):
```

```
Tto:=0:Ftz:=0:
```

Calcul de la dérivée énergétique pour le calcul du déplacement deltax

```
deltax:=int ((Mb_1)*Mb1_prime4+(Tb_1)*Tb1_prime4,xi=0..Lb1)
+ int ((Mb_2)*Mb2_prime4+(Tb_2)*Tb2_prime4, xi=0..Lb2)
+ int ((Mt_1)*Mt1_prime4+(Tt_1)*Tt1_prime4, xi=0..Lt1)
+ int ((Mt_2)*Mt2_prime4+(Tt_2)*Tt2_prime4, xi=0..Lt2):
```

Calcul de la raideur totale du système

```
kz:=(4*Fz/deltax):
```

```
kz:=normal(kz):
```

Calcul de la masse totale du système et de la fréquence

```
masse:=4*rho*t*(Lb1*wb+Lb2*wb+Lt1*wt+(Lt2/2)*wt+30e-6*15e-6+70e-6*20e-6
+ 122.5e-6*10e-6+25e-6*5e-6*6.5):
```

```
freq_z:=((sqrt(kz/masse))/(2*npi)):
```

Tracé de la courbe représentant la fréquence en fonction de Lb

```
plot({freq_z},Lb=20e-6..150e-6,
labels=['Lb','freq_z'],linestyle=[1],color=[blue],title=`frequence de resonance en z`);
```

création d'un fichier au format texte contenant les résultats

```
A:=plot(freq_z,Lb=20e-6..150e-6,labels=['Lb','freq_z']):
```

```
lprint(A):
```

```
B:=op(1,op(1,A)):
```

```
for tmp in B do fprintf("resonkz.txt","%e %e\n", tmp[1],tmp[2]) od:fclose("resonkzLb.txt");
```





## ANNEXE III-2 : Programme ANSYS pour le calcul des fréquences de résonance du microrésonateur à peignes interdigités

```
fini
/clear
/delete,Espion.list
/output,Espion.list
/filnam,micro3
/prep7
/view,1,1,1,1
immed,1
/win,all,on
/auto
/title,Microresonator with comb drive
/units,SI
/nerr,,20000

!*Paramètres Géométriques de la Structure*
!Dimension
x1=35e-6
x2=1e-6
x3=5e-6
x4=5e-6
x5=5e-6
x6=30e-6
x7=5e-6
x8=2e-6
y3=110e-6
y4=5e-6
y5=110e-6
y6=11e-6
N=7      !nbre de peignes
ep=15e-6 !épaisseur
x15=10e-6
L=25e-6  !longueur des doigts
w=5e-6
g=15e-6  !gap

part1=1
part2=5
part4=5

!***propriétés du Nickel *****
mp,ex,1,195e9
mp,nuxy,1,.34
mp,dens,1,8960
et,1,45
dof,rotx,roty,rotz

!*Géométrie du microrésonateur*

!Coordonnées des points du bloc masse-ressort
blc4,0,0,x1,w/2
blc4,0,w/2,x1,g
blc4,0,g+w/2,x1,w
blc4,0,g+w/2+w,x1,g/2

blc4,x1,0,x2,w/2
blc4,x1,w/2,x2,g
blc4,x1,g+w/2,x2,w
blc4,x1,g+w/2+w,x2,g/2

blc4,x1+x2,0,x3,w/2
blc4,x1+x2,w/2,x3,g
blc4,x1+x2,g+w/2,x3,w
blc4,x1+x2,g+w/2+w,x3,g/2

blc4,x1+x2+x3,0,x4+x5,w/2
blc4,x1+x2+x3,w/2,x4+x5,g
blc4,x1+x2+x3,g+w/2,x4+x5,w
blc4,x1+x2+x3,g+w/2+w,x4+x5,g/2

blc4,x1,3*w/2+3*g/2,x2,g/2
blc4,x1,3*w/2+3*g/2+g/2,x2,w
blc4,x1,3*w/2+3*g/2+g/2+w,x2,g
blc4,x1,3*w/2+3*g/2+g/2+w+g,x2,w
blc4,x1,7*w/2+3*g,x2,g/2

blc4,x1+x2,3*w/2+3*g/2,x3,g/2
blc4,x1+x2,3*w/2+3*g/2+g/2,x3,w
blc4,x1+x2,3*w/2+3*g/2+g/2+w,x3,g
blc4,x1+x2,3*w/2+3*g/2+g/2+w+g,x3,w
blc4,x1+x2,7*w/2+3*g,x3,g/2

blc4,x1+x2+x3,3*w/2+3*g/2,x4+x5,g/2
blc4,x1+x2+x3,3*w/2+3*g/2+g/2,x4+x5,w
blc4,x1+x2+x3,3*w/2+3*g/2+g/2+w,x4+x5,g
blc4,x1+x2+x3,3*w/2+3*g/2+g/2+w+g,x4+x5,w
blc4,x1+x2+x3,7*w/2+3*g,x4+x5,g/2

blc4,x1+x2,7*(w/2+g/2),x3,y3
```

```
blc4,0,7*(w/2+g/2)+y3,x6,y4
blc4,x6,7*(w/2+g/2)+y3,x7,y4
blc4,x6+x7,7*(w/2+g/2)+y3,x1+x2-x7-x6,y4
blc4,x1+x2,7*(w/2+g/2)+y3,x3,y4
blc4,x1+x2+x3,7*(w/2+g/2)+y3,x4,y4

blc4,x6,7*(w/2+g/2)+y3+y4,x7,y5
blc4,0,7*(w/2+g/2)+y3+y4+y5,x6,y6
blc4,x6,7*(w/2+g/2)+y3+y4+y5,x7,y6
blc4,x6+x7,7*(w/2+g/2)+y3+y4+y5,x8,y6

blc4,x1+x2+x3+x4+x5,0,x15,w/2
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,w/2,x15,g
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,g+w/2,x15,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,g+w/2+w,x15,g/2
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,3*w/2+3*g/2,x15,g/2
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,3*w/2+3*g/2+g/2,x15
,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,3*w/2+3*g/2+g/2+w,
x15,g
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,3*w/2+3*g/2+g/2+w+
g,x15,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,7*w/2+3*g,x15,g/2
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,7*w/2+7*g/2,x15,g/2
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,7*w/2+4*g,x15,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,9*w/2+4*g,x15,g
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,9*w/2+5*g,x15,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,11*w/2+5*g,x15,g
blc4,x1+x2+x3+x4+x5,11*w/2+6*g,x15,w
2

blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,0,L,w/2
blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,w/2+g,L,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,3*w/2+2*g,L,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,5*w/2+3*g,L,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,7*w/2+4*g,L,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,9*w/2+5*g,L,w
blc4,x1+x2+x3+x4+x5+x15,11*w/2+6*g,L,w
,w

nummrg,kp,1e-8

!*Maillage du solide*
nset,all
lset,all
lesize,all,,3
lesize,1,,part2
lesize,3,,part2
lesize,7,,part2
lesize,11,,part2

lesize,15,,part2
lesize,293,,part2
lesize,295,,part2
lesize,297,,part2
lesize,299,,part2
lesize,301,,part2
lesize,303,,part2
lesize,305,,part2
lesize,307,,part2
lesize,309,,part2
lesize,311,,part2
lesize,313,,part2
lesize,315,,part2
lesize,317,,part2
lesize,319,,part2
lesize,321,,part2
lesize,323,,part2
lesize,325,,part2
lesize,327,,part2
lesize,329,,part2
lesize,331,,part2
lesize,333,,part2
lesize,335,,part2
lesize,337,,part2
lesize,339,,part2
lesize,341,,part2
lesize,343,,part2
lesize,345,,part2
lesize,347,,part2
lesize,349,,part2
lesize,351,,part2

lesize,152,,part2
lesize,150,,part2

lesize,129,,part2
lesize,131,,part2
lesize,153,,part2
lesize,155,,part2
lesize,126,,part2
lesize,128,,part2

!cset,s,Linecomb
!lesize,Linecomb,part2
!lesize,Lineinf,part4

!*Extrusion des aires*
nset,all
aset,all
```

```
vext,all,,,,,ep
esize,,3
!*Element choisis pour le maillage*
type,1
mat,1
nselect,all
vmesh,all

!*Symétrie du premier quart de structure
nselect,all
vselect,all
vsym,y,all,,,0

!*Symétrie de la première moitié de la
structure*
clocal,12,0,0,y1+y2+y3+y4+y5+y6
csys,12
vselect,all
vsym,x,all,,,0,0
csdelete,12

!*Conditions aux limites*
!*sur les attaches
nselect,all
nselect,s,loc,y,3*g+7*w/2+y3+y4+y5,3*g+7*w/
2+y3+y4+y5+y6
nselect,r,loc,x,-(x6+x7+x8),x6+x7+x8
nselect,r,loc,z,0
d,all,all,0
nselect,all
nselect,s,loc,y,-(3*g+7*w/2+y3+y4+y5+y6),-
(3*g+7*w/2+y3+y4+y5)
nselect,r,loc,x,-(x6+x7+x8),x6+x7+x8
nselect,r,loc,z,0
d,all,all,0

nselect,all
vselect,all
nummrg,elem,1e-8
nummrg,node,1e-8
nummrg,kp,1e-8
waves
fini

!*Solution dynamique*
!/solu (si on veut appliquer une précontrainte)
!antype,static
!pstres,on
!force=6.4e-7
!pression=-force/(ep*2*(w*30))

!asel,s,loc,y,-(w+g)*(N+2),(w+g)*(N+2)
!asel,r,loc,x,x1+x2+x3+x4+x5+x15+L
!nsla,,1
!nselect,r,loc,z,0,ep
!sf,all,pres,pression
!allsel
!solve
!fini
/solu
antype,modal
!pstres,on
modopt,subsp,5
mexpand,5
solve
fini

!/post1
```

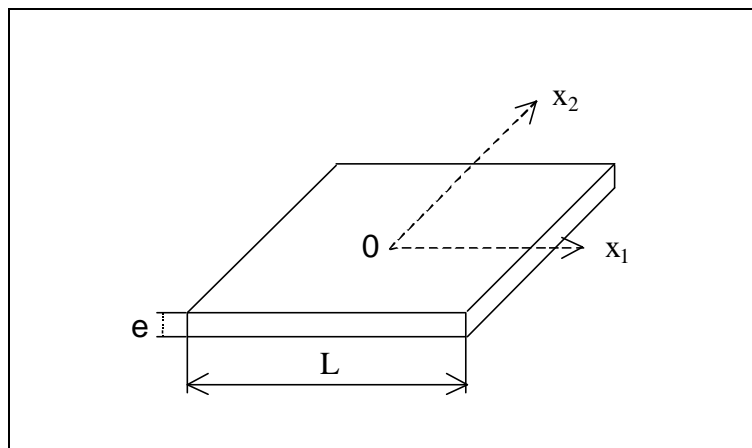


## ANNEXE IV-1 : Calcul des fréquences de résonance du mode de Lamé

On considère une plaque carrée libre homogène, de côté  $L$  et d'épaisseur  $e$  (cf. **Figure A**). On suppose que l'épaisseur est petite devant les autres dimensions de la plaque, sans toutefois que l'on puisse la modéliser par une membrane. Le problème sera résolu d'un point de vue harmonique.

Les hypothèses de Kirchoff concernant les plaques minces sont les suivantes :

- ⇒ Plaque mince d'épaisseur  $e$  avec un plan moyen.
- ⇒ La contrainte dans la direction transversale est nulle.
- ⇒ Les sections droites restent planes après déformation (la déformation en cisaillement transverse est négligée).
- ⇒ Les déformations sont petites par rapport aux dimensions initiales



**Figure A** : Schéma de la plaque carrée pour le calcul de la fréquence du mode de Lamé.

On applique la relation fondamentale de la dynamique à la plaque carrée :

$$\text{(Eq. 1)} \quad \mathbf{s}_{ij,j} + r\omega^2 u_i = 0$$

On note :

$$\mathbf{s}_{ij,j} = \frac{\partial \mathbf{s}_{ij}}{\partial x_j}$$

Avec :

$\mathbf{s}$  : tenseur des contraintes

$\omega$  : pulsation propre

$\vec{u}$  : champ de déplacements

$r$  : masse volumique

La plaque carrée est libre, les conditions aux limites sont donc des contraintes nulles sur les bords, cet état se traduisant par l'équation (Eq. 2) :

$$\text{(Eq. 2)} \quad \mathbf{s}_{ij} \cdot \mathbf{n}_j = 0$$

où  $\vec{n}$  est la normale extérieure à chacune des faces.

De plus, la loi de comportement dans le domaine élastique s'écrit :

$$\text{(Eq. 3)} \quad \mathbf{s}_{ij}(u) = C_{ijkl} \mathbf{e}_{kl}(u)$$

Avec :

$C_{ijkl}$  : tenseur des constantes élastiques

$\mathbf{e}_{ij}$  : tenseur des déformations

Le problème se résume donc à la résolution du système suivant :

$$\text{(Eq. 4)} \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{ij,j} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_i = 0 \\ \mathbf{s}_{ij}(u) = C_{ijkl} \mathbf{e}_{kl}(u) \\ \mathbf{s}_{ij} \cdot \mathbf{n}_j = 0 \end{cases}$$

Comme le nickel obtenu par électroformage est isotrope on a de plus la loi d'élasticité isotrope :  $\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{I}(\text{Tre}_{ij}) + 2\mathbf{m}\mathbf{e}_{ij}$ ,

avec  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{m}$  : coefficients de Lamé.

Si on suppose que les déformations ont lieu dans le plan de la plaque, on choisit un champ de déplacement  $\vec{u}$  de la forme :

$$\text{(Eq. 5)} \quad \vec{u} = u_1(x_1, x_2) \cdot \vec{x}_1 + u_2(x_1, x_2) \cdot \vec{x}_2$$

Les tenseurs des déformations et des contraintes associés s'écrivent respectivement :

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} & \mathbf{e}_{12} & 0 \\ \mathbf{e}_{21} & \mathbf{e}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} & 0 \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{s}_{33} \end{bmatrix}$$

On a les composantes du tenseur de déformations qui s'écrivent :

$$\mathbf{e}_{11} = u_{1,1}$$

$$\mathbf{e}_{22} = u_{2,2}$$

$$\mathbf{e}_{12} = \mathbf{e}_{21} = \frac{1}{2}(u_{1,2} + u_{2,1})$$

Les composantes du tenseur de contraintes qui s'écrivent :

$$\mathbf{s}_{11} = \mathbf{l}(\mathbf{e}_{11} + \mathbf{e}_{22}) + 2\mathbf{m}\mathbf{e}_{11} = (\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{1,1} + \mathbf{l}u_{2,2}$$

$$\mathbf{s}_{22} = \mathbf{l}(\mathbf{e}_{11} + \mathbf{e}_{22}) + 2\mathbf{m}\mathbf{e}_{22} = (\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{2,2} + \mathbf{l}u_{1,1}$$

$$\mathbf{s}_{33} = \mathbf{l}(\mathbf{e}_{11} + \mathbf{e}_{22}) = \mathbf{l}(u_{2,2} + u_{1,1})$$

$$\mathbf{s}_{12} = \mathbf{s}_{21} = 2\mathbf{m}\mathbf{e}_{12} = \mathbf{m}(u_{1,2} + u_{2,1})$$

Si l'on reprend l'équation fondamentale de la dynamique (Eq. 1), associée à la loi de comportement, on obtient le système suivant :

$$\text{(Eq. 6)} \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{11,1} + \mathbf{s}_{12,2} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 = 0 \\ \mathbf{s}_{21,1} + \mathbf{s}_{22,2} + \mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 = 0 \\ \mathbf{s}_{33,3} = 0 \end{cases}$$

Soit en utilisant les expressions des composantes définies précédemment, on a :

$$\text{(Eq. 7)} \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_1} [(\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{1,1} + \mathbf{l}u_{2,2}] + \frac{\partial}{\partial x_2} [\mathbf{m}(u_{1,2} + u_{2,1})] = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} [\mathbf{m}(u_{1,2} + u_{2,1})] + \frac{\partial}{\partial x_2} [(\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{2,2} + \mathbf{l}u_{1,1}] = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 \end{cases}$$

$$\text{(Eq. 8)} \quad \begin{cases} (\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{1,11} + \mathbf{l}u_{2,21} + \mathbf{m}(u_{1,22} + u_{2,12}) = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 \\ \mathbf{m}(u_{1,21} + u_{2,11}) + (\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{2,22} + \mathbf{l}u_{1,12} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 \end{cases}$$

On rassemble les différents termes dans l'expression (Eq. 8), soit :

$$\text{(Eq. 9)} \quad \begin{cases} (\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{1,11} + (\mathbf{l} + \mathbf{m})u_{2,21} + \mathbf{m}u_{1,22} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 \\ (\mathbf{l} + 2\mathbf{m})u_{2,22} + (\mathbf{l} + \mathbf{m})u_{1,21} + \mathbf{m}u_{2,11} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 \end{cases}$$

On définit un premier changement de variable :

$$\mathbf{x} = \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \mathbf{h} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{2}}$$

d'où l'expression des dérivées en fonction des nouvelles variables, soit

$$u_{1,1} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial \mathbf{h}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{1,\mathbf{x}} + u_{1,\mathbf{h}})$$

$$u_{1,11} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{h}} \right] \left[ \frac{\partial u_1}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial u_1}{\partial \mathbf{h}} \right] \right\} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 u_1}{\partial \mathbf{x}^2} + 2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{h}} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial \mathbf{h}^2} \right]$$



$$u_{1,11} = \frac{1}{2}(u_{1,xx} + 2u_{1,xh} + u_{1,hh})$$

$$u_{1,22} = \frac{1}{2}(u_{1,xx} - 2u_{1,xh} + u_{1,hh})$$

$$u_{1,21} = \frac{1}{2}(u_{1,xx} - u_{1,hh})$$

$$u_{2,11} = \frac{1}{2}(u_{2,xx} + 2u_{2,xh} + u_{2,hh})$$

$$u_{2,12} = \frac{1}{2}(u_{2,xx} - u_{2,hh})$$

$$u_{2,22} = \frac{1}{2}(u_{2,xx} - 2u_{2,xh} + u_{2,hh})$$

Ensuite, on définit les fonctions  $f$  et  $g$  tel que :

$$\text{(Eq. 10)} \quad \begin{cases} f = u_1 + u_2 \\ g = u_1 - u_2 \end{cases}$$

Les équations de l'expression (Eq. 9) deviennent :

$$\text{(Eq. 11)} \quad \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{1,xx} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})u_{1,xh} + \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{1,hh} + \left(\frac{\mathbf{I} + \mathbf{m}}{2}\right)(u_{2,xx} - u_{2,hh}) = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1$$

et

$$\text{(Eq. 12)} \quad \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{2,xx} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})u_{2,xh} + \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{2,hh} + \left(\frac{\mathbf{I} + \mathbf{m}}{2}\right)(u_{1,xx} - u_{1,hh}) = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2$$

D'où le nouveau système d'équations aux dérivées partielles après le changement de variables :

$$\text{(Eq. 13)} \quad \begin{cases} \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{1,xx} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})u_{1,xh} + \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{1,hh} + \left(\frac{\mathbf{I} + \mathbf{m}}{2}\right)(u_{2,xx} - u_{2,hh}) = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_1 \\ \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{2,xx} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})u_{2,xh} + \left(\frac{\mathbf{I} + 3\mathbf{m}}{2}\right)u_{2,hh} + \left(\frac{\mathbf{I} + \mathbf{m}}{2}\right)(u_{1,xx} - u_{1,hh}) = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 u_2 \end{cases}$$

En additionnant les deux équations on obtient :

$$\text{(Eq. 14)} \quad (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})(u_1 + u_2)_{,xx} + \mathbf{m}(u_1 + u_2)_{,hh} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})(u_1 + u_2)_{,xh} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 (u_1 + u_2)$$

En soustrayant les deux équations on obtient :

$$\text{(Eq. 15)} \quad \mathbf{m}(u_1 - u_2)_{,xx} + (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})(u_1 - u_2)_{,hh} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})(u_1 - u_2)_{,xh} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 (u_1 - u_2)$$

On pose  $f = u_1 + u_2$  et  $g = u_1 - u_2$  d'où le nouveau système d'équations aux dérivées partielles :

$$(Eq. 16) \quad \begin{cases} (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})f_{,xx} + \mathbf{m}f_{,hh} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})f_{,sh} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 f \\ \mathbf{m}g_{,xx} + (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})g_{,hh} + (\mathbf{I} + \mathbf{m})g_{,sh} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 g \end{cases}$$

On définit deux fonctions :

$$f = e^{r_1 x} \quad \text{et} \quad g = e^{r_2 h}$$

Leurs dérivées partielles secondes sont :

$$\begin{array}{lll} f_{,xx} = r_1^2 e^{r_1 x} & f_{,hh} = 0 & f_{,sh} = 0 \\ g_{,hh} = r_2^2 e^{r_2 h} & g_{,xx} = 0 & g_{,sh} = 0 \end{array}$$

Le système d'équation (Eq. 16) devient :

$$(Eq. 17) \quad \begin{cases} (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})r_1^2 e^{r_1 x} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 e^{r_1 x} \\ (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})r_2^2 e^{r_2 h} = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 e^{r_2 h} \end{cases}$$

$$(Eq. 18) \quad \begin{cases} (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})r_1^2 = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 \\ (\mathbf{I} + 2\mathbf{m})r_2^2 = -\mathbf{r}\mathbf{w}^2 \end{cases}$$

et les solutions de ce système s'écrivent :

$$(Eq. 19) \quad \begin{cases} r_1 = \pm i\mathbf{w} \sqrt{\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{I} + 2\mathbf{m}}} \\ r_2 = \pm i\mathbf{w} \sqrt{\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{I} + 2\mathbf{m}}} \end{cases}$$

Dans un matériau isotrope la vitesse de propagation  $c$  d'une onde est indépendante de la direction de propagation, et s'écrit :

$$(Eq. 20) \quad c = \left[ \frac{C_{11} + \sqrt{C_{11}^2}}{2\mathbf{r}} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\mathbf{r}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{I} + 2\mathbf{m}}{\mathbf{r}}}$$

On pose le vecteur d'onde  $k = \frac{\mathbf{w}}{c}$  d'où :

$$(Eq. 21) \quad \begin{cases} r_1 = \pm ik \\ r_2 = \pm ik \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f = e^{\pm ikx} \\ g = e^{\pm ikh} \end{cases}$$

On rappelle que :

$$\begin{cases} f = u_1 + u_2 \\ g = u_1 - u_2 \end{cases}$$

D'où les deux solutions suivantes :

$$\text{(Eq. 22)} \quad \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2}(f + g) = \frac{1}{2}(e^{\pm ikx} + e^{\pm ikh}) \\ u_2 = \frac{1}{2}(f - g) = \frac{1}{2}(e^{\pm ikx} - e^{\pm ikh}) \end{cases}$$

En additionnant les solutions entre elles, on obtient :

$$\text{(Eq. 23)} \quad u_1 = \frac{1}{2}(e^{ikx} + e^{-ikx} + e^{ikh} + e^{-ikh})$$

En soustrayant les solutions entre elles, on obtient :

$$\text{(Eq. 24)} \quad u_2 = \frac{1}{2}(e^{ikx} + e^{-ikx} - e^{ikh} - e^{-ikh})$$

On rappelle que :

$$\mathbf{x} = \frac{(x_1 + x_2)}{\sqrt{2}} \text{ et } \mathbf{h} = \frac{(x_1 - x_2)}{\sqrt{2}}$$

et si on utilise des constantes arbitraires  $A, B, C, D, E, F, G, H$ , on obtient une solution générale de la forme :

$$\text{(Eq. 25)} \quad \begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A e^{ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - B e^{-ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} + C e^{-ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} - D e^{ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \\ u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ E e^{ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - F e^{-ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - G e^{-ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} + H e^{ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \end{cases}$$

L'équation (Eq. 2) indique que les contraintes sont nulles sur les quatre bords, soient :

$$\text{(Eq. 26)} \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{11}(x_1 = \pm L/2) = 0 \\ \mathbf{s}_{22}(x_2 = \pm L/2) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{s}_{12}(x_1 = \pm L/2) = 0 \\ \mathbf{s}_{21}(x_2 = \pm L/2) = 0 \end{cases}$$

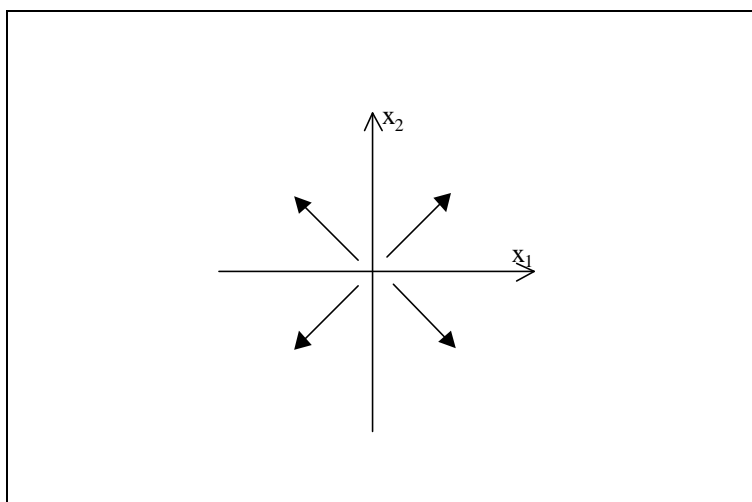
Ceci équivaut à ce que toutes les constantes soient égales et de plus :

$$\text{(Eq. 27)} \quad e^{\frac{2ikL}{\sqrt{2}}} = 1$$

Le champ de déplacement (Eq. 25) se simplifie donc, ce qui donne :

$$(Eq. 28) \quad \begin{cases} u_1 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left[ e^{ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{-ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} + e^{-ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \\ u_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left[ e^{ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{-ik \frac{(x_1+x_2)}{\sqrt{2}}} - e^{-ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} + e^{ik \frac{(x_1-x_2)}{\sqrt{2}}} \right] \end{cases}$$

Etant donné la triple symétrie de la plaque (selon les axes  $x_1$ ,  $x_2$  et le centre), on retrouve l'onde associée au mode de dilatation qui se propage selon les diagonales de la plaque et dont on donne la représentation dans la **Figure B**.



**Figure B** : Ondes polarisées transversales associées au mode de type dilatation.

Pour ce qui concerne la condition établie dans la relation (Eq. 27), elle se simplifie et permet d'obtenir la relation finale donnant l'expression de la fréquence du mode de Lamé dans une plaque carrée de côté  $L$ , soit :

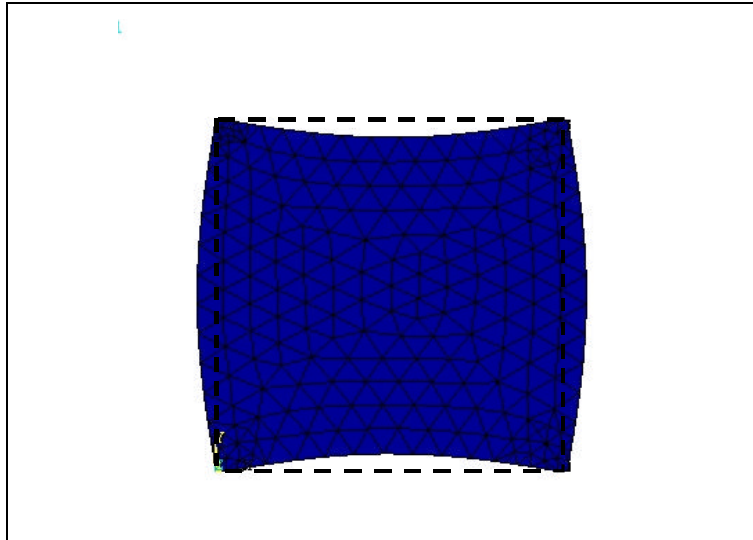
$$(Eq. 29) \quad f = \frac{nc}{L\sqrt{2}}$$

$n$  : nombre entier correspondant au numéro de l'harmonique.

Quant au champ de déplacement final associé à ce mode il s'écrit :

$$(Eq. 30) \quad \begin{cases} u_1 = 2\sqrt{2}A \sin\left(\frac{\mathbf{p} x_1}{L}\right) \cos\left(\frac{\mathbf{p} x_2}{L}\right) \\ u_2 = 2\sqrt{2}A \sin\left(\frac{\mathbf{p} x_2}{L}\right) \cos\left(\frac{\mathbf{p} x_1}{L}\right) \\ u_3 = 0 \end{cases}$$

On déduit de ce champ de déplacement les propriétés énoncées précédemment, c'est-à-dire que les quatre coins de la plaque ainsi que le centre sont des nœuds de vibration. Ceci se traduit par un déplacement nul en ces cinq points. La **Figure C** montre la déformée d'une plaque carrée dans un matériau isotrope et illustre cette propriété.

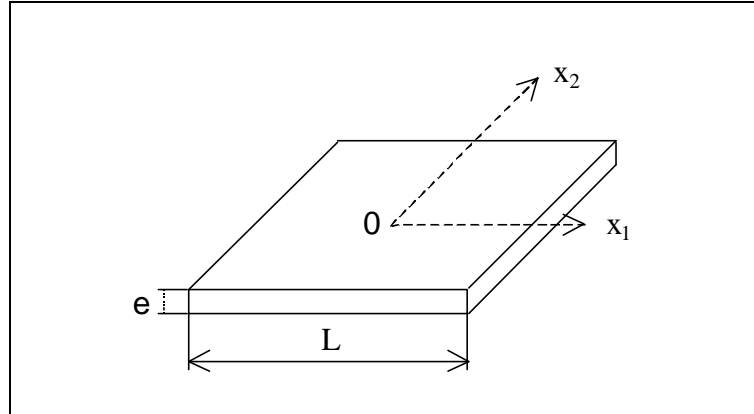


**Figure C** : Déformée de la plaque pour le mode de Lamé.

## ANNEXE IV-2 : Calcul du $l$ dans la formule de Warburton

### Etude des vibrations transversales d'une plaque

On considère une plaque mince libre et non contrainte. Le matériau la composant est supposé isotrope et les dimensions sont un côté  $L$  pour une épaisseur  $e$  (**Figure 1**).



**Figure 1** : Schéma de la plaque carrée pour le calcul des fréquences hors plan.

Le déplacement transverse (hors plan)  $w$  doit satisfaire l'équation de mouvement établie par Love :

$$(Eq. 1) \quad \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{12r(1-n^2)}{E g e^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

Warburton donne une bonne approximation de la fréquence de vibration  $f$  en résolvant l'équation (Eq. 1) par une méthode énergétique [i] :

$$(Eq. 2) \quad f = \frac{I p}{L^2} \sqrt{\frac{g D}{2 r e}}$$

avec

$$D = \frac{E e^3}{12(1-n^2)} : \text{rigidité flexionnelle}$$

$g$  : accélération de la gravité

$I$  : facteur de fréquence dépendant du rang du mode. Il se détermine pour une plaque rectangulaire par la relation analytique proposée par Warburton [i] :

$$(Eq. 3) \quad I^2 = G_x^4 + G_y^4 \frac{a^4}{b^4} + \frac{2a^2}{b^2} [s H_x H_y + (1-s) J_x J_y]$$

avec  $a$  et  $b$  cotés de la plaque. Les différents coefficients utilisés dans la relation (Eq. 3) se calculent à l'aide du **Tableau 1** en fonction des conditions aux limites sur les bords de la plaque de

coté a x b.

| Boundary condition | ----- Freely-supported edge. |                         |   |  | Fixed edge.                 |                         |   |  | Free edge.          |
|--------------------|------------------------------|-------------------------|---|--|-----------------------------|-------------------------|---|--|---------------------|
|                    | m                            | G <sub>x</sub>          | H <sub>x</sub>  | J <sub>x</sub>   | n                           | G <sub>y</sub>          | H <sub>y</sub>  | J <sub>y</sub>   |                     |
| 1                  | 2, 3, 4, ...                 | m-1                     | (m-1) <sup>2</sup>  | (m-1) <sup>2</sup>   | 2, 3, 4, ...                | n-1                     | (n-1) <sup>2</sup>  | (n-1) <sup>2</sup>   | None                |
| 2                  | 2<br>3, 4, 5, ...            | 1.506<br>m-1/2          | 1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]            | 1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]                           | 2<br>3, 4, 5, ...           | 1.506<br>n-1/2          | 1.248<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w]            | 1.248<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w]                           | m-n = ±2, 4, 6, ... |
| 3                  | 0<br>1<br>2<br>3, 4, 5, ...  | 0<br>1.506              | 0<br>1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]       | 0<br>12/w <sup>2</sup><br>5.017<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 6/(m-1/2)w] | 0<br>1<br>2<br>3, 4, 5, ... | 0<br>1.506              | 0<br>1.248<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w]       | 0<br>12/w <sup>2</sup><br>5.017<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 6/(n-1/2)w] | m-n = ±2, 4, 6, ... |
| 4                  | 2, 3, 4, ...                 | m-1/2                   | (m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                     | (m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                                    | 2, 3, 4, ...                | n-1/2                   | (n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(n-1/2)w]                     | (n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(n-1/2)w]                                    | None                |
| 5                  | 2, 3, 4, ...                 | m-1/2                   | (m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                     | (m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                                    | 2, 3, 4, ...                | n-1/2                   | (n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(n-1/2)w]                     | (n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(n-1/2)w]                                    | m ≠ n               |
| 6                  | 2<br>3, 4, 5, ...            | 1.506<br>m-1/2          | 1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]            | 1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]                           | 2, 3, 4, ...                | n-1                     | (n-1) <sup>2</sup>  | (n-1) <sup>2</sup>   | None                |
| 7                  | 2, 3, 4, ...                 | m-1/2                   | (m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                     | (m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                                    | 2, 3, 4, ...                | n-1                     | (n-1) <sup>2</sup>  | (n-1) <sup>2</sup>   | None                |
| 8                  | 1<br>2, 3, 4, ...            | 0<br>m-1/2              | 0<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                | 3/w <sup>2</sup><br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 3/(m-1/2)w]                | 1<br>2, 3, 4, ...           | 0<br>m-1/2              | 0<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w]                | 3/w <sup>2</sup><br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 3/(n-1/2)w]                | None                |
| 9                  | 1<br>2, 3, 4, ...            | 0<br>m-1/2              | 0<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                | 3/w <sup>2</sup><br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 3/(m-1/2)w]                | 1<br>2, 3, 4, ...           | 0<br>m-1/2              | 0<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(n-1/2)w]                | 3/w <sup>2</sup><br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 3/(n-1/2)w]                | m ≠ n               |
| 10                 | 0<br>1<br>2<br>3, 4, 5, ...  | 0<br>1.506              | 0<br>1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]       | 0<br>12/w <sup>2</sup><br>5.017<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 6/(m-1/2)w] | 0<br>1<br>2<br>3, 4, 5, ... | 0<br>1.506              | 0<br>1.248<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w]       | 0<br>12/w <sup>2</sup><br>5.017<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 6/(n-1/2)w] | None                |
| 11                 | 1<br>2, 3, 4, ...            | 0<br>m-1/2              | 0<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(m-1/2)w]                | 3/w <sup>2</sup><br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 3/(m-1/2)w]                | 1<br>2, 3, 4, ...           | 0<br>m-1/2              | 0<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 1/(n-1/2)w]                | 3/w <sup>2</sup><br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 3/(n-1/2)w]                | None                |
| 12                 | 1<br>2<br>3, 4, 5, ...       | 0.597<br>1.494<br>m-1/2 | -0.0870<br>1.347<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w] | 0.471<br>3.284<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 2/(m-1/2)w]                  | 2<br>3, 4, 5, ...           | 0.597<br>1.494<br>m-1/2 | -0.0870<br>1.347<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w] | 0.471<br>3.284<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 2/(n-1/2)w]                  | None                |
| 13                 | 1<br>2<br>3, 4, 5, ...       | 0.597<br>1.494<br>m-1/2 | -0.0870<br>1.347<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w] | 0.471<br>3.284<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 2/(m-1/2)w]                  | 1<br>2<br>3, 4, 5, ...      | 0.597<br>1.494<br>m-1/2 | -0.0870<br>1.347<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w] | 0.471<br>3.284<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 2/(n-1/2)w]                  | m ≠ n               |
| 14                 | 2<br>3, 4, 5, ...            | 1.506<br>m-1/2          | 1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]            | 1.248<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w]                           | 2<br>3, 4, 5, ...           | 1.506<br>n-1/2          | 1.248<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w]            | 1.248<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 6/(n-1/2)w]                           | None                |
| 15                 | 1<br>2<br>3, 4, 5, ...       | 0.597<br>1.494<br>m-1/2 | -0.0870<br>1.347<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(m-1/2)w] | 0.471<br>3.284<br>(m-1/2) <sup>2</sup> [1 + 2/(m-1/2)w]                  | 1<br>2<br>3, 4, 5, ...      | 0.597<br>1.494<br>m-1/2 | -0.0870<br>1.347<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 - 2/(n-1/2)w] | 0.471<br>3.284<br>(n-1/2) <sup>2</sup> [1 + 2/(n-1/2)w]                  | None                |

Tableau 1 : Coefficients utilisés dans l'équation (Eq. 3) [i].

[i] G.B. Warburton, *The vibration of rectangular plates*, Proceedings of the institute of mechanical Engineers, part A, vol. 168, (1954), pp. 371-384.

### ANNEXE IV-3 : Programme ANSYS pour le calcul des fréquences de résonance du microrésonateur à mode de Lamé avec deux attaches et une section trapézoïdale.

```
fini                                k,,a+e+L+e,a+e
/clear                              k,,a+e+L+e,a+e+L
/delete,Espion.list                 k,,a,a+e+L
/output,Espion.list                 k,,a,a+e
/delete,file.err                     k,,0,a+e
/filnam,lame
/prep7                              k,,,ep
/view,1,1,1,1                       k,,a+e,,ep
immed,1                             k,,a+e-d,a+d,ep
/win,all,on                          k,,a+e+L+d,a+d,ep
/auto                                k,,a+e+L,,ep
/title,Resonateur 2 pavés l=%L%m    k,,a+e+L+a+e,,ep
epais=%ep%m e=%e%m                 k,,a+e+L+a+e,a+e,ep
/units,SI                           k,,a+e+L+e-d,a+e-d,ep
/nerr,,200000                       k,,a+e+L+e-d,a+e+L-d,ep
                                     k,,a+d,a+e+L-d,ep
                                     k,,a+d,a+e-d,ep
                                     k,,,a+e,ep

!*Paramètres Géométriques de la Structure*

!Dimension
a=20e-6      !côté des support
e=8e-6       !largeur des points d'attaches
L=325e-6     !côté de la plaque -2e
ep=12e-6     !épaisseur du dispo
d=0.5e-6

!***Propriétés du nickel ***
mp,dens,1,8960
mp,ex,1,195e9
mp,nuxy,1,.34

!***Choix de l'élément***
et,1,72
dof,rotx,roty,rotz

!*GEOMETRIE du MICRORESONATEUR*
!*Coordonnées des points de la structure*
k,,0,0
k,,a+e,0
k,,a+e,a
k,,a+e+L,a
k,,a+e+L
k,,a+e+L+a+e
k,,a+e+L+a+e,a+e

!*Définition des aires*
a,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
a,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24
a,1,2,14,13
a,2,3,15,14
a,3,4,16,15
a,4,5,17,16
a,5,6,18,17
a,6,7,19,18
a,7,8,20,19
a,8,9,21,20
a,9,10,22,21
a,10,11,23,22
a,11,12,24,23
a,12,1,13,24

!*Maillage de la structure*
va,all
vmesh,all
SMRT,6
MSHAPE,1,3D
MSHKEY,0
nummrg,kp,1e-8
```



!\*Conditions aux limites\*

```
asel,all  
asel,r,,3,14,11  
asel,a,,7,8,1  
DA,all,ALL,0
```

!Sauvegarde du modèle

```
waves  
fini  
save
```

!\*\*\*\*\*Solution dynamique\*\*\*\*\*

```
/solu  
antype,modal  
modopt,subsp,35  
mxpand,35  
solve  
fini
```