



**HAL**  
open science

# Modélisation et commande d'un micro-robot hybride, Application à la pose d'endoprothèses aortiques en chirurgie mini-invasive

Yan Bailly

## ► To cite this version:

Yan Bailly. Modélisation et commande d'un micro-robot hybride, Application à la pose d'endoprothèses aortiques en chirurgie mini-invasive. Automatique / Robotique. Université Paris XII Val de Marne, 2004. Français. NNT: . tel-00010033

**HAL Id: tel-00010033**

**<https://theses.hal.science/tel-00010033v1>**

Submitted on 3 Sep 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT de l'Université Paris XII - Val de Marne

présentée par

**Yan BAILLY**

pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITÉ EN SCIENCES**  
**spécialité : robotique, automatique, informatique**

---

## Modélisation et commande d'un micro-robot hybride

-

### Application à la pose d'endoprothèses aortiques en chirurgie mini-invasive

---

soutenue publiquement le 15 Décembre 2004 devant le jury composé de :

Y. AMIRAT	Professeur au LIIA, Université Paris XII	<i>Directeur</i>
A. BENALLEGUE	Professeur au LRV, Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines	<i>Examineur</i>
N. CHAILLET	Professeur au LAB, ENSMM Université de Franche-Comté	<i>Rapporteur</i>
E. DOMBRE	Directeur de recherche CNRS au LIRMM, Université Montpellier II	<i>Rapporteur</i>
C. FRANÇOIS	Maître de Conférences à l'IUT de Cachan, Université Paris Sud	<i>Invité</i>
T. ORTMAIER	Dr.-Ing à l'Institute of Robotics and Mechatronics, DLR	<i>Examineur</i>
T. REDARCE	Professeur au LAI, INSA de Lyon	<i>Examineur</i>



à  
Anne et notre poussin(e), ma famille, mes amis, mes parents,





# Remerciements

---

JE tiens tout d'abord à remercier Yacine Amirat, directeur du LIIA, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et m'avoir dirigé durant ces trois années de thèse.

Un grand merci à Christian François, qui a su conduire le projet initiatique de mes recherches avec rigueur et dévouement.

J'exprime ma profonde reconnaissance aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail :

mes rapporteurs - Messieurs Nicolas Chaillet et Etienne Dombre - qui, en portant un regard critique et pertinent sur mon manuscrit, m'ont permis d'améliorer son contenu et m'ont dessiné de nouvelles perspectives de recherches ;

mes examinateurs - Messieurs Abdelaziz Benallegue, Tobias Ortmaier et Tanneguy Redarce - qui m'ont fait l'honneur de faire partie du jury.

Je remercie également toutes les personnes qui ont contribué à ce travail.

Enfin, ces dernières lignes, indubitablement trop courtes, pour témoigner à ma famille et à mes amis mon incommensurable gratitude :

- mes compagnons de laboratoire, Seb, Monsieur propre<sup>0</sup> du labo, Yacine, déjà docteur es ping-pong, Maud, déjà femme au foyer, les Youbous, Khalil, ...
- mon Cricri d'amour<sup>0</sup>, fan de musiques décalées<sup>1</sup>, Fifi, son bras droit<sup>2</sup>, Nénette<sup>3</sup> et

---

<sup>0</sup>attention, la TV nuit gravement à notre santé!

<sup>1</sup>c'est le terme le plus consensuel que j'ai trouvé pour parler de *Magma*, *SoftMachine*, ...

<sup>2</sup>au sens propre comme au sens figuré

<sup>3</sup>fan des performances live d'impro sur rythmes bontempi

- Claire<sup>4</sup> ;
- Romain<sup>5</sup> et sa Florence<sup>6</sup>, Brice, le comte de palmpocket, Gérard, c'est good foll you<sup>0</sup> le tandoori, Cyril, le don juan du hors piste, et Emilie qui a la tête en bas depuis un an ;
  - les mauresquiens, dont je tairai les noms pour ne pas nuire à leur carrière<sup>7</sup> ;
  - ceux qui sont malheureusement plus loin : Sandy, Scatt, Jean, Etienne, Ju, Milou & Didoun, ...<sup>8</sup>
  - Cécile & Nico, heureux parents de Brenda<sup>9</sup> et Brandon<sup>010</sup>, Charles & Marie und Ihr süBes kleines Mädchen Jeanne<sup>11</sup>, Jojo<sup>12</sup> & Stefou<sup>13</sup>, Patrice & Momo, les pacsés du rail<sup>14</sup>, Dji<sup>15</sup>, Dédé<sup>16</sup>, Tabass & Raph en route pour le sud ;
  - Anne<sup>17</sup>, Papa & Maman<sup>18</sup>, Mimi & Alain<sup>19</sup>, mes petits frères : Kev<sup>20</sup> et Thib<sup>21</sup>, Rem, mon beau-frère<sup>22</sup>, Audrey, ma belle-sœur<sup>23</sup> et toute ma famille.

---

<sup>4</sup>mirlitonne de Montmartre

<sup>5</sup>l'infatigable conteur de la légende du *bon* beaujolais

<sup>6</sup>la seule qui soit duppe

<sup>7</sup>mama, toto, MC Si, ...

<sup>8</sup>vivement la téléportation

<sup>9</sup>Leila

<sup>10</sup>Pablo

<sup>11</sup>c'est pas toujours facile d'être frontaliers :-)

<sup>12</sup>bientôt parisien

<sup>13</sup>bientôt en couple

<sup>14</sup>vive les impôts !

<sup>15</sup>Uckange-Uckange en 12 mn

<sup>16</sup>je crois que j'ai fait une boulette de 3 millions

<sup>17</sup>mon amoureuse

<sup>18</sup>mes parents

<sup>19</sup>mes beaux-parents

<sup>20</sup>celui qui a partagé mon appart<sup>0</sup>

<sup>21</sup>celui qui a piqué ma chambre<sup>0</sup>

<sup>22</sup>sur les traces de son beau-frère

<sup>23</sup>officiellement le 30 juillet à l'église de Saint Privat

# Table des matières

---

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>ix</b>
<b>Table des illustrations</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I De la problématique du traitement endovasculaire des anévrysmes de l'aorte, vers une solution d'assistance chirurgicale robotisée</b>	<b>5</b>
<b>1 Contexte : le traitement endovasculaire des anévrysmes de l'aorte</b>	<b>7</b>
1.1 L'aorte . . . . .	7
1.2 Pathophysiologie de l'anévrysme . . . . .	9
1.3 Thérapeutique mini-invasive . . . . .	11
1.3.1 Introduction . . . . .	11
1.3.2 Description . . . . .	13
1.3.3 Procédure . . . . .	15
1.4 Difficultés opératoires . . . . .	16
<b>2 Système de chirurgie assistée par ordinateur</b>	<b>19</b>
2.1 Système de télé-opération . . . . .	20
2.1.1 Le bloc opératoire . . . . .	21

2.1.2	Le bloc d'unité de contrôle à distance . . . . .	21
2.1.3	Le bloc noyau numérique . . . . .	21
2.1.3.1	Le module de perception . . . . .	22
2.1.3.2	Le module de réalité augmentée . . . . .	22
2.1.3.3	Le module décisionnel . . . . .	22
2.1.3.4	Le module de commande bas niveau . . . . .	23
2.1.4	Conclusion . . . . .	23
2.2	MALICA : Multi Active LInk CAtheter . . . . .	25
2.2.1	Etat de l'art des outils endovasculaires actifs . . . . .	25
2.2.1.1	L'Université de Nagoya . . . . .	25
2.2.1.2	L'Université de Tohoku . . . . .	27
2.2.1.3	L'école supérieure Sant'Anna . . . . .	28
2.2.1.4	L'Université Nationale de Séoul . . . . .	29
2.2.1.5	INSA de Lyon . . . . .	30
2.2.1.6	L'Université Paris 6 . . . . .	31
2.2.1.7	L'Université catholique de Leuven . . . . .	31
2.2.1.8	Synthèse . . . . .	32
2.2.2	Architecture du micro-robot . . . . .	35
2.2.2.1	Spécifications . . . . .	35
2.2.2.2	Prototypes . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Modélisation, identification et commande bas-niveau du dispositif expérimental</b>	<b>39</b>
3.1	Description . . . . .	39
3.2	Les éléments constitutifs de la boucle électro-hydraulique . . . . .	41
3.3	Modélisation des servovalves . . . . .	45
3.3.1	Action du moteur couple . . . . .	46
3.3.2	Etage buses-palette . . . . .	47
3.4	Modélisation de la boucle électro-hydraulique . . . . .	50
3.4.1	Modélisation en régime permanent . . . . .	51
3.4.1.1	Détermination du modèle . . . . .	51
3.4.1.2	Identification des paramètres . . . . .	52

3.4.1.3	Résultats expérimentaux . . . . .	53
3.4.2	Modélisation en régime dynamique . . . . .	56
3.4.2.1	Modèle global . . . . .	56
3.4.2.2	Modélisation autour d'un point de fonctionnement . . . . .	57
3.4.3	Conclusion . . . . .	61
3.5	Asservissement en pression de la boucle électro-hydraulique . . . . .	62
3.5.1	Cahier des charges . . . . .	62
3.5.2	Choix du correcteur . . . . .	62
3.5.3	Mise en œuvre et conclusion . . . . .	65
<b>II</b>	<b>Modélisation et commande de MALICA</b>	<b>67</b>
<b>4</b>	<b>Modèle statique direct</b>	<b>69</b>
4.1	Formalisme et notations . . . . .	70
4.2	Propriétés intrinsèques du micro-robot . . . . .	73
4.3	Module élémentaire en flexion . . . . .	74
4.3.1	Expression de la flexion en fonction des coordonnées généralisées . . . . .	74
4.3.2	Expression de la flexion en fonction des pressions . . . . .	77
4.3.2.1	Approche classique . . . . .	77
4.3.2.2	Application du théorème des moments . . . . .	78
4.3.3	Coordonnées cartésiennes de la plate-forme supérieure . . . . .	80
4.4	Module élémentaire en extension pure . . . . .	81
4.5	Déformation d'un micro-robot . . . . .	82
4.5.1	Matrice de passage homogène . . . . .	82
4.5.2	Simulation . . . . .	84
4.6	Application à MALICA . . . . .	88
4.7	Calibrage du micro-robot . . . . .	91
4.7.1	Introduction . . . . .	91
4.7.2	Méthode de calibrage des paramètres géométriques . . . . .	92
4.7.2.1	Principe . . . . .	92
4.7.2.2	Etape 1 . . . . .	92
4.7.2.3	Etape 2 et 3 . . . . .	93

4.7.3	Conclusion . . . . .	96
4.8	Conclusion . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Modèles différentiels</b>	<b>97</b>
5.1	Modèles différentiels d'un module élémentaire . . . . .	97
5.1.1	Cas non redondant . . . . .	98
5.1.2	Cas redondant . . . . .	99
5.2	Analyse des performances du micro-robot . . . . .	100
5.2.1	Performances globales . . . . .	100
5.2.2	Performances locales . . . . .	101
5.2.3	Règles de conception des micro-robots . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Modèle statique inverse</b>	<b>107</b>
6.1	Consigne d'orientation . . . . .	107
6.2	Résolution du modèle inverse pour un micro-robot . . . . .	109
6.2.1	Approche proposée . . . . .	109
6.2.2	Résultats . . . . .	111
6.3	Application à MALICA . . . . .	116
6.3.1	Positionnement du problème . . . . .	116
6.3.2	Description . . . . .	116
6.4	Conclusion . . . . .	120
<b>7</b>	<b>Commande d'un micro-robot</b>	<b>121</b>
7.1	Description . . . . .	121
7.2	Gestion de la redondance . . . . .	122
7.3	Mise en œuvre . . . . .	123
7.4	Conclusion . . . . .	124
	<b>Conclusion générale</b>	<b>131</b>
	<b>Annexes</b>	<b>133</b>
<b>A</b>	<b>Algorithme de Levenberg-Marquardt</b>	<b>135</b>

<b>B Outils mathématiques</b>	<b>137</b>
B.1 Rappel sur les matrices . . . . .	137
B.1.1 Inverse et pseudo-inverse . . . . .	137
B.1.2 Conditionnement . . . . .	138
B.2 Résolution d'un système d'équations linéaires . . . . .	139
B.2.1 Formulation du problème . . . . .	139
B.2.2 Utilisation de la pseudo-inverse . . . . .	139
B.2.2.1 Décomposition en valeurs singulières (méthode pleine) . . . . .	140
B.2.2.2 Détermination récursive de la pseudo-inverse : théorème de Greville . . . . .	141
<b>C Système de mesure sans contact par vision monoculaire</b>	<b>143</b>
C.1 Le modèle du sténopé . . . . .	143
C.1.1 Modèle géométrique direct de la caméra . . . . .	144
C.1.1.1 Transformation caméra-image . . . . .	144
C.1.1.2 Transformation mire-caméra . . . . .	146
C.1.1.3 Matrice de projection . . . . .	146
C.1.2 Modèle géométrique inverse . . . . .	147
C.2 Calibrage de la caméra . . . . .	148
C.2.1 Formulation du problème . . . . .	148
C.2.2 Méthode de calibrage . . . . .	148
C.3 Méthode de localisation par une cible . . . . .	150
<b>Références bibliographiques</b>	<b>160</b>





# Table des illustrations

---

1.1	Système cardiovasculaire. . . . .	8
1.2	Les gros vaisseaux artériels. . . . .	9
1.3	Radiographies d'anévrismes aortiques. . . . .	10
1.4	Etapes de la mise à plat greffe. . . . .	12
1.5	Différents modèles d'endoprothèses (stentgrafts). . . . .	14
1.6	Phases de largage d'une endoprothèse. . . . .	16
1.7	Disposition finale d'une endoprothèse bifurquée. . . . .	16
2.1	Système de chirurgie mini-invasive assistée par ordinateur. . . . .	24
2.2	Prototype de cathéter présenté dans [Fukuda 94]. . . . .	26
2.3	Prototype de cathéter présenté dans [Guo 95]. . . . .	26
2.4	Segment constitué d'une valve et d'un soufflet [Ikuta 03]. . . . .	26
2.5	Prototype de cathéter présenté dans [Haga 00b]. . . . .	27
2.6	Prototype de cathéter présenté dans [Haga 00a]. . . . .	27
2.7	Prototype de cathéter présenté dans [Muyari 03]. . . . .	28
2.8	Projet MIAS [D'Attanasio 00]. . . . .	28
2.9	Coloscope présenté dans [Kim 03]. . . . .	29
2.10	Cathéter équipé d'hydrojets [Ascari 03]. . . . .	29
2.11	Tête active présenté dans [Chang 02]. . . . .	30
2.12	Endoscope du LAI [Thomann 03b]. . . . .	30
2.13	Endoscope développé au LRP [Szewczyk 00]. . . . .	31
2.14	Tête flexible de coloscope [Peirs 03]. . . . .	32

2.15	Actionneur modulaire [Reynaerts 96]. . . . .	32
2.16	Principe de fonctionnement de MALICA. . . . .	36
2.17	Prototype v.1 de MALICA. . . . .	37
2.18	Evolution des prototypes de MALICA. . . . .	38
3.1	Site expérimental de MALICA. . . . .	40
3.2	Schéma bloc du site expérimental. . . . .	41
3.3	Schéma bloc général d'une voie de la boucle électro-hydraulique. . . . .	41
3.4	Réponses indicielles de la chaîne électro-hydraulique en boucle ouverte. . . . .	44
3.5	Schéma général du type de servovalve utilisée pour alimenter MALICA. . . . .	45
3.6	Pression contrôlée théorique ( $P_c$ ) en fonction du déplacement de la palette ( $\Delta x$ ). . . . .	51
3.7	Validation du modèle du régime permanent. . . . .	55
3.8	Validation du modèle global en régime dynamique. . . . .	57
3.9	Validation des modèles en montée autour d'un point de fonctionnement. . . . .	59
3.10	Validation du modèle en descente autour d'un point de fonctionnement. . . . .	60
3.11	Estimation des coefficients de $\hat{\Theta}_m$ et $\hat{\Theta}_d$ en fonction de $u_{cons}$ . . . . .	61
3.12	Asservissement en pression de la chaîne électro-hydraulique par un correcteur PID numérique. . . . .	63
3.13	Résultats expérimentaux du correcteur PID. . . . .	64
3.14	Asservissement en pression de la chaîne électro-hydraulique avec une boucle d'anticipation et un correcteur PID numérique. . . . .	65
3.15	Fonction de la boucle d'anticipation. . . . .	65
3.16	Résultats expérimentaux du correcteur PID complété par une boucle d'antici- pation. . . . .	66
4.1	Décomposition d'un micro-robot en 3 modules élémentaires. . . . .	70
4.2	Paramètres géométriques d'un module élémentaire. . . . .	72
4.3	Projection d'un M-E dans le plan ( $zOy$ ). . . . .	77
4.4	Repères successifs pour un micro-robot. . . . .	83
4.5	Déformation du micro-robot pour différents jeux de longueurs. . . . .	86
4.6	Espace des positions accessibles du prototype v.2. . . . .	87
4.7	Circonférence accessible par le prototype v.2. . . . .	87
4.8	Evolution de ${}^3\alpha$ en fonction de la projection de ${}^3G$ sur le plan ( $yOz$ ). . . . .	88

4.9	Poses de <i>MALICA</i> . . . . .	90
4.10	Principe de simulation de la méthode de calibrage. . . . .	95
4.11	Influence du nombre de configurations de mesures sur l'erreur d'estimation des paramètres. . . . .	95
5.1	Evolution de ${}^3\alpha$ en fonction de $\varphi$ . . . . .	101
5.2	Critères de performance locale suivant différentes valeurs de $h_1$ . . . . .	104
6.1	Projection dans le plan de courbure du module élémentaire 1. . . . .	108
6.2	Evolution des critères de performances locales suivant les variations de $R$ , pour $\alpha = \frac{\pi}{3}$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . . . . .	111
6.3	Variation de la pose du micro-robot pour une même orientation grâce au critère 6.11. . . . .	112
6.4	Variation de l'inclinaison du micro-robot pour un rayon de courbure constant. . . . .	112
6.5	Application du modèle inverse au suivi de trajectoire dans l'espace de la tâche. Trajectoire 1. . . . .	114
6.6	Application du modèle inverse au suivi de trajectoire dans l'espace de la tâche. Trajectoire 2. . . . .	115
6.7	Poses de <i>MALICA</i> pour une position désirée. . . . .	118
6.8	Poses de <i>MALICA</i> pour une orientation désirée. . . . .	119
7.1	Principe de commande d'un micro-robot. . . . .	122
7.2	Différentes poses de <i>MALICA</i> pendant sa révolution autour de l'axe $Ox$ . . . . .	126
7.3	Influence du rayon de courbure ( $R_d = 7.3e - 3 m$ ). . . . .	127
7.4	Influence du rayon de courbure ( $R_d = 7.2e - 3 m$ ). . . . .	128
7.5	Influence de la pose minimale ( $P_d = 0.9 bars$ ). . . . .	129
7.6	Influence de la pose minimale ( $P_d = 1.8 bars$ ). . . . .	130
C.1	Modèle géométrique du sténopé. . . . .	144
C.2	Reconstruction des points de la mire après calibrage. . . . .	151



# Introduction générale

---

UN anévrisme est une dilatation permanente et localisée d'un vaisseau, avec une perte du parallélisme de ses bords. Le risque principal lié à cette affection vasculaire est la rupture. Elle entraîne dans le cas des anévrismes de l'aorte (AA), le décès du patient dans 80 à 90% des cas. Il s'agit donc d'une pathologie grave et relativement répandue puisque sa prévalence est de 5% chez les hommes de plus de 65 ans et qu'elle croît avec l'âge. En France, on estime à environ 350 000 le nombre de patients concernés.

Le traitement de référence des AA est la technique chirurgicale de «mise à plat-greffe». Cette intervention nécessite une large incision abdominale, des manœuvres de clampage-déclampage et une déperdition sanguine parfois importante. Il s'agit d'une procédure lourde qui implique une convalescence de plusieurs semaines. Grâce aux progrès des méthodes endovasculaires effectuées sous contrôle radiologique, il est désormais possible de recourir à des endoprothèses pour traiter de tels anévrismes. Cette technique mini-invasive a l'avantage d'être moins agressive, de réduire les complications péri-opératoires ainsi que la durée d'hospitalisation et d'être donc moins coûteuse. La prothèse, comprimée dans la gaine extérieure d'un cathéter, est introduite par voie fémorale et poussée par l'opérateur le long de l'aorte jusqu'au point de largage (phase d'approche). A cet endroit, la rétractation de la gaine extérieure permet l'auto-expansion de la prothèse qui se fixe à la paroi aortique (phase de largage).

On rencontre cependant deux difficultés majeures lors de la mise en place de ces endoprothèses. L'une est pré-opératoire, elle réside dans la sélection des patients sur des critères anatomiques et dans le choix des dimensions de l'endoprothèse à poser. L'autre est per- et post-opératoire puisqu'il s'agit de la réalisation du geste. En effet, les cathéters actuellement utilisés sont passifs. Ils provoquent d'importants frottements avec l'aorte pendant la

phase d'approche, risquant de la déchirer, et rendent difficile le placement irréversible de la prothèse. Ce phénomène est également amplifié par le manque de sensations tactiles et d'informations visuelles retournées au chirurgien. Enfin, il est impossible de corriger la position de l'endoprothèse après largage. Si le largage est effectué trop en amont de la zone dilatée par l'anévrisme, il y a risque d'obturation des artères rénales et choc opératoire fatal pour le patient. Si le largage est effectué trop près de la zone de dilatation anévrysmale, ou de biais par rapport à l'axe de la partie cylindrique de l'aorte, l'étanchéité de la prothèse n'est pas assurée. L'anévrisme est mal isolé du flux sanguin, voire pas du tout. Une rupture peut donc survenir ultérieurement.

Sur la base des données expérimentales et cliniques disponibles, il nous a donc semblé qu'une assistance par ordinateur devait être envisagée pour améliorer l'efficacité et la sécurité de cette nouvelle technique médicale, et par là sa qualité globale. Le projet MATEO (Modélisations Artérielles et Thérapeutiques Endovasculaires assistées par Ordinateur) vise à développer de nouveaux outils médicaux. Ces techniques assistent l'opérateur dans le traitement des AA à la fois pour la décision thérapeutique et pour la réalisation du geste opératoire. Ce projet a été soutenu par le MENRT dans le cadre de l'Action Concertée Incitative (ACI) en TéléMédecine et Technologies pour la Santé. MATEO peut ainsi se décomposer en 4 thèmes principaux :

1. imagerie ;
2. micro-robotique ;
3. contrôle/commande ;
4. réalité virtuelle.

L'objectif du thème 1, mené par le LERISS, est le recalage en temps réel de l'image 3D de l'anévrisme sur les images angiographiques 2D disponibles pendant l'opération.

Mes travaux de recherche sont principalement axés sur les thèmes 2 et 3. En effet, la difficulté de ce type d'opération est directement liée à la complexité de la tâche chirurgicale et au chemin à parcourir pour atteindre la région d'intervention. Plus le chemin d'accès est complexe (tissus fragiles, trajectoire sinueuse), plus le cathéter doit être flexible (adaptatif) mais plus il sera difficile à manipuler. Afin de faciliter cette procédure, l'approche préconisée consiste à adjoindre aux cathéters existants un micro-mécanisme compliant actif et à intégrer cet outil dans un système de télé-opération.

Pour optimiser le positionnement de l'endoprothèse, *i.e.* garantir un bon alignement du cathéter avec les parois de l'aorte, le micro-robot doit disposer d'au moins 2 degrés de liberté en inclinaison. Une structure parallèle est alors proposée, avec, pour actionneurs, des soufflets. La variation de pression à l'intérieur de ces derniers modifie leur allongement. La combinaison des allongements entraîne alors la variation de la pose du micro-robot. Du fait de la géométrie du réseau vasculaire et pour augmenter l'angle d'inclinaison, plusieurs micro-robots peuvent être disposés en série. Cette structure série-parallèle, encore appelée structure hybride, est modulaire et permet des configurations complexes du cathéter. Nous appelons donc ce système **MALICA**, acronyme de **M**ulti **A**ctive **L**ink **C**Atheter.

La conception de MALICA a été conduite par C. François. Ses travaux ont abouti à la réalisation de plusieurs prototypes et se sont concrétisés par un brevet [François 00]. Fort de ce nouveau dispositif, l'objectif de cette thèse est de jeter les bases théoriques et expérimentales de sa modélisation et de sa commande. Pour développer les différents aspects abordés, nous structurons ce mémoire en deux parties :

- la première partie est consacrée à la présentation du contexte de cette thèse et des solutions proposées pour l'assistance du geste chirurgical ;
- la deuxième partie traite plus précisément de la modélisation et de la commande en orientation de MALICA.

Dans **le premier chapitre** nous définissons les différents termes médicaux relatifs au traitement des AA. La description de la thérapeutique amène à discuter des difficultés opératoires qu'elle occasionne.

En réponse à cette problématique, nous préconisons une approche décrite dans **le deuxième chapitre**. Nous détaillons d'abord l'architecture du système de télé-opération que nous proposons. Nous dressons ensuite un état de l'art des outils endovasculaires actifs existants afin de justifier la conception de MALICA. Puis nous présentons son architecture ainsi que les différents prototypes développés.

**Le troisième chapitre** concerne la mise en œuvre de l'étage bas niveau du dispositif expérimental. Celui-ci est constitué principalement de servovalves, utilisées pour faire varier la pression dans les soufflets. Nous nous appliquons dans ce chapitre à obtenir un asservissement optimal en pression de la boucle électro-hydraulique. En effet, celui-ci est primordial car il conditionne les performances de MALICA en termes de précision et de dynamique. Cette



étape nécessite au préalable de modéliser et d'identifier la boucle électro-hydraulique.

Ces trois chapitres composent la première partie. **Le quatrième chapitre** entame la seconde. Il décrit la modélisation directe de MALICA. Le formalisme employé et les propriétés intrinsèques du micro-robot sont tout d'abord présentés. Du fait de sa conception à base de soufflets, MALICA est qualifié de micro-robot de style continuum. Les approches classiques de modélisation en robotique, *e.g.* le formalisme de Denavit-Hartenberg, ne s'appliquent pas à ce système. Nous en établissons alors le modèle statique direct généralisable à plusieurs étages, grâce à la formulation analytique de la matrice de passage homogène. Nous étudions ensuite le calibrage statique de MALICA.

Les équations posées au chapitre précédent nous permettent d'établir le modèle différentiel de MALICA dans **le cinquième chapitre**. L'expression de la jacobienne du micro-robot révèle explicitement sa propriété de redondance. Celle-ci sera alors exploitée pour la commande en orientation. L'étude de la jacobienne nous permet également d'analyser les indices de performances du micro-robot et d'énoncer des règles pour sa conception.

Dans **le sixième chapitre**, nous exposons la modélisation statique inverse du micro-robot. La nature de ce dernier nous conduit à résoudre le modèle par l'optimisation d'une fonction objective sous contrainte d'inégalités. Plusieurs fonctions candidates sont présentées et validées. Cette approche est ensuite appliquée à MALICA.

**Le septième chapitre** aborde la mise en œuvre de la commande en orientation de MALICA. Nous optons pour une commande cinématique utilisant la jacobienne inverse établie dans le sixième chapitre. Nous pouvons ainsi gérer la redondance du micro-robot par un module additionnel. Celui-ci pondère la contribution de la jacobienne suivant un critère semblable aux fonctions candidates citées précédemment.

Enfin, un dernier chapitre conclut ce mémoire en dressant un bilan des travaux présentés et en ouvrant de nouvelles perspectives de recherche.

## Première partie

# De la problématique du traitement endovasculaire des anévrysmes de l'aorte, vers une solution d'assistance chirurgicale robotisée



---

## Contexte : le traitement endovasculaire des anévrysmes de l'aorte

---

LA problématique liée au traitement endovasculaire des anévrysmes de l'aorte est à l'origine de cette thèse. Il convient donc au préalable d'en définir ses tenants et ses aboutissants. Nous présentons ainsi, dans ce chapitre, l'aorte puis l'anévrysme. Nous décrivons ensuite cette thérapeutique mini-invasive, pour montrer à la fois ses enjeux mais également les difficultés opératoires qu'elle occasionne.

### 1.1 L'aorte

Le cœur envoie le sang oxygéné, sortant des poumons par les veines pulmonaires, à la périphérie, par l'aorte et ses divisions (figure 1.1). L'aorte est ainsi la plus grosse artère<sup>1</sup> du corps humain. Le diamètre moyen de l'aorte abdominale sous-rénale est de 19 mm chez la femme et de 22 mm chez l'homme.

---

<sup>1</sup>terme qui désigne tous les vaisseaux qui quittent le cœur, ceux qui s'y rendent sont les veines.

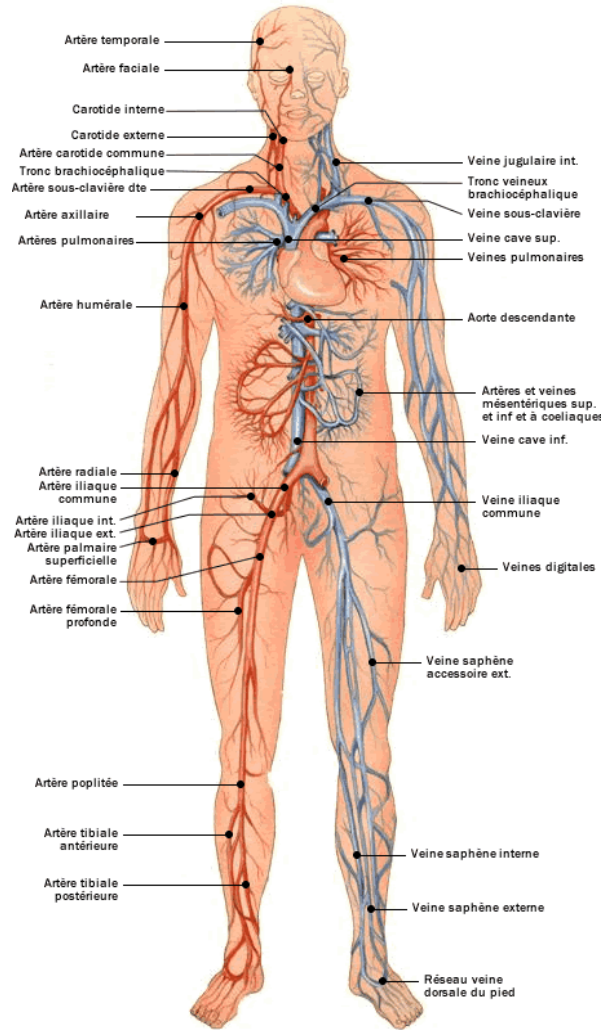


FIG. 1.1 – Système cardiovasculaire.

La paroi de tous les vaisseaux sanguins est constituée des mêmes éléments mais leur importance relative varie suivant le type de vaisseaux. Une paroi vasculaire comprend trois tuniques concentriques, solidement réunies (figure 1.2) :

- *l'intima* est la tunique la plus interne. Elle est constituée d'un endothélium<sup>2</sup> limitant la lumière vasculaire et reposant sur une couche sous-endothéliale de soutien ;
- *la média* est la couche la plus développée dans la plupart des vaisseaux. On distingue des fibres musculaires lisses responsables de la vasomotricité<sup>3</sup>, des fibres élastiques qui

<sup>2</sup>tissu non vascularisé, formé d'une ou de plusieurs assises de cellules étroitement juxtaposées et remplissant des fonctions de revêtement.

<sup>3</sup>fonction régulatrice de la circulation du sang s'effectuant par la variation du diamètre des petites artères.

permettent des déformations transitoires de la paroi assurant ainsi la résistance à la dilatation et des fibres collagènes qui, à l'inverse, s'opposent à des augmentations de volume importantes assurant alors la résistance à la rupture ;

- *l'adventice* reçoit les terminaisons nerveuses contrôlant la vasomotricité et les petits vaisseaux (*vasa vasorum*) qui irriguent la paroi.

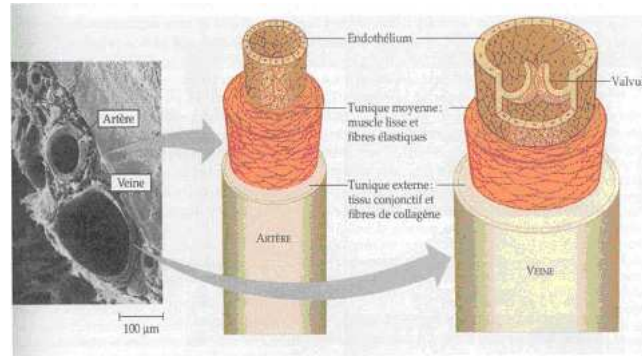


FIG. 1.2 – Les gros vaisseaux artériels.

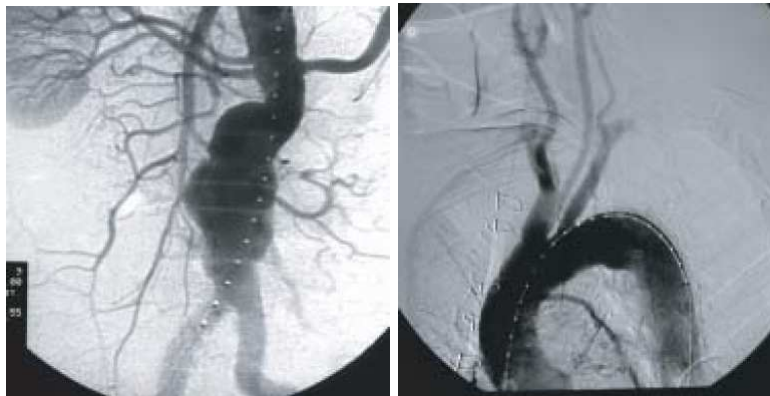
L'aorte est un réservoir à haute pression. Sa média contient de nombreuses fibres élastiques et de collagène. Les maladies aortiques, disséquantes ou anévrysmales, sont en rapport avec une perte partielle ou complète de la fonction de contention du sang à haute pression dans la lumière artérielle<sup>4</sup>. Les dissections peuvent être considérées comme des maladies rupturantes et les anévrysmes comme des maladies dilatantes avec perte de fibres élastiques pariétales.

## 1.2 Pathophysiologie<sup>5</sup> de l'anévrisme

Un anévrisme se définit par une perte du parallélisme des bords et se traduit par une dilatation anormale de l'aorte. Les anévrysmes de l'aorte (AA) sont classés en deux groupes. Les anévrysmes de l'aorte abdominale (AAA), situés au bas de l'aorte, constituent le premier groupe (figure 1.3(a)). Ils commencent généralement sous les artères rénales et peuvent toucher les artères fémorales. Le deuxième groupe d'AA, les anévrysmes de l'aorte thoracique (TAA), sont situés au dessus du diaphragme (figure 1.3(b)).

<sup>4</sup>intérieur de l'artère.

<sup>5</sup>Pathophysiologie : étude des troubles fonctionnels engendrés par la maladie.



(a) AAA

(b) TAA

FIG. 1.3 – Radiographies d'anévrysmes aortiques.

Par ailleurs, il semble communément admis que les AA peuvent être classés en trois catégories [ANAES 99] :

- les anévrysmes de «petite taille» (un diamètre inférieur à 5 cm) ;
- ceux de taille «moyenne» dont le diamètre est compris entre 5 et 7 cm ;
- les anévrysmes dits «larges» d'un diamètre supérieur à 7 cm.

Cette dilatation permanente peut être localisée sous forme de sac (sacciforme) ou de fuseau (fusiforme) d'un vaisseau qui peut atteindre plus d'une fois et demi son diamètre normal. Le diamètre de l'aorte doit dépasser 30mm chez un patient âgé pour qu'elle soit considérée comme anévrysmale. Chez un patient plus jeune (moins de 50 ans), le diamètre de l'aorte abdominale normale ne doit pas dépasser 20mm.

Le risque principal des AA est la rupture, entraînant une hémorragie intra-abdominale et le décès du patient dans 80 à 90% des cas. Il est donc nécessaire d'établir un diagnostic précoce et de traiter la maladie avant ce stade. Actuellement, aux Etats-Unis, l'AAA provoque 15000 décès (2 hommes pour 1 femme) et nécessite près de 40000 interventions chaque année. Il représente ainsi la treizième cause de mortalité. En France, environ 1000 personnes meurent chaque année de rupture d'anévrysmes. Globalement, cette maladie affecte entre 3 et 6% de la population âgée de plus de 65 ans dans les pays développés. Son incidence et sa prévalence<sup>6</sup> sont en augmentation depuis 40 ans [Wilkinson 98][ANAES 99], en raison de l'amélioration des moyens de dépistage mais surtout du vieillissement de la population. En effet, l'augmentation

<sup>6</sup>en médecine, terme qui désigne le nombre de cas de maladie ou de personnes malades ou de tout autre événement tel qu'un accident, existant ou survenant dans une population déterminée.

du diamètre de l'anévrisme est inéluctable du fait des forces s'exerçant sur les parois de l'artère (loi de Laplace) et de l'amincissement progressif de la média (où les fibres d'élastine diminuent). De plus, l'étiologie<sup>7</sup> des anévrismes est mal connue. L'épidémiologie et l'étude de la biochimie de la paroi artérielle ont montré que l'athérosclérose n'était pas le seul facteur en cause dans la survenue de l'AA [Gandhi 90][Anidjar 91]. Une altération de la matrice extracellulaire de la paroi aortique, causée par des facteurs mécaniques ou hémodynamiques<sup>8</sup>, pourrait être en cause. L'hérédité semblerait également intervenir.

La chirurgie vise à prévenir la rupture. Bien que la taille soit un critère déterminant de la rupture anévrysmale et donc de l'indication chirurgicale, l'évolution vers la rupture est assez imprévisible car les petits anévrismes peuvent également se rompre. C'est pourquoi les critères d'évolutivité de la maladie sont tout aussi déterminants que la taille dans l'indication opératoire.

## 1.3 Thérapeutique mini-invasive

### 1.3.1 Introduction

En 1879, Corradi [Blakemore 51] a proposé la thrombose<sup>9</sup> des sacs anévrysmaux à l'aide de spirales métalliques. D'autres utilisent des colles biologiques mais aucune méthode n'a permis de prévenir la rupture. En effet, il ne suffit pas seulement de réaligner les parois de l'aorte dilatée : il faut stopper la maladie de la paroi artérielle et empêcher la rupture.

La chirurgie des AA remonte à plus de cinquante ans : le premier cas de résection<sup>10</sup>-greffe a été rapporté par Charles Dubost en 1952 [Dubost 52]. Il fut le premier à proposer de remplacer l'aorte malade par une aorte cadavre. En 1955, Rob la remplace par une prothèse [Rob 55]. Cette technique chirurgicale de mise à plat-greffe est devenue alors le traitement de référence des AA (figure 1.4). Dans cette indication, après une chirurgie élective, le taux de la mortalité hospitalière ne dépasse pas 4 à 6%. C'est pourquoi les patients atteints d'AAA depuis plus de 5 ans doivent être opérés, car leur survie est prolongée de 92% à 1 an et de 70% à 5 ans [CPAM 02]. Cependant, il s'agit d'une procédure lourde avec suture d'une prothèse

---

<sup>7</sup>étude des causes des maladies; ces causes elles-mêmes.

<sup>8</sup>dynamique vasculaire

<sup>9</sup>coagulation du sang in vivo dans une cavité vasculaire.

<sup>10</sup>ablation, en totalité ou en partie, d'un organe ou d'un tissu malade en conservant ou en rétablissant la fonction de l'appareil dont il fait partie.



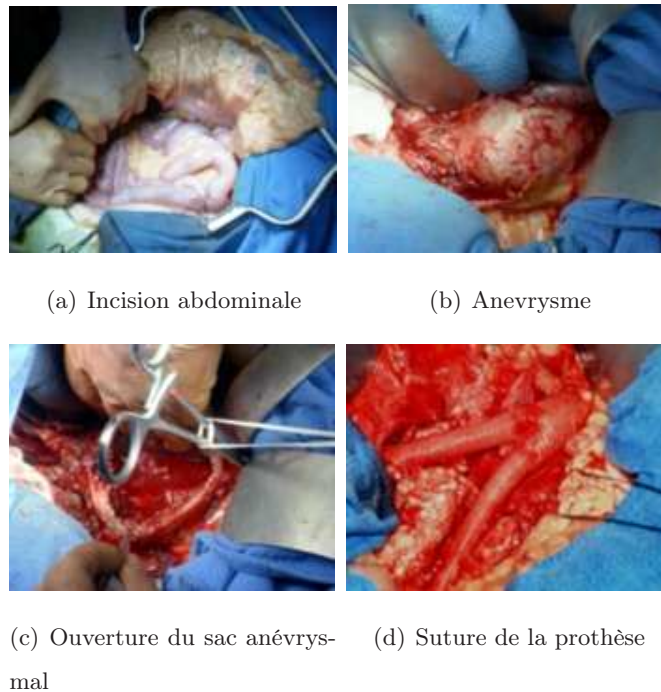


FIG. 1.4 – Etapes de la mise à plat greffe.

en dacron© après ouverture du sac anévrysmal, nécessitant une anesthésie générale et une laparotomie<sup>11</sup> médiane xypho-pubienne. Cette méthode thérapeutique requiert également un abord chirurgical par laparotomie avec clampage<sup>12</sup> aortique et des transfusions sanguines avec leurs risques respectifs. De plus, cette chirurgie est particulièrement mal supportée en cas de rupture (état de choc initial, aggravation de l'hémorragie lors de la laparotomie), ainsi que chez les patients dits à risque en raison d'un état physiologique altéré (insuffisance cardiaque, respiratoire, rénale associée). Dans ces cas, la morbi-mortalité hospitalière est nettement plus importante (> 25%). Cette thérapeutique est également onéreuse car elle nécessite un temps d'hospitalisation long ( 15 jours +/- 8 jours). Enfin, plusieurs études rapportent que près de 15% des patients qui subissent cette opération ont besoin d'une nouvelle intervention [Greenberg 03].

Grâce aux progrès des méthodes endovasculaires<sup>13</sup> effectuées sous contrôle radiologique, il est désormais possible de traiter de tels anévrysmes sans intervention chirurgicale abdominale à l'aide d'endoprothèses réalisant un véritable pontage aorto-bi-iliaque endovasculaire. Réalisée

<sup>11</sup>acte chirurgical consistant à ouvrir la cavité abdominale

<sup>12</sup>méthode consistant à compresser une veine pour un court instant.

<sup>13</sup>endo : préfixe du grec «en dedans»

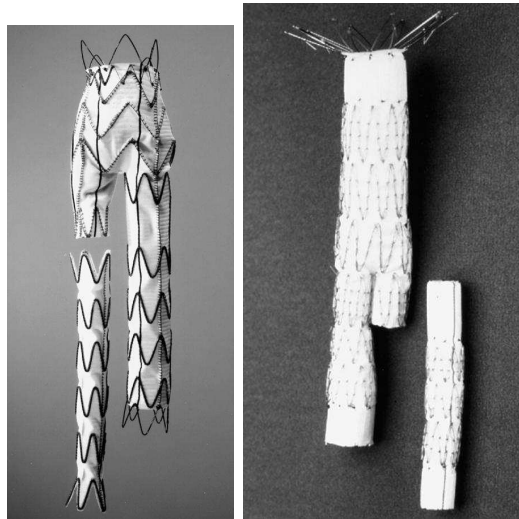
à partir de l'artère fémorale, cette méthode mini-invasive a l'avantage d'être moins agressive, de réduire les complications péri-opératoires ainsi que la durée d'hospitalisation et d'être donc moins coûteuse.

### 1.3.2 Description

Le traitement endoluminal d'un anévrisme de l'aorte sous-rénale a commencé avec les travaux et les applications chez l'homme réalisés par Parodi en 1991 [Parodi 91]. En excluant la poche anévrysmale et en renforçant de façon durable la paroi, l'implantation d'une prothèse endovasculaire vise à protéger l'anévrisme des élévations de pression qui s'exercent à chaque systole sur sa paroi, tout en conservant la perfusion d'aval. À terme, l'objectif est de prévenir la croissance de l'anévrisme et donc sa rupture. Le concept de prothèse endovasculaire qui permet la réalisation d'un véritable pontage endovasculaire a ainsi vu le jour.

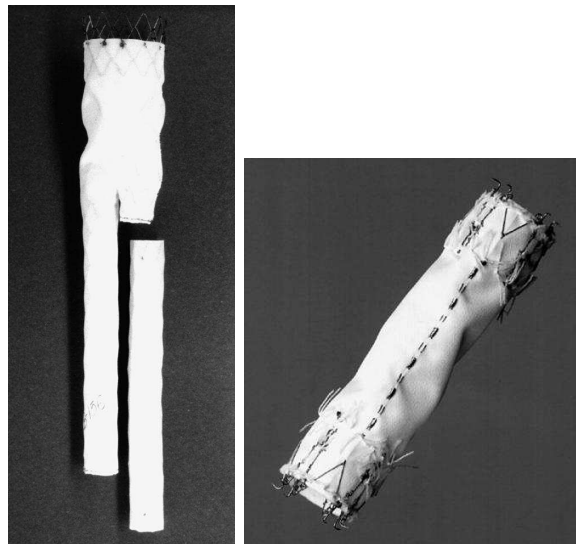
À la suite du système de Parodi, des systèmes tubulaires standard, bifurqués et aorto-mono-iliaque à calibre dégressif ont été développés. Ces systèmes auto-expensibles (figure 1.5) implantés par voie chirurgicale ont véritablement lancé le traitement endovasculaire des AA. L'endoprothèse est constituée d'une partie cylindrique en tissu chirurgical (dacron<sup>®</sup>, Polytetrafluoroéthylène (PTFE), polyuréthane) et d'une partie métallique qui assure la rigidité du système et/ou son ancrage :

- la structure métallique peut être présente sur toute la longueur de l'endoprothèse ou seulement à ses extrémités, assurant une rigidité variable ;
- la structure métallique peut être à l'intérieur du cylindre de tissu ou à l'extérieur. Les fils peuvent aussi être insérés dans le tissu ;
- aux extrémités, elle peut dépasser le tissu et laisser une partie non couverte, ou s'arrêter au niveau du tissu ;
- le système d'ancrage est variable, avec, pour certaines endoprothèses, la présence de crochets qui se fixent dans la paroi de l'aorte.



(a) Talent©

(b) Zenith©



(c) Vanguard©

(d) Ancure©

FIG. 1.5 – Différents modèles d'endoprothèses (stentgrafts).

Outre sa constitution, propre à chaque fabricant, une endoprothèse est caractérisée par :

- sa géométrie : tube droit (adapté aux anévrismes strictement limités à l'aorte abdominale sous rénale ayant un collet proximal et un collet distal suffisants), tube à calibre dégressif (endoprothèse aorto-mono-iliaque nécessitant l'occlusion de l'artère iliaque primitive controlatérale -si elle est perméable- et la réalisation d'un pontage croisé), endoprothèse bifurquée (permettant de reconstituer la bifurcation aortique et de traiter des lésions iliaques associées) ;

- son diamètre : fixe ou variable ;
- sa longueur : fixe ou modulaire ;
- son système d'introduction : diamètre, profil, souplesse, facilité de manipulation, étanchéité ;
- son système de largage : endoprothèse expansible par ballonnet ou auto-expansible.

Chaque configuration possible semble avoir des avantages et des inconvénients : une endoprothèse tubulaire monopièce est plus facile à mettre en place, mais une fois positionnée, sa stabilité dans le temps est inférieure à celles des autres configurations [May 98].

Les progrès récents de la radiologie interventionnelle ont aussi contribué très largement à l'essor des techniques endovasculaires de pontage-exclusion par endoprothèse dans le traitement des maladies aortiques et plus précisément des AA. La réalisation de prothèses sur mesure est nécessaire. Elle est rendue possible par les images scanner ou IRM. La prothèse sera ensuite insérée dans le corps du patient à l'aide d'un cathéter introduit par voie fémorale et amené dans l'artère abdominale jusqu'à la zone de largage.

### 1.3.3 Procédure

L'opération se déroule sous anesthésie locorégionale (parfois générale) et sous imagerie 2D de rayons X. La mise en place de ces systèmes requiert un travail en équipe associant les compétences d'un radiologue interventionnel et d'un chirurgien vasculaire.

La prothèse, comprimée dans la gaine extérieure d'un cathéter, est introduite par voie fémorale et poussée par l'opérateur le long de l'aorte jusqu'au point de largage (phase d'approche). A cet endroit, la rétractation de la gaine extérieure permet l'auto-expansion de la prothèse qui, munie de parties métalliques à ses extrémités, se fixe à la paroi aortique en amont de l'anévrisme (phase de largage) (figure 1.6 et 1.7). Le déploiement de l'endoprothèse se poursuit jusqu'au retrait complet de la gaine extérieure qui permet une fixation à la paroi aortique située en aval de l'anévrisme.

L'introduction d'un produit de contraste dans l'aorte en amont de la prothèse permet de vérifier que le flux sanguin est dérivé totalement à l'intérieur de l'endoprothèse et que la poche anévrysmale est exclue, pour éviter tout risque de rupture.

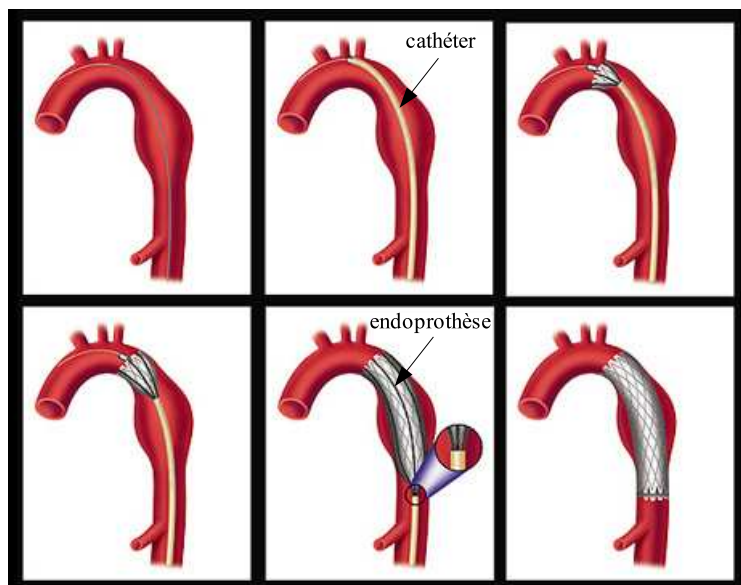


FIG. 1.6 – Phases de largage d'une endoprothèse.

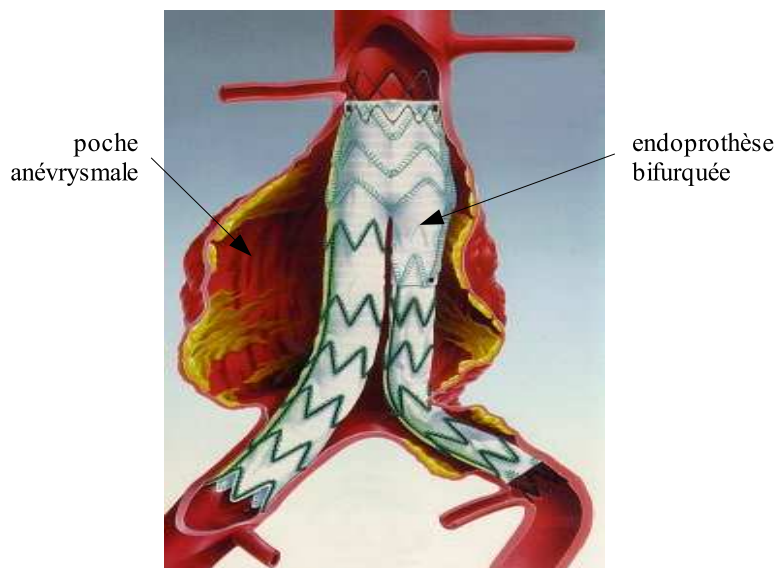


FIG. 1.7 – Disposition finale d'une endoprothèse bifurquée.

## 1.4 Difficultés opératoires

En juin 2000, l'AFSSAPS (Agence Française de Sécurité Sanitaire des Produits de Santé) a créé un groupe de travail chargé d'évaluer les bénéfices et les risques liés à l'utilisation des

endoprothèses aortiques et d'aborder toute question relative à l'évaluation et à l'utilisation des endoprothèses aortiques dans le cadre des AAA. Ses résultats, publiés en 2001, indiquent que la plupart des séries montrent une diminution de la morbidité péri-opératoire et du séjour en unités de soins intensifs et à l'hôpital ainsi qu'un retour plus rapide des malades à une vie active [CPAM 02].

Or il apparaît, au vu des premiers résultats et de la documentation récente, que deux difficultés principales sont rencontrées au cours de la mise en place de ces endoprothèses. L'une est pré-opératoire et concerne la sélection des patients sur des critères anatomiques ainsi que le choix des dimensions de l'endoprothèse à implanter. L'autre est per- et post-opératoire et concerne la réalisation du geste. En effet, les cathéters actuellement utilisés sont passifs. Ils causent ainsi d'importants frottements avec l'aorte pendant la phase d'approche, risquant de la déchirer, et rendent difficile le placement irréversible de la prothèse. Ce phénomène est également amplifié par le manque de sensations tactiles et d'informations visuelles retournées au chirurgien. Enfin, il est impossible de corriger la position de l'endoprothèse après largage. Si le largage est effectué trop en amont de la zone dilatée par l'anévrisme, il y a risque d'obturation des artères rénales et choc opératoire fatal pour le patient. Si le largage est effectué trop près de la zone de dilatation anévrysmale, ou de biais par rapport à l'axe de la partie cylindrique de l'aorte, l'étanchéité de la prothèse n'est pas assurée. L'anévrisme est alors mal isolé du flux sanguin, voire pas du tout. Une éventuelle rupture peut donc survenir ultérieurement [Greenberg 03].

Sur la base des données expérimentales et cliniques disponibles, il nous a donc semblé qu'une assistance par ordinateur devait être envisagée pour améliorer l'efficacité et la sécurité de cette nouvelle technique médicale, et par là sa qualité globale. Le projet MATEO (Modélisations Artérielles et Thérapeutiques Endovasculaires assistées par Ordinateur) vise à développer de nouveaux outils médicaux. Ces techniques assistent l'opérateur dans le traitement des AA à la fois pour la décision thérapeutique et pour la réalisation du geste opératoire. Ce projet a été soutenu par le MENRT dans le cadre de l'Action Concertée Incitative (ACI) en TéléMédecine et Technologies pour la Santé.



---

# Systeme de chirurgie assistée par ordinateur

---

LA robotique médicale est un champ d'application relativement récent puisque la première application médicale pour un robot date de 1985 [Kwoh 88], la deuxième de 1987 [Benabid 87]. L'association de ces deux disciplines a été motivée par des besoins cliniques :

- augmenter l'efficacité des thérapeutiques et des diagnostics ;
- augmenter la sécurité pour le patient et pour l'équipe chirurgicale ;
- augmenter le confort du patient (moins de douleur et de traumatismes, une période d'hospitalisation et de convalescence réduite) ;
- et diminuer les coûts.

Mais cette avancée technologique implique de nouveaux problèmes [Troccaz 03, Ortmaier 03] :

- la perception directe (tactile et visuelle) du chirurgien est réduite ;
- la dextérité est diminuée (moins de DOF, cinématique du trocart) ;
- les zones d'opérations sont de plus en plus petites ;
- la période d'entraînement est longue.

Pour pallier ces inconvénients, les systèmes mini-invasifs robotisés (MIRS) requièrent alors :

- un retour tactile des tissus vers le chirurgien ;



- un retour kinesthésique<sup>1</sup> des instruments (forces de préhension et de manipulation) ;
- un contrôle cartésien pour la coordination oeil-main ;
- une manipulabilité complète (6 DOF) à l'intérieur du patient ;
- une architecture mécanique redondante pour faciliter sa mise en place dans la salle d'opération et réduire son pouvoir envahissant ;
- des fonctions d'assistance (maintien d'instruments, suggestion de choix thérapeutiques, ...)
- des fonctions de sécurité.

L'ensemble de ces éléments doit ainsi permettre le transfert de la stratégie chirurgicale vers le système robotisé, facilitant alors la coopération entre l'homme et la machine. Les objectifs d'une assistance par ordinateur pour ce type d'intervention médicale sont d'aider les chirurgiens à utiliser ces nouvelles données multi-modales pour rendre un diagnostic précis, planifier et exécuter une opération avec dextérité, tout en maintenant l'objectif principal fixé : *une valeur clinique ajoutée*.

Au vu des difficultés énumérées au paragraphe 1.4 et en accord avec l'ACI, nous proposons un nouveau système de chirurgie mini-invasive assistée par ordinateur. Celui-ci est axé sur deux composants principaux :

- le système de télé-opération ;
- l'instrument robotisé, *i.e.* le cathéter actif.

Pour justifier cette contribution, nous étudions en particulier les différents outils endovasculaires actifs existants.

## 2.1 Système de télé-opération

Le système de télé-opération est illustré figure 2.1. Il est constitué de trois blocs naturellement différenciés par leur position géographique. Le premier bloc regroupe l'ensemble des instruments en contact direct avec le patient. Le deuxième bloc réunit les éléments informatiques et le troisième bloc regroupe les instruments disponibles pour le chirurgien [Bailly 04a].

---

<sup>1</sup>qui concerne la sensation de mouvement des parties du corps

### 2.1.1 Le bloc opératoire

Ce bloc regroupe tous les appareils utilisés pour l'opération, notamment l'instrument chirurgical robotisé, spécifique à chaque thérapeutique. Celui-ci est porté par un robot de positionnement et/ou d'insertion. Dans le cas de MALICA, il devra fournir au cathéter un DDL en translation à l'intérieur du patient pour permettre sa progression dans le réseau vasculaire. De plus, pour permettre au robot de maintenir le point d'entrée des instruments (sans restreindre l'espace opératoire pour l'équipe médicale et posséder une manœuvrabilité maximale) son architecture sera redondante [Ortmaier 03].

### 2.1.2 Le bloc d'unité de contrôle à distance

Le moniteur et l'interface haptique sont les seuls liens entre le chirurgien et le patient. Le chirurgien pilote MALICA par l'intermédiaire d'une interface haptique fournissant :

- des fonctions de filtrage des gestes qui augmentent la précision du positionnement de la prothèse ;
- un retour d'efforts qui permet (i) une interaction chirurgien-robot pour protéger entre autres les zones sensibles et accompagner la manœuvre de largage, (ii) une interaction chirurgien-patient qui transmet les forces de contact entre les outils chirurgicaux et les organes.

Cette interface devra être propre à chaque outil chirurgical. En effet, leur conception spécifique, *e.g.* instrument redondant, ne permet pas d'envisager leur commande avec des systèmes standard, *e.g.* le système Phantom<sup>©</sup><sup>2</sup>. MALICA requiert donc le développement d'une interface de commande spécifique. Il faudra apporter un soin tout particulier à sa conception pour que son ergonomie rende la manipulation du cathéter intuitive et qu'elle soit ainsi facilement acceptée par le chirurgien.

### 2.1.3 Le bloc noyau numérique

Dans la phase pré-opératoire, le patient passe un scanner. On obtient ainsi une série d'images qui sont ensuite traitées pour fournir au chirurgien des vues 2D et 3D de l'anévrisme et du système vasculaire. Grâce à une interface homme-machine (IHM) dédiée, il pourra spécifier des zones où l'intrusion est interdite et la position de largage de l'endoprothèse. Il

---

<sup>2</sup><http://www.sensable.com>

pourra également modifier ou valider la trajectoire générée par le système d'assistance au positionnement [Ghembaza 04].

### 2.1.3.1 Le module de perception

Il est chargé de collecter toutes les informations sur l'état du système et de son environnement, de fusionner l'ensemble de ces données multi-modales (recalage 2D/3D, segmentation, filtrage, etc ...) et de les traiter afin qu'elles puissent être utilisées par d'autres modules. Dans le cas de notre application, ces travaux sont réalisés par une autre équipe de recherche [Raji 02].

### 2.1.3.2 Le module de réalité augmentée

Avec l'essor des techniques mini-invasives, des outils de plus en plus performants et miniaturisés sont développés. La manipulation directe de ces outils par le chirurgien est impossible. Il faut donc développer un système d'assistance à la commande avec un retour pertinent d'informations visuelles et tactiles transmises par le bloc d'unité de contrôle à distance. Ce module présente ainsi au chirurgien des informations appropriées issues du module de perception (*e.g.* anévrisme en 3D) et du module décisionnel (*e.g.* la stratégie opératoire). La présence du chirurgien dans la boucle de contrôle nécessite en effet de disposer d'informations pertinentes pour la supervision et la prise de décision [Djouani 02].

### 2.1.3.3 Le module décisionnel

L'analyse de la thérapeutique employée révèle plusieurs difficultés notamment l'existence de deux modes de contrôle : un mode manuel et un mode semi-automatique [Ku 96]. Le deuxième mode implique [Saadia 99] :

- l'adaptation de la géométrie du cathéter à la forme de l'artère et son contrôle en effort ;
- l'adaptation de la compliance du cathéter à la variation des paramètres de l'environnement.

Ce module calcule donc la trajectoire optimale du cathéter et transmet les consignes au module de commande bas niveau. Il est constitué de plusieurs couches indépendantes qui ont chacune une tâche spécifique à accomplir :

- évitement d'obstacles ;

- contrôle des déplacements (faisabilité des trajectoires) ;
- transformation des coordonnées ;
- prise en compte de la consigne du chirurgien.

Selon un degré d'importance différent pour chacune, il doit à chaque pas de temps :

- définir la configuration du robot ;
- générer les consignes du module de commande bas niveau et de réalité augmentée ;
- gérer les conflits d'intérêts entre les différentes couches [Häusler 97].

De plus, son architecture doit être suffisamment modulable pour permettre l'intégration de couches supplémentaires, *e.g.* gestion de nouveaux instruments.

#### 2.1.3.4 Le module de commande bas niveau

Il s'applique à maintenir la consigne de position du robot de placement et celle d'orientation du cathéter données par le module décisionnel en fonction des informations délivrées par le module de perception. Ces performances sont cruciales car elles assurent la précision de la tâche à effectuer.

#### 2.1.4 Conclusion

Le protocole de communication en charge de relier ces trois blocs doit inclure un mécanisme de traitement d'erreur pour garantir la sécurité du patient dans le cas d'une défaillance d'un des éléments de cette chaîne [Alvarez 01]. Cela passe notamment par la redondance des modules numériques et leur gestion en temps réel. Ces différentes contraintes doivent être prises en compte pour la certification et la validation d'un tel système.

Actuellement en cours de développement, ce système était initialement prévu pour le traitement des anévrismes de l'aorte. Cependant, l'essor important de la robotique chirurgicale nous a incité à modifier sa structure pour définir une architecture générique. Modulable et normé, ce système permettra à chaque équipe de développer ses propres modules (hardware et/ou software), réduisant ainsi considérablement les délais d'intégration et de validation [Taylor 03].

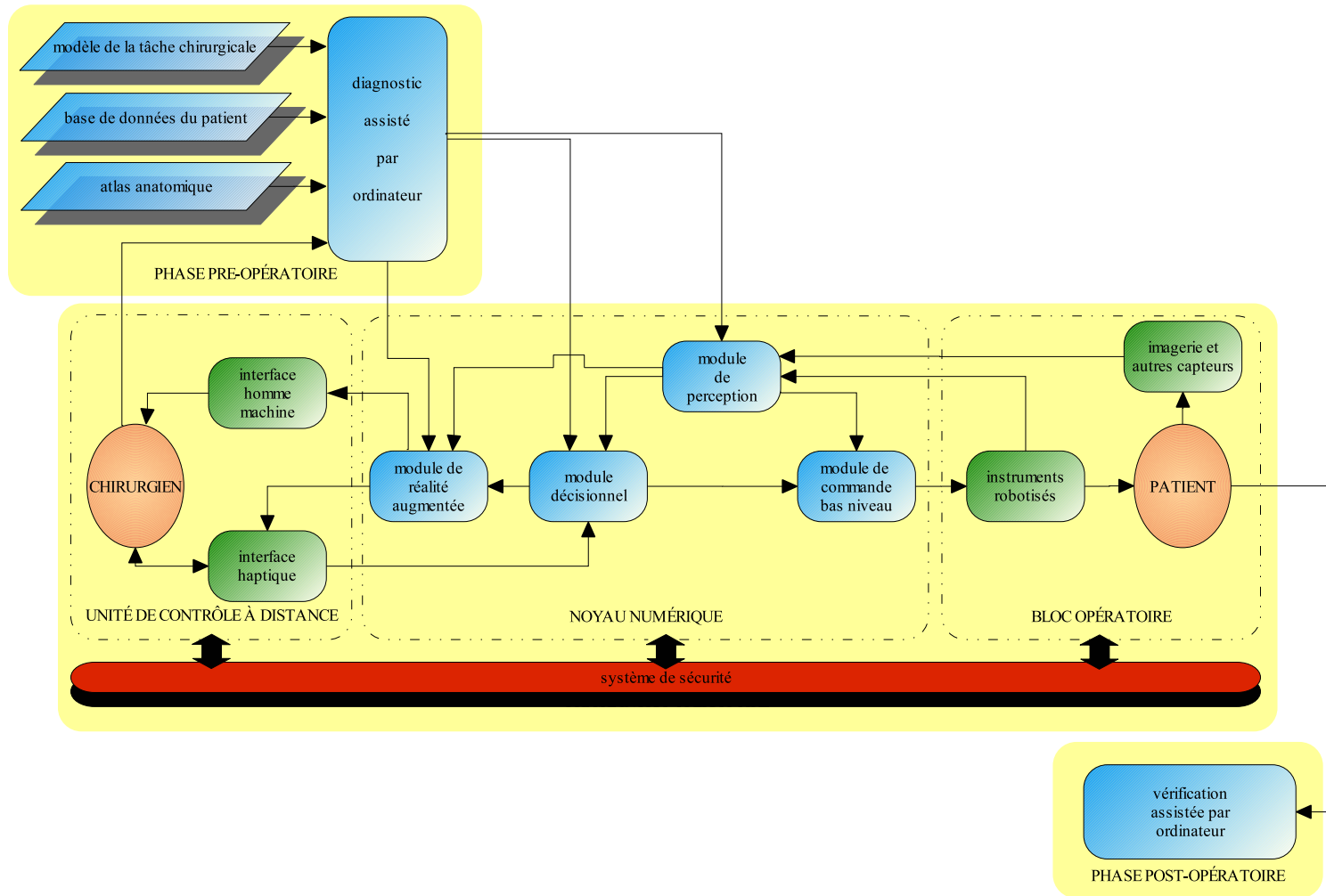


FIG. 2.1 – Système de chirurgie mini-invasive assistée par ordinateur.

## 2.2 MALICA : Multi Active LInk CAtheter

Dans le contexte global du projet, un point primordial a consisté à concevoir un nouveau micro-mécanisme actif flexible selon les exigences développées au paragraphe 1.4. Ce micro-robot permettra de faciliter la manipulation du cathéter dans la phase d'approche et d'assister l'opérateur dans la phase de largage. Il convient au préalable de dresser l'état de l'art des outils endovasculaires actifs.

### 2.2.1 Etat de l'art des outils endovasculaires actifs

Une grande variété de nouveaux outils chirurgicaux robotisés existe. On trouve ainsi dans la littérature plusieurs «reviews» de ces systèmes de chirurgie assistée par ordinateur [Taylor 03, Dario 03, Cleary 01]. Dans ce paragraphe, nous nous attarderons donc sur les projets, à l'instar du notre, développés pour la chirurgie mini-invasive et plus particulièrement pour les techniques d'exploration-opération par voie naturelle.

#### 2.2.1.1 L'Université de Nagoya

L'équipe du Pr. Fukuda développe un micro-cathéter actif muni de câbles en alliage à mémoire de forme (AMF) [Fukuda 94]. Disposés sur une base circulaire à  $120^\circ$  les uns par rapport aux autres, ces AMF se contractent individuellement sous l'action d'un courant électrique. Ils assurent ainsi un mouvement du cathéter en 3 dimensions. L'inclinaison maximale est de  $80^\circ$  si l'on associe 3 unités élémentaires en série (figure 2.2). Le dispositif a alors un diamètre extérieur de 2 mm et une longueur de 70 mm.

[Guo 95] propose un cathéter équipé d'un actionneur en forme de poutre à base d'ICPF (film polymère à conduction ionique) sur sa partie terminale (figure 2.3(a)). Ce dernier se courbe du côté de l'anode lorsque l'on applique une tension, produisant ainsi un déplacement latéral maximal de 0,468 mm (figure 2.3(b)). Le prototype, de 2 mm de diamètre et 20 mm de longueur, possède un degré de liberté (DDL).

[Ikuta 03] décrit un cathéter constitué d'un enchaînement de segments actifs indépendants. Chacun de ces segments est formé d'un soufflet alimenté par un nouveau type de micro-valves embarquées (figure 2.4). Un prototype a été réalisé avec deux segments disposés en série à l'intérieur d'une gaine de 3 mm de diamètre extérieur, chaque segment mesurant 40 mm de long. Ce dispositif possède donc 2 DDL.

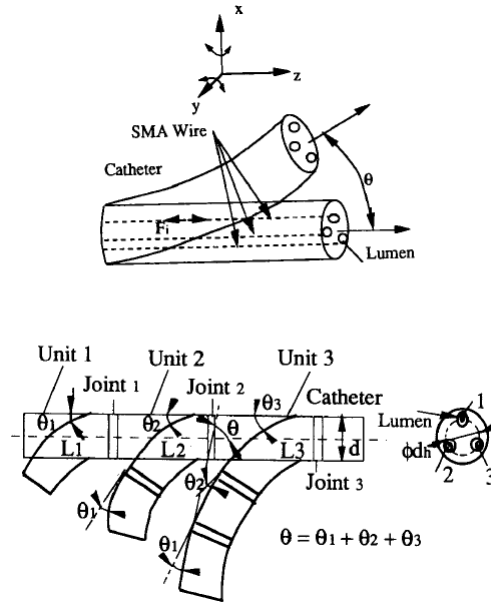


FIG. 2.2 – Prototypé de cathéter présenté dans [Fukuda 94].

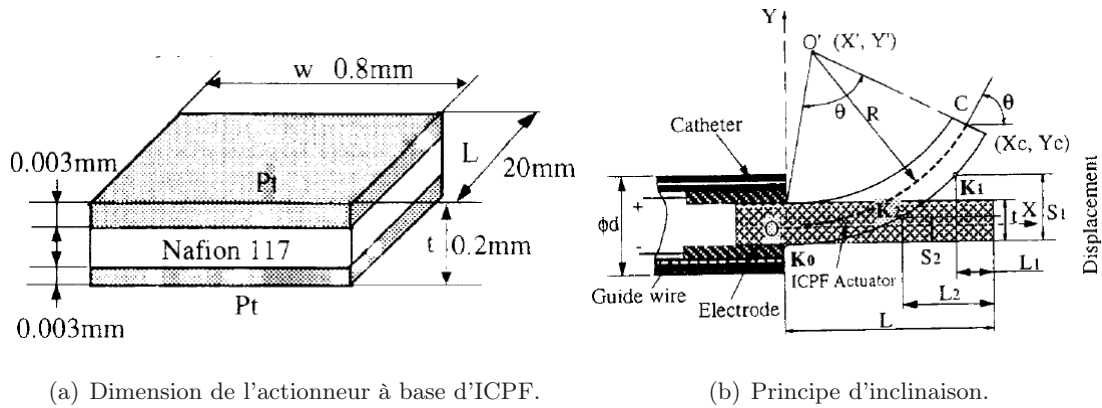


FIG. 2.3 – Prototypé de cathéter présenté dans [Guo 95].

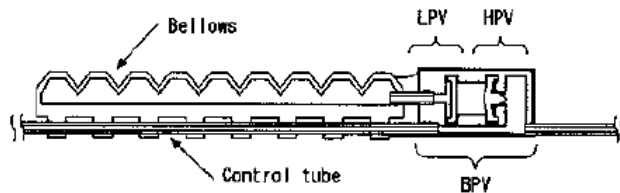


FIG. 2.4 – Segment constitué d'une valve et d'un soufflet [Ikuta 03].

### 2.2.1.2 L'Université de Tohoku

L'unité MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) a développé plusieurs prototypes de cathéters actifs. Dans [Haga 00b], trois bobines en AMF sont fixées sur une bobine en acier. Le dispositif possède ainsi 3 DDL en appliquant un courant sur les actionneurs disposés à  $120^\circ$  (figure 2.5). Le diamètre extérieur et la longueur de ce mécanisme sont respectivement de 1,6 mm et 19 mm, pour atteindre une courbure maximale de  $45^\circ$ .

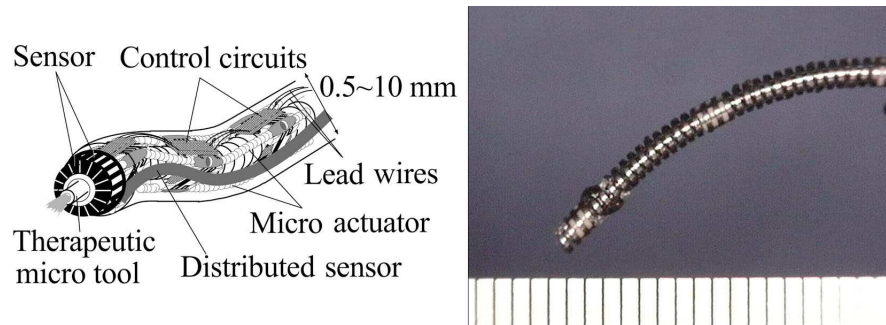
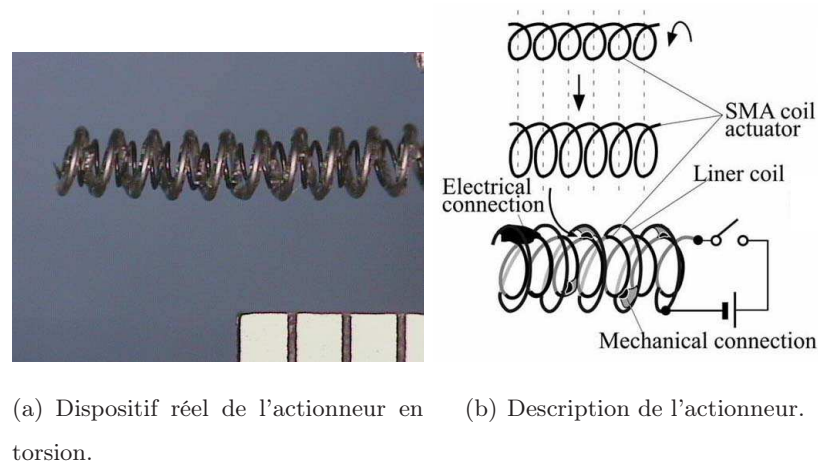


FIG. 2.5 – Prototype de cathéter présenté dans [Haga 00b].

Dans [Haga 00a], en collaboration avec Mitsubishi Cable Industries Ltd, les auteurs décrivent un cathéter actif en torsion (figure 2.6). Les mouvements à 1 DDL sont obtenus par des bobines en AMF. Le cathéter a un diamètre extérieur de 1,3 mm pour une longueur active de 7 mm, offrant une rotation de  $70^\circ$ .



(a) Dispositif réel de l'actionneur en torsion. (b) Description de l'actionneur.

FIG. 2.6 – Prototype de cathéter présenté dans [Haga 00a].

Dans [Muyari 03], l'extrémité du cathéter (constituée d'alliage super élastique et de tubes



en silicone) se courbe sous l'action de l'aspiration du fluide dont elle est remplie (figure 2.7). L'architecture contraint la courbure dans une unique direction, n'offrant qu'un DDL. Les performances dépendent du nombre d'anneaux qui constituent cette partie active.

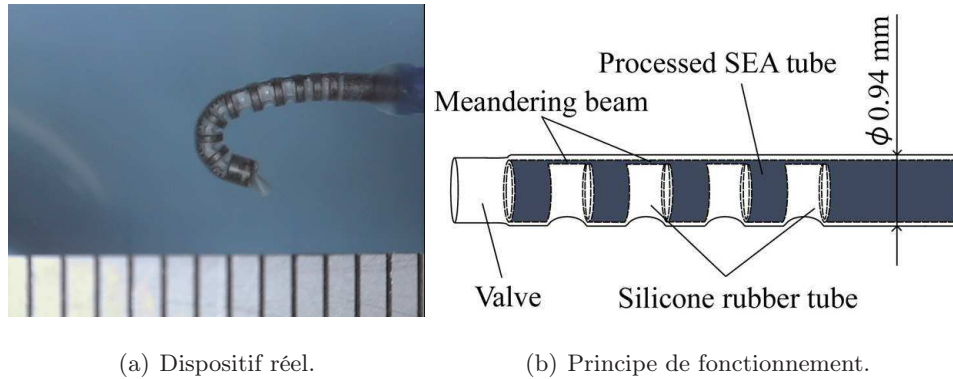


FIG. 2.7 – Prototype de cathéter présenté dans [Muyari 03].

### 2.2.1.3 L'école supérieure Sant'Anna

Le laboratoire CRIM (Center of Research In Microengineering) travaille sur un endoscope mécatronique manuel réalisé pour le projet MIAS (chirurgie articulaire mini-invasive) [D'Attanasio 00]. Son extrémité active est constituée d'éléments liés par des liaisons pivots, actionnées par deux câbles (figure 2.8). L'endoscope possède ainsi un DDL pour un diamètre extérieur de 4,5 mm.

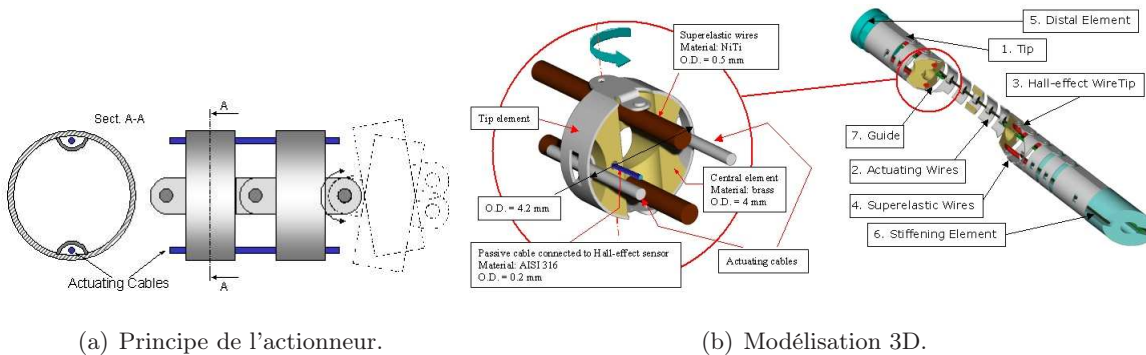


FIG. 2.8 – Projet MIAS [D'Attanasio 00].

En collaboration avec des chercheurs coréens, un coloscope avec une tête active a été développé par [Kim 03]. Sur le principe de 3 soufflets disposés à 120°, l'ensemble a un diamètre

extérieur de 7 mm pour une longueur de 13 mm au repos. L'inclinaison maximale est de 45° sous 0,8 bar (figure 2.9).

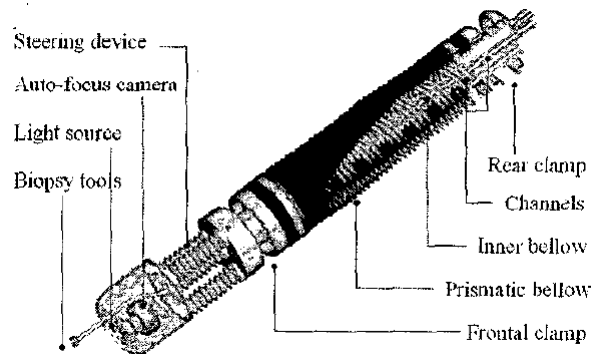


FIG. 2.9 – Coloscope présenté dans [Kim 03].

[Ascari 03] présente un micro-endoscope actif pour la micro-neuro-endoscopie de la moelle épinière (projet MiNOSC). Le milieu particulier concerné (le fluide cérébro-spinal) a amené les auteurs à développer un système original de sustentation par hydrojets. La compliance de l'endoscope est ainsi obtenue grâce aux forces de réaction des jets sur les parois (figure 2.10).



FIG. 2.10 – Cathéter équipé d'hydrojets [Ascari 03].

#### 2.2.1.4 L'Université Nationale de Séoul

Les chercheurs de l'Université Nationale de Séoul ont développé un micro-cathéter pour la chirurgie mini-invasive intravasculaire [Chang 00a, Chang 02]. L'actionneur est composé de 3 ressorts en AMF de type zigzag, placés à 120°. La rigidité de l'ensemble peut être augmentée

par l'ajout de câbles en AMF. Le diamètre extérieur du cathéter est de 3 mm pour une longueur de 1000 mm avec un canal intérieur de 2 mm, permettant une inclinaison de 90° (figure 2.11).



FIG. 2.11 – Tête active présentée dans [Chang 02].

#### 2.2.1.5 INSA de Lyon

Le Laboratoire d'Automatique et d'Informatique travaille sur une tête d'endoscope active. Celle-ci est constituée de soufflets métalliques disposés à 120°, alimentés par de l'énergie pneumatique (figure 2.12). Le prototype mesure 25 mm de diamètre pour 88 mm de long, et peut s'incliner de 23° sous une pression de 1 bar [Thomann 03b].



FIG. 2.12 – Endoscope du LAI [Thomann 03b].

### 2.2.1.6 L'Université Paris 6

Le prototype d'endoscope développé au Laboratoire de Robotique de Paris [Szewczyk 00, Kühl 02] est une structure rigide polyarticulée de 8 mm de diamètre avec un canal de travail de 5,4 mm (figure 2.13(a)). La structure mécanique est formée par une succession d'anneaux liés entre eux par des liaisons pivots. Chaque lien est actionné par deux ressorts en AMF antagonistes. Pour permettre des mouvements complexes dans l'espace 3D, les anneaux sont orientés alternativement à  $90^\circ$  les uns par rapport aux autres (figure 2.13(b)).

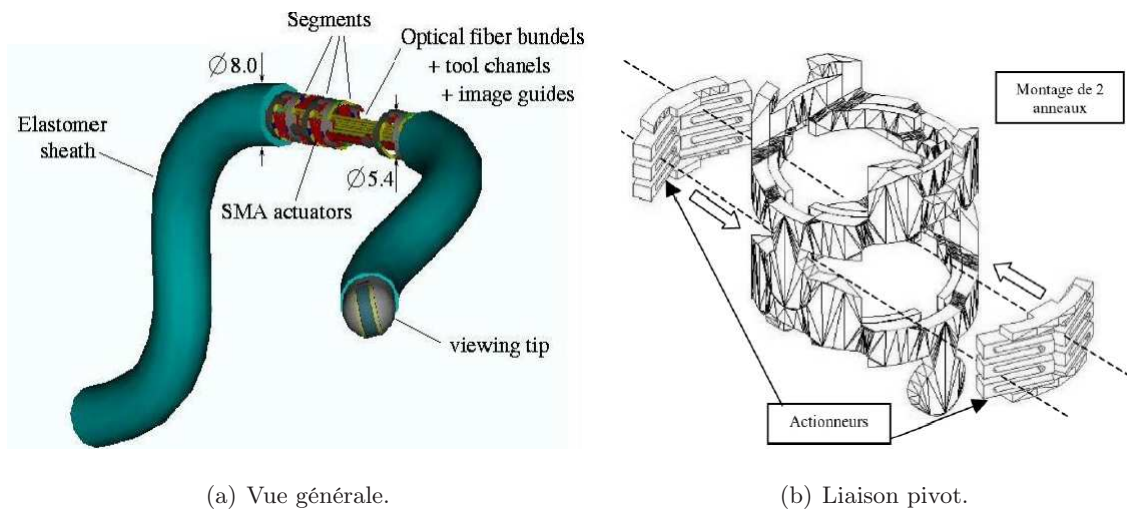


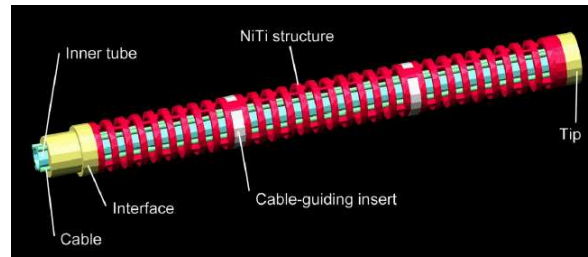
FIG. 2.13 – Endoscope développé au LRP [Szewczyk 00].

### 2.2.1.7 L'Université catholique de Leuven

Le département d'ingénierie mécanique développe une tête flexible d'endoscope. Il s'agit d'un tube souple qui se plie sous la force de traction de câbles le parcourant [Peirs 02, Peirs 03]. Il y a 4 câbles montés par paires antagonistes, offrant ainsi deux DDL. Pour améliorer les performances de cet actionneur, la gaine extérieure est découpée en anneaux connectés par des liaisons élastiques (figure 2.14(a)). Le prototype mesure 4,9 mm de diamètre et 22,5 mm de long avec un canal intérieur de 3,5 mm pour une inclinaison de  $\pm 90^\circ$  (figure 2.14(b)).

Dans [Reynaerts 96], les auteurs travaillent sur un actionneur modulaire de 15 mm de diamètre (figure 2.15(a)). Piloté par deux bandes en AMF, il permet trois positions stables ( $15^\circ$  d'inclinaison à droite et à gauche, et une position centrale). Ce dispositif a pu être réduit à 6 mm de diamètre (figure 2.15(b)), mais nécessite cependant 12 modules pour réaliser une

courbure de 90°.

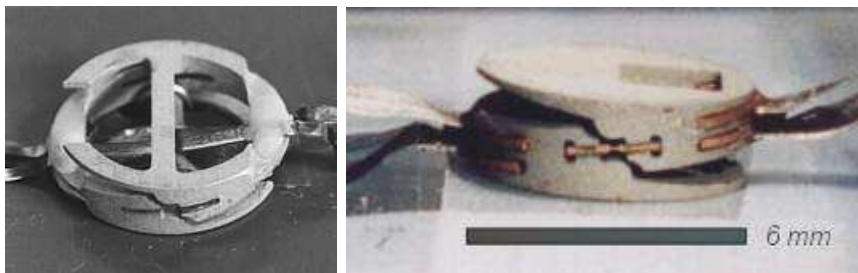


(a) Principe.



(b) Prototype.

FIG. 2.14 – Tête flexible de coloscope [Peirs 03].



(a) Prototype initial.

(b) Prototype miniaturisé.

FIG. 2.15 – Actionneur modulaire [Reynaerts 96].

### 2.2.1.8 Synthèse

Les caractéristiques des outils chirurgicaux actifs mini-invasifs présentés précédemment sont synthétisées dans le tableau 2.1. L'analyse de leur conception montre qu'il existe principalement deux types de structure :

- celle à trois actionneurs linéaires disposés sur une base circulaire à 120° les uns par rapport aux autres, procurant ainsi 3 DDL au dispositif;

– celle à deux actionneurs linéaires antagonistes, offrant 1 ou 2 DDL au dispositif.

Selon le type d'actionneur employé (AMF, soufflet, ...), les avancées technologiques permettent un degré de miniaturisation plus ou moins important de ces MEMS. L'empilement de plusieurs de ces unités élémentaires est alors possible. La conception de nouveaux outils offrant des postures complexes dans l'espace constitue actuellement un domaine de recherche ouvert et très actif. Un point commun à tous ces systèmes est à noter : la source d'énergie est extracorporelle. Son acheminement vers l'intérieur du corps humain se fait par la gaine d'un cathéter. De plus tous ces systèmes sont entièrement pilotés par le chirurgien. La partie commande est naturellement déportée à l'extérieur du patient. Pour finir, il existe également de nouveaux cathéters actifs commercialisés, notamment les produits de la gamme *EXERA* d'Olympus Inc actionnés par des AMF [Olympus]. Utilisés pour la gastroscopie, leur diamètre extérieur peut atteindre 5,9 mm et autorise une inclinaison aux quatre points cardinaux.

projets	principe	DDL	diamètre extérieur	longueur	performances
[Fukuda 94]	câbles en AMF disposés à 120°	3	2 mm	70 mm (pour 3 unités)	inclinaison de 80° (pour 3 unités)
[Guo 95]	actionneur poutre à base d'ICPF	1	2 mm	20 mm	0,468 mm de déplacement angulaire
[Ikuta 03]	soufflets en série	2	3 mm	40 mm	dépend du nombre d'unités
[Haga 00b]	bobines en AMF disposés à 120°	3	1,6 mm	19 mm	inclinaison de 45°
[Haga 00a]	bobine en AMF	1	1,3 mm	7 mm	rotation de 70°
[Muyari 03]	alliage super élastique et silicone	1	0,94 mm	dépend du nombre d'anneaux	dépend du nombre d'anneaux
[D'Attanasio 00]	câbles de tractions antagonistes	1	4,5 mm	-	-
[Kim 03]	soufflets disposés à 120°	3	7 mm	13 mm	inclinaison de 45°
[Ascari 03]	hydrojets disposés à 120°	3	2,7 mm	-	-
[Chang 02]	ressorts en AMF disposés à 120°	3	3 mm	1000 mm	inclinaison de 90°
[Thomann 03b]	soufflets métalliques disposés à 120°	3	25 mm	88 mm	inclinaison de 23°
[Szewczyk 00]	anneaux actionnés par des ressorts en AMF	3	8 mm	dépend du nombre d'unités	dépend du nombre d'unités
[Reynaerts 96]	anneaux actionnés par des ressorts en AMF	2	6 mm	dépend du nombre d'unités	inclinaison de 90° avec 12 modules
[Peirs 03]	câbles de traction antagonistes	2	4,9 mm	22,5 mm	inclinaison de 90°

TAB. 2.1 – Synthèse des différents systèmes actifs.

## 2.2.2 Architecture du micro-robot

### 2.2.2.1 Spécifications

Il apparaît donc clairement, au vu des principaux projets existants, que les exigences de la pose d'endoprothèses aortiques nécessitent de concevoir un nouvel outil micro-robotisé. Ce dispositif a ainsi fait l'objet d'un brevet [François 00].

L'un des objectifs essentiels concerne l'optimisation du positionnement de l'endoprothèse. Le micro-robot doit donc disposer d'au moins 2 DDL en inclinaison. De plus, du fait de la géométrie du réseau vasculaire et pour augmenter l'angle d'inclinaison, plusieurs micro-robots sont disposés en série. Cette structure série-parallèle, encore appelée structure hybride, est modulaire et permet alors des configurations complexes du cathéter. On peut naturellement concevoir un robot de type «snake» avec un empilement de  $n$  modules. Nous appelons donc le système **MALICA**, acronyme de **M**ulti **A**ctive **L**ink **C**Atheter.

Le milieu ambiant dans lequel doit évoluer MALICA, *i.e.* le flux sanguin, ainsi que les forces engendrées par le déploiement de l'endoprothèse constituent un environnement fortement contraint. Sa stabilité et sa rigidité sont donc des facteurs primordiaux pour son homologation [Chang 00b]. Ces critères restreignent alors fortement le choix de sa structure et les performances des actionneurs utilisés pour sa conception.

Le dispositif, en tant qu'assistant, ne doit pas modifier la technique actuelle mais améliorer ses performances. Il doit donc s'intégrer dans les cathéters standard, utilisés pour ce type d'interventions.

Enfin, le contexte biologique régit évidemment l'ensemble : MALICA doit être biocompatible et stérilisable. Cela limite également le choix de ses constituants.

### 2.2.2.2 Prototypes

Pour la conception du micro-robot, nous nous sommes orientés vers une structure parallèle, reconnue pour ses hautes performances du point de vue de la compacité, de la précision de positionnement et du contrôle de compliance [Merlet 97, Dafaoui 98]. L'échelle d'application de MALICA exclut les structures complexes dont la miniaturisation est difficile ou impossible. On opte donc pour une structure élémentaire, *i.e.* trois actionneurs linéaires disposés sur une base circulaire à  $120^\circ$  les uns par rapport aux autres.

Le choix des actionneurs est primordial pour assurer un contrôle optimal de l'orientation du



cathéter pendant l'opération. Les actionneurs fluidiques offrent une bonne compliance et leur mise en œuvre permet la conception de systèmes monolithiques biocompatibles. De plus, ils ne nécessitent pas d'échauffement ou de courant électrique pour les commander (contrairement aux AMF), ce qui est particulièrement intéressant pour les applications de chirurgie mini-invasive. Toutes ces raisons ont ainsi motivé leur utilisation dans notre dispositif.

Le micro-robot est ainsi composé de deux embases cylindriques reliées par trois soufflets dans lesquels on fait varier la pression. La variation de pression à l'intérieur des soufflets va modifier leur allongement et la combinaison judicieuse des allongements va entraîner la variation d'orientation du dispositif (figure 2.16).

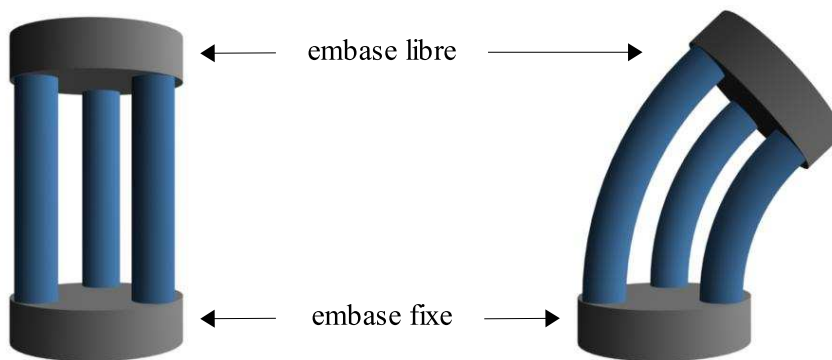
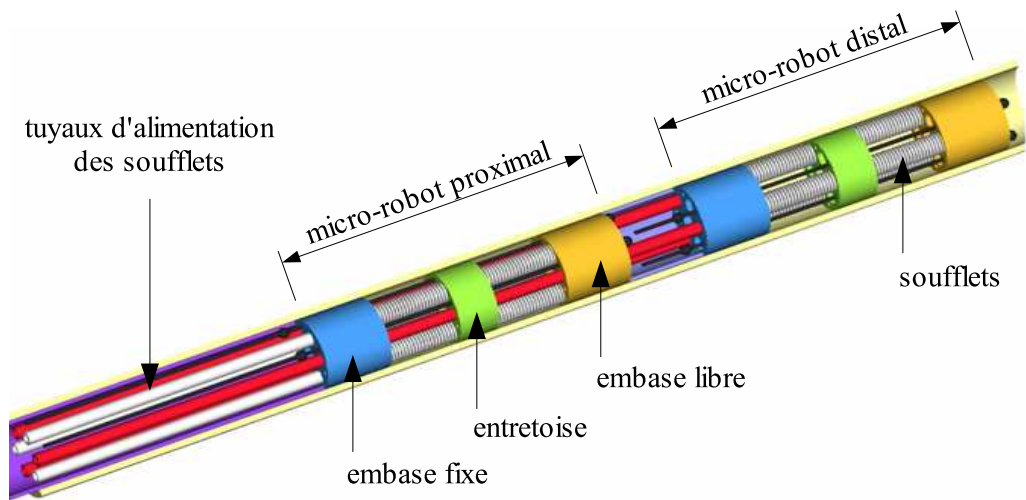


FIG. 2.16 – Principe de fonctionnement de MALICA.

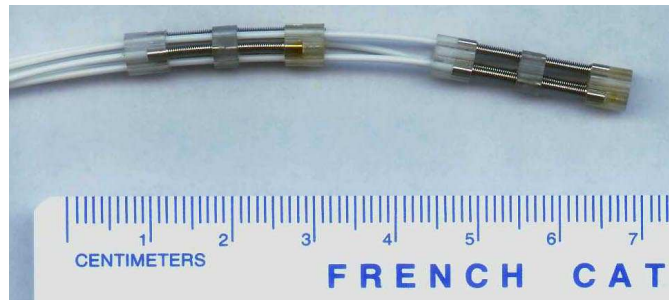
Le micro-robot est aussi naturellement pourvu d'une compliance passive lorsqu'il n'y a pas de pression dans les soufflets. Cela assure ainsi une sécurité accrue du patient car MALICA ne risque pas de perforer une artère lors d'une coupure d'alimentation accidentelle. Dans ce cas, le chirurgien peut décider soit d'interrompre l'opération soit effectuer le largage manuellement puisqu'on se trouve alors dans le cas d'une intervention non assistée, ce qui correspond à la pratique actuelle.

Les soufflets utilisés sont obtenus par un procédé d'électrodéposition : usinage d'un mandrin suivant la géométrie intérieure du soufflet, électrodéposition d'une couche adaptée d'un métal à haute rigidité, enfin, après une mise en forme des extrémités, le mandrin est dissout. L'avantage majeur de l'électrodéposition est de pouvoir réaliser des soufflets dans des tailles plus réduites que n'importe quel autre procédé de fabrication (hydroformage, usinage, ...) tout en maintenant d'excellentes propriétés d'extension/compression et de flexibilité.

Pour éviter le flambage des soufflets tout en gardant une longueur d'action suffisante, lorsque la pression sera importante, nous utilisons des soufflets plus courts que nous associons entre eux par des entretoises [Gargarina 01]. Deux micro-robots sont initialement placés en série pour aboutir à la première version de MALICA. Cela contraint encore d'avantage les dimensions du micro-robot car l'alimentation de l'étage distal traverse l'étage proximal. La première version d'un micro-robot de MALICA mesure alors 23,8 mm de long pour 5,5 mm de diamètre et possède un canal de travail central de 1,5 mm de diamètre (figure 2.17).



(a) Schéma CAO.



(b) Dispositif réel.

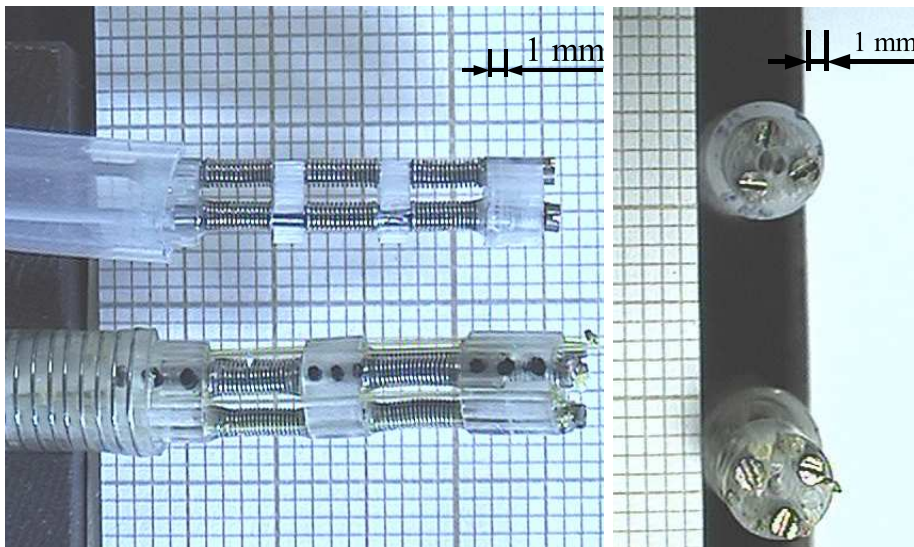
FIG. 2.17 – Prototype v.1 de MALICA.

Pour répondre aux exigences médicales, il faut réduire les dimensions du micro-robot pour qu'il soit compatible avec les gaines standard de cathéter, *i.e.* le diamètre du micro-robot doit être inférieur à 5 mm. La réduction de l'encombrement du micro-robot a alors nécessité sa caractérisation, présentée au paragraphe 5.2.3, et sa modélisation par éléments finis [Joli 02].

La conciliation de toutes ces contraintes a finalement abouti à une nouvelle version de MALICA. Le prototype v.2 mesure ainsi 4,9 mm de diamètre, 20 mm de long et possède un canal de travail central de 2 mm de diamètre. L'évolution des prototypes de MALICA est illustrée figure 2.18.



(a) Version 0.



(b) Vue de coté : v.1 (bas), v.2 (haut).

(c) Vue de dessus.

FIG. 2.18 – Evolution des prototypes de MALICA.

---

# Modélisation, identification et commande bas-niveau du dispositif expérimental

---

Ce chapitre présente la commande bas-niveau du dispositif expérimental de MALICA. Pour ce faire, nous procédons tout d'abord à l'identification du modèle non linéaire de la boucle électro-hydraulique pour la commande en pression de chaque soufflet. Nous présentons ensuite la synthèse de l'asservissement en pression répondant au cahier des charges dicté par l'application médicale.

### 3.1 Description

Le site expérimental pour la commande de MALICA est présenté figure 3.1.

Pour obtenir la flexion de MALICA, il faut modifier la pression dans ses soufflets. On dispose pour cela d'une centrale hydraulique. La pression à sa sortie est ensuite réglée par un bloc constitué de six servovalves et six capteurs de pression, offrant ainsi le nombre de voies nécessaires à la commande des deux étages du prototype. Pour respecter les contraintes de l'application médicale, ce bloc est finalement complété par six accumulateurs à membranes,

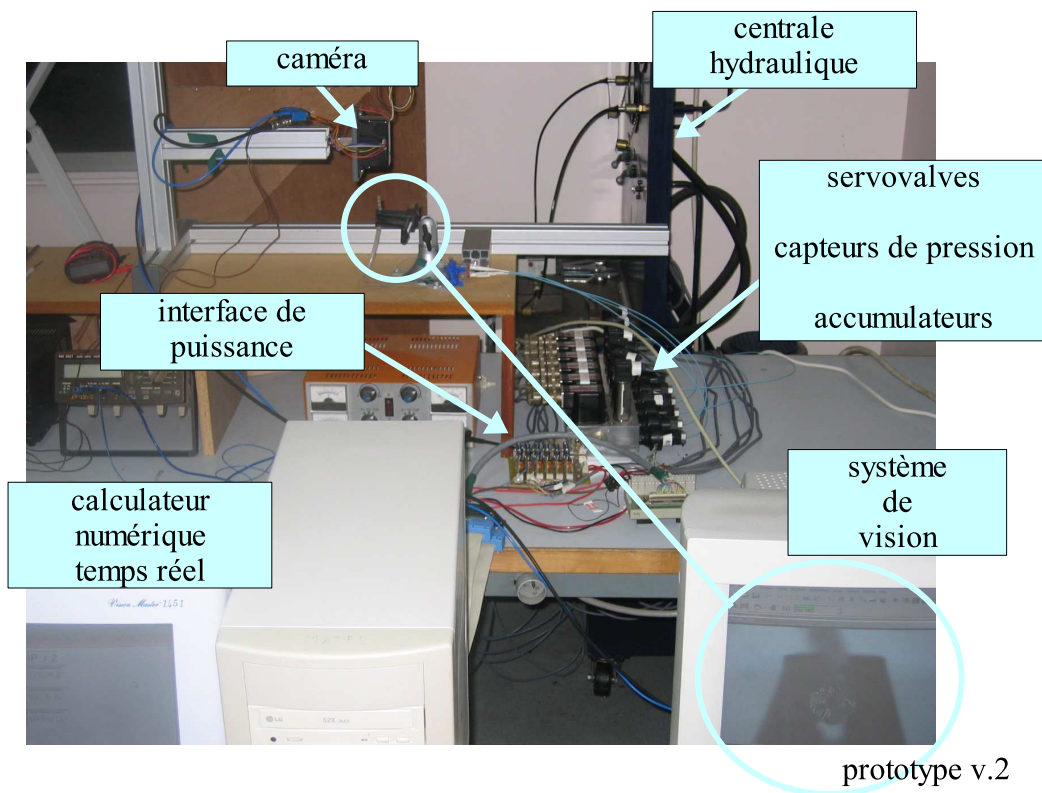


FIG. 3.1 – Site expérimental de MALICA.

qui transfèrent la pression du circuit hydraulique (huile) aux soufflets par l'intermédiaire d'un circuit hydraulique rempli de liquide biocompatible (figure 3.2).

L'ensemble du dispositif est piloté par un calculateur numérique temps réel dSpace® DS1103. Il s'agit d'une carte contrôleur pour le prototypage rapide de lois de commande, entièrement programmable à partir de l'environnement de schéma-bloc Simulink®. Le courant délivré à la sortie de la carte est cependant trop faible pour piloter les servovalves. Il a donc fallu concevoir une interface de puissance qui convertisse la tension de commande délivrée par la carte dSpace en intensité de commande pour les servovalves. Enfin, pour permettre une commande référencée vision de MALICA, un système composé d'une caméra et d'un traitement d'images dédié est connecté à la carte dSpace par l'intermédiaire d'un bus CAN. Ce retour visuel permettra le calibrage et l'asservissement en orientation de MALICA.

Un soin tout particulier doit être apporté à l'étude de la chaîne électro-hydraulique (figure 3.2) car c'est elle qui conditionne les performances de MALICA en termes de précision et de

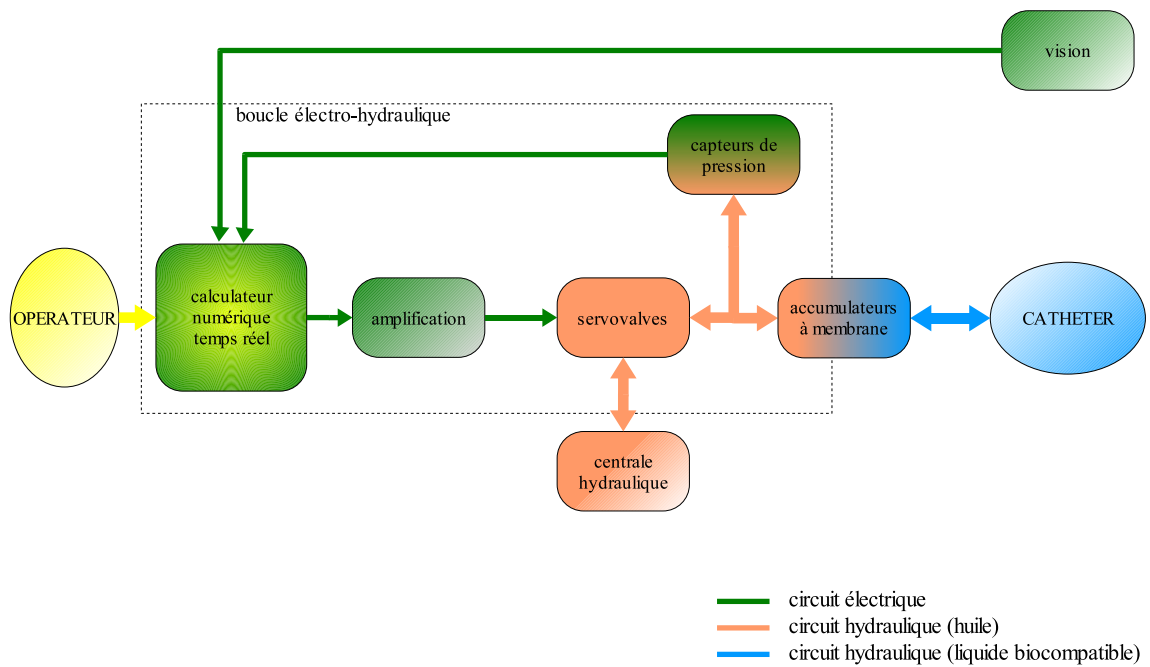


FIG. 3.2 – Schéma bloc du site expérimental.

dynamique. On s'efforcera donc dans la suite de ce chapitre d'identifier cette chaîne et de mettre en œuvre une commande optimale pour son asservissement en pression.

### 3.2 Les éléments constitutifs de la boucle électro-hydraulique

On s'intéresse pour cette étude à la boucle électro-hydraulique du site expérimental présentée figure 3.2 et détaillée figure 3.3.

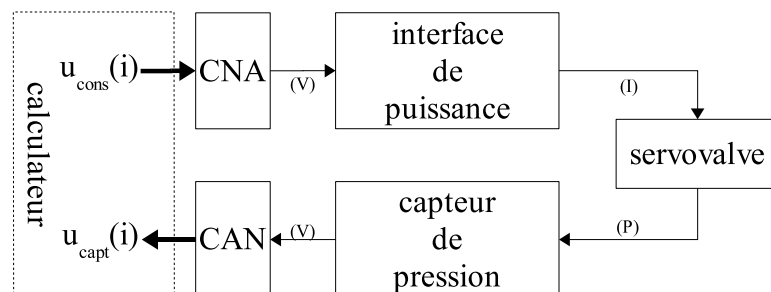


FIG. 3.3 – Schéma bloc général d'une voie de la boucle électro-hydraulique.

Différents éléments constituent cette boucle :

- **l'interface de puissance** est dimensionnée pour la plage de fonctionnement d'une servovalve (de 0 à 150 mA) en fonction de la tension de commande du **CNA** de la carte dSpace (de 0 à 10 V). Son fonctionnement linéaire sur cette plage se traduit alors par une fonction de transfert continue correspondant à un gain :  $G_{ampli}$  ;
- la fonction de transfert du **capteur de pression** peut également être assimilée à un gain :  $G_{capt}$  ;
- la commande numérique provenant du calculateur,  $u_{cons}(i)$ , est transférée analogiquement à l'interface de puissance par le **CNA**. L'opération de conversion consiste à produire un signal continu à l'aide d'un bloqueur d'ordre 0 ;
- la mesure du capteur de pression est transférée au calculateur par le **CAN** afin de disposer d'une information de retour,  $u_{capt}(i)$ . D'un point de vue modélisation, le CAN peut être assimilé à une prise d'échantillons de la sortie continue du capteur de pression à la période d'échantillonnage  $T_e$  ;
- **la servovalve** constitue la partie la plus délicate de la modélisation. En effet, on ne peut se prononcer a priori sur son comportement, c'est pourquoi il est nécessaire de faire une étude plus approfondie sur son fonctionnement (cf paragraphe suivant).

Il est à noter que les valeurs de  $u_{cons}$  et  $u_{capt}$  sont comprises entre 0 et 1. Sans dimension, elles correspondent aux tensions de 0 à 10 V des convertisseurs.

Le modèle à temps discret de ce système a été élaboré en s'assurant une période d'échantillonnage suffisamment petite de façon à respecter tout d'abord le théorème de Shannon (pas de composantes du signal à des fréquences supérieures à  $\frac{1}{2T_e}$ ) mais également à prendre en compte suffisamment de données à chaque instant sur le processus à temps continu afin d'obtenir un modèle à temps discret assez proche de la réalité.

A la donnée de la fonction de transfert du système continu,  $H(s)$ , la fonction de transfert du processus échantillonné,  $H(z)$ , se calcule par la transformée en  $z$  en tenant compte du bloqueur d'ordre zéro contenu dans le CNA.

$$H(z) = Z[B_o(s)H(s)] = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{H(s)}{s} \right] \quad (3.1)$$

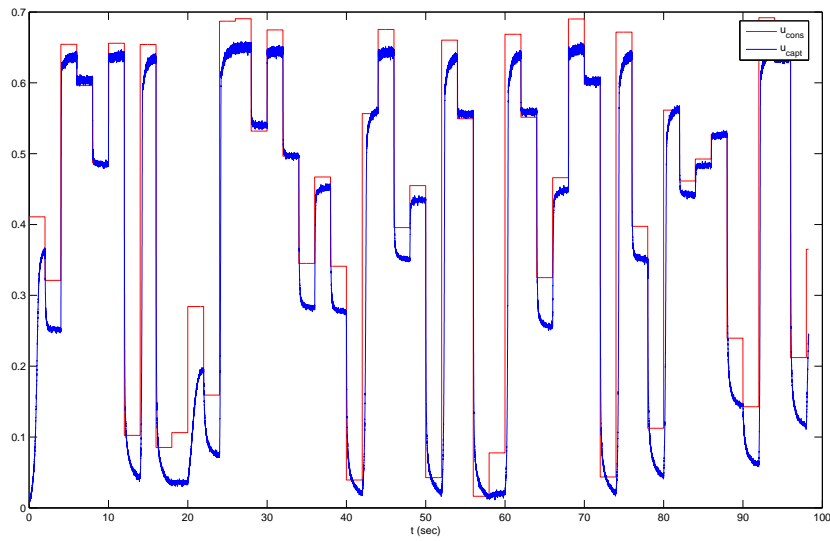
où  $B_o(s)$  représente la fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro dans le domaine de Laplace.



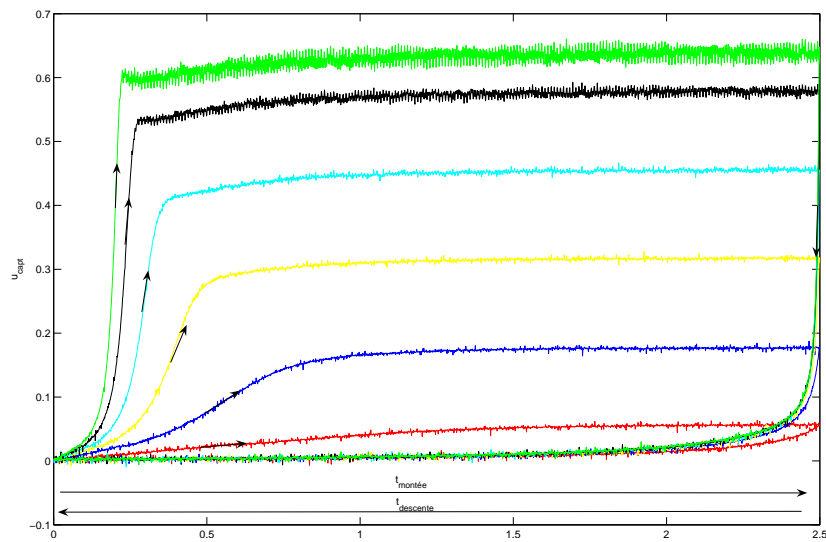
On peut observer avant toutes considérations physiques la réponse en boucle ouverte de la chaîne électro-hydraulique à des échelons d'amplitude variable (figure 3.4). On peut alors déjà souligner quelques propriétés du système, qui apparaît clairement comme fortement non-linéaire :

- il y a une saturation de la tension de sortie  $u_{capt}$  (figure 3.4(a)) ;
- la dynamique du système apparaît comme non linéaire, car le débit n'est pas proportionnel à l'amplitude de l'échelon (figure 3.4(b)) ;
- une deuxième non linéarité dynamique apparaît entre le temps de montée et le temps de descente (figure 3.4(b)) ;
- le gain statique apparaît également comme non-linéaire par rapport à l'entrée appliquée (figure 3.4(c)).

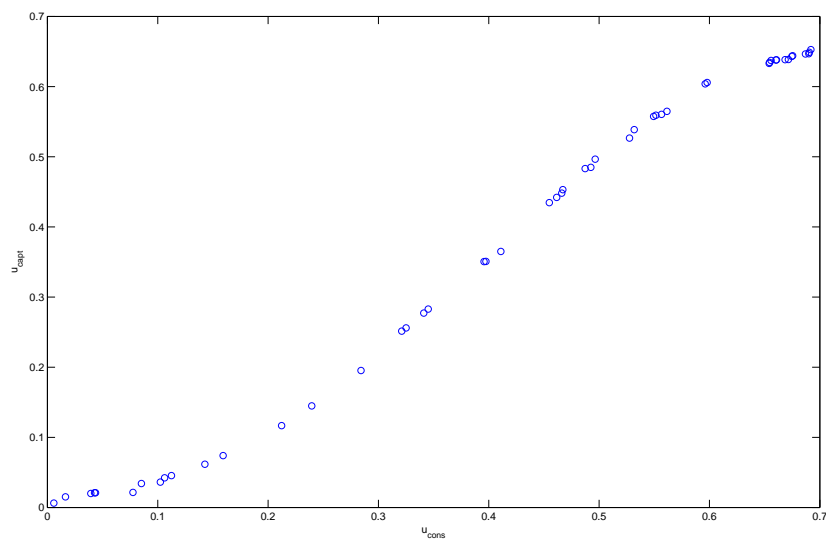




(a) Représentation temporelle.



(b) Représentation cumulée en montée et en descente.



(c)  $u_{capt}$  en fonction de  $u_{cons}$  en régime permanent.

FIG. 3.4 – Réponses indicielles de la chaîne électro-hydraulique en boucle ouverte.

### 3.3 Modélisation des servovalves

Les servovalves utilisées dans notre système<sup>1</sup> (figure 3.5) sont des valves de contrôle de pression hydraulique à trois voies (alimentation, retour, utilisation) dont le principe s'apparente à celui d'une valve à partage de débit. Elles sont à étages et à buses, dont les orifices varient sous l'action de la palette.

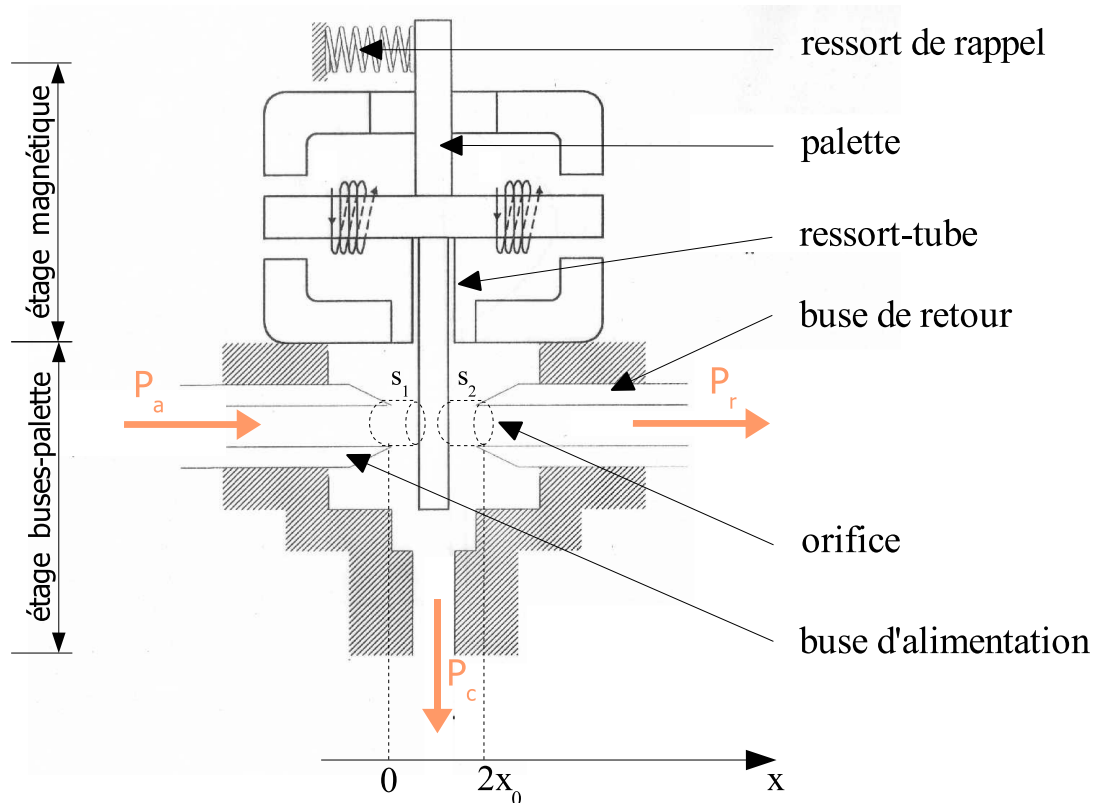


FIG. 3.5 – Schéma général du type de servovalve utilisée pour alimenter MALICA.

La pression d'alimentation fournie par la centrale hydraulique ( $P_a$ ) est appliquée sur l'une des buses, le retour de pression ( $P_r$ ) est connecté à la sortie de la buse opposée. L'orifice d'utilisation, au droit de la palette, fournit une pression  $P_c$ . L'étage magnétique est constitué d'un moteur couple qui agit sur une palette encastrée dans un ressort-tube. Ainsi, la consigne en courant ( $I$ ) traversant les bobines de ce moteur entraîne la flexion du tube qui provoque le déplacement angulaire de la palette ( $\theta_p$ ). Enfin, on s'assure que la pression contrôlée ( $P_c$ ) est nulle lorsqu'il n'y a pas de courant, grâce à un ressort de rappel qui plaque initialement

<sup>1</sup>il s'agit de prototypes de servovalves MOOG©, non standard.

la palette contre la buse d'alimentation. Cette propriété garantit la compliance passive de MALICA dans le cas d'une coupure de courant (paragraphe 2.2.2.2).

Nous allons désormais établir la relation qui lie la pression contrôlée ( $P_c$ ) au courant de commande de la servovalve ( $I$ ).

### 3.3.1 Action du moteur couple

L'étude de la partie mécanique de la servovalve permet d'exprimer le déplacement horizontal de la palette ( $\Delta x$ ) en fonction du courant  $I$ .

L'action du moteur couple sur la palette peut être globalement exprimée sous la forme d'un couple électromagnétique utile :

$$C_{emu} = K_i I - K_{em} \theta_p + C_{hys} \quad (3.2)$$

où :

- $C_{hys}$  : couple d'hystérésis magnétique du moteur ( $Nm$ ) ;
- $K_{em}$  : raideur mécanique de l'ensemble ressort/ressort-tube ( $Nm.rd^{-1}$ ) ;
- $K_i$  : constante de couple du moteur électrique ( $Nm.A^{-1}$ ) ;
- $\theta_p$  : position angulaire de la palette ( $rd$ ).

Comme l'amplitude du mouvement de la palette est faible devant la distance  $l_1$  entre l'axe des buses et l'axe d'action du moteur couple, on peut écrire :

$$\Delta x = l_1 \theta_p \quad (3.3)$$

La force de rétroaction exercée par le ressort sur la palette peut être exprimée sous la forme :

$$F_{ra} = -k(\Delta x + x_r) \quad (3.4)$$

où :

- $k$  : raideur de l'ensemble ressort/ressort-tube ( $N.m^{-1}$ ) ;
- $x_r$  : position du ressort au repos ( $m$ ).

Les actions hydrauliques résultent uniquement de l'effort hydrostatique engendré par la pression différentielle qui s'exerce sur les faces de la palette (si l'on néglige l'effort hydrodynamique qui est créé par le jet fluide issu des buses). L'effort hydrostatique est exprimé par l'équation suivante :

$$F_{hs} = (P_a - P_r) \Delta S \quad (3.5)$$

où  $\Delta S$  désigne la variation de section de fluide entre la buse d'alimentation et la palette, telle que :

$$\Delta S = \pi d_b \Delta x \quad (3.6)$$

avec  $d_b$  le diamètre des buses d'alimentation et de retour ( $m$ ).

Le théorème de la dynamique, exprimé au point de rotation de la palette, appliqué à l'ensemble armature-palette permet d'exprimer son déplacement angulaire :

$$J_p \ddot{\theta}_p = C_{emu} + F_{hs} l_1 + F_{ra} l_1 - K_{vp} \dot{\theta}_p \quad (3.7)$$

où :

- $K_{vp}$  : coefficient de frottement visqueux relatif à l'ensemble mobile ( $Nm.(rd.s^{-1})^{-1}$ );
- $J_p$  : moment d'inertie de l'ensemble mobile par rapport à l'axe de rotation du moteur couple ( $kg.m^2$ ).

L'équation dynamique du mouvement de rotation prend alors la forme développée suivante :

$$J_p \ddot{\theta}_p = K_i I - K_{em} \theta_p + C_{hys} + (P_a - P_r) \Delta S l_1 - k(\Delta x + x_r) l_1 - K_{vp} \dot{\theta}_p \quad (3.8)$$

soit :

$$\frac{J_p}{l_1} \ddot{\Delta x} = K_i I - \frac{K_{vp}}{l_1} \dot{\Delta x} + [(P_a - P_r) \pi d_b l_1 - \frac{K_{em}}{l_1} - k l_1] \Delta x + C_{hys} - k l_1 x_r \quad (3.9)$$

En appliquant l'opérateur de Laplace à l'équation (3.9), on obtient la fonction de transfert du second ordre entre le courant de commande de la servovalve et le déplacement de la palette :

$$\boxed{\Delta X(s) = \frac{\beta' I(s) + \gamma}{1 + \frac{2\xi s}{w_n} + \frac{s^2}{w_n^2}}} \quad (3.10)$$

tels que :

- $W = \frac{K_{em}}{l_1} + k l_1 - (P_a - P_r) \pi d_b l_1$ ;
- $\beta' = \frac{K_i}{W}$ ;
- $\gamma = \frac{C_{hys} - k l_1 x_r}{W}$ ;
- $\frac{2\xi}{w_n} = \frac{K_{vp}}{l_1 W}$ ;
- $\frac{1}{w_n^2} = \frac{J_p}{l_1 W}$ .

### 3.3.2 Etage buses-palette

Les systèmes de modulation de pression par buse et palette présentent généralement plusieurs inconvénients [Colin 00] :

- la relation entre le déplacement de la palette et la pression contrôlée n'est pas linéaire. Ainsi, le gain varie fortement sur la plage de régulation et en pratique, seul un tiers de cette plage est réellement exploitable pour assurer un fonctionnement linéaire ;
- la section de fuite dépend beaucoup de la forme de la buse, ce qui rend difficile une modélisation précise du dispositif ;
- le jet d'impact sur la palette (l'effort hydrodynamique) peut être à l'origine de vibrations préjudiciables à un fonctionnement correct.

En négligeant ces éléments, on établit dans ce paragraphe la relation entre la pression contrôlée ( $P_c$ ) et le déplacement de la palette ( $\Delta x$ ) à l'aide des lois de la mécanique des fluides.

En hydraulique industrielle, l'huile est classiquement considérée comme incompressible. Si de plus on admet que l'écoulement est stationnaire (indépendant du temps) et irrotationnel, que le fluide est parfait (sa viscosité est nulle) et est soumis à des forces de masse dérivant d'un potentiel, le théorème de Bernoulli s'écrit alors sur chaque ligne de courant :

$$\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z + p = cte \quad (3.11)$$

L'équation (3.11) est valable en tout point du fluide, chaque terme étant homogène à une énergie par unité de volume, avec :

- $p$  : pression ( $Pa$ ) ;
- $\rho$  : masse volumique du liquide ( $kg.m^{-3}$ ) ;
- $V$  : vitesse d'écoulement du fluide dans la voie ( $m.s^{-1}$ ) ;
- $g$  : accélération de la pesanteur ( $m.s^{-2}$ ) ;
- $z$  : élévation ( $m$ ).

De plus, pour un écoulement dans une conduite de section  $S$  variable, en faisant l'hypothèse supplémentaire qu'il y a une répartition uniforme des vitesses dans chaque section droite, c'est-à-dire que les lignes de courant sont rectilignes et parallèles, la conservation de la masse du fluide s'écrit :

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_i V_i = cte \quad (3.12)$$

où :

- $Q$  : débit volumique du fluide ( $m^3.s^{-1}$ ) ;
- $A_i$  : section  $i$  ( $m^2$ ) ;
- $V_i$  : vitesse du fluide dans la section  $S_i$ .

En considérant que le dispositif est horizontal ( $z = cte$ ), l'application de la loi de Bernoulli (3.11) et du bilan de masse (3.12) nous donne l'expression suivante :

$$Q = \frac{C_v C_c A_0}{\sqrt{1 - C_c^2 \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (3.13)$$

où :

- $A_0$  : section contractée ;
- $C_c = \frac{A_2}{A_0}$  : coefficient de contraction ;
- $C_v$  : coefficient de vitesse.

La section contractée se trouve toujours dans le voisinage de l'orifice à une distance de l'ordre du rayon pour un orifice circulaire. Il en découle alors la formule classique du débit :

$$Q = C_d A_0 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (3.14)$$

où  $C_d$  désigne le coefficient de décharge. Cette formule est couramment utilisée en pratique même si les lignes de courant ne sont pas tout à fait rectilignes et parallèles [Faisandier 99]. Il faut dans ce cas que la conservation de la masse soit respectée, *i.e.* les servovalves sont bien purgées. Si l'on désigne par  $Q_a$ ,  $Q_r$  et  $Q_c$  les débits respectivement dans la buse d'alimentation, de retour et dans la voie d'utilisation, on peut écrire :

$$Q_a = C_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} \Delta S \sqrt{P_a - P_c} \quad (3.15)$$

et

$$Q_r = C_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} (2S_0 - S_e - \Delta S) \sqrt{P_c - P_r} \quad (3.16)$$

où :

- $2S_0$  : section cylindrique entre les deux buses ;
- $S_e$  : section de la palette coupant la section de fluide dirigée par la ligne de courant.

tels que :

$$S_0 = \pi d_b x_0 \text{ et } S_e = \pi d_b e \quad (3.17)$$

où :

- $x_0$  : position centrée de la palette ( $m$ ) ;
- $e$  : épaisseur de la palette ( $m$ ).

On fait ainsi l'hypothèse que la section  $S_e$  est constante, puisqu'on peut raisonnablement supposer que les variations de  $\theta_p$  sont faibles.

Par ailleurs, on peut écrire l'équation de conservation de débit :

$$Q_a = Q_r + Q_c \quad (3.18)$$

On considère le débit  $Q_c$  nul en quasi-statique, car il n'y a pas d'écoulement du fluide dans la voie d'utilisation, on peut alors déduire d'après (3.18) :

$$Q_a = Q_r \quad (3.19)$$

De plus, on peut considérer la pression dans la buse de retour ( $P_r$ ) négligeable par rapport à la pression contrôlée ( $P_c$ ). On obtient finalement d'après (3.15),(3.16) et (3.19) :

$$\Delta S \sqrt{P_a - P_c} = (2S_0 - S_e - \Delta S) \sqrt{P_c} \quad (3.20)$$

soit d'après (3.6) :

$$P_c = \frac{P_a}{2} \frac{\Delta x^2}{\Delta x^2 - (2x_0 - e)\Delta x + \frac{(2x_0 - e)^2}{2}} \quad (3.21)$$

où  $\Delta x$  varie de 0 à  $2x_0 - e$ .

On peut ainsi contrôler la pression  $P_c$  jusqu'à une valeur égale à la pression d'alimentation  $P_a$  lorsque le déplacement de la palette est maximal (*i.e.*  $\Delta x = 2x_0 - e$ ). Cette relation, qui exprime la variation de  $P_c$  en fonction de  $\Delta x$  pour un débit nul dans la charge, est représentée par la courbe de la figure 3.6. On retrouve bien l'allure de la courbe réelle représentant  $u_{capt}$  en fonction de  $u_{cons}$  en régime permanent (figure 3.4(c)).

### 3.4 Modélisation de la boucle électro-hydraulique

Les problèmes liés à la modélisation des systèmes hydrauliques sont en général nombreux et complexes. En effet, ils font intervenir des facteurs tels que les volumes morts dans les tuyaux de raccordement entre les différents éléments hydrauliques, les fuites au niveau des raccords, ainsi que la compressibilité du fluide. Le système comporte alors de trop nombreuses non linéarités. Cependant, ces phénomènes peuvent être négligés pour réduire la complexité du système, sans pour autant réduire sa précision [Wang 02, Barooah 03].

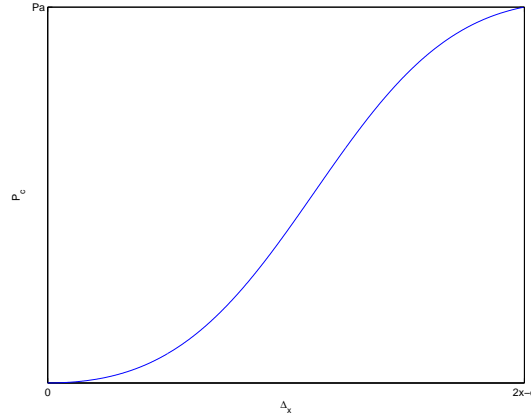


FIG. 3.6 – Pression contrôlée théorique ( $P_c$ ) en fonction du déplacement de la palette ( $\Delta x$ ).

Il faut désormais définir une structure de modèle. Comme il s'agit dans notre cas d'une modélisation de système réel, notre modèle sera construit à partir des considérations physiques vues précédemment, il s'agira donc d'un modèle de connaissance.

### 3.4.1 Modélisation en régime permanent

#### 3.4.1.1 Détermination du modèle

Ayant précédemment assimilé la fonction de transfert de l'interface de puissance et du capteur de pression à des gains purs, on a :

$$I(t) = G_{ampli} u_{cons}(i) \quad (3.22)$$

et

$$u_{capt}(i) = G_{capt} P_c(t) \quad (3.23)$$

on pose alors

$$\beta = \beta' G_{ampli} \quad (3.24)$$

En régime permanent,  $\ddot{\Delta x} = \dot{\Delta x} = 0$ . Ainsi, d'après les équations (3.10) et (3.21), on a :

$$u_{capt}(i) = K \frac{(\beta u_{cons}(i) + \gamma)^2}{(\beta u_{cons}(i) + \gamma)^2 - a(\beta u_{cons}(i) + \gamma) + b} \quad (3.25)$$

où :

- $a$  et  $b$  sont des paramètres traduisant respectivement les valeurs  $(2x_0 - e)$  et  $\frac{(2x_0 - e)^2}{2}$  englobant les erreurs entraînées par les hypothèses faites sur la caractérisation des servovalves (on a donc  $b \approx \frac{a^2}{2}$ );



$$- K = G_{capt} \frac{P_a}{2}.$$

Cependant, l'équation de ce modèle, de par sa structure, n'est pas globalement identifiable<sup>2</sup> [Walter 94]. L'équation (3.25) peut alors se réécrire sous la forme suivante :

$$u_{capt}(i) = K \frac{(u_{cons}(i) + \lambda)^2}{(u_{cons}(i) + \lambda)^2 - c(u_{cons} + \lambda) + d} \quad (3.26)$$

où :

$$\begin{aligned} - \lambda &= \frac{\gamma}{\beta}; \\ - c &= \frac{a}{\beta}; \\ - d &= \frac{b}{\beta^2} \text{ soit } d \approx \frac{c^2}{2}. \end{aligned}$$

Cette équation exprime le gain statique du modèle global de la chaîne électro-hydraulique observé figure 3.4(c).

### 3.4.1.2 Identification des paramètres

Maintenant que le modèle de comportement structurellement identifiable est établi, il faut déterminer le jeu optimal de ses paramètres. Pour cela, on définit un critère à optimiser ainsi que sa méthode d'optimisation associée la plus adaptée [Walter 94].

Soit le vecteur des paramètres  $\Theta = [K; \lambda; c; d]$ . La valeur optimale de  $\Theta$ , appelée  $\hat{\Theta}$ , est alors obtenue par minimisation du critère quadratique  $\Psi(\Theta)$ , tel que :

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} \Psi(\Theta) \quad (3.27)$$

et

$$\Psi(\Theta) = \sum_{t_i} w_{t_i} [\varepsilon(t_i, \Theta)]^2 \quad (3.28)$$

avec :

- $t_i$  : temps à l'instant  $i$  ;
- $w_{t_i}$  : fenêtre de pondération à l'instant  $t_i$  ;
- $\varepsilon(t_i, \Theta)$  : l'erreur de prédiction.

Les critères quadratiques sont de loin les plus utilisés depuis les travaux de Gauss et Legendre [Stigler 81] à cause de leur caractère intuitif et du fait qu'ils se prêtent bien aux calculs requis par les algorithmes d'optimisation.

---

<sup>2</sup>surparamétrée.

L'erreur de prédiction est définie par :

$$\varepsilon(t_i, \Theta) = u_{capt}(t_i) - u_{cons}(t_i, \Theta) \quad (3.29)$$

En généralisant ensuite pour plusieurs expérimentations, on a :

$$\Psi(\Theta) = \sum_j \sum_{t_{i_j}} w_{t_{i_j}} [\varepsilon_j(t_{i_j}, \Theta)]^2 \quad (3.30)$$

où  $t_{i_j}$  désigne le temps à l'instant  $i$  pour la  $j^{\text{ème}}$  expérimentation, et l'erreur de prédiction est définie par :

$$\varepsilon_j(t_{i_j}, \Theta) = u_{capt_j}(t_{i_j}) - u_{cons_j}(t_{i_j}, \Theta) \quad (3.31)$$

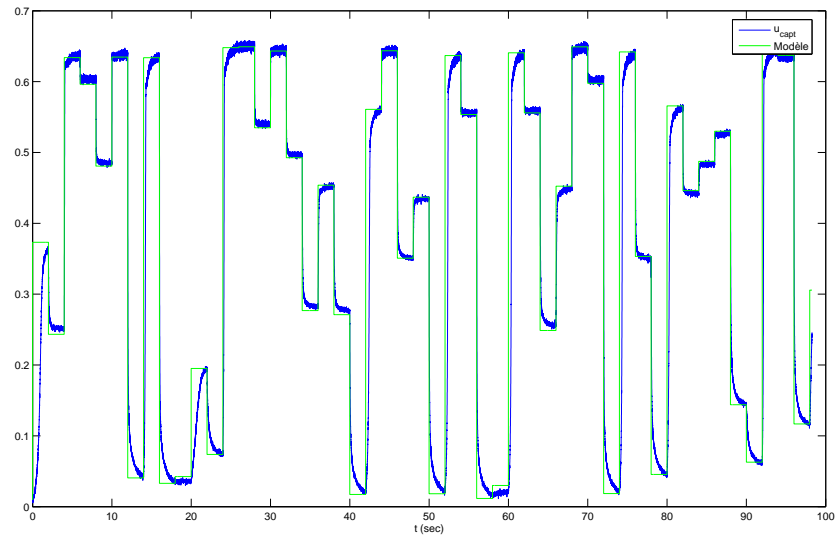
Comme les données de la base d'apprentissage correspondent aux réponses indicielles de la chaîne électro-hydraulique pour différentes amplitudes d'échelons (figure 3.4(a)), on pose :  $w_{t_{i_j}} = t_{i_j}$  sur une période. L'optimisation s'effectue ainsi sur les valeurs du régime permanent. Comme l'erreur de prédiction est non linéaire en les paramètres estimés, il s'agit d'un problème d'optimisation non linéaire. Pour déterminer ces paramètres, plusieurs méthodes peuvent être adoptées. Nous avons alors utilisé l'algorithme de Levenberg-Marquardt (voir en Annexes), qui combine la rapidité de convergence de l'algorithme de Newton et la stabilité de la méthode du gradient.

### 3.4.1.3 Résultats expérimentaux

Le choix des entrées pour l'identification des paramètres est déterminant afin de s'assurer que l'on converge vers la solution optimale lorsque l'erreur de prédiction tend vers zéro. Il est usuel en régime permanent de choisir une entrée constante [Landau 93]. En effet, il s'agit d'une commande facile à mettre en oeuvre pour identifier le gain statique de tout système à partir de son modèle. On réalise donc une batterie d'échelons d'amplitude variant aléatoirement afin de tester la validité du modèle du régime permanent sur toute la plage de fonctionnement du système. On s'assure de rester dans cette plage en imposant  $u_{cons_{max}} = \frac{I_{max}}{G_{ampli}}$ . La simulation du modèle sous Matlab, en utilisant le critère et l'algorithme d'optimisation des paramètres présentés auparavant, donne le vecteur des paramètres optimal suivant :

$$\hat{\Theta} = [\hat{K}; \hat{\lambda}; \hat{c}; \hat{d}] = [0, 34; 0, 06; 0, 78; 0, 31] \quad (3.32)$$

On a donc identifié le paramètre  $P_a$  à travers  $K = G_{capt} \frac{P_a}{2}$ . Avec la valeur numérique  $G_{capt} = \frac{1}{40}$ , la pression d'alimentation théorique étant celle délivrée par la centrale hydraulique,  $P_{a_{th}} = 29 \text{ bars}$ , on obtient  $P_a \approx 27 \text{ bars}$ . Les pertes à la sortie de la centrale peuvent expliquer cette différence de pression d'alimentation entre théorie et pratique. On vérifie par ailleurs la relation  $d \approx \frac{c^2}{2}$ . Les hypothèses faites sur la caractérisation des servovalves sont donc raisonnables. Le vecteur des paramètres optimal (3.32) amène à la réponse du modèle présentée figure 3.7(a). La figure 3.7(b) représente  $u_{capt}$  en fonction de  $u_{cons}$  à la fin de chaque échelon (régime permanent). Le modèle de la chaîne électro-hydraulique en régime permanent est très satisfaisant, puisque l'on obtient une erreur quadratique moyenne de 0,004 entre les points expérimentaux et les points calculés.



(a) Réponse indicielle du système et de son modèle statique.

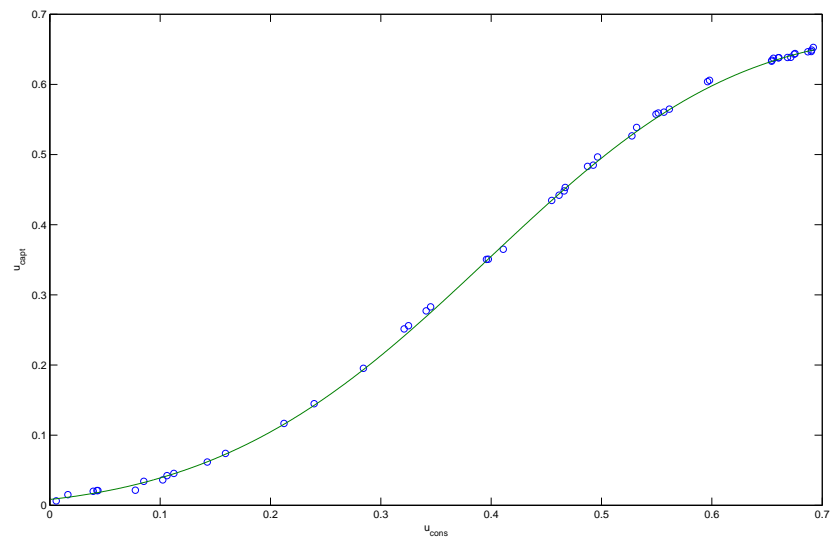
(b)  $u_{capt}$  en fonction de  $u_{cons}$  : modèle (-) et points réels (o).

FIG. 3.7 – Validation du modèle du régime permanent.

### 3.4.2 Modélisation en régime dynamique

#### 3.4.2.1 Modèle global

On injecte la même entrée que celle utilisée pour l'étude du régime permanent. Par ailleurs, il est important de noter que les paramètres obtenus en régime permanent sont constants et se retrouvent ainsi dans le modèle général de la boucle électro-hydraulique. Les paramètres  $K$ ,  $\lambda$ ,  $c$  et  $d$  sont donc fixés.

L'équation (3.10) se réécrit sous la forme simplifiée suivante :

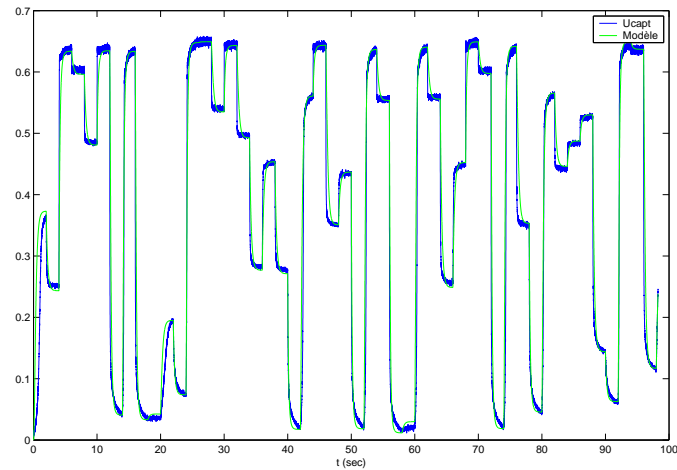
$$\Delta X(s) = \frac{U_{cons}(s) + \lambda}{1 + \frac{2\xi s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}} \quad (3.33)$$

Le nouveau vecteur des paramètres se résume alors à :  $\Theta = [\xi; \omega_n]$ . La simulation du modèle sous Matlab, en utilisant le même critère et le même algorithme d'optimisation que précédemment avec la fenêtre de pondération  $w_{t_{ij}} = \frac{1}{t_{ij}}$ , donne le jeu optimal des paramètres suivant :

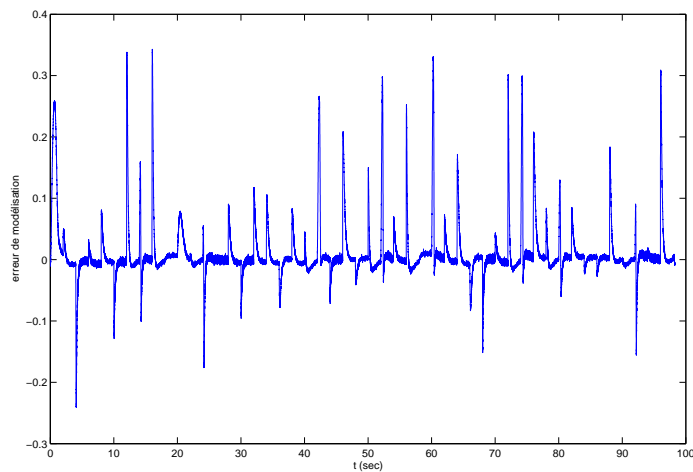
$$\hat{\Theta} = [\hat{\xi}; \hat{\omega}_n] = [386; 4981] \quad (3.34)$$

On vérifie bien que le coefficient d'amortissement  $\xi$  est supérieur à 1. En effet, d'après les résultats expérimentaux (figure 3.4), le dépassement est toujours nul quelle que soit l'entrée appliquée au système. Le jeu optimal des paramètres du modèle amène à sa réponse indicielle présentée figure 3.8(a) et son erreur figure 3.8(b).

On observe alors, sur ces figures, que l'erreur quadratique moyenne entre les mesures et le modèle est relativement importante. Le modèle global de la chaîne électro-hydraulique en régime dynamique est donc peu satisfaisant au vu de cette caractéristique. Ceci peut s'expliquer principalement du fait que le modèle de connaissance ne tient pas compte de la variation de la dynamique du système selon l'entrée appliquée au système puisqu'il impose des paramètres  $\xi$  et  $\omega_n$  constants. Or ceci est contraire aux observations faites figure 3.4, où l'on observe des temps de montée différents selon l'entrée appliquée. On observe également un comportement différent en montée et en descente. On s'efforce ainsi dans le prochain paragraphe à déterminer un modèle en montée et un modèle en descente autour d'un point de fonctionnement. Pour cette étude, on travaille autour du point de fonctionnement  $u_{cons}(i) = 0,4$ , puis on généralisera pour n'importe quelle amplitude du signal d'entrée.



(a) Réponses indicielles.



(b) Erreur de modélisation.

FIG. 3.8 – Validation du modèle global en régime dynamique.

### 3.4.2.2 Modélisation autour d'un point de fonctionnement

#### Etude de la montée du système

L'algorithme d'optimisation des paramètres donne en montée, pour une fonction de transfert du deuxième ordre, le jeu optimal des paramètres :

$$\hat{\Theta}_m = [\hat{\xi}; \hat{\omega}_n] = [0, 84; 9, 42] \quad (3.35)$$

ce qui conduit aux figures 3.9(a) et 3.9(b). Au vu de ces résultats, on cherche encore à améliorer le modèle en augmentant l'ordre de la fonction de transfert. Cette motivation peut s'expliquer par le fait qu'on ait émis des hypothèses trop restrictives lors de la modélisation. Comme les

simulations s'effectuent sous Matlab, on écrit la fonction de transfert en continu d'un troisième ordre de la manière suivante :

$$H(s) = \frac{c_m}{s^3 + a_m s^2 + b_m s + c_m} \quad (3.36)$$

L'algorithme d'optimisation des paramètres donne en montée le jeu optimal des paramètres suivant :

$$\hat{\Theta}_m = [\hat{a}_m; \hat{b}_m; \hat{c}_m] = [18, 35; 288; 1424] \quad (3.37)$$

ce qui conduit aux figures 3.9(a) et 3.9(b). L'erreur de modélisation reste encore importante, mais en considérant des ordres plus élevés, on ne la diminue pas. Nous n'avons donc pas présenté les résultats pour des fonctions de transfert d'ordres supérieurs pour la montée.

#### Etude de la descente du système

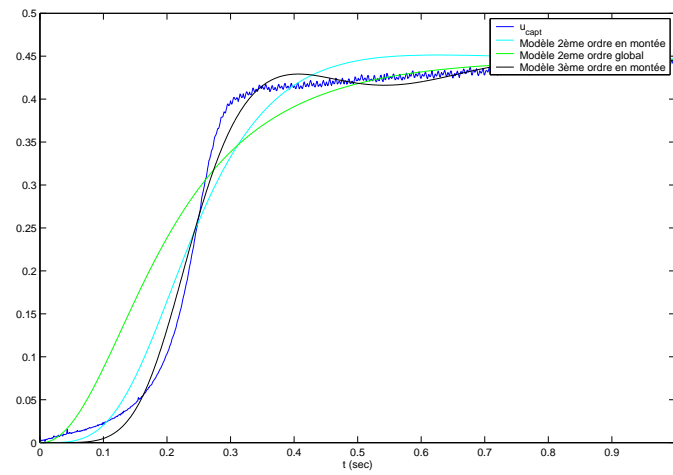
En descente, l'optimisation des paramètres de la fonction de transfert du deuxième ordre ne converge pas car un des coefficients est négligeable par rapport à l'autre. On réduit alors  $H(s)$  à une fonction de transfert du premier ordre, de la forme classique :

$$H(s) = \frac{a_d}{s + a_d} \quad (3.38)$$

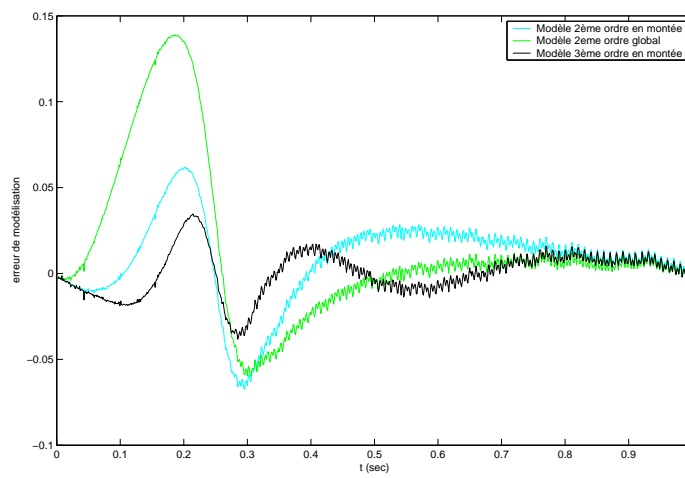
L'algorithme d'optimisation des paramètres donne alors le jeu optimal des paramètres suivant :

$$\hat{\Theta}_d = [\hat{a}_d] = [29, 59] \quad (3.39)$$

ce qui conduit aux figures 3.10(a) et 3.10(b).



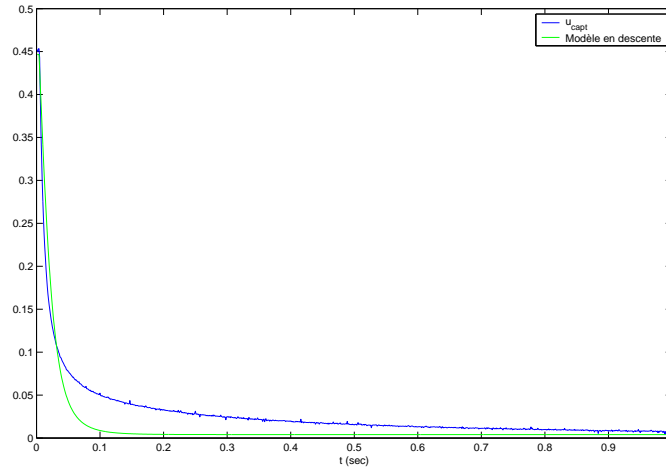
(a) Réponses indicielles.



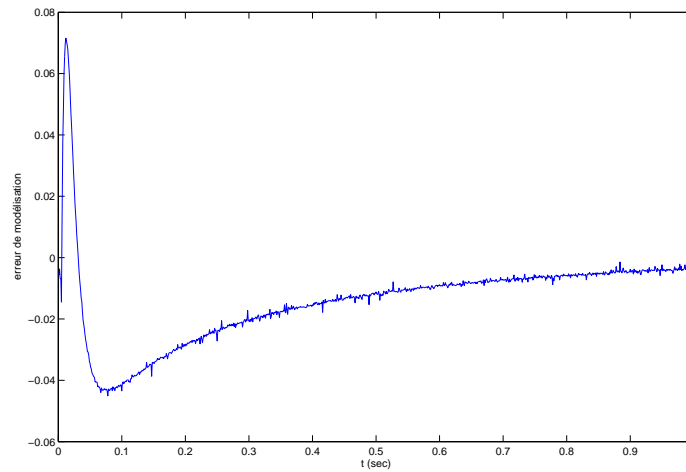
(b) Erreurs de modélisation.

FIG. 3.9 – Validation des modèles en montée autour d'un point de fonctionnement.





(a) Réponse indicielle.



(b) Erreur de modélisation.

FIG. 3.10 – Validation du modèle en descente autour d'un point de fonctionnement.

### Généralisation du modèle autour d'un point de fonctionnement

Soit la fonction de transfert du troisième ordre, définie par l'équation (3.36), pour les montées. On identifie désormais  $\hat{\Theta}_m$  pour des points de fonctionnement sur toute la plage de  $u_{cons}$ . On obtient ainsi les variations des paramètres  $a_m$ ,  $b_m$ , et  $c_m$  en fonction de  $u_{cons}$ . De façon analogue pour les descentes, en prenant une fonction de transfert du premier ordre et en identifiant  $\hat{\Theta}_d$ , on obtient les variations du coefficient  $a_d$ . Les résultats sont présentés figure 3.11.

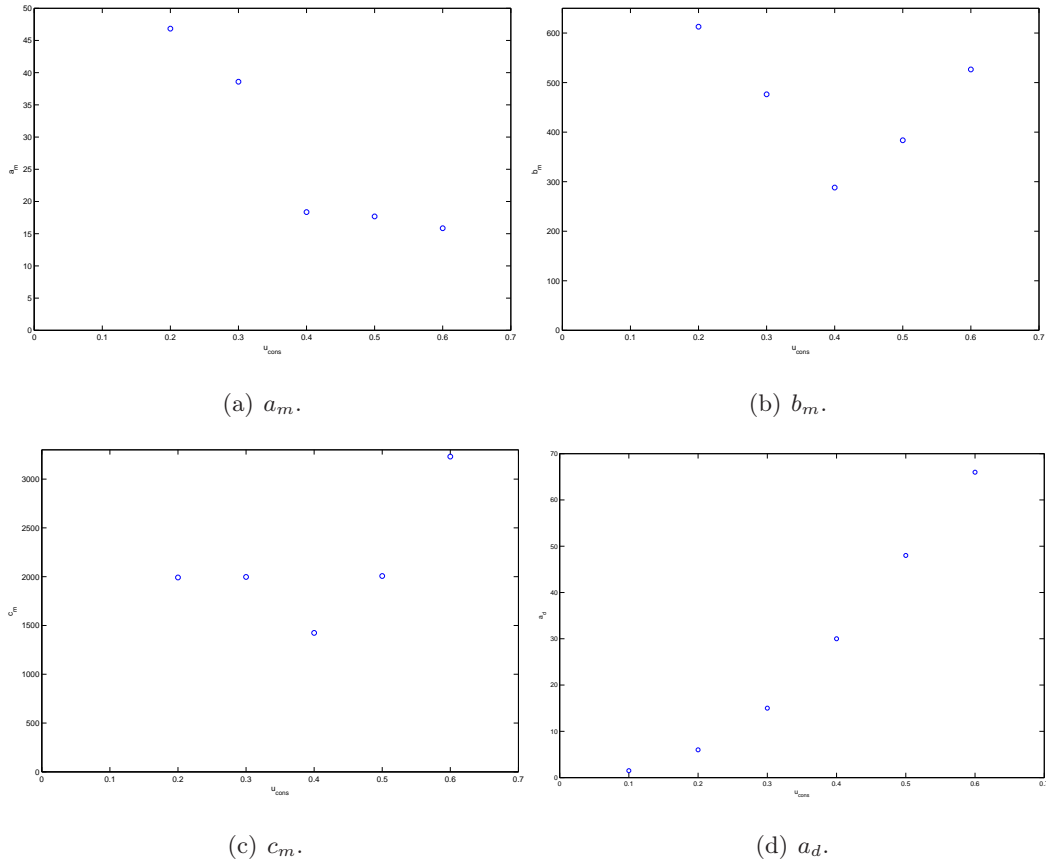


FIG. 3.11 – Estimation des coefficients de  $\hat{\Theta}_m$  et  $\hat{\Theta}_d$  en fonction de  $u_{cons}$ .

Comme observé précédemment sur la figure 3.4, l'évolution du coefficient  $a_d$  est linéaire sur toute la plage de fonctionnement, excepté pour des faibles valeurs de  $u_{cons}$ . En revanche, ce n'est pas le cas pour les coefficients  $a_m$ ,  $b_m$ , et  $c_m$ , dont la zone de variation linéaire est comprise entre  $u_{cons} = 0,4$  et  $u_{cons} = 0,6$ .

### 3.4.3 Conclusion

Il apparaît clairement que du fait de la nature fortement non-linéaire de la chaîne électro-hydraulique, les modèles identifiés dans ce paragraphe ne sont pas exploitables pour le calcul d'un correcteur optimal. En effet, ils sont trop complexes et imprécis, tout du moins dans le cas dynamique, c'est pourquoi nous ne cherchons pas à approfondir la modélisation. Nous nous penchons désormais sur l'asservissement en pression de ce système.

## 3.5 Asservissement en pression de la boucle électro-hydraulique

### 3.5.1 Cahier des charges

Un correcteur doit être mis en place d'après un cahier des charges défini selon le type d'application. Dans notre étude, les facteurs déterminant le cahier des charges se définissent classiquement par :

- la précision (erreur statique  $\varepsilon_s$  et erreur en vitesse  $\varepsilon_v$ ) ;
- la rapidité (temps de réponse à 95%  $t_r$ ) ;
- la stabilité (dépassement  $D\%$ ).

Tout d'abord, la pression en sortie de la chaîne électro-hydraulique est injectée dans les soufflets et définit donc directement l'orientation de MALICA. La mesure doit donc impérativement atteindre la consigne :  $\varepsilon_s = 0$ .

De plus, comme il s'agit d'une application de guidage, on travaillera principalement en poursuite. L'asservissement ne doit donc pas engendrer d'erreur de traînage  $\varepsilon_v$  en dynamique :  $\varepsilon_v = 0$ .

La commande bas-niveau doit être plus rapide que le temps d'exécution de la boucle externe, *i.e.* la commande en orientation de MALICA. Or, le temps de réponse de cette dernière est défini par la capacité du chirurgien à gérer les retards de la commande. Une étude récente sur les conséquences en chirurgie des temps de latence montre qu'un temps de latence de plus de 700 ms ne peut être toléré [Fabrizio 00]. Comme il est généralement admis en automatique que la boucle interne doit être environ dix fois plus rapide que la boucle externe, on définit le temps de réponse maximal de l'asservissement hydraulique tel que :  $t_r \leq 70ms$ .

Enfin, comme nous l'avons vu dans les difficultés opératoires, il est impératif d'éviter toute perforation du tissu aortique durant le guidage du cathéter dans le conduit aortique. Le moindre dépassement de consigne en pression entraîne une modification de la pose de MALICA, ce qui n'est donc pas acceptable. On fixe ainsi :  $D\% = 0\%$ .

### 3.5.2 Choix du correcteur

La modélisation de la chaîne électro-hydraulique a abouti à un modèle non-linéaire complexe ne permettant pas d'appliquer les méthodes classiques de calcul de correcteurs. On met alors en œuvre un premier correcteur numérique de type PID dont les paramètres sont

déterminés expérimentalement par la méthode de Ziegler-Nichols (figure 3.12).

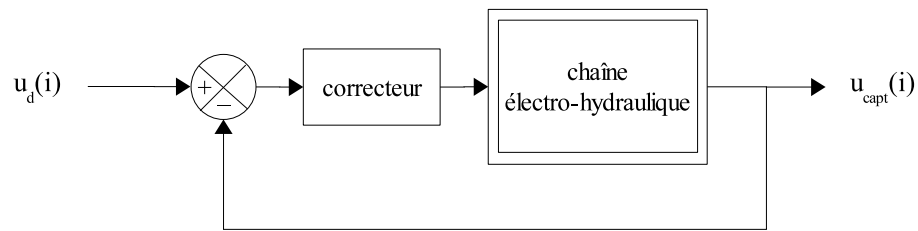
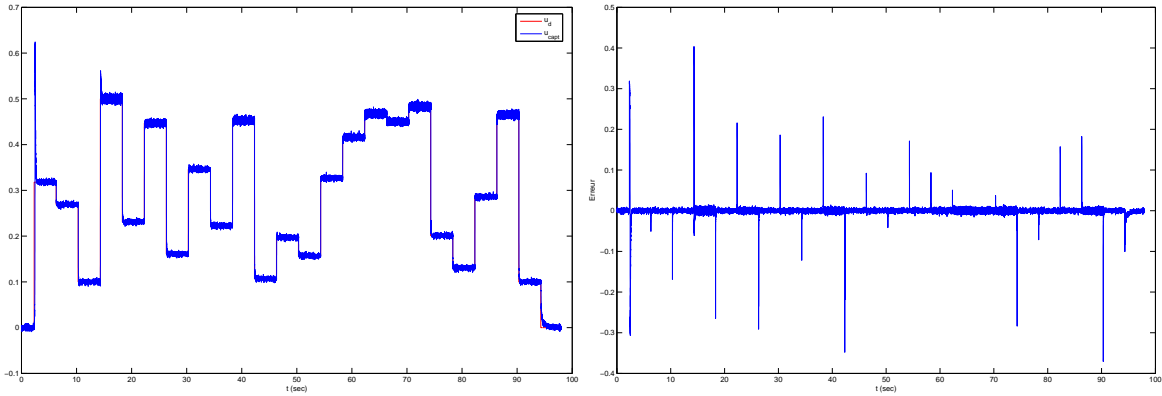


FIG. 3.12 – Asservissement en pression de la chaîne électro-hydraulique par un correcteur PID numérique.

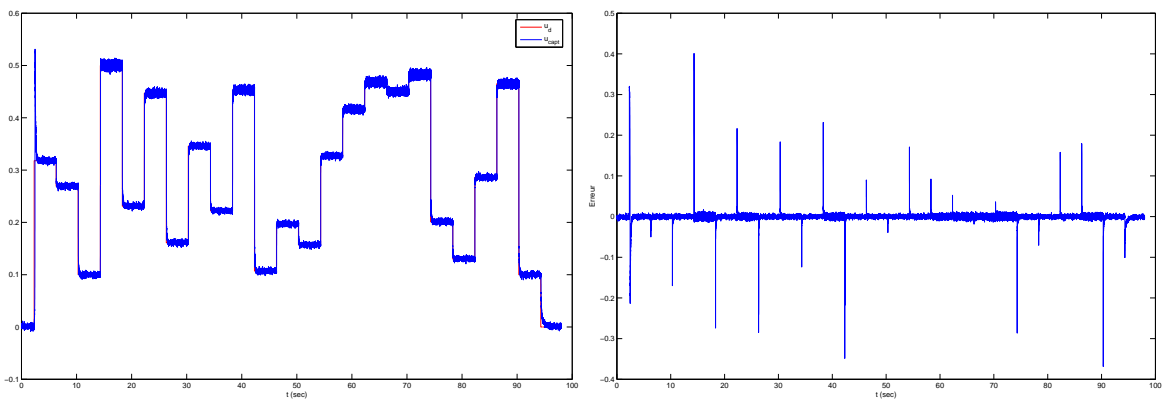
Sa mise en œuvre se traduit par deux comportements du système :

- si l'on fixe les paramètres du correcteur de manière à respecter le temps de réponse désiré, le correcteur entraîne de forts dépassements du système (figure 3.13(a)) ;
- si l'on règle ses paramètres pour assurer la stabilité du système, celui-ci est alors trop lent, *i.e.*  $t_r = 90 \text{ ms}$  (figure 3.13(c)).



(a) Asservissement en pression qui assure la rapidité du système :  $t_r = 70$  ms ( $P = 3$  et  $I = 60$ ).

(b) Erreur.



(c) Asservissement en pression qui assure la stabilité du système :  $D\% = 0\%$  ( $P = 3$  et  $I = 38$ ).

(d) Erreur.

FIG. 3.13 – Résultats expérimentaux du correcteur PID.

Les expérimentations confirment le fait qu'il n'y a pas de compromis acceptable entre rapidité et stabilité qui respecte le cahier des charges avec ce type d'asservissement. Cependant, étant parvenu à modéliser le gain statique du système, on ajoute à la commande précédente une boucle d'anticipation déterminée à partir de ce dernier (figure 3.14).

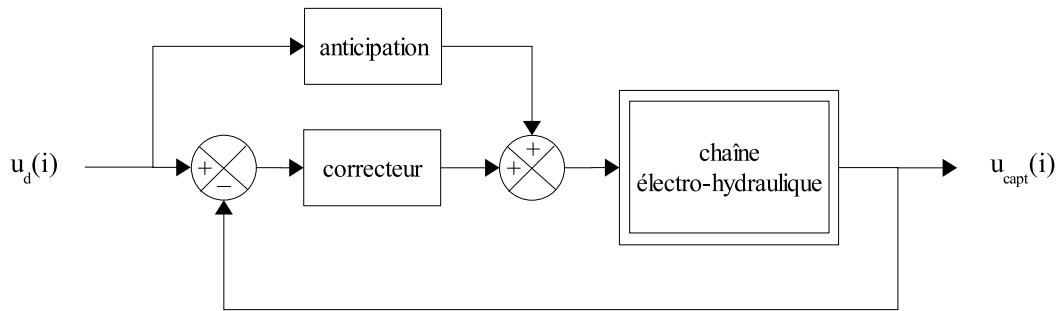


FIG. 3.14 – Asservissement en pression de la chaîne électro-hydraulique avec une boucle d’anticipation et un correcteur PID numérique.

L’anticipation appliquée correspond à la fonction inverse du gain statique (équation (3.26)) et s’écrit dans la plage de fonctionnement de MALICA :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{c u_d - \sqrt{c^2 u_d^2 - 4 d u_d (u_d - K)}}{2(u_d - K)} - \lambda & \text{si } u_d \neq K \\ \sigma = \frac{d}{c} - \lambda & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.40)$$

L’allure de cette fonction non linéaire est présentée figure 3.15.

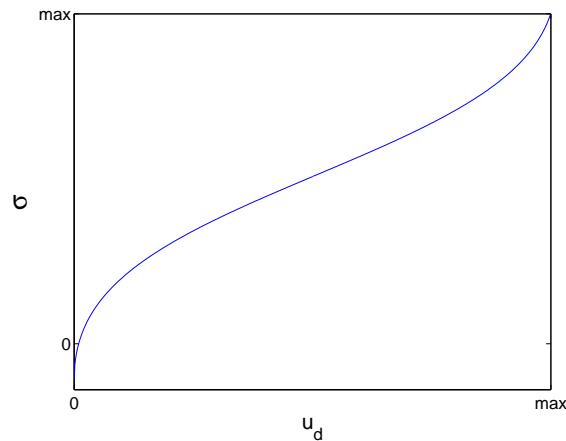


FIG. 3.15 – Fonction de la boucle d’anticipation.

### 3.5.3 Mise en œuvre et conclusion

Les différentes expérimentations menées ont abouti à la mise en œuvre d’un asservissement respectant le cahier des charges imposé (figure 3.16) :

- le temps de réponse obtenu en montée est de  $33\text{ ms}$  et  $26\text{ ms}$  en descente ;
- il n'y a plus de dépassement ;
- l'erreur en vitesse ne dépasse pas  $4\%$  ;
- l'erreur statique moyenne est de  $0,005$ .

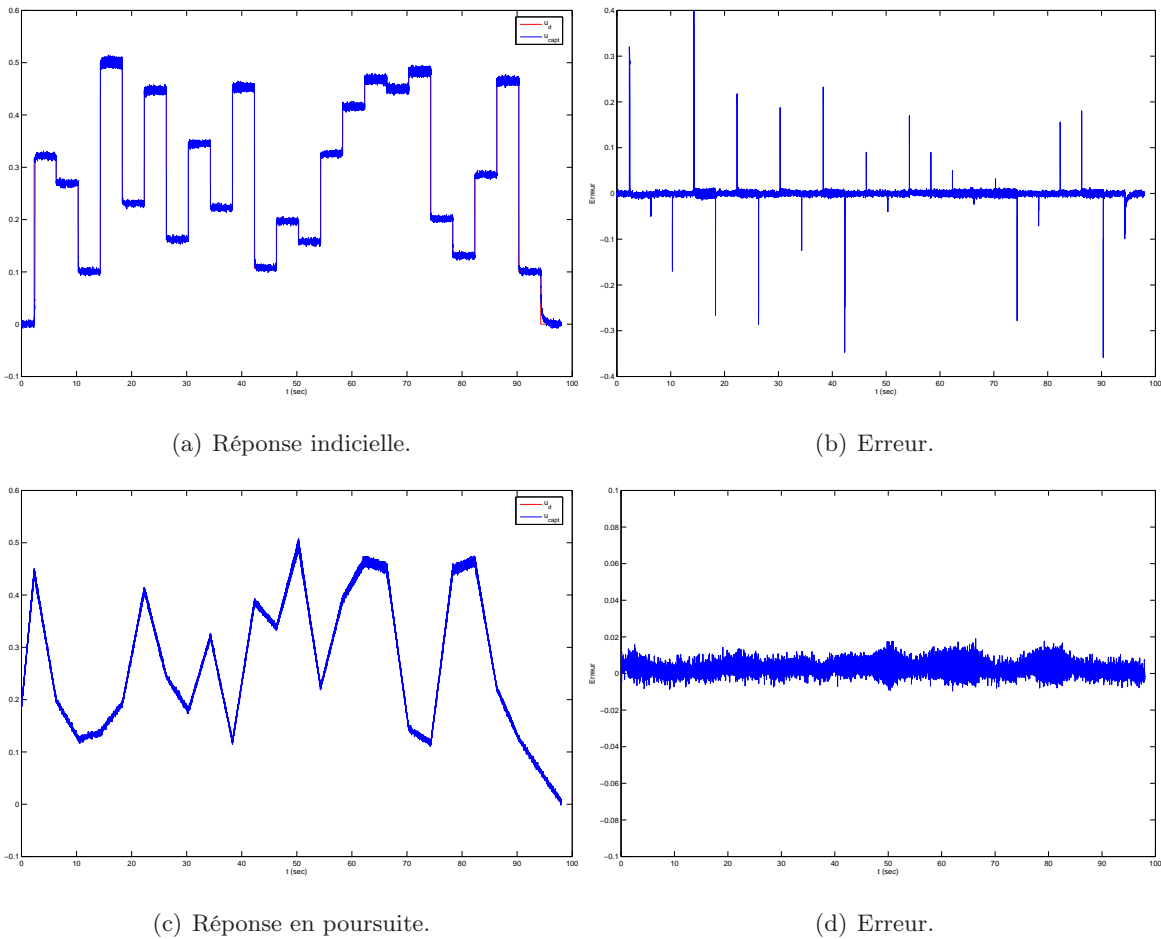


FIG. 3.16 – Résultats expérimentaux du correcteur PID complété par une boucle d'anticipation.

L'étude de la boucle électro-hydraulique révèle également une propriété intrinsèque des prototypes de servovalve : le seuil de décollement/placage de la palette. Cette non linéarité réduit significativement leurs performances pour des valeurs de  $u_d$  inférieures à  $0,06$ . De plus, la dynamique du système dans cette plage de fonctionnement n'est pas modifiable par la commande. Cet étage bas-niveau devra donc faire l'objet d'un soin tout particulier lors des évolutions futures de MALICA.

Deuxième partie

Modélisation et commande de  
MALICA





---

# Modèle statique direct

---

LES architectures existantes des robots sont nombreuses et variées. [Robinson 99] en propose ainsi une classification suivant trois groupes :

- **les robots discrets** («discrete robots») qui désignent les manipulateurs classiques, *i.e.* les robots dont la chaîne cinématique est généralement constituée de corps rigides reliés entre eux par des articulations prismatiques ou rotoïdes ;
- **les robots serpents** («serpentine/snake-like robots»). Il s’agit de robots discrets fortement redondants, *i.e.* le nombre d’articulations est supérieur au nombre de DDL exigé par la tâche ;
- **les robots continus** («continuum robots») qui ne possèdent ni de liaisons discrètes ni de corps rigides à l’image des robots discrets. Leur courbure est continue, similaire à celle des trompes ou des tentacules animales.

La frontière entre les deux dernières catégories reste assez floue. En effet, un robot serpent à haut degré de redondance peut être assimilé à un robot continuum. La même approche de modélisation peut ainsi s’appliquer indifféremment pour ces deux catégories. [Gravagne 02] propose ainsi un terme plus générique : **les robots de style continuum** («continuum style robots»). MALICA satisfait pleinement les caractéristiques de ce type de robots. De plus, du fait de ses chaînes cinématiques fermées, on peut qualifier MALICA de robot hybride de style continuum. Les méthodes de modélisation qui s’appliquent habituellement pour les

robots discrets ne peuvent l'être pour de tels systèmes, du fait de la nature flexible de leurs actionneurs et/ou de leurs corps. Aussi nous nous efforcerons dans cette partie d'établir le modèle statique direct de MALICA dépourvu de singularité mathématique.

Le formalisme employé pour décrire la pose de MALICA et les propriétés intrinsèques du micro-robot entament ce chapitre. Le modèle direct d'un robot correspond classiquement à la formulation des relations exprimant la situation de l'organe terminal du robot en fonction de ses coordonnées généralisées (ou variables articulaires). Le formalisme choisi ne s'applique que dans le cas de l'inclinaison de MALICA. On traite alors séparément la flexion et l'extension pour aboutir au modèle statique direct. Pour conclure ce chapitre, nous présentons le processus de calibrage des paramètres géométriques du micro-robot et sa mise en œuvre.

## 4.1 Formalisme et notations

Les micro-robots constituant MALICA peuvent être vus comme l'association en série de  $n^1$  modules élémentaires (M-E) (figure 4.1).

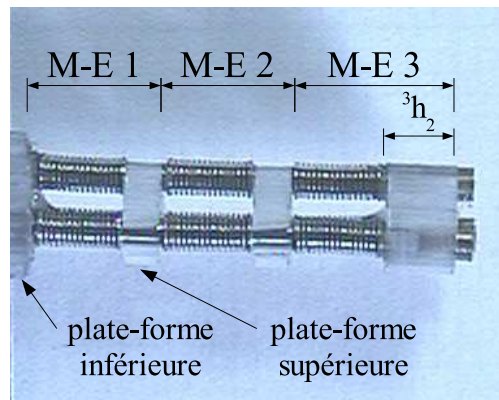


FIG. 4.1 – Décomposition d'un micro-robot en 3 modules élémentaires.

Soit :

- $j$  l'exposant désignant un M-E,  $j = 1, \dots, n$  ;
- $i$  l'indice désignant un soufflet,  $i = 1, \dots, 3$ .

On désigne alors (cf figure 4.2) :

- ${}^j S'_i$  comme le point d'ancrage haut du soufflet  $i$  sur la plate-forme supérieure ;

---

<sup>1</sup>  $n = 3$  pour le prototype v.2 ou  $n = 2$  pour le prototype v.1 (cf paragraphe 5.2.3)

- ${}^j s_i$  comme le point d'ancrage bas du soufflet  $i$  sur la plate-forme supérieure ;
- ${}^j G$  comme le barycentre du triangle équilatéral formé par les points  ${}^j S'_1, {}^j S'_2$  et  ${}^j S'_3$  ;
- ${}^j g$  comme le barycentre du triangle équilatéral formé par les points  ${}^j s_1, {}^j s_2$  et  ${}^j s_3$  ;
- ${}^j S_i$  comme le point d'ancrage du soufflet  $i$  sur la plate-forme inférieure ;
- ${}^j O$  comme le barycentre du triangle équilatéral formé par les points  ${}^j S_1, {}^j S_2$  et  ${}^j S_3$ .

On note ensuite :

- $L$  la longueur du soufflet virtuel ( $O^1g$ ), et  $\Delta L$  son allongement ;
- $L_0$  la longueur au repos des soufflets ;
- ${}^j h_2$  l'épaisseur de la plate-forme supérieure du M-E  $j$  ;
- ${}^j L_i$  la longueur du soufflet  $i$  du M-E  $j$  ;
- ${}^j P_i$  la pression injectée dans le soufflet  $i$  du M-E  $j$ .

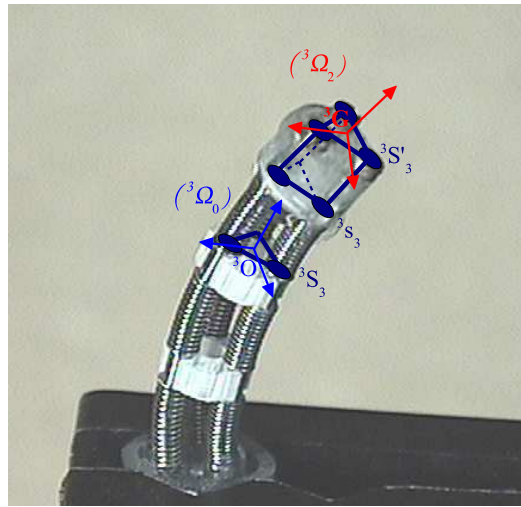
On définit :

- l'orientation de la plate-forme supérieure  $\vec{j}\theta$  ;
- un référentiel  ${}^j\Omega_0 = ({}^jO, x, y, z)$  lié à la plate-forme inférieure ;
- un référentiel  ${}^j\Omega_2 = ({}^jG, x_2, y_2, z_2)$  lié à la plate-forme supérieure ;
- $\Omega_0 = (O, x, y, z)$  comme le référentiel absolu lié à l'embase fixe du micro-robot,  $\Omega_0 = {}^1\Omega_0$ .

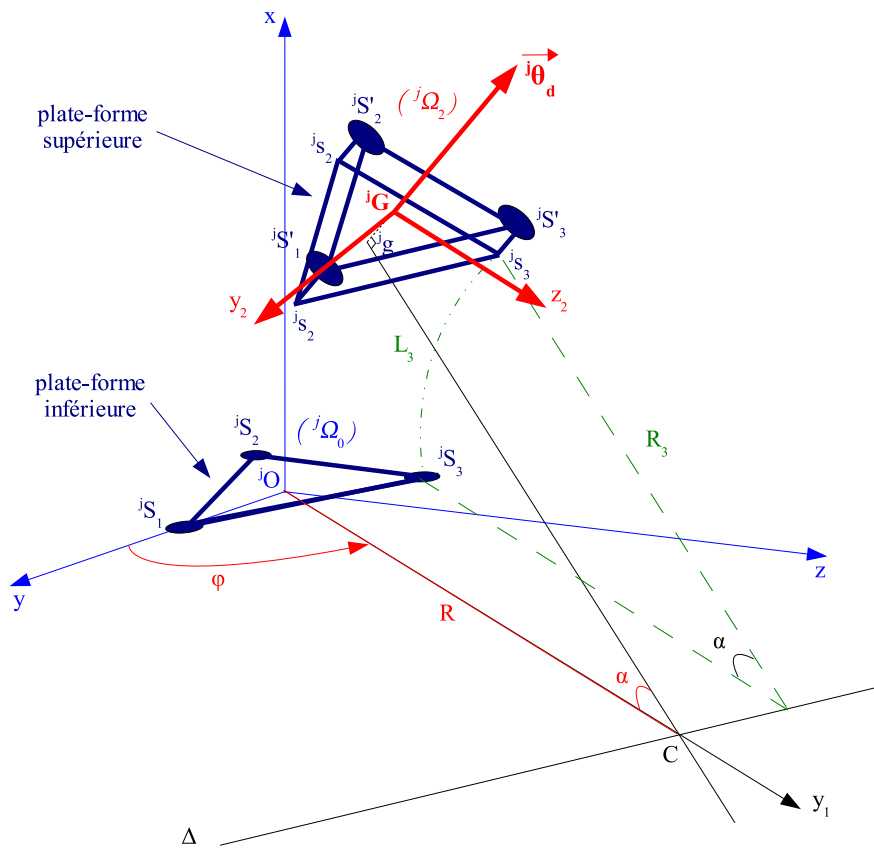
On écrit :

- ${}^j\mathcal{P}$  le vecteur  ${}^j\vec{O}{}^jg$  défini dans  ${}^j\Omega_0$  ;
- ${}^j\mathcal{R}_{ot}$  la matrice de rotation permettant de passer du référentiel mobile  ${}^j\Omega_2$  au référentiel fixe  ${}^j\Omega_0$ , qui pourra être calculée à partir de 3 paramètres  $(R, \alpha, \varphi)$ .

La modélisation du micro-robot consiste d'abord à établir celle d'un M-E, suivie de l'association en série des  $n$  M-E dépendants. Ce concept impose alors comme contrainte que le jeu de longueurs  $\{{}^jL_1, {}^jL_2, {}^jL_3\}$  soit identique pour les  $n$  M-E, *i.e.*  ${}^jL_i = L_i \forall (i, j)$ . On peut également souligner que  ${}^jS'_i = {}^{j+1}S_i$  et  ${}^jG = {}^{j+1}O$ .



(a) Représentation à partir du système réel



(b) Représentation schématique

FIG. 4.2 – Paramètres géométriques d'un module élémentaire.

## 4.2 Propriétés intrinsèques du micro-robot

Les déplacements d'un M-E peuvent être caractérisés par trois variables (figure 4.2), telles que :

- $R$ , le rayon de courbure lié à la déformation du M-E ;
- $\alpha$ , l'angle d'inclinaison de la plate-forme supérieure.  $\alpha = \left( \widehat{\vec{x}^j G \vec{x}_2} \right)$ , toujours défini positif ;
- $\varphi$ , l'orientation du plan de courbure d'un M-E.  $\varphi = \left( \widehat{\vec{y}^j O \vec{y}_1} \right)$ , défini positif dans le sens trigonométrique.

[Fukuda 94, Lane 99, Thomann 03a] retiennent également ces notations, de même que [Hannan 03, Gravagne 02] dans le cas d'un robot plan de style continuum. La déformation d'un M-E est donc régie par l'équation géométrique suivante :

$$L = \alpha R \quad (4.1)$$

Deux comportements du micro-robot en découlent :

- tout en maintenant un rayon de courbure constant, la variation de la longueur moyenne des soufflets modifie l'inclinaison de la plate-forme ;
- si l'on souhaite conserver une inclinaison donnée, on peut agir conjointement sur le rayon de courbure et sur l'allongement moyen des soufflets.

De plus, comme on le démontre dans la suite,  $\varphi$  varie indépendamment de ces trois paramètres, *e.g.* le micro-robot peut effectuer une rotation autour de l'axe  $(Ox)$  pour  $\alpha$ ,  $R$  et  $L$  constants. Enfin, d'après la configuration géométrique d'un M-E (cf figure 4.2), on obtient :

$$\vec{j}\theta = \begin{cases} \cos^j \alpha \\ \cos \varphi \sin^j \alpha \\ \sin \varphi \sin^j \alpha \end{cases} \quad (4.2)$$

$\vec{j}\theta$  est donc indépendant de  $R$ . Une même orientation peut ainsi être obtenue pour différentes positions de l'embase libre. En revanche, à chaque position de l'embase libre du micro-robot est associée une unique orientation.

La redondance du micro-robot est donc contrainte par ces propriétés.

### 4.3 Module élémentaire en flexion

L'état de compliance d'un M-E impose que les  $L_i$  (respectivement les  $P_i$ ) ne soient pas identiques. Cette hypothèse sera donc appliquée dans ce paragraphe. De plus, dans un souci de clarté du document, on omettra dans ce paragraphe l'exposant  $j$ , puisque le modèle est valable pour n'importe quel M-E.

#### 4.3.1 Expression de la flexion en fonction des coordonnées généralisées

Par analogie avec l'équation (4.1), on a également :

$$\alpha = \frac{L_i}{R_i} = \frac{L_0 + \Delta L}{R} \quad (4.3)$$

où  $R_i$  est le rayon de courbure relatif au soufflet  $i$ . On pose :

$$\Delta L_i = L_i - L_0 \quad (4.4)$$

Etant donné l'implantation des soufflets (cf figure 4.3), on a :

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\varphi \\ \varphi_2 = -\frac{2\pi}{3} - \varphi \\ \varphi_3 = \frac{2\pi}{3} - \varphi \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $\varphi_i$  est l'orientation du plan de courbure de la plate-forme supérieure relative au soufflet  $i$ . Cet angle est défini de  $(Oy_1)$  vers  $(Oy)$ .

Ainsi  $R_i$  est défini par :

$$R_i = R - \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_i \quad (4.6)$$

et

$$L_i = L - \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_i \quad (4.7)$$

avec  $h_1$  la hauteur du triangle équilatéral d'implantation des soufflets<sup>2</sup>. Comme  $\sum_{i=1}^3 \cos \varphi_i = 0$ , l'équation (4.6) donne :

$$R = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 R_i \quad (4.8)$$

Ce résultat indique que la déformation globale du micro-robot est la moyenne des déformations locales à cause du couplage des soufflets.

---

<sup>2</sup>  ${}^j h_1 = h_1 \forall j$

De façon similaire et d'après l'équation (4.7), on a :

$$L = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 L_i \quad (4.9)$$

soit d'après l'équation (4.4) :

$$\Delta L = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 L_i - L_0 \quad (4.10)$$

L'équation (4.7), appliquée aux soufflets 1 et 2, donne :

$$L_1 + \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_1 = L_2 + \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_2 \Leftrightarrow \frac{\alpha h}{3} = \frac{L_2 - L_1}{3 \cos \varphi + \sqrt{3} \sin \varphi} \quad (4.11)$$

A partir des équations (4.7) et (4.9), on trouve :

$$L_3 + \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_3 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 L_i - L_0 \Leftrightarrow \frac{\alpha h}{3} = \frac{L_1 + L_2 - 2L_3}{3(\sqrt{3} \sin \varphi - \cos \varphi)} \quad (4.12)$$

Finalement d'après les équations (4.11) et (4.12), on obtient :

$$\boxed{\varphi = \text{atan2}(\sqrt{3}(L_2 - L_3), L_3 + L_2 - 2L_1)} \quad (4.13)$$

La fonction  $\text{atan2}(y, x)$  est une fonction FORTRAN qui retourne  $\text{atan}(\frac{y}{x})$  suivant le quadrant où se situe le point  $(x, y)$ , telle que :

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \text{atan}(\frac{y}{x}) + \pi & \text{si } x < 0 \text{ et } y \geq 0 \\ \text{atan}(\frac{y}{x}) - \pi & \text{si } x < 0 \text{ et } y < 0 \\ \text{atan}(\frac{y}{x}) & \text{si } x > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } x = 0 \text{ et } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x = 0 \text{ et } y < 0 \end{cases}$$

Cette fonction est bijective de  $]-\infty, +\infty[$  sur  $[-\pi, \pi]$   $\forall (y, x) \neq (0, 0)$ . L'équation (4.13) est donc indéterminée lorsque  $\sqrt{3}(L_2 - L_3) = 0$  et  $L_3 + L_2 - 2L_1 = 0$ , *i.e.* quand  $L_1 = L_2 = L_3$ . Or cette relation caractérise la translation pure du micro-robot, configuration exclue dans ce paragraphe.

D'après les équations (4.6) et (4.3), on en déduit que :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^3 L_i}{\sum_{i=1}^3 L_i - 3L_0} \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_i \quad (4.14)$$



grâce à la relation trigonométrique suivante :

$$\cos(\text{atan2}(x, y)) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \forall (x, y) \neq (0, 0) \quad (4.15)$$

ainsi :

$$R = \frac{2h_1 \sum_{i=1}^3 L_i}{3\sqrt{3(L_2 - L_3)^2 + (L_2 + L_3 - 2L_1)^2}} \quad (4.16)$$

L'équation  $\sqrt{3(L_2 - L_3)^2 + (L_2 + L_3 - 2L_1)^2}$  s'annule uniquement pour la translation pure du micro-robot.

On obtient finalement :

$$\boxed{R = \frac{h_1 \sum_{i=1}^3 L_i}{3\sqrt{\xi_l}}} \quad (4.17)$$

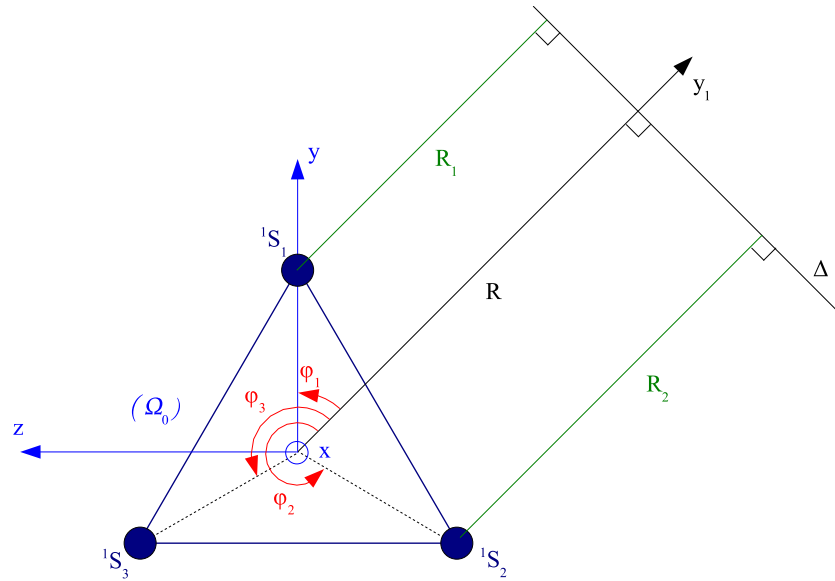
et d'après les équations (4.3) et (4.17) :

$$\boxed{\alpha = \frac{\sqrt{\xi_l}}{h_1}} \quad (4.18)$$

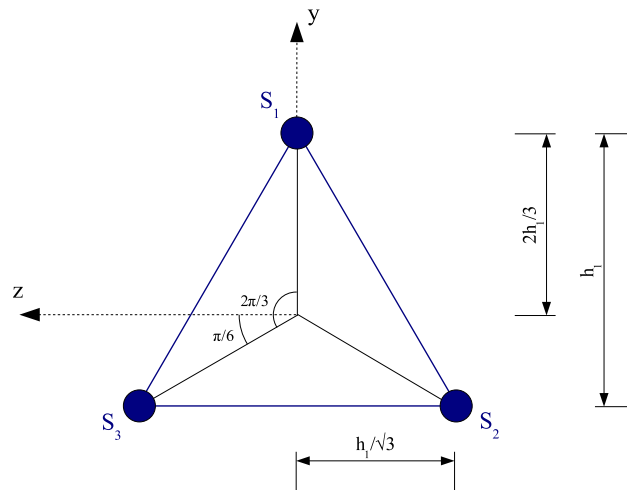
tel que :

$$\xi_l = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - L_2L_1 - L_3L_1 - L_2L_3 \quad (4.19)$$

On peut alors noter que comme  $L_i \in [L_0, L_{max}]$ ,  $\xi_l \in ]0, 2\Delta L_{max}]$



(a) Eléments de symétrie



(b) Cotes

FIG. 4.3 – Projection d'un M-E dans le plan  $(zOy)$ .

### 4.3.2 Expression de la flexion en fonction des pressions

#### 4.3.2.1 Approche classique

Considérant les forces extérieures appliquées sur la plate-forme supérieure comme négligeables en fonctionnement libre, les masses négligeables, et travaillant en mode quasi-statique,

il est classiquement admis dans l'hypothèse linéaire que la variation d'allongement d'un soufflet ( $\Delta L$ ) est proportionnelle à la variation de pression à l'intérieur de celui-ci<sup>3</sup> ( $\Delta P$ ) [O'Brien 01].

On peut donc écrire :

$$AP_i = k\Delta L_i \quad (4.20)$$

où

- $k$  est le coefficient de raideur d'un soufflet ;
- $A$  est la section efficace d'un soufflet.

D'après les équations (4.10) et (4.20), on obtient alors :

$$\Delta L = \frac{A}{3k} \sum_{i=1}^3 P_i \quad (4.21)$$

et d'après (4.13), (4.17), (4.18) :

$$\varphi = \text{atan2}(\sqrt{3}(P_2 - P_3), P_3 + P_2 - 2P_1) \quad (4.22)$$

$$R = \frac{h_1}{3} \frac{\frac{k}{A} 3L_0 + \sum_{i=1}^3 P_i}{\sqrt{\xi_p}} \quad (4.23)$$

$$\alpha = \frac{A\sqrt{\xi_p}}{kh_1} \quad (4.24)$$

tel que :

$$\xi_p = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 - P_2P_1 - P_3P_1 - P_2P_3 \quad (4.25)$$

#### 4.3.2.2 Application du théorème des moments

Soit  $\vec{\mathcal{M}}_{exc}$ , le moment excitant exercé sur la plate-forme supérieure. Par définition,  $\vec{\mathcal{M}}_{exc}$ , engendré par les pressions injectées dans les soufflets et calculé au point  $G$ , s'écrit dans  $\Omega_0$  :

$$\vec{\mathcal{M}}_{exc} = \vec{\mathcal{M}}_p = \sum_{i=1}^3 G\vec{S}'_i \wedge Fp_i\vec{x} \quad (4.26)$$

tels que :

- $\vec{\mathcal{M}}_p$  : moment induit par  $P$  ;
- $Fp_i$  : module de la force induite par la pression  $P_i$ .

---

<sup>3</sup>Servometer©, soufflets en metal électrodéposé <http://www.servometer.fr/NBC020917.htm>

Considérant les sections des différents soufflets toutes égales,  $A_i = A \forall i$  :

$$Fp_i = A P_i \quad (4.27)$$

D'après l'implantation des soufflets (cf figure 4.3), on a au repos :

$${}^j G = \begin{pmatrix} L_0 + h_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$${}^j S'_1 = \begin{pmatrix} L_0 + h_2 \\ \frac{2h_1}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

$${}^j S'_2 = \begin{pmatrix} L_0 + h_2 \\ -\frac{h_1}{3} \\ -\frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

$${}^j S'_3 = \begin{pmatrix} L_0 + h_2 \\ -\frac{h_1}{3} \\ \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

L'équation (4.26) s'écrit alors :

$$\vec{\mathcal{M}}_{exc} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2h_1}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} AP_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{h_1}{3} \\ -\frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} AP_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{h_1}{3} \\ \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} AP_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

On obtient alors :

$$\vec{\mathcal{M}}_{exc} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{Ah_1}{\sqrt{3}}(P_3 - P_2) \\ \frac{Ah_1}{3}(P_3 + P_2 - 2P_1) \end{pmatrix}_{(\Omega_0)} \quad (4.33)$$

or si l'on désigne par  $\beta$  l'orientation de  $\vec{\mathcal{M}}_{exc}$ , on a :

$$\begin{cases} \cos \beta = \vec{\mathcal{M}}_{exc} \cdot \vec{y} \\ \sin \beta = \vec{\mathcal{M}}_{exc} \cdot \vec{z} \end{cases} \quad (4.34)$$

et

$$\beta = \varphi + \frac{\pi}{2} \quad (4.35)$$

ainsi

$$\tan \beta = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \frac{\frac{Ah_1}{3}(P_3 + P_2 - 2P_1)}{\frac{Ah_1}{\sqrt{3}}(P_3 - P_2)} \quad (4.36)$$

A l'aide des relations trigonométriques, on obtient finalement :

$$\varphi = \text{atan2}(\sqrt{3}(P_2 - P_3), P_3 + P_2 - 2P_1) \quad (4.37)$$

On retrouve bien l'expression de  $\varphi$  calculé précédemment (équation (4.22)).

Si l'on prend désormais en compte des perturbations exercées sur la plate-forme supérieure, ces forces vont engendrer un moment additionnel ( $\vec{\mathcal{M}}_{add}$ ). L'équation (4.26) devient alors :

$$\vec{\mathcal{M}}_{exc} = \vec{\mathcal{M}}_p + \vec{\mathcal{M}}_{add} \quad (4.38)$$

Soit  $m_y$  et  $m_z$  respectivement les composantes suivant  $(O\vec{x})$  et  $(O\vec{y})$  de  $\vec{\mathcal{M}}_{add}$  dans  $\Omega_0$ , le plan de courbure est alors défini par :

$$\varphi = \text{atan2}(-(Ah_1\sqrt{3}(P_3 - P_2) + \sqrt{3}m_y), Ah_1(P_3 + P_2 - 2P_1) + 3m_z) \quad (4.39)$$

Pour une configuration donnée, la mesure de  $\varphi$  permet ainsi d'estimer les forces extérieures appliquées sur le micro-robot.

### 4.3.3 Coordonnées cartésiennes de la plate-forme supérieure

Les coordonnées de  ${}^jG$ ,  ${}^jS'_i$ ,  ${}^jg$  et de  ${}^js_i$  dans  ${}^j\Omega_0$  sont alors définies par (cf figure 4.2) :

$${}^jG = \begin{pmatrix} R \sin \alpha + {}^jh_2 \cos \alpha \\ (R(1 - \cos \alpha) + {}^jh_2 \sin \alpha) \cos \varphi \\ (R(1 - \cos \alpha) + {}^jh_2 \sin \alpha) \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

$${}^jS'_1 = \begin{pmatrix} R_1 \sin \alpha + {}^jh_2 \cos \alpha \\ (R_1(1 - \cos \alpha) + {}^jh_2 \sin \alpha) \cos \varphi + \frac{2h_1}{3} \\ (R_1(1 - \cos \alpha) + {}^jh_2 \sin \alpha) \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

$${}^jS'_2 = \begin{pmatrix} R_2 \sin \alpha + {}^jh_2 \cos \alpha \\ (R_2(1 - \cos \alpha) + {}^jh_2 \sin \alpha) \cos \varphi - \frac{h_1}{3} \\ (R_2(1 - \cos \alpha) + {}^jh_2 \sin \alpha) \sin \varphi + \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

$${}^j S'_3 = \begin{pmatrix} R_3 \sin \alpha + {}^j h_2 \cos \alpha \\ (R_3(1 - \cos \alpha) + {}^j h_2 \sin \alpha) \cos \varphi - \frac{h_1}{3} \\ (R_3(1 - \cos \alpha) + {}^j h_2 \sin \alpha) \sin \varphi + \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

$${}^j g = \begin{pmatrix} R \sin \alpha \\ R(1 - \cos \alpha) \cos \varphi \\ R(1 - \cos \alpha) \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

$${}^j s_1 = \begin{pmatrix} R_1 \sin \alpha \\ R_1(1 - \cos \alpha) \cos \varphi + \frac{2h_1}{3} \\ R_1(1 - \cos \alpha) \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

$${}^j s_2 = \begin{pmatrix} R_2 \sin \alpha \\ R_2(1 - \cos \alpha) \cos \varphi - \frac{h_1}{3} \\ R_2(1 - \cos \alpha) \sin \varphi + \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

$${}^j s_3 = \begin{pmatrix} R_3 \sin \alpha \\ R_3(1 - \cos \alpha) \cos \varphi - \frac{h_1}{3} \\ R_3(1 - \cos \alpha) \sin \varphi + \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

#### 4.4 Module élémentaire en extension pure

En effet, lorsque le M-E est en extension, le rayon de courbure est infini et  $\varphi$  n'est pas défini.

Lorsque l'on injecte la même pression dans les trois soufflets, le M-E est en extension pure d'amplitude  $\Delta L$  (donnée par l'équation (4.10)). On a donc dans  ${}^j \Omega_0$  :

$${}^j G = \begin{pmatrix} L_0 + {}^j h_2 + \Delta L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

$${}^j S'_1 = \begin{pmatrix} L_0 + {}^j h_2 + \Delta L \\ \frac{2h_1}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

$${}^j S'_2 = \begin{pmatrix} L_0 + {}^j h_2 + \Delta L \\ -\frac{h_1}{3} \\ -\frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

$${}^j S'_3 = \begin{pmatrix} L_0 + {}^j h_2 + \Delta L \\ -\frac{h_1}{3} \\ \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

et

$${}^j g = \begin{pmatrix} L_0 + \Delta L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

$${}^j s_1 = \begin{pmatrix} L_0 + \Delta L \\ \frac{2h_1}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

$${}^j s_2 = \begin{pmatrix} L_0 + \Delta L \\ -\frac{h_1}{3} \\ -\frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

$${}^j s_3 = \begin{pmatrix} L_0 + \Delta L \\ -\frac{h_1}{3} \\ \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

## 4.5 Déformation d'un micro-robot

### 4.5.1 Matrice de passage homogène

Nous pouvons désormais exprimer la matrice de passage homogène  ${}^j \mathcal{T}$  entre  $\Omega_0$  et  ${}^j \Omega_2$ . Elle caractérise la déformation de  $j$  M-E disposés en série en fonction des longueurs des soufflets (figure 4.4) :

$${}^j \mathcal{T} = \prod_{v=1}^j \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{ot} & \mathcal{P} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^v h_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

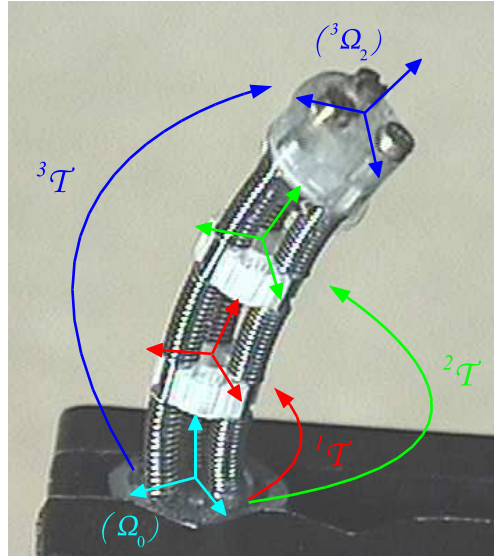


FIG. 4.4 – Repères successifs pour un micro-robot.

avec

$$\mathcal{R}_{ot} = \left[ \vec{j}\theta, \frac{{}^1g\vec{1}s_1}{\|{}^1g\vec{1}s_1\|}, \vec{j}\theta \wedge \frac{{}^1g\vec{1}s_1}{\|{}^1g\vec{1}s_1\|} \right] \quad (4.57)$$

et

$$\vec{j}\theta = \frac{jg\vec{j}G}{\|jg\vec{j}G\|} \quad (4.58)$$

soit :

$${}^j\mathcal{T}(1) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \cos(\varphi) \sin(\alpha) \\ \sin(\varphi) \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$${}^j\mathcal{T}(2) = \begin{pmatrix} -\frac{\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi)}{\sqrt{(\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi))^2 + (\frac{2h_1}{3})^2 (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1)+1)^2 + (\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1))^2}} \\ \frac{\frac{2h_1}{3} (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1)+1)}{\sqrt{(\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi))^2 + (\frac{2h_1}{3})^2 (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1)+1)^2 + (\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1))^2}} \\ \frac{\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1)}{\sqrt{(\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi))^2 + (\frac{2h_1}{3})^2 (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1)+1)^2 + (\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1))^2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$



$${}^j\mathcal{T}(3) = \begin{pmatrix} \frac{\frac{2h_1}{3} \sin(\varphi) \sin(\alpha)}{\sqrt{(\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi))^2 + (\frac{2h_1}{3})^2 (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1) + 1)^2 + (\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1))^2}} \\ \frac{\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1)}{\sqrt{(\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi))^2 + (\frac{2h_1}{3})^2 (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1) + 1)^2 + (\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1))^2}} \\ \frac{\frac{2h_1}{3} (\cos(\varphi)^2 \cos(\alpha) - \cos(\alpha) - \cos(\varphi)^2)}{\sqrt{(\frac{2h_1}{3} \sin(\alpha) \cos(\varphi))^2 + (\frac{2h_1}{3})^2 (\cos(\varphi)^2 (\cos(\alpha)-1) + 1)^2 + (\frac{2h_1}{3} \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\cos(\alpha)-1))^2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$${}^j\mathcal{T}(4) = \begin{pmatrix} R \sin(\alpha) + {}^j h_2 \cos(\alpha) \\ (R(1 - \cos(\alpha)) + {}^j h_2 \sin(\alpha)) \cos(\varphi) \\ (R(1 - \cos(\alpha)) + {}^j h_2 \sin(\alpha)) \sin(\varphi) \\ 1 \end{pmatrix}$$

où  ${}^j\mathcal{T}(c)$  représente la  $c^{\text{ème}}$  colonne de  ${}^j\mathcal{T}$ .

On peut noter que  $\mathcal{R}_{ot}$  correspond aux cosinus directeurs de  ${}^1\Omega_2$  exprimés dans  $\Omega_0$  et que l'on retrouve bien les coordonnées de  ${}^jG$  définies par l'équation (4.40) dans l'expression de  ${}^j\mathcal{T}(4)$ . La configuration de l'embase libre dans le repère  $\Omega_0$ , qui caractérise la déformation du micro-robot, correspond à la configuration de la plate-forme supérieure du M-E 3 :

$${}^3S'_i = {}^3\mathcal{T} S_i \quad (4.59)$$

L'expression analytique du modèle direct d'un micro-robot ne sera donc pas explicité entièrement du fait de sa complexité littérale. En revanche, tous les termes mis en jeu pour son calcul sont connus. L'implémentation numérique du modèle statique inverse est donc possible. Elle est présentée dans le paragraphe suivant.

## 4.5.2 Simulation

Le modèle statique direct du prototype v.2 est implémenté sous Matlab©. Il permet de définir la pose, *i.e.* les coordonnées opérationnelles et la déformation des soufflets, d'un micro-robot de MALICA en fonction des coordonnées généralisées du M-E 1 que l'on spécifie. Pour le représenter dans l'espace, on trace le soufflet virtuel et la plate-forme supérieure pour chaque M-E.

Ainsi figure 4.5(a), lorsque  ${}^1L_1 = 3,6$  mm,  ${}^1L_2 = 3,8$  mm et  ${}^1L_3 = 4$  mm, l'inclinaison du micro-robot, *i.e.*  ${}^3\alpha$ , est de  $26,46^\circ$  et  $\phi$  vaut  $30^\circ$ , pour une longueur du soufflet virtuel, *i.e.*  $L$ , de  $3,8$  mm. L'orientation de l'embase libre est représentée en rouge.

Figure 4.5(b), pour le jeu de longueurs  $\{4, 2 \text{ mm}, 4, 6 \text{ mm}, 3, 8 \text{ mm}\}$ , on obtient  ${}^3\alpha = 52, 9^\circ$  et  $\phi = 90^\circ$ . Cette pose conduit à une singularité dans les modèles de [O'Brien 01] et [Thomann 03a].

Ce modèle permet également de déterminer la pose du micro-robot pour une longueur actuellement exagérée de  ${}^1L_1$  (figure 4.5(c)).

Enfin, figure 4.5(d), on montre la résolution pour l'extension pure du micro-robot.

Chaque position de l'embase libre du micro-robot impose une unique orientation de celle-ci (paragraphe 4.2). L'espace de travail du micro-robot peut donc être représenté par sa projection dans l'espace cartésien. On parle alors d'espace des positions accessibles,  $W_{\mathbb{R}^3}$ . Cet espace est défini comme étant l'ensemble des positions accessibles de l'organe terminal pour au moins une orientation. Celui-ci correspond donc au cumul des  $N$  positions du point  ${}^nG$  ( ${}^N\{{}^nG\}$ ) pour les  $N$  jeux de longueurs possibles ( ${}^N L$ ), *i.e.* l'ensemble du domaine articulaire. On différencie alors l'espace primaire, *i.e.* l'ensemble des positions de  $W_{\mathbb{R}^3}$  qui peuvent être atteintes avec toutes les orientations possibles, de l'espace secondaire, *i.e.* l'ensemble des positions de  $W_{\mathbb{R}^3}$  où l'orientation est limitée [Dombre 01]. Dans le cas de notre application, l'espace des positions accessibles est donc identique à l'espace secondaire, car l'espace primaire est vide.

Les soufflets Servometer© utilisés autorisent une course de 60% de leur longueur effective en extension, ainsi  $L_{max} = 1, 6L_0$ . D'après les cotes théoriques du prototype v.2, on établit numériquement l'espace des positions accessibles du prototype v.2 (figure 4.6). Sa projection dans le plan  $(yOz)$  est illustrée figure 4.7. La surface obtenue s'inscrit dans un cercle de  $14, 9 \text{ mm}$  de rayon, alors que le diamètre moyen de l'aorte est d'environ  $20 \text{ mm}$ . Cette aptitude est donc intéressante, car même si le rôle principal du micro-robot est de contraindre le cathéter en orientation, on pourrait étendre ses fonctions à un outil de palpation.

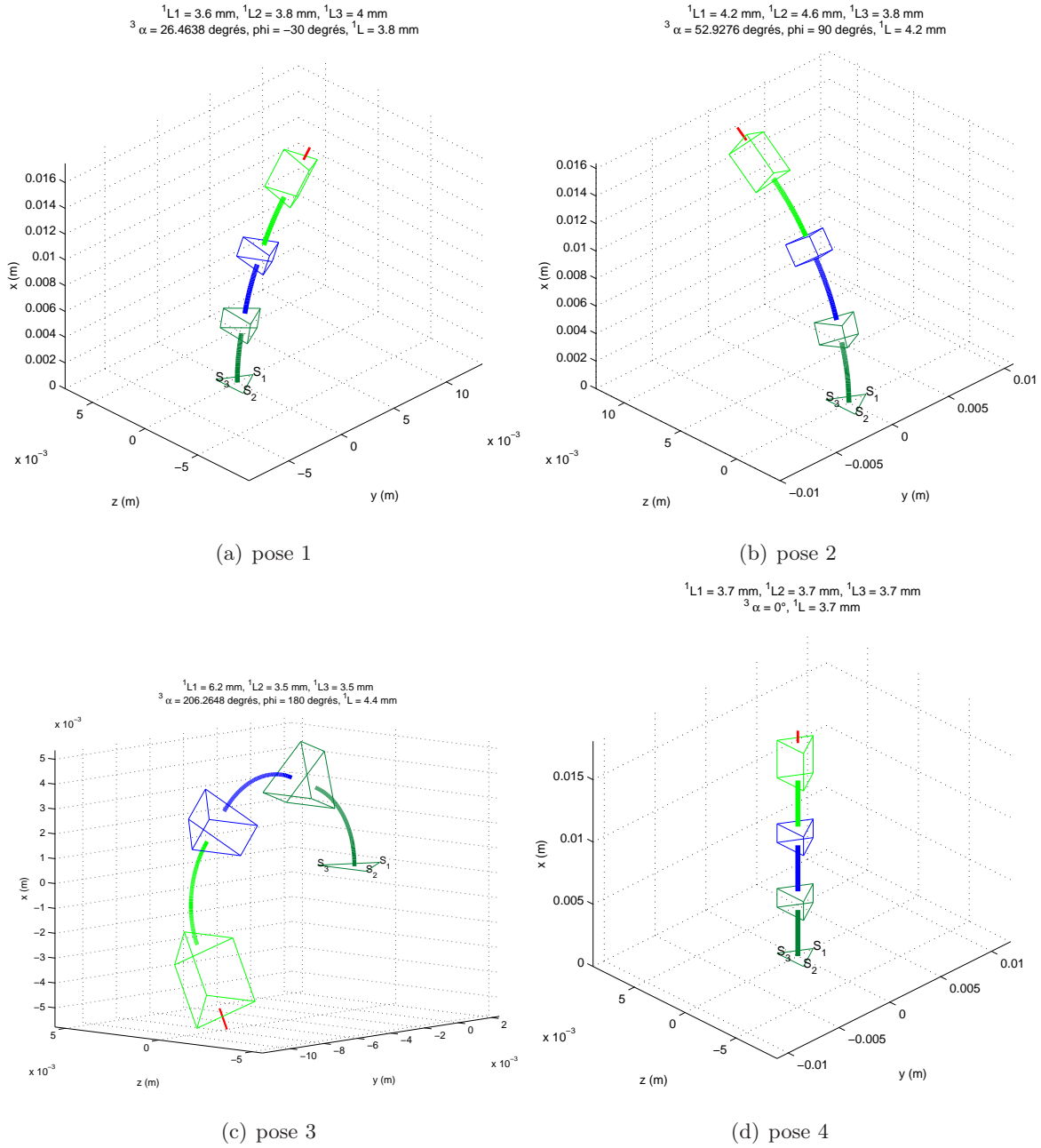


FIG. 4.5 – Déformation du micro-robot pour différents jeux de longueurs.

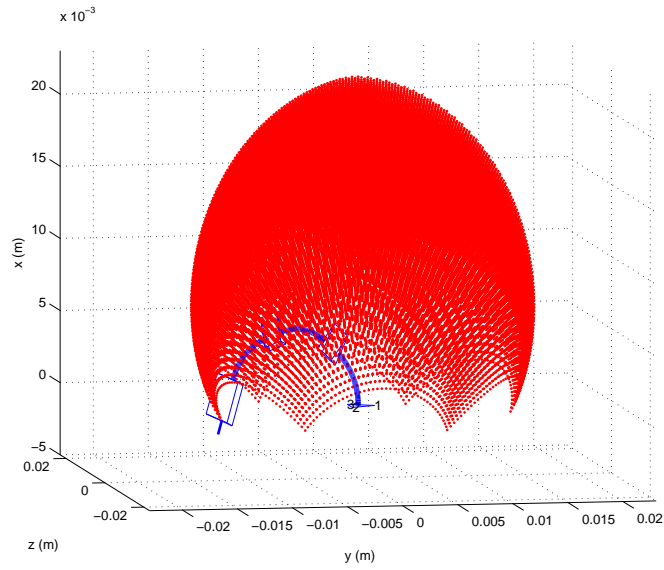


FIG. 4.6 – Espace des positions accessibles du prototype v.2.

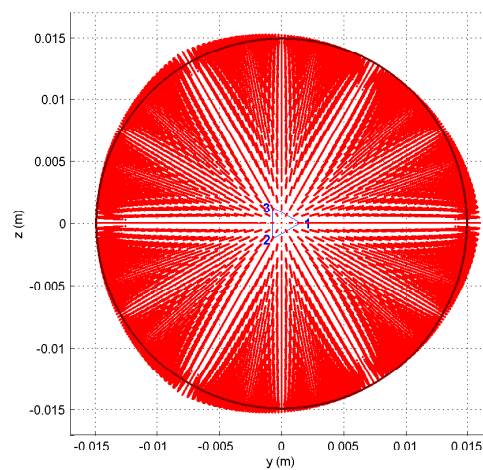


FIG. 4.7 – Circonférence accessible par le prototype v.2.

Pour caractériser les orientations possibles de l'embase libre, on représente  ${}^3\alpha$  en fonction de la projection de  ${}^3G$  dans le plan  $(yOz)$  sur la figure 4.8. On observe bien qu'à mesure que la projection de  ${}^3G$  s'éloigne du centre de gravité de l'embase libre, *i.e.* la longueur moyenne des soufflets augmente, l'angle  ${}^3\alpha$  croît jusqu'à atteindre  $90^\circ$ . Au delà,  ${}^3\alpha$  continue sa croissance non linéaire, mais la projection de  ${}^3G$  se rapproche du centre de gravité de l'embase libre. En effet, la pose du micro-robot est désormais comparable à celle présentée figure 4.5(c), où

l'embase libre se rapproche de l'embase fixe.

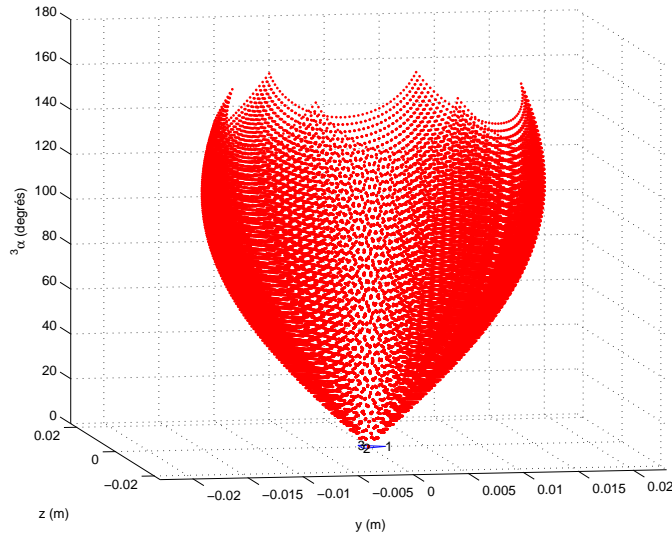


FIG. 4.8 – Evolution de  ${}^3\alpha$  en fonction de la projection de  ${}^3G$  sur le plan  $(yOz)$ .

## 4.6 Application à MALICA

La géométrie sinueuse du réseau vasculaire a motivé la conception d'un prototype de MALICA pourvu de deux micro-robots. On peut également traiter la superposition des deux micro-robots comme une seule et même entité, désignée dans ce cas par *MALICA*. Cette dernière, placée à l'extrémité d'une tige d'endoscope par exemple, peut alors s'assimiler à un outil à haut degré de dextérité si on lui adjoint un instrument chirurgical, *e.g.* une pince ou un scalpel. Dans ce cas, l'orientation de la plate-forme terminale, *i.e.* l'embase libre du micro-robot distal, est alors caractérisée par trois angles. De plus, le rayon de courbure n'est exprimé que pour un seul micro-robot. Pour exprimer la pose de *MALICA*, on choisit désormais les coordonnées cartésiennes de  ${}^6G$  et les angles d'Euler<sup>4</sup>, nous les nommerons  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  pour éviter les confusions avec les variables exprimées dans ce manuscrit.

On a donc :

$${}^6G = \begin{pmatrix} {}^6\mathcal{T}(1,4) \\ {}^6\mathcal{T}(2,4) \\ {}^6\mathcal{T}(3,4) \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

<sup>4</sup>habituellement désignés par  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$

où  ${}^6\mathcal{T}(2,4)$  désigne l'élément situé à la 2<sup>ème</sup> ligne et à la 4<sup>ème</sup> colonne de la matrice de passage homogène  ${}^6\mathcal{T}$  de *MALICA*, définie par l'équation (4.56).

Les angles d'Euler adoptés ici correspondent à trois rotations successives définies par :

$$(\mathcal{R}_0) \xrightarrow{rot(z,b_1)} (\mathcal{R}'_0) \xrightarrow{rot(x,b_2)} (\mathcal{R}''_0) \xrightarrow{rot(z,b_3)} (\mathcal{R}_2) \quad (4.61)$$

où  $rot(z, b_1)$  est une rotation d'axe  $z$  et d'angle  $b_1$ ,  $rot(x, b_2)$  une rotation d'angle  $b_2$  autour du nouvel axe  $x$  et finalement  $rot(z, b_3)$  une rotation d'angle  $b_3$  autour du nouvel axe  $z$  [Khalil 99].

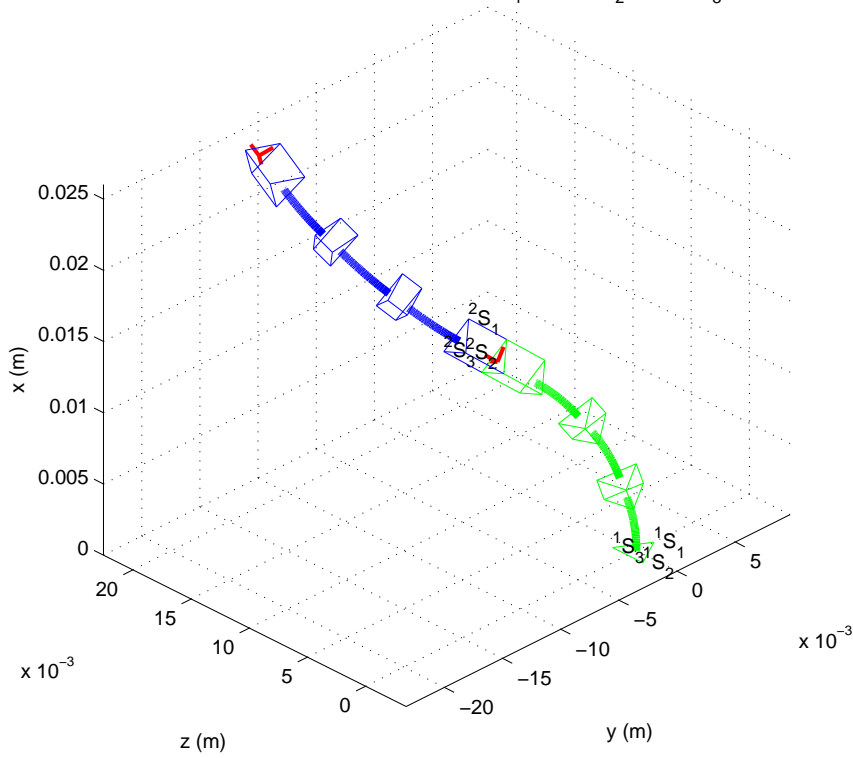
Leurs valeurs sont obtenues à partir des cosinus directeurs exprimés par la matrice  ${}^6\mathcal{T}$  telles que :

$$\begin{cases} b_1 = atan2(-{}^6\mathcal{T}(1,3), {}^6\mathcal{T}(2,3)) \\ b_2 = atan2({}^6\mathcal{T}(1,3) \sin(b_1) - {}^6\mathcal{T}(2,3) \cos(b_1), {}^6\mathcal{T}(3,3)) \end{cases} \quad (4.62)$$

$$b_3 = \begin{cases} atan2(-{}^6\mathcal{T}(1,2), {}^6\mathcal{T}(2,2)), & \text{si } {}^6\mathcal{T}(1,3) = 0 \text{ et } {}^6\mathcal{T}(2,3) = 0 \\ atan2(-{}^6\mathcal{T}(1,2) \cos(b_1) - {}^6\mathcal{T}(2,2) \sin(b_1), {}^6\mathcal{T}(1,1) \cos(b_1) + {}^6\mathcal{T}(2,1) \sin(b_1)), & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.63)$$

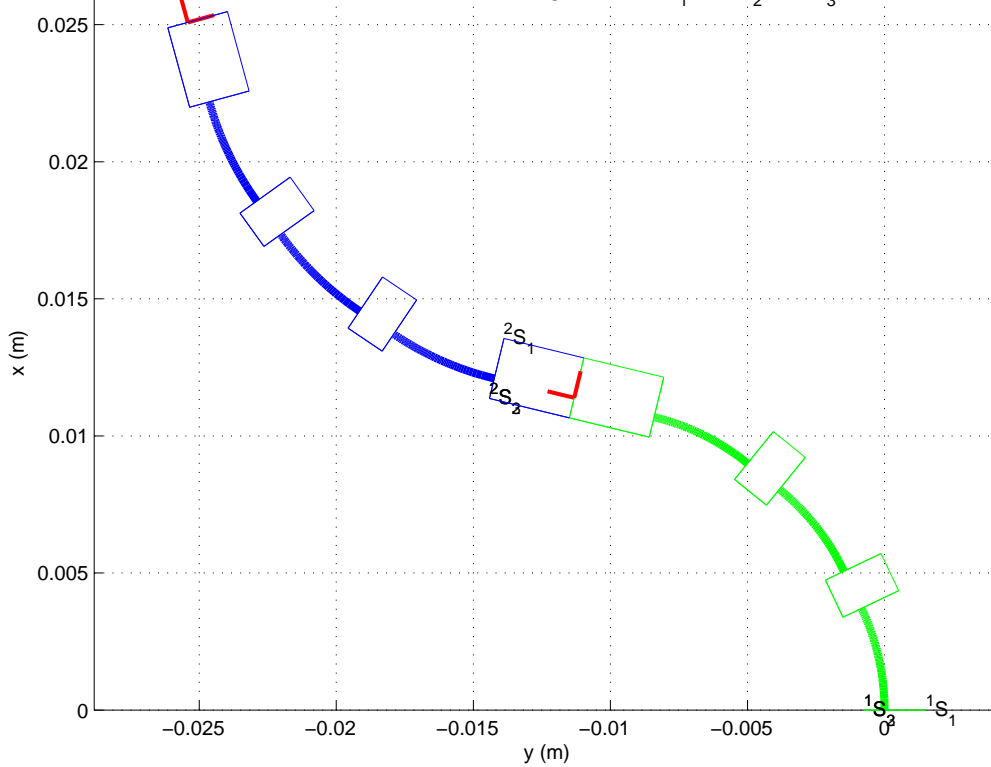
La simulation de *MALICA* sous Matlab conduit aux résultats présentés figures 4.9(a) et 4.9(b) : pour un jeu de longueurs désiré, spécifié indépendamment pour le micro-robot inférieur et supérieur, l'algorithme calcule la pose de *MALICA*, les coordonnées de  ${}^6G$  ainsi que la valeur des angles d'Euler.

micro-robot inférieur :  ${}^1L_1 = 4.3 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_2 = 3.9 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_3 = 3.5 \text{ mm}$ ; micro-robot supérieur :  ${}^1L_1 = 3.6 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_2 = 4.5 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_3 = 3.7 \text{ mm}$   
 ${}^6G = [25.1 \ -13 \ 19.4]$  en mm; angles d'euler :  $b_1 = 41.1^\circ$ ,  $b_2 = -47^\circ$ ,  $b_3 = -139^\circ$



(a) Cas d'une configuration 3D.

micro-robot inférieur :  ${}^1L_1 = 4.5 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_2 = 3.5 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_3 = 3.5 \text{ mm}$ ; micro-robot supérieur :  ${}^1L_1 = 3.5 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_2 = 4.3 \text{ mm}$ ,  ${}^1L_3 = 4.3 \text{ mm}$   
 ${}^6G = [25.1 \ -25.4 \ 4.34e-015]$  en mm; angles d'euler :  $b_1 = 0^\circ$ ,  $b_2 = 0^\circ$ ,  $b_3 = 27.2^\circ$



(b) Cas d'une configuration planaire.

FIG. 4.9 – Poses de MALICA.

## 4.7 Calibrage du micro-robot

### 4.7.1 Introduction

La modélisation théorique d'un robot est différente de la modélisation réelle en raison de différentes erreurs. Le but de l'étalonnage intrinsèque géométrique est alors de préciser la connaissance des paramètres géométriques du manipulateur, afin d'améliorer sa commande et en particulier d'augmenter sa précision de positionnement (position cartésienne et orientation). Les erreurs incriminées peuvent être regroupées en deux classes [Fried 97][Daney 00] :

- *les erreurs déterministes*, qui correspondent à l'aptitude du robot à positionner et orienter son organe terminal en conformité avec la configuration désirée. Ce type d'erreur représente l'erreur moyenne systématique du robot.
- *les erreurs aléatoires*, qui dépendent de chaque nouvelle exécution de la tâche, représentant une fluctuation autour de l'erreur moyenne.

Les erreurs dites géométriques font partie de la 1<sup>ère</sup> classe. Elles sont dues aux tolérances de fabrication et d'assemblage du robot ainsi qu'à une méconnaissance du biais des valeurs articulaires<sup>5</sup>.

Les erreurs de la 2<sup>ème</sup> classe sont causées par la déformation du robot en flexion, torsion ou compression, par l'influence de la variation de température sur les matériaux qui composent le manipulateur et par le jeu mécanique dans les articulations. Ces erreurs ne seront pas prises en compte. En effet, elles sont d'une part difficilement modélisables et d'autre part elles peuvent être négligées dans notre application du fait de la structure du micro-robot et de ses conditions d'utilisation.

Au vu de ces différentes considérations, l'étalonnage que nous mettons en œuvre est strictement géométrique.

---

<sup>5</sup> la mesure d'un angle ou d'une longueur suppose de mettre en correspondance la valeur zéro fournie par le capteur avec la valeur réelle de la grandeur mesurée définie dans le repère de référence. Le biais est donc la valeur articulaire morte qui nous permet de passer de la valeur capteur à la valeur réelle de l'articulation.



## 4.7.2 Méthode de calibrage des paramètres géométriques

### 4.7.2.1 Principe

Les nombreuses méthodes d'étalonnage que l'on trouve dans la littérature procèdent toutes selon les étapes suivantes [Khalil 99] :

1. choix d'un modèle d'étalonnage fonction des paramètres géométriques du robot et de ses coordonnées opérationnelles ou articulaires ;
2. recueil de données expérimentales assurant un nombre suffisant d'équations ;
3. résolution d'un système d'équations non linéaires pour obtenir une estimation optimale, au sens des moindres carrés des valeurs, des paramètres géométriques ;
4. intégration des valeurs identifiées dans le système de commande.

### 4.7.2.2 Etape 1

On note  $\Theta$ , l'ensemble des paramètres géométriques, en distinguant  $\Theta^n$  les paramètres nominaux<sup>6</sup>,  $\Theta^r$  les paramètres réels et  $\Theta^e$  les paramètres déterminés après étalonnage.

Dans ce chapitre, nous sommes parvenus à exprimer les coordonnées opérationnelles ( $\mathcal{X}$ ) du micro-robot en fonction de ses coordonnées généralisées ( $L_i$ ) grâce au modèle statique direct<sup>7</sup>. Cependant, comme nous agissons sur les longueurs des soufflets par les pressions qu'on leur injecte, nous utilisons alors les relations mettant en œuvre ces dernières. On a donc :

$$\mathcal{X}^{msd} = f(\Theta, P^r) \quad (4.64)$$

où  $P^r$  est le jeu des pressions réelles injectées dans les trois soufflets. Si nous obtenons la configuration réelle du micro-robot ( $\mathcal{X}^r$ ), nous pouvons alors exprimer l'erreur de positionnement  $\varepsilon^{msd}$  en fonction des paramètres géométriques :

$$\varepsilon^{msd} = \mathcal{X}^r - \mathcal{X}^{msd}(\Theta, P^r) \quad (4.65)$$

En reprenant ce raisonnement pour le modèle géométrique inverse<sup>9</sup>, nous pouvons exprimer l'erreur sur les pressions  $\varepsilon^{mgi}$  en fonction des paramètres géométriques :

$$\varepsilon^{mgi} = P^r - P^{mgi}(\Theta, \mathcal{X}^r) \quad (4.66)$$

---

<sup>6</sup>les paramètres estimés par le constructeur.

<sup>7</sup>*msd*

<sup>8</sup>toto

<sup>9</sup>*mgi*

où  $P^{mgi}$  est le jeu de pressions donné par le modèle inverse pour une configuration désirées  $\mathcal{X}^r$

Wang étudie les erreurs de positionnement d'une plate-forme de Stewart en fonction des erreurs sur les paramètres géométriques considérés [Daney 00]. Il montre que sous des hypothèses réalistes d'erreurs de fabrication, les erreurs sur les articulations cardans et rotules (axes de liaisons non sécants ou non perpendiculaires) ont un effet mineur sur l'erreur de positionnement en comparaison de celles dues aux erreurs de localisation des points d'attache des segments et d'estimation des biais sur les longueurs des segments. D'après les équations mises en jeu pour la résolution du modèle direct du micro-robot, 6 paramètres seront donc à identifier<sup>10</sup>. Ainsi, le vecteur des paramètres géométriques s'écrit :

$$\Theta = \left[ L_0, h_1, \frac{A}{k}, {}^1h_2, {}^2h_2, {}^3h_2 \right] \quad (4.67)$$

en rappelant que :

- $L_0$  est la longueur au repos des soufflets ;
- $h_1$  est la hauteur du triangle équilatéral d'implantation des soufflets ;
- ${}^j h_2$  est l'épaisseur de la plate-forme supérieure du M-E  $j$  ;
- $k$  est le coefficient de raideur d'un soufflet ;
- $A$  est la section efficace d'un soufflet.

### 4.7.2.3 Etape 2 et 3

Le calibrage du micro-robot consiste à déterminer un vecteur  $\hat{\Theta}$  solution de l'équation :

$$\varepsilon^{msd} = 0 \text{ ou } \varepsilon^{mgi} = 0 \quad (4.68)$$

Dans la plupart des cas, cette équation n'est pas vérifiée. En effet, le principal problème de l'étalonnage est que nous connaissons le positionnement  $\mathcal{X}^r$  et les pressions  $P^r$  à une erreur de mesure près :

$$\begin{cases} \mathcal{X}^r = \mathcal{X}_k^m - \varepsilon_1 \\ P^r = P_k^m - \varepsilon_2 \end{cases} \quad (4.69)$$

où  $\mathcal{X}_k^m$  et  $P_k^m$  sont respectivement la configuration et le jeu de pressions mesurés,  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  les erreurs associées dues au bruit de mesure des différents capteurs.

---

<sup>10</sup> l'introduction de paramètres supplémentaires à identifier dans  $\Theta$  annulerait les hypothèses considérées pour établir le modèle direct, remettant en cause la méthodologie utilisée, ce qui n'est pas l'objet de ce paragraphe.

Il faut par conséquent déterminer un vecteur  $\hat{\Theta}$  qui minimise un critère. Le critère quadratique traduisant la distance entre le modèle théorique et la réalité est classiquement employé :

$$\Psi = \varepsilon^t \varepsilon \quad (4.70)$$

A l'instar des techniques d'identifications employées au chapitre 3, on utilisera l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour la résolution de ce système sur-contraint. Ce type de méthode nous permettra ainsi de prendre en compte la redondance d'information fournie par la multiplication des configurations de mesures.

Pour mesurer la pose du micro-robot, nous devons concevoir un système de localisation tridimensionnelle sans contact. Nous nous orientons alors vers une méthode de localisation d'une cible par vision monoculaire. Ce choix a été principalement motivé par ses perspectives d'utilisation comme capteur externe dans la boucle de commande de MALICA et par son coût. Son principe consiste à localiser une cible connue dans l'image, et à partir de ces indices 2D, à calculer sa pose dans l'espace. Si celle-ci est fixée sur l'embase libre, on obtiendra alors la pose du micro-robot. Les détails de ce système sont présentés dans l'annexe C.

La précision de l'usinage des entretoises ( $1/100^\epsilon$ ) est meilleure que celle obtenue avec le système de vision ( $1/10^\epsilon$ ). On choisit ainsi comme nouveau vecteur des paramètres :

$$\Theta = \left[ L_0, \frac{A}{k} \right] \quad (4.71)$$

$N_c$  configurations sont générées aléatoirement dans l'espace de travail du manipulateur. Pour déterminer le nombre minimal de mesures à effectuer et pour valider la méthode de calibrage, nous procédons au préalable à une simulation de celle-ci. Le principe est présenté figure 4.10. Il consiste à simuler des mesures  $\mathcal{X}_k^m$  à partir du modèle direct, en ajoutant du bruit blanc<sup>11</sup>, puis à mettre en œuvre la méthode de calibrage telle que :

$$\Theta_e = \hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} \left\| \mathcal{X}_k^m - \mathcal{X}_k^{msd}(\Theta, P_k^m) \right\|^2 \quad (4.72)$$

L'évolution de l'erreur d'estimation des paramètres ( $\Theta^r - \Theta^e$ ) en fonction du nombre de configurations de mesure est présentée figure 4.11. On estime ainsi qu'il faut un minimum de 50 configurations pour que l'algorithme converge.

---

<sup>11</sup>approximation traditionnelle du bruit de mesure lié aux capteurs

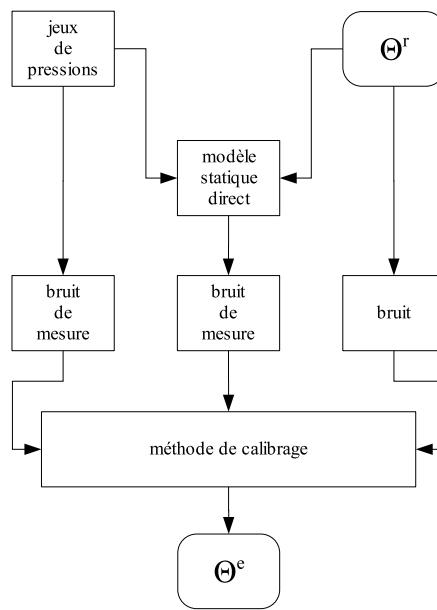


FIG. 4.10 – Principe de simulation de la méthode de calibrage.

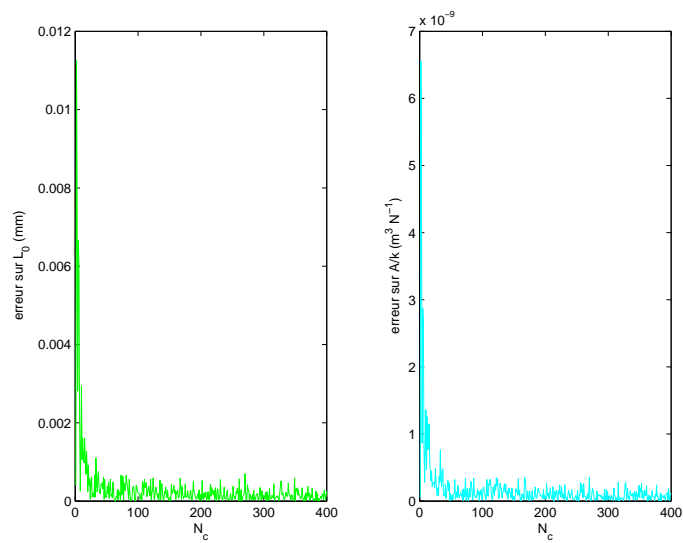


FIG. 4.11 – Influence du nombre de configurations de mesures sur l'erreur d'estimation des paramètres.

### 4.7.3 Conclusion

La résolution de la caméra est de  $570 \times 740$ . En considérant une inclinaison du prototype v.2 de  $90^\circ$ , son amplitude de mouvement est alors d'environ  $6 \text{ cm}$ . La précision maximale du système de mesure est donc d'environ  $1/10^e$  de  $mm$ . Mais pour obtenir ce résultat, il faut concevoir une mire dont la projection planaire est de  $57 \times 74 \text{ mm}^2$  et la précision d'usinage supérieure à  $1/10^e$  pour calibrer le plus précisément possible la caméra. Ce système est en cours de finalisation. Cependant, la base méthodologique et algorithmique du calibrage est validée et posée. La mise en œuvre expérimentale est une perspective à court terme en complément de ces travaux, cette partie ne constituant pas la contribution essentielle de cette thèse.

## 4.8 Conclusion

Nous avons détaillé dans ce chapitre l'étude du modèle statique direct de MALICA. Trois paramètres permettent de déterminer la pose d'un module élémentaire, en fonction des longueurs des soufflets ou des pressions injectées. Par le biais de la formulation explicite de la matrice de passage homogène, nous exprimons ensuite la pose d'un micro-robot. Cette approche, généralisable à plusieurs micro-robots, est alors appliquée à MALICA. Enfin, nous traitons du problème effectif du calibrage du prototype. Nous aboutissons alors à la proposition d'un système de mesure sans contact par vision monoculaire.

---

# Modèles différentiels

---

UN micro-robot correspond à un empilement de M-E. L'étude de la jacobienne d'un M-E est donc suffisante pour caractériser les variations de  $\alpha$ ,  $\varphi$  et  $R$ , puisque l'application au micro-robot s'effectue ensuite grâce à l'expression :  $d^n\alpha = nd^1\alpha$ . On établit alors dans ce chapitre l'expression de la jacobienne d'un M-E, en distinguant le cas non redondant du cas redondant, *i.e.* on ne considère que l'orientation de la plate-forme supérieure. On étudie ensuite les performances locales du micro-robot, grâce aux critères de manipulabilité et d'isotropie. Cela permet alors d'établir des règles pour la conception optimale des micro-robots.

### 5.1 Modèles différentiels d'un module élémentaire

Soit  $q$  le vecteur des coordonnées généralisées du micro-robot :

$$q = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Soit  $\mathcal{X}$  le vecteur de ses coordonnées opérationnelles, d'après l'équation (4.40), on peut écrire :

$$\mathcal{X} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \varphi \\ R \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Si l'on considère désormais  $\mathcal{X}$  du point de vue de l'orientation, d'après l'équation (4.2), comme celle-ci est uniquement caractérisée par  $\alpha$  et  $\varphi$ , on peut écrire :

$$\tilde{\mathcal{X}} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \varphi \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Les modèles différentiels directs associés, qui décrivent les variations élémentaires de  $\mathcal{X}$  en fonction des variations élémentaires de  $q$ , s'écrivent alors :

$$d\mathcal{X} = J dq \quad (5.4)$$

et

$$d\tilde{\mathcal{X}} = \tilde{J} dq \quad (5.5)$$

où  $J$  désigne la matrice jacobienne de dimension  $(m \times n)$  d'un M-E pour une configuration articulaire  $q$  donnée, telle que :

$$J = \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial q} \quad (5.6)$$

Il est à noter que ces équations sont définies uniquement pour la flexion d'un M-E.

### 5.1.1 Cas non redondant

En choisissant comme vecteur de coordonnées opérationnelles  $\mathcal{X}$ , la matrice jacobienne associée, définie par les équations (5.4) et (5.6), s'écrit :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial L_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial L_2} & \frac{\partial \alpha}{\partial L_3} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial L_1} & \frac{\partial \varphi}{\partial L_2} & \frac{\partial \varphi}{\partial L_3} \\ \frac{\partial R}{\partial L_1} & \frac{\partial R}{\partial L_2} & \frac{\partial R}{\partial L_3} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

D'après les équations (4.13),(4.17) et (4.18), et sachant que  $\forall (x, y) \neq (0, 0)$  :

$$\frac{\partial}{\partial x} \operatorname{atan2}(f(x, y), g(x, y)) = \frac{g(x, y) \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) - f(x, y) \frac{\partial}{\partial x} g(x, y)}{g(x, y)^2 + f(x, y)^2} \quad (5.8)$$

on obtient :

$$\begin{pmatrix} d\alpha \\ d\varphi \\ dR \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2L_1 - L_2 - L_3}{2h_1 \sqrt{\xi_l}} & \frac{2L_2 - L_1 - L_3}{2h_1 \sqrt{\xi_l}} & \frac{2L_3 - L_1 - L_2}{2h_1 \sqrt{\xi_l}} \\ \frac{\sqrt{3}(L_2 - L_3)}{2\xi_l} & \frac{\sqrt{3}(L_3 - L_1)}{2\xi_l} & \frac{\sqrt{3}(L_1 - L_2)}{2\xi_l} \\ \frac{h_1(L_2^2 + L_3^2 - L_2L_1 - L_3L_1)}{2\xi_l^{\frac{3}{2}}} & \frac{h_1(L_1^2 + L_3^2 - L_2L_1 - L_2L_3)}{2\xi_l^{\frac{3}{2}}} & \frac{h_1(L_1^2 + L_2^2 - L_3L_1 - L_2L_3)}{2\xi_l^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dL_1 \\ dL_2 \\ dL_3 \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

avec  $\xi_l = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - L_2L_1 - L_3L_1 - L_2L_3$ , défini par l'équation (4.19).

On calcule ensuite le déterminant de  $J$  :

$$\det J = -\frac{\sqrt{3}}{2\xi_l} \quad (5.10)$$

Comme précisé au paragraphe 4.3.1,  $\xi_l \in ]0, 2\Delta L_{max}]$ , ainsi :

$$\det J \in \left] -\infty, -\frac{\sqrt{3}}{4\Delta L_{max}} \right] \quad (5.11)$$

Le déterminant ne s'annule jamais, *i.e.* le robot ne présente donc pas de singularité.  $J$  étant inversible, le système (5.4) est toujours soluble et se reformule (cf Annexes B.2) :

$$dq = J^{-1} d\mathcal{X} \quad (5.12)$$

tel que :

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{h_1 L_1}{\sqrt{\xi_l}} & \frac{L_2 - L_3}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\xi_l}}{h_1} \\ \frac{h_1 L_2}{\sqrt{\xi_l}} & \frac{L_3 - L_1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\xi_l}}{h_1} \\ \frac{h_1 L_3}{\sqrt{\xi_l}} & \frac{L_1 - L_2}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\xi_l}}{h_1} \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

On peut remarquer que tous les éléments de la dernière colonne de  $J^{-1}$  sont identiques. On vérifie donc bien l'indépendance de  $\alpha$  et  $\varphi$  vis-à-vis de  $R$ . Cette propriété sera exploitée pour la commande d'un micro-robot, exposée au chapitre 7.

### 5.1.2 Cas redondant

En choisissant désormais comme vecteur de coordonnées opérationnelles  $\tilde{\mathcal{X}}$ , la matrice jacobienne associée, définie par les équations (5.5) et (5.6), s'écrit :

$$\tilde{J} = J_{23} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial L_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial L_2} & \frac{\partial \alpha}{\partial L_3} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial L_1} & \frac{\partial \varphi}{\partial L_2} & \frac{\partial \varphi}{\partial L_3} \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

où  $J_{23}$  désigne la sous-matrice de  $J$  formée par les 2 premières lignes et les 3 colonnes de  $J$ , ainsi :

$$\begin{pmatrix} d\alpha \\ d\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2L_1 - L_2 - L_3}{2h_1\sqrt{\xi_l}} & \frac{2L_2 - L_1 - L_3}{2h_1\sqrt{\xi_l}} & \frac{2L_3 - L_1 - L_2}{2h_1\sqrt{\xi_l}} \\ \frac{\sqrt{3}(L_2 - L_3)}{2\xi_l} & \frac{\sqrt{3}(L_3 - L_1)}{2\xi_l} & \frac{\sqrt{3}(L_1 - L_2)}{2\xi_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dL_1 \\ dL_2 \\ dL_3 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

Comme  $\text{rang}(\tilde{J}) = \text{rang}(\tilde{J} : d\tilde{\mathcal{X}}) = 2$ , on se trouve dans le cas d'un problème sous-déterminé pour l'inversion du système (5.5). Il existe une infinité de solutions parmi lesquelles on peut



retenir celle de la pseudo-inverse (cf Annexes B.2) :

$$dq = \tilde{J}^+ d\tilde{\mathcal{X}} \quad (5.16)$$

qui donne la solution de norme euclidienne  $\|dq\|^2$  minimale, *i.e.* le déplacement minimal des soufflets.

## 5.2 Analyse des performances du micro-robot

Grâce à l'expression de la jacobienne d'un M-E, on peut désormais étudier les performances d'un micro-robot. L'analyse se portera d'abord sur les performances globales en orientation puis l'on s'intéressera aux performances locales.

### 5.2.1 Performances globales

La plage de variation de  $\alpha$  apparaît comme le critère prépondérant pour caractériser les performances globales du micro-robot car  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ ,  $\forall L_i$ . L'étude de la première ligne de  $J$  nous permet alors de calculer ses extrémums sur l'ensemble ouvert des variations de  $L_i$ ,  $]-\infty, +\infty[$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha}{\partial L_1} = 0 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial L_2} = 0 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial L_3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2L_1 - L_2 - L_3 = 0 \\ 2L_2 - L_1 - L_3 = 0 \\ 2L_3 - L_1 - L_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow L_1 = L_2 = L_3 \quad (5.17)$$

On aboutit dans ce cas à une valeur absolue de  $\alpha$  minimale puisqu'il s'agit de l'état d'extension ou de repos du micro-robot, *i.e.*  $\alpha = 0$ .

Travaillant sur l'ensemble fermé  $[L_0, L_{max}]$ , seul le calcul de  $\alpha$  à chacune de ses frontières nous permet alors de conclure sur ses variations. Sachant que les 3 soufflets peuvent prendre 2 valeurs extrémales, il y a au total  $2^3$  cas à étudier. D'après l'équation (4.18), on aboutit alors

à :

$$\left. \begin{array}{l}
 L_1 = L_0, \quad L_2 = L_0, \quad L_3 = L_0 \\
 L_1 = L_{max}, \quad L_2 = L_{max}, \quad L_3 = L_{max} \\
 L_1 = L_{max}, \quad L_2 = L_0, \quad L_3 = L_0 \\
 L_1 = L_0, \quad L_2 = L_{max}, \quad L_3 = L_0 \\
 L_1 = L_0, \quad L_2 = L_0, \quad L_3 = L_{max} \\
 L_1 = L_{max}, \quad L_2 = L_{max}, \quad L_3 = L_0 \\
 L_1 = L_{max}, \quad L_2 = L_0, \quad L_3 = L_{max} \\
 L_1 = L_0, \quad L_2 = L_{max}, \quad L_3 = L_{max}
 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l}
 \alpha = 0 \\
 \text{il s'agit du minimum} \\
 \\
 \alpha = \frac{L_{max} - L_0}{h_1} = \frac{\Delta L_{max}}{h_1} \\
 \text{il s'agit du maximum}
 \end{array} \quad (5.18)$$

D'après l'équation (4.13), l'angle d'inclinaison maximal de l'embase libre ( $\alpha_{max}$ ) est donc obtenu pour  $\varphi = t\frac{\pi}{3}$ ,  $t \in \mathbb{N}$ . Ces conclusions confirment les résultats de la simulation du modèle direct présentés figure 5.1.

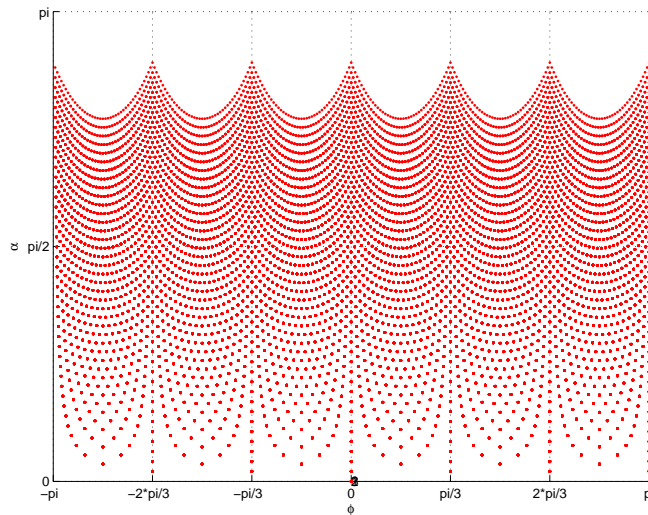


FIG. 5.1 – Evolution de  ${}^3\alpha$  en fonction de  $\varphi$ .

### 5.2.2 Performances locales

Pour mesurer l'aptitude de l'organe terminal d'un robot à effectuer des petits déplacements arbitraires autour d'un point de fonctionnement donné, on trouve classiquement deux critères :

- la manipulabilité;
- le conditionnement ou la dextérité.

Le concept de manipulabilité a été défini dans [Yoshikawa 85]. Il s'agit d'un scalaire caractérisant l'aptitude d'un robot à déplacer son organe effecteur en position et en orientation. Cet indice est défini par :

$$w = \sqrt{\det JJ'} \quad (5.19)$$

où  $J$  désigne la jacobienne du robot.

L'indice de manipulabilité représente le volume de l'hyper-parallélépipède construit sur les colonnes de  $J$ . Les termes de  $J$  étant bornés par les dimensions du robot,  $w$  en est également tributaire. Cet indice est généralement utilisé comme fonction objective  $\psi$  pour la résolution du modèle inverse. Nous en discuterons au chapitre 7.

Le calcul du conditionnement d'un système linéaire est rappelé dans l'annexe B.1.2. Plus cet indice est grand, plus la robustesse du système aux erreurs d'entrées est mauvaise. Appliqué à la robotique, le conditionnement (ou indice d'isotropie) de la jacobienne permet d'évaluer la précision avec laquelle les variations des coordonnées opérationnelles pourront être suivies à partir des variations des coordonnées généralisées [Dombre 01]. Lorsque le robot est dans une configuration isotrope, *i.e.* l'ellipsoïde des variations opérationnelles est une sphère, son conditionnement vaut 1. L'organe terminal du robot peut alors se déplacer indifféremment dans l'espace avec la même facilité. Il s'agit donc de la valeur optimale du conditionnement. Contrairement à l'indice de manipulabilité, le conditionnement est invariant pour les machines homothétiques [Company 00].

La dextérité d'un robot est définie par :

$$d = \frac{1}{\text{cond}(J)} \quad (5.20)$$

Cet indice est généralement plus employé que le conditionnement, son domaine de variation étant bornée ( $d \in [0, 1]$ ).

L'expression de la jacobienne d'un M-E, équation (5.9), est uniquement fonction des  $L_i$  et de  $h_1$ . Comme l'allongement des soufflets est dépendant de la technologie employée et non de la structure du micro-robot, on limite notre étude à l'influence de  $h_1$  sur les indices de performance locale présentés ci-dessus. On calcule ainsi la valeur de chaque indice sur l'ensemble de l'espace de travail pour différentes valeurs de  $h_1$ , à partir de l'expression de  $\tilde{J}$ . Les résultats sont présentés figure 5.2. Pour ces simulations on choisit :

- $h_1 = 4$  mm, tracé vert ;
- $h_1 = 2,25$  mm, tracé rouge ;

–  $h_1 = 0,67$  mm, tracé bleu.

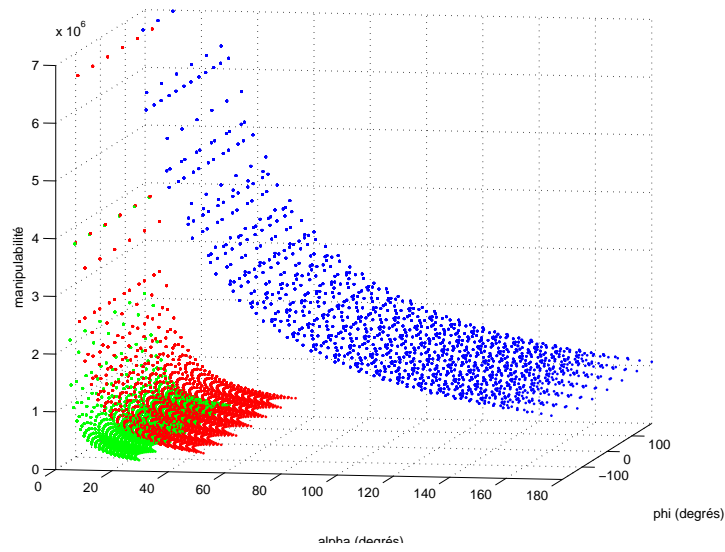
La matrice  $\tilde{J}$  se reformule comme suit :

$$\tilde{J} = \begin{pmatrix} \frac{1}{h_1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2L_1-L_2-L_3}{2\sqrt{\xi_l}} & \frac{2L_2-L_1-L_3}{2\sqrt{\xi_l}} & \frac{2L_3-L_1-L_2}{2\sqrt{\xi_l}} \\ \frac{\sqrt{3}(L_2-L_3)}{2\xi_l} & \frac{\sqrt{3}(L_3-L_1)}{2\xi_l} & \frac{\sqrt{3}(L_1-L_2)}{2\xi_l} \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

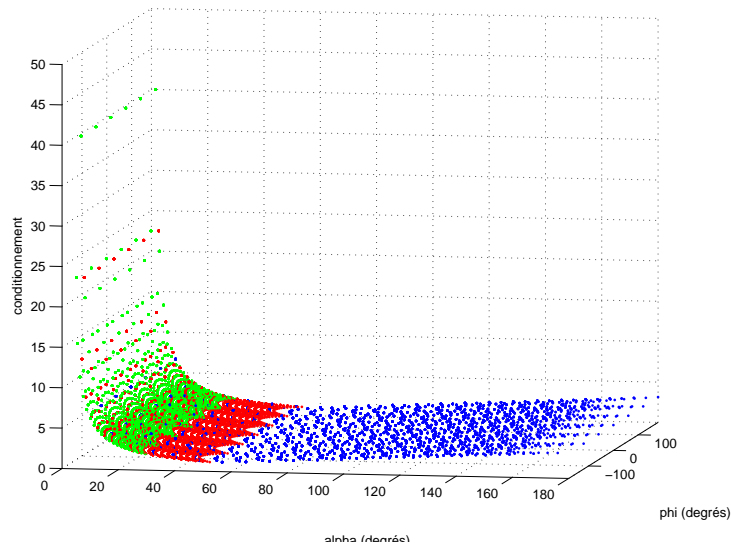
$w$  s'exprime alors :

$$w = \frac{1}{|h_1|} \sqrt{f(L_i)} \quad (5.22)$$

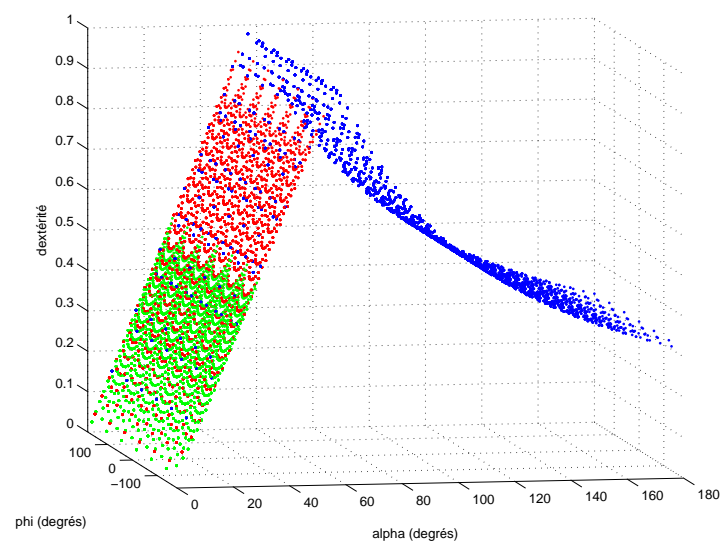
où  $f(L_i)$  désigne un polynôme uniquement fonction des  $L_i$ . On observe ainsi figure 5.2(a) l'augmentation de la valeur de  $w$  quand  $h_1$  diminue. En revanche, la valeur de  $h_1$  n'influe pas sur l'indice d'isotropie du micro-robot. La dextérité augmente jusqu'à sa valeur optimale, *i.e.*  $d = 1$ , pour  $\alpha = 57^\circ$  puis diminue (figure 5.2(c) et 5.2(b)). On peut également observer sur ces figures l'influence de  $h_1$  sur la dimension de l'espace de travail, *i.e.*  $\alpha_{max}$  augmente lorsque  $h_1$  diminue.



(a) manipulabilité



(b) conditionnement



(c) dextérité

FIG. 5.2 – Critères de performance locale suivant différentes valeurs de  $h_1$ .

### 5.2.3 Règles de conception des micro-robots

Après l'analyse théorique de la structure des micro-robots, on peut désormais énoncer les règles à prendre en compte pour la conception du micro-robot. Celles-ci nous permettront alors de trouver le meilleur compromis performance/dimension. Les règles sont les suivantes :

- d'après l'équation (5.18), la plus grande inclinaison est obtenue si :
  - on minimise  $h_1$ , *i.e.* on dispose les soufflets au plus près les uns des autres ;
  - on utilise des soufflets avec un allongement longitudinal maximum.
- $h_1$  n'influe pas sur la dextérité ;
- les dimensions maximales du micro-robot sont fixées pas l'encombrement maximal autorisé, *i.e.* la dimension des cathéters standard ;
- il faut privilégier l'association en série des soufflets pour éviter leur flambage.

L'ensemble de ces considérations a abouti aux résultats suivants pour la conception du prototype v.2 :

- association en série de 3 soufflets au lieu de 2 du fait des contraintes mécaniques et pour assurer une plus grande extension ;
- diminution de  $h_1$  tout en conservant un canal de travail suffisamment grand.



---

# Modèle statique inverse

---

EN imposant une orientation de l'embase libre ( ${}^n\vec{\theta}_d$ ) du micro-robot, nous imposons une déformation de ce dernier et par extension une déformation des  $n$  M-E. L'objectif de l'approche inverse est d'exprimer les relations qui lient les longueurs des soufflets  $L_i$  à l'orientation désirée de l'embase libre. Dans ce chapitre, nous résolvons ce problème dans le cas d'un micro-robot puis nous élargissons cette approche au cas de MALICA. La résolution du modèle inverse est posée en termes d'optimisation d'une fonction objective sous contrainte d'inégalités. Les propriétés intrinsèques du micro-robot induisent plusieurs critères qui seront présentés dans ce chapitre.

### 6.1 Consigne d'orientation

L'approche de modélisation inverse implique que la consigne  ${}^n\vec{\theta}_d$  soit connue. Il faut alors calculer les valeurs de  ${}^1\varphi$ ,  ${}^1\alpha$  et  ${}^1\vec{\theta}_d$  exprimées dans le repère  $\Omega_0$  (figure 6.1). Comme le micro-robot est constitué de  $n$  M-E, on a :

$$\begin{cases} {}^1\alpha = \frac{\alpha}{n} \\ {}^1\varphi = \varphi \end{cases} \quad (6.1)$$



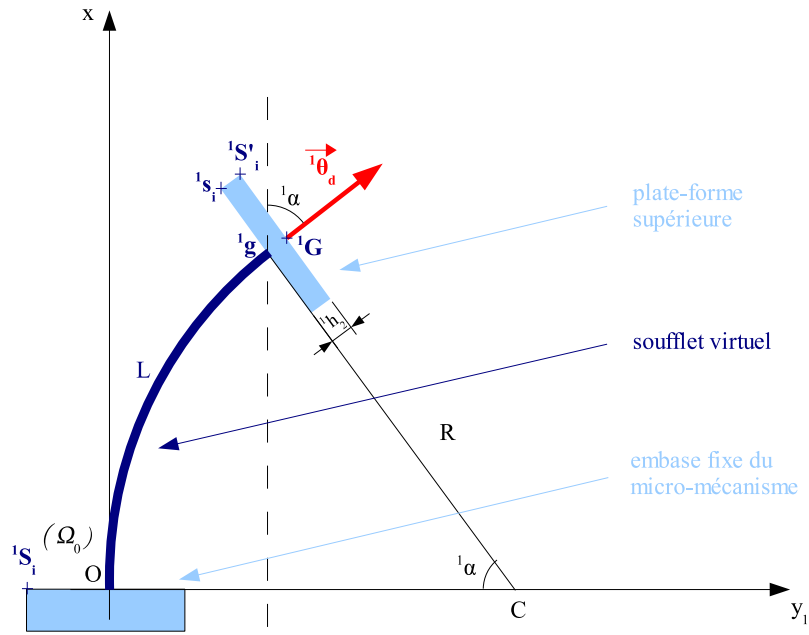


FIG. 6.1 – Projection dans le plan de courbure du module élémentaire 1.

Si l'on écrit le vecteur normé  ${}^1\vec{\theta}_d$  :

$${}^1\vec{\theta}_d = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

d'après l'équation (4.2), on obtient alors la relation suivante :

$$\begin{cases} a = \cos^1\alpha \\ b = \cos \varphi \sin^1\alpha \\ c = \sin \varphi \sin^1\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} {}^1\alpha = a \cos(a) \\ \varphi = a \tan 2(c, b) \end{cases} \quad (6.3)$$

Si l'on pose :

$$e = \sqrt{b^2 + c^2} \quad (6.4)$$

on a (cf figure 4.3) :

$${}^1g = \begin{pmatrix} Re \\ R(1-a)\frac{b}{e} \\ R(1-a)\frac{c}{e} \end{pmatrix}, \quad {}^1s_1 = \begin{pmatrix} R_1 e \\ R_1(1-a)\frac{b}{e} + \frac{2h_1}{3} \\ R_1(1-a)\frac{c}{e} \end{pmatrix}$$

$${}^1s_2 = \begin{pmatrix} R_2 e \\ R_2(1-a)\frac{b}{e} - \frac{h_1}{3} \\ R_2(1-a)\frac{c}{e} - \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}, \quad {}^1s_3 = \begin{pmatrix} R_3 e \\ R_3(1-a)\frac{b}{e} - \frac{h_1}{3} \\ R_3(1-a)\frac{c}{e} + \frac{h_1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

Dans les expressions ci-dessus, seul  $R$  est inconnu. La résolution du modèle inverse consiste donc, pour une orientation désirée, à déterminer une valeur de  $R$  ou de  $L$  admissible.

Si l'on cherche à obtenir une position désirée de l'embase libre,  $\alpha$ ,  $\varphi$  et  $R$  sont calculés directement à partir de ces équations.

## 6.2 Résolution du modèle inverse pour un micro-robot

### 6.2.1 Approche proposée

Les variables dont on fait référence ici sont liées au M-E 1 ( $j = 1$ ). On a vu précédemment (paragraphe 4.3) que pour  $\alpha \neq 0$  on a :

$$L_i = L - \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_i \quad (6.5)$$

D'après les propriétés physiques du micro-robot, on a :

$$L_i \in [L_0, L_0 + \Delta L_{max}] \quad (6.6)$$

où  $\Delta L_{max}$  est l'allongement maximal d'un soufflet.

Avec l'équation (6.5), on obtient ainsi trois contraintes d'inégalités linéaires :

$$L - \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_i \geq L_0 \quad (6.7)$$

De plus, d'après (4.9) et (6.6), on a :

$$L_{max} \geq L \geq L_0 \quad (6.8)$$

Le micro-robot (et par extension le M-E) étant intrinsèquement redondant en terme d'orientation du fait de sa conception à base de soufflets, une même consigne en orientation de l'embase libre (et par extension de la plate-forme supérieure) peut être obtenue pour une infinité de jeux de longueurs (paragraphe 4.2). Pour résoudre ce système sous-contraint, on introduit alors un critère de minimisation  $\psi$ . La résolution du modèle inverse se pose alors en termes l'optimisation d'une fonction objective  $\psi$  sous contrainte d'inégalités [Bailly 04b] :

$$\hat{L} = \arg \min_L \psi(L) \left| \left\{ L \geq L_0, -L \geq -L_{max}, L - \alpha \frac{2h_1}{3} \cos \varphi_i \geq L_0 \right\} \right. \quad (6.9)$$

L'un des objectifs de l'application est d'aider le chirurgien dans la phase d'approche. Par conséquent, le critère quadratique caractérisant l'aptitude du cathéter à épouser les courbures de l'artère s'avère dans ce cas, le plus pertinent :

$$\psi = \frac{1}{2}(R - R_d)^2 \quad (6.10)$$

où  $R_d$  est le rayon de courbure de l'artère que MALICA doit épouser.

Or d'après l'équation (4.1), le critère (6.10) se reformule alors :

$$\psi = \frac{1}{2}(L - L_d)^2 \quad (6.11)$$

où  $L_d$  est la longueur désirée du soufflet virtuel. De plus, lorsque  $L_d = L_0$ , on obtient l'expression du critère de minimisation de l'énergie de déformation globale du système :

$$\psi = \frac{1}{2}L^2 \quad (6.12)$$

Ce critère permet d'obtenir le jeu de longueurs minimales des soufflets pour la pose désirée du micro-robot.

Il est important de noter que ces différents critères sont naturellement liés du fait de la nature du micro-robot (cf chapitre 4.2). Par exemple, diminuer le rayon de courbure conduit nécessairement à incliner le micro-robot d'avantage. La prévalence d'un critère sur un autre est donc induite par l'objectif à atteindre : si l'on cherche à déterminer la pose que le micro-robot doit adopter pour l'évitement d'obstacles, alors l'expression du rayon de courbure est préférable car on exprime plus généralement la géométrie du milieu environnant par ce paramètre ; si maintenant on se place dans une optique de poursuite de trajectoire, le critère le plus intuitif à employer est alors la longueur de soufflets.

On trouve aussi classiquement dans la littérature le critère d'éloignement des butées articulaires. Du fait de la structure de type robot continuum, ce critère est induit par la relation (6.12). En effet, celle-ci implique que la déformation minimale soit obtenue pour un allongement minimal des soufflets et donc un éloignement maximal par rapport aux «butées articulaires», *i.e.* l'allongement maximal des soufflets.

D'autres choix de critères sont envisageables, notamment ceux de performances locales. Cependant, comme on peut l'observer figure 6.2, ces critères ne sont pas discriminants pour la résolution du modèle inverse dans le cas de notre application. En effet, pour une orientation fixée, l'indice de manipulabilité ou celui de dextérité restent inchangé lorsque le rayon de courbure varie.

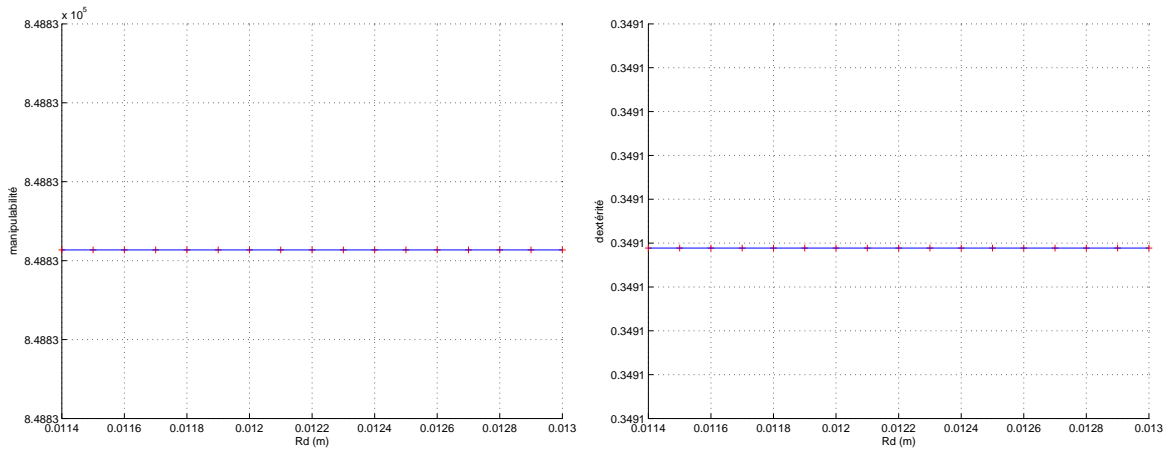


FIG. 6.2 – Evolution des critères de performances locales suivant les variations de  $R$ , pour  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  et  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

### 6.2.2 Résultats

La simulation sous Matlab du modèle inverse nous permet de profiter des techniques de programmation non linéaire pour résoudre le système (6.9).

La figure 6.3 montre l'influence de  $L_d$ . En utilisant le critère 6.11, tout en conservant la même orientation de l'embase libre ( $\alpha = \frac{\pi}{4}$  et  $\varphi = 0$ ), l'augmentation de  $L_d$  se traduit par un allongement plus important des soufflets. On peut ainsi observer la déformation induite du micro-robot (allure bleue, verte et rouge) à mesure que la pose minimale désirée augmente<sup>1</sup>.

L'utilisation du critère 6.10 permet au micro-robot de conserver un même rayon de courbure pour une variation de l'angle  $\alpha$  et/ou  $\varphi$  (cf figure 6.4). Il est à noter dans ce cas que l'allure globale du micro-robot change du fait de l'utilisation de la matrice de passage homogène pour tenir compte de la géométrie des entretoises. On observe alors cette contrainte uniquement sur le premier M-E.

<sup>1</sup>le micro-robot est représenté sur les différentes figures en projection dans le plan de courbure pour plus de clarté.

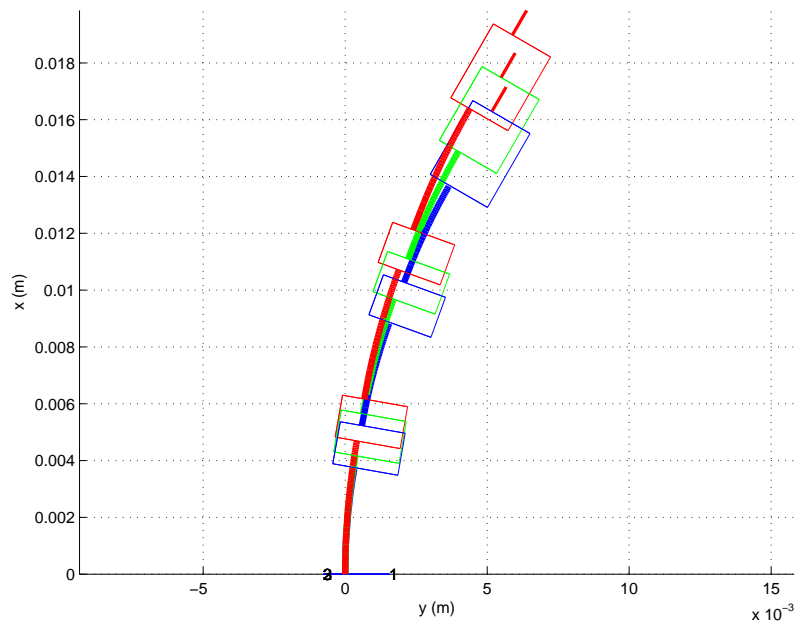


FIG. 6.3 – Variation de la pose du micro-robot pour une même orientation grâce au critère 6.11.

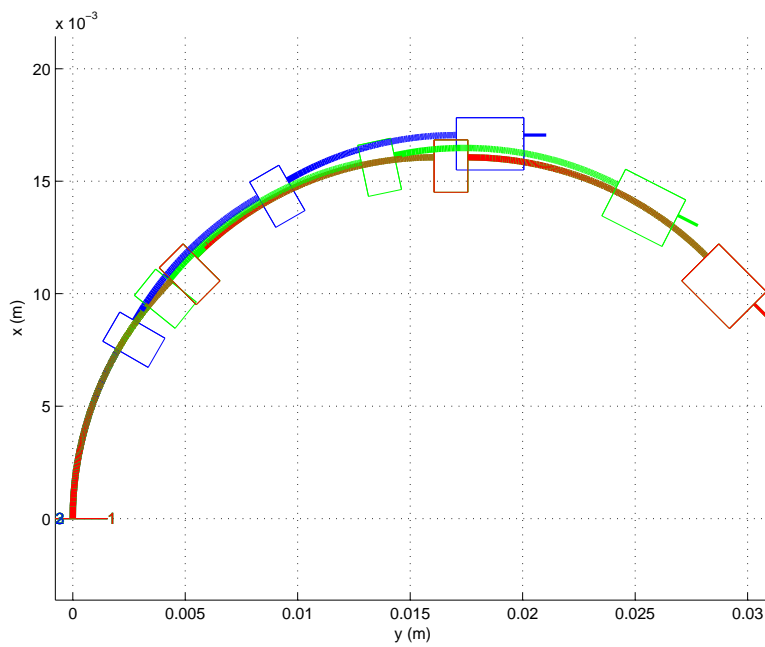
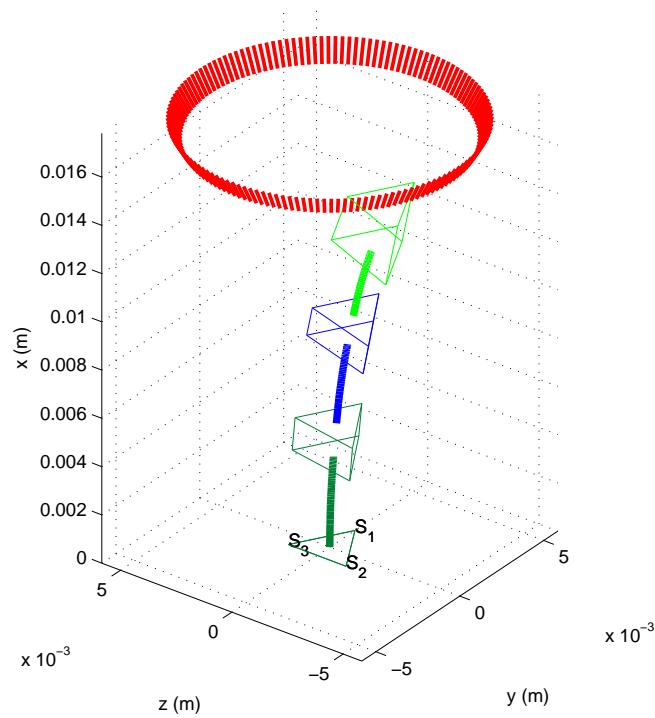


FIG. 6.4 – Variation de l'inclinaison du micro-robot pour un rayon de courbure constant.

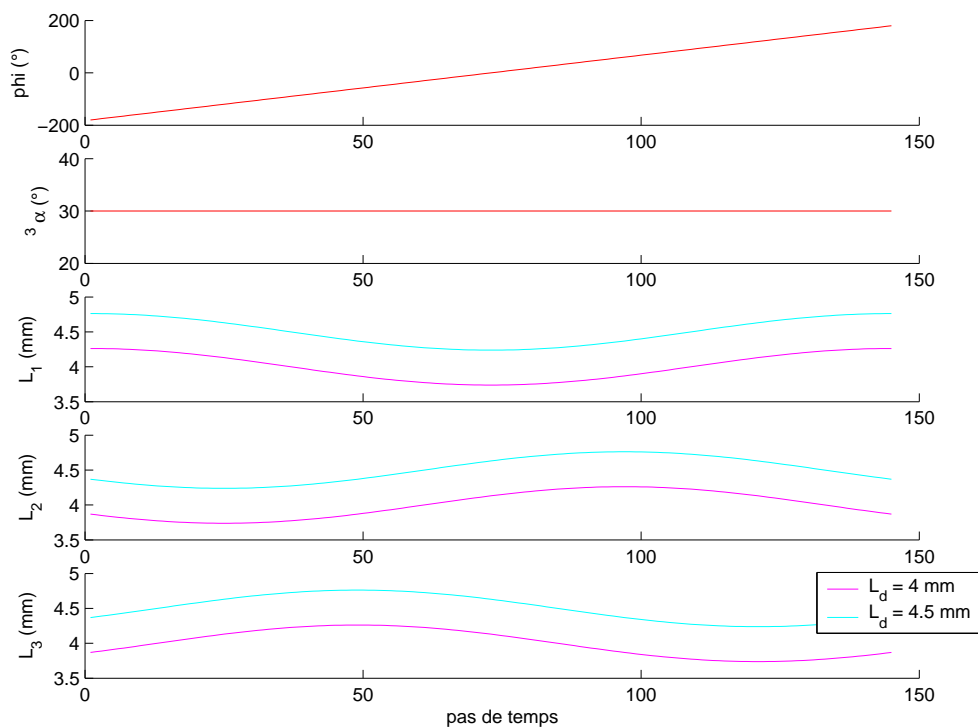
La génération des consignes articulaires dans le cas de la poursuite de trajectoire dans l'espace de la tâche est présentée figures 6.5 et 6.6.

Dans le premier exemple, le micro-robot doit effectuer une rotation complète autour de l'axe  $(Ox)$ , *i.e.*  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ , tout en maintenant une inclinaison constante de l'embase libre, *i.e.*  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . La trajectoire ainsi spécifiée est illustrée dans l'espace figure 6.5(a). L'application du modèle inverse détermine alors les coordonnées généralisées du M-E 1 pour deux valeurs différentes de  $L_d$ . On observe ainsi l'influence du critère de minimisation d'énergie.

Dans le deuxième exemple, la trajectoire, spécifiée dans l'espace de la tâche, est plus complexe. Celle-ci alterne des variations indépendantes et combinées de  $\alpha$  et  $\varphi$ .

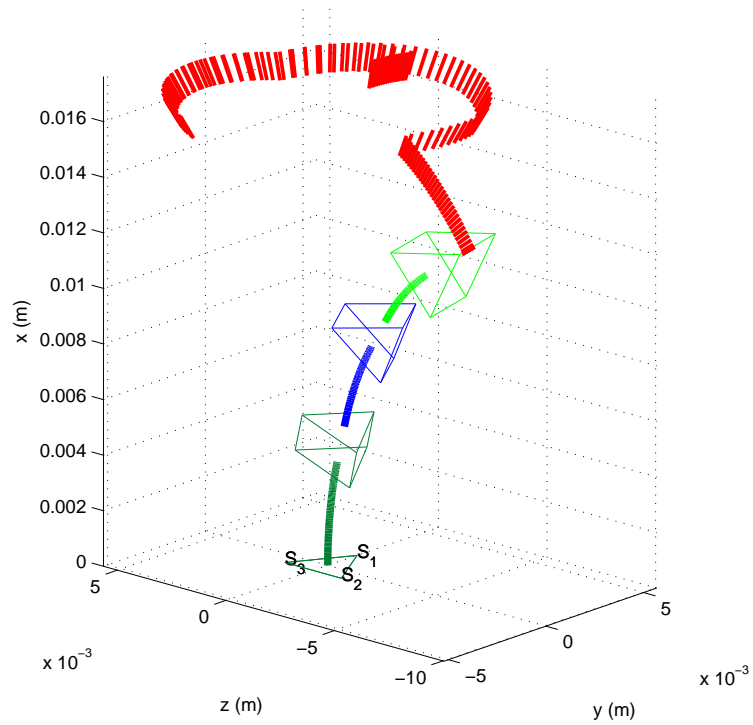


(a) Représentation de la pose de MALICA dans l'espace.

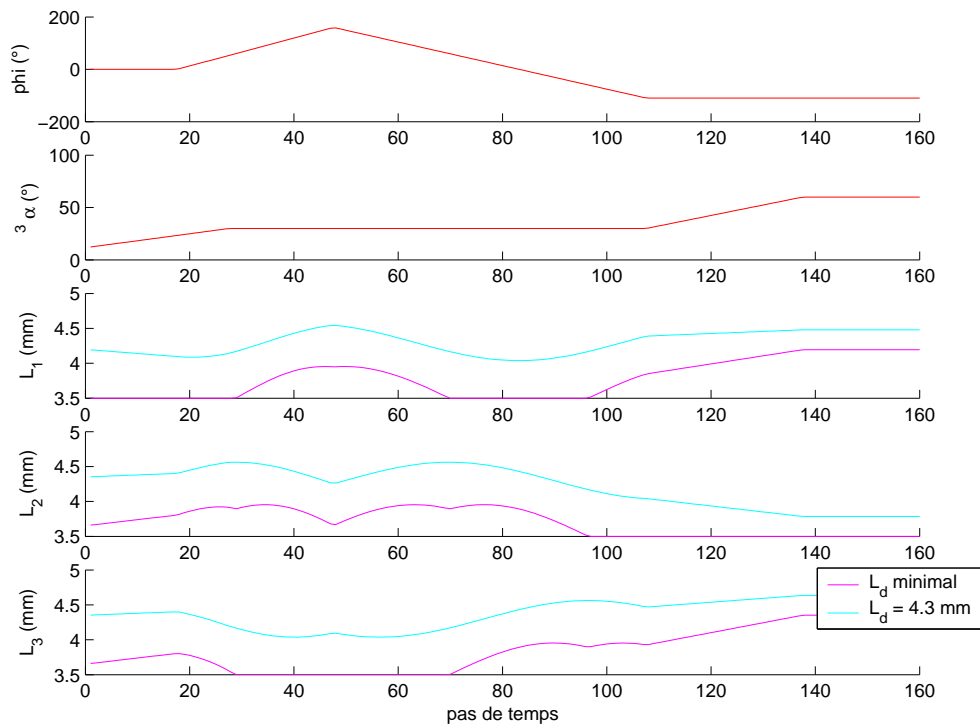


(b) Génération des coordonnées généralisées du M-E 1.

FIG. 6.5 – Application du modèle inverse au suivi de trajectoire dans l'espace de la tâche. Trajectoire 1.



(a) Représentation de la pose de MALICA dans l'espace.



(b) Génération des coordonnées généralisées du M-E 1.

FIG. 6.6 – Application du modèle inverse au suivi de trajectoire dans l'espace de la tâche. Trajectoire 2.



## 6.3 Application à MALICA

### 6.3.1 Positionnement du problème

Pour un micro-robot, un jeu de longueurs amène à un unique couple position-orientation de l'embase libre. Il en va de même pour *MALICA*. L'inversion de son modèle statique aboutit donc à une unique solution. Pour profiter des propriétés des actionneurs continus, il faut alors :

- soit adjoindre au moins un étage supplémentaire. On se trouve alors dans le cas d'un système redondant dans la terminologie des robots discrets. On dispose en effet de 9 entrées, *i.e.* les 9 longueurs des soufflets, pour 6 paramètres de sortie, *i.e.* la position et l'orientation de la plate-forme terminale ;
- soit commander uniquement l'orientation ou la position de la plate-forme terminale.

On choisit ici la seconde solution comme première voie d'exploration. Dans ce cas, la redondance à gérer ne provient plus seulement de l'utilisation de soufflets, mais elle est due également au doublon des micro-robots. Cette approche s'inscrit alors dans un champ de recherche très vaste : la commande des robots hyper-redondants. Nous ne posons alors dans ce paragraphe que la problématique relative à *MALICA* et nous apportons des premiers éléments de réponse.

### 6.3.2 Description

Notre approche consiste à utiliser des méthodes de résolutions numériques pour son inversion. Celles-ci nous permettent ainsi de prendre en compte les limitations articulaires mais également les propriétés de redondance des micro-robots. La résolution du modèle inverse de *MALICA* se pose alors en termes d'optimisation d'une fonction objective  $\psi$ , sous contraintes d'égalités et d'inégalités.

Les limitations articulaires, *i.e.* les longueurs nominales et maximales des soufflets, s'expriment sous forme de contraintes d'inégalités :

$$\begin{cases} L - L_0 \geq 0 \\ L_{max} - L \geq 0 \end{cases} \quad (6.13)$$

Plusieurs stratégies d'inversion sont alors possibles. Elles dictent l'expression de la fonction objective et de la contrainte d'égalité :

- pour obtenir une orientation désirée, on fixe la contrainte d'égalité suivante :

$$\vec{\theta}_r - \vec{\theta}_d = 0 \quad (6.14)$$

Pour résoudre ce système, de manière analogue à la résolution du modèle inverse dans le cas d'un micro-robot, on sélectionne une fonction objective parmi celles exprimées au paragraphe 6.2.1 ;

- si l'on souhaite désormais atteindre une position désirée, *e.g.* effectuer une correction de la position de MALICA dans la phase de largage sans faire intervenir le robot d'insertion, la contrainte d'égalité s'écrit alors :

$${}^6G - Q_d = 0 \quad (6.15)$$

où  $Q_d$  désigne la position désirée. Le choix de la fonction objective est similaire au cas précédent.

Enfin, si on intègre un paramètre  $l_n$  dans l'équation précédente, tel que :

$$\begin{cases} L - (L_0 + l_n) \geq 0 \\ L_{max} - L \geq 0 \end{cases} \quad (6.16)$$

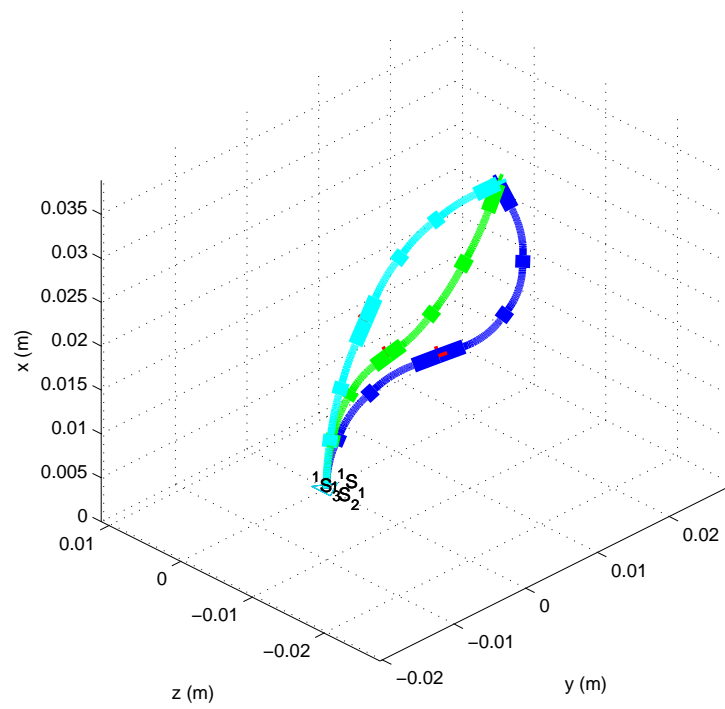
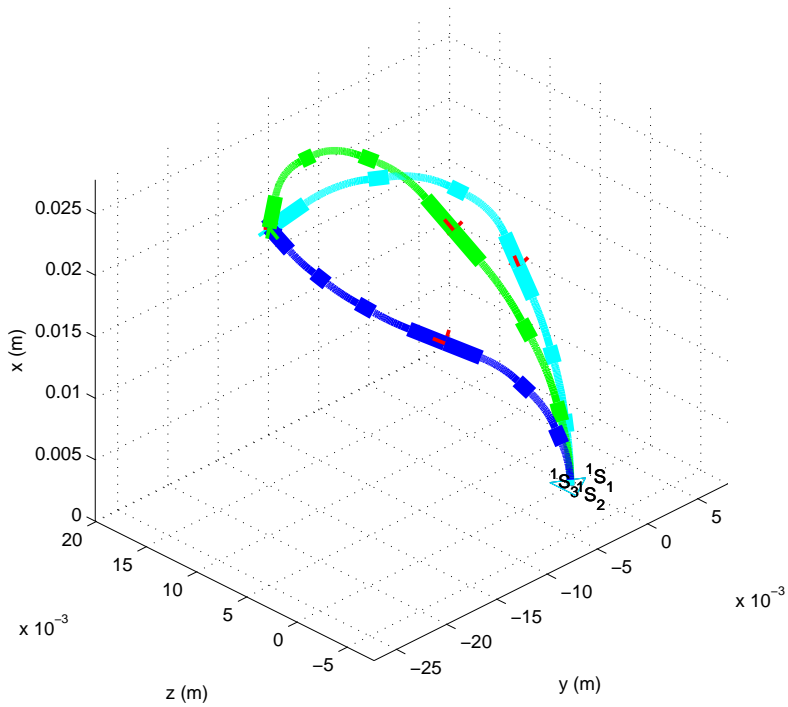
on impose alors une configuration minimale aux micro-robots.

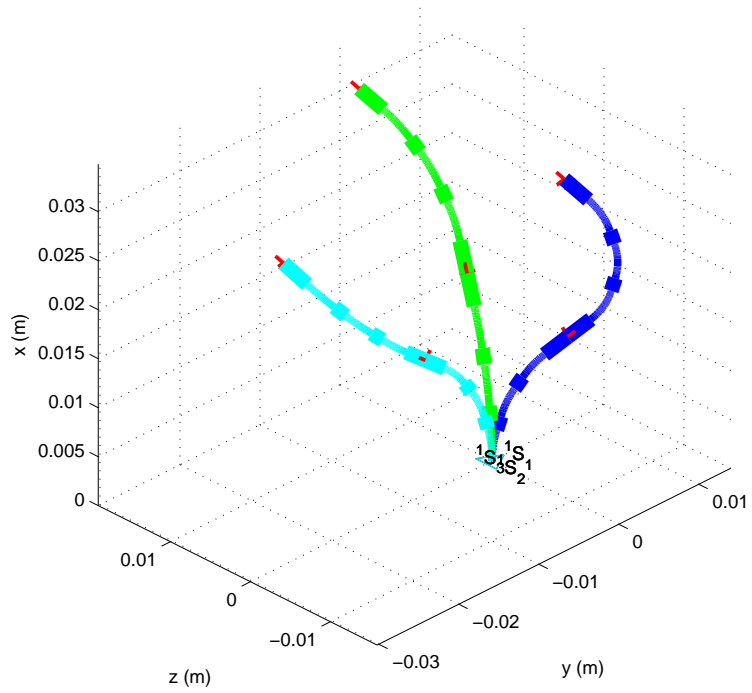
Différents scénarios sont simulés. Il est clair que les possibilités sont nombreuses, aussi nous ne présentons que les résultats les plus pertinents. Ainsi, figure 6.7(a), trois poses<sup>2</sup> différentes de MALICA sont obtenues pour atteindre le point désiré  $Q_{d_1}$ . Pour cela, on impose un rayon de courbure  $R_d$  au micro-robot inférieur et l'on minimise la fonction objective (6.12). On obtient alors successivement la pose bleue, verte et cyanée de MALICA lorsque l'on augmente la valeur de  $R_d$ . La figure 6.7(b) présente les résultats pour un nouveau point  $Q_{d_2}$ .

Figure 6.8(a), les poses bleue, verte et cyanée sont déterminées de la même manière, pour une orientation désirée de la plate-forme terminale  $\theta_{d_1}$ . Figure 6.8(b), on choisit une nouvelle orientation  $\theta_{d_2}$ . Dans ce cas, la pose rouge représente MALICA dans sa pose de dépense minimale d'énergie. La pose cyanée, en plus d'être contrainte par un rayon de courbure désiré, montre l'influence du paramètre  $l_n$  du fait de son allongement plus important que les autres configurations.

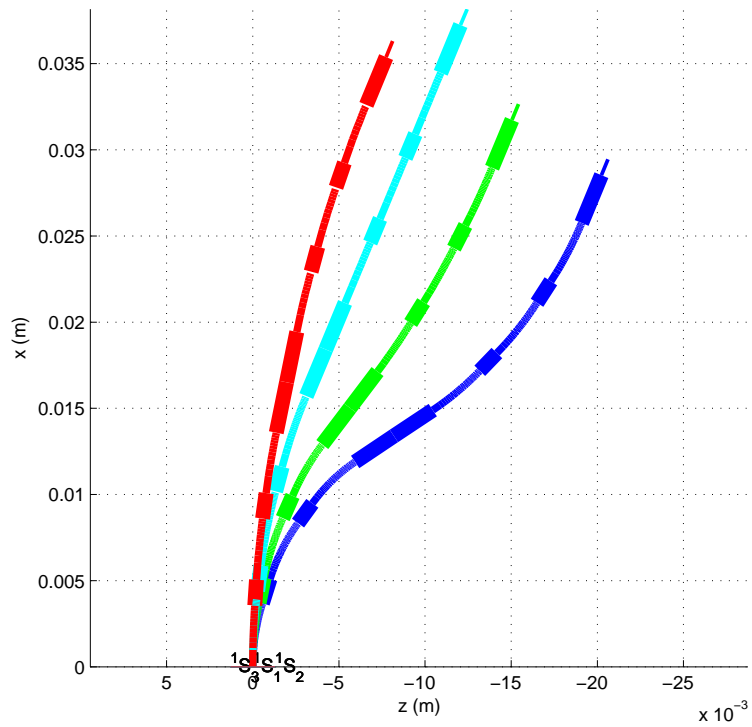
---

<sup>2</sup>MALICA est représentée en fil de fer pour ne pas surcharger les figures.

(a)  $Q_{d_1} = (38, 8, -16)$  en (mm).(b)  $Q_{d_2} = (25, -20, 10)$  en (mm).FIG. 6.7 – Poses de *MALICA* pour une position désirée.



(a)  $\vec{\theta}_{d_1} : \alpha = \frac{\pi}{4}, \varphi = -\frac{3\pi}{4}$ .



(b)  $\vec{\theta}_{d_2} : \alpha = \frac{\pi}{8}, \varphi = -\frac{\pi}{2}$ .

FIG. 6.8 – Poses de MALICA pour une orientation désirée.

## 6.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté l'étude du modèle statique inverse de MALICA, *i.e.* détermination de la longueur des soufflets pour obtenir une orientation désirée de l'embase libre. Dans ce dernier cas, le problème est sous contraint : différentes consignes articulaires aboutissent à une même orientation. Cette redondance intrinsèque est alors mise à profit pour optimiser différents critères liés à l'application. Ce problème est résolu par optimisation sous contraintes d'une fonction objective.

---

# Commande d'un micro-robot

---

COMME nous l'avons souligné précédemment, ce micro-robot de type continuum possède une redondance intrinsèque : une même orientation de la plate-forme supérieure peut être obtenue pour différents rayons de courbure. L'objectif de la commande sera donc de maintenir une orientation désirée tout en gérant cette redondance. Pour cela, nous proposons une commande par modèle variationnel. Plusieurs avantages liés à cette architecture ont justifié ce choix. Ils sont discutés dans ce chapitre. Pour conclure, nous présentons et nous analysons les résultats expérimentaux de sa mise en œuvre.

### 7.1 Description

Le principe de la commande par modèle variationnel est illustré figure 7.1. Cette approche consiste à linéariser la trajectoire désirée en petits déplacements. Les équations intervenant dans le calcul de la jacobienne sont établies pour des considérations statiques. Cette méthode garantit ainsi la validité de leur application dans le cas dynamique.

L'asservissement bas-niveau, *i.e.* la régulation de pression dans les soufflets, est découplé de la commande en orientation. L'asservissement en position articulaire est donc toujours actif, évitant ainsi des problèmes d'instabilités. Cela permet également de modifier les éléments bas niveau, *e.g.* les servovalves, sans modifier les lois de commande de MALICA. Pour finir,

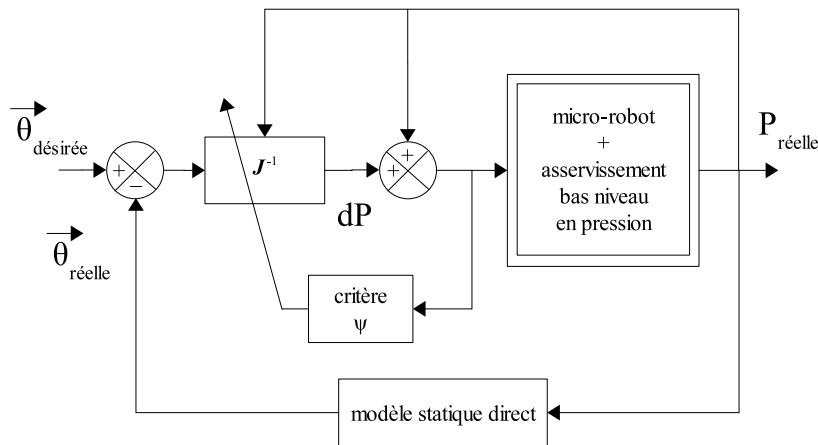


FIG. 7.1 – Principe de commande d'un micro-robot.

l'architecture par bloc indépendant assure naturellement une meilleure sécurité de l'ensemble.

## 7.2 Gestion de la redondance

Au paragraphe 5.1.1, nous avons établi l'expression analytique de la jacobienne inverse d'un M-E,  $J^{-1}$ . Les éléments de sa dernière colonne, qui correspondent à la contribution de  $dR$ , sont identiques. Ils révèlent ainsi la redondance du micro-robot. Sa gestion s'effectue alors par la pondération de  $dR$  selon un critère  $\psi$ , tel que [Bailly ] :

$$\hat{dR} = \arg \min_{dR} \psi \{ \{L \geq L_0, L \leq L_{max}\} \} \quad (7.1)$$

Les considérations sur le choix de  $\psi$  sont similaires à celles posées lors de la résolution du modèle inverse, paragraphe 6.2.1. On retrouve ainsi le critère de minimisation d'énergie et d'adaptation du rayon de courbure.

Du fait de la nature incrémentale de la commande, on peut également considérer le critère de variation minimale. Ce dernier permet d'obtenir l'orientation désirée d'un micro-robot avec la variation minimale des longueurs des soufflets. Ce critère permet alors d'atteindre  $\vec{\theta}_d$  en un temps minimal. Il s'exprime :

$$\psi = \frac{1}{2} L^2 \quad (7.2)$$

$dP$  est ensuite obtenu par le calcul de la pseudo-inverse de  $\tilde{J}$  définie par l'équation (5.15). Cependant, pour ne pas aboutir à des solutions en dehors de l'espace articulaire après quelques

itérations, il est nécessaire de considérer des conditions sur les limites articulaires, *i.e.*  $L \in [L_0, L_{max}]$ . Cela conduit alors à l'expression complète de la pseudo-inverse présentée dans l'annexe B.2.2 où la solution homogène satisfait les conditions de butées articulaires :

$$dq = \tilde{J}^+ d\theta + (I - \tilde{J}^+ \tilde{J}) \nabla \phi \quad (7.3)$$

telle que  $d\theta = (d\alpha, d\varphi)^t$ .

Cette résolution ne sera pas utilisée dans notre application du fait de sa complexité et de sa consommation en temps de calcul plus important que ceux impliqués pour  $J^{-1}$ .

### 7.3 Mise en œuvre

Les longueurs des soufflets sont modifiées suivant les pressions qu'on leurs injecte. Pour pouvoir commander le micro-robot, il faut donc au préalable exprimer la jacobienne en fonction des pressions,  $J_P$ .

Grâce aux relations (4.20) et (5.9), on obtient :

$$J_P(1) = \begin{pmatrix} \frac{A(2P_1 - P_2 - P_3)}{2kh_1\sqrt{\xi_P}} \\ \frac{\sqrt{3}(P_2 - P_3)}{2\xi_P} \\ \frac{h_1 \frac{A}{k}(P_2^2 + P_3^2 - P_2P_1 - P_3P_1) + h_1(L_0P_2 + L_0P_3 - 2L_0P_1)}{2\frac{A}{k}\xi_P^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

$$J_P(2) = \begin{pmatrix} \frac{A(2P_2 - P_1 - P_3)}{2kh_1\sqrt{\xi_P}} \\ \frac{\sqrt{3}(P_3 - P_1)}{2\xi_P} \\ \frac{h_1(P_1^2 + P_3^2 - P_2P_1 - P_2P_3) + h_1(L_0P_1 + L_0P_3 - 2L_0P_2)}{2\frac{A}{k}\xi_P^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

$$J_P(3) = \begin{pmatrix} \frac{A(2P_3 - P_1 - P_2)}{2kh_1\sqrt{\xi_P}} \\ \frac{\sqrt{3}(P_1 - P_2)}{2\xi_P} \\ \frac{h_1(P_1^2 + P_2^2 - P_3P_1 - P_2P_3) + h_1(L_0P_1 + L_0P_2 - 2L_0P_3)}{2\frac{A}{k}\xi_P^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

où  $\xi_P = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 - P_2P_1 - P_3P_1 - P_2P_3$  et  $J_P(3)$  désigne la 3<sup>ème</sup> colonne de  $J_P$ .

La matrice  $J_P$  représente une application linéaire de l'espace des variations de pression vers l'espace des variations de position de la plate-forme supérieure :

$$\begin{pmatrix} d\alpha \\ d\varphi \\ dR \end{pmatrix} = J_P \begin{pmatrix} dP_1 \\ dP_2 \\ dP_3 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$



Comme  $\det J_P = -\frac{A\sqrt{3}}{2k\xi_P} \Rightarrow \det J_P > 0$ , la jacobienne inverse en pression du micro-robot,  $J_P^{-1}$ , existe et est définie par :

$$J_P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{k^2 h_1 P_1}{A^2 \sqrt{\xi_P}} & \frac{P_2 - P_3}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\xi_P}}{h_1} \\ \frac{k^2 h_1 P_2}{A^2 \sqrt{\xi_P}} & \frac{P_3 - P_1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\xi_P}}{h_1} \\ \frac{k^2 h_1 P_3}{A^2 \sqrt{\xi_P}} & \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\xi_P}}{h_1} \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

Nous pouvons désormais mettre en œuvre la commande du micro-robot en programmant l'équation (7.1) pour différents critères.

Pour jouer pleinement son rôle d'outil d'assistance à la navigation endovasculaire, le critère d'adaptation du rayon de courbure est primordial. Il confère au micro-robot l'aptitude à s'adapter au rayon de courbure de l'aorte tout en maintenant une orientation désirée.

$$\psi = \frac{1}{2}(R - R_d)^2 \quad (7.9)$$

où  $R$  désigne le rayon de courbure instantané du micro-robot et  $R_d$  le rayon de courbure désiré.

Pour illustrer cet exemple, nous reprenons la trajectoire excitante présentée figure 6.5(a). Cette trajectoire correspond à une révolution complète du micro-robot à une altitude constante de  ${}^3G$ . Les tracés des consignes et des mesures de pressions obtenues pour  $R_d = 7,3 \text{ mm}$  et  $R_d = 7,2 \text{ mm}$  sont présentés respectivement figure 7.3, et figure 7.4.

On observe bien que pour un rayon de courbure désiré plus grand tout en maintenant un angle d'inclinaison constant, la pression moyenne est plus importante. La figure 7.2 montre différentes vues du micro-robot pendant la révolution.

Une variante du critère (7.9) permet de jouer sur l'état de repos de MALICA, *i.e.* lui imposer une pose minimale arbitraire  $P_d$ . Son expression est alors :

$$\psi = \frac{1}{2}(P - P_d)^2 \quad (7.10)$$

Dans ce cas, nous choisissons la trajectoire excitante présentée figure 6.6(a). Nous obtenons alors les courbes figures 7.5 et 7.6 pour deux valeurs différentes de  $P_d$ .

## 7.4 Conclusion

La mise en œuvre de la commande révèle de très bonnes performances : l'erreur moyenne sur  $\alpha$  est d'environ  $0.01^\circ$  pour toutes les expériences et celle sur  $\varphi$  de  $0.4^\circ$ .

On peut néanmoins regretter que ces résultats soient entachés d'erreurs relatives au matériel employé. En effet, lorsque l'on travaille simultanément sur plusieurs voies, les servovalves se perturbent mutuellement. On observe alors l'apparition d'erreurs de poursuite en pression. Ce phénomène est dû à la conception monobloc de l'ensemble servovalves-capteurs de pression. On observe bien que la voie 1 est moins sujette aux perturbations que les deux autres voies en aval. Ce problème technique ne remet cependant pas en cause les performances de l'asservissement en pression d'une voie, démontrées au chapitre 3. Ces observations vont induire la conception de voies indépendantes pour l'alimentation des soufflets.

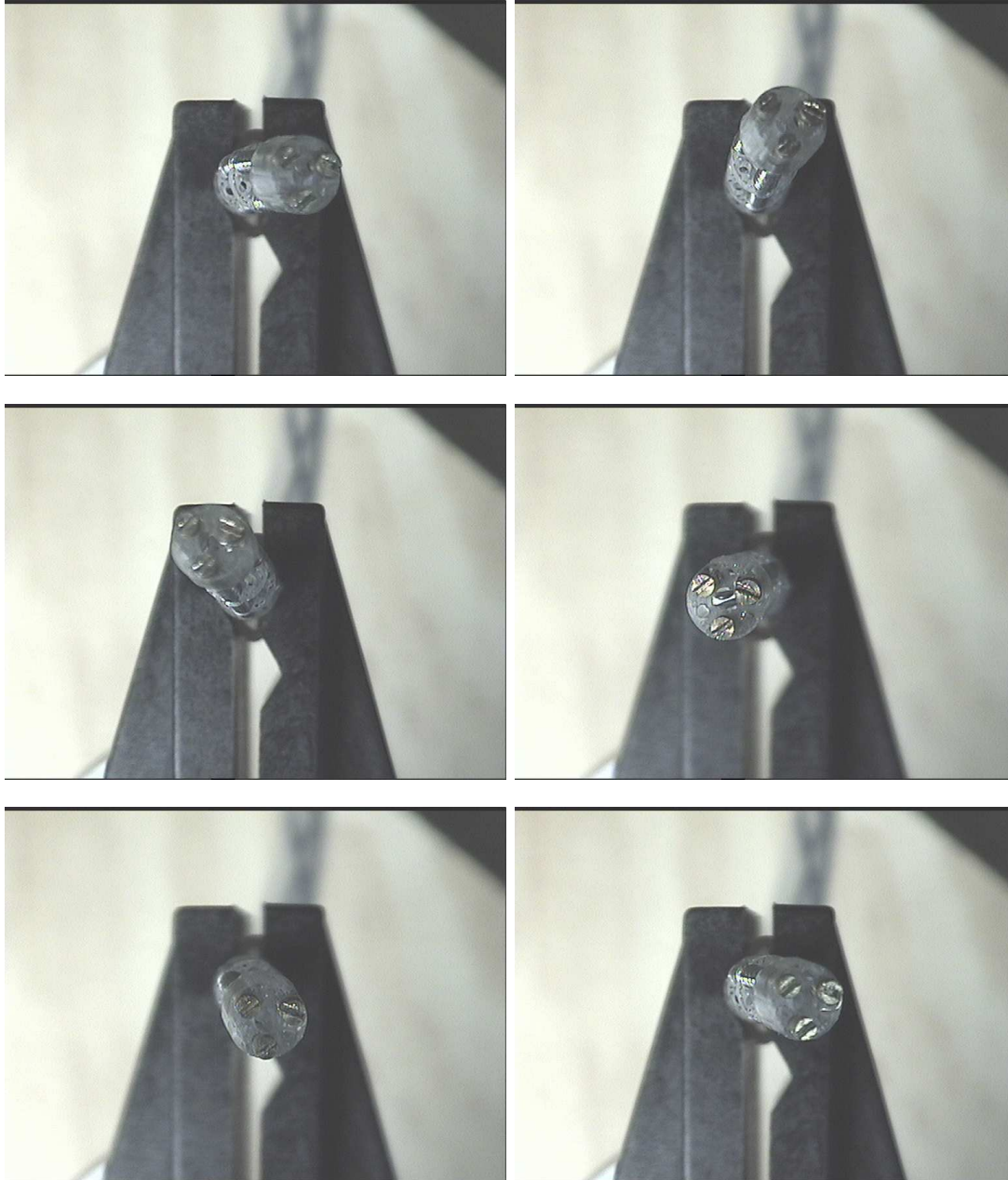
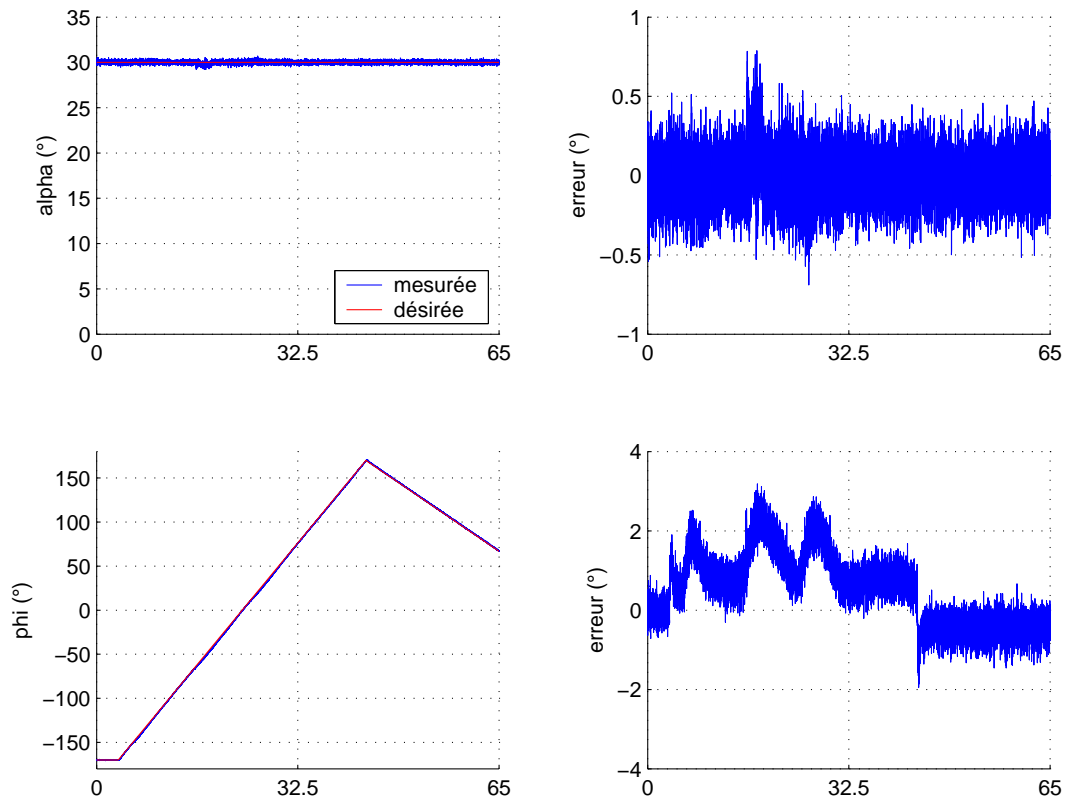
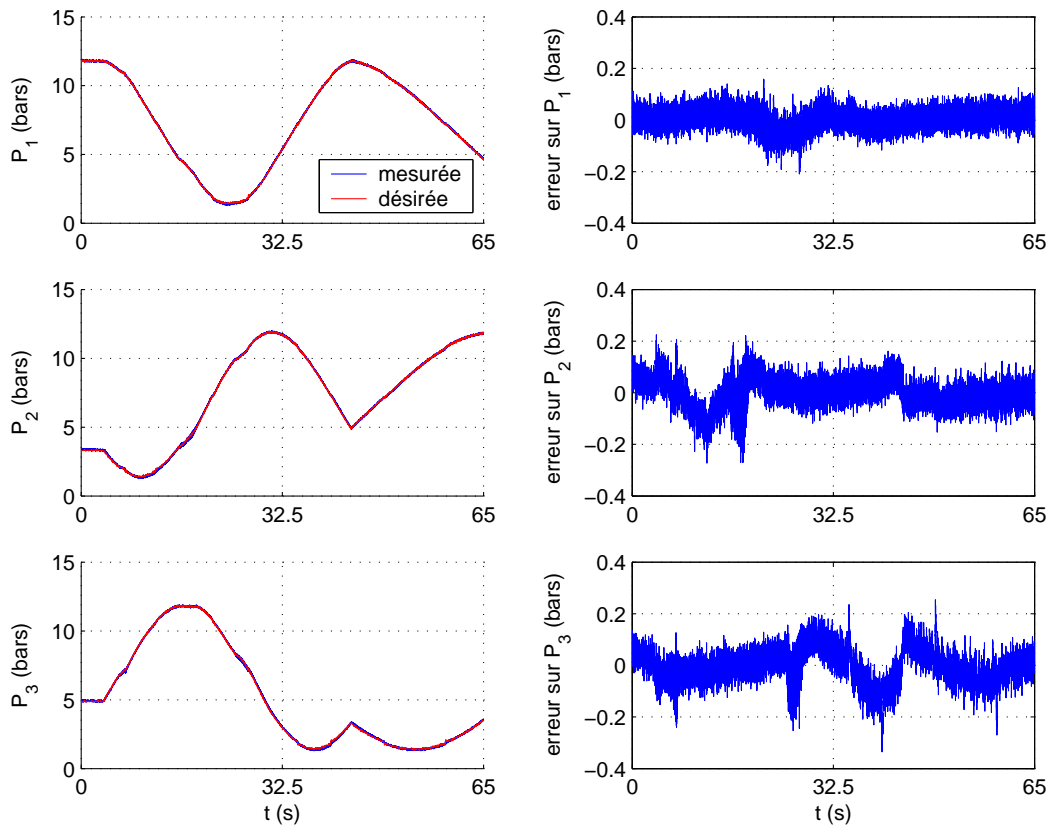


FIG. 7.2 – Différentes poses de MALICA pendant sa révolution autour de l'axe  $Ox$ .

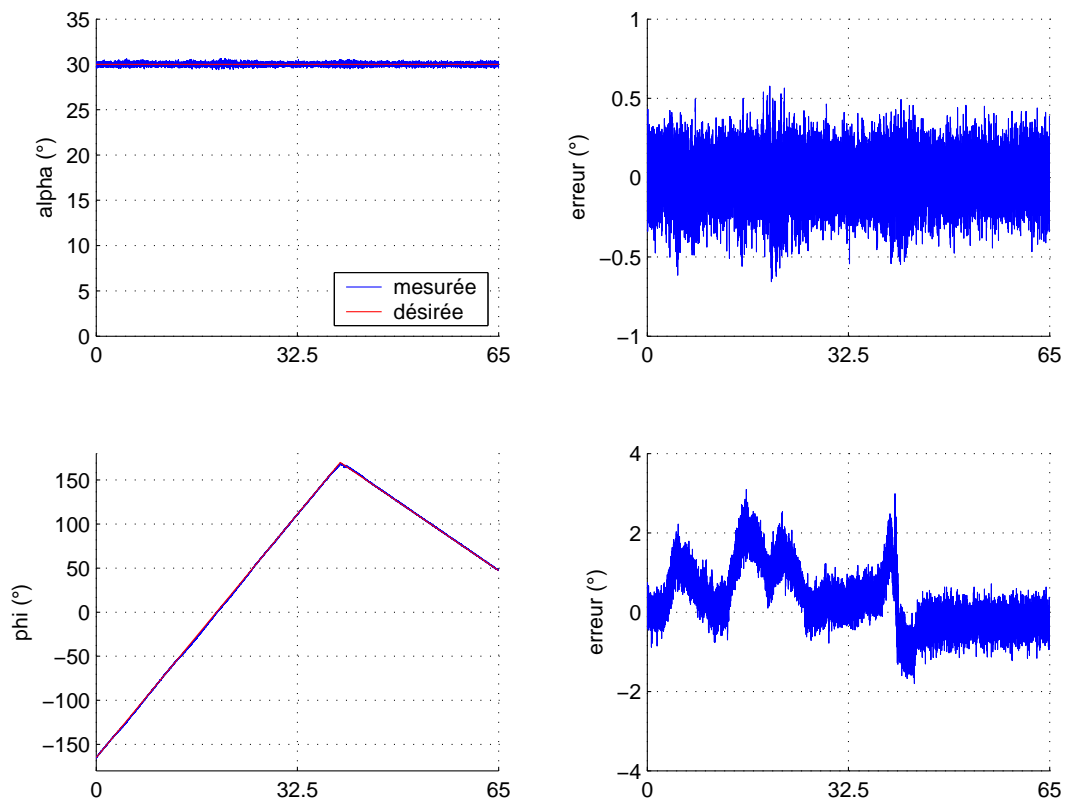


(a) Consigne d'orientation.

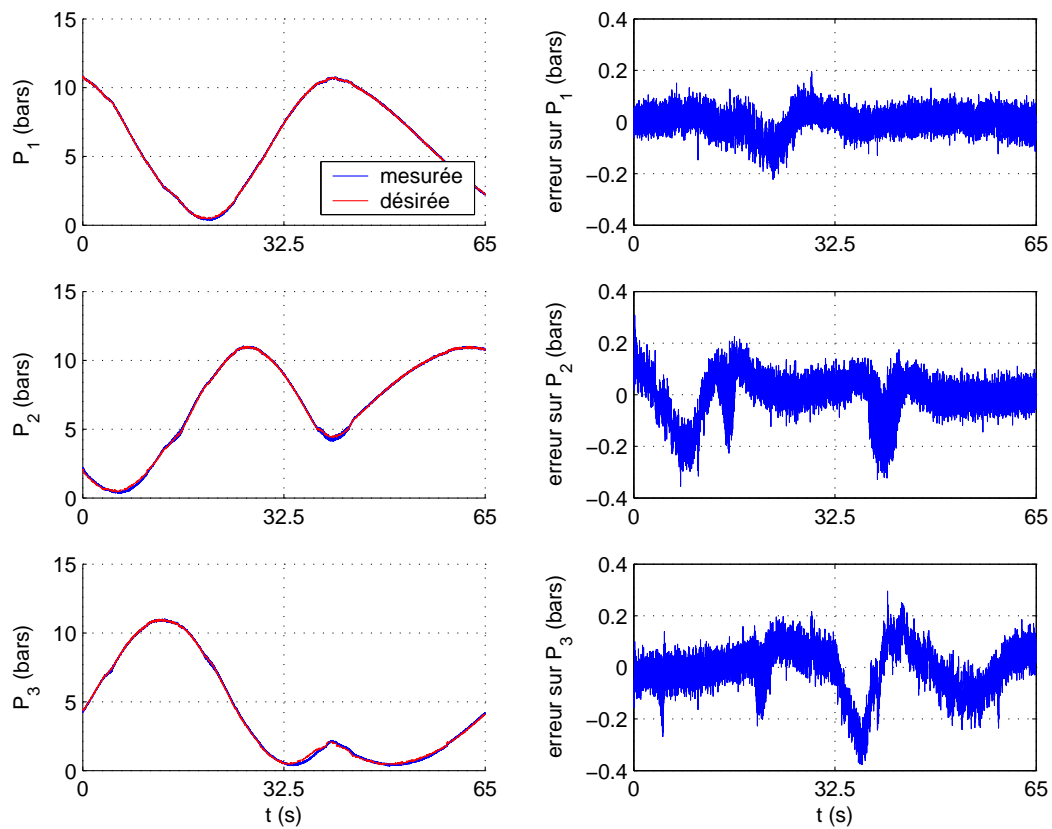


(b) Pressions.

FIG. 7.3 – Influence du rayon de courbure ( $R_d = 7.3e - 3 m$ ).

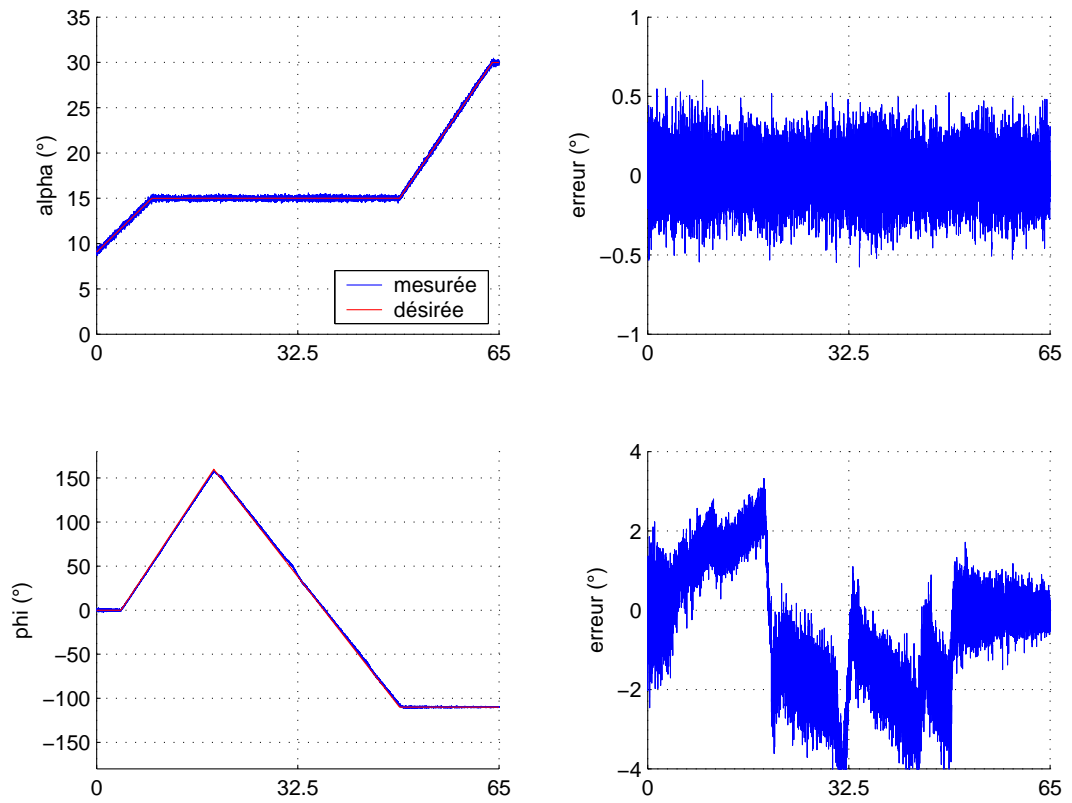


(a) Consigne d'orientation.

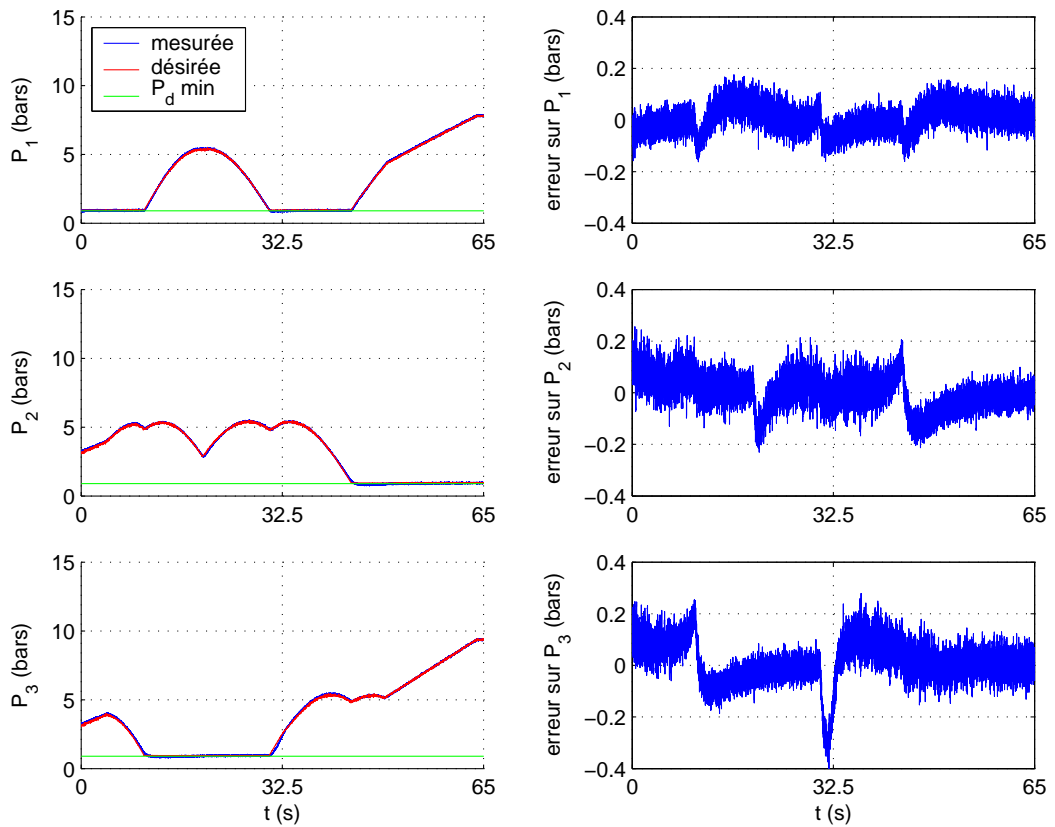


(b) Pressions.

FIG. 7.4 – Influence du rayon de courbure ( $R_d = 7.2e - 3 m$ ).

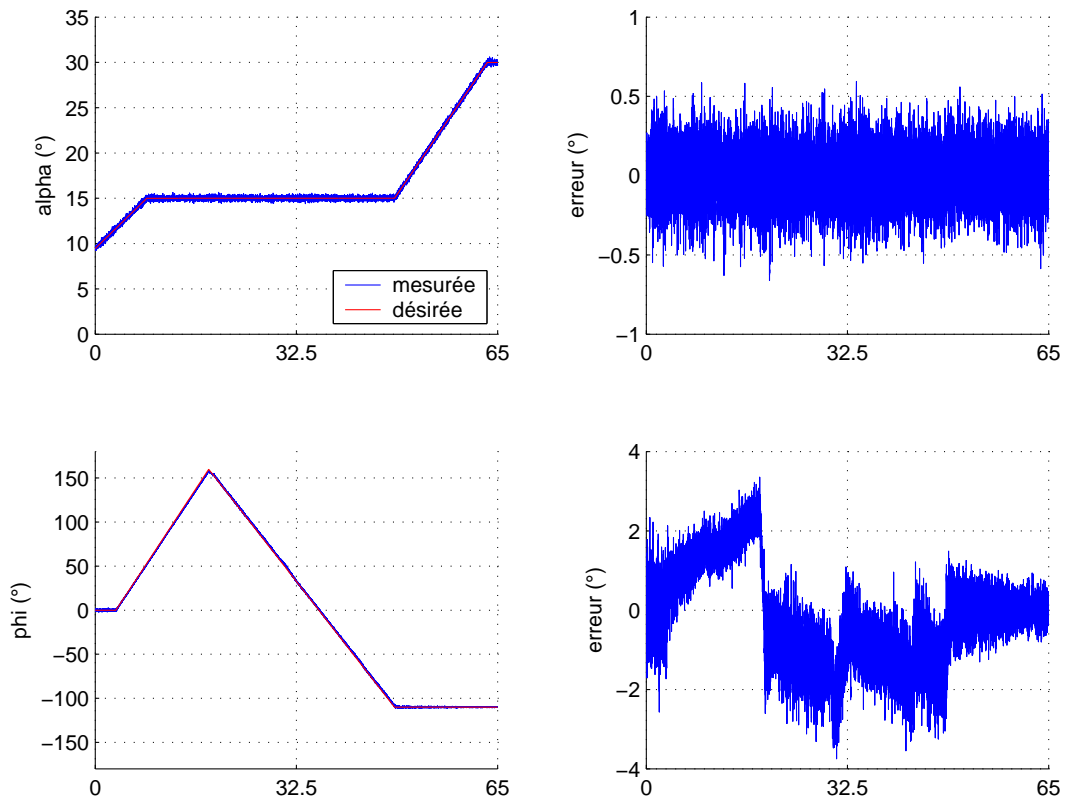


(a) Consigne d'orientation.

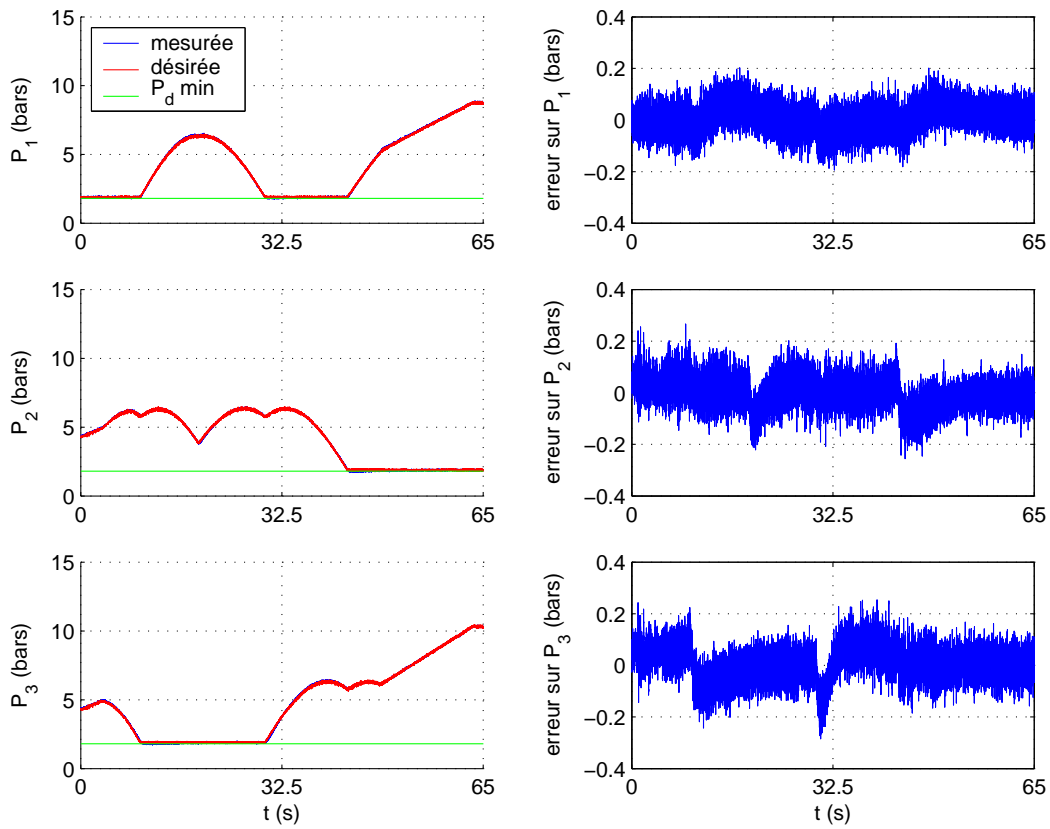


(b) Pressions.

FIG. 7.5 – Influence de la pose minimale ( $P_d = 0.9 \text{ bars}$ ).



(a) Consigne d'orientation.



(b) Pressions.

FIG. 7.6 – Influence de la pose minimale ( $P_d = 1.8 \text{ bars}$ ).

# Conclusion générale

---

Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour objet la modélisation et la commande d'un micro-robot hybride, et plus spécifiquement son applicabilité au traitement endovasculaire des anévrismes de l'aorte.

Le contexte médical est déterminant pour définir les axes de recherche de ce projet. Son analyse a permis d'identifier les difficultés opératoires imputables au caractère mini-invasif de l'intervention. Nous avons proposé un système de chirurgie assistée par ordinateur reposant sur deux composants principaux : un nouveau micro-robot qui confère une compliance active aux cathéters existants et un système de télé-opération qui l'intègre.

La modélisation statique directe du micro-robot a abouti à l'expression analytique de sa matrice de passage homogène, généralisable à un empilement de plusieurs étages et dépourvue de toute singularité mathématique. A partir de ce modèle, nous avons étudié les performances globales de MALICA en termes d'espace atteignable en position et en orientation. Nous avons également développé le calibrage des paramètres statiques du micro-robot.

Nous avons ensuite proposé une méthode pour la résolution du modèle statique inverse. Comme le micro-robot est intrinsèquement redondant en termes d'orientation (conception à base de soufflets), une même consigne en orientation de l'embase libre peut être obtenue par une infinité de jeux de longueurs. Pour résoudre ce problème sous-contraint, nous avons introduit un critère de minimisation. La résolution du modèle inverse s'est alors posée en termes de problème d'optimisation sous contraintes d'une fonction objective. Plusieurs critères ont été étudiés et discutés. Cette approche a ensuite été étendue au cas d'un système comportant deux micro-robots, *i.e.* le prototype v.2 de MALICA.

Pour valider les modèles développés, nous avons mis en œuvre un dispositif expérimental.



La commande dans l'espace de la tâche du micro-robot implique l'asservissement en pression de chaque soufflet. Ce dernier est primordial car il conditionne les performances de MALICA en termes de précision et de dynamique. Nous avons ensuite établi un modèle paramétrique de la chaîne électro-hydraulique. Ce système fortement non linéaire nous a amené à proposer et à valider une commande avec anticipation non linéaire pour l'asservissement en pressions des soufflets. Celui-ci constitue une base expérimentale solide pour les mises en œuvre de MALICA.

Les équations mises en jeu pour caractériser la pose de MALICA ont permis d'exprimer sa jacobienne. Ces éléments révèlent explicitement la redondance du micro-robot. Aussi, nous avons réalisé une commande en orientation par mode variationnel en exploitant cette propriété. A l'instar du modèle inverse, plusieurs critères ont été implémentés pour atteindre différents objectifs, *e.g.* une courbure constante du micro-robot. Une série d'expérimentations a été menée pour évaluer les performances de la commande du micro-robot dans différents cas de suivi de trajectoires et pour évaluer les différents critères d'optimisation.

Ces travaux ont permis de jeter les principales bases expérimentales et théoriques de la modélisation et de la commande de MALICA. De nouvelles perspectives sont désormais ouvertes.

L'étude de techniques de planification et de validation de trajectoires pour l'optimisation de la pose de MALICA, afin d'intégrer notamment cette fonctionnalité dans le module décisionnel du système de télé-opération.

La transparence est une caractéristique incontournable pour un système robotique d'assistance chirurgicale. Le chirurgien doit pouvoir travailler avec le robot comme s'il intervenait directement sur les organes du patient. Outre la dextérité, la transparence exige aussi la sensibilité haptique, c'est-à-dire la capacité du robot à restituer au chirurgien une sensation de toucher des organes sur lesquels il intervient. Dans le cas de MALICA, ce problème est sensible et nécessite la mesure (ou l'estimation) avec une résolution suffisante des efforts d'interaction entre le cathéter et les parois aortiques du patient. Il s'agit d'étudier les technologies actuelles pour proposer une solution à base de capteurs intracorporels. Celle devra répondre aux sévères contraintes de fonctionnement induites par ce type de chirurgie. L'instrumentation de MALICA conduira également à la conception de lois de commande permettant d'assurer le contrôle des efforts à l'extrémité du cathéter.

Dans l'optique de l'apprentissage du geste opératoire, et de la validation de l'assistance au chirurgien, il est nécessaire d'étudier la conception et le développement d'un système de réalité augmentée avec retour haptique. Ce système consiste à synthétiser un retour sensoriel par ordinateur en s'appuyant sur un modèle (physique et géométrique) de l'environnement et de l'outil. Cette approche est en général adoptée lorsque le guidage de l'opérateur s'appuie sur une représentation de l'environnement et une modélisation fine des interactions outil/environnement. Dans le cadre d'une application d'assistance au geste, les problèmes rencontrés concernent le recalage des modèles, la qualité de l'interaction (fréquence d'échantillonnage, résolution) et les hypothèses sur la nature des objets manipulés (rigide, flexible). Ces travaux viseront à trouver des solutions robustes. Il s'agira également d'étudier une synthèse de retour haptique en présence d'objets flexibles soumis à des déformations. A partir de la détermination du torseur d'interaction, une étude de la stratégie de guidage du geste sera élaborée (découplage des mouvements, adaptation de la résolution de l'interaction, sécurisation des mouvements).



---

## Algorithme de Levenberg-Marquardt

---

L'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt combine la rapidité de convergence de l'algorithme de Newton et la stabilité de la méthode du gradient. Il s'écrit :

$$\hat{\theta}^{k+1} = \hat{\theta}^k - \left[ \left( \nabla^2 J(\hat{\theta}^k) + \mu_k I \right)^{-1} \nabla J(\hat{\theta}^k) \right] \quad (\text{A.1})$$

où :

- $\nabla J(\hat{\theta}^k) = \frac{\partial J}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}^k}$  est le gradient du critère ;
- $\nabla^2 J(\hat{\theta}^k) = \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T} \Big|_{\theta=\hat{\theta}^k}$  est le hessien (matrice symétrique  $n_p \times n_p$ ,  $n_p$  étant le nombre de paramètres) ;
- $\mu_k$  est le coefficient de pondération. En pénalisant le critère au point courant, il dirige la recherche de l'optimum des paramètres.

Le problème de la valeur de  $\mu_k$  à appliquer lors de chaque itération est très important. En effet, le fait de choisir une séquence  $\mu_k$  répondant à certains critères de convergence ne permet pas de garantir que cette convergence se fera de manière très rapide. Un pas trop grand pourrait faire diverger le système, tandis qu'un pas trop petit ralentirait la convergence et empêcherait le «saut» d'un minimum local à un autre plus avantageux.

Malheureusement, cette méthode d'optimisation, tout comme les méthodes classiques du gradient ou de Newton, ne garantit qu'une convergence locale ; cette propriété implique que les paramètres initiaux, utilisés lors de la première itération de l'algorithme, sont cruciaux : si ces

paramètres ne sont pas dans le voisinage de la solution globale, il est possible que l'algorithme reste bloqué sur un minimum local et ne converge pas vers la solution globale. De plus, cette méthode nécessite le calcul approché de la matrice hessienne à chaque itération, ce qui génère un algorithme à temps de calcul non négligeable [Walter 94].

---

# Outils mathématiques

---

## B.1 Rappel sur les matrices

### B.1.1 Inverse et pseudo-inverse

Deux matrices  $A$  et  $B$  sont inverses si leur produit est égale à la matrice identité, *i.e.*  $AB = BA = I$ , alors  $B = A^{-1}$ .

La matrice inverse, et plus généralement les pseudo-inverses, trouvent leurs applications dans la résolution des systèmes d'équations linéaires quelles que soient leurs dimensions (cf paragraphe B.2). Pour toute matrice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , il existe une matrice nommée pseudo-inverse de  $A$ , notée  $A^+$ , qui satisfait aux quatre conditions de Moore-Penrose [Penrose 55] :

- $AA^+$  laisse  $A$  invariant à gauche :  $AA^+A = A$
- $AA^+$  laisse  $A^+$  invariant à droite :  $A^+AA^+ = A^+$
- $AA^+$  est symétrique :  $(AA^+)' = AA^+$
- $A^+A$  est symétrique :  $(A^+A)' = A^+A$

La pseudo-inverse satisfait encore :

- $(A^+)^+ = A$
- $(A^+)' = (A')^+$
- $(\lambda A)^+ = \lambda^{-1}A^+$

$A^+$  est donné par l'expression :  $A^+ = \lim_{\delta \rightarrow 0} (A'A + \delta^2 I)^{-1} A' = \lim_{\delta \rightarrow 0} A'(AA' + \delta^2 I)^{-1}$

Si  $A$  est une matrice non singulière et carrée d'ordre  $n$ , alors  $A^+ = A^{-1}$ , tels que :

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A^{-1})' = (A')^{-1}$
- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

remarques :

- $A^{-1}$  est l'unique matrice qui satisfait :  $AA^{-1} = I$  et  $A^{-1}A = I$   
alors que si  $\text{rang}(A) = m$  :  $A^+A \neq I$  et  $AA^+ = I_m$   
et si  $\text{rang}(A) = n$  :  $A^+A = I_n$  et  $AA^+ \neq I$
- $\text{rang}(A^+) = \text{rang}(A) = \text{rang}(A') = \text{rang}(A^+A) = \text{rang}(AA^+)$

### B.1.2 Conditionnement

Soit  $\|\cdot\|$  une norme matricielle, le conditionnement d'une matrice inversible  $A$ , associée à cette norme, est le nombre  $\text{cond}(A)$  défini par :

$$\text{cond}(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$$

Si on travaille avec la norme  $\|\cdot\|_p$ , on notera le conditionnement associé  $\text{cond}_p$ .

propriétés :

- $\text{cond}_p(A) \geq 1$  et le conditionnement est d'autant meilleur qu'il est proche de 1
- $\text{cond}_p(\alpha A) = \text{cond}_p(A)$
- $\text{cond}_p(A) = \text{cond}_p(A^{-1})$
- $\text{cond}_2(A) = \frac{\sigma_{\max}(A)}{\sigma_{\min}(A)}$ , où  $\sigma_{\max}$  est la valeur singulière maximale de  $A'A$

Pour le système d'équations linéaires  $y = Ax$ , si on considère une petite variation de  $y$ , la variation relative sur  $x$  sera d'autant plus grande que  $\text{cond}(A)$  est grand. C'est également  $\text{cond}(A)$  qui intervient lors de la variation des coefficients de  $A$ .

## B.2 Résolution d'un système d'équations linéaires

### B.2.1 Formulation du problème

Soit le système d'équations linéaires :

$$y = Ax$$

tel que :

- $y \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des constantes ;
- $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur des inconnues ;
- $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  la matrice des coefficients.

Ce système est compatible si  $\text{rang}(A) = \text{rang}(A : y)$ , où  $A : y$  désigne la matrice augmentée de dimension  $m \times (n + 1)$ . Dans ce cas, le système possède au moins un vecteur  $x$  qui satisfait toutes les équations simultanément (cf tableau B.1).

système compatible $\text{rang}(A) = \text{rang}(A : y) = r$		système incompatible $\text{rang}(A) \neq \text{rang}(A : y)$
solution unique si $r = n$	infinité de solutions si $r < n$	aucune solution

TAB. B.1 – Solutions d'un système d'équations linéaires.

### B.2.2 Utilisation de la pseudo-inverse

Une propriété supplémentaire de la matrice pseudo-inverse  $A^+$  de  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , est que la matrice  $I - A^+A$  effectue la projection vers  $\ker(A)$  si  $A$  est de rang  $n$  ( $I - AA^+$  si  $A$  est de rang  $m$ ). Ainsi pour tout vecteur  $\Psi \in \mathbb{R}^n$ , on a :

$$A(I - A^+A)\Psi = 0$$

Ainsi, dans le cas de la résolution d'un système d'équations linéaires on obtient :

$$x = A^+y + (I - A^+A)\Psi$$

où le premier terme constitue la solution générale de norme euclidienne  $\|x\|^2$  minimale. Le second terme (ou solution homogène) permet d'atteindre d'autres objectifs suivant l'expression



de  $\Psi$  employée.

remarque :

La résolution par pseudo-inverse est largement utilisée, cependant elle génère de forte instabilité aux limites des singularités.

### B.2.2.1 Décomposition en valeurs singulières (méthode pleine)

Soit une matrice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , il existe toujours des matrices orthogonales<sup>1</sup>  $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$  et  $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , telles que :

$$U'AV = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r) \in \mathbb{R}^{m \times n}, \text{rang}(A) = r$$

où  $\sigma_i$  sont les valeurs singulières non nulles de  $A$ .

Nous obtenons alors la décomposition en valeurs singulières (notée SVD) de  $A$  :

$$A = U\Sigma V' = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i'$$

avec :

- $U$  la matrice des vecteurs propres de  $AA'$ , tel que  $UU' = I$  ;
- $V$  la matrice des vecteurs propres de  $A'A$ , tel que  $V'V = I$  ;
- $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$  de la forme suivante :  $\begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

où :

- $u_i$  désigne la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $U$  ;
- $v_i$  désigne la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $V$ .

Une méthode pour obtenir la matrice pseudo-inverse de  $A$  consiste à calculer la SVD puis à former la matrice diagonale  $\Sigma^+$  en prenant comme éléments diagonaux les inverses des  $\sigma_i$  de la matrice  $\Sigma$  lorsque ceux-ci sont non nuls (les éléments nuls de la diagonale de  $\Sigma$  sont inchangés dans  $\Sigma^+$ ) :

$$A^+ = V\Sigma^+U' = \sum_{i=1}^r \sigma_i^{-1} v_i u_i'$$

---

<sup>1</sup> $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$  est dite orthogonale si  $B^{-1} = B'$

La résolution du système d'équations linéaires B.2.1 par SVD donne ainsi, en accord avec le tableau B.2 :

$$x = A^+y = \sum_{i=1}^r \frac{u_i' y}{\sigma_i} v_i$$

### B.2.2.2 Détermination récursive de la pseudo-inverse : théorème de Greville

Soit une matrice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . L'algorithme conçu par Greville [Greville 60] utilise une construction récursive ligne par ligne de la matrice  $A^+$  à partir des colonnes de  $A$ .

soit  $A_k = [A_{k-1} : a_k]$  où  $a_k$  désigne la  $k^{\text{ième}}$  colonne de  $A_k$ , alors :

$$A_k^+ = \begin{pmatrix} A_{k-1}^+ - d_k b_k \\ b_k \end{pmatrix}$$

où

$$d_k = A_{k-1}^+ a_k$$

et si l'on pose  $C_k = a_k - A_{k-1} d_k$  :

$$b_k = \begin{cases} C_k^+ = (C_k' C_k)^{-1} C_k' & \text{si } C_k \neq 0 \\ (1 + d_k' d_k)^{-1} d_k' A_{k-1}^+ & \text{sinon} \end{cases}$$

en prenant les conditions initiales suivantes :

$$A_1 = a_1$$

$$A_1^+ = \begin{cases} (a_1' a_1)^{-1} a_1' & \text{si } a_1 \neq 0 \\ 0' & \text{sinon} \end{cases}$$

	système compatible		système incompatible	
			aucune solution ne peut satisfaire l'ensemble des équations	
$m < n$ cas d'un système sous-déterminé	il existe une infinité de solutions, parmi lesquelles on peut retenir : $x_{min} = A^+y$ qui donne la solution de norme euclidienne $\ x\ ^2$ minimale $A^+ = A'(AA')^{-1}$ , cette matrice est appelée pseudo-inverse à droite et vérifie la propriété $AA^+ = I_m$		$x_{LS_{min}} = A^+y$ donne une solution de norme minimale $\ Ax - y\ $ au problème des moindres carrés	
$m = n$ cas d'un système carré	$rang(A) = n$	$rang(A) < n$	on se trouve dans le cas d'un système sous-déterminé incompatible	
	il existe une solution unique : $x = A^{-1}y$	il existe une infinité de solutions, on se trouve dans le cas d'un système sous-déterminé compatible		
$m > n$ cas d'un système sur-déterminé	la suppression des équations linéairement dépendantes nous ramène au cas d'un système carré compatible	il existe une infinité de solutions, on se trouve dans le cas d'un système sous-déterminé compatible	$rang(A) = n$	$rang(A) < n$
			il existe une solution approchée au sens des moindres carrés : $x_{LS} = A^+y$  $A^+ = (A'A)^{-1}A'$ , cette matrice est appelée pseudo-inverse à gauche et vérifie la propriété $A^+A = I_n$	il existe plusieurs solutions au sens des moindres carrés, on se trouve dans le cas d'un système incompatible sous-déterminé

TAB. B.2 – Résolutions d'un système d'équations linéaires.

---

# Système de mesure sans contact par vision monoculaire

---

DANS cette annexe nous allons brièvement décrire le modèle géométrique associé au processus de saisie d'images à l'aide d'une caméra. Ce modèle est caractérisé par un certain nombre de paramètres que nous allons estimer par calibrage : les paramètres de la caméra (paramètres intrinsèques) seront estimés en même temps que les paramètres extrinsèques (paramètres qui lient le repère associé à la caméra au repère associé à l'objet étalon, *i.e.* la mire). Une fois le modèle de la caméra établi, nous développons la méthode de localisation d'une cible par quatre points, dont le principe repose sur le recalage d'un objet connu dans un monde 3D à partir d'indices 2D.

### C.1 Le modèle du sténopé

Le modèle géométrique de la caméra utilisé dans notre application est celui du sténopé linéaire. Il décrit le passage du monde réel au monde image sans distorsion. Dans ce cas, un point 3D de la scène ( $B$ ) et son image ( $b$ ) se trouvent sur un rayon optique (ou droite de vue) passant par le centre de la lentille ( $F$ ) sans être dévié (figure C.1).

Le modèle géométrique direct est composé de deux types de paramètres :

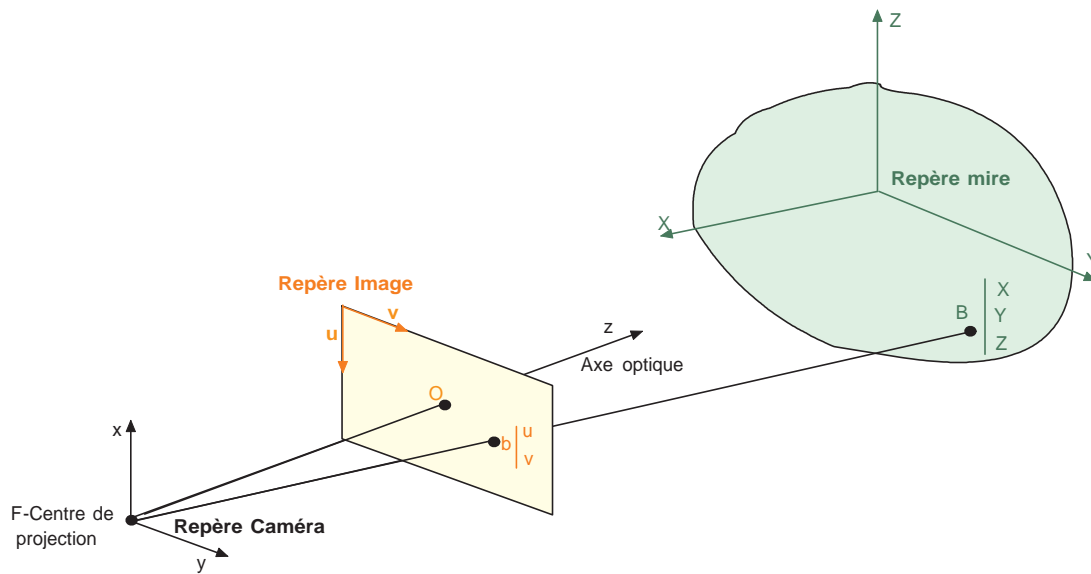


FIG. C.1 – Modèle géométrique du sténopé.

- les paramètres intrinsèques, qui permettent d'exprimer les coordonnées du point  $b$  dans le repère image à partir de ses coordonnées dans le repère caméra ;
- les paramètres extrinsèques, qui permettent d'exprimer les coordonnées du point  $B$  dans le repère caméra à partir des coordonnées dans le repère mire.

A l'aide de ces paramètres, on détermine alors la matrice de projection  $\mathbf{M}$  qui décrit la transformation permettant de passer du repère mire au repère image [Horaud 95].

Le modèle géométrique inverse est caractérisé par l'équation du rayon optique en fonction des coordonnées image.

### C.1.1 Modèle géométrique direct de la caméra

#### C.1.1.1 Transformation caméra-image

Soit un point  $O$  dans le plan image appelé point principal et soit une droite perpendiculaire au plan image passant par  $O$ , l'axe optique. Soit un point  $F$  placé sur l'axe optique à une distance  $f$  du plan image. Le point  $F$  est le centre de projection et  $f$  est la distance focale. On peut placer le centre de projection devant ou derrière la caméra. Dans ce qui suit nous allons le placer derrière comme sur la figure C.1.

Soient  $(x, y, z)$  les coordonnées de  $B$  dans le repère caméra. Les coordonnées de  $b$  dans ce

même repère s'écrivent :

$$\begin{aligned}x' &= \frac{fx}{z} \\y' &= \frac{fy}{z} \\z' &= f\end{aligned}\tag{C.1}$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} sx' \\ sy' \\ sz' \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}\tag{C.2}$$

Afin de pouvoir écrire la matrice de transformation du repère caméra au repère image nous devons introduire les paramètres intrinsèques suivants :

- les coordonnées de  $F$  dans le repère image :  $u_0$ ,  $v_0$  et  $w_0$  ;
- un facteur d'échelle vertical (pixels/mm) :  $k_u$  ;
- un facteur d'échelle horizontal (pixels/mm) :  $k_v$ .

La transformation du repère caméra au repère image s'écrit (pour le point b) :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_u & 0 & 0 \\ 0 & k_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix}\tag{C.3}$$

C'est une transformation affine représentant un changement d'échelle, une rotation et une translation. La composante  $w$  étant toujours nulle, on peut ignorer la troisième ligne et écrire cette transformation sous la forme d'une matrice  $\mathbf{K}$  de dimension 3 telle que :

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix}\tag{C.4}$$

En multipliant les matrices  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{K}$  trouvées dans les équations C.2 et C.4, et en multipliant tous les coefficients de la nouvelle matrice par  $f$  on obtient la matrice  $\mathbf{I}_c$  permet d'exprimer les coordonnées image d'un point en fonction de ses coordonnées dans le repère caméra :

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I}_c \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}\tag{C.5}$$

où  $\alpha_u = -k_u f$  et  $\alpha_v = k_v f$ .

### C.1.1.2 Transformation mire-caméra

Afin de déterminer les paramètres intrinsèques de la caméra et d'exprimer la matrice  $\mathbf{M}$ , il faut placer une mire devant la caméra. La transformation mire-caméra se compose alors d'une rotation et d'une translation :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

soit sous la forme d'une transformation homogène :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 & t_x \\ \mathbf{r}_2 & t_y \\ \mathbf{r}_3 & t_z \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

où les coefficients de  $\mathbf{A}$  sont appelés les paramètres extrinsèques.

### C.1.1.3 Matrice de projection

En multipliant les matrices  $\mathbf{I}_c$  et  $\mathbf{A}$  définies par les équations (C.5) et (C.7), nous obtenons l'expression de la matrice de projection  $\mathbf{M}$  :

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}_c \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_u \mathbf{r}_1 + u_0 \mathbf{r}_3 & \alpha_u t_x + u_0 t_z \\ \alpha_v \mathbf{r}_2 + v_0 \mathbf{r}_3 & \alpha_v t_y + v_0 t_z \\ \mathbf{r}_3 & t_z \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

on a donc :

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_1 & m_{14} \\ \mathbf{m}_2 & m_{14} \\ \mathbf{m}_3 & m_{14} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

En identifiant  $\mathbf{M}$  avec  $\mathbf{I}_c \mathbf{A}$ , en tenant compte des propriétés d'orthonormalité de la rotation et en remarquant que l'on doit obtenir une valeur négative pour  $\alpha_u$ , on obtient un ensemble

d'équations qui permet de calculer les paramètres intrinsèques et extrinsèques en fonction des coefficients de  $\mathbf{M}$ , tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r}_3 = \mathbf{m}_3 \\ u_0 = \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_3 \\ v_0 = \mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{m}_3 \\ \alpha_u = -\|\mathbf{m}_1 \wedge \mathbf{m}_3\| \\ \alpha_v = \|\mathbf{m}_2 \wedge \mathbf{m}_3\| \\ \mathbf{r}_1 = \frac{1}{\alpha_u}(\mathbf{m}_1 - u_0\mathbf{m}_3) \\ \mathbf{r}_2 = \frac{1}{\alpha_v}(\mathbf{m}_2 - v_0\mathbf{m}_3) \\ t_x = \frac{1}{\alpha_u}(m_{14} - u_0m_{34}) \\ t_y = \frac{1}{\alpha_v}(m_{24} - v_0m_{34}) \\ t_z = m_{34} \end{array} \right. \quad (\text{C.10})$$

### C.1.2 Modèle géométrique inverse

Le développement de la relation C.9 donne deux équations indépendantes qui peuvent se mettre sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}_u B + a_u = 0 \\ \vec{n}_v B + a_v = 0 \end{array} \right. \quad (\text{C.11})$$

où

$$B = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

$$\vec{n}_u = \begin{pmatrix} m_{11} - um_{31} \\ m_{12} - um_{32} \\ m_{13} - um_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{C.13})$$

$$\vec{n}_v = \begin{pmatrix} m_{21} - vm_{31} \\ m_{22} - vm_{32} \\ m_{23} - vm_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{C.14})$$

$$a_u = m_{14} - um_{34} \quad (\text{C.15})$$

$$a_v = m_{24} - vm_{34}$$



Le système C.11 caractérise deux plans dont les normales sont  $\vec{n}_u$  et  $\vec{n}_v$ . Le rayon optique donnant le point image  $b$  est l'intersection de ces deux plans. Son vecteur directeur s'écrit :

$$\vec{n} = \vec{n}_v \wedge \vec{n}_u \quad (\text{C.16})$$

## C.2 Calibrage de la caméra

### C.2.1 Formulation du problème

Utilisant l'équation C.9, on peut exprimer les coordonnées image d'un point de la scène :

$$\begin{cases} u = \frac{m_{11}X + m_{12}Y + m_{13}Z + m_{14}}{m_{31}X + m_{32}Y + m_{33}Z + m_{34}} \\ v = \frac{m_{21}X + m_{22}Y + m_{23}Z + m_{24}}{m_{31}X + m_{32}Y + m_{33}Z + m_{34}} \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

Pour évaluer les coefficients de la matrice  $\mathbf{M}$ , il suffit d'écrire ce système d'équations pour les points de la mire (pour lesquels on mesure la projection dans l'image). Chaque point  $(X_i, Y_i, Z_i)$  se projetant en  $(u_i, v_i)$  fournit deux équations. Ces équations sont linéaires par rapport aux coefficients de la matrice. Il faut donc au moins 6 points pour déterminer les 12 coefficients de la matrice  $\mathbf{M}$  qui nous intéressent. Le système C.17 peut se réécrire comme une combinaison linéaire des  $m_{ij}$ , tel que :

$$\begin{cases} X_i m_{11} + Y_i m_{12} + Z_i m_{13} + m_{14} - u_i X_i m_{31} - u_i Y_i m_{32} - u_i Z_i m_{33} = u_i m_{34} \\ X_i m_{21} + Y_i m_{22} + Z_i m_{23} + m_{24} - v_i X_i m_{31} - v_i Y_i m_{32} - v_i Z_i m_{33} = v_i m_{34} \end{cases} \quad (\text{C.18})$$

De plus, d'après les équations (C.10) :

$$\mathbf{m}_3 = \mathbf{r}_3 \quad (\text{C.19})$$

et

$$\|\mathbf{r}_3\|^2 = \|\mathbf{m}_3\|^2 = m_{31}^2 + m_{32}^2 + m_{33}^2 = 1 \quad (\text{C.20})$$

En tenant compte de cette contrainte, [Faugeras 87] détermine les coefficients de  $\mathbf{M}$  par une méthode d'optimisation sous contrainte présentée dans le paragraphe suivant.

### C.2.2 Méthode de calibrage

Le système C.18 se réécrit sous forme matricielle<sup>1</sup> :

$$\mathbf{B}_{2n \times 9} \mathbf{x}_9 + \mathbf{C}_{2n \times 3} \mathbf{x}_3 = 0 \quad (\text{C.21})$$

---

<sup>1</sup>les indices indiquent la taille des matrices et n le nombre de points

avec :

$$\mathbf{B}_{2n*9} = \begin{pmatrix} & & & & : & & & & & \\ & & & & : & & & & & \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i & \\ & & & & : & & & & & \\ & & & & : & & & & & \end{pmatrix} \quad (\text{C.22})$$

$$\mathbf{C}_{2n*3} = \begin{pmatrix} & & & & : & & & & & \\ & & & & : & & & & & \\ -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i & & & & & & & \\ -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i & & & & & & & \\ & & & & : & & & & & \\ & & & & : & & & & & \end{pmatrix} \quad (\text{C.23})$$

$$\mathbf{x}_9 = \left( \mathbf{m}_1 \quad m_{14} \quad \mathbf{m}_2 \quad m_{24} \quad m_{34} \right)^t \quad (\text{C.24})$$

$$\mathbf{x}_3 = (\mathbf{m}_3)^t \quad (\text{C.25})$$

Soit le critère quadratique  $Q$  à minimiser :

$$Q = \|\mathbf{B}_{2n*9}\mathbf{x}_9 + \mathbf{C}_{2n*3}\mathbf{x}_3\|^2 \quad (\text{C.26})$$

avec la contrainte  $\|\mathbf{x}_3\|^2 = 1$ , l'équation (C.26) s'écrit :

$$Q = \|\mathbf{B}\mathbf{x}_9 + \mathbf{C}\mathbf{x}_3\|^2 + \lambda(1 - \|\mathbf{x}_3\|^2) \quad (\text{C.27})$$

et en développant :

$$Q = \mathbf{x}_9^t \mathbf{B}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 + \mathbf{x}_3^t \mathbf{C}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_9^t \mathbf{B}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_3^t \mathbf{C}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 + \lambda(1 - \mathbf{x}_3^t \mathbf{x}_3) \quad (\text{C.28})$$

En imposant que les dérivées partielles par rapport à  $\mathbf{x}_9$  et  $\mathbf{x}_3$  soient nulles, on obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 + \mathbf{B}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 &= 0 \\ \mathbf{C}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 + \mathbf{C}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 - \lambda \mathbf{x}_3 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

soit

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_9 &= -(\mathbf{B}^t\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^t\mathbf{C}\mathbf{x}_3 \\ \mathbf{D}\mathbf{x}_3 &= \lambda\mathbf{x}_3 \\ \mathbf{D} &= \mathbf{C}^t\mathbf{C} - \mathbf{C}^t\mathbf{B}(\mathbf{B}^t\mathbf{C})^{-1}\mathbf{B}^t\mathbf{C}\end{aligned}\tag{C.30}$$

Finalement en substituant dans l'équation (C.28), on obtient pour  $Q$  :

$$Q = \mathbf{x}_3^t\mathbf{D}\mathbf{x}_3 = \lambda\mathbf{x}_3^t\mathbf{x}_3 = \lambda\tag{C.31}$$

On peut remarquer que  $\mathbf{D}$  est une matrice symétrique et positive  $3*3$ . Elle a donc des valeurs propres réelles et positives.  $\mathbf{x}_3$  est un vecteur propre de  $\mathbf{D}$  associé à la valeur propre  $\lambda$ . Pour minimiser le critère il faut donc calculer les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{D}$ , choisir la plus petite valeur propre (car c'est elle qui minimise le critère), calculer le vecteur propre qui lui est associé, soit  $\mathbf{x}_3$ , le normaliser et finalement calculer  $\mathbf{x}_9$ . Les coefficients de  $\mathbf{M}$  sont fournis par  $\mathbf{x}_3$  et  $\mathbf{x}_9$ . Etant donné que le signe de  $\mathbf{x}_3$ , vecteur propre, n'est pas défini, on a deux solutions,  $\mathbf{M}$  et  $-\mathbf{M}$ . On peut choisir parmi ces solutions en utilisant le fait que l'objet de calibrage se trouve devant la caméra et non pas derrière la caméra. Dans ce cas on doit avoir  $m_{34} = t_z > 0$  [Horaud 95].

On observe ainsi figure C.2, le resultat du calibrage de la caméra avec une mire cubique. Les points rouges sont les 6 points choisis pour le calibrage et les points bleus sont ceux reprojétés sur l'image.

### C.3 Méthode de localisation par une cible

La localisation d'une cible connue, composées d'au moins quatre points, consiste au recalage d'un objet connu dans un monde 3D à partir d'indice 2D. Cet algorithme a été introduit par [Hung 85]. Il s'agit de se baser sur la connaissance de la géométrie de 4 points coplanaires.

Soient 4 points coplanaires, distincts et non-alignés,  $P_0, P_1, P_2$  et  $P_3$ , dont les coordonnées sont connues dans un repère lié à la mire. Le quadrilatère  $P_0 P_1 P_2 P_3$  étant connu, nous pouvons exprimer le vecteur  $\overrightarrow{P_0P_3}$  dans la base du plan formée par les vecteurs  $\overrightarrow{P_0P_1}$  et  $\overrightarrow{P_0P_2}$ . Ainsi, dans le cas d'un rectangle :

$$\overrightarrow{P_0P_3} = -\overrightarrow{P_0P_1} + \overrightarrow{P_0P_2}\tag{C.32}$$

En intégrant le point  $F$ , centre optique et origine du repère caméra (figure C.1), on a :

$$\overrightarrow{CP_3} = -\overrightarrow{CP_0} - (\overrightarrow{CP_1} - \overrightarrow{CP_0}) + (\overrightarrow{CP_2} - \overrightarrow{CP_0})\tag{C.33}$$

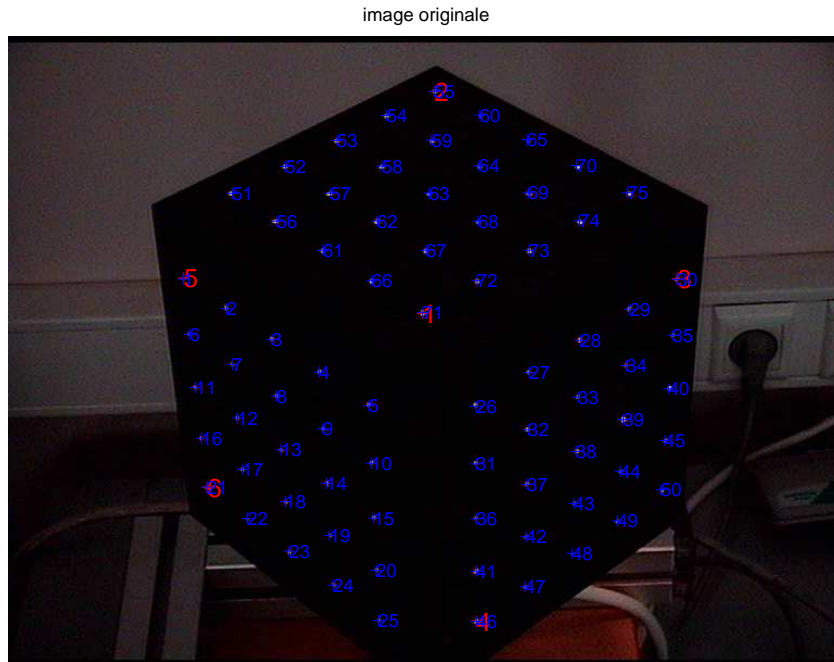


FIG. C.2 – Reconstruction des points de la mire après calibrage.

soit :

$$\overrightarrow{CP_3} = \overrightarrow{CP_0} - \overrightarrow{CP_1} + \overrightarrow{CP_2} \quad (\text{C.34})$$

Pour chaque  $P_i$ , il existe un rayon optique passant par  $C$  et  $P_i$  défini par l'équation (C.16). Il existe alors  $k_i \in \mathbb{R}$  tels que :

$$\overrightarrow{CP_i} = k_i \vec{n}_i \quad (\text{C.35})$$

La relation (C.34) devient alors :

$$\vec{n}_3 = \frac{k_0}{k_3} \vec{n}_0 - \frac{k_1}{k_3} \vec{n}_1 + \frac{k_2}{k_3} \vec{n}_2 \quad (\text{C.36})$$

et

$$\overrightarrow{P_0P_3} = \overrightarrow{CP_3} - \overrightarrow{CP_0} = k_3 \left( n_3 - \frac{k_0}{k_3} \vec{n}_0 \right) \quad (\text{C.37})$$

ainsi :

$$k_3^2 = \frac{\|\overrightarrow{P_0P_3}\|^2}{\|\vec{n}_3 - \frac{k_0}{k_3} \vec{n}_0\|^2} \quad (\text{C.38})$$

La résolution du système C.36 permet de trouver les valeurs de  $\frac{k_0}{k_3}$ ,  $\frac{k_1}{k_3}$ ,  $\frac{k_2}{k_3}$ . De plus, la norme des vecteurs  $\overrightarrow{P_iP_j}$  est connue. On obtient donc la valeur de  $k_3$  et donc les coordonnées de la cible dans le repère mire.



# Références bibliographiques

---

- [Alvarez 01] B. ALVAREZ, A. IBORRA, A. ALONSO et J. de la PUENTE. « Reference architecture for robot teleoperation : Development details and practical use ». *Control Engineering Practice*, 2001.
- [ANAES 99] *Evaluation clinique et économique des endoprothèses aortiques*, Paris. Agence Nationale d'Accréditation et d'Evaluation en Santé (ANAES), 1999.
- [Anidjar 91] S. ANIDJAR et J. MICHEL. *Pathogénie des anévrismes acquis de l'aorte abdominale*. volume 20. Presse Méd., 1991.
- [Ascari 03] L. ASCARI, C. STEFANINI, A. MENCIASSI, S. SAHOO, P. RABISCHONG et P.DARIO. « A new active microendoscope for exploring the sub-arachnoid space in the spinal cord ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 2657–2662, 2003.
- [Bailly ] Y. BAILLY et Y. AMIRAT. « Modeling and control of a hybrid continuum active catheter for aortic aneurysm treatment ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, Barcelona, soumis.
- [Bailly 04a] Y. BAILLY, Y. AMIRAT, K. DJOUANI et C. FRANÇOIS. « Système de téléopération local pour le traitement des anévrismes de l'aorte ». *Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA)*, Novembre 2004.
- [Bailly 04b] Y. BAILLY, A. CHAUVIN et Y. AMIRAT. « Control of a high dexterity micro-robot based catheter for aortic aneurysm treatment ». *Proc. IEEE International Conference on Robotics Automation and Mechatronics (RAM)*, Singapore, Décembre 2004.

- [Baroah 03] P. BAROAH, T. ANDERSON et J. COHEN. « Active combustion instability control with spinning valve actuator ». *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 125:925–932, 2003.
- [Benabid 87] A. BENABID, P. CINQUIN, S. LAVALLE, J. L. BAS, J. DEMONGEOT et J. de ROUGEMONT. « Computer-driven robot for stereotactic surgery connected to ct scan and magnetic resonance imaging. technological design and preliminary results ». *Appl. Neurophysiol.*, 50:153–4, 1987.
- [Blakemore 51] A. BLAKEMORE. « Progressive constrictive occlusion of the abdominal aorta with wiring and electrothermic coagulation ». *Ann. Surg.*, 133:447–462, 1951.
- [Chang 00a] J. CHANG, S. CHUNG, Y. LEE, J. PARK, S. LEE, S. YANG, S. MOON et D. HAN. « Intravascular micro active catheter for minimal invasive surgery ». *Proceedings of 1st Annual International IEEE-EMBS Special Topic Conference on Microtechnologies in Medicine and Biology*, pages 243–246, Octobre 2000.
- [Chang 00b] J. CHANG, S. CHUNG, Y. LEE, J. PARK, S. LEE, S. YANG, S. MOON, J. TSCHPE, Y. CHEE et D. HAN. « Endovascular micro tools ». *Proc. IEEE-EMBS Special Topic Conference on Microtechnologies in Medicine and Biology*, pages 119–126, Octobre 2000.
- [Chang 02] J. CHANG, S. CHUNG, Y. LEE, J. PARK, S. LEE, S. YANG, S. MOON, J. TSCHPE, Y. CHEE et D. HAN. « Development of endovascular microtools ». *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 12(6):824–831, 2002.
- [Cleary 01] K. CLEARY et C. NGUYEN. « State of the art in surgical robotics : clinical applications and technology challenges ». *Computer Aided Surgery*, 6(6):312–328, 2001.
- [Colin 00] S. COLIN. *Microfluidique : premiers jalons*. Dossier d’habilitation à diriger des recherches, Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse, Décembre 2000.
- [Company 00] O. COMPANY. *Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, Décembre 2000.
- [CPAM 02] *Endoprothèses aortiques, Résultats Enquête Nationale*. Caisse Nationale d’Assurance Maladie (CPAM), 2002.
- [Dafaoui 98] E. DAF AOUI, Y. AMIRAT, J. PONTNAU et C. FRANÇOIS. « Analysis and design of a six dof parallel manipulator. modeling, singular configurations and workspace ». *IEEE Transactions on robotics and automation*, 14:78–92, 1998.

- [Daney 00] D. DANÉY. *Etalonnage géométrique des robots parallèles*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia Antipolis, Février 2000.
- [Dario 03] P. DARIO, B. HANNAFORD et A. MENCIASSI. « Smart surgical tools and augmenting devices ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation : Special Issue on Medical Robotics*, 19(5):782–792, Octobre 2003.
- [D’Attanasio 00] S. D’ATTANASIO, O. TONET, G. MEGALI, M. CARROZZA et P. DARIO. « A semi-automatic hand-held mechatronic endoscope with collision-avoidance capabilities ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 1586–1591, 2000.
- [Djouani 02] K. DJOUANI, Y. BAILLY et Y. AMIRAT. « A micro device design and control for endovascular stent-graft delivering in aortic aneurysm treatments ». *Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS)*, Paris, Juin 2002.
- [Dombre 01] E. DOMBRE. *Analyse et modélisation des robots manipulateurs*. Collection : Traité ic2, systèmes automatisés. Lavoisier, 2001.
- [Dubost 52] C. DUBOST, M. ALLARY et N. OECONOMOS. « Resection of aneurysm of the abdominal aorte : reestablishment of the continuity by a preserved human arterial graft with results after 5 months ». *Arch. Surg.*, 62:405–408, 1952.
- [Fabrizio 00] M. FABRIZIO, B. LEE, D. CHAN, D. STOIANOVICI, T. JARRETT, C. YANG et L. KAVOUSSI. « Effect of time delay on surgical performance during telesurgical manipulation ». *J. Endourology*, 14:133–8, 2000.
- [Faisandier 99] J. FAISANDIER. *Mécanismes hydrauliques et pneumatiques*. Collection : Technique et ingénierie série mécanique. Dunod, 1999.
- [Faugeras 87] O. FAUGERAS et G. TOSCANI. « Camera calibration for 3d computer vision ». *Proc. International Workshop on Machine Vision and Machine Intelligence*, pages 240–247, Février 1987.
- [François 00] C. FRANÇOIS. *Dispositif de positionnement, d’exploration et/ou d’intervention notamment dans le domaine de l’endoscopie et/ou de la chirurgie mini-invasive*. Brevet français N FR 0005179, 2000.
- [Fried 97] G. FRIED. *Contribution à la modélisation cinématique et dynamique des robots à architecture parallèle. Calibrage en modes statique et dynamique*. Thèse de doctorat, Université Paris XII, Décembre 1997.



- [Fukuda 94] T. FUKUDA, S. GUO, K. KOSUGE, F. ARAI, M. NEGORO et K. NAKABAYASHI. « Micro active catheter system with multi degrees of freedom ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 2290–2295, 1994.
- [Gandhi 90] R. GANDHI, A. MALON et M. TILSON. « Incidence, étiologie et pathogénie des anévrismes de l'aorte abdominale ». *Les anévrismes de l'aorte abdominale sous-rénale*, pages 3–8, Paris : AERCV. Kieffer E, editor, 1990.
- [Gargarina 01] T. GARGARINA, P. JOLI et C. FRANÇOIS. « Modeling and experimental analysis of a new bellow type actuators for active catheter end-effector ». *IEEE International Workshop Roman*, pages 612–617, 2001.
- [Ghembaza 04] K. GHEMBAZA et Y. AMIRAT. « Interactive navigation control with haptic rendering for endovascular treatment ». *Proc. IEEE International Conference on Robotics Automation and Mechatronics (RAM)*, Singapore, Décembre 2004.
- [Gravagne 02] I. GRAVAGNE et I. WALKER. « Manipulability, force, and compliance analysis for planar continuum manipulators ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(3):263–273, Juin 2002.
- [Greenberg 03] R. GREENBERG. « Endovascular therapy or conventional vascular surgery ? a complex choice ». *Cleveland clinic journal of medicine*, 70:1038, 2003.
- [Greville 60] T. GREVILLE. « Some applications of the pseudoinverse of a matrix ». *SIAM Review*, 2(1):15–22, 1960.
- [Guo 95] S. GUO, T. FUKUDA, K. KOSUGE, F. ARAI, K. OGURO et M. NEGORO. « micro catheter system with active guide wire ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, 1:79–84, 1995.
- [Haga 00a] Y. HAGA et M. ESASHI. « Assembly of bending, torsional and extending active catheter using electroplating ». *Trans. IEE of Japan*, 11:515–520, 2000.
- [Haga 00b] Y. HAGA et M. ESASHI. « Small diameter active catheter using shape memory alloy coils ». *Trans. IEE of Japan*, 11:509–514, 2000.
- [Hannan 03] M. HANNAN et I. WALKER. « Kinematics and the implementation of an elephant's trunk manipulator and other continuum style robots ». *Journal of Robotic Systems*, 20(2):45–63, Février 2003.
- [Horaud 95] R. HORAUD et O. MONGA. *Vision Par Ordinateur : Outils fondamentaux*. Edition Hermès, 1995.

- [Hung 85] Y. HUNG, P. YEH et D. HARWOOD. « Passive ranging to known planar points sets ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 80–85, St Louis, 1985.
- [Häusler 97] K. HÄUSLER et V. KHACHATOURI-YEGHIAZARIANS. « Multi criteria robot control based on fuzzy behavioral algorithms ». *The Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2:615–622, 1997.
- [Ikuta 03] K. IKUTA, H. ICHIKAWA, K. SUZUKI et T. YAMAMOTO. « Micro hydrodynamic actuated multiple segments catheter for safety minimally invasive therapy ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 2640–2645, 2003.
- [Joli 02] P. JOLI, C. FRANÇOIS, T. GARGARINA et F. BOUDGHENE. « Modeling and process design of a new type of catheter for special endovascular treatments of abdominal aortic aneurysms ». *Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS)*, Paris, Juin 2002.
- [Khalil 99] W. KHALIL et E. DOMBRE. *Modélisation, identification et commande des robots (Collection Robotique)*. Edition Hermès, 1999.
- [Kühl 02] C. KÜHL et G. DUMONT. « Virtual endoscopy : From simulation to optimization of an active endoscope ». *MS4CMS 2002 : Modélisation et Simulation pour la Médecine et la Chirurgie Assistée par Ordinateur*, 12:84–93, 2002.
- [Kim 03] B. KIM, Y. JEONG, H. LIM, J. PARK, A. MENCIASSI et P. DARIO. « Functional colonoscope robot system ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 1092–1097, 2003.
- [Ku 96] S. KU et S. SALCUDEAN. « Design and control of a teleoperated microgripper for microsurgery ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 889–894, 1996.
- [Kwoh 88] Y. KWOH, J. HOU, E. JONCKHEERE et S. HAYATI. « A robot with improved absolute positioning accuracy for ct guided stereotactic brain surgery ». *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 35:153–160, 1988.
- [Landau 93] I. LANDAU. *Identification et commande des systèmes*. Collection : Traité des nouvelles technologies. Edition Hermès, 1993.
- [Lane 99] D. LANE, J. BRUCE, C. DAVIS, G. ROBINSON, D. O'BRIEN, J. SNEDDON, E. SEATON et A. ELFSTROM. « The amadeus dextrous subsea hand : Design, modeling, and sensor processing ». *IEEE Journal of Oceanic engineering*, 24:96–111, 1999.

- [May 98] J. MAY, G. WHITE, W. YU, R. WAUGH, M. STEPHEN et M. ARULCHELVAM. « Importance of graft configuration in outcome of endoluminal aortic aneurysm repair : a 5-year analysis by the life table method ». *European Journal of Endovascular Surgery*, 15:406–11, 1998.
- [Merlet 97] J. MERLET. *Les robots parallèles*. Editions Hermès, 1997.
- [Muyari 03] Y. MUYARI, Y. HAGA, T. MINETA et M. ESASHI. « Development of hydraulic suction type active catheter using super elastic alloy tube ». *Proceeding of the 20th Sensor Symposium on Sensors, Micromachines, and Applied Systems*, 2003.
- [O'Brien 01] D. O'BRIEN et D. LANE. « 3d force control system design for a hydraulic parallel bellows continuum actuator ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, 3:2375–2380, Mai 2001.
- [Olympus ] *Olympus EXERA SlimSIGHT*. <http://cf.olympus-europa.com/endo/home2.cfm>.
- [Ortmaier 03] T. ORTMAIER. « Concepts for an advanced (tele-) surgical robot system ». *Tutorial, Euron Summer European University in Surgical Robotics*, Montpellier, Septembre 2003.
- [Parodi 91] J. PARODI, J. PALMAZ et H. BARONE. « Transfemoral intraluminal graft implantation for abdominal aortic aneurysms ». *Ann Vasc Surg*, 5:491–9, 1991.
- [Peirs 02] J. PEIRS, H. V. BRUSSEL, D. REYNAERTS et G. D. GERSEM. « A flexible distal tip with two degrees of freedom for enhanced dexterity in endoscopic robot surgery ». *The 13th Micromechanics Europe Workshop*, pages 271–274, 2002.
- [Peirs 03] J. PEIRS, D. REYNAERTS, H. V. BRUSSEL, G. D. GERSEM et H. TANG. « Design of an advanced tool guiding system for robotic surgery ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, 2:2651–2656, 2003.
- [Penrose 55] R. PENROSE. « A generalized inverse for matrices ». *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 51:406–413, 1955.
- [Raji 02] A. RAJI, J. LEMOINE, Y. LAHFI et F. BOUDGHENE. « Improved radiological control of endovascular prosthesis positioning, based on a spatio-temporal region-contour cooperation approach ». *Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS)*, Paris, Juin 2002.
- [Reynaerts 96] D. REYNAERTS, J. PEIRS et H. V. BRUSSEL. « Design of a shape memory actuated gastrointestinal intervention system ». *Proc. of Euroensors X Conference*, pages 1181–1184, 1996.

- [Rob 55] C. ROB et H. EASTCOTT. « Aortic aneurysm due to tuberculous lymphadenitis ». *British Medical Journal*, 1:378–379, 1955.
- [Robinson 99] G. ROBINSON et J. DAVIES. « Continuum robots - a state of the art ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 2849–2854, Detroit, Mai 1999.
- [Saadia 99] N. SAADIA, Y. AMIRAT et K. DJOUANI. « Commande neuronale adaptative pour le contrôle en effort de robots compliants ». *journal européen des systèmes automatisés*, 33(1):159–180, 1999.
- [Stigler 81] S. STIGLER. « Gauss and the invention of least squares ». *The Annals of Statistics*, 9:465–474, 1981.
- [Szewczyk 00] J. SZEWCZYK, V. de SARS, P. BIDAUD et G. DUMONT. « An active tubular polyarticulated micro-system for flexible endoscope ». *7th International Symposium on Experimental Robotics*, pages 179–188, 2000.
- [Taylor 03] R. TAYLOR et D. STOIANOVICI. « Medical robotics in computer-integrated surgery ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation : Special Issue on Medical Robotics*, 19:765–781, October 2003.
- [Thomann 03a] G. THOMANN. *Contribution à la chirurgie minimalement invasive : conception d'un coloscope intelligent*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, Décembre 2003.
- [Thomann 03b] G. THOMANN, M. BETEMPS et T. REDARCE. « The development of a bendable colonoscopic tip ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, pages 658–663, 2003.
- [Troccaz 03] J. TROCCAZ. « Introduction to medical robotics ». *Tutorial, Summer European University in Surgical Robotics*, Montpellier, Septembre 2003.
- [Walter 94] E. WALTER et L. PRONZATO. *Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales*. Masson, 1994.
- [Wang 02] Y. WANG, A. STEFANOPOULOU, K. PETERSON, T. MEGLI et M. HAGHGOOIE. « Modeling and control of electromechanical valve actuator ». *Journal of Engines based on SAE*, 2002.
- [Wilmlink 98] A. WILMINK et C. QUICK. « Epidemiology and potential for prevention of abdominal aortic aneurysm ». *Br J Surg*, 85:155–62, 1998.

- [Yoshikawa 85] T. YOSHIKAWA. « Manipulability and redundancy control of robotic mechanisms ». *Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, 2:1004–1009, Mars 1985.