



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'émission X et Gamma des objets compacts par les méthodes Monte-Carlo

Julien Malzac

► **To cite this version:**

Julien Malzac. Modélisation de l'émission X et Gamma des objets compacts par les méthodes Monte-Carlo. Astrophysique [astro-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1999. Français. NNT : . tel-00010420

**HAL Id: tel-00010420**

**<https://theses.hal.science/tel-00010420>**

Submitted on 7 Oct 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre : 3499

THÈSE

présentée par

**Julien MALZAC**

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PAUL SABATIER - TOULOUSE III

Spécialité : ASTROPHYSIQUE

---

**Modélisation de l'émission X et gamma  
des objets compacts  
par les méthodes Monte-Carlo**

---

Soutenue le 8 Octobre 1999

COMPOSITION DU JURY :

M. Gilles HENRI	President
M. Jean-Marie HAMEURY	Rapporteur
Mme Laura MARASCHI	Rapporteure
Mme Elisabeth JOURDAIN	Directeure de These
M. Philippe LAURENT	Examineur
M. Dominique LEQUEAU	Examineur
M. Michel TAGGER	Examineur
M. Gilbert VEDRENNE	Examineur

Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements (UPS/CNRS)  
9, av. du Colonel Roche, BP4346, F-31028, Toulouse, CEDEX 4



# REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements vont à Elisabeth Jourdain, ma directrice de thèse, pour la qualité de son encadrement. Je te remercie, Elisabeth, pour la liberté que tu m'as laissée, pour ta présence, et pour tout le temps que tu m'as consacré lorsque des difficultés apparaissaient.

Je remercie les membres du jury d'avoir bien voulu examiner cette thèse. En particulier, je suis reconnaissant envers Jean-Marie Hameury d'avoir accepté la tâche ingrate de rapporteur. Je remercie également très vivement Laura Maraschi de l'intérêt qu'elle a montré pour ce travail.

Gilles Henri m'a fait l'honneur de présider ce jury et je suis fier d'avoir reçu de lui ce titre de docteur. Un grand merci également à son fils spirituel Pierre-Olivier Petrucci, pour m'avoir fait découvrir les vraies glaces italiennes et la grappa. J'espère que la collaboration, très enrichissante pour moi, avec ces deux grenoblois au cœur d'or se poursuivra.

Rien ne se serait produit sans Jean-Pierre Roques, qui est à l'origine de ce travail et qui, malgré des responsabilités et un emploi du temps très chargé, continue de gérer le matériel informatique sur lequel j'ai travaillé. Qu'il reçoive toute ma reconnaissance.

Merci également à tous ceux qui ont facilité ma tâche ou l'ont rendue plus agréable : Philippe Téchiné qui m'a tenu la main quand je faisais mes premiers pas sous UNIX, Laurent Bouchet qui, non content d'avoir plein d'idées sur le transfert de rayonnement et les disques d'accrétion, s'est avéré, en outre, être un fournisseur très fiable de mon indispensable tabac, Sylvain Chaty qui a attiré mon attention sur un sujet de recherche très différent de celui dont il est question dans ce mémoire, Pierre Jean pour ses conseils, Marie-Claude Catala pour son efficacité et son sourire, Dorine pour tous ces beaux voyages, Viviane pour le bon café, et tous les autres qui me pardonneront, j'espère, de ne pas les citer...

Merci aux étudiants du C.E.S.R. pour leur bonne humeur et pour toutes ces bonnes soirées : Philippe, le grand organisateur de bodegas et constructeur de lentilles gamma, Laurence qui voit des QPO partout et rentre en taxi, Anne pour les centaines de pauses que nous avons faites ensemble, Hanna pour ses discussions passionnantes sur

l'observation des binaires X avec RXTE, ...

Le temps passe, petite Marie, et malgré les missions à l'étranger, et tous ces week-ends et toutes ces soirées de travail, tu es toujours à mes côtés. Merci.

J'exprime également toute ma gratitude envers ma mère pour son soutien matériel sans faille tout au long de mes études. Sans elle, bien sûr, rien de tout cela n'eut été possible.

Une pensée, enfin, pour mon père qui, avant de s'en aller, m'a donné l'envie de me lancer dans cette aventure. Ce travail lui est dédié.

# RÉSUMÉ

L'étude des processus de production de rayonnement de haute énergie dans les plasmas relativistes constituant l'environnement des objets compacts nécessite des outils numériques relativement lourds. Je présente des codes dédiés à la simulation de ces processus (diffusions Compton multiples, production et annihilation de paires électron-positon, raie de fluorescence du fer...). D'une part, des codes basés sur des méthodes Monte-Carlo standards (linéaires) permettent de calculer le spectre émis par Comptonisation dans un plasma chaud ou réflexion sur de la matière froide. Ces calculs sont effectués pour une géométrie et une distribution des électrons fixée. D'autre part, un code Monte-Carlo nonlinéaire a été développé. Ce code évite les hypothèses sur la distribution des électrons (ou paires) qui est calculée de manière autocohérente en utilisant à la fois le bilan énergétique et le bilan de création/annihilation des paires, et en tenant compte du couplage avec la matière froide présente dans l'environnement de la région active. Les paramètres libres sont alors la puissance fournie au plasma et la façon dont cette énergie est fournie (chauffage thermique, injection/accélération de particules à haute énergie...). Les spectres calculés, comparés aux observations, donnent des informations sur la distribution des particules et les processus de dissipation d'énergie. Ce code permet également d'étudier des situations hors équilibre, dépendant du temps et notamment de calculer les courbes de lumière associées à une perturbation. Des applications aux différents modèles proposés pour rendre compte des observations X et gamma sont présentées (modèles thermiques, non-thermiques, modèle d'illumination anisotrope et modèles de couronne thermique radiativement couplée au disque d'accrétion). Je montre comment de tels outils numériques peuvent mettre des contraintes sur la géométrie et les conditions physiques qui règnent dans les sources compactes de rayonnement X et gamma.



# ABSTRACT

The study of high energy radiative processes in relativistic plasma surrounding compact objects requires advanced simulation tools. I present numerical codes designed to simulate these processes (multiple Compton scattering, pair annihilation and production, Fe fluorescence...). First, standard linear Monte-Carlo codes are useful to compute the spectra arising from Comptonisation process or reflection on cold matter. These calculations are performed assuming a specific plasma geometry and particle distribution. Second, a non-linear Monte-Carlo code has been developed. This method enable to avoid assumptions on the electron (or pair) distribution which is computed self-consistently according to energy and pair balance and taking into account the radiative coupling with the cold matter present in the vicinity of the active region. The free parameters are then the power injected in the plasma and the way it is provided (thermal heating or injection/acceleration of high energy particles). The computed spectra when compared to observations, give the information on the steady-state particle energy distribution and the energy dissipation processes. In addition, this code can also deal with time dependent non-equilibrium situations. It enable to compute the evolution of the physical parameters as well as the light curves in different energy bands as a response to a varying plasma heating or soft photon input. Application to several model proposed to explain the X and gamma-ray observations are presented (thermal and non-thermal models, anisotropic illumination model and accretion disk corona models). I show how such numerical tools can be used to put constraints on the geometry and physical parameters of the X-ray and gamma-ray emitting region of compact sources.





# TABLE DES MATIÈRES

Remerciements . . . . .	1
Résumé . . . . .	5
Abstract . . . . .	7
Introduction . . . . .	13
<b>Partie I : Les processus radiatifs de haute énergie</b>	<b>17</b>
<b>1. Processus dans les plasmas chauds</b> . . . . .	<b>21</b>
1.1 La diffusion Compton . . . . .	21
1.1.1 Formules élémentaires . . . . .	21
1.1.2 Section efficace . . . . .	23
1.1.3 Echange d'énergie . . . . .	26
1.1.4 Comptonisation . . . . .	27
1.2 Production de paires électron-positon par effet photon-photon . . . . .	29
1.3 Annihilation de paires libres . . . . .	31
1.4 Diffusion Coulomb . . . . .	35
1.5 Bremsstrahlung . . . . .	36
1.6 Synchrotron . . . . .	37
<b>2. Réflexion</b> . . . . .	<b>39</b>
2.1 Photo-absorption et diffusion Compton sur des électrons liés . . . . .	39
2.2 Fluorescence de la raie du fer . . . . .	41
2.3 Production de paires électron-positon . . . . .	41

<b>Partie II : Les méthodes Monte-Carlo</b>	<b>43</b>
<b>3. Introduction</b>	<b>47</b>
<b>4. La Méthode linéaire</b>	<b>49</b>
4.1 Méthode linéaire simple	49
4.2 Méthode linéaire avec pondération	51
4.3 Milieux hétérogènes	53
<b>5. La Méthode Non-Linéaire</b>	<b>55</b>
5.1 Principe	55
5.1.1 Conservation du nombre de particules	56
5.1.2 Contrôle du nombre de LP	57
5.1.3 Propagation et interaction des particules	58
5.1.4 Représentation des électrons/paires thermalisées	60
5.1.5 Technique d'accumulation des interactions	62
5.1.6 Perte continue d'énergie	65
5.1.7 Couplage du code MCNL et du code de réflexion	67
5.1.8 Méthode <i>MCNL</i> dépendant du temps	68
5.2 Validation	71
5.2.1 Effet Compton	71
5.2.2 Annihilation et production des paires	72
<b>6. Techniques Monte-Carlo</b>	<b>75</b>
6.1 Méthodes générales	75
6.1.1 Nombres pseudo-aléatoires	75
6.1.2 Méthode de la fonction inverse	76
6.1.3 Méthode de superposition	76
6.1.4 Fonctions de modélisation multidimensionnelles : distribution gamma	77
6.1.5 Méthode du rejet de Von Neumann	77
6.2 Tirage uniforme d'une position dans un volume	78
6.2.1 Tirage uniforme dans un parallélépipède rectangle	78
6.2.2 Tirage uniforme dans une sphère	79
6.2.3 Tirage uniforme dans un cylindre	79
6.2.4 Autres géométries	80
6.3 Simuler une direction	80
6.3.1 Direction isotrope	80

6.3.2	Surface émettant de manière isotrope . . . . .	81
6.4	Flux entrant dans un volume éclairé par un plan infini . . . . .	81
6.4.1	Flux à travers un élément de surface . . . . .	82
6.4.2	Cas d'une sphère . . . . .	83
6.4.3	Cas d'un cylindre vertical . . . . .	84
6.4.4	Cas d'un cylindre horizontal . . . . .	84
6.4.5	Direction de déplacement des photons . . . . .	86
6.5	Simulation d'une distribution de particules . . . . .	86
6.5.1	Distribution en loi de puissance avec coupure exponentielle . . .	86
6.5.2	Corps noir . . . . .	87
6.5.3	Maxwellienne relativiste . . . . .	88
6.6	Simulation des interactions . . . . .	89
6.6.1	Diffusion Compton . . . . .	89
6.6.2	Création d'une paire $e^+/e^-$ par effet photon-photon . . . . .	91
6.6.3	Annihilation d'une paire $e^+/e^-$ . . . . .	93
6.7	Méthodes Monte-Carlo et ajustement de données . . . . .	94
6.7.1	Généralités . . . . .	94
6.7.2	Application : calcul de la matrice de réflexion d'un disque . . . .	96
 <b>Partie III : Applications</b>		 99
<b>7.</b>	<b>Modèles simples</b> . . . . .	<b>103</b>
7.1	Modèles de Comptonisation thermique . . . . .	103
7.2	Modèles non-thermiques . . . . .	105
7.3	Modèles hybrides . . . . .	108
<b>8.</b>	<b>Modèle d'illumination anisotrope</b> . . . . .	<b>111</b>
8.1	Contexte et présentation . . . . .	111
8.2	Composante réfléchie et comparaison avec les observations . . . . .	114
8.2.1	La composante réfléchie . . . . .	114
8.2.2	Comparaisons avec les observations . . . . .	117
8.2.3	Discussion . . . . .	121
8.3	Limites de l'hypothèse d'une source ponctuelle optiquement fine . . . .	122
8.3.1	Méthode de calcul . . . . .	124
8.3.2	Résultats . . . . .	126
8.3.3	Cas limite de la source posée sur le disque . . . . .	133
8.3.4	En résumé . . . . .	134

8.4	L'ionisation du disque : étude qualitative . . . . .	134
8.5	Conclusion . . . . .	137
	Publication 1 : Anisotropic illumination in AGNs . . . . .	139
	Publication 2 : Inverse Compton emission above a disk . . . . .	149
<b>9.</b>	<b>Modèles de couronne . . . . .</b>	<b>157</b>
9.1	Présentation . . . . .	157
9.2	Modèles stationnaires . . . . .	158
9.2.1	Propriétés qualitatives . . . . .	160
9.2.2	Calculs Monte-Carlo . . . . .	161
9.3	Etudes temporelles . . . . .	165
9.3.1	Propriétés temporelles des Candidats Trous Noirs . . . . .	165
9.3.2	Application du code <i>MCNL</i> aux problèmes dépendant du temps. . . . .	169
9.3.3	Conclusion . . . . .	185
	Publication 3 : Temporal propeties of ADCs . . . . .	189
	<b>Conclusion générale . . . . .</b>	<b>205</b>
	<b>Annexe . . . . .</b>	<b>209</b>
<b>A.</b>	<b>Formalisme des sections efficaces et des taux de réaction . . . . .</b>	<b>211</b>
A.1	Interactions avec des photons . . . . .	213
A.2	Taux de réaction sur des distributions de particules . . . . .	214
	<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>215</b>

# INTRODUCTION

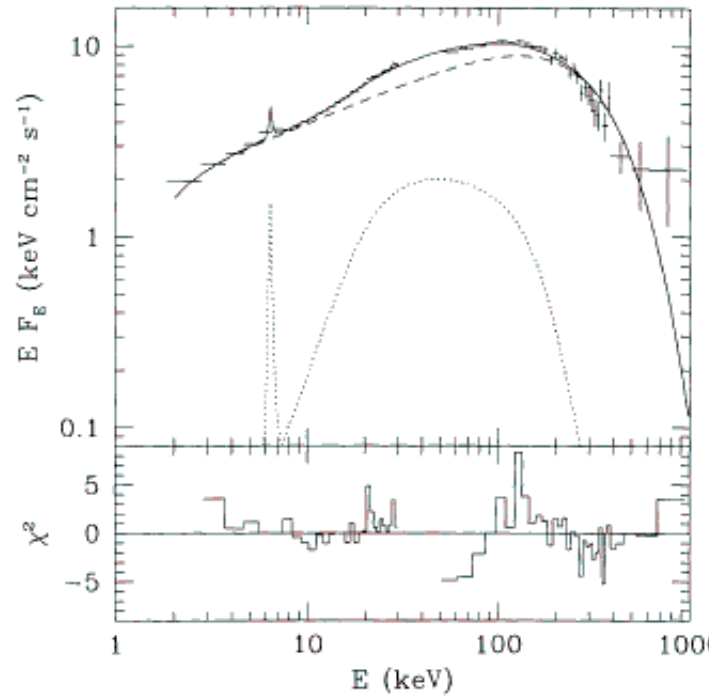
## Emission X et $\gamma$ des sources compactes

Le seul mécanisme connu suffisamment efficace pour alimenter l'émission des sources ponctuelles de rayonnement X et  $\gamma$  les plus brillantes du ciel est l'accrétion de matière sur un objet compact. Parmi ces sources on distingue deux grandes catégories. D'une part, les sources galactiques sont de vieilles étoiles qui ont épuisé leur combustible nucléaire et se sont effondrées sous leur propre poids. Ce sont des étoiles à neutrons et des trous noirs qui accrètent la matière du milieu interstellaire ou d'une étoile compagne. D'autre part, les sources situées au coeur des galaxies actives sont constituées d'un trou noir super-massif de  $10^6$  à  $10^8 M_\odot$  qui accrète la matière de la galaxie hôte.

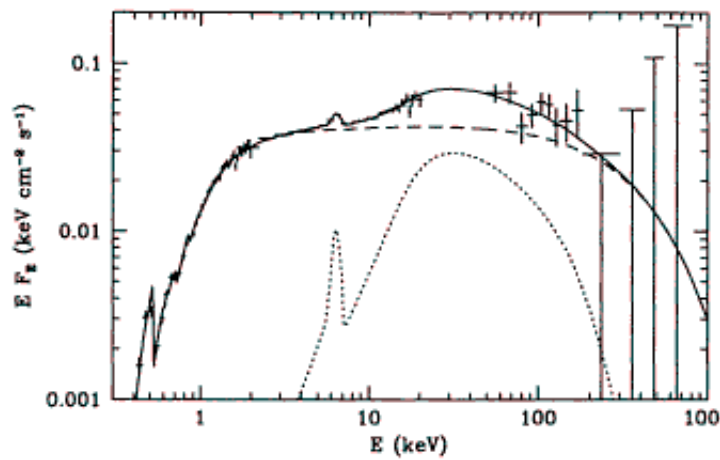
Chacune de ces deux catégories regroupe des objets possédant des propriétés spectrales et de variabilité temporelle très distinctes formant la zoologie des sources compactes (pulsars, sursauteurs X, candidats trous noirs,... pour les sources galactiques, quasars, galaxies de Seyfert, blazars... pour les NAG). Ces différentes classes reflètent des conditions physiques différentes dans l'environnement de ces objets compacts (champ magnétique fort ou faible, présence ou absence de jet...).

Curieusement on retrouve des correspondances très fortes entre les spectres haute énergie de certains types de noyaux actifs de galaxies et objets compacts galactiques. Ceci suggère des mécanismes d'émission similaires dans des objets dont la masse et la taille diffèrent d'un facteur  $10^{6-8}$ .

Par exemple les candidats trous noirs dans leur état dur ont un spectre tout à fait similaire à celui des galaxies de Seyfert. Ce spectre peut être décrit par une loi de puissance qui se prolonge à haute énergie jusqu'à une coupure exponentielle à quelques centaines de keV (Fig. ??). Ce type de spectres est habituellement interprété comme le résultat de la Comptonisation de photons mous, issus du disque d'accrétion, dans un plasma d'électrons chauds (dont la température peut atteindre  $10^9$ K) situé à proximité du trou noir. De plus, ces spectres sont altérés par des composantes de réflexion : une raie du fer à 6.4 keV et une bosse de réflexion Compton vers 30 keV produites lorsque les photons de haute énergie interagissent avec de la matière froide.



(a) Cygnus X-1



(b) IC4329a

**Fig. 0.1:** (a) Spectre de Cygnus X-1, source prototype des candidats trous noirs, observé par *GINGA* et *OSSE* (d'après Gierlinski et al. 1997). (b) Spectre de la galaxie de Seyfert IC4329a (d'après Zdziarski et al. 1996) Pour les deux sources les données ont été ajustées par un modèle comprenant un spectre de Comptonisation thermique (loi de puissance en tirets) et une composante de réflexion (en pointillés)

La présence de ces composantes de réflexion suggère que cette matière froide est localisée dans l’environnement direct de la région produisant les rayons X et  $\gamma$ . Un excès présent habituellement en-dessous de 1 keV, est associé à l’émission thermique du disque d’accrétion qui est alimentée par la dissipation visqueuse interne ainsi que par le recyclage (“reprocessing”) du rayonnement de haute énergie qu’il intercepte en rayonnement de corps noir.

## Modélisation des processus radiatifs

Ces observations, menées depuis quelques dizaines d’années par plusieurs générations d’instruments embarqués sur des satellites, posent deux problèmes clefs. Ces deux questions concernent d’une part la manière dont l’énergie gravitationnelle est dissipée sous forme de rayonnement, d’autre part la géométrie du plasma chaud et de la matière froide qui l’entoure. Il semble que l’interprétation des données avec des modèles simples ne permette pas d’y répondre. D’un autre côté, une modélisation globale prenant en compte simultanément tous les aspects des processus d’accrétion est quasi-impossible du fait de la complexité et de notre mauvaise connaissance de la physique de ces objets.

Il semble qu’une approche phénoménologique basée sur la comparaison entre des calculs de transfert radiatif détaillés et des observations de plus en plus fines puisse apporter des éléments de réponse et, à terme, amener une meilleure connaissance de la physique de ces milieux extrêmes (températures très élevées, champs de gravité intenses...) C’est dans ce cadre que se situe mon travail de thèse.

Il ne s’agit donc pas de modéliser la formation des structures (disque d’accrétion, couronne, jet), ni d’étudier leur stabilité. Nous nous plaçons en aval de ces problèmes. La démarche consiste à formuler des hypothèses qui découlent des modèles d’accrétion et qui portent essentiellement sur la géométrie de la région émettrice, sur le type de particules qui s’y trouvent et sur l’énergie qui leur est fournie. Puis, à partir de ces hypothèses, nous calculons le spectre émis par ce milieu et, éventuellement, les modifications de ses propriétés physiques induites par le passage du rayonnement. L’objectif ultime étant de tester le modèle d’accrétion sous-jacent avec des données, il faut également être capable de calculer des effets secondaires qui peuvent altérer le spectre primaire (composante réfléchie, absorption photo-électrique, absorption photon-photon...).

Pour mener ce genre d’études, il est nécessaire de se doter d’outils numériques spécifiques assez lourds. La plus grande partie de mon activité a été consacrée au développement, à la validation, et à l’optimisation de tels outils.



Ces codes sont basés sur les techniques Monte-Carlo. Ces méthodes statistiques, basées sur des tirages aléatoires, permettent de traiter de façon exacte à la fois le transport des particules et la microphysique en incluant les effets quantiques et relativistes.

Au cours de mon DEA, j'avais écrit un code Monte-Carlo linéaire pour calculer les spectres produits par diffusions Compton multiples sur des électrons chauds avec une distribution en énergie et une épaisseur optique fixées, dans différentes configurations géométriques (en tenant compte des hétérogénéités et de l'anisotropie). Ce travail n'était que la première étape d'un projet plus ambitieux : le développement d'un code Monte-Carlo Non-Linéaire (*MCNL*) prenant en compte les effets du rayonnement sur les électrons. La plus grande partie de mon activité de thèse a été consacrée à ce travail. Ce code traite, outre les diffusions Compton, la production et l'annihilation des paires  $e^-/e^+$  ainsi que les effets Möller/Bhabba. Il n'est pas nécessaire de faire des hypothèses sur la distribution des électrons qui est calculée de manière auto-cohérente en utilisant le bilan de production/annihilation des paires et le bilan énergétique. Les paramètres libres sont alors la puissance fournie au plasma et la façon dont cette énergie est fournie (chauffage thermique, injection/accélération de particules à haute énergie...). Les spectres calculés, comparés aux observations, donnent des informations sur la distribution des particules et les processus de dissipation d'énergie.

Avant mon arrivée au laboratoire, un code de calcul de la composante réfléchie existait déjà. Je l'ai inclus dans le code *MCNL* afin de pouvoir traiter le couplage entre une région active et de la matière froide.

Les principes de fonctionnement des trois codes ainsi que le détail des techniques Monte-Carlo utilisées seront présentés dans la partie II.

Les applications sont regroupées dans la partie III. Dans la partie III-1 je présente les modèles spectraux élémentaires qui m'ont permis de valider les codes. Dans le III-2, j'applique la démarche développée plus haut au modèle d'illumination anisotrope. Dans la partie III-3, je présente les modèles de couronne couplée à un disque d'accrétion et je démontre les capacités du code *MCNL* à traiter les problèmes de transfert de rayonnement dépendant du temps.

Mais au préalable il n'est pas inutile de présenter les divers processus impliqués dans la production de rayonnement de haute énergie dans les objets compacts. C'est l'objet de la partie I.

Première partie

**LES PROCESSUS RADIATIFS  
DE HAUTE ÉNERGIE**

*This is Comptonisation! ...Guys!*

*L. Titarchuk*



# Table des Matières

<b>1. Processus dans les plasmas chauds</b>	<b>21</b>
1.1 La diffusion Compton	21
1.1.1 Formules élémentaires	21
1.1.2 Section efficace	23
1.1.3 Echange d'énergie	26
1.1.4 Comptonisation	27
1.2 Production de paires électron-positon par effet photon-photon	29
1.3 Annihilation de paires libres	31
1.4 Diffusion Coulomb	35
1.5 Bremsstrahlung	36
1.6 Synchrotron	37
<b>2. Réflexion</b>	<b>39</b>
2.1 Photo-absorption et diffusion Compton sur des électrons liés	39
2.2 Fluorescence de la raie du fer	41
2.3 Production de paires électron-positon	41



# 1. PROCESSUS DANS LES PLASMAS CHAUDS

## 1.1 La diffusion Compton

La diffusion Compton joue un rôle prépondérant dans la formation du spectre haute énergie des objets compacts. Dans la plupart des livres de physique élémentaire ce processus est décrit comme la diffusion d'un photon par un électron au repos qui conduit, pour le photon, à une perte d'énergie et à une modification de sa direction de déplacement. Dans le contexte de l'astrophysique des hautes énergies, l'électron possède généralement une énergie importante (relativiste), la diffusion conduit alors à un transfert d'énergie de l'électron vers le photon. On parle alors de diffusion Compton inverse. Il s'agit pourtant du même processus mais vu de référentiels différents, c'est pourquoi, dans ce qui suit nous ne ferons pas la distinction entre diffusion Compton et diffusion Compton inverse.

### 1.1.1 Formules élémentaires

Supposons qu'un photon d'énergie  $h\nu$ , se déplaçant dans une direction définie par le vecteur normalisé  $\vec{\Omega}$  est diffusé par un électron (ou un positon) d'énergie  $\gamma m_e c^2$  et de moment cinétique  $\vec{p} = \gamma \beta c \vec{u}$ . Soient  $h\nu'$  et  $\vec{\Omega}'$ , l'énergie et la direction de déplacement du photon après la diffusion et  $\gamma' m_e c^2$  et  $\vec{p}' = \gamma' \beta' c \vec{u}$ , l'énergie et le moment de l'électron après diffusion.

On introduit les quadrivecteurs-impulsion de l'électron et du photon  $P = (\gamma m_e c, \vec{p})$ ,  $K = (h\nu/c, h\nu\vec{\Omega}/c)$  avant diffusion et  $P' = (\gamma' m_e c, \vec{p}')$ ,  $K' = (h\nu'/c, h\nu'\vec{\Omega}'/c)$  après diffusion. On peut alors aisément déterminer le changement d'énergie que subit le photon au cours de la collision. D'après la conservation de l'impulsion totale du système :

$$P + K = P' + K' \quad (1.1)$$

En élevant au carré cette expression en notant que  $P^2 = P'^2 = -m_e^2 c^2$  on obtient :

$$PK = P'K' \quad (1.2)$$

D'autre part, en multipliant Eq. 1.1, par  $K'$ , on trouve :

$$P'K' = PK' + KK' \quad (1.3)$$

Et, en utilisant le résultat l'Eq. 1.2 :

$$PK = PK' + KK' \quad (1.4)$$

En posant  $\mu = \vec{\Omega} \cdot \vec{u}$ ,  $\mu' = \vec{\Omega}' \cdot \vec{u}$  et l'angle de diffusion  $\alpha = \cos^{-1}(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')$ , Eq. 1.4 peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1 - \mu\beta}{1 - \mu'\beta + (h\nu/\gamma m_e c^2)(1 - \cos \alpha)} \quad (1.5)$$

Si le photon est diffusé par un électron au repos ( $\beta = 0$ ), on retrouve la formule classique de l'échange d'énergie Compton :

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1 + (h\nu/m_e c^2)(1 - \cos \alpha)} \quad (1.6)$$

Le photon perd de l'énergie par effet de *recoil*. Si l'énergie initiale du photon est faible ( $h\nu \ll m_e c^2$ ) on a :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \alpha) \quad (1.7)$$

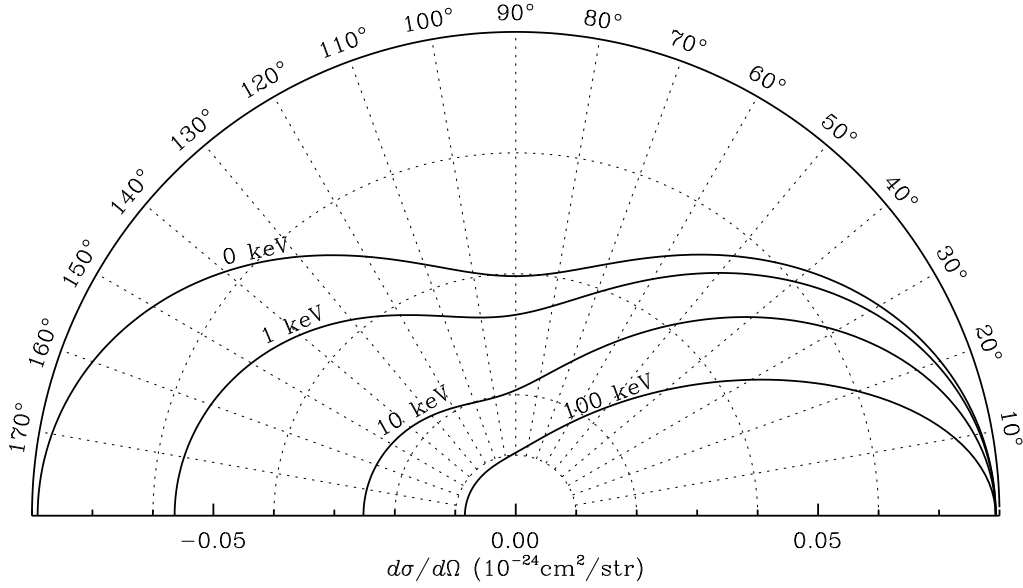
Si, au contraire, l'électron se déplace à grande vitesse, on peut voir la modification de l'énergie du photon, comme un effet de changement de référentiel (*Doppler*). Dans le référentiel de l'électron la fréquence du photon incident est :

$$\nu_o = \gamma\nu(1 - \mu\beta), \quad (1.8)$$

et si  $h\nu_o \ll m_e c^2$ , on peut négliger la variation d'énergie du photon dans ce référentiel :  $\nu'_o = \nu_o$ . En repassant dans le référentiel du laboratoire, on obtient :

$$\nu' = \frac{\nu'_o}{\gamma(1 - \mu'\beta)} = \frac{\nu_o}{\gamma(1 - \mu'\beta)} = \nu \cdot \frac{1 - \mu\beta}{1 - \mu'\beta} \quad (1.9)$$

Le gain d'énergie maximal s'obtient au cours d'un choc frontal avec rétro-diffusion du photon. Comme nous allons le voir, cette situation est privilégiée par la section efficace de diffusion. Au cours de diffusions multiples, le photon gagnera donc une quantité substantielle d'énergie.



**Fig. 1.1:** Distribution angulaire du rayonnement diffusé par effet Compton, pour plusieurs valeurs de l'énergie des photons. Les photons viennent de la gauche, l'électron est au repos.

### 1.1.2 Section efficace

La section efficace différentielle ou distribution angulaire des directions du photon après diffusion est donnée par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{r_e^2}{2\gamma^2} \frac{X}{(1 - \mu\beta)^2} \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2, \quad (1.10)$$

o :

$$X = \frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} + 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'}\right) + 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'}\right)^2, \quad (1.11)$$

$$x = \frac{2h\nu}{m_e c^2} \gamma(1 - \mu\beta), \quad x' = \frac{2h\nu'}{m_e c^2} \gamma(1 - \mu'\beta). \quad (1.12)$$

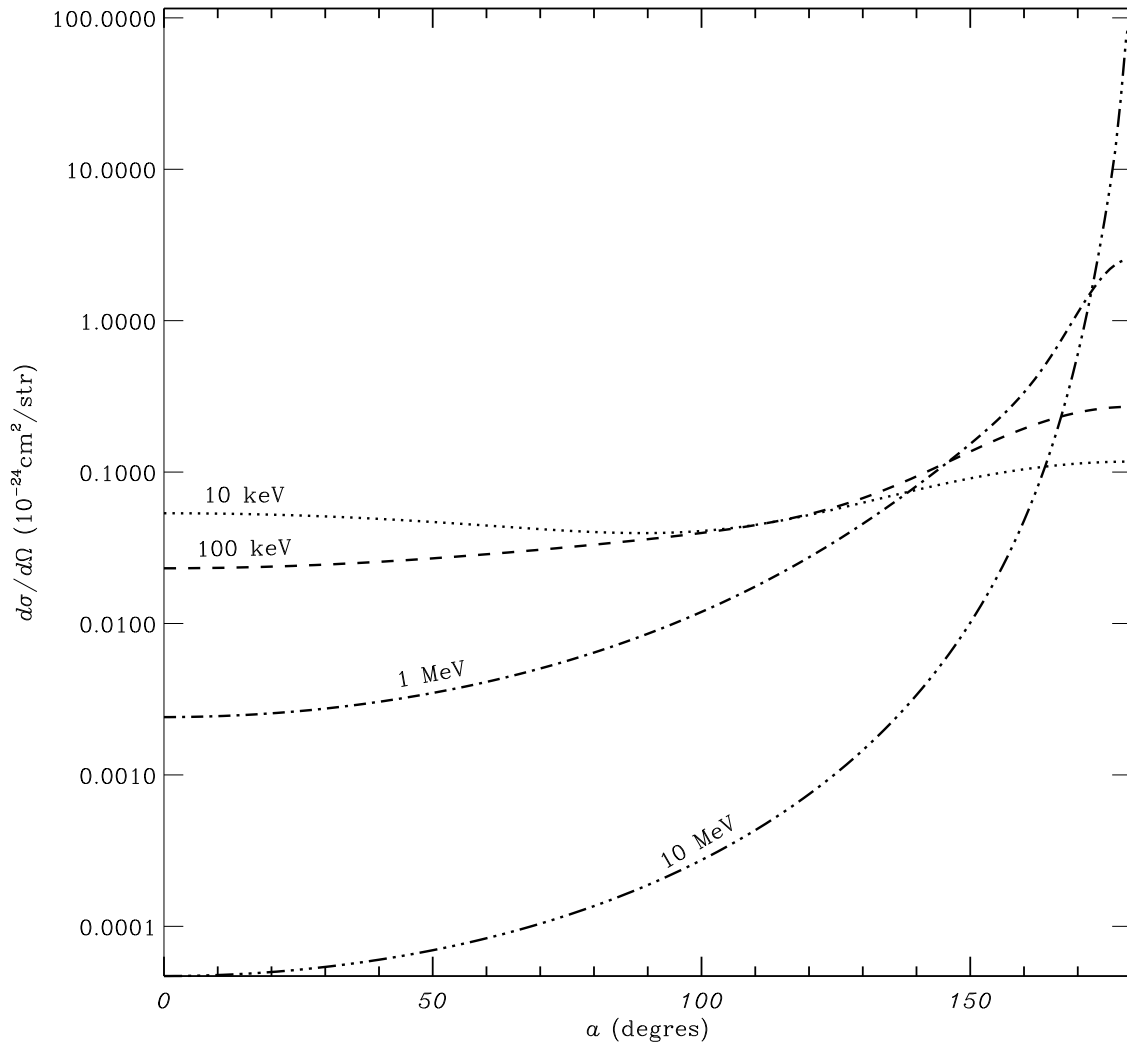
o  $r_e = e^2/m_e c^2$  est le rayon classique de l'électron.

Dans la limite non relativiste ( $h\nu \ll m_e c^2$ ,  $\beta \ll 1$ ), on retrouve la section efficace différentielle de diffusion Thomson :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \alpha) \quad (1.13)$$

On voit ici clairement que les photons sont diffusés préférentiellement avec un angle de diffusion  $\alpha$  voisin de  $\pi$  ou 0. Lorsque l'énergie du photon devient plus importante, l'angle de diffusion devient faible. Ce phénomène est illustré par la figure 1.1 qui montre la dépendance angulaire de la section efficace lorsque l'énergie du photon augmente.





**Fig. 1.2:** Distributions angulaires du rayonnement diffusé par effet Compton lors de collisions frontales pour un photon d'énergie 0.5 keV et plusieurs valeurs de l'énergie cinétique de l'électron.

Par contre, lorsque les électrons ont une vitesse importante, la dépendance spatiale de la section efficace devient plus complexe. Les photons sont alors préférentiellement diffusés dans la direction de déplacement de l'électron. La figure 1.2 montre la distribution angulaire des photons diffusés au cours d'une collision frontale pour diverses valeurs de l'énergie cinétique de l'électron. Cet effet de focalisation Doppler augmente rapidement avec l'énergie de l'électron. Pour des électrons relativistes la distribution est très piquée : la majorité des photons sont diffusés dans un angle  $1/\gamma$  autour de la direction de la vitesse de l'électron (cf. Rybicki & Lightman 1979, p.140-142). Ce mécanisme est à l'origine de l'émission focalisée du jet des noyaux actifs de galaxie.

La section efficace totale (intégrée sur tout l'espace) est donnée par la formule de Klein-Nishina :

$$\sigma = \frac{2\pi r_e^2}{x} \left[ \left( 1 - \frac{4}{x} - \frac{8}{x^2} \right) \ln(1+x) + \frac{8}{x} - \frac{1}{2(1+x)^2} + \frac{1}{2} \right], \quad (1.14)$$

o  $x$  est défini comme précédemment.

En particulier dans la limite non-relativiste ( $x \ll 1$ ) :  $\sigma = \sigma_T(1-x)$ ,

o  $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$  est la section efficace de diffusion Thomson.

On peut remarquer que la section efficace Compton est inversement proportionnelle à  $m_e^2$ . Les section efficaces de diffusion sur des particules chargées autre que l'électron sont donc plus faibles d'un facteur  $(m_e/m_p)^2 \sim 10^{-7}$ . Ces processus sont donc tout à fait négligeables.

La section efficace effective est (cf. Annexe) :

$$\sigma_{eff}(\nu, \beta, \nu) = \sigma(x)(1 - \mu\beta) \quad (1.15)$$

Le facteur de flux  $(1 - \mu\beta)$  provient d'un effet géométrique : un photon a plus de chance d'être diffusé si les électrons ont une vitesse dirigée vers lui que si ils s'éloignent de lui.

Donc, si les électrons possèdent une énergie importante les collisions frontales seront favorisées. Comme la direction de sortie du photon est préférentiellement selon la direction de la vitesse de l'électron, on obtiendra un grand nombre de rétro-diffusions. Donc, même si la distribution des électrons est isotrope, une anisotropie du champ de rayonnement incident peut induire une anisotropie forte du rayonnement diffusé. C'est le cas, par exemple, lorsque les photons incidents sont émis à l'extérieur du plasma et y pénètrent avec une direction privilégiée (voir § III.2). Il faut également noter que la prépondérance des collisions frontales avec rétrodiffusion, augmente l'efficacité du transfert d'énergie.

### 1.1.3 Echange d'énergie

En négligeant l'effet de recul et dans l'approximation Thomson, la puissance rayonnée par Compton par un électron de facteur de Lorentz  $\gamma$ , dans un champ de photons mous de densité d'énergie  $U_{ph}$  s'écrit (cf. Rybicki et Lightman 1979) :

$$P_{compt} = \frac{4}{3}\sigma_T c \gamma^2 \beta^2 U_{ph} \quad (1.16)$$

Si les photons ont une énergie  $h\nu$ , le gain d'énergie relatif moyen  $\Delta\nu/\nu$  au cours d'une diffusion est, avec ces approximations :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{P_{comp}}{\sigma_T c U_{ph}} = \frac{4}{3}\gamma^2 \beta^2 \quad (1.17)$$

L'échange d'énergie moyen, entre un photon d'énergie  $h\nu$  et une population d'électrons isotropes de facteur de Lorentz  $\gamma$ , peut s'écrire formellement :

$$\frac{\langle \Delta\nu \rangle}{\nu} = \left( \frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d\Omega'}(\gamma, \nu, \mu, \Omega') \frac{\nu'}{\nu} d\Omega' (1 - \beta\mu) d\mu}{\int_{-1}^1 \sigma_{KN}(\gamma, \epsilon, \mu) (1 - \beta\mu) d\mu} - 1 \right) \quad (1.18)$$

En intégrant cette expression, j'ai pu calculer  $\langle \Delta\nu \rangle/\nu$  en fonction de  $\gamma$  pour plusieurs valeurs de  $\nu$ . Sur la figure 1.3, ces résultats sont comparés avec ceux de l'Eq 1.17. Cette expression fournit une très bonne approximation tant que  $\gamma h\nu/m_e c^2 < 0.1$ .

Pour un photon diffusé par un électron relativiste on a dans l'approximation Thomson :

$$\nu' \sim \frac{4}{3}\gamma^2 \nu \quad (1.19)$$

Si les électrons ont une distribution Maxwellienne caractérisée par la température  $T_e$ , l'échange d'énergie moyen au cours d'une interaction est donnée par (cf. Rybicki & Lightman 1979) :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{h\nu}{m_e c^2} \quad \text{si} \quad kT_e \ll h\nu \ll m_e c^2 \quad (1.20)$$

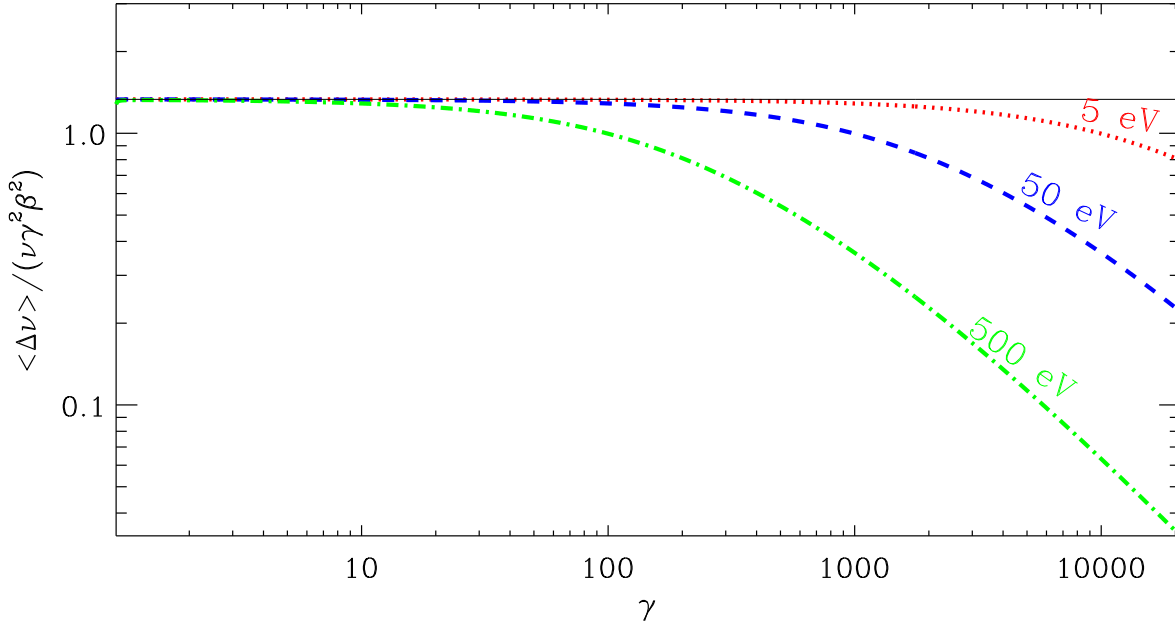
$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = (4kT_e - h\nu)/m_e c^2 \quad \text{si} \quad kT_e \ll m_e c^2 \quad (1.21)$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 16 \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right)^2 \quad \text{si} \quad kT_e > m_e c^2 \gg h\nu \quad (1.22)$$

L'échange d'énergie entre un photon et un électron peut donc être approximé par :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 16 \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right)^2 + 4 \frac{kT_e}{m_e c^2} - \frac{h\nu}{m_e c^2} \quad (1.23)$$

La figure 1.4 présente l'échange d'énergie relatif moyen,  $|\Delta\nu|/\nu$ , en fonction de  $\nu$  pour plusieurs valeurs de la température et le compare au résultat exact obtenu par



**Fig. 1.3:**  $\frac{\langle \Delta\nu \rangle}{\nu\gamma^2\beta^2}$  en fonction du facteur de Lorentz,  $\gamma$ , des électrons  $\gamma$  pour  $h\nu = 5, 50$  et 500 eV.

intégration de l'expression 1.18 sur une distribution Maxwellienne. L'équation 1.23 ne prend pas bien en compte l'effet de recul lorsque le photon est énergétique ce qui explique les divergences lorsque  $h\nu \gg kT_e$ . D'autre part, elle ne prend pas en compte les effet Klein -Nishina ce qui entraine des erreurs importantes à basse énergie pour les températures les plus élevées. Cependant, lorsque l'énergie des photons est inférieure à 0.1 keV, elle constitue toujours une bonne approximation.

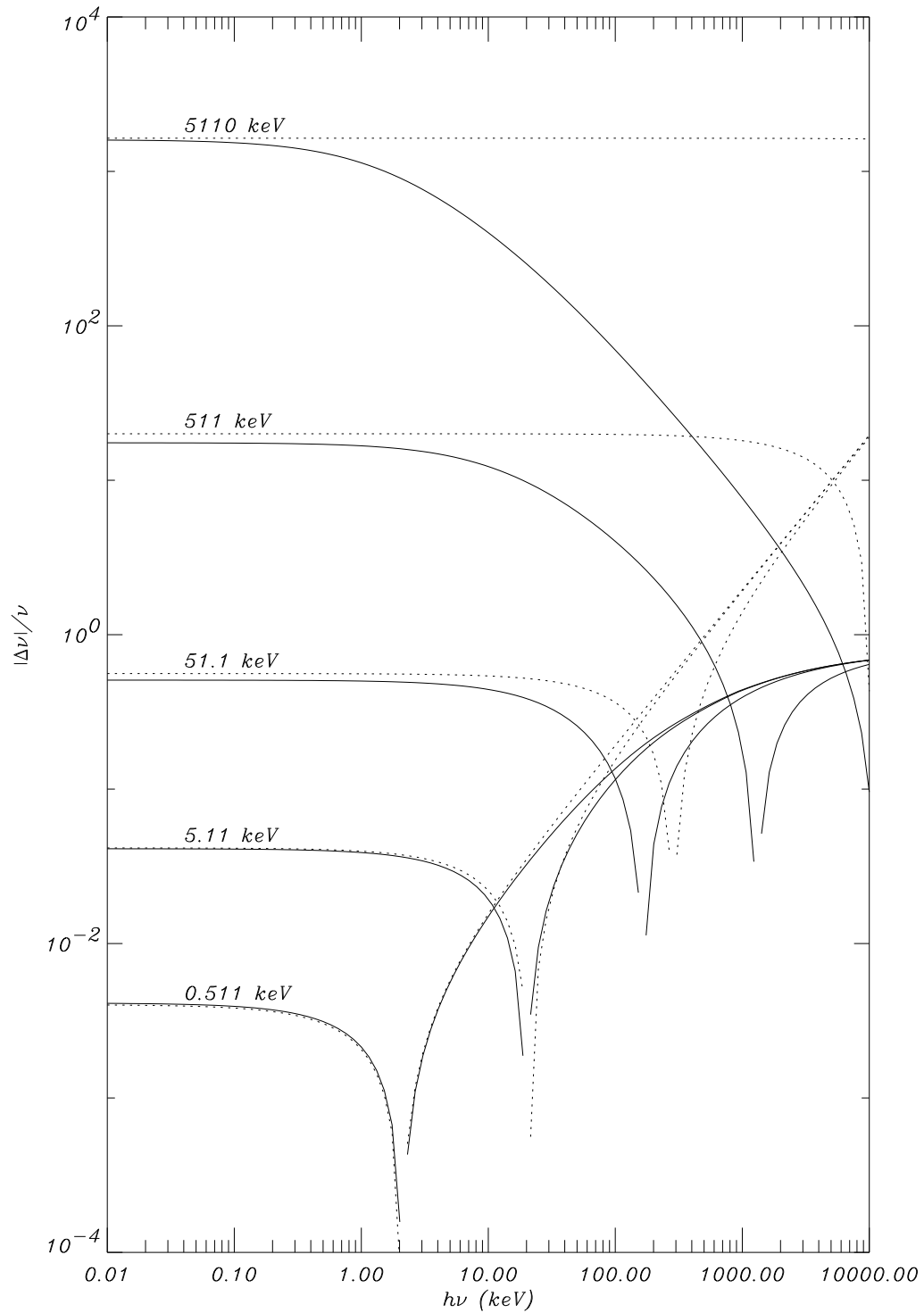
### 1.1.4 Comptonisation

La Comptonisation est le processus d'échange d'énergie par diffusions Compton multiples entre des photons froids et les électrons d'un plasma relativiste. Outre la distribution des électrons, le paramètre déterminant pour les formes spectrales émergeant du plasma est son épaisseur optique :

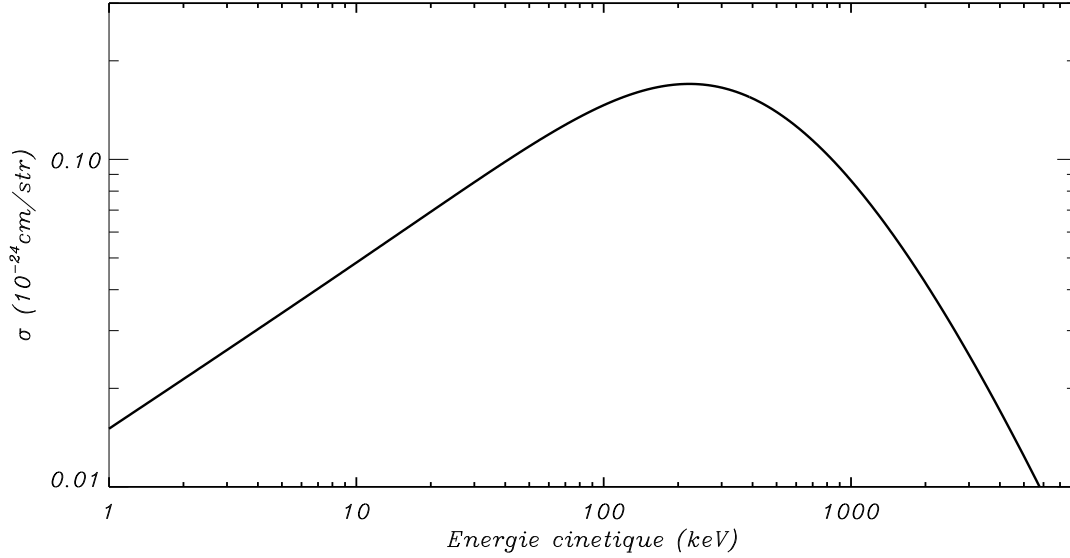
$$\tau = n_e \sigma_T R \quad (1.24)$$

o  $n_e$  est la densité d'électrons et  $R$  la dimension caractéristique du plasma. La probabilité pour un photon de traverser le plasma sans interagir est  $e^{-\tau}$  (cf. Annexe).

Plus l'épaisseur optique est importante plus le nombre de diffusions avant échappement sera grand. On peut quantifier le gain d'énergie moyen d'un photon pendant la traversée du milieu par le paramètre Compton  $y$ . Ce paramètre est défini comme le produit



**Fig. 1.4:** La variation d'énergie relative moyenne  $\frac{|\Delta\nu|}{\nu}$  au cours d'une diffusion par un électron d'un plasma Maxwellien.  $\frac{|\Delta\nu|}{\nu}$  est tracée en fonction de  $\nu$  pour les températures indiquées. Les courbes en trait continu et en pointillés représentent respectivement, le calcul exact et les résultats fournis par l'approximation de l'Eq 1.23



**Fig. 1.5:** Section efficace de production de paires en fonction de l'énergie cinétique des paires produites dans le référentiel du centre des moments.

de l'échange d'énergie moyen au cours d'une diffusion, par le nombre moyen d'interactions  $N$ . La théorie du mouvement Brownien donne pour estimation du nombre d'interactions :  $\max(\tau, \tau^2)$ . Pour des températures non-relativistes et des photons de basse énergie cette estimation combinée à l'équation 1.21 donne :

$$y = 4 \frac{kT_e}{m_e c^2} \max(\tau, \tau^2) \quad (1.25)$$

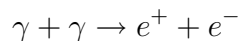
Il est tentant de vouloir généraliser le paramètre Compton aux plus hautes températures, par exemple par une expression du type :

$$y = \left[ 16 \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right)^2 + 4 \frac{kT_e}{m_e c^2} - \frac{h\nu}{m_e c^2} \right] \max(\tau, \tau^2) \quad (1.26)$$

Cependant du fait des effets Klein-Nishina cette estimation du paramètre Compton est plus que grossière (Pietrini & Krolik, 1995)

## 1.2 Production de paires électron-positon par effet photon-photon

L'effet photon-photon est le processus qui conduit à la création d'une paire électron/positron par interaction entre deux photons :



Dans le référentiel du centre de masse les deux photons ont la même énergie  $h\nu$  et les leptons sont créés avec un facteur de Lorentz :

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2} = \sqrt{\frac{\nu_1}{m_e c^2} \frac{\nu_2}{m_e c^2} (1 - \mu)/2} \quad (1.27)$$

o  $h\nu_1, h\nu_2$  sont les énergies respectives des deux photons et  $\mu = \vec{\Omega}_1 \cdot \vec{\Omega}_2$  est le cosinus de l'angle formé par leurs directions dans le référentiel du laboratoire.

Pour des raison évidentes la réaction ne peut se produire que si l'énergie  $h\nu$  des photons dans le référentiel du centre de masse est supérieure à l'énergie de masse d'un électron  $m_e c^2$ . Cette condition s'écrit :

$$\frac{\nu_1}{m_e c^2} \frac{\nu_2}{m_e c^2} (1 - \mu) > 2 \quad (1.28)$$

Le cas le plus favorable est une collision frontale, dans ce cas, la condition de seuil devient :

$$h\nu_1 h\nu_2 > (m_e c^2)^2. \quad (1.29)$$

La section efficace différentielle de cette réaction dans le centre des moments du système, peut s'écrire en fonction de la vitesse des leptons créés :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{4} \beta (1 - \beta^2) \frac{1 - \beta^4 \mu^4 + 2\beta^2 (1 - \beta^2) (1 - \mu^2)}{1 - \beta^2 \mu^2} \quad (1.30)$$

La section efficace totale est :

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{r_e^2}{2} \pi (1 - \beta^2) \left[ (3 - \beta^4) \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - 2\beta(2 - \beta^2) \right] \quad (1.31)$$

Cette fonction est représentée sur la figure 1.5. A faible  $\beta$  on a :

$$\sigma_{\gamma\gamma} \sim \pi r_e^2 \gamma \beta \quad (1.32)$$

Elle atteint ensuite un maximum pour  $\beta \sim 0.7$  puis décroît. Le comportement asymptotique à haute énergie est alors :

$$\sigma_{\gamma\gamma} \sim \pi r_e^2 \frac{2 \ln(2\gamma) - 1}{\gamma^2} \quad (1.33)$$

Bien que la section efficace photon-photon soit du même ordre de grandeur que la section efficace Compton, ce processus est très difficile à observer en laboratoire. Pour obtenir une interaction il faut pouvoir créer une densité importante de photons  $\gamma$ . En effet, il faut disposer d'une densité de colonne de photons de l'ordre de  $10^{26} \text{ cm}^{-2}$ . De telles densités de colonne sont produites naturellement dans le champ radiatif intense

de l'environnement des objets compacts. Comme tout processus d'absorption il est très gênant pour les astronomes car il peut masquer une fraction importante (voire la totalité) de la luminosité  $\gamma$  de ces sources<sup>1</sup>.

Si la production de paires est intense, cela peut conduire, dans certains cas, à la formation d'un plasma dominé par les paires  $e^+ - e^-$ . Ces paires réémettent dans le domaine X, par Comptonisation, l'énergie absorbée en  $\gamma$ .

Puisque cette réaction se produit entre deux photons, la section efficace effective est (cf. Annexe) :

$$\sigma_{eff} = \sigma_{\gamma\gamma}(\beta)(1 - \mu) \quad (1.34)$$

Le facteur de flux est donc fortement anisotrope, les absorptions se produiront préférentiellement pour des collisions frontales. Par contre si l'émission est focalisée, comme dans les jets des noyaux actifs de galaxie, la probabilité d'interaction est très faible les photons  $\gamma$  pourront être observés.

En principe des paires peuvent être formées également par interactions  $\gamma - e^-$ ,  $e^- - e^+$  ou  $e^- - p$ . Les sections efficaces de ces processus sont données par Svensson (1982). Le taux de production de paires par interaction  $\gamma - e^-$  est plus d'un ordre de grandeur plus faible, que le taux de production par photon-photon. Les taux de réactions des deux autres processus sont plus de trois ordres de grandeurs plus faibles. C'est pourquoi, dans nos calculs nous ne considérerons que le taux de production de paires par  $\gamma - \gamma$ .

## 1.3 Annihilation de paires libres

Le processus inverse de la production de paires est l'annihilation :

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

Dans le référentiel de repos de l'un des deux leptons, la section efficace différentielle s'écrit :

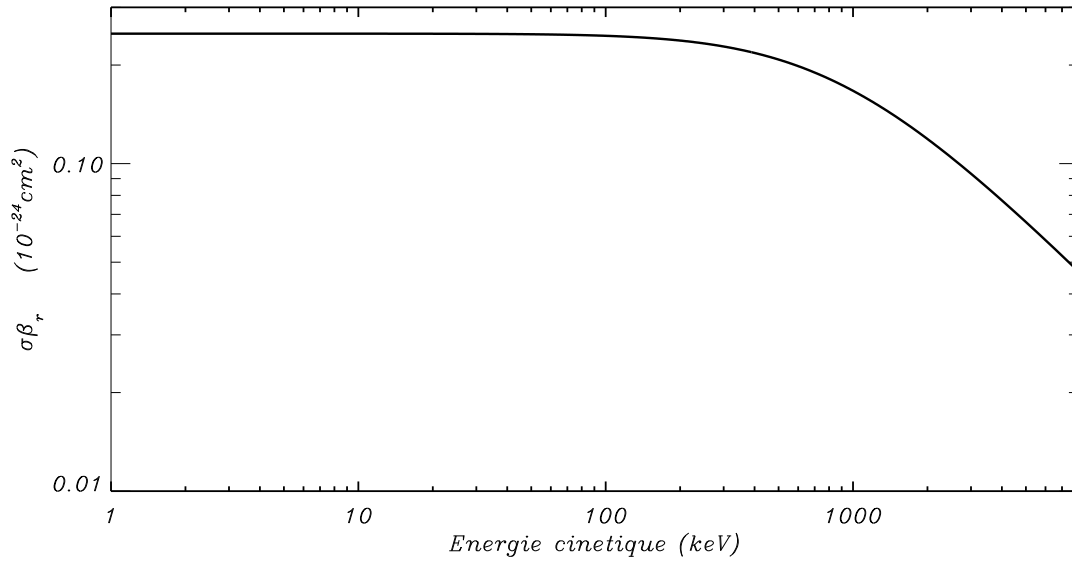
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2\beta_r\gamma_r^2(1 - \beta_r\mu)} \left[ \gamma_r + 3 - \frac{[1 + \gamma_r(1 - \beta_r\mu)]^2}{\gamma_r(1 + \gamma_r)(1 - \beta_r\mu)} - \frac{2\gamma_r(1 + \gamma_r(1 - \beta_r\mu))}{[1 + \gamma_r(1 - \beta_r\mu)]^2} \right] \quad (1.35)$$

La section efficace totale est obtenue par intégration de l'expression précédente :

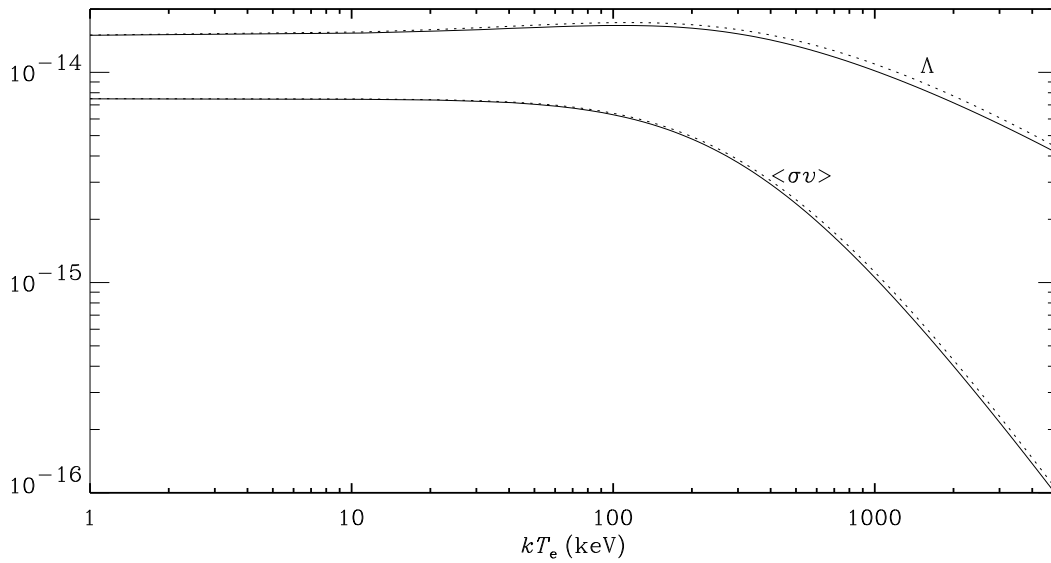
$$\sigma_{e^+e^-} = r_e^2\pi \frac{1}{\beta_r^2\gamma_r(\gamma_r + 1)} \left[ \left( \gamma_r + 4 + \frac{1}{\gamma_r} \right) \ln \left( \gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} \right) - \beta_r(\gamma_r + 3) \right] \quad (1.36)$$

<sup>1</sup> Dans un autre cadre, sur des distances cosmologiques les photons du rayonnement fossile forment une colonne densité  $\gamma\gamma$  importante, ce qui limite l'observation des sources de très haute énergie lointaines.

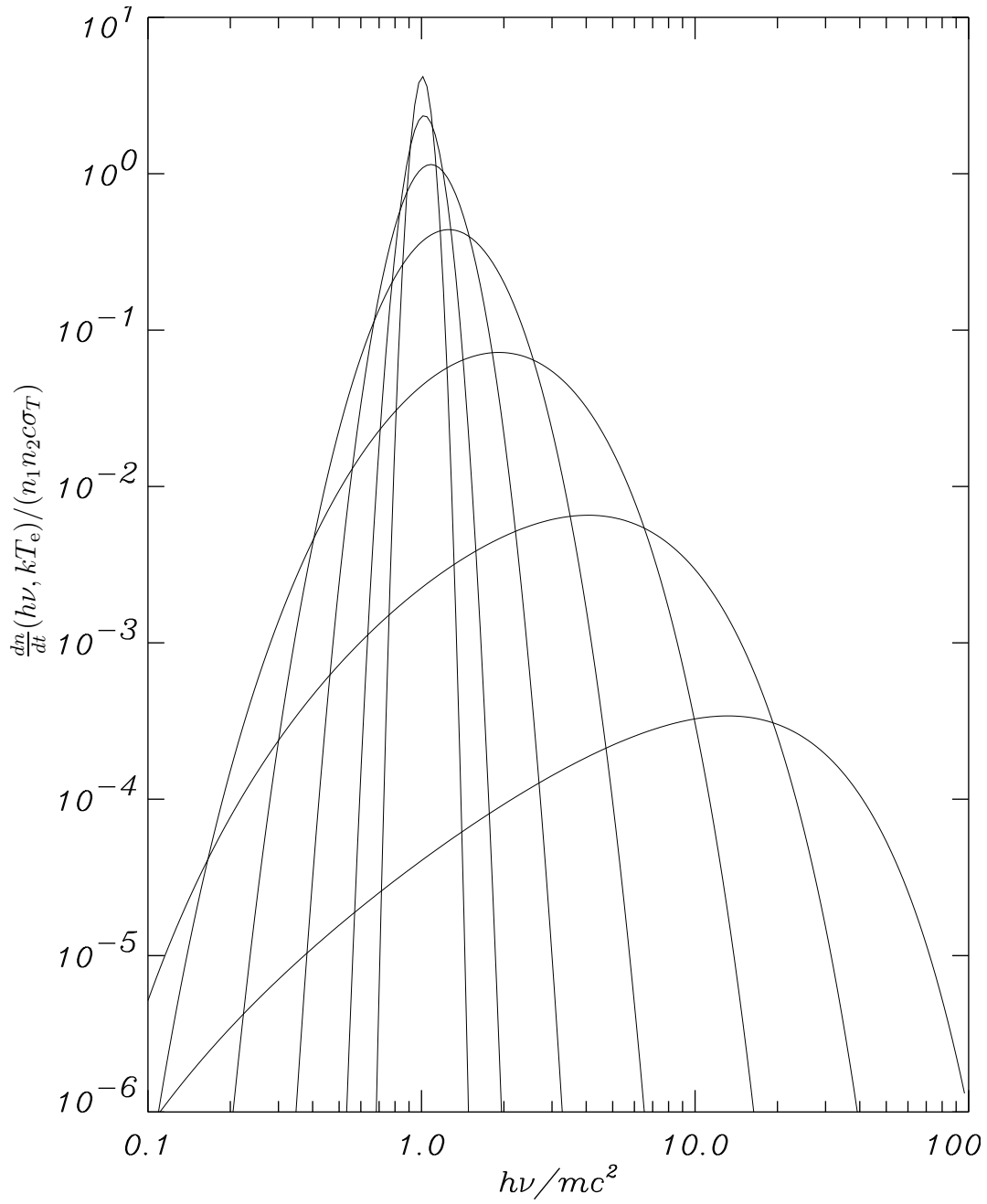




**Fig. 1.6:** Taux d'annihilation par paire  $\sigma_{e^+e^-}\beta_r$  dans le référentiel de repos d'un des leptons en fonction de l'énergie cinétique de la particule incidente.



**Fig. 1.7:** Taux d'annihilation par paire moyen  $\langle\sigma v\rangle$  et taux de refroidissement par paire  $\Lambda$  en fonction de la température d'un plasma Maxwellien. Les approximations de Svensson (1982) sont montrées en pointillés.



**Fig. 1.8:** Emissivité d'annihilation thermique sans dimension  $\frac{dn}{dt}(h\nu, kT_e)/(n_1 n_2 c \sigma_T)$  en fonction de l'énergie réduite  $h\nu/mc^2$  des photons pour différentes températures  $kT_e = 5$  keV, 15 keV, 50 keV, 150 keV, 500 keV, 1.5 MeV et 5 MeV.

On peut remarquer qu'à basse énergie cette section efficace diverge :

$$\sigma_{e^+e^-} \sim \frac{r_e^2 \pi}{\beta_r} \quad (1.37)$$

Cependant le nombre d'annihilations par unité de temps reste fini puisque, dans cette limite, le flux de particules incidentes, (proportionnel à  $\beta_r$ ), devient nul. La figure 1.6 montre le taux de réaction par paire dans le référentiel de repos d'une particule  $\sigma_{e^+e^-} \beta_r c$  en fonction de l'énergie cinétique de l'autre particule  $(\gamma_r - 1)m_e c^2$ . Ce taux de réaction est pratiquement constant, jusqu'à des énergies de l'ordre du MeV puis décroît rapidement. Dans la limite ultra-relativiste :

$$\sigma_{e^+e^-} \beta_r \sim \sigma_{e^+e^-} \sim r_e^2 \pi \frac{\ln(2\gamma)}{\gamma} \quad (1.38)$$

Les effets d'annihilation seront donc particulièrement importants à basse énergie. Dans un plasma de paires relativiste le temps d'annihilation des particules de haute énergie est généralement beaucoup plus long que leur temps de refroidissement par Compton. L'annihilation ne se produit que lorsque les paires sont refroidies (thermalisées). L'annihilation joue alors deux rôles importants. D'une part, elle régule l'épaisseur optique du plasma, en compensant les productions de paires. D'autre part, puisque les paires ont une énergie relativement faible leur annihilation donne lieu à la formation d'une raie d'annihilation centrée sur 511 keV, dont la largeur dépend de la température des paires thermalisées. C'est pourquoi le cas particulier de l'annihilation de paires thermiques est important. Nous allons donc l'étudier plus en détail.

Dans un référentiel quelconque, le taux d'annihilation par paire de particule pour un faisceau d'électrons et un faisceau de positrons monocinétiques est (cf. Annexe) :

$$\sigma v = \sigma_{e^+e^-}(\beta_r)(1 - \beta_1 \beta_2 \mu) \beta_r c \quad (1.39)$$

En intégrant ce taux de réaction sur la distribution des paires on peut calculer le taux d'annihilation moyen par paire de particules  $\langle \sigma v \rangle$  tel que :

$$\frac{dn_1}{dt} = n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle \quad (1.40)$$

o  $n_1$  et  $n_2$  sont les densités respectives des positons et des électrons.

De plus, pour chaque annihilation le plasma perd une énergie  $(\gamma_1 + \gamma_2)m_e c^2$ , l'annihilation constitue donc un refroidissement du plasma. Le taux de refroidissement du plasma (ou émissivité totale d'annihilation par unité de volume) peut s'écrire sous la forme :

$$L_{an} = n_1 n_2 m_e c^2 \Lambda, \quad (1.41)$$

o  $\Lambda$  est le taux de refroidissement par paire de particules.

Le résultat pour une distribution Maxwellienne est présenté sur la figure 1.7. Cette figure montre que le taux d'annihilation thermique peut être considéré comme constant jusqu'à des températures de l'ordre de 100 keV avant de décroître. Cette fonction est reproduite à quelques pourcents près par l'expression analytique suivante donnée par Svensson (1982) :

$$\langle \sigma v \rangle = cr_e^2 \frac{\pi}{1 + 2 \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right)^2 / \ln(1.3 + 2\eta_E kT_e / m_e c^2)} \quad (1.42)$$

o  $\eta_E = 0.56115$ .

Le taux de refroidissement du plasma augmente légèrement avec la température du fait des facteurs de correction relativistes et de l'augmentation de l'énergie cinétique des paires. Il atteint un maximum vers  $kT_e = 200 \text{ keV}$ . A plus haute température les effets de la décroissance de la section efficace dominant le comportement de  $\Lambda$ . Svensson (1982) donne l'approximation suivante :

$$\Lambda = cr_e^2 \frac{2\pi}{1 / \left( 1 + 6 \frac{kT_e}{m_e c^2} \right) + \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right) / \left[ \ln(1 + 2\eta_E kT_e / m_e c^2) + \frac{1}{4} \right]} \quad (1.43)$$

Ces approximations analytiques sont en très bon accord avec les résultats de l'intégration numérique.

Lorsque la température du plasma augmente la raie s'élargit et son amplitude diminue. Ceci est illustré par la figure 1.8 qui montre le profil obtenu pour différentes températures du plasma. L'émissivité d'annihilation a été calculée grce à une formule analytique précise à 0.1 % donnée par Svensson et al. (1996)<sup>2</sup>.

## 1.4 Diffusion Coulomb

Les diffusions Coulomb entre leptons sont appelées effet Möller dans le cas d'une collision  $e^{+-} - e^{+-}$  et effet Bhabba dans le cas d'une collision  $e^{+-} - e^{-+}$ . Bien que ces effets ne jouent pas un rôle direct dans la production de rayonnement, il peuvent avoir des effets indirects. D'une part, ces effets sont très forts pour des particules de faible énergie et généralement ils maintiennent la distribution du plasma en équilibre thermique. D'autre part, si la partie haute énergie de la distribution des électrons ou des paires est non-thermique, les particules non-thermiques vont céder de l'énergie directement à la distribution thermique. Ces effets consistent donc une source de

<sup>2</sup> La figure 1.8, reproduit leur figure 2, corrigée d'une erreur de normalisation.

chauffage pour le plasma thermique et une perte d'énergie supplémentaire pour les particules relativistes.

Dans la limite de paires relativistes diffusées par une distribution de paires thermalisées et froides ( $kT_e \ll m_e c^2$ ), le taux de perte d'énergie peut être approximé par (Gould 1981) :

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{3}{2}\sigma_{TC}N_T \ln \Lambda \quad (1.44)$$

o  $\ln \Lambda$  est le logarithme Coulomb qui dans la plupart des applications en astrophysique est de l'ordre de 20-30.  $N_T$  est la densité de paires thermiques.

La perte d'énergie par Compton est proportionnelle à la densité d'énergie radiative ainsi qu'au facteur de Lorentz des paires non-thermiques. Puisque dans les situations qui nous concernent, la densité de particule est en général plusieurs ordres de grandeurs plus faible que la densité de photons mous, le refroidissement Compton domine toujours pour les paires de haute énergie (eg  $\gamma > 100$ ). A plus basse énergie les pertes Coulombs peuvent cependant devenir dominantes. Elles n'ont en général qu'une influence modeste sur la forme du spectre des photons, sauf si le plasma est sous alimenté en photons mous (Zdziarski et al. 1990).

Dans mes calculs je ne tiendrai pas compte des interactions Coulomb entre les leptons non-thermiques et ne considérerai que les échanges d'énergie entre la population thermique et non-thermique. C'est une bonne approximation tant que la densité de paires non-thermiques est négligeable devant  $N_T$ , ce qui est en pratique toujours le cas. Coppi et Blandford (1990, Eq. 5.6 et 5.7) ont utilisé les approximations de Dermer (1985), Frankel et al. (1979) et Haug (1988), valables dans différentes gammes d'énergies pour construire une formule analytique donnant le taux de perte d'énergie valide sur un domaine plus vaste. C'est cette expression que j'ai utilisée.

## 1.5 Bremsstrahlung

L'interaction entre deux particules chargées conduit à l'émission de photons de Bremsstrahlung. Moskalenko et Jourdain (1997) montrent clairement que les taux de perte d'énergie par bremsstrahlung ( $e^+ - e^-$ ,  $e - e$  ou  $e - p$ ) sont négligeables par rapport au taux de perte d'énergie par effet Möller/Bhabba. La contribution au spectre des photons est *a fortiori* négligeable devant l'émissivité Compton, sauf si la densité de photons dans le plasma est très faible (de l'ordre de la densité de paires, Zdziarski et al. 1990) Ces effets ne se seront pas pris en compte dans nos calculs.

## 1.6 Synchrotron

Le rayonnement synchrotron dû à la giration des électrons autour des lignes de champ magnétiques peut être un mécanisme de refroidissement efficace ainsi qu'une source de photons mous pour la Comptonisation. La puissance émise par un électron d'énergie  $\gamma m_e c^2$  est (Rybicki & Lightman, 1979) :

$$P_{synch} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \beta^2 U_B \quad (1.45)$$

o  $U_B$  est la densité d'énergie du champ magnétique. Cette expression est à comparer avec la puissance rayonnée par Compton (Eq. 1.16), on en déduit le résultat suivant :

$$\frac{P_{synch}}{P_{comp}} = \frac{U_B}{U_{ph}} \quad (1.46)$$

L'importance relative de l'effet synchrotron va donc dépendre du rapport entre les densités d'énergie magnétiques et radiatives. A l'heure actuelle, cet effet n'a pas été introduit dans mes codes Monte-Carlo. Cela limite leur application à des plasmas o le champ magnétique est faible et la densité de photons importante.



## 2. RÉFLEXION

Si le plasma chaud dans lequel se produisent les effets dont nous venons de parler dans la section précédente se trouve à proximité de matière (relativement) froide<sup>1</sup>, on peut observer les effets de l'irradiation de cette matière sous la forme d'une composante dite de réflexion. Pour traiter ces effets il est nécessaire d'étudier les processus d'interaction du rayonnement avec la matière.

### 2.1 Photo-absorption et diffusion Compton sur des électrons liés

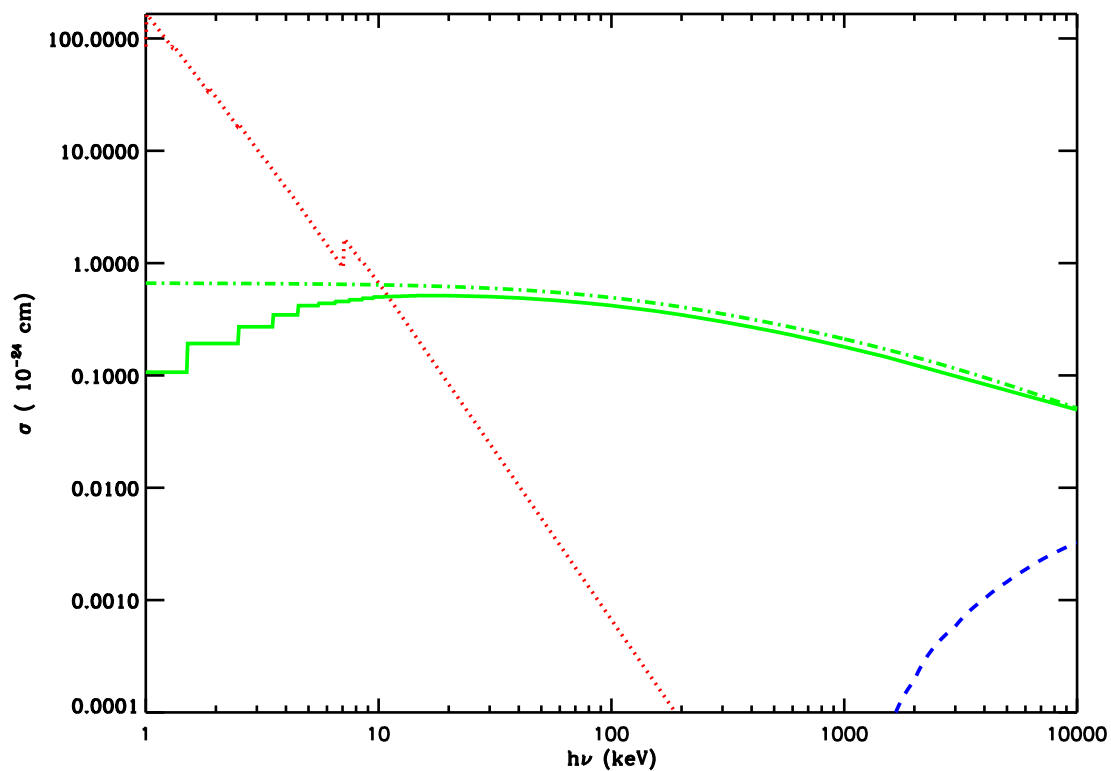
Pour des énergies inférieures à 15 keV, les photons sont majoritairement absorbés. La figure 2.1 montre la section efficace de photoionisation dans de la matière neutre ayant les abondances cosmiques ainsi que les sections efficaces Compton. D'un autre côté, les photons incidents d'énergie supérieure à 15 keV seront diffusés par effet Compton sur les électrons froids. Le fait que les électrons soient dans le champ du noyau atomique modifie la section efficace à basse énergie. Nous prenons en compte ces corrections, cependant, leur effet sur le spectre réfléchi est minime puisque la photoabsorption domine dans ce domaine.

La diffusion sur un électron froid, provoquant une perte d'énergie pour le photon, les photons injectés à haute énergie sont diffusés vers des énergies de plus en plus basses jusqu'à ce qu'ils s'échappent du milieu froid ou qu'ils soient absorbés. Ces effets combinés conduisent à un spectre de *réflexion* formant une bosse entre 10 et 100 keV qui vient se superposer au spectre primaire (cf. Fig. ??). Une étude de cette composante dans le cadre du modèle d'illumination anisotrope est présentée au § III.8.2.

---

<sup>1</sup> Dans notre contexte la matière est considérée comme froide jusqu'à des températures de l'ordre de  $\sim 10^7$  K ( $\sim 1keV$ ). Au-delà, les couches K et L du fer, qui contribuent le plus à l'absorption à haute énergie, sont ionisées.





**Fig. 2.1:** Section efficace de photoionisation (pointillés, Morisson & Mc Cammon 1983), de diffusion Compton sur des électrons liés (trait continu, Storm & Israel 1967), de Klein-Nishina (trait-point), et de production de paire dans la matière (tirets, Storm et Israel 1967). Ces sections efficaces sont données en barn pour un atome d'hydrogène avec des abondances cosmiques.

## 2.2 Fluorescence de la raie du fer

Un effet secondaire de cette absorption à basse énergie est l'émission de raies de fluorescence suite à l'éjection d'un électron d'une couche K. Le fer est relativement abondant et la probabilité pour un photon absorbé par cet élément de conduire à l'émission d'un photon de fluorescence est élevée (0.34). La raie  $K_\alpha$  du fer qui pique à 6.4 keV est donc particulièrement intense.

## 2.3 Production de paires électron-positon

Les photons peuvent produire des paires électrons positons sur un atome. Le seuil de production est  $h\nu = 2m_e c^2$  ce qui est plus faible que dans le cas d'une électron libre ( $h\nu > 4m_e c^2$ ). Cet effet contribue à atténuer le flux réfléchi à haute énergie. Dans nos calculs nous tenons compte de cet effet en utilisant les sections efficaces tabulées données par Storm & Israel (1967). Il conduit également à la formation d'une paire électron-positron qui se refroidit et s'annihile quasi-instantanément formant une raie fine autour de 511 keV. Toutefois cet effet est faible et la sensibilité des instruments actuels ne permet pas de détecter une telle raie.



## Deuxième partie

# LES MÉTHODES MONTE-CARLO

*The only good Monte Carlo,  
is a dead Monte Carlo*

*H.F. Trotter & J.W. Tukey (1954)*



# Table des Matières

<b>3. Introduction</b>	<b>47</b>
<b>4. La Méthode linéaire</b>	<b>49</b>
4.1 Méthode linéaire simple	49
4.2 Méthode linéaire avec pondération	51
4.3 Milieux hétérogènes	53
<b>5. La Méthode Non-Linéaire</b>	<b>55</b>
5.1 Principe	55
5.1.1 Conservation du nombre de particules	56
5.1.2 Contrôle du nombre de LP	57
5.1.3 Propagation et interaction des particules	58
5.1.4 Représentation des électrons/paires thermalisées	60
5.1.5 Technique d'accumulation des interactions	62
5.1.6 Perte continue d'énergie	65
5.1.7 Couplage du code MCNL et du code de réflexion	67
5.1.8 Méthode <i>MCNL</i> dépendant du temps	68
5.2 Validation	71
5.2.1 Effet Compton	71
5.2.2 Annihilation et production des paires	72
<b>6. Techniques Monte-Carlo</b>	<b>75</b>
6.1 Méthodes générales	75
6.1.1 Nombres pseudo-aléatoires	75
6.1.2 Méthode de la fonction inverse	76
6.1.3 Méthode de superposition	76
6.1.4 Fonctions de modélisation multidimensionnelles : distribution gamma	77

6.1.5	Méthode du rejet de Von Neumann . . . . .	77
6.2	Tirage uniforme d'une position dans un volume . . . . .	78
6.2.1	Tirage uniforme dans un parallélépipède rectangle . . . . .	78
6.2.2	Tirage uniforme dans une sphère . . . . .	79
6.2.3	Tirage uniforme dans un cylindre . . . . .	79
6.2.4	Autres géométries . . . . .	80
6.3	Simuler une direction . . . . .	80
6.3.1	Direction isotrope . . . . .	80
6.3.2	Surface émettant de manière isotrope . . . . .	81
6.4	Flux entrant dans un volume éclairé par un plan infini . . . . .	81
6.4.1	Flux à travers un élément de surface . . . . .	82
6.4.2	Cas d'une sphère . . . . .	83
6.4.3	Cas d'un cylindre vertical . . . . .	84
6.4.4	Cas d'un cylindre horizontal . . . . .	84
6.4.5	Direction de déplacement des photons . . . . .	86
6.5	Simulation d'une distribution de particules . . . . .	86
6.5.1	Distribution en loi de puissance avec coupure exponentielle . . .	86
6.5.2	Corps noir . . . . .	87
6.5.3	Maxwellienne relativiste . . . . .	88
6.6	Simulation des interactions . . . . .	89
6.6.1	Diffusion Compton . . . . .	89
6.6.2	Création d'une paire $e^+/e^-$ par effet photon-photon . . . . .	91
6.6.3	Annihilation d'une paire $e^+/e^-$ . . . . .	93
6.7	Méthodes Monte-Carlo et ajustement de données . . . . .	94
6.7.1	Généralités . . . . .	94
6.7.2	Application : calcul de la matrice de réflexion d'un disque . . . .	96

### 3. INTRODUCTION

Les méthodes Monte-Carlo sont des techniques numériques de résolution des problèmes mathématiques utilisant des variables aléatoires. Elles consistent à considérer le système que l'on étudie comme un ensemble de distributions de probabilités que l'on va simuler. Elles ont de très nombreuses applications dans tous les domaines des sciences de la nature, mais aussi économiques et sociales.

En particulier, ces méthodes sont très adaptées à la résolution des problèmes à caractère statistique, tels que les problèmes de diffusion et de transfert de rayonnement qui nous intéressent ici. Elles permettent de simuler individuellement les processus physiques élémentaires. En reproduisant directement les phénomènes naturels on évite d'avoir recours à un formalisme complexe décrivant le transport des particules dans son ensemble.

Dans cette partie, je décris donc les méthodes utilisées en transfert de rayonnement. Le chapitre § II.2 présente les algorithmes simples (linéaires) sur lesquels sont basés les codes de réflexion et de Comptonisation. Dans le chapitre § II.3 , le principe de la méthode non-linéaire est exposé. Enfin, dans le § II.4 , j'ai regroupé l'ensemble des techniques Monte-Carlo utilisées dans ces codes pour simuler les distributions et les processus radiatifs.





## 4. LA MÉTHODE LINÉAIRE

Cette méthode consiste à suivre la trajectoire et les interactions successives d'une particule jusqu'à son échappement d'un milieu de 'fond' dont les propriétés sont fixées. Les interactions sont traitées à l'aide de tirages aléatoires ce qui permet de prendre en compte les dépendances en angle et en énergie des sections efficaces. En répétant ce traitement pour un grand nombre de particules on obtient le spectre qui émerge du milieu.

### 4.1 Méthode linéaire simple

La méthode Monte-Carlo la plus simple pour simuler le transfert de rayonnement est basée sur le principe suivant :

1. On détermine le point de l'espace, paramétré par le vecteur  $\vec{r}_i$ , o le photon entre dans le milieu ainsi que sa direction de déplacement initiale  $\vec{\Omega}_i$ . Ces caractéristiques sont des paramètres du modèle. On peut par exemple supposer que les photons sont injectés uniformément dans le volume avec des directions isotropes. Les paramètres initiaux du photon sont alors tirés au hasard sur les distributions associées.

Pour une distribution uniforme des positions on utilisera une des méthodes décrites au § II.6.2. Une direction de déplacement isotrope ou semi-isotrope peut être simulée par les méthodes du § II.6.3. Si la zone de simulation est alimentée par un disque d'émissivité uniforme et isotrope, on peut utiliser les méthodes du § II.6.4.

2. On tire l'énergie du photon sur la distribution d'entrée que l'on a fixée. Par exemple pour une distribution de Planck on peut utiliser la méthode du § II.6.5.2.
3. Pour l'énergie du photon on calcule les probabilités d'interaction par unité de distance parcourue (inverse du libre parcours moyen) des divers processus que l'on souhaite simuler. Par tirage aléatoire on en déduit le type d'interaction qui se produit et le parcours du photon. Par exemple, si il y a  $N$  types d'interactions possibles dans un milieu homogène :

- on calcule la distance  $D_i$  qui sépare la position du photon de la limite de la zone de simulation selon la direction  $\vec{\Omega}_i$ .
- On calcule les probabilités partielles associées à chaque type d'interaction  $(P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iN})$ .

On calcule la probabilité totale d'interaction :

$$P_i = \sum_{k=1}^N P_{ik} \quad (4.1)$$

- La fonction de répartition des parcours du photon est donnée par :

$$F(x) = P(l < x) = 1 - \exp(-P_i x) \quad (4.2)$$

Le parcours  $l_i$  du photon peut être simulé par la méthode d'inversion (voir § II.6.1.2). Pour un nombre aléatoire  $\zeta_1$  compris entre 0 et 1, on a :

$$l_i = -\frac{\ln \zeta_1}{P_i} \quad (4.3)$$

4. On teste la condition  $l_i > D_i$ .

- Si elle est vérifiée le photon s'échappe du milieu. On incrémente alors la valeur des canaux correspondant à l'énergie et à la direction d'échappement du photon d'une unité. Et on recommence à l'étape 1 en injectant un nouveau photon.
- Sinon le photon interagit :
  - On calcule sa position au point d'interaction :

$$\vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + l_i \vec{\Omega}_i \quad (4.4)$$

- On tire un nombre aléatoire  $\zeta_2$  et on détermine le type  $j$  d'interaction selon le critère :

$$\sum_{k=1}^{j-1} P_{ik} < \zeta_2 P_i < \sum_{k=1}^j P_{ik} \quad (4.5)$$

- On traite l'interaction par une des méthodes du § II.6.6.
- On modifie en conséquence l'énergie et la direction de déplacement du photon et on poursuit le calcul de sa trajectoire à l'étape 3.

Il se peut aussi que l'interaction soit une absorption sans émission de photons de fluorescence. Dans ce cas on arrête la trajectoire et on injecte un nouveau photon en reprenant à l'étape 1.

Si l'interaction produit plusieurs photons <sup>1</sup>, leurs paramètres sont stockés en mémoire. On traitera ultérieurement la fin de chacune de leur trajectoire, en suivant le même schéma.

Le code de calcul de la composante réfléchie fonctionne selon ce principe. Il traite les interactions Compton sur des électrons liés, les effets de photoabsorption (sections efficaces de Morrison & Mc Cammon, 1983), , d'émission de photons de fluorescence du fer ainsi que la production de paires  $e^+e^-$  dans la matière. Les sections efficaces d'interaction Compton et de production de paires proviennent de Storm & Israël (1967).

## 4.2 Méthode linéaire avec pondération

La méthode précédente est simple à appliquer, cependant elle présente l'inconvénient de donner une mauvaise représentation des événements les plus improbables. Ceci peut être très gênant lorsque ces événements constituent l'essentiel du flux dans une bande d'énergie donnée. Cela conduit alors à des erreurs statistiques beaucoup trop importantes. Dans le cas de la composante réfléchie, les photons qui ont une énergie inférieure à 10 keV ont une probabilité d'absorption très importante. De sorte que peu de ces photons ressortent du disque. Les canaux spectraux correspondant aux basses énergies contiennent donc peu de photons.

L'erreur statistique relative dans un canal d'énergie dans lequel sont tombés  $N$  photons est  $1/\sqrt{N}$ . Pour que cette erreur soit faible, disons de l'ordre de 5%, il faut que  $N$  soit d'au moins  $\sim 400$  photons. Si notre grille en énergie contient 200 canaux et si les photons se répartissent de manière à peu près égale dans ces canaux, il est nécessaire de tirer  $10^4$  photons. Si comme dans l'exemple de la composante réfléchie, certains canaux ne reçoivent pas suffisamment de photons, il faudra en tirer beaucoup plus pour avoir une bonne statistique à basse énergie ( $\sim 10^{10}$  !). Ceci pose de sérieux problèmes de temps de calcul. Il faut alors utiliser des techniques de pondération.

La technique la plus simple, qui est utilisée dans le code de réflexion, consiste à tirer plus de photons, dans les gammes d'énergie où la statistique est mauvaise. Pour tenir compte du plus grand nombre de photons injectés à ces énergies on considère que chaque particule injectée ne représente qu'une fraction  $\omega$  de photon. Par exemple, si l'on a injecté 100 fois plus de particules,  $\omega = 1/100$ .

Lorsque ces photons s'échappent, on n'incrmente plus la valeur du canal corres-

---

<sup>1</sup> Par exemple, l'interaction d'un photon d'énergie supérieure à  $2m_e c^2$  avec de la matière peut conduire à la production d'une paire  $e^+/e^-$  qui s'annihile quasi-instantanément produisant deux photons d'énergie  $\sim m_e c^2$

pondant d'une unité mais de la valeur  $\omega$ . On améliore ainsi la statistique sans trop augmenter le nombre total de particules traitées.

La pondération peut également servir à modéliser des distributions trop complexes pour être simulées par les techniques de tirages aléatoires, ou lorsque cette distribution peut varier et que l'on a besoin d'une méthode générale pour la simuler. Par exemple, dans le code de réflexion, on souhaite pouvoir calculer la composante réfléchie pour des spectres incidents ayant des formes très différentes. Pour cela, il suffit de discrétiser la distribution des photons incidents. On calcule le flux incident dans chaque canal en énergie. Soit  $n_i$  le nombre de photons incidents réel à simuler dans le canal  $i$ . On traite les photons issus de chaque canal successivement. Et, pour chaque canal  $i$ , on va tirer  $N_i$  photons auxquels on affecte le poids  $\omega_i = n_i/N_i$ . En jouant sur les nombres  $N_i$  on peut ainsi contrôler la statistique dans chaque gamme d'énergie, et ainsi trouver un bon compromis avec le temps de calcul. En général, avec cette méthode,  $N_i = 10^5$  photons suffisent pour obtenir des résultats convenables.

Pendant, dans la plupart des problèmes, l'erreur statistique dans le spectre résultant ne peut être aussi facilement inférée du spectre des photons injectés. Par exemple dans les problèmes de Comptonisation o l'on injecte des photons mous (UV/X mous) dans un plasma très chaud et optiquement fin, la partie haute énergie du spectre échappé est formée d'un nombre infime de photons ayant subi plusieurs diffusions Compton inverse. La probabilité pour un photon injecté, d'atteindre la partie haute énergie du spectre émergeant est pratiquement indépendante de l'énergie d'injection <sup>2</sup> et elle est très faible. Pour minimiser les erreurs à haute énergie il est nécessaire de traiter plus souvent des photons interagissant plusieurs fois que les photons ne subissant qu'une ou deux interactions. Pour cela, Podzniakov et al. (1983) (voir aussi Gorecki & Wilczewski, 1984) ont proposé une méthode de pondération permettant d'améliorer la statistique sur les particules qui subissent plusieurs interactions. J'ai appliqué cette méthode dans le code de Comptonisation linéaire. Le principe est le suivant :

On attribue au photon un poids statistique  $\omega_i$ . Connaissant la distance  $D_i$ , on peut calculer la probabilité  $p_i = 1 - F(D_i)$  que le photon s'échappe. Nous considèrerons qu'une "partie" du photon, ayant un poids  $\omega_i p_i$ , s'échappe alors que le "reste" du photon, ayant le poids  $\omega_{i+1} = \omega_i(1 - p_i)$  subit une diffusion à l'intérieur du milieu. Il est facile de voir que la distribution des parcours de ces photons obéit à la fonction de distribution tronquée :

$$F'(x) = P(l_i < x) = \frac{F(x)}{F(D_i)} \quad (4.6)$$

---

<sup>2</sup> Les photons ayant subi plusieurs interactions, tout se passe comme si ils avaient oublié leur énergie initiale

On obtient ainsi une statistique égale sur tous les ordres Compton.

Avec une telle méthode la trajectoire du photon est théoriquement infinie. En pratique, on arrête la trajectoire dès que le poids  $\omega_{i+1}$  devient inférieur à un seuil préalablement défini. En général si ce seuil est fixé au dessous de  $10^{-4}$ , sa valeur n'a pas d'influence sur les résultats. Si le milieu est vraiment fin ( $\tau < 10^{-2}$ ) il vaut mieux prendre une valeurs plus faible  $\sim 10^{-6}$  pour avoir rapidement une bonne statistique à haute énergie.

Le trajet  $l_i$  est sélectionné par la méthode de la fonction inverse :

Si le milieu est homogène la fonction de répartition tronquée s'écrit :

$$F'(x) = \frac{1 - \exp(-P_i x)}{1 - \exp(-P_i D_i)} \quad (4.7)$$

Pour un nombre aléatoire  $\zeta_1$ ,  $l_i$  est donné par :

$$l_i = -\frac{1}{P_i} \ln [1 - \zeta_1 [1 - \exp(-P_i D_i)]] \quad (4.8)$$

### 4.3 Milieux hétérogènes

Pour un milieu hétérogène la probabilité d'interaction dépend de la localisation du photon. La fonction de distribution des parcours est la suivante :

$$F(x) = 1 - \exp \left[ - \int_0^x P_i(s) ds \right] \quad (4.9)$$

o  $P_i(s)$  représente l'opacité au point  $\vec{r}_i + s\vec{\Omega}_i$ .

Pour simuler la fonction de répartition tronquée de l'équation 4.6 on tire un nombre aléatoire  $\zeta$ , et on résout numériquement :

$$\int_0^{l_i} P_i(s) ds = -\ln \left[ 1 - \zeta \exp \left\{ - \int_0^{D_i} P_i(s) ds \right\} \right] \quad (4.10)$$

Plus de détails sur la résolution des problèmes de Comptonisation dans un milieu hétérogène peuvent être trouvés dans Hua (1997) et Malzac (1996).

Cette méthode permet également de traiter les problèmes de Comptonisation dans l'espace courbé au voisinage de l'objet compact en tenant compte des effets de relativité générale (cf. Laurent & Titarchuk 1999).



# 5. LA MÉTHODE NON-LINÉAIRE

Le principal inconvénient des codes linéaires est qu'ils ne permettent pas de tenir compte des effets du rayonnement sur le plasma. Par exemple, dans les modèles thermiques simples présentés au § III.7.1, on ne tient pas compte du refroidissement Compton du plasma (voir cependant Skibo et al., 1995) . On néglige également l'augmentation de l'épaisseur optique par production de paires électrons/positons susceptible de se produire si le milieu contient des photons d'énergie suffisante. Or, les modifications des paramètres physiques du plasma influencent en retour, le champ de rayonnement. Pour tenir compte de ces effets de rétroaction, il est nécessaire de connaître à un instant donné l'ensemble de la distribution des particules et des photons.

Stern et al. (1995a) ont proposé un algorithme dans lequel, au lieu de traiter les particules de façon séquentielle, on les suit en parallèle. Ceci permet de calculer les distributions de particules de manière auto-cohérente. J'ai développé un code basé sur cette méthode qui est présentée en détail dans ce qui suit.

## 5.1 Principe

Avec cette méthode non-linéaire ou méthode des 'Large Particles' (LP), les particules ne sont plus propagées de manière séquentielle mais en parallèle au cours du temps. Le système est représenté par un tableau de LP. Chaque LP représente elle-même un ensemble de particules. Une LP est définie par un certain nombre d'attributs qui sont des caractéristiques communes aux particules qu'elle représente : leur type (photon, électron, positon, proton...), leur énergie  $\epsilon$ , leur position dans l'espace, leur direction de déplacement. De plus la LP possède un poids  $\omega$  proportionnel au nombre de particules qu'elle représente. Ce poids est fixé par l'énergie  $\epsilon$  des particules. Il suit une fonction arbitraire, mais décroissante, de  $\epsilon$ , en général, on choisit  $\omega(\epsilon) \propto 1/\epsilon$ . De sorte que pour représenter un même nombre de particules on a besoin de plus de LP à haute énergie que à basse. Ceci permet d'obtenir une meilleure représentation du système (un plus grand nombre de LP) à haute énergie. En effet, les particules de haute énergie sont très peu nombreuses mais jouent un rôle crucial pour les formes spectrales.



Chaque LP est propagée au cours du temps et peut interagir avec les autres LP. Ces interactions sont traitées par des méthodes Monte-Carlo standards (cf. § II.6.6). En fait, chaque LP est propagée pendant un temps  $\Delta t$  suffisamment court pour que l'ensemble de la distribution ne change pratiquement pas. La distribution des LP cibles est fixée pendant cet intervalle. Ce n'est qu'à la fin du pas de temps, lorsque la dernière LP a été traitée que la distribution est mise à jour.

Les inhomogénéités peuvent être prises en compte en divisant la région émettrice en zones. Les LP se trouvant à l'intérieur d'une zone ne peuvent interagir qu'avec les LP de cette même zone. En début de pas de temps, les LP sont classées par ordre de poids croissant et sont propagées successivement pendant  $\Delta t$ . Pour éviter de doubler les probabilités d'interactions, les LP sont traitées par ordre de poids décroissant. La LP courante (incidente) ne peut interagir qu'avec des LP (cibles) qui possèdent un poids plus important.

### 5.1.1 Conservation du nombre de particules

La conservation du nombre de particules au cours d'une interaction n'est assurée que d'un point de vue statistique. Imaginons une interaction au cours de laquelle une LP incidente ( $LP_1$ ), d'énergie  $\epsilon_1$  et de poids  $\omega_1$ , interagit avec une LP cible ( $LP_2$ ), d'énergie  $\epsilon_2$  et de poids  $\omega_2$ . Cette collision conduit à la formation de deux types de LP :  $LP_3$  ( $\epsilon_3, \omega_3$ ) et  $LP_4$  ( $\epsilon_4, \omega_4$ ). En général  $\omega_1 \neq \omega_2$ . Supposons que  $\omega_1 < \omega_2$ . Seule une fraction  $\omega_1/\omega_2$  de  $LP_2$  interagit.

On traite l'interaction de la manière suivante :

1. On détruit  $LP_1$
2. Par tirage aléatoire  $LP_2$  est détruit avec une probabilité  $\omega_1/\omega_2$
3. On détermine  $\epsilon_3$  et  $\epsilon_4$  par tirage aléatoire sur la section efficace d'interaction.
4. On crée alors  $LP_3$  et  $LP_4$  auxquelles on affecte un poids  $\omega_1$ .

Ces LP ont des poids qui ne respectent pas la loi de pondération. Puisque leur énergie a été modifiée, on devrait normalement leur affecter les poids respectifs  $\omega_3(\epsilon_3)$  et  $\omega_4(\epsilon_4)$ . Pour conserver le nombre de particules on maintient tout de même ces poids à la valeur  $\omega_1$  jusqu'à la fin du pas de temps.

Ceci va nous permettre de prendre en compte les interactions ultérieures de  $LP_3$  et  $LP_4$  au cours du pas de temps. Pour cela on affecte à  $LP_3$  et  $LP_4$  les populations cibles respectives de  $LP_1$  et  $LP_2$ . Si des interactions secondaires se produisent avant la fin du pas de temps, elles sont traitées de manière similaire, avec  $LP_3$  et  $LP_4$  comme LP incidentes.

En fin de pas de temps, on modifie les poids des LP afin qu'elles suivent à nouveau la loi de pondération. Pour une LP d'énergie  $\epsilon$  ayant un poids  $\omega_1 \neq \omega(\epsilon)$ , on traite le problème de manière statistique, en procédant comme suit :

- si  $\omega_1 < \omega(\epsilon)$  : 1 LP<sub>3</sub> est créé avec une probabilité  $\omega_1/\omega_3$
- si  $\omega_1 > \omega(\epsilon)$  : on crée  $n = E(\omega_1/\omega_3)$  LP. De plus, une LP supplémentaire est créée avec une probabilité  $\omega_1/\omega_3 - n$

Ainsi, si la conservation du nombre de particules n'est pas assurée pour une interaction, elle l'est, en revanche, d'un point de vue statistique sur l'ensemble des interactions.

### 5.1.2 Contrôle du nombre de LP

Ces créations et destructions de LP, auxquelles s'ajoutent l'échappement ou l'injection de nouvelles LP, font que le nombre total de LP peut fluctuer de manière importante d'un pas de temps à l'autre. Pour contrôler le nombre total de LP, on introduit un facteur de normalisation  $f_c$  de sorte que le nombre réel de particules représentées par une LP est  $f_c\omega$ .  $f_c$  est commun à toutes les LP et peut varier au cours du temps. Ceci nous assure que le nombre de LP ne dépasse pas la taille du tableau de LP, tout en maintenant un nombre de LP suffisant pour avoir une bonne statistique.

En fin de pas de temps on ajuste le nombre de LP.  $N_{reel}$  et  $N_{max}$  étant respectivement le nombre de LP en fin de pas de temps et le nombre de LP idéal que l'on souhaite, on procède comme suit :

- on définit  $f = N_{max}/N_{reel}$  et on multiplie  $f_c$  par  $f$ .
- si  $f > 1$  : Par une méthode similaire à celles du § II.5.1.1, on crée en moyenne  $f - 1$  copies de chaque LP.
- si  $f < 1$  : chaque LP est détruite avec une probabilité  $1 - f$ .

Dans les problèmes dépendant du temps il peut parfois être avantageux de laisser varier le nombre de LP avec l'énergie totale du système. En effet, les états les moins lumineux du système contribuent peu au spectre moyen. On peut alors avoir un nombre réduit de LP sans affecter significativement la statistique et donc gagner du temps. Il faut alors définir les nombres maximum  $N_{max}$  et minimum  $N_{min}$  entre lesquels on autorise le nombre de LP à varier. Si en fin de pas de temps,  $N_{reel}$  se trouve à l'extérieur de ces bornes, on applique la procédure précédente. Sinon, on ne modifie pas la distribution.

### 5.1.3 Propagation et interaction des particules

Pour une LP incidente  $i$ , les taux de réaction avec une LP cible  $j$  par l'interaction  $k$  peut s'écrire :

$$T_{ij}^{(k)} = \frac{f_c \omega_j}{V} \sigma_{ij}^{(k)} v_{ij}, \quad (5.1)$$

o  $\sigma_{ij}^{(k)}$  est la section efficace de l'interaction  $k$  pour les énergies et les angles d'incidence des particules  $i$  et  $j$ ,  $v_{ij}$  est la vitesse relative des deux particules (incluant le facteur de flux cf. Annexe).  $V$  est le volume de la région entourant la LP incidente et comprenant les particules cibles.

Le principe du traitement des interactions consiste à calculer les taux partiels  $T_{ij}^{(k)}$ . Le taux de réaction de la particule  $i$  selon l'interaction  $k$  est alors :

$$T_i^{(k)} = \sum_j T_{ij}^{(k)}, \quad (5.2)$$

O la somme sur l'indice  $j$  porte sur toutes les LP cibles localisées dans la zone de simulation ou se trouve la LP  $i$ . Le taux de réaction total de la LP  $i$  est :

$$T_i = \sum_k T_i^{(k)}. \quad (5.3)$$

De sorte que le temps de vol de la particule  $i$  avant interaction peut être simulé à l'aide d'une variable aléatoire  $\eta$  :

$$t = -\frac{\ln \eta}{T_i} \quad (5.4)$$

On modifie alors la position de la particule. Si celle ci n'est pas sortie de la région active, et si  $t$  est inférieur à  $\Delta t$ , on traite l'interaction. Pour cela, on détermine tout d'abord le type d'interaction par tirage sur les taux de réaction partiels  $T_i^{(k)}$ . Pour un nombre aléatoire  $\eta'$ , le type  $l$  de l'interaction est déterminé par la condition :

$$\sum_{k=1}^{l-1} T_i^{(k)} < \eta' T_i < \sum_{k=1}^l T_i^{(k)} \quad (5.5)$$

On détermine de manière similaire la particule cible avec laquelle se produit l'interaction. Pour un nombre aléatoire  $\eta''$ , l'indice de la particule cible,  $m$ , est déterminé par la condition :

$$\sum_{j=1}^{m-1} T_{ij}^{(l)} < \eta'' T_i^{(l)} < \sum_{j=1}^m T_{ij}^{(l)} \quad (5.6)$$

Il suffit alors de simuler l'interaction entre ces deux LP en utilisant l'une des méthodes du § II.6.6

Dans la pratique, calculer l'ensemble des taux de réactions partiels  $T_{ij}^{(k)}$  pour tous les LP représente une perte de temps considérable. Il est préférable d'appliquer la méthode des interactions virtuelles (Stern et al. 1995). L'astuce consiste à remplacer dans le calcul de  $T_{ij}^{(k)}$ , la section efficace réelle par la valeur maximum  $\sigma_{max}^{(k)}$  de cette section efficace. De plus on utilise la valeur maximum possible pour  $v_{ij} = 2c$ . De sorte que le taux de réaction maximum que l'on obtient est indépendant de l'énergie et des directions des particules :

$$T_{ij,max}^{(k)} = \frac{f_c \omega_j}{V} \sigma_{max}^{(k)} 2c \quad (5.7)$$

On définit des tableaux de poids cumulatifs :

$$S(m) = \sum_{j=1}^m \omega_j \quad (5.8)$$

Ces tableaux sont calculés en début de pas de temps pour chaque type de particules par ordre de poids croissant avec  $j$ . Le temps de vol peut être obtenu à partir de l'équation 5.4 mais en utilisant le taux de réaction total  $T_{i,max}$  maximum :

$$T_{i,max} = \sum_k T_{i,max}^{(k)} \quad (5.9)$$

o les taux de réaction partiels maximum sont calculés en utilisant les tableaux  $S(j)$  :

$$T_{i,max}^{(k)} = \sigma_{max}^{(k)} 2c [S(j_{max}) - S(j_{min} - 1)] \quad (5.10)$$

avec les indices  $j_{max}$  et  $j_{min}$  correspondant aux LP de poids maximum et minimum des LP pouvant servir de cible dans l'interaction  $k$ .

Après avoir choisi le type d'interaction, l'indice  $m$  de la LP cible peut être déterminé par la condition :

$$S(m-1) - S(j_{min}-1) < \eta'' [S(j_{max}) - S(j_{min}-1)] < S(m) - S(j_{min}-1) \quad (5.11)$$

A partir des paramètres de la LP cible, il est ensuite possible de calculer la section efficace  $\sigma_{i,m}^{(k)}$  et la vitesse relative réelle des deux particules.

On tire un nombre aléatoire  $\eta'''$  et on teste la condition suivante :

$$\eta''' < \frac{\sigma_{i,m}^{(l)} v_{i,m}}{\sigma_{max}^{(l)} 2c} \quad (5.12)$$

Si elle est vérifiée, l'interaction est traitée, sinon la LP continue sa trajectoire sans que ses paramètres soient modifiés.

Cette méthode de réjection peut être comprise d'un point de vue physique en considérant que les taux de réaction maximum  $T_{ij,max}^{(k)}$  que l'on utilise correspondent à la somme du taux réel de réaction  $T_{ij}^{(k)}$  et d'un taux de réaction  $T_{ij}^{virt}$  associé à une interaction virtuelle qui ne modifie pas les propriétés de la particule. La condition 5.12 correspond alors au choix entre ces deux types d'interaction.

La méthode de l'interaction virtuelle permet d'accroître considérablement l'efficacité du code. Le calcul des taux de réaction réels pour chaque paire de particules requiert  $\mathcal{O}(N_{LP}^2)$  itérations par pas de temps. A chaque itération on doit évaluer les sections efficaces qui ont des formulations mathématiques compliquées contenant souvent des fonctions logarithmiques. En ne calculant que les taux de réaction maximaux, on réduit le nombre d'itérations à  $\mathcal{O}(N_{LP} \ln N_{LP})$  ne contenant que des calculs simples. Pour  $N_{LP} = 10^5$  cela donne  $\sim 10^4$  fois moins d'itérations.

#### 5.1.4 Représentation des électrons/paires thermalisées

Dans la plupart des modèles, une fraction importante des électrons se thermalise sous les effets du refroidissement Compton et des effets Möller/Bhabba. Une simulation de ces électrons est très coteuse en temps de calcul car leur changement d'énergie est semblable à un mouvement Brownien très rapide dans l'espace des phases. Cependant nous savons que le résultat de cette marche au hasard est très proche d'une distribution Maxwellienne puisque le couplage par Möller/Bhabba entre ces électrons peu énergétiques est suffisamment fort pour thermaliser le plasma. Ceci nous permet de simplifier le traitement de cette population en utilisant une seule LP pour la représenter. Cette LP thermique est traitée de manière un peu différente des autres LP.

Elle est caractérisée par un poids qui n'est pas fixé par la loi de pondération, mais qui est déterminé par l'épaisseur optique,  $\tau_T$ , des électrons thermalisés. Elle est également caractérisée par une énergie  $E_T$  qui correspond à l'énergie cinétique totale de ces électrons. Ces deux paramètres permettent de calculer la température  $kT_e$  de la Maxwellienne. Nous utilisons, pour cela, la formule approchée donnée par Coppi 1992<sup>1</sup>.

On définit une énergie de coupure  $E_c \gg kT_e$  pour la Maxwellienne<sup>2</sup>. Si une fraction des électrons de la LP thermique dépasse cette énergie, elle sort de la distribution et on crée un LP selon les règles de pondération statistique définies au § II.5.1. Inver-

<sup>1</sup> J'ai vérifié que cette expression était exacte à mieux que 5 % à toute les températures.

<sup>2</sup> J'ai choisi  $E_c = 8kT_e$  pour suivre Coppi 1992, mais le résultat n'est pas sensible à cette valeur.

sement, si l'énergie d'une LP électron devient plus petite que  $E_c$ , elle est détruite et rentre dans la distribution thermique.

Pendant le pas de temps, la température et l'épaisseur optique sont fixées, la LP thermique peut interagir à la fois en tant que cible et en tant que particule incidente, mais elle n'est jamais détruite ni dupliquée. A chaque interaction on tire l'énergie d'un électron sur cette Maxwellienne en utilisant la méthode du § II.6.5.3.

A la fin du pas de temps on fait le bilan du nombre de particules et de l'énergie qui est rentrée ou sortie de la distribution par effets Compton, production et annihilation de paires et par les échanges Coulomb entre la LP thermique et les électrons non-thermiques. On obtient ainsi la variation d'énergie  $\Delta E_T$  et d'épaisseur optique  $\Delta\tau_T$  de la composante thermique. La température et l'épaisseur optique des électrons thermiques sont alors ajustées en conséquence.

Il y a cependant un problème associé à la détermination de la température. Du fait des fluctuations statistiques,  $\Delta E_T$  et  $\Delta\tau_T$  peuvent représenter une fraction importante de l'énergie et de l'épaisseur optique totale de la Maxwellienne. Si l'on utilise directement  $\Delta E_T$  et  $\Delta\tau_T$  pour calculer les nouvelles valeurs de  $E_T$  et  $\tau_T$ , on obtient des fluctuations de température beaucoup trop importantes d'un pas de temps à l'autre (avec la possibilité d'avoir des valeurs négatives). Ceci provient du fait que le flux d'énergie qui traverse la maxwellienne est énorme comparativement à l'énergie  $E_T$ . Ces variations de grande amplitude ont un effet non maîtrisable sur les spectres calculés. Pour résoudre ce problème on peut, comme le propose Stern et al. (1995a) (voir aussi Dove et al., 1997a), moyenner  $\Delta E_T$  et  $\Delta\tau_T$  sur plusieurs pas de temps avant de calculer les nouvelles valeurs. Cependant cette méthode nécessite d'ajuster finement le nombre de pas sur lequel se fait la pondération. Si ce nombre de pas est trop faible les fluctuations demeurent trop importantes. Si il est trop grand, la maxwellienne a du mal à s'ajuster à des fluctuations du champ de rayonnement ce qui provoque des oscillations importantes et très stables de la température.

J'ai, pour ma part, utilisé une méthode de "réservoirs". Cette technique permet de passer des valeurs de  $E_T$  et  $\tau_T$  connues au temps  $t_i$  aux valeurs de ces mêmes paramètres au pas de temps suivant  $t_{i+1}$ , tout en fixant une limite maximale à l'amplitude de variation de ces paramètres. Cette limite est déterminée par  $\alpha$  la fraction maximale selon laquelle ils peuvent varier. On définit deux variables "réservoir"  $E_{res}(t_i)$  et  $\tau_{res}(t_i)$ . Ces réservoirs sont initialisés à 0 au début de la simulation.

A chaque pas de temps ces variables sont incrémentées. Si  $\Delta E_T(t_i)$  et  $\Delta\tau_T(t_i)$  sont les variations de ces paramètres au cours du pas de temps  $i$ , on a :

$$E'_{res}(t_i) = E_{res}(t_i) + \Delta E_T(t_i) \quad (5.13)$$

$$\tau'_{res}(t_i) = \tau_{res}(t_i) + \Delta\tau_T(t_i) \quad (5.14)$$

Ces paramètres sont autorisés à varier de manière importante et même à prendre des valeurs négatives. On détermine ensuite  $E_T(t_{i+1})$  et  $\tau_T(t_{i+1})$  de la façon suivante :

– si  $|E'_{res}(t_i)| \leq \alpha E_T(t_i)$  :

$$E_T(t_{i+1}) = E_T(t_i) + E'_{res}(t_i)$$

et

$$E_{res}(t_{i+1}) = 0,$$

– si  $|E'_{res}(t_i)| > \alpha E_T(t_i)$  :

$$E_T(t_{i+1}) = E_T(t_i) \left(1 + \alpha \frac{|E_T(t_i)|}{E_T(t_i)}\right)$$

et

$$E_{res}(t_{i+1}) = E'_{res}(t_i) - \alpha \frac{|E'_{res}(t_i)|}{E_T(t_i)}.$$

On détermine  $\tau_T(t_{i+1})$  de manière similaire.

Une valeur  $\alpha = 0.1$  permet d'éviter les problèmes de fluctuations statistiques en laissant la possibilité au système d'évoluer d'un pas de temps à l'autre. Cette méthode est exacte puisqu'elle respecte le bilan énergétique et le bilan de production de paires tout en lissant les fluctuations statistiques. Cependant elle ne peut être utilisée qu'en régime stationnaire puisqu'elle introduit des temps de retard dans l'évolution du système.

### 5.1.5 Technique d'accumulation des interactions

Les interactions Compton avec LP incident électron sur une LP cible photon sont les plus fréquentes. En effet, puisque le champ de rayonnement des sources compactes que l'on souhaite simuler est très intense, le taux d'interactions Compton des électrons est généralement très fort.<sup>3</sup> De sorte que la plus grande partie du temps de calcul est utilisée à traiter ce type d'interactions. Les interactions les plus fréquentes sont constituées par des électrons relativistes de poids statistique faible interagissant avec une LP photon de basse énergie (thermique) dont le poids statistique est comparativement beaucoup plus grand. Au cours de ces interactions l'échange d'énergie  $\Delta\epsilon$  est relativement faible. De sorte que la LP photon cible produite après l'interaction a une probabilité très faible d'être créée et que la variation d'énergie de l'électron est

---

<sup>3</sup> Il est généralement de  $10^4$  à  $10^6$  fois plus important que le taux de réaction Compton d'un photon sur la population d'électron. Le taux de réaction est proportionnel à la densité de particules cibles.

négligeable. La grande majorité de ces interactions n'ont donc pas d'effets significatifs sur la distribution des particules du milieu.

On peut améliorer sensiblement les choses en utilisant une technique d'accumulation. C'est à dire que l'on traite plusieurs ( $F$ ) interactions Compton en une seule fois. L'échange d'énergie transférée au cours d'une interaction accumulée est  $Fm_e c^2 \Delta\gamma$  et la section efficace de cette interaction est  $\sigma_{acc} = \sigma_{KN}/F$ . Le facteur  $F$  peut être choisi de sorte que la perte d'énergie relative de la LP électron incidente soit faible sans être négligeable, par exemple  $f = F\Delta\gamma/(\gamma - 1) \sim 0.1$ . Pour une interaction Compton entre un électron relativiste et un photon de faible énergie  $\Delta\gamma \sim \gamma^2 \epsilon / m_e c^2$  de sorte que  $F \sim f m_e c^2 / (\gamma \epsilon)$ . On a alors  $\sigma_{acc} \sim \sigma_{KN} \gamma \epsilon / (f m_e c^2)$ . La section efficace accumulée est alors proportionnelle à l'énergie  $\epsilon$  du photon ce qui fait que le taux de réaction est proportionnel à la densité d'énergie radiative.

En pratique, l'échange d'énergie  $\Delta\gamma/(\gamma - 1)$  n'est plus négligeable si l'énergie du photon ou de l'électron devient trop importante. Des interactions accumulées entre des particules d'énergie trop élevée peuvent causer des erreurs. On définit alors une énergie maximale  $\epsilon_{acc}$  des photons servant de cible aux interaction accumulées. Cette énergie limite est en général optimale si elle est choisie légèrement au-dessus de la coupure de la distribution de corps noir (en dessous de laquelle se trouve la majorité des photons). On calcule alors le facteur de Lorentz maximal  $\gamma_{acc}$  des électrons pouvant interagir avec cette population de photons par Compton accumulé. Cette énergie est calculée de sorte que l'échange d'énergie Compton moyen au cours d'une interaction entre un électron d'énergie  $\gamma_{acc} m_e c^2$  et un photon d'énergie  $\epsilon_{acc}$  vérifie :

$$\frac{\langle \Delta\gamma \rangle}{\gamma_{acc} - 1} = 0.1 \quad (5.15)$$

pour les valeurs  $\epsilon_{acc}$  et  $\gamma_{acc}$ , le facteur d'accumulation,  $F$ , sera égal à 1.

On s'assure ainsi que les interactions Compton entre ces électrons d'énergie inférieure à  $\gamma_{acc} m_e c^2$  et photons d'énergie inférieure à  $\epsilon_{acc}$  ne conduisent pas à un transfert d'énergie trop important.

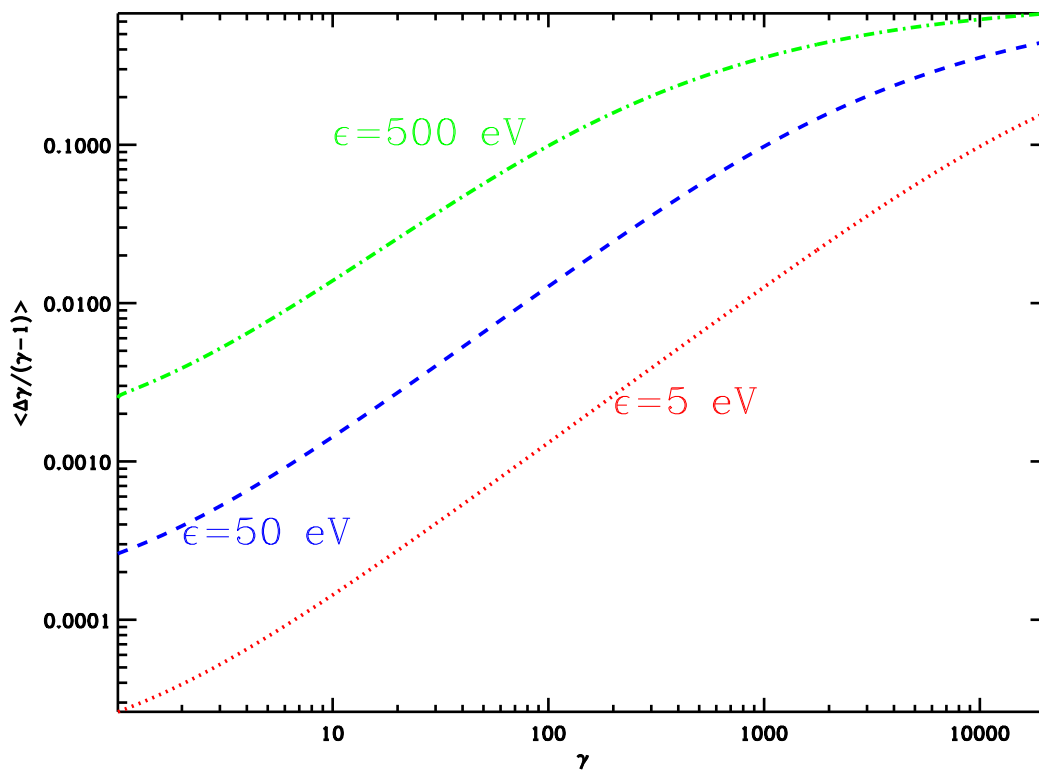
On définit pour une LP électron de facteur de lorentz  $\gamma$ , le taux d'interactions accumulées comme suit :

$$T_{acc}(\gamma, U_{rad}) = 2\sigma_{TC} \frac{(\gamma + 1)}{0.1 m_e c^2} U_{rad} \quad (5.16)$$

où  $U_{rad}$  est la densité d'énergie radiative de l'ensemble des photons possédant une énergie inférieure à  $\epsilon_{acc}$

Cette valeur est utilisée lors du calcul du taux de réaction total de la particule et lors du choix de l'interaction. On peut noter que le fait que le taux de réaction soit





**Fig. 5.1:** La fraction moyenne d'énergie échangée au cours d'une interaction Compton en fonction du facteur de Lorentz de l'électron : en pointillés pour des photons de 5 eV, en tirets pour des photons de 50 eV, en trait-point pour des photons de 500 eV.

proportionnel à  $U_{rad}$  peut simplifier aussi le tirage de la LP photon cible. En effet si la fonction de pondération statistique est inversement proportionnelle à l'énergie, chaque LP représente une énergie totale  $\omega\epsilon$  qui est constante. Donc toutes les LP photons ont une probabilité d'interaction égale.

Au moment de l'interaction, on calcule le taux de réaction moyenné sur les angles entre un électron d'énergie  $\gamma$  et un photon cible d'énergie  $\epsilon$  :

$$T_C(\gamma, \epsilon) = \frac{c}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{KN}(\gamma, \epsilon, \mu)(1 - \beta\mu)d\mu \quad (5.17)$$

et on en déduit le facteur d'accumulation  $F = T_C U_{rad} / T_{acc}$ . On calcule également la fraction d'énergie moyenne transférée  $\langle \Delta\gamma \rangle$ .

Par une méthode de réjection, on tire une direction pour l'électron selon la distribution des probabilité d'interaction en fonction de l'angle. L'énergie de l'électron est incrémentée de  $F\langle \Delta\gamma \rangle$ . Les électrons ont subi un grand nombre ( $F$ ) d'interactions, on peut donc utiliser la variation moyenne d'énergie. Les photons par contre sont supposés n'interagir qu'une seule fois. Il est alors important de tenir compte de la dispersion en énergie de l'interaction. On simule donc une interaction Monte-Carlo classique (cf. II.§ 6.6.1). Ceci nous donne la valeur du transfert d'énergie  $\Delta\gamma$ . On prend en compte le bilan énergétique de manière statistique en faisant interagir une fraction  $F\omega_i/\omega_c$  (o  $\omega_i$  est le poids de la LP électron incidente,  $\omega_c$  est celui de la cible) de l'ensemble des photons représentés par la LP.

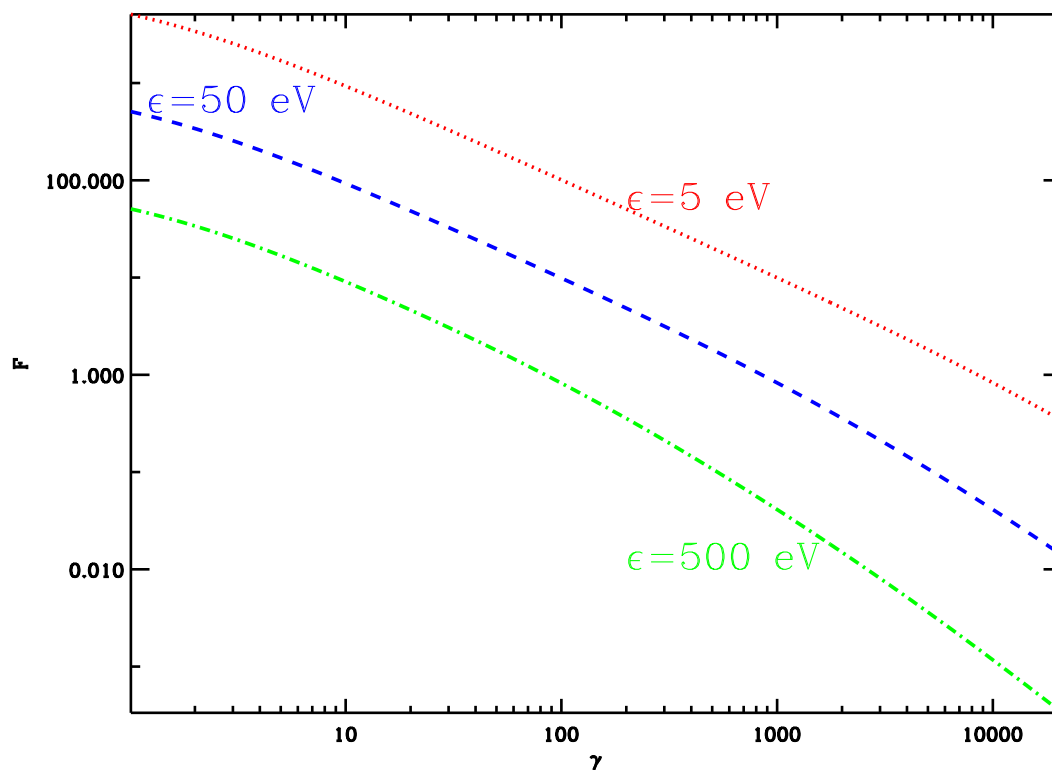
Cette méthode permet une amélioration considérable des performances (une diminution d'un facteur  $\sim 10$  du temps de calcul). Pour  $\epsilon_{acc} = 0.5$  keV le facteur de Lorentz maximum est, selon le critère défini par l'Eq 5.15,  $\gamma_{acc} = 100$ .

Ainsi, la majorité des électrons non thermiques peuvent interagir par accumulation. Les autres perdent une fraction importante de leur énergie ( $\sim 10\%$ ) à chaque interaction Compton simple et se retrouvent donc rapidement au-dessous du seuil  $\gamma_{acc}$ .

La figure 5.2 montre comment  $F$  varie en fonction de l'énergie des particules. Pour de faibles énergies  $F$  peut atteindre des valeurs de l'ordre de 1000. Lorsque l'énergie des particules augmente,  $F$  décroît. Lorsque les valeurs de  $F$  deviennent de l'ordre de l'unité il faut abandonner la méthode d'accumulation. Ceci correspond aux limites  $\epsilon_{acc}$  et  $\gamma_{acc}$ .

### 5.1.6 Perte continue d'énergie

Les sections efficaces des effets Möller (échange Coulombien entre deux leptons de même charge) et Bhabba (de charges de signes opposés) présentent des divergences



**Fig. 5.2:** Le facteur d'accumulation  $F$  pour le taux de réactions accumulées donné par Eq. 5.16.  $F$  est représenté en fonction du facteur de Lorentz  $\gamma$  de l'électron incident pour trois valeurs de l'énergie  $\epsilon$  des photons cibles :  $\epsilon = 5 \text{ eV}$  (pointillés),  $\epsilon = 50 \text{ eV}$  (tirets),  $\epsilon = 500 \text{ eV}$  (trait-point).

pour les faibles angles d'interaction provenant du fait que ces processus ne sont pas physiquement distincts des processus de bremsstrahlung  $e-e$  (cf. Jauch et Rohrlich 1975). Elles sont donc difficilement utilisables telles quelles dans une procédure Monte-Carlo. En effet, en pratique, seules les interactions aux faibles angles (hautement probables) seront réalisées. Or ces interactions conduisent à un échange d'énergie infime relativement aux angles d'incidences intermédiaires. On peut traiter ces échanges d'énergie comme un processus continu. Il existe en effet des formules analytiques donnant le taux d'échange d'énergie  $\dot{\gamma}(\gamma, kT_e, n_e) = n_e \langle \sigma \Delta \gamma \rangle c$  pour un électron ou un positron de haute énergie avec une distribution thermique de leptons (e.g. Coppi 1992). Il suffit d'incrémenter l'énergie de la LP électron avant chaque interaction (autres que Möller/Bhabba) de la valeur  $\dot{\gamma} t_{int}$ , o  $t_{int}$  est le temps qui s'est écoulé depuis l'interaction précédente.

Une autre solution consiste à utiliser une technique d'accumulation ayant une section efficace virtuelle :

$$\sigma_v = \frac{\langle \sigma \Delta \gamma \rangle}{\Delta \gamma_m} \quad (5.18)$$

o  $\Delta \gamma_m$  est l'échange d'énergie pour chaque interaction accumulée. On peut, par exemple, fixer  $\Delta \gamma_m = 0.1\gamma$ . Ces deux méthodes sont équivalentes, aussi bien du point de vue des résultats que du temps de calcul. Toutefois, la seconde s'implémente de façon plus naturelle dans le code LP.

### 5.1.7 Couplage du code MCNL et du code de réflexion

Dans certains modèles le couplage entre une région active o se forme le rayonnement de haute énergie et une structure de matière froide (disque d'accrétion) joue un rôle important. D'une part, la matière froide absorbe le rayonnement de haute énergie et le réémet sous forme de rayonnement thermique. Une partie de ce rayonnement recyclé alimente ainsi le milieu chaud en photons de basse énergie (UV-X mous). Ce recyclage du rayonnement a alors des conséquences importantes (cf. § III.9.2). De plus, la matière froide constitue le support de la composante réfléchie. Pour prendre en compte ces effets, il a été nécessaire de coupler le code *MCNL* au code de réflexion.

On procède alors de la manière suivante.

- Au cours du pas de temps, toutes les LP photons s'échappant de la région active et interceptant la matière froide sont stockées. En particulier on garde en mémoire les coordonnées du point d'impact ainsi que les angles d'incidences.
- Ce n'est qu'en fin de pas de temps que l'on traite la réflexion et le recyclage. Pour cela on passe en revue toutes les LP incidentes sur le disque. Soit  $\epsilon_i$  et  $\omega_i$  l'énergie et le poids d'une LP incidente. On appelle alors la subroutine de

réflexion qui calcule les interactions successives de la LP incidente jusqu'à ce qu'elle émerge du milieu avec une énergie  $\epsilon_r$  ou qu'elle soit absorbée. Si la LP est réfléchiée, l'énergie absorbée par le disque est<sup>4</sup>  $E_{abs} = (\epsilon_i - \epsilon_r)\omega_i$ , si elle est absorbée on a évidemment  $E_{abs} = \epsilon_i\omega_i$ .

- Si la LP est réfléchiée, son énergie a été modifiée par le processus de réflexion, il faut donc calculer son nouveau poids  $\omega_r$ .

On tire un nombre aléatoire  $\eta$  :

- si  $\eta > \frac{\omega_i}{\omega_r}$ , elle est détruite.
  - sinon on utilise la direction de déplacement et la position o elle émerge de la matière pour tester si elle va retourner dans la région active. Si c'est le cas, on la remet dans la distribution des LP de la région active avec l'énergie, le poids et la direction de déplacement calculées par le code de réflexion et au point o elle pénètre dans la région active. Si au contraire, la LP s'échappe, on incrémente le spectre des photons échappés de la valeur  $\omega_r$ .
- On s'occupe ensuite de la fraction recyclée de la LP. On a au préalable calculé, à l'aide de la fonction de pondération, le poids moyen,  $\langle\omega_T\rangle$ , d'une LP issue d'une distribution de Plank dont la température est celle que l'on a fixée pour la matière froide ( $\sim 1$  à 100 eV). On tire alors  $\langle\omega_T\rangle/\omega_i$  LP sur cette distribution de corps noir (cf. § II.6.5.2). Leur direction est tirée de manière semi-isotrope selon la méthode du § II.6.3.2. Parmi ces LP, certaines s'échappent directement, d'autres dont la direction de déplacement traverse la région chaude sont réinjectées dans la distribution au début du pas de temps suivant.

### 5.1.8 Méthode *MCNL* dépendant du temps

La dimension temporelle apparaît naturellement dans la méthode *MCNL*, puisque la variable temps est utilisée pour synchroniser la propagation des particules. Elle permet donc de traiter des problèmes dépendant du temps. Cependant lorsque l'on calcule l'évolution d'un système dépendant du temps, le problème des erreurs statistiques, intrinsèque aux méthodes Monte-Carlo, devient crucial. En effet, pour simuler un système en régime stationnaire il suffit d'intégrer le spectre sur un temps suffisamment long (dans la méthode des LP) ou sur un plus grand nombre de photons (avec la méthode linéaire) pour obtenir une précision suffisante. Dans des simulations dépendant du temps ce n'est plus le cas. Il est nécessaire d'avoir, à tout instant, une bonne représentation du système. Car, une erreur statistique importante à une date

---

<sup>4</sup> On a toujours  $\epsilon_i > \epsilon_r$  puisqu'un photon ne peut que perdre de l'énergie par diffusions Compton sur des électrons froids.

donnée peut avoir des répercussions sur l'évolution ultérieure du système. L'erreur statistique dépend du nombre de LP,  $N_{LP}$ , utilisées pour représenter le système à un instant donné. Grâce à la technique de pondération il n'est pas nécessaire d'utiliser un très grand nombre de LP pour avoir une représentation statistique acceptable des distributions de particules à l'intérieur de la région active (dans les simulations présentées au § III.9.3.2  $N_{LP}$  est de l'ordre de  $10^5$ ). Cependant, le nombre de photons s'échappant de la région active à chaque pas de temps n'est qu'une fraction très faible du nombre total de LP ( $\sim \Delta t N_{LP}$ ). Or, il est également nécessaire d'avoir un pas de temps plus court que dans le cas stationnaire, de sorte que le système n'évolue "pas trop" sur  $\Delta t$  (je l'ai fixé à  $10^{-3}$  en unités  $R/c$ ). Le nombre de LP s'échappant par pas de temps est donc limité à  $\sim 100$  ce qui est insuffisant pour obtenir le spectre "instantané" sur un pas de temps. Et une augmentation du nombre de LP accroît de façon dramatique le temps de calcul. Si l'on veut calculer des courbes de lumière il faut les moyenner sur un intervalle de temps et/ou une gamme en énergie suffisamment grands. Des courbes de lumière moyennées sur  $0.1H/c$  et sur une décade en énergie sont obtenues avec une bonne précision.

Un autre problème associé à la méthode statistique est la détermination des paramètres de température  $kT_e$  et d'épaisseur optique  $\tau_T$  de la LP représentant les électrons thermiques. Il s'agit de calculer la modification de l'énergie thermique  $\Delta E_T$  et de l'épaisseur optique  $\Delta \tau_T$  pendant l'intervalle  $\Delta t$ . Si cela est fait en utilisant les interactions Monte-Carlo qui se sont produites pendant le pas de temps, on obtient des fluctuations statistiques énormes. Pour limiter ces fluctuations, on peut moyenner les variations sur les pas de temps précédents comme Dove et al. (1997) ou utiliser la méthode du réservoir (cf § II.5.1.4). Ces méthodes ne sont rigoureusement exactes que pour un état d'équilibre. Dans des situations dépendant du temps, elles introduisent un temps de relaxation artificiel.

J'ai résolu le problème en calculant  $\Delta E_T$  et  $\Delta \tau_T$  de manière analytique. J'ai calculé le taux d'annihilation thermique par intégration numérique des formules données par Svensson (1982) pour une gamme de température allant de 0 à 5 MeV. J'ai aussi calculé le taux d'échange d'énergie entre un photon d'énergie donnée et une distribution d'électrons de température fixée par effet Compton. J'ai pour cela intégré les formules données par Coppi & Blandford (1990) et les développements en séries de Barbosa (1982). Ces taux de réactions ont été tabulés. Ces tables sont utilisées en début de pas de temps pour calculer les pertes Compton, le taux et l'émissivité d'annihilation en utilisant la distribution de particules qui vient d'être mise à jour.

Par exemple,  $\Delta E_T$  est estimé en évaluant les différents termes de chauffage et de

refroidissement :

$$\Delta E_T = \Delta E_{chauf} + \Delta E_{Comp} + \Delta E_{ann} + \Delta E_{pp} \quad (5.19)$$

o  $\Delta E_{chauf}$  est la quantité d'énergie fournie à la distribution par le processus de chauffage pendant la durée  $\Delta t$  du pas de temps, c'est un paramètre directement relié à la capacité thermique (voir § III.1.3).  $\Delta E_{Comp}$  est l'énergie échangée par diffusions Compton : Par exemple pour la LP photon  $i$  d'énergie  $\epsilon_i$  et de poids  $\omega_i$ . Les tables précalculées permettent de déterminer le taux de d'échange d'énergie,  $d\epsilon_i/dt(\epsilon, kT_e)$ , par diffusion compton avec une population d'électrons ayant une distribution Maxwellienne et une densité unité. On estime l'énergie échangée  $\Delta E_i$  entre les photons représentés par la LP  $i$  et les électrons thermiques par diffusion Compton pendant la durée  $\Delta t$  du pas de temps par :

$$\Delta E_i = f_c \omega_i n_e \frac{d\epsilon_i}{dt} \Delta t \quad (5.20)$$

o  $n_e$  est la densité délectrons.

Par sommation sur tous les LP photons on détermine  $\Delta E_{Comp}$  :

$$\Delta E_{Comp} = \sum_i \Delta E_i \quad (5.21)$$

$\Delta E_{ann}$  est la perte d'énergie due à l'annihilation des paires thermalisées :

$$\Delta E_{ann} = n_+ n_- m_e c^2 \Lambda \Delta t \quad (5.22)$$

o le taux de refroidissement  $\Lambda(kT_e)$  est déterminé à l'aide de nos tables (ou de l'expression approchée I.1.43).

$\Delta E_{pp}$  est l'énergie apportée à la distribution thermique par effet de production de paires. Cette quantité est déterminée en utilisant les événements Monte-Carlo qui se sont produits pendant le pas de temps<sup>5</sup>.

Ces méthodes permettent de limiter les fluctuations statistiques de la température entre deux pas de temps successifs à moins de 1 pour 1000. Cependant les fluctuations de la distribution de photons provoquent des variations de l'ordre 5 % sur des échelles de temps de l'ordre de  $R/c$ . Heureusement, ces oscillations ne se produisent que dans des situations stationnaires, où la température des électrons est la plus sensible aux fluctuations de la distribution des LP photons. Dans des situations hors équilibre, la

---

<sup>5</sup> Par intégration sur la distribution de photons on peut également calculer le taux de production de paires exact, mais cela s'avère très coteux en temps de calcul, alors que les fluctuations statistiques à éliminer sont relativement faibles.

température et l'épaisseur optique sont fortement attirées en direction de l'équilibre et évoluent de manière lisse.

Pour les modèles dans lesquels la source est couplée à un disque froid, le code, dans sa version actuelle, ne prend pas en compte les retards dus au transfert des photons dans le disque. Le temps de recyclage et/ou de réflexion est supposé instantané i.e. inférieur à la durée du pas de temps. La durée du trajet d'un photon dans le disque est proportionnelle à la densité de celui-ci <sup>6</sup>. Le disque étant géométriquement fin, les retards dus au temps de trajet de la lumière sont négligeables par rapport au temps de traversée de la couronne. Pour ce qui est de la composante recyclée, le retard sera essentiellement dû au temps de thermalisation du disque. Cette thermalisation se produit par photoabsorption du photon incident suivie de l'émission d'un photoélectron ou d'un électron Auger. Ces électrons ont une énergie de l'ordre de quelques keV et se thermalisent principalement par interactions Coulombiennes avec les autres électrons. Le temps caractéristique de thermalisation dans un disque autour d'un trou noir stellaire, est donné par Franck et al. (1992) :

$$t \sim 10^{-5} s \left( \frac{E}{10 \text{ keV}} \right)^{5/2} \left( \frac{N}{10^{16} \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1} \left( \frac{kT}{1 \text{ keV}} \right) \quad (5.23)$$

Ce temps est faible devant le temps de traversée de la couronne ( $\sim 1\text{ms}$ )

## 5.2 Validation

### 5.2.1 Effet Compton

Pour tester la Comptonisation, la production et l'annihilation des paires sont supprimées. Les résultats du code LP ont été comparés à ceux fournis par le code linéaire de Comptonisation. Le code linéaire avait lui-même été préalablement validé par comparaison avec les résultats de Podzniakov et al. (1983). Dans ces tests, le bilan énergétique n'était pas considéré, l'épaisseur optique et la température étaient fixées, identiques dans les deux codes. Les spectres émergeant du plasma ainsi que la distribution en énergie et en angle du champ de rayonnement à l'intérieur, sont identiques à quelques pourcents près. Ces tests ont été menés dans le cas où la distribution d'électrons est représentée par le pool thermique, mais aussi en traitant les électrons à l'aide de LP tirées en début de pas de temps sur une distribution fixée (Maxwellienne ou loi de

---

<sup>6</sup> Dans les modèles stationnaires, les formes spectrales réfléchies ne dépendent que de la densité de colonne du disque. Cette densité de colonne est en général supposée infinie (disque optiquement épais). Il n'est donc pas nécessaire de spécifier la densité.



puissance s'étendant à haute énergie), et dans différentes géométries (sphère, cylindre, plans parallèles).

Des comparaisons similaires ont été faites dans le cas des modèles de couronne couplée à un disque (incluant la composante de réflexion). Là encore, un très bon accord a été trouvé.

Dans le cadre des modèles de couronne couplée à un disque (cf. § III.3), la prise en compte du bilan énergétique fournit, pour une épaisseur optique donnée, une température d'équilibre qui peut être comparée aux résultats de la littérature. Poutanen & Svensson (1996), par la méthode *ISM*, trouvent des résultats similaires à 5 % près. Stern et al. (1995b) donnent des températures identiques à celles que j'obtiens jusqu'au dernier chiffre significatif. Les spectres émis sont également en accord.

De plus, la conservation de l'énergie a été testée en vérifiant que l'énergie totale rayonnée par la couronne est égale à la quantité qui y est injectée.

Ces tests valident l'effet Compton, mais également l'architecture générale du code, ainsi que toutes les procédures qui ne dépendent pas spécifiquement du type d'interaction (gestion des LP, traitement de la géométrie...), c'est à dire la majeure partie du code.

### 5.2.2 Annihilation et production des paires

Le taux d'annihilation des paires, ainsi que le spectre des photons produits ont été comparés dans le cas thermique aux formules analytiques données par Svensson (1982) et Svensson et al. (1996), exactes à 0.1 % près. Les différences observées sont au plus de cet ordre, ce qui valide mes calculs.

Le taux de production de paires est plus difficile à tester car il est très sensible à la forme et à l'amplitude du spectre au-delà de  $m_e c^2$ . Les effets angulaires sont également importants. Le taux de production de paires va donc dépendre du découpage en zones de la région active (le champ de rayonnement est moyenné sur ces zones) et du détail du traitement du transfert. Par exemple, si la région active est une sphère divisée en coquilles concentriques, le champ de rayonnement dans les coquilles externes est dominé par les photons se déplaçant vers l'extérieur. Cependant si dans le calcul du taux de réaction, la direction de déplacement des particules cible est utilisé tels quel sans tenir compte de la position dans la coquille, cela revient à calculer le taux de production avec une distribution isotrope du champs radiatif. Si l'on veut faire interagir des LP situées dans des régions opposées de la sphère, il est donc préférable de transformer leur direction ou d'utiliser la base du système de coordonnées sphérique pour représenter les direction de déplacement de ces LP photons.

Le taux de production de paires obtenu par le code MCNL a été comparé à celui calculé de manière analytique en utilisant la distribution des photons donnée par la simulation MCNL. Les deux taux sont identiques aux fluctuations statistiques près.

Cependant, des comparaisons détaillées aux calculs de Stern et al.(1995b) dans le cadre des modèles de couronne couplée à un disque montrent des différences pouvant aller jusqu'à un facteur 3 pour les faibles valeurs de l'épaisseur optique. Ce désaccord dans le taux de production de paires induit des différences sur l'épaisseur optique d'équilibre (et donc la température) pouvant aller jusqu'à 20-30% pour  $\tau < 10^{-2}$  i.e. compacités<sup>7</sup> inférieures à l'unité. Lorsque l'épaisseur optique ou la compacité est plus importante, ou lorsque le plasma est dominé par les électrons, l'impact sur les paramètres d'équilibre est faible dépassant rarement 5 %. Curieusement, dans ce régime, nous trouvons des taux de production de paires identiques à ceux de Dove et al. (1997a) qui utilisent une version améliorée du code de Stern. Je continue malgré tout à rechercher l'origine de ce désaccord.

---

<sup>7</sup> la compacité est proportionnelle à la luminosité de la source (voir partie III)



## 6. TECHNIQUES MONTE-CARLO

### 6.1 Méthodes générales

#### 6.1.1 Nombres pseudo-aléatoires

Soit un ensemble de valeurs indépendantes  $\xi_1, \xi_2, \dots$ , de la variable aléatoire  $\xi$  distribuée uniformément sur l'intervalle  $[0,1]$ . Ces valeurs sont appelées nombres aléatoires.

Les nombres aléatoires sont une abstraction mathématique que les calculateurs sont incapables de produire. A la place de ces vrais nombres aléatoires, on utilise des nombres pseudo-aléatoires, calculés à partir d'algorithmes spécifiques. Ces nombres ne sont donc pas aléatoires au sens usuel du terme, mais ils vérifient un certain nombre de propriétés des vrais nombres aléatoires. Il existe plusieurs procédures utilisées pour obtenir des nombres pseudo-aléatoires dont la plus célèbre est la méthode des résidus. Cette méthode, appelée aussi méthode des congruences ou méthode multiplicative, est la suivante :

On définit une suite d'entiers  $n_k$  tels que :

$$n_k = an_{k-1} \quad \text{mod} \quad m \quad (6.1)$$

o  $a$  et  $m$  sont des réels fixés, de même que  $n_0$  qui est appelé germe.

Notre suite de nombres pseudo-aléatoires est alors définie par :

$$\xi_k = n_k/m \quad (6.2)$$

Dans mes calculs, j'utilise le générateur de nombres aléatoires de la bibliothèque Fortran NAG pour lequel  $n_0 = 1$ ,  $a = 13^{13}$  et  $m = 2^{59}$ .

A partir de ces nombres aléatoires de distribution uniforme dans  $[0, 1]$ , il est possible de modéliser des valeurs d'une variable aléatoire ayant une fonction de distribution plus complexe. Je présente ici, brièvement, les méthodes générales que j'ai utilisées.

### 6.1.2 Méthode de la fonction inverse

Supposons que l'on veuille engendrer des nombres pseudo-aléatoires  $\eta$  ayant la distribution  $f(x)$  sur un intervalle  $[a, b]$ ,  $a$  et/ou  $b$  pouvant être infinis. Autrement dit  $\eta$  a une probabilité  $f(x)dx$  de se trouver dans l'intervalle  $[x, x + dx]$ . La fonction de répartition de  $f(x)$  est définie par :

$$F(x) = P(\eta < x) = \int_a^x f(u)du \quad (6.3)$$

Si  $F$  est strictement croissante sur  $[a, b]$ , on peut définir sa fonction inverse  $G$  :

$$x = G(y) \iff y = F(x) \quad (6.4)$$

Si  $\xi$  est une variable aléatoire uniformément distribuée sur  $[a, b]$ ,  $\eta = G(\xi)$  définit une variable aléatoire ayant la fonction de répartition  $F$ , en effet :

$$P(\eta < x) = P(G(\xi) < x) = P(\xi < F(x)) = F(x) \quad (6.5)$$

Un cas particulier de la méthode de la fonction inverse est la technique suivante pour modéliser des variables aléatoires discrètes. Supposons que nous ayons besoin des valeurs d'une variable aléatoire  $\eta$  dont les valeurs sont dans un ensemble fini ou infini  $\{x_1, \dots, x_m, \dots\}$  avec la probabilité  $p_m = P(\eta = x_m)$ , avec évidemment  $\sum p_m = 1$ . On peut montrer que dans ce cas la relation  $\eta = G(\xi)$  devient :

$$\eta = x_1 \quad \text{si} \quad \xi < p_1 \quad (6.6)$$

$$\eta = x_m \quad \text{si} \quad p_{m-1} < \xi < p_m \quad (6.7)$$

### 6.1.3 Méthode de superposition

Supposons que nous souhaitons obtenir des valeurs d'une variable aléatoire  $\eta$  dont la fonction de répartition puisse se mettre sous la forme d'une superposition de fonctions de répartition  $F_m$  :

$$F(x) = \sum_m c_m F_m(x) \quad (6.8)$$

o tous les coefficients  $c_m$  sont strictement positifs et  $\sum c_m = 1$ . Le nombre de termes peut être fini ou infini.

Soit  $G_m$  la fonction inverse de  $F_m$  et  $\alpha$  un nombre aléatoire qui peut prendre les valeurs entières  $\alpha = 1, 2, \dots$  avec les probabilités  $P(\alpha = m) = c_m$ . La procédure de tirage de valeurs de  $\eta$  est alors la suivante :

On tire deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$ , et en utilisant  $\xi_1$ , on tire  $\alpha$ . A partir de  $\xi_2$  on trouve la valeur de  $\eta = G_\alpha(\xi_2)$ .  $\eta$  possède la fonction de répartition requise puisque :

$$P(\eta < x) = \sum_m P(\eta < x | \alpha = m) P(\alpha = m) = \sum_m F_m c_m = F(x) \quad (6.9)$$

#### 6.1.4 Fonctions de modélisation multidimensionnelles : distribution gamma

On peut parfois simuler une variable aléatoire en utilisant des fonctions de modélisations à plusieurs variables :  $\eta = g(\xi_1, \xi_2)$ ,  $\eta = g(\xi_1, \xi_2, \xi_3), \dots$

En fait, la méthode de superposition n'est autre que l'utilisation d'une fonction de modélisation du type  $\eta = g(\xi_1, \xi_2)$ . Cependant il y a peu de méthodes générales et nous nous limiterons à un cas particulier que j'ai utilisé : la modélisation d'une fonction gamma. Une variable aléatoire suit une distribution gamma si sa densité de probabilité peut s'écrire sous la forme :

$$p(x) = \frac{a^m}{\Gamma(m)} x^{m-1} \exp(-ax), \quad 0 < x < \infty \quad (6.10)$$

Pour  $m = n$  entier, les valeurs de  $x$  peuvent être simulées par (Podznyakov et al., 1983) :

$$\eta = -\ln(\xi_1 \dots \xi_n). \quad (6.11)$$

Alors que pour  $m$  demi entier  $m = n + 1/2$  :

$$\eta = -\frac{\ln(\xi_1 \dots \xi_n) + \sin^2(2\pi\xi_{n+2}) \ln \xi_{n+1}}{a}. \quad (6.12)$$

#### 6.1.5 Méthode du rejet de Von Neumann

Lorsque la fonction de répartition  $F$  n'a pas d'expression analytique, on peut éviter de la calculer numériquement en utilisant d'autres méthodes telles que la méthode de réjection due à Von Neumann. Il existe selon les cas plusieurs variantes de cette méthode. L'algorithme que nous présentons ici est appelé méthode du rejet de Von Neumann généralisée.

Supposons que la densité de probabilité  $f$  soit bornée sur  $[a, b]$  et que l'on puisse la mettre sous la forme suivante :

$$f(x) = k f_1(x) g(x) \quad (6.13)$$

où  $k$  est une constante,  $g$  une fonction telle que  $0 < g(x) \leq 1$ , et  $f_1$  la densité de probabilité d'une variable aléatoire auxiliaire  $\eta'$  que l'on sait simuler.

- On tire  $\eta'$ , par exemple par la méthode de la fonction inverse.
- Indépendamment, on tire un nombre pseudo-aléatoire  $\xi'$  sur une distribution uniforme dans  $[0,1]$ .
- Si  $\xi' < g(\eta')$ , on pose  $\eta = \eta'$ , sinon on tire d'autres valeurs  $\eta'$  et  $\xi'$ , jusqu'à ce que cette condition soit vérifiée.

Les valeurs de  $\eta$  ainsi calculées suivent la distribution  $f(x)$ . En effet, à chaque tirage du couple  $(\eta', \xi')$ , par définition,  $\eta'$  a une probabilité  $f_1(x)dx$  de se trouver entre  $f(x)$  et  $f(x) + dx$ . Si c'est le cas,  $\xi'$  a une probabilité  $g(x) = g(\eta')$  d'être inférieur à  $g(\eta')$ . La probabilité d'avoir à la fois  $x \leq \eta' \leq x + dx$  et  $\xi' < g(\eta')$  est donc  $f_1(x)g(x)dx$ .

La probabilité totale de sélectionner  $\eta = \eta'$  est donc :

$$\epsilon = P(\xi' < g(\eta')) = \int_a^b f_1(x)g(x)dx = \frac{1}{k} \quad (6.14)$$

et la probabilité pour  $\eta$  de se trouver entre  $x$  et  $x + dx$  est, comme requis :

$$P(\eta' \in ([x, x + dx])) = \frac{f_1(x)g(x)}{\epsilon}dx = kf_1(x)g(x)dx \quad (6.15)$$

$\epsilon$  est appelé efficacité de la méthode car le nombre moyen d'itérations nécessaires avant de sélectionner  $\eta$  est  $1/\epsilon$ .

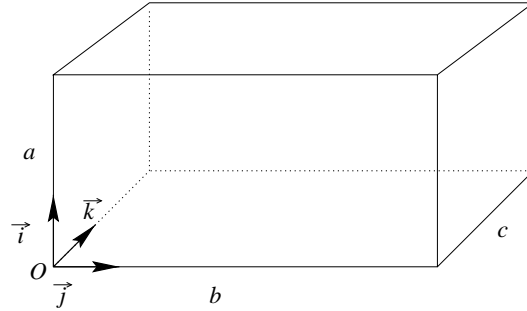
## 6.2 Tirage uniforme d'une position dans un volume

Il est souvent utile de déterminer la position d'une particule dans un milieu homogène. Il faut pour cela être capable de tirer une position définie par le vecteur  $\vec{r}$ , de sorte que toutes les positions comprises dans le volume de simulation soient équiprobables. La technique utilisée dépendra essentiellement de la forme de la région à simuler.

### 6.2.1 Tirage uniforme dans un parallélépipède rectangle

Le cas le plus simple, est celui d'un parallélépipède rectangle. Ce volume définit un système de coordonnées  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  comme indiqué sur la figure 6.1.  $a, b$  et  $c$  sont les dimensions du parallélépipède selon les directions respectives  $\vec{i}, \vec{j}$  et  $\vec{k}$ . Les composantes  $(x, y, z)$  de  $\vec{r}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ont des distributions uniformes. Il suffit de tirer trois nombres aléatoires  $\eta_i, \eta_j, \eta_k$ . Les coordonnées de  $\vec{r}$  sont alors données par :

$$x = \eta_i a \quad (6.16)$$



**Fig. 6.1:** Parallélépipède rectangle définissant le système de coordonnées  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$y = \eta_j b \quad (6.17)$$

$$z = \eta_k c \quad (6.18)$$

### 6.2.2 Tirage uniforme dans une sphère

Dans le cas d'une sphère de rayon  $R$ , il est beaucoup plus simple de passer par les coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ .

La probabilité d'avoir la coordonnée radiale  $r$  comprise entre  $r$  et  $r + dr$  est proportionnelle au volume compris entre ces bornes, sa fonction de répartition étant :

$$F(r') = P(r < r') = \frac{r^3}{R^3} \quad (6.19)$$

Par la méthode de la fonction inverse, il suffit de tirer un nombre aléatoire  $\eta$ .  $r$  est alors donné par :

$$r = \eta^{1/3} R \quad (6.20)$$

Les coordonnées angulaires  $\theta$  et  $\phi$  sont alors déterminées par un tirage sur des directions isotropes (cf. § II.6.3.1).

### 6.2.3 Tirage uniforme dans un cylindre

Pour un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $H$ , on utilise les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . La direction  $Oz$  est selon l'axe du cylindre. L'origine du système est localisée sur une des bases du cylindre. La distribution des points  $\vec{r}$  est donnée dans ce système de coordonnées par :

$$P(r, \theta, z) dr d\theta dz = \frac{2r dr}{R^2} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{dz}{H} \quad (6.21)$$



Les trois variables  $r$ ,  $\theta$  et  $z$  sont indépendantes, on va donc pouvoir les simuler séparément. La coordonnée radiale  $r$  possède la fonction de répartition suivante :

$$F(r) = P(r < R) = \frac{r^2}{R^2} \quad (6.22)$$

$r$  est déterminé par inversion de cette fonction. Pour un nombre aléatoire  $\eta$  :

$$r = \eta^{1/2} R \quad (6.23)$$

Les coordonnées  $\theta$  et  $z$  sont uniformément distribuées. Pour deux nombres aléatoires  $\eta'$  et  $\eta''$  :

$$\theta = 2\pi\eta' \quad (6.24)$$

$$z = \eta'' H \quad (6.25)$$

## 6.2.4 Autres géométries

Par des méthodes simples similaires à celles utilisées pour les parallélépipèdes, les sphères et les cylindres, on peut simuler des distributions homogènes en volume ou sur la surface pour diverses formes géométriques (cônes, coquilles sphériques ou cylindriques). Par composition, on peut également simuler des distributions sur des géométries constituées de plusieurs de ces éléments.

## 6.3 Simuler une direction

### 6.3.1 Direction isotrope

Le problème consiste à tirer les composantes  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$  et  $\Omega_z$  d'un vecteur normalisé  $\vec{\Omega}$  dont la distribution est isotrope. Il est considérablement simplifié par passage aux coordonnées sphériques :

$$\Omega_z = \mu \quad (6.26)$$

$$\Omega_x = \sqrt{1 - \mu^2} \cos \phi \quad (6.27)$$

$$\Omega_y = \sqrt{1 - \mu^2} \sin \phi \quad (6.28)$$

o  $\mu = \cos \theta$ ,  $\theta$  est compris entre 0 et  $\pi$ ,  $\phi$  entre 0 et  $2\pi$ . La probabilité d'avoir  $\vec{\Omega}$  entre  $\vec{\Omega} + d\vec{\Omega}$  est :

$$p(\vec{\Omega}) d\vec{\Omega} = \frac{d\vec{\Omega}}{4\pi} = \frac{d\mu d\phi}{2 \cdot 2\pi} \quad (6.29)$$

Les variables indépendantes  $\mu$  et  $\phi$  ont une distribution uniforme. Il suffit donc de tirer deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$  :

$$\mu = 2\xi_1 - 1 \quad (6.30)$$

$$\phi = 2\pi\xi_2 \quad (6.31)$$

On peut ensuite revenir aux coordonnées cartésiennes grâce aux Eq. 6.28.

### 6.3.2 Surface émettant de manière isotrope

Soit un élément de surface  $dS$  émettant de façon isotrope vers le demi espace défini par la direction de  $\vec{n}$  normale à  $dS$ . Le flux qui la traverse dans une direction  $\vec{\Omega}$  est :

$$dF = I_o \vec{\Omega} \cdot \vec{n} d\vec{\Omega} = I_o \mu d\mu d\phi \quad (6.32)$$

o  $\mu = \cos \theta$ , et  $\theta$  et  $\phi$  sont les coordonnées sphériques usuelles dans un repère o l'axe  $Oz$  est selon  $\vec{n}$ .  $I_o$  est l'intensité spécifique au niveau de la surface qui est une constante pour les directions  $\mu \geq 0$ , nulle pour les autres directions.

La probabilité pour un photon d'être émis dans une direction comprise entre  $\vec{\Omega}$  entre  $\vec{\Omega} + d\vec{\Omega}$  est donc :

$$p(\vec{\Omega}) d\vec{\Omega} = \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{n} d\vec{\Omega}}{4\pi} = 2\mu d\mu \frac{d\phi}{2\pi} \quad (6.33)$$

Bien que l'émission soit isotrope, cette expression est différente de l'Eq. 6.29 du fait de l'effet de surface <sup>1</sup>. Cependant les variables  $\mu$  et  $\theta$  demeurent indépendantes et peuvent être simulées en tirant deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$  :

$$\mu = \sqrt{\xi_1} \quad (6.34)$$

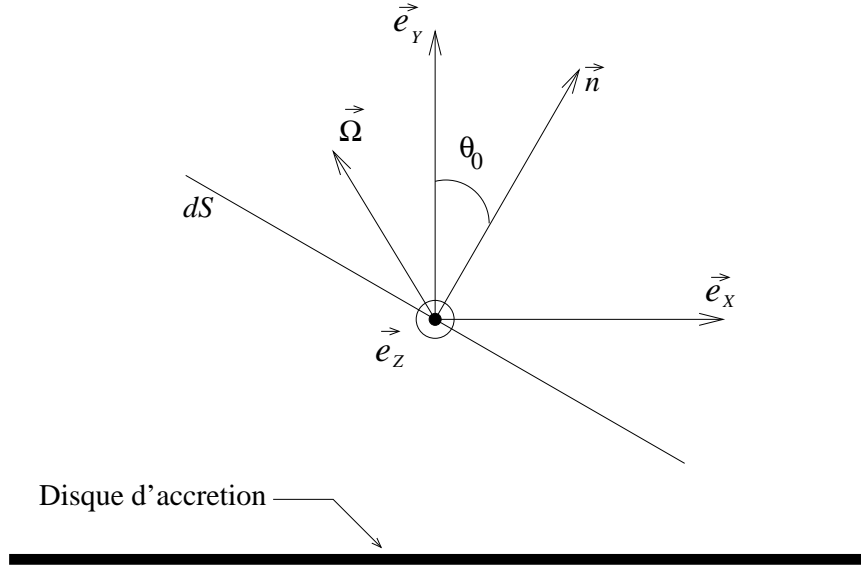
$$\phi = 2\pi\xi_2 \quad (6.35)$$

Cette méthode peut par exemple être utilisée pour simuler l'émission isotrope d'un disque.

## 6.4 Flux entrant dans un volume éclairé par un plan infini

Lorsque une région active est localisée au-dessus d'un disque infini émettant avec un émissivité isotrope et uniforme, il est utile de pouvoir simuler l'irradiation de cette région. Nous allons commencer par calculer le flux à travers un élément de surface ayant une inclinaison  $\theta_0$  par rapport à la normale au disque.

<sup>1</sup> Je remercie P. Jean d'avoir attiré mon attention sur ce problème.



**Fig. 6.2:** Élément de surface  $dS$  traversé par le flux issu du disque d'accrétion et possédant une inclinaison  $\theta_0$  par rapport à la normale ( $\vec{e}_y$ ) au disque

### 6.4.1 Flux à travers un élément de surface

On considère l'élément de surface  $dS$  dirigé par le vecteur  $\vec{n}$  (cf. Fig. 6.2), l'élément de flux dans une direction donnée par le vecteur unité  $\vec{\Omega}$  est :

$$dF(\vec{\Omega}) = I(\Omega)\vec{\Omega} \cdot \vec{n} d\vec{\Omega} \quad (6.36)$$

Puisque l'émissivité du disque est isotrope :

si  $\vec{\Omega} \cdot \vec{n} > 0$  et  $\vec{\Omega} \cdot \vec{e}_y > 0$  alors  $I(\Omega) = I_o$ ,

sinon  $I(\Omega) = 0$ .

Dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  on peut décomposer  $\vec{\Omega}$  en utilisant les coordonnées sphériques( $\psi, \phi$ ) :

$$\vec{\Omega} = \sin \psi \cos \phi \vec{e}_x + \sin \psi \sin \phi \vec{e}_y + \cos \psi \vec{e}_z \quad (6.37)$$

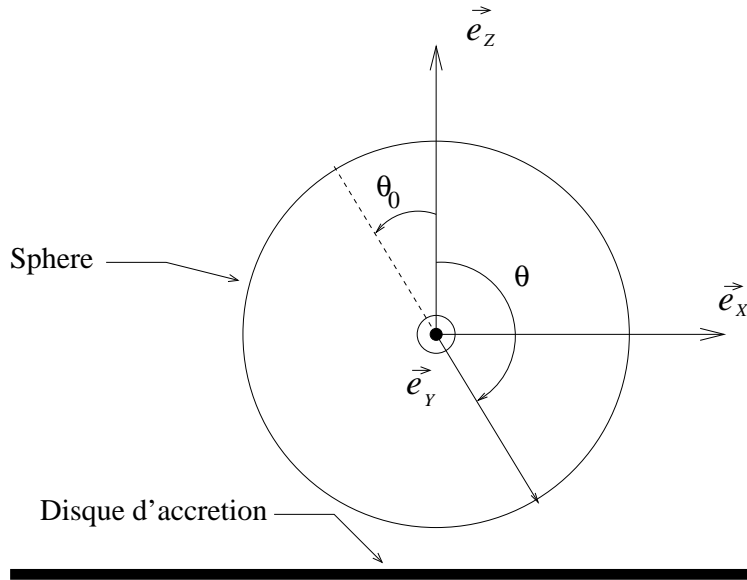
$$\vec{n} = \sin \theta_0 \vec{e}_x + \cos \theta_0 \vec{e}_y \quad (6.38)$$

Le flux total intégré sur toutes les directions est donc :

$$F = I_o \int_0^{\pi-\theta_0} (\sin \theta_0 \cos \phi + \cos \theta_0 \sin \phi) d\phi \int_0^\pi \sin^2 \psi d\psi \quad (6.39)$$

L'intégration de cette relation donne :

$$dF = I_o \frac{\pi}{2} (\cos \theta_0 + 1) dS \quad (6.40)$$



**Fig. 6.3:** Sphère traversée par le flux issu du disque d'accrétion

Cette expression permet par intégration sur  $\theta_0$  d'obtenir le flux entrant sur un volume quelconque. D'après Eq. 6.40, la probabilité pour le photon de tomber sur l'élément de surface  $dS$  caractérisé par une inclinaison  $\theta_0$  est :

$$P(M)dS = \frac{(\cos \theta_0 + 1)}{\int_S (\cos \theta_0 + 1)dS} dS \quad (6.41)$$

### 6.4.2 Cas d'une sphère

Dans le cas d'une sphère le point d'entrée peut être paramétré par les angles sphériques  $\theta = \pi - \theta_0$  et  $\phi$  (voir figure 6.3), de sorte que la densité de probabilité pour un photon d'entrer au point de coordonnées  $(\theta, \phi)$  est donnée par :

$$P(\theta, \phi) = (1 - \cos \theta) \frac{d \cos \theta}{2} \frac{d\phi}{2\pi} \quad (6.42)$$

Les variables  $\phi$  et  $\theta$  étant indépendantes on peut simuler  $\theta$  par inversion de la fonction de répartition :

$$F(\theta) = \frac{1}{4} (4 - (1 - \cos \theta)^2) \quad (6.43)$$

La variable aléatoire  $\phi$  possède une distribution de probabilités uniforme. On tire deux nombres aléatoires  $\eta$  et  $\eta'$ ,  $\theta$  et  $\phi$  sont alors données par les relations :

$$\cos \theta = 1 - 2\eta^{1/2} \quad (6.44)$$

$$\phi = 2\pi\eta' \quad (6.45)$$

### 6.4.3 Cas d'un cylindre vertical

On souhaite simuler le point d'entrée  $(r, \theta, z)$  en coordonnées cylindriques d'un photon dans un cylindre dont l'axe est normal au plan du disque et parallèle à l'axe  $(Oz)$ , l'origine étant localisée au centre de la base inférieure du cylindre (la plus proche du disque d'accrétion). Le cylindre est localisé à une certaine hauteur au-dessus du disque d'accrétion : D'après Eq. 6.40, cette géométrie est simple à traiter car l'angle  $\theta_0$  ne peut prendre que trois valeurs :  $0$ ,  $\pi/2$  ou  $\pi$  selon que l'on considère la base inférieure du cylindre, sa surface latérale ou sa base supérieure. Le photon ne pouvant entrer par la surface supérieure (opposée au disque), il suffit de calculer les probabilités  $P_B$  et  $P_C$  respectivement d'entrer par la base inférieure ou par le côté :

$$P_B = \frac{R}{H + R} \quad (6.46)$$

$$P_C = \frac{H}{H + R} \quad (6.47)$$

$$(6.48)$$

Pour savoir laquelle de ces deux possibilités se réalise on tire un nombre aléatoire  $\zeta$  et on teste la condition  $\zeta < P_B$ .

- Si elle est réalisée le photon entre par la base et on tire sa position de manière homogène sur le disque de base à l'aide de deux nombres aléatoires  $\eta$  et  $\eta'$  :

$$r = \eta^{1/2} R \quad (6.49)$$

$$\theta = 2\pi\eta' \quad (6.50)$$

$$z = 0 \quad (6.51)$$

$$(6.52)$$

- sinon, le photon entre par la surface latérale et le tirage des coordonnées s'effectue de manière uniforme :

$$r = R \quad (6.53)$$

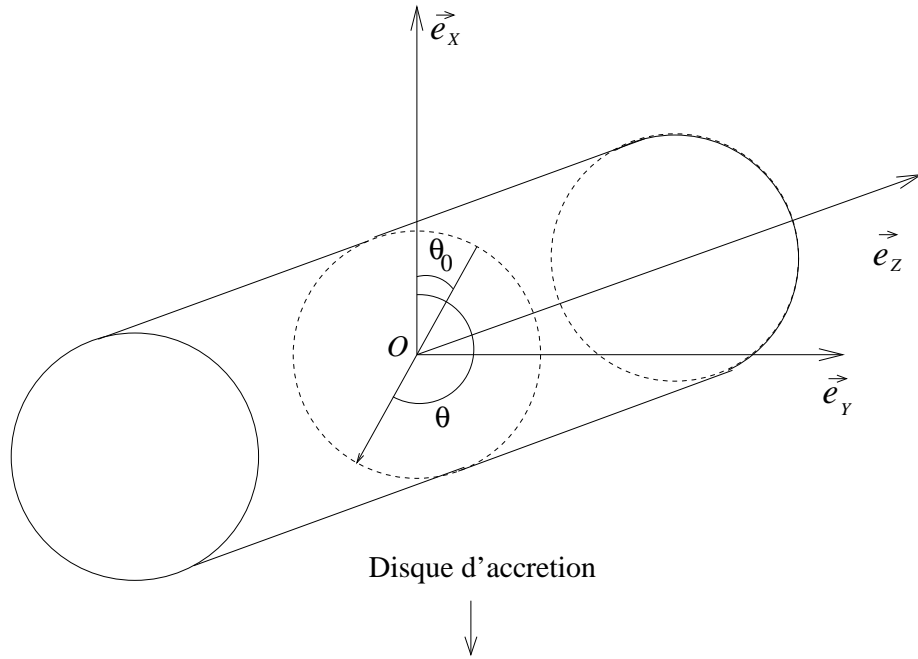
$$\theta = 2\pi\eta \quad (6.54)$$

$$z = \eta' H \quad (6.55)$$

$$(6.56)$$

### 6.4.4 Cas d'un cylindre horizontal

On considère un cylindre de hauteur  $H$  et de rayon  $R$ . On utilise les coordonnées cylindriques où l'axe  $(Oz)$  est confondu avec celui du cylindre et parallèle au plan du



**Fig. 6.4:** Cylindre horizontal traversé par le flux issu du disque d'accrétion qui est coplanaire avec les vecteurs  $\vec{e}_y$  et  $\vec{e}_z$

disque. L'origine est au centre du cylindre (cf. Fig. 6.4). De même que précédemment, on calcule les probabilités  $P_B$  et  $P_C$  pour que le photon pénètre dans le cylindre respectivement, par l'une des bases ou par le côté. On trouve ces probabilités identiques à celles de l'Eq. 6.48.

Par tirage aléatoire sur ces probabilités, on décide si le point d'impact se situe sur une des deux bases ou sur la surface latérale. On tire ensuite 3 nombres aléatoires  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\eta''$ . On procède comme suit selon que le photon tombe

- sur la surface latérale :
  - $r = R$
  - on détermine  $\theta_0$  défini par la relation  $\theta_0 + \sin \theta_0 = \eta\pi$
  - si  $\eta' < 1/2$  on pose  $\theta = \theta_0 + \pi$  sinon  $\theta = \pi - \theta_0$  ( $\theta_0$  est défini entre 0 et  $\pi$  et  $\theta$  entre 0 et  $2\pi$ , cf. figure 6.4.
  - $z = (2\eta'' - 1)H$
- sur une des bases :
  - $r = \eta^{1/2}R$
  - $\theta = 2\pi\eta'$
  - si  $\eta'' < 1/2$  on fixe  $z = -H/2$  sinon  $z = H/2$

### 6.4.5 Direction de déplacement des photons

Une fois que le point d'entrée du photon est déterminé, il faut simuler sa direction de propagation. L'intensité spécifique au niveau de la surface possède la dépendance angulaire simple décrite au § II.6.4.1. Pour simuler cette distribution on procède la manière suivante :

- On tire une direction sur une distribution semi-isotrope selon la méthode décrite au § II.6.3.2.
- Le système de coordonnées utilisé dans ce tirage est relatif à la normale de la surface au point d'entrée dans la région de simulation. Il faut donc transformer les coordonnées afin de revenir aux coordonnées cartésiennes globales.
- Enfin, les directions faisant un angle de plus de  $\pi/2$  avec la normale du disque sont exclues puisque le photon est sensé provenir du disque. On rejette donc les tirages qui nous donne un tel résultat, jusqu'à obtenir une direction cohérente.

## 6.5 Simulation d'une distribution de particules

### 6.5.1 Distribution en loi de puissance avec coupure exponentielle

Supposons que l'on ait à simuler une distribution de particules dont la distribution des facteurs de Lorentz possède la forme suivante :

$$N(\gamma) \propto \gamma^{-s} \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{\gamma_c} \right)^\beta \right] \quad (6.57)$$

pour  $\gamma > \gamma_{min}$ ,  $s > 1$  et  $\beta > 0$ .

La densité de probabilité associée à cette distribution peut s'écrire ainsi :

$$p(\gamma) = k p_{lp}(\gamma) g(\gamma), \quad (6.58)$$

o  $p_{lp}$  correspond à une distribution en loi de puissance :

$$p_{lp} = \frac{s-1}{\gamma_{min}} \left( \frac{\gamma}{\gamma_{min}} \right)^{-s}. \quad (6.59)$$

La fonction de répartition associée à  $p_{lp}$  est :

$$F(\gamma) = \left( \frac{\gamma}{\gamma_{min}} \right)^{1-s}. \quad (6.60)$$

$k$  est une constante et  $g(\gamma)$  est une fonction bornée :

$$g(\gamma) \propto \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{\gamma_c} \right)^\beta \right], \quad (6.61)$$

qui possède un maximum en  $\gamma = \gamma_{min}$ . On va donc utiliser une méthode de réjection :

- On tire deux nombres aléatoire  $\zeta$  et  $\zeta'$ .
- On détermine  $\gamma'$  par inversion de la fonction de répartition :

$$\gamma' = \gamma_{min} \zeta^{1/(1-s)} \quad (6.62)$$

- Si  $g(\gamma') < \zeta' g(\gamma_{min})$  on pose  $\gamma = \gamma'$ , sinon on recommence.

### 6.5.2 Corps noir

On considère un photon issu d'un rayonnement thermique de température  $T_r$ , son énergie  $\epsilon$  suit une densité de probabilité qui est donnée par la distribution de Planck :

$$p(\epsilon) = \frac{1}{2\zeta(3)} \frac{b^3 \epsilon^2}{\exp b\epsilon - 1}, \quad (6.63)$$

o  $b = 1/kT_r$  et

$$\zeta(3) = \sum_{m=1}^{\infty} m^{-3} \sim 1.202$$

est la fonction zeta de Riemann.

Pour simuler cette distribution on applique une méthode décrite dans Pozdnyakov et al. (1983).

Le terme  $(e^{b\epsilon} - 1)^{-1}$  se développe en puissances de  $e^{-b\epsilon}$ . En introduisant les densités de probabilité normalisées  $p_m(\epsilon)$  :

$$p_m(\epsilon) = \frac{1}{2} m^3 b^3 \epsilon^2 e^{-mb\epsilon}, \quad (6.64)$$

nous pouvons écrire ce développement sous la forme :

$$p(\epsilon) = (1.202)^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} m^{-3} p_m(\epsilon). \quad (6.65)$$

Cette expression montre que  $p(\epsilon)$  peut être facilement modélisée par la méthode de superposition (cf. § 6.1.3) : chacune des densités de probabilité  $p_m(\epsilon)$  représente une fonction gamma et peut être modélisée par la formule 6.1.4.



Pour tirer une valeur de l'énergie  $\epsilon = h\nu$ , on tire quatre nombres aléatoires  $\xi_1, \dots, \xi_4$ . A partir de  $\xi_1$ , nous définissons un nombre aléatoire  $\alpha$  tel que :

$$\begin{aligned} \alpha = 1 & \quad \text{si} \quad (1.202)^{-1}\xi_1 < 1 \\ \alpha = m & \quad \text{si} \quad \sum_{j=1}^{m-1} j^{-3} \leq 1.202\xi_1 \leq \sum_{j=1}^m j^{-3} \end{aligned}$$

o  $m = 2, 3, \dots$ , on a alors :

$$h\nu = -\frac{kT_r}{\alpha} \ln(\xi_2\xi_3\xi_4) \quad (6.66)$$

### 6.5.3 Maxwellienne relativiste

La probabilité de trouver un électron thermique avec un moment cinétique compris entre  $\vec{p}$  et  $\vec{p} + d\vec{p}$ , est donnée par la distribution de Maxwell relativiste :

$$N(\vec{p})d\vec{p} \propto \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}}{kT_e}\right) d\vec{p} \quad (6.67)$$

Pour modéliser cette distribution, nous allons, ici encore, utiliser les méthodes de Pozdnyakov et al. (1983). Ces techniques utilisent des méthodes de réjection (cf. § 6.1.5).

#### Cas des températures élevées

Dans ce cas, on utilise comme variable aléatoire le moment cinétique normalisé  $\eta = p/mc$ . La densité de probabilité peut se mettre sous la forme :

$$p(x) = 2n^3 B_2 p_{\eta'}(x) g(x), \quad (6.68)$$

o

$$p_{\eta'}(x) = \frac{x^2 e^{-x/n}}{2n^3} \quad (6.69)$$

$$g(x) = \exp\left[-\frac{1}{n}(\sqrt{1+x^2} - x)\right] \quad (6.70)$$

avec  $n = \frac{kT_e}{mc^2}$ .

La densité de probabilité  $p_{\eta'}(x)$  correspond à une distribution gamma avec  $m = 3$  et le facteur  $g(x)$  est borné :  $0 \leq g(x) \leq 1$ . On peut donc appliquer la méthode de réjection :

On tire quatre nombres aléatoires  $\xi_1, \dots, \xi_4$ .

On calcule les quantités  $\eta'' = -n \ln(\xi_1 \xi_2 \xi_3)$  et  $\eta' = -n \ln(\xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4)$

Si le critère  $\eta'' - \eta' > 1$  est vérifié, on pose  $\eta = \eta'$ , sinon on tire quatre nouveaux nombres aléatoires.

L'efficacité  $\epsilon$  de la méthode croît avec  $n$  et tend vers 1 pour  $n$  infini. Par contre, elle tend rapidement vers 0 lorsque  $n$  est petit. Pour  $n = 1$ , elle vaut 0.81, pour  $n = 0.29$ ,  $\epsilon = 0.21$ , et ne vaut plus que 0.001 pour  $n = 0.1$ . De sorte que pour les basses températures nous devons utiliser une méthode plus efficace.

### Cas des basses températures

La procédure que nous allons décrire ici est valable pour des températures inférieures à  $kT_e = 150$  keV ( $n < 0.29$ ). La variable aléatoire utilisée dans ce cas est l'énergie cinétique réduite :

$$\zeta = \frac{\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} - mc^2}{kT_e} \quad (6.71)$$

La densité de probabilité peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$p_\zeta(z) = k p_{\zeta'}(z) g(z), \quad (6.72)$$

o

$$k = \frac{9\sqrt{2n}}{2e^{1/2}} B_2 n e^{-1/n} \quad (6.73)$$

$$p_{\zeta'}(z) = \frac{2}{3} e^{-2z/3} \quad (6.74)$$

$$g(z) = \frac{e^{1/2}}{3\sqrt{2n}} \sqrt{2nz + n^2 z^2} (1 + nz) e^{-z/3} \quad (6.75)$$

Ceci permet d'appliquer la réjection de Von Neumann. En effet, on peut montrer que pour  $n \leq 2/7$ , le facteur  $g(z)$  vérifie  $0 \leq g(z) \leq 1$ .

On tire alors deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$ , on calcule la quantité auxiliaire

$\zeta' = -3/2 \ln \xi_1$ . Puis, si  $\xi_2 < g(\zeta')$ , on pose  $\zeta = \zeta'$ , sinon on recommence.

L'efficacité de la méthode est de 0.52 pour  $n=0.29$  et décroît avec  $n$ . En  $n = 0$ , elle est de 0.33.

## 6.6 Simulation des interactions

### 6.6.1 Diffusion Compton

Je rappelle ici la méthode proposée par Pozdniakov et al. (1983) pour simuler une interaction Compton.

Considérons un photon d'énergie  $h\nu$  se déplaçant dans une direction  $\vec{\Omega}$  qui subit une diffusion Compton par un électron d'énergie  $\epsilon$  se déplaçant dans une direction  $\vec{u}$ . Il s'agit de simuler la distribution de probabilités de direction (et d'énergie) de sortie du photon. Les paramètres de sortie de l'électron sont ensuite aisément déduits par la conservation du quadrivecteur énergie-impulsion du système photon-électron au cours de la diffusion. La distribution à simuler est donc la section efficace différentielle de diffusion Compton donnée par Eq. I.1.10. Les angles de diffusion définis au § I.1.1.1 sont relatifs à la direction  $\vec{u}$  de l'électron. Il est donc pratique de se placer dans une base orthonormée  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  relative à la vitesse de l'électron. Par exemple si  $\vec{u}$  se décompose dans la base fixe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  sous la forme :

$$\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}, \quad \text{avec } r^2 = a^2 + b^2 > 0, \quad (6.76)$$

on peut choisir  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  tels que :

$$\vec{v} = (b\vec{i} - a\vec{j})/r, \quad \vec{w} = (ac\vec{i} + bc\vec{j} - r^2\vec{k})/r. \quad (6.77)$$

La direction  $\vec{\Omega}'$  du photon diffusé s'écrit dans cette base :

$$\vec{\Omega}' = \mu'\vec{u} + \sqrt{1 - \mu'^2}(\cos\phi'\vec{v} + \sin\phi'\vec{w}) \quad (6.78)$$

o  $\phi'$  est l'angle azimuthal après diffusion mesuré à partir de la direction  $\vec{v}$  dans un plan perpendiculaire à  $\vec{u}$ . En substituant  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  dans l'équation précédente, on peut obtenir les coordonnées du vecteur  $\vec{\Omega}'$  dans la base fixe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

La densité de probabilité des variables aléatoires  $\mu'$  et  $\phi'$  est donnée par  $p(\mu', \phi') = \sigma^{-1}d\sigma/d\vec{\Omega}'$ . On peut montrer que cette densité de probabilité peut s'écrire, avec les notations du § I.1.1.1, sous la forme suivante :

$$p(\mu', \phi') = kp_1(\mu', \phi')Y \quad (6.79)$$

avec

$$p_1(\mu', \phi') = [4\pi\gamma^2(1 - \mu'\beta)^2]^{-1}, \quad (6.80)$$

$$Y = \left(\frac{x'}{x}\right)^2 \frac{X}{2} \leq 1 \quad (6.81)$$

et  $k = 4\pi r_e^2/\sigma(x)$  est indépendant de  $\mu'$  et  $\phi'$ .

On peut donc appliquer la méthode du rejet :

- 1 La méthode de la fonction inverse permet de simuler la densité de probabilité  $p_1(\mu', \phi')$ . On tire deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$  et on calcule les quantités auxiliaires  $\mu'_1$  et  $\phi'_1$  :

$$\mu'_1 = \frac{\beta + 2\xi_1 - 1}{1 + \beta(2\xi_1 - 1)}, \quad \phi'_1 = 2\pi\xi_2 \quad (6.82)$$

2 On calcule ensuite les composante de  $\vec{\Omega}'$ , l'angle de diffusion  $\vec{\Omega}.\vec{\Omega}'$  ainsi que le rapport :

$$\frac{x'}{x} = \left[ 1 + \frac{h\nu(1 - \vec{\Omega}.\vec{\Omega}')}{\gamma mc^2(1 - \mu'\beta)} \right] \quad (6.83)$$

et enfin  $Y$ .

3 On tire ensuite un troisième nombre aléatoire  $\xi_3$ , et on teste la condition de sélection  $\xi_3 < Y$ .

4 Si elle est satisfaite, on pose  $\mu' = \mu'_1$ ,  $\phi' = \phi'_1$ . L'énergie du photon diffusé est alors donnée par :

$$h\nu' = \frac{x'}{2\gamma(1 - \mu'\beta)} mc^2 \quad (6.84)$$

5 Si la condition n'est pas vérifiée on recommence à la première étape.

### 6.6.2 Création d'une paire $e^+/e^-$ par effet photon-photon

On considère l'interaction de deux photons d'énergie réduite  $\omega_1 = h\nu_1/mc^2$  et  $\omega_2 = h\nu_2/mc^2$  se déplaçant dans les directions respectives  $\vec{\Omega}_1$  et  $\vec{\Omega}_2$ . Cette interaction conduit à la création d'une paire constituée d'un électron de facteur de Lorentz  $\gamma_1$ , se déplaçant dans une direction  $\vec{u}_1$  et d'un positon de facteur de Lorentz  $\gamma_2$  et de direction  $\vec{u}_2$ . On cherche donc à simuler la distribution angulaire et spectrale des paires en fonction des paramètres des photons. La section efficace différentielle de production de paire a une forme très complexe si l'on se place dans un référentiel quelconque, et vu le nombre élevé de paramètres, il est difficile de simuler l'interaction par une méthode simple. Par contre, le problème se trouve considérablement simplifié si l'on travaille dans le référentiel du centre des moments (CM). En effet, dans ce référentiel, les deux photons ont des directions de déplacement opposées. On les notera  $\vec{\Omega}$  et  $-\vec{\Omega}$ , respectivement pour les photons 1 et 2. Il en est de même pour les directions des leptons, notées  $\vec{u}$  et  $-\vec{u}$ , pour l'électron et le positon. De plus, dans le CM les deux photons possèdent la même énergie réduite  $\omega$  et les leptons ont le même facteur de Lorentz  $\gamma$  ( $\beta$ ) :

$$\omega = \gamma = \sqrt{\frac{\omega_1\omega_2(1 - \vec{\Omega}_1.\vec{\Omega}_2)}{2}} \quad (6.85)$$

L'énergie des paires dans le CM est donc complètement définie par la donnée des énergies et directions des photons.

On passe du référentiel du laboratoire au CM par une transformation de Lorentz selon

la direction :

$$\vec{u}_t = \frac{\omega_1 \vec{\Omega}_1 + \omega_2 \vec{\Omega}_2}{\sqrt{(\omega_1 \vec{\Omega}_1 + \omega_2 \vec{\Omega}_2)^2}} \quad (6.86)$$

et dont les paramètres sont les suivants :

$$\beta_t = \frac{\sqrt{(\omega_1 \vec{\Omega}_1 + \omega_2 \vec{\Omega}_2)^2}}{\omega_1 + \omega_2} \quad (6.87)$$

$$\gamma_t = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\sqrt{2\omega_1\omega_2(1 + \vec{\Omega}_1 \cdot \vec{\Omega}_2)}} \quad (6.88)$$

A l'aide de cette transformation, on peut calculer les composantes de  $\vec{\Omega}$ . De même qu'au § II.6.6.1, on peut ensuite construire une base  $(\vec{\Omega}, \vec{v}, \vec{w})$  dans laquelle on travaillera en coordonnées sphériques pour utiliser la symétrie du problème.

Si la direction de déplacement de l'électron  $\vec{u}$  se décompose dans cette base :

$$\vec{u} = \mu \vec{\Omega} + \sqrt{1 - \mu^2} (\cos \phi \vec{v} + \sin \phi \vec{w}) \quad (6.89)$$

Où  $\mu = \vec{\Omega} \cdot \vec{u} = \cos \theta$ .

La densité de probabilité pour un lepton d'être créé avec une direction paramétrée par  $(\mu, \phi)$  découle de la section efficace différentielle du § I.1.2 (Eq. I.1.30) et peut se mettre sous la forme :

$$p(\mu, \phi) = k_1 p_1(\mu) g(\mu) \quad (6.90)$$

où  $k_1$  ne dépend que de  $\beta$  et :

$$g(\mu) = \frac{1}{k_2} \frac{1 - \beta^4 \mu^4 + 2\beta^2(1 - \beta^2)(1 - \mu^2)}{1 - \beta^2 \mu^2} \quad (6.91)$$

$$p_1(\mu) = \frac{\beta}{\ln \frac{1+\beta}{1-\beta}} \frac{1}{1 - \beta^2 \mu^2} \quad (6.92)$$

La constante  $k_2$  est définie par :

$$k_2 = 1 + 2\beta^2(1 - \beta^2) \quad \text{pour } \beta < \sqrt{1 - 1/\sqrt{2}} \quad (6.93)$$

$$k_2 = 5 - 2\sqrt{2} - (4 - 2\sqrt{2})\beta^2 \quad \text{pour } \beta < \sqrt{1 - 1/\sqrt{2}} \quad (6.94)$$

On peut montrer que  $0 < g(\mu) < 1$  et on peut simuler l'interaction par la méthode de réjection :

- 1 On tire deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$
- 2 Avec  $\xi_1$  on simule la densité de probabilité  $p_1$  en posant :

$$\mu' = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{(1 + \beta)^{2\xi_1 - 1} - (1 - \beta)^{2\xi_1 - 1}}{(1 + \beta)^{2\xi_1 - 1} + (1 - \beta)^{2\xi_1 - 1}} \right] \quad (6.95)$$

3 Si la condition  $\xi_2 < g(\mu')$  est vérifiée on pose  $\mu = \mu'$  sinon on recommence à l'étape 1.

4 On tire un troisième nombre aléatoire  $\xi_3$  pour déterminer  $\phi = 2\pi\xi_3$

L'efficacité de cette méthode est supérieure à 80 % quel que soit  $\beta$ .

Les angles  $\theta$  et  $\phi$  que l'on détermine ainsi sont relatifs à la direction du photon 1 dans le CM. Il faut ensuite repasser à la base globale  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  pour calculer les facteurs de Lorentz des leptons :

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)(1 + \beta_t \beta \vec{u}_t \cdot \vec{u}), \quad (6.96)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)(1 - \beta_t \beta \vec{u}_t \cdot \vec{u}), \quad (6.97)$$

puis calculer les composantes de  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  dans le référentiel du laboratoire :

$$\gamma_1 \beta_1 \vec{u}_1 = (\gamma_t \beta_t \gamma + \gamma \beta (\gamma_t - 1) \vec{u}_t \cdot \vec{u}) \vec{u}_t + \gamma \beta \vec{u} \quad (6.98)$$

$$\gamma_2 \beta_2 \vec{u}_2 = (\gamma_t \beta_t \gamma - \gamma \beta (\gamma_t - 1) \vec{u}_t \cdot \vec{u}) \vec{u}_t - \gamma \beta \vec{u}. \quad (6.99)$$

### 6.6.3 Annihilation d'une paire $e^+/e^-$

On considère l'annihilation d'un électron et d'un positon.  $\vec{u}_1, \gamma_1, \vec{u}_2, \gamma_2$  sont respectivement la direction et le facteur de Lorentz de l'électron et du positon. Cette interaction produit deux photons qui ont respectivement les énergies  $h\nu_1$  et  $h\nu_2$  et se déplacent dans des directions  $\vec{\Omega}_1$  et  $\vec{\Omega}_2$ . Dans le référentiel de repos de l'électron (RR), le positon possède un facteur de Lorentz :

$$\gamma_r = \gamma_1 \gamma_2 (1 - \beta_1 \beta_2 \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2) \quad (6.100)$$

et se déplace dans une direction  $\vec{u}$ . On calcule les composantes de  $\vec{u}$  à partir de celles de  $\vec{u}_2$  par une transformation de Lorentz selon la direction  $\vec{u}_1$  et de paramètre  $\gamma_1$ .

De même qu'au § 6.6.1 on peut ensuite construire une base orthonormée  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ . Dans cette base on travaille en coordonnées sphériques. La direction du photon 1,  $\vec{\Omega}$ , est paramétrée par  $\mu = \cos \theta = \vec{u} \cdot \vec{\Omega}$  et  $\phi$  l'angle azimuthal. La section efficace différentielle d'annihilation donne la densité de probabilité que le photon créé ait une direction  $(\mu, \phi)$  qui peut se mettre sous la forme :

$$p(\mu, \phi) = k_1 p_1(\mu) g(\mu) \quad (6.101)$$

o  $k_1$  ne dépend que de  $\gamma_r$  et :

$$p_1(\mu) = \frac{\beta_r}{2 \ln(\gamma_r + \gamma_r \beta_r)} \frac{1}{1 - \beta_r \mu} \quad (6.102)$$

$$g(\mu) = \gamma_r + 3 - \frac{[1 + \gamma_r(1 - \beta_r \mu)]^2}{\gamma_r(1 + \gamma_r)(1 - \beta_r \mu)} - \frac{2\gamma_r(1 + \gamma_r)(1 - \beta_r \mu)}{[1 + \gamma_r(1 - \beta_r \mu)]^2} \quad (6.103)$$

On peut montrer que  $0 < g(\mu) < \gamma_r + 3 - 2\sqrt{2}$ . On va donc encore une fois utiliser la méthode de réjection :

- 1 On simule  $p_1$  en tirant deux nombres aléatoires  $\xi_1$  et  $\xi_2$  et on pose :

$$\mu' = \frac{1}{\beta_r} \left[ 1 - (1 + \beta_r)^{1 - \frac{2\xi_1}{\beta_r} - \frac{2\xi_2}{\beta_r}} \gamma_r \right] \quad (6.104)$$

- 2 Si  $(\gamma_r + 3 - 2\sqrt{2})\xi_2 < g(\mu')$  on pose  $\mu = \mu'$  sinon on recommence à l'étape 1.

- 3 On tire un troisième nombre aléatoire  $\xi_3$  et on pose  $\phi = 2\pi\xi_3$

L'efficacité de cette méthode est supérieure à 85% quel que soit  $\gamma_r$ .

On repasse ensuite dans la base globale, puis au référentiel du Laboratoire par transformation de Lorentz ce qui nous donne les énergies des photons :

$$h\nu_1 = \frac{(1 + \gamma_r)m_e c^2}{\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\beta_1\vec{u}_1 \cdot \vec{\Omega} - \gamma_2\beta_2\vec{u}_2 \cdot \vec{\Omega}} \quad (6.105)$$

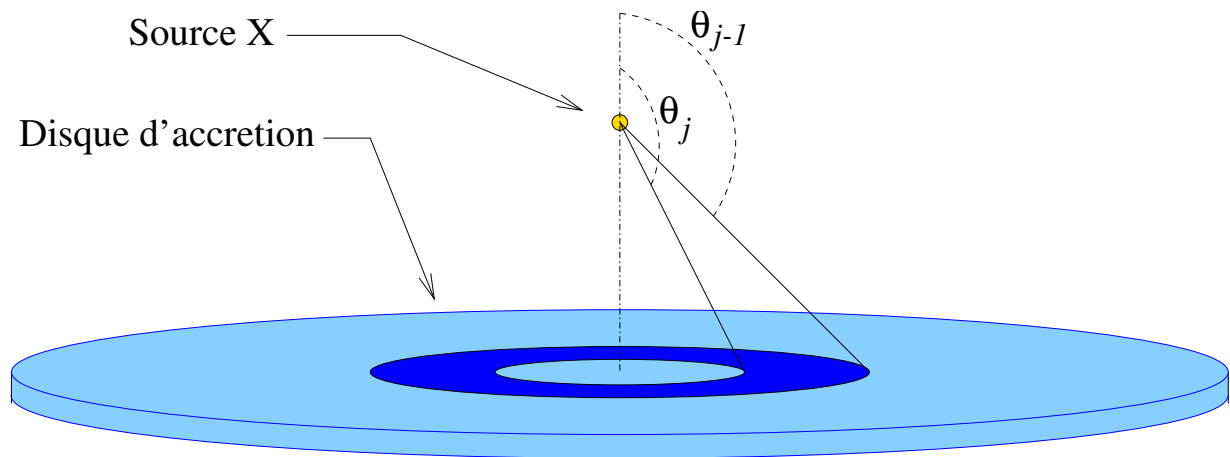
$$h\nu_2 = (\gamma_1 + \gamma_2)m_e c^2 - h\nu_1 \quad (6.106)$$

ainsi que leurs directions.

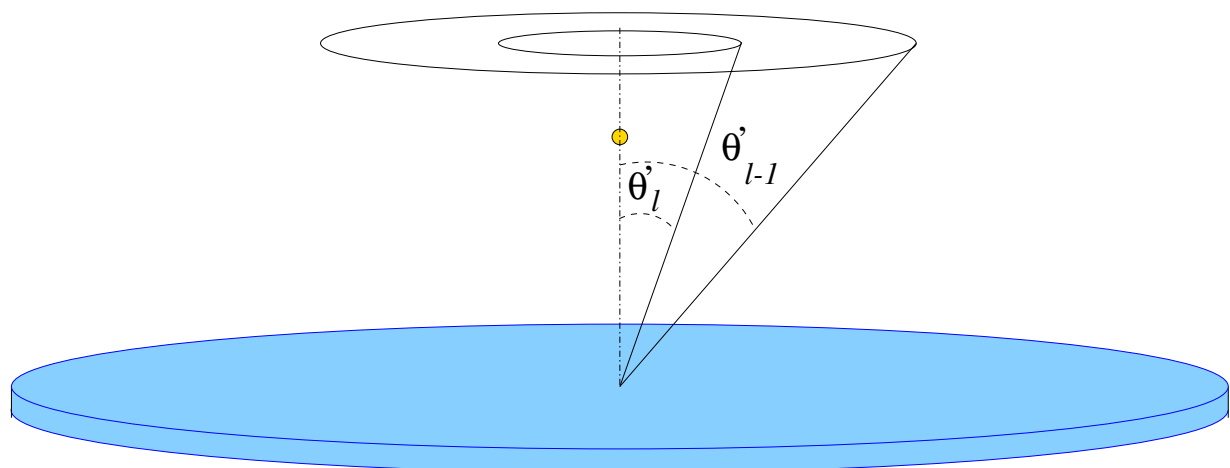
## 6.7 Méthodes Monte-Carlo et ajustement de données

### 6.7.1 Généralités

Les méthodes Monte-Carlo présentent l'inconvénient d'être très coûteuses en temps de calcul. Ceci devient très gênant lorsque l'on souhaite comparer de manière précise un modèle avec des observations. En effet, il est nécessaire de calculer les résultats du modèle pour un grand nombre de valeurs des paramètres avant de trouver ceux pour lesquels l'écart entre le modèle et les observations est minimum. Le calcul d'un modèle doit donc être très rapide afin d'éviter que le temps nécessaire pour ajuster les données ne diverge. Pour résoudre ce problème, il y a deux solutions. La première consiste à rechercher une formule analytique que l'on puisse évaluer rapidement et qui représente bien les résultats Monte-Carlo. Ce fut, par exemple la démarche de Sunyaev et Titarchuk (1980), Hua & Titarchuk (1995) pour la modélisation des spectres de Comptonisation dans un plasma chaud, de Svensson et al. (1996) pour le profil de la raie d'annihilation thermique, ou de Magdziarz & Zdziarski (1995) pour la composante de réflexion. De telles expressions analytiques sont cependant assez difficiles à obtenir et sont en général valables seulement dans des cas très particuliers.



(a) Grille angulaire du flux incident



(b) Grille angulaire du flux réfléchi

**Fig. 6.5:** Définition des grilles angulaires utilisées pour tenir compte de l'anisotropie du rayonnement dans le calcul de la composante de réflexion à l'aide de la matrice de réponse du disque. En haut, la grille associée au flux incident sur le disque, en bas la grille associée au flux réfléchi (selon l'angle d'observation).



Avec l'augmentation de la taille de la mémoire des calculateurs, une autre solution devient possible. Elle consiste à calculer un grand nombre de spectres pour une gamme étendue de paramètres, de les enregistrer sous forme de matrices et de les utiliser dans la procédure d'ajustement en interpolant entre ces résultats précalculés. Cette méthode présente l'avantage d'être générale et d'être facile à mettre en œuvre pour peu que l'on dispose de l'espace mémoire suffisant. Elle est de plus en plus utilisée.

### 6.7.2 Application : calcul de la matrice de réflexion d'un disque

Je l'ai appliquée au calcul de la composante réfléchie du modèle d'illumination anisotrope (Henri & Petrucci 1997, voir § III.8.1). J'ai défini pour cela les canaux en énergie du flux incident ( $E_0, E_1, \dots, E_I$ ) de sorte que le canal  $i$  correspond à la gamme d'énergie comprise entre  $E_{i-1}$  et  $E_i$ . De même, on définit des canaux angulaires du flux incident ( $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_J$ ) de sorte que le canal  $j$  correspond aux angles d'incidences compris entre  $\theta_{j-1}$  et  $\theta_j$  définis sur la figure 6.5.

On définit de même une grille d'énergies  $E'_k$  et d'angles  $\theta'_l$  pour le spectre réfléchi. Ces deux grilles contiennent respectivement  $K$  et  $L$  éléments.

Soit  $F_{inc}^{i,j}$  le flux incident moyen dans la bande d'énergie comprise entre  $E_{i-1}$  et  $E_i$  et dans les directions comprises entre  $\theta_{j-1}$  et  $\theta_j$ . Soit  $F_{ref}^{k,l}$  le flux réfléchi moyen dans la bande d'énergie comprise entre  $E'_{k-1}$  et  $E'_k$  et dans les directions comprises entre  $\theta'_{l-1}$  et  $\theta'_l$  (cf. Fig. 6.5).

La réponse en réflexion du disque est linéaire en flux, il existe donc une matrice de coefficients  $M_{i,j}^{k,l}$  reliant les flux incidents et réfléchis :

$$F_{ref}^{k,l} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J M_{i,j}^{k,l} F_{inc}^{i,j} \quad (6.107)$$

Avec un code Monte-Carlo, il est facile de calculer les coefficients  $M_{ijkl}$ . Il est alors très rapide de calculer les flux  $F_{ref}^{k,l}$  réfléchis, pour un flux incident quelconque. Pour la matrices que j'ai calculées, les grilles en énergies sont logarithmiques, c'est à dire que les bornes des canaux sont définies par une relation du type :

$$E_i = AE_{i-1} \quad (6.108)$$

Le coefficient  $A$  est déterminé en fonction des bornes de la gamme d'énergie  $E_0$  et  $E_I$ , (que j'ai choisies respectivement égales à 1 keV et 10 MeV), et du nombre de canaux  $I$  :

$$A = (E_I/E_0)^{1/I} \quad (6.109)$$

De même pour les canaux en énergie de sortie  $E'_k$ .

Les grilles en angles sont définies de sorte que tous les canaux angulaires représentent le même angle solide.

$$\theta_j = \arccos(-j/J) \quad (6.110)$$

$$\theta'_l = \arccos(l/L) \quad (6.111)$$

J'ai fixé les valeurs du nombre de canaux à  $I = 200$ ,  $J = 20$ ,  $K = 200$  et  $L = 100$  soit une matrice à  $8 \cdot 10^7$  éléments occupant environ 600 Mo de mémoire.



Troisième partie

**APPLICATIONS**



# Table des Matières

<b>7. Modèles simples</b>	<b>103</b>
7.1 Modèles de Comptonisation thermique	103
7.2 Modèles non-thermiques	105
7.3 Modèles hybrides	108
<b>8. Modèle d'illumination anisotrope</b>	<b>111</b>
8.1 Contexte et présentation	111
8.2 Composante réfléchie et comparaison avec les observations	114
8.2.1 La composante réfléchie	114
8.2.2 Comparaisons avec les observations	117
8.2.3 Discussion	121
8.3 Limites de l'hypothèse d'une source ponctuelle optiquement fine	122
8.3.1 Méthode de calcul	124
8.3.2 Résultats	126
8.3.3 Cas limite de la source posée sur le disque	133
8.3.4 En résumé	134
8.4 L'ionisation du disque : étude qualitative	134
8.5 Conclusion	137
Publication 1 : Anisotropic illumination in AGNs	139
Publication 2 : Inverse Compton emission above a disk	149
<b>9. Modèles de couronne</b>	<b>157</b>
9.1 Présentation	157
9.2 Modèles stationnaires	158
9.2.1 Propriétés qualitatives	160
9.2.2 Calculs Monte-Carlo	161
9.3 Etudes temporelles	165

9.3.1	Propriétés temporelles des Candidats Trous Noirs . . . . .	165
9.3.2	Application du code <i>MCNL</i> aux problèmes dépendant du temps.	169
9.3.3	Conclusion . . . . .	185
	Publication 3 : Temporal propeties of ADCs . . . . .	189

# 7. MODÈLES SIMPLES

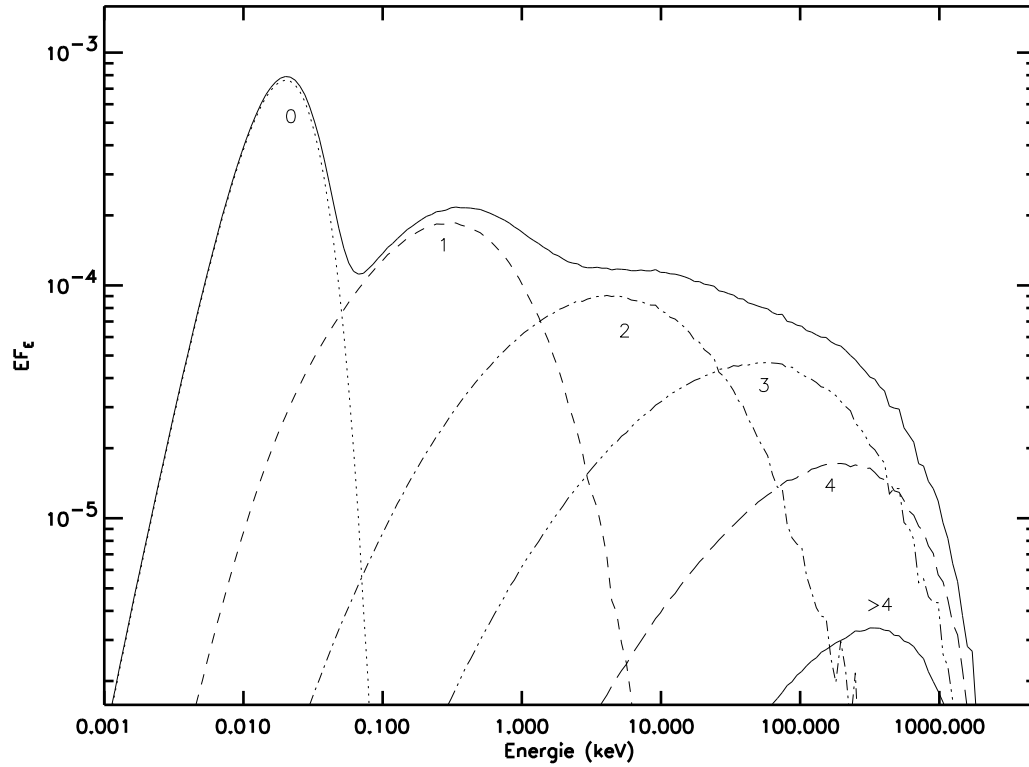
Dans ce chapitre, je présente plusieurs classes de modèles d'émission que j'appellerai 'simples' car ce sont les schémas de base sur lesquels se fondent les différentes interprétations de l'émission X et  $\gamma$  des sources compactes. Ces différents modèles se distinguent principalement par la forme des distributions de particules produisant le rayonnement de haute énergie par effet Compton (thermique, non-thermique ou hybride). Les géométries considérées sont toujours élémentaires (sphère homogène ou couche de plasma plan parallèle). Les effets de l'environnement de la source comme la présence de matière froide ne sont pas considérés. Bien que ces modèles simples soient aujourd'hui insuffisants pour rendre compte de la richesse des observations, ils permettent de comprendre les mécanismes de base de l'émission. De plus, ces configurations simples qui ont été très étudiées m'ont permis de valider mes codes par comparaison aux résultats de la littérature.

## 7.1 Modèles de Comptonisation thermique

Les modèles thermiques considèrent que les électrons du plasma sont tous thermalisés (distribution Maxwellienne) à une température  $kT_e$ . Ce plasma est alimenté en photons mous (UV, X mous) qui ont généralement un spectre de corps noir de température  $kT_r \sim 100 eV$ . Ces photons mous gagnent de l'énergie par interactions Compton multiples. Ils sont ainsi amenés dans les domaines X et  $\gamma$  avant de s'échapper du milieu. Ceci conduit à un spectre en loi de puissance avec une coupure à des énergies de l'ordre de  $3kT_e$ .

Ces modèles ont été proposés pour expliquer les premières observations de Cyg X-1 et ils ont connu un vif succès lorsque Sunayev & Titarchuk (1980) ont donné une approximation analytique simple du spectre qui ajustait parfaitement les données de l'époque. Cette formule a été depuis largement utilisée pour décrire les données des objets compacts. Malheureusement, les approximations de Sunyaev et Titarchuk ne sont plus valides lorsque la température du plasma devient relativiste ou lorsque son épaisseur optique est faible ou intermédiaire ( $\tau \sim 1$ ). Les codes Monte-Carlo tel que le code Comptonisation linéaire présenté au § II.2 sont utiles pour calculer les formes





**Fig. 7.1:** Spectre de Comptonisation. Les photons mous sont uniformément injectés avec un spectre de corps noir de température  $kT_r = 5$  eV dans une sphère de plasma homogène de température  $kT_e = 300$  keV et d'épaisseur optique  $\tau = 0.1$  (définie selon le rayon de la sphère). Les ordres Compton multiples sont également représentés.

spectrales précises. Comme l'illustre la figure 7.1, ces spectres sont constitués de la somme des spectres de chaque ordre Compton, c'est-à-dire la somme des spectres des photons qui ont interagi 1,2,3... fois avant de s'échapper. A chaque interaction les photons gagnent en moyenne de l'énergie. Si leur énergie devient de l'ordre de l'énergie moyenne des électrons ( $\sim 3kT_e$ ), l'échange d'énergie moyen au cours d'une interaction devient nul et une coupure se forme à cette énergie.

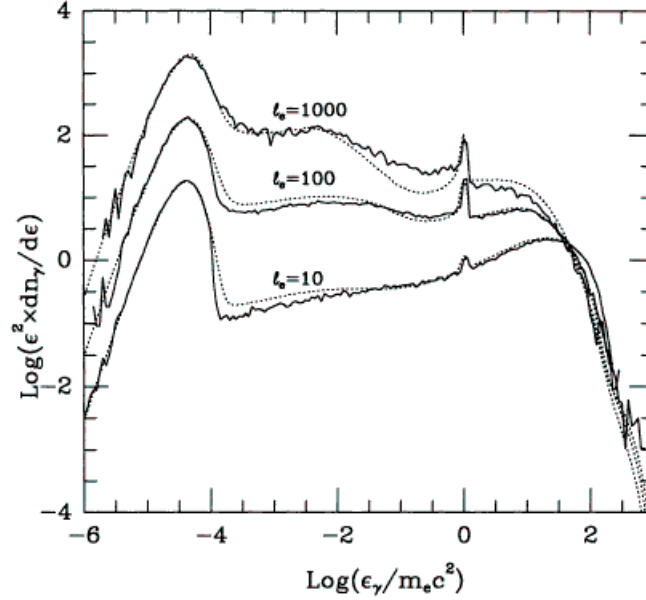
Les formes spectrales que l'on obtient dépendent de la température et de l'épaisseur optique du plasma. La pente du spectre devient plus dure (diminue) lorsque ces paramètres augmentent du fait que le transfert d'énergie devient de plus en plus efficace. L'énergie de coupure dépend essentiellement de la température, sa forme peut aussi dépendre de l'épaisseur optique. Par exemple, si celle-ci est importante les photons ont le temps de se thermaliser à la température des électrons et la partie haute énergie forme une bosse de saturation.

Si l'énergie moyenne des photons mous injectés est faible devant la température des électrons et que l'épaisseur optique est suffisante ( $\tau > 0.1$ ), l'énergie initiale du photon n'a pas vraiment d'influence sur la partie haute énergie du spectre. Tout se passe comme si les photons diffusés un grand nombre de fois avaient "oublié" leur énergie initiale. Pour les mêmes raisons la distribution spatiale des sources de photons mous ne joue pas un grand rôle.

## 7.2 Modèles non-thermiques

La méthode des LPs a été développée, à l'origine, pour simuler les cascades de paires (Bonometto & Rees 1971, Svensson 1987) susceptibles de se produire dans les noyaux actifs de galaxies. Dans ces modèles (eg. Done & Fabian, 1989), on suppose que la région émettrice est alimentée en électrons ou paires électrons/positons relativistes ( $\gamma \sim 1000$ ). Cette injection peut être soit directement associée à un processus d'accélération, soit le produit d'une cascade hadronique. Ces paires perdent très rapidement leur énergie par Compton inverse sur un champ de photons mous. Ceci donne lieu à la formation de photons X et  $\gamma$  qui peuvent eux-mêmes créer des paires de haute énergie. Les paires refroidies se thermalisent à une température de l'ordre de quelques keV. Cette température est essentiellement régie par l'équilibre entre le chauffage et le refroidissement Compton (bien que dans certains cas les interactions Coulombiennes puissent jouer un rôle non négligeable).

Une fois refroidies les paires peuvent s'annihiler ce qui conduit, en général, à la formation d'une raie d'annihilation intense.



**Fig. 7.2:** Spectres s'échappant d'une sphère homogène où se produit une cascade de paires. Les compacités sont  $l_e = 10, 100, 1000$  avec  $l_s/l_e = 2.5$ ,  $\gamma_{inj} = 10^3$ ,  $kT_r = 511 \cdot 10^{-5}$  keV. En trait plein, les résultats du code MCNL de Stern, en pointillés les résultats obtenus avec le code de Coppi (1992) basé sur la résolution des équations cinétiques. Les différences sont essentiellement dues au moins bon traitement du transfert radiatif chez Coppi. Avec notre code, nous obtenons des spectres compatibles avec ceux de Stern (D'après Stern et al. 1995a).

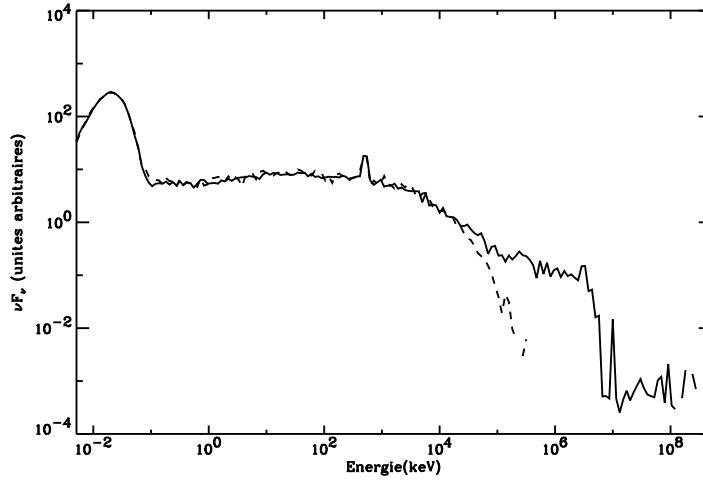
Le problème est alors de calculer la distribution des paires et des photons dans le milieu en régime stationnaire, le spectre des photons qui s'en échappent, ainsi que toute une série de paramètres macroscopiques tels que la température des paires thermiques  $kT_e$ , l'épaisseur optique, la densité d'énergie radiative, ou le taux de production de paires.

Toutes ces propriétés ne dépendent que des paramètres suivants :

- la compacité d'injection des paires :

$l_e = L\sigma_T/Rm_e c^3$ , où  $L$  est la puissance fournie sous forme de paires,  $\sigma_T$  est la section efficace Thomson,  $R$  est la dimension caractéristique du milieu,  $m_e$  la masse de l'électron,  $c$  la célérité de la lumière.

- la compacité d'injection des photons mous  $l_s = L_{UV}\sigma_T/Rm_e c^3$ , où  $L_{UV}$  est la luminosité injectée sous forme de photons mous.
- la distribution des paires injectées ou leur facteur de Lorentz  $\gamma_{inj}$  dans le cas d'une injection monoénergétique.

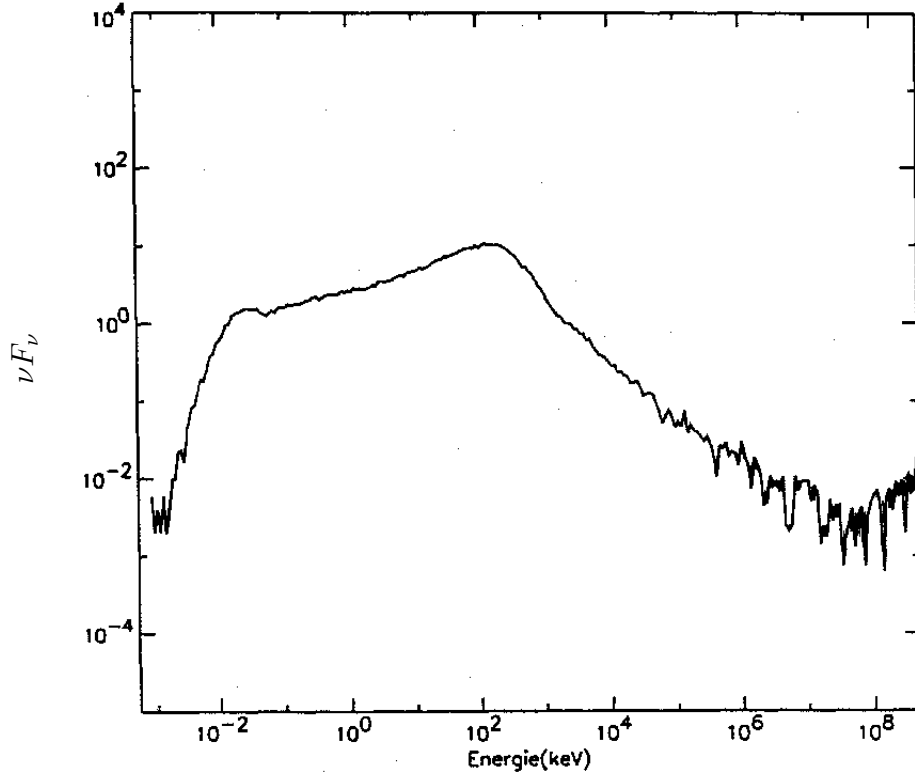


**Fig. 7.3:** Effets de l'absorption photon-photon. En trait plein, sphère homogène (une zone). En pointillé, sphère découpée en zones : 7 coquilles concentriques. L'injection ne se fait que dans les 5 premières. Dans les deux cas  $l_e = 100$ ,  $l_s = 400$ ,  $\gamma_{inj} = 10^6$  et  $kT_r = 511 \cdot 10^{-5}$  keV.

- le spectre des photons mous injectés ou leur température  $kT_R$  dans le cas d'une émission de corps noir.
- la géométrie du milieu (sphère, disque ...).

La figure 7.2 montre des spectres de photons échappés obtenus pour différentes valeurs de  $l_e$  pour une injection monoénergétique de paires  $\gamma_{inj} = 10^3$ . Les spectres varient peu avec cette compacité. La cascade de paires redistribue l'énergie radiative de façon égale dans toutes les bandes logarithmiques d'énergie. Ceci conduit à des lois de puissance d'indices spectraux voisins de 2 (en photons). Cependant, lorsque la compacité est grande, les effets d'absorption photon-photon deviennent plus importants. La coupure se fait à plus basse énergie et une plus grande fraction de l'énergie est rayonnée dans le domaine X. De plus, la raie d'annihilation autour de 511 keV devient plus intense.

La figure 7.3 compare des spectres obtenus dans deux cas de hautes compacités et  $\gamma_{inj} = 10^6$ . Dans le premier cas, la simulation a été faite dans le cas d'une sphère homogène. Une coupure brutale apparaît vers 10 GeV. Cette coupure correspond à l'énergie à partir de laquelle les photons commencent à produire des paires sur les photons du spectre de corps noir. Le deuxième cas prend en compte la structure radiale de la sphère (5 coquilles concentriques internes et 2 coquilles externes dans lesquelles les photons peuvent interagir bien qu'il n'y ait pas d'injection). La coupure se fait

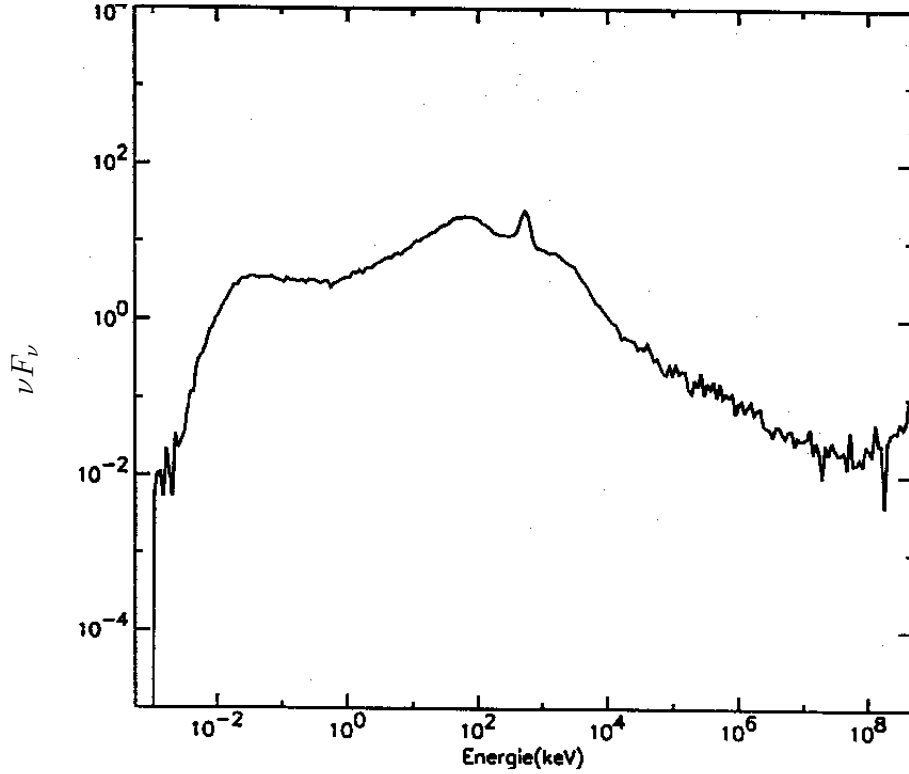


**Fig. 7.4:** Modèle hybride, source sphérique,  $l_t = 40$ ,  $l_e = 10$ ,  $l_s = 2.5$ ,  $kT_r = 10^{-5}mc^2$ . A l'équilibre  $kT_e = 105$  keV,  $\tau = 1.25$ .

alors à beaucoup plus basse énergie ( $\sim$  quelques MeV) du fait de l'absorption photon-photon dans les deux couches externes. Vu les compacités extrêmes considérées, on peut conclure qu'il est très difficile de faire une coupure au-dessous du MeV par photon-photon (pour expliquer le spectre des galaxies de Seyferts par exemple). On peut également noter que l'émission à plus basse énergie n'est pas sensiblement modifiée par la prise en compte de la structure radiale. La figure 7.3 reproduit exactement la figure 3 de Stern et al. 1995a.

### 7.3 Modèles hybrides

Pour concilier l'émission apparemment thermique des galaxies de Seyfert et des candidats trous noirs galactiques dans leur état dur, et la détection de ces derniers à des énergies supérieures au MeV, il existe une catégorie de modèles dits hybrides (Zdziarski et al. 1993) qui empruntent à la fois aux modèles thermiques et non thermiques. Ces modèles s'apparentent aux modèles non-thermiques par le fait qu'ils supposent une injection de paires à très haute énergie avec un paramètre de compacité  $l_e$ . La différence



**Fig. 7.5:** Modèle hybride, source sphérique de rayon  $R$ ,  $l_t = 5$ ,  $l_e = 100$ ,  $l_s = 5$ ,  $kT_r = 10^{-5}mc^2$ . Dans cette simulation les paires s'échappent de la sphère de plasma avec un taux  $\frac{dn_e}{dt} = n_e\beta_{\text{esc}}c/R$  où  $\beta_{\text{esc}} = 2.4 \cdot 10^{-5}$ . A l'équilibre  $kT_e = 20$  keV,  $\tau = 4.1$ .

est que l'on fournit également de l'énergie au plasma de paires thermalisées (compacité  $l_t$ ). Les paires étant chauffées, leur température peut s'élever à la centaine de keV nécessaire pour que l'émission en X durs et  $\gamma$  mous soit dominée par la Comptonisation thermique. A ces températures, le processus d'annihilation est moins efficace et produit une raie large noyée dans le continuum (cf. Figure 7.4). A plus haute énergie, le spectre présente une queue non-thermique. Lorsque la fraction d'énergie injectée par la voie thermique devient faible devant le canal non-thermique, la température des paires reste faible et l'on retrouve des spectres de type non-thermique (cf. Figure 7.5). Ce type de modèles permet d'expliquer l'excès au MeV détecté par Comptel dans le spectre de Cygnus X-1 (Mc Connel et al. 1997). Ils ont également été invoqués pour expliquer le spectre des candidats trou noirs dans leur état mou (Gierlinski et al. 1998, Poutanen & Coppi, 1998).



# 8. MODÈLE D'ILLUMINATION ANISOTROPE

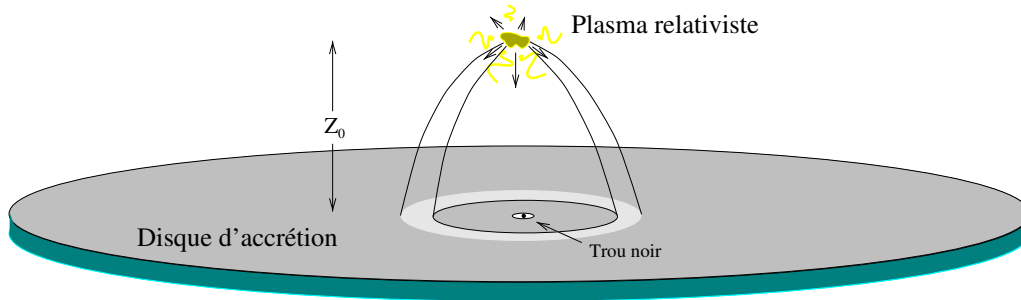
## 8.1 Contexte et présentation

Jusqu'au début des années 1990, les modèles non-thermiques étaient généralement utilisés pour interpréter l'émission à haute énergie des noyaux actifs de galaxies. Ils expliquaient bien les lois de puissances observées dans la bande 2.-20. keV en produisant naturellement les indices spectraux de l'ordre de 0.9 que l'on observait. Cependant, l'émission à plus haute énergie était mal connue, ces modèles prédisaient que la loi de puissance devait se prolonger bien au delà du MeV avec une raie d'annihilation large (*e.g.* Coppi & Zdziardski 1992). Les observations de *SIGMA* (Jourdain et al. 1992) confirmées par *OSSE* (Maisack et al. 1993) ont montré l'existence d'une coupure autour de 200 keV dans le spectre haute énergie des galaxies de Seyfert. Les modèles non-thermiques ont alors été rapidement abandonnés. Les spectres haute énergie de ces objets étant très similaires à ceux des candidats trous noirs galactiques, il était en effet naturel de se tourner vers des modèles de Comptonisation thermique pure. Cependant, ce revirement a peut être été un peu rapide, il n'est pas certain que des modèles non-thermiques plus élaborés ne puissent pas également rendre compte des observations. De plus, les modèles de couronnes thermiques ont du mal à expliquer certaines caractéristiques :

- La raie du fer : trop forte
- Les rapports UV/X : trop grands
- Les fortes variabilités : thermalisation trop lente

D'un autre côté, la principale difficulté des modèles non-thermiques est la formation d'une raie d'annihilation intense. Cependant, P.O. Petrucci (1998) ont montré que si les particules étaient accélérées au cours d'un choc et avec des hypothèses raisonnables, la production et l'annihilation des paires peuvent devenir négligeables. Ceci conduisit G. Henri et P.O. Petrucci (1997, HP97) à proposer un modèle non-thermique d'émission des galaxies de Seyferts.





**Fig. 8.1:** Schéma global du modèle de réillumination. La source non-thermique est localisée à une hauteur  $Z_0$  au-dessus du disque, sur l'axe de symétrie du système. La puissance qu'elle rayonne dans l'angle solide  $d\Omega$  est absorbée par l'unité de surface  $dS$  du disque qui la réémet ensuite sous forme de rayonnement de corps noir. L'équilibre radiatif entre le disque et la source permet de déterminer les différentes caractéristiques du système. Les trajectoires des photons sont représentées par des lignes courbes pour illustrer les effets de courbure de l'espace lorsque la source est proche du trou noir. (d'après Petrucci 1998)

Ce modèle considère une zone de choc située à une hauteur  $Z_0$  au-dessus du trou noir central. Cette région qui constitue la partie terminale d'un jet avorté contient des paires ou des électrons relativistes. Ces leptons produisent du rayonnement  $X$  et  $\gamma$  par processus Compton Inverse sur les photons froids (UV) issus du disque. Cette source  $X$  et  $\gamma$  illumine le disque d'accrétion. Le disque absorbe la plus grande partie du rayonnement, ce qui contribue à son chauffage. Le disque réémet sous forme de corps noir toute l'énergie d'irradiation.

Afin d'étudier l'équilibre radiatif entre la source et le disque de manière analytique et autocohérente, G. Henri et P.O. Petrucci ont été amenés à faire certaines hypothèses simplificatrices :

- sur la région de choc :
  - elle est ponctuelle,
  - la distribution de leptons est isotrope,
  - elle ne rayonne que par effet Compton inverse sur les photons du disque,
  - elle est supposée suffisamment fine optiquement pour que le nombre de photons qui subissent plus d'une diffusion Compton en la traversant soit négligeable.
 Le spectre de la source n'est alors constitué que du premier ordre Compton.
- sur le disque :
  - il est infini radialement,
  - il est non dissipatif c'est-à-dire que la dissipation visqueuse interne est supposée négligeable par rapport au chauffage externe,

- il est optiquement épais et rayonne en tout point de manière isotrope comme un corps noir, sans assombrissement centre bord,
- toute l'énergie tombant sur le disque est absorbée, la fraction réfléchie est négligée.

Ces calculs ont permis de déterminer la distribution angulaire du rayonnement émis par la source ainsi que le profil de température du disque. La géométrie représentée sur la figure 8.1 crée une anisotropie forte du champ de rayonnement  $UV$  au niveau de la région active. Cette anisotropie influe sur la distribution angulaire du rayonnement  $X$ . En effet, lorsque les leptons sont relativistes, les collisions Compton frontales avec rétrodiffusion sont favorisées. Ceci conduit à une émission  $X$  fortement anisotrope préférentiellement dirigée vers le disque. Le rapport de la luminosité dirigée vers le disque sur la luminosité dirigée vers l'extérieur est de l'ordre de 7. Ce type d'anisotropie avait été étudié par Ghisellini et al. (1991) et proposé pour expliquer les fortes raies de fluorescence du fer observées. Une autre conséquence intéressante dans le cadre du modèle de réillumination est qu'il permet également d'expliquer les forts rapports  $L_{UV}/L_X$  observés (HP97). Pour des lignes de visée à incidence rasante le flux  $X$  est important alors que le flux  $UV$  est faible puisque la surface apparente du disque est faible. Dans le cas d'une observation de face, au contraire le flux  $X$  est faible et l' $UV$  est maximum.

Cet effet d'anisotropie a une troisième conséquence, évidente a posteriori mais que nous ne pensions pas aussi importante : la formation d'une forte composante de réflexion Compton.

D'autres calculs (Petrucci, 1998) concernant la formation d'une telle source dans un choc ont permis d'affiner cette image, d'une part en montrant qu'une telle configuration était physiquement plausible, d'autre part en contraignant certains paramètres. Au niveau géométrique notamment, il est apparu que l'extension de la source devait être importante (contrairement aux hypothèses a priori). La source de rayon  $R$  de l'ordre de 10 rayons gravitationnels ( $\sim 10^{13}cm$ ) serait localisée à une hauteur  $Z \sim 2R$  au-dessus du trou noir central. Nous avons mené une première étude en gardant les hypothèses de départ (source ponctuelle) et nous reviendrons plus loin sur les problèmes que pose un traitement plus réaliste (§ III.8.3).

Ce modèle permet de présenter une vision unifiée des noyaux actifs de galaxies. Dans certains objets, le jet pourrait se développer donnant lieu à une forte émission radio et  $\gamma$  caractéristique des blazars alors que dans d'autres, un embryon de jet se terminerait dans un choc à faible distance de l'objet central, expliquant ainsi l'émission haute énergie de la classe des Seyferts.

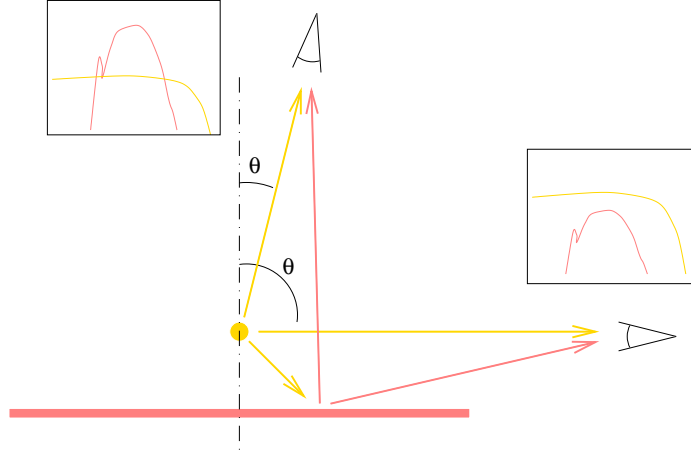


Fig. 8.2: Effet de l'angle d'observation sur la forme spectrale.

## 8.2 Composante réfléchie et comparaison avec les observations

### 8.2.1 La composante réfléchie

A ce stade, le modèle reproduisait qualitativement l'émission  $X$  primaire et les rapport  $L_{UV}/L_X$ . Il restait donc à le comparer directement avec des observations afin d'ajuster plus finement les paramètres.

Cependant il lui manquait un ingrédient qui allait s'avérer essentiel : la composante de réflexion produite par l'irradiation du disque. G. Henri et P.O. Petrucci m'ont alors demandé de calculer cette composante avec le code de réflexion linéaire et de comparer les spectres prédits avec des observations. J'ai effectué ces calculs en prenant en compte l'anisotropie forte de la source, par tirage isotrope de la direction du photon incident et pondération avec la formule de HP97 donnant la distribution angulaire du rayonnement émis par la source  $X$  :

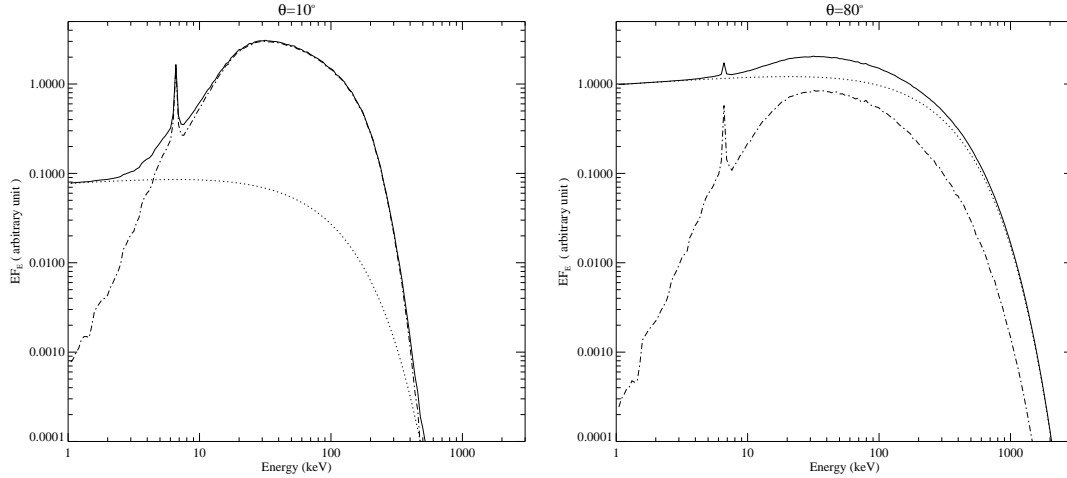
$$F_{\text{dir}}(E, \mu) \propto F_{\eta_X}(\mu) A(\mu)^{\Gamma-2} E^{1-\Gamma} \exp \left[ - \left( \frac{E}{E_c A(\mu)} \right)^\beta \right] \quad (8.1)$$

où  $\mu = \cos \theta$ ,  $\Gamma$  est l'indice spectral en photons,  $E_c$  est l'énergie caractéristique de la coupure du spectre à haute énergie.

Les coefficients d'anisotropie sont donnés par :

$$F_{\eta_X}(\mu) = 2.30043 - 3.29152 \mu + 1.09871 \mu^2, \quad (8.2)$$

$$A(\mu) = \frac{F_{\eta_X}(\mu)}{2. - 1.64576 \mu}. \quad (8.3)$$



**Fig. 8.3:** Spectres produits par le modèle de réillumination anisotrope en tenant compte de la composante réfléchie. A gauche pour une inclinaison  $\theta = 10^\circ$ , à droite pour  $\theta = 80^\circ$ . La composante réfléchie est représentée en trait-point, et le primaire en pointillés.

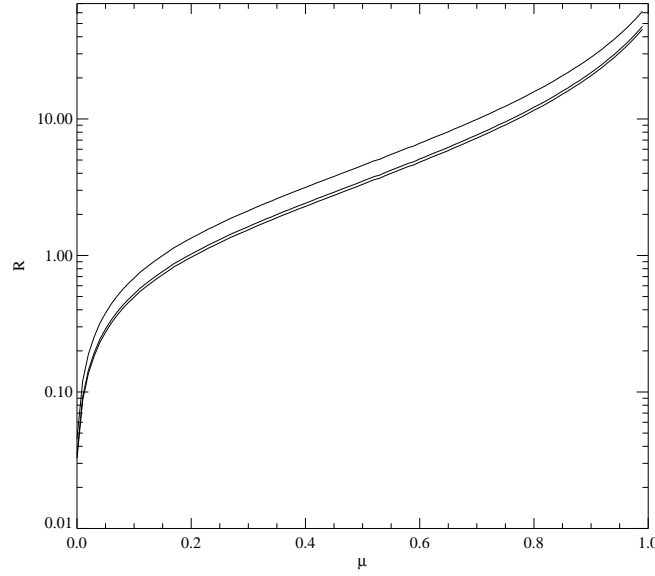
$\beta$  et  $\Gamma$  sont des paramètres qui découlent de la distribution de particules supposée dans la région active :

$$N(\gamma) = N_0 \gamma^{-s} \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{\gamma_0} \right)^{2\beta} \right] \quad \text{pour} \quad \gamma > \gamma_{min} \quad (8.4)$$

L'étude de la formation de la source  $X$  (Petrucci, 1998) montre que l'on peut obtenir une coupure exponentielle de ce type, cependant  $\beta$  demeure peu contraint par ces calculs.  $s$  est relié à  $\Gamma$  par la relation  $\Gamma = \frac{1+s}{2}$ .

Nous avons donc dans un premier temps calculé cette composante réfléchie en supposant le disque neutre avec des abondances standards. Les opacités photo-électriques sont celles de Morrison & McCammon (1983). Petrucci & Henri (1997) ont montré que les effets de relativité générale sont faibles pour une source à une hauteur  $Z \sim 20R_s$ . Les calculs ont donc été simplement menés dans une métrique Euclidienne.

La forte anisotropie de l'émission  $X$  rend le spectre résultant très dépendant de l'angle d'inclinaison  $\theta$  (Fig. 8.2). D'une part, la composante primaire décroît fortement lorsque la ligne de visée passe d'une incidence rasante à une direction normale au disque (cf. Eq. 8.2). Au contraire l'amplitude de la composante réfléchie est grossièrement proportionnelle à la surface apparente du disque i.e.  $\cos\theta$ . Cet effet est si fort, que pour de faibles inclinaisons le spectre haute énergie est complètement dominé par la composante réfléchie. Pour un système fortement incliné, c'est l'émission primaire qui domine. La composante réfléchie a alors une amplitude similaire à celle obtenue dans



**Fig. 8.4:** Coefficient de réflexion  $R$  en fonction de  $\mu = \cos \theta$  prédit par le modèle pour différentes valeurs de l'angle de comparaison. De bas en haut  $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ .

le cas des modèles isotropes (Fig. 8.3)

Il est intéressant d'estimer la proportion du flux contenue dans la composante réfléchiée et de comparer celle-ci aux valeurs généralement observées. J'ai utilisé pour cela le coefficient de réflexion. Ce paramètre est utilisé d'habitude pour tenir compte des incertitudes concernant la géométrie ou l'anisotropie lorsqu'on ajuste des données observationnelles avec un modèle isotrope. Il est alors défini comme le rapport de normalisation entre la composante de réflexion observée et celle que l'on obtiendrait pour une source isotrope au-dessus d'un plan réflecteur observé selon une inclinaison  $\theta_0$ . Ici, nous cherchons à estimer le coefficient  $R$  prédit par le modèle d'illumination anisotrope. Nous le définissons de la façon suivante :

$$R(\mu) = \frac{\int F_{ref}(E, \mu) dE}{\int F_{ref}^{iso, \mu}(E, \mu_0) dE} \quad (8.5)$$

où  $F_{ref}(E, \mu)$  est le flux<sup>1</sup> de la composante réfléchiée du modèle anisotrope.  $F_{ref}^{iso, \mu}(E, \mu_0)$  est celui de la composante réfléchiée dans le cas d'une illumination isotrope d'un disque vu sous un angle  $\theta_0 = \arccos \mu_0$ . Le flux primaire, utilisé pour calculer  $F_{ref}^{iso, \mu}$ , est le flux prédit par le modèle anisotrope pour l'inclinaison  $\mu$  mais en supposant la source isotrope. La fonction  $R(\mu)$  est représentée sur la figure 8.4.

Du fait de l'anisotropie du rayonnement primaire,  $R$  peut varier de zéro à l'infini.

<sup>1</sup> Les flux sont ici exprimés en  $\text{photon.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{keV}^{-1}$

Pour  $\mu = 0$ , le disque est vu par la tranche et la réflexion est invisible, pour  $\mu = 1$  le flux primaire est nul et  $R = \infty$ . Mais ces effets extrêmes ne peuvent se produire que dans une géométrie idéale (source ponctuelle, disque formant un plan parfait). De plus,  $R$  varie très vite au voisinage des bornes et il est de toute façon impossible d'observer le système avec une inclinaison  $\mu$  exactement égale à 0 ou 1.  $R$  varie entre 0.05 et 60 pour  $\mu$  variant entre 0.01 et 0.99. Les observations semblent cependant favoriser des  $R$  de l'ordre de l'unité (Nandra et Pound 1994), ce qui correspond, dans notre modèle, à des galaxies vues sous un angle supérieur à  $50^\circ$ . Nous reviendrons sur ce point par la suite.

### 8.2.2 Comparaisons avec les observations

Pour confronter le modèle aux observations il est nécessaire d'avoir des données sur une large bande d'énergie s'étendant de l'UV au MeV. Il est, de plus, préférable que les observations dans les différentes longueurs d'onde soient le plus rapprochées possible dans le temps. Ce sont des contraintes assez difficiles à réaliser même si les campagnes d'observation simultanée sont de plus en plus nombreuses. Les résultats qui suivent ne concernent donc que 4 galaxies de Seyferts 1, NGC 4151, IC4329a, MCG 8-11-11 et NGC 5548. Nous ne disposons de données simultanées Optique/IUE/Ginga que pour la dernière que nous traiterons à part.

D'autre part le temps de calcul d'une simulation ne permet pas d'ajuster les données directement. Il a donc fallu calculer la matrice de réponse du disque. Cette matrice à 4 dimensions donne le spectre réfléchi dans une direction donnée en fonction du flux incident pour un angle et une énergie fixée (cf. § II.6.7.2). Ces matrices ont permis d'implémenter le modèle dans le logiciel d'ajustement de données *XSPEC* (Arnaud, 1996).

#### Ajustement des données de NGC4151, IC 4329a et MCG 8-11-11

Ces ajustements sont décrits en détail dans Malzac et al. (1998) (Publication 1 reproduite en annexe), je ne reprends ici que les points essentiels.

Pour ces trois galaxies, l'ajustement ne concerne que la partie X (1-500 keV) du spectre. Les paramètres du modèle sont au nombre de 5 :

- l'indice spectral en photon  $\Gamma$
- la coupure haute énergie  $E_c$
- le cosinus de l'angle d'inclinaison  $\mu = \cos \theta$
- l'exposant de la coupure  $\beta$

- la colonne densité  $N_h$  pour rendre compte de l'absorption des spectres à basse énergie.

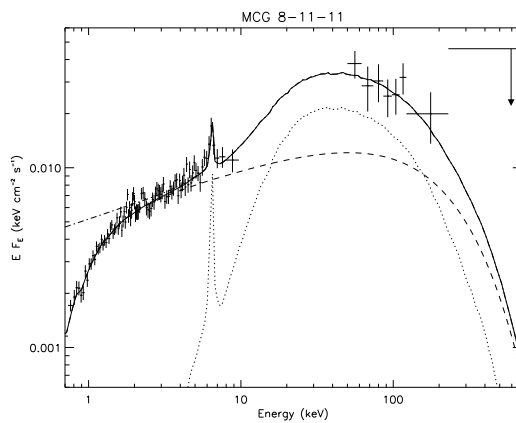
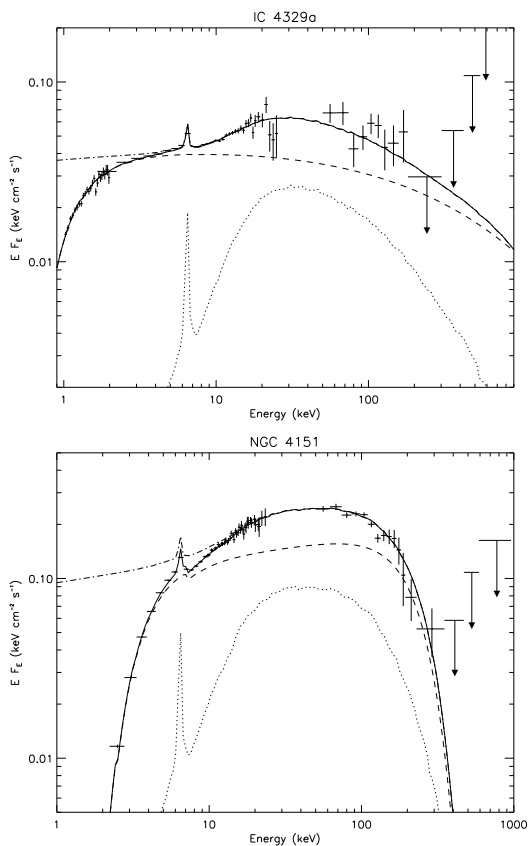
A ceux là s'ajoute un coefficient de normalisation global. Les résultats des ajustements de ces trois galaxies sont présentés en figure 8.5 et les paramètres déduits des différents ajustements sont présentés dans le tableau 8.1. Une description détaillée de ces résultats se trouve dans la publication qui suit. Notons tout de même les principaux résultats :

- Les ajustements sont toujours meilleurs lorsque l'on ne tient pas compte des données entre 6 et 7 keV ce qui montre que notre prédiction de la raie du fer n'est pas bonne. En fait dans ces objets la raie du fer réelle est plus intense et plus large. Il semble nécessaire d'apporter une description plus fine de la production de cette raie, par exemple en introduisant des effets relativistes.
- Le paramètre  $\beta$  n'est vraiment contraint que dans le cas de NGC 4151 pour laquelle les données OSSE sont les moins bruitées de l'échantillon.
- Surtout, l'ajustement de ces 3 Seyferts nécessite un angle d'inclinaison très important de l'ordre de  $80^\circ$  pour IC4329a et NGC 4151 et aux alentours de  $70^\circ$  pour MCG 8-11-11. Ces inclinaisons sont beaucoup plus importantes que celles annoncées habituellement. Les galaxies de Seyfert 1 sont même souvent supposées être vues "de face" (Antonucci, 1993)

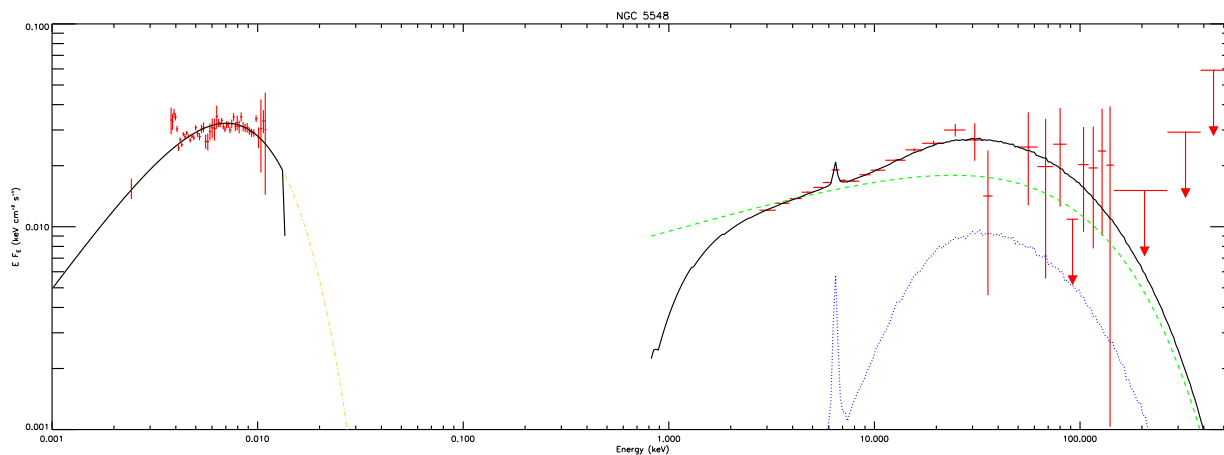
### Ajustement des données de NGC 5548

NGC 5548 est la seule galaxie pour laquelle nous disposons de données simultanées en optique, UV (IUE) et X (GINGA). A celles-ci, on peut rajouter des données OSSE (non simultanées) pour avoir une contrainte sur la coupure à haute énergie. Ces données sont celles utilisées par Magdziarz et al. (1998). Le modèle prédit la forme du spectre de l'UV aux X durs pour un angle d'inclinaison donné. La normalisation entre la partie UV et la partie X du spectre est fixée par le modèle et ne peut intervenir comme paramètre de l'ajustement. P.O. Petrucci et moi-même avons donc introduit la composant UV prédite par le modèle dans la procédure d'ajustement de XSPEC. Cela ne rajoute qu'un paramètre libre, à savoir, la température centrale  $T_c$  du disque (c.f. HP97). Pour prendre en compte les données non-simultanées de OSSE, il a été nécessaire de les normaliser indépendamment des données IUE/GINGA.

Les observations et l'ajustement correspondant sont tracés sur la figure 8.6. Le meilleur ajustement a été obtenu pour une température du disque  $T_c \sim 2\text{eV}$ , un indice spectral  $\Gamma \sim 1.7$ , une coupure à  $E_c = 80\text{ keV}$ , un exposant de coupure  $\beta \sim 1$ , une densité de colonne  $N_h \sim 0.4 \cdot 10^{22}\text{ cm}^{-2}$  et un angle d'inclinaison d'environ  $80^\circ$ .



**Fig. 8.5:** Ajustement des spectres large bande de IC 4329a, MCG 8-11-11 et NGC4151. La composante réfléchiée est représentée en pointillés, le direct en tirets



**Fig. 8.6:** Ajustement du spectre *optique/UV/X/gamma* de NGC 5548



**Tab. 8.1:** Valeurs des paramètres obtenues par ajustement.  $E_c$  est donné en keV,  $N_h$  en  $10^{22} \text{ cm}^2$ . (a)  $\beta$  fixé, (b)  $\beta$  paramètre libre, (c)  $\beta$  fixé, canaux entre 6. et 7. keV exclus, (d)  $\beta$  paramètre libre, canaux entre 6. et 7. keV exclus.

	$\Gamma$	$E_c$	$\beta$	$\mu$	$N_H$	$\chi^2/\nu$
IC 4329a						
(a)	$1.95^{+0.03}_{-0.01}$	$284.^{+120}_{-60}$	1.0 (f)	$0.16^{+0.02}_{-0.01}$	$0.46^{+0.02}_{-0.02}$	129/104
(b)	$1.87^{+0.06}_{-0.11}$	$112.^{+240}_{-111}$	$0.39^{+0.30}_{-0.13}$	$0.18^{+0.01}_{-0.01}$	$0.46^{+0.02}_{-0.02}$	127/103
(c)	$1.96^{+0.01}_{-0.02}$	$306.^{+136}_{-60}$	1.0 (f)	$0.16^{+0.02}_{-0.02}$	$0.46^{+0.02}_{-0.02}$	118/101
(d)	$1.97^{+0.01}_{-0.10}$	$210.^{+112}_{-210}$	$2.6^{+6.1}_{-2.2}$	$0.15^{+0.03}_{-0.04}$	$0.47^{+0.02}_{-0.03}$	118/100
MCG 8-11-11						
(a)	$1.71^{+0.04}_{-0.04}$	$201.^{+96}_{-55}$	1.0 (f)	$0.38^{+0.05}_{-0.07}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	913/884
(b)	$1.71^{+0.04}_{-0.13}$	$203.^{+110}_{-202}$	$0.96^{+1.8}_{-0.6}$	$0.38^{+0.06}_{-0.07}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	913/883
(c)	$1.71^{+0.05}_{-0.05}$	$217.^{+64}_{-64}$	1.0 (f)	$0.36^{+0.13}_{-0.13}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	814/827
(d)	$1.66^{+0.01}_{-0.01}$	$116.^{+242}_{-71}$	$0.51^{+2.9}_{-0.12}$	$0.41^{+0.10}_{-0.20}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	814/826
NGC 4151						
(a)	$1.80^{+0.01}_{-0.01}$	$235.^{+25}_{-19}$	1.0 (f)	$0.15^{+0.01}_{-0.01}$	$9.4^{+0.1}_{-0.1}$	137/99
(b)	$1.87^{+0.04}_{-0.03}$	$211.^{+20}_{-20}$	$2.4^{+0.6}_{-0.5}$	$0.16^{+0.03}_{-0.02}$	$9.8^{+0.2}_{-0.2}$	100/98
(c)	$1.84^{+0.01}_{-0.08}$	$282.^{+14}_{-78}$	1.0 (f)	$0.18^{+0.01}_{-0.05}$	$9.5^{+0.1}_{-0.4}$	131/96
(d)	$1.87^{+0.06}_{-0.03}$	$210.^{+25}_{-15}$	$2.4^{+1.2}_{-0.5}$	$0.16^{+0.05}_{-0.02}$	$9.8^{+0.2}_{-0.3}$	93/95

L'ajustement est excellent puisque le  $\chi^2$  réduit est de 0.75. C'est à notre connaissance le premier ajustement du spectre d'une galaxie de Seyfert par un modèle cohérent sur une bande aussi large. Il est cependant nécessaire de faire quelques remarques :

- Comme pour les trois précédentes galaxies, la faible composante en réflexion de NGC 5548 nécessite un angle d'inclinaison élevé.
- Mis à part l'angle d'inclinaison, les valeurs des autres paramètres sont en accord avec ceux obtenus dans la littérature (Clavel et al. 1992 , Magdziarz et al. 1998)
- Cette galaxie possède un fort excès X mou incohérent avec l'émission d'un disque standard (Magdziarz et al. 1998 ). Nous n'avons pas pris en compte cette composante dans notre ajustement car rien dans le modèle actuel ne permet de la reproduire. Les travaux de Magdziarz et al. (1998) semblent montrer que l'émission UV-X mou peut s'ajuster par un modèle de comptonisation de l'émission UV du disque par un plasma froid. Dans le cadre du modèle d'illumination anisotrope, il est possible qu'une couronne à la température de quelques keV se forme à la surface du disque et produise l'excès X mou. Cela serait en accord avec la corrélation UV/X mou observée par Marshall et al. (1997) dans cette galaxie.

### 8.2.3 Discussion

Je reprends ici les principaux éléments de la partie 4 de la publication 1 à laquelle le lecteur peut se référer pour une discussion plus étoffée.

Le modèle donne de très bons ajustements, mais nécessite, pour reproduire la faible composante de réflexion dans les 4 galaxies étudiées, un angle d'inclinaison élevé de l'ordre de  $80^\circ$ . Ce résultat n'est pas un problème en soi car il est tout à fait possible que le disque d'accrétion de ces galaxies soit vu pratiquement de côté. Certains travaux semblent être en accord avec ces résultats (c.f. Publication 1). D'autres par contre prédisent, à partir d'ajustements précis du profil de la raie du fer, des angles d'inclinaison d'environ  $30^\circ$ . Quoiqu'il en soit nos résultats posent deux problèmes :

- Le modèle d'illumination anisotrope prévoit l'existence de Seyfert 1 dominées par la réflexion pour des angles d'inclinaison faibles alors qu'aucune n'a été observée.
- Sur un échantillon de 27 galaxies de Seyfert 1 détectées par Ginga (Nandra & Pounds 1994), aucune ne possède de coefficient de réflexion  $R$  supérieur à 4. Dans le cadre du modèle d'illumination anisotrope, ceci implique, au vu de la figure 8.4, qu'aucune de ces galaxies n'est inclinée de moins de  $50^\circ$ . Ceci est hautement improbable : si la distribution des angles est uniforme la probabilité d'obtenir un tel échantillon est de  $(\cos 50)_{27} \sim 10^{-5}$ .

Ces problèmes peuvent être résolus en faisant appel à un effet de sélection limitant

l'observation de galaxies vues de face dans la bande 2-10 keV et qui possèdent, dans notre modèle une forte composante de réflexion. A première vue, un tel effet pourrait provenir de l'anisotropie du rayonnement  $X$  qui est relativement moins intense pour ces faibles inclinaisons. Cependant un examen plus attentif montre que cela est peu probable :

- La luminosité  $X$  du primaire ne commence à décroître notablement que pour des inclinaisons faibles. Pour des angles de l'ordre de 30 à 40 degrés le primaire est suffisamment proche de son niveau maximal, entre 2 et 10 keV, pour que l'objet soit détectable par les satellites. Comme ces objets devraient également posséder une composante en réflexion relativement importante, ce nouveau type de Seyferts dominées par la réflexion aurait dû être détecté.
- La baisse du primaire entre 2 et 10 keV est relativement compensée par l'augmentation de la composante en réflexion. Il y a ainsi seulement un facteur 5-10 en flux à 2 keV entre une galaxie vue sous un angle de  $10^\circ$  et celle vue sous un angle de  $80^\circ$  (cf. figure 8.3). La dispersion de luminosités observées par GINGA est également de cet ordre de grandeur. Il semble donc peu probable que ce soit l'effet de sélection recherché.

Ne pouvant proposer d'effet de sélection plausible pour accorder le modèle aux observations, nous avons été amenés à la conclusion qu'il fallait revoir certaines hypothèses du modèle. Notre recherche de solutions pour diminuer la composante réfléchie s'est principalement dirigée selon deux axes tous deux basés sur un plus grand réalisme des calculs. D'une part la prise en compte de l'ionisation a des effets intéressants qui seront abordés au § 8.4. D'autre part nous avons pensé que la prise en compte des effets de l'extension de la source pouvait avoir des conséquences sur l'anisotropie et donc sur l'intensité de la composante réfléchie. C'est l'objet de la partie suivante.

### 8.3 Limites de l'hypothèse d'une source ponctuelle optiquement fine

Les calculs de transfert de rayonnement dans la source chaude avaient été menés par HP97 dans l'approximation d'une source ponctuelle et dans l'hypothèse d'une seule interaction Compton (milieu optiquement fin).

Dans cette partie, nous allons utiliser le code MCNL pour étudier les effets de l'extension avec un traitement exact du transfert de rayonnement. Il n'est cependant pas inutile de rappeler, au préalable, quelques caractéristiques du modèle analytique.

En pratique, HP97 ont calculé, dans l'approximation Thomson, l'émissivité d'un

lepton relativiste dans un champ de photons UV anisotrope (approximation  $\delta$ ). Ils en ont déduit le spectre émis par l'ensemble de la distribution. Ceci permet ensuite de déterminer le gradient de température du disque et donc la forme du spectre UV.

Avec ces approximations la luminosité totale de la source X s'écrit :

$$L_t = \frac{4}{3} \sigma_T N \langle \gamma^2 \rangle c U_s \quad (8.6)$$

où  $N$  est le nombre total de leptons,  $\langle \gamma^2 \rangle$  est la moyenne des carrés des facteurs de Lorentz de la distribution de leptons,  $U_s$  est la densité d'énergie radiative au niveau de la source.  $U_s$  a pour origine le recyclage d'une fraction de  $L_t$  par le disque<sup>2</sup>, elle est donc proportionnelle à  $L_t$ . Plus exactement d'après la formule (54) de HP97 :

$$U_s = \frac{3\pi}{4} \frac{L_t}{Z_o^2 c} \int_0^1 F_{\eta_X}(-\mu) \mu^3 d\mu \quad (8.7)$$

où la fonction  $F_{\eta_X}$  est définie par Eq. 8.2.

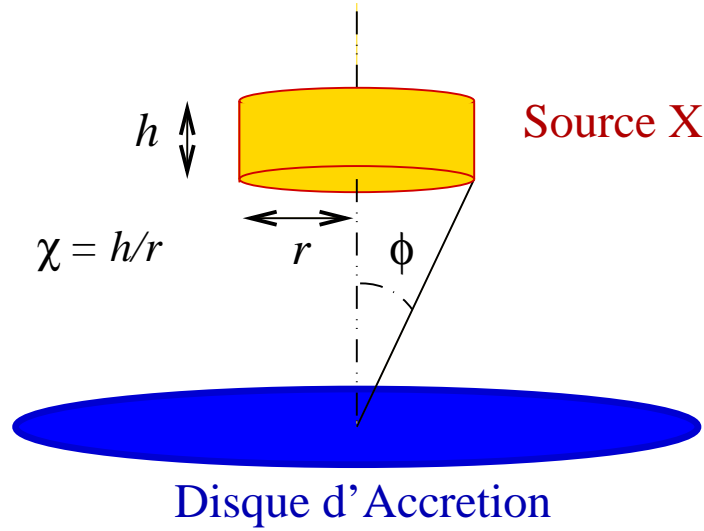
Cette expression peut être insérée dans Eq. 8.6, ce qui fournit la condition d'équilibre :

$$\frac{\sigma_T}{Z_o^2} N \langle \gamma^2 \rangle \simeq 17.7425 \quad (8.8)$$

L'équilibre radiatif calculé par HP97 ne peut se produire que si les paramètres vérifient cette relation. Il peut sembler un peu osé de fixer les paramètres à ceux de l'équilibre sans se préoccuper de sa stabilité ni de savoir si les mécanismes à l'origine de la formation de la source vont permettre de l'atteindre. C'est un aspect un peu problématique du modèle qui reste à développer. Cependant, si au lieu de fixer la forme de la distribution, on fixe la puissance fournie aux leptons par le processus de réaccélération, les pertes Compton ajustent la distribution de sorte que le système évolue vers l'équilibre radiatif : si  $\langle \gamma^2 \rangle$  est trop grand,  $L_t$  est trop forte, ce qui conduit via la réponse du disque à une augmentation de  $U_s$  et donc à une diminution de l'énergie des leptons. Si, au contraire,  $\langle \gamma^2 \rangle$  est trop faible pour que Eq. 8.8 soit vérifiée, les pertes radiatives sont trop faibles pour compenser le processus d'accélération et l'énergie moyenne augmente. Ici, nous nous contenterons de supposer qu'un tel mécanisme de régulation existe et maintient le système dans l'état d'équilibre déterminé par la distribution de leptons que l'on a fixée.

Les paramètres apparaissant dans l'Eq. 8.8 sont par ailleurs contraints par les observations. La valeur du facteur de Lorentz moyen dépend fortement de la forme de la distribution des leptons qui est sérieusement contrainte par les observations (c.f. § 8.2.2). La hauteur de la source doit être ajustée en fonction de la luminosité afin

<sup>2</sup> Rappelons que l'émission intrinsèque du disque est ici supposée négligeable



**Fig. 8.7:** Source étendue cylindrique

d'obtenir les températures de disque typiquement observées de l'ordre de quelques dizaines d'eV. Le nombre de leptons dans la source fixe la normalisation du spectre et permet d'ajuster  $L_t$  aux luminosités observées. Il n'a aucune influence sur les formes spectrales puisque les ordres Compton multiples sont négligés. Cependant, pour que cette approximation soit valable, la source doit être optiquement fine. Ceci fixe des contraintes sur la taille de la source.

Pour une source sphérique de rayon  $R$ , la contrainte de milieu optiquement fin nous donne :

$$\tau = \frac{3}{4\pi} \sigma_T \frac{N}{R^2} \ll 1 \quad (8.9)$$

En utilisant Eq. 8.8 on obtient :

$$\frac{R}{Z_o} \gg \frac{2}{\sqrt{\langle \gamma^2 \rangle}} \quad (8.10)$$

Pour des valeurs typiques des paramètres de la distribution des paires requis par les observations ( $s = 3$  et une coupure à  $\gamma_c = 100, \sim 1$ ), le rapport  $R/Z_o$  doit être plus grand que  $1/2$ . L'approximation d'une source ponctuelle n'est donc pas justifiée (voir aussi la figure 6 de HP97).

### 8.3.1 Méthode de calcul

J'ai adapté le code MCNL au cas d'une source étendue. J'ai choisi pour la source une forme cylindrique ce qui permet d'étudier l'effet des extensions verticale et hori-

zontales indépendamment. Cette géométrie est représentée sur la figure 8.7. Les paramètres importants pour le transfert radiatif sont le rapport hauteur sur rayon du cylindre, que j'ai noté  $\chi$  et l'angle  $\phi$  soutendu par la source lorsqu'elle est vue depuis le point du disque o passe l'axe de symétrie. Pendant la simulation, la distribution des leptons est maintenue fixée selon la formule 8.4. Les effets de production et d'annihilation des paires ont été supprimés. Les résultats obtenus sont donc indépendants de la puissance injectée. A la différence de HP97 nous ne calculons pas le profil de température du disque qui est considéré comme homogène en température ( $kT_r$  fixée). Cette approximation n'affecte que la forme du spectre UV mais pas l'intensité ni l'anisotropie du champ de rayonnement. Le profil d'émissivité est calculé de façon exacte en prenant en compte la fraction réfléchie (cf. § 5.1.7). Un LP photon tombant sur le disque est réémis au même point selon un tirage isotrope (cf. § 6.3.2) s'il a été absorbé et selon la direction calculée par le code de réflexion s'il a été réfléchi.

L'épaisseur optique du cylindre peut être définie selon son rayon :

$$\tau_R = \frac{N}{V} \sigma_T r = K (1 + 1/\chi) \quad (8.11)$$

ou selon sa hauteur :

$$\tau_H = \frac{N}{V} \sigma_T h = K (1 + \chi) \quad (8.12)$$

$V$  est le volume du cylindre,  $N$  est le nombre de leptons qu'il contient.  $K$  représente la plus petite épaisseur optique que l'on peut obtenir dans n'importe quelle direction. C'est ce paramètre que nous utiliserons par la suite pour estimer l'épaisseur optique de la source.

Si  $K$  était un paramètre fixé, il faudrait avoir beaucoup de chance pour que  $N$  vérifie la condition d'équilibre radiatif (Eq. 8.8)<sup>3</sup>. A l'inverse, nous allons donc chercher à déterminer la valeur de  $K$  qui permet de vérifier cette condition d'équilibre. Cette valeur dépend des paramètres  $\chi$ ,  $\phi$ ,  $\gamma_{min}$ ,  $s$ ,  $\gamma_c$ ,  $kT_r$  et  $\beta$ .

Pour la déterminer, à chaque pas de temps, on ajuste  $N$  (i.e.  $K$ ) en fonction du bilan énergétique :

$$N(t + \Delta t) = N(t) + \frac{E_{inj} - E_{comp}}{\langle \gamma - 1 \rangle m_e c^2} \quad (8.13)$$

$E_{inj}$  est l'énergie fournie aux leptons pendant le pas de temps (paramètre relié à  $L_t$ ),  $E_{comp}$  est l'énergie totale perdue par Compton inverse. De cette façon, à partir de conditions initiales fixées,  $N$ , et donc  $K$ , évoluent jusqu'à atteindre un équilibre où l'énergie injectée compense exactement les pertes Compton.

<sup>3</sup> Plus exactement, le nombre de leptons  $N$  doit vérifier une condition d'équilibre du même type que Eq. 8.8 mais de formulation beaucoup plus complexe, s'appliquant à la géométrie cylindrique et prenant en compte les échanges d'énergie entre leptons et photons X.

Rappelons que cette évolution n'est pas physique elle permet simplement d'aboutir à la solution. Une fois l'équilibre atteint, on peut imaginer que le processus d'accélération compense exactement les pertes Compton et maintient la distribution de leptons avec les paramètres que l'on a fixés.

### 8.3.2 Résultats

Contrairement à ce qu'avaient supposé HP97, la valeur de l'épaisseur optique est cruciale pour les formes spectrales. Les diffusions multiples doivent être prises en compte. La figure 8.8 montre le spectre obtenu pour des paramètres ayant des valeurs typiques (entre autre  $Z_0 \sim r$ ). L'épaisseur optique permettant de réaliser l'équilibre est  $\tau_R = \tau_H = 2K = 0.196$ . Cette valeur est faible mais déjà trop importante. Les composantes issues des ordres Compton multiples modifient le spectre, formant un continuum qui s'étend bien au-delà du MeV. Le premier ordre Compton est correctement décrit par la théorie analytique, mais son émission apparaît moins intense que celle des ordres supérieurs. En effet, en direction d'un observateur, elle est atténuée par l'anisotropie alors que les ordres Compton multiples sont eux pratiquement isotropes.

La coupure à quelques centaines de keV n'est donc pas apparente. L'importance des composantes multiples dépend essentiellement de la valeur de l'épaisseur optique d'équilibre.

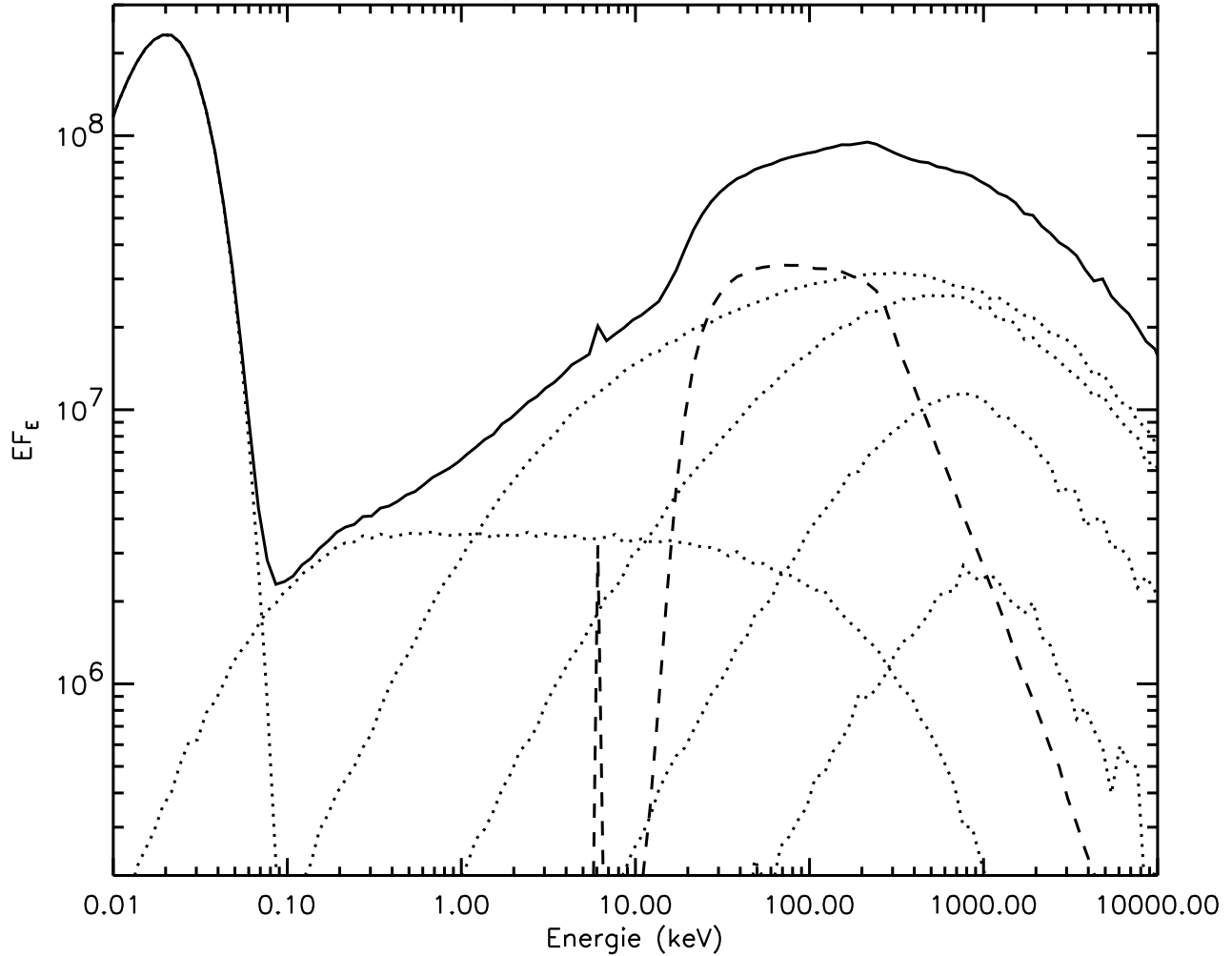
Dans ce qui suit, nous allons étudier comment l'épaisseur optique d'équilibre varie avec les différents paramètres. La contrainte est sévère puisque les simulations montrent que les ordres Compton multiples ne sont négligeables que pour des épaisseurs optiques extrêmement faibles ( $K \sim 5 \cdot 10^{-4}$ , cf. figure 8.11).

J'ai donc cherché à minimiser  $K$ . Pour cela, j'ai effectué une centaine de simulations couvrant une grande partie du domaine des paramètres acceptables au vu des observations :

- $s$  varie entre 2 et 3 pour couvrir l'ensemble des indices spectraux observés.
- $kT_r$  varie entre 1 et 100 eV
- $\gamma_{min}$  est compris entre 1 et 10. De plus grandes valeurs sont exclues du fait du déficit de photons au-dessous de  $\sim \gamma_{min}^2 kT_r$  qui provoque une coupure à basse énergie qui n'est pas observée. Pour  $\gamma_{min} = 10$  cette coupure se situe vers 1 keV. Au-dessous de 1 keV la coupure peut très bien passer inaperçue dans les données brouillées par les effets de l'absorption galactique.
- $\gamma_c < 200$  du fait de la coupure à haute énergie.

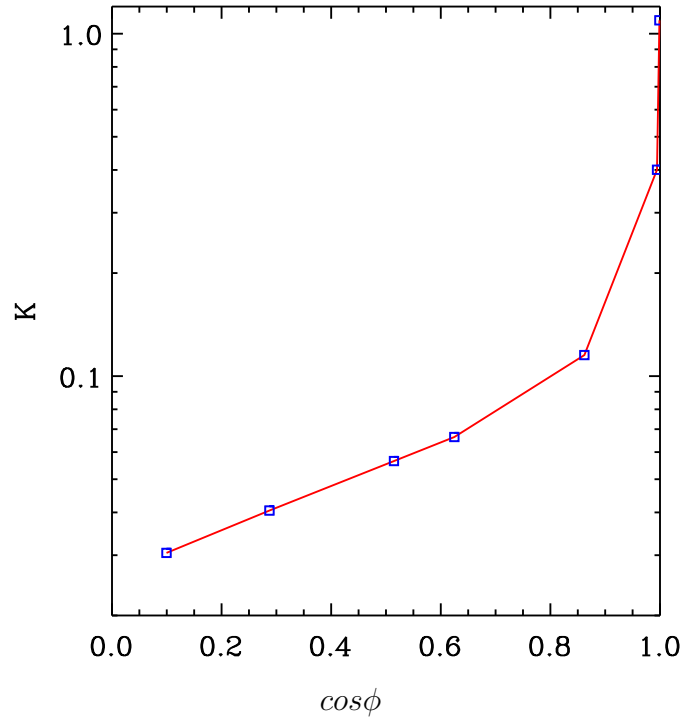
J'ai étudié comment  $K$  varie avec ces paramètres et la géométrie.

$\chi$  a une influence très faible sur  $K$  qui varie à peine d'un facteur 2 pour  $\chi$  variant



**Fig. 8.8:** Spectre moyenné sur les angles d'inclinaison émis par la source étendue du modèle anisotrope. La composante réfléchie est représentée en tirets. Les ordres Compton successifs sont montrés en pointillés. Les paramètres géométrique sont  $\chi = 1$ ,  $\cos \phi = 0.83$ . Les paramètres de la distribution des leptons sont  $\gamma_{min} = 2$ ,  $\gamma_c = 100$ ,  $s = 3$ ,  $\beta = 2$ . La température de couleur du disque est  $kT_{bb} = 5,11$  eV. L'épaisseur optique d'équilibre est  $\tau_R = \tau_H = 2K = 0.196$ .





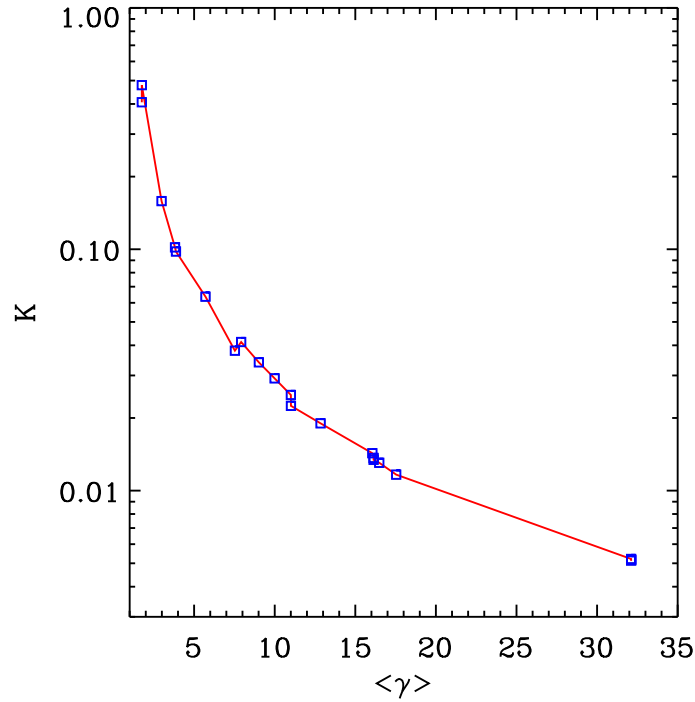
**Fig. 8.9:**  $K$  en fonction de  $\cos \phi$ . Les autres paramètres sont fixés :  $\chi = 1$ ,  $\gamma_c = 50$ ,  $\gamma_{min} = 2$ ,  $\beta = 1$ ,  $kT_r = 50$  eV.

entre  $10^{-3}$  et  $10^3$ . Par contre,  $K$  est très sensible à l'angle solide soutenu par le cylindre. La figure 8.9 montre  $K$  en fonction de  $\cos \phi$ , tous les autres paramètres étant fixés.  $K$  décroît fortement avec  $\phi$ , les valeurs minimales sont obtenues pour  $\phi \sim \pi/2$ , c'est-à-dire une source très étendue et/ou très proche du disque. Ceci est compréhensible puisque un angle solide important implique une rétroaction<sup>4</sup> du disque importante. La densité d'énergie radiative dans la bande UV,  $U_s$ , est donc importante. Côté leptons, le taux de diffusion Compton est plus important et on a besoin de moins de particules pour rayonner l'énergie nécessaire au maintien de l'équilibre. C'est donc le coefficient de rétroaction qui contrôle  $K$  par l'intermédiaire des paramètres géométriques.

$K$  ne dépend pratiquement pas de  $kT_r$ , puisque au premier ordre le taux de perte Compton dépend de la densité d'énergie et non du spectre des photons mous.  $K$  décroît lorsque  $\gamma_{min}$  et  $\gamma_c$  augmentent et lorsque  $s$  et  $\beta$  diminuent. Bien que  $K$  dépende de la forme de la distribution, il est surtout sensible au facteur de Lorentz moyen des

---

<sup>4</sup> le coefficient de rétroaction est défini comme la fraction de la luminosité  $X$  de la source qui y retourne sous forme de photons UV après reprocessing dans le disque.



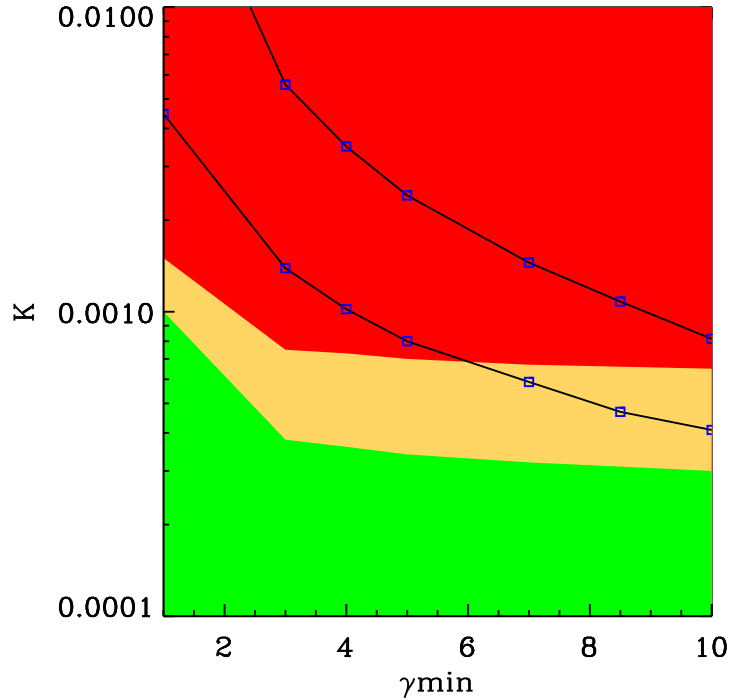
**Fig. 8.10:**  $K$  en fonction de  $\langle \gamma \rangle$ .  $\chi = 1$ ,  $\cos \phi = .83$ ,  $kT_r = 50$  eV et les valeurs de autres paramètres sont variables :  $1 < \gamma_{min} < 20$ ,  $10 < \gamma_c < 100$ ,  $2 < s < 3$ ,  $1 < \beta < 3$ .

paires  $\langle \gamma \rangle$ . Cette dépendance est illustrée par la figure 8.10. On peut noter que cette dépendance est qualitativement en accord avec l'Eq 8.8.

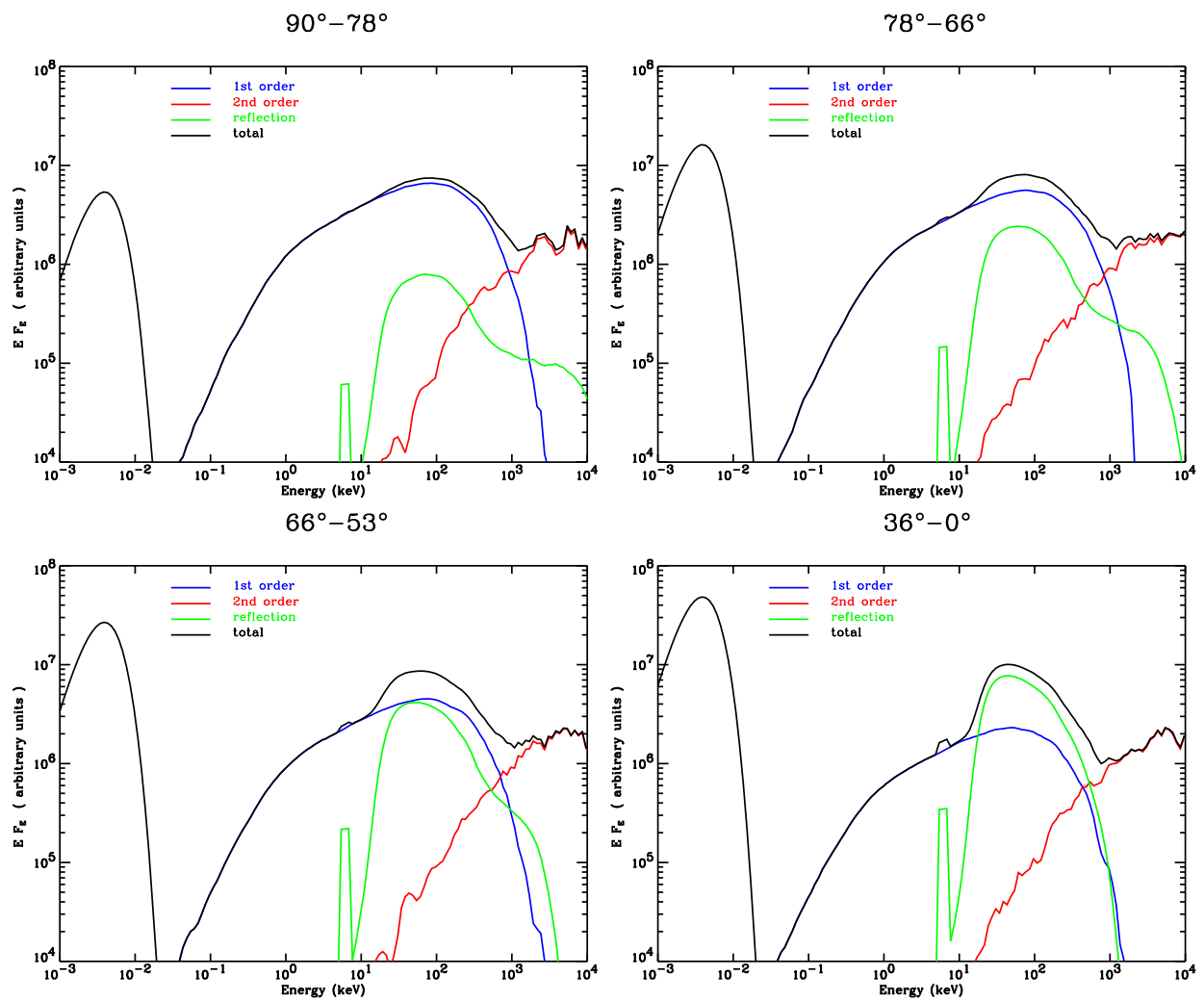
Par ajustement des résultats du code, j'ai trouvé une formule analytique qui explique le comportement de  $K$  (à un facteur 2 près) :

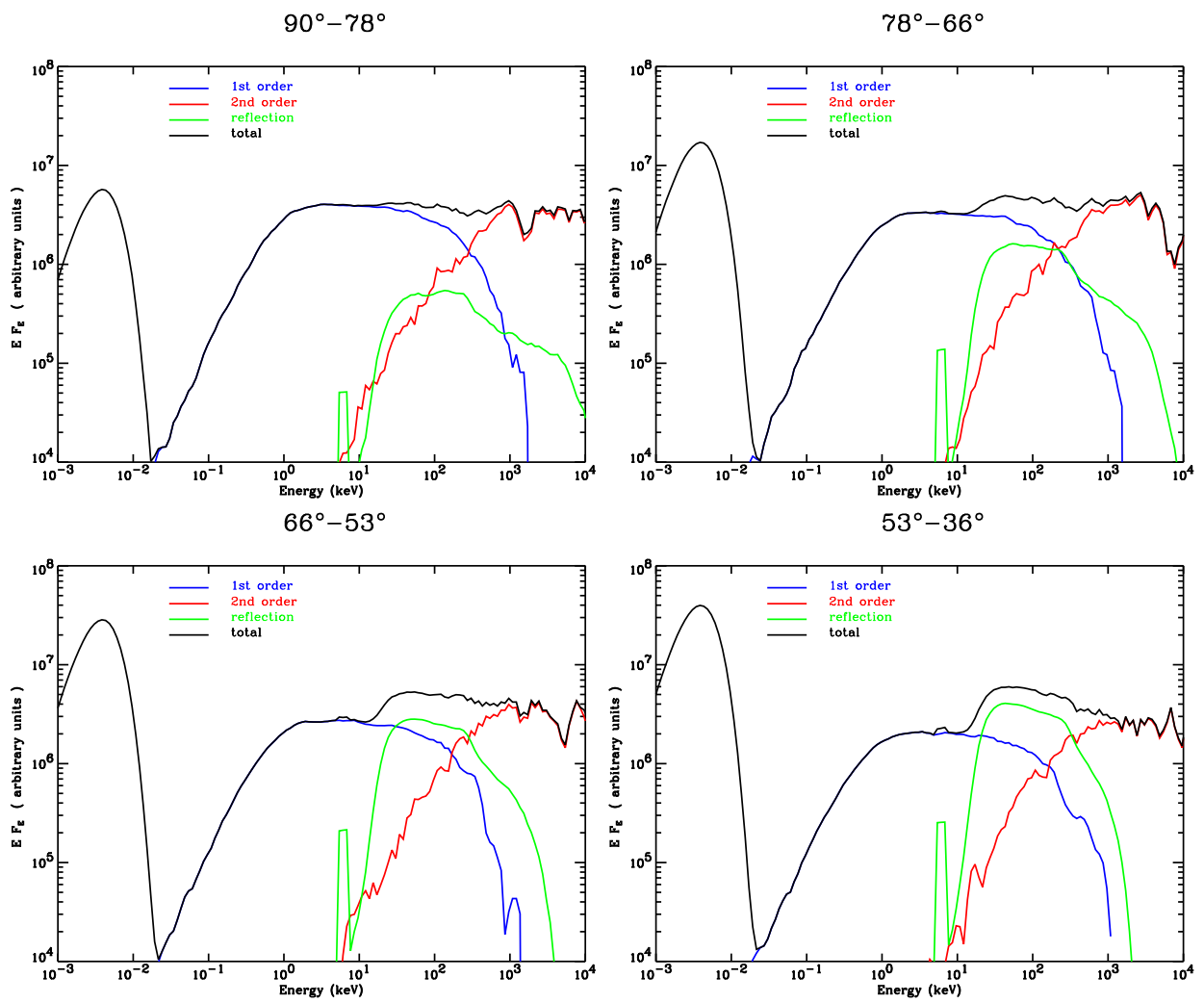
$$K = 1.219 \cdot 10^{-2} \frac{1}{(\langle \gamma \rangle - 1)^{1.3}} \frac{(1 + 3.5\mu^{0.118})(1 + \mu)}{(1 - \mu)^{0.32}} (1 + \chi^{0.03}) \quad (8.14)$$

où  $\mu = \cos \phi$ . Cette expression est équivalente à l'Eq. 8.8, elle peut être considérée comme une approximation de la condition d'équilibre pour notre géométrie cylindrique tenant compte des effets de second ordre Compton. Clairement,  $K$  est minimal pour une source infiniment étendue posée sur le disque ( $\chi = 0$ , et  $\phi = \pi/2$ ), et de grandes valeurs du facteur de Lorentz moyen  $\langle \gamma \rangle$ .



**Fig. 8.11:** Solutions d'équilibre pour le coefficient  $K$  en fonction de  $\gamma_{min}$  pour  $s = 2.1$  (courbe du bas) et  $s = 3$  (courbe du haut) dans le cas d'une source étendue posée sur le disque ( $\chi = 10^{-3}$ ,  $\phi = \pi/2$ ). Les solutions d'équilibre pour  $2.1 < s < 3$  se trouvent donc dans la bande comprise entre la courbe  $s = 2.1$  et  $s = 3$ . Les différents du fond caractérisent l'importance relative des ordres multiples (sans condition d'équilibre). Région du bas de la figure : le second ordre est négligeable quel que soit  $s < 3$ . Région du haut : le second ordre est important quel que soit  $s > 2$ . Région intermédiaire : il existe une valeur  $s_{max}$  avec  $2 < s_{max} < 3$  telle que le second ordre est négligeable pour  $2 < s < s_{max}$ .

Fig. 8.12:  $s=2$

Fig. 8.13:  $s=3$

### 8.3.3 Cas limite de la source posée sur le disque

Nous allons maintenant étudier cette configuration qui permet d'obtenir les plus faibles valeurs de l'épaisseur optique. Dans ce qui suit,  $\gamma_c$  est fixé à 200 (valeur maximale permise par les observations et compatible avec  $kT_r = 1$  eV). Notons que dans la limite de faible  $\chi$ ,  $K$  est équivalent à  $\tau_H$ .

La figure 8.11 montre l'évolution de  $K$  en fonction de  $\gamma_{min}$  pour  $s = 2.1$  et  $s = 3$ . La courbe avec  $s = 2.1$  est bien sûr toujours au-dessous de celle avec  $s = 3$ , puisque  $K$  diminue lorsque le facteur de Lorentz moyen augmente. L'épaisseur optique est faible atteignant des valeurs de l'ordre de  $10^{-3}$  lorsque  $\gamma_{min}$  se rapproche de 10. Est-ce suffisant pour que le second ordre soit négligeable? Il semble bien que non.

Le code linéaire ne calcule pas les solutions d'équilibres mais il est plus rapide que le code MCNL. Il permet cependant de tester rapidement l'importance du second ordre Compton pour différentes valeurs de l'épaisseur optique et des paramètres de la distribution<sup>5</sup>. L'importance du second ordre dépend de la valeur de  $K$  mais aussi de la pente de la loi de puissance  $s$ . Si la pente est faible le spectre du premier ordre Compton est plus dur. S'il y a plus de photons à haute énergie dans le premier ordre il y en a encore plus dans le second ordre. De sorte que l'importance des diffusions Compton multiples est généralement plus grande lorsque la pente est faible. Selon le même principe, l'intensité des ordres multiples est plus forte lorsque  $\gamma_{min}$  est grand. J'ai effectué un grand nombre de simulations linéaires couvrant le plan  $(K, \gamma_{min})$  de la figure 8.11. Ces simulations m'ont permis de cartographier qualitativement ce plan en estimant l'importance du second ordre. Dans la plus grande partie de la région du plan autorisée<sup>6</sup>, le second ordre domine. Seules des valeurs de  $\gamma_{min}$  proches de 10 peuvent permettre de le négliger et seulement pour  $s \sim 2.1$ . Le modèle ne peut donc reproduire que les indices spectraux les plus durs.

Les figures 8.12 et 8.13 montrent les spectres obtenus dans ces cas extrêmes ( $\gamma_{min} = 10$ ), respectivement pour  $s = 2$  et  $s = 3$ . L'effet du second ordre dépend aussi de l'inclinaison. En effet, le premier ordre demeure fortement anisotrope en accord avec les calculs de HP97, par contre les ordres supérieurs sont isotropisés par les diffusions multiples. Ils apparaissent donc plus forts relativement au premier ordre pour les grandes inclinaisons. J'ai tracé les spectres obtenus pour différents angles de vue. Les estimations que j'avais faites avec le code linéaire étaient basées sur une inspection du spectre moyen, le critère étant que le rapport de flux (en  $\nu F_\nu$ ) entre le maximum du 1er ordre

<sup>5</sup> il faut noter que ces calculs ne sont pas autocohérents puisque l'équilibre n'est pas pris en compte

<sup>6</sup> La région permise par les contraintes observationnelles et d'équilibre est la bande limitée par les courbes  $s = 2.1$  et  $s = 3$

et le second ordre à 1 MeV soit plus grand que 2. Lorsque l'on prend en compte la distribution angulaire du rayonnement, l'importance du second ordre dépend de l'inclinaison de la ligne de visée. La figure 8.12 montre que le second ordre Compton ne pourrait être négligé que pour les inclinaisons les plus fortes (la valeur de  $\nu F_\nu$  est alors un facteur  $\sim 9$  au-dessous du maximum du premier ordre). Cela est plus discutable pour les inclinaisons les plus faibles. De plus, dans ce cas, la composante réfléchie devient elle aussi importante, trop importante pour décrire les observations. Par contre pour  $s = 3$  (Figure 8.13) le second ordre est clairement du même ordre, voire plus grand que le maximum du premier ordre.

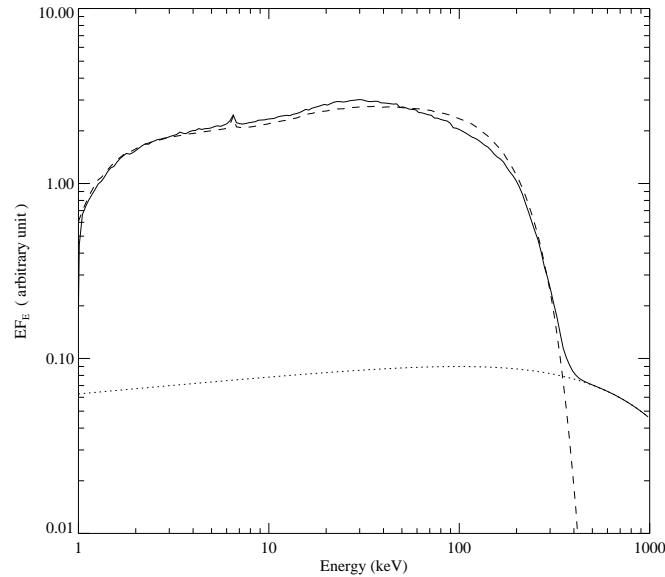
### 8.3.4 En résumé

La prise en compte de l'extension de la source ne change pas significativement les résultats précédents concernant l'anisotropie du premier ordre et l'importance de la composante réfléchie. Par contre, le traitement détaillé du transfert radiatif dans la source a montré que les photons interagissant plusieurs fois dans la source ne pouvaient pas, la plupart du temps, être négligés. Ces composantes Compton multiples étendent le spectre bien au delà de la coupure observée à 200 keV.

Dans certains cas cependant elles sont négligeables. Il est, pour cela, nécessaire que le plasma soit optiquement *très* fin ( $\tau < 5 \cdot 10^{-4}$ ). Ceci implique une région active formant une couche très étendue posée sur le disque. Ceci ne va pas dans le sens des estimations prenant en compte la physique du choc ( $Z_0 = 20 R_g$ ,  $R = 10 R_g$ ). De plus, même dans cette configuration, le second ordre Compton n'est clairement négligeable que si l'indice spectral est faible  $\Gamma \sim 1.5$ . L'ensemble de la gamme des indices spectraux observés  $1.6 < \Gamma < 2$  n'est donc pas couverte par le modèle. Tous ces éléments le remettent sérieusement en cause. Ils illustrent également la nécessité d'un traitement exact des effets de transfert radiatif dans la modélisation de l'émission des objets compacts à haute énergie. Des approximations couramment employées, semblant légitimes a priori, sont pourtant la source d'erreurs importantes.

## 8.4 L'ionisation du disque : étude qualitative

Une solution qui pourrait résoudre à la fois le problème du second ordre Compton et celui de la réflexion dominante serait de considérer l'ionisation du disque. L'hypothèse d'un disque neutre découle de l'observation de la raie du fer, qui pique à 6.4 keV et coïncide donc avec l'émission d'un gaz neutre. Il est vrai aussi que le profil de cette raie semble élargi par les effets à la fois relativistes et de rotation du disque (Nandra



**Fig. 8.14:** Composante en réflexion sur un disque ionisé. L'angle d'inclinaison est de  $10^\circ$ . Le spectre primaire est représenté en pointillés, le spectre total en trait continu. Pour comparaison, le meilleur ajustement de IC4329a par le modèle avec disque neutre a été superposé (en tirets).

et al., 1997), ce qui suggère une émission relativement proche du trou noir central. Pourtant si une partie du disque était fortement ionisée, le rayonnement primaire tombant sur ces régions ionisées serait faiblement absorbé par effet photoélectrique. La composante réfléchie posséderait alors une forme semblable à celle du spectre primaire à basse énergie et formerait donc une bosse nettement moins importante pour des angles d'inclinaison faibles.

Il est possible de concilier ces différentes remarques en supposant un disque neutre dans ses régions internes et fortement ionisé à l'extérieur. Cela ne paraît pas déraisonnable, à première vue, puisque la densité d'un disque d'accrétion capable de produire un jet tel que ceux décrits par Ferreira & Pelletier (1993a), varie grossièrement en  $r^{-3/2}$  alors que le flux ionisant reste à peu près constant pour  $r \leq Z_o$  (formule 8.2). Le paramètre d'ionisation peut donc être suffisamment faible, dans les régions internes du disque pour que l'ionisation y soit peu importante.

L'état d'ionisation du disque dépend de la distance au centre, mais aussi de la dimension verticale. Le calcul autocohérent de cette structure ionisée nécessiterait un couplage du code de réflexion avec un code de photoionisation. C'est un travail lourd qui dépasse le cadre de cette thèse. Il faudrait en outre, avoir des informations plus détaillées sur la structure radiale et verticale (densité) du disque d'accrétion qui peut



aussi dépendre de l'illumination.

Il est cependant possible d'avoir une idée qualitative du résultat en imposant une partie externe complètement ionisée (aucune absorption, réflexion sur des électrons libres) et une partie interne neutre. La limite entre les deux régions neutre/totalement ionisée est paramétrée par le demi-angle  $\psi$  que sous-tend la zone neutre vue de la source chaude. La figure 8.14 compare le spectre de l'ajustement de IC 4329a obtenu précédemment, pour un disque totalement neutre, et une inclinaison de  $80^\circ$ , avec celui obtenu dans le cas d'un disque en partie ionisé ( $\psi = 45^\circ$ ) vu sous un angle de  $10^\circ$ . La région ionisée a donc un rayon de l'ordre de  $Z_o$ . Ces spectres sont étonnamment similaires. De plus, l'intensité de l'émission X primaire nécessaire à l'ajustement est moins importante que dans le cas neutre. La coupure aux alentours de quelques centaines de keV n'est alors plus imposée par le primaire mais par la composante en réflexion et donc par les effets Klein-Nishina subis par les photons se réfléchissant sur un plasma froid. Ceci relâcherait les contraintes sur les effets Compton multiples et donc sur l'épaisseur optique de la région active, le spectre primaire pouvant alors s'étendre à plus haute énergie.

Ces résultats sont encourageants, toutefois cette solution appelle plusieurs remarques :

- la transition entre la région neutre et la région totalement ionisée doit absolument être très brutale. Une vaste région intermédiaire avec un faible gradient de degrés d'ionisation, formerait des signatures spectrales qui ne sont pas observées, notamment une raie du fer ionisée décalée vers le bleu. L'hypothèse d'un disque à deux zones reste donc à tester en prenant en compte plus précisément la structure du disque et les problèmes de transfert liés au calcul de l'ionisation.
- les contraintes sur le flux X primaire ne sont pas totalement relâchées. En particulier si les effets de diffusions multiples deviennent trop importants (milieu trop épais), l'anisotropie disparaît. Dès lors, la composante réfléchie n'est plus dominante et le problème de la coupure à haute énergie réapparaît. Il faudrait affiner ces contraintes par des calculs en source étendue.
- le modèle perd sa motivation initiale et son point fort par rapport aux autres modèles : il ne reproduit plus la distribution des rapports  $L_{UV}/L_X$  observée. En effet si la composante réfléchie domine à basse énergie, on prédit des rapport  $L_{UV}/L_X$  à peu près constants et de l'ordre de 1.

## 8.5 Conclusion

Ce chapitre m'a permis d'illustrer comment des codes de transfert radiatif associés à des observations peuvent contraindre fortement un modèle. Dans le cas du modèle d'illumination anisotrope ces contraintes sont importantes puisqu'elles vont jusqu'à remettre en cause la validité du modèle. D'une part la prise en compte de la composante réfléchie prédit un spectre dominé par la réflexion lorsque l'inclinaison du système est faible. Ce type de spectres n'est pas observé. Ceci implique, d'après le modèle, que parmi la trentaine de galaxies de Seyfert 1s pour lesquelles on dispose de données en  $X$ , pas une ne serait inclinée de moins de  $50^\circ$ , ce qui est peu vraisemblable.

D'autre part, la prise en compte des effets de l'extension de la source par le code MCNL montre que dans la plupart des cas on ne peut pas négliger les diffusion Compton multiples. Ceci entraîne, avec la distribution des leptons du modèle, une composante à haute énergie s'étendant bien au-delà de la coupure observée à 200 keV.

Ces problèmes peuvent vraisemblablement être résolus en considérant l'ionisation du disque, cependant le modèle ne reproduit plus alors les rapports  $L_{UV}/L_X$  importants que l'on observe dans certains objets. Aucun modèle actuel n'y réussit. Un modèle expliquant l'émission des galaxies de Seyferts de l'UV aux  $\gamma$  reste donc à construire. Notre étude a montré que l'anisotropie de la source  $X$ , quelle que soit son origine ne peut pas rendre compte (du moins pas de façon simple) des observations large bande.



## **PUBLICATION 1**

**Anisotropic Illumination in AGNs  
The reflected Component,  
Comparison to hard X-ray spectra  
from Seyfert Galaxies.**

*Astronomy and Astrophysics* no 336, p 807 (1998)



## Anisotropic illumination in AGNs

### The reflected component. Comparison to hard X-ray spectra from Seyfert Galaxies

J. Malzac<sup>1</sup>, E. Jourdain<sup>1</sup>, P.O. Petrucci<sup>2</sup>, and G.Henri<sup>2</sup>

<sup>1</sup> C.E.S.R. (CNRS/UPS), 9, av. du Colonel Roche, B.P. 4346, F-31028 Toulouse Cedex 4, France

<sup>2</sup> Laboratoire d'Astrophysique, Observatoire de Grenoble, B.P. 53X, F-38041 Grenoble Cedex, France

Received 18 February 1998 / Accepted 29 May 1998

**Abstract.** We calculate the reflection component predicted by the anisotropic illumination model of Henri & Petrucci 1997. This component appears to be more important than for isotropic models. The overall  $X/\gamma$  spectrum is found to be strongly angle-dependent. When the accretion disc is seen with a nearly edge-on orientation the reflection hump is weak, while a face-on viewing angle leads to a prominent reflection hump with an equivalent reflection coefficient  $R \sim 50$ . Such reflection dominated Seyfert 1s galaxies are not observed. By fitting observed  $X/\gamma$  spectra, we derive inclination angle  $\theta \sim 70^\circ$  for MCG 8-11-11 and  $\theta \sim 80^\circ$  for IC 4329a and NGC 4151. Although the model succeed in reproducing individual observed spectra, it requires all the Seyfert 1s observed in the X-ray band to be seen with large inclination angles. Such a situation is highly improbable. On the other hand, we show that the ionisation of a fair part of the reflecting disk could represent an interesting improvement of the model, consistent with the data and relaxing the constraints on the high energy cut-off in Seyfert galaxies.

**Key words:** radiative transfer – X-rays: galaxies – galaxies: Seyfert – galaxies: individual: IC 4329a – galaxies: individual: MCG 8-11-11 – galaxies individual: NGC 4151

#### 1. Introduction

Although we know now that the high energy spectrum of AGNs is driven by accretion processes in the vicinity of a supermassive black hole, the detailed nature and geometry of the nuclear emitting region are still unclear.

The radio quiet AGNs have first been divided in two spectral classes based on optical classification (Khalichikyan & Weedman 1971). The Seyfert 1s show broad (up to 10000 km/s) and narrow (up to 1000 km/s) emission lines while the Seyfert 2s show only the narrow ones. The broad lines originate probably from hot photoionized clouds within 1 parsec of the central source, while the narrow lines originate in moving clouds at kilo parsec distances. The most popular models to explain these differences are the unified models (see Antonucci 1993 for a review). In this scheme Seyfert

1s and 2s have intrinsically the same nucleus, the differences are simply due to an inclination effect. An optically thick torus of dust and molecular gas surrounds the nucleus and the broad line region (BLR), obscuring our view of the BLR when our line of sight lies close to the torus plane. In this case the galaxy appears as a Seyfert 2 since only the BLR are visible. The BLR and the nucleus are visible only when we view from within a cone aligned with the polar axis of the torus. The galaxy then appears as Seyfert 1. The most extreme hypothesis, called the straw's person model, assumes that the thickness and the opening angle of the torus are the same in all Seyfert galaxies. This model received strong supports from observations, but there are now some hints that the reality is more complex lying somewhere between the straw's person model and the hypothesis that Seyfert 1s and 2s are intrinsically different objects.

Since the high energy photons are less altered by the environment, and because of their short time variability, the observed X and  $\gamma$  spectra provide information on the inner regions and the primary source. They are well described by an intrinsic power law with photon index  $\Gamma \sim 1.9$  (Pounds et al. 1990; Nandra & Pounds 1994) with a cut-off at a few hundred keV (Jourdain et al. 1992; Johnson et al. 1995). This powerlaw is interpreted as the result of comptonisation of soft (UV) photons by high energy electrons or pairs. Ginga observations have shown the presence of secondary components superimposed on the powerlaw. Among them a reflected component arising from Compton reflection on cold matter (White & Lightman 1988) and a neutral Fe  $K_\alpha$  line. These components suggest the presence of a cold thick gas in the region where most of the power is released.

This is corroborated by the presence in many sources of a strong UV bump interpreted as a thermally radiating medium. This UV emission was thought to arise from internal dissipation in an accretion disc until variability studies of NGC 4151 and NGC 5548 (Clavel et al. 1992; Warwick et al. 1996; Perola et al. 1986) showed a correlated UV and X variability which is inconsistent with the standard accretion disc model. The UV and optical continua are more likely due to the reprocessing of the high energy radiation.

All these elements have led to consider various geometries where an X-ray source is located above a cold accretion disc and reilluminates it, imprinting the reflection features on the

observed spectrum (Zdziarski et al. 1990; Haardt et Maraschi 1991, 1993). In these models the X-ray source is isotropic, half of the X-rays impinges on the disc and is reprocessed. This produces a black body UV luminosity of about the same magnitude as the hard Comptonized luminosity. This is contrary to observations which often show a UV luminosity several times greater than X-ray luminosity (Walter et Fink 1993). Furthermore, some observations of the Fe line with a large equivalent width ( $EW > 200$  eV, Nandra et al. 1997) seem to require more impinging radiation. Ghisellini et al. (1991) pointed out that the anisotropy of both the UV radiation field and the IC process should lead to more X-ray photons scattered backward than upward.

However, the discovery by OSSE and SIGMA of an ubiquitous cut-off around a few hundred keV has focused the attention on thermal models, stimulating detailed calculations of the coupling between the hot source and the cold disc. The most popular model, favored by these calculations, is the patchy corona model (Haardt et al. 1994; Stern et al. 1995). In this scheme the emitting region is modeled by a small number ( $\sim 10$ ) of active regions on the surface of the accretion disc. This model is in good agreement with the data. However, it requires internal dissipation in the disc to explain large UV to X ratios, which is again difficult to reconcile with simultaneous optical-UV variability. It seems also to have difficulties to explain photon index softer than 2, as observed in some Seyfert 2s (Smith & Done, 1996).

As an alternative, Henri et Petrucci (1997, hereafter HP97) proposed a model where the hard X-rays are emitted by a unique non-thermal optically thin point source. This source is located above an accretion disc and illuminates it. Such a source could be physically realized by a strong shock terminating an aborted jet (Petrucci et al., in preparation). The seed photons are provided by the thermal emission of the disc. This disc is represented by an infinite slab which radiates only the reprocessed energy from the hot source without internal dissipation. The anisotropy of the soft photon field influences the Compton process making the X/ $\gamma$  emission strongly anisotropic. HP97 calculated in a self-consistent way the angular distribution of the high energy radiation and the disc temperature profile. This anisotropic illumination model (AIM) was found to give a good explanation of the observed distribution of UV/X luminosity ratios in Seyfert 1s. The high energy cut-off can be obtained by an appropriate shape of the particle distribution that can be naturally produced by reacceleration associated with pair production (Done et al. 1990, Henri & Pelletier 1991).

In this paper we investigate further this anisotropic illumination scenario. We calculated the reflection component expected from this geometry (Sect. 2). The strong anisotropy of the X-ray source leads to an overall spectrum which is highly angle dependent. For nearly pole-on viewing angles, the reflected component dominates the hard X-ray spectrum. In Sect. 3, we compare our results with observed spectra of IC 4329a, MCG 8-11-11 and NGC 4151. The small amount of reflection in these objects requires nearly edge-on inclination angles. To date, no reflection dominated Seyfert 1 has been detected. It means that *in the*

*framework of the present model all the X/ $\gamma$  observed Seyfert 1s are seen with large inclinations.* This point and possible implications for Seyfert galaxies are discussed in Sect. 4.

## 2. The reflection component

### 2.1. Computational method and assumptions

The calculation of the reflected component of the proposed model is a bit peculiar, since the incident flux is angle dependent. The flux from the primary X-ray source, radiated in a direction defined by an angle  $\theta$  with the normal to the disc was given in HP97 (Eq. 78) with a form similar to:

$$F_{\text{dir}}(E, \mu) \propto F_{\eta\chi}(\mu) A(\mu)^{\Gamma-2} E^{1-\Gamma} \exp\left[-\sqrt{\frac{E}{E_c A(\mu)}}\right] \quad (1)$$

where  $\mu = \cos\theta$ ,  $\Gamma$  is the photon index and  $E_c$  the cut-off energy.

The anisotropy coefficients are given by:

$$F_{\eta\chi}(\mu) = 2.30043 - 3.29152\mu + 1.09871\mu^2, \quad (2)$$

$$A(\mu) = \frac{F_{\eta\chi}(\mu)}{2. - 1.64576\mu}. \quad (3)$$

Note that the effective cut-off energy  $E_c A(\mu)$  is angle dependent.

This form of  $F_{\text{dir}}$  differs from the classical power law plus exponential cut-off by the 1/2 exponent under the exp function. This exponent originates from the lepton energy distribution in the hot source. In HP97 (Eq. 71), this distribution function has been *arbitrary* fixed to be:

$$n(\gamma) = N_0 \gamma^{-s} \exp\left(-\frac{\gamma}{\gamma_0}\right) \quad (4)$$

Actually, we should calculate it self consistently taking into account all radiative and hydrodynamic processes in the shock which leads to the formation of the hot source. This work is currently in progress and it seems that in the allowed range of parameters there are few constraints on the shape of the electron distribution. For example, we could choose the more general distribution:

$$N(\gamma) = N_0 \gamma^{-s} \exp\left[-\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)^{2\beta}\right] \quad (5)$$

Which leads to a photon flux:

$$F_{\text{dir}}(E, \mu) \propto F_{\eta\chi}(\mu) A(\mu)^{\Gamma-2} E^{1-\Gamma} \exp\left[-\left(\frac{E}{E_c A(\mu)}\right)^\beta\right] \quad (6)$$

In this paper, we will use this last expression. Indeed, the model does not constrain the detailed shape of the primary spectrum but only the integrated luminosities.

For directions  $\mu < 0$ , the radiation impinges on the disc. A fair part of the luminosity is absorbed contributing to the disc heating, while a fraction is Compton reflected leading to the formation of a secondary component  $F_{\text{ref}}$ . As for the isotropic case the strength and shape of reflected spectrum depend on the viewing angle (Magdziarz & Zdziarski 1995), but in a stronger manner. We performed calculations of  $F_{\text{ref}}(E, \mu)$  using a Monte-Carlo code which enables a treatment of these anisotropy effects (See Poutanen et al. 1996 for a semi-analytic treatment of angle dependent illumination). Our code takes into account both Compton diffusions in cold matter, photoabsorption and iron fluorescence. The disc is supposed to be optically thick, we fixed its column density at  $10^{26} \text{cm}^{-2}$ . The photoabsorption opacities are those from Morrisson & Mc Cammon (1983) which assume neutral matter with standard abundances. This code was tested, for the isotropic case, against the results of Magdziarz & Zdziarski 1995 and found in good agreement.

Assuming neutral matter means that the source height is supposed to be large enough for the impinging X-ray flux not to ionize the disc significantly. This hypothesis is supported by the observations of the 6.4 keV Fe line (Pound et al. 1990; Nandra & Pounds 1994). An ionized reflector would increase the reflected continuum below 10 keV where its contribution to the overall spectrum is usually very weak.

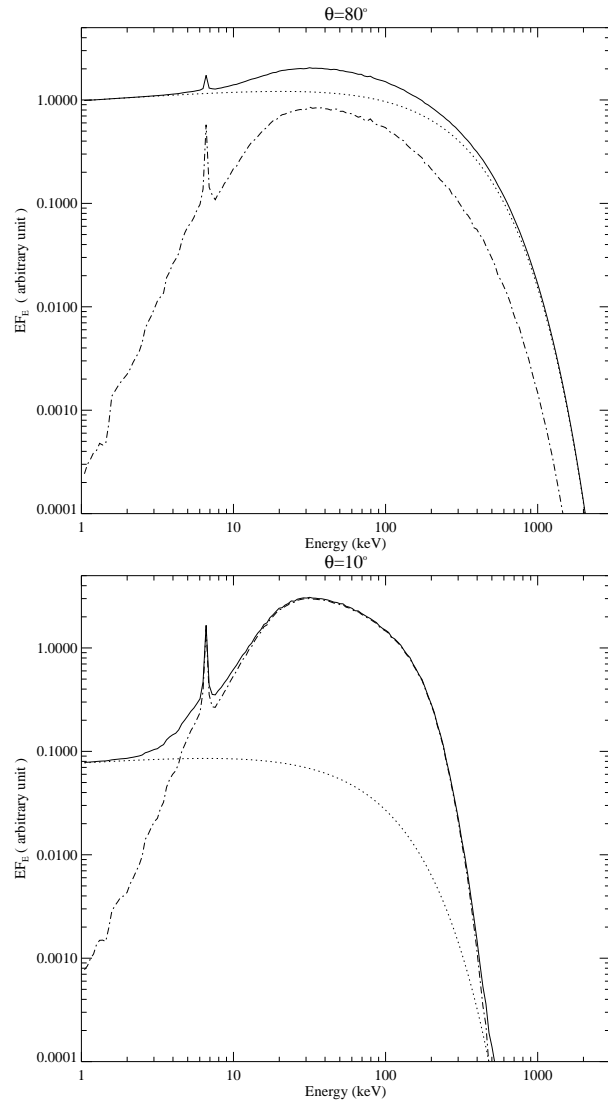
In Petrucci & Henri (1997), general relativity effects were studied and found to have negligible influence on the primary and reprocessed spectrum for source heights greater than  $25 R_s$  ( $5 \cdot 10^{12}$  to  $5 \cdot 10^{14}$  cm for typical masses). In this limit indeed, the characteristic size of the disc area where most of the source power is radiated, is much larger than the gravitational radius. Since our assumption of neutral matter requires a large source height, we assume that general relativity effects on the reflection component are negligible and use an Euclidean metric. Also we did not attempt to take into account the Doppler effect from the disc rotation. These effects would affect essentially the Fe line shape.

The reflected luminosity does not contribute to the disc heating. This could modify the temperature disc profile derived in HP97. Actually the disc albedo is small and we can neglect the incidence of reflection on the disc-source energy balance. We checked a posteriori that the total reflected luminosity is only about 10 % of the total incident luminosity. Also minor modifications of the primary spectrum arising from reflected photons going back to the hot source have been neglected.

With all these approximations the high energy spectrum shape is independent of the source height above the infinite disc.

## 2.2. Results

The main result from our calculations is that the overall spectrum is strongly dependent on the viewing angle  $\theta$ , defined as the angle between the line of sight and the normal to the disc. Fig. 1 shows two spectra obtained for edge-on and face-on inclinations. The hard X-ray source is highly anisotropic, the downward to upward emitted power ratio is about 7, lead-

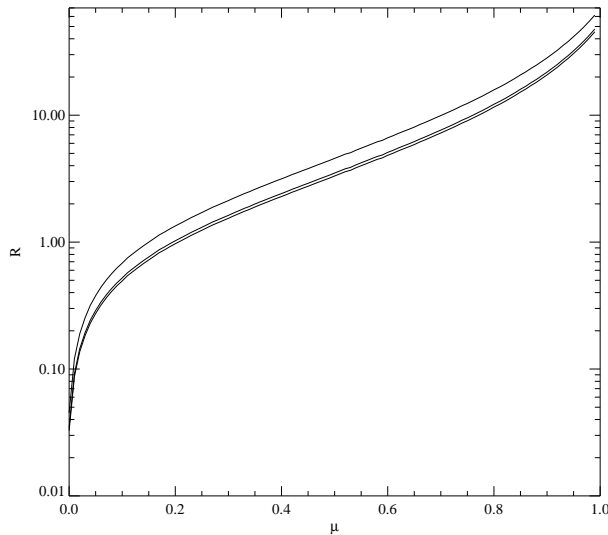


**Fig. 1.** Calculated spectra for  $\theta = 10^\circ$  (bottom) and  $\theta = 80^\circ$  (top) with  $E_c = 200$  keV  $\Gamma = 1.9$  and  $\beta = 1$ . The dotted lines show the primary spectrum, the dashed lines the reflected component.

ing to a reflection component higher than for isotropic models. Furthermore, this anisotropy leads to an increasing apparent luminosity of the primary emission with increasing  $\theta$  (see HP97). On the other hand the reflected flux is roughly proportional to the projected disc area seen by the observer which decreases as  $\mu = \cos \theta$ . So, *the reflection component dominates the high energy spectrum for low inclinations.*

The amount of reflection in the overall spectrum can be quantified by the reflection coefficient  $R$ . This empirical parameter is used to account for anisotropy and geometry uncertainties when comparing an isotropic reflection model with data.  $R$  is usually defined as the normalisation ratio between an observed reflected component to the calculated reflection obtained for an





**Fig. 2.**  $R$  as a function of  $\mu$  for three reference angles.  $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  from bottom to top. The parameters of the primary emission are  $E_c = 200$  keV,  $\Gamma = 1.9$ ,  $\beta = 1$ .

isotropic source illuminating an infinite slab seen with a given reference inclination angle  $\theta_0$ .

The choice of  $\theta_0$  is important since even in the isotropic case the reflected spectrum shape and normalisation are angle dependent. Usually  $\theta_0$  is chosen to be  $60^\circ$  because for this angle the spectrum is very close to the angle averaged spectrum, some authors prefer  $\theta_0 = 0$  since Seyfert 1s are expected to be seen pole on.

Here we estimate the reflection coefficient predicted by the AIM. Our  $R(\mu)$  is the ratio of the number of reflected photons predicted by the model for a given  $\mu$ , to the photon number obtained if the source was isotropic – and emitting the spectrum predicted by our model for an inclination  $\mu$  – and observed with an inclination  $\mu_0 = \cos \theta_0$ :

$$R(\mu) = \frac{\int E^{-1} F_{\text{ref}}(E, \mu) dE}{\int E^{-1} F_{\text{ref}}^{\text{iso}, \mu}(E, \mu_0) dE} \quad (7)$$

Fig. 2 shows  $R$  as a function of the inclination angle.  $R$ , increasing quickly with  $\mu$ , is of order of unity for angles around  $80$ - $75$  degrees and become important for smaller angles reaching values of about  $50$  for small inclinations.

As the observed  $R$  in Seyfert 1 galaxies is of order unity, we can already see that the anisotropic illumination model predicts an important inclination angle for those Seyfert 1s that have been well studied in hard X-rays. In the next section we test our model against the high energy spectra of IC 4329a, MCG 8-11-11 and NGC 4151 and derive inclination angles for these objects.

### 3. Comparisons with observations

#### 3.1. Data

In order to test the anisotropic illumination model and its predicted reflection component, we need spectral data in the  $1$ – $500$  keV range. Seyfert 1 galaxies are faint at high energy, OSSE detected only 12 of them with a good photon statistic (Johnson et al. 1997). If we discard those which were not observed simultaneously by a lower energy instrument their number falls to only 3 objects for which data are available, namely IC 4329a, MCG 8-11-11 and NGC 4151.

For IC 4329a we used the ROSAT, GINGA and OSSE data from Madejski et al. (1995, Fig. 4b model *d*). In our fits we ignored pha bins below 1 keV. For MCG 8-11-11 we used the ASCA/OSSE joint spectrum described in Grandi et al. (1997). For NGC 4151 we used the data from Zdziarski et al. (1996). The original data are a composite spectrum based on nearly simultaneous observations by ROSAT, GINGA and OSSE in June 1991. NGC 4151 presents a strong excess below 1.5 keV whose nature is unclear, arising probably from extended emission in the galaxy (Pounds et al 1986), and a strong complex absorption structure. The analysis of these components is out of the scope of the present work. So, we did not use the ROSAT data in our fit and considered GINGA data only above 2 keV.

#### 3.2. Fitted model

We fit these data with a 3 component model which has the following form:

$$F(E, \mu) = [F_{\text{dir}}(E, \mu) + F_{\text{ref}}(E, \mu)] e^{-\sigma(E) N_{\text{H}}} \quad (8)$$

The first component is the direct flux  $F_{\text{dir}}$  defined by Eq. 6 which depends on parameters  $\mu$ ,  $E_c$ ,  $\Gamma$  and  $\beta$ .

The second component  $F_{\text{ref}}(E, \mu)$  is the reflected component. This component depends indirectly on parameters  $E_c$ ,  $\Gamma$  and  $\beta$  via the incident X-ray spectrum. The  $\mu$  parameter affects weakly its shape, but mainly its relative intensity to the direct flux.

As an attempt to account for the low energy absorption we add a simple neutral absorption model with an hydrogen equivalent column density  $N_{\text{H}}$ . In order to have a reduced set of free parameters we did not attempt to model the data with a more complex absorber (ionized or partial covering). As we fit the data only above 1 keV we expect it does not influence the fit.

So, the fitted model includes 5 parameters  $E_c$ ,  $\Gamma$ ,  $\mu$ ,  $N_{\text{H}}$  and  $\beta$  plus an overall normalisation.

The fits were performed using XSPEC V10. The computation of the reflected spectrum by Monte Carlo method is too time consuming to be implemented in the fit procedure. So, we calculated once for all the “response matrix” of the disc. This matrix (similar to those described in Poutanen et al. 1996) gives the reflected spectrum in a given direction, for a given incident flux at fixed incidence angle and energy. An XSPEC implemented subroutine computes quickly the reflected component by interpolating and summing the matrix elements.

**Table 1.** Best fit parameters and  $\chi^2$  for models (a)  $\beta$  frozen, (b)  $\beta$  free parameter, (c)  $\beta$  frozen, 6.-7. keV channels ignored, (d)  $\beta$  free, 6.-7. keV channels ignored.  $E_c$  is given in keV,  $N_H$  in  $10^{22} \text{ cm}^{-2}$ .

	$\Gamma$	$E_c$	$\beta$	$\mu$	$N_H$	$\chi^2/\nu$
<b>IC 4329a</b>						
(a)	$1.95^{+0.03}_{-0.01}$	$284.^{+120}_{-60}$	1.0 (f)	$0.16^{+0.02}_{-0.01}$	$0.46^{+0.02}_{-0.02}$	129/104
(b)	$1.87^{+0.06}_{-0.11}$	$112.^{+240}_{-111}$	$0.39^{+0.30}_{-0.13}$	$0.18^{+0.01}_{-0.01}$	$0.46^{+0.02}_{-0.02}$	127/103
(c)	$1.96^{+0.01}_{-0.02}$	$306.^{+136}_{-60}$	1.0 (f)	$0.16^{+0.02}_{-0.02}$	$0.46^{+0.02}_{-0.02}$	118/101
(d)	$1.97^{+0.01}_{-0.10}$	$210.^{+112}_{-210}$	$2.6^{+6.1}_{-2.2}$	$0.15^{+0.03}_{-0.04}$	$0.47^{+0.02}_{-0.03}$	118/100
<b>MCG 8-11-11</b>						
(a)	$1.71^{+0.04}_{-0.04}$	$201.^{+96}_{-55}$	1.0 (f)	$0.38^{+0.05}_{-0.07}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	913/884
(b)	$1.71^{+0.04}_{-0.13}$	$203.^{+110}_{-202}$	$0.96^{+1.8}_{-0.6}$	$0.38^{+0.06}_{-0.07}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	913/883
(c)	$1.71^{+0.05}_{-0.05}$	$217.^{+64}_{-64}$	1.0 (f)	$0.36^{+0.13}_{-0.13}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	814/827
(d)	$1.66^{+0.01}_{-0.01}$	$116.^{+242}_{-71}$	$0.51^{+2.9}_{-0.12}$	$0.41^{+0.10}_{-0.20}$	$0.27^{+0.02}_{-0.02}$	814/826
<b>NGC 4151</b>						
(a)	$1.80^{+0.01}_{-0.01}$	$235.^{+25}_{-19}$	1.0 (f)	$0.15^{+0.01}_{-0.01}$	$9.4^{+0.1}_{-0.1}$	137/99
(b)	$1.87^{+0.04}_{-0.03}$	$211.^{+20}_{-20}$	$2.4^{+0.6}_{-0.5}$	$0.16^{+0.03}_{-0.02}$	$9.8^{+0.2}_{-0.2}$	100/98
(c)	$1.84^{+0.01}_{-0.08}$	$282.^{+14}_{-78}$	1.0 (f)	$0.18^{+0.01}_{-0.05}$	$9.5^{+0.1}_{-0.4}$	131/96
(d)	$1.87^{+0.06}_{-0.03}$	$210.^{+25}_{-15}$	$2.4^{+1.2}_{-0.5}$	$0.16^{+0.05}_{-0.02}$	$9.8^{+0.2}_{-0.3}$	93/95

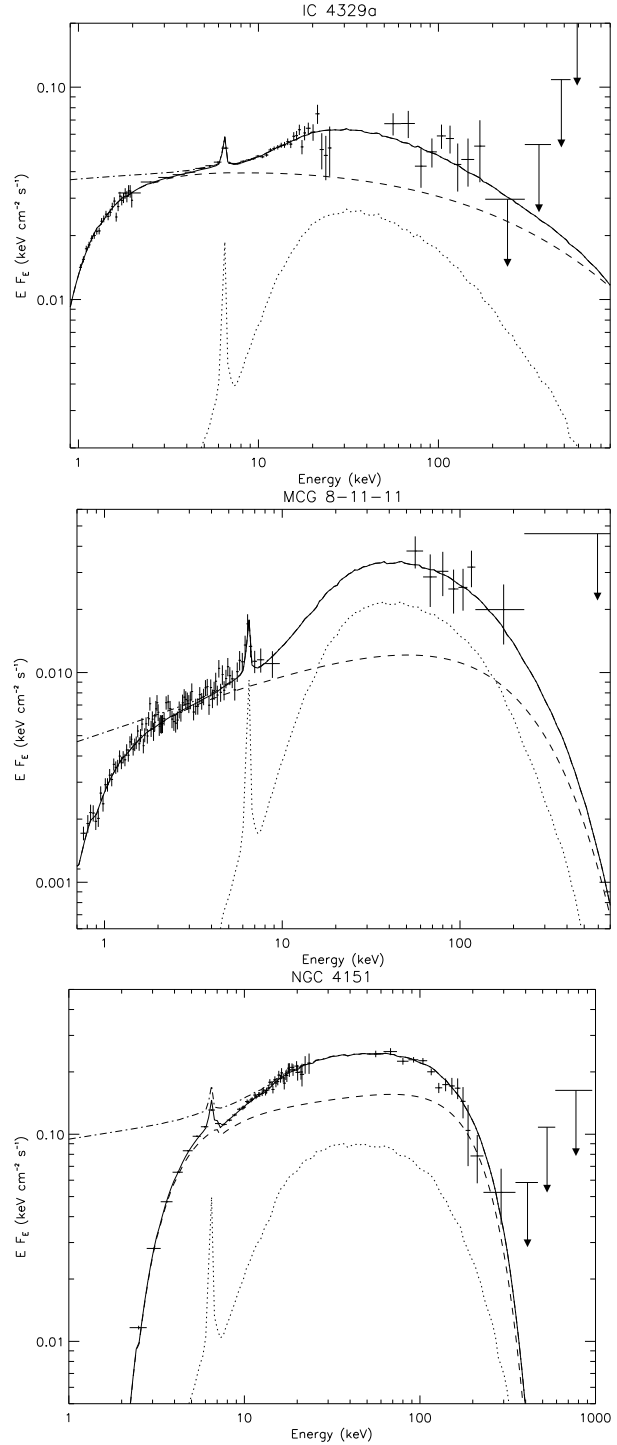
Quoted errors are the 90% confidence range ( $\Delta\chi^2 = 2.706$ ) as computed by XSPEC.

### 3.3. Results

We fitted the data with both the  $\beta$  parameter fixed to 1 (models a/c) and let as a free parameter (models b/d). To estimate the influence of our predicted Fe K $\alpha$  line on the results, we then reprocessed the fits ignoring the pha channels in the 6.-7. range (models c and d). The results are shown in Table 1. Fig. 3 shows the data and the unfolded model spectra from model b.

The best fit parameters values of  $E_c$ ,  $\Gamma$  and  $N_H$  derived with  $\beta = 1$  (model a) are very similar to those found in the previous quoted works. We found values of  $\mu$  corresponding to:  $\theta \sim 81^\circ$  for IC 4329a, and NGC 4151, and  $\theta \sim 67^\circ$  for MCG 8-11-11. These large inclination angles reflect the small amount of reflection in these objects. Using Fig. 2, one can check that these angles are in good agreement with the previously derived  $R$  parameter values: 1.03 ( $\theta_0 = 60^\circ$ ), 1.64 ( $\theta_0 = 0^\circ$ ) and 0.43 ( $\theta_0 = 65^\circ$ ), respectively for IC 4329a, MCG 8-11-11 and NGC 4151.

However, our  $\chi^2$  values are worse because the Fe line is not a free parameter in our model and our absorption model is rough. Ignoring the data bins in the 6.-7. range (model c and d) improves the fits significantly. This means that our predicted Fe line does not reproduce the data very well. An analysis of the residuals shows that the observed lines are stronger and broader in these three objects. Such large equivalent widths are usually interpreted as iron overabundance. The broadening could arise from Doppler and general relativistic effects. A secondary component produced elsewhere could also be present.



**Fig. 3.** Fits with model b. The dotted lines are the reflection components, dashed line are the absorbed primary spectra, dot-dashed lines are the unabsorbed continua, solid lines are the sum of the three components

Actually, a detailed modelling of the Fe line would require more assumptions than we did, making it difficult a self consistent calculation in the framework of the anisotropic illumination model. However, we can see by eyes in Fig. 3 that our estimates of the line are not in complete disagreement with the data.

In IC 4329a and MCG 8-11-11 the data do not constrain the detailed shape of the cut-off. So adding the  $\beta$  parameter (model *b* and *d*) does not improve significantly the fit. And as  $\beta$  and  $E_c$  are strongly correlated, similar  $\chi^2$  values can be achieved with either small or large value of both  $\beta$  and  $E_c$ . In MCG 8-11-11 the best fit values of  $\beta$  in model *b* is found to be close to 1., while ignoring the 6-7 keV channels lead to  $\beta = 0.51$  but with a  $\chi^2$  value very close to that obtained with  $\beta$  fixed to 1 (model *c*). For IC 4329a we found two local minima corresponding to  $\beta \sim 0.4$ ,  $E_c \sim 110\text{keV}$  and  $\beta \sim 2.7$ ,  $E_c \sim 210\text{keV}$  with a slight difference in  $\chi^2$  values. The first minimum is the best fit in model (b), while the second becomes the best fit when 6-7 keV channels are ignored. On the other hand, in NGC 4151, the OSSE data have a higher photon statistics which enables to better constrain the model. The cut-off is clearly sharper than exponential which had led Zdziarski et al. (1996) to interpret it as a thermal one. Our nonthermal model gives a good description of the spectrum provided that  $\beta > 1$ , with a best fit value of  $\beta$  close to 2.4.

#### 4. Discussion

In the previous section we found that the AIM is consistent with the observed X-ray/ $\gamma$ -ray spectra from IC 4329a, MCG 8-11-11 and NGC 4151, provided that the inclination angle is nearly edge-on. This would require that, at least in these three Seyfert 1 galaxies, the dusty torus is inexistent or the geometry of the obscuring material enables us to see directly their nuclei at large inclination angles. To our knowledge, such a hypothesis can not be ruled out by present observations. There are also some hints that the inclination is larger than usually thought in some unobscured Seyferts.

In NGC 4151, HST observations of the ionisation cone in the extended narrow line region require a larger opening angle and an inclination  $> 60^\circ$  (Evans et al. 1993). The large absorption column density and the radio jet in NGC 4151 are also suggestive of an edge-on Seyfert. This led Cassidy & Raine (1997) to propose a modified version of the unified model based on detailed analysis of NGC 4151. In this scheme, the observed ionisation cone is due to the geometry of the scatterer rather than to collimation by the torus. The absorption of Seyfert 2 spectra occurs in a flared accretion disc, so the opening angle of the torus is not required to be small. For NGC 4151 they derive an inclination of  $58^\circ$ .

In the case of IC 4329a, a polarimetric study (Wolstencroft et al. 1995), assuming that the polarization arises from scattering on the inner edge of the optically thick torus, shows that IC 4329a is unlikely to be seen pole-on. Rather, it suggests that our line of sight goes through the edge of the torus so that the central nucleus is partially obscured. This would be consistent with a large inclination if the torus is geometrically thin and, on

the other hand, it would also explain the large column density obtained in the best fits –almost 10 times the galactic column density (see also Walter&Fink 1993). We can equally remark that a large reddening has been observed in the optical and ultraviolet (Marziani et al. 1992) and that IC 4329a is one of the rare almost edge-on Seyfert 1 galaxies (Keel 1980).

We are thus possibly dealing with three highly inclined systems.

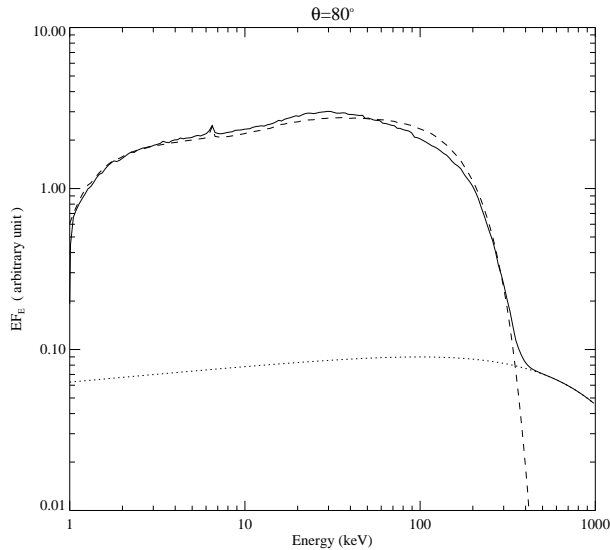
However, our results are clearly different from detailed studies of the Fe K line profiles observed by ASCA (Nandra et al. 1997). They found broad asymmetric redshifted lines consistent with emission in the inner regions of an accretion disc rotating around a black hole. The relativistic effects on the line profile are strongly angle dependent (Fabian et al. 1989; Laor 1991). They derive a mean inclination of only  $30^\circ$  for their sample of Seyfert 1s. For NGC 4151 and IC 4329a, they found viewing angles respectively in the range  $9^\circ - 33^\circ$  and  $10^\circ - 26^\circ$  degrees. At least for MCG 6-30-15 and NGC 4151, it seems difficult to find a plausible alternative explanation (Fabian et al. 1995) such as Compton downscattering. Note however that the modelling of the continuum can affect the line profile. On the other hand, the used fitting model requires had hoc assumptions on the inner and outer radii of the disc and on the disc emissivity profile and assumes that all of the fluorescence arise from the disc. Moreover, this model also predicts small inclination angles for a sample of Seyfert 2s and NELG (Turner et al. 1997) in contradiction with the unified model.

A more problematic issue is the prediction of reflection dominated Seyfert 1s for pole-on inclination angles. However, a prominent reflection component should have strong effects below ten keV and thus should be detected by GINGA and ASCA. Indeed, these objects would present a very intense Fe line with equivalent widths of 1-2 keV and a very hard spectrum in this band ( $\Gamma \sim 1$ ). It is interesting to note that observations of the X-ray background requires discrete sources with photon index in the 2-10 keV range  $\Gamma \sim 1.5$  (Ueda et al. 1998). Although these sources are merely Seyfert 2 galaxies (Sakano et al. 1998), the X-ray background would be consistent with reflection dominated Seyfert 1s (Fabian et al. 1990).

A few reflection dominated Seyferts have effectively been reported (Reynolds et al. 1994, Matt et al. 1996, Malaguti et al. 1998), but all of them are Seyfert 2s. The reflection component is then interpreted as reflection on the inner edge of the torus, the nuclear emission being strongly absorbed.

In the GINGA sample of 27 Seyfert 1s and NELG (Nandra & Pound 1994), the largest R values are 3-4. This means that, according to Fig. 2, none of them would have an inclination lower than  $\sim 50^\circ$ . Unless there is a strong selection effect against low inclination system, this situation is most unlikely. The data do not suggest the existence of a selection bias which would be moreover difficult to explain. The AIM in its present form is thus ruled out.

However, some improvements of the AIM could make it more consistent with the observations. First, the source could be closer to the disc. Then, the solid angle subtended by the reflecting matter is reduced due to the central hole in the disk.



**Fig. 4.** Spectrum obtained for a disk fully ionized in its external parts (solid line). The half-angle subtended by the neutral region is  $45^\circ$ . The parameters are  $\mu = 0.98$ ,  $\Gamma = 1.9$ ,  $N_{\text{H}} = 0.47$  and  $E_c = 3$  MeV. The direct emission is shown in dotted line. As a comparison the dashed line shows the overall spectrum obtained with best fit parameters of model *d* for IC4329a

Yet, it appears that the reduction of the hump while significant is not sufficient to solve our problem, unless the source is very close to the black hole. For an inclination of  $10^\circ$ , we found that the source has to be lower than a tenth of the radius of the hole. This is rather unrealistic. However, we do not account for relativistic effects in these estimates and it is clear that, at such distances of the black hole, they become very important. Introduction of relativistic effects is deferred to a future work.

On the other hand, a particularly relevant improvement would be to consider the ionisation of the disk upper layers due to illumination. The ionisation degree of the reflecting material depends on the incident flux and the density. We made preliminary estimates of the density profile at the surface of the disk. It turns out to be denser close to the black hole. So that paradoxically, it should be neutral in its internal parts and highly ionized at greater radii.

In the ionized regions the reflected component would arise with very few photoelectric absorption mimicking the primary spectrum at low energy, leading to an apparent reduced reflection hump. As a first estimate of this effect we calculated the spectra predicted by the AIM assuming that the central region is neutral, while the external region is fully ionized (no photoabsorption, reflection on free electrons). The border between the two zones is parametrized by  $\phi$  the half-angle subtended by the neutral region as seen from the source. Fig. 4 compares the spectrum obtained in our fit of IC4329a (model *c*) and a spectrum obtained with  $\phi = 45^\circ$ , and an inclination of  $10^\circ$ . The spectral shapes are very similar. We can equally remark that, as

the direct emission is negligible for small inclinations, the cut-off energy is no longer constrained to be at a few hundred keV ( $E_c = 3$  MeV in Fig 4). This could have interesting consequences for non-thermal models.

## 5. Conclusion

We calculated the reflection component predicted by the AIM. It is found to be stronger than in isotropic model and it dominates the high energy spectrum for small inclination angles. Such a strong reflection component is unobserved in Seyfert 1s. So, to be consistent with the data, the AIM requires that all the observed Seyferts are seen with a large viewing angle. Obtaining acceptable fits of IC4329a, MCG 8-11-11 and NGC4151 spectra requires inclinations of  $70^\circ - 80^\circ$ . While it is possible that these three individual objects are very inclined, it seems very unlikely to be the case for all the Seyfert 1s galaxies observed by GINGA, ASCA and BeppoSAX. So we consider that the AIM, in its present form, is ruled out. However, we showed that it could be reconciled with the data if one admit that a fair part of the disk is strongly ionized. A detailed study of the effect of ionisation as well as other improvements of the model that could reduce the reflection hump are under works.

*Acknowledgements.* We are very grateful to C. Done, E.J. Grove, W.N. Johnson, G. Madejski, D. Smith and particularly to P. Grandi, P. Magdziarz, and A.A. Zdziarski for providing us with the data.

## References

- Antonucci, R.R.J., 1993, ARA&A, 31, 473
- Cassidy, I., Raine, D.J., 1997, A&A, 322,400
- Clavel, J., et al., 1992, ApJ, 393, 113
- Done, C., Ghisellini, G., Fabian, A.C., 1990, MNRAS, 245, 1
- Edelson, R.A., Malkan, M.A., Rieke G.H., 1987, ApJ, 321, 233
- Evans, I.N., Tsvetano, Z., Kriss, G.A., Ford, H.C., Caganoff, S., Koratkar, A.C., ApJ, 417, 82
- Fabian, A.C., Rees, M.J., Stella, L., White, N.E., 1989, MNRAS, 238, 729
- Fabian, A.C., George, I.M., Miyoshi, S., Rees, M.J., 1990, MNRAS, 242, 14p
- Fabian, A.C., Nandra, K., Reynolds, C.S., Brandt, W.N., Otaic, C., Tanaka, Y., Inoue, H., Iwasawa, K., 1995, MNRAS, 227, L11
- Grandi, P., Haardt, F., Ghisellini, G., Grove, E.J., Maraschi, L., Urry, C.M., 1997, ApJ, in press
- Ghisellini, G., George, I.M., Fabian, A.C., Done, C., 1991, MNRAS, 248, 14
- Haardt, F., Maraschi, L., 1991, ApJ, 380, L51
- Haardt, F., Maraschi, L., 1993, ApJ, 413, 507
- Haardt, F., Maraschi, L., Ghisellini, G., 1994, ApJ, 432, L95
- Henri, G., Pelletier, G., 1991, ApJ, 383, L7
- Henri, G., Petrucci, P. O., 1997, A&A, 326, 87, (HP97)
- Johnson, W.N., Grove, J.E, Kinzer, R.L., et al., 1995, in "The second Compton Symposium", AIP Conf. Proc. 304 (New York:AIP)
- Johnson, W.N., et al, in "Proceedings of the fourth Compton Symposium", 1997, AIP conf. Proc. 410 (New York:AIP)
- Jourdain E., et al, 1992a, A&A, 256, L38
- Keel, W.C., 1980, AJ, 393, 658
- Khalichikyan, E.Y., Weedman, D.W., 1971, ApJ, 7, 231

- Laor, A., 1991, *ApJ*, 376, 90
- Madejski, G.M., et al., 1995, *ApJ*, 438, 672
- Magdziarz, P., Zdziarski, A.A., *MNRAS*, 1995, 273, 837
- Malaguti, G., Palumbo, G.G.C., Cappi, M., et al., 1998, *A&A*, 331, 519
- Marziani, P., et al., 1992, *ApJ*, 393, 658
- Matt, G., Fiore, F., Perola, G.C., et al., *MNRAS*, 281, 4, L69
- Morrisson, R., McCammon, 1983, *ApJ*, 270, 119
- Nandra, K., Pound, K.A., 1994, *MNRAS*, 268, 405
- Nandra, K., George, I.M., Mushotsky, R.F., Turner, T.J., Yaqoob, T., 1997, 477, 602
- Perola, G., et al., 1986, *ApJ*, 306, 508
- Petrucci, P.O., Henri, G., 1997, *A&A*, 326, 99
- Pounds, K.A., et al., 1990, *Nat.*, 344, 132
- Pounds, K.A., Warwick, R.S., Culhane, J.L., De Korte, P.A.J., 1986, *MNRAS*, 218, 685
- Poutanen, J., Nagendra, K.N., Svensson, R., 1996, *MNRAS*, 283, 892
- Reynolds, C.S., Fabian, A.C., Makishima, K., et al., 1994, *MNRAS*, 268, L55
- Sakano, M., et al., 1998, *ApJ* in press (astro-ph/9804118)
- Smith, D.A., Done, C., 1996, *MNRAS*, 280, 355
- Stern, B.E., Poutanen, J., Svensson, R., Sikora, M., Begelman, M.C., 1995, *ApJ*, 449, L13
- Ueda, Y., et al., 1998a, *Nat.*, 391, 866
- Walter, R., Fink, H.H., 1993, *A&A*, 274, 105
- Warwick, R.S., et al., 1996, *ApJ*, 470, 349
- White, T.R., Lightman, A.P., Zdziarski, A.A., 1988, *ApJ*, 331, 939
- Wolstencroft, R.D., Done C.J., Scarrot S.M., Scarrott R.M.J., 1995, *MNRAS*, 276, 460
- Turner, T.J., George, I.M., Nandra, K., Mushotzky, R.F., 1998, *ApJ*, 493, 91
- Zdziarski, A.A., Ghisellini, G., George, I.M., Svensson, R., Fabian, A.C., Done C., *ApJ*, 363, L1
- Zdziarski, A.A., Johnson, W.N., Magdziarz, P., 1996, *MNRAS*, 283, 193

## **PUBLICATION 2**

### **Inverse Compton emission above a disk**

Proceedings of the 3rd INTEGRAL workshop

‘The Extreme Universe’

*Astrophys. Letters & Communications*, 1999, 38, p. 201.



# IC EMISSION ABOVE A DISK

J. Malzac, E. Jourdain

*C.E.S.R. (CNRS/UPS), 9, av. du Colonel Roche, B.P. 4346, 31028 Toulouse Cedex 4, France*

## ABSTRACT

We developed a non-linear Monte Carlo code based on the LP method proposed by Stern et al (1995). We use it to simulate an extended non-thermal X/ $\gamma$  ray source coupled with a cold accretion disk. The source radiates by inverse Compton process. We show that very low optical depths ( $\tau \sim 5.10^{-4}$ ) are required for the 2nd Compton order to be negligible. Such optical depths can be reached only if the source is very close to the disk (corona-like geometries). And even in this configuration, 2nd Compton order is negligible only for the hardest observed spectral slopes. We also account for Compton reflection on the disk. This kind of coupling leads to a strongly angle dependent spectrum with a reflection component much stronger than in standard isotropic models, leading to unobserved reflection dominated spectra at low inclination.

KEYWORDS: GBHCs, Seyfert Galaxies, radiative transfer, X-rays,  $\gamma$ -rays

## 1. INTRODUCTION

The high energy spectra of Seyfert galaxies and black hole binaries in their soft hard state are very similar. Their basic characteristics are an underlying powerlaw with photon index  $\alpha \sim 1.6 - 2.$ , a Compton reflection component with an Fe  $K\alpha$  line and a high energy cutoff above  $\sim 200$  keV. The powerlaw is generally thought to originate through Comptonisation of soft photons by a population of thermal hot electrons. Here we will focus on non-thermal models following Henri & Petrucci (1997, HP97) who proposed a model where the hard X-rays are emitted by a non-thermal optically thin point source. This model reproduces the basic features of the high energy spectra, but requires high inclination angle for all systems unless one assumes that a fair part of the disk is highly ionised (Malzac et al. 1998). However considering a point source, as done in those works, is unrealistic (HP97) As the source was assumed to be optically thin the second Compton scattering order (CSO) was neglected and the calculations performed in the Thomson limit. Here we developed a Non Linear Monte Carlo Code (inspired from Stern et al., 1995) to investigate the effects of source extension taking properly into account the radiative transfer and the Klein Nishina effects.



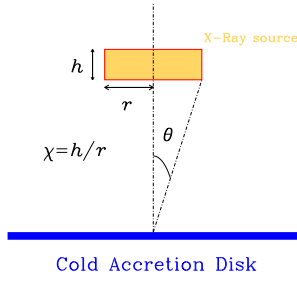


FIGURE 1.

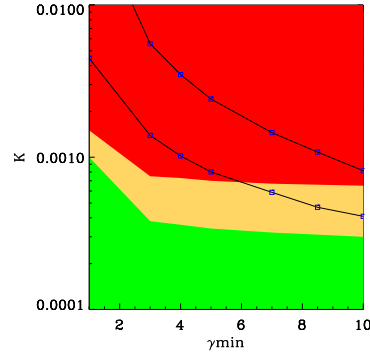


FIGURE 2.

## 2. MODEL ASSUMPTIONS

The X-ray source is modeled by a cylinder at some height above a disk. This geometry could be physically realized by a strong shock terminating an aborted jet (Henri & Petrucci 1997). The source radiates by inverse Compton process illuminating the disk. The seed photons are provided by the thermal disk emission at fixed blackbody temperature  $kT_r$ . This disk is represented by an infinite slab which radiates only the reprocessed energy from the hot source without internal dissipation. In addition a fraction of the high energy photons intercepting the disc is Compton reflected before being absorbed leading to the formation of the so called reflection component. The relevant geometric parameters characterizing the source are  $\chi$  and  $\theta$  (see Fig. 1). The cylinder contains relativistic electrons or pairs with a fixed energy distribution:

$$f(\gamma) = A \gamma^{-s} e^{-\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)^\beta} \quad \text{for } \gamma > \gamma_{min} \quad (1)$$

These leptons cool on the soft photon field. We assume that some acceleration process is active in the X-ray source to keep the above distribution fixed. The equilibrium cylinder optical depth depends only on the geometry and electron distribution and remains to be determined self-consistently. The results are scale and luminosity independent since we neglected photon-photon pair production and pair annihilation.

The distribution parameters are constrained by the observations:  $2 < s < 3$ ,  $\gamma_0 < 200$ ,  $kT_r > 1eV$ .  $\gamma_{min} < 10$  otherwise the lack of low energy electrons would cause an unobserved break above 1 keV in the photon spectra. The most drastic constraint arises from the requirement of the second and higher CSOs to be negligible. Indeed, due to the high mean electron energy, the combination of CSOs leads to a photon spectrum extending well above  $1MeV$ . Thus the model requires very small optical depths typically  $\tau \sim 5 \cdot 10^{-4}$  (green and yellow region of Fig. 2). The relative strength of the 2nd CSO depends also on  $s$ ,  $\gamma_{min}$  and the viewing angle (Fig. 5,6).

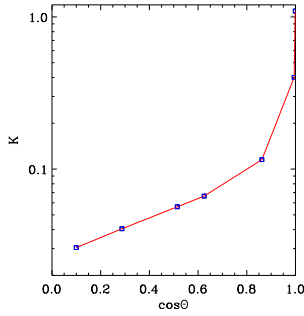


FIGURE 3.

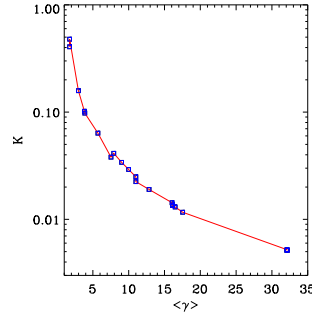


FIGURE 4.

### 3. RESULTS

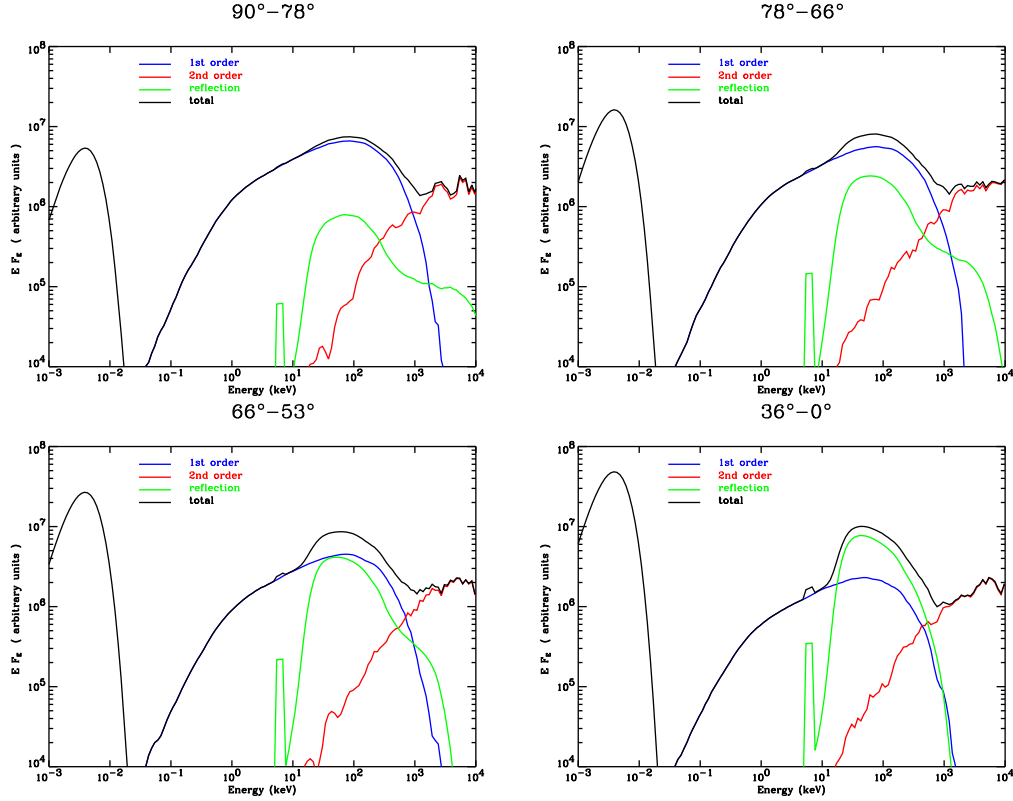
Our NLMC code computes both the optical depth and the resulting photon spectra. This code has been tested successfully against a linear code (Podzniakov et al, 1983). In this version of the code, the power supplied to the electrons as well as their distribution are fixed. At each time step the power is supplied in the form of an injection of electrons. In balance, the number of electrons is decreased according to the Compton losses. So that, the optical depth 'evolves' until it reaches an equilibrium. We performed over 100 simulations covering a wide range of parameter values. The optical depth can be defined along the height of the cylinder or along its radius:

$$\tau_H = \frac{n_e}{V} \sigma_T H = K (1 + \chi) \quad \tau_R = \frac{n_e}{V} \sigma_T R = K (1 + 1/\chi) \quad (2)$$

where  $K$  is a function of  $\theta$ ,  $\chi$ ,  $\gamma_{min}$ ,  $\gamma_0$ ,  $s$ ,  $\beta$  and  $kTr$ .  $K$  is the lowest optical depth that can be achieved in any direction.

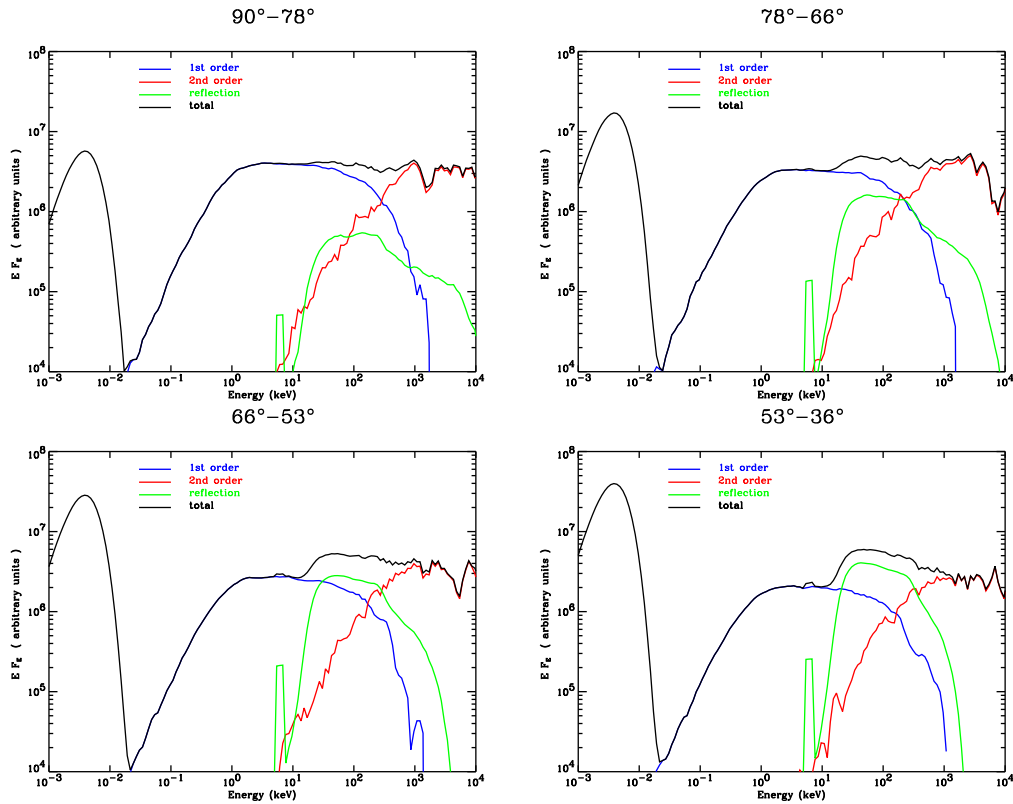
Using our NLMC simulations we studied the dependence of  $K$  on these parameters. While  $\chi$  has a slight influence on  $K$ , increasing  $K$  of at most a factor of 2 between  $\chi = 10^{-3}$  and  $\chi = 10^3$ ,  $K$  is very sensible to the solid angle subtended by the cylinder as seen from the source. Fig. 3 shows  $K$  as a function of  $\cos\theta$   $K$  for  $\chi = 1$ ,  $\gamma_0 = 50$ ,  $\gamma_{min} = 2$ ,  $\beta = 2$ ,  $s = 3$ ,  $ktr = 50eV$ .  $K$  decreases strongly with  $\theta$ , minimum values are obtained for  $\theta \sim \pi/2$ .

$kTr$  as practically no influence on  $K$  provided it is lower than 0.1 keV.  $K$  is very sensible to the mean lorentz factor of the electron distribution. Fig. 4 shows  $K$  versus  $\langle \gamma \rangle$  for  $\chi = 1$ ,  $\cos\theta = .83$ ,  $kTr = 50eV$  and various values of  $\gamma_{min}$ ,  $\gamma_0$ ,  $\beta$  and  $s$ . Clearly,  $K$  is minimum for a slab corona geometry ( $\chi = 0$  and  $\cos\theta = 0$ ) and large values of  $\langle \gamma \rangle$ . We will now focus on an extreme case of corona geometry to study a configuration which provides the lowest achievable  $K$  values. We fixed  $\gamma_0 = 200$  (its maximal observational limit compatible with  $kTr = 1eV$ ). Fig. 2 shows the evolution of  $K$  as a function of  $\gamma_{min}$  for  $s = 2.1$  (upper curve) and  $s = 3$  (lower curve) ( $\chi = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $\cos\theta = 0$ ,  $\gamma_0 = 200$ ,  $\beta = 3$ .) Note that in this limit of low  $\chi$ ,  $K \sim \tau_H$ . In the lower region the 2nd CSO is negligible for  $s < 3$ .; in the

FIGURE 5.  $s = 2.1$ 

middle region it is negligible at least for  $s = 2$ . In the upper and darker region the 2nd CSO is never negligible for  $2 < s$ . These regions have been determined qualitatively by simulations of a slab geometry with the linear code. The green region can not be reached even for the extreme value of  $\gamma_{min} = 10$ . However, the curve  $s = 2.1$  crosses the middle region. We thus see that the model can only reproduce the spectra with the hardest observed slopes.

Fig 5 shows the spectra obtained with  $s = 2.1$ ,  $\gamma_{min} = 10$  ( $\tau_H \sim 4 \cdot 10^{-4}$ ) for different inclination angles. The 2nd CSO is well below the first order for  $E < 1$  MeV. It becomes dominant above 1 MeV, but at these energies the flux can be considerably lowered by photon-photon absorption. Fig. 6 shows the spectra obtained with  $s = 3$ ,  $\gamma_{min} = 10$  ( $\tau_H \sim 8 \cdot 10^{-4}$ ) for different inclination angles. The 2nd CSO is important for all viewing angles. The spectrum resulting in the sum of the two CSOs does not show any cut-off around 200 keV. These spectra show that the previous results concerning the angular dependence of the spectra (HP97) are not sensibly affected by the source extension. The reflection component appears a bit lower, relaxing somewhat the constraints on the inclination angle (Malzac et al.,

FIGURE 6.  $s = 3$ 

1998). However the spectra are still reflection dominated at small inclinations.

#### 4. CONCLUSION

Our self consistent simulations showed that low optical depths could be reached only if the source is very close to the cold disc (corona-like geometry). Moreover, even in this case, the 2nd CSO is negligible only for the hardest observed spectral slopes  $\alpha \sim 1.6$ . Lower optical depths could be obtained if consequent dissipation occurred in the disc. However, the source extension does not suppress the unobserved dominant reflection component at small inclinations.

#### REFERENCES

- Henri, G. & Petrucci, P. O., 1997, A&A, 326, 87, (HP97)  
 Podzniakov, I. A., Sobol, I. M., & Sunyaev, R. A., 1983, Ap Space Phys. Review, 2, 189  
 Stern, B.E., Poutanen, J., Svenson, R., Sikora, M., Begelman, M.C., 1995, ApJ, 449, L13  
 Malzac, J., Jourdain, E., Petrucci, P.O., Henri, G., 1998, A&A, 336, 807



# 9. MODÈLES DE COURONNE

## 9.1 Présentation

Les modèles thermiques simples présentés au § III.7.1 supposent l'existence d'un plasma thermique très chaud qui, par Comptonisation, forme le spectre de haute énergie que l'on observe dans les candidats trous noirs de la galaxie et dans les galaxies de Seyfert. Les photons froids germes du processus de Comptonisation étaient injectés de manière *ad hoc*. Il est cependant très probable que ces photons proviennent de l'émission thermique d'un disque d'accrétion beaucoup plus froid que le nuage Compton.

Il a très vite été suggéré que la région chaude constituait la couronne du disque d'accrétion chauffée par des mécanismes de flottaison et de reconnections magnétiques et refroidie par effet Compton (Liang & Price 1977, Galeev et al. 1979, Haardt et al. 1994). Une autre classe de modèles prédit que les parties internes du disque deviennent plus chaudes et moins denses du fait de l'advection de la matière sur le trou noir central. Ce scénario a été proposé par Ichimaru en 1977 et a connu récemment un renouveau important grâce au travail de Narayan et de ses collaborateurs (e.g. Narayan et al. 1997). Ces deux types de modèles ont en commun de tenter d'expliquer l'émission haute énergie par un système à deux phases (chaude et froide).

Du point de vue du transfert radiatif ces deux catégories de modèles sont très similaires <sup>1</sup> puisque nos calculs ne font pas d'hypothèses sur le mécanisme de formation et de chauffage de la phase chaude. C'est pourquoi, indépendamment du modèle physique sous-jacent, nous appellerons la phase chaude 'couronne' et la phase froide 'disque'.

Pour nous, il s'agit de calculer le spectre émis par ce système en tenant compte du couplage radiatif entre la couronne et le disque. Un gros effort a été fait pour rechercher des méthodes de calcul efficaces et précises (Haardt et Maraschi 1993, Stern et al. 1995, Poutanen et al. 1996,) et étudier les propriétés d'un tel système (Haardt & Maraschi 1991, Stern et al. 1995b, Dove et al. 1997a, 1997b). Le code MCNL couplé

---

<sup>1</sup> Toutefois, dans le cas du modèle de disque advectif, une partie importante des photons germes peut être formée directement dans la région chaude par effet synchrotron alors que dans les modèles de couronne ces photons proviennent du disque d'accrétion.

au code de réflexion est l'un des moyens les plus performants pour traiter le problème. J'ai pu valider le code par comparaison avec ces travaux. Dans la partie qui suit, je pose les bases du problème et décris les propriétés de ces modèles radiatifs en régime stationnaire. Ma contribution aux modèles de couronne couplée à un disque d'accrétion a été d'étendre les travaux précédents qui supposaient le système en état stationnaire aux cas dépendant du temps. Cet aspect est développé dans le § III.9.3.

## 9.2 Modèles stationnaires

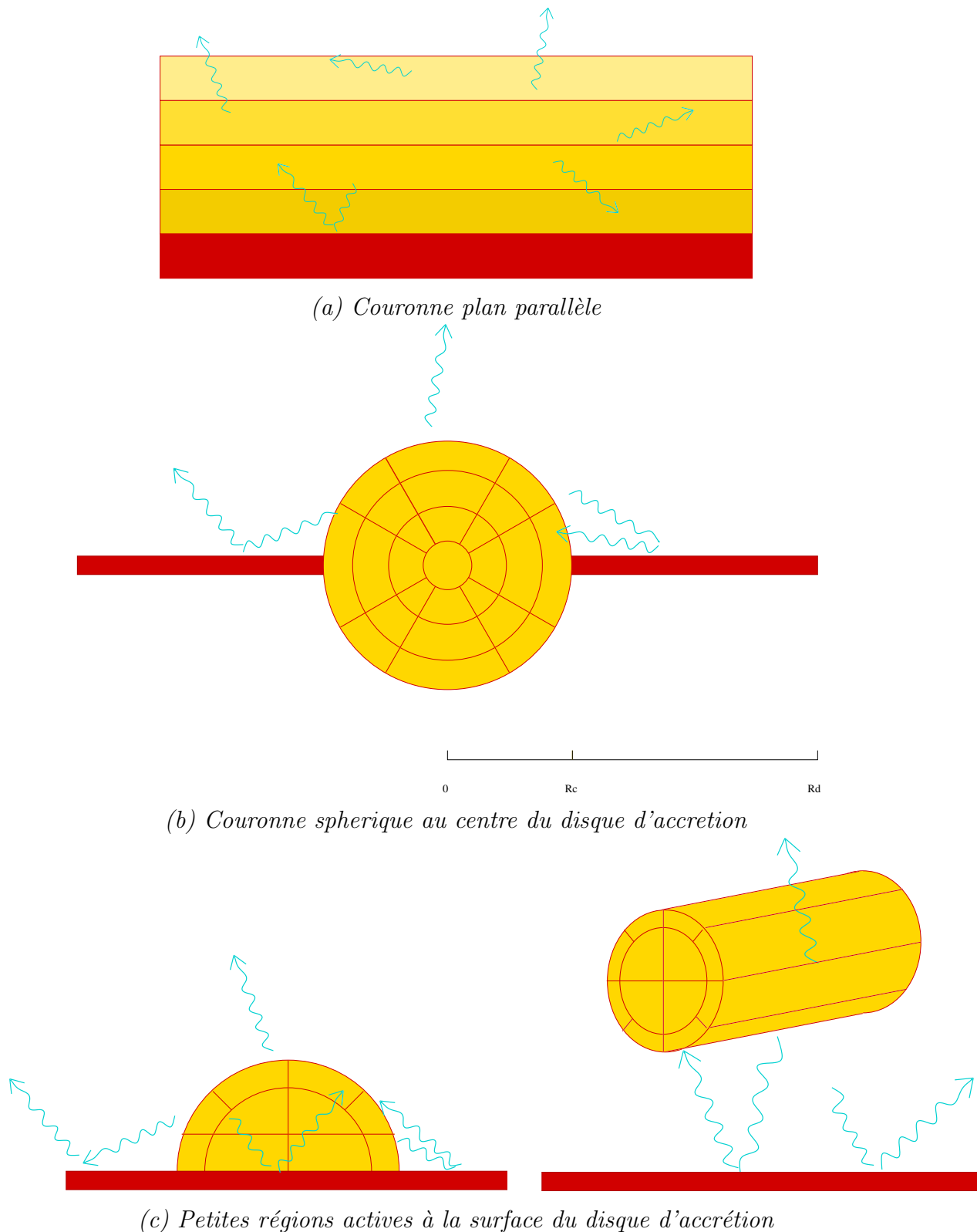
Ces modèles radiatifs postulent l'existence d'un milieu coronal constitué d'un plasma d'électrons thermiques (associés à des protons) d'épaisseur optique 'germe'  $\tau_s$  fixée. A ces électrons peuvent venir s'ajouter des paires formées par interactions photon-photon et thermalisées à la même température conduisant à une épaisseur optique totale  $\tau_T > \tau_s$ . Cette couronne se trouve à proximité d'un disque d'accrétion froid qui l'alimente en photons mous qu'elle Comptonise. Le disque émet un rayonnement de corps noir de température  $kT_{bb}$  fixée. Cette émission thermique provient, d'une part de la dissipation visqueuse interne (compacité  $l_d$ ), d'autre part du recyclage ('reprocessing') des photons X et  $\gamma$  issus de la couronne qui contribuent à son chauffage. De plus l'irradiation du disque conduit à la formation d'une composante réfléchie.

La température et l'épaisseur optique  $\tau_T$  de la couronne ne sont pas fixées a priori. Celle-ci est chauffée avec une compacité <sup>2</sup>  $l_c$ . Sa température et, par voie de conséquence, son épaisseur optique sont alors régulées par trois mécanismes :

- le recyclage ("reprocessing") : une augmentation de la température induit via le reprocessing du disque une augmentation du nombre de photons mous qui refroidissent le plasma.
- l'émission thermique intrinsèque du disque : cette émission, généralement attribuée à la dissipation visqueuse interne, contribue à refroidir la couronne. Elle est quantifiée par le paramètre de dissipation  $l_d$ .
- la production de paires : une augmentation de la température conduit à un accroissement de l'épaisseur optique de la couronne par production de paires. L'énergie totale du système étant partagée par un plus grand nombre de particules, le milieu se refroidit.

---

<sup>2</sup> Les compacités sont définies comme au § III.7.2 à savoir  $l = L\sigma_T/Rm_e c^2$  o  $L$  est la puissance injectée,  $R$  est la taille caractéristique de la couronne. Dans le cas d'un disque ou d'une couronne plan parallèle  $R$  représente la hauteur de la couronne selon sa section verticale.  $L$  est la puissance injectée sous une surface  $R^2$  de la couronne.



**Fig. 9.1:** Différentes géométries de couronnes. De haut en bas : couronnes plans parallèles (Dove et al. 1997a), sphériques (Dove et al. 1997b), ‘patchy’ (hémisphères ou cylindres) (Stern et al. 1995a)



Plusieurs types de géométries ont été proposés pour le système disque/couronne. La Figure 9.1 présente les plus courantes.

### 9.2.1 Propriétés qualitatives

Nous reprenons ici les résultats analytiques obtenus par Haardt & Maraschi en 1991. Une fraction  $\eta l_c$  de l'énergie dissipée dans la couronne intercepte le disque, le reste s'échappe. Soit  $g l_c$  la fraction d'énergie recyclée dans le disque qui retourne dans la couronne.  $g$  est appelé coefficient de rétroaction. Les coefficients  $\eta$  et  $g$  dépendent principalement de la géométrie,  $g = \chi\eta(1 - a)$  o  $a$  est l'albédo du disque ( $a \sim 0.1 - 0.2$ ) et  $\eta \sim 0.5 - 0.6$ ,  $\chi$  est un facteur géométrique définissant la probabilité pour un photon émis en un point du disque d'intercepter la couronne,  $\chi = 1$  dans le cas d'une couronne plan parallèle. Le paramètre Compton de la couronne peut être estimé par  $y = (1 - \eta)l_c/l_s$ .  $l_s$  est la luminosité thermique entrant dans la couronne :  $l_s = g l_c + \chi l_d$ , donc :

$$y = \frac{1 - \eta}{g + \chi l_d/l_c} \quad (9.1)$$

Dans le cas de la couronne plan parallèle :

$$y \sim \frac{1}{1 + 0.5 l_d/l_c} \quad (9.2)$$

D'après les approximations classiques de Comptonisation (Rybicki & Lightman, 1979), la pente  $\alpha$  de la loi de puissance du spectre (en flux) X est reliée à  $y$  par :

$$\alpha \sim \frac{-\ln \tau}{-\ln \tau + \ln y} \quad (\text{pour } \tau < 1) \quad (9.3)$$

o  $\tau$  est l'épaisseur optique de la couronne.

Donc pour obtenir les valeurs  $\alpha \sim 1$  qui sont observées, la plus grande partie de l'énergie doit être dissipée dans la couronne plutôt que dans le disque. Dans ce cas (i.e.  $l_d/l_c \ll 1$ ),  $\alpha$  est pratiquement indépendant de  $\tau$ . Cependant l'expression 9.3 n'est qu'une approximation grossière qui ne prend pas en compte les effets d'anisotropie conduisant à des dépendances entre  $\alpha$  et  $\tau$  ou  $\alpha$  et  $kT_{bb}$  faibles mais significatives.

$y$  peut également être exprimé en fonction de la température réduite de la couronne  $\theta = kT_e/m_e c^2$  et de l'épaisseur optique, ceci nous permet de relier la température avec les paramètres du modèle :

$$4\theta + 16\theta^2 - \epsilon_0 \sim \frac{1}{\tau} \frac{1 - \eta}{g + \chi l_d/l_c} \quad (9.4)$$

o  $\epsilon_0 = 2.8kT_{bb}/m_e c^2$ .

Cette relation donne une description qualitative du comportement du système :

Lorsque les effets de production de paires sont négligeables i.e.  $l_c/\tau_s < 1$ , la température d'équilibre dépend principalement de  $\tau_s$  et du rapport  $l_d/l_c$  et est indépendante de la luminosité absolue. Diminuer  $\tau_s$  revient à augmenter la température puisque l'énergie injectée est partagée entre un plus petit nombre de particules.

- Lorsque  $l_d/l_c \gg 1$ , la dissipation dans la couronne est négligeable. Les électrons sont alors à la température Compton régie par le rayonnement de corps noir du disque :  $kT_e \sim kT_{bb}$ .
- Lorsque  $1 > l_d/l_c > 0.1$  la majeure partie de l'énergie est dissipée dans la couronne. Cependant le refroidissement de la couronne est contrôlé par l'émission intrinsèque du disque.
- Pour  $l_d/l_c < 0.1$  la température devient indépendante de ce rapport de compacités et atteint un maximum. Cela est facilement compréhensible puisque dans ce régime le refroidissement est dominé par le reprocessing qui est lui même proportionnel au chauffage.

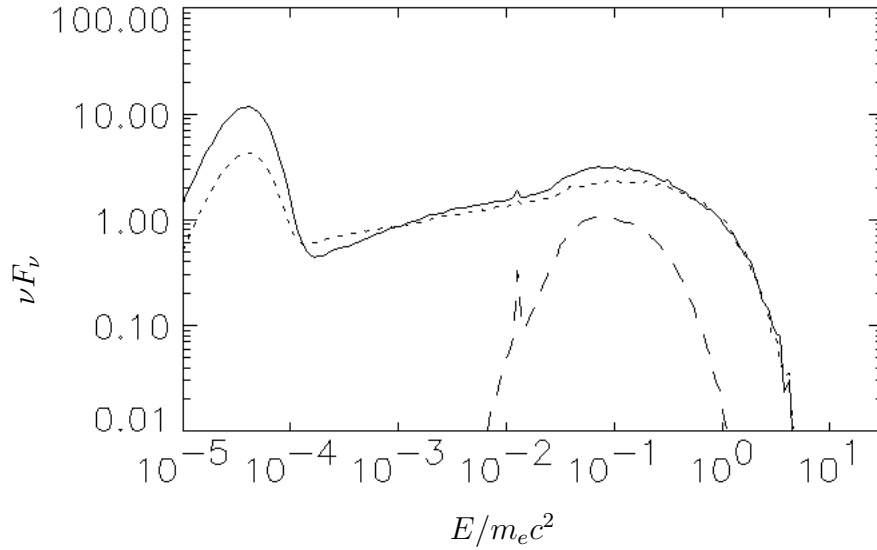
Lorsque  $l_c/\tau_s > 1$  et  $l_d/l_c \sim 0$ , la production de paires peut augmenter l'épaisseur optique de façon importante. Alors, l'épaisseur optique doit être calculée en tenant compte de l'équilibre de production et d'annihilation des paires et devient donc dépendante de la valeur  $l_c$ . Une augmentation de  $l_c$  augmente le taux de production de paires et donc  $\tau$  ce qui abaisse la température.

### 9.2.2 Calculs Monte-Carlo

Le code MCNL couplé au code de réflexion permet de traiter les différentes géométries de la figure 9.1. Il est très simple d'en implémenter d'autres, plus complexes. La figure 9.2 montre un exemple de spectres obtenus pour la géométrie cylindrique (cf. Fig 9.1c). Il est intéressant de noter que l'anisotropie est beaucoup plus faible que dans le cas du modèle d'illumination anisotrope. Elle n'affecte que l'émission de corps noir du disque et la composante réfléchi. Le spectre primaire est anisotrope uniquement à basse énergie du fait que le premier ordre Compton domine. On peut également noter que bien que le plasma soit constitué uniquement de paires ( $\tau_s = 0$ ), on n'observe pas de raie d'annihilation. L'émissivité d'annihilation est noyée dans le continuum. C'est une caractéristique générale des modèles de couronne thermique stationnaires.

### Gradients de densité et de température

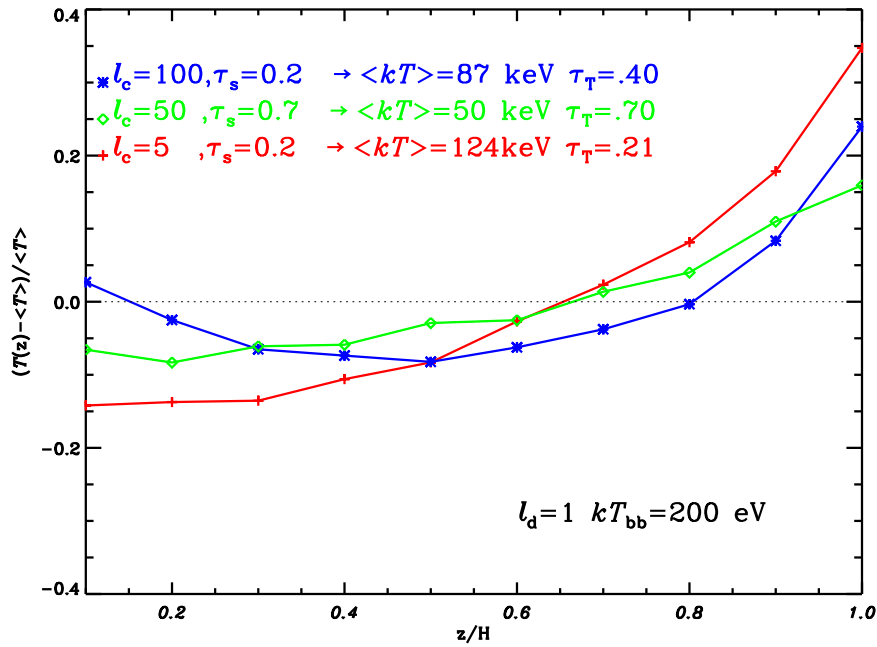
Dans ces simulations, la couronne n'est pas supposée homogène. Le cylindre est divisé en zones qui sont représentées sur la figure 9.1c. Le code détermine également



**Fig. 9.2:** Spectre obtenu dans le cas d'une couronne patchy cylindrique. En trait plein, le spectre moyen pour des inclinaisons  $< 60^\circ$ , en pointillés le spectre moyen pour des angles  $> 60^\circ$ . La composante de reflexion moyennée sur les faibles inclinaisons est également représentée. Les paramètres sont  $\tau_s = 0$  (plasma de paires pur),  $l_t = 50$ ,  $l_d = 0$  (disque passif),  $kT_{bb} = 511.10^{-5}$  keV. A l'équilibre, l'épaisseur optique totale selon le rayon du cylindre est  $\tau_T = .26$ , la température moyenne de la couronne est 206 keV avec un gradient qui va de 150 à 292 keV selon la zone.

de manière autocohérente les températures et densités dans les différentes régions du cylindre. Ici, j'ai obtenu un gradient de température allant de 150 à 292 keV. Les parties du cylindre les plus froides sont les plus proches du disque. La température moyenne est de 206 keV.

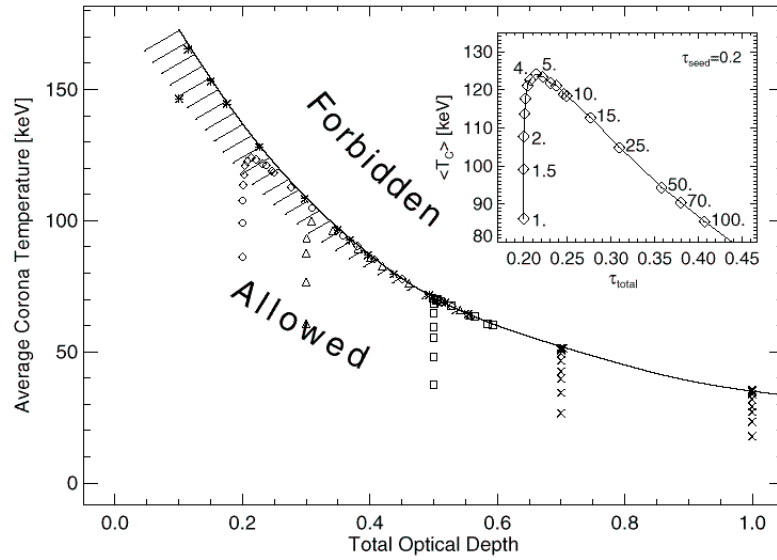
Dans le cas de la couronne plan parallèle, la région active comprend 10 strates. Ceci nous permet d'étudier la structure de la couronne. Par exemple, la figure 9.3 montre les gradients de température obtenus pour 3 jeux de paramètres. Bien que l'injection soit uniforme, on obtient des variations de température le long de la hauteur de la couronne de l'ordre de 50 %. Pour les modèles où la production de paires est négligeable la température croît avec  $z$ , car la densité de photons mous 'refroidissants' diminue avec la hauteur. Dans le cas où la compacité est grande, on peut avoir un taux de production de paires important dans les strates intermédiaires ce qui conduit à un minimum de température dans ces régions plus denses. Les résultats présentés sur la Fig 9.3 ont été calculés avec notre code MCNL, ils reproduisent ceux de la figure 3 de Dove et al. (1997a).



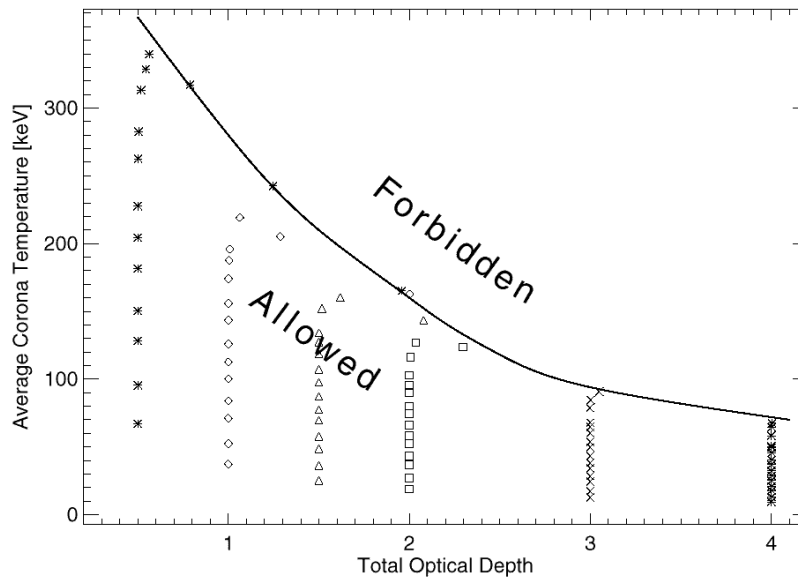
**Fig. 9.3:** Couronne plans parallèles à 10 strates. L'écart à la température moyenne en fonction de la hauteur pour divers jeux de paramètres. La frontière avec le disque se trouve en  $z = 0$ , les photons s'échappent en  $z = H$ .

### Solutions d'équilibre

L'épaisseur optique totale  $\tau_T$ , et la température moyenne  $kT_e$  d'équilibre dépendent de la géométrie. Les figures 9.4 et 9.5 montrent la position des solutions d'équilibre dans le plan  $(\tau_T, kT_e)$  pour différents jeux de paramètres, dans le cas des couronnes plans parallèles et sphériques. L'encart de la figure 9.4 montre comment l'on se déplace dans ce plan lorsque  $l_c$  croît. Pour de faibles compacités, les effets de production et d'annihilation de paires sont négligeables, la température augmente avec le terme de chauffage sur la droite  $\tau_T = \tau_s$ . On est ici dans le domaine  $l_d/l_c \sim 1$ . A partir d'un certain seuil, les effets de production de paires deviennent importants et une augmentation de la compacité a pour principal effet d'augmenter l'épaisseur optique. De sorte que, paradoxalement, plus on chauffe le plasma et plus il se refroidit. On retrouve donc le comportement qualitatif décrit plus haut.



**Fig. 9.4:** Couronne plan parallèle. Distribution des solutions d'équilibre dans le plan  $(\tau_T, kT_e)$  pour  $l_d = 1$  et différentes valeurs de  $\tau_s$  et  $l_c$ . Les différents symboles (croix, triangles, carrés...) représentent les solutions obtenues pour différentes valeurs de  $\tau_s$ . Encart :  $\tau_s = 0.2$ ,  $l_c$  varie de 1 à 100. (D'après Dove et al. 1997a).



**Fig. 9.5:** idem Fig. 9.4 mais pour Couronne sphérique (D'après Dove et al. 1997b).

Finalement, pour une épaisseur optique donnée, il existe une température maximale que l'on ne peut pas dépasser. Les courbes de températures maximales sont représentées sur les figures 9.4 et 9.5. Au-dessus de ces courbes, il n'y a pas de solution auto-cohérente alors que tous les points situés au-dessous sont des solutions dégénérées.

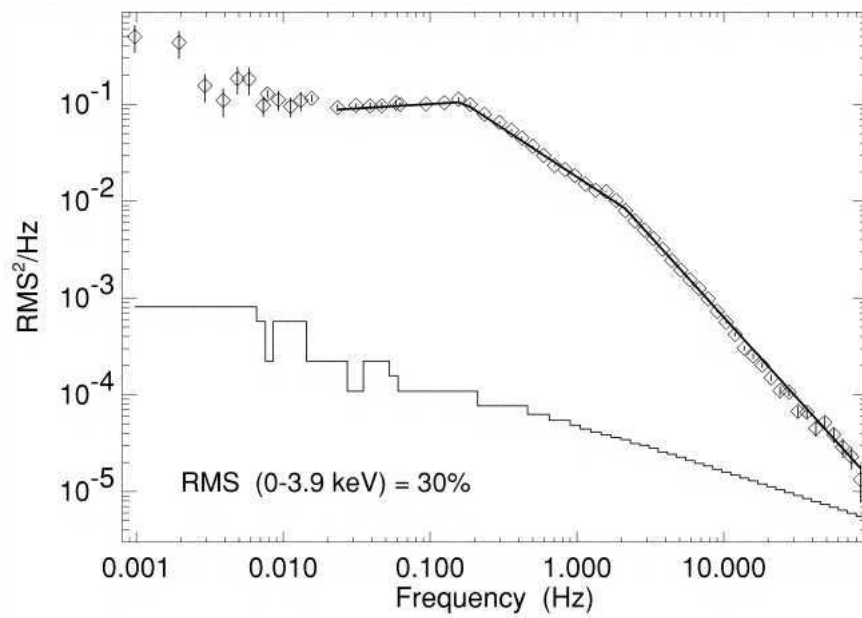
L'intérêt de ces graphes est qu'ils permettent de discriminer entre les géométries. En effet, lors de l'ajustement des spectres X et  $\gamma$  par des modèles thermiques simples du § III.7.1, on a accès à une mesure de  $\tau_T$  et  $kT_e$ . Ces ajustements donnent des résultats qui se situent presque tous dans la région interdite de la couronne plan parallèle, ce aussi bien dans le cas des Seyferts (Stern et al. 1995b) que des candidats trous noirs dans leur état bas (Dove et al. 1997). La géométrie sphérique par contre permet d'atteindre des températures plus hautes (l'effet de rétroaction du disque est moins important) et peut expliquer ces données. Une comparaison détaillée des spectres et des différents paramètres prédits avec les observations suggèrent une géométrie 'patchy' pour les galaxies de Seyfert et une couronne sphérique ceinturée par le disque froid dans le cas des candidats trous noirs stellaires (Poutanen et al. 1997).

Il faut noter que dans ces modèles on ne prend pas en compte les effets hydrodynamiques (par exemple, on ne suppose pas la couronne en équilibre hydrostatique). On considère simplement que le plasma coronal est confiné dans un volume fixé. Les gradients de densité et de température ne sont dus qu'aux hétérogénéités du champ de rayonnement. Les états d'équilibre que nous en déduisons peuvent donc être instables d'un point de vue thermique ou hydrodynamique. Ces effets devraient être introduits dans une version ultérieure du code.

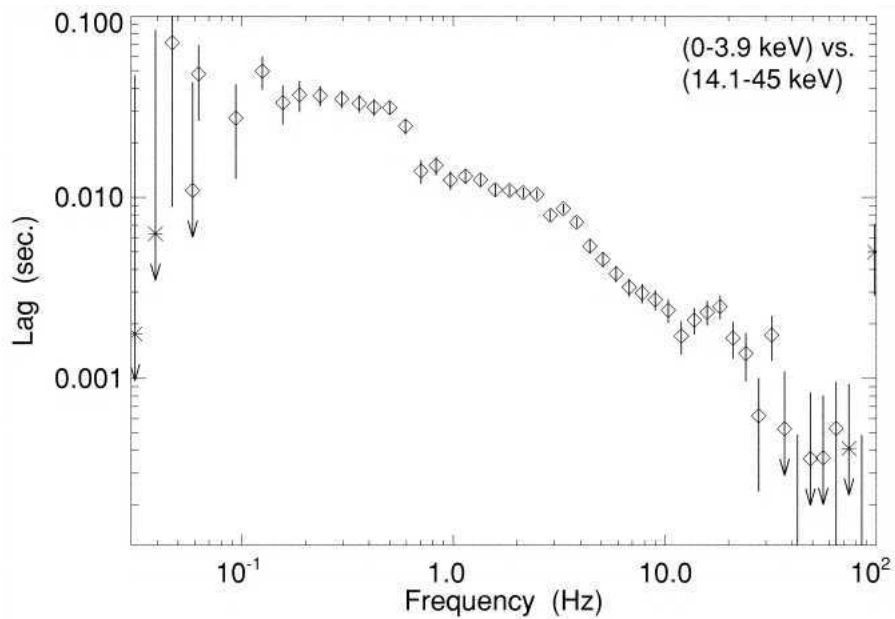
## 9.3 Etudes temporelles

### 9.3.1 Propriétés temporelles des Candidats Trous Noirs

La spectroscopie seule ne permet pas d'obtenir d'information sur les processus dynamiques, ni sur la façon dont la couronne est alimentée en énergie. Les études de variabilité X semblent être une clef pour la compréhension des processus d'accrétion autour d'un trou noir. Malgré la quantité impressionnante de données recueillies depuis de nombreuses années par différentes missions spatiales, il n'existe pas de modèle généralement accepté pour rendre précisément compte de ces données. La figure 9.6 montre le spectre de puissance de Cyg X-1. Ce spectre est plat jusqu'à une fréquence de coupure de l'ordre du Hz puis décroît en loi de puissance avec une pente variant entre -1.0 et -2.0.



**Fig. 9.6:** Spectre de puissance de Cyg X-1 (d'après Nowak et al. 1999).



**Fig. 9.7:** Délais observés dans Cyg X-1 (d'après Nowak et al. 1999).

Le plus surprenant est que la plus forte variabilité est observée à basse fréquence ( $\sim 1$  Hz) alors que la dynamique des parties internes du disque prédit une variabilité importante au kHz. Une autre caractéristique importante du comportement temporel de ces sources est l'existence de retards entre les hautes énergies et les basses énergies. La figure 9.7 montre ceux que l'on observe dans le Cygne. Ces retards sont étonnamment longs, pouvant atteindre le dixième de seconde. Ils sont grossièrement inversement proportionnels à la fréquence de Fourier.

La question de savoir si la source de variabilité est localisée dans le disque ou dans la couronne reste ouverte. Ce n'est que récemment que plusieurs tentatives d'explication sont apparues dans la littérature :

- *Modèles de propagation* (e.g. Nowak 1994). Les caractéristiques temporelles sont interprétées comme la signature d'une perturbation ou d'une onde, traversant le disque ou la couronne. Les échelles de temps observées sont alors reliées à la vitesse de propagation de l'onde.
- *Comptonisation dans un nuage étendu* (Kazanas et al. 1997, Hua et al. 1997). Ces modèles supposent que les photons mous sont injectés de façon isotrope au centre d'une couronne très étendue avec un spectre de puissance de bruit blanc. Pour un profil de densité  $n(r) \sim r^{-1}$ , l'épaisseur optique par décade de rayon est constante. Ceci conduit à une probabilité d'interaction à peu près égale dans chaque décade. Les photons qui sont diffusés à grande distance du centre ont leur variabilité intrinsèque à haute fréquence qui est perdue. On reproduit ainsi le spectre de puissance. D'autre part, les photons de haute énergie ont subi un plus grand nombre de diffusions et émergent après ceux de plus basse énergie. Or, les diffusions qui se produisent dans des régions centrales (correspondant aux hautes fréquences du spectre de Fourier) introduisent un retard des photons durs par rapport aux photons mous plus faible que celles qui se produisent dans les régions externes. Les délais temporels sont donc plus importants à basse fréquence. Ce qui est qualitativement en accord avec les délais observés.
- *Modèle de Couronne éruptive* (Poutanen & Fabian 1999) Tout comme dans le cas du Soleil, la reconnexion magnétique peut produire une dissipation violente d'énergie dans la couronne. Les particules accélérées et chauffées émettent alors un sursaut de rayonnement X et  $\gamma$  en se refroidissant par Compton sur le champ de photons mous. Les temps caractéristiques de reconnexion magnétique semblent trop courts pour expliquer le fait que la majeure partie de la puissance est émise aux basses fréquences de Fourier. Cependant, si l'on suppose que les éruptions sont statistiquement liées (i.e. chaque éruption possède une probabilité de déclencher une ou plusieurs autres éruptions), on obtient de longues



avalanches. La durée de ces avalanches détermine les fréquences de Fourier o la plus grande puissance émerge.

Ces modèles permettent de comprendre de manière qualitative les propriétés temporelles des binaires X, mais ils n'en reproduisent pas les détails. Le modèle de nuage étendu est physiquement peu probable puisqu'il nécessite qu'une grande partie du rayonnement soit émis à des distances énormes ( $\sim 10^4$  rayons gravitationnels) du trou noir central alors que la dissipation d'énergie se produit au centre. Les modèles de propagation semblent rencontrer des difficultés pour expliquer les retards temporels très longs que l'on observe.

La difficulté la plus importante lorsque l'on veut traiter les problèmes temporels est que le système n'est pas nécessairement en équilibre radiatif. La couronne est fortement couplée avec le rayonnement, ses paramètres physiques tels que sa température et son épaisseur optique peuvent fluctuer en réponse à une modification du champ de photons. Ces fluctuations modifient à leur tour le champ radiatif. Une complication supplémentaire est que le rayonnement de haute énergie est produit par Comptonisation de photons mous qui peuvent eux-mêmes être issus du recyclage de ce même rayonnement X/ $\gamma$  dans le disque froid (mécanisme de rétroaction étudié au chapitre précédent). Le système est donc fortement non-linéaire.

Jusqu'à présent, seules les situations stationnaires ont été considérées. Les caractéristiques physiques qui déterminent le spectre X/ $\gamma$  (telles que la température et l'épaisseur optique) sont supposées ne pas varier au cours du temps. L'étude des variabilités X a cependant montré des variations spectrales rapides impliquant des modifications tout aussi rapides des conditions physiques régnant dans la source. Lorsqu'elles sont prises en compte dans les modèles radiatifs, ces modifications sont généralement considérées comme une succession d'équilibres quasi-statiques (Haardt et al. 1997, Poutanen & Fabian 1999). Cette approximation est acceptable tant que la perturbation sous-jacente évolue sur des échelles de temps,  $t_c$ , bien plus grandes que le temps de traversée de la lumière ( $t_c \gg R/c$ ). En fait, nous ne savons pas si cette approximation est valide. Dans les modèles de couronne éruptive, les temps de reconnexion estimés ne sont que de quelques  $R/c$ . Dans le modèle de Comptonisation dans un nuage étendu, l'hypothèse  $t_c \gg R/c$  est implicitement violée puisque le rayonnement froid, germe du processus de Comptonisation, possède une variabilité intrinsèque bien plus rapide que  $R/c$  et la réponse de la couronne à l'injection de photons mous n'est jamais prise en compte.

Ces modèles peuvent être considérés comme des propositions d'explication des mécanismes à l'origine de la variabilité. Ces idées doivent alors être étudiées et testées plus précisément avec des calculs détaillés. Pour mener cette étude, le code *MCNL* peut

être très utile. Le temps étant un paramètre naturel de la méthode Monte Carlo non-linéaire, on peut, en principe, l'appliquer aux problèmes temporels. Cependant, pour éviter des fluctuations statistiques trop importantes nous avons été obligés d'introduire des calculs analytiques (cf. § II.5.1.8). Avec ces améliorations, le code fournit des résultats très satisfaisants.

Faute de temps, je n'ai pas pu étudier en détails les différents modèles de variabilité présentés plus haut et arriver à des conclusions fermes par comparaison aux observations. Dans le chapitre suivant je présente plusieurs applications à des situations dépendant du temps. Ces exemples illustrent le travail qui peut être fait avec le code. Nous verrons que ces explorations préliminaires apportent déjà quelques contraintes sur les mécanismes de variabilité.

### 9.3.2 Application du code *MCNL* aux problèmes dépendant du temps.

Dans le cadre des modèles de couronne plan-parallèle couplée à un disque, on peut étudier l'effet d'une modification brutale des compacités d'injection dans la couronne ou dans le disque en tenant compte des effets de couplage. On va s'intéresser à l'évolution temporelle des paramètres physiques qui régissent les formes spectrales (épaisseur optique  $\tau_T$ , température,  $kT_e$ ) ainsi qu'aux observables du système, telles que les courbes de lumière, ou le spectre moyenné sur la durée de la perturbation.

Lorsque l'on s'intéresse à la variabilité le paramètre essentiel est la taille de la couronne,  $H$ , ou, de façon équivalente le temps,  $H/c$ , mis par la lumière pour la traverser. Si la perturbation évolue sur des échelles de temps,  $t_c$ , grandes devant  $H/c$ , l'évolution peut alors être traitée comme une suite d'états stationnaires. Nous nous intéresserons donc ici à des variations beaucoup plus rapides, évoluant sur des temps caractéristiques  $t_c \sim H/c$ , pour lesquelles les effets de retard sont importants.

Malheureusement, la taille de la couronne des objets compacts n'est pas connue. Si l'on associe la couronne à la région centrale du disque d'accrétion on obtient des temps de traversée de la lumière de l'ordre de  $H/c \sim 10^{-3}$  s, pour un trou noir stellaire de  $10 M_\odot$ , et de l'ordre de  $10^5$  s dans un NAG. Mais selon que l'on considère une couronne étendue ou de petites régions actives à la surface du disque, les estimations diffèrent d'un facteur 1000. La taille de la couronne est également sensible au mécanisme de chauffage. Par exemple, si population de protons du plasma est beaucoup plus chaude que les électrons, la taille de la couronne sera beaucoup plus importante que dans le cas où les deux populations sont thermalisées à la même température.

Afin de rendre nos calculs aussi indépendants que possible du modèle et du type

d'objet considéré, il est nécessaire de s'affranchir du paramètre  $H$ . Les délais dus aux trajets des photons dans la couronne étant directement proportionnels à  $H$ , on utilisera  $H/c$  comme unité de temps.

Cependant, les taux de réactions, et donc l'évolution des densités de particules sont indépendants de  $H$ . Par exemple, le taux de décroissance de la densité de positrons par annihilation sur les électrons peut s'écrire en unités physiques :

$$\left(\frac{dn_+}{dt}\right)_{ann} = -n_+n_-\langle\sigma_{ann}v\rangle \quad (9.5)$$

o  $n_+$  et  $n_-$  sont les densités respectives des positrons et électrons et  $\langle\sigma_{ann}v\rangle$  est le taux de réaction par paire.

Cette équation qui spécifie le temps d'annihilation des positrons est indépendante de  $H$ . De sorte en passant aux unités  $H/c$ , on introduit une dépendance en  $H$  (en posant  $t'=tc/H$ , et en ôtant le prime) :

$$\left(\frac{dn_+}{dt}\right)_{ann} = -\frac{H}{c}n_+n_-\langle\sigma_{ann}v\rangle \quad (9.6)$$

Ce problème peut être résolu par changement de variable. En considérant, au lieu de l'évolution de densité, l'évolution de l'épaisseur optique, on obtient alors :

$$\left(\frac{d\tau_+}{dt}\right)_{ann} = -\tau_+\tau_-\frac{\langle\sigma_{ann}v\rangle}{\sigma_T c} \quad (9.7)$$

o le temps,  $t$ , est exprimé en unités  $H/c$  et l'épaisseur optique des positrons et des électrons sont définies par  $\tau_{+-} = n_{+-}\sigma_T H$ .

Le temps d'évolution de l'épaisseur optique des positrons par annihilation est donc directement proportionnel à  $H/c$ . Ceci est intéressant car l'épaisseur optique, contrairement à la densité, est un paramètre pertinent pour le transfert radiatif et les formes spectrales. L'épaisseur optique représente le nombre de particules comprises dans un volume  $\sigma_T H$ . En appliquant ce concept aux photons, on peut généraliser ceci à tous les types d'interaction. Finalement, en considérant l'évolution de quantités<sup>3</sup> ramenées à un volume proportionnel à  $H$ , tous les temps caractéristiques varient linéairement avec la taille de la région.

Le choix de l'unité de temps  $H/c$  s'avère donc très judicieux. On évite ainsi de faire des hypothèses *a priori* sur la taille de la région d'émission. La dimension  $H$  pourra être déterminée ultérieurement en comparant les résultats des simulations avec les observations.

---

<sup>3</sup> Le paramètre de dissipation  $l = L\sigma_T/Hm_e c^3$  peut être vu comme la quantité d'énergie qui est fournie au volume  $\sigma_T H$  pendant un temps  $H/c$

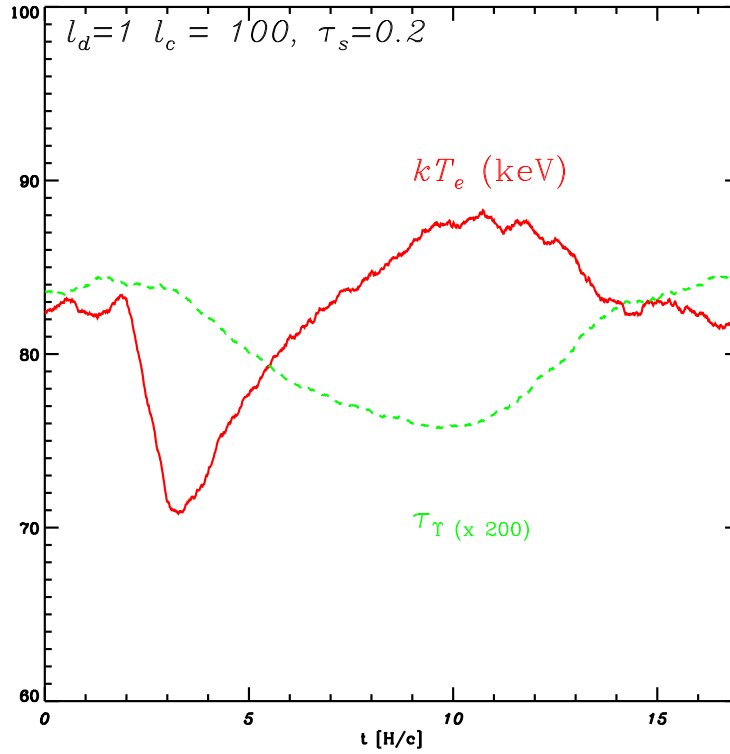
### Variabilité issue du disque

La figure 9.8 présente l'évolution des paramètres de la couronne dans le cas d'un équilibre perturbé par l'émission brutale de photons mous par le disque.  $l_d$  augmente d'un facteur 100 pendant un temps  $H/c$ , o  $H$  est la hauteur totale de la couronne. Le refroidissement Compton du plasma est immédiat et la température décroît d'environ 15%. Le taux de production de paires diminue, ce qui entraîne une baisse de l'épaisseur optique totale. Après la perturbation, la température remonte lentement et atteint un maximum supérieur à la température initiale car l'épaisseur optique n'a pas eu le temps de remonter. Le système se relaxe alors vers la température et l'épaisseur optique d'équilibre.

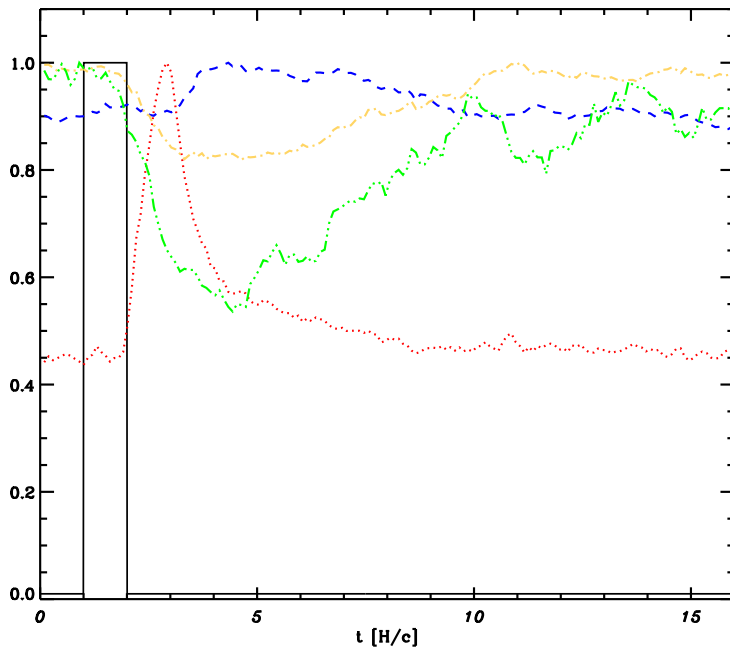
Le code permet également de calculer les courbes de lumière associées à cette perturbation (figure 9.9). La luminosité dans la bande de faible énergie correspondant à l'émission du disque augmente brutalement environ  $1 H/c$  après le début de la perturbation, ce qui correspond au temps de traversée de la couronne par la lumière. Les hautes énergies ( $> 100$  keV) présentent une baisse de luminosité du fait de la diminution notable de la température. Par contre, le flux dans la gamme d'énergie intermédiaire, augmente légèrement.

Pendant la luminosité Comptonisée est quasi constante. Le paramètre de dissipation dans la couronne étant maintenu constant, une modification du flux de photons mous entrant ne modifie pas sensiblement la luminosité intégrée à haute énergie (1-2000 keV). La température s'ajuste très rapidement pour maintenir les pertes Compton constantes.

Le spectre pivote donc autour d'un point localisé entre 2 et 200 keV. Il est mou au début du sursaut, suite à la chute brutale de température, puis devient plus dur lorsque la température remonte. Les photons de basse énergie étant émis au début du sursaut et ceux de haute énergie plutôt en fin de sursaut, il est peut être possible de reproduire ainsi les délais observés dans les binaires X. On peut également envisager de tenter de reproduire la dépendance en fréquence de ces délais grce à un modèle d'avalanches similaire à celui de Poutanen & Fabian (1999) mais avec des sursauts issus du disque. Il n'est pas exclu qu'un choix judicieux de la distribution des durées et profils des sursauts puisse permettre de reproduire la décroissance des délais avec



**Fig. 9.8:** Couronne plans parallèles à 10 strates. Réponse de l'épaisseur optique totale et de la température moyenne suite à une éruption du disque. Le système est initialement à l'équilibre avec  $\tau_s = 0.2$ ,  $l_c = 100$ ,  $l_d = 1$ . Entre  $t=2$  et  $t=3$ ,  $l_d = 100$ .



**Fig. 9.9:** Courbes de lumière associées à une éruption du disque (cf figure 9.8). Les courbes en pointillés, tirets, trait-point, et trait-point-point-point représentent les courbes de lumières respectives correspondant aux bandes 0-2 keV, 2-20 keV, 20-200 keV et 200-2000 keV. L'évolution de  $l_d$  est également représentée en trait continu.

la fréquence. Cependant, il faut noter que, bien que l'on puisse produire une variabilité spectrale notable, les variations de flux dans la bande d'énergie usuellement utilisée dans les observations (2-50 keV) sont vraiment faibles (moins de  $\sim 20\%$  dans l'exemple de la Fig. 9.9) alors que l'amplitude de variabilité *moyenne* observée dans les binaires X est de l'ordre de 30 %. Pour obtenir des fluctuations de plus grande amplitude, on peut accroître l'amplitude de la perturbation, ce qui aura pour effet d'abaisser encore plus la température du plasma coronal. On peut également considérer une perturbation de durée plus longue, laissant ainsi à la température le temps d'atteindre les valeurs d'équilibre obtenues lorsque le rapport  $l_d/l_c$  est fort. Cependant, l'amplitude de variabilité ainsi obtenue à haute énergie est toujours beaucoup plus faible que les variations du flux de photons mous nécessaires pour la produire.

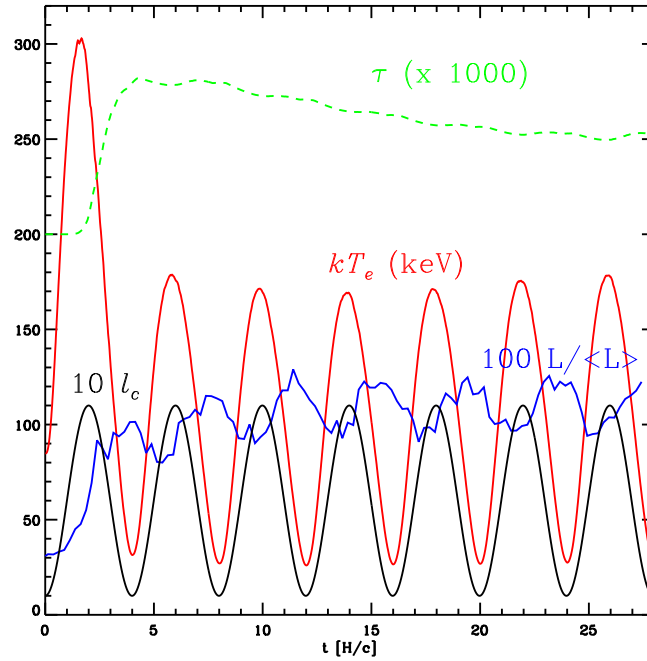
De plus, l'amplitude des fluctuations induites par les sursauts de photons mous augmente avec l'énergie. En effet, c'est à haute énergie que le spectre est le plus sensible aux fluctuations de températures. Ceci ne semble pas cohérent avec les observations des binaires X qui montrent que l'amplitude moyenne de variabilité est pratiquement indépendante de l'énergie (e.g. Nowak et al. 1999). Il semble donc difficile d'expliquer la variabilité observée dans les binaires X par une variabilité du flux thermique issu du disque.

D'un autre côté, dans les NAG, les observations multi longueurs d'ondes ont montré des retard et des corrélations complexes entre les flux UV et X qui semblent soutenir cette hypothèse. Par exemple, Nandra et al. (1998) ont observé, dans la galaxie de Seyfert NGC 7469, une anticorrélation entre le flux UV et X qui pourrait s'expliquer dans ce modèle si les sursauts de photons thermiques ont une durée suffisamment longue pour refroidir complètement la couronne. Le pivot spectral pourrait alors se situer à plus basse énergie (X mous) et créer une anticorrélation UV/X.

Une complication supplémentaire, que nous n'avons pas envisagée ici, est qu'il pourrait y avoir une succession rapide de sursauts dans le disque. Si les sursauts sont suffisamment proches, dans le temps et l'espace, la couronne n'a pas le temps d'atteindre l'équilibre entre chaque événement. Les courbes de lumière résultantes dépendront alors également de la distribution temporelle des sursauts.

Quoi qu'il en soit, une étude détaillée des corrélations ainsi obtenues entre les différentes bandes d'énergie est nécessaire pour tenter de comprendre les observations des binaires X et des AGNs.

Il faut également souligner le fait que mes résultats sont très différents de ceux du modèle de Comptonisation dans une couronne étendue (e.g. Kazanas et al. 1997). En effet, ces modèles ne prennent pas en compte la réponse de la couronne. Ils supposent que la température du plasma reste constante alors que la densité d'énergie radiative

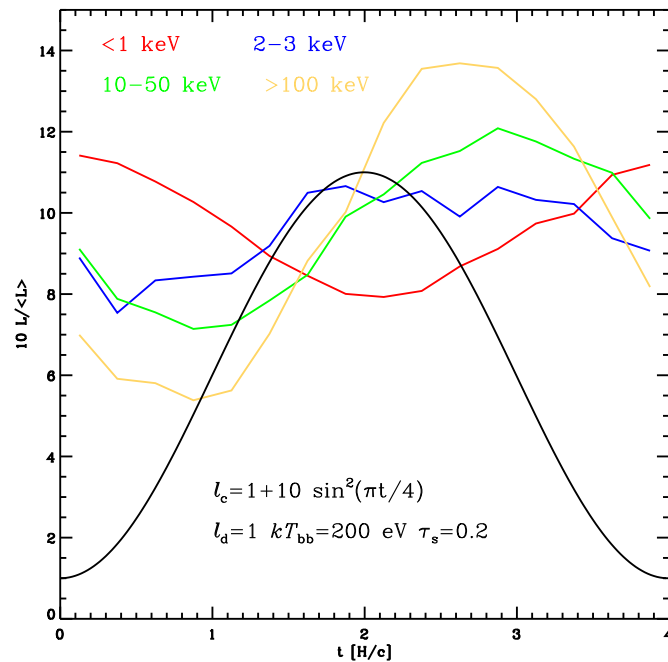


**Fig. 9.10:** Couronne plans parallèles à 10 strates. Réponse de l'épaisseur optique totale et de la température moyenne suite à un chauffage de la couronne dépendant du temps  $l_c = 1 + 10 \sin^2(\pi t/4)$ . Le système est initialement à l'équilibre avec  $\tau_s = 0.2$ ,  $l_c = 1$ ,  $l_d = 1$ . L'évolution de  $l_c$  ainsi que la courbe de luminosité totale du système sont également représentées.

varie de manière importante. A moins de considérer que le chauffage de la couronne augmente linéairement et simultanément avec le flux de photons mous, ce qui est peu vraisemblable, le bilan énergétique n'est pas respecté. C'est ainsi qu'ils prédisent un flux Comptonisé variant linéairement avec le flux de photons germes injectés. Tout modèle invoquant la variabilité des photons germes du processus de Comptonisation comme origine de la variabilité Comptonisée doit spécifier un terme de chauffage de la couronne et prendre en compte la réponse de la couronne aux fluctuations du champ de rayonnement.

### Variabilité issue de la couronne.

J'ai également commencé à étudier des situations où le mécanisme de variabilité se trouve dans la couronne.



**Fig. 9.11:** Couronne plans parallèles à 10 strates. Courbes de lumière associées à un chauffage dépendant sinusoidalement du temps, sur une période, en régime stationnaire. L'évolution de  $l_d$  est également représentée.

**Couronne chauffée de manière cyclique** La figure 9.10 montre l'évolution des paramètres macroscopiques du milieu lorsque  $l_c$  varie de manière périodique. Le système est initialement dans un état d'équilibre à faible compacité d'injection ( $l_c = 1$ ). Au cours de la première perturbation la température suit la compacité et monte jusqu'à environ 300 keV. Ceci entraîne une forte production de paires ( $\tau_T$  augmente de 40 %). A la deuxième période, la température maximale atteinte est seulement de 180 keV (du fait de l'épaisseur optique plus forte et du plus grand nombre de photons mous dans le milieu). Le système se relaxe peu à peu vers un état stationnaire où la température oscille entre 30 et 170 keV et l'épaisseur optique fluctue très légèrement autour de sa valeur moyenne 0.25. On note le déphasage entre la compacité et la courbe de luminosité totale du système.

La figure 9.11 montre l'évolution des luminosités dans plusieurs gammes d'énergie au cours d'une période, en régime stationnaire. Le retard temporel des courbes de lumière par rapport à la perturbation croît avec l'énergie. Les hautes énergies, plus sensibles aux fluctuations de température ont des variations de plus grande amplitude.



La luminosité du disque ( $<1$  keV) est presque en opposition de phase par rapport à la compacité. En fait, cette luminosité est dominée par le reprocessing, ce qui explique le retard plus important.

**Couronne chauffée par impulsions** Un exemple un peu moins académique est celui d'une éruption dans la couronne. On part d'un état d'équilibre stationnaire où la couronne n'est pas (ou peu) alimentée en énergie. A une date donnée une dissipation violente d'énergie se produit dans la couronne. Nous simulons cette éruption en faisant varier  $l_c$  brutalement. L'influence de la forme du profil de  $l_c(t)$ , de son amplitude ou de la durée de la dissipation, peuvent être étudiées.

La dépendance temporelle de la dissipation peut par exemple avoir la forme d'impulsion suivante :

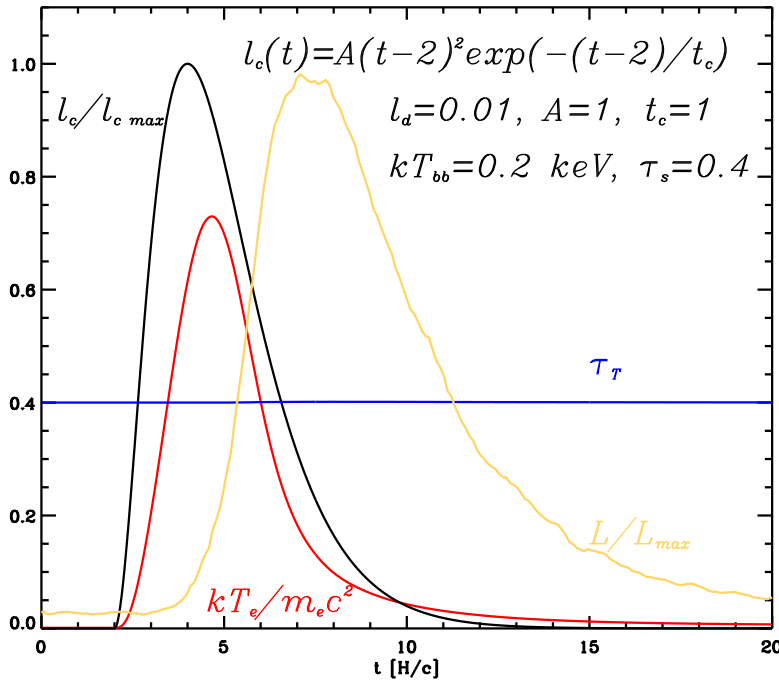
$$l_c(t) = 0 \quad \text{pour } t < 2 \quad (9.8)$$

$$l_c(t) = A(t-2)^2 \exp\left(-\frac{t-2}{t_c}\right) \quad \text{pour } t > 2 \quad (9.9)$$

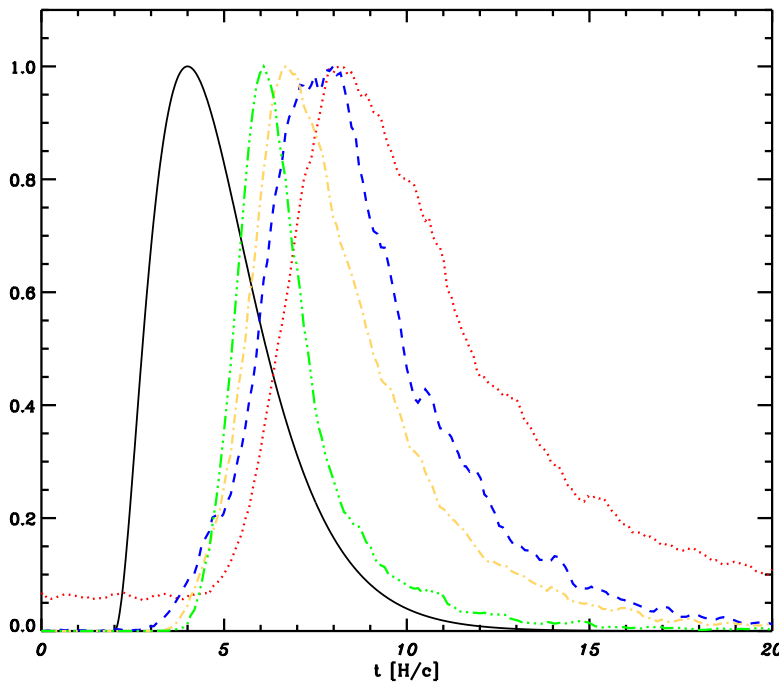
La figure 9.12 montre la réponse des différents paramètres de la couronne. L'amplitude  $A$  a été fixée à 1, la durée caractéristique vaut  $H/c$ . La température de corps noir du disque est fixée à 0.2 keV, l'épaisseur optique associée aux protons est  $\tau_s = 0.4$ .

Au début du chauffage, les pertes Compton sont faibles puisque la densité d'énergie radiative est très faible. La température augmente donc rapidement. Avec ces températures plus élevées, le taux de perte d'énergie par Compton se trouve accru. Mais, comme le plasma est toujours sous-alimenté en photons, le refroidissement n'est pas suffisamment efficace et la température continue d'augmenter. Cependant, une composante de rayonnement de haute énergie s'est formée dans le milieu. Approximativement la moitié de ces photons s'échappent, alors que les autres se dirigent vers le disque où ils sont majoritairement instantanément absorbés et réémis sous forme de rayonnement thermique mou. La densité d'énergie est conservée au cours du recyclage. Mais, au cours de ce processus, les quelques photons de haute énergie sont transformés en un grand nombre de photons d'énergie plus basse qui peuvent, eux, refroidir efficacement le plasma. Alors la température décroît et le spectre devient plus mou.

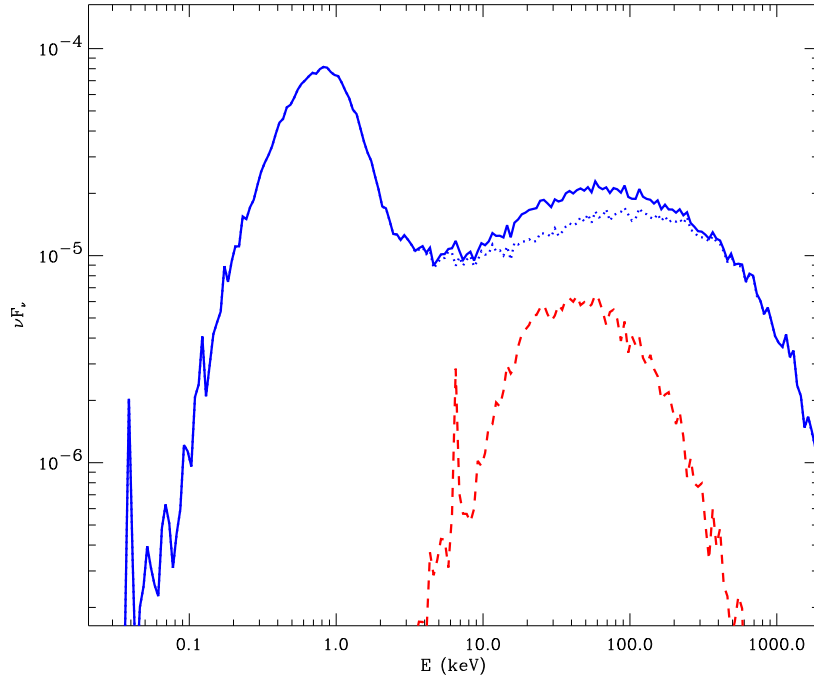
Ce mécanisme de rétroaction est retardé en temps de quelques  $H/c$  du fait du temps de trajet des photons. Donc, si le paramètre de dissipation augmente significativement sur ces échelles de temps le système ne peut s'ajuster progressivement et l'augmentation rapide de la température est inévitable.



**Fig. 9.12:** Réponse des paramètres de la couronne à une dissipation violente d'énergie. Les valeurs des différents paramètres sont indiquées sur la figure. Ce profil normalisé est représenté avec la réponse de la température (en unité  $m_e c^2$ ), de l'épaisseur optique totale, et de la courbe de luminosité totale du système.



**Fig. 9.13:** Courbes de lumière associées à la perturbation de la figure 9.12. La courbe en trait continu représente le profil de  $l_c$ . L'évolution de la luminosité dans les bandes 0-1.5 keV, 2.-20.keV, 20.-200. keV et 200.-2000 keV est représentée respectivement en pointillés, tirets, trait-point et trait-point-point. Toutes les courbes sont normalisées à leur maximum.



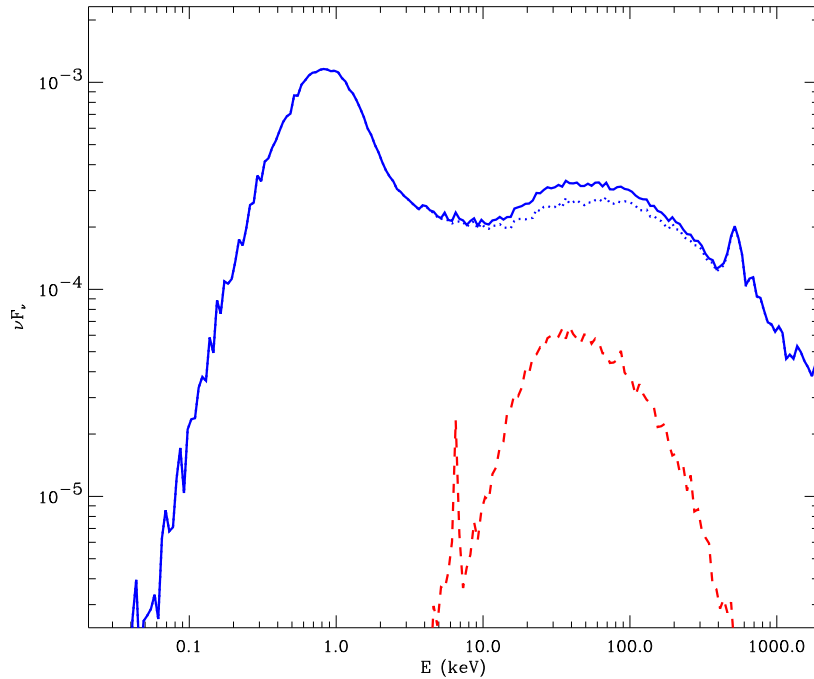
**Fig. 9.14:** Spectre moyenné sur le temps produit par la dissipation d'énergie de la figure 9.12. En pointillé, le spectre primaire, en tiret la composante réfléchie, en trait plein, le spectre total.

Ce saut en température apparaît toujours au début de l'éruption puisque c'est à ce moment que la densité d'énergie radiative est minimum. Après que le gros de l'énergie a été dissipé il faudra 10 à 20 unités de temps pour qu'elle quitte la couronne sous forme de rayonnement et que le système se relaxe vers l'équilibre initial.

Le spectre moyenné sur la durée du sursaut est représenté sur la figure 9.14. Ce spectre est similaire à ceux obtenus dans le cas stationnaire. Toutefois, la coupure se fait à plus haute énergie. En effet, la température maximale atteinte durant l'éruption ( $kT_{e,max} \sim 400$  keV) est environ quatre fois plus élevée que la température maximum possible en régime stationnaire, pour la géométrie et l'épaisseur optique considérée (cf Fig. 9.4). Ceci relâche les contraintes géométriques sur les formes spectrales.

Les courbes de lumière, calculées par le code, montrent l'évolution du spectre qui est dur au début du sursaut et devient plus mou ensuite. Il faut noter le retard temporel entre les courbes de lumière et le profil de dissipation. Ce retard est dû au piégeage des photons dans la couronne.

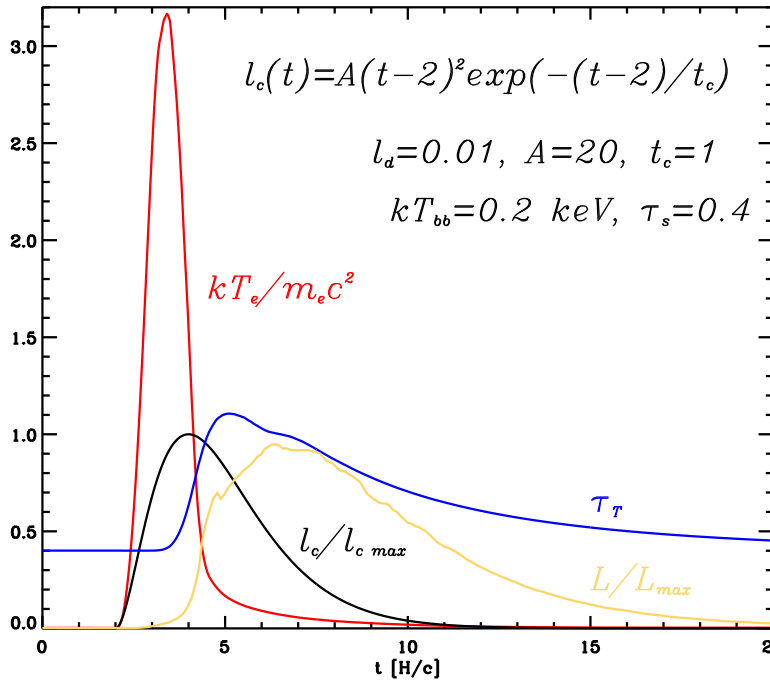
Plus la dissipation est importante, plus son échelle de temps est courte et plus la température maximale sera importante. La température est également d'autant plus élevée que la densité d'énergie radiative initiale est faible (i.e  $l_d$  faible). En jouant sur



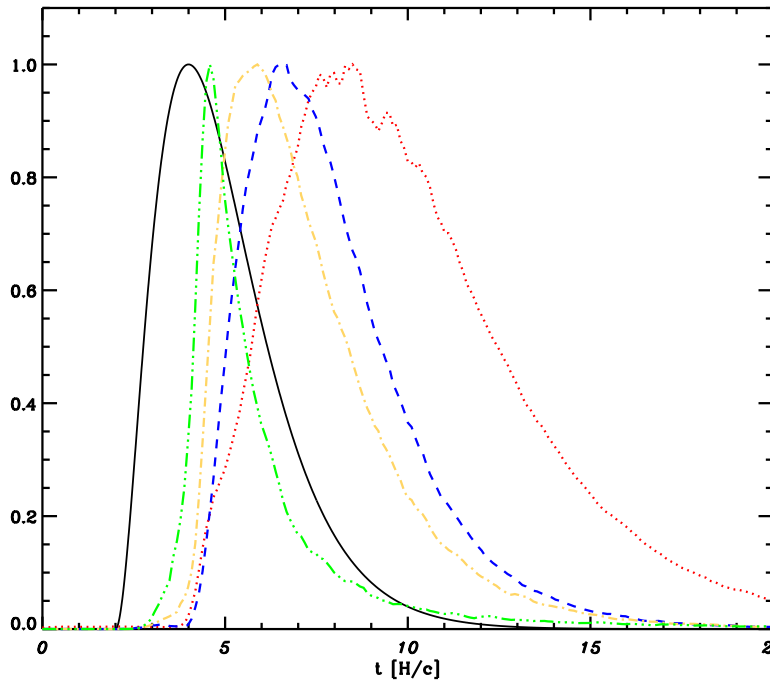
**Fig. 9.15:** Spectre, moyenné sur le temps, produit par la dissipation d'énergie de la figure 9.16. En pointillé, le spectre primaire, en tiret la composante réfléchie, en trait plein, le spectre total.

ces paramètres on peut ainsi obtenir des sauts de température très importants.

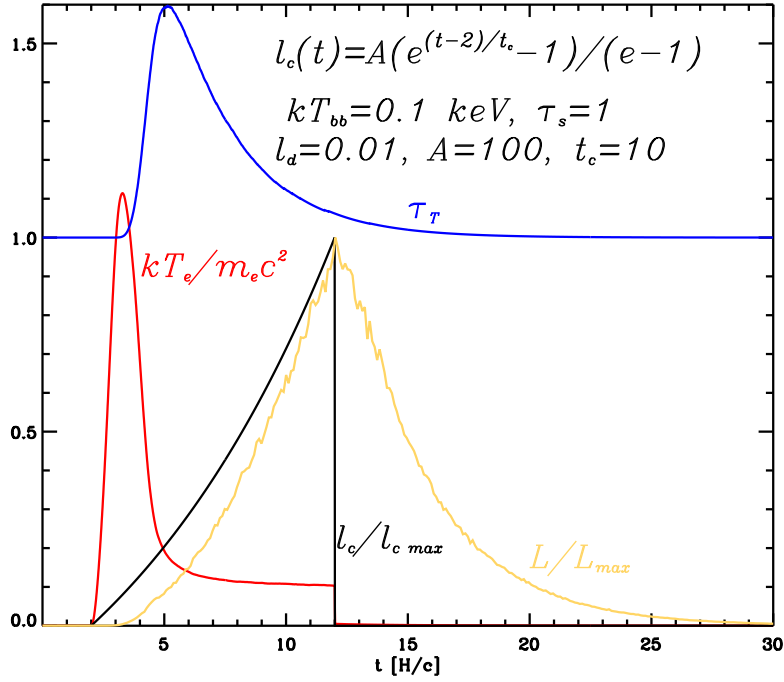
Par exemple la Fig. 9.16 montre l'évolution des paramètres au cours d'une éruption similaire à celle de la Fig. 9.12 mais avec une amplitude 20 fois plus importante. La température maximale atteinte est alors de l'ordre de 1500 keV. Cette température élevée produit un grand nombre de photons d'énergie supérieure au seuil de production de paires. Les paires ainsi créées accroissent l'épaisseur optique de la couronne d'un facteur voisin de 3. Ces paires s'annihilent en quelques unités de temps après la fin de la dissipation d'énergie. Ceci conduit à la formation d'une raie d'annihilation large dans le spectre moyen du sursaut (présenté sur la figure 9.15). Les courbes de lumière dans les différentes bandes d'énergies, présentées sur la figure 9.17 sont similaires à celles de l'exemple précédent (Fig 9.13). Il semble que les délais entre hautes et basses énergies soient une caractéristique générale des couronnes chauffées trop rapidement pour évoluer de manière quasi-statique. Cette propriété est liée au saut de température initial.



**Fig. 9.16:** Réponse des paramètres de la couronne à une dissipation violente d'énergie. Le profil de  $l_c$  ainsi que les valeurs des différents paramètres sont indiquées sur la figure. Ce profil normalisé est représenté avec la réponse de la température (en unité  $m_e c^2$ ), de l'épaisseur optique totale, et de la courbe de luminosité totale du système.



**Fig. 9.17:** Courbes de lumière normalisées correspondant à l'impulsion de la figure 9.16. La courbe en trait continu représente le profil de  $l_c$ . L'évolution de la luminosité dans les bandes 0-1.5 keV, 2-20 keV, 20-200 keV et 200-2000 keV est représentée respectivement en pointillés, tirets, trait-point et trait-point-point. Toutes les courbes sont normalisées à leur maximum.



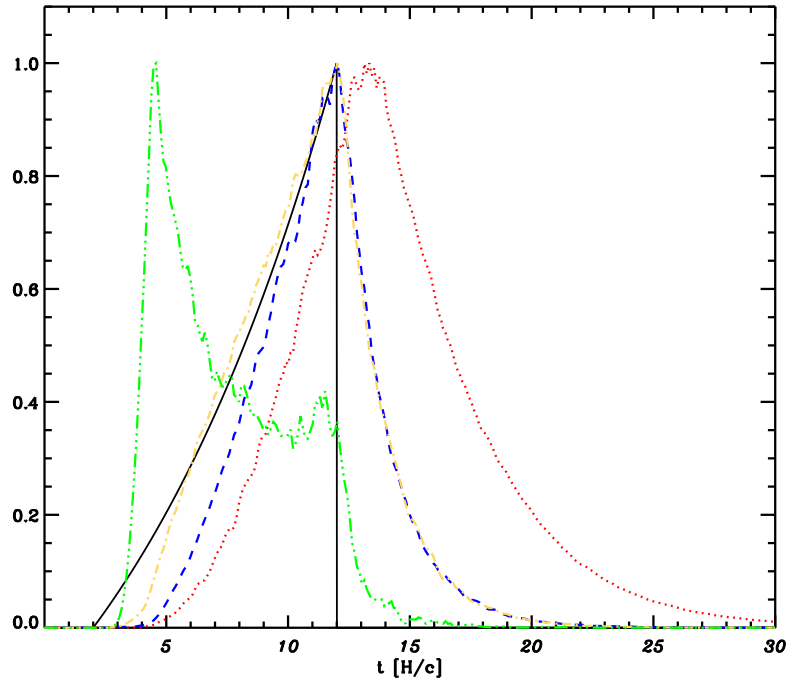
**Fig. 9.18:** Réponse des paramètres de la couronne à une dissipation violente d'énergie. Le profil de  $l_c$  ainsi que les valeurs des différents paramètres sont indiquées sur la figure. Ce profil normalisé est représenté avec la réponse de la température (en unité  $m_e c^2$ ), de l'épaisseur optique totale, et de la courbe de luminosité totale du système.

Une augmentation importante de l'épaisseur optique ne signifie pas forcément l'apparition d'une raie d'annihilation. La figure 9.18 montre l'évolution des paramètres de la couronne en réponse à une impulsion avec montée exponentielle et descente instantanée :

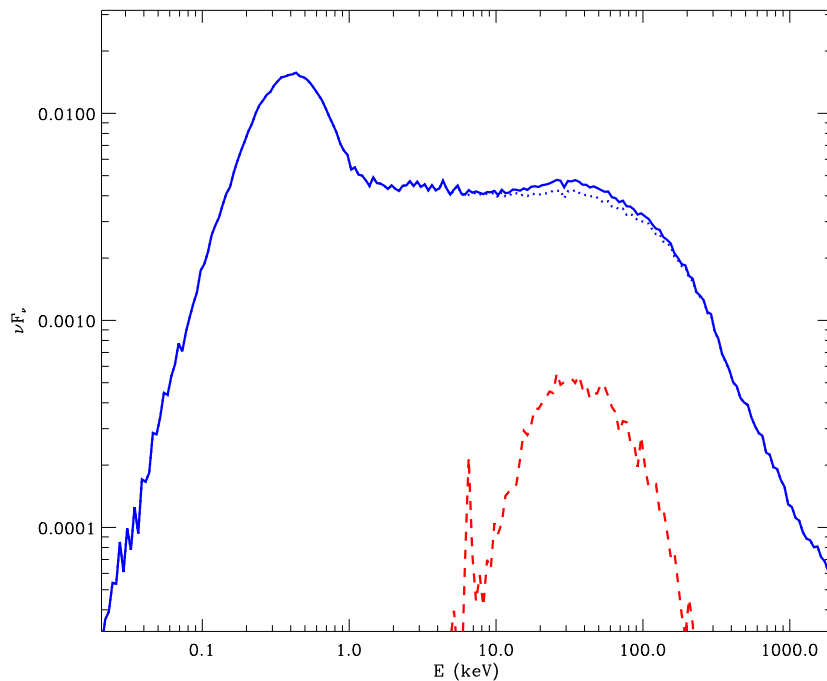
$$l_c(t) = 0. \quad \text{pour } t < 2 \quad \text{et} \quad t > 2 + t_c \quad (9.10)$$

$$l_c(t) = A \frac{e^{(t-2)/t_c} - 1}{e - 1} \quad \text{pour } 2 < t < 2 + t_c \quad (9.11)$$

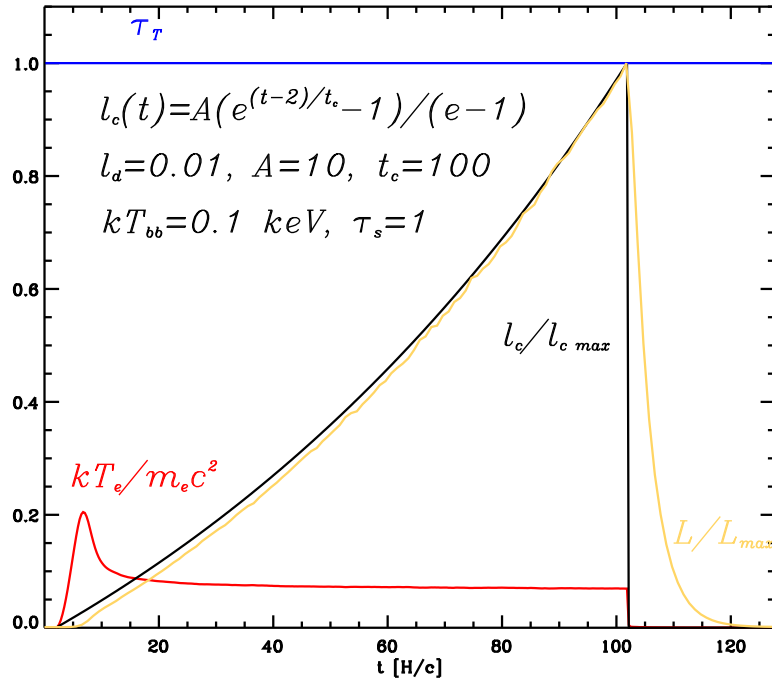
L'amplitude  $A$  a été fixée à 100 et la durée de l'impulsion est  $t_c = 10$ , l'épaisseur optique associée aux ions est  $\tau_p = 1$ . La température après avoir atteint son maximum au tout début du sursaut, diminue et tend vers sa valeur d'équilibre stationnaire ( $\sim 50$  keV) alors que la dissipation continue d'augmenter. Le plasma se refroidit quasi-instantanément lorsque la dissipation coronale cesse brutalement. La montée en température initiale permet de produire des paires, induisant une augmentation de l'épaisseur optique de  $\Delta\tau = 0.6$ . L'annihilation de cet excès de paires ne produit pas de raie (cf. Fig. 9.20).



**Fig. 9.19:** Courbes de lumière correspondant à l'impulsion de la figure 9.18. La courbe en trait continu représente le profil de  $l_c$ . L'évolution de la luminosité dans les bandes 0-1.5 keV, 2-20 keV, 20-200 keV et 200-2000 keV est représentée respectivement en pointillés, tirets, trait-point et trait-point-point-point. Toutes les courbes sont normalisées à leur maximum.



**Fig. 9.20:** Spectre moyenné sur le temps produit par la dissipation d'énergie de la figure 9.18. En pointillé, le spectre primaire, en tiret la composante réfléchie, en trait plein, le spectre total.



**Fig. 9.21:** Réponse des paramètres de la couronne à une dissipation violente d'énergie. Le profil de  $l_c$  ainsi que les valeurs des différents paramètres sont indiquées sur la figure. Ce profil normalisé est représenté avec la réponse de la température (en unité  $m_e c^2$ ), de l'épaisseur optique totale, et de la courbe de luminosité totale du système.

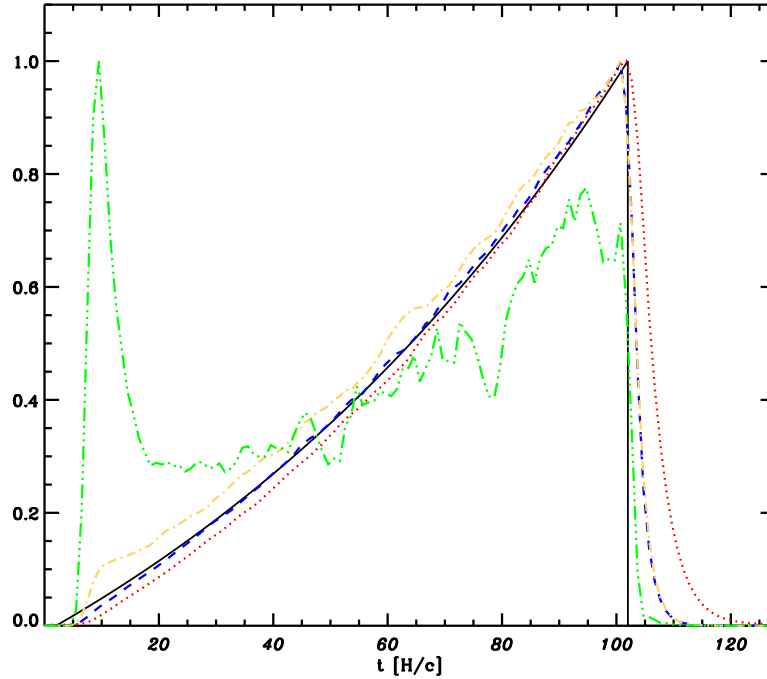
Du fait de la forte amplitude de l'impulsion, la raie est noyée par la forte luminosité à haute énergie. De plus l'épaisseur optique importante, de l'ordre de 1, contribue à effacer la raie d'annihilation de même que la raie du fer.

Les courbes de lumière associées à la perturbation ont été reportées sur la figure 9.19. On observe que la bande de plus haute énergie (200.-2000 keV) possède son maximum au tout début du sursaut contrairement aux autres bandes d'énergies qui, elles, suivent la courbe de dissipation. Ce pic est évidemment lié au maximum de température.

Si l'impulsion est longue ( $t_c \gg 1$ ), comme dans l'exemple de la figure 9.21 dans lequel  $A = 10$  et  $t_c = 100$ , le système est en état de quasi-équilibre pendant 80 % de la durée du sursaut. Le rayonnement produit pendant l'excès de température initial devient négligeable dans le spectre intégré sur la durée du sursaut et le spectre résultant (présenté sur la figure 9.23) est identique à celui obtenu dans le cas stationnaire pour un paramètre de dissipation  $l_c = 10$  constant.

Les courbes de lumière (Fig 9.22) présentent, ici aussi, un pic pour la luminosité 200 keV-2 MeV pendant la montée de température initiale, tandis que les plus basses





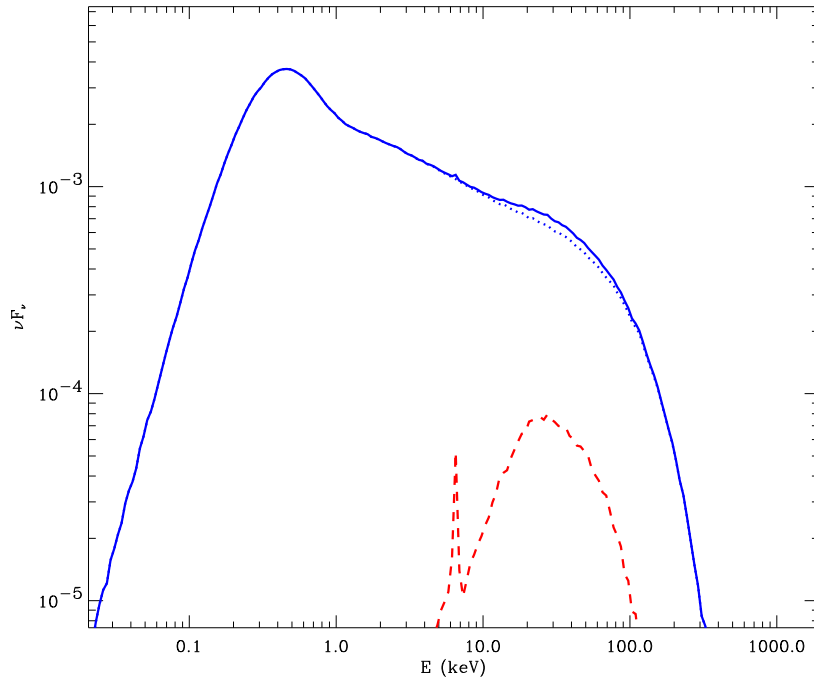
**Fig. 9.22:** Courbes de lumière correspondant à l'impulsion de la figure 9.21. La courbe en trait continu représente le profil de  $l_c$ . L'évolution de la luminosité dans les bandes 0-1.5 keV, 2-20 keV, 20-200 keV et 200-2000 keV est représentée respectivement en pointillés, tirets, trait-point et trait-point-point-point. Toutes les courbes sont normalisées à leur maximum.

énergies suivent la courbe de dissipation.

Finalement, toutes ces simulations montrent que si la variabilité est due à des éruptions localisées dans la couronne (modèles d'avalanche), il faut que la dissipation se produise sur une échelle de temps suffisamment grande pour que le système évolue de manière quasi-statique. En effet, une dissipation trop rapide provoque un saut de température au tout début de l'éruption, suivi d'un refroidissement. Cet effet provoque une évolution spectrale allant d'un spectre dur vers un spectre plus mou et implique des délais de signes opposés à ceux que l'on observe<sup>4</sup>.

Cet effet est inévitable. Il est dû au temps de réaction du disque. La géométrie plan-parallèle que l'on a supposée ici est celle où le temps de réaction du disque est le plus court. D'autres géométries où la source ne couvre pas tout le disque, ou en est séparée, l'amplifient. Ceci devrait permettre de poser des contraintes sur le mécanisme

<sup>4</sup> Du moins aux fréquences de Fourier inférieures à 20 Hz pour lesquelles ces délais sont convenablement mesurés (cf. Fig. 9.7). Il n'est bien sûr pas exclu qu'ils puissent changer de signe à plus haute fréquence.



**Fig. 9.23:** Spectre moyenné sur le temps produit par la dissipation d'énergie de la figure 9.21. En pointillé, le spectre primaire, en tiret la composante réfléchie, en trait plein, le spectre total.

de chauffage qui ne doit pas être trop rapide.

En outre, nous avons vu que la prise en compte de la dynamique peut également avoir une influence sur le spectre moyen. Du fait de l'évolution de la température, qui peut atteindre des valeurs plus élevées qu'en régime stationnaire, il est possible d'obtenir des pentes et des coupures différentes mais aussi la formation de raies d'annihilation. Le fait que ces raies d'annihilation ne soient pas (ou rarement) observées plaide plutôt en faveur d'une situation où l'on est proche de l'équilibre.

On peut également noter qu'un tel mécanisme (chauffage puis refroidissement par recyclage) pourrait expliquer les retards des basses énergies observés dans des systèmes contenant une étoile à neutron tels que le pulsar milliseconde SAX J01808.4-3658 (Cui et al., 1998) ou dans le QPO de 4U 1608-52 (Vaughan et al., 1997, 1998).

### 9.3.3 Conclusion

La méthode *MCNL* a contribué de manière importante à l'étude des propriétés spectrales d'une couronne radiativement couplée à un disque d'accrétion (e.g. Stern et al. 1995b). Or, si l'on veut interpréter l'émission des sources X et  $\gamma$  dans le cadre

de ces modèles, il faut aussi tenir compte de leurs propriétés temporelles. Pour cela, il faut être capable de traiter l'aspect dynamique du couplage entre le disque et la couronne. L'objet de ce chapitre a été de montrer que la méthode *MCNL* est un moyen efficace pour franchir cette étape. Le code permet de traiter différentes situations dans lesquelles l'équilibre disque-couronne est perturbé par une dissipation violente d'énergie dans le disque ou dans la couronne. Les quelques exemples que j'ai présentés sont loin de constituer une étude définitive de ces problèmes. Cependant, ils permettent de faire émerger certaines propriétés générales importantes.

D'une part, nous avons vu que les modèles qui tentent d'expliquer les variabilités observées par une variabilité de l'injection des photons germes du processus de Comptonisation doivent prendre en compte la réponse de la couronne à ces fluctuations. Ces effets se traduisent par un refroidissement rapide de la couronne lorsque le flux de photons mous augmente. Tant que le chauffage de la couronne ne varie pas, la luminosité globale de comptonisation reste constante même si le flux thermique varie de manière importante. Il y a cependant des modifications spectrales notables (mais à luminosité totale constante). De sorte que si l'on s'intéresse à des bandes d'énergie fines, on obtient tout de même des variabilités avec des corrélations complexes entre différentes bandes. Ces corrélations dépendent du détail de la variabilité intrinsèque du flux thermique. Les effets de couplage s'avèrent donc déterminants, bien que jusqu'à présent, ils n'étaient pas pris en compte par les modèles.

D'autre part, si la variabilité a pour origine une dissipation transitoire dans la couronne, l'approximation quasistatique est valable tant que le temps caractéristique de dissipation est plus grand que  $H/c$ . Si ce n'est pas le cas la rétroaction du disque conduit à une évolution allant d'un spectre dur en début du sursaut vers un spectre mou à la fin. Ceci fournit un mécanisme pour générer ce type de retards.

Bien entendu, il faudrait poursuivre ce genre d'étude de manière plus détaillée en testant d'autres types de géométries. Parmi les situations susceptibles de présenter un intérêt physique, le code *MCNL* peut permettre d'étudier :

- Les effets de thermalisation. Si le temps de thermalisation du plasma est plus long que le temps de dissipation d'énergie, une population non-thermique apparaît à plus haute énergie. On se retrouve alors dans une situation proche de celle des modèles hybrides décrits au § III.7.3.
- Les interactions entre plusieurs éruptions proches dans le temps et dans l'espace. Par exemple, le rayonnement mou émis dans le voisinage d'une éruption par recyclage sur le disque peut atteindre la région d'émission d'une éruption voisine modifiant l'évolution de sa température et donc son spectre.
- La région d'émission n'est probablement pas au repos. Tout mécanisme de dis-

sipation d'énergie possède un certain degré d'anisotropie, de sorte que l'énergie qu'il fournit au système lui donne un mouvement d'ensemble. Si le plasma est dominé par les paires, la pression de radiation issue du disque le repoussera. Le mouvement d'ensemble ainsi produit affecte significativement le spectre émis du fait de la focalisation Doppler du rayonnement de haute énergie et modifie le coefficient de rétroaction au cours de l'éruption.

- Si le mécanisme principal de dissipation est lié à la reconnexion magnétique, il est peu probable que les lignes de champ demeurent fixes au cours du sursaut. Les simulations MHD montrent que les boucles de champ ont tendance à gonfler et à se détacher du disque (Amari et al. 1996, Romanova et al. 1998). Dans ce cas aussi des modifications du coefficient de rétroaction peuvent avoir un rôle important.
- La géométrie de la couronne est très incertaine. En fait, elle peut se modifier pendant l'éruption, ce qui affecte ses propriétés physiques et le spectre émis.

Ces études peuvent permettre de calculer les spectres moyens ainsi que les caractéristiques temporelles observables (spectres de puissances, retards temporels...) qui, comparés aux observations, aideront à discriminer entre ces différents types d'effets et poseront des contraintes plus fermes sur la géométrie et les mécanismes physiques à l'oeuvre dans les sources accrétantes émettant dans les domaines X et  $\gamma$ .



## **PUBLICATION 3**

### **Temporal properties of flares in accretion disk coronae**

accepté à *Astronomy and Astrophysics*



A&A manuscript no. (will be inserted by hand later)
--

Your thesaurus codes are: 02 (02.01.2; 02.18.5; 03.13.4; 08.02.3; 11.19.1; 13.25.3)
--

---

ASTRONOMY  
AND  
ASTROPHYSICS

---

May 25, 2000

# Temporal properties of flares in accretion disk coronae

J. Malzac and E. Jourdain

Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements (CNRS/UPS) 9, Av du Colonel Roche, 31028, Toulouse Cedex 4, France  
email: Julien.Malzac@cesr.fr

Received ??, 1999; accepted ??, 1999

**Abstract.** Using a non-linear Monte-Carlo code we investigate the radiative response of an accretion disk corona system to static homogeneous flares. We model a flare by a rapid (comparable to the light crossing time) energy dissipation in the corona or the disk.

If the flares originate from the disk, the coronal response to the soft photon shots produces a strongly non-linear Comptonised radiation output, with complex correlation/anti-correlations between energy bands. This behavior strongly differs from those found with usual linear calculations. Thus any model for the rapid aperiodic variability of X-ray binaries invoking a varying soft photon input as a source for the hard X-ray variability has to take into account the coronal temperature response.

On the other hand, if the flare is due to a violent heating of the corona, when the perturbation time scale is of the order of a few corona light crossing times, the shot spectrum evolves from hard to soft. This general trend is independent of the shot profile and geometry. We show that for short dissipation time, the time averaged spectra are generally harder than in steady state situation. In addition, annihilation line and high energy tails can be produced without need for non-thermal processes.

**Key words:** Accretion, accretion disks – Radiation mechanisms: non-thermal – Methods: numerical – binaries: general – Galaxies: Seyfert – X-rays: general

## 1. Introduction

The hard X/ $\gamma$ -ray spectra of galactic black hole candidates (GBHC) in their low hard state as well as Seyfert galaxies can be generally represented as a sum of a hard power-law continuum with a cutoff at a few hundred keV and a Compton reflection bump (with a Fe  $K\alpha$  line at  $\sim 6.4$  keV) produced when high energy photons interact with cold material (Zdziarski et al. 1996). The presence of the Compton reflection component (Guilbert & Rees 1988; George & Fabian 1991) implies that cold material could

be present in the direct vicinity of the X/ $\gamma$ -ray producing region. A soft excess present below  $\sim 1$  keV is usually associated with the thermal emission from the cold accretion disk and can be powered by the viscous dissipation in the disk itself as well as by reprocessing hard photons. These three components are generally interpreted in the framework of accretion disk corona models. These models assume that the soft thermal radiation is emitted by the disk and then Comptonised in a very hot plasma, the “corona”. The reflection features arise naturally from the disk illumination. The nature and geometry of the corona are unclear. Several geometries have been proposed: slab sandwich-like corona (Haardt & Maraschi, 1991, 1993), localized active regions on the disk surface powered by magnetic reconnections (Liang et al. 1977; Galeev et al. 1979; Haardt et al. 1994) or a hot accretion disk in the center surrounded by a cold standard disk (Shapiro et al. 1976; Ichimaru 1977; Narayan & Yi 1994). Unfortunately, spectroscopy alone does not allow one to firmly probe either the geometry or the way the corona is powered.

X-ray variability studies seem to be a key for the understanding of accretion processes around compact objects. They should at least bring indications on the nature and structure of the corona. The short term variability of black hole X-ray binaries is now well known thanks to an impressive amount of observational data accumulated since many years by several space experiments (Cui 1999). There is however no accepted model that accounts for most of the observational data. The inner disk dynamic predicts important variability at kHz frequencies while a stronger variability is observed around 1 Hz. The power density spectrum is roughly a power-law of index between -1.0 and -2.0. Another important feature of the temporal behavior is the time lags between hard and soft photons that depend on Fourier frequency  $\propto f^{-1}$ . Whether the intrinsic source of the variability is the disk (Payne 1980; Miyamoto et al. 1988) or the corona (Haardt et al. 1997; Poutanen & Fabian 1999) is still a matter of debate. As the characteristic time scales are expected to grow linearly with the black hole mass, the time scales are far longer in Seyfert galaxies. The long observations required prevent the acquisition of as many data as for X-ray bi-



naries. Their Power Density Spectra (PDS), at least, are similar to those of stellar black holes, modulo the mass scale factor (Edelson & Nandra 1999).

To understand these temporal characteristics it seems important to introduce the temporal dimension in spectral models. The most important difficulty when dealing with time dependent problems is that the system is not necessarily in radiative equilibrium. The corona is strongly coupled with radiation, its physical parameters such as temperature and optical depth can fluctuate in response to changes in the photon field. These variations in turn influence the radiative field, making the system strongly non-linear. The dynamics of compact plasma has been extensively studied during the eighties in the context of the models for the high energy emission of active galactic nuclei; first using analytical arguments (Guilbert et al. 1983), then using more and more accurate numerical methods (Guilbert & Stepney 1985; Fabian et al. 1986; Kusunose 1987; Done & Fabian 1989). The most detailed treatment of micro-physics was achieved by Coppi (1992) using a method based on the solution of the kinetic equations. These studies gave an understanding of the behaviour of the plasma and the spectral evolution of the emitted radiation, when the input parameters (heating, external soft-photons injection...) vary on time scales of the order of the light crossing time.

However, at the time of those studies the importance of the coupling with cold matter did not appear as crucial as it does now. Indeed, in the accretion disk corona framework, another complication appears: the hard X-ray radiation is produced by Comptonisation of soft photons that, in turn, can be mostly produced by reprocessing the same hard radiation in the cold accretion disk (the “feedback” mechanism). Until now, in most studies only steady-state situations have been considered. The physical characteristics of the emitting region (such as temperature and optical depth of the Comptonising cloud) that determine the observed X/ $\gamma$ -ray spectrum are assumed not to vary in time (e.g. Sunayev & Titarchuk 1980). The most detailed calculations considered only steady states, where the temperature and the optical depth are defined by the energy balance and electron-positron pair balance, assuming a constant heating (Haardt & Maraschi 1993; Stern et al. 1995a,b; Poutanen & Svensson 1996).

The observed rapid spectral changes imply the presence of rapid changes in the physical conditions of the source. When taken into account in radiative transfer modeling, these changes have been considered as a succession of steady state equilibria (Haardt et al. 1997; Poutanen & Fabian 1999). This approximation is acceptable as long as the underlying perturbation evolves on time scales,  $t_c$ , far larger than the light crossing time. Actually, we do not know if this assumption is valid.

Here we aim at giving a first look at the rapid spectral and temporal evolution of a hot plasma coupled with a reprocessor. In this first attempt to model the non-linear

behavior of a time dependent accretion disk corona system, we try to point out the main properties of the accretion disk corona when the dissipation parameters change on time scales of the order of the light crossing time of the corona. We show that the non-linear Monte Carlo method (Stern et al. 1995a) can be an efficient tool to perform the task of computing the time evolution of the plasma parameters together with a detailed radiative transfer treatment enabling the production of light curves. Our model assumptions are presented in Sect. 2.

Section 3 gives a description of our computational method. The different consistency tests that we performed in order to check the validity of the code for steady state situations are presented in Sect. 4. Then we present some applications to time dependent situations. We first investigate the case of an equilibrium modified by a variation in the soft photon input, in Sect. 5. In Sect. 6, we then consider situations where the energy dissipation in the corona occurs during short flares.

## 2. Model assumptions

### 2.1. The slab corona model

We consider a simple slab geometry for the corona. The corona is composed of electrons (associated with ions) with a fixed Thomson optical depth  $\tau_s$ . This corona is assumed to be uniformly heated by an unspecified process, which is quantified using the usual local dissipation parameter  $l_c = H F_h \sigma_T / m_e c^3$ , where  $F_h$  is the power supplied in the corona per unit area,  $H$  the height of the slab,  $\sigma_T$  the Thomson cross section,  $m_e$  the electron rest mass and  $c$  the speed of light.

The corona cools by Comptonisation of the soft radiation from the disk. The balance between heating and cooling leads to a mean temperature  $T_e$ . Due to photon-photon interactions,  $e^+ / e^-$  pairs can appear in the corona leading to a total optical depth  $\tau_T > \tau_s$  that is governed by the balance between pair production and annihilation.

The disk emission arises from two processes:

- internal viscous dissipation parametrized by the disk compactness  $l_d = H F_s \sigma_T / m_e c^3$ , where  $F_s$  is the intrinsic flux of radiation emitted by the disk with a blackbody spectrum at fixed temperature  $T_{bb}$ .
- reprocessing of Comptonised radiation coming from the corona. Most of the impinging radiation is absorbed and thermally re-emitted with blackbody temperature  $T_{bb}$ , a fraction is Compton reflected forming a hump in the high energy spectrum.

### 2.2. Steady state properties

The equilibrium properties of accretion disk corona have been extensively studied (Haardt & Maraschi 1993; Stern et al. 1995a, b; Poutanen & Svensson 1996; Dove et al. 1997b). Let us recall their main characteristics.

For a given total optical depth  $\tau_T$ , the plasma temperature and thus the spectral properties depend only on the ratio  $l_d/l_c$  and are independent of the absolute luminosity. When  $l_d/l_c \gg 1$ , heating is negligible, the plasma is at Compton temperature driven by the disk thermal radiation  $T_e \sim T_r$ . Decreasing  $l_d/l_c$  quickly raises the temperature provided that  $l_d/l_c > 0.1$ . For smaller values of the ratio  $l_d/l_c$ , the temperature becomes independent of  $l_d/l_c$ . It is easily understandable since the cooling is then dominated by the reprocessed photons whose energy density grows linearly with the heating rate  $l_c$ . For a given optical depth there is thus a maximum self-consistent temperature. This maximum temperature depends only on the feedback coefficient which is defined as the fraction of the X-ray flux which reenters the source as soft radiation after reprocessing. This feedback coefficient depends mainly on the geometry. Thus for a given geometry the hardness of the emitted spectra is limited by the maximum temperature achievable.

Based on these arguments, it has been often argued that the slab geometry produces too steep spectral slopes to account for the observed spectra in black hole binaries and Seyfert galaxies (Stern et al. 1995b; Dove et al. 1997b; Poutanen et al. 1997). The geometry is more likely a spherical corona surrounded by the cold accretion disk, or constituted of small active regions at the surface of the disk. In these cases indeed the feedback coefficient is lower. Note, however, that slab corona could be consistent with observations if the disk is ionised (Nayakshin & Dove 1999; Ross et al. 1999) or if there is a bulk motion of plasma away from the disk (Beloborodov 1999).

Decreasing  $\tau_s$  raises the temperature since the injected energy is shared by a smaller number of particles. If  $l_c/\tau_s > 1$  and  $l_d/l_c \ll 1$ , the pair production can increase significantly the total optical depth  $\tau_T$ . Then the equilibrium optical depth has to be computed using the pair production and annihilation balance and will depend on the compactness  $l_c$ . An increase in  $l_c$  increases the pair production rate and so  $\tau_T$  which in turn decreases the temperature.

### 2.3. Time dependent situations

Here we will consider rapid changes in  $l_c$  or  $l_d$ . The dissipation parameters  $l_c$  and  $l_d$  are thus functions of time with a characteristic time scale of a few  $H/c$ .

Even if the simple slab geometry considered here seems rather unrealistic with regard to the observations, we do not expect that the general features presented here change qualitatively for a different geometry.

To simplify our calculations, we made several approximations discussed below:

First, we assume thermal electron distributions. It is well known that if the temperature changes are too fast the particles may not have time to form a true Maxwellian distribution. The main consequence is the formation of a

high-energy tail in the electron distribution (Li et al. 1996; Poutanen & Coppi 1998) that could explain the emission observed at gamma-ray energies in black hole candidate Cygnus X-1 (Ling et al. 1997; McConnell et al. 1997). Unless the medium is very optically thin, the hard-X ray spectrum should not be significantly affected. Indeed, the Comptonisation spectrum is mainly sensible to the mean electron energy and not to the detailed particle distribution when multiple scattering is important (Ghisellini et al. 1993).

We also neglect the time delays due to the radiative transfer in the disk. The reprocessing and reflection are supposed to be instantaneous. The travel time for a photon in the disk scales as the inverse of the disk density. The disk being dense and optically thick, the time delays due to light traveling time in the disk are negligible compared to the corona light crossing time. Concerning the reprocessed component the delays are mainly due to the thermalisation time of the disk which is short (typically  $\sim 10\mu\text{s}$ , see e.g. Nowak et al. 1999) compared to the corona light crossing time.

Another important simplification is that the blackbody temperature of the disk is fixed and considered to be constant. We can expect that the disk temperature will have important fluctuations (scaling as  $l^{1/4}$ ) as a response to changes in the illuminating flux or the intrinsic dissipation parameter. Note however that we take into account the disk luminosity variations in a self-consistent manner. Our specification of a fixed temperature fixes only the disk spectrum shape and not its amplitude.

We thus expect that calculations including the temperature changes would give different results only for the spectral evolution in the soft X-ray bands ( $< 1$  keV). At higher energy where the flux is dominated by Compton emission, the results should not be affected. Indeed, at first order, the Compton losses scale as the soft photon energy density rather than photon energy. We checked that the temporal evolution is not qualitatively sensible to the value of the fixed blackbody temperature, which can fluctuate within a factor of 10 without changing significantly the high-energy light curves. For detailed quantitative considerations, however, these effects will have to be implemented in the code.

### 3. Monte-Carlo Code

To compute the evolution of  $T_e$  and  $\tau_T$  together with the flare light curves, we use a Non-Linear Monte-Carlo code (NLMC) that we developed according to the Large Particle (LP) method proposed by Stern et al. (1995a). The main features of our code are similar to Stern's. The radiative processes taken into account are Compton scattering, pair production and annihilation. A pool is used to represent the thermal electron population. The reflection component is computed with a coupled linear code (Jourdain & Roques 1995; Malzac et al. 1998). We implemented in

our NLMC code the slab corona described in Stern et al. (1995b) (see also Dove et al. 1997a). The slab is divided into ten homogeneous layers to account for its vertical structure.

An ample discussion of the LP method can be found in Stern et al. (1995a,b) and further details on its application to thermal accretion disk corona models can be found in Dove et al. (1997a), we only discuss here the aspects of our code which are related to temporal variability.

Unlike standard Monte-Carlo Methods (Pozdnyakov et al. 1983; Gorecki & Wilczewski 1984), the LP method propagates all the particles in a parallel and synchronized way. Thus, the time variable appears as a natural parameter. However, when dealing with time-dependent (TD) systems the problem of statistical errors becomes crucial. Indeed, when simulating a stationary system the spectrum has just to be integrated over a longer time (in LP method) or over more particles (in a standard MC method) to get the required statistical accuracy. In TD situations this is of course not the case and the statistical accuracy depends on the number of LP,  $N_{LP}$ , used to represent the system at a given time. Due to the weighting technique used, we do not require a very large number of LPs to get a statistically acceptable representation of the particles distribution *inside* the active region (here we use  $5 \cdot 10^4$  to  $15 \cdot 10^4$  LPs). However, the number of *escaping* photon LPs per time step is only a very small fraction of  $N_{LP}$  ( $\sim \Delta t N_{LP}$ ,  $\Delta t = 10^{-3} H/c$  here). This prevents the averaging of light curves over too short time scales or too narrow energy ranges.

It is difficult to improve accuracy by increasing the number of LPs,  $N_{LP}$ . Indeed the statistical errors scale roughly as  $1/\sqrt{N_{LP}}$ . Thus, in order to decrease these errors by a factor of 2,  $N_{LP}$  has to be increased by a factor of 4. The simulation time can be estimated scaling as  $N_{LP} \log N_{LP}$  (Stern et al. 1995a), the performances are thus degraded by more than a factor of 4. This is not negligible particularly when the CPU time is already large (as large as 1 day).

However in our case, we are mainly interested in the average spectrum during a flare, and the light curves averaged over  $0.1 H/c$  and a decade in energy are sufficient to get the general properties of the flare.

Another problem due to the statistical method is the determination of the electron pool parameters  $T_e$  and  $\tau_T$ . We have to calculate the pool energy  $\Delta E_p$  and optical depth changes  $\Delta \tau_T$  during  $\Delta t$ . If this is done using the Monte-Carlo interactions that occurred during the time step, we get huge statistical fluctuations. To limit these fluctuations, Stern et al. (1995a) average the temperature over previous time steps. This method, rigorous only for equilibrium states, introduces in TD simulations an artificial relaxation time. We overcome the problem by computing  $\Delta E_p$  and  $\Delta \tau_T$  analytically. We use the exact thermal annihilation rate given by Svensson (1982) and the formula given by Barbosa (1982) and Coppi & Blandford

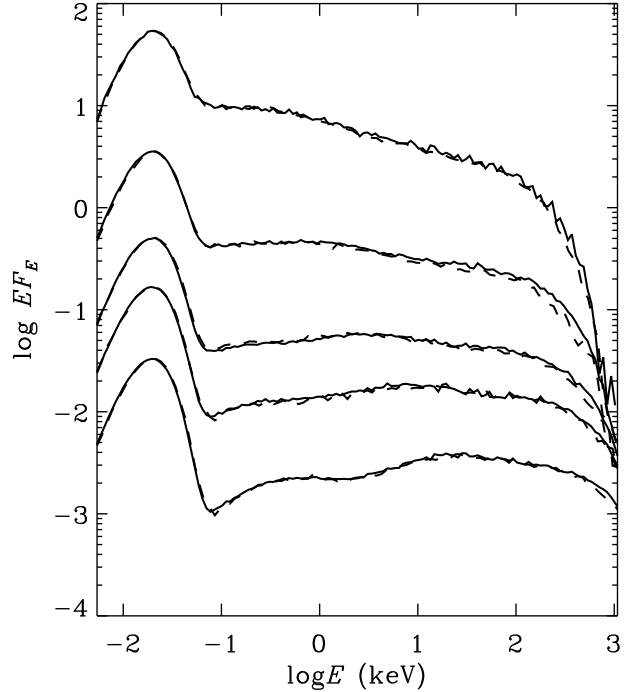


Fig. 1. Comptonisation spectra emitted by a slab corona in energy balance. Disk blackbody temperature  $kT_{bb}$  is 5 eV. Spectra are averaged over inclinations  $\theta$  such that  $0.6 < \cos \theta < 0.9$ , where  $\theta$  is the angle between the line of sight and the disk normal. Solid lines show spectra computed with our code while Stern's results are shown in dashed lines. Fixed optical depths are, from bottom to top  $\tau_T = 0.033, 0.058, 0.090, 0.163$  and  $0.292$ . The equilibrium temperatures we found are respectively  $kT_e = 425, 300, 225, 152$  and  $98$  keV. Stern's values for equilibrium temperature are very close to the latter, with the most important difference at  $\tau_T = 0.163$ , for which his temperature is 3% lower.

(1990) to compute and tabulate the exact energy exchange rate between a photon of given energy and a Maxwellian distribution of electrons through the Compton process. These results are used at the beginning of each time step to evaluate the Compton losses using the updated distribution of photon LPs. This method allows us to limit the step to step fluctuations to less than 1 per thousand. However, statistical fluctuations of the photon distribution can lead to fluctuations of 5 % on a time scale of a few  $H/c$ . Fortunately, these oscillations occur only in stationary situations where the electron temperature is more sensitive to photon LP fluctuations. In non-equilibrium situations the temperature is strongly driven toward equilibrium and evolves smoothly.

## 4. Validation of the code

### 4.1. Emitted spectra and energy balance

To check that our code produces accurate Comptonisation spectra, we switched off pair production and annihilation processes and compared our results to spectra from a linear code (see, e.g., Pozdnyakov et al., 1983). In these tests, the energy balance was not considered, optical depth and temperature were fixed. The emergent-angle-dependent spectra as well as the energy and angular distributions of radiation inside the active region, are similar within statistical errors (a few percent). These tests have been performed using a pool to represent the electron distribution. We performed other successful tests when electron LPs are drawn at the beginning of the time step over a fixed distribution (Maxwellian or power law) and for several geometries (sphere, cylinder, slab). Similar comparisons have been performed in the case of a corona coupled with a reprocessor (including the reflection component). Here again a very good agreement was found.

For a slab corona coupled with a disk, taking into account the energy balance provides, for a given optical depth, an equilibrium temperature which can be compared with results from the literature. Stern et al. (1995b) and Poutanen & Svensson (1996) give maximum temperatures which are in agreement with ours within 5 %. Emitted spectra are also in agreement as shown in Fig 1 which compares spectra from our code against results from Stern's, for the same fixed optical depth, and a temperature determined according to the energy balance.

In addition we tested the energy conservation, by checking that the whole luminosity emitted by the corona+disk system equals the injected power.

These tests validate the treatment of Compton scattering as well as the general architecture of the code and all the routines that do not depend on the type of interaction (LPs management, geometry...), i.e. the main parts of the code.

### 4.2. Pair production and annihilation

The pair annihilation rate as well as the spectra of produced photons have been compared, in the thermal case, to the analytical formulae given by Svensson (1982) and Svensson et al. (1996). The differences obtained are less than 1 %.

The pair production rate is more difficult to test because it is strongly sensitive to the number density, energy and angular distribution of the photons around and above the electron rest mass energy,  $m_e c^2$ . The pair production rate thus depends strongly on the details of radiative transfer such as the number and shape of spatial cells used (the radiation field being averaged over a cell).

The pair production rate obtained with our NLMC code has been compared with a pair production rate computed analytically from the photon LP distribution pro-

vided by the same simulation. Both pair production rates are in agreement within statistical fluctuations (a few percents).

However, detailed comparisons with the results of Stern et al. (1995b) in the framework of accretion disk corona models show important differences for the pure pair plasma case when the optical depth (and compactness) is low ( $\tau_T < 0.1$ ). This disagreement leads to differences in optical depth (and thus temperature) up to 25% for  $\tau_T \sim 10^{-2}$  ( $l_c < 1$ ). The origin of these differences is still not clear; it could be due to differences in the details of the photon-photon interaction treatment, or to the use of a different number of zones, or simply to statistical errors. Indeed Stern et al. (1995a) used 5 times less LPs than we did. However, for less extreme parameters ( $l_c > 1$ ), the equilibrium parameters differ by more than 5 % only occasionally. We also tested our equilibrium values against the results presented in the inset of Fig. 2 of Dove et al. (1997a), ( $\tau_s = 0.2$ ,  $l_d = 1$  and  $1 < l_c < 100$ ), a perfect agreement was found. In addition we performed comparisons with the ISM code (Poutanen & Svensson 1996) for the case of pure pair plasmas in pair and energy balance in slab geometry and found resulting equilibrium optical depths and temperatures differing by less than 10%.

## 5. Variability driven by the disk

### 5.1. Set up

The first class of models for the rapid aperiodic variability of GBHC uses the variability of the soft seed photons as a source for the hard X-ray variability (e.g., Kazanas et al. 1997; Hua et al. 1997; Böttcher & Liang 1998). Soft photons are assumed to be injected isotropically in the centre of a very extended corona with a white noise power spectrum. The Compton process wipes out the high frequency variability giving the overall shape of the PSD, and the hard lags are due to the soft photons Compton up-scattering time. Another attractive model of this kind has been recently proposed by Böttcher & Liang (1999) based upon an idea previously quoted by Miyamoto & Kitamoto (1989). In this scheme it is assumed that the soft seed photons are emitted by cool dense blobs of matter spiraling inward through an inhomogenous spherical corona formed by the inner hot disk. These models have however an intrinsic deficiency: they do not account for the energy balance. The comptonising plasma temperature is assumed to be constant while the soft photon field changes very quickly in time. As the Compton scattering on soft photons is the dominant cooling mechanism for the thermal electrons, the temperature is determined mainly by the soft photon energy density  $U_s$  and the heating rate. Any modification of the soft photons field induces change in temperature. The cooling time for the thermal electrons is very short, scaling roughly as  $1/U_s$ . Thus the temperature adjusts very quickly to any significant change in the soft radiation field. These temperature fluctuations in turn

affect the emitted spectrum. It is then important to know what really happens when the temperature equilibrium is perturbed by a varying soft photon input.

In our slab corona we consider soft photon flares arising from the disk. We model a flare by a sudden increase in the disk internal dissipation parameter  $l_d$ .

### 5.2. Results of simulations

Fig. 2 presents the evolution of the coronal physical parameters in the case of an equilibrium perturbed by a strong and violent emission of soft photons from the disk.

The system is initially in a steady state where the internal disk dissipation parameter  $l_d = 1$  while  $l_c = 100$ .  $l_d$  is then increased by a factor of 100 during  $\Delta t = 1 H/c$  (hereafter time is expressed in  $H/c$  units). The Compton cooling of the plasma is quasi-instantaneous and the temperature drops by  $\sim 15\%$ . The pair production rate thus decreases, leading to a lower optical depth. After perturbation, the optical depth increases again, but slower than the lepton kinetic energy. Thus the temperature increases slowly and reaches a maximum higher than the initial equilibrium temperature. This arises from the pair production time being longer than the heating time. After the event the system relaxes toward equilibrium.

The code also enables us to compute the associated light curves (Fig. 2). The soft luminosity in the lower energy band ( $E < 2$  keV) increases strongly by a factor of  $\sim 2$  around  $1 H/c$  after the beginning of the flare. Note however that this is a small variation compared to the change of a factor 100 in  $l_d$  that we imposed. Indeed in the steady state the disk emission is the sum of intrinsic dissipation and reprocessing of hard radiation.

The delay is due to the corona light crossing time. The flux in the highest energy bands (20-200 keV and 200-2000 keV) decreases due to the temperature drop. On the other hand, the flux in the intermediate band (2-20 keV) increases slightly.

However the overall Comptonised radiation flux is roughly constant, since the dissipation in the corona is kept constant. *If  $l_c$  is constant, a modification of the seed photon flux does not change the integrated luminosity in the 1-2000 keV band.* The temperature adjusts very quickly to maintain constant Compton losses. The spectrum thus appears to pivot around  $\sim 20$  keV.

Note however that the variations in the energy range usually used in observations (2-50 keV) are very weak (at most 20 %), far lower than those usually observed in X-ray binaries (RMS  $\sim 30\%$ ).

Higher amplitude fluctuations can be obtained for a larger perturbation amplitude. For example, Fig. 3 displays the temperature and optical depth evolutions for  $l_d = 1000$  between  $t = 2$  and  $t = 3$ , instead of  $l_d = 100$  in the previous example, the other parameters being unchanged. As the cooling effect is now stronger the temperature drops by  $\sim 80\%$ . The spectral evolution is impor-

tant, the light curves, shown in Fig. 3, display significant fluctuations in the four energy ranges.

Important fluctuations can also be obtained by increasing the shot characteristic timescale. Longer durations indeed enable to reach the low temperatures obtained at equilibrium for large  $l_d$ .

By varying the shot timescale and amplitude we can thus get complicated correlation and anticorrelation between energy bands. Another complication that we do not consider here is that there may be a rapid succession of shots in the disk. If these shots are close enough in time and space, the corona has no time to relax toward equilibrium between each event. The resulting light curves will thus also depend on the details of the temporal shot distribution.

### 5.3. Discussion

Current models which invoke the intrinsic seed photon variability as the source of the hard Comptonised radiation variability do not take into account the response of the corona (Kazanas et al. 1997; Hua et al. 1997; Böttcher & Liang 1998). The light curves and PDS are computed using linear Monte-Carlo codes. The coronal characteristics ( $T_e$  and  $\tau_T$ ) are fixed. The high energy flux thus varies linearly with the soft photon flux changes. Actually, the calculations are made as if the heating rate in the Comptonising medium was changed according to the soft photon flux to compensate exactly for the Compton losses. We do not know how the disk is physically coupled with the corona, there may be some correlations between  $l_c$  and  $l_d$ . It seems however very unlikely that they adjust so perfectly to keep the temperature constant.

Thus, any model where the variability is driven by changes in the soft photon flux should also specify a coronal heating and take these effects into account.

Note also that the amplitude of fluctuations induced by soft photon shots increases with energy. Indeed the higher energy part of the spectrum is the most sensible to temperature fluctuations. This seems to be inconsistent with observations of X-ray binaries showing that the RMS variability is nearly independent of energy (e.g. Nowak et al. 1999).

On the other hand, if the shots have an amplitude and timescale long enough to make the corona very cool, the spectral pivot point may shift toward the soft X-ray energies, leading to an anticorrelation between the disk and Comptonised radiation. Such a mechanism might explain the strange anticorrelation between UV and X-rays observed in the Seyfert 1 galaxy NGC7469 by Nandra et al. (1998).

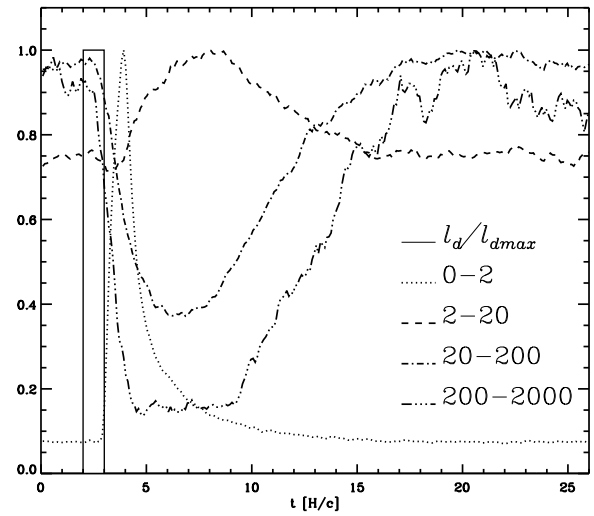
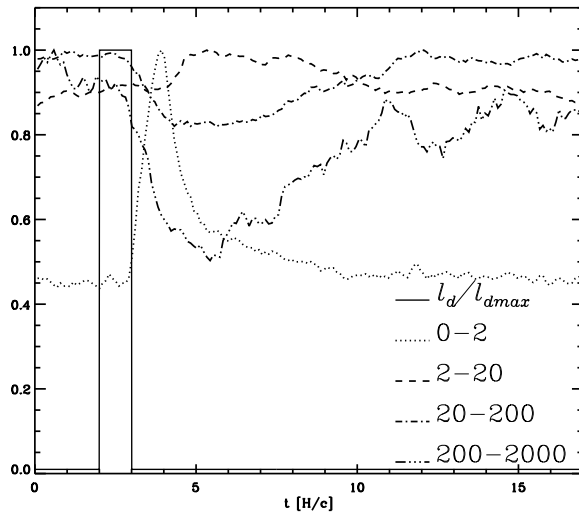
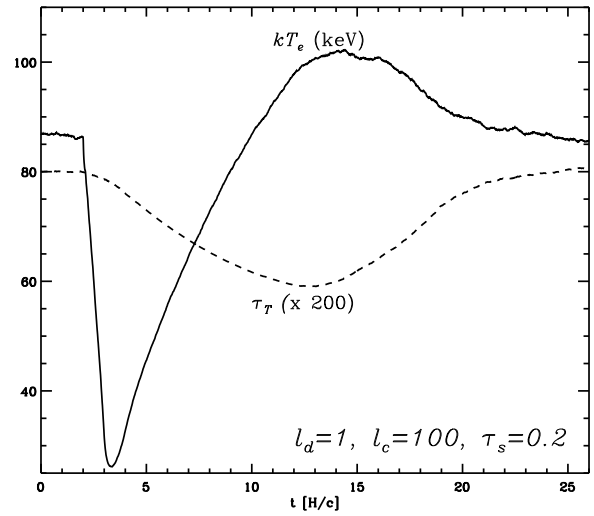
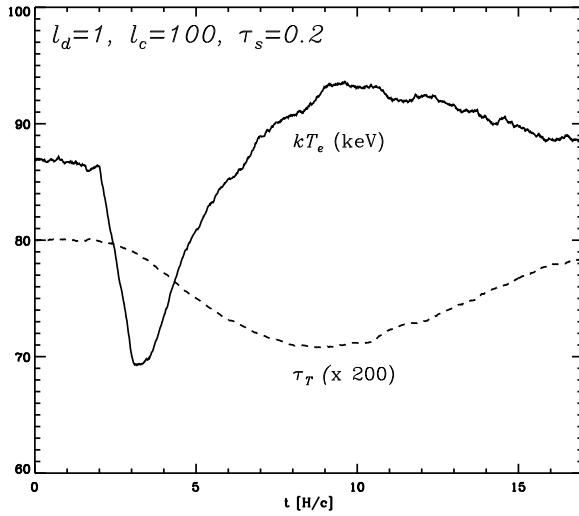


Fig. 2. Upper panel: Evolution of the mean coronal temperature (solid line) and optical depth (dashed line) as a response to a flare in the disk. The system is initially at equilibrium with  $\tau_s = 0.2$ ,  $l_c = 100$ ,  $l_d = 1$ ,  $kT_{bb}=200$  eV. Between  $t = 2$  and  $t = 3$ ,  $l_d = 100$ . Lower panel: The profile of the disk dissipation parameter  $l_d$  is shown in solid line, together with the light curves in the 0-2 keV, 2-20 keV, 20-200 keV, 200-2000 keV. All curves are normalised to their maximum.

Fig. 3. Upper panel: Evolution of the mean coronal temperature (solid line) and optical depth (dashed line) as a response to a flare in the disk. The system is initially at equilibrium with  $\tau_s = 0.2$ ,  $l_c = 100$ ,  $l_d = 1$ ,  $kT_{bb}=200$  eV. Between  $t=2$  and  $t=3$ ,  $l_d = 1000$ . Lower panel: The profile of the disk dissipation parameter  $l_d$  is shown in solid line, together with the light curves in the 0-2 keV, 2-20 keV, 20-200 keV, 200-2000 keV. All curves are normalised to their maximum.

## 6. Variability driven by the corona

### 6.1. Set up

In a second class of models, the observed variability is the consequence of rapid physical changes in the corona. At present the most advanced model is that of Poutanen & Fabian (1999). As in the solar corona case, magnetic reconnection can lead to violent energy dissipation in the corona. Accelerated/ heated particles emit X/ $\gamma$ -rays by Comptonising soft photons coming from the cold disk. The estimated time-scales for the reconnection appear to be too short to explain the fact that most of the power is emitted at low Fourier frequencies. If, however, the flares are statistically linked (i.e. each flare has a given probability to trigger one or more other flares), it can lead to long avalanches. The duration of the avalanches then determines the Fourier frequencies where most of the power emerges. In order to explain the variability data this model requires flares with millisecond duration. If we assume that the size of the corona is of the order of

the Schwarzschild radius of a  $10 M_{\odot}$  black hole, the light crossing time is  $R_g/c = 10^{-4}s$ . We thus need flare durations which are only one order of magnitude larger than the light crossing time. On the other hand, the invoked dissipation mechanism, magnetic reconnection, is very fast, due to the high speed of Alfvén waves which approaches the speed of light. The reconnection time could be of a few  $H/c$  only. There are thus indications that at least a fraction of the luminosity could be emitted under non-equilibrium conditions.

Let us now consider the case of a short flare in the corona. We assume that the system is initially in a steady state where the corona is not (or almost not) powered. At a given time, a strong dissipation occurs in the corona. We model this flare by increasing abruptly  $l_c$ . The influence of the temporal profile  $l_c(t)$ , the characteristic duration and amplitude of the dissipation are then to be studied.

### 6.2. Results of simulations

As an example, we take the following profile for the temporal dependence of the dissipation parameter:

$$l_c(t) = 0 \quad \text{when } t < 2$$

$$l_c(t) = A(t-2)^2 \exp\left(-\frac{t-2}{t_c}\right) \quad \text{when } t > 2 \quad (1)$$

Fig. 4 shows the coronal parameters response for  $A = 1$ ,  $t_c = H/c$ . At the beginning of the shot the radiative losses are negligible since the photon energy density is very weak. The energy dissipation leads to a quick increase of the coronal temperature.

A higher temperature means higher Compton losses. But as the thermal plasma is still photon-starved, cooling is not efficient and the temperature still increases. However, a high energy photon component forms in the

medium. Approximately half of these photons, directed upward escapes. The others travel toward the disk. There, they are instantaneously reprocessed and reinjected in the corona as soft radiation. The radiative energy is conserved through reprocessing. However, a few high energy photons are transformed in numerous soft photons which are able to cool the plasma efficiently. Then the temperature decreases and the escaping photon spectrum softens. This feedback mechanism is delayed in time of a few  $H/c$  due to the photon travel time effect. Thus, if the dissipation parameter increases significantly over this time scale, the system cannot adjust gradually and a brutal temperature increase is unavoidable.

The time (and angle) averaged spectrum of the flare is shown in Fig. 4. This spectrum is roughly similar to those we get in stationary situations; however there are some important differences that we have to point out.

The maximum temperature during the flare ( $kT_{e,\max} \sim 400$  keV) is about 4 times higher than the allowed maximum temperature in steady situations for a slab geometry. As a consequence the overall averaged spectral shapes differ. In the steady state situation, for optical depth,  $\tau_T = 0.4$ , the equilibrium temperature is only 87 keV, leading to a sharp cut-off in the spectrum above 100 keV. The intrinsic 4-20 keV slope of the angle averaged spectra is then  $\Gamma = 2.04$ . The spectrum shown in Fig 4 has a slightly harder spectral slope  $\Gamma = 1.89$ . It also extends to higher energies than the steady state spectrum does. In the example of Fig. 4 about 9 % of the total luminosity is emitted above 200 keV, while in the steady state case this fraction is only of 2 %.

The associated light curves shown in Fig. 4 exhibit the hard-to-soft spectral evolution of the flare. We can also note the time delay between the light curves and the dissipation profile. This delay is due to photon trapping and multiple reflections in the disk/corona.

The maximum temperature achieved depends mainly on the dissipation amplitude  $A$  and characteristic time  $t_c$ . Higher temperatures are obtained for higher amplitudes and shorter durations. The maximum temperature is also higher when the initial photon energy density is small (i.e. small dissipation parameter  $l_d$ ). By manipulating these parameters one can thus obtain very large temperature jumps. For instance, Fig 5 shows the evolution of the parameters during a flare similar to that of Fig. 4 with the amplitude  $A$ , however, larger by a factor of 20. The maximum temperature is around 1.5 MeV. At such a high temperature, numerous photons with energy higher than the pair production threshold are produced. Pair production then increases the optical depth by a factor of two. After the end of the dissipation, it takes a few  $H/c$  for these pairs to annihilate. This annihilation process leads to the formation of an annihilation line in the average spectrum of the flare (shown in Fig. 5). Note also the high energy tail which extends up to MeV energies. This tail is formed at the beginning of the flare when the temperature is very

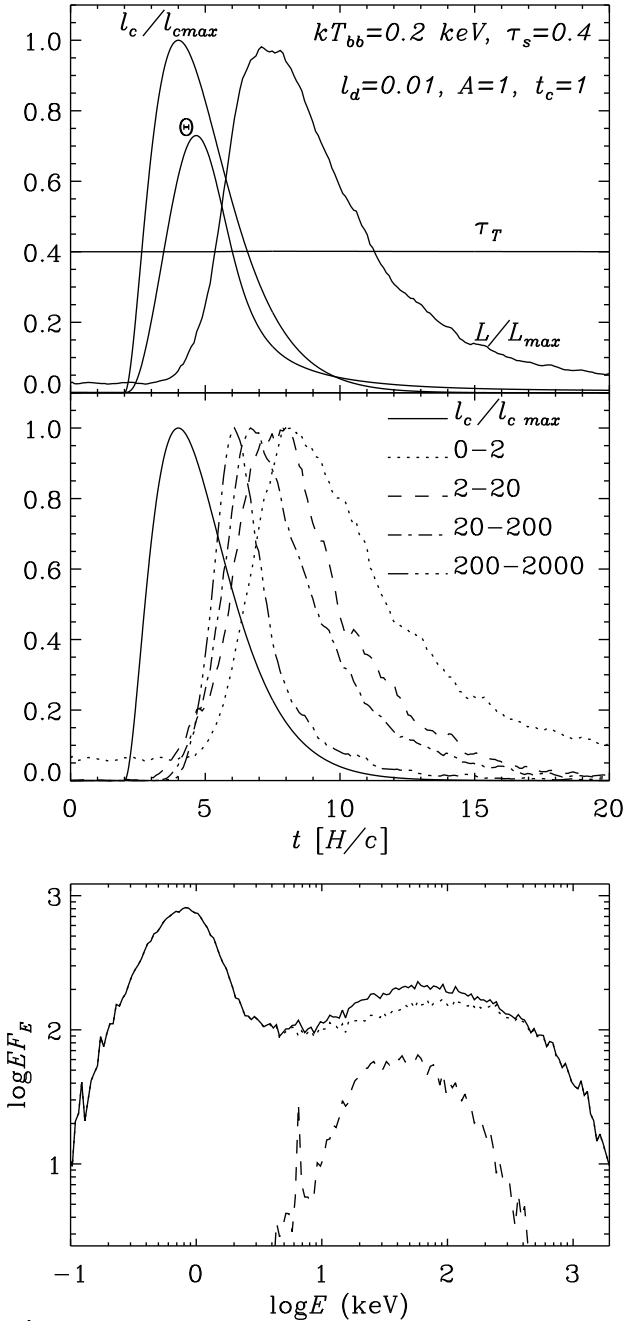


Fig. 4. Upper panel: Response of the coronal parameters to a strong dissipation in the corona. The normalised  $l_c$  profile defined by Eq. (1) is shown together with the volume averaged temperature,  $\theta = kT_c/m_e c^2$ , response, total optical depth, and the system total luminosity light curve. Middle panel: associated light curves. The profile of the disk dissipation parameter  $l_d$  is shown in solid line. Energy bands used are given in keV. All curves are normalised to their maximum. Bottom: Time average spectrum. The primary emission is shown in dotted line, the reflection component in dashed line.

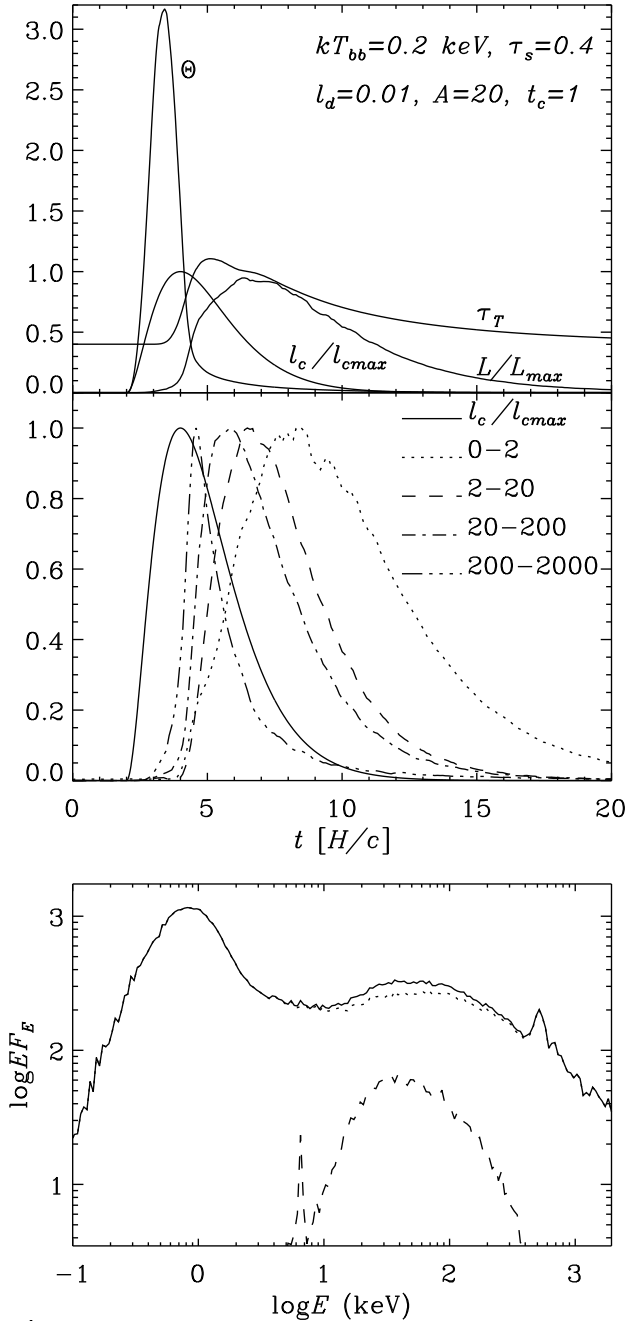
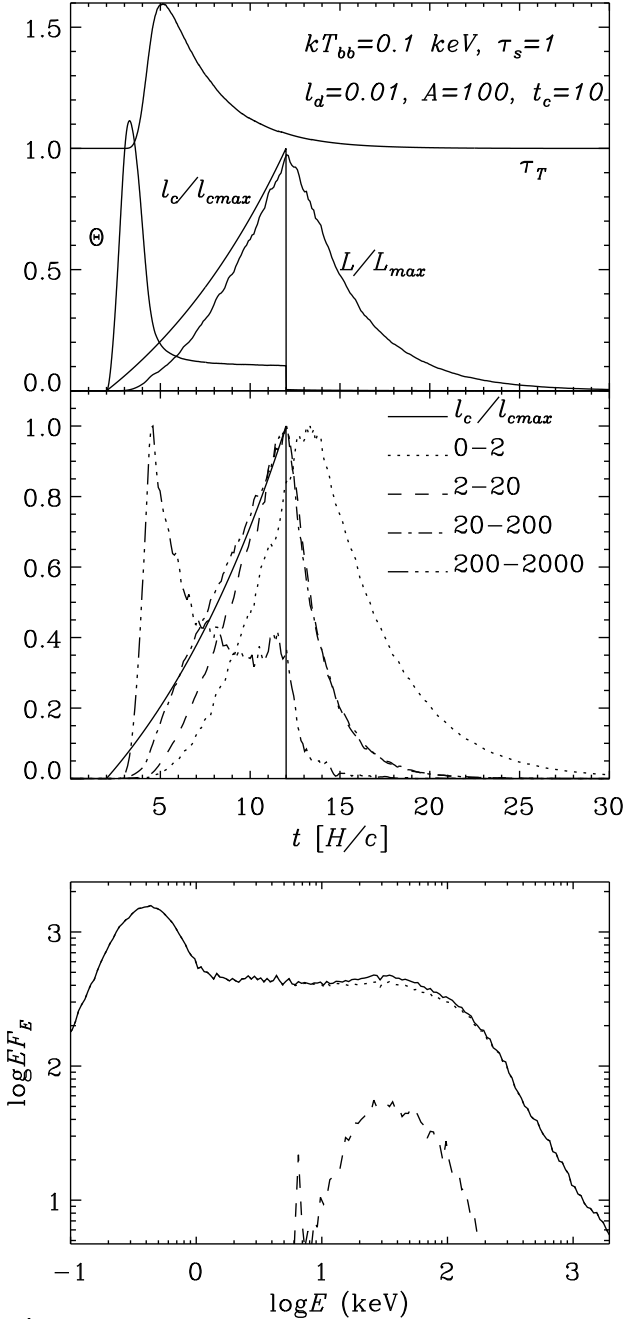


Fig. 5. Upper panel: Response of the coronal parameters to a strong dissipation in the corona. The normalised  $l_c$  profile defined by Eq. (1) is shown together with the volume averaged temperature,  $\theta = kT_c/m_e c^2$ , response, total optical depth, and the system total luminosity light curve. Middle panel: associated light curves. The profile of the disk dissipation parameter  $l_d$  is shown in solid line. Energy bands used are given in keV. All curves are normalised to their maximum. Bottom: Time average spectrum. The primary emission is shown in dotted line, the reflection component in dashed line.

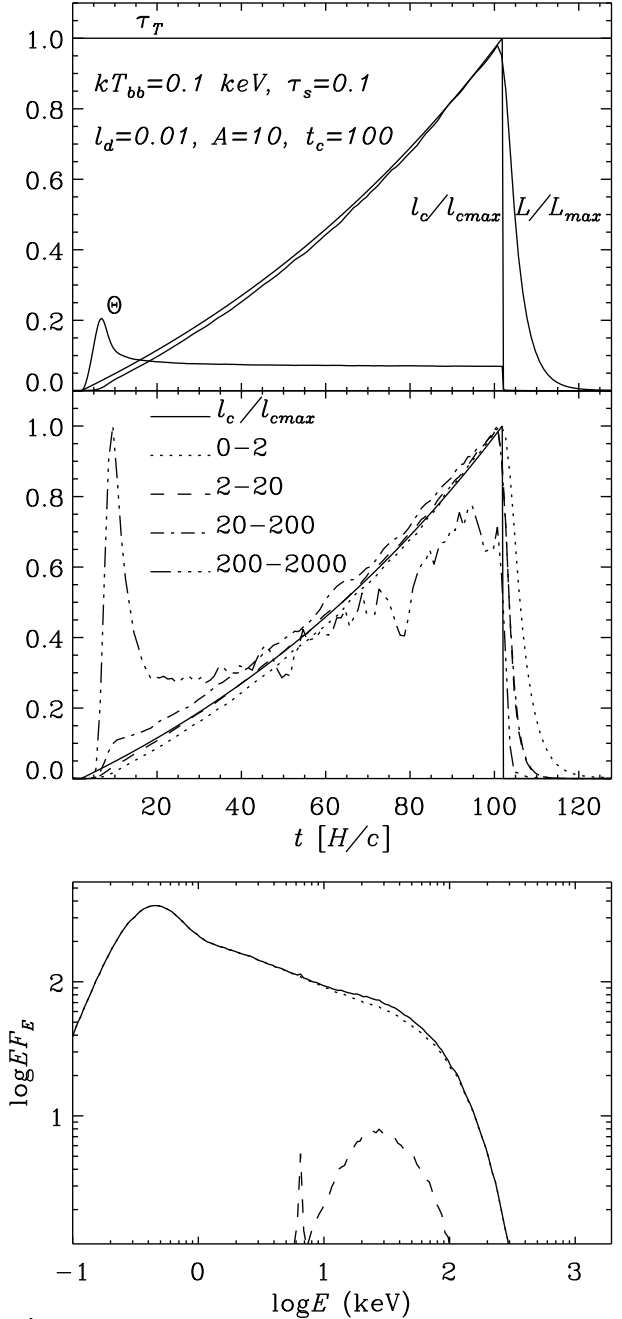


10

J. Malzac &amp; E. Jourdain: Temporal properties



**Fig. 6.** Upper panel: Response of the coronal parameters to a strong dissipation in the corona. The normalised  $l_c$  profile defined by Eq. (2) is shown together with the volume averaged temperature,  $\theta = kT_e/m_e c^2$ , and total optical depth response, and the system total luminosity light curve. Middle panel: associated light curves. The profile of the disk dissipation parameter  $l_d$  is shown in solid line. Energy bands used are given in keV. All curves are normalised to their maximum. Bottom: Time average spectrum. The primary emission is shown in dotted line, the reflection component in dashed line.



**Fig. 7.** Upper panel: Response of the coronal parameters to a strong dissipation in the corona. The normalised  $l_c$  profile defined by Eq. (2) is shown together with the volume averaged temperature,  $\theta = kT_e/m_e c^2$ , and total optical depth response, and the system total luminosity light curve. Middle panel: associated light curves. The profile of the disk dissipation parameter  $l_d$  is shown in solid line. Energy bands used are given in keV. All curves are normalised to their maximum. Bottom: Time average spectrum. The primary emission is shown in dotted line, the reflection component in dashed line.

high. However, due to the important increase of the optical depth during the flare, the 4-20 keV spectral slope is softer ( $\Gamma = 2.07$ ) than in the example of Fig. 4.

The light curves presented in Fig 5 are very similar to those of the previous example (Fig. 4). The lag between hard and soft photons is a general feature of the corona where heating is too fast to enable a quasi-static evolution.

This jump in temperature always occurs at the beginning of the dissipation since the soft photon energy density is then minimum. After the bulk of energy has been dissipated, it takes  $\sim 10 - 20H/c$  for it to leave the corona as radiation and for the system to relax.

We can try another shape for the dissipation profile. Fig. 6 shows the evolution of the coronal parameters as a response to a dissipation with exponential rise and instantaneous decay:

$$l_c(t) = 0 \quad \text{when } t < 2 \quad \text{and} \quad t > 2 + t_c$$

$$l_c(t) = A \frac{e^{(t-2)/t_c} - 1}{e - 1} \quad \text{when } 2 < t < 2 + t_c \quad (2)$$

The shot amplitude and duration have been fixed respectively at  $A = 100$  and  $t_c = 10 H/c$ . The optical depth associated with ions is  $\tau_s = 1$ . The temperature, after having reached its maximum ( $\sim 550$  keV) at the very beginning of the flare, decreases to its steady state equilibrium value ( $\sim 50$  keV) as the dissipation parameter still rises.

The initial temperature increase leads to an intense pair production raising the optical depth by  $\Delta\tau_T = 0.6$ . The annihilation of the pair excess does not form an annihilation line. Due to the high impulse amplitude, the line emissivity is negligible compared to the continuum high energy flux. Thus a large increase of the optical depth during the flare does not systematically involve the formation of an annihilation line.

The flare light curves are shown in Fig. 6. One can see that the 200-2000 keV light curve reaches its maximum at the very beginning of the shot unlike the lower energy bands which follow the dissipation curve. This peak is obviously linked with the temperature maximum. Here again the spectral evolution leads to soft-photon lags.

If the shot duration is long ( $t_c \gg 1$ ), as in the example of Fig. 7 where  $A = 10$  and  $t_c = 100H/c$ , the system is in quasi equilibrium state during 80% of the flare duration. The radiation produced during the initial temperature excess is negligible in the integrated spectrum. This resulting spectrum (shown in Fig. 7) is the same as the one obtained in the steady state approximation. The 4-20 keV slope is  $\Gamma = 2.33$ ; it is then interesting to compare this spectrum to that of Fig. 6 which is harder ( $\Gamma = 2.00$ ) and presents a high energy tail.

Although it is not a characteristic linked with the dynamics, we can also note that the large optical depth of order unity considered here wipes out the reflection features, reducing the apparent amount of reflection.

### 6.3. Discussion

Our simulations show that when the dissipation time is short, the spectral evolution during the flare evolves from hard to soft producing soft-photon lags. As expected, a fast dissipation induces a temperature jump at the beginning of the flare, followed by a cooling.

This arises from the response time of the disk due to photon travelling in the corona. The slab corona geometry considered here has the shortest response time. Other geometries where the corona is physically separated from the disk have a longer feedback time. We thus expect this effect to be amplified in such configurations.

Such soft lags are not compatible with hard lags generally observed in X-ray binaries (e.g., Cui 1999 and references therein). Observations, however, generally show hard lags in X-ray binaries only up to 30 Hz. The lags cannot presently be measured at higher frequencies.

If we assume that the size of the corona is of the order of the Schwarzschild radius of a  $10 M_\odot$  black hole, the light crossing time is  $R_g/c = 10^{-4}$ s. The observed lags are thus associated with variability on time scales greater than  $50 R_g/c$ , probably large enough for a quasi-static evolution to take place.

This low frequency variability could be due to long (quasi-static) independent events, then the observed hard lags would be the consequence of the individual flare spectral evolution which is then quasi-steady. More likely, the low frequency variability could be due to a succession of correlated shorter events (Poutanen & Fabian 1999). The observed time lags would then depend on the spectral evolution of the avalanche and not necessarily on the individual flare spectral evolution.

Each short flare event can then have a hard to soft spectral evolution. The only constraint, in order to be consistent with the observations, is that the flares should be on average softer at the beginning, and harder at the end of the avalanche.

Anyway models where variability is driven by the dissipation in the corona predict that the lags should invert from hard to soft lags at some frequency related to the size of the emitting region. We showed that a dissipation occurring on time scales of  $\sim 10H/c$  can produce soft lag while dissipations on time scales  $\sim 100H/c$  enable a quasi-steady state evolution. Thus the lag inversion lies somewhere in between these two time scales. If we assume  $H/c \sim R_g/c \sim 10^{-4}$ s, then the lag inversion occurs below  $\sim 150$  Hz. In other words, the observation of such a lag inversion would put constraints on the size of the emitting region. Detailed Monte-Carlo simulations can help in determining precisely where the lag inversion should fall, depending mainly on geometry.

We can also note that coronal flare heating and subsequent cooling by reprocessing might explain the soft lags observed in neutron star systems such as the millisecond

pulsar SAX J1808.4-3658 (Cui et al., 1998) or in the kHz QPO of 4U 1608-52 (Vaughan et al., 1997, 1998).

In addition, we showed that the dynamical processes can also have an influence on the average spectra. As a consequence of the rise in temperature, which reaches higher values than in steady state situations, it is possible to obtain harder spectra. This could relax somewhat the geometry constraints on spectral shape.

With convenient parameters, this thermal model can even produce annihilation lines. The details of the physics of accretion disk coronae are presently unknown. We have thus very few physical constraints, and the parameters required in order to get an annihilation line seem to us plausible. The line appears however for a limited range of parameter values. An intense pair production rate is required at the beginning of the flare and thus a huge dissipation on very short time scales. If, however, the dissipation amplitude is too large the line disappears because of the strong luminosity in the continuum around 511 keV.

The fact that these lines are not observed (see however Bouchet et al. 1991; Goldwurm et al. 1992) is consistent with a nearly steady situation in compact sources, but does not imply it.

Another interesting feature is the formation of a high-energy tail at MeV energies. The observed tail in Cyg X-1 (Ling et al. 1997; McConnell et al. 1997) can probably be explained by pure non-equilibrium thermal Comptonisation without need for hybrid models.

## 7. Conclusion

The NLMC method has significantly contributed to the study of the spectral properties of a steady corona radiatively coupled with an accretion disk (e.g. Stern et al. 1995b). However, in order to understand the short term X-ray variability of accreting black hole sources, it seems necessary to take into account the dynamical aspect of the coupling. We have shown that, here again, the NLMC method can be an efficient tool. Our code is able to deal with different situations in which the disk-corona equilibrium is perturbed by a violent energy dissipation in the disk or the corona. The few examples given here are far from being a definitive study of these problems. However, they enable us to outline some important general properties.

On the one hand, we showed that models invoking a variability in the injection of soft seed photons as the origin of hard X-ray variability have to take into account the response of the corona to such fluctuations. Indeed, the corona is quickly Compton cooled when the soft photons flux increases. As long as the coronal heating is kept constant, the whole luminosity of the Comptonised radiation is constant, even if the thermal emission is strongly variable. There is however an important spectral evolution, leading to complex correlations between different energy

bands. Details of these correlations depend on the intrinsic soft flux variability.

On the other hand, if the variability arises from dissipation in the corona, the quasi-static approximation is valid as long as the dissipation time scale is far larger than the corona light crossing time. If this is not the case the feedback from the disk leads to a hard-to-soft spectral evolution. Such models thus predict soft lags at high Fourier frequencies ( $> \sim 150$  Hz). We also showed that a short dissipation time scale produces harder spectra than steady state dissipation. Moreover, in such conditions, a pure thermal model can produce spectral features such as high-energy tails or annihilation lines which are generally considered as the signature of non-thermal processes.

The present work could be developed in numerous ways. For example, as the disk and corona may be coupled by some physical mechanism, it is likely that the observed variability originates from nearly simultaneous perturbations of the disk and the corona. It is also not very realistic to consider that the dissipation occurs both homogeneously and instantaneously in the corona or the disk: effects of propagation should be introduced. Other complications may arise, such as bulk motions or modifications of the geometry of the emitting region during a flare. The studies of the individual flare evolution should provide predictions for the lag inversion frequencies that can be used to put constraints on the geometry of the sources.

Then, it would be interesting to investigate different stochastic models describing the interaction between flares. Taken together with the evolution of individual flares it would make it possible to generate the light curves in different energy bands, and compute the time-averaged energy spectra and various temporal characteristics such as power spectral density, time/phase lags between different energy bands, cross-correlation functions, coherence function, and compare them with the observations.

*Acknowledgements.* We are grateful to Boris Stern for providing us with the results of his code for comparisons. We thank Juri Poutanen for a critical reading of the manuscript and many useful comments.

## References

- Barbosa D. D., 1982, ApJ 254, 301
- Beloborodov A. M., 1999, ApJ 510, L123
- Böttcher M., Liang E. P., 1998, ApJ 506, 281
- Böttcher M., Liang E. P., 1999, ApJ 511, L37
- Bouchet L., Mandrou P., Roques J. P. et al., 1991, ApJ 383, L45
- Coppi P. S., 1992, MNRAS 258, 657
- Coppi P. S., Blandford R. D., 1990, MNRAS 245, 453
- Cui W., 1999, in High Energy Processes in Accreting Black Holes, ASP Conference Series 161, ed. J. Poutanen & R. Svensson., p. 97
- Cui W., Morgan E. H., Titarchuk L. G., 1998, ApJ 504, L27
- Done C., Fabian A. C., 1989, MNRAS 240, 81

- Dove J. B., Wilms J., Begelman M. C., 1997a, *ApJ* 487, 747  
Dove J. B., Wilms J., Maisack M., Begelman M. C., 1997b, *ApJ* 487, 759  
Edelson R., Nandra K., 1999, *ApJ* 514, 682  
Fabian A. C., Guilbert P. W., Blandford R. D., Phinney E. S., Cuellar L., 1986, *MNRAS* 221, 931  
Galeev A. A., Rosner R., Vaiana G. S., 1979, *ApJ* 229, 318  
George I. M., Fabian A. C., 1991, *MNRAS* 249, 352  
Ghisellini G., Haardt F., Fabian A. C., 1993, *MNRAS* 263, L9  
Goldwurm A., Ballet J., Cordier B. et al., 1992, *ApJ* 389, L79  
Gorecki A., Wilczewski W., 1984, *Acta Astronomica* 34, 141  
Guilbert P. W., Rees M. J., 1988, *MNRAS* 233, 475  
Guilbert P. W., Stepney S., 1985, *MNRAS* 212, 523  
Guilbert P. W., Fabian A. C., Rees M. J., 1983, *MNRAS* 205, 593  
Haardt F., Maraschi L., 1991, *ApJ* 380, L51  
Haardt F., Maraschi L., 1993, *ApJ* 413, 507  
Haardt F., Maraschi L., Ghisellini G., 1994, *ApJ* 432, L95  
Haardt F., Maraschi L., Ghisellini G., 1997, *ApJ* 476, 620  
Hua X. M., Kazanas D., Titarchuk L., 1997, *ApJ* 482, L57  
Ichimaru S., 1977, *ApJ* 214, 840  
Jourdain E., Roques J. P., 1995, *ApJ* 440, 128  
Kazanas D., Hua X. M., Titarchuk L., 1997, *ApJ* 480, 735  
Kusunose M., 1987, *ApJ* 321, 186  
Li H., Kusunose M., Liang E. P., 1996, *A&AS* 120, C167  
Liang E. P. T., Price R. H., 1977, *ApJ* 218, 247  
Ling J. C., Wheaton W. A., Wallyn P. et al., 1997, *ApJ* 484, 375  
Malzac J., Jourdain E., Petrucci P. O., Henri G., 1998, *A&A* 336, 807  
McConnell M., Bennett K., Bloemen H. et al., 1997, in *AIP Conf. Proc. 410: Proceedings of the Fourth Compton Symposium*, p. 829  
Miyamoto S., Kitamoto S., 1989, *Nature* 342, 773  
Miyamoto S., Kitamoto S., Mitsuda K., Dotani T., 1988, *Nature* 336, 450  
Nandra K., Clavel J., Edelson R. A. et al., 1998, *ApJ* 505, 594  
Narayan R., Yi I., 1994, *ApJ* 428, L13  
Nayakshin S., Dove J., 1999, in press, *astro-ph/9811059*  
Nowak M. A., Vaughan B. A., Wilms J., Dove J. B., Begelman M. C., 1999a, *ApJ* 510, 874  
Nowak M. A., Wilms J., Vaughan B. A., Dove J. B., Begelman M. C., 1999b, *ApJ* 515, 726  
Payne D. G., 1980, *ApJ* 237, 951  
Poutanen J., Coppi P. S., 1998, *Physica Scripta* T77, 57, (*astro-ph/9711316*)  
Poutanen J., Fabian A. C., 1999, *MNRAS* 306, L31  
Poutanen J., Svensson R., 1996, *ApJ* 470, 249  
Poutanen J., Krolik J. H., Ryde F., 1997, *MNRAS* 292, L21  
Pozdnyakov L. A., Sobol I. M., Sunyaev R. A., 1983, *Soviet Scientific Reviews Section E Astrophysics and Space Physics Reviews* 2, 189  
Ross R. R., Fabian A. C., Young A. J., 1999, *MNRAS* 306, 461  
Shapiro S. L., Lightman A. P., Eardley D. M., 1976, *ApJ* 204, 187  
Stern B. E., Begelman M. C., Sikora M., Svensson R., 1995a, *MNRAS* 272, 291  
Stern B. E., Poutanen J., Svensson R., Sikora M., Begelman M. C., 1995b, *ApJ* 449, L13  
Sunyaev R. A., Titarchuk L. G., 1980, *A&A* 86, 121  
Svensson R., 1982, *ApJ* 258, 321  
Svensson R., Larsson S., Poutanen J., 1996, *A&AS* 120, C587  
Vaughan B. A., van der Klis M., Méndez M. et al., 1997, *ApJ* 483, L115  
Vaughan B. A., Van Der Klis M., Méndez M. et al., 1998, *ApJ* 509, L145  
Zdziarski A. A., Gierlinski M., Gondek D., Magdziarz P., 1996, *A&AS* 120, C553



# CONCLUSION GÉNÉRALE

## Un outil de simulation

J'espère avoir montré que les simulations Monte-Carlo constituent un outil efficace pour comprendre l'émission à haute énergie des sources compactes. Elles permettent de traiter de manière précise les divers processus liés à la production de rayonnement X et  $\gamma$ .

Le produit principal de cette thèse est un code Monte-Carlo non-linéaire. Ce code prend en compte les mécanismes prépondérants pour la formation spectrale (diffusion Compton, production et annihilation de paires et refroidissement Coulomb) en tenant compte du couplage entre ces processus et des effets dus à la présence de matière froide dans l'environnement de la région émettrice (réflexion et recyclage). Les effets particulièrement importants dus à la configuration géométrique de la source ainsi qu'à l'anisotropie du champ de rayonnement peuvent être étudiés simplement.

Les modèles décrivant l'accrétion de la matière sur l'objet compact nous donnent des indications sur la géométrie et le mécanisme de chauffage du plasma. A partir de ces hypothèses, il est possible, avec ce code, de calculer précisément le spectre émis dans différentes configurations. Par comparaison avec les observations on peut ensuite tester et affiner le modèle sous-jacent.

Outre la modélisation spectrale, la complexité du comportement temporel des sources apporte des informations capitales que tout modèle doit reproduire. Cet aspect a été souvent négligé jusqu'ici par les modélisateurs principalement à cause de la complexité des calculs. Le code développé peut s'appliquer aux phénomènes transitoires. Il permet d'étudier l'évolution des paramètres physiques dont dépendent les formes spectrales, ainsi que les courbes de lumière associées dans différentes bandes d'énergie.

## Et quelques applications

### Modèles stationnaires

Après avoir progressivement développé et validé le code en introduisant successivement tous les processus, j'ai pu l'appliquer au modèle d'illumination anisotrope. Dans ce scénario la source est constituée par la partie terminale d'un jet avorté où les particules sont accélérées dans un choc. Le processus d'accélération conduit à une distribution non-thermique (loi de puissance) de leptons. L'énergie importante des paires conduit à une forte anisotropie du rayonnement inverse Compton. L'idée de base du modèle est d'utiliser cette anisotropie pour expliquer les forts rapports de luminosités  $L_{UV}/L_X$  observés dans certaines galaxies de Seyfert.

Les simulations Monte-Carlo ont montré que l'on ne pouvait pas rendre compte des observations de manière aussi simple. D'une part, la forte anisotropie induit dans le spectre X, une composante réfléchie énorme qui n'est jamais observée. D'autre part, les simulations prouvent que les ordres Compton multiples ne pouvaient pas être négligés. Du fait de l'énergie importante des leptons les ordres Compton multiples étendent le spectre bien au-delà du MeV, contrairement à ce qui est observé.

Nous avons qualitativement montré que la prise en compte de l'ionisation du disque associée à l'anisotropie de la source X peut résoudre ces problèmes permettant alors d'expliquer l'émission X et  $\gamma$  des galaxies de Seyfert et des candidats trous noirs par une émission purement non-thermique dominée par la réflexion.

Il sera donc intéressant de confirmer ce résultat en étudiant plus précisément cet effet d'ionisation, en simulant la source étendue et en effectuant des calculs de transfert radiatif exacts et autocohérents avec mes codes Monte-Carlo. Il sera également intéressant de prendre en compte les effets dus à la matière située entre le disque et la source X. Cette matière constitue la base du jet conduisant à la formation de la source X. Elle est chauffée par l'irradiation et comptonise le rayonnement thermique du disque. Elle pourrait être à l'origine d'un excès, inexpliqué jusqu'ici, que l'on observe dans le spectre X mou (0.1-1. keV) des galaxies de Seyferts.

Toutefois, un disque ionisé ne permet plus de rendre compte des forts rapports  $L_{UV}/L_X$  (les intensités de la composante réfléchie et du flux recyclé sont proportionnelles). Donc, soit le disque est neutre et on reproduit les forts rapports de flux, mais pas la forme du spectre à haute énergie, soit il est ionisé auquel cas il semble possible de reproduire les spectres X mais pas les rapports de flux. Le second cas ouvre la possibilité de transposer le modèle aux candidats trous noirs galactiques. Dans ces objets, en effet le rapport entre la luminosité attribuée au disque d'accrétion et la luminosité

Compton reste raisonnable<sup>5</sup>.

Les principaux concurrents du modèle d'illumination anisotrope sont les modèles de couronne couplée à un disque d'accrétion. Le plasma considéré est alors thermique.

Ils ont été très étudiés notamment par les méthodes Monte-Carlo, ce qui m'a permis de valider mon code dans diverses configurations géométriques.

Ils ne produisent pas de forts rapports  $L_{UV}/L_X$ . Cependant, ils présentent l'avantage de reproduire naturellement et simplement les spectres à haute énergie, aussi bien dans le cas des galaxies de Seyfert que des trous noirs d'origine stellaire.

Entre deux solutions équivalentes pour décrire un phénomène, le scientifique se doit de suivre le principe épistémologique qui dicte de choisir la plus simple. Pourtant, il ne semble pas que la nature ait une telle horreur de la complexité. Il faut donc se garder de trancher trop rapidement entre ces deux modèles qui sont probablement tous deux trop simplistes par rapport à ce qui se produit réellement au voisinage d'un trou noir.

## Modèles dynamiques

Motivé par des résultats observationnels intéressants concernant la variabilité temporelle des binaires X et par le manque de travaux théoriques pour les expliquer, j'ai décidé d'utiliser les capacités temporelles du code pour l'adapter à ces modèles de couronnes.

J'ai montré que la méthode non-linéaire était efficace pour traiter différentes situations hors équilibre, susceptibles de se produire dans le cadre des modèles de couronne couplée à un disque d'accrétion. Le code m'a permis de simuler pour la première fois la réponse du système à un sursaut de photons de basse énergie issus du disque, ainsi qu'à une dissipation violente d'énergie dans la couronne. et j'ai commencé à étudier en détail les effets observables lorsque les paramètres décrivant l'éruption (e.g., la durée et l'amplitude de la dissipation d'énergie) varient.

Ces travaux préliminaires démontrent que si le mécanisme à l'origine de la variabilité est issu du disque, il est absolument nécessaire de prendre en compte la réponse en température du plasma coronal. Si la variabilité est due à une dissipation transitoire dans la couronne (éruption), le temps caractéristique de dissipation doit être long pour que le système évolue de façon quasistatique, faute de quoi, les courbes de lumière présentent des retards entre bandes d'énergie inverses de ceux que l'on observe. L'étude détaillée de ces effets dynamiques semble très prometteuse.

---

<sup>5</sup> Je fais référence ici au spectre des candidats trous noirs dans l'état dur, dans l'état mou c'est bien sur la luminosité du disque qui domine.



## Et puis ?

Outre la poursuite des travaux sur le modèle d'illumination anisotrope et sur les modèles de couronnes dépendant du temps, il faudra poursuivre le développement du code, qui n'est jamais achevé. Notamment on pourra introduire d'autres processus d'interactions. Cela est relativement simple du fait de la structure modulaire du code. Le plus urgent sera d'introduire les effets de rayonnement synchrotron afin de pouvoir modéliser les sources pour lesquelles le champ magnétique est important dans la région d'émission.

On pourra également introduire des effets de second ordre comme le bremsstrahlung afin de tester leur importance et de pouvoir traiter les plasmas où le champ rayonnement est moins intense.

Pour ce qui est des études temporelles le code sera adapté afin de pouvoir traiter une modification de la forme géométrique de la source au cours du temps.

A plus long terme j'envisage d'introduire des effets physiques tels que les effets de pressions du plasma et du rayonnement, ou le mouvement des électrons dans le champ magnétique.

D'autre part, on sait que dans l'environnement d'un objet très massif, les effets dus à la relativité générale peuvent modifier fortement les propriétés spectrales, il serait donc intéressant de les introduire dans le code.

Tous ces efforts de modélisation sont indispensables au développement d'une image plus cohérente et précise des mécanismes d'accrétion (et d'éjection) autour des objets compacts. Il faut les poursuivre en étroite relation avec les résultats observationnels disponibles et à venir. En particulier outre le spectre d'émission  $X$  et  $\gamma$  que nous cherchons à reproduire, les flux ou spectres obtenus dans d'autres domaines en énergie nous apportent des éléments d'information importants sur la géométrie, la présence de structures de matière (tore, poussière, disque...), qui réduisent nos degrés de liberté.

Cela représente encore un travail considérable mais l'outil dont nous disposons nous a permis de franchir une étape importante.

# ANNEXE



# A. FORMALISME DES SECTIONS EFFICACES ET DES TAUX DE RÉACTION

Soit un faisceau monocinétique de particules de type 1 qui traverse un milieu, formé d'une densité homogène  $n'_2$  de particules de type 2 au repos. Soit  $\gamma_r m_1 c^2$  et  $\beta_r c$  respectivement l'énergie et la vitesse des particules du faisceau.  $m_1$  et  $m_2$  sont les masses respectives des deux types de particules.

Supposons qu'il existe une interaction entre les particules de type 1 et 2 (absorption, diffusion...). Le formalisme des sections efficaces consiste à considérer que chacune des particules 2 présente aux particules 1 incidentes une surface effective d'interaction, ou *section efficace*, de valeur  $\sigma$ .

On peut paramétrer le trajet d'une particule 1 dans le milieu par la distance  $l'$  qu'elle a parcourue. Supposons qu'elle ait parcouru une distance  $l'$  sans interagir, l'élément probabilité pour que la particule 1 traverse une section efficace entre  $l'$  et  $l' + dl'$  est :

$$dp = n'_2 \sigma dl' \quad (\text{A.1})$$

Un calcul élémentaire permet alors de montrer que la distribution des distances parcourues  $l'$  (parcours) dans le milieu avant interaction possède la densité de probabilité  $p_d$  :

$$p_d(l) = \frac{1}{\lambda'} e^{-\frac{l}{\lambda'}} \quad (\text{A.2})$$

o  $\lambda' = dl'/dp = \frac{1}{n'_2 \sigma}$  est la distance moyenne parcourue par la particule dans le milieu ou libre parcours moyen.

D'autre part, par intégration, on peut en déduire la fonction de répartition associée à la densité de probabilité  $p_d$  :

$$F_d(x) = P \{l < x\} = \int_0^x p_d(l) dl = (1 - e^{-\frac{x}{\lambda'}}) \quad (\text{A.3})$$

Au lieu d'utiliser la distance pour paramétrer le parcours, on peut utiliser le temps  $t$ . La particule parcourt une distance  $dl'$  en un temps  $dt' = dl'/(c\beta_r)$ , on peut donc

réécrire l'équation A.1 sous la forme :

$$dp = n'_2 \sigma \beta_r c dt' \quad (\text{A.4})$$

La quantité  $\frac{dp}{dt'}$  est le taux de réaction élémentaire de la particule 1. De même que précédemment on peut en déduire la distribution des temps de vol des particules incidentes :

$$p_t(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A.5})$$

o  $\tau = dt'/dp = 1/(n'_2 \sigma \beta_r c)$  est le temps de vol moyen de la particule 1.

La fonction de répartition des temps de vol à une forme similaire à celle des parcours (Eq A.3) :

$$F_t(x) = P \{t < x\} = \int_0^x p_t(t) dt = (1 - e^{-\frac{x}{\tau}}) \quad (\text{A.6})$$

Dans les plasmas chauds les particules cibles ne peuvent pas être considérées au repos puisqu'elles se déplacent à des vitesses relativistes. Cependant, nous allons voir que les expressions A.2, A.3, A.5 et A.6 restent valables à condition de corriger le temps de vol et le libre parcours moyen. Nous allons étudier le cas o la particule 1 interagit avec un faisceau monocinétique de particules 2.

Pour cela il suffit de changer de point de vue et d'observer la situation précédente dans un référentiel en mouvement par rapport au référentiel de repos ( $RR$ ) des particules 2. Dans ce nouveau référentiel ( $RL$ ) les particules 1 se déplacent dans une direction  $\vec{\Omega}_1$  avec une vitesse  $\beta_1 c$  et une énergie  $\gamma_1 m_1 c^2$ . Pour les particules 2 les paramètres correspondants sont notés  $\vec{\Omega}_2$ ,  $\beta_2 c$  et  $\gamma_2 m_2 c^2$ . Cela signifie que notre référentiel se déplace à une vitesse  $-\beta_2 c \vec{\Omega}_2$  par rapport à  $RR$ . De sorte que par transformation de Lorentz on peut relier  $\beta_r$  aux paramètres des particules dans  $RL$ . On trouve :

$$\beta_r = \sqrt{1 - [\gamma_1 \gamma_2 (1 - \beta_1 \beta_2 \mu)]^{-2}} \quad (\text{A.7})$$

o  $\mu = \vec{\Omega}_1 \cdot \vec{\Omega}_2$

Il ne reste plus qu'à écrire les équations A.4, et A.1 dans  $RL$ . L'élément de probabilité  $dp$  peut être considéré comme la probabilité d'interaction dans un intervalle d'espace temps qui s'écrit  $(cdt', dl'\vec{\Omega}')$  dans  $RR$  et  $(cdt, dl\vec{\Omega}_1)$  dans  $RL$ . C'est un invariant de Lorentz <sup>1</sup>. La densité de particules 2 est dans le référentiel en mouvement :

$$n_2 = dN/dV = \gamma_2 dN/dV' = \gamma_2 n'_2, \quad (\text{A.8})$$

du fait de la contraction des longueurs selon la direction  $\vec{\Omega}_2$ . L'intervalle de temps  $dt'$  s'écrit, d'après la tranformation de Lorentz :

$$cdt' = \gamma_2 (cdt - \beta_2 \mu dl) \quad (\text{A.9})$$

---

<sup>1</sup> En effet, on peut compter la fraction de ces particules qui interagissent sur un intervalle d'espace temps, ce nombre est proportionnel à la probabilité  $dp$

or  $dl = \beta_1 c dt$ , donc :

$$cdt' = \gamma_2(1 - \beta_1\beta_2\mu)c dt \quad (\text{A.10})$$

On a donc les résultats suivants :

$$\frac{dp}{dt} = n_2\sigma(1 - \beta_1\beta_2\mu)\beta_r c \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{dp}{dl} = n_2\sigma(1 - \beta_1\beta_2\mu)\frac{\beta_r}{\beta_1} \quad (\text{A.12})$$

le facteur  $F = (1 - \beta_1\beta_2\mu)\beta_r$  est appelé facteur de flux, car il permet de rendre compte des modifications du flux à travers la section efficace du fait du mouvement des particules cibles. De sorte que l'on peut définir la section efficace effective :

$$\sigma_{eff} = \sigma(1 - \beta_1\beta_2\mu) \quad (\text{A.13})$$

On définit également le taux de réaction par paire de particules :

$$\sigma v = \sigma(1 - \beta_1\beta_2\mu)\beta_r c \quad (\text{A.14})$$

Dans le référentiel de repos des particules cibles ( $\beta_1 = \beta_r$  et  $\beta_2 = 0$ ) on retrouve l'équation A.4. Le temps de vol  $\tau$  et le libre parcours moyen des particules 1 sont donc dans le cas général :

$$\tau = 1/(n_2\sigma v) \quad (\text{A.15})$$

$$\lambda = \beta_1 c / (n_2\sigma v) \quad (\text{A.16})$$

## A.1 Interactions avec des photons

Les démonstrations de la partie précédente sont valables pour des particules massives. Cependant les résultats obtenus sont indépendants de la masse. Si l'une des particule est un photon on peut les généraliser en passant à la limite  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_r = 1$ . Le facteur de flux dans ce cas est :

$$F = 1 - \mu\beta_2 \quad (\text{A.17})$$

Si les deux types de particules sont des photons il est évidemment difficile de travailler dans le référentiel de repos de ces particules. Cependant le résultat peut également se généraliser par passage à la limite :

$$F = 1 - \mu \quad (\text{A.18})$$

En fait, en électrodynamique quantique la section efficace est introduite en la définissant par (cf. Jauch et Rohrlich, 1979, p.167) :

$$\sigma = \frac{\sigma v}{F} \quad (\text{A.19})$$

$\sigma v$  peut s'écrire sous forme covariante et le facteur de flux  $F$  s'exprime indépendamment du type des particules par :

$$F = \frac{1}{\epsilon_1 \epsilon_2} \sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - (m_1 c m_2 c)^2} \quad (\text{A.20})$$

o  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont respectivement l'énergie de la particule 1 et des particules 2. On retrouve ainsi les diverses expressions de  $F$  qui ont été données, sans avoir à supposer un référentiel de repos.

## A.2 Taux de réaction sur des distributions de particules

En général la section efficace dépend de l'énergie des particules. Si les distributions de densité normalisées dans l'espace des phases des particules 1 et 2 sont respectivement  $f_1(\vec{p}_1)$  et  $f_2(\vec{p}_2)$ .

Le taux de réaction moyen par particule est donné par intégration de l'expression suivante :

$$\langle \sigma v \rangle = \int \int \sigma v(\vec{p}_1, \vec{p}_2) f_2(\vec{p}_2) d^3 p_2 f_1(\vec{p}_1) d^3 p_1 \quad (\text{A.21})$$

Le taux de réaction est alors donné par :

$$T = n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle, \quad (\text{A.22})$$

Si la distribution 2 est isotrope et les particules 1 constituent un faisceau mono-énergétique, i.e.  $f_1(\vec{p}_1) = \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_o)$  :

$$\langle \sigma v \rangle = 2\pi \int_{-1}^1 \sigma v(\vec{p}_1, \vec{p}_2) f_2(\vec{p}_2) d\mu p_2^2 dp_2 \quad (\text{A.23})$$

où  $\mu = \vec{p}_o \cdot \vec{p}_2 / (p_o p_2)$

Le libre parcours moyen des particules 1 est alors donné par :

$$\lambda = \beta_1 c / (n_2 \langle \sigma v \rangle) \quad (\text{A.24})$$

# BIBLIOGRAPHIE

- Amari, T., Luciani, J. F., Aly, J. J., et Tagger, M. : 1996, *Astronomy and Astrophysics* **306**, 913+
- Antonucci, R. : 1993, *Annual Review of Astron and Astrophys* **31**, 473
- Arnaud, K. A. : 1996, in B. J. Jacoby G.H. (ed.), *Astronomical Data Analysis Software and System V. ASP Conf. Series*, Vol. 101, p. 17, San Francisco
- Barbosa, D. D. : 1982, *Astrophysical Journal* **254**, 301
- Bonometto, S. et Rees, M. J. : 1971, *Monthly Notices of the RAS* **152**, 21+
- Clavel, J., Nandra, K., Makino, F., Pounds, K. A., Reichert, G. A., Urry, C. M., Wamsteker, W., Peracaula-Bosch, M., Stewart, G. C., et Otani, C. : 1992, *Astrophysical Journal* **393**, 113
- Coppi, P. S. : 1992, *Monthly Notices of the RAS* **258**, 657
- Coppi, P. S. et Blandford, R. D. : 1990, *Monthly Notices of the RAS* **245**, 453
- Coppi, P. S. et Zdziarski, A. A. : 1992, *Astrophysical Journal, Letters* **398**, L37
- Cui, W. : 1999, in *High Energy Processes in Accreting Black Holes, ASP Conference Series 161*, ed. Juri Poutanen & Roland Svensson. ISBN 1-886733-81-3 (1999), p.97, pp 97+
- Cui, W., Morgan, E. H., et Titarchuk, L. G. : 1998, *Astrophysical Journal, Letters* **504**, L27
- Dermer, C. D. : 1985, *Astrophysical Journal* **295**, 28
- Done, C. et Fabian, A. C. : 1989, *Monthly Notices of the RAS* **240**, 81
- Dove, J. B., Wilms, J., et Begelman, M. C. : 1997a, *Astrophysical Journal* **487**, 747+
- Dove, J. B., Wilms, J., Maisack, M., et Begelman, M. C. : 1997b, *Astrophysical Journal* **487**, 759+
- Ferreira, J. et Pelletier, G. : 1993, *Astronomy and Astrophysics* **276**, 625+
- Franck, J., King, A., et Raine, D. : 1992, *Accretion processes in Astrophysics*, 2nd Ed. ; Cambridge : Cambridge University Press
- Frankel, N., Hines, K., et Dewar, R. : 1979, *Physical Review A* **20**, 2120
- Galeev, A. A., Rosner, R., et Vaiana, G. S. : 1979, *Astrophysical Journal* **229**, 318
- Ghisellini, G., George, I. M., Fabian, A. C., et Done, C. : 1991, *Monthly Notices of*



- the RAS **248**, 14
- Gierlinski, M., Zdziarski, A. A., Coppi, P. S., Poutanen, J., Ebisawa, K., et Johnson, W. N. : 1998, in *The Active X-ray Sky : Results from BeppoSAX and RXTE. Proceedings of the Active X-ray Sky symposium, October 21-24, 1997, Rome, Italy, Edited by L. Scarsi, H. Bradt, P. Giommi, and F. Fiore. Publisher : Amsterdam : Elsevier, 1998. Reprinted from : Nuclear Physics B, (Proc. Suppl.), vol. 69/1-3. ISBN : 0444829903., p.312, pp 312+*
- Gierlinski, M., Zdziarski, A. A., Done, C., Johnson, W. N., Ebisawa, K., Ueda, Y., Haardt, F., et Philips, B. F. : 1997, Monthly Notices of the RAS **288**, 958
- Gorecki, A. et Wilczewski, W. : 1984, *Acta Astronomica* **34**, 141
- Gould, R. J. : 1981, *Phys. Fluids* **24**, 755
- Haardt, F. et Maraschi, L. : 1991, *Astrophysical Journal, Letters* **380**, L51
- Haardt, F. et Maraschi, L. : 1993, *Astrophysical Journal* **413**, 507
- Haardt, F., Maraschi, L., et Ghisellini, G. : 1994, *Astrophysical Journal, Letters* **432**, L95
- Haardt, F., Maraschi, L., et Ghisellini, G. : 1997, *Astrophysical Journal* **476**, 620+
- Haug, E. : 1988, *Astronomy and Astrophysics* **191**, 181
- Henri, G. et Petrucci, P. : 1997, *Astronomy and Astrophysics* **326**, 87
- Hua, X. M. : 1997, *Computers in Physics* 11
- Hua, X. M., Kazanas, D., et Titarchuk, L. : 1997, *Astrophysical Journal, Letters* **482**, L57
- Hua, X. M. et Titarchuk, L. : 1995, *Astrophysical Journal* **449**, 188+
- Ichimaru, S. : 1977, *Astrophysical Journal* **214**, 840
- Jauch, J. M. et Rohrlich, F. : 1976, *The Theory of Photons and Electrons*, Springer-Verlag
- Jourdain, E., Bassani, L., Bouchet, L., Mandrou, P., Ballet, J., Lebrun, F., Paul, J., Laurent, P., Churazov, E., Gilfanov, M., Sunyaev, R., Dyackhov, A., Khavenson, N., Chulkov, I., Kuznetsov, A., et Novikov, B. : 1992, *Astronomy and Astrophysics* **256**, L38
- Kazanas, D., Hua, X. M., et Titarchuk, L. : 1997, *Astrophysical Journal* **480**, 735+
- Laurent, P. et Titarchuk, L. : 1999, *Astrophysical Journal* **511**, 289
- Liang, E. P. T. et Price, R. H. : 1977, *Astrophysical Journal* **218**, 247
- Magdziarz, P., Blaes, O. M., Zdziarski, A. A., Johnson, W. N., et Smith, D. A. : 1998, Monthly Notices of the RAS **301**, 179
- Magdziarz, P. et Zdziarski, A. A. : 1995, Monthly Notices of the RAS **273**, 837
- Maisack, M., Johnson, W. N., Kinzer, R. L., Strickman, M. S., Kurfess, J. D., Cameron, R. A., Jung, G. V., Grabelsky, D. A., Purcell, W. R., et Ulmer, M. P. : 1993,

- Astrophysical Journal, Letters **407**, L61
- Malzac, J. : 1996, *Master's thesis*, Université Paul Sabatier
- Marshall, H. L., Carone, T. E., Peterson, B. M., Clavel, J., Crenshaw, D. M., Korista, K. T., Kriss, G. A., Krolik, J. H., Malkan, M. A., Morris, S. L., O'Brien, P. T., et Reichert, G. A. : 1997, *Astrophysical Journal* **479**, 222+
- MCConnell, M., Bennett, K., Bloemen, H., Collmar, W., Hermsen, W., Kuiper, L., Much, R., Ryan, J., Schonfelder, V., Steinle, H., Strong, A., et Van Dijk, R. : 1997, in *AIP Conf. Proc. 410 : Proceedings of the Fourth Compton Symposium*, pp 829+
- Morrison, R. et McCammon, D. : 1983, *Astrophysical Journal* **270**, 119
- Moskalenko, I. V. et Jourdain, E. : 1997, *Astronomy and Astrophysics* **325**, 401
- Nandra, K., Clavel, J., Edelson, R. A., George, I. M., Malkan, M. A., Mushotzky, R. F., Peterson, B. M., et Turner, T. J. : 1998, *Astrophysical Journal* **505**, 594
- Nandra, K., George, I. M., Mushotzky, R. F., Turner, T. J., et Yaqoob, T. : 1997, *Astrophysical Journal* **477**, 602+
- Nandra, K. et Pounds, K. : 1994, *Monthly Notices of the RAS* **268**, 405+
- Narayan, R., Kato, S., et Honma, F. : 1997, *Astrophysical Journal* **476**, 49+
- Nowak, M. A. : 1994, *Astrophysical Journal* **422**, 688
- Nowak, M. A., Wilms, J. r., et Dove, J. B. : 1999, *Astrophysical Journal* **517**, 355
- Petrucci, P. : 1998, *Ph.D. thesis*, Université Joseph Fourier - Grenoble 1
- Petrucci, P. et Henri, G. : 1997, *Astronomy and Astrophysics* **326**, 99
- Pietrini, P. et Krolik, J. H. : 1995, *Astrophysical Journal* **447**, 526+
- Poutanen, J. et Coppi, P. S. : 1998, in *Abstracts of the 19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology, held in Paris, France, Dec. 14-18, 1998*.  
*Eds. : J. Paul, T. Montmerle, and E. Aubourg (CEA Saclay).*, pp E355+
- Poutanen, J. et Fabian, A. C. : 1999, *Monthly Notices of the RAS* **306**, L31
- Poutanen, J., Krolik, J. H., et Ryde, F. : 1997, *Monthly Notices of the RAS* **292**, L21
- Poutanen, J. et Svensson, R. : 1996, *Astrophysical Journal* **470**, 249+
- Pozdniakov, L. A., Sobol, I. M., et Siuniaev, R. A. : 1983, *Soviet Scientific Reviews Section E Astrophysics and Space Physics Reviews* **2**, 189
- Romanova, M. M., Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V., Chechetkin, V. M., et Lovelace, R. V. E. : 1998, *Astrophysical Journal* **500**, 703+
- Rybicki, G. B. et Lightman, A. P. : 1979, *Radiative Processes in Astrophysics*, Wiley-Interscience
- Skibo, J. G., Dermer, C. D., Ramaty, R., et McKinley, J. M. : 1995, *Astrophysical Journal* **446**, 86+
- Stern, B. E., Begelman, M. C., Sikora, M., et Svensson, R. : 1995a, *Monthly Notices of the RAS* **272**, 291

- Stern, B. E., Poutanen, J., Svensson, R., Sikora, M., et Begelman, M. C. : 1995b, *Astrophysical Journal, Letters* **449**, L13
- Storm, E. et Israel, H. : 1967, *Photon Cross Sections from 0.001 to 100 MeV for Elements 1 to 100*, Technical Report LA-3753, Los Alamos Scientific Laboratory
- Suniae, R. A. et Titarchuk, L. G. : 1980, *Astronomy and Astrophysics* **86**, 121
- Svensson, R. : 1982, *Astrophysical Journal* **258**, 321
- Svensson, R. : 1987, *Monthly Notices of the RAS* **227**, 403
- Svensson, R., Larsson, S., et Poutanen, J. : 1996, *Astronomy and Astrophysics, Supplement* **120**, C587
- Vaughan, B. A., Van Der Klis, M., Mendez, M., Van Paradijs, J., Wijnands, R. A. D., Lewin, W. H. G., Lamb, F. K., Psaltis, D., Kuulkers, E., et Oosterbroek, T. : 1997, *Astrophysical Journal, Letters* **483**, L115
- Vaughan, B. A., Van Der Klis, M., Mndez, M., Van Paradijs, J., Wijnands, R. A. D., Lewin, W. H. G., Lamb, F. K., Psaltis, D., Kuulkers, E., et Oosterbroek, T. : 1998, *Astrophysical Journal, Letters* **509**, L145
- Zdziarski, A. A., Coppi, P. S., et Lamb, D. Q. : 1990, *Astrophysical Journal* **357**, 149
- Zdziarski, A. A., Gierlinski, M., Gondek, D., et Magdziarz, P. : 1996, *Astronomy and Astrophysics, Supplement* **120**, C553
- Zdziarski, A. A., Lightman, A. P., et Maciolek-Niedzwiecki, A. : 1993, *Astrophysical Journal, Letters* **414**, L93